



**HAL**  
open science

# Auto-affinement spectral laser assisté par effet Brillouin

Romain Agaisse

► **To cite this version:**

Romain Agaisse. Auto-affinement spectral laser assisté par effet Brillouin. Optique [physics.optics]. Université de Rennes, 2023. Français. NNT : 2023URENS091 . tel-04533924

**HAL Id: tel-04533924**

**<https://theses.hal.science/tel-04533924v1>**

Submitted on 5 Apr 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITÉ DE RENNES

ÉCOLE DOCTORALE N° 601

*Mathématiques, Télécommunications, Informatique, Signal, Systèmes, Électronique*

Spécialité : *Photonique*

Par

**Romain AGAISSE**

## Auto-affinement spectral laser assisté par effet Brillouin

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 19 décembre 2023

Unité de recherche : Institut Foton - UMR 6082

### Rapporteurs avant soutenance :

Philippe DI BIN Professeur des universités, XLIM, Université de Limoges, Limoges  
Vincent RONCIN Maître de conférences - HDR, LPL, Université Sorbonne Paris Nord, Villetaneuse

### Composition du jury :

Président :	Virginie NAZABAL	Directrice de recherche, ISCR, Université de Rennes, Rennes
Examineurs :	Philippe DI BIN	Professeur des universités, XLIM, Université de Limoges, Limoges
	Vincent RONCIN	Maître de conférences - HDR, LPL, Université Sorbonne Paris Nord, Villetaneuse
	Pierre BROCHARD	Président, SILENTSYS, Le Mans
Dir. de thèse :	Mehdi ALOUINI	Professeur des universités, Institut Foton, Université de Rennes, Rennes
Co-dir. de thèse :	Pascal BESNARD	Professeur des universités, Institut Foton, ENSSAT, Lannion



# REMERCIEMENTS

---

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Mehdi ALOUINI pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser mon doctorat au sein de l'équipe DOP de l'institut Foton. Merci pour la confiance, les conseils et les encouragements prodigués durant ces années. Je remercie également Pascal BESNARD d'avoir accepté de co-diriger ma thèse.

Je remercie aussi particulièrement Marc VALLET pour son soutien précieux lors des différentes phases de rédaction de mes travaux.

Je tiens à remercier Philippe DI BIN et Vincent RONCIN d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Je remercie également Virginie NAZABAL d'avoir accepté de présider mon jury et Pierre BROCHARD d'avoir examiné mon travail. Merci à tous pour vos remarques constructives et les échanges scientifiques que nous avons pu avoir au sujet de ce travail.

Je remercie également vivement l'ensemble des membres permanents de l'équipe DOP de l'institut Foton pour leur soutien technique, scientifique et humain. Je pense à Marco qui m'a accueilli dans son bureau et à Ludo, Steve et Cyril qui m'auront parfois subi dans le leur. Aux sportifs Goulc'hen et Anthony qui m'ont enduré. A François partenaire d'intenses réflexions méridiennes, à Marc et Julien qui m'ont permis d'intégrer l'équipe depuis le master photonique et à Hugues.

Merci aussi à Jonathan, Marie, Anwar, Brian, Jérôme, Herman, Romain, John, François, Gaëlle et Kévin doctorants et post-doctorants de l'équipe que j'ai eu le plaisir de côtoyer au laboratoire. Bon courage à ceux qui soutiendront bientôt leur travaux.

Je remercie enfin ma famille pour son soutien durant ces longues années d'études.





# Table des matières

<b>Liste des abréviations</b>	<b>3</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>5</b>
<b>1 Introduction aux sources optiques de grande pureté spectrale</b>	<b>11</b>
1.1 Le bruit dans les sources laser . . . . .	12
1.1.1 Propriétés des lasers . . . . .	12
1.1.2 Bruit de fréquence et bruit de phase . . . . .	16
1.1.3 Bruit d’amplitude . . . . .	21
1.2 Sources optiques de grande pureté spectrale et applications . . . . .	25
1.2.1 Largeur naturelle . . . . .	25
1.2.2 Systèmes de stabilisation . . . . .	26
1.2.3 Grandes applications . . . . .	30
1.3 La diffusion Brillouin . . . . .	34
1.3.1 Diffusion de la lumière par un corps transparent . . . . .	34
1.3.2 Diffusion Brillouin spontanée . . . . .	34
1.3.3 Diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques . . . . .	36
1.4 Conclusion . . . . .	38
<b>2 Système d’auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin</b>	<b>39</b>
2.1 Introduction . . . . .	40
2.2 Description . . . . .	40
2.2.1 Description du laser à affiner . . . . .	41
2.2.2 Dynamique du laser à affiner . . . . .	43
2.2.3 Performances initiales du laser à affiner . . . . .	47
2.2.4 Module d’affinement spectral . . . . .	48
2.3 Modélisation . . . . .	54
2.3.1 Résonateur Brillouin non-réciproque . . . . .	55
2.3.2 Boucle à verrouillage de phase . . . . .	72
2.3.3 Modèle complet du système d’affinement spectral . . . . .	81
2.4 Conclusion . . . . .	82

<b>3</b>	<b>Confrontation modèle - expérience</b>	<b>85</b>
3.1	Introduction . . . . .	86
3.2	Validation expérimentale du modèle . . . . .	87
3.2.1	Caractérisation en régime statique . . . . .	87
3.2.2	Validation des fonctions de transfert . . . . .	92
3.2.3	Validation du modèle en terme de réponse indicielle . . . . .	104
3.3	Exploitation du modèle : Optimisation du système . . . . .	110
3.3.1	Optimisation du délai de la boucle . . . . .	110
3.3.2	Optimisation du bruit de phase . . . . .	113
3.4	Conclusion . . . . .	119
<b>4</b>	<b>Mesures dans le domaine optique</b>	<b>122</b>
4.1	Introduction . . . . .	123
4.2	Mesure de bruit de phase . . . . .	124
4.3	Mesure de dérive de fréquence . . . . .	130
4.3.1	Description du montage . . . . .	130
4.3.2	Résultats . . . . .	133
4.4	Conclusion . . . . .	134
<b>5</b>	<b>Réduction du bruit d'intensité</b>	<b>135</b>
5.1	Introduction . . . . .	136
5.2	Méthode de réduction du bruit d'intensité . . . . .	137
5.2.1	Origine des oscillations de relaxation . . . . .	137
5.2.2	Insertion d'un absorbant non linéaire . . . . .	138
5.3	Résultats expérimentaux . . . . .	140
5.4	Conclusion . . . . .	141
	<b>Annexe 1 : Filtre de boucle</b>	<b>148</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>149</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>154</b>
	<b>Publications et communications</b>	<b>168</b>

# Liste des abréviations

Les abréviations les plus utilisées dans ce manuscrit sont listées ici.

- AO : Amplificateur optique
- BF : Boucle Fermée
- BFR : Brillouin Fiber Resonator / Résonateur Brillouin fibré
- BO : Boucle Ouverte
- BOSF : Boucle Ouverte Sans Filtre
- BG : Bruit de Grenaille
- DC : Direct Current / Courant Continu
- DSP : Densité Spectrale de Puissance
- EDFA : Erbium Doped Fiber Amplifier / Amplificateur à fibre dopée erbium
- EOH : Electro-optique horizontal
- ESA : Electrical Spectrum Analyzer / Analyseur de spectre électrique
- GBF : Générateur Basses Fréquences
- HT : Haute Tension
- IF : Intermediate Frequency / Fréquence intermédiaire
- ISL : Intervalle Spectral Libre
- LASER : Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
- LF : Loop Filter / Filtre de Boucle
- LO : Local Oscillator / Oscillateur local
- OR : Oscillations de relaxations
- OSA : Optical Spectrum Analyzer / Analyseur de spectre optique
- P : Pompe
- PS : Pompe/Stokes
- PDH : Pound-Drever-Hall
- PH : PHotodiode
- PM : Polarization Maintaining / Maintien de polarisation
- PN : Phase Noise / Bruit de Phase
- PNL : Polarisation Non Linéaire

- RF : Radio-Fréquence
- RIN : Relative Intensity Noise / Bruit d'intensité relative
- S : Stokes
- SOA : Semiconductor Optical Amplifier / Amplificateur optique semi-conducteur
- VCO : Voltage Controlled Oscillator / Oscillateur contrôlé en tension

# Introduction générale

Initialement introduit en tant qu'acronyme désignant un processus physique complexe le terme LASER (**L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) est aujourd'hui entré dans le vocabulaire courant. Il est utilisé comme nom commun pour décrire un objet mais également comme adjectif pour décrire un type de rayonnement lumineux. La majorité des personnes appartenant ou non à la communauté scientifique peut d'un simple coup d'œil distinguer un faisceau laser visible d'une autre émission plus classique de lumière (Lampe à incandescence, lampe à décharge, diode électroluminescente, ...). Lorsque la plupart des sources lumineuses doivent être les plus isotropes possibles pour éclairer au maximum le laser saisit par sa directivité. Ainsi sa capacité à former une ligne droite sur de grandes distances, connue sous le nom de cohérence spatiale, concrétise réellement le terme de rayon lumineux.

Tout comme le rayonnement laser beaucoup connaissent le nom d'Albert Einstein. Les deux sont en réalité étroitement liés. En effet, en s'appuyant sur les travaux de Max Planck sur le corps noir [1] Einstein prédit au début du 20<sup>ème</sup> siècle que l'énergie transportée par la lumière est constituée de quantas [2]. Après passage au travers d'un corps qui n'est pas parfaitement transparent chacun peut se rendre compte que la lumière émergente est moins intense que la lumière incidente. Ce phénomène est interprété par Einstein comme majoritairement dû aux interactions entre les quantas de lumière aujourd'hui appelés photons et les atomes constituant la matière. L'énergie lumineuse du faisceau incident est alors consommée pour porter un atome à un niveau d'énergie supérieur dit excité : c'est l'absorption lumineuse. A l'époque les scientifiques savent également que dans la matière, des atomes sont dans un niveau de haute énergie et peuvent se désexciter en émettant aléatoirement un photon même en l'absence de rayon lumineux incident : c'est l'émission spontanée. Dans ce contexte, en 1917, Einstein fait alors une nouvelle prédiction, qui sera le fondement théorique du développement futur des lasers. Il affirme alors que si l'absorption lumineuse existe, alors il est impératif que le phénomène antagoniste existe également. Au passage d'un photon incident à proximité d'un atome excité, ce dernier doit pouvoir se désexciter en émettant un second photon avec exactement la même probabilité qu'un atome dans son état fondamental a d'absorber le photon incident. Mieux encore, le second photon est nécessairement corrélé avec le premier : c'est l'émission stimulée [3, 4].

C'est après un saut dans le temps de plus de trente ans que de réelles applications de la théorie d'Einstein commencent à émerger lorsqu'en 1950 le physicien français Alfred Kastler propose une méthode de pompage optique permettant d'exciter les atomes d'un milieu [5]. Après, en s'appuyant sur ses connaissances sur les sources micro-ondes, acquises durant la seconde guerre mondiale et l'idée initiale d'Einstein, l'américain Charles Townes imagine le premier oscillateur moléculaire dans le domaine micro-ondes [6]. Simultanément, mais indépendamment, les soviétiques Basov et Prokhorov ont une idée similaire [7] mais au moment de leur publication l'américain possède déjà un prototype fonctionnel dans le domaine micro-ondes. Ce dernier le nomme alors M.A.S.E.R. pour "Microwave amplification by stimulated emission of radiation" (Il proposera plus tard de changer la signification du premier M en "molecule" pour donner à son invention un caractère plus universel). L'adaptation de la théorie du maser au domaine optique est ensuite proposée à la suite de travaux conjoint de Alfred Kastler et de son beau-frère Arthur Schawlow dans un célèbre article de 1958 [8]. Cependant la paternité de cette invention est depuis remise en cause par l'ancien membre du projet Manhattan Gordon Gould [9], qui revendique jusqu'à la création de l'acronyme L.A.S.E.R. au cours de ses travaux de l'année 1957 (travaux contresignés mais non publiés). Quel qu'en soit l'inventeur, la théorie du laser suscite alors une course pour la première réalisation d'un prototype fonctionnel. La primeur de cette invention revient finalement à Theodore Maiman, qui en 1960 dans son laboratoire de Malibu en Californie fabrique un laser basé sur un cristal de rubis inséré entre deux miroirs, pompé par lampe flash et émettant à la longueur d'onde de 694 nm [10].

Avec le recul il est amusant de penser que la publication associée à la réalisation du premier laser fut initialement refusée car l'éditeur ne lui trouva que peu d'originalité pensant être confronté à un  $n^{ieme}$  maser. En effet, quelques mois plus tard Ali Javan et son équipe des Bell Labs développaient le premier laser à gaz Hélium-Néon [11] tandis que Hall démontrait le premier fonctionnement d'un laser basé sur un semi-conducteur [12]. Bien des années après ces trois exemples pionniers pour les trois principaux types de milieux actifs utilisés dans les lasers, ces derniers sont aujourd'hui fabriqués par millions à travers le monde entier. Dans de nombreux domaines de la physique et de l'industrie les lasers continuent d'apporter des avancées majeures. Dans la vie de tous les jours ils sont omniprésents ; ils peuvent être discrets comme dans un lecteur CD ou encore impressionnants comme dans un spectacle lumineux.

Bien qu'aujourd'hui les lasers les plus répandus soient les lasers basés sur les semi-conducteurs (fabrication en chaîne simplifiée et pompage électrique), ceux basés sur un milieu actif solide présentent un fort intérêt. En effet ces derniers possèdent la possibilité d'obtenir conjointement une forte puissance de sortie en continu et une largeur de raie

modérée. Un laser émettant de manière continue ayant une fréquence centrale d'émission et un profil spectral en cloche, on désigne souvent la largeur de raie comme la largeur à mi-hauteur de ce profil. Ils sont donc la première option dans des applications nécessitant une de ces deux propriétés telles les interféromètres à ondes gravitationnelles Virgo [13] et Ligo [14] ou encore les deux comme la génération de peignes de fréquence ultra-stables [15, 16, 17]. En général, les lasers ont la possibilité de voir leur type d'émission modifié par l'ajout d'éléments optiques intra ou extra cavité. Parmi les dispositifs intra-cavité on peut notamment citer les absorbants saturables permettant d'obtenir des régimes d'émission impulsions [18] ou encore les lames biréfringentes qui ont permis la fabrication de lasers bi-fréquences bi-polarisations [19]. Dans ces lasers qui sont l'une des spécialités de l'institut Foton deux émissions lasers ont lieu simultanément à deux fréquences légèrement différentes et sur deux polarisations orthogonales [20]. Cette différence de fréquence entre deux raies optiques trouve de nombreuses applications dans de nombreux domaines tels que la métrologie [21], la spectroscopie [22], l'imagerie polarimétrique [23] ou encore la photonique micro-onde [24, 25]. Les dispositifs extra-cavité sont principalement constitués de cavités allant de dimensions microscopiques à kilométriques, linéaires ou en anneaux et possédant des propriétés variées [26, 27, 28, 29]. Parmi les résonateurs utilisés dans le domaine de l'optique ceux qui exploitent l'effet Brillouin sont particulièrement intéressants [30]. En effet la diffusion Brillouin stimulée, gênante dans le domaine des télécommunications [31], possède la propriété de créer une onde dite Stokes possédant naturellement des propriétés spectrales remarquables en terme de largeur de raie et de proximité de sa fréquence centrale avec celle de sa pompe [32, 33].

Dans le contexte des sources lasers de très haute pureté spectrale (largeur de raie optique de l'ordre du Hz), les solutions technologiques mises en œuvre sont souvent complexes [34], coûteuses ou encombrantes. Il est donc difficile d'envisager les faire sortir de l'environnement d'un laboratoire. Si aujourd'hui les applications envisagées pour des sources laser faisant l'état de l'art en terme de bruit de phase sont restreintes, nul doute qu'une proposition compacte de source optique sub-Hz trouverait sa place dans l'industrie du futur. Dans cet objectif l'utilisation de la diffusion Brillouin naturellement présente dans n'importe quelle fibre optique est particulièrement intéressante. En effet sa simplicité de mise en œuvre conjuguée aux performances spectrales observées permet d'envisager l'obtention d'une source optique de haute pureté spectrale moins contraignante que celles déjà existantes.

L'objectif de cette thèse est d'étudier théoriquement et expérimentalement un nouveau principe en rupture avec les techniques habituelles permettant d'auto-affiner spectralement un laser à des niveaux extrêmement bas. L'approche repose sur le principe que pour s'affiner, l'onde doit résonner dans une cavité optique active la plus longue possible (kilo-



métrique) tout en restant mono-fréquence, présentant du gain optique et auto-adaptative. En pratique il est possible, comme nous le verrons, de réunir ces propriétés dans un résonateur Brillouin non réciproque associé à une boucle à verrouillage de phase.

Au cours des travaux présentés dans ce manuscrit, nous présenterons la structure détaillée du système d'auto-affinement laser assisté par effet Brillouin. Théoriquement applicable à tout type de laser la version du système présentée visera à affiner un laser à état solide. Le premier objectif sera d'étudier théoriquement ce système afin d'en obtenir un modèle détaillé sous la forme de fonctions de transferts relatives aux bruits de phase et d'intensité. Ce modèle sera ensuite validé et perfectionné en confrontant ses prédictions aux résultats expérimentaux. Plusieurs aller-retours entre théorie et expérience permettront une optimisation satisfaisante du modèle permettant d'envisager par la suite son utilisation dans le but d'améliorer le prototype expérimental. Il faudra également valider les performances spectrales du système à court terme et à long terme tant dans le domaine optique que dans le domaine micro-ondes. Finalement la dernière étude permettra de montrer que les couplages internes phase-amplitude nécessitent d'agir sur le bruit d'intensité pour améliorer davantage les performances du système en terme de bruit de phase.

Ce manuscrit est divisé en 5 chapitres :

**Le premier chapitre** sera consacré à l'étude des méthodes de réduction de bruit de fréquence dans les lasers qui font aujourd'hui l'état de l'art. Nous mettrons ainsi en évidence les points forts et faibles de chaque technique. Nous présenterons les applications tirant avantage de l'utilisation d'une source optique de haute pureté spectrale. Ce chapitre sera également dédié à quelques rappels sur les sources de bruit de fréquence et la modélisation mathématique de ce dernier. Enfin, une présentation de la théorie liée à la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques sera faite dans le but de d'expliquer un des principes fondamentaux conduisant à la conception du système d'auto-affinement laser.

Le système support de ce manuscrit se comporte comme deux boucles imbriquées auto-adaptatives dont une opto-hyperfréquence. Ce nouveau type d'objet ne bénéficie pas actuellement de description ni de modèle dans la littérature. **Le second chapitre** présentera donc dans un premier temps le système expérimental d'auto-affinement spectral ainsi que les performances observées de manière antérieure aux travaux de thèse. Nous détaillerons notamment le type de source laser à affiner ainsi que la conception matérielle de la boucle d'asservissement. Ensuite, ce chapitre sera principalement consacré à l'étude théorique du système permettant d'aboutir au modèle sous forme de fonctions de transfert de chacun de ses éléments constitutifs. Deux fonctions de transfert seront présentées pour

chaque composant pour représenter le comportement de celui-ci en regard des variations de phase et de variations d'intensité optique. La prise en compte des conversions amplitude/phase et phase/amplitude au sein du système permettront alors d'aboutir au modèle du système complet. Ce modèle sera alimenté par plusieurs paramètres issus de mesures expérimentales dédiées qui seront également explicitées.

**Le troisième chapitre** permettra de valider le modèle en obtenant expérimentalement la fonction de transfert relative au bruit de phase par mesure électrique ainsi que les réponses indicielles à des perturbations de différents types (amplitude, phase). Par la mise en place d'un banc de mesure interférométrique nous confirmerons encore la constitution initiale du modèle en y apportant quelques affinements pour faire concorder au mieux théorie et expérience. Nous validerons également les performances du système dans le domaine hyperfréquence plus accessible dans un premier temps à la mesure de bruit de phase que le domaine optique. Ensuite, ce chapitre sera consacré à la manière d'utiliser le modèle pour améliorer les performances du prototype initial en changeant sa configuration matérielle. Nous nous attarderons en particulier sur le filtre de boucle, élément offrant le plus de marge de manœuvre et le plus de simplicité pour modifier les performances du système. Nous porterons également une attention particulière aux dimensions des différentes boucles présentes dans le système et leur impact respectif. Finalement ce chapitre nous permettra d'apporter des réponses vis-à-vis des performances ultimes du système et des modifications supplémentaires à apporter pour s'en approcher davantage.

**Le quatrième chapitre** sera consacré à la présentation des résultats de mesure de bruit de phase et de dérive de fréquence dans le domaine optique, autre objectif majeur de cette thèse. Nous détaillerons l'utilisation de la technique de mesure dite auto-hétérodyne du bruit de phase optique permettant d'observer les fluctuations de l'onde laser à court terme (temps caractéristique inférieur à la seconde). Nous présenterons également la technique permettant de mesurer la dérive de fréquence du laser (temps caractéristique supérieur à la seconde). Celle-ci exploite le battement de raies laser générées par deux systèmes d'auto-affinement laser parfaitement identiques mais distincts. Ces mesures permettront de définitivement situer les performances du principe d'auto-affinement laser par rapport aux autres systèmes existant. Dans ce chapitre nous comparerons également les résultats expérimentaux en terme de bruit de fréquence et le modèle dans le domaine optique.

**Enfin le cinquième chapitre** sera l'occasion de répondre à une problématique établie au cours du chapitre 3. Afin de pousser les performances du système en terme de bruit de phase jusqu'aux limites théoriques il est nécessaire d'agir directement sur le bruit d'intensité de la source. En effet le système ne peut corriger les conversions amplitude/phase qu'il introduit lui-même au travers de ses constituants essentiels. Ce chapitre sera donc

consacré à la correction du bruit d'intensité intrinsèque au laser que nous souhaitons affiner. Pour cela nous présenterons théoriquement la méthode développée antérieurement au laboratoire et basée sur l'effet dit "buffer reservoir" permettant de changer la dynamique d'un laser à état solide en supprimant ses oscillations de relaxation. Nous vérifierons ensuite que cette méthode démontrée sur un laser solide simple est applicable à un laser auto-affiné spectralement et permet d'en améliorer les caractéristiques en n'introduisant pas d'effets néfastes.

**En conclusion** nous résumerons les travaux exposés durant les cinq chapitres du manuscrit et nous évoquerons les perspectives du système. Nous évoquerons notamment l'adaptation du système d'auto-affinement spectral à d'autres types de sources laser (semi-conducteur,...) et au régime de fonctionnement bi-fréquence bi-polarisation.

# Chapitre 1

## Introduction aux sources optiques de grande pureté spectrale

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Le bruit dans les sources laser . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1.1	Propriétés des lasers . . . . .	12
1.1.2	Bruit de fréquence et bruit de phase . . . . .	16
1.1.3	Bruit d'amplitude . . . . .	21
<b>1.2</b>	<b>Sources optiques de grande pureté spectrale et applications .</b>	<b>25</b>
1.2.1	Largeur naturelle . . . . .	25
1.2.2	Systèmes de stabilisation . . . . .	26
1.2.3	Grandes applications . . . . .	30
<b>1.3</b>	<b>La diffusion Brillouin . . . . .</b>	<b>34</b>
1.3.1	Diffusion de la lumière par un corps transparent . . . . .	34
1.3.2	Diffusion Brillouin spontanée . . . . .	34
1.3.3	Diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques . . . . .	36
<b>1.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>38</b>

---

L'objectif de cette thèse est d'étudier théoriquement et expérimentalement un système s'appuyant sur la diffusion Brillouin stimulée afin d'optimiser l'un des paramètres fondamentaux des lasers : leur cohérence temporelle. Un laser possédant une bonne cohérence temporelle peut émettre dans une bande de fréquence réduite. Tendre vers une onde optique la plus pure spectralement possible permettrait de nouvelles avancées dans des domaines aussi variés que les télécommunications optiques cohérentes [35, 36, 37] la spectroscopie haute résolution [38, 39] ou encore les horloges atomiques optiques [40, 41, 42]. Dans ce premier chapitre nous poserons les bases théoriques nécessaires à la compréhension des travaux entrepris tout au long du manuscrit. Dans un premier temps nous présenterons les bases mathématiques nécessaires à l'étude des propriétés spectrales des lasers. Ensuite nous présenterons un état de l'art succinct des sources optiques présentant aujourd'hui les meilleures propriétés spectrales dans leur catégorie ainsi que les applications principales associées. Finalement nous évoquerons plus en détail la diffusion Brillouin [43] en expliquant notamment comment celle-ci peut être mise à profit pour créer une source optique de grande pureté spectrale.

## 1.1 Le bruit dans les sources laser

Dans cette section, l'objectif est d'introduire les outils et concepts mathématiques nécessaires à l'étude de la qualité spectrale d'une source laser. Après un bref rappel sur les propriétés les plus générales des lasers [44, 45] nous nous intéresserons particulièrement au bruit de phase et au bruit de fréquence, puis au bruit d'intensité.

### 1.1.1 Propriétés des lasers

#### 1.1.1.1 Émission continue et monomode

Le laser le plus simple est composé d'un milieu actif pompé par une source d'énergie extérieure et placé entre deux miroirs dont un est partiellement réfléchissant afin d'extraire une fraction du rayonnement extracavité. Cet ensemble forme en effet une cavité dont les pertes lumineuses  $P_l$  sont majoritairement dues à la transmission du miroir de sortie. Les autres sources de pertes que l'on cherchera à minimiser sont l'absorption, la diffusion, la réflexion aux interfaces et la diffraction. Le milieu actif présente de son côté un gain simple passage qui s'écrit  $G = e^{\sigma(\nu)(N_2 - N_1)L}$ . Dans cette expression  $L$  est la longueur du milieu actif,  $\sigma(\nu)$  est la section efficace d'interaction (dépendant de la fréquence  $\nu$ ) entre les atomes du milieu et une onde lumineuse qui le traverse et  $N_1$  et  $N_2$  sont respectivement les nombres d'atomes peuplant le niveau fondamental et un niveau excité des atomes du milieu. Naturellement dans un milieu matériel les atomes sont répartis sur les niveaux d'énergie en suivant la loi de Boltzmann qui impose  $N_2 < N_1$  et  $G < 1$ . Cependant, en pompant un milieu actif il est possible d'obtenir l'inversion de population  $N_2 > N_1$  et

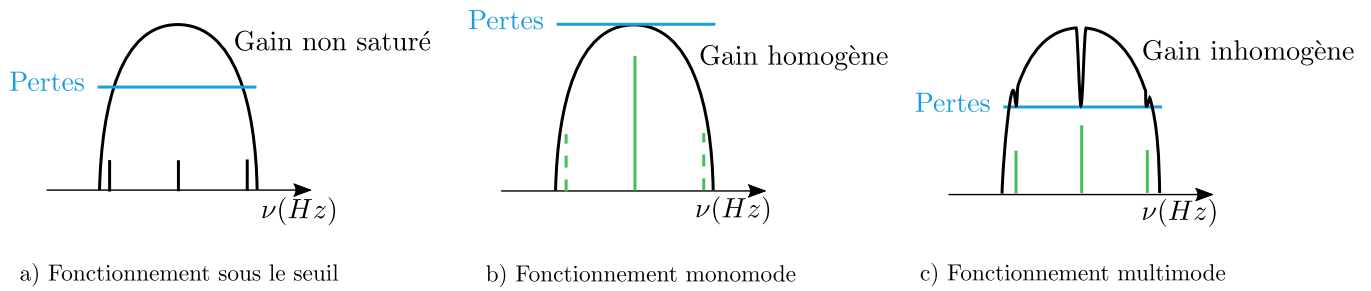


FIGURE 1.1 – Modes de fonctionnement d'un oscillateur laser. a) Fonctionnement sous le seuil. Le gain non saturé excède les pertes pour plusieurs fréquences caractéristiques du résonateur froid (noir). b) Saturation homogène sur toute la courbe de gain. Un seul mode lase (vert plein). c) Saturation inhomogène de la courbe de gain. Plusieurs modes lasent simultanément.

ainsi  $G > 1$ . En parvenant alors à assurer l'inégalité  $P_l \times G > 1$  l'oscillation laser peut démarrer. On dit que le gain non saturé est supérieur aux pertes. Par la suite l'oscillation se stabilise à une puissance d'émission telle que  $P_l \times G = 1$ ; c'est le régime d'émission continue qui nous intéresse dans ce manuscrit. Notons également qu'en plus d'agir comme un concentrateur spatial de lumière, les deux miroirs forment une cavité de type Fabry-Perot qui se comporte comme un sélecteur fréquentiel. Seuls les modes correspondant aux résonances de la cavité peuvent émettre. On distingue alors deux cas illustrés par la figure 1.1. Dans le premier cas les atomes du milieu actif sont identiques. Lors de l'émission laser la courbe de gain sature sans se déformer et seul le mode qui voyait le plus fort gain non saturé subsiste. On parle alors d'élargissement homogène et l'émission laser est monomode. Dans le second cas l'inhomogénéité du milieu actif fait apparaître des saturations locales de la courbe de gain. Plusieurs modes laser peuvent alors coexister. On parle d'élargissement inhomogène [46] de la courbe de gain et d'émission laser multimode.

Lorsque l'élargissement est inhomogène plusieurs méthodes existent pour obtenir une oscillation monomode. Pour les modes transverses on ajoute un filtre spatial dans la cavité. Pour les modes longitudinaux il est possible d'utiliser un laser court [47], un laser peu intense ou d'y insérer des pertes sélectives en fréquence [48].

### 1.1.1.2 Largeur Schawlow-Townes

La largeur spectrale d'émission est souvent due aux imperfections techniques entachant la stabilité de la cavité laser. Les causes d'élargissement technique de la raie laser sont multiples. Il est notamment possible de citer les dilatations, variations de pression, de température, les vibrations mécaniques et autres champs électriques parasites qui peuvent perturber une cavité laser. A court terme ces perturbations entraînent une variation de la fréquence laser plus ou moins aléatoire que l'on nomme "gigue" (jitter en anglais). A long

terme les variations thermiques entraînent également des dérives lentes de la fréquence laser. Nous verrons au cours de ce manuscrit qu'une solution permettant de minimiser ces perturbations repose sur la mise en place d'un ou plusieurs asservissements.

Afin d'évaluer la marge de manœuvre pour réduire les fluctuations de la fréquence d'un laser il est intéressant de se demander s'il existe une limite fondamentale pour la finesse d'une raie laser. Autrement dit, quelle serait la largeur de raie optique d'un laser parfaitement isolé de toutes perturbations, dont on maîtriserait parfaitement la longueur de cavité et qui fonctionnerait nettement au-dessus de son seuil? En 1958, Schawlow et Townes ont apporté une réponse à cette question [8] en identifiant le paramètre fixant une limite ultime : l'émission spontanée. Indispensable au démarrage de l'oscillation laser l'émission spontanée est ensuite une source de fluctuations de fréquence du laser.

Pour comprendre la formulation proposée par Schawlow et Townes, supposons que de temps en temps le milieu actif d'un laser émet de manière spontanée un photon dans le mode laser. Le champ électrique  $E_{sp}$  dû à ce photon spontané possède une phase aléatoire et vient s'ajouter au champ électromagnétique du mode laser  $E_L$ . Au bout d'un certain temps  $\tau_c$  appelé temps de cohérence, suffisamment de photons spontanés se sont ajoutés au mode laser dont la phase a diffusé de manière aléatoire. La mémoire de la phase initiale est perdue. Ainsi la fréquence calculée par dérivation de la phase ne peut être mieux définie que  $1/\tau_c$  et la largeur de raie due à l'émission spontanée uniquement est de l'ordre de :

$$\Delta\nu_{fond} = \frac{1}{2\pi\tau_c}. \quad (1.1)$$

La figure 1.2 représente les champs électriques considérés dans le plan complexe. Appuyons nous sur cette figure pour essayer d'évaluer la durée  $\tau_c$ . Commençons par considérer qu'à chaque photon spontané on associe le champ électrique  $E_{sp}$  d'amplitude constante mais de phase aléatoire. La composante  $E_{sp//}$  participe alors à la variation d'amplitude du champ laser tandis que la composante  $E_{sp\perp}$  participe elle à la variation de phase. En considérant cette dernière composante comme une variable aléatoire dont la valeur est uniformément répartie dans l'intervalle  $[0, E_{sp}]$  alors sa variance est  $\langle E_{sp\perp} \rangle^2 = \frac{E_{sp}^2}{2}$ . De plus la variable  $\delta\phi$  représentant la variation de la phase  $\phi$  du champ laser après ajout d'un photon spontané s'exprime dans l'approximation des petits angles  $\delta\phi \simeq \frac{E_{sp\perp}}{E_L}$  et sa variance vaut  $\langle \delta\phi \rangle^2 = \left(\frac{1}{E_L}\right)^2 \langle E_{sp\perp} \rangle^2 = \frac{E_{sp}^2}{2E_L^2}$ .

En considérant  $N_{sp}$  photons spontanés indépendants, la variable associée à la somme des variations de phase  $\Delta\phi$  due à ces photons suit une loi d'Irwin-Hall dont la variance s'exprime  $\langle \Delta\phi \rangle^2 = N_{sp} \langle \delta\phi \rangle^2$ . En définissant alors le temps caractéristique  $\tau_c$

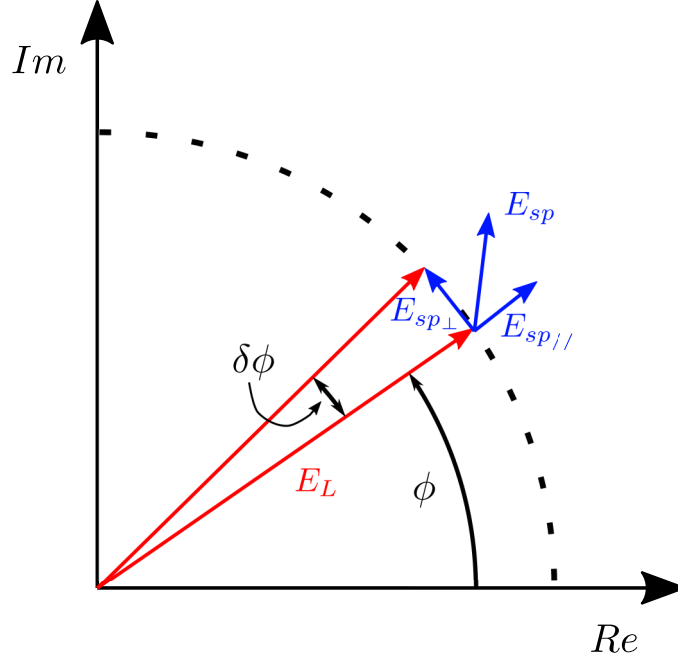


FIGURE 1.2 – Représentations dans le plan complexe des champs électriques associés au mode laser ( $E_L$  en rouge) et à un photon spontané ( $E_{sp}$  en bleu).

comme le temps nécessaire pour que  $\Delta\phi$  soit de 1 radian on peut estimer que le nombre de photons spontanés moyen  $\overline{N}_{sp}$  émis durant le temps  $\tau_c$  vaut  $\overline{N}_{sp} = \frac{12E_L^2}{E_{sp}^2}$ . En introduisant alors l'énergie d'un photon spontanée  $W_{sp} = h\nu = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{sp}^2 V$  et celle du mode laser  $W_L = \overline{N}hf = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_L^2 V$  il est possible de calculer le nombre moyen  $\overline{N}$  de photons dans le mode laser tel que  $\overline{N} = \left(\frac{E_L}{E_{sp}}\right)^2 = \frac{\overline{N}_{sp}}{12}$ . Dans les expressions précédentes notons que  $h$  est la constante de Planck,  $\varepsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide et  $V$  le volume de la cavité laser. D'autre part en supposant que le milieu actif possède une population d'atomes totalement inversée de  $N_{ato}$  atomes le nombre moyen de photons spontanés émis dans le mode laser durant  $\tau_c$  est  $\overline{N}_{sp} = \Gamma_{sp} N_{ato} \tau_c$  avec  $\Gamma_{sp}$  la probabilité d'émission d'un photon spontané. En combinant les deux expressions de  $\overline{N}_{sp}$  il vient alors :

$$\Delta\nu_{fond} = \frac{1}{2\pi\tau_c} = \frac{\Gamma_{sp} N_{ato}}{24\pi\overline{N}} = \frac{\pi}{6} \frac{h\nu}{P_S} (\Delta f_{cav})^2. \quad (1.2)$$

La dernière expression de la largeur fondamentale dans l'équation 1.2 est obtenue en introduisant la puissance d'émission du laser  $P_S = \Gamma_{sp} \overline{N} N_{ato} hf$  et la largeur à mi-hauteur d'un mode de la cavité dite froide (En l'absence de milieu actif)  $\Delta f_{cav} = \frac{P_S}{2\pi\overline{N}h\nu}$ . Cette expression est à un facteur multiplicatif près celle proposée par Schawlow et Townes [8]  $\Delta f_{ST}$  dans leur article de 1958 elle même adaptée de l'article de Gordon, Zeiger et Townes traitant des masers en 1955 [6].



Afin de mieux cerner les résultats issus de cette équation il est intéressant d'effectuer quelques applications numériques. Prenons par exemple trois types de lasers qui nous intéresseront au cours de ce manuscrit. Le premier laser à état solide émet 3 mW à 1550 nm, mesure 6 mm et est muni d'un miroir de sortie dont la transmission  $T$  est de 3%. Le second laser fibré émet 10 mW à 1550 nm, mesure 110m et est muni d'un coupleur de sortie permettant d'extraire 10% de la puissance intra-cavité. Le troisième est un laser semi-conducteur utilisé pour le pompage à 980 nm [49]. Il émet une puissance typique de 350 mW pour une longueur optique de cavité de 1750  $\mu\text{m}$  et une transmission de 90%. On obtient alors :

Laser	Cavité froide $\Delta\nu_{cav}$	Largeur Schawlow-Townes $\Delta\nu_{ST}$
1 - Solide	$\frac{cT}{4\pi L} = 120 \text{ MHz}$	0,13 Hz
2 - Fibré	$\frac{cT}{2\pi L} = 43,4 \text{ kHz}$	8,6 nHz
3 - Diode laser	$\frac{cT}{4\pi L} \simeq 12,3 \text{ GHz}$	13,1 Hz

TABLEAU 1.1 – Détermination de la largeur Schawlow-Townes pour trois lasers

A travers ces trois exemples nous voyons que débarrassé de son bruit de toute autre nature que quantique, un laser possède en théorie une largeur de raie extrêmement fine. Si en pratique nous n'atteindrons probablement jamais les ordres de grandeur évoqués dans le tableau 1.1 nous avons ici une indication des valeurs à approcher.

### 1.1.2 Bruit de fréquence et bruit de phase

Si caractériser un laser par sa largeur de raie (intrinsèque ou réellement mesurée) à mi-hauteur donne une première indication sur la qualité de sa cohérence temporelle, cette information n'est pas exhaustive. L'objectif de cette section est donc d'introduire mathématiquement la notion de bruit de phase, outil essentiel à la connaissance des variations de phase d'un oscillateur laser dans une bande de fréquence donnée [50]. Nous introduirons ensuite quelques contributions caractéristiques au bruit de phase d'un laser.

### 1.1.2.1 Définitions

Pour un laser monomode de fréquence central  $f_0$ , polarisé rectilignement il est comode d'utiliser le formalisme complexe pour exprimer le champ électrique scalaire associé à l'onde lumineuse :

$$E(t) = E_0 \cdot e^{i2\pi\nu_0 t}. \quad (1.3)$$

Avec l'expression 1.3 dans laquelle  $i$  est la variable complexe on modélise un champ électrique dénué de toute fluctuation pour lequel la phase à l'origine des temps est supposée nulle. Si maintenant on suppose que le champ électrique est affecté par des fluctuations d'amplitude  $\delta E(t)$  aléatoires et par des fluctuations de phase  $\varphi(t)$  également aléatoires alors l'expression du champ devient :

$$E(t) = (E_0 + \delta E(t)) \cdot e^{i(2\pi\nu_0 t + \varphi(t))}. \quad (1.4)$$

Il est alors possible de définir la phase  $\Phi(t)$  et la fréquence  $f(t)$  instantanées du champ laser telles que :

$$\begin{cases} \Phi(t) = 2\pi\nu_0 t + \varphi(t) \\ f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt} = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \end{cases} \quad (1.5)$$

La fréquence instantanée d'un laser est donc la somme de deux termes. Le premier  $f_0$  représente la fréquence centrale d'émission et le second  $\Delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$  directement lié aux fluctuations aléatoires de phase.

Dans ce contexte on appelle communément **bruit de phase** la densité spectrale de puissance (DSP) unilatérale  $S_\varphi(f)$  (uniquement pour les fréquences de Fourier  $f$  positives) des fluctuations de phase  $\varphi(t)$ . En considérant  $\varphi(t)$  comme un processus stochastique cette fonction n'est généralement pas de carré sommable, son énergie totale est alors infinie et sa transformée de Fourier n'est pas définie au sens des fonctions. On définit alors une version tronquée de  $\varphi(t)$  nommée  $\varphi_T(t)$  qui vaut :

$$\varphi_T(t) = \begin{cases} \varphi(t) & \text{pour } t \leq T \\ 0 & \text{pour } t > T \end{cases} \quad (1.6)$$

Cette nouvelle fonction est de carré sommable car son support est borné ; sa transformée de Fourier  $\widehat{\varphi}_T(f)$  est alors définie. Grâce à elle il est possible de calculer la densité spectrale de puissance de  $\varphi(t)$  qui s'exprime par définition :

$$S_\varphi(f) \triangleq \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{\mathbb{E}[|\widehat{\varphi}_T(f)|^2]}{T}, \quad [rad^2/Hz] \quad (1.7)$$

Dans cette expression  $\mathbb{E}(\cdot)$  représente l'espérance mathématique. Si de plus  $\varphi(t)$  est un processus stationnaire au moins au sens large (moyenne statistique et fonction d'auto-corrélation indépendantes du temps), alors le théorème de Wiener-Khintchine [50, 51] implique que cette densité spectrale de puissance est équivalente à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation  $\mathfrak{R}_\varphi(\tau)$  de  $\varphi(t)$  :

$$S_\varphi(f) = 2 \int_0^{+\infty} \mathfrak{R}_\varphi(\tau) e^{i2\pi f\tau} d\tau. \quad [rad^2/Hz] \quad (1.8)$$

Rappelons que la fonction d'auto-corrélation d'une variable aléatoire s'exprime par la relation :

$$\mathfrak{R}_\varphi(\tau) = \langle \varphi(t)\varphi(t-\tau) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t)\varphi^*(t-\tau) dt. \quad (1.9)$$

Sachant que le lien entre fluctuations de phase et fluctuations de fréquence est une dérivation et que l'opération principale permettant de calculer la densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier, alors le lien entre la DSP de phase et la DSP de fréquence est la suivante :

$$S_\nu(f) = f^2 S_\varphi(f). \quad [Hz^2/Hz] \quad (1.10)$$

En pratique l'unité utilisée pour exprimer les bruits de phase et de fréquence est le  $dBc/Hz$ . La puissance de bruit est alors exprimée de manière logarithmique dans une bande de fréquence de 1 Hz et normalisée par rapport à la porteuse de fréquence (Carrier)  $\nu_0$ .

$$S_{\varphi_{dBc/Hz}}(f) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{2} S_\varphi(f)\right). \quad [dBc/Hz] \quad (1.11)$$

### 1.1.2.2 Contributions usuelles au bruit de phase

#### Fluctuations rapides

Comme nous l'avons exprimé précédemment les fluctuations rapides de fréquence et de phase d'un oscillateur sont réparties en deux catégories. D'une part les fluctuations quantiques inhérentes au processus d'émission spontanée et d'autre part les fluctuations classiques d'origine technique. Si le bruit de fréquence d'origine quantique possède la signature spectrale d'un bruit blanc on représente habituellement les bruits d'origine technique par une loi en puissance de  $\nu$ . On obtient ainsi :

$$S_\nu(f) = \begin{cases} \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha & 0 < f < f_h \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.12)$$

Dans cette expression  $h_\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \in \mathbb{Z}$  et  $f_h$  est la fréquence de coupure d'un filtre passe-bas idéal. Dans une représentation log – log la signature spectrale des différentes contributions au bruit est donc une droite de pente  $\alpha \times 10$  dBc/Hz. Les principales contributions sont énumérées dans le tableau 1.2 et représentées dans la figure 1.3.

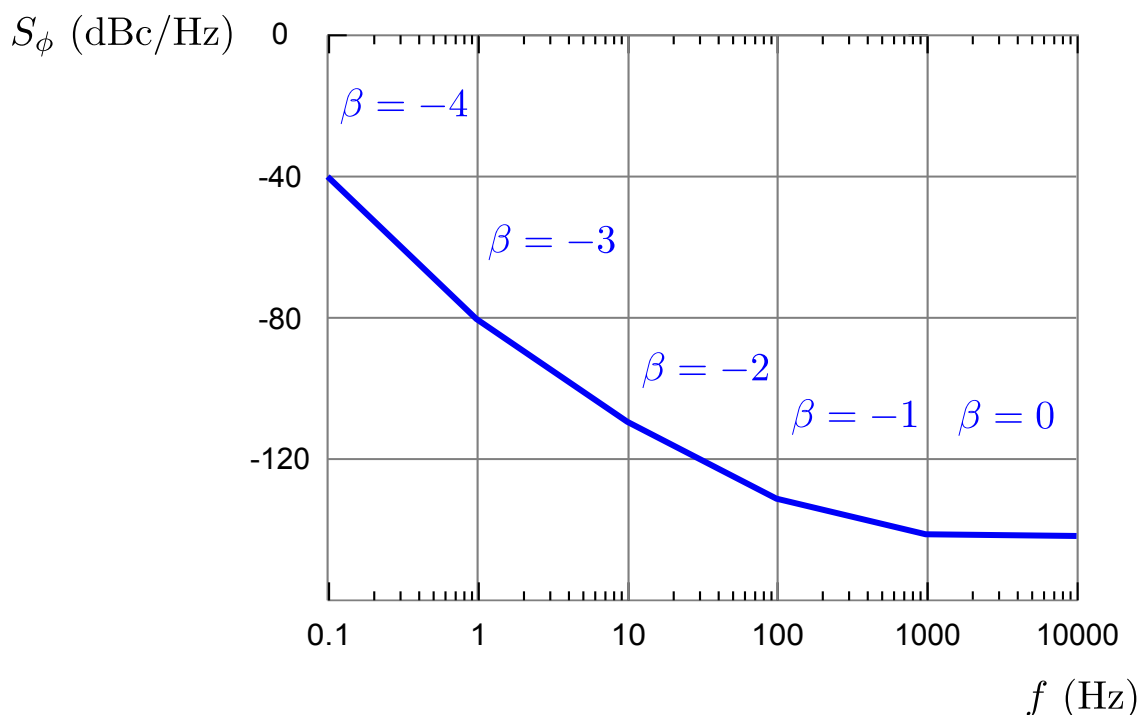


FIGURE 1.3 – Représentation des différentes contributions au bruit de phase d'un oscillateur en loi de puissances. Les différents types de bruits sont répertoriés dans le tableau 1.2

<b>Processus de bruit</b>	$S_\nu(f)$ $\alpha$	$S_\varphi(f)$ $\beta = \alpha - 2$
Bruit de fréquence à marche aléatoire	-2	-4
Bruit de scintillation de fréquence	-1	-3
Bruit blanc de fréquence	0	-2
Bruit de scintillation de phase	1	-1
Bruit blanc de phase	2	0

TABLEAU 1.2 – Liste des principales contributions au bruit de fréquence et au bruit de phase d’un oscillateur et leurs indices respectifs.

### Fluctuations lentes

Les oscillateurs laser sont soumis à un troisième type de fluctuations de fréquence qui doit être traité différemment des deux premiers. A cause principalement de la thermique, l’oscillateur est sujet à une dérive lente de sa fréquence moyenne. Les échelles de temps considérées pour ces perturbations ne sont plus inférieures à la seconde mais parfois supérieures à la minute voire à l’heure. Nous verrons dans la section traitant des sources optiques de haute pureté spectrale que la correction des dérives lentes de fréquence nécessite une attention particulière impliquant l’intégration de composants supplémentaires dans les systèmes d’asservissement déjà existants.

### Variance d’Allan

L’évolution temporelle de la fréquence centrale d’un laser peut être formalisée en utilisant la variance d’Allan. En repartant de l’expression 1.5 de la fréquence instantanée d’un laser, on peut introduire la fonction  $y(t)$  telle que :

$$\nu(t) = \nu_0 \left( 1 + \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\varphi}{dt} \right) = \nu_0 (1 + y(t)). \quad (1.13)$$

La fonction  $y(t)$  sans dimension représente les fluctuations relatives de la fréquence centrale du laser. En effectuant  $N$  fois la mesure de la fréquence du laser en des intervalles  $T$  réguliers on peut définir la variance de la fonction  $y(t)$  telle que :

$$\sigma_y^2(N, T, \tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_{i,\tau} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{y}_{j,\tau})^2. \quad (1.14)$$

On appelle alors **variance d’Allan** la variance de  $y(t)$  à deux échantillons telle que  $T = \tau$  moyennée sur un grand nombre d’échantillons. En considérant de plus un nombre  $M$  fini de mesure on a :

$$\sigma_y^2(\tau) \simeq \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{(\bar{y}_{k+1,\tau} - \bar{y}_{k,\tau})^2}{2}. \quad (1.15)$$

### 1.1.3 Bruit d'amplitude

Bien que l'objectif des travaux menés au cours de cette thèse soit d'étudier un système de réduction de bruit de fréquence nous montrerons qu'une étude du bruit d'amplitude s'avère également nécessaire (voir Chapitre 5). En effet, au sein d'une cavité laser et d'un système d'affinement spectral, l'existence de termes de couplage amplitude/phase implique une étude conjointe de ces deux phénomènes.

#### 1.1.3.1 Définitions

Afin d'étudier le bruit d'amplitude on exploite de nouveau l'expression 1.4 exprimant le champ électrique associé à une onde optique affectée par des perturbations d'amplitude et de phase. Les fluctuations d'amplitude de ce champ électrique s'expriment  $\delta E(t)$ . Comme pour le bruit de phase nous exprimons le bruit d'amplitude comme la densité spectrale de puissance des variations d'amplitude  $\delta E(t)$ . En utilisant le théorème de Wiener-Khintchine il vient alors :

$$S_{\delta E}(f) = 2 \int_{\tau=0}^{+\infty} \int_{t=-\infty}^{+\infty} \delta E(t) \delta E^*(t - \tau) dt. e^{i2\pi f \tau} d\tau. \quad (1.16)$$

En pratique, il est plus aisé de mesurer les fluctuations de puissance d'une source laser que les fluctuations de son champ électrique. Ainsi on note la puissance instantanée :

$$P(t) = P_0 + \delta P(t), \quad (1.17)$$

avec  $P_0 = cS\varepsilon_0 E_0^2$  la puissance moyenne et  $\delta P(t)$  les fluctuations de puissance. Dans l'expression précédente  $S$  est la section du capteur,  $c$  la célérité de la lumière et  $\varepsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide. On calcule alors la densité spectrale de puissance de bruit d'intensité ou simplement bruit d'intensité par la formule suivante :

$$S_P(f) = 2 \int_{\tau=0}^{+\infty} \int_{t=-\infty}^{+\infty} \delta P(t) \delta P^*(t - \tau) dt. e^{i2\pi f \tau} d\tau. \quad [W^2/Hz] \quad (1.18)$$

Cette densité spectrale de puissance est mesurée en connectant la sortie de la source laser à une photodiode rapide suivie d'un amplificateur radio-fréquences et d'un analyseur

de spectre électrique. De plus, pour comparer la mesure de bruit d'intensité entre différentes sources laser, on exprime encore plus généralement le **bruit d'intensité relative** ou **RIN** (**R**elative **I**ntensity **N**oise) défini comme le bruit d'intensité normalisé par la puissance moyenne de la porteuse. Son expression est donnée par la formule suivante :

$$RIN(f) = \frac{S_P(f)}{P_0^2}. \quad [Hz^{-1}] \quad (1.19)$$

Habituellement on exprime l'expression précédente en [dB/Hz]; i.e.,

$$RIN_{dB} = 10 \cdot \log_{10} RIN. \quad [dB/Hz] \quad (1.20)$$

### 1.1.3.2 Contributions usuelles au bruit d'intensité

Comme pour le bruit de phase plusieurs termes contribuent généralement au bruit d'intensité des lasers. Certains sont d'origine quantique et d'autres d'origine technique.

#### Bruit de grenaille ("Shot noise")

Le bruit dit de grenaille représente pour un oscillateur laser la limite fondamentale minimale [52, 53]. D'origine quantique, blanc, il est dû à la nature corpusculaire des photons et représente une propriété intrinsèque du champ laser. Le bruit d'intensité relatif dû au bruit de grenaille s'exprime :

$$RIN_{BG}(f) = \frac{2h\nu}{P_0}. \quad (1.21)$$

Dans cette relation,  $\hbar\omega$  est l'énergie moyenne d'un photon et  $P_0$  la puissance moyenne d'émission laser. L'analyse de cette expression montre une évolution inversement proportionnelle à la puissance moyenne émise par le laser mais une indépendance à l'écart de fréquence  $\nu$  avec la fréquence porteuse; il s'agit bien d'un bruit blanc. A titre d'exemple, un laser émettant 1 mW autour de la longueur d'onde centrale de 1550 nm possède une limite fondamentale de RIN due au bruit de grenaille de -156 dB/Hz.

#### Bruit thermique

Le bruit thermique est un bruit indépendant du signal optique reçu mais dû à la chaîne de détection elle-même. Sa contribution est observable en observant simplement le signal

produit à vide par une association photodétecteur, amplificateur, analyseur de spectre électrique.

Lors d'une mesure, l'agitation des charges dans les conducteurs due à l'agitation thermique génère des fluctuations de courant qui se superposent avec le photocourant image du signal optique. La densité spectrale de puissance des fluctuations d'origine thermique ou bruit de Johnson s'exprime [54, 55] :

$$S_T(f) = k_B T \cdot RBW, \quad (1.22)$$

avec  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température et  $RBW$  la bande passante de mesure. Dans nos conditions de fonctionnement, les performances de la chaîne de détection permettent de négliger le bruit d'origine thermique devant les autres contributions. En effet en limitant la bande passante d'analyse lorsque la température est de  $20^\circ C$  et la résistance de  $50 \Omega$  on mesure un bruit thermique de  $-174 + 10 \cdot \log_{10}(RBW)$  dBm.

## Oscillations de relaxation

Le spectre de bruit d'un laser dépend de la dynamique qui régit l'interaction photons/inversion de population. Cette dynamique est elle-même imposée par trois paramètres temporels [45] :

- $\tau$  le temps de vie du niveau excité
- $\tau_{cav}$  le temps de parcours de l'énergie dans la cavité sur un aller-retour
- $\tau_{polar}$  le temps de vie de la polarisation

La comparaison de ces trois temps de vie permet alors de définir alors trois cas de figure.

Classe C : Lorsque les trois temps caractéristiques sont du même ordre de grandeur (ex : laser à ammoniac, laser à acide formique)

Classe B : Lorsque le temps de vie de la polarisation est nettement inférieur au temps de vie des photons dans la cavité, lui-même inférieur au temps de vie de population ( $\tau_{polar} \ll \tau_{cav} < \tau$ ). La dynamique de ce type de laser est régie par deux équations d'évolution portant sur l'inversion de population et le nombre de photons dans la cavité laser. Cette classe de laser est la plus répandue et comprend notamment la plupart des lasers à état solide et les lasers semi-conducteurs à cavité courte. Dans les lasers de classe B, le temps de vie des populations plus long que celui des photons entraîne un phénomène de résonance. Ainsi après avoir subi une perturbation, un laser de classe B retrouve son niveau d'intensité stationnaire après une phase transitoire composée d'oscillations amorties. On parle alors **d'oscillations de relaxation**. Ce phénomène particulièrement



observable au démarrage du laser est ensuite entretenu par les perturbations extérieures. La modélisation de la réponse d'un laser de classe B aux fluctuations d'intensité est exprimée sous forme d'une fonction de transfert :

$$H(f) = \frac{H_0}{1 - \left(\frac{f}{f_{OR}}\right)^2 + i\frac{f}{f_c}}. \quad (1.23)$$

L'expression 1.23 est celle d'un filtre passe-bas du second ordre (Pente de -40dB/decade) caractérisé par un gain statique  $H_0$  et une fréquence de coupure  $f_c$ . L'autre fréquence caractéristique  $f_{OR}$  est celle des oscillations de relaxation. Elle s'exprime suivant la relation 1.24. [56, 57]

$$f_{OR} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{r-1}{\tau\tau_{cav}} - \left(\frac{r}{2\tau}\right)^2} \quad (1.24)$$

Dans cette expression,  $r$  représente le taux de pompage de la cavité ( $r = \frac{P_{\text{Pompe}}}{P_{\text{Pompe au seuil laser}}}$ ).  $P_{\text{Pompe au seuil laser}}$  est la puissance de pompe minimale nécessaire pour que l'émission stimulée domine l'émission spontanée et ainsi obtenir une émission laser. Par exemple pour un laser dont le milieu actif est un verre co-dopé aux ions erbium et ytterbium, le temps de vie des porteurs est de l'ordre de la milliseconde. De plus pour une cavité centimétrique dont le coupleur de sortie possède une transmission de 2%, le temps de vie des photons dans la cavité est d'environ 3 ns. Pour un taux de pompage de 1,5, la fréquence des oscillations de relaxation est alors d'environ 65 kHz. Si les oscillations de relaxation sont une source de bruit d'intensité dans une bande de fréquence très réduite elles rendent le laser particulièrement sensible aux perturbation externes dans cette zone de fréquence. De plus des mécanismes de conversion, même peu efficaces, peuvent convertir ce bruit d'intensité en bruit de phase et ainsi diminuer la pureté spectrale de l'oscillateur.

Classe A : Lorsque le temps de vie de la polarisation est bien inférieur aux temps de vie des porteurs lui-même inférieur au temps de vie des photons dans la cavité ( $\tau_{\text{polar}} \ll \tau < \tau_{\text{cav}}$ ). Dans ce type de laser on n'observe pas d'oscillations de relaxation mais un retour à l'état stationnaire de manière exponentielle après la perturbation. La réponse fréquentielle d'un tel laser est celle d'un filtre passe-bas du premier ordre et le bruit d'intensité est ainsi atténué au delà de la fréquence de coupure avec une pente de 20dB/décade.

## Autres sources de bruit d'intensité

Parmi les autres sources de bruit d'intensité on peut citer le **bruit excédentaire d'alimentation** [58, 59] qui peut être transposé au système de pompage lui-même, au laser ou provenir d'alimentations à découpage présentes dans l'environnement proche du laser. Ce type de bruit est particulièrement observable sous la fréquence des oscillations de relaxation pour les lasers de classe B. On cite également les **bruits additifs de la chaîne de mesure** [60]. En effet la visualisation des fluctuations de puissance optique nécessite la transformation du signal optique en un signal électrique. Nous avons alors déjà cité le bruit thermique auquel nous pouvons ajouter le bruit d'amplification électrique. Pour pouvoir s'affranchir de ce type de bruit nous veillerons à toujours placer en début de chaîne d'amplification l'élément de plus fort gain et de plus faible facteur de bruit afin de suivre la formule de Friis [61] et de limiter le facteur de bruit global.

## 1.2 Sources optiques de grande pureté spectrale et applications

De nombreuses applications [62, 63, 64] nécessitent des lasers dont la largeur de raie optique est faible. L'objectif de cette section est de présenter quelques sources lasers, leur finesse spectrale respective et les applications associées.

### 1.2.1 Largeur naturelle

#### 1.2.1.1 Lasers les plus communs

Les lasers semi-conducteurs sont aujourd'hui les plus communs [65]. Parmi ces lasers à cavité courtes ceux présentant les meilleures propriétés spectrales sont les DFB (Distributed FeedBack) [66, 67] et DBR (Distributed Bragg Reflector) [68]. Ces lasers ont généralement une puissance de quelques dizaines de mW et une largeur de raie de l'ordre de quelques centaines de kilohertz.

Également très répandus les lasers à état solide pompés par diode offrent généralement de meilleures largeurs de raie de l'ordre du kilohertz. La puissance de sortie de tels lasers atteint typiquement 1W . Aujourd'hui une large gamme de longueurs d'onde est accessible aussi bien pour les lasers semi-conducteurs que pour les lasers solides.

#### 1.2.1.2 Lasers fibrés

Depuis les années 1970 la fibre optique révolutionne le monde des télécommunications. Elle permet notamment dans le cas d'un dopage adapté de fabriquer des amplificateurs mais aussi des lasers fibrés monomodes dont la puissance peut atteindre plusieurs dizaines

de mW. Une grande longueur de cavité induit alors une finesse spectrale inférieure au kHz. De plus la gravure de réseaux de Bragg dans la fibre permet d'obtenir des facteurs de qualité très élevés et par conséquent d'affiner davantage la largeur de raie de ces lasers [69, 70, 71].

Parmi les lasers à fibre une mention spéciale est à apporter aux laser Brillouin. Présentés en détail dans la section suivante, ces lasers sont réalisés par bouclage d'une fibre optique standard. La largeur du gain Brillouin stimulé de l'ordre de la dizaine de mégahertz autorise une oscillation monofréquence dans une cavité de plusieurs mètres de long et mène ainsi à des performances spectrales notables [72, 73, 74, 75, 76].

## 1.2.2 Systèmes de stabilisation

Nous avons vu au début de ce chapitre qu'il est usuel de séparer les variations lentes et les variations rapides de fréquence d'un laser. L'objectif de cette section est de présenter quelques méthodes permettant d'améliorer les performances en terme de fluctuations rapides des lasers présentés précédemment, parfois au prix de développements complexes et coûteux. Dans un premier temps nous présentons les techniques d'injection et de réinjection optique avant de s'attarder sur le principe d'asservissement d'un oscillateur laser sur une référence optique externe (cavité, transition, interféromètre,...).

### 1.2.2.1 Injection et ré-injection optique

En 1665, Christian Huygens remarque que les pendules de deux horloges situées dans sa chambre et oscillant proche du synchronisme finissent invariablement par se mouvoir en phase s'ils sont laissés proches l'un de l'autre [77]. Ce phénomène causé ici par des couplages mécaniques est identique à celui utilisé pour coupler en phase deux oscillateurs laser.

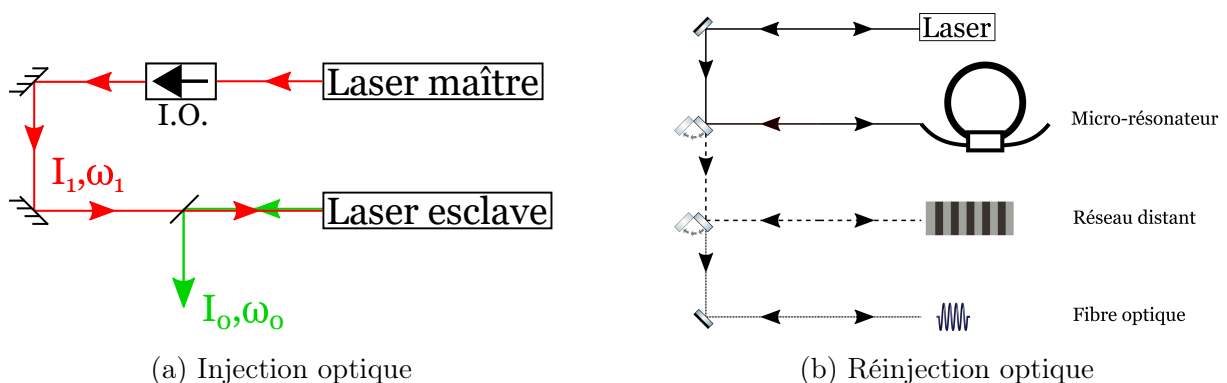


FIGURE 1.4 – Illustration du principe de l'injection et de la réinjection optique permettant de stabiliser la fréquence d'un laser

Le principe de l'injection optique [78, 79, 80, 81] est d'injecter un laser maître (Intensité  $I_0$  et pulsation centrale  $\omega_0$ ) fin spectralement mais de faible puissance dans la cavité d'un laser dit esclave (Intensité  $I_1$  et pulsation centrale  $\omega_1$ ) de forte puissance mais possédant des propriétés spectrales médiocres. Dans ce type de montage illustré par la figure 1.4a la fréquence du maître est ajustée de façon à approcher au mieux celle de l'esclave. Lorsque les deux fréquences sont suffisamment proches le laser esclave s'accroche sur la fréquence du maître. On obtient ainsi un laser puissant recopiant les propriétés spectrales du laser maître. Cette technique bien qu'efficace nécessite un laser maître de bonne pureté spectrale.

Afin de contrer cette limitation, il est possible d'injecter un laser avec son propre signal décalé dans le temps. On parle alors de ré-injection optique [82, 83]. Cette technique illustrée par la figure 1.4b est répandue. Parmi les éléments distants pouvant interagir avec l'onde optique avant ré-injection on peut citer par exemple les micro-résonateurs optiques [84], les réseaux de Bragg [85] ou encore les fibres optiques donnant naissance à de la diffusion Rayleigh [86]. Ce principe de ré-injection optique est surtout mis à profit dans les lasers semi-conducteurs couplés à une fibre optique. L'ajout d'un réseau de Bragg hors cavité permet d'obtenir des largeurs de raies de l'ordre du kilohertz avec un laser possédant initialement une raie de quelques mégahertz de large. L'utilisation d'une cavité externe couplée à une diode laser permet également une amélioration des propriétés spectrales de cette dernière. En outre il est également possible d'y intégrer un filtre de longueur d'onde pour contrôler l'émission. Le contrôle du filtre et de la cavité externe via des éléments piézoélectrique peut également rendre le laser accordable [87].

### 1.2.2.2 Asservissement sur une cavité externe

Pour obtenir des largeurs de raies encore plus optimisées et approchant parfois les limites fondamentales des méthodes plus complexes sont mises en œuvre. Celles-ci utilisent des éléments variés mais reposent toujours sur un principe de contre-réaction présenté à la figure 1.5.

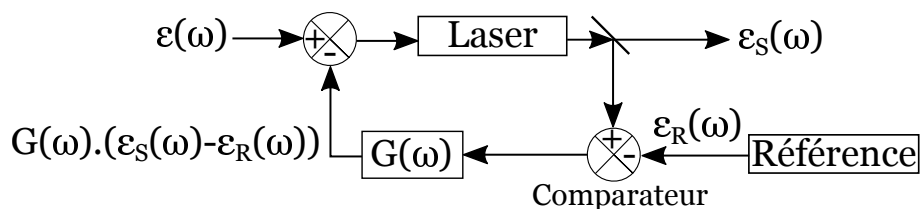


FIGURE 1.5 – Principe général de stabilisation de la fréquence d'un oscillateur

Le bruit de phase  $\varepsilon(\omega)$  est ajouté au champ laser. Ce dernier est comparé avec une référence de fréquence ou de phase. Le signal issu de la comparaison traverse alors un correcteur avant d'être réintroduit dans le laser. Dans ce type de système l'actionneur peut

être intra ou extra cavité. Selon les fréquences à corriger il peut s'agir d'un transducteur piézo-électrique, d'un modulateur acousto-optique ou encore d'un cristal électro-optique. La référence de fréquence est dans le cas le plus général une résonance d'une cavité Fabry-Perot de haute finesse ou une transition moléculaire [88]. Comme dans le cas de l'injection optique les performances obtenues seront limitées par celles de la référence mais aussi par l'électronique de contre-réaction. De plus ce type d'asservissement ne peut constituer un asservissement absolu puisque la fréquence centrale de la résonance de la cavité fluctue avec la longueur de celle-ci. Ce défaut est néanmoins partiellement corrigé en utilisant des cavités de type U.L.E. (Ultra Low Expansion) [89] qui font du vieillissement de la cavité externe le facteur limitant. Ceci conduit à une dérive de fréquence modérée ( $\sim 1$  Hz/s) et relativement linéaire donc prédictible. L'isolation de toute perturbation externe dans le cas des cavités optiques joue de toute manière un rôle déterminant.

Dans le cas d'asservissements de fréquence et de phase des oscillateurs laser plusieurs signaux d'erreur peuvent être exploités. Nous pouvons notamment citer la méthode DC dite du tilt-locking [90, 91] ou encore la méthode Hänsch-Couillaud [92]. Cependant la méthode la plus utilisée aujourd'hui est une méthode exploitant une modulation RF du signal optique appelée méthode Pound-Drever-Hall. Pour pouvoir ensuite la comparer avec notre méthode d'asservissement nous allons détailler un peu plus cette technique dans le paragraphe suivant.

### Asservissement de type Pound-Drever-Hall

La technique dite de Pound-Drever-Hall [93, 94] est une adaptation au domaine de l'optique par R.W.P. Drever, J.L. Hall & al de la méthode de stabilisation de fréquence des oscillateurs micro-ondes développée par R.V. Pound dans les années 1940. La Figure 1.6a montre le schéma de principe correspondant à cette méthode de stabilisation.

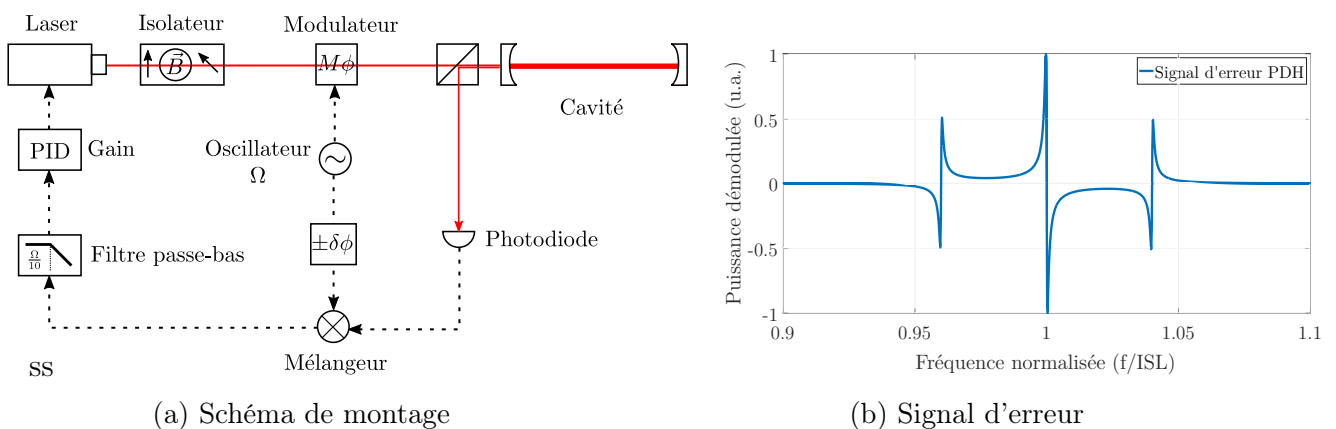


FIGURE 1.6 – Illustration du principe de stabilisation de la fréquence d'un laser par la méthode dite de Pound-Drever-Hall (PDH)

L'objectif de cette méthode est de centrer la fréquence d'un laser sur l'une des résonances d'une cavité de type Fabry-Perot. Pour cela on crée un signal d'erreur proportionnel à l'écart de fréquence entre le laser et le centre de la résonance de la cavité. Ce signal à également la propriété d'indiquer de quel côté de la résonance se trouve la raie laser. En injectant ce signal d'erreur dans un actionneur situé à l'intérieur du laser ou sur le miroir de sortie sa fréquence peut être corrigée.

Afin de créer le signal de correction on considère que le laser émet un champ électrique scalaire sous la forme :

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t}. \quad (1.25)$$

La sortie du laser passe à travers un isolateur à effet Faraday pour éviter tout retour de lumière potentiellement déstabilisant. Ensuite un modulateur de phase piloté à la fréquence  $\Omega$  crée deux bandes latérales en opposition de phase. Le champ modulé est de la forme :

$$E_{mod}(t) = E_0 [J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t}], \quad (1.26)$$

Dans cette expression  $J_i(\beta)$  est la fonction de Bessel de  $i^{eme}$  espèce. On tente ensuite d'injecter ce signal dans une cavité de type Fabry-Perot. En supposant que l'onde stationnaire se crée dans la cavité alors le champ réfléchi s'exprime :

$$E_{ref}(t) = E_0 [F(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + F(\omega + \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - F(\omega - \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t}]. \quad (1.27)$$

Avec  $F(\omega)$  la fonction de réflexion d'une onde monochromatique par une cavité Fabry-Perot en fonction de sa pulsation  $\omega$  :

$$F(\omega) = \frac{r(e^{\frac{i\omega}{ISL}} - 1)}{1 - r^2 e^{\frac{i\omega}{ISL}}}, \quad (1.28)$$

avec  $r$  le coefficient de réflexion en amplitude d'un miroir de la cavité supposée symétrique, de longueur  $L$ , d'indice de réfraction  $n$  et sans pertes linéiques et  $ISL = \frac{c}{2nL}$  l'intervalle spectral libre.

Dans ces conditions la tension de sortie du montage transimpédance associé à la photodiode image de la puissance réfléchie par la cavité est de la forme :

$$U_i = \eta R (P_0 |F(\omega)|^2 + 2P_1 (1 - \cos(2\Omega t)) + 2\sqrt{P_0 P_1} [Im(F(\omega)F^*(\omega+\Omega) - F^*(\omega)F(\omega-\Omega)) \sin(\Omega t)]), \quad (1.29)$$

avec  $R$  la résistance équivalente du montage transimpédance,  $\eta$  le rendement de la photodiode,  $P_0 = |E_0 J_0(\beta)|^2$  et  $P_1 = |E_0 J_1(\beta)|^2$ . Pour obtenir cette équation l'hypothèse

que les bandes latérales de modulation sont assez éloignées de la résonance a été utilisée. On procède ensuite à une démodulation (Multiplication avec un signal à la fréquence ayant permis la création des bandes latérales puis filtrage passe bas sous cette fréquence). On note la présence d'un système d'ajustement de la phase dans le montage pour compenser d'éventuels retards au déphasage. En effet si le signal de mélange ( $U_{mix} = U \sin(\Omega t)$ ) n'est pas très proche de l'accord de phase avec le terme  $\sin(\Omega t)$  de l'équation 1.29 alors très peu de signal est extrait du filtre. Dans le cas idéal le signal dit d'erreur Pound-Drever-Hall produit est le suivant :

$$P_{PDH} = U\eta R\sqrt{P_0 P_1} \text{Im}(F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)) \sin(\Omega t). \quad (1.30)$$

L'allure caractéristique de ce signal présentée à la figure 1.6b montre une fonction image de l'écart entre la fréquence du laser et le sommet de la résonance de la cavité externe. De plus le signe du signal d'erreur indique le côté de la résonance sur lequel se trouve le laser. Lorsqu'on se situe très proche de la résonance le signal d'erreur est une fonction linéaire de l'écart entre le laser et la résonance. Ceci permet une réinjection directe pour correction du laser.

Il est important de remarquer que pour obtenir ce signal on a supposé que l'onde stationnaire était formée à l'intérieur de la cavité. On obtient alors un asservissement de fréquence efficace. Cependant, Drever et Hall notent dans leur article fondateur que pour des variations de phase rapides ne laissant pas le temps à l'onde stationnaire de s'établir dans la cavité alors le système se comporte comme un discriminateur de phase.

### 1.2.3 Grandes applications

L'objectif de cette section est de présenter les applications bénéficiant d'un laser ayant la pureté spectrale la plus grande possible. Si de nombreuses applications peuvent tirer profit de lasers dont la largeur de raie est réduite comme dans les domaines des télécommunications optiques, de l'imagerie ou encore de l'holographie nous nous concentrerons ici sur un nombre réduit d'applications qui font l'actualité scientifique et qui nécessitent plus particulièrement une source optique dont les performances sont comparables avec celles du système d'affinement spectral qui sera décrit tout au long de ce manuscrit.

#### 1.2.3.1 Vélométrie

##### Mesure de vitesse par effet Doppler

Il est possible de mesurer la vitesse d'un objet en mesurant le décalage Doppler [95, 96, 97], que subit la lumière réfléchiée par cet objet en mouvement à titre d'exemple. Si on souhaite connaître la vitesse de cet objet avec une précision  $\delta v = 1 \text{ mm/s}$  sachant

que la fréquence de l'onde réfléchi est  $f_r = f_0(1 - \frac{2v}{c})$  avec  $f_0$  la fréquence du laser de mesure,  $v$  la vitesse de l'objet et  $c$  la célérité de la lumière, alors il faut pouvoir résoudre un décalage de fréquence  $\delta f = f_0 \frac{2v}{c}$ . Si on utilise un laser dont la longueur d'onde centrale est  $\lambda_0 = 1550nm$  alors il faut pouvoir mesurer un changement de fréquence  $\delta f = 1,29$  kHz soit un changement relatif de fréquence  $\frac{\delta f}{f_0} = 6,6.10^{-12}$ . Pour ce type d'application une bonne stabilité à long terme n'est pas nécessaire. En revanche on souhaitera utiliser un laser dont les fluctuations relatives sont au minimum un ordre de grandeur en dessous de la résolution nécessaire soit  $\frac{\delta f}{f_0} = 6,6.10^{-13}$  ce qui correspond à une variation de fréquence de 129 Hz. Ce niveau de fluctuations rapides est déjà considéré comme bon.

### Détection d'ondes gravitationnelles

Le système VIRGO [98, 99] est un détecteur d'ondes gravitationnelles situé près de Pise en Italie (Figure 1.7b). Conçu comme un interféromètre kilométrique basé sur le modèle initialement imaginé par Michelson et Morley, son objectif est de détecter des déformations de l'espace temps induisant une variation de longueur de ces bras de l'ordre de  $10^{-18}$  m. La structure de l'interféromètre représentée par la figure 1.7a se compose de deux bras de 3 km de long disposés à angle droit de manière à ce que la déformation de l'espace temps ne les impacte pas de manière identique. Le signal de sortie de l'interféromètre est un motif composé de franges sombres et claires. Lorsqu'une onde gravitationnelle traverse le détecteur les franges défilent à la fréquence de l'onde incidente.

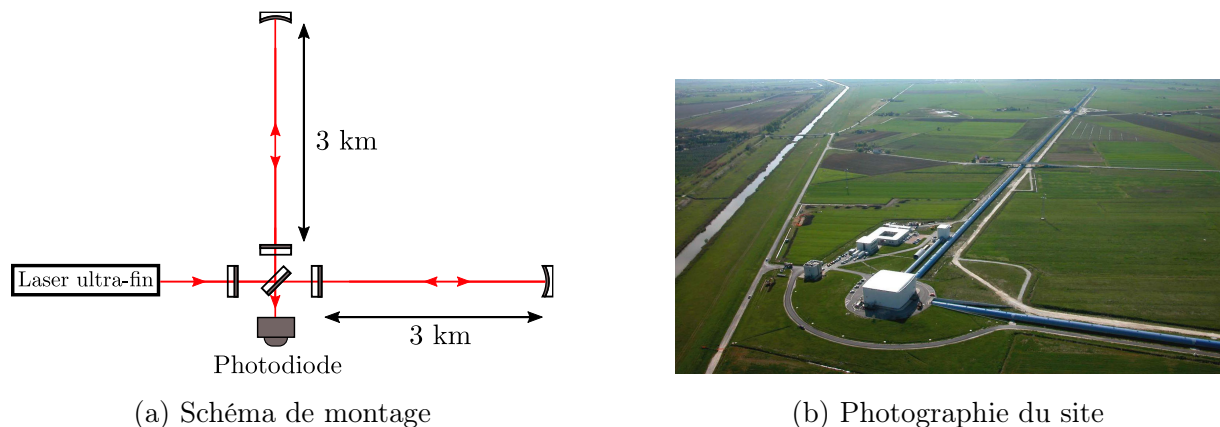


FIGURE 1.7 – Schéma de principe (a) et photographie (b) de l'interféromètre à ondes gravitationnelles VIRGO

Dans un tel système le réel défi consiste à détecter puis distinguer les réelles ondes gravitationnelles des différentes sources de bruit. En effet parmi les différentes sources de bruit on cite entre autre le bruit sismique, le bruit thermique ou encore le bruit de fréquence de la source laser. Devant la nature infinitésimale des signaux à détecter il est



nécessaire de s'affranchir au maximum de chacune des sources de bruit. La réduction du bruit de fréquence notamment est cruciale afin de posséder un détecteur permettant de détecter des phénomènes gravitationnels dans la plus large bande de fréquence possible. Ainsi disposer d'une source laser la plus pure spectralement possible permet au système de détection d'ondes gravitationnelles d'améliorer sa capacité de détection.

Dans le système VIRGO en particulier la détection d'ondes gravitationnelles doit se faire dans une bande de fréquences allant de quelques Hertz à plusieurs kilohertz. A basse fréquence sa sensibilité est limitée par le bruit thermique du mode pendule des suspensions des miroirs. Au delà on observe des résonances dues entre autres aux modes violons des fils de suspension et une contribution notable des bruits techniques (50 Hz du secteur,...). Au delà de quelques centaines de Hertz en revanche la sensibilité est limitée par le bruit fondamental du laser. En 2011 le détecteur permettait ainsi de détecter une onde gravitationnelle entraînant une contrainte relative de  $10^{-22} [1/\sqrt{Hz}]$  à 1 kHz et  $10^{-21} [1/\sqrt{Hz}]$  à 10 kHz. L'amélioration de l'ensemble des paramètres cités précédemment doit à l'horizon 2026 permettre la détection d'une contrainte relative de  $5.10^{-24} [1/\sqrt{Hz}]$  à 1 kHz et  $4.10^{-23} [1/\sqrt{Hz}]$  à 10 kHz [100].

### 1.2.3.2 Spectroscopie à haute résolution

La spectroscopie laser permet de détecter les différents constituants présent dans un certain environnement [39, 38, 101]. Pour cela on utilise un laser dont la fréquence est accordable de manière continue. Les autres spécifications de la source dépendent ensuite du niveau de résolution escompté. En effet la largeur de raie laser doit être plus fine que la résolution souhaitée tandis que la stabilité à moyen terme doit également être très bonne dans le cas où la mesure demanderait un certain temps d'intégration. Lorsque des résolutions élevées sont nécessaires il est indispensable d'utiliser une source laser stabilisée. En général deux lasers sont utilisés. Le premier est utilisé comme oscillateur local stabilisé sur une référence absolue. Le second est alors utilisé pour réaliser un signal de battement qui sera asservi sur une source radio-fréquence. Le contrôle de cette source permet le balayage de fréquences. En admettant alors que les propriétés spectrales des références sont transposées au second laser qui sert de sonde alors les performances ultimes de ce système sont quantifiables. Dans ce cas la complexité du système est préjudiciable.

### 1.2.3.3 Métrologie des fréquences optiques

La métrologie est l'ensemble des disciplines liées à la mesure. Aujourd'hui encore en métrologie des fréquences la référence est la seconde qui est définie par la durée de 9 192 631 770 périodes de la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du césium 133 [102, 103]. Cette définition établie en 1967 est actuellement discutée dans la mesure où une plus grande précision est possible grâce aux avancées dans le domaine des

fréquences optiques [104]. En effet utiliser une transition atomique dans le domaine optique nécessite des dispositifs expérimentaux moins encombrants et plus facilement utilisables pour une précision relative identiques à ceux exploitant une transition dans le domaine micro-onde comme le césium. Pour arriver aujourd'hui à considérer une transition dans le domaine optique comme remplaçante potentielle du césium pour la définition de la seconde les lasers ultra-stables jouent un rôle crucial. La figure 1.8a montre le schéma de principe d'une horloge optique [105, 42, 106]. Pour cela un laser ultra-fin vient sonder des atomes présentant une transition dans le domaine optique. La fréquence du laser sondant les atomes est alors asservie sur la transition à l'aide d'un modulateur acousto-optique. Afin de mesurer cette fréquence avec précision [107] il fallait il y a quelques décennies utiliser un montage de chaîne de fréquence extrêmement encombrant. Cependant l'avènement des peignes de fréquences auto-référencés [108, 109], réelle révolution dans le domaine de la métrologie des fréquences permet aujourd'hui la comparaison de fréquences de domaines différents avec un encombrement réduit [110]. Avec les niveaux de précision atteints il est également possible de comparer deux horloges optiques identiques mais géographiquement éloignées [111, 112] et d'observer certains phénomènes prédits par la relativité générale hors d'atteinte il y a encore quelques années [113].

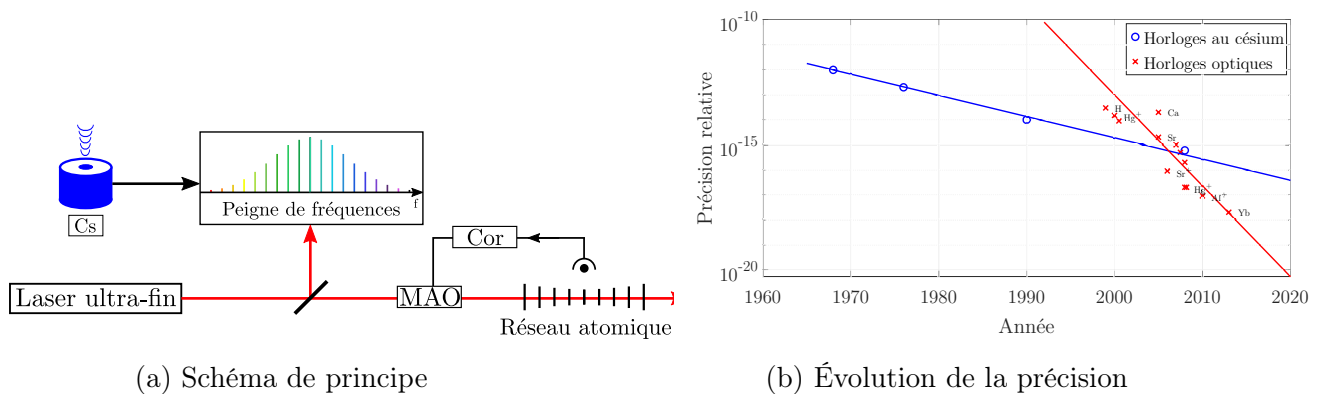


FIGURE 1.8 – Schéma de principe (a) d'une horloge atomique basée sur une transition dans le domaine optique et évolution des performances dans le temps (b)

La figure 1.8b montre l'évolution de la précision relative des horloges au césium et des horloges optiques sur les dernières décennies [114]. Les progrès technologiques apportés par les lasers ultra-fins asservis sur les peignes de fréquence optiques permettent d'interroger les transitions atomiques optiques et aujourd'hui d'envisager une transition de la "seconde hyperfréquence" vers la "seconde optique" [115].

## 1.3 La diffusion Brillouin

Lors de la recherche d'un laser présentant une raie optique de faible largeur le laser Brillouin est un candidat naturel. En effet, la faible largeur du gain Brillouin stimulé, de l'ordre de la dizaine de mégahertz, autorise une oscillation monofréquence dans une cavité de plusieurs mètres de long. On observe alors des largeurs de l'ordre du kilohertz sur des temps de mesure courts.

Dans la suite de ce manuscrit nous étudierons les méthodes utilisées pour optimiser les performances d'un laser Brillouin à partir des propriétés précédentes. Dans cette section nous présentons tout d'abord le principe physique derrière le fonctionnement de ces lasers : la diffusion Brillouin.

### 1.3.1 Diffusion de la lumière par un corps transparent

La diffusion de la lumière par un corps transparent se produit par interaction de l'onde lumineuse avec chacune des particules du milieu [43]. En général, la présence d'hétérogénéités dans le milieu induisent des variations locales de l'indice de réfraction du milieu et une diffusion dans toutes les directions de l'espace. Trois types de diffusions principaux existent :

- **La diffusion Rayleigh** pour laquelle l'onde diffusée l'est à la même fréquence que l'onde incidente (diffusion élastique) mais dans une direction potentiellement différente.
- **La diffusion Raman** due aux phonons optiques résultant des vibrations de la matière et dont la fréquence des ondes diffusées est située à une dizaine de THz de celle de l'onde incidente (diffusion inélastique).
- **La diffusion Brillouin** due aux phonons acoustiques résultant des vibrations de la matière et dont la fréquence des ondes diffusées est située à une dizaine de GHz de celle de l'onde incidente (diffusion inélastique).

La figure 1.9a montre le spectre classique de diffusion de la lumière dans un corps transparent. L'élargissement autour du pic central correspondant à la fréquence de l'onde incidente est appelé Rayleigh d'ailes [116]. De plus chaque phénomène de diffusion inélastique peut se faire avec libération ou apport d'énergie et on parle alors respectivement de diffusion Stokes et de diffusion anti-Stokes Brillouin ou Raman.

### 1.3.2 Diffusion Brillouin spontanée

Dans le cas de la diffusion Brillouin spontanée l'interaction se fait entre la lumière incidente de fréquence angulaire  $\omega_P$  et des ondes acoustiques de faible fréquence [117].

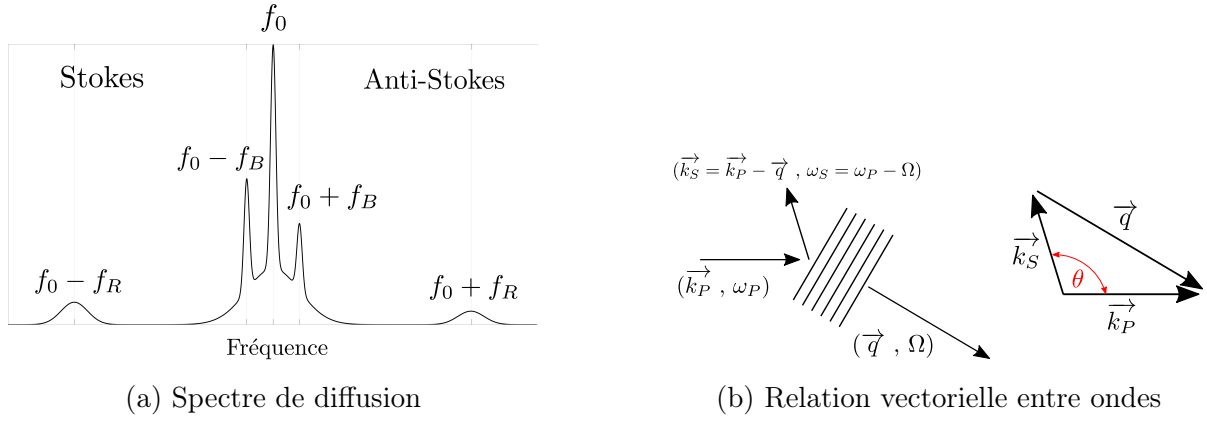


FIGURE 1.9 – (a) Spectre des différentes diffusions de la lumière dans un milieu transparent et (b) relation vectorielle satisfaite entre les ondes optiques et acoustiques dans le cas de la raie Stokes de la diffusion Brillouin Stokes

En terme d'énergie ces ondes portent des quantum d'énergie appelés **phonons acoustiques**. Elles sont générées par l'agitation thermique des particules autour de leur point d'équilibre. La pulsation angulaire des phonons acoustiques est centrée sur  $\Omega$ .

Dans le cas de la diffusion Stokes, les lois de conservation s'appliquent pour l'énergie et la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \omega_P &= \omega_S + \Omega, \\ \vec{k}_P &= \vec{k}_S + \vec{q}, \end{aligned} \quad (1.31)$$

avec  $\omega_P$ ,  $\omega_S$  et  $\Omega$  les pulsations angulaires des ondes incidente, Stokes et acoustique respectivement et  $\vec{k}_P$ ,  $\vec{k}_S$  et  $\vec{q}$  les vecteurs d'onde des ondes incidente, Stokes et acoustique respectivement.

Dans le cas le plus général les modules des vecteurs d'onde des trois ondes considérées sont liés par la relation suivante représentée à la figure 1.9.

$$|\vec{q}|^2 = |\vec{k}_P|^2 + |\vec{k}_S|^2 - 2|\vec{k}_P||\vec{k}_S|\cos(\theta). \quad (1.32)$$

La fréquence des ondes acoustiques étant négligeable devant celle des ondes optiques il est possible de faire l'hypothèse de modules de vecteurs d'onde quasiment identiques pour les ondes optiques. Ainsi on aboutit à une fréquence angulaire moyenne de l'onde acoustique fonction de la vitesse de propagation du son dans le milieu considéré  $v$ , de l'angle de diffusion  $\theta$ , de la longueur d'onde de l'onde incidente  $\lambda_P$  et de l'indice de réfraction  $n$  du milieu.

$$\Omega = \frac{4\pi n v}{\lambda_P} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (1.33)$$

### 1.3.3 Diffusion Brillouin stimulée dans les fibres optiques

La première particularité de la diffusion Brillouin dans les fibres optiques provient de leur géométrie. En effet dans une fibre optique monomode l'ensemble des ondes ne peut se propager que selon une direction unique imposée par l'axe de la fibre. Pour une onde Stokes l'angle de diffusion est alors nécessairement  $\theta = \pi$  et il y a alors rétro-diffusion. Dans le cas d'une fibre optique en silice d'indice de réfraction  $n = 1,45$  pompée à la longueur d'onde  $\lambda_P = 1536nm$  et dans laquelle le son se propage à la vitesse de  $5800m.s^{-1}$  alors il est possible d'estimer la fréquence des ondes acoustiques ou décalage Brillouin :

$$\nu_B = \frac{1}{2\pi} \frac{4\pi \times 1,45 \times 5800}{1536.10^{-9}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10,95GHz. \quad (1.34)$$

De plus la fibre optique permet un confinement important de la lumière incidente. Avec l'augmentation de la puissance incidente l'onde acoustique se renforce, l'onde Stokes s'intensifie et lorsque l'accord de phase est parfait on aboutit à un régime de fonctionnement stimulé. En effet, l'intensité du champ électrique associé à l'onde de pompe génère un phénomène **d'électrostriction** renforçant les perturbations acoustiques initiales et générant une onde acoustique.

#### L'électrostriction

Dans un matériau comme la silice dont est composée une fibre optique la présence d'un champ électrique intense entraîne des déformations : c'est le phénomène d'électrostriction [117]. Les molécules du matériau sont attirées vers les maxima du champ électrique. Ne pouvant pas osciller à la fréquence de l'onde optique les molécules suivent des variations plus basses fréquence : celle du battement entre les ondes de pompe et Stokes. Ainsi le phénomène naît à partir du bruit thermique et d'une onde de pompe et sert ensuite à renforcer la diffusion Brillouin et à la faire entrer en régime stimulé. Mathématiquement le phénomène est représenté par une pression électrostrictive  $P_{st}$  fonction de la permittivité diélectrique du vide  $\varepsilon_0$ , du champ électrique appliqué et d'un paramètre dépendant du matériau  $\gamma_e$  :

$$P_{st} = -\frac{1}{2}\varepsilon_0\gamma_e E^2. \quad (1.35)$$

Cette pression électrostrictive est ensuite exploitée lors de la résolution de l'équation de propagation des ondes acoustiques (Eq. 2.35). Pour la silice la valeur typique du paramètre d'électrostriction est  $\gamma_e = 1,5$ .

## Gain Brillouin

Dans une fibre optique non bouclée la croissance de l'onde Stokes est caractérisée par le gain Brillouin  $g_B$  dont le maximum  $g_0$  est atteint pour un décalage de fréquence de  $\nu_B$  par rapport à la fréquence du champ de pompe. En supposant un amortissement exponentiel des phonons acoustiques il est possible de montrer que le gain Brillouin prend la forme d'une lorentzienne et s'exprime [117] :

$$g_B(\omega) = g_0 \frac{\left(\frac{\Gamma_b}{2}\right)^2}{(\omega_B - \omega)^2 + \left(\frac{\Gamma_b}{2}\right)^2}, \quad (1.36)$$

avec  $g_0 = \frac{\gamma_e^2 \Omega^2}{nvc^3 \rho_0 \Gamma_B}$ . Dans les expressions précédentes  $\Gamma_b$  représente la largeur à mi-hauteur du gain Brillouin,  $c$  la célérité de la lumière et  $\rho_0$  la densité moyenne du matériau. Pour une fibre en silice, la densité moyenne typique est  $\rho_0 = 2200 \text{ kg.m}^{-3}$  et la largeur à mi-hauteur  $\Gamma_b = 2\pi * \Delta f_B = 188 \text{ Mrad.s}^{-1}$ . La figure 1.10 illustre l'ensemble des propriétés énoncées dans le cas de la diffusion Brillouin stimulée.

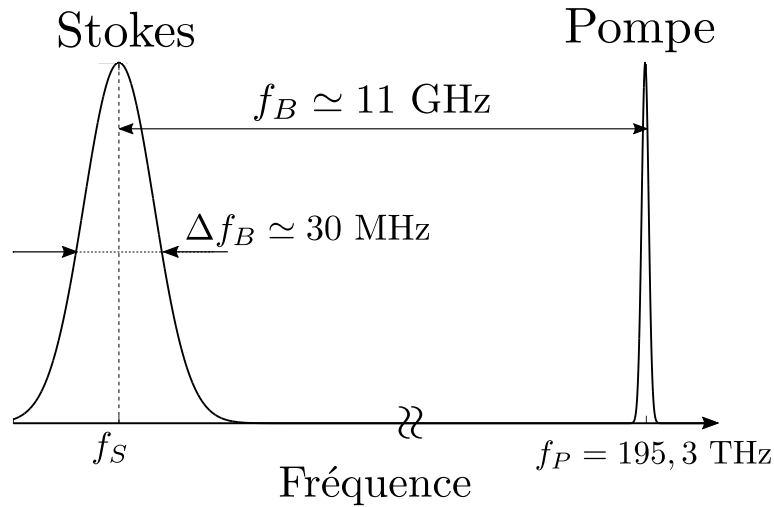


FIGURE 1.10 – Illustration des différentes ondes et ordres de grandeur mis en jeu lors de la diffusion Brillouin stimulée (Stokes)

---

## Un phénomène principalement redouté

Au cours des travaux présentés dans ce manuscrit nous cherchons à exploiter les paramètres avantageux de la diffusion Brillouin stimulée et notamment la faible largeur de son gain. Cependant, la majorité des travaux concernant l'effet Brillouin ont été menés non pas dans le but de le favoriser mais au contraire de l'annuler [118, 119]. En effet, le

transfert de puissance de l'onde de pompe à l'onde Stokes limite drastiquement la transmission de puissance via fibre optique. C'est pourquoi de nombreuses études ont cherché à maximiser le seuil Brillouin.

## 1.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons présenté les bases théoriques permettant d'appréhender les bruits de phase et de fréquence affectant les sources laser. Ceci nous permet de posséder les outils mathématiques qui vont nous aider à qualifier notre système d'auto-affinement spectral.

Dans un deuxième temps nous avons présenté les systèmes actuels possédant des propriétés spectrales remarquables ainsi que les applications possibles pour une source laser dont la pureté spectrale atteindrait des niveaux inédits. Multiples et variées ces applications recouvrent des systèmes utilisés dans notre quotidien aussi bien que des applications de recherche de pointe. Ceci nous permet de comparer notre système d'auto-affinement à ce qui se fait de mieux actuellement en terme de pureté spectrale ainsi que de juger de l'utilité de notre système.

Enfin notre système d'auto-affinement étant assisté par effet Brillouin nous avons exposé les points essentiels permettant de comprendre l'origine et l'utilité potentielle de ce phénomène principalement redouté notamment dans le domaine des télécommunications optiques.

Après avoir exposé ces différents points nous pouvons désormais dans le chapitre suivant détailler le principe de fonctionnement et la modélisation de notre système.

# Chapitre 2

## Systeme d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>40</b>
<b>2.2</b>	<b>Description</b>	<b>40</b>
2.2.1	Description du laser à affiner	41
2.2.2	Dynamique du laser à affiner	43
2.2.3	Performances initiales du laser à affiner	47
2.2.4	Module d'affinement spectral	48
<b>2.3</b>	<b>Modélisation</b>	<b>54</b>
2.3.1	Résonateur Brillouin non-réciproque	55
2.3.2	Boucle à verrouillage de phase	72
2.3.3	Modèle complet du système d'affinement spectral	81
<b>2.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>82</b>

---



## 2.1 Introduction

Développé au sein de l'institut Foton, le système étudié en détail au long de ce manuscrit permet d'auto-affiner spectralement un laser à des niveaux extrêmement bas [120, 121]. Ce chapitre vise dans un premier temps à expliquer le fonctionnement général du système. Ensuite une modélisation détaillée est effectuée. C'est cette modélisation élément par élément, qui permet de comprendre les subtilités de fonctionnement du système et permettra au chapitre suivant d'en améliorer les performances.

Le fonctionnement général du système est basé sur le principe qu'une onde optique circulant dans un résonateur kilométrique, présentant du gain optique et de surcroît auto-adaptatif possède obligatoirement d'excellentes propriétés spectrales à condition que le résonateur reste monomode. En effet les pics de résonances d'un tel résonateur sont par construction extrêmement fins. En revanche ces résonances sont également très rapprochées ; la contrainte est alors de maintenir ce résonateur monomode et d'éviter les sauts de modes.

En pratique il est nécessaire que le gain optique ait une largeur spectrale inférieure à l'intervalle spectral libre (ISL) du résonateur ou que le gain soit homogène. L'effet Brillouin stimulé est un candidat intéressant comme nous allons le voir. Considérons un résonateur fibré que l'on pompe avec une source laser suffisamment puissante. L'interaction de cette source avec les vibrations acoustiques du milieu génère une zone de gain Brillouin limitée à 30 MHz à mi-hauteur dans la silice [122, 123]. Une onde Brillouin Stokes est alors rétro-diffusée dans le résonateur. Elle peut résonner aux fréquences propres de la cavité.

Dans le cas d'un résonateur court, l'ISL de la cavité est supérieur à la largeur du gain Brillouin et le fonctionnement est monomode (Un résonateur fibré de 9m possède un ISL de 23 MHz). Dans le cas d'un résonateur long les fluctuations de la pompe déplacent la zone de gain Brillouin et plusieurs modes du résonateur peuvent successivement être sélectionnés. Pour dépasser cette limitation et profiter des avantages spectraux d'un résonateur long il est alors possible de mettre en place une boucle à verrouillage de phase bloquant l'écart initial entre l'onde de pompe et l'onde Stokes. Dans ce dernier cas de figure, l'onde Stokes spectralement fine est générée puis en partie extraite du résonateur. Elle est ensuite exploitée pour créer un signal de rétroaction pour le laser de pompe.

## 2.2 Description

Dans cette section l'objectif est de présenter la structure du dispositif d'affinement spectral assisté par effet Brillouin. Pour cela nous démarrons en présentant le laser à état solide dont nous souhaitons améliorer les propriétés spectrales.

### 2.2.1 Description du laser à affiner

Le laser dont on souhaite améliorer les propriétés spectrales est un laser à état solide dont le milieu actif est un verre dopé d'ions Erbium ( $Er^{3+}$ ) et Ytterbium ( $Yb^{3+}$ ). Un schéma représentant sa structure interne est donné à la Figure 2.1.

Le milieu actif est pompé par deux diodes de pompe 3S Photonics 1999 CHP à la longueur d'onde de 980 nm apportant chacune 350 mW. La puissance des deux diodes de pompe est combinée à l'aide d'un combineur de polarisation fibré pour obtenir 700 mW sur le milieu actif du laser.

Le premier élément composant le laser est une fenêtre de saphir. Placée hors de la cavité optique cette fenêtre permet de dissiper la chaleur localisée à l'entrée du milieu actif grâce aux bonnes propriétés de conduction thermique du saphir. En effet, les dimensions de la cavité optique ( $ISL = 24$  GHz) imposent un faisceau de pompe dont le diamètre au niveau du milieu actif est d'environ  $30 \mu\text{m}$ . Une telle concentration de puissance appliquée sur un verre nu conduit irrémédiablement à une dégradation du milieu en l'absence de dissipateur thermique.

La cavité optique débute ensuite à l'interface entre la fenêtre de saphir et le milieu actif Er :Yb :Verre de 1 mm d'épaisseur. Le miroir d'entrée de type plan est réalisé à l'aide d'un traitement de surface du verre. Ce traitement dichroïque est de type antireflets à 980 nm pour permettre à toute la puissance de pompe de pénétrer dans la cavité et haute réflectivité à 1550 nm pour former cette dernière et lui assurer un bon facteur de qualité.

Collé au milieu actif une lame séparatrice en vanadate d'yttrium ( $YVO_4$ ) de  $200 \mu\text{m}$  d'épaisseur permet de sélectionner la polarisation verticale à l'intérieur du milieu actif.

Au centre de la cavité on trouve un cristal électro-optique (PMN-PT [124, 125, ?]) permettant de modifier l'indice effectif (variation proportionnelle au carré du champ électrique externe appliqué) vu par la polarisation horizontale (électro-optique horizontal EOH). Cette modification d'indice modifie la longueur effective de la cavité et ainsi la fréquence instantanée de l'onde optique. Le cristal est alimenté indépendamment par la superposition d'une haute-tension continue et d'un signal variable de plus faible amplitude. La partie continue permet de fixer le point de fonctionnement tandis que la partie variable constitue le signal de correction apporté au laser. Le cristal électro-optique joue donc le rôle d'actionneur dans le système d'asservissement de la fréquence du laser. La Figure 2.2 montre l'accordabilité de la fréquence du mode optique autour d'une valeur centrale en fonction de la tension de polarisation appliquée au cristal. Les relevés expé-

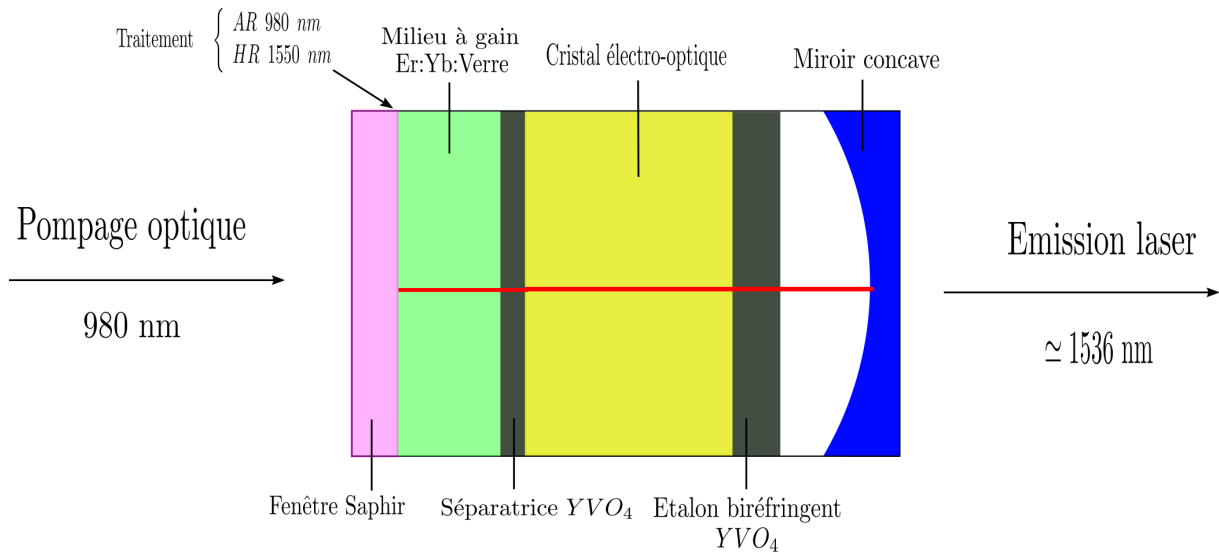


FIGURE 2.1 – Schéma du laser à état solide Er :Yb :Verre à affiner spectralement

rimementaux montrent que pour de grandes excursions en tension la réponse fréquentielle n'est pas parfaitement linéaire. Cependant les tensions de correction que nous considérons par la suite sont inférieures au volt. Pour les signaux de correction nous considérerons donc que l'évolution de la fréquence suit linéairement la tension appliquée sur l'électro-optique. Les relevés de la Figure 2.2 permettent de déterminer que le coefficient à prendre en compte est  $\alpha_H = -25 \text{ MHz/V}$  pour EOH.

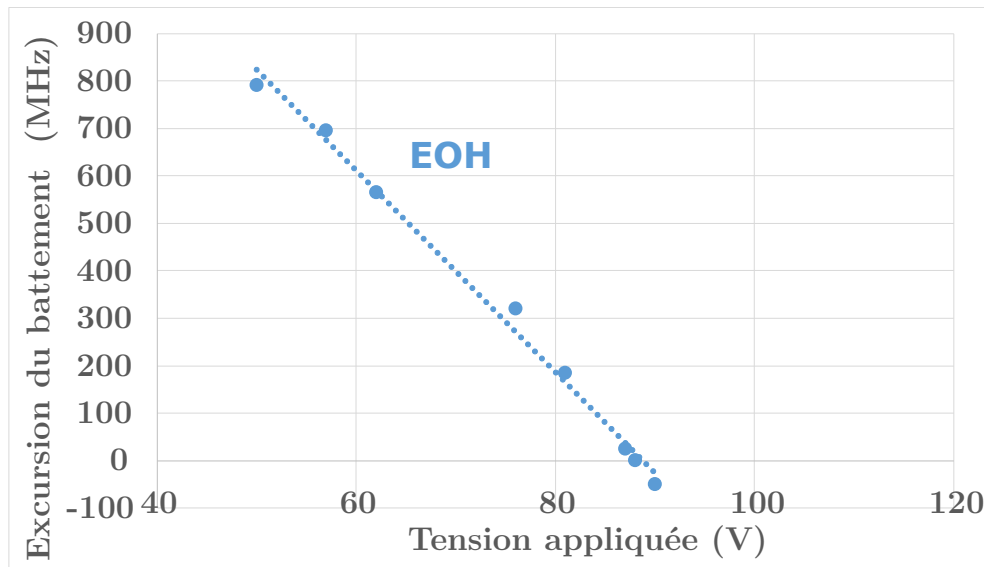


FIGURE 2.2 – Excursion de la fréquence du mode laser en fonction de la tension appliqué au cristal électro-optique.

L'avant dernier élément de la cavité optique est un étalon biréfringent en  $YVO_4$  de

100  $\mu\text{m}$  d'épaisseur et d'intervalle spectral libre environ égal à 40 GHz. Cet étalon sert de filtre fréquentiel plus restrictif que la largeur de gain de l'erbium d'environ 4 THz [126, 127].

Finalement la cavité est fermée par un miroir concave de 50 mm de courbure. Un traitement haute réflectivité à 1550 nm permet d'obtenir un coefficient de réflexion  $R=97,8\%$ . L'émission laser à lieu autour de 1536 nm.

### 2.2.2 Dynamique du laser à affiner

Dans le but de comprendre finement le fonctionnement du laser et notamment le mécanismes des oscillations de relaxations cette section présente les interactions entre populations au sein d'un laser dont le milieu actif est un verre dopé aux ions Erbium et Ytterbium. Le mécanisme des oscillations de relaxations présent dans l'ensemble de ce manuscrit sera en particulier traité dans le chapitre 5 dans lequel une solution de limitation de ce phénomène perturbatif est proposée.

La répartition énergétique des populations au sein du milieu actif est illustrée à la figure 2.3

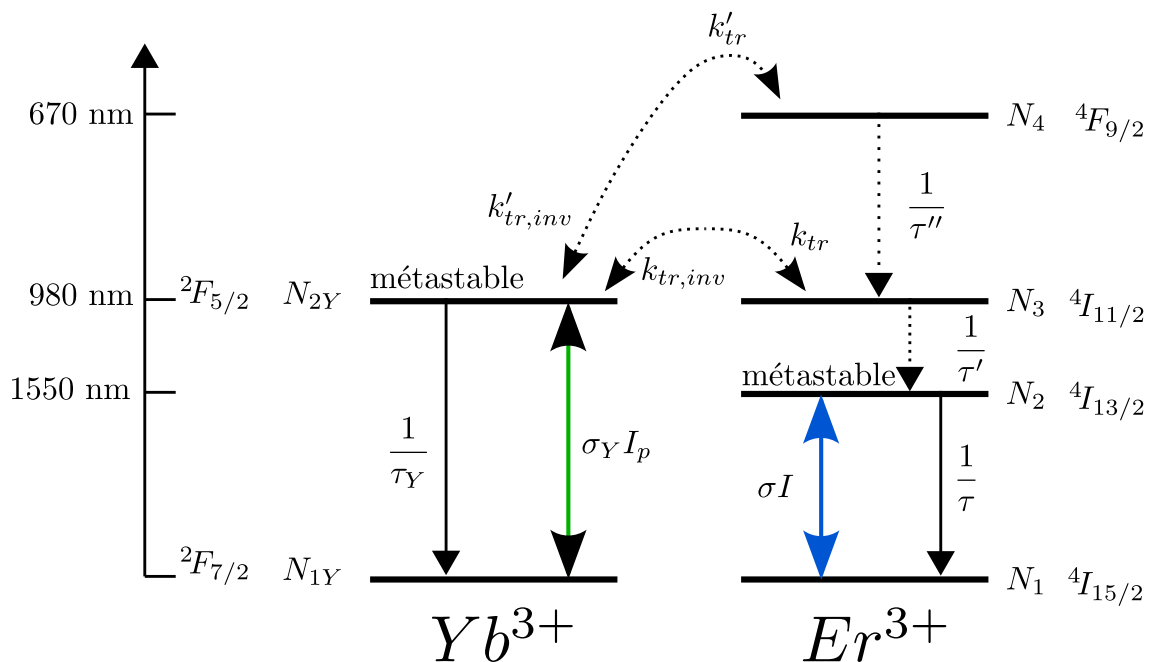


FIGURE 2.3 – Diagramme d'énergie du système Erbium-Ytterbium

Comme le montre cette figure la transition laser à la longueur d'environ 1550 nm est obtenue par désexcitation des ions erbium du niveau métastable  $^4I_{13/2}$  vers le niveau  $^4I_{15/2}$  [128, 129]. Cependant dans ce type de milieu actif les ions erbium ne sont pas pompés di-

rectement puisque la longueur du milieu actif n'est pas suffisante pour leur conférer seuls une section efficace d'absorption suffisante et obtenir l'inversion de population. Ainsi, le rôle des ions ytterbium est d'augmenter cette surface efficace d'absorption de manière fictive autour de la longueur d'onde de pompe [130]. La pompe est absorbée principalement par les ions ytterbium présents dans une concentration un ordre de grandeur supérieur à celle des ions erbium et excite ceux-ci du niveau  ${}^2F_{7/2}$  vers le niveau métastable  ${}^2F_{5/2}$ . Dans ce niveau excité les ions ytterbium sont capables de transférer de manière résonante leur énergie aux ions erbium avant de retomber dans leur état fondamental. Ces transferts d'énergie réalisés entre autre grâce aux interactions dipolaires font effectuer aux ions erbium les transitions du niveau fondamental  ${}^4I_{15/2}$  vers le niveau excité  ${}^4I_{11/2}$  (représenté par le coefficient  $k_{tr}$ ) et du niveau métastable  ${}^4I_{13/2}$  vers le niveau  ${}^4I_{9/2}$  (représenté par le coefficient ( $k'_{tr}$ )) [131]. Nécessairement les transitions inverses existent et sont représentées respectivement par les coefficients  $k_{tr,inv}$  et  $k'_{tr,inv}$ . Ces coefficients symbolisent le fait que la probabilité de transfert d'énergie d'une espèce d'ion à l'autre est proportionnelle à la population du niveau bas de l'espèce recevant l'énergie. A l'issue de ces transferts d'énergie entre espèces, les ions erbium se dés excitent des niveaux  ${}^4I_{9/2}$  et  ${}^4I_{11/2}$  vers le niveau métastable  ${}^4I_{13/2}$ . La transition finale est la transition radiative  ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ .

Le système d'équations d'évolution décrivant ce système est le suivant [132, ?] :

$$\frac{dN_{2Y}}{dt} = \sigma_Y I_p (N_{1Y} - N_{2Y}) - \frac{N_{2Y}}{\tau_Y} - k_{tr} N_1 N_{2Y} + k_{tr,inv} N_{1Y} N_3 - k'_{tr} N_2 N_{2Y} + k'_{tr,inv} N_{1Y} N_4, \quad (2.1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \sigma_a I N_1 - \sigma_e N_2 - \frac{N_2}{\tau} + \frac{N_3}{\tau'} - k'_{tr} N_2 N_{2Y}, \quad (2.2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \sigma' I_p (N_1 - N_3) - \frac{N_3}{\tau'} + k_{tr} N_1 N_{2Y} - k_{tr,inv} N_{1Y} N_3 + \frac{N_4}{\tau''}, \quad (2.3)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = -\frac{N_4}{\tau''} + k'_{tr} N_2 N_{2Y} - k'_{tr,inv} N_{1Y} N_4, \quad (2.4)$$

$$N_Y = N_{1Y} + N_{2Y}, \quad (2.5)$$

$$N_E = N_1 + N_2 + N_3 + N_4. \quad (2.6)$$

### Notations :

- $N_1, N_2, N_3$  et  $N_4$  sont respectivement les densités volumiques de population des niveaux d'énergie de l'erbium  $^4I_{15/2}, ^4I_{15/2}, ^4I_{11/2}$  et  $^4F_{9/2}$
- $N_{1Y}$  et  $N_{2Y}$  sont respectivement les densités volumiques de population des niveaux d'énergie de l'ytterbium  $^2F_{7/2}$  et  $^2F_{5/2}$ .
- $N$  et  $N_Y$  sont respectivement les concentrations totales des ions Erbium et Ytterbium.
- $\sigma_Y$  et  $\sigma'$  sont les sections efficaces d'absorption de l'ytterbium et de l'erbium à la longueur d'onde de pompe.
- $\sigma_e$  et  $\sigma_a$  sont les sections efficaces d'émission et d'absorption de l'erbium à la fréquence d'émission laser.
- $\tau$  et  $\tau_Y$  sont les durées de vie des niveaux métastables pour l'erbium et l'ytterbium respectivement.
- $\tau'$  et  $\tau''$  sont les durées de vie des niveaux  $^4I_{11/2}$  et  $^4I_{9/2}$  respectivement.
- $I$  est l'intensité du mode laser intra-cavité.
- $I_p$  est l'intensité de la pompe.

Afin de simplifier le système précédent nous utilisons les hypothèses suivantes [128, 132, 133].

### Hypothèses :

- La pompe n'est pas absorbée par les ions erbium en sous nombre.
- Les niveaux  $^4I_{11/2}$  et  $^4I_{9/2}$  ont des durées de vie négligeables devant les autres constantes de temps du système. Leurs équations n'imposent donc pas la dynamique du système. Le vidage supposé instantané de ces niveaux permet de négliger également les processus  $K_{tr,inv}$  et  $K'_{tr,inv}$ .
- Les sections efficaces d'absorption et d'émission de l'erbium sont égales et telles que  $\sigma = \sigma_a = \sigma_e$ .
- De même on supposera les coefficients  $k_{tr}$  et  $k'_{tr}$  égaux comme proposé par Gapontsev [128]
- L'énergie des ions Ytterbium est entièrement transmise aux ions erbium grâce à la longue durée de vie du niveau excité de l'ytterbium.
- La densité de puissance de la pompe est suffisamment faible pour supposer que le nombre d'atomes d'ytterbium dans l'état fondamental n'est pas trop impacté et poser  $N_{1Y} = N_Y$ .
- On notera  $N = N_2 - N_1$  l'inversion de population de l'erbium.

L'ensemble de ces hypothèses permet d'aboutir au système d'équations suivant :

$$\frac{N_{2Y}}{dt} = \sigma_Y I_p N_Y - k_{tr} N_E N_{2Y}, \quad (2.7)$$

$$\frac{dN}{dt} = -2\sigma I N - \frac{1}{\tau}(N_E + N) + k_{tr} N_{2Y}(N_E - N), \quad (2.8)$$

$$N_E = N_1 + N_2, \quad (2.9)$$

Finalement en introduisant le taux de pompage  $w_P = \sigma_Y I_p \frac{N_Y}{N_E}$ , le taux d'inversion de population de l'erbium  $\gamma = \frac{1}{\tau}$  et en écrivant l'équation d'évolution de l'intensité laser dans la cavité on obtient les deux équations :

$$\frac{N}{dt} = -2\sigma I N - N(w_P + \gamma) + N_E(w_P - \gamma), \quad (2.10)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{c}{2L} 2e\sigma I N - \gamma_c I, \quad (2.11)$$

avec  $e$  la longueur du milieu actif,  $L$  la longueur de la cavité et  $\gamma_c$  le taux de pertes des photons dans la cavité qui s'écrit en fonction des éléments géométriques précédents, des pertes  $p$  dans la cavité et du taux de transmission  $T$  du miroir de sortie  $\gamma_c = \frac{c}{2L}(T+p)$ .

Ainsi la dynamique du laser est imposée par l'interaction entre deux quantités : l'inversion de population et le nombre de photons dans la cavité. Tant que le niveau de bruit reste suffisant (supérieur au bruit de grenaille) l'approche classique permet d'accéder au bruit d'intensité relative du laser à partir du calcul de sa fonction de transfert en intensité. Cette fonction de transfert rend compte des fluctuations de l'intensité du laser dues à des fluctuations de photons intra-cavité assimilées à de l'émission spontanée amplifiée. Ce phénomène est mathématiquement équivalent à une modulation de pertes intra-cavité [134]. Cette source de fluctuations est en première approximation supposée dominante [135].

En régime de petites perturbations on écrit donc à la fréquence  $\omega$  :

$$\gamma_c = \gamma_c^0 + \delta\gamma_c e^{j\omega t}, \quad (2.12)$$

$$N = N^0 + \delta N e^{j\omega t}, \quad (2.13)$$

$$I = I^0 + \delta I e^{j\omega t}. \quad (2.14)$$

On obtient alors à partir des équations 5.3 et 5.4 et d'une approximation au premier ordre :

$$H(\omega) = \frac{\delta I}{\delta \gamma_c} = \frac{I^0}{\gamma_c^0} \frac{-\gamma_c^0}{j\omega + \gamma_c^0 \frac{2\sigma I^0}{j\omega + 2\sigma I^0 + w_p + \gamma}}. \quad (2.15)$$

Ensuite le bruit d'intensité relative se déduit de la fonction de transfert et de la densité spectral de fluctuations de photons  $S_{ph}$  par l'équation :

$$RIN(\omega) = |H(\omega)|^2 \left( \frac{S_{ph}}{\gamma_c^2} \right). \quad (2.16)$$

La fonction de transfert exprimée par l'équation 2.15 est celle d'un filtre passe bas du deuxième ordre. Or dans le cas d'un facteur d'amortissement inférieur à 1 ce type de filtre présente une fréquence de résonance. Dans le cas d'un laser dont la dynamique est de classe B comme celui étudié (Temps de vie des photons et de l'inversion de population comparables) ces oscillations sont appelées oscillations de relaxation et surviennent à la fréquence :

$$f_{OR} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{2L} 4e\sigma^2 N^0 I^0}. \quad (2.17)$$

Un système du second ordre de type passe bas pouvant également ne pas être résonant la détermination de la fonction de transfert indique que pour annihiler ce comportement il est nécessaire d'augmenter le facteur d'amortissement du système.

### 2.2.3 Performances initiales du laser à affiner

Afin de pouvoir dimensionner le système d'affinement notamment en terme de bande passante et pouvoir ensuite quantifier ces performances il est nécessaire de connaître les caractéristiques initiales de bruit du laser que l'on souhaite affiner. La Figure 2.4 présente les courbes de bruit de phase et de bruit d'intensité relatif pour le laser solide Er :Yb :Verre décrit précédemment. Lors de cette mesure la puissance émise en sortie de cavité est de 64 mW. Le faisceau est ensuite couplé dans une fibre à maintien de polarisation (PM) en sortie de laquelle on mesure une puissance de 30 mW.



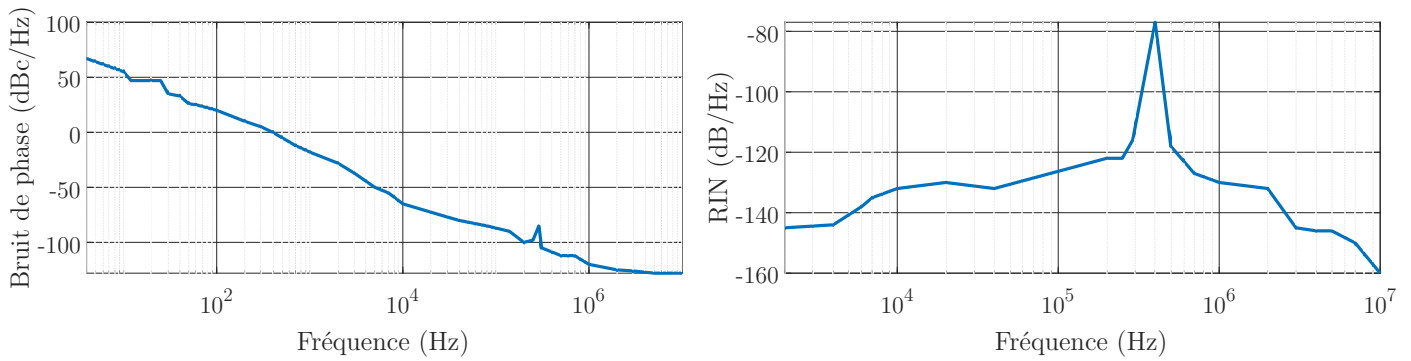


FIGURE 2.4 – Bruit de phase (gauche) et bruit d’intensité relative (droite) mesurés pour une polarisation du laser à affiner.

Les données sur le bruit d’intensité relatif mettent en évidence la fréquence des oscillations de relaxation située à environ 300 kHz.

## 2.2.4 Module d’affinement spectral

Le laser présenté précédemment possède intrinsèquement des propriétés spectrales le rendant exploitable directement pour de nombreuses applications. Cependant améliorer encore ces propriétés spectrales n’est pas dénué d’intérêt puisque cela permet d’en toucher de nouvelles. Dans notre cas le laser solide est inséré dans une boucle d’asservissement dont le schéma structurel est présenté à la figure 2.5.

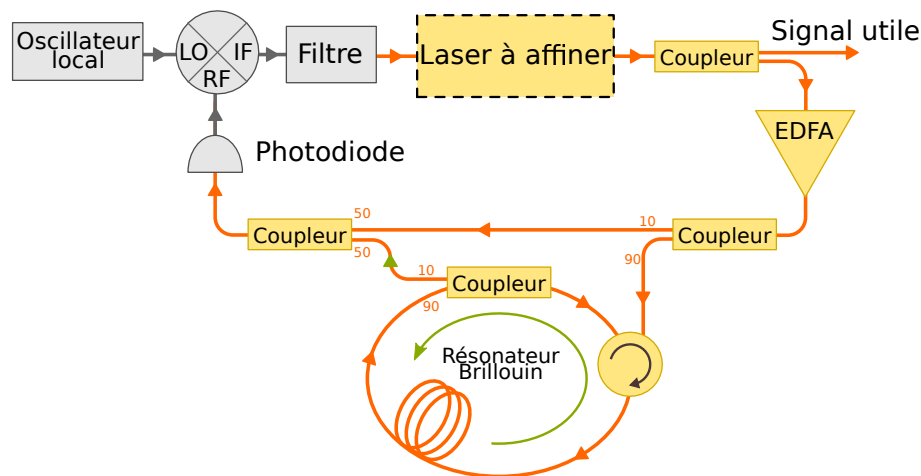


FIGURE 2.5 – Schéma de principe du système d’auto-affinement laser assisté par effet Brillouin

Dans le schéma de la figure 2.5 les liens oranges représentent les fibres optiques tandis que les liens gris représentent les câbles électroniques. Les composants représentés en gris clair sont électroniques tandis que ceux dont le fond est jaune sont optiques. Bien que

représentés avec une couleur unique la photodiode et le laser à affiner (via sa céramique intra-cavité) font l'interface entre le domaine de l'optique et celui de l'électronique.

### Laser à affiner

Le laser que l'on souhaite affiner est parfois nommé « laser de pompe » en référence au fait qu'il alimente le résonateur Brillouin. Présenté en détail à la section précédente, il est représenté en haut de la figure 2.5 et encadré de pointillés. Sa puissance de sortie est répartie en une partie utile à extraire du système et une partie permettant l'asservissement (10%). Cette seconde partie est injectée dans un amplificateur optique à fibre dopée erbium (EDFA). Cet amplificateur est nécessaire lorsque la puissance du laser à affiner ne permet pas d'atteindre le seuil du résonateur Brillouin et ainsi de générer l'onde Stokes. Nous verrons également dans la section consacrée à la modélisation que ce type d'amplificateur possède des propriétés intéressantes de rejet du bruit d'amplitude à basse fréquence.

### Résonateur Brillouin non-réciproque

Le signal amplifié par l'EDFA est ensuite scindé en deux parties comprenant respectivement 10% et 90% de la puissance optique. La première partie est directement transmise à la photodiode pour être comparée à l'onde Stokes que l'on extraira du résonateur Brillouin. La seconde partie (90%) permet de pomper le résonateur Brillouin. Pièce centrale du système d'affinement spectral, le résonateur Brillouin est schématisé en détail sur la figure 2.6. Il s'agit d'une fibre de 110m de long permettant de maintenir la polarisation de l'onde optique interne grâce à deux barreaux de contrainte placés de part et d'autre du cœur de la fibre (type PANDA) [136].

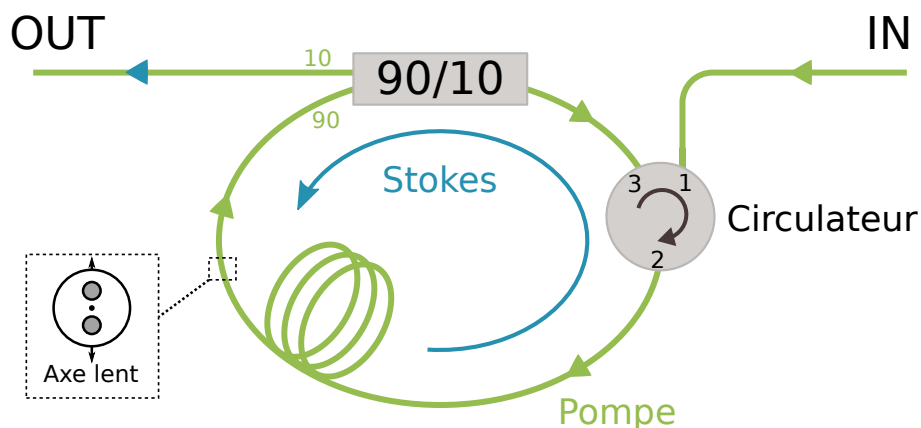


FIGURE 2.6 – Schéma de principe du résonateur Brillouin non réciproque.

Le maintien de polarisation permet de maximiser l'efficacité de la conversion de la puissance de pompe vers la puissance Stokes mais aussi d'assurer la condition de résonance de l'onde Stokes de manière optimale [137]. Utilisée sur son axe lent, la fibre optique

présente un diamètre de mode de  $10\ \mu\text{m}$  et un coefficient d'atténuation de moins de  $1\ \text{dB/km}$  à  $1550\ \text{nm}$ . Le résonateur est fermé par un circulateur optique, ce qui lui confère son caractère non réciproque. En effet sur la figure 2.6, une onde optique peut circuler du port 1 au port 2, ce qui permet d'injecter le signal de pompe dans le résonateur. Cette onde parcourt ensuite le résonateur sur toute sa longueur mais est évacuée à l'arrivée sur le circulateur puisque la transmission Port 3  $\rightarrow$  Port 2 n'est pas permise. A cause de cette architecture l'onde de pompe ne peut pas être résonante. En revanche, lorsqu'on dépasse le seuil Brillouin l'onde Stokes se propage dans le sens opposé à sa pompe. La transmission Port 2  $\rightarrow$  Port 3 étant permise, l'onde Stokes est résonante. Une telle architecture présente deux atouts principaux. Par rapport à la figure 2.6 seules l'onde parcourant le résonateur dans le sens trigonométrique est résonante. Ceci implique que l'onde de pompe ne l'est pas et peut donc être facilement injectée. Ceci implique également l'impossibilité pour une onde Stokes d'ordre 2 (contra-propagative par rapport à sa pompe qui serait l'onde Stokes d'ordre 1) de prendre forme.

Finalement un coupleur est inséré dans le résonateur. Il permet d'extraire 10% de la puissance Stokes circulant dans la cavité. Cette puissance extraite est ensuite envoyée sur une photodiode dont la bande passante est supérieure au décalage Brillouin ( $\sim 11\ \text{GHz}$ ) pour y être comparée avec la fraction de l'onde de pompe qui n'a pas été insérée dans le résonateur Brillouin. La pureté spectrale de l'onde Stokes étant initialement bien supérieure à celle de la pompe grâce à la longueur du résonateur, la comparaison pompe/Stokes sur la photodiode constitue une transposition du bruit de fréquence de la pompe vers une porteuse RF.

### **Boucle à verrouillage de phase**

Après comparaison sur la photodiode on obtient un photocourant comportant une composante continue et une composante variable située autour de la fréquence de battement pompe/Stokes à  $10,98\ \text{GHz}$  environ. Ce signal de battement est alors considéré comme le signal de sortie de la boucle à verrouillage de phase. Il est alors comparé à l'aide d'un mélangeur radiofréquences (RF) à l'oscillation fournie par un synthétiseur de fréquence RF (Keysight N5183B). Le signal de battement issu du mélangeur est un signal compris dans la bande passante de l'asservissement, ici  $[\text{DC}-1\ \text{MHz}]$ . Si la pureté spectrale de l'oscillateur RF est supérieure à celle du battement pompe/Stokes et par extension à celle du laser de pompe, alors le signal sortant du mélangeur est une image du bruit de fréquence de la pompe ramené en bande de base. Après traitement au travers d'un filtre électronique, le signal est réinjecté sur le cristal électro-optique à l'intérieur de la cavité du laser de pompe. Grâce à ce signal, la fréquence instantanée du laser est corrigée

et le processus d'affinement commence. Le laser affiné continue de pomper le résonateur Brillouin qui forme une onde Stokes avec une efficacité croissante et ainsi de suite. On a alors un processus d'affinement en cascade.

En plus de permettre l'affinement spectral du laser de pompe, la boucle à verrouillage de phase permet d'empêcher les sauts de mode à l'intérieur du résonateur Brillouin [120]. Cette propriété est illustrée à la figure 2.7. Sur la figure 2.7.a la fonction de transmission du résonateur Brillouin « froid », i.e. non pompé, est représentée. Le résonateur fibré de 110 m de long présente une transmission de type Fabry-Perot dont l'intervalle spectral libre (ISL) est de 1,74 MHz.

La figure 2.7.b montre le spectre de l'onde de pompe parcourant la fibre et le spectre du gain Brillouin stimulé associé. L'onde de pompe se propageant dans une direction crée par interaction avec les phonons acoustiques un gain Brillouin d'une largeur à mi-hauteur d'environ 30 MHz et dont le maximum est décalé de  $\Delta f_B=10,98$  GHz vers les basses fréquences par rapport à l'onde de pompe [123]. La valeur du décalage Brillouin ne dépend que de la nature du matériau pompé et de l'architecture de la fibre. La connaissance conjointe de la fréquence centrale de la pompe et du type de fibre donne donc accès à la fréquence centrale du gain Brillouin.

La figure 2.7.c montre les modes pouvant exister sous le gain Brillouin lorsque la fibre optique pompée est bouclée pour former un résonateur de 110m de long. Dans la configuration relative au spectre supérieur, le mode 1 sera le seul à laser puisqu'il est situé sous le maximum de la courbe de gain qui est de nature homogène. Dans cette configuration le mode 1 est appelé onde Stokes. Cependant cette configuration n'est pas pérenne. En effet, le résonateur peut subir de petites variations de longueur (dues à la température par exemple) et le signal de pompe peut légèrement dériver en fréquence. Dans les deux cas le mode 1 et le maximum du gain Brillouin se décalent l'un par rapport à l'autre. Dans la configuration inférieure ce décalage est si important (supérieur à la moitié de l'intervalle spectral libre) que le mode 1 voit moins de gain que le mode 2. C'est donc le mode 2 qui lase dans cette configuration. La transition de la configuration supérieure vers la configuration inférieure donne lieu à un saut de mode.

Souhaitant éviter les sauts de mode, la mise en place de la boucle à verrouillage de phase est nécessaire. Pour cela on règle la fréquence de l'oscillateur local sur la fréquence de battement Pompe/Stokes mesurée dans une configuration libre (sans asservissement). L'écart de fréquence entre l'onde Stokes stimulée et l'onde de pompe est ainsi maintenu constant. Lorsque les modes du résonateur se déplacent suite à une variation de longueur de celui-ci, la fréquence de la pompe est légèrement décalée de façon à décaler aussi la

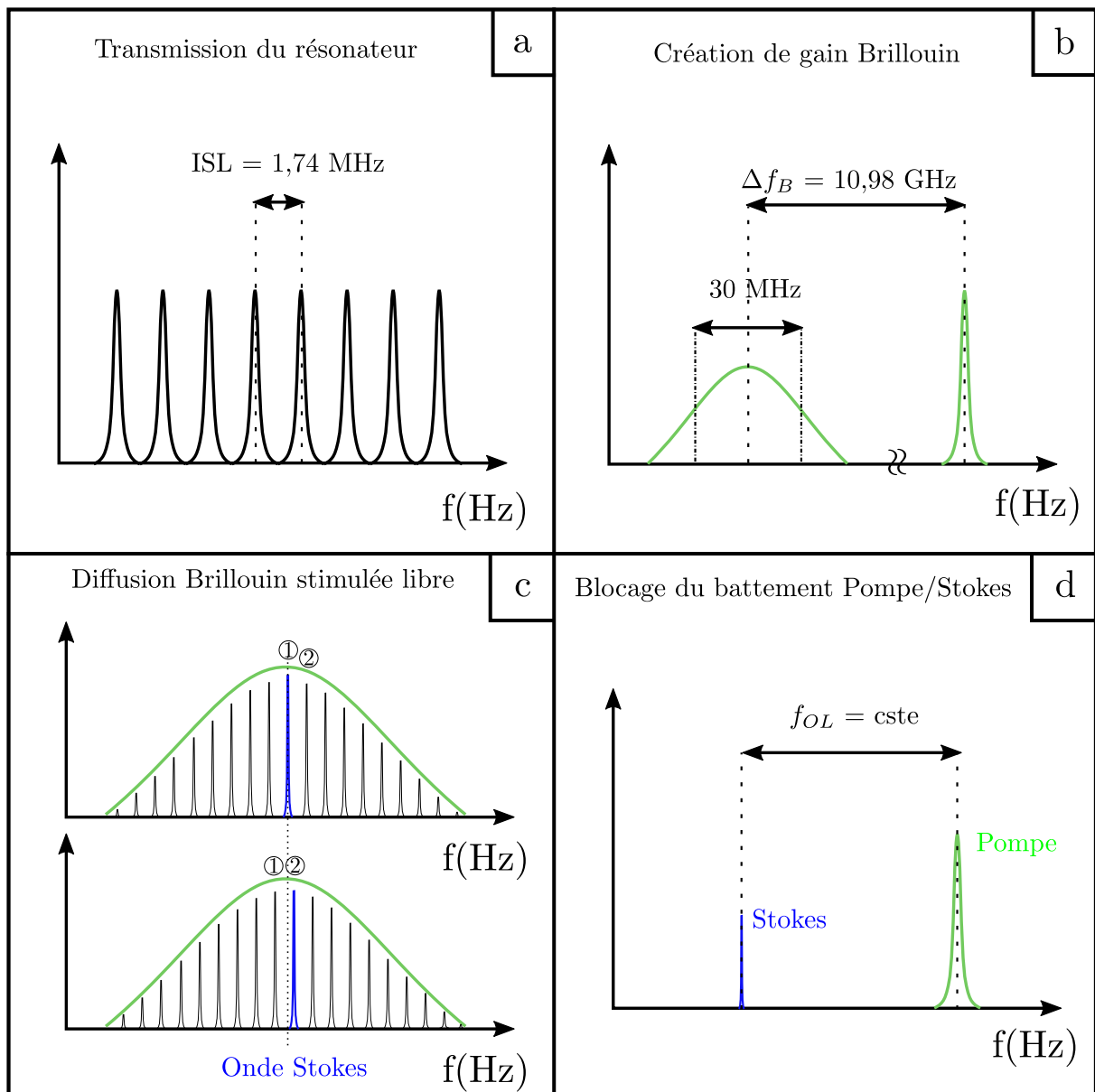


FIGURE 2.7 – Illustration du principe de suppression des sauts de mode à l’intérieur du résonateur Brillouin non-réciproque

courbe de gain Brillouin de manière à ce que son maximum reste au-dessus du même mode.

## Fonctionnement général du module d'affinement spectral

La figure 2.8 illustre le fonctionnement général du module d'affinement spectral à travers les spectres optiques et électriques que l'on retrouve à différents endroits de la boucle.

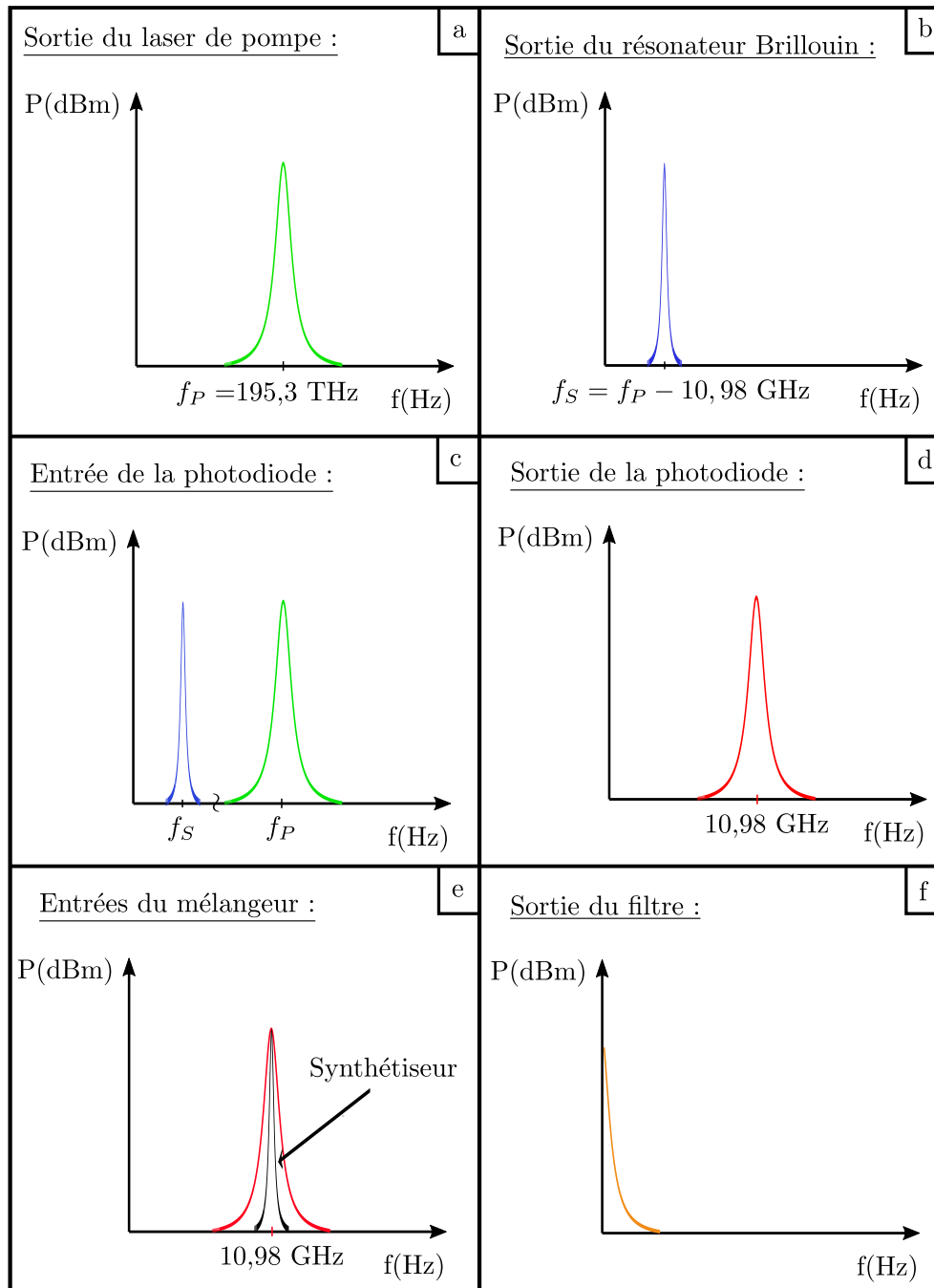


FIGURE 2.8 – Spectres optiques et électriques théoriques en différents points du module d'affinement spectral.

La figure 2.8.a montre le spectre typique du laser de pompe. Pour rappel, grâce à ce faisceau de pompe monomode et à la mise en place de la boucle à verrouillage de phase, on récupère en sortie du résonateur Brillouin une onde Stokes spectralement pure et décalée de 10,98 GHz vers les basses fréquences (Figure 2.8.b). Ensuite, les ondes de pompe et Stokes sont couplées sur une photodiode (Figure 2.8.c). Il résulte de ce couplage un photocourant dont la fréquence centrale est la différence de fréquence entre pompe et Stokes également appelée décalage Brillouin (Figure 2.8.d). A la suite de cette première descente en fréquence permettant de passer du domaine optique au domaine RF via la photodiode on procède à une seconde descente en fréquence. Pour cela on compare le signal de battement pompe/Stokes au signal issu du synthétiseur de fréquence RF commercial à l'aide d'un mélangeur (Figure 2.8.e). Finalement le signal issu du mélangeur se situe en bande de base DC-1 MHz et peut-être réinjecté dans le laser de pompe pour en modifier légèrement la fréquence instantanée. Cette réinjection permet de corriger les fluctuations de fréquence du laser de pompe. Le signal de correction étant issu du laser lui-même et de l'onde Stokes, qu'il a générée on parle alors d'auto-affinement spectral.

## 2.3 Modélisation

L'objectif de cette partie est la modélisation du système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin précédemment décrit. La modélisation est dans un premier temps destinée à la compréhension du fonctionnement initial du système. Chronologiquement la modélisation a été réalisée à l'aide d'aller-retours entre théorie et expérience. Dans ce manuscrit le choix est fait de présenter dans ce chapitre les aspects purement théoriques tandis que les vérifications expérimentales seront explicitées au chapitre suivant. Dans un second temps les résultats apportés par le modèle permettront d'améliorer les performances du système. Ce chapitre est scindé en trois parties. La première se consacre au résonateur Brillouin non réciproque, élément central du système, qui nécessite le plus d'attention. Dans la deuxième partie chaque élément de la boucle d'asservissement sera modélisé par des fonctions de transfert permettant de retranscrire leur réponse à de petites variations de phase optique ou d'amplitude optique du laser de pompe. Il sera également tenu compte des termes de couplage entre amplitude et phases aux endroits du montage où cela s'avère nécessaire. Enfin la troisième partie permettra de résumer le travail de modélisation en exposant la réponse globale du système pour plusieurs types de perturbations et pour plusieurs sorties possibles.

### 2.3.1 Résonateur Brillouin non-réciproque

Le résonateur Brillouin est l'élément central du montage d'affinement spectral. Il permet de créer une onde Stokes possédant de meilleures propriétés spectrales que la pompe. Ainsi l'onde de pompe génère elle-même la référence optique à laquelle elle sera comparée. On parle ainsi d'auto-affinement. La modélisation du résonateur Brillouin a pour objectif l'obtention de deux fonctions de transfert distinctes. La première retranscrit comment les variations d'amplitude optique de la pompe sont transférées à l'onde Stokes. La seconde fera de même pour les variations de phase. Pour obtenir ces deux fonctions de transfert il faudra linéariser des équations dépendant uniquement du temps.

#### 2.3.1.1 Formalisme utilisé

Comme point de départ pour la modélisation du système nous considérons, comme cela a notamment déjà été fait dans des micro-résonateurs Brillouin [138], un modèle à trois ondes. Nous insisterons au long de cette partie sur les différences essentielles liées à la singularité de notre résonateur long et non-réciproque.

Les trois ondes présentes dans le résonateur Brillouin sont le champ électrique scalaire de pompe noté  $E_P$ , le champ électrique scalaire Stokes noté  $E_S$  et le champ acoustique scalaire noté  $\tilde{\rho}$ . Avec le formalisme utilisé on écrit :

$$E_P = \frac{1}{2}A_P(t, z)e^{i(\omega_P t - k_P z)}F_P(x, y) + c.c. \quad , \quad (2.18)$$

$$E_S = \frac{1}{2}A_S(t, z)e^{i(\omega_S t + k_S z)}F_S(x, y) + c.c. \quad , \quad (2.19)$$

$$\tilde{\rho} = \rho_0 + \frac{1}{2}\rho(t, z)e^{i(\omega t - kz)}F_\rho(x, y) + c.c. \quad . \quad (2.20)$$

Dans les relations (2.18,2.19,2.20),  $A_P(t, z)$  représente l'amplitude complexe de l'onde de pompe dépendant du temps et de la variable d'espace  $z$  utilisée comme direction de propagation dans la fibre optique. De même  $A_S(t, z)$  et  $\rho(t, z)$  sont respectivement les amplitudes complexes des ondes Stokes et acoustique. Les pulsations en radians par seconde des ondes de pompe, Stokes et acoustique sont respectivement notées  $\omega_P, \omega_S$  et  $\omega$ . Les vecteurs d'ondes pour les trois ondes sont  $k_P$  pour la pompe,  $k_S$  pour l'onde Stokes et  $k$  pour l'onde acoustique. Finalement  $F_P(x, y)$  représente le profil de mode transverse de l'onde de pompe;  $F_S(x, y)$  et  $\rho(x, y)$  sont respectivement ceux de l'onde Stokes et de l'onde acoustique.



Rappelons également que, comme évoqué au chapitre précédent, les ondes à l'intérieur du résonateur Brillouin sont liées par les relations de conjugaison **scalaires** suivantes :

$$\omega = \omega_P - \omega_S \quad , \quad (2.21)$$

$$k = k_P + k_S \quad . \quad (2.22)$$

La Figure 2.9 aide à la visualisation des ondes en présence dans un tronçon du résonateur.

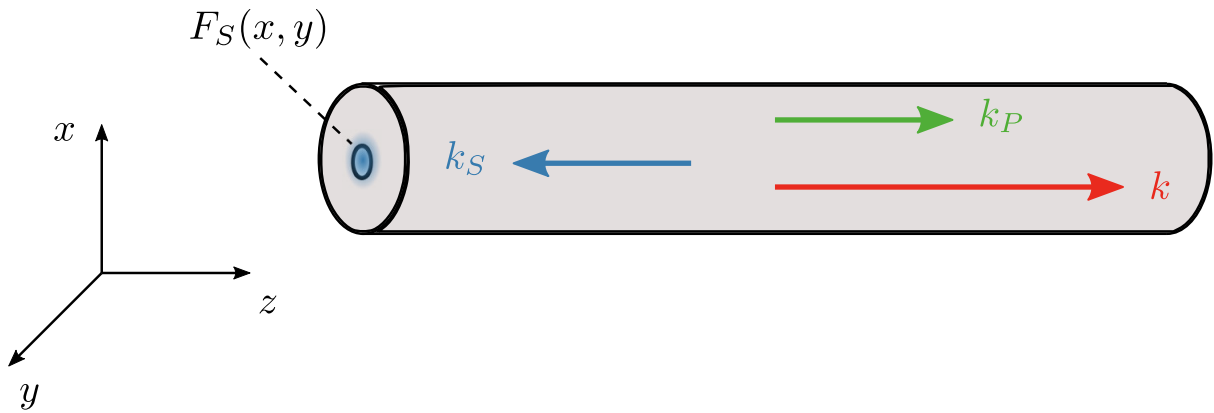


FIGURE 2.9 – Propagation des trois ondes considérées dans le résonateur Brillouin.

Dans ce contexte, en notant le champ électrique total à l'intérieur de la fibre  $E = E_P + E_S$  le fonctionnement du système à trois ondes est régi par deux équations de propagation :

$$\Delta E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon c^2} \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \quad , \quad (2.23)$$

$$\text{et} \quad \frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial t^2} - \Gamma \Delta \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} \right) - v^2 \Delta \tilde{\rho} = \text{div}(\vec{f}_v) \quad . \quad (2.24)$$

Dans l'équation de d'Alembert 2.23,  $\Delta$  est l'opérateur Laplacien ( $\Delta E = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$ ),  $n$  l'indice de réfraction effectif de la fibre optique,  $c$  la célérité de la lumière dans le vide,  $\varepsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide et  $P_{NL}$  la polarisation non linéaire.

Dans l'équation 2.35 dite équation de propagation des ondes acoustiques,  $\Gamma$  est le paramètre d'atténuation de l'onde acoustique et  $\vec{f}_v$  représente les forces volumiques externes

subies par le milieu.

### 2.3.1.2 Développement des équations

Connaissant l'expression des trois ondes circulant dans le résonateur, la dérivation des équations 2.23 et 2.35 ne requiert plus que la connaissance détaillée des termes représentant la polarisation non linéaire  $P_{NL}$  et les forces volumiques externes ( $\vec{f}_v$ ). Dans le cas de la diffusion Brillouin stimulée ces deux termes sont dus à l'électrostriction. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, il est alors possible de réécrire ces termes en fonction du champ électrique et de l'onde acoustique. On a [138] :

$$P_{NL} = \varepsilon_0 \Delta \chi E = \frac{\varepsilon_0 \gamma_e}{\rho_0} (\tilde{\rho} - \rho_0) E \quad , \quad (2.25)$$

$$\text{div}(\vec{f}_v) = -\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(\frac{1}{2} \varepsilon_0 \gamma_e \langle E^2 \rangle)) \quad . \quad (2.26)$$

Dans ces expressions  $\gamma_e$  est le coefficient d'électrostriction.

Le développement du terme de polarisation se fait en deux étapes. Tout d'abord on injecte les expressions (2.18, 2.19, 2.20) dans l'équation 2.25. Ensuite on utilise les relations de conjugaison (2.21, 2.22) pour ne conserver que des termes en phase avec une composante du champ électrique. Il vient alors :

$$P_{NL} = \frac{\varepsilon_0 \gamma_e}{\rho_0} \left[ \frac{1}{4} A_S(t, z) \rho(t, z) e^{i(\omega_P t - k_P z)} F_S F_\rho + \frac{1}{4} A_P(t, z) \rho^*(t, z) e^{i(\omega_S t - k_S z)} F_P F_\rho^* \right] + c.c. \quad (2.27)$$

Le développement du terme de forçage de l'équation acoustique dû aux forces externes nécessite trois étapes. On commence par introduire les expressions des ondes (2.18, 2.19, 2.20) dans l'équation 2.26. Ensuite on ne conserve que les composantes à la fréquence des ondes acoustiques. Finalement, on fait l'hypothèse des enveloppes lentement variables et il vient :

$$\text{div}(\vec{f}_v) = \frac{1}{2} k^2 \varepsilon_0 \gamma_e A_P(t, z) A_S^*(t, z) F_P F_S^* e^{i(\omega t - kz)} + c.c. \quad (2.28)$$

Remarque : L'hypothèse d'une enveloppe lentement variable revient à négliger  $\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2}$  devant  $k \frac{\partial \rho}{\partial z}$ .

### 2.3.1.3 Obtention de l'équation finale pour l'onde de pompe

L'équation de propagation de l'onde de pompe dans le résonateur s'écrit :

$$\Delta E_P - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_P}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial P_{NL-P}}{\partial t^2}. \quad (2.29)$$

Dans cette expression  $P_{NL-P}$  est la partie de la polarisation non linéaire 2.27 à la fréquence de la pompe. Aussi pour tenir compte de pertes de propagation dans la fibre on introduit l'indice complexe tel que :

$$n^2 = n_0^2 - 2in_0 n_{pertes}. \quad (2.30)$$

On obtient alors :

$$\Delta E_P - \frac{n_0^2 - 2in_0 n_{pertes}}{c^2} \frac{\partial^2 E_P}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial P_{NL-P}}{\partial t^2}. \quad (2.31)$$

Après injection des équations 2.18 et 2.27 dans l'équation 2.31 et calcul des dérivées spatiales et temporelles du champ électrique on fait les hypothèses suivantes :

- Les profils de mode  $F_P, F_S$  et  $F_\rho$  sont supposés égaux à 1.
- On reconnaît que :  $k_P^2 A_P - \frac{n_0^2}{c^2} \omega_P^2 A_P = 0$
- On utilise l'approximation des enveloppes lentement variables :

$$\frac{\partial^2 A_{PS}}{\partial z^2} \ll k_{PS} \frac{\partial A_{PS}}{\partial z},$$

$$\frac{\partial^2 A_{PS}}{\partial t^2} \ll \omega_{PS} \frac{\partial A_{PS}}{\partial t}.$$

On aboutit alors à l'équation régissant la propagation de l'onde de pompe à l'intérieur de la fibre optique :

$$\frac{\partial A_P}{\partial t} = -\frac{n_{pertes} \omega_P}{n_0} A_P - \frac{c}{n_0} \frac{\partial A_P}{\partial z} - \frac{i\gamma_e \omega_P}{4\rho_0 n_0^2} A_S \rho. \quad (2.32)$$

A ce stade on obtient une équation aux dérivées partielles. Aucune hypothèse spécifique sur la géométrie du résonateur n'a encore été effectuée.

## Obtention de l'équation finale pour l'onde Stokes

Pour l'onde Stokes l'équation de propagation à considérer est la suivante :

$$\Delta E_S - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_S}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial P_{NL-S}}{\partial t^2}. \quad (2.33)$$

En utilisant la même méthode et les mêmes hypothèses que pour l'onde de pompe on obtient pour l'onde Stokes l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial A_S}{\partial t} = -\frac{n_{pertes}\omega_S}{n_0} A_S + \frac{c}{n_0} \frac{\partial A_S}{\partial z} - \frac{i\gamma_e\omega_S}{4\rho_0 n_0^2} A_P \rho^*. \quad (2.34)$$

### 2.3.1.4 Obtention de l'équation finale pour l'onde acoustique

Pour l'onde acoustique on reprend l'équation de propagation 2.35 dans laquelle on introduit le terme de forçage développé 2.28. On a ainsi :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \Gamma \Delta \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) - v^2 \Delta \rho = \frac{1}{2} k^2 \varepsilon_0 \gamma_e A_P(t, z) A_S^*(t, z) F_P F_S^* e^{i(\omega t - kz)} + c.c. \quad (2.35)$$

Dans cette équation on injecte l'expression de l'onde acoustique 2.20, puis on calcule l'ensemble des dérivées partielles. Ensuite, afin d'obtenir l'équation finale, on fait les hypothèses suivantes :

- Les profils de mode  $F_P$ ,  $F_S$  et  $F_\rho$  sont supposés égaux à 1.
- On reconnaît que  $v^2 k^2 = \Omega_b^2$  est la pulsation du décalage Brillouin.
- On utilise à nouveau l'hypothèse des enveloppes lentement variables :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial \rho}{\partial z},$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \ll \omega \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

L'équation de propagation des ondes acoustiques devient alors finalement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i \frac{(\omega^2 - \Omega_b^2)}{2\omega} \rho - \frac{\Gamma k^2}{2} \rho - \frac{v^2 k}{\omega} \frac{\partial \rho}{\partial z} - i \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_P A_S^*. \quad (2.36)$$

Ainsi, à l'issue du développement des trois équations d'onde on aboutit à un système de trois équations aux dérivées partielles couplées entre elles. Ce système s'écrit :

$$\frac{\partial A_P}{\partial t} + \frac{c}{n_0} \frac{\partial A_P}{\partial z} = -\frac{n_{pertes}\omega_P}{n_0} A_P - \frac{i\gamma_e\omega_P}{4\rho_0 n_0^2} A_S \rho, \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial A_S}{\partial t} - \frac{c}{n_0} \frac{\partial A_S}{\partial z} = -\frac{n_{pertes}\omega_S}{n_0} A_S - \frac{i\gamma_e\omega_S}{4\rho_0 n_0^2} A_P \rho^*, \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} = -i \frac{(\omega^2 - \Omega_b^2)}{2\omega} \rho - \frac{\Gamma k^2}{2} \rho - i \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_P A_S^*. \quad (2.39)$$

### 2.3.1.5 Spécificités du résonateur Brillouin non-réciproque

Pour tenir compte au mieux des particularités du résonateur Brillouin utilisé, certaines simplifications du système (2.21-23) apparaissent.

#### 1ère hypothèse

Le résonateur Brillouin est étudié lors de son fonctionnement monofréquence. Ainsi la boucle à verrouillage de phase est active et impose le décalage entre l'onde de pompe et l'onde Stokes  $\omega$ .

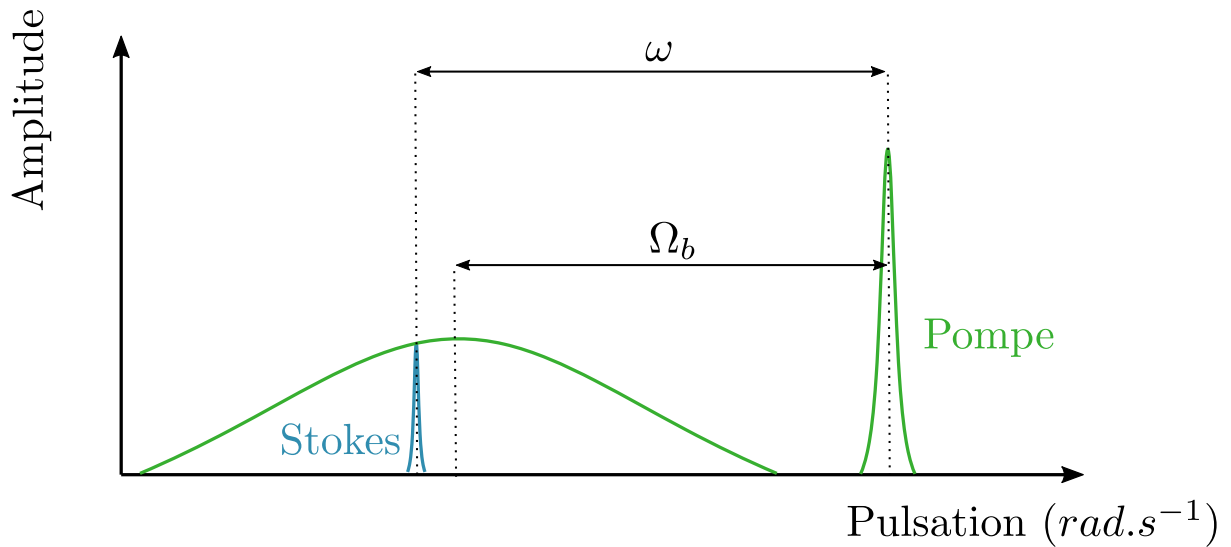


FIGURE 2.10 – Illustration du décalage possible entre le sommet du gain Brillouin l'onde Stokes émise en présence d'un résonateur

Nous faisons l'hypothèse que la fréquence de l'oscillateur local est réglée précisément sur celle du décalage Brillouin  $\Omega_b$  afin d'éviter tout saut de mode. Ainsi l'onde Stokes pro-

fite du maximum de gain Brillouin et on peut écrire  $\omega = \Omega_b$ . L'équation 2.23 devient alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{\Gamma k^2}{2} \rho - i \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_P A_S^*. \quad (2.40)$$

La figure 2.10 illustre la différence entre les pulsations  $\omega$  qui représente l'écart fréquentiel entre l'onde de pompe et l'onde Stokes et  $\Omega_b$  qui représente l'écart fréquentiel entre l'onde de pompe et le maximum du gain Brillouin. Notre système permet d'imposer que ces deux pulsations soient égales.

### 2ème hypothèse

L'équation 2.21 décrit l'évolution de la pompe à l'intérieur du résonateur. Nous ajoutons un terme de pompage externe noté  $\frac{P}{\tau_{ext}}$ . Ce terme est proportionnel à l'amplitude complexe  $P$  de la pompe incidente sur le circulateur optique. On y fait également figurer un terme  $\frac{1}{\tau_{ext}}$  représentant les pertes d'insertion de la pompe dans le résonateur. Ainsi l'équation régissant l'évolution de la pompe dans le résonateur devient :

$$\frac{\partial A_P}{\partial t} + \frac{c}{n_0} \frac{\partial A_P}{\partial z} = -\frac{n_{pertes} \omega_P}{n_0} A_P - \frac{i \gamma_e \omega_P}{4 \rho_0 n_0^2} A_S \rho + \frac{P}{\tau_{ext}}. \quad (2.41)$$

### 3ème hypothèse

Pour la modélisation du résonateur Brillouin notre priorité est d'obtenir un système d'équations que l'on puisse résoudre de manière analytique tout en restant fidèle à la réalité physique du système. La résolution analytique permettra en effet d'inclure le modèle du résonateur dans le modèle complet de la boucle d'asservissement.

Les parcours des ondes de pompe et Stokes dans le résonateur sont représentés sur la figure 2.11. La pompe est introduite au port 1 qui la transmet au port 2 (voir Figure 2.6). Après un tour dans le résonateur elle arrive au port 3. A ce niveau, la pompe est évacuée du résonateur. Ceci empêche le signal de pompe d'expérimenter un comportement résonant. En revanche l'onde Stokes qui naît dans le résonateur est contra-propagatrice et est donc incidente au port 2. Le circulateur transmet cette dernière onde au port 3 et l'onde Stokes peut ainsi résonner.

Pour une onde résonante à laquelle on coupe soudainement la source d'énergie à un instant  $t_0$  on observe une décroissance exponentielle dont on peut mesurer le temps caractéristique. La figure 2.11.b illustre ce phénomène pour l'onde Stokes dans le résonateur et

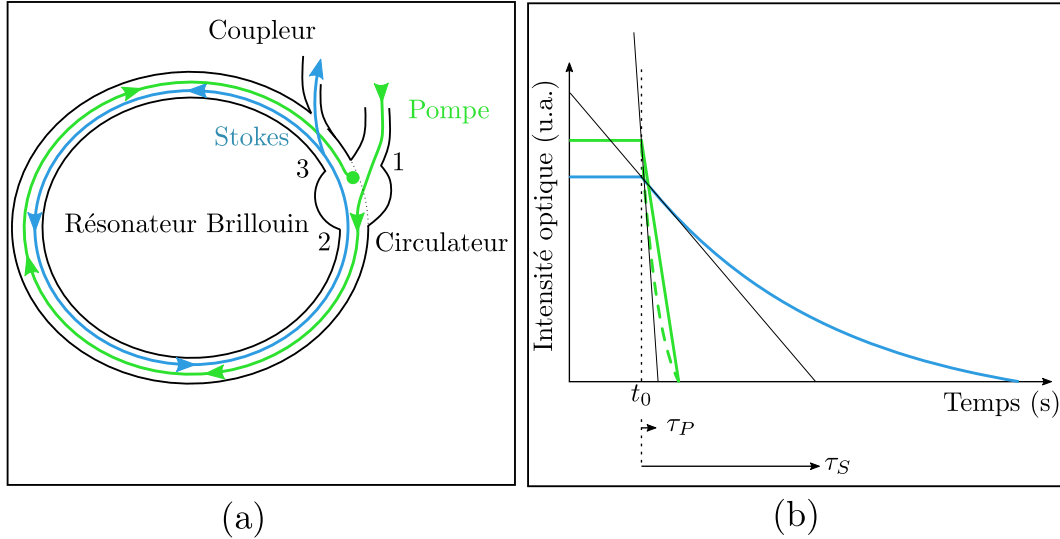


FIGURE 2.11 – (a) Parcours des ondes de pompe (vert) et Stokes (bleu) dans le résonateur Brillouin. (b) Décroissance de la puissance interne du résonateur après coupure du pompage. Évolution réelle (trait plein) et fictive (pointillés)

permet d'introduire le temps caractéristique  $\tau_S$ . En faisant le lien avec l'équation 2.22 on peut poser :

$$\tau_S = \frac{n_0}{n_{pertes}\omega_S}. \quad (2.42)$$

Afin de traiter l'onde de pompe de manière similaire on fait le choix d'introduire une constante de temps effective  $\tau_P$  telle que :

$$\tau_P = \frac{n_0}{n'_{pertes}\omega_P}. \quad (2.43)$$

Cette expression établie en lien avec l'équation 2.23 montre que l'on va traiter l'onde de pompe non résonante comme une onde résonante mais très fortement atténuée. Ainsi le paramètre  $n'_{pertes}$  prend une valeur effective différente de celle considérée pour l'onde Stokes puisqu'elle inclue les pertes concédées dans le circulateur optique et transformées en pertes linéiques équivalentes. La figure 2.11.b montre l'allure réelle (trait plein bleu) de la décroissance de la puissance totale de l'onde de pompe dans le résonateur après coupure de toute source d'énergie. La courbe pointillée correspond à la décroissance effective considérée et est directement lié au paramètre  $\tau_P$ .

En tenant compte des trois hypothèses précédemment évoquées, on obtient finalement le système d'équations suivant qui va nous permettre l'étude statique du résonateur puis son étude en régime de petits signaux donnant accès aux fonctions de transfert recherchées.

$$\frac{\partial A_P}{\partial t} + \frac{c}{n_0} \frac{\partial A_P}{\partial z} = -\frac{1}{\tau_P} A_P - \frac{i\gamma_e \omega_P}{4\rho_0 n_0^2} A_S \rho + \frac{P}{\tau_{ext}}, \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial A_S}{\partial t} - \frac{c}{n_0} \frac{\partial A_S}{\partial z} = -\frac{1}{\tau_S} A_S - \frac{i\gamma_e \omega_S}{4\rho_0 n_0^2} A_P \rho^*, \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{\Gamma k^2}{2} \rho - i \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_P A_S^*. \quad (2.46)$$

### 2.3.1.6 Etude du résonateur Brillouin non-réciproque en régime stationnaire

L'étude du résonateur Brillouin en régime continu permet de remonter à plusieurs paramètres caractéristiques du système. Dans notre cas elle est également primordiale dans le but de fixer un point de fonctionnement autour duquel on effectuera notre linéarisation menant aux fonctions de transfert. L'étude en régime continu débute par l'annulation de toutes les dérivées temporelles présentes dans le système 2.28-30. Si de plus on suppose que la longueur de diffusion des phonons est courte devant celle nécessaire pour que le terme proportionnel à  $A_P A_S^*$  varie alors il est possible d'éliminer la dérivée spatiale  $\frac{\partial \rho}{\partial z}$  [117]. On obtient alors le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{P0}}{\partial z} = -\frac{n_0}{c\tau_P} A_{P0} - \frac{i\gamma_e \omega_P}{4\rho_0 c n_0} A_{S0} \rho_{00}, \\ \frac{\partial A_{S0}}{\partial z} = -\frac{n_0}{c\tau_S} A_{S0} + \frac{i\gamma_e \omega_S}{4\rho_0 c n_0} A_{P0} \rho_{00}^*, \\ \rho_{00} = -i \frac{\varepsilon_0 \gamma_e}{\Gamma \omega} A_{P0} A_{S0}^*. \end{cases} \quad (2.47)$$

Dans le système 2.47 les indices "0" des variables  $A_{P0}$ ,  $A_{S0}$  et  $\rho_{00}$  montrent que l'on s'intéresse au régime continu. De plus, le terme de pompage a disparu. En effet l'étude en régime continu mène ici à une résolution numérique et il est plus aisé d'introduire le terme de pompage en imposant des conditions aux limites plutôt que directement dans les équations. Après manipulation des équations du système 2.47 et introduction des puissances optiques,

$$P_{P,S} = n_0 \varepsilon_0 c A_{P,S} A_{P,S}^* S, \quad (2.48)$$

on aboutit finalement à un système de deux équations différentielles couplées décrivant la propagation des ondes de pompe et Stokes dans le résonateur :



$$\begin{cases} \frac{\partial P_P}{\partial z} = -\frac{2n_0}{c\tau_P}P_P - \frac{\gamma_e^2\omega_P}{2S\omega\Gamma\rho_0n_0^2c^2}P_PP_S, \\ \frac{\partial P_S}{\partial z} = \frac{2n_0}{c\tau_S}P_S - \frac{\gamma_e^2\omega_S}{2S\omega\Gamma\rho_0n_0^2c^2}P_PP_S. \end{cases} \quad (2.49)$$

Notons que le paramètre  $S$  introduit à l'équation 2.48 représente la surface effective d'un mode optique dans la cavité fibrée. La résolution numérique de ce système est réalisée en utilisant une méthode itérative ( $j$  représentant le nombre d'itérations ou encore le nombre de fois que les ondes parcourent le résonateur) et en imposant deux conditions aux limites telles que :

$$\begin{cases} P_P(j+1, z=0) = P_0 + \alpha P_P(j, z=L), \\ P_S(j+1, z=L) = \beta P_S(j, z=0). \end{cases} \quad (2.50)$$

Avec  $\alpha, \beta \in ]0, 1[$ . Ainsi, à chaque itération, on réinjecte une fraction de la puissance du tour précédent pour assurer la condition de résonance de l'onde Stokes et la résonance fictive de l'onde de pompe. Le terme  $P_0$  représente la puissance injectée. La figure 2.12 montre graphiquement l'évolution de la puissance de l'onde Stokes en  $z=0$  et de la puissance résiduelle de pompe en  $z=L$  (avec  $L$  la longueur du résonateur) en fonction de la puissance de pompage. Les deux ondes étant contra-propagatives, ces deux valeurs sont mesurables en insérant un coupleur 2x2 au plus proche du circulateur optique (cf. Figure 2.6).

On constate facilement que la diffusion Brillouin est un effet à seuil [139]. En dessous de ce seuil la puissance de pompe récupérée après un tour dans le résonateur ( $z=L$ ) croît linéairement avec la pompe injectée. Elle est simplement atténuée lors de la propagation dans la fibre. Au-dessus du seuil Brillouin, l'oscillation Stokes démarre. A la différence de ce qui peut être observé dans une configuration où la pompe est résonante dans le résonateur Brillouin, ici la pompe résiduelle ne sature pas à une valeur constante mais décroît avec l'augmentation de la puissance de pompe. La mesure des caractéristiques statiques de la figure 2.12 permettra par la suite de trouver point de fonctionnement du système. Il sera ainsi possible de se placer suffisamment loin du seuil. L'ajustement des courbes expérimentales et celles issues du modèle 3.1 permettra également d'évaluer les paramètres clés tels que les temps caractéristiques  $\tau_P$  et  $\tau_S$ .

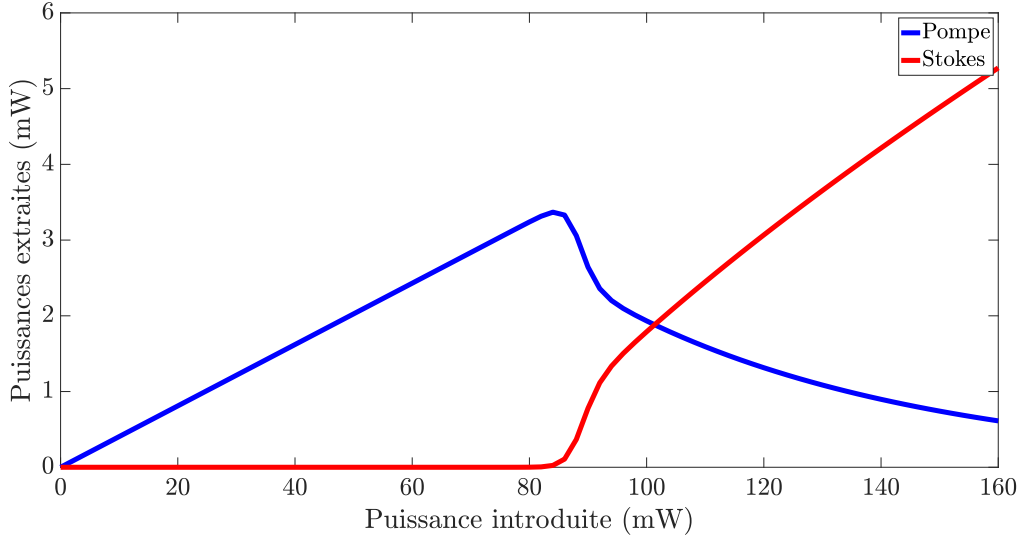


FIGURE 2.12 – Puissances extraites de la cavité calculées numériquement en régime statique pour différentes puissances de pompage du résonateur.

### 2.3.1.7 Étude du résonateur Brillouin non réciproque en régime de petites perturbations

Afin de procéder à l'étude du résonateur Brillouin lors de sa perturbation par des signaux de faible amplitude, on reprend le système d'équations (2.29-30) pour lequel on choisit de s'intéresser uniquement à une position spatiale dans le résonateur. On peut alors écrire au niveau du coupleur de sortie :

$$\begin{cases} \frac{\partial \underline{A}_P}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_P} \underline{A}_P - \frac{i\gamma_e \omega_P}{4\rho_0 n_0^2} \underline{A}_S \underline{\rho} + \frac{P}{\tau_{ext}}, \\ \frac{\partial \underline{A}_S}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_S} \underline{A}_S - \frac{i\gamma_e \omega_S}{4\rho_0 n_0^2} \underline{A}_P \underline{\rho}^*, \\ \frac{\partial \underline{\rho}}{\partial t} = -\frac{\Gamma k^2}{2} \underline{\rho} - i \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} \underline{A}_P \underline{A}_S^*. \end{cases} \quad (2.51)$$

Dans le système 2.52 les grandeurs variables sont soulignées pour rappeler qu'il s'agit de grandeurs complexes. Afin de découpler les variations d'amplitude et de phase on écrit ces amplitudes complexes sous leur forme exponentielle :

$$\begin{cases} \underline{A_P} = A_P e^{i\varphi_P}, \\ \underline{A_S} = A_S e^{i\varphi_S}, \\ \underline{\rho} = \rho e^{i\varphi}, \\ \underline{P} = P e^{i\Phi}. \end{cases} \quad (2.52)$$

Le changement de notation par rapport au système 2.46 permet une meilleure lisibilité des équations suivantes. Le système se réécrit alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_P}{\partial t} e^{i\varphi_P} + A_P \frac{\partial \varphi_P}{\partial t} e^{i(\varphi_P + \frac{\pi}{2})} = -\frac{A_P}{\tau_P} e^{i\varphi_P} + \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_S \rho e^{i(\varphi_S + \varphi - \frac{\pi}{2})} + \frac{1}{\tau_{ext}} P e^{i\Phi}, \\ \frac{\partial A_S}{\partial t} e^{i\varphi_S} + A_S \frac{\partial \varphi_S}{\partial t} e^{i(\varphi_S + \frac{\pi}{2})} = -\frac{A_S}{\tau_S} e^{i\varphi_S} + \frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_P \rho e^{i(\varphi_P - \varphi - \frac{\pi}{2})}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} e^{i\varphi} + \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} e^{i(\varphi + \frac{\pi}{2})} = -\frac{\Gamma k^2}{2} \rho e^{i\varphi} + \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_P A_S e^{i(\varphi_P - \varphi_S - \frac{\pi}{2})}. \end{cases} \quad (2.53)$$

Afin d'obtenir des équations exploitables, il faut modifier le système 2.53 en y appliquant plusieurs opérations successives. Tout d'abord on écrit les termes exponentiels sous la forme  $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$  afin de séparer la partie réelle de la partie imaginaire. On obtient un nouveau système de 6 équations que l'on va combiner deux à deux afin d'obtenir des équations dont les variables sont les modules et arguments de chaque onde.

$$\begin{cases} \frac{\partial A_P}{\partial t} = -\frac{A_P}{\tau_P} + \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_S \rho \sin(\varphi_S + \varphi - \varphi_P) + \frac{1}{\tau_{ext}} P \cos(\Phi - \varphi_P), \\ \frac{\partial A_S}{\partial t} = -\frac{A_S}{\tau_S} + \frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_P \rho \sin(\varphi_P - \varphi - \varphi_S), \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\Gamma k^2}{2} \rho + \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_P A_S \sin(\varphi_P - \varphi - \varphi_S), \\ \frac{\partial \varphi_P}{\partial t} = -\frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_S \frac{\rho}{A_P} \cos(\varphi_S + \varphi - \varphi_P) + \frac{1}{\tau_{ext}} \frac{P}{A_P} \sin(\Phi - \varphi_P), \\ \frac{\partial \varphi_S}{\partial t} = -\frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_P \frac{\rho}{A_S} \cos(\varphi_P - \varphi - \varphi_S), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} \frac{A_S A_P}{\rho} \cos(\varphi_P - \varphi - \varphi_S). \end{cases} \quad (2.54)$$

Ce système de six équations différentielles ordinaires peut maintenant être utilisé pour déterminer la manière dont les fluctuations initiales du signal de pompe externe  $\underline{P}$  sont transmises à l'onde Stokes  $\underline{A}_S$  que l'on souhaite extraire du résonateur Brillouin.

### 2.3.1.8 Réponse en amplitude du résonateur Brillouin

Les trois premières équations du système 2.54 décrivent l'évolution des amplitudes à l'intérieur du résonateur Brillouin. Afin d'étudier les petites variations de ces amplitudes autour d'un point de fonctionnement on pose :

$$\begin{cases} A_P = A_{P0} + \delta A_P, \\ A_S = A_{S0} + \delta A_S, \\ \rho = \rho_{00} + \delta \rho, \\ P = P_0 + \delta P. \end{cases} \quad (2.55)$$

En introduisant ces expressions dans le système 2.54 et en ne gardant que les termes d'ordre 1 on aboutit au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta A_P}{\partial t} = -\frac{\delta A_P}{\tau_P} + \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} (A_{S0} \delta \rho + \delta A_S \rho_{00}) \sin(\varphi_S + \varphi - \varphi_P) + \frac{1}{\tau_{ext}} \delta P \cos(\Phi - \varphi_P), \\ \frac{\partial \delta A_S}{\partial t} = -\frac{\delta A_S}{\tau_S} + \frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} (A_{P0} \delta \rho + \delta A_P \rho_{00}) \sin(\varphi_P - \varphi - \varphi_S), \\ \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} = -\frac{\Gamma k^2}{2} \delta \rho + \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} (A_{P0} \delta A_S + \delta A_P A_{S0}) \sin(\varphi_P - \varphi - \varphi_S). \end{cases} \quad (2.56)$$

Afin de poursuivre le développement des calculs on s'intéresse à la valeur particulière prise par les phases lorsqu'elles sont en régime stationnaire. Une rapide analyse des trois dernières équations du système 2.54 montre qu'il faut nécessairement respecter les relations suivantes :

$$\begin{cases} \varphi_{P0} = \Phi_0[\pi], \\ \varphi_{P0} - \varphi_0 - \varphi_{S0} = \frac{\pi}{2}[\pi]. \end{cases} \quad (2.57)$$

En utilisant ces relations dans le système 2.56 on obtient finalement dans le domaine temporel le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta A_P}{\partial t} = -\frac{\delta A_P}{\tau_P} - \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} (A_{S0} \delta \rho + \delta A_S \rho_{00}) + \frac{1}{\tau_{ext}} \delta P \\ \frac{\partial \delta A_S}{\partial t} = -\frac{\delta A_S}{\tau_S} + \frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} (A_{P0} \delta \rho + \delta A_P \rho_{00}) \\ \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} = -\frac{\Gamma k^2}{2} \delta \rho + \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} (A_{P0} \delta A_S + \delta A_P A_{S0}) \end{cases} \quad (2.58)$$

Une fois ce système obtenu à partir de l'étape de linéarisation il est possible d'obtenir la fonction de transfert recherchée. Nous passons dans le domaine fréquentiel. En choisissant  $\Omega$  comme variable de Fourier et en organisant les termes nous obtenons finalement le système de Cramer 2.59.

$$\begin{cases} (i\Omega + \frac{1}{\tau_P}) \cdot \delta A_P(\Omega) + (\frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} \rho_{00}) \cdot \delta A_S(\Omega) + (\frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0}) \cdot \delta \rho(\Omega) = \frac{1}{\tau_{ext}} \delta P(\Omega), \\ -(\frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} \rho_{00}) \cdot \delta A_P(\Omega) + (i\Omega + \frac{1}{\tau_S}) \cdot \delta A_S(\Omega) - (\frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0}) \cdot \delta \rho(\Omega) = 0, \\ -\frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{S0} \delta A_P(\Omega) - \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{P0} \delta A_S(\Omega) + (i\Omega + \frac{\Gamma k^2}{2}) \delta \rho(\Omega) = 0. \end{cases} \quad (2.59)$$

Rappelons que nous cherchons ici à évaluer les variations d'amplitude de l'onde Stokes  $\delta A_S(\Omega)$  en fonction de celles présentes initialement sur la pompe injectée  $\delta P(\Omega)$ . Pour cela la méthode la plus pratique est d'adopter une représentation matricielle. Le système 2.59 peut ainsi se réécrire sous la forme :

$$MX = Y, \quad (2.60)$$

avec les matrices  $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $X \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  et  $Y \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  telles que :

$$M = \begin{pmatrix} i\Omega + \frac{1}{\tau_P} & \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} \rho_{00} & \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0} \\ -\frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} \rho_{00} & i\Omega + \frac{1}{\tau_S} & -\frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0} \\ -\frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{S0} & -\frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{P0} & i\Omega + \frac{\Gamma k^2}{2} \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

$$X = \begin{pmatrix} \delta A_P(\Omega) \\ \delta A_S(\Omega) \\ \delta \rho(\Omega) \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} \delta P(\Omega) \\ \tau_{ext} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

On obtient :

$$\delta A_S(\Omega) = \frac{\det(M_{A_S})}{\det(M)}. \quad (2.63)$$

Dans l'expression 2.63  $\det(M)$  est le déterminant de la matrice  $M$  et  $\det(M_{A_S})$  est celui de la matrice  $M_{A_S}$  qui n'est autre que la matrice  $M$  dont la seconde colonne est remplacée par les composantes du vecteur  $Y$ .

Après simplification des expressions obtenues, introduction de la variable de Laplace  $p = i\Omega$  et de la largeur de gain Brillouin  $\Gamma_b = \Gamma k^2$  on obtient finalement la fonction de transfert suivante :

$$H_{A-BFR}(p) = \frac{\delta A_S}{\delta P} = \frac{A_{S0}}{A_{P0} \tau_S \tau_{ext}} \frac{p + C_1}{p^3 + C_2 p^2 + C_3 p + C_4} \quad (2.64)$$

Avec :

$$C_1 = 2\Gamma k^2 \quad C_2 = \frac{1}{\tau_P} + \frac{1}{\tau_S} + \Gamma k^2$$

$$C_3 = \left(\frac{1}{\tau_S} + \Gamma k^2\right)\left(\frac{1}{\tau_P} + \frac{\omega_P A_{S0}^2}{\tau_S \omega_S A_{P0}^2}\right) \quad C_4 = \frac{4\omega_P A_{S0}^2 \Gamma k^2}{\tau_S^2 \omega_S A_{P0}^2}$$

### 2.3.1.9 Transmission des fluctuations de phase à travers le résonateur Brillouin

Afin de déterminer comment le bruit de phase est transmis à travers le résonateur Brillouin on procède de la même manière qu'à la section précédente relative aux variations d'amplitudes. On considère cette fois-ci les trois dernières équations du système 2.54 dans lesquelles on linéarise chaque variable de telle manière à avoir :

$$\begin{cases} \varphi_P = \varphi_{P0} + \delta\varphi_P, \\ \varphi_S = \varphi_{S0} + \delta\varphi_S, \\ \varphi = \varphi_0 + \delta\varphi, \\ \Phi = \Phi_0 + \delta\Phi. \end{cases} \quad (2.65)$$

L'hypothèse d'un régime stationnaire pour les amplitudes et l'utilisation des relations 2.65 sur la partie stationnaire des phases mènent alors au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta\varphi_P}{\partial t} = -\frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0} \frac{\rho_{00}}{A_{P0}} \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \delta\varphi_S + \delta\varphi - \delta\varphi_P\right) + \frac{1}{\tau_{ext}} \frac{P_0}{A_{P0}} \sin(\delta\Phi - \delta\phi_P), \\ \frac{\partial \delta\varphi_S}{\partial t} = -\frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{P0} \frac{\rho_{00}}{A_{S0}} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \delta\varphi_P - \delta\varphi - \delta\varphi_S\right), \\ \frac{\partial \delta\varphi}{\partial t} = -\frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{S0} \frac{A_{P0}}{\rho_{00}} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \delta\varphi_P - \delta\varphi_S - \delta\varphi\right). \end{cases} \quad (2.66)$$

Ensuite en utilisant l'hypothèse des faibles fluctuations de phase rendant la linéarisation des fonctions sinusoïdales possible on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta \varphi_P}{\partial t} = \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0} \frac{\rho_{00}}{A_{P0}} (\delta \varphi_P - \delta \varphi - \delta \varphi_S) + \frac{1}{\tau_{ext}} \frac{P_0}{A_{P0}} (\delta \Phi - \delta \phi_P), \\ \frac{\partial \delta \varphi_S}{\partial t} = \frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{P0} \frac{\rho_{00}}{A_{S0}} (\delta \varphi_P - \delta \varphi - \delta \varphi_S), \\ \frac{\partial \delta \varphi}{\partial t} = \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{S0} \frac{A_{P0}}{\rho_{00}} (\delta \varphi_P - \delta \varphi_S - \delta \varphi). \end{cases} \quad (2.67)$$

Après passage dans le domaine fréquentiel, introduction de la variable de Laplace et mise en forme du système d'équations, celui-ci peut de nouveau s'écrire sous la forme matricielle  $MX = Y$  avec cette fois-ci :

$$M = \begin{pmatrix} i\Omega - \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0} \frac{\rho_{00}}{A_{P0}} + \frac{P_0}{A_{P0} \tau_{ext}} & \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} \rho_{00} \frac{A_{S0}}{A_{P0}} & \frac{\omega_P \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{S0} \frac{\rho_{00}}{A_{P0}} \\ -\frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} \rho_{00} \frac{A_{P0}}{A_{S0}} & i\Omega + \frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} \rho_{00} \frac{A_{P0}}{A_{S0}} & \frac{\omega_S \gamma_e}{4\rho_0 n_0^2} A_{P0} \frac{\rho_{00}}{A_{S0}} \\ -\frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{S0} \frac{A_{P0}}{\rho_{00}} & \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e}{2\omega} A_{S0} \frac{A_{P0}}{\rho_{00}} & i\Omega + \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_E}{2\omega} A_{S0} \frac{A_{P0}}{\rho_{00}} \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

$$X = \begin{pmatrix} \delta \varphi_P(\Omega) \\ \delta \varphi_S(\Omega) \\ \delta \varphi(\Omega) \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} \frac{P_0 \delta \Phi(\Omega)}{A_{P0} \tau_{ext}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

On obtient alors, en suivant les mêmes étapes de calcul que pour les variations d'amplitude, l'expression de la fonction de transfert modélisant la transmission des fluctuations de phase de la pompe incidente vers l'onde Stokes sortant du résonateur Brillouin. Cette fonction de transfert s'écrit :

$$H_{\varphi-BFR}(p) = \frac{\delta \varphi_S}{\delta \Phi} = K_2 (K_1 + K_4) \frac{p + K_3}{p^3 + K_5 p^2 + K_6 p + K_7}, \quad (2.70)$$



avec :

$$K_1 = \frac{\omega_P \gamma_e A_{S0} \rho_{00}}{4 \rho_0 n_0^2 A_{P0}}, \quad K_2 = \frac{\omega_S \gamma_e A_{P0} \rho_{00}}{4 \rho_0 n_0^2 A_{S0}}, \quad K_3 = \frac{k^2 \varepsilon_0 \gamma_e A_{P0} A_{S0}}{2 \omega \rho_0}, \quad K_4 = \frac{A_{Pin0}}{A_{P0} \tau_{ext}} - K_1,$$

$$K_5 = K_2 + 2K_3 + K_4, \quad K_6 = (K_2 + 2K_3)(K_1 + K_4) + K_1 K_2, \quad K_7 = K_3(K_2 + K_3)(K_1 + K_4).$$

### 2.3.2 Boucle à verrouillage de phase

Après la modélisation du résonateur Brillouin non réciproque il reste à modéliser le reste de la boucle. La figure 2.5 reproduit la figure 2.13 par commodité pour le lecteur et représente l'ensemble du système à modéliser. Procédons maintenant élément par élément en suivant le sens de parcours de la boucle et en commençant par l'amplificateur optique.

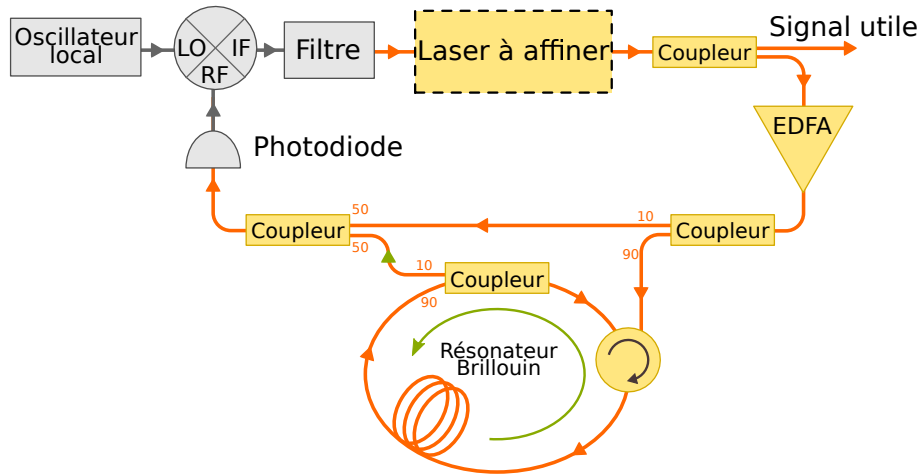


FIGURE 2.13 – Schéma de principe du système d'auto-affinement laser assisté par effet Brillouin

#### 2.3.2.1 Modélisation de l'amplificateur à fibre dopée à l'erbium

L'amplificateur optique placé directement à la sortie du laser de pompe permet d'apporter la puissance nécessaire pour atteindre le seuil Brillouin dans le résonateur. La puissance du laser à affiner de 10 mW ne suffit pas. L'amplificateur va jouer sur la dynamique du système au travers de deux effets.

Le premier effet est dû à la conception de l'amplificateur. Pour délivrer 23,5 dBm en sortie d'amplificateur pour un signal d'entrée ne dépassant pas -3dBm deux étages d'amplification sont nécessaires. Le premier assure un facteur de bruit suffisamment bas tandis

que le second assure la majeure partie de l'amplification. L'addition de ces deux étages nécessite au total une vingtaine de mètres de fibre optique à maintien de polarisation et va donc entraîner un retard pur à l'intérieur du montage. La longueur de l'amplificateur optique représente plus de la moitié de la longueur totale de la boucle d'asservissement (partie optique et électronique comprises) hors résonateur Brillouin. Cet effet entre en jeu dans la fonction de transfert relative aux petites variations de phase optique mais également d'amplitude. En faisant l'hypothèse qu'aucun autre effet sur la phase optique n'est à imputer à l'amplificateur, on obtient alors une fonction de transfert s'écrivant :

$$H_{EDFA_\varphi}(p) = e^{-\tau_{edfa}p}. \quad (2.71)$$

Dans cette fonction de transfert  $\tau_{edfa}$  représente le temps de parcours de l'onde optique à travers l'amplificateur tandis que  $p$  est la variable de Laplace.

Pour représenter l'effet de l'amplificateur optique sur de petites variations d'amplitude de son signal d'entrée nous nous appuyons sur les travaux [140, 141] concernant les amplificateurs à semi-conducteurs. En plus du délai optique propre à la conception de l'amplificateur à fibre dopée erbium il est nécessaire pour tout amplificateur optique de tenir compte du phénomène d'oscillations cohérentes de population (CPO). Lorsque l'amplification est en régime de saturation, les variations lentes d'amplitude du signal d'entrée de l'amplificateur sont « vues » par ce dernier. En effet, les faibles puissances ont un fort gain tandis que les fortes puissances verront un gain plus faible. Ce phénomène tend à diminuer la profondeur de modulation du signal en sortie de l'amplificateur. En revanche au-dessus d'une certaine fréquence, la réponse de l'amplificateur n'est plus assez rapide pour suivre les variations du signal incident et le taux de modulation reste inchangé sur le signal de sortie. Le comportement global de l'amplificateur optique vis-à-vis des variations d'amplitude peut donc être modélisé par la fonction de transfert suivante [140] :

$$H_{EDFA_A}(p) = G_{opt} \frac{\tau_c}{\tau_{comp}} \frac{1 + \tau_{comp}p}{1 + \tau_c p} e^{-\tau_{edfa}p}. \quad (2.72)$$

Dans cette expression  $G_{opt}$  représente le gain optique moyen,  $\tau_{comp} = \frac{1}{2\pi f_{comp}}$  est une

constante liée à la fréquence en dessous de laquelle la compression de gain est maximale et  $\tau_c = \frac{1}{2\pi f_c}$  est une constante liée à la fréquence  $f_c$  au-dessus de laquelle le gain du milieu ne répond plus aux variations d'amplitude. Au-dessus de  $f_c$ , il n'y a plus de compression de gain. Notons que la transition entre la saturation et son absence est du premier ordre et que dans le cas où l'amplificateur n'est pas utilisé en régime de saturation ce phénomène n'apparaît pas. La figure 2.14 montre l'allure théorique des deux fonctions de transfert, amplitude et phase, relatives à l'EDFA.

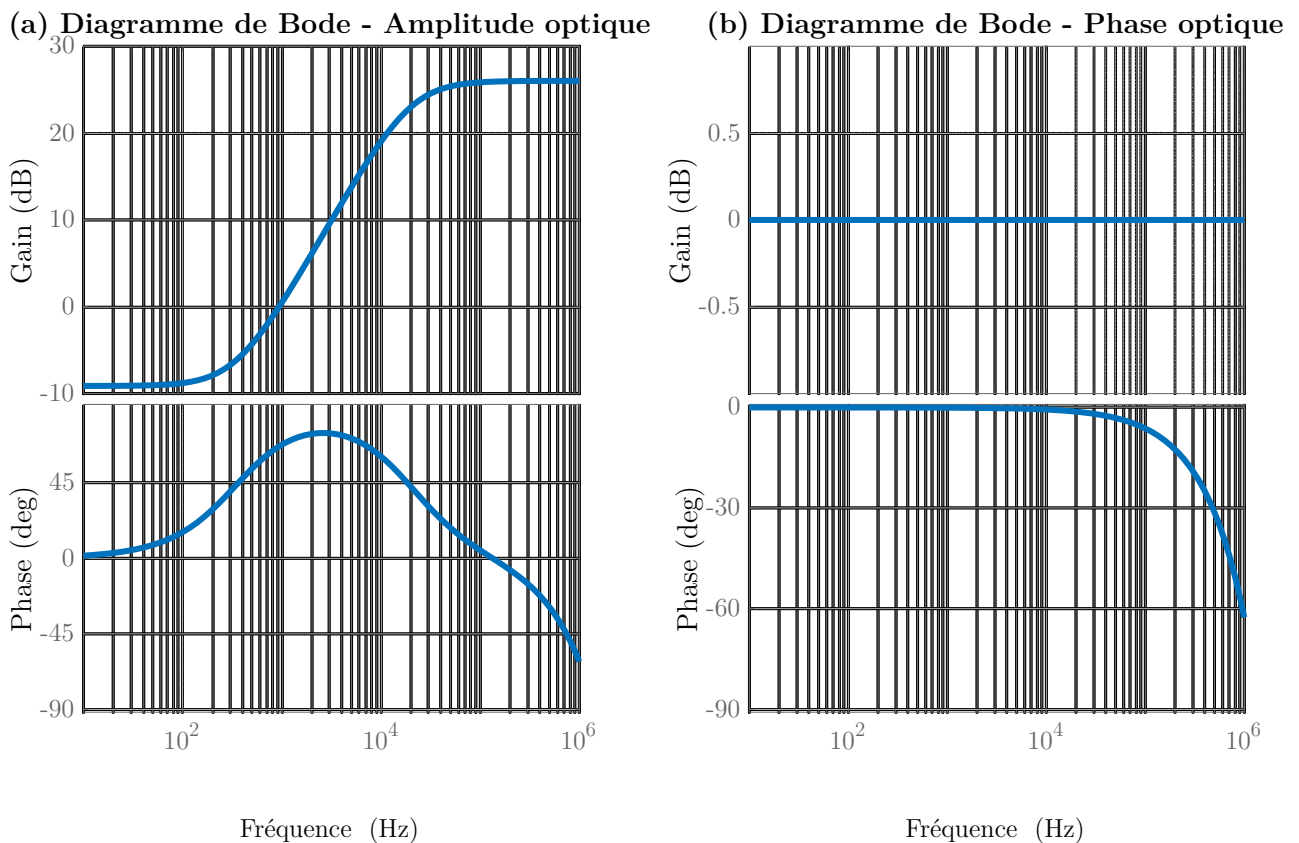


FIGURE 2.14 – Fonctions de transfert théoriques pour l'amplificateur optique (EDFA). (a) Réponse à des fluctuations d'amplitude optique. (b) Réponse à des fluctuations de phase optique.

### 2.3.2.2 Modélisation de la photodiode

Le signal amplifié à travers l'EDFA, est séparé en deux parties. L'une passe à travers le résonateur Brillouin et génère l'onde Stokes. On récupère alors cette onde Stokes que l'on fait battre avec la fraction de l'onde de pompe non introduite dans le résonateur Brillouin sur une photodiode dont la bande passante est supérieure aux 10,98 GHz correspondant

au décalage Brillouin. Ainsi la photodiode permet de réaliser la transition du domaine optique vers le domaine radiofréquences. Afin d'exprimer la façon dont sont combinées les amplitudes et phases optiques des deux signaux incidents, commençons par établir la relation générale entre le photocourant issu de la photodiode et le champ électrique détecté.

$$i_{ph} = \eta(\underline{E}_P + \underline{E}_S)(\underline{E}_P + \underline{E}_S)^*. \quad (2.73)$$

On note  $\eta [A.W^{-1}]$  le rendement de la photodiode et on utilise de nouveau une notation exponentielle pour les champs électriques de pompe et Stokes :

$$\underline{E}_{P,S} = (A_{P0,S0} + \delta A_{P,S})e^{i(\omega_{P,S}t + \varphi_{0,P,S} + \delta\varphi_{P,S})}. \quad (2.74)$$

Après développement du calcul, soustraction des termes du second ordre et des termes dont la fréquence excède la bande passante de la photodiode, on trouve que la tension aux bornes d'une résistance  $R$  placé en aval de la photodiode est approximée par :

$$u_{ph} \simeq \eta R(A_{P0}A_{S0} + A_{P0}\delta A_S + A_{S0}\delta A_P) \cos((\omega_P - \omega_S)t + \delta\varphi_P - \delta\varphi_S). \quad (2.75)$$

L'expression précédente, établie en supposant que la boucle à verrouillage de phase impose parfaitement  $\varphi_{0_P} = \varphi_{0_S}$ , montre que vis-à-vis des petites variations de phase optique la photodiode réalise simplement une opération de soustraction. En revanche concernant l'amplitude on obtient en sortie de photodiode une combinaison des variations d'amplitude de chaque onde (pompe et Stokes) de leur valeur moyenne respective. Ainsi en plus du terme ne faisant intervenir que les valeurs moyennes, nous voyons que l'impact des variations d'amplitude du signal de pompe que nous supposons être dominantes est pondéré par l'amplitude moyenne du champ Stokes issu du résonateur Brillouin.

Nous verrons dans le chapitre suivant comment la gestion des puissances moyennes issues du résonateur Brillouin et directement provenant de l'amplificateur optique peut améliorer l'efficacité du système d'affinement. A ce stade nous supposons également que la présence de la fréquence porteuse  $f_{battement} = \frac{1}{2\pi}(\omega_P - \omega_S)$  permet de considérer que les variations d'amplitude et de phase sont encore dissociables. La figure 2.15 présente

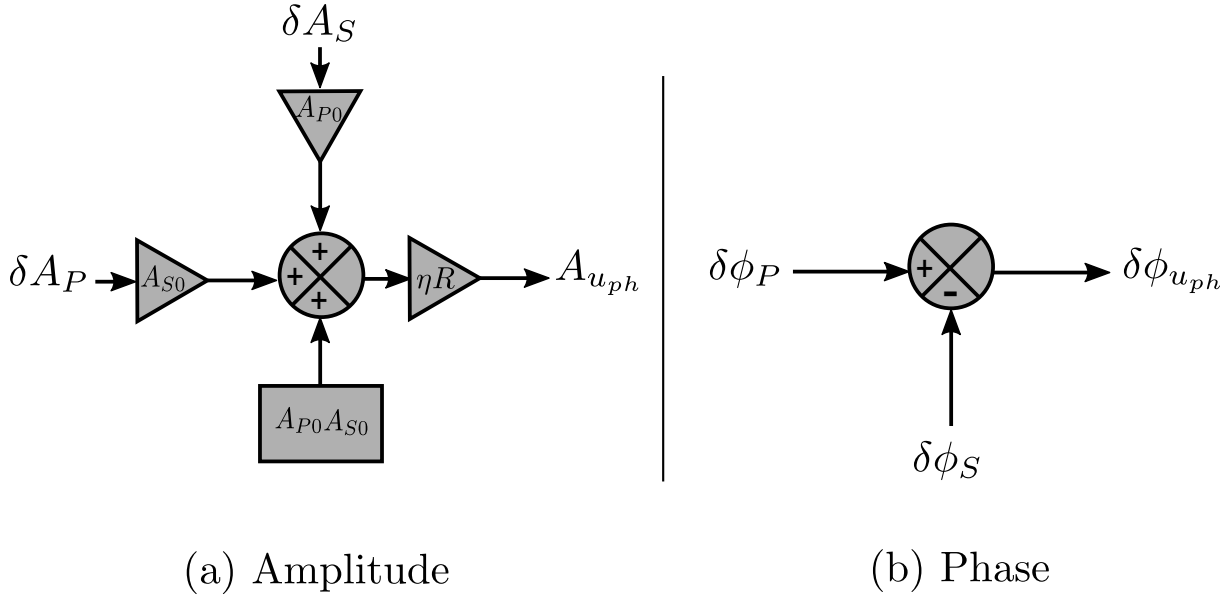


FIGURE 2.15 – Modélisation de la photodiode. (a) Traitement des fluctuations d’amplitude optique. (b) Traitement des fluctuations de phase optique.

les éléments qui seront utilisés dans le modèle final pour représenter le mélange des différents signaux via la photodiode. Notons qu’il existe aussi une composante continue en sortie de photodiode (proportionnelle à  $A_{P0}^2$  et  $A_{S0}^2$ ). Cependant, dans le souci d’alléger les notations, nous choisissons de ne pas la faire apparaître ici puisqu’elle sera rejetée en dehors de la bande passante de l’asservissement lors du mélange avec l’oscillateur local.

### 2.3.2.3 Modélisation du mélangeur radiofréquences

Le signal issu de la photodiode est ensuite mélangé avec l’oscillateur local pour réaliser une seconde descente en fréquence vers la bande de base [DC-1 MHz] avant réinjection dans le laser de pompe. La modélisation du mélangeur radiofréquences présente de grandes similarités avec celle réalisée pour la photodiode. Cependant, l’absence de fréquence porteuse pour le signal de sortie nous oblige à tenir compte de la conversion entre fluctuations d’amplitude et fluctuations de phase à ce niveau. En reprenant une notation similaire aux précédentes les signaux issus de l’oscillateur local et de la photodiode peuvent s’écrire respectivement :

$$u_{OL} = (A_{0OL} + \delta A_{OL}) \sin(\omega_{OL}t + \delta \varphi_{OL}), \quad (2.76)$$

$$u_{ph} = (A_{0_{u_{ph}}} + \delta A_{u_{ph}}) \cos(\omega_{ph}t + \delta\varphi_{u_{ph}}). \quad (2.77)$$

Dans l'expression 2.77,  $\omega_{ph}$  est la pulsation de la porteuse du signal issu de la photodiode et vaut  $\omega_{ph} = \omega_P - \omega_S$  tandis que l'amplitude  $A_{u_{ph}}$  est décomposée en une partie constante et une partie variable telles que  $A_{0_{u_{ph}}} = \eta R A_{P0} A_{S0}$  et  $\delta A_{u_{ph}} = \eta R (A_{P0} \delta A_S + A_{S0} \delta A_P)$ . La multiplication des signaux issus de l'oscillateur local et de la photodiode résulte en un signal de mélange qui, en supposant que  $\omega_{ph} = \omega_{OL}$  lorsque la boucle est active et en ôtant l'ensemble des termes dont la fréquence est supérieure à la bande passante d'asservissement de 1 MHz, s'écrit :

$$u_{mel} = K_{mel} (A_{0_{OL}} + \delta A_{OL}) (A_{0_{u_{ph}}} + \delta A_{u_{ph}}) \sin(\delta\varphi_{OL} - \delta\varphi_{u_{ph}}). \quad (2.78)$$

En réitérant l'hypothèse de petites variations de phase pour l'ensemble des signaux mélangés l'expression précédente est linéarisable et la tension issue du mélangeur est alors proportionnelle à la différence de phase entre l'oscillateur local et le signal issue de la première descente en fréquence :

$$u_{mel} \simeq K_{mel} (A_{0_{OL}} + \delta A_{OL}) (A_{0_{u_{ph}}} + \delta A_{u_{ph}}) (\delta\varphi_{OL} - \delta\varphi_{u_{ph}}). \quad (2.79)$$

Dans cette expression  $K_{mel}$  est un terme d'atténuation dépendant du point de fonctionnement introduit par le mélangeur lui-même. Le signal obtenu étant proportionnel aux fluctuations de phase  $\delta\varphi_{u_{ph}}$  elles-mêmes image du bruit de phase initial du laser nous avons obtenu en bande de base l'information à réintroduire dans la cavité laser dans le but de corriger les défauts de phase. Cependant la tension  $u_{mel}$  est également impactée par les variations d'amplitude des signaux mélangés. A ce niveau on obtient une tension quasiment continue, dont les variations d'amplitude sont l'image des défauts de phase et d'amplitude des signaux mélangés. Ici on peut parler de conversion amplitude/phase puisqu'il n'est plus possible de faire une réelle distinction. C'est principalement au niveau du mélangeur que le bruit d'amplitude du laser peut perturber le système de correction du bruit de phase. La figure 2.15 montre comment ce phénomène est modélisé dans un schéma bloc.

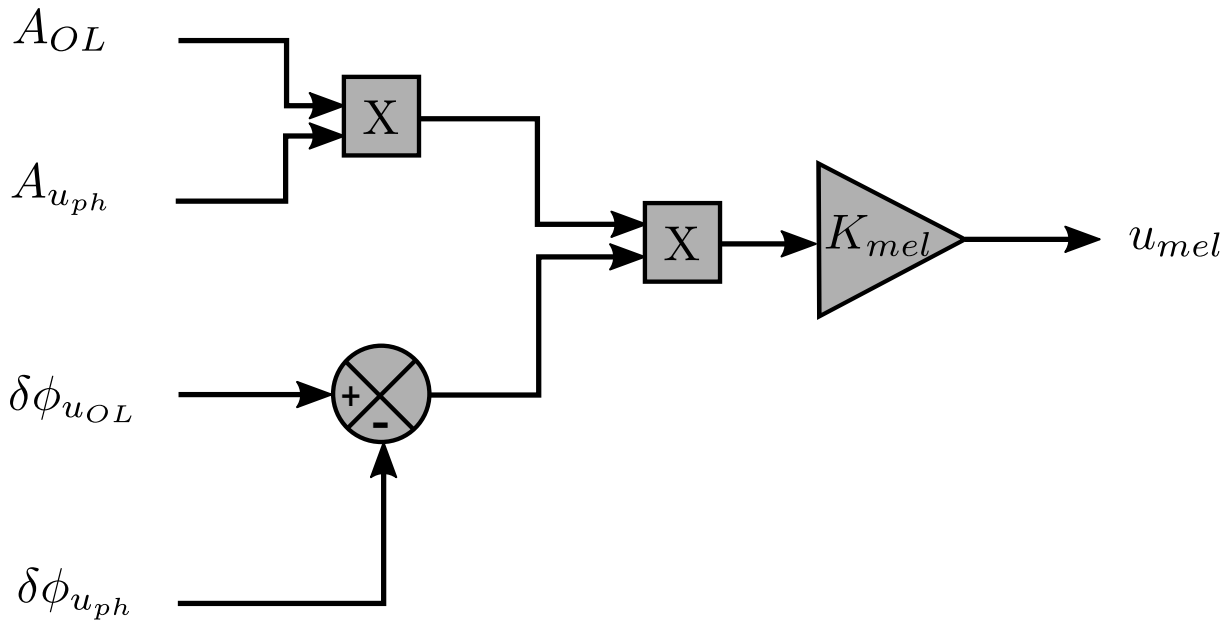


FIGURE 2.16 – Modélisation du mélangeur radiofréquences.

### 2.3.2.4 Modélisation du filtre de boucle

A l'issue de la seconde descente en fréquence effectuée dans le mélangeur le signal en bande de base est envoyé dans un filtre de boucle électronique afin d'ajuster l'amplitude et la phase du signal réinjecté dans le laser de pompe. Dans sa configuration initiale il s'agit d'un filtre à avance de phase composé de trois étages comme le montre la figure 2.17.

Cette architecture permet de ne pas faire reposer de contrainte excessive sur chaque étage. Le premier étage apporte un gain fixe. Il est également relié à un montage permettant de compenser l'"offset" ajouté naturellement par tout mélangeur de signaux. Le deuxième étage joue le rôle d'intégrateur. Le positionnement du pôle est ajustable grâce à la présence d'une capacité variable. Le troisième étage apporte de nouveau du gain. Cette fois-ci le gain est réglable à l'aide d'un potentiomètre. La fonction de transfert du filtre de boucle est donnée par la formule 2.80.

$$H_{filtre}(p) = \left(2 + \frac{\tau_1 p}{1 + \tau_1 p}\right) \left(\frac{11 + 21\tau_2 p}{1 + 11\tau_2 p}\right) (1 + G_V) \quad (2.80)$$

Dans cette expression  $G_V$  est le gain réglable du troisième étage. La constante de temps  $\tau_1$  est due au condensateur de découplage associé au premier étage mais ne joue en réalité

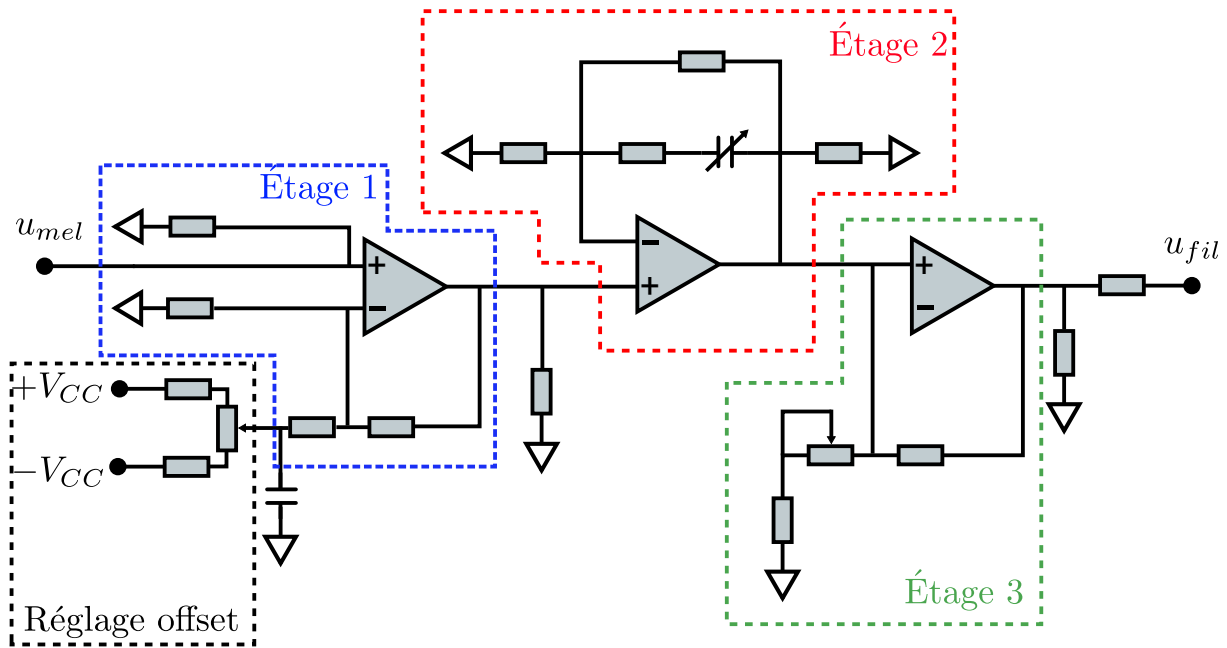


FIGURE 2.17 – Filtre de boucle électronique présent dans la configuration initiale du montage d’affinement spectral.

pas de rôle significatif dans la dynamique du système. En revanche  $\tau_2$  est la constante de temps réglable qui régule la dynamique de filtrage. En choisissant les paramètres variables de manière à obtenir un fonctionnement robuste du système on obtient pour le filtre le diagramme de Bode représenté à la figure 2.18. Cette configuration initiale a été déterminée expérimentalement. Elle donnera lieu à des modifications elles-mêmes issues des essais effectués sur le système comme nous le verrons dans la suite de ce manuscrit.

### 2.3.2.5 Laser de pompe - Clôture de la boucle

Finalement la tension issue du filtre électronique est introduite dans le laser de pompe afin de corriger ses fluctuations de fréquence. Plus précisément cette tension est appliquée sur la céramique électro-optique située dans la cavité du laser. En pratique l’application de cette tension fait varier l’indice effectif de la céramique ce qui entraîne une variation du chemin optique parcouru par l’onde laser et ainsi une modification de sa fréquence instantanée. En pratique tout ce mécanisme est équivalent à un oscillateur contrôlé en tension (VCO pour voltage controlled oscillator en anglais et OCT en français). Cela signifie qu’il existe une relation, ici linéaire, entre la tension appliquée sur la céramique et la variation de la fréquence instantanée du laser. En tenant compte du fait que notre modélisation porte sur la phase et non la fréquence directement il est également nécessaire d’ajouter une relation d’intégration pour garder la cohérence des unités entre le signal que nous avons considéré en amont du laser de pompe et celui en aval. Pour modéliser le laser



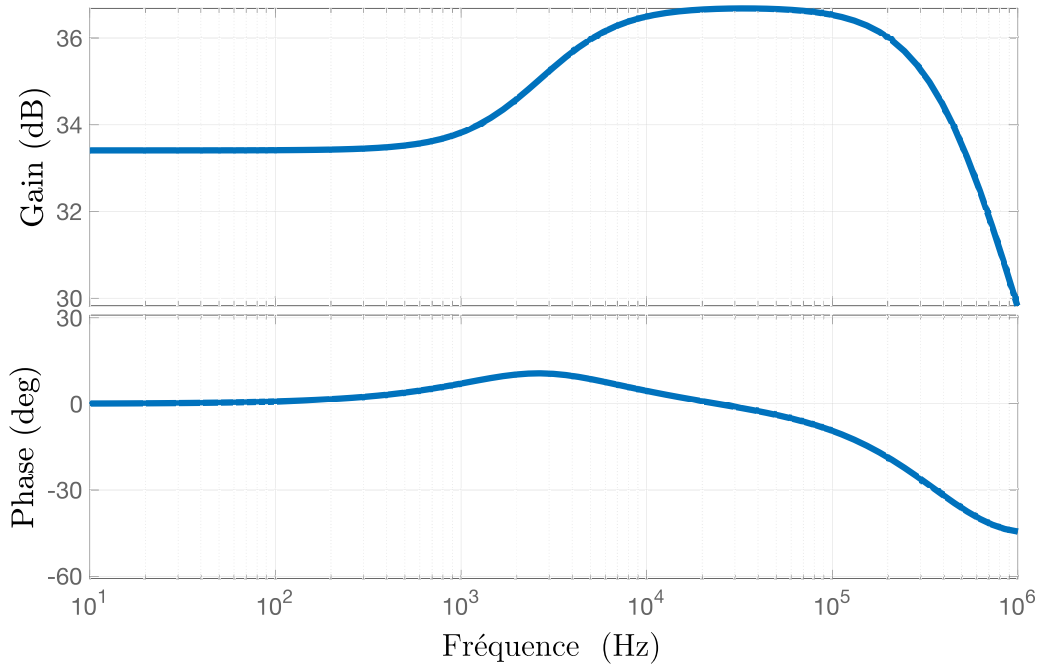


FIGURE 2.18 – Diagramme de Bode du filtre de boucle initial. [ $G_V = 1,667$ ;  $\tau_2 = 442ns$ ]

de pompe à affiner on utilisera donc la fonction de transfert 2.81.

$$H_{laser}(p) = \frac{K_{laser}}{p}. \quad (2.81)$$

Dans cette expression  $K_{laser}$  est le coefficient de proportionnalité (également appelé gain VCO) entre la variation de tension sur le cristal et la variation de fréquence du laser. Ce coefficient s'exprime en Hz/V et comme le montre la figure 2.2 est de l'ordre de la dizaine de MHz/V.

Enfin, dans le but de clôturer la boucle d'asservissement, il est nécessaire d'ajouter un délai de propagation comme nous l'avons fait pour l'EDFA. Bien que ce dernier élément soit le seul à apporter individuellement un délai significatif la mise en cascade de l'ensemble des autres éléments joue également un rôle. Plus que les éléments eux-mêmes il s'agit en fait ici de prendre en considération l'ensemble des jarretières optiques et câbles électriques permettant de les relier. C'est pourquoi on ajoutera au modèle complet un bloc contenant la fonction de transfert suivante :

$$H_{delai}(p) = e^{-\tau_{liaisons}p}. \quad (2.82)$$

Dans l'expression précédente la valeur de  $\tau_{liaisons}$  tient compte de l'ensemble des éléments hors EDFA. Il est aussi possible de regrouper les deux contributions au délai optique en un seul temps caractéristique  $\tau_{boucle} = \tau_{liaisons} + \tau_{EDFA}$ . Nous verrons au chapitre suivant le rôle important joué par la mise en évidence expérimentale de ce temps caractéristique et son implication sur la compréhension précise du rôle du résonateur Brillouin non réciproque.

### 2.3.3 Modèle complet du système d'affinement spectral

Finalement, le système complet peut être représenté sous la forme d'un schéma-bloc regroupant l'ensemble des éléments pris en considération au cours de ce chapitre. Lorsqu'on s'intéresse à la combinaison des actions du bruit de phase et du bruit d'amplitude, le système peut-être représenté par le schéma-bloc de la figure 2.19. Dans cette version du modèle, 4 sources de fluctuations sont prises en compte : les fluctuations d'amplitude et les fluctuations de phase du laser de pompe ainsi que les fluctuations de phase et les fluctuations d'amplitude du synthétiseur hyperfréquences. L'ensemble beige représente le multiplieur de fréquences, l'ensemble violet représente la photodiode, l'ensemble pourpre représente le résonateur Brillouin non-réciproque, l'ensemble turquoise représente le coupleur séparant pompe et Stokes avant insertion dans le résonateur et l'ensemble vert représente le laser de pompe en incluant la céramique intra-cavité permettant d'ajuster sa fréquence.

Cette première version du modèle est assez exhaustive mais permet difficilement de mener une étude analytique du comportement du système. Dans ce but il est également possible, en considérant que le bruit de phase est prépondérant, de considérer une version du schéma-bloc décrivant le système d'affinement spectral ne prenant en compte que le bruit de phase. Cette représentation est faite à la figure 2.21. Il n'y a donc plus que deux entrées de bruit : le bruit de phase du laser avant affinement et le bruit de phase de l'oscillateur local. Les sorties étudiables sont alors la sortie optique du laser après affinement et le signal hyperfréquences de battement entre l'onde de pompe et l'onde Stokes. Dans cette configuration simplifiée la fonction de transfert en boucle ouverte caractérisant le système s'écrit :

$$H_{BO}(p) = e^{-\tau_{boucle}p} \frac{K_{mel}^* H_{filtre}(p) K_{laser}}{p} (1 - H_{\varphi_{BFR}}(p)) \quad (2.83)$$

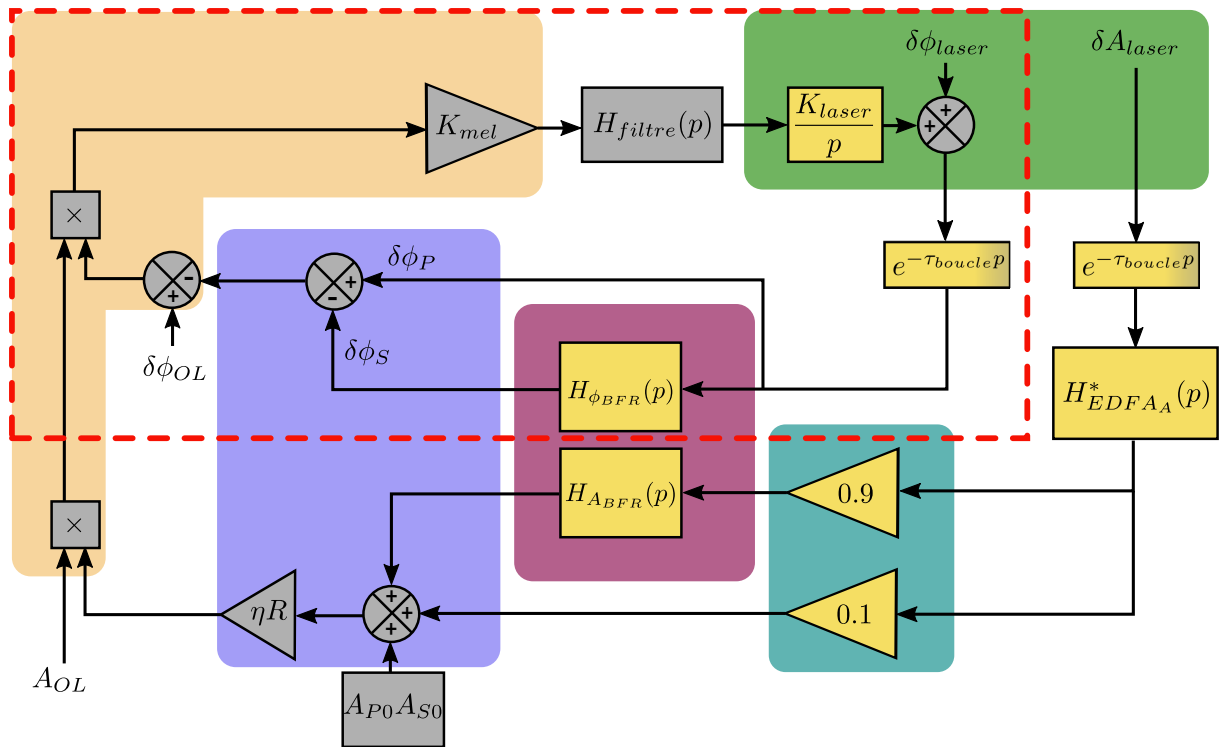


FIGURE 2.19 – Schéma bloc du montage de réduction de bruit de phase de source laser dans le cas avec prise en compte du bruit d’amplitude.

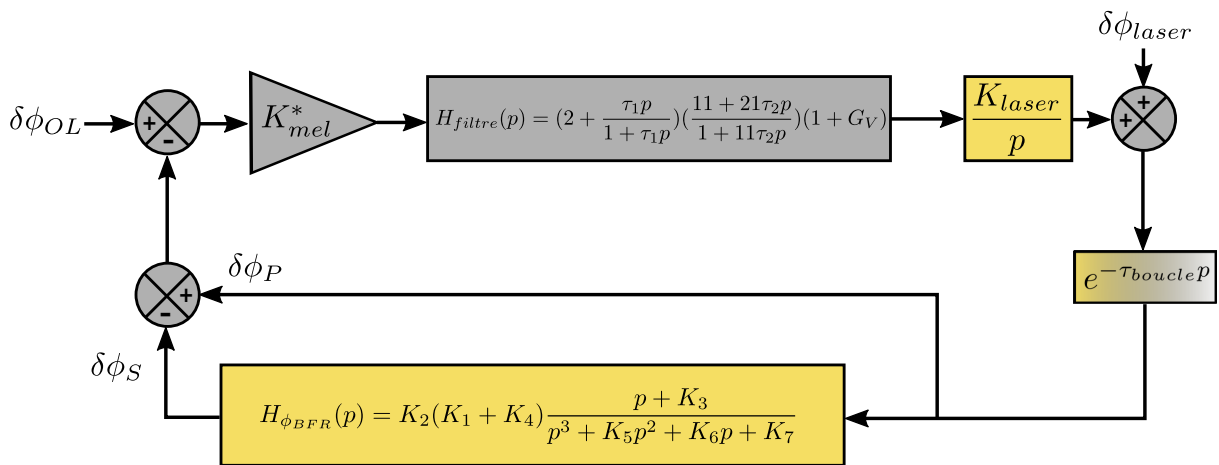


FIGURE 2.20 – Schéma bloc du montage de réduction de bruit de phase de source laser dans le cas où aucun défaut d’amplitude n’entre en jeu.

## 2.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons décrit le schéma expérimental puis successivement modélisé l’ensemble des éléments composant le système d’auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin d’un laser.

Dans une première partie nous avons fait l'étude du résonateur Brillouin non réciproque afin d'en déterminer les fonctions de transfert vis-à-vis du bruit d'amplitude et du bruit de phase. Ces fonctions de transfert rendant compte de la transmission du bruit de la pompe vers l'onde Stokes extraite du résonateur sont fortement dépendantes du point de fonctionnement du résonateur. Une étude en régime statique doit donc être menée en amont dans le but de trouver ce point de fonctionnement. Ces fonctions de transfert dépendent également de constantes de temps effectives rendant compte de la configuration non réciproque du résonateur. Une nouvelle fois l'étude statique doit permettre de déterminer la valeur de ces constantes. A l'issue de l'étude en régime de petits signaux, deux fonctions de transfert montrant une dynamique de filtre passe-bas ont été obtenues pour caractériser le résonateur Brillouin.

Suite à l'étude du résonateur Brillouin, le reste de la boucle à verrouillage de phase a également été modélisé sous forme de fonctions de transfert. Pour certains éléments, tels que l'amplificateur, nous avons émis l'hypothèse d'une influence sur le bruit d'amplitude uniquement. Pour d'autres éléments nous avons déterminé une fonction de transfert vis-à-vis des variations d'amplitude et vis-à-vis des variations de phase. Enfin, dans un élément tel que le mélangeur hyperfréquences dans lequel plusieurs signaux sont combinés des couplages amplitude/phase apparaissent. Ainsi la structure même de la boucle introduit des perturbations sur la phase qui devront être limitées.

Avant bouclage sur le laser dont la céramique intra-cavité agit comme un oscillateur contrôlé en tension vis-à-vis de sa fréquence instantanée (ce qui impose une relation d'intégration pour la phase) une certaine longueur de fibre optique est parcourue. Cela insère naturellement dans la boucle un délai potentiellement déstabilisant pour le système. Ce point devra faire l'objet d'une attention particulière.

Finalement le modèle complet sous forme de schéma bloc peut se présenter de deux manières différentes. La première tient compte de tous les éléments modélisés et se veut la plus exhaustive possible. La seconde plus exploitable tient compte des variations de phase uniquement.

La suite de l'étude du système d'auto-affinement spectral nous mène dans le chapitre suivant à confronter les résultats obtenus notamment pour le modèle simplifié aux résultats expérimentaux. Il s'agit maintenant de mettre des valeurs numériques sur l'ensemble des constantes précédemment introduites et de vérifier la coïncidence théorie/expérience. Une fois cette confirmation obtenue nous pourrions étudier comment le modèle peut permettre d'améliorer les performances du système en termes de réduction du bruit de phase optique (pour le laser de pompe) et hyperfréquences (pour le battement pompe/Stokes).

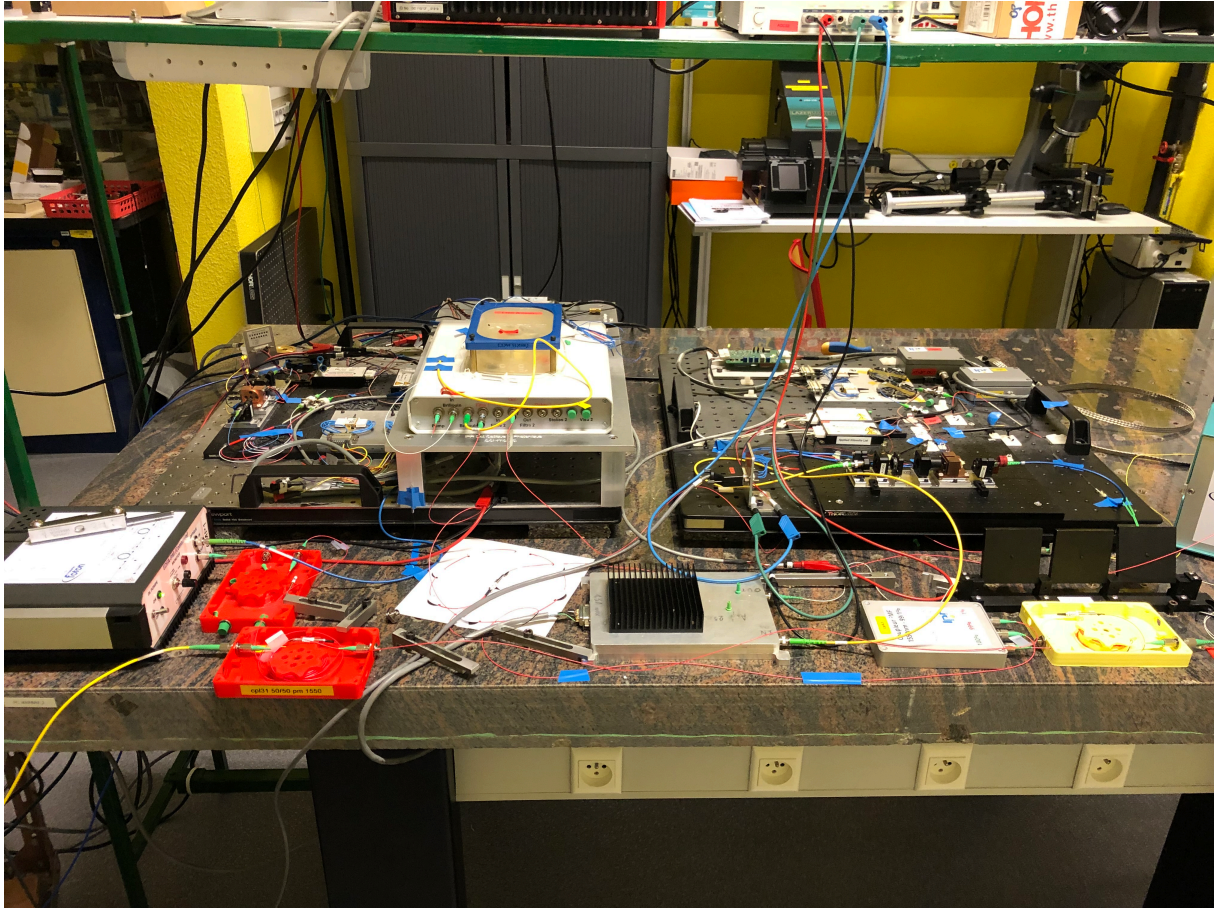


FIGURE 2.21 – Photographie du montage d’auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin

---

# Chapitre 3

## Confrontation modèle - expérience

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>86</b>
<b>3.2</b>	<b>Validation expérimentale du modèle</b>	<b>87</b>
3.2.1	Caractérisation en régime statique	87
3.2.2	Validation des fonctions de transfert	92
3.2.3	Validation du modèle en terme de réponse indicielle	104
<b>3.3</b>	<b>Exploitation du modèle : Optimisation du système</b>	<b>110</b>
3.3.1	Optimisation du délai de la boucle	110
3.3.2	Optimisation du bruit de phase	113
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>119</b>

---

## 3.1 Introduction

Nous avons obtenu les fonctions de transfert modélisant le comportement de chacun des éléments du système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin vis-à-vis des fluctuations d'amplitude et de phase optiques de manière théorique.

Dans ce chapitre nous allons désormais confirmer expérimentalement la validité de ce modèle. Dans un premier temps nous allons mesurer le point de fonctionnement du système afin d'alimenter le modèle. Nous verrons également que certains éléments du système peuvent être aisément isolés et leurs fonctions de transfert ainsi mesurées. Ensuite nous validerons le modèle en utilisant deux méthodes distinctes. La première consiste à mesurer la fonction de transfert en boucle ouverte du système total. Nous verrons que cette mesure n'est pas directe. La deuxième méthode consiste à étudier la réponse indicelle du système d'asservissement à l'aide d'un montage interférométrique. Ces deux méthodes bien que fondamentalement équivalentes et permettant normalement de caractériser totalement un système linéaire asservi donnent néanmoins plus ou moins facilement accès à certains paramètres caractéristiques. L'obtention de ces paramètres permet ensuite d'affiner le modèle initial.

A l'issue de cette phase de validation expérimentale impliquant plusieurs allers-retours entre la théorie et l'expérience nous verrons comment il est possible d'utiliser le modèle que nous avons développé pour trouver le meilleur compromis en terme de réalisation expérimentale. En se concentrant dans un premier temps sur la phase optique nous verrons comment une réduction du délai introduit par la boucle permet de relâcher certaines contraintes sur les fonctions de transfert des autres éléments de la boucle. Ceci permettra ensuite une modification du filtre de boucle, élément le plus malléable du système, afin d'optimiser le bruit de phase optique mais aussi le bruit de phase électronique du système. Nous verrons à ce moment que le système d'affinement spectral de sources optiques permet également de fournir des battements micro-ondes de haute pureté spectrale. Finalement nous nous concentrerons sur le bruit d'amplitude venant perturber la correction du bruit de phase. Nous verrons notamment que la composante de bruit d'amplitude la plus gênante pour le fonctionnement optimal du système provient des oscillations de relaxation du laser de pompe à état solide que l'on souhaite affiner.

## 3.2 Validation expérimentale du modèle

L'objectif de cette partie est de confirmer la fiabilité du modèle précédemment établi en confrontant les résultats qu'il fournit à ceux mesurés directement sur le système. Nous verrons tout au long de ce chapitre que la nature physique des grandeurs considérées rend souvent leur mesure difficile. Dans un premier temps nous allons déterminer le point de fonctionnement de notre système. En effet ceci permet d'obtenir plusieurs paramètres caractéristiques nécessaires à l'alimentation du modèle et à la vérification ultérieure des fonctions de transfert précédemment déterminées.

### 3.2.1 Caractérisation en régime statique

En régime statique, notre étude vise à connaître les puissances incidentes et sortantes de chaque élément du système. Ceci permettra notamment d'évaluer les différents gains présents dans la boucle et de gérer les rapports de puissances lors des différents mélanges de signaux. Nous allons également voir que cette étude présente un intérêt tout particulier concernant la récupération des paramètres caractéristiques du résonateur Brillouin.

#### 3.2.1.1 Résonateur Brillouin

Lors de la modélisation du résonateur Brillouin nous avons déterminé le système d'équation 3.1 qui paramétrait la répartition de la puissance des ondes de pompe et Stokes à l'intérieur du résonateur Brillouin en régime stationnaire. Rappelons ici ces équations :

$$\begin{cases} \frac{\partial P_P}{\partial z} = -\frac{2n_0}{c\tau_P} P_P - \frac{\gamma_e^2 \omega_P}{2S\omega\Gamma\rho_0 n_0^2 c^2} P_P P_S, \\ \frac{\partial P_S}{\partial z} = \frac{2n_0}{c\tau_S} P_S - \frac{\gamma_e^2 \omega_S}{2S\omega\Gamma\rho_0 n_0^2 c^2} P_P P_S. \end{cases} \quad (3.1)$$

En pratique le résonateur Brillouin utilisé sur le système est équipé d'un coupleur possédant 2x2 voies situé à proximité immédiate du circulateur optique. Comme le montre la figure 3.1 ceci permet de mesurer directement dix pourcent de la pompe résiduelle après un tour dans la résonateur (en  $z=L$ ) et dix pourcent de la puissance Stokes circulant dans le résonateur (en  $z=0$  pour l'onde contra-propagatrice).

La caractérisation du résonateur Brillouin est faite en isolant ce dernier et en y injectant la puissance souhaitée. Dans la résolution numérique du système d'équations, ceci



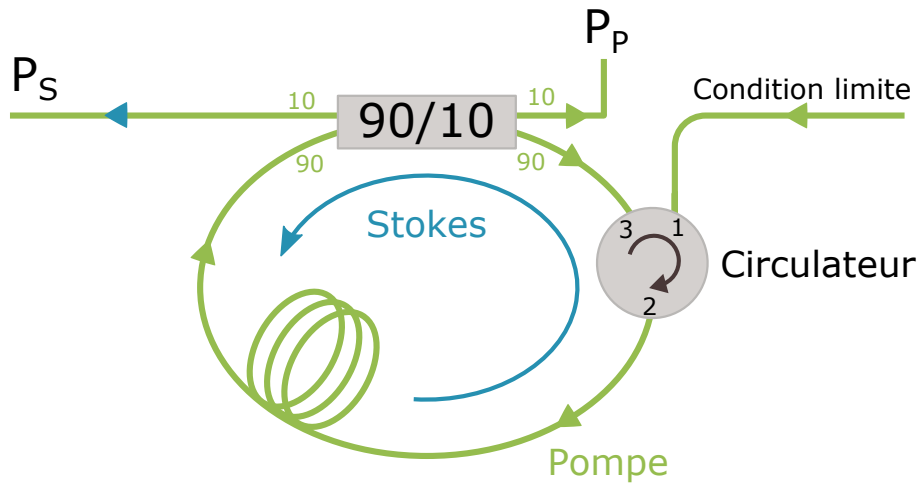


FIGURE 3.1 – Mesure de la caractéristique statique du résonateur Brillouin non-réciproque

revient à imposer une condition limite. La comparaison entre les résultats de simulation issus du modèle et de la mesure est représentée sur la figure 3.2.

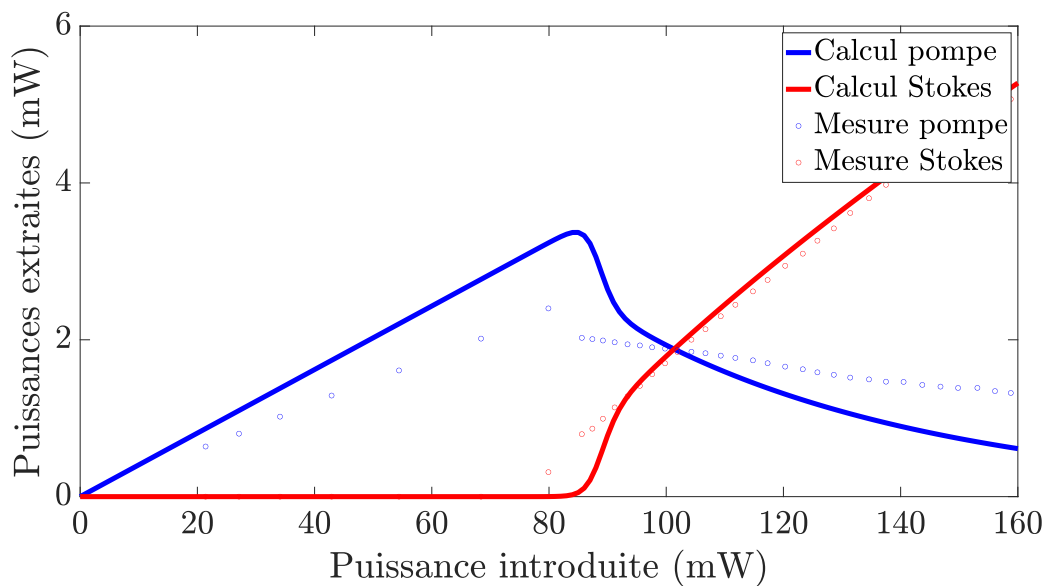


FIGURE 3.2 – Comparaison des caractéristiques statiques mesurées et simulées pour le résonateur Brillouin non réciproque.

Dans notre cas on cherche à déterminer les paramètres  $\alpha_P = \frac{2n_0}{c\tau_P}$  et  $\alpha_S = \frac{2n_0}{c\tau_S}$  qui sont inversement proportionnels aux durées effectives de la pompe et de l'onde Stokes dans le résonateur réciproquement. Nous souhaitons isoler les pertes dans le résonateur. Pour traduire cette volonté nous utilisons la condition aux limites  $P_S(z = L) = P_S(z = 0)$ .

Dans les conditions expérimentales actuelles, il est illusoire de chercher à recopier les

courbes expérimentales pour toutes les valeurs de pompe incidente. Cependant, il est possible de trouver, pour une puissance de pompe incidente particulière une puissance de pompe de sortie et une puissance de l'onde Stokes extraite qui font correspondre mesure expérimentale et calcul numérique. Dans le cas de la figure 3.2 pour une puissance de pompage du résonateur  $P_0 = 102mW$  on franchit le seuil Brillouin  $P_{seuil} = 78mW$  et on obtient des valeurs de pompe résiduelle  $P_{P0} = 1,9mW$  et d'onde Stokes  $P_{S0} = 1,9mW$  qui font concorder théorie et expérience. Pour obtenir ce résultat et extraire ce point de fonctionnement particulier les valeurs intégrées au modèle sont :

$$\begin{cases} \alpha_P = 1,19 & cm^{-1}, \\ \alpha_S = 0,70 & cm^{-1}. \end{cases} \quad (3.2)$$

A partir de ces valeurs de pertes effectives pour les deux ondes il est possible de remonter aux valeurs des temps de vie effectifs ou encore des longueurs de propagation effectives. Ainsi pour l'onde Stokes on a une durée de vie effective  $\tau_S = 1,39.10^{-6}s$  et à une longueur de propagation effective  $L_S = 284$  m. Pour l'onde Stokes la durée de vie effective est bien celle du résonateur froid intégrant les pertes du circulateur et celles du coupleur. Pour l'onde de pompe résiduelle on a une durée de vie effective  $\tau_P = 0,82.10^{-6}s$  et à une longueur de propagation effective  $L_P = 168$  m.

En plus de l'introduction des pertes effectives pour obtenir un point de fonctionnement pour le résonateur il faut ajuster la valeur du gain  $g_0$  présent dans la fibre tel que  $\frac{g_0}{S} = \frac{\gamma_e^2 \omega_P}{2S\omega\Gamma\rho_0 n_0^2 c^2}$ . Dans notre cas, pour une fibre à maintien de polarisation de type Panda pompée à la longueur d'onde  $\lambda_P = 1536nm$  le décalage Brillouin est mesuré à la fréquence  $f_B = 10,98GHz$ . Pour ce type de fibre la largeur de gain Brillouin estimée entre 14,6 MHz et 30 MHz [142, 143] est ajustée à 19,2 MHz pour s'ajuster aux mesures. Ceci correspond alors à valeur de gain  $g_0 = 1,3.10^{-11}m/W$  et à un paramètre de damping des phonons  $\Gamma = 1,8.10^{-6}m^2/s$ .

Le tableau 3.1 résume l'ensemble des paramètres utilisés dans le modèle numérique afin de retrouver le point de fonctionnement du système.

Paramètre	Nom	Valeur	Unité
Section de la fibre	S	$7.85.10^{-11}$	$m^2$
Longueur du résonateur	L	110	m
Indice de la fibre	n	1,4682	-
Puissance moyenne de pompage du résonateur	$P_0$	0,102	W
Puissance moyenne de pompe dans le résonateur	$P_{P0}$	0,00191	W
Puissance moyenne du Stokes dans le résonateur	$P_{S0}$	0,00189	W
Pulsation moyenne des phonons	$\omega$	$2\pi \times 10,98$	GHz
Pulsation moyenne de pompe	$\omega_P$	$2\pi \times 133$	THz
Pulsation moyenne du Stokes	$\omega_S$	$2\pi \times 133$	THz
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0$	$8,85.10^{-12}$	$F.m^{-1}$
Constante de temps onde de pompe	$\tau_P$	$8,2.10^{-7}$	s
Constante de temps onde Stokes	$\tau_S$	$13.9.10^{-7}$	s
Célérité de la lumière dans le vide	$c$	$3.10^8$	$m/s$
Constante d'électrostriction	$\gamma_e$	1,5	-
Paramètre d'atténuation des phonons	$\Gamma$	$1,8.10^{-6}$	$m^2/s$
Masse volumique moyenne de la fibre	$\rho_0$	2200	$kg/m^3$

TABLEAU 3.1 – Tableau récapitulatif des paramètres utilisés pour alimenter le modèle et obtenir le point de fonctionnement du résonateur Brillouin non réciproque

### 3.2.1.2 Boucle à verrouillage de phase

En dehors du résonateur Brillouin non réciproque plusieurs éléments possèdent des paramètres statiques utiles à la modélisation. L'objectif de cette section est de résumer ces différents paramètres.

#### Laser solide

Le laser à état solide sujet à l'affinement est pompé par deux diodes semi-conductrices et émet une puissance moyenne de 6 mW en régime continu autour de sa longueur d'onde centrale de 1536 nm.

#### Amplificateur optique

L'amplificateur optique est un amplificateur à fibre dopée erbium. Sa structure à deux étages spécifiquement développée au laboratoire pour assurer une puissance de sortie de 23 dBm tout en maintenant un faible facteur de bruit nécessite 20 m de fibre optique à

maintien de polarisation. Avec pour signal d'entrée la puissance émise par le laser solide l'amplificateur optique est saturé et émet une puissance moyenne de 190 mW nettement suffisante pour franchir le seuil Brillouin et pomper le résonateur non réciproque. La présence de pertes d'insertion dues au circulateur notamment permet finalement d'injecter réellement 102 mW à l'intérieur de celui-ci.

## Photodiode

La photodiode reçoit simultanément les signaux de pompe et Stokes afin de créer le battement pompe Stokes. Elle crée un photo-courant proportionnel à la puissance optique reçue avec un facteur de conversion  $\eta = 0,95 A/W$  (Efficacité de la photodiode). Ensuite, une tension image de ce photocourant est créée à l'aide d'un montage transimpédance modélisable par une résistance équivalente  $R = 50\Omega$ .

## Mélangeur radio fréquences

Le mélangeur radio-fréquences permet de réaliser un battement entre le battement pompe/Stokes et le signal issu de l'oscillateur local RF. Le synthétiseur de fréquence émet une puissance moyenne de 5 dBm dans  $50\Omega$ . Rappelons que la tension issue du mélangeur est de la forme suivante :

$$u_{mel} \simeq K_{mel}(A_{0_{OL}} + \delta A_{OL})(A_{0_{u_{ph}}} + \delta A_{u_{ph}})(\delta\varphi_{OL} - \delta\varphi_{u_{ph}}) \quad (3.3)$$

Qui peut encore s'écrire en première approximation :

$$u_{mel} \simeq K_{mel}A_{0_{OL}}A_{0_{u_{ph}}}(\delta\varphi_{OL} - \delta\varphi_{u_{ph}}) \quad (3.4)$$

Ce signal est donc proportionnel à la différence de phase entre le signal issu du synthétiseur et celui issu de la photodiode. Le coefficient de proportionnalité est lui-même le produit des amplitudes moyennes des deux signaux mélangés et d'un coefficient d'atténuation  $K_{mel}$  mesuré à 6 dB en puissance soit de manière linéarisée  $K_{mel} = 0,5$  en tension. La puissance moyenne reçue de la photodiode est de 1 dBm dans  $50\Omega$ .

## 3.2.2 Validation des fonctions de transfert

### 3.2.2.1 Introduction

Dans cette section l'objectif est de se placer autour du point de fonctionnement dont les paramètres ont été exposés dans la section précédente et de vérifier la concordance entre fonction de transferts mesurées et fonctions de transfert issues du modèle. Nous allons ici commencer par valider les fonctions de transfert de l'ensemble des éléments du montage d'affinement spectral tant que cela est possible puis nous verrons comment valider la fonction de transfert du système dans son ensemble.

### 3.2.2.2 Fonctions de transfert individuelles

A l'intérieur du système d'affinement spectral le comportement de chaque élément peut être représenté par deux fonctions de transfert relatives aux variations d'amplitude et de phase optique. Dans cette partie, nous allons observer les résultats fournis par le modèle pour chacune de ces fonctions de transfert alimentées par les paramètres précédemment déterminés. De plus, lorsque cela est possible nous confronterons ces prédictions à la réponse réellement mesurée sur le système.

### Résonateur Brillouin

En amplitude :

Rappelons que la fonction de transfert du résonateur Brillouin vis-à-vis des fluctuations d'amplitude, ou encore la manière dont le résonateur transmet les fluctuations d'amplitude de la pompe à l'onde Stokes, est :

$$H_{A-BFR}(p) = \frac{\delta A_S}{\delta P} = \frac{A_{S0}}{A_{P0}\tau_S\tau_{ext}} \frac{p + C_1}{p^3 + C_2p^2 + C_3p + C_4}. \quad (3.5)$$

Il s'agit d'un système d'ordre 3 dans lequel les constantes  $C_1$  à  $C_4$  explicitées au chapitre précédent dépendent du point de fonctionnement du système déterminé précédemment. La figure 3.3 montre l'allure de cette fonction de transfert avec les paramètres physiques correspondant à notre résonateur à savoir une structure longue de 110 m permettant à l'onde Stokes de résonner mais pas à l'onde de pompe qui est évacuée après un tour au niveau du circulateur. Pour les fréquences d'intérêt ( $f < 1MHz$ ) de notre système il s'agit d'un filtre passe-bas du second ordre (Décroissance à -40 dB/decade) dont la fréquence de coupure à -3dB est  $f_C = 500kHz$ . Le gain dans la bande passante est de -3 dB.

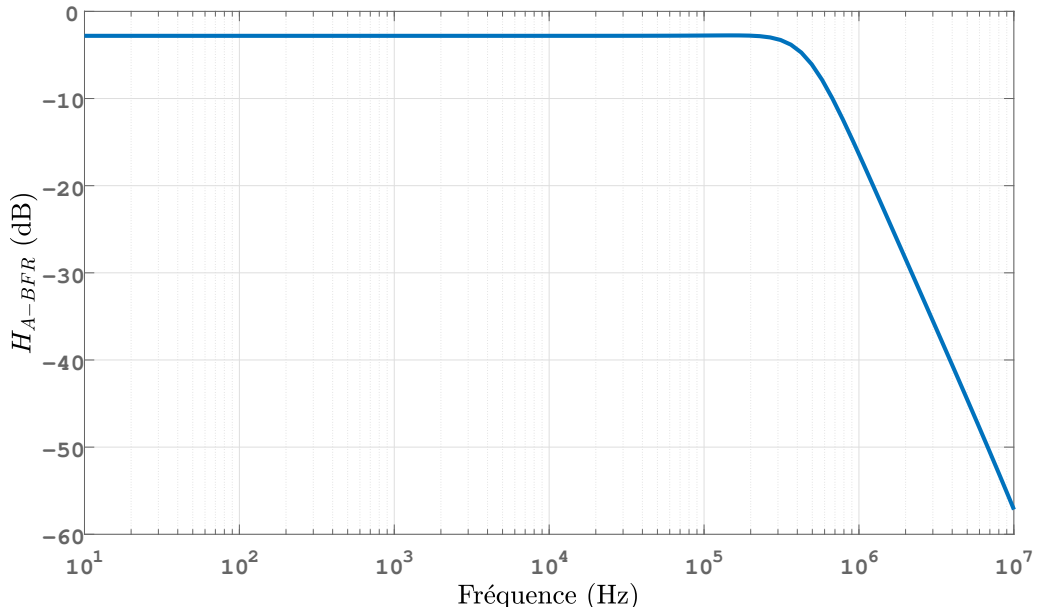


FIGURE 3.3 – Fonction de transfert du résonateur Brillouin non-réciproque vis-à-vis des fluctuations d’amplitude optique.

Notons que pour les fréquences en dessous de 500 kHz le résonateur atténue légèrement les fluctuations relatives d’amplitude mais il n’a pas d’action décisive. L’onde Stokes comporte globalement les mêmes fluctuations d’amplitude que l’onde de pompe aux atténuations dues aux composants (coupleur et circulateur) près. Au delà de la fréquence de coupure les fluctuations d’amplitude sont atténuées. Cependant cette fonction de transfert n’est pas exploitable au delà de 1,86 MHz puisque cela correspond à l’intervalle spectral libre du résonateur.

En phase :

Rappelons que la fonction de transfert du résonateur Brillouin vis-à-vis des fluctuations de phase, ou encore la manière dont le résonateur transmet les fluctuations de phase de la pompe à l’onde Stokes, est :

$$H_{\varphi-BFR(p)} = \frac{\delta\varphi_S}{\delta\Phi} = K_2(K_1 + K_4) \frac{p + K_3}{p^3 + K_5p^2 + K_6p + K_7}. \quad (3.6)$$

Il s’agit d’un système d’ordre 3 dans lequel les constantes  $K_1$  à  $K_7$  explicitées au chapitre précédent dépendent du point de fonctionnement du système déterminé précédemment. La figure 3.4 montre l’allure de cette fonction de transfert avec les paramètres physiques correspondant à notre résonateur. Pour les fréquences d’intérêt ( $f < 1$  MHz) de notre système, il s’agit d’un filtre passe-bas du second ordre (Décroissance à -40 dB/-

decade) dont la fréquence de coupure à -3dB est  $f_C = 90kHz$ . Le gain dans la bande passante est de -1,5 dB.

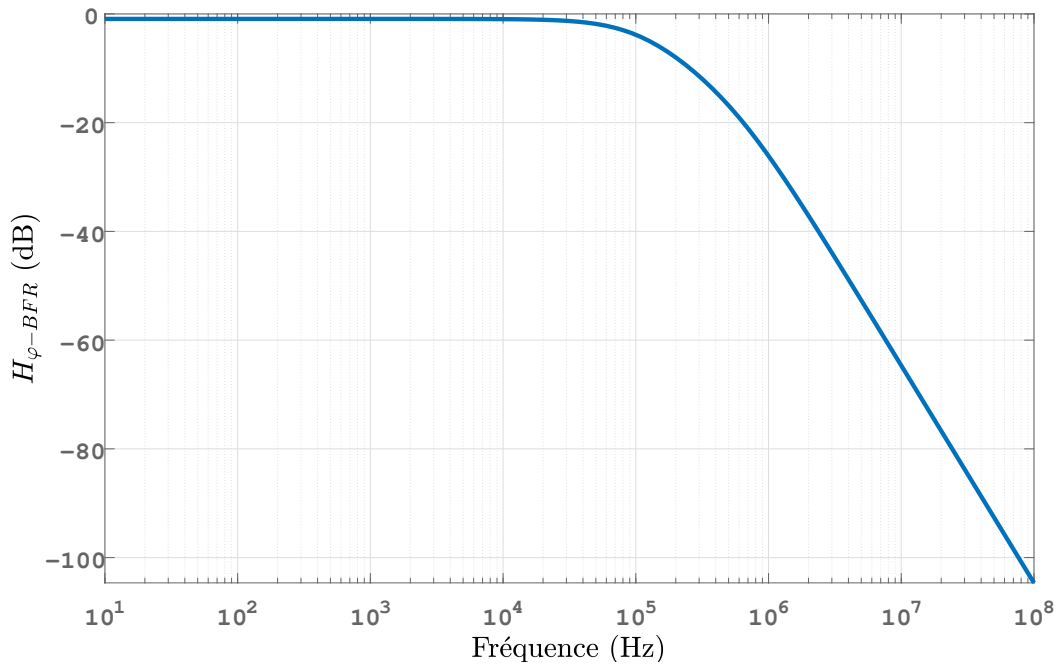


FIGURE 3.4 – Fonction de transfert du résonateur Brillouin non-réciproque vis-à-vis des fluctuations de phase optique.

Dans la bande passante le résonateur recopie les fluctuations de phase de la pompe sur l'onde Stokes. Au delà ces fluctuations sont atténuées. Le résonateur Brillouin fabrique donc une référence optique dont la pureté spectrale est similaire à celle de la pompe qui l'a créée. Au fur et a mesure que la pompe s'affine alors l'onde Stokes s'affine également. En dessous de 100 kHz le signal de battement pompe/Stokes sur la photodiode présente donc des fluctuations de phase très similaires à celle de l'onde de pompe. L'onde Stokes peut-être considérée comme un moyen efficace de transposition de fréquence du domaine optique vers le domaine radio.

### Amplificateur optique

En amplitude :

Nous avons déterminé que la fonction de transfert de l'EDFA vis-à-vis des fluctuations d'amplitude dépendait de deux fréquences caractéristiques  $f_{comp}$  et  $f_c$  et d'un gain statique  $G_{opt}$  tels que :

$$H_{EDFA_A}(p) = G_{opt} \frac{f_{comp}}{f_c} \frac{1 + \frac{p}{2\pi f_{comp}}}{1 + \frac{p}{2\pi f_c}}. \quad (3.7)$$

Afin de déterminer ces paramètres caractéristiques on réalise le montage de la figure 3.5. Une source laser (Diode laser émettant à 1550 nm) est injectée dans un modulateur d'amplitude optique dont le point de fonctionnement est fixé au milieu de la zone de linéarité par une tension continue. Le signal RF dont la fréquence varie est émis par un analyseur de spectre FFT deux voies (Stanford SR785). Ce même analyseur récupère le signal issu du modulateur d'amplitude près passage à travers l'amplificateur puis calcule la fonction de transfert en faisant le rapport des deux signaux d'intérêt. Pour obtenir la fonction de transfert de l'amplificateur seul, il ne reste qu'à récupérer les données et de les corriger à l'aide des fonctions de transfert du modulateur et de la photodiode.

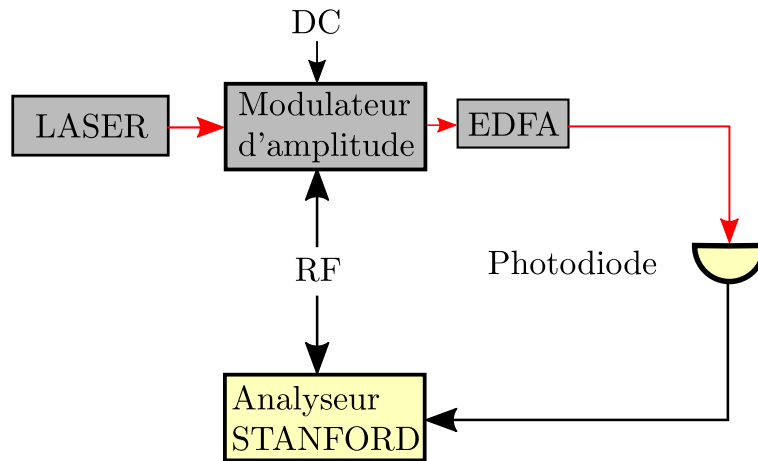


FIGURE 3.5 – Méthode de mesure de la fonction de transfert de l'EDFA vis-à-vis des fluctuations d'amplitude optique.

La figure 3.6 présente la comparaison entre la fonction de transfert mesurée et celle issue du modèle. La concordance des courbes est optimisée pour les paramètres suivants :

$$f_{comp} = 350Hz \quad f_c = 20kHz \quad G_{opt} = 20$$

En phase :

Rappelons ici simplement que nous avons fait l'hypothèse que l'amplificateur optique n'avait pas d'influence significative sur le comportement spectral des fluctuations de phase du signal optique le traversant à l'exception du délai qu'il implique à cause de sa longueur. Cependant nous avons choisi d'intégrer ce délai au délai global de la boucle. Nous en tiendrons donc compte dans la fonction de transfert en boucle ouverte du système global.



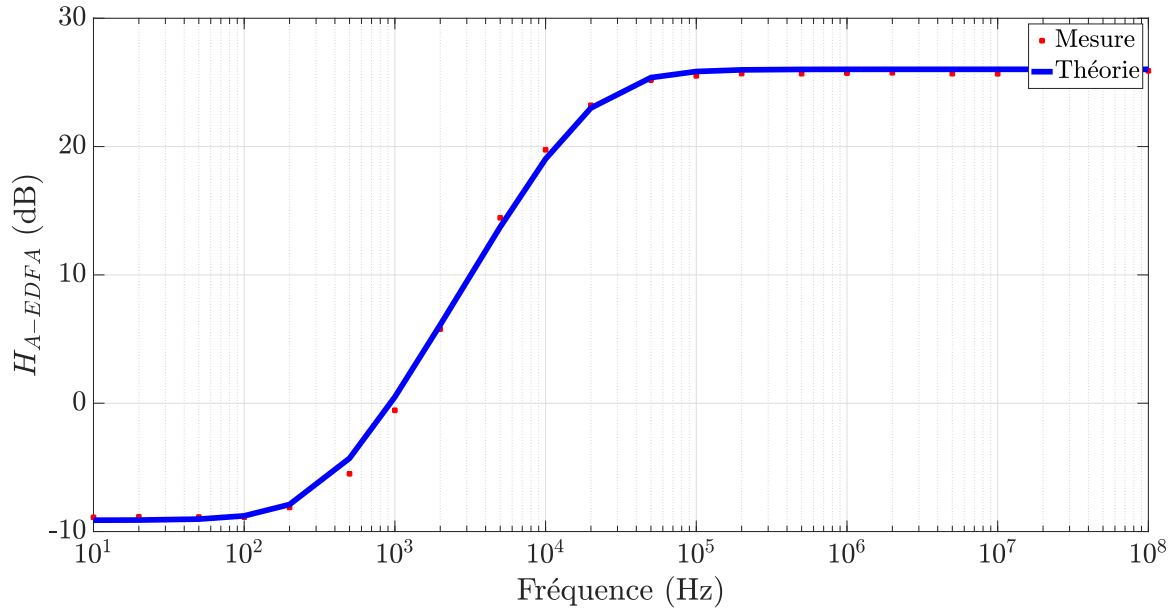


FIGURE 3.6 – Fonction de transfert de l’EDFA vis-à-vis des fluctuations d’amplitude optique.

### Filtre de boucle

A l’entrée dans le filtre de boucle la tension comprend les informations sur les variations de phase mais aussi sur les variations d’amplitude du signal laser à corriger. Une seule fonction de transfert donnant l’expression de la tension de sortie du filtre en fonction de la tension en entrée est donc nécessaire.

A l’origine le filtre de boucle présent à l’intérieur d’une boucle à verrouillage de phase est utile à la suppression des harmoniques introduites par les non linéarités du comparateur de phase. Nous verrons par la suite que ce filtre peut permettre d’optimiser le fonctionnement du système d’affinement spectral mais dans un premier temps sa structure est assez simple. Sa fonction de transfert s’exprime :

$$H_{\text{filtre}}(p) = \left(2 + \frac{\tau_1 p}{1 + \tau_1 p}\right) \left(\frac{11 + 21\tau_2 p}{1 + 11\tau_2 p}\right) (1 + G_v). \quad (3.8)$$

La modélisation des filtres électroniques est usuellement bien maîtrisée. Les composants étant connus, il s’agit avant tout de vérifier l’influence de la tolérance de 5% admise sur les valeurs ceux-ci ainsi que le réglage conforme des paramètres ajustables (Potentiomètre de réglage de gain et capacité variable de réglage du pôle). Pour cela on utilise le montage de la figure 3.7 dans lequel l’ordinateur contrôle l’amplitude et la fréquence de la sinusoïde d’entrée du filtre. L’ordinateur interagit également avec l’oscilloscope en lui imposant ses calibres et en récupérant les signaux mesurés. L’utilisation de l’analyseur Stanford SR785 nécessaire pour les faibles signaux (< 10 mV) est ici moins pratique que

le montage automatisé de la figure 3.7.

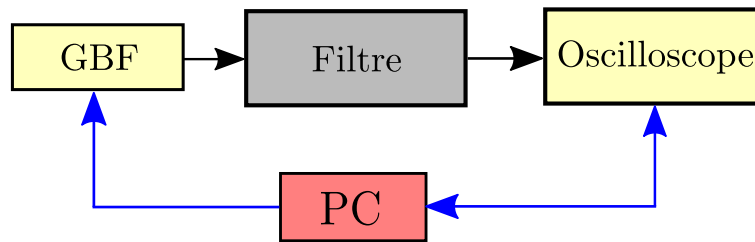


FIGURE 3.7 – Méthode de mesure de la fonction de transfert du filtre de boucle

La figure 3.8 présente la comparaison entre la fonction de transfert mesurée et la fonction de transfert simulée pour le filtre avec les paramètres suivants :

$$G_v = 0,4645 \quad \tau_1 = 5,1 \cdot 10^{-5} s \quad \tau_2 = 4,42 \cdot 10^{-7} s$$

Le filtre de boucle est optimisé pour assurer le fonctionnement du système en boucle fermée. La configuration modélisée par ces paramètres correspond à un réglage préliminaire effectué expérimentalement lors du fonctionnement du système en boucle fermée.

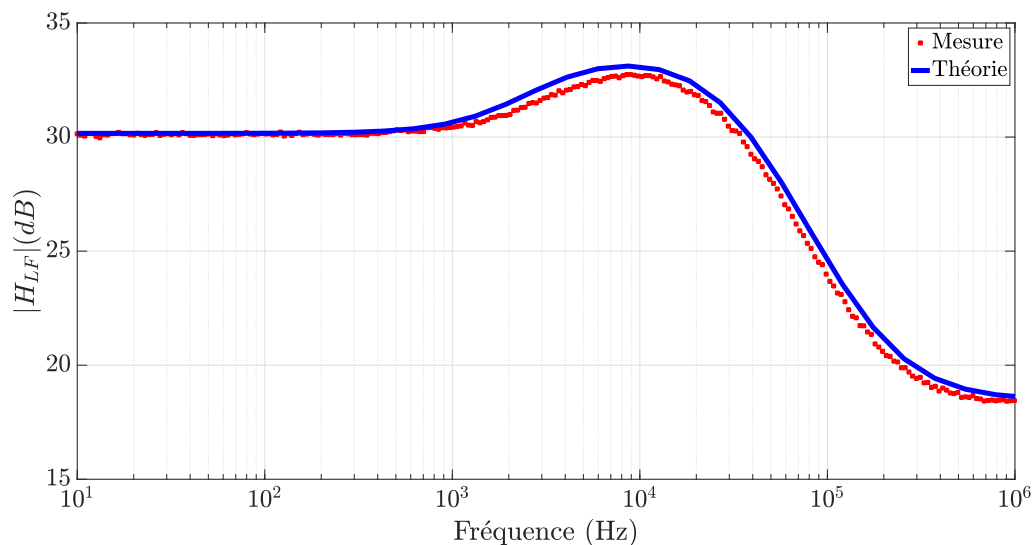


FIGURE 3.8 – Comparaison des fonctions de transfert simulées et mesurées pour le filtre de boucle initial.

## Laser de pompe

Le cristal électro-optique situé dans la cavité du laser à état solide permet de modifier, par application d'une tension sur ses électrodes, la longueur du chemin optique dans le laser. Cette modification de chemin optique se traduit par une modification proportionnelle

de la fréquence instantanée d'émission du laser. Le lien entre la fréquence instantanée et la phase instantanée se fait alors via la relation classique  $f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$ .

L'objectif de cette section est de retrouver par la mesure le coefficient de proportionnalité entre l'amplitude de la tension appliquée sur les électrodes du cristal intra-cavité et la variation de fréquence autour de la fréquence initiale d'émission gérée par la polarisation du cristal via une tension continue.

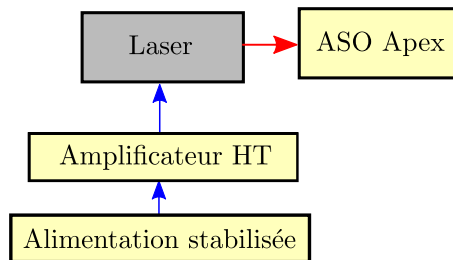


FIGURE 3.9 – Mesure de la relation entre la variation de fréquence du laser et l'amplitude de la tension appliquée au cristal intra-cavité

La figure 3.9 schématise la méthode de mesure de ce coefficient. Via une alimentation stabilisée et un amplificateur haute tension on applique une tension dont l'amplitude est connue au cristal en plus de celle utile au point de polarisation. On mesure alors la fréquence centrale du laser grâce à un analyseur de spectre optique de précision de marque Apex. La figure 3.10 présente les résultats obtenus.

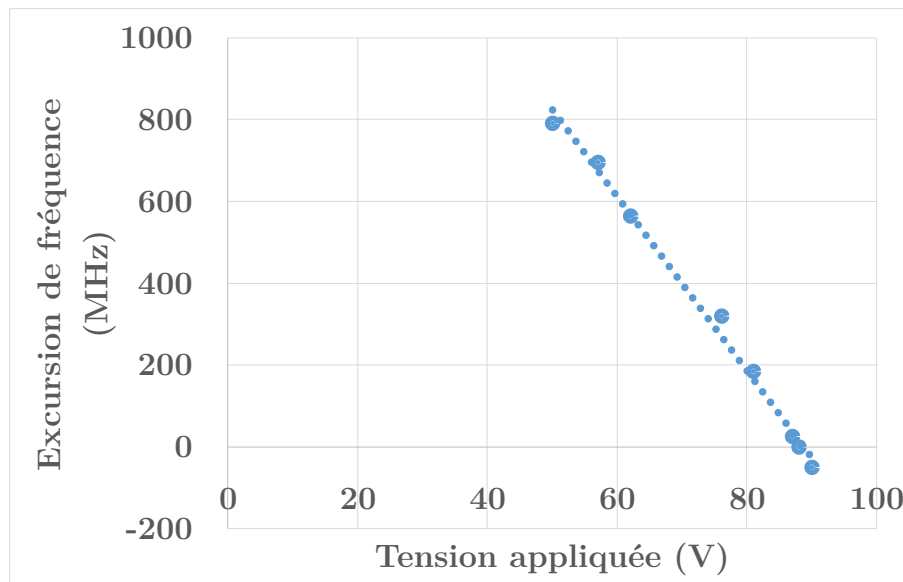


FIGURE 3.10 – Mesure de l'excursion de fréquence du laser lors de l'application d'une tension variable sur le cristal électro-optique intra-cavité (Points) et régression linéaire (Pointillés). Point de polarisation 87 V

En pratique l'excursion n'est pas tout à fait linéaire puisqu'il s'agit d'un cristal avec  $\chi^{(3)}$ . La régression linéaire autour du point de fonctionnement donne ici un coefficient  $K_{VCO} = -25 \text{ MHz/V}$ . Cette régression est valable dans une zone de fréquence unique. Ainsi la fonction de transfert liant la variation de phase instantanée et la tension appliquée sur le cristal est la suivante :

$$H_{laser}(p) = \frac{-2\pi \times 25 \cdot 10^6}{p} \quad (3.9)$$

### 3.2.2.3 Fonction de transfert en boucle ouverte

La détermination des fonctions de transferts et des relations permettant de caractériser individuellement chaque élément de la boucle permet d'en déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte.

Intéressons nous à la fonction de transfert en boucle ouverte relative aux variations de phase dans le système. Pour cela on multiplie l'ensemble des fonctions de transfert obtenues en n'oubliant pas d'ajouter celle liée au retard pur introduit par l'ensemble de la boucle dont la longueur est estimée à 35 mètres hors résonateur Brillouin. La fonction de transfert en boucle ouverte calculée est donc la suivante :

$$H_{BO}(p) = H_{filtre}(p) \cdot \frac{2\pi \times K_{VCO}}{p} \cdot (1 + H_{\varphi-BFR}(p)) \cdot e^{-\frac{nL_{boucle}}{c}p} \cdot K_{boucle} \quad (3.10)$$

Dans cette équation on prend en compte la fonction de transfert du filtre, celle du résonateur Brillouin pour la phase ainsi que l'effet VCO et intégrateur du système d'ajustement de fréquence du laser à état solide. Le coefficient  $K_{boucle}$  regroupe l'ensemble des atténuations présentes dans la boucle d'asservissement de phase tandis que le terme exponentielle rend compte du retard pur introduit par les différentes longueurs de fibre optique et câbles électroniques.

Cette fonction de transfert peut également être réduite en négligeant l'influence de la fonction de transfert du résonateur Brillouin présente dans la somme puisque dans la bande passante d'asservissement celle-ci correspond à une simple atténuation. Ainsi le résonateur Brillouin se comporte comme un simple transposeur de fréquence du domaine optique vers le domaine radio. Nous vérifierons cette hypothèse par étude du déphasage introduit par la boucle.

D'autre part nous préférons étudier la fonction de transfert en boucle ouverte du système en l'absence de filtre. En effet ceci permet de connaître le comportement de notre système laissé libre et de le corriger ensuite si nécessaire par l'ajout d'un filtre approprié. La nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte sans filtre à étudier s'écrit alors :

$$H_{BOSF}(p) \simeq \frac{2\pi \times K_{VCO}}{p} \cdot e^{-\frac{nL_{boucle}}{c}p} \cdot K_{boucle} \quad (3.11)$$

Pour confirmer expérimentalement la validité de cette expression pour la fonction de transfert en boucle ouverte une difficulté se présente. En effet, lorsque la boucle est ouverte le système n'est pas stable car la boucle permet justement de s'affranchir des sauts de modes dans le résonateur (En pratique il est même possible de reboucler le système sans optimisation du filtre pour s'affranchir quand même de tout saut de modes). Ici il faut donc trouver une méthode indirecte de mesure de la fonction de transfert en boucle ouverte. On procède alors en boucle fermée en introduisant dans le système stabilisé une perturbation connue  $P(p)$ . Le schéma de montage est représenté sur la figure 3.11

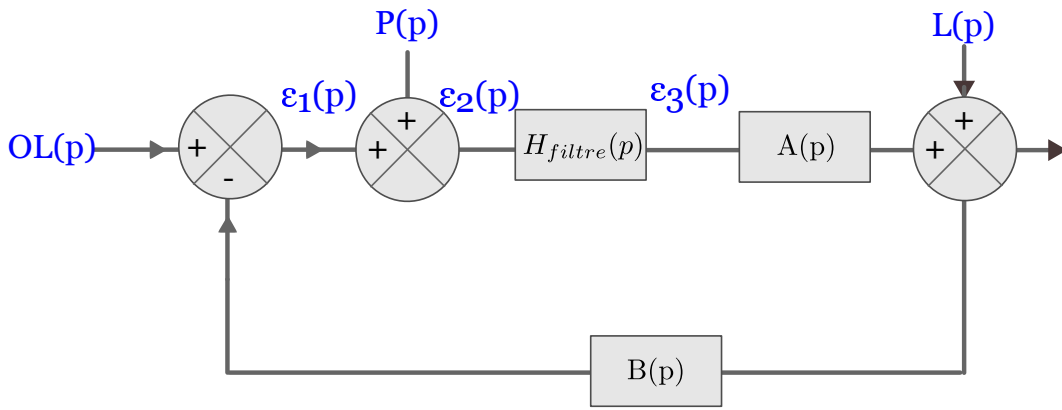


FIGURE 3.11 – Introduction d'une perturbation  $P(p)$  connue dans le système d'affinement spectral afin d'en déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte.

Le signal  $OL(p)$  représente le signal issu de l'oscillateur local, le signal  $P(p)$  est le signal de perturbation introduit dans le but de mesurer la fonction de transfert en boucle ouverte et le signal  $L(p)$  est le bruit introduit par la laser à affiner. On représente également la fonction de transfert du filtre  $H_{filtre}(p)$ , la fonction de transfert  $A(p)$  représentant le reste de la chaîne directe et la fonction de transfert  $B(p)$  représentant la chaîne de retour. Avec cette représentation la fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit :  $H_{BO}(p) = H_{filtre}(p) \cdot A(p) \cdot B(p)$ . Les signaux  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_3$  sont des signaux mesurables permettant de remonter à la FTBO. En effet on a :

$$\varepsilon_1(p) = OL(p) - B(p) \cdot L(p) - H_{filtre}(p) \cdot A(p) \cdot B(p) \cdot \varepsilon_2(p), \quad (3.12)$$

qui peut se réécrire :

$$-\frac{\varepsilon_1(p)}{\varepsilon_2(p)} = -\frac{OL(p)}{\varepsilon_2(p)} + B(p) \cdot \frac{L(p)}{\varepsilon_2(p)} + H_{BO}(p). \quad (3.13)$$

Ainsi dans notre système pour lequel la chaîne de retour correspond à une atténuation dans le cas où la perturbation introduite domine le signal d'entrée et le signal de perturbation provenant du laser on a :

$$-\frac{\varepsilon_1(p)}{\varepsilon_2(p)} \simeq H_{BO}(p). \quad (3.14)$$

De plus en considérant l'expression  $\varepsilon_3(p) = H_{filtre}(p).\varepsilon_2(p)$  il vient finalement :

$$-\frac{\varepsilon_1(p)}{\varepsilon_3(p)} \simeq H_{BOSF}(p). \quad (3.15)$$

La mesure des signaux d'intérêt et l'ajustement mathématique dû au signe négatif de l'équation 3.15 nous mènent aux résultats présentés sur la figure 3.12.

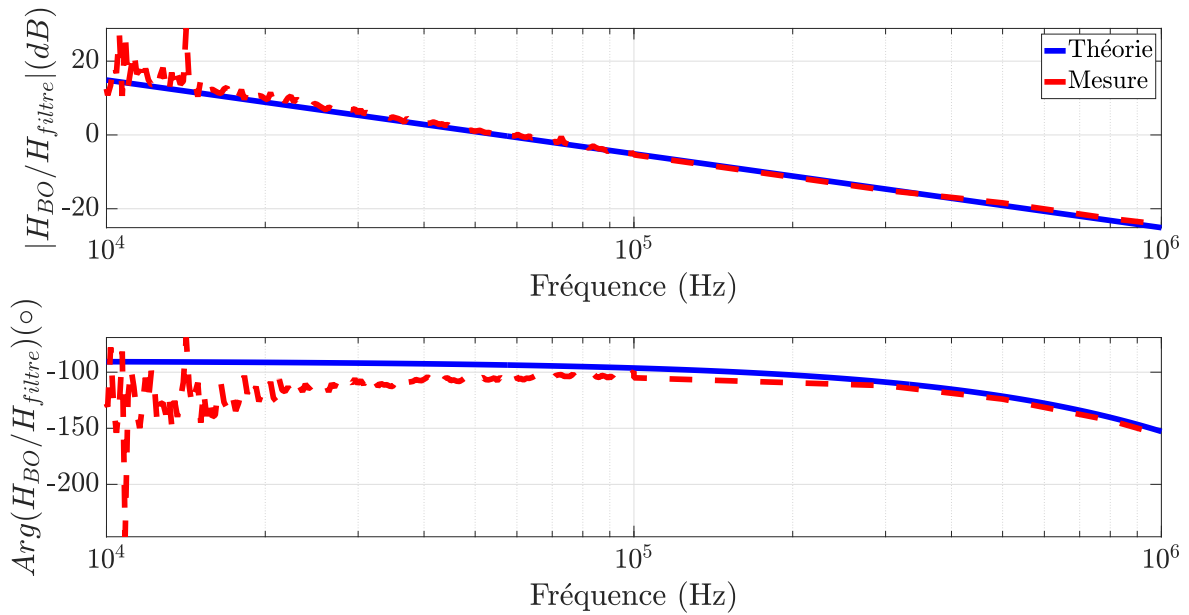


FIGURE 3.12 – Comparaison des fonctions de transfert en boucle ouverte sans filtre obtenues de manière théorique et expérimentale.

La confrontation entre la théorie et l'expérience confirme que le comportement du système est semblable à celui d'un intégrateur pur de fort gain statique. L'ampleur de ce gain créant des signaux d'erreur d'amplitudes extrêmement faibles à basse fréquence implique que la mesure expérimentale de la fonction de transfert en boucle ouverte n'est pas possible en dessous de 5 kHz. Le gain statique total est estimé à  $4.10^5$  ce qui correspond pour notre modèle à un gain  $K_{boucle} = 3,18.10^{-3}$ . La chute de la phase pour les hautes

fréquences correspond à un retard pur  $\tau_{boucle} = 165$  ns, ce qui correspond à une longueur de propagation de 33,7 m. Cette valeur de longueur de propagation correspond effectivement à la longueur de la boucle hors résonateur Brillouin que nous avons estimée à partir de la mesure des longueurs de fibre et de câbles électriques. Ceci confirme que le délai lié au résonateur n'intervient pas et qu'il se comporte comme un oscillateur local optique.

### 3.2.2.4 Bruit de phase électrique

La confirmation expérimentale de la fonction de transfert en boucle ouverte permet désormais en intégrant le filtre de prévoir les bruits de phase électronique du battement pompe/Stokes et optique pour le laser affiné. Notre modèle étant finalisé il faut désormais l'alimenter avec ses différentes entrées afin de prévoir quelle sera la sortie. Dans un premier temps commençons par estimer le bruit de phase du battement pompe/Stokes lorsque le système est en fonctionnement. Ce bruit de phase présente l'avantage d'être facilement mesuré expérimentalement. Pour cela le modèle doit être alimenté à partir du bruit de phase de l'oscillateur local et de celui du laser à état solide en dehors du système d'affinement. Si la mesure pour le synthétiseur de fréquence se fait à partir d'un simple analyseur de bruit de phase électronique, la mesure du bruit de phase optique est plus complexe et fera l'objet d'une section au chapitre suivant. La figure 3.13 présente les différentes entrées du modèle.

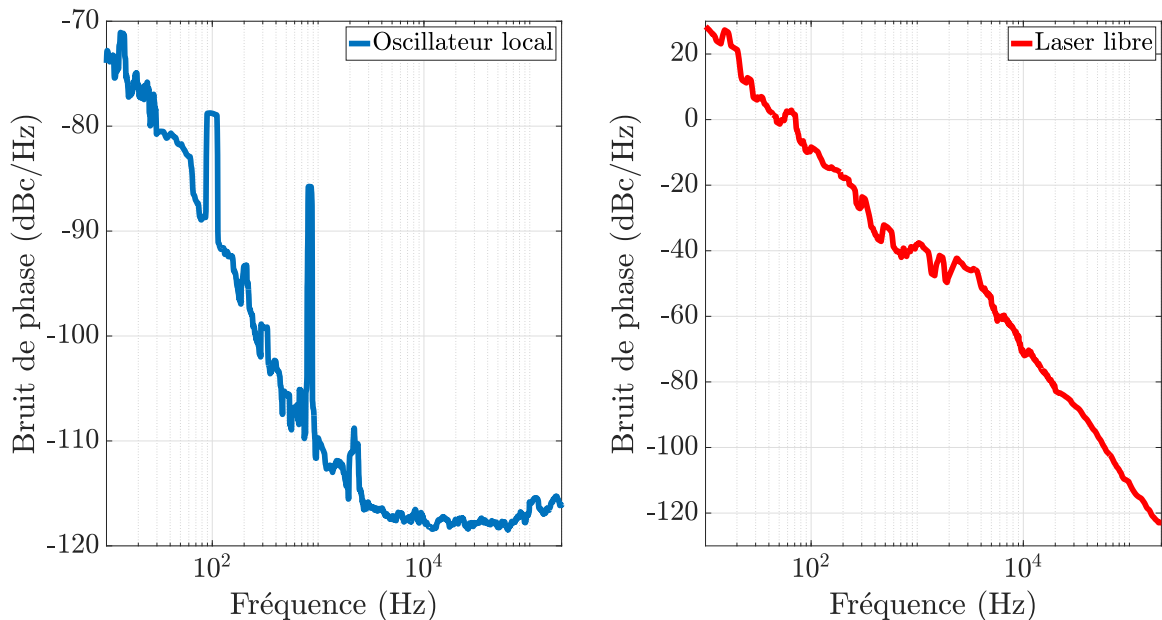


FIGURE 3.13 – Signaux d'entrée du modèle du système d'affinement spectral pour l'obtention du bruit de phase du battement pompe/Stokes

---

En nommant à nouveau le signal issu de l'oscillateur local  $OL(p)$  et le bruit du la-

ser libre  $L(p)$  alors le battement pompe/Stokes  $PS(p)$  s'exprime à partir de l'équation suivante :

$$PS(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \cdot OL(p) + \frac{1}{1 + H_{BO}(p)} \cdot L(p). \quad (3.16)$$

On remonte alors au bruit de phase du battement pompe/Stokes en prenant le module au carré de l'expression précédente et en l'exprimant en dBc/Hz (c.f. Section 1.1.2). La comparaison entre la prévision du modèle et le bruit de phase du battement pompe/Stokes mesuré à l'aide d'un analyseur Rohde & Schwartz (R&SFSW26) est présentée à la figure 3.14.

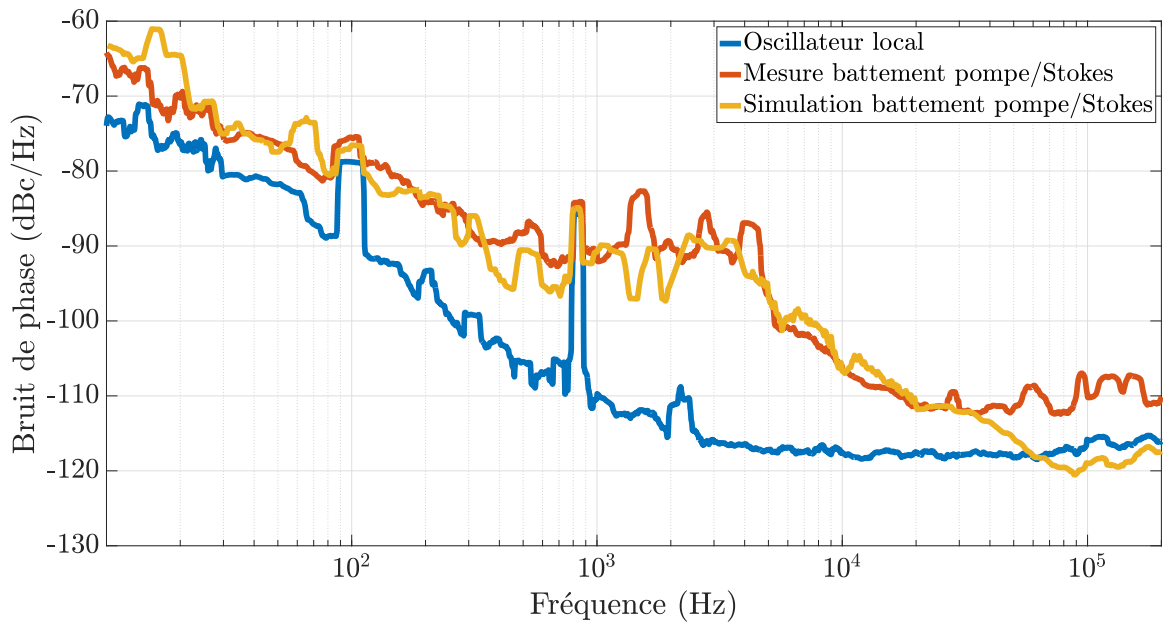


FIGURE 3.14 – Comparaison entre les bruits de phase du battement pompe Stokes mesuré et celui prévu par le modèle.

La mesure du battement Pompe/Stokes confirme la prévision du modèle. Il est difficile d'obtenir une correspondance parfaite puisque les mesures des entrées et de la sortie ne peuvent être simultanées. Si la bande passante de l'asservissement s'étend théoriquement jusqu'à 1 MHz les résultats sont ici présentés jusqu'à 200 kHz en raison de la technique de mesure du bruit de phase optique (voir Chapitre 4 Section 2).

Sur la figure 3.14 le bruit de phase de l'oscillateur local est présenté en bleu. L'équation (c.f. Equation 3.16) montre qu'à basse fréquence ce bruit représente une borne inférieure pour nos signaux. Nous constatons ici que cette limite fondamentale n'est pas atteinte. La



section concluant ce chapitre présentera donc une méthode d'optimisation du filtrage qui permettra d'améliorer l'efficacité de l'affinement et donc d'abaisser le niveau du bruit de phase du battement Pompe/Stokes proche de celui du synthétiseur de fréquence jouant le rôle d'oscillateur local.

### 3.2.3 Validation du modèle en terme de réponse indicielle

La caractérisation complète des systèmes linéaires peut se faire de deux manières théoriquement équivalentes. La première consiste à mesurer la fonction de transfert en boucle ouverte du système et a été traitée dans les sections précédentes. La deuxième technique de détermination des paramètres d'un système linéaire consiste à mesurer sa réponse indicielle. Nous utiliserons cette méthode afin de confirmer la conformité du modèle établie par la mesure de la fonction de transfert en boucle ouverte et confirmer la validité des hypothèses émises lors de la mesure de cette dernière.

#### 3.2.3.1 Montage interférométrique

Nous souhaitons comparer la réponse théorique et la mesure de la variation de fréquence du laser asservi en réponse à un échelon de fréquence imposé au synthétiseur de fréquence. En pratique, la fréquence de l'oscillateur local n'évolue pas en suivant un échelon parfait mais sa constante de temps de l'ordre de 10 ns étant nettement inférieure au temps caractéristiques attendus pour le système, on le considérera comme tel. L'amplitude de l'échelon réalisable dans un temps négligeable pour le système est de 1 MHz. Cependant cet écart de fréquence étant proche de l'intervalle spectral libre du résonateur Brillouin il est préférable de prendre une valeur inférieure. Lorsque la fréquence de l'oscillateur local varie de  $N$  kHz nous nous attendons à ce que la fréquence du laser varie elle aussi de  $N$  kHz. Les informations relatives au système seront alors contenues dans la réponse transitoire.

La mesure de variations temporelles rapides de fréquence étant ardue nous choisissons d'étudier la réponse transitoire du système d'affinement spectral en convertissant les variations de fréquence optique en variations d'amplitude à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder déséquilibré tel que présenté sur la figure 3.15. L'interféromètre est composé de deux bras en fibre monomode de longueurs respectives  $l = 1$  m pour le bras court et  $L + l = 2200$  m pour le bras long. Ces deux bras sont logés entre deux coupleurs 50/50. Ainsi en supposant un signal en entrée de montage de la forme suivante :

$$\underline{E} = E_0 e^{j\omega t}, \quad (3.17)$$

avec  $\omega$  la pulsation optique. Alors en sortie des deux bras nous avons respectivement :

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = \frac{E_0}{2} e^{-\alpha l} e^{j\omega_1(t + \frac{nl}{c})}, \\ \underline{E}_2 = \frac{E_0}{2} e^{-\alpha(l+L)} e^{j\omega_2(t + \frac{n(l+L)}{c})}. \end{cases} \quad (3.18)$$

Notons ici la nécessité d'introduire deux pulsations différentes  $\omega_1$  et  $\omega_2$  pour les champs électriques respectifs en sortie de bras court et de bras long. En effet, la modification imposée par l'échelon de fréquence de l'oscillateur local ne met pas le même temps à se propager à travers les deux bras pour atteindre la photodiode. D'autre part,  $\alpha$  représente les pertes linéiques dans la fibre,  $n$  l'indice de réfraction de celle-ci et  $c$  la célérité de la lumière.

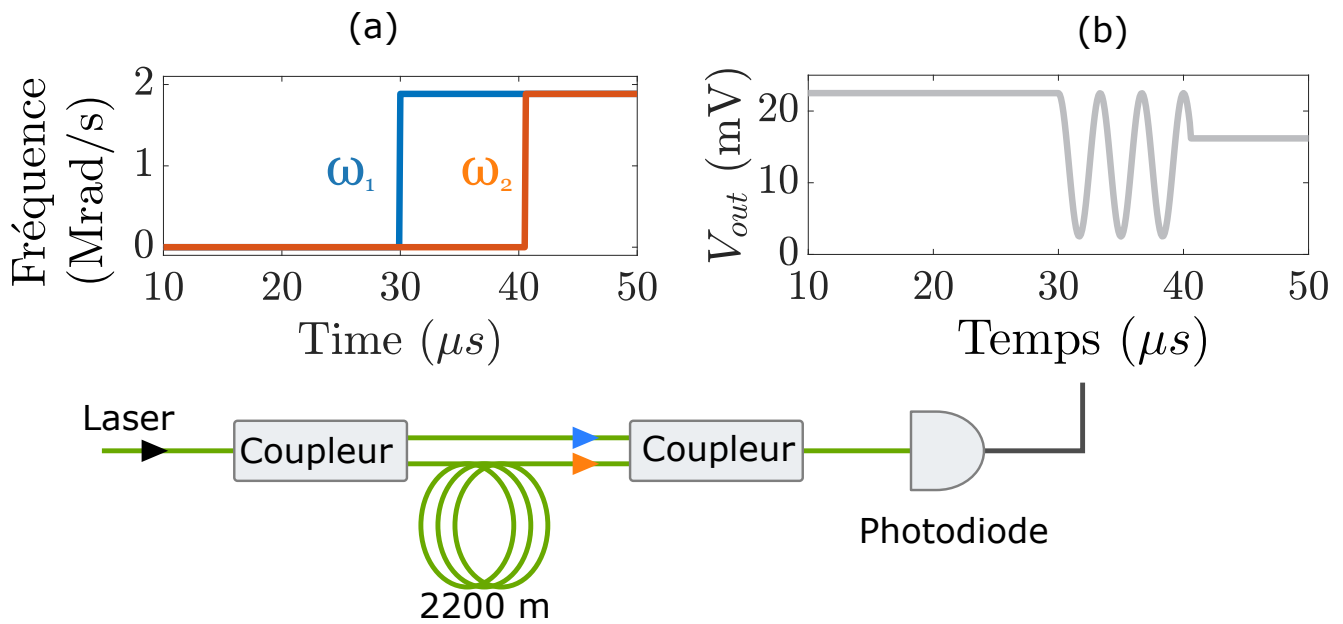


FIGURE 3.15 – Interféromètre de Mach-Zehnder déséquilibré. Le bras court mesure 1 m et le bras long 2200 m. (a) Fréquences en sortie des deux bras de l'interféromètre pour un échelon parfait en entrée.  $f_1$  correspond au bras court et  $f_2$  au bras long. (b) Tension correspondante en sortie de photodiode.

La photodiode produit alors un photocourant de la forme :

$$i = \eta(\underline{E}_1 + \underline{E}_2) \cdot (\underline{E}_1 + \underline{E}_2)^* \quad (3.19)$$

Dans cette expression  $\eta = 0,95A/W$  représente le rendement de la photodiode à 1536 nm et le signe  $*$  symbolise l'expression complexe conjuguée. Ainsi après développement et en négligeant les pertes linéiques dans la fibre ( $0,5dB/km$ ) on aboutit à une expression pour la tension aux bornes de la résistance  $R$  :

$$V_{out}(t) = \eta R \frac{E_0^2}{2} \left( 1 + \cos\left(2\pi(f_1 - f_2)t + \frac{2\pi f_1 n l}{c} + \frac{2\pi f_2 n(l + L)}{c}\right) \right). \quad (3.20)$$

Au cours du temps les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  évoluent en suivant la fréquence du signal d'entrée de l'interféromètre. Cependant la fréquence  $f_2$  le fait avec un temps de retard estimé à  $\tau_{retard} = \frac{nL}{c} = 24,47\mu$  s. Pour une modification de la fréquence du signal d'entrée intervenant après  $1\mu$  s la figure 3.15 montre dans l'insert (a) l'évolution instantanée des pulsations provenant des deux bras de l'interféromètre pour un saut de fréquence théorique de 300 kHz. L'insert (b) montre le signal mesuré sur l'oscilloscope correspondant. Dans le cas idéal d'un saut de fréquence instantané, on mesure alors trois phases distinctes :

- Phase 1 :  $t < 10\mu$ s Les signaux provenant des deux bras sont exactement à la même fréquence, le signal en sortie de photodiode est une constante dépendant de la différence de phase induite par la différence de longueur des bras.
- Phase 2 :  $10\mu$ s  $< t < \tau_{retard} + 10\mu$ s Le signal provenant du bras court a changé de fréquence alors que celui du bras long est toujours à la fréquence initiale. On observe alors un signal de battement à la fréquence du saut imposé par l'oscillateur local.
- Phase 3 :  $t > \tau_{retard} + 10\mu$ s Le signal provenant du bras long a également changé de fréquence. Le signal en sortie de photodiode est de nouveau une constante dépendant de la différence de phase statique induite par la différence de longueur des bras et de l'amplitude de l'échelon.

Lors de la présence du système les transitions Phase 1 / Phase 2 et Phase 2 / Phase 3 seront modifiées et laisseront apparaître le régime transitoire permettant de qualifier le système.

### 3.2.3.2 Réponse de l'onde de pompe à une variation de fréquence

La comparaison de la mesure de la réponse indicielle de la fréquence optique du laser affiné à un échelon de fréquence de l'oscillateur local est présentée sur la figure 3.16 pour une première configuration dans laquelle l'échelon de fréquence a une amplitude de 300 kHz et le bras long de l'interféromètre. Lorsqu'on utilise le modèle complet du système, la détermination de l'expression temporelle du signal en sortie d'interféromètre est entièrement numérique. Cependant, dans le cas où on utilise un filtre de type proportionnel uniquement et que l'on néglige l'influence du résonateur Brillouin alors la fonction de transfert en boucle ouverte se résume à un intégrateur pur de gain  $K_I = 2\pi \times K_{boucle} \times K_{VCO} \times K_{filtre}$ . Il est alors possible de calculer analytiquement une forme approchée de la réponse indicielle. En effet, en boucle fermée, on a :

$$H_{BF}(p) \simeq \frac{\frac{K_I}{p}}{1 + \frac{K_I}{p}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_I}p} \quad (3.21)$$

Ce qui conduit à une réponse indicielle pour la fréquence du laser de la forme :

$$f_{laser} = f_0 + \Delta f \cdot (1 - e^{K_I t}) \quad (3.22)$$

Dans cette expression,  $f_0$  désigne la fréquence centrale d'émission du laser avant application de l'échelon de fréquence d'amplitude  $\Delta f$ .

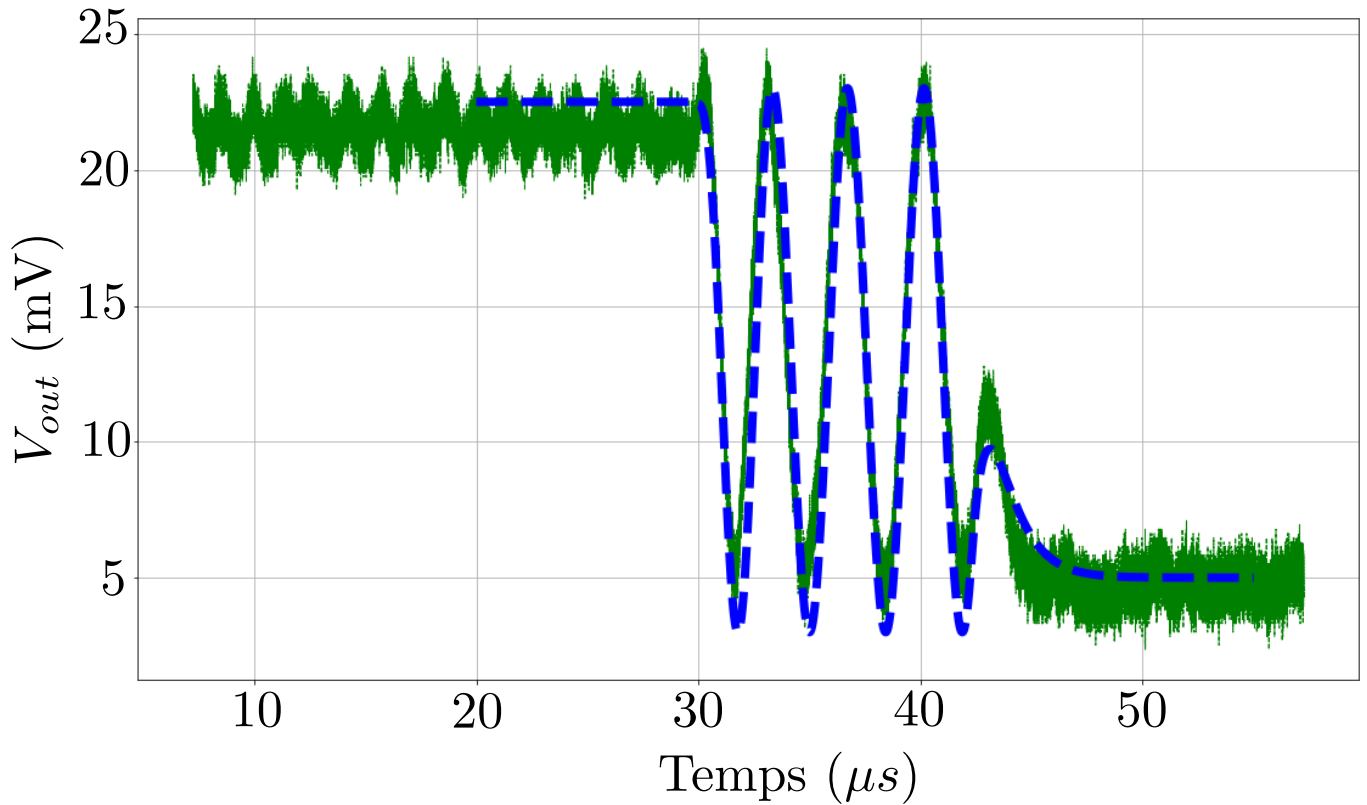


FIGURE 3.16 – Comparaison entre les signaux issus de l'interféromètre mesurés (Vert) et simulés (Bleu) pour un saut de fréquence de 300 kHz de l'oscillateur local et un bras long de 2200 m.

Avec cette formulation approchée, la coïncidence optimale des courbes pour le cas de la figure 3.16 intervient pour un gain total de la boucle  $K_I = 1,26 \cdot 10^6$  ce qui correspond, en tenant compte du gain statique introduit par le filtre à un gain  $K_{filtre} = 10$  dB, à un

gain statique de boucle  $K_{boucle} = 3,98.10^5$  très proche de celui estimé par la méthode de la fonction de transfert. Il est important de noter que l'allure du signal en sortie d'interféromètre dépend fortement de la fréquence centrale initiale du laser  $f_0 \simeq 1.10^{14}$  Hz. En revanche cela n'a pas d'influence notable sur la réponse indicielle du système.

Pour vérification, la dynamique du système étant dépendante de son point de fonctionnement, la figure 3.17 est une nouvelle mesure interférométrique réalisée à un mois d'intervalle avec la première. Cette fois le modèle théorique n'est pas optimisé mais repris pour estimer la continuité de sa validité. La correspondance observée est toujours acceptable dans ce cas. Dans cette seconde expérience, le saut de fréquence imposé est de 140 kHz et le bras long de l'interféromètre est de longueur 700 m. La différence observée entre théorie et expérience peut cette fois-ci provenir de réglages ayant légèrement changé (gains,...) et de la sensibilité de la dynamique du laser de pompe aux conditions environnementales.

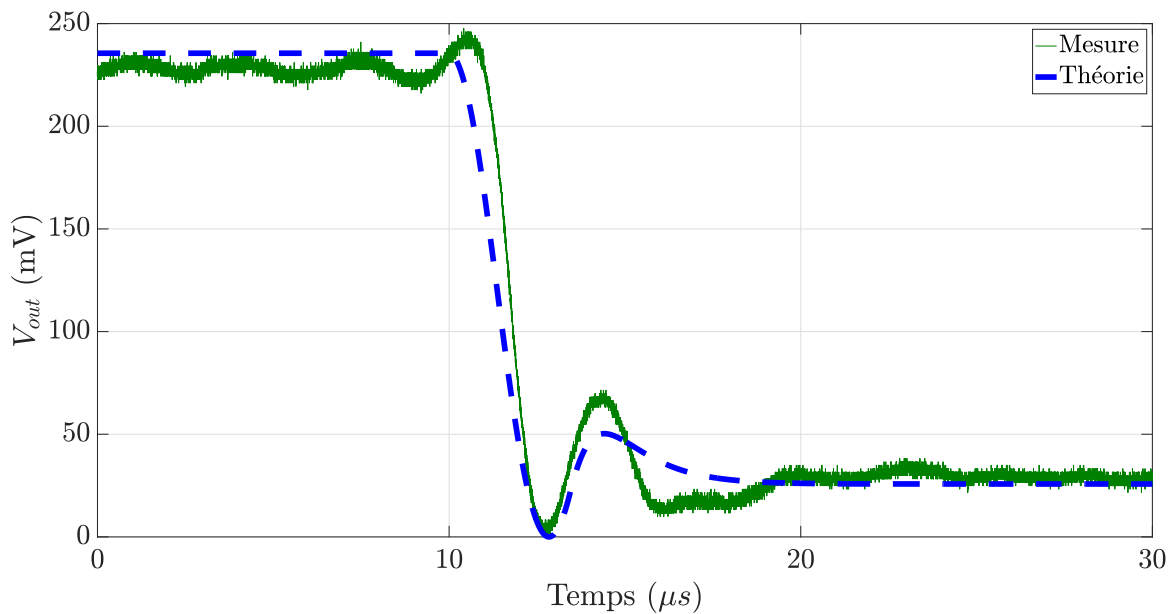


FIGURE 3.17 – Comparaison entre les signaux issus de l'interféromètre mesurés (Vert) et simulés (Bleu) pour un saut de fréquence de 140 kHz de l'oscillateur local et un bras de long de 700m

Ainsi, le système d'auto-affinement spectral peut de manière simplifiée être vu comme un système intégrateur de fort gain statique. La partie suivante tiendra compte de ce constat pour présenter les voies d'optimisation du système.

### 3.2.3.3 Réponse de l'onde Stokes à une perturbation de fréquence

Avant d'étudier l'optimisation des performances du système, une dernière hypothèse reste à vérifier. En effet, pour simplifier les fonctions de transfert, l'onde Stokes issue du résonateur Brillouin est considérée comme ayant un niveau de bruit de phase largement négligeable devant le bruit de phase du laser de pompe. Elle est alors considérée comme un oscillateur local optique permettant de faire la transition entre le domaine optique et le domaine radio au sein de la boucle. En insérant dans l'interféromètre de la figure 3.15 une partie de l'onde Stokes issue du résonateur Brillouin lorsque le système est verrouillé et qu'un échelon de fréquence est imposé par le synthétiseur il est possible de donner du crédit à cette hypothèse. En effet, le système d'asservissement est fait pour bloquer l'écart entre l'onde de pompe et l'onde Stokes à la fréquence de l'oscillateur local. Nous avons observé une variation de l'onde de pompe identique à celle de l'oscillateur local ; théoriquement la fréquence Stokes doit donc être fixe et rester sous le maximum du gain Brillouin. La figure 3.18 présente le résultat obtenu lors de cette expérience. Ainsi l'absence de variation conforte l'hypothèse d'une onde Stokes agissant comme référence optique.

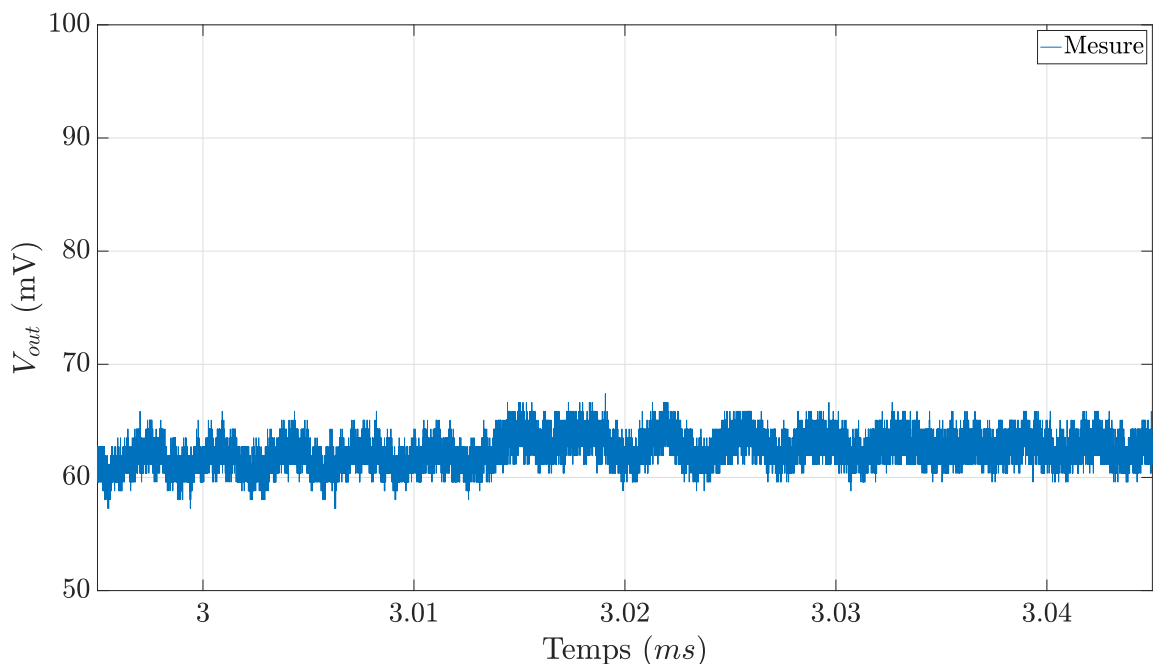


FIGURE 3.18 – Signal en sortie de l'interféromètre lors de la mesure de l'onde Stokes pour un échelon de fréquence de 140 kHz sur l'oscillateur local et un bras long de 5000 m

---

Pour un signal effectuant un saut de 140 kHz sur l'oscillateur local et un bras long de 700 m, aucune variation de fréquence de l'onde Stokes en lien avec la perturbation n'est observée. Dans la figure 3.18 l'échelon est appliqué à 3,02 ms. Ce temps est mesuré avec précision à l'aide d'un signal de trigger récupéré sur une autre voie de l'oscilloscope.

L'échelle de temps est dilatée pour confirmer qu'aucun signal significatif n'est observable. Sur les dizaines d'essais réalisés les seules variations observées sont dues aux oscillations de relaxation du laser de pompe à la fréquence de 300 kHz environ (cette fréquence varie légèrement en fonction du jour de l'essai). Lorsque l'échelon de fréquence imposé est de trop forte amplitude, alors l'onde Stokes peut sauter de mode et on observe alors un régime instable en sortie d'interféromètre puisque le système se déverrouille.

### 3.3 Exploitation du modèle : Optimisation du système

Une fois une modélisation paramétrée du système obtenue il est naturel de souhaiter comprendre comment les différents paramètres influencent les performances du système. Nous allons voir dans cette section que le paramètre de réglage le plus malléable du système est la fonction de transfert du filtre de boucle. Une optimisation de cette dernière doit ainsi permettre une nette réduction du bruit de phase du laser. Cependant l'amélioration des performances ne doit pas se faire au détriment de la stabilité du système. Cette condition de stabilité prime sur toutes les autres. Nous allons voir que pour faciliter la stabilité du système et se laisser une marge de manœuvre pour modifier la fonction de transfert, il est essentiel de s'assurer d'abord que le système ne fait pas intervenir une boucle de rétroaction supérieure à 100 m.

#### 3.3.1 Optimisation du délai de la boucle

Dans un système bouclé le retard pur entraîne une décroissance de la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte directement proportionnelle à la fréquence d'excitation du système. La condition de stabilité des systèmes entrée-bornée/sortie-bornée impose une phase de la fonction de transfert en boucle ouverte supérieure à  $-180^\circ$  au moment où le gain unité est atteint pour assurer la stabilité en boucle fermée. Ainsi l'utilisation pratique des systèmes à retard pur est extrêmement contraignante.

Par exemple pour notre système il est possible de tracer l'allure de la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour différentes longueurs de boucle allant de 0 m à 500 m. Cette représentation est celle de la figure 3.19. Rappelons qu'initialement la fréquence de gain unité est  $f_{G0} \simeq 900\text{kHz}$  en tenant compte du filtre de boucle utilisé initialement. Pour cette fréquence de gain unité un système dont la boucle ferait par exemple 500 m est manifestement instable. Au contraire le système dans l'état actuel avec une boucle estimée à 35 m est stable et sa marge de phase est pratiquement de  $30^\circ$ , une valeur conseillée pour assurer un système robuste au vieillissement et aux autres perturbations éventuellement ponctuelles ou non anticipées.

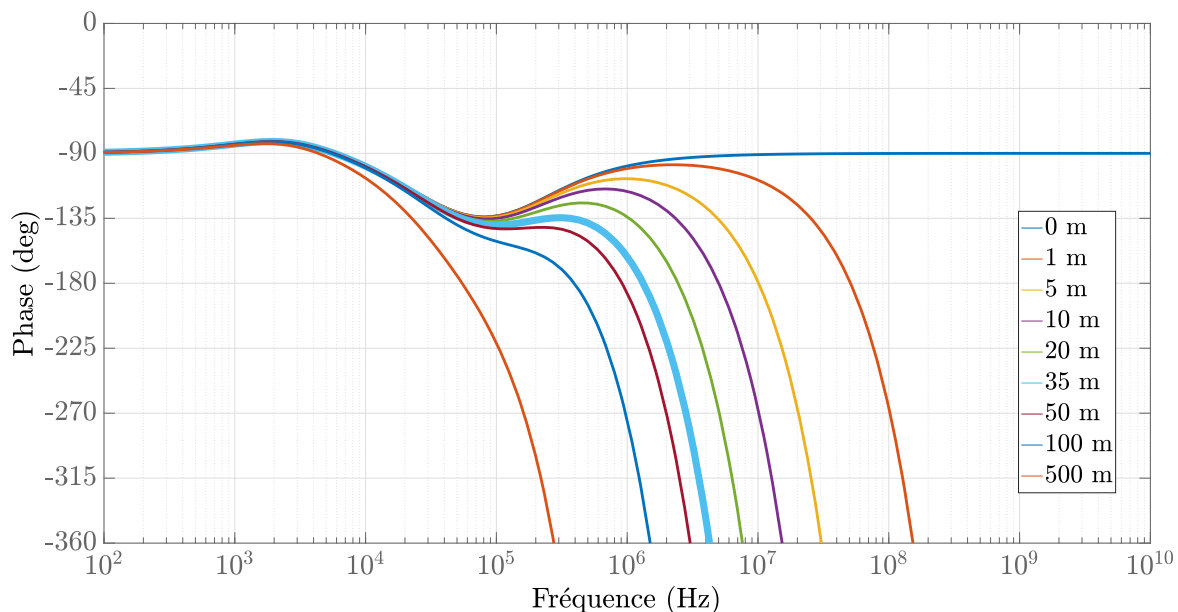


FIGURE 3.19 – Influence de la longueur de la boucle sur la fonction de transfert en boucle ouverte du système. La configuration initiale du système fait intervenir une longueur de boucle de 35 m

La figure 3.19 montre que dans l'état actuel le retard pur n'ayant pas d'influence sur la fréquence de gain unité une boucle jusqu'à 50 m ne serait pas problématique ici puisque le système resterait théoriquement stable. En revanche ce rallongement n'est que très peu compatible avec une modification de la fonction de transfert du filtre. En effet dans le but d'atténuer le bruit de phase basse fréquence il est souhaitable d'ajouter du gain au système et ainsi de décaler la fréquence de gain unité vers les hautes fréquences. La longueur de la boucle devient alors critique.

L'influence de la longueur de boucle sur la fonction de transfert en boucle ouverte permet de remarquer un autre phénomène d'importance à propos du système. En effet en observant la figure 3.20 on constate que dans notre système il est possible de distinguer deux boucles. La première mise en évidence en bleu représente le parcours de l'onde de pompe dans le système et a été mesurée comme étant de longueur  $l_{pompe} = 35$  m. La seconde, mise en évidence en rouge représente la longueur maximal du système ou encore le chemin parcouru par une onde traversant le système incluant le résonateur Brillouin. En considérant un tour dans le résonateur, on mesure cette distance comme étant d'une longueur minimale de  $110 + 35 = 145$  m.

Dans ce cas le système n'aurait pas été stable si le résonateur Brillouin intervenait dans le retard à considérer. Cela confirme donc l'hypothèse que dans notre système la



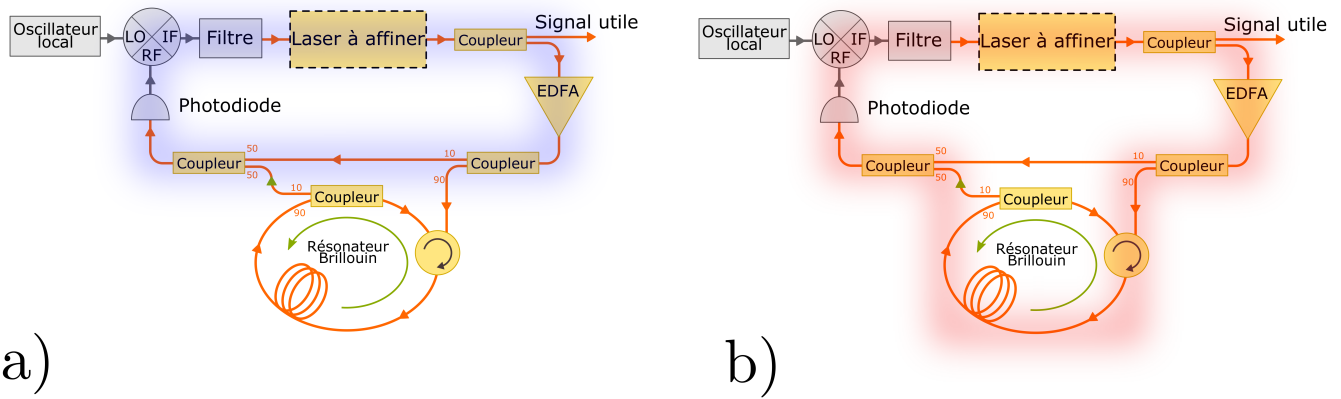


FIGURE 3.20 – Illustration de la longueur de boucle responsable du délai à prendre en compte dans le système d’auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin. (a) Boucle responsable du délai. (b) Boucle la plus longue du système

dynamique à considérer ne concerne que la boucle hors résonateur Brillouin, ce dernier agissant comme une référence de fréquence optique de haute pureté spectrale utile à la transition du domaine optique au domaine hyperfréquences.

Dans notre système dans sa version actuelle si on souhaite garder  $30^\circ$  de marge de phase, alors il est possible d’augmenter la fréquence du gain unité jusqu’à environ 1 MHz. La marge de phase sera inférieure de  $5^\circ$  ce qui est encore acceptable. Dans le cas où cette fréquence de gain unité aurait besoin d’être repoussée davantage il est possible de le faire en minimisant la longueur des liens hyperfréquences. Cette méthode n’est utile que pour gagner une longueur de l’ordre du mètre car la longueur de ces liens est déjà réduite. En revanche cette méthode s’est révélée particulièrement pratique à mettre en œuvre pour confirmer expérimentalement les résultats de la figure 3.19. La principale marge de manœuvre pour réduire la longueur de boucle se situe au niveau de l’amplificateur optique à double étage dont la longueur totale est de 20 m. Fabriquer un amplificateur optique à fibre erbium de plus courte longueur pourrait être utile. Nous avons également pensé utiliser un amplificateur optique basé sur les semi-conducteurs (SOA) permettant de réduire la longueur de l’amplificateur à pratiquement zéro mais il s’est révélé très difficile de trouver un amplificateur présentant à la fois un niveau de gain, de signal de sortie et de facteur de bruit compatibles avec notre besoin.

Avec la géométrie actuelle pour la boucle d’asservissement nous verrons dans la section suivante que la marge de manœuvre permet déjà une optimisation certaine du système à condition de surveiller simultanément le gain et la phase introduits par le nouveau schéma de filtrage.

### 3.3.2 Optimisation du bruit de phase

Le bruit de phase du laser asservi étant d'après le schéma-bloc du système similaire à celui du battement pompe-Stokes nous considérerons ici ce signal pour l'optimisation du système. Nous savons en observant l'expression du battement pompe/Stokes 3.16 rappelée ci-dessous que le synthétiseur de fréquence constitue une limite fondamentale inférieure.

$$PS(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \cdot OL(p) + \frac{1}{1 + H_{BO}(p)} \cdot L(p)$$

Ainsi, modifier l'oscillateur local pour un système présentant des caractéristiques de bruit de phase améliorées doit permettre d'abaisser cette limite fondamentale. Il s'agit cependant d'une solution d'optimisation très couteuse. L'objectif dans un premier temps sera d'atteindre cette limite fondamentale ou de l'approcher avant de chercher à l'abaisser.

L'observation simultanée de la figure 3.14 et de l'équation ci-dessus montre que le principal objectif est d'ajouter du gain à basse fréquence. Pour cela plusieurs possibilités :

- Modifier le gain du VCO constitué du cristal électro-optique intra-cavité.
- Réduire au maximum les pertes dans l'ensemble du système.
- Modifier le filtre de boucle.

Parmi ces techniques, la modification du filtre de boucle de par sa simplicité, sa flexibilité ainsi que son coût est la méthode à privilégier. Il convient simplement de s'assurer que la nouvelle fonction de transfert du filtre réduit le bruit de phase de la sortie du système tout en restant compatible avec sa stabilité contrainte principalement par la longueur de boucle.

A l'issue de premiers essais réduisant de manière légère les niveaux de bruit de phase du système, l'optimisation du filtre de boucle a été poussée de manière à obtenir un système proche de son point d'instabilité, mais dont le bruit de phase approche au mieux la limite fondamentale. Pour cette nouvelle configuration, suite aux prévisions du modèle et à de premiers essais employant un filtre réglable industriel (Toptica FALC110), nous avons fabriqué un filtre au laboratoire dont la fonction de transfert est donnée par l'équation 3.23 et représentée par la figure 3.21 :

$$H_{filtreopt} = G_0 \left( \frac{1 + i\frac{f}{f_1}}{1 + i\frac{f}{f_2}} \right)^2 \left( \frac{1 + i\frac{f}{f_3}}{1 + i\frac{f}{f_4}} \right), \quad (3.23)$$

avec  $G_0 = 40000$  le gain statique, et les 4 fréquences caractéristiques :

$$f_1 = 64kHz \quad f_2 = 8,8kHz \quad f_3 = 44kHz \quad f_4 = 1kHz. \quad (3.24)$$

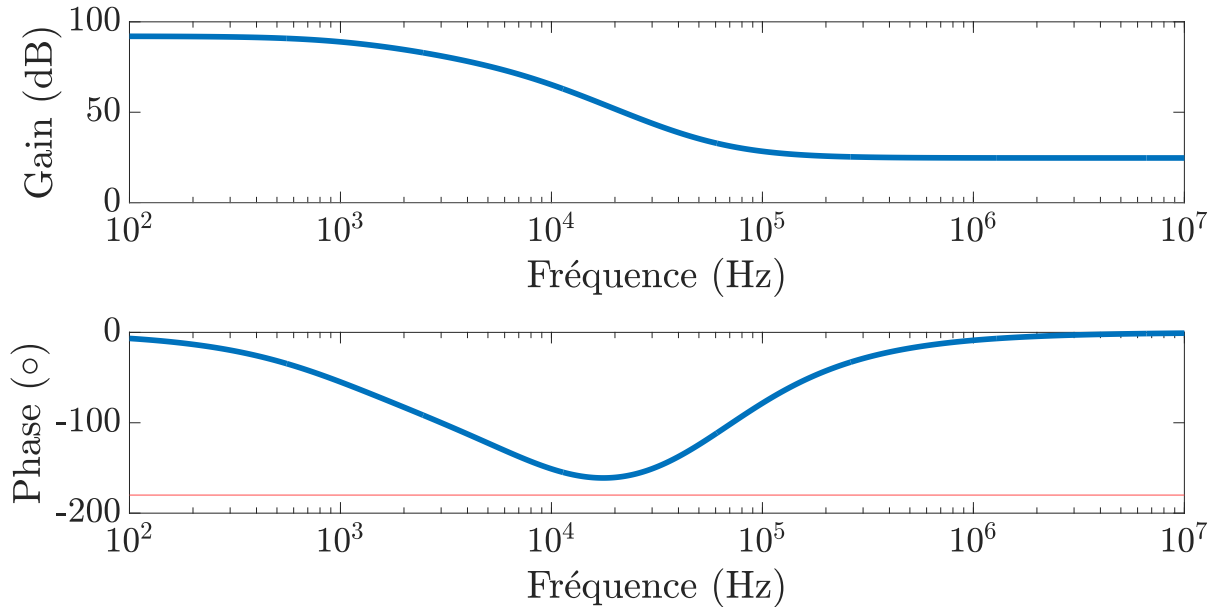


FIGURE 3.21 – Fonction de transfert du filtre optimisé

Ce filtre se compose de 4 étages fabriqués à base d'amplificateurs opérationnels parmi lesquels un montage non-inverseur et trois montages intégrateurs limités (voir schéma en annexe). En pratique l'intégrateur pur n'est pas réalisable car son amplification infinie des basses fréquences cause la saturation des systèmes électroniques. Pour les basses fréquences ce filtre ajoute 40 dB de plus que la version initiale. Cet ajout doit permettre d'après la modélisation d'approcher le bruit de phase de l'oscillateur local. La limitation de l'intégration permet également de ne plus perdre automatiquement 90 degrés sur la phase à l'approche de la fréquence de gain unité du système. Pour les hautes fréquences, le filtre n'a plus d'effet puisqu'on sort de la bande passante de l'asservissement.

La comparaison précise des gains apportés par le filtre dans sa version initiale et par le filtre dans sa version optimisée est présentée à la figure 3.22

Pour les fréquences inférieures à 60 kHz, le nouveau filtre introduit systématiquement plus de gain que l'ancien. Ceci doit permettre d'atténuer le bruit de phase plus efficacement jusqu'à cette valeur. Ensuite, la fréquence de gain unité est légèrement repoussée jusqu'à 1 MHz. Le déphasage comme envisagé est maintenu quasiment constant. La figure 3.23 présente le diagramme de bode complet pour la fonction de transfert en boucle ouverte incluant le nouveau filtre de boucle. Ceci permet de constater qu'à la fréquence de gain unité la marge de gain du système est toujours relativement bonne, avec environ 25 degrés.

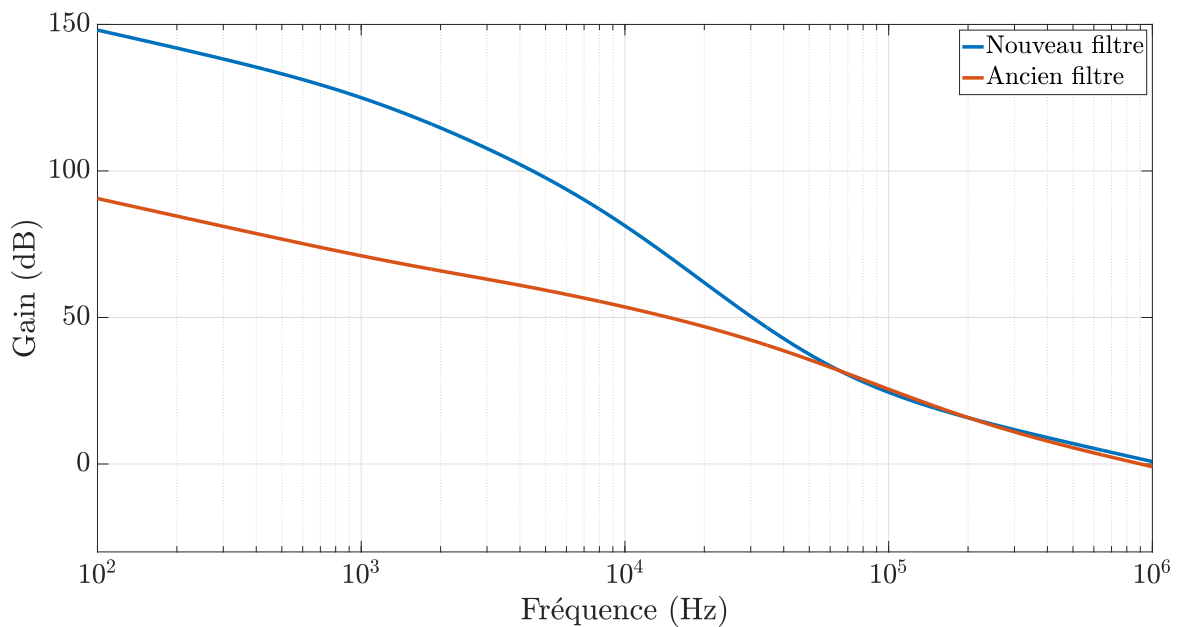


FIGURE 3.22 – Comparaison des gains des fonctions de transfert en boucle ouverte du système avec le filtre initial et le filtre optimisé réalisé au laboratoire.

Il est difficile de repousser encore la fréquence limite pour laquelle le gain du nouveau filtre excède le gain de l'ancien. En effet, pour conserver une fréquence de gain unité proche de 1 MHz, il faudrait augmenter la pente et donc ajouter des étages d'intégration. Ceci aurait pour effet d'augmenter le déphasage et de rendre le système instable pour une fréquence de gain unité de 1 MHz. De plus ajouter encore du gain statique s'est révélé problématique au cours des essais.

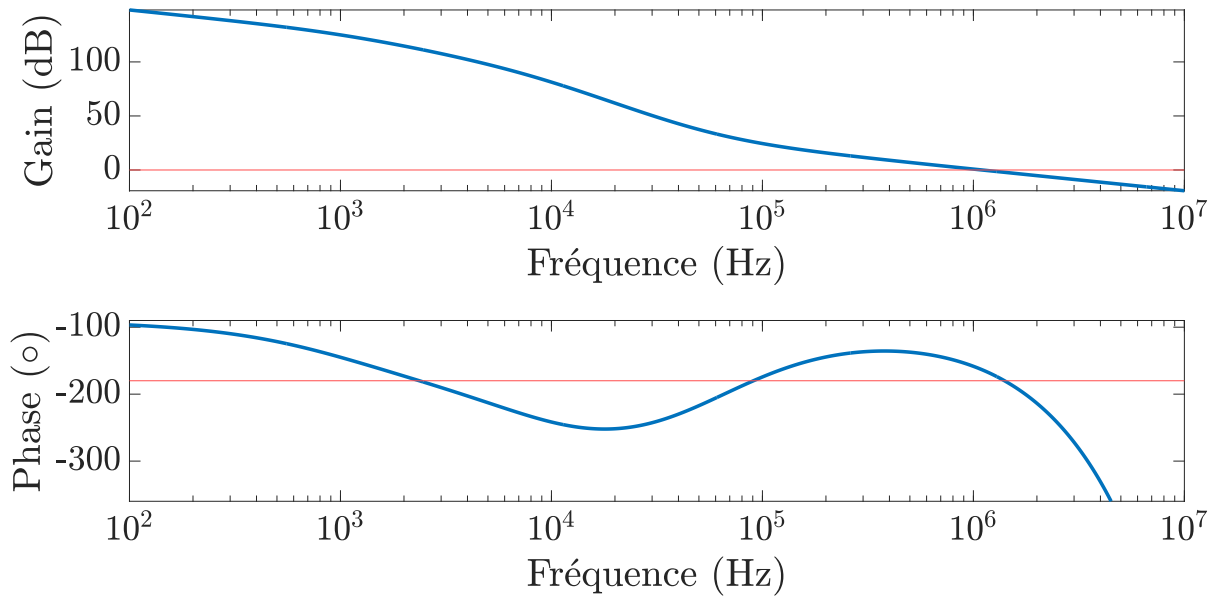


FIGURE 3.23 – Etude de la stabilité de la fonction de transfert en boucle ouverte du système avec le nouveau filtre.

Les essais expérimentaux ont confirmé la stabilité du système pour les valeurs présentés ci-dessus. Ces valeurs ont naturellement été obtenues après plusieurs essais. Étant donné la sensibilité des systèmes d'asservissement de phase aux bruits environnants, l'optimisation du filtrage a nécessité plusieurs améliorations successives. L'utilisation de multiples allers-retours entre le modèle théorique et l'expérience a été utile à la résolution de problèmes purement pratiques non envisagés par la théorie (phénomènes de saturation, de chauffe des composants électroniques, de slew-rate, ...). Finalement la mesure du bruit de phase du battement pompe/Stokes pour le système avec filtre optimisé est présentée et comparée avec le battement pompe/Stokes du système embarquant le filtre initial sur la figure 3.24.

Ainsi, avec filtrage optimisé, le bruit de phase du battement est similaire à celui de l'oscillateur local pour l'ensemble de fréquences d'offset inférieures à 1 kHz. Pour ces fréquences, la limite théorique est donc atteinte. Ensuite, on observe une légère remontée de bruit d'environ 6 dB au maximum. Finalement, au dessus de la fréquence de 60 kHz, les fonctions de transfert de l'ancien et du nouveau filtre présentant le même gain les bruits de phase des battements sont identiques. A la fréquence de 1 MHz, on observe une franche remontée. Ceci est l'expression de la limite de stabilité de la boucle à l'approche de la fréquence de gain unité. Le système est proche du régime oscillant considéré comme instable. Au dessus de la fréquence de gain unité, nous sortons de la bande passante de l'asservissement et le bruit de phase n'est plus corrigé.

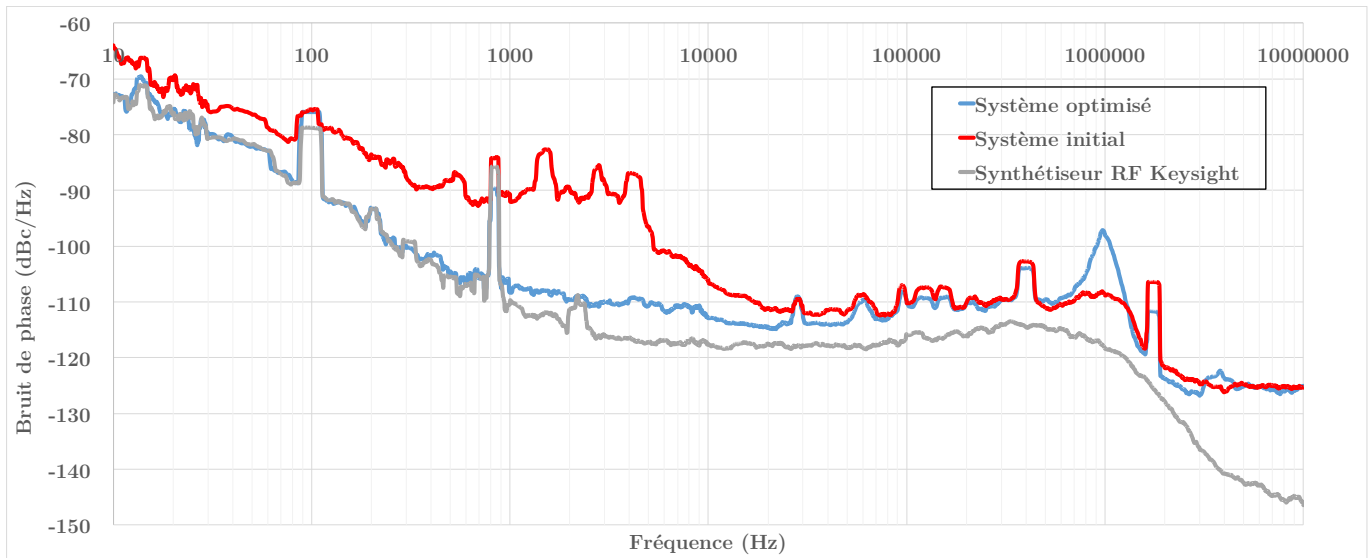


FIGURE 3.24 – Comparaison des battements pompe/Stokes dans les configurations intégrant le filtre initial et le filtre optimisé.

Conjointement à l’analyse des performances du système par analyse du bruit de phase de l’une de ses sorties utiles il est assez parlant d’étudier l’allure du spectre de ce signal. Sur la figure 3.25 nous présentons donc le spectre du battement Pompe/Stokes correspondant au relevé de bruit de phase de la figure 3.24 pour le système optimisé. Ce spectre ne différenciant pas la nature des différents bruits on retrouve plusieurs composantes de différents types.

Autour du pic central on retrouve un ensemble de composantes relevant purement du bruit technique (alimentation des diodes de pompe par le réseau 50 Hz, fréquence de découpage des différentes alimentations du système, ...).

Puis on observe deux composantes symétriques situées de part et d’autre à 400 kHz environ du pic central. Ce sont les oscillations de relaxation du laser de pompe. Ces oscillations de relaxation correspondent à un bruit d’intensité. Cependant les différents couplages phase/amplitude à l’intérieur du système font apparaître une composante à cette fréquence sur le bruit de phase également. Cette composante située à l’intérieur de la bande d’asservissement et s’avérant parfois relativement imposante pose jusqu’ici problème. En effet sa proximité avec la fréquence de gain unité du système (écart de moins d’une décade) nous a conduit à observer un élément potentiellement déstabilisant pour le système. Une réponse à cette problématique est étudiée au chapitre 5.

Ensuite une large remontée symétrique est observée ; il s’agit du comportement de la boucle en marge de stabilité. Notons qu’il est possible de réduire cette remontée en relâ-

chant certaines contraintes sur le filtre au détriment de ses performances aux plus basses fréquences.

Enfin un double pic est observé de part et d'autre à 1,7 MHz du pic central. Ce phénomène sort du cadre de l'étude puisque nous sommes alors en dehors de la bande d'asservissement. Néanmoins cette fréquence correspond exactement à l'intervalle spectral libre du résonateur Brillouin.

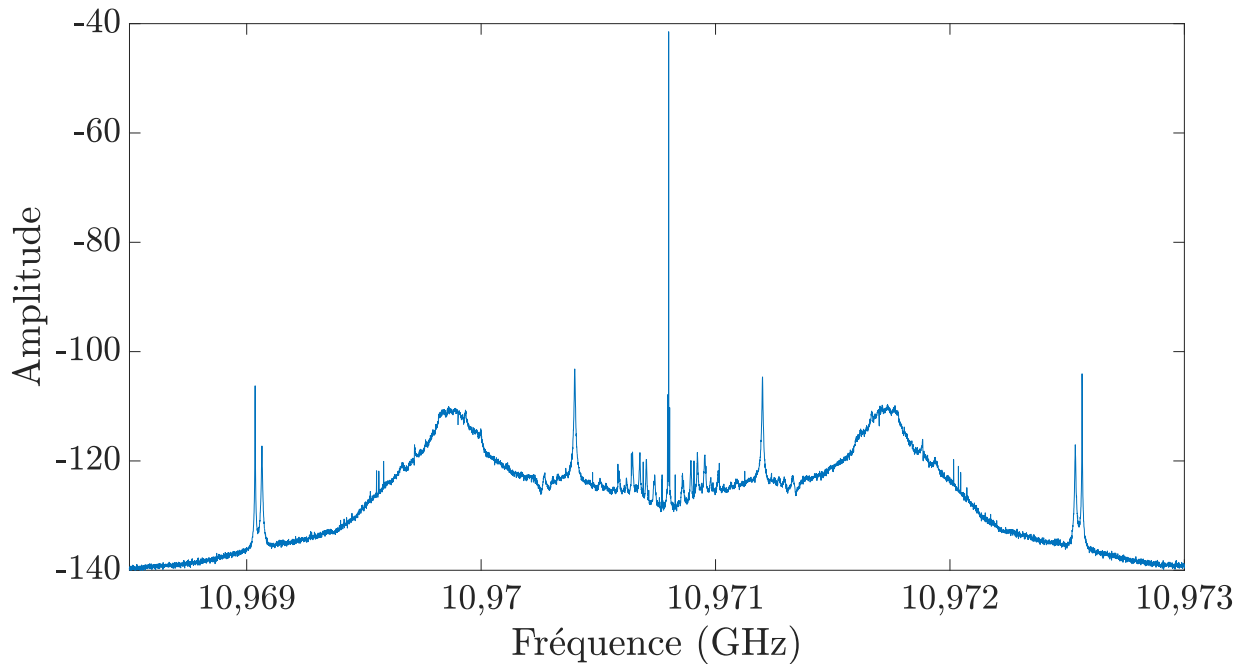


FIGURE 3.25 – Spectre du battement pompe/Stokes associé au bruit de fréquence dans la configuration intégrant le filtre optimisé. (RBW = 10 Hz)

---

Ainsi, à l'intérieur de la bande passante d'asservissement l'optimisation du système est possible au prix d'un changement de référence hyperfréquences pour les basses fréquences. Ensuite un raccourcissement de la boucle à verrouillage de phase pourrait relâcher la contrainte sur la bande passante d'asservissement. Il serait alors envisageable de réduire le bruit de phase au delà de 1 MHz ou de réduire facilement la remontée due à la boucle autour de cette fréquence. Enfin nous pourrions également traiter individuellement les composantes ponctuelles de bruit identifiées. Par exemple, le chapitre 5 montre comment se débarrasser de la composante due aux oscillations de relaxation. Il est aussi possible théoriquement de réduire le bruit technique aux basses fréquences en s'affranchissant de l'utilisation du secteur électrique ou au moins des alimentations à découpage.

## 3.4 Conclusion

Le premier objectif de ce chapitre était de valider expérimentalement le modèle du système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin obtenu au chapitre précédent. Pour cela plusieurs aller-retours entre le modèle et les caractérisations expérimentales ont été nécessaires. Chaque itération permettant d'affiner la compréhension des phénomènes mis en jeu dans le système ainsi que la convergence des différents paramètres vers une valeur numérique finale représentant le système.

Nous avons d'abord donné une attention particulière au résonateur Brillouin non-réciproque; élément central du système. Celui-ci a d'abord été caractérisé en régime statique. Ceci a permis d'obtenir les paramètres correspondant au point de fonctionnement habituel du système. Ces paramètres ont ensuite été injectés dans les fonctions de transfert modélisant la réponse du résonateur Brillouin vis-à-vis des perturbations de phase et d'amplitude optique. Dans les deux cas nous obtenons alors un comportement semblable à celui d'un filtre passe-bas. Ensuite chaque élément de la boucle à verrouillage de phase modélisé individuellement a été testé. Pour cela sa fonction de transfert a été mesurée et comparée avec la prédiction du modèle. Les paramètres assurant la meilleure corrélation entre les courbes expérimentales et théoriques ont finalement été conservés pour le modèle définitif. Parmi ces éléments on cite notamment la photodiode, le cristal électro-optique intra-cavité faisant office de VCO, le multiplieur hyperfréquences, l'amplificateur optique ainsi que le filtre de boucle. Ce dernier élément est particulier puisqu'il représente le réel paramètre d'ajustement du système.

A l'issue de l'étude individuelle de chaque composant du système la fonction de transfert en boucle ouverte paramétrée a été étudiée dans son ensemble. Nous avons mesuré expérimentalement cette fonction de transfert en lui ôtant la contribution du filtre afin de confirmer la dynamique du système. Cette mesure a été réalisée en boucle fermée puisque l'ouverture de la boucle s'accompagne de sauts de modes dans le résonateur Brillouin. Rappelons, en effet, que la boucle à verrouillage de phase joue deux rôles. Elle permet d'une part un fonctionnement monomode du résonateur Brillouin, puis un affinement spectral dans un deuxième temps. La comparaison de la fonction de transfert expérimentale avec la prédiction du modèle paramétré a permis de confirmer la conformité de ce dernier.

A l'issue de la validation du modèle en terme de fonction de transfert en boucle ouverte nous avons conforté nos résultats en comparant les réponses indicelles du système. Pour cela nous avons observé l'évolution de la fréquence optique du laser lorsqu'un échelon de fréquence est imposé sur l'oscillateur local. Cette mesure nécessitant la mise en place



d'un montage interférométrique convertissant les variations de fréquences en variation de tension nous a montré que la fréquence optique du laser est translaté d'une valeur finale identique à celle de l'échelon de fréquence appliqué à l'oscillateur local. Le régime transitoire comporte alors les informations sur la dynamique du système. La correspondance entre la réponse indicielle issue du modèle paramétré grâce à la confirmation en terme de fonction de transfert et la réponse indicielle expérimentale renforce encore les hypothèses faites et la valeur des paramètres trouvés. Puisque la fréquence du laser se déplace une fois le régime permanent atteint d'une valeur égale à celle de l'échelon imposé au synthétiseur de fréquence alors, l'écart pompe / Stokes étant fixé par la fréquence de l'oscillateur local la fréquence du signal Stokes ne doit pas être affectée tant que le saut de fréquence reste petit devant l'intervalle spectral libre du résonateur Brillouin. Cette dernière propriété a également été validée expérimentalement prouvant que le résonateur Brillouin agit comme une référence de fréquence optique stable.

La mesure du bruit de phase électrique du battement Pompe / Stokes concorde également avec le bruit de phase prédit par le modèle. Afin d'accroître les performances du système nous avons alors utilisé le modèle pour identifier les paramètres cruciaux. Cette identification nous a alors logiquement conduit à optimiser le système. En premier lieu nous avons constaté que toute amélioration notable des performances était incompatible avec une longueur de boucle importante. A fortiori la longueur de boucle effective du système ne prend pas en compte celle du résonateur Brillouin sans quoi le système asservi serait instable. Cela confirme une nouvelle fois que le résonateur Brillouin joue le rôle d'une référence de fréquence optique et non pas celui d'un simple filtre optique. Ce résultat est fondamental. Ensuite nous identifions plusieurs paramètres tels que le cristal électro-optique ou le synthétiseur de fréquence dont la modification pourrait améliorer les performances du système (ajout de gain, abaissement de la limite fondamentale basse,...) mais au prix de changements coûteux financièrement et en terme de développement. Nous identifions en revanche le filtre de boucle comme élément clé d'une amélioration simple des performances du système.

A l'issue d'une phase de développement, une version optimisée du filtrage de boucle est obtenue. Elle permet notamment d'atteindre la limite fondamentale en terme de bruit de phase pour les basses fréquences et de le réduire substantiellement dans le reste de la bande passante d'asservissement. Pour les basses fréquences, avec ce système, seule l'utilisation d'un synthétiseur radio-fréquences plus performant peut améliorer le comportement général du système.

Comme mentionné au cours de ce chapitre, quelques limitations subsistent. Réduire la longueur de boucle pourrait permettre de d'augmenter la bande passante d'asservisse-

ment. D'autre part plusieurs composantes de bruit d'amplitude sont converties en bruit de phase à l'intérieur du système. Traiter ces composantes à la source devrait encore améliorer le système. Nous étudierons en particulier les oscillations de relaxation au chapitre 5.

Par simplicité de mesure nous avons dans ce chapitre utilisé le battement pompe/Stokes pour effectuer l'optimisation du système. Le chapitre suivant sera donc consacré à la vérification expérimentale des performances en terme de bruit de phase optique, réels enjeux du système dans sa version présentée dans ce manuscrit.

# Chapitre 4

## Mesures dans le domaine optique

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>123</b>
<b>4.2</b>	<b>Mesure de bruit de phase</b>	<b>124</b>
<b>4.3</b>	<b>Mesure de dérive de fréquence</b>	<b>130</b>
4.3.1	Description du montage	130
4.3.2	Résultats	133
<b>4.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>134</b>

---

## 4.1 Introduction

Au cours des chapitres précédents nous avons modélisé le système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin en utilisant les fonctions de transfert. Nous avons ensuite confirmé expérimentalement ce modèle. Cette modélisation a finalement permis l'amélioration des performances de réduction de bruit de phase du système. Cependant cette confirmation expérimentale de la réduction du bruit de phase n'a pour le moment été effectuée que sur le signal électrique de battement entre l'onde de pompe et l'onde Stokes issue du résonateur Brillouin. En effet, la mesure d'un bruit de phase dans le domaine hyperfréquence est nettement plus aisé que dans le domaine optique puisque nous disposons de bien meilleures résolutions spectrales dans le domaine hyperfréquences.

La figure 4.1 rappelle où se situent les sorties utiles du système d'asservissement. La première est constituée du battement pompe/Stokes à environ 10,98 GHz. Elle est utile à des fins de caractérisation du système mais possèdera toujours des propriétés spectrales de moins bonne qualité que le synthétiseur de fréquence utilisé dans le système en tant qu'oscillateur local RF.

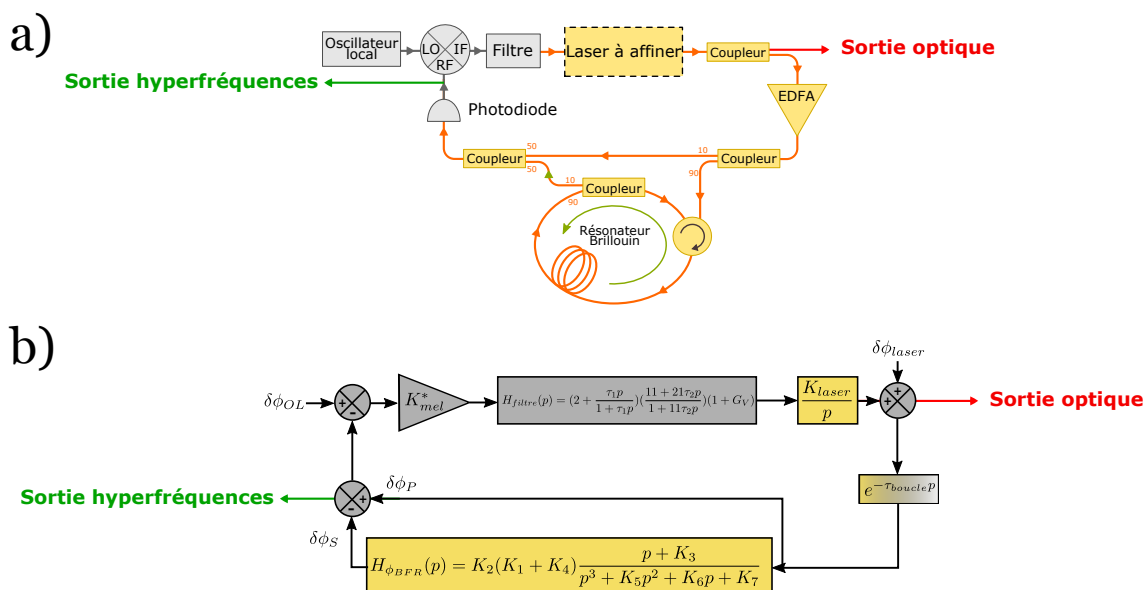


FIGURE 4.1 – Identification des sorties utiles du système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin

La seconde sortie utile est la sortie optique. C'est en vérifiant les propriétés spectrales du signal optique issu du laser que l'on pourra justifier le terme d'auto-affinement spectral du laser. Cependant, mesurer une caractéristique de bruit de phase dans le domaine optique n'est pas direct. En effet aucun appareil d'analyse spectrale suffisamment précis

n'existe pour ce domaine de fréquences. Il va donc falloir exploiter un signal transposé en fréquence dont les propriétés seront proportionnelles à celle du signal optique. C'est l'objet de la première partie de ce chapitre qui concerne la mise en place du banc de mesure de bruit de phase et de fréquence optique par la technique auto-hétérodyne.

Après avoir étudié les caractéristiques spectrales du laser pour les temps courts via la mesure du bruit de phase, nous étudierons les fluctuations à long terme. Pour cela nous mesurerons la dérive de fréquence du laser asservi en mettant en place un système de mesure comparant les fréquences de deux lasers asservis de manière identique. Cette méthode doit permettre encore une fois d'utiliser des appareils de mesure dans le domaine hyperfréquence beaucoup plus précis.

## 4.2 Mesure de bruit de phase

Les mesures du bruit de phase et du bruit de fréquence (qui sont liés) permettent d'analyser une onde laser vis-à-vis de ses fluctuations rapides. Contrairement aux mesures dans le domaine électrique qui se font en utilisant un analyseur de spectre ou un analyseur de bruit de phase, la mesure dans le domaine optique n'est pas directe.

Parmi les différentes méthodes existantes, on retiendra la méthode hétérodyne classique [144, 145]. Dans le cas où on possède une référence optique, dont les propriétés spectrales sont nettement meilleures que l'onde à analyser, alors il est possible de faire battre ensemble ces deux sources. Le signal de battement possèdera alors un bruit de phase quasiment identique à celui du laser testé transféré dans le domaine hyperfréquences et donc qualifiable par un analyseur de spectre électrique. La difficulté d'emploi de cette méthode réside dans le fait que les deux sources optiques comparées ont tendance à dériver l'une par rapport à l'autre. Il n'est donc pas aisé de maintenir un signal de battement stable pour l'analyse sans effort supplémentaire d'asservissement.

Une deuxième technique [146, 93, 147], similaire à celle employée dans le troisième chapitre de ce manuscrit, consiste à convertir les fluctuations de fréquence en variations d'amplitude ou d'intensité. La conversion peut alors être réalisée à l'aide d'un interféromètre optique ou encore de transitions atomiques.

Enfin, la troisième technique ne nécessitant que le laser à tester lui même est appelée méthode auto-hétérodyne. Proposée initialement par Okoshi et son équipe [148] dans le but de mesurer la largeur de raie d'un oscillateur laser, cette méthode fut ensuite généralisée à la mesure de bruit de phase en introduisant des modifications dans le système

de mesure [149, 150]. C'est cette méthode que nous utiliserons dans un premier temps pour qualifier le bruit de phase de notre source optique pour les fluctuations "rapides". La figure 4.2 présente le schéma de montage utilisé.

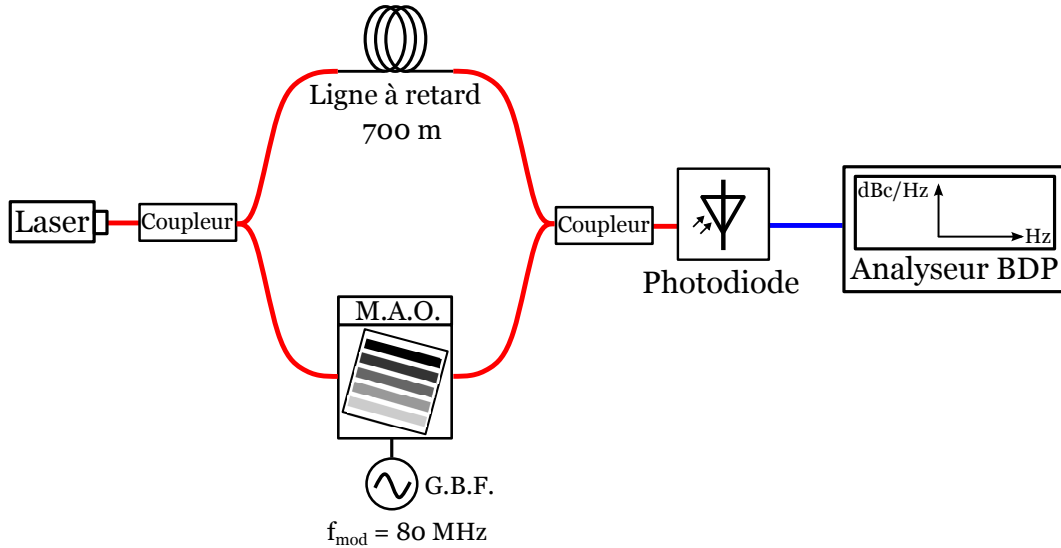


FIGURE 4.2 – Montage de mesure du bruit de phase optique utilisant la technique auto-hétérodyne corrélée. En rouge les signaux optiques. En bleu le signal électrique.

Le laser dont on souhaite mesurer le bruit de phase est envoyé dans un coupleur optique. La première partie du signal entre alors dans le bras court de l'interféromètre qui contient un modulateur acousto-optique permettant de décaler sa fréquence de 80 MHz. Ce décalage en fréquence justifie le terme de technique hétérodyne. La seconde partie du signal entre dans le bras long de l'interféromètre composé d'une ligne à retard. Selon le rapport entre la longueur de ce bras long et le temps de cohérence de la source optique à caractériser les méthodes mathématiques permettant d'accéder aux propriétés spectrales du laser changent. Dans le cas où la longueur de la ligne à retard est supérieure à la longueur de cohérence on parle de technique auto-hétérodyne dé-corrélée. En revanche lorsque la longueur de cohérence est longue devant la longueur de la ligne à retard alors on parle de technique auto-hétérodyne corrélée [150]. Notre situation relève du deuxième cas, la longueur de cohérence de notre laser est estimée nettement supérieure aux 700 m de la ligne à retard. Les phases des deux signaux générant un battement à 80 MHz au niveau de la photodiode en sortie de l'interféromètre sont donc encore corrélées.

En pratique, si le signal en entrée de l'interféromètre s'écrit :

$$E(t) = E_0 e^{j(2\pi f_0 t + \varphi(t))}, \quad (4.1)$$

avec  $E_0$  l'amplitude du signal que l'on considère constante ou faiblement modulée en première approximation,  $f_0$  la fréquence centrale d'émission laser et  $\varphi(t)$  les fluctuations instantanées de phase. Alors l'intensité du photocourant est décrite par l'expression suivante :

$$I_{phd} = \frac{\eta E_0^2}{2} \left( 1 + \cos \left( 2\pi f_0 \tau_d + 2\pi f_{AO} t + \Delta\varphi(t, \tau_d) \right) \right). \quad (4.2)$$

Dans l'expression 4.2,  $\eta$  représente le rendement de la photodiode,  $f_{AO}$  la fréquence de décalage du modulateur acousto-optique et  $\tau_d = \frac{nL_d}{c}$  avec  $L_d$  la longueur de la ligne à retard représente le délai introduit par cette dernière. Aussi,  $\Delta\varphi(t, \tau_d) = \varphi(t) - \varphi(t - \tau_d)$  est la différence de phase entre les deux ondes générant le battement. En appliquant la transformée de Fourier à l'expression de la différence de phase, il vient alors :

$$\Delta\varphi(f) = \varphi(f) \left( 1 - e^{j2\pi f \tau_d} \right). \quad (4.3)$$

L'analyseur de bruit de phase calcule la densité spectrale de puissance du signal  $\Delta\varphi(f)$  notée  $S_{\Delta\varphi}(f)$ . Celle-ci intègre la réponse de l'interféromètre. Le signal qui nous intéresse est  $\varphi(f)$ . Sa densité spectrale de puissance est notée  $S_\varphi(f)$ . Le lien entre ces deux densités spectrales de puissance est le suivant :

$$S_\varphi(f) = \frac{S_{\Delta\varphi}(f)}{|1 - e^{j2\pi f \tau_d}|^2} = \frac{S_{\Delta\varphi}(f)}{4\sin^2(\pi f \tau_d)}. \quad (4.4)$$

Si on souhaite maintenant exprimer cette relation en terme de bruit de phase en dBc/Hz alors cette relation devient :

$$\begin{aligned} L_\varphi(f) &= 10\log_{10} \left( \frac{S_{\Delta\varphi}(f)}{|1 - e^{j2\pi f \tau_d}|^2} \right) = L_{\Delta\varphi}(f) - 10\log_{10} \left( 4\sin^2(\pi f \tau_d) \right) \\ &= L_{\Delta\varphi}(f) - 20\log_{10} \left( 2\sin(\pi f \tau_d) \right). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Ainsi l'expression 4.5 tient compte de la fonction de transfert de l'interféromètre. Nous l'utiliserons donc dans le but d'obtenir le bruit de phase de notre laser à partir du signal délivré par l'analyseur de bruit de phase électrique. Cependant cette modification n'est pas applicable en pratique pour toutes les fréquences. En effet l'annulation du terme  $\sin(\pi f \tau_d)$  cause des trous de transmission comme l'illustre la figure 4.3. Afin de procéder

à une modification mathématique fiable nous nous limiterons donc à une bande passante légèrement inférieure à 100 kHz lors de notre analyse.

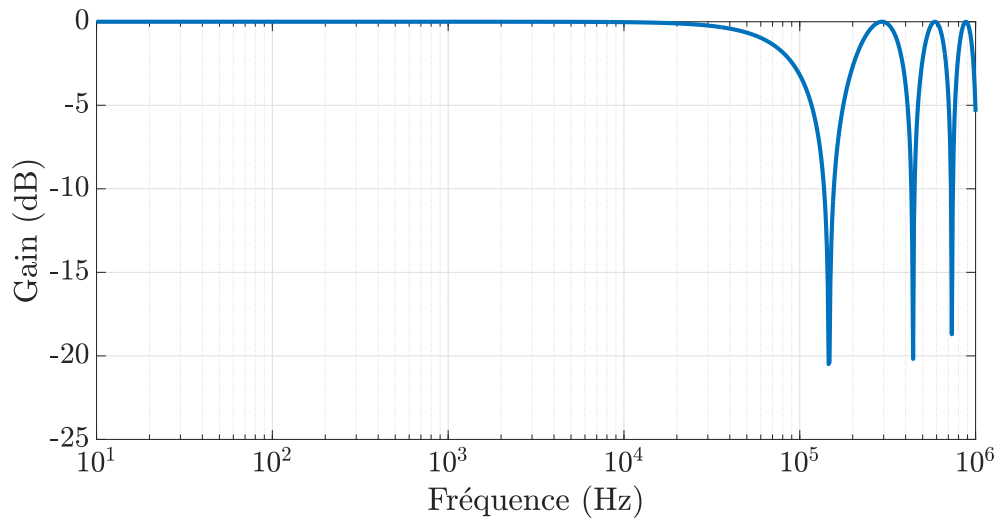


FIGURE 4.3 – Fonction de transfert d’un interféromètre déséquilibré (Différence de longueur de 700m entre bras)

La figure 4.4 présente les résultats de mesure de bruit de phase optique pour le laser libre (rouge) et le laser asservi (bleu) par un système dans lequel le filtre initial est employé.

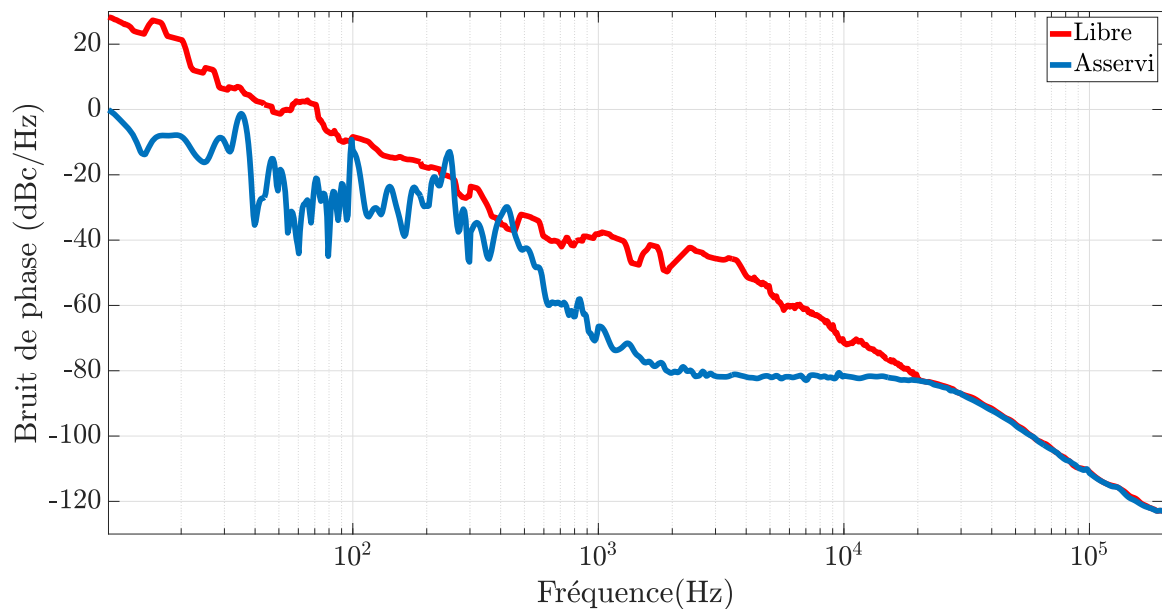


FIGURE 4.4 – Mesure du bruit de phase optique par la méthode auto-hétérodyne corrélée avec un délai de 700m après correction mathématique.

Le bruit de phase du laser asservi est limité par le plancher de mesure du dispositif. Nous



pouvons donc uniquement donner une valeur de largeur de raie majorant la largeur de raie réelle du laser asservi. Pour réaliser cette estimation de borne supérieure on commence par calculer le bruit de fréquence lié au bruit de phase optique mesuré sur le laser asservi en utilisant l'expression suivante :

$$S_\nu(f) = f^2 S_\varphi(f) \quad \Leftrightarrow \quad S_\nu(f) = f^2 10^{\frac{L_\varphi}{10}}. \quad (4.6)$$

La figure 4.5 montre l'allure des bruits de fréquence obtenus en appliquant la formule 4.6 au bruits de phase optiques mesurés pour le laser libre et le laser asservi et représentés sur la figure 4.4. Le tracé de la  $\beta$ -line associée sert alors à obtenir une estimation de la largeur de raie.

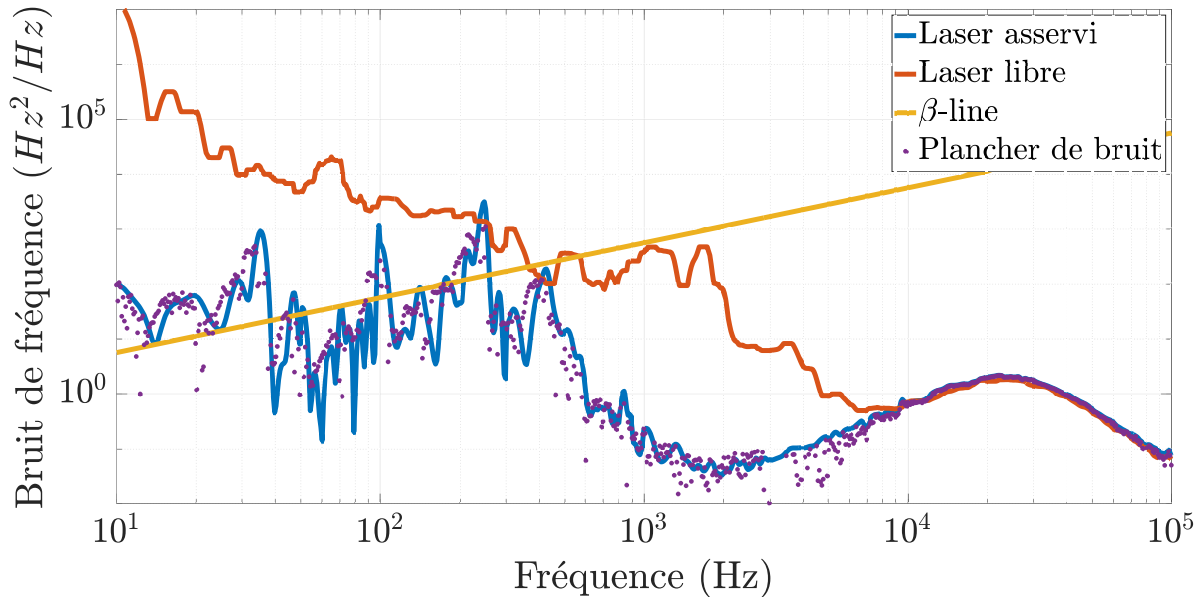


FIGURE 4.5 – Mesure du bruit de fréquence optique par la méthode auto-hétérodyne corrélée avec un délai de 700 m et correction mathématique. Tracé de la  $\beta$ -line pour estimation de la largeur de raie optique.

### Utilisation de la $\beta$ -line

Cette méthode proposée par Di Domenico [151] et ses collaborateurs fait l'hypothèse qu'en pratique toute densité spectrale de bruit de fréquence est séparée en deux zones.

Cette conclusion provient de l'étude d'un laser dont la densité spectrale de bruit de fréquence serait de niveau constant  $h_0$  jusqu'à une fréquence de coupure  $f_c$  et nulle au-delà.

$$S_\nu(f) = \begin{cases} h_0 & 0 < f < f_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.7)$$

En effet il apparait alors que si on augmente  $f_c$  jusqu'à une valeur limite  $f_{c-lim} = \frac{\pi^2 h_0}{8 \ln(2)}$  alors la largeur de raie du laser augmente également. En revanche lorsque  $f_c$  dépasse cette limite alors toute augmentation n'a plus d'influence sur la largeur de raie du laser.

La généralisation de ce principe à une densité spectrale de bruit de fréquence quelconque permet de déterminer la fréquence limite des composantes participant effectivement à l'élargissement de la raie optique. Cette fréquence est définie comme l'intersection d'une densité spectrale de bruit de fréquence fictive :

$$S_\beta(f) = \frac{8 \ln(2)}{\pi^2} f, \quad (4.8)$$

et de la densité spectrale de bruit de fréquence dont on souhaite estimer la largeur de raie équivalente. Cette densité fictive proportionnelle à  $f$  est nommée  $\beta - line$ .

Avec cette méthode, la largeur de raie optique peut alors généralement être estimée avec une marge d'erreur de 10% (et plus dans certains cas) grâce à l'équation suivante :

$$\Delta\nu = \sqrt{8 \ln(2) A}, \quad (4.9)$$

avec :

$$A = \int_{\frac{1}{T_{obs}}}^{f_{\beta-line}} S_\nu(f) df. \quad (4.10)$$

Dans l'expression précédente  $A$  est l'aire située sous la densité spectrale de bruit de fréquence mesurée entre l'inverse du temps de mesure  $T_{obs}$  et la fréquence d'intersection de la densité spectrale de bruit de fréquence et la  $\beta - line$  notée  $f_{\beta-line}$ . En considérant dans notre cas un temps d'observation  $T_{obs} = 100$  ms et une fréquence  $f_{\beta-line}$  définie comme l'intersection de la  $\beta - line$  et de la densité spectrale de bruit de fréquence de la source considérée alors nous obtenons pour le laser libre et le laser affiné respectivement :

Source optique	$f_{\beta-line}$	$\Delta\nu$
Laser libre	37 kHz	$\simeq 10$ kHz
Laser asservi	40 Hz	$< 145$ Hz

Cette méthode de mesure indique une réduction de la largeur de raie de la source étudiée d'au moins deux ordres de grandeur. Cependant, la limitation du dispositif de mesure ne permet pas de sonder la réelle valeur de la largeur de raie optique du système affiné. La prévision du modèle invérifiable en l'état actuel pour la largeur de raie optique est en tout cas inférieure à la valeur limite mesurable avec ce plancher de bruit de mesure.

## 4.3 Mesure de dérive de fréquence

La mesure de bruit de phase permet d'estimer la "largeur de raie" d'une source optique ou plus précisément ses fluctuations rapides de phase. Cependant, afin de caractériser complètement cette source il est également utile de connaître ses fluctuations pour de plus longues échelles temporelles. Notre objectif dans cette section est donc de mettre en place un dispositif de mesure permettant de savoir comment évolue la fréquence centrale du laser affiné durant plusieurs minutes.

### 4.3.1 Description du montage

Le montage permettant de mesurer la dérive du laser affiné doit posséder la propriété de pouvoir suivre avec précision l'évolution de la fréquence centrale de ce laser. Dans le domaine optique directement cette opération est encore ardue puisque les meilleurs analyseurs de spectres optiques ont une résolution de quelques MHz et une dérive long terme de l'ordre du GHz. Nous décidons donc de dupliquer le montage afin de faire battre les deux systèmes identiques dans le domaine hyperfréquence. Le montage permettant cette opération est représenté par la figure 4.6.

Deux enceintes 1 et 2 parfaitement indépendantes contiennent chacune un laser et son dispositif d'affinement spectral. Chaque enceinte est positionnée sur une table optique montée sur coussin d'air afin de l'isoler. Chaque enceinte est également isolée acoustiquement par une cage de plusieurs centimètres d'épaisseur composée de mousse et de polystyrène extrudé. Chaque laser est également maintenu en température à l'aide du module Peltier. Cette étape de confinement des enceintes est cruciale pour la faisabilité de mesure. Les perturbations acoustiques dans l'environnement du laboratoire fausseraient les mesures.

La sortie optique de chaque système d'affinement est envoyée vers un coupleur 50/50. Le signal de battement est ensuite envoyé vers un analyseur de spectre électrique (FSWP Rohde & Schwartz de bande passante 22 GHz). En effet les lasers sont accordés de manière à ce que leur écart de fréquence soit dans le domaine hyperfréquence.

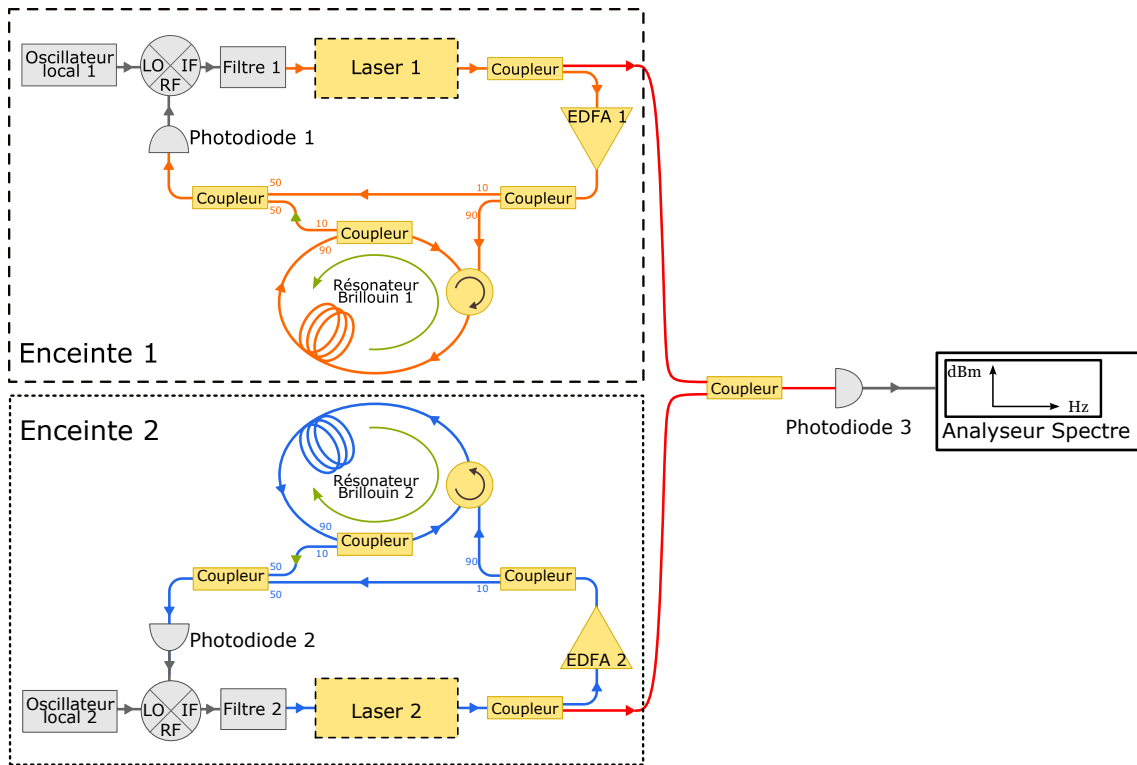


FIGURE 4.6 – Montage utilisé pour mesurer la dérive du laser affiné spectralement par effet Brillouin.

Afin de s'assurer en temps réel que l'asservissement des deux lasers est bien effectif, on prélève une fraction des deux battements pompe/Stokes, qui sont envoyés sur un coupleur 50/50, dont la sortie est reliée à un analyseur de spectre électrique (FSW Rohde & Schwartz de bande passante 13,6 GHz). La figure 4.7 montre la mesure simultanée des deux battements pompe/Stokes pour les deux lasers affinis.

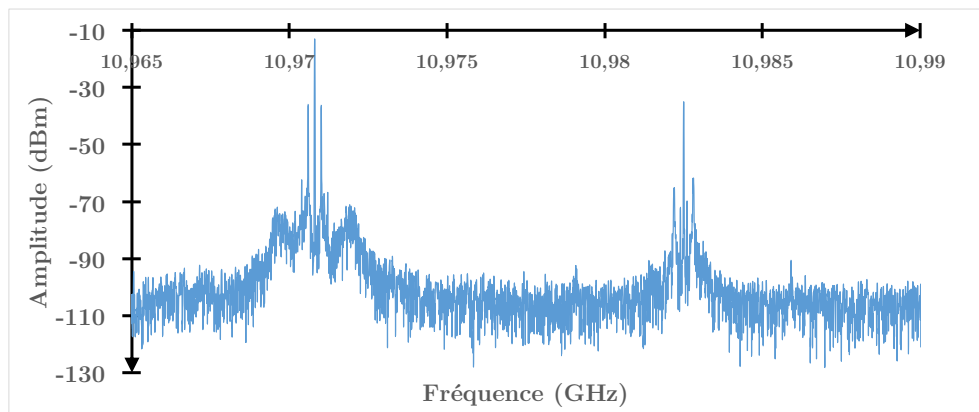


FIGURE 4.7 – Mesure des deux battements Pompe/Stokes pour les deux lasers confirmant l'asservissement simultané.

Les deux fréquences d'offset Brillouin  $f_1 = 10,971GHz$  et  $f_2 = 10,982GHz$  sont différentes puisque les deux lasers sont verrouillés sur des fréquences différentes. Ces deux fréquences sont imposées par deux générateurs RF.

L'étape décisive pour la mesure de dérive de fréquence est d'obtenir un signal de battement entrant dans la bande passante de la photodiode. Pour cela il faut agir indépendamment sur les étalons ainsi que sur le point de polarisation des cristaux électro-optiques dans la cavité de chaque laser solide à affiner. En faisant varier le chemin optique intra-cavité, il est ainsi possible de faire osciller chaque laser sur un mode sélectionné. Un analyseur de spectre optique est utile pour vérifier que l'action sur la cavité d'un laser rapproche effectivement les deux longueurs d'ondes. Une fois les deux longueurs d'onde centrales suffisamment rapprochés on obtient un signal de battement sur la photodiode tel que présenté sur la figure 4.8.

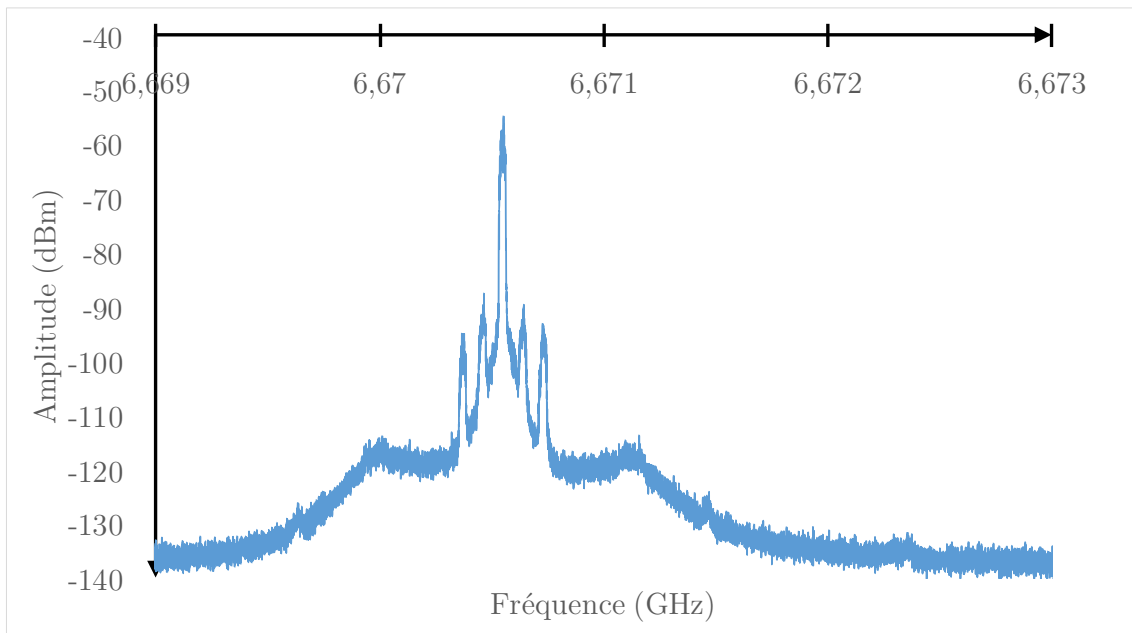


FIGURE 4.8 – Battement électrique des deux lasers entre eux à une fréquence de 6,6705 GHz entrant dans la bande passante de la photodiode et de l'ESA

Le battement entre les deux lasers affinés provenant d'enceintes totalement indépendantes (une boucle à verrouillage de phase par laser, un résonateur Brillouin par système) oscille au départ à la fréquence 6,6705 GHz ce qui entre dans la bande passante de la photodiode et de l'analyseur de spectre électrique. Ce signal est composé d'un pic central et de 4 pics latéraux correspondant aux oscillations de relaxation de chaque laser. La remontée de bruit apparaissant plus éloignée de la fréquence moyenne correspond à la fréquence de gain unité des asservissements mis en place.

### 4.3.2 Résultats

Le signal de battement de la figure 4.8 dérive au cours du temps. Durant une demi-heure nous relevons toutes les 10 secondes la valeur de la fréquence instantanée du battement à l'aide d'un analyseur de spectre électrique. Durant cet intervalle de temps aucun saut de mode n'est observé. La figure 4.9 montre le cas le plus défavorable observé parmi plusieurs relevés. Les extrema de fréquence sont séparés de 983,4975 MHz ce qui correspond à une vitesse moyenne de dérive de 546 kHz/s.

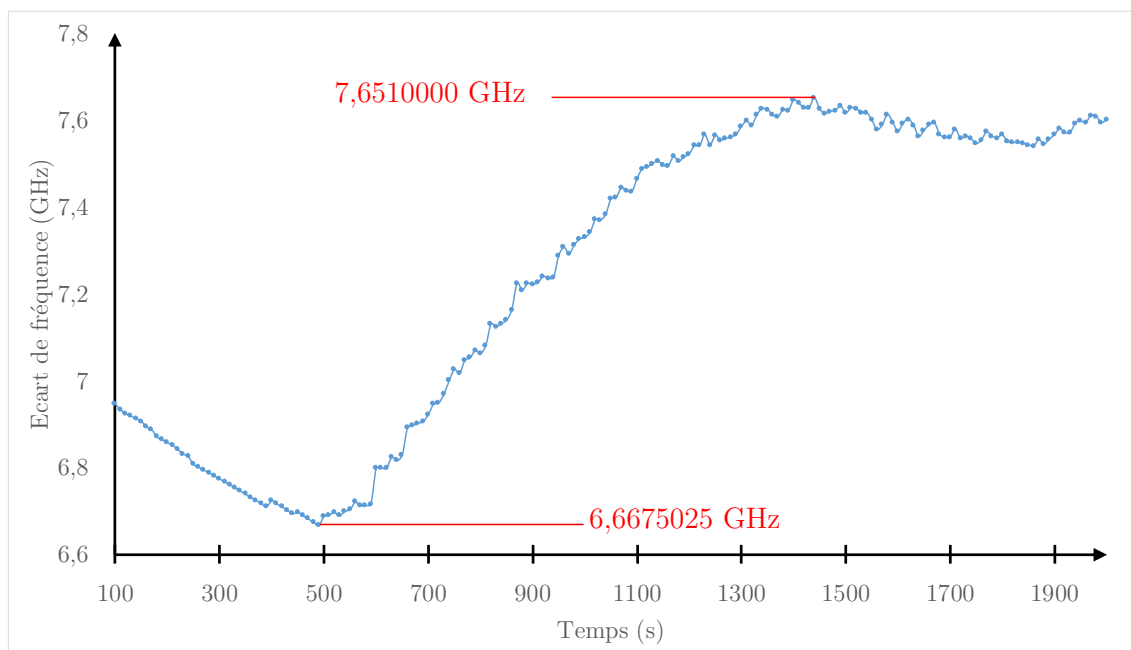


FIGURE 4.9 – Mesure de la dérive en fréquence du battements de deux lasers asservis par des systèmes d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin indépendants.

L'observation de la courbe montre que la dérive de fréquence n'est pas une fonction strictement monotone. On observe ainsi plusieurs changements dans le sens de cette dérive. Ainsi sur l'intervalle de temps considéré la fréquence absolue du battement a bougé de 680 MHz. Ce cas étant le plus défavorable parmi plusieurs observations nous l'utilisons pour conclure quant à la dérive de fréquence d'un laser seul. Les bruits étant centrés sur zéro et décorrélés la dérive d'un laser est estimée à la moitié de celle du battement dans le cas le plus défavorable soit ici 243 kHz/s.

## 4.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons étudié les propriétés spectrales du laser affiné dans le domaine optique. Dans un premier temps nous avons utilisé la méthode interférométrique dite auto-hétérodyne [148] dans le but de mesurer le bruit de phase du laser. Les mesures ont d'abord permis de mesurer le bruit de phase et de fréquence du laser hors de la boucle d'asservissement. La largeur de raie a alors été estimée [151] à une valeur proche de celle attendue soit 10 kHz environ. Ensuite la mesure du bruit de phase du laser inséré dans le système d'affinement spectral a révélé que le bruit de phase de ce dernier se situait sous le plancher de mesure du dispositif. Ceci ne permet pas de conclure à une valeur précise de largeur de raie mais permet néanmoins d'estimer une borne supérieure située à environ 145 Hz. Cette valeur expérimentale est encore supérieure à celle prédite par le modèle qui est de 0,31 mHz.

Dans un second temps nous nous sommes concentrés sur les fluctuations lentes du laser. En comparant deux systèmes d'affinement spectral strictement identiques et parfaitement indépendants nous avons suivi l'évolution de leur signal de battement durant une demi-heure sans apercevoir de saut de mode. Les extrema de la dérive sur cet intervalle de temps sont espacés de 1 GHz environ. Ce cas étant le plus défavorable nous en avons déduit que la dérive de fréquence d'un seul laser asservi est deux fois moindre et vaut 243 kHz/s. Ces mesures viennent conclure la caractérisation du montage en terme de bruit de fréquence.

Dans le chapitre suivant nous explorons finalement une méthode annexe permettant d'optimiser encore le système. En agissant sur la dynamique interne du laser de pompe nous diminuons les oscillations de relaxation qui constituent la principale source de bruit d'amplitude converti en bruit de phase dans notre système. Dans ce chapitre final nous vérifierons également que cette réduction de bruit d'amplitude ne dégrade pas le bruit de phase d'aucune manière.

# Chapitre 5

## Réduction du bruit d'intensité

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>136</b>
<b>5.2</b>	<b>Méthode de réduction du bruit d'intensité . . . . .</b>	<b>137</b>
5.2.1	Origine des oscillations de relaxation . . . . .	137
5.2.2	Insertion d'un absorbant non linéaire . . . . .	138
<b>5.3</b>	<b>Résultats expérimentaux . . . . .</b>	<b>140</b>
<b>5.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>141</b>

---



## 5.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de montrer comment il est possible d'améliorer encore les performances de réduction de bruit de phase de notre système en menant une action ciblée sur certaines composantes spectrales. Dans la bande passante de l'asservissement [DC-1MHz] le bruit de phase du battement pompe/Stokes atteint ou s'approche presque partout de sa limite inférieure donnée par le synthétiseur de fréquences utilisé comme référence hyperfréquences. Cependant certaines composantes localisées émergent encore de ce niveau de bruit moyen. C'est par exemple le cas aux fréquences multiples de la fréquence du réseau d'alimentation EDF. S'affranchir de ces composantes nécessiterait d'isoler le système du réseau. C'est également particulièrement le cas à une fréquence identifiée comme étant celle des oscillations de relaxation du laser à état solide. Cette composante provenant du bruit d'intensité du laser est convertie à l'intérieur du système d'asservissement en bruit de phase et apparaît alors sur les spectres de bruit de phase. Jugée gênante pour la stabilité de l'asservissement mis en place car proche de sa fréquence de gain unité et de surcroît dégradant la qualité du bruit de phase du laser asservi, nous souhaitons éliminer cette composante. Au cours de nos travaux expérimentaux nous avons réalisé une première tentative dans ce sens en ajoutant un SOA [141] dans la boucle de rétroaction en plus de l'EDFA présent initialement. En effet la fonction de transfert d'un tel amplificateur promet une réduction des fluctuations d'intensité par oscillations cohérentes de population sur une bande allant de la fréquence nulle au Gigahertz [141, 152]. Les résultats obtenus sont présentés Figure 5.1.

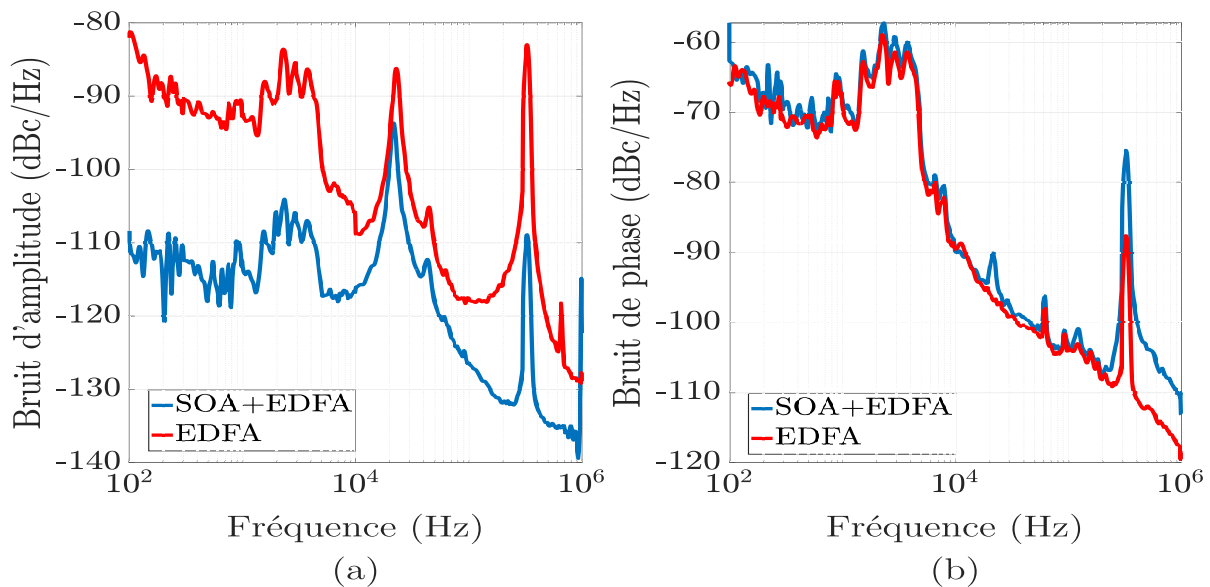


FIGURE 5.1 – Comparaison des bruits d'amplitude (a) et de phase (b) du battement pompe/Stokes avec présence ou absence d'un SOA dans la boucle de rétroaction.

Dans cette nouvelle configuration les deux amplificateurs optiques fonctionnent en régime de saturation. L'ajout de l'amplificateur à semi-conducteur conduit comme prévu à une réduction significative du bruit d'amplitude. En revanche on observe simultanément une légère augmentation ( $\simeq 3$  dB) moyenne du bruit de phase et même une forte dégradation à la fréquence des oscillations de relaxation. Nous décidons donc d'essayer une autre méthode de réduction des oscillations de relaxation.

Le principe explicité ci-après est d'introduire un nouvel élément non linéaire dans la cavité laser afin d'en modifier la dynamique. Cette méthode développée au laboratoire nommée "réduction de bruit par buffer réservoir" [153] s'inspire de plusieurs études antérieures qui visaient à réduire le phénomène de spiking [154, 155] dans les lasers à état solide et avaient notamment démontrés des résultats faisant l'état de l'art pour des lasers Er :Yb et Nd :YAG.

## 5.2 Méthode de réduction du bruit d'intensité

### 5.2.1 Origine des oscillations de relaxation

Dans le but de comprendre le fonctionnement de la méthode de réduction des oscillations de relaxation par buffer reservoir rappelons dans un premier temps que l'étude de la dynamique du laser de pompe à état solide a été présentée en détail au Chapitre 2 - Section 2.2.2. Nous avons alors déterminé la fonction de transfert liant les fluctuations d'intensité  $\delta I$  et le taux de perte des photons  $\delta\gamma_c$  :

$$H(\omega) = \frac{\delta I}{\delta\gamma_c} = \frac{I^0}{\gamma_c^0} \frac{-\gamma_c^0}{j\omega + \gamma_c^0 \frac{2\sigma I^0}{j\omega + 2\sigma I^0 + w_p + \gamma}}. \quad (5.1)$$

Le bruit d'intensité relative se déduit alors de la fonction de transfert et de la densité spectral de fluctuations de photons  $S_{ph}$  par l'équation :

$$RIN(\omega) = |H(\omega)|^2 \left( \frac{S_{ph}}{\gamma_c^2} \right). \quad (5.2)$$

Dans le cas d'un laser dont la dynamique est de classe B comme notre laser de pompe (temps de vie des photons et de l'inversion de population comparables) le système se comporte comme un système passe-bas du second ordre sous-amorti. Il y a donc existence d'une fréquence de résonance.

Notons qu'un système du second ordre de type passe bas peut également ne pas être résonant. La détermination de la fonction de transfert indique que pour annihiler ce

comportement il est nécessaire d'augmenter le facteur d'amortissement du système. C'est l'objectif de la suite de ce chapitre.

### 5.2.2 Insertion d'un absorbant non linéaire

Dans le but d'amortir le fonctionnement du laser nous insérons dans la cavité laser un mécanisme d'absorption non linéaire : l'absorption à deux photons. Ce mécanisme de TPA ('Two Photon Absorption') est obtenu par une lame d'AsGa de  $200 \mu m$  d'épaisseur. Le choix de matériau est effectué en suivant les résultats d'études menées précédemment au laboratoire [153, 156, ?]. Cette lame est transparente à la fréquence d'émission du laser pour ne pas introduire de pertes linéaires supplémentaires dans la cavité. L'objectif ici est l'insertion d'un mécanisme de pertes non-linéaires. Le mécanisme de buffer reservoir implique que lorsque la puissance sera élevée, les pertes seront importantes. A l'inverse une faible puissance impliquera des pertes plus faibles. Le choix est effectué de placer la lame au plus proche du milieu actif afin de renforcer l'efficacité du mécanisme non-linéaire. En effet c'est à cet endroit que le faisceau laser divergent à l'intérieur de la cavité plan-concave est le plus confiné. La figure 5.2 présente la nouvelle structure interne du laser.

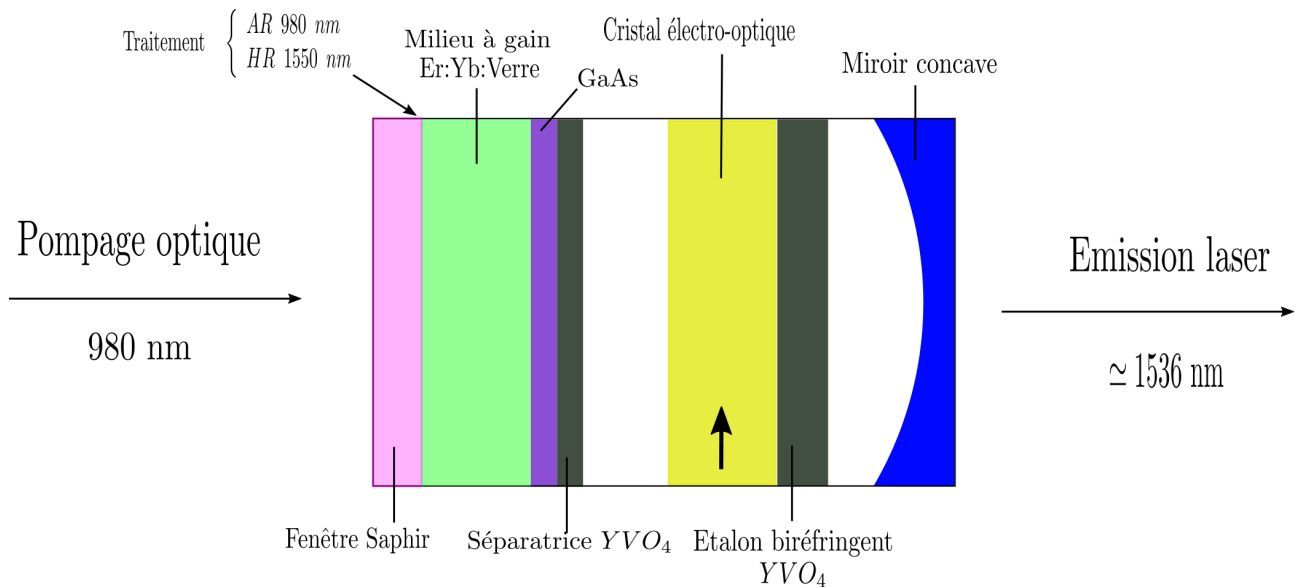


FIGURE 5.2 – Structure interne du laser à état solide modifié par l'insertion d'une lame de  $200 \mu m$  d'AsGa jouant le rôle d'absorbant non linéaire.

La présence de l'étalon biréfringent initialement présent n'est plus fondamentale puisque la lame d'AsGa non traitée anti-reflet permet de profiter des réflexions de Fresnel pour rendre le laser monomode. L'insertion de la lame d'AsGa impose l'insertion d'une troisième équation d'évolution [134] pour les pertes non linéaires  $P$  dans le système déjà

composé des équations 5.3 et 5.4 telle que :

$$\frac{dN}{dt} = -2\sigma IN - N(w_P + \gamma) + N_E(w_P - \gamma), \quad (5.3)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{c}{2L} 2e\sigma IN - (\gamma_c + \gamma_P)I, \quad (5.4)$$

$$\frac{dP}{dt} = \psi I - \gamma_{NL}P. \quad (5.5)$$

Dans cette nouvelle équation  $\psi$  rend compte de l'efficacité du processus d'absorption à deux photons tandis que  $\gamma_{NL} = \frac{1}{\tau_{NL}}$  rend compte du temps de réponse du mécanisme d'absorption et que  $\gamma_p = \frac{cP}{2L}$  est le taux de pertes non linéaires.

La nouvelle fonction de transfert entre les fluctuations de pertes dans la cavité et les fluctuations de l'intensité du laser tenant compte des nouvelles variations non linéaires  $P = P^0 + \delta P e^{j\omega t}$  s'exprime :

$$H_2(\omega) = \frac{-\gamma_c^0}{j\omega + \gamma_c^0(1 - \frac{N^0}{N^S}) + \gamma_P^0(1 + \frac{\gamma_{NL}}{j\omega + \gamma_{NL}}) + \gamma_c^0 \frac{N^0}{N^S} \frac{2\sigma I^0}{j\omega + 2\sigma I^0 + w_p + \gamma}}, \quad (5.6)$$

avec  $N^S$  l'inversion de population au seuil laser. L'analyse de cette nouvelle fonction de transfert permet d'affirmer que l'amortissement du système est renforcé par l'introduction des pertes non linéaires dans le système. Ceci conduit alors à une réduction du pic des oscillations de relaxations. Nous choisissons l'AsGa puisque dans ce milieu le temps de recombinaison des porteurs est de l'ordre de quelques nanosecondes, une valeur nettement inférieure aux quelques 3,3 microsecondes pour des oscillations de relaxations à la fréquence de 300 kHz. Dans ce cas le processus non linéaire peut être considéré instantané favorisant la réduction des oscillations de relaxations.

### 5.3 Résultats expérimentaux

Nous présentons sur la figure 5.3 la comparaison des bruits d'intensité relative mesuré pour le laser précédemment décrit dans la configuration initiale et dans la configuration embarquant une lame d'AsGa de 200  $\mu m$  accolée au milieu actif dans le but d'essayer de maximiser l'efficacité du processus de réduction de bruit. Nous observons une diminution de l'amplitude des oscillations de relaxation de l'ordre de 32 dB. Comme attendu, nous n'observons pas de décalage de la fréquence de ces oscillations de relaxation comme c'est le cas avec du silicium [157] dont le temps de recombinaison des porteurs est de l'ordre de la  $\mu s$  [158]. Dans les travaux de K. Audo la réduction de bruit à la fréquence des oscillations de relaxation atteint jusqu'à 50 dB [134] ce qui entraîne une disparition totale de celles-ci. Ici le RIN présente encore un léger excès de bruit aux oscillations de relaxation. L'objectif de notre système étant l'optimisation du bruit de phase, nous pouvons néanmoins juger que notre résultat est satisfaisant dans le cas où le transfert vers le bruit de phase disparaît sans contre-parties aux autres portions du spectre.

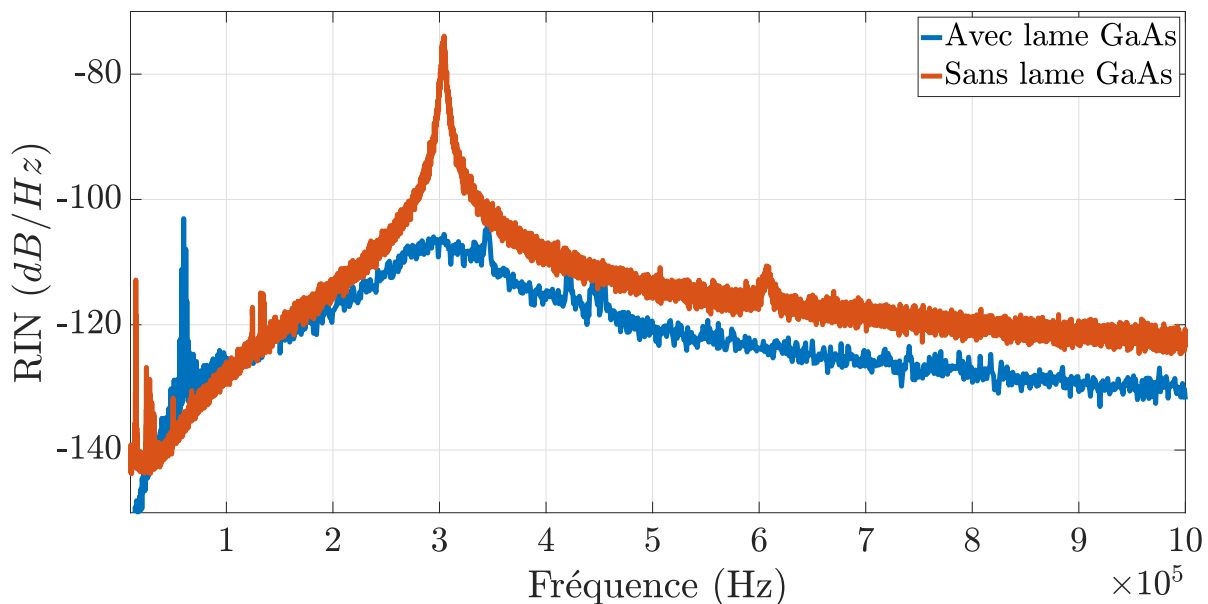


FIGURE 5.3 – Comparaison entre les bruits d'intensité relative d'un laser affiné spectralement et intégrant ou non une lame AsGa intracavité.

Afin de juger de l'utilité de la solution mise en place nous mesurons simultanément aux mesures de RIN le bruit de phase du battement pompe/Stokes associé. Les résultats de ces mesures sont présentés sur la Figure 5.4.

Nous ne constatons pas de changement significatif sur le bruit de phase du laser avec ou sans lame d'AsGa intra-cavité si ce n'est la quasi- disparition escomptée de la composante convertie à partir des oscillations de relaxations. Ainsi l'efficacité du mécanisme

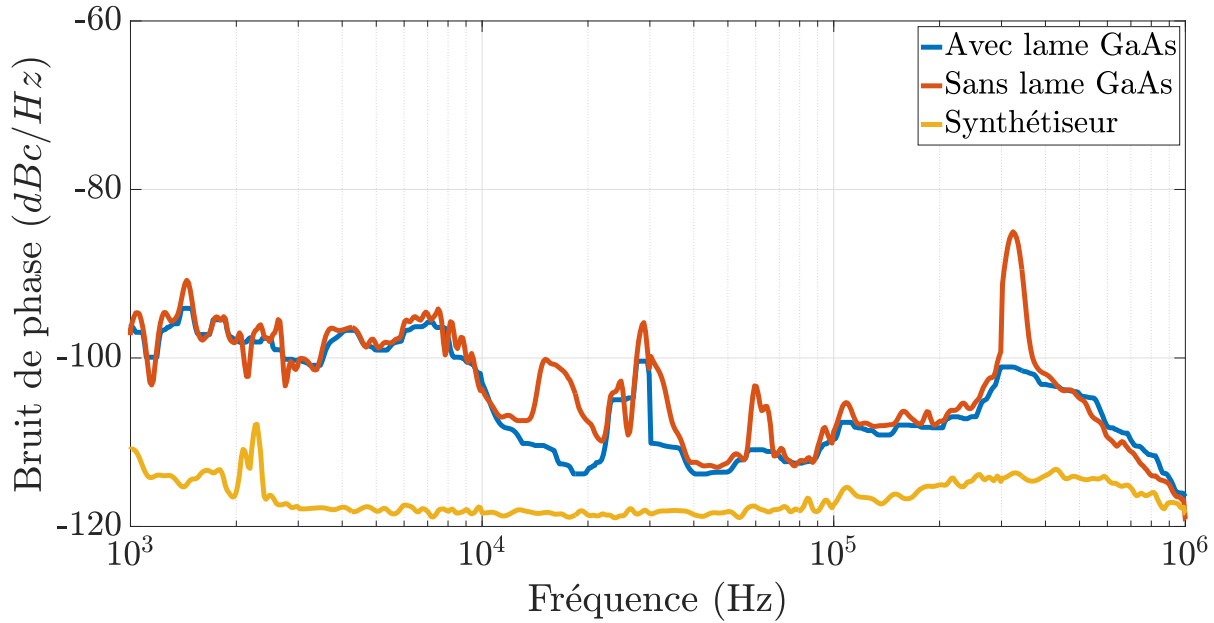


FIGURE 5.4 – Comparaison entre les bruits de phase d'un laser affiné spectralement et intégrant ou non une lame AsGa intracavité.

d'absorption à deux photons ne perturbe pas l'efficacité de l'affinement spectral observé lorsque celui-ci est introduit dans notre boucle à verrouillage de phase. L'introduction du mécanisme non linéaire change la dynamique interne au laser sans affecter le fonctionnement de l'asservissement précédemment mis en place. Ainsi aucun changement de structure ni de paramétrage n'a été réalisé sur la boucle d'asservissement du bruit de phase. En particulier aucun changement de paramétrage du filtre n'a été effectué.

## 5.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre dans lequel l'objectif est d'obtenir une réduction du bruit d'intensité à la fréquence des oscillations de relaxation qui perturbent notre système nous avons d'abord rappelé la nature de ces oscillations. Ensuite, nous avons exploité le mécanisme de "buffer réservoir". Pour cela nous avons inséré une lame d'AsGa à l'intérieur de la cavité de notre laser de pompe dans le but d'y introduire un mécanisme de pertes non linéaire : l'absorption à deux photons. En l'absence de cet élément la dynamique du laser répondait à l'interaction entre l'inversion de population et le nombre de photons dans la cavité. Cette interaction était résonante et entraînait la présence du pic d'oscillations de relaxation. L'introduction du mécanisme non linéaire fait intervenir un troisième acteur qui modifie la dynamique du laser. Le rôle de cet acteur d'amortir les interactions entre les deux premiers en jouant le rôle de tampon. Lorsque sa constante de temps est bien plus petite que l'inverse des oscillations de relaxations alors le mécanisme non linéaire

réponds instantanément à une augmentation d'intensité intra-cavité par une augmentation des pertes non linéaires et inversement une diminution des photons intra-cavité se traduit par une diminution des pertes non linéaires. On parle alors de réservoir de population fictif tampon ou "buffer reservoir" [153].

Finalement nous avons comparé les bruits de phase des battements pompe/Stokes produits par le laser avec et sans élément non linéaire intra-cavité. La disparition du terme converti à la fréquence des oscillations de relaxation sans autre dégradation adjacente confirme la faisabilité et l'efficacité de la solution dans le cas d'un laser solide affiné spectralement dans le système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin. En particulier aucun changement de paramètre dans la boucle d'asservissement n'est nécessaire pour maintenir le niveau de bruit de phase.

# Conclusion générale et perspectives

## Conclusion

Tout au long de ce manuscrit le support de notre étude a été un système original d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin permettant de réduire de plusieurs dizaines de décibels le bruit de phase d'un laser à état solide dans une bande d'asservissement d'environ 1 MHz. La source optique ainsi produite possède des applications dans des domaines tels que la métrologie des fréquences, la spectroscopie ou encore pour la photonique micro-onde en exploitant des signaux de battement optiques. Afin de connaître le potentiel d'un tel système et ses réelles ambitions applicatives l'objectif de cette thèse est d'en obtenir un modèle aussi fiable que possible. Dans cet objectif, le premier chapitre présente les méthodes existantes et les outils mathématiques utiles à l'étude des propriétés spectrales des oscillateurs. Le modèle obtenu doit notamment qualifier le système dans son état initial mais également permettre d'en optimiser les paramètres.

En premier lieu nous avons présenté le dispositif expérimental initial. La source optique à affiner spectralement est un laser à état solide dont le milieu actif est un verre co-dopé erbium-ytterbium et émettant une puissance moyenne de l'ordre de 5 mW à la longueur d'onde de 1536 nm. A l'intérieur de la cavité un cristal électro-optique permet par effet VCO de modifier le chemin optique intra-cavité et donc la fréquence d'émission du laser. Le principe de la méthode d'affinement repose sur deux éléments principaux : un résonateur Brillouin non réciproque et une boucle à verrouillage de phase. Le résonateur Brillouin pompé par la sortie du laser à affiner amplifiée par un amplificateur optique à fibre erbium (EDFA) génère une onde Stokes contra-propageante et décalée de  $f_{PS} = 10,98$  GHz environ vers les basses fréquences. La comparaison sur une photodiode rapide de l'onde de pompe et de l'onde Stokes génère un battement micro-onde à la fréquence  $f_{PS}$ . Ce battement est à son tour comparé avec le signal issu d'une référence électrique produite par un synthétiseur hyperfréquences bas bruit de phase. Le résultat de ces deux opérations consécutives est un signal en bande de base qui après filtrage est utilisé comme signal correcteur agissant sur le cristal intra-cavité du laser. Ainsi les composantes du signal de correction de la fréquence de la pompe sont celles de son bruit



dans le domaine optique ramenées en bande de base. Notons également que ce système permet en plus de la réduction de bruit de phase de s'assurer d'un fonctionnement mono-mode du résonateur Brillouin par blocage de l'écart pompe/Stokes à la fréquence imposée par l'oscillateur local.

La seconde partie est consacré à l'étude théorique permettant d'établir une première forme générale pour le modèle. Ainsi, chaque élément de la boucle est modélisé individuellement par deux fonctions de transfert représentant la réponse de cet élément vis-à-vis des fluctuations de phase et d'amplitude. Parmi les éléments modélisés on consacre une attention particulière au résonateur Brillouin dont la structure non réciproque (la présence d'un circulateur optique autorise la résonance de l'onde Stokes mais pas de l'onde de pompe) nécessite l'utilisation de plusieurs hypothèses et des conditions aux limites différentes de celles utilisées habituellement. La modélisation statique permet notamment de modéliser le point de fonctionnement du résonateur ainsi que d'introduire des constantes de temps effectives pour les ondes de pompe et Stokes. Ces dernières seront utiles à l'obtention d'expressions analytiques pour le modèle dynamique. Le point de fonctionnement ainsi déterminé est utile à l'étude en régime de petites perturbations du résonateur et à l'établissement de ses fonctions de transfert. Les autres éléments notables de la boucle à verrouillage de phase modélisés sont successivement l'amplificateur optique supposé transparent vis-à-vis des fluctuations de phase, la photodiode qui combine les perturbations des ondes de pompe et Stokes et le mélangeur micro-ondes qui permet de comparer le battement pompe/Stokes et l'oscillateur local mais représente également la principale source de couplage amplitude/phase dans le système d'asservissement. Après le filtrage permettant l'élimination des harmoniques issus du mélange hyperfréquences et à l'apport de gain au système (dans un premier temps), le signal agit sur le cristal électro-optique intra-cavité. Ce cristal produit un effet VCO, la fréquence du laser varie proportionnellement à la tension appliquée. On modélise alors le passage de la fréquence à la phase instantanée par un simple intégrateur. Finalement, l'ensemble des éléments est réuni dans le but de former les fonctions de transfert en boucle ouverte puis en boucle fermée.

Ensuite, le modèle est comparé dans sa version simplifiée n'impliquant que les fluctuations de phase aux résultats produits par le dispositif expérimental. Tant que possible chaque élément est isolé du système et sa fonction de transfert individuelle théorique comparée à l'expérience. La mesure de la fonction de transfert en boucle ouverte du système complet est réalisée sur le système asservi pour éviter les sauts de modes [120]. Cette mesure permet d'ajuster les derniers paramètres du modèle parmi lesquels on cite surtout la longueur de boucle qui génère du délai et donc de l'instabilité et le gain de boucle,

qui permet la réduction du bruit de phase. Une seconde confirmation expérimentale est également réalisée. Afin de valider les hypothèses on étudie la réponse indicielle du système. Un échelon de fréquence imposé à l'oscillateur local induit un saut de fréquence de valeur équivalente pour la fréquence centrale du laser. La dynamique de ce changement de fréquence confirme la fonction de transfert précédemment calculée. Lors de ces essais, on constate simultanément que la fréquence de l'onde Stokes n'est pas impactée par la variation de l'oscillateur local.

En s'appuyant sur le modèle établi nous déterminons ensuite les paramètres permettant l'optimisation du système. En premier lieu nous établissons que la longueur de boucle ne peut être allongée et pourrait même être réduite pour assurer des conditions de réduction du bruit de phase stables et efficaces. Ensuite nous constatons que la limite fondamentale pour le bruit de phase du battement pompe/Stokes et représentée par le bruit de phase de l'oscillateur local. Finalement, il apparaît que l'optimisation de la réduction de bruit de phase passe par un calcul optimisé de la fonction de transfert du filtre. Les prédictions du modèle et les allers-retours permettant de confronter théorie et expérience permettent d'établir une nouvelle fonction de transfert pour un filtre de boucle construit au laboratoire qui permet pour les fréquences inférieures à 10 kHz d'atteindre la limite inférieure imposée par l'oscillateur local. Au cours de nos expérimentations nous avons montré que la fréquence de l'onde Stokes n'est pas affectée par une modification forcée de l'écart pompe/Stokes. Seule la fréquence du laser de pompe varie. Cela démontre que le résonateur Brillouin agit comme une référence de fréquence optique stable. Cette propriété a ensuite été confirmée lorsque nous avons montré que la longueur du résonateur Brillouin n'entrait pas en compte dans le calcul du délai influençant la dynamique de la boucle d'asservissement. Ainsi même pompé par un laser qui fluctue le résonateur Brillouin ne joue pas un simple rôle de filtre optique mais bien celui d'une référence de fréquence optique. Ce résultat est fondamental.

La suite des travaux exposés concerne l'étude directe dans le domaine optique des performances du système. Nous commençons par utiliser la technique auto-hétérodyne corrélée basée sur l'exploitation d'un interféromètre déséquilibré et d'un modulateur acousto-optique pour comparer l'onde sondée avec elle même décalée en fréquence et retardée. Cette mesure permet d'obtenir le bruit de phase exact du laser libre qui peut ensuite alimenter le modèle en tant que source de bruit externe. A partir du bruit de fréquence du laser libre, on estime aussi sa largeur de raie à environ 10 kHz en utilisant l'approximation de la  $\beta$ -line. La même technique de mesure appliquée au laser asservi montre que le bruit de phase de ce dernier est confondu avec le plancher de bruit du dispositif de mesure.

Ceci permet simplement d'estimer une borne supérieure pour la largeur de raie du laser affiné. On calcule alors cette valeur à 145 Hz environ. Cette valeur constitue une borne supérieure, les performances optimales envisagées par le modèle permettant de prévoir une largeur de  $3.10^{-4}$  Hz. Dans un second temps nous étudions les variations pour les échelles de temps longues du laser affiné. Pour cela nous utilisons deux systèmes d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin totalement indépendants (boucles d'asservissement, résonateurs Brillouin, enceintes de confinement), dont on mesure la dérive temporelle du battement.

La dernière partie des travaux présentés se consacre à l'élimination des oscillations de relaxation du laser à état solide. En effet cette composante de bruit d'intensité est convertie en bruit de phase dans le système et en plus d'apparaître sur les bruits de phase relevés perturbe la qualité de l'asservissement. La méthode utilisée est l'adaptation d'une méthode développée précédemment au laboratoire à un laser affiné spectralement. Nous introduisons dans la cavité laser une lame d'AsGa exploitant l'absorption à deux photons pour changer la dynamique d'interaction entre les populations de photons et d'inversion de population. Les résultats obtenus montrent une réduction du bruit d'intensité relative du laser affiné de 32 dB à la fréquence des oscillations de relaxation. La comparaison des mesures de bruit de phase du laser affiné contenant l'absorbant saturable et ne le contenant pas confirme la disparition de la composante aux oscillations de relaxation dans le premier cas sans dégradation associée pour le reste du spectre.

Finalement, à l'issue de ces travaux nous pouvons confirmer que modèle mis en place permet d'améliorer les performances du système et d'identifier les prochaines voies d'amélioration.

## Perspectives

Les performances ultimes du système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin ne sont pas encore atteintes. Le système pourrait notamment bénéficier d'une intégration de toute sa structure externe au résonateur Brillouin. Cela permettrait de libérer la contrainte imposée par la longueur de boucle et de réaliser une réelle isolation phonique et thermique. La réalisation d'un module parfaitement isolé et thermalisé devrait permettre une diminution notable de la dérive lente et une diminution des sauts de modes encore constatés à long terme.

Une autre piste d'amélioration est l'utilisation d'un oscillateur local offrant de meilleures caractéristiques spectrales. Mieux, proposer une méthode d'affinement permettant de s'af-

franchir d'oscillateur local permettrait de franchir une étape.

L'annihilation de la dérive de la fréquence centrale du laser peut également passer par la mise en place d'un second asservissement basé sur une référence optique absolue telle qu'une transition moléculaire ou une résonance de cavité ULE.

A propos du bruit d'intensité, l'utilisation de l'effet "buffer réservoir" montre une nette amélioration des résultats. L'optimisation de la structure de l'échantillon est sans doute une piste pour atteindre les performances optimales observées.

A l'issue des phases d'optimisation ultimes il sera intéressant d'étudier plusieurs modifications structurelles du système. D'abord le principe d'affinement présenté ici est théoriquement applicable à toutes les longueurs d'ondes même hors bande télécoms et à tout type de laser. Il faut alors adapter la structure de l'amplificateur optique et la nature de l'actionneur qui permet d'imposer une modification de la fréquence d'émission du laser. Il faut également disposer des différents composants optiques opérant à la longueur d'onde sélectionnée (coupleurs, circulateur, ...).

Il sera également intéressant d'étudier les résultats obtenus lors de l'asservissement de deux lasers sur une unique cavité Brillouin. Mieux, réussir à asservir un laser bifréquence sur un résonateur Brillouin et modéliser le fonctionnement d'un tel système pourrait permettre de réaliser un oscillateur micro-onde sur porteuses optiques accordable sur une large bande de fréquence et possédant des propriétés spectrales remarquables.

Finalement, l'utilisation de réinjection optique dans un laser de pompe semi-conducteur à déjà démontré des résultats qui font l'état de l'art [159]. Cette architecture d'affinement bénéficierait une étude théorique approfondie comme celle menée durant ce travail de thèse. Les lasers semi-conducteurs étant aujourd'hui les plus répandus la modélisation de leur système d'affinement permettra d'étendre le principe au plus grand nombre.

# Annexe 1 - Schéma du filtre de boucle optimisé

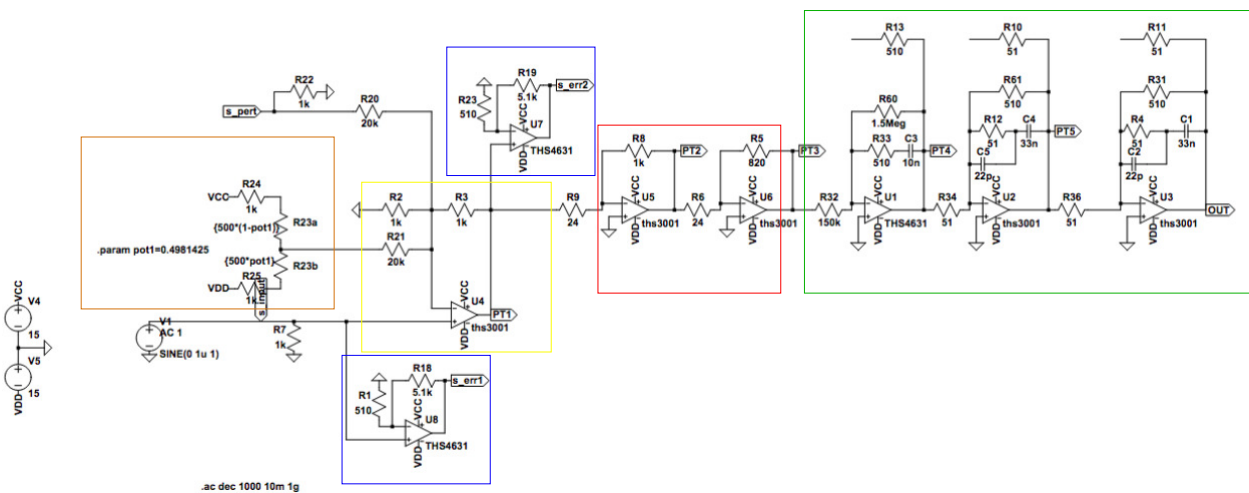


Schéma électrique du filtre de boucle optimisé pour la réduction de bruit de phase présenté au chapitre 3.

**En jaune**, un étage comparateur permet de superposer le signal sinusoïdal à corriger à une composante continue permettant de compenser un éventuel offset introduit par le mélangeur radio-fréquences.

**En orange**, le circuit de création de la composante continue additionnelle.

**En bleu**, deux étages permettant la mesure du signal d'entrée avec et sans compensation d'offset.

**En rouge**, deux étages permettant d'apporter le gain pur au montage.

**En vert**, trois étages d'intégration limitée pour apporter du gain dans une bande de fréquence limitée.

# Table des figures

1.1	Modes de fonctionnement d'un oscillateur laser. a) Fonctionnement sous le seuil. Le gain non saturé excède les pertes pour plusieurs fréquences caractéristiques du résonateur froid (noir). b) Saturation homogène sur toute la courbe de gain. Un seul mode lase (vert plein). c) Saturation inhomogène de la courbe de gain. Plusieurs modes lasent simultanément. . . . .	13
1.2	Représentations dans le plan complexe des champs électriques associés au mode laser ( $E_L$ en rouge) et à un photon spontané ( $E_{sp}$ en bleu). . . . .	15
1.3	Représentation des différentes contributions au bruit de phase d'un oscillateur en loi de puissances. Les différents types de bruits sont répertoriés dans le tableau 1.2 . . . . .	19
1.4	Illustration du principe de l'injection et de la réinjection optique permettant de stabiliser la fréquence d'un laser . . . . .	26
1.5	Principe général de stabilisation de la fréquence d'un oscillateur . . . . .	27
1.6	Illustration du principe de stabilisation de la fréquence d'un laser par la méthode dite de Pound Drever Hall (PDH) . . . . .	28
1.7	Schéma de principe (a) et photographie (b) de l'interféromètre à ondes gravitationnelles VIRGO . . . . .	31
1.8	Schéma de principe (a) d'une horloge atomique basée sur une transition dans le domaine optique et évolution des performances dans le temps (b) .	33
1.9	(a) Spectre des différentes diffusions de la lumière dans un milieu transparent et (b) relation vectorielle satisfaite entre les ondes optiques et acoustiques dans le cas de la raie Stokes de la diffusion Brillouin Stokes . . . . .	35
1.10	Illustration des différentes ondes et ordres de grandeur mis en jeu lors de la diffusion Brillouin stimulé (Stokes) . . . . .	37
2.1	Schéma du laser à état solide Er :Yb :Verre à affiner spectralement . . . . .	42
2.2	Excursion de la fréquence du mode laser en fonction de la tension appliqué au cristal électro-optique. . . . .	42
2.3	Diagramme d'énergie du système Erbium-Ytterbium . . . . .	43

2.4	Bruit de phase (gauche) et bruit d'intensité relative (droite) mesurés pour une polarisation du laser à affiner. . . . .	48
2.5	Schéma de principe du système d'auto-affinement laser assisté par effet Brillouin . . . . .	48
2.6	Schéma de principe du résonateur Brillouin non réciproque. . . . .	49
2.7	Illustration du principe de suppression des sauts de mode à l'intérieur du résonateur Brillouin non-réciproque . . . . .	52
2.8	Spectres optiques et électriques théoriques en différents points du module d'affinement spectral. . . . .	53
2.9	Propagation des trois ondes considérées dans le résonateur Brillouin. . . . .	56
2.10	Illustration du décalage possible entre le sommet du gain Brillouin l'onde Stokes émise en présence d'un résonateur . . . . .	60
2.11	(a) Parcours des ondes de pompe (vert) et Stokes (bleu) dans le résonateur Brillouin. (b) Décroissance de la puissance interne du résonateur après coupure du pompage. Évolution réelle (trait plein) et fictive (pointillés) . . . . .	62
2.12	Puissances extraites de la cavité calculées numériquement en régime statique pour différentes puissances de pompage du résonateur. . . . .	65
2.13	Schéma de principe du système d'auto-affinement laser assisté par effet Brillouin . . . . .	72
2.14	Fonctions de transfert théoriques pour l'amplificateur optique (EDFA). (a) Réponse à des fluctuations d'amplitude optique. (b) Réponse à des fluctuations de phase optique. . . . .	74
2.15	Modélisation de la photodiode. (a) Traitement des fluctuations d'amplitude optique. (b) Traitement des fluctuations de phase optique. . . . .	76
2.16	Modélisation du mélangeur radiofréquences. . . . .	78
2.17	Filtre de boucle électronique présent dans la configuration initiale du montage d'affinement spectral. . . . .	79
2.18	Diagramme de Bode du filtre de boucle initial. [ $G_V = 1,667$ ; $\tau_2 = 442ns$ ] . . . . .	80
2.19	Schéma bloc du montage de réduction de bruit de phase de source laser dans le cas avec prise en compte du bruit d'amplitude. . . . .	82
2.20	Schéma bloc du montage de réduction de bruit de phase de source laser dans le cas où aucun défaut d'amplitude n'entre en jeu. . . . .	82
2.21	Photographie du montage d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin	84
3.1	Mesure de la caractéristique statique du résonateur Brillouin non-réciproque	88
3.2	Comparaison des caractéristiques statiques mesurées et simulées pour le résonateur Brillouin non réciproque. . . . .	88
3.3	Fonction de transfert du résonateur Brillouin non-réciproque vis-à-vis des fluctuations d'amplitude optique. . . . .	93

3.4	Fonction de transfert du résonateur Brillouin non-réciproque vis-à-vis des fluctuations de phase optique. . . . .	94
3.5	Méthode de mesure de la fonction de transfert de l'EDFA vis-à-vis des fluctuations d'amplitude optique. . . . .	95
3.6	Fonction de transfert de l'EDFA vis-à-vis des fluctuations d'amplitude optique. . . . .	96
3.7	Méthode de mesure de la fonction de transfert du filtre de boucle . . . . .	97
3.8	Comparaison des fonctions de transfert simulées et mesurées pour le filtre de boucle initial. . . . .	97
3.9	Mesure de la relation entre la variation de fréquence du laser et l'amplitude de la tension appliquée au cristal intra-cavité . . . . .	98
3.10	Mesure de l'excursion de fréquence du laser lors de l'application d'une tension variable sur le cristal électro-optique intra-cavité (Points) et régression linéaire (Pointillés). Point de polarisation 87 V . . . . .	98
3.11	Introduction d'une perturbation $P(p)$ connue dans le système d'affinement spectral afin d'en déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. . .	100
3.12	Comparaison des fonctions de transfert en boucle ouverte sans filtre obtenues de manière théorique et expérimentale. . . . .	101
3.13	Signaux d'entrée du modèle du système d'affinement spectral pour l'obtention du bruit de phase du battement pompe/Stokes . . . . .	102
3.14	Comparaison entre les bruits de phase du battement pompe Stokes mesuré et celui prévu par le modèle. . . . .	103
3.15	Interféromètre de Mach-Zehnder déséquilibré. Le bras court mesure 1 m et le bras long 2200 m. (a) Fréquences en sortie des deux bras de l'interféromètre pour un échelon parfait en entrée. $f_1$ correspond au bras court et $f_2$ au bras long. (b) Tension correspondante en sortie de photodiode. . . . .	105
3.16	Comparaison entre les signaux issus de l'interféromètre mesurés (Vert) et simulés (Bleu) pour un saut de fréquence de 300 kHz de l'oscillateur local et un bras long de 2200 m. . . . .	107
3.17	Comparaison entre les signaux issus de l'interféromètre mesurés (Vert) et simulés (Bleu) pour un saut de fréquence de 140 kHz de l'oscillateur local et un bras de long de 700m . . . . .	108
3.18	Signal en sortie de l'interféromètre lors de la mesure de l'onde Stokes pour un échelon de fréquence de 140 kHz sur l'oscillateur local et un bras long de 5000 m . . . . .	109
3.19	Influence de la longueur de la boucle sur la fonction de transfert en boucle ouverte du système. La configuration initiale du système fait intervenir une longueur de boucle de 35 m . . . . .	111



3.20	Illustration de la longueur de boucle responsable du délai à prendre en compte dans le système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin. (a) Boucle responsable du délai. (b) Boucle la plus longue du système . . .	112
3.21	Fonction de transfert du filtre optimisé . . . . .	114
3.22	Comparaison des gains des fonctions de transfert en boucle ouverte du système avec le filtre initial et le filtre optimisé réalisé au laboratoire. . . .	115
3.23	Etude de la stabilité de la fonction de transfert en boucle ouverte du système avec le nouveau filtre. . . . .	116
3.24	Comparaison des battements pompe/Stokes dans les configurations intégrant le filtre initial et le filtre optimisé. . . . .	117
3.25	Spectre du battement pompe/Stokes associé au bruit de fréquence dans la configuration intégrant le filtre optimisé. (RBW = 10 Hz) . . . . .	118
4.1	Identification des sorties utiles du système d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin . . . . .	123
4.2	Montage de mesure du bruit de phase optique utilisant la technique auto-hétérodyne corrélée. En rouge les signaux optiques. En bleu le signal électrique. . . . .	125
4.3	Fonction de transfert d'un interféromètre déséquilibré (Différence de longueur de 700m entre bras) . . . . .	127
4.4	Mesure du bruit de phase optique par la méthode auto-hétérodyne corrélée avec un délai de 700m après correction mathématique. . . . .	127
4.5	Mesure du bruit de fréquence optique par la méthode auto-hétérodyne corrélée avec un délai de 700 m et correction mathématique. Tracé de la $\beta$ -line pour estimation de la largeur de raie optique. . . . .	128
4.6	Montage utilisé pour mesurer la dérive du laser affiné spectralement par effet Brillouin. . . . .	131
4.7	Mesure des deux battements Pompe/Stokes pour les deux lasers confirmant l'asservissement simultané. . . . .	131
4.8	Battement électrique des deux lasers entre eux à une fréquence de 6,6705 GHz entrant dans la bande passante de la photodiode et de l'ESA . . . . .	132
4.9	Mesure de la dérive en fréquence du battements de deux lasers asservis par des systèmes d'auto-affinement spectral assisté par effet Brillouin indépendants. . . . .	133
5.1	Comparaison des bruits d'amplitude (a) et de phase (b) du battement pompe/Stokes avec présence ou absence d'un SOA dans la boucle de rétroaction.	136
5.2	Structure interne du laser à état solide modifié par l'insertion d'une lame de 200 $\mu\text{m}$ d'AsGa jouant le rôle d'absorbant non linéaire. . . . .	138

5.3	Comparaison entre les bruits d'intensité relative d'un laser affiné spectralement et intégrant ou non une lame AsGa intracavité. . . . .	140
5.4	Comparaison entre les bruits de phase d'un laser affiné spectralement et intégrant ou non une lame AsGa intracavité. . . . .	141
5.5	Schéma électrique du filtre de boucle optimisé pour la réduction de bruit de phase présenté au chapitre 3. . . . .	148

# Bibliographie

- [1] Max PLANCK : Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik*, 309(3):553–563, 1901.
- [2] A. EINSTEIN : On a Heuristic Point of View about the Creation and Conversion of Light. *In The Old Quantum Theory*, pages 91–107. Elsevier, 1967.
- [3] A EINSTEIN : Zur Quantentheorie der Strahlung, 24 Aug 1916. On the Quantum Theory of Radiation, after 24 Aug 1916. 1916.
- [4] Enrico FERMI : Quantum Theory of Radiation. *Reviews of Modern Physics*, 4(1):87–132, janvier 1932.
- [5] Alfred KASTLER : Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes. Application à l'expérience de Stern et Gerlach et à la résonance magnétique. *Journal de Physique et le Radium*, 11(6):255–265, 1950.
- [6] J. P. GORDON, H. J. ZEIGER et C. H. TOWNES : Molecular Microwave Oscillator and New Hyperfine Structure in the Microwave Spectrum of NH<sub>3</sub>. *Physical Review*, 95(1):282–284, juillet 1954.
- [7] N.G. BASOV et A.M. PROKHOROV : Possible Methods of Obtaining Active Molecules for a Molecular Oscillator. *Journal of Theoretical and Experimental Physics*, 1(1):185, juillet 1955.
- [8] Arthur SCHAWLOW et C.H. TOWNES : Infrared and Optical Masers. *Physical Review*, 112(1940), 1958.
- [9] Suzanne DEFFREE : 1st laser designs are outlined, November 13, 1957, novembre 2019.
- [10] T. H. MAIMAN : Stimulated Optical Radiation in Ruby. *Nature*, 187(4736):493–494, août 1960.
- [11] A. JAVAN, W. R. BENNETT et D. R. HERRIOTT : Population Inversion and Continuous Optical Maser Oscillation in a Gas Discharge Containing a He-Ne Mixture. *Physical Review Letters*, 6(3):106–110, février 1961.

- [12] R. N. HALL, G. E. FENNER, J. D. KINGSLEY, T. J. SOLTYS et R. O. CARLSON : Coherent Light Emission From GaAs Junctions. *Physical Review Letters*, 9(9):366–368, novembre 1962.
- [13] François BONDU : *L'interféromètre Virgo : propriétés optiques, stabilisation en fréquence du laser*. thesis, Université Nice Sophia Antipolis, juin 2008.
- [14] A. ABRAMOVICI, W. E. ALTHOUSE, R. W. DREVER, Y. GÜRSEL, S. KAWAMURA, F. J. RAAB, D. SHOEMAKER, L. SIEVERS, R. E. SPERO, K. S. THORNE, R. E. VOGT, R. WEISS, S. E. WHITCOMB et M. E. ZUCKER : LIGO : The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory. *Science (New York, N.Y.)*, 256(5055):325–333, avril 1992.
- [15] U. KELLER : Ultrafast solid-state laser oscillators : A success story for the last 20 years with no end in sight. *Applied Physics B*, 100(1):15–28, juillet 2010.
- [16] Scott DIDDAMS, Kerry VAHALA et Thomas UDEM : Optical frequency combs : Coherently uniting the electromagnetic spectrum. *Science (New York, N.Y.)*, 369(6501).
- [17] T. M. FORTIER, M. S. KIRCHNER, F. QUINLAN, J. TAYLOR, J. C. BERGQUIST, T. ROSEN BAND, N. LEMKE, A. LUDLOW, Y. JIANG, C. W. OATES et S. A. DIDDAMS : Generation of ultrastable microwaves via optical frequency division. *Nature Photonics*, 5(7):425–429, juillet 2011.
- [18] Adrian SCHLATTER, S. C. ZELLER, R. GRANGE, R. PASCHOTTA et U. KELLER : Pulse-energy dynamics of passively mode-locked solid-state lasers above the  $Q$ -switching threshold. *JOSA B*, 21(8):1469–1478, août 2004.
- [19] M. ALOUINI, M. BRUNEL, F. BRETENAKER, M. VALLET et A. LE FLOCH : Dual tunable wavelength Er,Yb :glass laser for terahertz beat frequency generation. *IEEE Photonics Technology Letters*, 10(11):1554–1556, novembre 1998.
- [20] Goulc'hen LOAS, Marco ROMANELLI et Mehdi ALOUINI : Dual-Frequency 780-nm Ti :Sa Laser for High Spectral Purity Tunable CW THz Generation. *IEEE Photonics Technology Letters*, 26(15):1518–1521, août 2014.
- [21] Indranath MUKHOPADHYAY : Tunable THz Sources and Their Applications. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 24(7):1063–1080, juillet 2003.
- [22] Marc BRUNEL, Olivier EMILE, Fabien BRETENAKER, Albert LEFLOCH, Bernard FERRAND et Engin MOLVA : Tunable Two-Frequency Lasers for Lifetime Measurements. *Optical Review*, 4(5):550–552, septembre 1997.
- [23] Julien FADE et Mehdi ALOUINI : Depolarization Remote Sensing by Orthogonality Breaking. *Physical Review Letters*, 109(4):043901, juillet 2012.
- [24] Marc BRUNEL, Axelle AMON et Marc VALLET : Dual-polarization microchip laser at 1.53 $\mu$ m. *Optics Letters*, 30(18):2418–2420, septembre 2005.

- [25] GrÉgoire PILLET, LoÏc MORVAN, Marc BRUNEL, Fabien BRETENAKER, Daniel DOLFI, Marc VALLET, Jean-Pierre HUIGNARD et Albert LE FLOCH : Dual-Frequency Laser at  $1.5 \mu\text{m}$  for Optical Distribution and Generation of High-Purity Microwave Signals. *Journal of Lightwave Technology*, 26(15):2764–2773, août 2008.
- [26] David R. LEIBRANDT, Michael J. THORPE, Mark NOTCUTT, Robert E. DRULLINGER, Till ROSEN BAND et James C. BERGQUIST : Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments. *Optics Express*, 19(4):3471–3482, février 2011.
- [27] Alexandre DIDIER, Jacques MILLO, Baptiste MARECHAL, Cyrus ROCHER, Enrico RUBIOLA, Roméo LECOMTE, Morvan OUISSE, Jérôme DELPORTE, Clément LACROÛTE et Yann KERSALÉ : Ultracompact reference ultralow expansion glass cavity. *Applied Optics*, 57(22):6470–6473, août 2018.
- [28] Alessia PASQUAZI, Marco PECCIANI, Brent E. LITTLE, Sai T. CHU, David J. MOSS et Roberto MORANDOTTI : Stable, dual mode, high repetition rate mode-locked laser based on a microring resonator. *Optics Express*, 20(24):27355–27363, novembre 2012.
- [29] A. G. BULUSHEV, E. M. DIANOV, Yu V. GUROV, O. G. OKHOTNIKOV, A. M. PROKHOROV et B. P. SHURUKHIN : Fiber external-cavity injection laser with a dispersive single-mode coupler. *Optics Letters*, 13(1):19–20, janvier 1988.
- [30] R. KADIWAR et I. P. GILES : Effects of stimulated Brillouin scattering on the performance of polarization-maintaining all-fiber ring resonators. *Optics Letters*, 14(6):332–334, mars 1989.
- [31] Hojoon LEE et Govind P. AGRAWAL : Suppression of stimulated Brillouin scattering in optical fibers using fiber Bragg gratings. *Optics Express*, 11(25):3467–3472, décembre 2003.
- [32] Nitesh CHAUHAN, Andrei ISICHENKO, Kaikai LIU, Jiawei WANG, Qiancheng ZHAO, Ryan O. BEHUNIN, Peter T. RAKICH, Andrew M. JAYICH, C. FERTIG, C. W. HOYT et Daniel J. BLUMENTHAL : Visible light photonic integrated Brillouin laser. *Nature Communications*, 12(1):4685, août 2021.
- [33] S. P. SMITH, F. ZARINETCHI et S. EZEKIEL : Narrow-linewidth stimulated Brillouin fiber laser and applications. *Optics Letters*, 16(6):393–395, mars 1991.
- [34] Gilles BAILLY, Olivier LLOPIS et Arnaud FERNANDEZ : High Spectral Purity Optical Source Stabilized on a Fiber Ring Resonator. *IEEE Photonics Technology Letters*, 32(5):255–258, mars 2020.
- [35] Farhan S. UJAGER, S. M. H. ZAIDI et Usman YOUNIS : A review of semiconductor lasers for optical communications. In *7th International Symposium on High-capacity Optical Networks and Enabling Technologies*, pages 107–111, décembre 2010.

- [36] Grant M. BRODNIK, Mark W. HARRINGTON, John H. DALLYN, Debapam BOSE, Wei ZHANG, Liron STERN, Paul A. MORTON, Ryan A. BEHUNIN, Scott B. PAPP et Daniel J. BLUMENTHAL : Narrow Linewidth Lasers for Low-Energy Coherent Communications. *In 2022 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC)*, pages 1–3, mars 2022.
- [37] Giovanni B. DE FARIAS, Leandro T. ZANVETTOR, Hening A. DE ANDRADE, João C. S. S. JANUÁRIO, Mayara E. BONANI, Maria Chiara UBALDI, Aldo RIGHETTI, Fausto MELI, Giorgio GRASSO et Luis H. H. DE CARVALHO : Narrow Linewidth and Compact External-Cavity Lasers for Coherent Optical Communications. *In Alberto PARADISI, Rafael CARVALHO FIGUEIREDO, Andrea CHIUCHIARELLI et Eduardo DE SOUZA ROSA, éditeurs : Optical Communications : Advanced Systems and Devices for Next Generation Networks*, Telecommunications and Information Technology, pages 191–209. Springer International Publishing, Cham, 2019.
- [38] R. J. RAFAC, B. C. YOUNG, J. A. BEALL, W. M. ITANO, D. J. WINELAND et J. C. BERGQUIST : Sub-dekahertz Ultraviolet Spectroscopy of  $199\text{Hg}^+$ . *Physical Review Letters*, 85(12):2462–2465, septembre 2000.
- [39] François BONDU, Goulc’hen LOAS, Ludovic FREIN, Cyril HAMEL, Anthony CARRÉ, Guillaume DUCOURNAU, Jean-François LAMPIN, Virginie DABURON et Françoise BINET : An optical instrument for the submillimeter spectroscopy of the volatile metabolome. *In 2019 44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, pages 1–2, septembre 2019.
- [40] N. HINKLEY, J. A. SHERMAN, N. B. PHILLIPS, M. SCHIOPPO, N. D. LEMKE, K. BELOY, M. PIZZOCARO, C. W. OATES et A. D. LUDLOW : An Atomic Clock with 10–18 Instability. *Science*, 341(6151):1215–1218, septembre 2013.
- [41] B. J. BLOOM, T. L. NICHOLSON, J. R. WILLIAMS, S. L. CAMPBELL, M. BISHOP, X. ZHANG, W. ZHANG, S. L. BROMLEY et J. YE : An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10-18 level. *Nature*, 506(7486):71–75, février 2014.
- [42] Andrew D. LUDLOW, Martin M. BOYD, Jun YE, E. PEIK et P. O. SCHMIDT : Optical atomic clocks. *Reviews of Modern Physics*, 87(2):637–701, juin 2015.
- [43] Léon BRILLOUIN : Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène - Influence de l’agitation thermique. *Annales de Physique*, 9(17):88–122, 1922.
- [44] Enrico RUBIOLA : *Phase Noise and Frequency Stability in Oscillators*. The Cambridge RF and Microwave Engineering Series. Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
- [45] A. E. SIEGMAN : *Lasers*. University Science Books, 1986.

- [46] Bahaa E. A. SALEH et Malvin Carl TEICH : *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, février 2019.
- [47] Christopher A. CURWEN, John L. RENO et Benjamin S. WILLIAMS : Broadband continuous single-mode tuning of a short-cavity quantum-cascade VECSEL. *Nature Photonics*, 13(12):855–859, décembre 2019.
- [48] V. P. AVTONOMOV, V. N. BEL’TYUGOV, Vladimir N. OCHKIN, N. N. SOBOLEV et Yu B. UDALOV : Investigation of frequency-selective losses of a reflecting grating in a laser resonator. *Quantum Electronics*, 11:1282–1288, octobre 1981.
- [49] LASER MODULES. [https://www.photonics.com/Products/LASER\\_MODULE/pr33029](https://www.photonics.com/Products/LASER_MODULE/pr33029).
- [50] Norbert WIENER : *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series : With Engineering Applications*. M.I.T. Press, 1964.
- [51] A. KHINTCHINE : Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse. *Mathematische Annalen*, 109(1):604–615, décembre 1934.
- [52] E. N. GILBERT et H. O. POLLAK : Amplitude distribution of shot noise. *The Bell System Technical Journal*, 39(2):333–350, mars 1960.
- [53] Carlton M. CAVES : Quantum limits on noise in linear amplifiers. *Physical Review D*, 26(8):1817–1839, octobre 1982.
- [54] J. B. JOHNSON : Thermal Agitation of Electricity in Conductors. *Nature*, 119(2984):50–51, janvier 1927.
- [55] H. NYQUIST : Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors. *Physical Review*, 32(1):110–113, juillet 1928.
- [56] Rüdiger PASCHOTTA : *Encyclopedia of Laser Physics and Technology*. Wiley, décembre 2008.
- [57] A. BRAMATI, J.P. HERMIER, V. JOST, E. GIACOBINO, L. FULBERT, E. MOLVA et J.J. AUBERT : Effects of pump fluctuations on intensity noise of Nd :YVO microchip lasers. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 6(4):513–521, juillet 1999.
- [58] Charles C. HARB, Timothy C. RALPH, Elanor H. HUNTINGTON, David E. MCCLELLAND, Hans-A. BACHOR et Ingo FREITAG : Intensity-noise dependence of Nd :YAG lasers on their diode-laser pump source. *JOSA B*, 14(11):2936–2945, novembre 1997.
- [59] T. C. RALPH, E. H. HUNTINGTON, C. C. HARB, B. C. BUCHLER, P. K. LAM, D. E. MCCLELLAND et H.-A. BACHOR : Understanding and controlling laser intensity noise. *Optical and Quantum Electronics*, 31(5):583–598, juillet 1999.
- [60] R. PASCHOTTA, B. RUDIN, A. SCHLATTER, G.J. SPÜHLER, L. KRAINER, S.C. ZELLER, N. HAVERKAMP, H.R. TELLE et U. KELLER : Relative timing jitter measure-

- ments with an indirect phase comparison method. *Applied Physics B*, 80(2):185–192, février 2005.
- [61] H.T. FRIIS : Noise Figures of Radio Receivers. *Proceedings of the IRE*, 32(7):419–422, juillet 1944.
- [62] C. SPIEGELBERG, Jihong GENG, Yongdan HU, Y. KANEDA, Shibin JIANG et N. PEYGHAMBARIAN : Low-noise narrow-linewidth fiber laser at 1550 nm (June 2003). *Journal of Lightwave Technology*, 22(1):57–62, janvier 2004.
- [63] M.-C. AMANN : Phase noise limited resolution of coherent LIDAR using widely tunable laser diodes. *Electronics Letters*, 28(18):1694–1696, août 1992.
- [64] T. M. FORTIER, M. S. KIRCHNER, F. QUINLAN, J. TAYLOR, J. C. BERGQUIST, T. ROSEN BAND, N. LEMKE, A. LUDLOW, Y. JIANG, C. W. OATES et S. A. DID-DAMS : Generation of ultrastable microwaves via optical frequency division. *Nature Photonics*, 5(7):425–429, juillet 2011.
- [65] C. HENRY : Theory of the linewidth of semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 18(2):259–264, février 1982.
- [66] H. KOGELNIK et C. V. SHANK : STIMULATED EMISSION IN A PERIODIC STRUCTURE. *Applied Physics Letters*, 18(4):152–154, octobre 2003.
- [67] H. KOGELNIK et C. V. SHANK : Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers. *Journal of Applied Physics*, 43(5):2327–2335, novembre 2003.
- [68] H. SUGAWARA, K. ITAYA et G. HATAKOSHI : Characteristics of a distributed Bragg reflector for the visible-light spectral region using InGaAlP and GaAs : Comparison of transparent- and loss-type structures. *Journal of Applied Physics*, 74(5):3189–3193, septembre 1993.
- [69] J. L. ZYSKIND, V. MIZRAHI, D. J. DIGIOVANNI et J. W. SULHOFF : Short single frequency erbium-doped fibre laser. *Electronics Letters*, 28(15):1385–1387, juillet 1992.
- [70] G.A. BALL, W.W. MOREY et W.H. GLENN : Standing-wave monomode erbium fiber laser. *IEEE Photonics Technology Letters*, 3(7):613–615, juillet 1991.
- [71] J. T. KRINGLEBOTN, J.-L. ARCHAMBAULT, L. REEKIE et D. N. PAYNE : Er<sup>3+</sup> :Yb<sup>3+</sup>-codoped fiber distributed-feedback laser. *Optics Letters*, 19(24):2101–2103, décembre 1994.
- [72] S. P. SMITH, F. ZARINETCHI et S. EZEKIEL : Narrow-linewidth stimulated Brillouin fiber laser and applications. *Optics Letters*, 16(6):393–395, mars 1991.
- [73] Jihong GENG, Sean STAINES et Shibin JIANG : Dual-frequency Brillouin fiber laser for optical generation of tunable low-noise radio frequency/microwave frequency. *Optics Letters*, 33(1):16–18, janvier 2008.



- [74] Gil BASHAN, H. Hagai DIAMANDI, Elad ZEHAVID, Kavita SHARMA, Yosef LONDON et Avi ZADOK : A forward Brillouin fibre laser. *Nature Communications*, 13(1):3554, juin 2022.
- [75] Stéphanie NORCIA, Sylvie TONDA-GOLDSTEIN, Daniel DOLFI, Jean-Pierre HUGNARD et Robert FREY : Efficient single-mode Brillouin fiber laser for low-noise optical carrier reduction of microwave signals. *Optics Letters*, 28(20):1888, 2003.
- [76] Ananthu SEBASTIAN : *Noise Dynamics in Multi-Stokes Brillouin Laser*. These de doctorat, Rennes 1, décembre 2020.
- [77] Christiaan HUYGENS : *Oeuvres complètes de Christiaan Huygens. Correspondance [de Christiaan Huygens], 1664-1665 / publ. par la Société hollandaise des sciences*. 1888.
- [78] C. L. TANG et H. STATZ : Phase-Locking of Laser Oscillators by Injected Signal. *Journal of Applied Physics*, 38(1):323–324, juin 2004.
- [79] C. D. NABORS, A. D. FARINAS, T. DAY, S. T. YANG, E. K. GUSTAFSON et R. L. BYER : Injection locking of a 13-W cw Nd :YAG ring laser. *Optics Letters*, 14(21):1189–1191, novembre 1989.
- [80] H. L. STOVER et W. H. STEIER : LOCKING OF LASER OSCILLATORS BY LIGHT INJECTION. *Applied Physics Letters*, 8(4):91–93, novembre 2004.
- [81] Tetsushi TAKANO, Hisashi OGAWA, Chiaki OHAE et Masayuki KATSURAGAWA : 10 W injection-locked single-frequency continuous-wave titanium :sapphire laser. *Optics Express*, 29(5):6927–6934, mars 2021.
- [82] Besnard P. Gabet R. Stephan G.M. Bondiou M. BLIN S., Guignard C. : Phase and spectral properties of optically injected semiconductor lasers. *Comptes Rendus Physique*, 4(6):687–699, 2003.
- [83] Stephan G.M. Besnard P. BONDIOU M., Gabet R. : Linewidth of an optically injected semiconductor laser. *Journal Optics B*, 2(1):41, 2000.
- [84] V. V. VASSILIEV, V. L. VELICHANSKY, V. S. ILCHENKO, M. L. GORODETSKY, L. HOLLBERG et A. V. YAROVITSKY : Narrow-line-width diode laser with a high-Q microsphere resonator. *Optics Communications*, 158(1):305–312, décembre 1998.
- [85] B. L. VOLODIN, S. V. DOLGY, E. D. MELNIK, E. DOWNS, J. SHAW et V. S. BAN : Wavelength stabilization and spectrum narrowing of high-power multimode laser diodes and arrays by use of volume Bragg gratings. *Optics Letters*, 29(16):1891–1893, août 2004.
- [86] L. GOLDBERG, H. F. TAYLOR et J. F. WELLER : Feedback effects in a laser diode due to Rayleigh backscattering from an optical fibre. *Electronics Letters*, 18:353, avril 1982.

- [87] Toni LAURILA, Timo JOUTSENOJA, Rolf HERNBERG et Markku KUITTINEN : Tunable external-cavity diode laser at 650 nm based on a transmission diffraction grating. *Applied Optics*, 41(27):5632–5637, septembre 2002.
- [88] A. ARIE, S. SCHILLER, E. K. GUSTAFSON et R. L. BYER : Absolute frequency stabilization of diode-laser-pumped Nd :YAG lasers to hyperfine transitions in molecular iodine. *Optics Letters*, 17(17):1204–1206, septembre 1992.
- [89] D. S. KRYUCHKOV, K. S. KUDEYAROV, G. A. VISHNYAKOVA, N. O. ZHADNOV, K. Yu. KHABAROVA et N. N. KOLACHEVSKY : Compact High-Finesse ULE Cavities for Laser Frequency Stabilization. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*, 48(10): 295–300, octobre 2021.
- [90] D. SHADDOCK, M. GRAY, B. SLAGMOLEN et D. MCCLELLAND : Tilt locking : A new technique for locking a laser to an optical cavity. *In Conference Digest. 2000 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe (Cat. No.00TH8505)*, pages 1 pp.–, septembre 2000.
- [91] Namisha CHABBRA, Andrew R. WADE, Emily Rose REES, Andrew J. SUTTON, Alberto STOCHINO, Robert L. WARD, Daniel A. SHADDOCK et Kirk MCKENZIE : High stability laser locking to an optical cavity using tilt locking. *Optics Letters*, 46(13):3199–3202, juillet 2021.
- [92] T. W. HANSCH et B. COULLAUD : Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics Communications*, 35(3):441–444, décembre 1980.
- [93] R. W. P. DREVER, J. L. HALL, F. V. KOWALSKI, J. HOUGH, G. M. FORD, A. J. MUNLEY et H. WARD : Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B*, 31(2):97–105, juin 1983.
- [94] Eric D. BLACK : An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics*, 69(1):79–87, janvier 2001.
- [95] Yoshiyasu ICHIKAWA, Shunsuke KOIKE et Kazuyuki NAKAKITA : Measurement of a flow-velocity profile using a laser Doppler velocimetry coupled with a focus tunable lens. *OSA Continuum*, 3(7):1781–1791, juillet 2020.
- [96] G. A. HOLLOWAY et D. W. WATKINS : Laser Doppler measurement of cutaneous blood flow. *The Journal of Investigative Dermatology*, 69(3):306–309, septembre 1977.
- [97] C. P. WANG : Laser Doppler velocimetry. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 40(3):309–319, septembre 1988.
- [98] CARON et AL : The VIRGO interferometer for gravitational wave detection. *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 54(3):167–175, mars 1997.

- [99] F. ACERNESE et AL : Advanced Virgo : A second-generation interferometric gravitational wave detector. *Classical and Quantum Gravity*, 32(2):024001, décembre 2014.
- [100] Sensitivity. <https://www.virgo-gw.eu/science/detector/sensitivity/>.
- [101] D. N. STACEY et K. BURNETT : High-resolution laser spectroscopy of atoms. *Science Progress (1933- )*, 73(3 (291)):351–387, 1989.
- [102] Second (s). <https://www.npl.co.uk/si-units/second>.
- [103] L. ESSEN et J. V. L. PARRY : An Atomic Standard of Frequency and Time Interval : A Cæsium Resonator. *Nature*, 176(4476):280–282, août 1955.
- [104] The Second | LNE, Laboratoire national de métrologie et d’essais. <https://www.lne.fr/en/learn-more/international-system-units/second>.
- [105] Jian CAO, Jinbo YUAN, Shaomao WANG, Ping ZHANG, Yi YUAN, Daoxin LIU, Kaifeng CUI, Sijia CHAO, Hualin SHU, Yige LIN, Shiyong CAO, Yuzhuo WANG, Zhanjun FANG, Fang FANG, Tianchu LI et Xueren HUANG : A compact, transportable optical clock with 1.10-17 uncertainty and its absolute frequency measurement. *Applied Physics Letters*, 120(5):054003, février 2022.
- [106] S. A. DIDDAMS, Th. UDEM, J. C. BERGQUIST, E. A. CURTIS, R. E. DRULLINGER, L. HOLLBERG, W. M. ITANO, W. D. LEE, C. W. OATES, K. R. VOGEL et D. J. WINELAND : An Optical Clock Based on a Single Trapped 199Hg+ Ion. *Science*, 293(5531):825–828, août 2001.
- [107] L. HOLLBERG, S. DIDDAMS, A. BARTELS, T. FORTIER et K. KIM : The measurement of optical frequencies. *Metrologia*, 42(3):S105, juin 2005.
- [108] Theodor W. HÄNSCH : Nobel Lecture : Passion for precision. *Reviews of Modern Physics*, 78(4):1297–1309, novembre 2006.
- [109] Yann Le COQ et Rodolphe Le TARGAT : Peignes de fréquences auto-référencés pour la mesure de fréquences optiques. *Photoniques*, (68):44–47, novembre 2013.
- [110] Scott A. DIDDAMS, David J. JONES, Jun YE, Steven T. CUNDIFF, John L. HALL, Jinendra K. RANKA, Robert S. WINDELER, Ronald HOLZWARTH, Thomas UDEM et T. W. HÄNSCH : Direct Link between Microwave and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Comb. *Physical Review Letters*, 84(22):5102–5105, mai 2000.
- [111] Miho FUJIEDA, Motohiro KUMAGAI, Shigeo NAGANO, Atsushi YAMAGUCHI, Hidekazu HACHISU et Tetsuya IDO : All-optical link for direct comparison of distant optical clocks. *Optics Express*, 19(17):16498–16507, août 2011.
- [112] William C. SWANN, Fabrizio R. GIORGETTA, Ian CODDINGTON, Esther BAUMANN, Jean-Daniel DESCHÊNES, Laura SINCLAIR, Alexander M. ZOLOT et Nathan R.

- NEWBURY : A method for comparing remote optical clocks over a free-space optical link. *In 2012 IEEE Photonics Society Summer Topical Meeting Series*, pages 115–116, juillet 2012.
- [113] K. PREDEHL, G. GROSCHE, S. M. F. RAUPACH, S. DROSTE, O. TERRA, J. ALNIS, Th. LEGERO, T. W. HÄNSCH, Th. UDEM, R. HOLZWARTH et H. SCHNATZ : A 920-Kilometer Optical Fiber Link for Frequency Metrology at the 19th Decimal Place. *Science*, 336(6080):441–444, avril 2012.
- [114] F. ARIAS, Demetrios MATSAKIS, Terry QUINN et Patrizia TAVELLA : The 50th Anniversary of the Atomic Second. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, PP:1–1, avril 2018.
- [115] Fritz RIEHLE : Towards a redefinition of the second based on optical atomic clocks. *Comptes Rendus Physique*, 16(5):506–515, juin 2015.
- [116] R. BARILLÉ et G. RIVOIRE : Chapter 2.5.2 - Stimulated Rayleigh-Wing Scattering. *In Roy PIKE et Pierre SABATIER, éditeurs : Chapter 2.5.2 - Stimulated Rayleigh-Wing Scattering*. Academic Press, London, janvier 2002.
- [117] Robert W. BOYD : Chapter 9 - Stimulated Brillouin and Stimulated Rayleigh Scattering. *In Robert W. BOYD, éditeur : Nonlinear Optics (Third Edition)*, pages 429–471. Academic Press, Burlington, janvier 2008.
- [118] O. FLOREZ, P. F. JARSCHER, Y. a. V. ESPINEL, C. M. B. CORDEIRO, T. P. MAYER ALEGRE, G. S. WIEDERHECKER et P. DAINESE : Brillouin scattering self-cancellation. *Nature Communications*, 7(1):11759, juin 2016.
- [119] P. WESSELS, P. ADEL, M. AUERBACH, D. WANDT et C. FALLNICH : Novel suppression scheme for Brillouin scattering. *Optics Express*, 12(19):4443–4448, septembre 2004.
- [120] Gwennaél DANION, Ludovic FREIN, Denis BACQUET, Grégoire PILLET, Stéphanie MOLIN, Loïc MORVAN, Guillaume DUCOURNAU, Marc VALLET, Pascal SZRIFTGISER et Mehdi ALOUINI : Mode-hopping suppression in long Brillouin fiber laser with non-resonant pumping. *Optics Letters*, 41(10):2362–2365, mai 2016.
- [121] G. DANION, M. VALLET, L. FREIN, P. SZRIFTGISER et M. ALOUINI : Brillouin Assisted Optoelectronic Self-Narrowing of Laser Linewidth. *IEEE Photonics Technology Letters*, 31(12):975–978, juin 2019.
- [122] Alexander L. GAETA et Robert W. BOYD : Stochastic dynamics of stimulated Brillouin scattering in an optical fiber. *Physical Review A*, 44(5):3205–3209, septembre 1991.
- [123] Nikolay PRIMEROV et Luc THÉVENAZ : *Generation and Application of Dynamic Gratings in Optical Fibers Using Stimulated Brillouin Scattering*. Thèse de doctorat, janvier 2013.

- [124] Seung-Eek PARK et Thomas R. SHROUT : Ultrahigh strain and piezoelectric behavior in relaxor based ferroelectric single crystals. *Journal of Applied Physics*, 82(4):1804–1811, août 1997.
- [125] Hua JIANG, Y. K. ZOU, Q. CHEN, K. K. LI, R. ZHANG, Y. WANG, H. MING et Zhiqiang ZHENG : Transparent electro-optic ceramics and devices. In *Optoelectronic Devices and Integration*, volume 5644, pages 380–394. SPIE, janvier 2005.
- [126] R. J. MEARS, L. REEKIE, I. M. JAUNCEY et D. N. PAYNE : Low-noise erbium-doped fibre amplifier operating at  $1.54\mu\text{m}$ . *Electronics Letters*, 23(19):1026–1028, septembre 1987.
- [127] J.F. PHILIPPS, T. TÖPFER, H. EBENDORFF-HEIDEPRIEM, D. EHRT et R. SAUER-BREY : Spectroscopic and lasing properties of  $\text{Er}^{3+}:\text{Yb}^{3+}$ -doped fluoride phosphate glasses. *Applied Physics B*, 72(4):399–405, mars 2001.
- [128] V. P. GAPONTSEV, S. M. MATITSIN, A. A. ISINEEV et V. B. KRAVCHENKO : Erbium glass lasers and their applications. *Optics & Laser Technology*, 14(4):189–196, août 1982.
- [129] P. LAPORTA, S. LONGHI, S. TACCHEO et O. SVELTO : Analysis and modelling of the erbium-ytterbium glass laser. *Optics Communications*, 100(1):311–321, juillet 1993.
- [130] F.E. AUZEL : Materials and devices using double-pumped-phosphors with energy transfer. *Proceedings of the IEEE*, 61(6):758–786, juin 1973.
- [131] E. I. GALANT, Valery N. KALININ, S. G. LUNTER, Artur A. MAK, A. K. PRZHEVUSKIÏ, D. S. PRILEZHAEV, M. N. TOLSTOÏ et V. A. FROMZEL' : Stimulated emission from laser-pumped ytterbium- and erbium-activated glasses. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 6(10):1190, octobre 1976.
- [132] E TANGUY, C LARAT et J. P POCHOLLE : Modelling of the erbium-ytterbium laser. *Optics Communications*, 153(1):172–183, juillet 1998.
- [133] Mehdi ALOUINI : *Étude Théorique et Expérimentale Des Lasers Solides  $\text{Er}^{3+}$  et  $\text{Nd}^{3+}$  : Applications Des Lasers Bi-Fréquences Aux Télécommunications Optiques et Hyperfréquences*. Thèse de doctorat, Univ Rennes, 2001.
- [134] Kevin AUDO : *Étude Théorique et Expérimentale Des Lasers Solides Bi-Fréquences Auto-Régulés En Bruit d'intensité via Des Non-Linearités Intracavité*. These de doctorat, Rennes 1, février 2018.
- [135] S. TACCHEO, P. LAPORTA, O. SVELTO et G. DE GERONIMO : Theoretical and experimental analysis of intensity noise in a codoped erbium-ytterbium glass laser. *Applied Physics B*, 66(1):19–26, janvier 1998.

- [136] Chris EMSLIE : Chapter 8 - Polarization Maintaining Fibers. In Alexis MÉNDEZ et T. F. MORSE, éditeurs : *Specialty Optical Fibers Handbook*, pages 243–277. Academic Press, Burlington, janvier 2007.
- [137] Sébastien Le FLOCH : *Etude de la diffusion Brillouin stimulée dans les fibres monomodes standard. Application aux capteurs de température et de pression*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne occidentale - Brest, décembre 2001.
- [138] William LOH, Scott B. PAPP et Scott A. DIDDAMS : Noise and dynamics of stimulated-Brillouin-scattering microresonator lasers. *Physical Review A*, 91(5):053843, mai 2015.
- [139] D. COTTER : Stimulated Brillouin Scattering in Monomode Optical Fiber. *Journal of Optical Communications*, 4(1), janvier 1983.
- [140] R. BOULA-PICARD, M. ALOUINI, J. LOPEZ, N. VODJDANI et J.-C. SIMON : Impact of the gain saturation dynamics in semiconductor optical amplifiers on the characteristics of an analog optical link. *Journal of Lightwave Technology*, 23(8):2420–2426, août 2005.
- [141] Gwennaél DANION, François BONDU, Goulc’hen LOAS et Mehdi ALOUINI : GHz bandwidth noise eater hybrid optical amplifier : Design guidelines. *Optics Letters*, 39(14):4239–4242, juillet 2014.
- [142] Michael C. GROSS, Patrick T. CALLAHAN, Thomas R. CLARK, Dalma NOVAK, Rodney B. WATERHOUSE et Michael L. DENNIS : Tunable millimeter-wave frequency synthesis up to 100 GHz by dual-wavelength Brillouin fiber laser. *Optics Express*, 18(13):13321–13330, juin 2010.
- [143] Marc NIKLES, Luc THÉVENAZ et Philippe ROBERT : Brillouin Gain Spectrum Characterization in Single-Mode Optical Fibers. *Lightwave Technology, Journal of*, 15:1842–1851, novembre 1997.
- [144] Xiaopeng XIE, Romain BOUCHAND, Daniele NICOLodi, Michel LOURS, Christophe ALEXANDRE et Yann Le COQ : Phase noise characterization of sub-hertz linewidth lasers via digital cross correlation. *Optics Letters*, 42(7):1217–1220, avril 2017.
- [145] Max SCHIEMANGK, Stefan SPIESSBERGER, Andreas WICHT, Götz ERBERT, Günther TRÄNKLE et Achim PETERS : Accurate frequency noise measurement of free-running lasers. *Applied Optics*, 53(30):7138–7143, octobre 2014.
- [146] Motonobu KOUROGI et Motoichi OHTSU : Novel optical frequency discriminator for FM noise reduction of semiconductor lasers. *Optics Communications*, 81(3):204–208, février 1991.
- [147] Dan XU, Fei YANG, Dijun CHEN, Fang WEI, Haiwen CAI, Zujie FANG et Ronghui QU : Laser phase and frequency noise measurement by Michelson interferometer

- composed of a 3 x 3 optical fiber coupler. *Optics Express*, 23(17):22386–22393, août 2015.
- [148] T. OKOSHI, K. KIKUCHI et A. NAKAYAMA : Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum. *Electronics Letters*, 16(16):630–631, juillet 1980.
- [149] Stefano CAMATEL et Valter FERRERO : Narrow Linewidth CW Laser Phase Noise Characterization Methods for Coherent Transmission System Applications. *Journal of Lightwave Technology*, 26(17):3048–3055, septembre 2008.
- [150] O. LLOPIS, P. H. MERRER, H. BRAHIMI, K. SALEH et P. LACROIX : Phase noise measurement of a narrow linewidth CW laser using delay line approaches. *Optics Letters*, 36(14):2713–2715, juillet 2011.
- [151] Gianni Di DOMENICO, Stéphane SCHILT et Pierre THOMANN : Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape. *Applied Optics*, 49(25):4801–4807, septembre 2010.
- [152] S.-J. KIM, J.-H. HAN, J.-S. LEE et C.-S. PARK : Intensity noise suppression in spectrum-sliced incoherent light communication systems using a gain-saturated semiconductor optical amplifier. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 11(8):1042–1044, août 1999.
- [153] Abdelkrim El AMILI, Goulc’hen LOAS, Lucien POUGET et Mehdi ALOUINI : Buffer reservoir approach for cancellation of laser resonant noises. *Optics Letters*, 39(17):5014–5017, septembre 2014.
- [154] Thomas H. JEYS : Suppression of laser spiking by intracavity second harmonic generation. *Applied Optics*, 30(9):1011–1013, mars 1991.
- [155] H. STATZ, G. A. DEMARS, D. T. WILSON et C. L. TANG : Problem of Spike Elimination in Lasers. *Journal of Applied Physics*, 36(5):1510–1514, juillet 2004.
- [156] Kevin AUDO, Abdelkrim El AMILI et Mehdi ALOUINI : Self-regulated intensity noise dual-frequency laser using the buffer reservoir approach. In *2017 European Conference on Lasers and Electro-Optics and European Quantum Electronics Conference (2017)*, Paper CA\_8\_1, page CA\_8\_1. Optica Publishing Group, juin 2017.
- [157] R. van LEEUWEN, B. XU, L. S. WATKINS, Q. WANG et C. GHOSH : Low noise high power ultra-stable diode pumped Er-Yb phosphate glass laser. In *Enabling Photonics Technologies for Defense, Security, and Aerospace Applications IV*, volume 6975, pages 144–152. SPIE, mars 2008.
- [158] Jesús A. DEL ALAMO et Richard M. SWANSON : Modelling of minority-carrier transport in heavily doped silicon emitters. *Solid-State Electronics*, 30(11):1127–1136, novembre 1987.

- [159] Mehdi ALOUINI, Gwennael DANION et Marc VALLET : Ultra-narrow linewidth self-adaptive photonic oscillator : Principle and realization, août 2021.



# PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS

---

## Articles publiés dans une revue internationale avec comité de lecture

R. Agaisse, G. Danion, M. Vallet, P. Besnard and M. Alouini, "Modeling of Brillouin-assisted self-narrowed photonic oscillator including an optical phase-locked loop," in Journal of Lightwave Technology, doi : 10.1109/JLT.2024.3358174 , Jan 2024

## Communications orales avec actes en conférence internationale avec comité de lecture

Romain AGAISSE, Gwennaël DANION, Marc VALLET, Pascal BESNARD, and Mehdi ALOUINI. Modeling of Brillouin assisted optoelectronic laser linewidth narrowing. International Conference / Nature Inspires Creativity Engineers (N.I.C.E 2020), Oct 2020, Nice, France

## Communications orales en conférence nationale avec comité de lecture

Romain AGAISSE, Gwennaël DANION, Marc VALLET, Pascal BESNARD, et Mehdi ALOUINI. "Etude d'un nouveau principe de laser à auto-affinement spectral pour l'optique hyperfréquences." *Groupement de recherche Ondes (GDR Ondes)*, Mars 2021

## Communications poster

Romain AGAISSE, Gwennaël DANION, Marc VALLET, Pascal BESNARD, et Mehdi ALOUINI. "Modélisation de l'auto-affinement spectral laser assisté par effet Brillouin." *Journée du Club Optique Micro-ondes*, Juin 2021

Romain AGAISSE, Gwennaël DANION, Marc VALLET, Pascal BESNARD, et Mehdi ALOUINI. "Modélisation de l'auto-affinement spectral laser assisté par effet Brillouin." *Optique Dijon*, Juillet 2021, Dijon, France





## Titre : Auto-affinement spectral laser assisté par effet Brillouin

**Mot clés :** Laser ; stabilisation de fréquence optique ; diffusion Brillouin stimulée ; résonateur fibré ; boucle à verrouillage de phase

**Résumé :** La stabilité en fréquence des lasers est une propriété recherchée dans de nombreux domaines tels que les communications optiques, la spectroscopie ou encore la métrologie temps-fréquence. Dans ce contexte, l'institut Foton a mis au point un principe permettant d'auto-affiner spectralement un laser à des niveaux extrêmement bas. Pour cela on pompe un résonateur Brillouin non-réciproque ce qui génère une onde Stokes spectralement pure. L'ajout d'une boucle à verrouillage de phase qui contre-réagit sur la pompe permet alors d'éviter les sauts de modes du résonateur Brillouin tout en affinant spectralement le laser de pompe, produisant ainsi un effet d'auto-affinement en cascade. Dans ce manuscrit, nous étudions théoriquement et expérimentalement le système d'auto-affinement spectral laser assisté par effet Brillouin. La modélisation de l'ensemble de ses constituants par le biais du formalisme des fonctions de transfert est confortée par des validations expérimentales. Ces fonctions de transfert rendent compte de la réponse des différents éléments du système vis-à-vis des fluctuations de phase et d'amplitude. L'expression

de la fonction de transfert du système complet est ensuite validée expérimentalement en comparant les prévisions théoriques aux mesures de fonction de transfert en boucle ouverte ainsi qu'en réponse indicelle. L'exploitation du modèle et de ses paramètres physiques ajustables permet alors de réduire davantage les fluctuations de fréquence pour un laser de pompe à état solide émettant à  $1,54 \mu m$ . Cela nous permet notamment de mettre en évidence le fait que le résonateur Brillouin dans ces conditions de verrouillage de phase joue le rôle d'une référence optique. Les performances du système sont ensuite évaluées en dupliquant ce dernier et en mesurant dans le domaine micro-onde le battement entre les deux systèmes indépendants. Finalement, le principe du « buffer reservoir » est ajouté au système d'affinement spectral. Ce principe basé sur l'insertion d'un mécanisme d'absorption non-linéaire dans le laser de pompe permet de réduire l'excès de bruit d'amplitude aux oscillations de relaxations de 32 dB. Ainsi on supprime la principale source de bruit d'amplitude converti en bruit de phase dans le système.

## Title: Brillouin assisted laser spectral self narrowing

**Keywords:** Laser; optical frequency stabilization; stimulated Brillouin scattering; fiber resonator; phase-locked loop

**Abstract:** The frequency stability of lasers is a sought-after property in many fields such as optical communications, spectroscopy and time-frequency metrology. In this context, the Foton Institute has developed a principle making it possible to spectrally self-narrow a laser at extremely low levels. For this we pump a non-reciprocal Brillouin resonator which generates a spectrally pure Stokes wave. The addition of a phase-locked loop which counter-reacts to the pump then makes it possible to avoid mode hops of the Brillouin resonator while spectrally narrowing the pump laser, thus producing a cascaded self-narrowing effect. In this manuscript, we theoretically and experimentally study the Brillouin assisted laser spectral self-narrowing system. The modeling of all of its constituents using the formalism of transfer functions is supported by experimental validations. These transfer functions account for the response of the different elements of the system to phase and amplitude fluctuations. The expression of the transfer function of

the complete system is then validated experimentally by comparing the theoretical predictions to the open-loop transfer function measurements as well as in step response. Exploitation of the model and its adjustable physical parameters then makes it possible to further reduce frequency fluctuations for a solid-state pump laser emitting at  $1.54 \mu m$ . This allows us in particular to highlight the fact that the Brillouin resonator in these phase-locking conditions plays the role of an optical reference. The performance of the system is then evaluated by duplicating it and measuring the beat between the two independent systems in the microwave domain. Finally, the "buffer reservoir" principle is added to the spectral narrowing system. This principle based on the insertion of a non-linear absorption mechanism in the pump laser makes it possible to reduce excess amplitude noise at relaxation oscillations by 32 dB. This eliminates the main source of amplitude noise converted into phase noise in the system.