



HAL
open science

Étude de structures électroniques non-linéaires dans la magnétosphère et le vent-solaire : théorie et simulations

Gaëtan Gauthier

► **To cite this version:**

Gaëtan Gauthier. Étude de structures électroniques non-linéaires dans la magnétosphère et le vent-solaire : théorie et simulations. Physique des plasmas [physics.plasm-ph]. Sorbonne Université, 2023. Français. NNT : 2023SORUS676 . tel-04538305

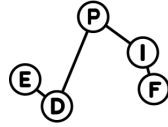
HAL Id: tel-04538305

<https://theses.hal.science/tel-04538305>

Submitted on 9 Apr 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Spécialité de doctorat : Physique

Ecole Doctorale n° 564 : Physique en Ile de France (EDPIF)

préparée au

Laboratoire de Physique des Plasmas (LPP)

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Étude de structures électroniques non-linéaires dans la magnétosphère et le vent solaire : théorie et simulations

Thèse présentée et soutenue à Paris, le 21 décembre 2023, par

Gaëtan GAUTHIER

Devant le jury composé de :

Andrea CIARDI

Professeur SU, LERMA

Président

Pierre HENRI

Chargé de Recherche CNRS, Lagrange (OCA)

Rapporteur

Vincent GÉNOT

Astronome, IRAP

Rapporteur

Olga ALEXANDROVA

Astronome, LESIA

Examinatrice

Chadi SALEM

Senior Researcher au SSL, Berkeley

Examineur

Philippe SAVOINI

Professeur SU, LPP

Directeur de thèse

Olivier LE CONTEL

Directeur de recherche CNRS, LPP

Encadrant de thèse

Thomas CHUST

Chargé de recherche CNRS, LPP

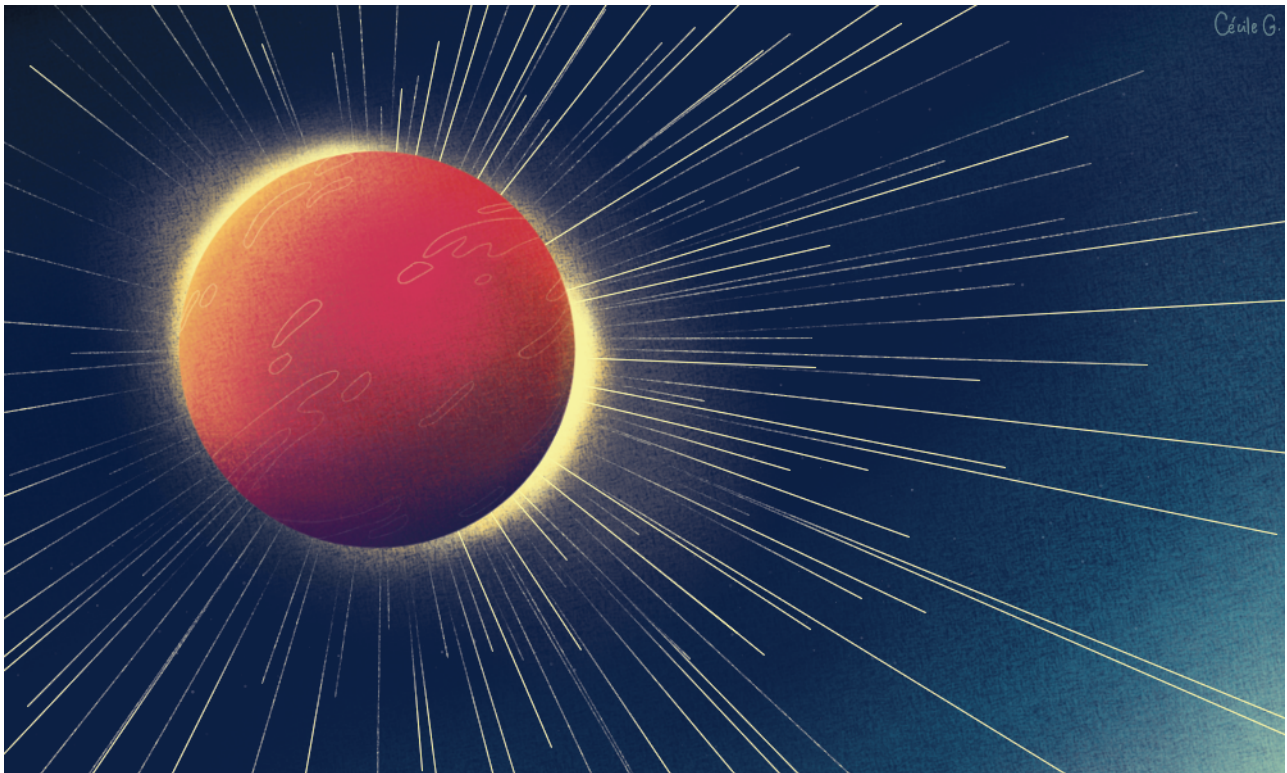
Encadrant de thèse

*Étude de structures électroniques
non-linéaires dans la magnétosphère et le
vent solaire : théorie et simulations*

Gaëtan GAUTHIER

Thèse dirigée par :
Philippe SAVOINI & Olivier LE CONTEL & Thomas CHUST

Préparée au Laboratoire de Physique des Plasmas (Sorbonne Université)
École Doctorale : Physique en Ile de France (n ° 564)
Soutenue à Paris, le 21 décembre 2023



REMERCIEMENTS

Un de mes enseignants de physique-chimie du collège/lycée (qui se reconnaîtra) m'a toujours répété : « **La physique, c'est fantastique** ». En effet, voici l'achèvement de plusieurs années d'études avec la Physique ! Celles-ci se terminent au Laboratoire de Physique des Plasmas. Voici le moment d'écrire cette partie qui, j'espère, me permettra d'exprimer ma reconnaissance, ma sympathie, mes remerciements.

Tout d'abord, je souhaite remercier mon directeur de thèse Philippe Savoini. Enseignant passionné et patient, tes conseils et tes avis ont toujours été précieux. Merci de m'avoir fait confiance et accompagné pendant ces trois années de thèse afin d'arriver au grade de Docteur. Merci pour nos discussions, scientifiques ou non, les nombreuses relectures (laborieuses) de mes travaux, l'école d'été de Roscoff, tes conseils d'enseignant expérimenté. Merci d'avoir toujours été attentif et de toujours laisser la porte de ton bureau ouverte. Je peux te le dire ici, j'affectionnais particulièrement t'écouter prononcer tes expressions telle que « *black-bouller* ».

Merci à Olivier Le Contel pour ton encadrement de ma thèse pendant cette dernière année. Malgré les temps difficiles, tu avais toujours les bons mots pour m'encourager dans le travail. Grâce à ton accompagnement, nous avons pu finaliser cette thèse. Tu m'as fait confiance pour encadrer des stagiaires. Nous avons fait un bout de chemin sur la compréhension des phénomènes non-linéaires (si beaux). Merci à toi d'avoir su canaliser la « fougue » de la jeunesse et apporter la « sagesse » de ton expérience.

Merci à Thomas Chust, mon maître du BGK, qui a grandement participé à ma thèse pendant ces dernières années en accompagnant de ton œil avisé mes travaux et toujours de bon conseil lorsque nous discutons par visioconférence ou devant ton tableau noir.

Merci énormément à vous trois pour votre encadrement, vos retours et nos discussions. Ces trois (puis deux) années furent enrichissantes !

Merci à Andréa Ciardi d'avoir accepté de diriger mon jury de thèse. Vous qui étiez mon enseignant en Master, merci de me permettre de finaliser mon cursus à Sorbonne Université. Merci à Pierre Henri d'avoir accepté d'être le rapporteur de cette thèse, merci pour tes conseils scientifiques au commencement de ce travail. Merci à Vincent Génot d'avoir accepté d'être le rapporteur de cette thèse. Merci à Olga Alexandrova de m'avoir initié à l'Électromagnétisme en L2 et de m'avoir présenté les plasmas spatiaux et la turbulence lors de mon premier stage en laboratoire. Merci également à Chadi Salem d'avoir accepté d'examiner cette thèse. Merci à Carine Briand et Fabrice Mottez pour leurs retours constructifs sur ce manuscrit.

Merci à Gérard d'avoir accepté d'être mon « parrain de thèse » dans mon comité de suivi de thèse. Toi la « *Rock Star* » des plasmas spatiaux, tu as toujours été un soutien plein de bon conseil et d'anecdotes. Merci à Pierre d'avoir accepté d'être mon « tuteur scientifique » dans mon comité de suivi de thèse avec qui tout paraît simple et limpide. Merci à Laurence qui m'a soutenue, épaulée, encouragée lors de mes propositions scientifiques ou au sein de la cellule COM. C'est toujours un plaisir d'échanger avec toi. Enfin, merci à Roch pour nos échanges constructifs sur la physique, les méthodes numériques et l'enseignement. Merci à Lina pour sa gentillesse, ses encouragements et nos discussions autour des missions spatiales. Thanks you to Konrad for our discussions and the enthusiasm about EH.

Quant au laboratoire, merci à sa direction, Dominique, Anne, Pascal et Fouad, d'avoir accepté que ma thèse se déroule au sein du LPP. Puis merci à mes camarades du LPP : Clément, le premier « Savoini-

boy », avec qui les discussions et les tours du lac étaient toujours agréables et fourmillants d'idées. Vincent pour nos débats sur la physique, nos pauses repas ainsi que nos trop nombreux cafés qui auraient pu nous coûter la vie. Un dernier mot : un petit calcul et on s'en va ! Merci à vous deux pour vos remarques constructives, vos questionnements et vos relectures ! Merci à Melissa pour sa sollicitude et son authenticité. Thank you to Soboh for our discussions, our amazing coffee and our enthusiasm about science. Merci aux membres de l'équipe des plasmas spatiaux avec qui j'ai pu échanger et tout particulièrement à Sébastien, Alessandro, Laurent, Nicolas, Alexis, Matthieu et Nicole (qui nous a quittée en février 2022). Merci beaucoup aux membres de l'équipe COM : Svetlana, Olivier, Tarek et Philippe A. Merci à Marilyne, Chérifa, Christiane, Catherine (qui nous a quittée en juin 2022) et Edouard pour vos réponses avec gentillesse à mes questions (parfois répétées) et votre inconditionnelle bienveillance. Merci à l'équipe informatique, et en particulier Stéphane, pour vos réponses précieuses et vos conseils avisés (en particulier lors de la Covid) ! Merci à celles et ceux avec qui j'ai partagé un bureau de Palaiseau ou Jussieu à l'instar de Jean-Luc, Alejandro, Soboh, Georgy et Dominique. Enfin, merci aux équipes du CINES de nous avoir permis d'effectuer nos simulations dans les meilleures conditions et d'avoir répondu à mes questions.

Je me dois de remercier la « mission Tokyo » : Merci à Christophe de m'avoir partagé ton affection pour l'enseignement ainsi que nos nombreux échanges (tel *Absolem* d'Alice au Pays des Merveilles). Merci à Emily de m'avoir permis d'enseigner la Mécanique Quantique à tes côtés me permettant d'exacerber mon goût pour enseigner. Merci pour nos fous rires réguliers du vendredi que j'attendais parfois, toute la semaine et de m'avoir soutenus pendant toute cette période ! Merci à Marie D. pour nos petits cafés nous permettant de discuter et de nous évader (au Japon entre autre) l'espace de quelques minutes voire quelques heures...

Merci à Vladimir pour ces conseils et ces encouragements tout au long de ma scolarité à Sorbonne Université (anciennement UPMC) et tout au long de cette thèse. Merci à toi de ta confiance et de ta bienveillance pendant la rédaction de notre livre.

Quant à l'enseignement, merci beaucoup à Thibaut pour ta confiance et tes réponses face à mes doutes de jeune enseignant ! Merci à ma binôme d'enseignement Paola pour ta confiance, nos cafés (corsés) du vendredi matin lors des fameux TPs.

Merci à mes collègues professeurs du collège et du lycée pour m'avoir régulièrement encourager et remotiver pour finaliser ce manuscrit thèse. Merci à Stéphane, Christine, Yamina, Audrey, Mélanie, Élodie pour les soutiens et les encouragements pour persévérer dans l'accomplissement de cette thèse.

Évidemment, je me dois de remercier mes proches : amis et famille. Merci à eux de m'avoir accompagnés pendant mes études et, en particulier, pendant cette thèse qui ne fût pas de tout repos. Merci à ma famille d'être toujours présente, de m'avoir permis d'étudier, d'écouter mes bavassements sur la Physique, de m'avoir soutenue dans mes choix, dans relectures fastidieuses et de répondre à mes questions, mes angoisses, mes réflexions et mes idées. Merci à mes amis qui m'ont encouragés et soutenus et en particulier, Axel et Walid que j'ai rencontré sur les bancs de cette université, merci à eux ! Merci à Cécile, Gaele, Véro et tous les autres du Théâtre. Enfin, merci à Thierry qui a une place particulière. Mille mercis pour ton soutien infaillible de tous les jours, pour les discussions interminables qui me guident et m'encouragent, pour nos voyages passés, présents et futurs, pour tes relectures et pour tes indéfectibles encouragements dans mes choix et mes idées.

À tous, je vous réitère mes remerciements,

Gaëtan

RÉSUMÉ

Au cours de cette thèse, nous avons fait une étude en deux parties distinctes avec un point commun : l'instabilité de faisceau-plasma (ou « *bump-on-tail* » en anglais). Dans un premier temps, nous avons étudié les émissions d'ondes électromagnétiques à la fréquence plasma et sa première harmonique dans le contexte héliosphérique. Notre étude a été essentiellement numérique et basée sur des simulations (SMILEI) massivement parallèles « *Particle-In-Cell* » (PIC) 2D3V générant des ondes électrostatiques puis électromagnétiques par relaxation d'un faisceau d'électrons à l'origine des sursauts radio de type III qui se propagent dans le plasma du vent solaire. En généralisant les études précédentes, les caractéristiques physiques et numériques de nos simulations nous ont permis d'étudier les modes principaux des ondes associées à ces émissions générées par un couplage non-linéaire. Par un choix de paramètres, nous avons montré que le bruit numérique (inhérent aux codes PIC) pouvait être suffisamment réduit pour nous permettre de modéliser les fluctuations de densité observées dans le vent solaire. Ce qui est une condition permettant de montrer que ces fluctuations, bien que très faibles, peuvent modifier les caractéristiques des émissions.

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à des structures cinétiques non-linéaires appelées « trou d'électron dans l'espace des phases » (ou EH en abrégé) observées dans de nombreuses régions de la magnétosphère. Notre étude a été menée suivant deux approches : (i) Une étude théorique basée sur la méthode intégrale BGK (pour Bernstein-Greene-Kruskal) permettant de déterminer les distributions des particules (électrons et ions) associées à ces EHs, ainsi que leurs conditions d'existence. Nous avons ainsi développé un modèle 3D de symétrie de révolution autour du champ magnétique ambiant, qui tient compte à la fois de la dérive de polarisation des électrons et d'une description plus réaliste des conditions aux limites du plasma avec l'introduction de la vitesse de l'EH par rapport au plasma ambiant. Ce modèle nous a permis de caractériser le rapport entre échelles parallèle et perpendiculaire des EHs dans les différentes régions de la magnétosphère ainsi que certaines restrictions sur leurs conditions d'existence. (ii) La seconde approche est une étude numérique PIC permettant de générer ces EHs avec des conditions initiales réalistes et de les comparer aux observations spatiales *in situ*. Grâce à une étude paramétrique, nous avons montré que les conditions du milieu (champ magnétique ambiant, densité du faisceau) impactent leur génération et leur nature (quasi-électrostatique ou avec une composante de champ magnétique interne). Cette étude numérique qualitative et quantitative a notamment permis de préciser certains paramètres comme la densité du faisceau encore difficilement accessible aux mesures des missions spatiales, ainsi que d'autres caractéristiques fondamentales des EHs telles que leur vitesse de propagation ou encore la conservation et la conversion d'énergie en leur sein.

SUMMARY

In the course of this thesis, we carried out a study in two distinct parts, with one thing in common : beam-plasma (bump-on-tail) instability. Firstly, we studied electromagnetic wave emissions at the plasma frequency and its first harmonic in the heliospheric context. Our study was essentially numerical, based on massively-parallel 2D3V Particle-In-Cell (PIC) simulations (SMILEI) generating electrostatic and then electromagnetic waves by relaxation of an electron beam at the origin of type III radio bursts propagating in the solar wind plasma. By generalizing previous studies, the physical and numerical characteristics of our simulations have enabled us to study the principal modes of the waves associated with these emissions generated by non-linear coupling. Through a choice of parameters, we showed that the numerical noise (inherent in PIC codes) could be reduced sufficiently to allow us to model the density fluctuations observed in the solar wind. This is a prerequisite for showing that these fluctuations, although very small, can modify the emission characteristics.

We then turned our attention to the non-linear kinetic structures known as electron holes in phase space (or EH for short) observed in many regions of the magnetosphere. Our study has been carried out using two approaches : (i) A theoretical study based on the BGK (Bernstein-Greene-Kruskal) integral method to determine the distributions of particles (electrons and ions) associated with these EHs, as well as their conditions of existence. We have thus developed a 3D model of revolution symmetry around the ambient magnetic field, which takes into account both electron polarization drift and a more realistic description of plasma boundary conditions with the introduction of the EH's velocity relative to the ambient plasma. This model has enabled us to characterize the relationship between parallel and perpendicular scales of EHs in different regions of the magnetosphere, as well as some restrictions on their conditions of existence. (ii) The second approach is a numerical PIC study, which allows us to generate these EHs with realistic initial conditions and to compare them with *in situ* spatial observations. Thanks to a parametric study, we have shown that environmental conditions (ambient magnetic field, beam density) have an impact on their generation and nature (quasi-electrostatic or with an internal magnetic field component). This qualitative and quantitative numerical study has made it possible to specify certain parameters, such as beam density, which is still not easily accessible to space mission measurements, as well as other fundamental characteristics of EHs, such as their propagation speed or even the conservation and conversion of energy within them.

SOMMAIRE

Sommaire	13
Liste des figures	18
Liste des tables	19
Symboles et Abréviations	21
Abréviations	21
Nomenclature	21
Terminologies associées aux ondes	23
0 Stratégie de la thèse	25
1 Interaction Soleil-Terre	27
I. Genèse du vent solaire : le Soleil	27
II. Le vent solaire : un plasma à notre porte	29
III. Les effets du vent solaire sur la magnétosphère	32
IV. Quelques échelles caractéristiques d'un plasma	34
IV. 1 Plasmas non-collisionnels et caractéristiques $n_e - T$	34
IV. 2 Temps caractéristiques	36
IV. 3 Longueur caractéristique	36
IV. 4 Valeurs caractéristiques du système Soleil-Terre	36
V. Etat des connaissances sur les sursauts de type III et les trous d'électrons	37
V. 1 Observations d'émissions radio de type III	37
V. 2 Observations des « trous d'électrons »	40
V. 3 Mécanismes de formation des « trous d'électrons »	42
V. 4 Solutions stationnaires de « trous d'électrons »	43
2 Instabilités de faisceaux électroniques	45
I. L'interaction ondes-particules	45
I. 1 Système de Maxwell-Vlasov	46
I. 2 La notion d'ondes	46
I. 3 Ondes non-magnétisées issues de la théorie fluide	46
II. Les instabilités : une approche cinétique	47
II. 1 Qu'est-ce qu'une instabilité ?	48
II. 2 Amortissement Landau d'une onde plasma	49
II. 3 L'instabilité de « bump-on-tail »	50
II. 4 Formation d'ondes de Langmuir et émission Tcherenkov	53
III. Un pas vers le non-linéaire	54
III. 1 L'approximation quasi-linéaire	54
III. 2 Relaxation quasi-linéaire des particules résonnantes	55
IV. Piégeage non-linéaire et saturation de l'instabilité	56
V. Pour résumer	58

3	Modélisations numériques : simulations PIC	61
I.	Description du code	62
I. 1	Présentation générale de SMILEI	62
I. 2	De particules aux macro-particules	64
II.	L'algorithme PIC	65
II. 1	Discrétisations spatiale et temporelle	65
II. 2	Initialisation d'une simulation	67
III.	Optimisation du bruit numérique	68
4	Génération d'ondes dans le vent solaire	71
I.	Couplages d'ondes dans les plasmas	72
I. 1	Généralités sur l'interaction à trois ondes	72
I. 2	Exemples expérimentaux	73
II.	Conditions numériques	73
III.	Formation d'un plateau et conversion d'énergie	75
IV.	Génération d'ondes d'électrostatiques	76
IV. 1	Génération à partir d'un faisceau	77
IV. 2	Décomposition électrostatique	77
V.	Génération d'ondes électromagnétiques	79
V. 1	Émission à ω_{pe}	80
V. 2	Emission à $2\omega_{pe}$	81
V. 3	Evolution temporelle de la génération des ondes	82
VI.	Travaux inachevés	83
VI. 1	Accélération de particules	83
VI. 2	Inclusion d'inhomogénéités de densité dans un code PIC	84
VII.	Résumé et conclusions	86
5	Etude de structures cinétiques non-linéaires	87
I.	Qu'est-ce qu'un trou d'électron dans l'espace des phases ?	88
II.	Le modèle BGK 1D historique	89
III.	Modèle BGK tridimensionnel	92
III. 1	Dynamique cinétique parallèle	92
III. 2	Inclusion du champ magnétique ambiant : courant de polarisation	93
III. 3	Solution intégrale 3D	96
IV.	Signature des particules passantes et piégées	98
IV. 1	Fonctions de distribution	98
IV. 2	Densités électroniques dans les trous d'électrons	100
IV. 3	Les conditions d'existence	102
IV. 4	Comparaisons aux observations, expériences et simulations	104
V.	Comment se rapprocher des observations dans le vent solaire ?	107
VI.	Résumé et conclusions	109
6	Étude de trous d'électrons via des simulations PIC	111
I.	Simulations PIC de trous d'électrons dans l'espace des phases	113
I. 1	Conditions numériques	113
I. 2	Observations préliminaires	114
I. 3	Étude de cas dans les conditions de la magnétosphère terrestre	118
II.	Comparaison aux observations spatiales	120
II. 1	Autour de la transformée de Lorentz	120
II. 2	Conservation et conversion de l'énergie	122
II. 3	Comparaison avec les mesures de la mission MMS	124
III.	Résumé et conclusions	125
7	Conclusions et perspectives	131
I.	Conclusions	131
II.	Perspectives	132
II. 1	Emissions électromagnétiques issues de type III	133
II. 2	Les trous d'électrons dans la magnétosphère	133

A Unités, Notations et Compléments	135
I. Les conversions d'unités du code Smilei en SI	135
II. La fonction de Fried & Conté	135
III. À propos de la FFT 2D : amplitude et aliasing	136
III.1 Aliasing et condition de Shannon-Nyquist	136
III.2 Correction d'amplitude sur les relations de dispersion	137
IV. Les fonctions d'erreur gaussienne	137
B Approfondissement sur les EHs	139
I. Généralités sur les structures	139
II. Observations EHs non purement électrostatiques	140
III. Aspects simulations numériques	141
IV. Quelques réflexions sur l'impact des ions	142
C Calculs associés au modèle BGK	143
I. Autour de l'intégrale d'Abel	143
II. Calculs d'intégrales de l'équation de Poisson	144
D Liste des publications, présentations scientifiques et enseignements	147
I. Articles soumis à comité de lecture	147
II. Conférences	147
II.1 Présentations	147
II.2 Poster	147
III. Autres publications	148
IV. Enseignements	148
IV.1 Monitorat	148
IV.2 Activités connexes	148
IV.3 Stages	148
E Article : 3D cylindrical BGK model of electron phase-space holes with finite velocity and polarization drift	149

Cher(e) lecteur/lectrice de cette thèse, afin de vous mettre dans les conditions musicales d'écriture de ce travail, vous trouverez un morceau de musique accompagnant chaque chapitre, repéré par le biais de "♪♪".

LISTE DES FIGURES

1.1	Photographie du Soleil pendant une éclipse dévoilant la couronne solaire (zone brumeuse), les prémisses du vent solaire et de petites structures (en rouge) de la chromosphère (crédit : M.Druckmuller/P.Aniol/S.Habbal)	28
1.2	Représentation polaire de la vitesse du vent solaire [km/s] en fonction de la latitude ainsi que l'orientation de lignes de champ (rose champ sortant et bleu champ entrant) pour deux orbites de la mission ULYSSES : à gauche, une durant la période de faible activité (17/08/1996) et à droite, une pendant la période de forte activité (07/12/2000) (Issue de l'article de McComas et al. (2003))	30
1.3	Schéma des structures spiralées du champ magnétique interplanétaire (crédit : adaptée d'une figure NASA)	32
1.4	Représentation de l'approximation dipolaire de la magnétosphère (adapté de deux figures du livre Bittencourt (2013)).	33
1.5	Représentation schématique de la magnétosphère perpendiculaire au plan écliptique (adapté du livre Bittencourt (2013)). Il faut noter que, pour des raisons de clarté, nous n'avons pas représenté le champ magnétique dans la région de la magnétogaine et que le champ magnétique \mathbf{B}_{SW} du vent solaire moyen est à 45° du choc d'étrave.	33
1.6	Diagramme densité électronique n_e [m^{-3}] température T [K] où figurent différents plasma naturels (en bleu) et artificiels/créés par l'Homme (en violet). Le libre parcours moyen ℓ_{ipm} est représenté par des traits verts en fonction de sa valeur. La longueur de Debye électronique λ_{De} (en orange) et la longueur de de Broglie λ_{dB} (en rouge) sont tracées pour les "conditions plasmas". (adaptée du livre Belmont et al., 2013)	35
1.7	Deux exemples de spectre d'émission en fonction du temps des sursauts de type III : à gauche une représentation schématique (issue de Cairns and Robinson (1999)) et à droite une mesure faite par WIND de l'événement du 31 Mai 2003 (issue de Reiner and MacDowall (2019))	38
1.8	Représentation schématique des processus de génération dans le vent-solaire	39
1.9	Observation de deux trous d'électrons par les satellites C3 et C4 de la mission CLUSTER. (a) Le champ électrique parallèle E_{\parallel} , (b) le champ électrique perpendiculaire E_{\perp} , (c) le potentiel électrostatique ϕ_{\parallel} et (d) le champ magnétique parallèle δB_{\parallel} (Issu de l'article Norgren et al. (2015))	41
1.10	Exemples de structures non purement électrostatiques observées par la mission MMS sur l'évènement du 26 Juillet 2017, issus de l'article Steinvall et al. (2019a) (g) – (h) les champs électriques δE_{\parallel} , $\delta E_{\perp 1}$, $\delta E_{\perp 2}$, (i) – (j) les champs magnétiques δB_{\parallel} , $\delta B_{\perp 1}$, $\delta B_{\perp 2}$	42
2.1	Relation de dispersion des modes HF : Langmuir \mathcal{L} et électromagnétique \mathcal{T} et du mode BF : acoustique ionique \mathcal{S} dans le cas d'un plasma non magnétisé	48
2.2	Fonction de distribution électronique de <i>bump-on-tail</i>	50
2.3	Géométrie de l'émission Tcherenkov : une particule au point O à $t = 0$ émet des ondes avec une vitesse de phase $v_{\phi} = \omega/k$. À $t > 0$, la particule est au point P à une distance $OP = v_{\phi}t$ du point O. Les points 1, 2 et 3 correspondent à des positions successives du point P.	53
2.4	Évolution temporelle de la fonction de distribution des vitesses $f_0(v, t)$ pour $t = 0$ (noir), $t > 0$ (vert) et $t \rightarrow \infty$ (rouge); le domaine résonnant initial s'est élargi de $[v_1; v_2]$ à $[v_1^f; v_2^f]$ lors du processus quasi-linéaire.	56
2.5	Variation du champ électrique $E(x)$ de l'onde et de l'énergie potentielle $-e\phi(x)$ en fonction de la coordonnée spatiale x	57

2.6	Variation de l'énergie de l'onde $\mathcal{U}_{\text{Elec}}$ en fonction du temps $\omega_b t$ (normalisé à la fréquence de piégeage) : (a) $\gamma_L < 0$ l'onde décroît par l'effet Landau puis sature par effets non-linéaires de piégeage et (b) $\gamma_L > 0$ l'onde amorce un début de croissance saturée par les effets de piégeage.	58
3.1	Simulations cinétiques du plasma : (à gauche) Méthode de Vlasov, utilisant une grille eulérienne dans l'espace des phases ; (à droite) Méthode PIC, où les macroparticules numériques marquent la fonction de distribution. (figure adaptée de Pukhov, 2015)	62
3.2	Représentation de la boucle temporelle propre à un code PIC	63
3.3	Représentation de la grille de Yee (adaptée de Derouillat et al., 2018).	65
3.4	Représentation du décalage temporel de calcul entre position \mathbf{x} et vitesse \mathbf{v} dans l'algorithme de Boris	66
3.5	(à gauche) Représentation schématique du bruit numérique et (à droite) mesures de $\delta A_{\text{num.}}/A_0$ (en bleu) et du temps de calcul monoprocasseur (Temps CPU, en rouge) en fonction du nombre de particules par cellule N_s sur nos simulations.	68
4.1	Représentations schématiques d'exemple de décomposition dans un plasma non-magnétisé : (a) $\mathcal{L}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{S}(\omega_1, k_1) + \mathcal{L}'(\omega_2, k_2)$; (b) instabilité paramétrique de Raman $\mathcal{T}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{T}'(\omega_1, k_1) + \mathcal{L}(\omega_2, k_2)$; (c) instabilité paramétrique de Brillouin $\mathcal{T}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{S}(\omega_1, k_1) + \mathcal{T}'(\omega_2, k_2)$ (photon rétrodiffusé) ; (d) $\mathcal{T}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{L}(\omega_1, k_1) + \mathcal{L}'(\omega_2, k_2)$. (adapté du livre Chen et al., 1984)	74
4.2	Évolution de la fonction des électrons (coeur + faisceau) en fonction du temps.	76
4.3	Évolution des densités énergie du champ électrique $\mathcal{U}_{\text{Elec}} = \int \varepsilon_0 E ^2 dr/2$ et de la densité d'énergie cinétique $\mathcal{U}_{\text{beam}}$ (normalisées à la énergie cinétique initiale du faisceau $\mathcal{U}_{\text{beam}}(t=0)$) des particules du faisceau au cours du temps	76
4.4	Figures issues de FFT entre $135 \leq \omega_{pe} t \leq 405$ (à gauche) dispersion du champ électrique $ E(k_x, \omega) ^2$ dans la direction parallèle au faisceau. Les relations de dispersion théoriques sont en pointillés. (à droite) Spectre du champ électrique $ E(k_x, k_y) ^2$ à la fréquence $\omega = \omega_{pe}$. En pointillé est représentée la relation $k_{\mathcal{L}} = \omega_{pe}/v_b$ (mode faisceau).	77
4.5	Représentation du champ électrique E_x , des fluctuations électroniques $\delta n_e/n_0$ et ioniques $\delta n_i/n_0$ aux temps $\omega_{pe} t = 1890$ (à gauche) et $\omega_{pe} t = 5130$ (à droite)	78
4.6	Figures obtenues à partir de FFT calculées entre $6075 \leq \omega_{pe} t \leq 6345$. A gauche, la dispersion du champ électrique $ E_x(k_x, \omega) ^2$ est représentée dans la direction parallèle du faisceau. Les relations de dispersion théoriques sont tracées en pointillés. A droite, le spectre du champ électrique $ E(k_x, k_y) ^2$ à la fréquence $\omega = \omega_{pe}$ est tracé. En pointillés est représentée la relation $k_{\mathcal{L}} = \omega_{pe}/v_b$.	79
4.7	Représentation du champ magnétique B_z aux temps $\omega_{pe} t = 1215$ (à gauche) et $\omega_{pe} t = 6075$ (à droite)	80
4.8	(à gauche) Représentation schématique des mécanismes de génération d'ondes électromagnétiques. Les relations de dispersion théorique sont pour \mathcal{T} en trait plein, \mathcal{L} en tirets et \mathcal{S}' en pointillés. (à droite) Carré du module du champ magnétique $ B_z(k_x, \omega) ^2$ entre $6075 \leq \omega_{pe} t \leq 6345$ en fonction du vecteur d'onde dans la direction du faisceau. Les relations de dispersion théoriques sont représentées en pointillés blancs.	80
4.9	Spectre du champ magnétique $ B_z(k_x, k_y) ^2$ entre $6075 \leq \omega_{pe} t \leq 6345$ à $\omega = \omega_{pe}$.	81
4.10	Spectre du champ magnétique $ B_z(k_x, k_y) ^2$ entre $6075 \leq \omega_{pe} t \leq 6345$ à $\omega = 2\omega_{pe}$.	82
4.11	Variation temporelle $\omega_{pe} t$ associées aux ondes \mathcal{L} , \mathcal{L}' , $\mathcal{L} + \mathcal{L}'$ et $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$	83
4.12	Fonction de distribution du faisceau f_{beam} en fonction de l'impulsion $p_x/m_e c$ dans la direction du faisceau (conversion : $v_x/v_T \simeq 36 p_x/m_e c$ dans notre simulation).	84
4.13	Représentation schématique des processus qui se produisent lorsqu'une onde rencontre une fluctuation de densité	85
4.14	Exemple de fluctuations de densité avec $\Delta n = 0.05$ introduites en condition initiale.	86
5.1	(a) Le potentiel $\phi(z)$ associées à un EH, (b) sa dérivée première et (c) sa dérivée seconde	88
5.2	(a) L'énergie potentielle $-e\phi(z)$ et (b) l'espace des phases (z, v_z) , avec la distinction des électrons passants et piégés dans le référentiel de l'EH	89
5.3	Relations largeur (ℓ/λ_{De}) -amplitude $(e\phi_0/k_B T)$ pour différentes fonctions de distribution f_p (flap-top comme l'étude Muschietti et al. (1999) et maxwellienne comme l'étude Turikov (1984)) ainsi que des valeur de largeur-amplitude relevées lors de la mission MMS dans la magnétosphère par Holmes et al. (2018).	91

5.4	Représentation schématique de l'apparition des courants de polarisation pour des particules de sous-classe de vitesse v (en gris) interagissant avec le potentiel ϕ (en vert) représenté par les différentes contributions de la densité de charge : perpendiculaire ρ_{\perp} et parallèle ρ_{\parallel} (en bleu).	95
5.5	Densités de charge ρ_{\parallel} et ρ_{pol} pour différentes valeurs du rapport ω_{ce}/ω_{pe} . (a) – (b) le long de la direction parallèle (à $r = 0$) et, (c) – (d) le long de la direction perpendiculaire (à $z = 0$) (avec $e\phi_0 = k_B T_{e\parallel}$ and $\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_{De}$). (Gauthier et al., 2024)	96
5.6	Fonctions de distribution des électrons passants (f_p), piégés (f_t) à $r = z = 0$, et la fonction de distribution du plasma (f_{∞}) à l'infini, dans le référentiel de l'EH, pour différentes valeurs de la vitesse de dérive u_e et du rapport ω_{ce}/ω_{pe} (with $e\phi_0 = 0.66k_B T_{e\parallel}$, $\ell_{\parallel} = 5\lambda_D$, and $\ell_{\perp} = 7\lambda_D$). (Gauthier et al., 2024)	99
5.7	Densités d'électrons passants (n_p), piégés (n_t) à $r = 0$, pour différentes valeurs du rapport de fréquence cyclotron/plasma ω_{ce}/ω_{pe} et de la vitesse moyenne maxwellienne u_e (avec $e\phi_0 = k_B T$ et $\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_D$). (Gauthier et al., 2024)	103
5.8	Relations largeur parallèle-amplitude pour différentes valeurs de la largeur perpendiculaire ℓ_{\perp} , de la vitesse de dérive u_e et du rapport ω_{ce}/ω_{pe} . (Gauthier et al., 2024)	104
5.9	Relations largeur perpendiculaire-amplitude pour différentes valeurs du rapport de fréquence cyclotron/plasma ω_c/ω_p et de la vitesse de dérive u_e . (Gauthier et al., 2024)	105
5.10	Distributions d'électrons f_e (en cm^6/s^3) mesurées par les détecteurs de la mission MMS toutes les 30 ms : (en haut) le 27 Septembre 2016 à 01 :18 dans la queue de la magnétosphère (issu de l'article de (Holmes et al., 2018)) et (en bas) le 26 Juillet 2017 à 07 :00 avec des ajustements à l'aide de fonctions maxwellienne et kappa.	108
6.1	Illustration qualitative du modèle d'électron hole électromagnétique (adaptée de Tao et al. (2011))	112
6.2	Évolution de la fonction de distribution des électrons en fonction du temps (uniquement dans la phase linéaire) pour trois valeurs de champ magnétique ambiant : $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8$ (en haut), $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$ (à gauche) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2$ (à droite) dans les conditions de simulations de RunParam	115
6.3	Espace des phases (x, v_x) pour plusieurs temps $\omega_{pe}t = 0, 150, 300, 450$ dans les conditions de simulation de RunParam (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)	116
6.4	Composante du champ électrique E_x et potentiel électrostatique associé ϕ au temps $\omega_{pe}t = 300$ dans les conditions du Runs param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)	116
6.5	Composantes du champ magnétique δB_x , δB_y et δB_z , (de haut en bas respectivement) au temps $\omega_{pe}t = 300$ dans les conditions du Runs param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)	117
6.6	Courant J_z et $en_e E_y/B_0$ au temps $\omega_{pe}t = 300$ dans les conditions du Runs param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$, $v_b/v_T = 2, 0$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)	117
6.7	Densité d'énergie cinétique du faisceau et du plasma (ions+électrons) et des champs électromagnétiques en fonction du temps $\omega_{pe}t$ et du champ magnétique ambiant ω_{ce}/ω_{pe} (en particulier $v_b/v_{Te} = 2$)	118
6.8	Densité d'énergie cinétique du faisceau et du plasma (ions+électrons) et des champs électromagnétiques en fonction du temps $\omega_{pe}t$ et de la densité de faisceau n_b/n_0 (en particulier pour $v_b/v_{Te} = 2$)	119
6.9	Composante du champ électrique E_x en fonction du temps $\omega_{pe}t$ et de la position x/λ_{De} dans les conditions du Runs Param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$, $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$ et $v_b = 2v_{Te}$)	122
6.10	Représentation de la vitesse de l'EH v_{EH}/c en fonction de deux méthodes : (i) à l'aide de la $c\delta B_z/\delta E_y$ et (ii) à l'aide du coefficient directeur de $E_x(t, x)$ dans les conditions du Runs param (en particulier $v_b = 2v_{Te}$) : (à gauche) en fonction de la densité du faisceau $n_b \in [0.05, 0.1, 0.15]n_0$ et (à droite) en fonction du champ magnétique ambiant $\omega_{ce} \in [0.8, 1.0, 2.0]\omega_{pe}$	123
6.11	Représentation du terme $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ à l'aide de l'échelle de couleurs et isocontour du potentiel $-e\phi/k_B T$ en coordonnées cartésiennes au temps $\omega_{pe}t = 250$ pour deux valeurs de champ magnétique : $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1.0$ (à gauche) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2.0$ (à droite) dans les conditions du Runs param.	124
6.12	Exemple d'EH mesuré par Steinvall et al. (2019a) : (f) le champ \mathbf{E} mesuré (en trait plein) et ajusté (en tirets), (g) le champ δB mesuré (en trait plein) et ajusté (en tirets) et (h) le champ δB dans le référentiel de la structure.	125
6.13	Représentation (en haut) de E_x à l'aide de l'échelle de couleurs et isocontour du potentiel ϕ au temps $\omega_{pe}t = 390$. Représentation unidimensionnelle (en bas) des fluctuations du champs électrique δE_x , δE_y , δE_z en mV/m (à gauche) et celles du champ magnétique δB_x , δB_y , δB_z en nT (à droite) au temps $\omega_{pe}t = 390$ et à $y = 170\lambda_{De}$ dans les conditions du Run MMS	126

6.14	Représentation unidimensionnelle des champs électriques E_x, E_y, E_z et le potentiel électrostatique ϕ (figures de gauche) ainsi que les champs magnétiques induits $\delta B_x, \delta B_y, \delta B_z$ (figures de droite) au temps $\omega_{pe}t = 300$ et à $y = 128\lambda_{De}$ pour différentes valeurs de $n_b/n_0 = 0.05, 0.1, 0.15$ et 0.2 dans les conditions du Run Param (en particulier $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)	128
6.15	Représentation unidimensionnelle des champs électriques E_x, E_y, E_z et le potentiel électrostatique ϕ (figures de gauche) ainsi que les champs magnétiques induits $\delta B_x, \delta B_y, \delta B_z$ (figures de droite) au temps $\omega_{pe}t = 300$ et à $y = 128\lambda_{De}$ pour différentes valeurs de $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8, 1.0$ et 2.0 dans les conditions du Run Param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$)	129
A.1	Représentation du phénomène d'Aliasing	137
A.2	Représentation schématique de la correction d'amplitude à l'aide des symétries	137
B.1	L'énergie potentielle $Ze\phi(z)$ et espace des phases (z, v_z) des ions dans le référentiel de l'EH.	142

LISTE DES TABLES

1.1	Carte d'identité du Soleil [Crédit image : NASA/SDO]	27
1.2	Table des caractéristiques des sursauts solaires par classe (adapté de la table IPS Australia)	29
1.3	Valeurs moyennes de quelques paramètres du vent solaire obtenues au niveau de l'orbite terrestre. Les formules sont écrites dans le système international. Toutes les grandeurs ont leur signification habituelle et $T = T_e + T_i$.	31
1.4	Grandeurs caractéristiques électroniques en fonction des régions	37
3.1	Normalisation des unités dans Smilei	64
4.1	Paramètres de simulation et physiques d'émissions électromagnétiques	75
5.1	Valeurs expérimentales dans différentes régions, abréviations : AR - Auroral Region, DSF - Duskside Slank, PC - Polar Cusp, PS - Plasma Sheet, PSBL - Plasma Sheet Boundary Layer (Gauthier et al., 2024)	106
6.1	Paramètres de simulations et physique de génération de structures	114
A.1	Conversion (unité normalisée \leftrightarrow SI) pour Smilei	135

SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

Abréviations

1D	1 dimension
2D	2 dimensions
3D	3 dimensions
3V	3 dimensions en vitesse
AR	Région Aurorale (Auroral region en anglais)
BF	Basse fréquence
BGK	Bernstein-Greene-Kruskal (modèle de)
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy (condition de)
CPU	Central processing unit
DSF	Flanc crépuscule (Duskside Flank, en anglais)
<i>e.g.</i>	abréviation issue du latin de "par exemple"
EH	Electron (phase space) Hole
ESA	European Space Agency
eV	Électron-volt
FFT	Fast Fourier Transform
FDTD	Méthode des différences finies (Finite Difference Time Domain, en anglais)
GSE	Geocentric Solar Ecliptic
HF	Haute fréquence
<i>i.e.</i>	abréviation issue du latin de "c'est-à-dire"
IPP	Intégration Par Parties
LPP	Laboratoire de Physique des Plasmas
lpm	Libre parcours moyen
QTL	Théorie Quasi-Linéaire (abréviation de Quasi-Linear Theory, en anglais)
MMS	Magnetospheric MultiScale
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NL	Non-linéaire (ou nonlinear en anglais)
PC	Cornet Polaires (Polar Cusp, en anglais)
PIC	Particle In Cell
PS	Feuillet de plasma (Plasma Sheet, en anglais)
PSBL	Couche limite du feuillet de plasma (Plasma Sheet Boundary Layer, en anglais)
SI	Système International d'unité
SW	Vent Solaire (Solar Wind, en anglais)
u.a.	Unité Astronomique équivalent à la distance Terre-Soleil (1 u.a. = 1.5×10^8 km)

Nomenclature

Sauf indication contraire, toutes les quantités sont exprimées dans le système international (SI). Dans ce manuscrit, les vecteurs sont notés en gras (par exemple **a**).

Constantes physiques

k_B	Constante de Boltzmann	$1,380 \times 10^{-23}$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$
$\hbar = h/2\pi$	Constante de Plank (réduite)	$1,054 \times 10^{-34}$	$\text{J} \cdot \text{s}$
ε_0	Permittivité du vide	$8,84 \times 10^{-12}$	$\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$
μ_0	Perméabilité du vide	$4\pi \times 10^{-7}$	$\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$
\mathcal{G}	Constante gravitationnelle	$6,674 \times 10^{-11}$	$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
c	Célérité de la lumière (dans le vide)	$2,997 \times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
e	Charge élémentaire	$1,624 \times 10^{-19}$	C
m_e	Masse d'un électron	$9,109 \times 10^{-31}$	kg
m_p	Masse d'un proton	$1,672 \times 10^{-27}$	kg
$m_e c^2$	Énergie de l'électron au repos	511	keV

Quantité physiques

n	Densité (de particules)	m^{-3}
m, M	Masse d'une particule	kg
V	Volume	m^3
ρ	Densité (de charges)	C/m^3
f	Fonction de distribution	s^3/m^3
$\mathbf{v}, \mathbf{u}, c$	Vitesse	m/s
\mathbf{a}	Accélération	m/s^2
\mathbf{p}	Impulsion (quantité de mouvement)	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$
\mathbf{J}	Densité de courant électrique	A/m^2
\mathbf{Q}	Flux de chaleur	W/m^2
ε	Permittivité	F/m
χ	Susceptibilité	sans unité
σ	Conductivité	Ω/m
T	Température	K
P	Pression	Pa
γ_s	Coefficient polytropique (de l'espèce s)	sans unité
\mathcal{E}, \mathcal{H}	Énergie	J
\mathcal{U}	Densité d'Énergie	J/m^3
\mathcal{W}	Puissance	W
S	Entropie	J
ϕ	Potentiel électrostatique	V
\mathbf{E}	Champ électrique	V/m
\mathbf{B}	Champ magnétique	T
ν	Fréquence	Hz
ω	Pulsation	rad/s
γ	Taux de croissance	s^{-1}
t, τ	Temps (caractéristique)	s
\mathbf{x}, ℓ, L, R	Longueur (caractéristique)	m
λ	Longueur d'onde	m
\mathbf{k}	Vecteur d'onde	m^{-1}
\mathbf{F}	Force	N

Notations mathématiques

$\nabla \equiv \partial_{\mathbf{x}}$	Gradient dans l'espace réel
$\nabla_{\mathbf{v}} \equiv \partial_{\mathbf{v}}$	Gradient dans l'espace des vitesses
$\nabla \cdot$	Divergence
$\nabla \times$	Rotationnel
∇^2	Laplacien
$\Delta \ell$	Incrément de la grandeur ℓ
$\frac{d}{dt}$	Dérivée totale (lagrangienne)
$\partial_t^n \equiv \partial^n / \partial t^n$	Dérivée temporelle (d'ordre n)
$\partial_j^n \equiv \partial^n / \partial j^n$	Dérivée d'ordre n le long de la direction $j = \{x, y, z, \perp, \parallel\}$
$\ \mathbf{A}\ $	Norme (ou valeur) du vecteur \mathbf{A}
$\text{TF}[f(x)](k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$	Transformée de Fourier de f .
$\text{Flux}[\mathbf{A}] = \oiint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$	Flux de \mathbf{A} à travers la surface \mathbf{S}
$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots$	Partie principale de Cauchy
$\langle \dots \rangle$	Moyenne temporelle
$\Re(\dots)$	Partie réelle
$\Im(\dots)$	Partie imaginaire

À partir des directions données par le champ magnétique uniforme \mathbf{B} (ou de la vitesse du faisceau \mathbf{v}_b), nous considérerons les composantes *parallèle* (\parallel) et *perpendiculaire* (\perp) du champ \mathbf{A} par référence à la direction du champ magnétique (ou respectivement du faisceau) :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\perp} + \mathbf{A}_{\parallel} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A}_{\parallel} = \frac{(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{B}}{B^2} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}_{\perp} = \frac{\mathbf{B} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{A})}{B^2}$$

Terminologies associées aux ondes

$\omega(k)$	Relation de dispersion d'une onde
$v_{\phi} = \omega(k)/k$	Vitesse de phase
$v_g = \partial_k \omega(k)$	Vitesse de groupe
$\omega(k \rightarrow 0)$	Fréquence de coupure
$\omega(k \rightarrow \infty)$	Fréquence de résonance

STRATÉGIE DE LA THÈSE

La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est que de l'information

A. Einstein, *Comment je vois le monde* (1934)

♪♪ Christopher Tin – *Waloyo Yamoni* (We overcome the wind) (2014)

Au cours de cette thèse, nous allons étudier certaines structures non-linéaires à l'échelle électronique et des effets non-linéaires existant dans les plasmas du vent-solaire et de la magnétosphère. L'intérêt pour ce type d'études a été renouvelé d'une part en raison du développement de nouveaux codes de simulation optimisés et bénéficiant de capacités de calculs augmentées. D'autre part, les lancements récents de plusieurs missions telles que la mission MMS destinée à l'étude des processus de reconnexion magnétique et d'accélération de particules à l'échelle électronique, les missions SOLAR ORBITER et PARKER SOLAR PROBE pour l'étude de l'activité du Soleil et du vent solaire ont apporté de nouvelles observations. Grâce à leurs résolutions temporelle et spatiale élevées, ces missions permettent d'étudier plus finement les effets non-linéaires et de mieux contraindre les modèles théoriques. Les objectifs de cette thèse sont d'améliorer notre compréhension de deux effets non-linéaires : le couplage d'ondes dans le vent solaire et les structures cohérentes que l'on appelle trous d'électron dans l'espace des phases (« electron hole » en anglais) ainsi que les processus physiques sous-jacents (mécanismes de formation, conditions d'existence, *etc.*)

Le *chapitre 1* a pour objectif d'introduire le sujet, le contexte astrophysique et les notions importantes de la physique des plasmas. Nous allons définir et discuter les propriétés et les conditions du plasma ainsi que les grandeurs caractéristiques utiles pour l'ensemble de cette thèse. De plus, nous allons présenter l'état des connaissances au sujet des émissions électromagnétiques dans le vent-solaire et de certaines structures non linéaires telles que les trous d'électrons observés dans plusieurs régions du système solaire et plus particulièrement dans la magnétosphère terrestre.

Le *chapitre 2* est consacré à expliquer l'importance des instabilités cinétiques dues à un ou plusieurs faisceaux d'électrons en présence des différents acteurs présents dans le plasma : les ondes et les particules. Il nous faudra alors introduire l'intérêt et l'utilité d'une description cinétique pour le plasma.

Dans le *chapitre 3*, nous allons présenter le principe de fonctionnement d'un code appelé Particle-In-Cell (PIC) et les raisons pour lesquelles il a été choisi. De plus, nous consacrons une partie de ce chapitre à l'étude du bruit numérique induit sur le code PIC et nos choix pour le réduire.

Les trois chapitres suivants se focaliseront sur les résultats obtenus durant cette thèse qui portent sur deux phénomènes distincts : le couplage d'ondes et les trous d'électrons dans le cas où leur formation repose sur l'interaction d'un faisceau avec le plasma qui l'entoure.

Dans le *chapitre 4*, on considère le cas d'un faisceau composé d'un petit nombre de particules (par rapport au plasma), et l'on analyse son évolution en termes de couplage d'ondes. Il est montré qu'un double phénomène de couplage d'ondes permet la génération d'ondes électromagnétiques (aux fréquences ω_{pe} et $2\omega_{pe}$). Cette analyse est motivée par des observations relatives à des émissions radio du vent solaire appelées : « sursauts de type III ». Les ondes électromagnétiques issues du double couplage sont compatibles avec celles observées avec les sursauts de type III. L'objectif est donc de créer une simulation Particle-In-Cell dans des conditions identiques à celles correspondant aux émissions produites par

des faisceaux issus d'éruptions solaires et d'étudier les caractéristiques de ces émissions. Ce travail est une généralisation dans des conditions proches de celles observées par les satellites évoluant dans le vent solaire des résultats obtenus antérieurement dans la littérature. La fin de ce chapitre sera aussi consacrée au travail inachevé que j'ai pu faire concernant certaines pistes d'études à savoir : (i) l'observation de particules accélérées par couplage d'onde, (ii) l'introduction dans une simulation bi-dimensionnelle de fluctuations de densité ayant des caractéristiques telles que celles observées dans le vent solaire.

Les *chapitres 5* et *6* représentent une partie distincte de ma thèse qui s'est focalisée sur l'étude des trous dans la densité de l'espace des phases des électrons observés dans de très nombreuses régions de notre système solaire, et ce, via une approche théorique et numérique. Dans le *chapitre 5*, on étudiera les conditions d'existence de ces structures cohérentes à partir d'une approche reposant sur un modèle théorique Bernstein-Greene-Kruskal. Deux ingrédients nouveaux seront simultanément ajoutés aux modèles déjà existants. D'une part, la vitesse de déplacement de la structure par rapport au plasma ambiant et, d'autre part, la contribution due au courant de polarisation. Enfin, les résultats obtenus à partir de ce modèle sont confrontés aux mesures spatiales *in situ* et en laboratoire récentes.

Dans le *chapitre 6*, l'objectif est de créer une simulation Particle-In-Cell permettant de générer, d'observer et d'étudier des structures cohérentes associées à des trous dans l'espace des phases des électrons à partir d'instabilités de faisceau et de les comparer également avec les observations spatiales *in situ*.

En *annexe*, nous avons placé des compléments d'informations (conversion, fonctions particulières, *etc.*) ainsi que certains calculs (en particulier concernant le *chapitre 5*). De plus, nous avons ajouté une liste des publications, présentations scientifiques et enseignements. En toute fin du manuscrit, se trouve une copie de l'article soumis pendant cette thèse.

INTERACTION SOLEIL-TERRE

Le vent se lève ! Il faut tenter de vivre !

P. Valéry, *le Cimetière marin*, (1920)

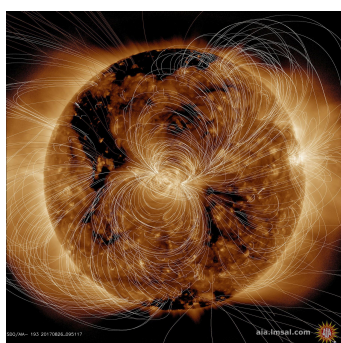
♪♪ Joe Hisaishi – *Summer* (1999)

Ce chapitre présente de façon très résumée les différentes régions et/ou phénomènes qui sont présents dans l'héliosphère dans une approche très générale et « macroscopique » et qui sont reliés de façon directe ou indirecte aux différents phénomènes étudiés dans ce travail. Le lecteur ayant une certaine connaissance des plasmas et des relations Soleil-Terre pourra sans préjudice aller directement à la section IV, qui présente l'état des connaissances au départ de mon travail ainsi que la problématique qui m'a guidé tout au long de cette étude.

I. Genèse du vent solaire : le Soleil

Cette section présente d'une façon simplifiée la source principale du plasma de notre environnement, à savoir le Soleil. Celle-ci est de première importance afin de comprendre d'où vient le plasma et quelles seront les caractéristiques que nous utiliserons pour le décrire dans les chapitres 4 à 6. Le Soleil¹ est

TABLE 1.1 – Carte d'identité du Soleil [Crédit image : NASA/SDO]



Paramètre	Notation	Valeurs
Âge		4.5 milliards d'années
Masse	M_{\odot}	$1.99 \cdot 10^{30}$ kg (= $3.3 \cdot 10^6 M_T$)
Rayon	R_{\odot}	696 000 km (= $110 R_T$)
Luminosité	L_{\odot}	$3.9 \cdot 10^{23}$ kW
Perte en masse	\dot{m}_{\odot}	0.6 milliard kg/s

un laboratoire qui permet d'étudier et de mieux comprendre la physique des étoiles (plasma, particules, champ magnétique, etc.). Ce que nous savons du Soleil est dû aux particules et aux rayonnements qui nous parviennent. Les hautes températures et les réactions thermonucléaires maintiennent l'astre dans un état plasma. Celui-ci est, à l'ordre zéro, à symétrie sphérique, conséquence de la force gravitationnelle qui s'applique au plasma (une force en $1/r^2$). En raison de sa forte masse $M_{\odot} \simeq 2 \cdot 10^{30}$ kg, cette attraction garde confiné l'ensemble du plasma à l'exception des particules très énergétiques et des photons. Une carte d'identité du Soleil est donnée dans la table 1.1. Notre étoile possède un champ magnétique complexe et variable d'environ 10^{-4} T généré par effet dynamo issu de mouvements convectifs internes (créés par

1. On note les grandeurs caractéristiques associées aux Soleil avec l'indice \odot .

le gradient de température et la rotation du Soleil) de matière ionisée. Pour simplifier, l'organisation spatiale des lignes de champ magnétique varie d'une forme dipolaire (pendant la période "calme") à une forme multipolaire beaucoup plus complexe (pendant la période de forte activité) comme présenté sur la figure de la table 1.1.

Le Soleil ainsi que son activité ont été observés depuis de très nombreuses années, tout d'abord par les chinois il y a près de mille ans et à partir de 1610 en Europe grâce à la lunette de Galilée. Plus récemment les missions satellites (les plus récentes étant PARKER SOLAR PROBE et SOLAR ORBITER lancées respectivement en 2018 et 2020) et les observatoires terrestres ont permis d'obtenir une image bien plus précise que cela soit de l'objet Soleil lui-même mais aussi et surtout de son environnement. En effet, si le Soleil est une étoile banale de notre galaxie, il est de première importance à la fois pour notre propre existence mais comme la seule étoile de notre environnement immédiat que nous pouvons étudier de façon assez précise. Au delà du Soleil lui-même, nous pouvons aussi définir son "atmosphère" qui est constituée de la photosphère (~ 300 km d'altitude), de la chromosphère (~ 2000 km) et de la couronne (quelques millions de km) qui la raccorde au milieu interplanétaire. La figure 1.1 est une image d'éclipse du Soleil par la Lune. On observe qu'autour du disque noir, une atmosphère particulière se révèle : il s'agit de la couronne solaire.



FIGURE 1.1 – Photographie du Soleil pendant une éclipse dévoilant la couronne solaire (zone brumeuse), les prémisses du vent solaire et de petites structures (en rouge) de la chromosphère (crédit : M.Druckmuller/P.Aniol/S.Habbal)

Sur cette image, nous voyons dans le domaine ultra-violet, le plasma de la couronne solaire qui, piégé dans le champ magnétique, nous permet de visualiser sa configuration et montre la complexité de cette zone particulière. Cette figure montre donc l'activité du Soleil qui se manifeste aussi par l'apparition de *taches solaires* pouvant persister jusqu'à quelques mois et observées depuis l'Antiquité. Celles-ci sont caractérisées par un coeur sombre (région où le gaz est relativement froid) mais d'où un champ magnétique très fort (~ 0.1 T) s'en échappe presque perpendiculairement à la surface du Soleil. Ces zones sont donc les points d'attache de grandes structures magnétiques en forme de boucles dont l'origine peut être reliée à la rotation différentielle du Soleil (*i.e.* différence de vitesse de rotation du Soleil entre les pôles et l'équateur). Ce gradient de vitesse associé à des mouvements de convection interne au Soleil est à l'origine de ce que l'on appelle « l'effet dynamo » présent dans le Soleil et qui est la source de son champ magnétique. Ces différents mouvements internes entraînent une torsion du champ magnétique solaire dont le résultat est l'apparition de « tubes » de champs magnétiques. Grâce aux mouvements de convection, ces tubes de densité plus faible que ceux qui les entourent ont tendance à être entraînés vers la surface par la poussée d'Archimède. Cela entraîne la création de protubérances où la matière est éjectée entraînant les tubes de flux magnétique. Les processus physiques précis expliquant ces phénomènes explosifs ne sont pas encore tout à fait compris et sont hors du cadre de cette étude. Ce que l'on retiendra c'est qu'ils sont associés à des événements de haute énergie : les *sursauts solaires* durant lesquels une immense quantité d'énergie et parfois de la matière sont expulsées dans l'atmosphère solaire puis dans le vent solaire. En général, des émissions radio sont associées à ces sursauts, qui sont classés en cinq types (notés en chiffres romains) en fonction de la durée (de quelques secondes à quelques jours), de la fréquence d'émission (entre 10 kHz et 2 GHz) et des phénomènes associés (émission de particules, onde de choc magnétohydrodynamique, présence de régions actives, *etc.*) dont les caractéristiques sont résumées dans la table 1.2 (Wild and McCready, 1950; Schrijver and Siscoe, 2010; Reid and Ratcliffe, 2014).

TABLE 1.2 – Table des caractéristiques des sursauts solaires par classe (adapté de la table IPS Australia)

Classe	Durée	Fréquence d'émission	Phénomènes associés
I	~ 1 s	80–200 MHz	taches solaires, éruptions solaires
II	3 – 30 min	20–150 MHz	oscillations plasma, émission de protons
III	1 s – 1 heure	10 kHz – 2 GHz	régions actives, oscillations plasma
IV	3 min – 2 heures	20 MHz – 2 GHz	ondes de choc, émission de protons
V	1–3 min	10–200 MHz	régions actives, oscillations plasma

Dans notre étude, nous nous intéresserons aux émissions radio de type III qui peuvent se produire individuellement (1 à 3 secondes), en groupe (1 à 5 minutes) ou en continuum pendant quelques jours sur une gamme de fréquence étalée de 10 kHz à 2 GHz et associées à la présence de zones actives lors d'éruptions. Les électrons issus de ces éjections de matière se déplacent plus rapidement que le vent solaire formant des *faisceaux d'électrons* qui ont un fort impact sur le plasma du vent solaire. De nombreuses missions satellites lancées il y a quelques années comme STEREO A & B², SDO³, SOHO⁴ et les missions récentes PARKER SOLAR PROBE (ou plus simplement la sonde solaire PARKER)⁵ et SOLAR ORBITER⁶ ont parmi leurs objectifs de comprendre, par des observations *in-situ* et à distance, l'activité solaire.

II. Le vent solaire : un plasma à notre porte

Une partie de notre étude concerne la propagation des faisceaux de particules de hautes énergies et leurs interactions avec le plasma du vent solaire. Les particules du vent solaire proviennent de la couche la plus externe du Soleil appelée couronne solaire. La température de la couronne est de l'ordre du million de degrés, si bien que la majorité des particules du gaz qui s'y trouve est ionisée sous l'effet de l'agitation thermique : ce sont principalement des protons, des électrons, des noyaux d'hélium et quelques autres éléments plus lourds à différents degrés d'ionisation.

Le champ magnétique du Soleil est à peu près dipolaire (disons à l'ordre zéro) : des lignes de champ fermées forment des boucles reliant les deux hémisphères. Elles confinent ainsi le plasma de la couronne sous une forte pression et température. Le plasma parvient à s'en échapper sous forme d'un *vent lent* (400 km/s), en poussant et ouvrant les lignes de champ magnétique près de l'équateur. Il existe par ailleurs des zones de la couronne, appelées *trous coronaux*, où les lignes de champ s'évasent sans se refermer : le plasma y est plus froid et s'y échappe librement en suivant ces lignes magnétiques ouvertes, sous forme d'un *vent rapide* (700–800 km/s). Finalement des éjections explosives de plasma, avec réorganisation de la topologie des lignes de champ magnétique, les CME⁷. Elles fournissent aussi leur contribution au vent solaire, sous la forme de bouffées de plasma rapide, qui se propage par rapport au vent solaire ambiant, avec une vitesse relative assez faible devant les vitesses caractéristiques du milieu. On dit alors qu'elle se propage à faible nombre de Mach, soit à une vitesse faible dans la vitesse du son dans le milieu (il s'agit de l'une de leurs principales caractéristiques).

D'un point de vue théorique, Chapman and Zirin (1957) formulèrent un modèle coronal statique en combinant un modèle de conduction thermique avec une distribution de température particulière. Ce modèle étendait la couronne solaire sur de grandes distances (presque équivalente au système solaire c'est-à-dire, englobant la Terre et au-delà) mais prédisait une pression et des températures plus élevées que celles que nous observons dans le vent solaire (par exemple avec la mission WIND qui fut lancée en 1994). Parker (1958) critiqua ce modèle statique et introduisit l'existence de particules s'échappant de la base de la couronne. Ce modèle fluide dynamique suppose une température uniforme et un gradient de pression qui accélère continûment le plasma vers l'extérieur. Le vent voit donc sa vitesse augmenter jusqu'à atteindre un régime supersonique qu'il conserve au niveau de la Terre. Cependant, ce cas n'est pas physique puisqu'il conduit à une augmentation infinie de la vitesse qui demanderait une énergie infinie. A noter que dans le cas adiabatique qui suppose que les flux de chaleur sont négligeables, le même

2. *Solar TErrestrial RElation Observatory* – mission d'observation solaire composée de deux satellites identiques lancée en 2006 sur l'orbite géocentrique.

3. *Solar Dynamics Observatory* – mission NASA lancée en 2011 en orbite autour de la Terre

4. *Solar and Héliospheric Observation* – mission ESA/NASA lancée en 1995 au point de Lagrange L1

5. Mission NASA lancée en 2018 ayant pour objectif d'étudier la couronne solaire en orbite autour du Soleil passant au plus proche à 0,045 u.a.

6. Mission ESA/NASA lancée en 2020 pour des premières observations en 2020 en orbite autour du Soleil à une distance de 0,28 u.a.

7. pour **C**oronal **M**ass **E**jection c'est-à-dire les éjections de masse coronale

raisonnement conduit à une absence de vent. L'estimation des flux de chaleur dans la couronne et le vent solaire est rendue difficile par le fait que le vent solaire est un plasma très faiblement collisionnel, les flux de chaleur par conduction calculés en régime collisionnel ne sont donc pas valides.

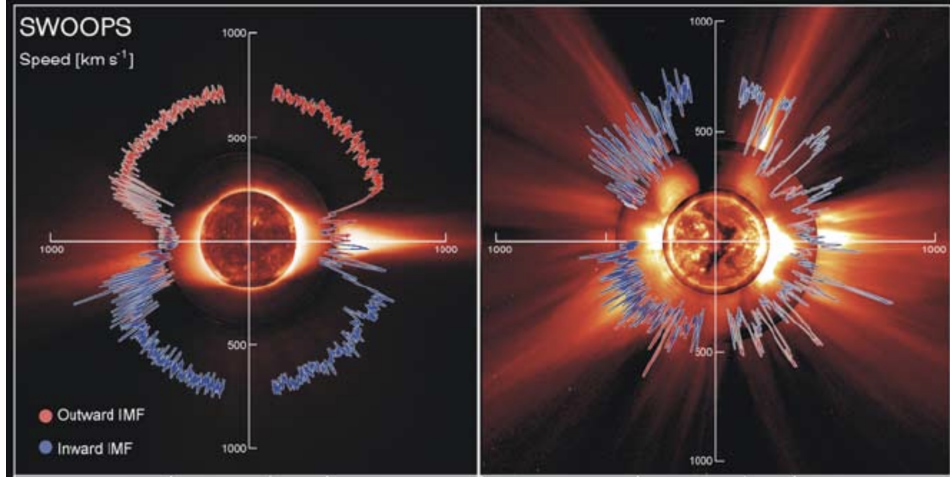


FIGURE 1.2 – Représentation polaire de la vitesse du vent solaire [km/s] en fonction de la latitude ainsi que l'orientation de lignes de champ (rose champ sortant et bleu champ entrant) pour deux orbites de la mission ULYSSES : à gauche, une durant la période de faible activité (17/08/1996) et à droite, une pendant la période de forte activité (07/12/2000) (Issue de l'article de [McComas et al. \(2003\)](#))

L'approche cinétique, alternative à l'approche fluide, prend en compte séparément les ions positifs et les électrons qui constituent le vent solaire. Les électrons étant les plus légers, ce sont ceux qui ont la plus grande vitesse thermique (de l'ordre de 5000 km/s). Ensuite viennent les protons (150 km/s), puis les autres éléments plus lourds. La vitesse thermique des électrons étant supérieure à la vitesse de libération vis-à-vis de la force de gravitation, les électrons peuvent s'échapper de l'atmosphère solaire. Ils vérifient les inégalités ci-dessous

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{\text{cinétique}} \geq \underbrace{\mathcal{G} \frac{M_{\odot}m}{R_{\odot}}}_{\text{gravitation}} \quad \Rightarrow \quad v \geq v_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}M_{\odot}}{R_{\odot}}}$$

où v_{lib} est la vitesse de libération du champ de gravitation du Soleil (avec \mathcal{G} la constante de gravitation). Au contraire, les ions plus lourds restent confinés. Cette séparation de charges donne lieu à l'apparition d'un champ électrique pour restaurer la neutralité électrique. Cette analyse cinétique constitue le fondement des modèles cinétiques d'accélération du vent solaire qui montrent que ce champ électrique est à même d'expliquer la vitesse supersonique du vent solaire à des distances de quelques dizaines de rayon terrestres (e. g., [Meyer-Vernet, 2007](#), et les références incluses).

Les observations *in-situ* par les premières sondes spatiales soviétiques LUNIK 2 et LUNIK 3 en 1960, suivies en 1962 par les mesures détaillées de la sonde MARINER 2 confirmèrent sans le moindre doute l'existence d'un vent solaire permanent de vitesse moyenne ($\sim 500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$) dont les valeurs typiques observées à une distance de 1 unité astronomique (abrégié u.a.) ont été reportées dans le tableau 1.3. Une des premières observations indirectes du vent solaire remonte au XVII^e siècle et à l'astronome J. Kepler qui a voulu expliquer l'existence et l'orientation de deux gerbes de matière dans la queue des comètes : une queue de poussière créée par la pression radiative et une queue de poussière associée au vent solaire. Les prédictions de Parker donnaient des vitesses supersoniques de l'ordre de 400 km/s ($\simeq v_{\text{lib}}$), celles-ci furent partiellement vérifiées par les observations grâce à la mission ULYSSES⁸ comme présenté sur la figure 1.2. En fait, il existe deux régimes de vitesse : un vent solaire rapide ($\sim 800 \text{ km/s}$) issu des pôles solaires et un vent plus lent ($\sim 400 \text{ km/s}$) ([McComas et al., 2003](#)). En raison de la rotation solaire, les lignes de champ magnétique prennent la forme d'une spirale dite de Parker entraînées par le mouvement radial du flux de plasma. La figure 1.3 est une représentation schématique du mouvement du plasma (en rouge) induit par la rotation du Soleil et qui suivent les lignes de champ magnétique (en noir). Dans cette figure, nous avons aussi représenté le cas de l'interaction entre le plasma et une planète magnétisée (en

8. Mission spatiale ESA/NASA lancée en 1990 ayant une orbite en dehors du plan de l'écliptique permettant l'observation des pôles du Soleil.

Symboles	Noms	Valeurs physiques
v_{sw}	Vitesse du vent solaire	$\sim 400 - 500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
$v_A = \sqrt{\frac{B^2}{\mu_0 n_i m_i}}$	Vitesse d'Alfvén	$\sim 50 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
$c_s = \sqrt{\frac{\gamma k_B T_e}{m_i}}$	Vitesse du son	$\sim 50 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
$v_{T_e} = \sqrt{\frac{2k_B T_e}{m_e}}$	Vitesse thermique des électrons	$\sim 3500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
$v_{T_i} = \sqrt{\frac{2k_B T_i}{m_i}}$	Vitesse thermique des ions	$\sim 40 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
T_e	Température électronique	$\sim 10 \text{ eV}$
T_i	Température ionique	$\sim 5 \text{ eV}$
$p_i = m_i v_i$	Quantité de mouvement des ions	$\sim 500 \text{ eV}$
B_0	Champ magnétique	$\sim 5 \cdot 10^{-9} \text{ T}$
$\beta = n_e T / B^2$	Rapport énergie thermique/magnétique	~ 2
$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$	Pulsation plasma électronique	$\sim 1,5 \cdot 10^5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
$\omega_{ce} = \sqrt{\frac{eB}{m_e}}$	Pulsation cyclotronique électronique	$\sim 1 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
n_e, n_i	Densité électrons et ions	$\sim 6 \text{ cm}^{-3}$
$f_{pe} = \omega_{pe} / 2\pi$	Fréquence plasma électronique	$\sim 30 \cdot 10^3 \text{ Hz}$
$f_{pi} = \omega_{pi} / 2\pi$	Fréquence plasma ionique	$\sim 10^3 \text{ Hz}$
$f_{ci} = \omega_{ci} / 2\pi$	Fréquence cyclotronique ionique	$\sim 0,5 \text{ Hz}$
$f_{\text{LH}} = \sqrt{\omega_{ci} \omega_{ce}} / 2\pi$	Fréquence hybride basse	$\sim 10 \text{ Hz}$
$\lambda_e = c / \omega_{pe}$	Longueur d'inertie électronique	$\sim 2 \text{ km}$
$\lambda_i = c / \omega_{pi}$	Longueur d'inertie des ions	$\sim 80 \text{ km}$
$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}$	Longueur de Debye	$\sim 10 \text{ m}$
ℓ_{ipm}	Libre parcours moyen	$\sim 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$

TABLE 1.3 – Valeurs moyennes de quelques paramètres du vent solaire obtenues au niveau de l'orbite terrestre. Les formules sont écrites dans le système international. Toutes les grandeurs ont leur signification habituelle et $T = T_e + T_i$.

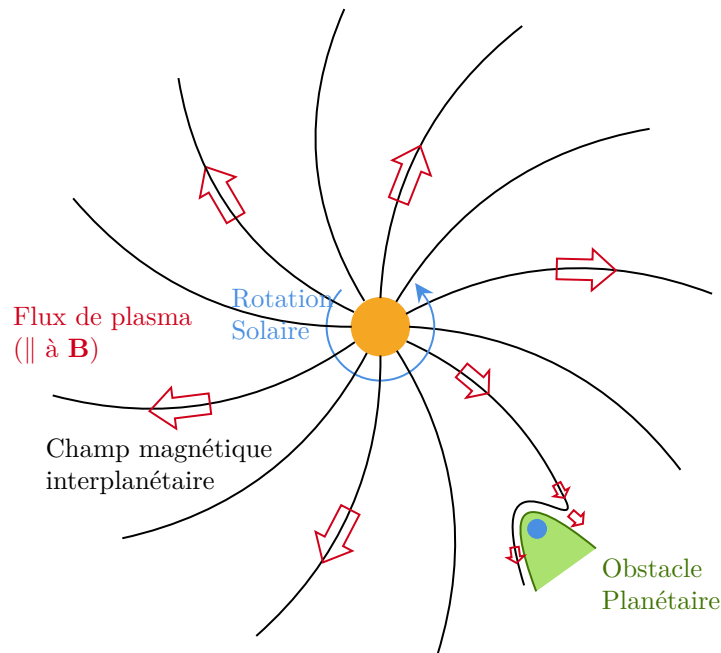


FIGURE 1.3 – Schéma des structures spiralées du champ magnétique interplanétaire (crédit : adaptée d'une figure NASA)

vert). Il est à noter que l'ensemble de la région où le champ magnétique du Soleil et le plasma du vent solaire ont une influence définit la magnétosphère du Soleil que l'on appelle l'héliosphère.

III. Les effets du vent solaire sur la magnétosphère

Le vent solaire que nous venons de décrire brièvement va rencontrer durant son voyage dans l'héliosphère différents obstacles dont un qui nous intéresse plus particulièrement ici, la *magnétosphère terrestre*. Nous pouvons assimiler ce champ à une coquille magnétique qui va faire obstacle à l'écoulement du vent solaire. En effet, dans le référentiel du vent incident, les particules chargées vont voir une augmentation de \mathbf{B} qui suivant les équations de Maxwell doit induire une surface conductrice, appelée la magnétopause. La magnétopause est donc la zone frontière qui sépare le milieu interplanétaire dominé par le champ magnétique solaire du milieu planétaire dominé par le champ magnétique terrestre. Au cours de notre étude, nous allons nous placer dans différentes régions de la magnétosphère et utiliser les conditions et paramètres de celles-ci. Ce paragraphe a donc pour objectif de présenter brièvement la magnétosphère et ces régions. On note les grandeurs caractéristiques associées à la Terre avec un indice "T" telles que la masse M_T , le rayon R_T , etc.

En l'absence de fortes perturbations en provenance du Soleil, le champ magnétique de la Terre peut être approximé par un *dipôle* (pour $r \leq 10R_T$). La figure 1.4 est une représentation schématique simplifiée du champ magnétique terrestre : en jaune sont représentées les zones d'accumulation de particules et en vert, le mouvement des particules piégées dans la magnétosphère interne. La zone interne dans laquelle elles sont piégées correspond aux *ceintures de radiation dites aussi de Van Allen*. Le champ magnétique du dipôle terrestre est en fait perturbé par l'action du vent solaire. En effet, l'écoulement du vent solaire va nécessairement comprimer la coquille magnétique côté jour et l'étirer côté nuit sous l'effet des courants qui circulent dans la magnétosphère. La forme du champ résultant de cette interaction n'est donc plus celle d'un dipôle mais ressemble à celle de l'ogive d'une balle de fusil pointant vers le Soleil, qui s'étend en un long cylindre de rayon compris entre 25 et 30 rayons terrestres côté nuit et de plusieurs centaines de rayon terrestre de longueur. La figure 1.5 montre une représentation simplifiée de la magnétosphère en précisant les différentes régions. Le vent solaire, hautement conducteur et porteur d'un champ magnétique \mathbf{B}_{SW} , impacte le champ magnétique de la Terre qu'il comprime du côté du Soleil et le contourne. Ce qui introduit une dissymétrie du champ magnétique terrestre ainsi que la création d'une *onde de choc* en amont de la magnétopause. La figure est représentée dans le repère GSE (de l'anglais *Geocentric Solar Ecliptic*) pour lequel l'axe x est dirigé vers le Soleil dans le plan de l'écliptique, l'axe z vers le nord perpendiculairement au plan de l'écliptique et l'axe y est dirigé vers le côté soir pour former un trièdre direct (représenté en

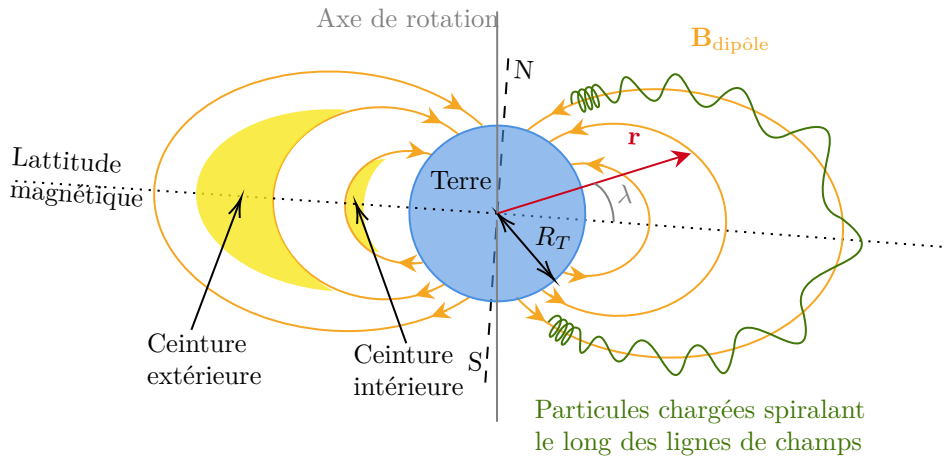


FIGURE 1.4 – Représentation de l'approximation dipolaire de la magnétosphère (adapté de deux figures du livre Bittencourt (2013)).

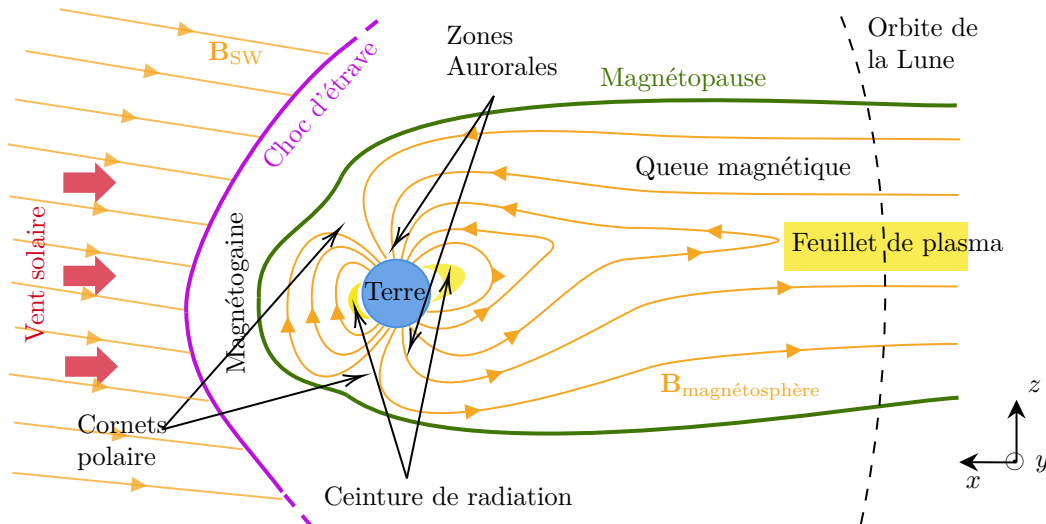


FIGURE 1.5 – Représentation schématique de la magnétosphère perpendiculaire au plan écliptique (adapté du livre Bittencourt (2013)). Il faut noter que, pour des raisons de clarté, nous n'avons pas représenté le champ magnétique dans la région de la magnétogaine et que le champ magnétique B_{SW} du vent solaire moyen est à 45° du choc d'étrave.

bas à droite sur la figure 1.5). La magnétopause côté jour ou encore la queue géomagnétique côté nuit sont des régions où le processus de reconnexion magnétique peut se produire. À la magnétopause côté jour, il implique les lignes de champ magnétique du milieu interplanétaire et celles du champ magnétique terrestre permettant ainsi un transfert d'énergie et de plasma du vent solaire vers la magnétosphère. Côté nuit, il donne lieu à la reconfiguration de la queue géomagnétique et à l'accélération du plasma en direction de la Terre et dans la direction anti-solaire. Lors de ce processus de reconnexion, le plasma et le champ magnétique se découple permettant un changement de topologie (lignes de champ fermées à ligne de champ ouvertes ou inversement, formation d'îlot magnétique, etc.). L'énergie magnétique est alors transférée au plasma sous forme de chauffage et d'accélération. Les régions de reconnexion sont donc des zones où peuvent être accélérés notamment les électrons le long des lignes de champ magnétique sous la forme de faisceaux. Ces faisceaux vont plus particulièrement nous intéresser dans les chapitres 5 et 6 comme source et origine possibles des « electron holes », dont la formation, la structure, les conditions d'existence et la stabilité sont encore mal comprises. De nombreuses missions spatiales, telles

que GEOTAIL⁹, POLAR¹⁰, CLUSTER II¹¹, THEMIS¹² ou encore MMS¹³, ont été envoyées pour étudier l'interaction du vent solaire avec la magnétosphère ainsi que les différents processus tels que le choc, la turbulence, le processus de reconnexion magnétique, l'accélération de particules qui se produisent en régime non collisionnel (régime qui sera discuté dans une prochaine section) dans et au voisinage de la magnétosphère terrestre.

IV. Quelques échelles caractéristiques d'un plasma

Les travaux de cette thèse reposant sur les concepts de base de la physique des plasmas, nous allons brièvement introduire les différentes échelles caractéristiques présentes qu'elles soient spatiales ou temporelles. Un plasma ressemble à première vue à un gaz, mais le fait que les particules de ce gaz soient ionisées change en fait radicalement la physique qui gouverne la dynamique de ces particules. D'une part les particules chargées ont un mouvement qui est déterminé par les champs électromagnétiques, et d'autre part les champs sont eux-mêmes modifiés par les densités de charge et de courant. Ce couplage entre champs et particules est ce qui rend « l'état plasma » si riche et son comportement totalement différent de celui d'un gaz neutre. Le mot même « plasma » a été employé pour la première fois par Langmuir en 1929 afin de traduire un tel comportement. Ce mot vient du grec « $\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\mu\alpha$ » signifiant « substance moulable ». Les plasmas se confondent donc avec les gaz ionisés et font suite dans l'échelle des températures, aux trois états « classiques » : solide, liquide et gaz. Ils constituent donc un quatrième état de la matière bien qu'il n'existe aucune transition de phase entre gaz et plasmas. Depuis le développement de la physique théorique et des observations spatiales, il fût prouvé qu'il représente l'ultra-majorité ($\sim 99\%$) de la matière visible constituant l'Univers à l'exception, par exemple, de la surface des planètes froides comme la Terre. Nous allons présenter dans cette section les quantités caractéristiques (collisionnalité, spatiales et temporelles) importantes pour notre étude.

IV.1 Plasmas non-collisionnels et caractéristiques $n_e - T$

Les types de plasma qui nous intéressent plus particulièrement sont ceux du vent solaire et de la magnétosphère dont les caractéristiques de température et de densité ont été représentées très approximativement par un rectangle sur le diagramme « densité électronique-température » (sur la figure 1.6) indiquant différents plasmas naturels ou créés par l'homme. On peut noter que les plasmas existent sur 30 décades en densité et sur 10 décades en température. C'est pour cela que les échelles caractéristiques décrites dans les sections suivantes sont de première importance. De plus, à ces températures de 1 eV¹⁴ à 1 keV, la vitesse des électrons n'est pas suffisamment élevée pour atteindre le régime relativiste et les densités suffisamment faibles (de l'ordre de 10^4 à 10^6 particules par m^3) pour que ce plasma puisse être traité comme non-relativiste et non-quantique. En effet, la longueur de de Broglie $\lambda_{dB} = h/mv$ exprimée en fonction de la constante de Planck h qui est représentée en rouge sur la figure est petite devant la distance interparticulaire. Superposées à ce diagramme, nous avons placé des lignes vertes qui correspondent au libre parcours moyen (en abrégé, lpm) ℓ_{lpm} représentant la distance moyenne parcourue par une particule entre deux collisions proches. On la définit pour des particules chargées par la relation :

$$\ell_{lpm} = \frac{1}{\pi n_0 r_0^2}$$

où n_0 est la densité du plasma, r_0^2 est la distance à laquelle l'énergie potentielle de Coulomb ($qq'/4\pi\epsilon_0 r_0^2$) est comparable à l'énergie thermique ($3k_B T/2$). Comme on peut le remarquer, le plasma du vent solaire aux échelles qui nous occupent est essentiellement celui d'un *plasma non-collisionnel* (e.g., Belmont et al., 2013) puisque le libre parcours moyen est de l'ordre de la distance Soleil-Terre $\ell_{lpm} \sim 10^{11}$ m (et c'est également le régime du plasma de la magnétosphère). Un tel libre parcours moyen nous permet de modéliser un plasma comme un ensemble de particules par l'intermédiaire d'un système non-corrélé interagissant à l'aide des champs électromagnétiques (i.e. un système collectif).

9. Mission JAXA/NASA lancée en 1992 pour étudier la structure et la dynamique de la magnétosphère

10. Mission NASA lancée en 1996 pour l'étude des zones aurorales.

11. Mission ESA (avec participation NASA) lancée en 2000 formée de quatre satellites en formation tétraédrique pour l'étude de la magnétosphère principalement aux échelles fluides et ioniques

12. *Time History of Events and Macroscale Interactions during Substorms* – mission NASA lancée en 2007 constituée d'une constellation de cinq satellites pour étudier les sous-orages magnétosphériques à l'origine des aurores polaires

13. *Magnetospheric Multiscale* – Mission de la NASA lancée en 2015 pour l'observation de la magnétosphère composée de quatre satellites en formation tétraédrique ayant pour objectif principal d'étudier la reconnexion magnétique à l'échelle de la dynamique des électrons.

14. L'électron-volt (eV) vaut $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.2 \cdot 10^4 \text{ K}$. Cela correspond à l'énergie cinétique gagnée par un électron accéléré par un potentiel de 1 volt dans le vide.

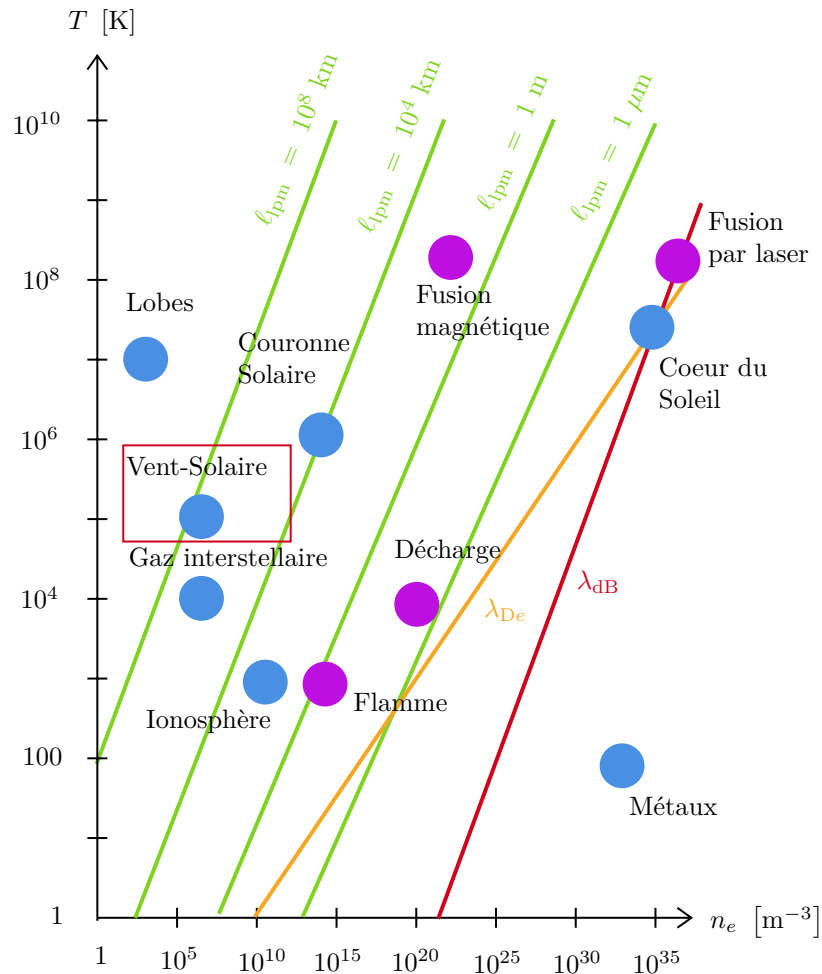


FIGURE 1.6 – Diagramme densité électronique n_e [m^{-3}] température T [K] où figurent différents plasma naturels (en bleu) et artificiels/créés par l'Homme (en violet). Le libre parcours moyen ℓ_{ipm} est représenté par des traits verts en fonction de sa valeur. La longueur de Debye électronique λ_{De} (en orange) et la longueur de de Broglie λ_{dB} (en rouge) sont tracées pour les "conditions plasmas". (adaptée du livre Belmont et al., 2013)

Deux paramètres importants doivent donc toujours être gardés en mémoire lorsque l'on étudie un plasma : l'échelle temporelle et l'échelle spatiale. Ces échelles sont en fait multiples et dépendent du milieu que l'on étudie, je me limiterai donc aux deux échelles qui nous intéressent plus particulièrement dans ce manuscrit, à savoir la fréquence plasma et la longueur de Debye électronique.

IV. 2 Temps caractéristiques

La *pulsation plasma* (par abus de langage *fréquence plasma*) d'une particule d'espèce s correspond, par son inverse ω_{ps}^{-1} , au temps de retour à la quasi-neutralité. Elle sera notre fréquence de référence tout au long de ce travail. En effet, même si en moyenne le plasma conserve sa neutralité de charge, il est possible de produire une petite séparation de charge entre électrons et ions. Par la suite, un champ électrique interne (induit par cette séparation) tend à ramener les particules d'espèce s vers l'équilibre et à rétablir la neutralité. En raison de l'inertie des particules, celles-ci se déplacent au delà de leur position d'équilibre et, de nouveau, un champ électrique est produit dans la direction opposée au premier. Cette suite de mouvements périodiques correspond à des oscillations rapides à la fréquence ν_{ps} (ou pulsation ω_{ps}) définie comme :

$$\omega_{ps} = \frac{\nu_{ps}}{2\pi} = \sqrt{\frac{n_s |q_s|^2}{m_s \varepsilon_0}}$$

où n_s , m_s et q_s sont la densité, la masse et la charge des particules s respectivement. La constante $\varepsilon_0 \simeq 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m est la permittivité du vide. Cette fréquence particulière nous permet une délimitation entre les mouvements à l'échelle électronique $\omega \simeq \omega_{pe}$ et les mouvements à l'échelle ionique $\omega \simeq \omega_{pi}$ du fait du rapport de masse entre électrons et ions ($m_i/m_e = 1836$) : $\omega_{pe} = \sqrt{m_i/m_e} \omega_{pi} \simeq 42 \omega_{pi}$.

IV. 3 Longueur caractéristique

La *longueur de Debye* λ_{Ds} de l'espèce s correspond à la distance sur laquelle l'influence du champ électrique d'une particule individuelle est ressentie par les autres particules. En effet, les charges négatives sont attirées par les charges positives, et réciproquement. Cette tendance naturelle implique que statistiquement, toute charge va tendre à être entourée d'un nuage de charge de l'autre signe, formant autour d'elle ce que l'on appelle l'écrantage de Debye. Chaque électron du nuage qui entoure un ion entre et sort de ce nuage en un temps très court. En fait, ce processus est tout à la fois dynamique et statistique et représente un équilibre entre deux tendances antagonistes, la force Coulombienne qui tend à rapprocher les électrons de l'ion central et l'agitation thermique qui tend à lisser toutes les accumulations de charge. Elle s'exprime à l'aide de la densité n_s et de la charge q_s :

$$\lambda_{Ds} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_s}{n_s |q_s|^2}}$$

où $k_B T_s$ correspond à l'énergie thermique associée à la température T_s de l'espèce s . En général, la longueur de Debye électronique est petite devant la longueur caractéristique du système $L \gg \lambda_{De}$ (où λ_{De} est représenté en orange sur la figure 1.6). Cette condition implique aussi une neutralité macroscopique et que tout écart naturel à celle-ci (sous la forme de fluctuations) ne peut se produire que sur des distances de l'ordre de λ_{De} . Dans notre étude, la longueur de Debye représente l'échelle de longueur sur laquelle les fluctuations de potentiels électrostatiques peuvent apparaître dans le plasma.

IV. 4 Valeurs caractéristiques du système Soleil-Terre

Pour finir cette brève présentation des caractéristiques principales du plasma qui vont nous intéresser tout au long de ce manuscrit, la table 1.4 résume les conditions rencontrées dans notre environnement proche. Les grandeurs caractéristiques (densité électronique n_e , température ionique T_i , module champ magnétique ambiant B_0), la longueur de Debye λ_{De} , les rapports de fréquence plasma et cyclotronique électronique ω_{ce}/ω_{pe} , ainsi que le rapport des températures ionique et électronique T_i/T_e dans différentes régions, sont donnés dans la table 1.4. Cette table nous servira de référence afin de fixer des conditions physiques pour effectuer, par exemple, des simplifications ou des développements limités mais aussi pour fixer les conditions initiales des simulations.

TABLE 1.4 – Grandeurs caractéristiques électroniques en fonction des régions

Région	n_e [m ⁻³]	T_i [keV]	λ_{De} [m]	B_0 [nT]	ω_{ce}/ω_{pe}	T_i/T_e
Couronne solaire	10 ¹²	0.1	0.07	10 ⁶	$\gg 1$	~ 1
Vent solaire (4 R_\odot)	10 ¹¹	0.1	0.2	10 ⁵	0.1	1/5
Vent solaire (0.3 u.a.)	10 ⁷	0.08	10	10	< 1	1/5
Vent solaire (1 u.a.)	10 ⁶	0.02	10	10	$\ll 1$	1/5
Magnétosphère (10 R_T)	10 ⁶	1 – 5	10 ²	50	0.5 – 2	2 – 3
Magnétogaine	10 ⁷	0.1	5 · 10 ²	20	$\ll 1$	2 – 3
Queue magnétique	10 ⁶	5 – 10	10 ²	20 – 50	~ 1	5 – 10

V. Etat des connaissances sur les sursauts de type III et les trous d'électrons

Les phénomènes non-linéaires dans les plasmas, et en particulier dans les plasmas du système solaire (vent solaire, plasmas magnétosphériques, *etc.*) constituent un sujet d'importance. La notion de « *physique non-linéaire* » est fondamentale et omniprésente en physique, et en particulier dans la matière condensée, la mécanique des fluides et la physique des plasmas. La physique linéaire n'est alors qu'un cas particulier, une limite ou même une exception de la physique non-linéaire (Dauxois and Peyrard, 2004). Néanmoins, de part sa facilité toute relative, l'approche linéaire reste indispensable dans notre compréhension des phénomènes physiques et est donc employée comme première étape à toute étude sérieuse sur les interactions ondes-particules qui vont constituer les chapitres 3, 4 et 5 de ce manuscrit. Il n'est pas de mon propos ici d'être exhaustif sur tous les phénomènes d'interaction onde-particules qui peuvent exister dans un plasma, même en se limitant au cas des plasmas spatiaux proches de la Terre, mais juste d'introduire deux cas distincts d'interaction : (i) les émissions électromagnétiques associées aux sursauts de type III et (ii) la formation et la caractérisation des trous d'électrons dans l'espace des phases. Le choix de ces deux études a été un choix dicté par l'évolution naturelle de cette thèse et repose sur l'idée principale que je voulais m'intéresser à la fois aux interactions onde-particules prises dans leur globalité mais aussi et cela sera la seconde partie de ce manuscrit à la dynamique des particules afin de pouvoir mieux caractériser ces structures cinétiques et non-linéaires que sont les trous d'électron. Ces deux approches sont donc tout à la fois totalement différentes et complémentaires me permettant d'acquérir des notions précises sur un large panorama de phénomènes intéressants, l'ensemble à l'aide d'un code particulaire performant, le code PIC SMILEI qui sera décrit plus en détails dans le chapitre 3. L'étude de ces phénomènes physiques a débuté depuis des années mais de nombreuses questions restent encore sans réponse. Un premier challenge de mon travail a donc été de pouvoir appréhender dans son ensemble les résultats antérieurs dont l'étendue ne permet pas d'être exhaustif dans ce manuscrit. Seuls les principaux résultats seront donc résumés dans cet état des connaissances en me focalisant plus particulièrement sur les résultats les plus récents.

V.1 Observations d'émissions radio de type III

Comme nous l'avons discuté dans la section I, le Soleil est un formidable accélérateur de particules. En particulier au cours d'éruptions solaires, des électrons supra-thermiques sont expulsés dans le vent solaire. Le scénario le plus probable de génération de ces électrons est qu'ils sont issus de la création d'arches magnétiques qui se détachent par reconnexion magnétique (Yao et al., 2021). Sur une distance finie, du fait de la différence de temps de vol, ces particules rapides (donc de haute énergie) rattrapent les particules plus lentes (celles du vent solaire). Ce mécanisme est la source d'une instabilité particulière appelée : *instabilité « bump-on-tail »* qui se caractérise par la présence de deux populations dans la fonction de distribution électronique : le plasma du vent solaire que l'on peut considérer comme un plasma thermique à l'équilibre et ce faisceau d'électrons rapides. En particulier, cette instabilité est due à la présence d'une pente positive de la fonction de distribution en vitesse. La description des mécanismes théoriques de cette instabilité seront décrits dans la section II.3. En effet, les électrons rapides vont perturber le plasma, et par *effet Tcherenkov* (c'est-à-dire, l'émission d'ondes engendrées par le passage de particules chargées dans un milieu diélectrique) engendrer la création d'ondes de Langmuir (notées \mathcal{L}) (Gurnett and Anderson, 1976; Lin et al., 1981; Ergun et al., 1998c; Kellogg et al., 2009; Hess et al., 2011). Nous détaillerons les caractéristiques physiques de ces ondes ainsi que ce mécanisme de création dans la section I.2 (tout comme l'ensemble des modes propres présents dans un plasma non magnétisé, le seul cas ici qui nous intéressera). La figure 1.7 (figure de gauche) montre une représentation schématique du spectre d'émissions associé aux éruptions de type II et III. En particulier, on peut noter que l'on observe au niveau de la Terre des

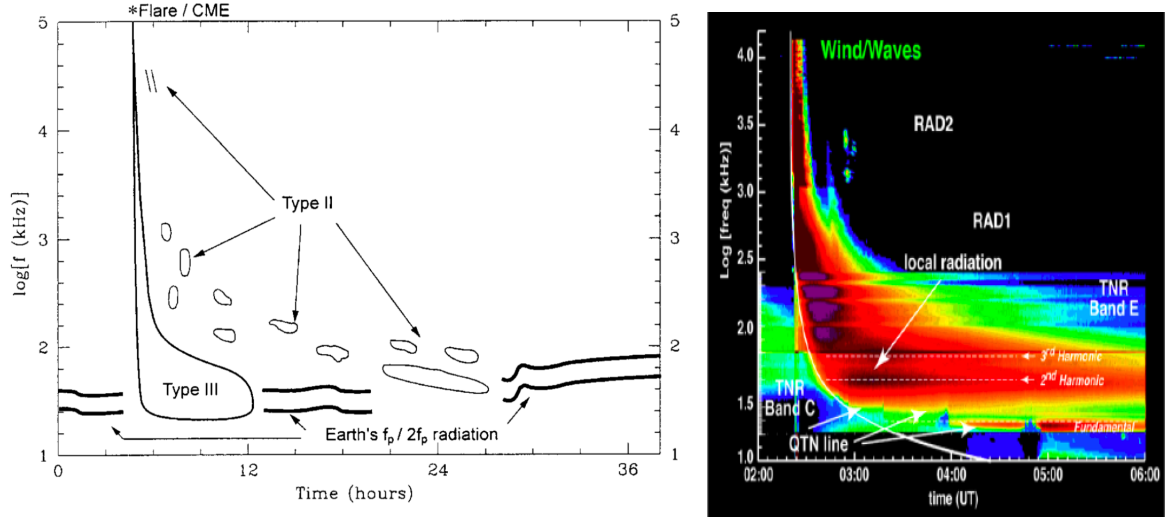


FIGURE 1.7 – Deux exemples de spectre d'émission en fonction du temps des sursauts de type III : à gauche une représentation schématique (issue de Cairns and Robinson (1999)) et à droite une mesure faite par WIND de l'événement du 31 Mai 2003 (issue de Reiner and MacDowall (2019))

émissions électromagnétiques aux fréquences ω_{pe} et $2\omega_{pe}$ où $2\omega_{pe}$ correspond à la première harmonique de la fréquence électronique fondamentale ω_{pe} . Quant à la figure de droite de 1.7, il s'agit du spectre mesuré par le satellite WIND sur l'événement du 31 Mai 2003 sur lequel on observe des émissions radio de la fréquence plasma ω_{pe} , sa première harmonique $2\omega_{pe}$ (ainsi que sa seconde harmonique $3\omega_{pe}$) (Cairns and Robinson, 1999; Reiner and MacDowall, 2019; Reid and Ratcliffe, 2014) représentés en pointillés blancs autour de $1.2 \leq \log(f[\text{kHz}]) \leq 2.0$. Les fréquences élevées observées indiquent que ces sursauts radio de type III doivent être générés dans des régions de forte densité électronique. La fréquence du plasma diminue avec son éloignement du Soleil en raison de la diminution de la densité électronique : c'est l'origine de la dérive temporelle de la fréquence caractéristique des émissions de type III. Cette dérive sera d'autant plus rapide que la vitesse du faisceau source est élevée. Ce phénomène est visible sur la figure 1.7 par cette forme caractéristique en \mathcal{L} . Ces émissions radio permettent donc de suivre la propagation du faisceau d'électrons supra-thermiques jusqu'à l'environnement immédiat de la Terre.

D'autre part, on peut noter que le vent solaire peut être considéré comme étant le siège d'une turbulence faible (*i.e.* le rapport entre l'énergie électrostatique et l'énergie thermique est faible : $\varepsilon_0 |\mathbf{E}|^2 / n_e k_B T_e \ll 10^{-2}$) (Melrose, 1986). Dans le cadre de la turbulence faible, certains mécanismes de couplage d'ondes peuvent exister dans le plasma comme observé expérimentalement (Lin et al., 1986; Henri et al., 2009). Le processus donnant lieu à des émissions électromagnétiques peut alors être décomposé en deux étapes (Bardwell and Goldman, 1976; Pritchett and Dawson, 1983; Melrose, 1986; Henri et al., 2010; Briand et al., 2014; Krafft et al., 2019) :

- **Étape 1** : Au cours de la propagation du faisceau et de sa relaxation dans le plasma thermique du vent solaire, l'amplitude des ondes de Langmuir \mathcal{L} augmente. À partir d'un certain seuil (Melrose, 1986), cette onde va se décomposer en créant une onde de Langmuir \mathcal{L}' rétrodiffusée (Reid and Ratcliffe, 2014) et une onde acoustique ionique \mathcal{S} comme :

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' + \mathcal{S}$$

Cette décomposition est appelée *décomposition électrostatique* car elle ne tient pas compte du champ magnétique ambiant considéré comme négligeable dans les régions que nous allons regarder.

- **Étape 2** : Des émissions électromagnétiques apparaissent, issues d'un processus de *coalescence* (*i.e.* couplage de deux ondes pour en former une troisième). Pour l'émission de ce type d'onde électromagnétique à ω_{pe} : $\mathcal{T}_{\omega_{pe}}$, il s'agit du couplage d'une onde de Langmuir \mathcal{L} et d'une onde acoustique ionique \mathcal{S}' (définies dans la section I.2). Enfin, pour l'émission à $2\omega_{pe}$, ce sont les deux ondes de Langmuir qui se couplent pour générer l'onde électromagnétique $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$. Les deux processus se présentent comme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} + \mathcal{S}' &\rightarrow \mathcal{T}_{\omega_{pe}} \\ \mathcal{L} + \mathcal{L}' &\rightarrow \mathcal{T}_{2\omega_{pe}} \end{aligned}$$

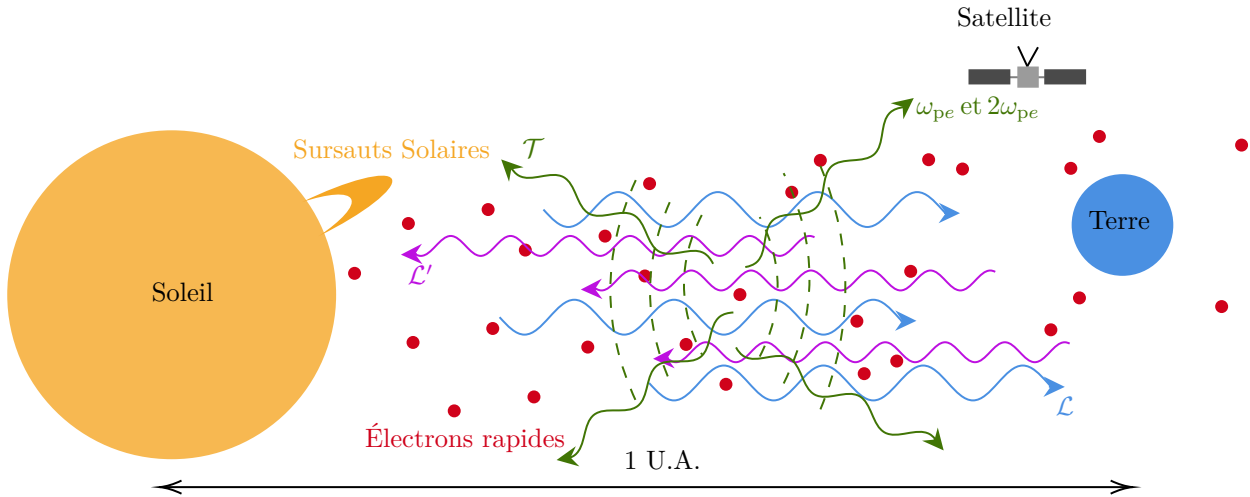


FIGURE 1.8 – Représentation schématique des processus de génération dans le vent-solaire

Sur la figure 1.8, on représente schématiquement ces processus de génération après un sursaut de type III (schématisé en orange) : les électrons rapides (en rouge) se propagent dans le milieu générant les ondes de Langmuir « primaires » \mathcal{L} (en bleu). Au sein du plasma, la turbulence de Langmuir (représentée en pointillés verts) induit la génération des ondes de Langmuir secondaires rétro-diffusées \mathcal{L}' (en violet) et des ondes radio électromagnétiques \mathcal{T} (en vert) détectables par des satellites. Nous allons détailler les conditions de couplage de ces ondes dans l'introduction du chapitre 4. Les théories macroscopiques comme la Magnétohydrodynamique ne peuvent pas déterminer, par exemple, le rapport de la puissance électromagnétique rayonnée. C'est pour cela qu'il nous faut utiliser la théorie cinétique pour étudier ces mécanismes. Par contre, certains débats sont présents afin d'identifier les mécanismes de conversion d'ondes (Malaspina et al., 2010) ainsi que le rapport d'ondes électromagnétiques produites (Graham et al., 2014). Quelques simulations électromagnétiques ont été réalisées pour ces processus d'émissions à l'aide d'un code Vlasov (Henri et al., 2010) et de codes PIC (Kasaba et al., 2001; Huang and Huang, 2009; Rhee et al., 2009; Umeda, 2010; Thurgood and Tsiklauri, 2015; Henri et al., 2019; Pérez et al., 2021) mais des limitations sont encore présentes comme la taille des boîtes de simulation, la densité du faisceau, *etc.* Limitations que nous détaillerons dans le chapitre 4. Dans cette introduction, nous allons plus particulièrement préciser les apports des études précédentes afin de définir plus en détails la problématique de cette thèse.

Pour débiter, Goldman et al. (1980) a modélisé l'émission de rayonnement à la fréquence plasma et à deux fois cette fréquence à partir d'une description basée sur la turbulence forte de Langmuir excitée par un faisceau chaud à faible densité et à grande vitesse. L'étude théorique et numérique (code fluide) de Pritchett and Dawson (1983) a ensuite permis de montrer que la génération d'un rayonnement électromagnétique pouvait être obtenu à partir des ondes électrostatiques d'un système faisceau-plasma. La production de ce rayonnement résulte alors d'un mécanisme à trois ondes électrostatiques (\mathcal{L} , \mathcal{S}) et/ou électromagnétiques (\mathcal{T}). Ce type de configuration instable peut avoir pour source plusieurs configurations particulières mais nous nous limiterons à l'instabilité « *bump-on-tail* » qui a déjà été beaucoup étudiée. Par exemple, Denavit (1985) a étudié théoriquement et numériquement l'apparition d'une saturation non linéaire de l'instabilité « *bump-on-tail* » pour des temps longs. De même, Dum (1990) a poursuivi l'étude de la génération d'ondes de Langmuir par ce type de distribution d'électrons à l'aide d'une étude de la relation de dispersion associée. Le schéma de cette instabilité s'est précisé avec les travaux de Akimoto et al. (1988) qui ont réalisé des simulations à l'aide d'un code fluide (électromagnétique) montrant la génération de rayonnement électromagnétique par une forte turbulence de Langmuir. Les auteurs ont montré que la génération de ces émissions se produit en deux étapes : une décomposition d'ondes électrostatiques et une coalescence d'ondes électrostatiques et électromagnétiques. En parallèle, à ces simulations numériques, Berk et al. (1995) ont développé un formalisme Hamiltonien afin d'étudier de façon auto-cohérente l'interaction non linéaire ondes-particules. Ce formalisme à l'avantage de se focaliser sur les particules en interaction directe avec l'onde de Langmuir ce qui limite drastiquement le nombre de particules que l'on doit suivre et donc le temps de calcul. La puissance des ordinateurs aidant, des avancées importantes ont pu être faites à partir des années 2000. Kasaba et al. (2001) ont ainsi pu réaliser une simulation PIC 2D3V auto-cohérente focalisée sur la génération d'ondes à $2\omega_{pe}$ électrostatiques et électromagnétiques excitées par des faisceaux d'électrons dans une configuration « *bump-on-tail* ». En 2009, ce travail a pu

être généralisé avec une simulation de [Huang and Huang \(2009\)](#) PIC 2D3V électromagnétique ayant pour objectif de comprendre le couplage d'ondes et l'émission d'ondes électromagnétiques à $2\omega_{pe}$ dans le cas de sursauts solaires de type III. En parallèle, [Henri et al. \(2010\)](#) ont effectué une simulation Vlasov¹⁵ 1D1V pour étudier les observations de formes d'ondes de Langmuir de grande amplitude pendant un événement de type III. On peut également citer l'étude combinée d'observations WAVES et STEREO avec des simulations Vlasov montrant l'extinction de l'émission radio de type III résultant de l'interaction entre deux faisceaux d'électrons ([Briand et al., 2014](#)). [Reid and Ratcliffe \(2014\)](#) ont fait une revue détaillée des propriétés observées des sursauts solaires de type III, l'accélération et le transport des électrons, ainsi que les conditions du plasma ambiant qu'ils traversent. Cette revue inclut aussi certains des aspects théoriques des sursauts radio de type III et des résultats issus de simulations numériques du transport des faisceaux d'électrons à travers la couronne solaire et l'héliosphère. On peut, de plus, citer l'étude de [Sarkar et al. \(2015\)](#) qui a présenté une description complète de l'instabilité « *bump-on-tail* » obtenue à partir d'une analyse systématique de la relation de dispersion des ondes de Langmuir et en modélisant la fonction de distribution du plasma ambiant à l'aide d'une *distribution Kappa*¹⁶. En particulier, ces auteurs ont montré que le taux de croissance de l'instabilité augmente quand κ diminue, en raison d'un plus grand nombre d'électrons suprathermiques. [Pechhacker and Tsiklauri \(2014\)](#) ont aussi étudié l'accélération d'électrons par des ondes de Langmuir dans un plasma inhomogène par le biais d'une simulation 3D PIC électromagnétique. De même, l'équipe de [Thurgoood and Tsiklauri \(2015, 2016\)](#) a réalisé des simulations PIC sur ce sujet : une simulation 2D3V PIC d'instabilité « *bump-on-tail* » pour étudier le lien entre les sursauts de type III et les émissions à ω_{pe} et $2\omega_{pe}$ observés (ainsi que l'étude du couplage à trois ondes) et une simulation 1D PIC électromagnétique pour l'étude de la relaxation d'un faisceau dans un plasma inhomogène (et la comparaison avec le cas homogène). [Pommois et al. \(2017\)](#) a étudié, par le biais d'une simulation eulérienne des équations de Vlasov-Poisson, l'excitation de fluctuations électrostatiques due à une interaction faisceau-plasma, et leur propagation dans des régimes linéaires et non linéaires. Plus récemment, [Henri et al. \(2019\)](#) ont réalisé une simulation 2D3V PIC grande échelle électromagnétique afin d'identifier la génération d'ondes électrostatiques et électromagnétiques provenant d'une succession d'instabilités apparaissant dans le plasma. On peut citer également [Sun and Sun \(2020\)](#) qui ont effectué des simulations PIC électrostatiques pour étudier l'émission d'ondes whistler associées aux faibles ondes de Langmuir excitées par un faisceau d'électrons. [Volokitin and Krafft \(2020\)](#), quant à eux, ont développé une méthode semi-analytique pour étudier le rayonnement d'ondes électromagnétiques émises à des fréquences spécifiques (ω_{pe} et $2\omega_{pe}$) par la turbulence d'ondes électrostatiques avec des fluctuations de densité aléatoires. Lors de cette étude, l'émissivité calculée est plus grande que celle obtenue par d'autres théories. Ces résultats montrent, en particulier que certaines hypothèses systématiques utilisés dans les approches théoriques (telles que l'homogénéité du plasma du vent solaire ou l'absence de champ magnétique ambiant) ne sont pas totalement adaptés à la description du vent solaire, dont la turbulence peut produire des modifications au niveau de la dynamique, des ondes de langue mire et de leur conversion en énergie électromagnétique. Enfin, [Reid and Kontar \(2021\)](#) ont pu montrer, à l'aide d'études théoriques, de simulations cinétiques et d'observations, que la formation et le mouvement de la structure fine des types III sont liés à la turbulence du milieu.

V. 2 Observations des « trous d'électrons »

Un approfondissement de l'état des connaissances sur ces structures se trouve en annexe B (de I à III).

15. Les simulations dites de « Vlaso » résolvent comme les codes PIC l'équation de Vlasov qui régit l'évolution de la fonction de distribution des particules chargées (électrons, ions) dans l'espace de phase mais à l'inverse des codes PIC qui résolvent statistiquement cette fonction de distribution avec des macroparticules dans une approche Lagrangienne, l'approche Vlasov utilise une stratégie différente utilisant une description eulérienne. Les simulations Vlasov n'ont donc pas le bruit statistique des simulations PIC ; et elles peuvent également résoudre avec plus de précision la queue à grande vitesse des fonctions de distribution des particules qui nous intéressent ici plus particulièrement. Toutefois, il est à noter que les simulations Vlasov sont très gourmandes en mémoire en raison de la nécessité de résoudre l'espace des phases à six dimensions sur une grille numérique et peuvent induire un chauffage numérique artificiel dû à l'élargissement de la distribution dans l'espace des vitesses. Par conséquent, le choix entre les simulations PIC Lagrangiennes et les simulations Vlasov eulériennes dépend fortement du problème physique à résoudre.

16. Une distribution Kappa est une distribution lorentzienne généralisée très pratique pour modéliser les distributions de vitesse observées dans le vent Solaire ([Vasyliunas, 1968](#)), car elle est quasi-maxwellienne aux basses énergies et aux énergies thermiques, tandis que sa queue non thermique décroît comme une loi de puissance aux hautes énergies, comme on l'observe généralement dans les plasmas spatiaux.

$$f_{\alpha}^{\kappa}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{n_{0\alpha}}{2\pi(\kappa v_{\kappa\alpha}^2)} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{3}{2})} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa v_{\kappa\alpha}^2}\right)^{-(\kappa+1)} \quad (1.1)$$

Pour les plasmas spatiaux typiques, le paramètre κ se situe généralement entre $\kappa = 2$ et 6.

À la suite de l'étude préliminaire des interactions faisceau-plasma que j'ai effectuée au début de ma thèse, je me suis intéressé à un autre type de structures en lien direct avec les interactions électrostatiques ondes-particules appelées « trous d'électron dans l'espace des phases » (« *electron phase space holes* » ou plus simplement « *electron holes* » en anglais) que l'on notera souvent dans la suite du manuscrit simplement EH(s). Ces structures, dont les mécanismes de formation et les caractéristiques géométriques (1D, 2D ou 3D) sont encore mal connus, sont observées dans différents plasmas du système solaire. Notamment, ces structures ont été détectées dans de nombreuses régions de la magnétosphère terrestre comme par exemple les régions aurorales fortement magnétisées (Ergun et al., 1998a; Franz et al., 2000) ou dans des régions plus faiblement magnétisées comme le choc d'étrave (Bale et al., 1998), les cornets polaires (Franz et al., 2005), les ceintures de radiation (Vasko et al., 2017), les zones de reconnexion magnétique (Cattell et al., 2005; Graham et al., 2015) et la couche de plasma et sa couche limite dans la queue de la magnétosphère (Matsumoto et al., 1994; Franz et al., 2005; Andersson et al., 2009; Tao et al., 2011; Viberg et al., 2013; Norgren et al., 2015; Le Contel et al., 2017; Tong et al., 2018; Holmes et al., 2018; Steinvall et al., 2019a; Lotekar et al., 2020, ainsi que les références observationnelles citées dans ces articles) via des missions spatiales telles que GEOTAIL, THEMIS, CLUSTER et MMS. Ces structures non-linéaires ont aussi été observées dans le vent solaire (Malaspina et al., 2013) ainsi que dans la magnétosphère de Saturne par la mission CASSINI-HUYGENS¹⁷ (Williams et al., 2006; Pickett et al., 2015) et lors des très récents survols de Venus par les missions SOLAR ORBITER et SOLAR PARKER PROBE (Malaspina et al., 2020; Hadid et al., 2021). Ces différentes missions spatiales ont permis de préciser certaines propriétés de

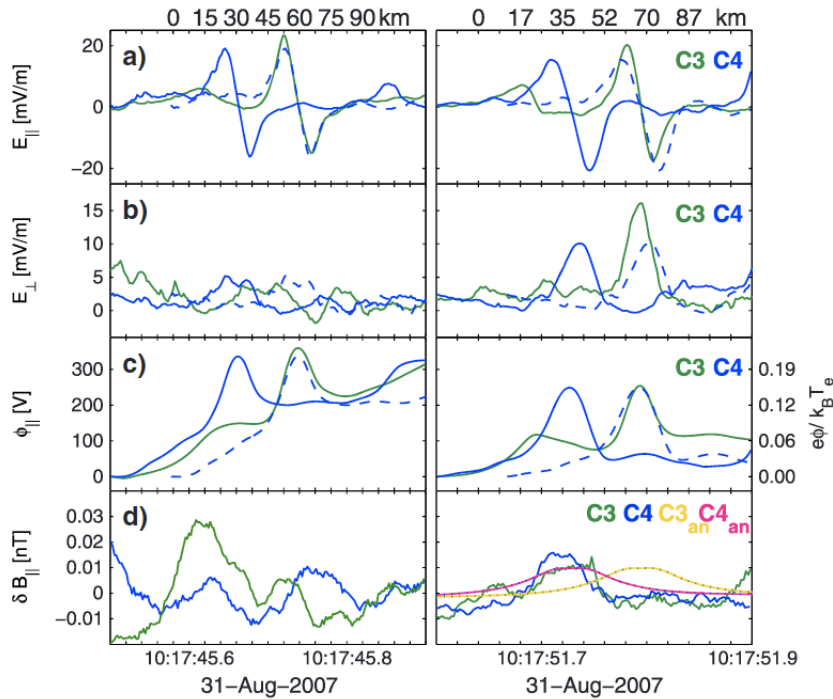


FIGURE 1.9 – Observation de deux trous d'électrons par les satellites C3 et C4 de la mission CLUSTER. (a) Le champ électrique parallèle E_{\parallel} , (b) le champ électrique perpendiculaire E_{\perp} , (c) le potentiel électrostatique ϕ_{\parallel} et (d) le champ magnétique parallèle δB_{\parallel} (Issu de l'article Norgren et al. (2015))

ces structures.

Les figures 1.9 et 1.10 montrent deux exemples typiques de structures observées par les satellites. La figure 1.9 présente les profils temporels obtenus par deux satellites de la mission CLUSTER issus de Norgren et al. (2015) (C3 en bleu et C4 en vert). Les satellites ont mesuré les champs électriques parallèle E_{\parallel} et perpendiculaire E_{\perp} , le potentiel électrostatique parallèle ϕ_{\parallel} et le champ magnétique induit δB_{\parallel} , ($= B_{\parallel} - B_0$). La courbe pointillée bleue est la projection de la mesure du satellite C3 lors de la mesure du satellite C4 pour comparer la variation de taille et d'amplitude au cours du temps. La figure 1.10 est une observation de trou d'électron effectuée par la mission MMS issue de Steinvall et al. (2019a). Là encore, deux structures similaires sont observées (colonne de droite et colonne de gauche à l'aide des mesures du champ électrique et du champ magnétique dans les directions parallèles et perpendiculaires

17. Mission de la NASA lancée en 1997 ayant l'objectif de d'étudier Saturne et ses satellites.

(en rouge \parallel , en noir $\perp 1$ et en bleu $\perp 2$).

On peut noter que ces EHs sont caractérisés par un champ électrique parallèle bipolaire et un champ électrique perpendiculaire monopolaire, voir les figures 1.9 (a)–(b) et 1.10 (g)–(h). Ce champ bipolaire dérive d'un potentiel électrostatique monopolaire : $E_{\parallel} = -\nabla_{\parallel}\phi$ (voir la figure 1.9 (c)). L'origine auto-cohérente de ces structures sera discutée dans le chapitre 5. Dans un premier temps, on peut les classer à l'aide de leurs vitesses. En effet, on peut montrer qu'il existe :

- des *structures lentes*, *i.e.* ayant une vitesse faible devant la vitesse thermique du plasma (*e.g.*, Norgren et al., 2015; Hadid et al., 2021, à partir des observations MMS et SOLAR ORBITER, respectivement),
- des *structures rapides*, *i.e.* ayant une vitesse grande devant la vitesse thermique (*e.g.*, Andersson et al., 2009; Le Contel et al., 2017; Holmes et al., 2018; Steinvall et al., 2019a, à partir des observations THEMIS et MMS).

Un autre classification peut être faite à partir de la perturbation de champ magnétique parallèle δB_{\parallel} associée ou non à la structure. En effet, de nombreuses observations (*e.g.* Matsumoto et al., 1994; Ergun et al., 1998a; Norgren et al., 2015) ont montré des *structures purement électrostatiques* dans leur repère au repos associées à un $\delta B_{\parallel} \sim 0$ (voir la figure 1.9 (d)). Mais plus récemment, des observations (*e.g.* Andersson et al., 2009; Tao et al., 2011; Le Contel et al., 2017; Steinvall et al., 2019a) ont montré que certaines structures pouvaient être associées à un δB_{\parallel} non nul monopolaire (voir la figure 1.10 (i)–(j)).

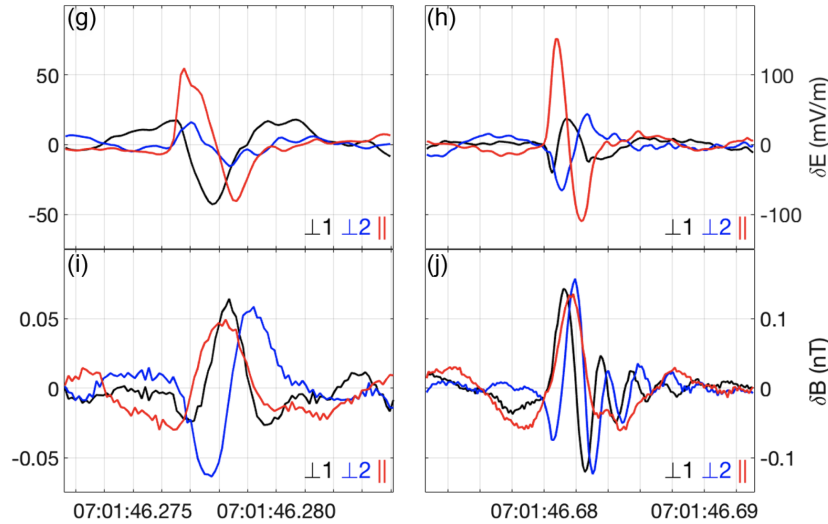


FIGURE 1.10 – Exemples de structures non purement électrostatiques observées par la mission MMS sur l'évènement du 26 Juillet 2017, issus de l'article Steinvall et al. (2019a) (g) – (h) les champs électriques δE_{\parallel} , $\delta E_{\perp 1}$, $\delta E_{\perp 2}$, (i) – (j) les champs magnétiques δB_{\parallel} , $\delta B_{\perp 1}$, $\delta B_{\perp 2}$

V. 3 Mécanismes de formation des « trous d'électrons »

Les mécanismes de formation de ces trous d'électrons font encore l'objet d'étude, notamment comme nous le verrons dans le chapitre 6, mais on peut citer les deux principales instabilités qui sont couramment étudiées :

- l'instabilité « *counter-streaming* » (*e.g.* Goldman et al., 2000; Miyake et al., 2000; Mottez, 2001),
- l'instabilité « *bump-on-tail* » (*e.g.* Omura et al., 1996; Umeda et al., 2004; Briand et al., 2007),

Ces instabilités résultent de l'interaction entre deux populations différentes : deux faisceaux ou plasma/faisceau. La première donnera plutôt lieu à des structures lentes (la vitesse moyenne calculée sur les deux faisceaux étant *a priori* faible), la seconde des structures *a priori* rapides (se déplaçant à une vitesse légèrement inférieure à celle du faisceau). Ce type d'instabilités qui implique de résoudre la dynamique des électrons nécessite l'utilisation de code numérique de type *Particle-In-Cell* où chaque électron est suivi de façon individuelle ou de type *Vlasov* où c'est la fonction de distribution des électrons qui est suivie de façon auto-cohérente. Ces deux approches permettent d'étudier les effets cinétiques à l'origine de la formation de ces structures et de visualiser leur évolution temporelle. Nous détaillerons ces deux types de codes numériques dans le chapitre 6.

Ces structures peuvent également être étudiées à l'aide d'expériences de laboratoire telles que celles réalisées en utilisant les lasers intenses (comme sur le laser Trident au *Los Alamos National Laboratory* voir l'article de [Montgomery et al. \(2001\)](#)), les installations de reconnexion magnétique (comme sur l'installation *Versatile Toroidal Facility* du MIT, voir l'article de [Fox et al. \(2008\)](#)) et d'injection de faisceaux (comme au LAPD de l'université de Californie, voir l'article de [Lefebvre et al. \(2010\)](#)).

Depuis une dizaine d'années, des théories ont été développées pour les plasmas quantiques et/ou relativistes à l'aide d'un modèle fluide (*e.g.* [Mamun and Shukla, 2010](#); [Masood and Eliasson, 2011](#)) ou à l'aide d'une équation de Vlasov quantique ([Haas, 2020](#)) afin d'étudier les limites relativistes et quantiques de ces structures. Plus généralement, les structures cohérentes apparaissent dans de nombreux domaines de la physique tels que la matière condensée ou l'hydrodynamique ([Dauxois and Peyrard, 2004](#)). Le chapitre 5 est consacré à la définition de ces trous d'électrons ainsi qu'à l'étude des solutions stationnaires non-linéaires permettant de les modéliser et le chapitre 6 à l'étude de leur formation, de leurs propriétés et de leur évolution temporelle à l'aide de simulations numériques utilisant un code PIC.

V. 4 Solutions stationnaires de « trous d'électrons »

L'article fondateur de la théorie des ondes électrostatiques stationnaires non-linéaires unidimensionnelles dans un plasma sans collisions est celui de [Bernstein et al. \(1957\)](#) (en abrégé BGK). Les auteurs démontrent que, en ajoutant un nombre approprié de particules piégées dans le puits de potentiel électrostatique, des solutions d'ondes progressives peuvent être construites. Plus tard, [Schamel \(1979\)](#) a établi des solutions analytiques, sur la base de fonctions de distribution des électrons appropriées. Ses solutions stationnaires du système de Vlasov-Poisson pour une géométrie finie permettent alors de décrire les EHs observés en laboratoire et dans les simulations numériques. [Dupree \(1982\)](#) de son côté montre qu'un mode BGK peut correspondre à une dépression de la densité électronique dans l'espace de phase et qu'il s'agit d'un état d'entropie maximale avec une quantité de mouvement et une énergie constante. La propriété d'entropie maximale est utilisée pour développer une méthode analytique approximative et simplifiée ainsi que pour déduire les résultats des collisions entre différents « trous d'électrons », y compris la coalescence (*i.e.* la fusion de deux structures) et la désintégration (*i.e.* la disparition de la structure au cours de temps). [Kono et al. \(1986\)](#) ont pour objectif de décrire de façon phénoménologique la condition d'existence d'un EH stationnaire associé à une onde de Langmuir. Ainsi, ces auteurs montrent que la formation d'EH n'est possible que lorsque sa vitesse est supérieure à $\sqrt{3}$ fois la vitesse thermique des électrons. Pour leur part, [Turikov \(1984\)](#) et [Collantes and Turikov \(1988\)](#) ont étudié des solutions de type BGK et leurs principales propriétés en supposant un potentiel gaussien. Les expressions analytiques pour les distributions maxwelliennes des particules piégées et la dépendance de l'amplitude du potentiel sont obtenues en suivant la méthode classique BGK. Ils en déduisent que dans le cas stationnaire, il n'y a pas de limitation sur la vitesse d'un EH. Dans un cadre plus général, l'article de [Sayal et al. \(1994\)](#) discute d'un EH dans un système faisceau-plasma : la relation de dispersion non linéaire obtenue ainsi que les conditions d'existence du trou électronique sont étudiées numériquement. Les faisceaux d'électrons permettent de former des EHs de nombre de Mach élevé¹⁸. [Krasovsky et al. \(1997\)](#) développe un modèle théorique d'EHs électrostatiques en comparant et en s'appuyant sur ceux observés par GEOTAIL dans la queue de la magnétosphère. Plus tard, [Goldman et al. \(1999\)](#) interprètent les structures d'ondes bipolaires et les distributions de particules non thermiques mesurées par le satellite FAST en termes d'évolution non linéaire d'une instabilité bi-faisceaux. Cette instabilité se traduit par l'observation de « trous », à la fois dans la distribution des électrons dans l'espace des phases et dans la densité électronique dans l'espace réel. L'auteur présente une description de l'évolution temporelle de ces structures (par rapport à la période plasma $2\pi/\omega_{pe}$) : les structures bipolaires sont cohérentes sur des centaines de longueurs de Debye dans la direction perpendiculaire au champ magnétique, puis après des milliers de périodes de plasma, la cohérence est perdue ; les structures se brisent, et des ondes « whistler » apparaissent. De façon indépendante, [Muschiatti et al. \(1999\)](#) a mené une étude théorique d'EHs qui se déplacent à des vitesses sensiblement supérieures à la vitesse thermique des ions. Ces structures apparaissent comme des trous associés à une énergie potentielle qui piège les électrons (il n'y a qu'un seul minimum) associés à un champ électrique bipolaire qui dérive rapidement le long du champ magnétique. Ils interprètent ces structures comme des EHs de type BGK avec deux populations d'électrons : les piégés et les passants dont nous verrons l'importance dans la suite de ce manuscrit et plus particulièrement au chapitre 5. Ils analysent finement le comportement d'un trou électronique dans l'espace de phase et en déduisent que les formes de potentiel et les fonctions de distribution des électrons qui en résultent sont auto-cohérentes et compatibles avec les données de champs et de particules associées aux EHs observés. Le point important

18. Défini comme le rapport de la vitesse de la structure sur la vitesse acoustique ionique c_s dans le plasma

de l'article est que les auteurs énoncent une condition d'existence entre l'amplitude et la largeur spatiale de l'EHs. Celle-ci est complétée par une seconde approche théorique et numérique d'une instabilité transverse jouant un rôle sur l'équilibre des EHs. En effet, cette instabilité est intrinsèquement bidimensionnelle et est déterminée par la dynamique des électrons piégés ; elle dépend de l'amplitude du potentiel électrostatique de l'EH, du champ magnétique ambiant et de la vitesse perpendiculaire (Muschiatti et al., 2000). Chen and Parks (2001) reprend le modèle BGK 1D et en particulier réexamine le rôle physique des électrons piégés et des électrons passants. Ils énoncent en particulier, une condition d'existence unidimensionnelle de la structure à partir de la valeur de l'amplitude du potentiel et de sa largeur. Jovanović and Schamel (2002) réalisent une étude monodimensionnelle d'une structure d'EH se propageant dans un plasma magnétisé en utilisant une description linéarisée de Vlasov par des petites perturbations. Au cours de cette étude, ils montrent l'impact de la fréquence de résonance par rapport à la fréquence de rebonds des électrons piégés ω_b (correspondant à l'inverse du temps nécessaire à un électron pour faire un aller-retour dans un puits de potentiel) par rapport au taux de croissance des trous d'électrons. Ainsi, pour des fréquences de l'ordre de ω_b , ils montrent qu'il existe la possibilité d'un éclatement de l'EHs en structures plus petites. Dans un cadre plus général, Chen et al. (2004, 2005) ont réalisé une étude de la relation largeur-amplitude des ondes solitaires électrostatiques tridimensionnelles BGK dans les plasmas magnétisés en tenant compte de la dynamique des électrons et des ions. Ils ont ainsi obtenu une condition d'existence portant à la fois sur l'amplitude et la largeur du potentiel électrostatique sous la forme de deux inégalités couplées. Ils ont montré que la nature de l'inégalité obtenue concernant les critères largeur-amplitude est indépendante des formes fonctionnelles spécifiques du potentiel solitaire et des fonctions de distribution du plasma ambiant. Une comparaison aux observations de Franz (Franz et al., 2005) montrent que les EHs observés peuplent une région autorisée dans l'espace des solutions. Une autre étude, motivée par l'observation d'EHs électrostatiques dans des plasmas magnétisés, montre que les solutions BGK bidimensionnelles et tridimensionnelles qui dépendent uniquement de l'énergie n'existent pas mais qu'il est possible de trouver des solutions exactes qui dépendent à la fois de l'énergie et du moment angulaire pour le cas non magnétisé, et des solutions bidimensionnelles (basée sur la décomposition \parallel et \perp de la structure) pour le cas avec un champ magnétique fini (Ng et al., 2006). Goldman et al. (2007) ont développé un modèle BGK pour des EHs de faible amplitude dans le but d'interpréter les structures de champ bipolaire observées par le satellite WIND. Hutchinson et al. (2015) et Hutchinson and Zhou (2016) ont plus particulièrement analysé les propriétés cinématiques (à l'aide de la conservation du moment et de l'énergie) d'un EH dans le plasma en supposant être en présence d'une perturbation non linéaire et auto-entretenue du potentiel électrostatique positif localisé, qui piège les électrons et se comporte comme une entité cohérente. Hutchinson (2021b) a cherché à étudier l'influence du « mécanisme de blindage » (*i.e.* le mécanisme d'écrantage Debye) sur le rapport entre les longueurs d'échelle perpendiculaire et parallèle des EHs. Il a remis en cause l'utilisation du modèle « gyrocinétique » pour expliquer le rapport entre les longueurs d'échelle perpendiculaire et parallèle de l'EH. À la place, il a montré que c'était l'anisotropie de la distribution des électrons piégés qui entraînait la déformation des EHs sous une forme ellipsoïde. De plus, une autre étude par le même auteur a permis de montrer l'influence du rayon de gyration fini des électrons dans les conditions d'existence d'un EH pour des champs magnétiques faibles (Hutchinson, 2021a).

Un autre aspect de la recherche sur les trous d'électron dans l'espace des phases concerne leur propriété de stabilité notamment vis-à-vis de l'*instabilité transverse* lorsque le plasma est magnétisé avec des EHs unidimensionnels (voir par exemple les articles Muschiatti et al., 2000; Hutchinson, 2019; Lotekar et al., 2020). Cette instabilité est fortement dépendante de l'amplitude du potentiel électrostatique associé à la structure et peut provoquer la désintégration de cette dernière. Cependant, l'étude de la stabilité des EHs ne sera pas abordée dans ce manuscrit.

INSTABILITÉS DE FAISCEAUX ÉLECTRONIQUES

*La vie était un phénomène discontinu, non linéaire,
un jeu où l'addition n'arrivait jamais à zéro quelque
chose de non commutatif, d'absolument irréversible.
Les évènements se multipliaient et se bousculaient
plus qu'ils ne s'additionnaient.*

G. Benford, *Dans l'océan de la nuit*, (1977)

♪♪ Indochine – *L'Aventurier (les petits pianos sans voix)* (2020)

L'interaction faisceau-plasma est une interaction qui a été étudiée depuis de très nombreuses années et cela, à la fois d'un point de vue théorique (*e. g.*, Bittencourt, 2013; Belmont et al., 2013; Krall and Trivelpiece, 1973; Stix, 1992; Delcroix and Bers, 1966a; Rax, 2005; Schmidt, 2012; Belmont et al., 2019; Chen et al., 1984; Anderson et al., 2001; Sarkar et al., 2015), expérimental (*e. g.*, Benford et al., 1980; Whelan and Stenzel, 1981; Cheung et al., 1982; Annenkov et al., 2019) et numérique (*e. g.*, Denavit, 1985; Berk et al., 1995; Kasaba et al., 2001; Huang and Huang, 2009; Rhee et al., 2009; Henri et al., 2010; Umeda, 2010; Thurgood and Tsiklauri, 2015; Pommois et al., 2017; Henri et al., 2019; Pérez et al., 2021). Le but de ce chapitre est de présenter rapidement les différentes notions qui seront nécessaires pour comprendre les travaux du chapitre 4. Comme nous l'avons rappelé dans la section IV., les plasmas qui constituent le vent solaire et la magnétosphère sont largement non-collisionnels et dominés par des effets collectifs. Il existe plusieurs descriptions possibles pour étudier un plasma telles que : la théorie des orbites, la théorie fluide, la magnéto-hydrodynamique (MHD) et la théorie cinétique. Le choix de la théorie à utiliser dépend essentiellement des échelles caractéristiques de longueur et de temps pertinentes pour le phénomène étudié. Pour l'étude des interactions faisceau-plasma, présentée dans le chapitre 1, la longueur caractéristique est la longueur de Debye électronique (λ_{De}) et les temps sont des multiples de la période plasma ($\sim \omega_{pe}^{-1}$). De plus, il est nécessaire de décrire précisément la distribution en vitesse des particules dont les caractéristiques sont loin de l'équilibre thermodynamique. De ce fait, la description fluide (et la MHD qui en découle), ne peut pas décrire correctement un tel système si bien que c'est la théorie cinétique qui sera utilisée tout au long de ce chapitre pour décrire les phénomènes étudiés. Nous allons donc introduire différentes notions liées à cette approche cinétique qui sont indispensables pour comprendre les chapitres suivants.

I. L'interaction ondes-particules

L'objectif de cette section est de montrer qu'à l'aide de la théorie cinétique, seule une partie des particules ayant une vitesse \mathbf{v} telle que $\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ (relation de résonance expliquée plus loin), peuvent échanger de l'énergie avec des ondes.

I. 1 Système de Maxwell-Vlasov

En théorie cinétique, on cherche à résoudre l'équation de Vlasov décrivant l'évolution de la fonction de distribution des particules de l'espèce s , $f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$, en l'absence de collisions et qui s'écrit :

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{x}} + \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (2.1)$$

où $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ et $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ sont les champs électrique et magnétique auto-cohérents obtenus à la position \mathbf{x} . Ces champs sont déterminés à partir des équations de Maxwell :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_s q_s \int f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \sum_s q_s \int \mathbf{v} f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.3)$$

L'ensemble de ces équations forment le *système de Vlasov-Maxwell* utilisé dans l'étude de l'interaction ondes-particules dans un plasma sans collisions.

I. 2 La notion d'ondes

L'existence et la propagation des ondes dans un plasma sont un domaine d'étude à part entière, dont nous ne ferons qu'une introduction succincte en liaison avec mes travaux du chapitre 4. Les ondes sont une caractéristique primordiale du plasma, en ce sens qu'elles transportent l'information et l'énergie à travers et hors du plasma vers un observateur (par exemple dans les expériences de laboratoire et en astrophysique); elles peuvent chauffer le plasma et/ou accélérer des particules (par exemple, les ondes radio fréquences sont utilisées pour chauffer le plasma d'un tokamak (voir *e. g.*, Rax, 2005) et l'accélération des électrons par « *wakefield* » (*e. g.*, Mora, 2021); elles peuvent devenir instables et/ou se coupler entre elles (par exemple avec l'instabilité de Bell en astrophysique (*e. g.*, Amato and Blasi, 2009) et les instabilités paramétriques en fusion par confinement inertiel (*e. g.*, Mora, 2021). Les propriétés des différentes ondes se propageant dans le plasma sont obtenues en résolvant les équations de Maxwell (2.3) :

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

On peut considérer le cas *électrostatique* $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ (ce qui revient à négliger la force de Lorentz devant la force de Coulomb) et il est possible d'étudier le cas *électromagnétique* soit $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$.

I. 3 Ondes non-magnétisées issues de la théorie fluide

Bien que dans ce travail, nous nous focalisons sur une approche cinétique des interactions faisceau-plasma, il est intéressant dans une approche simplifiée d'introduire les différentes notions fondamentales à l'aide de la théorie fluide que nous généraliserons dans la section suivante. En effet, les différents modes propres pouvant être excités et donc soutenir les ondes électromagnétiques peuvent être décrits simplement par la théorie fluide. De plus, on se limitera à la théorie linéaire afin de ne pas alourdir cette section. Nous allons ici présenter les modes qui seront importants pour le chapitre 4 en supposant le plasma non magnétisé ($\mathbf{B}_0 = \mathbf{0}$) et nous ne présenterons que des résultats et des propriétés essentiels à la compréhension générale (pour plus de détails, on peut se référer, par exemple, aux ouvrages de Bittencourt (2013), de Rax (2005) et de Krall and Trivelpiece (1973)). Il peut alors exister trois types ou modes d'ondes dans le plasma que nous allons détailler rapidement (Chen et al., 1984; Schmidt, 2012) :

- *Ondes électromagnétiques* (modes hautes fréquences HF) – Ce mode correspond à la solution électromagnétique (soit $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$) de l'équation d'onde (2.4) donnant la relation de dispersion :

$$\mathcal{T} : \quad \omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2 \quad (2.5)$$

Ces ondes se propagent pour $\omega \geq \omega_{pe}$ (avec une fréquence de coupure $\omega_c = \omega_{pe}(k \rightarrow 0)$). Ce mode transporte de l'énergie à travers le plasma mais aussi à l'extérieur à la vitesse de groupe

$v_g = \partial_k \omega(k) = c/\sqrt{1 + \omega_{pe}^2/k^2 c^2} < c$. Celui-ci possède une vitesse de phase supra-luminique : $v_\phi = \omega(k)/k = c/\sqrt{1 - \omega_{pe}^2/\omega^2} > c$. La limite de « zéro-densité » : $\omega_{pe} \rightarrow 0$, nous fait retrouver la dispersion d'ondes planes électromagnétiques dans le vide ($\omega = kc$). Les ondes électromagnétiques permettent l'utilisation de nombreux diagnostics.

- *Ondes de Langmuir* (modes hautes fréquences HF) – Ce mode correspond à la solution électrostatique (soit $\nabla \times \mathbf{E} = 0$) de l'équation d'onde (2.4) donnant $\omega^2 = \omega_{pe}^2$ à laquelle on ajoute une correction thermique en incluant la pression des électrons $P_e = \gamma_e n_e k_B T_e$ où γ_e est l'indice polytropique des électrons. À haute fréquence, cette onde correspond à une compression adiabatique (sans échange de chaleur) du plasma uni-dimensionnel¹ ainsi $\gamma_e = 3$. De ce fait, l'annulation du tenseur diélectrique (ici un scalaire) nous donne la relation de dispersion de l'onde de Langmuir (aussi appelé mode de Bohm-Gross)

$$\mathcal{L} : \quad \omega^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_{Te}^2 \quad (2.6)$$

où $v_{Te} = \sqrt{k_B T_e / m_e}$ est la vitesse thermique électronique. Ce mode est dispersif du fait que ω varie non-linéairement avec le vecteur d'onde k et contrairement au cas froid ($T_e \rightarrow 0$), celui-ci se propage : $v_g = \partial_k \omega(k) = kv_{Te} / \sqrt{\omega_{pe}^2 + 3k^2 v_{Te}^2} \neq 0$. En dessous de la fréquence plasma électronique, il n'existe pas de mode purement électronique (ou haute fréquence). On utilise souvent une version équivalente aux grandes longueurs d'ondes (k petit) : $k\lambda_{De} \ll 1$ de la relation de dispersion des ondes de Langmuir où l'on a fait un développement limité de l'équation (2.6) : $\omega \simeq \omega_{pe}(1 + 3k^2 \lambda_{De}^2 / 2)$ en utilisant la relation :

$$\omega_{pe} \lambda_{De} = v_{Te}$$

- *Ondes acoustiques ioniques* (modes basses fréquences BF) – Ce mode est à très basse fréquence et correspond à une perturbation de la quasi-neutralité à l'échelle ionique. Les électrons participent à ce mode via leur retour à l'équilibre sur une échelle de temps $\sim \omega_{pe}^{-1}$. À partir de l'hypothèse de quasi-neutralité et de l'équation de Maxwell-Ampère, on peut écrire : $\mathbf{J}_e + \mathbf{J}_i + i\omega \epsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{0}$ où \mathbf{J}_e et \mathbf{J}_i sont les courants électronique et ionique respectivement. Ce qui permet d'obtenir la relation de dispersion des ondes acoustiques ioniques :

$$\mathcal{S} : \quad \omega = \frac{kc_s}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_{Di}^2}} \simeq kc_s \quad (2.7)$$

où $c_s = k_B(3T_i + T_e)/m_i$ est la vitesse acoustique-ionique (compression adiabatique $\gamma_i = 3$ et compression isotherme $\gamma_e = 1$). Il est très fréquent d'utiliser le terme de « phonon » : $\omega \simeq kc_s$ lorsque l'on s'intéresse à la propagation d'une telle onde pour les grandes longueurs d'ondes (petit k). Au-dessous de la fréquence plasma ionique ω_{pi} (correspondant à la fréquence de coupure des ondes acoustiques ioniques), aucune onde ne peut être excitée dans un plasma non-magnétisé.

La figure 2.1 représente la relation de dispersion des ondes de Langmuir \mathcal{L} (en bleu), ondes électromagnétiques \mathcal{T} (en vert) et ondes acoustiques ioniques \mathcal{S} (en rouge). Les fréquences de coupure de ces modes sont indiquées : $\omega(k \rightarrow 0) = \omega_{pe}$ pour les modes HF et $\omega(k \rightarrow 0) = \omega_{pi}$ pour le mode BF. La théorie cinétique montre que l'onde de Langmuir est amortie pour $k\lambda_{De} \gg 1$. Les ondes électrostatiques et électromagnétiques sont des ondes de classes différentes (haute/basse fréquence, etc.), elles peuvent se propager en même temps. En fait, si l'approche fluide est insuffisante pour décrire dans les détails les interactions faisceaux-plasma dont nous allons parler, elle reste incontournable pour mettre en évidence les différents modes propres du plasma sur lesquels les ondes pourront de se propager et interagir avec les particules pouvant donner lieu à une *instabilité*.

II. Les instabilités : une approche cinétique

Nous venons de décrire brièvement certains types d'onde pouvant exister et se propager dans un plasma sans collision. Ces ondes représentent donc les *modes propres du plasma*, les fréquences et longueurs d'ondes spécifiques qui peuvent être excitées dans les transferts d'énergie entre particules et ondes électromagnétiques. Ce comportement peut se traduire par des fluctuations électromagnétiques dont l'amplitude va croître que l'on appelle des *instabilités* induites par l'injection d'énergie libre dans le plasma. Celles-ci forment un domaine d'étude très important en physique des plasmas où un véritable bestiaire

1. Un justification calculatoire et physique de la valeur de cet indice polytropique est possible à l'aide de la théorie cinétique (Belmont et al., 2019).

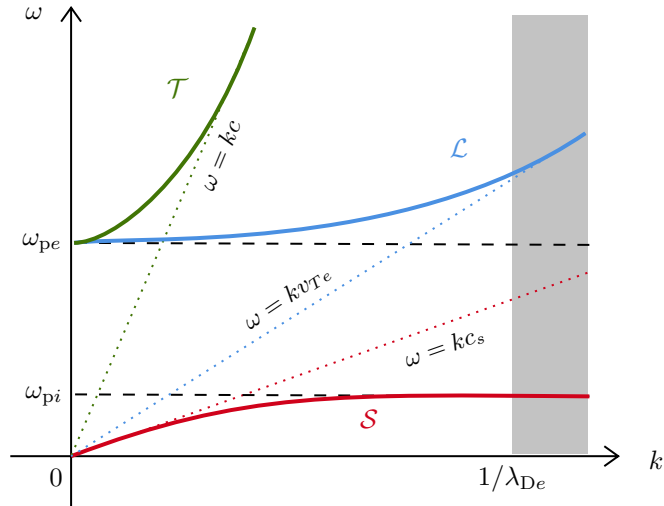


FIGURE 2.1 – Relation de dispersion des modes HF : Langmuir \mathcal{L} et électromagnétique \mathcal{T} et du mode BF : acoustique ionique \mathcal{S} dans le cas d'un plasma non magnétisé

a pu être élaboré depuis des décennies (voir un exemple dans l'ouvrage [Stix, 1992](#)). Nous allons maintenant nous focaliser sur les instabilités électrostatiques qui seront utilisées dans ce travail et qui sont les plus simples à traiter. Elles sont aussi les plus importantes, car elles possèdent en général des taux de croissance élevés et se développent souvent avant que les autres n'aient eu le temps d'intervenir, les supplantant ainsi en extrayant l'énergie libre contenue dans les distributions de particules. En particulier, les instabilités de faisceaux sont très importantes en physique des plasmas, et on les rencontre dans des milieux naturels (plasmas astrophysiques) ainsi qu'en laboratoire; elles sont liées à la présence de faisceaux de particules générés par des phénomènes naturels ou injectés dans le plasma spatial ou de laboratoire. Ces instabilités peuvent exciter différents types d'ondes, au cours des interactions linéaires ou non-linéaires avec les particules (par exemple le cas des ondes de Langmuir).

II. 1 Qu'est-ce qu'une instabilité ?

Le concept d'instabilité provient de considérations formelles sur la fonction d'onde. Dans un premier temps, nous pouvons utiliser la théorie linéaire en supposant que les ondes ont une amplitude très faible qui correspond à une déformation rapide du milieu. La fonction d'onde peut alors être décomposée en modes de Fourier comme (*e.g.*, [Galtier, 2016](#)) :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \delta\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \text{ avec } \|\mathbf{E}_0\| \gg \|\delta\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)\| \quad \Rightarrow \quad \delta\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \sum_j \delta\tilde{\mathbf{E}}_j e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega t)}$$

En général, la relation de dispersion ($\omega(k)$ ou $k(\omega)$) est une équation complexe (dans \mathbb{C}) dont la solution en pulsation (ou fréquence) est aussi complexe : $\omega = \omega_r + i\gamma$ et on suppose que k est réel. Dans cette présentation, on considère le fait que l'amplitude de l'onde varie lentement par rapport à sa période, ce que traduit la condition $|\gamma| \ll \omega_r$ on parlera d'approche ou de mode linéaire et on montre que ces ondes sont amorties ou amplifiées par l'interaction avec les particules résonnantes, avec un temps caractéristique $\tau = |\gamma|^{-1}$. On voit clairement que pour une fréquence réelle la perturbation $\delta\mathbf{E}$ du milieu est une onde oscillante :

- Si $\gamma < 0$, la partie réelle de l'amplitude est une exponentielle décroissante en fonction du temps et l'onde est amortie.
- Si $\gamma > 0$, l'amplitude de l'onde croît exponentiellement avec le temps : on est face à une instabilité mais l'hypothèse de linéarité ne pourra pas être vérifiée bien longtemps et l'onde évolue alors vers un régime non-linéaire.

L'expression du champ \mathbf{E} des ondes étant donnée par

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{\gamma t} e^{i(kx - \omega_r t)},$$

l'approximation linéaire devient fautive lorsque l'amplitude de l'onde est comparable à la valeur du champ non-perturbé : $\delta\mathbf{E}/\mathbf{E}_0 \sim 1$ ou encore lorsque le temps écoulé devient comparable au temps non-linéaire

$\tau_{\text{NL}} = 1/|\gamma|$. L'approximation linéaire des modes instables n'est donc valable que pour des temps $t \ll \tau_{\text{NL}}$. Le temps τ_{NL} est atteint d'autant plus vite que le taux de croissance est grand. En théorie linéaire, on peut montrer que la variable $\gamma(\mathbf{k})$ peut être exprimée à l'aide de la fonction de distribution non-perturbée f_0 comme :

$$\gamma(\mathbf{k}) \propto \left. \frac{\partial f_0(v)}{\partial v} \right|_{v=\omega/k}$$

Il s'agit ici de la formule la plus importante des instabilités linéaires. La présence de la dérivée indique que le taux de croissance ou d'amortissement dépend du signe et de la pente de la fonction de distribution non-perturbée f_0 à la vitesse de phase $v_\phi = \omega/k$. C'est un *effet cinétique* : seule une partie de la population interagit avec l'onde. Cette propriété les différencie fortement des instabilités en traitements fluides qui interagissent avec la totalité de leur population (par exemple l'instabilité de Rayleigh-Taylor présentée dans le livre de [Galtier \(2016\)](#)).

II. 2 Amortissement Landau d'une onde plasma

Poursuivant « notre voyage » dans les processus fondamentaux présents dans un plasma, il me semble indispensable de présenter un phénomène cinétique important en physique des plasmas illustrant les interactions ondes-particules qui peuvent exister dans un plasma non relativiste. Ce phénomène dit d'amortissement Landau d'une onde dans un plasma est, en effet, un phénomène omniprésent dans les plasmas et son existence ainsi que le phénomène inverse qui aboutit à l'excitation d'un mode propre du plasma (*i.e.* le transfert de l'énergie cinétique des particules vers ce mode induisant une augmentation exponentielle de son amplitude-énergie) sera le mécanisme physique utilisé plus en détails dans les chapitres suivants. Pour simplifier, nous considérons des ondes hautes fréquences ($\omega \geq \omega_{pe}$) pour lesquelles on peut considérer les ions comme immobiles et qui se propagent dans la même direction que le champ électrique (*i.e.* propagation longitudinale). La fonction de distribution f_s de l'espèce s (ion ou électron) est supposée de la forme suivante :

$$f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = f_{0s}(\mathbf{v}) + \delta f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$$

où $\delta f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ est une petite perturbation de la distribution initiale $f_{0s}(\mathbf{v})$ telle que $\delta f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \ll f_{0s}(\mathbf{v})$. Ceci permet d'écrire une perturbation sur le champ électrique et sur la vitesse de la forme : $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \delta \mathbf{E} = \delta \mathbf{E}$ et $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \delta \mathbf{v} = \delta \mathbf{v}$ (pas de champ électrique initial $\mathbf{E}_0 = \mathbf{0}$ et pas de vitesse moyenne initiale $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$). Pour simplifier, on considère ensuite uniquement le cas électrostatique² (*i.e.* en absence de champ magnétique induit $\delta \mathbf{B} = \mathbf{0}$), l'équation de Vlasov peut être linéarisée et devient :

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{x}} + \frac{q_s}{m_s} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad \Rightarrow \quad -i\delta f_s \left(\omega - \underbrace{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}_{\substack{\text{Diffusion} \\ \text{des particules} \\ \text{(Phase mixing)}}} \right) + \underbrace{\frac{q_s}{m_s} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{0s}}{\partial \mathbf{v}}}_{\substack{\text{interaction} \\ \text{onde-particules}}} = 0$$

où l'on est passé dans l'espace de Fourier : $\nabla \leftrightarrow i\mathbf{k}$ et $\partial_t \leftrightarrow -i\omega$ (cela revient aussi à chercher des solutions de types ondes planes : $\delta f_s \propto \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$). D'autre part, d'un point de vue cinétique, l'équation de Maxwell-Gauss s'écrit (ce sont des ondes planes électrostatiques $\mathbf{E} = -\nabla\phi$) :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \sum_s \frac{q_s}{\varepsilon_0} \int \delta f_s(x, v, t) dv \quad \Rightarrow \quad -\nabla^2 \phi = k^2 \phi = \sum_s \frac{q_s}{\varepsilon_0} \int \delta f_s(x, v, t) dv$$

Les équations reposent sur l'hypothèse que les solutions particulières sont « complètement » monochromatiques au niveau macroscopique : la fonction de distribution varie en $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t)$ avec les mêmes fréquences pour toutes les vitesses. Ce qui revient à linéariser le système d'équations puis à chercher des solutions en décomposant en séries de Fourier. On remplace ensuite δf_s par l'expression que l'on a obtenue plus haut par linéarisation de l'équation de Vlasov et on obtient (*e.g.*, [Anderson et al., 2001](#)) :

$$\left[1 + \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{k^2} \int \frac{\mathbf{k}}{n_{0s}(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \cdot \frac{\partial f_{0s}}{\partial \mathbf{v}} d\mathbf{v} \right] \phi = 0$$

Or le champ électrique est non-nul $\mathbf{E} = \delta \mathbf{E} \neq 0$, cela nous permet finalement de définir le tenseur diélectrique comme :

$$\varepsilon(k, \omega) = 1 + \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{k^2} \int \frac{\mathbf{k}}{n_{0s}(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \cdot \frac{\partial f_{0s}}{\partial \mathbf{v}} d\mathbf{v} = 1 + \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{k^2} \mathcal{I}_s(\omega, \mathbf{k}) \quad (2.8)$$

2. Le cas électromagnétique est plus complexe et peut se trouver dans le livre de [Stix \(1992\)](#)

Cependant, on se trouve confronté à une difficulté pour le calcul de l'intégrale présente dans l'expression du tenseur diélectrique. Le résultat n'a aucun sens tant que ω/k est réel : l'intégrale n'est pas définie dans ce cas car elle possède un *pôle simple* en $\mathbf{v} = \omega\mathbf{k}/k^2$. Cependant, on peut calculer l'intégrale $\mathcal{I}_s(\omega, \mathbf{k})$ dans le plan complexe selon le chemin Γ_L imposé par la définition de la transformée de Laplace. C'est le physicien [Landau \(1946\)](#) qui a étudié en détail ce problème et identifié ce chemin appelé *chemin de Landau* Γ_L . Dans le cas $\gamma \ll \omega_r$ (soit dans le demi-plan complexe et onde dont l'amplitude varie lentement), le chemin d'intégration fait un demi-cercle. Dans ce cas, la valeur limite de $\mathcal{I}_s(\omega, \mathbf{k})$ est :

$$\mathcal{I}_s(\omega, \mathbf{k}) = \oint \frac{\mathbf{k}}{n_{0s}(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})} \cdot \frac{\partial f_{0s}}{\partial v} d\mathbf{v} + \frac{i\pi}{n_{0s}} \left. \frac{\partial f_{0v}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \right|_{v=\omega/k}$$

où le premier terme est la partie principale de Cauchy de l'intégrale et est donc *réel* représentant le mode du plasma. Le second terme est la partie imaginaire du résultat et on voit qu'il est proportionnel à la dérivée de la fonction de distribution d'ordre zéro en $\mathbf{v} = \omega\mathbf{k}/k^2$ représentant la croissance ou l'amortissement de l'amplitude de l'onde. Dans l'hypothèse linéaire considérée, ce second terme doit être beaucoup plus petit que le premier. Le théorème des résidus permet de résoudre l'intégrale car elle donne la solution de \mathcal{I}_s selon le chemin d'intégration de Landau, dans la limite $\omega_r \gg \gamma$. C'est le second terme, c'est-à-dire la partie imaginaire de \mathcal{I}_s , qui fait qu'il n'existe plus de solution réelle à l'équation de dispersion et qui fixe le signe γ (ces remarques exigent, en outre, que les distributions soient régulières d'après [Landau \(1946\)](#)) :

- Dans le cas où cette vitesse $\mathbf{v} = \omega\mathbf{k}/k^2$ se trouve du côté de la distribution où la pente est négative les effets linéaires entraînent toujours une *décroissance de l'amplitude de l'onde*.
- Pour une fonction de distribution non monotone, il existe une possibilité pour que la solution ω_r/k de l'équation de dispersion se situe dans la partie croissante de la fonction de distribution. Dans ce cas, le plasma est *cinétiquement instable*.

II. 3 L'instabilité de « bump-on-tail »

Une fois introduit ces concepts de base, nous allons nous focaliser sur une configuration instable particulière qui sera au centre de ce travail, à savoir l'instabilité « bump-in-tail » qui se caractérise par l'interaction entre le plasma et un faisceau d'électron créé par les différents mécanismes décrits dans le chapitre 1. On considère à présent qu'il existe deux populations d'électrons représentées sur la figure 2.2 :

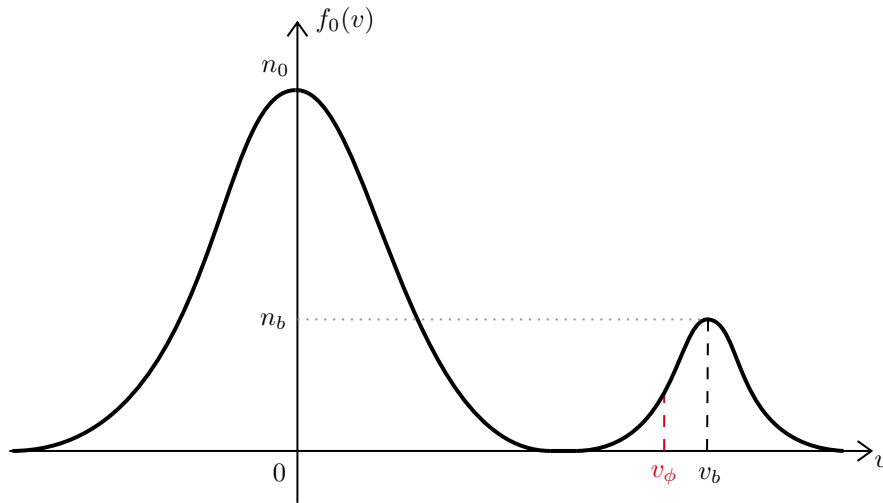


FIGURE 2.2 – Fonction de distribution électronique de *bump-on-tail*

- Les électrons thermiques formant la quasi-totalité du plasma, de densité n_0 et décrit par une maxwellienne $f_{0e}(v)$ de moyenne nulle (vitesse thermique du plasma v_{Te}).

$$f_{0e}(v) = \frac{n_{0e}(1-\eta)}{\sqrt{2\pi v_{Te}^2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{Te}^2}\right) \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{n_b}{n_{0e}} \ll 1$$

- Un faisceau dérivant à la vitesse $v_{Te} < v_b \neq 0$, de densité n_b très petite devant n_0 ($n_b \ll n_0$), décrit par une maxwellienne $f_b(v)$ centrée en v_b (avec une vitesse thermique du faisceau v_{Tb}).

$$f_{0b}(v) = \frac{n_b}{\sqrt{2\pi v_{Tb}^2}} \exp\left(-\frac{(v - v_b)^2}{2v_{Tb}^2}\right)$$

- Les ions forment un fond neutralisant quasi-immobile de densité n_{0i} , de vitesse thermique v_{Ti} et sont décrit par la maxwellienne $f_{0i}(v)$:

$$f_{0i}(v) = \frac{n_{0i}}{\sqrt{2\pi v_{Ti}^2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{Ti}^2}\right)$$

Pour simplifier, du fait que les ions sont immobiles, les électrons subissent un mouvement de rappel, qui peut alors être décrit de façon simple dans une géométrie uni-dimensionnelle. La fonction de distributions de vitesses de l'ensemble des particules formant le plasma est alors :

$$f_0(v) = f_{0e}(v) + f_{0i}(v) + f_{0b}(v) \quad (2.9)$$

La quasi-neutralité du plasma à l'équilibre exige que $n_{0e} \simeq n_{0i} \equiv n_0$. La contribution du faisceau à la constante diélectrique est par changement de variable ($v \rightarrow v - v_b$) (2.8) :

$$\varepsilon_b(\omega, k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v_{Tb}^2}} \frac{\omega_{pb}^2}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v - v_b}{v_{Tb}^2} \frac{\exp[-(v - v_b)^2/2v_{Tb}^2]}{v - \omega/k} dv$$

où l'on a posé la fréquence plasma du faisceau $\omega_{pb} = \sqrt{n_b e^2 / m_e \varepsilon_0}$. On peut écrire la constante diélectrique totale du plasma³ (Ichimaru, 2004) :

$$\varepsilon(\omega, k) = 1 - \underbrace{(1 - \eta) \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \xi_e^2 \frac{dZ(\xi_e)}{d\xi_e}}_{\text{(plasma de coeur : électrons thermiques + ions)}} - \underbrace{\frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \xi_i^2 \frac{dZ(\xi_i)}{d\xi_i}}_{\text{(plasma de coeur : ions)}} - \underbrace{\frac{\omega_{pb}^2}{(\omega - kv_b)^2} \xi_b^2 \frac{dZ(\xi_b)}{d\xi_b}}_{\text{(faisceau)}} \quad (2.10)$$

où l'on a posé $\xi_s = \omega / (\sqrt{2} k v_{Ts})$ (avec $s = i, e$) et $\xi_b = (\omega - kv_b) / (\sqrt{2} k v_{Tb})$. On néglige la contribution des ions. On s'intéresse à des ondes dont la vitesse de phase est supposée très grande devant la vitesse thermique des électrons ($v_{Te} \ll v_\phi = \omega_r / k$), *i.e.* des ondes résonnantes avec le faisceau en dehors du plasma de coeur. De plus, on considère que le faisceau est suffisamment éloigné du coeur tel que $v_{Tb} \ll |\omega_r / k - v_b|$. Ces deux dernières conditions, nous permettent d'obtenir que $|\xi_e| \gg 1$ et $|\xi_b| \gg 1$. Dans la constante diélectrique apparait la fonction de Fried & Conte $Z(\xi)$, tabulée en 1961 (Fried and Conte, 2015), définie par l'intégrale dans le demi-plan $\xi > 0$:

$$Z(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{x - \xi} dx$$

et son prolongement analytique dans le demi-plan $\xi < 0$ (introduit $i\pi$ fois la dérivée de la fonction maxwellienne au pôle). Des détails sur cette fonction de Fried & Conte sont donnés en annexe II. Par conséquent, du fait que $|\xi_e| \gg 1$ et $|\xi_b| \gg 1$ on peut utiliser un développement asymptotique de la fonction $Z(\xi)$ et ainsi, négliger les termes proportionnels à $\xi_b^3 e^{-\xi_b^2}$ petits. On obtient :

$$\varepsilon(\omega, k) \simeq 1 - (1 - \eta) \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pb}^2}{(\omega - kv_b)^2} - 3k^2 \left[(1 - \eta) \frac{\omega_{pe}^2 v_{Te}^2}{\omega^4} - \frac{\omega_{pb}^2 v_{Tb}^2}{(\omega - kv_b)^4} \right]$$

Les solutions complexes $\omega = \omega_r + i\gamma$ de cette équation permettent de déterminer la dispersion et la croissance ou l'amortissement des différents modes se propageant dans le plasma. L'équation de dispersion $\Re(\varepsilon(\omega_r, k)) = 0$, s'écrit, en tenant compte des effets thermiques :

$$1 - (1 - \eta) \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_r^2} - \frac{\omega_{pb}^2}{(\omega_r - kv_b)^2} - 3k^2 \left[(1 - \eta) \frac{\omega_{pe}^2 v_{Te}^2}{\omega_r^4} - \frac{\omega_{pb}^2 v_{Tb}^2}{(\omega_r - kv_b)^4} \right] = 0 \quad (2.11)$$

3. Pour un plasma de coeur (*i.e.* le plasma composé des électrons et des ions) si l'ensemble des populations $s = e^-, i^+$ possède une distribution maxwellienne, la relation de dispersion cinétique est de la forme Ichimaru (2004) :

$$\varepsilon(\omega, k) = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \xi_s^2 \frac{dZ(\xi_s)}{d\xi_s} \quad \text{avec} \quad \xi_s = \frac{\omega}{\sqrt{2} k v_{Ts}}$$

En ne gardant que les termes dominants (*i.e.* en utilisant les conditions $\omega_{pe} \gg \omega_{pb}$ et $\eta \ll 1$), on obtient une relation de dispersion des ondes de Langmuir :

$$\Re(\varepsilon(\omega_r, k)) = \varepsilon_r(\omega_r, k) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_r^2} - 3k^2 \frac{\omega_{pe}^2 v_{Te}^2}{\omega_r^4} \simeq 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_r^2}$$

qui dépend principalement du coeur du plasma composé d'électrons thermiques et non pas du faisceau qui est une perturbation influant de façon négligeable sur la dispersion (lorsque l'on est dans le cadre de la théorie cinétique et non dans la limite hydrodynamique). Pour déterminer le taux de croissance de l'instabilité, il faut calculer la partie imaginaire de la constante diélectrique $\Im(\varepsilon) = \varepsilon_i(\omega_r, k)$ sous la forme :

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(\omega_r, k) = & \sqrt{\frac{\pi}{2}} (1 - \eta) \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 |k|} \frac{\omega_r}{v_{Te}^2} \exp\left(-\frac{\omega_r^2}{2k^2 v_{Te}^2}\right) \\ & + \sqrt{\frac{\pi}{2}} (1 - \eta) \frac{\omega_{pb}^2}{k^2 |k|} \frac{(\omega_r - kv_b)}{v_{Tb}^2} \exp\left(-\frac{(\omega_r - kv_b)^2}{2k^2 v_{Tb}^2}\right) \end{aligned}$$

Par le calcul, le taux de croissance est déterminé à l'aide de $\gamma(k) = \varepsilon_i(\omega_r, k) / \partial_\omega \varepsilon_r(\omega_r, k)|_{\gamma=0}$, ce qui nous permet d'obtenir :

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_r^4}{k^2 |k| v_{Te}^2} \left[\underbrace{-(1 - \eta) \exp\left(-\frac{\omega_r^2}{2k^2 v_{Te}^2}\right)}_{\text{(amortissement Landau)}} - \eta \frac{v_{Te}^3}{v_{Tb}^3} \frac{(\omega_r - kv_b)}{\omega_r} \exp\left(-\frac{(\omega_r - kv_b)^2}{2k^2 v_{Tb}^2}\right) \right]$$

Le premier terme est toujours négatif : il correspond à l'amortissement Landau (Stix, 1992). Le signe du second terme dépend de celui de $\omega_r - kv_b$: si $\omega_r/k > v_b$ il est négatif ainsi l'onde est amortie ; par contre si $\omega_r/k < v_b$ (*i.e.* pente positive dans la fonction de distribution du faisceau), le système peut devenir instable si le second terme excède, en valeur absolue, le premier permettant alors l'excitation des ondes. Pour connaître le taux de croissance maximal de l'instabilité, il faut donc examiner les extrema du second terme. Pour cela, on annule la dérivée de celui-ci, ce qui nous donne :

$$\frac{\omega_r}{k} - v_b = \pm v_{Tb}$$

Seule la solution $\omega_r < kv_b$ permet à l'instabilité de se développer. Le maximum du taux de croissance γ est atteint à la vitesse de phase v_ϕ égale à : $v_\phi = \omega_r/k = v_b - v_{Tb}$, avec la valeur :

$$\gamma_{\max} \simeq \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{n_b}{n_{0e}} \frac{\omega_r^3}{k |k| v_{Te}^2} e^{-1/2} \quad (2.12)$$

Ainsi le taux de croissance maximum est d'autant plus faible que le faisceau dérive à grande vitesse et que le rapport de la densité du faisceau sur la densité du plasma $\eta = n_b/n_{0e} \gg 1$ est grand. Ce taux est atteint lorsque la vitesse de phase de l'onde est égale à la différence entre la vitesse de dérive et la vitesse thermique du faisceau (*i.e.* là où la pente de la courbe est maximale). Ainsi l'injection d'un faisceau d'électrons peut exciter des ondes de Langmuir ; ce ne sont pas les seules car les faisceaux de particules sont susceptibles de déstabiliser différents types d'ondes de diverses natures. Pour cette instabilité, nous avons $|\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_b|$ de l'ordre de $(n_b/n_0)^{1/3}$ et ainsi, la condition de diffusion thermique est donnée par $\omega_{pe} \sqrt[3]{n_b/n_0} \ll \sqrt{2} kv_b$ qui peut se réécrire (en supposant $k \simeq \omega_{pe}/v_b$, voir O'neil and Malmberg, 1968) :

$$\left(\frac{n_b}{n_0} \right)^{1/3} \ll \frac{v_{Tb}}{v_b} \quad (2.13)$$

Il s'agit d'une condition importante, qui si elle est vérifiée, garantit une interaction cinétique entre le faisceau et le plasma. Dans le cas contraire, il s'agit d'une interaction fluide. Les interactions faisceau-plasma qui nous intéressent présentes dans le vent solaire vérifient bien cette condition et donc doit être vérifiée dans le cas des simulations PIC (Henri et al., 2019) (voir les chapitres 4 et 6). Dans le cas où l'on considère un faisceau froid interagissant avec le plasma, la constante diélectrique se simplifie des effets thermiques $T_b \rightarrow 0$ et dans le cas d'un faisceau peu dense $\eta \ll 1$, la constante diélectrique (2.11) prend la forme (Delcroix and Bers, 1966b) :

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_r^2} - \frac{\omega_{pb}^2}{(\omega_r - kv_b)^2} = 0$$

dont un traitement fluide existe (voir par exemple Chen et al. (1984) ou Delcroix and Bers (1966b)). La fonction de distribution (2.9) s'écrit alors sous la forme : $f_0(\mathbf{v}) = n_0 \delta(\mathbf{v}) - n_b \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_b)$.

II. 4 Formation d'ondes de Langmuir et émission Tcherenkov

Les échanges d'énergie entre particules et ondes sont donc possibles suivant l'équation (2.12). Dans cette optique, une particule accélérée peut à son tour exciter un mode propre du plasma ambiant, mode que l'on appelle onde de Langmuir et qui sera à la base des processus que nous décrirons dans le chapitre 4.

L'ensemble de ces processus est dû à un échange d'énergie entre les particules (énergie cinétique) et les ondes (énergie électromagnétique). En effet, lorsqu'une particule (ici un électron) se déplace à une vitesse v supérieure à la vitesse de phase $v > v_\phi$, alors une onde peut se développer dans le mode : $\omega = v_\phi k$. Dans le cas de l'instabilité de « *bump-on-tail* », les ondes de Langmuir \mathcal{L} ont une vitesse de phase $v_\phi = \omega/k \simeq (\omega_{pe} + \mathcal{O}(k))/k$ qui peut être plus faible que la vitesse thermique de certaines particules v_{T_s} . Certains électrons rapides (c'est le cas pour un faisceau d'électrons ou des électrons présents dans la queue de la fonction de distribution maxwellienne) avec $v > v_{T_e}$ peuvent émettre des ondes de Langmuir avec $\omega/k \leq v$ par *émission Tcherenkov*. La condition d'émission appelée *condition Tcherenkov* est (Melrose, 1986) :

$$\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0$$

On peut aussi définir l'*angle de Tcherenkov* entre la direction de propagation de la particule \mathbf{v} et le vecteur d'onde \mathbf{k} de l'onde générée comme :

$$\theta_c = \arccos\left(\frac{\omega}{kv}\right)$$

L'onde alors générée forme un front d'onde, avec un angle $\pi/2 - \theta_c$ par rapport à la direction \mathbf{v} . La figure 2.3 est une représentation schématique de l'émission d'ondes aux temps 1, 2 et 3 accompagnée de la formation d'un front d'onde. Dans le cas d'un faisceau d'électrons réparti suivant une maxwellienne

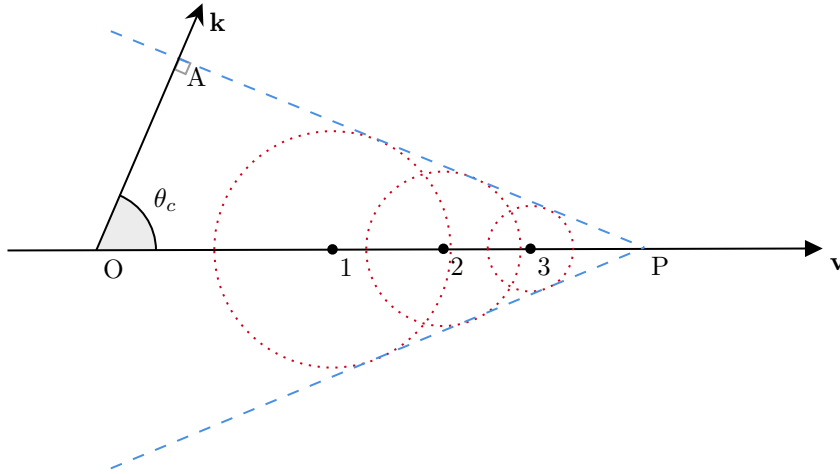


FIGURE 2.3 – Géométrie de l'émission Tcherenkov : une particule au point O à $t = 0$ émet des ondes avec une vitesse de phase $v_\phi = \omega/k$. À $t > 0$, la particule est au point P à une distance $OP = v_\phi t$ du point O. Les points 1, 2 et 3 correspondent à des positions successives du point P.

centrée en $\mathbf{v}_b = v_b \mathbf{e}_b$ (c'est le cas de la figure 2.2), la grande majorité des électrons ayant une vitesse proche de $v \simeq v_b$ vont émettre une onde de Langmuir dans la même direction que le faisceau ($\theta_c \simeq 0$ ce qui donne $\mathbf{k}_\mathcal{L} = k_\mathcal{L} \mathbf{e}_b$) suivant la condition :

$$\omega_{pe} = v_b k_\mathcal{L} \quad (2.14)$$

Le faisceau va alors exciter le mode $\omega = \omega_{pe}$ d'une onde de Langmuir. L'amortissement Landau peut être vu de différentes façons. Il s'ensuit que les ondes de Langmuir pour une vitesse de phase $v_\phi = \omega/k$ donnée peuvent être absorbées par les particules du plasma avec $v > v_\phi$ par une *absorption Tcherenkov* ou *émission Tcherenkov inverse* (le coefficient d'absorption correspond à l'amortissement Landau). Ainsi l'amortissement Landau ($\partial f_{0s}/\partial \mathbf{v} < 0$) est équivalent à une absorption Tcherenkov et dans le cas de l'instabilité de « *bump-on-tail* » ($\partial f_{0s}/\partial \mathbf{v} > 0$) cela correspond à une émission Tcherenkov.

Dans le cas d'un champ magnétique ($\mathbf{B} \neq \mathbf{0}$), les équations se modifient et on peut écrire le critère de résonance sous la forme :

$$v_{n\parallel} = \frac{\omega - n\Omega}{k_\parallel}$$

La résonance de Tcherenkov n'est que la résonance d'ordre zéro ($n = 0$) de cette série. Toutes les autres résonances ($n \neq 0$) concernent des interactions entre le champ électrique et le mouvement de rotation des particules en présence d'un champ magnétique. Les autres sont appelées *résonances cyclotrons* (e. g. Belmont et al., 2019).

III. Un pas vers le non-linéaire

Cette section est un peu particulière, en ce sens qu'elle introduit quelques concepts de base utilisés dans l'approche non-linéaire de la résolution des équations de dispersion. Toutefois, nous nous restreindrons à présenter un panorama général mais qui peut être utile afin de mieux comprendre les résultats du chapitre 4.

III.1 L'approximation quasi-linéaire

Lors de notre étude de petites oscillations (linéaires) dans un plasma, on sépare généralement la fonction de distribution en deux termes : la partie non-oscillante (*i.e* la fonction de distribution initiale) et la faible perturbation oscillante. Nous allons chercher à décrire l'évolution temporelle d'un système de particules et d'ondes dont la théorie linéaire prédit qu'il est instable ou amorti. On considère d'une part que les perturbations sont suffisamment faibles pour que la propagation des ondes (le taux de croissance, la relation de dispersion, *etc.*) puisse être décrite par la théorie linéaire et on considère les contributions non-linéaires de l'équation de Vlasov (2.1). Ces termes non-linéaires décrivent la diffusion des particules et le comportement asymptotique (à l'infini) $t \rightarrow \infty$ du système : stabilisation de l'instabilité ou de l'amortissement des ondes. C'est ce qu'on appelle l'*approximation quasi-linéaire* ou *théorie quasi-linéaire* (en anglais *quasi-linear theory*, en abrégé QLT). Cette théorie a été développée indépendamment, en pleine guerre froide, dans les années 1960 par les russes Vedenov, Velikov et Sagdeev (Vedenov et al., 1962) et les américains Drummond and Pines (1962). Elle permet d'avoir accès à l'évolution temporelle de la fonction de distribution initiale f_0 des particules ainsi que de l'amplitude des ondes sur une échelle de temps largement supérieure à la période d'oscillation caractéristique de l'onde et donc aussi un temps supérieur à τ_{NL} .

Pour simplifier la description, on considère un plasma infini, homogène, non-collisionnel et non-magnétisé ($\mathbf{B}_0 = \mathbf{0}$). Ce plasma est constitué d'ions et d'électrons, où les ions sont supposés immobiles et forment un fond neutralisant. La perturbation δf de la fonction de distribution des électrons s'écrit sous la forme (*e.g.*, Stix, 1992) :

$$\delta f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = f_e(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) - f_0(\mathbf{v}, t), \quad \text{où } |\delta f| \ll |f_0| \text{ et } f_0(\mathbf{v}, t) = \langle f_e(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle$$

où $\langle \dots \rangle$ représente la moyenne sur l'espace et $\langle f_e(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle$ représente la fonction de distribution initiale dépendante du temps t et de la vitesse \mathbf{v} . C'est ici que réside la différence avec la théorie linéaire où f_0 est fonction de \mathbf{x} et \mathbf{v} . Lors de l'opération de moyenne, on considère que les perturbations $\delta f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ sont faibles ce qui implique la perte définitive des informations issues de la variation spatiale de la fonction de distribution des électrons. En effectuant une moyenne spatiale sur l'équation de Vlasov pour les électrons (*i.e.* (2.1)), en considérant que $\langle \delta f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle = 0$ et que $\langle \delta E(\mathbf{x}, t) \rangle = 0$: aucun champ extérieur appliqué, on a (Kono and Skoric, 2010) :

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{e}{m_e} \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = \frac{e}{m_e} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \langle \mathbf{E} \delta f \rangle \quad (2.15)$$

L'équation obtenue, ci-dessus, est non-linéaire par la présence du terme du second ordre $\langle \mathbf{E} \delta f \rangle$ provenant d'un couplage champ-particules. Il nous faut conserver certains termes d'ordre deux à cause de la dépendance temporelle de $f_0(\mathbf{v}, t)$. Puis, en soustrayant cette équation à l'équation de Vlasov (*i.e.* (2.1) – (2.15)), on obtient (Kono and Skoric, 2010) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta f - \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} &= \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{v}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \langle \mathbf{E} \delta f \rangle \\ \Rightarrow \frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta f &= \frac{e}{m_e} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} \right) \end{aligned}$$

L'équation ainsi obtenue explicite l'évolution temporelle de δf . On peut noter que la quasi-neutralité est assurée par les fonctions de distributions non perturbées des ions $f_{0i}(\mathbf{v}, t)$ et des électrons $f_{0e}(\mathbf{v}, t)$ à l'aide

de la relation : $f_{0i}(\mathbf{v}, t) = f_{0e}(\mathbf{v}, t) = f_0(\mathbf{v}, t)$. Cette équation peut aboutir à une *équation de diffusion dans l'espace des vitesses* (au cours du calcul, on est passé dans l'espace de Fourier $\nabla \leftrightarrow i\mathbf{k}$) :

$$\frac{\partial f_0(v, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \left[\bar{D}_e(\mathbf{v}, t) \frac{\partial f_0(v, t)}{\partial \mathbf{v}} \right] \quad (2.16)$$

$$\text{avec } \bar{D}_e(\mathbf{v}, t) = \frac{2e^2}{m_e^2 \varepsilon_0} \int \frac{i\mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t) \mathbf{k} \otimes \mathbf{k}}{[\omega(\mathbf{k}, t) - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}] k^2} d\mathbf{k} \quad (2.17)$$

avec $\bar{D}_e(\mathbf{v}, t)$ le tenseur qui décrit les différents coefficients de diffusion des électrons dans l'espace des vitesses et $\mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t)$ la densité d'énergie spectrale associée aux fluctuations du champ : soit : $\varepsilon_0 |E_{\mathbf{k}}(t)|^2/2$. L'équation de diffusion (2.16) permet de déterminer la modification de la distribution moyenne des particules (et en particulier sur les particules résonnantes). En considérant un paquet d'ondes électrostatiques de fréquence complexe $\omega(\mathbf{k}, t)$ et de vecteur d'onde \mathbf{k} tel que $\omega(\mathbf{k}, t) = \omega_r(\mathbf{k}) + i\gamma(\mathbf{k}, t)$, on peut montrer que cette énergie spectrale $\mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t)$ suit une évolution temporelle de la forme :

$$\frac{\partial \mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t)}{\partial t} = 2\gamma(\mathbf{k}, t) \mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t) \quad (2.18)$$

Ainsi, le système d'équation formé de l'équation de diffusion sur l'espace des vitesses (2.16) et de l'équation d'évolution de l'énergie spectrale (2.18) est celui nécessaire pour la description quasi-linéaire de l'évolution du plasma. On peut expliciter le coefficient de diffusion en distinguant la contribution associée aux *particules résonnantes* ($\mathbf{v} \simeq \mathbf{v}_\phi$) de celle associée aux *particules non-résonnantes* ($\mathbf{v} \neq \mathbf{v}_\phi$). Par conséquent, les coefficients de diffusion auront des actions dans deux domaines différents dans l'espace \mathbf{k} : l'intervalle résonnant pour lequel $\omega_r(\mathbf{k}) \simeq \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ et l'intervalle non-résonnant pour lequel $\omega_r(\mathbf{k}) \neq \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$. On peut noter que la réversibilité des processus physique peut être étudiée en faisant la transformation : $t \rightarrow -t$. Pour cette transformation, le coefficient de diffusion résonnant $\bar{D}_e^r(\mathbf{v}, t)$ ne changeant pas de signe, il est donc associé à des phénomènes irréversibles. On peut noter que le coefficient de diffusion non-résonnant $\bar{D}_e^{nr}(\mathbf{v}, t)$ change de signe lors de cette transformation : les processus physiques affectant les particules non-résonnantes sont réversibles. On parle alors de « fausse-diffusion » (« *fake diffusion* » en anglais). Celle-ci décrit l'ajustement de la fonction de distribution des vitesses des particules non résonnantes à la variation de l'énergie spectrale $\mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t)$ (Stix, 1992; Melrose, 1986).

III. 2 Relaxation quasi-linéaire des particules résonnantes

Cette approche peut donc être utilisée dans l'étude de l'instabilité « bump-in-tail » qui nous intéresse ici dans le cas où les électrons interagissent avec une onde de faible amplitude. On considère les particules dans le domaine résonnant $\omega_r(\mathbf{k}) \simeq \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$, ainsi le coefficient de diffusion résonant \bar{D}_e^r de ces particules s'écrit (Melrose, 1986) :

$$\bar{D}_e^r(\mathbf{v}, t) = \frac{4\pi e^2}{m_e^2 \varepsilon_0} \int \mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t) \frac{\mathbf{k} \otimes \mathbf{k}}{k^2} \delta(\omega_r - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) d\mathbf{k} \quad (2.19)$$

où $\delta(\dots)$ est la distribution de Dirac, marquant le fort impact des particules résonnantes sous l'influence d'oscillations. En utilisant le fait que $\bar{D}_e^r(\mathbf{v}, t) \neq 0$, on montre que l'on doit fixer la condition (Lifshitz and Pitaevskii, 1981) :

$$\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{v}, t \rightarrow \infty) = 0$$

s'ensuit que, dans le domaine des particules résonnantes $v_1^f \leq \|\mathbf{v}\| \leq v_2^f$ où v_i^f pour $i \in \{1, 2\}$ sont les bornes finales de ce domaine, la fonction de distribution $f_0(\mathbf{v}, t)$ évolue vers un plateau quand $t \rightarrow \infty$, puisque sa dérivée $\partial_{\mathbf{v}} f_0(\mathbf{v}, \infty)$ doit être nulle pour $v_1^f \leq v \leq v_2^f$. Les particules résonnantes diffusent dans l'espace des vitesses, dans le sens opposé à la pente de la fonction de distribution, c'est-à-dire vers les valeurs des vitesses plus petites. Les bornes du domaine résonnant v_1^f et v_2^f correspondent à deux points où la fonction de distribution f_0 est décroissante. Ainsi, le processus de diffusion tend à supprimer la pente positive $\partial_{\mathbf{v}} f_0(v, t)$ responsable de l'instabilité. Pour $t \rightarrow \infty$, on observe un plateau typique de la relaxation quasi-linéaire et par conséquent l'instabilité est supprimée (puisque la distribution ne présente plus de pente positive) dans le domaine résonnant :

$$\gamma(\mathbf{k} = \omega_p \mathbf{v}/v^2, t \rightarrow \infty) = 0$$

Des particules situées initialement dans le domaine résonnant $[v_1, v_2]$ ont diffusé vers le domaine initialement non résonnant $[v_1^f, v_1]$ et $[v_2, v_2^f]$. Il y a donc un élargissement du domaine résonnant, c'est-à-dire une augmentation de la largeur du spectre ce que nous verrons plus en détails dans le chapitre 4. Lors

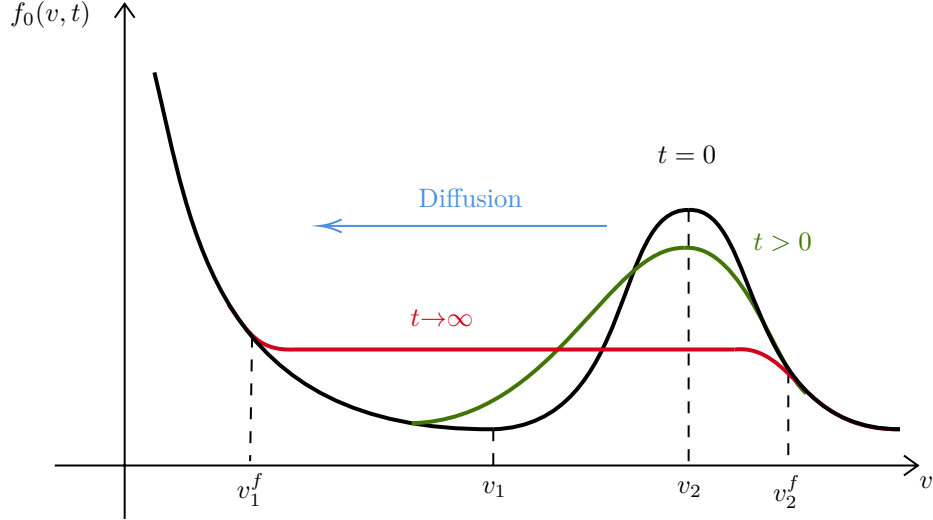


FIGURE 2.4 – Évolution temporelle de la fonction de distribution des vitesses $f_0(v, t)$ pour $t = 0$ (noir), $t > 0$ (vert) et $t \rightarrow \infty$ (rouge); le domaine résonnant initial s'est élargi de $[v_1; v_2]$ à $[v_1^f; v_2^f]$ lors du processus quasi-linéaire.

de l'évolution temporelle de la distribution, le processus de diffusion peuple le domaine des vitesses plus faibles, ce qui entraîne la formation de pentes positives sur un intervalle de vitesse plus large que $[v_1, v_2]$, tout en conservant le nombre de particules dans le domaine résonnant. La diffusion s'achève lorsque le plateau est formé et lorsque le taux de croissance de l'instabilité est devenu nul. Au cours de l'évolution du système, la fonction de distribution des vitesses des particules tend petit à petit vers un plateau ($\partial f_0(\mathbf{v}, t)/\partial \mathbf{v} \rightarrow 0$ pour $t \rightarrow \infty$) dans la région des vitesses résonnantes, supprimant toute instabilité : ainsi, le phénomène non-linéaire de diffusion permet de stabiliser la croissance des ondes. De plus, on peut noter que les particules résonnantes sont chauffées, leurs températures électroniques $T_e(t)$ a augmenté, la variation de température peut alors être exprimée sous la forme suivante (Schmidt, 2012) :

$$T_e(t \rightarrow \infty) = T_e(0) + \frac{2}{n_e k_B} \int \mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t \rightarrow \infty) - \mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t = 0) d\mathbf{k}$$

ainsi du fait que l'énergie spectrale croît $\mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t \rightarrow \infty) \geq \mathcal{U}_{\mathbf{k}}(t = 0)$ donc $T_e(t \rightarrow \infty) \geq T_e(0)$. On peut noter que le processus de relaxation quasi-linéaire est accompagné par une augmentation de l'entropie S des particules résonnantes. A partir de la définition de l'entropie $S = k_B \int f_s \ln f_s d\mathbf{x}d\mathbf{v}$, on peut obtenir son évolution à l'aide de l'équation de diffusion quasi-linéaire (2.16) (Akhiezer et al., 1975) :

$$\frac{dS}{dt} = k_B \frac{2e^2}{m_e^2 \varepsilon_0} \iint \mathcal{U}_{\mathbf{k}} \frac{1}{f_0} \left(\mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} \right)^2 \delta(\omega(\mathbf{k}) - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) d\mathbf{k}d\mathbf{v}$$

où l'intégrand de cette expression est positif : $dS/dt \geq 0$ en accord avec la deuxième loi de la thermodynamique. Les électrons non résonnants ont une quantité de mouvement qui a augmenté (impactant la fonction de distribution) venant de la diffusion des électrons résonnants (qui cède de la quantité de mouvement en peuplant les régions de vitesse faible) grâce à la conservation de la quantité de mouvement. On peut expliquer de la sorte l'évolution de la distribution initiale depuis l'initial $t = 0$ à l'état final asymptotique $t \rightarrow \infty$ dans le domaine résonnant et non résonnant.

IV. Piégage non-linéaire et saturation de l'instabilité

Nous avons vu à la section II.2 qu'il existait des pôles dans l'intégrale (2.8) lorsque la vitesse de la particule est égale à $v = \omega/k$. Dans ce cas, on peut remarquer que l'expression $\propto \exp(-\gamma t)$ ne peut pas être une solution de la forme d'ondes linéaires (c'est-à-dire que la solution ne dépend pas de l'amplitude de l'onde) et donc que nous sommes en face d'une résolution dite non-linéaire. On a vu que les particules dont les vitesses sont égales à (ou proche de) la vitesse de phase v_ϕ de l'onde sont appelées *particules résonnantes* : $v_\phi = \omega_r/k$. La vitesse de phase est aussi appelée vitesse de résonance pour les particules. Cette vitesse s'introduit naturellement lors de la recherche des modes propres. Les particules résonnantes jouent un rôle important dans la théorie cinétique. Nous allons étudier l'orbite d'une particule

dans le cas d'un mouvement non-relativiste unidimensionnel en présence d'une onde monochromatique électrostatique de la forme :

$$E(x, t) = E(t) e^{-i(\omega t - kx)} + \text{c.c.}$$

où c.c. est le complexe conjugué. On introduit la phase de l'onde $\psi(x, t) = \omega t - kx$. L'amplitude de l'onde varie suivant la forme suivante $E(t) = E_0 G(t)$ avec $G(t) = \exp(\int_{t_0}^t \gamma(t') dt')$ est définie comme la fonction de gain et où $\gamma(t)$ varie lentement $|\dot{\gamma}| \ll |\gamma|^2$. À partir de l'équation de Newton, on peut obtenir l'équation d'évolution temporelle pour la phase de l'onde sous la forme (Melrose, 1986) :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{2q_s E_0 k}{m_s} G(t) \cos \psi \quad (2.20)$$

cette équation est importante pour la conservation de la phase de l'onde. Pour des électrons, afin de résoudre l'équation (2.20), nous avons besoin d'introduire l'équation :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \omega - kv$$

correspondant à la variation de la phase en présence d'une particule. Ainsi, on obtient (en considérant que la pulsation de l'onde varie peu entre t_0 et t (i.e. $G(t) \sim 1$) :

$$\frac{d^2}{dt^2} (v - v_\phi) = -\omega_{be}^2 (v - v_\phi) \sin \psi \quad (2.21)$$

où l'on a introduit $\omega_{be} = \sqrt{eE_0 k / m_e}$ la *pulsation de piégeage* des électrons (où l'indice "b" vient de *bounce* en anglais) d'une particule dans l'onde. Par abus de langage, on appelle ω_{be} la fréquence de piégeage. Les particules piégées seront importantes dans les chapitres 5 et 6. Pour $\sin \psi > 0$, les électrons ont tendance à se regrouper autour de $\psi = 0$ alors $v - v_\phi$ oscille à une fréquence proche de ω_{be} . Cela signifie que les électrons dont la vitesse initiale est proche de la valeur de résonance $v \simeq v_\phi$ pourront avoir une vitesse qui s'annule. À l'inverse, les autres garderont une vitesse proche de la vitesse initiale et seront donc peu perturbés par le passage de l'onde (ils sont légèrement accélérés ou décélérés). La conservation

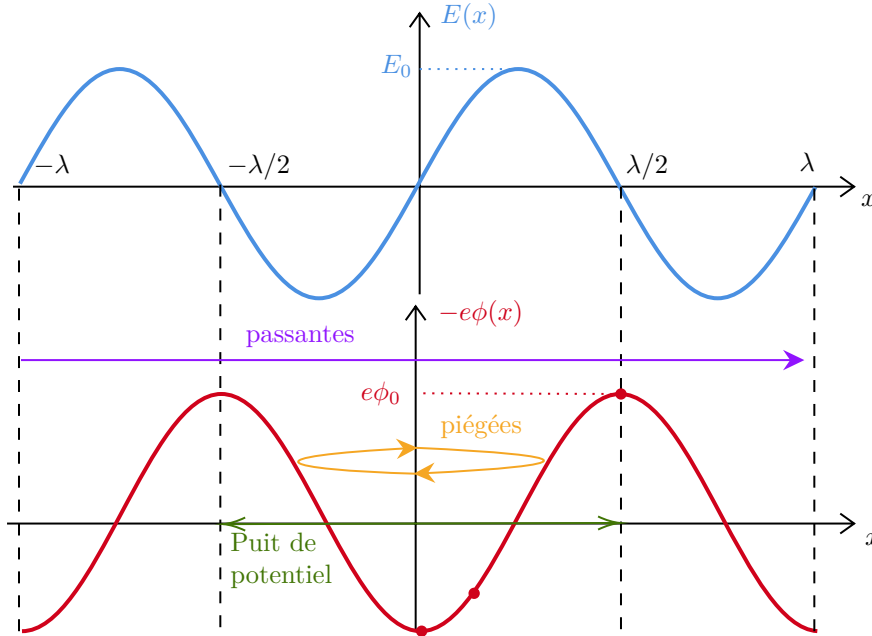


FIGURE 2.5 – Variation du champ électrique $E(x)$ de l'onde et de l'énergie potentielle $-e\phi(x)$ en fonction de la coordonnée spatiale x .

de l'énergie permet d'écrire l'équation qui relie vitesse et position d'un électron :

$$\mathcal{H} = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p = \frac{m}{2} (v - v_\phi)^2 - \frac{eE_0}{k} \sin \psi = C^{\text{ste}}$$

Savoir si l'onde gagne ou perd de l'énergie revient à savoir si globalement les électrons plus lents que l'onde sont plus ou moins nombreux que les électrons plus rapides que l'onde. Pour cela, il nous faut

regarder l'ensemble des particules qui constitue le plasma à l'aide de la fonction de distribution $f_0(v)$. Le mouvement de l'électron étant connu, on peut calculer la puissance moyenne reçue par l'onde par unité de temps : W_e . On constate que si la vitesse de l'électron est plus petite que la vitesse de phase, $W_e > 0$ et donc l'électron reçoit de l'énergie de l'onde. À l'inverse, si la vitesse de phase est plus petite que la vitesse de l'électron, $W_e < 0$, l'électron cède de l'énergie à l'onde. On peut calculer la puissance moyenne \mathcal{W} échangée entre l'onde et l'ensemble du plasma (pour une fonction de distribution maxwellienne) (Belmont et al., 2019) :

$$\mathcal{W} = \int_{-\infty}^{+\infty} W_e f_0(v) dv = -\frac{\pi e^2 \omega}{2m_e k^2} |E|^2 \left. \frac{\partial f_0}{\partial v} \right|_{v=\omega/k}$$

Comme nous l'avons vu précédemment, on peut écrire que : $|E| = |E_0| \exp(\gamma_L t)$ (où γ_L est le taux de croissance issu de la théorie linéaire). L'énergie par unité de temps perdue par l'onde $\mathcal{U}_{\text{Elec}}$ est égale à l'énergie gagnée par les particules \mathcal{W} , on a donc :

$$\frac{d\mathcal{U}_{\text{Elec}}}{dt} = -2\gamma_L \frac{\varepsilon_0 |E|^2}{2} = -2\gamma_L \mathcal{U}_{\text{Elec}} = \mathcal{W} \quad (2.22)$$

La figure 2.6 représente la variation de l'énergie de l'onde dans les cas où $\gamma_L < 0$ et $\gamma_L > 0$. Après une phase linéaire de croissance, l'amplitude de l'onde excitée oscille autour d'un niveau moyen avec une fréquence de l'ordre de la fréquence de piégeage et échange périodiquement de l'énergie avec les particules résonnantes. Nous sommes alors dans le domaine *non-linéaire* où l'on observe une *saturation* de l'énergie de l'onde.

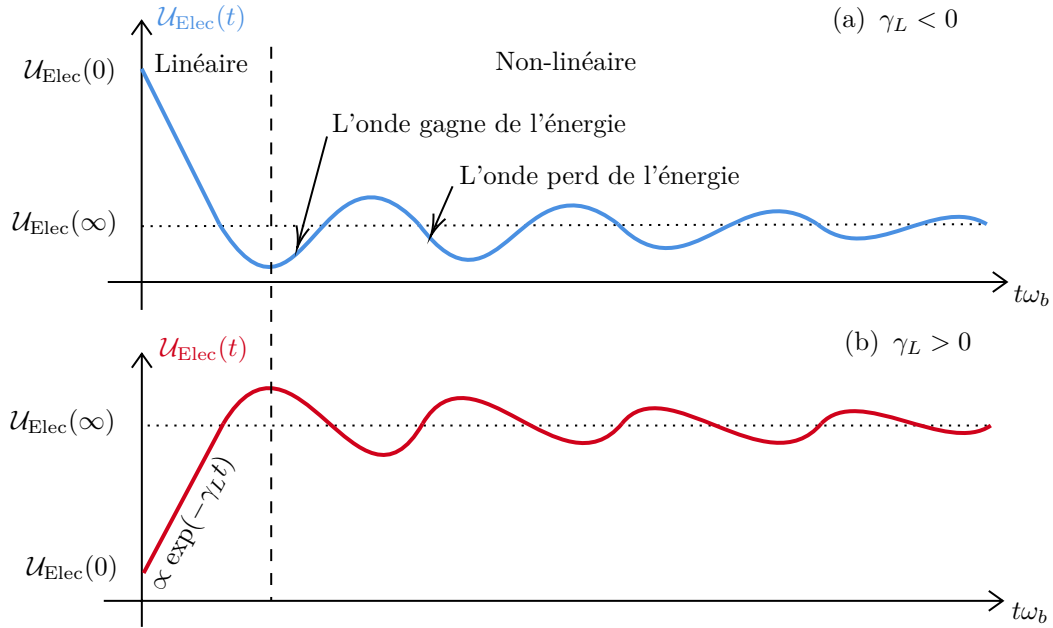


FIGURE 2.6 – Variation de l'énergie de l'onde $\mathcal{U}_{\text{Elec}}$ en fonction du temps $\omega_b t$ (normalisé à la fréquence de piégeage) : (a) $\gamma_L < 0$ l'onde décroît par l'effet Landau puis sature par effets non-linéaires de piégeage et (b) $\gamma_L > 0$ l'onde amorce un début de croissance saturée par les effets de piégeage.

V. Pour résumer

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions essentielles de l'approche cinétique permettant de décrire l'instabilité de faisceau-plasma et les phénomènes connexes. Ces notions sont importantes au sein des codes PIC. La théorie cinétique, et en particulier l'équation de Vlasov, est à la base du fonctionnement de ces codes (présenté dans le chapitre 3). L'instabilité de faisceau de type « *bump-on-tail* » est centrale pour nos études et les initialisations des simulations numériques étudiées dans les chapitres 4 et 6. Cette instabilité est considérée comme étant la source des émissions radio présentes dans le vent solaire. L'émission électromagnétique est issue de couplages des modes présents dans les plasmas non-magnétisés (présenté dans ce chapitre). Le chapitre 4 est consacré à l'étude et à la génération d'ondes électromagnétiques via cette interaction faisceau-plasma. L'instabilité de faisceau est l'une des instabilités

pouvant être à l'origine des EHs basées sur le piégeage d'électrons. Nous utiliserons l'interaction de faisceau pour étudier ces EHs à l'aide d'un code PIC (chapitre 6).

MODÉLISATIONS NUMÉRIQUES : SIMULATIONS PIC

D. Vaughan – *Fortran is a new and exciting language used by programmers to communicate with computers. It is exciting and it is the way of the future.*

T. Melfi *Hidden Figures*, (2016)

♪♪ Hans Zimmer – *Hidden Figures* (2017)

CE chapitre porte sur une présentation succincte du code numérique utilisé tout au long de cette thèse. L'étude de la dynamique des plasmas à l'aide de la simulation numérique est très directe et très puissante en particulier pour étudier les phénomènes cinétiques et/ou non linéaires (*e.g.*, [Kruer, 2019](#); [Birdsall and Langdon, 2004](#)). Dans le chapitre précédent, nous avons analysé comment le plasma est décrit via le système de Vlasov-Maxwell. Notre étude reposant essentiellement sur la résolution de ce système, il était donc très important de pouvoir utiliser un modèle numérique incluant de façon auto-cohérente les effets cinétiques. Il est possible de distinguer deux méthodes numériques différentes :

- L'approche *Particle-In-Cell* (PIC),
- L'approche *Vlasov*.

La différence entre ces deux méthodes de description cinétique d'un plasma est représentée sur la figure 3.1. La méthode numérique d'un code PIC (figure 3.1 panel de droite) a été introduite en 1955 et est relativement simple : on suit le mouvement des particules chargées représentant le plasma sous la forme de « macro-particules » (par l'entremise du calcul des densités de charges et de courant) dans les champs magnétique et électrique cohérent via les équations de Maxwell et du principe fondamentale de la dynamique. Cette résolution est basée sur une boucle temporelle que nous décrirons par la suite. Les codes PIC ont comme principal inconvénient leur niveau de bruit numérique (supérieur au bruit thermique) mais restent compétitifs en termes de temps de calcul. À l'inverse, leur principal avantage est qu'ils sont adaptés à la résolution de nombreux phénomènes dans les plasmas, de l'interaction laser-plasma (collisionnel) à l'astrophysique (non-collisionnel). On peut citer, par exemple, les codes PIC SMILEI ([Derouillat et al., 2018](#)), EPOCH ([Arber et al., 2015](#)) & PICCANTE ([Sgattoni et al., 2015](#)).

Quant aux codes Vlasov (figure 3.1 panel gauche) (d'après [Büchner, 2005](#)) ils ont été introduits dans les années 1960 et consistent à résoudre de façon discrète, à l'aide d'une méthode eulérienne, l'équation de Vlasov couplée de façon auto-cohérente avec les équations de Maxwell. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de décrire les plasmas non-collisionnels avec un bruit numérique moindre. L'inconvénient est la nécessité de résoudre l'équation de Vlasov ; une équation intégro-différentielle, rendant le temps de résolution numérique très long. En utilisant une grille de discrétisation adaptative, le temps de calcul a pu être diminué. Cependant, la résolution par la méthode d'Euler demande l'introduction d'échelle de plus en plus petites en vitesse rendant le code instable par l'apparition de phénomènes de filamentation. On peut citer par exemple les codes développés par [Mangeney et al. \(2002\)](#) et plus récemment le code VLASIATOR ([Kempf et al., 2013](#)).

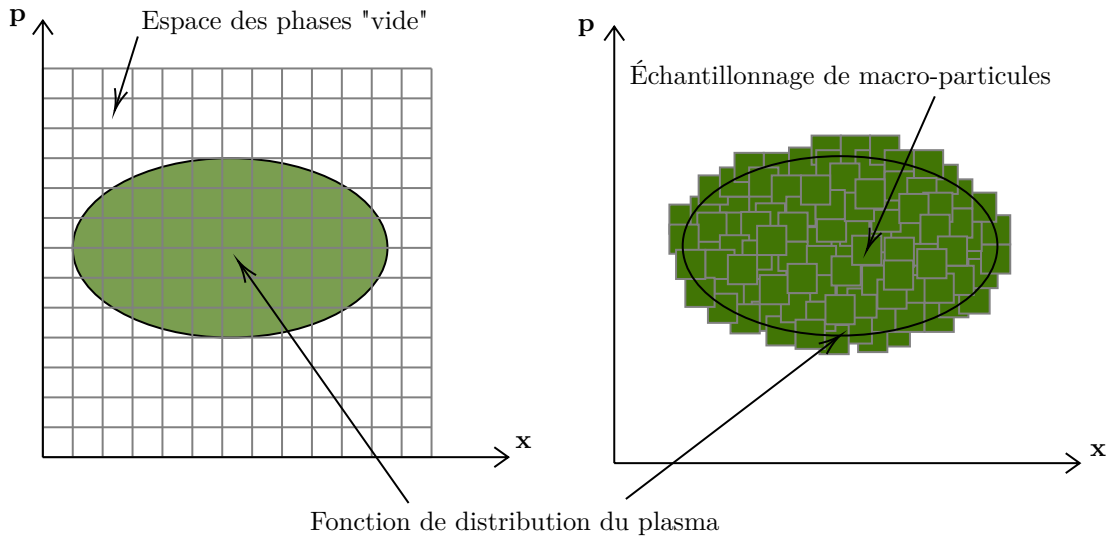


FIGURE 3.1 – Simulations cinétiques du plasma : (à gauche) Méthode de Vlasov, utilisant une grille eulérienne dans l'espace des phases ; (à droite) Méthode PIC, où les macroparticules numériques marquent la fonction de distribution. (figure adaptée de Pukhov, 2015)

Le choix du modèle numérique utilisé durant cette thèse a été effectué dans le but de pouvoir tout à la fois étudier des structures présentant des caractéristiques non-linéaires "microscopiques" mais aussi et surtout de pouvoir décrire des phénomènes d'accélération de certaines populations de particules. Le choix s'est donc arrêté sur un code PIC qui est conceptuellement simple à prendre en main et permet d'obtenir de façon très directe des résultats directement comparables à aux mesures *in situ* en laboratoire ou dans l'espace. Le code utilisé est le code SMILEI (pour *Simulating Matter Irradiated by Light at Extreme Intensities*) qui est un code PIC très récent bénéficiant de l'état de l'art concernant la simulation particulaire Derouillat et al. (2018). Il a aussi l'avantage d'être « open-source » et collaboratif. Plus d'informations sont disponibles sur le site SMILEI : <https://smileipic.github.io/Smilei/>.

I. Description du code

Les informations, certaines notations et méthodes présentées dans les parties I. et II. sont majoritairement (sauf exceptions signalées) issues de l'article de Derouillat et al. (2018) présentant le code et du site SMILEI.

Les codes PIC se caractérisent donc par le suivi de particules « individuelles » (électrons et ions). Ces particules sont, en fait, des macro-particules du fait de leur taille non ponctuelle due à l'interpolation de leur contribution en densité et courant sur la grille spatiale où sont calculés les champs électromagnétiques. Les équations de Newton et de Maxwell représentent alors un système d'équations différentielles fermé dont la résolution permet de suivre les phénomènes du plus simple au plus compliqué.

I. 1 Présentation générale de Smilei

SMILEI est donc un code PIC pour la simulation des plasmas. « open-source », collaboratif et conçu pour de hautes performances sur les ordinateurs « super-scalaires ». Il a été conçu pour pouvoir traiter un large éventail d'études de physique, par exemple : l'interaction laser-plasma relativiste et quantique, la reconnexion magnétique, les chocs non-collisionnels, etc. Le code a été développé par des physiciens (du Laboratoire pour l'Utilisation des Laser Intenses) et des ingénieurs spécialistes du calcul haute performance (de la Maison de la Simulation¹). Il est basé sur un code C++ orienté objet avec une interface en Python pour l'initialisation et le traitement « *post-processing* » de simulations cartésiennes 1D, 2D et 3D.

1. <http://www.maisondelasimulation.fr>

Système de Vlasov-Maxwell

La description cinétique du plasma dans ce code PIC peut être décrite théoriquement par l'équation relativiste :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_s \zeta} \cdot \nabla + q_s (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \right] f_s = 0 \quad (3.1)$$

avec $\zeta = \sqrt{1 + \mathbf{p}^2 / (m_s c)^2}$ le facteur de Lorentz. La force de Lorentz agit sur une particule avec la vitesse $\mathbf{v} = \mathbf{p} / (m_s \zeta)$. Cette force découle de l'existence, dans le plasma, de champs $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ et $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ satisfaisant les équations de Maxwell :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.2)$$

Le système d'équations couplées Vlasov-Maxwell décrit la dynamique autocohérente du plasma dont les constituants (électrons et ions) sont soumis à la force de Lorentz et, par rétroaction, modifient à leur tour les champs électriques et magnétiques à travers leurs densités de charge et de courant :

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_s q_s \int f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r} \quad \text{et} \quad \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_s q_s \int \mathbf{v} f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r} \quad (3.3)$$

La boucle PIC

Après initialisation, les macro-particules ont été chargées et les champs électromagnétiques ont été calculés sur l'ensemble de la grille de simulation. La boucle PIC est alors lancée sur un grand nombre de N pas de temps Δt , chacun consistant en quatre étapes entre un pas de temps t_n et un pas de temps t_{n+1} :

1. interpolation des champs électromagnétiques ($\mathbf{E}(t_n)$ et $\mathbf{B}(t_n)$) aux positions des particules ;
2. calcul des nouvelles vitesses et positions des particules (\mathbf{x}, \mathbf{v}) ;
3. projection des nouvelles densités de charge et de courant (ρ, \mathbf{J}) ;
4. détermination des nouveaux champs électromagnétiques ($\mathbf{E}(t_{n+1})$ et $\mathbf{B}(t_{n+1})$).

On peut représenter cette boucle temporelle sur la figure 3.2.

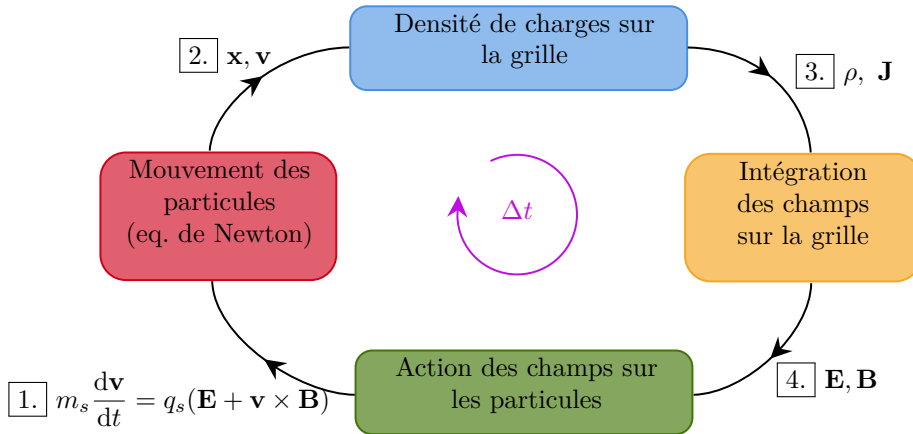


FIGURE 3.2 – Représentation de la boucle temporelle propre à un code PIC

Normalisation

Comme de nombreux codes PIC, le code SMILEI ne traite que des variables sans dimension, normalisées à des quantités de référence. Les normalisations des unités courantes sont données dans la table 3.1. Le changement d'unité dans notre problème est discuté dans l'annexe A. Ces normalisations sont basées sur les constantes fondamentales : c la vitesse de la lumière, e la charge élémentaire et m_e la masse de l'électron ainsi que la fréquence de référence qui est la pulsation plasma ω_{pe} dans notre étude. L'avantage d'une telle normalisation est qu'elle ne fait pas intervenir les échelles du problème, elle permet donc de traiter

Unité de	Normalisation
Vitesse	c
Charge	e
Masse	m_e
Temps	ω_{pe}^{-1}
Longueur	ω_{pe}/c
Champ électrique	$m_e c \omega_{pe}/e$
Champ magnétique	$m_e \omega_{pe}/e$
Densité	$\varepsilon_0 m_e \omega_{pe}^2/e^2$
Impulsion	$m_e c$
Courant	$m_e \varepsilon_0 c \omega_{pe}/e$
Énergie, Température	$m_e c^2$

TABLE 3.1 – Normalisation des unités dans Smilei

un très large spectre de problèmes et de processus plasmas. Les densités d'énergie électromagnétique sont définies de la façon suivante :

$$\mathcal{U}_{EM} = \int \left(\frac{\varepsilon_0 |E|^2}{2} + \frac{|B|^2}{2\mu_0} \right) d^D x$$

et s'expriment en unité associée à $[\mathcal{U}_{EM}] \times [L]^{D-3}$ où D est la dimension de la simulation (l'énergie cinétique suit la même normalisation).

I. 2 De particules aux macro-particules

Dans un code PIC, les fonctions de distribution des particules d'espèce s sont discrétisées sous la forme d'une somme de N_s *macro-particules* qui s'écrit :

$$f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{p=1}^{N_s} \frac{w_s}{V_C} \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_\alpha(t)) \quad (3.4)$$

où \mathbf{x}_α et \mathbf{v}_α sont la position et la vitesse de la α -ième macro-particule, V_C le volume de la cellule (en 2D $V_C = dx dy$), $\mathfrak{s}(\cdot \cdot \cdot)$ le facteur de forme de la particule représentant la fonction d'interpolation des particules sur la grille spatiale et w_s le poids statistique donnant leur contribution à la fonction de distribution du plasma. Ce poids est fixé pour chaque particule au moment de sa création (à l'initialisation de la simulation) et est défini comme : $w_s = n_s V_C / N_s$ où n_s est la densité de charge de l'espèce s initialisée. Cela implique que les particules ont une « forme » donnée par la fonction \mathfrak{s} permettant l'interpolation de ces macro-particules sur le maillage. Cette interpolation peut être directe sur le point de grille le plus proche (ordre 0), linéaire sur deux points de grille contigus (ordre 1), polynomiale sur plusieurs points de grille (ordre 2 et supérieur). Néanmoins, il est à noter que l'utilisation d'un ordre supérieur permet certes une amélioration du bruit numérique mais malheureusement au détriment du temps de calcul. Nous avons donc choisi l'ordre 2 comme bon compromis entre bruit numérique induit et temps de calcul raisonnable. En injectant cette distribution discrète dans l'équation de Vlasov (3.1), en multipliant par l'impulsion \mathbf{p} et en intégrant sur \mathbf{p} , on obtient :

$$\begin{aligned} & \sum_{\alpha=1}^{N_s} w_s \mathbf{p} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_\alpha} \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha(t)) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha(t)) \right] \mathbf{v}_\alpha \\ & + \sum_{\alpha=1}^{N_s} w_s \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha(t)) \left[\frac{\partial \mathbf{p}_\alpha}{\partial t} - q_s (\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_\alpha}{\zeta_\alpha} \times \mathbf{B}) \right] = 0 \end{aligned}$$

Pour prendre en compte toutes les macro-particules, il nous faut intégrer sur tout l'espace \mathbf{x} cette dernière relation. Le premier terme est nul en utilisant les propriétés des facteurs de forme² \mathfrak{s} et on peut obtenir les équations de la dynamique des macro-particules :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}_\alpha}{dt} = \frac{\mathbf{v}_\alpha}{\zeta_\alpha} \\ \frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} = \frac{q_s}{m_s} \left(\mathbf{E}_\alpha + \frac{\mathbf{v}_\alpha}{\zeta_\alpha} \times \mathbf{B}_\alpha \right) \end{cases}$$

2. La fonction de forme \mathfrak{s} possède les propriétés suivantes : (i) elle est normalisée $\int \mathfrak{s}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1$, (ii) symétrique par rapport à \mathbf{x} et (iii) non-nulle en $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Ces deux équations sont résolues pour un grand nombre de macro-particules. On appelle *cellule* l'espace entre les points de grille successifs induit par le fait que l'équation de Vlasov est résolue sur la trajectoire des quasi-particules (approche lagrangienne) alors que les équations de Maxwell sont discrétisés sur une grille (approche eulérienne, voir la partie II.1). Le champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{B} sont interpolés à la position de la particule (à l'aide de la fonction de forme) :

$$\mathbf{E}_\alpha(t) = \frac{1}{V_C} \int \mathbf{E}(t) \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha) d\mathbf{x}$$

$$\mathbf{B}_\alpha(t) = \frac{1}{V_C} \int \mathbf{B}(t) \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha) d\mathbf{x}$$

On peut noter que les fonctions d'interpolation des particules sur les champs et des champs sur les particules peuvent être différentes, nous avons choisi d'utiliser la même dans un but de simplification.

II. L'algorithme PIC

Cette partie présente les notions de base de l'algorithme PIC ainsi que les méthodes et le vocabulaire associés. Une simulation PIC nécessite l'attention sur l'initialisation et certaines conditions de stabilité (comme la condition CFL donnée par Courant et al. (1967)).

II.1 Discrétisations spatiale et temporelle

Afin de résoudre numériquement les équations de Maxwell (3.2), il est nécessaire de les discrétiser ce qui peut être réalisé en utilisant la méthode des différences finies (FDTD pour *finite difference time domain*). Les champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{B} sont discrétisés sur une grille appelée *grille de Yee* représentée sur la figure 3.3. On définit sur cette grille la position des quantités physiques pour un temps t

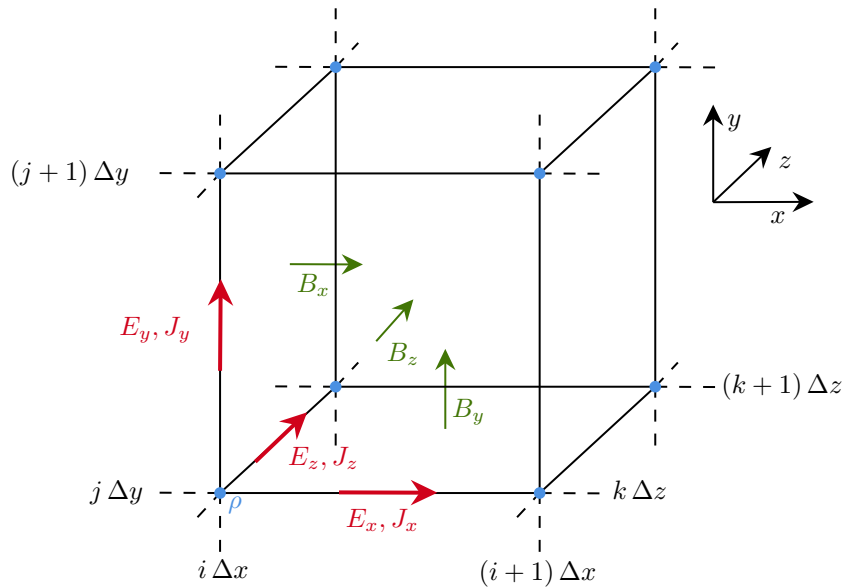


FIGURE 3.3 – Représentation de la grille de Yee (adaptée de Derouillat et al., 2018).

donné (\mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{J} , ρ , ...). La densité de charge ρ est calculée sur chaque sommet de la grille. Les composantes du champ électrique (E_x , E_y et E_z) et du courant (J_x , J_y et J_z) sont calculées sur les arêtes (appelées *pas de grille*, Δx , Δy , Δz respectivement) entre deux sommets dans leur direction associée. Les composantes du champ magnétique (B_x , B_y et B_z) sont calculées au centre de la face pour laquelle la composante associée est normale à cette surface. Lors de la discrétisation des dérivées temporelles des équations de Maxwell, le champ électrique (et donc le courant) est défini à des pas de temps Δt entier (n) et les composantes du champ magnétique à des pas de temps demi-entier ($n + 1/2$) : c'est le schéma numérique de « saute-mouton » (ou « *leap-frog* » en anglais) (Birdsall and Langdon, 2018).

Pousseur de particule : la méthode de Boris

La majeure partie du temps de calcul d'une simulation est consacrée à la résolution des équations du mouvement (pour chaque macro-particule). Ainsi, il est nécessaire d'introduire un solveur d'équations du mouvement de grande précision et optimisé. Pour cela, on fait également appel à la méthode de « saute-mouton » utilisant l'ancienne quantité au temps t_n pour calculer la nouvelle quantité au temps t_{n+1} au prochain pas de temps Δt (où $t_{n+1} = t_n + \Delta t$) comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{n+1}) - \mathbf{x}(t_n) &= \mathbf{v}(t_{n+1/2}) \Delta t \\ \mathbf{v}(t_{n+1/2}) - \mathbf{v}(t_{n-1/2}) &= \frac{q_s}{m_s} \left[\mathbf{E}(t_n) + \frac{\mathbf{v}(t_{n+1/2}) - \mathbf{v}(t_{n-1/2})}{2} \times \mathbf{B}(t_n) \right] \Delta t \end{aligned}$$

où les vitesses sont calculées entre deux pas de temps, c'est-à-dire aux instants $t_{n-1/2}$ et $t_{n+1/2}$ comme représenté sur la figure 3.4. Ce décalage est dû à l'algorithme de Boris afin de calculer séparément l'accélération électrostatique et l'induction magnétique. En effet, la *méthode de Boris* a plusieurs intérêts :

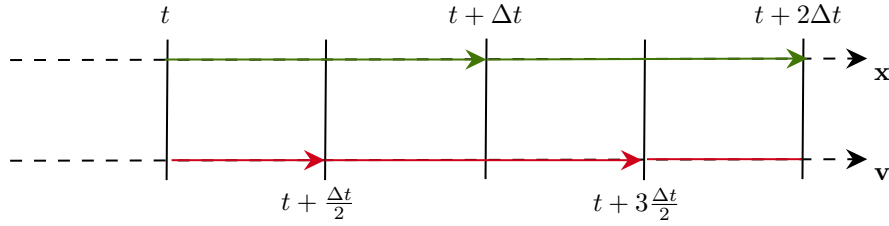


FIGURE 3.4 – Représentation du décalage temporel de calcul entre position \mathbf{x} et vitesse \mathbf{v} dans l'algorithme de Boris

(i) elle conserve l'espace des phases, (ii) elle possède une grande précision à long terme et (iii) elle est applicable dans les cas relativiste et non-relativiste. Pour cela, la résolution de cet algorithme de Boris s'écrit comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{n+1}) &= \mathbf{x}(t_n) + \mathbf{v}(t_{n+1/2}) \Delta t \\ \mathbf{v}(t_{n+1/2}) &= \mathbf{u} + [\mathbf{u} + (\mathbf{u} \times \mathbf{h})] \times \mathbf{s} + \frac{q\Delta t}{2m} \mathbf{E}(t_n) \end{aligned}$$

avec

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}(t_{n-1/2}) + \frac{q\Delta t}{2m} \mathbf{E}(t_n), \quad \mathbf{h} = \frac{q\Delta t}{2m} \mathbf{B}(t_n) \quad \text{et} \quad \mathbf{s} = \frac{2\mathbf{h}}{1 + h^2}$$

L'avantage majeur du modèle de Boris est qu'il calcule sur un intervalle de Δt mais avec une prédiction sur $\Delta t/2$ (voir la figure 3.4) ce qui minimise les erreurs de prédiction induite par la résolution des équations différentielles temporelles.

Solveur de Maxwell

Il nous faut maintenant calculer les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} de façon auto-cohérente. On utilise l'équation de Maxwell-Ampère pour déterminer le champ électrique par une méthode explicite comme :

$$\mathbf{E}(t_{n+1}) = \mathbf{E}(t_n) + \Delta t \{ [\nabla \times \mathbf{B}](t_{n+1/2}) - \mathbf{J}(t_{n+1/2}) \} \quad (3.5)$$

Le champ magnétique est obtenu à l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\mathbf{B}(t_{n+3/2}) = \mathbf{B}(t_{n+1/2}) - \Delta t [\nabla \times \mathbf{E}](t_{n+1}) \quad (3.6)$$

où la discrétisation du rotationnel d'un champ (dans nos équations les termes $[\nabla \times \mathbf{B}]$ et $[\nabla \times \mathbf{E}]$) n'est pas présentée ici, mais peut être trouvée dans [Birdsall and Langdon \(2004\)](#). Le calcul de ces deux équations (3.5) et (3.6) est nécessaire et suffisant pour déterminer complètement les champs électromagnétiques. En effet, l'équation de Maxwell-Thomson est conservée si elle est vérifiée à $t = 0$. De même, l'équation de Maxwell-Gauss est conservée tant qu'elle est satisfaite à $t = 0$ si l'algorithme satisfait l'équation de conservation de la charge :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

ce qui est vérifié par l'utilisation de la méthode de [Esirkepov \(2001\)](#). Malgré ce décalage temporel artificiel pour les besoins de la simulation, on peut tout de même utiliser la moyenne temporelle des champs magnétiques $\mathbf{B}(t_n) = [\mathbf{B}(t_{n+1/2}) + \mathbf{B}(t_{n-1/2})]/2$, des vitesses $\mathbf{v}(t_n) = [\mathbf{v}(t_{n+1/2}) + \mathbf{v}(t_{n-1/2})]/2$ et des courants $\mathbf{J}(t_n) = [\mathbf{J}(t_{n+1/2}) + \mathbf{J}(t_{n-1/2})]/2$ centrés au temps t_n .

II. 2 Initialisation d'une simulation

L'initialisation d'un code PIC est une étape très importante afin de déterminer les conditions *ad-hoc* qui permettent de suivre et d'étudier sans artefact numérique le problème physique considéré. Elle repose sur un compromis nécessaire entre temps de calcul raisonnable et conditions numériques représentant notre problème numérique. La partie la plus « simple » est le choix des conditions physiques du plasma qui est un processus en trois étapes :

1. un tirage aléatoire des N_s particules par cellule où la position \mathbf{x}_α est répartie uniformément et la vitesse \mathbf{v}_α est définie à l'aide de la fonction de distribution choisie (dans notre cas nous utilisons la distribution de Maxwell-Jüttner³),
2. la détermination de la charge totale initiale $\rho(\mathbf{x}, t = 0)$ et les densités de courant $\mathbf{J}(\mathbf{x}, t = 0)$ sur la grille comme :

$$\begin{aligned}\rho(\mathbf{x}, t = 0) &= \sum_s \sum_\alpha \frac{q_s w_s}{V_C} \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha(t = 0)) \\ \mathbf{J}(\mathbf{x}, t = 0) &= \sum_s \sum_\alpha \frac{q_s w_s}{V_C} \mathbf{v}_\alpha \mathfrak{s}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha(t = 0))\end{aligned}$$

3. le calcul des champs électromagnétiques initiaux (\mathbf{E} et \mathbf{B}) associés.

Cette méthode itérative est particulièrement intéressante car elle est facilement mise en œuvre sur des supercalculateurs et nécessite principalement un échange d'informations local entre des processus parallèles. Cette initialisation est définie à l'aide d'un fichier (en Python) spécifié par l'utilisateur du code. En particulier, il faut définir pour chaque espèce : la densité numérique $n_s(\mathbf{x})$, la vitesse moyenne $\langle \mathbf{v}_s \rangle$ et la température $T_s(\mathbf{x})$.

Une partie bien plus complexe et chronophage concerne les conditions requises afin d'avoir une simulation la plus proche possible des conditions physiques ou théoriques que l'on veut prendre en compte tout en restant dans le domaine de validité des algorithmes. Là encore, on peut définir deux approches distinctes : (i) la première inhérente aux codes PIC qui concerne la condition de stabilité de l'algorithme « saute-mouton » (*i.e.* que l'on résume par la condition de CFL, voir ci-dessous) et (ii) la seconde beaucoup plus spécifique qui est liée aux problèmes envisagés. C'est ainsi que bien que nous nous soyons focalisés sur seulement les deux paramètres principaux qui nous intéressaient : utiliser une boîte suffisamment grande afin d'inclure les longueurs d'ondes des instabilités étudiées et réduire autant que possible le bruit numérique (généré de façon inhérente par le code) en dessous du bruit thermique (associé à l'agitation thermique du plasma).

Conditions CFL

Mathématiquement, il est possible de donner une condition pour qu'un système d'équations différentielles de la forme :

$$\frac{\partial h(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = c \nabla h(\mathbf{x}, t) \quad (3.7)$$

où c est la célérité de l'onde associée, soit continu spatialement et temporellement pour $h(x, t)$. Courant, Friedrichs et Lewy indiquent qu'il existe une condition sur Δx (respectivement Δy et Δz) de sorte à ce que la solution de l'algorithme, reposant sur l'équation (3.7), soit cohérent (Courant et al., 1967) :

$$C = \sum_i^3 \frac{c \Delta t}{\Delta x_i} \leq C_{\max}$$

où C est appelé le nombre de Courant et C_{\max} est la valeur asymptotique de stabilité. Ce nombre de courant (du fait de son caractère généraliste) est utilisé dans de nombreux domaines tels que l'hydrodynamique, la météorologie, etc. Les solveurs reposant sur la méthode de différences finies (FDTD) sont

3. La distribution de Maxwell-Jüttner d'une espèce s est définie comme (Schnittman and Krolik, 2013) :

$$f_s(\zeta_s) = \frac{m_s c^2 \zeta_s^2(v) \beta}{k_B T_s K_2(k_B T_s / m_s c^2)} \exp\left(-\frac{m_s c^2 \zeta_s(v)}{k_B T_s}\right)$$

où ζ_s est le facteur de Lorentz de l'espèce s , $\beta = v/c$ et $K_2(\dots)$ est la fonction de Bessel d'ordre 2. Pour $k_B T_s \ll m_s c^2$ (cas non-relativiste), celle-ci tend vers la distribution de Maxwell-Boltzmann.

soumis à cette condition. Pour une simulation plasma PIC explicite, le pas de temps $\Delta t \leq \omega_{pe}^{-1}$ doit donc satisfaire la condition CFL :

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{c}$$

où les pas de grille sont de l'ordre de la longueur de Debye : $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq \lambda_D$. Il s'agit d'une condition importante à établir par l'utilisateur et nous permet de fixer, par exemple le pas de grille à l'aide du pas de temps sous la forme :

$$\Delta t = \alpha_t \frac{\Delta x}{c}$$

où $\alpha_t < 1$ est un paramètre choisi et Δt est calculé à partir de la longueur de Debye des électrons (définie à l'aide de la température T_e) $\Delta x = \alpha_x \lambda_D$ (où $\alpha_x \leq 1$ est un paramètre) de la simulation comme : $\Delta t = \alpha_t \alpha_x \lambda_D(T_e)/c$ (Par exemple, dans notre cas nous avons choisi $\alpha_x = 0.5$ et $\alpha_t = 1/\sqrt{2}$).

III. Optimisation du bruit numérique

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction de ce chapitre, les codes PIC peuvent être très bruités. Le bruit numérique (sur une quantité physique A qui peut être la densité d'une espèce, le courant, le champ électrique ou magnétique, *etc.*) est caractérisé par des fluctuations parasites $\delta A_{\text{num.}}$ (observées en particulier sur le champ E_x et la densité de charge électronique n_e) de la valeur moyenne A_0 induites par la résolution numérique et ces fluctuations sont généralement à haute voire à très haute fréquence. On suppose que l'on puisse écrire la quantité A comme :

$$A = A_0 + \delta A_{\text{num.}} \quad (3.8)$$

On représente cette quantité A sur la figure 3.5 (à gauche). Du fait de l'algorithme de Boris, l'augmentation du nombre de particules rend le temps de résolution couteux. Sur la figure 3.5 (à droite), on représente l'amplitude des fluctuations parasites $\delta A_{\text{num.}}/A_0$ dues à la simulation en fonction du nombre de particules par cellule N_s (points bleu). Sur cette figure 3.5, nous avons reporté 8 simulations effectuées avec un nombre différent de particules (les points noirs), allant de 10 particules par point de grille jusqu'à 5000 particules par point de grille. On remarque que ces mesures effectuées avec Smilei suivent la loi des grand nombres (représentée en tirets sur la figure 3.5) :

$$\left(\frac{\delta A_{\text{num.}}}{A_0} \right) \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$$

et peut rendre les variations à très petite échelle (*i.e.* pour une longueur caractéristique $\leq \lambda_{De}$) difficiles à calculer. Cependant, l'augmentation du nombre de particules par cellule, induit une augmentation du temps de simulation.

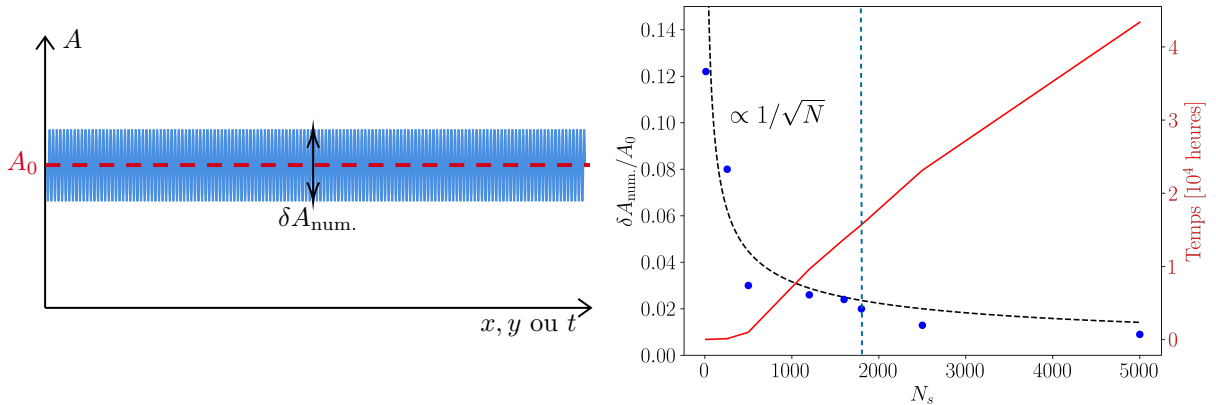


FIGURE 3.5 – (à gauche) Représentation schématique du bruit numérique et (à droite) mesures de $\delta A_{\text{num.}}/A_0$ (en bleu) et du temps de calcul monoprocresseur (Temps CPU, en rouge) en fonction du nombre de particules par cellule N_s sur nos simulations.

Le temps est représenté en rouge et on remarque qu'il augmente linéairement avec le nombre de particules. Ces essais ont été fait avec une boîte de simulation très petite (*i.e.* simulation bi-dimensionnelle

de $N_x \times N_y$ points-grilles) si bien que même avec 5000 particules par point de grille, la durée de la simulation n'excède pas 40 000 heures. La figure montre clairement un comportement asymptotique du rapport $\delta A_{\text{num.}}/A_0$ à partir de 1000 particules par point de grille. La dimension de notre boîte de simulation devant être beaucoup plus importante, nous devons trouver un compromis entre la réduction du bruit numérique et l'augmentation du temps de calcul (mais aussi le nombre de processeurs). Il est possible en utilisant d'autres paramètres de réduire ce bruit parasite mais ceux-ci ont également un coût. Par exemple, en réduisant le pas de temps Δt (choix d'un α_x petit), le bruit associé est diminué mais allonge le temps de simulation. Du fait de l'interpolation différente entre 1D et 2D, on peut noter qu'une simulation bi-dimensionnelle est moins bruitée qu'une simulation mono-dimensionnelle. De plus, on remarque que pour $N_s > 1000$, la variation du bruit numérique varie peu ($\sim 0,02$), notre choix a été porté sur un choix de $N_s \simeq [1800, 2500]$ particules (représenté par une ligne avec des tirets bleu-vert sur la figure 3.5). Nous aurions pu choisir une valeur autour de $N_s = 1000$ avec un niveau de bruit de l'ordre de ~ 0.03 afin de réduire le temps de calcul mais dans l'objectif d'observer des phénomènes fins nous avons préféré augmenter le nombre de particules.

Cette petite étude nous a permis de déterminer une valeur du nombre de particules par point de grille afin d'obtenir un niveau de bruit $\delta A_{\text{num.}}/A_0$ le plus bas possible dans le cas des simulations SMILEI tout en conservant un temps de calcul acceptable. Le choix retenu dans ce travail pour toutes nos simulations sera donc $N_s = 1800$ qui est un compromis entre le bruit numérique (de l'ordre de $\delta A_{\text{num.}}/A_0 \sim 0.02$) et le temps de calcul sur le centre national CINES. Il est d'ailleurs à noter que ce chiffre a aussi été choisi en tenant compte de l'occupation en mémoire vive qui est directement proportionnelle aux nombre total de particules.

GÉNÉRATION D'ONDES DANS LE VENT SOLAIRE

C'est tout au fond de moi, l'envie de voir des rêves qui tourbillonnent de joie.

H. Miyasaki, *Le Voyage de Chihiro*, (2001)

♪♪ Joe Hisaishi – *The Wind Forest* (1988)

DANS ce chapitre, nous ne présenterons que des résultats préliminaires du fait de l'orientation de ma thèse vers le sujet des « electron-holes » au cours de la deuxième année. Néanmoins, nous présenterons quelques résultats que j'ai pu obtenir. Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, au sein du vent solaire, des phénomènes de couplages d'ondes (voir par exemple [Henri et al., 2009](#)) permettent d'expliquer les émissions électromagnétiques à la fréquence plasma et son harmonique. Une bonne compréhension du processus d'émission permet de déduire l'énergie cinétique transférée des électrons accélérés aux ondes radio. Depuis une vingtaine d'années, des simulations Particle-In-Cell ont déjà eu comme objectif d'étudier les émissions électromagnétiques. Toutefois, la majorité de ces études présentent des limitations liées à l'utilisation des codes PIC très gourmands en temps de calcul. En effet, la taille de la boîte de simulation, choisie pour réduire le temps de calcul, est souvent insuffisante pour pouvoir suivre le développement de toutes les longueurs d'onde λ pouvant être présentes dans les mécanismes d'interaction étudiés. De même, la nécessité d'avoir un nombre de particules par point de grille élevé afin de limiter le bruit numérique inhérent au code PIC allonge les temps de calcul. Enfin, afin de réduire le temps de simulation, on peut être tenté d'utiliser des paramètres d'initialisation irréalistes tels que la densité du faisceau ou le rapport de masse ion/électron.

Dans le milieu interplanétaire, le rapport de densité faisceau électronique/ vent solaire $n_b/n_0 \sim 10^{-6}$ est habituellement déduit des observations (voir par exemple [Lin et al., 1981](#); [Ergun et al., 1998c](#)). [Kasaba et al. \(2001\)](#) ont effectué les premières simulations PIC 2D3V afin d'étudier ces émissions. Cependant, ces simulations avaient certaines limitations importantes que se soit d'un point de vue purement numérique avec 16 particules par point de grille pour les cas 2D induisant un fort bruit électrostatique avec une densité de faisceau très élevée $n_b/n_0 = 0.02$ (i.e. $n_b/n_0 > 10^{-2}$) afin d'accélérer certains processus d'excitation de façon peu réaliste. En effet, numériquement, augmenter le rapport n_b/n_0 réduit le temps de calcul et augmente le taux de croissance de l'instabilité ($\gamma \propto n_b/n_0$). Ces limitations se retrouvent dans d'autres travaux tel que celui de [Huang and Huang \(2009\)](#). Une amélioration notable concernant le nombre de particules par point de grille (avec près de 1000 particules par point de grille) a permis à [Thurgood and Tsiklauri \(2015\)](#) d'observer les deux fréquences attendues expérimentalement (à savoir à ω_{pe} et à $2\omega_{pe}$) mais la densité du faisceau ($n_b/n_0 = 0.0057$) reste trop importante par rapport aux mesures spatiales *in situ* et la boîte de simulation ne permet pas une résolution suffisante pour étudier l'émission à ω_{pe} . Plus récemment, [Henri et al. \(2019\)](#) ont étudié l'émission électromagnétique à $2\omega_{pe}$. Ils ont montré l'impact important du faisceau sur la direction des ondes générées ainsi que l'efficacité globale du mécanisme de conversion, en plusieurs étapes, de l'énergie cinétique du faisceau d'électrons en ondes radio indépendamment des paramètres du faisceau. Néanmoins, ce travail n'a pu mettre en évidence des analyses concernant le mode ω_{pe} dont le rapport d'émission avec le mode $2\omega_{pe}$ est important pour la comparaison avec les observations.

Notre objectif est donc de développer une simulation PIC afin d'étudier les émissions électromagnétiques à ω_{pe} et $2\omega_{pe}$ dans des conditions physiques des émissions issues de sursauts de type III les plus réalistes possibles tout en conservant un temps de calcul raisonnable. Ce premier objectif a d'ailleurs aussi été un travail préparatoire pour les futures simulations avec champ magnétique concernant la partie « electron hole » de mon travail (voir le chapitre 6). L'utilisation d'un code PIC est en effet nécessaire dans les deux cas car il permet l'accès aux échelles électroniques pour les différents modes qui nous intéressent.

I. Couplages d'ondes dans les plasmas

Dans un premier temps, nous allons présenter les caractéristiques principales des couplages d'ondes dans les plasmas car ces concepts sont utiles dans la suite du chapitre. Au sein d'un plasma, une onde de pulsation ω_0 et de vecteur d'onde \mathbf{k}_0 peut acquérir une forte amplitude. Le mouvement d'oscillation des ondes peut alors se coupler de façon non-linéaire avec des modes du plasma. L'énergie de l'onde (ω_0, \mathbf{k}_0) va être transférée sous forme d'énergie interne au plasma donnant par exemple des phénomènes d'accélération de particules ou du chauffage. De plus, une perturbation (ω_1, \mathbf{k}_1) peut donner naissance à la génération de modes propres autour de $\mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_0$ et $\omega_1 \pm \omega_0$. Ces mécanismes sont présents dans les plasmas d'interaction laser-plasma, de fusion et d'astrophysique (voir [Kruer, 2019](#)). De ce fait, à travers le plasma, ils peuvent convertir des phénomènes HF en BF et/ou électrostatiques en électromagnétiques et réciproquement.

I.1 Généralités sur l'interaction à trois ondes

Une hiérarchie des processus non-linéaires peut être établie en fonction de leur « degré de non-linéarité ». Nous n'allons considérer que les processus d'*interaction à trois ondes* et la *diffusion ondes-particules*. L'interaction à trois ondes peut être traitée grâce à l'identification d'un courant extérieur \mathbf{J}_{ext} dans le processus d'émission. Ce courant permet de caractériser la réponse non-linéaire du plasma associées à trois modes \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{C} caractérisés par leur potentiel vecteur $\mathbf{A}_{\mathcal{A}}(\omega, \mathbf{k})$, $\mathbf{A}_{\mathcal{B}}(\omega, \mathbf{k})$ et $\mathbf{A}_{\mathcal{C}}(\omega, \mathbf{k})$ respectivement. Les champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{B} induits (donc à potentiel nul $\phi = 0$) sont décrits à l'aide du potentiel vecteur $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = i\omega\mathbf{A}(\omega, \mathbf{k})$ et $\mathbf{B} = i\mathbf{k} \times \mathbf{A}(\omega, \mathbf{k})$. Le courant induit génère une réponse non-linéaire d'ordre n du plasma de la forme (d'après [Melrose, 1986](#)) :

$$\mathbf{J}_{\text{ext}}^{(n)} = \int (2\pi)^4 \bar{\alpha}^{(n)} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \dots - \mathbf{k}_n) \mathbf{A}_1(\mathbf{k}_1) \dots \mathbf{A}_n(\mathbf{k}_n) \frac{d^4\mathbf{k}_1}{(2\pi)^4} \dots \frac{d^4\mathbf{k}_n}{(2\pi)^4} \quad (4.1)$$

où $d^4\mathbf{k}_n = d\omega d\mathbf{k}_n$ et $\bar{\alpha}^{(n)}$ est le tenseur décrivant la réponse du plasma soumis aux champs électromagnétiques qui se traduit par l'apparition d'un courant. Ce tenseur possède la propriété d'être symétrique par permutation d'indice *i.e.* $\alpha_{ijklm\dots} = \alpha_{ikjlm\dots} = \dots = \alpha_{ijkml\dots}$. La description complète de ce paramètre peut être trouvée dans le livre de [Melrose \(1986\)](#). Dans notre cas, nous allons décrire l'interaction à trois ondes suivant la forme simple :

$$\begin{array}{ccc} & \text{coalescence} & \\ \mathcal{A} & \rightleftharpoons & \mathcal{B} + \mathcal{C} \\ & \text{décomposition} & \end{array} \quad (4.2)$$

où les modes \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{C} possèdent les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_{\mathcal{A}}$, $\mathbf{k}_{\mathcal{B}}$ et $\mathbf{k}_{\mathcal{C}}$ et suivent les relations de dispersion $\omega_{\mathcal{A}}(\mathbf{k})$, $\omega_{\mathcal{B}}(\mathbf{k})$ et $\omega_{\mathcal{C}}(\mathbf{k})$ respectivement. Le phénomène de *décomposition* correspond à la situation où une onde \mathcal{A} donne naissance à deux ondes distinctes \mathcal{B} et \mathcal{C} et le phénomène inverse de *coalescence* correspond au cas où deux ondes distinctes \mathcal{B} et \mathcal{C} donnent naissance à une onde \mathcal{A} . En utilisant un formalisme semi-classique pour décrire ces ondes, on considère que les ondes du mode \mathcal{A} (de même pour les modes \mathcal{B} et \mathcal{C}) ont une énergie $\hbar\omega_{\mathcal{A}}(\mathbf{k})$, une impulsion $\hbar\mathbf{k}_{\mathcal{A}}$ et un nombre de quanta $N_{\mathcal{A}}(\mathbf{k}_{\mathcal{A}})$ dans un volume V correspondant à $N_{\mathcal{A}}(\mathbf{k}_{\mathcal{A}}) = \mathcal{U}_{\mathcal{A}}(\mathbf{k}_{\mathcal{A}})/\hbar\omega_{\mathcal{A}}(\mathbf{k})|V$ où $\mathcal{U}_{\mathcal{A}}$ est la densité d'énergie spectrale du mode \mathcal{A} (définie dans la section III.1). L'avantage d'utiliser ce formalisme est qu'il permet de faire appel à la réversibilité microscopique et à la notion d'équilibre (généralement décrite avec les coefficients d'Einstein) provenant du second principe de la thermodynamique. La probabilité d'une interaction est alors calculée à partir du plasma, et nécessite que l'on spécifie les modes exacts impliqués. Pour le processus (4.2), les équations prennent la forme (voir [Reid and Ratcliffe, 2014](#))

$$\frac{dN_{\mathcal{A}}(\mathbf{k}_{\mathcal{A}})}{dt} = \omega_{\mathcal{A}}(\mathbf{k}_{\mathcal{A}}) \iint \mathcal{P}_{ABC}(\mathbf{k}_{\mathcal{A}}, \mathbf{k}_{\mathcal{B}}, \mathbf{k}_{\mathcal{C}}) \left[\frac{\mathcal{U}_{\mathcal{B}}}{\omega_{\mathcal{B}}} \frac{\mathcal{U}_{\mathcal{C}}}{\omega_{\mathcal{C}}} - \frac{\mathcal{U}_{\mathcal{A}}}{\omega_{\mathcal{A}}} \left(\frac{\mathcal{U}_{\mathcal{B}}}{\omega_{\mathcal{B}}} + \frac{\mathcal{U}_{\mathcal{C}}}{\omega_{\mathcal{C}}} \right) \right] d\mathbf{k}_{\mathcal{B}} d\mathbf{k}_{\mathcal{C}} \quad (4.3)$$

où \mathcal{P}_{ABC} est la probabilité par unité de temps qu'une particule d'impulsion \mathbf{p} émette un quantum dans $d\mathbf{k}$ et l'on considère que la probabilité de décomposition $\mathcal{P}_{ABC}(\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B} + \mathcal{C})$ est égale à la probabilité

du processus de coalescence $\mathcal{P}_{ABC}(\mathcal{B} + \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{A})$. La croissance du mode \mathcal{A} (soit $d\mathcal{U}_{\mathcal{A}}/dt$) dépend du terme de production des autres modes (premier terme entre crochets de l’équation (4.3)). Sa décroissance (deuxième terme entre crochets de l’équation (4.3)) dépend à la fois de sa propre densité d’énergie et de celles des ondes issues de la décomposition. Lorsque $d\mathcal{U}_{\mathcal{A}}/dt = 0$ alors l’interaction est saturée. Par la suite, nous allons détailler ce terme de probabilité pour les différentes interactions à trois ondes et sa dépendance avec les caractéristiques du plasma. En plus de l’équation (4.3), à l’aide de la conservation de l’énergie du processus à trois ondes : $\hbar\omega_{\mathcal{A}}(\mathbf{k}) = \hbar\omega_{\mathcal{B}}(\mathbf{k}) + \hbar\omega_{\mathcal{C}}(\mathbf{k})$ et de la conservation de l’impulsion $\hbar\mathbf{k}_{\mathcal{A}} = \hbar\mathbf{k}_{\mathcal{B}} + \hbar\mathbf{k}_{\mathcal{C}}$, on peut écrire les *conditions de résonances*¹ de ce processus :

$$\boxed{\begin{cases} \omega_{\mathcal{A}}(\mathbf{k}) &= \omega_{\mathcal{B}}(\mathbf{k}) + \omega_{\mathcal{C}}(\mathbf{k}) \\ \mathbf{k}_{\mathcal{A}} &= \mathbf{k}_{\mathcal{B}} + \mathbf{k}_{\mathcal{C}} \end{cases}} \quad (4.4)$$

On peut remarquer que ces conditions de résonances ne sont possibles qu’avec une condition sur la phase (pour plus de détails, voir par exemple [Kono and Skoric, 2010](#)). En effet, si les deux ondes n’ont pas de relation de phase, le couplage ne peut pas s’opérer même si les deux autres conditions (4.4) sont remplies.

I. 2 Exemples expérimentaux

Nous allons maintenant appliquer ces informations aux modes propres que nous avons introduit section I. 2 et dont nous parlerons plus en détails dans la suite de ce chapitre. Dans un plasma non magnétisé, il existe trois modes propres possibles :

- le *mode électromagnétique* \mathcal{T} ayant comme relation de dispersion :

$$\omega_{\mathcal{T}}^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2 \quad (4.5)$$

- le *mode de Langmuir* (ou *plasmon*) \mathcal{L} ayant comme relation de dispersion :

$$\omega_{\mathcal{L}}^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_T^2 \quad (4.6)$$

- le *mode acoustique ionique* (ou *phonon*) \mathcal{S} ayant comme relation de dispersion (on pourra supposer que $T_i \ll T_e$ afin de simplifier son expression) :

$$\omega_{\mathcal{S}} = \frac{kc_s}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_{De}^2}} \stackrel{T_i \ll T_e}{\simeq} kc_s \quad (4.7)$$

Ces modes théoriques sont respectivement représentés sur la figure 4.1. Il existe plusieurs types de décomposition ou coalescence faisant intervenir ces trois modes. Les mécanismes de coalescence ou de décomposition d’ondes sont présents dans de nombreux plasmas. On peut, en particulier, citer l’instabilité paramétrique de Brillouin (voir [Kruer, 2019](#)) (figure 4.1(c)) qui pourrait permettre d’augmenter l’amplitude d’un faisceau laser au travers d’un plasma. Une expérience très récente [Marquès et al. \(2020\)](#) d’interaction laser-plasma à été réalisée sur le laser de haute puissance LULI2000 afin de comprendre les processus de couplages d’ondes à l’origine des émissions électromagnétiques de type III. Le rôle du laser de haute puissance (*i.e.* onde électromagnétique $\mathcal{T}_{\text{laser}}$) est la génération de l’onde de Langmuir primaire \mathcal{L} via l’instabilité paramétrique de Raman (voir [Kruer, 2019](#)) dans un plasma peu dense : $\mathcal{T}_{\text{laser}} \rightarrow \mathcal{L} + \mathcal{T}'$ (voir la figure 4.1(b)). Cette expérience semble confirmer les mécanismes de coalescence à l’origine des émissions électromagnétiques à $2\omega_{pe}$. De plus, on peut noter que ces phénomènes peuvent aussi exister dans les plasmas de fusion par confinement inertiel. Pour compléter cette expérience, [Pérez et al. \(2021\)](#) ont fait une simulation 2D3V PIC à l’aide du code SMILEI basé sur les conditions de l’interaction laser-plasma et ont montré le rôle important de la coalescence d’ondes de Langmuir.

II. Conditions numériques

Comme mentionné dans l’introduction, ce travail préliminaire a eu pour but de trouver les conditions initiales numériques que nous pouvions introduire dans SMILEI afin d’obtenir une simulation la plus

1. On peut généraliser cette condition pour l’interaction résonnante de n ondes :

$$\omega_{\mathbf{k}} = \sum_{i=1}^n \omega_{\mathbf{k}_i} \quad \text{et} \quad \mathbf{k} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i$$

donnant aussi l’ordre n du couplage.

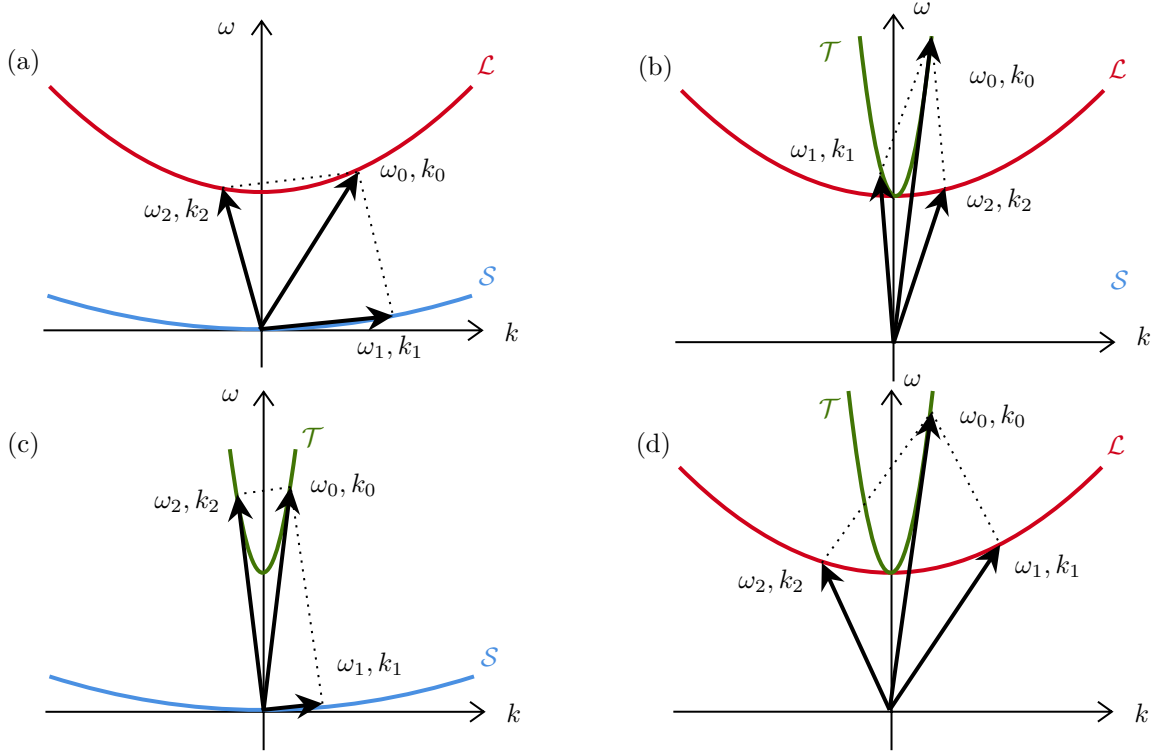


FIGURE 4.1 – Représentations schématiques d'exemple de décomposition dans un plasma non-magnétisé : (a) $\mathcal{L}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{S}(\omega_1, k_1) + \mathcal{L}'(\omega_2, k_2)$; (b) instabilité paramétrique de Raman $\mathcal{T}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{T}'(\omega_1, k_1) + \mathcal{L}(\omega_2, k_2)$; (c) instabilité paramétrique de Brillouin $\mathcal{T}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{S}(\omega_1, k_1) + \mathcal{T}'(\omega_2, k_2)$ (photon rétrodiffusé); (d) $\mathcal{T}(\omega_0, k_0) \rightarrow \mathcal{L}(\omega_1, k_1) + \mathcal{L}'(\omega_2, k_2)$. (adapté du livre [Chen et al., 1984](#))

réaliste possible et ainsi pouvoir généraliser les résultats obtenus dans les travaux précédents. Néanmoins, cette dernière partie ne sera pas traitée dans ce manuscrit du fait de la ré-orientation de ma thèse sur l'étude des « electron-holes ».

Dans ce travail, nous utiliserons des simulations PIC électromagnétiques 2D3V en géométrie cartésienne (x, y) à grande échelle afin d'étudier la génération d'ondes électrostatiques et électromagnétiques grâce à une succession de processus physiques d'interaction (ondes-ondes et ondes-particules) à partir d'une instabilité plasma. Une caractéristique importante du plasma du vent solaire est qu'il est faiblement magnétisé (*i.e.* caractérisé par $\omega_{ce}/\omega_{pe} \ll 1$). En effet $\omega_{ce}/2\pi$ vaut une dizaine de Hertz et $\omega_{pe}/2\pi$ vaut une dizaine de kilo Hertz à 1 u.a.. Par conséquent, nous considérons un plasma initialement non magnétisé, sur lequel les fluctuations magnétiques peuvent se développer de manière auto-cohérente. Nous avons construit une simulation bi-dimensionnelle avec une grille de taille $L_x \times L_y = N_x \Delta x \times N_y \Delta y = 1454 \lambda_{De} \times 1454 \lambda_{De}$. De plus, on considère lors de nos simulations le rapport de masse réel entre les ions et les électrons $\mu = m_i/m_e = 1836$ (des rapports de masse irréalistes sont souvent utilisés comme par exemple dans [Kasaba et al. \(2001\)](#) où $m_i/m_e = 40$). On introduit trois espèces maxwelliennes dans le plasma : des ions (de densité n_0 et à la température T_i), des électrons (à la vitesse v_p , de densité $n_0 - n_b$ et à la température T_e) et un faisceau d'électrons (à la vitesse v_b , de densité n_b et à la température $T_b = T_e$). Le faisceau est uniforme et dirigé le long de l'axe (Ox). Afin de conserver la quasi-neutralité et un courant initialement nul dans la boîte de simulation, on introduit une petite vitesse aux électrons du plasma de la forme :

$$v_p = \frac{n_b v_b}{n_0 - n_b} \ll v_b$$

La table 4.1 présente les paramètres de simulation et physiques de notre étude. Le rapport de température entre les ions T_i et les électrons T_e est $T_i/T_e = 0.1$. La densité du faisceau est choisie suffisamment faible pour se rapprocher de celle des faisceaux observés : $n_b = 5 \cdot 10^{-4} n_0$ ([Lin et al., 1981](#); [Ergun et al., 1998c](#)) et plus faible d'un ordre de grandeur par rapport aux études faites précédemment. Les paramètres physiques sont choisis pour que cette simulation soit la plus proche possible des conditions du vent solaire. Les conditions choisies, d'après l'équation (2.13), permettent à l'instabilité de faisceau-plasma d'être purement cinétique (et non fluide puisque $v_T/v_b \simeq 0.112$ et $\sqrt[3]{n_b/n_0} \simeq 0.08$ donc $\sqrt[3]{n_b/n_0} \ll v_T/v_b$) afin de minimiser l'impact du faisceau sur le plasma et avoir une « vraie » interaction faisceau-plasma. Dans les

TABLE 4.1 – Paramètres de simulation et physiques d’émissions électromagnétiques

Paramètres de simulation	notation	valeur
Nombre de points de grille	$N_x \times N_y$	1024×1024
Pas de grille	$\Delta x = \Delta y$	$\sqrt{2}\lambda_{De} = 0.02$
Nombre de pas de temps	N_t	330000
Pas de temps	Δt	$\Delta x/2c = 0.01$
Temps final	t_{final}	$6430 \omega_{pe} t$
Nombre de particules par cellule	N_s	1800
Paramètres physiques		
Vitesse de la lumière	c	1.0
Rapport de masse	μ	1836
Vitesse thermique électronique	v_T	$0.028c$
Vitesse du faisceau	v_b	$9v_T = 0.25c$
Fréquence plasma	ω_{pe}	1.0
Densité du plasma	n_0	1.0
Densité de faisceau	n_b	$5 \cdot 10^{-4} n_0$
Température électronique	T_e	200 eV
Température du faisceau	T_b	T_e
Température ionique	T_i	$0.1T_e$

conditions de la table 4.1, le taux de croissance maximum donné par la théorie « linéaire » de l’instabilité (2.12) est $\gamma_{\text{max}} \simeq 0.015\omega_{pe}$. L’ensemble des paramètres physiques et numériques utilisés impose des conditions de simulation qui nécessitent tout à la fois une grande boîte $L_x \times L_y = 1448\lambda_{De} \times 1448\lambda_{De}$ ainsi qu’un nombre de particules très important (soit $\sim 6 \times 10^9$ particules) générant une simulation utilisant environ 2 000 000 h CPU mono-processeur sur le super-calculateur du TGCC et générant à peu près 100 To de données à dépouiller et à analyser. Les dimensions spatiales de la boîte de simulation sont choisies afin de permettre un développement suffisant des ondes, en particulier pour les ondes électromagnétiques de l’émission à ω_{pe} ayant un vecteur d’onde petit de l’ordre de $\sim 10^{-3}\lambda_{De}^{-1}$ et donc une grande longueur d’onde de l’ordre de $\sim 10^3\lambda_{De}$. Néanmoins, il est nécessaire de bien résoudre plusieurs longueurs d’onde dans la boîte de simulation.

III. Formation d’un plateau et conversion d’énergie

La figure 4.2 montre l’évolution de la fonction de distribution le long de l’axe (Ox) direction du faisceau. Initialement, on observe les deux distributions électroniques caractéristiques : le faisceau (à $v_x = v_b$) et les électrons du vent solaire ($v_x = -v_p \ll v_b$) en bleu. Cette vitesse de correction appliquée au vent solaire présente initialement permet de garantir la neutralité initiale du code, elle correspond à $v_p = n_b v_b / (n_b - n_0)$. L’évolution temporelle de cette distribution est représentée à différents temps (voir code de couleur sur la figure) jusqu’au temps $\omega_{pe} t = 5400$. Nous voyons la saturation de l’instabilité « bump-on-tail » qui se traduit par un rapprochement des particules du faisceau vers la distribution du vent solaire (i.e. perte de leur énergie au profit de l’onde excitée), ce qui donne la formation d’un plateau caractéristique. Ce plateau est totalement formé autour de $\omega_{pe} t \simeq 5000$ dont l’allure est proche de la prédiction de la théorie quasi-linéaire (Akhiezer et al., 1975; Melrose, 1986; Stix, 1992). Au cours du temps, les particules du faisceau peuplent donc de plus grandes régions en vitesse que cela soit dans la zone des « basses vitesses » du vent solaire ou dans la zone des grandes vitesses ($v \geq (1 - 2)v_b$). Lors des études précédentes (e.g. Kasaba et al. (2001) ou Thurgood and Tsiklauri (2015)), le temps d’apparition du plateau était beaucoup plus faible du fait d’un faisceau de densité beaucoup plus fort ($\eta = n_b/n_0 \sim 0.01$ ou 0.005) en terme de densité d’énergie cinétique. Cette figure est comparable à la figure 2.4 de la formation du plateau lors de relaxation du faisceau. La figure 4.3 représente les deux densités d’énergie : la densité d’énergie associée aux champs électriques $\mathcal{U}_{\text{Elec}}(t)$ et la densité d’énergie cinétique du faisceau $\mathcal{U}_{\text{beam}}(t)$ au cours du temps $\omega_{pe} t$. Au cours de ces simulations, l’énergie totale est conservée. On remarque que l’allure de cette énergie peut être scindée en deux évolutions : une première partie qui peut-être décrite par la théorie linéaire et une seconde partie où l’amplitude du champ $\|\mathbf{E}\|$ est trop grande pour être prise en compte par la théorie linéaire, on parlera alors de processus « non-linéaire ». Au cours de la phase linéaire, il y a un fort transfert d’énergie des particules vers les ondes. Puis au cours de la phase non-linéaire, on observe une saturation ($\omega_{pe} t \gtrsim 5000$) de génération d’onde et de perte d’énergie du faisceau (correspondant à la formation du plateau). On observe un échange d’énergie cinétique en énergie

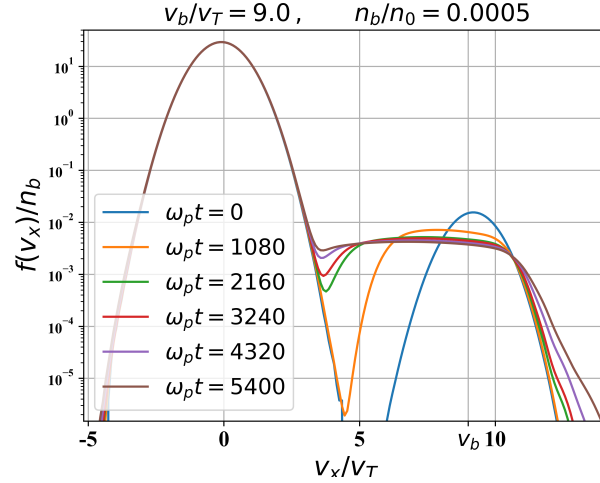
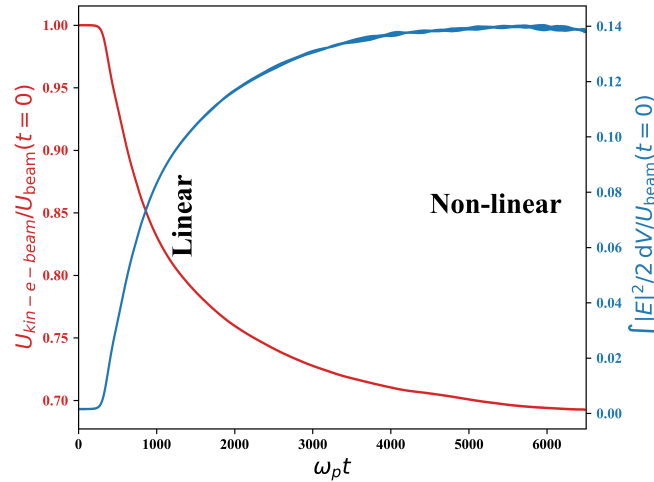


FIGURE 4.2 – Évolution de la fonction des électrons (coeur + faisceau) en fonction du temps.

électrique qui correspond à un ralentissement du faisceau (on voit sur la figure 4.2, certains électrons du faisceau peuplant la zone de vitesse $v < 6v_T$) au profit de l'onde électrique. La partie linéaire suit la théorie décrite dans le chapitre 2. Cette instabilité va générer des ondes de Langmuir électrostatiques \mathcal{L} suivant le mécanisme d'effet Cherenkov analysé dans la section suivante.

FIGURE 4.3 – Évolution des densités d'énergie du champ électrique $\mathcal{U}_{\text{Elec}} = \int \varepsilon_0 |E|^2 d\mathbf{r}/2$ et de la densité d'énergie cinétique $\mathcal{U}_{\text{beam}}$ (normalisées à l'énergie cinétique initiale du faisceau $\mathcal{U}_{\text{beam}}(t=0)$) des particules du faisceau au cours du temps

IV. Génération d'ondes d'électrostatiques

L'étude de la génération des ondes obtenues par cette interaction faisceau-plasma doit être faite dans l'espace de Fourier afin d'obtenir les caractéristiques des ondes en termes de fréquences et de longueurs d'onde. En particulier, nous voulons mettre en évidence la génération possible d'onde de Langmuir par le biais de l'instabilité «bump-on-tail» que nous voyons à l'œuvre figure 4.2. Nous cherchons donc des ondes ayant une fréquence autour de ω_{pe} . L'objectif de cette partie est d'étudier la génération d'ondes de Langmuir par le biais de ce type d'instabilité. L'utilisation de la FFT nécessite de vérifier soigneusement les critères de validité qui sont rapidement rappelés dans l'annexe III.

IV. 1 Génération à partir d’un faisceau

A l’aide de la transformée de Fourier, nous allons pouvoir étudier plus en détails l’interaction faisceau-plasma qui nous occupe ici. Nous allons commencer par montrer la relation de dispersion obtenue dans le cas d’une simulation « réaliste ». Dans ce cas, il est intéressant tout d’abord d’analyser l’effet Cherenkov créé par le faisceau. En effet, au cours de sa propagation, le faisceau génère des perturbations temporelles et spatiales au sein du plasma (comme nous l’avons rappelé dans le chapitre 2). Ces perturbations engendrent la formation d’ondes de Langmuir à la fréquence ω_{pe} suivant la relation, appelée *mode faisceau*, issue de l’équation (2.14) (exprimée en quantités normalisées de SMILEI) :

$$\frac{\omega}{\omega_{pe}} = k_x \lambda_D \frac{v_b}{v_T} \quad (4.8)$$

La figure 4.4 (à gauche) représente la relation de dispersion du carré du module du champ électrique $|E_x|^2$ correspondant à un « étalement de l’énergie » en fonction du vecteur d’onde k_x dans la direction du faisceau. Les relations de dispersion théoriques des ondes de Langmuir (équation (4.6)) et électromagnétiques (équation (4.5)) ainsi que le mode faisceau (équation (4.8)) sont représentés en pointillés blancs sur les figures de dispersion. La figure 4.4 (à droite) représente le spectre en énergie à la fréquence ω_{pe} du carré du module du champ électrique $|E_x|^2(k_x, k_y)$ en fonction des vecteurs d’onde k_x et k_y . On observe sur la figure 4.4 (à gauche), l’apparition d’une énergie associée à E_x au niveau de l’intersection entre le mode faisceau et le mode des ondes \mathcal{L} . L’intervalle de temps sur lequel sont créées ces figures $135 \leq \omega_{pe} t \leq 405$ se trouve dans la phase linéaire de l’interaction (voir figure 4.3). Pour compléter cela, le spectre en énergie associé à E_x montre une tache localisée sur un petit intervalle autour de $k_x \simeq k_{\mathcal{L}}$ (où $k_{\mathcal{L}}$ est représenté par la ligne pointillée). De plus celle-ci couvre un large intervalle en k_y alors que les ondes générées ont un mode de propagation le long de x (mode parallèle) bien défini. Dans cette simulation, on

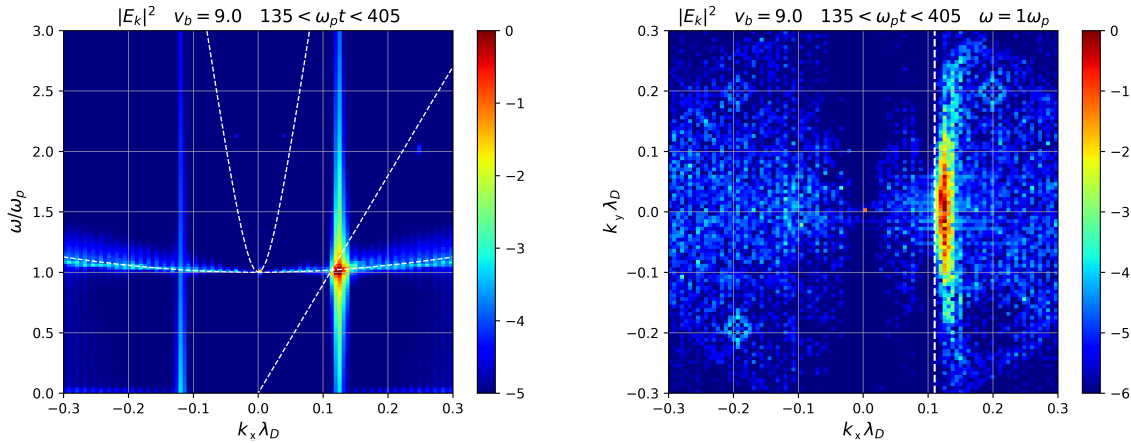


FIGURE 4.4 – Figures issues de FFT entre $135 \leq \omega_{pe} t \leq 405$ (à gauche) dispersion du champ électrique $|E(k_x, \omega)|^2$ dans la direction parallèle au faisceau. Les relations de dispersion théoriques sont en pointillés. (à droite) Spectre du champ électrique $|E(k_x, k_y)|^2$ à la fréquence $\omega = \omega_{pe}$. En pointillé est représentée la relation $k_{\mathcal{L}} = \omega_{pe}/v_b$ (mode faisceau).

a $v_b = 9v_T$ et $\omega \simeq \omega_{pe}$, ce qui correspond à la génération autour du vecteur d’onde $k_{\mathcal{L}} \lambda_{De} = 1/9 \simeq 0.11$ en très bon accord avec la figure 4.4. Pour conclure, lors de la phase linéaire, le faisceau génère des ondes de Langmuir dans la même direction au sein du plasma.

IV. 2 Décomposition électrostatique

Ce phénomène d’interaction faisceau-plasma donne aussi lieu à un phénomène de décomposition électrostatique que nous pouvons mettre aisément en évidence. Cette décomposition est celle illustrée sur la figure 4.1(a) suivant le schéma $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' + \mathcal{S}$, c’est-à-dire la formation d’ondes acoustiques ioniques \mathcal{S} et d’ondes de Langmuir secondaires \mathcal{L}' à partir d’ondes de Langmuir primaires \mathcal{L} dont l’amplitude est suffisamment forte. La décomposition de Langmuir est un processus à seuil, il existe un seuil au-delà duquel l’instabilité peut se déclencher. Les études paramétriques de Henri et al. (2010) et une illustration observationnelle de Briand et al. (2014), ont montré que la condition de seuil porte sur l’énergie des ondes de Langmuir. La figure 4.5 est une représentation du champs électrique E_x et des fluctuations

électroniques $\delta n_e/n_0 = (n_e - n_0)/n_0$ et ioniques $\delta n_i/n_0 = (n_i - n_0)/n_0$ au cours de la phase linéaire à $\omega_{pe}t = 1890$ (à gauche) et durant la phase non-linéaire à $\omega_{pe}t = 5130$ (à droite). Au début de la phase

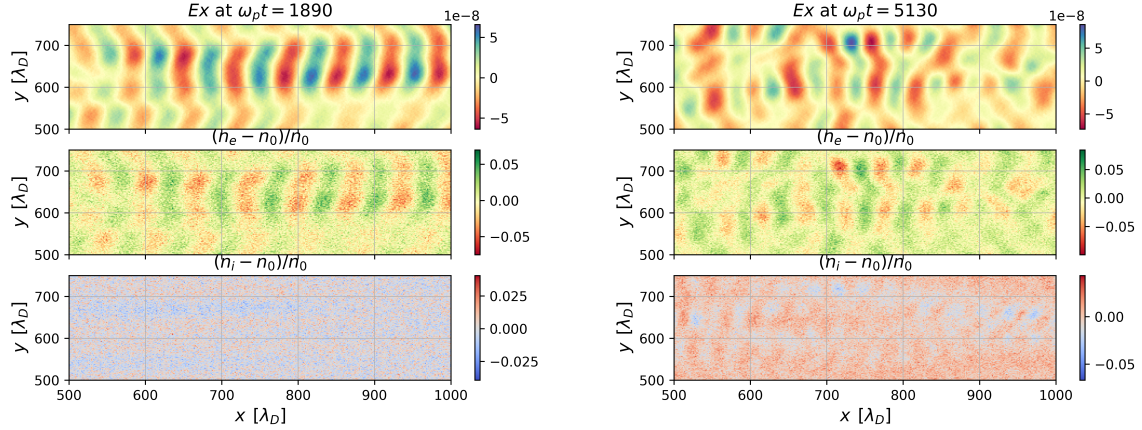


FIGURE 4.5 – Représentation du champ électrique E_x , des fluctuations électroniques $\delta n_e/n_0$ et ioniques $\delta n_i/n_0$ aux temps $\omega_{pe}t = 1890$ (à gauche) et $\omega_{pe}t = 5130$ (à droite)

linéaire, les champs E_x et $\delta n_e/n_0$ montrent le développement de paquets d'ondes de Langmuir localisés, allongés et se propageant dans la direction parallèle (Ox) avec une longueur d'onde $\lambda_{\mathcal{L}} \simeq 60\lambda_{De}$ donnant un vecteur d'onde $k_{x\mathcal{L}}\lambda_{De} \simeq 0,1$. Ce qui est en accord avec le mode faisceau à $\omega = \omega_{pe}$ (4.8), on a dans nos conditions de simulations : $k_{x\mathcal{L}}\lambda_{De} = v_T/v_b \simeq 0,1$. Au cours de la phase non-linéaire, on observe une perturbation de la cohérence des ondes générées ainsi qu'une modification de leur longueur d'onde. Ce qui correspond à la relaxation quasi-linéaire du faisceau lorsque la fonction de distribution de la vitesse des électrons devient instable à de plus petites vitesses, et qui est donc responsable de la génération d'ondes de Langmuir à un $k_{\mathcal{L}}$ plus grand (donc une longueur d'onde plus petite) par la relation (4.8). Ce phénomène peut être observé aussi sur la figure 4.2 où l'on voit la distribution du faisceau lentement relaxer sous forme de plateau peuplé par des électrons décélérés.

Sur la figure 4.5 (à droite) dans la phase non-linéaire, on observe l'apparition de fluctuations périodiques de la densité ionique $\delta n_i/n_0 = (n_i - n_0)/n_0$ (composante basse fréquence) indiquant la présence d'ondes acoustiques ioniques \mathcal{S} . Ces ondes \mathcal{S} ne sont pas visibles sur le champ électrique du fait de leur faible amplitude par rapport aux fluctuations du mode \mathcal{L} . D'après Reid and Ratcliffe (2014), la probabilité par unité de temps que la décomposition $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' + \mathcal{S}$, intervenant dans l'équation (4.3), se produise est (Melrose, 1986) :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{L}\mathcal{L}'\mathcal{S}}(\mathbf{k}_{\mathcal{L}}, \mathbf{k}_{\mathcal{L}'}, \mathbf{k}_{\mathcal{S}}) = \frac{\varepsilon_0 \omega_{pe}^2}{16n_e k_B T_e} \left(1 + \frac{3T_i}{T_e}\right) \omega_{\mathcal{S}} \left(\frac{(\mathbf{k}_{\mathcal{L}} \cdot \mathbf{k}_{\mathcal{L}'})^2}{(k_{\mathcal{L}} k_{\mathcal{L}'})^2}\right) \delta(\omega_{\mathcal{L}} - \omega_{\mathcal{L}'} - \omega_{\mathcal{S}}) \quad (4.9)$$

En prenant en compte la résolution des conditions de résonances (4.4), et en utilisant les relations de dispersion des ondes appropriées, nous avons vu que l'onde de Langmuir \mathcal{L}' est produite à un vecteur d'onde approximativement antiparallèle à l'onde initiale \mathcal{L} : $\mathbf{k}_{\mathcal{L}'} \simeq -\mathbf{k}_{\mathcal{L}}$ et les ondes acoustiques ioniques avec $\mathbf{k}_{\mathcal{S}} \simeq 2\mathbf{k}_{\mathcal{L}}$. On peut remarquer que la probabilité de cette décomposition (4.9) est maximale pour $\mathbf{k}_{\mathcal{L}'} \simeq -\mathbf{k}_{\mathcal{L}}$. Sur la figure 4.5, on peut estimer un ordre de grandeur concernant les longueurs d'ondes visibles, ainsi en environ $500\lambda_{De}$, on a 8 oscillations de haute fréquence d'où $\lambda_{\mathcal{L}}/\lambda_{De} \sim 60$ et 15 oscillations basse fréquence d'où $\lambda_{\mathcal{S}}/\lambda_{De} \sim 30$. On en déduit que $\lambda_{\mathcal{S}} \sim \lambda_{\mathcal{L}}/2$ (autrement dit $k_{x\mathcal{S}} \sim 2k_{\mathcal{L}}$) ce qui est en accord avec les études précédentes (Kasaba et al., 2001; Huang and Huang, 2009; Henri et al., 2019). Ce qui semble en accord avec la décomposition électrostatique, on doit donc trouver : $k_{x\mathcal{L}'} < 0$ et $k_{x\mathcal{L}'} \sim k_{x\mathcal{L}} - k_{x\mathcal{S}}$. Pour illustrer cela, comme dans la section précédente, la figure 4.6 représente la dispersion et le spectre à ω_{pe} de $|E_x|^2$ dans la phase non-linéaire de l'instabilité. Sur la figure 4.6 (gauche), on observe (dans le quadrant $k_x > 0$) l'intensification de la densité d'énergie $|E_x|^2$ le long de la relation de dispersion théorique des ondes de Langmuir \mathcal{L} avec un étalement vers un k_x plus grand. Ainsi, on a donc $k_{x\mathcal{L}}\lambda_{De} \in [0.11; 0.25]$. Dans le quadrant $k_x < 0$, on peut noter une autre intensification de $|E_x|^2$ sur la relation de dispersion des ondes de Langmuir marquant la présence d'ondes rétrodiffusées en k_x (*i.e.* se propageant dans la direction inverse des ondes primaires). L'étalement de l'intensification de la densité d'énergie est expliqué par le mécanisme de relaxation du faisceau. En effet, lors de sa relaxation, les électrons du faisceau peuplent des domaines de vitesse plus faible que v_b (voir la section

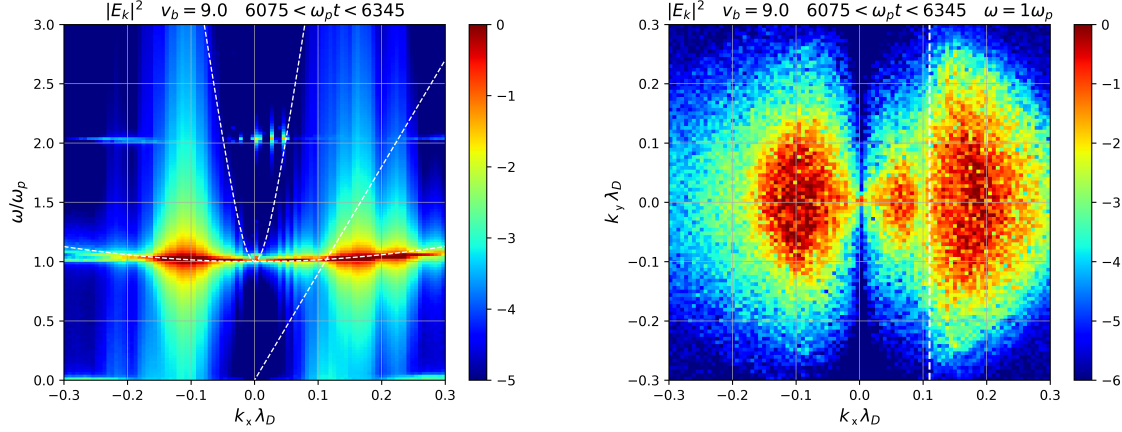


FIGURE 4.6 – Figures obtenues à partir de FFT calculées entre $6075 \leq \omega_{pe}t \leq 6345$. A gauche, la dispersion du champ électrique $|E_x(k_x, \omega)|^2$ est représentée dans la direction parallèle du faisceau. Les relations de dispersion théoriques sont tracées en pointillés. A droite, le spectre du champ électrique $|E(k_x, k_y)|^2$ à la fréquence $\omega = \omega_{pe}$ est tracé. En pointillés est représentée la relation $k_{\mathcal{L}} = \omega_{pe}/v_b$.

III. 2). Ce qui a pour effet d’exciter, par le mode faisceau, des vecteurs d’ondes k_x plus grands. Il s’agit des ondes de Langmuir secondaires \mathcal{L}' générées par décomposition électrostatique avec $|k_{x\mathcal{L}'}| \leq |k_{x\mathcal{L}}|$ et $k_{x\mathcal{L}'}\lambda_{De} \in [-0.18; -0.05]$ correspondant aux valeurs obtenues par la condition de résonance (4.4). La figure 4.6 (à droite) représente le spectre de $|E_x|^2$ filtré à $\omega = \omega_{pe}$. On y observe trois intensifications de l’énergie : la plus à droite correspond aux ondes de Langmuir primaires \mathcal{L} et la plus à gauche représente les ondes de Langmuir secondaires \mathcal{L}' , celle du milieu peut-être associée aux ondes de Langmuir tertiaires \mathcal{L}'' (vérifiable dans Henri et al., 2011, figure 4) associée à une décomposition d’onde de Langmuir (voir par exemple Melrose, 1986; Ergun et al., 2008; Sauer et al., 2019) mais cela n’a pas été étudié dans cette thèse.

V. Génération d’ondes électromagnétiques

La création des ondes \mathcal{S} et \mathcal{L}' par décomposition de l’onde \mathcal{L} que nous venons de voir n’est pas le seul mécanisme connu intervenant dans ce type d’interaction faisceau-plasma. L’existence de telles ondes peut en effet produire par coalescence des ondes de type électromagnétique. Le champ qui va donc nous intéresser est le champ \mathbf{B} et en particulier la composante $B_z(x, y, t)$ car cette composante est la plus importante du fait des courants induits suivant (Ox). La simulation étant non-magnétisée (pas de champ magnétique ambiant \mathbf{B}_0), le champ magnétique obtenu ne peut être que produit par les processus se développant au sein du plasma. La figure 4.7 représente le champ magnétique $B_z(x, y, t)$ aux temps $\omega_{pe}t = 1215$ soit au cours de la phase linéaire et à $\omega_{pe}t = 6075$ dans la phase non-linéaire. Initialement, aucune structure ne semble émerger du signal. A l’inverse, dans la phase non-linéaire, on observe une propagation oblique d’ondes, suivant les directions (x et y) visible dans le plan (xOy), avec un vecteur d’onde dans les directions (Ox) et (Oy) de $\sim 200\lambda_{De}$. La figure 4.8 (à gauche) est une représentation schématique des mécanismes de génération des ondes électromagnétiques aux fréquences ω_{pe} et $2\omega_{pe}$, qui correspondent aux modes $\mathcal{T}_{\omega_{pe}}$ et $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$, à partir d’ondes de Langmuir primaires \mathcal{L} et secondaires \mathcal{L}' et d’ondes acoustiques ioniques \mathcal{S}' suivant les transformations :

$$\mathcal{L} + \mathcal{S}' \rightarrow \mathcal{T}_{\omega_{pe}} \quad (4.10)$$

$$\mathcal{L} + \mathcal{L}' \rightarrow \mathcal{T}_{2\omega_{pe}} \quad (4.11)$$

La figure 4.8 (à droite) représente la relation de dispersion du carré du module de B_z dans la phase de saturation non-linéaire. On prend par exemple, l’intervalle de temps $6075 \leq \omega_{pe}t \leq 6345$ qui se trouve intégralement dans cette phase. On observe deux répartitions d’énergie distinctes sous forme de bandes aux deux fréquences caractéristiques ω_{pe} et $2\omega_{pe}$. Ces intensifications sont réparties sur la relation de dispersion théorique des ondes électromagnétiques (équation (4.5)). Pour les émissions à $2\omega_{pe}$, l’énergie est accumulée dans la direction $k_x > 0$. Une étude approfondie des spectres du carré du module de B_z filtrés à ces fréquences nous donnera plus d’informations.

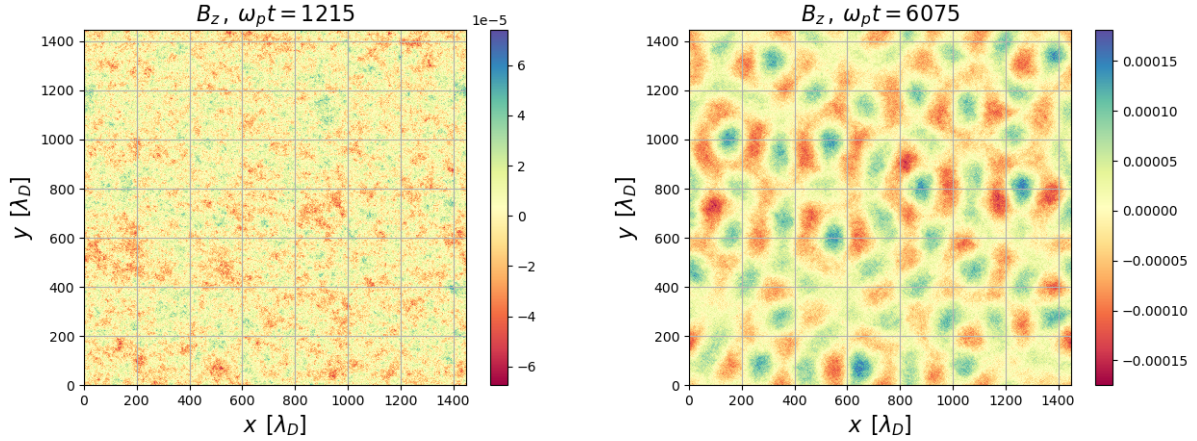


FIGURE 4.7 – Représentation du champ magnétique B_z aux temps $\omega_{pe}t = 1215$ (à gauche) et $\omega_{pe}t = 6075$ (à droite)

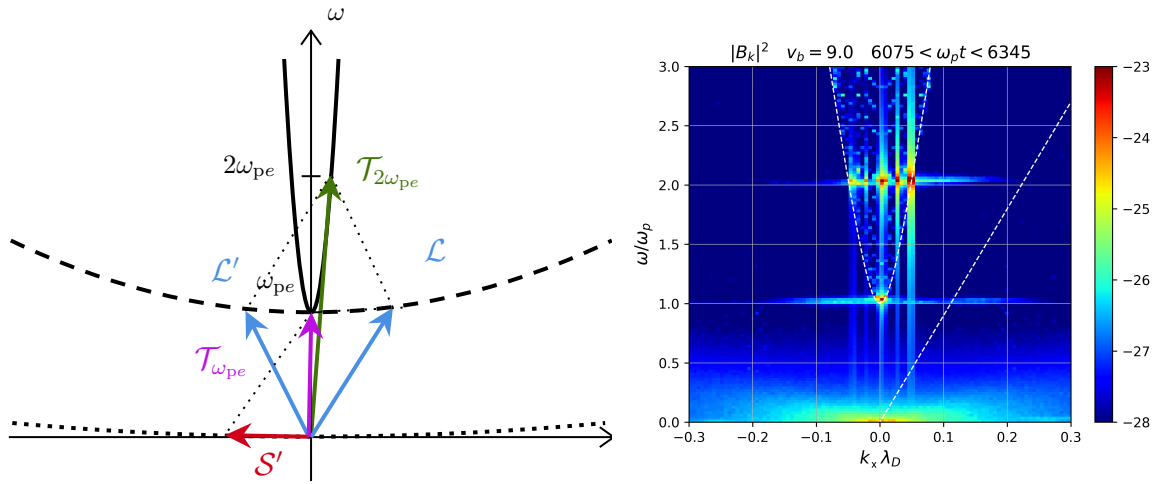


FIGURE 4.8 – (à gauche) Représentation schématique des mécanismes de génération d'ondes électromagnétiques. Les relations de dispersion théorique sont pour \mathcal{T} en trait plein, \mathcal{L} en tirets et \mathcal{S}' en pointillés. (à droite) Carré du module du champ magnétique $|B_z(k_x, \omega)|^2$ entre $6075 \leq \omega_{pe}t \leq 6345$ en fonction du vecteur d'onde dans la direction du faisceau. Les relations de dispersion théoriques sont représentées en pointillés blancs.

V. 1 Émission à ω_{pe}

Nous allons commencer par l'émission la plus importante en terme d'énergie à savoir l'émission à ω_{pe} . La figure 4.9 représente le spectre en énergie de $|B_z|^2$ à la fréquence $\omega = \omega_{pe}$ dans la phase de saturation non-linéaire ($6075 \leq \omega_{pe}t \leq 6345$). On remarque une intensification centrale à de très petits vecteurs d'ondes $k_{y\omega_{pe}} = k_{x\omega_{pe}} \simeq 0.01\lambda_{De}^{-1}$ (donc de très grandes longueurs d'ondes $\sim 630\lambda_{De}$) caractéristiques de l'émission électromagnétique à la fréquence ω_{pe} via le mécanisme (4.10). La simulation auto-cohérente de telle longueur d'onde nécessite l'utilisation de grandes boîtes de simulation en termes de longueur de Debye. Nous avons donc choisi une boîte faisant $(1448\lambda_{De} \times 1448\lambda_{De})$ afin d'inclure de façon auto-cohérente ce processus de coalescence entre \mathcal{L} et \mathcal{L}' . Ce processus peut être effectivement observé sur la figure 4.8. En considérant que $\mathbf{k}_{\omega_{pe}} = \mathbf{k}_{\mathcal{L}} + \mathbf{k}_{\mathcal{S}'}$, la probabilité d'apparition intervenant dans l'équation (4.3) (d'après Melrose, 1986; Reid and Ratcliffe, 2014) :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{L}\mathcal{S}'\omega_{pe}}(\mathbf{k}_{\mathcal{L}}, \mathbf{k}_{\mathcal{S}'}, \mathbf{k}_{\omega_{pe}}) = \frac{\varepsilon_0 \omega_{pe}^2}{16n_e k_B T_e} \left(1 + \frac{3T_i}{T_e}\right) \frac{\omega_{\mathcal{S}'}}{\omega_{\mathcal{T}}} \frac{|\mathbf{k}_{\mathcal{S}'} \times \mathbf{k}_{\omega_{pe}}|^2}{k_{\mathcal{T}}^2 |\mathbf{k}_{\mathcal{L}}|^2} \delta(\omega_{\mathcal{T}} - \omega_{\mathcal{L}} - \omega_{\mathcal{S}'}) \quad (4.12)$$

est maximale pour une émission à $\pi/2$ (Reid and Ratcliffe, 2014; Melrose, 1986) et on a la condition que $k_{\omega_{pe}} \ll k_{\mathcal{L}}$, ce qui est cohérent avec la condition de résonance. À partir de la vitesse de groupe d'une onde électromagnétique $\mathbf{v}_g = c^2 \mathbf{k} / \omega$ et de la relation de dispersion $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k_{\omega_{pe}}^2 c^2$, le vecteur

d’onde $\mathbf{k}_{\omega_{pe}}$ l’émission à ω_{pe} ne peut pas se produire dans les deux sens (sinon, cette onde ne peut pas se propager dans les plasmas de densité croissante). Bien que peu visible du fait de la « pixélisation » du graphe, l’effet zoom dans le coin en bas à droite de la figure 4.9 montre bien un ensemble de valeurs non nulles autour d’un point central où il n’y a aucune valeur. Cette répartition est en fait un cercle de rayon $\sim 0.02\lambda_{De}$ caractéristique de ce type d’onde et qui démontre que les émissions associées n’ont pas de directions privilégiées. Le manque de définition est une conséquence de l’utilisation d’une boîte de simulation où à peine quelques oscillations de cette onde électromagnétique peuvent s’y développer. Pour mieux caractériser l’émission $\mathcal{T}_{\omega_{pe}}$, on peut utiliser la condition suivante pour déterminer la dimension spatiale des simulations (voir annexes de l’article [Henri et al., 2019](#)) :

$$2\lambda_{\omega_{pe}} \leq \sqrt{L_x^2 + L_y^2}$$

dans notre cas ($L_x = L_y = 1454\lambda_{De}$), ainsi nous avons au maximum trois oscillations de cette onde dans la boîte de simulation. Pour caractériser au mieux cette émission, il faudrait une simulation avec L_x et L_y deux à trois fois plus grands. Ce qui nous amène à nous demander comment [Thurgood and Tsiklauri \(2015\)](#) avec une grille de simulation ($L_x = L_y = 600\lambda_{De}$) deux fois plus petite que la nôtre, ont pu observer de telles émissions. C’était la première fois lors de ma première année de thèse, qu’une boîte de simulation permettait d’observer en même temps les émissions électromagnétiques aux ω_{pe} et $2\omega_{pe}$ et ce de façon auto-cohérente. Par contre, la surintensité centrale pouvant aussi correspondre à la FFT d’un signal ayant une moyenne temporelle nulle, il serait nécessaire d’approfondir l’investigation en ajoutant un ou plusieurs autres diagnostics.

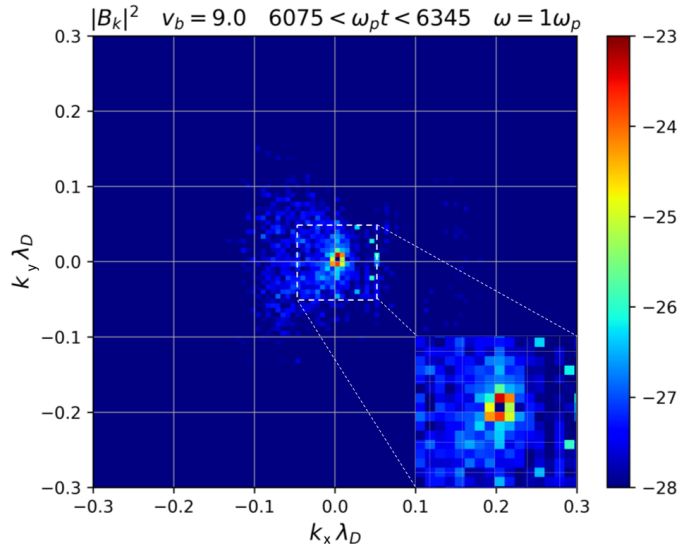


FIGURE 4.9 – Spectre du champ magnétique $|B_z(k_x, k_y)|^2$ entre $6075 \leq \omega_{pe}t \leq 6345$ à $\omega = \omega_{pe}$.

V. 2 Emission à $2\omega_{pe}$

Avec le même type de diagnostic, nous pouvons mettre en évidence le mode à $2\omega_{pe}$. En effet, la figure 4.10 représente le spectre en énergie de $|B_z|^2$ à la fréquence $\omega = 2\omega_{pe}$ dans la phase de saturation non-linéaire ($6075 \leq \omega_{pe}t \leq 6345$). Contrairement à l’émission à ω_{pe} , l’émission à $2\omega_{pe}$ est beaucoup plus facilement observable, ce qui nous indique que notre boîte de simulation a été bien définie pour résoudre ces ondes ($L_x \gg \Delta x$ et $L_y \gg \Delta y$) pour contenir plusieurs longueurs d’onde $\lambda_{2\omega_{pe}}$. De plus, cela nous permet d’affirmer que cette émission produit des ondes électromagnétiques à la fréquence $2\omega_{pe}$ avec un vecteur d’onde $k_{2\omega_{pe}}$ sans direction privilégiée. On remarque que le cercle possède un diamètre d’environ $0.1\lambda_{De}^{-1}$. Néanmoins, on peut observer une légère dissymétrie sur la partie $k_x > 0$ du disque. D’après les études de [Reid and Ratcliffe \(2014\)](#), [Henri et al. \(2019\)](#) et [Willes et al. \(1996\)](#), la probabilité par unité de temps pour que l’émission à la seconde harmonique $\mathcal{L} + \mathcal{L}' \rightarrow \mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$, intervenant dans l’équation (4.3), se produise est ([Melrose, 1986](#)) :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{L}\mathcal{L}'2\omega_{pe}}(\mathbf{k}_{\mathcal{L}}, \mathbf{k}_{\mathcal{L}'}, \mathbf{k}_{2\omega_{pe}}) = \frac{\varepsilon_0 \omega_{pe}}{64 m_e n_e} \frac{(k_{\mathcal{L}'}^2 - k_{\mathcal{L}}^2)(\mathbf{k}_{\mathcal{L}} \times \mathbf{k}_{\mathcal{L}'})^2}{k_{\mathcal{L}}^2 k_{\mathcal{L}'}^2 k_{2\omega_{pe}}^2} \delta(\omega_{\mathcal{T}} - \omega_{\mathcal{L}} - \omega_{\mathcal{L}'}) \quad (4.13)$$

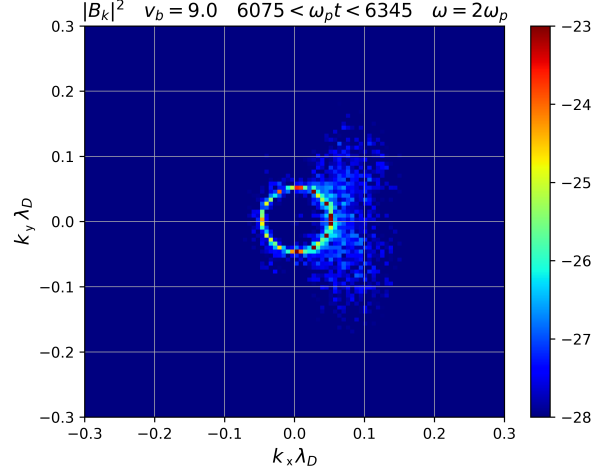


FIGURE 4.10 – Spectre du champ magnétique $|B_z(k_x, k_y)|^2$ entre $6075 \leq \omega_{pe}t \leq 6345$ à $\omega = 2\omega_{pe}$.

À partir de l'équation ci-dessus, des études (voir par exemple Willes et al., 1996; Henri et al., 2019) ont montré que le couplage entre \mathcal{L} et \mathcal{L}' est possible si $k_{\mathcal{L}}$ et $k_{\mathcal{L}'}$ ont des longueurs différentes (sinon $(k_{\mathcal{L}'}^2 - k_{\mathcal{L}}^2) = 0$ d'où $\mathcal{P}_{\mathcal{L}\mathcal{L}'2\omega_{pe}} = 0$) et qu'il existe un angle entre les deux vecteurs d'ondes $\mathbf{k}_{\mathcal{L}}$ et $\mathbf{k}_{\mathcal{L}'}$ ayant pour valeur la plus probable : $\pi/4$. À partir du mécanisme de coalescence (4.11), on peut montrer que le vecteur d'onde parallèle au faisceau prends la forme : $k_{x2\omega_{pe}} = k_{x\mathcal{L}} + k_{x\mathcal{L}'}$. À l'aide de la condition de résonance (4.4) et en utilisant le fait que $\sqrt{\omega_{pe}^2 + k_{2\omega_{pe}}^2 c^2} \simeq 2\omega_{pe}$, on peut montrer que $\|\mathbf{k}_{2\omega_{pe}}\| \lambda_{De} = \sqrt{3}v_T/c \simeq 0.05$. Ce qui donne, en supposant une propagation purement oblique (équipartition du mode suivant k_x et k_y ou encore une propagation avec un angle de $\pi/4$) : $k_{x2\omega_{pe}} = k_{y2\omega_{pe}} = \|\mathbf{k}_{2\omega_{pe}}\| \sqrt{2}/2 \simeq 0.035\lambda_{De}^{-1}$ correspondant ainsi à une longueur d'onde théorique de $\lambda_{x2\omega_{pe}} \simeq 180\lambda_{De}$ ce qui est en très bon accord quantitatif avec nos observations. Le rapport entre $k_{2\omega_{pe}}$ et $k_{\mathcal{L}}$ est d'environ 0.5, ce qui veut dire que $k_{2\omega_{pe}} < k_{\mathcal{L}}$ ce qui est cohérent avec la condition de résonance. L'étude de la direction des émissions électromagnétiques peut être approfondie à l'aide d'un diagramme polaire de l'amplitude des émissions comme réalisé par Henri et al. (2019).

V. 3 Evolution temporelle de la génération des ondes

Maintenant que nous avons identifié les différents modes excités par cette interaction faisceau-plasma, il est intéressant de regarder leur évolution temporelle et de voir si celle-ci est cohérente avec ce que nous savons de ces modes. La figure 4.11 représente la variation spatiale des ondes de Langmuir primaires $U_{\mathcal{L}} = \int_{S_{\mathcal{L}}} |E_{\mathcal{L}}|^2 dx dy$, des ondes de Langmuir secondaires $U_{\mathcal{L}'} = \int_{S_{\mathcal{L}'}} |E_{\mathcal{L}'}|^2 dx dy$ et les ondes électromagnétiques à $2\omega_{pe}$ $U_{\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}} = \int_{S_{\mathcal{T}}} |B_{2\omega_{pe}}|^2 dx dy$. L'énergie associée aux ondes primaires augmente au cours de la phase linéaire puis tend à saturer autour de $\omega_{pe}t \simeq 1000$. Lorsque le faisceau est totalement relaxé (autour de $\omega_{pe}t \simeq 3500$), les ondes \mathcal{L} ne sont plus générées et l'énergie $U_{\mathcal{L}}$ commence à décroître du fait de la décomposition électrostatique et de la fusion de deux plasmons générant les ondes \mathcal{L}' et $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$. On peut aussi remarquer sur cette figure qu'à partir de $\omega_{pe}t \simeq 5500$, l'énergie électrostatique est équitablement répartie entre les deux modes \mathcal{L} et \mathcal{L}' . Bien que très légère, on note aussi une diminution de cette énergie électrique dont une partie est alors convertie en énergie électromagnétique $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$ qui sature quant à elle à 8×10^{-4} .

Le rapport d'énergie entre les modes \mathcal{L} , \mathcal{L}' et $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$ reste alors constant et de l'ordre de $U_{\mathcal{L}+\mathcal{L}'}/U_{\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}}$. Cette énergie correspond à l'énergie électrique représentée sur la figure 4.3. Ainsi l'énergie électromagnétique est très fortement dépendante des énergies $U_{\mathcal{L}}$ et $U_{\mathcal{L}'}$. L'énergie associée aux ondes électromagnétiques à la fréquence $2\omega_{pe}$ $U_{\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}}$ augmente du fait du mécanisme de fusion de deux ondes acoustiques ioniques générant l'onde $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$. On peut noter que cette énergie est plus faible que les énergies des ondes électrostatiques : $U_{\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}} \ll U_{\mathcal{L}}, U_{\mathcal{L}'}$ ($\forall t$). Cette étude nous permet de suivre l'évolution temporelle des deux familles d'ondes ; les ondes électrostatiques (\mathcal{L} et \mathcal{L}') et les ondes électromagnétiques ($\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$), et ce de façon auto-cohérente. Pour conclure, notre étude permet de mettre en évidence l'existence simultanée des ondes \mathcal{L} , \mathcal{L}' et \mathcal{S} qui pourrait venir d'un scénario de processus de décomposition électrostatique : $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' + \mathcal{S}$ (où les ondes \mathcal{L} proviennent de la relaxation quasi-linéaire du faisceau) puis la coalescence

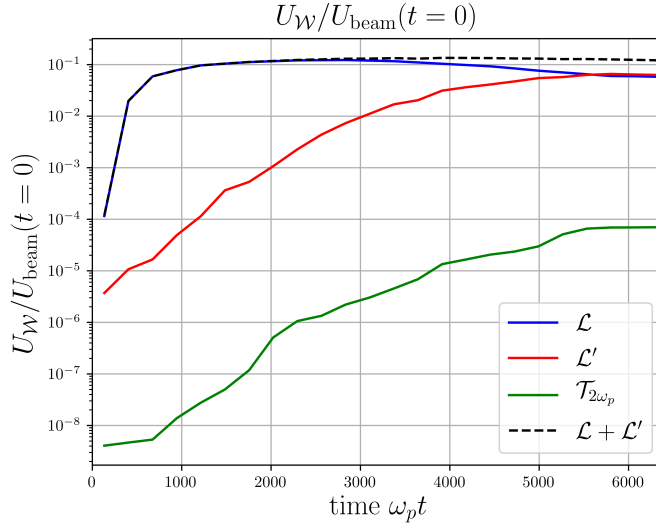


FIGURE 4.11 – Variation temporelle $\omega_{pe}t$ associées aux ondes \mathcal{L} , \mathcal{L}' , $\mathcal{L} + \mathcal{L}'$ et $\mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$

de ces trois ondes \mathcal{L} , \mathcal{L}' et \mathcal{S}' via les mécanismes : $\mathcal{L} + \mathcal{S}' \rightarrow \mathcal{T}_{\omega_{pe}}$ et $\mathcal{L} + \mathcal{L}' \rightarrow \mathcal{T}_{2\omega_{pe}}$ qui permettrait d'expliquer les émissions électromagnétiques observées dans le vent-solaire et ce, dans des conditions de simulations cinétiques possédant des conditions initiales plus réalistes que dans la plupart des travaux précédents (Kasaba et al., 2001; Huang and Huang, 2009; Thurgood and Tsiklauri, 2015; Henri et al., 2019).

VI. Travaux inachevés

La dernière partie de ce chapitre, résume brièvement les pistes que j'ai commencé à suivre durant mon étude de l'interaction faisceau-plasma mais qui n'ont pu être poursuivies en l'état quand je me suis concentré sur les « trous d'électrons » décrits dans les chapitres 5 et 6.

VI.1 Accélération de particules

En parallèle à l'étude des ondes, nous avons pu remarquer que certaines particules du faisceau électronique au lieu de subir une décélération pour former le plateau de la figure 4.2 montrait à l'inverse une accélération que l'on peut voir figure 4.12 dans la région $v_T \leq v \leq (2-3)v_T$ sur la figure 4.2 (zone surlignée). On peut observer que dans la région des vitesses grandes : $v_x \geq v_b$, la fonction de distribution s'étend au cours du temps dans cette zone et en particulier pendant la phase de saturation ($3240 \leq \omega_{pe}t \leq 5400$). On peut expliquer cela par le fait que des particules gagnent en vitesse et viennent peupler cette zone : il s'agit d'un *phénomène d'accélération*. À partir de la donnée des impulsions au cours du temps de toutes les particules qui constituent le faisceau, nous avons calculé l'historgramme de la figure 4.12 donnant la fonction de distribution du faisceau f_{beam} en fonction de l'impulsion p_x au cours du temps. Cette figure est obtenue en sauvegardant la vitesse des particules individuelles du faisceau (~ 2 milliards de particules) au cours du temps. Les études précédentes discutant des fonctions de distributions : Kasaba et al. (2001) et Thurgood and Tsiklauri (2015), n'ont pas observé cette accélération dans la région supra-thermique. Cela peut-être dû au fait qu'ils ont utilisé une boîte de simulation trop petite ou une densité de faisceau trop forte ou encore une résolution faible des diagnostics. L'accélération se produit sur l'intervalle $v_x \in [11; 18]v_T$ (ou $p_x \in [0.31; 0.48]m_e c$). On peut calculer le vecteur d'onde associé à ces vitesses à l'aide de la relation :

$$k_x \lambda_{De} = \frac{\omega / \omega_{pe}}{v_x / v_T}$$

En supposant que $\omega \simeq \omega_{pe}$, on voit que cela correspond à l'intervalle $k_x \lambda_{De} \in [0.06; 0.09]$ que l'on peut placer sur la figure 4.6 au niveau de l'intensification centrale. Le mécanisme associé n'est pas encore démontré et demande la création d'autre diagnostics pour prouver le lien entre ces particules et la possible génération d'ondes de Langmuir (Krafft and Volokitin, 2016). Malheureusement, l'analyse détaillée de ce

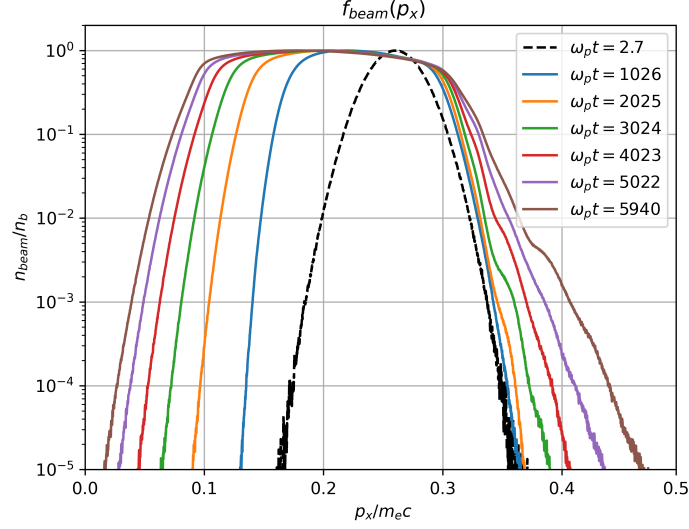


FIGURE 4.12 – Fonction de distribution du faisceau f_{beam} en fonction de l'impulsion $p_x/m_e c$ dans la direction du faisceau (conversion : $v_x/v_T \simeq 36 p_x/m_e c$ dans notre simulation).

phénomène n'a pu être incluse dans cette thèse faute de temps et nous ne sommes donc pas en mesure de conclure sur ce processus possible d'accélération.

VI. 2 Inclusion d'inhomogénéités de densité dans un code PIC

Avant de clore ce chapitre, il est intéressant de parler de l'inclusion d'inhomogénéités dans le plasma afin de parfaire la comparaison entre résultats de simulations numériques et données expérimentales. Cette étape importante devait venir après l'étude d'une interaction « simple » faisceau-plasma et ce sont quelques résultats très préliminaires que j'ai commencé à analyser.

État des connaissances sur l'influence des inhomogénéités du plasma

En effet, de nombreuses études ont montré que la prise en compte de la présence des inhomogénéités de densité dans le plasma constitue une explication à des observations spatiales telles qu'une « agglutination » de paquets d'ondes observés à l'aide de la mission STEREO (voir par exemple [Robinson, 1992](#); [Kellogg et al., 1999](#)). Des mesures dans le vent solaire à 1 u.a. (au niveau de la Terre) montrant la présence de faisceaux énergétiques persistants issus d'éruptions de type III (voir par exemple [Anderson et al., 1981](#)) ainsi que des couplages d'ondes dans ces émissions caractéristiques issues de ces mêmes types III (voir par exemple [Henri et al., 2009](#); [Lin et al., 1986](#)). Le processus de localisation cinétique décrit par [Muschiatti et al. \(1995\)](#), montre que le faisceau tend à se localiser spatialement dans un milieu inhomogène en raison de non-linéarités dans les résonances onde-particule. Ces observations ne pouvaient pas être expliquées par les théories linéaire et quasi-linéaire dans le cas d'un plasma homogène. Des études récentes ([Krafft et al., 2013, 2014](#); [Krafft and Volokitin, 2017](#)) ont montré que les inhomogénéités du plasma influent de manière cruciale sur les caractéristiques de la turbulence de Langmuir et de l'interaction faisceau-plasma. Ainsi, ces inhomogénéités ont un impact sur la dynamique des électrons. Il a été démontré que la croissance des ondes est localisée en présence d'inhomogénéités ([Krafft et al., 2019](#)). Ryutov a publié dans les années 1970 (voir les articles [Ryutov, 1970](#); [Breizman and Ryutov, 1969](#)) une adaptation de la théorie quasi-linéaire sur la relaxation de faisceau au sein d'un plasma inhomogène. En particulier, il a montré que la relation de dispersion des ondes de Langmuir est impactée par la présence de ces inhomogénéités comme ([Ryutov, 1970](#))

$$\omega \simeq \omega_{pe} \left(1 + \frac{3}{2} k^2 \lambda_{De}^2 + \frac{\delta \tilde{n}}{2n_0} \right) \quad (4.14)$$

où $\delta \tilde{n}/n_0$ représente la fluctuation de densité par rapport à la densité moyenne telle que $n(\mathbf{x}, t) = n_0 + \delta \tilde{n}(\mathbf{x}, t)$. Pour que la fluctuation de la densité soit suffisamment importante pour provoquer une diminution de la fréquence $\omega \simeq \omega_{pe}$ de l'onde de Langmuir, nous avons besoin que le terme de rapport de densité $\delta \tilde{n}/n_0$ de l'équation (4.14) soit plus grand que les fluctuations thermiques telle que ([Thurgood](#)

and Tsiklauri, 2015)

$$\Delta n \geq \frac{3k^2 v_T^2}{\omega_{pe}^2}, \quad \text{avec } \Delta n = \sqrt{\left\langle \left(\frac{\delta \tilde{n}}{n_0} \right)^2 \right\rangle} \quad (4.15)$$

où Δn correspond à l’amplitude moyenne des fluctuations spatiales par rapport à la densité moyenne n_0 . Ce paramètre va être important dans notre étude. En effet, le cas $\Delta n = 0$ correspond au cas homogène (traité dans les sections précédentes) et $\Delta n > 0$ à celui des plasmas inhomogènes qui dépassent le seuil de l’équation (4.15). Les observations satellites *in situ* (e.g. STEREO, WIND ou CLUSTER) ont montré que les fluctuations de densité sont de l’ordre de 1% à 5% de la valeur moyenne de la densité du plasma (Celnikier et al., 1983; Huddleston et al., 1995) sur des longueurs caractéristiques de l’ordre de 100 km ($\sim 10\lambda_{De}$). En raison du caractère aléatoire de ces fluctuations, les phénomènes d’interaction entre les ondes et le plasma vont apparaître comme : la diffusion, la réflexion, la réfraction, l’effet tunnel, *etc.* Ces phénomènes sont représentés schématiquement sur la figure 4.13. On peut noter que les effets de réflexion, réfraction et d’effet tunnel n’ont absolument pas les mêmes conséquences sur les ondes (et n’agissent d’ailleurs pas sur les mêmes ondes). La présence des fluctuations de densité n’affecte pas uniquement la relation de

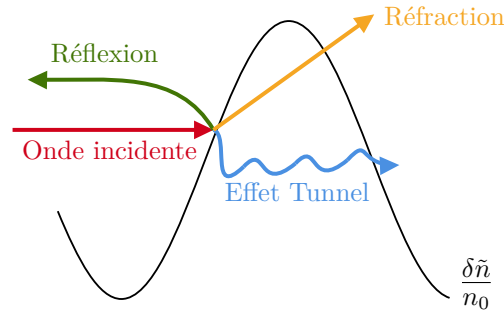


FIGURE 4.13 – Représentation schématique des processus qui se produisent lorsqu’une onde rencontre une fluctuation de densité

dispersion des ondes de Langmuir. Par exemple, l’étude *Stochastic Growth Theory of Type III Solar Radio Emission* de Robinson and Cairns (1993) montre que le taux de croissance de l’instabilité de *bump-on-tail* varie spatialement du fait de la présence des fluctuations de densité.

Méthode numérique

Des travaux récents utilisant des codes PIC ont montré que l’inclusion d’un plasma inhomogène dans des simulations d’instabilités de faisceau a un impact fort sur les mécanismes physiques s’y développant. À titre d’exemple, on peut citer la première réalisation d’une simulation 1D avec des fluctuations par Thurgood and Tsiklauri (2016), ainsi que le travail de Yao et al. (2021) avec une variation « en cuvette » de la densité du plasma. Notre objectif est d’ajouter des fluctuations réalistes de la densité du plasma (*i.e.* de même amplitude que celles présentes dans le vent solaire) dans une simulation 2D3V PIC. Pour créer ces fluctuations, nous nous sommes déjà assurés que le bruit numérique est faible (soit inférieur à 10^{-2}) pour que leur amplitude se dissocie du bruit induit par le code. Ainsi, nous avons choisi un nombre total de particules (électrons+ions) par point de grille très important égal $N_{e+i+f} = 5400$. On considère que le plasma à la quasi-neutralité a une densité constante n_0 . Les fluctuations de densité sont ajoutées sous la forme d’un terme (petit) variant spatialement telle que la densité introduite en condition initiale de la simulation soit de la forme :

$$n_{\text{initiale}}(x, y) = n_0 + \delta n(x, y) \quad (4.16)$$

avec $n_0 \gg \delta n$ et

$$\delta n(x, y) = \frac{\Delta n}{\varpi} \sum_{j=1}^{\mathcal{N}} A_j \sin\left(\frac{2\pi x + \phi_{xj}}{\lambda_{xj}}\right) \sin\left(\frac{2\pi y + \phi_{yj}}{\lambda_{yj}}\right) \quad (4.17)$$

où chaque paramètre est choisi aléatoirement suivant une loi uniforme dans un intervalle défini comme Thurgood and Tsiklauri (2016) : l’amplitude $A_j \in [0; 1]$, la longueur d’onde $\lambda_{xj}, \lambda_{yj} \in [200; 1800]\lambda_{De}$ et la phase $\phi_{xj}, \phi_{yj} \in [0; 2\pi[$. Ces fonctions périodiques sont sommées sur $\mathcal{N} \in [10; 100]$ et $\delta n(x, y)$ est normalisés par ϖ (calculé en amont) pour garantir qu’en moyenne le signal ait une amplitude de Δn défini

par l'équation (4.15). On peut noter que le choix de la fonction sinus pour représenter les fluctuations a été fait afin que cette fonction soit nulle aux bords de la boîte de simulation qui est périodique afin de limiter tout les problèmes de bords. La figure 4.14 représente un exemple de fluctuations de densité générées comme condition initiale. Il existe bien sûr d'autres méthodes afin d'inclure ces inhomogénéités

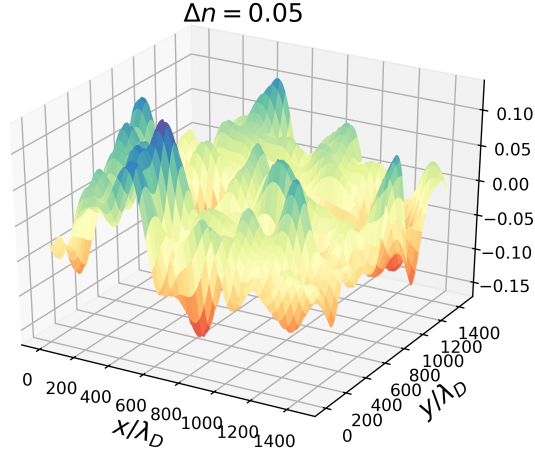


FIGURE 4.14 – Exemple de fluctuations de densité avec $\Delta n = 0.05$ introduites en condition initiale.

de densité dans le plasma mais celle-ci semblait bien adaptée à son utilisation dans un code PIC du type SMILEI.

VII. Résumé et conclusions

Notre étude s'est appuyée sur l'utilisation d'un code PIC 2D3V très performant, le code SMILEI. Ce code nous a permis d'obtenir des résultats concernant l'interaction faisceau-plasma dans un milieu homogène dans des conditions se rapprochant le plus possible des conditions du vent solaire. En effet, nous avons pu fixer des densités de faisceau proches de celles observées. De plus, nous avons pu augmenter la taille de la boîte de simulation afin de pouvoir décrire de façon auto-cohérente toutes les longueurs d'ondes des modes qui nous intéressaient. Enfin, les simulations ont pu être réalisées avec un niveau de bruit numérique très faible. Ces conditions initiales « réalistes » nous ont permis de produire et d'analyser les émissions électromagnétiques présentes dans le vent solaire aux fréquences ω_{pe} et $2\omega_{pe}$. Ces émissions proviennent de la propagation d'un faisceau dans le vent solaire et ayant des caractéristiques semblables aux conditions de sursauts de type III. Notre simulation a permis d'étudier la relaxation d'un faisceau par l'intermédiaire de l'instabilité de « bump-on-tail » dans des conditions plutôt similaires à celles existant dans le vent solaire. Les paramètres initiaux et les conditions de simulation ont été réfléchis afin d'observer conjointement les émissions aux fréquences ω_{pe} et $2\omega_{pe}$. Les résultats de simulation ont montré qu'un mécanisme possible à l'origine des émissions électromagnétiques pouvait être le couplage non-linéaire d'ondes dans le plasma : coalescence d'un mode de Langmuir et d'un mode acoustique ionique pour produire le mode électromagnétique à ω_{pe} et coalescence de deux ondes de Langmuir (primaire et rétro-diffusée) pour produire le mode électromagnétique à $2\omega_{pe}$. Ces résultats sont en accord et généralisent certaines études faites précédemment grâce à des conditions plus réalistes pour l'étude d'une instabilité « bump-on-tail » dans les conditions du vent solaire.

Il est à noter que l'étape suivante aurait été d'inclure des fluctuations δn du plasma de même amplitude que celles observées dans le vent solaire, étape que je n'ai pas pu faire par manque de temps. L'objectif est d'inclure des fluctuations physiques réalistes se dégageant du bruit numérique. J'ai pu néanmoins montrer que le niveau de fluctuations que l'on pouvait introduire dans nos simulations était tout à la fois, en accord avec les amplitudes observées dans le vent solaire mais aussi compatible avec les restrictions liées à la simulation numérique du code PIC SMILEI. Ces simulations auraient « coûté » près de cinq à dix fois plus de temps (dans le meilleur des cas).

ETUDE DE STRUCTURES CINÉTIQUES NON-LINÉAIRES : LES TROUS D'ÉLECTRONS DANS L'ESPACE DES PHASES

According to the laws of Aerodynamics, the bumblebee can't fly either, but the bumblebee doesn't know anything about the laws of Aerodynamics, so it goes ahead and flies anyway.

I. Sikorsky, *Bumblebee theory*

♪♪ Bastille • Hans Zimmer – *Pompeii MMXXIII* (2016)

Ce chapitre fait l'objet d'un article publié dans *Physics of Plasmas* qui se trouve en annexe (page 149).

LA seconde partie de ma thèse a porté sur l'étude de structures cinétiques non linéaires appelées « trous d'électrons dans l'espace des phases » ou « *electron phase space holes* » en anglais (qui sera noté dans ce chapitre plus simplement « trous d'électrons », « *electron holes* », ou « EH »). Elles sont fréquemment observées dans le système solaire, que cela soit dans le vent solaire (Malaspina et al., 2013), dans les magnétosphères planétaires telles que celles de Saturne (Williams et al., 2006; Pickett et al., 2015) ou de la Terre (e. g., Matsumoto et al., 1994), ou encore dans le sillage de la Lune (Hutchinson and Malaspina, 2018). Elles ont également été observées en laboratoire (Fox et al., 2008; Lefebvre et al., 2010). Ces structures sont observées sur des échelles spatiales allant de quelques longueurs (e. g., Franz et al., 2005) jusqu'à plusieurs dizaines (e. g., Fox et al., 2008) voire une centaine de longueurs de Debye (e. g., Vasko et al., 2017). Dans un plasma magnétisé, elles se propagent le long des lignes de champ magnétique à des vitesses variées, pouvant être très faibles devant la vitesse thermique des électrons du milieu (e. g., Norgren et al., 2015) ou de l'ordre voire supérieures à celle-ci (e. g., Fox et al., 2008; Andersson et al., 2009; Lefebvre et al., 2010; Holmes et al., 2018). Elles peuvent persister dans le temps sur plusieurs centaines de périodes plasma électronique ω_{pe}^{-1} (e. g., Oppenheim et al., 1999; Umeda et al., 2004). Ces structures sont caractérisées par un potentiel électrostatique positif correspondant à une réduction de la densité des électrons en son centre. Ainsi, lorsqu'elles sont traversées dans la direction parallèle au champ magnétique ambiant \mathbf{B}_0 , ces structures présentent une composante parallèle (perpendiculaire) du champ électrique qui est bipolaire (monopolaire). Une meilleure compréhension de ces structures est importante car comme nous le verrons, elles reposent sur une interaction entre différentes populations d'électrons et peuvent conduire à un transfert d'énergie d'une population à l'autre. En modifiant la dynamique des électrons, elles peuvent indirectement influencer sur la résistivité du plasma.

L'étude théorique de ces structures cinétiques s'effectue selon deux grands axes : (i) l'étude des solutions d'équilibre auto-consistantes que nous abordons dans ce chapitre, (ii) l'étude de leur mécanisme de formation que nous aborderons dans le chapitre suivant. Pour simplifier, nous pouvons considérer qu'il existe principalement deux approches cinétiques différentes pour étudier ces structures. La plus connue et

celle qui sera exposée et utilisée dans ce chapitre repose sur la méthode d'équation intégrale développée par Bernstein, Greene et Kruskal (BGK, [Bernstein et al., 1957](#)). Elle consiste à résoudre le système d'équations Vlasov-Poisson 1D stationnaire pour un potentiel spécifié. La seconde méthode, également proposée par BGK mais développée ultérieurement pour une grande part par [Schamel \(1986\)](#), repose sur une formulation différentielle du problème. À l'inverse de l'approche intégrale, cette méthode d'équation différentielle consiste à spécifier d'abord la fonction de distribution des électrons et à rechercher ensuite le potentiel cohérent avec le système d'équations Vlasov-Poisson. Cette seconde approche a été préférée par certains auteurs car elle permet d'éviter d'obtenir des fonctions de distributions avec des variations trop brutales que l'approche intégrale BGK autorise. Toutefois, la question de savoir quel degré de variation est acceptable pour une fonction de distribution ne sera pas discuté dans ce chapitre et l'approche classique BGK sera utilisée. Je montrerai notamment comment, selon les régimes faiblement ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \leq 1$) ou fortement magnétisés ($\omega_{ce}/\omega_{pe} > 1$), la prise en compte du courant de polarisation associé au mouvement perpendiculaire des électrons à l'intérieur de ces structures et la prise en compte des effets dus à leur vitesse de propagation, modifient leurs conditions d'existence.

I. Qu'est-ce qu'un trou d'électron dans l'espace des phases ?

Avant toute chose, nous allons définir plus en détails ce qu'est un « trou d'électron dans l'espace des phases » ainsi que ses principales caractéristiques observées. Un EH est donc une structure spatiale cohérente correspondant à un potentiel électrostatique positif qui se déplace le long d'une ligne de champ magnétique. Celle-ci est caractérisée par une réduction de la densité électronique dans l'espace des phases (\mathbf{x}, \mathbf{v}) . On peut donc définir ce « trou » dans l'espace des phases comme un « tourbillon » constitué de deux types de populations électroniques, une « enveloppe » formée par des électrons dits « *passants* » et un centre formé par des électrons dits « *piégés* » et qui oscillent dans cette région comme représenté sur la figure 5.2(b). À une dimension, où z est la direction de propagation de la structure, le potentiel gaussien $\phi(z)$ associé à un trou de densité est représenté en bleu sur la figure 5.1(a) et l'énergie potentielle associée à un électron $-e\phi(z)$ est en pointillés. Sur cette même figure, on schématise les dérivées de ce potentiel : la dérivée première figure 5.1(b) et la dérivée seconde figure 5.1(c). La dérivée première du potentiel $\phi(z)$ correspond à une signature bipolaire de la composante parallèle du champ électrique $E_{\parallel}(z) = -\partial_z \phi(z)$ (en vert) caractéristique de ces structures. La densité de charge est associée à la dérivée seconde de ce potentiel par l'équation de Maxwell-Poisson telle que $\rho(z) = -\varepsilon_0 \partial_z^2 \phi(z)$. La densité de charge est positive au coeur du puits de potentiel, négative à ses bords et tend vers zéro plus loin. Ainsi, aux abords de la structure, il y a une accumulation d'électrons qui compense leur déplétion en son centre.

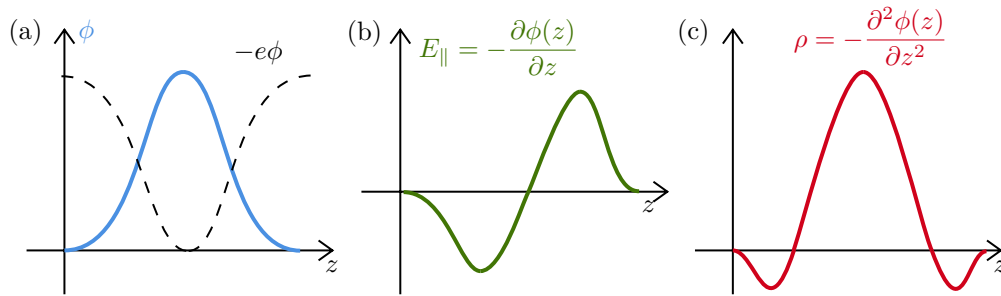


FIGURE 5.1 – (a) Le potentiel $\phi(z)$ associées à un EH, (b) sa dérivée première et (c) sa dérivée seconde

L'énergie totale $\mathcal{E}_e = m_e v_z^2/2 - e\phi(z)$ est une constante du mouvement des électrons. La figure 5.2(b) représente les trajectoires des électrons passants et piégés dans l'espace (z, v_z) . On y distingue des trajectoires curvilignes (en bleu) caractéristiques des électrons passants qui sont accélérés au niveau de la structure, et des trajectoires circulaires (en vert) caractéristiques des électrons piégés en leur sein. Une séparatrice correspondant à $\mathcal{E}_e = -e\phi_{\min}$ (en pointillés) sépare les deux familles d'électrons :

- Un *électron passant* ($\mathcal{E}_e > -e\phi_{\min}$) se déplace à une vitesse constante loin du puits de potentiel, sa vitesse augmente lorsqu'il rencontre celui-ci puis retrouve sa vitesse initiale une fois qu'il s'en éloigne. (Aucun transfert d'énergie).
- Un *électron piégé* ($-e\phi_{\min} < \mathcal{E}_e < -e\phi_0$) rebondit entre deux points miroirs dans le puits de potentiel.

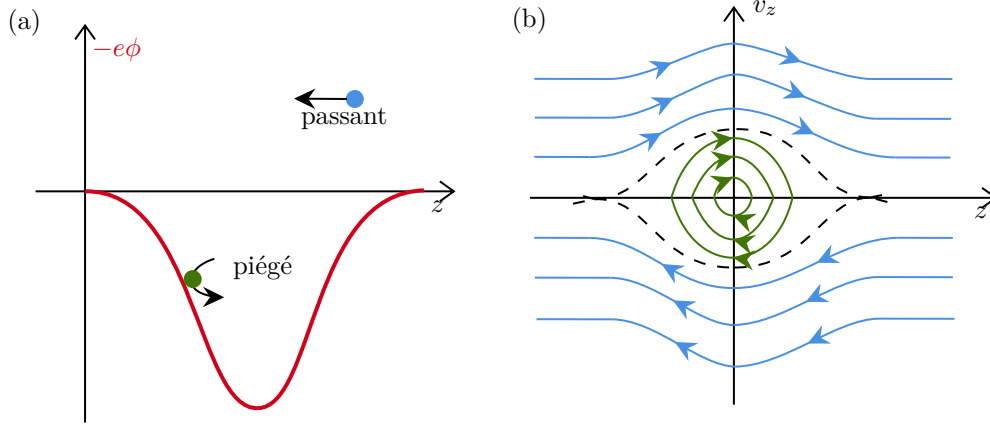


FIGURE 5.2 – (a) L'énergie potentielle $-e\phi(z)$ et (b) l'espace des phases (z, v_z) , avec la distinction des électrons passants et piégés dans le référentiel de l'EH

Cette distinction entre particules « passantes » et « piégées » (« trapped », en anglais) nous permet de décomposer la fonction de distribution des électrons f_e en introduisant la fonction de distribution des électrons passants f_p et la fonction de distribution des électrons piégés f_t telle que :

$$f_e(\mathcal{E}_e) = \begin{cases} f_p(\mathcal{E}_e) & \text{si } \mathcal{E}_e > -e\phi_{\min} \\ f_t(\mathcal{E}_e) & \text{si } -e\phi_0 \leq \mathcal{E}_e \leq -e\phi_{\min} \end{cases} \quad (5.1)$$

Les électrons piégés ont une fréquence d'oscillation dans ce puits de potentiel appelée *fréquence de piégeage* ou *de rebond* (bounce, en anglais) donnée par :

$$\omega_{be} \simeq \sqrt{\frac{e\phi_0 k_z^2}{m_e}} \quad (5.2)$$

où k_z représente l'inverse de l'échelle caractéristique de l'EH le long du champ magnétique (Muschiatti et al., 2000). Les ions ne sont pas piégés dans ce type de potentiel puisque le champ électrique les repousse.

II. Le modèle BGK 1D historique

La structure d'un EH ayant été très rapidement définie, nous allons maintenant introduire le modèle BGK classique (Bernstein et al., 1957) qui permet d'obtenir des solutions non linéaires exactes correspondant à des ondes électrostatiques stationnaires unidimensionnelles dans un plasma sans collision. Ce modèle permet de déterminer des conditions d'existence des EHs, en terme d'échelles spatiales, d'amplitudes et de vitesse de propagation, et ainsi peut être comparé aux mesures effectuées dans l'espace et en laboratoire.

On considère le cas d'un plasma composé d'ions et d'électrons. Chacune de ces espèces est représentée par une fonction de distribution $f_s(x, v)$, où on dénote $s = e, i$ pour les électrons (de charge $q_e = -e$ et de masse m_e) et les ions (de charge $q_i = +Ze$ et de masse m_i) respectivement. L'approche BGK classique consiste à déterminer la solution 1D non linéaire électrostatique stationnaire ($\partial_t f_s = 0$) du système Vlasov-Poisson, le long de la direction z de propagation, pour un potentiel $\phi(z)$ donné :

$$v_z \frac{\partial f_s}{\partial z} - \frac{q_s}{m_s} \frac{d\phi(z)}{dz} \frac{\partial f_s}{\partial v_z} = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} = \frac{e(n_e - Zn_i)}{\epsilon_0} = \frac{e}{\epsilon_0} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_e(z, v_z) dv_z - Z \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(z, v_z) dv_z \right] \quad (5.4)$$

L'énergie totale $\mathcal{E}_s = m_s v_z^2/2 + q_s \phi(z)$ étant une constante du mouvement de l'espèce s , les fonctions $f_s(\mathcal{E}_s)$ sont des solutions générales de l'équation de Vlasov (5.3). On effectue alors le changement de

variable suivant, $v_z = \text{sign}(v_z)\sqrt{2(\mathcal{E}_s - q_s\phi)/m_s}$, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \text{sign}(v_z)dv_z &= d\left(\sqrt{\frac{2}{m_s}(\mathcal{E}_s - q_s\phi)}\right) = \frac{d}{d\mathcal{E}_s}\left(\sqrt{\frac{2}{m_s}(\mathcal{E}_s - q_s\phi)}\right)d\mathcal{E}_s \\ &= \frac{2}{m_s} \frac{d\mathcal{E}_s}{2\sqrt{2(\mathcal{E}_s - q_s\phi)/m_s}} = \frac{d\mathcal{E}_s}{\sqrt{2m_s(\mathcal{E}_s - q_s\phi)}} \end{aligned}$$

donnant la variation de la vitesse en fonction de la variation de l'énergie pour une position z donnée via la fonction de potentiel $\phi(z)$. Notons toutefois que ces solutions générales ne préjugent pas de la partition entre les deux directions de la vitesse des particules d'une énergie donnée. Lors du changement de variable il faut alors tenir compte distinctement des particules ayant une vitesse $v_z > 0$ (donnée par la fonction de distribution f_s^+ définie sur $\mathbb{R}_{v_z}^+$ pour l'espace des vitesses) et des particules ayant une vitesse $v_z < 0$ (donnée par la fonction de distribution f_s^- définie sur $\mathbb{R}_{v_z}^-$ pour l'espace des vitesses). Ce qui peut se formaliser en définissant la correspondance entre les fonctions de distribution en position et vitesse et celles en énergie, définie pour $v_z > 0$, de la façon suivante : $f_s^+(z, v_z) + f_s^-(z, -v_z) = f_s(\mathcal{E}_s)$.

Nous traitons ensuite séparément les particules passantes et les particules piégées en les considérant comme deux populations différentes : distribution des électrons passants $f_p(\mathcal{E}_e)$ et distribution des électrons piégés $f_t(\mathcal{E}_e)$. Ainsi, à l'aide de la définition (5.1) avec $\phi_{\min} = 0$, l'équation de Poisson (5.4) se réécrit sous la forme :

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} = \frac{e}{\varepsilon_0} \left[\int_{-e\phi}^0 \frac{f_t(\mathcal{E}_e)d\mathcal{E}_e}{\sqrt{2m_e(\mathcal{E}_e + e\phi)}} + \int_0^{+\infty} \frac{f_p(\mathcal{E}_e)d\mathcal{E}_e}{\sqrt{2m_e(\mathcal{E}_e + e\phi)}} - Z \int_{e\phi}^{+\infty} \frac{f_i(\mathcal{E}_i)d\mathcal{E}_i}{\sqrt{2m_i(\mathcal{E}_i - Ze\phi)}} \right] \quad (5.5)$$

La distribution des électrons passants $f_p(\mathcal{E})$ et la distribution des ions $f_i(\mathcal{E})$ étant des fonctions connues (il s'agit en effet de conditions aux limites du système), la densité de charge totale $\rho(z)$ étant par ailleurs déterminée par la donnée de $\phi(z)$, la distribution des électrons piégés $f_t(\mathcal{E})$ pourra alors être déduite. Pour cela, on peut mettre l'équation de Poisson (5.5) sous la forme d'une équation intégrale d'Abel :

$$\int_{-\mathcal{V}}^0 \frac{f_t(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{\sqrt{2m_e(\mathcal{E} + \mathcal{V})}} = \mathbf{g}(\mathcal{V}) \quad (5.6)$$

avec $\mathcal{V}(z) = e\phi(z) \leq e\phi_0$ et

$$\mathbf{g}(\mathcal{V}) = -\frac{\rho(z)}{e} - \int_0^{+\infty} \frac{f_p(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{\sqrt{2m_e(\mathcal{E} + \mathcal{V})}} + \int_{Z\mathcal{V}}^{+\infty} \frac{Z f_i(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{\sqrt{2m_i(\mathcal{E} - Z\mathcal{V})}} \quad (5.7)$$

Sous cette forme la population des électrons piégés est entièrement déterminée par la spécification arbitraire de la densité de charge et des distributions des particules passantes. Cependant, il n'y a aucune garantie que la distribution d'électrons piégés f_t solution de (5.6) soit positive. Cette question constitue en fait un critère d'existence théorique. Seule la solution où $f_t \geq 0$ correspond à une solution physiquement acceptable.

L'équation (5.6) peut être résolue sur l'intervalle $-e\phi_0 \leq \mathcal{E} \leq 0$ par la transformation d'Abel ou des techniques de transformées de Laplace (Bernstein et al., 1957; Muschietti et al., 1999), ou encore à l'aide de la méthode issue du §12 du livre de Landau and Lifshitz (1976) (tome 1) (voir quelques détails en annexe C), ce qui donne en considérant des distributions physiques (*i.e.* $\mathbf{g}(0) = 0$) :

$$f_t(\mathcal{E}) = \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathbf{g}(\mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}}} \quad (5.8)$$

$$= f_t^{(a)} + f_t^{(b)} + f_t^{(c)} \quad (5.9)$$

où les termes $f_t^{(a)}$, $f_t^{(b)}$ et $f_t^{(c)}$ sont les intégrales des trois termes de la fonction $\mathbf{g}(\mathcal{V})$, respectivement. Nous allons calculer ces trois termes (voir les détails des calculs dans l'annexe C) :

- Le terme $f_t^{(a)}$ est l'intégrale associée au profil de la densité de charge totale ρ qui a été spécifié au départ :

$$f_t^{(a)} = -\frac{\sqrt{2m}}{e\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\rho(\mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}}} \quad (5.10)$$

Pour déterminer ce terme, il nous faut connaître la forme du potentiel $\phi(z)$.

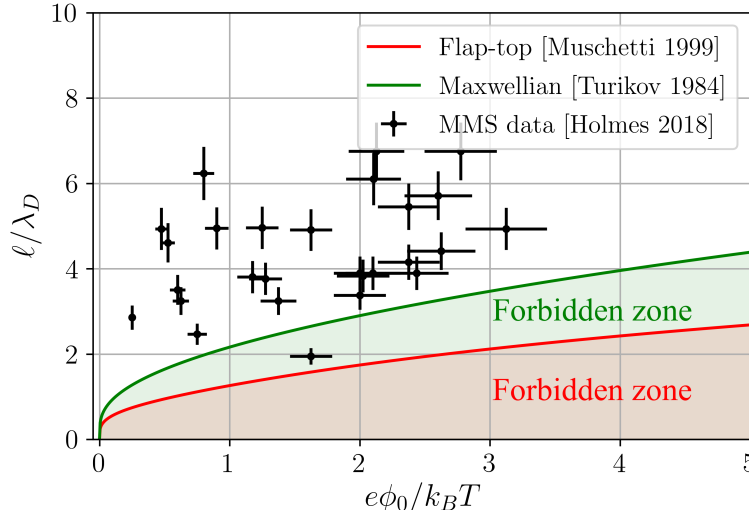


FIGURE 5.3 – Relations largeur (ℓ/λ_{De})-amplitude ($e\phi_0/k_B T$) pour différentes fonctions de distribution f_p (flap-top comme l'étude Muschietti et al. (1999) et maxwellienne comme l'étude Turikov (1984)) ainsi que des valeurs de largeur-amplitude relevées lors de la mission MMS dans la magnétosphère par Holmes et al. (2018).

- Le terme $f_t^{(b)}$ est l'intégrale associée au profil de la densité de charge des électrons passants et correspond à la dynamique des électrons qui traversent le puits de potentiel ; il nous donne :

$$f_t^{(b)} = \frac{\sqrt{-\mathcal{E}}}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{f_p(\mathcal{E}') d\mathcal{E}'}{(\mathcal{E}' - \mathcal{E})\sqrt{\mathcal{E}'}} \quad (5.11)$$

Pour déterminer ce terme, il nous faut connaître l'expression de la fonction de distribution des électrons passant f_p loin du puits de potentiel.

- Le terme $f_t^{(c)}$ est l'intégrale associée au profil de la densité de charge des ions et correspond à la dynamique des ions qui approchent le puits de potentiel :

$$f_t^{(c)} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \ln \left[\frac{(\sqrt{-\mathcal{E}} + \sqrt{\mathcal{E}'})^2}{|\mathcal{E} + \mathcal{E}'|} \right] d\mathcal{E}' \quad (5.12)$$

Pour déterminer ce terme, il nous faut connaître l'expression de la fonction de distribution des ions f_i loin du puits de potentiel.

Comme on le voit, la détermination de la distribution des électrons piégés $f_t(\mathcal{E})$ par l'intermédiaire de la fonction $\mathbf{g}(\mathcal{V})$ nécessite de connaître les distributions des particules passantes (f_p et f_i), ainsi que le profil du puits de potentiel. Pour cela, plusieurs modèles ont permis d'étudier différentes fonctions de distribution caractéristiques du milieu étudié, par exemple : des distributions de type *flap-top*¹ (Muschietti et al., 1999), des distributions maxwelliennes (Turikov, 1984; Collantes and Turikov, 1988; Chen and Parks, 2001) ou des distributions Lorentziennes (Chen et al., 2005). Et pour la forme du puits de potentiel, une forme gaussienne (Chen and Parks, 2001; Collantes and Turikov, 1988) ou un cosinus hyperbolique (Turikov, 1984) ont pu être utilisés. Dans le modèle unidimensionnel, à partir de la condition que la fonction de distribution des électrons piégés f_t soit une grandeur physique et que donc cette fonction de distribution soit positive $f_t \geq 0$, on obtient une *condition d'existence* de ces structures reliant la largeur (à mi-hauteur) du potentiel ℓ et la valeur minimale du potentiel ϕ_0 sous la forme d'une inégalité $\ell/\lambda_{De} \geq \text{fct}(e\phi_0/k_B T)$. La dépendance entre ces grandeurs est différente en fonction du choix du type de fonction de distribution pour f_p et de la forme du potentiel $\phi(z)$. La figure 5.3 est une représentation de la relation largeur-amplitude représentant la condition d'existence pour deux types de fonctions de distribution (maxwelliennes $f_p(\mathcal{E}) = n_0 \exp(-\mathcal{E}/k_B T) / \sqrt{2\pi v_T^2}$ et flap-top $f_p(\mathcal{E}) = 6n_0 \sqrt{2} / [\pi v_T^2 (8 + (\mathcal{E}/k_B T)^3)]$) et un potentiel maxwellien $\phi(z) = \phi_0 \exp(-z^2/2\ell^2)$. De plus, nous avons ajouté des valeurs observationnelles de structures issues de la mission MMS provenant de l'étude de Holmes et al. (2018) dans la queue magnétique de la magnétosphère terrestre. La zone colorée est la « zone interdite » (ou « forbidden zone »

1. Pour plus d'informations, se reporter à l'article de Chateau and Meyer-Vernet (1989)

en anglais), c'est-à-dire la zone ne respectant pas l'inégalité reliant ℓ et ϕ_0 . Ainsi un couple de valeurs associées à une « structure réelle » ($\phi_0; \ell$) doit être hors de cette zone. De façon générale, les structures reportées respectent cette condition. Les choix faits pour décrire le plasma ambiant (c'est-à-dire le choix de la fonction de distribution) modifient les conditions d'existence en particulier pour des structures ayant des potentiels de grande amplitude.

Néanmoins, ces différentes approches étaient toutes limitées à un modèle mono-dimensionnel, en espace et en vitesse, ce qui en restreignait fortement l'application pour comprendre l'origine et l'évolution des EHs dans un cas réaliste. C'est pour cette raison qu'une approche plus générale incluant une géométrie tridimensionnelle a été envisagée rapidement en complément des observations, et ce, afin de prendre en compte le mouvement parallèle et perpendiculaire des électrons en utilisant des arguments géométriques associés à un puit de potentiel 3D, et la direction du champ magnétique ambiant. On peut citer par exemple, les travaux de Schamel (1979) et de Chen et al. (2004, 2005). Dans notre travail, l'objectif est de compléter les études précédentes, de les unifier et d'inclure de façon explicite une dépendance avec le champ magnétique.

III. Modèle BGK tridimensionnel

C'est dans ce contexte plus réaliste que se place mes travaux dans le but de prendre en compte, non seulement, l'aspect géométrique de ces structures intrinsèquement tri-dimensionnelles mais aussi de tenir compte d'un champ magnétique ambiant \mathbf{B}_0 uniforme. Nous verrons que la prise en compte des effets de magnétisation permet d'obtenir des contraintes supplémentaires sur les conditions d'existence des trous d'électrons.

Les observations spatiales *in situ* (e. g., Andersson et al., 2009; Tao et al., 2011; Holmes et al., 2018; Tong et al., 2018; Steinvall et al., 2019a) suggèrent que les EHs se propagent le long des lignes de champ magnétique et possèdent une géométrie cylindrique (r, θ, z) indépendante par rotation autour de l'axe du champ magnétique ambiant ($\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$). On peut alors modéliser le potentiel électrostatique dans le référentiel de l'EH par une double gaussienne, comme suit :

$$\phi(r, z) = \phi_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2\ell_{\perp}^2} - \frac{z^2}{2\ell_{\parallel}^2}\right) \quad (5.13)$$

avec ϕ_0 l'amplitude de la structure de potentiel, ℓ_{\perp} et ℓ_{\parallel} ses tailles dans les directions perpendiculaire et parallèle par rapport à \mathbf{B}_0 , respectivement.

Aussi, pour des raisons de simplicité et en raison de leur grand rapport de masse avec les électrons, nous négligerons la dynamique des ions, et on considérera qu'ils forment un fond neutralisant uniforme (i.e. $Zn_i = n_0$, où n_0 est la densité du plasma électronique ambiant). Ma démarche ensuite sera basée sur l'idée de pouvoir séparer les dynamiques parallèle et perpendiculaire des électrons, ce qui semble possible dans des conditions où l'approximation de centre-guide s'applique : leur dynamique parallèle sera analysée à partir de l'évolution de leur fonction de distribution, tandis que leur dynamique perpendiculaire sera décrite par une représentation fluide de leur dérive de polarisation.

III. 1 Dynamique cinétique parallèle

L'inclusion du champ magnétique ambiant entraîne une complication accrue dans la résolution des équations BGK aussi nous allons par des considérations géométriques simplifier les calculs en supposant que la perturbation magnétique est beaucoup plus faible que le champ magnétique ambiant ($\delta B \ll B_0$). De plus, du fait que l'on ne s'intéresse pas à la rétroaction des particules sur le champ, nous considérons également le terme de Lorentz perturbé comme négligeable par rapport à la perturbation électrique :

$$\mathbf{v} \times \delta \mathbf{B} \ll \delta \mathbf{E}$$

De nombreuses études (voir Muschietti et al., 2002; Franz et al., 2000; Tao et al., 2011; Fox et al., 2008) montrent que le rayon de Larmor des électrons est souvent plus petit que la taille de l'EH : $\rho_{Le} < \ell_{\perp}$, que leur temps de traversée de la structure est suffisamment lent par rapport à leur giropériode ou que leur fréquence de piégeage est faible devant leur fréquence cyclotronique ($\omega_{be} < \omega_{ce}$), et donc que le mouvement des électrons peut être approximé par le mouvement de leur centre-guide. Plus de détail sur les conditions de validité de cette approximation seront donnés dans la section suivante. Compte tenu de la symétrie cylindrique, les déplacements de dérive azimutale ($\delta \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$) ne contribuent pas à l'équilibre dans l'espace des phases et ne seront pas considérés (Chen and Parks, 2002; Tao et al., 2011).

Ainsi, en première approximation, pour décrire la dynamique cinétique des électrons le long de la direction du champ magnétique ambiant, nous négligerons leur mouvement perpendiculaire (c'est-à-dire, nous ne tiendrons pas compte des vitesses radiales et azimutales), et nous résoudrons l'équation de Vlasov simplifiée correspondante, juste le long de l'axe z paramétrée par une valeur de r donnée, les électrons étant étroitement « liés » à une surface de champ magnétique cylindrique de rayon r , comme suit :

$$v_z \cdot \frac{\partial f_e(r, z, v_z)}{\partial z} - \frac{q_e}{m_e} \frac{\partial \phi(r, z)}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_e(r, z, v_z)}{\partial v_z} = 0 \quad (5.14)$$

Cette équation représente une description cinétique simplifiée du mouvement parallèle des électrons, dans le contexte d'une symétrie azimutale et d'un champ magnétique uniforme, où la dépendance de θ et des vitesses perpendiculaires sont négligées.

III. 2 Inclusion du champ magnétique ambiant : courant de polarisation

Mouvements d'une particule chargée dans l'approximation de centre-guide

Avant de préciser les conditions de validité de notre modélisation basée sur l'approximation de centre-guide rappelons brièvement les différents types de mouvements qui peuvent être décrits dans ce cadre. Considérons des champs électriques $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ et magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ de façon générale. Le mouvement des particules d'espèce s (de charge q_s et de masse m_s) dans ces champs est déterminé par la loi de Newton :

$$\frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} = \frac{q_s}{m_s} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{q_s}{m_s} \mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \quad (5.15)$$

En supposant que les échelles de variations temporelles et spatiales de ces champs sont faibles devant les échelles caractéristiques du milieu : le temps caractéristique de giration ω_{cs}^{-1} et le rayon de Larmor ρ_{Ls} , on peut effectuer un développement de Taylor qui permet d'écrire :

$$\frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} \simeq \frac{q_s}{m_s} \underbrace{[\mathbf{E}(\mathbf{R}_s, t) + \mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}(\mathbf{R}_s, t)]}_{\text{(mouvement d'ordre 0)}} + \frac{q_s}{m_s} \underbrace{(\mathbf{x} - \mathbf{R}_s) \cdot [\nabla \mathbf{E}(\mathbf{R}_s, t) + \mathbf{v} \times \nabla \mathbf{B}(\mathbf{R}_s, t)]}_{\text{(mouvements liés aux gradients de } \mathbf{E} \text{ et } \mathbf{B})} \quad (5.16)$$

où $\mathbf{R}_s = \mathbf{x} - \rho_{Ls}$ est la position du centre-guide de l'espèce s . En réécrivant $\mathbf{v} = \mathbf{u}_s + \mathbf{v}_{\rho s}$ où \mathbf{u}_s est le mouvement lent (*i.e.* vitesse du centre-guide) et $\mathbf{v}_{\rho s}$ est la vitesse de giration rapide (*i.e.* la solution du cas $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ et \mathbf{B} uniforme), on obtient les composantes perpendiculaire et parallèle du centre-guide suivantes (voir par exemple [Rax, 2005](#)) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_{\parallel}}{dt} = \underbrace{\frac{q_s E_{\parallel}}{m_s}}_{\text{(translation)}} - \underbrace{\frac{v_{\rho s}^2}{2B} \nabla_{\parallel} B}_{\text{(force diamagnétique)}} \\ \mathbf{u}_{\perp} = \underbrace{\frac{\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}}{B^2}}_{\text{(champs croisés)}} + \underbrace{\frac{q_s \rho_{Ls}^2}{2m_s} \nabla B \times \mathbf{b}}_{\text{(dérive de gradient)}} + \underbrace{\frac{m_s u_{\parallel}^2}{q_s B} (\mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b}) \times \mathbf{b}}_{\text{(courbure magnétique)}} + \underbrace{\frac{m_s}{q_s B^2} \frac{d\mathbf{E}_{\perp}}{dt}}_{\text{(polarisation)}} + \dots \end{array} \right.$$

avec $\mathbf{u}_s(t) = \mathbf{u}_{\perp}(t) + u_{\parallel}(t)\mathbf{b}$ où $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$ (soit la direction du champ magnétique). Les vitesses perpendiculaires sont appelées des *dérives*. Le premier terme est la dérive de champs croisés. Le second terme est associé à la dérive de gradient. Le troisième représente les modifications dues aux changements de directions et courbure du champ magnétique. Enfin, le quatrième terme est la *dérive de polarisation* qui va particulièrement nous intéresser ici. Il existe d'autres dérives qui ne sont pas présentées ici et qui sont étudiées dans des ouvrages de référence tels que le [Krall and Trivelpiece \(1973\)](#) ou le [Chen et al. \(1984\)](#).

Domaine de validité de l'approximation de centre-guide

Dans cette partie, nous souhaitons revenir sur les conditions d'application de notre modèle afin d'en préciser le domaine de validité. Pour commencer, nous allons nous intéresser aux dimensions spatiales dans la direction perpendiculaire à \mathbf{B}_0 . La condition pour négliger les effets de rayon de Larmor fini sur les électrons peut être écrite en utilisant le rapport entre la fréquence cyclotron et la fréquence plasma des électrons, et en considérant le rapport d'anisotropie de leur température :

$$\frac{\rho_{Le}}{\ell_{\perp}} \ll 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \ll \frac{\ell_{\perp}}{\lambda_{De}} \sqrt{\frac{T_{e\parallel}}{T_{e\perp}}} \quad (5.17)$$

où $\omega_{ce} = eB_0/m_e$ est la fréquence cyclotronique électronique. Cela implique pour $\omega_{ce}/\omega_{pe} \leq 1$ que $\ell_{\perp} \gg \lambda_{De}$ (à moins que $T_{e\perp} \ll T_{e\parallel}$, comme dans le cas des observations de la mission FAST (Ergun et al., 1998a)). Le modèle a donc une limitation et ne peut pas décrire correctement toutes les structures de petite taille perpendiculaire lorsque le plasma est faiblement magnétisé. En particulier, comme le souligne Hutchinson (2021b), un tel modèle n'est pas valable pour des structures ayant une échelle de l'ordre d'une longueur de Debye ($\ell_{\perp} \sim \lambda_{De}$) lorsque $\omega_{pe}/\omega_{ce} = \rho_{Le}/\lambda_{De} \gg 1$. Cependant, même dans le cas limite où $\ell_{\perp} \sim \rho_{Le}$, l'approximation de centre-guide devrait encore donner des résultats qualitativement acceptables.

L'autre condition pour que le mouvement des électrons puisse être décrit par l'approximation de centre-guide porte sur les temps caractéristiques. Il faut que toutes les fréquences considérées soient beaucoup plus petites que leurs fréquences cyclotrons. Comme nous étudions des structures stationnaires dérivant par rapport au plasma de fond, cette condition temporelle se traduit par décalage Doppler en une condition spatiale dans la direction parallèle : les effets de fréquence finie sur les électrons sont négligeables lorsque, dans le repère se déplaçant à leur vitesse parallèle, l'échelle de temps des perturbations qu'ils subissent est beaucoup plus grande que leur gyropériode. De même, on peut écrire cette seconde condition pour que les électrons restent magnétisés comme une seconde condition portant sur le rapport entre la fréquence cyclotron et la fréquence plasma des électrons :

$$\frac{\omega_{pe}}{\omega_{ce}} \ll \frac{\ell_{\parallel}/\lambda_{De}}{1 + |u_e|/v_{Te}} \quad (5.18)$$

avec u_e la vitesse de dérive des électrons du plasma de fond par rapport à l'EH et v_{Te} leur vitesse thermique parallèle. Par conséquent, dans des conditions de champ magnétique faible, les petites structures parallèles et/ou de vitesse rapide pourraient difficilement être décrites par notre modèle. Notons que le raisonnement précédent s'applique également aux électrons piégés et, dans la mesure où $e\phi_0 \leq k_B T_{e\parallel}$, implique que leur fréquence de rebond soit beaucoup plus faible que leur fréquence cyclotronique pour que l'approximation de centre-guide soit valide (Muschiatti et al., 2000, 2002) :

$$\omega_{be} \simeq \frac{1}{\ell_{\parallel}} \sqrt{\frac{e\phi_0}{m}} \leq \frac{v_{Te}}{\ell_{\parallel}} \ll \omega_{ce} \quad (5.19)$$

On peut mentionner que cette condition est similaire à celle établie par Chen et al. (2004) comme condition pour empêcher les électrons piégés de s'échapper, c'est-à-dire empêcher leur démagnétisation pendant leur mouvement de rebond. Cependant, cette condition n'implique pas que les effets de dérive de polarisation soient négligeables (contrairement à ce qui est énoncé par Chen et al. (2004)). En effet, ces derniers peuvent être présents sans provoquer la « fuite des électrons ».

Compte tenu de ces limitations, il existe cependant des observations spatiales et des expériences en laboratoire pour lesquelles les conditions développées dans cette étude sont valables et qui seront discutées dans la section IV.4 (voir la table 5.1 et les références qui s'y rapportent).

Modification de l'équation de Poisson

La prise en compte de la dérive de polarisation des électrons va nous conduire à introduire dans l'équation de Poisson un terme supplémentaire dépendant du champ magnétique. Pour montrer cela, décomposons la densité de charge des électrons comme la somme de deux termes :

$$\rho_e = \rho_{e\parallel} + \rho_{e\perp} \quad (5.20)$$

où $\rho_{e\parallel}$ est la contribution à la densité de charge des électrons due à leur mouvement parallèle, qui sera déterminée à partir de l'équation de Vlasov simplifiée (5.14) ; et où $\rho_{e\perp}$ est une contribution supplémentaire due à leur mouvement perpendiculaire. Conséquence directe de la symétrie azimutale, le seul mouvement perpendiculaire à prendre en compte est la dérive de polarisation. En effet, la dérive de champ croisés ($\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$) étant invariante par symétrie de révolution, elle ne contribue donc pas à modifier la densité de charge $\rho_{e\perp}$; et comme le champ magnétique ambiant \mathbf{B}_0 est uniforme, les autres dérives sont nulles. À l'intérieur de l'EH, le seul mouvement perpendiculaire que nous considérerons alors est la dérive de polarisation des électrons. Nous allons prendre en compte cet effet sous la forme d'une charge équivalente, $\rho_{pol} = \rho_{e\perp}$, et d'un courant supplémentaire dans les équations de Maxwell. Soit n_0 la densité du plasma électronique ambiant et écrivons $n_0 = \int n_0^v dv$. Dans le référentiel se déplaçant à leur vitesse parallèle moyenne, la sous-classe des particules se déplaçant à la vitesse v , ayant une densité d'ordre zéro n_0^v , subissent des variations temporelles du champ électrique perpendiculaire, lorsqu'elles traversent la structure potentiel. On représente schématiquement l'effet de polarisation sur la figure 5.4 où l'amplitude du

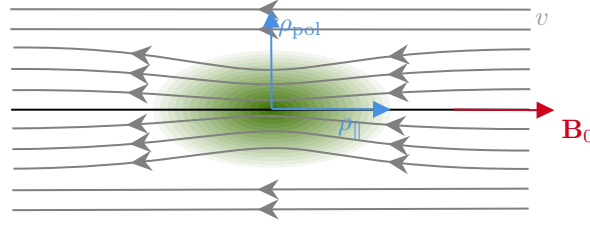


FIGURE 5.4 – Représentation schématique de l'apparition des courants de polarisation pour des particules de sous-classe de vitesse v (en gris) interagissant avec le potentiel ϕ (en vert) représenté par les différentes contributions de la densité de charge : perpendiculaire ρ_{\perp} et parallèle ρ_{\parallel} (en bleu).

potentiel ϕ est représenté en vert et les sous-classes des particules se déplaçant à des vitesses v en gris. Ce qui donne un courant d'électrons qui s'écrit à l'ordre le plus bas comme suit :

$$\mathbf{J}_{\text{pol}}^v = \frac{n_0^v m_e}{B_0^2} \frac{\partial \mathbf{E}_{\perp}}{\partial t} \quad (5.21)$$

En prenant la divergence de cette équation, on a :

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_{\text{pol}}^v = \frac{\partial}{\partial t} \left[\nabla \cdot \left(-\varepsilon_0 \frac{n_0^v m_e}{B_0^2} \nabla_{\perp} \phi \right) \right] = -\frac{\partial \rho_{\text{pol}}^v}{\partial t} \quad (5.22)$$

qui conduit à une expression de la contribution de la dérive de polarisation des électrons de classe v dans l'équilibre de la densité de charge qui dépend du temps. En l'intégrant ensuite par rapport au temps et sur toutes les classes de vitesses v , on obtient une expression de la densité de charge de polarisation des électrons $\rho_{\text{pol}} = \varepsilon_0 \omega_{\text{pe}}^2 \nabla_{\perp}^2 \phi / \omega_{\text{ce}}^2$ valable dans le référentiel de la structure. On peut noter que ce résultat est indépendant de la vitesse de dérive u_e . Ainsi, l'équation de Poisson pour les électrons mobiles et des ions infiniment lourds,

$$\varepsilon_0 \nabla^2 \phi = -\rho_{\parallel} - \rho_{\text{pol}} \quad (5.23)$$

où $\rho_{\parallel} = en_0 + \rho_{e\parallel}$, peut prendre la forme suivante (Franz et al., 2000; Vasko et al., 2017; Hutchinson, 2021b) :

$$\nabla^2 \phi + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega_{\text{ce}}^2} \nabla_{\perp}^2 \phi = -\frac{\rho_{\parallel}(r, z)}{\varepsilon_0} \quad (5.24)$$

Le second terme du côté gauche inclut donc le déplacement perpendiculaire des électrons dû à la dérive de polarisation. Comme l'a souligné Hutchinson (2021b), ce terme est en principe négligeable dans le cas où l'approximation de centre-guide est valide et s'applique à des structures aux échelles de Debye (comme le montre les équations (5.17)–(5.18) pour $\ell_{\perp}, \ell_{\parallel} \sim \lambda_{\text{De}}$) et ne devrait pas être invoquée pour expliquer l'échelle $\ell_{\perp}/\ell_{\parallel} \simeq (1 + \rho_{\text{Le}}^2/\lambda_{\text{De}}^2)^{1/2}$ observée par Franz et al. (2000). En effet, à partir de l'équation (5.24), ci-dessus, (Franz et al., 2000) ont trouvé par analyse dimensionnelle la relation :

$$\frac{\ell_{\perp}}{\ell_{\parallel}} = \sqrt{1 + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega_{\text{ce}}^2}} \quad (5.25)$$

couramment utilisée dans les observations (e.g. Vasko et al., 2017; Tong et al., 2018; Hadid et al., 2021). Le raisonnement de Franz et al. (2000) est basé sur une réflexion à partir des dimensions sur l'équation (5.24) afin d'obtenir l'équation (5.25). Cette relation est fortement remise en question par des travaux théoriques de Hutchinson (2021b) et des mesures expérimentales de Holmes et al. (2018). Néanmoins, avec les limites soulignées dans la partie précédente sur les conditions de validité de notre modèle, pour des EHs suffisamment larges (quelques à quelques dizaines de longueurs de Debye comme estimé à partir des observations, voir table 5.1), le courant de polarisation des électrons peut jouer un rôle dans l'équilibre des charges. De ce fait, il est important d'étudier ce modèle en incluant le champ magnétique ambiant pour caractériser les dimensions perpendiculaire et parallèle des EHs en fonction de $\omega_{\text{pe}}/\omega_{\text{ce}}$.

En utilisant la forme du potentiel telle que spécifiée par l'équation (5.13), avec $\nabla_{\perp}^2 = \partial_r^2 + (1/r)\partial_r$ en coordonnée cylindrique,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \left(1 + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega_{\text{ce}}^2}\right) \nabla_{\perp}^2 \phi &= \left\{ -\frac{\phi}{\ell_{\parallel}^2} + \left(\frac{-z}{\ell_{\parallel}^2}\right)^2 \phi + \left(1 + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega_{\text{ce}}^2}\right) \left[\frac{1-r}{r} \frac{\phi}{\ell_{\perp}^2} - \frac{\phi}{\ell_{\perp}^2} + \left(\frac{-r}{\ell_{\perp}^2}\right)^2 \phi \right] \right\} \\ &= \left\{ -\frac{1}{\ell_{\parallel}^2} + \frac{z^2}{\ell_{\parallel}^4} + \left(1 + \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega_{\text{ce}}^2}\right) \left[-\frac{2}{\ell_{\perp}^2} + \frac{r^2}{\ell_{\perp}^4} \right] \right\} \phi \end{aligned} \quad (5.26)$$

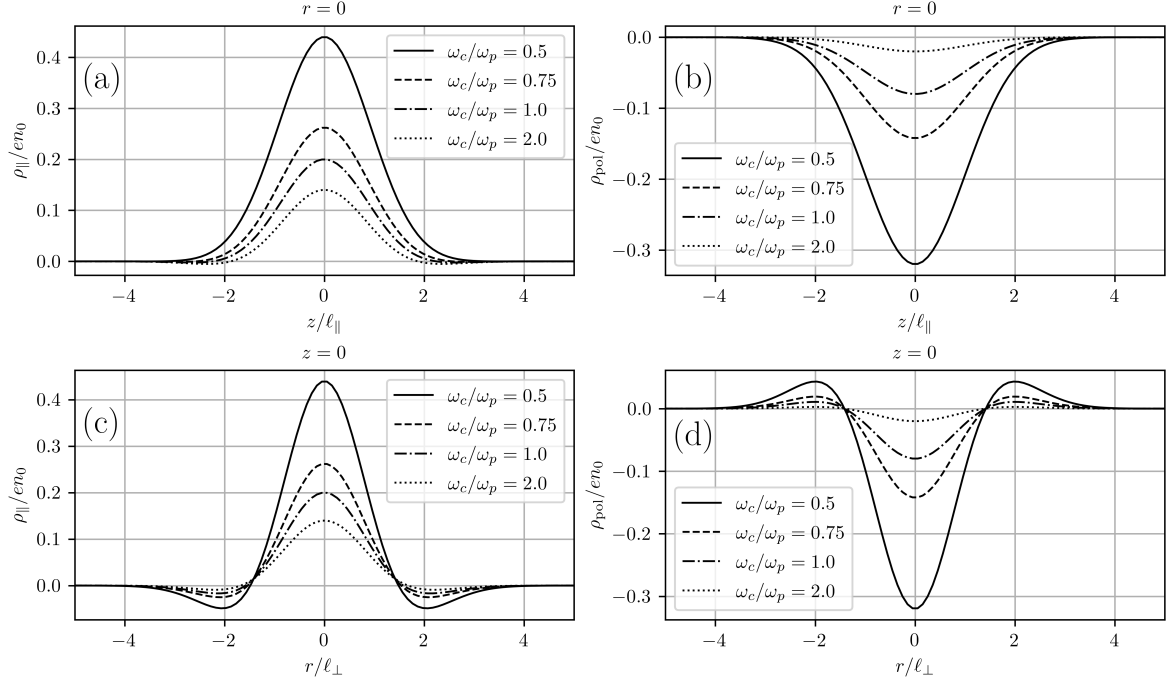


FIGURE 5.5 – Densités de charge $\rho_{||}$ et ρ_{pol} pour différentes valeurs du rapport ω_{ce}/ω_{pe} . (a) – (b) le long de la direction parallèle (à $r = 0$) et, (c) – (d) le long de la direction perpendiculaire (à $z = 0$) (avec $e\phi_0 = k_B T_{e||}$ and $\ell_{||} = \ell_{\perp} = 5\lambda_{De}$). (Gauthier et al., 2024)

et en utilisant le fait que : $\phi \exp(r^2/2\ell_{\perp}^2)/\phi_0 = \exp(-z^2/2\ell_{||}^2)$ d'où $z^2/\ell_{||}^2 = (-r^2/\ell_{\perp}^2 - 2\ln(\phi/\phi_0))$, nous obtenons le résultat suivant pour les densités de charge parallèle et de polarisation :

$$\frac{\rho_{||}}{\varepsilon_0} = \left\{ \frac{1}{\ell_{||}^2} \left[\frac{r^2}{\ell_{\perp}^2} + 2 \ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) + 1 \right] - \frac{\Lambda}{\ell_{\perp}^2} \left(\frac{r^2}{\ell_{\perp}^2} - 2 \right) \right\} \phi \quad (5.27)$$

$$\frac{\rho_{\text{pol}}}{\varepsilon_0} = \frac{\Lambda - 1}{\ell_{\perp}^2} \left(\frac{r^2}{\ell_{\perp}^2} - 2 \right) \phi \quad (5.28)$$

où l'on a fait apparaître le paramètre $\Lambda = 1 + \omega_{pe}^2/\omega_{ce}^2$. La figure 5.5 représente les densités de charge $\rho_{||}$ et ρ_{pol} le long des directions z et r telles que calculées par les équations (5.27) et (5.28). Cette figure montre la variation de $\rho_{||}$ et ρ_{pol} pour différentes valeurs de champ magnétique, donc du ratio $\omega_{ce}/\omega_{pe} \in [0.5; 2.0]$. Plus le champ est faible (ω_{ce}/ω_{pe} petit), plus la densité de charge parallèle et la densité de charge de polarisation au centre du potentiel est grande (en valeur absolue). Ainsi, la prise en compte du courant de polarisation montre que la contribution de ρ_{pol} (voir figures 5.5 (b)–(d)) à la densité de charge totale $\rho_{\text{tot}} = -\varepsilon_0 \nabla^2 \phi$ peut être du même ordre lorsque $\omega_{ce}/\omega_{pe} \leq 1$. Il est à remarquer que l'expression que nous venons d'obtenir incluant l'effet de dérive de polarisation se simplifie lorsque le rapport de fréquence $\omega_{ce}/\omega_{pe} \gg 1$ (*i.e.* lorsque la fréquence de rotation des électrons est très grande devant leur fréquence d'oscillation plasma) faisant disparaître totalement la contribution de cette dérive. En effet, nous obtenons alors $\Lambda = 1 + \omega_{pe}^2/\omega_{ce}^2 \sim 1$. Par souci de cohérence, on peut facilement vérifier que la charge totale du trou électronique est nulle.

III. 3 Solution intégrale 3D

Une structure électrostatique 1D comme décrit dans le modèle BGK historique (section II.) réalise l'équilibre de charge consistant avec l'équation de Poisson par le déplacement de particules le long d'une seule direction, le long de \mathbf{B}_0 pour un plasma magnétisé. La prise en compte des effets de dérive de polarisation sur les électrons introduit un deuxième degré de liberté pour répartir les charges dans l'espace physique de la structure. En supposant la dynamique perpendiculaire des électrons indépendante de leur dynamique parallèle, nous avons établi une expression fluide de la densité de charge ρ_{pol} due à cette dynamique, fonction simplement de ϕ comme donné par l'équation (5.28). En retour, la densité de charge

ρ_{\parallel} due à la dynamique parallèle des électrons, et qui complète ρ_{poi} en satisfaisant l'équation de Poisson, est modifiée selon la valeur du paramètre Λ comme indiqué par l'équation (5.27).

Cette répartition des « tâches » pour répartir les charges dans l'espace physique de l'EH étant rappelée, il reste maintenant à résoudre l'équation cinétique (5.14) pour les fonctions de distribution des électrons piégés et passants, en satisfaisant l'équation de Poisson modifiée. Pour cela, il suffit d'adapter le modèle BGK 1D classique à notre modèle 3D, ce qui, à l'instar de l'extension 3D simplifiée de l'équation de Vlasov (5.14), revient à adjoindre le paramètre radial r à toutes les expressions obtenues précédemment dans la section II. Comme nous avons traité séparément la dynamique de polarisation des électrons et leur dynamique parallèle, et que les ions sont traités comme un fond uniforme neutralisant, il est également nécessaire de ne considérer que la contribution $\rho_{e\parallel}$, ce qui revient à substituer ρ_{\parallel} à ρ . La solution intégrale (5.8) obtenue précédemment, sur l'intervalle $-e\phi_0 \leq \mathcal{E} \leq 0$, s'écrit alors dans notre modèle 3D, sur l'intervalle $-e\phi(r, 0) \leq \mathcal{E} \leq 0$:

$$f_t(r, \mathcal{E}) = \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathbf{g}(r, \mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}}} \quad (5.29)$$

$$= f_t^{(a)} + f_t^{(b)} + f_t^{(c)} \quad (5.30)$$

avec

$$\mathbf{g}(r, \mathcal{V}) = -\frac{\rho_{\parallel}(r, \mathcal{V})}{e} - \int_0^{+\infty} \frac{f_p(r, \mathcal{E})d\mathcal{E}}{\sqrt{2m_e(\mathcal{E} + \mathcal{V})}} + n_0 \quad (5.31)$$

la densité des électrons piégés au point de coordonnées (r, z) correspondant au potentiel $\phi(r, z) = \mathcal{V}(r, z)/e$, et où $f_t^{(a)}$, $f_t^{(b)}$ et $f_t^{(c)}$ sont de nouveau les intégrales correspondant aux trois termes de \mathbf{g} , respectivement. Le terme $f_t^{(a)}$ est ainsi l'intégrale associée au profil de la densité de charge ρ_{\parallel} qui est spécifié par l'équation (5.27), $f_t^{(b)}$ l'intégrale associée à la dynamique des électrons passants, et $f_t^{(c)}$ l'intégrale associée à celle des ions, qui sera dans notre cas nulle puisque considérés comme infiniment inertes.

La première intégrale $f_t^{(a)}$ donne :

$$\begin{aligned} f_t^{(a)}(r, \mathcal{E}) &= -\frac{\sqrt{2m_e}}{e\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\rho_{\parallel}(r, \mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}}} \\ &= \frac{\varepsilon_0 \sqrt{2m_e}}{e^2 \pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \left(-\frac{2\Lambda}{\ell_{\perp}^2} + r^2 \left(\frac{\Lambda}{\ell_{\perp}^4} - \frac{1}{\ell_{\perp}^2 \ell_{\parallel}^2} \right) - \frac{2}{\ell_{\parallel}^2} \ln \left(\frac{\mathcal{V}}{e\phi_0} \right) \right) \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}}} \\ &= \frac{\varepsilon_0 \sqrt{2m_e}}{e^2 \pi} \left\{ \left(-\frac{2\Lambda}{\ell_{\perp}^2} + r^2 \left(\frac{\Lambda}{\ell_{\perp}^4} - \frac{1}{\ell_{\perp}^2 \ell_{\parallel}^2} \right) \right) [-2\sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}}]_0^{-\mathcal{E}} \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{2}{\ell_{\parallel}^2} \sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}} \left(\ln \left(\frac{\mathcal{V}}{e\phi_0} \right) - 2 \right) \right]_0^{-\mathcal{E}} - \left[4\sqrt{-\mathcal{E}} \operatorname{arctanh} \left(\frac{\sqrt{-\mathcal{E} - \mathcal{V}}}{\sqrt{-\mathcal{E}}} \right) \right]_0^{-\mathcal{E}} \right\} \\ &= \frac{2n_0 \lambda_{De}^2}{\pi v_{Te}} \sqrt{\frac{-2\mathcal{E}}{k_B T_{e\parallel}}} \left[-\frac{2\Lambda}{\ell_{\perp}^2} + r^2 \left(\frac{\Lambda}{\ell_{\perp}^4} - \frac{1}{\ell_{\perp}^2 \ell_{\parallel}^2} \right) + \frac{1}{\ell_{\parallel}^2} \left(1 - 2 \ln \left(\frac{-4\mathcal{E}}{e\phi_0} \right) \right) \right] \quad (5.32) \end{aligned}$$

Ce terme est négatif au fond du puits, *i.e.*, lorsque l'énergie des particules $\mathcal{E} \rightarrow -e\phi_0$, puis devient positif et s'annule pour $\mathcal{E} \rightarrow 0$. Dans le cas d'un courant de polarisation électronique négligeable, c'est-à-dire pour $\Lambda = 1$, nous obtenons le même résultat que [Chen et al. \(2004\)](#).

Loin de l'influence du puits de potentiel ($|z| \gg \ell_{\parallel}$), la distribution des électrons passants doit vérifier les conditions aux limites, d'où : $f_p(r, \mathcal{E}) = f_{\infty}(r, \mathcal{E})$. Ainsi, si à l'infini leur distribution f_{∞} est une distribution maxwellienne décalée en vitesse, indépendante de r ,

$$f_{\infty}(v_z) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi} v_{Te}} \exp \left[-\frac{(v_z - u_e)^2}{2v_{Te}^2} \right] \quad (5.33)$$

partout ailleurs elle doit être de la forme suivante :

$$f_p(\mathcal{E}) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi} v_{Te}} \sum_{\sigma=\pm 1} \exp \left[-\frac{(\sigma \sqrt{2\mathcal{E}/m_e} - u_e)^2}{2v_{Te}^2} \right] \quad (5.34)$$

avec $\mathcal{E} > 0$ et u_e la vitesse de dérive des électrons du plasma de fond par rapport à l'EH. Après une première étape de calcul (intégration sur \mathcal{V}), la contribution de la dynamique des électrons passants à la

détermination de la distribution des électrons piégés peut alors s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned}
f_t^{(b)}(\mathcal{E}) &= \frac{\sqrt{-\mathcal{E}}}{\pi} \int_0^{+\infty} \left\{ \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_e}} \sum_{\sigma=\pm 1} \exp \left[-\frac{(\sigma\sqrt{2\mathcal{E}'/m_e} - u_e)^2}{2v_{T_e}^2} \right] \right\} \frac{d\mathcal{E}'}{(\mathcal{E}' - \mathcal{E})\sqrt{\mathcal{E}'}} \\
&\stackrel{x=\sqrt{\mathcal{E}'}}{=} \frac{n_0\sqrt{-\mathcal{E}}}{\pi v_{T_e}\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{2dx}{x^2 - \mathcal{E}} \sum_{\sigma=\pm 1} \exp \left[-\frac{2(\sigma x - \sqrt{m_e u_e^2/2})^2/m_e}{2v_{T_e}^2} \right] \\
&\stackrel{\xi=x/\sqrt{-\mathcal{E}}}{=} \frac{2n_0}{\pi v_{T_e}\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{d\xi}{1 + \xi^2} \sum_{\sigma=\pm 1} \exp \left[-\frac{-\mathcal{E}}{k_B T_{e\parallel}} \left(\sigma\xi - \sqrt{\frac{m_e u_e^2}{-2\mathcal{E}}} \right)^2 \right] \\
&= \frac{2n_0}{\pi v_{T_e}\sqrt{2\pi}} [\mathcal{I}(\beta, \zeta) + \mathcal{I}(-\beta, \zeta)] \tag{5.35}
\end{aligned}$$

avec

$$\mathcal{I}(\beta, \zeta) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(\beta x - \zeta)^2}}{1 + x^2} dx \tag{5.36}$$

et où nous avons défini les quantités $\beta = \sqrt{-\mathcal{E}/k_B T_{e\parallel}}$ et $\zeta = u_e/\sqrt{2}v_{T_e}$. En tant que fonction intégrale d'un intégrant positif, nous obtenons une fonction positive. Cette solution peut être calculée analytiquement lorsque $\zeta = 0$, correspondant alors à une intégrale de Dawson² (Turikov, 1984). Dans ce cas de vitesse de dérive nulle ($u_e = 0$), correspondant à l'EH immobile par rapport au plasma de fond, nous obtenons :

$$f_t^{(b)}(\mathcal{E}) = \frac{n_0}{v_{T_e}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp(\beta^2) [1 - \text{erf}(\beta)] \tag{5.37}$$

telle que calculée par Chen et al. (2005) avec la fonction erreur gaussienne erf (voir l'annexe IV.) définie comme $\sqrt{\pi}\text{erf}(x)/2 = \int_0^x \exp(-t^2)dt$. Dans le cas d'une vitesse de dérive finie, la solution (5.35) est conforme au résultat de Turikov (1984).

Les ions, quant à eux, ont été considérés comme infiniment lourd et leur densité comme non perturbée par la structure de potentiel en comparaison de la perturbation de densité des électrons. En effet, le terme de contribution des ions est proportionnel au rapport de masse $\sqrt{m_e/m_i} \simeq 1/40$ qui peut être négligé au premier ordre. En conséquence, la contribution des ions dans notre calcul a été ignorée, ce qui correspond à avoir :

$$f_t^{(c)}(\mathcal{E}) = 0 \tag{5.38}$$

IV. Signature des particules passantes et piégées

IV.1 Fonctions de distribution

Historiquement, les modèles BGK ont été développés en 1D (Bernstein et al., 1957; Chen and Parks, 2001) pour un plasma non magnétisé, puis des ajouts théoriques ou des suggestions ont été faites : distribution décalée (Turikov, 1984; Chen et al., 2005), distribution non-maxwellienne, *e. g.*, flaptop (Muschiatti et al., 1999), Lorentzien (Goldman et al., 2007; Chen et al., 2005), effets du courant de polarisation des électrons (Franz et al., 2000; Chen et al., 2004), et extension 2D (Ng et al., 2006) ou 3D (Chen et al., 2004, 2005). Toutefois, ces études antérieures n'ont pas examiné simultanément les effets de dimensionnalité et de vitesse finie (Bernstein et al., 1957; Muschiatti et al., 1999; Turikov, 1984; Chen et al., 2005), et n'ont pas donné d'estimation quantifiée des effets de polarisation des électrons (Franz et al., 2000; Chen et al., 2004). Notre nouvelle approche en incluant des effets finis de dérive de polarisation des électrons dans le calcul du potentiel électrostatique de révolution cylindrique ($\Lambda > 1$), ainsi qu'une dérive finie du plasma de fond ($u_e \neq 0$), nous permet d'aller plus loin dans l'étude des trous d'électron en couvrant plus de cas observationnels (voir chapitre 6 pour plus de détails).

Tout d'abord, afin de vérifier que nos solutions sont cohérentes, il nous faut étudier la continuité des solutions pour les électrons passants et piégés lorsque $\mathcal{E} \rightarrow 0$. Premièrement, nous avons

$$f_t(r, \mathcal{E} \rightarrow 0^-) = f_t^{(b)}(r, \mathcal{E} \rightarrow 0^-)$$

2. En effet, $\mathcal{I}(\pm\beta, 0)$ est de la forme (Abramowitz et al., 1972) :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax^2}}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2} e^{a^2} \text{erfc}(a), \quad \Re(a) > 0$$

où $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$ est la fonction erreur gaussienne complémentaire.

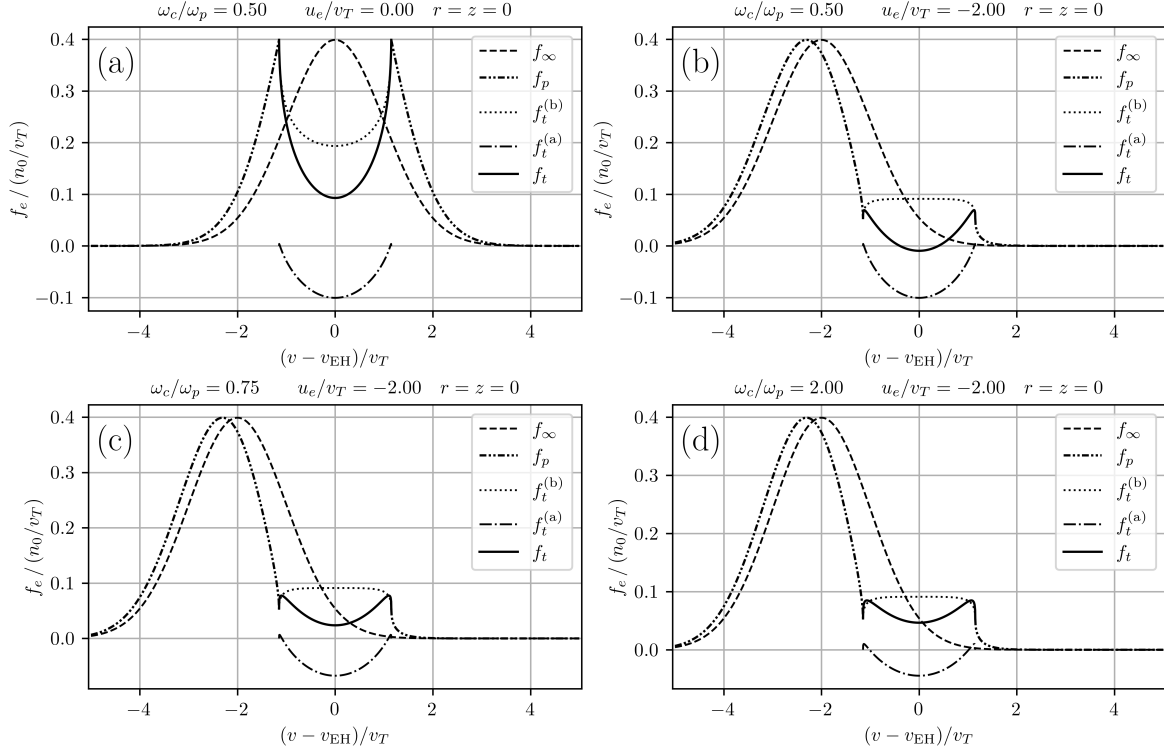


FIGURE 5.6 – Fonctions de distribution des électrons passants (f_p), piégés (f_t) à $r = z = 0$, et la fonction de distribution du plasma (f_∞) à l'infini, dans le référentiel de l'EH, pour différentes valeurs de la vitesse de dérive u_e et du rapport ω_{ce}/ω_{pe} (with $e\phi_0 = 0.66k_B T_{e\parallel}$, $\ell_{\parallel} = 5\lambda_D$, and $\ell_{\perp} = 7\lambda_D$). (Gauthier et al., 2024)

puisque $f_t^{(a)}(r, \mathcal{E} \rightarrow 0^-) = 0$. Deuxièmement, à partir de la relation de continuité pour $f_t^{(b)}$, nous pouvons déduire

$$f_t^{(b)}(r, \mathcal{E} \rightarrow 0^-) = f_p(\mathcal{E} \rightarrow 0^+)$$

En conclusion, nous obtenons

$$f_e(r, \mathcal{E} \rightarrow 0^-) = f_e(r, \mathcal{E} \rightarrow 0^+)$$

ce qui est cohérent avec les populations présentes en dehors du trou d'électrons et le mécanisme de génération.

La figure 5.6 montre les différentes contributions à la distribution des électrons piégés ($f_t = f_t^{(a)} + f_t^{(b)}$), en trait plein, les termes virtuels $f_t^{(a)}$ et $f_t^{(b)}$ déterminées ci-dessus), la distribution des électrons passants (f_p), et la distribution des électrons à l'infini (f_∞), en fonction de la vitesse dans le référentiel de l'EH, pour différentes valeurs de u_e et de Λ . Les différents cas balayés permettent d'étudier les distributions dans des régimes faiblement ou fortement magnétisés, $\omega_{ce}/\omega_{pe} \in [0.5; 2.0]$, et pour des valeurs de dérives $u_e/v_{Te} \in [0; 2]$ caractérisant des EHs lents ou rapides. Le cas sans dérive ($u_e = 0$) est représenté par la figure 5.6(a) comme référence et caractéristique des EHs lents. L'impact de u_e est visualisé en comparant à la figure 5.6(b), qui représente un cas avec dérive finie ($u_e = -2v_{Te}$) caractéristique des EHs rapides (Holmes et al., 2018). Nous observons une distribution asymétrique, une diminution de la valeur virtuelle positive de $f_t^{(b)}$ sans aucune modification du terme également virtuel associé au potentiel $f_t^{(a)}$. Par conséquent, dans ce cas avec $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.5$, la distribution des électrons piégés f_t est légèrement négative, ce qui n'est pas physique. Comme nous le verrons plus loin, les conditions d'existence des EHs seront définies sur la base de cette limitation. Aussi, remarquons que la partie pseudo-maxwellienne de f_p est globalement déplacée à des vitesses plus élevées, correspondant à l'accélération des particules par le potentiel. Les figures 5.6 (b), (c) et (d) montrent l'impact de l'effet de la dérive de polarisation des électrons sur $f_t^{(a)}$ (qui augmente avec Λ , i.e. diminue avec ω_{ce}/ω_{pe}), sans modifier $f_t^{(b)}$. Lorsque Λ augmente, la densité d'électrons piégés f_t au centre du puits ($v = v_{EH}$) diminue alors.

On peut distinguer deux cas importants :

- Le cas où $u_e \ll v_{Te}$, i.e. le cas de la figure 5.6(a) avec $u_e = 0$, représente le cas d'un EH lent (i.e. tel qu'observé dans la queue de la magnétosphère (Norgren et al., 2015)). L'observation de deux

pics de vitesses opposées peut correspondre à une instabilité double-faisceau (ou *counter-streaming*) (Mottez, 2001).

- À l'inverse, le cas où $u_e \geq v_{T_e}$, i.e. le cas des figures 5.6(b)–(d) avec $u_e = -2v_{T_e}$ représente le cas d'un EH rapide. La fonction de distribution obtenue présente une structure en plateau telle qu'elle peut être observée dans les plasmas spatiaux (Holmes et al., 2018), ainsi que dans les simulations cinétiques (PIC) de type *bump-on-tail* (Umeda et al., 2004).

La valeur élevée $u_e = -2v_{T_e}$ choisie pourrait surprendre car en utilisant une approche alternative au modèle BGK classique, Schamel a obtenu une relation de dispersion non linéaire pour les EHs qui limite leur vitesse maximale à $u_e/v_{T_e} = 1.3$ (Schamel, 1986). Les fonctions de distribution obtenues par cette approche pour les particules piégées présentent l'avantage d'être plus lisses au voisinage de la séparatrice ($\mathcal{E} = 0$) que les solutions intégrales BGK. Cependant, cet argument donné pour écarter de nombreuses solutions intégrales BGK dont les fonctions de distribution des particules piégées possèdent des pentes infinies, comme les solutions obtenues pour une vitesse finie de l'EH ($u_e \neq 0$), est affaibli par le fait que les fonctions de distribution des particules passantes obtenues par Schamel pour une vitesse finie de l'EH ont également ce défaut comme l'a souligné Hutchinson (2017) dans sa note 59. Dans cette étude, nous n'essaierons pas de trancher cette question et nous considérons comme physique les solutions issues du modèle BGK classique tant qu'elles correspondent à des densités de particules positives. Par ailleurs, ces vitesses élevées de l'EH, de l'ordre ou supérieures à la vitesse thermique des électrons ambiants, ont été reportées aussi bien à partir des mesures spatiales *in situ* qu'en laboratoire. Ainsi, Andersson et al. (2009) ont estimé des vitesses u_e/v_{T_e} supérieures à 2.5 pour des EHs détectés dans la queue géomagnétique. Holmes et al. (2018) ont obtenu un histogramme des vitesses allant de 1 à 1.5 pour des EHs détectés sur le flanc soir de la queue géomagnétique. Enfin, en laboratoire Fox et al. (2008) ont mesuré des vitesses de l'ordre de 2 et Lefebvre et al. (2010) ont trouvé que 80% des EHs avaient des vitesses entre 1.3 et 2.3 avec une valeur médiane de 2.1.

L'approche que nous avons employée, nous a donc permis d'obtenir des informations importantes sur les fonctions de distribution électronique caractéristiques des EHs, qui peuvent être observées expérimentalement dans notre environnement terrestre ou en laboratoire, que cela soit concernant les électrons passants mais surtout les électrons piégés. Il est important de souligner que les fonctions de distribution des EHs montrées sur la Figure 5.6 sont déterminées de façon auto-cohérente sans autres approximations et/ou hypothèses que :

- (i) l'inclusion d'un champ magnétique ambiant \mathbf{B}_0 et l'hypothèse de symétrie cylindrique autour de ce celui-ci ;
- (ii) l'approximation de centre-guide pour les électrons (hypothèse vérifiée expérimentalement pour un grand nombre d'EHs détectés aussi bien dans l'espace qu'en laboratoire) ;
- (iii) la prise en compte du courant de polarisation des électrons (qui a jusqu'ici toujours été négligé dans les approches théoriques antérieures alors qu'il introduit un terme important dans l'équilibre des charges de la structure) ;
- (iv) la prise en compte d'une vitesse finie de l'EH par rapport au plasma de fond.

En conclusion, nous avons montré que certaines de nos solutions pouvaient correspondre à des EHs lents ($u_e \ll v_{T_e}$) formés par instabilités bi-faisceaux (*counter-streaming*) et d'autres à des EHs rapides ($u_e \geq v_{T_e}$) formés par instabilités faisceau-plasma (*bump-on-tail*).

Ce travail effectué, la question est maintenant d'extraire des informations plus précises sur la structure du trou d'électrons lui-même ainsi que sur sa dynamique, et pour ce faire nous allons regarder plus en détails la densité électronique qui en résulte.

IV. 2 Densités électroniques dans les trous d'électrons

L'objectif de cette partie est donc d'obtenir une quantité quantifiable et plus facilement mesurable que les fonctions de distributions par des missions spatiales : c'est le cas de la densité électronique. À partir

de la fonction de distribution des électrons passants f_p nous pouvons calculer leur densité n_p comme :

$$\begin{aligned}
n_p(r, z) &= \int_{-\infty}^{-v_{T_e}\sqrt{2\psi}} f_p(r, v) dv + \int_{v_{T_e}\sqrt{2\psi}}^{+\infty} f_p(r, v) dv \\
&= \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_e}} \left(\int_{+v_{T_e}\sqrt{2\psi}}^{+\infty} \exp \left[-\frac{(\sqrt{v^2 - \frac{2e\phi}{m}} - u_e)^2}{2v_{T_e}^2} \right] dv \right. \\
&\quad \left. + \int_{-\infty}^{-v_{T_e}\sqrt{2\psi}} \exp \left[-\frac{(-\sqrt{v^2 - \frac{2e\phi}{m}} - u_e)^2}{2v_{T_e}^2} \right] dv \right) \\
&\stackrel{u=v/v_{T_e}}{=} \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}} \sum_{\sigma=\pm 1} \int_{\sqrt{2\psi}}^{+\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\sigma \sqrt{u^2 - 2\psi} - \zeta \right)^2 \right] du \\
&= n_0 \left[\mathcal{J}_{\sigma=1}(\sqrt{2\psi}, \zeta) + \mathcal{J}_{\sigma=-1}(\sqrt{2\psi}, \zeta) \right] \tag{5.39}
\end{aligned}$$

avec

$$\mathcal{J}_{\sigma}(\theta, \zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\theta}^{+\infty} e^{-(\sigma\sqrt{x^2 - \theta^2} - \sqrt{2}\zeta)^2/2} dx$$

et où $\theta = \sqrt{2\psi}$ et $\psi = e\phi/k_B T_{e\parallel}$ le rapport entre l'énergie potentielle électrostatique et l'énergie thermique des électrons. Il est intéressant de regarder le cas particulier obtenu en l'absence de vitesse de dérive ($u_e = 0$) car il nous permet de retrouver certains résultats antérieurs tel que ceux de [Chen and Parks \(2001\)](#) et [Chen et al. \(2004, 2005\)](#), résultats qui sont donc bien pris en compte par notre approche théorique plus complète et que nous allons généraliser aux cas présentant une vitesse de dérive finie ($u_e \neq 0$). Pour le cas $u_e = 0$, on a $\mathcal{J}_{\sigma=+1}(\theta, 0) = \mathcal{J}_{\sigma=-1}(\theta, 0) = \exp(\theta^2/2) [1 - \text{erf}(\theta/\sqrt{2})]/2$, d'où

$$n_p(r, z) = n_0 \exp(\psi) \left[1 - \text{erf}(\sqrt{\psi}) \right] \leq n_0 \tag{5.40}$$

et on retrouve la densité n_p calculée par [Chen and Parks \(2001\)](#) et [Chen et al. \(2004, 2005\)](#). En utilisant la définition de la densité de charge ρ_{\parallel} , la densité d'électrons piégés n_t s'écrit :

$$n_t(r, z) = n_0 - n_p(r, z) - \frac{\rho_{\parallel}(r, z)}{e} \tag{5.41}$$

et peut être déterminée à partir des équations (5.27) et (5.39). La densité piégée n_t calculée par [Chen and Parks \(2001\)](#) et [Chen et al. \(2004, 2005\)](#) est alors retrouvée. Nous pouvons également définir la densité des électrons piégés à partir de leur distribution comme :

$$n_t(r, z) = \int_{-v_{T_e}\sqrt{2\psi}}^{v_{T_e}\sqrt{2\psi}} f_t(r, z, v) dv \tag{5.42}$$

La figure 5.7 présente les différentes densités d'électrons dans l'EH (n_t pour les piégés, n_p pour les passants et leur somme $n_t + n_p$) en fonction de l'axe parallèle au champ magnétique z . Comme indiqué par l'équation de Poisson (5.24) et l'équation (5.41), la quantité $n_p + n_t$ représente la densité électronique $-\rho_{e\parallel}/e$ induite par le potentiel de la structure et les effets de dérive de polarisation. On observe que malgré les variations des quantités n_p et n_t , la neutralité globale reste préservée et la charge totale de la structure est nulle. L'impact de l'effet de polarisation est visible en comparant les figures 5.7 (a) et 5.7 (b). Nous observons que cela conduit à une réduction de la densité d'électrons piégés dans le puits de potentiel, et de manière plus importante au centre qu'aux bords (ligne en pointillée dans la figure 5.7(a)). Ainsi, pour $\omega_{ce}/\omega_{pe} < 1$, la distribution des électrons piégés consiste en deux bosses. Ceci est dû au fait que le courant de polarisation apporte des électrons supplémentaires au centre de la structure (voir figures 5.5(b) et 5.5(d)), indépendamment de la dynamique des électrons parallèles, de sorte qu'il faut moins d'électrons piégés pour satisfaire l'équation de Poisson. Les figures 5.7(b) et 5.7(d), ou 5.7(a) et 5.7(c), illustrent l'impact de la vitesse de dérive. Comme il en résulte un plus grand nombre d'électrons passants, il y a également moins besoin d'électrons piégés. Pour $\omega_{ce}/\omega_{pe} < 1$, $u_e = -2v_{T_e}$ et en supposant une forme sphérique ($\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_D$), comme le montre la Figure 5.7(c), le cas est même impossible, car il faudrait une densité négative non physique des électrons piégés. Dans cet exemple, la détermination théorique de la distribution des électrons piégés (f_t) révèle en fait des valeurs négatives autour de son centre, similaires à ce qui est observé dans la figure 5.6(b). Nous pouvons noter que l'approximation

d'ordre le plus bas de \mathbf{J}_{pol} que nous avons utilisée, n'est en principe strictement cohérente que pour de petites perturbations de la densité électronique, *i.e.* $n_t + n_p \sim n_0$. C'est pourquoi, toutes nos évaluations réalisées avec de fortes perturbations sont à considérer avec prudence et visent à identifier des tendances.

Cette présentation de la composition de la densité électronique dans l'EH nous permet de rappeler une observation importante faite par [Chen and Parks \(2001\)](#) sur la nature de « l'écrantage » de la densité de charge du cœur d'une structure BGK. Comme le montre la figure 5.7, les électrons passants au milieu du trou sont déficitaires (par rapport aux ions), simplement parce qu'ils sont accélérés à cet endroit. Le noyau positif est alors « écranté » par les électrons piégés qui oscillent dans la structure de potentiel. En fait, les électrons piégés doivent se répartir de manière à contrebalancer la densité de charge positive produite par la déplétion des électrons passants à l'intérieur du puits de potentiel, produisant ainsi une densité de charge totale conforme au profil de potentiel spécifié. Une structure BGK est un objet auto-consistant et auto-entretenu avec une charge totale nulle. Ainsi, nous venons de montrer que cette structure ne nécessite aucun écrantage thermique par le plasma environnant (écrantage Debye). Ce résultat contredit l'idée que le noyau positif de la structure est dû à un déficit d'électrons piégés, et que ce noyau positif est écranté par les électrons passants, comme l'a par exemple récemment décrit [Hutchinson \(2021b\)](#).

IV. 3 Les conditions d'existence

L'ensemble de ces résultats nous donne donc un panorama assez complet, que cela soit sur la forme des fonctions de distribution électronique impliquées ou sur la forme du potentiel présent dans le trou d'électron. Néanmoins, cette approche BGK 3D renouvelée va nous permettre d'aller beaucoup plus loin dans l'analyse de ces structures et en particulier, va nous permettre d'obtenir des informations sur leur taille et leur amplitude. Informations très facilement confrontables avec les données satellitaires et donc permettant tout à la fois de valider notre approche théorique mais aussi et surtout de préciser certaines conditions d'existence des EHs afin d'expliquer certaines observations. Nous allons donc définir et analyser les critères qui permettent à ces structures d'exister afin d'obtenir des équations décrivant les valeurs possibles de taille et d'amplitude du puits de potentiel associé à un EH. En effet, la fonction de distribution des électrons piégés obtenue dans notre model par l'équation (5.30) doit être physique, et f_t doit donc être positif. En écrivant $f_t(r, \mathcal{E}) \geq 0$ pour $-e\phi(r, 0) \leq \mathcal{E} \leq 0$ et quelque soit r , on obtient la relation :

$$\frac{\ell_{\parallel}^2}{\lambda_{De}^2} \geq \frac{2 \ln 4 - 1}{G(\psi_0, \zeta) - 2\Lambda\lambda_{De}^2/\ell_{\perp}^2} \quad (5.43)$$

où $\psi_0 = e\phi_0/k_B T_{e\parallel}$ est le rapport ψ à $r = z = 0$ correspondant au potentiel maximum, et où nous avons introduit la fonction

$$G(\psi_0, \zeta) = \frac{\mathcal{I}(\sqrt{\psi_0}, \zeta) + \mathcal{I}(-\sqrt{\psi_0}, \zeta)}{2\sqrt{\pi\psi_0}} \quad (5.44)$$

définie à l'aide de la fonction intégrale donnée par l'équation (5.36). Cette fonction a les limites suivantes, pour $\psi_0 \rightarrow 0^+$: $G(\psi_0, \zeta) \sim \sqrt{\pi}/4\psi_0 \exp(-\zeta^2)$, et pour $\psi_0 \rightarrow +\infty$: $G(\psi_0, \zeta) \sim 1/2\psi_0$. Le cas sans vitesse de dérive ($u_e = 0$) donne :

$$G(\psi_0, 0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\psi_0}} \exp(\psi_0)[1 - \text{erf}(\sqrt{\psi_0})] \quad (5.45)$$

Le signe du dénominateur dans l'équation (5.43) impose une deuxième condition sur les échelles perpendiculaires, qui doit être respectée et qui peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\ell_{\perp}^2}{\lambda_{De}^2} \geq \frac{2\Lambda}{G(\psi_0, \zeta)} \quad (5.46)$$

Les équations (5.43) et (5.46) donnent donc des critères d'amplitude-largeur dans les deux directions, perpendiculaire et parallèle, au champ magnétique \mathbf{B}_0 . Dans le cas où $u_e = 0$ et $\Lambda = 1$, nous obtenons les mêmes critères que ceux trouvés par [Chen et al. \(2004, 2005\)](#). La figure 5.8 représente les tailles parallèles ℓ_{\parallel} minimales de la structure (à partir de l'équation (5.43)) en fonction de l'amplitude du puits de potentiel pour plusieurs valeurs de la taille perpendiculaire $\ell_{\perp} \in [3, 5, 10, \infty]$, et des paramètres du plasma $\omega_{pe}/\omega_{ce} \in [0.5; 2]$ et $u_e/v_{Te} \in [-2; 0]$. Ces paramètres ont été choisis pour balayer une large gamme de valeur possible présentes dans les observations. Bien que les observations indiquent que le rapport $e\phi_0/k_B T_{e\parallel}$ ne semble pas dépasser de beaucoup 1, nous avons étendu sa plage à 10 afin de montrer la tendance commune pour les différentes valeurs de ℓ_{\perp} . La zone située sous ces courbes représente les zones interdites, voir par exemple la zone ombrée de la figure 5.8(a) correspondant au cas $\ell_{\perp} = \infty$, *i.e.* la limite 1D. Nous remarquons que pour une taille perpendiculaire finie, plus le champ magnétique est

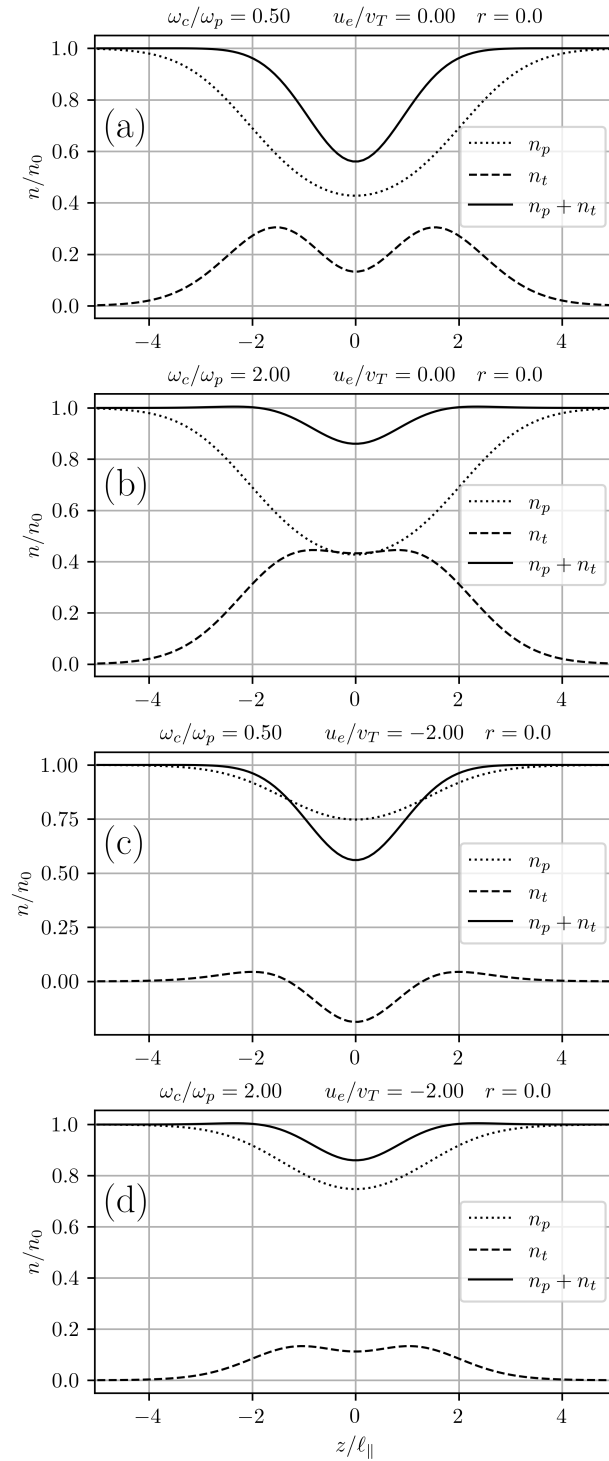


FIGURE 5.7 – Densités d'électrons passants (n_p), piégés (n_t) à $r = 0$, pour différentes valeurs du rapport de fréquence cyclotron/plasma ω_{ce}/ω_{pe} et de la vitesse moyenne maxwellienne u_e (avec $e\phi_0 = k_B T$ et $\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_D$). (Gauthier et al., 2024)

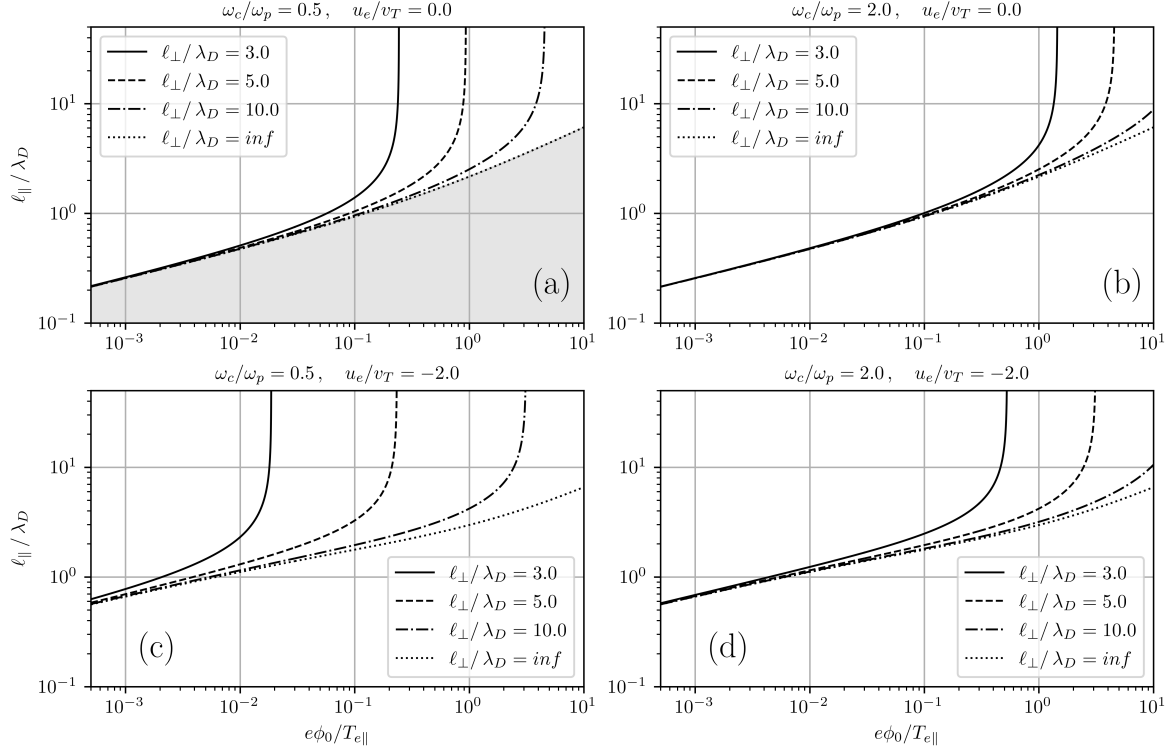


FIGURE 5.8 – Relations largeur parallèle-amplitude pour différentes valeurs de la largeur perpendiculaire ℓ_{\perp} , de la vitesse de dérive u_e et du rapport ω_{ce}/ω_{pe} . (Gauthier et al., 2024)

faible ou plus la vitesse de dérive des électrons est élevée, plus la zone interdite est grande. En effet, les effets de dérive de polarisation tendent à réduire la possibilité de structures perpendiculaires de petite échelle et de grande amplitude (comparer les figures 5.8(a) et 5.8(b) où $u_e = 0$). Lorsqu’une distribution maxwellienne décalée est prise en compte ($u_e \neq 0$), ce qui devrait être plus réaliste en ce qui concerne un mécanisme de génération par instabilité faisceau, nous constatons que la zone autorisée est encore plus réduite, ce qui rend des structures de taille inférieure à la longueur de Debye dans la direction parallèle difficilement possibles (comparer les figures 5.8(b) et 5.8(d)). Ce dernier résultat est cohérent avec celui de Goldman et al. (2007). En outre, lorsque les effets fins de courant de polarisation et de vitesse de dérive des électrons sont tous deux pris en compte, les structures perpendiculaires à petite échelle ne peuvent exister que pour de très petites amplitudes (voir la figure 5.8(c)).

La figure 5.9 représente les tailles perpendiculaires ℓ_{\perp} minimales d’un trou d’électron (à partir de l’équation (5.46)) en fonction de l’amplitude du puits de potentiel pour plusieurs rapports ω_{ce}/ω_{pe} , pour les cas où $u_e = 0$ (figure 5.9 (a)) et $u_e = -2v_{Te}$ (figure 5.9(b)). Dans les deux cas, les effets de dérive de polarisation des électrons conduisent à une augmentation de la pente de $\ell_{\perp}(\psi_0)$ et de la zone interdite pour les petites valeurs de ω_{ce}/ω_{pe} . Pour un rapport ω_{ce}/ω_{pe} donné, les effets de vitesse de dérive contribuent également de manière significative à l’expansion de la zone interdite. En outre, les relations largeur-amplitude $\ell_{\perp}(\psi_0)$ présentées dans la figure 5.9 peuvent également représenter les amplitudes maximales du puits $\psi_{0,\max}$ en fonction de ℓ_{\perp} . Les asymptotes verticales de la figure 5.8 correspondent justement à la limite de $\ell_{\parallel}(\psi_0 \rightarrow \psi_{0,\max})$. De manière cohérente, sur la Figure 5.8(c), nous observons que les conditions utilisées pour réaliser la Figure 5.7(c) (*i.e.* $e\phi_0 = k_B T_{e\parallel}$ et $\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_{De}$, avec $u_e = -2v_T$, et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.5$) sont dans la zone interdite. En outre, la condition liée à l’Eq. (5.17) impose une limitation des courbes présentées dans les figures 5.7(a), par exemple, pour $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.5$, $\ell_{\perp}/\lambda_{De}$ ne peut pas être inférieur à 2, à moins qu’une grande anisotropie de température parallèle ne soit présente dans le plasma. Dans les figures 5.7(b) avec une grande vitesse de dérive, toutes les courbes satisfont au moins marginalement à cette condition.

IV. 4 Comparaisons aux observations, expériences et simulations

Notre étude permet de préciser les conditions d’existence des structures 3D en fonction de la vitesse de dérive des électrons (u_e) et de la magnétisation du plasma (ω_{ce}/ω_{pe}). Dans cette section, nous comparons

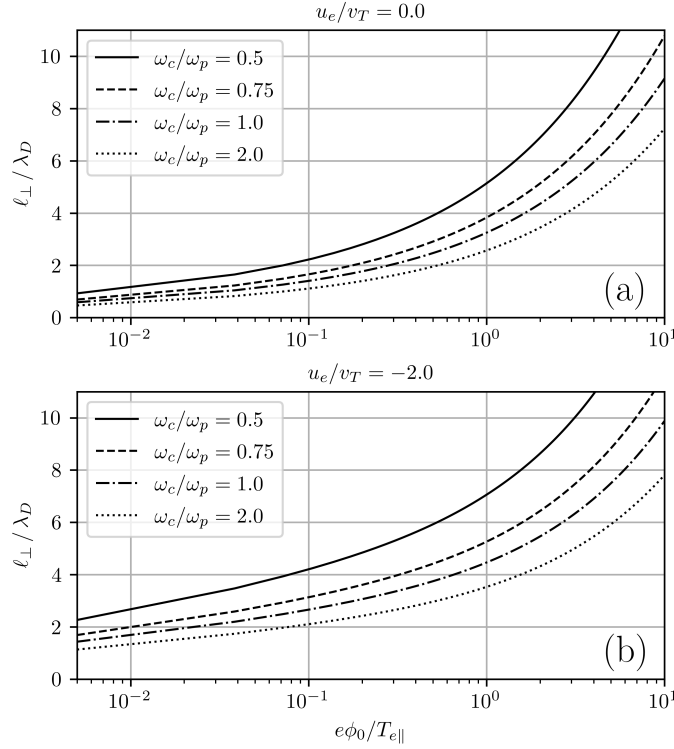


FIGURE 5.9 – Relations largeur perpendiculaire-amplitude pour différentes valeurs du rapport de fréquence cyclotron/plasma ω_c/ω_p et de la vitesse de dérive u_e . (Gauthier et al., 2024)

nos résultats avec diverses mesures effectuées dans l'espace et en laboratoire, résumées dans la table 5.1. Par exemple, les premiers résultats statistiques d'EHs observés par la mission FAST (Ergun et al., 1998a) dans le plasma des régions aurorales fortement magnétisé ($\omega_{ce}/\omega_{pe} > 5$) et se déplaçant à des vitesses $u_e < 0,6v_{Te}$, ont interprété la relation observationnelle entre $e\phi_0/k_B T_{e||}$ et $\ell_{||}/\lambda_{De}$ à partir d'un modèle 1D BGK (Muschietti et al., 1999). La plupart de ces observations ($e\phi_0/k_B T_{e||} \approx 0.05 - 1.1$, $\ell_{||}/\lambda_{De} \approx 0.5 - 4$) appartiennent à la région autorisée pour un EH ayant $\ell_{\perp}/\lambda_{De} \geq 3$ (voir la figure 5.8(b)). De la même manière, une étude statistique des EHs détectés dans les régions des cornets polaires et du feuillet de plasma (en anglais *Plasma Sheet*, en abrégé PS) et de la couche limite du feuillet de plasma (en anglais *Plasma Sheet Boundary Layer*, en abrégé PSBL) par le satellite POLAR, a montré une relation entre l'amplitude et la taille parallèle de leur puits de potentiel (Franz et al., 2005). Dans la région des cornets polaires, $\omega_{ce}/\omega_{pe} < 1$ (respectivement dans la région de la PS/PSBL, $\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 2$), la vitesse de l'EH a été trouvée dans l'intervalle 0.1–2 (respectivement 0.3–1) de la vitesse thermique. Le potentiel $e\phi_0/k_B T_{e||}$ se situe entre 10^{-3} et 10^{-1} (respectivement entre 10^{-5} et 10^{-2}). Compte tenu de ces différentes vitesses $|u_e|$ et rapports ω_{ce}/ω_{pe} , les observations dans les cornets polaires (respectivement dans la PS/PSBL) peuvent être mises en relation avec nos résultats grâce aux figures 5.8(a) et 5.8(c) (respectivement 5.8(b) et 5.8(d)) pour les structures lentes et rapides. Les plus petites valeurs de $\ell_{||}/\lambda_{De} \sim 0,5$ (respectivement $\ell_{||}/\lambda_{De} \sim 0,1$) dans la régions des cornets polaires (respectivement de la PS/PSBL) sont autorisées pour les plus petites valeurs du potentiel 10^{-3} (respectivement 10^{-5} , non montré) et seulement pour une vitesse lente de l'EH $u_e/v_{Te} = 0$. Les EHs les plus rapides dans la région des cornets polaires (respectivement de la PS/PSBL) avec $u_e/v_{Te} = 2$ (respectivement $u_e/v_{Te} = 1$) ne sont autorisées que pour $\ell_{||}/\lambda_{De} > 0.6$. Les structures très lentes de faible amplitude de potentiel ($u_e/v_{Te} \sim 0.05$, $e\phi_0/k_B T_{e||} \sim 0.05 - 0.1$) rapportées lors d'observations effectuées par CLUSTER (Norgren et al., 2015) et MMS (Fu et al., 2020) dans un plasma faiblement magnétisé et ayant $\ell_{||}/\lambda_{De} \sim 2 - 5$, sont autorisés si $\ell_{\perp} \geq 3$, ce qui est cohérent avec le rapport d'échelle observé ($\ell_{||}/\ell_{\perp} < 0.5$), voir Figure 5.8(a). D'autres observations fournies par MMS (Holmes et al., 2018; Steinvall et al., 2019a) dans un plasma faiblement magnétisé ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 0.5$) rapportent des structures rapides et de grande amplitude ($u_e/v_{Te} \geq 1$, $e\phi_0/k_B T_{e||} \sim 1$). Dans ces conditions et en accord avec les observations, ces structures sont autorisées si $\ell_{\perp} \geq 10\lambda_{De}$ avec une valeur minimale autorisée de $\ell_{||} \sim 4\lambda_{De}$, voir la figure 5.8(c).

En ce qui concerne les expériences de laboratoire, notre modèle est également compatible avec les propriétés des structures rapportées jusqu'à présent. Par exemple, Fox et al. (2008) ont observé dans un

TABLE 5.1 – Valeurs expérimentales dans différentes régions, abréviations : AR - Auroral Region, DSF - Duskside Slank, PC - Polar Cusp, PS - Plasma Sheet, PSBL - Plasma Sheet Boundary Layer) (Gauthier et al., 2024)

Article	Contexte (mission)	ω_{ce}/ω_{pe}	$\ell_{\parallel}/\lambda_{De}$	$\ell_{\parallel}/\ell_{\perp}$	$e\phi_0/k_B T_{e\parallel}$	$ u_e /v_{Te}$
Ergun et al.	AR (FAST)	5 – 15	0.5 – 4	< 1	0.05 – 1.1	< 0.6
Franz et al.	PS/PSBL (POLAR)	~ 2	0.1 – 6	> 1	$10^{-5} - 10^{-2}$	0.3 – 1
Franz et al.	PC (POLAR)	< 1	0.5 – 10	< 1	$10^{-3} - 10^{-1}$	0.1 – 2
Andersson et al.	PS (THEMIS)	~ 0.8	~ 15	> 1	~ 0.5	1.2 – 5
Norgren et al.	PSBL (CLUSTER)	~ 0.4	2 – 4	≤ 0.5	0.1	~ 0.03
Le Contel et al.	PS (MMS)	~ 0.8	~ 10	0.3 – 1	0.25	0.7 – 1.8
Holmes et al.	DSF (MMS)	~ 0.6	4 – 11	0.3 – 2	0.5 – 3	1 – 1.5
Steinvall et al.	PS/PSBL (MMS)	~ 0.5	~ 10	~ 0.6	1 – 2	0.6 – 2
Fu et al.	PS (MMS)	~ 0.13	~ 5	< 0.5	~ 0.05	~ 0.05
Fox et al.	Expérience	~ 0.14	~ 25	~ 0.5	~ 1	~ 2
Lefebvre et al.	Expérience	0.5-7	4.5 – 24.4	pas mesuré	0.1 – 0.75	1.3 – 2.3

plasma faiblement magnétisé ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 0.14$) des EHs rapides et de grande amplitude ($u_e/v_{Te} \sim 2$ et $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \sim 1$) avec $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} \sim 25$ et $\ell_{\parallel}/\ell_{\perp} \sim 0,5$, ce qui est permis par notre modèle pour $\ell_{\perp}/\lambda_{De} \geq 10$, comme le montre la figure 5.8(c). Les mesures expérimentales de Lefebvre et al. (2010) montrent des structures rapides ($u_e/v_{Te} \sim 1.3 - 2.3$) dans des plasma faiblement et fortement magnétisé ($\omega_c/\omega_p \sim 0.5 - 7$) qui sont en accord avec notre étude. Elles ont des amplitudes modérées ($e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \sim 0.1 - 0.75$) avec $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} \sim 4.5 - 24.4$. Dans le régime faiblement magnétisé (Figure 5.8(c)), ces EHs rapides, pour un potentiel $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \sim 0,1$, sont autorisées si $\ell_{\perp}/\lambda_{De} \geq 5$, et pour des potentiels plus importants entre 0,2 et 0,75, si $\ell_{\perp}/\lambda_{De} \geq 10$. Dans le régime fortement magnétisé (figure 5.8(d)), les contraintes sont un peu plus lâches, les EHs peuvent exister avec des échelles perpendiculaires éventuellement plus petites ($\ell_{\perp}/\lambda_{De} \geq 3$, pour un potentiel $\sim 0,1$; $\ell_{\perp}/\lambda_{De} \geq 5$, pour des potentiels plus grands entre 0,2 et 0,75). Ces contraintes sont plus précises que celles données par Chen et al. (2005) et considérées dans l'étude de Lefebvre et al. (2010).

Nous comparons maintenant nos résultats avec des simulations PIC en 2D. Il convient de noter que notre modèle est développé à partir d'une géométrie cylindrique avec les hypothèses correspondantes, alors que les simulations utilisent des géométries cartésiennes. Par conséquent, des différences peuvent être constatées en fonction de la géométrie utilisée. Cependant, celles-ci devraient être négligeables lorsque le rayon de courbure de la structure cylindrique (ℓ_{\perp}) est beaucoup plus grand que le rayon de Larmor, ce qui est cohérent avec l'approximation de centre-guide utilisée. Des simulations de bi-faisceaux à contre-courant ($u_e \simeq 0$) dans différentes conditions de magnétisation et d'amplitude de perturbation ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \simeq 0,5 - 10$, $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \simeq 0,7$) ont été effectuées par Umeda et al. (2006) et ont permis d'obtenir des structures 1D et 2D. Pour $\omega_{ce}/\omega_{pe} \simeq 1 - 10$, des structures quasi-unidimensionnelles ($\ell_{\perp}/\lambda_{De} > 128$) sont trouvées alors que pour un plasma moins magnétisé ($\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.5$) et en fonction des vitesses des faisceaux, les EHs ont une structure 2D (e.g. $\ell_{\perp}/\lambda_{De} \simeq 6 - 8$, $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} \simeq 3 - 4$). D'après notre étude (voir la figure 5.8(b) où $\omega_{ce}/\omega_{pe} > 1$), nous observons que les structures 1D ($\ell_{\perp}/\lambda_{De} = \infty$) nécessitent d'avoir $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} \geq 2$ pour $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \simeq 0.7 - 0.8$ et $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} > 4$ pour $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \simeq 3 - 4$. Dans le cas des EHs 2D trouvées, c'est-à-dire pour des valeurs finies de $\ell_{\perp}/\lambda_{De}$, les relations largeur perpendiculaire-amplitude, illustrées à la figure 5.9(a) pour un plasma moins magnétisé, nécessitent $\ell_{\perp}/\lambda_{De} > 4$ pour $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \simeq 0.7 - 0.8$, et $\ell_{\perp}/\lambda_{De} > 5 - 9$ pour $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \simeq 1 - 4$. D'après les relations largeur parallèle-amplitude illustrées à la figure 5.8(a), ces structures doivent également avoir $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} > 2$ et $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} > 2 - 4$, respectivement. En étudiant numériquement l'instabilité de bi-faisceaux à contre-courant ($u_e \sim 0$) dans la région aurorale ($\omega_{ce}/\omega_{pe} = 5$), Oppenheim et al. (1999) ont trouvé des structures oblates avec $l_{\parallel} = 20 \lambda_{De}$, $\ell_{\perp} \sim 100 \lambda_{De}$, et $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \sim 1$. Ces structures se révèlent finalement instables et associées à la croissance d'ondes whistler électrostatiques après des milliers de périodes de la fréquence plasma. De telles structures quasi-1D sont compatibles avec notre modèle, qui ne requiert que la condition : $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} \geq 2$ (Fig. 5.8(b)), tout en indiquant que toutes les formes de structures peuvent exister. En étudiant l'instabilité *bump-on-tail* dans la queue magnétique ($u_e/v_{Te} > 1$, $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$ et $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \simeq 0.5$), Umeda et al. (2004) a trouvé des EHs avec $\ell_{\parallel} \simeq 20 \lambda_{De}$ et $\ell_{\perp} > \ell_{\parallel}$ (notamment en raison de la coalescence des EHs dans la phase non linéaire). En outre, dans ces conditions, les structures sont stables pendant une longue période ($\omega_{pe} t \sim 1000$). D'après les figures 5.8(d) et 5.9(b), nos conditions d'existence autorisent des EHs encore plus petites avec $\ell_{\parallel}/\lambda_{De} > 2 - 3$ et $\ell_{\perp}/\lambda_{De} > 3$, ainsi que toutes les formes de structures. Par conséquent, toutes les structures d'EH obtenues par simulations numériques sont situées dans les régions d'existence de notre modèle.

V. Comment se rapprocher des observations dans le vent solaire ?

Tous les calculs effectués dans les sections précédentes reposent sur l'hypothèse « usuelle » d'une fonction de distribution non perturbée ayant la forme d'une maxwellienne. Cette hypothèse très majoritairement utilisée dans les approches théoriques du fait de sa « simplicité » n'est, en fait, pas tout à fait vérifiée dans le cas du vent solaire qui nous intéresse ici. En effet, grâce aux observations spatiales telles que celles d'HÉLIOS³ et de ULYSSE⁴ par exemple, des études ont montré que les populations de particules étaient non-isotropes et hors équilibre thermodynamique. C'est pour cela que les fonctions de distribution maxwellienne ne suffisent pas toujours à décrire la dynamique des populations en particulier sur les queues des fonctions de distribution. On utilise alors des fonctions appelées "distribution kappa" (introduites et/ou expliquées dans les articles [Summers and Thorne, 1991](#); [Collier, 1993](#); [Maksimovic et al., 1997](#); [Leubner, 2002](#); [Zouganelis, 2008](#); [Sarkar et al., 2015](#)) pour décrire au mieux ces populations non-maxwelliennes :

$$f_{\kappa}(v) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi\kappa}v_{\kappa_e}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \left[1 + \left(\frac{v}{\sqrt{2\kappa}v_{\kappa_e}} \right)^2 \right]^{-(\kappa+1)} \quad (5.47)$$

où $\Gamma(z)$ est la fonction Gamma de Euler d'ordre z définie par l'intégrale : $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$, κ le paramètre kappa utilisé pour approximer la distribution dans le plasma et v_{κ_e} la « vitesse thermique » de la distribution kappa. Cette vitesse peut être reliée à la vitesse thermique électronique maxwellienne comme $v_{\kappa_e} = v_{T_e} \sqrt{(\kappa - 3/2)/\kappa}$ ([Leubner, 2002](#)). La limite $\kappa \rightarrow \infty$ nous fait retrouver la distribution maxwellienne. La figure 5.10 (en haut) représente une fonction de distribution mesurée par les détecteurs d'électrons à bord de la mission MMS ([Pollock et al., 2016](#)) rapportée par [Holmes et al. \(2018\)](#) toutes deux mesurées dans la même région de la magnétosphère. La figure 5.10 (en bas) représente également une distribution mesurée dans la queue magnétique de la Terre (à la limite de la magnétogaine) par les détecteurs d'électrons de la mission MMS sur laquelle sont réalisées deux interpolations : une à l'aide d'une fonction maxwellienne et une autre à l'aide d'une fonction kappa. Nous remarquons que la distribution du plasma peut-être approximée par une fonction kappa (la valeur du kappa déterminée est égale à $\kappa \simeq 3.12$). Nous avons aussi représenté la « valeur extrême » de la distribution kappa soit $\kappa = 3/2 = 1.5$. Nous pouvons en conclure que, dans certains cas, une distribution kappa peut mieux représenter la fonction de distribution des électrons de la queue géomagnétique. Afin d'améliorer la comparaison de cette étude, nous pourrions comparer ces résultats avec des fonctions de distributions mesurées dans le vent-solaire. On peut noter que les mesures des fonctions de distribution des électrons par la mission MMS, même fournies avec une résolution temporelle de 30 ms ([Burch et al., 2016](#); [Pollock et al., 2016](#)), ne permettent pas de résoudre complètement la fonction de distribution des électrons associée aux EHs rapides ($u_e \sim v_{T_e}$) dont le temps caractéristique de détection, pris par exemple entre les deux pics du champ électrique parallèle, est de l'ordre d'1 ms (calculé à partir de la résolution du détecteur). En fonction du nombre d'EHs détectés pendant la mesure d'une fonction de distribution en 30 ms, les fonctions de distribution des électrons mesurées peuvent être représentatives statistiquement des EHs ou tout simplement du plasma ambiant. Il est donc encore difficile de pouvoir comparer les fonctions de distribution mesurées dans l'espace avec celles obtenus par une approche théorique ou numérique.

Nous allons donc maintenant considérer une population d'électrons décrite à l'infini par une fonction de distribution kappa de « vitesse thermique » v_{κ_e} et possédant une dérive u_e . Comme précédemment, on considère qu'en dehors du potentiel ($z \rightarrow \pm\infty$) toutes les particules sont passantes : $f_p = f_{\infty}$ et la fonction de distribution des électrons passants, en fonction de \mathcal{E} , s'écrit alors partout :

$$f_p(\mathcal{E}) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_e}} A_{\kappa} \sum_{\sigma=\pm 1} \left[1 + \frac{\left(\sigma \sqrt{2\mathcal{E}/m_e} - u_e \right)^2}{2\kappa v_{\kappa_e}^2} \right]^{-(\kappa+1)} \quad (5.48)$$

avec la constante kappa : $A_{\kappa} = \Gamma(\kappa + 1)/\kappa \Gamma(\kappa - 1/2)$. Nous pouvons alors calculer la fonction $f_t^{(b)}$ des

3. Mission lancée en 1974 puis en 1976 par la NASA en orbite autour du Soleil pendant un cycle solaire avec pour objectif d'étudier les processus fondamentaux du Soleil

4. Mission lancée en 1990 par la NASA et l'ESA ayant comme objectif l'étude du vent solaire sur une orbite héliocentrique

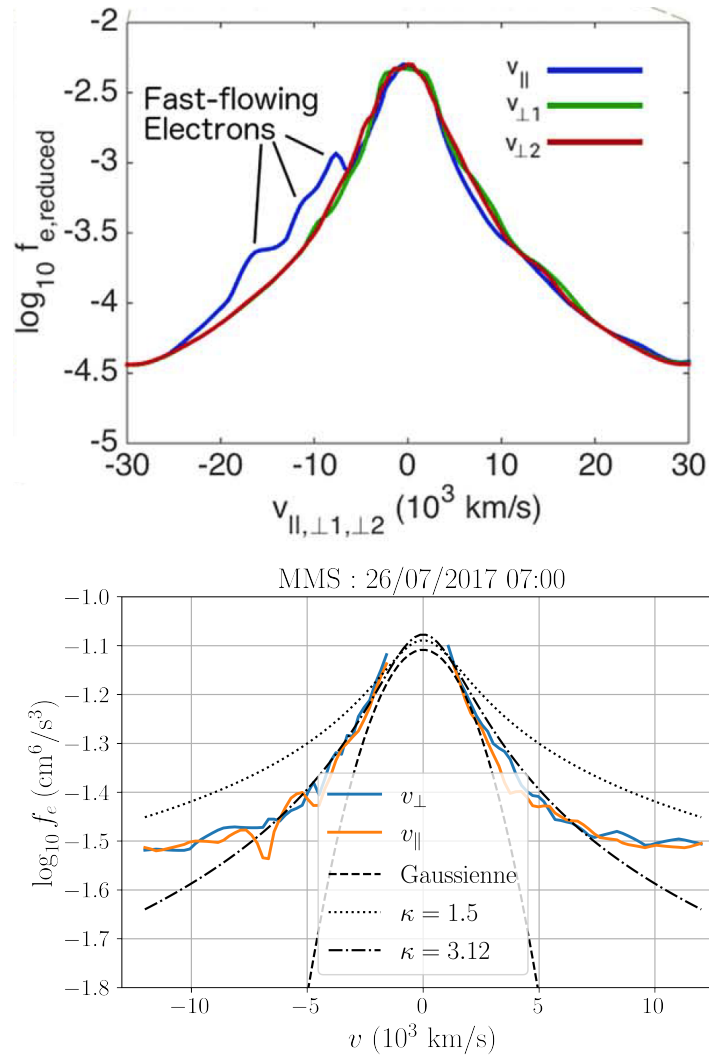


FIGURE 5.10 – Distributions d'électrons f_e (en cm^6/s^3) mesurées par les détecteurs de la mission MMS toutes les 30 ms : (en haut) le 27 Septembre 2016 à 01 :18 dans la queue de la magnétosphère (issu de l'article de (Holmes et al., 2018)) et (en bas) le 26 Juillet 2017 à 07 :00 avec des ajustements à l'aide de fonctions maxwellienne et kappa.

électrons piégées associée à cette distribution d'électrons passants, comme suit :

$$\begin{aligned}
f_t^{(b)} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} f_p(\mathcal{E}') \frac{\sqrt{-\mathcal{E}} d\mathcal{E}'}{\sqrt{\mathcal{E}'(\mathcal{E}' - \mathcal{E})}} \\
&= \frac{n_0 \sqrt{-\mathcal{E}}}{\pi \sqrt{2\pi} v_{\kappa_e}} A_\kappa \sum_{\sigma=\pm 1} \int_0^{+\infty} \left[1 + \frac{(\sigma \sqrt{2\mathcal{E}'/m} - u_e)^2}{2\kappa v_{\kappa_e}^2} \right]^{-(\kappa+1)} \frac{d\mathcal{E}'}{\sqrt{\mathcal{E}'(\mathcal{E}' - \mathcal{E})}} \\
&= \frac{2n_0 \sqrt{-\mathcal{E}}}{\pi \sqrt{2\pi} v_{\kappa_e}} A_\kappa \sum_{\sigma=\pm 1} \int_0^{+\infty} \left[1 + \frac{(\sigma x \sqrt{2/m} - u_e)^2}{2\kappa v_{\kappa_e}^2} \right]^{-(\kappa+1)} \frac{dx}{x^2 - \mathcal{E}} \\
&= \frac{2n_0 A_\kappa}{\pi \sqrt{2\pi} v_{\kappa_e}} \sum_{\sigma=\pm 1} \int_0^{+\infty} \left[1 + \frac{-\mathcal{E}}{k_B T} \left(\frac{\sigma \xi}{\kappa} - \sqrt{\frac{m u_e^2}{-2\mathcal{E}}} \right)^2 \right]^{-(\kappa+1)} \frac{d\xi}{1 + \xi^2} \\
&= \frac{2n_0 A_\kappa}{\pi \sqrt{2\pi} v_{\kappa_e}} [\mathcal{I}_\kappa(\beta, \zeta) + \mathcal{I}_\kappa(-\beta, \zeta)] \tag{5.49}
\end{aligned}$$

avec $\mathcal{I}_\kappa(\beta; \zeta) = \int_0^{+\infty} \left[1 + \left(\beta \frac{x}{\kappa} - \zeta \right)^2 \right]^{-\kappa-1} \frac{dx}{1 + x^2}$

avec les mêmes paramètres β et ζ (avec v_{κ_e} à la place de v_{T_e}) que définis dans la section III. 3. En utilisant la limite :

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{v^2}{2\kappa v_{\kappa_e}^2} \right)^{-(\kappa+1)} = \exp \left(-\frac{v^2}{2v_{T_e}^2} \right)$$

on montre que l'intégrale obtenue dans cette partie pour $\kappa \rightarrow \infty$ correspond à l'intégrale obtenue pour la maxwellienne (5.36) :

$$\mathcal{I}_{\kappa \rightarrow \infty} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(\beta x - \zeta)^2}}{1 + x^2} dx$$

Pour conclure, les fonctions kappa sont plus réalistes pour décrire la fonction de distribution des électrons ambiants du vent solaire et peuvent modifier les conditions d'existence des EHs dans le vent solaire.

VI. Résumé et conclusions

En conclusion, nous avons obtenu un modèle 3D permettant de décrire les critères d'existence des EHs incluant la dérive de polarisation des électrons dont l'effet est plus important en régime faiblement magnétisé ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \lesssim 1$). Comme la prise en compte de ce terme repose sur une approche centre-guide, ces résultats sont limités aux EHs ayant une échelle spatiale perpendiculaire plus grande que le rayon de Larmor des électrons. De plus, nous avons utilisé des conditions aux limites plus réalistes sur les fonctions de distribution des électrons qui incluent une vitesse de dérive qui permet de décrire aussi bien les EHs lents que rapides détectés dans l'espace ou en laboratoire (*e.g* Norgren et al., 2015; Holmes et al., 2018; Steinvall et al., 2019a; Fox et al., 2008; Lefebvre et al., 2010). Ces améliorations théoriques ont montré qu'elles pouvaient avoir un impact important sur les fonctions de distribution et les densités d'électrons passants et piégés dans les structures EH, ainsi que sur leurs conditions d'existence. Ces deux effets, la dérive de polarisation des électrons et une vitesse de dérive finie de leur distribution en vitesse parallèle, tendent en effet à restreindre les possibilités d'existence des structures de petite échelle et de grande amplitude. Mais étant donné les conditions de validité de l'approche gyrocinétique sous-jacente, nos résultats ne peuvent montrer qu'un effet modeste pour les structures à petite échelle ($\sim \lambda_{De}$).

Ces conditions d'existence ne déterminant que les limites d'un espace de paramètres semi-ouvert, nos résultats (et les précédents, par exemple, voir la discussion dans Chen et al. (2005)) ne fournissent pas de contraintes fortes sur la relation entre les échelles de longueur perpendiculaire et parallèle. Par conséquent, comme nous l'avons suggéré dans l'introduction, nous pensons que ce qui détermine l'aplatissement de ces structures ne réside pas tant dans leur physique auto-consistante, mais plutôt dans les mécanismes par lesquels elles sont générées. Ainsi, bien que nous ne soyons pas d'accord avec l'approche de Hutchinson (2021b) selon laquelle le noyau positif de la structure est écranté par les électrons passants et donc que l'effet de polarisation des électrons serait virtuellement un mécanisme d'écrantage anisotrope, nous pouvons être d'accord avec sa conclusion donnée dans le résumé selon laquelle « *trapped electron charge*

distribution anisotropy must [...] underlie the oblate shape of electron holes » (soit « l'anisotropie de la distribution de charge des électrons piégés doit [...] sous-tendre la forme aplatie des trous d'électrons »). Par ailleurs, la validité de l'approximation de centre-guide pour la modélisation des EHs ayant été remise en question par certains auteurs (*e. g.*, [Hutchinson, 2021b](#)), nous aimerions souligner que la perturbation du champ magnétique parallèle rapportée pour les structures rapides observées dans la queue magnétique de la Terre, a jusqu'à présent été bien expliquée par le courant de dérive des électrons $\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ à l'intérieur de ces structures. Enfin, en notant que la fonction de distribution des électrons du vent solaire est mieux décrite par une fonction kappa qu'une fonction maxwellienne, on montre que la prise en compte d'une telle fonction « non-maxwellienne » modifie les conditions d'existence des EHs du vent solaire. Par conséquent, les développements théoriques sont cruciaux pour mieux comprendre la structure auto-cohérente des EHs. Il est à noter que les résultats des sections III. et IV. de ce chapitre ont donné lieu à la rédaction d'un article soumis à *Physics of Plasmas* (voir annexe), et qui est en cours de révision. Une réflexion préliminaire sur l'impact des ions se trouve en annexe B (section IV.).

ÉTUDE DE TROUS D'ÉLECTRONS DANS L'ESPACE DES PHASES VIA DES SIMULATIONS PIC

*En définitive, nos sens ne nous apprennent rien
sur ce qui se trame en profondeur dans la matière, à
l'abri de nos grossiers percepts.*

E. Klein, *En cherchant Majorana*, (2013)

♪♪ Ryuichi Sakamoto – *Merry Christmas, Mr. Lawrence* (1998)

APRÈS avoir effectué une étude théorique à l'aide du modèle BGK afin de préciser les caractéristiques et les conditions d'existence des EHs en fonction de leur vitesse et du régime faiblement ou fortement magnétisé, ce chapitre est consacré à créer puis analyser des simulations Particle-In-Cell permettant de générer et d'étudier des trous d'électrons dans des conditions proches de celles observées *in situ* par les satellites. En effet, nous avons vu précédemment que des EHs sont observés dans de nombreuses régions dans et proches de la magnétosphère terrestre telles que le choc d'étrave (*e.g.*, Bale et al., 1998), les régions aurorales (*e.g.*, Ergun et al., 1998a), les cornets polaires et la queue géomagnétique ainsi que sa couche limite avec la région des lobes (*e.g.*, Norgren et al., 2015; Matsumoto et al., 1994; Franz et al., 2000, 2005; Cattell et al., 2005; Andersson et al., 2009; Tao et al., 2011; Viberg et al., 2013; Graham et al., 2015; Le Contel et al., 2017; Holmes et al., 2018; Tong et al., 2018; Steinvall et al., 2019a; Lotekar et al., 2020; Shustov et al., 2021), dans le vent-solaire (Malaspina et al., 2013) ainsi que dans des magnétosphères de planète du système solaire (par exemple Saturne (*e.g.*, Williams et al., 2006; Pickett et al., 2015) et Venus (*e.g.*, Hadid et al., 2021)). Ces régions ont des conditions physiques variées correspondant, comme on l'a vu au chapitre précédent, à des régimes faiblement ($\omega_{ce}/\omega_{pe} < 1$) ou fortement ($\omega_{ce}/\omega_{pe} > 1$) magnétisés. Dans les magnétosphères des planètes magnétisées, les plasmas fortement magnétisés correspondent aux régions aurorales (*e.g.*, Ergun et al., 1998a) ou à la partie de la queue magnétique proche de la planète ainsi qu'à sa couche limite qui la sépare de la région des lobes tandis que les plasmas peu magnétisés ou faiblement magnétisés se rencontrent dans les régions des queues magnétiques plus éloignées de la planète ou encore dans les cornets polaires (*e.g.*, Franz et al., 2005), voir aussi table 5.1.

En parallèle de ces observations, de nombreuses simulations sur les EHs ont été réalisées à l'aide de codes PIC ou Vlasov (voir par exemple Omura et al., 1996; Goldman et al., 1999, 2000; Mandrake et al., 2000; Muschietti et al., 2000; Mottez, 2001; Drake et al., 2003; Umeda et al., 2004; Briand et al., 2007; Wu et al., 2011; Sun and Sun, 2020) afin de confirmer les hypothèses issues d'observations et de comparer les résultats pour comprendre l'évolution temporelle de telles structures. Ces simulations ont montré que les EHs peuvent être générés à l'aide d'instabilité avec un ou plusieurs faisceaux d'électrons : *bump-on-tail*, *bi-stream* et *counterstreaming* (Omura et al., 1996; Miyake et al., 1998; Goldman et al., 1999; Miyake et al., 2000; Goldman et al., 2000; Mandrake et al., 2000; Muschietti et al., 2000; Mottez, 2001; Umeda et al., 2004; Génot et al., 2004; Briand et al., 2007). Les structures observées se propagent avec une vitesse finie que l'on peut séparer en deux catégories. Dans le cadre des plasmas du système solaire, le cas des EHs rapides discutés dans le chapitre précédent peut être à nouveau séparé en deux

catégories vis-à-vis des effets relativistes : les EHs non relativistes ($v \sim c/1000$ à $c/100$) et les EHs faiblement relativistes ($v \sim c/10$) (Omura et al., 1996). Pour ces derniers, nous verrons qu'ils sont associés à une perturbation magnétique correspondant à celle donnée par la transformée de Lorentz entre le repère de l'EH et celui du satellite. Les faisceaux d'électrons qui se forment au niveau des zones d'accélération (séparatrices, région de diffusion électronique) des régions de reconnexion présentes dans la magnétosphère peuvent être à l'origine d'EHs (Cattell et al., 2005; Lotekar et al., 2020; Dahlin, 2020). Les EHs obtenus par des simulations 3D dans les conditions de reconnexion (Drake et al., 2003) sont comparables aux observations et permettent d'expliquer les mécanismes d'échange d'énergie et la création d'électrons de haute énergie. En 2D, les trous d'électrons relativement lents (une fraction de la vitesse thermique des électrons) se dissipent plus rapidement (après quelques périodes plasma) mais leurs interactions (collisions) sont capables de produire des structures de plus faible amplitude et plus rapides (une fois et demi la vitesse thermique) qui peuvent persister plus longtemps (plusieurs centaines de périodes plasma) (it e. g., Mottez, 2001).

Dans le cas des EHs rapides, leur vitesse peut approcher une fraction significative de la vitesse de la lumière ($v_{EH} \sim c/10$). Bien qu'étant toujours des structures purement électrostatiques dans leur repère au repos, leur détection dans le repère du satellite est alors aussi associée à la mesure d'une composante du champ magnétique perpendiculaire à la vitesse de la structure (qui se déplace parallèlement à \mathbf{B}_0) donnée par la transformée de Lorentz : $c^2 \delta B_{\perp} / \delta E_{\perp} \sim v_{EH}$ (e. g., Ergun et al., 1998b). Cependant, à partir des mesures de la mission THEMIS, Andersson et al. (2009); Tao et al. (2011) ont montré que certains EHs étaient associés à la détection d'une composante parallèle du champ magnétique. Ces EHs, non purement électrostatiques dans leur repère au repos, furent ensuite également détectées par les missions CLUSTER

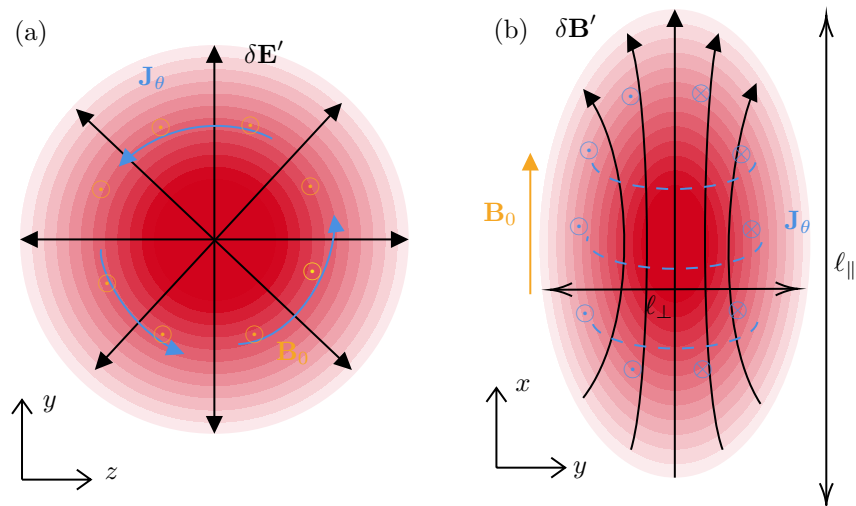


FIGURE 6.1 – Illustration qualitative du modèle d'électron hole électromagnétique (adaptée de Tao et al. (2011))

(e.g., Norgren et al., 2015) et MMS (par exemple Le Contel et al., 2017; Holmes et al., 2018; Steinvall et al., 2019a). La formation de cette perturbation magnétique parallèle au champ magnétique ambiant a été modélisée comme étant produite par la dérive de champs croisés des électrons due à la composante perpendiculaire du champ électrique de l'EH (e.g., Andersson et al., 2009; Tao et al., 2011; Treumann and Baumjohann, 2012). La figure 6.1 est une représentation d'un EH (non purement électrostatique) dans le plan (yOz) (a) et dans le plan (xOy) (b) où les zones rouges représentent le potentiel électrostatique de l'EH. Dans la figure 6.1 (a), les flèches noires représentent les champs électrostatiques $\delta \mathbf{E}'$ provenant du potentiel électrostatique ϕ de l'EH, et les cercles de points oranges représentent les champs magnétiques ambiants \mathbf{B}_0 . Les flèches et les symboles bleus sur les figures 6.1(a) et 6.1(b) représentent le courant azimuthal \mathbf{J}_θ généré par la dérive $\delta \mathbf{E}' \times \mathbf{B}_0$. Sur la figure 6.1(b), les flèches noires courbes traversant l'EH représentent le champ magnétique $\delta \mathbf{B}'$ produit par \mathbf{J}_θ . On peut constater que la perturbation parallèle de $\delta \mathbf{B}'$ dans ce modèle est principalement dans la même direction que \mathbf{B}_0 , et donc un satellite détectant le passage de la structure devrait principalement mesurer une fluctuation unipolaire positive de δB_{\parallel} (Tao et al., 2011). Dans ce chapitre, nous allons étudier la génération d'EHs à l'aide d'une instabilité faisceau-plasma (« bump-on-tail ») en liaison avec les études précédentes (chapitre 5). L'objectif est d'établir à l'aide d'une étude paramétrique leurs conditions de production et d'existence. En particulier, nous allons analyser l'impact du courant azimuthal \mathbf{J}_θ sur la conservation de l'énergie et la stabilité de la structure. Enfin, après avoir fixé les conditions initiales de simulation à partir des données de la mission MMS

collectées au moment de la détection d'EHs dans la queue géomagnétique, nous chercherons à comparer les propriétés des EHs simulés avec celles observées *in situ*.

I. Simulations PIC de trous d'électrons dans l'espace des phases

Dans l'introduction, nous avons présenté le but de cette étude : générer des EHs à l'aide d'un code PIC à partir d'une instabilité faisceau-plasma, dans des conditions similaires à celles observées *in situ* dans l'espace, et ainsi pouvoir étudier les structures obtenues et les comparer aux observations. Dans ce travail, nous utiliserons des simulations PIC électromagnétiques 2D3V en géométrie cartésienne (x, y) à grande échelle mais, à la différence du chapitre 4, nous allons placer un champ magnétique ambiant \mathbf{B}_0 suivant la direction (Ox) soit dans la même direction que le faisceau. Dans la normalisation de nombreux codes PIC (c'est le cas ici pour le code SMILEI), le rapport entre les deux fréquences électroniques caractéristiques, la fréquence cyclotronique et la fréquence plasma, représente la valeur normalisée du champ magnétique. On peut noter que ce rapport pour une espèce s est proportionnel au module du champ magnétique et inversement proportionnel à la racine carrée de la densité de masse de l'espèce s :

$$\frac{\omega_{cs}}{\omega_{ps}} = B_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{m_s n_s}} \quad (6.1)$$

Ce rapport est important car il nous permet une première classification, nous aurons ainsi des EHs faiblement magnétisés dans le cas $\omega_{ce}/\omega_{pe} \leq 1$, magnétisés dans le cas $\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 1$ voire fortement magnétisés lorsque $\omega_{ce}/\omega_{pe} \gg 1$. Dans notre étude, et en particulier dans l'étude paramétrique, nous allons balayer des valeurs différentes du rapport ω_{ce}/ω_{pe} , soit différentes valeurs de champ magnétique B_0 afin d'avoir un aperçu le plus complet possible des différentes configurations envisageables et ainsi pouvoir effectuer une comparaison plus précise avec les observations effectuées dans différents régimes voir table 5.1.

I.1 Conditions numériques

La première étape de cette étude consiste à construire une configuration la plus « réaliste » possible en termes de conditions physiques initiales tout en restant dans des conditions numériques et de bruit numérique acceptables. Puisque nous nous intéressons aux caractéristiques spatiales bi-dimensionnelles des EHs (parallèlement et perpendiculairement au champ magnétique ambiant \mathbf{B}_0), il est donc indispensable d'effectuer cette étude à l'aide de simulations 2D. Nous allons utiliser une grille de taille $L_x \times L_y = N_x \Delta x \times N_y \Delta y$ où nous avons accentué la longueur de la boîte de simulation dans la direction du faisceau (selon l'axe Ox) pour un meilleur suivi spatial des phénomènes dans cette direction. De plus, on considère lors de nos simulations le rapport de masse réel entre les électrons et les ions $\mu = m_i/m_e = 1836$. Pour générer des EHs à l'aide d'une simulation PIC, à notre connaissance, c'est la première fois que ce rapport de masse réel est utilisé (par exemple, pour les cas Omura et al. (1996); Umeda et al. (2004) un rapport $\mu = m_i/m_e = 100$) était utilisé. On introduit trois espèces distinctes de maxwelliennes dans le plasma :

- des ions (centrés en $v = 0$, de densité n_0 et de température T_i),
- des électrons (de vitesse v_p , de densité $n_0 - n_b$ et de température $T_{e\parallel}$),
- un faisceau d'électrons le long de (Ox) (de vitesse v_b , de densité n_b et de température T_b).

La fréquence plasma ω_{pe} est la référence pour toutes les mises à l'échelle des simulations. En effet, grâce aux observations (voir table 5.1), nous savons que l'échelle de longueur parallèle des structures étudiées est de quelques à une dizaine de longueurs de Debye λ_{De} et que, dans le cas des structures rapides, elles se propagent à des vitesses de l'ordre de la vitesse thermique v_{Te} , ce qui correspond à un temps caractéristiques de l'ordre de ω_{pe}^{-1} . Le rapport de température entre les ions T_i et les électrons $T_{e\parallel}$ est $T_i/T_{e\parallel} = 10$ comme mesuré dans la queue géomagnétique (Le Contel et al., 2017). De plus, la température du faisceau T_b est beaucoup plus faible que celle des électrons du plasma de fond : $T_b/T_{e\parallel} = 1/16$ afin d'avoir une maxwellienne d'écart-type plus faible comme déduit de certaines observations (Holmes et al., 2018). Nous savons que la génération des EHs est induit par la rétroaction du faisceau d'électrons sur le plasma lors de l'instabilité de faisceau-plasma. Ainsi contrairement au chapitre 4, nous avons choisi des conditions pour la densité du faisceau, la vitesse du faisceau et sa température (donc sa vitesse thermique) de telle sorte que nous nous trouvions dans l'approximation d'une interaction fluide et non cinétique. Le taux de croissance maximum donné par la théorie linéaire de l'instabilité (2.12) est $\gamma_{\max} \sim 0.2\omega_{pe}$ pour

TABLE 6.1 – Paramètres de simulations et physique de génération de structures

Paramètres de simulations	notation	Runs Param	Runs MMS
Nombre de point grilles	$N_x \times N_y$	1024×256	1024×512
Pas de grille	$\Delta x = \Delta y$	$\lambda_{De}/2$	$\lambda_{De}/2$
Nombre de pas de temps	N_t	40000	55000
Pas de temps	Δt	$\Delta x/2c$	$\Delta x/2c$
Temps final	$\omega_{pe} t_f$	600	600
Nombre de particule par cellule	N_s	1800	1800
Paramètres physiques			
Vitesse de la lumière	c	1.0	1.0
Rapport de masse	μ	1836	1836
Vitesse thermique électronique	v_{Te}	$0.125c$	$0.1c$
Vitesse du faisceau	v_b	$2v_{Te}$	$2v_{Te}$
Fréquence plasma	ω_{pe}	1.0	1.0
Fréquence cyclotronique	ω_{ce}/ω_{pe}	[0.8, 1.0, 2.0]	0.55
Densité du plasma	n_0	1.0	1.0
Densité de faisceau	n_b/n_0	[0.05, 0.1, 0.15]	0.2
Température électronique	$T_{e\parallel}$	4keV	2.8keV
Température du faisceau	T_b	$T_{e\parallel}/16$	$T_{e\parallel}/16$
Température ionique	T_i	$10T_{e\parallel}$	$10T_{e\parallel}$

$v_b/v_T = 2$, $n_b/n_0 = 0.1$. La table 6.1 présente les paramètres des différentes simulations de notre étude : les "Runs Param" correspondent aux simulations créées afin de réaliser une étude paramétrique et les « Runs MMS » sont les conditions de simulations proches des observations MMS rapportées par [Le Contel et al. \(2017\)](#); [Holmes et al. \(2018\)](#); [Steinvall et al. \(2019a\)](#).

I. 2 Observations préliminaires

Dans un premier temps, nous allons analyser les résultats préliminaires de la génération de structures par l'intermédiaire d'une instabilité de faisceau plasma. La figure 6.2 représente l'évolution de la fonction de distribution des électrons le long de l'axe (Ox) direction du champ magnétique ambiant et du faisceau pour trois valeurs de champ magnétique ambiant $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8$ (en haut), $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$ (à gauche) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2$ (à droite). Initialement ($\omega_{pe} t = 0$), on observe deux distributions électroniques caractéristiques : le faisceau ($v_x = v_b$) et le plasma ($v_x = v_p \ll v_b$).

Sur la figure, nous avons représenté l'évolution de la distribution à plusieurs temps au début de la simulation (grâce à un code de couleurs différentes) : $0 \leq \omega_{pe} t \leq 120$. On observe la saturation de l'instabilité initiale de *bump-on-tail* et la « fusion » des deux distributions électroniques entraînant la formation d'un plateau correspondant à la théorie présentée dans le chapitre 2. Dans les conditions de simulation choisies, le champ magnétique ambiant n'impacte pas l'évolution de la fonction de distribution le long de la direction du faisceau (direction parallèle au champ magnétique). En effet, les différentes valeurs de ω_{ce}/ω_{pe} simulées ne modifient pas l'allure de la fonction de distribution $f_e(v_x)$. La distribution obtenue à l'aide de l'instabilité de faisceau présente les mêmes caractéristiques que les figures de distributions électroniques du modèle BGK (voir la figure 5.6(c)-(d)) du chapitre 5. La figure 6.3 représente l'espace des phases des deux populations électroniques : le faisceau et le plasma à plusieurs instants de la simulation. Comme pour la figure 6.2, initialement (à $\omega_{pe} t = 0$), on a : le faisceau ($v_x = v_b$) et le plasma ($v_x = v_p \ll v_b$). Après la phase linéaire ($\omega_{pe} t > 80-100$), on observe la formation de trous électroniques dans l'espace des phases. Au fur et à mesure qu'ils se propagent de gauche à droite dans le sens de propagation du faisceau, ils fusionnent avec les trous adjacents et deviennent isolés dans la direction (Ox). On observe ce phénomène sur la figure 6.3 au temps $\omega_{pe} t = 150$. La dimension perpendiculaire des trous d'électrons devient également plus large par coalescence suggérant une « cascade inverse » favorisant les structures de plus grande échelle. Les trous se forment ainsi pour des vitesses comprises entre la maxwellienne et le faisceau ($v_x \in [0, v_b]$), créant des régions le long de Ox avec un plus faible nombre de particules. On observe alors une zone avec une alternance de trous d'électrons et de régions plus denses ([Mottez, 2001](#)). Le long du faisceau, l'évolution de la relaxation de l'instabilité semble ne pas être impactée par la valeur de ω_{ce}/ω_{pe} . Nos résultats obtenus pour l'évolution temporelle des fonctions de distribution et de l'espace des phases sont en accord avec les études précédentes (*e.g.*, [Omura et al., 1996](#); [Miyake et al., 1998](#); [Singh, 2003](#); [Umeda et al., 2004](#)).

L'obtention de structure de type EH étant établie, nous allons maintenant nous intéresser aux champs

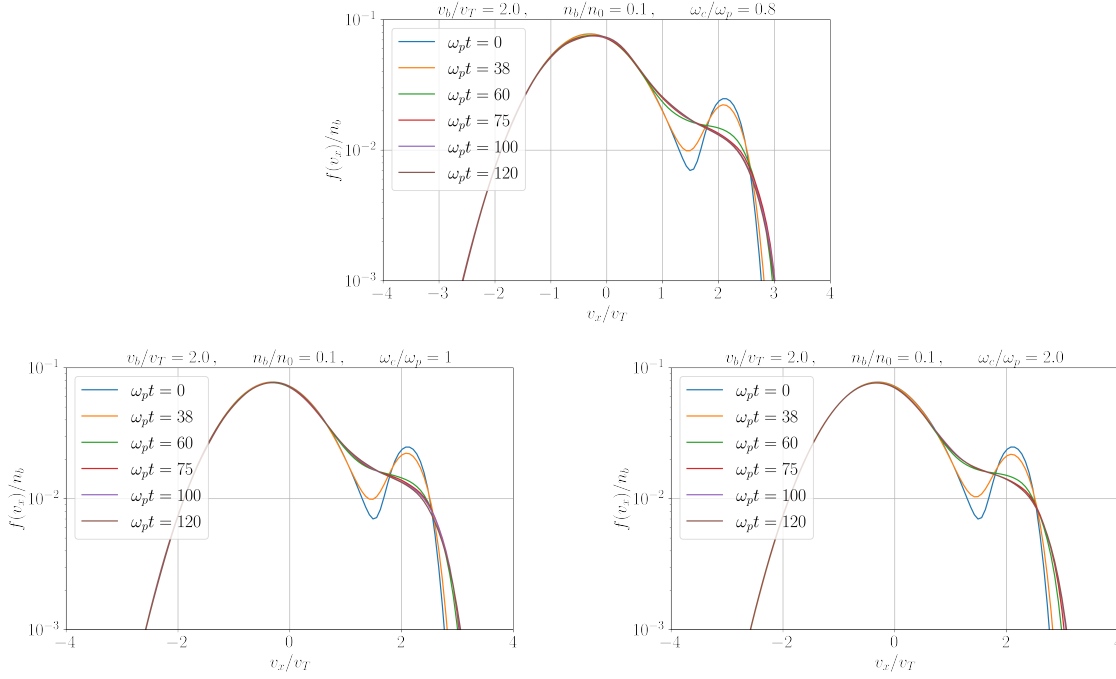


FIGURE 6.2 – Évolution de la fonction de distribution des électrons en fonction du temps (uniquement dans la phase linéaire) pour trois valeurs de champ magnétique ambiant : $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8$ (en haut), $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$ (à gauche) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2$ (à droite) dans les conditions de simulations de RunParam

électrique et magnétique générés afin de pouvoir faire le lien avec notre modèle théorique BGK et les observations in situ spatiales. La figure 6.4 représente la composante suivant x (i.e, parallèle) du champ électrique, $E_x(x, y)$, et le potentiel électrostatique $\phi(x, y)$ associé, au temps $\omega_{pe}t = 300$. Ce dernier dessine des variations monopolaires (on observe des régions rouges sur la figure) recouvrant la signature caractéristique bipolaire du champ électrique parallèle (sur la figure, on observe une oscillation bleue puis rouge correspondant aux mêmes zones) en accord avec les signatures attendues pour les EHs. Le potentiel est normalisé à l'énergie thermique par unité de charge $k_B T/e$ afin de pouvoir le comparer plus facilement aux résultats de notre modèle théorique et aux observations. Au fur et à mesure de la relaxation du faisceau, les amplitudes des puits de potentiel électrostatique formés augmentent.

Le potentiel est déduit du champ électrique grâce à la relation :

$$E_x(x, y) = -\frac{\partial\phi}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \phi(x, y) = -\int E_x(x, y)dx$$

Dans le cas des observations spatiales, ne disposant que d'une variation temporelle du champ parallèle E_x , la détermination du potentiel est effectuée par l'introduction de la vitesse de phase de l'EH (généralement assimilée à la vitesse de l'EH) soit : $\phi = -\int E_x(v_{\phi t})v_{\phi}dt$. Malheureusement, cette méthode introduit une incertitude supplémentaire associée à l'évaluation de la vitesse de la structure, ce qui n'est pas le cas dans nos simulations. Numériquement, pour estimer le potentiel électrostatique et calculer l'intégrale, nous avons utilisé la *méthode des trapèzes* (voir Atkinson, 2008) en utilisant les N_x intervalles (de pas de grille $\Delta x = x_q - x_{q-1}$) selon la direction (Ox) comme :

$$\phi(x, y) \simeq -\frac{\Delta x}{2} \sum_{q=1}^{N_x} [E_x(x_q, y) + E_x(x_{q-1}, y)]$$

Dans les simulations réalisées, on a réussi à générer des EHs caractérisés par la signature bipolaire de leur champ électrique parallèle. Ce qui permet par exemple, de relever leur taille parallèle. Le puits de potentiel associé à ces EHs va nous permettre aussi de les localiser dans les deux dimensions de l'espace (perpendiculaire et parallèle) pour d'autres diagnostics. La figure 6.5 (de haut en bas respectivement) représente les trois composantes des fluctuations magnétiques générées au cours de la simulation, $\delta B_x = B_x - B_0$, δB_y et δB_z , dans le plan cartésien (x, y) au temps $\omega_{pe}t = 300$. Ces résultats nous montrent que des fluctuations électromagnétiques sont générées au cours de l'instabilité. On remarque en particulier

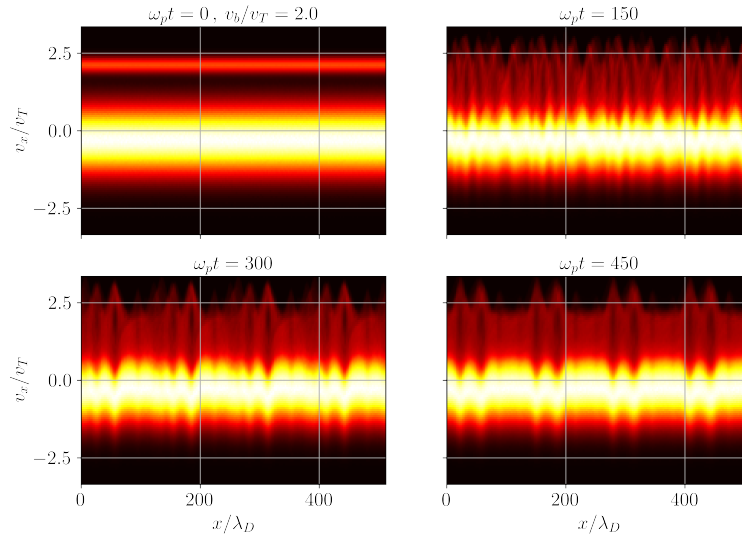


FIGURE 6.3 – Espace des phases (x, v_x) pour plusieurs temps $\omega_{pe}t = 0, 150, 300, 450$ dans les conditions de simulation de RunParam (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)

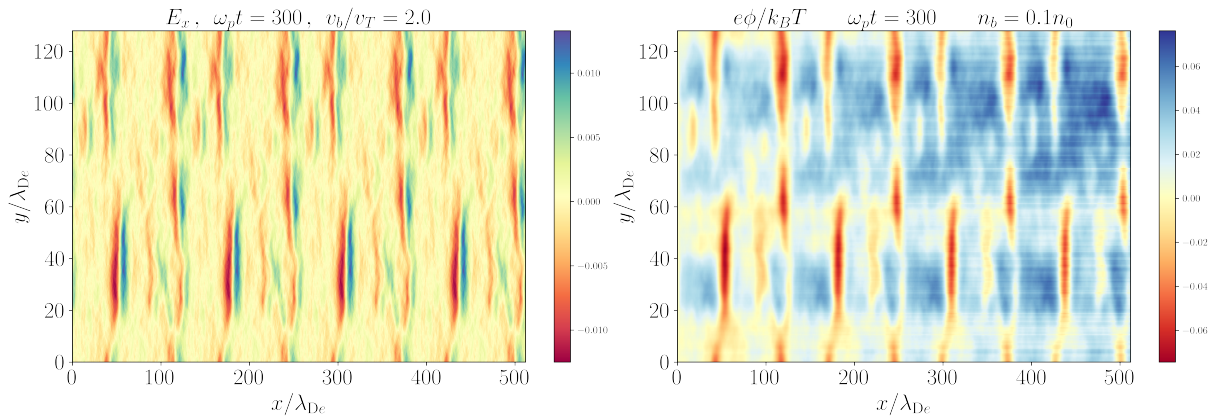


FIGURE 6.4 – Composante du champ électrique E_x et potentiel électrostatique associé ϕ au temps $\omega_{pe}t = 300$ dans les conditions du Run param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)

que la composante de plus grande amplitude δB_y est nettement renforcée dans les zones où sont localisées les EHs (en comparant avec la figure 6.4). Comme nous le verrons plus bas, cette composante magnétique peut être expliquée par un effet faiblement relativiste via la transformée de Lorentz entre le repère de la structure en mouvement rapide et celui du plasma au repos. Par ailleurs, la présence d'un champ magnétique ambiant $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_x$ introduit une dérive de champs croisés $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$, et on peut écrire que le courant \mathbf{J} associé à cette dérive et porté uniquement par les électrons (les ions étant supposés immobiles à l'échelle temporelle du passage de l'EH) vaut (Umeda et al., 2004) :

$$\mathbf{J}_{\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0} = -en_e v_z \mathbf{e}_z = en_e \frac{E_y}{B_0} \mathbf{e}_z = \varepsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}} E_y \mathbf{e}_z$$

C'est ce courant qui produit la perturbation δB_x de la composante parallèle du champ magnétique. La figure 6.6 représente le courant J_z calculé par le code PIC à partir des particules, $en_0(v_{iz} - v_{ez})$, et le courant basé sur nos hypothèses précédentes : $en_e E_y/B_0$ au temps $\omega_{pe}t = 300$ dans le plan cartésien (x, y) . On observe, en comparant ces deux estimations, que leurs profils sont cohérents. Le courant J_z provient donc majoritairement de la dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ (même si l'amplitude de $en_e E_y/B_0$ est légèrement plus faible). Ainsi, le champ E_y est en corrélation avec le courant J_z qui correspond au potentiel électrostatique des EHs : $E_y = -\partial_y \phi$. Tous les électrons (passants et piégés) contribuent au courant J_z . Dans un cas

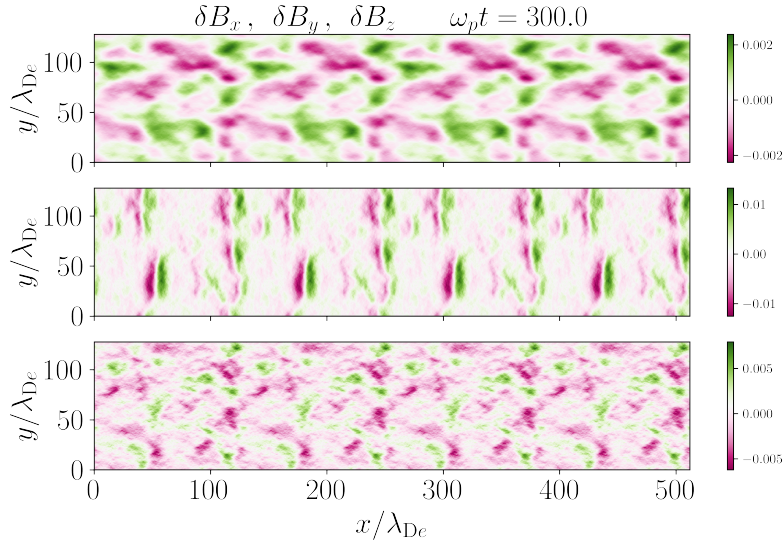


FIGURE 6.5 – Composantes du champ magnétique δB_x , δB_y et δB_z , (de haut en bas respectivement) au temps $\omega_{pe}t = 300$ dans les conditions du Runs param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)

non-relativiste (soit $\partial_t \mathbf{E}/c^2 \ll \mu_0 \mathbf{J}$), l'équation de Maxwell-Ampère dans la direction (Oz) nous donne :

$$\mu_0 J_z = \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y}$$

Par symétrie sur un contour d'intégration de cette équation dans le plan (xOy), la contribution de la composante δB_y va s'annuler et le courant J_z est donc relié essentiellement à la composante parallèle δB_x . A noter qu'on a représenté nos figures autour du temps $\omega_{pe}t \simeq 300$ afin d'être dans la phase non-

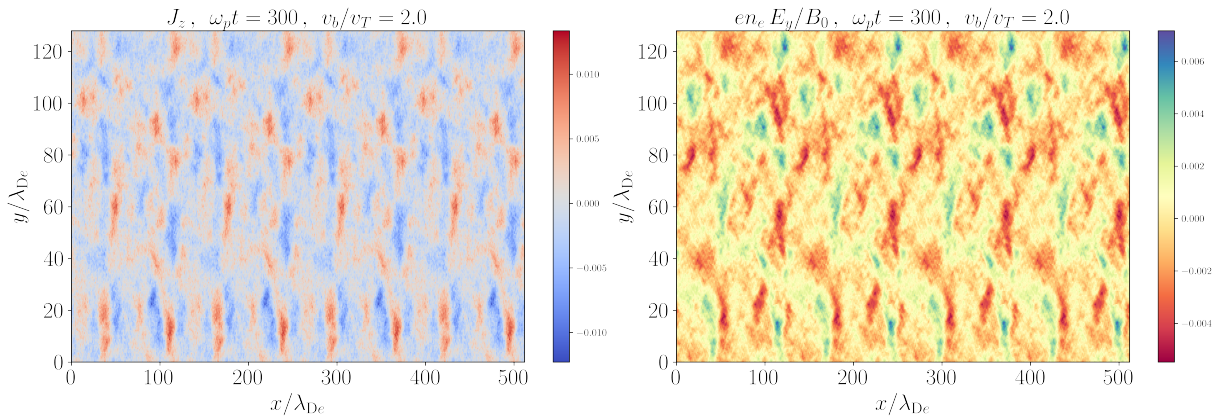


FIGURE 6.6 – Courant J_z et $en_e E_y/B_0$ au temps $\omega_{pe}t = 300$ dans les conditions du Runs param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$, $v_b/v_T = 2,0$ et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)

linéaire de l'instabilité faisceau-plasma, bien après les phénomènes de fusion mais avant qu'il y ait une forte diminution d'amplitude des champs associés aux EHS.

Pour conclure, dans cette section, nous avons montré qu'il est possible de générer des EHS à l'aide d'une simulation PIC basée sur l'instabilité de faisceau-plasma avec un niveau de bruit très bas sur les différentes grandeurs physiques obtenues. Ces résultats numériques ont été obtenus à partir de conditions initiales proches de celles correspondantes aux mesures *in situ* spatiales. Dans la section suivante, nous allons les confronter plus précisément à ces dernières.

I. 3 Étude de cas dans les conditions de la magnétosphère terrestre

Les EHs sont observables dans de nombreuses régions de la magnétosphère terrestre qui ont des caractéristiques physiques propres, notamment on l'a vu, correspondant à un régime faiblement ou fortement magnétisé (voir la table 5.1 du chapitre précédent). Les instabilités de faisceau qui peuvent se déclencher dans ces régions vont donc en dépendre. Dans cette section, nous présentons une étude paramétrique

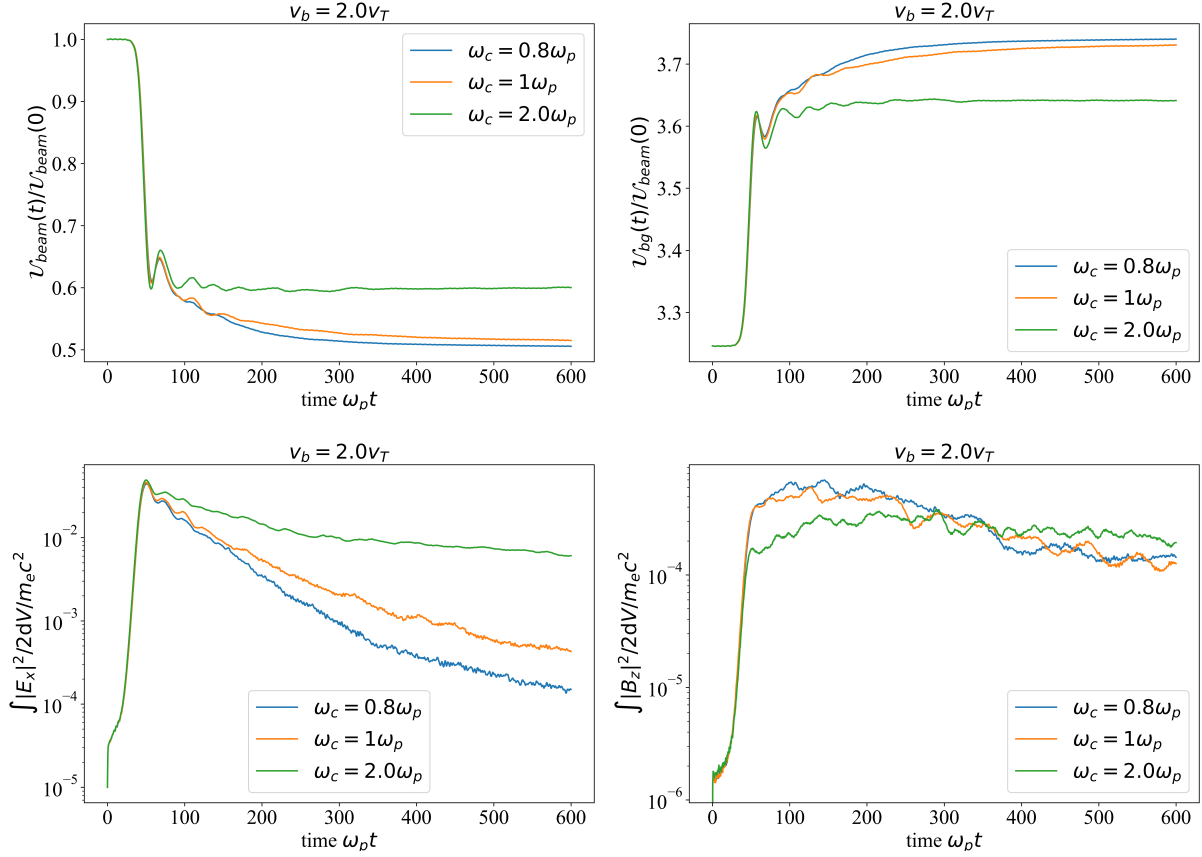


FIGURE 6.7 – Densité d'énergie cinétique du faisceau et du plasma (ions+électrons) et des champs électromagnétiques en fonction du temps $\omega_{pe}t$ et du champ magnétique ambiant ω_{ce}/ω_{pe} (en particulier $v_b/v_{Te} = 2$)

de l'instabilité de faisceau-plasma qui est à l'origine de la formation des EHs dans nos simulations, en fonction de la densité du faisceau n_b/n_0 et du champ magnétique ambiant B_0 (par l'intermédiaire du rapport ω_{ce}/ω_{pe}). Comme indiqué dans la table 6.1, nous avons effectué des simulations avec une seule valeur de vitesse de faisceau : $v_b = 2v_{Te}$: valeur cohérente avec les observations GEOTAIL (Omura et al., 1999) et MMS (Holmes et al., 2018).

La figure 6.7 représente la variation de la densité d'énergie cinétique du faisceau et du plasma (électrons et ions) ainsi que la densité d'énergie associée aux composantes de champs E_x et B_z au cours du temps $\omega_{pe}t$, pour $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8$ (en bleu), $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1.0$ (en orange) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2.0$ (en vert). On observe que le champ magnétique ambiant B_0 modifie la valeur de saturation du faisceau réduisant, par conservation de l'énergie, la valeur de saturation de l'énergie thermique du plasma. Par contre, on peut remarquer que le taux de croissance n'est pas modifié par B_0 . L'énergie associée aux composantes E_x et B_z est impactée par la valeur de B_0 . La figure 6.8 représente la variation de la densité d'énergie cinétique du faisceau et du plasma (électrons et ions) ainsi que la densité d'énergie associée aux composantes de champs E_x et B_z au cours du temps $\omega_{pe}t$, pour $n_b/n_0 = 0.05$ (en orange), $n_b/n_0 = 0.1$ (en bleu) et $n_b/n_0 = 0.15$ (en vert). Les densités d'énergie cinétique, du faisceau et du plasma, sont dépendantes de la densité du faisceau au niveau du taux de croissance et de la saturation. De façon complémentaire, cette dépendance se voit aussi sur la génération des champs électromagnétiques. En effet, plus n_b/n_0 est grand, plus la génération des composantes E_x et B_z est intense. On retrouve que le taux de croissance de l'instabilité est proportionnel à la densité du faisceau : $\gamma \propto n_b/n_0$ (comme décrit dans le chapitre 2).

L'utilisation de simulations PIC réalisées dans des conditions proches de celles rencontrées dans différentes régions de la magnétosphère terrestre va nous permettre d'effectuer une analyse des EHs en se

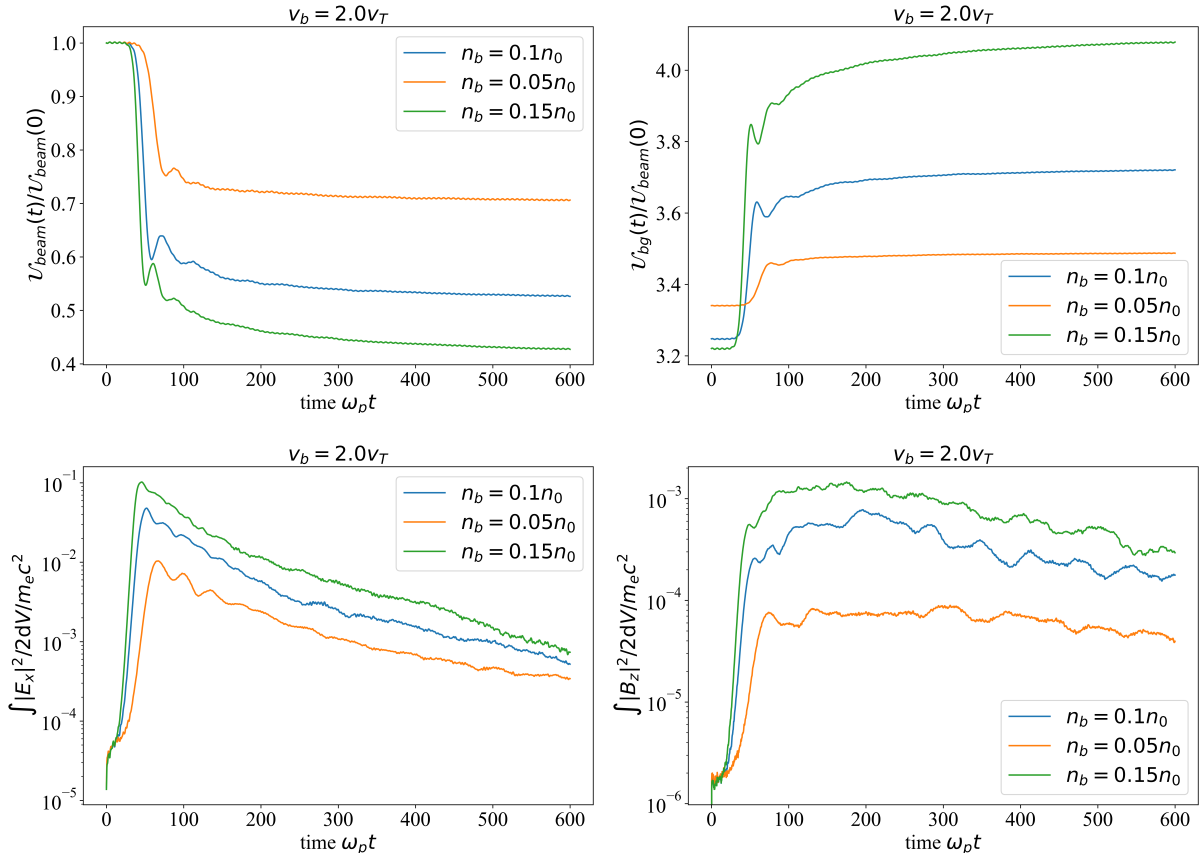


FIGURE 6.8 – Densité d'énergie cinétique du faisceau et du plasma (ions+électrons) et des champs électromagnétiques en fonction du temps $\omega_{pe}t$ et de la densité de faisceau n_b/n_0 (en particulier pour $v_b/v_{Te} = 2$)

rapprochant des diagnostics utilisés dans les missions spatiales. Comme dans le cas des études spatiales où les données sont présentées dans un repère dans lequel un des axes est aligné avec le champ magnétique ambiant, nous allons créer un satellite virtuel traversant les EHs suivant l'axe (Ox). Nous serons ainsi en mesure de caractériser les champs associés aux EHs et de les comparer aux mesures spatiales. Du fait que notre simulation est périodique, l'étude de l'ensemble des structures obtenues (comme observé sur la figure 6.4) peut se limiter à celle d'une seule car elle est représentative des autres. La figure 6.14¹ représente de façon unidimensionnelle les composantes électriques (δE_x , δE_y et δE_z) et magnétiques ($\delta B_x = B_x - B_0$, δB_y et δB_z) perturbées au temps $\omega_{pe}t = 300$ le long de l'axe (Ox), soit le long de \mathbf{B}_0 , à $y = 128\lambda_{De}$. La position en y a été choisie afin de correspondre au mieux avec l'axe de symétrie de l'EH et de permettre de bien visualiser la signature bipolaire du champ électrique parallèle. En revanche, cette coupe n'est pas favorable à la visualisation des composantes perpendiculaires qui sont a priori plus fortes hors de l'axe de symétrie. Sur les figures présentant les fluctuations du champ électrique, le potentiel électrostatique ϕ (normalisé à $k_B T/e$) a été ajouté, permettant de comparer aux observations (en particulier avec l'amplitude des puits de potentiel $e\phi_0/k_B T$). Sur cette figure, nous avons fait varier la densité du faisceau : $n_b/n_0 = 0.05, 0.1, 0.15$ et 0.2 (de haut en bas respectivement). On retrouve la signature bipolaire des EHs sur la composante parallèle δE_x , permettant de les localiser (figures de gauche). On observe que l'augmentation de n_b/n_0 entraîne une augmentation des fluctuations du champ électrique, en particulier sur δE_x , résultant d'une augmentation de la profondeur des puits de potentiel électrostatique de $e\phi_0/k_B T \sim 0.01$ à 0.03 . Ainsi, la densité des électrons piégés dans l'EH (qui contribue au potentiel électrostatique) est liée à la densité du faisceau. Les fluctuations du champ magnétique suivent la même tendance et augmentent également avec n_b/n_0 (figures de droite). La présence d'une perturbation monopolaire sur la composante magnétique parallèle δB_x indique que les structures observées dans cette simulation ne sont pas purement électrostatiques (particulièrement visible pour $n_b = 0.15n_0$). L'amplitude de la perturbation de champ magnétique associée à l'EH est proportionnelle à la densité du faisceau. En définitive, l'amplitude des perturbations électriques et magnétiques associées à l'EH est

1. voir à la fin du chapitre page 128

directement reliée à la densité du faisceau à l'origine de leur formation. De plus, nous avons observé que l'augmentation de la vitesse du faisceau v_b/v_{Te} tend à l'effet contraire, c'est-à-dire à diminuer l'amplitude des structures générées (voire même à leur non-génération). Ainsi les faisceaux de faible densité et/ou très rapides (comme ceux issus de sursauts de type III étudiés dans le chapitre 4) ne peuvent pas générer d'EHs.

De façon complémentaire, la figure 6.15² représente unidimensionnellement les composantes électriques (δE_x , δE_y et δE_z) et magnétiques ($\delta B_x = B_x - B_0$, δB_y et δB_z) perturbées au temps $\omega_{pe}t = 300$ le long de l'axe (Ox) à $y = 128\lambda_{De}$, pour différentes valeurs du champ magnétique ambiant : $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8, 1.0, 2.0$ (de haut en bas respectivement). On observe que les amplitudes des perturbations du champ électrique des structures et des puits de potentiel électrostatique associés (figures de gauche) sont d'autant plus grandes que l'amplitude de \mathbf{B}_0 augmente. En ce qui concerne les perturbations magnétiques (figures de droite), leurs amplitudes sont trop faibles pour que nous puissions identifier une tendance.

Enfin, on peut estimer la taille parallèle des trous d'électrons dans l'espace des phases à partir de la demi-largeur du potentiel approximativement à mi-hauteur $\ell_{\parallel} \simeq 10\lambda_{De}$ quelle que soit la valeur de $\omega_{ce}/\omega_{pe} \in [0.8, 1.0, 2.0]$. Cette échelle est compatible avec les conditions d'existence données par notre modèle BGK pour une vitesse $u_e = 2v_b$ et un potentiel $e\phi_0/k_B T_{e\parallel} \sim 10^{-2}$ (voir figure 5.8).

En conclusion, cette étude paramétrique indique que les amplitudes des composantes du champ électrique et des puits de potentiel électrostatique associés :

- augmentent avec la densité du faisceau n_b/n_0 mais diminuent avec la vitesse,
- augmentent avec l'intensité du champ magnétique ambiant.

L'amplitudes des composantes du champ magnétique, quant à elles :

- augmentent avec la densité du faisceau n_b/n_0 ,
- ne montrent pas de tendance avec l'intensité du champ magnétique ambiant ω_{ce}/ω_{pe} en raison d'amplitudes trop faibles sauf pour la composante parallèle qui augmente quand le champ diminue suffisamment $\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 0.55$ comme nous le verrons avec le cas correspondant aux conditions observées par MMS (section II.3).

Ces résultats suggèrent que les cas faiblement magnétisés ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 0.55$) sont favorables à la formation de structures non purement électrostatiques ($\delta B_{\parallel} \neq 0$ dans le référentiel de la structure) alors que les cas fortement magnétisés ($\omega_{ce}/\omega_{pe} > 0.8$) correspondent à des EHs quasi électrostatiques ($\delta B_{\parallel}, \delta B_{\perp} \sim 0$ dans le référentiel de la structure). Les échelles parallèles estimées sont compatibles avec les résultats théoriques de notre modèle.

II. Comparaison aux observations spatiales

L'objectif principal de cette section et, plus généralement, des simulations PIC que j'ai réalisées est de pouvoir comparer les résultats de simulations aux observations *in situ* spatiales comme celles fournies par la mission MMS. Cette comparaison entre données expérimentales et simulations PIC n'est néanmoins pas directe et demande d'adapter les quantités normalisées du code SMILEI aux quantités mesurées par les satellites. Cette procédure demande d'avoir en commun une valeur de référence que nous allons prendre comme étant la fréquence plasma ω_{pe} obtenue par l'observation. Pour faire le changement entre les unités normalisées des simulations et les unités du système international, on utilisera la table A.1 en annexe.

II.1 Autour de la transformée de Lorentz

La première étape pour effectuer ce type de comparaison est de pouvoir obtenir une information sur la vitesse de propagation des EHs afin de la comparer avec celle estimée à partir des mesures spatiales. Les EHs ont une vitesse propre différente du plasma ambiant et du satellite sur lequel les instruments de mesure sont posés. Comme nous l'avons déjà mentionné plus haut, cette vitesse étant non négligeable par rapport à celle de la lumière, cela peut produire une composante magnétique du champ électromagnétique induite par changement de référentiel. Par la *transformation de Lorentz* (Jackson, 1998) exprimée dans un repère dont un axe est aligné avec \mathbf{B}_0 , on peut relier les champs électrique et magnétique dans le

2. voir à la fin du chapitre page 129

référentiel de la structure $(\delta\mathbf{E}', \delta\mathbf{B}')$ aux champs mesurés dans le référentiel du satellite $(\delta\mathbf{E}, \delta\mathbf{B})$:

$$\begin{cases} \delta\mathbf{E}_{\parallel} &= \delta\mathbf{E}'_{\parallel} \\ \delta\mathbf{B}_{\parallel} &= \delta\mathbf{B}'_{\parallel} \\ \delta\mathbf{E}_{\perp} &= \gamma_L (\delta\mathbf{E}'_{\perp} - \mathbf{v}_{\text{EH}} \times \delta\mathbf{B}'_{\perp}) \\ \delta\mathbf{B}_{\perp} &= \gamma_L \left(\delta\mathbf{B}'_{\perp} + \frac{\mathbf{v}_{\text{EH}} \times \delta\mathbf{E}'_{\perp}}{c^2} \right) \end{cases} \quad (6.2)$$

où $\gamma_L^2 = 1 + v_{\text{EH}}^2/c^2$ est le coefficient de Lorentz. Initialement, aucun champ électrique n'est présent $\mathbf{E}_0 = \mathbf{0}$. Lors des études spatiales (*e.g.*, [Andersson et al., 2009](#); [Tao et al., 2011](#); [Le Contel et al., 2017](#); [Holmes et al., 2018](#); [Steinvall et al., 2019b](#)) quelques hypothèses ont été faites afin d'estimer la vitesse des structures à l'aide des mesures de champs. En supposant que les perturbations magnétiques dans le repère de l'EH peuvent être négligées et que la vitesse de l'EH est parallèle à \mathbf{B}_0 , et dans l'approximation faiblement relativiste où $(v_{\text{EH}}/c)^2 \ll 1$ soit $\gamma_L \simeq 1$, la transformée de Lorentz (6.2) prend une forme simple permettant d'estimer v_{EH} :

$$\frac{v_{\text{EH}}}{c} \simeq c \frac{\delta B_z}{\delta E_y} \quad \text{et} \quad \frac{v_{\text{EH}}}{c} \simeq -c \frac{\delta B_y}{\delta E_z} \quad (6.3)$$

Reprenant l'interprétation d'[Andersson et al. \(2009\)](#), [Tao et al. \(2011\)](#) ont relié la perturbation magnétique parallèle $\delta\mathbf{B}_{\parallel} = \delta\mathbf{B}'_{\parallel}$ au courant azimutal \mathbf{J}_{θ} donné par la formule de *Biot et Savart* comme ([Jackson, 1998](#)) :

$$\delta\mathbf{B}'_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \mathbf{J}_{\theta} \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_0}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|^3} d\mathbf{x}_0 \quad (6.4)$$

Le calcul numérique du terme induit par Biot et Savart nécessitant une simulation 3D, une dimension spatiale manque pour pouvoir le calculer rigoureusement.

Estimation de la vitesse des EHs dans les simulations

La figure 6.9 représente sur une échelle de couleurs la composante x (soit dans la direction parallèle au faisceau) du champ électrique : E_x au cours du temps $\omega_{pe}t$ et de la position x/λ_{De} le long du champ \mathbf{B}_0 afin d'observer la génération et la variation temporelle de structures pendant la simulation. Initialement, puis jusqu'à la jonction entre la phase linéaire et non linéaire (matérialisée par des tirets noirs sur la figure), on observe la formation de structures matérialisées par des oscillations positives et négatives du champ $E_x(t, x)$ qui se propagent vers des $x/\lambda_{De} > 0$ (soit dans le sens du faisceau et du champ \mathbf{B}_0). Les paramètres d'initialisation de la simulation sont (pour un « Run Param », voir table 6.1) : $n_b/n_0 = 0.1$, $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$ et $v_b = 2v_{Te}$. Au sein de l'intervalle $80 \leq \omega_{pe}t \leq 140$, les trous commencent à s'attirer les uns les autres et des structures plus rapides rattrapent des structures plus lentes et fusionnent pour créer de nouvelles structures qui se propagent et accélèrent légèrement. En effet, la droite formée par la structure a un coefficient directeur qui augmente. Nous retrouvons certaines observations faites par [Mottez \(2001\)](#) à l'aide de simulations d'instabilité bi-faisceaux : les structures petites et rapides sont stables, sauf si elles sont détruites par une collision ultérieure avec un trou de grande amplitude. Après $\omega_{pe}t \simeq 250$, les structures ne sont plus « perturbées » et se propagent à vitesse constante vers des x positifs. Celles-ci, sont clairement identifiables : il s'agit d'EHs caractérisés par un champ électrique parallèle bipolaire comme on peut le voir clairement sur le zoom. Du fait que la trajectoire des EHs soit bien définie, le coefficient directeur de la droite associé à leur propagation dans l'espace (t, x) , nous permet d'estimer la vitesse de ces structures $v_{\text{EH}} \simeq 3v_{Te} \simeq 0.375c$ dans les conditions de la simulation. Initialement, même si la trajectoire est moins bien définie, on peut déterminer la vitesse des EHs : $v_{\text{EH},0} \simeq 1.7v_{Te} \simeq 0.21c \lesssim v_b = 2v_{Te}$. On peut donc en déduire que les trous d'électrons dans l'espace des phases accélèrent après la phase de coalescence. Nous avons remarqué que les différentes valeurs de densité de faisceau n_b/n_0 choisies ne modifient par la valeur de la vitesse de l'EH v_{EH} généré mais modifient l'amplitude du champ E_x .

Estimation de la vitesse des EHs dans l'Espace

Dans le but de tester la méthode utilisée lors des études spatiales, nous avons obtenu la figure 6.10 qui représente la variation de la vitesse de l'EH v_{EH}/c en fonction du temps $\omega_{pe}t$ déterminée par deux méthodes : (i) à l'aide de la méthode couramment utilisée dans les mesures satellitaires, *i.e.* à l'aide de la transformée de Lorentz (6.3), et ce pour différentes valeurs de densité de faisceau : $n_b \in [0.05, 0.1, 0.15]n_0$ (à gauche) et différentes valeurs de champ magnétique ambiant $\omega_{ce} \in [0.8, 1.0, 2.0]\omega_{pe}$ représentées respectivement en bleu, rouge et vert sur la figure, puisque ces paramètres influent sur l'amplitude des

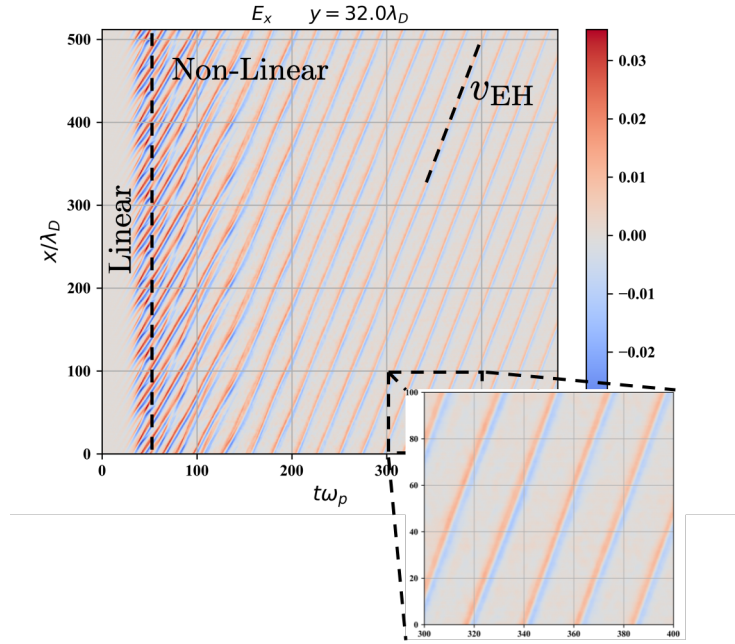


FIGURE 6.9 – Composante du champ électrique E_x en fonction du temps $\omega_{pe}t$ et de la position x/λ_{De} dans les conditions du Runs Param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$, $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$ et $v_b = 2v_{Te}$)

perturbations électriques et magnétiques; (ii) à l'aide de la méthode du coefficient directeur utilisée sur la figure 6.9 : soit $v_{EH}/c \simeq 0.375$ (en points-tirets) sachant que par cette méthode, il a été montré que v_{EH}/c ne dépendait pas de la densité du faisceau et faiblement de la valeur du champ magnétique ambiant. De plus, nous avons ajouté sur la figure la vitesse de faisceau $v_b/c = 2v_{Te}/c$ (en tirets), nous permettant d'avoir une valeur de référence puisque la pente positive de la fonction de distribution se situe à des vitesses légèrement inférieures à v_b . Dans le cas où l'on utilise les relations de Lorentz 6.3, la vitesse augmente puis se stabilise avec une dépendance avec la densité du faisceau n_b/n_0 . De la même façon, pour la dépendance avec l'amplitude du champ magnétique pour $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8$ et 1.0 . A contrario, le cas où $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2.0$ suit la même évolution que celle obtenue par la méthode du coefficient directeur utilisée sur la figure 6.9. En effet, dans le cas d'un champ magnétique ambiant fort, la vitesse de l'EH passe de la vitesse du faisceau $v_{EH,0} \lesssim v_b = 2v_{Te}$ puis tend vers $3v_{Te}$. Ainsi, les deux méthodes donnent des résultats comparables uniquement pour les champs magnétiques ambiants forts. Cette évolution est cohérente avec la génération des champs au travers de l'instabilité de faisceau-plasma. La mesure de la vitesse à l'aide du coefficient directeur de la composante $E_x(t, x)$ est plus précise puisqu'elle ne repose pas sur une hypothèse liée à la perturbation magnétique produite par l'EH. On dirait qu'il y a un changement de comportement entre $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1.0$ (accélération brusque au début) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2.0$ (peu d'accélération). Dans la majorité des cas, on observe entre ces deux méthodes une grande différence (jusqu'à un facteur 2 à 3) entre les deux estimations de vitesse. L'erreur sur l'estimation de la vitesse par la transformée de Lorentz est probablement plus élevée en raison des faibles amplitudes des composantes du champ électrique perpendiculaire lorsqu'elles sont prises proches de l'axe de symétrie de l'EH.

Pour conclure, l'estimation de la vitesse obtenue par la simulation montre que l'approximation utilisée pour estimer la vitesse de la structure à partir des mesures satellites et la transformée de Lorentz nécessite que l'amplitude de la composante perpendiculaire du champ électrique (δE_{\perp}) de l'EH soit suffisamment grande et donc évaluée hors de l'axe de symétrie de l'EH (région où le gradient du potentiel électrostatique est maximum, contrairement au cas où on cherche à estimer le champ électrique parallèle).

II. 2 Conservation et conversion de l'énergie

Connaissant la vitesse des EHs, il est important de regarder dans un premier temps l'énergie associée à de telles structures et surtout sa conservation possible afin d'obtenir une information sur leur stabilité temporelle. Une telle étude est difficile à mener à partir des mesures spatiales puisque même pour la mission MMS, la résolution temporelle des détecteurs d'électrons (30 ms) ne permet pas de résoudre la structure des EHs qui passent par le satellite en 1 ms; elle est cependant tout à fait accessible via les

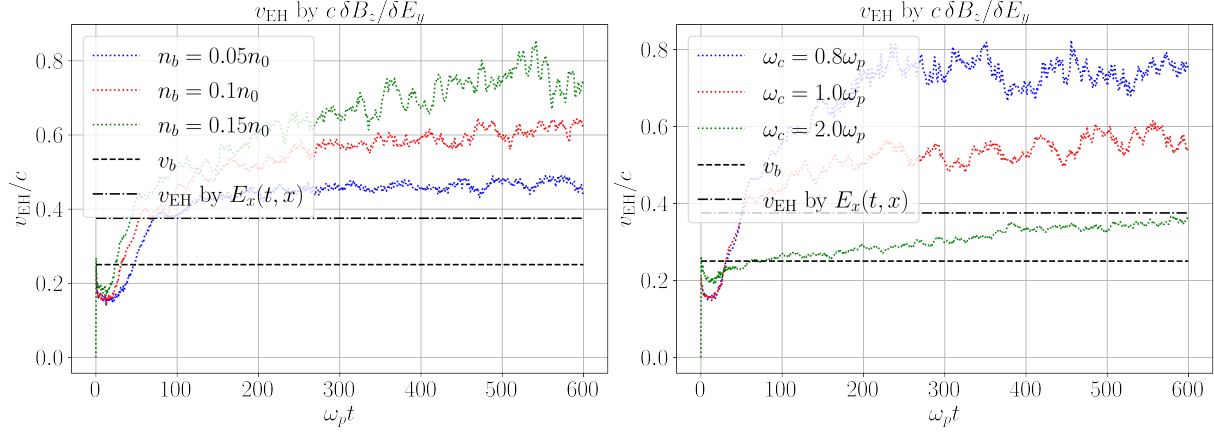


FIGURE 6.10 – Représentation de la vitesse de l'EH v_{EH}/c en fonction de deux méthodes : (i) à l'aide de la $c\delta B_z/\delta E_y$ et (ii) à l'aide du coefficient directeur de $E_x(t, x)$ dans les conditions du Runs param (en particulier $v_b = 2v_{Te}$) : (à gauche) en fonction de la densité du faisceau $n_b \in [0.05, 0.1, 0.15]n_0$ et (à droite) en fonction du champ magnétique ambiant $\omega_{ce} \in [0.8, 1.0, 2.0]\omega_{pe}$

résultats de nos simulations. On peut écrire l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique \mathcal{U}_{EM} en faisant apparaître une densité et un flux d'énergie. L'équation de Poynting qui relie $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}$, où \mathbf{J} est la densité de courant, à la densité et au flux d'énergie électromagnétique s'obtient en effectuant le produit scalaire de l'équation de Maxwell-Faraday comportant le terme $\nabla \times \mathbf{E}$ par \mathbf{B} et de l'équation de Maxwell-Ampère comportant le terme $\nabla \times \mathbf{B}$ par $-\mathbf{E}$ et en ajoutant les résultats soit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0} \right) = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \quad (6.5)$$

où $\varepsilon_0 E^2/2 + B^2/2\mu_0$ est la densité d'énergie électromagnétique et $\mathbf{\Pi} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0$ est le flux d'énergie électromagnétique (représenté par le vecteur de Poynting) en l'absence de source extérieure. On remarque que les quantités dans la première parenthèse sont des quantités essentiellement positives. Ainsi, on remarque que pour étudier la conservation de l'énergie, il nous faut étudier le terme $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}$. La figure 6.11 représente le calcul formel du terme $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ à l'aide des champs \mathbf{J} et \mathbf{E} calculés par le code SMILEI pour deux valeurs de champ magnétique $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1.0$ (à gauche) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2.0$ (à droite) pour une vitesse de faisceau $v_b = 2v_{Te}$. Nous avons représenté sur les figures au temps $\omega_{pe}t = 250$ grâce à un panel de couleurs (du rouge au bleu) le terme $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ calculé (en unités normalisées du code SMILEI soit $m_e^2 \omega_{pe}^3 / \mu_0 e^2$) ainsi que le potentiel électrostatique $-e\phi/k_B T_e$ sous la forme d'un isocontour afin de pouvoir repérer spatialement les structures. On observe plusieurs structures bien repérées par le potentiel électrostatique. Sur chacune d'elle, on observe des zones dissipatives pour lesquelles le terme $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} > 0$, où l'énergie est transférée des champs électromagnétiques aux particules, et des zones dites dynamo pour lesquelles le terme $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} < 0$ où l'énergie est transférée des particules aux champs. En moyenne, les transferts d'énergie s'équilibrent dans la structure elle-même et l'énergie totale y est conservée. On considère que l'isocontour du potentiel peut être approximé par une double gaussienne : $\phi = \phi_0 \exp(-r^2/2\ell_{\perp} - x^2/2\ell_{\parallel})$ (comme nous l'avons fait pour le modèle BGK dans le chapitre 5). Notons que le modèle 3D BGK est à symétrie axiale, tandis que celui des simulations (usage de coordonnées cartésiennes) considère les variations nulles selon une direction z et non-nulles selon les directions x et y . On suppose que tant que la courbure de la structure est négligeable à l'échelle du rayon de Larmor des électrons, la différence de géométrie entre les deux modélisations ne modifient pas les résultats significativement. En reprenant les notations de la transformée de Lorentz et à l'aide du modèle de Tao et al. (2011) reliant la valeur de la densité de courant à la perturbation de champ électrique dans le référentiel de la structure $\delta \mathbf{J}_{\perp} = -en_0 \delta \mathbf{E}' \times \mathbf{B}_0/B_0^2$ (ce courant est donc perpendiculaire à $\delta \mathbf{E}'$ donc $\delta \mathbf{J}_{\perp} \cdot \delta \mathbf{E}' = 0$), on peut calculer le terme $\delta \mathbf{J}_{\perp} \cdot \delta \mathbf{E}$ dans le référentiel du satellite :

$$\delta \mathbf{J}_{\perp} \cdot \delta \mathbf{E} = \delta \mathbf{J}_{\perp} \cdot (\delta \mathbf{E}' - \mathbf{v}_{EH} \times \delta \mathbf{B}') = -\mathbf{J}_{\perp} \cdot (\mathbf{v}_{EH} \times \delta \mathbf{B}') \simeq 0 \quad (6.6)$$

puisque dans le référentiel de la structure la composante $\delta \mathbf{B}'_{\perp}$ est supposée nulle (structure supposée magnéto-statique de révolution cylindrique). Les renversements des échanges d'énergie observés dans le référentiel du satellite sont donc dus aux variations du champ électrique parallèle : $\delta \mathbf{J}_{\parallel} \cdot \delta \mathbf{E}_{\parallel}$. En effet, la perturbation de courant parallèle $\delta \mathbf{J}_{\parallel}$ portée par la structure ne change pas de signe (voir la figure 5.7, où

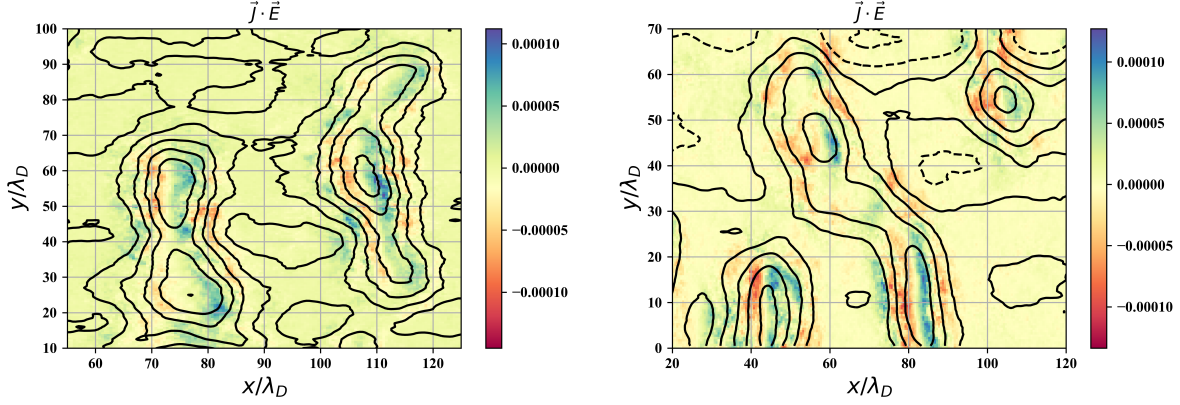


FIGURE 6.11 – Représentation du terme $\vec{J} \cdot \vec{E}$ à l'aide de l'échelle de couleurs et isocontour du potentiel $-e\phi/k_B T$ en coordonnées cartésiennes au temps $\omega_{pe}t = 250$ pour deux valeurs de champ magnétique : $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1.0$ (à gauche) et $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 2.0$ (à droite) dans les conditions du Runs param.

l'on observe une accumulation de charge symétrique en amont et en aval de la structure) et ce sont donc les variations de $\delta\mathbf{E}_{\parallel}$ associée à la structure de l'EH qui produisent les inversions du sens du transfert de l'énergie. Nous voyons que ces échanges d'énergie sont produits par le champ électrique parallèle. En effet, les échanges d'énergies visualisés sur la figure 6.11 sont localisés sur les zones de gradient parallèle de potentiel : $\nabla_{\parallel}\phi$. On peut noter que le terme non linéaire $\delta\mathbf{J}_{\parallel} \cdot \delta\mathbf{E}_{\parallel}$ est nul en intégrant sur l'échelle de la structure ce qui indique que la conservation de l'énergie est également vérifiée en moyenne à l'échelle de la structure.

II. 3 Comparaison avec les mesures de la mission MMS

Afin d'aller plus loin dans notre comparaison entre données expérimentales et résultats de simulations PIC, nous allons utiliser des mesures *in situ* spatiales récentes (*e.g.*, Steinvall et al., 2019a) pour fixer les paramètres d'initialisation de notre simulation et permettre une comparaison directe. La figure 6.12 présente les mesures (courbes en trait continu) de champs électrique δE (f) et magnétique δB (g) associées au passage d'un EH détecté par la mission MMS. Ces mesures sont ajustées à l'aide d'un modèle (courbes en tiret) présenté dans l'article Holmes et al. (2018). L'écart entre le δB mesuré et celui estimé par transformée de Lorentz δB_L plus celui estimé par la loi de Biot et Savart *i.e.* dû au courant électrique circulant dans l'EH $\delta B_d = \delta B_{\parallel}$ correspondant aux perturbations magnétiques résiduelles $\delta B_{Res} = \delta B - \delta B_L - \delta B_d$ est tracé dans le panneau (h). Sur le champ électrique, Steinvall et al. (2019a) présente le champ électrique mesuré (en trait plein) et le champ interpolé (en tirets). Les ajustements réalisés par Steinvall et al. (2019a) sur les champs magnétiques mesurés (en trait plein) correspondent à des corrections (en tirets) égale à la somme de $\delta B_d + \delta B_L$, où δB_d est la composante calculée par la loi de Biot et Savart et δB_L est la composante obtenue par la transformée de Lorentz. Dans le cas d'un EH rapide, δB_d calculé à partir de la loi Biot et Savart ajuste bien la perturbation parallèle mais il reste un résidu pour δB_{\perp} qui n'est pas bien ajusté par δB_L . Ce résidu est attribué à une onde whistler excitée par effet Tcerenkov. Par notre simulation, nous n'allons pas chercher à expliquer le terme résiduel mais à montrer que nous pouvons obtenir les termes δB_L et δB_d .

Les conditions initiales de la simulation sont : pour la température des électrons : $T_{e\parallel} = 2.8$ keV, pour la densité des électrons $n_e = 1,7 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$ et la valeur du champ magnétique ambiant $B_0 = 23$ nT. Ces valeurs nous permettent de calculer la fréquence plasma $\omega_{pe} = 7,4 \times 10^3$ rad/s et le rapport $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.55$ d'après la formule (6.1). Compte tenu du temps caractéristique d'observation d'un EH par un satellite (~ 1 ms) et de la résolution temporelle de la mesure de la fonction de distribution des électrons sur MMS de 30 ms (Pollock et al., 2016), il est difficile d'obtenir la forme de la fonction de distribution correspondante à la détection de l'EH. D'après les conclusions de notre étude paramétrique, nous faisons l'hypothèse que cette structure est générée par une instabilité de faisceau-plasma avec une densité de $n_b/n_0 = 0.2$ et l'estimation de la vitesse de l'EH donnée par Steinvall et al. (2019a) ; d'une vitesse de $v_b/v_{T_e} = 2.0$ (ce qui est proche des conditions observées sur la distribution de Holmes et al. (2018) – voir figure 5.10 à gauche). La figure 6.13 est le résultat de simulations pour le champ électrique ($\delta E_x, \delta E_y, \delta E_z$) et le champ magnétique ($\delta B_x, \delta B_y, \delta B_z$) au temps $\omega_{pe}t = 390$ et à $y = 170\lambda_{De}$. En pointillé sur la figure bi-dimensionnelle de δE_x , on représente la traversée de l'EH par un satellite virtuel dont les mesures sont

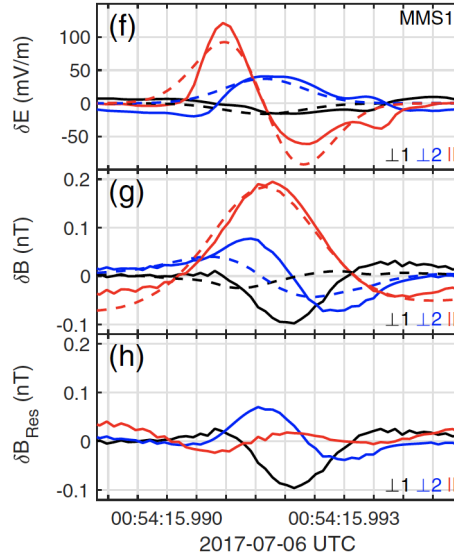


FIGURE 6.12 – Exemple d’EH mesuré par [Steinvall et al. \(2019a\)](#) : (f) le champ \mathbf{E} mesuré (en trait plein) et ajusté (en tirets), (g) le champ δB mesuré (en trait plein) et ajusté (en tirets) et (h) le champ δB dans le référentiel de la structure.

présentées sur les figures unidimensionnelles. À l’aide de la table [A.1](#) et de la fréquence plasma ω_{pe} , nous avons pu convertir les résultats en unité du système international. En comparant les deux figures [6.12](#) (f) et (g) et [6.13](#), on observe que les amplitudes correspondent et sont du même ordre de grandeur pour δE d’environ 100 mV/m et δB d’environ 0.1 nT. Les signatures bipolaire et monopolaire sur les composantes δE_x et δE_y du champ électrique respectivement sont présentes. Le fait que la forme bipolaire ne soit pas dans le même sens entre les deux figures concernant la composante δE_x est dû à la différence de sens de propagation de l’EH par rapport au satellite entre les mesures dans l’espace et dans la simulation. De plus, du fait du signal monopolaire sur le champ δB_x (ou δB_{\parallel}), on peut considérer que ces deux EHs ne sont pas purement électrostatiques dans leur repère. Dans notre simulation, on trouve que la longueur parallèle de la structure est de $\ell_{\parallel} \simeq 20\lambda_{De}$ et que la longueur perpendiculaire est de $\ell_{\perp} \simeq 30\lambda_{De}$. Leur rapport $\ell_{\perp}/\ell_{\parallel} = 1.5$ est en accord avec le rapport estimé à partir des mesures spatiales de 1.6 pour ces mêmes conditions. De plus, le potentiel électrostatique au fond du puits obtenu par la simulation est de $e\phi_0/k_B T = 1.1$ soit $\phi_0 = 3$ kV contre $e\phi_0/k_B T = 1.9$ soit $\phi_0 = 4.5$ kV. Comme on l’avait mentionné au chapitre précédent, toutes ces valeurs sont consistantes avec les conditions d’existence obtenues à partir de notre modèle théorique pour le cas $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.5$, $u_e = -2v_{Te}$ (voir les figures du chapitre [5](#) : [5.8](#)(c) et [5.9](#)(b)). Pour conclure, en prenant des conditions de simulations au plus proche de celles mesurées dans l’espace au moment de la détection des EHs, les structures non linéaires non purement électrostatiques obtenues sont qualitativement et quantitativement comparables avec celles détectées par la mission MMS. Ainsi, il nous est possible d’estimer les conditions du faisceau générant l’EH en considérant qu’il s’agit d’une instabilité faisceau-plasma avec une vitesse de faisceau $v_b = 2v_{Te}$, une densité de $n_b = 0.2n_0$ et une température $T_b = T_e/16$.

III. Résumé et conclusions

Dans ce chapitre, nous avons réalisé des simulations Particle-In-Cell d’instabilité faisceau plasma capable de générer des EHs à partir de conditions initiales comparables aux conditions fournies par les mesures *in situ* récentes de la mission spatiale MMS (*e.g.*, [Le Contel et al., 2017](#); [Holmes et al., 2018](#); [Steinvall et al., 2019a](#)). À l’aide d’une étude paramétrique, nous avons montré que les structures générées dépendent fortement des conditions du plasma dans lesquelles elles apparaissent. Les amplitudes des composantes du champ électrique et du puits de potentiel électrostatique :

- augmentent avec la densité du faisceau n_b/n_0 mais diminuent avec la vitesse v_b/v_{Te} ,
- augmentent avec l’intensité du champ magnétique ambiant B_0 (ω_{ce}/ω_{pe})

Les amplitudes des composantes du champ magnétique

- augmentent avec la densité du faisceau n_b/n_0

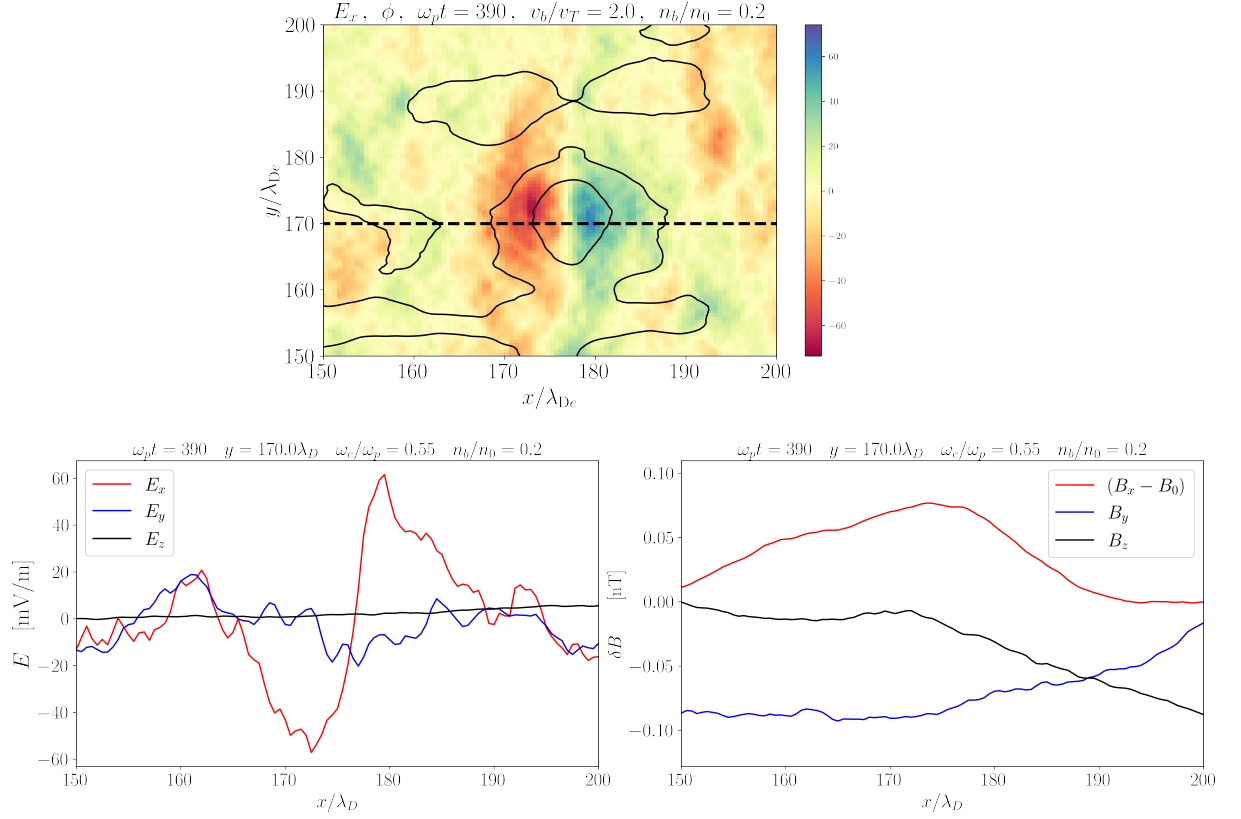


FIGURE 6.13 – Représentation (en haut) de E_x à l'aide de l'échelle de couleurs et isocontour du potentiel ϕ au temps $\omega_{pe}t = 390$. Représentation unidimensionnelle (en bas) des fluctuations du champ électrique δE_x , δE_y , δE_z en mV/m (à gauche) et celles du champ magnétique δB_x , δB_y , δB_z en nT (à droite) au temps $\omega_{pe}t = 390$ et à $y = 170\lambda_{De}$ dans les conditions du Run MMS

- ne présentent pas de tendance avec l'intensité du champ magnétique ambiant B_0 ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \in [0.8, 1, 2]$) en raison d'amplitudes trop faibles sauf dans le cas simulé pour les conditions observées par la mission MMS ($\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.55$) qui montrent une augmentation de la composante magnétique parallèle en accord avec les observations.

Ces résultats suggèrent que les cas faiblement magnétisés ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 0.55$) sont favorables à la formation de structures non purement électrostatiques ($\delta B_{\parallel} \neq 0$ dans le référentiel de la structure) alors que les cas fortement magnétisés ($\omega_{ce}/\omega_{pe} > 0.8$) correspondent à des EHs quasi électrostatiques ($\delta B_{\parallel}, \delta B_{\perp} \sim 0$ dans le référentiel de la structure).

Les échelles parallèles et perpendiculaires estimées sont en accord avec les résultats théoriques de notre modèle. Même si l'instabilité faisceau-plasma semble plus couramment invoquée pour l'interprétation des observations spatiales, il est également possible de générer des EHs à l'aide de l'instabilité de bi-faisceaux (Goldman et al., 1999) ou Buneman (Drake et al., 2003). Il serait donc intéressant d'étudier la formation de telles structures en simulant ces autres types d'instabilité dans des conditions proches de celles observées dans l'espace.

Lors des observations spatiales, il est courant d'estimer la vitesse de propagation de l'EH v_{EH} . Nous avons souhaité faire de même à l'aide de deux méthodes : (i) directement à l'aide du résultat de simulation en estimant le coefficient directeur et (ii) à l'aide de la méthode utilisée sur les données spatiales à partir de la transformée de Lorentz en régime faiblement relativiste et en négligeant la perturbation magnétique dans le repère de l'EH. L'estimation de la vitesse obtenue par la simulation montre que l'approximation utilisée pour estimer la vitesse de la structure à partir de la transformée de Lorentz nécessite que l'amplitude de la composante perpendiculaire du champ électrique (δE_{\perp}) de l'EH soit suffisamment grande et donc évaluée hors de l'axe de symétrie de l'EH (région où le gradient du potentiel électrostatique est maximum, contrairement au cas où on cherche à estimer le champ électrique parallèle).

Nous avons étudié, de plus, la conservation et la conversion spatiale de l'énergie sur la structure à l'aide du terme $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$. Nous avons montré qu'en raison du travail du champ électrique parallèle, $\delta \mathbf{J}_{\parallel} \cdot \delta \mathbf{E}_{\parallel}$, où le courant est porté par la structure, cette dernière possède des zones où $\delta \mathbf{J} \cdot \delta \mathbf{E}$ est non-nul : l'énergie

est alternativement transmise des particules aux champs régions dites « dynamo » puis du champs aux particules « régions dissipatives ». Ainsi, en moyenne à l'échelle de l'EH, l'énergie est conservée. Ce qui est cohérent avec sa stabilité sur plusieurs centaines de périodes plasma électronique. Par exemple, dans la magnétosphère, pour l'observation de [Steinvall et al. \(2019a\)](#) on a $\omega_{pe} = 7,0 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ donc une centaine de $2\pi/\omega_{pe}$ correspond à des temps de l'ordre de la milliseconde.

Finalement, nous avons montré que les EHs obtenus par instabilité faisceau-plasma via le code PIC (SMILEI) sont quantitativement et qualitativement comparables à ceux observés dans les mêmes conditions par la mission MMS. Ces simulations nous ont permis de suggérer les caractéristiques du faisceau en terme de densité et de température, paramètres encore difficilement accessibles par les mesures spatiales *in situ*. Ainsi, les simulations PIC (même bi-dimensionnelle) nous donnent des informations complémentaires sur les EHs et permettent de les étudier de façon plus complète et de mieux comprendre leur mécanisme de formation en fonction des conditions du plasma ainsi que leur structure interne.

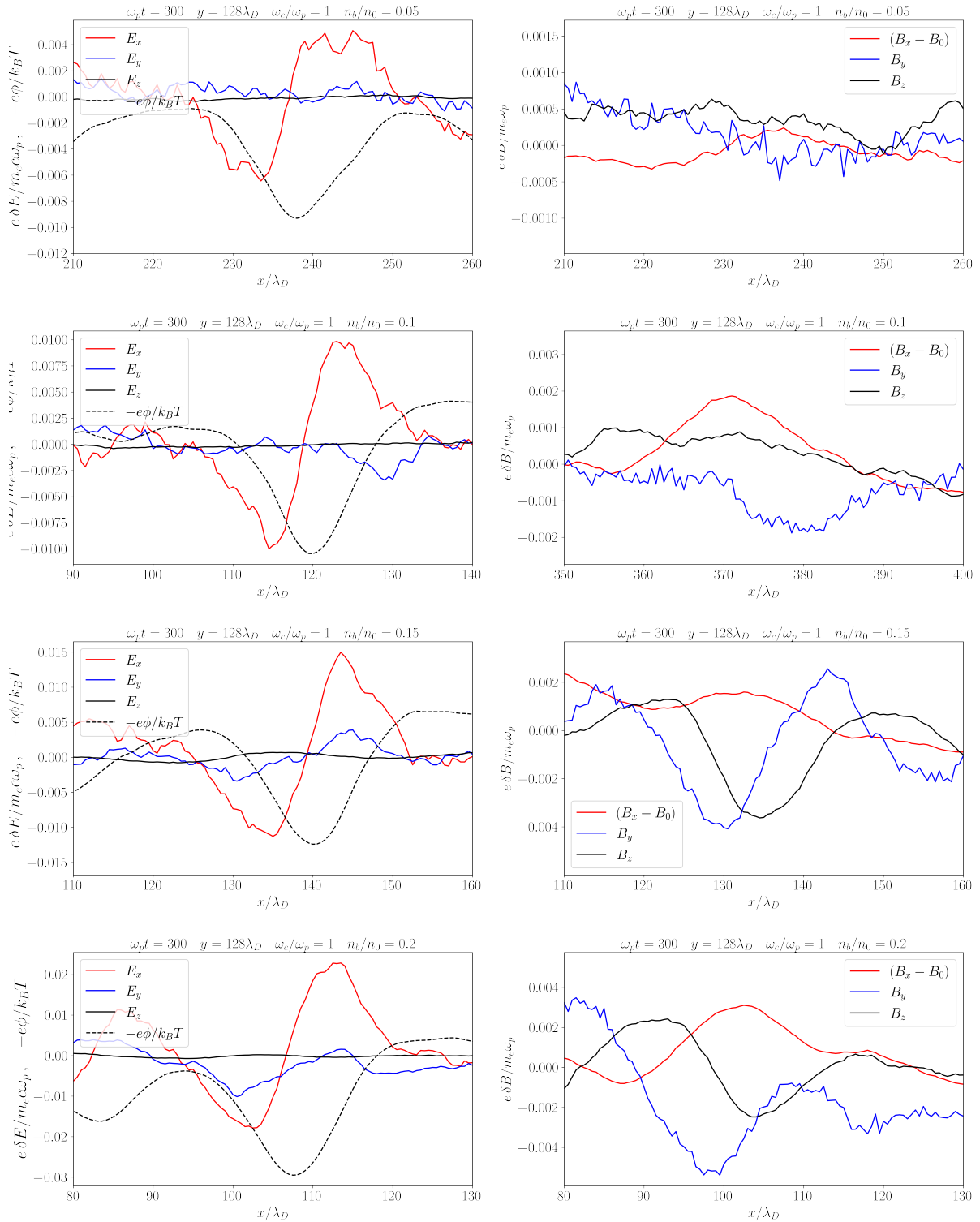


FIGURE 6.14 – Représentation unidimensionnelle des champs électriques E_x , E_y , E_z et le potentiel électrostatique ϕ (figures de gauche) ainsi que les champs magnétiques induits δB_x , δB_y , δB_z (figures de droite) au temps $\omega_{pe} t = 300$ et à $y = 128\lambda_{De}$ pour différentes valeurs de $n_b/n_0 = 0.05, 0.1, 0.15$ et 0.2 dans les conditions du Run Param (en particulier $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 1$)

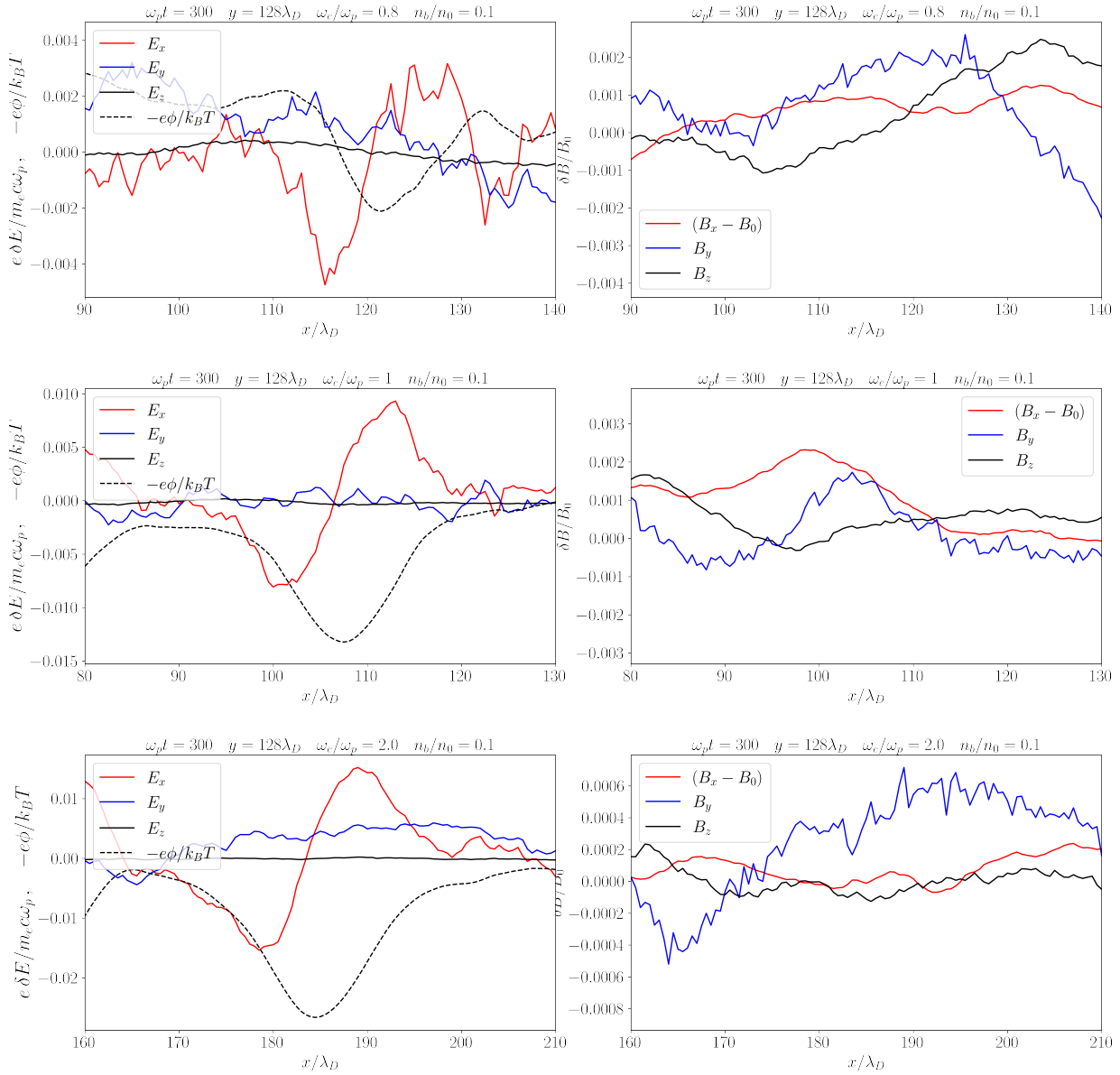


FIGURE 6.15 – Représentation unidimensionnelle des champs électriques E_x , E_y , E_z et le potentiel électrostatique ϕ (figures de gauche) ainsi que les champs magnétiques induits δB_x , δB_y , δB_z (figures de droite) au temps $\omega_{pe}t = 300$ et à $y = 128\lambda_{De}$ pour différentes valeurs de $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.8, 1.0$ et 2.0 dans les conditions du Run Param (en particulier $n_b/n_0 = 0.1$)

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Si, dans un cataclysme, toute notre connaissance scientifique devait être détruite et qu'une seule phrase passe aux générations futures, quelle affirmation contiendrait le maximum d'informations dans le minimum de mots ? Je pense que c'est l'hypothèse atomique (ou le fait atomique, ou tout autre nom que vous voudrez lui donner) que toutes les choses sont faites d'atomes - petites particules qui se déplacent en mouvement perpétuel, s'attirant mutuellement à petite distance les unes les autres et se repoussant lorsque l'on veut les faire se pénétrer. Dans cette seule phrase, vous verrez qu'il y a une énorme quantité d'information sur le monde, si on lui applique un peu d'imagination et de réflexion.

R. Feynman *Le cours de Physique de Feynman 1 : Mécanique*, (1963, traduction de 1999)

♪♪ [Guns and Roses – November Rain](#) (1991)

I. Conclusions

LES travaux présentés dans cette thèse se sont divisés en deux parties suite à sa réorientation durant la seconde année. Ces deux parties ont un point commun : l'*instabilité faisceau plasma* (ou instabilité de *bump-on-tail* en anglais).

Dans un premier temps, nous avons réalisé des simulations PIC 2D3V (le code SMILEI) avec un bruit numérique faible qui nous permettent de modéliser la relaxation d'un faisceau dans un milieu homogène dans des conditions se rapprochant le plus possible de celles observées dans le vent solaire. De façon auto-cohérente, la densité du faisceau et la taille de la boîte de simulation choisies permettent d'étudier les principaux modes des ondes électrostatiques et électromagnétiques associées aux émissions ω_{pe} et $2\omega_{pe}$. Nous avons décrit l'origine de ces émissions électromagnétiques par l'intermédiaire de couplages non-linéaires d'ondes dans le plasma. Ainsi, nous avons généralisé les études précédentes avec des conditions plus réalistes et qui nous ont permis d'étudier conjointement la génération des deux modes ω_{pe} et $2\omega_{pe}$. De plus, nous avons étudié la possibilité d'introduire dans la simulation, des fluctuations de densité aléatoires présentes dans le vent solaire. La modélisation de ces fluctuations de densité de très faible amplitude a nécessité un contrôle très strict du bruit numérique inhérent aux codes PIC.

Dans un second temps, nous avons étudié des structures particulières appelées *trous d'électrons dans l'espace des phases* (ou *electron phase space hole* en anglais, noté EH) existant dans de nombreuses régions de la magnétosphère terrestre. Cette étude a été menée sur deux aspects. Le premier aspect est théorique et repose sur le modèle Bernstein-Greene-Kruskal (BGK) permettant d'obtenir, pour une distribution (représentant le plasma) et un potentiel donné, les distributions et les densités des particules piégées et passantes associées à la structure non-linéaire stationnaire. A partir de cette approche, nous avons obtenu un modèle 3D cylindrique permettant de décrire les critères d'existence de ces structures incluant la dérive

de polarisation des électrons ayant un effet plus important en régime faiblement magnétisé ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \lesssim 1$). La prise en compte de ce terme reposant sur une approche centre-guide, ces résultats sont limités aux EHs ayant une échelle spatiale perpendiculaire plus grande que le rayon de Larmor des électrons. De plus, nous avons utilisé des conditions aux limites plus réalistes sur les fonctions de distribution des électrons qui incluent une vitesse de dérive u_e qui permet de décrire les structures lentes et rapides détectés dans l'espace ou bien en laboratoire. Ces compléments théoriques impactent de façon importante les fonctions de distribution et les densités d'électrons passants et piégés dans les EHs, ainsi que leurs conditions d'existence. Ainsi, la dérive de polarisation des électrons et une vitesse de dérive finie de leur distribution en vitesse parallèle tendent en effet à restreindre les possibilités d'existence des structures de petite échelle et de grande amplitude. Cependant, étant donné les conditions de validité de l'approche girocinétique sous-jacente, ces effets restent limités pour les structures de plus petite échelle ($\sim \lambda_{De}$). Ces développements théoriques permettent donc de mieux comprendre la structure auto-cohérente des trous d'électrons.

Le second aspect est une étude numérique de l'instabilité de faisceau-plasma permettant d'étudier la formation des EHs à partir de conditions initiales réalistes fournies par les observations spatiales *in situ* (comme par exemple à partir des mesures de la mission MMS) et de les comparer à celles observées. À l'aide d'une étude paramétrique, nous avons montré que les structures générées dépendent fortement des conditions du plasma dans lesquelles elles apparaissent. Les amplitudes des composantes du champ électrique et du puits de potentiel électrostatique :

- augmentent avec la densité du faisceau n_b/n_0 mais diminuent avec la vitesse v_b/v_{Te} ,
- augmentent avec l'intensité du champ magnétique ambiant B_0 (ω_{ce}/ω_{pe}).

Les amplitudes des composantes du champ magnétique

- augmentent avec la densité du faisceau n_b/n_0 ,
- ne présentent pas de tendance avec l'intensité du champ magnétique ambiant B_0 ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \in [0.8, 1, 2]$) en raison d'amplitudes trop faibles sauf dans le cas simulé pour les conditions observées par la mission MMS ($\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.55$) qui montrent une augmentation de la composante magnétique parallèle en accord avec les observations.

Ces résultats suggèrent que les cas faiblement magnétisés ($\omega_{ce}/\omega_{pe} \sim 0.55$) sont favorables à la formation de structures non purement électrostatiques ($\delta B_{\parallel} \neq 0$ dans le référentiel de la structure) alors que les cas fortement magnétisés ($\omega_{ce}/\omega_{pe} > 0.8$) correspondent à des EHs quasi électrostatiques ($\delta B_{\parallel}, \delta B_{\perp} \sim 0$ dans le référentiel de la structure). Cela suggère d'étendre le domaine de magnétisation de l'étude et de rechercher des valeurs de ω_{ce}/ω_{pe} plus petites. Les échelles parallèles et perpendiculaires estimées à partir des résultats de simulation sont en accord avec les résultats théoriques de notre modèle. En comparant l'estimation de la vitesse obtenue par la simulation avec l'approximation utilisée pour estimer la vitesse de la structure à partir de la transformée de Lorentz, nous avons mis en évidence que cette dernière méthode nécessite que l'amplitude de la composante perpendiculaire du champ électrique (δE_{\perp}) de l'EH soit suffisamment grande et donc évaluée hors de l'axe de symétrie de l'EH (région où le gradient du potentiel électrostatique est maximum, contrairement au cas où on cherche à estimer le champ électrique parallèle). Nous avons étudié, de plus, la conservation et la conversion spatiale de l'énergie sur la structure à l'aide du terme $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ (où \mathbf{E} est le champ dans le référentiel du satellite) et montré que la structure possède des zones où $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}'$ (où \mathbf{E}' est le champ dans le référentiel de la structure) est non-nul (l'énergie étant alternativement transmise des particules aux champs régions dites « dynamo » puis du champs aux particules « régions dissipatives »). Cependant, à l'échelle de l'EH, l'énergie est en moyenne conservée ce qui est cohérent avec sa stabilité sur plusieurs centaines de périodes plasma.

Finalement, nous avons montré que les EHs obtenus par instabilité faisceau-plasma via le code PIC (SMILEI) sont quantitativement et qualitativement comparables à ceux observés dans les mêmes conditions par la mission MMS. Ces simulations nous ont permis de suggérer les caractéristiques du faisceau en terme de densité et de température, paramètres encore difficilement accessibles par les mesures spatiales *in situ*. Ainsi, les simulations PIC (même bi-dimensionnelles) nous donnent des informations complémentaires sur les EHs et permettent de les étudier de façon plus complète et de mieux comprendre leur mécanisme de formation en fonction des conditions du plasma ainsi que leur structure interne.

II. Perspectives

Certains travaux présentés dans cette thèse n'ont malheureusement fait qu'effleurer différents problèmes concernant tout à la fois l'interaction faisceau-plasma et certaines structures pouvant leur être associées, tels que les trous d'électron dans l'espace des phases. Il reste donc de très nombreuses questions à approfondir dont la liste exhaustive serait beaucoup trop longue mais dont nous pouvons au moins décrire celles qui nous semblent les plus importantes dans le cadre de cette étude.

II. 1 Emissions électromagnétiques issues de type III

Le début de mon travail qui portait sur l'interaction faisceau-plasma dans le cadre des sursauts de type III a permis de mettre en évidence que dans le cadre de simulations les plus réalistes possibles, certaines limitations numériques devaient être surmontées. Celles-ci sont essentiellement de deux types : (i) obtenir un bruit numérique inhérent aux codes PIC très en-dessous des fluctuations du vent solaire modélisé et (ii) inclure l'ensemble des longueurs d'onde/fréquences misent en jeu dans ce type d'interaction. Si le premier aspect a été résolu grâce à l'utilisation du code SMILEI optimisé sur super-calculateurs par l'introduction d'un nombre très important de particules par point de grille, les temps de calculs nécessaires pour obtenir la saturation des instabilités électrostatiques et électromagnétiques ont imposé un compromis concernant la taille de la boîte de simulation. Cette limitation ayant un impact direct sur la capacité de ce type de simulation à inclure l'ensemble des processus physiques qui nous intéresse, il me semble souhaitable d'augmenter la taille du maillage des simulations. La mise en service récente d'une grappe de GPU (super-calculateur AdAstra au CINES) pour laquelle le code SMILEI a été optimisé ces derniers mois nous permet maintenant de pouvoir lever cette limitation et d'envoyer des simulations les plus complètes possibles. En effet, afin de caractériser au mieux les émissions ω_{pe} et $2\omega_{pe}$ l'espace doit être augmenté d'un facteur 2 à 3 (soit $2098\lambda_{De}$ à $4362\lambda_{De}$) dans au moins une des deux directions de l'espace (en particulier dans la direction du faisceau). Ainsi, cela permettrait de mieux discrétiser l'espace de Fourier associé et donc d'obtenir une étude approfondie des émissions à ω_{pe} .

En parallèle, pour un modèle se rapprochant des conditions réelles du vent-solaire, la prise en compte de fluctuations aléatoires permettrait de mieux caractériser ces émissions et les phénomènes associés car elles modifient les conditions de résonances et d'interactions des ondes présentes dans le milieu. Mon travail sur cette problématique a permis d'identifier une piste de recherche en montrant la faisabilité d'une telle approche dans le cadre de simulations PIC avec un temps de calcul raisonnable. Cette étude aurait pour but de permettre une comparaison des résultats de modèles théoriques (par exemple [Krafft et al., 2013, 2014](#); [Krafft and Volokitin, 2016, 2017](#)) avec des résultats de simulations PIC auto-cohérentes et des observations spatiales (par exemple fournies par les missions évoluant dans le vent solaire WIND, STEREO, SOLAR ORBITER ou encore PARKER SOLAR PROBE).

Enfin, le plasma entre le Soleil et la Terre évoluant avec un champ magnétique ambiant (comme nous l'avons vu dans la table 1.4), une étude paramétrique suivant le rapport ω_{ce}/ω_{pe} , comme nous l'avons menée pour les trous d'électrons, permettrait d'étudier les émissions ω_{pe} et $2\omega_{pe}$ ainsi que les caractéristiques des couplages d'ondes dans le plasma faiblement magnétisé du vent solaire, le long de leur trajet entre le Soleil et la Terre. Cette étude paramétrique me semble être une priorité si l'on veut déterminer avec précision l'origine et la source des émissions électromagnétiques observées au niveau des sursauts de type III.

II. 2 Les trous d'électrons dans la magnétosphère

Étendre le modèle BGK

Nous pouvons noter qu'une partie du modèle BGK a été simplifiée : l'impact possible des ions sur la structure des EHs. La prise en compte des ions pourrait permettre de mieux comprendre l'impact possible des EHs sur la conductivité du plasma. Dans les calculs effectués précédemment, nous avons négligé la contribution des ions introduit par l'équation (5.12) (*i.e.* le terme $f_t^{(c)}$) en supposant que ceux-ci n'apparaissent que sous la forme d'un fond neutralisant immobile en raison du rapport des masses et donc tout simplement en négligeant le terme $f_t^{(c)}$. Une perspective serait de déterminer le terme $f_t^{(c)}$ négligé précédemment. La prise en compte des ions pourrait être particulièrement importante pour les EHs dont la vitesse est lente et proche de la vitesse thermique des ions. De plus, cette étude pourrait nous permettre de nous pencher sur un autre type de structure moins connue : les trous d'ions (ou ions phase-space hole en anglais). En effet on peut noter un facteur 4 à 5 fois moins le nombre d'article faisant référence à ces structures. Pourquoi en parle-t-on moins ? Il pourraient être d'une échelle plus grande et donc, plus simple à détecter dans les données. La difficulté vient-elle du fait qu'il faut correctement prendre en compte les deux dynamiques : des électrons et des ions pour bien les décrire ?

Comparaison entre données de missions spatiales et résultats de simulations

Nous pourrions compléter notre étude par la génération de trous d'électrons par l'instabilité bi-faisceaux. Comme nous l'avons souligné dans le chapitre 5, l'étude comparée de structures générées par l'instabilité faisceau-plasma et l'instabilité bi-faisceaux dans des conditions correspondant aux observations *in situ* spatiales permettrait de confirmer que les trous d'électron lents ($v_{EH} \leq c/100$) sont issus de

l'instabilité bi-faisceau et que les trous d'électrons rapides ($v_{\text{EH}} \sim c/4$) sont issus de l'instabilité faisceau-plasma. Enfin, le chapitre 6 nous a permis de montrer que les simulations peuvent générer qualitativement et quantitativement des structures comparables aux simulations. Ainsi, il est possible de modéliser les structures observées à l'aide de simulations PIC en supposant certaines valeurs de paramètres auxquelles nous n'avons pas encore accès par les observations (densité et vitesse du faisceau). Comme nous pouvons former des structures de grande amplitude, il pourrait être possible d'étudier, par des simulations, les instabilités transverses pouvant déstabiliser les EHs. Il est également intéressant de souligner que le code SMILEI peut être utilisé dans des configurations géométriques 3D (cartésienne ou cylindrique), ce qui permettrait d'étudier ce type de structure en intégrant aussi les deux dimensions perpendiculaires. De telles simulations permettraient d'analyser la forme des EHs de façon plus réaliste, notamment le rapport entre les dimensions parallèle et perpendiculaire à \mathbf{B}_0 , dans une géométrie à symétrie de révolution cylindrique. À partir des méthodes développées dans l'étude de [Steinvall et al. \(2019a,b\)](#), une investigation à l'aide de simulations PIC (2D ou 3D) pourrait permettre de comprendre l'émission possible d'ondes haute fréquence whistler émises par les EHs.

Des données, des données et encore des données ...

Actuellement, les observations spatiales *in situ* disponibles indiquent qu'il existe différents régimes pour lesquels ces structures sont observées et avec des caractéristiques différentes (régime fortement ou faiblement magnétisé, structures lentes/rapides, de tailles et de formes différentes, structures quasi-électrostatiques ou avec composante magnétique dans le référentiel de la structure, *etc.*). Dans le système solaire, plusieurs missions spatiales ont observé des EHs comme WIND, GEOTAIL, CASSINI, CLUSTER, MMS, SOLAR ORBITER, PARKER SOLAR PROBE, *etc.* Ces nombreuses missions fournissent une immense quantité de données multi-instruments et parfois multi-points. Une étude statistique sur un grand nombre de ces structures pourrait donc nous apporter beaucoup plus d'informations notamment sur leur impact sur la dissipation à l'échelle électronique et leur rôle possible sur la résistivité du plasma et sa dynamique globale en fonction des différents régimes. Avec les méthodes de détection « classiques », il est difficile et fastidieux de différencier la nature exacte des structures dans le plasma. Cependant, on peut mentionner l'étude d'[Hansel et al. \(2021\)](#) qui a réalisé une étude statistique, à l'aide du détecteur d'ondes solitaires intégré à bord de chaque satellite MMS (en anglais, *Solitary Wave Detector*), enregistrant automatiquement les structures non-linéaires dans le domaine temporel détectées au sein de la magnétosphère terrestre. Dans cette étude, les structures sont identifiées à l'aide de la signature bipolaire du champ électrique, une propagation parallèle au champ magnétique local et grâce à une résolution temporelle très élevées (< 2 ms). Le développement de nouveaux outils statistiques est donc indispensable pour étudier ces nombreuses structures non-linéaires détectées dans différents contextes tels que les chocs, les queues magnétosphériques planétaires, les ceintures de radiation, *etc.* De plus, ces techniques pourraient être généralisées pour identifier plus spécifiquement certains types de structure non-linéaires tels que les EHs. Il serait également possible d'utiliser des algorithmes basés sur les techniques du « *machine learning* » afin de faire une reconnaissance automatique de ces structures (spatiale et temporelle). Cette reconnaissance pourrait permettre d'établir également des classifications plus précises (par exemple en fonction de la région, de la vitesse des EHs, *etc.*) de ces structures afin de comparer à des simulations numériques et des modèles théoriques développés dans les conditions observées (comme BGK pour valider des conditions d'existence de ces structures) afin d'obtenir des catalogues. On peut mentionner qu'il existe déjà des études concernant le système héliosphérique basé sur des méthodes de « *machine learning* » comme par exemple la détection automatique d'événement (temporels et spatiaux) énergétiques comme les éjections de masse coronale ([Nguyen et al., 2019](#)) ou les sursauts solaires. Cette technique permet aussi la classification des régions de la magnétosphère ([Breuillard et al., 2020](#)) et la classification puis la recherche de mécanismes de génération d'onde dans le cadre de jets de plasmas dans la magnétogaine à l'aide de la mission MMS ([Krämer et al., 2023](#)).

UNITÉS, NOTATIONS ET COMPLÉMENTS

Comment se fait-il que la mathématique, qui dans les sciences est à la fois la bonne à tout faire et la reine des sciences, soit si utile à cette « cuisinière malpropre et performante » qu'est la physique ?

G. Châtelet, *Les Enjeux du mobile : Mathématiques, physique, philosophie* (1993)

♪♪ Aden Foyer – *Galileo Galilei* (2023)

On présente, ici, les changements d'unités présents dans cette thèse (SI, unités normalisées du Code). Dans la suite, on ajoute des compléments sur les fonctions particulières utilisées dans cette thèse.

I. Les conversions d'unités du code Smilei en SI

Comme précisé dans la partie normalisation de la section I, la donnée d'une grandeur de référence nous permet d'effectuer les conversions adéquates en quantités physiques ici, ω_{pe} la fréquence plasma électronique. On note les quantités normalisées à l'aide d'un $\hat{\cdot}$.

Grandeur	Unité SI	Normalisation	Conversion (en SI)
Temps	s	$\hat{t} = \omega_{pe} t$	
Longueur	m	$\hat{\ell} = \frac{\omega_{pe} \ell}{c}$	$\ell = 3 \cdot 10^8 \omega_{pe}^{-1} \hat{\ell}$
Champ électrique	V/m	$\hat{E} = \frac{eE}{m_e c \omega_{pe}}$	$E = 2 \cdot 10^{-4} \omega_{pe} \hat{E}$
Champ magnétique	T	$\hat{B} = \frac{eB}{m_e \omega_{pe}}$	$B = 1 \cdot 10^{-12} \omega_{pe} \hat{B}$
Densité	m ⁻³	$\hat{n} = \frac{e^2 n}{m_e \varepsilon_0 \omega_{pe}^2}$	$n = 2 \cdot 10^{-4} \omega_{pe}^2 \hat{n}$
Énergie	J	$\hat{U} = \frac{U}{m_e c^2}$	$U = 8 \cdot 10^{-14} \hat{U}$
Courant	A/m ²	$\hat{J} = \frac{eJ}{m_e c \varepsilon_0 \omega_{pe}^2}$	$J = 1 \cdot 10^{-14} \omega_{pe}^2 \hat{J}$

TABLE A.1 – Conversion (unité normalisée ↔ SI) pour Smilei

II. La fonction de Fried & Conté

Introduite dans la section II.3, la fonction de [Fried and Conte \(2015\)](#) est aussi appelée la fonction plasma. Elle est définie comme :

$$\mathcal{Z}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{x - \xi} dx$$

La fonction de \mathcal{Z} est souvent calculée pour deux limites : $\xi \ll 1$ et $\xi \gg 1$, faisant apparaître un développement asymptotique de polynômes en ξ :

$$\begin{cases} \mathcal{Z}(\xi) \stackrel{\xi \ll 1}{\approx} i\sqrt{\pi}e^{-\xi^2} - \frac{1}{\xi} \left(1 + \frac{2}{3\xi^2} + \frac{3}{4\xi^4} \right) \\ \mathcal{Z}(\xi) \stackrel{\xi \gg 1}{\approx} i\sqrt{\pi}e^{-\xi^2} - 2\xi \left(1 - \frac{2}{3}\xi^2 - \frac{3}{4}\xi^4 - \dots \right) \end{cases}$$

Une valeur intéressante est en $\mathcal{Z}(\xi = 0) = i\sqrt{\pi}$: il n'y a pas de contribution de la partie principale. La fonction de Fried et Conté possède les propriétés suivantes :

- $\mathcal{Z}(\xi)$ vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\mathcal{Z}}{d\xi^2} + 2(\xi + 1)\mathcal{Z}(\xi) = 0 \quad \text{avec} \quad \mathcal{Z}(\xi = 0) = i\sqrt{\pi}$$

- Pour un argument $\xi = x + iy = x$ réel (soit $y = 0$), on peut écrire que :

$$\mathcal{Z}(x) = e^{-x^2} \left(i\sqrt{\pi} - 2 \int_0^x e^{u^2} du \right)$$

et lorsqu'il est imaginaire ($\xi = iy, x = 0$), il vient que :

$$\mathcal{Z}(iy) = i\sqrt{\pi}e^{y^2}(1 - \operatorname{erf}(y)) \quad \text{où} \quad \operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-u^2} du$$

- La fonction vérifie la relation de symétrie suivante : $\mathcal{Z}(\xi^*) = -\mathcal{Z}^*(-\xi)$.

III. À propos de la FFT 2D : amplitude et aliasing

Numériquement, pour effectuer une transformée de Fourier on utilise une méthode appelée *Fast Fourier Transform* (en abrégé FFT) utilisant la transformée de Fourier discrète et demandant de porter une attention particulière à deux conditions que nous allons discuter ici.

III.1 Aliasing et condition de Shannon-Nyquist

Si on considère un signal issu d'une simulation bi-dimensionnelle, noté $A(x, y, t)$, qui peut être dans notre cas le champ électrique E_x , le champ magnétique B_z ou la densité des électrons n_e , etc. La transformée de Fourier discrète de ce signal est :

$$\hat{A}(k_x, k_y, \omega) = \text{TF}_{\text{Disc.}}[A(x, y, t)] = \frac{1}{\mathcal{N}_x \mathcal{N}_y \mathcal{N}_t} \sum_{m,p,q} A(x, y, t) \exp[-i(k_x x_m + k_y y_p + \omega t_q)]$$

où $\mathcal{N}_x, \mathcal{N}_y, \mathcal{N}_t$ les nombres de points (ou les nombres de modes) dans les directions x, y, t respectivement limitant le nombre de k_x, k_y, ω accessibles. Ainsi, $k_{j,n}$ existe N_j fois (où $j = \{x, y\}$ ou ω) tel que : $k_{j,n} = 2\pi n_j / L_j$ avec $n_j \in [-N_j/2; N_j/2]$ sur une longueur $L_j = N_j \Delta_j$ de grille. Ce qui nous donne accès à la valeur maximale de $k_{j \max} = N_j \pi / L_j$ et le pas de grille (plus petite échelle résolue) dans l'espace spectral : $\Delta k_j = 2\pi / L_j$ variant de $[-k_{j \max}; k_{j \max}]$. Le *théorème de Shannon-Nyquist* indique que pour qu'un signal soit correctement décrit par une transformée de Fourier discrète, il faut que la valeur maximale d'échantillonnage soit supérieure au double de la valeur souhaitée :

$$2k_{j \text{ attendu}} \leq k_{j \max}$$

C'est pour cela qu'il faut choisir avec précaution les valeurs maximales et les pas de temps de la simulation pour éviter, en particulier, le phénomène d'*aliasing*. Pour ne pas altérer le signal, il faut choisir un certain nombre de points de grille (la résolution). La figure A.1 montre une illustration de ce phénomène. Un certain nombre de points différents (rouge ou mauve) peuvent correspondre à plusieurs signaux qui ne sont alors plus correctement définis.

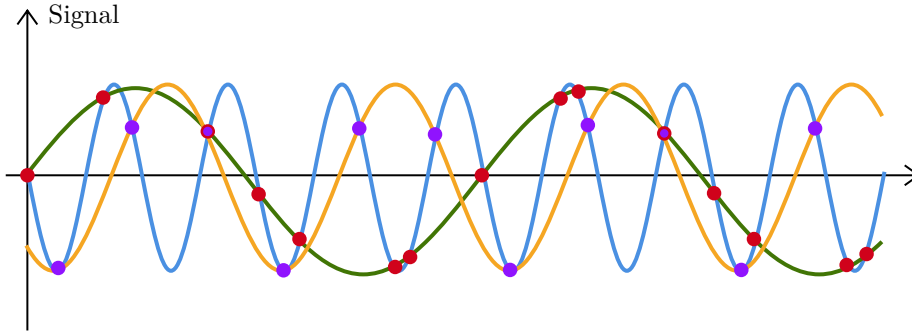


FIGURE A.1 – Représentation du phénomène d'Aliasing

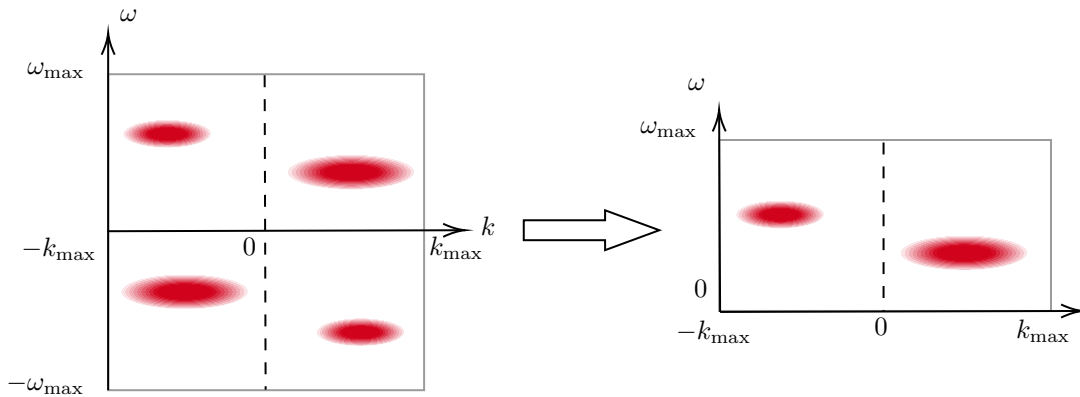


FIGURE A.2 – Représentation schématique de la correction d'amplitude à l'aide des symétries

III. 2 Correction d'amplitude sur les relations de dispersion

Au cours de la transformée de Fourier discrète, lorsque l'on représente $|A(k_j, \omega)|^2$ soit la relation de dispersion de l'énergie associée au champ A , on observe une symétrie sur l'axe ω . Afin d'aider à la représentation, nous allons nous concentrer sur la moitié de cet axe soit $\omega \in [0; \omega_{\max}]$ (comme représenté sur la figure A.2). Lors de la réalisation de la FFT, l'énergie a été répartie également dans les deux cadrants $[-\omega_{\max}; 0]$ et $[0; \omega_{\max}]$ et donc la représentation d'un seul quadrant induit une énergie en deçà de l'énergie réelle. Pour palier à cela, nous appliquons une correction en amplitude (déterminée à l'aide du théorème de Parseval-Plancherel). Soit le champ $A(x, y, t)$ et sa transformée de Fourier $\hat{A}(k_x, k_y, \omega)$, l'identité de Parseval s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{A}|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 dt \quad \Rightarrow \quad 2 \int_0^{+\infty} |\hat{A}|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 dt$$

Du fait que l'on peut écrire le champ réel (et la transformée de Fourier) comme étant une somme sur les ℓ modes d'excitation spectraux ω_ℓ tels que :

$$A(k_x, k_y, t) = \sum_{\ell} A_{\ell}(k_x, k_y) e^{-i\omega_{\ell} t} \quad \text{et} \quad \hat{A}(k_x, k_y, \omega) = \sum_{\ell} \bar{A}_{\ell}(k_x, k_y) e^{i\omega_{\ell} t}$$

Alors, en reprenant l'identité de Parseval, on a : $2|\hat{A}_{\ell}|^2 = |A_{\ell}|^2$ donc $\sqrt{2}\hat{A}_{\ell} = A_{\ell}$.

IV. Les fonctions d'erreur gaussienne

La fonction d'erreur est une fonction usuelle entière définie comme

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

Celle-ci se retrouve en probabilité (en particulier avec la loi Normale) et dans les problèmes de diffusion. La fonction $x \rightarrow \exp(-x^2) \text{erf}(x)$ est la solution de l'équation différentielle $y'' - 2xy' - 2y = 0$. On peut

noter une valeur importante $\operatorname{erf}(0) = 0$ ainsi que deux limites :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \operatorname{erf}(x) = \pm 1$$

Par extension, cette fonction permet de définir :

- la fonction d'erreur complémentaire erfc telle que $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$.
- la fonction d'erreur imaginaire erfi telle que $\operatorname{erfi}(z) = -i\operatorname{erf}(iz)$.
- l'intégrale de Dawson $D(x)$ comme

$$D(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{y^2} dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-x^2} \operatorname{erfi}(x)$$

En calcul formel (et numérique), elle peut-être définie à l'aide d'une série entière

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)n!}$$

APPROFONDISSEMENT SUR LES EHS

On n'oublie jamais les gens qu'on a rencontrés, on a juste du mal à s'en souvenir.

H. Miyazaki, *Le voyage de Chihiro* (2001)

♪♪ Joe Hisaishi – *The Dragon Boy* (2001)

I. Généralités sur les structures

L'étude de [Ergun et al. \(1998a\)](#) a permis de mettre en évidence, à partir des données de la mission FAST récoltées dans les régions aurorales, des preuves convaincantes de l'accélération des particules par des champs électriques quasi-statiques, alignés sur le champ magnétique dans ces régions. Ces observations de structures de champs électriques non linéaires peuvent jouer un rôle dans le soutien des champs électriques parallèles. En complément de l'étude précédente, cette même équipe [Ergun et al. \(1998b\)](#) a montré l'existence de structures à l'échelle de Debye que l'on peut associer à un potentiel électrostatique dans la direction parallèle représentant des structures à petite échelle qui sont des trous de l'espace de phase électronique. [Franz et al. \(2000\)](#) réalise une étude qui s'attache cette fois-ci à l'étude de ces structures EHs dans la direction perpendiculaire grâce à la mission POLAR permettant d'en déduire une géométrie bidimensionnelle : si $\omega_{ce} > \omega_{pe}$ alors les EHs sont grossièrement sphériques et deviennent plus ellipsoïde (où l'échelle perpendiculaire est plus grande que l'échelle parallèle) avec la diminution du rapport ω_{ce}/ω_{pe} . À partir des données et d'un raisonnement d'échelle gyrocinétique, Franz en déduit la relation [B.1](#) entre la direction parallèle (ℓ_{\parallel}) et perpendiculaire (ℓ_{\perp}) des EHs dans l'objectif de faire un lien entre les observations de GEOTAIL (où $\omega_{ce} < \omega_{pe}$) et celle de FAST (où $\omega_{ce} > \omega_{pe}$) :

$$\frac{\ell_{\parallel}}{\ell_{\perp}} \simeq \sqrt{1 + \frac{\rho_e^2}{\lambda_{De}^2}} \quad (\text{B.1})$$

Cette relation sera régulièrement utilisée lors d'études ultérieures (*e.g.* [Le Contel et al., 2017](#); [Hadid et al., 2021](#)) afin d'estimer le rapport $\ell_{\parallel}/\ell_{\perp}$ ou de déterminer une longueur (ℓ_{\parallel} ou ℓ_{\perp}) par rapport à une autre (ℓ_{\perp} ou ℓ_{\parallel} respectivement). [Franz et al. \(2005\)](#) ont effectué des observations supplémentaires grâce à la mission POLAR d'EHs électrostatiques qui se propagent dans les directions parallèles et antiparallèles aux lignes de champs magnétiques. Dans l'ensemble et grâce à de nombreuses observations (*e.g.* [Franz et al., 2005](#); [Andersson et al., 2009](#); [Norgren et al., 2015](#); [Le Contel et al., 2017](#); [Steinvall et al., 2019b](#)) d'EHs de faible amplitude ($E < 0,1$ mV/m), les principales caractéristiques des EHs ont été acquises, elles permettent d'en déduire que :

- leurs échelles typiques sont de l'ordre de la longueur de Debye
- leurs vitesses sont de l'ordre de la vitesse thermique des électrons
- les potentiels électrostatiques sont petits par rapport à l'énergie thermique des électrons ($e\phi_0/k_B T_e \ll 1$).

Afin d'aller plus loin, une analyse de type Bernstein-Green-Kruskal (BGK) a été faite qui a permis de prédire une relation entre la taille d'échelle minimale autorisée, l'amplitude du potentiel et sa vitesse. Les EHs solitaires observées sont cohérentes avec ces prédictions (voir les travaux de [Chen et al. \(2005\)](#) par exemple).

II. Observations EHs non purement électrostatiques

Les travaux menés par [Andersson et al. \(2009\)](#), à l'aide de la mission THEMIS dans la couche de plasma (« plasma sheet » en anglais), ont montré une première détection d'un EHs qui peut être associé à une perturbation magnétique perpendiculaire au vecteur \mathbf{B}_0 et donc à l'existence d'EHs d'origine électromagnétique. À l'inverse, des précédents électrostatiques, les EHs électromagnétiques détectés sont de grande amplitude (~ 100 mV/m) ont des vitesses élevées ($\sim 0.3c$) et une taille caractéristique de plusieurs longueurs de Debye. Ces EHs ont un potentiel central relativement important, suggérant un comportement fortement non linéaire à proximité, comme une reconnexion magnétique par exemple, même si cela n'a pas été observé. En compléments des observations précédentes, [Tao et al. \(2011\)](#) a développé un modèle théorique pour expliquer l'existence des EHs électromagnétiques par l'impact de la dérive $\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$. Via la transformée de Lorentz, Tao montre que l'on peut estimer la vitesse des EHs à partir des champs électromagnétiques. Cette technique est utilisée régulièrement afin d'estimer les vitesses de EHs (*e.g.* [Le Contel et al., 2017](#)). En 2013, grâce à la mission WIND, [Malaspina et al. \(2013\)](#) observe la présence d'EHs électrostatiques dans le vent solaire associés à la présence de couche de courant parallèle au champ magnétique qui indique que l'origine des EHs doit être dû à une instabilité dont l'origine peut-être d'après ces auteurs de type : instabilité de Buneman et/ou doubles faisceaux. [Norgren et al. \(2015\)](#) fait des observations, avec la mission CLUSTER, d'EHs électrostatiques ayant une faible vitesse de phase de l'ordre de 150–600 km/s et le potentiel électrostatique est faible $e\phi_0/k_B T_e \sim 0,1$, il s'agit de la première observation de ce type de structure. Ces EHs ne sont pas seulement observées autour de l'environnement terrestre mais aussi plus loin dans notre système solaire. Par exemple, la même année, on a pu observer des EHs autour de Saturne (et Encelade) grâce à la mission CASSINI ([Pickett et al., 2015](#)). Dans le cadre des observations effectuées par les sondes de VAN ALLEN, [Vasko et al. \(2015\)](#) relatent des observations d'EHs dans la ceinture de radiation. Les auteurs discutent de la présence d'une dépression magnétique qui pourrait induire une anisotropie de température ($T_{\parallel}/T_{\perp} \sim 0,5$). Ainsi, ils en concluent que les trous d'électrons observés pourraient être générés en raison d'injections d'électrons de couches de plasma hautement anisotropes dans la ceinture de radiation extérieure (voir les travaux de 2016 de ([Vasko et al., 2016](#))). En complément, deux années plus tard, cette même équipe détecte environ une centaine EHs dans la ceinture de radiation (toujours par les sondes de VAN ALLEN) se propageant de l'équateur vers des latitudes plus élevées. Ils en déduisent que le processus de génération de ces EHs créé des électrons dans une gamme d'énergie jusqu'à la dizaine de keV. Les EHs observés sont rapides (par rapport à la vitesse thermique électronique), de grande amplitude (de l'ordre de 100 V) et de grande taille ($\ell_{\parallel} \sim 100\lambda_{De}$ et $\ell_{\parallel} < \ell_{\perp}$) ([Vasko et al., 2017](#)). On peut aussi mentionner les observations faites par la mission MMS. C'est ainsi que dans la queue de la magnétosphère, [Le Contel et al. \(2017\)](#) observent des EHs électromagnétiques ayant une structure interne et des propriétés cohérentes avec une structure potentielle cylindrique. Dans un régime faiblement magnétisé, les EHs semblent se former à partir d'une instabilité de type *bump-on-tail*. De plus, associés aux EHs, on observe la génération d'ondes whistler. Avec les mêmes satellites, [Holmes et al. \(2018\)](#) fait l'observation d'une trentaine d'EHs électromagnétiques, qui grâce aux quatre satellites permet d'obtenir de façon plus précise leur géométrie et leur vitesse. [Steinvall et al. \(2019a\)](#) réalise une étude statistique de 236 structures EHs permettant l'étude détaillée de leurs propriétés. Cette étude montre de façon plus approfondie la détermination de la taille perpendiculaire et parallèle des structures et en particulier pour les EHs ellipsoïdes. De plus, le couplage entre les électrons et les ions semble jouer un rôle non négligeable dans la vitesse et le potentiel de ces EHs. Il réalise une analyse plus approfondie à plusieurs satellites des contributions du champ magnétique dans (*i*) la transformée de Lorentz, (*ii*) la dérive des électrons dans l'EH et (*iii*) l'émission Tcherenkov des ondes whistlers ([Steinvall et al., 2019b](#)). Une étude de [Lotekar et al. \(2020\)](#) généralise ces résultats à un panel plus important d'EHs (environ 2500 structures) observés dans la queue de la magnétosphère et qui montre que : la vitesse des EHs peut être déterminée à l'aide d'une méthode d'interférométrie. Les auteurs soutiennent que les EHs rapides avec des vitesses supérieures à environ $0.1v_T$ sont produites par des instabilités de type "*bump-on-tail*", alors que les EHs lents avec des vitesses inférieures à environ $0.05v_T$ peuvent être produits par des instabilités de type double-faisceaux chauds et, probablement, de type Buneman. Une autre étude statistique sur environ 2100 EHs observés dans la région du choc quasi-perpendiculaire de la Terre par MMS a été menée par [Wang et al. \(2021\)](#). Cette étude se penche plus particulièrement sur la durée de vie des EHs qui s'échelonnent entre 10–100 ms environ. On peut se questionner si une telle résolution permet d'obtenir des fonctions de distributions pour les électrons. Ils en déduisent des propriétés statistiques afin de mener des études quantitatives de la thermalisation des électrons dans le choc de la Terre.

III. Aspects simulations numériques

L'aspect simulation numérique a été aussi utilisé pour l'étude de telles structures, celles-ci étant essentiellement supporté par les électrons, ce sont des simulations PIC ou Particle-in-Cell qui ont été utilisées afin de prendre en compte la dynamique de ces particules légères. Afin de comparer aux observations GEOTAIL deux études PIC ont été réalisées : [Omura et al. \(1996\)](#) réalise une simulation PIC 1D électrostatique. Cette simulation impliquant deux faisceaux d'électrons et un faisceau d'ions se déplaçant le long du champ magnétique \mathbf{B}_0 dans quatre cas d'instabilité de faisceau : *bump-on-tail*, faisceau de faible densité, double faisceaux froids (avec ions froids et chauds) et double faisceaux chauds. En complément de cette étude, [Miyake et al. \(1998\)](#) a effectué des simulations PIC 2D électrostatique permettant de déterminer la magnitude du champ magnétique ambiant qui n'a pas d'effet dans le système unidimensionnel. C'est ainsi que [Goldman et al. \(1999\)](#) a réalisé des simulations PIC 2D électrostatiques qui montrent que l'interaction de deux faisceaux conduit à la génération d'ondes whistler électrostatiques et à des structures cohérentes d'ondes de plasma bipolaires localisées, présentant des caractéristiques similaires à celles mesurées par le satellite FAST dans l'ionosphère aurorale. [Mandrake et al. \(2000\)](#) réalise alors une simulation PIC 2D3V électrostatique afin de la comparer aux observations de FAST dans la région aurorale pour l'étude d'EHs rapides et dont la taille caractéristique est de quelques longueurs de Debye. L'objectif de cette simulation est de comprendre la génération de telles structures à partir de l'interaction de faisceaux d'électrons énergétiques. [Umeda et al. \(2002\)](#) effectue quant à lui une simulation PIC 2D3V électrostatique dans laquelle le faisceau d'électrons est injecté à partir d'une frontière ouverte pour étudier le développement spatial et temporel des EHs à partir d'une instabilité de type *bump-on-tail*. En complément, [Umeda et al. \(2004\)](#) réalise une simulation 2D3V électrostatique afin de comparer aux observations des missions POLAR, FAST et GEOTAIL et plus particulièrement pour étudier la signature magnétique de ces structures, leurs champs électromagnétiques perpendiculaires générés par la dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ et l'excitation des modes faisceaux. Faisant suite à ces deux dernière études numériques, [Umeda et al. \(2006\)](#) compare ses simulations aux données du satellite FAST, cela donne comme conditions d'existence :

- Si $\omega_{ce} > 2\omega_b$ alors il y a formation de EH stables 1D persistants dans le temps
- Si $\omega_{ce} < \omega_b < 2\omega_{ce}$ alors, les simulations montrent la formation d'EHs isolés bidimensionnels (soit un champ parallèle bipolaire et un champ perpendiculaire monopolaire) proche des observations ([Ergun et al., 1998b](#); [Franz et al., 2000](#))
- Si $\omega_b > \omega_{ce}$ alors les ondes électrostatiques excitées se diffusent et l'évolution non-linéaire de l'instabilité ne conduit pas à la formation d'EHs.

Des simulations tri-dimensionnelles ont même été effectuées afin d'étudier la relation entre les structures EHs et le phénomène de reconnexion magnétique, elles montrent clairement [Drake et al. \(2003\)](#) l'apparition de structures associées à des EHs en présence de reconnexion et donc le rôle important des EHs dans les conversions d'énergie. Une simulation Vlasov 1D d'un mécanisme de génération de structures électrostatiques et d'ondes de Langmuir dans un plasma stratifié a été réalisée par [Briand et al. \(2007\)](#) afin d'étudier un possible mécanisme de « chauffage localisé » (*i.e.* injection d'électrons chauds en appliquant une modification temporelle de la largeur de la fonction de distribution) pour générer le développement d'un champ électrique bipolaire avec les trous de densité électronique et les vortex qui y sont associés dans l'espace de phase. [Lu et al. \(2008\)](#) réalise une étude paramétrique de simulation PIC 2D3V électrostatiques pour étudier l'évolution de E_{\perp} dans des EHs pour différentes conditions de plasma, et le mécanisme de génération des structures unipolaires de E_{\perp} . Cette étude montre que l'augmentation de la température perpendiculaire des électrons peut réduire l'instabilité transversale et stabiliser les trous d'électrons [Wu et al. \(2011\)](#) effectuent une simulations PIC électromagnétiques 2D afin d'étudier les structures magnétiques associées aux trous d'électrons dans différentes conditions de plasma. Ils montrent que, dans un plasma très faiblement magnétisé, l'instabilité transversale est très forte et les structures magnétiques associées aux trous d'électrons disparaissent rapidement. Les actions combinées entre l'instabilité transversale et la stabilisation par le champ magnétique de fond conduisent à la génération du champ électrique : les électrons subissent alors la dérive du champ électrique et, sont alors stabilisés par le champ magnétique ambiant. [Zhou and Hutchinson \(2016\)](#) réalisent une simulation PIC 1D électromagnétique pour étudier les trajectoires de l'EHs pour comprendre leurs mécanismes d'accélération. Une technique permet de suivre la trajectoire d'une structure se déplaçant rapidement et d'étudier quantitativement l'accélération du trou et le couplage avec les ions. Ainsi, ils montrent qu'au cours de l'existence d'un EH, celui-ci peut accélérer jusqu'à plusieurs fois la vitesse du son. Grâce à une simulation Vlasov 1D2V, [Shustov et al. \(2021\)](#) étudie la dynamique des trous d'électrons dans des champs magnétiques et électriques non-uniformes typiques des nappes de courant et montrent que la largeur spatiale et l'amplitude des trous d'électrons ne varient pas substantiellement au cours de la propagation. Ces simulations montrent

également que les trous d'électrons de plus grande amplitude sont ralentis plus rapidement pouvant suggérer que certains EHs lents récemment signalés dans le champ magnétique de la Terre sont ralentis plus rapidement dans la gaine de plasma.

IV. Quelques réflexions sur l'impact des ions

L'objectif de cette section est de tenter une prise en compte des ions dans les densités, *i.e.* calculer le terme $n_i(r, z, v)$, considéré comme un fond neutralisant. En effet, il est intéressant de noter que si nous considérons de grandes vitesses thermiques pour les ions ($v_{T_i} > |u_e|$), l'effet du rapport de masse pourrait être contrebalancé et la dynamique des ions importante. La figure B.1 est une illustration schématique des orbites de l'espace de phase d'un ion dans le référentiel de l'EH (à droite) et l'énergie potentielle associée $Ze\phi$ (à gauche). Les ions sont les espèces non piégées dans un potentiel électrique positif car leur charge est positive et ils peuvent subir une réflexion aux bords de la structure. Loin de l'influence du

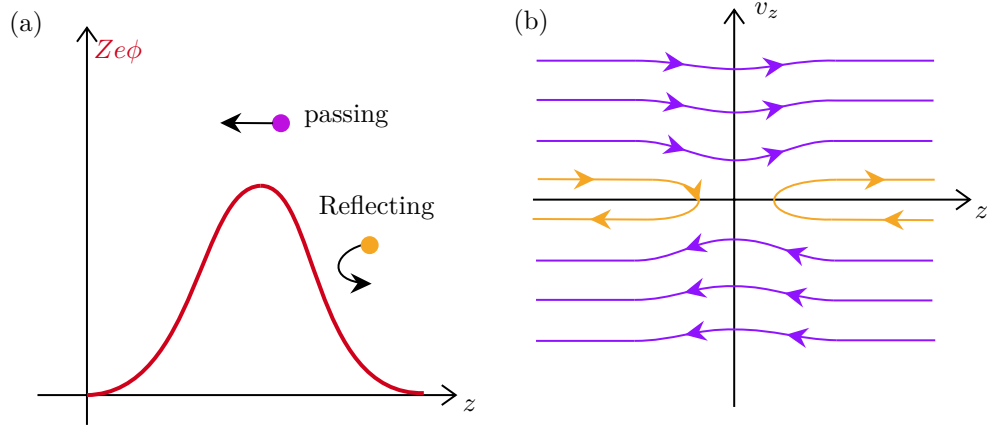


FIGURE B.1 – L'énergie potentielle $Ze\phi(z)$ et espace des phases (z, v_z) des ions dans le référentiel de l'EH.

potentiel (*i.e.* $z \rightarrow \pm\infty$), on considère que la distribution des ions est maxwellienne, de vitesse thermique parallèle v_{T_i} (avec $T_{i\parallel}$ telle que $T_{i\parallel} > T_{e\parallel}$ comme dans la magnétosphère) :

$$f_i(v_z) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_i}} \exp\left[-\frac{(v_z - u_e)^2}{2v_{T_i}^2}\right] \quad (\text{B.2})$$

Afin d'avoir un courant nul entre les ions et les électrons présents dans le plasma de fond, on aura supposé que les ions se déplacent avec la même vitesse de dérive que les électrons : $u_i = u_e$. Nous pouvons alors écrire la fonction de distribution ionique, en fonction de $\mathcal{E}_i = m_i v_z^2/2 + Ze\phi(r, z)$, solution de l'équation de Vlasov comme :

$$f_i(\mathcal{E}) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}v_{T_e}} \sqrt{\tau \frac{m_i}{m_e}} \sum_{\sigma=\pm 1} \exp\left[-\frac{\tau m_i/m_e (\sigma \sqrt{2\mathcal{E}/m_i} - u_e)^2}{2v_{T_e}^2}\right] \quad (\text{B.3})$$

où l'on a introduit le rapport de température électronique et ionique $\tau = T_{e\parallel}/T_{i\parallel}$ et exprimé la vitesse thermique ionique en fonction de la vitesse thermique électronique telle que : $v_{T_i} = v_{T_e} \sqrt{m_e/\tau m_i}$. L'étude de l'impact des ions sur les critères d'existence des structures à été menée dans l'article de [Chen et al. \(2005\)](#). La limite $\tau \rightarrow 0$ correspond à l'absence de dynamique ionique, le potentiel de la structure n'est pas impacté par l'influence des ions. Le calcul de la densité des ions n_i , se fait à partir de la fonction de distribution des ions que l'on peut écrire :

$$\begin{aligned} n_i &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(r, z, v) dv = \frac{n_0}{2\pi v_{T_e}} \sqrt{\tau \frac{m_i}{m_e}} \sum_{\sigma=\pm 1} \int_0^{+\infty} \exp\left[-\frac{\tau m_i/m_e (\sigma \sqrt{2\mathcal{E}/m_i} - u_e)^2}{2v_{T_e}^2}\right] \sqrt{\mathcal{E} - Ze\phi} d\mathcal{E} \\ &= \frac{n_0}{Z} \exp\left(-\tau \frac{Ze\phi}{k_B T_e}\right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

On trouve donc que les ions se comportent suivant une distribution de densité Boltzmanienne. Pour un potentiel positif, les ions ne sont pas piégés et peuvent prendre de nombreuses valeurs d'énergies permises. Lorsque $\phi \rightarrow 0$ (ou $\tau \rightarrow 0$), alors $Zn_i = n_0$, soit l'expression usuelle de la quasi-neutralité. Les ions sont repoussés par le potentiel car la densité n_i décroît lorsque ϕ croît.

CALCULS ASSOCIÉS AU MODÈLE BGK

Pourquoi faire des mathématiques ? Parce que les mathématiques, ça sert à faire de la physique. La physique, ça sert à faire des frigidaires. Les frigidaires, ça sert à y mettre des langoustes, et les langoustes, ça sert aux mathématiciens, qui les mangent et sont alors dans de bonnes dispositions pour faire des mathématiques, qui servent à la physique, qui sert à faire des frigidaires qui ...

L. Schwartz, *À quoi servent les Mathématiques ?*

♪ ♪ [Queen – Bohemian Rhapsody](#) (1975)

I. Autour de l'intégrale d'Abel

On a l'objectif de résoudre l'intégrale d'Abel, présentée dans la section II. (chapitre 5), en commençant par le changement de variable \mathcal{E} par $-x$ comme :

$$\int_{-\mathcal{V}}^0 \frac{f_t(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{\sqrt{2m_e(\mathcal{E} + \mathcal{V})}} = \mathbf{g}(\mathcal{V}) \quad \Rightarrow \quad \int_0^{\mathcal{V}} \frac{f_t(-x)dx}{\sqrt{2m_e(\mathcal{V} - x)}} = \mathbf{g}(\mathcal{V})$$

En suivant la méthode donnée par [Landau and Lifshitz \(1976\)](#), on peut trouver la forme de la distribution $f_t(-x)$. Pour cela, nous pouvons multiplier les deux parties de l'égalité précédente par $1/\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}$ et intégrer sur \mathcal{V} de 0 à α une constante réelle. On obtient ainsi,

$$\begin{aligned} \int_0^{\alpha} \frac{\mathbf{g}(\mathcal{V})d\mathcal{V}}{\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}} &= \frac{1}{\sqrt{2m_e}} \int_0^{\alpha} d\mathcal{V} \int_0^{\mathcal{V}} \frac{f_t(-x)dx}{\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}\sqrt{\mathcal{V} - x}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2m_e}} \int_0^{\alpha} dx \int_x^{\alpha} \frac{f_t(-x)dx}{\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}\sqrt{\mathcal{V} - x}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2m_e}} \int_0^{\alpha} dx f_t(-x) \int_x^{\alpha} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}\sqrt{\mathcal{V} - x}} \end{aligned}$$

où la dernière intégrale a pour valeur :

$$\int_x^{\alpha} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}\sqrt{\mathcal{V} - x}} = \pi$$

Ainsi, on a :

$$\int_0^{\alpha} f_t(-x)dx = \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \int_0^{\alpha} \frac{\mathbf{g}(\mathcal{V})d\mathcal{V}}{\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}} \quad \Rightarrow \quad f_t(-\alpha) = \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \frac{d}{d\alpha} \left(\int_0^{\alpha} \frac{\mathbf{g}(\mathcal{V})d\mathcal{V}}{\sqrt{\alpha - \mathcal{V}}} \right)$$

Du fait que $\int_0^{\alpha} f_t(-x)dx = -\int_0^{-\alpha} f_t(\mathcal{E})d\mathcal{E}$ et

$$\frac{d}{d\alpha} \left(\int_0^{\alpha} f_t(-x)dx \right) = \frac{d}{d(-\alpha)} \left(\int_0^{-\alpha} f_t(\mathcal{E})d\mathcal{E} \right) = f_t(-\alpha)$$

La dérivée directe du terme de droite est impossible du fait de la divergence de certains termes. On utilise une intégration par partie (IPP) :

$$\begin{aligned} f_t(-\alpha) &\stackrel{\text{IPP}}{=} \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \frac{d}{d\alpha} \left\{ \left[-2\mathbf{g}(\mathcal{V})\sqrt{\alpha-\mathcal{V}} \right]_0^\alpha + 2 \int_0^\alpha \frac{d\mathbf{g}(\mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \sqrt{\alpha-\mathcal{V}} d\mathcal{V} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \frac{d}{d\alpha} \left\{ 2\mathbf{g}(0)\sqrt{\alpha} + 2 \int_0^\alpha \frac{d\mathbf{g}(\mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \sqrt{\alpha-\mathcal{V}} d\mathcal{V} \right\} \\ &= \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \left[\frac{\mathbf{g}(0)}{\sqrt{\alpha}} + \int_0^\alpha \frac{d\mathbf{g}(\mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{\alpha-\mathcal{V}}} \right] \end{aligned}$$

La réponse finale est obtenue en faisant le changement de variable $\alpha = -\mathcal{E}$ tel que

$$f_t(\mathcal{E}) = \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \left[\frac{\mathbf{g}(0)}{\sqrt{\mathcal{E}}} + \int_0^\alpha \frac{d\mathbf{g}(\mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \right]$$

pour le cas où la fonction de distribution $f_t(\mathcal{E})$ représentant les électrons piégés soumis au potentiel ϕ (ou \mathcal{V}), il faut considérer que $\mathbf{g}(0) = 0$.

II. Calculs d'intégrales de l'équation de Poisson

L'objectif est de détailler les calculs faits pour la détermination de l'équation, ci-dessous (présentée dans la partie II.) :

$$f_t(\mathcal{E}) = \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathbf{g}(\mathcal{V})}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} = f_t^{(a)} + f_t^{(b)} + f_t^{(c)}$$

où les intégrales $f_t^{(a)}$, $f_t^{(b)}$ et $f_t^{(c)}$ sont les intégrales des trois termes de la fonction $\mathbf{g}(\mathcal{V})$ respectivement. Nous allons calculer ces trois termes. Pour l'intégrale $f_t^{(a)}$ sur la charge nette $\rho(z)$, on a :

$$f_t^{(a)} = \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d}{d\mathcal{V}} \left(-\frac{\rho(z)}{e} \right) \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} = -\frac{\sqrt{2m_e}}{e\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\rho(z)}{d\mathcal{V}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}}$$

Pour l'intégrale $f_t^{(b)}$ sur les électrons passants $f_p(\mathcal{E})$, on a :

$$\begin{aligned} f_t^{(b)} &= \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \frac{d}{d\mathcal{V}} \left(-\int_0^{+\infty} \frac{f_p(\mathcal{E}') d\mathcal{E}'}{\sqrt{2m_e(\mathcal{E}'+\mathcal{V})}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} f_p(\mathcal{E}') d\mathcal{E}' \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{V}}{(\mathcal{E}'-\mathcal{V})^{3/2} \sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} f_p(\mathcal{E}') d\mathcal{E}' \left[\frac{2\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}}{(\mathcal{E}-\mathcal{E}')\sqrt{\mathcal{E}'+\mathcal{V}}} \right]_0^{-\mathcal{E}} = \frac{\sqrt{-\mathcal{E}}}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{f_p(\mathcal{E}') d\mathcal{E}'}{(\mathcal{E}'-\mathcal{E})\sqrt{\mathcal{E}'}} \end{aligned}$$

Pour l'intégrale $f_t^{(c)}$ sur les électrons passants $f_i(\mathcal{E})$, on a :

$$\begin{aligned}
f_t^{(c)} &= \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \frac{d}{d\mathcal{V}} \left(\int_{\mathcal{V}}^{+\infty} \frac{f_i(\mathcal{E}') d\mathcal{E}'}{\sqrt{2m_i(\mathcal{E}'-\mathcal{V})}} \right) \\
&\stackrel{\text{IPP}}{=} \frac{\sqrt{2m_e}}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2m_i}} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \frac{d}{d\mathcal{V}} \left\{ \underbrace{\left[2f_i(\mathcal{E}')\sqrt{\mathcal{E}'-\mathcal{V}} \right]_{\mathcal{V}}^{+\infty}}_{=0} - 2 \int_{\mathcal{V}}^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \sqrt{\mathcal{E}'-\mathcal{V}} d\mathcal{E}' \right\} \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \frac{d}{d\mathcal{V}} \left[-2 \int_{\mathcal{V}}^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \sqrt{\mathcal{E}'-\mathcal{V}} d\mathcal{E}' \right] \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \left[-2 \int_{\mathcal{V}}^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \frac{(-1/2)(\mathcal{E}'-\mathcal{V})}{\sqrt{\mathcal{E}'-\mathcal{V}}} d\mathcal{E}' \right] \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{-\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}} \int_0^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \frac{(\mathcal{E}'-\mathcal{V})}{\sqrt{\mathcal{E}'-\mathcal{V}}} d\mathcal{E}' \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} d\mathcal{E}' \int_0^{\min(-\mathcal{E}, \mathcal{E}')} \frac{d\mathcal{V}}{\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}}\sqrt{\mathcal{E}'-\mathcal{V}}} \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \left[-2 \ln(\sqrt{-\mathcal{E}-\mathcal{V}} + \sqrt{\mathcal{E}'-\mathcal{V}}) \right]_0^{\min(-\mathcal{E}, \mathcal{E}')} d\mathcal{E}' \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \left[-2 \ln(\sqrt{-\mathcal{E}-\min(-\mathcal{E}, \mathcal{E}')} + \sqrt{\mathcal{E}'-\min(-\mathcal{E}, \mathcal{E}')} + 2 \ln(\sqrt{-\mathcal{E}} + \sqrt{\mathcal{E}'}) \right] d\mathcal{E}' \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} 2 \left[\ln(\sqrt{-\mathcal{E}} + \sqrt{\mathcal{E}'}) - \ln(\sqrt{|\mathcal{E} + \mathcal{E}'|}) \right] d\mathcal{E}' \\
&= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \int_0^{+\infty} \frac{df_i(\mathcal{E}')}{d\mathcal{E}'} \ln \left[\frac{(\sqrt{-\mathcal{E}} + \sqrt{\mathcal{E}'})^2}{|\mathcal{E} + \mathcal{E}'|} \right] d\mathcal{E}'
\end{aligned}$$

Pour calculer ces intégrales, nous avons utilisé les intégrales suivantes :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-a-x}(b+x)^{3/2}} = \frac{2\sqrt{-a-x}}{(a-b)\sqrt{b+x}} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a-x}\sqrt{b-x}} = -2 \ln(\sqrt{a-x} + \sqrt{b-x})$$

LISTE DES PUBLICATIONS, PRÉSENTATIONS SCIENTIFIQUES ET ENSEIGNEMENTS

« Comment cela ? » dit Grandgousier.
– J’ai découvert, répondit Gargantua, à la suite de
longues et minutieuses recherches [...]

F. Rabelais, *Gargantua*, XIII, (1534)

♪♪ [Steve Jablonsky – Arrival to the Earth](#) (2007)

I. Articles soumis à comité de lecture

- G. Gauthier, T. Chust, O. Le Contel, P. Savoini *3D BGK model for electron phase-space holes including polarization drift*, [Physics of Plasmas](#), 2024, **31**, 032306.
- C. Krafft, A. S. Volokitin, G. Gauthier *Turbulence and Microprocesses in Inhomogeneous Solar Wind Plasmas*, [Fluids](#), 2019, 4 (2), pp.69.

II. Conférences

II.1 Présentations

- G. Gauthier, O. Le Contel, T. Chust, P. Savoini – *Electromagnetic electron hole generation : theory, PIC simulations and comparison to observations*, [SF2A – Atelier Général du PNST : Le soleil et l’héliosphère](#), Juin 2021, France,
- G. Gauthier, O. Le Contel, T. Chust, P. Savoini – *Electromagnetic electron hole generation : theory and PIC simulations*, [Elbereth conference, 2021](#), Observatoire de Paris, Paris, France.
- G. Gauthier, C. Krafft, P. Savoini – *Electromagnetic radiation from wave turbulence driven by electron beams in solar plasmas*, [Elbereth conference, 2020](#), Observatoire de Paris, Paris, France.

II.2 Poster

- G. Gauthier, O. Le Contel, T. Chust, P. Savoini – *Electromagnetic electron hole generation : theory and PIC simulations*, [EGU, 2021](#), Vienne, Autriche.
- G. Gauthier, C. Krafft, P. Savoini – *Electromagnetic radiation from upper-hybrid wave turbulence driven by electron beams in solar plasmas*, [EGU, 2020](#), Vienne, Autriche.
- C. Krafft, A. Volokitin, G. Gauthier – *Turbulence and microprocesses in inhomogeneous solar wind plasmas*, [Plas@par Scientific Days, 2019](#), Sorbonne Université, Paris, France.

III. Autres publications

- V. Dotsenko, A. Courtat, G. Gauthier - *Méthodes Mathématiques pour la Physique*, Dunod, 2-ème édition, Juin 2021 (764 pages)

IV. Enseignements

IV.1 Monitorat

- *Énergie et entropie*, travaux dirigés de thermodynamique pour le parcours Biologie-Chimie-Géoscience en L1.
- *Physique expérimentale 2*, travaux pratiques pour L3 de physique et mise à jour de fascicule sur les sujets : laser Hélium-Néon et Supraconductivité.
- *Mécanique Quantique*, travaux dirigés pour L3 de physique.
- *Physique expérimentale Master 1*, rédaction d'un fascicule de travaux pratique sur la sonde de Langmuir.

IV.2 Activités connexes

- Travaux pratiques numériques à l'école été de Roscoff (2019) organisé par Plas@Par.
- Préparation et organisation de la journée pour la Master MEEF (2019-2021); présentation des plasmas, travaux pratiques numériques (en Python) et expérimentaux pour Plas@Par.
- Organisation de la conférence Plas@Par Young Researchers day en juin 2019.

IV.3 Stages

- Deux stagiaires de L3 sur le sujet : *à la découverte des instabilités*, avec Carine Briand pendant 2 semaines (2019)
- Deux stagiaires de L3 sur le sujet : *étude cinétique de l'instabilité de bump-on-tail pour les plasmas spatiaux*, avec Olivier Le Contel pendant 1 mois (2020)
- Un stagiaire de M1 sur le sujet : *études de création et d'évolution d'électrons-holes à l'aide d'instabilités : théorie et simulations*, avec Olivier Le Contel pendant 4 mois (2021)

ARTICLE : 3D CYLINDRICAL BGK
MODEL OF ELECTRON PHASE-SPACE
HOLES WITH FINITE VELOCITY AND
POLARIZATION DRIFT

*Il faut que l'imagination prenne trop pour que la
pensée ait assez.*

G. Bachelard, *L'Air et les Songes* (1934)

♪♪ [Howard Shore – Concerning Hobbits](#) (2001)

Article rédigé avec : G. Gauthier, T. Chust, O. Le Contel, P. Savoini portant le titre « *3D cylindrical BGK model of electron phase-space holes with finite velocity and polarization drift* », soumis et accepté au journal « *Physics of Plasma* » et disponible sur <https://doi.org/10.1063/5.0181180>.

3D cylindrical BGK model of electron phase-space holes with finite velocity and polarization drift

Cite as: Phys. Plasmas **31**, 032306 (2024); doi: 10.1063/5.0181180

Submitted: 15 October 2023 · Accepted: 8 February 2024 ·

Published Online: 12 March 2024



Gaëtan Gauthier,^{a)} Thomas Chust, Olivier Le Contel, and Philippe Savoini

AFFILIATIONS

Laboratoire de Physique des Plasmas (LPP), CNRS, Sorbonne Université, Observatoire de Paris, Université Paris-Saclay, Ecole polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, 91120 Palaiseau, France

^{a)}Author to whom correspondence should be addressed: gaetan.gauthier@lpp.polytechnique.fr

ABSTRACT

Nonlinear kinetic structures, called electron phase-space holes (EHs), are regularly observed in space and experimental magnetized plasmas. The existence of EHs is conditioned and varies according to the ambient magnetic field and the parameters of the electron beam(s) that may generate them. The objective of this paper is to extend the 3D Bernstein–Greene–Kruskal model with cylindrical geometry developed by L.-J. Chen *et al.* [“Bernstein–Greene–Kruskal solitary waves in three-dimensional magnetized plasma,” Phys. Rev. E **69**, 055401 (2004)] and L.-J. Chen *et al.*, [“On the width-amplitude inequality of electron phase space holes,” J. Geophys. Res. **110**, A09211 (2005)] to include simultaneously finite effects due to (i) the strength of the ambient magnetic field B_0 , by modifying the Poisson equation with a term derived from the electron polarization current, and (ii) the drift velocity u_e of the background plasma electrons with respect to the EH, by considering velocity-shifted Maxwellian distributions for the boundary conditions. This allows us to more realistically determine the distributions of trapped and passing particles forming the EHs, as well as the width-amplitude relationships for their existence.

© 2024 Author(s). All article content, except where otherwise noted, is licensed under a Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>). <https://doi.org/10.1063/5.0181180>

I. INTRODUCTION

Electron phase-space holes (EHs) are non-linear kinetic structures observed in the Earth’s magnetosphere by spacecraft missions in various regions (e.g., the auroral region, the bow-shock, the dayside magnetopause, and the geomagnetic tail),^{1–16} as well as in the Saturn’s magnetosphere by Cassini mission,^{17,18} and very recently in the induced Venus magnetosphere by Parker Solar Probe and Solar Orbiter missions.^{19,20} Moreover, this type of structures can be generated by laboratory experiments such as intense laser,²¹ magnetic reconnection facilities²² and by beam injection.²³ Some theories have been developed for solitary waves in quantum plasma²⁴ based on a fluid model or a Bernstein–Greene–Kruskal (hereafter, BGK) approach²⁵ for quantum Vlasov equation.²⁶ More generally, coherent structures appear in many fields of physics, such as biophysics, condensed matter, or fluid dynamics.²⁷

First observations in magnetized space plasmas have evidenced electrostatic structures propagating along the ambient magnetic field B_0 ,^{1,17,28} although, for fast moving structures, a perpendicular magnetic perturbation to B_0 (δB_\perp) corresponding to the Lorentz field was detectable.² Recently, observations in the tail of the Earth’s magnetosphere have also reported structures with another electromagnetic signature, characterized by a magnetic field perturbation parallel to B_0

(δB_\parallel).^{12–15} These structures associated with electron trapping and a hole in phase space are characterized in real space by a positive electric potential and an electron density depletion in their center. They, therefore, have a divergent electric field and their crossing in the direction parallel to B_0 shows a bipolar (monopolar) spike of the parallel (perpendicular) electric field component. Their parallel width is generally in the order of a few to ten Debye lengths, while their perpendicular width can be much larger. The determination of these lengthscales and their ratio (shape of the structure) are most probably related to the generation mechanism, and to some existence criteria to which this article tries to bring new elements of understanding. EHs can typically be generated during the nonlinear phase of beam instabilities caused by the interaction of several plasma populations.^{29–32} In a magnetized plasma, they move along the field line at a velocity v_{EH} close to the average velocity v_b of the electron beam(s), and can be characterized into two types: slow⁸ or fast,² depending on whether $|u_e| \ll v_T$ or $|u_e| \geq v_T$, with u_e being the drift velocity of the background plasma electrons with respect to the EH and v_T being the parallel thermal velocity of electrons. As demonstrated numerically by Muschietti *et al.*^{33,34} and experimentally by Fox *et al.*,²² one of the criteria for the existence of such a nonlinear structure is that the electrons remain sufficiently magnetized to be stable. Another way of characterizing EHs is

to compare their propagation velocity with the thermal velocity of ions, particularly when their structure and dynamics are affected by them.^{35,36} In this study, we will not consider this case, but only EHs whose dynamics are entirely determined by electrons.

In the examples cited above, the plasma conditions vary and, in particular, the magnitude of the ambient magnetic field. Historically, BGK models were developed in one-dimensional (1D)^{25,37} for unmagnetized plasma and then theoretical additions or suggestions were made: shifted distribution,^{38,39} non-Maxwellian distribution (e.g., flap-top⁴⁰ and Lorentzian^{39,41}) effects of electron polarization current,^{42,43} and 2D⁴⁴ or 3D^{39,43} extension. However, these previous studies did not investigate dimensionality and finite velocity effects at the same time,^{25,38–40,45} and did not give a quantified estimate of electron polarization effects.^{42,43} In this paper, we develop a BGK theoretical model that includes the effects of dimensionality, finite ambient magnetic field, and a drift velocity of the background plasma electrons with respect to the EH (i.e., 3D axisymmetric cylindrical coordinates, shifted electron distribution function and electron polarization current). It aims at discussing the previous studies, modeling slow and fast EH observations for relatively weak and strong magnetized plasma, and relating the model to the particle-in-cell (PIC) simulations.^{1,29,31,32} In particular, the question addressed in this paper is: how do the ambient magnetic field strength and the finite electron drift velocity influence the existence conditions and characteristics of such 3D EHs?

After a presentation of the 3D BGK model of EHs with cylindrical geometry, and its underlying assumptions, such as those that allow the inclusion of electron polarization effects (Sec. II), the characteristics (distribution functions and densities) of the passing and trapped particles are theoretically determined in Sec. III. Section IV aims to deriving the conditions of existence of these EHs. Our model is then discussed in Sec. V in light of space and laboratory measurements, as well as simulation results.

II. 3D BGK MODEL

We consider the case of a uniform magnetized plasma with the assumption of an unperturbed neutralizing ion background. The dynamics of ions is thus ignored for reasons of simplicity. This can be justified when the decrease in ion density due to their reflection on the potential well is negligible in the charge balance, as can be shown, for instance, from the results of Chen *et al.*^{39,43} in the case of zero hole velocity ($u_e = 0$), when the electron to ion temperature ratio or the well amplitude are sufficiently small. The parallel dynamics of electrons (of charge $-e$ and mass m) is analyzed from the evolution of their distribution function f_e , while their perpendicular dynamics, when present, is described by a fluid representation of their polarization drift.

A. Parallel Vlasov dynamics

The original BGK model²⁵ of EH is a one-dimensional, stationary ($\partial_t f_e = 0$) nonlinear exact solution of the Vlasov-Poisson system of equations for a given shape of potential. Based on the observations,^{11–15} the EH potential can be represented in cylindrical coordinates (r, θ, z) independent by rotation around the ambient magnetic field axis ($\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$) and can be written in the EH frame in the following double-Gaussian form:

$$\phi(r, z) = \phi_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2\ell_\perp^2} - \frac{z^2}{2\ell_\parallel^2}\right), \quad (1)$$

with ϕ_0 being the amplitude of the potential structure, ℓ_\perp and ℓ_\parallel its half-width in the perpendicular and parallel directions to \mathbf{B}_0 , respectively. In reality, however, EHs are not necessarily exactly axially symmetrical, as reported by Tong *et al.*¹¹ It is also reasonable to consider the magnetic field perturbation to be much smaller than the ambient magnetic field ($\delta B \ll B_0$) and the perturbed Lorentz term to be negligible compared to the electric field perturbation ($\mathbf{v} \times \delta \mathbf{B} \ll \delta \mathbf{E}$, with $\delta \mathbf{E} = -\nabla \phi$). The Larmor radius of the electrons being generally much smaller than the perpendicular size of the EH ($\rho_L \ll \ell_\perp$) and their travel time in the structure sufficiently slow compared to their gyroperiod ($(|u_e| + v_T)/\ell_\parallel \ll \omega_c$),^{15,22,34,42} their motion can be approximated by their guiding center motion. Due to the cylindrical symmetry, azimuthal drift displacements ($\delta \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$) do not contribute to equilibrium in phase space and can be omitted.^{15,46} Furthermore, in the case where these drift displacements cannot be initiated ($(|u_e| + v_T)/\ell_\parallel > \omega_c$), the electrons simply move along the magnetic field line. Indeed, as a first approximation for describing the kinetic dynamics along the ambient magnetic field, we will neglect the radial and azimuthal motions of the electrons (i.e., assume no dependence on perpendicular velocities), and we will solve the corresponding simplified Vlasov equation, just along the z axis for a given r value, the electrons being closely tied to a cylindrical magnetic field surface of radius r .^{34,46}

$$v_z \cdot \frac{\partial f_e(r, z, v_z)}{\partial z} + \frac{e}{m} \frac{\partial \phi(r, z)}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_e(r, z, v_z)}{\partial v_z} = 0. \quad (2)$$

This equation represents a simplified 3D Vlasov equation, in the context of azimuthal symmetry and uniform magnetic field, where the dependence on θ and perpendicular velocities are neglected. Its conditions of validity deserve some additional comments, which we now address.

The condition to neglect the finite Larmor radius effects on the electrons can be rewritten using the ratio between the electron cyclotron frequency and the electron plasma frequency, and considering the anisotropy ratio of their temperature,

$$\frac{\rho_L}{\ell_\perp} \ll 1 \iff \frac{\omega_p}{\omega_c} \ll \frac{\ell_\perp}{\lambda_D} \sqrt{\frac{T_{e\parallel}}{T_{e\perp}}}, \quad (3)$$

with λ_D being the (parallel) Debye length. This implies for $\omega_c/\omega_p \leq 1$ that $\ell_\perp \gg \lambda_D$ [unless $T_{e\perp} \ll T_{e\parallel}$, as in the Fast Auroral Snapshot Explorer (hereafter, FAST) observation case²] The present model has therefore a limit and cannot correctly describe all the structures of small perpendicular size when the plasma is weakly magnetized. In particular, as stressed by Hutchinson,⁴⁷ such a model is not valid for EHs with a scale of the order of one Debye length ($\ell_\perp \sim \lambda_D$) in the case of $\omega_p/\omega_c = \rho_L/\lambda_D \gg 1$. However, even in the $\ell_\perp \sim \rho_L$ limit, the guiding center approximation should still give some qualitatively acceptable results.

The finite frequency effects on the electrons are negligible when, in the reference frame moving at their parallel velocity, the timescale of the variations they undergo is much larger than their gyroperiod. Similarly, this second condition for the passing electrons to remain magnetized can be rewritten to give a second condition on the electron cyclotron to plasma frequency ratio,

$$\frac{\omega_p}{\omega_c} \ll \frac{\ell_{\parallel}/\lambda_D}{1 + |u_e|/v_T}. \quad (4)$$

Therefore, for weak magnetic field conditions, small parallel and/or fast velocity structures could hardly establish $\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ drift, and the inclusion in our model of polarization drift effects (see Sec. II B) may not be valid.

Note that the previous reasoning also applies to trapped electrons^{37,40} and, insofar as $e\phi_0 \leq T_{e\parallel}$ (i.e., in the vast majority of cases), implies that their bounce frequency has to be much lower than their cyclotron frequency for the guiding center approximation to be valid,^{33,34}

$$\omega_b \simeq \frac{1}{\ell_{\parallel}} \sqrt{\frac{e\phi_0}{m}} \leq \frac{v_T}{\ell_{\parallel}} \ll \omega_c, \quad (5)$$

a condition which, again using the electron cyclotron to plasma frequency ratio, can be reformulated as follows:

$$\frac{\omega_p}{\omega_c} \ll \frac{\ell_{\parallel}/\lambda_D}{\sqrt{e\phi_0/T_{e\parallel}}}. \quad (6)$$

We can observe that this condition is similar to that established by Chen *et al.*,⁴³ as given by their Eq. (10). However, while we agree that this is a condition for preventing trapped electrons from escaping, i.e., their demagnetization during their bounce motion, we disagree that this condition implies that the effects of polarization drift are negligible. Indeed, these latter can be present without causing the running away of electrons. Note also that this condition automatically satisfies the one-dimensional EH stability criterion with respect to the transverse instability in a magnetized plasma.^{33,35,48}

In view of these limitations, there are, however, space observations and laboratory measurements for which the conditions developed in this paper are valid and which will be discussed in Sec. V (see Table I and references therein).

B. Polarization effects

We decompose the electron charge density as a sum of two terms: $\rho_e = \rho_{e\parallel} + \rho_{e\perp}$, where $\rho_{e\parallel}$ is the contribution to the electron charge

density due to their parallel motion, which will be determined from Eq. (2), and where $\rho_{e\perp}$ is an additional contribution due to their perpendicular motion. As a direct consequence of azimuthal symmetry, the only perpendicular motion to be considered is the polarization drift. We take into account this effect in the form of an equivalent charge, $\rho_{\text{pol}} = \rho_{e\perp}$, whose expression can be deduced by dividing the electron plasma into parallel velocity subclasses. Let n_0 be the electron background plasma density and write $n_0 = \int n_0^v dv$. In the reference frame moving at their parallel velocity, the subclass of particles moving at velocity v , having a zeroth-order density n_0^v , undergo temporal variations of the perpendicular electric field, as they cross the potential structure. This gives rise to electron polarization currents that can be written to lowest order as follows: $\mathbf{J}_{\text{pol}}^v = n_0^v m \partial_t \mathbf{E}_{\perp} / B_0^2$. Taking the divergence

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_{\text{pol}}^v = \frac{\partial}{\partial t} \left[\nabla \cdot \left(-\frac{n_0^v m}{B_0^2} \nabla_{\perp} \phi \right) \right] = -\frac{\partial \rho_{\text{pol}}^v}{\partial t} \quad (7)$$

leads to an expression for the contribution of the polarization displacement of subclass v electrons in the charge density, which depends on time. Integrating with respect to time, and then over v , this gives us an expression for the electron polarization charge density valid in the EH frame,

$$\rho_{\text{pol}} = \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} \nabla_{\perp}^2 \phi. \quad (8)$$

Note that this result is independent of the drift velocity u_e . Hence, the Poisson equation for mobile electrons and infinitely heavy ions,

$$\epsilon_0 \nabla^2 \phi = -\rho_{\parallel} - \rho_{\text{pol}}, \quad (9)$$

where $\rho_{\parallel} = en_0 + \rho_{e\parallel}$, can take the following form:^{42,47,49}

$$\nabla^2 \phi + \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} \nabla_{\perp}^2 \phi = -\frac{\rho_{\parallel}(r, z)}{\epsilon_0}. \quad (10)$$

The second term on the left-hand side includes, thus, the perpendicular displacement of electrons due to their finite polarization drift. As Hutchinson⁴⁷ pointed out, this term is, in principle, negligible in the setting where the guiding center approximation applies with structures

TABLE I. Experimental data in different regions. (Mission abbreviations—MMS: Magnetospheric Multiscale mission, THEMIS: Time History of Events and Macroscale Interactions during Substorms, POLAR: Polar Mission and CLUSTER: Cluster Mission.)

Article	Context	ω_c/ω_p	$\ell_{\parallel}/\lambda_D$	$\ell_{\parallel}/\ell_{\perp}$	$e\phi_0/T_{e\parallel}$	$ u_e /v_T$
Ergun (1998) ²	Auroral region (FAST)	5–15	0.5–4	<1	0.05–1.1	<0.6
Franz (2005) ⁶	PS/PSBL region (POLAR)	~2	0.1–6	>1	$10^{-5} - 10^{-2}$	0.3–1
Franz (2005) ⁶	Cusp region (POLAR)	<1	0.5–10	<1	$10^{-3} - 10^{-1}$	0.1–2
Andersson (2009) ¹⁴	PS region (THEMIS)	~0.8	~15	>1	~0.5	1.2–5
Norgren (2015) ⁸	PSBL region (CLUSTER)	~0.4	2–4	≤0.5	0.1	~0.03
Le Contel (2017) ¹⁰	PS region (MMS)	~0.8	~10	0.3–1	0.25	0.7–1.8
Tong (2018) ¹¹	PSBL region (MMS)	0.5–1	2–5	0.4–0.7	0.3–0.8	0.2–0.8
Holmes (2018) ¹²	Dusk side flank region (MMS)	~0.6	4–11	0.3–2	0.5–3	1–1.5
Steinvall (2019) ¹³	PS/PSBL region (MMS)	~0.5	~10	~0.6	1–2	0.6–2
Fu (2020) ⁹	PS region (MMS)	~0.13	~5	<0.5	~0.05	~0.05
Fox (2008) ²²	Experimental setup	~0.14	~25	~0.5	~1	~2
Lefebvre (2010) ²³	Experimental setup	0.5–7	4.5–24.4	Not measured	0.1–0.75	1.3–2.3

at Debye lengthscales [as shown in Eqs. (3) and (4) for $\ell_{\perp}, \ell_{\parallel} \sim \lambda_D$], and should not be invoked for explaining the $\ell_{\perp}/\ell_{\parallel} \simeq (1 + \rho_{i0}^2/\lambda_D^2)^{1/2}$ scaling observed by Franz.⁴² Nevertheless, with the limitations highlighted in Sec. II A on the validity conditions of our model, for sufficiently large EHs (a few to a few tens of Debye lengths as estimated from observations), the electron polarization current can play a role in the charge balance, which is evaluated as follows.

Using the form of the potential as given by Eq. (1), we obtain the following result for the charge densities:

$$\frac{\rho_{\text{pol}}}{\epsilon_0} = \frac{\Lambda - 1}{\ell_{\perp}^2} \left(\frac{r^2}{\ell_{\perp}^2} - 2 \right) \phi, \quad (11)$$

$$\frac{\rho_{\parallel}}{\epsilon_0} = \left\{ \frac{1}{\ell_{\parallel}^2} \left[\frac{r^2}{\ell_{\perp}^2} + 2 \ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) + 1 \right] - \frac{\Lambda}{\ell_{\perp}^2} \left(\frac{r^2}{\ell_{\perp}^2} - 2 \right) \right\} \phi, \quad (12)$$

where $\Lambda = 1 + \omega_p^2/\omega_c^2$. Figure 1 represents the charge densities ρ_{\parallel} and ρ_{pol} along z and r directions as calculated by Eqs. (11) and (12). We then observe that the contribution of the polarization current ρ_{pol} [see Figs. 1(b) and 1(d)] to the total charge density $\rho_{\text{tot}} = -\epsilon_0 \nabla^2 \phi$ can be of the same order when $\omega_c/\omega_p \leq 1$, which consequently changes significantly the values of ρ_{\parallel} [see Figs. 1(a) and 1(c)]. For consistency, one can easily verify that the total charge of the Electron-hole is zero.

C. Integral equation

We introduce the total energy $\varepsilon(r, z, v_z) = mv_z^2/2 - e\phi$, which is a constant of the electron motion along a cylindrical magnetic

field surface parameterized by r . We consider two types of electrons with respect to the potential ϕ : trapped electrons if their total energy ε do not exceed the potential barrier, i.e., if $-e\phi(r, 0) \leq \varepsilon \leq 0$, and passing electrons such as $\varepsilon > 0$. This allows us to write the total electron distribution function by introducing two distribution functions f_t and f_p for trapped and passing electrons, respectively, such as

$$f_e(r, \varepsilon) = \begin{cases} f_p(r, \varepsilon) & \text{if } \varepsilon > 0, \\ f_t(r, \varepsilon) & \text{if } -e\phi_r \leq \varepsilon \leq 0, \end{cases} \quad (13)$$

where $\phi_r = \phi(r, 0)$. Far away from the influence of the potential well (i.e., $z \rightarrow \pm\infty$), the passing electron distribution must match the boundary conditions: $f_p(r, \varepsilon) = f_{\infty}(r, \varepsilon)$. We can then decompose the electron density using f_t and f_p as in the BGK approach,^{25,40}

$$\int_{-V}^0 \frac{f_t(r, \varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{2m(\varepsilon + V)}} = g(r, V), \quad (14)$$

with $V = e\phi < e\phi_r$, being the potential energy and

$$g = -\frac{\rho_{\parallel}}{e} - \int_0^{+\infty} \frac{f_p(r, \varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{2m(\varepsilon + V)}}, \quad (15)$$

the density of trapped electrons at the point of coordinate (r, z) corresponding to the potential $\phi(r, z)$. The set of Eqs. (14) and (15) has the form of an Abel integral equation that can be solved using Laplace techniques^{25,40} or another method from Landau and Lifshitz,⁵⁰ and considering physical distributions, i.e., $g(r, 0) = 0$

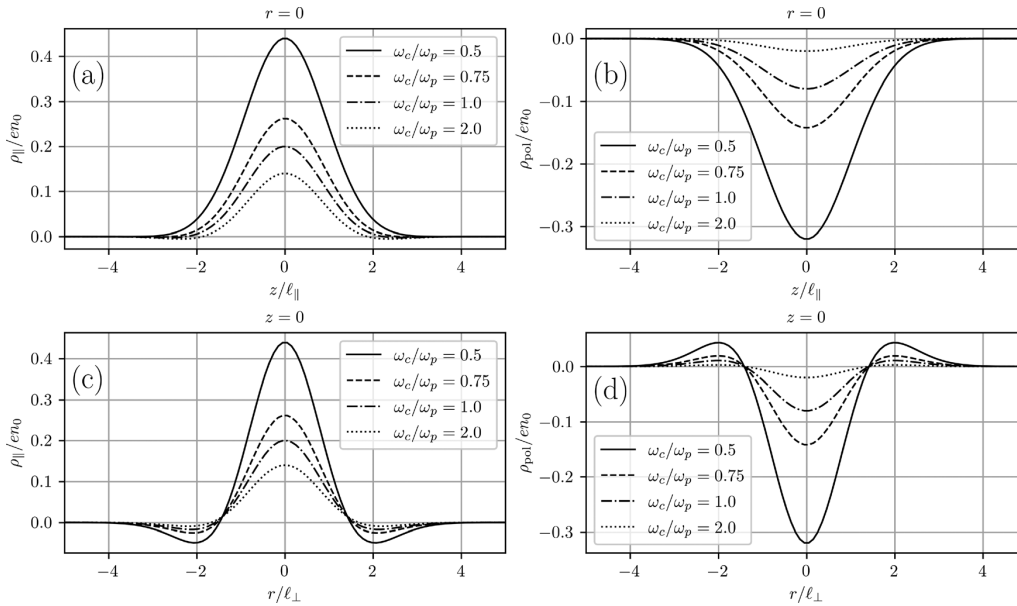


FIG. 1. Charge densities ρ_{\parallel} and ρ_{pol} for different values of cyclotron to plasma frequency ratio ω_c/ω_p : (a) and (b) along parallel direction (at $r=0$) and (c) and (d) along perpendicular direction (at $z=0$) (with $e\phi_0 = T_{e\parallel}$ and $\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_D$).

$$f_i(r, \varepsilon) = \frac{\sqrt{2m}}{\pi} \int_0^{-\varepsilon} \frac{dg(r, V)}{dV} \frac{dV}{\sqrt{-\varepsilon - V}} \quad (16)$$

$$= f_i^{(a)} + f_i^{(b)}, \quad (17)$$

where $f_i^{(a)}$ and $f_i^{(b)}$ are the integrals corresponding to the two terms of g as given by Eq. (15). The term $f_i^{(a)}$ stands for the electron charge density $\rho_{e\parallel}$ and $f_i^{(b)}$ for the contribution of the passing electrons.

III. SIGNATURE OF TRAPPED AND PASSING ELECTRONS

A. Distribution functions

As a first step, using the form of the density as determined by Eq. (12), the first integral becomes

$$f_i^{(a)}(r, \varepsilon) = \frac{n_0 \sqrt{2}}{v_T \pi} \sqrt{\frac{-\varepsilon}{T_{e\parallel}}} \left[-\frac{2\Lambda}{\ell_{\perp}^2} + \frac{r^2}{\ell_{\perp}^2} \left(\frac{\Lambda}{\ell_{\perp}^2} - \frac{1}{\ell_{\parallel}^2} \right) + \frac{1}{\ell_{\parallel}^2} \left(1 - 2 \ln \left(\frac{-4\varepsilon}{e\phi_0} \right) \right) \right] \lambda_D^2, \quad (18)$$

where $v_T = (T_{e\parallel}/m)^{1/2}$ is the parallel thermal velocity of electrons far from the EH, and $\lambda_D = v_T/\omega_p$. This term is negative at the bottom of the well, i.e., when $\varepsilon \rightarrow -e\phi_0$, then becomes positive and cancels for $\varepsilon \rightarrow 0$. For the case of a negligible electron polarization current, i.e., for $\Lambda = 1$, we obtain the same result as Chen *et al.*⁴³

The passing electrons for $|z| \gg \ell_{\parallel}$ are all corresponding to the background plasma. Thus, if at infinity their distribution f_{∞} is a velocity shifted Maxwellian distribution (independent of r), everywhere else it must be of the following form:

$$f_p(\varepsilon) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi} v_T} \sum_{\sigma=\pm 1} \exp \left[-\frac{(\sigma \sqrt{2\varepsilon/m} - u_e)^2}{2v_T^2} \right], \quad (19)$$

with $\varepsilon > 0$ and u_e being the drift velocity of the background plasma with respect to the EH. The contribution of passing electrons to the distribution of trapped electrons can then be written as

$$f_i^{(b)}(\varepsilon) = \frac{2n_0}{\pi \sqrt{2\pi} v_T} [I(\beta, \zeta) + I(-\beta, \zeta)], \quad (20)$$

with

$$I(a, b) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-(ax-b)^2}}{1+x^2} dx, \quad (21)$$

and where we have defined the quantities $\beta = (-\varepsilon/T_{e\parallel})^{1/2}$ and $\zeta = u_e/\sqrt{2}v_T$. As an integral function of a positive integrand, we get a positive function. The general expression (21) does not allow an analytical calculation and must be evaluated numerically, except when the integral takes the form of the Dawson's integral, for $b = 0$. In that case of zero drift velocity ($u_e = 0$), corresponding to the EH immobile with respect to the background plasma, we get

$$f_i^{(b)}(\varepsilon) = \frac{n_0}{v_T} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp(\beta^2) [1 - \operatorname{erf}(\beta)], \quad (22)$$

where the erf function is defined as $\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(x)/2 = \int_0^x \exp(-t^2) dt$. For the case of zero drift velocity, we then will find the result obtained

by previous authors, whether in the 1D^{37,38} or 3D^{43,46} BGK model. For the case of a finite drift velocity, the solution (20) is in accordance with Turikov's result.³⁸ The continuity property of this general solution when $\varepsilon \rightarrow 0$ can be easily verified. First, we obtain straightforwardly $f_i^{(b)}(r, \varepsilon \rightarrow 0^-) = f_p(r, \varepsilon \rightarrow 0^+)$. Second, since $f_i^{(a)}(r, \varepsilon \rightarrow 0^-) = 0$, we get the continuity relation $f_e(r, \varepsilon \rightarrow 0^-) = f_e(r, \varepsilon \rightarrow 0^+)$, which is consistent with the populations present outside the hole and generation mechanism.

Figure 2 displays the different contributions to the distribution of trapped electrons (f_t with the virtual terms $f_t^{(a)}$ and $f_t^{(b)}$ determined above), the distribution of passing electrons (f_p), and the electron distribution at infinity (f_{∞}), as a function of velocity in the EH reference frame. The drift-free case ($u_e = 0$) is represented by Fig. 2(a) as reference. The impact of u_e is visualized by comparing by Fig. 2(b), which represents a case with finite drift ($u_e = -2v_T$). We observe an asymmetric distribution, an important decrease in the positive virtual value of $f_t^{(b)}$ without any change in the equally virtual term associated with the potential, $f_t^{(a)}$. As a result, in that case with $\omega_c/\omega_p = 0.5$, the distribution of trapped electrons f_t is found to be slightly negative, which is unphysical. As we shall see later, the conditions for the existence of EHs will be defined on the basis of this limitation. In addition, the pseudo-Maxwellian part of f_p is moved at higher velocities, allowing for particle acceleration. Comparing Figs. 2(b)–2(d) shows the impact of the drift polarization effects on $f_t^{(a)}$ (which increases with Λ , i.e., decreases with ω_c/ω_p), without modifying $f_t^{(b)}$. As Λ increases, there is a decrease in the density of trapped electrons f_t at the hole center ($v = v_{EH}$).

Figure 2(a) with $u_e \ll v_T$ represents the case of a slow EH (e.g., as observed in the magnetotail^{6,9}) that may result from counterstreaming instability.^{30,51,52} Conversely, Figs. 2(c)–2(d) with $u_e \geq v_T$ represent the case of fast EH and show a plateau-like structure as observed in space plasmas,¹² or in particle-in-cell (PIC) simulations of bump-on-tail type.^{29,31,32}

The choice of a drift velocity u_e as high as $2v_T$ may raise questions for a reader accustomed to Schamel's results, showing that values greater than about 1.3 are impossible under physical conditions.⁵³ Unlike the BGK integral equation method we used to solve the Vlasov–Poisson equation system, Schamel's approach, which used a differential equation method, leads to a limited number of possible solutions. Indeed, keen to find “preferred” BGK states, Schamel introduced a particular shape of the trapped distribution function, which is smoother at the separatrix $\varepsilon = 0$ than most BGK solutions, and, in particular, ours as can be seen in Fig. 2. Justifying what might be an acceptable trapped distribution function remains an open question⁵⁴ and is beyond the scope of our work. However, we can acknowledge that such structures have long been observed in space and laboratory plasmas. For instance, Andersson *et al.*¹⁴ reported fast EHs in the Earth's magnetotail with velocities $u_e \geq 2.5$, whereas histogram given by Holmes *et al.*¹² show velocities between 1 and 1.5. In addition, Fox *et al.*²² reported EHs with velocities $u_e \sim 2$ under laboratory conditions, as did by Lefebvre *et al.*,²³ who found 80% of structures with velocities between 1.3 and 2.3, with 2.1 as the median velocity.

B. Electron densities in the hole

From the passing distribution function f_p , we can explicitly define the density n_p of passing electrons as

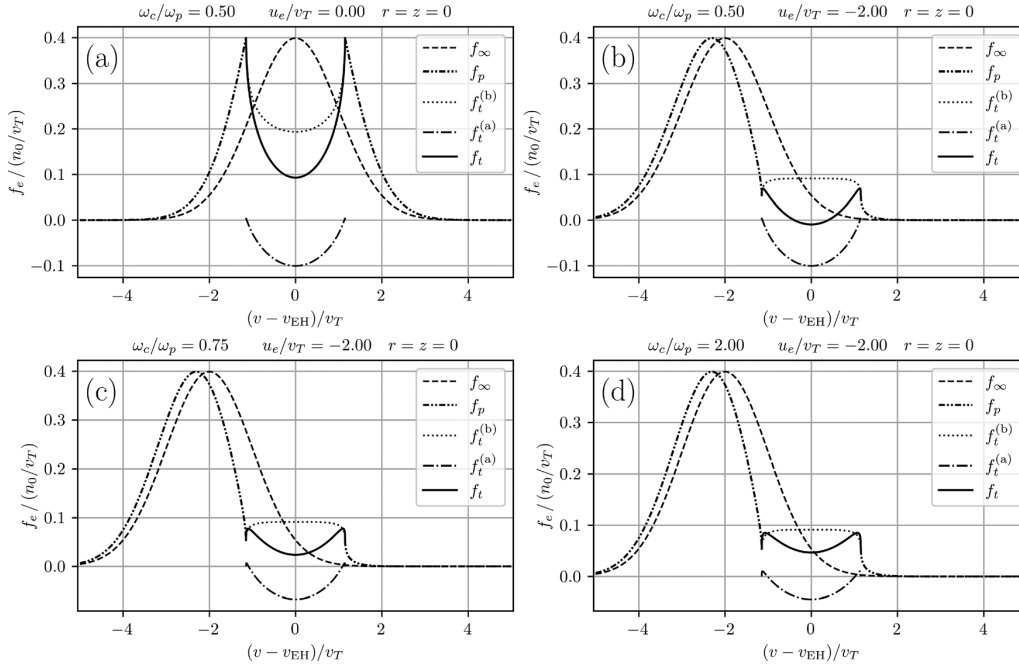


FIG. 2. Passing (f_p), trapped (f_t) electron distribution functions at $r = z = 0$, and background electron distribution function (f_∞) at infinity, in EH rest frame, for different values of drift velocity and cyclotron to plasma frequency ratio: (a) $u_e = 0$, $\omega_c/\omega_p = 0.5$, (b) $u_e = -2v_T$, $\omega_c/\omega_p = 0.5$, (c) $u_e = -2v_T$, $\omega_c/\omega_p = 0.75$, and (d) $u_e = -2v_T$, $\omega_c/\omega_p = 2$ (with $e\phi_0 = 0.66T_{e\parallel}$, $\ell_{\parallel} = 5\lambda_D$, and $\ell_{\perp} = 7\lambda_D$).

$$n_p(r, z) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi} v_T} \left(\int_{+v_T\sqrt{2\psi}}^{+\infty} \exp \left[-\frac{\left(\sqrt{v^2 - \frac{2e\phi}{m}} - u_e \right)^2}{2v_T^2} \right] dv \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^{-v_T\sqrt{2\psi}} \exp \left[-\frac{\left(-\sqrt{v^2 - \frac{2e\phi}{m}} - u_e \right)^2}{2v_T^2} \right] dv \right) \\ = n_0 \left[J_+(\sqrt{2\psi}, \zeta) + J_-(\sqrt{2\psi}, \zeta) \right], \quad (23)$$

with

$$J_\alpha(a, b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^{+\infty} e^{-(\sigma\sqrt{x^2 - a^2} - \sqrt{2}b)^2 / 2} dx, \quad (24)$$

and where $\psi = e\phi/T_{e\parallel}$, the ratio between the potential and thermal energy of electrons. In particular, for zero drift velocity ($u_e = 0$), $J_+(\sqrt{2\psi}, 0) = J_-(\sqrt{2\psi}, 0) = \exp(\psi)[1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\psi})]/2$, whence

$$n_p(r, z) = n_0 \exp(\psi) \left[1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\psi}) \right] \leq n_0. \quad (25)$$

For finite drift velocity, the integral (24) must be evaluated numerically. Using the definition of the charge density ρ_{\parallel} , the trapped electron density n_t writes

$$n_t(r, z) = n_0 - n_p(r, z) - \frac{\rho_{\parallel}(r, z)}{e} \quad (26)$$

and can be determined from Eqs. (12) and (23). In the case where $u_e = 0$ and $\Lambda = 1$ (negligible effects of EH velocity and electron polarization drift), the trapped electron density n_t calculated by Chen *et al.*^{39,43} is retrieved. We can also define the density of the trapped electrons from their distribution as

$$n_t(r, z) = \int_{-v_T\sqrt{2\psi}}^{v_T\sqrt{2\psi}} f_t(r, z, v) dv. \quad (27)$$

Figure 3 displays the different electron densities in the hole (n_p , n_t and their sum $n_t + n_p$) as a function of parallel axis z . As indicated by the Poisson equations (10) and (26), the quantity $n_p + n_t$ represents the electron density $-\rho_{e\parallel}/e$ induced by the potential of the structure and the perpendicular polarization drift effects. It can be observed that despite the variations of the quantities n_p and n_t , the overall neutrality remains preserved and the total load of the structure is zero. The impact of the polarization effects can be seen by comparing Figs. 3(a) and 3(b). We observe that this leads to a reduction of the density of electrons trapped in the potential well, and more importantly at the center than at the edges [dashed line in Fig. 3(a)]. Thus, for $\omega_c/\omega_p < 1$, the distribution of trapped electrons consists of two humps. This is because the polarization current brings additional electrons to the center of the structure [see Figs. 1(b) and 1(d)], independently of the parallel electron dynamics, so fewer trapped

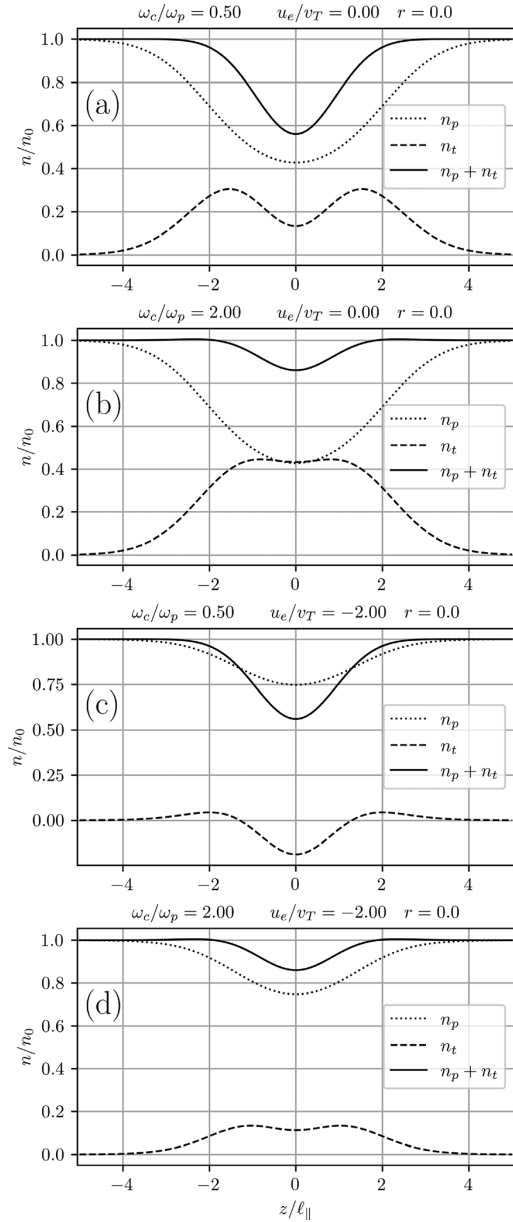


FIG. 3. Passing (n_p), trapped (n_t) electron densities along parallel direction, at $r=0$, for different values of cyclotron to plasma frequency ratio and drift velocity: (a) $\omega_c/\omega_p = 0.5$, $u_e = 0$, (b) $\omega_c/\omega_p = 2.0$, $u_e = 0$, (c) $\omega_c/\omega_p = 0.5$, $u_e = -2v_T$, and (d) $\omega_c/\omega_p = 2.0$, $u_e = -2v_T$ (with $e\phi_0 = T_{e\parallel}$ and $\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_D$).

electrons are needed to satisfy Poisson's equation. Figures 3(b) and 3(d), or Figs. 3(a) and 3(c), illustrate the impact of the drift velocity. As it results in more passing electrons, there is also less need for trapped electrons. For $\omega_c/\omega_p = 0.5$, $u_e = -2v_T$ and assuming

a spherical shape ($\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_D$), as shown in Fig. 3(c), the case is even impossible, as it would require a nonphysical negative density of the trapped electrons. In this example, theoretical determination of the distribution of trapped electrons (f_t), in fact, reveals negative values around its center, similar to what is observed in Fig. 2(b). We can note that the lowest order approximation of J_{pol} we have used, is, in principle, strictly consistent for small parallel perturbations of the electron density, i.e., $n_t + n_p \sim n_0$. For this reason, all our evaluations carried out with strong disturbances are to be considered with caution and aim at identifying trends.

This presentation of the electron density composition in the EH allows us to recall an important observation made by Chen and Parks^{37,46} on the nature of the charge density "shielding" of the core of a BGK structure. As Fig. 3 shows, the passing electrons in the middle of the hole are in deficit (relative to the ions), simply because they are accelerated there. The positive core is then shielded by the trapped electrons that oscillate in the potential structure. In fact, the trapped electrons must distribute themselves in such a way as to counterbalance the positive charge density produced by the depletion of passing electrons inside the potential well, thereby producing a total charge density consistent with the specified potential profile. A BGK EH is a self-consistent and self-sustaining object with zero total charge and does not require any thermal screening by the surrounding plasma (Debye shielding). This result contradicts the idea that the positive core of the EH is due to a deficit of trapped electrons, and that this positive core is screened by the passing electrons, as, for example, recently described by Hutchinson.⁴⁷

IV. EXISTENCE CRITERIA

In this section, we define and analyze the criteria, based on the reality criterion suggested by BGK's pioneering work, that allow these EH structures to exist, in order to obtain information on their size. The trapped distribution function (17) has to be physical, and thus f_t must be non-negative. Writing $f_t(r, \varepsilon) \geq 0$ for $-\varepsilon\phi_r \leq \varepsilon \leq 0$, we obtain a double condition on the lengthscales which must be respected, and which can be expressed as follows:

$$\frac{\ell_{\parallel}^2}{\lambda_D^2} \geq \frac{2 \ln 4 - 1}{G(\psi_0, \zeta) - 2\Lambda\lambda_D^2/\ell_{\perp}^2}, \quad (28)$$

$$\frac{\ell_{\perp}^2}{\lambda_D^2} \geq \frac{2\Lambda}{G(\psi_0, \zeta)}, \quad (29)$$

where $\psi_0 = e\phi_0/T_{e\parallel}$ is the ratio ψ at $r = z = 0$ corresponding to the potential maximum, and where we have introduced the function

$$G(\psi_0, \zeta) = \frac{I(\sqrt{\psi_0}, \zeta) + I(-\sqrt{\psi_0}, \zeta)}{2\sqrt{\pi\psi_0}}. \quad (30)$$

This function has the following limits, for $\psi_0 \rightarrow 0^+$: $G(\psi_0, \zeta) \sim \sqrt{\pi/4\psi_0} \exp(-\zeta^2)$, and for $\psi_0 \rightarrow +\infty$: $G(\psi_0, \zeta) \sim 1/2\psi_0$. The case without drift velocity ($u_e = 0$) gives

$$G(\psi_0, 0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\psi_0}} \exp(\psi_0) \left[1 - \text{erf}(\sqrt{\psi_0}) \right]. \quad (31)$$

Equations (28) and (29) give amplitude-width criteria in both parallel and perpendicular directions. In the case where $u_e = 0$ and

$\Lambda = 1$, we obtain the same criteria as those found by Chen *et al.*^{39,43} Figure 4 represents the minimum parallel sizes of the hole [from Eq. (28)] as a function of the amplitude of the potential well for several values of the perpendicular size, and plasma parameters. In addition, the threshold given by Eq. (4) for the finite frequency effects on the electrons to be negligible is represented by a horizontal dashed-dotted line. While the observations indicate that the ratio $e\phi_0/T_{e\parallel}$ does not seem to exceed 1 by much, we have extended its range to 10 in order to show the common trend for the different values of ℓ_{\perp} . The area under these curves represents forbidden zones, see, for example, the shaded area of Fig. 4(a) corresponding to the case $\ell_{\perp} = \infty$, i.e., the 1D limit. Below the dashed-dotted horizontal line lies the region where polarization drift effects cannot exist, meaning that the use in our model of the electron polarization charge density, as given by Eq. (8), is no longer valid. In fact, in this region, the strongly magnetized plasma limit must be taken, i.e., $\omega_c/\omega_p = \infty$ ($\Lambda = 1$), to calculate the width-amplitude relation given by Eq. (28) with Λ and the squared dependence of Λ on the ω_c/ω_p ratio, these width-amplitude relation curves for $\omega_c/\omega_p = \infty$ (not shown) are very close to the curves shown in Figs. 4(b) and 4(d) ($\omega_c/\omega_p = 2$, thus, $\Lambda = 1.25$), especially for their left-hand side linear trend. We note that for a finite perpendicular width the weaker the magnetic field strength or the higher the electron drift velocity, the larger the forbidden zone. Indeed, polarization drift effects tend to reduce the possibility of perpendicular small scale, large amplitude structures [compare Figs. 4(a) and 4(b) where $u_e = 0$]. When a shifted

Maxwellian distribution is taken into account, which should be more realistic regarding to a beam instability generation mechanism, we find that the allowed zone is still more reduced, making structures below the Debye lengthscale in the parallel direction hardly possible [compare Figs. 4(b) and 4(d)]. This last result is consistent with Goldmann's.⁴¹ Furthermore, when the finite effects of electron polarization current and electron drift velocity are both considered, elongated structures with a small perpendicular scale can only exist for very small amplitudes [see Fig. 4(c)].

Figure 5 represents the minimum perpendicular sizes of the hole [from Eq. (29)] as a function of amplitude of the potential well for several ω_c/ω_p ratio, in the case of $u_e = 0$ [Fig. 5(a)] and $u_e = -2v_T$ [Fig. 5(b)]. In addition, the threshold given by Eq. (3) for the finite Larmor radius effects on the electrons to be negligible is represented by a horizontal dashed-dotted line, in the most restrictive case, $\omega_c/\omega_p = 0.5$, and assuming $T_{e\parallel} = T_{e\perp}$. For both u_e cases, the polarization drift effects lead to an increase in the slope of $\ell_{\perp}(\psi_0)$ and of the forbidden zone for small ω_c/ω_p values. For a given ω_c/ω_p ratio, the velocity drift effects also contribute significantly to the expansion of the forbidden zone. In addition, the width-amplitude relations $\ell_{\perp}(\psi_0)$ shown in Fig. 5 can also represent the maximum well amplitudes $\psi_{0,\max}$ as a function of ℓ_{\perp} . The vertical asymptotes in Fig. 4 correspond to the limit of $\ell_{\parallel}(\psi_0 \rightarrow \psi_{0,\max})$, precisely. Consistently, from Fig. 4(c), we observe that the conditions used to make Fig. 3(c) (i.e., $e\phi_0 = T_{e\parallel}$ and $\ell_{\parallel} = \ell_{\perp} = 5\lambda_D$, with $u_e = -2v_T$ and $\omega_c/\omega_p = 0.5$) are in the forbidden zone. Furthermore, as shown by the dashed-dotted line in

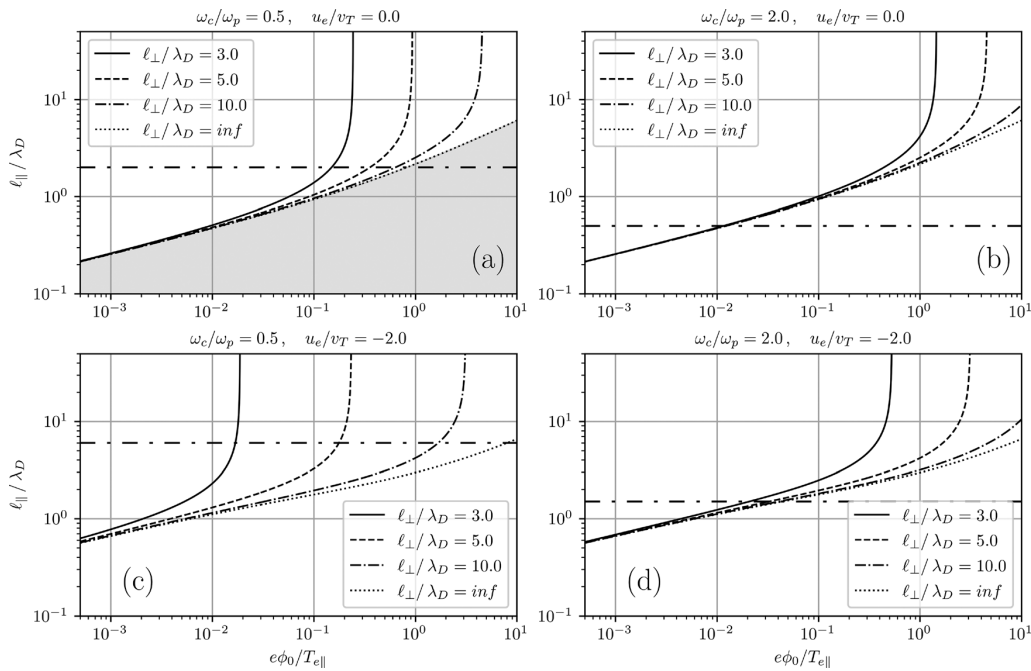


FIG. 4. Parallel width-amplitude relations for different values of perpendicular width ℓ_{\perp} , drift velocity and cyclotron to plasma frequency ratio: (a) $u_e = 0$, $\omega_c/\omega_p = 0.5$, (b) $u_e = 0$, $\omega_c/\omega_p = 2.0$, (c) $u_e = -2v_T$, $\omega_c/\omega_p = 0.5$, and (d) $u_e = -2v_T$, $\omega_c/\omega_p = 2.0$. The horizontal loosely dashed-dotted line represents the threshold given by Eq. (4) for the finite frequency effects on the electrons to be negligible.

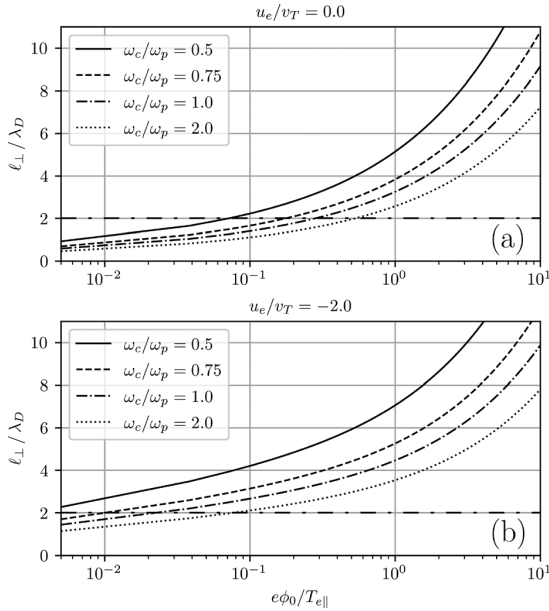


FIG. 5. Perpendicular width-amplitude relations for different values of cyclotron to plasma frequency ratio ω_c/ω_p and drift velocity: (a) $u_e = 0$ and (b) $u_e = -2v_T$. The horizontal loosely dashed-dotted line represents the threshold given by Eq. (3) for the finite Larmor radius effects on the electrons to be negligible, in the most restrictive case, i.e., $\omega_c/\omega_p = 0.5$, and assuming an isotropic temperature.

Fig. 5(a), e.g., for $\omega_c/\omega_p = 0.5$, ℓ_{\perp}/λ_D cannot be smaller than 2, unless a large parallel temperature anisotropy is present in the plasma. In Fig. 5(b) with a large drift velocity, all the curves satisfy the condition related to Eq. (3) at least marginally. Only the case $\omega_c/\omega_p = 0.5$ is illustrated; the other cases are straightforwardly deduced for the larger ω_c/ω_p ratios and lead to proportionally lower horizontal lines.

V. DISCUSSION

Our study allows to precise the 3D EH existence conditions depending on the electron drift velocity (u_e) and the plasma magnetization (ω_c/ω_p). In this section, we compare our results with various measurements from space and laboratory summarized in Table I. For instance, the first statistical results of EHs observed by the Fast mission² in highly magnetized auroral plasma ($\omega_c/\omega_p > 5$) and moving with velocities $u_e < 0.6v_T$, have interpreted the observational relationship between $e\phi_0/T_{e||}$ and $\ell_{||}/\lambda_D$ from a 1D BGK model.⁴⁰ Most of these observations ($e\phi_0/T_{e||} \approx 0.05 - 1.1$, $\ell_{||}/\lambda_D \approx 0.5 - 4$) belong to the allowed region for EH having $\ell_{\perp}/\lambda_D \geq 3$ [Fig. 4(b)]. As the same manner, a statistical study of EHs detected in the cusp and in the Plasma Sheet (PS)/Plasma Sheet Boundary Layer (PSBL) regions by the POLAR satellite, showed a relationship between their potential amplitude and parallel size.⁶ In the cusp region, $\omega_c/\omega_p < 1$ (respectively, PS/PSBL region, $\omega_c/\omega_p \sim 2$), the EH velocity was found in the range 0.1–2 (respectively, 0.3–1) of the thermal velocity. The normalized potential $e\phi_0/T_{e||}$ was found between 10^{-3} and 10^{-1} (respectively, between 10^{-5} and 10^{-2}). Considering these different EH velocities and ω_c/ω_p ratios, the cusp (respectively, PS/PSBL)

observations can be related to our results in Figs. 4(a) and 4(c) [respectively, Figs. 4(b) and 4(d)] for the slow and fast EHs. Recall that $\ell_{||}/\lambda_D$ values lying below the dashed-dotted threshold line must be interpreted without taking into account the polarization drift term in Eq. (28) (because in this parameter range $\delta E \times \mathbf{B}_0$ drift cannot be established), and for such values the relevant width-amplitude curves to be considered are given by Figs. 4(b) and 4(d), as explained in Sec. IV. Therefore, smallest values of $\ell_{||}/\lambda_D \sim 0.5$ (respectively, $\ell_{||}/\lambda_D \sim 0.1$) in the cusp (respectively, in the PS/PSBL) region are allowed for the smallest values of the potential 10^{-3} (respectively, 10^{-5} , not shown) and only for slow EH speed $u_e/v_T = 0$. Fastest EHs in the cusp (respectively, PS/PSBL) region with $u_e/v_T = 2$ (respectively, $u_e/v_T = 1$) are allowed only for $\ell_{||}/\lambda_D > 0.6$. Superslow EHs with weak potential ($u_e/v_T \sim 0.05$, $e\phi_0/T_{e||} \sim 0.05 - 0.1$) reported from CLUSTER⁸ and MMS⁹ observations in weakly magnetized plasma having $\ell_{||}/\lambda_D \sim 2 - 5$ are allowed if $\ell_{\perp} \geq 3$, which is consistent with the observed scale ratio ($\ell_{||}/\ell_{\perp} < 0.5$), see Fig. 4(a). From other observations provided by MMS^{11–13} in weakly magnetized plasma ($\omega_c/\omega_p \sim 0.5$), fast and large-amplitude EHs ($u_e/v_T \geq 1$, $e\phi_0/T_{e||} \sim 1$) have been also reported. In such conditions and in accordance with observations, these structures are allowed if $\ell_{\perp} \geq 10\lambda_D$ with a minimum allowed value of $\ell_{||} \sim 3\lambda_D$ (without polarization drift effects), see Fig. 4(c).

Regarding laboratory measurements, our model is also consistent with the EH properties reported so far. For instance, Fox *et al.*²² observed in a weakly magnetized plasma ($\omega_c/\omega_p \sim 0.14$) fast, large amplitude EHs ($u_e/v_T \sim 2$ and $e\phi_0/T_{e||} \sim 1$) with $\ell_{||}/\lambda_D \sim 25$ and $\ell_{||}/\ell_{\perp} \sim 0.5$, which are allowed by our model for $\ell_{\perp}/\lambda_D \geq 25$, as deduced from the figure similar to Fig. 4(c) computed with $\omega_c/\omega_p \sim 0.14$ (not shown). Measurements reported by Lefebvre *et al.* of fast EHs ($u_e/v_T \sim 1.3 - 2.3$) in both weakly and strongly magnetized plasma ($\omega_c/\omega_p \sim 0.5 - 7$) also support our results. They have moderate amplitudes ($e\phi_0/T_{e||} \sim 0.1 - 0.75$) with $\ell_{||}/\lambda_D \sim 4.5 - 24.4$. In the weakly magnetized regime [Fig. 4(c)], these fast EHs for $\ell_{||}/\lambda_D > 6$, i.e., with polarization drift effects, for potential ~ 0.1 , are allowed if $\ell_{\perp}/\lambda_D \geq 5$, and for larger potentials between 0.2 and 0.75, if $\ell_{\perp}/\lambda_D \geq 10$. Note that smaller $\ell_{||}/\lambda_D$ values between 4.5 and 6 are also allowed but without polarization drift effects and less constraints on ℓ_{\perp}/λ_D . In the strongly magnetized regime [Fig. 4(d)], the constraints are a bit looser, the EHs are allowed with possible smaller perpendicular scales ($\ell_{\perp}/\lambda_D \geq 3$, for potential ~ 0.1 ; $\ell_{\perp}/\lambda_D \geq 5$, for larger potentials between 0.2 and 0.75). These constraints are more precise than those given by Chen *et al.*³⁹ and considered in Lefebvre *et al.*²³

Now we compare our results with 2D PIC simulations. Note that our model is developed using a cylindrical geometry with related assumptions whereas simulations use cartesian geometries. Therefore, differences could be found depending on the geometry used. However, these should be negligible when the radius of curvature of the cylindrical structure (ℓ_{\perp}) is much larger than the Larmor radius, which is consistent with the guiding center approximation used. Performing counterstreaming simulations ($u_e \simeq 0$) in different magnetization and amplitude conditions ($\omega_c/\omega_p \simeq 0.5 - 10$, $e\phi_0/T_{e||} \simeq 0.7 - 0.8$ or $e\phi_0/T_{e||} \simeq 4$), Umeda⁵² obtained both 1D and 2D structures. For $\omega_c/\omega_p \simeq 1 - 10$, quasi-1D EHs ($\ell_{\perp}/\lambda_D > 128$) are found whereas for a less magnetized plasma ($\omega_c/\omega_p = 0.5$) and depending on the beam velocity, EHs have a 2D structure (e.g., $\ell_{\perp}/\lambda_D \simeq 6 - 8$,

$\ell_{\parallel}/\lambda_D \simeq 3 - 4$). From our model [see Fig. 4(b) where $\omega_c/\omega_p > 1$], we observe that 1D EHs ($\ell_{\perp}/\lambda_D = \text{inf}$) must have $\ell_{\parallel}/\lambda_D \geq 2$ for $e\phi_0/T_{e\parallel} \simeq 0.7 - 0.8$ and $\ell_{\parallel}/\lambda_D > 4$ for $e\phi_0/T_{e\parallel} \simeq 3 - 4$. In the case of 2D EHs found, i.e., for finite values of ℓ_{\perp}/λ_D , the perpendicular width-amplitude relations, shown in Fig. 5(a) for less magnetized plasma, require $\ell_{\perp}/\lambda_D > 4$ for $e\phi_0/T_{e\parallel} \simeq 0.7 - 0.8$, and $\ell_{\perp}/\lambda_D > 5 - 9$ for $e\phi_0/T_{e\parallel} \simeq 1 - 4$. From the parallel width-amplitude relations shown in Fig. 4(a), these structures must also have $\ell_{\parallel}/\lambda_D > 2$ and $\ell_{\parallel}/\lambda_D > 2 - 4$, respectively. Investigating numerically counter-streaming instability ($u_e \sim 0$) in the auroral region ($\omega_c/\omega_p = 5$), Oppenheim⁵⁵ found oblate EHs with $l_{\parallel} = 20\lambda_D$, $\ell_{\perp} \sim 100\lambda_D$, and $e\phi_0/T_{e\parallel} \sim 1$. These structures are finally found unstable associated with the growth of electrostatic whistler waves after thousands of electron plasma periods. Such quasi-1D structures are consistent with our model, which requires only the condition: $\ell_{\parallel}/\lambda_D \geq 2$ [Fig. 4(b)], yet indicating that all shapes of structures may exist. Studying the bump-on-tail instability in the magnetotail ($u_e/v_T > 1$, $\omega_c/\omega_p = 1$, and $e\phi_0/T_{e\parallel} \simeq 0.5$), Umeda³¹ found EHs with $\ell_{\parallel} \simeq 20\lambda_D$ and $\ell_{\perp} > \ell_{\parallel}$ (notably due to coalescence of EHs in the nonlinear phase). Furthermore, the authors found that in such conditions EHs are stable for long time ($\omega_p t \sim 1000$). Based on Figs. 4(d) and 5(b), our conditions of existence allow even smaller EHs with $\ell_{\parallel}/\lambda_D \geq 8$ and $\ell_{\perp}/\lambda_D \geq 4$, as well as all shapes of structures. Therefore, all EH structures obtained by numerical simulations are located in the regions of existence of our model.

VI. CONCLUSIONS

To conclude, the model presented in this paper describes the criteria of existence of 3D cylindrical EHs including both the polarization drift of electrons ($\omega_c/\omega_p \leq 1$) and a finite velocity of the EH with respect to the background electrons ($|u_e| \gtrsim v_T$). For fast EHs, this allowed us to use more realistic boundary conditions on the electron distribution functions, which include a global drift consistent with the observations (e.g., MMS recent observations¹¹⁻¹³). These theoretical improvements have shown that they could have an important impact on the distribution functions and densities of electrons passing through and trapped in the EH structures, as well as on their conditions of existence. These two effects, the polarization drift of electrons and a finite parallel shift in their velocity distribution, indeed tend to restrict the possibilities of small-scale and large-amplitude EHs. However, given the conditions of validity of the underlying gyrokinetic approach, our results can only show a modest effect for small scale EHs.

Since these existence conditions only determine the boundaries of a semi-open parameter space, our results (and previous ones, e.g., see discussion in Chen *et al.*³⁹) do not provide any strong constraints on the relationship between perpendicular and parallel lengthscales. Consequently, as suggested in the Introduction, we believe that what determines the oblateness of these structures lies not so much in their self-consistent physics, but rather in the mechanisms by which they are generated. So, while we disagree with Hutchinson's approach⁴⁷ that the EH's positive core is shielded by passing electrons (rather than arising from their depletion due to their acceleration by the potential well; see discussion in Sec. III B) and thus that the electron polarization effects would virtually be an anisotropic shielding mechanism, we can agree with his conclusion given in the abstract that "trapped electron

charge distribution anisotropy must [...] underlie the oblate shape of electron holes."

As the validity of the guiding center approximation for modeling EHs has been questioned, we would like to point out that the parallel magnetic field perturbation reported for fast EHs observed in the Earth's magnetotail has so far been well explained by the $\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ electron drift current inside these holes.¹²⁻¹⁵ Indeed, all trapped electrons contribute to this current, as well as the majority of the passing electrons. Moreover, very recent results from Yang *et al.*⁵⁶ have also demonstrated the importance of taking into account the contribution of the electron polarization drift in such models. In particular, studying the global current systems besides the $\delta\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ current, they show that the azimuthal magnetic field perturbation caused by the electron polarization drift can be significant compared to the Lorentz transformation of the perpendicular electric field and is related to the ω_p^2/ω_c^2 ratio.

Another point that could be questioned in the present study is that ion dynamics could be neglected for superslow EHs in some cases. Indeed, recent MMS observations in the Earth's magnetic tail that resolve the very low velocities of EHs (of the order of the ion thermal velocity) clearly demonstrate the existence of an interaction between the background ions and the global dynamics of EHs.^{35,36} However, we would like to stress that the question of whether or not to consider ion dynamics as negligible is not so simple. In the observations reported by Kamaletdinov *et al.*,³⁶ the electron and ion temperatures are around 500 eV and 5 keV, respectively, which corresponds to a small T_e/T_i ratio. In addition, the potential well amplitudes ϕ_0 are very weak, ~ 10 V, in comparison with T_i/e . This suggests that the majority of ions are passing and very few are reflected. Due to the high mass ratio with electrons, the contribution of passing ions in the charge balance should be negligible compared to the contribution of passing electrons. This is the physics of BGK kinetic equilibrium. Of course, such an equilibrium may not be stable, and this is certainly the reason why Kamaletdinov *et al.*³⁶ observe another specific ion dynamics for the slow EHs they reported. In fact, although the contribution of ions to BGK equilibrium may be negligible for superslow EHs as indicated above, their contribution to the dynamics of these superslow EH may not be. A resonant interaction may indeed occur when the EH velocity coincides with the bulk ion velocity. Thus, as mentioned in the Introduction, the separation of EHs into slow and fast could also and rightly be based on the EH dynamics caused by resonant interaction with ions,^{35,36} and not on the EH equilibrium caused by electron dynamics, as we have been doing. The physical scope of our model is therefore of a different nature, and the existence criteria developed in it can only concern those of a static equilibrium in phase space. The stability of these solutions to various types of perturbation is another matter.

Particle measurements by the MMS mission, even provided at 30 ms time resolution,⁵⁷ do not allow to fully resolve the electron distribution function in fast EHs, which have characteristic times of 1 ms. Depending on the number of EHs detected in 30 ms, measured electron distribution functions can be statistically representative to the EH or to the ambient plasma. Using a coarser acquisition mode with faster time resolution at 7.5 ms, and thanks to a superposed epoch analysis of numerous electron holes, Mozer *et al.*⁵⁸ were nevertheless able to demonstrate the depletion of electron phase space density within 1 ms EHs, which represents a real observational challenge that cannot be easily reproduced. Therefore, theoretical developments are still crucial to

better understand *in situ* observations of such self-consistent structures. This could be addressed by PIC simulations and observations in weakly magnetized media ($\omega_c/\omega_p \lesssim 1$), in a forthcoming study.

AUTHOR DECLARATIONS

Conflict of Interest

The authors have no conflicts to disclose.

Author Contributions

Gaëtan Gauthier: Conceptualization (equal); Formal analysis (equal); Investigation (equal); Writing – original draft (lead); Writing – review & editing (supporting). **Thomas Chust:** Conceptualization (equal); Formal analysis (equal); Investigation (equal); Methodology (lead); Validation (lead); Writing – original draft (supporting); Writing – review & editing (lead). **Olivier Le Contel:** Conceptualization (supporting); Formal analysis (supporting); Investigation (equal); Methodology (lead); Supervision (lead); Validation (lead); Writing – original draft (supporting); Writing – review & editing (lead). **Philippe Savoini:** Conceptualization (supporting); Formal analysis (supporting); Investigation (supporting); Methodology (lead); Project administration (lead); Supervision (lead); Validation (supporting); Writing – original draft (supporting); Writing – review & editing (supporting).

DATA AVAILABILITY

Data sharing is not applicable to this article as no new data were created or analyzed in this study.

REFERENCES

- H. Matsumoto, H. Kojima, T. Miyatake, Y. Omura, M. Okada, I. Nagano, and M. Tsutsui, “Electrostatic solitary waves (ESW) in the magnetotail: Ben wave forms observed by geotail,” *Geophys. Res. Lett.* **21**, 2915–2918, <https://doi.org/10.1029/94GL01284> (1994).
- R. Ergun, C. Carlson, J. McFadden, F. Mozer, G. Delory, W. Peria, C. Chaston, M. Temerin, I. Roth, L. Muschietti *et al.*, “Fast satellite observations of large-amplitude solitary structures,” *Geophys. Res. Lett.* **25**, 2041–2044, <https://doi.org/10.1029/98GL00636> (1998).
- S. Bale, P. Kellogg, D. Larsen, R. Lin, K. Goetz, and R. Lepping, “Bipolar electrostatic structures in the shock transition region: Evidence of electron phase space holes,” *Geophys. Res. Lett.* **25**, 2929–2932, <https://doi.org/10.1029/98GL02111> (1998).
- I. Y. Vasko, R. Wang, F. S. Mozer, S. D. Bale, and A. V. Artemyev, “On the nature and origin of bipolar electrostatic structures in the earth’s bow shock,” *Front. Phys.* **8**, 156 (2020).
- S. R. Kamaletdinov, I. Y. Vasko, R. Wang, A. V. Artemyev, E. V. Yushkov, and F. S. Mozer, “Slow electron holes in the Earth’s bow shock,” *Phys. Plasmas* **29**, 092303 (2022).
- J. Franz, P. Kintner, J. Pickett, and L.-J. Chen, “Properties of small-amplitude electron phase-space holes observed by polar,” *J. Geophys. Res.* **110**, A09212, <https://doi.org/10.1029/2005JA011095> (2005).
- C. Cattell, J. Dombeck, J. Wygant, J. Drake, M. Swisdak, M. Goldstein, W. Keith, A. Fazakerley, M. André, E. Lucek *et al.*, “Cluster observations of electron holes in association with magnetotail reconnection and comparison to simulations,” *J. Geophys. Res.* **110**, A01211, <https://doi.org/10.1029/2004JA010519> (2005).
- C. Norgren, M. André, A. Vaivads, and Y. V. Khotyaintsev, “Slow electron phase space holes: Magnetotail observations,” *Geophys. Res. Lett.* **42**, 1654–1661, <https://doi.org/10.1002/2015GL063218> (2015).
- H. Fu, F. Chen, Z. Chen, Y. Xu, Z. Wang, Y. Liu, C. Liu, Y. V. Khotyaintsev, R. Ergun, B. Giles *et al.*, “First measurements of electrons and waves inside an electrostatic solitary wave,” *Phys. Rev. Lett.* **124**, 095101 (2020).
- O. Le Contel, R. Nakamura, H. Breuillard, M. Argall, D. B. Graham, D. Fischer, A. Retinó, M. Berthomier, R. Pottelette, L. Mirioni *et al.*, “Lower hybrid drift waves and electromagnetic electron space-phase holes associated with dipolarization fronts and field-aligned currents observed by the magnetospheric multiscale mission during a substorm,” *J. Geophys. Res.* **122**, 12236, <https://doi.org/10.1002/2017JA024550> (2017).
- Y. Tong, I. Vasko, F. Mozer, S. D. Bale, I. Roth, A. Artemyev, R. Ergun, B. Giles, P.-A. Lindqvist, C. Russell *et al.*, “Simultaneous multispacecraft probing of electron phase space holes,” *Geophys. Res. Lett.* **45**, 11513, <https://doi.org/10.1029/2018GL079044> (2018).
- J. Holmes, R. Ergun, D. Newman, N. Ahmadi, L. Andersson, O. Le Contel, R. Torbert, B. Giles, R. Strangeway, and J. Burch, “Electron phase-space holes in three dimensions: Multispacecraft observations by magnetospheric multiscale,” *J. Geophys. Res.* **123**, 9963–9978, <https://doi.org/10.1029/2018JA025750> (2018).
- K. Steinvall, Y. V. Khotyaintsev, D. B. Graham, A. Vaivads, O. Le Contel, and C. T. Russell, “Observations of electromagnetic electron holes and evidence of Cherenkov whistler emission,” *Phys. Rev. Lett.* **123**, 255101 (2019).
- L. Andersson, R. Ergun, J. Tao, A. Roux, O. Le Contel, V. Angelopoulos, J. Bonnell, J. McFadden, D. Larson, S. Eriksson *et al.*, “New features of electron phase space holes observed by the THEMIS mission,” *Phys. Rev. Lett.* **102**, 225004 (2009).
- J. Tao, R. Ergun, L. Andersson, J. Bonnell, A. Roux, O. Le Contel, V. Angelopoulos, J. McFadden, D. Larson, C. M. Cully *et al.*, “A model of electromagnetic electron phase-space holes and its application,” *J. Geophys. Res.* **116**, A11213, <https://doi.org/10.1029/2010JA016054> (2011).
- P. I. Shustov, I. V. Kuzichev, I. Y. Vasko, A. V. Artemyev, and A. J. Gerrard, “The dynamics of electron holes in current sheets,” *Phys. Plasmas* **28**, 012902 (2021).
- J. Williams, L.-J. Chen, W. Kurth, D. Gurnett, and M. Dougherty, “Electrostatic solitary structures observed at Saturn,” *Geophys. Res. Lett.* **33**, L06103, <https://doi.org/10.1029/2005GL024532> (2006).
- J. Pickett, W. Kurth, D. Gurnett, R. Huff, J. Faden, T. Averkamp, D. Piša, and G. Jones, “Electrostatic solitary waves observed at Saturn by Cassini inside 10 R_s and near Enceladus,” *J. Geophys. Res.* **120**, 6569–6580, <https://doi.org/10.1002/2015JA021305> (2015).
- D. M. Malaspina, K. Goodrich, R. Livi, J. Halekas, M. McManus, S. Curry, S. D. Bale, J. W. Bonnell, T. D. de Wit, K. Goetz *et al.*, “Plasma double layers at the boundary between Venus and the solar wind,” *Geophys. Res. Lett.* **47**, e2020GL090115, <https://doi.org/10.1029/2020GL090115> (2020).
- L. Hadid, N. Edberg, T. Chust, D. Piša, A. Dimmock, M. Morooka, M. Maksimovic, Y. Khotyaintsev, J. Souček, M. Kretzschmar, A. Vecchio, O. L. Contel, A. Retinó, R. Allen, M. Volwerk, C. Fowler, L. Sorriso-Valvo, T. Karlsson *et al.*, “Solar orbiter’s first Venus flyby: Observations from the radio and plasma wave instrument,” *Astron. Astrophys.* **656**, A18 (2021).
- D. Montgomery, R. Focia, H. Rose, D. Russell, J. Cobble, J. Fernández, and R. Johnson, “Observation of stimulated electron-acoustic-wave scattering,” *Phys. Rev. Lett.* **87**, 155001 (2001).
- W. Fox, M. Porkolab, J. Egedal, N. Katz, and A. Le, “Laboratory observation of electron phase-space holes during magnetic reconnection,” *Phys. Rev. Lett.* **101**, 255003 (2008).
- B. Lefebvre, L.-J. Chen, W. Gekelman, P. Kintner, J. Pickett, P. Pribyl, S. Vincena, F. Chiang, and J. Judy, “Laboratory measurements of electrostatic solitary structures generated by beam injection,” *Phys. Rev. Lett.* **105**, 115001 (2010).
- A. Mamun and P. Shukla, “Solitary waves in an ultrarelativistic degenerate dense plasma,” *Phys. Plasmas* **17**, 104504 (2010).
- I. B. Bernstein, J. M. Greene, and M. D. Kruskal, “Exact nonlinear plasma oscillations,” *Phys. Rev.* **108**, 546 (1957).
- F. Haas, “Bernstein–Greene–Kruskal approach for the quantum Vlasov equation,” *EPL* **132**, 20006 (2020).
- T. Dauxois and M. Peyrard, *Physics of Solitons* (Cambridge University Press, 2006).
- V. Krasovsky, H. Matsumoto, and Y. Omura, “Bernstein–Greene–Kruskal analysis of electrostatic solitary waves observed with Geotail,” *J. Geophys. Res.* **102**, 22131–22139, <https://doi.org/10.1029/97JA02033> (1997).

- ²⁹Y. Omura, H. Matsumoto, T. Miyake, and H. Kojima, "Electron beam instabilities as generation mechanism of electrostatic solitary waves in the magnetotail," *J. Geophys. Res.* **101**, 2685–2697, <https://doi.org/10.1029/95JA03145> (1996).
- ³⁰F. Mottez, "Instabilities and formation of coherent structures," *Astrophys. Space Sci.* **277**, 59–70 (2001).
- ³¹T. Umeda, Y. Omura, and H. Matsumoto, "Two-dimensional particle simulation of electromagnetic field signature associated with electrostatic solitary waves," *J. Geophys. Res.* **109**, A02207, <https://doi.org/10.1029/2003JA010000> (2004).
- ³²Q. Lu, B. Lembege, J. Tao, and S. Wang, "Perpendicular electric field in two-dimensional electron phase-holes: A parameter study," *J. Geophys. Res.* **113**, A11291, <https://doi.org/10.1029/2008JA013693> (2008).
- ³³L. Muschietti, I. Roth, C. Carlson, and R. Ergun, "Transverse instability of magnetized electron holes," *Phys. Rev. Lett.* **85**, 94 (2000).
- ³⁴L. Muschietti, I. Roth, C. Carlson, and M. Berthomier, "Modeling stretched solitary waves along magnetic field lines," *Nonlinear Processes Geophys.* **9**, 101–109 (2002).
- ³⁵A. Lotekar, I. Y. Vasko, F. S. Mozer, I. Hutchinson, A. V. Artemyev, S. D. Bale, J. W. Bonnell, R. Ergun, B. Giles, Y. V. Khotyaintsev, P.-A. Lindqvist, C. T. Russell, and R. Strangeway, "Multisatellite MMS analysis of electron holes in the Earth's magnetotail: Origin, properties, velocity gap, and transverse instability," *J. Geophys. Res.* **125**, e2020JA028066, <https://doi.org/10.1029/2020JA028066> (2020).
- ³⁶S. R. Kamaletdinov, I. H. Hutchinson, I. Y. Vasko, A. V. Artemyev, A. Lotekar, and F. Mozer, "Spacecraft observations and theoretical understanding of slow electron holes," *Phys. Rev. Lett.* **127**, 165101 (2021).
- ³⁷L.-J. Chen and G. K. Parks, "Trapped and passing electrons in BGK solitary waves," [arXiv:physics/0103020](https://arxiv.org/abs/physics/0103020) (2001).
- ³⁸V. Turikov, "Electron phase space holes as localized BGK solutions," *Phys. Scr.* **30**, 73 (1984).
- ³⁹L.-J. Chen, J. Pickett, P. Kintner, J. Franz, and D. Gurnett, "On the width-amplitude inequality of electron phase space holes," *J. Geophys. Res.* **110**, A09211, <https://doi.org/10.1029/2005JA011087> (2005).
- ⁴⁰L. Muschietti, R. Ergun, I. Roth, and C. Carlson, "Phase-space electron holes along magnetic field lines," *Geophys. Res. Lett.* **26**, 1093–1096, <https://doi.org/10.1029/1999GL900207> (1999).
- ⁴¹M. V. Goldman, D. L. Newman, and A. Mangeney, "Theory of weak bipolar fields and electron holes with applications to space plasmas," *Phys. Rev. Lett.* **99**, 145002 (2007).
- ⁴²J. Franz, P. Kintner, C. Seyler, J. Pickett, and J. Scudder, "On the perpendicular scale of electron phase-space holes," *Geophys. Res. Lett.* **27**, 169–172, <https://doi.org/10.1029/1999GL010733> (2000).
- ⁴³L.-J. Chen, D. J. Thouless, and J.-M. Tang, "Bernstein–Greene–Kruskal solitary waves in three-dimensional magnetized plasma," *Phys. Rev. E* **69**, 055401 (2004).
- ⁴⁴C. Ng, A. Bhattacharjee, and F. Skiff, "Weakly collisional Landau damping and three-dimensional Bernstein–Greene–Kruskal modes: New results on old problems," *Phys. Plasmas* **13**, 055903 (2006).
- ⁴⁵H. Schamel, "Theory of electron holes," *Phys. Scr.* **20**, 336 (1979).
- ⁴⁶L.-J. Chen and G. K. Parks, "BGK electron solitary waves in 3D magnetized plasma," *Geophys. Res. Lett.* **29**, 45-1–45-4, <https://doi.org/10.1029/2001GL013385> (2002).
- ⁴⁷I. Hutchinson, "Oblate electron holes are not attributable to anisotropic shielding," *Phys. Plasmas* **28**, 022902 (2021).
- ⁴⁸I. H. Hutchinson, "Transverse instability magnetic field thresholds of electron phase-space holes," *Phys. Rev. E* **99**, 053209 (2019).
- ⁴⁹I. Vasko, O. Agapitov, F. Mozer, A. Artemyev, J. Drake, and I. Kuzichev, "Electron holes in the outer radiation belt: Characteristics and their role in electron energization," *J. Geophys. Res.* **122**, 120–135, <https://doi.org/10.1002/2016JA023083> (2017).
- ⁵⁰L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics* (Butterworth-Heinemann, 1976), Vol. 1.
- ⁵¹M. V. Goldman, F. Cray, D. L. Newman, and M. Oppenheim, "Turbulence driven by two-stream instability in a magnetized plasma," *Phys. Plasmas* **7**, 1732–1739 (2000).
- ⁵²T. Umeda, Y. Omura, T. Miyake, H. Matsumoto, and M. Ashour-Abdalla, "Nonlinear evolution of the electron two-stream instability: Two-dimensional particle simulations," *J. Geophys. Res.* **111**, A10206, <https://doi.org/10.1029/2006JA011762> (2006).
- ⁵³H. Schamel, "Electron holes, ion holes and double layers: Electrostatic phase space structures in theory and experiment," *Phys. Rep.* **140**, 161–191 (1986).
- ⁵⁴I. H. Hutchinson, "Electron holes in phase space: What they are and why they matter," *Phys. Plasmas* **24**, 055601 (2017).
- ⁵⁵M. Oppenheim, D. Newman, and M. Goldman, "Evolution of electron phase-space holes in a 2D magnetized plasma," *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2344 (1999).
- ⁵⁶F. Yang, X.-Z. Zhou, Y. Zhuang, C. Yue, Q.-G. Zong, Z.-Y. Liu, and A. V. Artemyev, "Magnetic perturbations in electron phase-space holes: Contribution of electron polarization drift," *J. Geophys. Res.* **128**, e2022JA031172, <https://doi.org/10.1029/2022JA031172> (2023).
- ⁵⁷J. Burch, R. Torbert, T. Phan, L.-J. Chen, T. Moore, R. Ergun, J. Eastwood, D. Gershman, P. Cassak, M. Argall *et al.*, "Electron-scale measurements of magnetic reconnection in space," *Science* **352**, aaf2939 (2016).
- ⁵⁸F. S. Mozer, O. V. Agapitov, B. Giles, and I. Vasko, "Direct observation of electron distributions inside millisecond duration electron holes," *Phys. Rev. Lett.* **121**, 135102 (2018).

BIBLIOGRAPHIE

- Abramowitz, M., Stegun, I. A., et al. (1972). Handbook of mathematical functions : with formulas, graphs, and mathematical tables, volume 55. National bureau of standards Washington, DC.
- Akhiezer, A. I., Akhiezer, I., and Polovin, R. V. (1975). Plasma Electrodynamics, vol. 2 Non-linear theory and & fluctuations. Pergamon Press.
- Akimoto, K., Rowland, H., and Papadopoulos, K. (1988). Electromagnetic radiation from strong langmuir turbulence. The Physics of fluids, 31(8) :2185–2189.
- Amato, E. and Blasi, P. (2009). A kinetic approach to cosmic-ray-induced streaming instability at supernova shocks. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 392(4) :1591–1600.
- Anderson, D., Fedele, R., and Lisak, M. (2001). A tutorial presentation of the two stream instability and landau damping. American Journal of Physics, 69(12) :1262–1266.
- Anderson, R., Parks, G., Eastman, T., Gurnett, D., and Frank, L. (1981). Plasma waves associated with energetic particles streaming into the solar wind from the earth's bow shock. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 86(A6) :4493–4510.
- Andersson, L., Ergun, R., Tao, J., Roux, A., Le Contel, O., Angelopoulos, V., Bonnell, J., McFadden, J., Larson, D., Eriksson, S., et al. (2009). New features of electron phase space holes observed by the themis mission. Phys. Rev. Lett, 102(22) :225004.
- Annenkov, V., Timofeev, I., and Volchok, E. (2019). Highly efficient electromagnetic emission during 100 keV electron beam relaxation in a thin magnetized plasma. Physics of Plasmas, 26(6) :063104.
- Arber, T., Bennett, K., Brady, C., Lawrence-Douglas, A., Ramsay, M., Sircombe, N., Gillies, P., Evans, R., Schmitz, H., Bell, A., et al. (2015). Contemporary particle-in-cell approach to laser-plasma modelling. Plasma Physics and Controlled Fusion, 57(11) :113001.
- Atkinson, K. E. (2008). An introduction to numerical analysis. John wiley & sons.
- Bale, S., Kellogg, P., Larsen, D., Lin, R., Goetz, K., and Lepping, R. (1998). Bipolar electrostatic structures in the shock transition region : Evidence of electron phase space holes. Geophys. Res. Lett, 25(15) :2929–2932.
- Bardwell, S. and Goldman, M. (1976). Three-dimensional langmuir wave instabilities in type iii solar radio bursts. The Astrophysical Journal, 209 :912–926.
- Belmont, G., Grappin, R., Mottez, F., Pantellini, F., and Pelletier, G. (2013). Collisionless plasmas in astrophysics. John Wiley & Sons.
- Belmont, G., Rezeau, L., Riconda, C., and Zaslavsky, A. (2019). Introduction to Plasma Physics. Elsevier.
- Benford, G., Tzach, D., Kato, K., and Smith, D. F. (1980). Collective microwave emission from intense electron-beam interactions : Theory and experiment. Physical Review Letters, 45(14) :1182.
- Berk, H., Breizman, B., and Pekker, M. (1995). Numerical simulation of bump-on-tail instability with source and sink. Physics of Plasmas, 2(8) :3007–3016.

- Bernstein, I. B., Greene, J. M., and Kruskal, M. D. (1957). Exact nonlinear plasma oscillations. Phys. Rev., 108(3) :546.
- Birdsall, C. K. and Langdon, A. B. (2004). Plasma physics via computer simulation. CRC press.
- Birdsall, C. K. and Langdon, A. B. (2018). Plasma physics via computer simulation. CRC press.
- Bittencourt, J. A. (2013). Fundamentals of plasma physics. Springer Science & Business Media.
- Breizman, B. and Ryutov, D. (1969). Quasi-linear relaxation of and electron beam in an inhomogeneous bounded plasma. Zh. éksp. teor. Fiz., 57 :1401–1410.
- Breuillard, H., Dupuis, R., Retino, A., Contel, O. L., Amaya, J., and Lapenta, G. (2020). Automatic classification of plasma regions in near-earth space with supervised machine learning : application to magnetospheric multi scale 2016-2019 observations. Front. Astron. Space Sci.
- Briand, C., Henri, P., and Hoang, S. (2014). Inhibition of type iii radio emissions due to the interaction between two electron beams : Observations and simulations. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 119(4) :2365–2378.
- Briand, C., Mangeney, A., and Califano, F. (2007). Electrostatic coherent structures generation by local heating in a collisionless plasma. Phys. Lett. A, 368(1-2) :82–86.
- Büchner, J. (2005). Vlasov-code simulation. 7 :26–31.
- Burch, J., Torbert, R., Phan, T., Chen, L.-J., Moore, T., Ergun, R., Eastwood, J., Gershman, D., Cassak, P., Argall, M., et al. (2016). Electron-scale measurements of magnetic reconnection in space. Science, 352(6290).
- Cairns, I. H. and Robinson, P. (1999). Strong evidence for stochastic growth of langmuir-like waves in earth's foreshock. Physical Review Letters, 82(15) :3066.
- Cattell, C., Dombek, J., Wygant, J., Drake, J., Swisdak, M., Goldstein, M., Keith, W., Fazakerley, A., André, M., Lucek, E., et al. (2005). Cluster observations of electron holes in association with magnetotail reconnection and comparison to simulations. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 110(A1).
- Celnikier, L., Harvey, C., Jegou, R., Moricet, P., and Kemp, M. (1983). A determination of the electron density fluctuation spectrum in the solar wind, using the isee propagation experiment. Astronomy and Astrophysics, 126 :293–298.
- Chapman, S. and Zirin, H. (1957). Notes on the solar corona and the terrestrial ionosphere. Smithsonian Contributions to Astrophysics.
- Chateau, Y. F. and Meyer-Vernet, N. (1989). Electrostatic noise in non-maxwellian plasmas :“flat-top” distribution function. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 94(A11) :15407–15414.
- Chen, F. F. et al. (1984). Introduction to plasma physics and controlled fusion, volume 1. Springer.
- Chen, L.-J. and Parks, G. K. (2001). Trapped and passing electrons in bgk solitary waves. arXiv preprint physics/0103020.
- Chen, L.-J. and Parks, G. K. (2002). Bgk electron solitary waves in 3d magnetized plasma. Geophysical Research Letters, 29(9) :45–1–45–4.
- Chen, L.-J., Pickett, J., Kintner, P., Franz, J., and Gurnett, D. (2005). On the width-amplitude inequality of electron phase space holes. J. Geophys. Res. Space Phys., 110(A9).
- Chen, L.-J., Thouless, D. J., and Tang, J.-M. (2004). Bernstein-greene-kruskal solitary waves in three-dimensional magnetized plasma. Physical Review E, 69(5) :055401.
- Cheung, P., Wong, A., Darrow, C., and Qian, S. (1982). Simultaneous observation of caviton formation, spiky turbulence, and electromagnetic radiation. Physical Review Letters, 48(19) :1348.
- Collantes, J. and Turikov, V. (1988). Stability of solitary bgk waves. Physica Scripta, 38(6) :825.
- Collier, M. R. (1993). On generating kappa-like distribution functions using velocity space lévy flights. Geophysical research letters, 20(15) :1531–1534.

- Courant, R., Friedrichs, K., and Lewy, H. (1967). On the partial difference equations of mathematical physics. IBM journal of Research and Development, 11(2) :215–234.
- Dahlin, J. (2020). Prospectus on electron acceleration via magnetic reconnection. Physics of Plasmas, 27(10) :100601.
- Dauxois, T. and Peyrard, M. (2004). Physique des solitons. EDP Sciences.
- Delcroix, J.-L. and Bers, A. (1966a). Physique des plasmas, volume 2. EDP sciences.
- Delcroix, J.-L. and Bers, A. (1966b). Physique des plasmas, volume 1. EDP sciences.
- Denavit, J. (1985). Simulations of the single-mode, bump-on-tail instability. The Physics of fluids, 28(9) :2773–2777.
- Derouillat, J., Beck, A., Pérez, F., Vinci, T., Chiaramello, M., Grassi, A., Flé, M., Bouchard, G., Plotnikov, I., Aunai, N., et al. (2018). Smilei : A collaborative, open-source, multi-purpose particle-in-cell code for plasma simulation. Computer Physics Communications, 222 :351–373.
- Drake, J., Swisdak, M., Cattell, C., Shay, M., Rogers, B., and Zeiler, A. (2003). Formation of electron holes and particle energization during magnetic reconnection. Science, 299(5608) :873–877.
- Drummond, W. and Pines, D. (1962). Non-linear stability of plasma oscillations. Nucl. Fusion Suppl., 2 :1049.
- Dum, C. (1990). Simulation studies of plasma waves in the electron foreshock : The generation of langmuir waves by a gentle bump-on-tail electron distribution. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 95(A6) :8095–8110.
- Dupree, T. H. (1982). Theory of phase-space density holes. The Physics of Fluids, 25(2) :277–289.
- Ergun, R., Carlson, C., McFadden, J., Mozer, F., Delory, G., Peria, W., Chaston, C., Temerin, M., Roth, I., Muschietti, L., et al. (1998a). Fast satellite observations of large-amplitude solitary structures. Geophys. Res. Lett., 25(12) :2041–2044.
- Ergun, R., Carlson, C., McFadden, J., Mozer, F., Muschietti, L., Roth, I., and Strangeway, R. (1998b). Debye-scale plasma structures associated with magnetic-field-aligned electric fields. Physical Review Letters, 81(4) :826.
- Ergun, R., Larson, D., Lin, R., McFadden, J., Carlson, C., Anderson, K., Muschietti, L., McCarthy, M., Parks, G., Reme, H., et al. (1998c). Wind spacecraft observations of solar impulsive electron events associated with solar type iii radio bursts. The Astrophysical Journal, 503(1) :435.
- Ergun, R., Malaspina, D., Cairns, I. H., Goldman, M. V., Newman, D. L., Robinson, P., Eriksson, S., Bougeret, J.-L., Briand, C., Bale, S. D., et al. (2008). Eigenmode structure in solar-wind langmuir waves. Physical review letters, 101(5) :051101.
- Esirkepov, T. Z. (2001). Exact charge conservation scheme for particle-in-cell simulation with an arbitrary form-factor. Computer Physics Communications, 135(2) :144–153.
- Fox, W., Porkolab, M., Egedal, J., Katz, N., and Le, A. (2008). Laboratory observation of electron phase-space holes during magnetic reconnection. Phys. Rev. Lett., 101(25) :255003.
- Franz, J., Kintner, P., Pickett, J., and Chen, L.-J. (2005). Properties of small-amplitude electron phase-space holes observed by polar. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 110(A9).
- Franz, J., Kintner, P., Seyler, C., Pickett, J., and Scudder, J. (2000). On the perpendicular scale of electron phase-space holes. Geophys. Res. Lett., 27(2) :169–172.
- Fried, B. D. and Conte, S. D. (2015). The plasma dispersion function : the Hilbert transform of the Gaussian. Academic Press.
- Fu, H., Chen, F., Chen, Z., Xu, Y., Wang, Z., Liu, Y., Liu, C., Khotyaintsev, Y. V., Ergun, R., Giles, B., et al. (2020). First measurements of electrons and waves inside an electrostatic solitary wave. Physical review letters, 124(9) :095101.
- Galtier, S. (2016). Introduction to modern magnetohydrodynamics. Cambridge University Press.

- Gauthier, G., Chust, T., Le Contel, O., and Savoini, S. (2024). 3d cylindrical bgk model of electron phase-space holes with finite velocity and polarization drift. *Physics of Plasma*, 31 :032306.
- Génot, V., Louarn, P., and Mottez, F. (2004). Alfvén wave interaction with inhomogeneous plasmas : acceleration and energy cascade towards small-scales. *Annales Geophysicae*, 22(6) :2081–2096.
- Goldman, M. V., Cray, F., Newman, D. L., and Oppenheim, M. (2000). Turbulence driven by two-stream instability in a magnetized plasma. *Physics of Plasmas*, 7(5) :1732–1739.
- Goldman, M. V., Newman, D. L., and Mangeney, A. (2007). Theory of weak bipolar fields and electron holes with applications to space plasmas. *Physical review letters*, 99(14) :145002.
- Goldman, M. V., Oppenheim, M., and Newman, D. L. (1999). Nonlinear two-stream instabilities as an explanation for auroral bipolar wave structures. *Geophysical research letters*, 26(13) :1821–1824.
- Goldman, M. V., Reiter, G. F., and Nicholson, D. R. (1980). Radiation from a strongly turbulent plasma : Application to electron beam-excited solar emissions. *The Physics of Fluids*, 23(2) :388–401.
- Graham, D. B., Cairns, I. H., and Malaspina, D. (2014). Harmonic waves and sheath rectification in type iii solar radio bursts. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 119(2) :723–741.
- Graham, D. B., Khotyaintsev, Y. V., Vaivads, A., and André, M. (2015). Electrostatic solitary waves with distinct speeds associated with asymmetric reconnection. *Geophysical Research Letters*, 42(2) :215–224.
- Gurnett, D. A. and Anderson, R. R. (1976). Electron plasma oscillations associated with type iii radio bursts. *Science*, 194(4270) :1159–1162.
- Haas, F. (2020). Bernstein-green-kruskal approach for the quantum vlasov equation. *EPL*, 132(2) :20006.
- Hadid, L., Edberg, N. J., Chust, T., Piša, D., Dimmock, A. P., Morooka, M., Maksimovic, M., Khotyaintsev, Y. V., Souček, J., Kretzschmar, M., et al. (2021). Solar orbiter’s first venus flyby : Observations from the radio and plasma wave instrument. *Astronomy & Astrophysics*, 656 :A18.
- Hansel, P. J., Wilder, F., Malaspina, D. M., Ergun, R. E., Ahmadi, N., Holmes, J. C., Goodrich, K. A., Fuselier, S., Giles, B., Russell, C. T., et al. (2021). Mapping mms observations of solitary waves in earth’s magnetic field. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 126(12) :e2021JA029389.
- Henri, P., Briand, C., Mangeney, A., Bale, S., Califano, F., Goetz, K., and Kaiser, M. (2009). Evidence for wave coupling in type iii emissions. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 114(A3).
- Henri, P., Califano, F., Briand, C., and Mangeney, A. (2010). Vlasov-poisson simulations of electrostatic parametric instability for localized langmuir wave packets in the solar wind. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 115(A6).
- Henri, P., Califano, F., Briand, C., and Mangeney, A. (2011). Low-energy langmuir cavitons : Asymptotic limit of weak turbulence. *Europhysics Letters*, 96(5) :55004.
- Henri, P., Sgattoni, A., Briand, C., Amiranoff, F., and Riconda, C. (2019). Electromagnetic simulations of solar radio emissions. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 124(3) :1475–1490.
- Hess, S., Malaspina, D., and Ergun, R. (2011). Size and amplitude of langmuir waves in the solar wind. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 116(A7).
- Holmes, J., Ergun, R., Newman, D., Ahmadi, N., Andersson, L., Le Contel, O., Torbert, R., Giles, B., Strangeway, R., and Burch, J. (2018). Electron phase-space holes in three dimensions : Multispacecraft observations by magnetospheric multiscale. *J. Geophys. Res. Space Phys.*, 123(12) :9963–9978.
- Huang, Y. and Huang, G. (2009). Study of backward propagating and second harmonic langmuir waves by 2d particle-in-cell simulation. *Astronomy & Astrophysics*, 503(1) :207–211.
- Huddleston, D., Woo, R., and Neugebauer, M. (1995). Density fluctuations in different types of solar wind flow at 1 au and comparison with results from doppler scintillation measurements near the sun. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 100(A10) :19951–19956.
- Hutchinson, I. (2021a). Finite gyroradius multidimensional electron hole equilibria. *Physics of Plasmas*, 28(5) :052302.

- Hutchinson, I. (2021b). Oblate electron holes are not attributable to anisotropic shielding. Phys. Plasmas, 28(2) :022902.
- Hutchinson, I., Haakonsen, C., and Zhou, C. (2015). Non-linear plasma wake growth of electron holes. Physics of Plasmas, 22(3) :032312.
- Hutchinson, I. H. (2017). Electron holes in phase space : What they are and why they matter. Phys. Plasmas, 24(5) :055601.
- Hutchinson, I. H. (2019). Transverse instability magnetic field thresholds of electron phase-space holes. Physical Review E, 99(5) :053209.
- Hutchinson, I. H. and Malaspina, D. M. (2018). Prediction and Observation of Electron Instabilities and Phase Space Holes Concentrated in the Lunar Plasma Wake. Geophysical Research Letters, 45(9) :3838–3845.
- Hutchinson, I. H. and Zhou, C. (2016). Plasma electron hole kinematics. i. momentum conservation. Physics of Plasmas, 23(8) :082101.
- Ichimaru, S. (2004). Statistical plasma physics, volume I : basic principles. CRC Press.
- Jackson, J. D. (1998). Classical Electrodynamics. John Wiley & Sons, Inc.
- Jovanović, D. and Schamel, H. (2002). The stability of propagating slab electron holes in a magnetized plasma. Phys. Plasmas, 9(12) :5079–5087.
- Kasaba, Y., Matsumoto, H., and Omura, Y. (2001). One-and two-dimensional simulations of electron beam instability : Generation of electrostatic and electromagnetic 2f p waves. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 106(A9) :18693–18711.
- Kellogg, P., Goetz, K., Monson, S., and Bale, S. (1999). Langmuir waves in a fluctuating solar wind. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 104(A8) :17069–17078.
- Kellogg, P. J., Goetz, K., Monson, S., Bale, S., Reiner, M., and Maksimovic, M. (2009). Plasma wave measurements with stereo s/waves : Calibration, potential model, and preliminary results. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 114(A2).
- Kempf, Y., Pokhotelov, D., von Althaus, S., Vaivads, A., Palmroth, M., and Koskinen, H. E. (2013). Wave dispersion in the hybrid-vlasov model : Verification of vlsiator. Physics of Plasmas, 20(11) :112114.
- Kono, M. and Skoric, M. (2010). Nonlinear physics of plasmas, volume 62. Springer Science & Business Media.
- Kono, M., Tanaka, M., and Sanuki, H. (1986). A stationary electron hole associated with a langmuir wave. Physica Scripta, 34(3) :235.
- Krafft, C. and Volokitin, A. (2016). Electron acceleration by langmuir waves produced by a decay cascade. The Astrophysical Journal, 821(2) :99.
- Krafft, C. and Volokitin, A. (2017). Acceleration of energetic electrons by waves in inhomogeneous solar wind plasmas. Journal of Plasma Physics, 83(2).
- Krafft, C., Volokitin, A., and Krasnoselskikh, V. (2013). Interaction of energetic particles with waves in strongly inhomogeneous solar wind plasmas. The Astrophysical Journal, 778(2) :111.
- Krafft, C., Volokitin, A., Krasnoselskikh, V., and de Wit, T. D. (2014). Waveforms of langmuir turbulence in inhomogeneous solar wind plasmas. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 119(12) :9369–9382.
- Krafft, C., Volokitin, A. S., and Gauthier, G. (2019). Turbulence and microprocesses in inhomogeneous solar wind plasmas. Fluids, 4(2) :69.
- Krall, N. A. and Trivelpiece, A. W. (1973). Principles of plasma physics, volume 41. McGraw-Hill book compagny.
- Krämer, E., Hamrin, M., Gunell, H., Karlsson, T., Steinvall, K., Goncharov, O., and André, M. (2023). Waves in magnetosheath jets—classification and the search for generation mechanisms using mms burst mode data. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 128(7) :e2023JA031621.

- Krasovsky, V., Matsumoto, H., and Omura, Y. (1997). Bernstein-green-kruskal analysis of electrostatic solitary waves observed with geotail. *J. Geophys. Res. Space Phys.*, 102(A10) :22131–22139.
- Kruer, W. (2019). *The physics of laser plasma interactions*. CRC Press.
- Landau, L. D. (1946). On the vibrations of the electronic plasma. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 10 :25.
- Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1976). *Mechanics : Volume 1*, volume 1. Butterworth-Heinemann.
- Le Contel, O., Nakamura, R., Breuillard, H., Argall, M., Graham, D. B., Fischer, D., Retinò, A., Berthomier, M., Pottellette, R., Mirioni, L., et al. (2017). Lower hybrid drift waves and electromagnetic electron space-phase holes associated with dipolarization fronts and field-aligned currents observed by the magnetospheric multiscale mission during a substorm. *J. Geophys. Res. Space Phys.*, 122(12) :12–236.
- Lefebvre, B., Chen, L.-J., Gekelman, W., Kintner, P., Pickett, J., Pribyl, P., Vincena, S., Chiang, F., and Judy, J. (2010). Laboratory measurements of electrostatic solitary structures generated by beam injection. *Phys. Rev Lett*, 105(11) :115001.
- Leubner, M. P. (2002). A nonextensive entropy approach to kappa-distributions. *Astrophysics and space science*, 282(3) :573–579.
- Lifshitz, E. M. and Pitaevskii, L. P. (1981). *Physical kinetics*. Butterworth Heinemann.
- Lin, R., Levedahl, W., Lotko, W., Gurnett, D., and Scarf, F. (1986). Evidence for nonlinear wave-wave interactions in solar type iii radio bursts. *The Astrophysical Journal*, 308 :954–965.
- Lin, R., Potter, D., Gurnett, D., and Scarf, F. (1981). Energetic electrons and plasma waves associated with a solar type iii radio burst. *The Astrophysical Journal*, 251 :364–373.
- Lotekar, A., Vasko, I., Mozer, F., Hutchinson, I., Artemyev, A., Bale, S., Bonnell, J. W., Ergun, R., Giles, B., Khotyaintsev, Y. V., et al. (2020). Multisatellite mms analysis of electron holes in the earth’s magnetotail : Origin, properties, velocity gap, and transverse instability. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 125(9) :e2020JA028066.
- Lu, Q., Lembege, B., Tao, J., and Wang, S. (2008). Perpendicular electric field in two-dimensional electron phase-holes : A parameter study. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 113(A11).
- Maksimovic, M., Pierrard, V., and Riley, P. (1997). Ulysses electron distributions fitted with kappa functions. *Geophysical research letters*, 24(9) :1151–1154.
- Malaspina, D. M., Cairns, I. H., and Ergun, R. E. (2010). The 2fp radiation from localized langmuir waves. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 115(A1).
- Malaspina, D. M., Goodrich, K., Livi, R., Halekas, J., McManus, M., Curry, S., Bale, S. D., Bonnell, J. W., de Wit, T. D., Goetz, K., et al. (2020). Plasma double layers at the boundary between venus and the solar wind. *Geophys. Res. Lett.*, 47(20) :e2020GL090115.
- Malaspina, D. M., Newman, D. L., Willson III, L. B., Goetz, K., Kellogg, P. J., and Kerstin, K. (2013). Electrostatic solitary waves in the solar wind : Evidence for instability at solar wind current sheets. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(2) :591–599.
- Mamun, A. and Shukla, P. (2010). Solitary waves in an ultrarelativistic degenerate dense plasma. *Phys. Plasmas*, 17(10) :104504.
- Mandrake, L., Pritchett, P., and Coroniti, F. (2000). Electron beam generated solitary structures in a nonuniform plasma system. *Geophysical research letters*, 27(18) :2869–2872.
- Mangeney, A., Califano, F., Cavazzoni, C., and Travnicek, P. (2002). A numerical scheme for the integration of the vlasov–maxwell system of equations. *Journal of Computational Physics*, 179(2) :495–538.
- Marquès, J.-R., Briand, C., Amiranoff, F., Depierreux, S., Grech, M., Lancia, L., Pérez, F., Sgattoni, A., Vinci, T., and Riconda, C. (2020). Laser-plasma interaction experiment for solar burst studies. *Physical Review Letter*, 124 :135001.
- Masood, W. and Eliasson, B. (2011). Electrostatic solitary waves in a quantum plasma with relativistically degenerate electrons. *Physics of Plasmas*, 18(3) :034503.

- Matsumoto, H., Kojima, H., Miyatake, T., Omura, Y., Okada, M., Nagano, I., and Tsutsui, M. (1994). Electrostatic solitary waves (esw) in the magnetotail : Ben wave forms observed by geotail. Geophysical Research Letters, 21(25) :2915–2918.
- McComas, D. J., Elliott, H. A., Schwadron, N. A., Gosling, J. T., Skoug, R. M., and Goldstein, B. E. (2003). The three-dimensional solar wind around solar maximum. Geophysical Research Letters, 30(10).
- Melrose, D. B. (1986). Instabilities in space and laboratory plasmas.
- Meyer-Vernet, N. (2007). Basics of the solar wind. Cambridge University Press.
- Miyake, T., Omura, Y., and Matsumoto, H. (2000). Electrostatic particle simulations of solitary waves in the auroral region. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 105(A10) :23239–23249.
- Miyake, T., Omura, Y., Matsumoto, H., and Kojima, H. (1998). Two-dimensional computer simulations of electrostatic solitary waves observed by geotail spacecraft. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 103(A6) :11841–11850.
- Montgomery, D., Focia, R., Rose, H., Russell, D., Cobble, J., Fernández, J., and Johnson, R. (2001). Observation of stimulated electron-acoustic-wave scattering. Phys. Rev. Lett., 87(15) :155001.
- Mora, P. (2021). Plasmas créés par laser. EDP sciences.
- Mottez, F. (2001). Instabilities and formation of coherent structures. Astrophys. Space Sci, 277 :59–70.
- Muschietti, L., Ergun, R., Roth, I., and Carlson, C. (1999). Phase-space electron holes along magnetic field lines. Geophys. Res. Lett., 26(8) :1093–1096.
- Muschietti, L., Roth, I., Carlson, C., and Berthomier, M. (2002). Modeling stretched solitary waves along magnetic field lines. Nonlinear Process. Geophys., 9(2) :101–109.
- Muschietti, L., Roth, I., Carlson, C., and Ergun, R. (2000). Transverse instability of magnetized electron holes. Physical Review Letters, 85(1) :94.
- Muschietti, L., Roth, I., and Ergun, R. (1995). Kinetic localization of beam-driven langmuir waves. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 100(A9) :17481–17490.
- Ng, C., Bhattacharjee, A., and Skiff, F. (2006). Weakly collisional landau damping and three-dimensional bernstein-greenekruskal modes : New results on old problems. Physics of plasmas, 13(5) :055903.
- Nguyen, G., Aunai, N., Fontaine, D., Le Penec, E., Van den Bossche, J., Jeandet, A., Bakkali, B., Vignoli, L., and Regaldo-Saint Blancard, B. (2019). Automatic detection of interplanetary coronal mass ejections from in situ data : A deep learning approach. The Astrophysical Journal, 874(2) :145.
- Norgren, C., André, M., Vaivads, A., and Khotyaintsev, Y. V. (2015). Slow electron phase space holes : Magnetotail observations. Geophys. Res. Lett., 42(6) :1654–1661.
- Omura, Y., Kojima, H., Miki, N., Mukai, T., Matsumoto, H., and Anderson, R. (1999). Electrostatic solitary waves carried by diffused electron beams observed by the geotail spacecraft. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 104(A7) :14627–14637.
- Omura, Y., Matsumoto, H., Miyake, T., and Kojima, H. (1996). Electron beam instabilities as generation mechanism of electrostatic solitary waves in the magnetotail. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 101(A2) :2685–2697.
- O’neil, T. and Malmberg, J. (1968). Transition of the dispersion roots from beam-type to landau-type solutions. The Physics of Fluids, 11(8) :1754–1760.
- Oppenheim, M., Newman, D. L., and Goldman, M. V. (1999). Evolution of Electron Phase-Space Holes in a 2D Magnetized Plasma. Physical Review Letters, 83(12) :2344–2347.
- Parker, E. (1958). Interaction of the solar wind with the geomagnetic field. The Physics of Fluids, 1(3) :171–187.
- Pechhacker, R. and Tsiklauri, D. (2014). Three-dimensional particle-in-cell simulation of electron acceleration by langmuir waves in an inhomogeneous plasma. Physics of Plasmas, 21(1) :012903.

- Pérez, F., Amiranoff, F., Briand, C., Depierreux, S., Grech, M., Lancia, L., Loiseau, P., Marquès, J.-R., Riconda, C., and Vinci, T. (2021). Numerical study of langmuir wave coalescence in laser-plasma interaction. Physics of Plasmas, 28(4) :043102.
- Pickett, J., Kurth, W., Gurnett, D., Huff, R., Faden, J., Averkamp, T., Píša, D., and Jones, G. (2015). Electrostatic solitary waves observed at saturn by cassini inside 10 rs and near enceladus. J. Geophys. Res. Space Phys., 120(8) :6569–6580.
- Pollock, C., Moore, T., Jacques, A., Burch, J., Gliese, U., Saito, Y., Omoto, T., Avanov, L., Barrie, A., Coffey, V., Dorelli, J., Gershman, D., Giles, B., Rosnack, T., Salo, C., Yokota, S., Adrian, M., Aoustin, C., Auletto, C., Aung, S., Bigio, V., Cao, N., Chandler, M., Chornay, D., Christian, K., Clark, G., Collinson, G., Corris, T., De Los Santos, A., Devlin, R., Diaz, T., Dickerson, T., Dickson, C., Diekmann, A., Diggs, F., Duncan, C., Figueroa-Vinas, A., Firman, C., Freeman, M., Galassi, N., Garcia, K., Goodhart, G., Guererro, D., Hageman, J., Hanley, J., Hemminger, E., Holland, M., Hutchins, M., James, T., Jones, W., Kreisler, S., Kujawski, J., Lavu, V., Lobell, J., LeCompte, E., Lukemire, A., MacDonald, E., Mariano, A., Mukai, T., Narayanan, K., Nguyen, Q., Onizuka, M., Paterson, W., Persyn, S., Piepgrass, B., Cheney, F., Rager, A., Raghuram, T., Ramil, A., Reichenthal, L., Rodriguez, H., Rouzaud, J., Rucker, A., Saito, Y., Samara, M., Sauvaud, J. A., Schuster, D., Shappirio, M., Shelton, K., Sher, D., Smith, D., Smith, K., Smith, S., Steinfeld, D., Szymkiewicz, R., Tanimoto, K., Taylor, J., Tucker, C., Tull, K., Uhl, A., Vloet, J., Walpole, P., Weidner, S., White, D., Winkert, G., Yeh, P. S., and Zeuch, M. (2016). Fast plasma investigation for magnetospheric multiscale. Space Science Reviews, 199(1-4) :331–406.
- Pommois, K., Valentini, F., Pezzi, O., and Veltri, P. (2017). Slow electrostatic fluctuations generated by beam-plasma interaction. Physics of Plasmas, 24(1) :012105.
- Pritchett, P. and Dawson, J. (1983). Electromagnetic radiation from beam-plasma instabilities. The Physics of Fluids, 26(4) :1114–1122.
- Pukhov, A. (2015). Particle-in-cell codes for plasma-based particle acceleration. arXiv preprint arXiv :1510.01071.
- Rax, J.-M. (2005). Physique des plasmas : Cours et applications. Dunod.
- Reid, H. A. and Kontar, E. P. (2021). Fine structure of type iii solar radio bursts from langmuir wave motion in turbulent plasma. Nature Astronomy, 5(8) :796–804.
- Reid, H. A. S. and Ratcliffe, H. (2014). A review of solar type iii radio bursts. Research in Astronomy and Astrophysics, 14(7) :773.
- Reiner, M. and MacDowall, R. (2019). New evidence for third harmonic electromagnetic radiation in interplanetary type iii solar radio bursts. Solar Physics, 294(7) :1–32.
- Rhee, T., Ryu, C.-M., Woo, M., Kaang, H. H., Yi, S., and Yoon, P. H. (2009). Multiple harmonic plasma emission. The Astrophysical Journal, 694(1) :618.
- Robinson, P. (1992). Clumpy langmuir waves in type iii radio sources. Solar Physics, 139(1) :147–163.
- Robinson, P. and Cairns, I. (1993). Stochastic growth theory of type iii solar radio emission. Astrophysical Journal v. 418, p. 506, 418 :506.
- Ryutov, D. (1970). Quasilinear relaxation of an electron beam in an inhomogeneous plasma. Sov. Phys. JETP, 30 :131–137.
- Sarkar, S., Paul, S., and Denra, R. (2015). Bump-on-tail instability in space plasmas. Physics of Plasmas, 22(10) :102109.
- Sauer, K., Baumgärtel, K., Sydora, R., and Winterhalter, D. (2019). Parametric decay of beam-generated langmuir waves and three-wave interaction in plateau plasmas : Implications for type iii radiation. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 124(1) :68–89.
- Sayal, V., Jain, S., and Sharma, S. (1994). The effect of electron beam on the electron hole in a plasma. Physics of Plasmas, 1(11) :3557–3561.
- Schamel, H. (1979). Theory of electron holes. Phys. Scr., 20(3-4) :336.

- Schamel, H. (1986). Electron holes, ion holes and double layers. Electrostatic phase space structures in theory and experiment. Physics Reports, 140(3) :161–191.
- Schmidt, G. (2012). Physics of high temperature plasmas. Elsevier.
- Schnittman, J. D. and Krolik, J. H. (2013). A monte carlo code for relativistic radiation transport around kerr black holes. The Astrophysical Journal, 777(1) :11.
- Schrijver, C. J. and Siscoe, G. L. (2010). Heliophysics : space storms and radiation : causes and effects. Cambridge University Press.
- Sgattoni, A., Fedeli, L., Sinigardi, S., Marocchino, A., Macchi, A., Weinberg, V., and Karmakar, A. (2015). Optimising piccante-an open source particle-in-cell code for advanced simulations on tier-0 systems. arXiv :1503.02464.
- Shustov, P. I., Kuzichev, I. V., Vasko, I. Y., Artemyev, A. V., and Gerrard, A. J. (2021). The dynamics of electron holes in current sheets. Phys. Plasmas, 28(1) :012902.
- Singh, N. (2003). Space-time evolution of electron-beam driven electron holes and their effects on the plasma. Nonlinear Processes in Geophysics, 10(1/2) :53–63.
- Steinval, K., Khotyaintsev, Y. V., Graham, D. B., Vaivads, A., Le Contel, O., and Russell, C. T. (2019a). Observations of electromagnetic electron holes and evidence of cherenkov whistler emission. Phys. Rev. Lett, 123(25) :255101.
- Steinval, K., Khotyaintsev, Y. V., Graham, D. B., Vaivads, A., Lindqvist, P.-A., Russell, C., and Burch, J. (2019b). Multispacecraft analysis of electron holes. Geophysical Research Letters, 46(1) :55–63.
- Stix, T. H. (1992). Waves in plasmas. Springer Science & Business Media.
- Summers, D. and Thorne, R. M. (1991). The modified plasma dispersion function. Physics of Fluids B : Plasma Physics, 3(8) :1835–1847.
- Sun, H. and Sun, J. (2020). Emission of electrostatic whistler waves associated with weak electron-beam excited langmuir waves : The 2-d particle-in-cell simulations. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 125(1) :e2019JA027376.
- Tao, J., Ergun, R., Andersson, L., Bonnell, J., Roux, A., Le Contel, O., Angelopoulos, V., McFadden, J., Larson, D., Cully, C. M., et al. (2011). A model of electromagnetic electron phase-space holes and its application. J. Geophys. Res. Space Phys., 116(A11).
- Thurgood, J. and Tsiklauri, D. (2015). Self-consistent particle-in-cell simulations of fundamental and harmonic plasma radio emission mechanisms. Astronomy & Astrophysics, 584 :A83.
- Thurgood, J. O. and Tsiklauri, D. (2016). Particle-in-cell simulations of the relaxation of electron beams in inhomogeneous solar wind plasmas. Journal of Plasma Physic, 86 :905820604.
- Tong, Y., Vasko, I., Mozer, F., Bale, S. D., Roth, I., Artemyev, A., Ergun, R., Giles, B., Lindqvist, P.-A., Russell, C., et al. (2018). Simultaneous multispacecraft probing of electron phase space holes. Geophys. Res. Lett, 45(21) :11–513.
- Treumann, R. A. and Baumjohann, W. (2012). Magnetic field amplification in electron phase-space holes and related effects. Annales Geophysicae, 30(4) :711–724.
- Turikov, V. (1984). Electron phase space holes as localized bgk solutions. Phys. Scr., 30(1) :73.
- Umeda, T. (2010). Electromagnetic plasma emission during beam-plasma interaction : Parametric decay versus induced scattering. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 115(A1).
- Umeda, T., Omura, Y., and Matsumoto, H. (2004). Two-dimensional particle simulation of electromagnetic field signature associated with electrostatic solitary waves. J. Geophys. Res. Space Phys., 109(A2).
- Umeda, T., Omura, Y., Matsumoto, H., and Usui, H. (2002). Formation of electrostatic solitary waves in space plasmas : Particle simulations with open boundary conditions. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 107(A12) :SMP–19.

- Umeda, T., Omura, Y., Miyake, T., Matsumoto, H., and Ashour-Abdalla, M. (2006). Nonlinear evolution of the electron two-stream instability : Two-dimensional particle simulations. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 111(A10).
- Vasko, I., Agapitov, O., Mozer, F., Artemyev, A., and Drake, J. (2016). Electron holes in inhomogeneous magnetic field : Electron heating and electron hole evolution. Physics of Plasmas, 23(5) :052306.
- Vasko, I., Agapitov, O., Mozer, F., Artemyev, A., Drake, J., and Kuzichev, I. (2017). Electron holes in the outer radiation belt : Characteristics and their role in electron energization. J. Geophys. Res. Space Phys., 122(1) :120–135.
- Vasko, I., Agapitov, O., Mozer, F., Artemyev, A., and Jovanovic, D. (2015). Magnetic field depression within electron holes. Geophysical Research Letters, 42(7) :2123–2129.
- Vasyliunas, V. M. (1968). A survey of low-energy electrons in the evening sector of the magnetosphere with ogo 1 and ogo 3. Journal of Geophysical Research, 73(9) :2839–2884.
- Vedenov, A., Velikov, E., and Sagdeev, R. (1962). Quasi-linear plasma theory. Nucl. Fusion Suppl., 2 :465.
- Viberg, H., Khotyaintsev, Y. V., Vaivads, A., André, M., and Pickett, J. (2013). Mapping hf waves in the reconnection diffusion region. Geophysical research letters, 40(6) :1032–1037.
- Volokitin, A. and Krafft, C. (2020). Efficiency of electromagnetic emission by electrostatic turbulence in solar wind and coronal plasmas with density inhomogeneities. The Astrophysical journal letters, 893(2) :L47.
- Wang, R., Vasko, I., Mozer, F., Bale, S., Kuzichev, I., Artemyev, A., Steinvall, K., Ergun, R., Giles, B., Khotyaintsev, Y., et al. (2021). Electrostatic solitary waves in the earth’s bow shock : Nature, properties, lifetimes, and origin. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 126(7) :e2021JA029357.
- Whelan, D. and Stenzel, R. (1981). Electromagnetic-wave excitation in a large laboratory beam-plasma system. Physical Review Letters, 47(2) :95.
- Wild, J. and McCready, L. (1950). Observatioas of the spectrum of high-intensity solar radiation at metre wavelengths. i. the apparatus and spectral types of solar burst observed. Australian Journal of Chemistry, 3(3) :387–398.
- Willes, A., Robinson, P., and Melrose, D. (1996). Second harmonic electromagnetic emission via langmuir wave coalescence. Physics of Plasmas, 3(1) :149–159.
- Williams, J., Chen, L.-J., Kurth, W., Gurnett, D., and Dougherty, M. (2006). Electrostatic solitary structures observed at saturn. Geophys. Res. Lett., 33(6).
- Wu, M., Lu, Q., Du, A., Xie, J., and Wang, S. (2011). The evolution of the magnetic structures in electron phase-space holes : Two-dimensional particle-in-cell simulations. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 116(A10).
- Yao, X., Muñoz, P. A., Büchner, J., Zhou, X., and Liu, S. (2021). The effects of density inhomogeneities on the radio wave emission in electron beam plasmas. Journal of Plasma Physics, 87(2) :905870203.
- Zhou, C. and Hutchinson, I. (2016). Plasma electron hole kinematics. ii. hole tracking particle-in-cell simulation. Physics of Plasmas, 23(8) :082102.
- Zouganelis, I. (2008). Measuring suprathermal electron parameters in space plasmas : Implementation of the quasi-thermal noise spectroscopy with kappa distributions using in situ ulysses/urap radio measurements in the solar wind. Journal of Geophysical Research : Space Physics, 113(A8).