



HAL
open science

Identification des excitations aéroacoustiques par problème inverse vibratoire dans le domaine temporel

Erwan Le Roux

► **To cite this version:**

Erwan Le Roux. Identification des excitations aéroacoustiques par problème inverse vibratoire dans le domaine temporel. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université, 2023. Français. NNT : 2023LEMA1036 . tel-04534401

HAL Id: tel-04534401

<https://theses.hal.science/tel-04534401>

Submitted on 5 Apr 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat

De
LE MANS UNIVERSITE
Sous le sceau de
LA COMUE ANGERS – LE MANS

Ecole Doctorale n° 602
Sciences de l'Ingénierie et des Systèmes
Spécialité : « (voir liste des spécialités) »

Par

Erwan LE ROUX

Identification des excitations aéroacoustiques par problème inverse vibratoire dans le domaine temporel

Thèse présentée et soutenue à Le Mans Université, le 20 décembre 2023
Unité de recherche : UMR CNRS 6613
Thèse N° : 2023LEMA1036

Rapporteurs avant soutenance :

Francois Ollivier Maître de Conférence HDR – Sorbonne Université (Paris, France)
Mathieu Aucejo Maître de Conférence HDR – CNAM (Paris, France)

Composition du Jury :

Président : Nicolas Totaro	Professeur – Insa Lyon (Lyon, France)
Examineurs : Justine Carpentier	Chargée d'enseignement et de recherche – Ecole Navale (Brest, France)
Morvan Ouisse	Professeur – Femto-ST (Besançon, France)
Dir. de thèse : Charles Pézerat	Professeur – Le Mans Université (Le Mans, France)
Co-dir. de thèse : Quentin Leclère	Professeur – INSA Lyon (Lyon, France)
Encadrant de thèse : Jean-Hugh Thomas	Professeur – Le Mans Université (Le Mans, France)

Table des matières

Introduction	1
Positionnement de la thèse	2
1 Méthodes inverses vibratoires	5
1.1 Introduction	5
1.2 Méthodes Inverses	6
1.3 Méthode RIFF/RIC	8
1.3.1 RIFF	9
1.3.2 RIC	17
1.4 Conclusion	26
2 Méthode RIC temporelle	29
2.1 Positionnement du problème	29
2.2 Adaptation de la méthode RIC à l’emploi de filtres intégrateurs et correctifs dans le domaine temporel	30
2.2.1 Définition de filtres intégrateurs dans le domaine temporel	31
2.2.2 Adaptation des coefficients RIC	32
2.3 Mise en oeuvre de la méthode RIC dans le domaine temporel	39
2.3.1 Application de la méthode RIC temporelle à des données de simulation	40
2.3.2 Mesures	56
3 Modélisation d’un estimateur expérimental de l’opérateur RI	69
3.1 Positionnement du problème	70
3.2 Définition de l’estimateur expérimental de l’opérateur RI	71
3.2.1 Identification du vecteur proportionnel à l’opérateur RI	71
3.2.2 Calibration en amont : capteurs vibratoires	73
3.2.3 Calibration en aval : capteur de pression	75

TABLE DES MATIÈRES

3.3	Modélisation de l'effet de masse	76
3.3.1	Modélisation analytique d'une poutre finie avec masses ajoutées . . .	77
3.3.2	Modélisation analytique d'une plaque avec masses ajoutées	80
3.4	Simulation sur plaque mince : comparaison à la méthode RI fréquentielle .	87
3.4.1	Définition de la distribution d'impacts	89
3.4.2	Simulation sur plaque infinie	90
3.5	Validation expérimentale de la méthode	97
3.5.1	Protocole expérimental	97
3.5.2	Résultats des mesures	100
	Conclusion	107
	Conclusion	107
	Bibliographie	109

INTRODUCTION

L'amélioration des performances énergétiques des moyens de transports modernes passe par la modification de leur structure. Ces modifications, visant à alléger l'ensemble du véhicule considéré sans en compromettre la rigidité, viennent inévitablement altérer les performances acoustiques de la structure, et par conséquent le confort acoustique des usagers. Les tests des performances acoustiques des matériaux utilisés deviennent délicats à effectuer dès lors que la contribution des phénomènes aéroacoustiques est prise en compte. Les moyens d'essais visant à étudier l'impact d'une excitation par couche limite turbulente à l'intérieur d'un habitacle restent encore compliqués à maîtriser, difficilement répétables et reproductibles, et coûteux aussi bien en termes de moyen que d'impact environnemental.

Afin de proposer une alternative à ces essais, le projet VIRTECH (Virtualisation de moyens expérimentaux en vibro-acoustique par synthèse de champ de pression) propose une démarche basée sur la synthèse de champs de pression acoustique, permettant de reproduire des excitations aléatoires caractéristiques, notamment celle d'une excitation par couche limite turbulente. La méthode de synthèse repose sur deux axes : le premier s'intéresse à la nature des excitations à reproduire et sur la manière d'identifier leur composante effective. Le second axe se focalise sur la création d'un réseau de sources à même de reproduire un champ de pression exciteur caractéristique d'un écoulement turbulent.

L'identification de la contribution acoustique d'une excitation par couche limite turbulente est par nature délicate à obtenir par une mesure directe. Un capteur de pression sera grandement perturbé par la composante aérodynamique d'un tel champ exciteur [1][2][3]. L'emploi d'un grand nombre de capteurs de pression, et l'usage d'algorithmes de déconvolution adaptés à l'antennerie de capteur introduite, est alors possible pour identifier la part acoustique du signal [4][5][6]. Les composantes acoustique et aérodynamique évoluant sur des bandes de nombres d'onde différentes, il est intéressant de considérer une approche apportant un filtrage adapté. Les méthodes inverses vibratoires, permettant de remonter à un champ de pression à partir de l'étude du champ vibratoire qu'il impose à une structure, ont comme avantage d'apporter naturellement un filtrage en nombre

d'onde[7][8]. La méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée), et son alternative la méthode RIC (Résolution inverse corrigée), ont déjà montré leurs aptitudes à discriminer ces deux composantes dans le domaine fréquentiel [9][8].

Les méthodes RIFF et RIC partent de l'expression analytique du comportement vibratoire d'une structure pour en proposer une formulation à même d'identifier un effort appliqué à ladite structure. Cette identification passe par la mesure du champ vibratoire issu de l'excitation à différentes positions d'une antenne prédéfinie. La méthode RIFF, initialement développée en 1996 [7], a vu plusieurs développements pour son application à des coques [10], des plaques orthotropes [11] et des panneaux composites laminés [12]. Différentes configurations visant à optimiser les paramètres d'antennes ont également été apportées [13]. Récemment, un couplage de la méthode à des mesures d'holographie acoustique plein champ a également été développé [14]. A partir de ces différents travaux, il est envisageable de développer une formulation temporelle de la méthode RIC, qui permettrait d'identifier la part acoustique du champ de pression pariétale, afin d'être employée à des fins de synthèse. Un développement de la méthode RIFF dans le domaine temporel a déjà été proposé [], qui propose de remplacer le filtrage en nombre d'onde par une régularisation de Tikhonov, qui prend en compte l'approximation du filtrage dans le domaine temporel induit par la cette formulation de la méthode RIFF.

La principale entrave à l'emploi des méthodes RIFF et RIC est leur limitation à des structures analytiquement descriptibles. Réaliser une identification d'efforts excitateurs sur des structures plus complexes, comme celles rencontrées dans les milieux des transports, s'avère alors compromis. La question de l'adaptation des méthodes RIFF et RIC à ce type de structure doit également être considérée.

Positionnement de la thèse

Dans l'optique d'identifier la part effective d'une excitation par couche limite turbulente appliquée à des structures complexes, cette thèse propose une alternative à la méthode RIC, permettant de l'exprimer et de l'employer dans le domaine temporel, adaptable à des algorithmes de traitement en temps réel. Une méthode d'obtention des coefficients de la méthode RIC, utilisable dans des cas de figure où la structure étudiée n'est pas descriptible analytiquement, est également présentée.

Le chapitre 1 décrit les principes des méthodes de résolution inverse RIFF et RIC, en présentant les différentes configurations qui serviront de bases au développement temporel.

Le chapitre 2 est consacré au développement de la méthode RIC dans le domaine temporel. Le chapitre 3 présente une approche permettant d'obtenir les coefficients de la méthode RIC dans le cas où la structure étudiée n'est pas descriptible analytiquement.

MÉTHODES INVERSES VIBRATOIRES

Table des matières

1.1	Introduction	5
1.2	Méthodes Inverses	6
1.3	Méthode RIFF/RIC	8
1.3.1	RIFF	9
	Base de la méthode	9
	Illustration de la méthode à la détection d'effort acoustique sur une plaque simple	11
	Filtrage et fenêtrage	15
1.3.2	RIC	17
	Etude de l'effort reconstruit par résolution inverse	17
	Application à l'identification d'effort	21
	Formulation polaire de la méthode RIC	25
1.4	Conclusion	26

1.1 Introduction

La problématique centrale développée ici est l'identification d'un effort, typiquement un champ de pression acoustique, qui n'est pas directement mesurable par un capteur de pression. Plusieurs alternatives étudiées dans la littérature scientifique se basent alors sur l'analyse de l'effet exercé sur une structure par le champ de pression excitateur. Ces méthodes, qui se basent sur l'analyse d'une conséquence pour remonter à une cause, sont communément appelée méthodes inverses vibratoires. La principale difficulté quand il est question de méthode inverse, est que pour une conséquence, il est possible d'identifier plusieurs causes, là où pour un problème direct, une cause est liée à une conséquence unique. Hadamard [15] différencie ainsi des problèmes inverses bien posés, de ceux mal posés. Au sens de Hadamard, un problème physique est bien posé si :

- la solution du problème existe ;
- la solution du problème est unique ;
- la solution du problème dépend continûment des données d'entrée.

Dans le cas des problèmes inverses vibratoires, en supposant l'existence de la solution, son unicité et sa stabilité posent problème. Du fait du bruit de mesure, la dépendance continue de la solution du problème inverse aux données d'entrée ne peut pas être obtenue. Une étape de calcul supplémentaire doit être ajoutée afin de s'affranchir du bruit de mesure. Cette étape, dite de régularisation, vise à stabiliser la solution du problème inverse et peut être réalisée de manière diverse. Les méthodes de régularisation les plus connues sont les méthodes de Tikhonov [16], ou celle de la courbe en L [17].

1.2 Méthodes Inverses

Les problèmes inverses vibratoires peuvent être classifiés de différentes manières. Sanchez et Benaroya [18] proposent une classification non pas basée sur la méthode de formulation du problème, mais sur la manière de traiter le problème mal posé. Ainsi sont différenciés :

- Les méthodes directes, pour lesquelles le problème inverse est formulé seulement à partir d'un modèle mathématique ou physique. Les problèmes développés selon ces méthodes sont généralement mal posés et présentent des résultats variables.
- Les méthodes régularisées, pour lesquelles l'ajout d'une contrainte ou d'une condition au modèle de base est prise en compte, en vue de stabiliser le problème.
- Les méthodes probabilistes, basées sur une approche probabiliste ou statistique.

Parmi les méthodes directes, certaines sont mises en place pour l'identification d'effort appliqué à des structures bien précises. Jaquelin et Hamelin [19] proposent de retrouver un effort exercé sur une barre d'Hopkinson, à partir de trois mesures de contraintes. Ces résultats de mesures sont injectés dans la solution analytique du problème afin de déterminer l'effort. Pour reconstruire l'effort exercé sur des pales de turbines, Vyas et Winks [20] expriment les déplacements latéraux, longitudinaux, et rotationnels d'une pale en les projetant sur la base modale. Les déformées opérationnelles étant supposées connues, la mesure des déplacements permet d'aboutir à l'effort exercé sur la pale. Le problème pouvant être exprimé sous forme matricielle, l'effort est reconstruit par inversion de la matrice contenant l'information sur les déformées opérationnelles. Cette approche modale et matricielle est également développée par Law et al. [21] pour reconstruire dans

le domaine temporel un effort exercé sur une poutre analytiquement décrite par l'équation d'Euler-Bernoulli. Chan et al. [22] propose une adaptation de cette approche dans le domaine fréquentiel. La méthode développée par Karlsson [23] offre une approche plus généraliste. Pour une structure donnée, en supposant qu'une relation linéaire unit l'effort et la réponse vibratoire, il est possible d'écrire l'effort comme étant une combinaison linéaire des déformées modales de la structure. A partir de la connaissance de ces déformées modales et de la mesure de la réponse vibratoire, une fonction de transfert reliant ces deux paramètres peut être obtenue, permettant après inversion de remonter aux amplitudes des déformées modales. Marchetto [24] propose une approche hybride, se basant sur la combinaison de mesures vibratoires (introduction de fonctions de sensibilité, inhérentes à la structure) et acoustiques pour mesurer la réponse de la structure. La méthode VFM (Virtual Field Method) [25][26][27][28] se base sur une formulation faible de l'équation de mouvement d'une structure, ce qui permet de déplacer le problème de la sensibilité au bruit par l'introduction de champs virtuels. O'Donoghue propose un développement de cette méthode dans le domaine temporel [29]. Madinier propose également une comparaison des méthodes VFM et RIF [30]. Les méthodes régularisées ajoutent une condition au problème, afin de contrer leur aspect mal posé. Ce conditionnement peut être réalisé par le biais d'une régularisation de Tikhonov. Doyle [31][32][33] propose une méthode fréquentielle pour identifier un effort par déconvolution de signaux mesurés. Un développement temporel de cette méthode a également été introduit par Chang et Sun [34], permettant d'identifier l'effort grâce à un fenêtrage temporel plus adaptable, sans crainte que l'effet de bord ne vienne parasiter la reconstruction. L'étude de la régularisation de cette méthode de déconvolution a été menée par Jaquelin et al. [35]. Dans le cas de l'identification d'effort par déconvolution de la réponse vibratoire mesurée, ils démontrent que le fait que le problème soit mal posé induit d'une part que la reconstruction est très sensible au bruit de mesure, et d'autre part que la reconstruction dépend de la position à laquelle la mesure est effectuée. Le conditionnement du problème est alors réalisé soit par la régularisation de Tikhonov, soit par troncature de la décomposition en valeurs singulières [36]. La troncature comme critère de régularisation est également exploitée par Jiang et Hu [37][38]. Grâce à l'analyse modale, une expression reliant les champs de déplacement et d'accélération avec des facteurs d'échelle est proposé pour des structures descriptibles analytiquement. Il est ainsi possible de contrôler la régularisation du problème en spécifiant le nombre de modes sur lequel identifier ces facteurs. L'idée de troncature est également derrière la méthode de régularisation proposée par Pézerat [7]. La méthode RIFF (Résolution Inverse Filtrée

Fenêtrée) s'appuie sur la discrétisation de l'opérateur spatial d'une équation analytique du mouvement d'une structure. Contrairement aux méthodes citées précédemment, il n'est pas question d'inversion du problème. La sensibilité au bruit est cependant bien présente, apportée par la discrétisation de l'opérateur dérivée de l'équation du mouvement. Dans le cas de mouvements de flexion, cette dérivée est à l'ordre 4, et agit donc dans le domaine des nombres d'ondes comme un filtre passe-haut d'ordre 4. Un filtrage adapté des hauts nombres d'ondes permet donc de régulariser le problème et de s'affranchir du bruit. Huang [39][40] propose une approche itérative de la résolution du problème inverse d'un système masse-ressort-amortisseur, où le cœur de la démarche cherche à minimiser l'écart entre le déplacement estimé et celui mesuré. Huang et al. [41], puis Yen et Wu [42][43], adapteront cette approche à des structures continues, descriptibles analytiquement. Huang et al. [44] propose d'introduire un certain nombre de paramètres de filtrage du bruit à la méthode de déconvolution à des fins de régularisation. Ces paramètres de filtrage sont optimisés par la prise en compte du bruit dans leur modélisation. Cette idée d'optimisation par la prise en compte du bruit, couplée à la méthode itérative, est également exploitée par Gunawan [45] et Gasparo et al. [46]. L'approche probabiliste permet d'étendre l'emploi des méthodes inverses à la détection d'effort de nature aléatoire, offrant également de nouveaux outils d'analyse. Granger et Perotin [47] appliquent ainsi l'approche modale pour identifier un effort aléatoire, en faisant l'hypothèse qu'il s'agit d'un effort stationnaire suivant une loi normale. Cette formulation permet d'aborder le problème inverse en exprimant les grandeurs d'entrée sous forme d'interspectres et d'autospectres, et d'employer les outils statistiques pour réaliser la régularisation. L'approche bayésienne [48][49][50] permet une prise en compte efficace du bruit, régularisant par la même le problème inverse sans ajout de paramètres supplémentaires. Un développement Bayésien de la méthode RIFF a même été développé [51]. Dans le domaine temporel, Ghibaudo [52] propose une comparaison de plusieurs méthodes de filtrage du bruit [53][54][55][56][57][58][59], applicable pour une formulation bayésienne du problème inverse.

1.3 Méthode RIFF/RIC

La méthode de Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée [7](acronyme RIFF, ou FAT en anglais pour Force Analysis Technique) fait partie de la catégorie des méthodes inverses se basant sur une formulation analytique de la relation effort/déplacement dans le domaine fréquentiel. A partir d'une équation de mouvement d'une structure donnée, la méthode peut

identifier un effort ou un champ d'excitation issu d'un champ vibratoire connu, capturé en certaines positions. L'alternative RIC [60] [61] [62] [63] [64] (acronyme de Résolution Inverse Corrigée) introduit une correction à la résolution inverse, afin d'améliorer l'identification. Outre leur facilité d'implémentation, ces méthodes présentent l'avantage d'être locales, ne nécessitant pas de maîtriser les conditions aux limites du problème considéré. En revanche, elles sont tributaires du modèle analytique, bien qu'il existe une variante de la méthode RIFF adaptable aux modèles éléments finis [65]. Le fonctionnement des méthodes RIFF et RIC sera illustré à travers l'identification d'un effort acoustique appliqué à une plaque. L'équation de flexion d'une plaque, décrite par le modèle de Kirchhoff-Love, sera le point de départ de la méthode :

$$P(x, y, \omega) = -\frac{D}{\omega^2} \left(\frac{\partial^4 \gamma(x, y, \omega)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \gamma(x, y, \omega)}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 \gamma(x, y, \omega)}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \rho h \gamma(x, y, \omega), \quad (1.1)$$

avec $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ la rigidité en flexion de la plaque ($kg \cdot m^2 \cdot s^2$), E le module d'Young (Pa), ν le coefficient de Poisson, ρ la masse volumique ($kg \cdot m^{-3}$), et h l'épaisseur de la plaque (m). $\gamma(x, y, \omega)$ désigne le champ d'accélération en flexion de la plaque, que l'on suppose connu. $P(x, y, \omega)$ désigne le champ de pression exciteur de la plaque, que l'on cherche à approximer par la méthode RIFF. Il est également important de définir la relation de dispersion des ondes de flexion de la plaque :

$$k_f = \sqrt[4]{\frac{\rho h}{D}} \omega^2. \quad (1.2)$$

1.3.1 RIFF

Base de la méthode

La méthode RIFF propose d'identifier le champ de pression exciteur à partir de l'équation de mouvement d'une structure donnée en suivant deux étapes. Dans un premier temps, l'équation est mise sous la forme suivante :

$$P_{RI}(\vec{r}, \omega) = -\frac{K}{\omega^2} \Lambda[\gamma(\vec{r}, \omega)] + M\gamma(\vec{r}, \omega). \quad (1.3)$$

Sous cette forme généralisée, K représente l'amplitude du terme de raideur, dépendant des propriétés mécaniques de la structure considérée. De la même manière, M représente l'amplitude du terme de masse. \vec{r} est un vecteur contenant des coordonnées pouvant être exprimées sur une base cartésienne ou polaire. Le terme $\Lambda[\gamma(\vec{r}, \omega)]$ est un opérateur

servant à approximer les dérivées spatiales de l'équation de mouvement en fonction du champ d'accélération, et constitue le point de départ des méthodes RIFF et RIC. Cette étape constitue la partie de "Résolution Inverse" (notée RI), d'où la notation P_{RI} pour désigner l'effort reconstruit. La seconde étape de la méthode RIFF, dite de filtrage et de fenêtrage, sert de régularisation au problème inverse, et sera détaillée dans la partie suivante.

L'identification d'effort, telle que proposée par l'équation (1.3), apparaît donc tributaire de deux données : la connaissance du champ d'accélération et la maîtrise des paramètres structuraux de la plaque. Il est intéressant de noter que l'interdépendance entre ces trois facteurs (excitation/mouvement/paramètres) peut être retournée : pour par exemple identifier non plus un effort mais les paramètres structuraux. De nombreux travaux ont été conduits dans cette optique et ont pu attester de la versatilité de la méthode [66][67][68][69]. Dans le cas d'étude présent, la démonstration se cantonnera à l'identification d'effort, et les grandeurs K et M seront supposées connues.

Les dérivées partielles spatiales d'une équation de mouvement donnée peuvent être exprimées de diverses manières. Dans le cas d'une plaque obéissant à l'équation de mouvement 1.1, le bilaplacien est généralement approché par la combinaison de trois schémas aux différences finies d'ordre 4 :

$$\Lambda [\gamma(\vec{r}, \omega)] = \delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y} + 2\delta_{\Delta}^{2x2y}, \quad (1.4)$$

avec δ_{Δ}^{4x} le schéma aux différences finies approximant la dérivée partielle quatrième dépendant de la variable x , δ_{Δ}^{4y} le schéma aux différences finies approximant la dérivée partielle quatrième dépendant de la variable y , et δ_{Δ}^{2x2y} le schéma aux différences finies approximant la dérivée croisée. Le terme Δ correspond au pas de discrétisation spatial de la méthode. Ce pas peut être différent selon les deux dimensions considérées, mais sera choisi identique par la suite. Chacun des termes δ_{Δ}^i suit un schéma centré d'ordre 4 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^4 \gamma}{\partial x^4} \approx \delta_{\Delta}^{4x} = \frac{1}{\Delta^4} [\gamma(x + 2\Delta, y) - 4\gamma(x + \Delta, y) + 6\gamma(x, y) - 4\gamma(x - \Delta, y) + \gamma(x - 2\Delta, y)], \\ \frac{\partial^4 \gamma}{\partial y^4} \approx \delta_{\Delta}^{4y} = \frac{1}{\Delta^4} [\gamma(x, y + 2\Delta) - 4\gamma(x, y + \Delta) + 6\gamma(x, y) - 4\gamma(x, y - \Delta) + \gamma(x, y - 2\Delta)], \\ \frac{\partial^4 \gamma}{\partial x^2 \partial y^2} \approx \delta_{\Delta}^{2x2y} = \frac{1}{\Delta^4} [\gamma(x + \Delta, y + \Delta) - 2\gamma(x + \Delta, y) + \gamma(x + \Delta, y - \Delta) - 2\gamma(x, y + \Delta) \\ + 4\gamma(x, y) - 2\gamma(x, y - \Delta) + \gamma(x - \Delta, y + \Delta) - 2\gamma(x - \Delta, y) \\ + \gamma(x - \Delta, y - \Delta)]. \end{array} \right. \quad (1.5)$$

Il est essentiel de noter que l'introduction de ces schémas aux différences finies induit, dans l'optique d'identifier l'effort en un point, la nécessité de connaître le champ d'ac-

célération non seulement au même point, mais également à son voisinage. A un schéma $\Lambda[\gamma(\vec{r}), \omega]$ sera donc associée une antenne de capteurs à déployer au voisinage du point d'étude. Dans le cas du schéma présenté à l'équation (1.4), l'allure de l'antenne est présentée en figure 1.1 :

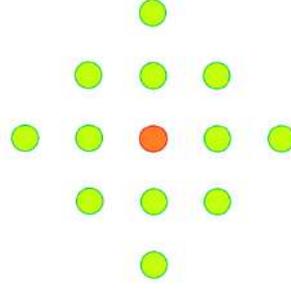


FIGURE 1.1 – Antenne de capteurs déployée pour l'emploi de $\Lambda[\gamma(\vec{r}), \omega] = \delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y} + \delta_{\Delta}^{2x2y}$ (le point central correspond à l'endroit où l'effort est reconstruit).

Le point central (rouge) correspond au point d'identification de l'effort, les points latéraux (verts) sont les positions d'acquisition du champ d'accélération nécessaires au calcul des schémas aux différences finies. L'espacement latéral ou longitudinal entre chaque point est égal au pas spatial Δ .

Illustration de la méthode à la détection d'effort acoustique sur une plaque simple

Afin de démontrer le fonctionnement de la méthode, le cas d'une plaque mince simplement supportée, excitée par une onde plane acoustique ($f = 800$ Hz) est simulé. L'angle d'incidence de l'onde avec la plaque est décrit par le jeu d'angle (θ, φ) , où θ est l'angle formé entre la projection du vecteur directeur de l'onde plane sur la plaque et l'axe longitudinal de cette dernière, et φ l'angle formé entre le vecteur directeur de l'onde plane et l'axe normal à la plaque. Ce jeu d'angle, ainsi que la projection de l'onde plane sur la surface de la plaque, sont visualisables sur la figure 1.2.

Le champ de pression d'une onde plane se propageant selon un angle défini par ces deux angles d'incidences est décrit par l'équation (1.6).

$$P(x, y, \omega) = P_{amp} e^{j\omega t - jk(x \cos \varphi \cos \theta + y \cos \varphi \sin \theta + z \sin \varphi)}, \quad (1.6)$$

avec P_{amp} l'amplitude nominale de l'excitation. La réponse du système à une telle exci-

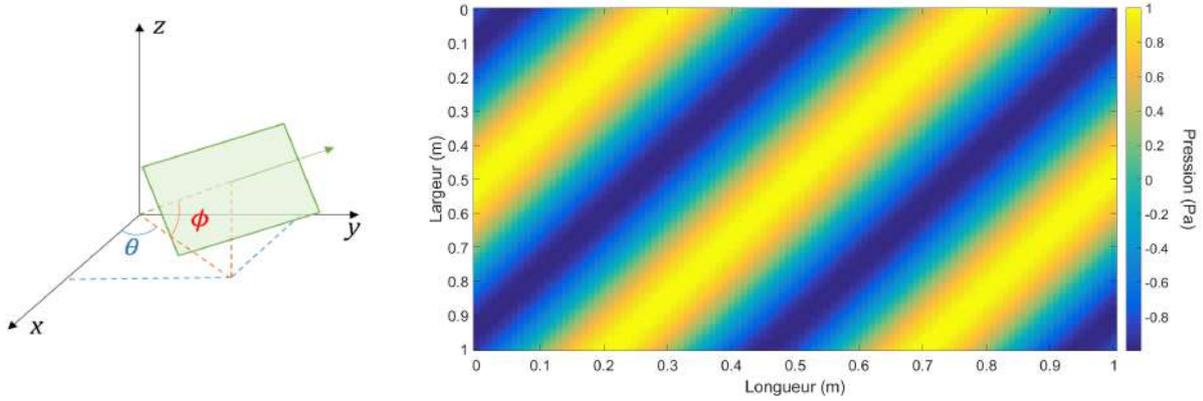


FIGURE 1.2 – Onde plane excitant la plaque

tation peut être obtenue analytiquement par décomposition modale [70]. L'expression du champ d'accélération de la plaque peut être alors écrite :

$$\gamma(x, y, \omega) = -\frac{P_{mn}(\omega)\phi_{mn}(x, y)}{\omega^2 M_{mn} (\omega_{mn}^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_{mn})}, \quad (1.7)$$

avec ϕ_{nm} l'expression des déformées modales, tributaires des conditions aux limites du système considéré, $M_{mn} = \frac{\rho h L_x L_y}{4}$ la masse généralisée, $P_{mn} = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} P(x, y, \omega)\phi_{nm}(x, y) dx dy$ l'effort généralisé, et enfin $\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} \pi^2 \left[\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2 \right]}$ l'expression des pulsations propres de la plaque (pour une plaque simplement supportée). L_x et L_y désignent respectivement la longueur et la largeur de la plaque.

Dans le cas d'une plaque simplement supportée à ses extrémités, les déformées modales sont connues analytiquement : $\phi_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right)$. Il reste alors à déterminer l'effort généralisé, qui dans le cas d'une onde plane monochromatique, peut également être calculé :

$$P_{mn}(\omega) = -\frac{P_{amp}}{4} I_x I_y e^{j\omega t}, \quad (1.8)$$

avec :

$$I_y(\omega) = \frac{2j \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)}{(k \cos \varphi \sin \theta)^2 - \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2} \left[e^{-jkL_y \sin \theta \cos \varphi} (-1)^n - 1 \right], \quad (1.9)$$

et :

$$I_x(\omega) = \frac{2j \left(\frac{m\pi}{L_x} \right)}{\left(k \cos \varphi \cos \theta \right)^2 - \left(\frac{m\pi}{L_x} \right)^2} \left[e^{-jkL_x \cos \theta \cos \varphi} (-1)^m - 1 \right]. \quad (1.10)$$

Du bruit de mesure $b(x, y, \omega)$ est également appliqué au champ d'accélération : $\gamma_b(x, y, \omega) = \gamma(x, y, \omega) + b(x, y, \omega)$. Ce bruit est calculé à partir du champ d'accélération, afin d'obtenir un rapport signal sur bruit voulu :

$$b(x, y, \omega) = u_b \sigma_\gamma 10^{-\frac{RSB}{20}}, \quad (1.11)$$

avec u_b une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite entre 0 et 1, σ_γ l'écart type du champ d'accélération, et RSB la valeur du ratio signal sur bruit souhaité en dB.

Les paramètres de simulation choisis sont recensés dans le tableau 1.1. Les propriétés mécaniques de l'aluminium sont choisies. La résolution inverse définie à l'équation (1.3), utilisant l'opérateur introduit à l'équation (1.4), est alors appliquée aux données simulées. Le champ d'accélération calculé, ainsi que l'effort reconstruit, présentés en absence et présence de bruit, sont illustrés figure 1.5.

Pression nominale	$P_{amp} = 1$	Pa
Célérité du son dans l'air	$C_0 = 340$	m/s
Module d'Young	$E = 70$	GPa
Masse volumique	$\rho = 2700$	kg/m ³
Coefficient de Poisson	$\nu = 0.33$	
Longueur de la plaque	$L_x = 1$	m
Largeur de la plaque	$L_y = 1$	m
Epaisseur de la plaque	$h = 0.0008$	m
Pas spatial	$\Delta = 0.02$	m
Rapport signal sur bruit	$RSB = 20$	dB

TABLE 1.1 – Paramètres de simulation d'une plaque excitée par signal acoustique.

En absence de bruit, l'emploi de la méthode de résolution inverse permet une reconstruction satisfaisante du champ de pression exciteur. En revanche, la méthode s'avère très sensible au bruit, et ne permet pas en l'état l'identification de l'excitation. Cette sensibilité au bruit s'explique par l'emploi du schéma aux différences finies pour approximer les dérivées spatiales de l'équation de mouvement de la plaque. L'opération de dérivation se traduisant par un filtre passe-haut dans le domaine des nombre d'ondes, le bruit présent dans les hauts nombres d'onde est grandement amplifié. Il est alors intéressant de

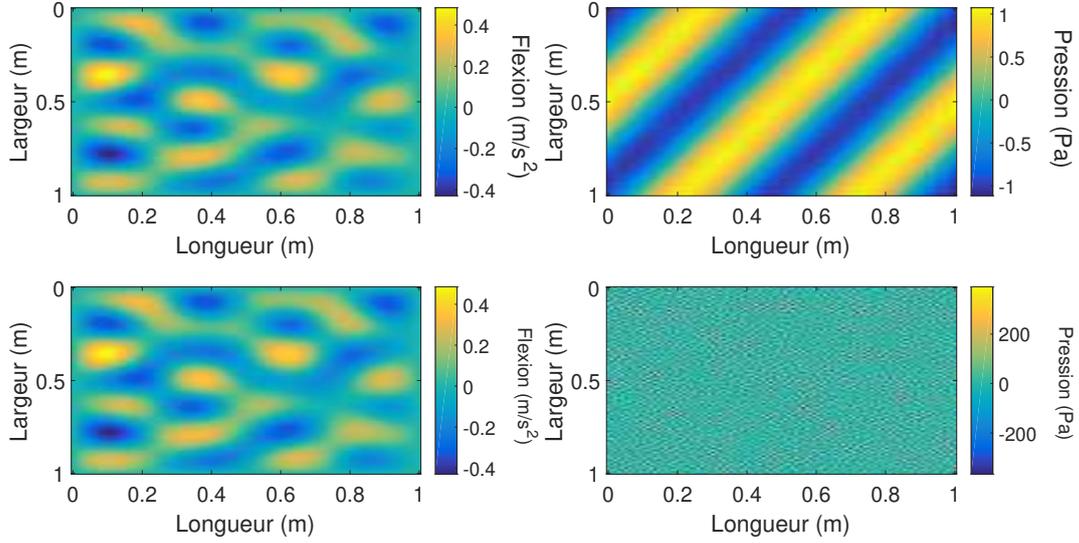


FIGURE 1.3 – Résultats de simulation : les figures à gauche représentent les champs d'accélération simulés, les figures de droite les efforts reconstruits. Les figures du haut correspondent à la simulation réalisée en absence de bruit et celles du bas, en présence de bruit.

comparer le comportement du schéma aux différences finies à celui d'un dérivateur d'ordre 4 idéal. Dans le domaine des nombres d'onde, l'effet de chaque schéma peut être décrit par un filtre, comme le présente l'équation (1.12) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa_{4x} = \frac{TF[\delta_{\Delta}^{4x}]}{\tilde{\gamma}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{1}{\Delta^4} (2 \cos(2k_x \Delta) - 8 \cos(k_x \Delta) + 6), \\ \kappa_{4y} = \frac{TF[\delta_{\Delta}^{4y}]}{\tilde{\gamma}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{1}{\Delta^4} (2 \cos(2k_y \Delta) - 8 \cos(k_y \Delta) + 6), \\ \kappa_{2x2y} = \frac{TF[\delta_{\Delta}^{2x2y}]}{\tilde{\gamma}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{1}{\Delta^4} (\cos((k_x + k_y)\Delta) + \cos((k_x - k_y)\Delta) - 4 \cos(k_x \Delta) - 4 \cos(k_y \Delta) + 4, \end{array} \right. \quad (1.12)$$

avec $\tilde{\gamma}(k_x, k_y, \omega)$ le champ d'accélération exprimé dans le domaine fréquence/nombre d'onde. Pour simplifier l'illustration du propos, le cas du schéma κ_{4x} seul sera traité dans cette partie. L'impact de l'intégralité du schéma dérivateur sur la reconstruction de l'effort sera approfondi dans une prochaine partie. Le filtre κ_{4x} est comparé au dérivateur d'ordre 4 idéal figure 1.4.

Deux observations peuvent être faites de l'analyse de la figure 1.4. En premier lieu, l'effet du schéma aux différences finie calque bien, comme attendu, le comportement passe-haut d'une dérivée d'ordre 4, jusqu'aux nombres d'ondes légèrement supérieurs à $k_x = 10k_f$. Or, l'information de l'onde plane à reconstruire se situe au niveau de $k_x = k_f$.

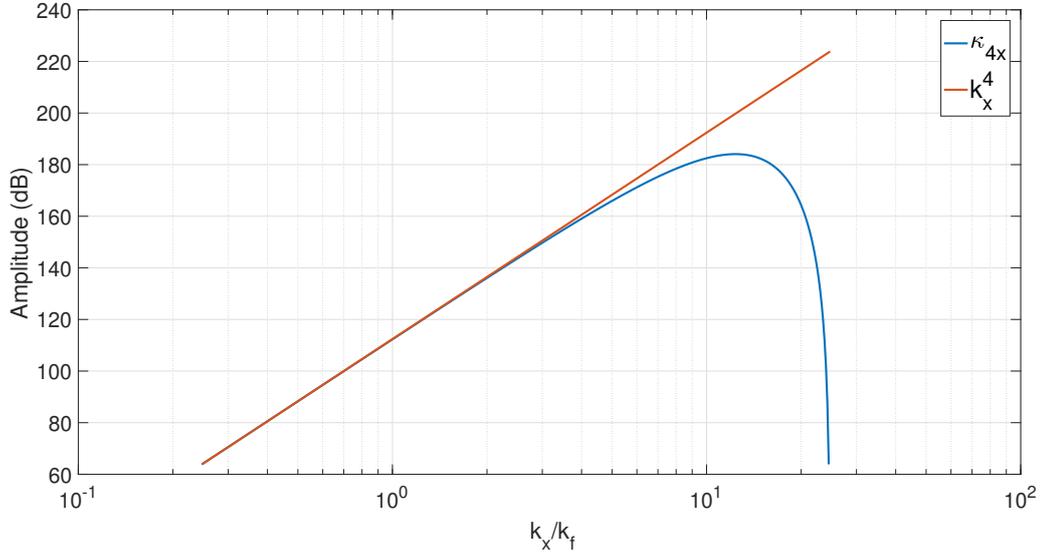


FIGURE 1.4 – Comparaison du filtre κ_{4x} au comportement d’une dérivée d’ordre 4 dans le domaine des nombres d’onde (normalisé au nombre d’onde de flexion de la plaque pour la fréquence d’étude $f = 800\text{Hz}$).

Dans notre cas d’étude, toute l’information du bruit contenue au delà du nombre d’onde d’intérêt est donc grandement amplifiée, noyant totalement le signal à reconstruire. Il est donc nécessaire d’adjoindre un filtrage passe-bas à la méthode. Une manière de parvenir à ce résultat peut être déduite de la seconde observation. Au delà d’un certain seuil, le comportement du filtre cesse de répliquer le comportement passe-haut de la dérivée. Ce seuil correspond évidemment au nombre d’onde de coupure du filtre, directement lié au pas spatial Δ . Du fait de la discrétisation, le filtre κ_{4x} présente donc déjà un effet passe-bas, avec un nombre d’onde de coupure qui peut être modulé par l’adaptation du pas de l’antenne. Fatalement, cette solution s’accompagne d’une perte de résolution de la reconstruction.

Filtrage et fenêtrage

La solution apportée par la méthode RIFF pour circonvier ce problème repose sur l’introduction d’un filtre passe-bas, de nombre d’onde de coupure adaptable. L’effort reconstruit est convolué par une fenêtre de Hann :

$$h_{RIFF}(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(k_c x) \sin(k_c y) (1 + \cos(\frac{k_c x}{2})) (1 + \cos(\frac{k_c y}{2}))}{4\pi xy}, & \forall (x, y) \in \left[-\frac{2\pi}{k_c}, \frac{2\pi}{k_c}\right], \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.13)$$

avec k_c le nombre d'onde de coupure du filtre. Ce nombre d'onde de coupure est simplement défini comme étant proportionnel au nombre d'onde de flexion de la plaque [7] :

$$k_c = a \cdot k_f. \quad (1.14)$$

Le choix du paramètre a dépend du niveau de bruit présent dans la mesure du champ d'accélération. Plus ce paramètre se rapproche de 1, moins la contribution du bruit dans les hauts nombres d'onde sera importante, au détriment de l'information utile pouvant également s'y trouver. Le choix d'employer un coefficient a plus élevé est généralement réservé à des mesures présentant un très faible niveau de bruit.

L'emploi de ce filtrage ne s'étend cependant pas aux extrémités de la plaque. Il est donc nécessaire au préalable de minimiser les efforts présents aux frontières du domaine d'étude. Pour cela, une fenêtre de Tukey est employée, dont l'épaisseur des bords est égale à une longueur d'onde de coupure : $\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c}$.

Le filtrage et le fenêtrage sont appliqués à l'effort reconstruit en présence de bruit, tels que présentés à la figure 1.5. Différents paramètres de coupure a sont testés. La comparaison de ces résultats à la référence, c'est-à-dire au champ de pression exciteur, est présentée figure 1.5.

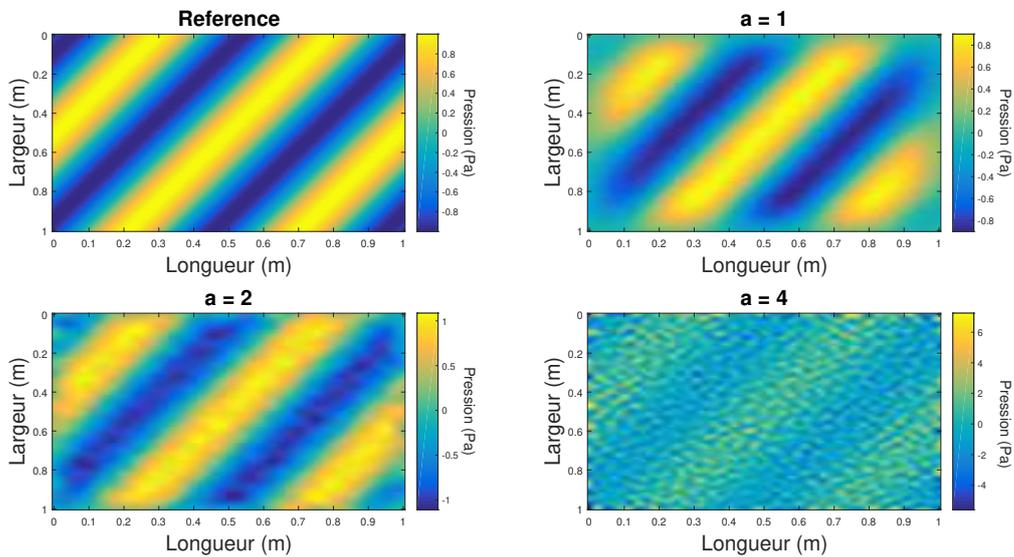


FIGURE 1.5 – Comparaison de la pression acoustique incidente (figure en haut à gauche) avec celles reconstruites par la méthode RIFF, pour différentes valeurs du paramètre de coupure a .

Comme attendu, l'influence du bruit devient de plus en plus marquée avec l'augmenta-

tion du paramètre a . La troncature aux frontières du domaine est également visualisable. Dans ce cas d'étude précis, l'emploi d'un paramètre a proche de 1, et donc la prise en compte d'une plus petite bande passante dans les nombres d'ondes, ne dégrade en rien la reconstruction de l'effort. L'excitation considérée étant monochromatique, ce résultat était donc attendu. L'importance d'un choix de critère a plus élevé est soulignable dans le cas d'excitations plus large bande, comme des excitations ponctuelles.

1.3.2 RIC

Etude de l'effort reconstruit par résolution inverse

A la base de la méthode RIFF se trouve la nécessité d'approximer les dérivées partielles spatiales de l'équation de mouvement considérée. L'impact de cette approximation peut être étudiée en exprimant l'équation du mouvement dans le domaine dual (fréquence/nombre d'onde), et en comparant cette expression à celle de la méthode RIFF, avant introduction du filtrage et du fenêtrage. L'équation du mouvement d'une plaque mince dans le domaine dual est exprimée par l'équation (1.15) :

$$\tilde{P}(k_x, k_y, \omega) = \left[-\frac{D}{\omega^2} (k_x^2 + k_y^2)^2 + \rho h \right] \tilde{\gamma}(k_x, k_y, \omega). \quad (1.15)$$

L'équation de la méthode de résolution inverse dans ce même domaine, est donnée par l'équation (1.16) :

$$\tilde{P}_{RI}(k_x, k_y, \omega) = \left[-\frac{D}{\omega^2} \kappa_{2D} + \rho h \right] \tilde{\gamma}(k_x, k_y, \omega), \quad (1.16)$$

avec κ_{2D} la fonction de transfert de l'opérateur Λ , donnée par la relation générale :

$$\kappa_{2D}(k_x, k_y) = \frac{TF[\Lambda[\gamma(r, \omega)]]}{\tilde{\gamma}(k_x, k_y, \omega)}. \quad (1.17)$$

Le rapport entre la reconstitution de l'effort par résolution inverse et l'effort lui même illustre l'erreur de la reconstruction en fonction de la fréquence et du nombre d'onde. L'expression de ce ratio peut être simplifiée selon :

$$E_{2D}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\tilde{P}_{RI}(k_x, k_y, \omega)}{\tilde{P}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{\kappa_{2D}(k_x, k_y) - k_f(\omega)^4}{(k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f(\omega)^4}. \quad (1.18)$$

Ce résultat permet d'étudier les limites d'applicabilité de la résolution inverse, indépendamment du champ vibratoire considéré. Une étude rapide de la fonction E_{2D} révèle

la présence d'un pôle pour $(k_x^2 + k_y^2)^2 = k_f^4$ et d'un zéro pour $\kappa_{2D} = k_f^4$. Ces racines mettent en évidence la difficulté de la méthode à estimer correctement l'effort sur un certain domaine des nombres d'onde. Idéalement, le terme κ_{2D} doit calquer le comportement du bilaplacien. Comme il ne peut que l'approximer, un décalage entre le pôle et le zéro est inévitable. Afin de minimiser l'impact de ces racines, la méthode RIC propose d'introduire une correction, sous la forme d'un ou de plusieurs coefficients applicables à l'opérateur Λ [60]. Le rôle de ces coefficients est de faire coïncider le pôle et le zéro pour certaines valeurs de (k_x, k_y) , améliorant de ce fait la qualité de la reconstruction.

Afin d'illustrer l'apport de la correction sur la reconstruction, le cas $\Lambda[\gamma(r, \omega)] = \delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y} + \delta_{\Delta}^{2x2y}$ est de nouveau considéré. Dans le cas où l'opérateur Λ est exprimé comme la combinaison des trois schémas aux différences finies décrits par le système d'équations (1.5), la fonction de transfert associée à l'opérateur s'exprime comme suit :

$$\kappa_{2D}(k_x, k_y) = \kappa_{4x}(k_x) + \kappa_{4y}(k_y) + 2\kappa_{2x2y}(k_x, k_y). \quad (1.19)$$

Pour ce cas de figure, deux coefficients correcteurs, μ et ν , sont définis : le premier est défini de sorte à aligner le pôle et le zéro de l'équation (1.18) pour $(k_x, k_y) = (0, k_f)$, ou $(k_x, k_y) = (k_f, 0)$, et le second pour $k_x = k_y = \frac{k_f}{\sqrt{2}}$.

$$\mu^4 = \frac{(k_f \Delta)^4}{4 [1 - \cos(k_f \Delta)]^2}, \quad (1.20)$$

$$\nu^4 = \frac{(k_f \Delta)^4}{8 \left[1 - \cos\left(\frac{k_f \Delta}{\sqrt{2}}\right)\right]^2} - \mu^4. \quad (1.21)$$

L'adjonction de ces corrections aux schémas aux différences finies employés dans la méthode RIFF permet d'aboutir à l'expression suivante :

$$P_{RIC}(x, y, \omega) = -\frac{D}{\omega^2} \left[\mu^4 \left(\delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y} \right) + 2\nu^4 \delta_{\Delta}^{2x2y} \right] + \rho h \gamma(x, y, \omega). \quad (1.22)$$

Dans cette expression, l'acronyme RIC signifie Résolution Inverse Corrigée (CFAT en anglais pour Corrected Force Technique Analysis). Il s'agit donc d'une alternative à la méthode RIFF, dans laquelle une correction de l'approximation induite par l'emploi d'un schéma dérivateur est employée. L'apport de cette correction peut être aisément visualisé dans le domaine fréquence/nombre d'onde. Le ratio entre l'effort reconstruit par

la méthode RIC et l'effort réel est posé de manière analogue à l'équation (1.18) :

$$E_{2D,RIC}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\tilde{P}_{RIC}(k_x, k_y, \omega)}{\tilde{P}(k_x, k_y, \omega)} = \frac{\kappa_{2D,RIC}(k_x, k_y) - k_f(\omega)^4}{(k_x^2 + k_y^2)^2 - k_f(\omega)^4}, \quad (1.23)$$

avec, dans le cas d'étude considéré ici :

$$\kappa_{2D,RIC}(k_x, k_y) = \mu^4 \kappa_{4x}(k_x) + \mu^4 \kappa_{4y}(k_y) + 2\nu^4 \kappa_{2x2y}(k_x, k_y). \quad (1.24)$$

La comparaison des équations (1.18) et (1.23) peut alors être effectuée. Afin de s'affranchir de l'influence des paramètres structuraux lors de la comparaison, trois variables normalisées sont introduites : les deux premières, notées $\alpha_{x,y}$, représentent le rapport entre le nombre d'onde (longitudinal ou latéral) et le nombre d'onde de flexion de la structure. La seconde variable, notée n , représente le rapport entre le nombre d'onde de flexion et le pas de l'antenne. Ces trois variables sont décrites par l'équation (1.25) :

$$\begin{cases} \alpha_x &= \frac{k_x}{k_f}, \\ \alpha_y &= \frac{k_y}{k_f}, \\ n &= \frac{2\pi}{k_f \Delta}. \end{cases} \quad (1.25)$$

L'introduction de ce jeu de variables permet d'étudier le comportement de la méthode de résolution inverse indépendamment des paramètres de la structure étudiée.

Les fonctions E_{2D} et $E_{2D,RIC}$ sont alors tracées pour différentes valeurs du paramètre n à la figure 1.6.

Sur les figures de gauche de chaque paire, correspondant au tracé de la fonction d'erreur E_{2D} pour différentes valeurs de n , le zéro de la fonction est observable sous la forme d'un cercle de rayon $k/k_f = 1$. L'effet de la correction est observable sur les figures de droite de chaque paire, correspondant au tracé de la fonction d'erreur $E_{2D,RIC}$. Pour $n < 2$, la correction agit bien aux points du cercle correspondant aux coordonnées $(k_x, k_y) = (0, k_f)$, $(k_x, k_y) = (k_f, 0)$, et $k_x = k_y = \frac{k_f}{\sqrt{2}}$. Cependant, l'emploi de la correction altère de manière visible la qualité de la reconstruction (idéalement, la valeur du ratio E_{2D} souhaité est de 0 dB). Pour des valeurs $n > 2$, un gain de qualité est nettement observable par l'emploi de la méthode RIC. Cependant, il est préférable de ne pas employer la méthode pour des valeurs de $n > 4$. Au delà de ce seuil, l'effet de filtrage passe-bas, garanti par l'emploi du schéma aux différences finies, ne suffit plus pour s'affranchir du bruit. Les frontières fréquentielles de la méthode, modulables par un choix de pas Δ adapté, et correspondant

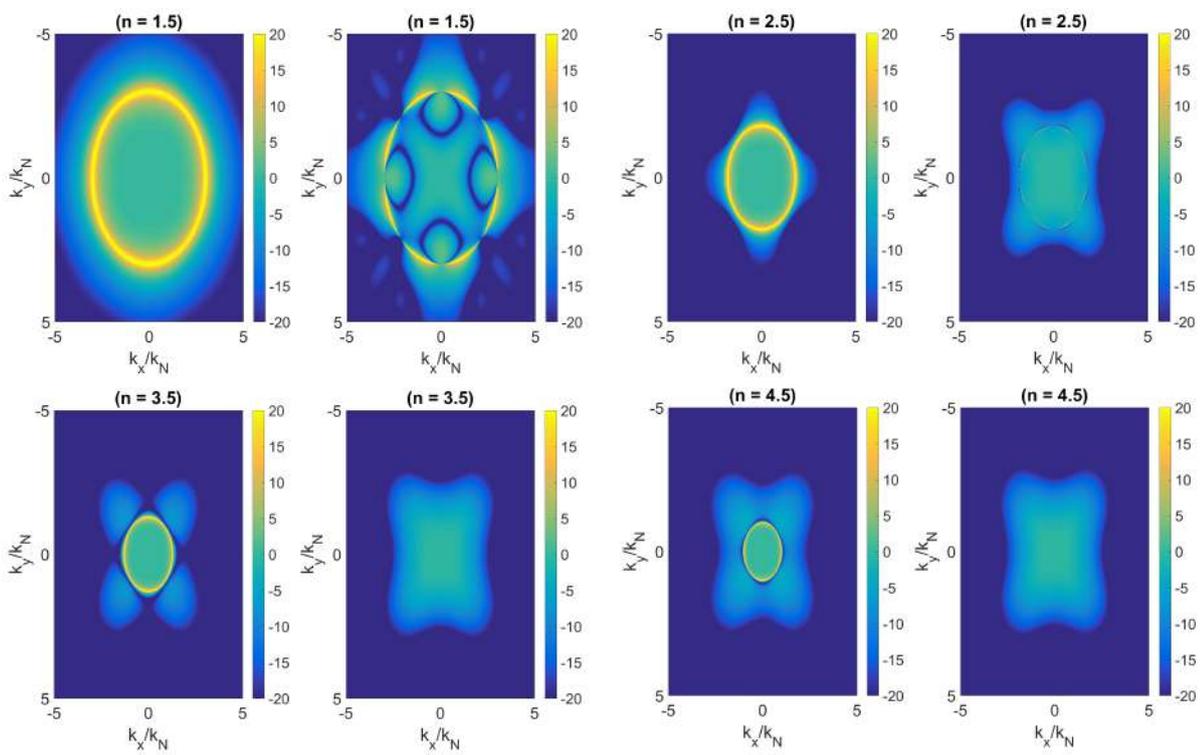


FIGURE 1.6 – Comparaison des fonctions E_{2D} (gauche) et $E_{2D,RIC}$ (droite) pour différentes valeurs de n (quatre groupes de figures appariées).

aux valeurs $n = 2$ et $n = 4$, sont alors retenues :

$$\begin{cases} f_{min}(\Delta) &= \frac{\pi}{8\Delta^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \\ f_{max}(\Delta) &= \frac{\pi}{2\Delta^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \end{cases} \quad (1.26)$$

Application à l'identification d'effort

La méthode RIC est employée ici à la reconstruction d'une onde plane acoustique excitant une plaque mince. Les conditions de simulation sont identiques à celles utilisées lors de la présentation de la méthode RIFF. Seul le pas spatial Δ est modifié ($\Delta = 0.04m$). Trois fréquences d'excitations sont choisies, correspondant respectivement aux valeurs de $n = [1.5, 3.5, 5.5]$, dans l'optique de souligner les limites fréquentielles de la méthode. Les reconstructions obtenues sont présentées avant et après introduction des coefficients correctifs. La méthode est également confrontée à des données bruitées, afin d'attester de sa robustesse au bruit. Les résultats des différentes reconstructions, comparés aux pressions excitatrices de référence, sont présentés aux figures 1.7, 1.8, et 1.9.

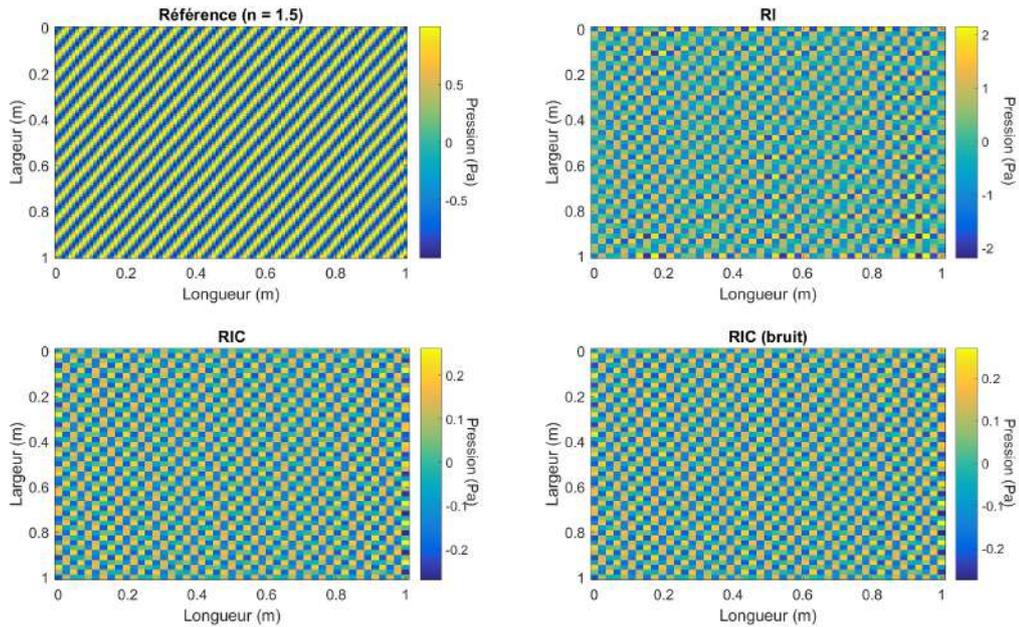


FIGURE 1.7 – Reconstruction d'effort par la méthode RIC pour $n = 1.5$

Pour ces trois figures, l'image en haut à gauche correspond au champ de pression de référence. L'image en haut à droite correspond au champ reconstruit par résolution

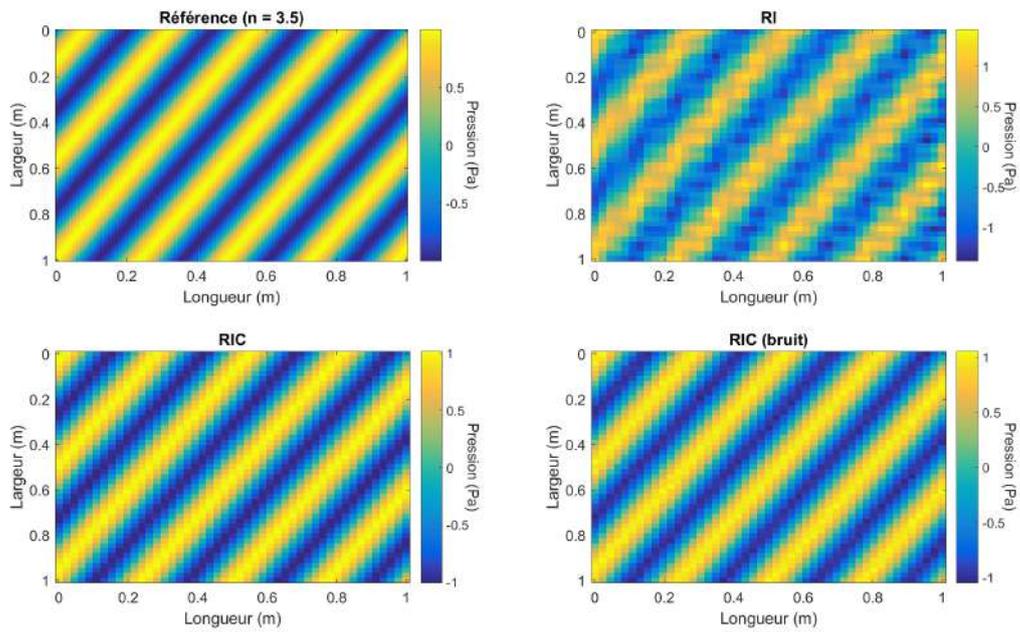


FIGURE 1.8 – Reconstruction d’effort par la méthode RIC pour $n = 3.5$

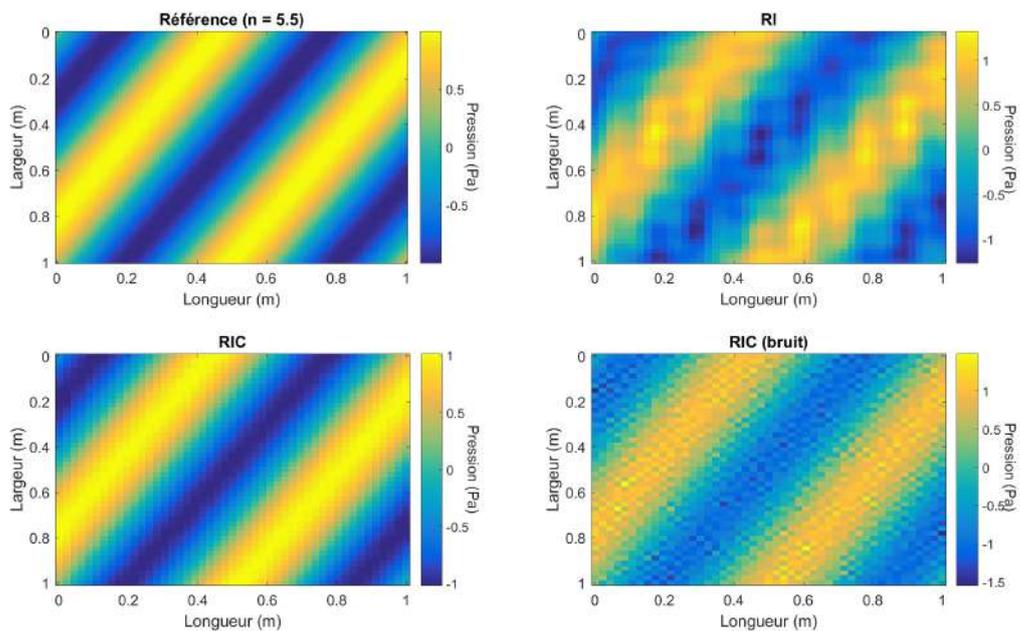


FIGURE 1.9 – Reconstruction d’effort par la méthode RIC pour $n = 5.5$

inverse (en l'absence de coefficient correcteur). Les deux figures du bas correspondent aux reconstructions de la méthode RIC, en absence de bruit de mesure (gauche), ou en présence de bruit de mesure (droite).

La figure 1.7 correspond au cas de figure où la fréquence de l'excitation correspond à la valeur $n = 1.5$: en matière de fréquence, l'excitation se situe au delà de la limite haute de la méthode RIC. La reconstruction proposée par la méthode RIC n'est donc a priori pas fiable, et le résultat de la simulation tendrait à confirmer ce constat. Cependant, aucune différence n'est constatable entre la reconstruction proposée par la méthode RI et celle proposée par la méthode RIC.

L'impact du critère de Shannon est à prendre en compte pour expliquer ce résultat. Dans cette simulation, le pas spatial Δ est choisi de sorte à respecter le critère de Shannon du point de vue de la plaque. Or, la relation de dispersion pour une onde monochromatique dans l'air présente des différences notables avec sa contrepartie pour les ondes de flexion se propageant dans une plaque, relation explicitée à l'équation (1.2). Pour rappel, l'équation de dispersion pour une onde acoustique monochromatique se propageant dans l'air est la suivante :

$$k_{ac} = \frac{\omega}{C_0}, \quad (1.27)$$

avec C_0 la célérité du son dans l'air et k_{ac} le nombre d'onde acoustique. La comparaison entre nombres d'onde acoustique et de flexion est effectuée figure 1.10 pour différentes valeurs de n .

En dessous de la limite haute fréquence ($n < 2$), le nombre d'onde de flexion se situe au delà de la limite imposée par le critère de Shannon. Cependant, le nombre d'onde acoustique se situe en dessous, rendant donc théoriquement possible l'identification d'un effort pour une valeur de $n < 2$, jusqu'à une valeur de n légèrement supérieure à 1.5. Le résultat présenté figure 1.7 se situant au-dessous de cette valeur, l'identification d'effort est donc impossible. Il est important de souligner que les résultats présentés figure 1.10 sont dépendants du pas spatial Δ choisi. Le cas présenté lors de cette simulation peut être considéré comme "favorable", dans la mesure où le nombre d'onde acoustique dépasse la limite de Shannon pour un nombre de points de mesures par longueur d'onde de flexion $n < 2$. Selon le pas spatial choisi, et les propriétés mécaniques de la structure, il est possible de se trouver dans une situation "défavorable", où le nombre d'onde acoustique dépasse la limite de Shannon pour un nombre de points de mesure par longueur d'onde de flexion compris dans la limite $n \in [2; 4]$. Pour une structure donnée, il faut donc moduler

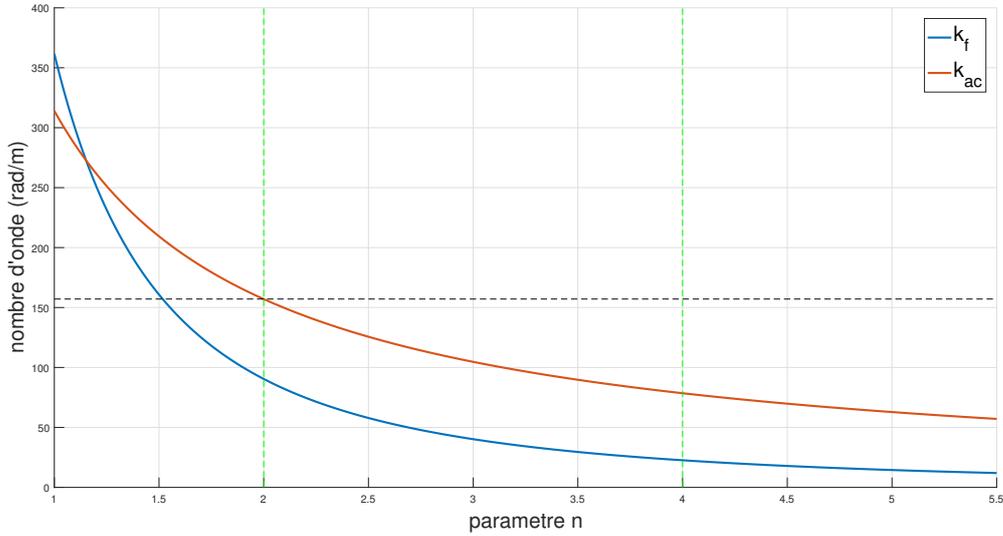


FIGURE 1.10 – Evolution du nombre d'onde acoustique k_{ac} et du nombre d'onde de flexion k_f en fonction de n (les lignes discontinues verticales correspondent aux limites de la méthode RIC, et la ligne discontinue horizontale au critère de Shannon).

la valeur de Δ afin de lui faire respecter le critère établi à l'équation (1.28) :

$$n_c < 2 \Rightarrow \Delta > \frac{\pi}{C_0} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (1.28)$$

La figure 1.8 correspond au cas de figure où la fréquence de l'excitation correspond à la valeur $n = 3.5$: en matière de fréquence, l'excitation se situe dans la bande passante de la méthode RIC. En effet, la méthode RIC parvient à reconstruire de manière satisfaisante l'effort de référence, et ce en présence de bruit également. L'apport des coefficients correcteurs est clairement visible en comparaison de la reconstruction effectuée sans correction.

La figure 1.9 correspond au cas de figure où la fréquence de l'excitation correspond à la valeur $n = 5.5$: en matière de fréquence, l'excitation se situe en dessous de la limite basse de la méthode RIC. En dessous de cette fréquence, l'effet de filtrage passe-bas dû à l'emploi du schéma aux différences finies n'est plus suffisant pour garantir un filtrage efficace du bruit. En l'absence de bruit, l'effort reconstruit par la méthode RIC est donc convenable, mais est fortement parasité dès lors que du bruit est introduit.

Formulation polaire de la méthode RIC

De manière similaire à l'équation (1.3), la méthode RIC peut être formulée de manière généralisée par l'expression (1.29) :

$$P_{RIC}(r, \omega) = -\frac{K}{\omega^2} \Lambda_{RIC} [\gamma(\vec{r}', \omega)] + M\gamma(\vec{r}', \omega). \quad (1.29)$$

Dans cette formulation, Λ_{RIC} correspond à l'opérateur utilisé pour approximer les dérivées partielles de l'équation de mouvement, auquel est adjoint une correction adaptée à rectifier les conséquences de cette approximation. Dans le cas de figure vu précédemment, où l'opérateur Λ est décrit par l'équation (1.4), l'opérateur Λ_{RIC} correspond à la même équation, à laquelle sont ajoutés les termes correctifs définis aux équations (1.20) et (1.21) selon

$$\Lambda_{RIC} [\gamma(\vec{r}', \omega)] = \mu^4 (\delta_{\Delta}^{4x} + \delta_{\Delta}^{4y}) + 2\nu^4 \delta_{\Delta}^{2x2y}. \quad (1.30)$$

Comme vu dans la partie précédente, les coefficients correctifs μ^4 et ν^4 servent à rectifier l'approximation introduite par l'emploi de schémas aux différences finies pour des valeurs de nombres d'onde spécifiques. Or, cette approximation se traduit sur un ensemble de valeurs de nombres d'onde comprises dans un cercle de rayon k_f . Idéalement, une correction devrait prendre en compte cet ensemble en entier, et non uniquement certaines valeurs particulières. Carpentier [13] propose dans son travail de thèse une alternative intéressante à la méthode RIC, profitant du caractère local de la méthode pour l'exprimer non plus sous forme cartésienne mais sous forme polaire. L'idée proposée part de la formulation polaire de l'équation de mouvement en une position arbitraire :

$$P_{0,RIC}(\omega) = -\frac{D}{\omega^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \gamma_0(\omega) + \rho h \gamma_0(\omega). \quad (1.31)$$

Dans cette formulation, P_0 est la pression au centre de l'antenne polaire, et γ_0 l'accélération de flexion à la même position. L'antenne polaire considérée peut être de différente nature, mais doit présenter un pas spatial dr et angulaire $d\theta$ fixes, et les positions d'acquisitions doivent être réparties autour de deux cercles de rayons respectifs dr et $2dr$. Un exemple de schéma est présenté figure 1.11.

Les dérivées partielles de l'équation peuvent alors être approximées par un schéma polaire comme suit :

$$\delta_{dr}^2 = \frac{6}{dr^4} (\overline{\gamma}_2(\omega) - 4\overline{\gamma}_1(\omega) + 3\gamma_0(\omega)), \quad (1.32)$$

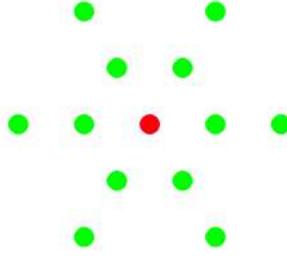


FIGURE 1.11 – Exemple d’antenne polaire à 13 points employable pour la méthode RIC ($d\theta = \pi/3$).

avec $\bar{\gamma}_2$ la valeur moyenne des accélérations relevées sur le cercle de rayon $2dr$, et $\bar{\gamma}_1$ la valeur moyenne des accélérations relevées sur le cercle de rayon dr . Cette formulation étant indépendante du pas angulaire choisi, il est alors possible de définir un unique coefficient correcteur permettant de corriger l’approximation introduite sur l’ensemble du cercle de rayon k_f . Cette correction s’exprime ainsi :

$$\mu_p^4 = \frac{(k_f dr)^4}{6J_0(2k_f dr) - 24J_0(k_f dr) + 18}, \quad (1.33)$$

avec J_0 la fonction de Bessel de première espèce et d’ordre zéro. En reprenant les paramètres de simulation précédents, et en considérant un pas angulaire $d\theta = \pi/3$, l’effort exciteur est reconstruit au centre de l’antenne à l’aide des opérateurs RI et RIC polaires. La comparaison des reconstructions avec l’effort de référence au centre de l’antenne est présentée figure 1.12.

La reconstruction proposée par la méthode RIC suivant une antenne polaire est satisfaisante dans la bande fréquentielle définie préalablement $n \in [2; 4]$. Au delà de ces limites, le constat est similaire à celui effectué pour une antenne cartésienne.

1.4 Conclusion

La méthode RIFF se base sur une équation analytique décrivant la réponse vibratoire d’une structure à un effort. Ces équations sont généralement séparées en deux composantes : un terme de masse, et un terme de raideur, auquel est adjoint un opérateur spatial, appliqué au champ vibratoire. Selon le type de champ vibratoire considéré (déplacement, vitesse, accélération), un facteur multiplicatif dépendant de la fréquence doit également être appliqué soit au terme de raideur, soit au terme de masse, soit au deux. L’opérateur

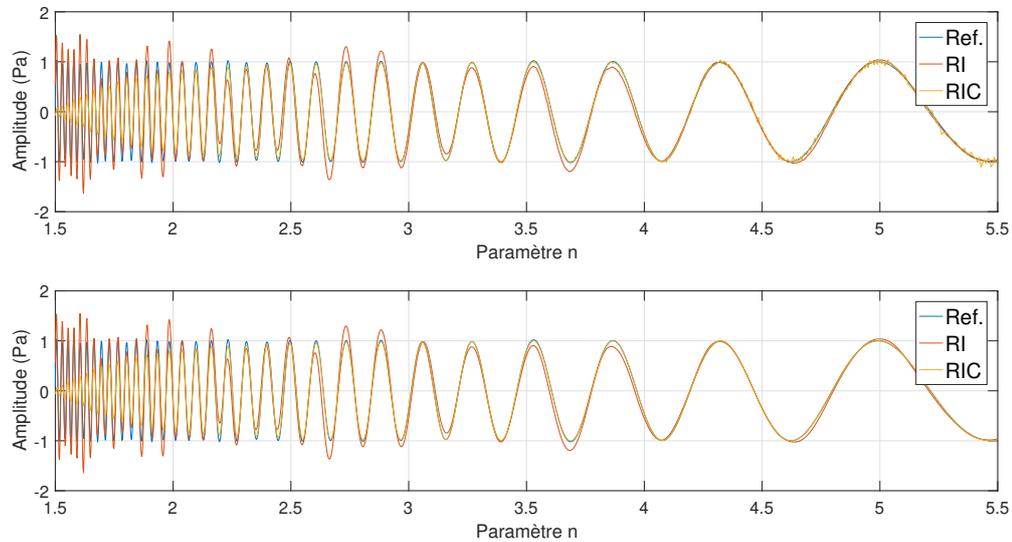


FIGURE 1.12 – Identification d’effort par la méthode RIC au centre d’une antenne polaire, avec et sans correction (figure du haut : champ d’accélération bruité/figure du bas : champ d’accélération non bruité).

spatial doit être approximé afin d’être directement exprimable en fonction de la grandeur mesurée du champ vibratoire. L’atout principal de cette méthode, outre la simplicité de sa formulation et de sa mise en place, est son caractère local. L’information aux limites de la structure étant comprise directement dans le champ de déplacement relevé, il est possible de ne considérer le problème qu’à l’échelle de l’antenne de capteurs employés. La problématique principale de la méthode se situe au niveau de l’approximation de l’opérateur spatial. Cet opérateur étant généralement une dérivée d’ordre 4 pour une réponse en flexion, il apporte une grande sensibilité au bruit. Cette approximation entraîne également inévitablement une mésestimation de l’effort reconstruit, qu’il est important de maîtriser. En ce sens, de nombreux développements ont été présentés, permettant de maîtriser et de compenser l’erreur induite par cette approximation. Des développements proposés, la méthode RIC présente un attrait particulier pour une adaptation temporelle. La régularisation de la méthode inverse est ici proposée de manière simple, par l’introduction d’un critère sur la taille de l’antenne utilisée. Ce développement est adapté à l’emploi d’antennes accélérométriques, qui permettent la mesure simultanée de plusieurs points sur la plaque, au détriment du pas de mesure. La méthode RIC se prête plus à l’emploi de vibromètres lasers, qui permettent un maillage plus fin, mais où toutes les positions doivent être mesurées les unes après les autres. Pour cette raison, la méthode RIC sera le

point de départ du développement temporel proposé au chapitre suivant.

MÉTHODE RIC TEMPORELLE

Table des matières

2.1	Positionnement du problème	29
2.2	Adaptation de la méthode RIC à l'emploi de filtres intégrateurs et correctifs dans le domaine temporel	30
2.2.1	Définition de filtres intégrateurs dans le domaine temporel	31
2.2.2	Adaptation des coefficients RIC	32
	Cas d'une poutre monodimensionnelle en flexion	33
	Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (coordonnées cartésiennes)	38
2.3	Mise en oeuvre de la méthode RIC dans le domaine temporel	39
2.3.1	Application de la méthode RIC temporelle à des données de simulation	40
	Cas d'une poutre monodimensionnelle en flexion	40
	Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne cartésienne)	45
	Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne polaire)	52
2.3.2	Mesures	56
	Protocole expérimental	56
	Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne cartésienne)	58
	Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne polaire)	62

2.1 Positionnement du problème

La méthode RIC étant initialement élaborée pour identifier des efforts dans le domaine fréquentiel, son utilisation dans le domaine temporel nécessite de la redéfinir partiellement. Le point de départ de la méthode, à savoir l'équation de mouvement d'une structure donnée, peut également être à la base d'une redéfinition de la méthode dans le domaine

temporel, l'idée étant de proposer une formulation de la méthode RIC ayant la forme suivante :

$$P_{RIC}(r, t) = K\tilde{\Lambda} [\tilde{\gamma}(r, t)] + M\tilde{\gamma}(r, t), \quad (2.1)$$

avec $\tilde{\gamma}(r, t)$ l'accélération de flexion de la structure, exprimée dans le domaine temporel. En apparence, le problème reste identique à celui rencontré dans le domaine fréquentiel. Dans les faits cependant, trois problèmes interviennent, spécifiques à la formulation temporelle. Le premier problème concerne le contenu de l'opérateur $\tilde{\Lambda}$; dans le domaine fréquentiel, celui-ci doit s'occuper de l'approximation des dérivées partielles du champ d'accélération, afin que la seule connaissance dudit champ, conjointement aux propriétés mécaniques de la structure, suffise à l'identification d'effort. Dans une formulation temporelle, aux dérivées partielles s'ajoutent des dérivées ou intégrales temporelles, qui doivent également être approximées.

Le deuxième problème est une conséquence directe du premier : la méthode RIC propose une correction permettant de corriger les inexactitudes inhérentes à l'emploi de l'opérateur Λ_{RI} . Si un nouvel opérateur $\tilde{\Lambda}$ est introduit, il est nécessaire de redéfinir également le ou les coefficients correcteurs y étant associés. De plus, une formulation dans le domaine temporel de ces coefficients doit être étudiée.

Le troisième problème concerne les limites d'applications de la méthode : la méthode RIC permet une identification fiable d'un effort sur une certaine bande de fréquences, dont les limites dépendent des paramètres structuraux et de la discrétisation spatiale du système. Cette limitation fréquentielle doit être prise en compte lors de la mise en place du pendant temporel de la méthode RIC.

2.2 Adaptation de la méthode RIC à l'emploi de filtres intégrateurs et correctifs dans le domaine temporel

Dans cette partie, différentes options dont l'objectif est de répondre aux trois problématiques soulevées par la redéfinition de la méthode RIC dans le domaine temporel sont exposées. Ces options visent à établir une méthodologie reproductible pour différents systèmes (c'est-à-dire différentes équations de mouvement) et différents champs vibratoires considérés (déplacement, vitesse, ou accélération). L'illustration de cette méthodologie sera effectuée dans le cas d'une poutre en flexion (problème à une dimension), et d'une

plaque mince en flexion également (problème à deux dimensions). Pour ces deux cas d'études, le cas du champ d'accélération sera considéré.

2.2.1 Définition de filtres intégrateurs dans le domaine temporel

Dans le cas de système en flexion soumis à un champ d'accélération, l'équation de mouvement peut être mise sous la forme générale suivante :

$$P(r, t) = K \iint \nabla^4 \tilde{\gamma}(r, t) dt^2 + M \tilde{\gamma}(r, t). \quad (2.2)$$

Dans cette équation, ∇^4 désigne l'opérateur bilaplacien, dont l'expression varie selon la dimension du système et le système de coordonnées dans lequel le problème est exprimé. Le bilaplacien ne s'exerçant que sur la composante spatiale du champ d'accélération, il ne reste qu'à introduire un schéma $h_{int}(t)$ (réponse impulsionnelle permettant de réaliser une opération de double intégration dans le domaine temporel. Dans le domaine fréquentiel, cet opérateur est décrit par la fonction de transfert H_{int}). La formulation de la méthode RI dans ce cas de figure aura donc l'allure suivante :

$$P_{RI}(r, t) = K h_{int} * \delta_{\Delta}^{4x} [\tilde{\gamma}(r, t)] + \rho S \tilde{\gamma}(r, t). \quad (2.3)$$

Plusieurs solutions sont envisageables à ce stade, et deux d'entre elles sont détaillées et étudiées dans la suite. La première approximation envisageable nécessite d'appliquer au champ d'accélération deux intégrations successives implantées par la méthode des trapèzes. Dans ce cas de figure, l'application de l'opérateur h_{int} à l'accélération temporelle est décrite par l'équation (2.4). Dans le domaine fréquentiel, l'opérateur h_{int} correspond à la fonction de transfert, notée H_{int} , entre l'accélération et le déplacement et décrite par l'équation (2.5).

$$h_{int} [\gamma(t)] = h_{trap} [h_{trap} [\gamma(t)]] = h_{int} [\gamma(t - T_s)] + T_s h_{trap} [\gamma(t)] - \frac{T_s^2}{4} (\gamma(t) + \gamma(t - T_s)), \quad (2.4)$$

avec T_s la période d'échantillonnage, et h_{trap} l'opérateur de dérivation temporelle par la méthode des trapèzes. L'opération décrite en (2.4) étant récursive, il est nécessaire de connaître les valeurs initiales des champs de déplacement ($h_{int} [\gamma(0)] = w(r, 0)$) et de vitesse ($h_{trap} [\gamma(0)] = v(r, 0)$).

$$H_{int}(\omega) = -\frac{T_s^2}{4} \cot^2\left(\frac{\omega T_s}{2}\right). \quad (2.5)$$

Une seconde possibilité consiste en l'application d'un filtre respectant les propriétés d'un double intégrateur sur la bande de fréquence d'étude. La réponse impulsionnelle d'un tel filtre est décrite sous sa forme générale par l'équation (2.6) :

$$h_b[\gamma(t)] = \sum_{n=0}^N b_n \gamma(t - nT_s) - \sum_{n=0}^N a_n h_b[\gamma(t - nT_s)]. \quad (2.6)$$

avec n un indice entier naturel désignant l'ordre du filtre, et (a_n, b_n) des coefficients appliqués respectivement aux entrées et sorties du filtre. La fonction de transfert associée à cette catégorie de filtres est donnée par l'équation (2.7) :

$$H_B(\omega) = \frac{\sum_{n=0}^N b_n e^{-jn\omega T_s}}{\sum_{n=0}^N a_n e^{-jn\omega T_s}}. \quad (2.7)$$

Avant d'employer ces filtres dans le cadre de la méthode RIC, il faut au préalable s'assurer qu'ils présentent bien le comportement d'intégrateurs. Il faut également préciser l'expression des frontières fréquentielles de la méthode RIC, qui est tributaire de la structure considérée :

$$\begin{cases} f_{min}(\Delta) &= \frac{\pi}{8\Delta^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}, \\ f_{max}(\Delta) &= \frac{\pi}{2\Delta^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Les filtres pouvant être employés doivent donc présenter le comportement d'un intégrateur double sur la bande de fréquence $[f_{min}, f_{max}]$. Ils sont présentés figure 2.1. Pour illustrer le cas général d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie, un filtre de Butterworth d'ordre 2 est considéré, ayant une fréquence de coupure $f_B = 2$ Hz.

Le comportement des filtres proposés à l'étude ici est conforme à celui attendu d'un intégrateur double dans la zone d'étude de la méthode, à savoir une pente de -40 dB/décade en amplitude et une phase de π ou $-\pi$. Dans l'absolu, n'importe quel filtre satisfaisant ces deux conditions dans le domaine d'étude de la méthode pourrait être utilisé.

2.2.2 Adaptation des coefficients RIC

Les fonctions de transfert des filtres potentiellement utilisables étant définis, il faut maintenant s'intéresser à leurs impacts sur la reconstruction d'effort. Comme pour la méthode fréquentielle, la fonction d'erreur est employée ici. Pour rappel, il s'agit du ratio

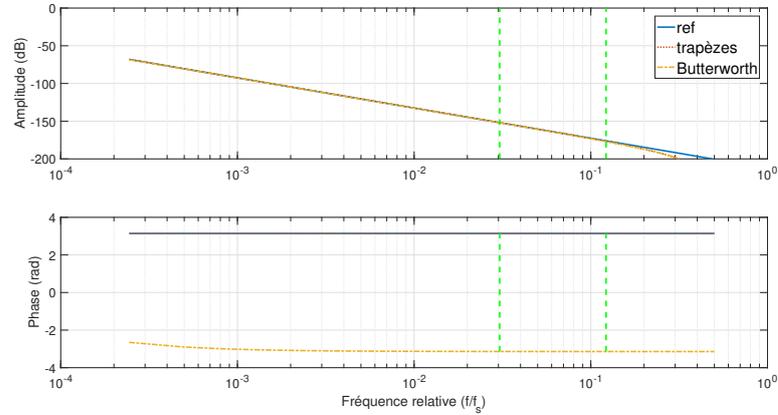


FIGURE 2.1 – Diagramme de Bode des filtres intégrateurs (ligne pointillée : trapèzes, ligne discontinue : Butterworth), comparés à un intégrateur double idéal (ligne continue). Les traits discontinus verticaux correspondent aux limites d'applicabilité de la méthode RIC.

entre l'effort appliqué à la structure et l'effort reconstruit par la méthode RI ou RIC, exprimé dans le domaine fréquence/nombre d'onde. A partir de cette fonction d'erreur, il convient d'identifier les zones où l'écart entre l'effort reconstruit et le véritable effort est substantiel. La définition d'une correction adaptée peut alors être envisagée.

Cas d'une poutre monodimensionnelle en flexion

Les propriétés mécaniques de la poutre utilisée, ainsi que les paramètres de simulation, sont recensés dans la table 2.1.

Pression nominale	$P_{amp} = 1$	Pa
Célérité du son dans l'air	$C_0 = 340$	m/s
Module d'Young	$E = 17$	GPa
Masse volumique	$\rho = 1700$	kg/m ³
Longueur de la poutre	$L = 0.29$	m
Largeur de la poutre	$l = 0.02$	m
Épaisseur de la poutre	$h = 0.0015$	m
Pas spatial	$\Delta = 0.0232$	m

TABLE 2.1 – Paramètres de simulation d'une poutre excitée par signal acoustique

Dans le cas d'une poutre monodimensionnelle en flexion, la fonction d'erreur liée à la

méthode RI s'exprime comme suit :

$$\tilde{E}_{RI}(k, \omega) = \frac{F_{RI}(k, \omega)}{F(k, \omega)} = \frac{k_f^4 + H(\omega)\kappa_{1D}^4(k)\omega^2}{k_f^4 - k^4}, \quad (2.9)$$

H pouvant désigner au choix la fonction de transfert H_{int} ou H_B . L'expression des racines du dénominateur est similaire à celle des racines du dénominateur pour la méthode RIC fréquentielle. Seule l'expression des racines du numérateur doit être de nouveau déterminée. La méthodologie pour y arriver suit les étapes proposées par la méthode RIC [60]. En suivant cette méthodologie, et en notant les racines k_r , l'expression suivante peut être obtenue :

$$\cos k_r \Delta = 1 \pm \sqrt{\frac{\rho S}{EI} \frac{\Delta^2}{2\sqrt{-H}}}. \quad (2.10)$$

A ce stade, l'expression des racines diffère en fonction du filtre considéré. Dans un premier temps, le cas $H = H_{int}$ (double intégration par la méthode des trapèzes) est abordé. Ce filtre présente une fonction de transfert supposée réelle. La valeur des racines est alors donnée par l'équation suivante (selon le calcul décrit par Leclère [60]) :

$$k_r = \frac{1}{\Delta} \arccos \left(1 - \frac{\Delta^2}{T_s} \sqrt{\frac{\rho S}{EI}} \tan \left(\frac{\omega T_s}{2} \right) \right). \quad (2.11)$$

L'existence de cette racine est conditionnée à une contrainte fréquentielle. La limite fréquentielle d'existence des racines du numérateur, notée ω_r , est également descriptible analytiquement :

$$\omega_r = \frac{2}{T_s} \arctan \left(\frac{2T_s}{\Delta^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \right). \quad (2.12)$$

A partir de ces résultats, il est possible de proposer une correction, comme le fait la méthode RIC dans le domaine fréquentiel, permettant de forcer l'égalité $k_r = k_f$. Après calcul, ce coefficient correcteur peut-être finalement défini :

$$\mu_{int}^4 = \frac{(k_f \Delta)^4 \tan^2 \left(\frac{\omega T_s}{2} \right)}{(\omega T_s (1 - \cos(k_f \Delta)))^2}. \quad (2.13)$$

Ce résultat est injecté dans la fonction erreur définie par l'équation (2.9), de manière à obtenir l'expression de la fonction erreur pour la méthode RIC dans le domaine temporel :

$$\tilde{E}_{RIC}(k, \omega) = \frac{k_f^4 + \mu_{int}^4 H_{int}(\omega)\kappa_{1D}^4(k)\omega^2}{k_f^4 - k^4}. \quad (2.14)$$

Afin de vérifier l'intérêt et l'efficacité de la correction, les fonctions erreurs définies aux équations (2.9) et (2.14) sont tracées figure 2.2.

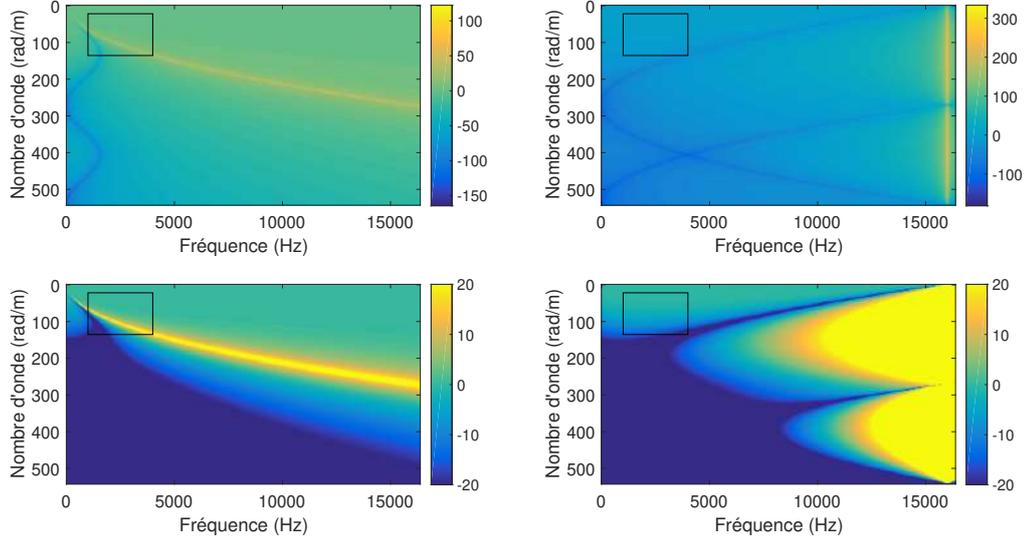


FIGURE 2.2 – Comparaison des fonctions d’erreurs dans le cas d’un filtrage basé sur une implémentation de la dérivée par la méthode des trapèzes : les figures à gauche représentent la fonction d’erreur en l’absence de correction, les figures de droite, la fonction d’erreur prenant en compte la correction. Les figures du bas présentent une dynamique en dB plus resserrée que celles du haut, mais présentent strictement le même résultat. Les rectangles noirs délimitent les frontières de la méthode, où la reconstruction est effective.

Un rectangle noir est présent sur chaque graphe de la figure 2.2, délimitant les frontières d’applications de la méthode RIC dans le domaine fréquence/nombre d’onde. La figure en haut à droite permet de visualiser clairement le pôle (courbe $k = k_f$) et le zéro du numérateur (courbe $k = k_r$) et leur impact sur la reconstruction dans la zone d’application de la méthode. Le pôle sous-estime grandement la reconstruction pour $k = k_r$, et à l’inverse, le zéro surestime grandement la reconstruction pour $k = k_f$. L’ajout de la correction permet bien d’améliorer la qualité de la reconstruction dans la zone d’intérêt. En contrepartie, une légère perte de gain est notable dans les hautes fréquences. La méthodologie développée par la méthode RIC reste donc valable lors de l’introduction d’un schéma temporel dans l’équation de mouvement.

De la même manière, il est possible d’étudier l’impact d’un filtrage intégrateur apporté par un filtre dont le comportement peut être décrit par l’équation (2.6). En considérant $H = H_B$ dans l’équation (2.10), l’expression devient complexe. Il est donc nécessaire de rechercher l’expression de la racine sous la forme d’un nombre complexe : $k_r = k_R + ik_I$, où

(k_R, k_I) correspondent respectivement aux parties réelle et imaginaire de k_r . Afin d'alléger les écritures à venir, il est choisi d'introduire les grandeurs suivantes :

$$\begin{cases} k_0 &= \sqrt{\frac{\rho S}{EI} \frac{\Delta^2}{2}}, \\ b_H &= \frac{1}{\sqrt{-H_B}} = b_R + ib_I. \end{cases} \quad (2.15)$$

Dans un premier temps, on s'intéresse à la détermination de la condition d'existence de la racine. On introduit donc l'expression complexe de k_r dans l'équation (2.10) :

$$\cos(k_R \Delta + ik_I \Delta) = 1 \pm k_0(ib_R - b_I) \quad (2.16)$$

$$\Leftrightarrow \cos(k_R \Delta) \cosh(k_I \Delta) - i \sin(k_R \Delta) \sinh(k_I \Delta) = 1 \pm k_0(ib_R - b_I). \quad (2.17)$$

L'hypothèse est faite que le terme $k_I \Delta$ est proche de 0, $\forall \omega \in [0; \frac{\pi}{T_e}[$. Cette hypothèse, introduite pour simplifier le calcul, devra être vérifiée par la suite. Le développement limité à l'ordre 1 et au voisinage de 0 des fonctions hyperboliques est alors considéré, à savoir : $\cosh(k_I \Delta) \underset{0}{\sim} 1 + O((k_I \Delta)^2)$, et $\sinh(k_I \Delta) \underset{0}{\sim} k_I \Delta + O((k_I \Delta)^2)$. Par identification des parties réelles et imaginaires, et en remplaçant les fonctions hyperboliques par leurs développements limités, il est alors possible d'obtenir les équations suivantes :

$$\begin{cases} \cos(k_R \Delta) \cosh(k_I \Delta) &= 1 \pm (-k_0 b_I) \\ -\sin(k_R \Delta) \sinh(k_I \Delta) &= \pm k_0 b_R \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(k_R \Delta) &= 1 \pm (-k_0 b_I) \\ \sin(k_R \Delta) k_I \Delta &= -(\pm k_0 b_R) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$(2.20)$$

L'expression de b_I étant difficile à obtenir, il est compliqué de définir précisément le domaine $\Omega = \{\omega : -1 < 1 \pm (-k_0 b_I) < 1\}$, domaine à l'intérieur duquel la réciproque de la fonction cosinus est définissable. L'hypothèse que ce domaine existe et n'est pas vide sera faite. Si cette condition est respectée, la racine s'exprime finalement comme suit :

$$\forall \omega \in \Omega \begin{cases} k_R &= \frac{1}{\Delta} \arccos(1 \pm (-k_0 b_I)), \\ k_I &= -\frac{\pm k_0 b_R}{\Delta \sin(\frac{1}{\Delta} \arccos(1 \pm (-k_0 b_I)))}. \end{cases} \quad (2.21)$$

En utilisant cette expression de la racine k_r , il est alors possible d'aboutir au coefficient correctif, noté μ_B^4 . L'expression de μ_B^4 est déterminée de sorte à ce que $k_R = k_f$ et $k_I = 0$:

$$\mu_B^4 = -\frac{\rho S \Delta^4}{4EI H_B (\cos(k_f \Delta) - 1)^2}. \quad (2.22)$$

Il est intéressant de constater que, indépendamment de la valeur “positive“ ou “négative“ du système d'équations (2.21), l'équation du coefficient RIC reste identique. La fonction d'erreur obtenue après insertion de ce coefficient correcteur s'exprime alors :

$$\tilde{E}_{RIC}(k, \omega) = \frac{k_f^4 + \mu_B^4 H_B(\omega) \kappa_{1D}^4(k) \omega^2}{k_f^4 - k^4}. \quad (2.23)$$

Les fonctions d'erreurs en présence et absence de correction sont alors comparées. Dans ce cas de figure, le cas du filtre de Butterworth d'ordre 2 introduit dans la partie précédente est considéré.

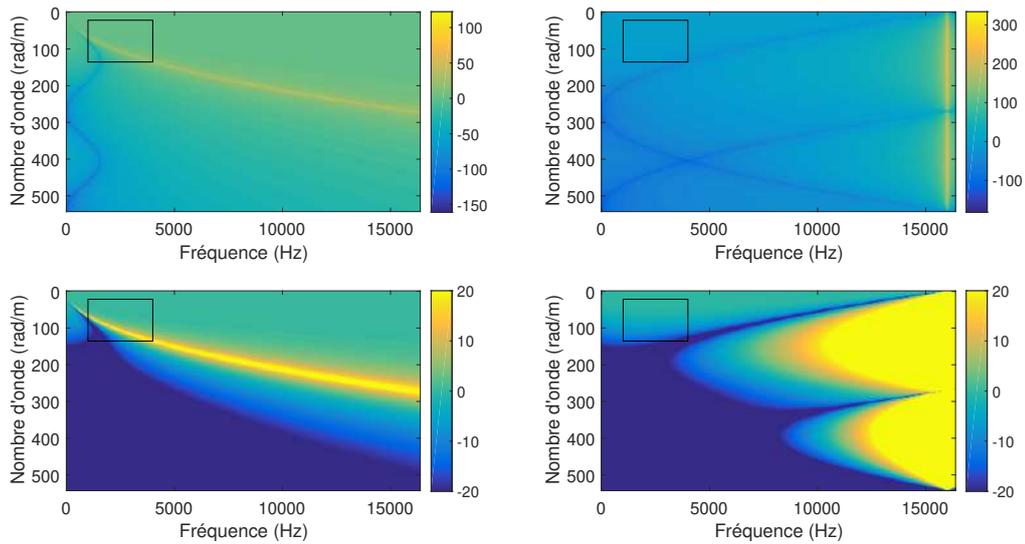


FIGURE 2.3 – Comparaison des fonctions d'erreurs dans le cas d'un filtrage par filtre de Butterworth d'ordre 2 : les figures à gauche représentent la fonction d'erreur en l'absence de correction, les figures de droite la fonction d'erreur prenant en compte la correction. Les figures du bas présentent une dynamique en dB plus resserrée que celles du haut, mais présentent strictement le même résultat. Les rectangles noirs délimitent les frontières de la méthode, où la reconstruction est effective

La correction permet ici également d'obtenir une meilleure identification de l'effort dans le domaine d'application de la méthode. La méthode peut donc être adaptable à différents types de filtres à réponse impulsionnelle infinie, tant qu'ils respectent le gabarit souhaité.

Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (coordonnées cartésiennes)

Les filtres temporels introduits étant indépendants de la structure étudiée, leurs expressions et la méthode d'obtention des coefficients correcteurs sont similaires ici à celles introduites dans le cas d'une poutre monodimensionnelle. Seuls les résultats seront donc présentés ici.

Dans le cas d'une plaque mince en flexion, l'expression de l'équation de mouvement dans le domaine temporel est décrite par l'équation suivante :

$$\tilde{P}(x, y, t) = D \iint \left(\frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial x^2 \partial y^2} \right) dt^2 + \rho h \tilde{\gamma}(x, y, t). \quad (2.24)$$

Si l'opération de double intégration dans le domaine temporel est approximée par la méthode des trapèzes, la racine k_r du numérateur de la fonction erreur, et la limite fréquentielle ω_c d'existence de cette racine sont définies comme suit :

$$k_r = \frac{1}{\Delta} \arccos \left(1 - \frac{\Delta^2}{T_s} \sqrt{\frac{\rho h}{D}} \tan \left(\frac{\omega T_s}{2} \right) \right), \quad (2.25)$$

$$\omega_c = \frac{2}{T_s} \arctan \left(\frac{2T_s}{\Delta^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \right). \quad (2.26)$$

Ces deux paramètres étant posés, les coefficients correcteurs sont décrits par :

$$\begin{cases} \mu_{int}^4(\omega) &= \frac{(k_f \Delta)^4 \tan^2 \left(\frac{\omega T_e}{2} \right)}{\left(\omega T_e (1 - \cos(k_f \Delta)) \right)^2}, \\ \nu_{int}^4(\omega) &= \frac{(k_f \Delta)^4 \tan^2 \left(\frac{\omega T_e}{2} \right)}{2 \left(\omega T_e \left(1 - \cos \left(\frac{k_f \Delta}{\sqrt{2}} \right) \right) \right)^2} - \mu_{int}^4(\omega). \end{cases} \quad (2.27)$$

De même, dans le cas général où l'opération d'intégration est approximée par un filtre à réponse impulsionnelle infinie, la racine k_r du numérateur de la fonction erreur obéit toujours à l'équation (2.21), en définissant au préalable :

$$\begin{cases} k_0 &= \sqrt{\frac{\rho h}{D}} \frac{\Delta^2}{2}, \\ b_H &= \frac{1}{\sqrt{H_B}} = b_R + i b_I. \end{cases} \quad (2.28)$$

Les coefficients correcteurs sont définis par :

$$\begin{cases} \mu_B^4(\omega) &= -\frac{\rho h \Delta^4}{4 D H_B (\cos(k_f \Delta) - 1)^2}, \\ \nu_B^4(\omega) &= \frac{\rho h \Delta^4}{8 D H_B \left(1 - \cos \left(\frac{k_f \Delta}{\sqrt{2}} \right) \right)^2} - \mu_B^4(\omega). \end{cases} \quad (2.29)$$

2.3 Mise en oeuvre de la méthode RIC dans le domaine temporel

Dans la partie précédente, le principal problème de l'adaptation de la méthode RIC au domaine temporel a été adressé ; à savoir la prise en compte de l'opérateur temporel présent dans l'équation de mouvement. Cette prise en compte passe par l'emploi de filtres adaptés aux données du problème, et notamment à la nature du champ vibratoire considéré. Ces filtres étant une approximation de l'opérateur temporel, une imprécision sur la reconstruction d'effort est à analyser, et si possible à compenser.

En employant la méthodologie déjà existante pour la méthode RIC, et en la généralisant à l'emploi de données complexes, il est possible de définir des coefficients correcteurs adaptés à l'antenne de capteurs déployée. Cependant, le principal écueil reste que ces données ne sont définies que dans le domaine fréquentiel. Le fait que cette définition soit analytique pourrait potentiellement conduire à une expression dans le domaine temporel par transformée de Fourier inverse. Cette option reste cependant très complexe dans le cadre de cette thèse, car elle demanderait des outils mathématiques poussés.

Il a été donc choisi de laisser cette piste de côté, et d'obtenir numériquement les valeurs de la transformée de Fourier inverse de chaque coefficient correcteur par l'usage d'un algorithme FFT (Fast Fourier Transform). Les équivalents temporels de chaque coefficient peuvent alors être convolués au champ vibratoire après filtrage.

Dans l'optique où l'expression des coefficients correcteurs dans le domaine temporel est obtenue numériquement, il est pertinent de s'interroger sur la pertinence d'employer des filtres temporels à réponse impulsionnelle infinie. En effet, si le recours à un algorithme FFT est inévitable, il serait plus avantageux de réaliser également l'opération de dérivation ou d'intégration du champ vibratoire dans le domaine fréquentiel également. Dans le cas décrit par l'équation (2.2). L'opération de double intégration revient à effectuer une multiplication par $-\frac{1}{\omega^2}$ du champ d'accélération $\gamma(r, \omega)$ dans le domaine fréquentiel.

Dans cette optique, la méthode RIC exprimée dans le domaine temporel a la forme générale suivante :

$$\tilde{P}_{RIC}(r, t) = Kh_K(t) * \Lambda[\tilde{\gamma}(r, t)] + Mh_M(t) * \gamma(r, t). \quad (2.30)$$

Les termes h_K et h_M sont les réponses impulsionnelles associées aux filtres nécessaires à la méthode RIC. En complément des effets de la double intégration et de la correction, ces filtres comprennent également une fenêtre de Tukey utilisée afin de limiter la

reconstruction à la bande passante $[f_{min}; f_{max}]$ de la méthode RIC. Les termes h_K et h_M prennent donc en compte un ou plusieurs de ces trois effets en fonction du champ vibratoire considéré.

L'équation (2.30) est également valable pour les filtres définis dans la partie précédente : si une expression analytique des coefficients correcteurs vient à être trouvée, l'équation restera employable.

La définition de la méthode RIC dans le domaine temporel étant finalisée, il reste encore à l'éprouver. Dans un premier temps, la méthode est appliquée à des données simulées pour reconstruire un champ d'excitation acoustique. Une fois les résultats obtenus, l'application est faite sur des données expérimentales. Des cas de figure monodimensionnel et bidimensionnel sont étudiés.

2.3.1 Application de la méthode RIC temporelle à des données de simulation

L'objet de cette partie est l'emploi de la formulation temporelle de la méthode RIC à différents systèmes, modélisables analytiquement. Pour chaque système, deux cas d'excitations acoustiques sont testés et identifiés par la méthode. La première excitation est une onde monochromatique en régime permanent, similaire à celles utilisées pour tester la méthode RIC dans sa formulation fréquentielle. La seconde excitation prend la forme d'une impulsion transitoire, fenêtrée en fréquence et nombre d'ondes de sorte à localiser le signal dans la bande d'intérêt de la méthode RIC.

Cas d'une poutre monodimensionnelle en flexion

Le premier problème étudié est celui, à une dimension, de la poutre sur appui simple en flexion. L'équation (2.31) du champ de flexion dans le domaine temporel, exprimé en terme d'accélération, est donnée :

$$f(x, t) = EI \iint \frac{\partial^4 \tilde{\gamma}(x, t)}{\partial x^4} dt^2 + \rho S \tilde{\gamma}(x, t). \quad (2.31)$$

Dans cette équation, $f(x, t)$ représente l'effort linéique (en N/m), E représente le module d'Young (en Pa), I le moment quadratique (en m^4), et S la section de la poutre (en m^2). Les formulations des méthodes RI et RIC temporelles dans ce cas de figure sont successivement présentées aux équations (2.32) et (2.33) :

$$f_{RI}(x, t) = EI h_{K,RI}(t) * \delta_{\Delta}^{4x} (\tilde{\gamma}(x, t)) + \rho S h_M(t) * \tilde{\gamma}(x, t), \quad (2.32)$$

$$f_{RIC}(x, t) = EI h_{K, RIC}(t) * \delta_{\Delta}^{4x}(\tilde{\gamma}(x, t)) + \rho S h_M(t) * \tilde{\gamma}(x, t), \quad (2.33)$$

avec $f_{RIC}(x, t)$ l'expression de l'effort linéique reconstruit. Dans ce cas de figure, le filtre $h_{K, RIC}$ est défini comme suit :

$$h_{K, RIC}(t) = TF^{-1} \left[-\frac{\mu^4 H_T}{\omega^2} \right]. \quad (2.34)$$

Dans cette équation, H_T correspond à la fenêtre de Tukey de bande passante $[f_{min}; f_{max}]$ employée pour restreindre la reconstruction au domaine de validité de la méthode RIC, et μ^4 , le coefficient correcteur, est exprimé par l'équation (2.35).

$$\mu^4 = \frac{(k_f \Delta)^4}{4 [1 - \cos(k_f \Delta)]^2}. \quad (2.35)$$

Le filtre $h_{K, RI}$ est défini de manière similaire au filtre $h_{K, RIC}$, en omettant la contribution au coefficient correcteur :

$$h_{K, RI}(t) = TF^{-1} \left[-\frac{H_T}{\omega^2} \right]. \quad (2.36)$$

Le terme h_M , quant à lui, est la simple expression de la transformée de Fourier inverse de la fenêtre de Tukey. Les formes de ces différents filtres sont illustrées par la figure 2.4.

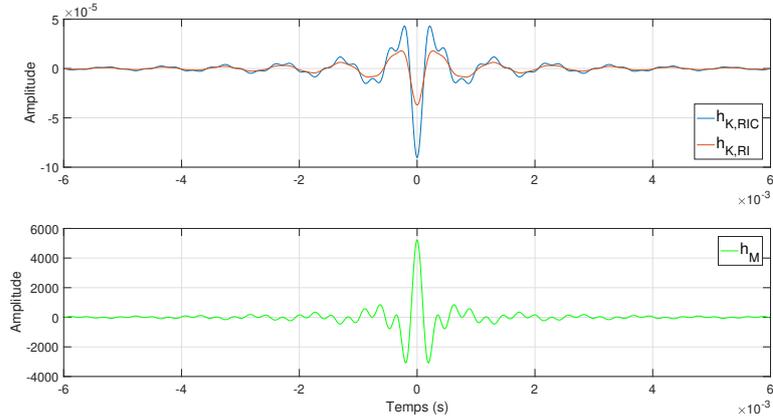


FIGURE 2.4 – Filtres de la méthode RIC temporelle dans le cas d'une poutre en flexion : la figure du haut présente les filtres appliqués au terme de raideur de l'équation, soit dans la méthode RI ($h_{K, RI}$), soit dans la méthode RIC ($h_{K, RIC}$). La figure du bas présente le filtre appliqué au terme de masse.

Deux simulations sont présentées ici, suivant chacune le même protocole : dans un premier temps, le champ de déplacement correspondant à l'effort étudié est défini par

décomposition modale dans le domaine temporel, puis dérivé deux fois afin d'obtenir le champ d'accélération. Dans un second temps, le champ d'accélération est injecté dans les équation RI et RIC, et les reconstructions sont comparées à l'effort initial. Les données de simulations nécessaires à l'emploi de la méthode RIC à savoir les propriétés mécaniques de la poutre ainsi que les paramètres de simulation, sont les mêmes que ceux précédemment utilisés, et recensés dans la table 2.1.

Le premier effort étudié est l'impulsion transitoire, fenêtrée dans le domaine fréquentiel et dans le domaine des nombres d'onde. L'expression de cette onde plane, dans le domaine temporel et pour un problème à une dimension, est la suivante :

$$f(x, t) = 4P_0 l k_r \omega_r e^{j k_m (x - x_0)} e^{j \omega_m (t - t_0)} \operatorname{sinc} \left(\frac{k_r}{\pi} (x - x_0) \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega_r}{\pi} (t - t_0) \right), \quad (2.37)$$

avec (t_0, x_0) l'instant et la position d'application de l'effort sur la poutre, (k_r, k_m) et (ω_r, ω_m) deux jeux de coordonnées respectivement dans les domaines des nombres d'ondes et des fréquences, définies par rapport aux limites d'application de la méthode RIC $((k_{min}, k_{max})$ et $(\omega_{min}, \omega_{max}))$ comme suit :

$$\begin{cases} k_r &= \frac{k_{max} + k_{min}}{2}, \\ k_m &= \frac{k_{max} - k_{min}}{2}. \end{cases} \quad (2.38)$$

De la même manière :

$$\begin{cases} \omega_r &= \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}, \\ \omega_m &= \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2}. \end{cases} \quad (2.39)$$

Ces paramètres permettent de garantir que l'information portée par l'impulsion est bien contenue dans les limites d'application de la méthode RIC. A partir de l'équation (2.37), le champ de déplacement est obtenu par décomposition modale dans le domaine temporel. La démarche à suivre est détaillée pour tout type d'excitation par Guyader [70]. Il est important de noter qu'afin d'être exploitable à des fins de simulation, la décomposition modale doit être tronquée. Cela signifie que le champ de déplacement obtenu ne contiendra que la contribution d'une partie des modes vibratoires de la plaque. Afin de minimiser ce biais, il est choisi de prendre comme effort de référence, non pas l'effort défini par l'équation (2.37), mais celui reconstruit à partir du champ de déplacement tronqué. Cet effort de référence est défini par l'équation (2.40) :

$$f_{ref}(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^N \phi_n(x) f_n(t), \quad (2.40)$$

avec N l'indice de troncature modale, f_{ref} l'effort linéique de référence, ϕ_n l'expression des déformées modales pour une poutre sur appui simple en flexion, et $f_n(t)$ l'effort généralisé. Une seconde particularité de ces simulations est que la résolution spatiale change entre l'étape de calcul du champ de déplacement et l'étape de l'identification d'effort. Un premier pas $dx = \frac{L}{2N}$ est choisi afin de réaliser la décomposition modale jusqu'à l'indice (au mode) de troncature souhaité. Ce premier pas étant trop fin pour une identification effective de l'effort sur une bande fréquentielle pertinente, il est choisi de définir le pas spatial de la méthode RIC ainsi : $\Delta = bdx$, où b est un entier naturel strictement positif. L'introduction de ce paramètre permet de choisir la bande de fréquence où l'effort doit être reconstruit, selon la définition de la méthode RIC.

Les efforts identifiés par les méthodes RI (équation(2.32)) et RIC (équation(2.33)) sont comparés à l'effort de référence. La comparaison des différents efforts linéiques sont réalisées figures 2.5 et 2.6. Un nombre de modes $N = 50$ et un paramètre $b = 4$ sont choisis.

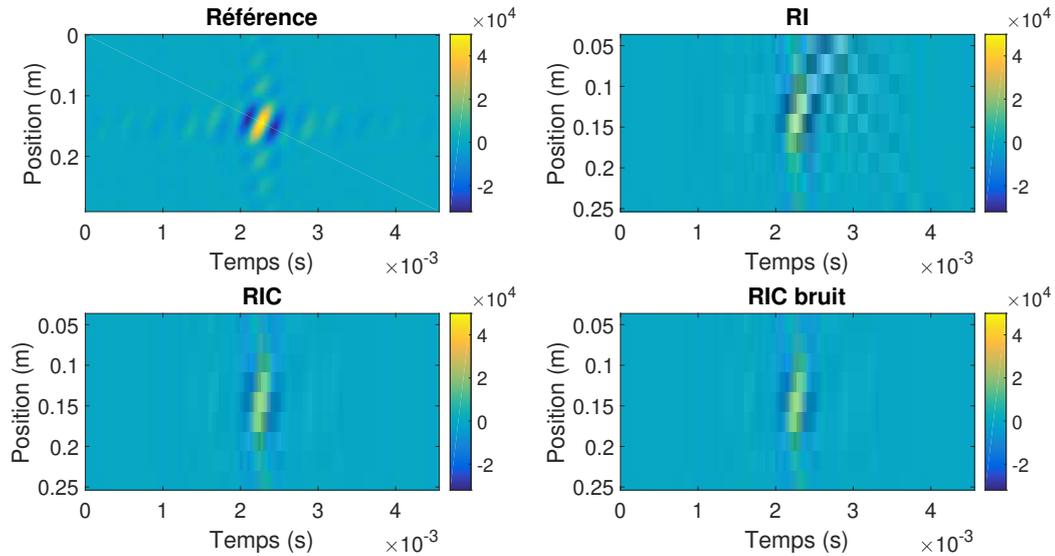


FIGURE 2.5 – Comparaison des efforts linéiques impulsionnels identifiés par les méthodes RI (haut droite), RIC (bas gauche), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, bas droite), avec l'effort linéique de référence (haut gauche). La reconstruction est réalisée sur l'ensemble de la poutre.

Le premier constat effectué est que l'identification d'un effort de nature transitoire est satisfaisante pour les méthodes RI et RIC, même en présence de bruit. Qualitativement, l'identification est plus satisfaisante sur l'ensemble de l'effort pour la méthode RIC.

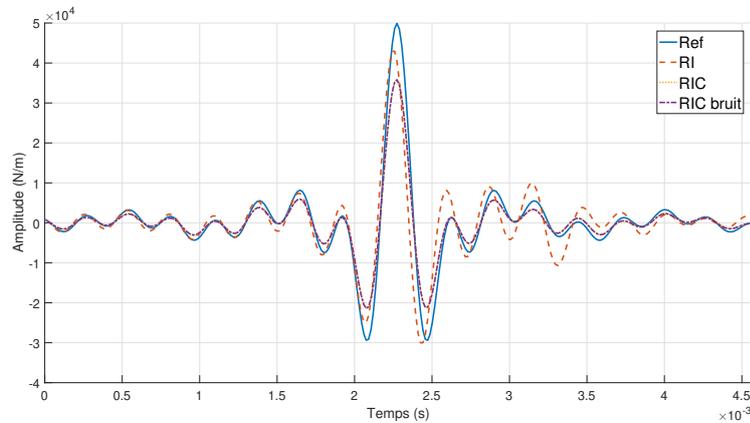


FIGURE 2.6 – Comparaison des efforts linéiques impulsionnels au point d’application de l’effort, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

Cependant, l’amplitude du pic central de l’effort n’est pas estimée correctement par les deux variantes de la méthode. Ces écarts sont la conséquence de l’emploi de deux pas spatiaux différents lors de la simulation. Une manière de s’affranchir de ce problème est d’intégrer spatialement les efforts autour du pic central. La comparaison des efforts ainsi obtenus (exprimés en Newtons), réalisée figure 2.7, permet de retrouver une équivalence d’amplitude.

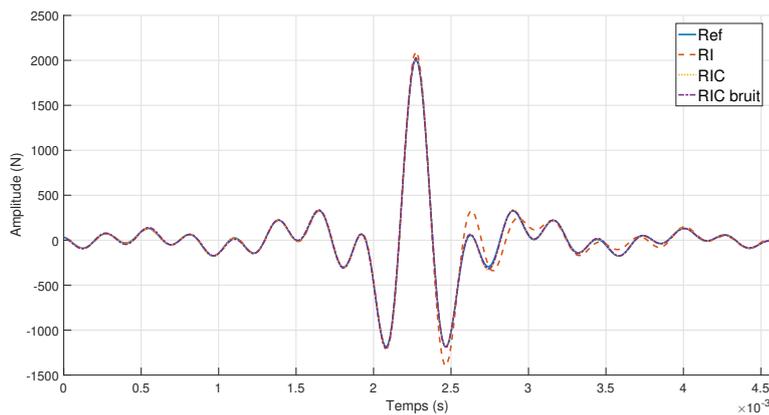


FIGURE 2.7 – Comparaison des efforts impulsionnels au point d’application de l’effort, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

Le second effort étudié est une onde plane monochromatique, émise avec un jeu d’angle

d'incidence (θ, ϕ) , identique à celui défini dans l'équation (1.6). L'expression de cette onde plane, dans le domaine temporel et pour un problème à une dimension, est la suivante :

$$f(x, t) = P_0 l e^{j\omega t - jk(x \cos \phi \cos \theta)}. \quad (2.41)$$

De la même manière que précédemment, l'effort de référence est comparé aux efforts reconstruits par les méthodes RI et RIC. Les figures 2.8 et 2.9 comparent entre eux les efforts linéiques. La figure 2.10 compare les efforts, après intégration spatiale des efforts linéiques au centre de la poutre.

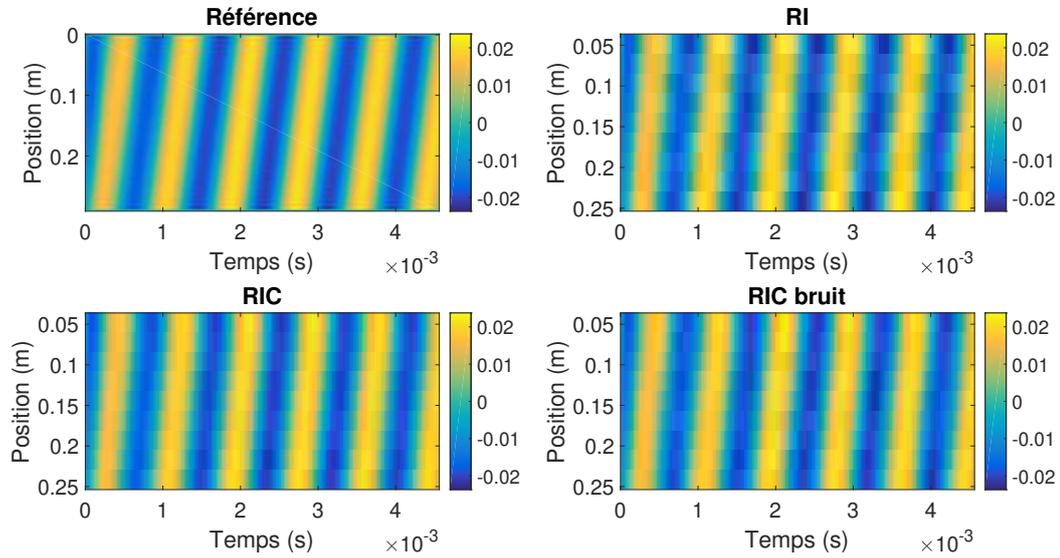


FIGURE 2.8 – Comparaison des efforts linéiques harmoniques identifiés par les méthodes RI (haut droite), RIC (bas gauche), et RIC en présence de bruit ($RSB = 20$ dB, bas droite), avec l'effort linéique de référence (haut gauche).

Les résultats présentés ici permettent de tirer les mêmes conclusions que précédemment. Le développement temporel de la méthode RIC proposé ici permet d'identifier les comportements transitoire et permanent d'efforts appliqués sur une poutre en flexion sur appui simple. Il reste à démontrer, de la même manière, que les développements proposés pour des structures à deux dimensions permettent d'aboutir aux mêmes conclusions.

Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne cartésienne)

L'équation de mouvement d'une plaque mince en flexion ayant déjà été donnée à l'équation (2.24), il reste à donner les expressions des méthodes RI et RIC lui étant

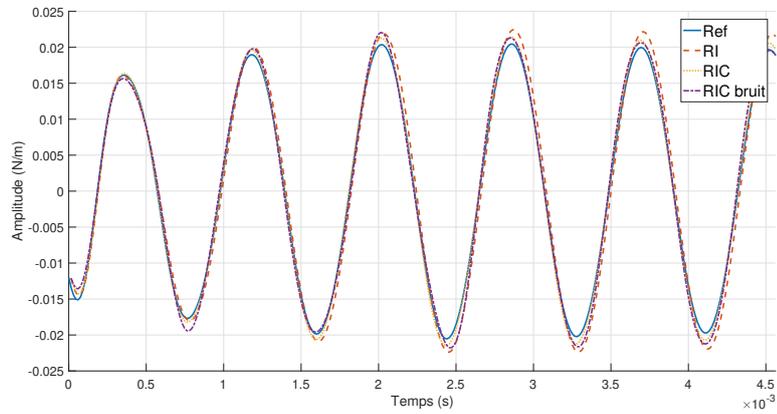


FIGURE 2.9 – Comparaison des efforts linéiques harmoniques au centre de la poutre, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

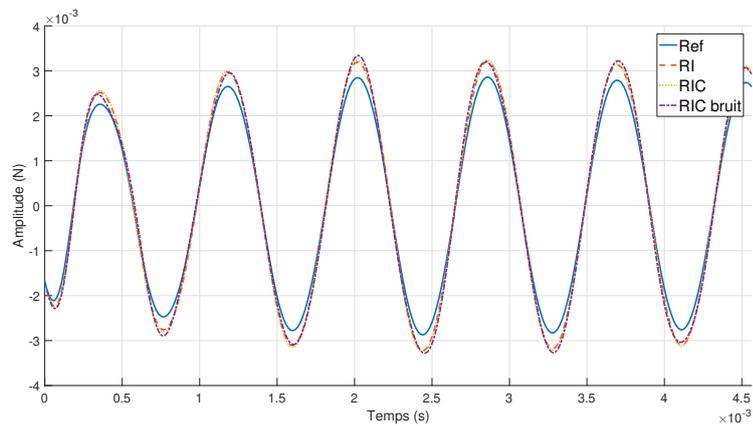


FIGURE 2.10 – Comparaison des efforts harmoniques au centre de la poutre, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

associées. Ces expressions sont données respectivement par les équations (2.42) et (2.43) :

$$\tilde{P}_{RI}(x, y, t) = D h_{K,RI}(t) * \left[\frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial x^2 \partial y^2} \right] + h \rho h_M(t) * \tilde{\gamma}(x, y, t), \quad (2.42)$$

$$\tilde{P}_{RIC}(x, y, t) = D \left[M(t) * \left(\frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial y^4} \right) + 2N(t) * \frac{\partial^4 \tilde{\gamma}}{\partial x^2 \partial y^2} \right] + h \rho h_M(t) * \tilde{\gamma}(x, y, t). \quad (2.43)$$

Dans le cas de la méthode RIC, le filtrage apporté au terme de masse est divisé en deux contributions $M(t)$ et $N(t)$, chacune prenant respectivement en compte l'un des coefficients correcteurs μ et ν issus de la formulation cartésienne de la méthode RIC appliquée aux plaques minces. De manière similaire au cas monodimensionnel développé à la partie précédente, l'expression de ces deux contributions peut être mise en équation comme suit :

$$M(t) = TF^{-1} \left[-\frac{\mu^4 H_T}{\omega^2} \right], \quad (2.44)$$

$$Nu(t) = TF^{-1} \left[-\frac{\nu^4 H_T}{\omega^2} \right]. \quad (2.45)$$

Les allures des filtres utilisés dans cette partie sont présentées figure 2.11.

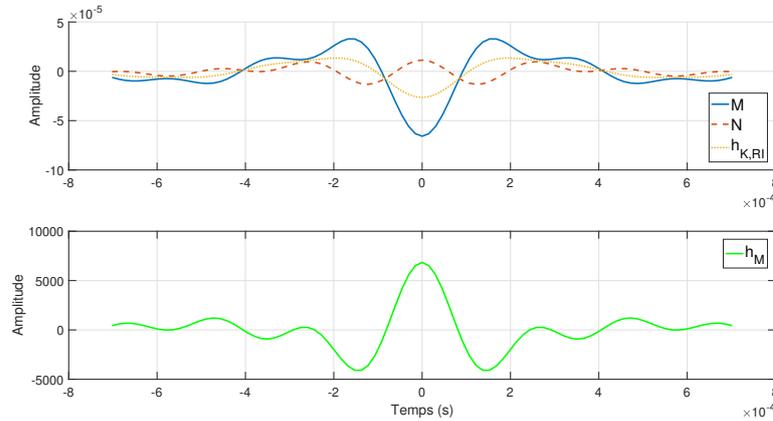


FIGURE 2.11 – Filtres cartésiens de la méthode RIC temporelle dans le cas d'une plaque en flexion : la figure du haut présente les filtres appliqués au terme de raideur de l'équation, soit dans la méthode RI ($h_{K,RI}$), soit dans la méthode RIC ($h_{K,RIC}$). La figure du bas présente le filtre appliqué au terme de masse.

Comme précédemment, les résultats de deux simulations sont utilisées pour vérifier le bon fonctionnement du développement temporel de la méthode RIC. Les données de

simulations nécessaires à l'emploi de la méthode RIC, à savoir les propriétés mécaniques de la plaque et les paramètres de simulation, sont les mêmes que ceux utilisés dans le premier chapitre, et recensés dans la table 1.1.

Le premier effort étudié est une impulsion acoustique transitoire, fenêtrée dans le domaine fréquentiel et dans le domaine des nombres d'onde. L'expression de cette onde plane, dans le domaine temporel et pour un problème à deux dimensions, est la suivante :

$$P(x, y, t) = 8P_0 k_r^2 \omega_r e^{jk_m(x-x_0)} e^{jk_m(y-y_0)} e^{j\omega_m(t-t_0)} \operatorname{sinc}\left(\frac{k_r}{\pi}(x-x_0)\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k_r}{\pi}(y-y_0)\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_r}{\pi}(t-t_0)\right). \quad (2.46)$$

De la même manière que précédemment, l'effort de référence est comparé aux efforts reconstruits par les méthodes RI et RIC. Pour une structure bidimensionnelle, l'effort de référence s'exprime comme suit :

$$P_{ref}(x, y, t) = \frac{4}{L_x L_y} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \phi_{mn}(x, y) P_{mn}(t), \quad (2.47)$$

avec ϕ_{mn} l'expression des déformées modales de la plaque en flexion sur appui simple, P_{mn} la pression généralisée, M l'indice de troncature des modes longitudinaux et N l'indice de troncature des modes transversaux. Les figures 2.12 et 2.13 comparent entre eux les pressions reconstruites. La figure 2.14 compare les efforts, après intégration spatiale des pressions acoustiques au centre de la plaque.

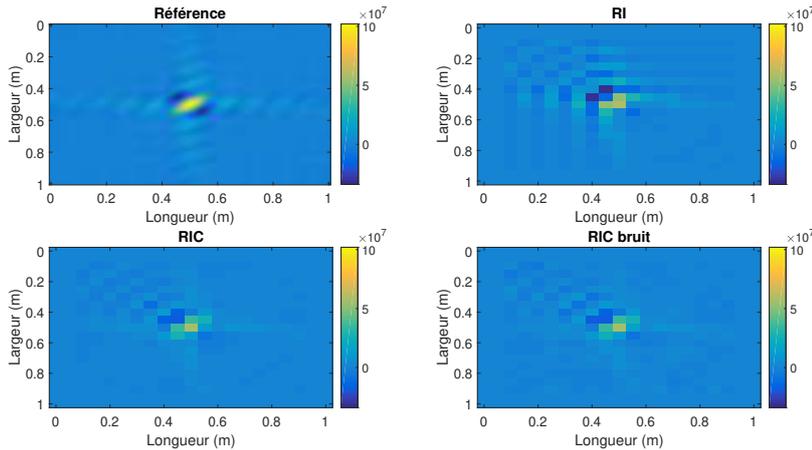


FIGURE 2.12 – Comparaison des pressions identifiées par les méthodes RI (haut droite), RIC (bas gauche), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, bas droite), avec l'effort linéique de référence (haut gauche).

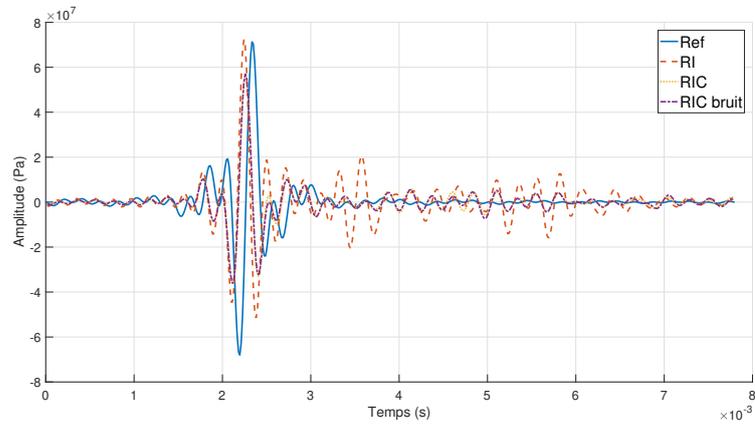


FIGURE 2.13 – Comparaison des pressions au point d’application de l’effort, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

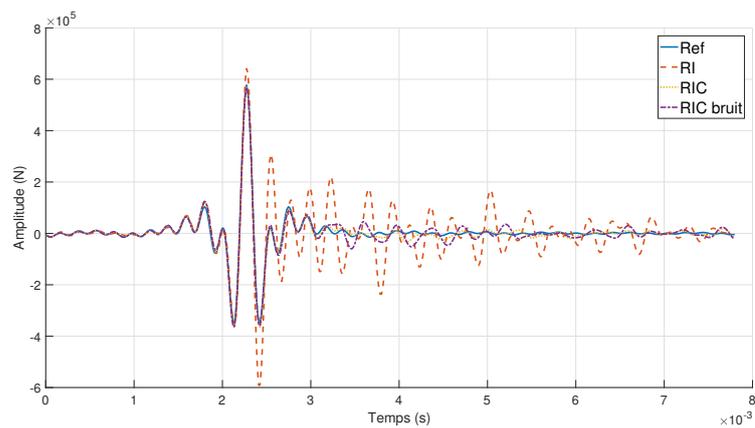


FIGURE 2.14 – Comparaison des efforts au point d’application de l’effort, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

Les résultats obtenus ici permettent d'aboutir aux mêmes conclusions que celles de l'étude réalisée sur la poutre à une dimension : le développement temporel de la méthode RIC proposé ici permet une identification satisfaisante d'un champ de pression acoustique en régime transitoire, même en présence de bruit. Qualitativement, l'identification est plus satisfaisante sur l'ensemble de l'effort pour la méthode RIC. Quantitativement, l'intégration autour du pic central des efforts identifiés permet de retrouver une équivalence d'amplitude avec la référence.

Le second effort étudié est une onde acoustique plane monochromatique, émise avec un jeu d'angle d'incidence (θ, ϕ) , identique à celui défini dans l'équation (1.6). L'expression de cette onde plane, dans le domaine temporel et pour un problème à deux dimensions, est la suivante :

$$\tilde{P}(x, y, t) = P_0 e^{j\omega t - jk(x \cos \phi \cos \theta + y \cos \phi \sin \theta)}. \quad (2.48)$$

De la même manière que précédemment, l'effort de référence est comparé aux efforts reconstruits par les méthodes RI et RIC. Les figures 2.15 et 2.16 comparent entre eux les pressions acoustiques. La figure 2.17 compare les efforts, après intégration spatiale selon les coordonnées x et y des pressions au centre de la plaque.

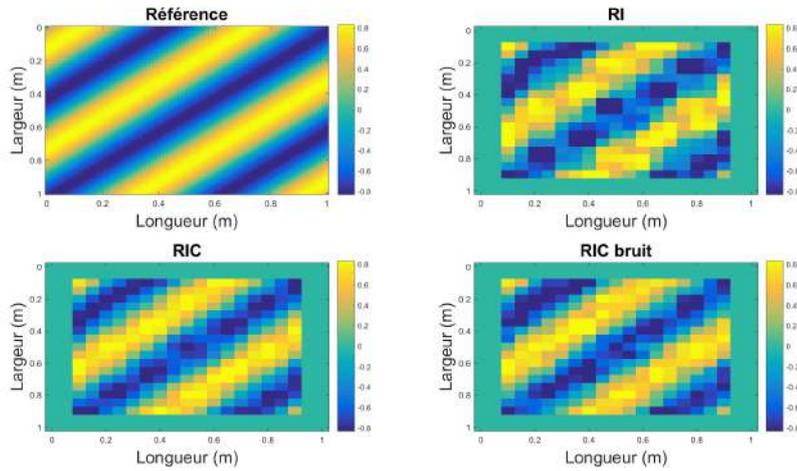


FIGURE 2.15 – Comparaison des pressions acoustiques identifiées par les méthodes RI (haut droite), RIC (bas gauche), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, bas droite), avec l'effort linéique de référence (haut gauche).

Les résultats présentés ici permettent de tirer les mêmes conclusions que précédemment. Le développement temporel, en coordonnées cartésiennes, de la méthode RIC pro-

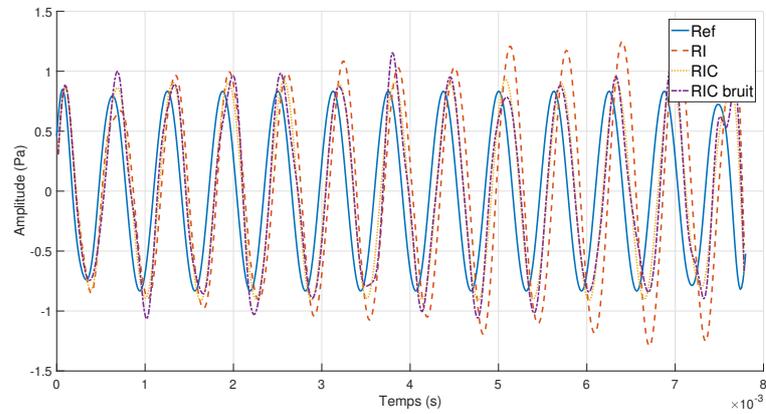


FIGURE 2.16 – Comparaison des pressions acoustiques au centre de la plaque, identifiées par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit ($RSB = 20$ dB, ligne violette alternée), avec l'effort linéique de référence (ligne bleue continue).

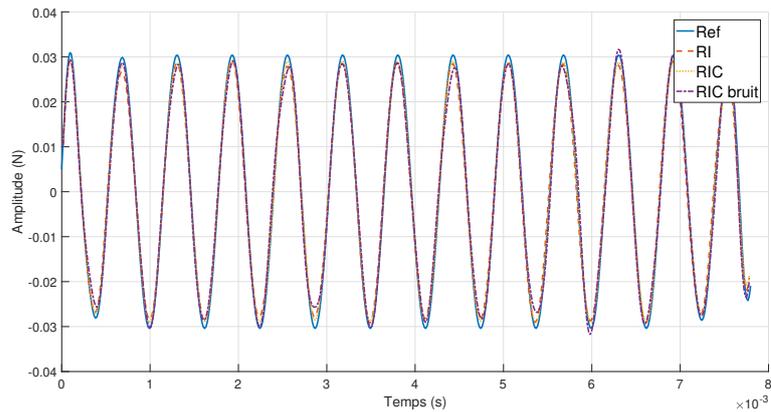


FIGURE 2.17 – Comparaison des efforts au centre de la plaque, identifiées par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit ($RSB = 20$ dB, ligne violette alternée), avec l'effort linéique de référence (ligne bleue continue).

posé ici permet d'identifier les comportements transitoire et permanent d'efforts appliqués sur une plaque en flexion sur appui simple. Il reste à vérifier le développement polaire pour le même type de structure.

Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne polaire)

En appliquant le développement polaire proposé par Carpentier [13] pour une plaque mince, il est possible d'exprimer l'effort au centre d'une antenne polaire P_0 par l'équation (2.49) :

$$\tilde{P}_0(t) = D \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \tilde{\gamma}_0(t) + \rho h \tilde{\gamma}_0(t). \quad (2.49)$$

Dans ce cas d'étude, les formulations des méthodes RI et RIC sont les suivantes :

$$\tilde{P}_{0,RI}(t) = D h_{K,RI}(t) * \delta_{dr}^2(t) + h_M(t) * \tilde{\gamma}_0(t), \quad (2.50)$$

$$\tilde{P}_{0,RIC}(t) = D h_{K,RIC}(t) * \delta_{dr}^2(t) + h_M(t) * \tilde{\gamma}_0(t). \quad (2.51)$$

Les filtres $h_{K,RI}$ et h_M sont les mêmes que ceux utilisés dans la partie précédente. Le filtre $h_{K,RIC}$ est également défini de manière similaire à la formulation proposée à l'équation (2.34), avec ici $\mu^4 = \mu_p^4$, le coefficient RIC défini spécifiquement pour être appliqué à une antenne polaire, présenté à l'équation (1.33). Les allures des filtres utilisés dans cette partie sont illustrées figure 2.18.

Comme pour les cas précédents, les efforts identifiés sont produits par une onde plane acoustique monochromatique arrivant sur la plaque avec un angle d'incidence arbitraire, et par un signal impulsionnel fenêtré. L'effort de référence est défini comme précédemment par l'équation (2.47). La figure 2.19 présente une carte du champ de pression, issu de l'effort impulsionnel, reconstruit sur la surface de la plaque à un instant arbitraire. La figure 2.20 présente la valeur du champ de pression au centre de la plaque. La figure 2.21 présente l'effort reconstruit, obtenu par intégration spatiale autour du centre de la plaque du champ de pression.

De manière identique, la figure 2.22 présente une carte du champ de pression, issu de l'effort harmonique, reconstruit sur la surface de la plaque à un instant arbitraire. La figure 2.23 présente la valeur du champ de pression au centre de la plaque. La figure 2.24 présente l'effort reconstruit, obtenu par intégration spatiale autour du centre de la plaque du champ de pression.

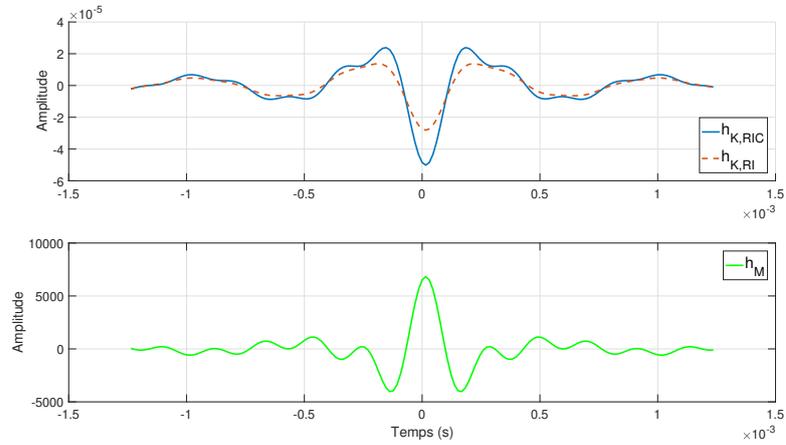


FIGURE 2.18 – Filtres polaires de la méthode RIC temporelle dans le cas d’une plaque en flexion : la figure du haut présente les filtres appliqués au terme de raideur de l’équation, soit dans la méthode RI ($h_{K,RI}$), soit dans la méthode RIC ($h_{K,RIC}$). La figure du bas présente le filtre appliqué au terme de masse.

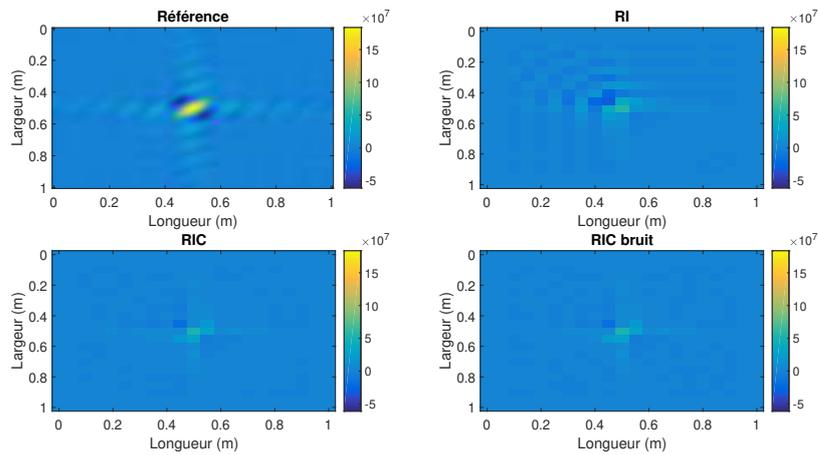


FIGURE 2.19 – Comparaison des pressions acoustiques identifiées par les méthodes RI (haut droite), RIC (bas gauche), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, bas droite), avec l’effort linéique de référence (haut gauche).

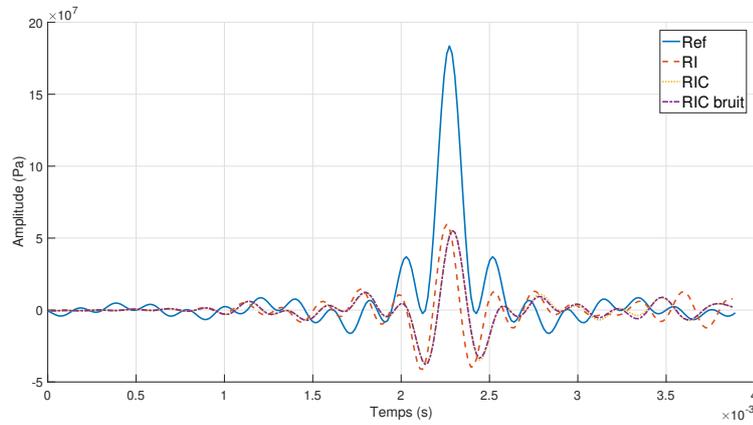


FIGURE 2.20 – Comparaison des pressions acoustiques au centre de la plaque, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

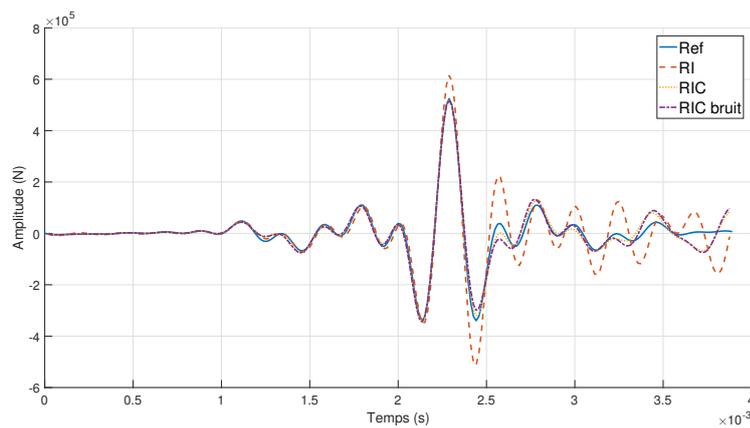


FIGURE 2.21 – Comparaison des efforts au centre de la plaque, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit (RSB = 20 dB, ligne violette alternée), avec l’effort linéique de référence (ligne bleue continue).

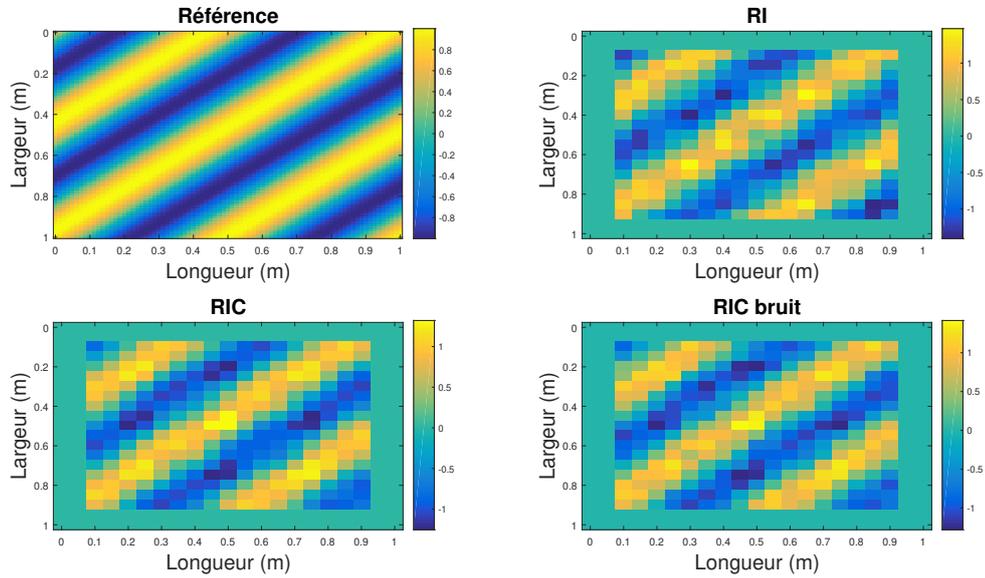


FIGURE 2.22 – Comparaison des pressions acoustiques identifiées par les méthodes RI (haut droite), RIC (bas gauche), et RIC en présence de bruit ($RSB = 20$ dB, bas droite), avec l'effort linéique de référence (haut gauche).

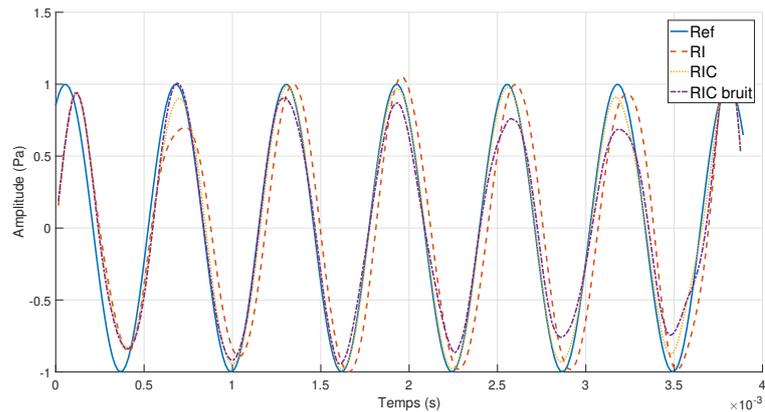


FIGURE 2.23 – Comparaison des pressions acoustiques au centre de la plaque, identifiées par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit ($RSB = 20$ dB, ligne violette alternée), avec l'effort linéique de référence (ligne bleue continue).

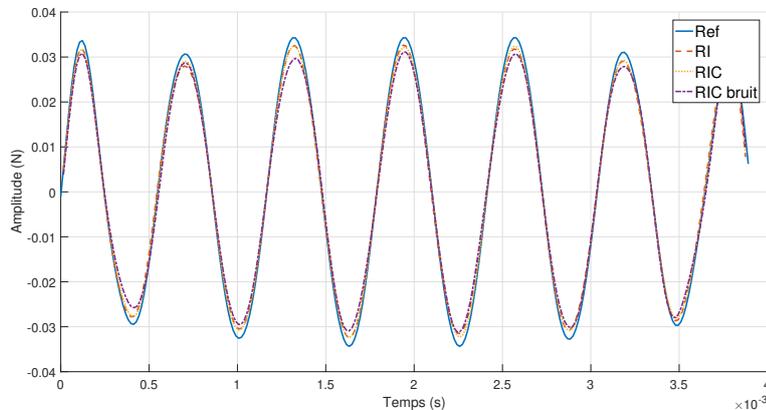


FIGURE 2.24 – Comparaison des efforts au centre de la plaque, identifiés par les méthodes RI (ligne rouge discontinue), RIC (ligne jaune pointillée), et RIC en présence de bruit ($RSB = 20$ dB, ligne violette alternée), avec l'effort linéique de référence (ligne bleue continue).

Comme pour l'antenne cartésienne, l'antenne polaire ici employée permet d'obtenir une reconstitution satisfaisante de l'effort excitateur, qu'il soit stationnaire ou transitoire. Les mêmes constats peuvent être effectués, et l'apport de l'antenne polaire comparativement à l'antenne cartésienne n'est pas clairement visible ici. Les écarts d'amplitude visibles sur la reconstruction de pression, liés à l'emploi de deux échelles de discrétisation différentes, ne permettent en effet pas de comparer les résultats des deux antennes entre elles. Il est nécessaire pour cela de s'affranchir de l'impact de la simulation par le biais d'essais expérimentaux.

2.3.2 Mesures

L'approche ayant été validée par la simulation, il reste encore à la confronter à l'expérience. Cette partie est consacrée à la reconstruction d'efforts acoustiques à partir de mesures du champ vibratoire relevées sur une plaque. Le cas d'une poutre n'offrant pas d'intérêt supplémentaire en comparaison avec une plaque, il n'est pas jugé nécessaire de le traiter ici.

Protocole expérimental

Une plaque en aluminium est bafflée à une paroi. D'un côté de la paroi (côté émission, voir figure 2.25), une source acoustique est positionnée à 20cm de la plaque, en incidence normale, appairée à un microphone. A l'intersection de l'axe de la source et de la plaque, un

microphone surfacique est installé. De l'autre côté de la plaque (côté réception, voir figure 2.26), une antenne d'accéléromètres est installée. L'accéléromètre central est positionné au même niveau que le microphone de surface. Un microphone est également positionné côté réception, afin de s'assurer qu'aucune contribution acoustique n'est perceptible de ce côté. Ce microphone est positionné au niveau de l'accéléromètre central.



FIGURE 2.25 – Montage expérimental (côté émission).

Les propriétés mécaniques de la plaque en aluminium sont recensées dans la table 2.2.

Module d'Young	$E = 70$	GPa
Coefficient de Poisson	$\nu = 0.33$	
Masse volumique	$\rho = 2700$	kg/m ³
Longueur de la plaque	$L = 0.93$	m
Largeur de la plaque	$l = 0.83$	m
Epaisseur de la plaque	$h = 0.005$	m
Pas spatial	$\Delta = 0.06$	m

TABLE 2.2 – Paramètres de la plaque employée lors des essais de validation de la méthode RIC temporelle.

Ces paramètres permettent de fixer les frontières fréquentielles de la méthode RIC aux valeurs suivantes : [850; 3400] Hz.

Contrairement aux simulations, seuls des efforts transitoires ou instationnaires sont testés expérimentalement. En premier lieu, l'identification d'un effort impulsionnel, fenêtré sur la bande fréquentielle d'étude, permet de rendre compte de la capacité de la méthode

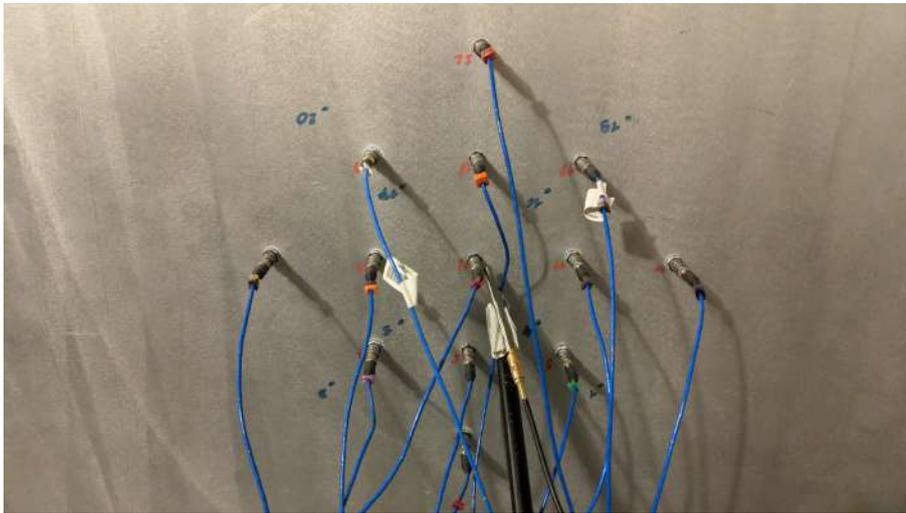


FIGURE 2.26 – Montage expérimental (côté réception).

à identifier un signal bref. Dans un second temps, du bruit blanc est émis et identifié, afin d'analyser la fonction de réponse en fréquence liée à la méthode RIC, en particulier les filtres introduits dans ce chapitre.

La première partie présente les résultats de mesures acquis avec une antenne cartésienne. La seconde partie présente les résultats de mesures acquis avec une antenne polaire.

Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne cartésienne)

La figure 2.27 présente le schéma de l'antenne utilisée, sa disposition sur la plaque, ainsi que le pas spatial employé. Le capteur central de l'antenne, celui au niveau duquel la pression sera identifiée, est indiqué en rouge.

Dans un premier temps, l'antenne est utilisée pour identifier un signal impulsionnel émis depuis la source acoustique. Ce signal, de type sinus cardinal, est défini de manière à contenir son information à l'intérieur de l'intervalle $[f_{min}; f_{max}]$ (cf. équation (2.46)). L'effort reconstruit au centre de l'antenne cartésienne, par combinaison des signaux accélérométriques, est alors comparé à la différence du champ de pression mesuré au même niveau, entre le microphone de surface et son pendant côté réception. Cet écart sera appelé pression de référence dans la suite du chapitre. Le résultat de la reconstruction d'effort par les méthodes RI et RIC et leurs comparaisons avec la mesure de pression de référence est présentée figure 2.28.

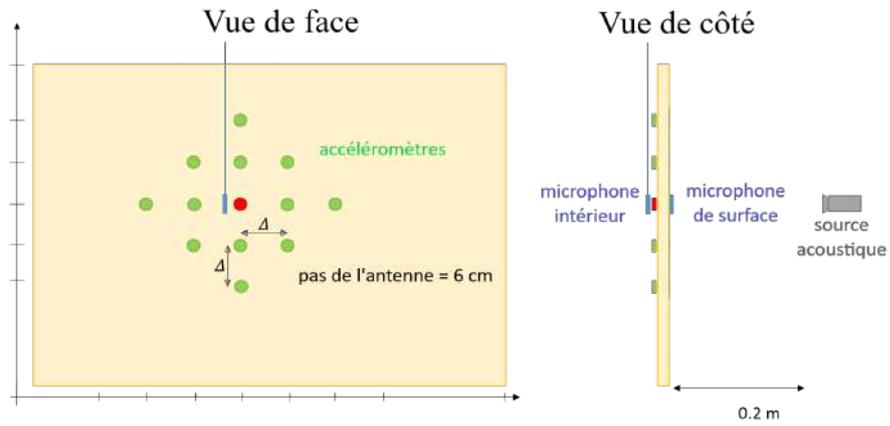


FIGURE 2.27 – Schéma de l'antenne cartésienne utilisée lors des mesures.

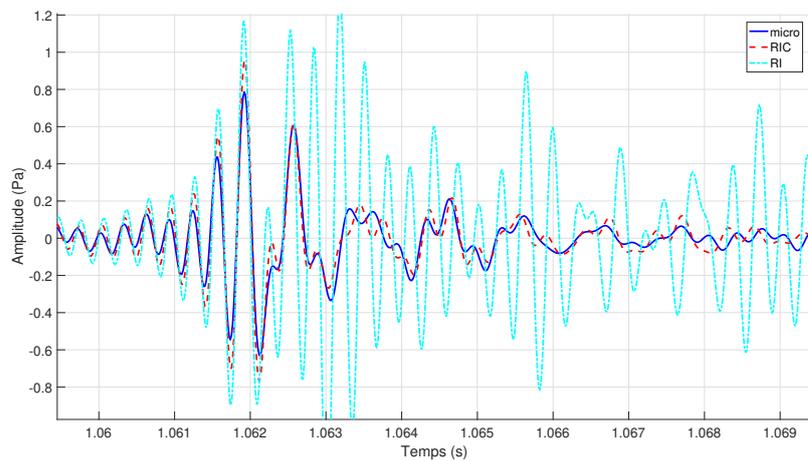


FIGURE 2.28 – Reconstruction d'un effort transitoire à partir de données expérimentales par les méthodes RI et RIC dans le domaine temporel.

L'identification d'un effort transitoire par le développement de la méthode RIC temporel proposé dans ce chapitre est excellente. L'amplitude du sinus cardinal est identifiée correctement, sans déphasage. L'apport de la correction induite par l'emploi de la méthode RIC, comparativement à la méthode RI, est également visible.

Afin de valider la méthode, il est intéressant d'étudier les fonctions de transfert entre la mesure de référence et les reconstructions par les méthodes RI et RIC. Pour cela, les fonctions de réponse en fréquence FRF_{RI} et FRF_{RIC} sont définies :

$$FRF_{RI}(\omega) = \frac{P_{rm,RI}(\omega)}{P_{mm}(\omega)}, \quad (2.52)$$

et

$$FRF_{RIC}(\omega) = \frac{P_{rm,RIC}(\omega)}{P_{mm}(\omega)}. \quad (2.53)$$

Dans les équations (2.52) et (2.53), le terme $P_{rm,RI}$ est l'interspectre entre l'effort reconstruit par la méthode RI et la pression de référence (même principe pour $P_{rm,RIC}$), et P_{mm} est l'autospectre de la pression de référence. Afin d'attester de la qualité des mesures, les fonctions de cohérence entre les efforts reconstruits et la pression de référence sont également tracées :

$$COH_{RI}(\omega) = \frac{|P_{rm,RI}(\omega)|^2}{P_{mm}(\omega)P_{rr,RI}(\omega)}, \quad (2.54)$$

et

$$COH_{RIC}(\omega) = \frac{|P_{rm,RIC}(\omega)|^2}{P_{mm}(\omega)P_{rr,RIC}(\omega)}. \quad (2.55)$$

Le terme $P_{rr,RI}$ désigne l'autospectre de la pression reconstruite par la méthode RI au centre de l'antenne (même raisonnement pour $P_{rr,RIC}$).

L'analyse des figures 2.29 et 2.30 ne permet pas d'aboutir à une conclusion satisfaisante concernant la qualité de la reconstruction de l'effort sur l'ensemble de la bande de fréquence d'étude. La FRF présente des oscillations des niveaux de l'ordre de 3 dB autour d'une valeur centrale de 0 dB pour la méthode RIC, et jusqu'à 10 dB d'écart pour la méthode RI. Idéalement, la FRF devrait être proche de 0 dB au niveau de la limite basse fréquence de la méthode RIC, pour diminuer progressivement avec la fréquence. Le comportement de la FRF expérimentale pour la méthode RIC coïncide de manière satisfaisante avec le comportement attendu.

Plusieurs problèmes peuvent en être la cause. La première des causes est à chercher dans la nature de l'excitation : il est compliqué d'émettre un bruit blanc acoustique ayant

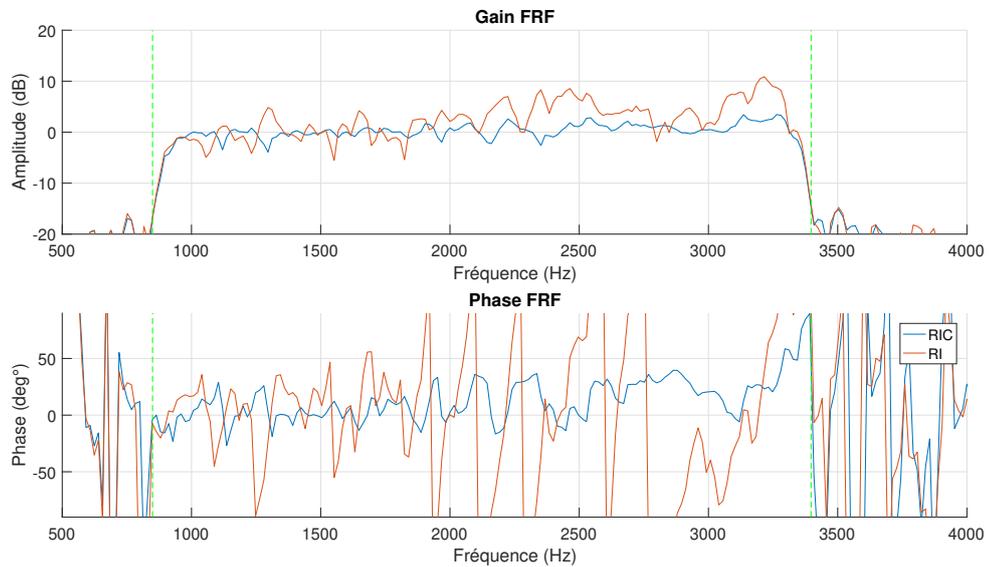


FIGURE 2.29 – Fonction de transfert entre les pressions reconstruites par les méthodes RI et RIC et la pression de référence (gain : figure du haut / phase : figure du bas). Les lignes discontinues verticales correspondent aux limites fréquentielles de la méthode.

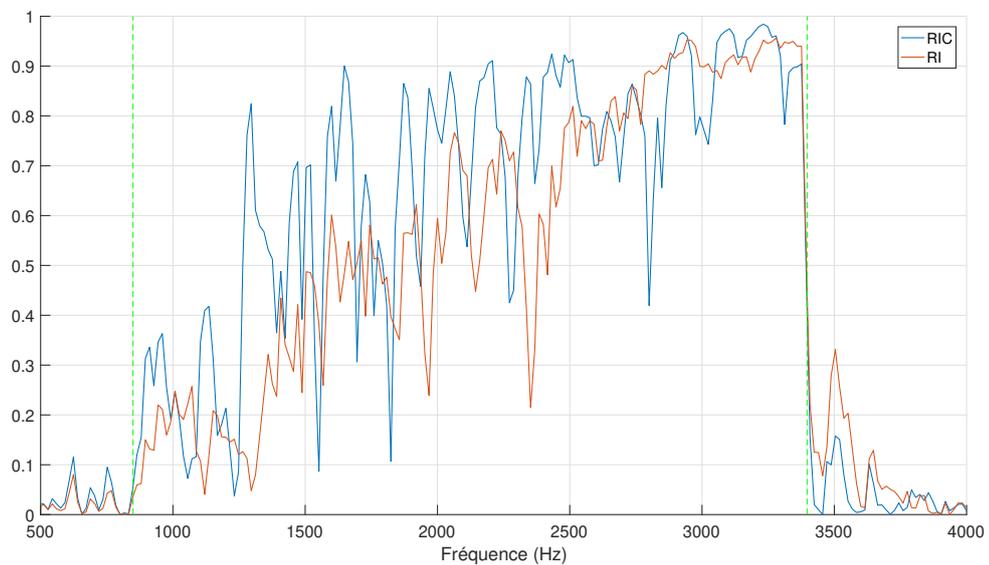


FIGURE 2.30 – Fonctions de cohérence entre les pressions reconstruites par les méthodes RI et RIC et la pression de référence (les lignes discontinues verticales correspondent aux limites fréquentielles de la méthode).

une réponse uniforme en fréquence. Mettre en vibration une plaque par le biais d'une source acoustique nécessite en prime un niveau sonore élevé. Ces problèmes sont à la source de la mauvaise cohérence dans sa globalité, notamment en basses fréquences.

Du point de vue du récepteur, à ces fréquences, le comportement modal de la plaque prédomine, ce qui rend le contenu spectral des accéléromètres très variable en fonction de la fréquence. Du fait de ces erreurs, des chutes ponctuelles de la fonction de cohérence sont observables.

Afin d'obtenir une meilleure fonction de cohérence, et donc un résultat plus fiable, il peut être judicieux d'exciter directement la plaque à l'aide d'un marteau d'impact. Cette excitation présente l'intérêt d'avoir une réponse en fréquence plus constante, ce qui devrait améliorer grandement la qualité de la mesure. Cependant, la FRF obtenue ainsi devient plus complexe à analyser. En effet comparer la mesure du capteur d'effort en Newtons avec l'effort reconstruit en Pascals ne permet pas de statuer quand à la fidélité de la reconstruction en matière d'amplitude. Afin de pallier ce problème, il faudrait pouvoir reconstruire l'effort au voisinage de la position d'impact (au centre de l'antenne) également, afin de procéder à une double intégration spatiale du champ de pression. Ainsi, l'effort reconstruit, exprimé en Newtons, pourrait être comparé en matière d'amplitude par rapport à l'effort de référence, mesuré par le capteur de force.

Cette solution n'étant pas disponible, il est choisi de réessayer l'acquisition en identifiant cette fois ci un chirp linéaire balayant l'ensemble de la bande passante de la méthode RIC. La FRF et la fonction de cohérence entre la mesure de référence et les efforts identifiés par les méthodes RI et RIC sont présentées figures 2.31 et 2.32.

L'identification d'un effort transitoire par le développement de la méthode RIC dans le domaine temporel, appliqué à des données de mesure, s'est avérée très efficace. L'analyse fréquentielle des résultats de la reconstruction appliquée à un chirp linéaire a permis de confirmer la fidélité de la reconstruction sur l'ensemble de la bande passante de la méthode RIC. Il reste encore à tester la configuration polaire de la méthode RIC.

Cas d'une plaque mince bidimensionnelle en flexion (antenne polaire)

La figure 2.33 présente le schéma de l'antenne utilisée, sa disposition sur la plaque, ainsi que les pas radial et angulaire employés. Le capteur central de l'antenne, celui au niveau duquel la pression sera identifiée, est indiqué en rouge.

Dans un premier temps, l'antenne est utilisée pour mesurer un signal impulsionnel émis depuis la source acoustique. Ce signal, de type sinus cardinal, est défini de manière

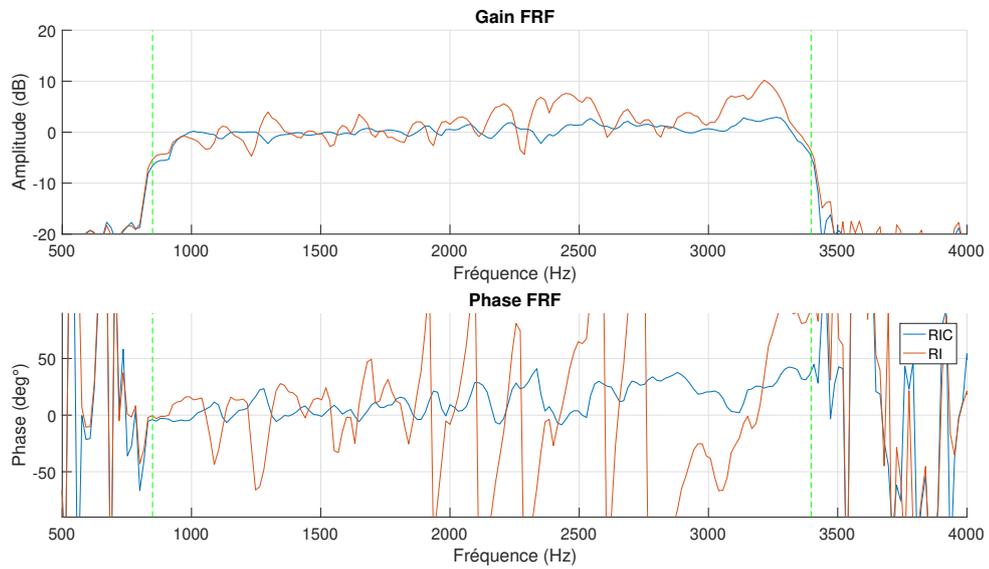


FIGURE 2.31 – Fonctions de transfert entre les pressions reconstruites par les méthodes RI et RIC et la pression de référence (gain : figure du haut / phase : figure du bas). Les lignes discontinues verticales correspondent aux limites fréquentielles de la méthode.

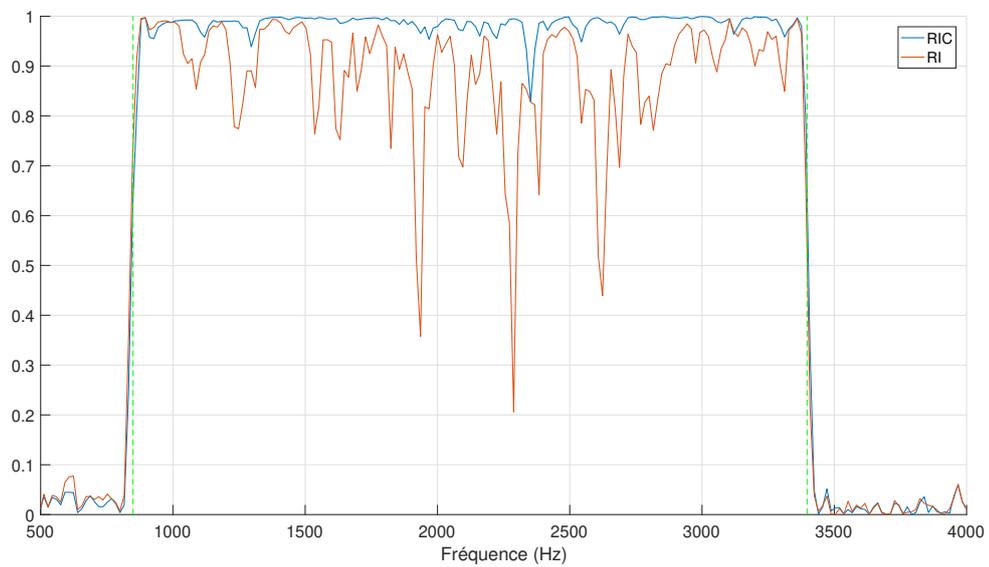


FIGURE 2.32 – Fonctions de cohérence entre les pressions reconstruites par les méthodes RI et RIC et la pression de référence (les lignes discontinues verticales correspondent aux limites fréquentielles de la méthode).

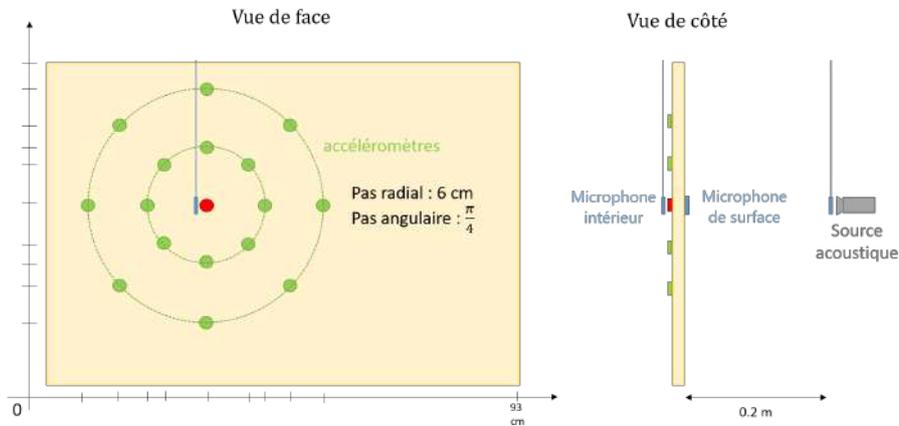


FIGURE 2.33 – Schéma de l'antenne polaire utilisée lors des mesures.

à contenir son information à l'intérieur de l'intervalle $[f_{min}; f_{max}]$ (cf. équation (2.46)). L'effort reconstruit au centre de l'antenne cartésienne, par combinaison des signaux accélérométriques, est alors comparé à la différence du champ de pression mesuré au même niveau, entre le microphone de surface et son pendant côté réception. Cet écart correspond à la pression de référence. Le résultat de la reconstruction d'effort par les méthodes RI et RIC et leurs comparaisons avec la mesure de pression de référence sont présentés figure 2.34.

La reconstruction de l'effort transitoire par la méthode RIC, par le biais d'une antenne polaire, est concluante. L'amplitude du sinus cardinal est correctement identifiée, sans déphasage apparent.

Dans un second temps, l'antenne est utilisée pour mesurer un chirp linéaire émis depuis la source acoustique, afin d'analyser la réponse en fréquence du développement de la méthode RIC dans le domaine temporel. La figure 2.35 présente les fonctions de réponse en fréquence entre les efforts identifiés par les méthodes RI et RIC et la pression de référence. La figure 2.36 présente les fonctions de cohérence associées à ces FRFs.

La fonction de transfert en fréquence présente un gain proche de 0dB pour la méthode RIC pour l'ensemble de la bande fréquentielle d'étude. Ce résultat, couplé à une excellente cohérence, vient confirmer la capacité de la formulation polaire de la méthode à identifier un effort.

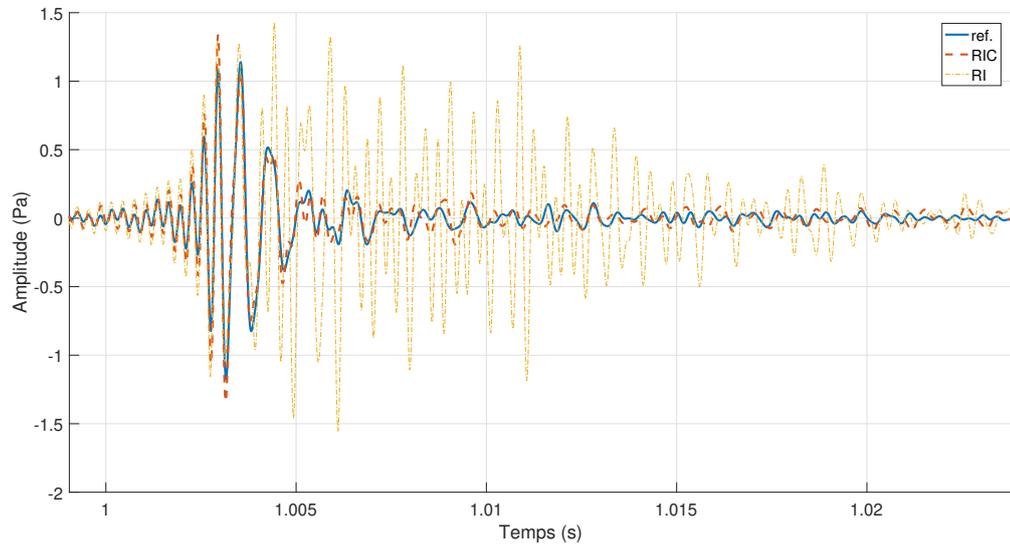


FIGURE 2.34 – Reconstruction de la pression acoustique issu d’une impulsion au centre de l’antenne par les méthodes RI et RIC dans le domaine temporel.

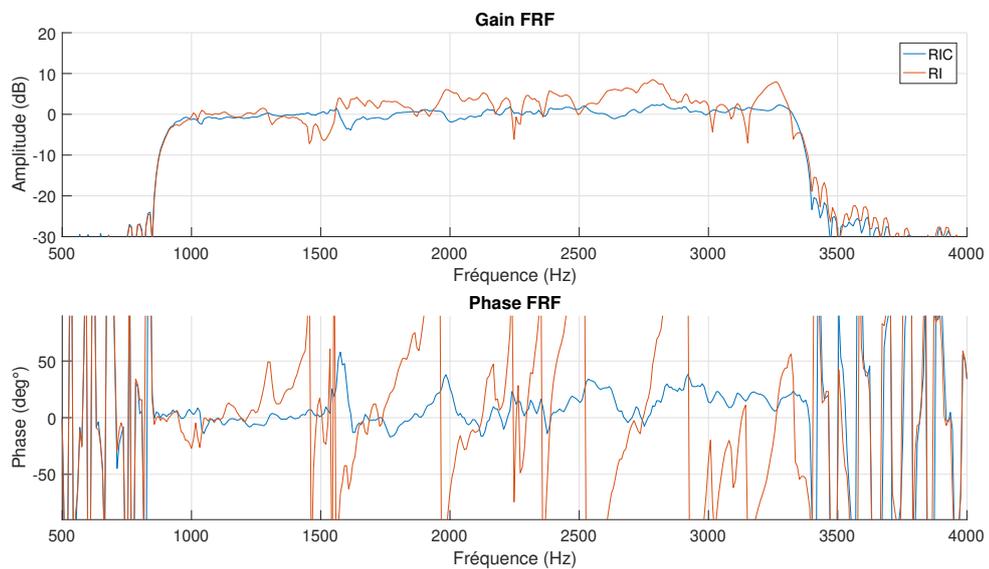


FIGURE 2.35 – Fonctions de transfert entre les pressions reconstruites par les méthodes RI et RIC et la pression de référence (gain : figure du haut / phase : figure du bas). Les lignes discontinues verticales correspondent aux limites fréquentielles de la méthode.

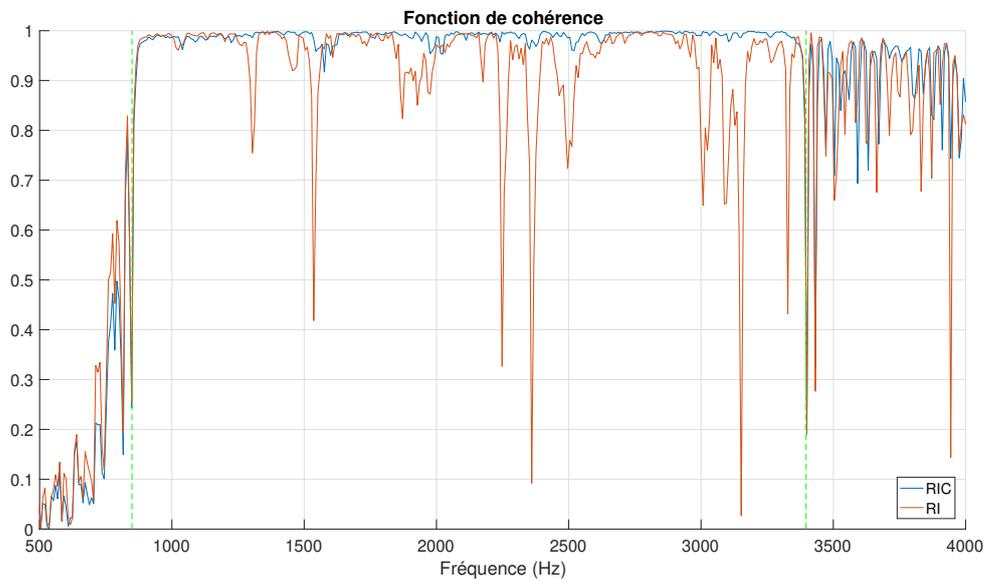


FIGURE 2.36 – Fonctions de cohérence entre les pressions reconstruites par les méthodes RI et RIC et la pression de référence (les lignes discontinues verticales correspondent aux limites fréquentielles de la méthode).

Conclusion du chapitre

Le point de départ de la formulation temporelle de la méthode RIC est, comme pour la formulation fréquentielle, l'équation du mouvement d'une structure soumise à une excitation quelconque. Trois problèmes sont à résoudre afin d'obtenir une formulation satisfaisante de la méthode. Dans un premier temps, l'opérateur temporel présent dans l'équation de mouvement doit être approximé par un filtre d'ordre adapté à l'opération à laquelle il se substitue. La méthode RIC étant par définition limitée à une bande de fréquence, prédéfinie par les propriétés mécaniques de la structure et la taille de l'antenne, un fenêtrage fréquentiel doit également être implémenté à la reconstruction. Enfin, une traduction des coefficients correcteurs dans le domaine temporel doit être mise en place.

Plusieurs type de filtres intégrateurs ont été testés. La nature des coefficients correcteurs de la méthode, qui sont définis pour compenser l'approximation induite par l'emploi du schéma aux différences finies, s'avère être dépendante également du filtrage intégrateur apporté. La méthodologie de calcul de ces coefficients a donc été adaptée afin d'être modulable en accord avec le filtre intégrateur défini. L'effet de fenêtrage a été pris en compte en définissant une fenêtre de Tukey dans le domaine fréquentiel.

La forme retenue pour l'équation de la méthode RIC dans le domaine temporel prend

en compte l'effet de ces filtres sous la forme de réponses impulsionnelles, convoluées aux termes de masse et de raideur de l'équation du mouvement. La validation de cette formulation a pu être réalisée d'abord par confrontation avec des données simulées, puis avec des données de mesure. Dans les deux cas, deux types d'antennes, cartésienne et polaire, ont été testées.

Les résultats des simulations ont démontré la capacité de la méthode à identifier des efforts stationnaires et également transitoires, et ceci pour les deux types d'antennes. Pour ces derniers, les limitations des conditions de simulation n'ont pas permis d'obtenir une identification satisfaisante en matière d'amplitude. Les données de mesures ont permis de conclure que la méthode était efficace pour identifier l'amplitude du signal reconstruit.

La validation de la formulation de la méthode RIC dans le domaine temporel peut donc être confirmée. La méthode reste cependant tributaire de l'existence d'une description analytique du système étudié, ainsi que de la connaissance de ses propriétés mécaniques. Afin de remédier à ce problème, une autre étape de calcul, effectuée en amont de l'identification d'effort, doit être réalisée. Cette étape doit permettre d'obtenir une estimation des coefficients de la méthode RIC, affectés à chaque position sur l'antenne.

MODÉLISATION D'UN ESTIMATEUR EXPÉRIMENTAL DE L'OPÉRATEUR RI

Table des matières

3.1	Positionnement du problème	70
3.2	Définition de l'estimateur expérimental de l'opérateur RI	71
3.2.1	Identification du vecteur proportionnel à l'opérateur RI	71
3.2.2	Calibration en amont : capteurs vibratoires	73
3.2.3	Calibration en aval : capteur de pression	75
3.3	Modélisation de l'effet de masse	76
3.3.1	Modélisation analytique d'une poutre finie avec masses ajoutées	77
3.3.2	Modélisation analytique d'une plaque avec masses ajoutées	80
	Modélisation de l'effet de masse pour une plaque infinie	81
	Modélisation de l'effet de masse pour une plaque finie	84
3.4	Simulation sur plaque mince : comparaison à la méthode RI fréquentielle	87
3.4.1	Définition de la distribution d'impacts	89
3.4.2	Simulation sur plaque infinie	90
	plaque infinie sans masse ajoutée : comparaison à la méthode RI fréquentielle	90
	Plaque infinie avec masses ajoutées : apport de l'estimateur	96
3.5	Validation expérimentale de la méthode	97
3.5.1	Protocole expérimental	97
3.5.2	Résultats des mesures	100

3.1 Positionnement du problème

L'emploi de la méthode RI, qu'elle soit formulée dans le domaine temporel (2.30) ou fréquentiel (1.3), nécessite toujours la connaissance de l'équation de mouvement de la structure sur laquelle elle est appliquée. Si l'on considère la formulation fréquentielle de la méthode, elle peut être exprimée sous forme matricielle, comme montrée par l'équation (3.1) :

$$P = M_{RI}W, \quad (3.1)$$

où P est l'effort reconstruit au centre de l'antenne, W est le champ vibratoire de la structure à chaque position des capteurs de l'antenne, et M_{RI} est l'opérateur contenant l'ensemble des coefficients affectés à l'antenne. Vu sous cette forme, la méthode RI est donc la combinaison de trois éléments : un premier terme prenant en compte les propriétés mécaniques de la structure, un deuxième terme contenant la réponse vibratoire de cette même structure, et un troisième terme contenant l'effort à reconstruire.

L'emploi de la méthode RI présuppose donc la connaissance d'au moins deux de ces trois paramètres : afin d'identifier P (l'effort), il faut définir M_{RI} à partir de la connaissance des propriétés de structure ainsi que des paramètres d'antenne, et mesurer ou calculer le champ vibratoire W . Il existe de nombreuses solutions pour obtenir le champ vibratoire, que ce soit par la mesure ou par le calcul, quel que soit le type de structure étudié. Cependant, la définition de M_{RI} repose sur la connaissance préalable des propriétés de structure et de l'équation de mouvement associée à ladite structure.

Adapter la méthode RI à des structures complexes, indescriptibles par des équations analytiques, pose donc la question de l'estimation de l'opérateur M_{RI} . [66] propose un élément de réponse à explorer : en excitant une structure et en se positionnant en dehors de la zone d'excitation, l'équation (3.1) devient :

$$M_{RIC}W = 0. \quad (3.2)$$

En s'affranchissant de la reconstruction d'effort, le problème devient un problème à deux paramètres, ne nécessitant plus que la connaissance du champ vibratoire pour remonter à certaines propriétés mécaniques de la structure. En partant de cette base, ce chapitre propose une méthodologie visant à obtenir un estimateur, noté M_{exp} , de l'opérateur M_{RI} .

3.2 Définition de l'estimateur expérimental de l'opérateur RI

L'identification de l'opérateur RI par le biais d'une décomposition en valeurs singulières est obtenue en deux étapes :

- Dans un premier temps, l'acquisition du champ vibratoire W_n à différentes position d'une antenne de N capteurs est réalisée pour une série de $N_e > N$ excitations. Ces excitations doivent être indépendantes les une des autres, de sorte à éviter d'obtenir deux valeurs de W_n colinéaires. La décomposition en valeurs singulières de l'ensemble W ainsi obtenu permet de déterminer un vecteur estimateur U_N proportionnel à l'opérateur RI M_{RI} .
- Dans un second temps, le coefficient de proportionnalité est obtenu par calibration de l'antenne. Cette calibration peut s'effectuer de deux manières différentes. La première repose sur la calibration de chaque capteur de l'antenne (calibration dite "en amont"). La seconde se base sur l'acquisition d'un niveau de pression de référence pour recalibrer l'estimateur (calibration dite "en aval").

3.2.1 Identification du vecteur proportionnel à l'opérateur RI

Soit M_{RI} un vecteur ligne de dimension $1 \times N$ et W une matrice de dimension $N \times N_e$. N désigne le nombre de positions de l'antenne RI considérée, et N_e un nombre d'acquisitions indépendantes de champs vibratoires. En application de l'équation (3.1), pour chaque mesure indépendante, le produit matriciel $M_{RI}W_i$ (avec i un entier naturel inférieur ou égal à N_e) aboutit à une valeur unique de P , identifiée au centre de l'antenne.

En considérant le cas de figure où chaque acquisition parmi N_e est issue d'une excitation appliquée en dehors du point d'identification de l'effort, P devient alors un vecteur ligne nul de dimension $1 \times N_e$ (cf. équation (3.2)). Cela signifie que M_{RI} est orthogonal à l'ensemble des vecteurs colonnes contenus dans W . L'estimateur M_{exp} doit donc être recherché de sorte à respecter cette condition d'orthogonalité.

Le fait que le vecteur M_{RI} de dimension N soit orthogonal à une série N_e de vecteurs W de dimensions N également peut avoir deux significations :

- Si $N_e < N$, chacun des vecteurs est simplement orthogonal aux autres.
- Si $N_e \geq N$, un des vecteurs contenus dans la matrice W peut potentiellement être écrit comme une combinaison linéaire des autres : un domaine de dimension

N ne peut contenir qu'un maximum de N vecteurs orthogonaux entre eux.

Dans ces conditions, le rang de la matrice W est au plus égal à $N - 1$. Tout vecteur appartenant à W peut être décomposé sur une base de dimension $N - 1$. Une telle base peut être obtenue par décomposition en valeurs singulières (dans le cas général où N n'est pas nécessairement égal à N_e). La décomposition en valeurs singulières de W s'écrit comme suit :

$$W = USV'. \quad (3.3)$$

Le terme U est une matrice unitaire de dimensions $N \times N$. V est également une matrice unitaire de dimensions $N_e \times N_e$, et S une matrice de dimensions $N \times N_e$. La matrice S contient principalement des termes nuls, à l'exception des termes situés aux positions (n, n) , avec n un nombre entier naturel compris entre 1 et $\min(N, N_e)$. Ces termes "diagonaux" (quand bien même la matrice est rectangulaire) sont appelés valeurs singulières, et notés σ_n^2 ci-après. Les valeurs singulières sont classées dans la matrice par ordre décroissant. Dans le reste du chapitre, seul sera considéré le cas où $N_e > N$.

Le nombre de valeurs singulières, associées aux vecteurs de U , suffisant à fournir une base sur laquelle les vecteurs de W peuvent être projetés, est égal au rang de W . Dans le cas limite où $\text{rang}(W) = N - 1$, cela signifie que la valeur singulière σ_N^2 est nulle. Le vecteur U_N associé à cette valeur singulière, est donc orthogonal à l'ensemble des vecteurs $U_n, n \leq N - 1$.

Ainsi, la décomposition en valeurs singulières de la matrice W permet d'obtenir un vecteur U_N vérifiant la condition : $U_N W = 0$. Le vecteur U_N est donc une estimation de l'opérateur RI M_{RI} , défini à un facteur de proportionnalité près.

Dans la pratique, obtenir une matrice W telle que sa décomposition en valeurs singulières permette d'obtenir une valeur singulière nulle est délicat. L'indépendance de chaque mesure contribuant à l'établissement de cette matrice W ne peut pas être contrôlée au préalable. Afin d'attester de la qualité de l'estimateur, une fois établi, deux paramètres peuvent être étudiés.

Dans un premier temps, l'indépendance des mesures peut être jugée par la comparaison des valeurs singulières entre elles. Si la $N - \text{ème}$ valeur singulière est négligeable en comparaison des autres, l'établissement de la matrice W peut être jugé satisfaisant.

Dans un second temps, l'étude de la cohérence entre l'opérateur RI (s'il existe) et son estimateur permet de confirmer qu'une relation de proportionnalité existe bien entre ces deux grandeurs.

Si l'estimateur obtenu est bien représentatif de l'opérateur de la méthode RI, une opération de calibration est alors à prévoir afin d'estimer la relation de proportionnalité entre ces deux grandeurs.

3.2.2 Calibration en amont : capteurs vibratoires

Afin d'illustrer la méthode de calibration en amont de chaque terme de l'antenne, avant son emploi pour l'identification d'un effort, le cas d'une antenne à treize positions, agencées de manière identique à l'antenne cartésienne employée pour l'application de la méthode RI à des plaques fines, est considéré. Dans ce cas de figure, le terme W de l'équation (3.1) est donné par l'égalité (3.4) :

$$W^T(\omega) = [w_{02}, w_{01}, w_{0-1}, w_{0-2}, w_{-20}, w_{-10}, w_{10}, w_{20}, w_{-11}, w_{11}, w_{1-1}, w_{-1-1}, w_{00}] . \quad (3.4)$$

La position de chaque terme du vecteur W sur l'antenne cartésienne est indiquée à la figure 3.1.

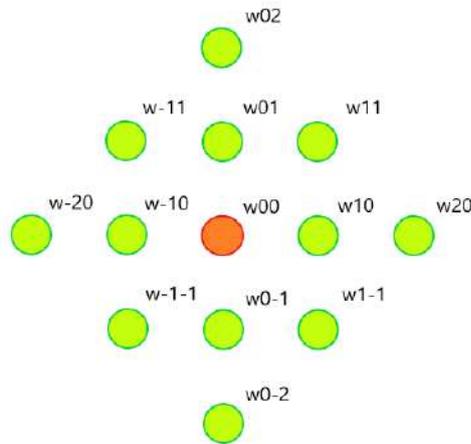


FIGURE 3.1 – Position des termes de W utilisées dans le cadre de la méthode RI (la valeur centrale correspond à la position à laquelle l'effort est reconstruit).

Il est utile de relever que la position centrale de l'antenne, celle à laquelle l'effort est reconstruit, est positionnée au dernier terme du vecteur W . Il s'agit d'un choix de positionnement arbitraire. Le vecteur M_{RIC} correspondant à ce choix de positionnement,

est écrit à l'équation (3.5).

$$M_{RIC}^T(\omega) = \frac{D\mu^4}{\Delta^4} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \frac{D\mu^4}{\Delta^4} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -4 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \frac{2D\nu^4}{\Delta^4} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \rho h \omega^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Cette représentation de l'opérateur RI permet de mettre en évidence l'existence de relations d'égalité ou de proportionnalité entre certains termes du vecteur M_{RI} . Ces relations sont liées à la géométrie de l'antenne, et à sa symétrie par rapport à son point central. Soient $M_{RI} = \{U_n\}_{N=13}$, et $M_{exp} = \{V_n\}_{N=13}$ un estimateur de M_{RI} , défini à un coefficient de proportionnalité près. Ce coefficient peut être cherché sous la forme d'un vecteur $A = \{\alpha_n\}_{N=13}$, chaque terme α_n étant affecté à un terme V_n .

Par définition, les termes V_n de cet estimateur doivent respecter les mêmes relations d'égalité ou de proportionnalité que les termes U_n de l'opérateur RI (on parlera alors de conditions géométriques). Ces conditions peuvent être exprimées comme suit :

$$\begin{cases} U_1 = U_4 = U_5 = U_8, \\ U_2 = U_3 = U_6 = U_7, \\ U_9 = U_{10} = U_{11} = U_{12}, \\ U_2 = -4U_1 - 2U_9. \end{cases} \quad (3.6)$$

Ces conditions seules ne permettent pas de définir la relation de proportionnalité entre l'opérateur et l'estimateur. En plus de ces conditions, les relations entre les termes de M_{RI} et les propriétés mécaniques de la structure considérée doivent être prises en compte (on parlera de conditions structurelles). Ces conditions, dans le cas d'une plaque mince, sont

les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = \frac{D\mu^4}{\Delta^4}, \\ U_9 = \frac{2D\nu^4}{\Delta^4}, \\ \sum_{n=1}^{13} U_n = -\rho h \omega^2. \end{array} \right. \quad (3.7)$$

L'idée ici est de définir les coefficients α_n de sorte que, une fois affectés aux termes V_n , ces derniers vérifient l'ensemble des conditions structurelles et géométriques. Cela revient à résoudre le système d'équation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 V_1 - \alpha_4 V_4 = 0, \\ \alpha_1 V_1 - \alpha_5 V_5 = 0, \\ \alpha_1 V_1 - \alpha_8 V_8 = 0, \\ \alpha_2 V_2 - \alpha_3 V_3 = 0, \\ \alpha_2 V_2 - \alpha_6 V_6 = 0, \\ \alpha_2 V_2 - \alpha_7 V_7 = 0, \\ \alpha_9 V_9 - \alpha_{10} V_{10} = 0, \\ \alpha_9 V_9 - \alpha_{11} V_{11} = 0, \\ \alpha_9 V_9 - \alpha_{12} V_{12} = 0, \\ \alpha_1 V_1 = \frac{D\mu^4}{\Delta^4}, \\ \alpha_9 V_9 = \frac{2D\nu^4}{\Delta^4}, \\ \alpha_2 V_2 + 4\alpha_1 V_1 + 2\alpha_9 V_9 = 0 \\ \sum_{n=1}^{13} \alpha_i V_i = -\rho h \omega^2. \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Le défaut majeur de ce procédé de calibration peut d'ores et déjà être constaté ici : afin de calibrer correctement chaque terme de l'antenne, il est nécessaire de s'appuyer sur des relations issues de l'expression analytique du comportement vibratoire de la structure. Il est également nécessaire de connaître les propriétés dynamiques de la structure considérée. Le choix de calibrer l'estimateur en réalisant un parallèle avec un cas analytique déjà bien connu est inadapté au problème traité dans ce chapitre.

3.2.3 Calibration en aval : capteur de pression

La calibration de l'estimateur M_{exp} nécessite l'intervention d'une information supplémentaire. Pour le cas précédemment évoqué de la calibration des termes de l'antenne, cette information est la connaissance des propriétés mécaniques du système étudié. Ces données étant supposées inconnues dans cette étude, une alternative consiste à introduire

cette information non pas au niveau de la structure, mais au niveau du signal à reconstruire.

Un signal de référence, mesurable par un procédé extérieur à l'antenne, est identifié à l'aide de l'estimateur. En notant $P_{ref}(\omega)$ la mesure sur l'intervalle fréquentiel ω , et $P_{exp,cal}(\omega)$ l'identification du même signal de référence par l'estimateur, un coefficient de proportionnalité C_0 est alors défini comme suit :

$$C_0(\omega) = \frac{P_{ref}(\omega)}{P_{exp,cal}(\omega)}. \quad (3.9)$$

Au premier abord, l'emploi d'un capteur extérieur servant à mesurer un signal de même nature physique que celui auquel la méthode RI, et par extension son estimateur défini dans ce chapitre, permet de remonter pose la question de l'intérêt du calcul de l'estimateur. Afin de répondre à cette question, il est utile de préciser de nouveau les propriétés de la méthode RI. L'intérêt de la méthode RI en tant que capteur d'effort est de profiter de l'effet de filtrage de la structure sur laquelle elle est appliquée, afin d'identifier certains efforts difficiles d'accès par d'autres moyens. Par exemple, lors de l'emploi de la méthode RI pour identifier la part acoustique d'une excitation par couche limite turbulente, l'effet de filtrage de la structure permet de s'affranchir de la composante aérodynamique du champ de pression.

Ainsi, dans l'optique d'utiliser l'estimateur de la méthode RI pour identifier des excitations par couche limite turbulente, l'emploi d'un microphone permet de calibrer simplement cet estimateur, mais ne permet pas la mesure du champ de pressions aéroacoustique. Cette donnée devrait cependant être accessible à l'estimateur, qui profite de l'effet de filtrage du signal par la structure d'étude.

3.3 Modélisation de l'effet de masse

Afin de valider l'approche visant à obtenir un estimateur de la méthode RI présenté dans la partie précédente, une première étape de simulation est envisagée. Cette simulation est pensée en deux parties. Dans un premier temps, l'estimateur est appliqué à un système pour lequel il existe déjà une formulation de la méthode RI. Cette étape permet une première validation de la méthode et la comparaison de ses performances avec celles de la méthode RI seule. La seconde étape doit alors permettre de présenter un cas de figure justifiant l'emploi de cet estimateur, soit une structure pour laquelle la méthode RI n'a pas été définie au risque d'apporter un biais à la reconstruction d'effort. La structure

à l'étude dans cette seconde étape doit cependant être suffisamment simple à modéliser pour ne pas nécessiter d'autres moyens techniques que ceux employés dans ce document.

Afin de satisfaire les critères de la seconde étape, il a été choisi de modéliser une plaque mince, sur laquelle des masses ponctuelles ont été disposées. La modélisation de ce système, ainsi que la validation des modèles, est présentée pour trois cas de figures : pour une poutre monodimensionnelle de longueur finie, pour une plaque bidimensionnelle infinie, et enfin pour une plaque bidimensionnelle finie.

3.3.1 Modélisation analytique d'une poutre finie avec masses ajoutées

Soit l'équation (3.10), décrivant le mouvement de flexion d'une poutre monodimensionnelle soumise à un effort linéique. Le long de cette poutre, des masses ponctuelles, de masse m_c , sont disposées aux positions d'abscisse x_p . Du point de vue de l'équation (3.10), la contribution de ces masses peut être vue comme une série d'efforts ponctuels, proportionnels au champ d'accélération aux positions x_p :

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -m_c \sum_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta(x - x_p) + f(x, t), \quad (3.10)$$

avec $\delta(x)$ la distribution de Dirac. La contribution des masses ajoutées peut être incorporée au terme de masse de l'équation du mouvement.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left(\rho S + m_c \sum_p \delta(x - x_p) \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f(x, t). \quad (3.11)$$

L'équation (3.11) permet donc de décrire le mouvement de flexion d'une poutre soumise à un effort linéique, en prenant en compte l'effet de masses ponctuelles. Afin de résoudre cette équation, la méthode de décomposition modale est employée. L'objectif est alors de chercher une solution $w(x, t)$ de l'équation sous la forme :

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) \phi_n(x), \quad (3.12)$$

avec $a_n(t)$ l'amplitude modale et $\phi_n(x)$ les déformées de la base modale. La base modale utilisée est celle d'une poutre en flexion sur appuis simple, à savoir : $\phi_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ (L est la longueur de la poutre et n l'indice modal). Ces vecteurs forment une base

orthogonale, à laquelle la norme $L/2$ est associée. En projetant l'équation (3.11) sur la base modale, le résultat suivant est obtenu :

$$K_n a_n(t) + M_n \ddot{a}_n(t) + m_c \frac{L}{2} \sum_{p=1}^P \int_0^L \phi_n(x) \delta(x - x_p) \sum_{m=1}^N \phi_m(x) \ddot{a}_m(t) dx = f_n(t), \quad (3.13)$$

avec $K_n = \frac{EIL}{2} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4$ la raideur modale de la poutre sans masse ajoutée, $M_n = \frac{\rho SL}{2}$ la masse modale de la poutre sans masse ajoutée, $F_n(t)$ l'effort généralisé, et P le nombre total de masses ajoutées. La contribution des masses ajoutées constitue le reste de l'équation, et se traduit par du couplage intermodal : l'expression de l'équation pour un mode n donné, dépend de la valeur de la solution $a_m(t)$ sur l'ensemble des m autres modes. Afin de résoudre cette équation, il est choisi dans un premier temps de l'exprimer sous forme matricielle :

$$K\mathbf{a}(t) + M\ddot{\mathbf{a}}(t) + \Phi\ddot{\mathbf{a}}(t) = \mathbf{f}(t). \quad (3.14)$$

Sous forme développée, les termes de masse et de raideur de la poutre sans masse s'écrivent :

$$K\mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} K_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & K_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ a_N(t) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M\ddot{\mathbf{a}}(t) = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & M_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{a}_1(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \ddot{a}_N(t) \end{pmatrix}$$

La contribution des masses ajoutées est condensée dans la matrice Φ , qui s'écrit :

$$\Phi = m_c \sum_p \begin{pmatrix} \phi_1^2(x_p) & \phi_p(x_p)\phi_2(x_p) & \cdots & \phi_1(x_p)\phi_N(x_p) \\ \phi_2(x_p)\phi_1(x_p) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \phi_N(x_p)\phi_1(x_p) & \cdots & \cdots & \phi_N^2(x_p) \end{pmatrix}$$

Sous cette forme, le couplage intermodal apparaît comme la contribution des termes non diagonaux de l'équation (3.14). L'équation peut être résolue dans le domaine fréquentiel. En posant $\mathbf{A}(\omega) = TF[\mathbf{a}(t)]$, et de la même manière $\mathbf{F}(\omega) = TF[\mathbf{f}(t)]$, la solution de l'équation dans le domaine fréquentiel s'écrit :

$$\mathbf{A}(\omega) = [K - \omega^2(M + \Phi)]^{-1} \mathbf{F}(\omega). \quad (3.15)$$

Afin de valider cette formulation, il est choisi d'appliquer la méthode RI, formulée pour une poutre en flexion, au champ $w(x, \omega)$ obtenu grâce à l'amplitude modale $A_n(\omega)$. La contribution des masses ajoutées peut être vue sous la forme d'efforts ponctuels reconstruits aux positions x_c . Les paramètres de simulation choisis pour cette vérification sont recensés dans la table 3.1.

Masses ponctuelles	$m_c = 0,077$	kg
Module d'Young	$E = 190$	GPa
Masse volumique	$\rho = 7700$	kg/m ³
Longueur de la poutre	$L = 1$	m
Largeur de la poutre	$l = 0,02$	m
Épaisseur de la poutre	$h = 0,001$	m
Pas spatial	$\Delta = 1,25 \cdot 10^{-3}$	m
Nombre de modes	$N = 100$	

TABLE 3.1 – Paramètres de simulation d'une poutre excitée par signal acoustique

Des masses ponctuelles m_c sont positionnées à intervalle régulier $\Delta x = 0.125$ m le long de la poutre. Un effort ponctuel est appliqué à une position indépendante et arbitraire x_0 . Le vecteur effort généralisé $\mathbf{F}(\omega)$ associé est exprimé par l'équation (3.16) :

$$\mathbf{F}(\omega) = \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{L} x_0 \\ \vdots \\ \sin \frac{n\pi}{L} x_0 \\ \vdots \\ \sin \frac{N\pi}{L} x_0 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

A partir de ces informations, il est possible d'obtenir l'amplitude modale $A_n(\omega)$ telle que définie à l'équation (3.15). Afin de valider le modèle, la méthode RI est employée au champ de déplacement obtenu à partir de deux séries d'amplitudes modales :

- le champ de déplacement $w_{ref}(x, \omega)$ est obtenu dans le cas d'une poutre sans masse ajoutée : $\Phi = 0$;
- le champ de déplacement $w_{masses}(x, \omega)$ est obtenu en prenant en compte l'effet des masses, comme défini plus haut.

La figure 3.2 présente la reconstruction d'effort obtenue par la méthode RI, à la fréquence $f_0 = 200$ Hz, pour les champs de déplacement w_{ref} et w_{masses} .

L'identification d'effort ponctuel est identique pour les deux champs de déplacement considérés, indépendamment de la présence des masses. Les masses sont bien identifiées

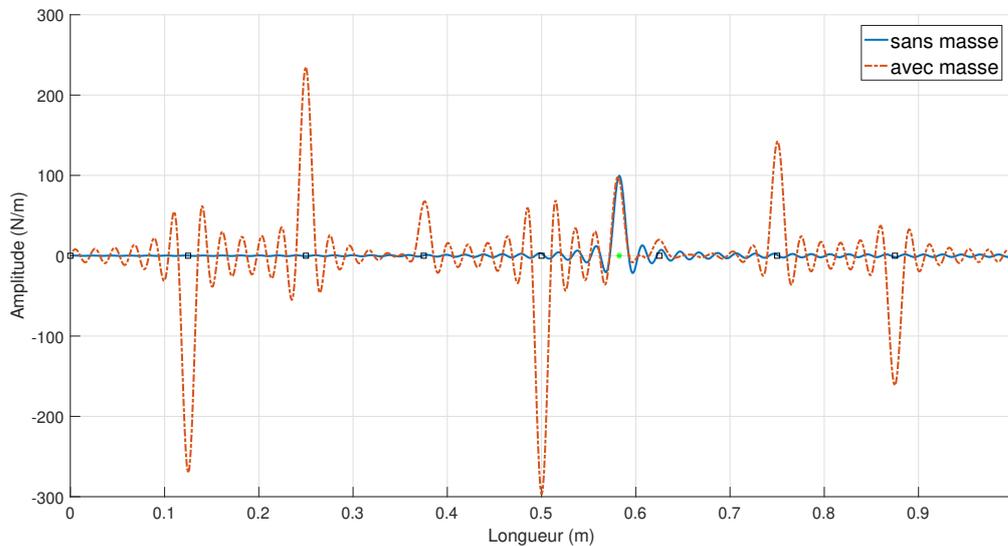


FIGURE 3.2 – Reconstruction d’un effort ponctuel le long d’une poutre, à partir des champs w_{ref} (courbe bleue continue) et w_{masses} (courbe rouge discontinue). La position de l’effort est repérée par l’étoile verte. Les positions des masses ponctuelles sont repérées par les carrés noirs.

par la méthode RI sous la forme d’efforts ponctuels aux positions auxquelles elles sont appliquées. Les lobes secondaires observables sont dus au filtrage spatial apporté par la méthode. Ce résultat valide donc le modèle de poutre en flexion avec masses ajoutées développé dans ce paragraphe.

3.3.2 Modélisation analytique d’une plaque avec masses ajoutées

L’exemple de la poutre a permis de démontrer que l’ajout de masses ponctuelles pouvait être pris en compte sur une structure descriptible analytiquement. L’idée est d’ajouter la contribution de ces masses ajoutées au terme de masse de l’équation du mouvement. Pour une structure finie, la résolution de cette équation modifiée est réalisable par décomposition modale. Avant de se pencher sur les difficultés propres à l’adaptation de cette approche pour des structures finies bidimensionnelles, il est intéressant de considérer le cas des structures infinies. En effet, ces structures présentent l’intérêt d’offrir une solution exacte de l’équation du mouvement, ne nécessitant pas de troncature à des fins de simulation. Pour la validation de l’approche proposée dans ce chapitre, l’étude des performances

de l'estimateur M_{exp} obtenu pour de telles structures est un complément à la simulation de structures finies. Pour les deux cas de figure (plaque finie et infinie), le point de départ est l'équation de Kirchhoff-Love, exprimée en termes de champ de déplacement, à laquelle l'effet de masses ponctuelles est ajouté :

$$P(x, y, \omega) = D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) - \omega^2 \left[\rho h w(x, y, \omega) + \sum_{p=1}^P m_p w(x, y, \omega) \delta(x - x_p) \delta(y - y_p) \right], \quad (3.17)$$

avec p l'indice se rapportant aux nombres de masses ponctuelles présentes (P au total) et (x_p, y_p) la position de la masse m_p .

Modélisation de l'effet de masse pour une plaque infinie

Dans une premier temps, la résolution de l'équation de Kirchhoff-Love pour le cas d'une plaque infinie est présentée en l'absence de masses ponctuelles ($m_p = 0, \forall p$). Dans ce cas de figure, le champ de pression est défini ainsi $P(x, y, \omega) = P_0 e^{jk_x x + jk_y y}$, alors le champ de déplacement en flexion est recherché sous la forme $w(x, y, \omega) = w_0 e^{jk_x x + jk_y y}$. Après résolution de l'équation du mouvement, le résultat suivant est obtenu :

$$w(x, y, \omega) = \frac{P_0 e^{jk_x x + jk_y y}}{D(k_x^2 + k_y^2)^2 - \rho h \omega^2}. \quad (3.18)$$

L'effet des masses ajoutée sur le champ de déplacement est alors pris en compte ici par le biais de la fonction de Green :

$$G(x - x_p, y - y_p) = \frac{1}{8k_f^2 D} \left(H_0^{(1)}(k_f r) - H_0^{(1)}(jk_f r) \right), \quad (3.19)$$

avec $r = \|(x - x_p, y - y_p)\|$ la distance entre le point de coordonnées (x_p, y_p) et un récepteur localisé à la position (x, y) .

Dans l'optique de combiner l'effet des masses défini ainsi avec la solution générale du champ de déplacement pour une plaque infinie, il est choisi de procéder par une approche matricielle, en discrétisant spatialement une surface finie de la plaque et en stockant les propriétés de la structure, du champ de déplacement, et de l'effort excitateur dans des vecteurs. En l'absence de masses ponctuelles, et de manière similaire à l'équation (3.1), le champ de déplacement de la plaque au centre d'une antenne en présence de masses ajoutées peut être exprimé comme la somme de deux termes : le premier est le champ

de déplacement W_{sans} de la plaque en l'absence de masses ajoutées. Le second prend en compte l'effet des masses ajoutées.

Dans le cas d'une excitation par onde plane, les termes du vecteur W_{sans} correspondent à l'application de l'équation (3.18) au niveau des positions associées à chaque terme du vecteur. Dans le cas de figure où ces termes correspondent aux positions de l'antenne telles que définies à l'équation (3.4), et en suivant la nomenclature des positions de l'antenne montrée à la figure 3.1, le vecteur W_{sans} s'exprime comme suit :

$$W_{sans}(\omega) = [w(x_0, y_2), w(x_0, y_1), \dots, w(x_{-2}, y_0), w(x_{-1}, x_0), \dots, w(x_1, y_1), \dots, w(x_0, y_0)]^T.$$

Dans le cas d'un effort ponctuel appliqué à une position arbitraire (x_e, y_e) , et en suivant la même nomenclature, le vecteur W_{sans} s'exprime ainsi :

$$W_{sans} = P_0 \begin{pmatrix} G(x_e - x_0, y_e - y_2) \\ \vdots \\ G(x_e - x_0, y_e - y_0) \end{pmatrix},$$

avec $P_0 = 1$ un effort unitaire. L'effet d'une masse ponctuelles, de masse m_c à la position (x_c, y_c) , peut alors être vu comme l'ajout d'un terme proportionnel au champ de déplacement :

$$W_{masse} = W_{sans} + \omega^2 m_c \mathbf{G} W_{masse}. \quad (3.20)$$

Le terme \mathbf{G} indique la position des masses ponctuelles. Son expression est donc tributaire du nombre de masses ponctuelles prises en compte. Dans le cas où une masse est disposée à chaque position de l'antenne, \mathbf{G} peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \frac{1}{8k_f^2 D} & G(x_0 - x_0, y_2 - y_1) & \cdots & G(x_0 - x_0, y_2 - y_0) \\ G(x_0 - x_0, y_1 - y_2) & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G(x_0 - x_0, y_0 - y_2) & \cdots & \cdots & \frac{1}{8k_f^2 D} \end{pmatrix}$$

Il est finalement possible d'exprimer le vecteur déplacement selon l'équation (3.21) :

$$W_{avec} = (Id - \omega^2 m_c \mathbf{G})^{-1} W_{sans}. \quad (3.21)$$

le terme Id désigne la matrice identité. Afin de vérifier que cette modélisation permet une prise en compte correcte de l'effet de masse, il est choisi, comme pour le cas des

poutres, d'employer la méthode RI. Du point de vue de la méthode, les masses ajoutées sont prises en compte comme des excitations impulsionnelles, et donc reconstruites en conséquence. Les paramètres de simulation considérés sont recensés dans la table 3.2.

Masses ponctuelles	$m_c = 2 \cdot 16 \cdot 10^{-3}$	kg
Module d'Young	$E = 70$	GPa
coefficient de Poisson	$\nu = 0,33$	
Masse volumique	$\rho = 2700$	kg/m ³
Longueur de la surface d'étude	$L_x = 1$	m
Largeur de la surface d'étude	$L_y = 1$	m
Epaisseur de la plaque	$h = 0,0008$	m
Pas spatial	$\Delta_x = \Delta_y = 10^{-2}$	m

TABLE 3.2 – Paramètres de simulation d'une plaque en aluminium infinie

Une fois le champ de déplacement obtenu par simulation, en absence et en présence d'une masse ponctuelle ajoutée à une position arbitraire, la méthode RI est employée pour les deux cas de figure. La figure 3.3 présente les reconstructions associées à ces deux cas de figure.

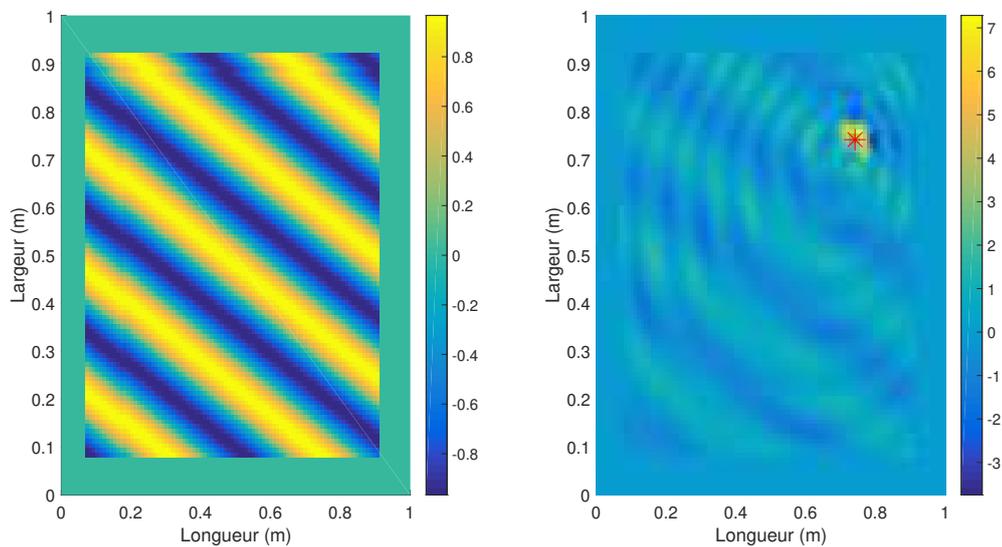


FIGURE 3.3 – Identification du champ de pression acoustique ($f = 1500$ Hz) exercé sur une plaque infinie, en absence de masses ponctuelles (figure de gauche), et en présence d'une masse ponctuelle (figure de droite). La masse ponctuelle est repérée par un marqueur en forme d'étoile rouge.

Sur le graphe de gauche de la figure 3.3, la reconstruction d'un effort exciteur de

type onde plane acoustique, formant un angle d'incidence non normal à la surface de la plaque, est présentée. La contribution de la masse ajoutée est clairement identifiable sur la figure de droite.

Modélisation de l'effet de masse pour une plaque finie

Lors de l'étude de la poutre avec masses ajoutées, la méthode de décomposition modale a été prise comme point de départ. La décomposition sur la base des modes propres d'une poutre sur appuis simples avait permis de mettre en évidence le fait que les masses ajoutées créent un couplage intermodal, qu'il était possible de prendre en compte par une approche matricielle. Pour une plaque en flexion sur appuis simples, le constat est le même, et la forme générale de la famille d'équations projetée sur la base modale est descriptible par l'équation suivante :

$$P_{mn}(t) = \frac{L_x L_y}{4} m_c \sum_{p=1}^P \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \phi_{mn}(x_p, y_p) \delta(x - x_p) \delta(y - y_c) \sum_{q=1}^N \sum_{s=1}^M \Phi_{qs}(x, y) \ddot{a}_{qs}(t) dx dy + K_{nm} a_{nm}(t) + M_{nm} \ddot{a}_{nm}(t), \quad (3.22)$$

avec $K_{nm} = \frac{DL_x L_y}{4} \left(\left(\frac{n\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y} \right)^2 \right)^2$, $M_{nm} = \frac{\rho h L_x L_y}{4}$ et $\phi_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_y} y\right)$. L'idée, comme pour le cas de la poutre, est de réussir à exprimer l'équation sous la forme matricielle suivante :

$$K\mathbf{a}(t) + M\ddot{\mathbf{a}}(t) + \Phi\ddot{\mathbf{a}}(t) = \mathbf{f}(t). \quad (3.23)$$

Cette équivalence est possible en considérant les égalités suivantes :

$$K\mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} K_{11} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & K_{1M} & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & K_{NM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11}(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{1M}(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{NM}(t) \end{pmatrix}$$

et

$$M\ddot{\mathbf{a}}(t) = \begin{pmatrix} M_{11} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & M_{1M} & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & M_{NM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{a}_{11}(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \ddot{a}_{1M}(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \ddot{a}_{NM}(t) \end{pmatrix}$$

Sous cette forme, les matrices K et M contiennent l'intégralité des combinaisons de modes latéraux m et longitudinaux n . Ces combinaisons sont contenues dans les termes diagonaux de ces deux matrices carrées de dimension $(N \times M) \times (N \times M)$. L'ensemble des couplages intermodaux peut alors être pris en compte sous la forme de termes non-diagonaux à l'intérieur de la matrice Φ :

$$\Phi = m_c \sum_p \begin{pmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & \cdots & \psi_{1M} \\ \psi_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \psi_{N1} & \cdots & \cdots & \psi_{NM} \end{pmatrix}$$

Pour des raisons de lisibilité, la matrice Φ est subdivisée en un ensemble de matrices rectangulaires ψ , de dimensions $N \times M$, définies comme suit :

$$\Psi_{ij} = \begin{pmatrix} \phi_{11}(x_p, y_p)\phi_{ij}(x_p, y_p) & \phi_{12}(x_p, y_p)\phi_{ij}(x_p, y_p) & \cdots & \phi_{1M}(x_p, y_p)\phi_{ij}(x_p, y_p) \\ \phi_{21}(x_p, y_p)\phi_{ij}(x_p, y_p) & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ \phi_{N1}(x_p, y_p)\phi_{ij}(x_p, y_p) & \cdots & \cdots & \phi_{NM}(x_p, y_p)\phi_{ij}(x_p, y_p) \end{pmatrix}$$

De manière analogue au cas de la poutre, la solution de l'équation dans le domaine fréquentiel s'écrit :

$$\mathbf{A}(\omega) = [K - \omega^2(M + \Phi)]^{-1} \mathbf{F}(\omega). \quad (3.24)$$

Afin de valider cette formulation, il est choisi d'appliquer la méthode RI, formulée pour une plaque en flexion, au champ $w(x, y, \omega)$ obtenu grâce aux amplitudes modales $\mathbf{A}(\omega)$. La contribution des masses ajoutées peut être vue sous la forme d'efforts pon-

tuels reconstruits aux positions (x_p, y_p) . Les paramètres de simulation choisis pour cette vérification sont recensés dans la table 3.3.

Masses ponctuelles	$m_c = 2 \cdot 16 \cdot 10^{-2}$	kg
Module d’Young	$E = 190$	GPa
coefficient de Poisson	$\nu = 0,27$	
Masse volumique	$\rho = 7700$	kg/m ³
Longueur de la surface d’étude	$L_x = 1$	m
Largeur de la surface d’étude	$L_y = 1$	m
Epaisseur de la plaque	$h = 0,0008$	m
Pas spatial	$\Delta_x = \Delta_y = 1,25 \cdot 10^{-2}$	m
Nombre de modes longitudinaux	$N = 40$	
Nombre de modes latéraux	$M = 40$	

TABLE 3.3 – Paramètres de simulation d’une plaque en acier

Des masses ponctuelles sont disposées à plusieurs positions arbitraires (x_p, y_p) sur la surface de la plaque. Un effort ponctuel est appliqué à une position indépendante et arbitraire (x_0, y_0) . Le vecteur d’effort généralisé $\mathbf{F}(\omega)$ associé est exprimé par l’équation (3.25) :

$$\mathbf{F}(\omega) = \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi}{L_x} x_0 \sin \frac{\pi}{L_y} y_0 \\ \vdots \\ \sin \frac{N\pi}{L_x} x_0 \sin \frac{\pi}{L_y} y_0 \\ \sin \frac{\pi}{L_x} x_0 \sin \frac{2\pi}{L_y} y_0 \\ \vdots \\ \sin \frac{N\pi}{L_x} x_0 \sin \frac{M\pi}{L_y} y_0 \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

A partir de ces informations, il est possible d’obtenir l’amplitude modale $\mathbf{A}(\omega)$ telle que définie à l’équation (3.15). Afin de valider le modèle, la méthode RI est employée au champ de déplacement obtenu à partir de deux séries d’amplitudes modales :

- le champ de déplacement $w_{ref}(x, y, \omega)$ est obtenu dans le cas d’une plaque sans masses ajoutées : $\Phi = 0$.
- le champ de déplacement $w_{masses}(x, y, \omega)$ est obtenu en prenant en compte l’effet des masses, comme défini plus haut.

La figure 3.4 présente la reconstruction d’effort obtenue par la méthode RI, à la fréquence $f_0 = 200$ Hz, pour les champs de déplacement w_{ref} et w_{masses} .

L’identification d’effort ponctuel est identique pour les deux champs de déplacement considérés, indépendamment de la présence des masses. Les masses sont bien identifiées

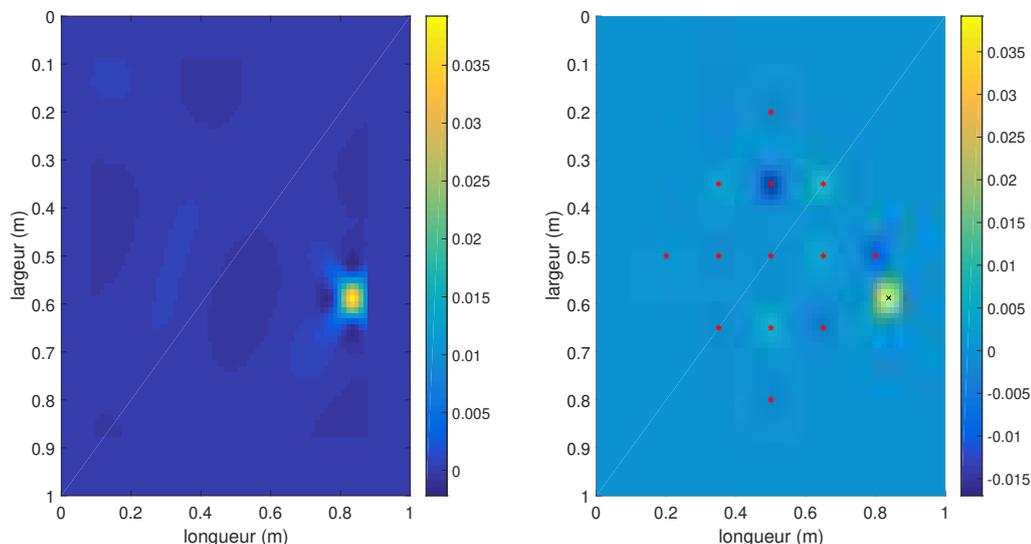


FIGURE 3.4 – Identification du champ de pression acoustique ($f = 200$ Hz) exercé sur une plaque finie, en absence de masses ponctuelles (figure de gauche), et en présence de masses ponctuelles (figure de droite). Les masses ponctuelles sont repérées par des marqueurs en formé d'étoiles rouges.

par la méthode RI sous la forme d'efforts ponctuels aux positions auxquelles elles sont appliquées. Ce résultat valide donc le modèle de plaque en flexion avec masses ajoutées développé dans ce paragraphe.

3.4 Simulation sur plaque mince : comparaison à la méthode RI fréquentielle

La théorie visant à obtenir une estimation expérimentale de l'opérateur RI ayant été développée, il est encore nécessaire de valider son utilisation. Dans un premier temps, il est choisi de valider l'approche par deux séries de simulations. Chaque simulation suit le même déroulement : dans un premier temps, une antenne de capteurs définissant les positions d'acquisition est placée sur la structure simulée. Plusieurs calculs de champs de déplacement sont alors réalisés successivement, chacun de ces champs étant issu d'une excitation ponctuelle localisée en dehors de la partie centrale de l'antenne. A partir de l'ensemble de ces champs de déplacements, l'estimateur de la méthode RI est obtenu par décomposition en valeurs singulières, comme présenté au paragraphe 3.2. La calibration de l'opérateur estimé est alors réalisée par comparaison de l'effort reconstruit par cet

estimateur à une excitation de type bruit blanc, avec l'amplitude réelle du bruit blanc au centre de l'antenne.

Une fois l'opérateur calibré, il est alors employé pour identifier un champ de pression acoustique, exercé sur la structure par une onde plane arrivant avec un angle d'incidence non nul. A ce stade de la simulation, les facteurs permettant la vérification des hypothèses d'applicabilité de la méthode sont illustrés.

Afin de comparer les résultats obtenus par l'opérateur estimé avec ceux obtenus par l'opérateur usuel de la méthode RI, la première simulation de chaque série est réalisée en considérant une structure de type plaque fine. Le comportement d'une telle structure étant descriptible analytiquement, l'analyse des résultats de cette simulation permet de constater les divergences entre les deux opérateurs. La seconde simulation de chaque série considère des plaques avec masses ajoutées. L'étude des résultats de ces simulations permet de mettre en valeur l'intérêt de l'approche proposée pour étudier des structures hors du champ d'application de la méthode RI.

Il est choisi ici de n'étudier que les configurations de type plaque, pour lesquelles les modèles théoriques ont été présentés dans la partie précédente. La simulation sur poutre n'apportant pas d'information supplémentaire, il est choisi de ne pas la considérer.

Pour chaque simulation, l'identification d'effort est réalisée au centre d'une antenne cartésienne à 13 positions pour différentes conditions. Ces différences sont implémentées au niveau du champ de déplacement $w(x, y, \omega)$ en flexion de la plaque, et peuvent être vues comme des erreurs ou du bruit. Ainsi, un deuxième champ de déplacement, noté w_b , est obtenu en ajoutant au champ de flexion un terme de bruit noté $b_w(x, y, \omega)$, défini de manière très similaire à l'équation (1.11) : l'écart-type du champ de déplacement, noté σ_w , y remplace juste le terme σ_γ . Le champ de déplacement $w_b(x, y, \omega)$ est alors obtenu :

$$w_b(x, y, \omega) = w(x, y, \omega) + b_w(x, y, \omega). \quad (3.26)$$

Un troisième champ de déplacement est calculé en multipliant chaque terme de l'antenne par un facteur multiplicatif. Cette approche permet de simuler une erreur de calibration. L'équation (3.27) illustre la manière dont cette erreur de calibration est obtenue :

$$C_w(x, y) = 1 + (2u_b - 1) \frac{p_c}{100}, \quad (3.27)$$

avec u_b une variable aléatoire suivant une loi uniforme entre 0 et 1, et p_c le pourcentage d'écart de l'erreur de calibration. Le champ de déplacement prenant en compte l'erreur

de calibration, noté $w_c(x, y, \omega)$, est ainsi défini :

$$w_c(x, y, \omega) = w(x, y, \omega)C_w(x, y). \quad (3.28)$$

Un dernier champ de déplacement est alors obtenu en combinant l'effet de l'erreur additive b_w et de l'erreur multiplicative c_w :

$$w_t(x, y, \omega) = C_w(x, y) (w(x, y, \omega) + b_w(x, y, \omega)). \quad (3.29)$$

3.4.1 Définition de la distribution d'impacts

Dans l'optique de définir un estimateur le plus représentatif de l'opérateur RI, il est nécessaire d'optimiser la distribution d'impact permettant le calcul de cet estimateur par décomposition en valeurs singulières. Le but de cette optimisation est de déterminer la distribution d'impact la plus réduite possible, afin d'être facilement reproductible expérimentalement. Le positionnement des impacts doit également assurer que le vecteur déplacement issu de chacun de ces impacts soit indépendant des autres. Afin de respecter ces deux conditions, il a été choisi que les impacts seraient distribués autour de deux cercles, chacun partageant leur centre avec celui de l'antenne RI. Afin de déterminer la combinaison optimale de rayons r_{int} et r_{ext} de ces deux cercles, plusieurs combinaisons de ces facteurs sont testées. Pour chaque combinaison, l'estimateur U_N est calculé à partir du champ vibratoire issu de la distribution d'impact correspondante. La fonction de cohérence entre cet estimateur et l'opérateur RI est alors calculé. La combinaison optimale est choisie comme celle présentant la cohérence la plus élevée sur l'ensemble du domaine des fréquences d'étude. La figure 3.5 présente l'ensemble des fonctions de cohérences obtenues pour différentes combinaisons (r_{int}, r_{ext}) . Les paramètres de simulation sont similaires à ceux présentés dans la table 3.2, à l'exception du pas spatial choisi plus grand : $\Delta_x = \Delta_y = 2 \cdot 10^{-2}m$.

Les valeurs en ordonnées des deux graphes présentés à la figure 3.5 sont des indices, chacun se référant à une combinaison spécifique de rayons $(r_{int} = a\Delta_x; r_{ext} = b\Delta_x)$ (a et b étant deux réels strictement positifs). Afin de s'assurer que le résultat présenté ici soit représentatif quel que soit le paramètre d'antenne $\Delta_x = \Delta_y$ considéré, les valeurs des deux rayons sont définies par rapport à ce paramètre. Après analyse des résultats, il apparaît que la combinaison $(r_{int} = 1.2\Delta_x, r_{ext} = 2.1\Delta_x)$ permet d'obtenir la meilleure valeur de cohérence sur l'ensemble de la bande fréquentielle d'étude. A l'inverse, la combinaison $(r_{int} = 1.8\Delta_x, r_{ext} = 2.1\Delta_x)$ permet d'obtenir la valeur de cohérence la moins optimale.

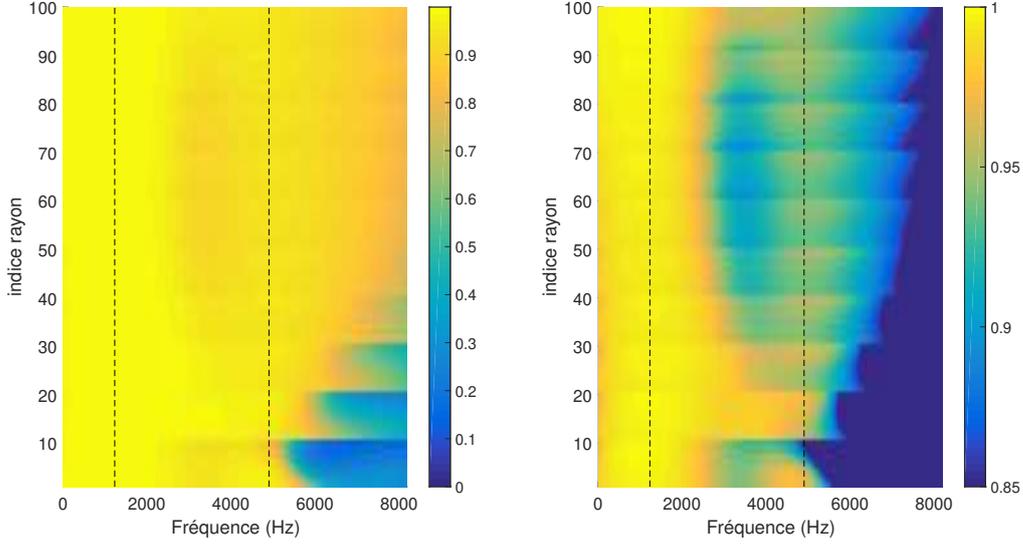


FIGURE 3.5 – Fonctions de cohérences entre l’opérateur RI et son estimateur U_N , calculées pour différentes combinaisons (r_{int}, r_{ext}) . Les deux figures présentent le même calcul ; la figure de droite présente le résultat pour les valeurs de cohérences élevées. Les lignes pointillées verticales représentent les limites fréquentielles de validité de la méthode RI.

C’est donc ce premier couple de paramètres qui sera choisi pour déterminer la distribution d’impact nécessaire à l’obtention de l’estimateur M_{exp} dans la suite de cette partie.

3.4.2 Simulation sur plaque infinie

Une série de simulations est réalisée en supposant le cas de plaques infinies. Ce cas de figure présente l’intérêt de proposer une solution exacte à l’équation de mouvement, dans le cas d’une excitation harmonique.

plaque infinie sans masse ajoutée : comparaison à la méthode RI fréquentielle

Dans un premier temps, afin d’obtenir un estimateur de l’opérateur de la méthode RI, une série d’impacts ponctuels est simulée. La réponse à chaque impact est calculée aux positions de l’antenne grâce à l’équation (3.30) :

$$G(x - x_i, y - y_i) = \frac{1}{8k_f^2 D} \left(H_0^{(1)}(k_f r_i) - H_0^{(1)}(jk_f r_i) \right). \quad (3.30)$$

La position de l’ensemble des positions d’impacts, relativement à la position des cap-

teurs de l'antenne, est montrée à la figure 3.6.

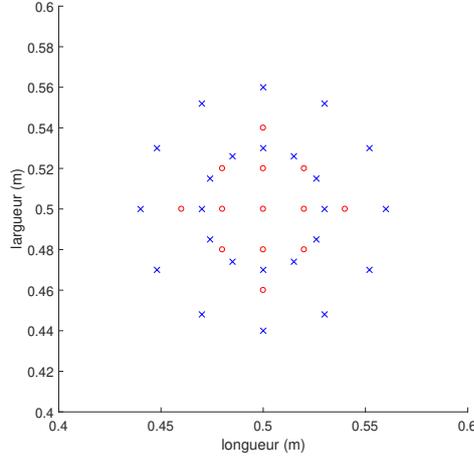


FIGURE 3.6 – Position des impacts ponctuels nécessaires à l'estimation de l'opérateur RI. Les croix bleues localisent les positions d'impacts par rapport aux cercles rouges, qui localisent les positions des différents capteurs de l'antenne cartésienne.

En suivant la procédure décrite dans le paragraphe 3.2.1, chaque impact permet de calculer au niveau de l'antenne un vecteur contenu dans la matrice W . La matrice W est ensuite décomposée pour obtenir une base de vecteurs singuliers U , à laquelle est associée une famille de treize valeurs singulières Σ_i . Afin de s'assurer que le dernier vecteur de la matrice U , noté U_N , est bien orthogonal à chaque vecteur de W , deux paramètres sont vérifiés. Dans un premier temps, la fonction de cohérence entre le vecteur U_N et le vecteur M_{RI} est tracée à la figure 3.7.

La cohérence en absence d'erreur de calibration est supérieure à 0.9 sur l'ensemble du domaine fréquentiel d'étude. Le vecteur U_N obtenu est donc une estimation satisfaisante de l'opérateur RI. En présence d'une erreur de calibration, le résultat est cependant plus faible. Ce résultat est prévisible, compte tenu du fait que l'erreur de calibration n'est pas prise en compte par la méthode RI.

La cohérence en présence de masses ponctuelles est bonne en basse et haute fréquence, mais chute en moyenne fréquence. En basse fréquence, les masses ajoutées peuvent être vues comme une masse répartie sur la plaque, ne modifiant donc pas son comportement vibratoire de manière significative. Au delà d'une certaine fréquence, cette approximation n'est plus valide, et le positionnement des masses influe localement sur le comportement vibratoire de la structure.

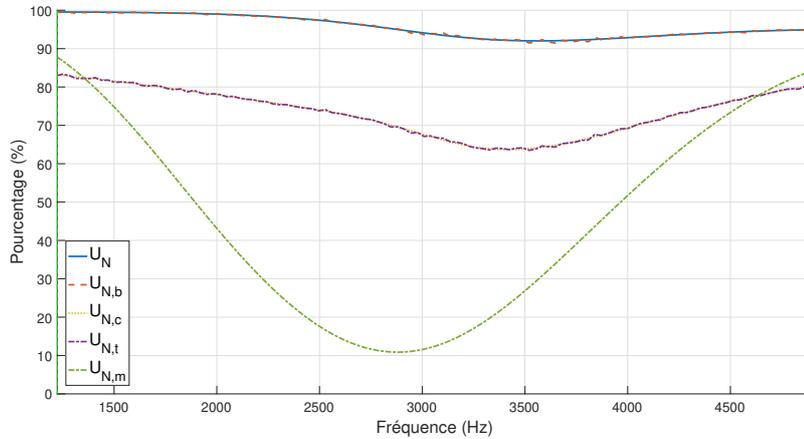


FIGURE 3.7 – Cohérence entre U_N et M_{RI} en fonction de la fréquence, pour différentes combinaisons de bruits. La courbe U_N est le résultat pour l'estimateur obtenu en absence de bruit. La courbe $U_{N,b}$ est le résultat obtenu avec un bruit de mesure. La courbe $U_{N,c}$ est le résultat obtenu avec une erreur de calibration. La courbe $U_{N,t}$ est le résultat obtenu avec les deux bruits. La courbe $U_{N,m}$ est le résultat obtenu avec les masses ponctuelles

Le second paramètre de contrôle est lié aux valeurs singulières. Si la décomposition en valeurs singulières est appliquée à une matrice non-inversible, au moins une des valeurs singulières est nulle, car associée à un vecteur ne faisant pas partie de la base sur laquelle la matrice non-inversible peut être décomposée. Dans l'étude proposée ici, la décomposition en valeurs singulières de W ne permet pas d'obtenir au moins une valeur singulière nulle. Cependant, il s'est avéré qu'obtenir une valeur singulière significativement plus faible que les autres constituait une approximation satisfaisante. La figure 3.8 présente un résultat acceptable, issu de la simulation.

Sur le graphe en haut à gauche (en absence de bruit), une valeur singulière présente bien une valeur notablement plus faible que les autres, confirmant bien l'adéquation de la distribution d'impacts choisie. L'ajout d'une composante simulant le bruit de mesure a une influence négligeable sur le résultat. En présence d'une erreur de calibration, la dernière valeur singulière se détache également bien des autres, semblant valider le fait que cette erreur est bien prise en compte par l'opérateur estimé. L'identification d'effort permettra de conclure quant à la pertinence de ce critère de validité en présence d'une erreur de calibration.

L'estimateur de la méthode RI ayant été déterminé à un facteur de proportionnalité près, la prochaine étape est de déterminer la valeur C_0 dudit facteur de proportionnalité.

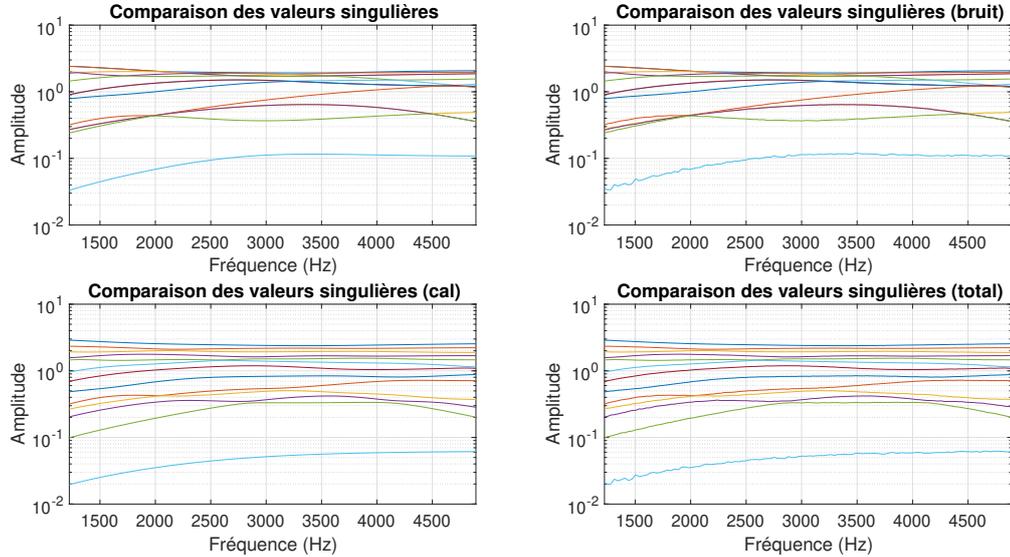


FIGURE 3.8 – Comparaison des valeurs singulières (plaque infinie). La figure en haut à gauche présente le résultat de simulation pour le champ w . La figure en haut à droite présente le résultat pour le champ w_b . La figure en bas à gauche présente le résultat pour le champ w_c . La figure en bas à droite présente le résultat pour le champ w_t .

Pour ce faire, il est choisi d'appliquer la méthode dite "en aval" (voir paragraphe 3.2.3), en effectuant la correction sur l'identification d'un effort de type bruit blanc. Le coefficient C_0 est alors défini selon l'équation (3.9).

L'estimateur M_{exp} étant défini, il est alors employé pour identifier un effort acoustique au centre de l'antenne. L'effort à identifier est une onde plane arrivant avec un angle d'incidence arbitraire sur la plaque, telle que définie à l'équation (1.8).

Le champ de déplacement issu de cette excitation est calculé au niveau de l'antenne. De la même manière que précédemment, différents types de bruit sont attribués au champ de déplacement. Il est important de noter que le bruit $b(x, y, \omega)$ est de nouveau calculé, mais que l'erreur de calibration introduite précédemment reste la même.

Dans un premier temps, afin de comparer les performances de l'estimateur comparativement à ce que propose la méthode RI, l'effort est identifié en considérant le champ de déplacement exempt de tout type de bruit. La figure 3.9 présente ce résultat.

L'analyse de la figure 3.9 met en évidence le fait que, pour une structure dont les propriétés mécaniques sont connues et en l'absence de bruit, l'identification proposée par la méthode RI est plus fidèle que celle apportée par son estimateur M_{exp} . Une chute du niveau marquée, évoluant avec la fréquence, est observable pour la reconstruction d'effort

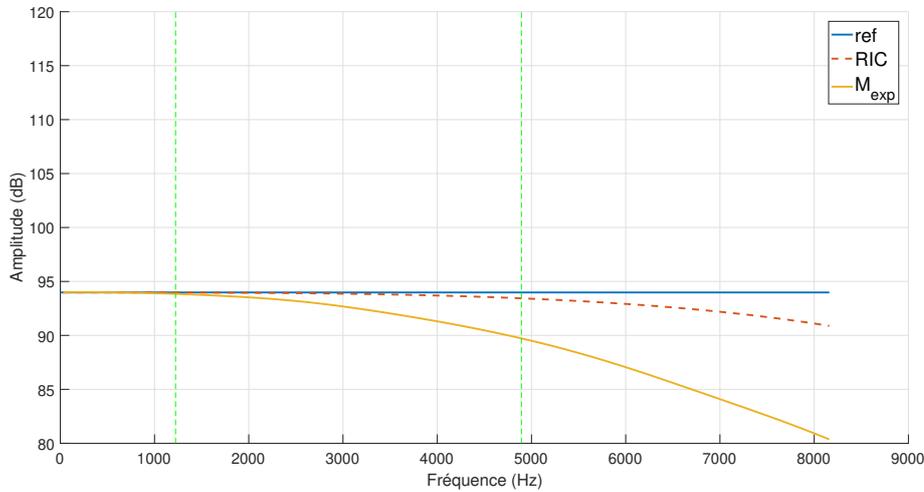


FIGURE 3.9 – Identification de l’effort avec la méthode RIC et son estimateur, à partir d’un champ de déplacement $w(x, y, \omega)$ non bruité (les lignes verticales vertes pointillées délimitent les frontières fréquentielles de la méthode RI).

à partir de l’estimateur. De même, l’analyse de la figure 3.10, qui présente la même comparaison obtenue à partir d’un champ de déplacement bruité, permet d’aboutir à une conclusion similaire.

Sur la figure 3.10, l’impact du bruit est plus prononcé pour la reconstruction de l’effort par l’estimateur M_{exp} . Ce résultat s’explique par le fait que l’estimateur doit au préalable être déterminé à partir de données bruitées. Le bruit de mesure inhérent à la mesure du champ de déplacement intervient donc à deux étapes, la seconde étant l’identification de l’effort.

Afin de conclure quant à l’intérêt de la méthode, il convient de l’essayer sur des données que la méthode RI n’est pas conçue pour traiter. La figure 3.11 présente la comparaison des efforts identifiés avec la référence, pour un champ de déplacement présentant une erreur de calibration.

Si l’apport de l’estimateur comparativement à la méthode RI n’est pas apparent au premier abord, le résultat de l’estimateur en présence d’une erreur de calibration dévie peu du résultat obtenu en absence de cette même erreur. La méthode RI en revanche, présente un résultat différent sensiblement du résultat obtenu lorsque la calibration de l’antenne est maîtrisée. Dans ces conditions, l’estimateur permet une identification d’effort de meilleure qualité.

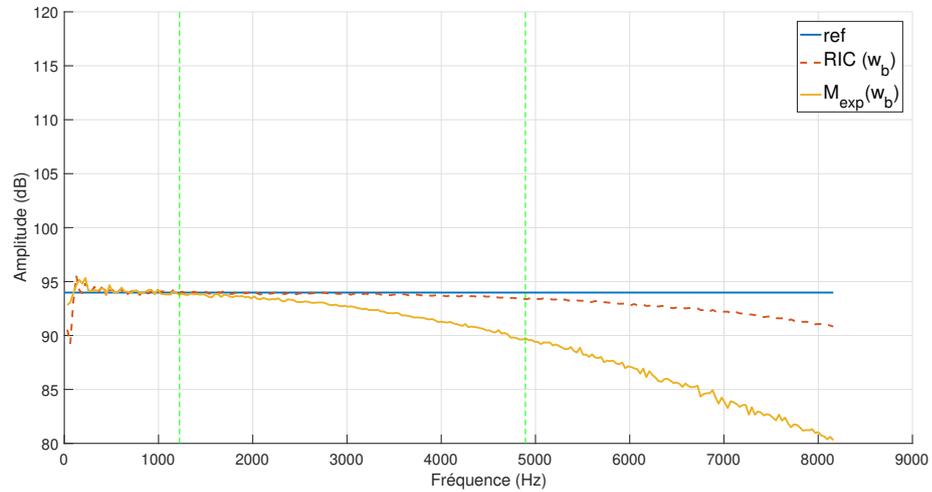


FIGURE 3.10 – Identification de l’effort avec la méthode RIC et son estimateur, à partir d’un champ de déplacement $w_b(x, y, \omega)$ bruité (les lignes verticales vertes pointillées délimitent les frontières fréquentielles de la méthode RI).

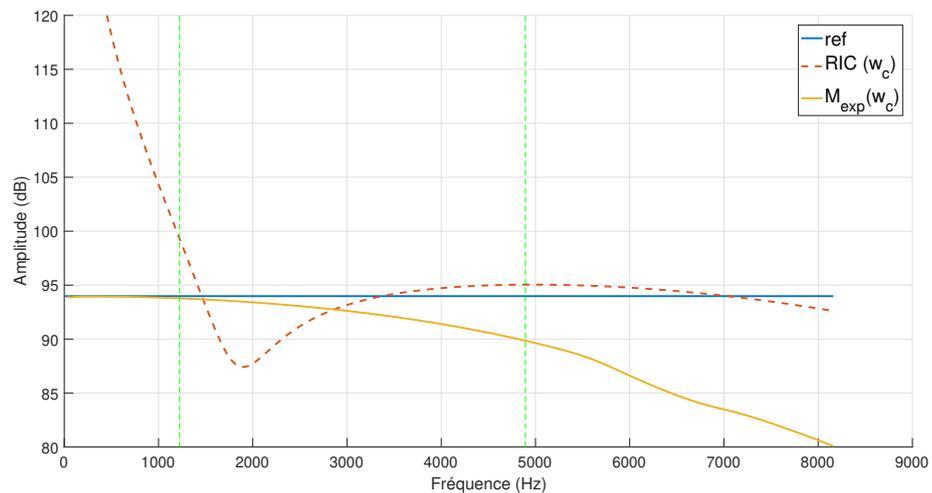


FIGURE 3.11 – Identification de l’effort avec la méthode RIC et son estimateur, à partir d’un champ de déplacement $w_c(x, y, \omega)$ bruité (les lignes verticales vertes pointillées délimitent les frontières fréquentielles de la méthode RI).

Plaque infinie avec masses ajoutées : apport de l'estimateur

L'apport de l'estimateur à l'identification d'effort est maintenant testé dans le cas où les données structurales du système étudié ne sont pas décrites par l'opérateur théorique de la méthode RI. Le cas d'une structure présentant des masses ponctuelles, décrit dans le paragraphe précédent, sert ici de base à la simulation. Les masses ponctuelles sont positionnées au niveau de chaque capteur de l'antenne.

Comme précédemment, l'estimateur M_{exp} est tout d'abord déterminé par le biais d'une série d'impacts, répartis tout autour de l'antenne comme montré à la figure 3.1. Cet estimateur est alors calibré à l'aide d'un relevé du champ de pression au niveau du centre de l'antenne.

Le champ de pression issu d'une onde plane est alors relevé au niveau du centre d'antenne. Le champ vibratoire de la structure en réponse à cette excitation est également relevé au niveau de l'antenne. La pression de référence, relevée au centre de l'antenne, est alors comparée aux reconstructions par les opérateurs M_{RI} et M_{exp} . Le résultat de la comparaison est présenté à la figure 3.12.

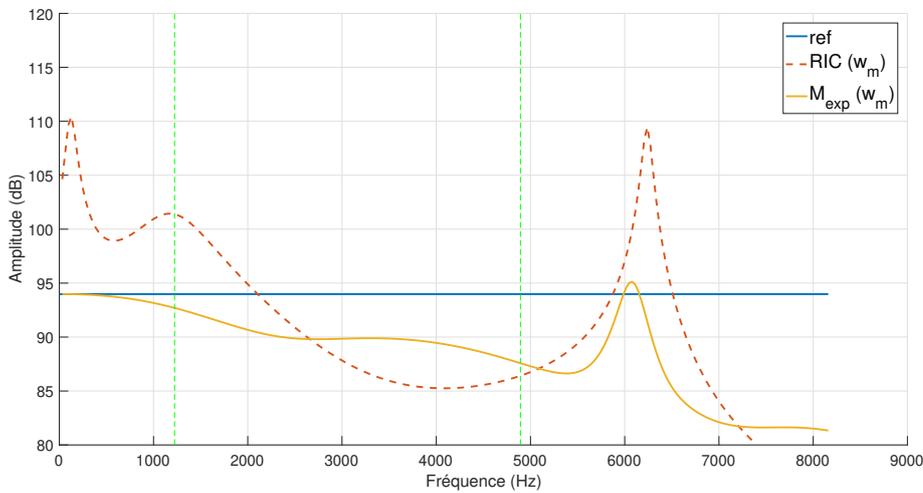


FIGURE 3.12 – Identification de l'effort avec la méthode RIC et son estimateur, à partir d'un champ de déplacement $w_c(x, y, \omega)$ en présence de masses ponctuelles (les lignes vertes verticales pointillées délimitent les frontières fréquentielles de la méthode RI).

La reconstruction de l'effort par l'opérateur estimé M_{exp} diffère peu des reconstructions obtenues par les opérateurs estimés dans d'autres conditions. Le procédé d'obtention de cet estimateur s'avère donc robuste et adaptable. L'opérateur RI n'étant pas prévu pour

prendre en compte l'effet des masses ajoutées, et celles-ci étant situées jusqu'au centre de l'antenne, il est normal que la reconstruction d'effort par la méthode RI ne fonctionne pas ici.

Les résultats de simulation pour une plaque infinie ont montré que la méthode de calcul de l'estimateur M_{exp} permet de bien prendre en compte des conditions de bruit ou d'écart par rapport à un modèle analytique. Les reconstructions d'un même effort par les estimateurs varient peu quelles que soient les conditions de simulation.

3.5 Validation expérimentale de la méthode

Afin de valider l'approche proposée dans ce chapitre, une expérience est proposée. Cette expérience emploie un dispositif globalement similaire à celui présenté au chapitre 2. L'idée est d'identifier l'estimateur M_{exp} à l'aide d'une antenne d'accéléromètres sur une structure prédéterminée. Dans un second temps, la pression d'une excitation acoustique est reconstruite au centre de l'antenne.

3.5.1 Protocole expérimental

Une plaque en aluminium est bafflée à une paroi. D'un côté de la paroi (côté émission), une source acoustique est positionnée à 20 cm de la plaque. L'axe de la source est placé perpendiculairement à la structure. Un microphone est situé en sortie directe du haut parleur. A l'intersection de l'axe de la source avec la surface de la plaque, un microphone est placé. De l'autre coté de la plaque (côté réception), une antenne cartésienne d'accéléromètres est installée. L'accéléromètre en position centrale est disposée au même niveau que le microphone disposé en paroi côté émission. Au niveau de ce même accéléromètre, un autre microphone est disposé côté réception. Un dernier microphone est installé au centre du baffle côté réception.

La figure 3.13 présente une photographie du montage expérimental coté émission, la figure 3.14 présente sa contrepartie côté réception.

Sur la figure 3.13, plusieurs positions sur les contours de cercles concentriques, centrés au niveau du centre de l'antenne d'accéléromètres, sont repérées aux marqueurs. Ces positions servent à repérer les impacts qui serviront à obtenir l'estimateur de l'opérateur RI. Ces positions sont réparties pour permettre le test de trois séries d'impacts différentes, telles que proposées par la figure 3.15.

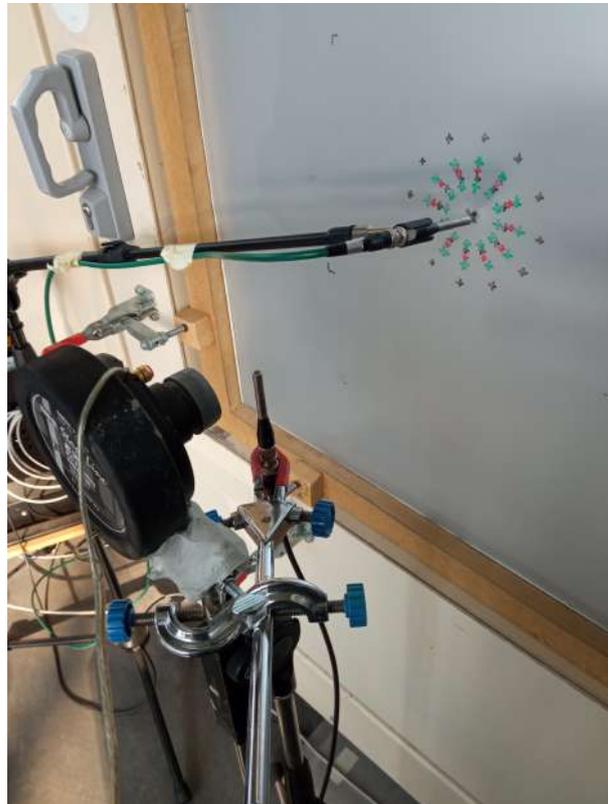


FIGURE 3.13 – Montage expérimental (côté émission).

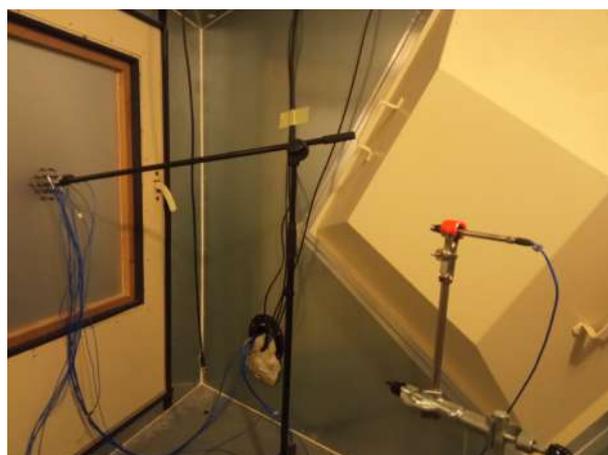


FIGURE 3.14 – Montage expérimental (côté réception).

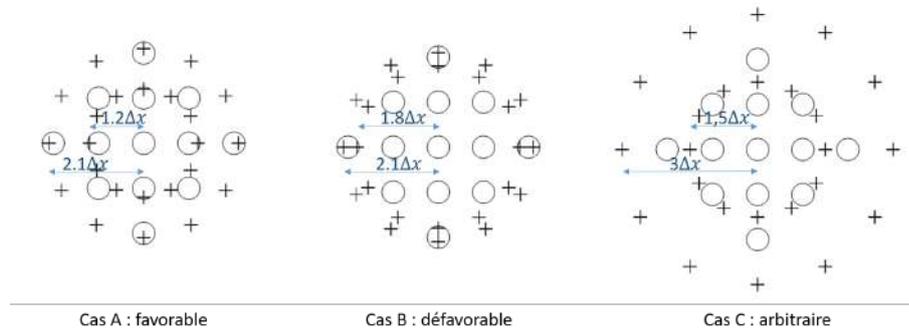


FIGURE 3.15 – Schémas de répartition d'impacts autour de l'antenne d'accéléromètres. Les cercles représentent les positions d'accéléromètres, les croix repèrent les positions d'impacts à appliquer. L'écart de chaque cercle au centre est repéré par un facteur proportionnel au pas de l'antenne.

Ces schémas d'antennes correspondent à trois cas de figure. Le cas A, dit "favorable", doit théoriquement permettre l'identification de l'estimateur M_{exp} le plus fidèle à l'opérateur RI théorique. Le cas B, dit "défavorable", présente au contraire la distribution d'efforts la moins adaptée. Le cas C, dit "aléatoire", présente un entre deux choisi arbitrairement. Le critère ayant déterminé ces choix d'antennes est le résultat de l'étude théorique présentée en figure 3.5. Pour rappel, il s'agit du résultat d'une série de calculs visant à déterminer la meilleure cohérence entre l'opérateur M_{RI} et son estimateur, obtenue pour différentes distributions d'impacts. Cette série de calculs a été réalisée en considérant une plaque infinie. L'analyse des résultats de l'expérience permettra de déterminer si cette approximation est néanmoins pertinente comme critère de choix d'antenne. La comparaison des fonctions de cohérences des opérateurs issus de ces trois distributions d'impact est faire figure 3.16 :

Afin de pouvoir simuler l'effet de masse ajoutée, une épaisseur de plaque suffisamment mince est considérée, de sorte à ce que la masse ajoutée des accéléromètres puisse être vue comme une série de masses ponctuelles. Les propriétés mécaniques de la plaque en aluminium employée pour ces essais sont indiquées dans la table 3.4.

Pour chaque position d'impact repérée, un impact est effectivement réalisé. Pour chaque série d'impacts correspondant aux cas de figure A, B et C, un estimateur de la méthode RI, désigné par la suite par le terme $U_{exp,A}$, $U_{exp,B}$ ou $U_{exp,C}$, est alors déterminé. De la source acoustique, un bruit blanc est alors émis. Les efforts reconstruits par l'antenne par les opérateurs $U_{exp,i}$ sont combinés à la différence de pression mesurée par les deux microphones pariétaux de part et d'autre de la plaque. Cette combinaison sert à

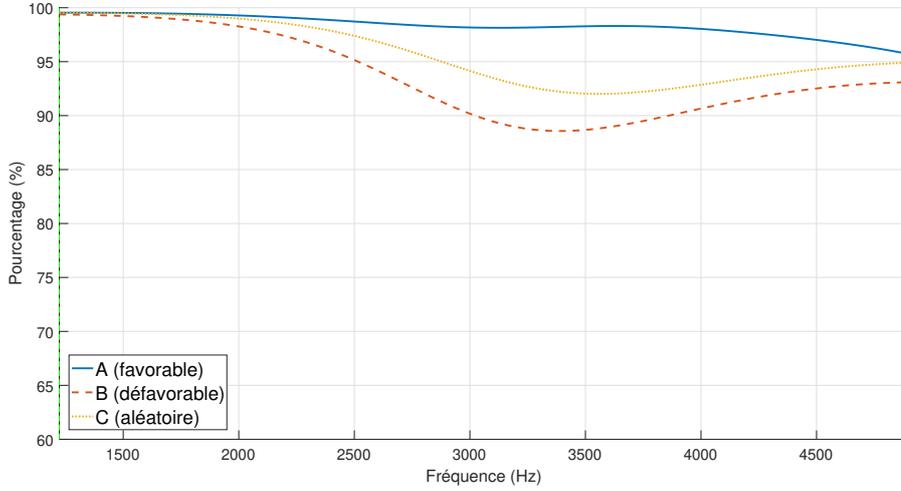


FIGURE 3.16 – Comparaison des fonctions de cohérences obtenues pour les trois distributions d’impacts A, B, et C.

Module d’Young	$E = 70$	GPa
Coefficient de Poisson	$\nu = 0,33$	
Masse volumique	$\rho = 2700$	kg/m ³
Longueur de la plaque	$L = 0,90$	m
Largeur de la plaque	$l = 0,80$	m
Epaisseur de la plaque	$h = 0,0008$	m
Pas spatial	$\Delta = 0,02$	m

TABLE 3.4 – Paramètres mécaniques de la plaque utilisée lors des essais

aboutir au coefficient de proportionnalité, qui permet finalement de déterminer la valeur de l’estimateur expérimental $M_{exp,i}$ pour les trois cas d’études. L’estimateur ainsi obtenu est employé pour identifier des efforts acoustiques variés et comparer aux performances de l’opérateur théorique $M_{th,RI}$.

3.5.2 Résultats des mesures

Pour chaque cas de figure A, B et C, deux types de signaux sont reconstruits : un signal sinusoïdal et un signal impulsionnel filtré de sorte à contenir de l’information uniquement dans la bande d’étude de la méthode. Le cas A est présenté en premier lieu. Afin de s’assurer que la distribution d’impacts permet d’obtenir une série de champs vibratoires suffisamment indépendants au niveau de l’antenne, l’ensemble des valeurs singulières issues

de cette série d'impacts est tracée en fonction de la fréquence. Ce résultat est présenté à la figure 3.17.

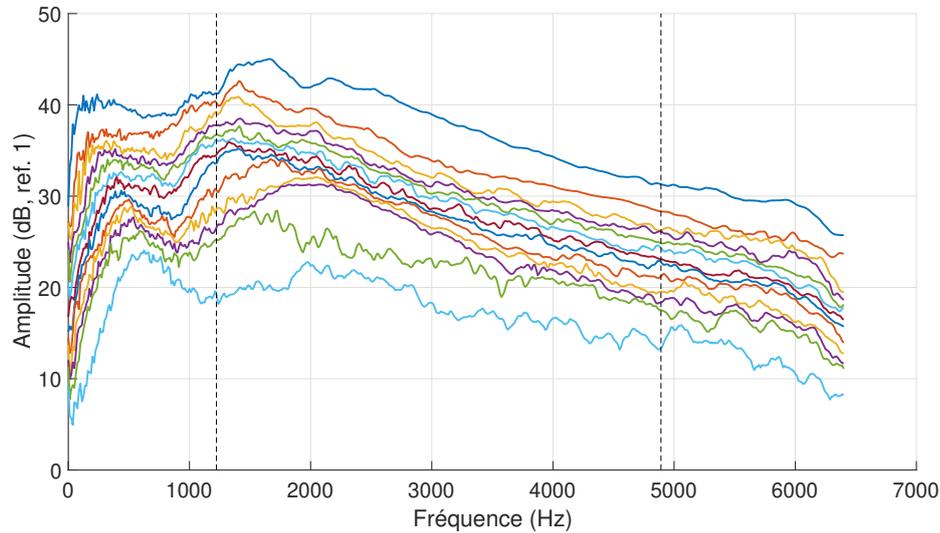


FIGURE 3.17 – Valeurs singulières obtenues pour la distribution d'impacts A. Les lignes noires verticales discontinues représentent les limites fréquentielles de la méthode RI.

La valeur singulière de plus faible amplitude, celle directement liée à l'estimateur, présente une amplitude inférieure à l'ensemble des autres valeurs singulières. Ce constat tend à démontrer que la distribution d'impact permet d'obtenir suffisamment de champs vibratoires linéairement indépendants. Le tracé des reconstructions est alors réalisé.

La figure 3.18 présente la reconstruction d'effort dans le domaine fréquentiel du signal sinusoïdal. La reconstruction de la pression au centre de l'antenne par l'estimateur est comparée à la reconstruction par la méthode RI et au signal relevé par le microphone central.

L'estimateur proposé permet une identification correcte de l'effort au niveau de la fréquence du signal. En dehors de cette fréquence, la méthode se révèle plus sensible au bruit que la méthode RI. Ce constat était attendu par la théorie, et la composante à identifier émerge distinctement du bruit. Avant de conclure sur les performances de l'opérateur, la reconstruction du second signal est présentée.

La figure 3.19 présente la reconstruction d'effort dans le domaine fréquentiel du signal impulsionnel. La reconstruction de la pression au centre de l'antenne par l'estimateur est comparée à la reconstruction par la méthode RI et au signal relevé par le microphone central.

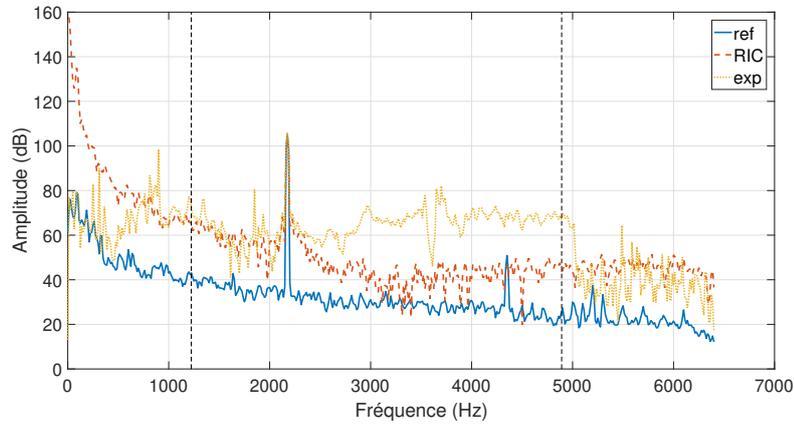


FIGURE 3.18 – Reconstruction du signal harmonique au centre de l'antenne par l'estimateur (cas A). La pression de référence mesurée au microphone (courbe bleue continue) est comparée à la pression reconstruite par la méthode RI (courbe rouge discontinue) et par l'estimateur (courbe jaune pointillée). Les lignes noires verticales discontinues représentent les limites fréquentielles de la méthode RI.

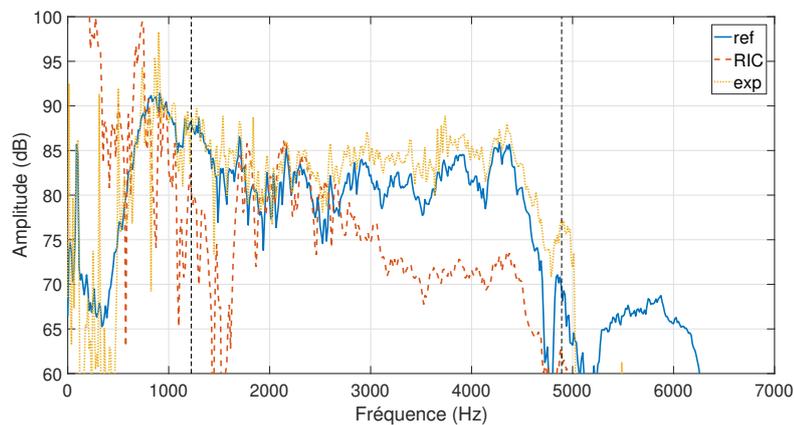


FIGURE 3.19 – Reconstruction du signal impulsionnel au centre de l'antenne par l'estimateur (cas A). La pression de référence mesurée au microphone (courbe bleue continue) est comparée à la pression reconstruite par la méthode RI (courbe rouge discontinue) et par l'estimateur (courbe jaune pointillée). Les lignes noires verticales discontinues représentent les limites fréquentielles de la méthode RI.

L'identification de l'effort par l'estimateur est satisfaisante sur l'ensemble de la bande fréquentielle d'étude. En hautes fréquences, l'amplitude est bien mieux identifiée par l'estimateur que par l'opérateur de la méthode RI. La qualité de l'identification est meilleure que ce que le résultat de la décomposition en valeurs singulières laissait entrevoir. Cette écart peut s'expliquer par le choix du coefficient de proportionnalité. L'influence de ce critère sur la reconstruction semble primer sur l'influence du résultat de la décomposition en valeurs singulières.

Afin de confirmer ce constat, la comparaison des résultats de cette étude avec ceux obtenus pour les cas de figure B et C est proposée. Au préalable, afin de vérifier la pertinence des distributions d'impacts proposées, la cohérence entre l'estimateur et l'opérateur RI est calculée pour les trois distributions d'impacts. Le résultat est présenté à la figure 3.20.

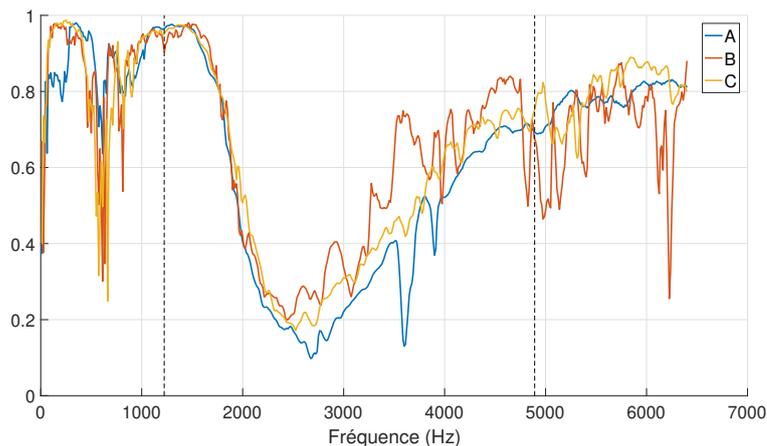


FIGURE 3.20 – Cohérence entre l'estimateur M_{exp} et l'opérateur théorique M_{RI} , pour les trois distributions d'impacts choisies.

Pour les trois distributions d'impacts, la cohérence entre l'estimateur et l'opérateur RI est bonne en basse fréquence, mais chute significativement autour de $2kHz$, avant de remonter progressivement. Peu d'écarts sont observables entre les trois cas d'études. L'allure globale de ces tracés de cohérence peut s'expliquer de deux façons différentes. Si l'effet des masses des accéléromètres sur la structure n'est pas négligeable, l'opérateur théorique de la méthode RI n'est pas adapté à décrire le comportement de ladite structure. De fait, la mauvaise cohérence entre l'estimateur et l'opérateur théorique est normale et attendue. Si l'effet des masses est négligeable, la mauvaise cohérence peut s'expliquer comme une inadéquation de la distribution d'impact à identifier correctement l'opérateur

théorique. Compte tenu de l'analyse faite de la figure 3.5, la première hypothèse est privilégiée : la même chute dans le domaine des basse fréquence, imputable aux masses ajoutées, était observables dans les résultats de simulation.

La cohérence calculée variant peu d'une distribution à l'autre, seul le cas d'étude B sera finalement présenté dans la suite de ce paragraphe.

La figure 3.21 présente la reconstruction de la pression issue du signal impulsionnel au centre de l'antenne, pour un estimateur obtenu à partir de la distribution d'impacts B.

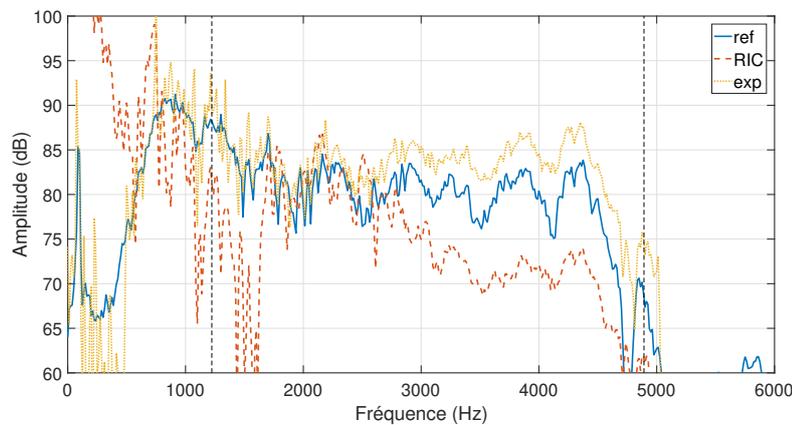


FIGURE 3.21 – Reconstruction du signal impulsionnel au centre de l'antenne par l'estimateur (cas B). La pression de référence mesurée au microphone (courbe bleue continue) est comparée à la pression reconstruite par la méthode RI (courbe rouge discontinue) et par l'estimateur (courbe jaune pointillée). Les lignes noires verticales discontinues représentent les limites fréquentielles de la méthode RI.

Comme attendu, le résultat présente très peu de différences avec celui présenté à la figure 3.19. La reconstruction de l'effort par l'estimateur est excellente, mais il reste compliqué de déterminer dans quelle mesure le coefficient de calibration influence le résultat.

Afin d'estimer cette influence, il est choisi de tracer l'identification d'un effort sinusoïdal pour chaque distribution d'impacts, en employant l'estimateur avant calibration. Dans cette configuration, la reconstruction d'amplitude sera inévitablement biaisée, mais l'effort devrait être identifiable sous la forme d'un pic à la fréquence du signal. Le résultat est présenté à la figure 3.22.

La sinusoïde est clairement identifiable à la fréquence du signal émis par la source acoustique, et ce pour les trois cas de distribution d'impacts. L'opérateur est donc en soi bien apte à identifier la pression au centre de l'antenne de capteurs, indépendamment du coefficient de calibration.

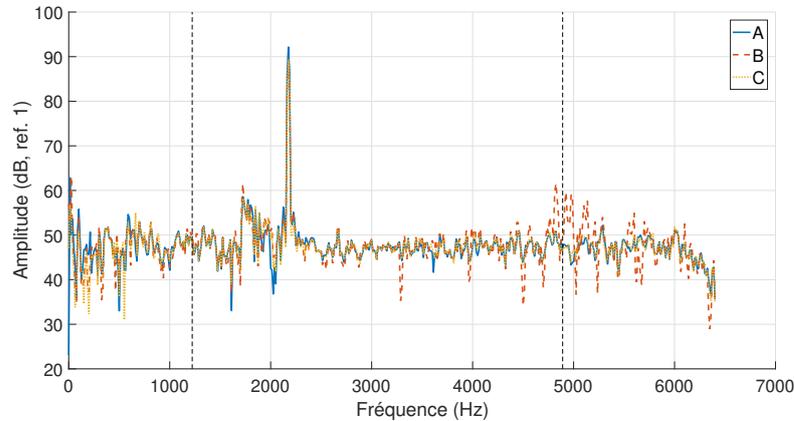


FIGURE 3.22 – Reconstruction du signal sinusoïdal au centre de l’antenne par l’estimateur (avant calibration). Le cas de figure A (courbe bleue continue) est comparé au cas de figure B (courbe rouge discontinue) et C (courbe jaune pointillée). Les lignes noires verticales discontinues représentent les limites fréquentielles de la méthode RI.

Conclusion

La méthode RI se base sur une connaissance des propriétés dynamiques de la structure, couplée à une identification du champ de déplacement à certaines positions d’une structure, pour identifier un effort appliqué à ladite structure. L’adaptation de la méthode RI à des structures pour lesquelles les relations entre les propriétés dynamiques ne sont pas descriptibles analytiquement demande un degré de calcul supplémentaire afin de déterminer la partie structurelle de l’équation.

Une méthode de calcul a été proposée visant à estimer les coefficients d’antenne de la méthode RI par le biais d’une analyse préalable du champ vibratoire de la structure, lorsque soumise à une distribution d’impacts choisie. Cette méthode, basée sur la décomposition en valeurs singulières, a fait l’objet dans un premier temps de simulations sur des structures analytiquement descriptibles, afin d’être comparée à la méthode RI usuelle. Une fois validée, une approche a été théorisée pour éprouver la méthode sur des structures complexes simulées. Enfin, la méthode a été soumise à une campagne d’essais sur plaque avec masses ponctuelles ajoutées.

Des simulations, il ressort que l’approche proposée permet effectivement d’identifier un effort. Comparativement à la méthode RI, un degré de calcul supplémentaire est introduit, nécessitant l’emploi de données bruitées. De fait, pour des structures descriptibles analytiquement, l’estimateur proposé s’avère moins performant que l’opérateur RI, plus sensible

au bruit. Cependant, ses performances s'avèrent meilleures dès lors que les paramètres structuraux ne sont plus couverts par la méthode RI.

De l'expérience, il ressort que l'estimateur permet d'identifier de manière satisfaisante un effort harmonique ou transitoire. Plusieurs cas de distribution d'impacts visant à identifier l'estimateur ont été testés, sans influencer grandement sur la qualité de la reconstruction. Cependant, cet aspect mériterait une étude plus approfondie. De plus, la calibration de l'opérateur se base sur la comparaison de ses performances avec une mesure de pression d'un bruit blanc. Dans ces conditions, la méthode ne présente pas d'apport apparent. Afin de statuer sur son intérêt, il faudrait l'éprouver à l'identification d'un effort acoustique pour lequel une mesure directe de pression n'est pas envisageable.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Conclusion

Dans le cadre du projet VIRTECH, l'objectif de cette thèse était de proposer une méthode susceptible d'identifier dans le domaine temporel la part effective du champ de pression acoustique issu d'une excitation par couche limite turbulente. Le défi à relever était double : dans un premier temps, une méthode à même de discriminer la partie acoustique d'une excitation comportant une importante part aérodynamique devait être définie. Dans un second temps, la méthode proposée devait être adaptée de sorte à être applicable à des structures complexes.

Le point de départ choisi a été la méthode RIC. Cette méthode inverse permet l'identification d'un effort acoustique exercé sur une structure, à partir de l'équation analytique de la structure et du relevé du champ vibratoire exercé par l'effort en différents points de la structure. Cette méthode avait déjà été éprouvée à l'identification d'effort de type couche limite turbulente dans le domaine fréquentiel. Une adaptation de la méthode dans le domaine temporel a donc été proposée et validée par la simulation et l'expérience. La particularité de l'approche proposée est la définition de filtres, traduits dans le domaine temporel par transformée de Fourier inverse. Ces filtres peuvent être facilement définis au préalable, ce qui ouvre la possibilité de faire fonctionner cette méthode en temps réel.

Adapter la méthode RIC à des structures non descriptibles analytiquement revient à ajouter une inconnue au problème. Afin de déterminer cette inconnue, une étape supplémentaire a été ajoutée à la méthode, permettant d'identifier les coefficients structuraux à appliquer à chaque position de l'antenne de capteur employé dans la méthode. Ces coefficients sont d'abord identifiés relativement les uns aux autres, permettant d'obtenir une estimation de la méthode RIC à un coefficient près. Deux approches différentes ont été proposées afin de déterminer ce coefficient de proportionnalité. Les résultats de simulation et d'expérience montrent que cette approche est prometteuse, mais demande une étude paramétrique plus approfondie afin d'optimiser l'obtention de l'opérateur estimé de la méthode RIC. L'identification d'une excitation par couche limite turbulente, ou de toute autre excitation difficile à mesurer à l'aide d'un capteur de pression, par cette méthode

reste à réaliser, et permettrait de confirmer son intérêt.

L'étape de calibration de l'estimateur peut être également utilisée dans le cadre de la méthode RIC usuelle : dans le cas où les propriétés mécaniques de la structure sont connues, l'information supplémentaire apportée par l'identification des coefficients structuraux permet de calibrer une part importante des capteurs de l'antenne. Il est toujours nécessaire de connaître le coefficient de calibration d'une fraction minoritaire des capteurs. L'intérêt de cette approche et sa validation expérimentale restent encore à démontrer formellement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. Bailly G. Robert B. Arguillat, D. Ricot. Measured wavenumber : Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations. *Journal of the Acoustic Society of America*, 128 :1647–1655, 2010.
- [2] P. G. Bremner J. F. Wilby. Aero-vibro-acoustics : Problem statement and methods for simulation-based design solution. 06 2002.
- [3] E. Guyader J. L. Guyader N. Totaro C. Cacciolati, P. Neple. Comparison of the vibroacoustic behaviour of a rectangular thin plate excited by a diffuse sound field and a turbulent boundary layer. 2006.
- [4] Q. Leclère A. Pereira A. Disenmeyer, J. Antoni. A probabilistic approach for cross-spectral matrix denoising : Benchmarking with some recent methods. *Journal of the Acoustic Society of America*, 147 :3108–3123, 2020.
- [5] A. Disenmeyer. *Probabilistic approach for the separation of the acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations*. These de doctorat, Université de Lyon, 2020.
- [6] P. Challande R. Marchiano V. Valeau et al. Y. Zhou, F. Ollivier. Design and use of a three-dimensional array of mems microphone for aeroacoustic measurements in wind-tunnels. 2021.
- [7] C. Pezerat. *Méthode d'identification des efforts appliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse*. These de doctorat, INSA de Lyon, 1996.
- [8] D. Lecoq. *Identification par problème inverse vibratoire des bas nombres d'onde de pressions pariétales turbulentes*. These de doctorat, Le Mans Université, 2013.
- [9] O. Grosset. *Identification de la pression pariétale turbulente par problème inverse vibratoire dans les domaines aéronautique et naval*. These de doctorat, Le Mans Université, 2017.
- [10] C. Pézerat J-L. Guyader M.C. Djaama, N. Ouelaa. Reconstruction of a distributed force applied on a thin cylindrical shell by an inverse methode and spatial filtering. *Journal of Sound and Vibration*, 301 :560–575, 2007.

-
- [11] B. Lascoup J. Brocaïl F. Ablitzer, C. Pézerat. Identification of the flexural stiffness parameters of an orthotropic plate from the local dynamic equilibrium without a priori knowledge of the principal directions. *Journal of Sound and Vibration*, 404 :31–46, 2017.
- [12] Q. Leclère F. Marchetti, K. Ege. Development of the corrected force analysis technique for laminated composite panels. *Journal of Sound and Vibration*, 404, 2020.
- [13] J. Carpentier. *Identification des sources aéroacoustiques à partir de mesures vibratoires sur vitrages automobiles*. These de doctorat, Le Mans Université, 2019.
- [14] E. Meteyer. *Identification d’efforts par vibrométrie holographique plein champ*. These de doctorat, Le Mans Université, 2021.
- [15] J. Hadamard. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, pages 49–52, 1902.
- [16] V. Arsenine A. Tikhonov. Méthode de résolution de problèmes mal posés. Technical report, Moscou, 1976.
- [17] P. Hansen. Rank-deficient and discrete ill-posed problems. Technical report, SIAM, 2004.
- [18] H. Benaroya J. Sanchez. Review of force reconstruction techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 2014.
- [19] P. Hamelin E. Jaquelin. Force recovered from three recorded strains. *International Journal of Solids and Structures*, 40 :73–88, 2003.
- [20] A.L. Wicks N.S. Vyas. Reconstruction of turbine blade forces from response data. *Mechanism and Machine Theory*, 36 :177–188, 2001.
- [21] Q.H. Zeng S.S. Law, T.H.T. Chan. Moving force identification : a time domain method, journal of sound and vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 201 :1–22, 1997.
- [22] L. Yu T.H. Yung T.H.T. Chan, S.S. Law. Moving force identification studies. i : theory, journal of sound and vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 247 :59–76, 2001.
- [23] S.E.S. Karlsson. Identification of external structural loads from measured harmonic responses. *Journal of Sound and Vibration*, 196 :59–74, 1996.
- [24] O. Robin A. Berry C. Marchetto, L. Maxit. Measurement techniques of the sensitivity functions to characterize the vibration response of panels under turbulent boundary

-
- layer excitation. In *Flinovia—Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects-II : A Focus on Measurement, Modeling, Simulation and Reproduction of the Flow Excitation and Flow Induced Response*, 2018.
- [25] M. Grédiac F. Pierron. *The Virtual Fields Method - Extracting Constitutive Mechanical Parameters from Full-field Deformation Measurements*. Springer, 2012.
- [26] M. A. Sutton V. Tiwari. F. Pierron. Ultra high speed dic and virtual fields method analysis of a three point bending impact test on an aluminium bar. *Exp Mech*, 51 :537–563, 2011.
- [27] S. R. Hallett et al. R. Moulart, F. Pierron. Full-field strain measurement and identification of composites moduli at high strain rate with the virtual fields method. *Exp Mech*, 51 :509–536, 2011.
- [28] O. Robin F. Pierron A. Berry. Identification of dynamic loading on a bending plate using the virtual fields method. *Journal of Sound and Vibration*, 333(26) :7151–7164, 2014.
- [29] A. Berry P. O’Donoghue, O. Robin. Time-resolved identification of mechanical loadings on plates using the virtual fields method and deflectometry measurement. *Strain*, 2017.
- [30] Q. Leclère K. Ege N. Madinier, A. Berry. Comparison of two force identification methods from full field vibration measurements performed with optical deflectometry. In *Proceedings of ISMA2022-USD2022*, 2022.
- [31] J.F. Doyle. Further developments in determining the dynamic contact law. *Experimental Mechanics*, 24 :265–270, 1984.
- [32] J.F. Doyle. Experimentally determining the contact force during the transverse impact of an orthotropic plate. *Journal of Sound and Vibration*, 118 :441–448, 1987.
- [33] J.F. Doyle. Wave propagation in structures. Technical report, Springer, Berlin, 1989.
- [34] C.T. Sun C. Chang. Determining transverse impact force on a composite laminate by signal deconvolution. *Experimental Mechanics*, 29 :414–419, 1989.
- [35] P. Hamelin E. Jaquelin, A. Bennami. Force reconstruction : analysis and regularization of a deconvolution problem. *Journal of Sound and Vibration*, 265 :81–107, 2003.
- [36] P.C. Hansen. Rank-deficient and discrete ill-posed problems. Technical report, SIAM, 1998.

-
- [37] H.Y. HU X.Q. Jiang. Reconstruction of distributed dynamic loads on a euler beam via mode-selection and consistent spatial expression. *Journal of Sound and Vibration*, 316 :122–136, 2008.
- [38] H.Y. HU X.Q. Jiang. Reconstruction of distributed dynamic loads on a thin plate via mode-selection and consistent spatial expression. *Journal of Sound and Vibration*, 323 :626–644, 2009.
- [39] C.H. Huang. A non-linear inverse vibration problem of estimating the external forces for a system with displacement-dependent parameters. *Journal of Sound and Vibration*, 248 :789–807, 2001.
- [40] C.H. Huang. A non-linear inverse problem in estimating simultaneously the external forces for a vibration system with displacement-dependent parameters. *Journal of the Franklin Institute*, 342 :793–813, 2005.
- [41] S. Kim C.H. Huang, C.C. Shih. An inverse vibration problem in estimating the spatial and temporal-dependant external forces for cutting tools. *Applied Mathematical Modelling*, 33 :2638–2698, 2009.
- [42] E. Wu C.S. Yen. On the inverse problem of rectangular plates subjected to elastic impact. part 1 : method development and numerical verification. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 62 :692–698, 1995.
- [43] E. Wu C.S. Yen. On the inverse problem of rectangular plates subjected to elastic impact. part 2 : experimental verification and further applications. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 62 :699–705, 1995.
- [44] X. Peng T. Zhu C. Xiong Y. Zhang J. Fang J. Huang, L. Qin. Cellular traction force recovery : an optimal filtering approach in two dimensional fourier space. *Journal of Theoretical Biology*, 259 :811–819, 2009.
- [45] F.E. Gunawan. Levenberg marquardt iterative regularization for the pulse type impact-force reconstruction. *Journal of Sound and Vibration*, 331 :5424–5434, 2012.
- [46] A. Pasqualli M.G. Gasparo, A. Papini. A two stage method for nonlinear inverse problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 198 :471–482, 2007.
- [47] L. Perotin S. Granger. An inverse method for the identification of a distributed random excitation acting on a vibrating structure. part 1 : theory. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 13 :53–65, 1999.
- [48] P. Feissel E. Zhang, J. Antoni. Bayesian force reconstruction with an uncertain model. *Journal of Sound and Vibration*, 259 :387–407, 2003.

-
- [49] J. Antoni. A bayesian approach to sound source reconstruction : Optimal basis, regularization, and focusing. *Journal of the Acoustic Society of America*, 131 :2873–2890, 2012.
- [50] J. Antoni A.A. Pereira, Q. Leclère. A theoretical and experimantal comparison of the equivalent source method and bayesian approach to noise source identification. In *Proceedings of BEBEC 2012*, Berlin,Germany, 2012.
- [51] C. Faure. *Approches bayésiennes appliquées à l’identification d’effors vibratoires par l méthode de Résolution Inverse*. These de doctorat, Le Mans Université, 2017.
- [52] M. Aucejo O. de Smet J. Ghibaudo. Performances of a family of new sequential bayesian filters for input estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 204, 2023.
- [53] G. De Roeck G. Degrande E. Lourens, E. Reynders and G. Lombaert. An augmented kalman filter for force identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 27 :446–460, 2012.
- [54] S. Chakraborty S. Narasimhan R. Nayek. A gaussian latent force model for joint input-state estimation in linear structural systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 128 :497–530, 2019.
- [55] E-M Lourens A. Cicirello J. Zou. Virtual sensing of subsoil strain response in monopile-based offshore wind turbines via gaussian process latent force models. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 200, 2023.
- [56] S. Gillijns B. De Moor. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems with direct feedthrough. *Automatica*, 43 :934–937, 2007.
- [57] S. Gillijns E. Reynders G. De Roeck G. Lombaert E. Lourens, C. Papadimitriou. Joint input-response estimation for structural systems based on reduced-order models and vibration data from a limited number of sensors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 29 :310–327, 2012.
- [58] D. Teymouri L. S. Katafygiotis O. Sedehi, C. Papadimitriou. Sequential bayesian estimation of state and input in dynamical systems using output-only measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 131 :659–688, 2019.
- [59] E. Chatzi C. Papadimitriou S. Eftekhar Azam. A dual kalman filter approach for state estimation via output-only acceleration measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 60-61 :866–886, 2015.

-
- [60] C. Pézerat Q. Leclère. Vibration source identification using corrected finite difference schemes. *Journal of Sound and Vibration*, 331 :1366–1377, 2012.
- [61] C. Pézerat Q. Leclère, F. Ablitzer. Practical implementation of the corrected force analysis technique to identify the structural parameter and load distributions. *Journal of Sound and Vibration*, 351 :106–118, 2015.
- [62] E. Pereira C. Picard P. Souchotte Q. Leclère, E. Chéron. Design and experimental validation of an array of accelerometers for in-flow acoustic beamforming applications. In *Proceedings of the 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Lyon, France, 2016.
- [63] C. Pézerat Q. Leclère. Time domain identification of loads on plate-like structures using an array of acoustic velocity sensors. In *Proceedings of Acoustics08, Berlin, Germany*, Paris, France, 2008.
- [64] N. Totaro C. Pézerat P. Souchotte G. Robert F. Chevillotte, Q. Leclère. Identification d'un champ de pression pariétale induit par un écoulement turbulent à partir de mesures vibratoires. In *Proceedings of the 10e Congrès Français d'Acoustique*, Lyon, France, 2010.
- [65] C. Renzi. *Identification expérimentale de sources vibratoires par résolution du problème inverse modélisé par un opérateur éléments finis local*. These de doctorat, INSA de Lyon, 2011.
- [66] T. Wassereau. *Experimental identification of flexural and shear complex moduli by inverting the Timoshenko beam problem*. These de doctorat, INSA de Lyon, 2017.
- [67] J.-M. Génevaux J. Bégué F. Ablitzer, C. Pézerat. Identification of stiffness and damping properties of plates by using the local equation of motion. *Journal of Sound and Vibration*, 333 :2454–2468, 2014.
- [68] B. Lascoup J. Brocaïl F. Ablitzer, C. Pézerat. Identification of the flexural stiffness parameters of an orthotropic plate from the local dynamic equilibrium without a priori knowledge of the principal directions. *Journal of Sound and Vibration*, 404 :31–46, 2017.
- [69] M. Le Deunf. *Caractérisation par problème inverse de l'amortissement présent dans une structure sandwich mousse-plaque avec différents types de contact à l'interface*. These de doctorat, Le Mans Université, 2022.
- [70] J. L. Guyader. *Vibration in continuous media*, volume 441. Wiley Online Library, 2006.

Titre : Identification des excitations aéroacoustiques par problème inverse vibratoire dans le domaine temporel

Mot clés : résolution inverse, identification d'efforts, couche limite turbulente, pression pariétale, aéroacoustique

Résumé : Quantifier les performances acoustiques de structures soumises à des excitations par couche limite turbulente nécessite des essais complexes et coûteux, tant sur le plan économique qu'écologique. Dans l'optique de substituer à ces essais des méthodes plus accessibles et reproductibles, le projet VIRTECH s'intéresse à l'identification de la part acoustique de ces efforts. La mesure directe de la composante acoustique d'une excitation aérodynamique étant complexe, il est préfé-

rable d'aborder le problème de manière indirecte, en analysant le champ vibratoire généré par la pression pariétale exercée par la couche limite turbulente. La méthode RIC est une alternative intéressante, ayant déjà fait ses preuves dans le domaine fréquentiel. Un développement temporel est mis en place, ainsi qu'une adaptation de la méthode, potentiellement applicable à des structures plus complexes, comme une coque d'avion

Title: Identification of aeroacoustic excitations using a vibratory inverse method in time domain.

Keywords: inverse resolution, force identification, turbulent boundary layer, aeroacoustic

Abstract: Qualifying the acoustic performances of structures that are submitted to a boundary layer excitation is a complex and expensive process. In order to make it more accessible and reproducible, the VIRTECH project aims to identify the acoustic pressure that is generated by such excitation. As it is difficult to discriminate the acoustic part from the aerodynamic part with a direct measurement, an inverse vibration method has to be used, that

can analyze the response in vibration of a structure submitted to boundary layer excitation. The Corrected Force Analysis Technique (CFAT), has already been successfully used to identify such pressure field in the frequency domain. Here, a time domain application is proposed, as well as another variant of the method, that could potentially be used to identify excitation on more complex structures, such as plane shells.