



**HAL**  
open science

# De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces : modélisations et études expérimentales

Sébastien Seguy

## ► To cite this version:

Sébastien Seguy. De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces : modélisations et études expérimentales. Génie mécanique [physics.class-ph]. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2008. Français. NNT : . tel-04529378v1

**HAL Id: tel-04529378**

**<https://theses.hal.science/tel-04529378v1>**

Submitted on 9 Apr 2009 (v1), last revised 2 Apr 2024 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *l'Institut National Polytechnique de Toulouse*  
Spécialité : *Génie Mécanique*

---

Présentée et soutenue par *SÉBASTIEN SEGUY*  
Ingénieur ENI  
Le 3 décembre 2008

*De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche  
afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces :  
modélisations et études expérimentales*

---

### JURY

<i>M. Gérard COFFIGNAL</i>	<i>Professeur des Universités, ENSAM de Paris</i>	<i>Président</i>
<i>M. Jean-Yves HASCOËT</i>	<i>Professeur des Universités, École Centrale de Nantes</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>M. Henri PARIS</i>	<i>Professeur des Universités, Université J. Fourier de Grenoble</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>M. Lionel ARNAUD</i>	<i>Maître de Conférences, ENI de Tarbes</i>	<i>Examineur</i>
<i>M. Gilles DESSEIN</i>	<i>Maître de Conférences – HDR, ENI de Tarbes</i>	<i>Examineur</i>
<i>M. Moussa KARAMA</i>	<i>Professeur des Universités, ENI de Tarbes</i>	<i>Examineur</i>

---

**École Doctorale :** *Mécanique, Énergétique, Génie civil et Procédés*  
**Unité de recherche :** *Laboratoire Génie de Production – École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes*  
**Directeur de Thèse :** *M. Moussa KARAMA*  
**Encadrants :** *M. Lionel ARNAUD et M. Gilles DESSEIN*



# THÈSE

présentée

pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

délivré par l'Institut National Polytechnique de Toulouse

École Doctorale MEGeP  
Spécialité : Génie Mécanique

par

**Sébastien SEGUY**

Ingénieur ENI

---

De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche  
afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces :  
modélisations et études expérimentales

---

Soutenu le 3 décembre 2008 devant le jury composé de :

M. Gérard COFFIGNAL	Professeur des Universités, ENSAM de Paris	Président
M. Jean-Yves HASCOËT	Professeur des Universités, École Centrale de Nantes	Rapporteur
M. Henri PARIS	Professeur des Universités, Univ. J. Fourier de Grenoble	Rapporteur
M. Lionel ARNAUD	Maître de Conférences, ENI de Tarbes	Examineur
M. Gilles DESSEIN	Maître de Conférences – HDR, ENI de Tarbes	Examineur
M. Moussa KARAMA	Professeur des Universités, ENI de Tarbes	Examineur



*À ma femme,  
à mes parents,  
à mon frère.*

*La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne.  
La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi.  
Si la pratique et la théorie sont réunies, rien ne fonctionne et on ne sait pas pourquoi.*

*Albert EINSTEIN*



---

## Remerciements

---

LES TRAVAUX de recherche présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du Laboratoire Génie de Production de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes. À l'issue de ce travail, je souhaite remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont aidé pour la réalisation de cette thèse.

Je tiens à remercier M. Gérard COFFIGNAL, Professeur à l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Paris, de l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury de thèse.

Je remercie vivement M. Jean-Yves HASCOËT, Professeur à l'École Centrale de Nantes et M. Henri PARIS, Professeur à l'Université Joseph Fourier de Grenoble, d'avoir accepté d'examiner cette thèse et de l'intérêt porté à mes travaux.

Je tiens à remercier M. Moussa KARAMA, Professeur à l'ENI de Tarbes, d'avoir été mon directeur de thèse.

Une part importante de la réussite de ces travaux de recherche est liée à l'encadrement dynamique de MM. Lionel ARNAUD et Gilles DESSEIN, Maîtres de conférences à l'ENI de Tarbes. Je les remercie très sincèrement de la confiance qu'ils m'ont accordée depuis le début de mes recherches. Par leurs conseils, leurs disponibilités et leurs qualités autant scientifiques qu'humaines, ils m'ont permis de mener à bien cette thèse. Qu'ils trouvent ici l'expression de mon amitié la plus sincère.

Je remercie toutes les personnes avec lesquelles j'ai pu collaborer dans le cadre de ma thèse. Un grand merci à Francisco Javier CAMPA, Tamás INSPERGER et Grégoire PEIGNÉ, pour l'aide avisée qu'ils m'ont apportée.

Je souhaite également remercier l'ensemble du personnel du laboratoire et notamment mon collègue de bureau Toufic WEHBE et Vincent WAGNER pour les bons moments passés ensemble.

Enfin, je ne pourrais conclure ces remerciements sans citer ma femme et ma famille. Qu'ils trouvent ici toute ma reconnaissance pour la patience et le soutien dont ils m'ont fait preuve tout au long de ces années.





---

# Table des matières

---

Introduction . . . . .	1
Chapitre I – Problématique des vibrations d’usinage . . . . .	5
I.1 Vibrations en usinage . . . . .	5
I.1.1 Vibrations forcées . . . . .	6
I.1.2 Vibrations auto-entretenues . . . . .	6
I.1.2.1 Phénomènes à la source des vibrations auto-entretenues . . . . .	7
I.1.2.2 Régénération de la surface . . . . .	8
I.2 Modélisations des vibrations régénératives . . . . .	9
I.2.1 Modélisations analytiques et semi-analytiques . . . . .	10
I.2.2 Analyse des équations différentielles . . . . .	15
I.2.2.1 Théorie de Floquet . . . . .	15
I.2.2.2 Application en usinage . . . . .	16
I.2.3 Simulation temporelle . . . . .	19
I.2.3.1 Méthodes sans génération explicite de la surface usinée . . . . .	19
I.2.3.2 Travaux dédiés à la génération de la surface usinée . . . . .	21
I.2.4 Travaux dédiés aux pièces à parois minces . . . . .	22
I.2.5 Bilan des différentes approches . . . . .	24
I.3 Méthodes expérimentales de détection de l’instabilité . . . . .	26
I.3.1 Moyens de mesure . . . . .	26
I.3.2 Critères de détection . . . . .	27
I.3.3 Bilan . . . . .	28
I.4 Tentatives de réductions des vibrations régénératives . . . . .	28
I.4.1 Approche mécanistique . . . . .	28
I.4.2 Vitesse de rotation optimale . . . . .	29
I.4.3 Outils de coupe spéciaux . . . . .	30
I.4.4 Variation continue de la vitesse de rotation . . . . .	31
I.4.4.1 Modélisations . . . . .	31
I.4.4.2 Essais . . . . .	33

I.4.4.3 Bilan . . . . .	33
I.5 Objectifs et travaux de thèse . . . . .	34
<b>Chapitre II – Étude globale d’une opération d’usinage sur une pièce réelle . . . . .</b>	<b>37</b>
II.1 Démarche d’étude . . . . .	38
II.1.1 Pièce étudiée . . . . .	38
II.1.2 Parcours d’outil étudiés . . . . .	39
II.1.3 Optimisation mise en œuvre . . . . .	41
II.2 Calculs éléments finis . . . . .	42
II.2.1 Modèle mis en place . . . . .	42
II.2.1.1 Modélisation 3D . . . . .	42
II.2.1.2 Modélisation 2D et prise en compte du parcours de l’outil . . . . .	43
II.2.2 Résultats des simulations . . . . .	44
II.2.2.1 Fréquences propres . . . . .	45
II.2.2.2 Raideur apparente . . . . .	47
II.2.3 Bilan . . . . .	50
II.3 Étude de la stabilité . . . . .	51
II.3.1 Modélisation utilisée . . . . .	51
II.3.2 Résultats pour la paroi latérale . . . . .	52
II.3.3 Adaptation pour l’usinage en bout de la paroi du fond . . . . .	54
II.3.4 Prise en compte de l’évolution des paramètres . . . . .	55
II.4 Étude expérimentale . . . . .	59
II.4.1 Montage expérimental . . . . .	59
II.4.2 Analyse des résultats pour la paroi du fond . . . . .	60
II.4.2.1 État de surface . . . . .	60
II.4.2.2 Niveau vibratoire . . . . .	62
II.4.3 Analyse des résultats pour la paroi latérale . . . . .	64
II.5 Conclusion . . . . .	65
<b>Chapitre III – Amélioration de la modélisation au sein d’une passe d’usinage . . . . .</b>	<b>67</b>
III.1 Limites des approches classiques . . . . .	68
III.1.1 Pièce étudiée . . . . .	68
III.1.2 Calculs éléments finis . . . . .	69
III.1.3 Lobes de stabilité . . . . .	71
III.1.3.1 Lobes 2D . . . . .	71
III.1.3.2 Lobes 3D . . . . .	72
III.1.4 Bilan . . . . .	73
III.2 Modèle numérique proposé : hypothèses considérées . . . . .	74
III.2.1 Modèle dynamique . . . . .	74
III.2.2 Modèle d’effort de coupe . . . . .	76
III.2.2.1 Loi de coupe linéaire . . . . .	76
III.2.2.2 Sortie de la coupe . . . . .	77

III.2.3 Talonnage . . . . .	78
III.2.4 Résolution . . . . .	80
III.3 Modèle numérique proposé : simulations réalisées . . . . .	81
III.3.1 Cas d'une simple excitation forcée . . . . .	82
III.3.2 Cas d'un système à un DDL . . . . .	84
III.3.3 Cas d'une paroi mince . . . . .	86
III.3.3.1 Influence du talonnage . . . . .	87
III.3.3.2 Analyse temporelle des résultats . . . . .	88
III.3.3.3 Analyse fréquentielle des résultats . . . . .	90
III.3.4 Cas particulier d'une paroi mince avec des modes proches . . . . .	91
III.3.5 Bilan . . . . .	92
III.4 Étude expérimentale . . . . .	92
III.4.1 Montage expérimental . . . . .	93
III.4.2 Analyse des états de surface . . . . .	94
III.4.2.1 Analyse globale . . . . .	94
III.4.2.2 Analyse locale . . . . .	96
III.4.3 Analyse temporelle et fréquentielle . . . . .	98
III.4.4 Corrélation modèle-essai . . . . .	100
III.5 Conclusion . . . . .	102
<b>Chapitre IV – Solution d'optimisation avancée : usinage avec une vitesse de rotation variable . . . . .</b>	<b>105</b>
IV.1 Modélisation mise en œuvre . . . . .	106
IV.1.1 Mise en équation du modèle de fraisage . . . . .	106
IV.1.1.1 Consigne de variation . . . . .	106
IV.1.1.2 Temps de retard variable . . . . .	108
IV.1.1.3 Modèle mécanique . . . . .	108
IV.1.2 Étude du comportement par la simulation temporelle . . . . .	110
IV.1.2.1 Principales hypothèses . . . . .	111
IV.1.2.2 Adaptation à notre étude . . . . .	111
IV.1.3 Étude de la stabilité par la semi-discrétisation . . . . .	113
IV.1.3.1 Mise en forme des équations . . . . .	113
IV.1.3.2 Calcul de la période principale . . . . .	114
IV.1.3.3 Approximation de l'opérateur de Floquet . . . . .	115
IV.2 Comparaison des deux approches . . . . .	119
IV.2.1 Méthodologie utilisée . . . . .	119
IV.2.2 Résultats obtenus à vitesse constante . . . . .	120
IV.2.3 Résultats obtenus à vitesse variable . . . . .	121
IV.2.4 Bilan . . . . .	123
IV.3 Optimisation de la consigne de variation de vitesse . . . . .	123
IV.3.1 Accélération angulaire de la broche . . . . .	123
IV.3.2 Zone instable du flip lobe . . . . .	124
IV.3.3 Zone instable du Hopf lobe . . . . .	127
IV.3.4 Zone stable . . . . .	128

IV.3.5 Bilan .....	129
IV.4 Étude expérimentale .....	129
IV.4.1 Montage expérimental .....	130
IV.4.2 Mise en place de l'usinage à vitesse variable.....	131
IV.4.3 Essais à vitesse constante .....	132
IV.4.4 Essais à vitesse variable .....	135
IV.4.4.1 Essais instables asymptotiquement.....	135
IV.4.4.2 Essais stables asymptotiquement .....	137
IV.4.4.3 Réduction du broutement par variation de la vitesse de rotation .	138
IV.5 Conclusion .....	140
Conclusion et perspectives.....	141
Références bibliographiques .....	145
Publications .....	157
Annexe A – Matériel expérimental utilisé.....	159
A.1 Centre d'usinage.....	159
A.2 Profilomètre optique.....	161
A.3 Mesure vibratoire .....	162
A.3.1 Vélocimètre laser.....	162
A.3.2 Marteau d'impact .....	162
A.3.3 Conditionneur et analyse .....	163
Annexe B – Procédure d'extraction du déplacement du signal laser .....	165
B.1 Filtrage.....	165
B.2 Intégration numérique.....	166
Annexe C – Simulation d'une équation différentielle retardée à l'aide de la fonction DDE23 .....	167
C.1 Détail sur l'algorithme de Runge-Kutta (2,3).....	167
C.2 Exemple d'utilisation.....	168
Annexe D – Programmation de la vitesse de rotation variable .....	171
D.1 Action synchrone .....	171
D.2 Approximation de la consigne triangulaire .....	172
D.3 Programme Siemens .....	172

---

# Table des illustrations

---

## Chapitre I – Problématique des vibrations d’usinage

Figure 1 – Détail d’une surface usinée . . . . .	6
Figure 2 – Phénomène de couplage des modes. . . . .	8
Figure 3 – Phénomène de régénération de la surface. . . . .	9
Figure 4 – Schéma-bloc pour l’analyse fréquentielle. . . . .	10
Figure 5 – Modélisation du fraisage [ALT 95] . . . . .	12
Figure 6 – Tracé caractéristique des lobes de stabilité . . . . .	13
Figure 7 – Différents types d’instabilités identifiés. . . . .	16
Figure 8 – Lobes de stabilité en coupe discontinue. . . . .	17
Figure 9 – Influence de l’angle d’hélice sur l’instabilité de flip . . . . .	19
Figure 10 – Outil effaceur de matière [MAR 03]. . . . .	22
Figure 11 – Influence de la position de l’outil sur la représentation des lobes de stabilité [LAP 02]. . . . .	23
Figure 12 – Loi de coupe non-linéaire [LAP 02]. . . . .	24
Figure 13 – Comparaison des différentes approches . . . . .	25
Figure 14 – Dynamomètre, accéléromètre et microphone [Kistler et Brüel & Kjær] . . . . .	27
Figure 15 – Porte-outil actif en tournage [HAR 04] . . . . .	29
Figure 16 – Optimisation de la vitesse de rotation avec les lobes de stabilité . . . . .	30
Figure 17 – Outils de coupe spéciaux. . . . .	31
Figure 18 – Relations entre les différentes voies de recherche . . . . .	34

## Chapitre II – Étude globale d’une opération d’usinage sur une pièce réelle

Figure 19 – Pièce en forme de poche . . . . .	38
Figure 20 – Différents parcours d’outil étudiés . . . . .	40
Figure 21 – Organigramme d’optimisation . . . . .	41
Figure 22 – Modèle 3D : déformée du quatrième mode . . . . .	43

Figure 23 – Modèle 2D plaque : déformée du quatrième mode . . . . .	43
Figure 24 – Ajustement du modèle 2D . . . . .	44
Figure 25 – Influence de la perte de matière sur les fréquences propres lors de l’usinage du fond en <i>concentrique</i> avec $A_p = 5$ mm . . . . .	46
Figure 26 – Influence de la perte de matière sur les fréquences propres lors de l’usinage du fond en <i>parallèle</i> avec $A_p = 5$ mm. . . . .	46
Figure 27 – Influence de la perte de matière sur des fréquences propres lors de la finition des parois latérales avec $A_p = 5$ mm . . . . .	47
Figure 28 – Raideur apparente pour le deuxième mode d’une poutre appuyée-appuyée. 49	
Figure 29 – Évolution de la raideur apparente sur le fond pour le troisième mode . . . .	49
Figure 30 – Modèle mécanique pour la paroi latérale . . . . .	52
Figure 31 – Modélisation pour la paroi du fond . . . . .	54
Figure 32 – Lobes de stabilité en 3D pour la paroi latérale (5 premiers modes) . . . . .	56
Figure 33 – Lobes de stabilité en 3D pour le fond avec le parcours <i>parallèle</i> . . . . .	56
Figure 34 – Lobes de stabilité en 3D pour le fond avec le parcours <i>concentrique</i> . . . . .	57
Figure 35 – Choix des vitesses de rotation : coupe dans les lobes 3D. . . . .	58
Figure 36 – Lobes de stabilité sans vitesse optimale pour $A_p = 5$ mm, passe 6 . . . . .	58
Figure 37 – Montage expérimental. . . . .	59
Tableau 1 – Vitesse de rotation pour l’usinage du fond, essai (B). . . . .	60
Figure 38 – Photographie des pièces usinées. . . . .	61
Figure 39 – Résultats sur la passe 4 . . . . .	62
Figure 40 – Résultats sur la passe 6 . . . . .	62
Figure 41 – Mesures vibratoires sur la paroi du fond. . . . .	63
Figure 42 – Paroi latérale . . . . .	64
 <b>Chapitre III – Amélioration de la modélisation au sein d’une passe d’usinage</b>	
Figure 43 – Paroi mince étudiée. . . . .	68
Figure 44 – Déformées modales obtenues par calcul éléments finis . . . . .	69
Tableau 2 – Caractéristiques dynamiques de la pièce. . . . .	70
Figure 45 – Influence de l’enlèvement de matière sur les fréquences propres . . . . .	70
Figure 46 – Lobes de stabilité . . . . .	71
Figure 47 – Lobes de stabilité en 3D, avec prise en compte de la forme propre du deuxième mode. . . . .	72
Figure 48 – Modèle mécanique du fraisage. . . . .	74
Figure 49 – Déformée modale du deuxième mode . . . . .	75
Figure 50 – Modélisation de la régénération de la surface . . . . .	77
Figure 51 – Non-linéarité induite par la sortie de la coupe. . . . .	78
Figure 52 – Phénomène de talonnage. . . . .	79
Tableau 3 – Paramètres modaux . . . . .	82
Figure 53 – Amplitude des vibrations pour une excitation forcée. . . . .	83

Tableau 4 – Paramètres de simulation pour le système à un DDL . . . . .	84
Figure 54 – Résultats de simulation pour un système à un DDL . . . . .	85
Figure 55 – Évolution de l’amplitude en fonction du talonnage introduit. . . . .	87
Figure 56 – Déplacement simulé pour une paroi mince. . . . .	88
Figure 57 – Analyse temporelle des résultats de simulation . . . . .	89
Figure 58 – Analyse fréquentielle des résultats de simulation . . . . .	90
Figure 59 – Cas de deux modes proches $f_2 = 6\,440$ Hz et $f_3 = 6\,450$ Hz . . . . .	91
Figure 60 – Montage expérimental. . . . .	93
Figure 61 – Direction de mesure de la rugosité. . . . .	94
Tableau 5 – Rugosité maximale pour chaque vitesse de rotation de la broche . . . . .	95
Figure 62 – Comparaison entre la rugosité maximale dans la direction 1 et les lobes de stabilité . . . . .	96
Figure 63 – Évolution de la rugosité pour l’usinage à 20 500 tr/min . . . . .	97
Figure 64 – Évolution de la rugosité pour les différents essais . . . . .	98
Figure 65 – Déplacement mesuré sur un point fixe à $y = 95$ mm et à 20 500 tr/min . . . . .	99
Figure 66 – Fréquences mesurées pour l’usinage à 20 500 tr/min . . . . .	100
Figure 67 – Corrélation entre la simulation et les mesures à 20 500 tr/min . . . . .	101

#### Chapitre IV – Solution d’optimisation avancée : usinage avec une vitesse de rotation variable

Figure 68 – Consigne de type triangulaire. . . . .	107
Figure 69 – Évolution du temps de retard. . . . .	109
Figure 70 – Modèle mécanique du fraisage à un DDL. . . . .	109
Figure 71 – Évolution du pas de temps . . . . .	113
Figure 72 – Détermination de la période principale du système. . . . .	115
Figure 73 – Vue simplifiée des différents ordres de discrétisation . . . . .	116
Figure 74 – Schéma de la semi-discrétisation au premier ordre . . . . .	116
Tableau 6 – Paramètres utilisés . . . . .	120
Figure 75 – Comparaison des résultats à vitesse constante. . . . .	121
Figure 76 – Comparaison des résultats à vitesse variable . . . . .	122
Figure 77 – Étude paramétrique avec $N_0 = 9\,100$ tr/min et $A_e = 2$ mm, pour une consigne triangulaire . . . . .	125
Figure 78 – Étude paramétrique avec $N_0 = 9\,100$ tr/min et $A_e = 2$ mm, pour une consigne sinusoïdale . . . . .	126
Figure 79 – Étude sur une large gamme de fréquences avec $N_0 = 9\,100$ tr/min et $A_e = 2$ mm, pour une consigne triangulaire . . . . .	126
Figure 80 – Étude paramétrique avec $N_0 = 6\,000$ tr/min et $A_e = 2$ mm, pour une consigne triangulaire . . . . .	127
Figure 81 – Étude sur une large gamme de fréquences avec $N_0 = 6\,000$ tr/min et $A_e = 2$ mm, pour une consigne triangulaire . . . . .	128



Figure 82 – Étude paramétrique avec $N_0 = 8\,900$ tr/min et $A_e = 2$ mm, pour une consigne triangulaire . . . . .	128
Figure 83 – Montage expérimental . . . . .	130
Tableau 7 – Caractéristiques dynamiques du montage et coefficients de coupe . . . . .	130
Figure 84 – Variation de vitesse par action synchrone (Siemens 840D) . . . . .	131
Figure 85 – Comparaison entre la vitesse théorique et la vitesse mesurée . . . . .	132
Figure 86 – Validation expérimentale des lobes de stabilité à vitesse constante . . . . .	133
Figure 87 – Relevé temporel pour l’essai (B) . . . . .	133
Figure 88 – Relevés temporels pour les essais instables (A) et (C) . . . . .	134
Figure 89 – Deux essais instables pour $N_0 = 9\,100$ tr/min et $A_p = 1$ mm . . . . .	135
Figure 90 – Analyse de l’essai instable (D) pour $N_0 = 9\,100$ tr/min et $A_p = 1$ mm . . .	136
Figure 91 – Essais stables (E) et (F) pour $N_0 = 9\,100$ tr/min et $A_p = 2$ mm . . . . .	138
Figure 92 – Comparaison entre un essai avec et sans variation de vitesse, $A_p = 1$ mm .	139
 <b>Annexe A – Matériel expérimental utilisé</b>	
Figure 93 – Centre d’usinage Huron KX10 . . . . .	159
Tableau 8 – Principales caractéristiques du centre d’usinage . . . . .	160
Figure 94 – Profilomètre Optique Veeco Wyko NT1100 . . . . .	161
Figure 95 – Vibromètre laser, marteau d’impact, conditionneur et logiciel Pulse® . . .	163
 <b>Annexe B – Procédure d’extraction du déplacement du signal laser</b>	
Figure 96 – Courbe de gain du filtre passe-haut de « Butterworth » . . . . .	166
Figure 97 – Schéma-bloc de l’intégration numérique . . . . .	166
 <b>Annexe C – Simulation d’une équation différentielle retardée à l’aide de la fonction DDE23</b>	
Tableau 9 – Programme utilisant la fonction DDE23 . . . . .	169
 <b>Annexe D – Programmation de la vitesse de rotation variable</b>	
Figure 98 – Programmation d’une action synchrone sous la Siemens 840D . . . . .	171
Figure 99 – Décomposition d’un signal triangulaire en série de Fourier . . . . .	172
Tableau 10 – Programme pièce et sous-programme . . . . .	173

---

## Notations

---

$A_p$	Profondeur de passe axiale [mm]
$A_e$	Profondeur de passe radiale [mm]
$\alpha$	Angle de dépouille instantané [rad]
$\alpha_t$	Angle de dépouille de l'outil [rad]
$\alpha_i$	Coefficient dynamique de fraisage dans la direction $i$
$\beta$	Paramètre du schéma d'intégration de Newmark
$c_i$	Coefficient d'amortissement du mode $i$ [Ns/m]
$\chi$	Angle d'immersion axiale pour un outil torique [rad]
$D$	Diamètre de l'outil [m]
$\delta$	Pourcentage de variation de la durée entre deux coups de dent
$\varepsilon$	Déphasage entre deux passages de dent successifs
$f_i(t)$	Effort d'excitation [N]
$f_c$	Fréquence de broutement [Hz]
$f_d$	Fréquence de passage des dents [Hz]
$f_i$	Fréquence propre du mode $i$ [Hz]
$f_v$	Fréquence de variation de la vitesse de rotation de la broche [Hz]
$f_z$	Avance à la dent [mm/dent]
$F(t)$	Effort de coupe [N]
$F_r$	Composante radiale de l'effort de coupe [N]
$F_t$	Composante tangentielle de l'effort de coupe [N]
$F_x$	Effort de coupe dans la direction $x$ [N]
$F_y$	Effort de coupe dans la direction $y$ [N]
$\{F\}$	Vecteur des efforts de coupe [N]
$\phi_{ex}$	Angle de sortie de la matière [rad]

---

$\phi_j$	Position angulaire de la dent $j$ [rad]
$\phi_{st}$	Angle d'entrée dans la matière [rad]
$\Phi$	Opérateur de transition de Floquet
$g(t)$	Fonction bruit
$g_j(\phi_j)$	Fonction unitaire de la dent $j$
$G_x(j\omega)$	Fonction de transfert complexe dans la direction $x$ [m/N]
$\gamma$	Paramètre du schéma d'intégration de Newmark
$h(t)$	Épaisseur de copeau non déformé [mm]
$h_0(t)$	Épaisseur de copeau non déformé théorique [mm]
$h_j(t)$	Épaisseur de copeau non déformé de la dent $j$ [mm]
$\Im m$	Partie imaginaire d'un nombre complexe
$j$	Nombre particulier tel que $j^2 = -1$
$\varphi_i$	Déformée modale normalisée du mode $i$
$k_i$	Raideur modale du mode $i$ [N/m]
$k_{i_0}$	Raideur modale apparente du mode $i$ [N/m]
$k_r$	Coefficient spécifique de coupe radial réduit
$K_c$	Coefficient spécifique de coupe de tournage [MPa]
$K_p$	Coefficient de talonnage
$K_r$	Coefficient spécifique de coupe radial [MPa]
$K_t$	Coefficient spécifique de coupe tangentiel [MPa]
$[K]$	Matrice de raideur [N/m]
$\kappa$	Angle complémentaire à l'angle d'immersion axiale [rad]
$m_i$	Masse modale du mode $i$ [kg]
$m_{i_0}$	Masse modale apparente du mode $i$ [kg]
$m_w$	Nombre d'ondulations complètes entre deux coups de dent
$M_0(y)$	Position du point $M_0$ [m]
$[M]$	Matrice de masse [kg]
$\mu$	Multiplicateurs caractéristiques de Floquet
$N$	Vitesse de rotation de la broche [tr/min]
$N(t)$	Consigne de la variation de la vitesse de rotation de la broche [tr/min]
$N_0$	Vitesse de rotation moyenne de la broche [tr/min]
$N_a$	Amplitude de la vitesse de rotation de la broche [tr/min]
$q_i(t)$	Déplacement modal du mode $i$ [m]
$\theta$	Angle d'engagement radial de l'outil [rad]
$r_0$	Rayon de bec de l'outil [m]

---

---

$R$	Rayon de l'outil [m]
$R_a$	Rugosité arithmétique [ $\mu\text{m}$ ]
$\Re$	Partie réelle d'un nombre complexe
$R_t$	Rugosité totale [ $\mu\text{m}$ ]
$sR_a$	Rugosité arithmétique surfacique [ $\mu\text{m}$ ]
$S(t)$	Fonction unitaire triangulaire ou sinusoïdale
$t$	Temps [s]
$T$	Période principale [s]
$T_v$	Période de variation de la vitesse de rotation de la broche [s]
$\tau$	Durée entre deux coups de dent [s]
$\tau(t)$	Durée variable entre deux coups de dent [s]
$u(t,y)$	Déplacement de la pièce à la position $y$ [m]
$\{U\}$	Vecteur déplacement [m]
$V_c$	Vitesse de coupe [m/s]
$\omega_i$	Pulsation propre du mode $i$ [rad/s]
$\omega_c$	Pulsation de broutement [rad/s]
$\Omega(t)$	Pulsation de la vitesse de rotation de la broche [rad/s]
$x(t)$	Déplacement de la pièce par rapport à sa position d'équilibre [m]
$\xi_i$	Coefficient d'amortissement réduit
$z$	Nombre de dents de l'outil

### Sigles

AEROSFIN	AEROnautical Spanish and French Interregional Network
CAO	Conception Assistée par Ordinateur
CETIM	CEntre Technique des Industries Mécaniques
CFAO	Conception et Fabrication Assistées par Ordinateur
CN	Commande Numérique
DDE	Delay Differential Equation (Équation différentielle à terme retard)
DDL	Degrés De Liberté
EF	Éléments Finis
FFT	Fast Fourier Transform (Transformée de Fourier rapide)
FRF	Fonction de Réponse en Fréquence
ODE	Ordinary Differential Equation (Équation différentielle ordinaire)

RVA	Rapport de Variation en Amplitude
RVF	Rapport de Variation en Fréquence
SD	Semi-Discrétisation
SLE	Surface Location Error (Erreur de localisation de la surface)
TFEA	Time Finite Element Analysis (Analyse temporelle par éléments finis)
UGV	Usinage Grande Vitesse

---

# Introduction

---

**A**CTUELLEMENT, l'industrie mécanique joue toujours un rôle majeur dans l'économie française avec plus de 605 000 salariés et un chiffre d'affaires pour 2006 de plus de 96 milliards d'euros<sup>1</sup>. L'usinage par enlèvement de matière occupe une place prépondérante parmi les procédés de mise en forme des matériaux, car il représente, à lui seul, environ 15 % de ce chiffre d'affaires, et induit au moins 120 000 emplois en France.

La mise en place de machines-outils performantes, les progrès dans la conception et dans la réalisation des outils coupants, ainsi que l'utilisation massive de la CFAO dans les entreprises ont permis à l'usinage par outil coupant de rester un moyen de mise en œuvre très compétitif. Le développement récent de l'usinage à grande vitesse continue à améliorer la productivité de ce procédé. L'utilisation de cette technologie permet notamment d'usiner des pièces très minces, avec une rentabilité élevée.

Pendant, la réalisation de pièces de plus en plus fines couplée avec l'utilisation de vitesse de rotation élevée favorise le développement de phénomènes vibratoires complexes. Ces phénomènes sont désignés sous le nom de vibrations auto-entretenues ou encore de brouetement (*chatter*). Pour certaines combinaisons de vitesse de rotation et de profondeur de passe, de fortes vibrations se mettent alors en place. Elles provoquent une forte dégradation de la surface usinée et accélèrent la détérioration de l'outil coupant et de la broche.

Ces phénomènes sont très problématiques, notamment sur les pièces à forte valeur ajoutée ou à forte criticité, car les vibrations entraînent alors des rebuts, des non-conformités et une baisse de la productivité pour l'industriel. Afin de conserver les avantages technico-économiques liés à cette haute technicité, il est indispensable de mieux maîtriser la productivité du fraisage à grande vitesse pour éviter, à terme, les délocalisations vers les pays à plus faible coût de main-d'œuvre.

L'analyse détaillée de ces phénomènes a suscité de nombreux travaux scientifiques depuis les années cinquante. Les études sur le domaine ont permis d'identifier les causes fonda-

---

1. CETIM, Rapport d'activité, 2006.

mentales liées à l'apparition du broutement. Les travaux théoriques proposent des modèles assez aboutis, étudiant notamment le passage dans l'instabilité, synonyme de broutement, les efforts de coupe, l'amplitude des vibrations, etc. Ces approches dégagent l'existence de fenêtres optimales, profondeur de passe axiale et vitesse de rotation, permettant de réduire l'impact du broutement. De plus, de nombreuses solutions de réduction des vibrations ont été publiées et parfois commercialisées. Cependant, ces nombreux travaux ne sont que très peu appliqués sur des pièces complexes, notamment les pièces à parois minces, car les modélisations rencontrent encore des difficultés pour intégrer quelques phénomènes importants.

En vue de répondre à cette double problématique, industrielle et scientifique, ces travaux de thèse s'inscrivent dans le contexte global des vibrations d'usinage. Notre objectif principal est d'explorer les potentialités des approches les plus prometteuses en usinage grande vitesse et sur des pièces complexes du point de vue de leur dynamique. Dans le but de répondre à cet objectif, nous avons identifié progressivement trois voies de recherche, portant sur :

- l'étude globale du comportement dynamique d'une pièce réelle,
- l'amélioration de la modélisation au sein même d'une passe d'usinage,
- le développement de solutions permettant de réduire les vibrations.

Ce manuscrit de thèse est décomposé en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présentons la problématique des vibrations d'usinage pour le fraisage. Après avoir décrit les principaux phénomènes vibratoires pouvant apparaître, nous détaillons les différentes approches permettant la modélisation des vibrations régénératives. Nous insistons notamment sur le cas particulier des parois minces. Ensuite, nous présentons les moyens expérimentaux permettant de détecter ces vibrations dans un contexte d'usinage. Nous détaillons également les différentes approches utilisées afin de réduire les vibrations d'usinage. Enfin, la dernière partie expose les objectifs et les voies de recherche explorées dans cette thèse.

Le deuxième chapitre est consacré à la mise en place d'une méthode permettant de limiter les vibrations régénératives pour une opération d'usinage sur une pièce réelle. Après avoir présenté la pièce étudiée, nous détaillons la démarche d'étude. Ensuite, nous présentons une modélisation utilisant le calcul éléments finis afin d'obtenir l'évolution des caractéristiques dynamiques de la pièce au cours de son usinage. L'étude de la stabilité est alors effectuée pour l'ensemble de l'opération d'usinage. Enfin, l'étude expérimentale permet de valider les résultats de simulation et de démontrer les forces et les limites de cette approche.

Le troisième chapitre s'intéresse à la compréhension des phénomènes complexes d'interactions entre différents modes de vibration au sein même d'une passe d'usinage, sur une paroi mince. Après une présentation de la paroi étudiée, nous montrons les limites des approches

classiques d'étude de la stabilité du processus d'usinage. Nous présentons ensuite les hypothèses d'un modèle numérique développé spécifiquement pour les parois minces. L'utilisation de cette modélisation, au travers de différents exemples, permet de bien appréhender l'impact des différentes non-linéarités, telles que le talonnage. Enfin, la comparaison avec l'étude expérimentale permet de proposer une explication simple pour les états de surface évolutifs, bien souvent observés sur les parois minces, mais rarement expliqués, à notre connaissance.

Enfin, le quatrième chapitre est consacré à l'étude d'une solution de réduction des vibrations d'usinage, en utilisant une variation continue de la vitesse de rotation de la broche. La modélisation de l'usinage à vitesse variable est alors réalisée en adaptant deux approches complémentaires de résolution : la semi-discrétisation et la simulation temporelle. La comparaison de ces deux approches présente une très bonne corrélation. Ensuite, l'utilisation intensive des simulations permet de voir en détail l'effet de la variation de vitesse, sur une zone stable, instable et sur le flip lobe. L'influence des différents paramètres de la consigne de variation est également mise en avant. Enfin, la partie expérimentale permet de quantifier les gains obtenus sur l'état de surface et sur l'amplitude des vibrations.

Nous terminons par une conclusion sur l'ensemble des résultats obtenus pour chaque voie d'étude, puis nous présentons les perspectives de recherche associées à ce travail.

Pour finir, plusieurs annexes permettent de fournir des compléments d'information. Elles présentent notamment, les moyens expérimentaux utilisés, le détail de l'intégration numérique de la vitesse de vibration, des informations supplémentaires pour l'utilisation de la fonction DDE23, ainsi que le programme permettant la variation de la vitesse de rotation de la broche.







# Chapitre I

---

## Problématique des vibrations d'usinage

---

DANS ce chapitre, le cadre de nos travaux est présenté afin d'introduire les voies de recherche développées dans la suite du manuscrit. Dans un premier temps, nous nous intéressons à une description des phénomènes vibratoires intervenant au cours d'une opération de fraisage. Nous présentons deux types de source de vibration pour nous focaliser, par la suite, sur les vibrations auto-entretenues.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation des différentes approches permettant de modéliser ces vibrations. Nous allons ainsi dégager leurs principaux avantages et inconvénients. De plus, la notion de stabilité est précisée.

La troisième partie est consacrée à l'analyse des moyens expérimentaux permettant la détection de l'instabilité. Nous nous intéressons également aux différentes méthodes disponibles pour mesurer les vibrations ainsi que les traitements associés.

Dans la quatrième partie, nous présentons les différentes approches utilisées afin de limiter les phénomènes vibratoires en usinage. Nous présentons, notamment, les outils à pas variable ou encore la variation de la vitesse de rotation de la broche.

Enfin, dans la dernière partie, nous précisons les objectifs et travaux de cette thèse. Nous présentons ainsi les voies de recherche en relation avec la synthèse bibliographique.

### **I.1 Vibrations en usinage**

Dans cette partie, nous présentons les vibrations générées par le processus de coupe. Les autres sources de vibrations, provoquées par les balourds des rotors ou encore les consignes d'asservissement des axes, ne sont pas étudiées. Classiquement en fraisage, deux types de vibrations peuvent apparaître : les vibrations forcées et les vibrations auto-entretenues.

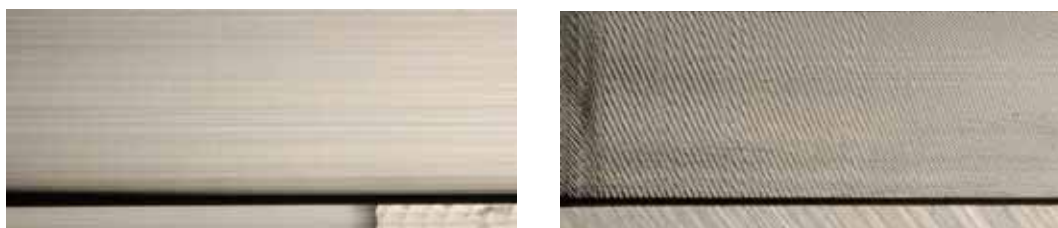
### I.1.1 Vibrations forcées

Bien connues en dynamique des structures, les vibrations forcées sont causées par la présence d'une sollicitation périodique. En usinage, ces vibrations interviennent essentiellement en fraisage ou en tournage interrompu. Les vibrations forcées naissent de la variation périodique des efforts de coupe, liée par exemple au passage des dents en fraisage. Mais il existe d'autres sources de vibrations forcées, telles qu'une excentration de l'outil ou encore une hétérogénéité dans la matière usinée.

En général, les vibrations forcées dégradent peu l'état de surface de la pièce. Par contre, elles se caractérisent par un défaut de position de la surface usinée, pouvant entraîner des imprécisions dimensionnelles. D'autre part, les vibrations forcées génèrent également des conditions de coupe transitoires en début et fin d'usinage, dégradant localement l'état de surface. L'utilisation d'outils hélicoïdaux engendre également des défauts de forme sur la surface usinée, reconnaissables par une incurvation suivant la direction de l'outil. Le tournage interrompu génère aussi des ondulations ou ovalisations sur les pièces. Enfin, les vibrations forcées peuvent présenter un risque pour la broche en réduisant la durée de vie des roulements.

### I.1.2 Vibrations auto-entretenues

Contrairement aux vibrations forcées, les vibrations auto-entretenues sont propres aux opérations d'usinage par enlèvement de matière. Ces vibrations entre l'outil et la pièce sont la cause du broutement (*chatter*). Ce phénomène est très néfaste pour l'usinage, car il dégrade fortement l'état de surface, en générant des stries sur la pièce. Les conséquences des vibrations auto-entretenues, sur une surface usinée, sont illustrées sur la [figure 1](#). Ce phénomène augmente également la dégradation de l'outil coupant et de la broche, tout en générant parfois beaucoup de bruit.



(a) Sans vibration auto-entretenue

(b) Avec vibrations auto-entretenues

Figure 1 – Détail d'une surface usinée

Les vibrations auto-entretenues ne se limitent pas au seul fraisage. On les retrouve également en tournage, en perçage, en alésage et en rectification. Les causes du broutement sont longtemps restées incompréhensibles. Aujourd'hui, encore en pratique, il est parfois diffi-

cile d'en déterminer exactement les causes. Le paragraphe suivant présente un bref rappel historique permettant de développer ensuite l'explication la plus généralement retenue.

### I.1.2.1 Phénomènes à la source des vibrations auto-entretenues

Dès le début du XX<sup>e</sup> siècle, Frederick W. TAYLOR décrit le broutement comme « *the most obscure and delicate of all the problems facing the machinist* » [TAY 1907]. Par la suite, de nombreux chercheurs ont développé différentes approches permettant d'expliquer le phénomène de broutement.

Une des premières raisons a été avancée dès 1948 par R.N. ARNOLD [ARN 48]. Il conclut que la présence d'amortissement négatif, tendant à déstabiliser le système, est la cause principale du broutement. Cependant, cette approche dynamique considérant les efforts dépendant de la vitesse de vibration ne permettait pas toujours d'expliquer le broutement.

Par la suite, S.A. TOBIAS présente une des principales causes du broutement : la régénération de la surface [TOB 58]. Cette théorie, se basant sur le constat que de nombreuses opérations d'usinage correspondent à des passes successives de l'outil sur une trace précédemment réalisée (cf. I.1.2.2, page 8), a largement été reprise depuis [TLU 63] [MER 65].

Une autre approche, basée sur la formation du copeau, voit le broutement comme un phénomène de friction, intrinsèque à la coupe. Il peut alors être produit par le frottement, non-linéaire, entre la face de coupe de l'outil et la pièce [COO 59] [BAI 75]. D'autres auteurs ont également montré l'effet du frottement entre la face de dépouille de l'outil et la pièce. Ce phénomène de talonnage (*process damping*) permet également d'expliquer la stabilité de la coupe pour de faibles vitesses de coupe [KEG 65]. Enfin, les effets thermomécaniques liés à la coupe, tels que les déformations plastiques ou encore l'élévation de température peuvent être une cause mineure de broutement [HAS 80].

Jiri TLUSTY et Miloš POLÁČEK expliquent également les vibrations auto-entretenues par le phénomène de couplage entre deux modes propres orthogonaux [TLU 63]. Ce couplage engendre un mouvement elliptique de l'outil sous les efforts de coupe, provoquant ainsi une variation de l'épaisseur de copeau et donc une variation des efforts de coupe (figure 2). Cette variation d'effort entretient alors le mouvement vibratoire de l'outil, malgré l'amortissement. Ce phénomène non régénératif intervient après la régénération de la surface, il n'est pas la cause première de l'instabilité. De plus, il faut noter qu'il n'intervient plus pour un système à un seul degré de liberté (DDL) [TLU 81].

Pour conclure, les causes du broutement peuvent être expliquées par quatre mécanismes différents, classés par ordre d'importance :

- la régénération de la surface,
- la friction entre l'outil et la pièce,
- le couplage des modes,

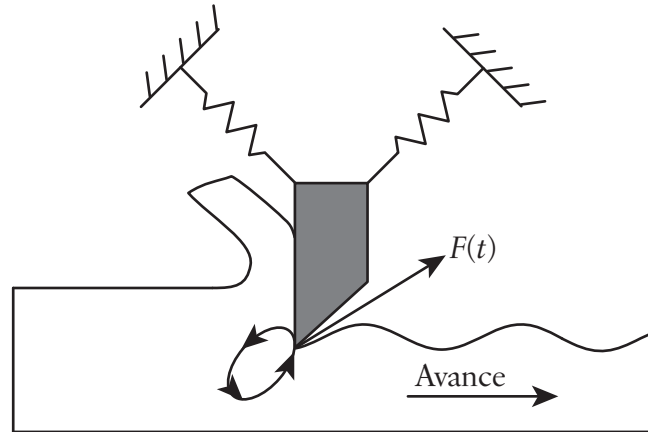


Figure 2 – Phénomène de couplage des modes

- les effets thermomécaniques liés à la formation du copeau.

Dans la suite de l'étude, seule la régénération de la surface sera prise en compte.

### I.1.2.2 Régénération de la surface

Un consensus au sein de la communauté scientifique place la régénération de la surface comme la principale cause des vibrations auto-entretenues, entraînant le broutement.

Sous l'effet de différents paramètres (entrée dans la matière, hétérogénéité de la matière, etc.), les conditions d'engagement de l'outil varient, induisant une variation des efforts de coupe. Ces efforts provoquent alors un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une première ondulation de la surface usinée. Lorsque la dent suivante repasse sur cette surface ondulée, l'épaisseur nominale de copeau est variable. Cette nouvelle variation de l'effort de coupe va de nouveau entraîner un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une nouvelle surface ondulée (figure 3). Ce phénomène est la source de l'auto-entretien des vibrations.

En pratique, il y a deux évolutions possibles pour l'amplitude des vibrations. Si le déphasage entre l'ondulation de la surface précédente et le mouvement actuel de l'outil est faible, la section de copeau varie peu au cours de l'usinage. Dans ce cas, le système subit davantage des vibrations forcées, ayant en pratique peu de conséquences sur la surface usinée. C'est notamment ce régime de coupe qui est souvent choisi pour limiter les conséquences des vibrations auto-entretenues. En fraisage, les vibrations forcées et auto-entretenues sont difficiles à séparer. En pratique, il est arbitraire de les dissocier si clairement.

Au contraire, si le déphasage est assez grand et si l'amortissement ou la rigidité de la structure sont insuffisants, la variation de la section de copeau apporte suffisamment d'énergie pour amplifier le mouvement au cours de l'usinage. En pratique, ces vibrations instables sont stabilisées par des non-linéarités, par exemple lorsque l'outil sort de la coupe et limite ainsi l'apport d'énergie. De plus, la sortie de la matière implique généralement une forte dégradation de la surface usinée (cf. figure 1, page 6).

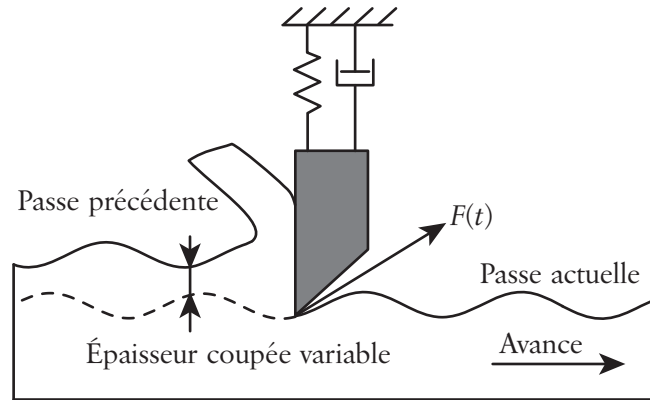


Figure 3 – Phénomène de régénération de la surface

Le mouvement vibratoire actuel est directement influencé par l'historique de l'usinage. Un des paramètres à la source du phénomène est donc le temps entre deux coups de dent, ce temps de retard a un effet direct sur le déphasage entre les ondulations. Il est notamment un des éléments clés pour la modélisation des vibrations auto-entretenues (cf. I.2.1, page 10).

Les vibrations auto-entretenues sont majoritairement liées à la régénération de la surface. Par convention, nous les nommerons *vibrations régénératives*, dans la suite du manuscrit.

## I.2 Modélisations des vibrations régénératives

La description des vibrations régénératives, faite dans la partie précédente (cf. I.1.2, page 6), fait intervenir deux concepts très forts :

- les efforts de coupe, source d'excitation pour le système,
- le déphasage entre les différentes surfaces usinées, facteur affectant la variation de l'épaisseur de copeau.

La modélisation des vibrations régénératives est rendue très délicate par la modélisation même des efforts de coupe. Une des principales difficultés réside dans la définition d'une loi de coupe, car la construction d'un modèle d'effort repose sur la compréhension du mécanisme de formation du copeau. Par exemple, certains concepts simples, comme le plan de cisaillement [MER 44], sont difficiles à intégrer dans un modèle « statique » tridimensionnel. En dynamique, ce plan est modifié en permanence par les vibrations régénératives.

De plus, l'étude du déphasage entre les surfaces usinées ou en d'autres termes, l'analyse de la stabilité d'un système avec un temps de retard, est extrêmement complexe. L'effet régénératif oblige à prendre en compte ce qui s'est passé « avant ».

Ces différentes complexités entraînent de nombreux travaux scientifiques, permettant de dissocier deux grandes voies d'approches :

- les études dégagant un critère de stabilité du système usinant,
- les approches simulant le comportement dynamique temporellement, avec une modélisation fine des efforts de coupe.

Les parties I.2.1 et I.2.2 sont consacrées à l'étude de la stabilité d'un usinage par les modélisations analytiques, semi-analytiques et par l'analyse des équations différentielles à terme retard (DDE). Dans la partie I.2.3, nous présentons les approches basées sur la simulation numérique du comportement dynamique de l'usinage. Ces différentes modélisations se basent sur la même approche, car elles considèrent uniquement le mouvement relatif entre l'outil et la pièce. Le modèle est donc équivalent que l'outil ou la pièce soient flexibles.

Enfin, dans la partie I.2.4, nous présentons les approches spécifiques mises en œuvre pour le cas particulier des pièces flexibles à parois minces.

## I.2.1 Modélisations analytiques et semi-analytiques

Historiquement, les premières modélisations des vibrations régénératives concernent le procédé de tournage [TOB 58]. Les auteurs se placent en coupe orthogonale, avec un effort proportionnel à la section de copeau. La dynamique de l'usinage est modélisée par un simple système à un degré de liberté (DDL), de type masse ressort amortisseur.

L'épaisseur de copeau est constituée d'une partie constante (l'avance par tour) et d'une partie variable composée de la différence entre la vibration à la passe précédente et la vibration à la passe actuelle, c'est-à-dire l'effet régénératif.

Cette approche se prête à une représentation du système sous la forme d'un schéma-bloc reprenant les différents paramètres dans le domaine de Laplace (figure 4).

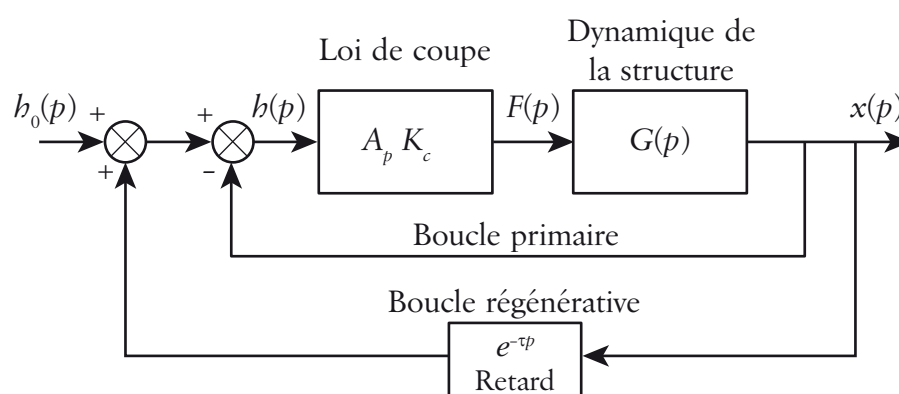


Figure 4 – Schéma-bloc pour l'analyse fréquentielle

L'épaisseur de copeau  $h(p)$  sert de base au calcul de l'effort de coupe par une loi ici linéaire, avec  $A_p$  la profondeur de passe axiale et  $K_c$  le coefficient spécifique de coupe. Cet effort de coupe  $F(p)$  excite la structure pour produire un déplacement  $x(p)$  dépendant de la fonction de transfert dynamique  $G(p)$ . La boucle primaire provoque une variation de la

section de copeau incluant notamment le recul statique et les vibrations forcées. La boucle régénérative contient le temps de retard  $\tau$  (durée entre deux passes d'usinage), tout en modifiant l'épaisseur instantanée de copeau, ce qui rend le système plus complexe à analyser.

Cette représentation de type « automatique » a été introduite par H.E. MERRIT [MER 65]. L'analyse de ce système s'effectue en appliquant la transformée de Laplace afin de simplifier l'analyse de l'équation différentielle. La stabilité est déterminée en regardant le signe des racines de l'équation caractéristique du système bouclé (figure 4). Le système est stable si les racines sont à partie réelle négative, sinon il est instable. La limite de stabilité est alors facilement identifiable, notamment avec le critère de Nyquist [TLU 63]. En effet, le tournage induit une équation différentielle à terme retard et coefficients constants, dont l'étude de la stabilité est possible analytiquement. Les approches utilisant ces hypothèses sont alors qualifiées de méthodes analytiques.

La généralisation de l'approche précédente au cas du fraisage n'est pas simple. Dès les années soixante, de nombreux chercheurs ont travaillé dans ce but, citons par exemple [SRI 68] [OPI 70]. Leurs travaux ont porté essentiellement sur le développement de critère de stabilité applicable au cas du fraisage, où l'épaisseur de copeau varie même sans vibration régénérative. La prise en compte d'un effort de coupe simplifié permet la mise au point de modèles simples à partir desquels il est possible d'obtenir la représentation graphique de la stabilité. Le diagramme de Nyquist est alors souvent utilisé comme seule carte de stabilité. Cependant, ces approches calculatoires n'ont eu que peu d'échos dans le domaine.

Contrairement au tournage, le fraisage provoque une variation de l'orientation des efforts de coupe au cours du temps et une variation de l'épaisseur de copeau même en l'absence de vibration. De plus, le nombre de dents en prise dans la matière varie au cours du temps. Il a fallu attendre 1995 pour que la première modélisation semi-analytique du fraisage soit présentée clairement [ALT 95] [BUD 98A], avec une démarche étendant les études exposées précédemment.

Pour cette étude, la fraise possède deux degrés de liberté (figure 5), l'un dans la direction de l'avance  $x$  et l'autre dans la direction perpendiculaire  $y$ . La fraise possède  $z$  dents, à un angle d'hélice nul et tourne à une vitesse angulaire  $\Omega$ .

Si  $\phi_j$  représente l'angle de rotation de la fraise, l'épaisseur de copeau  $h(\phi_j)$  est alors constituée d'une partie statique fixe et d'une partie dépendant de la vibration :

$$h(\phi_j) = [f_z \sin(\phi_j) + (v_{t-\tau}(\phi_j) - v_t(\phi_j))] \times g(\phi_j), \quad (1)$$

$f_z$  représente l'avance à la dent,  $g(\phi_j)$  est une fonction valant 1 si la dent usine et 0 sinon, la phase d'usinage est définie par un angle d'entrée et de sortie, tous deux constants.  $v_t(\phi_j)$  est la projection du déplacement suivant la direction radiale à la dent et  $v_{t-\tau}(\phi_j)$  est la



projection du déplacement au précédent passage de dent avec  $\tau$  la période de passage de dent :

$$v_t(\phi_j) = -x(t)\sin(\phi_j) - y(t)\cos(\phi_j). \quad (2)$$

La contribution de la statique est constante au cours du temps, elle n'influence pas la partie dynamique, la réalisation d'une *étude linéaire* permet de la négliger.

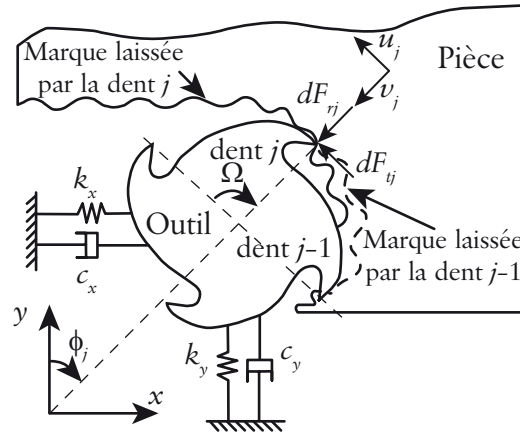


Figure 5 – Modélisation du fraisage [ALT 95]

L'utilisation d'une loi de coupe linéaire permet ainsi d'obtenir la relation matricielle suivante entre les efforts et les déplacements dans les directions  $x$  et  $y$  :

$$\begin{Bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}A_p K_t [A(t)] \begin{Bmatrix} x(t) - x(t - \tau) \\ y(t) - y(t - \tau) \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

$A_p$  représente la profondeur de passe axiale,  $K_t$  est le coefficient spécifique de coupe tangentiel et  $[A(t)]$  est appelée la matrice des coefficients dynamiques de fraisage. Cette matrice représente l'orientation et la valeur des efforts de coupe sur chaque dent en fonction de la position angulaire de la dent et des coefficients spécifiques de coupe. Cette matrice, dont les coefficients sont périodiques de période  $\tau$ , est la principale difficulté du fraisage par rapport au tournage. Cette matrice est classiquement décomposée en série de Fourier, afin de pouvoir l'analyser :

$$[A(t)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [A_k] e^{ik\omega t} \quad \text{avec} \quad [A_k] = \frac{1}{T} \int_0^T [A(t)] e^{-ik\omega t} dt. \quad (4)$$

Afin de limiter les calculs, les auteurs considèrent uniquement le terme  $[A_0]$ , c'est-à-dire l'ordre zéro de la décomposition en série de Fourier. En fait, seule la composante moyenne des efforts de coupe est prise en compte. Cette hypothèse forte permet de modéliser un effort de coupe constant, comme en tournage.

Dès lors, l'analyse de la stabilité s'effectue par l'utilisation d'un critère de stabilité classique, passant par la recherche des valeurs propres de l'équation caractéristique du système bouclé

[BUD 98A] [BUD 98B]. Cette méthode est qualifiée de semi-analytique, car la recherche des valeurs propres, dans le cas général, fait intervenir une résolution numérique. Seule l'étude d'un système à un seul DDL permet de s'en affranchir.

Cette approche a été reprise dans le cas de l'usinage en bout, citons par exemple [JEN 99A] [JEN 99B] [CAM 07B].

La représentation classique de la stabilité est effectuée dans le plan de la profondeur de passe axiale en fonction de la vitesse de rotation. Ce tracé, bien connu sous le nom de lobes de stabilité (figure 6), permet de choisir des conditions de coupe stable, sans apparition de vibrations régénératives. À l'opposé, les conditions de coupe correspondant à une zone instable vont générer un usinage avec vibrations régénératives, entraînant du broutement. Enfin, les modélisations présentées permettent uniquement le tracé de la limite de stabilité, elles ne permettent pas de quantifier ce qui se passe dans les zones instables.

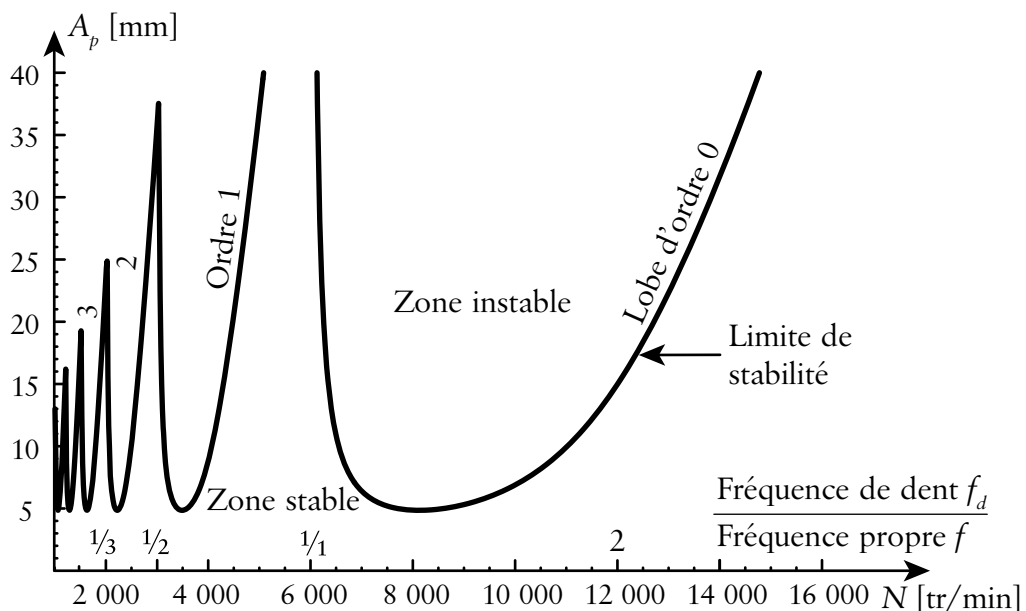


Figure 6 – Tracé caractéristique des lobes de stabilité

On peut constater que l'ensemble des lobes a toujours la même limite basse. Les zones les plus stables se situent aux rapports de fréquences proches de l'inverse d'un entier (1,  $\frac{1}{2}$ , etc.), c'est-à-dire lorsque la fréquence de dent est un sous-multiple de la fréquence propre de la pièce. Pour ces rapports remarquables, la section de copeau est peu sensible aux vibrations régénératives car le déphasage entre des deux ondulations est pratiquement nul. En effet, la fréquence d'excitation est très proche de la fréquence propre de la pièce. On considère souvent que l'on retrouve alors uniquement des *vibrations forcées*. Cette approche permet naturellement de distinguer plusieurs lobes, caractérisés par leur *ordre*. Certains auteurs considèrent que l'on est en usinage à grande vitesse (UGV) lorsque la fréquence de dent est proche de la fréquence propre de la pièce ou en d'autres termes, lorsque l'on s'approche du lobe d'ordre zéro [SMI 97].

Cette méthode semi-analytique est actuellement très utilisée, car elle permet facilement de tracer des lobes de stabilité. Les auteurs ont détaillé tous les calculs, ils sont accessibles pour le plus grand nombre. C'est également un bon indicateur de la stabilité du système, car elle permet de prédire très précisément la limite basse des lobes et certaines fenêtres optimales. L'augmentation de l'amortissement ou de la raideur dynamique permet ainsi d'améliorer cette limite basse, surtout dans un contexte industriel [LEL 07]. Le choix d'une vitesse de rotation appropriée permet notamment d'éviter le broutement, de façon simple.

Le principal inconvénient de cette approche provient de l'approximation de la matrice  $[A(t)]$ , considérant uniquement l'effort moyen de coupe. Cette hypothèse est correcte lorsque la coupe est continue, c'est-à-dire lorsqu'il y a plusieurs dents en prise [GRA 05]. Par contre, elle perd de la précision lorsque la coupe est fortement discontinue, notamment en finition lorsque l'engagement radial est faible [ARN 02] [LAP 02]. De plus, cette approche se base sur des vibrations harmoniques. Le système peut alors vibrer uniquement suivant une seule fréquence, de type sinusoïdal.

Afin de remédier à ces lacunes, cette méthode historique a été adaptée. De récents développements ont pris en compte plusieurs harmoniques de la décomposition de  $[A(t)]$  en série de Fourier afin d'améliorer la précision à faible immersion radiale [MER 04] [CAM 07B]. Cette modélisation encore appelée « lobes multi-fréquences » conduit à l'apparition d'une nouvelle forme d'instabilité (cf. figure 8, page 17). Bien que séduisante, cette approche très calculatoire est peu utilisée. En effet, la décomposition d'un effort de coupe fortement discontinu entraîne la prise en compte de beaucoup d'harmoniques, source de problèmes numériques.

Avec une autre approche, des chercheurs ont travaillé sur le fraisage où la coupe est très fortement interrompue [DAV 00]. Ils décomposent l'usinage en deux phases : une brève phase de coupe où les efforts sont modélisés par une percussion, puis une phase de vibration libre. Cette approche permet simplement d'étudier la stabilité par une méthode semi-analytique [DAV 02]. Cette approche peut être très performante lorsque l'outil usine moins de 5 % du temps, mais elle perd beaucoup de précision lorsque le temps de coupe dépasse 10 %, car les efforts ne peuvent plus être assimilés à un choc.

Pour conclure, les différentes approches étudiées permettent, suivant le cas étudié, d'obtenir une bonne approximation des phénomènes en jeu, en traçant la limite de stabilité. Par contre, toutes font l'hypothèse de loi de coupe linéaire. Les dernières améliorations apportées, pour réduire les hypothèses restrictives, souffrent de calculs numériques très sophistiqués. Pour pallier ces difficultés et obtenir une approche plus polyvalente, nous allons présenter dans la partie suivante une modélisation se basant sur l'analyse plus fine de la stabilité des équations différentielles à terme retard (DDE).

## I.2.2 Analyse des équations différentielles

L'analyse de la stabilité des équations différentielles à terme retard est un domaine de recherche très actif, mais un peu décalé de la fabrication mécanique. Après un bref rappel sur la théorie de Floquet, nous présentons les méthodes utilisant cette approche. Enfin, nous montrons l'intérêt qu'elles peuvent susciter pour l'étude des vibrations régénératives.

### I.2.2.1 Théorie de Floquet

Si l'on considère une équation différentielle à terme retard (DDE) et à coefficients périodiques (coefficient directionnel de coupe), modélisant le fraisage, l'équation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)X(t - \tau) \text{ avec } A(t) = A(t + \tau) \text{ et } B(t) = B(t + \tau). \quad (5)$$

Les éléments  $A(t)$  et  $B(t)$  sont périodiques de période  $\tau$  et contiennent les coefficients directionnels de coupe. L'équation (5) contient également le terme retard  $\tau$  lié à l'effet régénératif. L'application de la théorie de Floquet à l'équation (5) permet d'obtenir une relation entre le déplacement à l'instant  $t$  et le déplacement à l'instant suivant  $t + \Delta t$ , sous la forme :

$$\Phi X(t) = X(t + \Delta t). \quad (6)$$

Dans le cas d'une équation à terme retard DDE,  $\Phi$  est un opérateur de dimension infinie, appelé opérateur de transition de Floquet. Les valeurs propres  $\mu$  associées à l'opérateur de transition  $\Phi$ , sont appelées multiplicateurs caractéristiques de Floquet. La stabilité du système est alors évaluée par l'analyse de la norme de ces multiplicateurs [HAL 93]. Si la norme de  $\mu$  est inférieure à 1, le système est stable. Dans le cas contraire, le système est instable. La façon dont est franchie la limite de stabilité permet de mettre en avant trois types d'instabilités :

- si  $\mu$  est complexe, une paire de pôles conjugués traverse la limite  $|\mu| = 1$ , l'instabilité est de type Hopf (cas (a) [figure 7](#)),
- si  $\mu$  est réel et traverse le cercle unité en passant par +1, l'instabilité est de type « selle de cheval », *period one* ou *saddle-node* (cas (b) [figure 7](#)),
- si  $\mu$  est réel et traverse le cercle unité en passant par -1, l'instabilité est de type « doublement de période », *period two* ou *flip* (cas (c) [figure 7](#)).

Contrairement aux approches analytiques, utilisant le critère de Nyquist pour l'étude de la stabilité (cf. I.2.1, page 10), les approches utilisant la théorie de Floquet sont plus performantes, car elles permettent de détecter différents types d'instabilités mathématiques et donc théoriques ([figure 7](#)).

Bien que démontrée depuis la fin du XIX<sup>e</sup> siècle par Gaston FLOQUET [FLO r883], force est de constater que cette approche est peu utilisée pour l'analyse des équations différentielles

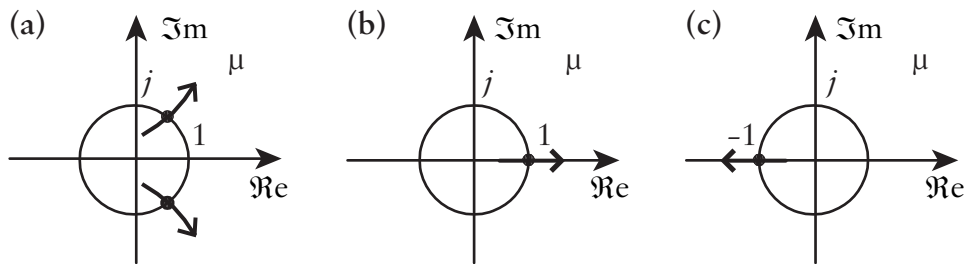


Figure 7 – Différents types d'instabilités identifiés

à terme retard, car en pratique, il est impossible de calculer analytiquement l'opérateur  $\Phi$  de dimension infinie.

### I.2.2.2 Application en usinage

La principale difficulté pour l'application de la théorie de Floquet sur les équations modélisant le fraisage réside dans l'approximation de l'opérateur  $\Phi$ . L'application de méthode d'approximation numérique pour l'usinage est très récente, les premiers travaux ayant été publiés en 2002 [INS 02A].

Actuellement, deux méthodes sont largement utilisées :

- l'analyse temporelle par éléments finis (TFEA),
- la semi-discrétisation (SD).

La TFEA a été développée suite aux premiers travaux de Matthew A. DAVIES. Elle permet d'approximer l'opérateur  $\Phi$ , en divisant le temps en un nombre fini d'échantillons. L'approximation réalisée pendant la coupe est ensuite raccordée avec la solution exacte du régime vibratoire libre. Enfin, la norme des multiplicateurs  $\mu$  de la matrice obtenue permet d'étudier la stabilité du système [BAY 02] [BAY 03].

D'un point de vue mathématique, l'opérateur  $\Phi$  (de dimension infinie) peut être approximé finement par un produit de matrices (de dimension finie) obtenues à partir d'équation différentielle ordinaire (ODE). La semi-discrétisation a été développée par différents auteurs afin d'utiliser cette propriété [INS 03] [ELB 04]. Le temps de retard est discrétisé en une série de valeur constante pendant la durée de la période principale du système. Ainsi pour chaque valeur discrétisée, il est facile de calculer la matrice associée à l'équation différentielle ordinaire ainsi obtenue. Enfin, l'opérateur  $\Phi$  est approximé en multipliant les différentes matrices obtenues. Il est alors possible d'appliquer la théorie de Floquet.

Ces deux approches ne font plus de décomposition en série de Fourier des efforts de coupe. Le calcul fait alors intervenir naturellement plusieurs fréquences de vibrations comme l'approche multi-fréquence (cf. I.2.1, page 10). Enfin, ces approches nécessitent néanmoins que les efforts de coupe soient périodiques. Cette période principale d'étude peut être liée au coup de dent, au tour d'outil, etc.

L'analyse des équations différentielles retardées fait intervenir aussi d'autres approches beaucoup plus générales, basées sur la dynamique non-linéaire [STÉ 89] [FOF 02] [FOF 03A]. L'analyse utilise le théorème de la variété centrale (*Centre Manifold Theorem*) et une transformation en forme normale (*Normal Form Transformation*). L'analyse des bifurcations ainsi obtenues permet alors d'étudier la stabilité du système [STÉ 05]. Bien que plus générales, ces approches théoriques ne sont que très peu utilisées en usinage [FOF 03B].

Dans la suite de l'étude, nous développerons uniquement les résultats obtenus avec les approches basées sur la théorie de Floquet. Ces approches permettent très facilement de détecter une nouvelle source d'instabilité intervenant lorsque la coupe est *discontinue*. Pour une opération de fraisage interrompu, le tracé caractéristique des lobes est présenté sur la [figure 8](#). Deux types d'instabilité sont alors identifiés : l'instabilité classique de Hopf et l'instabilité de flip. Cette dernière intervient surtout sur les premiers ordres de lobe en les partageant en deux. L'instabilité théorique en selle de cheval (cf. [I.2.2.1, page 15](#)) n'intervient pas dans le cas du fraisage à vitesse constante [INS 03]. Une nouvelle zone optimale intervient à haute vitesse, pour une fréquence de dent double de la fréquence propre de la pièce. Par contre, cette fenêtre optimale est négligeable pour les lobes d'ordre élevé. Expérimentalement, l'usinage dans une zone de flip se caractérise par un régime vibratoire très spécifique où une dent sur deux coupe [MAN 03] [GRA 05]. Ce doublement de la période de dent (*period doubling*) permet d'avoir la fréquence de dent effective, proche de la fréquence propre de la pièce. Cette instabilité est caractéristique du flip lobe.

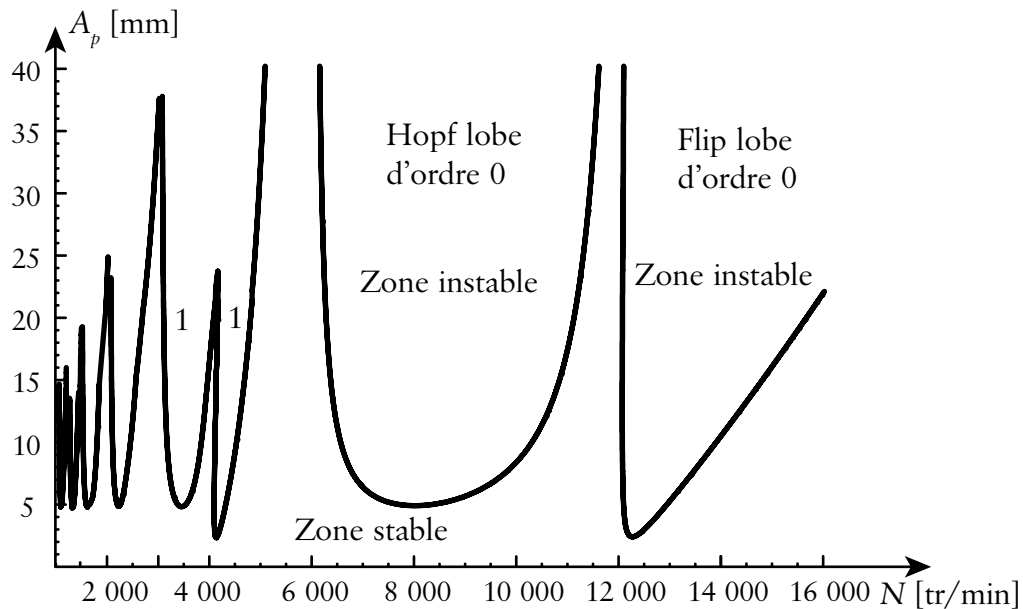


Figure 8 – Lobes de stabilité en coupe discontinue

Comme toutes les approches étudiant la stabilité dans le but de tracer les lobes de stabilité, ces approches négligent la contribution statique liée à l'avance à la dent. Cette hypothèse permet uniquement de déterminer la limite de stabilité. Ces approches qualifiées alors *d'études linéaires* ne sont pas capables de prendre en compte la non-linéarité liée à la sortie

de la coupe lorsque l'usinage est instable. Pour une étude linéaire, un usinage instable conduirait à une amplitude infinie. Afin de pallier ce manque, des auteurs ont modifié la TFEA afin de prendre en compte la sortie de la coupe sous de fortes vibrations [MAN 04]. Cette approche itérative permet même d'obtenir le déplacement lors de conditions instables, mais elle est difficilement applicable, car elle induit des temps de calcul très importants. Contrairement à l'approche temporelle (cf. I.2.3, page 19), cette méthode n'est pas optimisée pour la simulation numérique. Enfin, la limite de stabilité détectée par cette approche est la même que celle calculée par les études linéaires.

Certains auteurs ont également intégré des lois de coupe non-linéaire de type loi puissance [STÉ 05]. Cette approche permet d'améliorer le tracé des lobes lorsque la coupe est interrompue. Les coefficients utilisés étant arbitraires, les auteurs mettent en avant le besoin de méthodes expérimentales robustes permettant d'obtenir de telles lois.

Ces approches sont également capables de prédire l'erreur de position de la surface usinée (*Surface Location Error*) lorsque l'usinage est stable [INS 06], un usinage sans broutement pouvant faire intervenir de fortes vibrations forcées. La prise en compte des vibrations forcées dans la résolution permet alors de donner les conditions de coupe assurant la stabilité de l'usinage et une erreur de position minimale. Pour réduire l'erreur de position, les auteurs concluent qu'il faut éviter d'avoir un rapport entier entre la fréquence de rotation et la fréquence propre du système [BAC 07]. En d'autres termes, il faut se décaler par rapport à l'asymptote dans les fenêtres optimales des lobes de stabilité (cf. figure 6, page 13).

Il est possible de prendre en compte des géométries d'outils possédant un faux rond [INS 08B]. La période principale d'étude passe alors du coup de dent au tour d'outil. Ces modélisations sont notamment capables de prédire dans le cas général les différentes fréquences de broutement [GRA 05]. Dans ce cas précis, des sous-multiples de la fréquence de dent s'ajoutent au spectre fréquentiel, mais la limite de stabilité n'est pas modifiée.

D'autres auteurs ont cherché à modéliser des outils ayant un angle d'hélice [ZAT 06] [PAT 08]. Le principal intérêt de l'angle d'hélice est de permettre d'avoir plusieurs dents en prise durant l'usinage. Ainsi, même pour de faibles engagements, la continuité de la coupe est sensiblement préservée. La prise en compte de cette donnée géométrique supplémentaire modifie notablement l'allure des lobes de stabilité (figure 9). L'instabilité de Hopf n'est pas modifiée par l'angle d'hélice, par contre l'instabilité de flip est fortement réduite. Le flip lobe se limite alors à des ellipses séparées par le pas axial de l'outil. En fait, pour les profondeurs de passe multiple du pas axial de l'outil, la coupe est continue et l'instabilité de flip n'est pas présente. Elle se manifeste juste pour les profondeurs de passe où la coupe est plus discontinue. Cette représentation des lobes a fait l'objet de nombreuses validations expérimentales [ZAT 06] [PAT 08].

Dans le cas où le pas axial de l'outil est petit (angle d'hélice important et petit diamètre), les flip lobes deviennent alors négligeables et l'on retrouve uniquement les lobes classiques obtenus par les méthodes semi-analytiques historiques.

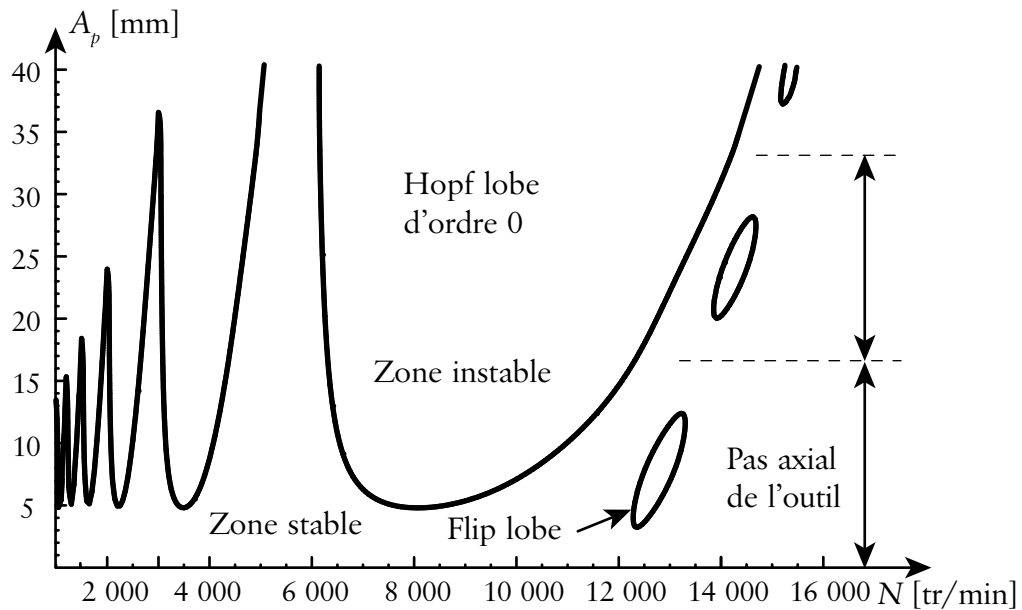


Figure 9 – Influence de l'angle d'hélice sur l'instabilité de flip

Pour conclure, ces différentes approches permettent de tracer précisément les lobes de stabilité pour toutes les opérations de fraisage (rainurage et finition). En effet, elles ne font pas d'hypothèse sur la forme des efforts de coupe, ce qui leur donne une grande polyvalence (utilisation de loi de coupe non-linéaire, modélisation du faux rond, de l'angle d'hélice, etc.). De plus, les temps de calcul sont faibles, de l'ordre de la minute sur du matériel informatique classique.

### I.2.3 Simulation temporelle

Cette partie présente une autre approche consacrée à l'étude de la dynamique en usinage : la simulation temporelle. Cette approche, basée sur la détermination des efforts de coupe et sur la résolution numérique pas à pas de l'équation de la dynamique, peut être divisée en deux classes :

- les approches estimant *a priori* l'épaisseur de copeau,
- les approches calculant précisément l'épaisseur de copeau.

#### I.2.3.1 Méthodes sans génération explicite de la surface usinée

La simulation temporelle s'est développée dans les années quatre-vingt avec l'essor des moyens de calcul numérique. Cette approche fait intervenir trois composantes majeures :



- le modèle dynamique du système,
- le calcul simplifié de l'épaisseur de copeau,
- le calcul des efforts de coupe par une loi appropriée (linéaire ou non).

Un système à un DDL (ou un des modes propres) est alors mis sous la forme générique de l'équation différentielle suivante [TLU 81] :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_x(t), \quad (7)$$

avec  $m$  la masse modale,  $c$  le coefficient d'amortissement,  $k$  la raideur modale et  $F_x(t)$  les efforts de coupe dans la direction  $x$ . L'équation (7) est alors intégrée numériquement afin d'obtenir le déplacement  $x(t)$  et les efforts de coupe  $F_x(t)$  au cours de l'usinage.

Le calcul des efforts de coupe nécessite la détermination de l'épaisseur de copeau. Dans le cas du fraisage dynamique, l'épaisseur coupée dépend de la position de l'outil par rapport à la pièce, mais aussi du profil de la surface usinée. Dans ces approches, cette difficulté a été contournée en assimilant la surface usinée au droit de la position d'une dent à la position occupée par la précédente dent lorsque cette dernière avait la même position angulaire. Cette simplification permet de s'affranchir du problème de représentation de la surface usinée [SMI 93].

La phase de coupe est alors définie par les angles d'entrée et de sortie dans la matière. Ces angles sont calculés par rapport à la position nominale, ainsi, les phases transitoires de début et de fin d'usinage ne sont pas modélisées. Cependant, sous l'effet de fortes vibrations, l'outil peut sortir de la coupe. Dans ce cas l'épaisseur de copeau est nulle et les efforts de coupe s'annulent. Cette non-linéarité permet de borner l'amplitude des déplacements pour les usinages instables [TLU 81].

Il est aussi possible de modéliser des outils hélicoïdaux en 2D [KLI 82]. L'outil est alors discrétisé en une somme de tranches élémentaires. Cette approche a été généralisée pour les différentes formes d'outil (fraise boule, outil torique, etc.) et permet de calculer efficacement les efforts de coupe « statique », pour un usinage rigide [ENG 01A] [ENG 01B]. De récents travaux ont pris en compte la trajectoire trochoïdale dans le calcul de la section de copeau [FAA 07] ou encore le faux rond de l'outil [PAR 07A] [SCH 07]. Il est également possible d'introduire des lois de coupe sophistiquées [LI 00], où les coefficients spécifiques de coupe dépendent de la température ou encore de la vitesse de coupe.

Le tracé des lobes de stabilité a énormément marqué la communauté scientifique et technique. Cette approche temporelle a souvent été utilisée uniquement dans le but de retrouver une carte de stabilité [SMI 93]. Avec cette approche, il est nécessaire de balayer toutes les conditions de coupe (profondeur de passe et vitesse de rotation) afin de récupérer l'amplitude du déplacement ou des efforts de coupe. La représentation de ces résultats sous la forme d'un diagramme *peak-to-peak* permet d'identifier un brusque décrochage,

signe du passage dans l'instabilité. Par contre, cette méthode souffre d'un temps de calcul très important, car il faut alors simuler un grand nombre de conditions de coupe.

De plus, la simulation temporelle permet d'obtenir le déplacement relatif entre l'outil et la pièce. Il est alors possible de reconstruire la surface usinée, en considérant *a posteriori* que l'outil a enlevé de la matière [LIU 05]. Bien que séduisante, cette approche est très imprécise, les auteurs ayant souvent un facteur cinq entre les simulations et les relevés expérimentaux. Leur approche permet seulement d'avoir un ordre d'idée. Pour améliorer la précision, il est nécessaire de prendre en compte les précédents coups de dent laissés sur la surface usinée [ZHA 01]. Dans ce cas, l'épaisseur de copeau est calculée plus précisément, notamment lorsque les dents sortent de la coupe sous de fortes vibrations. Cette approche sera développée dans la partie suivante 1.2.3.2.

En se basant sur les mêmes hypothèses que les méthodes consacrées à l'étude de la stabilité (cf. 1.2.1, page 10 et cf. 1.2.2, page 15), la simulation temporelle classique permet de retrouver les mêmes résultats (lobes de stabilité), mais elle induit alors des temps de calcul plus importants. Par contre, elle est très facilement adaptable pour modéliser plus finement les géométries d'outils spécifiques. De plus, elle permet l'utilisation de lois de coupe sophistiquées.

### 1.2.3.2 Travaux dédiés à la génération de la surface usinée

Dans cette partie, nous allons présenter les méthodes utilisant la simulation temporelle dans le but ultime de prédire la surface usinée. Cette approche est spécifique dans le domaine de la simulation temporelle, car l'objectif premier est de calculer finement l'épaisseur de copeau, à la place de considérer la coupe uniquement par les angles d'entrée et de sortie.

Il est alors nécessaire de gérer les intersections entre l'outil et la pièce usinée [MON 91]. Le calcul instantané de la section de copeau est ensuite utilisé pour le calcul des efforts de coupe. La méthode de résolution est alors identique à celle présentée dans la partie précédente 1.2.3.1.

La gestion des intersections des trajectoires de l'outil et de la pièce permet par la suite de générer la surface usinée. Dans ce cas, la surface usinée est utilisée pour calculer exactement la section de copeau permettant d'obtenir les efforts de coupe. Il s'agit de la seule différence par rapport à la partie précédente. L'opération d'usinage se résume alors à l'effacement de la matière par l'outil (figure 10).

Le profil de la surface en 2D est composé par un ensemble de points reliés par des arcs de cercle [MON 91] [CAM 03]. Cette représentation a été améliorée par la prise en compte d'une trajectoire interpolée par des fonctions quadratiques afin de limiter les erreurs de cordes [PEI 03B]. De nombreux auteurs ont repris cette représentation de la surface usinée [RIV 07] [SUR 07]. Des validations expérimentales sont effectuées sur des montages simples

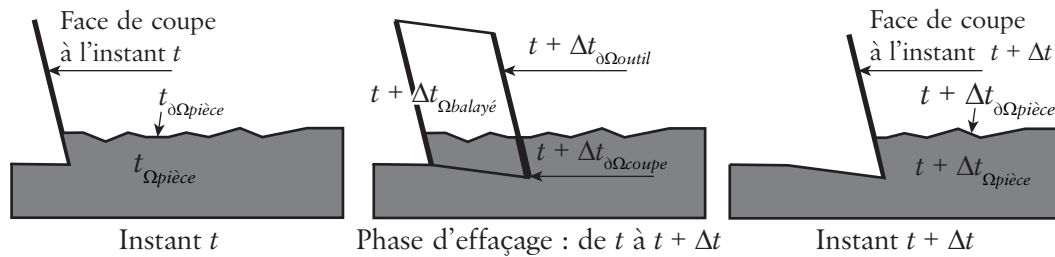


Figure 10 – Outil effaceur de matière [MAR 03]

à un DDL [PAR 04] [PEI 04]. Dans ce cas de figure, les simulations permettent de retrouver précisément la rugosité et l'état de surface de la pièce.

La généralisation de cette approche en 3D implique de nombreux problèmes numériques. Les modèles CAO de type B-Rep ne permettent pas de gérer avec précision des intersections de polyèdres à l'échelle du micron. La surface fait alors intervenir de nombreuses facettes dégénérées [MAR 03]. L'utilisation de modèle de type Z-Buffer (Dexel) permet d'améliorer la robustesse, mais au prix de calculs plus complexes et plus longs [COH 05] [LOR 08].

Les approches générant la surface usinée peuvent bien sûr intégrer toutes les non-linéarités présentées dans les parties précédentes.

Pour conclure, ces approches sont dédiées à l'étude très fine d'un usinage particulier, car elles peuvent prédire l'état de surface. Par contre, elles nécessitent de longs calculs actuellement peu robustes. Bien que non abouties, ces approches semblent les plus prometteuses à long terme, car elles ne négligent pas des aspects importants (loi de coupe, surface usinée, etc.)

#### 1.2.4 Travaux dédiés aux pièces à parois minces

Dans cette partie, nous présentons les spécificités liées à la modélisation de l'usinage de pièces à parois minces. En effet, tous les travaux présentés précédemment considèrent un mouvement de solide rigide dans la zone de coupe. Les modélisations sont alors identiques, que la pièce ou l'outil vibre. Cette hypothèse, permettant de généraliser les modèles, perd de son sens pour les parois minces.

Les parois minces peuvent être assimilées à des plaques ou des coques. Ce milieu continu est caractérisé par une infinité de fréquences propres, associées à des déformées spécifiques [COR 06A] [LI 06]. Il existe classiquement un tracé des lobes pour chaque mode propre. En négligeant les interactions entre ces modes, il est alors possible de superposer les différents lobes, pour ne retenir que la limite inférieure. En pratique, seuls les premiers modes limitent la stabilité [THE 06A].

Les premières études se sont basées sur la simulation temporelle. Pour ce faire, la pièce est modélisée par éléments finis, afin d'obtenir ses caractéristiques dynamiques. Le maillage constant sert uniquement à construire la base modale [ALT 92A]. L'usinage est alors vu comme une suite de systèmes dynamiques discrets (masse ressort amortisseur) dont les caractéristiques dynamiques sont connues. Cette approche a largement été reprise par la suite, car elle permet de considérer l'usinage de parois minces comme la succession d'usinage élémentaire de pièce ayant un comportement constant [LAP 02]. L'utilisation de cette discrétisation dans les méthodes de simulation conduit à la construction de lobes de stabilité différents pour chaque position sur la pièce (figure 11). L'application de la théorie des lobes de stabilité aux parois minces permet alors de rajouter une troisième dimension au tracé initial, correspondant à la position de l'outil sur la pièce [BRA 05] [THE 06A].

Dans certains cas, la perte de matière induit une modification des caractéristiques dynamiques. L'introduction de ce phénomène dans le calcul éléments finis permet d'en tenir compte lors du tracé des lobes 3D [THE 06B]. Cependant, cette approche est pénalisée par un manque d'automatisation et des temps d'analyse importants.

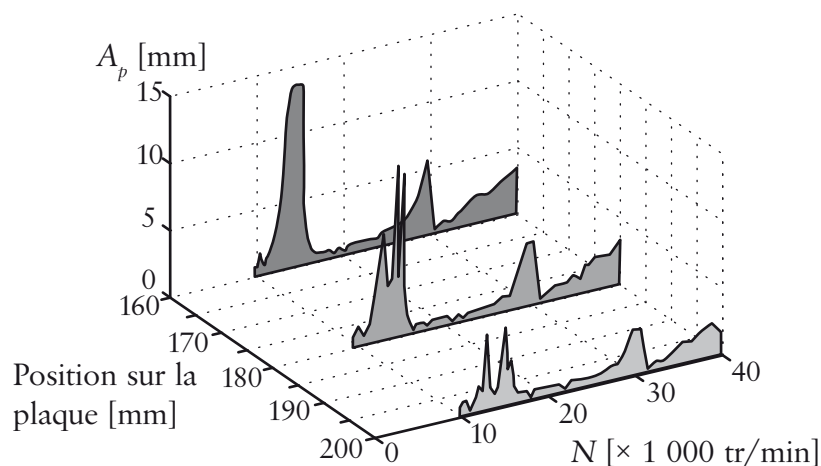


Figure 11 – Influence de la position de l'outil sur la représentation des lobes de stabilité [LAP 02]

L'approche (cf. I.2.3.2, page 21) développée par l'équipe dirigée par Gérard COFFIGNAL [ASS 02] [COF 07], permet de modéliser finement les parois minces. Dans cette approche, l'usinage n'est pas discrétisé, car la modélisation intègre directement une simulation temporelle avec génération fine de la surface 3D couplée avec une modélisation éléments finis de la pièce. La perte de matière est directement produite par l'usinage en affaiblissant le modèle éléments finis (baisse de la rigidité) [COH 05]. Cette approche très lourde est le fruit de plus de quinze ans de travail. Bien qu'étant toujours en développement, elle est la plus aboutie à ce jour.

L'usinage pour des épaisseurs de copeau faible, cas de la finition de parois minces, fait intervenir un autre phénomène lié à la loi de coupe. En effet, il est difficile de considérer une proportionnalité directe entre la section de copeau et les efforts de coupe [LAP 02]

[PAR 07B]. L'utilisation de loi de coupe non-linéaire permet de mieux modéliser les efforts de coupe pour une faible section de copeau (figure 12). Cependant, l'identification de telle loi implique des montages expérimentaux très délicats, nécessitant de compenser le comportement vibratoire de la platine de mesure afin d'extraire les faibles efforts de coupe en jeu [LAP 02] [SCH 07].

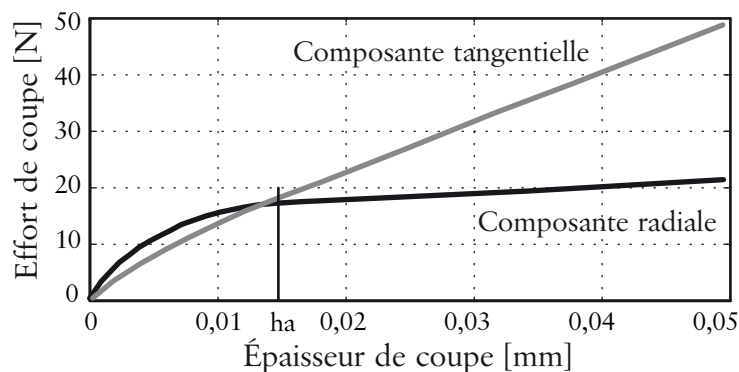


Figure 12 – Loi de coupe non-linéaire [LAP 02]

Enfin, un des phénomènes importants pour l'usinage des parois minces est le *talonnage*. Les premiers travaux de Yusuf ALTINTAS considèrent que le talonnage induit une force dissipative (perte d'énergie par plastification de la surface usinée), modélisée par l'ajout d'amortissement lors de la phase de talonnage. La prise en compte du talonnage permet alors de diminuer l'amplitude du déplacement de la pièce, ce qui conduit à une réduction de la rugosité, mais ce constat est uniquement basé sur des simulations [ALT 92A]. Des travaux plus récents ont montré que sans modéliser le phénomène de talonnage, les déplacements simulés sont plus importants que les déplacements mesurés expérimentalement [GON 06]. L'intégration du talonnage dans les modèles est compliquée, car elle rajoute un phénomène fortement non-linéaire [COR 06B]. Sous l'effet des efforts de coupe, la pièce peut entrer en vibrations, mais après un aller-retour, elle peut s'arrêter rapidement par le contact avec la face de dépouille. Ce phénomène de talonnage est prépondérant sur les parois minces, car elles ont une faible inertie. Les vibrations transitoires induites sont alors du même ordre de grandeur que le temps entre deux coups de dent.

Pour conclure, peu de travaux s'intéressent précisément au cas particulier des parois minces. Bien qu'avancées, les simulations sont encore en développement, car elles rencontrent encore des difficultés notamment sur la modélisation du phénomène de talonnage [COH 05].

### 1.2.5 Bilan des différentes approches

L'étude de la dynamique en usinage se divise en deux grandes approches : les études dédiées à l'analyse de la stabilité (fréquentielle) et les approches simulant le comportement dynamique par une intégration temporelle (figure 13).

D'un point de vue théorique, les approches fréquentielles conduisent au tracé des lobes de stabilité. Les dernières approches basées sur la théorie de Floquet permettent d'avoir une précision importante pour un temps de calcul faible. Le nombre de travaux utilisant ces approches prouve l'intérêt qu'elles ont su susciter au sein de la communauté scientifique. Ces approches sont bien sûr limitées, car elles se contentent de trouver la limite de stabilité, mais cela est déjà une information importante pour une prédiction des vibrations régénératives sur un processus d'usinage.

Les méthodes temporelles permettent d'étudier très précisément un usinage, avec la possibilité de générer l'état de surface de la pièce usinée. Si elles semblent bien plus puissantes, en pratique, elles restent limitées par de nombreux problèmes liés à l'intégration numérique, à la modélisation de la surface, etc.

Il est intéressant de souligner que les différentes approches possèdent toutes des zones de coexistence en terme d'hypothèses considérées (figure 13). Il est alors possible de les comparer entre elles.

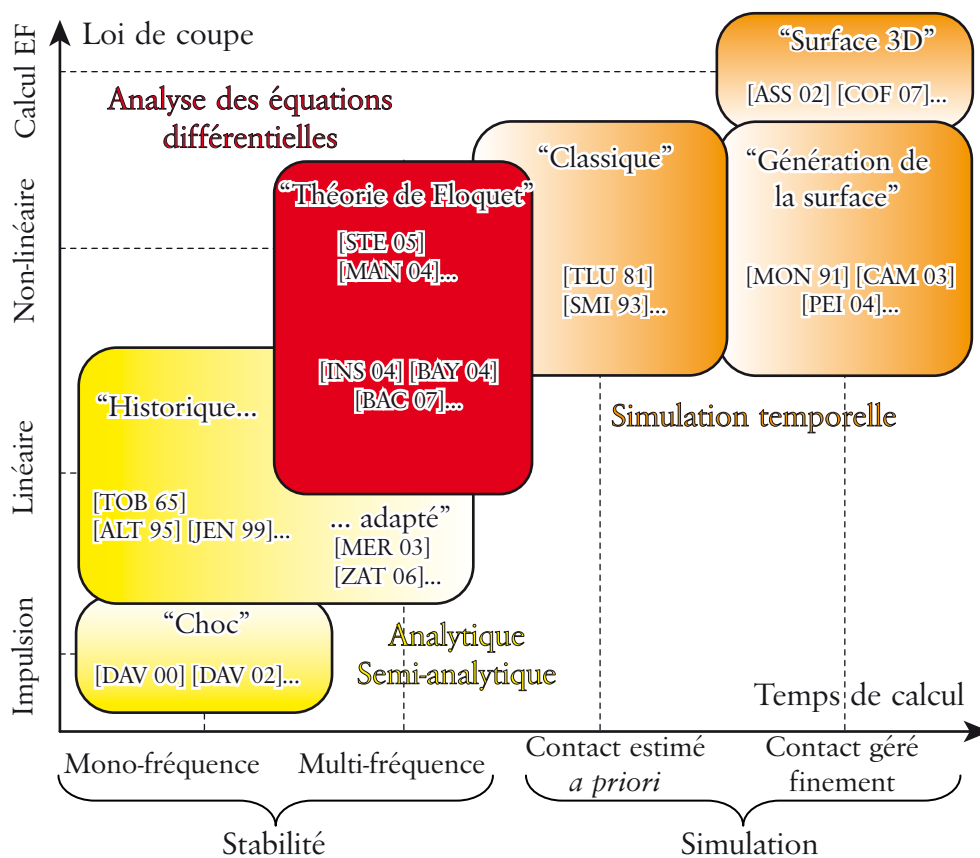


Figure 13 – Comparaison des différentes approches

À l'issue de la présentation de ces différentes modélisations, il convient de définir la notion de stabilité. Les lobes donnent la limite entre le domaine stable et instable. Par définition, un usinage stable va voir l'amplitude de son mouvement décroître pour converger vers une valeur nominale. Cependant, il n'y a pas d'information sur la constante de temps induite,

car la stabilité est asymptotique. Ainsi, dans certains cas, l'état de surface en début d'usinage peut être dégradé par des vibrations transitoires. Un usinage stable ne veut pas dire *sans vibration*, mais *sans vibration régénérative*. En effet, les zones optimales des lobes produisent de très fortes vibrations forcées affectant peu l'état de surface, mais engendrant d'autres problèmes (cf. I.1.1, page 6).

Au contraire, un usinage instable va voir son amplitude diverger, mais là encore sans information sur la constante de temps. En pratique, le mouvement est limité par la non-linéarité induite par la sortie de la coupe. Cet usinage produit des vibrations régénératives, du brouetement, très néfaste notamment pour l'état de surface (cf. figure 1, page 6).

### I.3 Méthodes expérimentales de détection de l'instabilité

Les méthodes expérimentales de détection et d'analyse de l'instabilité sont intimement liées aux méthodes de modélisation, présentées dans la partie I.2. L'étude et la compréhension des phénomènes vibratoires nécessitent l'utilisation conjointe de ces deux approches. Expérimentalement, la détection de l'instabilité passe par deux étapes :

- la mesure d'une grandeur caractéristique par un capteur (effort, déplacement, etc.),
- l'analyse afin de détecter l'instabilité.

#### I.3.1 Moyens de mesure

Plusieurs types de grandeurs peuvent être mesurés en usinage, nous présentons également les principaux capteurs associés.

Fruit de nombreux travaux, les efforts de coupe sont parmi les paramètres les plus importants pour un usinage. Ils sont essentiellement mesurés par des dynamomètres utilisant l'effet piézoélectrique (figure 14). Ce type de capteur est limité par sa bande passante (de l'ordre du kHz), ce qui le rend peu adapté à l'usinage grande vitesse. De plus, les mesures sont souvent perturbées par la contribution dynamique de la platine en réponse aux vibrations régénératives. L'utilisation d'une donnée comme la puissance consommée par la coupe ou encore le courant nécessaire au pilotage de broche à paliers magnétiques actifs [AUC 04], permet aussi une estimation des efforts de coupe. Mais là encore, les données sont extrêmement bruitées ou les efforts en jeu sont faibles. Cette mesure indirecte des vibrations est peu intéressante dans notre contexte.

La mesure directe des vibrations est majoritairement effectuée par des accéléromètres (figure 14). Ce moyen de mesure nécessite un contact physique, ce qui le rend délicat à utiliser en usinage, notamment pour les vibrations d'outil. De plus, la masse apportée peut modifier significativement les caractéristiques dynamiques de la pièce étudiée [WEH 08].



Figure 14 – Dynamomètre, accéléromètre et microphone [Kistler et Brüel & Kjær]

Les moyens de mesure sans contact sont ainsi beaucoup utilisés en usinage. Le son diffusé par les vibrations constitue une information riche permettant de connaître précisément les fréquences excitées [DEL 92] [GOV 00]. La mesure acoustique s'effectue à distance à l'aide d'un microphone (figure 14). Bien que simple, ce moyen de mesure est souvent inutilisable en atelier de production, car le niveau sonore est beaucoup trop important pour séparer les contributions extérieures (bruit ambiant, etc.). Les capteurs laser constituent une alternative efficace pour la mesure des vibrations dans un contexte de fabrication [WEH 08]. Il est alors possible d'effectuer des mesures sans contact, mais en ciblant la zone à mesurer. Ces mesures sont tout de même compatibles avec une lubrification par micropulvérisation.

Enfin, le moyen le plus utilisé pour qualifier la qualité d'un usinage est la rugosité de la surface usinée. Cette mesure s'effectue après usinage par un rugosimètre. L'utilisation de critère de rugosité [GRO 96] permet ainsi simplement de vérifier si la pièce est vibrée. Ce moyen de mesure indirect des vibrations est le plus important pour l'industriel, car il conditionne la qualité de la surface usinée. Il faut toujours garder cela à l'esprit quand on parle, par exemple, de *vibrations stables* ou *instables*.

### I.3.2 Critères de détection

La mesure directe (accélération, vitesse, etc.) ou indirecte (effort, rugosité, etc.) de vibrations ne permet pas à elle seule de détecter la présence de vibrations régénératives, entraînant le broutement. Il en est de même pour les résultats issus de la simulation temporelle. Il est alors nécessaire d'avoir un critère permettant de détecter le broutement.

Une première approche, de type temporel, consiste à suivre l'évolution de l'amplitude du signal pour différentes profondeurs de passe axiales [RIV 07]. L'instabilité est alors marquée par un brusque saut en amplitude. Ce critère de type *peak-to-peak* [SMI 93] est largement utilisé, mais cette approche n'est pas absolue, car elle nécessite la réalisation de plusieurs relevés au préalable. En d'autres termes, pour un relevé d'amplitude donné, il est impossible de savoir si l'usinage est stable. L'analyse temporelle peut être améliorée en échantillonnant les données à la fréquence de dent [MAN 03]. Cette analyse permet de retrouver un usinage stable, car la position relative entre la dent et la pièce est toujours la même. Les données se présentent alors sous la forme d'une ligne [PAT 08]. Par contre, un usinage instable présente un désordre, dont l'analyse par la section de Poincaré permet de visualiser la régularité sous-jacente [GRA 02] [SCH 02].



L'analyse fréquentielle d'un relevé est très riche en informations. Il est alors nécessaire d'appliquer la transformée de Fourier afin de connaître le contenu fréquentiel du signal, pour distinguer les fréquences excitées pendant l'usinage. Pour un usinage stable, le spectre fréquentiel est globalement dominé par la fréquence de dent et ses harmoniques. Par contre, pour un usinage instable, le système vibre à une fréquence de broutement proche de l'une de ses fréquences propres. Une simple analyse fréquentielle permet souvent de détecter l'instabilité [MAN 03] [GRA 05].

La détection des vibrations par l'analyse de l'état de surface peut se faire à partir de la définition de critères spécifiques tels que le pas du profil, la rugosité, l'ondulation, etc. [COR 06B]. Mais généralement, c'est l'opérateur au pied de la machine qui détecte la présence de vibrations. L'instrumentation de la machine avec des caméras permet de disposer de clichés renseignant l'état de surface en temps réel. Cette approche permet une détection des vibrations directement par l'analyse de la surface obtenue [KHA 06].

### **I.3.3 Bilan**

Les méthodes expérimentales sont un complément indispensable à la modélisation dans le but d'améliorer la compréhension des phénomènes. L'utilisation de capteurs appropriés permet d'extraire des informations importantes, telles que les fréquences de broutement, l'amplitude des vibrations, etc. Par contre, il n'y a pas de liens utilisables en pratique entre les déplacements mesurés et la rugosité de la pièce, cela implique une étude spécifique de l'état de surface.

## **I.4 Tentatives de réductions des vibrations régénératives**

Globalement, l'objectif commun de toutes les études sur la dynamique en usinage est la réduction des vibrations régénératives. Beaucoup de solutions spécifiques ont été développées, notamment dans le milieu industriel. Dans cette partie, nous présentons ces différentes approches, dont on peut dissocier deux grandes familles :

- l'approche « mécanistique », dont l'objectif est de limiter les déplacements,
- l'approche « dynamique », permettant de limiter la régénération de la surface.

Dans un premier temps, nous présentons l'approche mécanistique. Dans un second temps, nous développons les approches dynamiques, visant à réduire l'effet régénératif.

### **I.4.1 Approche mécanistique**

L'approche mécanistique a pour objectif de limiter l'amplitude des vibrations, qu'elles soient régénératives ou forcées. Cette approche est largement utilisée dans le domaine

industriel, car sa mise en œuvre ne nécessite pas des connaissances spécifiques sur les phénomènes à la source des vibrations.

Cette approche passe par une réduction des efforts de coupe, par la réduction de l'engagement de l'outil [SMI 98], par l'utilisation de stratégies d'usinage spécifiques (de type UGV) limitant les efforts [HER 05], etc.

Il est aussi possible d'augmenter la rigidité en utilisant des porte-outils spéciaux (outils frétés), des machines très rigides, etc. L'utilisation de montages d'usinage assurant un maintien statique [LIU 06] ou dynamique [DUN 05] de la pièce est également efficace.

Enfin, l'ajout d'amortissement permet de réduire également l'amplitude des vibrations. Cet ajout peut se faire par une réduction des vitesses de coupe [KEG 65]. L'utilisation d'amortisseur permet également de limiter les vibrations, cependant les études s'attachent uniquement à montrer la faisabilité de la solution [TAR 00] [GAN 07].

Il est également possible d'ajouter un élément actif dans l'amortisseur (figure 15). Actuellement, la commande de l'actionneur à effet piézoélectrique n'est pas couplée avec les déplacements réellement mesurés. Leur action se limite alors à un ajout d'amortissement plus qu'à un contrôle actif des vibrations [HAR 04] [ZHA 05].

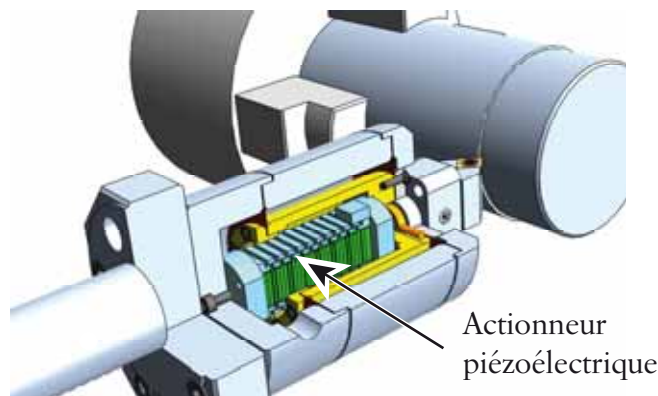


Figure 15 – Porte-outil actif en tournage [HAR 04]

Pour conclure, ces différentes solutions se focalisent sur la réduction des vibrations sans s'attaquer à la source du problème. Les approches présentées par la suite visent la limitation du phénomène de régénération de la surface.

## I.4.2 Vitesse de rotation optimale

Cette première solution découle de l'utilisation directe des lobes de stabilité. L'idée est de choisir les conditions de coupe (profondeur de passe et vitesse de rotation) assurant la stabilité de l'usinage avec un débit de copeau important [SMI 92].

Dans certains cas, il n'est pas facile de connaître précisément le tracé des lobes de stabilité. La sélection de conditions de coupe optimales s'effectue après plusieurs itérations

(figure 16). La mesure de la fréquence de broutement pour chaque essai permet de modifier les conditions de coupe afin de remonter dans les lobes [TAR 97]. Cette approche est uniquement possible en UGV lorsque les lobes sont bien dissociés.

Pour améliorer l'utilisation des lobes, il est possible de modifier la longueur de l'outil et ainsi sa fréquence propre. Les lobes se décalent et rendent accessibles des zones optimales. Cette solution de *tool tuning* permet alors de réaliser des usinages stables [TLU 96].

Cette approche garantit des usinages stables (sans vibration régénérative), mais ne réduit pas les vibrations forcées, c'est là son principal inconvénient.

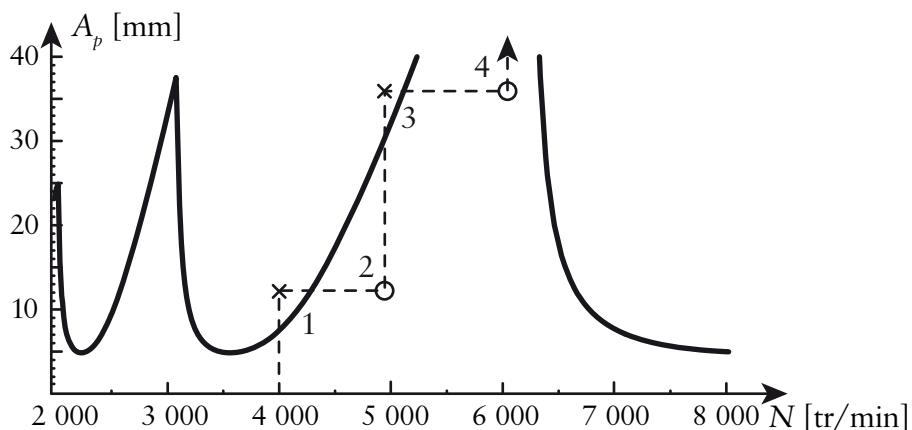


Figure 16 – Optimisation de la vitesse de rotation avec les lobes de stabilité

### I.4.3 Outils de coupe spéciaux

Une autre technique permettant de limiter l'effet régénératif consiste à utiliser des outils de coupe spéciaux. Un décalage de la position angulaire entre les différentes dents permet de modifier le temps entre deux coups de dent (figure 17). De cette façon, la régularité de la coupe est modifiée, et la régénération de la surface en est perturbée. Cette solution, connue depuis longtemps [SLA 65], a mis du temps à se développer, car le choix du décalage angulaire entre les dents est difficile. À la suite des travaux de Yusuf ALTINTAS, une méthode de calcul d'une répartition efficace des dents a vu le jour [ALT 99]. Par contre, la modélisation nécessite de connaître la fréquence de broutement. Cette méthode validée expérimentalement a démontré son efficacité, notamment dans le cas des parois minces [BUD 03A] [BUD 03B].

Des auteurs ont également travaillé sur des outils à angle d'hélice variable [STO 70]. Cette solution est très efficace sur les ordres élevés des lobes, zone où les plages de vitesses optimales sont très réduites. Récemment, des auteurs ont combiné ces deux solutions dans des outils à pas et angle d'hélice variables [TUR 07]. Les essais d'usinage ont montré les gains obtenus, mais sur certains usinages la limite de stabilité est vingt fois plus importante que celle prévue par les simulations. Les auteurs soupçonnent, entre autres, la non-linéarité apportée par le talonnage...

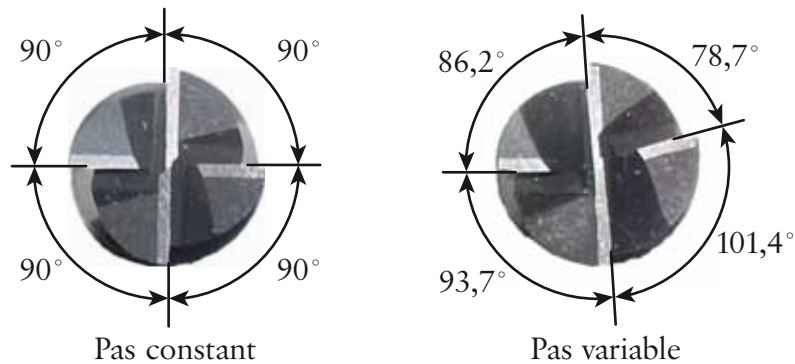


Figure 17 – Outils de coupe spéciaux

Malgré les avantages indéniables de cette méthode, elle est actuellement peu utilisée en industrie, car elle engendre une augmentation importante du nombre d'outils, peu compatible avec les objectifs de rationalisation des références outil. En effet, un outil à pas variable est efficace uniquement pour une fréquence de broutement, associée à une opération donnée.

#### I.4.4 Variation continue de la vitesse de rotation

Une dernière approche pour réduire l'effet régénératif consiste à faire varier la vitesse de rotation de la broche. L'objectif est alors de faire varier la fréquence du coup de dent afin de casser la régularité de la coupe. Cette approche est très similaire avec celle utilisée par les outils à pas variable. Cependant, son principal intérêt réside dans le fait qu'elle ne nécessite pas d'outil spécifique. Par contre, il est nécessaire de calculer les paramètres de la consigne de vitesse (amplitude, fréquence et forme).

Les premiers essais ont été effectués dans les années soixante-dix sur des opérations de tournage [TAK 74]. Cette approche expérimentale conduit à une réduction de l'amplitude des vibrations. Par contre, le choix des paramètres de variation est uniquement effectué à partir d'essais d'usinage [HOS 77].

##### I.4.4.1 Modélisations

Ces premières études ouvrent la voie aux modélisations pour faciliter le choix des paramètres. La modélisation des vibrations régénératives en usinage à vitesse de rotation variable implique une équation différentielle où le terme retard est variable, ce qui complique encore l'étude. Les premières tentatives de linéarisation, approximant le terme retard par une valeur moyenne, conduisent à des gains théoriques importants liés à des hypothèses de calcul trop restrictives [INA 74]. À la suite des travaux de J.S. SEXTON, les premières modélisations « analogiques » confirment les gains modestes obtenus par les essais de tournage [SEX 77] [SEX 78]. De plus, dans certains cas, des vibrations transitoires peuvent dégrader l'état de surface [SEX 80]. Ces travaux ont été repris pour l'analyse de la *stabilité* du tour-

nage. L'utilisation de fonction périodique permet d'approximer la solution de l'équation à retard variable. La décomposition de ces fonctions périodiques en série de Fourier permet d'approcher la solution analytique [JAY 00]. Dès lors, l'utilisation du critère de stabilité de Nyquist permet de tracer les lobes de stabilité en tournage. Cette approche permet de modéliser uniquement le cas du tournage où la coupe est continue avec une seule dent en prise, c'est là son principal défaut.

Par la suite, les chercheurs se sont orientés vers l'étude de la *stabilité* de l'usinage à vitesse variable pour le cas plus complexe du fraisage. Les travaux de Tsu-Chin TSAO font référence dans le domaine, car il a présenté un des premiers modèles pour le fraisage [TSA 93]. Cette modélisation considère l'angle parcouru comme variable à la place du temps, ainsi les équations sont fonction de cet angle et elles ont des coefficients périodiques. La décomposition en série de Fourier des coefficients de coupe permet alors l'utilisation du critère de Nyquist [SAS 02]. Comme à vitesse constante, cette modélisation nécessite la prise en compte de plusieurs harmoniques afin que la solution converge, cela implique des calculs très lourds [ZAT 08].

Une autre approche consiste à utiliser la théorie de Floquet. Il est alors inutile de décomposer les efforts de coupe en série de Fourier. Par contre, le calcul de l'opérateur  $\Phi$  nécessite une approximation numérique non triviale. L'approximation peut alors être effectuée par la discrétisation complète de la période principale, méthode introduite par István GYORI [GYO 95]. Cette discrétisation a ensuite été appliquée au cas du tournage [YIL 02] et du fraisage à vitesse variable [SAS 01]. Cette approche induit des temps de calcul très longs, car il faut discrétiser la période principale du système. Cette période dépend directement de la période de variation de la vitesse de rotation, durée de l'ordre de la seconde.

La semi-discrétisation introduite pour le cas du fraisage à vitesse constante par Tamás INSPERGER [INS 04A], a également été reprise pour le cas du tournage à vitesse variable [INS 04B]. Cette approche réduit les temps de calcul, car seuls les termes périodiques et retardés sont discrétisés. Bien que performante, cette approche n'a pas fait l'objet de validation expérimentale et n'a pas été étendue au cas du fraisage.

Enfin, l'étude des équations différentielles à coefficients périodiques et terme retard variable, modélisant l'usinage à vitesse variable, est un domaine de recherche à part entière qui fait intervenir des approches mathématiques afin d'analyser la stabilité du système. De nombreux travaux utilisant la dynamique non-linéaire sont disponibles, par exemple [PAK 97] [NAM 03A] [NAM 03B]. Ces travaux très calculatoires voient l'usinage à vitesse variable uniquement comme un exemple applicatif des méthodes générales d'analyse proposées.

Des études ont également utilisé la polyvalence de la simulation temporelle pour modéliser le fraisage à vitesse variable. La prise en compte d'une vitesse de rotation variable est plus facile qu'avec les approches fréquentielles précédentes. Pour cela, il suffit de modifier le pas de temps à l'issue de chaque itération afin d'introduire une vitesse de rotation variable

[ALT 92B]. Avec cette approche, les auteurs ont choisi de considérer un pas angulaire constant, mais le temps pour le parcourir est variable. Cette approche a largement été reprise par la suite, elle est notamment utilisée pour le fraisage de face [RAD 97A]. Des travaux montrent également l'effet de cette solution à haute vitesse, mais là encore sans validation expérimentale [BED 06]. Cependant, l'interprétation des résultats de la simulation temporelle est délicate, car il n'existe pas de critère clair permettant de détecter la stabilité d'un usinage à vitesse variable. Cette lacune s'explique par le peu de travaux utilisant la simulation temporelle au regard des études privilégiant le tracé de la limite de stabilité.

#### **I.4.4.2 Essais**

Différents auteurs s'accordent pour dire que les paramètres de variation doivent être les plus importants afin d'augmenter les gains en usinage [RAD 97B] [AL 03]. Avec cet objectif démonstratif, les essais de fraisage sont effectués pour de faibles vitesses de rotation, de l'ordre de 1 000 tr/min [ALT 92B] [SOL 97]. Les différents essais avec des formes sinusoïdales montrent alors une réduction de l'amplitude des vibrations [RAD 97B] ou une réduction du pic de broutement dans la FFT [BED 07], mais pas les états de surface associés.

Des travaux en tournage présentent une amélioration de l'état de surface avec l'utilisation de la variation de vitesse [YIL 02] [AL 03]. La variation de plusieurs paramètres tels que la vitesse de rotation et l'angle de coupe induit également une réduction des vibrations [YAN 03].

Enfin, d'autres auteurs ont travaillé sur l'impact des consignes de variation : sinusoïdale, triangulaire et carrée [LIN 90]. Ils concluent que le suivi de consigne est plus facile avec une fonction sinusoïdale, car l'accélération et le jerk sont toujours finis. Par contre, la fonction triangulaire utilise l'accélération maximale de la broche pour la variation. La fonction carrée produit des discontinuités sur la vitesse de rotation, impossible à réaliser en pratique.

#### **I.4.4.3 Bilan**

Cette étude bibliographique, sur la variation de la vitesse de rotation, présente beaucoup de modélisation aussi bien en tournage qu'en fraisage. Par contre, beaucoup de modèles utilisent une approche très calculatoire, dont l'usinage est uniquement un exemple d'application. On peut cependant noter que la semi-discrétisation, largement utilisée à vitesse constante, n'est pas encore développée pour le cas du fraisage à vitesse variable.

Les différentes études expérimentales publiées montrent uniquement des usinages à basse vitesse dont l'objectif est d'être le plus démonstratif possible et d'afficher un gain, quitte à s'éloigner des conditions d'usinage standard. Les auteurs utilisent alors le critère qui permet de montrer des gains importants : réduction de l'amplitude, du pic de la FFT, etc. Cependant, à notre connaissance, aucun travail ne montre un gain sur l'état de surface en fraisage. Enfin, peu d'études s'intéressent à l'application de cette solution en UGV.

## I.5 Objectifs et travaux de thèse

L'étude bibliographique présentée dans ce chapitre permet de soulever diverses problématiques et lacunes, liées aux vibrations d'usinage.

De nombreuses modélisations, utilisant l'approche temporelle ou fréquentielle, ont été mises au point. Cependant, tous ces modèles sont bien souvent utilisés uniquement sur des pièces simples à un seul degré de liberté, de type masse ressort amortisseur. Peu de travaux montrent l'utilisation de modélisation sur des pièces réelles, complexes du point de vue de leur dynamique vibratoire.

La modélisation du cas particulier du fraisage de parois minces est actuellement peu aboutie. Il est courant de constater dans les publications un facteur dix entre les prédictions et les mesures expérimentales. Les modélisations rencontrent encore des difficultés, notamment, sur la prise en compte de phénomènes fortement non-linéaires, tels que le talonnage.

Enfin, l'usinage à vitesse de rotation variable n'a jamais été, nous semble-t-il, appliqué en usinage grande vitesse. Cette solution d'optimisation nécessite une validation expérimentale réaliste afin de quantifier les gains réellement obtenus, divers modèles pouvant donner des résultats très divergents sur ce cas.

Notre travail de recherche s'articule autour de trois voies d'études, toutes liées aux vibrations en fraisage (figure 18).

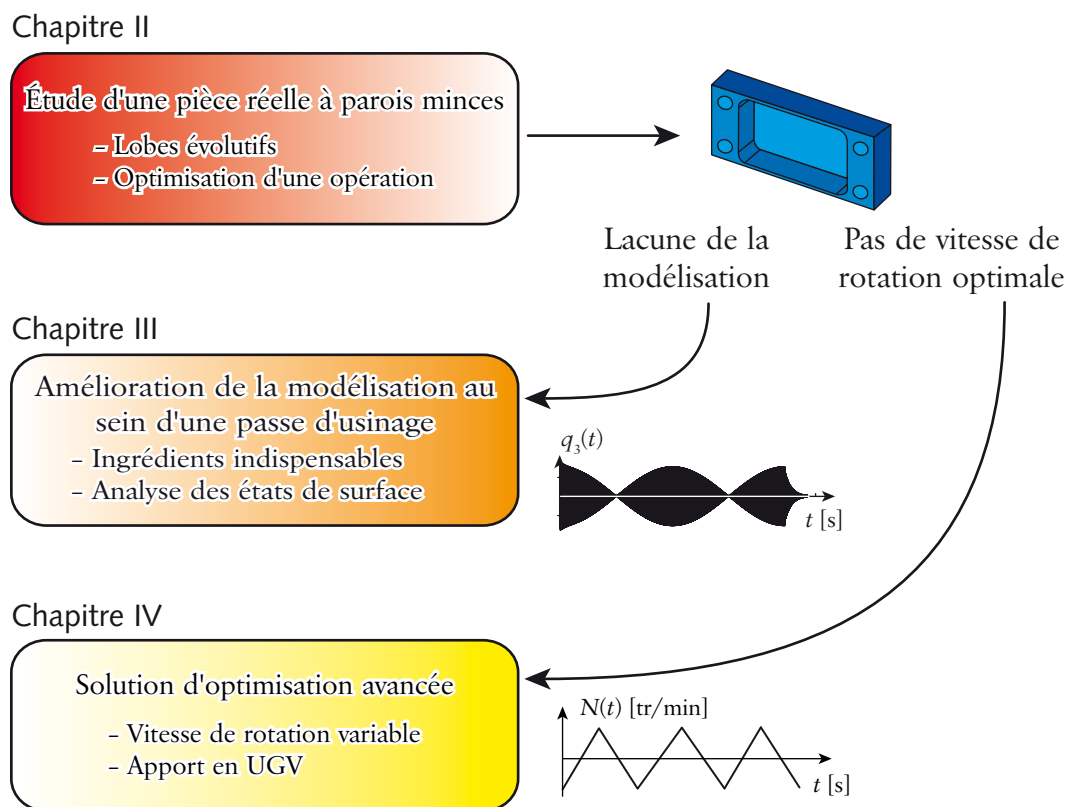


Figure 18 – Relations entre les différentes voies de recherche

La première voie de recherche vise à développer une approche de type lobes de stabilité, de façon théorique et expérimentale, sur le cas d'une pièce réelle en forme de poche. La modélisation prend en compte l'évolution des paramètres dynamiques induits par la position de l'outil et l'enlèvement de matière. Cette approche permet de sélectionner *a priori* un parcours d'outil limitant les vibrations régénératives, afin d'optimiser globalement l'opération d'usinage. On obtient ainsi une amélioration globale des états de surface entre les passes d'usinage, mais localement, il subsiste des défauts d'état de surface. De plus, la complexité des phénomènes évolutifs rencontrés limite les apports des modélisations classiques basées sur l'analyse de la stabilité. En fait, cette approche globale, attrayante par le principe, fait ressortir deux lacunes développées par la suite :

- Les modélisations ne permettent pas d'étudier finement les phénomènes de couplage non-linéaire entre les modes, observés au sein d'une passe d'usinage.
- Dans certains cas, le choix de la vitesse de rotation optimale est rendu difficile du fait de la multiplicité des modes de broutement.

La deuxième voie va s'intéresser plus localement à la modélisation d'une passe d'usinage sur une paroi mince. Pour cela, nous avons mis au point une modélisation simplifiée (sans génération explicite de la surface usinée), permettant de prendre en compte tous les aspects jugés *indispensables* à la modélisation des parois minces. L'utilisation de ce modèle temporel permet notamment de mieux interpréter les états de surface évolutifs, très souvent observés sur les pièces réelles. Cette modélisation permet ainsi de mieux appréhender l'impact des non-linéarités intervenant lors de l'usinage de parois minces.

Enfin, la dernière voie d'étude va se concentrer sur le développement d'une solution d'optimisation permettant de réduire les vibrations régénératives. L'étude va se focaliser sur la variation continue de la vitesse de rotation de la broche, dans un contexte d'usinage grande vitesse. Les modélisations se basent sur une adaptation des méthodes, de semi-discrétisation et de simulation temporelle, au cas du fraisage à vitesse variable. Ces deux approches sont utilisées et comparées, afin de compléter et de consolider les résultats obtenus. La partie expérimentale de ce travail permet une analyse des états de surface obtenus en regard des déplacements mesurés, afin de quantifier les zones optimales d'utilisation et les gains effectifs correspondants.







# Chapitre II

---

## Étude globale d'une opération d'usinage sur une pièce réelle

---

**L**A MAÎTRISE des vibrations régénératives au cours d'une opération d'usinage est un élément clef pour l'amélioration de la qualité des surfaces usinées. De nombreux modèles ont été mis au point, ils permettent notamment de choisir des vitesses de rotation limitant les vibrations. Cependant, ils sont assez peu utilisés actuellement dans l'industrie. Dans ce chapitre, nous allons développer une approche utilisant les lobes de stabilité afin d'étudier le comportement d'une pièce réelle en forme de poche. Nous allons ainsi pouvoir vérifier la potentialité de cette approche sur une pièce réelle, constituée de parois minces. Une partie de ces travaux ont été publiés [\[CAM 06\]](#) [\[SEG 06\]](#) [\[CAM 07A\]](#) [\[SEG 08C\]](#).

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons le contexte des travaux. Pour cela, nous définissons notamment la géométrie de la pièce, ainsi que l'opération d'usinage étudiée.

La deuxième partie est consacrée au calcul de l'évolution des paramètres dynamiques de la pièce pendant l'usinage. Nous présentons ainsi les résultats d'un modèle éléments finis.

Dans la troisième partie, nous étudions la stabilité du système par une approche utilisant les lobes de stabilité.

La quatrième partie est consacrée à l'étude expérimentale de l'usinage de la pièce considérée. Les résultats de la modélisation sont alors utilisés pour optimiser la vitesse de rotation. L'analyse porte également sur les fréquences de broutement et sur les états de surface.

Nous concluons ce chapitre en rappelant les principaux résultats obtenus. Nous présentons aussi les voies d'approfondissement découlant de ces premiers travaux. Ces voies seront ensuite développées dans les chapitres suivants.

## II.1 Démarche d'étude

Cette partie est consacrée à la mise en place d'une démarche rigoureuse, qui sera ensuite appliquée dans le reste du chapitre.

Dans la partie II.1.1, nous présentons le contexte des travaux ainsi que la pièce étudiée. La partie suivante détaille la gamme d'usinage en présentant les différents parcours d'outil étudiés. Enfin, dans la partie II.1.3, nous détaillons la démarche d'optimisation mise en place afin de limiter les vibrations d'usinage dans le contexte de ces travaux.

### II.1.1 Pièce étudiée

Ces travaux ont été amorcés dans le cadre du projet européen AEROSFIN<sup>1</sup>. Ce projet Interreg IIIA rassemble des industriels et des laboratoires espagnols et français, travaillant principalement dans le domaine de l'usinage des pièces de structure aéronautique. L'objectif de cette collaboration est d'intégrer les aspects vibratoires dans la modélisation dynamique du fraisage afin de dégager des solutions technologiques permettant d'augmenter la productivité spécifiquement dans l'usinage des pièces de structure aéronautique.

Pour cela, nous avons proposé d'étudier une pièce en forme de poche (figure 19). Cette pièce est composée de deux types de parois minces : les parois latérales et la paroi du fond.

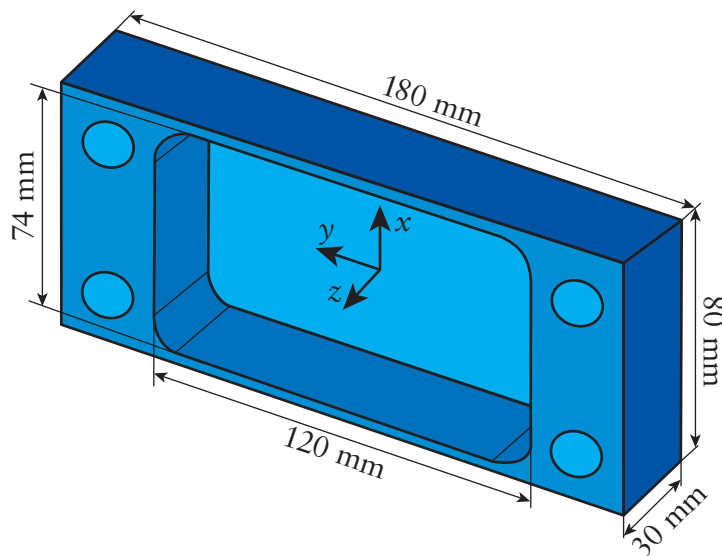


Figure 19 – Pièce en forme de poche

Les dimensions de ce démonstrateur permettent de se rapprocher des caractéristiques d'une pièce industrielle composée de raidisseurs, tout en restant assez simple. Les fréquences propres de la pièce usinée sont de l'ordre de 1 kHz, avec une épaisseur de 1 mm pour

1. Des informations complémentaires sont disponibles sur le site internet : <http://www.aerosfin.org>

la paroi du fond et de 3 mm pour les parois latérales. Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium aéronautique de type 7 075 T6.

Dans un contexte industriel, la stratégie d'usinage est figée par rapport à la qualité d'usinage recherchée et aux performances de l'outil coupant. En pratique, afin de limiter les problèmes vibratoires, il est quasiment impossible de remettre en cause ces paramètres. Dans cette étude, nous avons donc choisi d'explorer uniquement deux pistes permettant de réduire efficacement les vibrations régénératives :

- la vitesse de rotation de l'outil,
- le parcours de l'outil définissant l'engagement axial  $A_p$  et l'engagement radial  $A_e$ .

### II.1.2 Parcours d'outil étudiés

Le choix du parcours de l'outil, pour l'évidement d'une poche, est une tâche complexe faisant l'objet de nombreux travaux, citons par exemple [PAT 04] [RAU 07]. En effet, beaucoup de paramètres, souvent contradictoires, peuvent être privilégiés pour l'optimisation du parcours de l'outil, à savoir :

- un engagement radial constant,
- le respect de la vitesse d'avance,
- la configuration de la machine (sérielle ou parallèle),
- un débit de copeau important, etc.

Cependant, peu d'études ont pris en compte le phénomène des vibrations régénératives dans le choix du parcours de l'outil. Des travaux expérimentaux ont permis de souligner l'impact du parcours de l'outil sur la stabilité de l'usinage [BLA 05]. En effet, le choix de la profondeur de passe et de l'engagement radial est un élément clef pour déterminer la stabilité d'un usinage.

*A priori*, beaucoup trop de combinaisons sont possibles entre les différents paramètres qui peuvent varier continûment ( $A_p$ ,  $A_e$  et le parcours de l'outil). Pour limiter l'étude, nous avons fait le choix de fixer deux parcours d'outil classiques, afin d'éviter la poche (figure 20). Notre objectif n'est pas de définir un parcours optimal, mais d'améliorer la qualité de l'usinage en utilisant les lobes de stabilité sur une pièce réelle avec un parcours et une stratégie d'usinage figés.

Le premier parcours, qualifié de balayage symétrique sortant, est composé d'une plongée centrale pleine matière (passe 1), puis d'un retour (passe 2). Ensuite, les passes d'usinage sont effectuées symétriquement au plus grand côté de la pièce, en privilégiant toujours l'usinage en avalant, les passes sont ainsi réparties de part et d'autre de l'axe médian. Par convention, nous le nommerons parcours *parallèle* dans la suite du manuscrit.

Le second parcours est un balayage concentrique sortant (figure 20). L'entrée en matière s'effectue par une plongée centrale pleine matière (passe 1), suivi d'un retour (passe 2). Ensuite, les passes sont organisées de façon à rester concentriques à la passe initiale. Les passes sont alors toujours parallèles à un des deux côtés de la poche, afin de garantir un mode d'usinage en avalant. De même par convention, ce parcours sera nommé parcours *concentrique* dans la suite du manuscrit.

Le nombre de passes permet d'avoir un engagement radial égal à 60 % du diamètre de l'outil et une surépaisseur de finition sur les côtés de 0,1 mm.

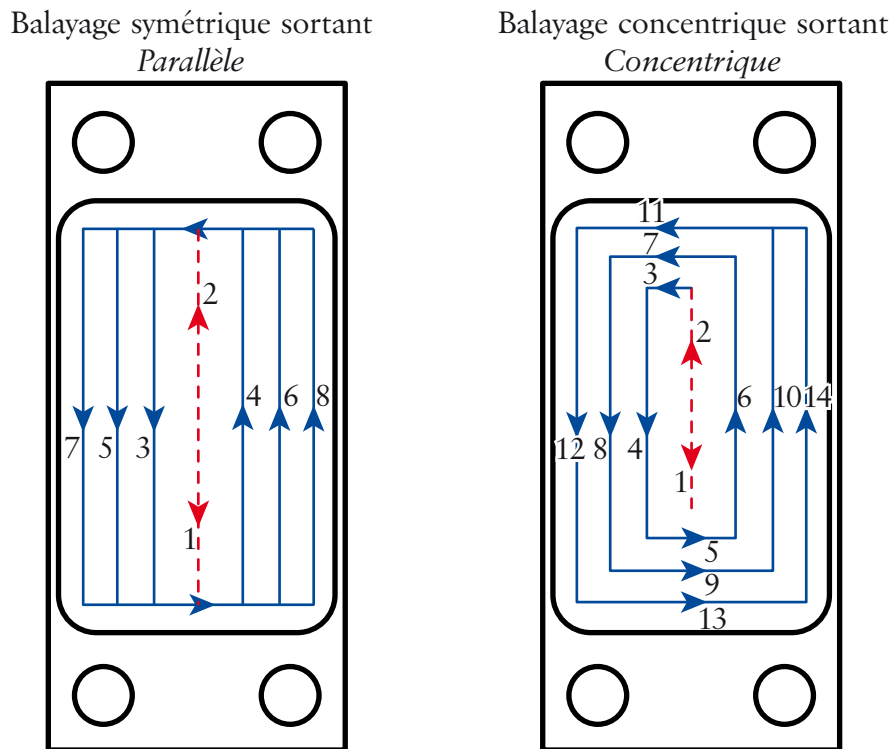


Figure 20 – Différents parcours d'outil étudiés

La gamme d'usinage de cette pièce peut être divisée en deux parties :

- Dans un premier temps, l'évidement de la poche est effectué avec un outil rayonné afin de réaliser le congé de raccordement entre la paroi du fond et la paroi latérale. L'évidement total de la poche est alors effectué par une succession de passes avec un  $A_p$  constant. Nous nous intéresserons uniquement à l'ensemble des dernières passes permettant d'obtenir un fond de 1 mm d'épaisseur.
- Dans un second temps, une opération de finition permet de contourner les parois latérales avec un autre outil ayant, cette fois, un rayon de bec très faible.

REMARQUE. – La fixation de la pièce est réalisée par l'intermédiaire des quatre alésages présents sur la pièce brute. Le montage expérimental est alors disposé de telle sorte que les parois latérales et de fond puissent vibrer librement (cf. figure 37, page 59).

### II.1.3 Optimisation mise en œuvre

Dans ce paragraphe, nous présentons la démarche utilisée afin d'optimiser l'usinage de la poche par rapport aux vibrations régénératives. Pour cela, nous avons fait le choix d'utiliser les lobes de stabilité afin de sélectionner la vitesse de rotation optimale. Cependant, sur la pièce les paramètres évoluent au cours de l'usinage : l'enlèvement de matière est important, la position de l'outil change complètement. Il est alors indispensable de prendre en compte cette évolution des caractéristiques afin de tracer correctement les lobes de stabilité. La méthode mise en place est présentée sur l'organigramme de la [figure 21](#).

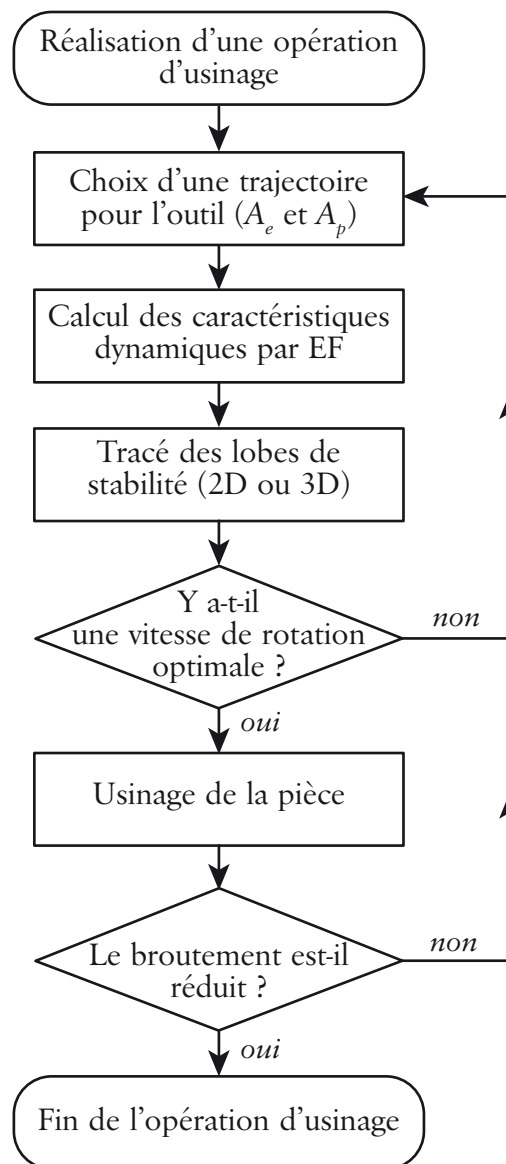


Figure 21 – Organigramme d'optimisation

Le choix du parcours et de l'engagement de l'outil ( $A_e$  et  $A_p$ ) définit l'enlèvement de matière. Une modélisation par éléments finis est alors utilisée pour déterminer l'évolution des caractéristiques dynamiques de la pièce, notamment au cours de l'évidement de la

poche. Enfin, ces caractéristiques dynamiques sont utilisées afin de tracer les lobes de stabilité. L'ajout d'une troisième dimension au tracé des lobes de stabilité permet alors de prendre en compte l'évolution de ces caractéristiques dynamiques. Dans certains cas, il n'existe pas forcément de vitesse de rotation optimale (cf. [figure 36, page 58](#)). Il est alors nécessaire de modifier les conditions d'engagement de l'outil afin d'obtenir une nouvelle évolution des paramètres et de nouveaux lobes de stabilité présentant, éventuellement, des fenêtres optimales. Actuellement, une telle démarche d'optimisation, permettant de réduire les vibrations régénératives, n'est pas implantée dans les logiciels de CFAO. Dans la suite du chapitre, nous allons donc présenter les différents éléments de cette boucle d'optimisation.

## II.2 Calculs éléments finis

Dans cette partie, nous présentons la démarche utilisée afin de calculer l'évolution des paramètres dynamiques de la pièce au cours de son usinage.

Dans la partie [II.2.1](#), nous présentons le modèle éléments finis mis en place, nous insistons notamment sur les hypothèses de modélisation et leur validité. La partie suivante présente les résultats des simulations. Enfin, nous faisons un bilan des résultats obtenus.

### II.2.1 Modèle mis en place

Cette pièce réelle, complexe du point de vue de sa dynamique, ne peut pas être assimilée à un simple système à un seul DDL de type masse ressort amortisseur. En effet, elle est caractérisée par plusieurs modes propres, possédant chacun une déformée modale, une fréquence propre, une raideur et un amortissement modal. Le calcul éléments finis va nous permettre de calculer efficacement l'évolution de ces différents paramètres au cours de l'usinage de la pièce [\[THE 06B\]](#).

#### II.2.1.1 Modélisation 3D

Le logiciel I-DEAS® a été utilisé afin de réaliser un modèle 3D de la pièce. La géométrie 3D de la pièce est directement maillée avec des éléments tétraédriques à 10 nœuds avec une interpolation quadratique. L'étude de convergence a permis de fixer le nombre de nœuds à 69 234, l'erreur de calcul est alors estimée à moins de 0,1 %. La déformée du quatrième mode de vibrations de la pièce est présenté sur la [figure 22](#). Nous pouvons ainsi constater que l'excitation de la paroi du fond est associée à un déplacement de la paroi latérale, les modes de vibrations sont donc globaux pour la pièce. Cette modélisation 3D est relativement facile à mettre en œuvre, mais elle induit deux inconvénients :

- La durée de calcul est importante, car il est nécessaire de mailler précisément des parois minces. Un seul calcul nécessite environ 10 min sur un serveur de calcul HP J6000<sup>1</sup> et il faudrait en réaliser une cinquantaine.
- De plus, le manque d'automatisation permet difficilement de généraliser le calcul de l'évolution des caractéristiques dynamiques au cours de l'usinage.

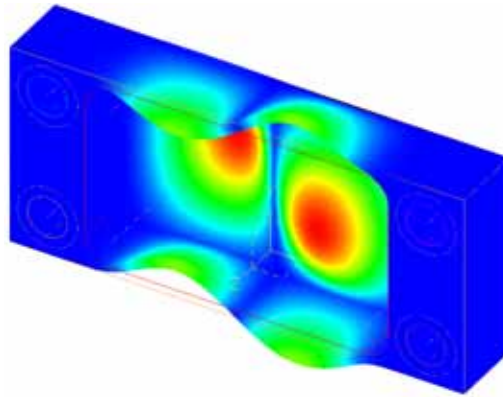


Figure 22 – Modèle 3D : déformée du quatrième mode

### II.2.1.2 Modélisation 2D et prise en compte du parcours de l'outil

Nous avons finalement retenu une modélisation de type 2D utilisant des éléments de plaque (figure 23). Cela permet notamment d'alléger notablement le modèle. Ainsi, la pièce est maillée uniquement par des éléments triangulaires à 6 nœuds avec une interpolation quadratique. Cette fois, il suffit de seulement 2 787 nœuds, pour avoir une erreur de calcul estimée à moins de 0,1 %.

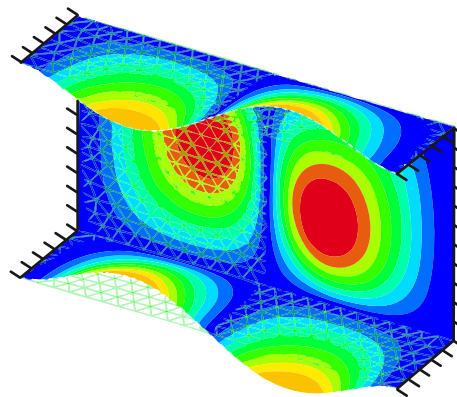


Figure 23 – Modèle 2D plaque : déformée du quatrième mode

Le modèle 2D a été recalé afin de correspondre parfaitement avec les fréquences réellement mesurées sur la pièce. Les conditions aux limites réelles sont difficiles à modéliser en simulation. En effet, la position de l'encastrement réel n'est pas exactement connue. Il

1. 2 processeurs à 552 MHz, 1,5 Mo de mémoire cache et 2 Go de mémoire vive.



existe une zone dans laquelle la matière se déforme encore un peu dans le voisinage de l'encastrement. Cependant, en simulation, les encastrements sont définis de façon exacte. La seule variable d'ajustement, permettant d'affiner la modélisation sans la dénaturer, est la position de l'encastrement parfait, ce qui revient à modifier légèrement la longueur effective des parois. En pratique, la longueur du modèle 2D a été diminuée de 8 mm afin de corréliser au mieux avec le comportement réel, mesuré par sonnage. Ceci représente uniquement 4 mm d'incertitude sur la position de chaque encastrement (figure 24).

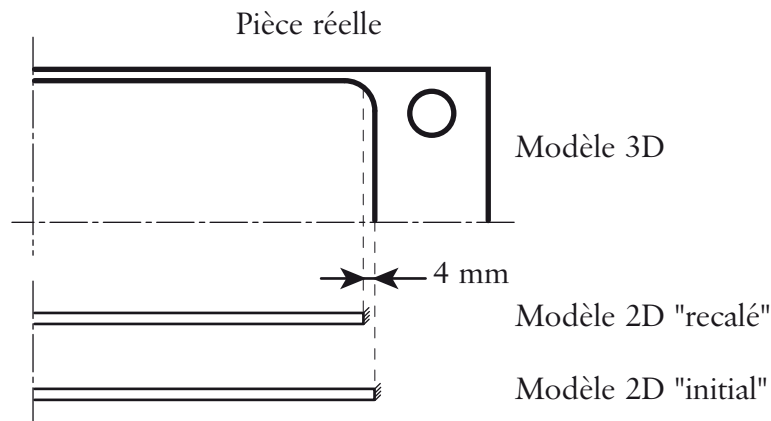


Figure 24 – Ajustement du modèle 2D

Une comparaison entre le modèle 3D et le modèle 2D a montré une différence d'environ 0,3 % sur la valeur de la fréquence du premier mode de vibration. Ce léger écart est en partie lié à la présence du rayon en fond de poche pour le modèle 3D. À la suite de ce recalage, le modèle 2D fournit des résultats comparables au modèle 3D, mais avec un temps de calcul d'environ 10 s, soit une réduction du temps de calcul d'un facteur 60.

Au cours de l'usinage, les caractéristiques dynamiques de la pièce évoluent, notamment à cause de l'enlèvement de matière et de la position de l'outil. Afin de prendre en compte ces deux aspects, le parcours de l'outil a été discrétisé. Pour cela, un calcul éléments finis est réalisé tous les 15 mm d'usinage, ce qui représente environ 50 calculs pour un parcours d'outil donné. L'enlèvement de matière est pris en compte en réduisant l'épaisseur de la paroi sur les zones usinées, les zones non usinées gardent alors leur épaisseur initiale. Sous I-DEAS®, ce type de calcul (modèle 2D) peut être automatisé au sein de chaque passe. Il est alors possible d'obtenir l'évolution des résultats en fonction du parcours de l'outil et donc de l'enlèvement progressif de matière.

## II.2.2 Résultats des simulations

Les parcours de l'outil (cf. figure 20, page 40), le mode d'usinage (opposition) et l'engagement radial de l'outil (60 %) ont été fixes pour tous les calculs éléments finis. Par contre, l'épaisseur initiale du fond et donc la profondeur de passe  $A_p$  doit être choisie *a priori* afin

de prendre en compte l'enlèvement de matière. L'utilisation de la démarche d'optimisation (cf. [figure 21, page 41](#)) nous a permis de fixer  $A_p$ .

Si l'épaisseur initiale du fond est trop faible, la raideur de la paroi est très faible, il est alors impossible de choisir une vitesse de rotation optimale dans les lobes de stabilité. Au contraire, une épaisseur initiale plus importante induit des efforts de coupe très importants, couplés à des problèmes de coupe liés à l'évacuation des copeaux. Après plusieurs itérations, la profondeur de passe  $A_p$  a été fixée à 5 mm. L'épaisseur initiale du fond est alors de 6 mm, et après usinage le fond possède une épaisseur de 1 mm.

Ensuite, la finition des parois latérales est effectuée avec une profondeur de passe de 5 mm et un engagement radial de 0,1 mm.

Pour les différentes configurations étudiées, le modèle éléments finis nous donne la fréquence propre  $f_i$ , la masse modale  $m_i$  et la déformée modale  $\phi_i$  du mode  $i$ . La masse modale étant normalisée à l'unité par le logiciel I-DEAS®, il est alors facile de calculer la raideur modale  $k_i$ , avec la formule suivante :

$$k_i = m_i(2\pi f_i)^2. \quad (8)$$

L'amortissement de la structure est très difficile à prédire par le calcul, car il dépend de beaucoup de paramètres :

- amortissement intrinsèque au matériau,
- rayonnement acoustique,
- présence de lubrifiant,
- frottement dans les liaisons.

Ainsi, le coefficient d'amortissement réduit  $\xi_i$  de chaque mode  $i$  a été obtenu uniquement par mesure (cf. [Annexe A, page 159](#)).

### II.2.2.1 Fréquences propres

L'utilisation du parcours *concentrique* avec une profondeur de 5 mm implique une modification importante des fréquences propres de la pièce au cours de l'usinage du fond ([figure 25](#)). Par exemple, la fréquence du premier mode passe de 3 273 Hz à seulement 1 117 Hz, en fin d'usinage.

Les calculs avec l'autre parcours d'outil de type *parallèle* donnent les mêmes fréquences propres en début et en fin d'usinage, seule l'allure de l'évolution diffère légèrement ([figure 26](#)).

REMARQUE. – L'évolution des fréquences propres n'est pas « bruitée », mais relativement complexe.

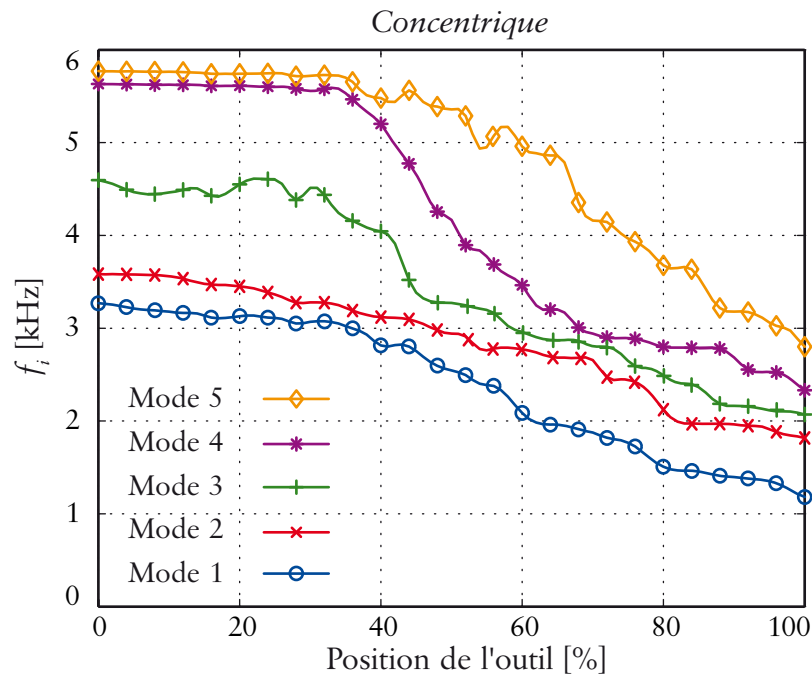


Figure 25 – Influence de la perte de matière sur les fréquences propres lors de l'usinage du fond en *concentrique* avec  $A_p = 5$  mm

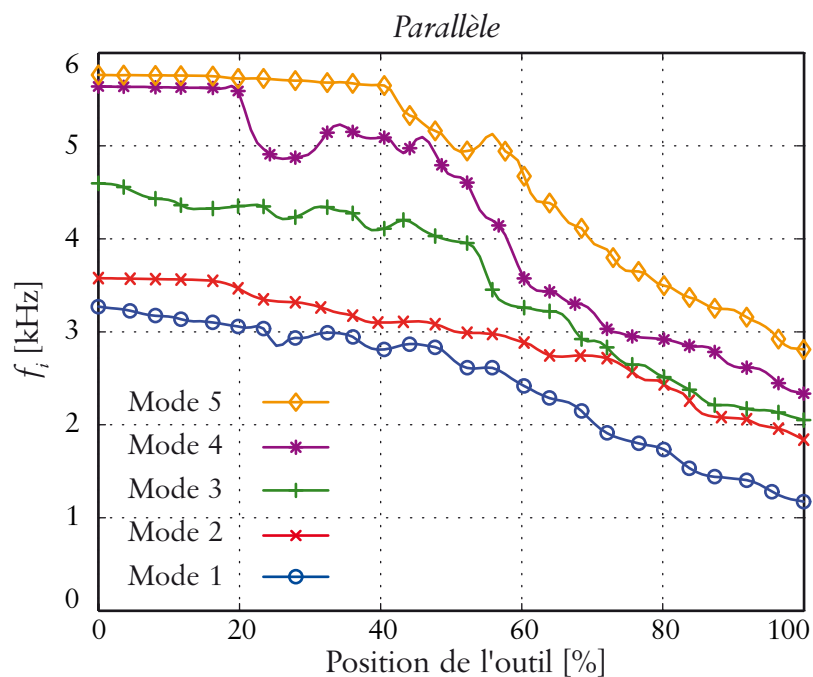


Figure 26 – Influence de la perte de matière sur les fréquences propres lors de l'usinage du fond en *parallèle* avec  $A_p = 5$  mm

Le calcul éléments finis a aussi été utilisé pour l'opération de finition sur les parois latérales. L'évolution des fréquences propres est présentée sur la [figure 27](#). Dans ce cas, l'enlèvement de matière est très faible et les fréquences propres ne changent que très peu. En effet, la variation maximale de fréquence est de seulement 0,1 %.

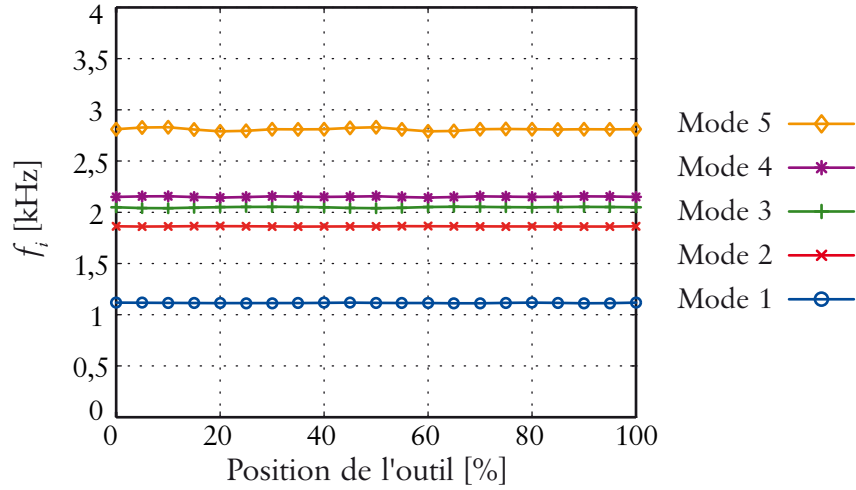


Figure 27 – Influence de la perte de matière sur des fréquences propres lors de la finition des parois latérales avec  $A_p = 5$  mm

### II.2.2.2 Raideur apparente

La position de l'outil évolue au cours de l'usinage, l'outil passe sur des nœuds et des ventres de vibrations, cela modifie les paramètres dynamiques et notamment la raideur du système [THE 06A].

Dans ce cas d'étude, l'équation dynamique sans les termes dissipatifs se présente sous la forme suivante :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\}, \quad (9)$$

avec  $[M]$  la matrice de masse,  $[K]$  la matrice de raideur,  $\{U\}$  le vecteur déplacement et  $\{F\}$  le vecteur contenant des efforts d'excitation. À partir de l'équation (9), il est montré qu'il existe une base modale, à savoir :

$$\{\{\varphi_i\}, \omega_i, k_i, m_i\}_i. \quad (10)$$

Elle est définie telle que :

$$\{m_i \ddot{q}_i(t) + k_i q_i(t) = f_i(t)\}_i, \quad (11)$$

avec :

$$m_i = \{\varphi_i\}^t [M] \{\varphi_i\}, \quad (12)$$

$$k_i = \{\varphi_i\}^t [K] \{\varphi_i\}, \quad (13)$$

$$f_i(t) = \{\varphi_i\}^t \{F\}, \quad (14)$$

$$u(t, y) = \{U\}^t \{\varphi_i\} = \sum_{i=1}^n \varphi_i(y) q_i(t), \quad (15)$$

$m_i$  est la masse modale,  $k_i$  la raideur modale,  $\omega_i$  la pulsation propre modale et  $f_i(t)$  la projection de l'effort d'excitation sur le mode  $i$ . Le terme  $u(t, y)$  est le déplacement interpolé à partir du déplacement modal  $q_i(t)$  et de la forme propre  $\varphi_i(y)$ .

En usinage, il est courant d'exciter principalement un seul mode  $i$  avec un effort de coupe s'appliquant quasiment sur un seul point  $y_0$ . Dans ce cas, le déplacement  $u(t, y_0)$  et l'accélération  $\ddot{u}(t, y_0)$  de la structure s'écrivent au point d'application de l'effort directement à partir de l'équation (15), soit :

$$\begin{cases} u(t, y_0) = q_i(t)\varphi_i(y_0) \\ \ddot{u}(t, y_0) = \ddot{q}_i(t)\varphi_i(y_0) \end{cases} \quad (16)$$

En remplaçant les termes de l'équation (11) par leur expression issue de l'équation (16), nous obtenons la forme suivante pour le mode  $i$  :

$$\frac{m_i \ddot{u}(t, y_0)}{\varphi_i(y_0)} + \frac{k_i u(t, y_0)}{\varphi_i(y_0)} = f_i(t). \quad (17)$$

L'effort de coupe  $F$  étant considéré ponctuel, sa projection  $f_i(t)$  s'exprime par :

$$f_i(t) = \varphi_i(y_0)F. \quad (18)$$

À partir des équations (17) et (18), nous obtenons l'expression suivante :

$$\frac{m_i}{\varphi_i^2(y_0)} \ddot{u}(t, y_0) + \frac{k_i}{\varphi_i^2(y_0)} u(t, y_0) = F. \quad (19)$$

En faisant l'analogie avec un système de type masse ressort, il est possible d'exprimer les deux termes suivants :

$$m_{i_0} = \frac{m_i}{\varphi_i^2(y_0)}, \quad k_{i_0} = \frac{k_i}{\varphi_i^2(y_0)}. \quad (20)$$

Les termes  $m_{i_0}$  et  $k_{i_0}$  peuvent alors être qualifiés respectivement de masse modale apparente et de raideur modale apparente. La définition de ces deux termes permet alors de prendre simplement en compte l'effet de la déformée modale sur les caractéristiques dynamiques (raideur et masse). Le calcul éléments finis fournit la déformée modale  $\varphi_i(y_0)$  au point  $y_0$ , permettant ensuite de calculer la raideur apparente.

Par exemple, une poutre appuyée-appuyée vibrant suivant son deuxième mode de flexion présente une déformée modale  $\varphi_2(y)$ , possédant des nœuds et des ventres (figure 28). L'application de l'équation (20) permet ainsi de calculer la raideur apparente en fonction de la position de l'effort suivant la direction  $y$ . Lorsque l'outil se situe sur un nœud de vibration, la raideur apparente est théoriquement infinie, pour le mode considéré. Au contraire, l'usinage sur un ventre de vibration conduit à une raideur apparente beaucoup plus faible.

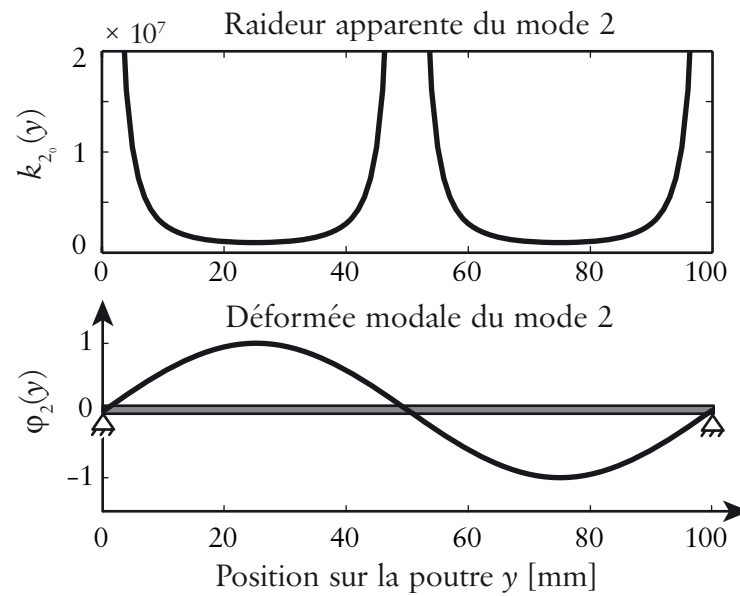


Figure 28 – Raideur apparente pour le deuxième mode d'une poutre appuyée-appuyée

Dans notre cas, la raideur apparente des différents modes a été calculée pour toutes les positions occupées par l'outil au cours de l'usinage du fond de la pièce et de la finition des parois latérales. À titre d'exemple, l'évolution de la raideur apparente du troisième mode est présentée pour les deux parcours d'outil (figure 29).

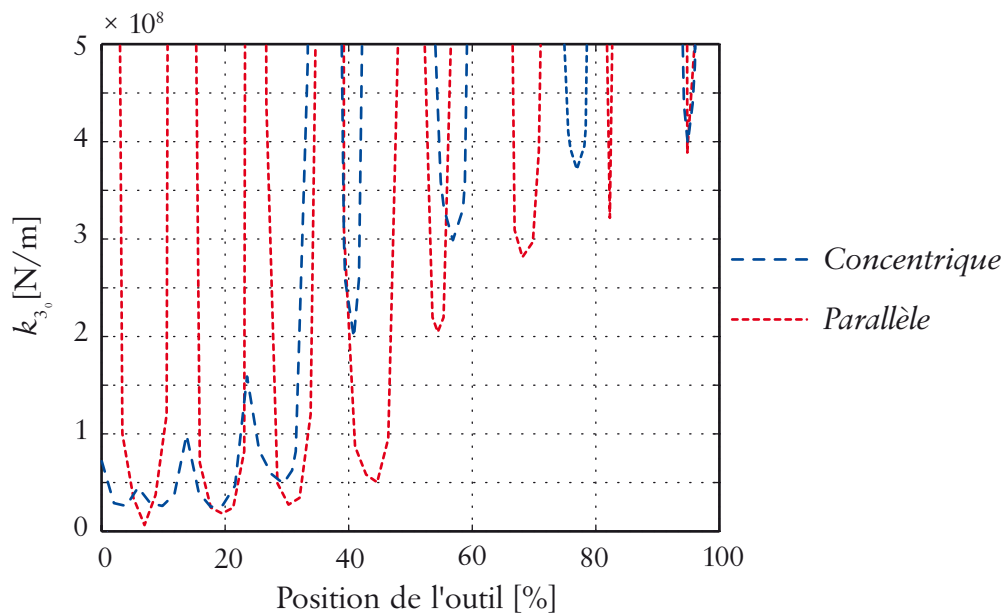


Figure 29 – Évolution de la raideur apparente sur le fond pour le troisième mode

Globalement, la raideur apparente évolue très fortement au cours de l'usinage. En effet, lorsque l'outil se situe sur un nœud, la raideur apparente devient alors théoriquement infinie. C'est pour cela que nous retrouvons des asymptotes verticales (figure 29).

Le parcours de type *concentrique* permet de générer globalement une raideur apparente supérieure au parcours *parallèle*. En effet, l'utilisation de la rigidité de la pièce brute permet d'augmenter la raideur du fond. En d'autres termes, c'est la matière non usinée qui permet de soutenir et rigidifier la pièce pour permettre d'augmenter la raideur apparente du fond. Ce type de parcours est reconnu très efficace pour l'usinage de pièce souple [SMI 98].

REMARQUE. — Les tout premiers parcours, étudiés dans nos travaux, finissaient l'usinage au centre de la paroi du fond en vue de faire vibrer la zone centrale en fin d'usinage [SEG 06]. La première passe d'usinage, sur la périphérie du fond, venait enlever la matière permettant de rigidifier le fond. Ainsi, le centre de la paroi était en fait impossible à usiner, car il était extrêmement flexible.

### II.2.3 Bilan

Dans cette partie, nous avons mis au point une modélisation utilisant le calcul par éléments finis afin de connaître l'évolution des paramètres dynamiques au cours de l'usinage d'une pièce réelle.

Un modèle 2D de type plaque a été utilisé, car il permet d'obtenir des résultats similaires à la modélisation 3D, tout en réduisant les temps de calcul et permettant une automatisation de la procédure.

Lorsque l'enlèvement de matière est important, les fréquences propres évoluent fortement au cours de l'usinage, c'est notamment le cas pour l'usinage de la paroi du fond. Par contre, pour des conditions de finition, l'enlèvement de matière est faible et les fréquences propres peuvent être considérées comme constantes. C'est pour cela que l'usinage des deux parois latérales n'implique pas une évolution des fréquences propres.

La prise en compte de la déformée modale permet de définir la notion de raideur apparente. La position de l'outil sur la pièce induit alors une évolution de la raideur apparente, liée au passage sur les nœuds et les ventres de vibration. Cette variation de raideur est alors calculée aussi bien pour les parois latérales que pour la paroi du fond.

De plus, le parcours de l'outil et donc l'historique de l'enlèvement de matière a également une influence sur la raideur apparente lors de l'usinage du fond.

## II.3 Étude de la stabilité

Dans cette partie, nous étudions la stabilité des deux opérations d'usinage en utilisant la théorie des lobes de stabilité.

Dans la partie [II.3.1](#), nous présentons rapidement les hypothèses générales des lobes de stabilité. Ensuite, nous détaillons les équations dans le cas du contournage de parois latérales. La partie suivante est alors dédiée à l'adaptation de la modélisation pour l'usinage en bout de la paroi du fond. Enfin, dans la partie [II.3.4](#), nous intégrons l'évolution des caractéristiques dynamiques, ce qui conduit à une représentation tridimensionnelle des lobes de stabilité.

### II.3.1 Modélisation utilisée

Le comportement dynamique de la pièce à usiner est modélisé classiquement par ses premiers modes propres de vibrations. L'étude de la stabilité de l'usinage est réalisée alors en considérant la stabilité mode par mode, sans couplage. Le tracé final, pour l'ensemble de la pièce, est alors la superposition des différents lobes associés à chaque mode propre. Cette hypothèse de découplage des modes est considérée comme correcte lorsque l'écart entre les fréquences de vibrations des modes est assez important. Ainsi, le découplage des modes est largement utilisé pour l'étude de la stabilité des systèmes ayant plusieurs DDL (cf. [I.2.4](#), page 22).

Des modèles intégrant un couplage uniquement entre deux modes ont été mis au point pour les vibrations d'outil [\[ALT 95\]](#) [\[BUD 98A\]](#) [\[GRA 05\]](#). Dans ce cas particulier, l'outil possède généralement un mode double, c'est-à-dire deux fréquences de vibrations très proches dans deux directions perpendiculaires. La modélisation intègre les deux DDL, dans deux directions perpendiculaires. Cependant, à notre connaissance, l'analyse de stabilité n'a pas été généralisée pour les systèmes, assimilables à plusieurs DDL dans une même direction, ce qui correspond à notre pièce à usiner.

Dans le cas de l'usinage de finition, l'utilisation d'un outil ayant un angle d'hélice, non nul, permet de négliger en pratique l'impact des flip lobes. En effet, dans notre cas, le pas axial de l'outil est alors de seulement 10 mm (cf. [II.4.1](#), page 59), l'impact des flip lobes devient ainsi négligeable. La limite de stabilité est alors facilement obtenue par les méthodes semi-analytiques classiques (cf. [I.2.1](#), page 10).

Pour les raisons évoquées ci-dessus, nous avons fait le choix d'utiliser une approche très classique pour l'analyse de stabilité, en faisant l'hypothèse d'un découplage modal. En effet, dans notre cas une méthode semi-analytique classique permet de retrouver rapidement et facilement la limite de stabilité du système. La modélisation utilisée se base alors sur les travaux de Erhan BUDAK et Yusuf ALTINTAS [\[ALT 95\]](#) [\[BUD 98A\]](#) [\[ALT 01\]](#). L'utilisation de cette approche est notamment associée aux hypothèses suivantes :



- l'outil est considéré rigide par rapport à la pièce qui est supposée globalement flexible, mais rigide dans la zone de coupe,
- la réalisation d'une étude linéaire permet de négliger la contribution statique apportée par l'avance à la dent,
- la coupe est continue, c'est-à-dire que les dents sont toujours en prise dans la matière (l'angle d'hélice important permet effectivement de s'approcher de cette hypothèse),
- la loi de coupe est linéaire.

### II.3.2 Résultats pour la paroi latérale

L'objectif de ce paragraphe est de présenter rapidement la démarche et les équations permettant de tracer les lobes de stabilité. Ces résultats sont directement tirés des travaux suivants [BUD 98B]. La pièce est modélisée par plusieurs systèmes, de type masse ressort amortisseur, représentant les différents modes  $i$  (figure 30).

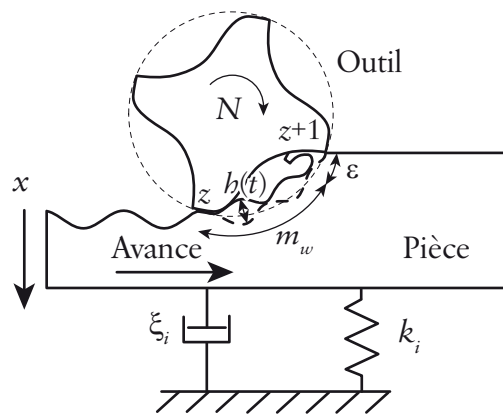


Figure 30 – Modèle mécanique pour la paroi latérale

Pour l'analyse de la stabilité, avec ce modèle, seule la partie dynamique de l'épaisseur de copeau a besoin d'être prise en compte. Elle est fonction de la différence entre la position de la dent à l'instant  $t$  et la position au précédent coup de dent à l'instant  $t - \tau$  :

$$h(t) = x(t) - x(t - \tau) . \quad (21)$$

L'utilisation d'une loi de coupe linéaire permet alors d'exprimer les efforts de coupe dynamiques, sous la forme :

$$F_x(t) = \frac{1}{2} A_p K_t [A(t)] h(t) , \quad (22)$$

avec  $A_p$  la profondeur de passe axiale,  $K_t$  le coefficient spécifique de coupe tangentiel et  $[A(t)]$  la matrice des coefficients dynamique de fraisage. Afin de limiter les calculs, seul l'ordre zéro, la valeur moyenne, de la décomposition en série de Fourier de la matrice

$[A(t)]$  est pris en compte  $[A_0]$  (cf. I.2.1, page 10). La matrice  $[A_0]$  s'exprime alors simplement par :

$$[A_0] = [\alpha_x], \quad (23)$$

avec  $\alpha_x$  le coefficient dynamique de fraisage dans la direction  $x$ . Il s'exprime par :

$$\alpha_x = \frac{1}{2}[-\cos(2\theta) - 2\theta k_r - k_r \sin(2\theta)]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}, \quad (24)$$

avec :

$$\begin{cases} \phi_{st} = \arccos\left(\frac{A_e}{R} - 1\right) \\ \phi_{ex} = \pi \\ k_r = \frac{K_r}{K_t} \end{cases} \quad (25)$$

avec  $\theta$  l'angle d'engagement radial de l'outil,  $K_r$  le coefficient spécifique de coupe radial,  $R$  le rayon de l'outil,  $A_e$  la profondeur de passe radial. Les angles d'entrée et de sortie dans la matière pour un usinage en avalant sont respectivement  $\phi_{st}$  et  $\phi_{ex}$ . Le coefficient spécifique de coupe radial réduit est noté  $k_r$ .

Pour chaque mode de vibrations  $i$ , la fonction de transfert de la pièce dans la direction  $x$  peut s'exprimer par la fonction suivante :

$$G_x(j\omega_c) = \frac{\omega_i^2}{k_i(\omega_i^2 - \omega_c^2 + j2\xi_i\omega_i\omega_c)}, \quad j^2 = -1, \quad (26)$$

avec  $k_i$ ,  $\xi_i$  et  $\omega_i$  respectivement la raideur modale, le coefficient d'amortissement réduit et la pulsation propre du mode  $i$ . Ici,  $\omega_c$  correspond à la fréquence de broutement.

L'analyse de la stabilité s'effectue alors en recherchant les valeurs propres  $\Lambda$ , solution de l'équation caractéristique suivante :

$$\det([I] + \Lambda[G_x(j\omega_c)]) = 0. \quad (27)$$

Dans le cas particulier de l'usinage de profil avec un système à un seul DDL, il est possible d'avoir directement une expression analytique de la limite de stabilité. La profondeur de passe limite avant l'apparition du broutement s'exprime par :

$$A_{pLim} = \frac{1}{\left(\frac{z}{2\pi}\right)\alpha_x K_t \Re[G_x(j\omega_c)]}, \quad (28)$$

avec  $z$  le nombre de dents de l'outil. La partie réelle de la fonction de transfert  $G_x(j\omega_c)$  s'exprime alors :

$$\Re[G_x(j\omega_c)] = \frac{1}{k_i} \times \frac{1-d^2}{(1-d^2)^2 + 4\xi_i^2 d^2} \quad \text{avec} \quad d = \frac{\omega_c}{\omega_i} \quad (29)$$

Enfin, le lien entre la fréquence de broutement  $\omega_c$  et la vitesse de rotation  $N$  est obtenu à partir de l'expression du déphasage  $\varepsilon$  entre deux passages de dent successifs (figure 30), soit :

$$N = \frac{60\omega_c}{z \left[ 2\pi m_w + 2\pi - 2 \arctan \left( \frac{d^2 - 1}{2\xi_i d} \right) \right]}, \quad (30)$$

avec  $m_w$  le nombre entier d'oscillations entre deux coups de dent. Finalement, les équations (28) et (30) constituent un système d'équations paramétriques de la forme :

$$\{A_p(\omega_c) ; N(\omega_c)\}_{m_w},$$

avec comme variable  $\omega_c$  et  $m_w$ , ce dernier paramètre joue un rôle important, car il permet de dissocier les différents ordres des lobes.

### II.3.3 Adaptation pour l'usinage en bout de la paroi du fond

L'utilisation d'un outil torique modifie légèrement l'analyse présentée dans la partie précédente. En effet, dans le cas de l'usinage en bout l'effort de coupe entraîne principalement une mise en vibrations de la paroi du fond (figure 31). La régénération de la surface est alors liée à la présence de vibrations dans la direction  $z$  [ALT 01].

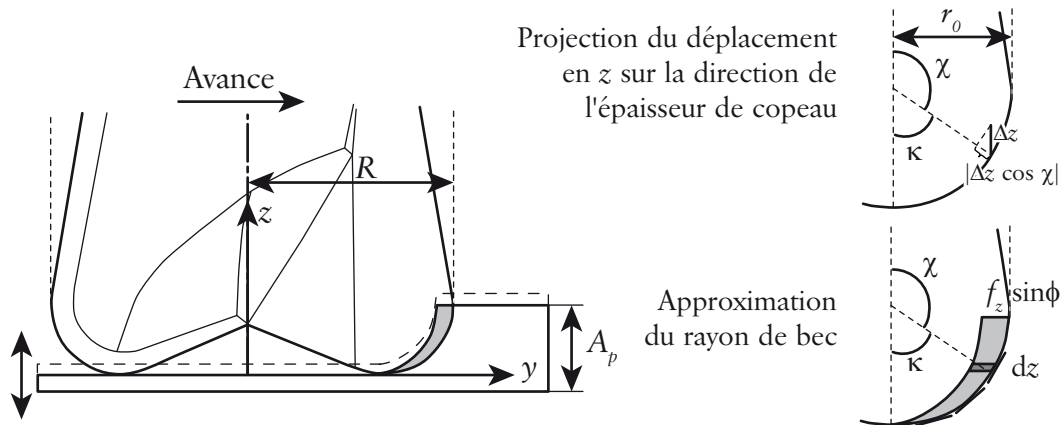


Figure 31 – Modélisation pour la paroi du fond

La partie dynamique de l'épaisseur de copeau est alors la projection des déplacements suivant  $z$ , soit :

$$h(t) = [z(t) - z(t - \tau)] \cos \chi = \Delta z \cos \chi, \quad (31)$$

avec  $\chi$  l'angle d'immersion axiale pour l'outil torique.

Avec un outil ayant un rayon de bec  $r_0$ , l'angle d'immersion axiale  $\chi$  est variable le long de la direction de l'outil (figure 31). De plus, les coefficients spécifiques de coupe évoluent suivant  $A_p$ , car il y a un rayon de bec [CAM 07B].

Afin de prendre en compte ces spécificités, pour chaque incrément  $dz$ , l'angle d'immersion axiale et les coefficients de coupe sont recalculés. L'analyse de la stabilité est ensuite effectuée en calculant les valeurs propres  $\Lambda$ , avec l'équation (27). Dans ce cas, il n'y a plus une expression analytique directe, car le calcul est itératif. La profondeur de passe limite avant l'apparition du broutement nécessite un calcul de valeurs propres :

$$A_{pLim} = -\frac{2\pi}{zK_t} \Re[\Lambda] \left[ 1 + \left( \frac{\Im[\Lambda]}{\Re[\Lambda]} \right)^2 \right]. \quad (32)$$

De la même façon que précédemment, le lien entre la fréquence de broutement et la vitesse de rotation s'exprime par :

$$N = \frac{60\omega_c}{z \left[ 2\pi m_w + \pi - 2 \arctan \left( \frac{\Im[\Lambda]}{\Re[\Lambda]} \right) \right]}. \quad (33)$$

Cette adaptation, pour l'usinage en bout de la paroi du fond, a été faite en collaboration avec Francisco Javier CAMPA [CAM 06] [SEG 08C].

### II.3.4 Prise en compte de l'évolution des paramètres

La modélisation par éléments finis permet de connaître l'évolution des paramètres dynamiques, des cinq premiers modes, au cours de l'usinage, à savoir :

- la fréquence propre,
- la raideur apparente.

La prise en compte de l'évolution de la pièce au cours de son usinage conduit ainsi naturellement à rajouter une troisième dimension au tracé des lobes de stabilité.

Pour l'usinage de la paroi latérale, le tracé des lobes 3D est présenté sur la figure 32. La limite de stabilité est plus importante sur les deux bords de la paroi, proche de l'encastrement ( $A_{pLim} > 5$  mm). Par contre, le centre de la paroi est plus difficile à usiner, car la limite de stabilité est plus faible ( $A_{pLim} < 1$  mm). Ce constat est à rapprocher de la déformée modale, obtenue par éléments finis.

L'utilisation de ce tracé permet d'optimiser la finition de la paroi latérale en choisissant une vitesse de rotation assurant la stabilité de l'usinage. Dans ce cas, une vitesse de rotation de 24 000 tr/min permet d'assurer un usinage stable, avec une profondeur de passe de 5 mm.

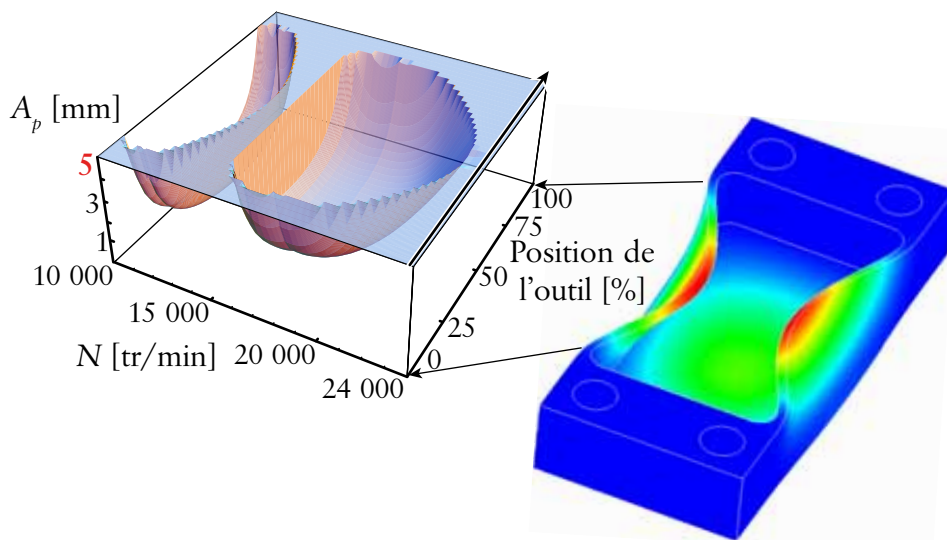


Figure 32 — Lobes de stabilité en 3D pour la paroi latérale (5 premiers modes)

REMARQUE. — Le tracé ainsi obtenu est correct pour un  $A_p$  de 5 mm, car l'enlèvement de matière est pris en compte pour le calcul des paramètres dynamiques. Cependant, pour des conditions de finition, nous avons montré la faible influence de l'enlèvement de matière. Le tracé est alors une bonne approximation pour les différents  $A_p$ .

De la même façon, des lobes de stabilité 3D ont été obtenus pour l'opération d'usinage sur le fond de la poche. Ce tracé prend en compte, le parcours d'outil utilisé, l'évolution des fréquences propres et de la raideur apparente (5 premiers modes). Pour le parcours d'outil de type *parallèle*, les lobes de stabilité montrent beaucoup plus d'évolution, due aux multiples passes et à la présence de plusieurs modes (figure 33). Contrairement au tracé précédent, il est difficile de sélectionner une vitesse de rotation optimale pour tout l'usinage. En effet, les rares fenêtres optimales sont très étroites, voire inexistantes au début de l'usinage.

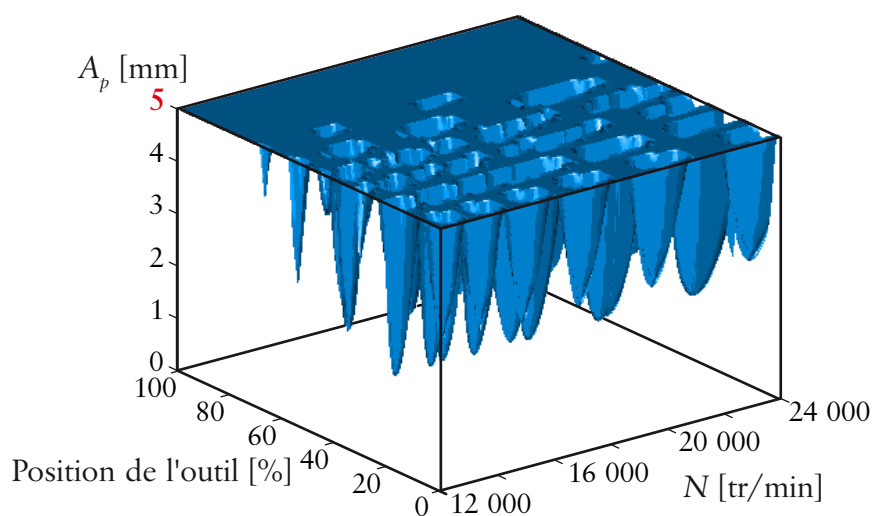


Figure 33 — Lobes de stabilité en 3D pour le fond avec le parcours *parallèle*

L'utilisation du parcours d'outil de type *concentrique* permet d'obtenir des lobes de stabilité possédant des fenêtres optimales plus larges (figure 34). Au début, l'usinage au centre de la paroi du fond est toujours difficile, car la zone est très souple, mais il existe des vitesses optimales. La fin de l'usinage ne présente pas de difficulté particulière, car l'outil se situe sur le pourtour de la pièce, zone beaucoup plus rigide. Ainsi, les lobes de stabilité sont plus élevés.

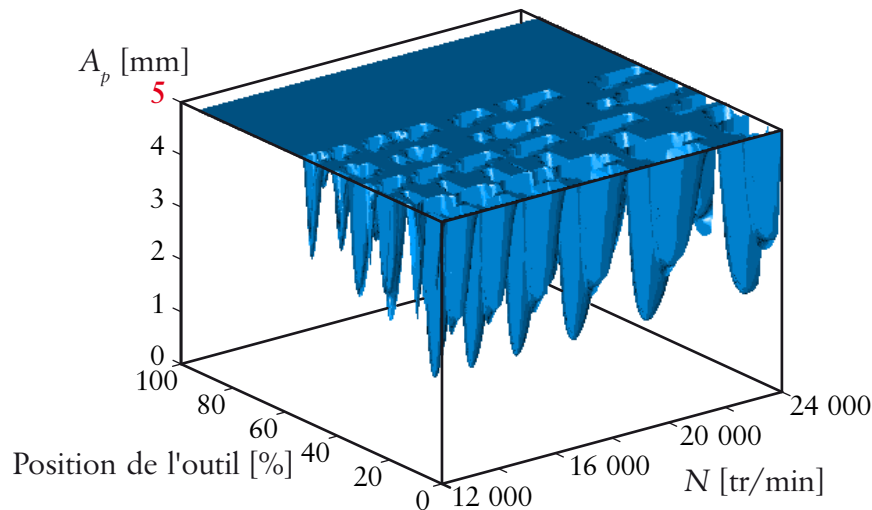


Figure 34 – Lobes de stabilité en 3D pour le fond avec le parcours *concentrique*

Pour augmenter la stabilité d'un usinage sur une pièce à parois fines, il est indispensable de maximiser la raideur apparente. C'est notamment pour cela que la stratégie de type *concentrique* autorise des gains plus importants. Dans la suite de l'étude, nous allons donc nous focaliser uniquement sur ce parcours.

La prise en compte de l'enlèvement de matière implique de connaître *a priori* l'engagement de l'outil depuis le début de l'usinage. Ici, le tracé des lobes 3D est alors correct uniquement pour une profondeur de passe de 5 mm utilisée pendant tout l'usinage. Afin de simplifier la représentation, nous avons effectué une coupe dans la figure 34, pour  $A_p = 5$  mm. Cette nouvelle carte de stabilité ne permet plus de choisir la profondeur de passe, la seule variable d'ajustement est la vitesse de rotation (figure 35).

Pour l'usinage du fond de la poche, nous constatons ici qu'il n'existe pas une vitesse de rotation unique permettant d'usiner correctement toute la pièce. En effet, il est nécessaire de changer la vitesse de rotation entre différentes passes afin d'assurer globalement la stabilité de l'opération d'usinage.

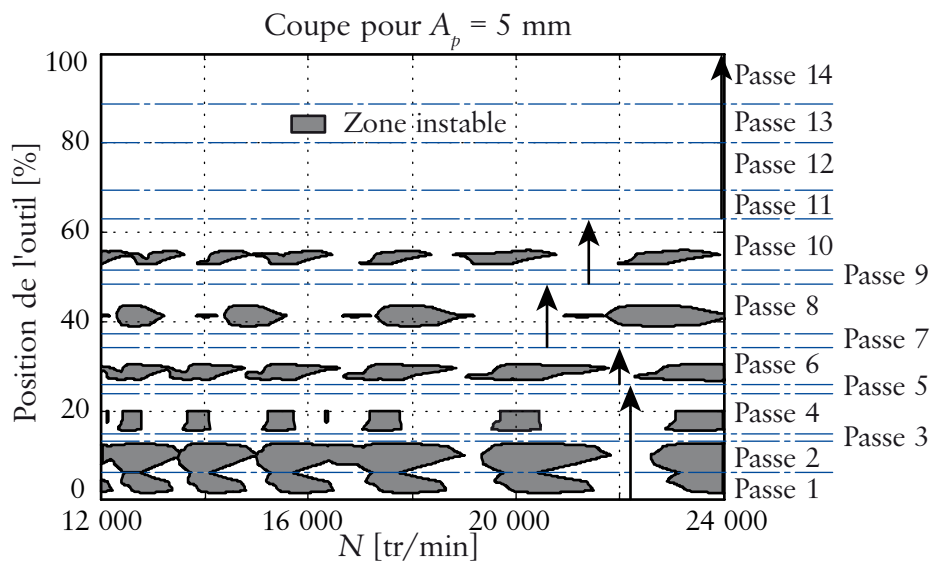
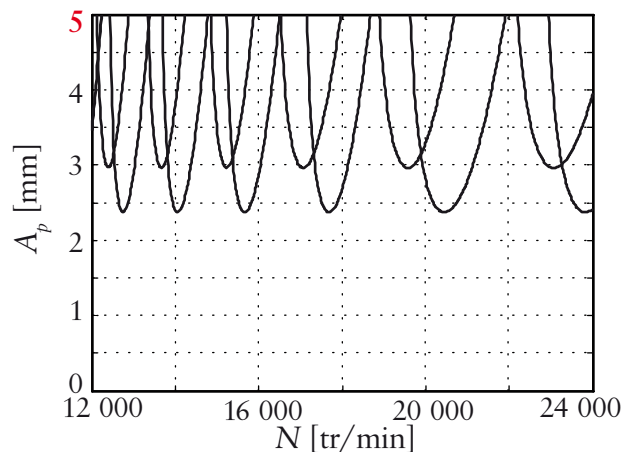


Figure 35 – Choix des vitesses de rotation : coupe dans les lobes 3D

Lors de l'analyse plus précise de la passe 6, nous constatons que la fenêtre optimale dans les lobes de stabilité est très étroite pour une profondeur de passe de 5 mm (figure 36). Il est difficile de garantir la stabilité de l'usinage, compte tenu des imprécisions de la modélisation et de la variabilité des paramètres tels que l'amortissement.

Figure 36 – Lobes de stabilité sans vitesse optimale pour  $A_p = 5$  mm, passe 6

À la suite de l'adaptation d'une approche classique permettant de tracer les lobes de stabilité, nous avons pu intégrer l'évolution du comportement dynamique de la pièce, au cours de son usinage, à travers la construction de lobes de stabilité en 3D. La sélection de vitesse de rotation optimale permet globalement d'améliorer la stabilité d'une opération d'usinage, mais localement, il subsiste des passes dont l'optimisation est difficile. Nous avons également mis en avant l'impact du parcours de l'outil sur la stabilité de l'usinage. Cependant, l'exploration méthodique d'un grand nombre de parcours d'outil par rapport aux lobes de stabilité est une piste d'investigation à approfondir.

## II.4 Étude expérimentale

Cette partie présente l'étude expérimentale pour l'usinage de la pièce en forme de poche. L'objectif est d'appliquer les résultats des modélisations précédentes afin d'optimiser l'usinage de la pièce.

Dans la partie II.4.1, nous présentons le montage expérimental et les usinages effectués. Dans la partie suivante, nous analysons plus en détail le comportement de la paroi du fond. Enfin, dans la partie II.4.3, nous présentons les résultats pour la paroi latérale.

### II.4.1 Montage expérimental

Les essais d'usinage sont effectués sur un centre d'usinage grande vitesse trois axes, de type Kondia HS-1000, avec une broche 24 000 tr/min de 18 kW. Cette machine est située dans l'atelier de l'Université du Pays Basque à Bilbao. D'autres essais ont également été effectués sur un centre d'usinage à Tarbes (cf. Annexe A, page 159).

Le montage expérimental est présenté sur la figure 37. Les fixations de la pièce sont disposées de façon à ne pas contraindre le mouvement des parois latérales et de fond. Enfin, le matériau de la pièce est un alliage d'aluminium aéronautique de type 7 075 T6.

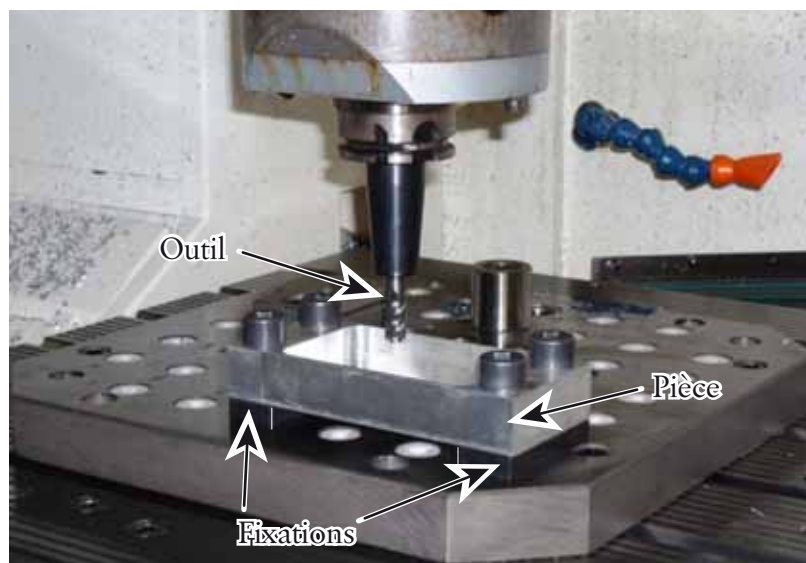


Figure 37 – Montage expérimental

Dans un premier temps, la poche est évidée en utilisant le parcours le plus intéressant du point de vue vibratoire, c'est-à-dire le *balayage concentrique sortant*. L'usinage du fond est alors effectué avec un outil carbure à 2 dents, ayant un diamètre de 16 mm, un angle d'hélice de 30° et un rayon de bec de 2,5 mm. Pour la partie rayonnée de l'outil,  $K_t = 1\,723 - 369 \times z$  MPa,  $K_r = 558 - 198 \times z$  MPa et  $K_a = 48 - 52 \times z$  MPa, sur la partie cylindrique, les coefficients de coupe sont constants, soit  $K_t = 804$  MPa,  $K_r = 65$  MPa et



$K_a = 174$  MPa [CAM 07B]. L'avance à la dent est de 0,05 mm/dent, avec une profondeur de passe axiale de 5 mm. Un premier essai (A) est effectué, suivant les recommandations du fabricant d'outils, à 24 000 tr/min. Ces conditions de coupe permettent d'avoir une vitesse de coupe optimale pour de l'aluminium. Un second essai (B) utilise les résultats des lobes de stabilité afin de sélectionner la vitesse de rotation optimale sur chaque passe (cf. figure 35, page 58). Les vitesses de rotation utilisées sont rassemblées dans le tableau 1.

Tableau 1 – Vitesse de rotation pour l'usinage du fond, essai (B)

Numéro de passe	Engagement radial $A_e$ [mm]	Vitesse de rotation $N$ [tr/min]
1 – 2	16,00	22 250
3 – 5	9,63	22 250
6	9,63	22 000
7 – 8	9,63	20 750
9 – 10	9,63	21 300
11 – 15	9,63	24 000

REMARQUE. – L'optimisation de la vitesse de rotation, afin d'augmenter la stabilité, induit une baisse inévitable de la productivité.

Dans un second temps, les parois latérales sont usinées en finition avec une immersion radiale de 0,1 mm, une avance à la dent de 0,05 mm/dent et une profondeur de passe de 5 mm. La vitesse de rotation de 24 000 tr/min est choisie avec les lobes de stabilité (cf. figure 32, page 56). L'outil est une fraise monobloc en carbure ayant 4 dents, un diamètre de 12 mm, un angle d'hélice de 45° et un rayon de bec de 0,15 mm. Les coefficients de coupe correspondants ont été choisis en cohérence avec les données de la bibliographie [CAM 07B], soit :  $K_t = 700$  MPa et  $k_r = 0,3$ .

## II.4.2 Analyse des résultats pour la paroi du fond

Bien souvent, pour un industriel, la détection des vibrations régénératives passe par l'analyse visuelle de la pièce. La présence d'un état de surface dégradé dénote alors la présence de vibrations. Dans un premier temps, nous analysons la surface usinée en utilisant notamment la rugosité et le défaut de planéité de la surface. Dans un deuxième temps, nous utilisons des mesures vibratoires afin d'analyser plus précisément le comportement de la pièce.

### II.4.2.1 État de surface

La photographie de deux pièces ainsi usinées est présentée sur la figure 38. La pièce usinée avec la vitesse de rotation maximale (A) présente globalement un état de surface dégradé,

mais la dégradation est d'autant plus importante que l'on se situe au centre de la pièce. Par contre, l'utilisation d'une vitesse de rotation optimale (B) permet d'améliorer l'état de surface sur pratiquement toute la pièce. Cependant, nous constatons la présence de vibrations sur certaines zones très localisées.

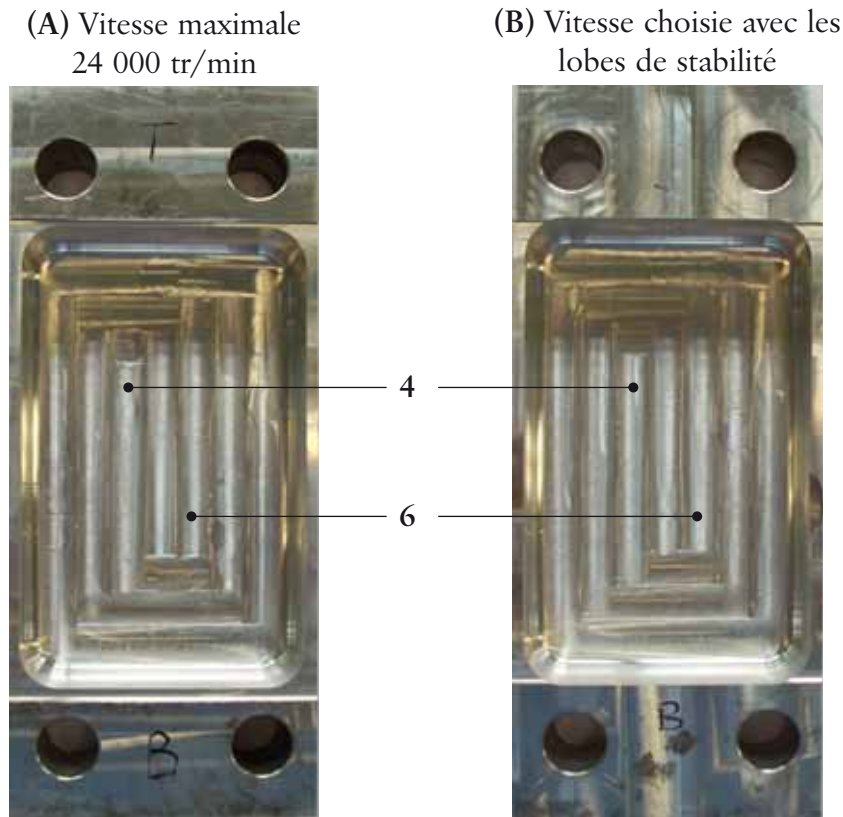


Figure 38 – Photographie des pièces usinées

Afin de quantifier plus précisément l'état de surface des pièces usinées, nous avons choisi de faire des relevés de rugosité et de planéité sur deux passes particulières : la passe 4 et 6. La rugosité est quantifiée avec le critère de rugosité arithmétique  $R_a$ . Cette mesure est très facile à mettre en œuvre, bien qu'imparfaite, elle permet rapidement d'obtenir une valeur de rugosité. Le défaut de planéité est obtenu avec une machine à mesurer tridimensionnelle. La valeur exprimée est alors l'écart par rapport au plan moyen créé à partir des quatre coins de la surface du fond.

Les résultats, ainsi obtenus pour l'usinage de la passe 4, sont présentés sur la [figure 39](#). L'utilisation d'une vitesse de rotation optimale permet de réduire fortement la rugosité d'un facteur 4. L'essai (A) présente un état de surface dégradé, mais évolutif au cours de la passe, le  $R_a$  passe de  $1,5 \mu\text{m}$  à  $4,2 \mu\text{m}$ . Par contre pour l'essai (B) la rugosité est pratiquement constante sur toute la passe, avec une valeur inférieure à  $1 \mu\text{m}$ .

L'erreur de planéité est légèrement plus importante pour l'essai (B), utilisant la vitesse de rotation optimale. L'essai (A) à vitesse maximale possède alors une erreur de planéité un peu plus faible. En effet, l'utilisation des fenêtres optimales dans les lobes de stabilité

engendre des vibrations forcées, augmentant légèrement l'erreur de planéité, mais affectant peu la rugosité.

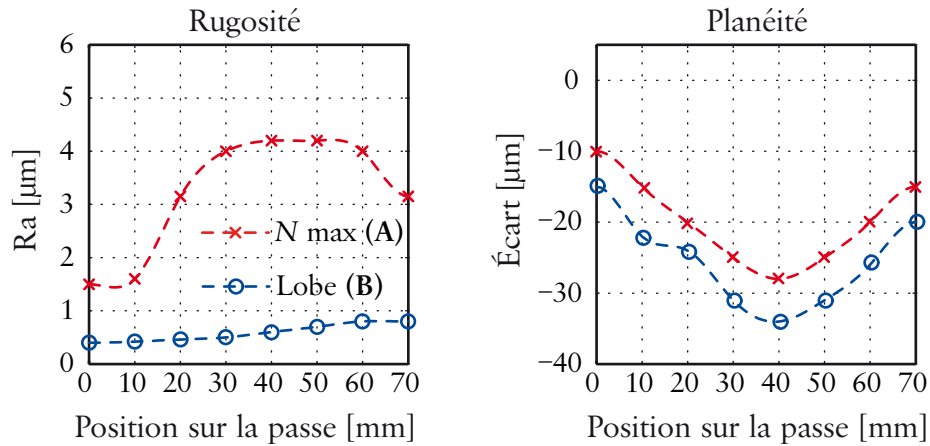


Figure 39 – Résultats sur la passe 4

Les résultats sur la passe 6 montrent peu de différence entre les deux usinages (figure 40). La rugosité au sein de la passe est pratiquement la même cette fois. Nous constatons également, une très forte évolution de l'état de surface entre le début et la fin de l'usinage. De même, l'écart de planéité est similaire pour les deux usinages. Dans ce cas, l'utilisation des lobes de stabilité n'apporte pas de gain sur la surface usinée. En effet, la fenêtre optimale dans les lobes de stabilité est très petite et compte tenu des imprécisions de modélisation, elle est en fait inaccessible (cf. figure 36, page 58). Il est alors impossible d'optimiser cette passe d'usinage en utilisant les lobes de stabilité.

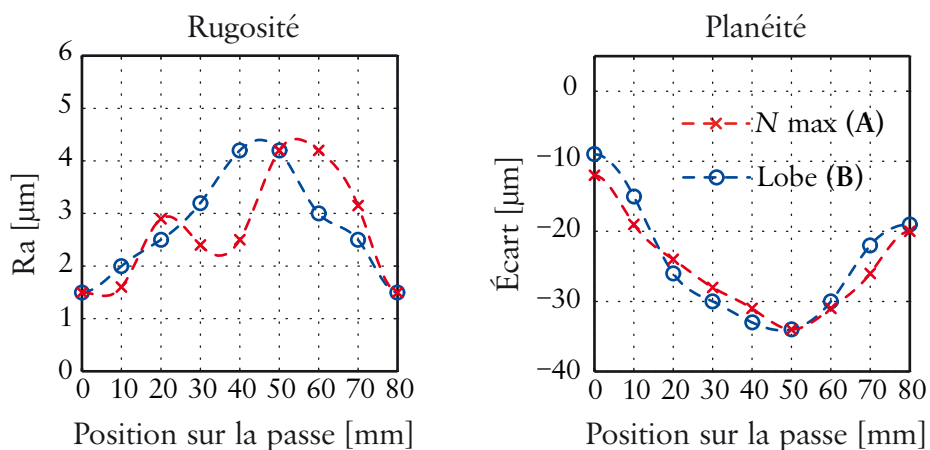
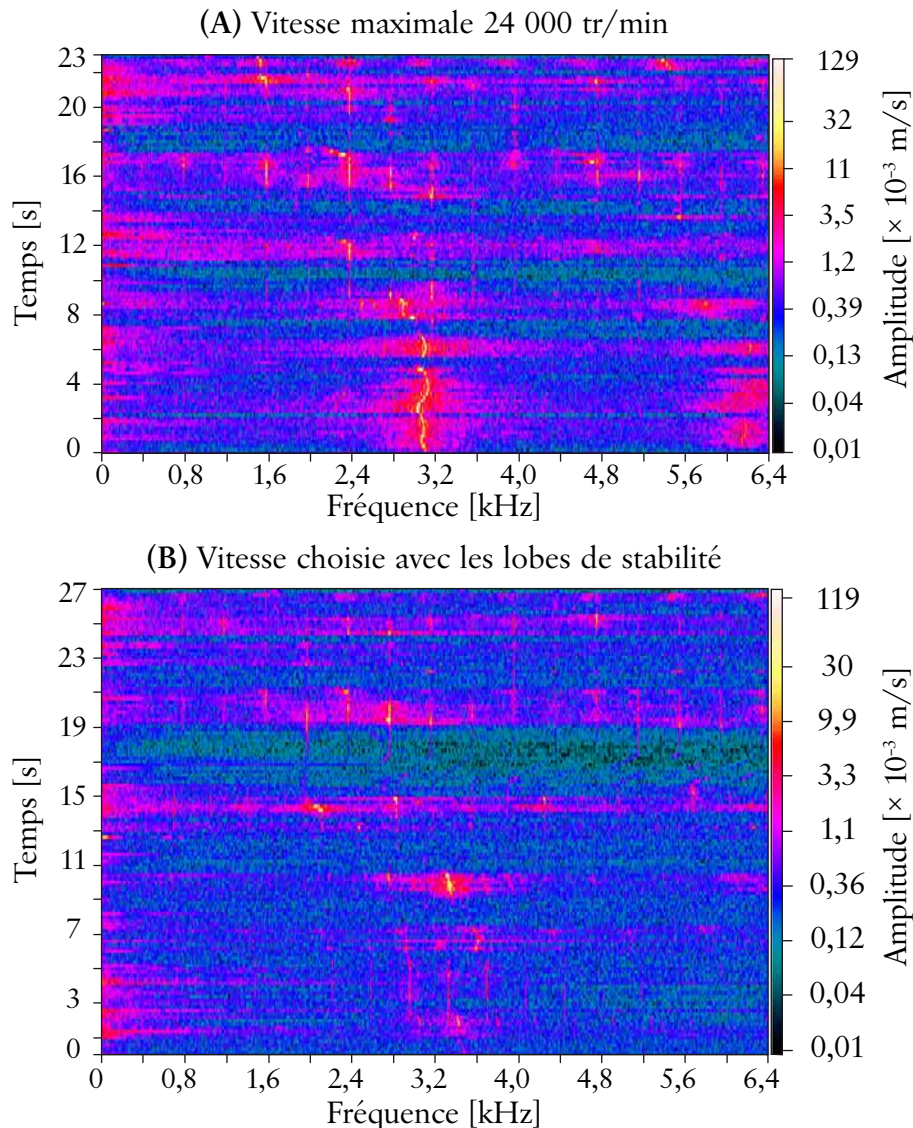


Figure 40 – Résultats sur la passe 6

### II.4.2.2 Niveau vibratoire

Des mesures vibratoires ont été effectuées avec un vélocimètre laser. Cet instrument permet de mesurer la vitesse de vibration d'un point précis de la pièce (cf. Annexe A, page 159). L'utilisation de la transformée de Fourier permet ensuite de tracer le spectre fréquentiel du

signal (FFT), afin de connaître les fréquences mesurées à un instant donné. Afin d'avoir une information plus précise, nous effectuons plusieurs analyses fréquentielles en cascade afin d'observer l'évolution des fréquences de vibrations au cours de l'usinage. Le résultat se présente sous la forme d'un spectrogramme (figure 41), l'amplitude de la FFT est donnée en fonction des fréquences de vibrations (abscisse) et du temps (ordonnée).



L'essai (A) présente globalement un niveau vibratoire plus élevé que l'essai (B). Pendant le début de l'usinage (environ 10 s) une fréquence d'environ 3,1 kHz domine le spectre de l'essai (A). Il est curieux de constater une oscillation autour de cette fréquence de vibration, la diminution monotone des fréquences propres ne permet pas d'expliquer l'augmentation et la diminution assez marquée de cette fréquence majoritaire. Cette fréquence correspond clairement au phénomène de broutement, cette partie de l'usinage est alors fortement instable. Sur la fin de l'usinage (entre 10 s et 23 s), le spectre est essentiellement marqué par les harmoniques de la fréquence de passage des dents, ce qui s'interprète classiquement

comme des vibrations forcées. Nous retrouvons alors des lignes bien verticales sur le spectrogramme.

En comparaison, l'essai (B) ne présente plus de fréquence majoritaire pendant le début de l'usinage (environ 8 s). Le spectre fréquentiel est marqué par plusieurs fréquences correspondant à la fréquence de passage des dents de l'outil. L'utilisation de la vitesse de rotation optimale permet donc d'éviter le broutement, sur cette partie de l'usinage. Par contre, entre 9 s et 11 s, le spectre présente une fréquence de broutement dont l'amplitude est importante. Cette zone correspond à la passe 6, où l'état de surface est fortement dégradé. Ces résultats corrént bien l'analyse effectuée dans la partie précédente. La fin de l'usinage est ensuite caractérisée par les harmoniques de la fréquence de passage des dents. La vitesse de rotation étant adaptée pour les différentes passes, nous retrouvons des lignes verticales dont l'espacement varie en fonction de la vitesse de rotation utilisée.

### II.4.3 Analyse des résultats pour la paroi latérale

L'usinage de la paroi latérale est effectué suivant les conditions de coupe mentionnées dans le paragraphe II.4.1. Une photographie de la surface usinée est présentée sur la [figure 42](#). Pour une profondeur de passe de 5 mm, l'usinage devait être stable, cependant, cet usinage est instable. La surface usinée présente alors de fortes marques au centre de la paroi, zone la plus souple. Ce résultat corréle quand même qualitativement le tracé des lobes 3D. L'usinage est forcément plus délicat au centre de la paroi, car la raideur apparente est beaucoup plus faible que sur les extrémités.

La réduction de la profondeur de passe à 3 mm permet de retrouver un usinage stable, avec une surface usinée non marquée. Ces essais permettent simplement de mettre en avant une légère imprécision dans le tracé des lobes de stabilité. La limite de stabilité pratique est inférieure à la limite de stabilité théorique.

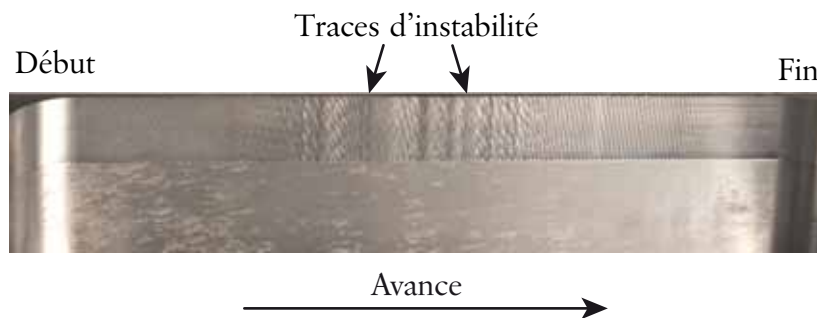


Figure 42 – Paroi latérale

Pour conclure, la paroi latérale est globalement une paroi encastrée sur trois de ses quatre côtés. En raison de la présence de ces encastrements, la zone centrale est particulièrement difficile à usiner, car elle est très souple. Le tracé des lobes de stabilité en 3D permet très clairement de mettre en avant ce comportement. Cependant, il reste des sources d'impré-

cision qui peuvent s'expliquer notamment par l'utilisation d'une loi de coupe linéaire pour une faible épaisseur de copeau [LAP 02] [PAR 07B].

## II.5 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était d'évaluer une approche concrète permettant d'optimiser l'usinage d'une pièce réelle face au problème de broutement. Pour cela, nous avons défini une procédure itérative utilisant le calcul éléments finis et l'analyse de la stabilité.

Le calcul des paramètres dynamiques de la pièce, au cours de son usinage, nécessite la mise en place d'une modélisation par éléments finis. Compte tenu du nombre important de calculs à effectuer, nous avons privilégié une modélisation en plaque 2D. Les temps de calcul sont alors fortement réduits et il est possible de les automatiser en partie (passe par passe).

Au cours de l'usinage, les fréquences propres et les raideurs apparentes des modes évoluent à cause de l'enlèvement de matière et de la position de l'outil. L'utilisation des lobes de stabilité 3D permet alors d'intégrer ces aspects et de choisir des conditions de coupe assurant la stabilité de l'usinage. De plus, le choix d'un parcours d'outil augmentant la raideur apparente permet d'améliorer la stabilité d'un usinage. Cependant, du fait de la multiplicité des modes de vibrations présents, dans certains cas, il est très difficile de choisir une vitesse de rotation optimale.

L'étude expérimentale a permis de valider l'utilisation des lobes de stabilité. L'utilisation d'une vitesse de rotation optimale permet de réduire le niveau vibratoire et la rugosité sur la pièce, par contre l'erreur de planéité n'est pas réduite. Cependant, cette approche attrayante ne peut être généralisée, car dans certains cas il n'y a pas de vitesse optimale et l'usinage est alors fortement instable. Le comportement fréquentiel est alors très complexe, car les fréquences de broutement évoluent très rapidement. De plus, l'état de surface devient variable le long d'une passe. La transposition sur des pièces réelles révèle alors un comportement évolutif, qu'il convient d'étudier plus en détail.

Dans la suite de ce manuscrit, nous allons donc développer les points suivants :

- Amélioration de la modélisation au sein même d'une passe d'usinage afin de mieux comprendre le comportement évolutif observé.
- Développement d'une solution d'optimisation par variation continue de la vitesse de rotation, lorsque l'utilisation de la vitesse de rotation optimale n'est plus possible.





# Chapitre III

---

## Amélioration de la modélisation au sein d'une passe d'usinage

---

LE CHAPITRE précédent a permis de mettre en évidence des phénomènes conduisant à des évolutions très rapides des états de surface, au sein même d'une passe d'usinage, sur une paroi mince. Dans ce chapitre, nous allons analyser le comportement d'une paroi mince pendant une simple passe de contournage. Cette étude nous conduira notamment à intégrer les non-linéarités dans une modélisation afin d'améliorer la qualité des résultats obtenus. Une partie de ces travaux ont été publiés dans l'article [\[SEG 08A\]](#).

Dans la première partie de ce chapitre, nous montrons les limites des approches classiques, basées sur l'étude de la stabilité, dans le cas des parois minces. Nous montrons notamment qu'il est indispensable de modéliser les interactions modales, caractérisées par un changement du mode de vibrations, pour rendre compte des observations.

La deuxième partie est consacrée à la présentation de la modélisation mise en œuvre. Nous insistons sur les hypothèses nécessaires et suffisantes, afin de reproduire le comportement réel d'une paroi mince.

Dans la troisième partie, nous présentons les simulations effectuées avec le modèle développé. Plusieurs cas d'études sont traités afin de montrer clairement l'influence des différentes hypothèses utilisées dans le modèle. Nous montrons ainsi la nécessité absolue de prendre en compte les non-linéarités inhérentes à l'usinage. Le talonnage et la sortie de la coupe sont alors indispensables afin d'obtenir des déplacements cohérents avec les mesures.

La quatrième partie est consacrée à l'étude expérimentale de l'usinage d'une paroi mince. L'analyse approfondie porte sur l'état de surface, les fréquences de vibrations et le déplacement de la paroi, afin de corréler les résultats de simulation et de proposer une nouvelle interprétation des états de surface évolutifs.

Enfin, nous concluons ce chapitre en synthétisant les principaux apports de ce travail.



## III.1 Limites des approches classiques

Dans cette partie, nous mettons en avant les limites des approches classiques, c'est-à-dire les lobes de stabilité, dans le cas de l'usinage de parois minces.

Dans la partie III.1.1, nous présentons la pièce étudiée. La partie III.1.2 est consacrée au calcul des paramètres dynamiques de la pièce, par calcul éléments finis. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus en utilisant les lobes de stabilité. Enfin, nous faisons le bilan sur les limites des approches classiques.

### III.1.1 Pièce étudiée

Dans le domaine aéronautique, les parois minces apparaissent notamment dans la composition des pales de compresseur et turboréacteur. Elles se présentent souvent sous la forme de pales minces encastrées d'un seul côté. Nous avons donc choisi d'étudier le comportement de parois minces en alliage d'aluminium de type 2 017 A, réalisées par usinage grande vitesse et représentatives de ce type de pièce industrielle (figure 43).

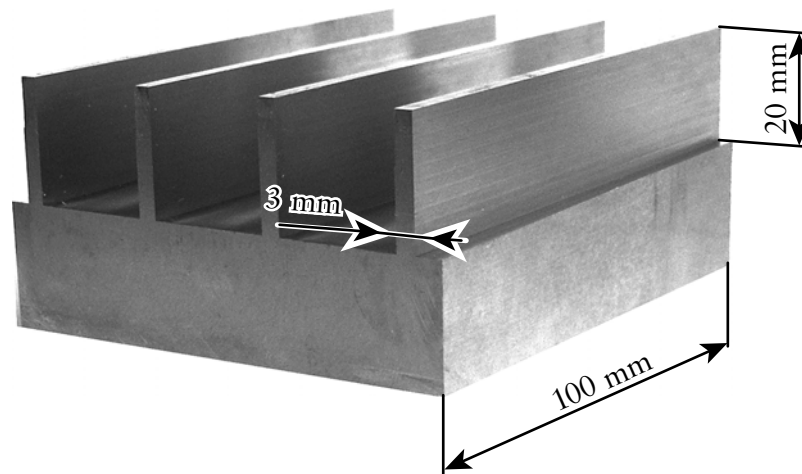


Figure 43 – Paroi mince étudiée

Dans un contexte industriel, les problèmes de broutement sont très souvent observés durant la fabrication de la pièce, ils sont alors un obstacle pour l'augmentation de la productivité. Afin de réduire les surcoûts, au stade de la fabrication, il est très difficile de modifier beaucoup de paramètres. La vitesse de rotation de l'outil reste l'un des paramètres les plus importants et les plus efficaces pour limiter les phénomènes vibratoires. Aussi, afin d'explorer les solutions utilisables en milieu industriel, nous nous sommes autorisés à modifier uniquement la vitesse de rotation. Tous les autres paramètres, tels que la géométrie de la pièce, l'outil coupant, etc., ont été fixés. Les dimensions de la paroi sont présentées sur la figure 43, l'engagement de l'outil est défini par l'engagement axial  $A_p = 10$  mm, l'engagement radial  $A_e = 0,2$  mm et l'avance à la dent  $f_z = 0,05$  mm/dent.

### III.1.2 Calculs éléments finis

Cette pièce possède un comportement dynamique très riche. Elle possède une infinité de modes propres (fréquence, raideur et amortissement), associés à différentes déformées modales. Un modèle éléments finis utilisant le logiciel I-DEAS® a été mis au point afin de calculer les caractéristiques dynamiques de la paroi.

Le modèle retenu est finalement réalisé en 2D avec des éléments de plaque (figure 44). Cette hypothèse se prête bien aux parois minces, de plus, les résultats obtenus sont équivalents avec ceux du modèle 3D. La pièce a été maillée avec des éléments triangulaires à 6 nœuds avec une interpolation quadratique. Une étude de convergence a permis de fixer le nombre d'éléments à 653 nœuds afin d'obtenir une erreur de calcul inférieure à 0,15 %.

Le modèle a été recalé afin de correspondre parfaitement avec les fréquences réellement mesurées sur la pièce. Les conditions aux limites réelles sont difficiles à reproduire, car l'encastrement réel n'est pas exactement connu sur la pièce. Les conditions d'encastrements introduites dans le modèle étant parfaites, la variable d'ajustement utilisée, pour affiner la modélisation de l'encastrement, est la position de l'encastrement parfait, ce qui revient à modifier la hauteur effective de la paroi. En pratique, la hauteur de la paroi du modèle éléments finis a été augmentée de 0,5 mm afin de corrélérer au mieux avec le comportement mesuré par sonnage.

Le modèle permet de calculer la fréquence propre  $f_i$ , la raideur modale  $k_i$  et la déformée modale  $\varphi_i$  du mode  $i$ . La déformée modale est normalisée à l'unité, elle est ainsi directement utilisée pour calculer (cf. II.2, page 42) la raideur modale au point le plus flexible, c'est-à-dire au coin libre A de la paroi (figure 44).

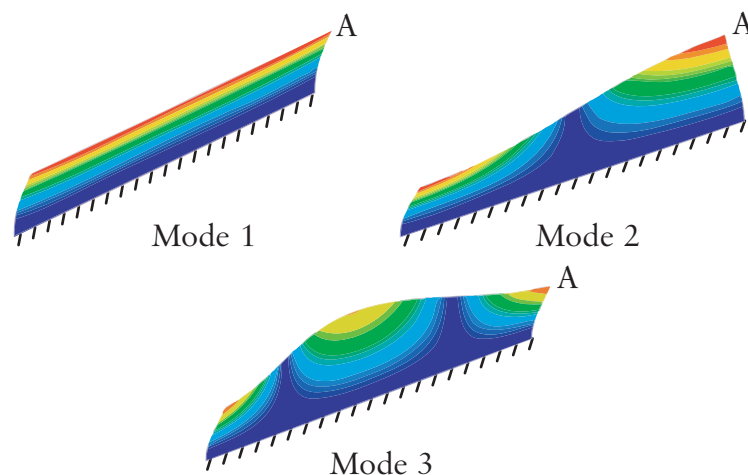


Figure 44 – Déformées modales obtenues par calcul éléments finis

Les ventres et les nœuds de vibrations sont aussi représentés sur les déformées modales (figure 44).

Les caractéristiques dynamiques des trois premiers modes de la pièce sont rassemblées dans le [tableau 2](#). Nous verrons par la suite (cf. [III.1.3, page 71](#)), qu'ils sont les seuls à limiter la stabilité du système. Le coefficient d'amortissement réduit  $\xi_j$  a été obtenu uniquement par mesure, car il est difficile de le prédire par calcul.

Tableau 2 – Caractéristiques dynamiques de la pièce

Mode	$f_i$ [Hz]	$k_i$ [N/m]	$\xi_j$ [%]
1	5 919	$5,8 \times 10^6$	0,16
2	6 441	$3,4 \times 10^6$	0,11
3	8 029	$4,4 \times 10^6$	0,07

Les fréquences propres ont été évaluées sur la pièce avant usinage. Nous avons ensuite réitéré les calculs en considérant la perte progressive de masse produite par l'usinage ([figure 45](#)). L'écart maximum intervient sur la fréquence du mode 1 avec une variation de 2,5 %, la fréquence du mode 2 n'est affectée que de 1,5 % et celle du mode 3 est très peu modifiée avec seulement 0,5 %. Il est à noter que l'amortissement correspondant n'est pas modifié, les sonnages avant et après usinage ont donné les mêmes valeurs.

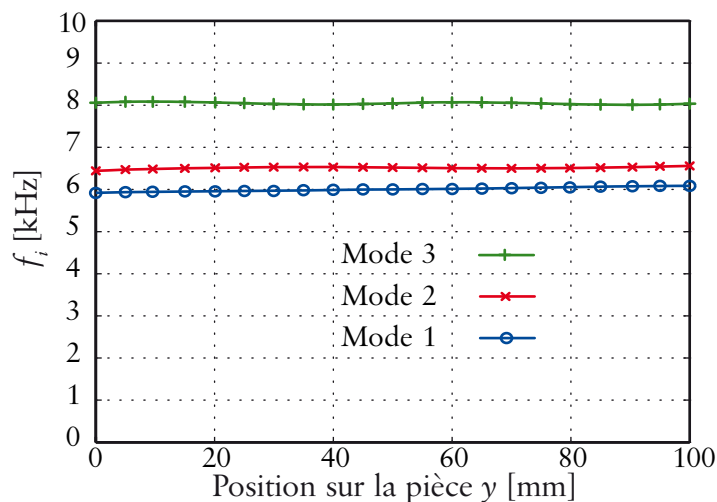


Figure 45 – Influence de l'enlèvement de matière sur les fréquences propres

Souvent en finition, l'enlèvement de matière est négligeable par rapport aux autres phénomènes (déformée modale, talonnage, etc.). Dans la suite de l'étude, nous ferons l'hypothèse que les paramètres dynamiques sont constants pendant l'usinage.

### III.1.3 Lobes de stabilité

L'optimisation de la vitesse de rotation, pour le contournage de cette paroi mince, nécessite de tracer une carte de stabilité. Pour cela, nous utilisons directement les résultats présentés et justifiés dans la partie analyse de la stabilité du chapitre II (cf. II.3, page 51).

#### III.1.3.1 Lobes 2D

Dans l'approche retenue ici, les différents modes de vibrations sont découplés par hypothèse. Le tracé final est alors la superposition du tracé obtenu pour chaque mode de vibration de la pièce. Les lobes de stabilité obtenus pour un usinage en avalant sont présentés sur la figure 46. L'outil de diamètre 12 mm possède 4 dents et un engagement radial ( $A_p$ ) de 0,2 mm. Compte tenu de la difficulté à obtenir des coefficients spécifiques de coupe pour un très faible engagement radial, ils ont été ici simplement choisis en cohérence avec la bibliographie [GRA 05], soit :  $K_t = 400$  MPa et  $k_r = 0,1$ . Les paramètres dynamiques sont présentés dans le tableau 2.

La prise en compte des trois premiers modes suffit pour obtenir la limite inférieure du tracé (figure 46). Les modes d'ordre supérieur ont une raideur beaucoup plus importante, leur utilisation ne modifie pas le tracé présenté. Dans un souci de simplicité, ils ne sont pas intégrés à la modélisation.

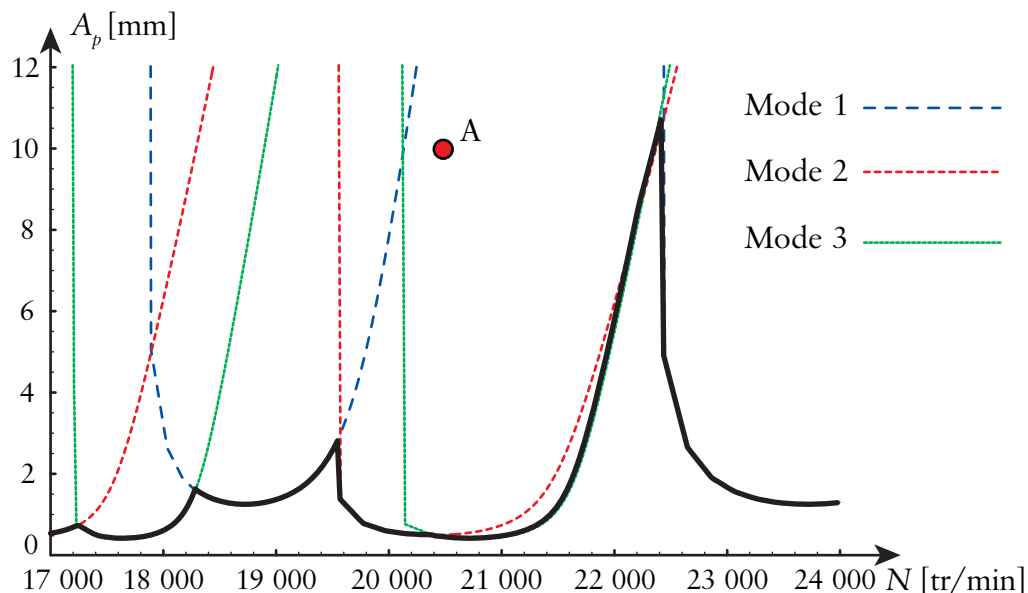


Figure 46 – Lobes de stabilité

L'utilisation de ce tracé permet de choisir une vitesse de rotation optimale. Par exemple, pour une profondeur de passe de 10 mm, une vitesse de rotation de 22 250 tr/min permet en théorie d'obtenir un usinage stable.

Au contraire, l'essai A (figure 46), avec une vitesse de rotation de 20 500 tr/min et une profondeur de passe de 10 mm, entraîne le franchissement de la limite de stabilité de deuxième et du troisième mode. Cet usinage instable fait intervenir ces deux modes de broutement pendant tout l'usinage. La prédominance d'un mode sur l'autre ou encore leur cohabitation, n'est pas quantifiée avec cette approche. En effet, ce tracé se limite à étudier uniquement le caractère stable ou instable d'un usinage, ce qui ne permet pas de quantifier la contribution de chaque mode. En pratique, les essais d'usinage du chapitre II ont montré des fréquences de broutement évoluant au cours de l'usinage.

### III.1.3.2 Lobes 3D

Les lobes de stabilité ont été tracés avec les paramètres calculés au seul point libre A, en  $y = 0$  mm. Dans cette partie, nous allons prendre en compte la forme modale afin de prendre en compte le déplacement de l'outil le long de la pièce, ce qui conduit à tracer des lobes 3D.

La forme modale de la pièce entraîne une variation de la raideur apparente [THE 06B]. Le calcul de la raideur apparente est effectué avec les résultats présentés dans la partie calcul éléments finis du chapitre II (cf. II.2, page 42). Les lobes de stabilité en 3D, ainsi obtenus, sont présentés sur la figure 47. Dans un souci de lisibilité, seule la raideur apparente du deuxième mode a été utilisée pour la représentation.

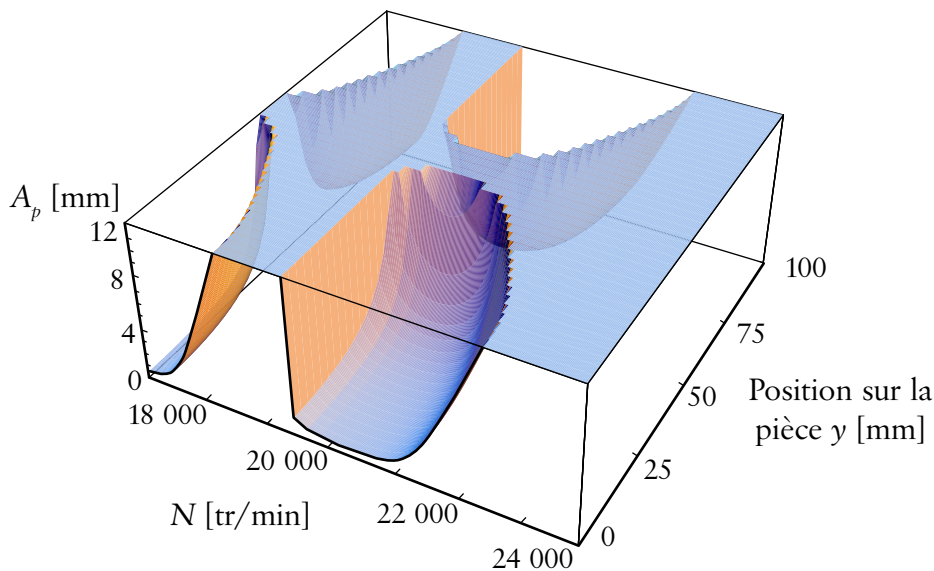


Figure 47 – Lobes de stabilité en 3D, avec prise en compte de la forme propre du deuxième mode

La prise en compte de la déformée modale, dans le tracé des lobes, permet de mettre en évidence le rôle de la position de l'outil sur la pièce. En effet, le passage de l'outil sur le nœud du deuxième mode, au centre de la pièce ( $y = 50$  mm), induit une limite de stabilité

très importante (supérieure à 12 mm). Par contre, en  $y = 0$  mm et  $y = 100$  mm, l'usinage sur le ventre du mode induit, cette fois, une limite de stabilité beaucoup plus faible.

Cette approche s'avère très intéressante lorsque les modes de vibrations sont bien séparés et lorsque l'on excite essentiellement un seul mode [THE 06A].

Dans la littérature, à notre connaissance, la généralisation de ce tracé pour tous les modes de vibration utilise toujours l'hypothèse de découplage modal. Le tracé final est constitué par le minimum de l'ensemble des lobes 3D obtenus pour chaque mode de vibration. Là encore, il est impossible de prévoir la prédominance ou la cohabitation des modes de vibrations, car ce tracé se limite à étudier uniquement le caractère stable ou instable d'un usinage.

### III.1.4 Bilan

À la suite d'une rapide présentation de la paroi mince étudiée, nous avons obtenu l'évolution des paramètres dynamiques par une modélisation utilisant les éléments finis. Avec les conditions de finition utilisées ici, l'enlèvement de matière est très faible, son influence sur les caractéristiques dynamiques est alors négligeable. L'analyse de la stabilité permet d'obtenir une vitesse de rotation assurant un usinage théoriquement stable. Par contre, si l'on se place dans le cas d'un usinage instable, les lobes permettent uniquement de connaître les modes qui sont susceptibles de vibrer. Il est notamment impossible de prévoir la prédominance d'un mode sur l'autre ou bien leur cohabitation, car le calcul vise uniquement à prédire le caractère stable ou instable de l'usinage. La prise en compte de la déformée modale, avec des lobes 3D, permet de mettre en avant le rôle de la position de l'outil, mais n'apporte pas plus d'informations sur la prédominance ou la cohabitation des modes.

De plus, de récents travaux ont mis en avant l'influence possible de phénomènes non-linéaires (talonnage, etc.) sur le comportement des parois minces [COH 05] [GON 06]. L'utilisation d'une approche basée sur l'étude de la stabilité ne permet pas l'intégration de ces phénomènes, pourtant indispensable.

La simulation temporelle avec génération de la surface usinée permet, quant à elle, de modéliser aussi finement que nécessaire le comportement d'une paroi mince. Cependant, cette approche est souvent très lourde et actuellement encore peu robuste pour fournir des résultats utilisables [ASS 02] [COH 05] [COR 06B].

Pour conclure, l'étude des phénomènes complexes intervenant au sein même d'une passe d'usinage nécessite la mise au point d'une modélisation adéquate, prenant en compte les interactions modales.

## III.2 Modèle numérique proposé : hypothèses considérées

Dans cette partie, nous présentons la modélisation temporelle mise en place, afin d'intégrer les hypothèses indispensables pour le cas des parois minces. Nous avons fait le choix délibéré de privilégier une approche simplifiée, c'est-à-dire sans génération explicite de la surface usinée. Les résultats obtenus montrent que cela n'est pas rédhibitoire.

Dans la partie III.2.1, nous présentons le modèle dynamique, basé sur une décomposition modale. La partie suivante est consacrée à la présentation du modèle d'effort de coupe, avec la non-linéarité induite par la sortie de la coupe. Ensuite, nous présentons l'intégration du phénomène de talonnage dans la modélisation. Enfin, dans la dernière partie, nous présentons la résolution numérique utilisée.

### III.2.1 Modèle dynamique

La variation du déplacement de la paroi dans la zone de coupe est supposée constante dans la direction  $z$  (figure 48). Cette hypothèse raisonnable permet également de simplifier la modélisation. Le modèle est donc développé indépendamment de la hauteur  $z$ .

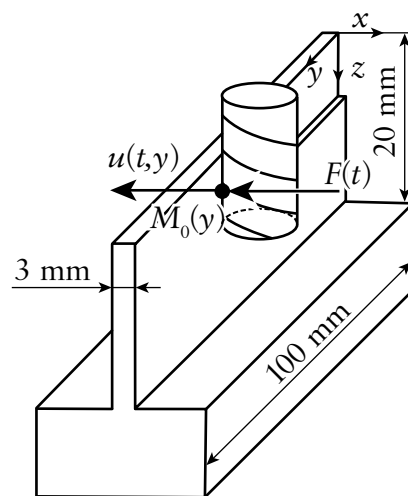


Figure 48 – Modèle mécanique du fraisage

L'outil se déplace à une vitesse uniforme de direction  $y$ , le long de la paroi mince. Le point  $M_0(y)$  correspond à la position, suivant  $y$ , de la zone de contact entre l'outil et la pièce. Le déplacement à la position  $y$  du point  $M_0(y)$  est défini par  $u(t,y)$ . La base des modes propres est utilisée pour décomposer ce déplacement :

$$u(t,y) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(y) q_i(t), \quad (34)$$

$\varphi_i(y)$  est la déformée modale du mode  $i$ , associée aux pulsations correspondantes  $\omega_i$  :

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}, \quad (35)$$

$q_i(t)$  correspond au déplacement modal du mode  $i$ . La mise en équation du système repose alors sur l'application du principe fondamental de la dynamique à la paroi mince. Le déplacement modal  $q_i(t)$  est la solution de l'équation différentielle obtenue pour chaque mode propre de vibrations :

$$\{m_i \ddot{q}_i(t) + c_i \dot{q}_i(t) + k_i q_i(t) = f_i(t)\}_i, \quad (36)$$

$m_i$  et  $k_i$  sont respectivement les masses et les raideurs modales du mode  $i$  et  $f_i(t)$  la projection des forces extérieures sur le mode  $i$ . Enfin, le coefficient d'amortissement de chaque mode  $c_i$  est défini par le taux d'amortissement réduit  $\xi_i$ , selon la formule suivante :

$$c_i = 2\xi_i \sqrt{k_i m_i}. \quad (37)$$

La déformée modale  $\varphi_i(y)$  est utilisée pour projeter l'effort de coupe  $F(t)$ , cela permet de prendre en compte la présence des nœuds et des ventres de vibrations sous le contact outil pièce. L'effort d'excitation sur le mode  $i$  s'exprime alors par :

$$f_i(t) = \varphi_i(y)F(t). \quad (38)$$

Le système d'équations résultant est défini par :

$$\{m_i \ddot{q}_i(t) + c_i \dot{q}_i(t) + k_i q_i(t) = \varphi_i(y)F(t)\}_i. \quad (39)$$

La déformée modale, obtenue par calcul éléments finis, est approximée ici par des fonctions trigonométriques afin d'être implémentée facilement dans le modèle (figure 49). L'erreur d'approximation est alors inférieure à 3 %.

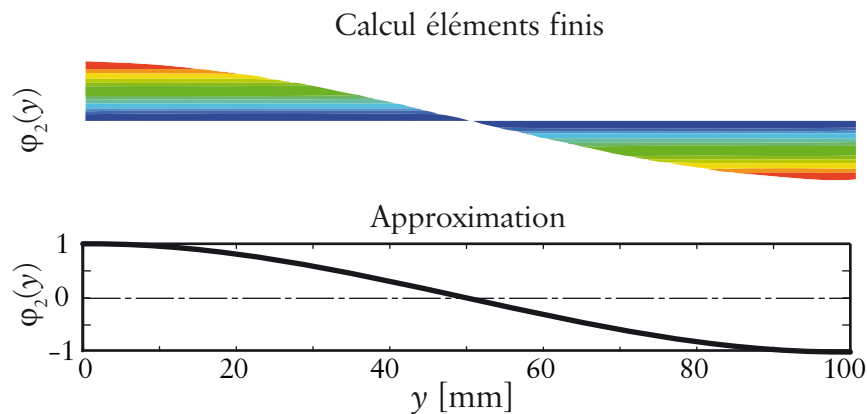


Figure 49 – Déformée modale du deuxième mode

REMARQUE. – Des simulations complémentaires utilisant la déformée exacte, obtenue par calcul éléments finis, conduisent à des résultats similaires à ceux utilisant l'approximation.



## III.2.2 Modèle d'effort de coupe

De nombreux travaux ont montré l'intérêt d'une loi de coupe non-linéaire lorsque l'épaisseur de copeau est faible [LAP 02], ce qui est souvent le cas en finition de parois minces. Cependant, l'identification réaliste des coefficients de telles lois est extrêmement délicate [SCH 07]. Dans cette modélisation, nous avons fait le choix d'utiliser une loi de coupe linéaire, dont nous connaissons déjà les coefficients [MAN 03] [GRA 05]. En effet, ils ont été identifiés par ailleurs.

### III.2.2.1 Loi de coupe linéaire

Le calcul de l'effort de coupe instantané  $F(t)$  se présente sous la forme suivante :

$$F(t) = [g(t) + K_2 b(t)] r(b(t)). \quad (40)$$

La fonction  $g(t)$  représente une légère excitation forcée, telle une fonction bruit. Son niveau réel n'a pas d'importance, car elle est là uniquement pour entraîner un mouvement initial, nous avons choisi la forme sinusoïdale suivante :

$$g(t) = K_1 \sin(2\pi f_d t). \quad (41)$$

Le coefficient  $K_1$  représente l'amplitude en Newton de l'effort perturbateur, la fréquence d'excitation  $f_d$  correspond à la fréquence de passage des dents, définie par l'équation suivante :

$$f_d = \frac{Nz}{60}, \quad (42)$$

avec  $z$  le nombre de dents de l'outil et  $N$  la vitesse de rotation.

Il est possible de prendre en compte les harmoniques de la fréquence de passage des dents dans l'équation (41), afin de s'approcher plus finement de la forme de l'effort de coupe. Cependant, les simulations effectuées dans ce sens n'ont pas montré une influence de ce paramètre sur la qualité des résultats. En effet, l'excitation forcée, engendrée par la fonction  $g(t)$ , est uniquement utilisée comme une perturbation permettant aux instabilités d'apparaître, sa forme et sa fréquence exacte n'ont pas d'importance.

L'effort de coupe est calculé par une loi linéaire utilisant une proportionnalité directe entre l'épaisseur de copeau  $b(t)$  et un coefficient de coupe  $K_2$ . Le coefficient de coupe  $K_2$  est défini par l'équation suivante :

$$K_2 = \frac{1}{2} K_t A_p \alpha_x, \quad (43)$$

avec  $K_t$  le coefficient spécifique de coupe tangentiel,  $A_p$  la profondeur de passe axiale et  $\alpha_x$  le coefficient directionnel de fraisage dans la direction  $x$  [ALT 95] [BUD 98B]. Le coefficient directionnel de fraisage permet de connaître simplement la valeur moyenne de l'effort de coupe directement dans la direction  $x$ . Il est défini par la formule suivante :

$$\alpha_x = \frac{1}{2}[-\cos(2\theta) - 2\theta k_r - k_r \sin(2\theta)]_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}, \quad (44)$$

avec  $k_r$  le coefficient spécifique de coupe radial réduit,  $\phi_{st}$  et  $\phi_{ex}$  les angles d'entrée et de sortie dans la matière (cf. II.3, page 51). Cette hypothèse nous permet d'étudier le cas du fraisage en faisant l'analogie avec la modélisation du tournage (figure 50). Ainsi, l'épaisseur de copeau  $h(t)$  peut être approximée facilement par la formule suivante :

$$h(t) = f_z + u(t - \tau) - u(t). \quad (45)$$

En coupe sans vibrations, l'épaisseur théorique du copeau correspond à l'avance à la dent  $f_z$ . Cette épaisseur théorique est modifiée par l'effet des vibrations régénératives sur la surface usinée.

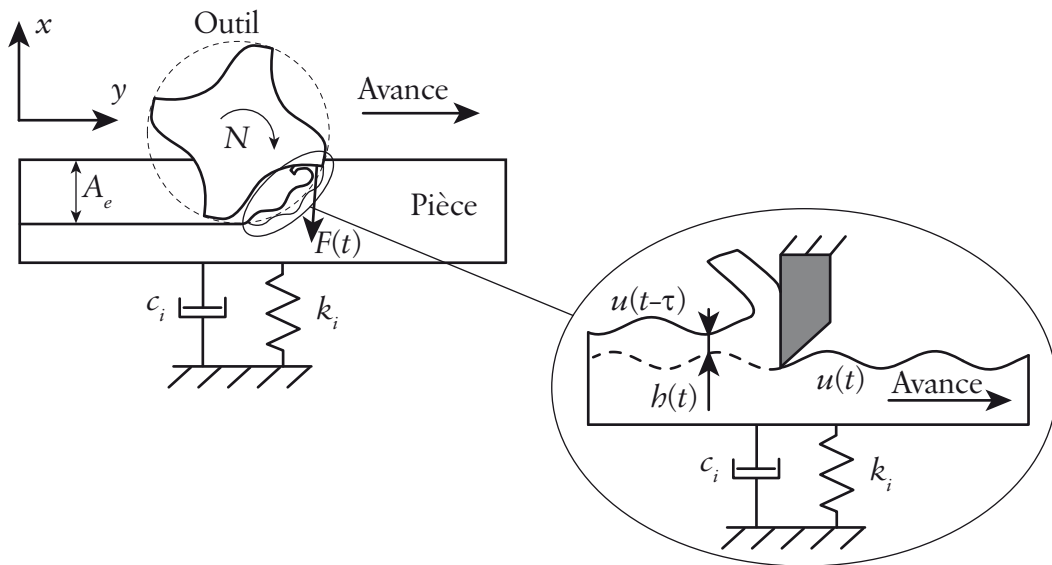


Figure 50 – Modélisation de la régénération de la surface

L'épaisseur de copeau instantanée fait alors intervenir deux paramètres supplémentaires afin de modéliser la régénération de la surface. En effet, il est nécessaire de prendre en compte la différence d'épaisseur du copeau entre la position au précédent coup de dent  $u(t - \tau)$  et la position actuelle  $u(t)$  (figure 50). Le temps de retard  $\tau$  entre deux coups de dent est un élément clef pour la modélisation des vibrations régénératives, sa valeur est directement obtenue avec l'équation suivante :

$$\tau = \frac{1}{f_d} = \frac{60}{Nz}. \quad (46)$$

### III.2.2.2 Sortie de la coupe

Lorsque les vibrations sont trop importantes, le déplacement de la pièce provoque une perte de contact avec l'outil. Ce phénomène non-linéaire limite l'amplitude des vibrations,

car les efforts de coupe s'annulent pendant cette phase de perte de contact entre l'outil et la pièce (figure 51).

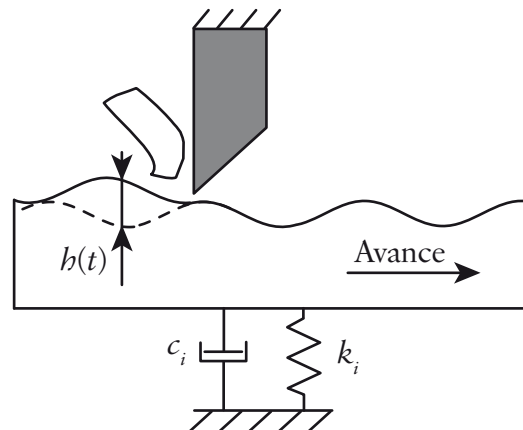


Figure 51 – Non-linéarité induite par la sortie de la coupe

L'impact de cette non-linéarité a été mis en avant en 1981 suite aux travaux de Jiri TLUSTY [TLU 81]. Il est indispensable de prendre en compte cet aspect dans la modélisation afin d'avoir une amplitude des vibrations bornée. Pour cela, la fonction  $r(h(t))$  a été introduite. Son rôle peut être décrit simplement :

- lorsque  $h(t) \leq 0$ , l'épaisseur de copeau est nulle, on pose  $r(h(t)) = 0$  et donc l'effort de coupe  $F(t)$  est nul,
- lorsque  $h(t) > 0$ , l'outil est en contact avec la pièce, on pose  $r(h(t)) = 1$  et donc l'effort de coupe  $F(t)$  est calculé avec l'équation complète (47).

Pour conclure, le modèle d'effort de coupe mis en place peut se résumer par la formule suivante :

$$F(t) = \left[ K_1 \sin(2\pi f_d t) + \frac{1}{2} K_t A_p \alpha_x (f_z + u(t - \tau) - u(t)) \right] r(h(t)). \quad (47)$$

Il intègre une perturbation permettant aux instabilités de démarrer, le calcul des efforts de coupe par une loi linéaire intégrant la régénération de la surface et la non-linéarité provoquée par la sortie de la coupe sous de fortes vibrations.

### III.2.3 Talonnage

Le talonnage est un phénomène complexe dont l'étude est au cœur de nombreux travaux de recherche, notamment en fraisage et en perçage vibratoire. Ce phénomène est mal connu, car il est très difficile à identifier expérimentalement. Actuellement, les voies de recherche actives se basent sur la simulation afin d'en étudier les effets. La modélisation du talonnage peut être scindée en deux approches :

- Le talonnage est modélisé par un effort de talonnage, dont la valeur est calculée à partir de la surface de contact entre la face de dépouille de l'outil et la pièce. Pendant un court instant, la pièce subit alors un effort de talonnage. Cette approche est utilisée en perçage [GÉH 07] [GUI 08]. Par contre, son application est plus délicate en fraisage, en raison de problèmes numériques [COR 06B]. En effet, la présence d'un effort important, pendant un court instant, nécessite une bonne robustesse de l'algorithme d'intégration numérique.
- Le talonnage peut aussi être modélisé plus globalement par une force dissipative proportionnelle à la vitesse de vibration. Le talonnage est alors introduit par une augmentation artificielle de l'amortissement de la structure. Ce phénomène peut alors être vu comme une perte d'énergie produite par le contact entre la face de dépouille et la pièce. Cette approche a été suggérée par Oscar GONSALO dans le cas du fraisage, mais là encore des problèmes de robustesse numérique n'ont pas permis d'obtenir des résultats probants [GON 06].

Nous avons choisi cette dernière approche afin de modéliser le phénomène de talonnage dans le cas de l'usinage d'une paroi mince. En effet, ne générant pas la surface usinée, cette approche devient plus facile à mettre en œuvre, tout en modélisant parfaitement l'effet du talonnage.

Le phénomène de talonnage se produit lorsque la face de dépouille de l'outil entre en contact avec la surface usinée (figure 52).

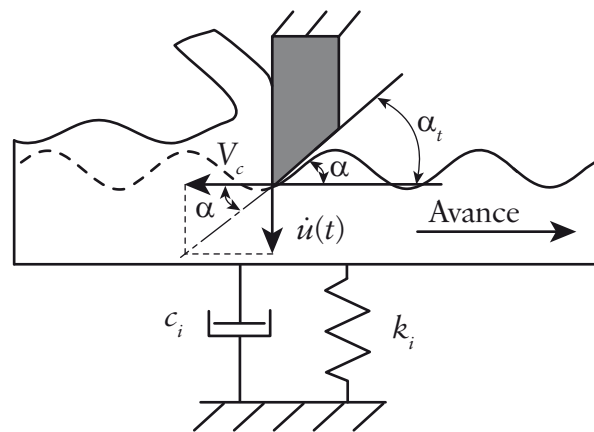


Figure 52 – Phénomène de talonnage

L'angle instantané de dépouille  $\alpha$  est déterminé par l'équation suivante :

$$\alpha = \arctan(\dot{u}(t)/V_c), \quad (48)$$

avec  $\dot{u}(t)$  la vitesse de vibration de la paroi, obtenue en dérivant la position par rapport au temps  $t$ . La vitesse de coupe  $V_c$  est calculée simplement par la relation suivante :

$$V_c = \frac{N\pi D}{60}, \quad (49)$$

avec  $N$  la vitesse de rotation et  $D$  le diamètre de l'outil.

Le talonnage est alors détecté lorsque l'angle instantané de dépouille est supérieur à l'angle de dépouille de l'outil : soit lorsque  $\alpha > \alpha_t$ .

Dans ce cas, l'amortissement de la structure est augmenté artificiellement. La valeur des coefficients  $c_i$  est alors multipliée par le coefficient de talonnage  $K_p$ , afin de simuler le contact entre la face de dépouille et la pièce. La valeur de l'unique coefficient de talonnage  $K_p$  est déterminée itérativement par simulation.

Nous avons choisi d'utiliser cette approche très simple pour la modélisation du talonnage afin d'évaluer rapidement et simplement son impact sur les résultats de simulation. En effet, il aurait été possible de prendre en compte une loi de talonnage plus complexe, mais nous aurions été confrontés à la détermination de plusieurs valeurs de coefficients.

### III.2.4 Résolution

La modélisation mise en œuvre permet de prendre en compte les paramètres liés à la spécificité des parois minces. Les éléments clefs sont :

- la déformée modale de la pièce,
- la régénération de la surface,
- la non-linéarité provoquée par la sortie de la coupe,
- le talonnage.

L'intégration de ces différents points, dans la modélisation, conduit au système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \{ m_i \ddot{q}_i(t) + c_i \dot{q}_i(t) + k_i q_i(t) = \varphi_i(y) F(t) \}_i \\ F(t) = \left[ K_1 \sin(2\pi f_d t) + \frac{1}{2} K_t A_p \alpha_x (f_z + u(t - \tau) - u(t)) \right] r(f_z + u(t - \tau) - u(t)) \\ u(t, y) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(y) q_i(t) \end{array} \right. \quad (50)$$

La prise en compte de plusieurs modes de vibrations se fait naturellement en augmentant le nombre d'équations modales. La résolution fait alors intervenir naturellement tous les modes de vibrations. Ils ne sont pas découplés, comme c'était le cas dans la partie étudiant la stabilité du système (cf. III.1.3, page 71).

Le système d'équations (50) est composé de plusieurs équations différentielles du second ordre, ayant un terme retard  $u(t - \tau)$ . De par la présence de ce terme retardé, ce type d'équation ne possède pas de solution analytique, car l'ensemble des solutions est de dimension infinie. Il est alors plus simple en général de procéder à une intégration numé-

rique afin de pouvoir calculer les déplacements modaux  $q_i(t)$ , permettant ensuite d'obtenir le déplacement de la pièce  $u(t)$ . Cette phase de résolution est délicate du fait du manque de solutions de référence, il faut être certain de maîtriser la robustesse de l'algorithme d'intégration numérique. Des travaux utilisant la simulation temporelle ont montré l'importance de la valeur du pas de temps sur la qualité des résultats [PEI 03A], notamment lors de la présence de forte non-linéarité [COR 06B].

Afin de nous affranchir de ce choix délicat du pas de temps, nous avons utilisé la fonction DDE23, intégrée au logiciel MATLAB®. Cette routine a été spécialement mise au point pour l'intégration numérique des équations différentielles avec terme retard (Delay Differential Equation).

La fonction DDE23 utilise une méthode d'intégration numérique explicite, de type Runge-Kutta (2,3). Le pas de temps utilisé est évolutif afin de s'adapter aux discontinuités et de contrôler la précision des résultats. Cette fonction a su démontrer sa grande robustesse et sa stabilité numérique sur de nombreux cas. De plus amples détails, concernant la méthode d'intégration numérique et l'utilisation de la fonction DDE23, sont fournis en annexe (cf. Annexe C, page 167).

Pour conclure, l'utilisation de cette fonction garantit un résultat dont on maîtrise parfaitement la précision. Il convient de souligner que la mise en équation du problème nous a permis d'utiliser la fonction DDE23, ce qui n'est pas toujours le cas, notamment lorsque le temps de retard est variable. Par exemple, la fonction DDE23 n'est pas utilisable dans le cas de l'usinage à vitesse de rotation variable, car le temps de retard n'est pas constant.

### III.3 Modèle numérique proposé : simulations réalisées

Cette partie s'intéresse à l'utilisation du modèle numérique présenté précédemment. Afin de bien montrer l'influence des différents paramètres, le modèle est utilisé sur plusieurs cas d'étude.

Dans la partie III.3.1, nous présentons les résultats de simulation pour le cas d'une simple excitation forcée. Puis, nous présentons l'utilisation du modèle pour l'étude du comportement en usinage d'un simple système à un seul DDL, de type masse ressort amortisseur.

La partie III.3.3 s'intéresse à la simulation du comportement de la paroi mince étudiée dans ce chapitre. L'impact des différentes non-linéarités est mis en avant pour cette pièce. Ensuite, dans la partie III.3.4, nous présentons les résultats concernant une paroi mince spécifique. Enfin, nous faisons un bilan des résultats obtenus.

### III.3.1 Cas d'une simple excitation forcée

Dans cette partie, nous étudions le comportement de la paroi mince sollicitée par une excitation forcée le long de la pièce. L'effort de coupe  $F(t)$  présenté par l'équation (40) se résume alors uniquement au terme forcé  $g(t)$  exprimé par l'équation (41), soit :

$$\begin{cases} F(t) = K_1 \sin(2\pi f_d t) \\ K_2 = 0 \\ r(b(t)) = 1 \end{cases} \quad (51)$$

L'effet régénératif modélisé par  $K_2$ , la sortie de la coupe et le talonnage sont négligés ici. Afin de vérifier l'influence de la forme modale, nous avons considéré uniquement la présence du mode 2 et 3. L'équation (50) présentant le modèle général, se réécrit alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} m_2 \ddot{q}_2(t) + c_2 \dot{q}_2(t) + k_2 q_2(t) = \varphi_2(y) K_1 \sin(2\pi f_d t) \\ m_3 \ddot{q}_3(t) + c_3 \dot{q}_3(t) + k_3 q_3(t) = \varphi_3(y) K_1 \sin(2\pi f_d t) \\ u(t, y) = \varphi_2(y) q_2(t) + \varphi_3(y) q_3(t) \end{cases} \quad (52)$$

Les paramètres dynamiques de la paroi mince (masse, raideur et amortissement modal) sont rassemblés dans le [tableau 3](#). Les déformées modales  $\varphi_2$  et  $\varphi_3$  sont issues du calcul éléments finis. Enfin, l'effort de coupe a une amplitude  $K_1$  de 1 N et une fréquence  $f_d$  correspondant à la fréquence de dent de l'essai A (cf. [III.1.3, page 71](#)), soit 1 366,5 Hz.

Tableau 3 – Paramètres modaux

Paramètres	Valeurs
$m_2$	$2,075 \times 10^{-3}$ kg
$m_3$	$1,728 \times 10^{-3}$ kg
$c_2$	0,184 7 Ns/m
$c_3$	0,122 Ns/m
$k_2$	$3,4 \times 10^6$ N/m
$k_3$	$4,4 \times 10^6$ N/m

Les résultats de simulation de l'équation (52) sont présentés sur la [figure 53](#). On retrouve les nœuds et les ventres sur la déformée modale, les déplacements modaux et le déplacement réel de la pièce.

Au début et à la fin de l'excitation ( $t = 0$  et  $1,5$  s), des phénomènes transitoires sont observés. La durée de ces phénomènes peut être facilement quantifiée. En effet, la constante de temps pour le deuxième mode est  $\tau_2 = 1/(\xi_2 \omega_2) = 22$  ms. Il est d'usage de considérer la fin

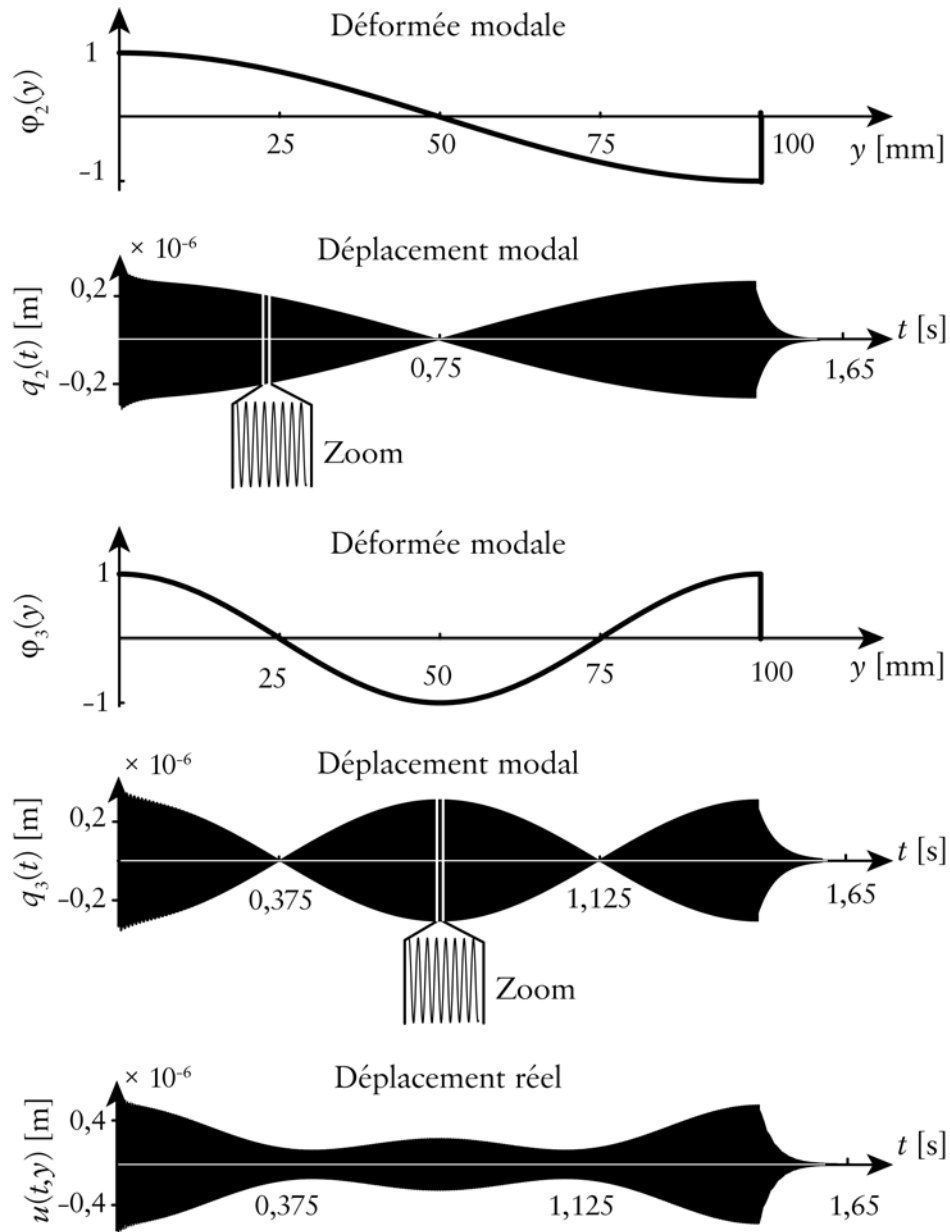


Figure 53 – Amplitude des vibrations pour une excitation forcée

du transitoire après trois constantes de temps, correspondant à 95 % de décroissance, soit environ une durée de 66 ms dans notre cas. Ces phénomènes transitoires s'estompent rapidement et n'ont pas d'effet significatif sur le déplacement du système.

Lorsque l'excitation s'approche du nœud d'un mode, le déplacement modal correspondant s'annule. Il y a un léger temps de retard entre le passage sur un nœud et l'annulation du déplacement. Cependant, ce temps inférieur à 1 ms a peu d'impact.

En considérant uniquement une excitation forcée, les modes propres sont découplés. En effet, le déplacement du mode 2 est totalement découplé du déplacement du mode 3. Chaque mode réagit à l'effort d'excitation qu'il voit, les deux réponses sont alors indépendantes. Ceci s'explique simplement, car le système d'équations (52) fait intervenir deux



équations découplées. Le déplacement réel est alors une simple addition des déplacements modaux.

Pour conclure, ce cas d'étude a permis de mettre en avant l'influence de la forme modale sur le déplacement. Ainsi, un mode n'est pas excité sur ses nœuds. On retrouve le même résultat que les lobes 3D, lorsque les modes sont découplés (cf. III.1.3, page 71).

### III.3.2 Cas d'un système à un DDL

Cette partie présente les résultats obtenus pour la modélisation de l'usinage, sur un simple système à un seul DDL, de type masse ressort amortisseur. L'objectif est de retrouver, par quelques points de simulation, le comportement stable ou instable du système, dont l'étude à vitesse variable sera effectuée dans le chapitre IV.

Dans le cas d'une pièce à un seul DDL, le système d'équations (50) se simplifie à une seule équation avec une seule inconnue  $x(t)$ , le déplacement de la pièce. L'équation obtenue se présente alors sous la forme suivante :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = \left[ K_1 \sin(2\pi f_d t) + \frac{1}{2} A_p K_t \alpha_x (f_z + x(t - \tau) - x(t)) \right] r(h(t)). \quad (53)$$

La légère excitation perturbatrice  $g(t)$  est modélisée par une sinusoïde d'amplitude  $K_1 = 1$  N et de fréquence  $f_d = 300$  Hz (6 000 tr/min). La modélisation de l'effet régénératif est liée au coefficient  $K_2$  (cf. III.2.2, page 76). Les paramètres de simulation utilisés sont rassemblés dans le tableau 4.

Tableau 4 – Paramètres de simulation pour le système à un DDL

Paramètres	Valeurs
$m$	1,637 kg
$c$	22,86 Ns/m
$k$	$3,2 \times 10^6$ N/m
$K_t$	700 MPa
$k_r$	0,2
$f_z$	0,1 mm/dent
$D$	25 mm
$A_e$	2 mm
$z$	3 dents
$\alpha_x$	-0,50
$N$	6 000 tr/min

Tableau 4 – Paramètres de simulation pour le système à un DDL

Paramètres	Valeurs
$\tau$	3,3 ms
$f_d$	300 Hz

Les simulations ont utilisé l'effet régénératif et la sortie de la coupe sous les vibrations. Dans ce cas, ces deux paramètres sont suffisants pour obtenir des déplacements bornés et cohérents avec les mesures.

Les résultats de simulation, ainsi que le tracé des lobes correspondant, sont présentés sur la [figure 54](#). Une simulation pour une profondeur de passe de 0,3 mm et une vitesse de rotation de 6 000 tr/min permet de calculer un déplacement dont l'amplitude est de l'ordre du micromètre. Cet usinage stable permet aussi de visualiser le recul statique sous l'effet des efforts de coupe.

L'augmentation de la profondeur de passe à 1 mm entraîne le passage dans l'instabilité, ce qui induit alors un déplacement simulé avec une amplitude d'environ 0,05 mm. Cet usinage diverge puis se stabilise à un niveau élevé, par la sortie de la coupe. Il est donc instable.

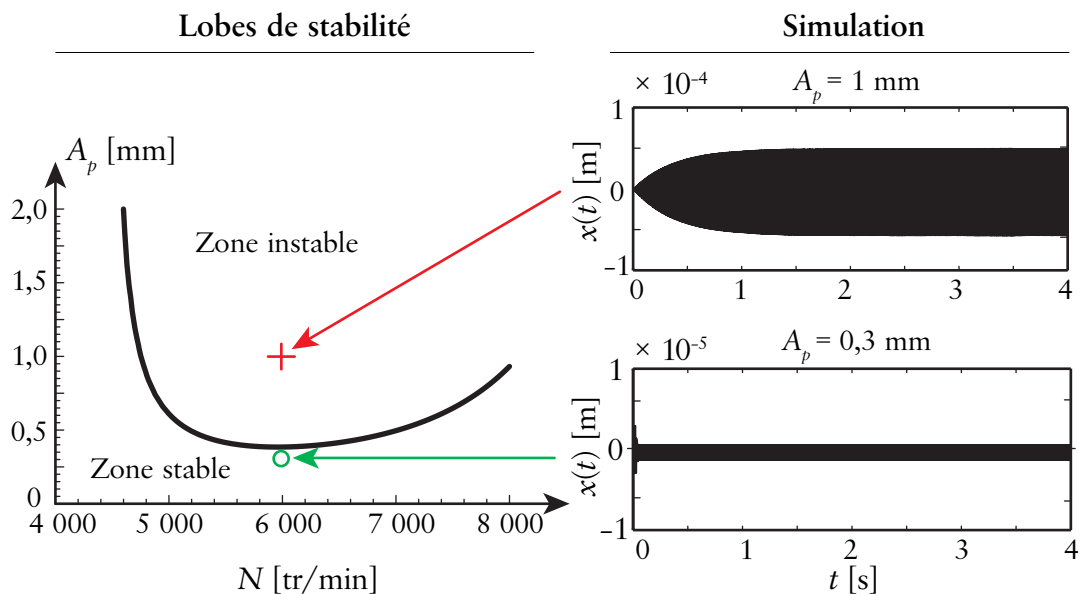


Figure 54 – Résultats de simulation pour un système à un DDL

Pour conclure, l'utilisation de la modélisation sur un simple système à un DDL permet de retrouver le comportement stable ou instable. Dans ce cas, seuls l'effet régénératif et la non-linéarité provoquée par la sortie de la coupe sont des paramètres indispensables pour obtenir un comportement réaliste.

### III.3.3 Cas d'une paroi mince

Dans cette partie, nous allons présenter les simulations effectuées pour modéliser l'usinage de la paroi mince étudiée dans ce chapitre. Les conditions de coupe simulées correspondent à l'essai A, avec une vitesse de rotation de 20 500 tr/min et une profondeur de passe de 10 mm (cf. III.1.3, page 71). Les lobes de stabilité (cf. figure 46, page 71) montrent uniquement une contribution des modes 2 et 3 pour cet usinage. La raideur et l'amortissement du mode 1 sont beaucoup plus importants : il n'est pas excité pour ces conditions de coupe. De plus, les mesures vibratoires lors des essais expérimentaux n'ont pas montré sa contribution pendant l'usinage. Finalement, dans le but de simplifier la résolution, nous avons considéré uniquement la contribution des modes 2 et 3.

L'équation (50) se présente alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} m_2 \ddot{q}_2(t) + c_2 \dot{q}_2(t) + k_2 q_2(t) = \varphi_2(y) \{g(t) + K_2 [f_z + u(t - \tau) - u(t)]\} r(h(t)) \\ m_3 \ddot{q}_3(t) + c_3 \dot{q}_3(t) + k_3 q_3(t) = \varphi_3(y) \{g(t) + K_2 [f_z + u(t - \tau) - u(t)]\} r(h(t)) \\ u(t, y) = \varphi_2(y) q_2(t) + \varphi_3(y) q_3(t) \\ g(t) = K_1 \sin(2\pi f_d t) \end{cases} \quad (54)$$

Les paramètres dynamiques de la paroi mince sont donnés dans le tableau 3 (cf. III.3.1, page 82). L'avance à la dent  $f_z$  est de 0,05 mm/dent. La légère excitation forcée  $g(t)$  est modélisée par le coefficient  $K_1 = 1$  N avec une fréquence  $f_d = 1\,366,5$  Hz. Cette fréquence de dent est calculée pour une vitesse de rotation de 20 500 tr/min avec un outil à 4 dents. Comme nous l'avons dit précédemment, la fréquence, la forme et l'amplitude utilisées ont peu d'importance. En effet, il suffit d'ajouter une petite perturbation permettant à l'instabilité de se manifester.

Les efforts de coupe sont calculés en utilisant l'effet régénératif et la sortie de la coupe. Le coefficient  $K_2$ , s'exprime alors par  $K_2 = K_t A_p \alpha_x / 2$ , avec  $K_t = 800$  MPa,  $A_p = 10$  mm,  $k_r = 0,1$  et  $\alpha_x = -0,116$ . Le coefficient de coupe  $K_t$  a été légèrement augmenté afin de reproduire en moyenne le comportement non-linéaire de la loi de coupe pour de faibles valeurs d'épaisseur de copeau [LAP 02]. Le temps de retard  $\tau$ , correspondant au temps entre deux coups de dent, vaut 0,73 ms.

Les simulations effectuées en utilisant uniquement la déformée modale, l'effet régénératif et la sortie de la coupe sous de fortes vibrations ont montré une divergence du déplacement calculé. En effet, ces paramètres ne permettent pas de borner les déplacements dans le cas d'une paroi mince.

### III.3.3.1 Influence du talonnage

L'outil utilisé possède un angle de dépouille  $\alpha_t$  de  $4^\circ$ . Lorsque l'angle instantané de dépouille  $\alpha$ , calculé avec l'équation (48), est supérieur à  $4^\circ$  le phénomène de talonnage se produit. Dans ce cas, l'amortissement est artificiellement multiplié par  $K_p$ .

Les simulations ont utilisé la fonction DDE23, avec une erreur relative de  $1 \times 10^{-3}$  et une erreur absolue de  $1 \times 10^{-6}$ . L'utilisation d'une précision plus importante n'a pas modifié la qualité des résultats. Afin de vérifier l'effet du talonnage, plusieurs valeurs ont été utilisées pour le coefficient  $K_p$ . L'évolution de l'amplitude du déplacement en fonction du talonnage introduit est présentée sur la figure 55.

Lorsque le talonnage est détecté, la simple multiplication de l'amortissement par 100 permet d'avoir un déplacement qui devient borné. L'action du talonnage a donc un effet très important sur l'amplitude des vibrations.

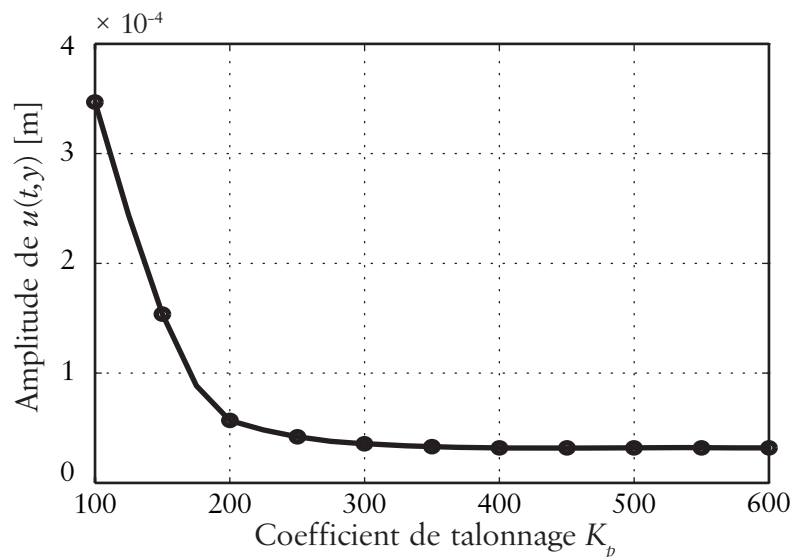


Figure 55 – Évolution de l'amplitude en fonction du talonnage introduit

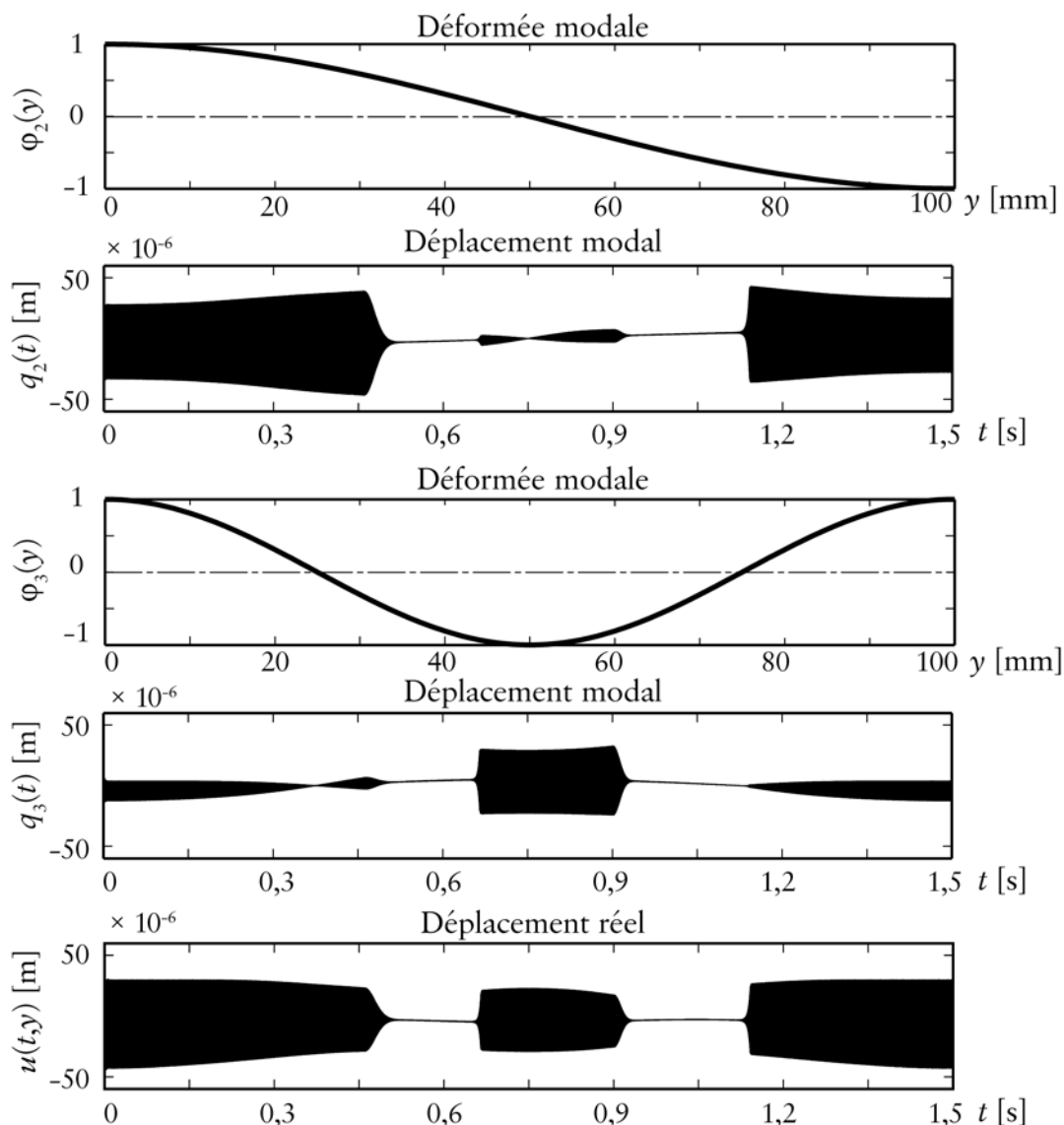
L'augmentation du talonnage permet ensuite d'obtenir une amplitude du déplacement qui converge très vite vers une valeur fixe. À partir de  $K_p = 400$ , l'effet du talonnage n'a plus d'impact sur l'amplitude des déplacements. Nous avons donc choisi un coefficient de talonnage de 500 pour la suite des simulations.

La modélisation du talonnage est un élément très important dans la simulation du comportement d'une pièce mince usinée. Le suivi de l'angle de dépouille instantané permet également de constater que le phénomène de talonnage intervient très peu et sur des instants très courts. En fait, son action est très ponctuelle, mais extrêmement efficace. En effet, sous l'effet du coup de dent, la pièce est poussée très violemment puis elle revient s'arrêter brusquement contre la face de dépouille de l'outil. La loi de talonnage utilisée permet de bien mettre en avant ce comportement fortement non-linéaire.

### III.3.3.2 Analyse temporelle des résultats

Les résultats des simulations sont présentés sur la [figure 56](#). On retrouve les déformées modales, les déplacements modaux et le déplacement réel de la paroi mince.

À  $t = 0$  s, *a priori* les deux modes devraient vibrer, car l'excitation est située sur un de leur ventre. Cependant, seul le déplacement modal du deuxième mode est important, peut-être car sa raideur est plus faible. L'utilisation d'autres fonctions bruit a toujours montré la prédominance du deuxième mode. Cela montre la robustesse du couplage non-linéaire induit par la régénération de la surface. Le couplage des modes provoque aussi un déplacement modal pour le mode 3, mais l'amplitude résultante est très faible.



À  $t = 0,5$  s, l'outil s'approche du nœud du mode 2. Ce mode devient alors plus difficile à exciter et son amplitude décroît fortement, pour ensuite s'annuler.

Entre  $t = 0,5$  s et  $0,7$  s, la simulation montre une zone de transition caractérisée par une amplitude des vibrations très faible.

À  $t = 0,7$  s, l'effort de coupe se situe sur le ventre du troisième mode, qui présente alors un déplacement modal très important.

À  $t = 0,9$  s, l'amplitude du mode 3 diminue, car on s'approche de son nœud. Puis, de la même façon, entre  $t = 0,9$  s et  $1,12$  s, nous retrouvons une autre zone de transition.

Enfin, à  $t = 1,12$  s, le mode 2 devient à nouveau excitable et entre effectivement en forte vibration. Il empêche toujours le mode 3 de vibrer alors que ce dernier devrait normalement se mettre en vibration.

Ces simulations présentent un comportement réaliste, faisant intervenir de fortes interactions modales, se manifestant sous la forme d'un verrouillage de modes. En effet, le mode qui entre en forte vibration le premier domine et empêche les autres modes de vibrer. Le changement de mode de vibration s'effectue lors des passages sur les nœuds de la forme propre du mode dominant. En s'estompant, il permet aux autres modes de se manifester.

L'analyse temporelle du déplacement simulé est présentée sur la [figure 57](#). Le déplacement a été échantillonné à la fréquence de passage des dents  $u_n(t,y)$ . Cette représentation permet d'observer simplement la régularité dans le régime vibratoire lorsque l'amplitude est très importante. En effet, la répartition aléatoire des points illustre le fait qu'il n'y a plus de régularité et que la coupe est instable ; hormis sur les zones de transitions où l'amplitude est très faible et où l'échantillonnage se présente cette fois sous la forme d'une ligne.

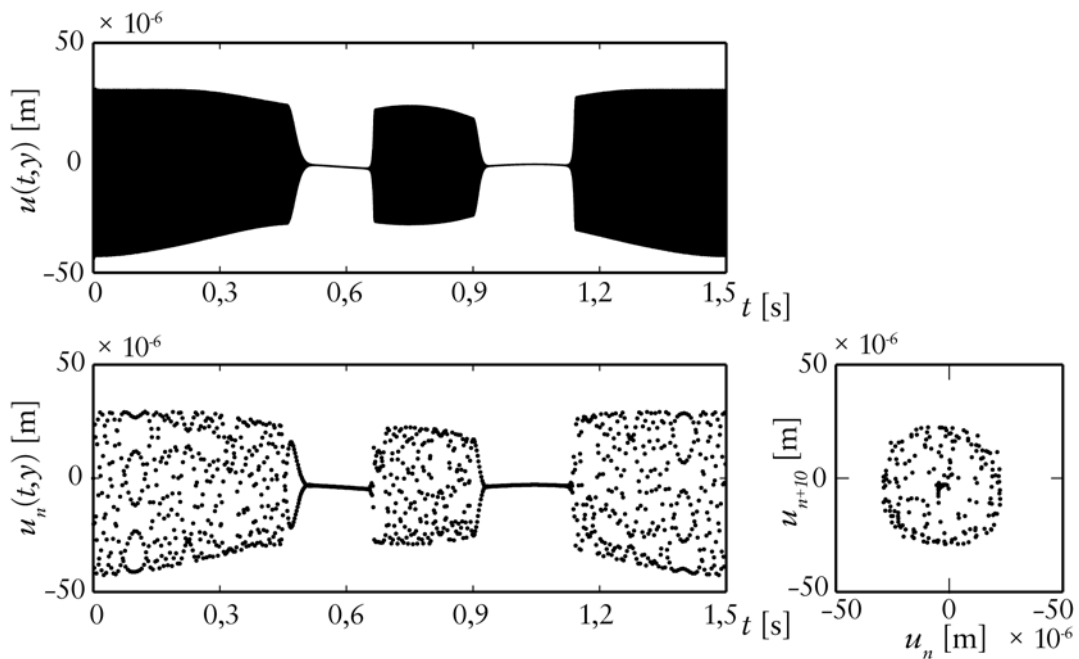


Figure 57 – Analyse temporelle des résultats de simulation

Le déplacement échantillonné est une bonne image de la surface usinée. En effet, en première approximation, la limite inférieure de la courbe donne une idée sur le profil usiné. Le déplacement échantillonné sert également de base à la construction d'une représentation similaire à la section de Poincaré. Cette représentation permet de visualiser une régularité sur un relevé temporel. En effet, si la section présente une répartition circulaire des points, on dit alors qu'il y a un attracteur de type cercle, ce phénomène est caractéristique d'un usinage instable [MAN 03] [PAT 08]. Pour les zones de transitions où l'amplitude est fortement réduite, au contraire, on retrouve plutôt un attracteur de type point, au centre de la section.

Pour conclure, cette analyse temporelle des résultats permet de dissocier différentes zones instables, séparées par des zones de transitions dont l'amplitude est beaucoup plus faible.

### III.3.3.3 Analyse fréquentielle des résultats

L'analyse fréquentielle permet d'obtenir des informations beaucoup plus précises, concernant les fréquences excitées. Pour cela, la transformée de Fourier a été appliquée aux différentes portions de déplacement, identifiées précédemment. Les résultats sont présentés sur la figure 58.

Les zones où le mode 2 est majoritaire vibrent à une fréquence de 6,7 kHz. Cette fréquence de broutement est légèrement supérieure à la fréquence libre du mode 2 (6,4 kHz). Les deux zones de transitions vibrent à la fréquence de dent, aucun mode n'apparaît spécifiquement, seule l'excitation forcée est visible dans le spectre. Enfin, la zone centrale vibre à une fréquence de 8,4 kHz, imputable clairement au mode 3.

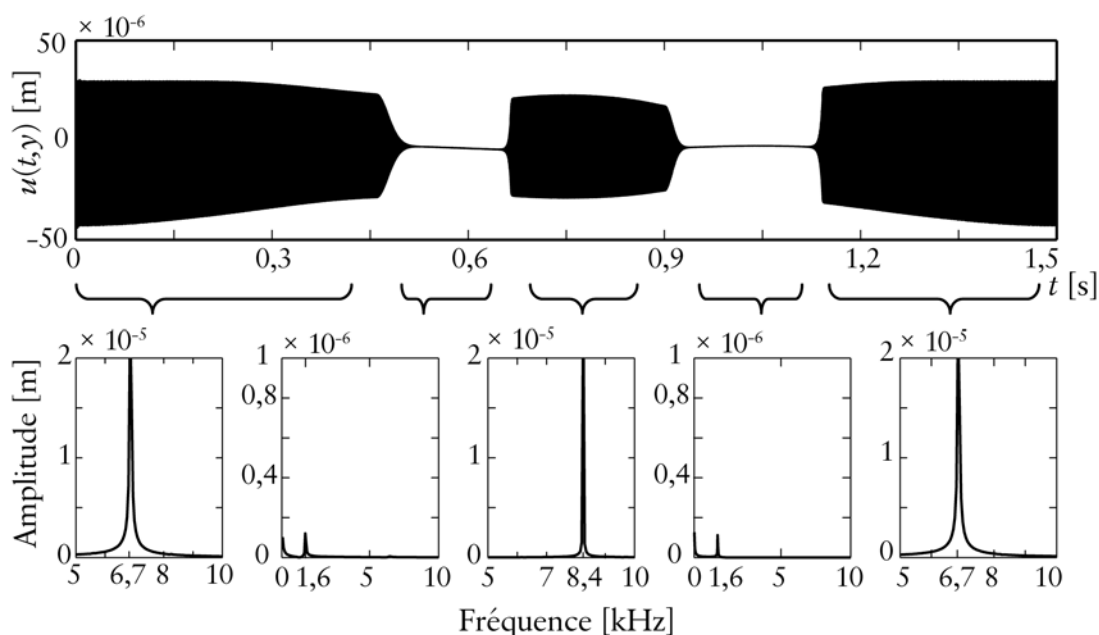


Figure 58 — Analyse fréquentielle des résultats de simulation

Cette analyse fréquentielle consolide les résultats évoqués dans la partie précédente. Elle fournit une information plus précise sur la valeur des fréquences de broutement.

### III.3.4 Cas particulier d'une paroi mince avec des modes proches

Afin de mieux explorer le phénomène de verrouillage de modes, présenté dans la partie précédente, nous avons étudié le cas virtuel d'une paroi mince, dont nous pouvons définir arbitrairement les fréquences propres.

Les simulations ont été effectuées avec les mêmes paramètres que pour la paroi mince de la partie III.3.3. Nous avons juste modifié la valeur de la fréquence du troisième mode. En effet, il est courant sur des pièces réelles d'avoir des modes parfois très proches.

Les résultats de simulations pour deux modes, dont les fréquences sont séparées de seulement 10 Hz, sont présentés sur la figure 59.

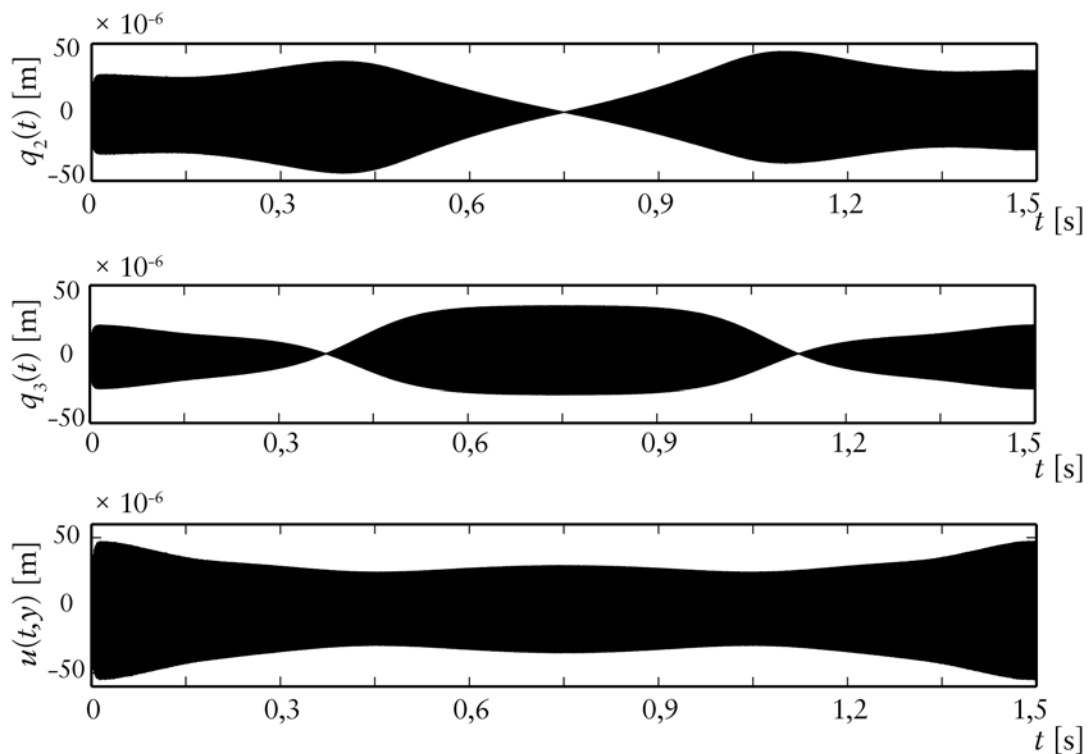


Figure 59 – Cas de deux modes proches  $f_2 = 6\,440$  Hz et  $f_3 = 6\,450$  Hz

Dans cette configuration, nous constatons que le phénomène de verrouillage des modes est pratiquement nul. En effet, chaque mode vibre lorsqu'il est excitable et il n'y a plus de prédominance d'un mode sur l'autre, ainsi le déplacement réel ne présente plus de zone de transition. Si les fréquences sont encore plus rapprochées, les changements de mode de vibrations sont alors identifiés par un changement de la forme propre, car la fréquence de vibration reste identique. Ce phénomène particulier a été observé en contexte industriel lors du détournement de panneaux de grandes dimensions présentant de très nombreux modes



proches, dans les fréquences excitées par l'effort de coupe. Dans ce cas, l'usinage montre de multiples changements de mode de vibrations sans que l'on détecte de saut en fréquence.

Il est intéressant de noter que les résultats, ainsi obtenus, ressemblent fortement à ceux présentés dans la partie modélisation d'une excitation forcée (cf. III.3.1, page 82).

Des simulations complémentaires ont montré que le phénomène de verrouillage des modes est lié à la différence de fréquence. Un écart supérieur à 1 kHz, soit 15 % de la fréquence, est nécessaire ici pour faire apparaître ce phénomène.

### III.3.5 Bilan

Nous avons défini un modèle simple en utilisant un minimum d'hypothèses et de coefficients à déterminer. Ce modèle est capable de reproduire le comportement rapidement évolutif des pièces à parois minces. La modélisation a été utilisée sur plusieurs cas d'étude. Nous avons montré l'impact de la forme modale dans le cas d'une excitation forcée, une paroi mince est alors difficilement excitable sur ses nœuds de vibrations. Nous avons aussi traité le cas de l'usinage d'un système à un seul DDL. Les résultats de simulation ont également été corrélés avec un tracé des lobes de stabilité.

Nous avons aussi largement utilisé la modélisation pour le cas de l'usinage de parois minces. Les simulations ont montré l'impact du talonnage sur l'amplitude du déplacement. Il est ainsi primordial de prendre en compte tous les aspects liés aux parois minces, à savoir : la forme propre, l'effet régénératif, la sortie de la coupe et le talonnage. L'analyse plus fine des résultats a permis de mettre en avant des interactions modales non-linéaires. Ce phénomène laisse l'avantage au mode qui a commencé à vibrer en premier, les changements de fréquence sont ensuite pilotés par le passage sur les nœuds de la forme propre. Le verrouillage de mode, qui s'ensuit, provoque une alternance des fréquences de broûtage. Ce phénomène original est lié à l'écart des fréquences propres du système.

En réponse à cette phase de modélisation, nous allons étudier le comportement de la pièce dans une phase expérimentale, présentée dans la partie suivante.

## III.4 Étude expérimentale

Cette partie s'intéresse au comportement expérimental d'une paroi mince au cours d'une passe de contournage. Nous avons pour objectif de vérifier les résultats de simulation, afin de proposer une nouvelle interprétation affinée des états de surface évolutifs observés.

Dans la partie III.4.1, nous présentons le montage expérimental ainsi que les essais effectués. La seconde partie s'intéresse à l'analyse des états de surface obtenus, d'un point de vue global et local. Dans la partie III.4.3, les mesures de déplacement et des fréquences de

broutement sont analysées. Enfin, nous présentons la corrélation entre les simulations et l'ensemble des résultats expérimentaux.

### III.4.1 Montage expérimental

Les essais d'usinage sont effectués sur un centre d'usinage grande vitesse trois axes, de marque Huron, avec une broche 24 000 tr/min (cf. [Annexe A, page 159](#)). La fraise est un outil carbure monobloc, de diamètre 12 mm avec 4 dents et un rayon de bec de 0,15 mm, le tout fixé dans un porte-outil freiné de type HSK 63A ([figure 60](#)). L'outil dépasse seulement de 36 mm du porte-outil, ce qui lui confère une raideur statique ( $42 \times 10^6$  N/m) 20 fois plus importante que la paroi mince ( $2,05 \times 10^6$  N/m).

La paroi mince est fabriquée en alliage d'aluminium de type 2 017 A. Les parois minces sont directement ébauchées dans un bloc brut, ce qui garantit une grande précision dans les dimensions et dans les conditions d'encastrement. Les quatre parois, réalisées sur un même brut, possèdent le même amortissement, ce qui permet une très bonne reproductibilité des conditions d'essais.

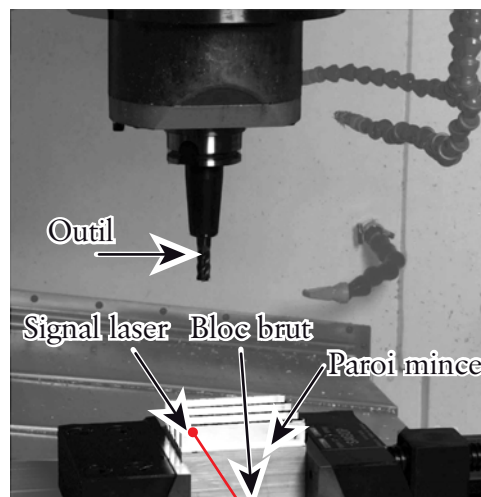


Figure 60 – Montage expérimental

Les vibrations de la pièce sont mesurées dans la direction perpendiculaire à l'avance, par un vélocimètre laser (cf. [Annexe A, page 159](#)). La configuration des essais oblige l'outil à couper le faisceau laser en fin d'usinage. Cet inconvénient n'est cependant pas vraiment problématique, puisque nous mesurons 90 % du temps d'usinage.

Chaque paroi mince est usinée en avalant avec une profondeur de passe axiale de 10 mm, un engagement radial de 0,2 mm et une avance à la dent de 0,05 mm/dent. Un premier essai a été effectué, suivant les recommandations du fabricant d'outils, à 24 000 tr/min. Le deuxième correspond à une réduction de 15 % de la vitesse de coupe : 20 500 tr/min. Enfin, le dernier essai d'usinage correspond à la vitesse optimale, obtenue avec les lobes de stabilité, soit 22 250 tr/min (cf. [figure 46, page 71](#)).

### III.4.2 Analyse des états de surface

L'état de surface est un des éléments les plus importants pour quantifier l'effet des vibrations d'usinage. Pour un industriel, c'est le premier critère de mise au rebut des pièces à parois minces. Afin d'identifier un état de surface, il existe deux grandes familles de critères :

- Les critères unidirectionnels ou 2D, tels que la rugosité arithmétique  $R_a$ , la hauteur du profil  $R_t$ , la hauteur moyenne du profil  $R_z$ , etc. [GRO 96]. Ces critères simples ont l'avantage d'être très souvent utilisés, cependant, ils sont parfois difficiles à interpréter, car ils ne donnent pas d'informations absolument claires sur la surface usinée.
- Les critères surfaciques ou 3D, tels que la rugosité arithmétique surfacique  $sR_a$ , le  $sR_t$ , le  $sR_z$ , etc. [STO 00]. Ces critères 3D ont l'avantage de fournir une information surfacique avec en pratique des représentations en 3D de la surface usinée. Cependant, leur application industrielle est encore limitée.

Dans cette partie, nous utilisons des critères 2D et 3D. La mesure de l'état de surface est effectuée par un profilomètre optique de marque Veeco (cf. [Annexe A, page 159](#)). Ce type d'appareil, utilisant l'interférométrie optique, est beaucoup plus performant que les rugosimètres 3D utilisant un stylet [OHL 01]. Ainsi, depuis quelques années, l'utilisation de ce type d'appareil se développe pour l'analyse des surfaces usinées [HIL 04] [QUI 08].

#### III.4.2.1 Analyse globale

Afin de vérifier globalement la qualité de la surface usinée, nous nous sommes d'abord intéressés à la rugosité des zones les plus dégradées. L'état de surface est alors mesuré suivant quatre lignes, afin de s'assurer de l'homogénéité de la surface ([figure 61](#)). De plus, les mesures ont été répétées trois fois afin de limiter les dispersions de mesure. Les valeurs moyennes sont rassemblées dans le [tableau 5](#).

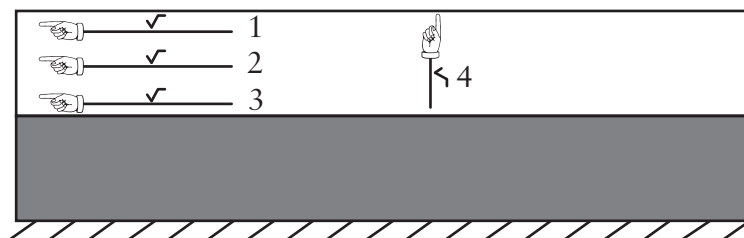


Figure 61 – Direction de mesure de la rugosité

Les résultats,  $R_a$  et  $R_t$ , sont du même ordre de grandeur dans les quatre directions. Cependant, la direction 1 présente des valeurs plus élevées. En effet, cette zone est la plus éloignée de l'encastrement, le déplacement  $y$  est alors plus grand, entraînant une dégradation plus importante de la surface. Ainsi, la rugosité suivant la direction 3 est légèrement plus

faible. Ces premières mesures permettent de s'assurer de l'homogénéité des surfaces mesurées, ainsi dans la suite nous regarderons la rugosité uniquement dans la direction 1.

Tableau 5 – Rugosité maximale pour chaque vitesse de rotation de la broche

N [tr/min]	Direction de mesure	Ra [ $\mu\text{m}$ ]	Rt [ $\mu\text{m}$ ]	Rt/Ra
24 000	1	7,0	35,2	5,0
24 000	2	6,7	34,4	5,7
24 000	3	6,6	32,0	4,8
24 000	4	5,7	29,5	5,1
22 250	1	3,2	10,9	3,4
22 250	2	3,0	10,2	3,4
22 250	3	3,0	10,0	3,3
22 250	4	2,9	11,0	3,7
20 500	1	7,5	35,4	4,7
20 500	2	7,6	34,4	4,5
20 500	3	7,0	34,6	4,9
20 500	4	5,8	28,8	4,9

Une comparaison entre la rugosité des pièces usinées et les lobes de stabilité est présentée sur la [figure 62](#). Pour les vitesses de rotation de 20 500 et 24 000 tr/min, l'état de surface est fortement dégradé, avec un Ra de 7  $\mu\text{m}$  et un Rt proche de 35  $\mu\text{m}$ . Le rapport entre le Rt et le Ra permet de qualifier la surface usinée. Dans ce cas, ce rapport est proche de 5. Nous avons donc une surface très dégradée ayant d'importants creux. Au final, on retrouve bien deux usinages instables, ce qui permet de corréliser le tracé des lobes de stabilité.

Par contre, pour une vitesse de 22 250 tr/min, la surface correspond un peu plus à des critères industriels avec un Ra de 3,2  $\mu\text{m}$  et un Rt de 10,9  $\mu\text{m}$ . Cette fois, le rapport Rt/Ra est proche de 3. On retrouve alors une surface plus homogène dont la rugosité est liée à la coupe, aux vibrations forcées et à la déflexion statique. Cet usinage est alors considéré comme stable, car il ne présente pas de broutement.

Pour conclure, les lobes de stabilité permettent globalement d'optimiser un usinage, même pour le cas d'une paroi mince. Cependant, l'état de surface observé sur les pièces n'est pas homogène, car plusieurs modes peuvent intervenir successivement. Dans la partie suivante, nous allons nous focaliser sur l'analyse plus précise de l'état de surface de la pièce usinée à 20 500 tr/min.

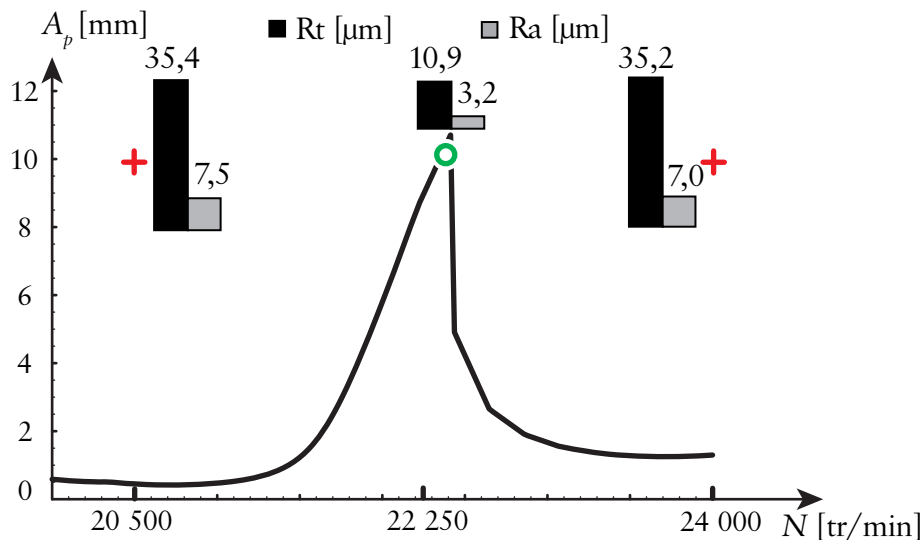


Figure 62 – Comparaison entre la rugosité maximale dans la direction 1 et les lobes de stabilité

### III.4.2.2 Analyse locale

L'état de surface sur la pièce est hétérogène, mais il est possible de découper la pièce en plusieurs zones assez homogènes pour lesquelles, cette fois, la rugosité est constante. Les cinq zones ainsi identifiées sur la pièce sont présentées sur la [figure 63](#). Il est alors possible d'étudier localement la rugosité de la pièce.

Les résultats de la rugosité linéique sont comparables avec les résultats 3D, ce qui indique que la ligne choisie *a priori* est représentative de la surface ([figure 63](#)). Par exemple, la zone 2 possède un  $R_a$  de  $0,9 \mu\text{m}$  et un  $sR_a$  de  $1,1 \mu\text{m}$ . Ces résultats sont complémentaires, mais ils ne peuvent pas être comparés directement, car ils ne résultent pas du même calcul.

La zone 2 est caractérisée par un très bon état de surface, avec un  $R_a$  de  $0,9 \mu\text{m}$ , un  $R_t$  de  $2,7 \mu\text{m}$  et un  $sR_a$  de  $1,1 \mu\text{m}$ . Ces valeurs sont optimales pour l'opération effectuée. Le rapport  $R_t/R_a$  est proche de 3, ce qui indique une surface homogène, facilement observable sur la vue 3D. Le profil possède un pas d'environ  $0,25 \text{ mm}$ , cette valeur est plus grande que l'avance à la dent ( $0,05 \text{ mm/dent}$ ). Il est difficile d'expliquer ce pas de profil uniquement avec le faux rond de l'outil.

Cette zone de bonne qualité fait suite à la zone 3 qui est la plus dégradée de la pièce. En effet, elle possède un  $R_a$  de  $7,5 \mu\text{m}$ , un  $R_t$  de  $35,4 \mu\text{m}$  et un  $sR_a$  de  $7,5 \mu\text{m}$ . Le rapport  $R_t/R_a$  est proche de 5, ce qui implique de très grosses irrégularités sur la pièce. Le pas du profil est alors de  $0,7 \text{ mm}$ , ce qui s'explique par la sortie régulière de l'outil de la coupe. L'analyse de la vue 3D (e) permet également de dissocier deux types de stries :

- Des stries élémentaires inclinées d'un angle constant proche de l'angle d'hélice de l'outil ( $45^\circ$ ). Elles correspondent à l'entrée et à la sortie de l'outil dans la matière lors de fortes vibrations.

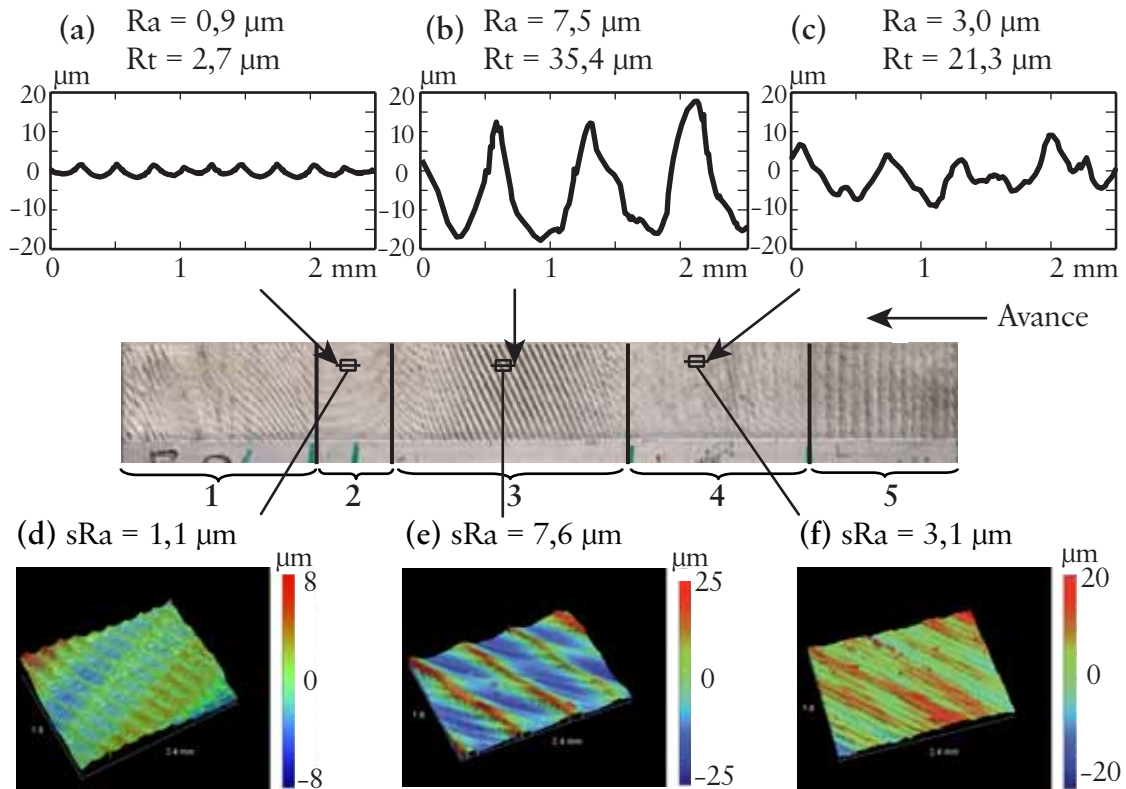


Figure 63 – Évolution de la rugosité pour l'usinage à 20 500 tr/min

– Des stries beaucoup plus grosses dont l'angle d'inclinaison est différent. Plusieurs causes pourraient expliquer ces larges stries : un couplage entre deux fréquences proches ou encore un phénomène d'accumulation des premières stries.

Enfin, la zone 4 présente un état de surface intermédiaire, avec un Ra de  $3\ \mu\text{m}$ , un Rt de  $21,3\ \mu\text{m}$  et un sRa de  $3,1\ \mu\text{m}$ . Dans ce cas, le Ra vaut  $3\ \mu\text{m}$ , mais le Rt est très élevé avec plus de  $20\ \mu\text{m}$ . On retrouve ici une limitation du Ra, dont le calcul est basé sur une moyenne arithmétique. Cette limitation est également valable pour le critère 3D sRa, qui généralise le calcul du Ra suivant deux axes. Le rapport Rt/Ra est alors proche de 7. De plus, le profil ne présente pas de pas particulier, mais s'apparente plus à une forme très irrégulière sans vraiment de périodicité. Cette zone présente un début de dégradation, caractéristique d'une zone chaotique de transition entre deux états.

Les résultats pour toutes les autres vitesses de rotation sont présentés sur la [figure 64](#). De même, les autres pièces ont été divisées en sept zones homogènes. Il est alors facile de constater l'évolution des états de surface lors de l'usinage d'une paroi mince. L'usinage le plus stable, à 22 250 tr/min, présente une évolution très faible de la rugosité, les valeurs étant quasiment les mêmes sur toute la pièce.

En négligeant la perte de masse, les caractéristiques dynamiques de la pièce sont symétriques. Pourtant ni les simulations, ni les essais ne montrent une parfaite symétrie ([figure 64](#)). Globalement, on retrouve bien les mêmes zones de part et d'autre sur la pièce, mais seules les transitions entre ces zones sont décalées.

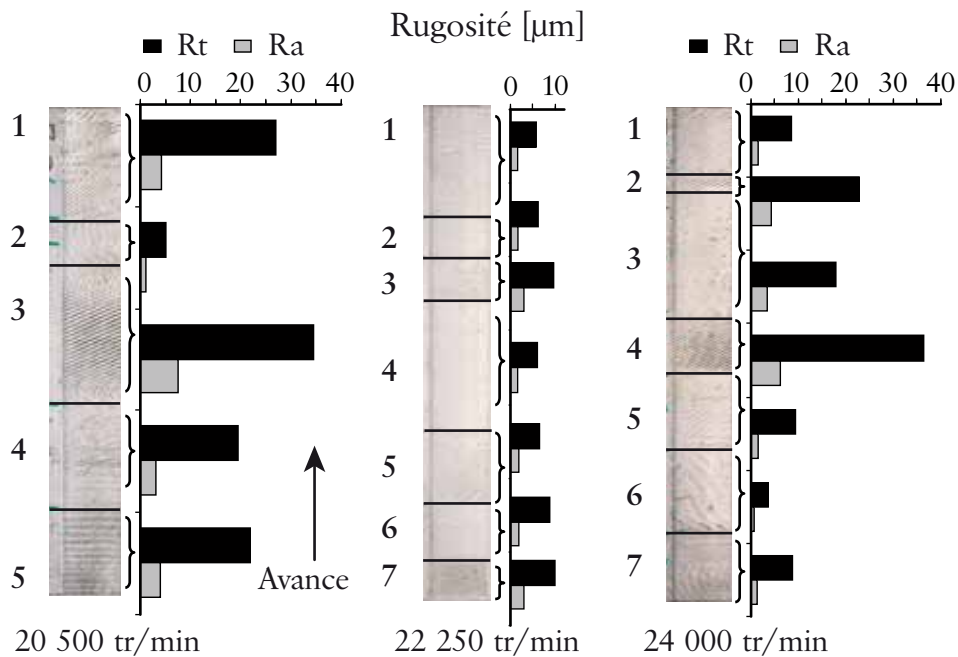


Figure 64 – Évolution de la rugosité pour les différents essais

Pour conclure, les parois minces peuvent être décomposées en plusieurs zones, possédant chacune un état de surface homogène. L'analyse locale de l'état de surface met en avant des différences importantes de rugosité entre deux zones successives. L'analyse plus détaillée de l'essai à 20 500 tr/min a mis en avant le rôle de l'angle d'hélice dans la formation des stries, souvent observées. De plus, certaines zones plus chaotiques ne présentent plus de régularité. Enfin, ce comportement évolutif a été mis en avant dans la partie III.3.3.

### III.4.3 Analyse temporelle et fréquentielle

Le déplacement de la paroi mince a été obtenu à partir du signal de vitesse, mesuré par le vélocimètre laser. Un filtrage suivi d'une intégration numérique permet alors d'extraire le déplacement vibratoire (cf. Annexe B, page 165).

Sur la figure 65, nous présentons le déplacement, le déplacement échantillonné et la section de Poincaré associée, lors de la mesure sur le point fixe en  $y = 95$  mm, pour la vitesse de rotation de 20 500 tr/min. Le passage de l'outil induit une perte d'information très localisée, mais globalement, le signal est parfaitement exploitable. Pour des raisons d'accessibilité liées au montage expérimental, le déplacement est toujours mesuré sur le même point fixe en  $y = 95$  mm. Ainsi, l'amplitude mesurée ne peut pas être directement comparée avec les valeurs obtenues par simulation dans la zone de coupe. Cependant, la mesure donne une amplitude moyenne de  $30 \mu\text{m}$ , ce qui corrèle bien l'amplitude simulée qui est également d'environ  $30 \mu\text{m}$  (cf. figure 57, page 89). Les résultats de simulations sont donc cohérents avec les mesures expérimentales. Ce résultat semble anodin, mais il est courant de constater dans les travaux publiés sur les parois minces un facteur allant de deux à dix entre les simulations et les mesures expérimentales [COR 06A] [GON 06].

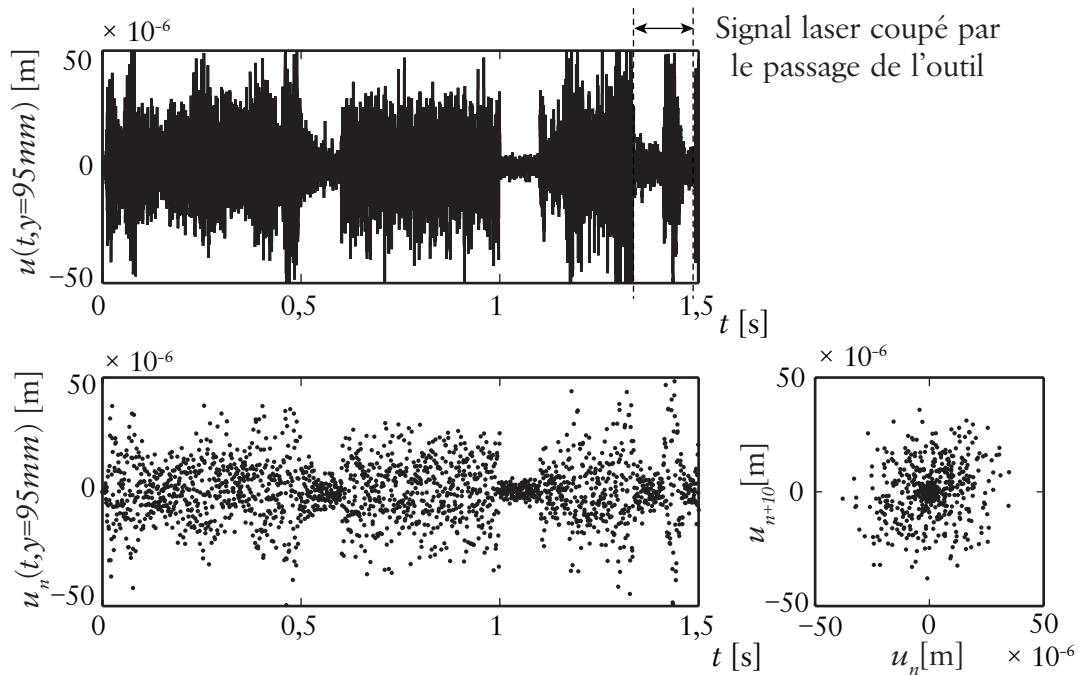


Figure 65 – Déplacement mesuré sur un point fixe à  $y = 95$  mm et à 20 500 tr/min

Le déplacement échantillonné ne présente pas de régularité, la position relative de la pièce par rapport à la dent est chaotique, ce qui correspond naturellement à un usinage fortement instable, hormis dans les zones de transitions, caractérisées par une amplitude plus faible. La section de Poincaré présente un attracteur de type point au centre, lorsque l'amplitude du déplacement est faible, signe d'une relative stabilité. Par contre, les zones fortement instables, avec une très forte amplitude, présentent plutôt un attracteur de type cercle voire disque, impliquant une très forte irrégularité du mouvement.

Le signal du laser a également servi de base pour le calcul des fréquences de brottement. Pour cela, nous avons utilisé la transformée de Fourier. La [figure 66](#) présente les fréquences de brottement calculées sur chaque zone homogène, identifiée dans la partie précédente (cf. III.4.2.2, page 96).

L'usinage débute par la zone 5 pour finir sur la zone 1. La zone 5 vibre à une fréquence proche de 7 kHz, c'est alors le mode 2 qui vibre fortement. La zone 4 vibre simultanément suivant deux fréquences à 7 kHz et 8,3 kHz. C'est une zone de transition entre la zone 5 où le mode 2 vibre à 7 kHz et la zone 3 où, cette fois, c'est le mode 3 qui vibre à une fréquence de 8,3 kHz. La zone 2 est plus difficile à exploiter, car aucune fréquence ne domine le spectre. En effet, on retrouve une série d'harmoniques qui ne sont pas liées à la fréquence de dent (1 366 Hz). Cette zone constitue également une transition, difficile à exploiter avec une seule mesure ponctuelle, car sa durée est de l'ordre de 0,1 s. Enfin, la zone 1 vibre à une fréquence d'environ 7 kHz, correspondant au mode 2.

Pour conclure, la mesure des déplacements permet de retrouver des amplitudes cohérentes avec les résultats de simulations. L'analyse du déplacement échantillonné montre alors clai-



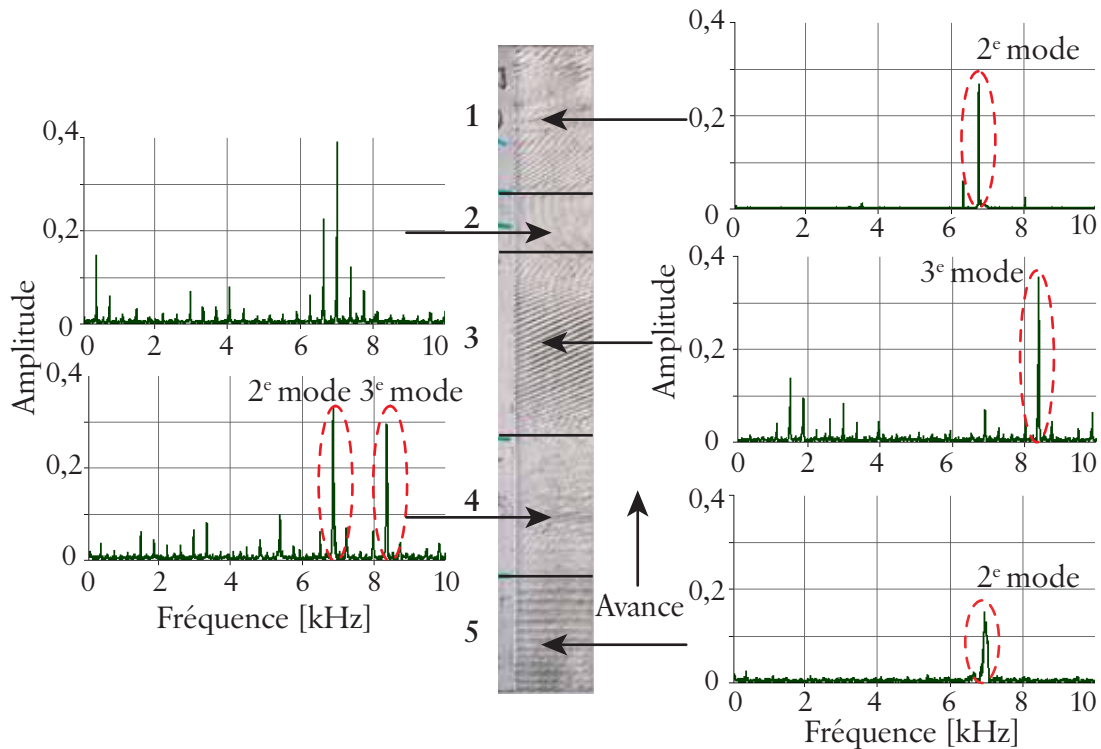


Figure 66 – Fréquences mesurées pour l'usinage à 20 500 tr/min

rement l'alternance entre différents régimes vibratoires. Ces résultats ont aussi été mis en avant par les mesures fréquentielles. Ainsi, chaque zone identifiée, par la mesure de l'état de surface, vibre à une fréquence de broutement particulière. Le changement de la fréquence de broutement entraîne un changement de zone pour l'état de surface. Les évolutions des fréquences de broutement ont aussi été mises en avant dans la partie simulation (cf. III.3.3, page 86). Les évolutions de l'état de surface sur la pièce sont alors liées à un changement de la fréquence de broutement.

#### III.4.4 Corrélation modèle-essai

Cette partie rassemble l'ensemble des résultats expérimentaux, afin de réaliser une corrélation avec les simulations (figure 67).

La zone 5 est correctement modélisée par la simulation qui relève, comme les essais, une fréquence de broutement liée au deuxième mode. Par contre, la zone 4 vibre suivant les modes 2 et 3. Ils provoquent un début de dégradation de l'état de surface, observé expérimentalement (cf. III.4.2.2, page 96). Cette zone de transition n'est pas bien prédite par la simulation pour laquelle uniquement le mode 2 devrait vibrer. Par contre, la zone 3 est correctement modélisée.

La zone 2 constitue encore une zone de transition, difficile à analyser expérimentalement. Par contre, cette fois la modélisation semble bien prédire une amplitude beaucoup plus

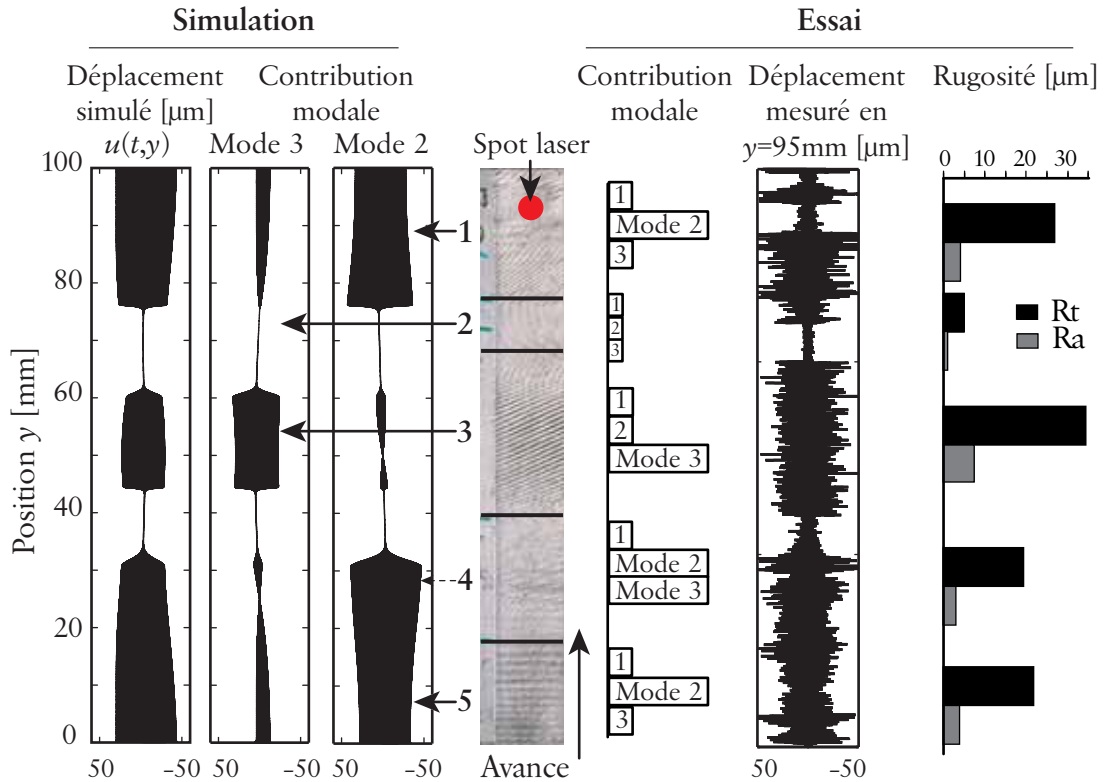


Figure 67 – Corrélation entre la simulation et les mesures à 20 500 tr/min

faible. Enfin, la dernière zone vibre suivant le mode 2. Elle est très bien modélisée par la simulation qui montre la présence du mode 2.

L'amplitude des déplacements simulés est bien représentative des déplacements mesurés sur la pièce. Cependant, il est très difficile de calculer la rugosité de la pièce avec uniquement les déplacements calculés. La reconstruction *a posteriori* de la surface usinée en considérant la matière enlevée par l'outil semble séduisante, mais de nombreux travaux ont montré son incapacité à prédire correctement la rugosité [LIU 05]. Seule la simulation temporelle avec génération de la surface usinée permet de connaître l'état de surface. Ainsi, le lien entre le déplacement et la rugosité est beaucoup trop complexe pour que notre modélisation puisse donner des valeurs prédictives de rugosité. En effet, nous pouvons uniquement corrélérer la présence de fortes vibrations avec une forte dégradation de la rugosité sur la pièce.

En fait, les différences significatives sont observées uniquement sur les zones de transitions. Plusieurs causes sont possibles : l'utilisation d'une loi de coupe linéaire et le calcul simplifié de l'épaisseur de copeau. Des simulations complémentaires ont montré l'impact des coefficients de coupe sur la prédiction des zones de transitions. Une loi de coupe non-linéaire semblerait donc être une piste à approfondir. Cependant, la détermination pratique des coefficients de coupe est extrêmement difficile dans le contexte d'une paroi mince, car il faut mesurer de très faibles efforts de coupe, à des fréquences proches de la résonance des platines de mesure.

Pour conclure, la modélisation mise en œuvre présente une bonne corrélation qualitative et quantitative avec les mesures expérimentales. Les principales limites sont liées aux zones de transitions, encore mal représentées. La modélisation permet d'expliquer précisément les changements de fréquence de broutement, mesurés pendant les essais. Ces changements de fréquence provoquent alors naturellement des évolutions de la rugosité sur la pièce. Il est alors possible de proposer une nouvelle explication pour ces évolutions observées. Les changements des modes de broutement, induisant les changements de la rugosité, sont contrôlés par leurs différentes déformées modales (position des nœuds et des ventres de vibrations).

### III.5 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était d'approfondir l'étude d'une passe d'usinage de finition sur une paroi mince afin de mieux comprendre les phénomènes intervenant et notamment les états de surface rapidement évolutifs couramment observés.

L'utilisation des lobes de stabilité a permis de démontrer son utilité pour l'optimisation de la vitesse de rotation. Ce résultat est intéressant, car il montre que l'utilisation d'un simple modèle semi-analytique est efficace pour la réduction des vibrations régénératives, même dans le cas des parois minces. Cependant, cette approche ne permet pas d'expliquer : les changements de fréquence de broutement, la prédominance d'une mode de vibration, l'évolution de la rugosité, etc.

Afin de modéliser les phénomènes non-linéaires des parois minces, nous avons mis au point un modèle numérique simplifié au maximum, mais qui prend en compte tous les aspects indispensables, à savoir : la forme propre des divers modes de vibration, l'effet régénératif, la sortie de la coupe et le talonnage. Les simulations ont montré notamment l'impact du talonnage sur l'amplitude du déplacement. La prise en compte de cette non-linéarité est absolument indispensable, dans notre modèle, pour obtenir des amplitudes de déplacement cohérentes avec les essais. Cette modélisation a également été utilisée sur différents cas d'étude, afin de montrer sa polyvalence. Contrairement à ce que l'on aurait pu croire *a priori*, il n'est pas indispensable de générer la surface usinée ni de modéliser très finement le contact lors du talonnage, pour simuler de façon cohérente le comportement des parois minces. Enfin, tous les coefficients utilisés ont un sens mécanique clair et la résolution se base sur une fonction MATLAB®. Ce modèle peut donc facilement être adapté pour d'autres applications. Il devrait permettre de mieux cerner la cause des écarts souvent observés entre les simulations et les essais afin d'améliorer la compréhension de l'usinage des parois minces.

Dans le cas d'une paroi mince, l'évolution de l'état de surface peut être expliquée par le changement des modes de vibrations, contrôlés par la forme propre de la pièce. L'analyse des surfaces usinées a montré qu'il y a un lien très important entre l'état de surface et

l'amplitude des vibrations, mais il est très difficile de donner des valeurs prédictives de rugosité, avec notre modélisation. La corrélation avec les essais est remarquable, mais il reste des améliorations à faire, liées notamment à l'utilisation d'une loi de coupe linéaire.





# Chapitre IV

---

## Solution d'optimisation avancée : usinage avec une vitesse de rotation variable

---

DANS certains cas, notamment pour les pièces complexes à parois minces, il n'est pas toujours possible d'utiliser une vitesse de rotation optimale, pour limiter les vibrations régénératives. La recherche des fenêtres optimales dans les lobes de stabilité est alors souvent inutile. Ce constat ayant été fait dans les chapitres précédents, il est indispensable de développer des solutions d'optimisation autres que la simple utilisation des lobes de stabilité à vitesse constante. Dans ce chapitre, nous allons nous consacrer à l'étude d'une solution, basée sur la variation continue de la vitesse de rotation de la broche, dans un contexte d'usinage grande vitesse. Ces travaux ont été publiés [SEG 08B].

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons la modélisation mise en œuvre pour l'usinage à vitesse variable. Nous présentons les différentes consignes de variation étudiées, ainsi que leur impact sur la modélisation. Ensuite, nous développons l'adaptation de la simulation temporelle et de la semi-discrétisation, au contexte de nos travaux.

La partie suivante est consacrée à la comparaison de ces deux approches. En effet, elles fournissent des résultats de nature différente, qu'il convient de comparer par simulation.

Dans la troisième partie, nous procédons à l'optimisation de la consigne de variation. Différentes études paramétriques permettent de quantifier l'impact des éléments de la consigne. Nous mettons aussi en avant des zones d'utilisations, où les gains sont les plus importants.

La quatrième partie est consacrée à l'étude expérimentale, afin de valider les simulations précédentes. La réalisation d'essais à vitesse constante permet de retrouver rapidement le comportement de la pièce et d'effectuer les premières corrélations. Ensuite, nous présentons la mise en place de l'usinage à vitesse variable. Enfin, l'analyse de l'amplitude des vibrations permet de quantifier les gains réels, du point de vue de la qualité de la surface usinée.

Enfin, nous concluons ce chapitre.

## IV.1 Modélisation mise en œuvre

Cette partie présente la modélisation mise en œuvre dans le cas du fraisage à vitesse de rotation variable.

D'abord, nous définissons les consignes de variation de vitesse et la mise en équation du fraisage en présence de vibrations. Ensuite, nous présentons la simulation temporelle utilisée et l'adaptation de cette méthode à notre étude. Enfin, la partie IV.1.3 s'intéresse à l'étude de la stabilité du fraisage à vitesse de rotation variable, nous développons ainsi la méthode de la semi-discrétisation.

### IV.1.1 Mise en équation du modèle de fraisage

Nous effectuons la mise en équation du fraisage à vitesse variable, en définissant la consigne de vitesse, puis son intégration dans la modélisation retenue.

#### IV.1.1.1 Consigne de variation

La vitesse de rotation, au cours du temps, est définie par la fonction  $N(t)$  (figure 68). Cette fonction périodique est décomposée en une somme de deux termes :

$$N(t) = N(t + T_v) = N_0 + N_a S(t). \quad (55)$$

$N_0$  correspond à la vitesse de rotation moyenne,  $N_a$  est l'amplitude de variation,  $T_v$  est la période de variation et  $S(t)$  est une fonction unitaire, définissant la forme de la variation.

*A priori*, il est difficile d'identifier l'impact de l'amplitude et de la période de variation (ou fréquence de variation). Afin de normaliser l'amplitude  $N_a$  et la fréquence de variation  $f_v$ , les paramètres *RVA* et *RVF* sont introduits :

$$RVA = \frac{N_a}{N_0}, \quad (56)$$

$$RVF = \frac{60}{N_0 T_v} = \frac{60 f_v}{N_0}. \quad (57)$$

*RVA* est le rapport de variation en amplitude, entre l'amplitude  $N_a$  et la valeur moyenne  $N_0$ . En usinage, il est toujours inférieur à 1. En effet, un *RVA* supérieur à 1 signifie que l'amplitude de variation est supérieure à la valeur moyenne, c'est-à-dire une annulation de la vitesse de rotation et un changement de signe, ce qui est impossible en usinage. Afin de rester dans des conditions de coupe acceptables, nous avons fait le choix arbitraire de limiter *RVA* à 0,3. Ceci représente au maximum une variation de 30 % de la vitesse de rotation et de la vitesse de coupe. La vitesse de déplacement des axes étant constante, pour éviter les à-coups ou les vibrations sur les axes linéaires, une variation de la vitesse de rotation de l'outil entraîne donc une variation, au maximum, de 30 % de l'avance à la dent.

$RVF$  est le rapport de variation en fréquence, entre la fréquence de variation  $f_v$  et la fréquence de rotation moyenne  $N_0$ . Contrairement au quotient précédent,  $RVF$  peut être supérieur à 1. Un  $RVF$  égal à 1 signifie qu'une période de variation est effectuée pendant un seul tour d'outil.

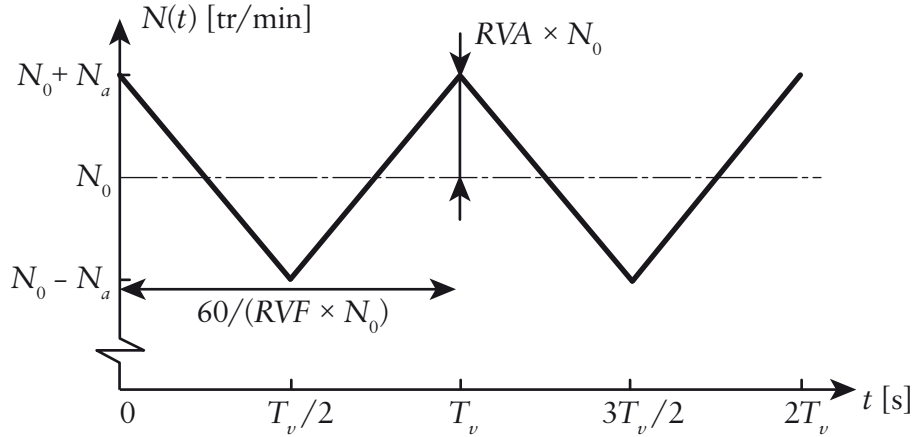


Figure 68 – Consigne de type triangulaire

Nous avons choisi d'étudier deux formes de variation pour  $S(t)$  : triangulaire et sinusoidale. La fonction unitaire triangulaire peut être définie par :

$$S(t) = \begin{cases} 1 - 4\text{mod}(t;T_v)/T_v & \text{si } 0 < \text{mod}(t;T_v) \leq T_v/2 \\ -3 + 4\text{mod}(t;T_v)/T_v & \text{si } T_v/2 < \text{mod}(t;T_v) \leq T_v \end{cases} \quad (58)$$

Ici,  $\text{mod}$  représente la fonction modulo, par exemple,  $\text{mod}(12; 5) = 2$ . Cette fonction permet simplement une alternance entre les portions croissantes et décroissantes. En insérant les équations (56), (57) et (58) dans l'équation initiale (55), nous obtenons l'expression de la vitesse de rotation pour une forme triangulaire :

$$N(t) = \begin{cases} N_0(1 + RVA) - \frac{4N_0 \cdot RVA}{T_v} \text{mod}(t;T_v) & \text{si } 0 < \text{mod}(t;T_v) \leq T_v/2 \\ N_0(1 - 3RVA) + \frac{4N_0 \cdot RVA}{T_v} \text{mod}(t;T_v) & \text{si } T_v/2 < \text{mod}(t;T_v) \leq T_v \end{cases} \quad (59)$$

De la même façon, la vitesse de rotation triangulaire et la fonction unitaire sinusoidale s'expriment par :

$$N(t) = N_0 \left( 1 + RVA \sin\left(\frac{2\pi t}{T_v}\right) \right), \quad S(t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{T_v}\right). \quad (60)$$



### IV.1.1.2 Temps de retard variable

Un des paramètres les plus significatifs pour l'étude des vibrations est le temps entre deux coups de dent. Ce temps de retard est fondamental pour l'effet régénératif entraînant le broutement. Pour un usinage à vitesse constante, ce temps  $\tau$  est constant et s'exprime par la relation suivante :

$$\tau = \frac{60}{zN_0}, \quad (61)$$

avec  $z$  le nombre de dents de l'outil et  $N_0$  la vitesse de rotation moyenne. La variation de la vitesse de rotation entraîne la variation continue de ce temps de retard. Le retard variable  $\tau(t)$  est alors lié à la vitesse de rotation  $N(t)$  par l'équation suivante :

$$\tau(t) = \frac{60}{zN(t)}. \quad (62)$$

Le retard variable est obtenu en résolvant l'équation (62), avec comme inconnue  $\tau(t)$ . Cependant, il est impossible d'obtenir une solution analytique générale pour cette équation. La détermination précise du retard passe ici par une résolution numérique.

Si l'amplitude de variation est relativement faible, alors le temps de retard peut être approché assez précisément par l'expression suivante :

$$\tau(t) \approx \tau + \tau RVA \cdot S(t). \quad (63)$$

Cette simplification est largement utilisée pour la modélisation de l'usinage à vitesse variable [JAY 00] [SAS 02], car elle évite une résolution numérique. Le temps de retard varie alors dans les mêmes proportions que la vitesse de rotation. Par exemple, un RVA de 20 % implique une variation de plus ou moins 20 % du temps de retard moyen, calculé simplement avec l'équation (61).

La vitesse de rotation, pour des consignes triangulaire et sinusoidale, est présentée sur la figure 69. L'amplitude est de 20 % avec une fréquence de 1 Hz. Le temps de retard  $\tau(t)$  est calculé numériquement et en utilisant l'approximation (63). Les deux méthodes de calcul fournissent évidemment la même valeur, constante, du temps de retard pour la vitesse de rotation moyenne. Par contre, les écarts s'accroissent lorsque l'on varie autour de la valeur moyenne. Pour une amplitude de 20 %, l'écart maximal est alors de 4 %. Dans notre cas, nous sommes amenés à étudier une amplitude de 30 %. L'utilisation de la formule simplifiée conduit alors à une erreur de plus de 9 %. Dans la suite de l'étude, le temps de retard sera déterminé numériquement.

### IV.1.1.3 Modèle mécanique

Les chapitres précédents ont démontré la complexité indispensable pour la modélisation du comportement dynamique d'une paroi mince, lors de son usinage à vitesse constante.

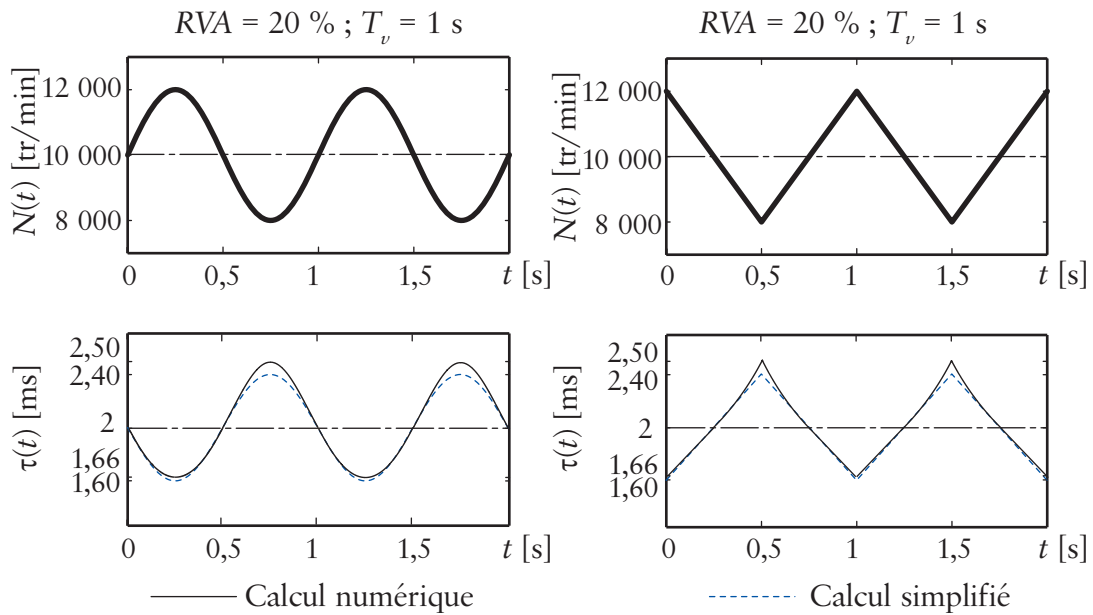


Figure 69 – Évolution du temps de retard

Afin d'isoler d'abord l'influence de la variation de vitesse, nous avons fait le choix d'étudier ici une paroi mince simplifiée (cf. figure 83, page 130). Cette pièce peut alors être modélisée comme un système à un seul DDL (figure 70).

La mise en équation de ce type de système est classique, l'application du principe fondamental de la dynamique à la masse  $m$  permet d'obtenir l'équation suivante :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_x(t), \quad (64)$$

avec  $x(t)$  la position de la pièce,  $c$  le coefficient d'amortissement,  $k$  la raideur et  $F_x(t)$  l'effort de coupe dans la direction  $x$ .

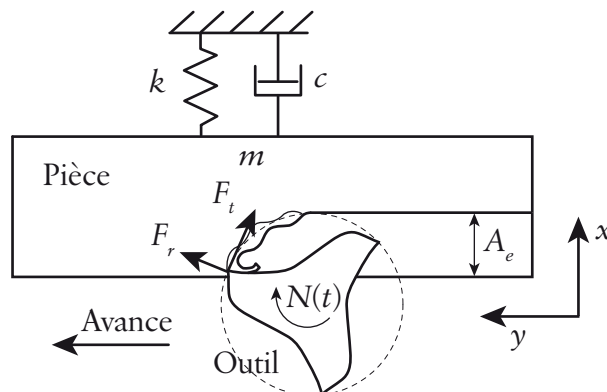


Figure 70 – Modèle mécanique du fraisage à un DDL

L'outil ayant un angle d'hélice nul, on peut considérer en première approximation que l'effort de coupe est principalement dans le plan  $xy$ . Le système étant uniquement flexible

dans une seule direction, l'effort de coupe est alors exprimé par la projection, dans la direction  $x$ , de la composante radiale  $F_r$  et tangentielle  $F_t$  de l'effort de coupe :

$$F_x(t) = \sum_{j=1}^z [F_r \cos \phi_j - F_t \sin \phi_j]. \quad (65)$$

L'utilisation d'une loi de coupe linéaire permet d'exprimer les efforts :

$$\begin{cases} F_t = K_t A_p h_j(t) \\ F_r = K_r A_p h_j(t) \end{cases} \quad (66)$$

avec  $K_t$  et  $K_r$  les coefficients spécifiques de coupe tangentiels et radiaux,  $A_p$  la profondeur de passe axiale et  $h_j(t)$  l'épaisseur de copeau de la dent  $j$ .

En insérant l'équation (66) dans l'équation (65), nous obtenons la forme suivante pour les efforts :

$$F_x(t) = A_p \sum_{j=1}^z [(K_r \cos \phi_j - K_t \sin \phi_j) h_j(t)]. \quad (67)$$

L'épaisseur de copeau est composée d'une partie statique et d'une partie dynamique liée à l'effet régénératif. Le calcul de l'épaisseur est alors défini par l'expression suivante :

$$h_j(t) = g_j(\phi_j) \{ f_z \sin \phi_j + [x(t) - x(t - \tau(t))] \cos \phi_j \}. \quad (68)$$

L'avance à la dent  $f_z$  constitue la partie statique de l'épaisseur de copeau. L'effet régénératif est modélisé par la différence entre la position actuelle  $x(t)$  et la position au précédent coup de dent  $x(t - \tau(t))$ . L'utilisation d'une vitesse de rotation variable vient modifier le terme retard. Enfin, la fonction  $g_j(\phi_j)$  est une fonction unitaire. Elle est égale à 1 si la dent  $j$  coupe, sinon elle est égale à 0 :

$$g_j(\phi_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (69)$$

avec  $\phi_{st}$  et  $\phi_{ex}$  les angles respectifs d'entrée et de sortie dans la matière et  $\phi_j$  la position angulaire de la dent  $j$ .

## IV.1.2 Étude du comportement par la simulation temporelle

La simulation temporelle est une approche polyvalente qui permet facilement de calculer le déplacement d'une pièce usinée. La méthode utilisée est basée sur les travaux de Grégoire PEIGNÉ à vitesse constante [PEI 03A] [PEI 06B]. Nous présentons ici en détail les hypothèses considérées et l'adaptation pour l'usinage à vitesse variable.

### IV.1.2.1 Principales hypothèses

La simulation temporelle utilisée est classique, elle repose sur une approche présentée depuis les années quatre-vingt [TLU 81].

Le calcul des efforts de coupe est effectué avec l'équation (67). La phase de coupe est alors simplement définie par les angles d'entrée et de sortie dans la matière, tous deux considérés constants au cours du temps. Le calcul de l'épaisseur de copeau, calculée avec l'équation (68), est assimilé à la différence entre la position d'une dent et la position occupée par la précédente dent lorsque cette dernière avait la même position angulaire. Cette simplification permet de ne pas générer la surface usinée, ce qui évite de modéliser et de calculer les intersections entre l'outil et la pièce à chaque instant.

La résolution prend uniquement en compte la non-linéarité due à la sortie de la coupe lors de fortes vibrations. Par contre, le rôle de talonnage n'est pas modélisé ici, car il n'est pas indispensable pour ce système à un DDL (cf. III.3.2, page 84).

L'équation (64) est intégrée numériquement afin de calculer le déplacement  $x(t)$ . L'intégration numérique permet d'obtenir le déplacement à l'instant  $n + 1$  à partir du déplacement à l'instant  $n$ , espacé par une durée  $\Delta t$  :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_{n+1} + c\dot{x}_{n+1} + kx_{n+1} = F_{x_{n+1}} \\ x_{n+1} = x_n + \Delta t_n \dot{x}_n + \frac{\Delta t_n^2}{2} [(1 - 2\beta)\ddot{x}_n + 2\beta\ddot{x}_{n+1}] \\ \dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n + \Delta t_n [(1 - \gamma)\ddot{x}_n + \gamma\ddot{x}_{n+1}] \end{cases} \quad (70)$$

L'utilisation de cette formulation pour l'approximation constitue en fait les méthodes dites de Newmark [BAT 96]. La stabilité de ce type de schéma est définie par le choix des paramètres  $\beta$  et  $\gamma$ . En utilisant la méthode implicite de l'accélération moyenne, c'est-à-dire  $\beta = 1/4$  et  $\gamma = 1/2$ , le schéma d'intégration est alors inconditionnellement stable pour un système linéaire. Cette méthode facile à mettre en œuvre permet d'obtenir des résultats de bonne qualité pour un système faiblement non-linéaire (cf. Annexe C, page 167).

### IV.1.2.2 Adaptation à notre étude

Par définition, l'usinage à vitesse variable permet de faire varier le temps entre deux coups de dent (cf. IV.1.1.2, page 108). Afin de simplifier la simulation, nous avons fait le choix d'utiliser comme variable la position angulaire (l'angle parcouru au cours d'un pas de simulation) à la place du temps. Le choix de la discrétisation angulaire est un des points clefs pour la simulation, car il permet d'assurer la qualité des résultats obtenus. Le choix de la taille du pas angulaire doit donc respecter les contraintes suivantes :

- une discrétisation correcte de la phase de coupe (au minimum 20 points),

- une discrétisation de la période de vibration de la pièce (au minimum 20 points),
- un nombre entier de pas angulaire par tour.

L’utilisation de ces trois contraintes permet de choisir le nombre optimal de pas angulaire par tour.

REMARQUE. – Pour valider la convergence du calcul en fonction de la discrétisation, nous avons vérifié systématiquement que le doublement du nombre de pas angulaire par tour n’entraînait pas de modifications sur les résultats.

Pour la simulation, le pas angulaire est constant afin de récupérer facilement la position au coup de dent précédent. Une vitesse de rotation variable implique alors une modification de la valeur du pas de temps correspondant. Il est alors nécessaire de calculer le temps permettant de toujours parcourir le même pas angulaire. Le lien entre le temps et la position angulaire est défini par la vitesse de rotation, sa pulsation s’exprime alors par :

$$\Omega(t) = \frac{N_0}{60} + \frac{N_a}{60}S(t). \quad (71)$$

L’intégration, par rapport au temps, de l’équation (71) permet d’obtenir la position angulaire au cours du temps :

$$\phi(t) = \int_0^t \Omega(s)ds. \quad (72)$$

Le calcul du pas de temps, pour une position angulaire donnée, s’effectue en inversant l’équation (72). Pour une consigne triangulaire, il est possible d’avoir une solution analytique par portion, pour cette équation (figure 71).

Dans le cas d’une consigne sinusoïdale, l’équation (72), s’exprime alors par :

$$\phi(t) = \frac{N_0}{60} - \frac{N_a T_v}{2\pi 60} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_v}\right) + \frac{N_a T_v}{2\pi 60} t. \quad (73)$$

Cette équation n’est pas inversible analytiquement, seule une résolution numérique permet d’obtenir le temps  $t$  nécessaire pour parcourir un angle constant  $\phi$ . Cependant, comme pour le calcul du temps de retard (cf. IV.1.1.2, page 108), nous avons fait le choix d’utiliser une méthode numérique, quasi exacte. Certes, elle induit des temps de calcul non négligeables, mais elle assure une très bonne précision. L’évolution du pas de temps est présentée sur la figure 71.

Dans notre cas, l’objectif de la simulation temporelle n’est pas d’obtenir des valeurs d’amplitudes précises, le calcul de la section de copeau (équation (68)) étant volontairement simplifié, mais de corrélérer les résultats obtenus par la semi-discrétisation, afin d’étudier la notion de stabilité pour un usinage à vitesse variable.

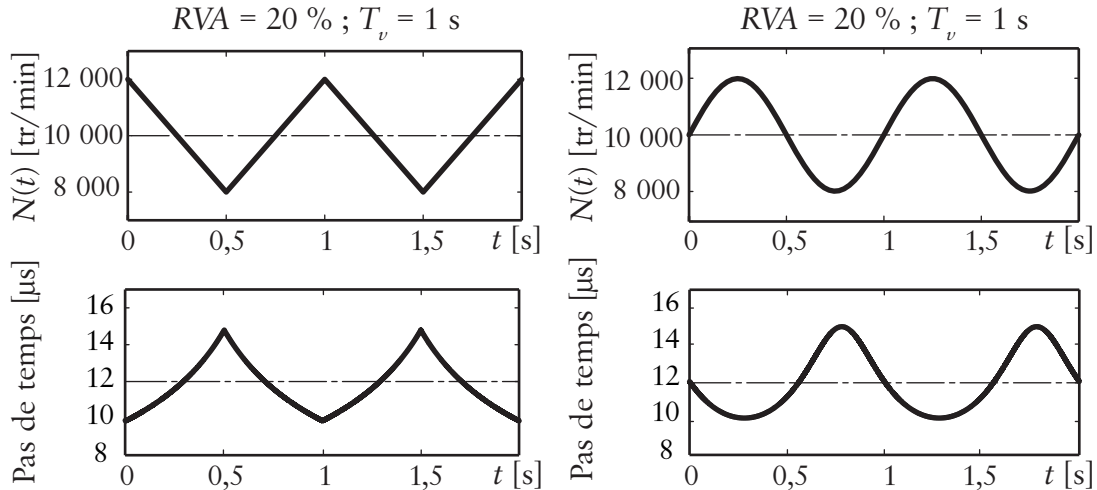


Figure 71 – Évolution du pas de temps

### IV.1.3 Étude de la stabilité par la semi-discrétisation

Contrairement à la simulation temporelle, qui permet d'obtenir explicitement le déplacement de la pièce usinée au cours du temps, la semi-discrétisation permet d'étudier la stabilité théorique du système. Cette approche de type fréquentielle est largement utilisée en usinage à vitesse constante, car elle permet de tracer rapidement les lobes de stabilité.

Dans cette partie, nous présentons la méthode de la semi-discrétisation, développée principalement par Tamás INSPERGER [INS 02A] [INS 08A]. Mais, nous insistons surtout sur l'adaptation de cette approche au cas du fraisage à vitesse variable. Cette adaptation a été faite en collaboration avec Tamás INSPERGER.

#### IV.1.3.1 Mise en forme des équations

La modélisation du fraisage à vitesse variable, faite dans la partie IV.1.1, a fait ressortir une équation différentielle du deuxième ordre, avec un terme retard variable ( $x(t - \tau(t))$ ).

Les équations modélisant le comportement dynamique de la pièce, à savoir, le principe de la dynamique (64), la loi de coupe (67) et le calcul de la section de copeau (68), peuvent se récrire sous la forme générique suivante :

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t - \tau(t)), \quad (74)$$

avec :

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, \quad U(t - \tau(t)) = [x(t - \tau(t)) \ 0], \quad (75)$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{H(t)A_p}{m} - \frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{H(t)A_p}{m} \end{bmatrix}. \quad (76)$$

Le vecteur  $X(t)$  contient la position et la vitesse. Le terme  $U(t - \tau(t))$  contient le terme retard, lié à l'effet régénératif. Enfin, les éléments  $A(t)$  et  $B(t)$  contiennent notamment les coefficients spécifiques de coupe  $H(t)$ , qui s'expriment par :

$$H(t) = \sum_{j=1}^z g_j(t)(K_r \cos \phi_j - K_t \sin \phi_j) \cos \phi_j. \quad (77)$$

Comme pour toutes les approches étudiant la stabilité, nous constatons que la contribution statique liée à l'avance à la dent n'apparaît pas pour l'étude de la stabilité. Ainsi, l'équation (77) est très similaire à l'équation (67), mais sans le terme  $f_z$ . Cette *étude linéaire* permet uniquement de déterminer la limite de stabilité du système. Il est notamment impossible de prédire le déplacement de la pièce.

#### IV.1.3.2 Calcul de la période principale

L'utilisation de la théorie de Floquet nécessite que le système possède une seule période principale  $T$ . Or, l'usinage à vitesse variable fait intervenir deux périodes :

- la période de variation de la vitesse de rotation  $T_v$ ,
- la durée moyenne entre deux coups de dent  $\tau$ .

En pratique, le rapport entre la période de variation  $T_v$  et le retard moyen  $\tau$  peut s'exprimer par un nombre rationnel. Dans ce cas  $qT_v = p\tau$ , avec  $q$  et  $p$  des nombres premiers. La période principale du système,  $T$ , devient alors  $qT_v$ . Le calcul des nombres premiers s'exprime par :

$$[p, q] = \text{rat}[z/RVF]. \quad (78)$$

La fonction *rat* retourne les deux nombres premiers  $p$  et  $q$ , dont le rapport équivaut au rapport entre  $z$  le nombre de dents et *RVF*. La fonction *rat* est directement intégrée à l'environnement MATLAB®.

Une consigne triangulaire de période  $T_v$  est présentée sur la [figure 72](#). Pour cet exemple, l'amplitude est de 20 % avec un rapport en fréquence de 0,8. L'évolution des coefficients spécifiques de coupe est aussi présentée par la fonction  $H(t)$ . La durée entre deux coups de dent  $\tau_j$  est variable. En effet, chaque coup de dent est séparé par une durée  $\tau_j$ , dépendant de la vitesse de rotation. Afin d'avoir une périodicité entre la vitesse de rotation et les coups de dent, il est nécessaire d'augmenter la durée d'étude pour faire apparaître une période principale  $T$ . Pour cet exemple, l'application de la formule (78), avec un outil ayant

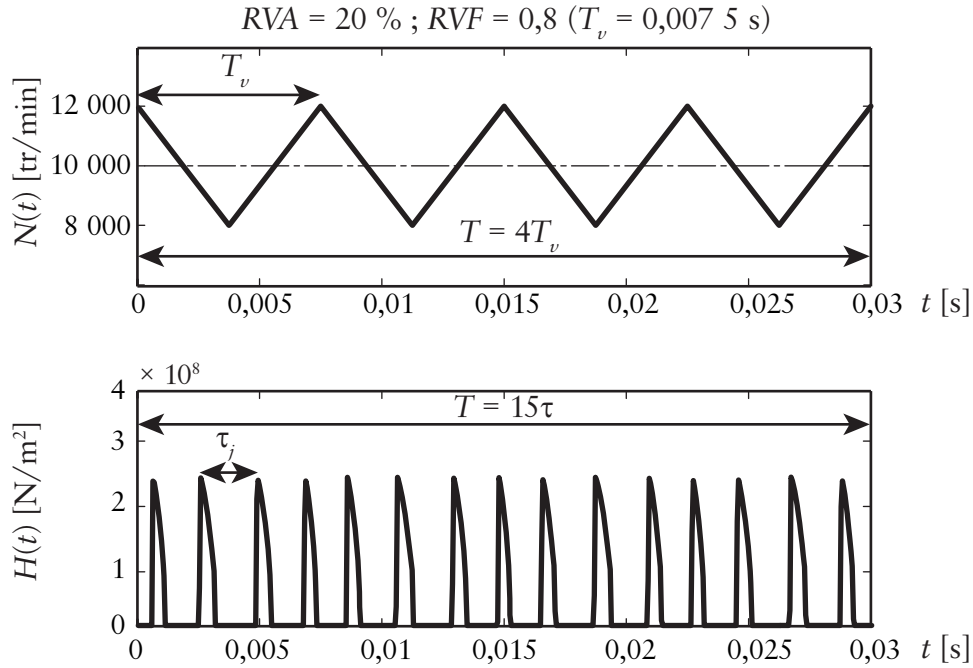


Figure 72 – Détermination de la période principale du système

trois dents, conduit à l'obtention de  $p = 15$  et  $q = 4$ . La période principale d'étude est alors de  $4T_v$ , afin d'avoir  $15\tau$ , correspondant à 15 coups de dent espacés du retard variable  $\tau_j$ .

### IV.1.3.3 Approximation de l'opérateur de Floquet

La semi-discrétisation est une méthode numérique qui permet d'approximer l'opérateur de Floquet, opérateur de dimension infinie dans le cas d'une équation différentielle à terme retard (cf. I.2.2, page 15). La période principale est discrétisée afin d'approximer le temps de retard, permettant ainsi de calculer localement une approximation de l'opérateur de Floquet  $\Phi$ .

Les différentes façons de discrétiser la période principale conduisent à définir différents ordres de discrétisation. Trois types d'approches peuvent être utilisées :

- l'ordre zéro (*zeroth-order*) utilise une valeur constante dans l'intervalle de discrétisation,
- le premier ordre (*first-order*) fait une approximation linéaire,
- l'ordre zéro amélioré (*improved zeroth-order*) fait une approximation avec une droite dont la pente est constante [INS 04A].

Ces différents ordres de discrétisation sont présentés sur la figure 73. La convergence de la méthode du premier ordre est plus rapide et nécessite une discrétisation moins importante [INS 04C]. La semi-discrétisation utilisée dans notre étude se base sur la méthode du premier ordre [INS 08A]. Le schéma détaillé, de la discrétisation utilisée, est présenté sur la figure 74.



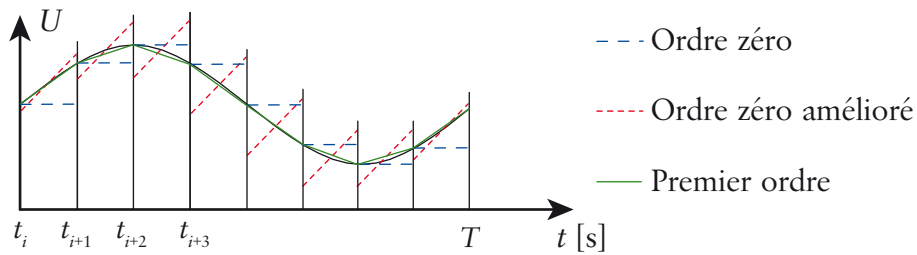


Figure 73 – Vue simplifiée des différents ordres de discrétisation

La première étape de la semi-discrétisation consiste à définir le pas de temps  $\Delta t$  pour passer de l'instant  $t_i$  à l'instant  $t_{i+1}$  avec  $i = 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots$ , soit  $t_i = i\Delta t$ . Le pas de temps  $\Delta t$  est obtenu de telle sorte que la période principale  $T$  soit discrétisée en  $K$  incréments, tel que  $T = K\Delta t$ . Le coefficient  $K$  est en quelque sorte le paramètre de discrétisation de la période principale, défini par :

$$K = \frac{n_0 z}{RVF} . \quad (79)$$

Le coefficient  $K$  fait intervenir  $RVF$ ,  $n_0$  et  $z$  le nombre de dents. Il est indépendant de la vitesse de rotation. Le coefficient  $n_0$  est le paramètre de discrétisation. Il permet d'assurer la précision des résultats. Plus ce paramètre est grand, plus la discrétisation est fine.

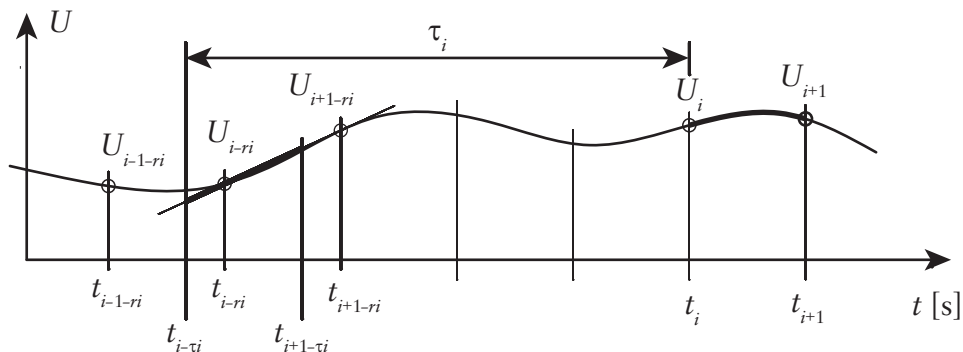


Figure 74 – Schéma de la semi-discrétisation au premier ordre

Dans notre cas, le temps de retard est variable, car la vitesse de rotation varie. Ce dernier est évalué à l'instant  $t$  par l'équation suivante, équivalente à l'équation (62) :

$$\int_{t-\tau(t)}^t \frac{N(s)}{60} ds = \frac{1}{z} . \quad (80)$$

Pour le pas de discrétisation  $i$ , l'équation (80) est approximée, afin de calculer le temps de retard correspondant au pas  $i$ , par la forme suivante :

$$\tau_i \approx \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \tau(s) ds \quad t \in [t_i, t_{i+1}] . \quad (81)$$

Ensuite, le terme retard  $U(t - \tau(t))$  est approximé par une fonction linéaire dépendante du temps. Pour simplifier l'écriture, la notation suivante est utilisée  $U_i = U(t_i)$ . On obtient alors :

$$U(t - \tau(t)) \approx U(t - \tau_i) \approx \frac{t - \tau_i - t_{i-r_i}}{\Delta t} U_{i+1-r_i} + \frac{t_{i+1-r_i} + \tau_i - t}{\Delta t} U_{i-r_i} \quad t \in [t_i, t_{i+1}] , \quad (82)$$

avec :

$$r_i = \text{int} \left( \frac{\tau_i}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right) . \quad (83)$$

La fonction  $\text{int}(a)$  renvoie la partie entière de  $a$ . Le temps de retard moyen  $\tau$  est discrétisé en exactement  $n_0$  éléments, et le temps de retard  $\tau_i$  à l'instant  $i$  est discretisé en  $r_i$  éléments (83). Le temps de retard est variable, ce qui amène à adapter  $r_i$  pour chaque intervalle. En pratique, cette adaptation permet d'obtenir des calculs plus efficaces, mais les valeurs de  $r_i$  oscillent toujours autour de la valeur moyenne  $n_0$ .

Enfin, les termes périodiques, contenant notamment les coefficients spécifiques de coupe, sont approximés par leur forme intégrale :

$$A_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_{i+1}} A(s) ds \quad B_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_{i+1}} B(s) ds \quad t \in [t_i, t_{i+1}] . \quad (84)$$

À partir des équations (82) et (84), il est possible de récrire l'équation du mouvement (74) sous la forme suivante :

$$\left\{ \dot{X}(t) = A_i X(t) + B_i \left( \frac{t - \tau_i - t_{i-r_i}}{\Delta t} U_{i+1-r_i} + \frac{t_{i+1-r_i} + \tau_i - t}{\Delta t} U_{i-r_i} \right) \right\} \quad t \in [t_i, t_{i+1}] . \quad (85)$$

Dans chaque intervalle de discrétisation, l'équation (85) peut être assimilée à une équation différentielle ordinaire (ODE) avec un terme forcé dépendant linéairement du temps. Ainsi, si les conditions initiales sont fournies, à savoir  $X_i = X(t_i)$ ,  $U_{i+1-r_i} = U(t_{i+1-r_i})$  et  $U_{i-r_i} = U(t_{i-r_i})$ , alors la résolution sur l'intervalle  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  est obtenue analytiquement [INS o8A] par la relation suivante :

$$X_{i+1} = X(t_{i+1}) = P_i X_i + R_{i0} U_{i-r_i} + R_{i1} U_{i+1-r_i} , \quad (86)$$

avec :

$$P_i = \exp(A_i \Delta t) , \quad (87)$$

$$R_{i0} = \left( A_i^2 + \frac{1}{\Delta t} A_i^{-2} (I - \exp(A_i \Delta t)) - \frac{\tau_i - (1+r)\Delta t}{\Delta t} A_i^{-1} (I - \exp(A_i \Delta t)) \right) B_i , \quad (88)$$

$$R_{i1} = \left( -A_i^{-1} + \frac{1}{\Delta t} A_i^{-2} (I - \exp(A_i \Delta t)) - \frac{r \Delta t - \tau_i}{\Delta t} A_i^{-1} (I - \exp(A_i \Delta t)) \right) B_i. \quad (89)$$

Ici,  $I$  désigne le nombre 1. La solution obtenue par l'équation (86), peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$Y_{i+1} = Q_i Y_i, \quad (90)$$

avec :

$$Y_i = \begin{bmatrix} X_i \\ U_{i-1} \\ U_{i-2} \\ \dots \\ U_{i-r_{max}} \end{bmatrix}, \quad Q_i = \begin{bmatrix} P_i & 0 & \dots & 0 & R_{i1} & R_{i0} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}. \quad (91)$$

Les termes  $R_{i1}$  et  $R_{i0}$ , calculés à partir de l'équation (89), se trouvent dans les colonnes  $r_i - 1$  et  $r_i$  de la matrice  $Q_i$ . Le vecteur  $Y_i$  possède  $r_{max}$  termes soit  $r_{K-1}$  termes [INS 08A]. La taille de la matrice est directement liée au nombre d'intervalles étudiés. Une discrétisation très fine induit une matrice de très grande dimension.

Finalement, l'opérateur de Floquet  $\Phi$ , est approximé par le produit des matrices  $Q_i$ , calculées pour les  $K$  intervalles de discrétisation :

$$\Phi = Q_{K-1} Q_{K-2} Q_{K-3} \dots Q_0. \quad (92)$$

L'étude de la stabilité est alors définie simplement :

- si toutes les valeurs propres de  $\Phi$  ont un module inférieur à 1, le système est asymptotiquement stable,
- sinon le système est instable.

En balayant les conditions de coupe (vitesse de rotation et profondeur de passe axiale) et pour un couple de paramètres de variation ( $RVA$ ,  $RVF$ ), il est ainsi possible de tracer des lobes de stabilité pour un usinage à vitesse variable.

Le paramètre le plus important dans la semi-discrétisation est le coefficient  $n_0$ . Il sert à calculer le nombre  $K$  d'intervalles où est approximé l'opérateur de Floquet et à discrétiser le temps de retard. Usuellement, le coefficient  $n_0$  est fixé à 20. Afin d'obtenir une bonne convergence dans le tracé des lobes de stabilité, nous avons choisi une valeur de 40. L'utili-

sation d'une valeur de 60 produit les mêmes résultats, mais implique des temps de calcul plus importants.

## IV.2 Comparaison des deux approches

Dans cette partie, nous comparons les deux approches de simulation utilisées, à savoir : la simulation temporelle et la semi-discrétisation. Ces deux approches complémentaires doivent être confrontées notamment à vitesse variable afin de vérifier la cohérence des résultats obtenus. Cette démarche doit impérativement être mise en place, car la semi-discrétisation n'a jamais été utilisée pour le fraisage à vitesse variable.

Les paramètres de simulation et la démarche utilisée sont présentés dans la partie [IV.2.1](#). La partie suivante valide l'approche utilisée dans le cas de l'usinage à vitesse constante. Ensuite, nous présentons la comparaison des deux méthodes pour un usinage à vitesse variable. Enfin, dans la partie [IV.2.4](#), nous dressons un bilan des résultats obtenus.

### IV.2.1 Méthodologie utilisée

La semi-discrétisation fournit une information sur la stabilité asymptotique du système, c'est-à-dire à l'échelle de plusieurs périodes principales. Nous pouvons rappeler qu'un usinage dit stable va voir l'amplitude de son mouvement se réduire, pour converger vers une valeur nominale. Par contre, pour un usinage instable l'amplitude du mouvement va augmenter jusqu'à diverger, là encore à l'échelle de la période principale. La semi-discrétisation nous fournit un tracé des lobes de stabilité, à vitesse constante et à vitesse variable.

Par contre, la simulation temporelle donne l'évolution de l'amplitude du déplacement pour la durée calculée, mais sans fournir d'information sur la stabilité. En pratique, la simulation temporelle va être utilisée pour retrouver la limite de stabilité prédite par la semi-discrétisation. Pour cela, nous avons effectué plusieurs simulations pour lesquelles nous avons relevé l'amplitude crête à crête du déplacement à l'échelle de la période principale. L'évolution de cette amplitude en fonction de la profondeur de passe est classiquement utilisée afin de retrouver la limite de stabilité. Ce critère de type *peak-to-peak* est le plus simple à mettre en œuvre et il a montré sa robustesse [\[SMI 93\]](#). Il permet facilement de retrouver la limite de stabilité, mais il nécessite des temps de simulation importants. Les critères se basant sur la régularité de la coupe, à l'échelle du coup de dent, sont plus performants [\[SIM 05\]](#) [\[PEI 06A\]](#). Cependant, ils ne peuvent s'appliquer à vitesse variable, car même pour un usinage stable, il n'y a pas de régularité à l'échelle du coup de dent.

Les paramètres utilisés, pour les différentes simulations, sont rassemblés dans le [tableau 6](#). Les détails concernant les caractéristiques dynamiques et les conditions d'usinage sont présentés dans la partie étude expérimentale (cf. [IV.4](#), page [129](#)).

Tableau 6 – Paramètres utilisés

Paramètres	Valeurs
$m$	1,637 kg
$f$	222,5 Hz
$\xi$	0,50 %
$K_t$	700 MPa
$K_r$	140 MPa
$z$	3 dents
$D$	25 mm
$A_e$	2 mm
$f_z$	0,1 mm/dent
$n_0$	40

## IV.2.2 Résultats obtenus à vitesse constante

Une première étude est effectuée pour un usinage à vitesse constante. Les lobes de stabilité obtenus par la semi-discrétisation sont présentés sur le graphique (a) de la [figure 75](#). Les résultats de la simulation temporelle sont présentés sur les graphiques (b) (c) (d) (e) de la [figure 75](#). L'évolution de l'amplitude crête à crête du déplacement est présentée pour quatre vitesses de rotation spécifiques.

Les graphiques (b) et (d) présentent une évolution presque linéaire du déplacement. Il a donc une proportionnalité entre le déplacement et la profondeur de passe, ce qui est caractéristique d'un usinage stable. La limite de stabilité n'est pas franchie pour ces deux vitesses de rotation, ce qui corrèle bien les résultats présentés par les lobes.

Par contre, les graphiques (c) et (e) présentent toujours une partie linéaire, mais cette fois suivie d'un brusque décrochage. Ce décrochage est le signe du passage dans l'instabilité. En effet, un usinage instable conduit théoriquement à une amplitude infinie, en pratique la non-linéarité provoquée par la sortie de la coupe vient borner les déplacements. De plus, la profondeur de passe liée à ce décrochage correspond bien à la limite de stabilité indiquée par les lobes (a), et là encore, les résultats présentent une bonne corrélation.

La [figure 75](#) (a) permet également de constater la présence du flip lobe. Cette instabilité intervient après le lobe d'ordre 0, lorsque la coupe est discontinue (cf. [I.2.2, page 15](#)). Cette dernière réduit le domaine d'utilisation des lobes de stabilité à vitesse constante dans un contexte où la vitesse de rotation est importante.

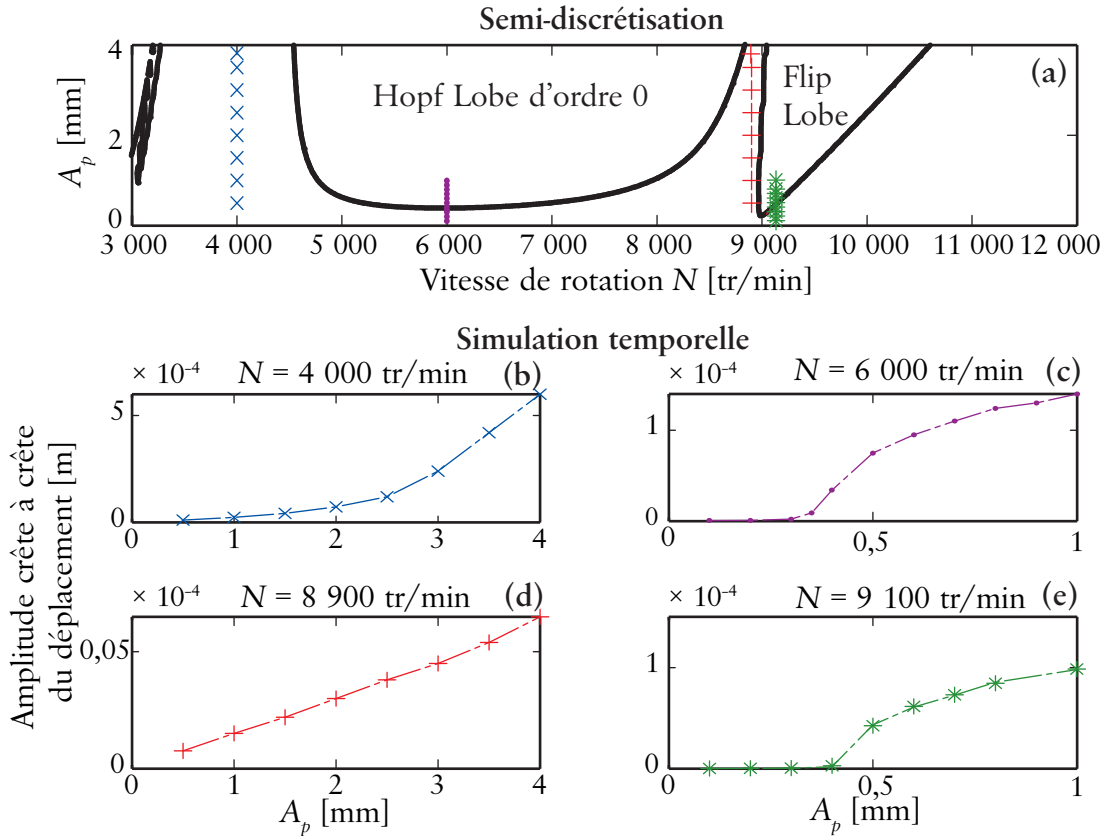


Figure 75 – Comparaison des résultats à vitesse constante

Dans un souci de lisibilité, seules quatre vitesses de rotation ont été présentées, mais nous retrouvons les résultats obtenus à vitesse constante par Grégoire PEIGNÉ [PEI 06B]. Les deux méthodes fournissent des résultats équivalents à vitesse constante. Pour conclure, l'utilisation du critère de détection de l'instabilité, basé sur l'amplitude crête à crête des vibrations, permet facilement de retrouver ces résultats.

### IV.2.3 Résultats obtenus à vitesse variable

En utilisant la même méthode, les deux approches ont été comparées à vitesse variable, avec une consigne de type triangulaire. Pour cela, les paramètres  $RVA$  et  $RVF$  ont été fixés respectivement à 0,3 et 0,003. Afin de prendre en compte l'aspect asymptotique de la stabilité, les résultats de la simulation temporelle ont été relevés après quatre périodes de variation, soit environ après 9 s d'usinage. Si l'usinage est stable, après quatre périodes principales, l'amplitude a fortement diminué. Au contraire, un usinage instable possède toujours une forte amplitude.

REMARQUE. – La valeur de  $RVF$  permet d'avoir une période principale  $T$  égale à la période de variation de la vitesse de rotation  $T_v$  (cf. IV.1.3.2, page 114).

Les lobes de stabilité à vitesse variable obtenus par la semi-discrétisation sont présentés sur la figure 76 (f). Les graphiques (g) (h) (i) (j) sont issus de la simulation temporelle. Ils possè-

dent tous une partie linéaire, suivi d'un décrochage marquant le passage dans l'instabilité. La profondeur de passe, ainsi identifiée, est la même que celle présentée sur les lobes de stabilité (f). Cependant, sur le graphique (j) la profondeur de passe limite se situe vers 2,5 mm, les lobes donnant une profondeur de passe de 3 mm. Cette légère différence s'explique par le nombre limité de périodes pris en compte dans la simulation temporelle.

Ces deux approches donnent des résultats cohérents à vitesse variable avec un couple (RVA, RVF). En effet, la limite de stabilité est clairement retrouvée par les deux approches.

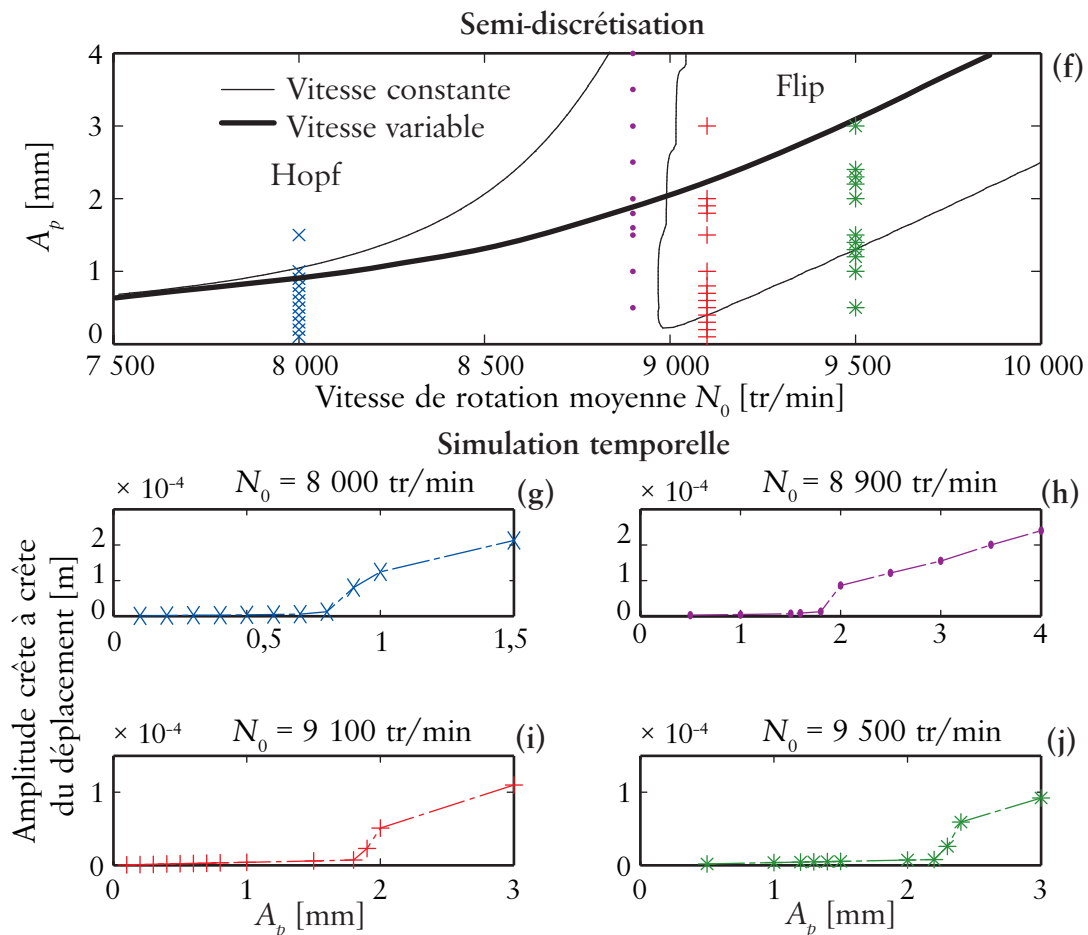


Figure 76 – Comparaison des résultats à vitesse variable

Les lobes de stabilité à vitesse constante sont aussi présentés sur la [figure 76](#) (f). Ainsi, pour une profondeur de passe de 2 mm et une vitesse de rotation de 9 100 tr/min, un usinage instable à vitesse constante peut être stabilisé par une variation de vitesse. Par contre, à 8 900 tr/min un usinage stable peut être déstabilisé par une variation de vitesse. L'utilisation de la variation de vitesse peut donc s'avérer délicate en pratique, modifiant la stabilité selon le contexte.

## IV.2.4 Bilan

Dans cette partie, deux approches permettant l'étude du fraisage en présence de vibrations ont été comparées, à vitesse constante et à vitesse variable.

L'étude à vitesse constante a permis de montrer clairement la cohérence entre les résultats des deux approches. Ces résultats, déjà publiés par ailleurs, nous ont surtout permis de valider nos paramètres et le critère de détection utilisé par la simulation temporelle.

De la même façon, les deux approches ont montré une très bonne cohérence à vitesse variable. En pratique, la semi-discrétisation permet de tracer beaucoup plus rapidement les lobes de stabilité que la simulation temporelle. Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons uniquement la semi-discrétisation.

Enfin, une simple superposition des lobes de stabilité à vitesse constante et variable a permis de mettre en avant des zones optimales, qu'il convient d'étudier plus précisément.

## IV.3 Optimisation de la consigne de variation de vitesse

En plus de la vitesse de rotation moyenne, l'usinage à vitesse de rotation variable nécessite de choisir l'amplitude, la fréquence et la forme de la consigne. Par simulation, nous allons quantifier l'impact de ces différents paramètres, l'objectif étant de faire ressortir des paramètres optimaux d'utilisation.

Dans la partie [IV.3.1](#), nous mettons en avant le rôle de l'accélération angulaire de la broche sur une consigne sinusoïdale et triangulaire. Puis, nous présentons l'impact d'une variation de vitesse sur l'instabilité du flip lobe. La partie [IV.3.3](#) s'intéresse à l'effet sur le lobe d'ordre zéro (Hopf lobe). Ensuite, nous montrons l'impact d'une variation de vitesse sur une zone déjà stable, à vitesse constante. Enfin, dans la partie [IV.3.5](#), nous faisons un bilan sur les différents résultats obtenus.

### IV.3.1 Accélération angulaire de la broche

La variation de la vitesse de rotation implique une variation du temps de retard (cf. [IV.1.1.2](#), page 108). La capacité à faire varier rapidement la vitesse de rotation, et donc le temps entre deux coups de dent, est directement liée à l'accélération de la broche. Tout naturellement, plus la broche possède une accélération angulaire importante, plus elle fait varier rapidement la vitesse de rotation et donc le temps entre deux coups de dent consécutifs.

Dans notre cas, l'électrobroche utilisée (cf. [Annexe A](#), page 159), possède une accélération angulaire maximale de  $100 \text{ tr/s}^2$  (soit  $6\,000 \text{ tr/min}$  par seconde) pour une vitesse de rotation voisine de  $10\,000 \text{ tr/min}$ .



Sur notre matériel, l'utilisation d'une consigne triangulaire permet au maximum d'obtenir un produit  $RVA \times RVF$  d'environ  $1 \times 10^{-3}$ , pour une vitesse proche de 10 000 tr/min. Dans ce cas, la consigne utilise toujours l'accélération maximale de la broche. Avec une consigne sinusoïdale, le produit  $RVA \times RVF$  tombe à  $0,6 \times 10^{-3}$ . En effet, contrairement à la consigne triangulaire, la consigne sinusoïdale n'utilise pas toujours l'accélération maximale de la broche.

La variation du temps de retard entre deux coups de dent est donnée par le coefficient  $\delta$  :

$$\delta = \frac{4 \times RVA \times RVF}{z} . \quad (93)$$

Pour une consigne triangulaire, le coefficient  $\delta$  est alors de  $1,3 \times 10^{-3}$ , ce qui représente une variation maximale de 0,13 % du temps de retard entre deux coups de dent, pour un outil à trois dents. Une consigne sinusoïdale permet une variation maximale de 0,08 %. Ces variations semblent faibles, mais nous verrons par la suite qu'elles sont suffisantes pour contrarier l'effet régénératif.

Pour une accélération de broche donnée, la consigne triangulaire permet la plus grande variation de la durée entre deux coups de dent. En d'autres termes, la consigne triangulaire permet d'atteindre une amplitude et une fréquence de variation plus importantes que pour la consigne sinusoïdale. *A priori*, la consigne triangulaire semble la plus performante.

### IV.3.2 Zone instable du flip lobe

Une étude paramétrique est réalisée dans la zone du flip lobe (cf. [figure 76, page 122](#)), avec une vitesse de rotation moyenne de 9 100 tr/min. La [figure 77](#) présente la profondeur de passe maximale sans broutement, en fonction de l'amplitude (en ordonnée) et de la fréquence (en abscisse) de la consigne triangulaire.

L'utilisation d'une variation de vitesse permet toujours d'augmenter la profondeur de passe par rapport à un usinage à vitesse constante. Étonnamment, une grande fréquence de variation couplée avec une faible amplitude n'apporte que très peu de gain. Les gains importants sont systématiquement obtenus avec une grande amplitude et une fréquence plus faible. En pratique, l'accélération maximale de la broche permet d'exploiter uniquement le domaine sous la courbe blanche ([figure 77](#)). Cette courbe correspond à l'utilisation de l'accélération maximale.

De même, nous constatons que l'utilisation de l'accélération maximale de la broche n'apporte pas systématiquement le gain maximal. En fait, ce n'est pas la variation du temps entre deux coups de dent qui est importante, mais c'est plutôt l'amplitude de cette variation. En d'autres termes, il est inutile de changer rapidement le temps entre deux coups de dent (la vitesse de rotation), si l'on ne s'écarte pas suffisamment de la valeur moyenne.

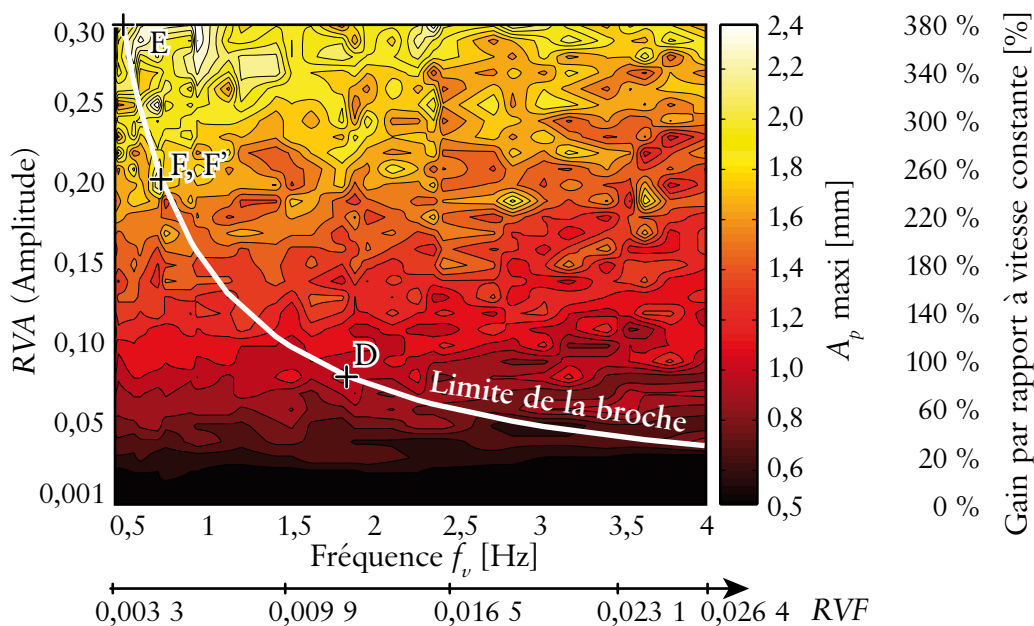


Figure 77 – Étude paramétrique avec  $N_0 = 9\ 100$  tr/min et  $A_e = 2$  mm, pour une consigne triangulaire

REMARQUE. – Les essais correspondant aux points D, E, F et F' seront étudiés dans la partie expérimentale (cf. IV.4.4, page 135).

Une étude paramétrique similaire a été effectuée pour une consigne de forme sinusoïdale (figure 78). De la même façon, l'amplitude de la consigne reste le paramètre le plus important. On constate également que pour les mêmes paramètres de variation (amplitude et fréquence) la forme sinusoïdale est la plus performante, car elle apporte un gain supérieur. En effet, au maximum le gain est de 500 % ( $A_p = 3$  mm), alors que la consigne triangulaire permet un gain maximal de 380 % ( $A_p = 2,4$  mm). Ce résultat a également été mis en avant par d'autres travaux [INS 02B] [ZAT 08].

Cependant, en pratique sur une machine, la limitation de la broche est plus importante pour une consigne sinusoïdale. Le gain maximum atteignable est alors seulement de 280 % ( $A_p = 1,8$  mm). La consigne triangulaire permet un gain atteignable, plus important, de 340 % ( $A_p = 2,2$  mm). À accélération identique, la consigne triangulaire est donc la plus performante, car elle autorise une amplitude plus grande. Dans la suite de l'étude, nous allons utiliser uniquement une consigne triangulaire, car elle permet d'obtenir, en pratique, les gains les plus importants.

Pour exploiter plus largement les potentialités de la variation de vitesse, des simulations ont été faites sur une gamme de fréquences beaucoup plus importante, jusqu'à la fréquence de rotation de la broche correspondant à un RVF de 1, soit environ 150 Hz (figure 79). Certaines zones très localisées permettent d'obtenir un gain plus important (600 %). Ces zones apparaissent sous la forme de quasi isovaleurs du type  $RVA = k \times RVF$ .

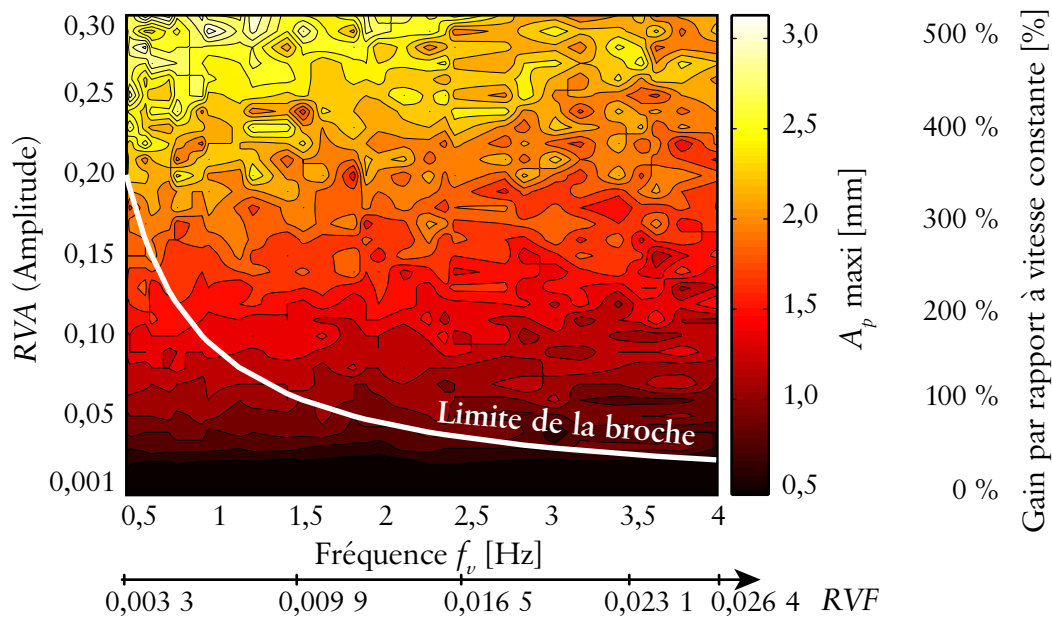


Figure 78 – Étude paramétrique avec  $N_0 = 9\ 100$  tr/min et  $A_e = 2$  mm, pour une consigne sinusoïdale

Cependant, nous retrouvons sur pratiquement tout le domaine une profondeur de passe d'environ 0,5 mm, comme à vitesse constante. Globalement, le gain est alors faible. Il y a peu d'intérêt à travailler sur cette gamme de fréquences.

REMARQUE. – La technologie des broches actuelles nécessiterait de toute façon l'utilisation d'une puissance considérable afin de produire de telles variations.

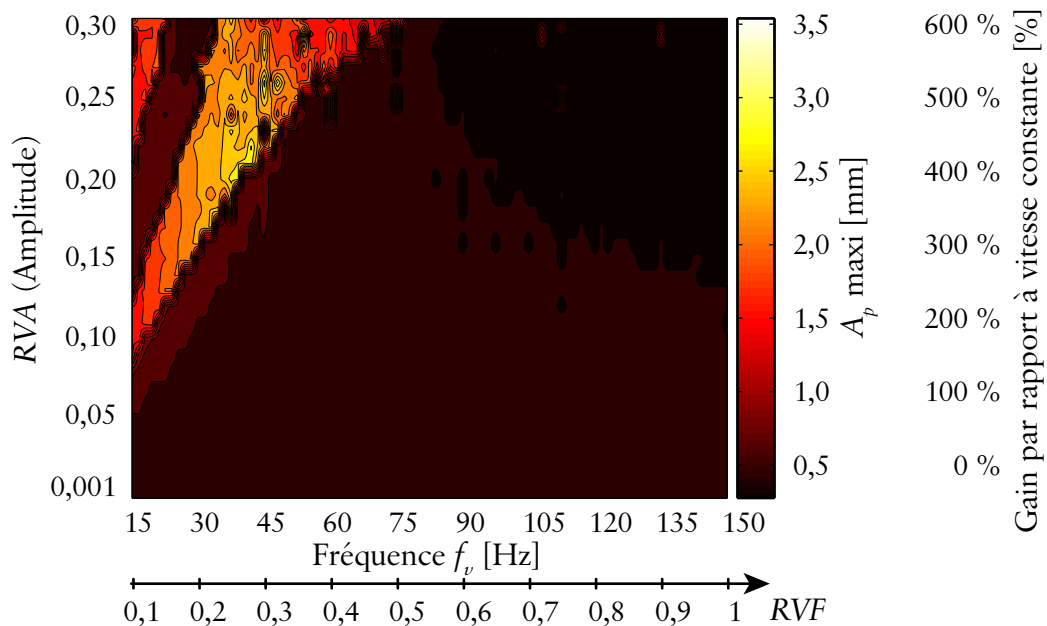


Figure 79 – Étude sur une large gamme de fréquences avec  $N_0 = 9\ 100$  tr/min et  $A_e = 2$  mm, pour une consigne triangulaire

### IV.3.3 Zone instable du Hopf lobe

Des simulations ont aussi été effectuées dans la zone instable du premier Hopf lobe (cf. figure 75, page 121), pour une vitesse de rotation moyenne de 6 000 tr/min. Les résultats de simulation sont présentés sur la figure 80. Globalement, les gains sont beaucoup plus faibles, avec un gain maximum de seulement 35 %. L'amplitude conditionne encore l'obtention de ce léger gain. Cependant, certaines zones très localisées peuvent entraîner un gain négatif. L'utilisation de la variation de vitesse induit alors une réduction de la profondeur de passe.

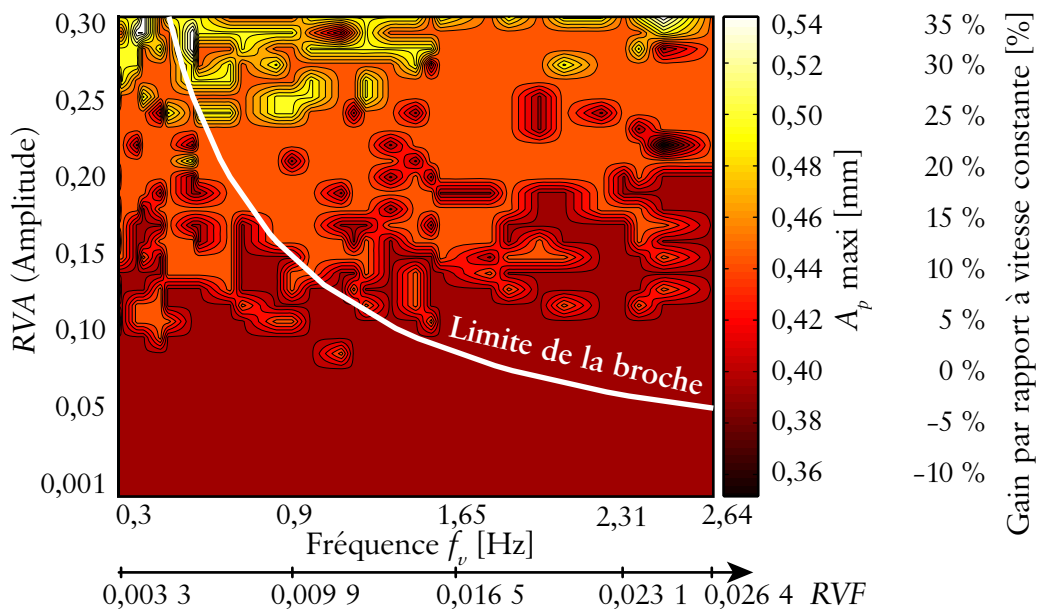


Figure 80 – Étude paramétrique avec  $N_0 = 6\,000$  tr/min et  $A_e = 2$  mm, pour une consigne triangulaire

Les résultats de l'étude pour une large gamme de fréquences sont présentés sur la figure 81. Cette fois, nous n'avons pas la même allure que pour le flip lobe (cf. figure 79, page 126), les courbes d'isovaleur semblent maintenant réparties suivant une forme du type  $RVA \times RVF = k$ .

Mais dans ce cas, les gains sont encore plus faibles. L'utilisation d'une amplitude inférieure à 5 %, conduit à la même profondeur de passe qu'un usinage à vitesse constante. On retrouve, encore une fois, l'importance de l'amplitude. Par contre, une amplitude de variation supérieure à 5 % induit systématiquement un gain négatif. Pour ces amplitudes la variation de vitesse produit une action, mais pas dans le sens voulu. Outre la puissance consommée, l'utilisation d'une vitesse de rotation variable donne des résultats inférieurs à ceux obtenus à vitesse constante.

Pour conclure, l'utilisation de la variation de vitesse sur la zone instable du premier Hopf lobe n'apporte que peu de gain, voire même des pertes pour des gammes de fréquences élevées.

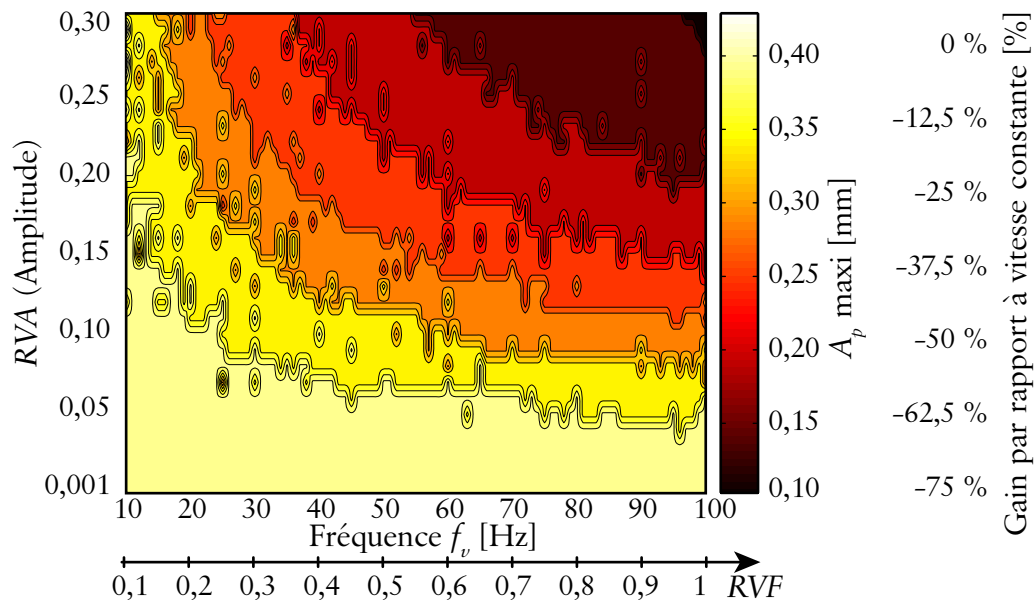


Figure 81 – Étude sur une large gamme de fréquences avec  $N_0 = 6\,000$  tr/min et  $A_e = 2$  mm, pour une consigne triangulaire

### IV.3.4 Zone stable

Enfin, des simulations ont été effectuées sur une zone stable à vitesse constante. Cette fenêtre optimale se situe entre le Hopf lobe et le flip lobe, avec une vitesse de rotation moyenne de 9 100 tr/min (cf. figure 76, page 122). Dans ce cas, l'utilisation d'une vitesse de rotation variable produit systématiquement une réduction de la profondeur de passe (figure 82).

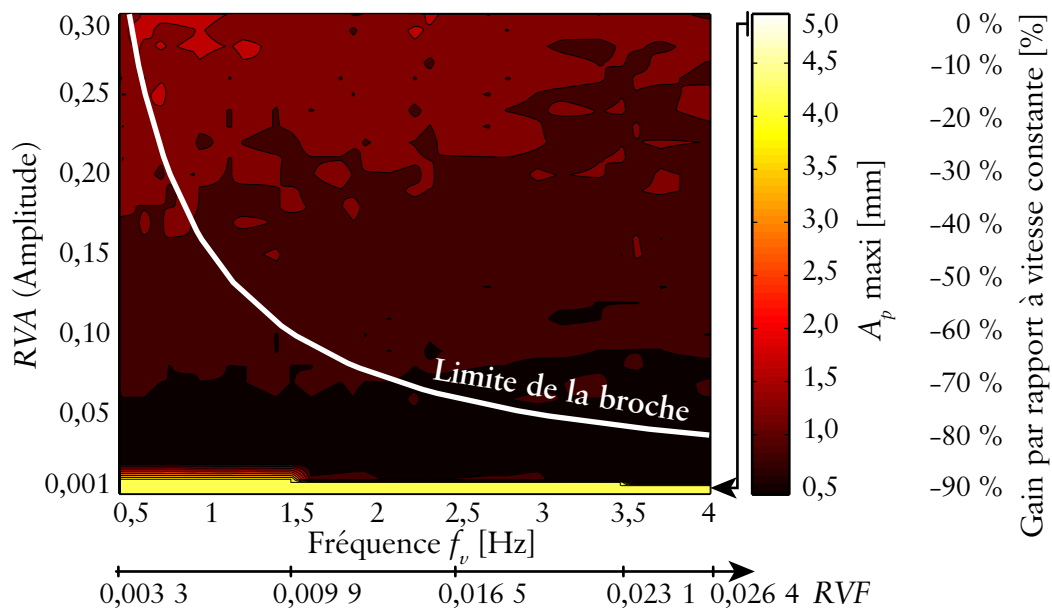


Figure 82 – Étude paramétrique avec  $N_0 = 8\,900$  tr/min et  $A_e = 2$  mm, pour une consigne triangulaire

Pour une amplitude de variation de l'ordre de 0,1 %, la profondeur de passe correspond à celle d'un usinage à vitesse constante. Cela revient à une variation de l'amplitude de seulement 8,9 tr/min, ce qui devient alors négligeable.

### IV.3.5 Bilan

Dans cette partie, nous avons étudié, par simulation, l'impact des différents paramètres d'un usinage à vitesse variable.

L'utilisation de l'accélération maximale n'implique pas les gains optimaux. Il est inutile aussi de faire varier la vitesse de rotation à une fréquence élevée, car le paramètre de loin le plus influent est l'amplitude de la consigne. Globalement, plus l'amplitude est importante, plus l'effet de la variation de vitesse est élevé. Pour une accélération de broche donnée, la consigne triangulaire permet d'atteindre une amplitude de variation plus importante qu'une consigne sinusoïdale. En pratique, la consigne triangulaire s'avère plus efficace.

Une variation de vitesse permet des gains très importants dans la zone du flip lobe, de l'ordre de 300 % par rapport à un usinage à vitesse constante. La profondeur de passe peut ainsi être augmentée d'un facteur 3. Par contre, l'effet est très faible sur le premier Hopf lobe, avec un gain calculé d'environ 30 %, ce qui serait difficile à identifier en pratique compte tenu des imprécisions de modélisation. Enfin, une fenêtre déjà optimale à vitesse constante peut être déstabilisée par un usinage à vitesse variable, ce qui rendrait l'utilisation délicate en dehors du flip lobe.

L'utilisation de la variation de vitesse sur des gammes de fréquences beaucoup plus élevées ne permet pas, *a priori*, de dégager de larges zones optimales. De plus, la puissance nécessaire au niveau de la broche deviendrait alors considérable.

En conclusion, la dynamique de notre broche permet d'espérer des gains importants sur la zone instable du flip lobe, ce qui a un intérêt pratique dans certains cas. Pour quantifier ces gains, nous allons passer à l'étude expérimentale de l'usinage à vitesse variable.

## IV.4 Étude expérimentale

Cette partie s'intéresse à l'analyse expérimentale du comportement d'une pièce usinée à vitesse de rotation variable. L'objectif est de vérifier et préciser les résultats de simulation, afin de quantifier notamment les gains en état de surface.

Dans la partie [IV.4.1](#), nous présentons le montage expérimental et les conditions d'usinage. La partie [IV.4.2](#) est consacrée à la mise en place de l'usinage à vitesse de rotation variable, sur le centre d'usinage. Ensuite, la partie [IV.4.3](#) permet de retrouver le comportement de la pièce par une série d'essais à vitesse constante. Enfin, nous présentons les usinages à vitesse

variable. Nous montrons notamment l'efficacité de cette solution pour réduire le broutement dans la zone du flip lobe.

#### IV.4.1 Montage expérimental

Les essais sont réalisés sur un centre d'usinage grande vitesse trois axes (cf. [Annexe A, page 159](#)). L'outil coupant est une fraise à plaquettes à 3 dents, de 25 mm de diamètre, sans angle d'hélice. La fixation de l'outil est assurée par un porte-outil à pince de type Fahrion. Le faux rond de l'ensemble outil et porte-outil est d'environ 10  $\mu\text{m}$  au maximum. Cette valeur s'explique par le positionnement peu précis des plaquettes sur la fraise couplé à un montage en pince. L'avance à la dent moyenne est de 0,1 mm/dent. En effet, l'avance des axes est maintenue constante et la vitesse de rotation varie. De plus, en fraisage l'épaisseur de copeau varie constamment de par la définition de l'enlèvement de matière.

Le dispositif expérimental est composé d'un montage flexible, assimilable à un système à un seul DDL ([figure 83](#)). Une pièce amovible en alliage d'aluminium de type 2 017 A est alors usinée en contournage avec un engagement radial de 2 mm. L'outil est considéré comme infiniment rigide par rapport à la pièce, flexible dans la direction  $x$ . Les vibrations de la pièce sont mesurées par un vélocimètre laser (cf. [Annexe A, page 159](#)). Le filtrage et l'intégration du signal de vitesse permettent de remonter au déplacement de la pièce (cf. [Annexe B, page 165](#)).



Figure 83 – Montage expérimental

Les coefficients de coupe ont été choisis en cohérence avec la bibliographie [[GRA 05](#)] [[CAM 07B](#)]. Les caractéristiques dynamiques de la pièce ont été obtenues par des essais de sonnage (cf. [Annexe A, page 159](#)). Les données sont rassemblées dans le [tableau 7](#).

Tableau 7 – Caractéristiques dynamiques du montage et coefficients de coupe

$m$ [kg]	$f$ [Hz]	$\xi$ [%]	$K_t$ [MPa]	$K_r$ [MPa]
1,637	222,5	0,50	700	140

## IV.4.2 Mise en place de l'usinage à vitesse variable

En tournage, il est naturel d'adapter la vitesse de rotation de la pièce afin d'assurer une vitesse de coupe constante. Les commandes numériques possèdent alors, en standard, la fonction adéquate permettant ainsi une mise en œuvre très simple. Par exemple sous NUM, il suffit d'utiliser la fonction préparatoire vitesse de coupe constante G96. Par contre, ce n'est plus le cas en fraisage, car il n'est pas courant de faire varier la vitesse de rotation.

Afin de faire varier la vitesse de rotation au cours de l'usinage, nous avons dû mettre en place une programmation avancée, utilisant la sophistication de la commande numérique Siemens 840D. Le pilotage de la vitesse de rotation est effectué par une action synchrone. Au cours du programme principal, un bloc appelle un sous-programme contenant une action synchrone (figure 84). À partir de cet instant, l'action synchrone peut s'exécuter indépendamment du programme principal ou en relation avec des consignes issues de ce programme principal. Il est alors possible de piloter la vitesse de rotation indépendamment du déplacement des axes. Ce type de programmation apporte une grande liberté en se différenciant du principe du code ISO, structuré en bloc, où chaque action est effectuée successivement.

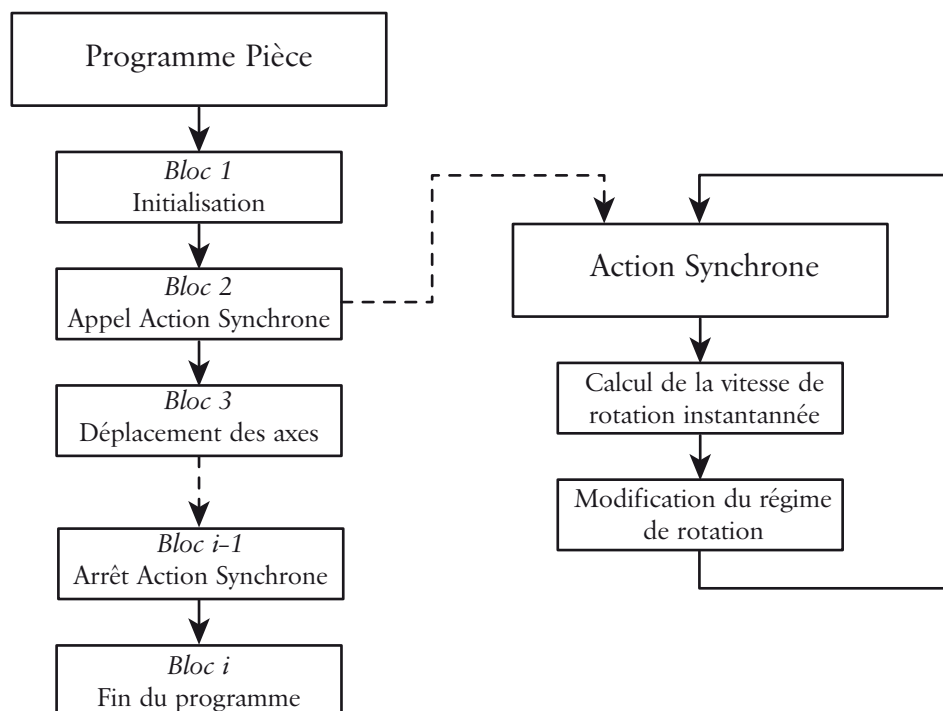


Figure 84 – Variation de vitesse par action synchrone (Siemens 840D)

La programmation de la vitesse de rotation s'effectue directement dans l'action synchrone. En pratique, la variation triangulaire est obtenue à l'aide de la décomposition en série de Fourier d'une fonction triangle. La consigne est alors définie par une somme de fonctions sinusoïdales élémentaires. Des détails concernant la programmation ainsi que le code machine sont fournis en annexe (cf. Annexe D, page 171).



REMARQUE. – À notre connaissance, la commande numérique Siemens 840D est la seule à proposer ce type de fonctions, utilisables sans reprogrammer complètement l'automate.

La commande numérique Siemens 840D possède une fonction permettant de récupérer directement des informations issues des capteurs de position et de vitesse. Il est alors facile de connaître la vitesse de rotation réelle de la broche. La variation théorique utilisée pour les simulations et la vitesse réellement mesurée sur la broche sont présentées sur la [figure 85](#). Dans le respect de l'accélération maximale, la différence entre les deux signaux est d'environ 0,5 %. Cette légère erreur est expliquée, par la programmation de la variation triangulaire (cf. [Annexe D](#), page 171).

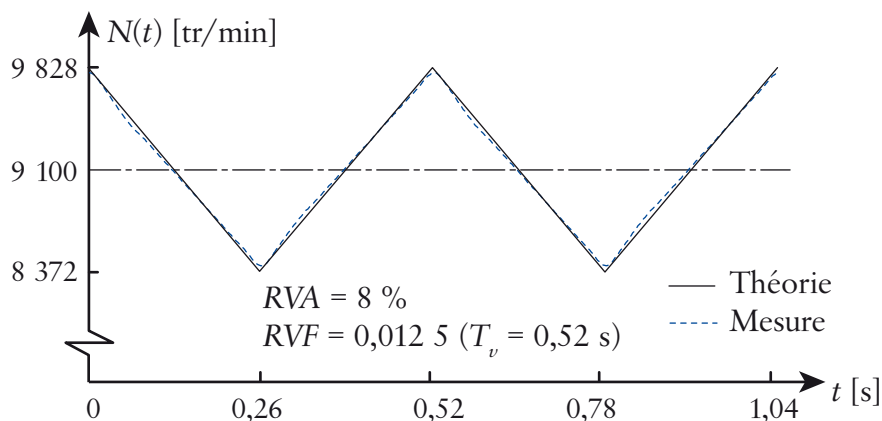


Figure 85 – Comparaison entre la vitesse théorique et la vitesse mesurée

### IV.4.3 Essais à vitesse constante

Dans cette partie, des essais à vitesse constante ont été effectués, afin de retrouver le comportement de la pièce.

La comparaison entre les lobes de stabilité obtenus par la semi-discrétisation et les essais expérimentaux est présentée sur la [figure 86](#). Les usinages stables sont marqués par un cercle et les usinages instables sont représentés par une croix. La limite de stabilité est clairement retrouvée pour les lobes classiques (Hopf lobe). Ainsi, l'utilisation des fenêtres optimales permet de sélectionner des vitesses de rotation autorisant un débit copeau important. Par exemple, pour une vitesse de rotation de 4 000 tr/min, il est possible d'avoir une profondeur de passe de plus de 5 mm, par contre l'utilisation d'une vitesse de rotation de 6 000 tr/min autorise uniquement un  $A_p$  de 0,4 mm. Pour les vitesses de rotation les plus élevées, un maillage plus fin permet de retrouver le flip lobe. Cette instabilité apparaît après le lobe d'ordre 0 et limite l'utilisation des lobes à vitesse constante en UGV.

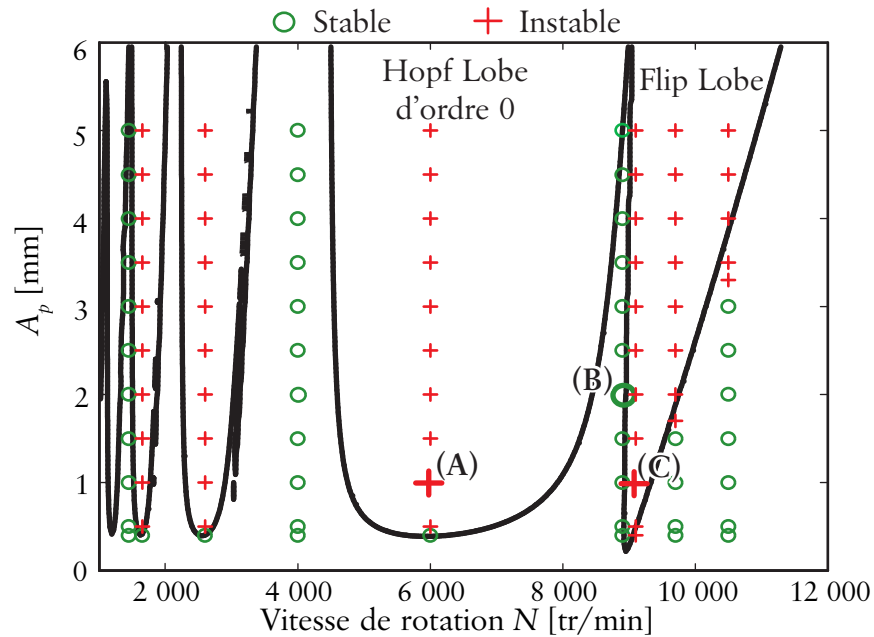


Figure 86 – Validation expérimentale des lobes de stabilité à vitesse constante

Le déplacement mesuré pour l'essai (B) est présenté sur la [figure 87](#). Cet essai stable possède une amplitude très faible de l'ordre de  $3 \mu\text{m}$ . Le déplacement échantillonné à la fréquence de dent,  $x_n(t)$ , permet de faire apparaître une ligne durant la phase d'usinage. En fait, les dents reviennent usiner la pièce toujours à la même position. Enfin, la section de Poincaré fait apparaître un attracteur de type point, caractéristique d'un usinage stable.

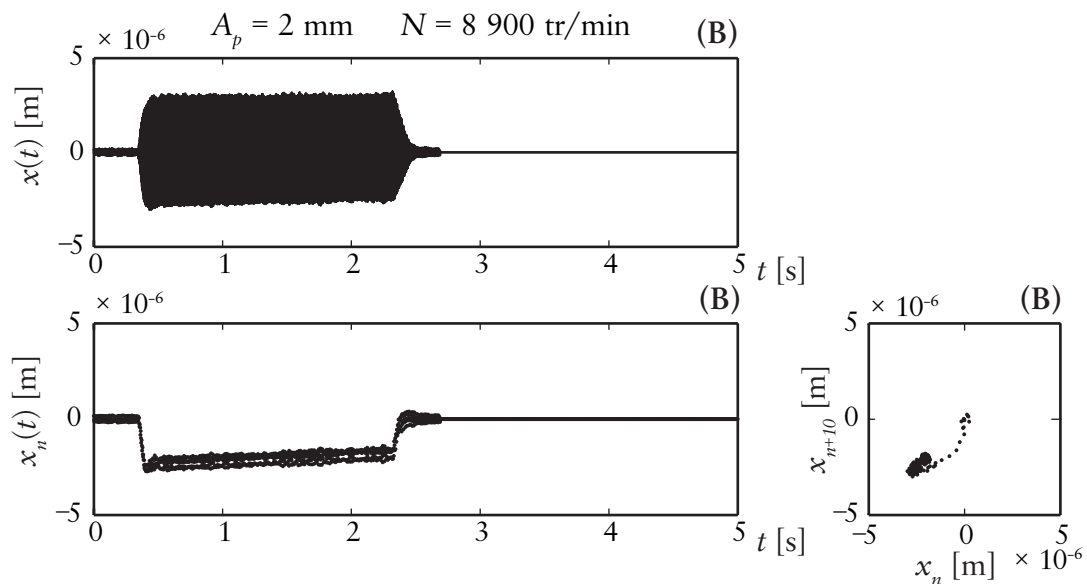


Figure 87 – Relevé temporel pour l'essai (B)

Le déplacement pour les essais instables (A) et (C) est présenté sur la [figure 88](#). L'essai (A) présente une amplitude plus importante. De plus, le déplacement échantillonné ne présente

plus de régularité à l'échelle du coup de dent. En effet, il apparaît un régime chaotique où le mouvement de la pièce n'est plus synchronisé avec les coups de dent. La section de Poincaré présente un attracteur plus ou moins de type cercle, caractéristique de l'instabilité de type Hopf.

L'essai (C) possède aussi une amplitude importante, mais les phénomènes transitoires sont beaucoup plus visibles dans ce cas. Le déplacement échantillonné se présente alors sous la forme de deux lignes. Les dents de l'outil reviennent usiner la pièce toujours aux deux mêmes positions. La régularité de la coupe fait intervenir deux coups de dent. En pratique, ce phénomène est identique à la coupe d'une dent sur deux. Ce phénomène de doublement de la période de dent est caractéristique de l'instabilité de flip (*period doubling, period two*). Ainsi, la section de Poincaré présente maintenant deux attracteurs de type point.

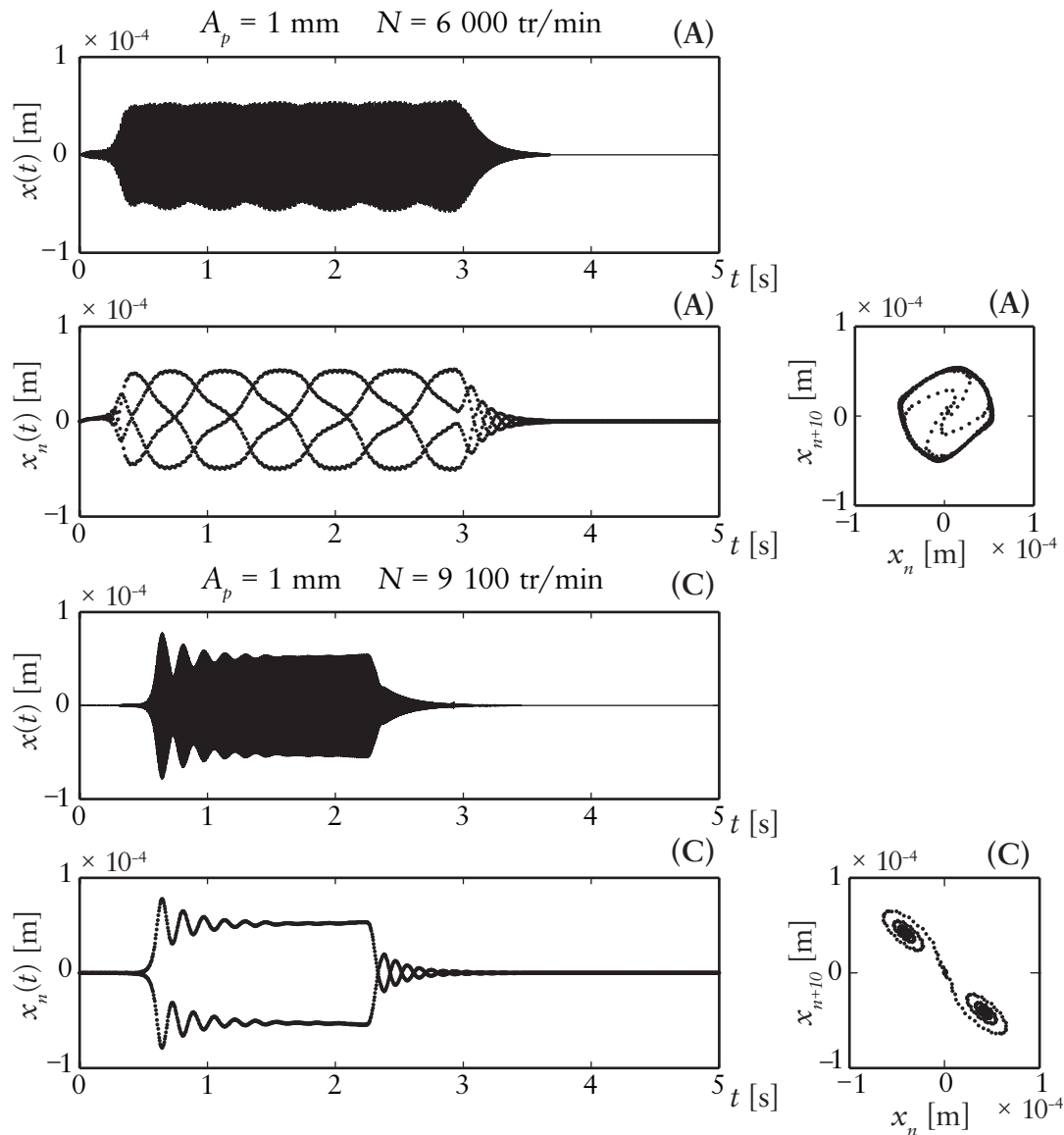


Figure 88 – Relevés temporels pour les essais instables (A) et (C)

Ces essais à vitesse constante ont montré une très bonne corrélation avec les modélisations : les lobes de stabilité ayant été parfaitement retrouvés. L'analyse des déplacements sur des points particuliers, a permis d'illustrer le comportement stable ou instable. Nous avons ainsi mis en avant l'instabilité de flip, intervenant pour des vitesses de rotation élevées.

Pour conclure, ces essais nous ont permis de valider le comportement du système à vitesse constante. Même si ces résultats ont été déjà démontrés par ailleurs [BAY 02] [MAN 03] [GRA 05], cela permet de valider notre protocole.

#### IV.4.4 Essais à vitesse variable

Afin de vérifier le comportement stable ou instable de l'usinage à vitesse variable, nous étudions différents usinages. Ensuite, nous présentons les gains obtenus par une variation de la vitesse de rotation, selon différents aspects.

##### IV.4.4.1 Essais instables asymptotiquement

Dans un premier temps, nous avons effectué des essais en privilégiant la fréquence de variation au détriment de l'amplitude, tout en utilisant l'accélération maximale de la broche. Les résultats ainsi obtenus sont présentés sur la figure 89. Le déplacement mesuré avec une variation de vitesse est parfaitement identique avec celui obtenu à vitesse constante. De plus, ces deux usinages instables génèrent exactement le même état de surface sur la pièce.

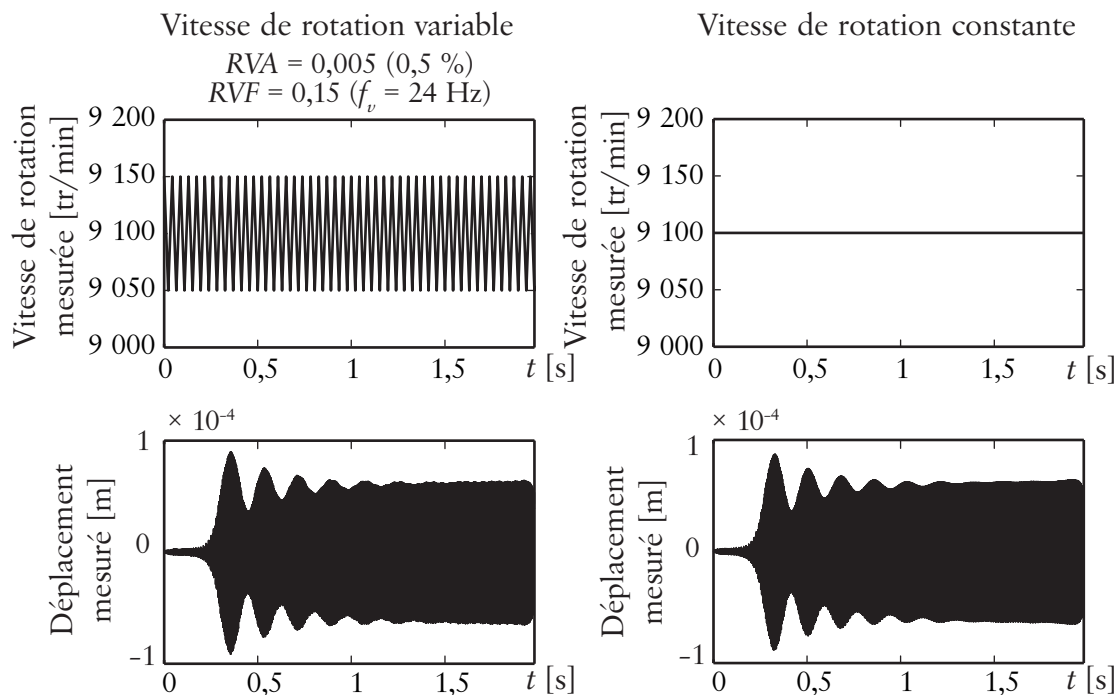


Figure 89 – Deux essais instables pour  $N_0 = 9\ 100$  tr/min et  $A_p = 1$  mm

Ces deux usinages permettent ainsi de retrouver l'importance mineure de la fréquence de variation, vue lors des simulations. Il est inutile de faire varier très vite la vitesse de rotation, même en utilisant l'accélération maximale, car ce n'est pas le paramètre le plus important.

Dans un second temps, nous allons analyser en détail un usinage instable, toujours avec une profondeur de passe de 1 mm et une vitesse de rotation moyenne de 9 100 tr/min. Les paramètres de la consigne de variation de cet essai (D) sont issus de l'étude paramétrique effectuée dans la partie IV.3 (cf. figure 77, page 125).

Les résultats expérimentaux, pour l'essai (D), sont synthétisés sur la figure 90. Après environ deux périodes de variation de vitesse, l'amplitude du déplacement de la pièce augmente très fortement, pour ensuite se stabiliser à un niveau très élevé. Ceci est illustré par la courbe enveloppe, dessinée en pointillé sur le graphique. Cet usinage est alors considéré comme instable asymptotiquement. Ce résultat vient confirmer les prédictions théoriques : l'usinage est instable pour une profondeur de passe supérieure à 0,8 mm (cf. figure 77, page 125).

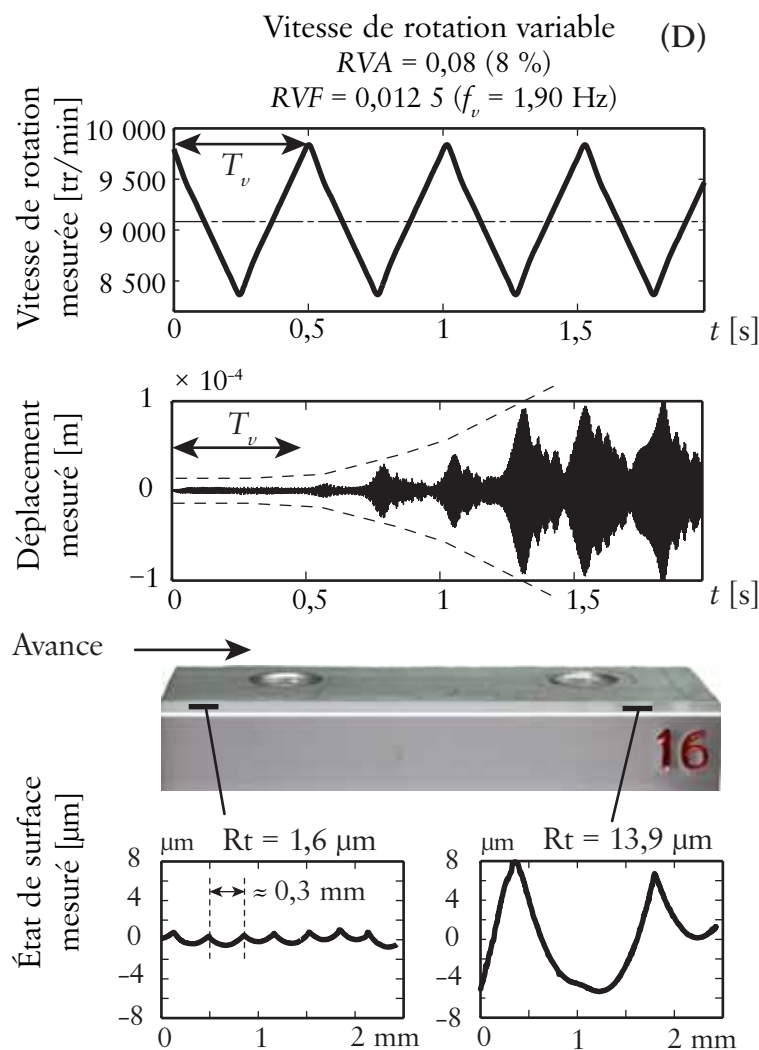


Figure 90 – Analyse de l'essai instable (D) pour  $N_0 = 9\,100$  tr/min et  $A_p = 1$  mm

L'état de surface mesuré sur la pièce est également présenté sur la [figure 90](#). Le début de l'usinage possède un profil dont le pas est d'environ 0,3 mm avec un  $R_t$  de 1,6  $\mu\text{m}$ . Le faux rond de l'outil ne laisse subsister qu'une seule trace par tour, ainsi le profil a un pas d'environ 0,3 mm, car l'outil possède trois dents avec une avance à la dent moyenne de 0,1 mm. Le profil ainsi usiné correspond à l'état de surface géométrique théorique, sans aucune contribution des vibrations régénératives liées à l'instabilité. Cependant, lorsque l'amplitude des vibrations augmente, la dégradation de la surface usinée devient importante, avec un  $R_t$  de 13,9  $\mu\text{m}$ . On retrouve alors les caractéristiques d'un usinage instable. Dans ce cas simple, il est possible de faire le lien entre l'amplitude des vibrations et la dégradation de la surface usinée.

Un usinage instable ne signifie pas forcément une forte dégradation de la surface usinée. En effet, à vitesse variable, un usinage instable nécessite un certain temps avant la mise en place du broutement, induisant une dégradation de la surface. Pour l'essai (D), présenté sur la [figure 90](#), cette durée est d'environ 0,7 s. Si la durée de l'usinage est inférieure à ce temps, les vibrations n'ont pas le temps de se mettre en place et l'état de surface n'est pas dégradé. Cet usinage peut alors être qualifié de stable « en pratique », bien que le processus soit fondamentalement instable. Par contre, si le temps d'usinage est plus important, les vibrations se mettent en place et l'on retrouve bien un usinage instable, caractérisé par une dégradation importante de l'état de surface.

#### IV.4.4.2 Essais stables asymptotiquement

Dans cette partie, nous étudions des usinages stables à vitesse variable. Pour cela, les paramètres de variation ont été choisis à l'aide des simulations faites dans la partie [IV.3](#) (cf. [figure 77](#), [page 125](#)). Pour cela, la consigne privilégie l'amplitude au détriment de la fréquence de variation. Les résultats des essais (E) et (F) sont présentés sur la [figure 91](#). Ces deux usinages sont stables, pour une profondeur de passe de 2 mm, mais ils sont très proches de la limite de stabilité, qui se situe vers 2,2 mm.

L'essai (E) engendre de fortes vibrations, mais elles ont tendance à se calmer au cours du temps. Bien qu'il soit stable, cet essai conduit à une dégradation importante de l'état de surface, car il y a des vibrations transitoires très marquées. Le taux de décroissance de ces vibrations transitoires est faible, car le système est proche de la limite de stabilité. De plus, la longueur d'usinage (90 mm) ne permet pas de réaliser une période complète de variation.

En réduisant un peu l'amplitude de la consigne, l'essai (F) permet d'avoir une fréquence de variation plus importante. Dans ce cas, l'usinage s'effectue pendant quasiment deux périodes de variation. De la même façon, le premier cycle fait apparaître de fortes vibrations transitoires qui dégradent l'état de surface sur la pièce. Par contre, l'amplitude du déplacement est considérablement réduite lors de la deuxième période. Nous retrouvons ici l'aspect asymptotique de la stabilité, c'est-à-dire après plusieurs cycles de variation. Même

avec un temps d'usinage beaucoup plus long, ces usinages ne sont pas intéressants en pratique, car la surface est dégradée par les vibrations initiales. Les vibrations transitoires sont aussi présentes pour les usinages à vitesse constante [PAR 04], mais leur décroissance est généralement très rapide, de l'ordre de quelques périodes de dent. Pour l'usinage à vitesse variable, la décroissance des vibrations transitoires est essentiellement liée à la période de la variation de la vitesse, durée qui est généralement beaucoup plus longue que la période de passage des dents.

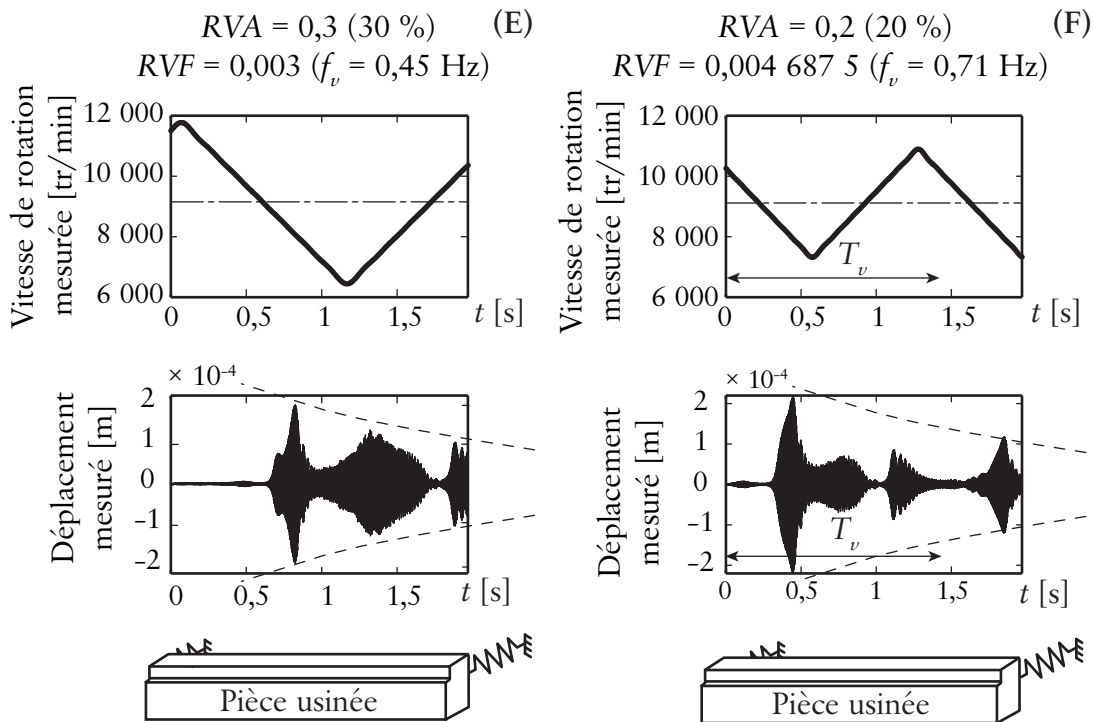


Figure 91 – Essais stables (E) et (F) pour  $N_0 = 9100$  tr/min et  $A_p = 2$  mm

Pour conclure, ces usinages stables, mais proches de la limite de stabilité ne sont pas forcément intéressants en pratique, car ils peuvent engendrer des vibrations transitoires importantes. L'apparition de phénomènes transitoires à l'échelle de la période de variation rend délicate l'utilisation systématique de la variation de vitesse pour des conditions proches de la limite de stabilité. Une compréhension plus fine de ces phases transitoires est nécessaire pour améliorer les gains.

#### IV.4.4.3 Réduction du broutement par variation de la vitesse de rotation

Cette partie vise à montrer les gains de productivité engendrés par une utilisation rationnelle de la variation de vitesse. Pour cela, nous avons directement comparé deux essais utilisant le même engagement de l'outil, avec et sans variation de vitesse. L'essai à vitesse variable (F') utilise la même consigne optimale que l'essai (F) (figure 91), mais cette fois, la profondeur de passe a été réduite à 1 mm, afin de s'éloigner suffisamment de la limite de

stabilité. Ainsi, les vibrations transitoires, observées précédemment, disparaissent très rapidement sans dégrader la surface usinée.

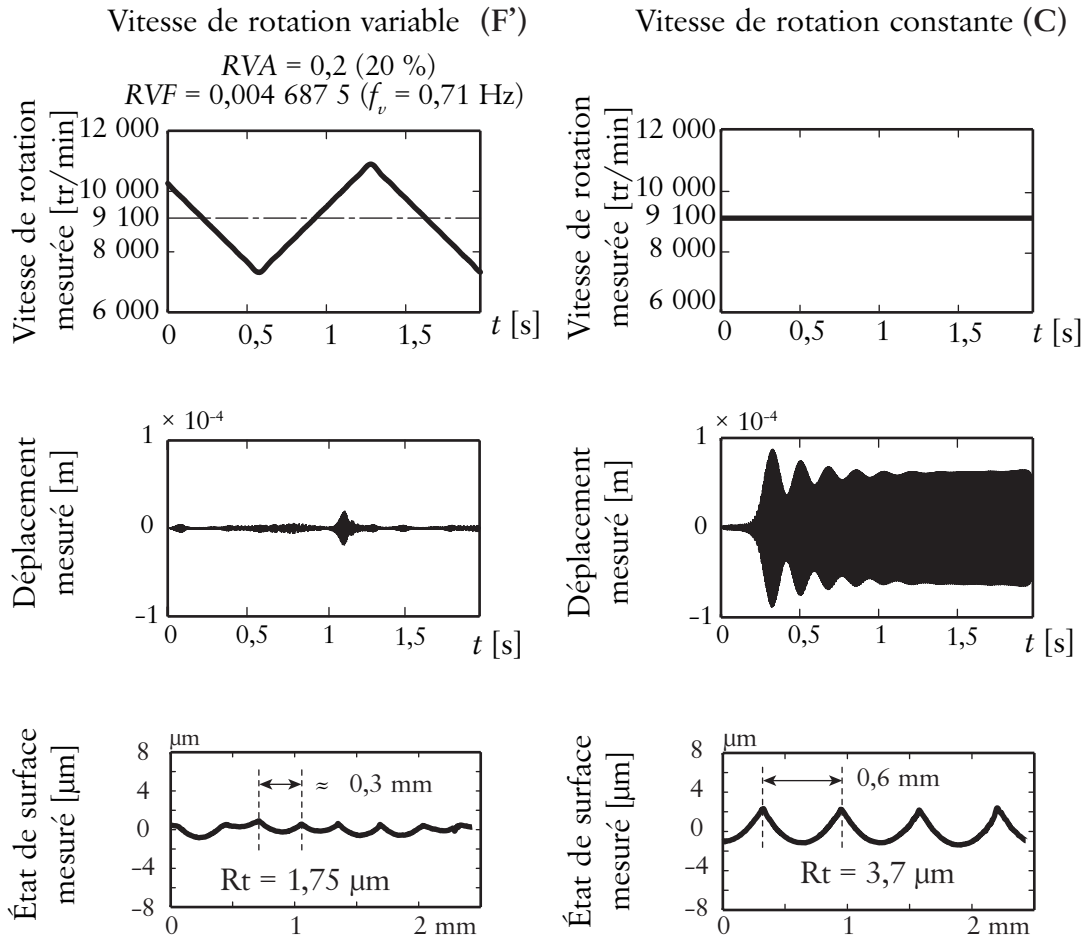


Figure 92 – Comparaison entre un essai avec et sans variation de vitesse,  $A_p = 1$  mm

Les résultats des essais (F') et (C) sont présentés sur la [figure 92](#). L'essai (C), étudié précédemment (cf. [figure 88](#), page 134), fait intervenir l'instabilité de flip, ou doublement de la période. Cet usinage instable induit une forte amplitude d'environ 0,07 mm. L'utilisation de l'usinage à vitesse variable permet de réduire l'amplitude des déplacements à seulement 0,01 mm. L'amplitude des vibrations est réduite de 85 %, soit d'un facteur 7, ce qui montre l'efficacité importante que peut avoir la variation de vitesse de rotation.

Pour l'essai (C), à vitesse constante, l'état de surface est uniforme sur toute la pièce, avec un profil ayant un pas de 0,6 mm et un  $R_t$  de 3,7  $\mu\text{m}$ . En l'absence de broutement, l'outil laisse une trace par tour, à cause du faux rond (avance de 0,1 mm et trois dents). Dans ce cas, la trace est laissée après deux tours d'outil. Ce phénomène correspond bien à un doublement de la période, caractéristique de l'instabilité en flip. Ce phénomène peut aussi être vu comme la coupe d'une dent sur deux, engendrant alors un pas deux fois plus grand. À vitesse variable, essai (F'), l'état de surface est également uniforme sur toute la pièce, mais cette fois, le pas du profil est réduit à 0,3 mm avec un  $R_t$  de 1,75  $\mu\text{m}$ . Le profil est généré



durant un seul tour d’outil. Il correspond à l’état de surface théorique calculé avec l’avance à la dent, pour un outil ayant un faux rond. La rugosité est alors réduite de 50 %, soit d’un facteur 2.

D’autres essais d’usinage ont montré que l’obtention de tels gains est liée au choix optimal des conditions de coupe, c’est-à-dire la profondeur de passe. La variation de vitesse de rotation est globalement une solution efficace, permettant de réduire de façon importante les vibrations et la rugosité dans l’instabilité de flip. Cette solution est alors intéressante dans un contexte UGV.

## IV.5 Conclusion

L’objectif de ce chapitre était d’étudier une solution de réduction des vibrations basée sur la variation de la vitesse de rotation de la broche, dans un contexte d’usinage grande vitesse.

La simulation temporelle et la semi-discrétisation sont deux approches différentes, mais permettant de simuler très correctement le comportement d’un usinage à vitesse constante et à vitesse variable. En effet, la comparaison des différents résultats présente une très bonne corrélation.

L’amplitude de la consigne est le paramètre le plus important dans la définition d’une consigne de variation. L’influence de la fréquence de variation est beaucoup plus faible. L’utilisation d’une variation de vitesse est toujours bénéfique dans la zone du flip lobe. Cependant, les gains sur les autres premiers lobes (Hopf) sont très faibles, voire nuls, dans certains cas.

La validation expérimentale à vitesse constante a permis de valider nos protocoles et nos méthodes d’analyse. La notion même de stabilité a été analysée en détail au travers de quelques essais caractéristiques. Les essais à vitesse variable ont permis de mettre en avant la différence entre la stabilité asymptotique et la stabilité « pratique ». Ainsi, des usinages asymptotiquement stables ne sont pas forcément intéressants en pratique, car ils peuvent générer de fortes vibrations transitoires. À l’opposé, des usinages asymptotiquement instables peuvent localement améliorer un usinage, mais l’instabilité finit toujours par dégrader la surface usinée. Par contre, dans la zone du flip lobe, la variation de vitesse permet une réduction des vibrations et une amélioration de l’état de surface en réduisant la rugosité. Cependant, il est nécessaire de choisir correctement les paramètres de variation ainsi que la profondeur de passe, pour obtenir des résultats intéressants.



---

## Conclusion et perspectives

---

LES TRAVAUX menés dans le cadre de cette thèse s'inscrivent dans le contexte des vibrations d'usinage. Nous avons contribué à la compréhension et à la maîtrise des phénomènes complexes intervenant durant l'usinage des parois minces. Afin de réduire les conséquences du broutement, nous avons aussi développé des solutions pratiques d'optimisation, par une adaptation de la vitesse de rotation ou encore par une variation continue de la vitesse de rotation.

Dans le [chapitre I](#), la présentation de la problématique des vibrations d'usinage et l'analyse des travaux existants ont permis de définir le cadre de nos travaux de recherche. Nous avons ainsi dégagé progressivement trois voies à approfondir, visant l'étude d'une pièce réelle à parois minces, l'amélioration de la modélisation au sein même d'une passe d'usinage et enfin, la réduction des vibrations régénératives par une variation continue de la vitesse de rotation de la broche.

Dans le [chapitre II](#), nous avons développé une approche utilisant les lobes de stabilité sur le cas d'une pièce réelle en forme de poche. L'évolution des paramètres dynamiques, induits par la position de l'outil et par l'enlèvement de matière, a été calculée à l'aide d'un modèle éléments finis. La généralisation du tracé des lobes de stabilité conduit à l'ajout d'une troisième dimension permettant de prendre en compte l'évolution de l'usinage. Nous avons ainsi choisi des vitesses de rotation permettant d'optimiser globalement l'opération d'usinage. Les essais expérimentaux ont alors permis de quantifier les gains en état de surface et en vibration entre les passes d'usinage. Cependant dans certains cas, il s'avère impossible de choisir une vitesse de rotation optimale et l'instabilité ne peut pas être évitée. Le comportement fréquentiel devient alors complexe tout au long de l'usinage, avec une évolution des fréquences de broutement et un état de surface non constant. Ce constat peut être global sur un ensemble de passe ou local à l'intérieur d'une passe. L'extension des méthodes théoriques, ayant fait leurs preuves sur des pièces au comportement simple, est difficile sur des pièces ayant de multiples modes de vibrations.

Ainsi, dans le [chapitre III](#), nous avons approfondi la modélisation au sein d'une passe d'usinage afin de mieux comprendre les phénomènes en jeu et notamment ceux qui conduisent à des états de surface rapidement évolutifs, couramment observés. Pour cela, nous avons mis en œuvre un modèle relativement simple, et notamment sans une génération explicite de la surface usinée, mais qui prend en compte les aspects indispensables pour faire apparaître le comportement spécifique des parois minces. Ces ingrédients de la modélisation sont, de façon succincte : la forme propre des divers modes de vibration, l'effet régénératif, la sortie de la coupe et le talonnage. Les simulations ont mis en avant l'impact majeur du phénomène de talonnage sur l'amplitude des vibrations d'une paroi mince. En effet, la prise en compte de cette non-linéarité est absolument indispensable, dans notre modèle, pour obtenir des amplitudes de déplacement cohérentes avec les essais. Dans le cas d'une paroi mince, nous avons démontré que les évolutions rapides de l'état de surface peuvent être expliquées par la compétition et le changement des modes de vibrations de la pièce. L'analyse fine des surfaces usinées a montré qu'il y a un lien important entre l'état de surface et l'amplitude des vibrations, mais qu'il est très difficile de donner des valeurs prédictives de rugosité.

Enfin, dans le [chapitre IV](#), nous nous sommes concentrés sur une solution d'optimisation utilisant la variation de la vitesse de rotation de la broche afin de réduire les vibrations régénératives. La modélisation s'est appuyée sur l'adaptation à la fois de la simulation temporelle et de la semi-discrétisation au cas du fraisage à vitesse variable. Ces deux approches fondamentalement différentes donnent des informations cohérentes et complémentaires permettant de simuler avec précision l'usinage à vitesse variable. Les simulations ont permis de mettre en avant l'impact de la consigne de variation, montrant ainsi que l'amplitude est le paramètre de loin le plus important. L'influence de la fréquence de variation est beaucoup plus faible. En usinage grande vitesse, l'utilisation d'une vitesse de rotation variable est toujours bénéfique dans la zone du flip lobe, mais ce n'est pas généralisable aux autres lobes. Les usinages à vitesse variable ont permis de mettre en avant des phénomènes transitoires. Ainsi, un usinage stable pouvait induire des vibrations transitoires dont la durée est de l'ordre de la seconde. La différence entre la stabilité asymptotique et la stabilité « pratique » a été mise en avant expérimentalement. Nous avons montré l'efficacité de la variation de vitesse pour réduire les vibrations et améliorer l'état de surface dans la zone du flip lobe. Cependant, pour obtenir des gains intéressants il est nécessaire de choisir correctement les paramètres de variation ainsi que la profondeur de passe.

Suite à ces travaux de thèse, plusieurs perspectives de recherche sont envisagées :

- Actuellement, l'exploration de nombreuses stratégies et leur évaluation en terme de vibrations n'est pas encore aboutie. Il semble important d'approfondir l'impact des stratégies d'usinage sur l'évolution du comportement dynamique d'une pièce. Ces futurs travaux s'attacheraient à définir un lien entre la stratégie d'usinage utilisée et la mise en vibration de la pièce. Il serait alors possible d'évaluer et de choisir des stratégies innovantes permettant de limiter les vibrations régénératives.

- Le phénomène de talonnage est un paramètre très important dans la modélisation de l’usinage des parois minces. Pour améliorer encore la robustesse de la modélisation, il semble indispensable de comprendre et de maîtriser la modélisation de ce phénomène. L’utilisation de méthodes expérimentales utilisant la corrélation d’image 3D couplée avec des caméras CCD rapides devrait permettre de mieux mesurer les interactions entre l’outil et la pièce. Ces mesures permettraient notamment d’identifier les déformations réelles des parois minces en fonction des conditions d’usinage.
- Le développement de solutions d’optimisation, représentant une rupture technologique, doit aussi être mené en parallèle des approches visant la modélisation fine du fraisage. La variation de la vitesse de rotation permet des gains intéressants dans le domaine UGV, cependant nous restons aujourd’hui confrontés au problème de la stabilité asymptotique et à la dégradation des états de surface par les phénomènes transitoires. Il semble important que les futurs travaux s’attachent à approfondir notamment l’étude expérimentale, sur d’autres types de pièce, en utilisant d’autres formes de variation (sinusoïdale, aléatoire, etc.) afin d’améliorer la robustesse de cette approche.
- Toujours dans une optique de rupture technologique, initiée par la variation de la vitesse de rotation, l’utilisation des broches à paliers magnétiques actifs permettrait sans doute des actions sur la broche à des fréquences beaucoup plus élevées, de l’ordre de 500 Hz. Il serait alors possible de piloter des paramètres tels que la raideur ou encore l’amortissement de la broche, paramètres actuellement figés sur les broches à roulements. Le développement de cette nouvelle technologie constitue également une piste de recherche prometteuse pour la réduction des vibrations d’usinage.





---

## Références bibliographiques

---

- [AL 03] E. AL-REGIB, J. NI, S.H. LEE – Programming spindle speed variation for machine tool chatter suppression, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **43**, p. 1229-1240, 2003.
- [ALT 92A] Y. ALTINTAS, D. MONTGOMERY, E. BUDAK – Dynamic peripheral milling of flexible structures, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **114**, p. 137-145, 1992.
- [ALT 92B] Y. ALTINTAS, P.K. CHAN – In-process detection and suppression of chatter in milling, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **32**, p. 329-347, 1992.
- [ALT 95] Y. ALTINTAS, E. BUDAK – Analytical prediction of stability lobes in milling, *Annals of the CIRP*, **44**, p. 357-362, 1995.
- [ALT 99] Y. ALTINTAS, S. ENGIN, E. BUDAK – Analytical stability prediction and design of variable pitch cutters, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **121**, p. 173-178, 1999.
- [ALT 01] Y. ALTINTAS – Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling, *Japan Society of Mechanical Engineers, International Journal Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, **44**, p. 717-723, 2001.
- [ARN 48] R.N. ARNOLD – The mechanism of tool vibration in the cutting of steel, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, **154**, p. 261-276, 1948.
- [ARN 02] L. ARNAUD, G. DESSEIN – Application de la théorie des lobes de stabilité au fraisage de parois minces, *4th International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, Clermond-Ferrand, France, 2002.
- [ASS 02] S. ASSOULINE, E. BEAUCHESNE, G. COFFIGNAL, P. LORONG, A. MARTY – Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique : modèles dynamiques de la pièce, *Mécanique et Industries*, **3**, p. 389-402, 2002.

- [AUC 04] S. AUCHET, P. CHEVRIER, M. LACOUR, P. LIPINSKI – A new method of cutting force measurement based on command voltages of active electro-magnetic bearings, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **44**, p. 1441-1449, 2004.
- [BAC 07] D. BACHRATHY, M. HOMER, T. INSPERGER, G. STÉPÁN – Surface location error for helical mills, *6th International Conference on High Speed Machining*, Saint-Sébastien, Espagne, 2007.
- [BAI 75] J.A. BAILEY – Friction in metal machining—mechanical aspects, *Wear*, **31**, p. 243-275, 1975.
- [BAT 96] K.J. BATHE – *Finite element procedures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.
- [BAY 02] P.V. BAYLY, B.P. MANN, T.L. SCHMITZ, D.A. PETERS, G. STÉPÁN, T. INSPERGER – Effects of radial immersion and cutting direction on chatter instability in end-milling, *Proceedings of IMECE 2002: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, La Nouvelle-Orléans, États-Unis, 2002.
- [BAY 03] P.V. BAYLY, J.E. HALLEY, B.P. MANN, M.A. DAVIES – Stability of interrupted cutting by temporal finite element analysis, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **125**, p. 220-225, 2003.
- [BED 06] I. BEDIAGA, I. EGAÑA, J. MUÑOA – Reducción de la inestabilidad en cortes interrumpidos en fresado a alta velocidad mediante variación de la velocidad del husillo, *XVI Congreso de Máquinas-Herramienta y Tecnologías de Fabricación*, Saint-Sébastien, Espagne, 2006.
- [BED 07] I. BEDIAGA, I. EGAÑA, J. MUÑOA, M. ZATARAIN, L.N. LÓPEZ DE LACALLE – Chatter avoidance for milling process based on sinusoidal spindle speed variation method: simulation and experimental results, *10th CIRP International Workshop on Modeling in Machining Operations*, Reggio di Calabria, Italie, 2007.
- [BLA 05] N. BLANCHARD, T. RABANY, E. DUC – Lobes de stabilité en UGV approche expérimentale en usinage de poches, *Mécanique et Industries*, **6**, p. 411-415, 2005.
- [BOG 89] P. BOGACKI, L.F. SHAMPINE – A 3(2) pair of Runge-Kutta formulas, *Applied Mathematics Letters*, **2**, p. 321-325, 1989.
- [BRA 05] U. BRAVO, O. ALTUZARRA, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, J.A. SÁNCHEZ, F.J. CAMPA – Stability limits of milling considering the flexibility of the workpiece and the machine, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **45**, p. 1669-1680, 2005.
- [BUD 98A] E. BUDAK, Y. ALTINTAS – Analytical prediction of chatter stability in milling, part I: general formulation, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **120**, p. 22-30, 1998.
- [BUD 98B] E. BUDAK, Y. ALTINTAS – Analytical prediction of chatter stability in milling, part II: application of the general formulation to common milling systems, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **120**, p. 31-36, 1998.

- [BUD 03A] E. BUDAK – An analytical design method for milling cutters with nonconstant pitch to increase stability, part I: theory, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **125**, p. 29-34, 2003.
- [BUD 03B] E. BUDAK – An analytical design method for milling cutters with nonconstant pitch to increase stability, part II: application, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **125**, p. 35-38, 2003.
- [CAM 03] M.L. CAMPOMANES, Y. ALTINTAS – An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **125**, p. 416-422, 2003.
- [CAM 06] F.J. CAMPA, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, G. ARAMENDI, S. SEGUY, L. ARNAUD, G. DESSEIN, S. HERRANZ – Fresado de estructuras de rigidez reducida utilizando un modelo de estabilidad en el dominio de la frecuencia, *XVI Congreso de Máquinas-Herramienta y Tecnologías de Fabricación*, Saint-Sébastien, Espagne, 2006.
- [CAM 07A] F.J. CAMPA, S. SEGUY, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, L. ARNAUD, G. DESSEIN, G. ARAMENDI – Stable milling of thin-walled parts with variable dynamics, *6th International Conference on High Speed Machining*, Saint-Sébastien, Espagne, 2007.
- [CAM 07B] F.J. CAMPA, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, A. LAMIKIZ, J.A. SÁNCHEZ – Selection of cutting conditions for a stable milling of flexible parts with bull-nose end milling tools, *Journal of Materials Processing Technology*, **191**, p. 279-282, 2007.
- [COF 07] G. COFFIGNAL, P. LORONG, J. PLANCHAT, S. YAQUB, A. LARUE – Virtual machining: a general approach to deal with flexible workpieces, *10th CIRP International Workshop on Modeling in Machining Operations*, Reggio di Calabria, Italie, 2007.
- [COH 05] S. COHEN-ASSOULINE – *Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique : prise en compte d'une pièce déformable*, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Paris, 2005.
- [COO 59] N.H. COOK – Self-excited vibrations in metal cutting, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **81**, p. 183-186, 1959.
- [COR 06A] N. CORDUAN, J.P. COSTES, F. LAPUJOLADE – Modelling and experimental approach of milling stability: application to thin walled parts, *5th International Conference on High Speed Machining*, Metz, France, 2006.
- [COR 06B] N. CORDUAN – *Étude des phénomènes vibratoires en fraisage de finition de plaques minces : application aux aubages de turbines aéronautiques*, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Cluny, 2006.
- [DAV 00] M.A. DAVIES, B. BALACHANDRAN – Impact dynamics in milling of thin walled structures, *Nonlinear Dynamics*, **22**, p. 375-392, 2000.
- [DAV 02] M.A. DAVIES, J.R. PRATT, B. DUTTERER, T.J. BURNS – Stability prediction for low radial immersion milling, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **124**, p. 217-225, 2002.



- [DEL 92] T. DELIO, J. TLUSTY, S. SMITH – Use of audio signal for chatter detection and control, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **114**, p. 146-157, 1992.
- [DUN 05] G.S. DUNCAN, M.F. TUMMOND, T.L. SCHMITZ – An investigation of the dynamic absorber effect in high-speed machining, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **45**, p. 497-507, 2005.
- [ELB 04] O. ELBEYLI, J.Q. SUN – On the semi-descretization method for feedback control design of linear systems with time delay, *Journal of Sound and Vibration*, **273**, p. 429-440, 2004.
- [ENG 01A] S. ENGIN, Y. ALTINTAS – Mechanics and dynamics of general milling cutters, part I: helical end mills, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **41**, p. 2195-2212, 2001.
- [ENG 01B] S. ENGIN, Y. ALTINTAS – Mechanics and dynamics of general milling cutters, part II: inserted cutters, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **41**, p. 2213-2231, 2001.
- [FAA 07] R.P.H. FAASEN – *Chatter prediction and control for high-speed milling: modelling and experiments*, Ph.D. Thesis, University of Technology of Eindhoven, 2007.
- [FLO 1883] G. FLOQUET – Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques, *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure Série 2*, **12**, p. 47-88, 1883.
- [FOF 02] M.S. FOFANA – Effect of regenerative process on the sample stability of a multiple delay differential equation, *Chaos, Solitons and Fractals*, **14**, p. 301-309, 2002.
- [FOF 03A] M.S. FOFANA, P.B. RYBA – Parametric stability of non-linear delay equations, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **39**, p. 79-91, 2003.
- [FOF 03B] M.S. FOFANA, K.C. EE, I.S. JAWAHIR – Machining stability in turning operation when cutting with a progressively worn tool insert, *Wear*, **255**, p. 1395-1403, 2003.
- [GAN 07] A. GANGULI, A. DERAEMAEKER, A. PREUMONT – Regenerative chatter reduction by active damping control, *Journal of Sound and Vibration*, **300**, p. 847-862, 2007.
- [GÉH 07] D. GÉHIN, B. LARREGAIN, D. ILIESCU, F. GIROT – High speed drilling: vibration behaviour, *6th International Conference on High Speed Machining*, Saint-Sébastien, Espagne, 2007.
- [GÉL 84] R. GÉLINAS – *Suites et séries, séries et transformées de Fourier, variables complexes*, Les éditions SMG, ISBN 2-89094-028-4, Trois-Rivières, 1984.
- [GON 06] O. GONZALO, G. PEIGNÉ, D. GONZALEZ – High speed machining simulation of thin-walled components, *5th International Conference on High Speed Machining*, Metz, France, 2006.
- [GOV 00] E. GOVEKAR, J. GRADIŠEK, I. GRABEC – Analysis of acoustic emission signals and monitoring of machining processes, *Ultrasonics*, **38**, p. 598-603, 2000.

- [GRA 02] J. GRADIŠEK, R. FRIEDRICH, E. GOVEKAR, I. GRABEC – Analysis of data from periodically forced stochastic processes, *Physics Letters A*, **294**, p. 234-238, 2002.
- [GRA 05] J. GRADIŠEK, M. KALVERAM, T. INSPERGER, K. WEINERT, G. STÉPÁN, E. GOVEKAR, I. GRABEC – On stability prediction for milling, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **45**, p. 769-781, 2005.
- [GRO 96] M.P. GROOVER – *Fundamentals of modern manufacturing: materials, processes, and systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.
- [GUI 08] N. GUIBERT, H. PARIS, J. RECH – A numerical simulator to predict the dynamical behavior of the self-vibratory drilling head, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **48**, p. 644-655, 2008.
- [GYO 95] I. GYORI, F. HARTUNG, J. TURI – Numerical approximations for a class of differential equations with time- and state-dependent delays, *Applied Mathematics Letters*, **8**, p. 19-24, 1995.
- [HAL 93] J.K. HALE, S.M. VERDUYN LUNEL – *Introduction to functional differential equations*, Springer-Verlag, New York, 1993.
- [HAR 04] A. HARMS, B. DENKENA, N. LHERMET – Tool adaptor for active vibration control in turning operations, *9th International Conference on New Actuators*, Brême, Allemagne, 2004.
- [HAS 80] W.F. HASTING, P. MATHEW, P.L.B. OXLEY – A machining theory for predicting chip geometry, cutting forces etc. from material properties and cutting conditions, *Proceedings of the Royal Society of London A – Mathematical Physical and Engineering Sciences*, **371**, p. 569-587, 1980.
- [HER 05] S. HERRANZ, F.J. CAMPA, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, A. RIVERO, A. LAMIKIZ, E. UKAR, J.A. SÁNCHEZ, U. BRAVO – The milling of airframe components with low rigidity: a general approach to avoid static and dynamic problems, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, **219**, p. 789-801, 2005.
- [HIL 04] I. HILERIO, T. MATHIA, C. ALEPEE – 3D measurements of the knee prosthesis surfaces applied in optimizing of manufacturing process, *Wear*, **257**, p. 1230-1234, 2004.
- [HOS 77] T. HOSHI, M. SATO, N. SAKISAKA, I. MORIYAMA – Study of practical application of fluctuating speed cutting for regenerative chatter control, *Annals of the CIRP*, **25**, p. 175-179, 1977.
- [INA 74] T. INAMURA, T. SATA – Stability analysis of cutting under varying spindle speed, *Annals of the CIRP*, **23**, p. 119-120, 1974.
- [INS 02A] T. INSPERGER, G. STÉPÁN – Semi-discretization method for delayed systems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **55**, p. 503-518, 2002.
- [INS 02B] T. INSPERGER – *Stability analysis of periodic delay-differential equations modeling machine tool chatter*, Ph.D. Thesis, Budapest University of Technology and Economics, 2002.
- [INS 03] T. INSPERGER, B.P. MANN, G. STÉPÁN, P.V. BAYLY – Stability of up-milling and down-milling, part 1: alternative analytical methods, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **43**, p. 25-34, 2003.

- [INS 04A] T. INSPERGER, G. STÉPÁN – Uptaded semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **61**, p. 117-141, 2004.
- [INS 04B] T. INSPERGER, G. STÉPÁN – Stability analysis of turning with periodic spindle speed modulation via semidiscretization, *Journal of Vibration and Control*, **10**, p. 1835-1855, 2004.
- [INS 04C] T. INSPERGER, G. STÉPÁN, J. TURI – Comparison of zeroth- and first-order semi-discretizations for the delayed Mathieu equation, *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, Atlantis, Bahamas, 2004.
- [INS 06] T. INSPERGER, J. GRADIŠEK, M. KALVERAM, G. STÉPÁN, K. WINERT, E. GOVEKAR – Machine tool chatter and surface location error in milling processes, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **128**, p. 913-920, 2006.
- [INS 08A] T. INSPERGER, G. STÉPÁN, J. TURI – On the higher-order semi-discretizations for periodic delayed systems, *Journal of Sound and Vibration*, **313**, p. 334-341, 2008.
- [INS 08B] T. INSPERGER, B.P. MANN, T. SURMANN, G. STÉPÁN – On the chatter frequencies of milling processes with runout, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **48**, p. 1081-1089, 2008.
- [JAY 00] S. JAYARAM, S.G. KAPOOR, R.E. DEVOR – Analytical stability analysis of variable spindle speed machining, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **122**, p. 391-397, 2000.
- [JEN 99A] S.A. JENSEN, Y.C. SHIN – Stability analysis in face milling operation, part 1: theory of stability lobe prediction, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **121**, p. 600-605, 1999.
- [JEN 99B] S.A. JENSEN, Y.C. SHIN – Stability analysis in face milling operation, part 2: experimental validation and influencing factors, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **121**, p. 606-614, 1999.
- [KEG 65] R.L. KEEG – Cutting dynamics in machine tool chatter, Contribution to machine-tool chatter, Research-3, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **87**, p. 464-470, 1965.
- [KHA 06] O.O. KHALIFA, A. DENSIBALI, W. FARIS – Image processing for chatter identification in machining processes, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **31**, p. 443-449, 2006.
- [KLI 82] W.A. KLINE, R.E. DEVOR, J.R. LINDBERG – The prediction of cutting forces in end milling with application to cornering cuts, *International Journal of Machine Tool Design and Research*, **22**, p. 7-22, 1982.
- [LAP 02] F. LAPUJOLADE, T. MABROUKI, K. RAÏSSI – Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces, *Mécanique et Industries*, **3**, p. 403-418, 2002.
- [LEL 07] J.V. LE LAN, A. MARTY, J.F. DEBONGNIE – Providing stability maps for milling operations, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **47**, p. 1493-1496, 2007.

- [LI 00] H. LI, X. LI – Modelling and simulation of chatter in milling using a predictive force model, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **40**, p. 2047-2071, 2000.
- [LI 06] H. LI, Y.C. SHIN – A comprehensive dynamic end milling simulation model, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **128**, p. 86-95, 2006.
- [LIN 90] S.C. LIN, R.E. DEVOR, S.G. KAPOOR – The effects of variable speed cutting on vibration control in face milling, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **112**, p. 1-11, 1990.
- [LIU 05] X. LIU, K. CHENG – Modelling the machining of peripheral milling, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **45**, p. 1301-1320, 2005.
- [LIU 06] S. LIU, L. ZHENG, Z.H. ZHANG, D.H. WEN – Optimal fixture design in peripheral milling of thin-walled workpiece, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **28**, p. 653-658, 2006.
- [LOR 08] P. LORONG, G. COFFIGNAL, S. COHEN-ASSOULINE – Simulation du comportement dynamique d'un système usinant : modélisation de l'interaction outil/matière en présence d'une pièce flexible, *Mécanique et Industries*, **9**, p. 117-124, 2008.
- [LOW 92] K.H. LOW – On some numerical algorithms for the solution of mechanical vibrations, *Computers and Structures*, **42**, p. 461-470, 1992.
- [MAN 03] B.P. MANN, T. INSPERGER, G. STÉPÁN, P.V. BAYLY – Stability of up-milling and down-milling, part 2: experimental verification, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **43**, p. 35-40, 2003.
- [MAN 04] B.P. MANN, P.V. BAYLY, M.A. DAVIES, J.E. HALLEY – Limit cycles, bifurcations, and accuracy of the milling process, *Journal of Sound and Vibration*, **277**, p. 31-48, 2004.
- [MAR 03] A. MARTY – *Simulation numérique de l'usinage par outil coupant à l'échelle macroscopique : contribution à la définition géométrique de la surface usinée*, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Paris, 2003.
- [MER 44] E. MERCHANT – Basic mechanics of the metal-cutting process, *Journal of Applied Mechanics*, **11**, p. 168A-175A, 1944.
- [MER 65] H.E. MERRIT – Theory of self-excited machine-tool chatter, Contribution to machine-tool chatter, Research-1, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **87**, p. 447-454, 1965.
- [MER 04] S.D. MERDOL, Y. ALTINTAS – Multi frequency solution of chatter stability for low immersion milling, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **126**, p. 459-466, 2004.
- [MON 91] D. MONTGOMERY, Y. ALTINTAS – Mechanism of cutting force and surface generation in dynamic milling, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **113**, p. 160-168, 1991.
- [NAM 03A] N.S. NAMACHCHIVAYA, R. BEDDINI – Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter, *Journal of Nonlinear Science*, **13**, p. 265-288, 2003.

- [NAM 03B] N.S. NAMACHCHIVAYA, H.J. VAN ROESSEL – A centre-manifold analysis of variable speed machining, *Dynamical Systems*, **18**, p. 245-270, 2003.
- [OHL 01] R. OHLSSON, A. WIHLBORG, H. WESTBERG – The accuracy of fast 3D topography measurements, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **41**, p. 1899-1907, 2001.
- [OPI 70] H. OPITZ, F. BERNADI – Investigation and calculation of the chatter behaviour of lathes and milling machines, *Annals of the CIRP*, **18**, p. 335-343, 1970.
- [PAK 97] M. PAKDEMIRLI, A.G. ULSOY – Perturbation analysis of spindle speed variation in machine tool chatter, *Journal of Vibration and Control*, **3**, p. 261-278, 1997.
- [PAR 75] K.C. PARK – An improved stiffly stable method for direct integration of nonlinear structural dynamic equations, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, **42**, p. 464-470, 1975.
- [PAR 04] H. PARIS, G. PEIGNÉ, R. MAYER – Surface shape prediction in high speed milling, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **44**, p. 1567-1576, 2004.
- [PAR 07A] H. PARIS, G. PEIGNÉ – Influence of the cutting tool geometrical defects on the dynamic behaviour of machining, *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, **1**, p. 41-49, 2007.
- [PAR 07B] H. PARIS, D. BRISSAUD, A. GOUSKOV – A more realistic cutting force model at uncut chip thickness close to zero, *Annals of the CIRP*, **56**, p. 415-418, 2007.
- [PAT 04] V. PATELOUP, E. DUC, P. RAY – Corner optimization for pocket machining, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **44**, p. 1343-1353, 2004.
- [PAT 08] B.R. PATEL, B.P. MANN, K.A. YOUNG – Uncharted islands of chatter instability in milling, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **48**, p. 124-134, 2008.
- [PEI 03A] G. PEIGNÉ – *Étude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003.
- [PEI 03B] G. PEIGNÉ, H. PARIS, D. BRISSAUD – A model of milled surface generation for time domain simulation of high-speed cutting, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, **217**, p. 919-930, 2003.
- [PEI 04] G. PEIGNÉ, H. PARIS, D. BRISSAUD, A. GOUSKOV – Impact of the cutting dynamics of small radial immersion milling operations on machined surface roughness, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **44**, p. 1133-1142, 2004.
- [PEI 06A] G. PEIGNÉ, M. ZATARAIN, O. GONZALO – Comparison of multifrequency and time domain milling chatter models: computation of stability lobes, *5th International Conference on High Speed Machining*, Metz, France, 2006.
- [PEI 06B] G. PEIGNÉ, M. ZATARAIN, O. GONZALO, T. INSPERGER – Calcul des lobes de stabilité en fraisage : comparaison des méthodes existantes, *4ème Assises Machines et Usinage Grande Vitesse*, Aix-en-Provence, France, 2006.

- [QUI 08] Y. QUINSAT, L. SABOURIN, C. LARTIGUE – Surface topographie in ball end milling process: description of 3D surface roughness parameter, *Journal of Materials Processing Technology*, **195**, p. 135-143, 2008.
- [RAD 97A] R. RADULESCU, S.G. KAPOOR, R.E. DEVOR – An investigation of variable spindle speed face milling for tool-work structures with complex dynamics, part 1: simulation results, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **119**, p. 266-272, 1997.
- [RAD 97B] R. RADULESCU, S.G. KAPOOR, R.E. DEVOR – An investigation of variable spindle speed face milling for tool-work structures with complex dynamics, part 2: physical explanation, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **119**, p. 273-280, 1997.
- [RAU 07] M. RAUCH, J.Y. HASCOËT – Rough pocket milling with trochoidal and plunging strategies, *International Journal of Machining and Machinability of Materials*, **2**, p. 161-175, 2007.
- [RIV 07] E. RIVIÈRE-LORPHÈVRE – *Étude et simulation de procédés de fraisage grande vitesse : efforts de coupe, stabilité, états de surface*, Thèse de doctorat, Faculté Polytechnique de Mons, 2007.
- [SAS 01] S. SASTRY, S.G. KAPOOR, R.E. DEVOR, G.E. DULLERUD – Chatter stability analysis of the variable speed face-milling process, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **123**, p. 753-756, 2001.
- [SAS 02] S. SASTRY, S.G. KAPOOR, R.E. DEVOR – Floquet theory based approach for stability analysis of the variable speed face-milling process, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **124**, p. 10-17, 2002.
- [SCH 02] T.L. SCHMITZ, K. MEDICUS, B. DUTTERER – Exploring once-per-revolution audio signal variance as a chatter indicator, *Machining Science and Technology*, **6**, p. 215-233, 2002.
- [SCH 07] T.L. SCHMITZ, J. COUEY, E. MARSH, N. MAUNTLER, D. HUGHES – Runout effects in milling: surface finish, surface location error, and stability, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **47**, p. 841-851, 2007.
- [SEG 06] S. SEGUY, L. ARNAUD, G. DESSEIN, M. BAILL, F.J. CAMPA, G. ARAMENDI – Intégration des comportements dynamiques dans l'usinage de pièces aéronautiques, *4ème Assises Machines et Usinage Grande Vitesse*, Aix-en-Provence, France, p. 155-166, 2006.
- [SEG 08A] S. SEGUY, G. DESSEIN, L. ARNAUD – Surface roughness variation of thin wall milling, related to modal interactions, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **48**, p. 261-274, 2008.
- [SEG 08B] S. SEGUY, L. ARNAUD, G. DESSEIN, T. INSPERGER, G. PEIGNÉ – Influence d'une vitesse de rotation variable sur les vibrations d'usinage en UGV, *5ème Assises Machines et Usinage Grande Vitesse*, Nantes, France, 2008.
- [SEG 08C] S. SEGUY, F.J. CAMPA, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, L. ARNAUD, G. DESSEIN, G. ARAMENDI – Toolpath dependent stability lobes for the milling of thin-walled parts, *International Journal of Machining and Machinability of Materials*, **4**, p. 377-392, 2008.

- [SEX 77] J.S. SEXTON, R.D. MILNE, B.J. STONE – A stability analysis of single point machining with varying spindle speed, *Applied Mathematical Modelling*, **1**, p. 310-318, 1977.
- [SEX 78] J.S. SEXTON, B.J. STONE – The stability of machining with continuously varying spindle speed, *Annals of the CIRP*, **27**, p. 321-326, 1978.
- [SEX 80] J.S. SEXTON, B.J. STONE – An investigation of the transient effects during variable speed cutting, *Journal of Mechanical Engineering Science*, **22**, p. 107-118, 1980.
- [SHA 01] L.F. SHAMPINE, S. THOMPSON – Solving DDEs in MATLAB, *Applied Numerical Mathematics*, **37**, p. 441-458, 2001.
- [SIM 05] N.D. SIMS – The self-excitation damping ratio: a chatter criterion for time-domain milling simulations, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **127**, p. 433-445, 2005.
- [SLA 65] J. SLAVICEK – The effect of irregular tooth pitch on stability of milling, *Proceedings of the 6th Machine Tool Design Research Conference*, Pergamon Press, Londres, p. 15-22, 1965.
- [SMI 92] S. SMITH, J. TLUSTY – Stabilizing chatter by automatic spindle speed regulation, *Annals of the CIRP*, **41**, p. 433-436, 1992.
- [SMI 93] S. SMITH, J. TLUSTY – Efficient simulation programs for chatter in milling, *Annals of the CIRP*, **42**, p. 463-466, 1993.
- [SMI 97] S. SMITH, J. TLUSTY – Currents trends in high-speed machining, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **119**, p. 664-666, 1997.
- [SMI 98] S. SMITH, D. DVORAK – Tool path strategies for high speed milling aluminium workpieces with thin webs, *Mechatronics*, **8**, p. 291-300, 1998.
- [SOL 97] E. SOLIMAN, F. ISMAIL – Chatter suppression by adaptative speed modulation, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **37**, p. 355-369, 1997.
- [SRI 68] R. SRIDHAR, R.E. HON, G.W. LONG – A stability algorithm for the general milling process, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, **90**, p. 330-334, 1968.
- [STÉ 89] G. STÉPÁN – *Retarded dynamical systems: stability and characteristic functions*, Longman, Londres, 1989.
- [STÉ 05] G. STÉPÁN, R. SZALAI, B.P. MANN, P.V. BAYLY, T. INSPERGER, J. GRADIŠEK, E. GOVEKAR – Nonlinear dynamics of high-speed milling—analyses, numerics, and experiments, *Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, **127**, p. 197-203, 2005.
- [STO 70] B.J. STONE – The effect on the chatter behaviour of machine tools of cutters with different helix angles on adjacent teeth, *Proceedings of the 11th Machine Tool Design Research Conference*, p. 169-180, 1970.
- [STO 00] K.J. STOUT – *Development of methods for the characterisation of roughness in three dimensions*, Penton Press, Londres, 2000.

- [SUR 07] T. SURMANN, D. ENK – Simulation of milling tool vibration trajectories along changing engagement conditions, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **47**, p. 1442-1448, 2007.
- [TAK 74] T. TAKEMURA, T. KITAMURA, T. HOSHI, K. OKUSHIMA – Active suppression of chatter by programmed variation of spindle speed, *Annals of the CIRP*, **23**, p. 121-122, 1974.
- [TAR 97] Y.S. TARNG, E.C. LEE – A critical investigation of the phase shift between the inner and outer modulation for the control of machine tool chatter, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **37**, p. 1661-1672, 1997.
- [TAR 00] Y.S. TARNG, J.Y. KAO, E.C. LEE – Chatter suppression in turning operations with a tuned vibration absorber, *Journal of Materials Processing Technology*, **105**, p. 55-60, 2000.
- [TAY 1907] F.W. TAYLOR – On the art of cutting metals, *Transactions of the ASME*, **28**, p. 31-350, 1907.
- [THE 06A] V. THEVENOT, L. ARNAUD, G. DESSEIN, G. CAZENAVE-LARROCHE – Integration of dynamic behaviour in stability lobes method: 3D lobes construction and application to thin walled structure milling, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **27**, p. 638-644, 2006.
- [THE 06B] V. THEVENOT, L. ARNAUD, G. DESSEIN, G. CAZENAVE-LARROCHE – Influence of material removal on dynamic behavior of thin walled structure in peripheral milling, *Machining Science and Technology*, **10**, p. 275-287, 2006.
- [TLU 63] J. TLUSTY, M. POLÁČEK – The stability of the machine tool against self-excited vibration in machining, *Proceedings of the International Research in Production Engineering Conference*, ASME Press, Pittsburgh, p. 465-474, 1963.
- [TLU 81] J. TLUSTY, F. ISMAIL – Basic non-linearity in machining chatter, *Annals of the CIRP*, **30**, p. 299-304, 1981.
- [TLU 96] J. TLUSTY, S. SMITH, W.R. WINFOUGH – Techniques for the use of long slender end mills in high-speed milling, *Annals of the CIRP*, **45**, p. 393-396, 1996.
- [TOB 58] S.A. TOBIAS, W. FISHWICK – Theory of regenerative machine tool chatter, *Engineer*, **205**, p. 199-203 238-239, 1958.
- [TSA 93] T.C. TSAO, M.W. MCCARTHY, S.G. KAPOOR – A new approach to stability analysis of variable speed machining systems, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **33**, p. 791-808, 1993.
- [TUR 07] S. TURNER, D. MERDOL, Y. ALTINTAS, K. RIDGWAY – Modelling of the stability of variable helix end mills, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **47**, p. 1410-1416, 2007.
- [WEH 08] T. WEHBE, G. DESSEIN, L. ARNAUD – Étude expérimentale du comportement vibratoire d'une pièce mince en usinage, *5ème Assises Machines et Usinage Grande Vitesse*, Nantes, France, 2008.
- [YAN 03] F. YANG, B. ZHANG, J. YU – Chatter suppression with multiple time-varying parameters in turning, *Journal of Materials Processing Technology*, **141**, p. 431-438, 2003.



- [YIL 02] A. YILMAZ, E. AL-REGIB, J. NI – Machine tool chatter suppression by multi-level random spindle speed variation, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **124**, p. 208-216, 2002.
- [ZAT 06] M. ZATARAIN, J. MUÑOA, G. PEIGNÉ, T. INSERGER – Analysis of the influence of mill helix angle on chatter stability, *Annals of the CIRP*, **55**, p. 365-368, 2006.
- [ZAT 08] M. ZATARAIN, I. BEDIAGA, J. MUÑOA, R. LIZARRALDE – Stability of milling processes with continuous spindle speed variation: analysis in the frequency and time domains, and experimental correlation, *Annals of the CIRP*, **57**, p. 379-384, 2008.
- [ZHA 01] M.X. ZHAO, B. BALACHANDRAN – Dynamics and stability of milling process, *International Journal of Solids and Structures*, **38**, p. 2233-2248, 2001.
- [ZHA 05] Y. ZHANG, N.D. SIMS – Milling workpiece chatter avoidance using piezoelectric active damping: a feasibility study, *Smart Materials and Structures*, **14**, p. 65-70, 2005.



---

# Publications

---

Au 3 décembre 2008, ces travaux de thèse ont donné lieu aux publications suivantes :

– **Publications dans une revue internationale avec comité de lecture**

S. SEGUY, F.J. CAMPA, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, L. ARNAUD, G. DESSEIN, G. ARAMENDI, Toolpath dependent stability lobes for the milling of thin-walled parts, *International Journal of Machining and Machinability of Materials*, **4**, p. 377-392, 2008.

S. SEGUY, G. DESSEIN, L. ARNAUD, Surface roughness variation of thin wall milling, related to modal interactions, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **48**, p. 261-274, 2008.

– **Communications dans un congrès international avec comité de lecture**

F.J. CAMPA, S. SEGUY, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, L. ARNAUD, G. DESSEIN, G. ARAMENDI, Stable milling of thin-walled parts with variable dynamics, *6th International Conference on High Speed Machining*, Saint-Sébastien, Espagne, 2007.

F.J. CAMPA, L.N. LÓPEZ DE LACALLE, G. ARAMENDI, S. SEGUY, L. ARNAUD, G. DESSEIN, S. HERRANZ, Fresado de estructuras de rigidez reducida utilizando un modelo de estabilidad en el dominio de la frecuencia, *XVI Congreso de Máquinas-Herramienta y Tecnologías de Fabricación*, Saint-Sébastien, Espagne, 2006.

– **Communications dans un congrès national avec comité de lecture**

S. SEGUY, L. ARNAUD, G. DESSEIN, T. INSPERGER, G. PEIGNÉ, Influence d'une vitesse de rotation variable sur les vibrations d'usinage en UGV, *5ème Assises Machines et Usinage Grande Vitesse*, Nantes, France, 2008.

S. SEGUY, L. ARNAUD, G. DESSEIN, M. BAILL, F.J. CAMPA, G. ARAMENDI,  
Intégration des comportements dynamiques dans l'usinage de pièces aéronautiques, *4ème  
Assises Machines et Usinage Grande Vitesse*, Aix-en-Provence, France, 2006.



---

## Matériel expérimental utilisé

---

DANS cette annexe, nous présentons l'ensemble du matériel utilisé au cours de cette thèse. L'objectif est simplement d'apporter un complément d'information sur les caractéristiques spécifiques de ces moyens d'essais.

### A.1 Centre d'usinage

Le centre d'usinage KX10 de Huron est une machine 3 axes, à portique et table mobile ([figure 93](#)). Les principales caractéristiques sont listées dans le [tableau 8](#).



Figure 93 – Centre d'usinage Huron KX10

Tableau 8 – Principales caractéristiques du centre d'usinage

Huron KX10	
Caractéristiques géométriques	
Course de l'axe X (chariot sur portique)	1 000 mm
Course de l'axe Y (table mobile)	700 mm
Course de l'axe Z (poupée porte-broche)	550 mm
Surface utile de la table	1 250 × 700 mm <sup>2</sup>
Charge maximale admissible sur la table	1 500 kg
Caractéristiques de la broche	
Électrobroche	GMN
Gamme de vitesse de rotation	100 à 24 000 tr/min
Puissance maximale	20 kW
Type d'attachement	HSK 63A
Caractéristiques des déplacements	
Avance rapide X Y	30 000 mm/min
Avance rapide Z	18 000 mm/min
Avance travail	1 à 10 000 mm/min
Accélération maximale	5 m/s <sup>2</sup>
Précisions sur les axes selon norme VDI/DGQ 3441	
Incertitude	7 µm
Répétabilité	5 µm
Caractéristiques de la commande numérique	
Modèle	Siemens 840D
Interpolation	ISO, Spline et Polynomiale
Caractéristiques de l'arrosage	
Lubrification classique	3 bar – 30 l/min Soufflage d'air 6 bar
Micropulvérisation périphérique	6 bar

## A.2 Profilomètre optique

Nous utilisons un profilomètre optique, fabriqué par Veeco, de type Wyko NT1100 (figure 94). Cet appareil réalise des relevés topographiques en trois dimensions, sans contact avec l'échantillon. Le profilomètre peut être utilisé suivant deux configurations :

- Le mode VSI (*Vertical Shift Interference*) effectue une mesure par interférométrie en lumière blanche. Il est dédié à la mesure de surface très rugueuse, la plage de mesure est alors de 1 mm (hauteur maximale du profil), avec une résolution de 1 nm ( $1 \times 10^{-9}$  m).
- Le mode PSI (*Phase Shift Interference*) utilise la variation de la phase optique. Il est utilisé pour les surfaces très lisses, la plage de mesure est de 160 nm, avec une résolution de 1 ångström ( $1 \times 10^{-10}$  m).

Compte tenu de la rugosité des surfaces analysées, nous avons privilégié le mode VSI. La surface mesurée est alors de  $2,47 \times 1,88$  mm<sup>2</sup>. Cependant, il est possible de réaliser automatiquement plusieurs mesures afin d'analyser des surfaces plus grandes, par exemple  $5 \times 20$  mm<sup>2</sup>, avec une reconstruction de la surface globale.

Les relevés effectués par le profilomètre sont ensuite exploités sous le logiciel Vision 32®. Il est alors possible d'obtenir les surfaces en 3D et les critères 3D de caractérisation des surfaces. L'analyse peut également se faire en 2D, on retrouve alors le profil et les critères de rugosité classiques (Ra, Rt, Rq, etc.).



Figure 94 – Profilomètre Optique Veeco Wyko NT1100

## A.3 Mesure vibratoire

### A.3.1 Vélocimètre laser

Le vélocimètre laser de type VH300+ est fabriqué par Ometron. Cet appareil permet de mesurer la vitesse de vibration d'une pièce, sans contact (figure 95). Il utilise un interféromètre de Michelson qui divise le signal laser en une référence et en un signal laser de mesure. Quand la pièce vibre, le signal de mesure voit sa fréquence se changer, sous l'effet Doppler. La différence de fréquence est nommée fréquence de Doppler. Elle est proportionnelle à la vitesse de vibration de la pièce. Il est alors possible de récupérer deux informations différentes en sortie du laser :

- Le signal de vitesse, par une sortie analogique. Le signal est positif si la surface se déplace vers le laser et négatif si elle s'en éloigne.
- Les deux signaux Doppler, dont la fréquence est proportionnelle à la vitesse. La combinaison des deux signaux permet, notamment, de déterminer le signe de la vitesse mesurée.

Caractéristiques du modèle VH300+ :

- Laser rouge de type Helium-Néon (He-Ne), longueur d'onde de 632,8 nm.
- Plage de mesure de vitesse entre 65  $\mu\text{m/s}$  et 0,425 m/s.
- Fréquence mesurée allant de  $< 0,1$  Hz à 25 kHz.
- Distance de mesure de 0,4 m à 25 m.
- Précision de la sortie analogique inférieure à 1 %.

### A.3.2 Marteau d'impact

Le marteau d'impact de type 2302-10, produit par Endevco, est utilisé pour l'excitation de la structure lors de l'analyse modale (figure 95). Son instrumentation, par capteur à effet piézoélectrique, permet de connaître la valeur de l'effort appliqué lors d'un choc. Ces principales caractéristiques sont :

- masse de 200 g,
- effort maximum mesuré de 4 400 N lors d'un choc,
- limite fréquentielle à 10 kHz.

Son utilisation, combinée au laser, permet de déterminer la fonction de réponse en fréquence (FRF), afin d'obtenir les caractéristiques dynamiques de la structure, à savoir, pour chaque mode excité :

- la fréquence propre,
- l'amortissement modal,
- la raideur modale.

### A.3.3 Conditionneur et analyse

Les signaux obtenus avec le laser et le marteau sont regroupés au sein d'un conditionneur possédant un module d'entrée-sortie de type 3109 et un module réseau de type 7533, le tout produit par Brüel & Kjær (figure 95). Les principales caractéristiques sont :

- 4 entrées analogiques,
- 2 sorties analogiques,
- en entrée convertisseur A/N 16 bits, 32,7 kHz,
- en sortie convertisseur N/A 24 bits, 25,6 kHz.

L'analyse des mesures s'effectue, ensuite, avec le logiciel Pulse 7® de Brüel & Kjær. Ce logiciel, dédié à la mesure et au traitement des données, possède de très nombreuses fonctionnalités. Citons celles que nous avons le plus utilisées :

- capture en temps réel des signaux,
- analyse par transformée de Fourier (FFT) de tout type de signaux,
- réalisation de FFT en cascade pour suivre l'évolution des fréquences,
- filtrage numérique de type : hanning, rectangular, transient, etc.,
- tracés sous forme de graphique 2D et 3D, etc.



Figure 95 – Vibromètre laser, marteau d'impact, conditionneur et logiciel Pulse®







---

## Procédure d'extraction du déplacement du signal laser

---

LE SIGNAL obtenu en sortie du vélocimètre laser correspond à la vitesse de vibration de la pièce mesurée. Afin d'obtenir le déplacement, il est nécessaire d'intégrer le signal du laser. Dans cette annexe, nous présentons la procédure mise en œuvre.

### B.1 Filtrage

Tout d'abord, il est nécessaire de filtrer le signal brut de vitesse afin de supprimer notamment les basses fréquences. En effet, la présence de constantes n'est pas compatible avec une intégration numérique.

Pour cela, nous avons utilisé un filtre passe-haut de type « Butterworth ». Ce filtre linéaire est conçu pour posséder un gain aussi constant que possible dans sa bande passante, puis un gain tendant vers zéro en dessous de la fréquence de coupure.

La courbe de gain pour deux ordres différents de filtre est présentée sur la [figure 96](#). L'ordre 1 correspond à un filtre classique ayant un gain de  $-20$  dB par décade : le signal est divisé par 2 chaque fois que la fréquence est divisée par 2. Ce type de filtre atténue aussi le signal dans sa bande passante, jusqu'au double de la fréquence de coupure théorique. Ce phénomène est problématique lorsque la fréquence à observer est proche de la fréquence de coupure. Pour éviter ce problème, nous avons utilisé un filtre d'ordre 14. Le gain du filtre est alors de  $-280$  dB par décade : le signal est divisé par 16 384 chaque fois que la fréquence est divisée par 2. Dans ce cas, on se rapproche d'un filtre parfait, à savoir :

- annulation du signal pour les fréquences inférieures à la fréquence de coupure,
- signal identique pour les fréquences supérieures à la fréquence de coupure.

La fréquence de coupure a été choisie afin de supprimer le signal en dessous de 50 Hz. Ce filtre numérique a été implémenté sous Simulink®.

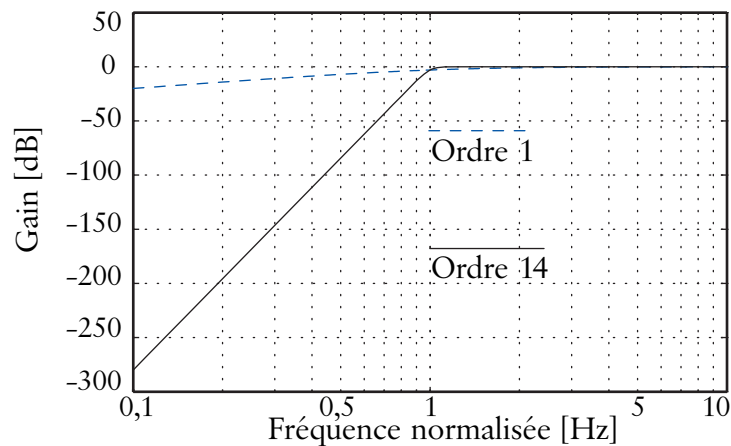


Figure 96 – Courbe de gain du filtre passe-haut de « Butterworth »

## B.2 Intégration numérique

L'intégration numérique est effectuée avec Simulink®. Le signal brut est échantillonné à une fréquence de 66 kHz, filtré, puis intégré numériquement par le solveur ODE45 (figure 97). Le principal inconvénient de cette approche est le filtrage qui supprime notamment les valeurs constantes. Il est alors impossible de retrouver le recul statique de la pièce au cours du temps. Les déplacements obtenus oscillent uniquement autour d'une valeur moyenne nulle. Cependant, dans le cas d'une seule intégration, les déplacements obtenus sont d'une grande précision, ce qui est plus difficilement le cas avec une double intégration (double filtrage) lorsque la mesure est une accélération.

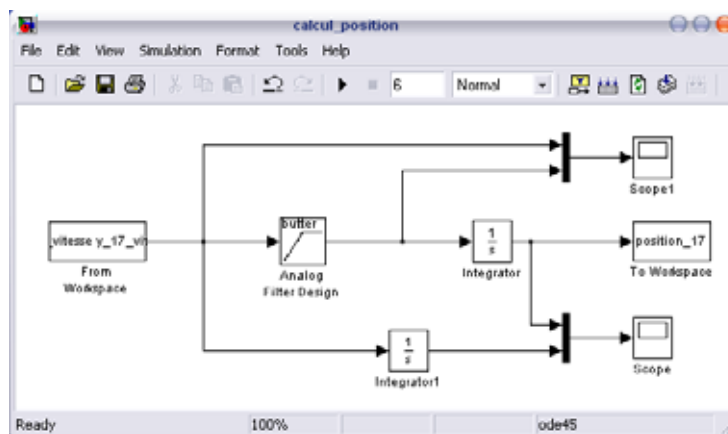


Figure 97 – Schéma-bloc de l'intégration numérique



---

## Simulation d'une équation différentielle retardée à l'aide de la fonction DDE23

---

CETTE annexe vise à donner un complément d'information sur la fonction DDE23. Dans un premier temps, nous présentons les principaux avantages de son schéma d'intégration numérique, puis dans un second temps nous donnons un exemple d'utilisation, sur un cas simple.

### C.1 Détail sur l'algorithme de Runge-Kutta (2,3)

Un opérateur d'intégration numérique permet de transformer un vecteur (accélération, vitesse ou position) défini à l'instant  $t$  en un autre vecteur défini à l'instant  $t + \Delta t$ . Les nombreux opérateurs existants peuvent être classés en deux familles :

- les opérateurs implicites,
- les opérateurs explicites.

Les méthodes *implicites* sont en général très stables (convergente) pour des systèmes linéaires. La taille du pas de temps détermine la précision des résultats obtenus, par contre à chaque pas de temps la résolution est itérative, ce qui peut conduire à des temps de calcul importants. Les méthodes les plus courantes sont : l'accélération moyenne, l'accélération linéaire, etc. Ces méthodes implicites sont largement utilisées pour la simulation numérique du fraisage [ASS 02] [PEI 03A] [COR 06B], car elles sont faciles à mettre en œuvre. De plus, elles s'avèrent les plus précises pour les problèmes linéaires et légèrement non-linéaires. Cependant, ces méthodes peuvent devenir instables et faire apparaître de l'amortissement numérique en présence de fortes non-linéarités [PAR 75].

À l'opposé, les méthodes *explicites* sont conditionnellement stables, par rapport au pas de temps utilisé. La convergence de la solution impose alors de choisir un pas de temps parfois très petit. En revanche, la phase de calcul, au cours de chaque pas de temps, est réduite, car

la résolution est directe. Parmi les nombreuses méthodes explicites, les méthodes de Runge-Kutta sont les plus utilisées pour l'analyse numérique. La plus connue d'entre elles est la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Cette méthode, utilisant quatre évaluations de la fonction, possède une capacité de convergence très rapide sur les problèmes linéaires. Elle est aussi utilisée pour la simulation du fraisage [LI 00]. Cependant, son principal inconvénient provient du fait que le pas de temps est fixe pour toutes les évaluations, ce qui la rend sensible aux fortes non-linéarités [LOW 92].

La fonction DDE23 utilise une méthode explicite de type Runge-Kutta (2,3) [BOG 89]. Cette méthode adaptative est conçue pour maîtriser l'erreur d'approximation, afin d'adapter la taille du pas de temps. Cette particularité permet alors de traiter des problèmes faisant intervenir de fortes non-linéarités.

Une méthode d'ordre 2 est utilisée pour avoir une estimation  $y^*$  de la fonction, en  $n + 1$  :

$$y_{n+1}^* = y_n + \Delta t_n \sum_{j=1}^2 b_j^* k_j, \quad (94)$$

Une autre méthode d'ordre 3 est ensuite utilisée pour calculer plus précisément la fonction  $y$  en  $n + 1$  :

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t_n \sum_{j=1}^3 b_j k_j, \quad (95)$$

$$e_{n+1} = y_{n+1} - y_{n+1}^*. \quad (96)$$

Si l'écart relatif entre les deux approximations,  $e_{n+1}$ , est supérieur à l'erreur relative, alors le pas de temps est réduit. Pour de plus amples détails, nous invitons le lecteur à consulter les travaux de Lawrence F. SHAMPINE, auteur de cette fonction [SHA 01].

## C.2 Exemple d'utilisation

Par exemple, on étudie une équation différentielle du second ordre à terme retard, de la forme suivante :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = A_p K_t (x(t - \tau) - x(t)). \quad (97)$$

Pour la résolution, l'équation (97) est mise sous la forme d'un système de deux équations du premier ordre :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{cx_1}{m} - \frac{kx_2}{m} + \frac{A_p K_t (x_2(t - \tau) - x_2(t))}{m} \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases} \quad (98)$$

Le programme, pour la simulation de cet exemple, est alors détaillé dans le [tableau 9](#). Les conditions initiales sont nulles pour  $t = 0$  s. L'erreur relative est de  $1 \times 10^{-3}$  et l'erreur absolue est de  $1 \times 10^{-6}$ .

Tableau 9 – Programme utilisant la fonction DDE23

```
PROGRAMME MATLAB®
% Fonction permettant la simulation d'une DDE
function simulation_dde
% Initialisation
clear; % mise à zéro des variables
t0 = clock; % compteur du temps

% Réglage de l'erreur relative et absolue
opts = ddeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',1e-6);

% Appel de la fonction DDE23
sol = dde23(@ddexlde,[0.005],@ddexlhist,[0,4],opts);
% La fonction DDE 23 utilise comme argument, au minimum :
% - le système d'équations à résoudre (ddexlde)
% - le temps de retard 0.005 s
% - les conditions initiales (ddexlhist)
% - la durée de la simulation 4 s
% - les options de précision
% Elle renvoie les résultats dans une structure (sol)

% Affichage des résultats
fin = etime(clock,t0) % durée de la simulation [s]
plot(sol.x, sol.y(2,:)) % affichage des résultats
xlabel('t [s]');
ylabel('x(t) [m]');

% Fonction renvoyant les conditions initiales
function s = ddexlhist(t)
s = zeros(2,1); % deux variables nulles initialement

% Fonction renvoyant le système d'équations à résoudre
function dydt = ddexlde(t,y,Z)
m = 1; % masse [kg]
c = 20; % amortissement [Ns/m]
k = 6*10^6; % raideur [N/m]
ap = 1*10^-3; % profondeur de passe [m]
kt = 700*10^6; % coefficient spécifique de coupe [Pa]
ylag = Z(:,1); % le terme retard
% Le système d'équations
dydt = [-(c*y(1))/m-(k*y(2))/m+(ap*kt*(ylag(2)-y(2)))/m;
        y(1)];
```





---

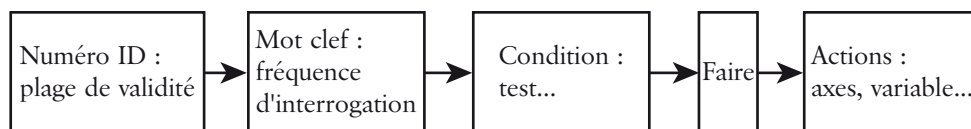
## Programmation de la vitesse de rotation variable

---

DANS cette annexe, nous présentons plus en détail la mise en œuvre d'une vitesse de rotation variable dans un programme de commande numérique. Le pilotage de la broche s'effectue par une action synchrone, puis la consigne triangulaire est approchée par une décomposition en série de Fourier.

### D.1 Action synchrone

Le pilotage de la vitesse de rotation de la broche, indépendamment du programme principal, s'effectue par une action synchrone placée dans un sous-programme. L'appel de ce sous-programme lance alors l'exécution de l'action synchrone. La programmation de cette dernière est présentée sur la [figure 98](#). La variable `$AC_TIMER[1]` contient le temps courant, la variable `$AA_OVR[SP1]` agit comme le potentiomètre de vitesse associé à la broche (SP1). L'affectation d'un pourcentage de variation à cette dernière variable permet alors de faire varier la vitesse de rotation. Enfin, l'action synchrone est exécutée à la fréquence d'horloge de la commande numérique, soit dans notre cas à 500 Hz.



---

```
ID=1      WHENEVER      $AC_TIMER[1]>=0      DO      $AA_OVR[SP1]=N(t)
```

---

Action n° 1 : À chaque fois que le temps est supérieur à 0 alors modifier vitesse de rotation

Figure 98 – Programmation d'une action synchrone sous la Siemens 840D



## D.2 Approximation de la consigne triangulaire

Le contrôle numérique de la Siemens 840D permet notamment l'accès aux fonctions trigonométriques de base, telles que les fonctions sinus ou cosinus. Afin de définir une consigne triangulaire, nous avons utilisé une décomposition en série de Fourier faisant intervenir uniquement une somme de fonctions sinus [GÉL 84]. La consigne de vitesse triangulaire s'exprime alors par une suite définie par la formule suivante :

$$N(t) = N_0 + N_a \sum_{n=1}^{\infty} \left( (-1)^{n-1} \frac{8}{\pi^2} \times \frac{\sin((2n-1)2\pi f_v t)}{(2n-1)^2} \right). \quad (99)$$

La convergence de l'équation (99) en fonction du nombre d'harmoniques  $n$  pris en compte est illustrée sur la figure 99. La convergence de la suite est uniforme, au sens mathématique, mais l'approximation précise du sommet du triangle nécessite un nombre important d'harmoniques afin d'avoir une erreur maximale négligeable, par exemple :

- le fondamental seul ( $n = 1$ ) induit une erreur maximale de 3,80 %,
- les deux premiers harmoniques ( $n = 1 ; 2$ ) induisent une erreur maximale de 1,65 %,
- les sept premiers harmoniques ( $n = 1 ; 7$ ) induisent une erreur maximale de 0,48 %.

Lors de la programmation sur la machine, le nombre maximum de caractères par bloc nous a limité aux sept premiers harmoniques de la série, ce qui nous garantit une précision de 0,48 %.

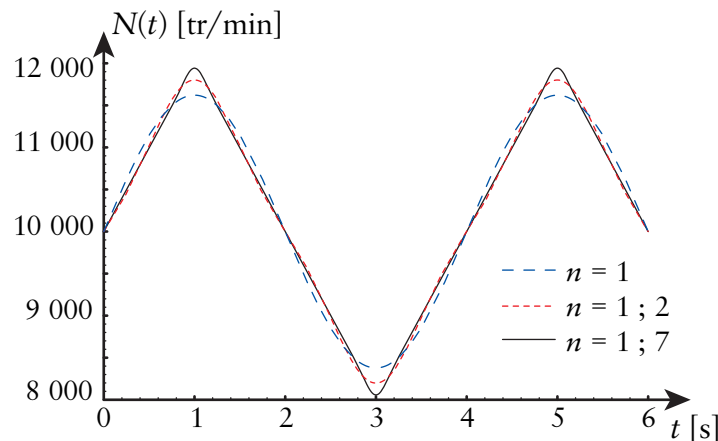


Figure 99 – Décomposition d'un signal triangulaire en série de Fourier

## D.3 Programme Siemens

Par défaut, sur la Siemens 840D, une sécurité empêche le déplacement des axes si la vitesse de rotation n'est pas atteinte. La fonction M91 a été développée sur notre machine afin d'inhiber cette sécurité et permettre un déplacement des axes alors que la vitesse de rota-

tion fluctue. Le programme pièce et le sous-programme contenant l'action synchrone sont détaillés dans le [tableau 10](#).

Pour conclure, cette programmation avancée, sur la Siemens 840D, assure une parfaite maîtrise de la vitesse de rotation imposée à la broche, avec une modification relativement mineure de la commande numérique.

Tableau 10 – Programme pièce et sous-programme

PROGRAMME PIÈCE (Déplacement des axes)
N10 G17 G64 G40 G90 G57 CFTCP ; initialisation
N20 T43 D1 ; outil
N30 q_ra(4)
N40 R1=4 ; profondeur de passe axiale
N50 R2=2 ; profondeur de passe radiale
N60 R3=0.1 ; avance à la dent
N70 R4=9100 ; vitesse moyenne
N80 G0 X30 Y-20
N90 Z=-R1
N100 M3 S=R4
N110 G1 X20 Y=R2-12.427 F=R4*3*R3
N120 M0
N130 M91 ; début d'inhibition du blocage des avances ; <i>Consigne_de_vitesse(nominal,amplitude,fréquence)</i>
N140 VAR_TRI(R4,910,2) ; lancement de l'action synchrone
N140 G1 X0
N150 G1 X-90
N160 G1 X-110
N170 G1 X-120 Y-20
N180 M92 ; fin d'inhibition du blocage des avances
N190 cancel ; arrêt de l'action synchrone
N200 D0 G0 G53 Z0
N210 G0 G53 Y0 X0
N220 M2
SOUS-PROGRAMME (Pilotage de la broche)
N1001 PROC VAR_TRI(INT S_NOMINAL, INT ECART, REAL FREQ)
N1002 \$AC_TIMER[1]=0 ; initialisation du compteur de temps ; définition de l'action synchrone
N1003 ID=1 WHENEVER \$AC_TIMER[1]>=0 DO \$AA_OVR[SP1]=(( (ECART/S_NOMINAL)*(+8/(9.869)/1*SIN(1*360*\$AC_TIMER[1]*FREQ) -8/(9.869)/9*SIN(3*360*\$AC_TIMER[1]*FREQ) +8/(9.869)/25*SIN(5*360*\$AC_TIMER[1]*FREQ) -8/(9.869)/49*SIN(7*360*\$AC_TIMER[1]*FREQ) +8/(9.869)/81*SIN(9*360*\$AC_TIMER[1]*FREQ) -8/(9.869)/121*SIN(11*360*\$AC_TIMER[1]*FREQ) +8/(9.869)/169*SIN(13*360*\$AC_TIMER[1]*FREQ) ) *100)+100)
RET







# De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces : modélisations et études expérimentales

## Résumé :

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans le contexte des vibrations d'usinage et plus spécialement des parois minces, typiques des pièces de structure aéronautique. L'objectif est de contribuer à la maîtrise des phénomènes vibratoires à la fois au niveau théorique et pratique.

Nous avons identifié plusieurs voies de recherche visant : l'extension des méthodes classiques utilisant les « lobes de stabilité », la modélisation des phénomènes transitoires intervenant pendant une même passe d'usinage et enfin l'utilisation de la variation continue de la vitesse de rotation de l'outil.

La généralisation du tracé des lobes de stabilité sur une pièce à paroi fine, avec un comportement vibratoire très riche, impose l'ajout d'une troisième dimension permettant de prendre en compte les évolutions des paramètres au cours de l'usinage. Cette démarche permet l'amélioration notable d'une opération d'usinage. Cependant, certaines phases sont impossibles à optimiser et présentent un comportement très complexe, difficile à modéliser en pratique.

La troisième partie porte sur le développement d'un modèle numérique relativement simple, permettant de prendre en compte tous les aspects, jugés indispensables à la modélisation de parois minces. L'utilisation de ce modèle temporel permet notamment d'interpréter les états de surface évolutifs, très souvent observés sur les passes d'usinage, mais rarement expliqués dans le détail, à notre connaissance.

La dernière partie présente l'étude et la mise au point d'une solution de réduction des vibrations régénératives, par une variation continue de la vitesse de rotation de la broche. Cette méthode apporte des gains importants en usinage grande vitesse, notamment dans la zone du « flip lobe ». Cependant, elle peut faire apparaître des vibrations transitoires, à l'échelle de la période de variation, qui réduisent son efficacité.

**Mots clefs :** Fraisage — Parois minces — Lobes de stabilité — Parcours outil — Interactions modales — Talonnage — Vitesse de rotation variable

---

## From the spindle speed selection to the spindle speed variation for chatter control in thin wall milling: modelling and experiments

### Abstract:

The work presented in this thesis fits into the context of machine tool vibration and, especially, milling of thin-walled structures, like typical structural aeronautical parts. The aim is to contribute to the control of chatter vibration at both theoretical and practical level.

Several aspects of research were identified: the extension of conventional methods using "stability lobes", the modelling of the transient phenomena occurring at the same step of machining and, at last, the use of spindle speed variation.

Generalization of stability lobes for thin-walled parts with complex vibration behaviour requires the consideration of a third dimension which describes the parameter evolution during machining. This approach presents good improvement for the machining operation considered. However, some phases of the process are impossible to optimize and the dynamical behaviour is very difficult to be modelled in practice.

The third part focuses on the development of a relatively simple numerical model, but taking into account all aspects of the problem, considered essential for the modelling of thin walls. This model gives new interpretations of the surface roughness evolution that is often observed on the workpiece but rarely explained in detail to our knowledge.

The last part presents the development of a technique to reduce chatter vibration by spindle speed variation. This method provides significant gains in high-speed machining, especially in the area of the "flip lobe". However, transient vibrations may appear during the machining process that reduces the effectiveness of the method.

**Keywords:** Milling — Thin wall — Stability lobes — Toolpath — Modal interactions — Ploughing — Spindle speed variation