

### Vibrations induites par la dynamique des interfaces multicontact : expérimentation et simulation numérique

Modeste Assemien

### ▶ To cite this version:

Modeste Assemien. Vibrations induites par la dynamique des interfaces multicontact : expérimentation et simulation numérique. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2023. Français. NNT : 2023ECDL0044 . tel-04548238

### HAL Id: tel-04548238 https://theses.hal.science/tel-04548238

Submitted on 16 Apr 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





### $\mathrm{N}^\circ$ d'ordre $\mathrm{NNT}$ : $\mathbf{2023ECDL0044}$

Thèse présentée pour l'obtention du grade de docteur en mécanique de l'Ecole centrale de Lyon membre de l'Université de Lyon

> École Doctorale ED162 Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique Spécialité : Mécanique

> > Présenté par Modeste N'Guetta ASSEMIEN

# Vibrations induites par la dynamique des interfaces multicontact : expérimentation et simulation numérique

Thèse soutenue publiquement le 21/11/2023

### Jury

Gaël CHEVALLIER	Professeur des universités - Institut Femto-st, Besançon	Rapporteur
Stéphane SANTUCCI	Chargé de Recherche CNRS - ENS, Lyon	Rapporteur
Charles PEZERAT	Professeur des universités - Université du Maine, Le Mans	Examinateur
Marie-Annick GALLAND	Professeur des universités - ECL, Lyon	Présidente
Alain LE BOT	Directeur de Recherche CNRS - ECL, Lyon	Directeur de thèse

LTDS - UMR CNRS 5513 - École Centrale de Lyon 36 avenue Guy de la Collongue 69134 ECULLY (France)

## Remerciements

Les travaux de cette thèse ont été réalisés au Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS) de l'École centrale de Lyon. Je voudrais à travers les lignes ci-dessous traduire ma gratitude à ceux qui ont cru en moi et contribué à la réalisation de mon objectif. Je tiens à remercier Les Professeurs Gaël CHEVALLIER et Stéphane SANTUCCI d'avoir accepté d'être les rapporteurs et pour avoir consacré une partie de leur temps précieux à l'examen de cette thèse. Que les Professeurs Marie-Annick GALLAND et Charles PEZERAT trouvent ici l'expression de mes vifs remerciements pour l'intérêt qu'ils portent à cette étude en participant au jury.

Je tiens de manière spéciale à exprimer ma reconnaissance à Monsieur Alain LE BOT, Directeur de Recherche CNRS, qui m'a permis de réaliser cette thèse. J'ai énormément apprécié sa rigueur scientifique et son ouverture d'esprit, sa disponibilité sans réserve, ses conseils, ses critiques et ses encouragements. Un grand merci pour toutes les connaissances qu'il m'a transmises tout au long de ce travail. Je remercie le CNRS pour le financement d'une grande partie de ma thèse, notamment le matériel et les participations aux conférences internationales. Je tiens à exprimer mes sincères reconnaissances au personnel de l'École centrale de Lyon qui a participé de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail. Je voudrais remercier en particulier Matthieu GUIBERT pour la partie acquisition de données et la réalisation du banc d'essais, Bertrand HOUX et Didier ROUX pour la fabrication des pièces et le montage du banc, Manuel COBIAN pour la partie simulation numérique, Thomas MALHOMME pour la formation sur les équipements de mesure de rugosité de surface et Madame Hélène SCHOCH pour son aide précieuse sur le plan administratif.

Je suis également reconnaissant à Olivier BAREILLE (Directeur du département MSGMGC) pour le poste d'ATER. Je tiens à dire merci à Damien CONSTANT, à Didier LACOUR et l'ensemble de leurs collègues pour l'accueil cordial et pour l'intégration dans l'équipe chargée des enseignements. Je remercie tous les doctorants et postdoctorants du 4e étage du bâtiment TMM en particulier Karl LANDET, Qiang ZHONG, Cristobal VERGARA et Victor TYRODE. Un très grand merci au Pôle de Modélisation et de Calcul en Science de l'Ingénieur et de l'Informatique (PMCS2I) et plus particulièrement à Laurent POUILLOUX pour son soutien sans faille lors des calculs et des simulations numériques. Je n'oublie pas Anne CADIOU pour les formations sur le calcul scientifique. Pour finir, je voudrais dire une grande merci à toute ma famille et à mes parents pour le soutien durant mes quatre années en France. A mon Épouse Odette et à mes enfants, je veux leur dire merci du fond du cœur pour les sacrifices et la patience dont ils ont fait preuve lors de cette longue absence. Je pense aussi au Professeur LOUM Georges qui a été d'un soutien inestimable et qui a pris soin de ma famille en Côte d'Ivoire pendant mon absence.

#### ASSEMIEN N'Guetta Modeste

# Sommaire

1	Eta	t de l'art 26
	1.1	État de Surfaces, paramètres topographiques et techniques de mesures 26
		1.1.1 Surface réelle rugueuse
		1.1.2 Paramètres topographiques de surface
		1.1.3 Techniques de mesure et d'observation de topographie
		1.1.4 Surfaces numériques
	1.2	Modèles physiques du frottement
		1.2.1 Frottement statique et dynamique
		1.2.2 Lois empiriques du frottement
		1.2.3 Approche mécanique
		1.2.4 Approche statistique
		1.2.5 Approche dynamique
	1.3	Dynamique du contact rugueux frottant sec
		1.3.1 Modèles des efforts de contact
		1.3.2 Méthodes de résolution du problème de contact mécanique
		1.3.3 Méthodes d'intégration temporelle
	1.4	Bruits induits par un contact glissant
		1.4.1 Bruit de frottement
		1.4.2 Bruit de rugosité 56
	1.5	Synthèse
ი	<b>F</b> +	de empérimentale
4	<u>ย</u> เน	Dispesitif supérimental
	2.1	
		2.1.1 Principe
		2.1.2 Caracteristiques physiques du banc
		2.1.3 Caule de decouplage
		2.1.4 Dispositi d'entramement
		2.1.5 Vibrometre laser
		$2.1.0  \text{Otambre semi-allecholque}  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
		$2.18  \text{Capteur de force} \qquad \qquad 70$
		2.1.0 Système d'acquisition 70
	22	Protocole expérimental
	2.2	$2.21  \text{Nettoyage des surfaces} \qquad \qquad$
		2.2.1 Nettoyage des surfaces
		2.2.2 Mesure de la réponse impulsionnelle
		2.2.5 Mesure de la reponse impulsionnelle
	2.3	Exploitation des mesures
	2.0	2.3.1 Détermination de la pulsation centrale 85
		2.3.2 Détermination des facteurs d'amortissement
		$-\Delta_{1}Q_{1}\Delta_{1}$ $+ D_{1}Q_{1}Q_{1}Q_{1}Q_{1}Q_{1}Q_{1}Q_{1}Q$

		2.3.3	Valeur quadratique moyenne de la vitesse vibratoire
		2.3.4	Evolution temporelle de la pression acoustique
		2.3.5	Fluctuation temporelle de la force tangentielle
	2.4	Synthe	èse
3	Sim	ulatio	numérique directe 91
0	3.1	Code	de calcul Ra3D
	0.1	3.1.1	Principe et objet du code de calcul
		3.1.2	Formulation mathématique et hypothèses du modèle
		3.1.3	Décomposition modale
		3.1.4	Schéma de contact
		3.1.5	Recalage des paramètres des lois de contact
	3.2	Surfac	es numériques
		3.2.1	Génération de surfaces numériques
		3.2.2	Paramètres pour la génération des surfaces numériques
	3.3	Param	nètres des simulations numériques
		3.3.1	Pas de temps
		3.3.2	Nombre de modes
		3.3.3	Durée de simulation
		3.3.4	Pas spatial
	3.4	Camp	agnes de simulation numérique
	3.5	Traite	ment des résultats de simulation
		3.5.1	Exemples de résultats de simulations numériques
		3.5.2	Détermination de la valeur RMS de la vitesse vibratoire
4	Rés	ultats	expérimentaux et numériques 130
-	4 1	D	
	4.1	Résult	ats expérimentaux
	4.1	4.1.1	Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de
	4.1	Résult 4.1.1	ats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2	ats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       130
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3	Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3	ats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact       133
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4	Sats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact       133         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de l'aire       133
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4	ats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact       133         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement       134
	4.1 4.2	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult	ats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact       133         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de l'aire de la vitesse de glissement       134         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement       134         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement       134         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement       134         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement       134
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1	ats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact       133         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement       134         ats des simulations numériques       136         Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement       136
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement134Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Comparaison des résultats expérimentaux et simulés sur l'évolution de Le versus V137
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement134Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement137
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4	Sats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134Sats des simulations numériques136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulé141
	4.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulé141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement141
	<ul><li>4.1</li><li>4.2</li><li>4.3</li></ul>	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134Ats des simulations numériques136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulée141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement141
5	<ul> <li>4.1</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>Interior</li> </ul>	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe erpréta	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134ats des simulations numériques136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Comparaison des résultats expérimentaux et simulés sur l'évolution de Lv versus V137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulée141Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement141
5	<ul> <li>4.1</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>Interpretation</li> </ul>	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe erpréta Régim	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulé137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulé141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement142et modèles physiques144
5	<ul> <li>4.1</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>Integration 5.1</li> </ul>	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe erpréta Régim 5.1.1	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134ats des simulations numériques136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulé141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement141Évolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement142Ation et modèles physiques144Régime rampant144
5	4.1 4.2 4.3 Inte 5.1	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe erpréta Régim 5.1.1 5.1.2	ats expérimentaux       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement       130         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse       132         Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact       133         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de l'aire de la vitesse de glissement       133         Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement       134         Ats des simulations numériques       136         Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement 136       136         Comparaison des résultats expérimentaux et simulés sur l'évolution de L <sub>v</sub> versus V       137         Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement 138       137         Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement 138       137         Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement 138       141         Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement 141       142         ése       144         Régime rampant       144         Régime de sauts       144
5	<ul> <li>4.1</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>Integration 5.1</li> </ul>	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe erpréta Régim 5.1.1 5.1.2 5.1.3	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134ats des simulations numériques136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Comparaison des résultats expérimentaux et simulés sur l'évolution de Lv versus V137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement137Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement142es de contact144144Régime rampant144Négime de sauts144Vitesse de transition théorique146
5	<ul> <li>4.1</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>Integration 5.1</li> </ul>	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe <b>erpréta</b> Régim 5.1.1 5.1.2 5.1.3 Régim	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134ats des simulations numériques136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Comparaison des résultats expérimentaux et simulés sur l'évolution de Lv versus V137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulée141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement144Régime rampant144Négime de sauts144Vitesse de transition théorique146es de dissipation146
5	<ul> <li>4.1</li> <li>4.2</li> <li>4.3</li> <li>Interpretation</li> <li>5.1</li> </ul>	Résult 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 Résult 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5 Synthe <b>erpréta</b> Régim 5.1.1 5.1.2 5.1.3 Régim 5.2.1	ats expérimentaux130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement130Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse132Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact133Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement134ats des simulations numériques136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement136Comparaison des résultats expérimentaux et simulés sur l'évolution de Lv versus V137Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement138Force de contact simulée141Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement142tion et modèles physiques144Régime rampant144Nétesse de transition théorique146tes de dissipation150Existence des deux régimes153

5.3	Rayon	nement acoustique $\ldots \ldots \ldots$	57
	5.3.1	Facteur de rayonnement acoustique	57
	5.3.2	Facteur d'amortissement par rayonnement	58
5.4	Synthè	$\hat{e}se$	59

# Table des figures

1	Illustrations du phénomène de bruit de rugosité : (a) frottement des mains, (b) déplacement d'une souris sur une table, (c) feuilletage d'un livre et (d) ponçage avec du papier abrasif
1.1	Contact réel entre deux surfaces rugueuses
1.2	Configuration de contact de deux surfaces rugueuses. En rouge, la déformée hert- zienne. (a) : champ de pression continu. (b) : champ de pression discontinu $\mathcal{X}$ paramètre sans dimension représentant les conditions de contact
1.3	Rugosité arithmétique moyenne. $lr$ longueur de base
1.4	Rugosité moyenne quadratique $Rq$
1.5	Coefficients d'asymétrie
1.6	Coefficients d'aplatissement
1.7	Principales méthodes de mesure de topographie [19]
1.8	Rugosimètre tactile [22]
1.9	Principes de mesure sans contact (a) : Microscopie confocale [20] , (b) : Micro-
	scopie interférométrique [22]
1.10	Méthodes par profilométrie laser [19]
1.11	Vues isométriques et paramètres de topographie de surface mesurés (a) et de surfaces numériques à l'aide de la méthode FFT (b,c) [33]
1.12	Reconstitution d'une surface en 3D. Gauche, surface réelle. Droite, surface nu- mérique [34]
1.13	Frottement statique et dynamique. (a) Solide en contact, $W$ effort normal, $T$ effort de cisaillement. (b) Evolution de $\mu = T/W$ en fonction du temps $t. \ldots 35$
1.14	Extraits des croquis de Léonard de Vinci. (a) : la force de friction entre les plans (inclinés et horizontaux). (b) : l'influence de la surface de contact apparente. (c) : mesure de la force de friction à l'aide d'un poids et une poulie. (d) : mesure du couple de frottement sur un rouleau [72]
1.15	Dispositif expérimental de Coulomb. Plateau de chêne horizontal terminé par deux butées (figure 1). Traineau qu'on peut charger et tiré par une corde (figures 2 et 3) [69]
1.16	Lois d'Amontons et Coulomb. (a) : Evolution de la force de frottement en fonction de la durée de contact préalable. (b) : Evolution de la force de frottement en
	fonction de la vitesse de glissement [39]
1.17	Masse $M$ en équilibre sur un plan incliné. $\theta$ angle d'inclinaison, $W$ poids de la masse $m$ la masse de la bille
1.18	Frottement 39
1.19	Modèle de contact entre deux sphères élastiques de Hertz. $\Omega_1$ et $\Omega_1$ désignent les deux sphères, $R_1$ et $R_2$ les rayons associés. $W$ est l'effort normal, $a$ la demi-largeur
	de contact et $\delta$ est la distance d'approche des deux sphères

1.20	Zones de collage et de glissement pour un contact sphère-plan. Haut, vue de	
	face. Bas, vue de dessus. Courbes de distribution sur la surface de contact en	
	pointillé : contrainte normale $p$ en bleu, contrainte tangentielle $\tau$ en rouge	41
1.21	Contact sphère élastique et plan rigide. $R$ le rayon de la sphère. $W$ l'effort normal.	
	a le ravon de contact. $\delta$ la distance d'approche de la sphère et du plan	42
1.22	Modèle de contact de Greenwood et williamson. $\Phi(z_{*})$ : fonction densité de pro-	
	babilité. $z_{*}$ : altitude des sommets [48]	44
1.23	Modèle de surface stochastique selon Greenwood et Williamson [51].	44
1.24	Modèle de Prandtl-Tomlinson, T la force de frottement, m masse de la particule	
	(molécule). V la vitesse de glissement, k la raideur du ressort. U amplitude crête	
	à crête $\lambda$ la longueur d'onde	46
1.25	(a) : k élevé une seule position stable (b) : k faible deux positions stables	47
1 26	Modèle élastique Vitesse initiale $v_0$ masse $m$ et raideur $k$	48
1.20 1.27	Modèle de Kelvin-Voigt	48
1.21	Modèle de Maywell	10
1.20	Modèle de Zener	40
1.20	Modèle dynamique du contact rugueux glisseur-résonateur <i>m</i> est la masse du	45
1.00	glisseur V la vitesse de glissement K la raideur du contact et y le coefficient	
	d'amortissement hystérésis	50
1 31	Relation entre le paramètre $\alpha$ et le coefficient de restitution $c$ [196]	50
1.01	Contact avec la méthode de pénalité $f$ . Force normale au nœud $i$ pénétration $\delta$	51
1.02	Digramma schématique de la méthodo des multiplicatours de Lagrange [23]	52
1.00	Classification du bruit de frottement selen la pression de contact [23]	56
1.04	Internationa optro doux surfaces ruguouses et bruit induit	56
1.55	Mécanisme de génération du bruit de ruggetité	57
1.30	Étude amérimentale de Velcei et Nelcei [2] Cauche dignositif amérimental	97
1.37	Dreite évolution du niveau de pression acquatique en fonction de la murgeité	
	de surface pour différentes vitesses de retation	59
1 90	Evolution du niver de pression acoustique en fonction de la rugesité de surface	90
1.00	Evolution du inveau de pression acoustique en fonction de la rugosite de surface,	59
1 20	Functiones de frettement de Steimeneu et al. [6]	50
1.39	Dringing du dignositif emérimentel de Abdeleunia [22]	59
1.40	Finicipe du dispositif experimental de Abdelouins [25]	99
1.41	variation du inveau de pression acoustique $L_p(aD)$ en fonction de la rugosite de	60
1 49	surface $R_a$ dans le cas d'un contact pran-pran [25]	00
1.42	Evolution du inveau de pression acoustique $L_p$ (dB) en fonction de la vitesse	
	de glissement pour differences rugosites de sufface obtendes par electroerosion,	
	Chima (b) : Aluminium [22]	61
1 49	Cuivre, (D) : Aluminium [25]	01
1.45	Evolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement avec Ra=5	61
1 1 1	$\mu$ III [9]	01
1.44	Pression acoustique en fonction de la vitesse de glissement. Ra=50 $\mu$ m, m=0,104	co.
1 45	$\operatorname{Kg}[0]$	02
1.40	Pression acoustique en fonction de la vitesse de glissement. Ra=10 $\mu$ m, m=0,104	ഭറ
1 46	Kg [0]	02
1.40	variation du niveau de pression acoustique $L_p(aB)$ en fonction de la rugosite de	
	surface et de la vitesse de glissement pour des eprouvettes en acler. (a) : sablage.	ດາ
1 47	(D). electroerosion [7]	03
1.41	vitesse vibratoire en ionction de la surface de contact pour une vitesse de glis-	
	sement constante $v = 0$ cm/s pour quatre combinaisons d'epaisseur de glisseur et de deux réconstance pour emerti (amerti [11]	ດາ
	et de deux resonateurs non amorti/amorti [11]	03

2.1	Principe de mesure du bruit de rugosité. Le glisseur est poussé par une force $F$ exercée par la règle et avance à vitesse constante $V$ . Le bruit est généré par la percussion des aspérités des surfaces rugueuses tandis que le contact est maintenu par le poids propre $P$ . La vibration de la plaque est mesurée par le vibromètre et le bruit rayonné dans une chambre semi-anéchoïque est mesuré par le microphone.	66
2.2	Dispositif expérimental Rao. Vue de dessus du résonateur, du glisseur, de la règle de poussée et de la règle linéaire.	66
2.3	Photos et dimensions des échantillons utilisés pour l'étude expérimentale. (a) : résonateur. (b) : glisseurs	68
2.4	Dispositif expérimental. Découplage des cadres portant le système d'entraîne- ment et portant l'instrumentation	68
2.5	Intérieur de la chambre semi-anéchoïque avec son microphone placé au fond	70
2.6	Coefficient d'absorption acoustique de la mousse SE-50 composite en fonction de la fréquence. Mesure au tube de Kunt [129].	70
2.7	Transmissibilité du capteur type KISTLER 9217A. f : fréquence de mesure, $f_n$ : fréquence naturelle du capteur in situ et $A/A_0$ : ratio des amplitudes des forces [130]	71
2.8	Chaîne d'acquisition du banc Rao. Les signaux des capteurs de force, vitesse et pression acoustique sont numérisés par un convertisseur analogique/numérique et enroristrés par un PC	71
2.0		(1
2.9	des signaux.	72
2.10	Protocole pour le nettoyage des glisseurs. (a) : bains chimiques des quatre sol- vants avec leur ordre d'utilisation. (b) : vue des glisseurs entièrement immergés.	72
2.11	Nettoyage, séchage et stockage des glisseurs. (a) : bain chimique avec glisseurs, agité aux ultrasons. (b) : séchage des glisseurs à l'air libre après nettoyage. (c) : stockage des glisseurs dans des boîtes plastiques	73
2.12	Principe de fonctionnement des machines SURFASCAN pour le relevé des profils de surface et la mesure des rugosités [102].	74
2.13	Exemples de profils de surface mesurés des glisseurs. Rugosité, $Rq = 17 \ \mu m$ . Gauche, direction x. Droite, direction y	75
2.14	Distribution des hauteurs des aspérités des glisseurs. Barres bleues, valeurs mesu- rées. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale. Rugosité, $Rq = 17 \ \mu m$ Gauche, direction x. Droite, direction y. $\sigma$ , écart-type	76
2.15	Fonctions de corrélation des surfaces des glisseurs obtenues par mesure profilomé- trique. Courbe en noire, mesure (2.1). Courbe en rouge, meilleure approximation (2.2) Burgaité Bar 17 um Caucha direction y Draite direction y	70
2.16	(2.2). Rugosite, $Rq = 17 \ \mu m$ . Gauche, direction x. Droite, direction y Principe de mesure du temps de réverbération. Résonateur excité par un bref impact avec un marteau en présence ou non d'un glisseur et mesure de la réponse	79
	impulsionnelle.	80
2.17	Schéma de principe de la détermination du temps de réverbération par intégra- tion rétrograde. Mesure de la durée pour une décroissance de 60 dB du niveau	
	vibratoire.	80
2.18	Temps de réverbération du résonateur non amorti. Glisseur, $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité, Rq = 17 $\mu$ m. Gauche, sans glisseur $T_r = 43, 20$ s. Droite, avec un glisseur $T_r = 41,07$ s. Haut, réponse impulsionnelle. Bas, intégration rétrograde.	
	Barres rouges, niveaux à 0, -5, -10, -25 et -35 dB.	81

2.19	Temps de réverbération du résonateur fortement amorti. Glisseur, $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité, Rq = 17 $\mu$ mm. Gauche, sans glisseur $T_r = 1,79$ s. Droite, avec un glisseur $T_r = 1,70$ s. Haut, réponse impulsionnelle. Bas, intégration rétrograde. Barres rouges niveaux à 0 =5 =10 =25 et =35 dB	
2.20	Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point ( $x = 465$ mm et $y = 50$ mm) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m.	86
2.21	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement, 1, 3 et 5 mm/s. Dimensions du glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m	87
2.22	Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m.	88
2.23	Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité	20
	17 $\mu$ m	89
3.1	Glissement d'un solide sur une plaque flexible. Le glisseur (cube) avance à vitesse constante V et est soumis à l'effet de la gravité. Au cours de sa trajectoire, il peut suivre le profil de surface ou subir des pertes de contact. $g$ est l'accélération de la pesanteur [151].	92
3.2	Modèle du contact glissant entre deux surfaces rugueuses. (a) : positionnement des deux plaques et leurs repères associés. $x, y$ abscisse et ordonnée de la position. $\Delta_x(t), \Delta_y, \Delta_z$ coordonnées de l'origine de la plaque 0 dans le repère (O,x,y) associé à la plaque 1. (b) : glissement de deux profils rugueux. Les altitudes $h_0(x, y)$ et $h_1(x, y)$ sont comptées de manière opposée. $\Delta_z$ l'écart vertical entre les deux profils. A l'instant $t$ , le décalage horizontal est $\Delta_x(t) = \Delta_x(0) + Vt$ [151].	92
3.3	Fenêtre de contact. $(\Delta + w_0)$ l'abscisse du nœud le plus à gauche du profil esclave. $\Delta x$ distance entre deux nœuds esclaves, $N_0 - 1$ dernier nœud esclave ( $N_0$ , nombre de nœuds esclaves). $w_1$ l'abscisse du nœud le plus à gauche du profil maître. $d_1$ distance entre deux nœuds maîtres, $N_1 - 1$ dernier nœud maître ( $N_1$ , nombre de nœuds esclaves).	06
34	Principa de la méthode de pénalisation <i>f</i> e représente la pression de contact et	90
0.4	$\delta_0$ la légère pénétration admise	97
3.5	Position projetée du nœud esclave dans la maille maître	98
3.6	Diagramme de la chaîne de calcul du code Ra3D.	100
3.7	Densité spectrale de la vitesse vibratoire expérimentale en un point du résonateur. Vitesse de glissement 100 mm/s. Fréquence de coupure retenue est de $f_c = 1000$ Hz. Niveau vibratoire $L_v = 127$ dB	101
3.8	Modélisation du contact glisseur/résonateur. $m$ est la masse du glisseur et $k$ la raideur	109
3.0	Dengités spectrales de puissance de la vitesse vibrateire simulées pour différentes	102
ა.9	valeurs de $K$ , $10^{10}$ , $10^{13}$ et $10^{15}$ N/m <sup>3</sup> . Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s. Algorithme de pénalité	103

3.10	Exemple de vitesse vibratoire simulée. Loi de contact $f = K\delta$ , $K = 10^{13}$ N/m <sup>3</sup> . Gauche, évolution temporelle de la vitesse vibratoire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimension $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Vitesses	
	de glissement 100 mm/s	103
3.11	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée. Droite, densité spectrale de puissance dans la partie stationnaire. L <sub>v</sub> niveau vibratoire dans le régime stationnaire. Raideur de contact $10^{13}$ N/m <sup>3</sup> . Facteurs d'amortissement $\chi$ $10^7$ N.s/m <sup>3</sup> , 6×10 <sup>8</sup> N.s/m <sup>3</sup> et 10 <sup>12</sup> N.s/m <sup>3</sup> . Glisseur de dimensions 20 × 20 × 10 mm Rugosité 17 $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s. Loi de Kelvin-Voigt	ı. 104
3.12	Densités spectrales de puissance de la vitesse vibratoire simulées pour différentes valeurs de $K$ (10 <sup>15</sup> , 10 <sup>16</sup> et 10 <sup>17</sup> N/m <sup>7/2</sup> ). Amortissement $\chi = 10^{17}$ Ns/m <sup>9/2</sup> . Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.	106
3.13	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée. Droite, densité spectrale de puissance dans la partie stationnaire. $L_v$ niveau vibratoire dans le régime stationnaire. Raideur de contact $10^{16}$ N/m <sup>7/2</sup> . Facteurs d'amortissement $10^{16}$ et $3 \times 10^{17}$ N.s/m <sup>9/2</sup> . Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 mum. Vitesse de glissement 100 mm/s. Lei de Hunt Crossley	108
3.14	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée. Droite, densité spectrale de puissance dans la partie stationnaire. L <sub>v</sub> niveau vibratoire dans le régime stationnaire. Raideur de contact $10^{16}$ N/m <sup>7/2</sup> . Facteurs d'amortissement 4 × $10^{17}$ et $10^{18}$ N.s/m <sup>9/2</sup> . Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/a. Lei de llunt Crassleu	100
2 1 5	Vitesse de glissement 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.	109
0.10	vibratoire. $L$ et $B$ sont respectivement la longueur et la largeur du résonateur. $L_1$ et $B_1$ sont les dimensions de la piste.	109
3.16	Exemple de surface aléatoire gaussienne d'écart-type $Rq = 1 \ \mu\text{m}$ . Gauche, surface $\delta$ -corrélée. Droite, corrélation gaussienne de longueur $\lambda = 0, 2 \ \mu\text{m}$ . De haut en bas, représentation de la surface, densité de probabilité des hauteurs, corrélation spatiale.	110
3.17	Surfaces numériques du glisseur et de la piste obtenues par simulation avec le code Ra3D. Orange, surface du glisseur. Bleu, surface du résonateur.	112
3.18	Exemples de profils de surfaces numériques. Haut, glisseurs. Bas, résonateur. Gauche, direction x. Droite, direction y. Rugosité, $Rg = 17 \ \mu m$ ,,	113
3.19	Distribution des hauteurs des aspérités des surfaces numériques correspondant aux profils figure 3.18. Haut, glisseurs. Bas, résonateur. Barres bleues, valeurs du profil numérique. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale. Bugosité $Ba = 17 \ \mu m$ Gauche direction x Droite direction y $\sigma$ écart type	11/
3.20	Fonctions corrélation numérique et mesurée de la piste du résonateur et du glis- seur pour une rugosité $Ba = 17 \ \mu m$ (a) : glisseurs $\lambda_0 \simeq 80 \ \mu m$ (b) : résonateurs	114
	scur pour une rugosite rug = 17 $\mu$ m. (a) : gisseurs, $\lambda_0 \approx 60 \mu$ m, (b) : resonateurs, $\lambda_0 \approx 80 \mu$ m.	115
3.21	Modèle de collision de deux solides sphériques de rayons $R_1$ et $R_2$ . $k$ la rigidité du contact. $h$ distance entre les deux solides. $v$ vitesse d'impact. $f$ pression de	115
3.22	Nombre de fréquences propres en dessous de la fréquence maximale pour un système à deux dimensions [136]	115
3.23	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée pour rechercher une zone	110
	stationnaire. Vitesse de glissement 3 et 500 mm/s. Glisseurs $20 \times 20 \times 5$ mm. Loi de Hunt-Crossley.	118

3.24	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée pour rechercher une zone stationnaire. Vitesse de glissement 1 mm/s. Glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Droite, agrandissement de la zone d'extraction. Régime stationnaire non observé. Loi de Hunt-Crossley
3.25	Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le point de coordonnées ( $x = 395 \text{ mm}, y = 10 \text{ mm}$ ). Glisseur $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 µm. Vitesses de glissement 3, et 30 mm/s. Loi de Hunt-Crossley 127
3.26	Schéma simplifié de $\sigma_d$ sur le plan nombre d'onde $(\kappa)$ -amortissement $(\eta)$ pour un cas général de plaque rectangulaire excitée par une seule force excitatrice comparée au recouvrement modale $M = 1$ (ligne en pointillé), au facteur d'at- ténuation $m = 0, 5$ (ligne discontinue en vert) et au nombre de modes $N = 15$ (ligne continue verticale en bleu) [205]
3.27	Carte des valeurs calculées de $\sigma_d$ en fonction de la fréquence et du facteur d'amor- tissement du résonateur. Nombre de récepteurs : 30000
3.28	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 µm. Vitesse de glissement 3, 5 et 10 mm/s. Loi de Hunt-Crossley 129
4.1	Exemple signal temporel de la vitesse vibratoire pour un glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 20$ mm. Vitesse de glissement 1 mm/s. Rugosité 17 µm
4.2	Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement pour deux rugosités de surface. Haut, $Rq = 17 \ \mu m$ . Bas, $Rq = 32 \ \mu m$ . Les valeurs de $n_1$ et $n_2$ sont les exposants de la relation (4.2) dans les régimes 1 et 2. 132
4.3	Détermination graphique de la vitesse de transition expérimentale $V_T$ . Haut, mise en évidence de la zone de transition. Bleu, meilleure approximation linéaire du niveau vibratoire entre 1 et 100 mm/s. Rouge, approximation linéaire de l'évolution du niveau vibratoire entre 200 et 500 mm/s
4.4	Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse des glisseurs. Glisseur $20 \times 20 \times 5$ mm, 15,6 g. Glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm, 31,2 g. Glisseur $20 \times 20 \times 20$ mm, 62,4 g
4.5	Evolution de la vitesse vibratoire expérimentale en fonction de l'aire apparente de contact. Vitesse de glissement 50 mm/s. Rugosité 17 $\mu$ m. Facteur d'amortissement $\eta_i = 0,005\%$ . Gauche, glisseur 20 × 20 × 5 mm. Droite, 20 × 20 × 10 mm. En pointillé la meilleure approximation linéaire
4.6	Evolution de la vitesse vibratoire expérimentale en fonction de l'aire apparente de contact. Vitesse de glissement 100 mm/s. Rugosité 17 $\mu$ m. Facteur d'amortissement $\eta_i = 0,005\%$ . Gauche, glisseur 20 × 20 × 5 mm. Droite, 20 × 20 × 10 mm. En pointillé la meilleure approximation linéaire
4.7	Evolution de la vitesse vibratoire expérimentale en fonction de l'aire apparente de contact. Vitesse de glissement 50 mm/s. Rugosité 17 $\mu$ m. Facteur d'amortissement $\eta_i = 1, 2\%$ . Gauche, glisseur 20 × 20 × 5 mm, vitesse de glissement 50 mm/s. Droite, 20 × 20 × 10 mm, Vitesse de glissement 100 mm/s. En pointillé la meilleure approximation linéaire
4.8	Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vi- tesse de glissement. Rugosités 17 et 32 $\mu$ m. $n_1$ et $n_2$ sont les exposants de la relation (4.7) dans les régimes 1 et 2

4.9	Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement pour deux lois de contact. Haut, loi de Kelvin-Voigt, $f = -10^{13}\delta - 6.10^8\dot{\delta}$ . Bas, loi de Hunt-Crossley, $f = -10^{16}\delta^{3/2} - 3.10^{17}\delta^{3/2}\dot{\delta}$ . Les valeurs de $n_1$ et $n_2$ sont
4.10	les exposants de la relation (4.8) dans les régimes 1 et 2
	par simulation numérique pour les deux lois de contact et comparaison avec l'expérience
4.11	Niveau vibratoire en fonction du taux d'amortissement
4.12	Niveau vibratoire versus facteur d'amortissement proposé par Hung [9] 140
4.13	Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 3 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 5$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Loi de
	Hunt-Crossley
4.14	Taux de contact en fonction de la vitesse de glissement
5.1	Régime rampant. Le contact est maintenu entre le glisseur et le résonateur 145
5.2	Evolution taux de contact simulé. Vitesses de glissement 10, 12, 13, 15 mm/s. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 5$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley. 146
5.3	Evolution taux de contact simulé. Vitesses de glissement 10, 12, 13, 15 mm/s. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 µm. Loi de Hunt-Crossley. 147
5.4	Evolution taux de contact simulé. Vitesses de glissement 10, 12, 13, 15 mm/s. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 20$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley. 148
5.5	Régime de sauts. Le contact est intermittent et est constitué de sauts et d'impacts.148
5.6	Illustration graphique du temps d'impact et du temps de vol
5.7	Modélisation des efforts sur le glisseur lors du glissement. $F$ est la force centrifuge, M le mages du glisseur $V$ le witages de glissement et $P$ le reven de courbure de
	M la masse du glisseur, $V$ la vitesse de glissement et $K$ le rayon de courbure de la trajectoire du centre de gravité
5.8	Longueur de pas divisée par longueur des jambes, $\lambda/l$ , pour bipèdes (kangourous
	et humains) et différents quadrupèdes (chat, furet, rhinocéros, éléphant, etc.), tracée en fonction du nombre de Froude, $U^2/gl$ [1]
5.9	Evolution du déplacement transverse du centre de gravité en fonction de la po- sition du glisseur pour trois types de glisseurs dans une configuration quasi sta- tique. Gauche, vitesse de glissement 1 mm/s. Droite, vitesse de glissement 3
	mm/s
5.10	Estimation du rayon de courbure en régime stationnaire et en configuration quasi statique. Vitesse de glissement 1 mm/s. Gauche, évolution du déplacement en
<b>F</b> 1 1	fonction de la position du glisseur. Droite, zone d'extraction
5.11	Evolution du niveau vibratoire en fonction de l'aire apparente de contact pour le régime linéaire. Haut, vitesse de glissement V=50 mm/s. Bas, vitesse de glis-
5 19	sement $V = 100 \text{ mm/s}$
0.12	avec l'aire de contact. $Y = P_{fric}/P_{int}$ , $Y = P_{fric}/P_{inj}$ . La courbe théorique est en pointillé est $Y = X/(X + 1)$ . Haut, vitesse de glissement V=50 mm/s. Bas,
	vitesse de glissement V=100 mm/s
5.13	Facteur de rayonnement approché de la plaque de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm et densités spectrales de puissance de la vitesse vibratoire et du niveaux de pression
	acoustique pour une vitesse de glissement de 100 mm/s 160
5.14	Exemples de profils de surface mesurés des glisseurs. Rugosité, $Rq = 32 \ \mu m$ . Gauche, direction x. Droite, direction y

5.15	Exemples de profils de surface mesurés des résonateurs amortis. Dimensions
	des résonateurs $600 \times 400 \times 4$ mm. Haut, rugosité Rq = 17 µm. Bas, rugosité
	$Rq = 32 \ \mu m$
5.16	Exemples de profils de surface mesurés des résonateurs non amortis. Dimensions
	des résonateurs $600 \times 400 \times 4$ mm. Haut, rugosité Rq = 17 µm. Bas, rugosité
	$Rq = 32 \ \mu m 172$
5.17	Distribution des hauteurs des aspérités des glisseurs. Barres bleues, valeurs mesu-
	rées. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale. Rugosité, Rq = 32 $\mu m.$
	Gauche, direction x. Droite, direction y. $\sigma$ , écart-type
5.18	Distribution des hauteurs des aspérités des résonateurs amortis. Haut, rugosité
	$\mathrm{Rq}=17~\mu\mathrm{m}.$ Bas, rugosité $\mathrm{Rq}=32~\mu\mathrm{m}.$ Barres bleues, valeurs mesurées. Ligne
	rouge, meilleure approximation par la loi normale. $\sigma$ , écart-type
5.19	Distribution des hauteurs des aspérités des résonateurs non amortis. Haut, ru-
	gosité R q $=17~\mu{\rm m}.$ Bas, rugosité Rq $=32~\mu{\rm m}.$ Barres bleues, valeurs mesurées.
	Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale. $\sigma$ , écart-type 175
5.20	Fonctions de corrélation des surfaces des glisseurs obtenues par mesure profilomé-
	trique. Courbe en noire, mesure $(2.1)$ . Courbe en rouge, meilleure approximation
	(2.2). Rugosité, $Rq = 32 \ \mu m$ . Gauche, direction x. Droite, direction y 176
5.21	Fonctions de corrélation des surfaces obtenues par mesure profilométrique des
	résonateurs amortis. Courbe en noire, mesure (2.1). Courbe en rouge, meilleure
<b>F</b> 00	approximation (2.2). Haut, rugosite $Rq = 17 \ \mu m$ . Bas, rugosite $Rq = 32 \ \mu m$ 177
5.22	Fonctions de corrélation des surfaces obtenues par mesure profilomètrique des ré-
	sonateurs non amortis. Courbe en noire, mesure (2.1). Courbe en rouge, melleure approximation (2.2). Hout, ruggeité $Pa = 17 \mu m$ . Bas, ruggeité $Pa = 32 \mu m$ . 178
5 99	Examples de régultate de mesures de vitesse vibrateire en point de mesure $(n - 1)$
0.25	Exemples de l'esuitats de mésures de vitesse vibratoire au point de mésure ( $x = 465 \text{ mm}$ et $u = 50 \text{ mm}$ ) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (100
	120 140 200 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10^{-120}$
	mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. 179
5.24	Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point ( $x = 465 \text{ mm}$ et
	y = 50  mm) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30
	et 50 mm/s). Glisseur de dimensions 20 $\times$ 20 $\times$ 10 mm. Résonateur non amorti
	de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 32 $\mu$ m
5.25	Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point de mesure ( $x =$
	465 mm et $y = 50$ mm) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (100,
	120, 140, 200, 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$
<b>-</b> 0.0	mm. Resonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosite 32 $\mu$ m. 181
5.26	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire.
	Dimensions du glissour $20 \times 20 \times 10$ mm. Bésonatour non amorti de dimensions
	$600 \times 400 \times 4$ mm Bugosité 17 $\mu$ m f. fréquence de coupure 182
5.27	Gauche signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire
0.21	Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 100, 120 et 140
	mm/s. Dimensions du glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de
	dimensions 600 × 400 × 4 mm. Rugosité 17 $\mu {\rm m.}~f_c,$ fréquence de coupure 183
5.28	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire.
	Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 200, 300 et 500
	mm/s. Dimensions du glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de
	dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité Rq = 17 $\mu$ m. $f_c$ , fréquence de coupure. 184

5.29	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement, 1, 3 et 5 mm/s. Dimensions du glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Bugosité 32 µm. f. fréquence de coupure. 185
5.30	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement, 10, 30 et 50 mm/s. Dimensions du glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité $32 \ \mu m. f_c$ , fréquence de coupure
5.31	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 100, 120 et 140 mm/s. Dimensions du glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité $32 \mu$ m. $f_c$ , fréquence de coupure 187
5.32	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 200, 300 et 500 mm/s. Dimensions du glisseur 20 × 20 × 10 mm. Résonateur non amorti de dimensions 600 × 400 × 4 mm. Rugosité Rq = 32 $\mu$ m. $f_c$ , fréquence de coupure. 188
5.33	Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Bugosité 17 µm
5.34	Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité $32 \ \mu$ m. 190
5.35	Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 32 $\mu$ m
5.36	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 30, 50 et 100 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. $f_c$ fréquence de coupure.
5.37	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 120, 140 et 200 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Bugosité 17 $\mu$ m. $f_{\rm e}$ fréquence de coupure 193
5.38	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 300 et 500 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Bugosité 17 µm. f. fréquence de coupure 194
5.39	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 30, 50 et 100 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Bugosité 17 µm. f. fréquence de coupure 195
5.40	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 120, 140 et 200 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. $f_c$ , fréquence de coupure 196

5.41	Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 300 et 500 mm/s).	
	Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m.	197
5.42	Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 100–120–140–200–300 et 500 mm/s. Glisseur de dimen-	201
	sions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Purosité 17 µm	109
5.43	Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm Bésonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm Bugosité	190
	$32 \ \mu \text{m}.$	199
5.44	Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement : 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm	
	Rugosité $32 \ \mu m.$	200
5.45	Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement : 1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s. Glisseur de	
	dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$	001
5.46	mm. Rugosite 17 $\mu$ m	201
	par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s). Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions	
	$600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m	202
5.47	Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$	
5 19	mm. Rugosité $32 \ \mu$ m	203
0.40	par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s.	
	Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Résonateur non amorti de dimensions $600 \times 400 \times 4$ mm. Rugosité $32 \ \mu$ m.	204
5.49	Fichier de données pour un glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm, de rugosité	010
5.50	$17 \ \mu \text{m}$ . Vitesse de glissement 100 mm/s	212
	de rugosité 17 $\mu$ m.	214
5.51 5.52	Script pour les simulations numériques directes	215
0.04	de rugosité 17 $\mu$ m. Durée de simulation 2 s, vitesse de glissement 100 mm/s	216
5.53	Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le	
	point de coordonnees ( $x = 395 \text{ mm}, y = 10 \text{ mm}$ ). Glisseur $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 $\mu$ m. Vitesses de glissement 3 et 30 mm/s. Loi de Hunt-Crossley	217

- 5.55 Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le point de coordonnées (x = 395 mm, y = 10 mm). Glisseur  $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 µm. Vitesses de glissement 3, 5, 10, 30, 50 et 100 mm/s. Loi de Kelvin-Voigt.219
- 5.57 Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17 µm. Vitesse de glissement 3, 5 et 10 mm/s. Loi de Hunt-Crossley. . . 221
- 5.58 Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17 µm. Vitesse de glissement 30, 50 et 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley. 222
- 5.59 Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17 µm. Vitesse de glissement 120, 140 et 200 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.223
- 5.60 Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17 µm. Vitesse de glissement 300 et 500 mm/s. Loi de Hunt-Crossley. 224

### 

 5.69
 Evolution du temps de calcul au cours de la période de thèse.
 240

 5.70
 Comparaison des temps CPU des utilisateurs.
 240

# Liste des tableaux

1.1	Pression et taux de portance suivant la configuration de contact [37]. Aire réelle de contact $A$ , aire apparente $S$ , pression maximale $p$ , pression de Hertz $p_h \ldots$ .	27
1.2	Modèles de force de contact. $\dot{\delta_0}$ la vitesse initiale de contact dans la direction nor- male. ( $c_r$ le coefficient de restitution. $m$ la masse réduite. $\alpha$ constante empirique (figure 1.31) liée au coefficient de restitution [180]	51
1.3	Conditions de stabilité de la méthode d'intégration temporelle de Newmark [90]. $\Delta t_c$ pas de temps critique. $\tau_{min}$ pas de temps minimal	53
2.1	Caractéristiques géométriques et mécaniques des résonateurs	67
2.2	Caractéristiques géométriques et mécaniques des glisseurs.	67
2.3	Direction x. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugo- simètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs (amorti et non amorti). Rq est respectivement la rugosité moyenne quadratique, $R_{Sk}$ le coefficient d'asymétrie ou skewness, $R_{Ku}$ le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et $\lambda_0$ la longueur de corrélation. Erreur=(max-min)/2	74
2.4	Direction y. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugo- simètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs (amorti et non amorti). Rq est respectivement la rugosité moyenne quadratique, $R_{Sk}$ le coefficient d'asymétrie ou skewness, $R_{Ku}$ le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et $\lambda_0$ la longueur de corrélation. Erreur=(max-min)/2	77
2.5	Direction x. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugo- simètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs. Rq est respectivement la rugosité moyenne quadratique, $R_{Sk}$ le coefficient d'asymétrie ou skewness, $R_{Ku}$ le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et $\lambda_0$ la longueur de corrélation. Erreur=(max-min)/2	77
2.6	Direction y. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugo- simètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs. Rq est respectivement la rugosité moyenne quadratique, $R_{Sk}$ le coefficient d'asymétrie ou skewness, $R_{Ku}$ le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et $\lambda_0$ la longueur de corrélation. Erreur=(max-min)/2.	78
2.7	Fréquence centrale du résonateur non amorti pour différentes vitesses de glis- sement. Dimensions du résonateur, $600 \times 400 \times 4$ mm. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosités du glisseur et du résonateur, $17 \ \mu$ m. Erreur=(max- min)/2.	83
2.8	Fréquence centrale du résonateur non amorti pour différentes vitesses de glis- sement. Dimensions du résonateur, $600 \times 400 \times 4$ mm. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosités du glisseur et du résonateur, $32 \ \mu$ m. Erreur=(max-	
	$\min)/2.$	84

2.9	Durées de réverbération et facteurs d'amortissement. Glisseurs de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm posé successivement sur deux résonateurs (un amorti et un non amorti). Rugosité 32 $\mu$ m. Erreur=(max-min)/2	4
2.10	Durées de réverbération et facteurs d'amortissement sans glisseur. Résonateurs non amorti. Rugosité 32 $\mu$ m. Erreur=(max-min)/2	5
3.1	Fréquence de coupure pour différentes valeurs de raideur de contact. Algorithme de pénalité	2
3.2	Valeurs de $\chi$ de la loi de contact de Kelvin-Voigt pour $K = 10^{13}$ N/m <sup>3</sup> et les niveaux vibratoires correspondants. $\chi = 6 \times 10^8$ N.s/m <sup>3</sup> pour un niveau vibratoire correspondant au niveau vibratoire expérimental compris entre 126,11 et 127,48 dB	5
3.3	Couples de valeurs, raideur de contact et fréquence de coupure. Pour $K = 10^{16} \text{ N/m}^{7/2}$ , la fréquence de coupure retenue est de 1000 Hz. Loi de Kelvin- Voigt	5
3.4	Valeurs de $\chi$ pour $K = 10^{16}$ N/m <sup>7/2</sup> obtenues par le calcul pour différentes lois de contact. $c_r = 0, 9$ , le coefficient de restitution variant de 0,9 à 0,3 [180]. Vitesse initiale de contact $\dot{\delta}_0 \approx 0,002$ m/s	7
3.5	Valeurs de $\chi$ et les niveaux vibratoires associés de loi de contact de Hunt-Crossley pour $K = 10^{16} \text{ N/m}^{7/2}$ . $\chi = 3 \times 10^{17} \text{ Ns/m}^{9/2}$ pour un niveau vibratoire corres- pondant au niveau vibratoire expérimental (126,11 et 127,48 dB) 107	7
3.6	Données d'entrée pour la génération des surfaces numériques de rugosité $Rq = 17 \ \mu m$ , longueur $L$ , largeur $l$ , pas $\Delta x$ et longueur de corrélation $\lambda_0$	1
3.7	Taille des surfaces numériques	1
3.8	Rugosité de surface et paramètres topographiques des surfaces générées numéri- quement. Rq est la rugosité moyenne quadratique, $R_{Sk}$ le coefficient d'asymétrie ou skewness, $R_{Ku}$ le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et $\lambda_0$ la longueur de	
	corrélation.	2
3.9	Classification des fréquences propres par ordre croissant	7
3.10	Durées de simulation retenues. Durée maximale, 8 s correspondant à 3 mm/s. Durée minimale 0,8 s correspondant 500 mm/s	9
3.11	Paramètres de simulation glisseur-résonateur Ra3D. $\tau$ pas de temps. $N$ nombre de modes. $T$ durée de simulation, $\Delta x$ pas spatial, $f_s$ fréquence d'échantillonnage	0
9 10	et $f_{max}$ la frequence maximale	J
3.12	Campagnes de simulation numerique. $X_0$ position initiale dans la direction $x$ du glisseur par rapport à la piste et $Y_0$ position initiale dans la direction $y$ 120	0
3.13	Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur $20 \times 20 \times 5$ mm. $\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions $x$ et $y$ du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Kelvin-Voigt	1
3.14	Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. $\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions $x$ et $y$ du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Kelvin-Voigt	2
3.15	Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur $20 \times 20 \times 20$ mm. $\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions $x$ et $y$ du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Kelvin-Voigt	3
3.16	Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur $20 \times 20 \times 5$ mm. $\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions $x$ et $y$ du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Hunt-Crossley	, 4

3.17	Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur $20 \times 20 \times 10$ mm. $\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions $x$ et $y$ du glisseur par rapport au résoncteur. Lei de llurt Greecleu	195
3.18	Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur $20 \times 20 \times 20$ mm.	125
	$\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions x et y du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Hunt-Crossley	126
3.19	Niveau vibratoire $L_v$ en fonction du point de mesure sur le résonateur. Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité $17 \mu$ m. Vitesses de glissement 50 et	
3.20	100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley	128
	100 mm/s. Loi de Kelvin-Voigt. $\dots \dots \dots$	129
4.1	Exposants des lois d'échelle expérimentale et simulée	139
5.1	Evolution du taux de contact pour des vitesses de glissement inférieures à 30	
59	mm/s	145 145
$5.2 \\ 5.3$	Paramètres de simulation pour les déplacements transverses de trois glisseurs,	140
5.4	$20 \times 20 \times 5$ mm, $20 \times 20 \times 10$ mm et $20 \times 20 \times 20$ mm	150
0.4	l'aire de contact pour V=50 mm/s	155
5.5	Résultats expérimentaux de l'évolution de la vitesse vibratoire en fonction de	
	l'aire de contact pour V=100 mm/s. $\dots \dots \dots$	156
5.6	Structure d'un fichier '*.pro'	213
5.7	Caractéristiques du Pôle de Calcul de l'École Centrale de Lyon	232
5.8	Services de visualisation à distance	234
5.9	Comparaison des résultats expérimentaux et simulés pour la loi de contact $F_1 = 10^{13}.\delta + 6.10^8 \dot{\delta}$	238
5.10	Comparaison des résultats expérimentaux et simulés pour la loi de contact $F_2 =$	
	$10^{16} \cdot \delta^{3/2} + 3 \cdot 10^{17} \cdot \delta^{3/2} \delta \dots $	238

### Résumé

Le bruit généré lors du frottement de deux objets l'un contre l'autre révèle des régimes et des propriétés très étonnantes. L'étude de ces régimes, encore largement méconnus, relève de la dynamique des interfaces multicontact, domaine de recherche très actif en tribologie. L'objet de cette thèse est d'étudier le bruit de rugosité engendré par le glissement de deux surfaces rugueuses en contact. Il s'agit de comprendre les mécanismes de génération des vibrations et de dissipation de l'énergie à l'interface. Ces interfaces présentent des spots de contacts très petits qui se renouvellent très rapidement. La thèse s'oriente donc vers l'élaboration de modèles statistiques adaptés à la description de la population de spots pour rendre compte des propriétés macroscopiques de l'interface. Cette thèse s'appuie sur plusieurs expérimentations fondamentales et des simulations numériques directes permettant de comprendre la dynamique des spots de contact et d'en mesurer leurs effets. Le dispositif expérimental est un tribomètre acoustique permettant la mesure de la vitesse vibratoire à l'aide d'un vibromètre laser. La simulation numérique directe de la dynamique locale des interfaces multicontact a permis de résoudre numériquement, à l'aide du code de calcul Ra3D développé au LTDS, les équations de la mécanique du contact entre deux corps rugueux en glissement. L'objet de cette simulation a été de reconstituer numériquement l'information non accessible directement par l'étude expérimentale. Les résultats ont permis d'établir des lois d'échelle du niveau vibratoire  $L_v$  en décibels en fonction de la vitesse de glissement V, l'aire de contact et la masse du glisseur. L'évolution du niveau vibratoire est une fonction croissante du logarithme de la vitesse de glissement. Nous avons mis en évidence l'existence d'une vitesse de transition entre deux régimes de contact que sont le régime quasi statique et le régime de sauts. Cette vitesse de transition est indépendante de la rugosité des surfaces. Par ailleurs, deux régimes ont aussi été identifiés dans l'évolution du niveau vibratoire en fonction de l'aire apparente de contact S. Dans le premier régime, le niveau vibratoire est proportionnel à l'aire de contact et dans le second, le niveau vibratoire est constant.

Mots-clés : Surface rugueuse - Frottement - Vibration - Bruit de rugosité

### Abstract

The noise generated during the friction of two objects against each other reveals very surprising regimes and properties. The study of these regimes, which are still largely unknown, is part of dynamic of multicontact interfaces, a very active field of research in tribology. The purpose of this thesis is to study the roughness noise emitted by the sliding of two rough surfaces in contact. It's a question of understanding the mechanisms of generation of vibrations and dissipation of energy at the interface. These interfaces have very small contact spots which are renewed very quickly. The thesis is therefore oriented towards the development of statistical models adapted to the description of the population of spots to account for the macroscopic properties of the interface. This thesis is based on several fundamental experiments and direct numerical simulation allowing to understand the dynamics of contact spots and to measure their effects. The experimental device is an acoustical tribometer allowing the measurement of vibrational speed using a laser vibrometer. Direct numerical simulation of local dynamics of multicontact interfaces allowed to solve numerically, using a code called Ra3D developed by LTDS, the contact mechanics equations between two rough bodies. The aim of this simulation was to reconstruct numerically the information not directly accessible by experimental study. The results allowed to establish scaling laws for the vibrational level  $L_v$  in decibels as a function of the sliding speed V, the contact area and the mass of the slider The evolution of vibration level is an increasing function of the logarithm of the sliding speed. We have shown the existence of a transient velocity between two contact regimes, which are the quasi-static regime and the flying regime. The transient speed is independent of the surface roughness. In addition, two regimes haves also been identified in the evolution of the vibrational level as a function of the apparent contact area. In the first regime, the vibrational level is proportional to the contact area and in the second, the vibrational level is constant.

Keywords : Rough surface - Friction - Vibration - Roughness noise

## Introduction

### Contexte

A l'échelle microscopique, chaque surface est comparable à un relief accidenté avec des vallées et des montagnes. On parle alors de surface rugueuse. Lorsque deux surfaces rugueuses sèches sont mises en contact avec un déplacement relatif sous faible charge, le contact est rare et multiple avec des nombreux spots répartis de manière aléatoire. Le bruit de frottement généré lors du déplacement, aussi appelé bruit de rugosité, est un bruit de faible niveau sonore à large bande de fréquences (100 à 5000 Hz). La figure 1 présente quelques exemples de bruit de rugosité rencontrés dans la vie de tous les jours.



FIGURE 1 – Illustrations du phénomène de bruit de rugosité : (a) frottement des mains, (b) déplacement d'une souris sur une table, (c) feuilletage d'un livre et (d) ponçage avec du papier abrasif.

La dynamique du contact sec glissant fait l'objet de plusieurs travaux de recherche depuis plusieurs décennies. Il s'agit en particulier de la caractérisation de l'évolution du bruit de rugosité par l'expérience ou par des simulations numériques directes. Il ressort des différentes investigations plusieurs lois d'échelles liant le niveau de pression acoustique ou le niveau vibratoire et les paramètres tels que la vitesse de glissement, la rugosité des surfaces et l'aire apparente de contact.

### Problématique

Le bruit de rugosité, comme la plupart des phénomènes acoustiques, provient des vibrations induites par les interactions mécaniques (impacts) entre aspérités à l'interface des surfaces en contact. Dans la littérature, la description de ce bruit se fait à l'aide de lois d'échelle (lois de puissance) de la forme X  $\propto$  Y<sup>k</sup> [1, 2], où k est une constante, dite exposant, ou puissance, X représente la vitesse vibratoire ou la pression et Y sont des grandeurs physiques telles que la rugosité de surface, la vitesse de glissement et aire de contact. La loi puissance peut être transformée en :  $\log_{10}(X) \propto k \log_{10}(Y) + cste$ . Les valeurs de k obtenues, aussi bien expérimentalement et numériquement, varient d'un auteur à l'autre. Ainsi, Yokoi et Nakai [3], Othman et al. [4, 5], Stoimenov et al. [6] ont obtenu respectivement par la mesure  $0, 8 \le k \le 1, 2, 3$  $0,25 \le k \le 0,64$  et  $0,70 \le k \le 0,85$  pour l'évolution du niveau vibratoire L<sub>p</sub> en fonction de la rugosité des surfaces Ra. Concernant l'évolution du niveau vibratoire  $L_v$  en fonction de la vitesse de glissement V, les valeurs de l'exposant rapportées dans la littérature sont comprises entre 0,9 et 1,16 [7], 0,60 et 0,68 [8] et  $k \approx 0,75$  [9]. L'étude de l'évolution du niveau de pression acoustique en fonction de l'aire de contact réalisée par le Bot et al. [10, 11] a révélé des valeurs de k comprises entre 1,7 et 6,7. Le mécanisme du bruit de rugosité, malgré les avancées enregistrées dans sa compréhension, reste encore largement méconnu et suscite de nombreuses interrogations.

### Objectif

L'objet de la thèse est l'étude du bruit de rugosité engendré par le glissement de deux surfaces rugueuses sèches en contact. Il s'agit de comprendre les mécanismes de génération des vibrations et de dissipation d'énergie à l'interface. Ces interfaces présentent des spots de contacts très petits se renouvelant très rapidement. La thèse s'orientera donc vers l'élaboration de modèles statistiques adaptés à la description de la population de spots. Ces modèles devront rendre compte des propriétés macroscopiques de l'interface.

### Méthodes et moyens

Les méthodes utilisées dans cette étude prennent en compte deux volets que sont les expérimentations fondamentales et des simulations numériques pour contribuer à une meilleure compréhension de la phénoménologie du bruit de rugosité. Le premier volet s'appuiera sur des mesures à l'aide d'un dispositif expérimental. Ces mesures permettront de mettre en évidence des lois d'évolution du niveau vibratoire en fonction de certains paramètres de contacts tels que la vitesse relative de glissement, l'aire apparente de contact et la charge normale. Le second volet concerne la simulation numérique directe en trois dimensions du contact dynamique des surfaces rugueuses. Cette simulation permettra, à l'aide du code de mécanique de contact Ra3D développé au LTDS, de reconstituer numériquement l'information non accessible directement à la mesure et d'élaborer des modèles statistiques adaptés à la description de la population de spots de contact pour rendre compte des propriétés macroscopiques de l'interface.

### Organisation du mémoire

Ce mémoire de thèse est composé de cinq chapitres.

Le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique sur le contact rugueux et le bruit de rugosité. Il est divisé en quatre parties et traite successivement des contacts et surfaces rugueuses, des modèles de contact, de la dynamique du contact rugueux frottant, des vibrations et des bruits induits par un contact glissant.

Le deuxième chapitre est dédié à l'étude expérimentale. Il y est décrit le principe de mesure, le dispositif expérimental, les caractéristiques physiques du banc, le protocole de l'expérience et le principe de traitement des données.

Le troisième chapitre est consacré à la simulation numérique directe en trois dimensions. Il est composé de cinq parties portant successivement sur la présentation du code de calcul, les surfaces numériques, les paramètres de simulation, le protocole de simulation et le principe de traitement des données de simulations numériques.

Le chapitre quatre présente l'ensemble des résultats expérimentaux et numériques. Dans une première partie, il décrit l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement, de l'aire de contact et de la masse des glisseurs. La deuxième partie traite de l'évolution du niveau vibratoire fonction de la vitesse de glissement d'une part et d'autre part de l'évolution du taux de contact en fonction de la vitesse de glissement. La troisième partie et dernière partie du chapitre permet de faire une comparaison entre les mesures et les simulations numériques de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement.

Le chapitre cinq qui est constitué de deux parties est une synthèse sur les modèles physiques et les interprétations de l'origine du bruit de rugosité. La première partie est consacrée aux régimes de contact et la seconde aux régimes de dissipation d'énergie dans le contact.

Une conclusion synthétise l'ensemble des résultats obtenus et présentera les perspectives pour des travaux futurs.

# Chapitre 1

# Etat de l'art

Ce chapitre propose une étude bibliographique sur la mécanique du contact rugueux et la dynamique des interfaces multicontact. La première partie est consacrée à la description d'une surface réelle, aux paramètres topographiques et aux techniques de mesure et d'observations des surfaces. La deuxième partie présente la théorie du contact de Hertz et les modèles de contact sec entre deux surfaces rugueuses. Dans la troisième partie, la dynamique du contact rugueux frottant sera abordée et dans la quatrième et dernière partie, les liens entre frottement, vibrations et bruit induit sont présentés.

### 1.1 État de Surfaces, paramètres topographiques et techniques de mesures

### 1.1.1 Surface réelle rugueuse

La mise en évidence des caractéristiques d'une surface réelle remonte au milieu du XX<sup>e</sup> siècle. Bowden et Tabor [14] ont découvert en 1950 que la surface de contact réelle est en réalité plus petite que celle observée à l'œil nu à cause de la rugosité des surfaces. La rugosité des surfaces est donc une question d'échelle. A petite échelle, même les surfaces polies présentent une succession de vallées et de montagnes. La mise en contact de deux surfaces rugueuses établit en réalité une multitude de microcontacts (voir figure 1.1).



FIGURE 1.1 – Contact réel entre deux surfaces rugueuses.

Le taux de portance r d'un contact rugueux est défini par la relation :

$$r = \frac{A}{S} \tag{1.1}$$

où A est l'aire réelle de contact et S l'aire apparente de contact. Le taux de portance r dépend des propriétés mécaniques et géométriques des solides en contact et de la charge normale appliquée. La distribution normale des contraintes est modifiée par la présence de rugosité de surface. La détermination du champ de pression peut se faire par une approche analytique selon deux configurations de contact (continue ou discontinue) illustrée figure 1.2 pour une rugosité sinusoïdale de la forme :

$$\mathcal{R}(x) = Amp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \tag{1.2}$$

où  $\mathcal{R}(x)$  est la rugosité sinusoïdale, Amp l'amplitude de la rugosité et  $\lambda$  la longueur d'onde. Le profil de rugosité de toute surface réelle peut être décomposé en une somme de rugosités sinusoïdales par une transformée de Fourier. Pour décrire la distribution de pression pour un



FIGURE 1.2 – Configuration de contact de deux surfaces rugueuses. En rouge, la déformée hertzienne. (a) : champ de pression continu. (b) : champ de pression discontinu  $\mathcal{X}$  paramètre sans dimension représentant les conditions de contact.

contact plan-plan, Johnson [12] a introduit le paramètre sans dimension  $\mathcal{X}$  défini par :

$$\mathcal{X} = \frac{\pi E^*}{2p_h} \frac{Amp}{\lambda} \tag{1.3}$$

où  $E^*$  est le module de Young réduit et  $p_h$  la pression maximale de Hertz qui sera définie dans la section 1.2. Paulin et al. [37] ont montré que le paramètre  $\mathcal{X}$  est valable pour un contact linéaire, circulaire ou elliptique. Le taux de portance, la pression maximale ainsi que la surpression peuvent être évalués à l'aide du tableau 1.1. Lorsque deux surfaces rugueuses

TABLEAU 1.1 – Pression et taux de portance suivant la configuration de contact [37]. Aire réelle de contact A, aire apparente S, pression maximale p, pression de Hertz  $p_h$ 

X	< 1	> 1
Configuration de contact	Continue	Discontinue
Pression maximale	$p = (1 + \mathcal{X})p_h$	$p = 2\sqrt{\mathcal{X}}p_h$
Surpression (sans dimension)	$\Delta P = \frac{\Delta p}{p_h} = \mathcal{X}$	$\Delta P = \frac{\Delta p}{p_h} = 2\sqrt{\mathcal{X}} - 1$
Taux de portance $r$	$\frac{A}{S} = 1$	$\frac{A}{S} = \frac{\pi\sqrt{\chi}}{2}$

sont en contact, l'aire réelle de contact A est en réalité la somme de toutes les micro-surfaces créées par les contacts entre les aspérités sous un chargement normal donné. Dans le cas où la déformation des aspérités est essentiellement plastique, l'aire réelle de contact est directement proportionnelle à la force normale :

$$A = \frac{W}{P_0} \tag{1.4}$$

où W est l'effort normal appliqué et  $P_0$  la pression à la limite d'élastique Re, correspondant à la contrainte à partir de laquelle le matériau en contact le plus mou commence à se déformer plastiquement.

### 1.1.2 Paramètres topographiques de surface

Les paramètres qui permettent de caractériser l'état d'une surface rugueuse sont nombreux. Parmi ceux-ci, nous pouvons citer entre autres la fonction densité de probabilité, la rugosité moyenne arithmétique Ra, la rugosité moyenne quadratique Rq, le coefficient d'asymétrie Rsk et le coefficient d'aplatissement Rku. Les définitions que nous utiliserons par la suite font référence aux normes NF EN ISO 25179-2 [17] et NF EN ISO 4287/A1 [18]. Dans ce qui suit, l'altitude centrée du profil sera désignée par h(x) pour un profil 1D d'une surface rugueuse vérifiant la condition ci-dessous :

$$\int_0^{lr} h(x) \mathrm{d}x = 0 \tag{1.5}$$

où lr est la longueur de base utilisée pour identifier les irrégularités caractérisant le profil.

### Fonction de distribution

La fonction distribution cumulée  $P(h_0)$  est définie comme la probabilité que la hauteur d'un point soit inférieure à  $h_0$ :

$$P(h_0) = Pr(h \le h_0) \tag{1.6}$$

Donc  $P(-\infty) = 0$  et  $P(+\infty) = 1$ . Lorsqu'on dérive P(h), on obtient la fonction de densité de probabilité des altitudes :

$$p(h) = \frac{dP(h)}{dh} \tag{1.7}$$

La probabilité des altitudes comprises entre  $h_i$  et  $h_j$  est calculée à l'aide de la formule ci-dessous :

$$Pr(h_i \le h \le h_j) = \int_{h_i}^{h_j} p(h)dh$$
(1.8)

En pratique, les surfaces gaussiennes sont fréquemment rencontrées et la distribution associée est donnée par :

$$p(h) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(h-m)^2}{2\sigma^2}\right]$$
(1.9)

où  $\sigma$  est l'écart-type et m la moyenne des altitudes.

### Rugosité moyenne arithmétique

La rugosité moyenne arithmétique notée Ra (figure 1.3) est une évaluation globale de l'amplitude de la rugosité du profil (équation. 1.10). Elle ne donne pas d'informations sur la répartition spatiale des irrégularités du profil.

$$\operatorname{Ra} = \frac{1}{lr} \int_0^{lr} |h(x)| \mathrm{d}x \tag{1.10}$$



FIGURE 1.3 – Rugosité arithmétique moyenne. lr longueur de base.

#### Rugosité moyenne quadratique

La rugosité moyenne quadratique Rq, illustrée figure 1.4 est la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés des altitudes h(x). Elle est l'un des paramètres de rugosité pour classifier (discriminer) différentes surfaces et est définie par l'expression suivante :

$$\mathrm{Rq} = \sqrt{\frac{1}{lr} \int_0^{lr} h^2(x) \mathrm{d}x}$$
(1.11)



FIGURE 1.4 – Rugosité moyenne quadratique Rq.

#### Coefficient d'asymétrie

Le coefficient d'asymétrie, noté  $R_{Sk}$  et appelé aussi skewness, mesure l'asymétrie de la distribution des altitudes par rapport à la ligne moyenne. C'est un paramètre sans dimension et important pour caractériser les fonctions de contact qui donne une information sur la morphologie de l'état de surface. Le skewness est défini comme le quotient de la moyenne des cubes des altitudes par le cube de Rq :

$$R_{Sk} = \frac{1}{lr.(Rq)^3} \int_0^{lr} h^3(x) dx$$
(1.12)

Trois configurations peuvent se présenter (figure 1.5). Une valeur positive de  $R_{Sk}$  correspond à une distribution asymétrique à droite avec plus de pics que de creux. Lorsque  $R_{Sk}$  est négatif, la distribution est asymétrique à gauche avec plus de creux que de pics. Pour une distribution symétrique  $R_{Sk}$  vaut zéro. C'est le cas par exemple d'une distribution gaussienne.



FIGURE 1.5 – Coefficients d'asymétrie.

#### Coefficient d'aplatissement

Le coefficient d'aplatissement ou kurtosis noté  $R_{Ku}$  correspond à une mesure de l'aplatissement de la distribution. Il caractérise la largeur de la distribution des altitudes du profil et est défini par :

$$R_{Ku} = \frac{1}{lr.(Rq)^4} \int_0^{lr} h^4(x) dx$$
(1.13)

Le kurtosis vaut trois pour une distribution gaussienne. Une valeur de  $R_{Ku}$  supérieure à trois correspond à une distribution pointue (nombre important de pics) et une valeur inférieure à trois à une distribution aplatie (figure 1.6).



FIGURE 1.6 – Coefficients d'aplatissement.

### Fonctions d'autocovariance et d'autocorrélation

En 1984, McGillem et Cooper [35] ont introduit les fonctions spatiales que sont les fonctions d'autocovariance et d'autocorrélation pour compléter la description des surfaces. La fonction d'auto-covariance  $\mathcal{R}(\chi)$  est définie par [36] :

$$\mathcal{R}(\chi) = \lim_{L \to \infty} \int_0^L h(x)h(x+\chi)\mathrm{d}x \tag{1.14}$$

Cette fonction permet de mesurer statistiquement le degré de proximité (ou de corrélation) entre les altitudes de deux points du profil distants de  $\chi$ . On a les propriétés suivantes :  $\mathcal{R}(inf) = 0$ qui indique que deux points très éloignés (distance infinie) sont décorrélés,  $\mathcal{R}(0) = \text{Rq}$  et  $\mathcal{R}(\chi) = \mathcal{R}(-\chi)$ .

La normalisation de la fonction d'autocovariance permet d'obtenir la fonction d'autocorrélation  $C(\chi)$  donnée par :

$$C(\chi) = \frac{\mathcal{R}(\chi) - m^2}{\sigma^2} \tag{1.15}$$

où m est la moyenne des altitudes et  $\sigma$  l'écart-type avec  $0 \leq C(\chi) \leq 1$ . Lorsque h(x) est centré, on a m = 0 et  $\sigma = Rq$ .

Dans la littérature, les deux types de fonction d'autocorrélation rencontrées sont la fonction d'autocorrélation gaussienne (équation (1.16)) et la fonction d'autocorrélation exponentielle (équation (1.17)) [185].

$$C(\chi) = \exp\left(\frac{-\chi^2}{\lambda_0^2}\right) \tag{1.16}$$

$$C(\chi) = \exp\left(\frac{-|\chi|}{\lambda_0}\right) \tag{1.17}$$

où  $\lambda_0$  est la longueur de corrélation qui représente la distance nécessaire pour que la fonction d'autocorrélation se réduise à la valeur 1/e. La densité spectrale  $S_{hh}$  de puissance de la topographie (ou spectre des hauteurs de la surface) est la transformée de Fourrier spatiale de la fonction d'autocorrélation (équation (1.18)). Le profil de la surface est défini lorsque la distribution et le spectre des hauteurs sont connus.

$$S_{hh}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_h(x) e^{-kx} \mathrm{d}x \qquad (1.18)$$

### 1.1.3 Techniques de mesure et d'observation de topographie

Les principales méthodes de mesure de topographie sont présentées figure 1.7. Ces méthodes font appel à des principes mécaniques (palpage), physiques (diffusion d'ultrasons, variation de capacités) ou optiques (interférométrie, diffraction) [19]. L'échantillonnage de la topographie (z = f(x, y)), s'effectue en général par l'acquisition des altitudes d'un certain nombre de points équidistants d'un pas régulier x entre les points de mesure dans la direction des abscisses et y dans la direction des ordonnées [21].



FIGURE 1.7 – Principales méthodes de mesure de topographie [19].

### Méthode de mesure à contact mécanique

Le principe de mesure illustré figure 1.8 consiste à déplacer un bras horizontal appelé stylet muni d'une pointe en diamant suivant la direction du profil à mesurer. Cette catégorie d'équipements nécessite un contact direct entre la surface et l'appareil de mesure. Le palpeur mécanique le plus utilisé est le rugosimètre tactile qui permet de mesurer aussi bien des profils 2D et 3D. Il est constitué d'un bras mobile lié mécaniquement à un capteur inductif (LVDT) qui transforme

	Bras mobile	Signal analogique	Vertical amplitude	Max	6 mm
Pointe en diamant			Vertical resolution	Max	20 nm
Échantillon		Capteur L.V.D.T.	Lateral resolution	Max	2 µm
			Surface	Min	500 µm <sup>2</sup>
			measurable	Max	20 mm <sup>2</sup>

les variations du relief en un signal analogique qui est ensuite converti en signal numérique. L'obtention d'une surface nécessite la réalisation de plusieurs profils [27].

FIGURE 1.8 – Rugosimètre tactile [22].

### Méthodes de mesure sans contact

Les méthodes de mesure sans contact sont proches de la méthode précédente. Un capteur optique à source laser joue le même rôle de palpeur tactile. Il explore, par déplacement de la source ou de la surface, au moyen d'un ensemble de trajectoires à espacements parallèles et réguliers. Le principe consiste à comparer la surface à des échantillons de comparaison visio-tactile qui sont la reproduction de surfaces réelles ayant des paramètres topographiques connus [24]. Parmi ces méthodes, nous pouvons citer :

- La microscopie confocale : son principe, présenté par figure 1.9(a), consiste à focaliser un faisceau laser pour éclairer un point de l'échantillon à l'aide d'un objectif. Un tube photomultiplicateur permet de récupérer le faisceau lumineux émis par le point [25].
- La microscopie interférométrique (figure 1.9(b)) : il est constitué principalement d'un microscope solidaire d'un transducteur piézo-électrique dont le déplacement est contrôlé par un microcalculateur. Il utilise une technique de détection de phase par interférométrie où la lumière blanche réfléchie par la surface à analyser est comparée à une surface de référence. Les franges d'interférences se déplacent avec le mouvement du transducteur. Le phénomène d'interférence résultant du déplacement est visualisé et enregistré par une caméra CCD (Charge Coupled Devices) qui est un dispositif à transfert de charge.
- La profilométrie laser (Figure 1.10) : la méthode est très proche de la méthode de mesure par contact. La surface est explorée au moyen d'un mécanisme constitué d'un capteur optique et de deux moteurs pas à pas à courant continu pour les directions (x, y). La coordonnée z est acquise l'aide du capteur optique à source laser. La méthode peut être coaxiale ou basée sur le principe de la triangulation suivant que le faisceau émis et le faisceau réfléchi suivent le même trajet ou une trajectoire différente.

### 1.1.4 Surfaces numériques

Les surfaces numériques jouent un rôle essentiel dans la modélisation de surfaces rugueuses en contact. Il existe plusieurs modèles statistiques qui permettent de générer des surfaces numériques avec des propriétés voulues. La génération d'une surface à l'aide d'une fonction spectrale de densité peut se faire de plusieurs manières. En 1984, Watson et Spedding [29] ont proposé la





FIGURE 1.9 – Principes de mesure sans contact (a) : Microscopie confocale [20] , (b) : Microscopie interférométrique [22].



FIGURE 1.10 – Méthodes par profilométrie laser [19].

méthode de série temporelle en plus du modèle autorégressif et moyenne mobile. Newland [30]

en plus de la série temporelle a utilisé la transformation rapide de Fourier (FFT). Parmi toutes les méthodes de génération de surfaces numériques, celle de FFT (ou méthode spectrale) demeure le plus rapide et la plus utilisée [31]. Les formulations de la méthode FFT pour une surface numérique 2D gaussienne existent dans la littérature [32]. Des modèles 3D gaussiens (figure 1.11) est présenté dans l'article de Reizer [33].



FIGURE 1.11 – Vues isométriques et paramètres de topographie de surface mesurés (a) et de surfaces numériques à l'aide de la méthode FFT (b,c) [33].

En 1998, Sherrington et Howarth [34] ont introduit plusieurs modèles numériques de la topographie d'une surface 3D non gaussienne en utilisant des domaines fréquentiels clairsemés. La figure 1.12 illustre l'effet de la reconstitution, il y a un accord sur la topographie réelle et celle obtenue numériquement.



FIGURE 1.12 – Reconstitution d'une surface en 3D. Gauche, surface réelle. Droite, surface numérique [34].

### 1.2 Modèles physiques du frottement

### 1.2.1 Frottement statique et dynamique

Considérons deux solides ayant une surface apparente commune S et pressés l'un contre l'autre par une force normale W (figure1.13(a)). La force qu'il faut appliquer pour provoquer le glissement relatif à la vitesse V est la force de frottement statique. Après la mise en mouvement, l'effort qu'il faut appliquer pour maintenir le mouvement est la force de frottement dynamique. La force de frottement statique T est proportionnelle à l'effort normal et au coefficient de proportionnalité ou coefficient de frottement noté  $\mu$  et donné par :

$$\mu = \frac{T}{W} \tag{1.19}$$

En règle générale, on définit deux coefficients que sont le coefficient de frottement statique  $\mu_s$  et le coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$  illustrés figure 1.13(b).  $\mu_s$  et  $\mu_d$  dépendent du couple de matériaux en contact et  $\mu_s > \mu_d$ .



FIGURE 1.13 – Frottement statique et dynamique. (a) Solide en contact, W effort normal, T effort de cisaillement. (b) Evolution de  $\mu = T/W$  en fonction du temps t.

### 1.2.2 Lois empiriques du frottement

L'étude du frottement est basée en partie sur des lois empiriques classiques énoncées la toute première fois par Léonard de Vinci au XVI<sup>e</sup> siècle. Ces lois ont été reprises et approfondies par Amontons (1699) et Coulomb (1781).

### Lois de Léonard de Vinci

Les premiers travaux sur le concept du frottement ont été réalisés par Léonard de Vinci [67]. La théorie de Vinci est basée sur l'observation d'un objet sur un plan incliné (figure 1.14). Il a illustré et énoncé que le frottement opéré par un même poids sera d'égale résistance au début du mouvement, bien que le contact puisse être de longueur ou largeur variable [38]. En d'autres termes, la force de frottement T ne dépend pas de l'aire de contact.


FIGURE 1.14 – Extraits des croquis de Léonard de Vinci. (a) : la force de friction entre les plans (inclinés et horizontaux). (b) : l'influence de la surface de contact apparente. (c) : mesure de la force de friction à l'aide d'un poids et une poulie. (d) : mesure du couple de frottement sur un rouleau [72]

### Lois d'Amontons - Coulomb

Deux siècles après les travaux de Vinci, Amontons, en 1699 [68], puis Coulomb, en 1781 [69] vérifient et approfondissent les découvertes antérieures. Les lois énoncées par Amontons et Coulomb sont libellées ainsi :

- la force de frottement T est indépendante de la surface apparente de contact S;
- la force de frottement T est directement proportionnelle à la charge normale W;
- le coefficient de frottement statique  $\mu_s$  croît avec le temps t;
- le coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$  croît avec la vitesse V.

Les lois énoncées ont été mises en évidence par une étude expérimentale dont le dispositif est présenté figure 1.15. L'étude prend en compte la nature des matériaux en contact (lubrifié ou non), la durée du contact préalable à l'essai (figure 1.16(a)) et la vitesse de glissement (figure 1.16(b)).

#### Lois de Rabinowicz

Les travaux de Rabinowicz partent des lois classiques d'Amontons et de Coulomb. En 1951, Rabinowicz a étudié expérimentalement, à l'aide d'une masse M sur un plan incliné illustré figure 1.17, le mécanisme de transition entre le frottement statique et le frottement dynamique. L'expérience a consisté à mettre en mouvement deux surfaces métalliques fixes au départ à l'aide d'une bille de masse m et mesurer l'énergie donnée à l'un des solides. L'étude s'est limitée aux cas où le coefficient de frottement statique est supérieur au coefficient de frottement dynamique [40]. Le choix de l'angle  $\theta$ , entre le plan incliné et l'horizontale, vérifie la condition :

$$\mu_d < \tan\theta < \mu_s \tag{1.20}$$



FIGURE 1.15 – Dispositif expérimental de Coulomb. Plateau de chêne horizontal terminé par deux butées (figure 1). Traineau qu'on peut charger et tiré par une corde (figures 2 et 3) [69]



FIGURE 1.16 – Lois d'Amontons et Coulomb. (a) : Evolution de la force de frottement en fonction de la durée de contact préalable. (b) : Evolution de la force de frottement en fonction de la vitesse de glissement [39].

Les conditions de repos et de mouvement sont données par :

$$\begin{cases} W \sin \theta < \mu_s W \cos \theta & \text{repos persistant} \\ W \sin \theta > \mu_d W \cos \theta & \text{mouvement persistant} \end{cases}$$
(1.21)



FIGURE 1.17 – Masse M en équilibre sur un plan incliné.  $\theta$  angle d'inclinaison, W poids de la masse, m la masse de la bille.

Lorsque la bille roule sur une distance l, sa vitesse est donnée par [40] :

$$V_b^2 = \frac{10}{7}gl\sin\theta \tag{1.22}$$

où  $V_b$  est la vitesse de la bille au moment du choc. Avant le choc, la vitesse de glissement V = 0, après le choc la vitesse de la bille est  $-V_b$  et celle du glissement de la masse M est  $V \neq 0$ . Le transfert de quantité de mouvement s'écrit :

$$MV = 2mV_b \tag{1.23}$$

et la force qui s'oppose au mouvement est :

$$T = W(\mu_s \cos\theta - \sin\theta) \tag{1.24}$$

L'énergie cinétique de la masse M est dissipée par T, qui s'oppose au mouvement, sur une distance  $D_0$  et est donnée par :

$$\frac{1}{2}MV^2 = TD_0 \tag{1.25}$$

L'énergie cinétique initiale est :

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{20}{7}\frac{m^2}{M}gl\sin\theta$$
(1.26)

Le travail de frottement statique est :

$$WD_0 = Mg(\mu_s \cos\theta - \sin\theta)D_0 \tag{1.27}$$

On détermine l'expression de  $D_0$  en combinant les relations (1.26) et (1.27) :

$$D_0 = \frac{20}{7} \frac{m^2}{M^2} \frac{\tan \theta}{\mu_s - \tan \theta} l$$
(1.28)

Rabinowicz a trouvé que la transition entre frottement statique et dynamique est un phénomène complexe non instantané pouvant être décrit par une fonction de l'évolution du coefficient de frottement par rapport à la distance (fonction de position) en lieu et place d'une fonction de vitesse (voir figure1.18(a)). Il précise qu'il existe un retard entre le changement de vitesse et le changement de coefficient de frottement. Ce retard correspond à la distance nécessaire pour renouveler l'ensemble des spots de contact (voir figure1.18(b)). Cette distance  $D_0$  correspond à un glissement d'environ 1  $\mu$ m.



FIGURE 1.18 - Frottement.

Rabinowicz est arrivé à la conclusion que le coefficient de frottement dynamique peut être supposé constant pour une plage de vitesse réduite et que ce coefficient dépend en réalité de la vitesse de glissement [41].

#### Lois de Rice et Ruina

Rice et Ruina [42] ont proposé en 1983 des lois qui permettent de compléter les lois d'Amontons (1699), de Coulomb (1781) et de Rabinowicz (1951). Ces lois, dites phénoménologiques, rendent compte des comportements dynamiques des interfaces multicontact. Rice et Ruina définissent la force de frottement tangentielle T en dissociant la dépendance en V la vitesse glissement et  $\Theta$  la variable d'état :

$$T = \sigma(V)A(\Theta) \tag{1.29}$$

où  $\sigma(V)$  est la résistance au cisaillement des aspérités et  $A(\Theta)$  l'aire réelle de contact. La résistance au cisaillement  $\sigma(V)$  est définie comme suit :

$$\sigma(V) = \sigma_0 \left[ 1 + \alpha \ln\left(\frac{Vt_g}{D_0}\right) \right]$$
(1.30)

 $\sigma_0$  est la résistance au cisaillement en régime statique,  $\alpha$  une constante, V la vitesse de glissement,  $t_g$  la durée de glissement et  $D_0$  la distance nécessaire pour renouveler l'ensemble des spots définie par Rabinowicz.

L'aire réelle de contact  $A(\Theta)$  est :

$$A(\Theta) = S\left[1 + \beta \ln\left(\frac{\Theta}{t_g}\right)\right]$$
(1.31)

où S est l'aire apparente de contact,  $\beta$  une constante,  $\Theta$  la variable d'état qui représente l'âge moyen des contacts le long des aspérités. La dérivée de la variable d'état est :

$$\dot{\Theta} = 1 - \frac{V\Theta}{D_0} \tag{1.32}$$

En régime permanent  $\dot{\Theta} = 0$  et  $\Theta = D_0/V$  alors qu'en régime statique, V = 0 et  $\Theta = t_g$ . Le phénomène clé est la relaxation des aspérités.

## 1.2.3 Approche mécanique

#### Théorie de Hertz

La première théorie du contact portant le nom de Hertz fût établie en 1882 [12]. Cette théorie porte sur le contact entre deux sphères élastiques et repose sur plusieurs hypothèses :

- les corps sont isotropes, homogènes et ont une réponse élastique linéaire;
- les surfaces en contact sont supposées régulières, parfaitement lisses et non conformes;
- la charge appliquée est uniquement normale au contact, sans action tangentielle ni de frottement;
- les chargements de compression sont appliqués lentement pour négliger l'inertie des solides (évolution quasi statique des déformations).

Le modèle de Hertz, généralement utilisé pour des problèmes de contact, présente deux corps en contact soumis à un effort normal (figure 1.19). La pression engendrée dépend des propriétés



FIGURE 1.19 – Modèle de contact entre deux sphères élastiques de Hertz.  $\Omega_1$  et  $\Omega_1$  désignent les deux sphères,  $R_1$  et  $R_2$  les rayons associés. W est l'effort normal, a la demi-largeur de contact et  $\delta$  est la distance d'approche des deux sphères.

des matériaux et de la géométrie du contact. La pression de contact maximale ou pression de Hertz  $p_h$  est donnée par l'équation 1.33.

$$p_h = \frac{3W}{2\pi a^2} \tag{1.33}$$

où W est l'effort normal et a la demi-largeur de contact. La demi-largeur de contact a s'exprime en fonction des caractéristiques des matériaux (équation 1.34).

$$a = \left(\frac{3WR}{4E^*}\right)^{1/3} \tag{1.34}$$

R est le rayon de courbure équivalent et  $E^\ast$  le module de Young réduit. Le rayon de courbure R équivalent est défini par :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{1.35}$$

où  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons des sphères en contact. Le module de Young réduit  $E^*$  est défini par :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \tag{1.36}$$

où  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_1$  et  $\nu_2$  sont respectivement les modules de Young et les coefficients de Poisson des deux solides en contact. L'interpénétration ou distance d'approche  $\delta$  est donnée par :

$$\delta = \left(\frac{9W^2}{16RE^{*2}}\right)^{3/2} \tag{1.37}$$

La loi force-écrasement associée est définie par :

$$W = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R} \delta^{1/3}$$
 (1.38)

#### Théorie de Mindlin

Mindlin [43] dans ses travaux a, en 1946, étudié le contact entre deux corps rugueux et élastiques. Les solides en contact sont soumis initialement à une pression normale hertzienne et la zone de contact à une force tangentielle dans la direction d'un des axes principaux de l'ellipse (cercle) de contact (voir figure 1.20). L'objectif visé par Mindlin était d'analyser les



FIGURE 1.20 – Zones de collage et de glissement pour un contact sphère-plan. Haut, vue de face. Bas, vue de dessus. Courbes de distribution sur la surface de contact en pointillé : contrainte normale p en bleu, contrainte tangentielle  $\tau$  en rouge.

comportements de l'effort tangentiel dans la zone de contact. Sa théorie traite de la transition statique/dynamique et s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- la loi de Coulomb est applicable à l'échelle locale;
- les corps en contact ont les mêmes propriétés élastiques;
- les charges normale et tangentielle sont découplées;
- la coexistence de deux zones : une zone circulaire ; d'adhérence de rayon c et un anneau périphérique de glissement.

La contrainte tangentielle dans l'anneau de glissement est donnée par :

$$\tau(r) = \frac{3\mu W}{2\pi a^2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2}$$
(1.39)

où  $c \leq r \leq a$ . L'étendue de la zone de glissement est donnée par l'expression de c en fonction de la force tangentielle :

$$c = a \left( 1 - \frac{T}{\mu W} \right)^{1/3} \tag{1.40}$$

#### Théorie de Johnson-Kendall-Roberts (JKR)

La théorie de Johnson-Kendall-Roberts (JKR) [47] décrit le mécanisme de l'adhérence entre deux solides élastiques en contact et les déformations associées. Johnson, Kendall et Roberts ont formulé, dans la configuration d'un contact sphère-plan illustré figure 1.21, l'hypothèse que les forces adhésives ne sont présentes que dans la zone de contact. L'approche adoptée est basée sur le concept de minimisation des énergies présentes dans la zone de déformation, ce qui correspond à l'équilibre de l'énergie élastique, qui s'oppose à la déformation, et l'énergie d'adhésion, qui favorise le contact.



FIGURE 1.21 – Contact sphère élastique et plan rigide. R le rayon de la sphère. W l'effort normal. a le rayon de contact.  $\delta$  la distance d'approche de la sphère et du plan.

L'expression du rayon de contact a est :

$$a^{3} = \frac{3R}{4E^{*}} \left( W + 3\pi\gamma R + \sqrt{6\pi\gamma RW + (3\pi\gamma R)^{2}} \right)$$
(1.41)

où R est le rayon de la sphère,  $E^*$  le module de Young réduit, W l'effort normal et  $\gamma$  est l'énergie interfaciale. Une force de détachement doit être appliquée pour séparer les deux surfaces. Cette force est définie comme suit :

$$F_{JKR} = \frac{2}{3}\pi RW \tag{1.42}$$

où  $F_{JKR}$  est la force de détachement.

Le champ de pression est donné par :

$$p(r) = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{-\frac{1}{2}} + p_1 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(1.43)

avec  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  et où  $p_0$  est la pression de contact maximale et  $p_1$  la pression obtenue après une décharge. L'énergie totale  $E_T$  s'écrit :

$$E_T = E^* \left( \delta^2 a - \frac{2\delta a^3}{3R} + \frac{a^4}{R^2} \right) - \gamma \pi a^2$$
 (1.44)

où la condition d'équilibre est atteinte lorsque :  $\partial E_T / \partial a = 0$ .

## 1.2.4 Approche statistique

#### Théorie de Bowden et Tabor

L'approche proposée par Bowden et Tabor [14] dans les années 50, est la première qui prend en compte les propriétés physiques des matériaux en contact. Selon la théorie de Bowden et Tabor, la mise en contact de deux solides rugueux sous une charge normale conduit à une indentation plastique des aspérités du solide de plus faible dureté.

La force de frottement tangentielle représente la force de cisaillement nécessaire pour rompre les jonctions adhésives formées entre les solides en contact. Cette force est proportionnelle à l'aire réelle de contact et s'exprime sous la forme :

$$T = \tau A \tag{1.45}$$

où T est la force de frottement tangentielle,  $\tau$  la contrainte de cisaillement des jonctions et A l'aire réelle de contact. En supposant que la répartition de l'effort normal W est uniforme, la pression de contact  $p_0 = W/A$ . Par ailleurs, la théorie de Bowden et Tabor sur la déformation plastique montre que  $p_0 \approx H$  [14], où H est la plus faible dureté des solides en contact. En définitive, T est donnée par :

$$T = \left(\frac{\tau}{H}\right)W\tag{1.46}$$

On en déduit le coefficient de frottement  $\mu$  :

$$\mu = \frac{\tau}{H} \tag{1.47}$$

L'équation 1.47 montre que  $\mu$  ne dépend pas de l'aire réelle de contact A, ni de la vitesse de glissement V.

#### Théorie de Greenwood et Williamson

La théorie de Greenwood et Williamson [48], proposée en 1966, décrit le contact entre un plan rigide et une surface rugueuse (figure 1.22). Il suppose un contact statique rugueux, parfaitement élastique et comportant un grand nombre d'aspérités. La théorie de Hertz est appliquée à chaque aspérité. Les hypothèses formulées pour le modèle sont [53] : la surface rugueuse est isotrope; les aspérités, au moins près de leur sommet, sont sphériques; la surface comporte  $N_0$  aspérités dont les sommets ont le même rayon R et des altitudes variant de manière aléatoire; les aspérités sont suffisamment éloignées pour qu'il n'y ait pas d'interaction



FIGURE 1.22 – Modèle de contact de Greenwood et williamson.  $\Phi(z_s)$  : fonction densité de probabilité,  $z_s$  : altitude des sommets [48].



FIGURE 1.23 – Modèle de surface stochastique selon Greenwood et Williamson [51].

entre elles ; il n'y a pas de déformation globale de la surface, seules les aspérités se déforment pendant le contact.

La figure 1.23 présente l'écart initial  $h_0$  entre le plan rigide et la ligne moyenne de la surface et le rayon R des aspérités.

La probabilité pour qu'il y ait contact pour n'importe quelle aspérité donnée de hauteur z est donnée par la relation (1.48):

$$Pr(z > h_0) = \int_{h_0}^{\infty} \Phi(z) dz \tag{1.48}$$

où  $\Phi(z)$  est la fonction densité de probabilité des altitudes des sommets. Le nombre N d'aspérités en contact avec le plan rigide est donné par :

$$N = \int_{h_0}^{\infty} N_0 \Phi(z) dz \tag{1.49}$$

où  $N_0$  est le nombre d'aspérités de la surface. La pénétration  $\delta$  de toute aspérité de hauteur z est donnée par l'expression (1.50) :

$$\delta = z - h_0 \tag{1.50}$$

L'aire totale de contact entre les N spots de contact et le plan est :

$$A = \pi R N_0 \int_{h_0}^{\infty} \Phi(z) (z - h_0) dz$$
 (1.51)

La pression de contact totale résultant de la somme de toutes les pressions élémentaires des aspérités établissant un contact est :

$$W = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} N_0 \int_{h_0}^{\infty} \Phi(z) (z - h_0)^{3/2} dz$$
(1.52)

Les relations (1.51) et (1.51) permettent de confirmer que la pression de contact total W est proportionnelle à l'aire totale de contact.

#### Autres théories analytiques de contact rugueux

La théorie de Greenwood et Williamson, malgré sa simplicité et ses inconvénients, a contribué grandement à l'avancée dans l'étude des contacts rugueux. Elle a été améliorée au fil des décennies par de nombreux auteurs pour se rapprocher de plus en plus d'une surface réelle. En 1970, Whitehouse et Archard [55] ont introduit un modèle avec des rayons à courbure variable issus de relevés profilomètriques [57]. Le modèle de Nayak [56] utilise la théorie du processus aléatoire de Longuet-Higgings(1957) sur les surfaces aléatoires des océans. Il propose un modèle probabiliste qui tient compte de la variabilité des altitudes des sommets et les rayons de courbure des aspérités. La valeur de l'aire réelle de contact A, selon les modèles de Whitehouse et Nayak, est donnée par :

$$A = n\pi S(2, 3\lambda_0)^2 \int_d^\infty (z^* - d) \int_0^\infty \frac{\Phi(z^*, C)}{NC} \, dC \, dz^*$$
(1.53)

où S est l'aire apparente de contact, n le nombre d'aspérités par unité de surface du contact apparent,  $\lambda_0$  la longueur de corrélation,  $z^* = z/\sigma$  est l'altitude normalisée, N = 1/3 une constante qui dépend du nombre pics et de leurs altitudes,  $d = h/\sigma$  la séparation normalisée entre les plans de référence de chaque surface,  $C = l^2/r\sigma$  la courbure d'aspérité sans dimension, avec h la séparation moyenne entre plans de référence,  $\sigma$  la rugosité moyenne quadratique,  $l_r = 2, 3\lambda_0$  la longueur de base r le rayon des aspérités de la surface somme et  $\Phi(z^*, C)$  la fonction densité de probabilité est définie par :

$$\Phi(z^*, C) = \frac{3}{2\pi\sqrt{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}z^*\right] \cdot \exp\left[-\frac{(z^* - \frac{C}{2})^2}{2\sigma^2}\right] \operatorname{erf}\left(\frac{C}{2}\right)$$
(1.54)

où erf est la fonction erreur qui permet d'exprimer la marge d'erreur des évaluations statistiques et qui est définie par :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\zeta^2) d\zeta \tag{1.55}$$

Le rayon moyen des aspérités r est défini par [79] :

$$r = \frac{2\pi^{0.5(2,3\beta^*)^2}}{9\sigma} \tag{1.56}$$

L'effort normal W et la pression moyenne  $P_{moy}$  sont donnés respectivement par les expressions (1.57 et 1.58)

$$W = \frac{4}{3} A_a \sigma E^*(2, 3\beta^*) \int_d^\infty (z^* - d) \int_0^\infty \frac{\Phi(z^*, C)}{N\sqrt{C}} \, dC dz^* \tag{1.57}$$

$$P_{moy} = \frac{4\sigma E^*}{3\pi n(2,3\beta^*)} \frac{\int_d^\infty (z^* - d)^{1,5} \int_0^\infty \frac{\Phi(z^*,C)}{\sqrt{C}} \, dC dz^*}{\int_d^\infty (z^* - d) \int_0^\infty \frac{\Phi(z^*,C)}{C} \, dC dz^*}$$
(1.58)

où  $E^*$  est le module de Young réduit.

## 1.2.5 Approche dynamique

#### Théorie de Prandtl-Tomlinson (PT)

La théorie de Prandtl [49] et de Tomlinson [50] permet de comprendre le frottement à l'échelle nanoscopique (moléculaire). Le modèle, illustré figure 1.24, utilisé pour l'étude décrit le mouvement unidirectionnel d'une particule de masse m entraînée à la vitesse constante V



FIGURE 1.24 – Modèle de Prandtl-Tomlinson. T la force de frottement, m masse de la particule (molécule), V la vitesse de glissement, k la raideur du ressort, U amplitude crête à crête,  $\lambda$  la longueur d'onde.

dans un potentiel ondulé au moyen d'un ressort de raideur k. La barrière de potentiel a pour hauteur U et pour longueur d'onde  $\lambda$ . L'énergie de la molécule est donnée par :

$$E(x) = U\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) + \frac{1}{2}kx^2 \tag{1.59}$$

La condition d'équilibre est réalisée lorsque :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 0 \tag{1.60}$$

soit :

$$\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right) = \frac{\lambda k}{2\pi U}x\tag{1.61}$$

Les fonctions  $\sin(2\pi x/\lambda)$  et  $\lambda kx/2\pi U$  sont représentées sur la figure 1.25 et leur intersection indique la coordonnée d'équilibre. Prandtl et Tomlinson mettent en évidence différents modes de frottement en fonction de la valeur de raideur k. Le paramètre caractéristique, sans dimension, associe à la comparaison entre le gradient spatial de l'énergie élastique et le gradient spatial d'interaction frotteur-substrat est défini par :

$$\Gamma = \frac{4\pi^2 U}{k\lambda^2} \tag{1.62}$$

Lorsque  $k > U/\lambda^2$ , c'est-à-dire  $\Gamma < 1$  le mouvement de glissement est régulier. La position d'entraînement fixe la position du frotteur. Quand  $k < U/\lambda^2$ , c'est-à-dire  $\Gamma > 1$  le mouvement du frotteur est discontinu et saccadé.

# 1.3 Dynamique du contact rugueux frottant sec

L'analyse et la compréhension du mécanisme de frottement sont étroitement liées à l'étude de la dynamique des interfaces multicontact, mais aussi à leur évolution dans le temps et l'espace.



FIGURE 1.25 - (a) : k élevé, une seule position stable, (b) : k faible, deux positions stables.

Le déplacement relatif entre deux surfaces rugueuses révèle un phénomène de destruction et de renouvellement permanent des microcontacts dans la zone de contact. Une étude complète prendrait en compte aussi bien la mesure des coefficients de frottement (statique et dynamique) et la dynamique locale par la détermination du nombre de spots lors du glissement et des efforts de contact. Ainsi, certaines conditions doivent être vérifiées pour qu'une interface multicontact présente une dynamique reproductible et permette une interprétation facile du comportement au frottement des surfaces rugueuses [121] :

- la population d'aspérités en contact doit être statistiquement stationnaire au cours du glissement. Cette condition peut être vérifiée si le nombre de microcontact est relativement grand
- les aspérités de surface doivent être impliquées peu de fois ou le même nombre de fois dans le contact. Ceci permet d'être peu sensible aux effets cumulatifs d'usure
- les spots de contact doivent être suffisamment éloignés et par conséquent peuvent être considérés comme élastiquement indépendants.

# 1.3.1 Modèles des efforts de contact

## Modèles linéaires

Cette famille de modèles constitue une première approche dans la résolution analytique des problématiques d'impacts entre deux surfaces. Les raideurs et les amortissements sont supposés linéaires pour faciliter la mise en équation des modèles.

#### Modèle élastique

Le modèle élastique est un modèle avec un seul ressort de raideur k (figure 1.26). Il a pour équation de mouvement :

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx = 0\\ x(0) = 0 \ et \ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases}$$
(1.63)

où k est la raideur et  $v_0$  la vitesse initiale. La solution de l'équation est :

$$x(t) = -\frac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) \tag{1.64}$$

où  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  est la pulsation propre.



FIGURE 1.26 – Modèle élastique. Vitesse initiale  $v_0$ , masse m et raideur k.

#### Modèle de Kelvin-Voigt

Le modèle de Kelvin-Voigt est l'un des modèles les plus utilisés. Un ressort et un amortisseur sont placés en parallèle (voir figure 1.27). Ce modèle a pour équation du mouvement :

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0\\ x(0) = 0 \ et \ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases}$$
(1.65)

La prise en compte des conditions initiales x(0) = 0 et  $\dot{x}(0) = v_0$  permet d'aboutir à une solution de la forme :

$$x(t) = \exp(-\alpha\omega_0 t) \frac{v_0}{\omega_0 \sqrt{1 - \alpha^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \alpha^2} t)$$
(1.66)

où  $\alpha = c/(2\sqrt{km})$  est le paramètre de viscosité.



FIGURE 1.27 – Modèle de Kelvin-Voigt.



FIGURE 1.28 – Modèle de Maxwell.

#### Modèle de Maxwell

Le modèle de Maxwell propose un ressort de raideur k en série avec un amortisseur de coefficient d'amortissement c (figure 1.28). La relation entre la pression de contact F et le déplacement x est donnée par l'équation différentielle ci-dessous :

$$\frac{\dot{F}}{k} + \frac{F}{c} = \dot{x} \tag{1.67}$$

L'équation du mouvement est donnée par :

$$\ddot{x} + \frac{k}{c}\ddot{x} + \frac{k}{m}\dot{x} = 0 \tag{1.68}$$

avec comme conditions initiales x(0) = 0,  $\dot{x}(0) = v_0$  et  $\ddot{x}(0) = 0$ . La solution de l'équation est de la forme :

$$x(t) = \frac{2v_0\zeta}{\omega_0} + \frac{v_0}{\omega_0} \exp(-\zeta\omega_0 t) \left[ \frac{\omega_0(1-2\zeta^2)}{\omega} \sin(\omega t - 2\zeta\cos(\omega t)) \right]$$
(1.69)

avec  $\zeta = k/2c\omega_0$ ,  $\omega = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$  et où  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ 

## Modèle de Zener

Le modèle de Zener est la combinaison des modèles de Maxwell de Kelvin-Voigt (figure 1.29). La force de contact et le déplacement sont liés par la relation suivante [78] :

$$(k_1 + k_2)F + cF = k_1k_2x + k_1k_2\dot{x}$$
(1.70)

L'équation du mouvement est :



FIGURE 1.29 – Modèle de Zener.

$$cm \ddot{x} + m(k_1 + k_2)\ddot{x} + k_2c\dot{x} + kl_1k_2x = 0$$
 (1.71)

La détermination de la solution de cette équation se fait numériquement. Il existe une dépendance non-physique du paramètre de viscosité et le déplacement.

## Modèles non-linéaires

Les modèles non-linéaires sont des modèles pour les quels la raideur et/ou le coefficient d'amortissement sont variables. Plus proches de la réalité, ces modèles permettent une meilleure des cription physique des systèmes.

La dynamique induite par deux surfaces rugueuses en contact sans effort extérieur peut être visualisée dans le contexte du modèle illustré figure 1.30 avec l'hypothèse de l'élastodynamique linéaire avec amortissement. Dans la littérature, il existe différentes expressions de la force de



FIGURE 1.30 – Modèle dynamique du contact rugueux glisseur-résonateur. m est la masse du glisseur, V la vitesse de glissement, K la raideur du contact et  $\chi$  le coefficient d'amortissement hystérésis.

contact dont l'expression générale est :

$$F = K\delta^{n_1} + \chi\delta^{n_2}\dot{\delta} \tag{1.72}$$

où K est la raideur de contact,  $\chi$  le facteur d'amortissement,  $\delta$  la profondeur d'indentation,  $\dot{\delta}$  la vitesse relative de contact dans le sens normal,  $n_1$  et  $n_2$  des exposants de puissance qui dépend des propriétés géométriques de la région locale des objets en contact [182]. Les valeurs possibles de  $n_1$ ,  $n_2$  et  $\chi$  proposées par Skrinjar et al. [180] sont présentées dans le tableau 1.2 : La



FIGURE 1.31 – Relation entre le paramètre  $\alpha$  et le coefficient de restitution  $c_r$  [196].

détermination des valeurs de la raideur de contact K et du facteur d'amortissement hystérésis  $\chi$  demeure la principale difficulté. Le choix d'une valeur de K élevée rigidifie le système, engendre des oscillations et des problèmes de convergence, tandis qu'une valeur faible conduit à de grandes valeurs de pénétration  $\delta$  [168]. L'autre difficulté réside dans le fait que  $\chi$  s'exprime en fonction de K ce qui conduit de fait à une valeur inappropriée de  $\chi$  pour un mauvais choix de la raideur K.

Auteur	$n_1$	$n_2$	χ
Kelvin-Voigt [170]	1	0	-
Hertz [169]	3/2	-	-
Tsuji et al. [196]	3/2	1/4	$\alpha \sqrt{mK}$
Jankowski [199]	3/2	1/2	$\frac{-2K\ln(c_r)}{\dot{\delta_0}\sqrt{\pi^2 + (\ln(c_r))^2}}$
Bordbar-Hyppänen [200]	3/2	$0,\!65$	Valeur Empirique
Shäfer et al. [202]	3/2	1	Valeur Empirique
Hunt-Crossley [77]	3/2	3/2	$rac{3K(1-c_r)}{2\dot{\delta_0}}$
Lankarani-Nikravesh [166]	3/2	3/2	$rac{3K(1-c_r^2)}{4\delta_0}$
Flores et al. [176]	3/2	3/2	$\frac{8K(1-c_r)}{5c_r\delta_0}$

TABLEAU 1.2 – Modèles de force de contact.  $\dot{\delta_0}$  la vitesse initiale de contact dans la direction normale. ( $c_r$  le coefficient de restitution. m la masse réduite.  $\alpha$  constante empirique (figure 1.31) liée au coefficient de restitution [180].

# 1.3.2 Méthodes de résolution du problème de contact mécanique

Il existe de nombreuses méthodes numériques de résolution des problèmes de contact entre deux solides ou entre un solide et une surface plane rigide. De manière non exhaustive, il est possible de citer la méthode de pénalisation, la méthode des multiplicateurs de Lagrange et la méthode mixte ou hybride.

#### Méthode de pénalisation

La méthode de pénalisation est de loin la plus utilisée compte tenu de sa simplicité de mise en œuvre. Elle consiste à remplacer les lois de contact et de frottement par des relations définissant les contraintes de contact de manière continue en fonction de la distance entre deux solides et le glissement relatif [110].

La méthode de pénalisation tolère une légère pénétration entre solides en contact. Elle pré-



FIGURE 1.32 – Contact avec la méthode de pénalité.  $f_i$  Force normale au nœud i, pénétration  $\delta$ .

sente l'avantage d'une proposition de lois différentiables en tout point qui rendent les efforts directement proportionnels aux déplacements sur la zone de contact (équation 1.73).

$$F_{\rm n} = K\delta \tag{1.73}$$

où  $F_n = \sum_{i=1}^{n} f_i$  est la résultante des efforts normaux  $f_i$  entre aspérités, K le coefficient de pénalisation (ou raideur de contact) et  $\delta$  le déplacement relatif ou pénétration.

Le principal inconvénient de cette méthode réside dans le choix du coefficient de pénalisation. Une valeur trop élevée de K tend à rigidifier le système tandis qu'une trop faible valeur de Kengendre de grandes valeurs de pénétration  $\delta$  inacceptable du point de vue physique.

#### Méthode des multiplicateurs de Lagrange

La méthode des multiplicateurs de Lagrange permet de pallier les problèmes liés au choix de la raideur de contact et permet de respecter la condition de non pénétration (figure 1.33). Elle nécessite d'une manière générale la définition d'une surface maître et d'une surface esclave. Les conditions de contact sont imposées aux nœuds esclaves qui ne doivent pas pénétrer dans le domaine délimité par la surface maître [83]. L'approche de cette méthode consiste à remplacer





les forces normales  $f_n$  par les multiplicateurs de Lagrange  $\lambda_n$ :

$$f_n = \lambda_n \tag{1.74}$$

Les multiplicateurs de Lagrange sont les forces de contact aux nœuds de pénétration et la fonctionnelle de l'énergie totale  $\Pi^*$  à l'instant t s'écrit [83, 127] :

$$\Pi^*(u) = \Pi(u) + \lambda^T g \tag{1.75}$$

où  $\Pi$  est la fonctionnelle de l'énergie potentielle liée au contact, u le vecteur des déplacements nodaux,  $\lambda$  le vecteur des multiplicateurs de Lagrange et g le vecteur de pénétration nodale. La minimisation de la fonctionnelle  $\Pi^*(u)$  et l'utilisation du principe d'Hamilton permet d'aboutir à l'équation variationnelle suivante :

$$\begin{cases} \delta.\Pi(u) + \lambda^T.\delta.g \\ \lambda \leq 0; \ g \geq 0; \ \lambda.g = 0 \end{cases}$$
(1.76)

L'avantage principal de cette méthode réside dans le fait que les conditions de contact sont parfaitement vérifiées et ne nécessitent pas l'introduction d'un coefficient de pénalisation correctement déterminé. L'inconvénient majeur de la méthode est l'introduction d'inconnues supplémentaires que sont les multiplicateurs dans la résolution du problème avec la conséquence de ressources additionnelles importantes pour le calcul (temps CPU, mémoire).

#### Méthode du lagrangien augmenté

La méthode du lagrangien augmenté est une approche mixte qui permet d'aboutir à un compromis entre la méthode de pénalisation et celle des multiplicateurs de Lagrange [85]. Cette approche consiste à rajouter une expression de pénalisation aux multiplicateurs de Lagrange. Les forces normales sont données par :

$$f_n = \lambda_n + K_n \delta_n \tag{1.77}$$

Le problème peut être résolu par l'algorithme d'Uzawa [86] ou de Newton généralisé [87]. Les paramètres de pénalisation permettent d'accélérer la convergence de l'algorithme d'Uzawa et les multiplicateurs permettent de vérifier les conditions de contact et de frottement de manière stricte lorsqu'on s'approche de la solution. La méthode est avantageuse et permet l'utilisation de petits paramètres pénalisation, mais conduit à une forte augmentation du nombre d'itérations nécessaires pour trouver la bonne solution.

## 1.3.3 Méthodes d'intégration temporelle

Il existe deux types schémas temporels pour l'analyse de problèmes de dynamique nonlinéaire. Il s'agit des schémas implicites et explicites.

#### Méthodes implicites

#### — Méthode de Newmark

En 1959, Newmark introduit une méthode où les accélérations, les vitesses et les déplacements des nœuds aux instants t et  $t + \Delta t$  sont liés. Il s'agit d'une famille de méthodes implicites à un pas dont les relations sont sous la forme [90] :

$$\begin{cases} u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta) \ddot{u}_t + 2\beta \ddot{u}_{t+\Delta t}] \\ \dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t [(1 - \gamma) \ddot{u}_t + \gamma \ddot{u}_{t+\Delta t}] \end{cases}$$
(1.78)

où  $\Delta t$  est le pas de temps.  $\beta$  et  $\gamma$  sont des paramètres choisis en fonction des applications. On peut montrer qu'il s'agit d'une méthode d'ordre 1 pour  $\gamma \neq 0,5$  et d'ordre 2 pour  $\gamma = 0,5$  [91]. L'évaluation de la stabilité de la méthode de Newmark s'effectue avec le système non amorti sans contact ni force (équation 1.79). Les conditions de stabilité sont présentées dans le tableau 1.3.

$$\begin{pmatrix}
U_{i,k,t+\Delta t} = U_t + \Delta t \dot{U}_{i,k,t} + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta) \ddot{U}_{i,k,t} + 2\beta \ddot{U}_{i,k,t+\Delta t}] \\
\dot{U}_{i,k,t+\Delta t} = \dot{U}_{i,k,t} + \Delta t [(1 - \gamma) \ddot{U}_{i,k,t} + \gamma \ddot{U}_{i,k,t+\Delta t}] \\
\dot{U}_{i,k,t+\Delta t} = -\omega_{i,k,t+\Delta t} U_{t+\Delta t}
\end{cases}$$
(1.79)

TABLEAU 1.3 – Conditions de stabilité de la méthode d'intégration temporelle de Newmark [90].  $\Delta t_c$  pas de temps critique.  $\tau_{min}$  pas de temps minimal.

condition de stabilité		Pas de temps critique	
Inconditionnelle	$\beta \ge 0,25$ et $\gamma \ge 0,5$	$\Delta t_c = \infty$	
Conditionnelle	$\beta \leq \gamma/2$ et $\gamma \geq 0, 5$	$\Delta t_c = \tau_{min} / \left[ 2\pi (\frac{\gamma}{2} - \beta)^{1/2} \right]$	

### — Méthodes de Wilson- $\theta$

La méthode de Wilson et al. [92] suppose que les accélérations sont linéaires entre les instants t et  $t + \theta \Delta t$  (où  $\theta \ge 1, 0$ ). Cette méthode rend la méthode de Newmark inconditionnellement stable par l'introduction du facteur  $\theta$ .

$$\begin{cases} u_{t+\theta\Delta t} = u_t + \theta\Delta t\dot{u}_t + \frac{\theta^2(\Delta t)^2}{6}(\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} + 2\ddot{u}_t) \\ \dot{u}_{t+\theta\Delta t} = \dot{u}_t + \frac{\theta\Delta t}{2}(\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} + \ddot{u}_t) \end{cases}$$
(1.80)

#### – Autres méthodes implicites

A la suite de Newmark et Wilson, une famille de méthodes connue sous le nom de "collocation schemes" a été développée. Les expressions des déplacements, vitesses et accélérations (équation 1.81) sont très proches de celles de Newmark [93].

$$\begin{cases} d_{t+\theta\Delta t} = d_t + \theta\Delta t\dot{d}_t + \frac{\theta^2(\Delta t)^2}{2}((1-2\beta)\ddot{d}_t + 2\beta\ddot{d}_{t+\theta\Delta t}) \\ \dot{d}_{t+\theta\Delta t} = \dot{d}_t + \theta\Delta t((1-\gamma)\ddot{d}_t + \gamma\ddot{d}_{t+\theta\Delta t}) \\ \theta \ge 1, \ \gamma \ge \frac{1}{2} \text{ et } \frac{\theta}{2(\theta+1)} \ge \beta \ge \frac{2\theta^2 - 1}{4(2\theta^3 - 1)} \end{cases}$$
(1.81)

où

$$\theta \ge 1, \ \gamma \ge \frac{1}{2} \text{ et } \frac{\theta}{2(\theta+1)} \ge \beta \ge \frac{2\theta^2 - 1}{4(2\theta^3 - 1)}$$

### Méthodes explicites

#### — Méthode des différences centrées

La méthode aux différences centrées est la plus connue des méthodes explicites. Cette méthode à pas multiples permet d'exprimer les vitesses et accélérations à l'instant t en fonction des déplacements aux instants  $t - \Delta t$  et  $t + \Delta t$ . Les formules de cette méthode sont [153]:

$$\begin{cases} \dot{u}_{t} = \frac{1}{2\Delta t} (u_{t+\Delta t} - u_{t-\Delta t}) \\ \ddot{u}_{t} = \frac{1}{(\Delta t)^{2}} (u_{t+\Delta t} - 2u_{t} + u_{t-\Delta t}) \end{cases}$$
(1.82)

En combinant les formules de l'équation 1.82, on aboutit à :

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_t$$
(1.83)

En supposant connues les valeurs exactes à l'instant  $t_n$ , l'équation 1.83 devient :

$$\bar{u}_{t+\Delta t} = u(t_n) + \Delta t \dot{u}(t_n) + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}(t_n)$$
(1.84)

avec comme erreur de consistance pour la méthode :  $(u(t + \Delta t) - \bar{u}_{t+\Delta t})/\tau$ . En introduisant le développement limité d'ordre 2 de u(t), il vient :

$$u(t_{n+1}) = u(t_n) + \Delta t \dot{u}(t_n) + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}(t_n) + \mathcal{O}[(\Delta t)^2]$$
(1.85)

Par différence des équations (1.85) et (1.84), on a :

$$c_{n+1} = \mathcal{O}[(\Delta t)^2] \tag{1.86}$$

où par définition :

$$\Delta t c_{n+1} = u(t_{n+1}) - \bar{u}_{t+\Delta t} \tag{1.87}$$

En définitive, la méthode de différences centrées est consistante d'ordre 2 et conditionnellement stable. Les conditions de stabilité de la méthode des différences centrées pour un système non amorti et amorti sont données respectivement par :

$$\Delta t < \frac{2}{\omega_{max}} \tag{1.88}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\Delta t < \frac{2}{\omega_{max}(\sqrt{1+\zeta^2}-\zeta)} \tag{1.89}$$

où  $\omega_{max}$  est la plus grande pulsation propre du système d'équations mécaniques et  $\zeta$  le taux d'amortissement ( $\zeta < 1$ ).

#### — Schéma d'Euler explicite

On Considère le pas de temps  $\Delta t$ , la suite d'instants  $(t^n = t^0 + n\Delta t)_{n\in\mathbb{N}}$  et l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = f(t, u) \tag{1.90}$$

La méthode d'Euler explicite consiste à faire l'approximation suivante :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(y) \mathrm{d}y \approx \Delta t f(y_n) \tag{1.91}$$

La formule de Taylor-Lagrange est utilisée pour calculer l'erreur de consistance. En utilisant la valeur exacte à l'instant  $t_n$ , l'équation (1.91) devient :

$$\bar{y}_{n+1} = y(t_n) + \Delta t \dot{y}(t_n) \tag{1.92}$$

Le développement limité d'ordre deux permet d'écrire :

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \Delta t \dot{y}(t_n) + \mathcal{O}[(\Delta t)^2]$$
(1.93)

La méthode d'Euler est consistante d'ordre 1, car  $c_{n+1}$  l'erreur de consistance est égale à  $\mathcal{O}(\Delta t)$ .

# 1.4 Bruits induits par un contact glissant

Le glissement de deux solides en contact constitue souvent une source vibratoire plus ou moins intense qui conduit la plupart du temps à la génération de bruit. Ce bruit, dit de frottement, met en jeu des phénomènes le plus souvent complexes. L'évolution du bruit rayonné dépend de plusieurs paramètres tels que la rugosité des surfaces en contact, la vitesse de glissement, la charge normale appliquée, la géométrie du contact, la nature des matériaux frottés ou encore les propriétés élastodynamiques de la structure environnante [23].

### 1.4.1 Bruit de frottement

Le bruit de frottement résulte d'un phénomène extrêmement complexe et assez méconnu. Akay [113] propose une classification du bruit de frottement en deux catégories en se fondant sur l'intensité de la pression du contact (Figure1.34). Pour une pression de contact élevée, les solides en contact sont couplés et le bruit rayonné résulte d'un mécanisme d'instabilités dynamiques. Il s'agit soit du sprag-slip ou du stick-slip qui sont phénomènes d'accrochage lors du glissement [115, 98]. Le mécanisme de sprag-slip (ou arc-boutement glissement) donne une explication sur l'origine des vibrations générées par le frottement. Le sprag-slip est essentiellement dû à la configuration géométrique et aux déformations élastiques du système. L'instabilité mécanique peut apparaître même si le coefficient de frottement est constant. Le stick-slip (ou coller-glisser) est un phénomène non-linéaire créé par la succession d'adhérence et de glissement de deux surfaces en frottement. Ce phénomène génère des bruits intenses et stridents comme le grincement des portes ou le crissement des freins. Lorsque la pression de contact et le couplage dynamique des solides en contact sont très faibles et les interactions mécaniques confinées à l'interface, précisément aux sommets des aspérités [7, 99], le bruit induit est le bruit de rugosité [113].



FIGURE 1.34 – Classification du bruit de frottement selon la pression de contact [23].

# 1.4.2 Bruit de rugosité

Le bruit de rugosité est le bruit généré lors du frottement de deux surfaces rugueuses faiblement chargées l'une contre l'autre (figure 1.35). C'est ce type de bruit qu'on entend lors du frottement des mains ou lors du déplacement d'un objet léger sur une table. Dans ces deux exemples, le contact est faible et les interactions mécaniques sont confinées à l'interface des aspérités. Le mécanisme du bruit rugosité se déroule en plusieurs étapes illustrées figure 1.36 :



FIGURE 1.35 – Interactions entre deux surfaces rugueuses et bruit induit.

- 1. micro-impacts des aspérités : le glissement entre deux surfaces rugueuses produit des micro-impacts entre les aspérités dans la zone de contact
- 2. vibrations des corps solides : les micro-impacts au niveau des aspérités engendrent des déformations élastiques de celle-ci. Il s'en suit des vibrations qui se propagent dans les corps en contact
- 3. rayonnement acoustique : les vibrations provoquent une perturbation de l'air environnant provoquant un rayonnement acoustique qui se propage jusqu'aux oreilles.



FIGURE 1.36 – Mécanisme de génération du bruit de rugosité.

Le bruit de rugosité est influencé par de nombreux paramètres, notamment la rugosité des surfaces en contact, la vitesse de glissement et l'aire apparente de contact.

#### Paramètres influant sur le bruit de rugosité

Dans la littérature, le mécanisme du bruit de rugosité n'est pas complètement expliqué. Les premières études expérimentales remontent aux années 80. Il ressort de l'ensemble des investigations plusieurs lois d'échelle obtenues expérimentalement ou par simulation numérique. Ces lois dépendent des paramètres de frottement tels que la rugosité de surface, la vitesse de glissement et l'aire apparente de contact.

#### • Influence de la rugosité de surface

En 1982, Yokoi et Nakai [3] ont observé lors d'une étude expérimentale du frottement sec d'un contact pion-disque de matériaux en acier, avec trois rugosités 0,5, 3 et 5  $\mu$ m et une vitesse de rotation comprise entre 50 et 350 tr/min (figure 1.37), que la pression acoustique obéit à la loi de puissance :

$$p \propto \operatorname{Ra}^m$$
 (1.94)

où p est la pression acoustique exprimée en Pa et Ra la rugosité des surfaces en contact en  $\mu$ m. L'exposant m est compris entre 0,8 et 1,2. La loi de puissance (1.94) peut se mettre sous la forme :

$$L_{p}(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{Ra}{Ra_{ref}}\right)^{m}$$
(1.95)

où  $L_p$  est le niveau de pression acoustique exprimé en dB et  $Ra_{ref}$  la rugosité de référence.

En 1990, Othman et al. [5, 4] ont développé un appareil de mesure de bruit de rugosité muni d'un stylet permettant de mesurer le rayonnement acoustique lors du glissement du stylet sur une surface sèche et plane de rugosités comprises entre 0,025 et 100  $\mu$ m. Les résultats obtenus confirment la loi précédente (1.94) avec des valeurs de *m* comprise entre 0,25 et 0,64. Environ deux décennies plus tard (2007), Stoimenov et al. [6], lors d'une expérience de contact rugueux plan/plan qui consistait à frotter à la main deux éprouvettes en acier inoxydable de rugosités variant de 0,8 à 12,4  $\mu$ m (figure 1.39), ont établi la même loi. Les valeurs de *m* obtenues en mesurant le bruit de rugosité à l'aide d'un microphone placé à 30 cm sont comprises entre 0,70 et 0,85. En 2010, Abdelounis [23], à l'aide d'un tribomètre dans une configuration géométrique plan/plan (figure 1.40), a mesuré le bruit rayonné par un microphone placé au milieu de l'enceinte acoustique, la variation du niveau de pression acoustique pour différents matériaux (acier, aluminium et cuivre) de rugosité variant de 1 à 26  $\mu$ m. L'évolution du niveau vibratoire en fonction de la rugosité obéit à la même loi (équation 1.94) avec *m* comprise entre 0,7 et 0,96.



FIGURE 1.37 – Étude expérimentale de Yokoi et Nakai [3]. Gauche, dispositif expérimental. Droite, évolution du niveau de pression acoustique en fonction de la rugosité de surface pour différentes vitesses de rotation.



FIGURE 1.38 – Evolution du niveau de pression acoustique en fonction de la rugosité de surface, pour une géométrie de contact stylet-plan par Othman et Elkholy [5].



FIGURE 1.39 – Expérience de frottement de Stoimenov et al. [6].



FIGURE 1.40 – Principe du dispositif expérimental de Abdelounis [23].

La figure 1.41 présente les graphes obtenus.

#### • Influence de la vitesse de glissement

La deuxième loi de puissance qui a fait l'objet d'investigation est celle qui lie la pression acoustique  $L_p$  ou la vitesse vibratoire et la vitesse de glissement. Cette loi est prédite par les relations (1.96) et (1.97) :

$$p \propto V^n \tag{1.96}$$

ou

$$v \propto \mathbf{V}^n$$
 (1.97)

où p est la pression acoustique exprimée en Pa, v la vitesse vibratoire en m/s et V la vitesse de glissement en m/s. L'exposant  $1, 2 \leq n \leq 2, 2$  selon les résultats des travaux de Yokoi et Nakai [3] et n = 0, 85 pour les études de Jibiki et al. [145] avec des vitesses de glissement variant de 0,05 à 10 mm/s. Les lois (1.96) et (1.97) peuvent se mettre respectivement sous la forme :

$$L_{p}(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{V}{V_{ref}}\right)^{n}$$
(1.98)



(a) Rugosité obtenue par sablage et par EDM



(b) Rugosité obtenue par électroérosion

FIGURE 1.41 – Variation du niveau de pression acoustique  $L_p(dB)$  en fonction de la rugosité de surface  $R_a$  dans le cas d'un contact plan-plan [23].

 $\operatorname{et}$ 

$$L_{v}(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{V}{V_{ref}}\right)^{n}$$
(1.99)

où L<sub>p</sub> est le niveau de pression acoustique, L<sub>v</sub> le niveau vibratoire et  $V_{\rm ref} = 10^{-9}$  m/s la vitesse de référence. Dans la littérature, l'étude de l'évolution du bruit de rugosité en fonction de la vitesse de glissement n'a pas fait l'objet d'une grande attention. Ce n'est qu'en 2010 que Abdelounis [23] a mis en évidence pour un contact plan/plan et des vitesses de glissement comprises entre 20 et 120 mm/s le lien entre le niveau de pression acoustique L<sub>p</sub> et la vitesse de glissement. Les valeurs de *n* varient de 0,9 à 1,16 et sont indépendantes du type de matériaux et de la rugosité. Dang [9] a, dans le cadre de sa thèse en 2013, effectué des mesures de l'évolution du niveau vibratoire L<sub>v</sub> en fonction de la vitesse de glissement *V* sur deux plaques rectangulaires de dimensions  $450 \times 300 \times 2$  mm, de facteurs d'amortissement respectifs 0,0006 et 0,005 et de rugosité Ra = 5  $\mu$ m. La vitesse de glissement variant de 10 à 100 cm/s. L'exposant *n* obtenu lors de cette étude est n = 0,75.



FIGURE 1.42 – Evolution du niveau de pression acoustique  $L_p$  (dB) en fonction de la vitesse de glissement pour différentes rugosités de surface obtenues par électroérosion , dans le cas d'une géométrie de contact plan/plan. m exposant de la vitesse (a) : Cuivre, (b) :

Aluminium [23].



FIGURE 1.43 – Evolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement avec Ra=5  $\mu$ m [9].

En 2016, Zouabi [8] a mis en évidence des résultats en accord avec ceux de Yokoi et al [3], Abdelounis [23] et Dang [9]. Les valeurs de n sont respectivement 0,6 (1.44) et 0,68 (1.45).

Ben Abdelounis et al [7] ont confirmé les relations précédentes (1.94) et (1.98) par une étude du frottement sec de deux surfaces planes et rugueuses, illustré par figure 1.46, en combinant les deux lois expérimentales (1.100) dans une formule générale où les deux exposants sont indépendants. L'étude réalisée en 2013 par Dang [9] montre que m est compris entre 0,69 et



FIGURE 1.44 – Pression acoustique en fonction de la vitesse de glissement. Ra=30  $\mu$ m, m=0,104 kg [8].



FIGURE 1.45 – Pression acoustique en fonction de la vitesse de glissement. Ra=16  $\mu$ m, m=0,104 kg [8].

0,84 et *n* entre 0,58 et 0,75.

$$L_{p}(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{Ra}{Ra_{ref}}\right)^{m} \left(\frac{V}{V_{ref}}\right)^{n}$$
(1.100)

avec  $0, 61 \leq m \leq 0, 96$  et  $0, 8 \leq n \leq 1, 16$ .

#### • Influence de l'aire de contact

Le lien entre bruit de rugosité et l'aire de contact fût établi pour la première fois par Le Bot et al [10, 11] dans une étude expérimentale en 2010. Cette étude du bruit de rugosité en fonction de l'aire apparente de contact a permis d'établir la relation ci-dessous :

$$p \propto S^{\lambda(S)} \tag{1.101}$$

où  $1,7 \leq \lambda \leq 6,7$ , représente la pente en dB/décade.

Par ailleurs, l'étude a montré l'existence de deux régimes différents : un premier régime linéaire, dans lequel le bruit rayonné est proportionnel à l'aire apparente de contact, et un



FIGURE 1.46 – Variation du niveau de pression acoustique  $L_p(dB)$  en fonction de la rugosité de surface et de la vitesse de glissement pour des éprouvettes en acier. (a) : sablage. (b) : électroérosion [7].



FIGURE 1.47 – Vitesse vibratoire en fonction de la surface de contact pour une vitesse de glissement constante V = 6 cm/s pour quatre combinaisons d'épaisseur de glisseur et de deux résonateurs non amorti/amorti [11].

deuxième régime dit constant dans lequel le bruit de rugosité est indépendant de l'aire apparente de contact (Figure 1.47).

 $\lambda$  varie de 0,4 à 6,5 dans l'étude de Dang [9] et est fonction des conditions de contact, révélant ainsi la complexité de l'influence de l'aire apparente de contact. En définitive, la loi puissance qui se dégage des différentes études est de la forme :

$$p \propto (\operatorname{Ra}^m)(V^n)(S^{\lambda(S)}) \tag{1.102}$$

# 1.5 Synthèse

L'étude du bruit de rugosité engendré par le glissement de deux surfaces rugueuses sèches en contact fait intervenir trois disciplines que sont : la tribologie, l'élastodynamique et l'acoustique. Malgré les nombreuses études sur le bruit de frottement, le bruit de rugosité a été un peu délaissé contrairement au bruit d'instabilité qui a fait l'objet de plus d'attention. Et pourtant, ce bruit suscite de nombreuses interrogations et révèle des régimes et des propriétés encore largement méconnues. Les résultats de la littérature consacrés à l'étude expérimentale et à la simulation numérique montrent principalement des lois d'évolution du bruit de rugosité en fonction de la rugosité des surfaces, la vitesse de glissement et l'aire de contact. Il reste de nombreuses questions sans réponse : comment mettre en évidence et expliquer les lois d'évolution du bruit de rugosité? Comment évolue l'énergie dissipée en fonction de la vitesse de glissement et de la surface de contact? La recherche de réponse à ces nombreuses interrogations a conduit le LTDS a développé un tribomètre spécial et un code de calcul dédié à l'étude du comportement vibratoire des solides en contact et le rayonnement acoustique induit. Nous allons nous intéresser en particulier à deux lois d'échelle (1.103 et 1.104) et prédire les valeurs des exposants n et  $\lambda$ .

$$\mathcal{L}_{v} (dB) \propto 20 \log_{10}(V^{n}) \tag{1.103}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\mathcal{L}_{v}(dB) \propto 20 \log_{10}(S^{\lambda}) \tag{1.104}$$

où  $L_v$  est le niveau vibratoire en décibels, V la vitesse de glissement et S la surface apparente de contact. On se concentre sur les mécanismes de génération et de dissipation d'énergie vibratoire à l'interface. Le prochain chapitre est consacré à l'étude expérimentale du bruit de rugosité. Dans cette étude, le banc d'essais est décrit en détail et les différentes campagnes de mesures et l'exploitation des résultats sont présentées.

# Chapitre 2 Etude expérimentale

Ce chapitre présente l'approche expérimentale du bruit de rugosité par la mesure du niveau vibratoire et du niveau de pression acoustique. Il a pour but d'établir les lois empiriques ou lois d'échelle entre les niveaux vibratoire et acoustique induit par le frottement de deux surfaces rugueuses de même rugosité et la vitesse de glissement d'une part et d'autre part entre le niveau vibratoire et l'aire apparente de contact. Pour mener à bien cette étude, des mesures acoustiques et de vitesses vibratoires ont été réalisées.

# 2.1 Dispositif expérimental

## 2.1.1 Principe

Le principe de l'expérience présenté figure 2.1, consiste à faire glisser à vitesse constante V un solide, dénommé glisseur, sur une plaque mince dénommée résonateur. Le résonateur est suspendu par des fils au dessus d'une cavité semi-anéchoïque. La surface supérieure du résonateur et la surface inférieure du glisseur sont rugueuses. Le glisseur est un solide rigide pour les fréquences considérées tandis que le résonateur est flexible et possède de nombreux modes. Les deux solides sont maintenus en contact par l'effet de la gravité. Au cours du glissement, la percussion des aspérités de surface impose des mouvements verticaux au glisseur et génère une vibration dans le résonateur. Le résonateur étant très réverbérant, cette vibration se propage sur de grandes distances et engendre un champs vibratoire diffus (répartition homogène et isotrope de l'énergie vibratoire). Cette vibration est à l'origine du bruit rayonné dans la chambre semi-anéchoïque.

La vitesse vibratoire du résonateur est mesurée en un seul point par un vibromètre laser. Le champs vibratoire étant diffus, le choix de ce point est sans importance. La force de poussée du glisseur est mesurée par un capteur de force situé entre le glisseur et le dispositif de poussée (règle). Enfin, le bruit rayonné dans la chambre semi-anéchoïque au dessus de laquelle est situé le résonateur est mesuré par un microphone.

## 2.1.2 Caractéristiques physiques du banc

Les différents composants du dispositif expérimental sont représentés figure 2.2. Une vue de dessus permet de mettre en évidence le montage des différents composants du banc, notamment le vibromètre laser, le résonateur et la règle de poussée.

#### Résonateurs

Les résonateurs, au nombre de quatre, sont des plaques rectangulaires minces en acier inoxydable X33CrS16 de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm (figure 2.3 (a)). Deux des résonateurs



FIGURE 2.1 – Principe de mesure du bruit de rugosité. Le glisseur est poussé par une force F exercée par la règle et avance à vitesse constante V. Le bruit est généré par la percussion des aspérités des surfaces rugueuses tandis que le contact est maintenu par le poids propre P. La vibration de la plaque est mesurée par le vibromètre et le bruit rayonné dans une chambre semi-anéchoïque est mesuré par le microphone.



 $\label{eq:FIGURE 2.2-Dispositif expérimental Rao. Vue de dessus du résonateur, du glisseur, de la règle de poussée et de la règle linéaire.$ 

sont non amortis et les deux autres sont amortis. L'amortissement a été réalisé en ajoutant un couche de bitume viscoélastique de charge minérale d'épaisseur 3,5 mm sur l'une des faces des résonateurs concernés. Les dimensions de cette couche amortissante sont égales à celles du résonateur et sa masse surfacique est de 5 kg/m<sup>2</sup>. Une piste rugueuse rectangulaire centrée de dimensions 460 × 200 mm a été réalisée sur chaque résonateur. Cette zone a pour rugosité moyenne quadratique Rq = 17  $\mu$ m pour deux résonateurs et Rq = 32  $\mu$ m pour les deux autres.

Pour chaque rugosité, l'un des deux résonateurs est amorti et l'autre non.

Les résonateurs possèdent 356 modes propres de vibrations flexibles dans la bande de fréquences audibles 20 Hz-20 kHz (**annexe 1**) qui permettent d'assurer un champ vibratoire diffus. La fréquence fondamentale des résonateurs non amortis est 54 Hz, la masse volumique de l'inox est 7800 kg/m<sup>3</sup>, le module de Young 210 GPa et le coefficient de Poisson  $\nu = 0, 3$ . La masse des résonateurs non amortis est 7,488 kg et celle des résonateurs amortis 8,688 kg. Le tableau 2.1 présente les caractéristiques communes des quatre résonateurs.

Désignation	Résonateur
Dimensions (mm)	$600 \times 400 \times 4$
Piste (mm)	$460 \times 200$
Masse volumique $(kg/m^3)$	7800
Module de Young (GPa)	210
Coefficient de Poisson	$0,\!3$
Fréquence fondamentale (résonateur non amorti) (Hz)	54

TABLEAU 2.1 – Caractéristiques géométriques et mécaniques des résonateurs.

#### Glisseurs

Les trois types de glisseurs utilisés dans cette étude expérimentale sont des parallélépipèdes rectangles ayant les mêmes propriétés mécaniques que le résonateur et de dimensions respectives  $20 \times 20 \times 5$  mm,  $20 \times 20 \times 10$  mm et  $20 \times 20 \times 20$  mm (figure 2.3 (b)). Les glisseurs ont pour masses respectives 15,6 g, 31,2 g et 62,4 g. Les fréquences fondamentales des glisseurs sont 34 kHz, 54 kHz et 73 kHz (**annexe 1**). Ces valeurs élevées font des glisseurs des solides indéformables, car rigides dans la plage d'étude dont la fréquence maximale est de 13 kHz. Le tableau 2.2 présente les caractéristiques des trois glisseurs.

TABLEAU 2.2 – Caractéristiques géométriques et mécaniques des glisseurs.

Glisseur 1	Glisseur 2	Glisseur 3
$20 \times 20 \times 5$	$20 \times 20 \times 10$	$20 \times 20 \times 20$
7800	7800	7800
$15,\!6$	31,2	62,4
210	210	210
$0,\!3$	$0,\!3$	$0,\!3$
34	54	73
	Glisseur 1 $20 \times 20 \times 5$ 7800 15,6 210 0,3 34	Glisseur 1Glisseur 2 $20 \times 20 \times 5$ $20 \times 20 \times 10$ 7800780015,631,22102100,30,33454

Une face de dimensions  $20 \times 20$  mm de chaque glisseur est rendue rugueuse. Deux rugosités sont utilisées Rq = 17  $\mu$ m et Rq = 32  $\mu$ m.



FIGURE 2.3 – Photos et dimensions des échantillons utilisés pour l'étude expérimentale. (a) : résonateur. (b) : glisseurs.

# 2.1.3 Cadre de découplage

Le découplage mécanique du résonateur et du système d'entraînement du glisseur présenté figure 2.4 est réalisé à l'aide de deux cadres. Le premier cadre porte le système d'entraînement composé du moteur, de la règle linéaire et de la règle de poussée équipée du capteur de force. Le second cadre porte le vibromètre laser et le résonateur suspendu au-dessus de la chambre semi-anéchoïque. Ce découplage permet d'éviter une transmission solidienne des vibrations générées par le moteur vers le résonateur par le découplage des deux cadres.



FIGURE 2.4 – Dispositif expérimental. Découplage des cadres portant le système d'entraînement et portant l'instrumentation.

# 2.1.4 Dispositif d'entraînement

Le mouvement de la règle qui pousse le glisseur est assuré par un servomoteur synchrone type AKM31C de classe F. Le couple d'arrêt du moteur est 1,15 Nm, sa puissance 0,57 kW, sa vitesse de rotation maximale est 6000 tr/min et sa masse 1,55 kg. Le mouvement de rotation

du servomoteur est converti en mouvement de translation par un actionneur linéaire Tollo Linear DMG06C329A00X130 équipé d'un système d'entraînement par une courroie crantée haute résistance protégée des agressions extérieures par un feuillage inox. Ce système d'entraînement dont la course est de 1300 mm peut supporter des charges jusqu'à 4000 N et atteindre la vitesse de 5 m/s. Il résiste par ailleurs aux chocs et aux vibrations.

La vitesse de glissement varie de 1 à 500 mm/s afin d'explorer trois décades de vitesses. Au total, douze vitesses de glissement sont utilisées : 1, 3, 5, 10, 30, 50, 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s.

## 2.1.5 Vibromètre laser

La vitesse vibratoire du résonateur est mesurée en un point à l'aide d'un vibromètre laser portable Polytech PDV-100. Ce vibromètre mesure la vitesse vibratoire sans contact en utilisant le principe de l'effet Doppler. Un faisceau laser de fréquence connue impact une cible mobile. Le décalage de fréquence du faisceau réfléchi est proportionnel à la vitesse de la cible.

Le vibromètre PDV-100 offre trois gammes de mesure de vitesse dont les valeurs sont affichées en mm/s (20, 100 et 500 mm/s). Il permet de réaliser des mesures sur une bande de fréquences allant de 0,05 Hz à 22 kHz avec une sensibilité de 0,05  $\mu$ m/s.

La distance de travail varie de 0,1 à 30 m. Le vibromètre est équipé d'un filtre passe-bas numérique commutable avec trois fréquences de coupure 1, 5 et 22 kHz. Pour supprimer les vibrations de fond à basse fréquence, le vibromètre a un filtre passe-haut commutable de type Butterworth de troisième ordre avec une fréquence de coupure de 100 Hz (-3 dB).

Le laser du vibromètre est de type hélium néon de classe 2 avec une puissance de sortie inférieure à 1 mW. Le faisceau laser rouge et visible a une longueur d'onde de 633 nm. La taille du spot laser est de l'ordre du millimètre, ce qui est très petit par rapport aux 16 cm de longueur d'onde mécanique à 1500 Hz. On peut donc considérer que la mesure vibratoire est ponctuelle.

Le signal de sortie est analogique. Sa bande passante est comprise entre 0,5 Hz et 22 kHz pour une tension de  $\pm 4$  V.

### 2.1.6 Chambre semi-anéchoïque

L'enceinte acoustique de dimensions  $800 \times 800 \times 750$  mm est une caisse parallélépipédique en bois d'épaisseur 18 mm. L'isolation et l'absorption acoustique sont réalisées à l'aide d'une mousse composite agglomérée SE50-Composite d'épaisseur 50 mm, de haute densité (160 à 200 kg/m<sup>3</sup>), à base de polyuréthane souple et de liant. Un film polyuréthane noir étanche en surface assure la protection de la mousse contre l'humidité et la poussière. Plusieurs pièces de mousses composites et de différentes géométries ont été collées sur les parois intérieures de la chambre semi-anéchoïque afin d'assurer la diffraction du son (figure 2.5).

La mesure de l'absorption acoustique du bruit sur une paroi revêtue d'une mousse SE-50 réalisée pour des fréquences allant de 0 à 6400 Hz montre une bonne absorption du son. Le coefficient d'absorption est proche de 1 au-delà de 2000 Hz (figure 2.6).

### 2.1.7 Microphone

Le microphone utilisé pour la mesure du bruit rayonné est un microphone à condensateur de type PCB 377B02 de masse 7,8 g, de diamètre 1/2" et de hauteur 15,3 mm. C'est un microphone pré-polarisé de sensibilité 50 mV/Pa et de bande passante (3,15 Hz à 20 kHz) avec une directivité de type champ libre. Le microphone est placé à l'intérieur de la chambre semi-anéchoïque.



FIGURE 2.5 – Intérieur de la chambre semi-anéchoïque avec son microphone placé au fond.



FIGURE 2.6 – Coefficient d'absorption acoustique de la mousse SE-50 composite en fonction de la fréquence. Mesure au tube de Kunt [129].

# 2.1.8 Capteur de force

La force tangentielle exercée par la règle de poussée sur le glisseur est mesurée à l'aide d'une chaîne de mesure composée d'un capteur de force piézoélectrique uniaxial de type KISTLER 9217A et d'un amplificateur de charge de type KISTLER 5015A. Le capteur a un diamètre de 10 mm et une gamme de mesure allant de -500 à 500 N. Sa sensibilité est de 105 pC/N. La fonction de réponse en fréquence du capteur à vide est présentée figure 2.7. La raideur du capteur est égale à 15 N/ $\mu$ m, sa masse est 16 g et sa fréquence fondamentale à vide est supérieure à 20 kHz.

# 2.1.9 Système d'acquisition

Les instruments de mesure sont reliés à une carte électronique National Instrument de référence NI-9234. Le châssis conçu pour les petits systèmes de mesure a pour référence NI-cDAQ-9174. La carte est un module 24 bit et possède quatre voies d'acquisition. Elle est équipée d'un filtre anti-repliement et les mesures sont échantillonnées à 51200 Hz. Le schéma de la chaîne



FIGURE 2.7 – Transmissibilité du capteur type KISTLER 9217A. f : fréquence de mesure,  $f_n$  : fréquence naturelle du capteur in situ et  $A/A_0$  : ratio des amplitudes des forces [130].

d'acquisition est présenté figure 2.8. Le banc d'essai est piloté par un programme LabView dont



FIGURE 2.8 – Chaîne d'acquisition du banc Rao. Les signaux des capteurs de force, vitesse et pression acoustique sont numérisés par un convertisseur analogique/numérique et enregistrés par un PC.

l'interface est présentée figure 2.9. L'expérimentateur doit renseigner les voies d'acquisition pour le vibromètre, le microphone, le capteur de force et la vitesse de glissement. La position de départ et la position d'arrivée en millimètres, l'accélération du servomoteur en tours par minute et la fréquence d'échantillonnage en hertz sont spécifiées. Un bouton marche (Disable) permet d'activer et de désactiver le dispositif d'entraînement. Deux boutons 'GO' permettent de déclencher la marche avant ou arrière du système d'entraînement. La position du glisseur à chaque instant est affichée en millimètres et les graphiques d'évolution temporelle de la vitesse vibratoire, de la pression acoustique et de l'effort tangentiel sont observés en temps réel à l'écran, respectivement en rouge, blanc et vert. Un fichier d'acquisition au format texte '\*.txt' est généré et enregistré à la fin de la course du glisseur.


FIGURE 2.9 – Interface du programme LabView Rao pour le pilotage du moteur et l'acquisition des signaux.

# 2.2 Protocole expérimental

## 2.2.1 Nettoyage des surfaces

Le bruit de rugosité est extrêmement sensible à la propreté des surfaces. On procède à un nettoyage rigoureux des surfaces avant chaque expérience et ceci afin de retirer toute trace de dépôt de poussière, de graisse et d'impuretés. Le nettoyage se fait successivement avec quatre solvants que sont le dichlorométhane, l'heptane, l'acétone et l'isopropanol (figure 2.10(a)). Le dichlorométhane permet d'éliminer les graisses en surface, l'heptane sert à éliminer les graisses résiduelles et les traces de dichlorométhane. L'acétone est utilisée pour enlever l'humidité et l'isopropanol pour éviter toute trace résiduelle de restes chimiques à la surface. La procédure de



FIGURE 2.10 – Protocole pour le nettoyage des glisseurs. (a) : bains chimiques des quatre solvants avec leur ordre d'utilisation. (b) : vue des glisseurs entièrement immergés.

nettoyage des glisseurs est réalisée en plusieurs étapes successives. La première étape consiste

à préparer les quatre bains chimiques en versant la quantité de solvant nécessaire pour l'immersion totale des glisseurs à nettoyer dans quatre béchers différents. Dans la deuxième étape, les glisseurs sont soigneusement immergés successivement dans les solvants (figure 2.10 (b)). Chaque bain est ensuite placé dans un nettoyeur à ultrasons sous une hotte et agité pendant 10 à 15 minutes (figure 2.11 (a)). A la troisième étape, le bécher est retiré de l'agitateur, les glisseurs sont retirés du bain à l'aide d'une pince et placés sur un morceau de lingette douce pour les laisser sécher pendant quelques minutes (figure 2.11 (b)). L'objectif visé est qu'il ne reste aucune trace de solvant à la surface des échantillons et que les surfaces soient parfaitement sèches. Les glisseurs sont ensuite stockés dans des boîtiers propres en plastique (figure 2.11 (c)). La procédure de nettoyage du résonateur est différente de celle des glisseurs compte tenu de ses dimensions  $(600 \times 400 \times 4 \text{ mm})$ . Le résonateur est placé dans un grand récipient en plastique. Un volume de 100 ml de dichlorométhane contenu dans un bécher est versé lentement sur toute la surface rugueuse du résonateur en s'assurant que la surface est entièrement recouverte de solvant. A l'aide d'une brosse très souple et propre, la surface est légèrement frottée au moment où le solvant s'y répand. On laisse ensuite sécher la surface pendant quelques minutes avant de refaire le nettoyage avec successivement l'heptane, l'acétone et l'isopropanol. A la fin du nettoyage, on laisse sécher le résonateur pour éviter toute trace persistante de solvant et on protège la surface rugueuse à l'aide d'une lingette sèche et propre.



FIGURE 2.11 – Nettoyage, séchage et stockage des glisseurs. (a) : bain chimique avec glisseurs, agité aux ultrasons. (b) : séchage des glisseurs à l'air libre après nettoyage. (c) : stockage des glisseurs dans des boîtes plastiques.

## 2.2.2 Mesure de la rugosité des surfaces

La rugosité des surfaces a été obtenue par un procédé de traitement dénommé électroérosion. Cette technique appelée EDM (Electrical Discharge Machining) en anglais consiste à utiliser des décharges électriques pour remodeler la matière en surface. On obtient ainsi des surfaces rugueuses aléatoires, gaussiennes, uniformes et isotropes. La rugosité obtenue peut être contrôlée en faisant varier l'intensité de décharge.

La mesure de rugosité de surface est réalisée après le nettoyage des surfaces à l'aide d'un instrument de mesure de type stylet dont le principe est illustré figure 2.12. Pour faire la mesure, il faut positionner l'échantillon sur le support dédié du profilomètre tactile. Les surfaces cibles présentant un profil de rugosité non-périodique compte tenu du procédé de leur mise en œuvre. La mesure commence par une estimation de la rugosité moyenne arithmétique (Ra) par la

réalisation d'une mesure sur une longueur de 50 mm pour les résonateurs et 15 mm pour les glisseurs. On détermine ensuite la longueur de base (longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$ ) en prenant en compte la valeur de la rugosité arithmétique Ra évaluée précédemment. Renseigner la valeur de la longueur de base déterminée dans le logiciel de pilotage de la mesure pour mesurer les valeurs des paramètres de rugosité. Les fichiers de profil sont des fichiers '\*.pro' qui contiennent la définition des profils des surfaces numériques. La figure 2.13 présentent des exemples de



FIGURE 2.12 – Principe de fonctionnement des machines SURFASCAN pour le relevé des profils de surface et la mesure des rugosités [102].

profils mesurés pour les glisseurs de rugosités 17  $\mu$ m. Les profils pour les glisseurs de rugosités 32  $\mu$ m, les résonateurs amortis et non amortis sont présentés (**annexe 2**). Les distributions des hauteurs correspondantes aux profils des glisseurs de rugosités 17  $\mu$ m sont présentées figure 2.14. Les distributions des hauteurs correspondantes aux profils des glisseurs de rugosités 32  $\mu$ m et aux profils des résonateurs amortis et non amortis sont présentées **annexe 2**. Les distributions des hauteurs sont gaussiennes avec pour valeurs moyennes de Rsk  $\approx 0$  et Rku  $\approx 3$ . Sur chaque graphe, les courbes en cloche et traits continus sont obtenus à partir d'une approximation de la distribution des hauteurs par la loi normale. Les paramètres topographiques, notamment la rugosité quadratique Rq, le Skewness R<sub>Sk</sub>, le Kurtosis R<sub>Ku</sub> et la longueur de corrélation  $\lambda_0$  caractérisant les états de surfaces des résonateurs et des glisseurs sont présentés tableaux 2.3, 2.4, 2.6, 2.5 et 2.6. Les valeurs inscrites dans les tableaux sont des valeurs moyennes et les erreurs associées ((Valeur Max-Valeur Min/2). La différence entre les valeurs des paramètres

TABLEAU 2.3 – Direction x. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugosimètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs (amorti et non

amorti). Rq est respectivement la rugosité moyenne quadratique,  $R_{Sk}$  le coefficient d'asymétrie ou skewness,  $R_{Ku}$  le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et  $\lambda_0$  la longueur de corrélation. Erreur=(max-min)/2.

Paramètres	Résonateurs amortis		Résonateurs	non amortis
	Surface 1	Surface 2	Surface 1	Surface 2
Rq ( $\mu$ m)	$17,\!38 \pm 0,\!70$	$30,\!20 \pm 1,\!85$	$16,\!84 \pm 0,\!30$	$30,\!82 \pm 1,\!10$
$\mathbf{R}_{\mathbf{Sk}}$	$0{,}20\pm0{,}10$	$0{,}12\pm0{,}15$	$0{,}18\pm0{,}15$	$0{,}18\pm0{,}10$
$\mathrm{R}_{\mathrm{Ku}}$	$2{,}66\pm0{,}15$	$2{,}44\pm0{,}15$	$2{,}78\pm0{,}05$	$2{,}46\pm0{,}05$
$\lambda_0 \; (\mu { m m})$	$84,\!80\pm 8,\!00$	$136{,}00\pm 16{,}00$	$84,\!80\pm 8,\!00$	$120{,}00\pm 0{,}00$



FIGURE 2.13 – Exemples de profils de surface mesurés des glisseurs. Rugosité, Rq = 17  $\mu$ m. Gauche, direction x. Droite, direction y.

topographiques mesurées (tableaux 2.3, 2.4, 2.5 et 2.6) pour le glisseur et le résonateur s'explique par la différence de longueur de mesure du profil. Celle-ci est de 50 mm pour le résonateur et seulement 15 mm pour le glisseur en raison de sa petite taille. Il apparaît clairement que sur une petite longueur de profil les paramètres topographiques sont inférieurs au résultat recherché. Ce phénomène s'accentue lorsque la rugosité augmente.



FIGURE 2.14 – Distribution des hauteurs des aspérités des glisseurs. Barres bleues, valeurs mesurées. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale. Rugosité, Rq = 17  $\mu$ m. Gauche, direction x. Droite, direction y.  $\sigma$ , écart-type.

La fonction de corrélation  $C_{hh}(x)$ , représentée figure 2.15 est définie par :

$$C_{hh}(x) = \frac{1}{L} \int_0^L h(y+x)h(y) dy$$
 (2.1)

TABLEAU 2.4 – Direction y. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugosimètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs (amorti et non

amorti). Rq est respectivement la rugosité moyenne quadratique,  $R_{Sk}$  le coefficient d'asymétrie ou skewness,  $R_{Ku}$  le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et  $\lambda_0$  la longueur de corrélation. Erreur=(max-min)/2.

Paramètres	Résonateurs amortis		Résonateurs non amortis	
	Surface 1	Surface 2	Surface 1	Surface 2
Rq ( $\mu$ m)	$17,78 \pm 0,40$	$29,20 \pm 1,35$	$17,06 \pm 0,40$	$31,24 \pm 0,55$
$\mathrm{R}_{\mathrm{Sk}}$	$0{,}20\pm0{,}10$	$0{,}16\pm0{,}15$	$0{,}24\pm0{,}05$	$0{,}08\pm0{,}15$
$\mathrm{R}_{\mathrm{Ku}}$	$2{,}80\pm0{,}15$	$2{,}60\pm0{,}20$	$2{,}80\pm0{,}20$	$2{,}60\pm0{,}10$
$\lambda_0 \; (\mu { m m})$	$78{,}40\pm8{,}00$	$116,\!80\pm 8,\!00$	$72{,}00\pm0{,}00$	$126,\!40\pm 8,\!00$

TABLEAU 2.5 – Direction x. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugosimètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs. Rq est

respectivement la rugosité moyenne quadratique,  $R_{Sk}$  le coefficient d'asymétrie ou skewness,

 $R_{Ku}$  le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et  $\lambda_0$  la longueur de corrélation.

Erreur=(max-min)/2.

	Paramètres				
Glisseurs	Surface	$\mathrm{Rq}~(\mu\mathrm{m})$	$R_{Sk}$	$\mathrm{R}_{\mathrm{Ku}}$	$\lambda_0 \; (\mu { m m})$
$20 \times 20 \times 5 \text{ mm}$	S1	$14,\!68 \pm 0,\!95$	$0,\!30 \pm 0,\!20$	$2,\!94\pm0,\!15$	$72,\!40 \pm 10,\!00$
	S2	$23,\!82 \pm 2,\!25$	$0{,}56\pm0{,}15$	$3{,}12\pm0{,}55$	$105{,}20\pm16{,}00$
$20 \times 20 \times 10 \text{ mm}$	S3	$14,\!50 \pm 1,\!05$	$0,\!26\pm0,\!05$	$2,76 \pm 0,20$	$74,\!80 \pm 14,\!00$
	S4	$22,\!34 \pm 1,\!70$	$0{,}38\pm0{,}25$	$2{,}68\pm0{,}10$	$106{,}80 \pm 10{,}00$
$20 \times 20 \times 20 \text{ mm}$	S5	$15,30 \pm 0,95$	$0,\!30 \pm 0,\!15$	$2,94 \pm 0,35$	$73,\!20 \pm 0,\!00$
	S6	$24,\!92 \pm 3,\!65$	$0{,}46\pm0{,}10$	$2,\!86 \pm 0,\!40$	$109,\!20 \pm 18,\!00$

où h(x) est le profil mesuré sur une longueur L. Elle est approximée par une fonction exponentielle de la forme :

$$C_{hh}(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{\lambda_0^2}\right) \tag{2.2}$$

où apparaît  $\lambda_0$  la longueur de corrélation. Cette valeur est atteinte lorsque  $C_{hh}(\lambda_0) = e^{-1}$ . Les valeurs moyennes de  $\lambda_0$  pour les deux rugosités 17 et 32  $\mu$ m sont respectivement égales à 80 et à 120  $\mu$ m. Pour les autres fonctions de corrélation notamment pour les glisseurs de rugosité 32  $\mu$ m et celles des résonateurs amortis et non amortis, il faut se référer à l'**annexe 2**.

TABLEAU 2.6 – Direction y. Rugosité de surface et paramètres topographiques mesurés par rugosimètre tactile sur les surfaces traitées par électroérosion des résonateurs. Rq est respectivement la rugosité moyenne quadratique, R<sub>Sk</sub> le coefficient d'asymétrie ou skewness,

 $R_{Ku}$  le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et  $\lambda_0$  la longueur de corrélation.

	· · ·	10
Erreur=	(max-min)	/4

		Paramètres					
Glisseurs	Surface	$\mathrm{Rq}~(\mu\mathrm{m})$	$R_{Sk}$	$R_{Ku}$	$\lambda_0 \; (\mu { m m})$		
$20 \times 20 \times 5 \text{ mm}$	S1	$14,\!59 \pm 0,\!70$	$0,\!26\pm0,\!15$	$2,86 \pm 0,25$	$75,\!60\pm 8,\!00$		
	S2	$23,\!88 \pm 1,\!45$	$0{,}40\pm0{,}25$	$3{,}04\pm0{,}30$	$108{,}40\pm10{,}00$		
$20 \times 20 \times 10 \text{ mm}$	S3	$13,\!98 \pm 0,\!95$	$0,\!28\pm0,\!15$	$2,88 \pm 0,35$	$74,00 \pm 0,00$		
	S4	$23,\!04 \pm 1,\!35$	$0{,}30\pm0{,}10$	$2{,}60\pm0{,}25$	$114,\!80 \pm 22,\!00$		
$20 \times 20 \times 20$ mm	S5	$16,02 \pm 0,95$	$0,\!48\pm0,\!25$	$3,14 \pm 0,35$	$80,40 \pm 0,00$		
	S6	$23,\!68 \pm 0,\!95$	$0{,}56\pm0{,}15$	$3{,}08\pm0{,}20$	$100,\!40\pm 6,\!00$		

## 2.2.3 Mesure de la réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle permet de déterminer expérimentalement le temps de réverbération  $T_r$  et par suite le facteur d'amortissement  $\eta$ . La mesure de la réponse impulsionnelle est une expérience de métrologie pour obtenir les valeurs de  $T_r$  et  $\eta$  ne pouvant être évaluées théoriquement. Le principe du dispositif expérimental représenté figure 2.16 consiste à suspendre le résonateur, à vérifier qu'il est parfaitement horizontal avec un niveau et mesurer la réponse vibratoire. En pratique, l'expérimentateur utilise un code MATLAB (scopeNI) pilotant le système d'acquisition. Le nombre de voies de mesure et les sensibilités de chaque équipement sont renseignés ainsi que la durée de mesure (30 à 50 s) et la fréquence d'échantillonnage (51200 Hz). Le glisseur est placé soigneusement sur le résonateur pour établir le contact entre les surfaces rugueuses nettoyées au préalable. Un marteau à percussion est utilisé pour appliquer un court impact sur la surface du résonateur en dehors de la zone rugueuse. La réponse impulsionnelle est mesurée, à l'aide du vibromètre laser, dans les mêmes conditions que lors de la mesure de la vitesse vibratoire (fréquence d'échantillonnage : 51200 Hz). Cinq mesures sont effectuées en changeant les glisseurs, mais aussi la position sur la piste. Les données enregistrées sont enfin sauvegardées au format '\*.txt'.

La méthode directe utilisée pour déterminer la valeur du taux d'amortissement  $\eta$  consiste à exciter par une impulsion le résonateur et à tracer, selon la méthode de Schroeder [132], la décroissance de l'énergie par intégration rétrograde. A chaque instant t, l'énergie E(t) restante dans la réponse impulsionnelle est calculée à l'aide de la formule suivante :

$$E(t) = \int_{t}^{\infty} h^{2}(\tau) \mathrm{d}\tau$$
(2.3)

où  $h(\tau)$  est la réponse impulsionnelle à l'instant  $\tau$ .

Pour déterminer la valeur de  $\eta$ , on introduit le temps de réverbération  $T_r$  qui est le temps nécessaire pour que l'énergie diminue de 60 dB par rapport à sa valeur d'origine (figure 2.17). En convenant que l'impact a lieu à l'instant t = 0, l'énergie équivalente au temps de réverbération est  $E(T_r) = E(0) \times 10^{-6}$ . Les figures 2.18 et 2.19 présentent des résultats de mesures de la



FIGURE 2.15 – Fonctions de corrélation des surfaces des glisseurs obtenues par mesure profilométrique. Courbe en noire, mesure (2.1). Courbe en rouge, meilleure approximation (2.2). Rugosité,  $Rq = 17 \ \mu m$ . Gauche, direction x. Droite, direction y.

réponse impulsionnelle pour les résonateurs amortis et non amortis. Le glisseur utilisé a pour dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm et de rugosité Rq = 17  $\mu$ mm identique à celle des résonateurs. En haut de chaque figure, nous avons l'évolution temporelle de la vitesse vibratoire du résonateur. L'amplitude du signal augmente brutalement lors du choc, puis décroît jusqu'à disparaître



FIGURE 2.16 – Principe de mesure du temps de réverbération. Résonateur excité par un bref impact avec un marteau en présence ou non d'un glisseur et mesure de la réponse impulsionnelle.



FIGURE 2.17 – Schéma de principe de la détermination du temps de réverbération par intégration rétrograde. Mesure de la durée pour une décroissance de 60 dB du niveau vibratoire.

progressivement. En bas de chaque figure, nous avons l'évolution de la courbe de décroissance de l'énergie selon l'équation (2.3).

La partie linéaire de chaque courbe, d'intégration rétrograde, est utilisée pour mesurer le temps de réverbération  $T_r$ . En pratique, il n'est pas toujours possible d'obtenir une décroissance linéaire de 60 dB. On déduit la valeur de  $T_r$  par extrapolation en mesurant plutôt la décroissance sur une plage de 30 dB (de -5 dB à -35 dB) ou 20 dB (de -5 dB à -25 dB). Les plages de décroissance sont représentées en traits verticaux rouges et les temps de réverbération associés sont notés respectivement  $T_{30}$  et  $T_{20}$ .

#### 2.2.4 Mesure en vitesse stationnaire

La mesure en vitesse stationnaire est une expérience phénoménologique qui vise à confronter les résultats aux prédictions de l'évolution du bruit de rugosité en fonction des paramètres topographiques des surfaces en contact et la vitesse de glissement. Cette expérience permet de confirmer ou infirmer les lois d'échelle que nous allons établir.

Chaque test de frottement est réalisé pour un couple glisseur/résonateur de même rugosité en faisant varier la vitesse de glissement. On effectue au préalable une série d'essais jusqu'à ce



FIGURE 2.18 – Temps de réverbération du résonateur non amorti. Glisseur,  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité, Rq = 17 µm. Gauche, sans glisseur  $T_r = 43, 20$  s. Droite, avec un glisseur  $T_r = 41,07$  s. Haut, réponse impulsionnelle. Bas, intégration rétrograde. Barres rouges, niveaux à 0, -5, -10, -25 et -35 dB.



FIGURE 2.19 – Temps de réverbération du résonateur fortement amorti. Glisseur, 20 × 20 × 10 mm. Rugosité, Rq = 17  $\mu$ mm. Gauche, sans glisseur  $T_r = 1,79$  s. Droite, avec un glisseur  $T_r = 1,70$  s. Haut, réponse impulsionnelle. Bas, intégration rétrograde. Barres rouges, niveaux à 0, -5, -10, -25 et -35 dB.

que la moyenne des forces tangentielles se stabilise et on mesure à l'aide d'un profilomètre la rugosité du couple glisseur/résonateur avant et après chaque campagne de mesure. Les surfaces sont nettoyées à chaque changement de conditions expérimentales.

Pour réaliser une mesure, le glisseur est positionné à un bout sur la zone rugueuse du résonateur en respectant une distance de glissement comprise entre 250 et 400 mm. On lance ensuite le programme LabView et on renseigne la vitesse de glissement pour une valeur comprise entre 1 et 500 mm/s, la fréquence d'échantillonnage 51200 Hz, les voies d'acquisition de données. Le glisseur est poussé à l'aide du programme par l'intermédiaire du système d'entraînement. Le signal temporel de la vitesse vibratoire du résonateur, le bruit rayonné et la force tangentielle sont enregistrés. Chaque test de frottement est reproduit cinq fois de suite pour une vitesse de glissement donnée et pour chaque type de glisseur.

## 2.3 Exploitation des mesures

## 2.3.1 Détermination de la pulsation centrale

La pulsation centrale  $\omega_c$  est obtenue à partir des signaux mesurés en régime de glissement stationnaire (figures 2.21, 5.26, 5.27 et 5.28). Elle est calculée à l'aide de la formule de Rice [137] :

$$\omega_c = \frac{a_{\rm rms}}{v_{\rm rms}} \tag{2.4}$$

où  $a_{\rm rms}$  et  $v_{\rm rms}$  sont respectivement les valeurs RMS de l'accélération vibratoire et de la vitesse vibratoire.  $v_{\rm rms}$  est calculé à l'aide de l'équation 2.5.

$$v_{\rm rms} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n} (v_i - \bar{v})^2\right)^{1/2}$$
(2.5)

où  $v_i$  est la vitesse vibratoire à l'instant *i* mesurée par le vibromètre et  $\bar{v}$  la vitesse vibratoire moyenne.

$$a_{\rm rms} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n} (a_i - \bar{a})^2\right)^{1/2}$$
(2.6)

où  $a_i$  est l'accélération vibratoire à l'instant *i* issue de la mesure de  $v_i$  et  $\bar{a}$  l'accélération vibratoire moyenne. L'accélération vibratoire à l'instant *i* est calculée en utilisant l'expression :

$$a_{i} = \left(\frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{2}\right) f_{s} \tag{2.7}$$

où  $f_s$  est la fréquence d'échantillonnage. La première méthode pour le calcul de la pulsation centrale  $\omega_c$  revient à faire le rapport des expressions (2.6) et (2.5). La deuxième méthode pour calculer la pulsation centrale  $\omega_c$  fait appel aux densités spectrales de puissance de la vitesse vibratoire et de l'accélération vibratoire. La valeur RMS de la vitesse vibratoire est définie par :

$$v_{\rm rms}^2 = \frac{1}{2\pi} \int S_{vv}(\omega) d\omega$$
 (2.8)

où  $S_{vv}$  est la densité spectrale de puissance de la vitesse vibratoire. La valeur RMS de l'accélération vibratoire est :

$$a_{\rm rms}^2 = \frac{1}{2\pi} \int S_{aa}(\omega) d\omega$$
 (2.9)

soit :

$$a_{\rm rms}^2 = \frac{1}{2\pi} \int \omega^2 S_{vv}(\omega) d\omega \qquad (2.10)$$

La pulsation centrale  $\omega_c$  définie par l'équation 2.4 devient :

$$\omega_c^2 = \frac{\int \omega^2 S_{vv}(\omega) \mathrm{d}\omega}{\int S_{vv}(\omega) \mathrm{d}\omega}$$
(2.11)

Le calcul de  $S_{vv}$  se fait à partir du signal temporel échantillonné  $v_i$  à l'aide de la méthode de Peter Welch [134] qui consiste à utiliser la transformée de Fourier rapide pour l'estimation des spectres de puissance. Cette approche consiste à découper le signal en plusieurs blocs qui se recouvrent et à calculer plusieurs périodogrammes à partir d'une fenêtre glissante (fenêtre de Hanning de largeur 256 échantillons). Le périodogramme lissé est calculé à partir de la fonction 'pwelch' qui se charge la multiplication temporelle par la fenêtre glissante et de faire l'estimation de la densité spectrale de puissance.

Les résultats obtenus après un traitement des vitesses vibratoires mesurées, à l'aide de la fonction 'pwelch' de MATLAB, sont présentés tableaux 2.7 et 2.8. La fréquence centrale  $f_{cent}$  est donnée par :

$$f_{cent} = \frac{\omega_c}{2\pi} \tag{2.12}$$

et sa valeur moyenne pour l'ensemble des mesures est environ 1500 Hz.

TABLEAU 2.7 – Fréquence centrale du résonateur non amorti pour différentes vitesses de glissement. Dimensions du résonateur,  $600 \times 400 \times 4$  mm. Glisseur de dimensions

 $<sup>20 \</sup>times 20 \times 10$  mm. Rugosités du glisseur et du résonateur, 17  $\mu$ m. Erreur=(max-min)/2.

Vitesse de glissement	$v_{ m rms}$	$a_{ m rms}$	$f_{cent}$
(m/s)	(m/s)	$(m/s^2)$	(Hz)
0,001	$0,001 \pm 0,000$	$32,\!23 \pm 2,\!11$	$3643,60 \pm 682,78$
0,003	$0,006 \pm 0,001$	$77,\!12 \pm 4,\!55$	$2230{,}79\pm317{,}19$
0,005	$0{,}006 \pm 0{,}001$	$78,\!58 \pm 1,\!51$	$2077,\!32 \pm 17,\!63$
0,010	$0{,}009 \pm 0{,}001$	$52,\!49 \pm 5,\!48$	$964,34 \pm 35,76$
0,030	$0{,}025 \pm 0{,}003$	$172,\!86 \pm 12,\!48$	$1102,\!26\pm92,\!70$
$0,\!050$	$0,034 \pm 0,004$	$238,\!13 \pm 41,\!03$	$1126,\!54 \pm 84,\!94$
0,100	$0,053 \pm 0,005$	$382,26 \pm 19,13$	$1164{,}65\pm 64{,}58$
0,120	$0,\!070\pm0,\!005$	$566,41 \pm 33,26$	$1295,\!41 \pm 82,\!24$
0,140	$0,066 \pm 0,006$	$584,74 \pm 48,19$	$1413,\!55\pm31,\!00$
0,200	$0,081 \pm 0,006$	$719{,}50\pm24{,}52$	$1406{,}79\pm 60{,}79$
0,300	$0,\!076\pm0,\!009$	$589,39 \pm 62,41$	$1230{,}34\pm70{,}28$
0,500	$0,\!070\pm0,\!007$	$580,88 \pm 63,59$	$1319,69 \pm 49,84$

La fréquence centrale est plus grande pour les faibles vitesses de glissement (inférieures à 5 mm/s) que pour les fortes vitesses avec une incertitude sur celle-ci plus élevée. Cette observation pourrait s'expliquer par l'apparition d'instabilités de la vitesse de glissement (broutement) dues à l'accrochage entre aspérités lors du glissement à faible vitesse.

## 2.3.2 Détermination des facteurs d'amortissement

L'amortissement d'un matériau est une propriété qui influence fortement la propagation des vibrations dans la structure. La formule utilisée pour calculer sa valeur est [10] :

$$\eta\omega_c = \frac{2\pi \times 2, 2}{T_r} \tag{2.13}$$

où  $\eta$  est le facteur d'amortissement du résonateur,  $T_r$  le temps de réverbération et  $\omega_c$  la pulsation centrale du signal.

Vitesse de glissement	$v_{ m rms}$	$a_{ m rms}$	$f_{cent}$
	(m/s)	$(m/s^2)$	(Hz)
0,001	$0,003 \pm 0,002$	$53,\!28 \pm 26,\!06$	$3316,53 \pm 665,520$
0,003	$0{,}010 \pm 0{,}001$	$104,22 \pm 4,13$	$1693,47 \pm 180,48$
0,005	$0{,}010 \pm 0{,}002$	$105,\!34 \pm 4,\!48$	$1645,23 \pm 243,50$
0,010	$0{,}016 \pm 0{,}003$	$121,\!88\pm 6,\!00$	$1234,26 \pm 165,36$
0,030	$0{,}038 \pm 0{,}003$	$271,\!37\pm 8,\!61$	$1142,\!27\pm 62,\!91$
0,050	$0,\!052 \pm 0,\!009$	$369,01 \pm 56,71$	$1140,\!96\pm58,\!20$
0,100	$0,\!079 \pm 0,\!007$	$581,\!64 \pm 33,\!23$	$1168,49 \pm 82,19$
0,120	$0,\!082 \pm 0,\!004$	$680{,}49 \pm 22{,}04$	$1322,44 \pm 37,88$
$0,\!140$	$0{,}089 \pm 0{,}009$	$723{,}67\pm57{,}95$	$1293{,}21\pm65{,}09$
0,200	$0{,}092 \pm 0{,}011$	$829,50 \pm 95,56$	$1434,71 \pm 57,35$
0,300	$0,\!114 \pm 0,\!009$	$886,\!39 \pm 49,\!41$	$1237,24 \pm 33,97$
0,500	$0,\!119\pm 0,\!019$	$1017,\!53 \pm 115,\!45$	$1365,24 \pm 82,69$

TABLEAU 2.8 – Fréquence centrale du résonateur non amorti pour différentes vitesses de glissement. Dimensions du résonateur,  $600 \times 400 \times 4$  mm. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosités du glisseur et du résonateur,  $32 \ \mu$ m. Erreur=(max-min)/2.

Le tableau 2.9 donne les valeurs moyennes du facteur d'amortissement et des erreurs associées ((Valeur max-Valeur min)/2) en fonction du nombre de glisseurs pour les résonateurs ayant de rugo sité Rq = 17 µm identique à celle de la surface du glisseur . Pour une rugo sité

TABLEAU 2.9 – Durées de réverbération et facteurs d'amortissement. Glisseurs de dimensions
$20 \times 20 \times 10$ mm posé successivement sur deux résonateurs (un amorti et un non amorti).
Rugosité 32 $\mu$ m. Erreur=(max-min)/2.

Nombre	Résonateur amorti		Résonateur non amorti	
de glisseurs	$T_r(s)$	$\eta(\%)$	$T_r(s)$	$\eta(\%)$
0	$1,82 \pm 0,32$	0,088	$46,22 \pm 5,34$	$0,0031 \pm 0,0004$
1	$1{,}71\pm0{,}17$	0,082	$44,55 \pm 1,46$	$0{,}0032\pm0{,}0001$
2	$2,16 \pm 0,45$	$0,\!071$	$49,42 \pm 5,79$	$0{,}0029 \pm 0{,}0003$
4	$2{,}07\pm0{,}16$	0,061	$54,99 \pm 5,28$	$0{,}0024\pm 0{,}0002$
6	$2,44 \pm 0,31$	$0,\!055$	$55,36 \pm 2,71$	$0{,}0026\pm 0{,}0001$
8	$2,49 \pm 0,60$	0,054	$55,34 \pm 9,41$	$0,\!0026\pm0,\!0005$

de 32  $\mu$ m la mesure a été réalisée sans glisseur pour vérifier la valeur de  $\eta$  et la comparer à celle obtenue précédemment pour 17  $\mu$ m. Le changement de rugosité n'a pas d'influence sur le facteur d'amortissement.

TABLEAU 2.10 – Durées de réverbération et facteurs d'amortissement sans glisseur. Résonateurs non amorti. Rugosité 32  $\mu$ m. Erreur=(max-min)/2.

Nombre de glisseurs	$T_r(s)$	$\eta(\%)$
0	$45,99 \pm 9,00$	$0,0032 \pm 0,0006$

#### 2.3.3 Valeur quadratique moyenne de la vitesse vibratoire

La figures 2.20 présentent des exemples de mesure de vitesse vibratoire en fonction du temps pour des vitesses de glissement allant de 1 à 50 mm/s. Les dimensions du glisseur sont  $20 \times 20 \times 10$  mm et la rugosité des surfaces est de 17  $\mu$ m. Les résultats pour les vitesses de glissement supérieures à 50 m/s et pour une rugosité de 32  $\mu$ m sont présentés **annexe 2**.

Lorsque les vitesses de glissement supérieures à 100 mm/s, l'amplitude de la vitesse vibratoire est grande et cette amplitude est très faible pour des vitesses inférieures ou égales à 10 mm/s. Chaque signal contient une zone stationnaire qui permet de calculer la valeur quadratique moyenne ( $v_{\rm rms}$ ) de la vitesse vibratoire en fonction du temps. La durée du régime stationnaire est fonction de la vitesse de glissement. Plus la vitesse est faible, plus la durée est grande.

La valeur de  $v_{\rm rms}$  est déterminée à l'aide de la formule (2.5). La valeur retenue pour le niveau vibratoire est la moyenne obtenue pour cinq essais différents et pour chaque vitesse de glissement. Les régimes stationnaires pour différentes vitesses de glissement allant de 1 à 5 mm/s (pour une rugosité de 17  $\mu$ m) et les densités spectrales de puissance associées sont présentés figure 2.21, 5.26. Les spectres sont composés de deux parties avec une fréquence de coupure. La première partie est constante jusqu'à la fréquence de coupure et la deuxième partie décroît de 30 dB/décade (Voir **annexe 2** pour autres les autres graphes). Les régimes stationnaires pour différentes vitesses de glissement, pour une rugosité de 32  $\mu$ m et les densités spectrales de puissance associées sont présentés **annexe 2**. L'amplitude du régime stationnaire de la vitesse vibratoire est plus grande lorsque la rugosité augmente. Par contre, l'évolution des densités spectrales de puissance est indépendante de la rugosité des surfaces.

## 2.3.4 Evolution temporelle de la pression acoustique

La mesure de la pression acoustique générée lors du glissement est réalisée dans les conditions expérimentales décrites dans la section 2.2.4. Le rayonnement acoustique est enregistré par le microphone.

L'évolution de la pression acoustique en fonction du temps est présentée figure 2.22 pour la rugosité 17  $\mu$ m et vitesse de glissement variant de 1 à 50 mm/s.

Nous ne considérons que les signaux temporels de la pression acoustique dans la partie stationnaire pour le calcul de la valeur RMS.

$$P_{\rm rms} = \sqrt{\frac{1}{\Delta T} \int_{\Delta T} P^2(t) dt}$$
(2.14)



FIGURE 2.20 – Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point (x = 465 mm et y = 50 mm) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10 \text{ mm}$ . Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4 \text{ mm}$ . Rugosité 17  $\mu$ m.

où  $P_{\rm rms}$  est la valeur efficace de la pression acoustique mesurée, T la durée d'acquisition en régime stationnaire et P(t) l'évolution temporelle de la pression acoustique.

Aux basses vitesses, le bruit de fond domine, ce qui empêche une bonne détermination de la relation entre la vitesse de glissement et le niveau de la pression acoustique Lp. Dans ce cas,



FIGURE 2.21 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement, 1, 3 et 5 mm/s. Dimensions du glisseur  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.

seules les vitesses supérieures à 30 mm/s seront considérées. Pour les vitesses de glissement inférieures ou égales à 10 mm/s, nous observons une instabilité dans l'évolution temporelle des signaux.



FIGURE 2.22 – Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.

## 2.3.5 Fluctuation temporelle de la force tangentielle

Les signaux temporels de l'effort tangentiel dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire sont présentés figure 5.45. En dessous de 10 mm/s, nous observons une légère instabilité dans l'évolution temporelle de l'effort tangentiel. Pour des vitesses de glissement au-dessus de 200 mm/s, une variation importante des amplitudes est observée.



FIGURE 2.23 – Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.

# 2.4 Synthèse

Ce deuxième chapitre a été consacré à l'étude expérimentale, plus particulièrement au dispositif expérimental, au protocole expérimental et à l'exploitation des résultats de mesures. Trois types d'expériences ont été réalisées. La première est la mesure en vitesse stationnaire de la vitesse vibratoire. Cette première expérience a permis d'étudier l'évolution temporelle de la vitesse vibratoire. La seconde expérience est l'étude de l'évolution de la vitesse vibratoire en fonction de l'aire apparente de contact. La troisième expérience est la mesure de la réponse impulsionnelle du résonateur pour la détermination de la durée de réverbération et la facteur d'amortissement interne. L'exploitation des résultats a consisté à analyser l'évolution temporelle de la vitesse vibratoire, de la pression acoustique, de la force tangentielle. Les résultats ont permis de calculer la fréquence centrale et la valeur quadratique moyenne du signal temporel de la vitesse vibratoire en régime stationnaire. Cette valeur quadratique moyenne servira dans le chapitre consacré aux résultats expérimentaux et numériques pour le calcul du niveau vibratoire.

# Chapitre 3

# Simulation numérique directe

Ce chapitre est consacré à l'étude numérique de la dynamique locale du contact glissant entre deux surfaces rugueuses de même rugosité ( $Rq = 17 \ \mu m$ ). Nous allons mettre en œuvre une technique de simulation numérique directe qui consiste à résoudre numériquement les équations complètes de la mécanique du contact. L'intérêt est de pouvoir reconstituer numériquement l'information non accessible à la mesure. La première partie est consacrée à la présentation du code de calcul, son principe, la formulation mathématique, les hypothèses du modèle et le problème. Ils sont suivis de la présentation du schéma numérique pour la résolution de l'équation qui gouverne la dynamique du contact. La deuxième partie présente les caractéristiques des surfaces générées numériquement et la troisième partie les paramètres de la simulation. Le protocole de simulation est décrit dans l'avant-dernière partie et le traitement des résultats clôture le présent chapitre.

## 3.1 Code de calcul Ra3D

#### 3.1.1 Principe et objet du code de calcul

Le programme Ra3D est un code de calcul en langage C dédié à l'étude du comportement vibratoire des solides induits par un contact glissant de surfaces rugueuses. La notation "Ra" représente le paramètre de rugosité qu'est la moyenne arithmétique et "3D" indique que la simulation est réalisée en trois dimensions. Les deux solides sont en contact glissant l'un par rapport à l'autre à vitesse constante V (figure 3.1). Le solide supérieur est appelé glisseur et le solide inférieur résonateur. Les deux solides sont supposés élastiques. La surface inférieure du glisseur et la surface supérieure du résonateur sont rugueuses. Le contact est maintenu par l'effet de la gravité et au cours du glissement, les forces de contact tendent à repousser le glisseur vers le haut tandis que la gravité vient contrarier cet effet.

#### 3.1.2 Formulation mathématique et hypothèses du modèle

#### Modèle de contact glissant

Le modèle mécanique consiste en deux plaques minces élastiques en contact dans une configuration plan-plan comme illustré figure 3.2(a). Par convention, la plaque supérieure est notée avec l'indice i = 0 et la plaque inférieure i = 1. Les longueurs et largeurs des plaques sont respectivement notées  $L_i$  et  $B_i$ . Un repère local est associé à chaque plaque avec une origine située au coin inférieur gauche de la plaque de sorte que le domaine de la plaque est défini par  $0 \le x \le L_i$  et  $0 \le y \le B_i$  et les axes z des repères locaux sont tête-bêche. La position relative des deux plaques est définie par les trois coordonnées  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  et  $\Delta_z$  de l'origine du repère 0



FIGURE 3.1 – Glissement d'un solide sur une plaque flexible. Le glisseur (cube) avance à vitesse constante V et est soumis à l'effet de la gravité. Au cours de sa trajectoire, il peut suivre le profil de surface ou subir des pertes de contact. g est l'accélération de la pesanteur [151].

dans le repère 1. Le mouvement de la plaque supérieure par rapport à la plaque inférieure a lieu dans le plan (x, y) selon la direction x [151]. Ainsi, :

$$\Delta_x(t) = \Delta_x(0) + Vt \tag{3.1}$$

où V est la vitesse glissement supposée constante. Les deux autres coordonnées  $\Delta_y$  et  $\Delta_z$  sont constantes. Bien que  $\Delta_z$  soit constant, il sera toutefois possible de simuler un mouvement vertical (une chute par exemple) en l'interprétant comme la déformée du mode de corps rigide.

Les surfaces (x, y) des plaques sont définies par un profil de rugosité  $h_i(x, y)$  où  $h_i$  désigne l'altitude du point de coordonnées (x, y). Ces profils sont définis dans les repères locaux et en particulier, les altitudes sont comptées de manière opposée, ce qui signifie que le contact statique se produit au point (x, y), en l'absence de déformation (voir figure 3.2(b)), lorsque :

$$\Delta_z \le h_0(x, y) + h_1(x + \Delta_x(t), y + \Delta_y) \tag{3.2}$$



FIGURE 3.2 – Modèle du contact glissant entre deux surfaces rugueuses. (a) : positionnement des deux plaques et leurs repères associés. x, y abscisse et ordonnée de la position.  $\Delta_x(t), \Delta_y, \Delta_z$  coordonnées de l'origine de la plaque 0 dans le repère (O,x,y) associé à la plaque 1. (b) : glissement de deux profils rugueux. Les altitudes  $h_0(x, y)$  et  $h_1(x, y)$  sont comptées de manière opposée.  $\Delta_z$  l'écart vertical entre les deux profils. A l'instant t, le décalage horizontal est  $\Delta_x(t) = \Delta_x(0) + Vt$  [151].

Lors du déplacement relatif des plaques en contact, les micro-impacts entre les aspérités vont induire une vibration transversale selon l'axe z mais pas de déformation dans le plan (x, y). Le champ de vibration se réduit donc au déplacement vertical  $u_i(t, x, y)$  du point de coordonnées (x, y). Comme pour les profils de rugosité, les déplacements  $u_i$  sont comptés positivement dans le sens positif de z du repère local. En présence de déformation, le contact dynamique se produit donc lorsque :

$$\Delta_z \le h_0(x, y) + u_0(t, x, y) + h_1(x + \Delta_x(t), y + \Delta_y) + u_1(t, x + \Delta_x(t), y + \Delta_y)$$
(3.3)

La pénétration  $\delta_i$  est donnée par :

$$\delta_0 = \mathbf{H}[h_0(x, y) + u_0(t, x, y) + h_1(x + \Delta_x(t), y + \Delta_y) + u_1(t, x + \Delta_x(t), y + \Delta_y) - \Delta_z] \quad (3.4)$$

où H est la fonction de Heaviside. Le contact entre les deux plaques a lieu dans le plan (x, y) et donne naissance à des pressions de contact  $f_i(t, x, y)$  elles aussi, comptées positivement dans le sens de z du repère local. Puisque ces pressions sont nécessairement répulsives, on aura toujours  $f_i(t, x, y) \leq 0$ .

#### Problème posé

A tout moment, l'état vibratoire de la plaque *i* lors du glissement est défini par le champ vibratoire  $u_i(t, x, y)$  et le champ de pression de contact  $f_i(t, x, y)$  agissant sur la plaque. Le mouvement vibratoire donc est gouverné par l'équation des plaques en flexion [184, 183] d'après le théorie des plaques de LOVE. Le problème à résoudre est ainsi constitué de deux équations aux dérivées partielles par rapport au temps et à l'espace vérifiées par  $u_i$  sur le domaine  $0 \le x \le L_i$ ,  $0 \le y \le B_i$ , de conditions aux limites (appuyé-appuyé) exprimées sur les bords du domaine et de conditions initiales nulles à l'instant t = 0. Sur l'espace nous avons un opérateur un bilaplacien d'ordre quatre et sur le temps, c'est une dérivée seconde d'ordre deux. Le second membre est la somme des champs de pression de contact et de pesanteur. Plus formellement, le problème posé s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} D_{i}\Delta^{2}u_{i}(t,x,y) + c_{i}\frac{\partial u_{i}}{\partial t}(t,x,y) + m_{i}\frac{\partial^{2}u_{i}}{\partial t^{2}}(t,x,y) = f_{i}(t,x,y) + p_{i}(x,y) \\ u_{i}(0,x,y) = \frac{\partial u_{i}}{\partial t}(0,x,y) = 0 \\ u_{i}(t,0,y) = \partial^{2}_{x}u_{i}(t,0,y) = u_{i}(t,L_{i},y) = \partial^{2}_{x}u_{i}(t,L_{i},y) = 0 \\ u_{i}(t,x,0) = \partial^{2}_{y}u_{i}(t,x,0) = u_{i}(t,x,B_{i}) = \partial^{2}_{y}u_{i}(t,x,B_{i}) = 0 \\ f_{i}(t,x,y) = \mathcal{F}(u_{0},u_{1},\dot{u}_{0},\dot{u}_{1}) \end{cases}$$
(3.5)

où  $x \in [0, L_i], y \in [0, B_i]$  et  $t \in [0, T]$  (T est la durée de simulation).  $D_i$  est la rigidité en flexion,  $\Delta$  le laplacien,  $\Delta^2$  le bilaplacien,  $u_i(t, x, y)$  le déplacement transversal,  $c_i$  le coefficient de viscosité,  $m_i$  la masse par unité de surface,  $p_i(x, y)$  le champ de pression extérieure (quantité supposée connue) et  $f_i(t, x, y)$  le champ de pression de contact (quantité inconnue).

Il est déterminé par la loi de contact dont l'expression la plus générale est :

$$f_i = \mathcal{F}(u_0, u_1, \dot{u_0}, \dot{u_1}) = K\delta_i^n + \chi\delta_i^m \dot{\delta}_i$$
(3.6)

On précisera plus loin les valeurs des différents paramètres. Pour une plaque isotrope, on a :

$$D_i = \frac{E_i e_i^3}{12(1-\nu_i^2)} \tag{3.7}$$

où  $E_i$  est le module de Young,  $e_i$  l'épaisseur de la plaque et  $\nu_i$  le coefficient de Poisson.

Les conditions aux limites du problème (3.5) sont des conditions d'appuis simples c'est à dire de déflexion nulle et moment de flexion nul. Or l'expérience a été menée avec une plaque

suspendue c'est à dire avec des conditions de bords libres. Ceci constitue donc une approximation du modèle dictée par le fait que les modes d'une plaque libre ne sont pas exprimables analytiquement. Cependant, comme nous allons le voir, le point important pour la réponse du bruit de frottement est que le nombre de modes reste le même. De plus la différence entre les modes libre-libre et simplement appuyé n'impactera que les basses fréquences de la réponse.

La résolution du problème posé (3.5) reviendrait à discrétiser le bilaplacien par différence centrée. Cela conduirait à réaliser un maillage de l'ordre du dixième de la longueur d'onde acoustique de la plaque. Or, cette longueur d'onde pour le résonateur vaut 16 cm pour 1 kHz ce qui correspond donc à un pas spatial de 1,6 mm. Par contre, le problème de contact requiert la discrétisation à l'échelle des aspérités de l'ordre de 20  $\mu$ m. Discrétiser le bilaplacien avec un maillage de 20  $\mu$ m conduirait à une quantité de calcul excessive. Pour contourner cette difficulté, nous allons utiliser une approche modale qui consiste à projeter l'équation aux dérivées partielles dans la base modale.

#### 3.1.3 Décomposition modale

Pour résoudre le problème différentiel posé précédemment, on effectue une projection modale. Pour cela, la première étape consiste à déterminer les modes propres et les fréquences propres :

$$\begin{aligned}
& D_i \Delta^2 \psi_{i,k}(x,y) = m_i \omega_{i,k}^2 \psi_{i,k}(x,y) \\
& \psi_{i,k}(0,y) = \psi_{i,k}(x,0) = \psi_{i,k}(L_i,y) = \psi_{i,k}(0,B_i) = 0 \\
& \partial_x^2 \psi_{i,k}(0,y) = \partial_x^2 \psi_{i,k}(L_i,y) = \partial_y^2 \psi_{i,k}(x,0) = \partial_y^2 \psi_{i,k}(x,B_i) = 0
\end{aligned}$$
(3.8)

où  $\omega_{i,k}$  est la pulsation propre du k-ième mode.

A chaque instant t, on peut développer le déplacement transversal  $u_i$  dans la base modale :

$$u_i(t, x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} U_{i,k}(t)\psi_{i,k}(x, y)$$
(3.9)

où  $k = 0, 1, 2, ..., U_{i,k}$  est la k-ième amplitude modale et  $\psi_{i,k}$  la déformée modale du mode k de la plaque *i* sans contact.  $U_{i,k}$  dépend des efforts extérieurs alors que  $\psi_{i,k}$  ne dépend que des propriétés structurales et géométriques des solides.

Les modes  $\psi_{i,k}$  de la plaque *i* sont orthogonaux et normés de sorte que,

$$\int_{0}^{L_{i}} \int_{0}^{B_{i}} \psi_{i,k}(x,y)\psi_{i,l}(x,y) \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \delta_{kl}$$

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1 & \mathrm{si} \ k = l \\ 0 & \mathrm{si} \ k \neq l \end{cases}$$
(3.10)

оù

Pour des conditions aux limites simplement appuyées aux quatre extrémités de la plaque, l'expression des modes propres et celle des pulsations propres sont données respectivement par :

$$\psi_{i,p,q}(x,y) = \frac{2}{\sqrt{L_i B_i}} \sin\left(p\frac{\pi}{L_i}x\right) \sin\left(q\frac{\pi}{B_i}y\right)$$
(3.11)

 $\operatorname{et}$ 

$$\omega_{i,p,q} = \sqrt{\frac{D_i}{m_i} \left[ \left(\frac{p\pi}{L_i}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{B_i}\right)^2 \right]}$$
(3.12)

où  $p=1,2,\ldots$  et  $q=1,2,\ldots$ 

L'équation modale du mouvement (3.13) obtenue après la projection est une équation différentielle d'ordre deux de l'amplitude modale :

$$\sum_{k=0}^{\infty} m_i \omega_{i,k}^2 U_{i,k}(t) \psi_{i,k}(x,y) + c_i \frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=0}^{\infty} U_{i,k}(t) \psi_{i,k}(x,y) + m_i \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{k=0}^{\infty} U_{i,k}(t) \psi_{i,k}(x,y) = f_i(t,x,y) + p_i(x,y) \quad (3.13)$$

qui devient,

$$\sum_{k=0}^{\infty} m_i \omega_{i,k}^2 U_{i,k}(t) \psi_{i,k}(x,y) + c_i \sum_{k=0}^{\infty} \dot{U}_{i,k}(t) \psi_{i,k}(x,y) + m_i \sum_{k=0}^{\infty} \ddot{U}_{i,k}(t) \psi_{i,k}(x,y) = f_i(t,x,y) + p_i(x,y)$$
(3.14)

En multipliant les deux membres de l'équation (3.14) par un mode propre quelconque  $\psi_{i,l}(x, y)$  et en intégrant chaque membre de l'équation sur la surface de la plaque, on obtient, en utilisant la propriété d'orthogonalité (3.10) :

$$m_i \ddot{U}_{i,k}(t) + c_i \dot{U}_{i,k}(t) + m_i \omega_{i,k}^2 U_{i,k}(t) = F_{i,k}(t) + P_{i,k}$$
(3.15)

où  $F_{i,k}(t)$  est la force modale de contact définie par :

$$F_{i,k}(t) = \int_0^{L_i} \int_0^{B_i} f_i(t, x, y) \psi_{i,k}(x, y) \, \mathrm{d}x \mathrm{d}y \tag{3.16}$$

et  $P_{i,k}$  est la force modale extérieure

$$P_{i,k} = \int_0^{L_i} \int_0^{B_i} p_i(x, y) \psi_{i,k}(x, y) \, \mathrm{d}x \mathrm{d}y \tag{3.17}$$

En introduisant les paramètres modaux dont l'amortissement modal  $2m_i\zeta_{i,k}\omega_{i,k} = c_i$ , on aboutit à une nouvelle formulation du problème posé en (3.5) comme suit :

$$\begin{cases} m_i \bigg( \ddot{U}_{i,k}(t) + 2\zeta_{i,k}\omega_{i,k}\dot{U}_{i,k}(t) + \omega_{i,k}^2 U_{i,k}(t) \bigg) = F_{i,k}(t) + P_{i,k} \\ U_{i,k}(0) = \dot{U}_{i,k}(0) = 0 \end{cases}$$
(3.18)

Les équations modales sont résolues à l'aide de deux outils numériques que sont : le schéma numérique d'intégration temporelle pour déterminer l'amplitudes modale, la vitesse modale et l'accélération modale et l'algorithme de contact pour déterminer la force modale de contact  $F_{i,k}(t)$  (3.16).

## 3.1.4 Schéma de contact

#### Profils maître et esclave

Les nœuds des profils supérieur et inférieur ne coïncident pas en général. Leur décalage provient du glissement horizontal  $V\tau$  à chaque pas de temps qui peut être plus petit qu'un pas

spatial  $\Delta x$ , mais aussi de éventuellement de la différence entre les pas spatiaux supérieur et inférieur  $\Delta x_0 \neq \Delta x_1$ . Pour déterminer les pressions de contact aux nœuds, on choisit un profil que l'on appelle profil esclave. Puis, on teste chaque nœud du profil esclave pour savoir s'il vient indenter le profil antagoniste appelé profil maître. Par convention, on choisit pour profil esclave le solide supérieur et pour profil maître le solide inférieur. L'indentation s'effectue en général à l'intérieur d'une maille du profil maître.

#### Zone de contact

La fenêtre de contact illustrée figure 3.3 est constituée de l'ensemble des nœuds du profil esclave dont la projection verticale est située à l'intérieur du patch maître. Seuls ces nœuds sont susceptibles d'entrer en contact. Il s'agit donc de les déterminer tous.



FIGURE 3.3 – Fenêtre de contact.  $(\Delta + w_0)$  l'abscisse du nœud le plus à gauche du profil esclave.  $\Delta x$  distance entre deux nœuds esclaves,  $N_0 - 1$  dernier nœud esclave  $(N_0, \text{ nombre de} nœuds esclaves)$ .  $w_1$  l'abscisse du nœud le plus à gauche du profil maître.  $d_1$  distance entre deux nœuds maîtres,  $N_1 - 1$  dernier nœud maître  $(N_1, \text{ nombre de nœuds esclaves})$ .

On recherche le premier nœud esclave situé à droite du nœud maître le plus à gauche (nœud 0) ainsi que le dernier nœud esclave situé à gauche du nœud maître le plus à droite (nœud  $N_1 - 1$ ).

Soit un nœud n du profil esclave,  $\Delta x$  la distance entre deux nœuds esclaves et  $N_0$  le nombre de nœuds esclaves. L'abscisse du nœud n est  $\Delta + w_0 + n\Delta x$ , où  $\Delta$  est le décalage entre le bord gauche du profil maître et celui du profil esclave,  $w_0$  est l'abscisse du nœud le plus à gauche du profil esclave (figure 3.3). De même, l'abscisse du nœud le plus à gauche du profil maître est  $w_1$  et celle du nœud le plus à droite est  $w_1 + (N_1 - 1)d_1$ ,  $d_1$  est la distance entre deux nœuds maîtres et  $N_1$  le nombre de nœuds. La projection du nœud n du profil esclave est dans le patch maître si et seulement si,

$$\Delta + \mathbf{w}_0 + n\Delta x \ge \mathbf{w}_1 \tag{3.19}$$

$$\Delta + w_0 + n\Delta x \le w_1 + (N_1 - 1)d_1 \tag{3.20}$$

Pour déterminer l'ensemble des nœuds, on recherche le plus petit indice n qui vérifie la condition (3.19). Cet indice est noté  $n_{\min}$ .

$$n_{\min} = \max(\operatorname{ceil}[\mathbf{w}_1/\Delta x - (\Delta + \mathbf{w}_0)/\Delta x], 0)$$
(3.21)

où ceil(x) est défini comme étant le plus petit entier supérieur ou égal à x. De même, on cherche le plus grand indice  $n_{\max}$  qui vérifie la condition (3.20),

$$n_{\max} = \min(\text{floor}[(\mathbf{w}_1 + (N_1 - 1)d_1)/\Delta x - (\Delta + \mathbf{w}_0)/\Delta x], N_0 - 1)$$
(3.22)

où floor(x) est défini comme étant le plus grand entier inférieur ou égal à x.

Les nœuds situés dans la fenêtre vérifient :

$$n_{\min} \le n \le n_{\max} \tag{3.23}$$

Par définition, on a  $n_{\min} \ge 0$  et  $n_{\max} \le N_0 - 1$ . Cependant, on peut avoir  $n_{\min} > N_0 - 1$  ou  $n_{\max} < 0$ . Il se peut donc que  $n_{\min} \ge n_{\max}$  auquel cas la fenêtre est vide.

#### Algorithme maître/esclave

L'algorithme maître/esclave consiste à rechercher si un nœud esclave entre en contact avec une maille maître. Il faut donc calculer la distance entre le nœud esclave et la maille maître. Pour cela, il faut une formule d'interpolation pour calculer l'altitude de la maille maître sous le nœud esclave.

$$h(\zeta, \chi) = \sum_{r=0}^{1} \sum_{p=0}^{1} \alpha_r(\zeta) \alpha_p(\chi) h_{i+r,j+p}$$
(3.24)

où  $h(\zeta, \chi)$  est l'altitude interpolée et  $h_{i+r,j+p}$  la valeur de la fonction h (qui est tour à tour  $h_1$ ,  $u_1$  et  $\dot{u}_1$ ) au nœud (i+r, j+p).

Les fonction d'interpolation sont :

$$\alpha_0(\zeta) = 1 - \zeta \tag{3.25}$$

$$\alpha_1(\zeta) = \zeta \tag{3.26}$$

La détection du contact dans le code Ra3D peut se faire soit en one pass soit en two pass. En one pass, on fixe le profil esclave et le profil. Le schéma est donc une dissymétrie au sens où les deux profils ne jouent pas le même rôle. En two pass, la détection du contact se fait en deux temps en inversant le rôle du profil esclave et du profil maître.

#### Algorithme de pénalité

Le principe de l'algorithme représenté figure 3.4 consiste à autoriser une pénétration  $\delta_0$  de deux surfaces. Plus la pénétration est importante, plus la pression de contact est importante. On introduit un ressort fictif dans le contact et la pression est calculée à l'aide de la loi de contact :

$$f_0 = K\delta_0^n + \chi\delta_0^m \dot{\delta}_0 \tag{3.27}$$

où  $f_0$  est la pression de contact, n et m sont des constantes, K la raideur de contact,  $\delta_0$  la pénétration admise,  $\chi$  l'amortissement,  $\dot{\delta_0}$  la vitesse de pénétration. L'algorithme repose sur



FIGURE 3.4 – Principe de la méthode de pénalisation.  $f_0$  représente la pression de contact et  $\delta_0$  la légère pénétration admise.

une dissymétrie du rôle joué par les profils. On choisit le profil esclave (glisseur) pour lequel la condition de contact est testée en chacun de ses nœuds. Considérons un nœud esclave d'indices k et l. Sa position projetée sur le profil maître appartient à la maille (i, j) (voir figure 3.5). On note  $(\zeta, \chi)$  les coordonnées locales normalisées du nœud esclave dans la maille maître. La pénétration au nœud esclave vaut :

$$\delta_0 = \mathbf{H}[h_{0,k,l} + u_{0,k,l} + h_1(\zeta, \chi) + u_1(t, \zeta, \chi) - \Delta_z]$$
(3.28)

et la vitesse de pénétration

$$\delta_0 = \dot{u}_{0,k,l} + \dot{u}_1(t,\zeta,\chi) \tag{3.29}$$

où  $f(\zeta, \chi)$  est déterminée par une interpolation linéaire suivant la formule suivante :

$$f(\zeta, \chi) = \sum_{r=0}^{1} \sum_{p=0}^{1} \alpha_r(\zeta) \alpha_p(\chi) f_{i+r,j+p}$$
(3.30)

avec

$$\alpha_0(\zeta) = 1 - \zeta \tag{3.31}$$

$$\alpha_1(\zeta) = \zeta \tag{3.32}$$

La pression  $f_0$  qui s'applique sur le nœud esclave est déterminée par la loi de contact. Elle



FIGURE 3.5 – Position projetée du nœud esclave dans la maille maître.

induit une réaction sur les quatre nœuds du profil maître. Celles-ci sont déterminées par deux conditions. La somme des réactions est égale à l'action (troisième loi de Newton). Les moments des réactions induits au nœud esclave sont nuls. Les réactions sont déterminer par interpolation linéaire :

$$f_{1,i+r,j+p} = \alpha_r(\zeta)\alpha_p(\chi)f_0 \tag{3.33}$$

avec  $0 \le r \le$ ,  $0 \le r \le$ 

#### Schéma d'intégration temporelle

Le choix du schéma d'intégration temporelle est à la fois guidé par l'optimisation du temps CPU pour la simulation numérique et par la précision. Le schéma choisi est la méthode des différences centrées. Il s'agit du schéma de Verlet [152] adapté avec une force de dissipation visqueuse. Ce schéma est explicite à deux pas de temps ( $U_{t+1}$  est exprimée en fonction de  $U_t$  et  $U_{t-1}$ ), consistant d'ordre deux et conditionnellement stable avec une norme égale à un pour les racines de l'équation caractéristique, le schéma est donc convergent. Il n'y a pas de dissipation numérique [9].

$$\begin{cases} \dot{U}_{t,i,k} = \frac{U_{t+1,i,k} - U_{t-1,i,k}}{2\tau} \\ \ddot{U}_{t,i,k} = \frac{U_{t+1,i,k} - 2U_{t,i,k} + U_{t-1,i,k}}{\tau^2} \end{cases}$$
(3.34)

où  $\dot{U}_{t,i,k}$  est la vitesse modale à l'instant t,  $\ddot{U}_{t,i,k}$  l'accélération modale à l'instant t et  $\tau$  est le pas temporel. En remplaçant les vitesses  $\dot{U}_{t,i,k}$  et les accélérations  $\ddot{U}_{t,i,k}$  dans l'équation du mouvement (3.18), on obtient :

$$U_{t+1,i,k}\left[\frac{1}{\tau^2} + \frac{\zeta_{i,k}\omega_{i,k}}{\tau}\right] = U_{t,i,k}\left[\frac{2}{\tau^2} - \omega_{i,k}^2\right] + U_{t-1,i,k}\left[-\frac{1}{\tau^2} + \frac{\zeta_{i,k}\omega_{i,k}}{\tau}\right] + \frac{F_{t,i,k}}{m_i} + \frac{P_{i,k}}{m_i}$$
(3.35)

On obtient en définitive une relation de récurrence :

$$U_{t+1,i,k} = a_{i,k}U_{t,i,k} + b_{i,k}U_{t-1,i,k} + c_{i,k}F_{t,i,k}$$
(3.36)

avec :

$$a_{i,k} = \frac{\frac{2}{\tau^2} - \omega_{i,k}^2}{\frac{1}{\tau^2} + \frac{\zeta_{i,k}\omega_{i,k}}{\tau}}$$
(3.37)

$$b_{i,k} = \frac{-\frac{1}{\tau^2} + \frac{\zeta_{i,k}\omega_{i,k}}{\tau}}{\frac{1}{\tau^2} + \frac{\zeta_{i,k}\omega_{i,k}}{\tau}}$$
(3.38)

 $\operatorname{et}$ 

$$c_{i,k} = \frac{1}{m_i \left(\frac{1}{\tau^2} + \frac{\zeta_{i,k}\omega_{i,k}}{\tau}\right)}$$
(3.39)

Lorsque  $F_{t,i,k} = 0$  et  $\zeta_{i,k} = 0$ , les valeurs propres de ce schéma sont :

$$1 - \frac{(\tau\omega_{i,k})^2}{2} \pm i \frac{\tau\omega_{i,k}}{2} \sqrt{4 - (\tau\omega_{i,k})^2}$$
(3.40)

Le schéma aux différences centrées est stable lorsque la partie réelle des valeurs propres est strictement positive. Soit :

$$1 - \frac{(\tau\omega_{i,k})^2}{2} > 0 \tag{3.41}$$

d'où le critère de stabilité :

$$\tau < \frac{\sqrt{2}}{\omega_{\max}} \tag{3.42}$$

où  $\omega_{\max} = \max \omega_{i,k}$  est la plus grande pulsation.

#### Algorithme général du code Ra3D

La chaîne de calcul du code Ra3D est résumée dans le diagramme figure 3.6. L'algorithme débute par l'intégration temporelle avec le calcul des amplitudes et des vitesses modales. La synthèse modale qui suit l'intégration temporelle permet d'effectuer le calcul du champ de déformation et de vitesse vibratoire. L'étape suivante est la détection du contact aux nœuds esclaves et du calcul de la pénétration. Elle est suivie par l'application de la loi de contact aux nœuds nœuds esclaves et du calcul des réactions aux nœuds maîtres. L'étape de décomposition modale permet de calculer les forces modales à partir du champ de pression de contact déterminé précédemment. Le calcul de la position du glisseur dans le plan horizontal ferme la boucle.



FIGURE 3.6 – Diagramme de la chaîne de calcul du code Ra3D.

## 3.1.5 Recalage des paramètres des lois de contact

Nous allons utiliser trois lois pour déterminer les pressions de contact. Il s'agit de l'algorithme de pénalité, de la loi de contact de Kelvin-Voigt et de celle de Hunt-Crossley. Les trois lois dépendent des paramètres que sont la raideur de contact K et l'amortissement  $\chi$ .

Le recalage des paramètres K et  $\chi$  se fait à partir de la densité spectrale de puissance de la vitesse vibratoire mesurée dans la partie stationnaire (voir figure 3.7). La première partie du spectre est constante jusqu'à la fréquence de coupure  $f_c = 1000$  Hz. La seconde partie présente une décroissance de 30 dB/décade du niveau vibratoire au delà de 1000 Hz. La détermination de la valeur de la raideur de contact K se fait en comparant les spectres simulés, pour différentes valeurs de K, à celui de l'étude expérimentale. La valeur de K retenue sera celle qui permet de retrouver une fréquence de coupure à 1000 Hz. La recherche de l'amortissement  $\chi$  dans le contact se fait avec le niveau vibratoire correspondant aux résultats expérimentaux pour une vitesse de glissement donnée. Cela revient à faire varier  $\chi$  et à vérifier le niveau vibratoire simulé. La valeur de  $\chi$  retenue sera celle dont le niveau vibratoire est égal au niveau vibratoire expérimental de 127 dB pour une vitesse de glissement de 100 mm/s et pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm.



FIGURE 3.7 – Densité spectrale de la vitesse vibratoire expérimentale en un point du résonateur. Vitesse de glissement 100 mm/s. Fréquence de coupure retenue est de  $f_c = 1000$  Hz. Niveau vibratoire  $L_v = 127$  dB.

#### Paramètre de l'algorithme de pénalité

L'algorithme de pénalité est défini par une loi de la forme :

$$f = K\delta \tag{3.43}$$

où f est en N/m<sup>2</sup>, K en N/m<sup>3</sup>,  $\delta$  en m.

Considérons le modèle simplifié présenté figure 3.8 où m est la masse du glisseur et k est la raideur du contact glisseur/résonateur. La fréquence de coupure  $f_c$  issue du spectre de la vitesse vibratoire (voir figure 3.7) peut être exprimée en fonction de m et k:

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3.44}$$

donc :

$$k = m(2\pi f_c)^2 \tag{3.45}$$

La fréquence de coupure est égale à 1000 Hz et les glisseurs ont pour masses respectives 15,6, 31,2 et 62,4 g. On obtient une valeur de k comprise entre  $0, 6 \times 10^6$  et  $2 \times 10^6$  N/m. Cette raideur est répartie sur une surface S = 4 cm<sup>2</sup>. En définitive la raideur de contact K pour toute la surface de contact est donnée par :

$$K = \frac{k}{S} \tag{3.46}$$

K est donc comprise entre  $1, 5 \times 10^9$  et  $6, 2 \times 10^9$  N/m<sup>3</sup>.

La surface de contact, qu'on notera  $S_c$ , dans le code Ra3D vaut :

$$S_c = 5 \times \Delta x \times \Delta y \tag{3.47}$$

où 5 est le nombre de spots,  $\Delta x$  et  $\Delta y$  sont les tailles des mailles dans les directions x et x. Pour l'étude,  $\Delta x = \Delta y = 20 \ \mu \text{m}$  et donc  $S_c = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ . On obtient des valeurs de K comprises entre  $3, 1 \times 10^{14}$  et  $1, 2 \times 10^{15} \text{ N/m}^3$ . En définitive, on aboutit à l'encadrement de K ci-dessous :

$$10^9 < K < 10^{16} \tag{3.48}$$



FIGURE 3.8 – Modélisation du contact glisseur/résonateur. m est la masse du glisseur et k la raideur.

A partir de l'encadrement obtenu précédemment (3.48), la suite consiste à rechercher la meilleure valeur de K pour  $f = K\delta$  par simulation numérique à l'aide du code Ra3D. Des exemples de spectres simulés pour différentes valeurs de K (10<sup>10</sup>, 10<sup>13</sup> et 10<sup>15</sup> N/m<sup>3</sup>) et pour une vitesse de glissement de 100 mm/s sont présentés figure 3.9. Les différentes valeurs de K et les fréquences de coupure associées sont présentées tableau 3.1. La raideur de contact correspondant à la fréquence de coupure de 1000 Hz est  $K = 10^{13}$  N/m<sup>3</sup> pour une vitesse de glissement de 100 mm/s. Cette fréquence de coupure est égale à celle de l'étude expérimentale pour la même vitesse de glissement.

TABLEAU 3.1 – Fréquence de coupure pour différentes valeurs de raideur de contact. Algorithme de pénalité.

$K (\rm N/m^3)$	$10^{9}$	$10^{10}$	$10^{11}$	$10^{13}$	$10^{15}$
$f_c$ (Hz)	500	900	900	1000	2000

Un exemple de vitesse vibratoire simulée et le spectre associé pour  $K = 10^{13}$  N/m<sup>3</sup> est présenté figure 3.10. Il montre clairement l'absence d'un régime stationnaire et un niveau vibratoire élevé en contradiction avec les résultats expérimentaux. En effet, le niveau vibratoire simulé pour une vitesse de glissement de 100 mm/s en régime transitoire vaut 138 dB contre 127 dB en moyenne pour la mesure expérimentale. Les résultats obtenus à partir de l'algorithme de pénalité sont donc insuffisants pour déterminer les pressions de contact, car il est impossible d'ajuster le niveau vibratoire.

#### Paramètres de la loi de contact Kelvin-Voigt

La loi de contact proposée par Kelvin-Voigt est de la forme :

$$f = K\delta + \chi \dot{\delta} \tag{3.49}$$

où f est en N/m<sup>2</sup>, K en N/m<sup>3</sup>,  $\delta$  en m,  $\chi$  en N.s/m<sup>3</sup> et  $\dot{\delta}$  en m/s.

L'algorithme de pénalité a permis de déterminer la valeur de K qui est égale à  $10^{13}$  N/m<sup>3</sup>. Il faut à présent déterminer celle de l'amortissement  $\chi$  pour définir complètement la loi Kelvin-Voigt (équation 3.49). L'amortissement dans le contact lors du glissement agit sur le niveau vibratoire en décibels. La recherche de  $\chi$  se fera donc avec un niveau vibratoire compris entre 126,11 et 127,48 dB correspondant aux résultats expérimentaux pour une vitesse de glissement de 100 mm/s.

Les résultats présentée figure 3.11 montrent que pour  $\chi = 10^7$  N.s/m<sup>3</sup>, le niveau vibratoire simulé dans la partie stationnaire est égal à 138,34 dB. Lorsque  $\chi = 10^{12}$  N.s/m<sup>3</sup>, l'évolution



FIGURE 3.9 – Densités spectrales de puissance de la vitesse vibratoire simulées pour différentes valeurs de K,  $10^{10}$ ,  $10^{13}$  et  $10^{15}$  N/m<sup>3</sup>. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s. Algorithme de pénalité.



FIGURE 3.10 – Exemple de vitesse vibratoire simulée. Loi de contact  $f = K\delta$ ,  $K = 10^{13} \text{ N/m}^3$ . Gauche, évolution temporelle de la vitesse vibratoire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimension  $20 \times 20 \times 10 \text{ mm}$ . Rugosité  $17 \,\mu\text{m}$ . Vitesses de glissement 100 mm/s.

temporelle de la vitesse vibratoire est instable avec une absence de régime stationnaire pour. Les valeurs de  $\chi$  utilisées pour cinq simulations numériques directes sont présentées tableau 3.2. Celle de  $\chi$  correspondant au niveau vibratoire expérimental est  $\chi = 6 \times 10^8 \,\text{N.s/m}^3$ .



FIGURE 3.11 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée. Droite, densité spectrale de puissance dans la partie stationnaire. L<sub>v</sub> niveau vibratoire dans le régime stationnaire. Raideur de contact  $10^{13}$  N/m<sup>3</sup>. Facteurs d'amortissement  $\chi \ 10^7$  N.s/m<sup>3</sup>,  $6 \times 10^8$  N.s/m<sup>3</sup> et  $10^{12}$  N.s/m<sup>3</sup>. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s. Loi de Kelvin-Voigt.

En définitive, la loi de contact de Kelvin-Voigt pour la suite des simulations, avec les valeurs de K et de  $\chi$  déterminées précédemment, est donnée par :

$$f = -10^{13} \ \delta - 6 \times 10^8 \ \dot{\delta} \tag{3.50}$$

où f est en N/m<sup>2</sup>,  $\delta$  en m et  $\dot{\delta}$  en m/s.

TABLEAU 3.2 – Valeurs de  $\chi$  de la loi de contact de Kelvin-Voigt pour  $K = 10^{13}$  N/m<sup>3</sup> et les niveaux vibratoires correspondants.  $\chi = 6 \times 10^8$  N.s/m<sup>3</sup> pour un niveau vibratoire correspondant au niveau vibratoire expérimental compris entre 126,11 et 127,48 dB.

$\chi ~({\rm N.s/m^3})$	$10^{7}$	$10^{8}$	$3 \times 10^8$	$6 imes 10^8$	$10^{10}$
$L_v (dB)$	138,34	134,40	130,97	$126,\!94$	117,20

#### Paramètres de la loi de contact de Hunt-Crossley

La troisième loi qui est celle de Hunt-Crossley [77] est de la forme :

$$f = K\delta^{3/2} + \chi\delta^{3/2} \dot{\delta} \tag{3.51}$$

où f est en N/m<sup>2</sup>, K en N/m<sup>7/2</sup>,  $\delta$  en m,  $\chi$  en Ns/m<sup>9/2</sup> et  $\dot{\delta}$  en m/s. Les spectres simulés pour différentes valeurs de raideur de contact (10<sup>14</sup>, 10<sup>15</sup>, 10<sup>16</sup>, 10<sup>18</sup> et 10<sup>18</sup> N/m<sup>7/2</sup>) et pour  $\chi = 10^{17}$  Ns/m<sup>9/2</sup> sont présentés figure 3.12.

Les différentes valeurs de K correspondant aux spectres simulés pour la loi de Hunt-Crossley sont présentées tableau 3.3. La raideur de contact correspondant à la fréquence de coupure de 1000 Hz est  $K = 10^{16} \text{ N/m}^{7/2}$  pour une vitesse de glissement de 100 mm/s. La fréquence de coupure est égale à celle de l'étude expérimentale pour la même vitesse de glissement. Dans

TABLEAU 3.3 – Couples de valeurs, raideur de contact et fréquence de coupure. Pour  $K = 10^{16} \text{ N/m}^{7/2}$ , la fréquence de coupure retenue est de 1000 Hz. Loi de Kelvin-Voigt.

$K (\mathrm{N/m^{7/2}})$	$10^{14}$	$10^{15}$	$10^{16}$	$10^{17}$	$10^{18}$
$f_c(\mathrm{Hz})$	400	1025	1000	2000	3500

la littérature, plusieurs auteurs proposent des formules qui établissent une relation entre la raideur de contact K et le facteur d'amortissement  $\chi$  (voir **annexe 6**). Ces formules prennent en compte le coefficient de restitution  $c_r$  et la vitesse initiale de contact dans la direction normale  $\dot{\delta}_0$  estimée à l'aide de la relation ci-dessous :

$$L_{\rm v} = 20 \log_{10} \left( \frac{\dot{\delta}_0}{v_{\rm ref}} \right) \tag{3.52}$$

où  $v_{\rm ref} = 10^{-9}$  m/s est la vitesse de référence. Pour L<sub>v</sub> = 127 dB (correspondant à une vitesse de glissement de 100 mm/s),  $\dot{\delta_0} \approx 0,002$  m/s.

Le tableau 3.4 donne les valeurs de  $\chi$  obtenues selon les formules des auteurs pour une raideur de contact  $K = 10^{16}$  N/m<sup>7/2</sup>, un coefficient de restitution  $c_r$  variant de 0,3 à 0,9 et une vitesse initiale de contact  $\delta_0 \approx 0,002$  m/s. Ces valeurs sont toutes comprises entre  $10^{15}$  et  $10^{20}$  N/m<sup>9/2</sup>. Cependant, nous allons faire une détermination plus précise de  $\chi$  par la même procédure numérique que pour la loi de Kelvin-Voigt. Il s'agit de rechercher la valeur de  $\chi$  pour laquelle le niveau vibratoire simulé est proche 127 dB (niveau vibratoire mesuré à la vitesse de glissement de 100 mm/s).

Les figures 3.13 et 3.14 présentent les résultats de plusieurs simulations correspondant à différentes valeurs de  $\chi$  : 10<sup>16</sup>, 10<sup>17</sup> et 3 × 10<sup>17</sup> N.s/m<sup>9/2</sup> (figure 3.13), 4 × 10<sup>17</sup> et 10<sup>18</sup> N.s/m<sup>9/2</sup> (figure 3.14).



FIGURE 3.12 – Densités spectrales de puissance de la vitesse vibratoire simulées pour différentes valeurs de K (10<sup>15</sup>, 10<sup>16</sup> et 10<sup>17</sup> N/m<sup>7/2</sup>). Amortissement  $\chi = 10^{17}$  Ns/m<sup>9/2</sup>. Glisseur de dimensions 20 × 20 × 10 mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

Le tableau 3.5 présente différentes valeurs de  $\chi$  et les niveaux vibratoires en décibels associés. La valeur du facteur d'amortissement de la loi définie par l'expression (3.51) est  $\chi = 3 \times 10^{17} \text{ N.s/m}^{9/2}$ .

Le coefficient de restitution correspondant à la valeur de  $\chi$  (voir tableau 3.4) est  $c_r = 0, 5$ . Cette valeur est faible au regard comparée au coefficient de restitution acier-acier de 0,8 couramment cité dans la littérature. Cependant, il faut remarquer que cette valeur de 0,8 est établie avec des solides au moins centimétriques et des vitesses d'impact elles-mêmes centimétriques. Elles impliquent une pénétration profonde d'une sphère contre sa cible selon le modèle du contact de Hertz. Dans notre cas, les chocs sont réalisés à l'échelle des aspérités de surface qui sont micrométriques dans une configuration plan-plan. Des micro-glissements ont lieu au niveau des aspérités. Ceux-ci génèrent une dissipation interfaciale plus importante que la dissipation volumique [11]. La loi de Hunt-Crossley (équation 3.51) est en définitive de le forme :

$$f = -10^{16} \delta^{3/2} - 3 \times 10^{17} \delta^{3/2} \dot{\delta}$$
(3.53)

où f est en N/m<sup>2</sup>,  $\delta$  en m et  $\dot{\delta}$  en m/s.

On observe que les valeurs de la raideur de contact K et du facteur d'amortissement  $\chi$  dépendent de la loi de contact utilisée pour modéliser la pression de contact. Plusieurs lois de contact peuvent donc être utilisées pour définir les pressions de contact.

TABLEAU 3.4 – Valeurs de $\chi$ pour $K = 10^{16}$ N/m <sup>7/2</sup> obtenues par le calcul pour différentes
lois de contact. $c_r = 0, 9$ , le coefficient de restitution variant de 0,9 à 0,3 [180]. Vitesse initiale
de contact $\dot{\delta_0} \approx 0,002$ m/s.

	$\chi$ (Ns/m <sup>9/2</sup> )					
Auteur	$c_r = 0, 9$	$c_r = 0, 7$	$c_r = 0, 5$	$c_r = 0, 3$		
Herbert-McWhannell	$2,00 \times 10^{15}$	$6,00\times 10^{15}$	$1,00\times 10^{16}$	$1,40\times 10^{16}$		
Lee-Wang	$3,75 \times 10^{17}$	$1,13\times10^{18}$	$1,88\times10^{18}$	$2,63\times10^{18}$		
Lankarani-Nikravesh	$7,13 \times 10^{17}$	$1,91\times 10^{18}$	$2,81\times 10^{18}$	$3,41\times10^{18}$		
Hunt-Crossley	$7,50 \times 10^{17}$	$2,25\times 10^{18}$	$3,75\times10^{18}$	$5,25\times10^{18}$		
Hu-Guo	$8,33 \times 10^{17}$	$3,21\times 10^{18}$	$7,50\times10^{18}$	$1,75\times10^{19}$		
Flores et al.	$8,89\times10^{17}$	$3,43\times10^{18}$	$8,00\times 10^{18}$	$1,87\times 10^{19}$		
Zhiying-Qishao	$8,70 \times 10^{17}$	$3,48\times10^{18}$	$7,65\times10^{18}$	$1,38\times10^{19}$		
Gonthier et al.	$1,06 \times 10^{18}$	$3,64\times10^{18}$	$7,50\times10^{18}$	$1,52\times10^{19}$		
Gharib-Hurmuzlu	$5,56 \times 10^{18}$	$7,14\times10^{18}$	$1,00\times 10^{19}$	$1,67\times 10^{19}$		

TABLEAU 3.5 – Valeurs de  $\chi$  et les niveaux vibratoires associés de loi de contact de Hunt-Crossley pour  $K = 10^{16} \text{ N/m}^{7/2}$ .  $\chi = 3 \times 10^{17} \text{ Ns/m}^{9/2}$  pour un niveau vibratoire correspondant au niveau vibratoire expérimental (126,11 et 127,48 dB)

$\chi ({ m N.s/m^{9/2}})$	$10^{16}$	$10^{17}$	$ $ $3 imes 10^{17}$	$4 \times 10^{17}$	$10^{18}$
$L_v$ (dB)	138,76	132,59	$127,\!19$	126,00	121,61

## 3.2 Surfaces numériques

La figure 3.15 présente le schéma de la surface du résonateur à générer numériquement. Ce résonateur a les mêmes dimensions que la plaque rectangulaire utilisée pour l'étude expérimentale  $(600 \times 400 \times 4 \text{ mm})$ . La piste de glissement a été limitée à une surface rectangulaire centrée de dimensions  $460 \times 30$  mm pour réduire les ressources informatiques pour le calcul. Seule la piste sera maillée dans la simulation numérique.

## 3.2.1 Génération de surfaces numériques

Les surfaces rugueuses utilisées pour les simulations numériques ont été générées à l'aide d'un script Matlab présenté **annexe 4**. Ce script permet de générer des surfaces rugueuses aléatoires 2D isotropes. Dans un premier temps, un ensemble d'altitudes  $h_s(x, y)$  non corrélées qui suivent la loi normale est généré. Sa densité de probabilité  $p(h_s)$  suit une distribution


FIGURE 3.13 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée. Droite, densité spectrale de puissance dans la partie stationnaire. L<sub>v</sub> niveau vibratoire dans le régime stationnaire. Raideur de contact  $10^{16} \text{ N/m}^{7/2}$ . Facteurs d'amortissement  $10^{16}$  et  $3 \times 10^{17} \text{ N.s/m}^{9/2}$ . Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10 \text{ mm}$ . Rugosité 17 mum. Vitesse de glissement 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

gaussienne donnée par l'expression (3.54).

$$p(h_s) = \frac{1}{\mathrm{Rq}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{h_s^2}{2\mathrm{Rq}^2}\right)$$
(3.54)

où Rq est l'écart-type qui est aussi la rugosité moyenne quadratique. La fonction de corrélation associée est une fonction Dirac (voir figure 3.16). Puisque la surface est un bruit blanc sa fonction de corrélation est :

$$C_{h_s h_s}(x, y) = S_0 \delta(x) \delta(y) \tag{3.55}$$

Sa densité spectrale est constante et vaut  $S_{h_sh_s}(\alpha,\beta) = S_0$ . On souhaite générer une surface à corrélation gaussienne auquel cas la fonction de corrélation est :

$$C_{hh}(x,y) = \mathrm{Rq}^2 \exp[-(x^2 + y^2)/\lambda_0^2]$$
(3.56)

où  $C_{hh}(0,0) = \operatorname{Rq}^2$  est la variance de la distribution des hauteurs et  $\lambda_0$  la longueur de corrélation de la surface dans les directions x et y. C'est la distance pour laquelle la corrélation diminue d'un rapport e  $\approx 2,718$ .



FIGURE 3.14 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée. Droite, densité spectrale de puissance dans la partie stationnaire. L<sub>v</sub> niveau vibratoire dans le régime stationnaire. Raideur de contact  $10^{16} \text{ N/m}^{7/2}$ . Facteurs d'amortissement  $4 \times 10^{17}$  et  $10^{18} \text{ N.s/m}^{9/2}$ . Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 3.15 – Schéma du résonateur "numérique". R représente le point de mesure de la vitesse vibratoire. L et B sont respectivement la longueur et la largeur du résonateur.  $L_1$  et  $B_1$  sont les dimensions de la piste.



FIGURE 3.16 – Exemple de surface aléatoire gaussienne d'écart-type  $Rq = 1 \ \mu m$ . Gauche, surface  $\delta$ -corrélée. Droite, corrélation gaussienne de longueur  $\lambda = 0, 2 \ \mu m$ . De haut en bas, représentation de la surface, densité de probabilité des hauteurs, corrélation spatiale.

Pour cela, on part des valeurs non corrélées  $h_s(x, y)$  et on leur applique un filtre gaussien avec la relation :

$$h_c(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A \exp\left(-2\frac{(x-\chi)^2) + (y-\zeta)^2}{\lambda_0^2}\right) h_s(\chi,\zeta) d\chi d\zeta$$
(3.57)

où  $h_c(x,y)$  est le profil gaussien corrélé et A une constante qui a pour dimension  $L^{-2}$ . Si On choisit pour A

$$A = \frac{2\mathrm{Rq}}{\lambda_0 \sqrt{\pi S_0}} \tag{3.58}$$

alors la fonction de corrélation de  $h_s$  suit exactement la relation (3.56).

Pour calculer le produit de convolution, on détermine dans un premier temps les transformées de Fourier de  $h_s(x, y)$  et  $C(x, y) = A \exp(-2(x^2 + y^2)/\lambda_0^2)$ . Ensuite, on effectue la transformée de Fourier inverse du produit des transformées :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A \exp\left(-2\frac{(x-\chi)^2) + (y-\zeta)^2}{\lambda_0^2}\right) h_s(\chi,\zeta) \mathrm{d}\chi \mathrm{d}\zeta = TF^{-1}\left(TF[\mathcal{C}].TF[h_s]\right) \quad (3.59)$$

La transformée de Fourier d'une fonction TF[f] est donnée par :

1

$$TF[f] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i(\alpha x + \beta y)} \mathrm{d}x \mathrm{d}y = F(\alpha, \beta)$$
(3.60)

et la transformée inverse  $TF^{-1}[f]$  par :

$$TF^{-1}[F] = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\alpha, \beta) e^{i(\alpha x + \beta y)} \mathrm{d}\alpha \mathrm{d}\beta = f(x, y)$$
(3.61)

#### 3.2.2 Paramètres pour la génération des surfaces numériques

Les paramètres nécessaires pour la génération des surfaces numériques proviennent des paramètres statistiques obtenus par mesure profilométrique des surfaces rugueuses, des dimensions des résonateurs et des glisseurs. Il s'agit de la rugosité quadratique moyenne Rq = 17  $\mu$ m, de la longueur L = 600 mm et de la largeur l = 400 mm du résonateur, du côté de 20 mm du glisseur, du pas spatial  $\Delta x = 20 \ \mu m$  dans les deux directions (x, y) et la longueur de corrélation  $\lambda_0 = 80 \ \mu$ m.

Le tableau 3.6 présente les données d'entrée pour la génération des surfaces numériques. La figure 3.17 présente un exemple de surfaces numériques à différentes échelles du glisseur et de la piste obtenues par simulation avec le code Ra3D. Les surfaces sont isotropes avec des propriétés identiques à celles de l'étude expérimentale. Les surfaces numériques sont représentées numériquement par une matrice carrée de taille  $1001 \times 1001$  pour les glisseurs et par une matrice de taille  $23001 \times 1501$  pour les résonateurs. Les matrices sont converties en fichiers '\*.pro' contenant la définition des profils des surfaces numériques (voir **annexe 4**). La figure 3.18 présentent des exemples de profils de surfaces numériques de rugosités 17  $\mu$ m et le tableau 3.7 donne la taille des fichiers.

Les distributions des hauteurs correspondant aux profils présentées figure 3.18 confirment une distribution gaussienne des hauteurs avec pour valeurs moyennes de Rsk  $\approx 0$  et Rku  $\approx 3$ . Sur chaque graphe, les courbes en cloche et traits continus sont obtenus à partir d'une approximation de la distribution des hauteurs par la loi normale.

TABLEAU 3.6 – Données d'entrée pour la génération des surfaces numériques de rugosité Rq = 17  $\mu$ m, longueur L, largeur l, pas  $\Delta x$  et longueur de corrélation  $\lambda_0$ .

Paramètres	Rq	L	l	$\Delta x$	$\lambda_0$
	$(\mu m)$	(mm)	(mm)	$(\mu m)$	$(\mu m)$
Glisseur	17	20	20	20	80
Résonateur	17	460	30	20	80

TABLEAU 3.7 – Taille des surfaces numériques.

	Matrice	Taille fichier *.pro (Mo)
Glisseur	$1001 \times 1001$	5,78
Résonateur	$23001 \times 1501$	199,00

La figure 3.20 présente les fonctions de corrélation des surfaces numériques et obtenues par mesure profilométrique. On observe que les graphes se superposent avec les mêmes valeurs de longueurs de corrélation  $\lambda_0$ . Le tableau 3.8 donne les paramètres topographiques.



FIGURE 3.17 – Surfaces numériques du glisseur et de la piste obtenues par simulation avec le code Ra3D. Orange, surface du glisseur. Bleu, surface du résonateur.

TABLEAU 3.8 – Rugosité de surface et paramètres topographiques des surfaces générées numériquement. Rq est la rugosité moyenne quadratique,  $R_{Sk}$  le coefficient d'asymétrie ou skewness,  $R_{Ku}$  le coefficient d'aplatissement ou kurtosis et  $\lambda_0$  la longueur de corrélation.

Paramètres	Glis	seur	Résor	nateur
	Direction $x$	Direction $y$	Direction $x$	Direction $y$
Rq ( $\mu$ m)	$17,\!59 \pm 1,\!35$	$17,\!21 \pm 1,\!60$	$17,02 \pm 0,25$	$17,00 \pm 0,30$
$\mathrm{R}_{\mathrm{Sk}}$	$0{,}04\pm0{,}05$	$0{,}05\pm0{,}05$	$0{,}01\pm0{,}05$	$0,\!01 \pm 0,\!05$
$R_{\mathrm{Ku}}$	$3{,}07\pm0{,}40$	$3{,}03\pm0{,}30$	$2{,}98\pm0{,}10$	$2{,}99\pm0{,}10$
$\lambda_0 \; (\mu { m m})$	$84,00 \pm 10,00$	$80,00 \pm 10,00$	$78,00 \pm 10,00$	$78,00 \pm 10,00$

### 3.3 Paramètres des simulations numériques

### 3.3.1 Pas de temps

Le choix du temps joue un rôle essentiel dans la simulation et dépend de plusieurs paramètres dont la durée de collision. Le modèle figure 3.21, qui permet d'évaluer la durée de collision, présente deux solides sphériques au repos et séparés par une distance h, de masses  $m_1$  et  $m_2$ , de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$ .

La formule pour la détermination de la durée de collision  $\tau_c$  proposée par Landau est [144] :

$$\tau_c = 2,94 \left(\frac{\mu^2}{k^2 v}\right)^{1/5} \tag{3.62}$$



FIGURE 3.18 – Exemples de profils de surfaces numériques. Haut, glisseurs. Bas, résonateur. Gauche, direction x. Droite, direction y. Rugosité,  $Rq = 17 \ \mu m$ .

où  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  la masse réduite,  $v = \sqrt{2gh}$  la vitesse d'impact et où g est l'accélération de la pesanteur et  $k = (4/5D)\sqrt{(R_1R_2R_1 + R_2, \text{ avec } D = \frac{3}{4}(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2})}$ . En supposant que les solides en contact ont un rayon  $R \approx 500 \ \mu\text{m}$  (rayon moyen d'une aspérité), un module de Young E = 210 GPa, un coefficient de Poisson  $\nu = 0, 3$ , une masse m = 15, 2 g (masse du glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 5$  mm) et  $h = 10^{-4}$  m, on aboutit à une valeur de  $\tau_c \approx 10^{-4}$  s.

Le pas de temps  $\tau$  en plus d'être inférieur à la durée de collision  $\tau_c$  doit aussi permettre d'assurer la stabilité du schéma temporel par la satisfaction de la relation suivante [153] :

$$\tau \le \frac{\sqrt{2}}{2\pi f_{\max}} \tag{3.63}$$

où  $f_{\text{max}}$  qui est la fréquence maximale du plus grand mode pris en compte dans la base modale tronquée. La densité spectrale de puissance issue des mesures et qui permet de déterminer  $f_{\text{max}}$ présente un spectre plat jusqu'à environ 1 kHz et une coupure au-delà pour une vitesse de glissement de 100 mm/s. Les autres spectres sont présentés figures 2.21, 5.26, 5.27 et 5.28. A -30 dB/décade, on atteint la fréquence maximale 13,5 kHz. (figure 3.7). En remplaçant  $f_{\text{max}}$ par sa valeur dans l'expression (3.63), on obtient  $\tau \leq 1, 7.10^{-5}$  s. En définitive, le pas de temps sera fixé à  $\tau = 10^{-6}$  s pour l'ensemble des simulations.



FIGURE 3.19 – Distribution des hauteurs des aspérités des surfaces numériques correspondant aux profils figure 3.18. Haut, glisseurs. Bas, résonateur. Barres bleues, valeurs du profil numérique. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale. Rugosité, Rq = 17  $\mu$ m. Gauche, direction x. Droite, direction y.  $\sigma$ , écart-type.

### 3.3.2 Nombre de modes

Considérons une plaque rectangulaire de dimensions  $L \times B$ . Le vecteur d'onde k est un vecteur de coordonnées  $k_x$  et  $k_y$  dans le plan (x, y) défini par la surface de la plaque. A la résonance, les coordonnées du vecteur d'onde vérifient les relations ci-dessous [136] :

$$\begin{cases}
2k_x L = 2\pi p \\
2k_y B = 2\pi q
\end{cases}$$
(3.64)

où p et q sont des entiers. Ces conditions (3.64) sont vérifiées pour des conditions aux limites d'appuis simples aux extrémités.

La norme du vecteur d'onde k est donnée par :

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \tag{3.65}$$

La pulsation  $\omega$  s'exprime en fonction de k et est donnée par :

$$\omega = c_{\varphi}k \tag{3.66}$$



FIGURE 3.20 – Fonctions corrélation numérique et mesurée de la piste du résonateur et du glisseur pour une rugosité  $Rq = 17 \ \mu m$ . (a) : glisseurs,  $\lambda_0 \approx 80 \ \mu m$ , (b) : résonateurs,  $\lambda_0 \approx 80 \ \mu m$ .



FIGURE 3.21 – Modèle de collision de deux solides sphériques de rayons  $R_1$  et  $R_2$ . k la rigidité du contact. h distance entre les deux solides. v vitesse d'impact. f pression de contact.  $\tau_c$  durée de collision.

où  $c_{\varphi}$  est la vitesse de phase. En substituant successivement (3.64) et (3.65) dans (3.66), il vient :

$$\omega(p,q) = c_{\varphi} \sqrt{\left(\frac{\pi p}{L}\right)^2 + \left(\frac{\pi q}{B}\right)^2}$$
(3.67)

On cherche les couples (p,q) tels que  $\omega \leq 2\pi f_{\text{max}}$ , soit  $\omega \leq 81681 \text{ rad/s}$ .

La représentation graphique de  $\omega(p,q)$  dans le plan (p,q) illustrée figure 3.22 montre que le nombre de modes N en dessous de  $\omega$  est le nombre de couples de points (p,q) à l'intérieur du quart d'ellipse délimité par  $p \ge 0$  et  $q \ge 0$ .

Une approximation de cette surface est donnée par l'expression :

$$\left(\frac{\pi c_{\varphi}}{\omega L}\right)^2 p^2 + \left(\frac{\pi c_{\varphi}}{\omega B}\right)^2 q^2 = 1 \tag{3.68}$$



FIGURE 3.22 – Nombre de fréquences propres en dessous de la fréquence maximale pour un système à deux dimensions [136].

Le nombre de modes est ainsi donné par :

$$N(\omega) = \frac{1}{4} \times \pi \frac{\omega L}{\pi c_{\varphi}} \times \frac{\omega B}{\pi c_{\varphi}}$$
(3.69)

soit,

$$N(\omega) = \frac{LB}{4\pi}k^2 \tag{3.70}$$

La densité modale  $n(\omega)$  exprimée en fonction du nombre de modes est :

$$n(\omega) = \frac{dN}{d\omega} \tag{3.71}$$

soit,

$$n(\omega) = k \frac{LB}{2\pi} \frac{dk}{d\omega}$$
(3.72)

En introduisant la vitesse de groupe  $c_g = 2c_{\varphi}$ , soit :

$$c_g = \frac{2\omega}{k} \tag{3.73}$$

En définitive :

$$n(\omega) = \frac{S\omega}{2\pi c_p c_{\varphi}} \tag{3.74}$$

où S est la surface de la plaque rectangulaire. Cette relation établie pour une plaque rectangulaire reste valable pour toute surface de forme quelconque [136]. Pour une onde de flexion harmonique, la relation entre la pulsation de l'onde  $\omega$  et le vecteur d'onde k est :

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{\rho e}}k^2 \tag{3.75}$$

 $\rho$  est la masse volumique, e l'épaisseur de la plaque et D la rigidité de flexion définie par :

$$D = \frac{Ee^3}{12(1-\nu^2)} \tag{3.76}$$

Le nombre de modes en fonction de la pulsation est :

$$N(\omega) = \int_0^\omega n(\omega) d\omega \tag{3.77}$$

soit :

$$N(\omega) = \frac{S\omega}{4\pi} \sqrt{\frac{\rho e}{D}}$$
(3.78)

La prise en compte des caractéristiques du résonateur, notamment les dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm, le module de Young  $E = 210 \times 10^9$  Pa, la masse volumique  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ , le coefficient de Poisson  $\nu = 0, 3$ , permet d'aboutir à une valeur maximale du nombre de modes  $N \approx 257$  pour une fréquence maximale de 13,5 kHz.

Par ailleurs, on connait la suite exacte des fréquences propres issue de la relation (3.12). Le premier mode a pour fréquence 89,07 Hz et le 200<sup>e</sup> mode une fréquence de 13510,62 Hz (voir tableau 3.9). Pour l'ensemble des simulations numériques, le nombre de modes sera fixé à 200.

TABLEAU 3.9 – Classification des fréquences propres par ordre croissant.

N° mode	1	2	3		198	199	200
Fréquence (Hz)	89,07	171,28	308,31	•••	13181,76	13332,56	$13510,\!62$

#### 3.3.3 Durée de simulation

La durée de simulation est fixée selon deux critères. Le premier est l'atteinte d'un régime stationnaire et le deuxième est la présence du glisseur sur la piste à la fin du glissement. L'établissement du régime stationnaire est d'autant plus long que la vitesse de glissement est faible. La durée maximale de simulation correspond donc à la plus petite vitesse de glissement.

La durée minimale de simulation correspondant à la plus grande vitesse de glissement (500 mm/s) est limitée par la longueur de la piste du résonateur qui est 460 mm. A cette longueur, il faut soustraire la longueur du glisseur qui est 20 mm. En définitive, la distance de glissement est 440 mm et elle correspond à une durée de simulation de 0,88 s. La durée de simulation sera fixée à 0,8 s pour avoir un espace de 10 mm entre les bords gauche et droit de la piste et le glisseur au début et à la fin du glissement.

Une série de simulations dont les résultats sont présentés figure 3.23 a permis de fixer la durée de simulation pour toutes les vitesses de glissement et pour les deux lois de contact (voir tableau 3.10). La vitesse de glissement de 1 mm/s n'a pas été retenue pour les simulations numériques compte tenu du fait qu'après plusieurs jours de calcul, le régime stationnaire n'est pas observé. La limite étant fixée à 14 jours.

La figure 3.24 présente le résultat obtenu un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm.



FIGURE 3.23 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée pour rechercher une zone stationnaire. Vitesse de glissement 3 et 500 mm/s. Glisseurs  $20 \times 20 \times 5$  mm. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 3.24 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée pour rechercher une zone stationnaire. Vitesse de glissement 1 mm/s. Glisseur  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Droite, agrandissement de la zone d'extraction. Régime stationnaire non observé. Loi de Hunt-Crossley.

### 3.3.4 Pas spatial

Le pas spatial est déterminé en tenant compte de la longueur de corrélation  $\lambda_0$ . La rugosité mesurée qui sert pour les simulations est Rq = 17  $\mu$ m. La fonction de corrélation spatiale repré-

Vitesse de glissement $(mm/s)$	Durée de simulation
3	8
5	8
10	2
30	2
50	2
100	2
120	2
140	2
200	2
300	$1,\!2$
500	0,8

TABLEAU 3.10 – Durées de simulation retenues. Durée maximale, 8 s correspondant à 3 mm/s. Durée minimale 0,8 s correspondant 500 mm/s.

sentée figure 3.20 permet de fixer la longueur de corrélation  $\lambda_0 = 80 \ \mu m$ . Le pas spatial  $\Delta x$  doit être inférieur à la longueur de corrélation. Il est fixé à 20  $\mu m$  pour toutes les simulations. Cette valeur est égale au pas spatial mesuré. Les paramètres de simulation déterminés précédemment sont synthétisés tableau 3.11.  $f_s$  est la fréquence d'enregistrement des résultats en Hz.

TABLEAU 3.11 – Paramètres de simulation glisseur-résonateur Ra3D.  $\tau$  pas de temps. N nombre de modes. T durée de simulation,  $\Delta x$  pas spatial,  $f_s$  fréquence d'échantillonnage et  $f_{max}$  la fréquence maximale.

τ	Ν	T	$\Delta x$	$f_s$	$f_{max}$
(s)		(s)	$(\mu m)$	(Hz)	(Hz)
$10^{-6}$	200	0,8 - 8	20	44100	13510,62

# 3.4 Campagnes de simulation numérique

Les campagnes de simulation ont été exécutées à l'aide d'un script dont un exemple est présenté en **annexe 4**. Le tableau 3.12 donne un aperçu des paramètres utilisés. Les surfaces numériques au format de fichier .pro ont une rugosité identique de 17  $\mu$ m. Onze vitesses de glissement, que sont 3, 5, 10, 30, 50, 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s, ont été retenues dans l'optique d'explorer des résultats sur trois décades. Pour chaque vitesse de glissement, réaliser trois simulations numériques en trois positions différentes par déplacement le long de la largeur de la piste de glissement. Au total, plus de 500 simulations numériques ont été effectuées pour

des durées d'attente allant de 2 jours pour les vitesses de glissement de 500 mm/s à 14 jours pour 3 mm/s. Le temps CPU pour l'ensemble des simulations est **3,3 millions d'heures**. Ce chiffre provient des statistiques du centre de calcul présenté **annexe 8**. Les temps CPU et temps passés correspondant aux simulations de l'évolution de la vitesse vibratoire en fonction temps pour différentes vitesses de glissement sont présentés tableaux 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17 et 3.18.

TABLEAU 3.12 – Campagnes de	e simulation numérique.	$X_0$ position initiale	dans la direction $x$
du glisseur par rappor	t à la piste et $Y_0$ position	on initiale dans la dir	rection $y$ .

Vitesse de glissement	Durée	Posi	tion	Rq	
$(\rm mm/s)$	(s)	$X_0(\mathrm{mm})$	$Y_0(\mathrm{mm})$	$(\mu m)$	
			185		
3 - 500	$0,\!8-8$	70	190	17	
			195		

## 3.5 Traitement des résultats de simulation

### 3.5.1 Exemples de résultats de simulations numériques

La figures 3.25 montrent des exemples de l'évolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour les deux lois de contact retenues. L'analyse des graphes permet d'observer une vitesse vibratoire de moyenne nulle. Les résultats montrent l'existence de deux régimes, un régime transitoire et un régime stationnaire. Pour les vitesses inférieures ou égales à 30 mm/s, la durée du régime transitoire varie de 0,5 à 6 s. Pour des vitesses de glissement supérieures à 30 mm/s, la durée de transition s'étend de 0,5 à 0,6 s (voir l'**annexe 4** pour l'ensemble des résultats).

La durée du régime transitoire est étroitement liée à la vitesse de glissement, lorsque la vitesse de glissement est élevée, cette durée est faible *a contrario* la durée du régime transitoire est élevée pour de faibles vitesses de glissement. Par ailleurs, l'amplitude de la vitesse vibratoire croît avec la vitesse de glissement.

Les résultats de la campagne de calcul présentés ici et dans les chapitres suivants ont tous été réalisés avec un seul point de calcul situé aux coordonnées x=465 mm et y=195 mm de la piste de dimensions  $460 \times 30$  mm et centrée sur le résonateur. La variation du point de mesure n'a pas d'incidence sur le niveau vibratoire comme le montre les tableaux 3.19 et 3.20. Ces résultats permettent de vérifier que le champ vibratoire est diffus. Le ratio  $\sigma_d$  constitue un test de diffusivité du champ vibratoire applicable dès que le champ  $E(x, y, \omega_c)$  est connu. Pour chaque champ d'énergie vibratoire, la carte des valeurs calculées de  $\sigma_d$  en fonction du nombre d'onde et le facteur d'amortissement est représentée figure 3.26. Les isovaleurs de  $\sigma_d$  forment des lignes délimitant le champ diffus de la plaque rectangulaire [204, 205]. On distingue trois zones :

- la zone de champ diffus (zone sombre) où  $0 < \sigma_d < 0.7$
- la zone de champ modal (zone claire) où  $0.7 < \sigma_d < 1.2$
- la zone de champ direct (zone très claire) où  $0.7 < \sigma_d$

 $\begin{array}{l} \mbox{TABLEAU 3.13-Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur 20 \times 20 \times 5 mm. \\ \Delta X \mbox{ et } \Delta Y : \mbox{positions initiales dans les directions } x \mbox{ et } y \mbox{ du glisseur par rapport au résonateur. } \\ \mbox{ Loi de Kelvin-Voigt.} \end{array}$ 

Vitesse (mm/s)	Positi	on glisseur	Nombre de	Nœud	Temps CPU	Temps passé
	$\Delta X$	$\Delta Y$	cœurs	de calcul	(heures)	(jours)
		185	32	skylake-f32-01	4646	6,7
3	70	190	32	skylake-f32-06	4618	$6,\!6$
		195	32	skylake-f32-06	4608	$6,\!6$
		185	32	skylake-t32-06	4423	6,4
5	70	190	32	skylake-t $32-04$	4423	6.4
		195	32	skylake-t32-06	4444	6,4
		185	20	haswell-x20-06	1849	4,8
10	70	190	32	skylake-t32-09	2216	$^{3,2}$
		195	32	skylake-t32-07	2224	$3,\!2$
		185	32	skylake-t32-04	2205	$_{3,2}$
30	70	190	32	skylake-f32-01	2326	$^{3,4}$
		195	32	skylake-f32-06	2302	$3,\!3$
		185	20	haswell-x20-04	1756	$5,\!5$
50	70	190	32	skylake-t32-02	2216	$^{3,2}$
		195	32	skylake-t32-07	2222	$3,\!2$
		185	16	haswell-x20-04	1490	4,7
100	70	190	20	has well-x 20-04	1569	$_{4,0}$
		195	20	haswell-x20-04	1944	5,2
		185	20	haswell-x20-06	1872	4,9
120	70	190	32	skylake-t $32-03$	2325	$^{3,4}$
		195	32	skylake-t32-01	2213	3,2
		185	32	skylake-t32-12	2205	$^{3,2}$
140	70	190	32	skylake-t $32-03$	2311	$^{3,4}$
		195	16	haswell-t16-06	2378	8,1
		185	20	haswell-x44-01	1710	4,2
200	70	190	16	has well-x20-05	1540	4,9
		195	16	haswell-t16-18	2283	$7,\!9$
		185	16	haswell-t16-36	1417	4,9
300	70	190	16	has well-t16-45	1421	4,9
		195	16	haswell-t16-18	1382	4,9
		185	16	haswell-x20-05	604	1,9
500	70	190	16	has well-t16-23	891	$^{3,1}$
		195	16	has well-t16-50	965	$3,\!3$

TABLEAU 3.14 – Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur 20 × 20 × 10 mm.  $\Delta X$  et  $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions x et y du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Kelvin-Voigt.

Vitesse (mm/s)	Positi	on glisseur	Nombre de	Nœud	Temps CPU	Temps passé
	$\Delta X$	$\Delta Y$	cœurs	de calcul	(heures)	(jours)
		185	32	skylake-f32-03	4628	6,7
3	70	190	32	skylake-t32-01	4437	6,4
		195	32	skylake-f32-02	4687	$6,\!8$
		185	32	skylake-t32-08	4423	6,4
5	70	190	32	skylake-t32-06	4423	6,4
		195	32	skylake-f32-04	4651	6,7
		185	20	skylake-t32-13	2200	3,2
10	70	190	32	skylake-t32-03	2212	$^{3,2}$
		195	32	skylake-t32-13	2211	$^{3,2}$
		185	16	haswell-t16-44	2351	$7,\!9$
30	70	190	20	has well-x20-05	1822	4,8
		195	20	haswell-x20-05	1807	4,6
		185	16	haswell-t16-46	2116	6,7
50	70	190	20	has well-x 20-09	1470	4,6
		195	16	skylake-t32-13	2194	3,2
		185	20	haswell-x20-06	1829	4,8
100	70	190	20	has well-x44-01	1713	$^{4,2}$
		195	20	haswell-f20-02	1913	5,1
		185	20	haswell-x20-06	1824	4,8
120	70	190	20	haswell-f20-01	1932	$^{5,1}$
		195	20	haswell-x20-06	1830	4,8
		185	16	haswell-t16-25	2340	8,3
140	70	190	16	has well-t $16-25$	2340	$^{8,2}$
		195	16	has well-t16-15	2349	8,2
		185	16	haswell-t16-45	2327	8,1
200	70	190	16	has well-t16-26	2323	7,9
		195	16	has well-t16-17	2231	$7,\!8$
		185	16	haswell-t16-19	1406	4,9
300	70	190	16	has well-t $16-52$	1518	5,2
		195	16	haswell-f20-01	935	3,0
		185	16	haswell-t16-07	925	3,1
500	70	190	16	has well-t16-07	911	$^{3,1}$
		195	16	has well-x 20-02	652	$^{2,1}$

TABLEAU 3.15 – Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur  $20 \times 20 \times 20$  mm.  $\Delta X$  et  $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions x et y du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Kelvin-Voigt.

Vitesse (mm/s)	Positi	on glisseur	Nombre de	Nœud	Temps CPU	Temps passé
	$\Delta X$	$\Delta Y$	cœurs	de calcul	(heures)	(jours)
		185	32	skylake-t32-14	4590	6,5
3	70	190	32	skylake-f32-02	4683	$^{6,8}$
		195	32	skylake-f32-01	4660	$6,\!8$
		185	32	skylake-f32-03	4631	6,7
5	70	190	32	skylake-t32-04	4438	6,4
		195	32	skylake-t32-04	4438	$^{6,4}$
		185	20	haswell-x20-03	2345	6,1
10	70	190	20	haswell-f20-01	1930	$^{5,0}$
		195	20	has well-x 20-01	2047	$5,\!4$
		185	16	haswell-x20-07	1628	5,1
30	70	190	16	haswell-t16-03	2255	$^{7,6}$
		195	16	has well-t16-03	2246	$^{7,4}$
		185	16	haswell-x20-07	1620	5,0
50	70	190	16	has well-t16-05	2270	$^{7,7}$
		195	16	skylake-t32-07	2201	$^{3,2}$
		185	20	haswell-f20-03	1933	5,1
100	70	190	20	has well-x44-01	1725	$4,\!3$
		195	20	haswell-x44-01	1467	$^{3,8}$
		185	20	haswell-x20-03	2104	$5,\!6$
120	70	190	20	has well-x20-07	1816	4,8
		195	20	has well-x 20-02	2001	$5,\!3$
		185	20	haswell-x20-08	1816	4,8
140	70	190	20	haswell-x44-01	1772	4,3
		195	20	has well-x44-01	1683	$^{4,1}$
		185	20	haswell-x20-02	2293	6,1
200	70	190	20	has well-x20-04	2235	$_{6,0}$
		195	20	haswell-f20-03	1926	$^{5,1}$
		185	16	haswell-t16-37	1442	4,9
300	70	190	16	has well-t $16-54$	1445	$^{5,0}$
		195	16	has well-t16-20	1413	4,9
		185	16	haswell-t16-30	952	3,3
500	70	190	32	haswell-t32-06	907	$1,\!3$
		195	16	has well-t16-21	889	$^{3,1}$

TABLEAU 3.16 – Temps CPU en h	eures et temps d'attente en jours. Glisseur $20\times 20\times 5$ mm.
$\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans	s les directions $x$ et $y$ du glisseur par rapport au résonateur.
	Loi de Hunt-Crossley.

Vitesse (mm/s)	Position glisseur		Nombre de	Nœud	Temps CPU	Temps passé
	$\Delta X$	$\Delta Y$	cœurs	de calcul	(heures)	(jours)
		185	32	skylake-f32-06	9168	$13,\!1$
3	70	190	32	skylake-t32-11	8901	$12,\!8$
		195	32	skylake-f32-04	9299	$13,\!5$
		185	32	skylake-f32-01	9237	13,5
5	70	190	32	skylake-t $32-10$	8870	12.8
		195	32	skylake-f32-03	9311	$13,\!5$
		185	16	haswell-t16-23	2155	6,6
10	70	190	16	has well-t16-53	2260	$7,\!3$
		195	16	has well-t16-05	2082	6,6
		185	16	haswell-t16-47	2442	$7,\!7$
30	70	190	16	has well-t16-48	2392	$^{7,6}$
		195	16	haswell-t16-18	2174	$7,\!2$
		185	20	haswell-f20-01	1929	5,1
50	70	190	16	has well-t16-48	2399	8,1
		195	20	haswell-f20-03	1944	5,1
		185	12	haswell-x20-06	1622	6,5
100	70	190	20	has well-x 20-04	2512	6,6
		195	16	skylake-t32-11	1362	$^{3,7}$
		185	32	skylake-t32-09	2209	3,2
120	70	190	32	skylake-t32-08	2211	$^{3,2}$
		195	32	skylake-f32-02	2327	3,4
		185	16	haswell-x20-06	1479	4,7
140	70	190	16	has well-x 20-04	1660	$5,\!3$
		195	16	haswell-x20-04	1666	$5,\!3$
		185	20	newton-x20-08	1870	5,0
200	70	190	20	haswell-f20-02	1912	5,1
		195	20	haswell-x20-05	1871	5,0
		185	16	newton-t16-51	1498	$5,\!1$
300	70	190	16	has well-t16-43	1419	4,9
		195	16	has well-t16-15	1419	4,9
		185	16	haswell-x20-06	399	4,3
500	70	190	16	has well-x 20-04	605	$1,\!9$
		195	16	has well-x 20-03	410	$4,\!5$

TABLEAU 3.17 – Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur  $20 \times 20 \times 10$  mm.  $\Delta X$  et  $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions x et y du glisseur par rapport au résonateur. Loi de Hunt-Crossley.

Vitesse (mm/s) Position glisseur		Nombre de	Nœud	Temps CPU	Temps passé	
	$\Delta X$	$\Delta Y$	cœurs	de calcul	(heures)	(jours)
		185	32	skylake-t32-05	8826	12,7
3	70	190	32	skylake-f32-03	9290	13,5
		195	32	skylake-f32-02	9325	$13,\!5$
		185	32	skylake-t32-04	8831	12,7
5	70	190	32	skylake-t $32-14$	9268	$13,\!3$
		195	32	skylake-t32-01	8875	12,9
		185	16	newton-t16-39	2377	7,3
10	70	190	20	has well-x44-01	1622	$^{4,2}$
		195	20	haswell-x20-08	1830	4,8
		185	16	haswell-t16-43	1954	$^{6,2}$
30	70	190	16	has well-f20-01	1535	4,8
		195	16	haswell-t16-28	2262	7,2
		185	16	newton-t16-20	2433	8,2
50	70	190	16	has well-t16-30	2359	7,8
		195	16	haswell-t16-39	2308	8,0
		185	16	haswell-t16-15	2381	8,3
100	70	190	12	has well-x20-08	1752	7,0
		195	16	haswell-t16-08	2306	8,1
		185	16	newton-t16-20	2444	8,6
120	70	190	16	has well-t16-15	2353	$^{8,3}$
		195	16	haswell-t16-15	2383	8,4
		185	20	haswell-f20-01	1892	5,0
140	70	190	16	haswell-t16-48	2515	8,6
		195	20	haswell-f20-01	1908	5,1
		185	16	newton-t16-30	2327	8,0
200	70	190	16	has well-x 20-01	1812	5,7
		195	16	haswell-t16-37	2256	8,0
300		185	16	haswell-t16-11	1364	4,8
	70	190	16	has well-t16-49	1474	$^{5,1}$
		195	20	newton-f20-01	1176	3,2
		185	16	newton-t16-49	981	3,4
500	70	190	16	has well-t16-47	927	$^{3,2}$
		195	16	has well-t16-50	955	$3,\!3$

TABLEAU 3.18 – Temps CPU en heures et temps d'attente en jours. Glisseur $20 \times 20 \times 20$
mm. $\Delta X$ et $\Delta Y$ : positions initiales dans les directions x et y du glisseur par rapport au
résonateur. Loi de Hunt-Crossley.

Vitesse (mm/s)	Position glisseur		Nombre de	Nœud	Temps CPU	Temps passé
	$\Delta X$	$\Delta Y$	cœurs	de calcul	(heures)	(jours)
		185	32	skylake-f32-06	9261	13,2
3	70	190	32	skylake-f32-06	9261	13,2
		195	32	skylake-f32-06	9221	$13,\!1$
		185	32	skylake-f32-01	9300	13,5
5	70	190	32	skylake-f32-05	9289	13,5
		195	32	skylake-f32-03	9322	$13,\!5$
		185	16	haswell-t16-44	2039	6,5
10	70	190	16	has well-t16-50	2140	$^{6,7}$
		195	16	haswell-t16-19	2100	6,6
		185	16	haswell-t16-24	2257	$7,\!2$
30	70	190	20	has well-x 20-01	2313	$^{6,1}$
		195	20	haswell-x20-08	1808	4,7
		185	16	haswell-t16-46	2338	7,5
50	70	190	16	haswell-t16-49	2305	$7,\!5$
		195	16	has well-t16-08	2300	$7,\!9$
		185	20	haswell-x20-02	2019	$5,\!4$
100	70	190	20	has well-f20-01	1924	$^{5,1}$
		195	20	haswell-x44-01	1809	4,6
		185	20	haswell-x20-08	1832	4,9
120	70	190	20	haswell-f20-03	1924	$^{5,1}$
		195	20	haswell-x20-02	2081	$5,\!6$
		185	20	haswell-f20-02	1927	5,1
140	70	190	20	has well-x20-03	2024	$5,\!4$
		195	20	haswell-x20-03	2025	$5,\!4$
		185	16	haswell-t16-25	2331	8,0
200	70	190	16	has well-t16-38	2256	7,8
		195	16	haswell-t16-54	2317	8,1
		185	20	haswell-x20-03	1244	$3,\!3$
300	70	190	16	has well-t16-38	1448	$^{5,0}$
		195	16	haswell-t16-46	1472	5,1
		185	16	haswell-t16-07	654	2,0
500	70	190	16	has well-t16-38	699	$^{2,2}$
		195	16	has well-t16-12	929	$^{3,2}$



FIGURE 3.25 – Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le point de coordonnées (x = 395 mm, y = 10 mm). Glisseur  $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 µm. Vitesses de glissement 3, et 30 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

Lorsque  $\sigma_d$  est proche de zéro, les récepteurs ont des énergies voisines (fluctuations spatiales), l'énergie locale est uniformément distribuée sur la plaque. L'analyse des conditions d'apparition



FIGURE 3.26 – Schéma simplifié de  $\sigma_d$  sur le plan nombre d'onde ( $\kappa$ )-amortissement( $\eta$ ) pour un cas général de plaque rectangulaire excitée par une seule force excitatrice comparée au recouvrement modale M = 1 (ligne en pointillé), au facteur d'atténuation m = 0, 5 (ligne discontinue en vert) et au nombre de modes N = 15 (ligne continue verticale en bleu) [205].

du champ diffus du résonateur est présentée figure 3.27. La croix sur la carte (entourée en bleu) permet de montrer que  $0 < \sigma_d < 0.7$  et donc de conclure que nous avons bien un champ diffus.

### 3.5.2 Détermination de la valeur RMS de la vitesse vibratoire

La valeur moyenne quadratique  $v_{\rm rms}$  de la vitesse vibratoire simulée  $v_s$  est calculée en ne considérant que la partie stationnaire de chaque graphe (figure 5.60). Le calcul se fait à l'aide de la formule 3.79 :

$$v_{\rm rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt$$
 (3.79)

où T est la durée du régime stationnaire et v la vitesse vibratoire simulée. La valeur  $v_{\rm rms}$  retenue pour calcul du niveau vibratoire est la moyenne obtenue pour trois simulations différentes et



FIGURE 3.27 – Carte des valeurs calculées de  $\sigma_d$  en fonction de la fréquence et du facteur d'amortissement du résonateur. Nombre de récepteurs : 30000.

TABLEAU 3.19 – Niveau vibratoire  $L_v$  en fonction du point de mesure sur le résonateur. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10 \text{ mm}$ . Rugosité  $17 \,\mu\text{m}$ . Vitesses de glissement 50 et 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

Nœud		Coordonnées		L <sub>v</sub>		
		(mm)		(dB)		
X	Y	x	y	50  mm/s	100  mm/v	
20000	500	470	195	123,83	127,17	
15000	1100	370	207	123,09	127,09	
11000	250	290	190	123,25	127,08	
7500	350	220	192	123,18	126,94	
250	300	75	191	123,29	$126,\!98$	

pour chaque vitesse de glissement. Dans ce chapitre dédié à la simulation numérique directe 3D, le principe du code de calcul Ra3D, la formulation mathématique ainsi que le schéma numérique adopté sont décrits dans la première partie. La seconde partie traite des surfaces numériques utilisées pour les simulations en décrivant le mécanisme de génération de ces surfaces et les paramètres topographiques associés. Par la suite, l'exploitation des résultats a permis de calculer la valeur RMS de la vitesse vibratoire.

TABLEAU $3.20$ – Niveau vibratoire $L_v$ en fonction du point de mesure sur le résonateur.
Glisseur de dimensions $20 \times 20 \times 10$ mm. Rugosité 17 $\mu$ m. Vitesses de glissement 50 et 100
mm/s. Loi de Kelvin-Voigt.

Nœud		Coordonnées		L <sub>v</sub>		
		(mm)		(dB)		
X	Y	x	y	50  mm/s	100  mm/v	
20000	500	470	195	123,88	127,15	
15000	1100	370	207	123,26	127,41	
11000	250	290	190	123,45	127,16	
7500	350	220	192	123,93	127,13	
250	300	75	191	123,27	127, 19	



FIGURE 3.28 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité  $17 \,\mu$ m. Vitesse de glissement 3, 5 et 10 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

# Chapitre 4

# Résultats expérimentaux et numériques

Ce chapitre présente aussi bien les résultats expérimentaux que numériques. Les résultats expérimentaux établissement les lois d'échelle de l'évolution du niveau vibratoire  $L_v$  en décibels en fonction de la vitesse de glissement V, de l'aire de contact S et de la masse du glisseur M. L'évolution du niveau de pression acoustique en fonction de la vitesse vibratoire est présentée dans la dernière partie des résultats expérimentaux. Les résultats de simulations numériques, en plus de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement, établissent la relation entre le niveau vibratoire et le taux d'amortissement  $\eta$  ainsi que l'évolution du taux de contact en fonction de la vitesse de glissement. La dernière partie traite de la comparaison entre résultats expérimentaux et numériques de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement.

### 4.1 Résultats expérimentaux

# 4.1.1 Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement

Nous recherchons la relation entre le niveau vibratoire en décibels et la vitesse de glissement en millimètres par seconde. Le niveau vibratoire est calculé à partir de la vitesse vibratoire moyenne quadratique  $v_{\rm rms}$  avec la relation :

$$L_{\rm v} = 20 \log_{10} \frac{v_{\rm rms}}{v_{\rm ref}} \tag{4.1}$$

où  $v_{\rm ref} = 10^{-9}$  m/s est la valeur de référence de la vitesse vibratoire ([201]).

Sur la figure 4.2 est représentée l'évolution du niveau vibratoire expérimental  $L_v$  (dB) en fonction du logarithme de la vitesse de glissement V pour trois types de glisseurs et pour deux rugosités : Rq = 17  $\mu$ m et Rq = 32  $\mu$ m. Pour les deux graphes, les glisseurs ont pour dimensions respectives  $20 \times 20 \times 5$  mm,  $20 \times 20 \times 10$  mm et  $20 \times 20 \times 20$  mm. L'expérience est réalisée avec un seul glisseur. Pour chaque vitesse de glissement, la mesure a été réalisée cinq fois et sur les graphes sont tracées les moyennes et barres d'erreurs de ces cinq mesures. Les mouvements de glissement sont saccadés pour les glisseurs épais ( $20 \times 20 \times 20$  mm) et pour des vitesses de glissement inférieures à 3 mm/s pour Rq = 17  $\mu$ m et 5 mm/s pour Rq = 32  $\mu$ m. Les valeurs obtenues dans ces conditions n'ont donc pas été prises en compte. La figure 4.1 présente un exemple de signal pour un glisseur d'épaisseur 20 mm. Sur chaque graphe, les traits continus sont obtenus à partir de la loi d'échelle  $v_{\rm rms} \propto V^n$  ou, en décibels :

$$L_v(dB) = 20 \log_{10}(V^n) + cste$$
 (4.2)



FIGURE 4.1 – Exemple signal temporel de la vitesse vibratoire pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 20$  mm. Vitesse de glissement 1 mm/s. Rugosité 17  $\mu$ m.

où n est le meilleur exposant qui permette d'interpoler les points de mesures. On observe clairement sur les graphes l'existence de deux régimes caractérisés par deux valeurs différentes de n. La détermination de la vitesse de transition se fait par une approche dichotomique :

- 1. Étape 1 : tracer l'évolution du niveau vibratoire  $L_v$  en décibels en fonction vitesse de glissement V en millimètres par seconde pour des vitesses comprises entre 1 et 100 mm/s. Les valeurs de niveaux vibratoires obtenues suivent la loi du premier régime.
- 2. Étape 2 : déterminer les niveaux vibratoires pour les vitesses 200, 300 et 500 mm/s et les représenter sur le graphique. Les valeurs de niveaux vibratoires obtenues suivent la loi du second régime (figure 4.3). Il ressort de cette étape que la vitesse  $V_T$  de transition est comprise entre 100 mm/s et 200 mm/s.
- 3. Étape 3 : il faut rechercher les niveaux vibratoires pour des vitesses comprises entre 100 et 200 mm/s notamment 105, 110 et 115 mm/s d'une part et d'autre part 125, 130 et 140 mm/s.
- 4. Étape 4 : prolonger les deux évolutions linéaires, l'une entre 1 et 115 mm/s, l'autre entre 125 et 500 mm/s. Projeter ensuite l'intersection des deux droites sur l'axe des vitesses de glissement et lire la valeur graphiquement (figure 4.3).

On obtient une vitesse de transition de 120 mm/s au-delà de laquelle le niveau vibratoire varie très peu malgré une augmentation de la vitesse de glissement. Cette vitesse de transition est la même pour les deux rugosités et quelle que soit l'épaisseur du glisseur. L'exposant de la loi (4.2) vaut  $n_1 \approx 3/4$  pour V < 120 mm/s. Pour le second régime V > 120 mm/s, on obtient  $n_2 \approx 1/10$  pour Rq = 17 µm et 0,  $10 < n_2 < 0, 23$  pour Rq = 32 µm. La valeur de l'exposant  $n_1 \approx 3/4$  dans le premier régime est en parfait accord avec celles annoncées par Dang [9] (0,  $6 \le n \le 0, 75$ ) et en relatif accord avec les valeurs de Zouabi [8] (n = 0, 68) et Abdelounis [23] ( $0, 8 \le n \le 1, 16$ ). Ce résultat est aussi cohérent avec les travaux de Yokoi et Nakai [3] pour  $0, 6 \le n \le 1, 1$  pour un contact pion/disque avec cependant une marge d'erreur plus importante due au fait que dans leur expérience, des régimes de stick-slip ont été observés. La détermination que nous obtenons de cet exposant n est plus précise que celles de tous ces auteurs. Dans la littérature, le second régime n'a pas été exploré à ce jour. En effet, les vitesses de glissement n'excédaient pas 100 mm/s dans les expériences précédentes. Cette découverte dans la présente étude est donc due au fait que la plage de vitesses de glissement que nous avons explorée s'étend sur environ trois décades (1 à 500 mm/s).



FIGURE 4.2 – Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la vitesse de glissement pour deux rugosités de surface. Haut,  $Rq = 17 \ \mu m$ . Bas,  $Rq = 32 \ \mu m$ . Les valeurs de  $n_1$  et  $n_2$  sont les exposants de la relation (4.2) dans les régimes 1 et 2.

# 4.1.2 Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse

Sur la figure 4.4 est présentée l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la masse du glisseur. L'expérience a été réalisée pour trois glisseurs de masses respectives 15,6 g, 31,2 g et 62,4 g. Le niveau vibratoire est une fonction linéaire et croissante du logarithme de la masse du glisseur dont la pente ne dépend pas de la vitesse du glissement. La loi d'échelle  $v_{\rm rms} \propto M^m$  peut être établie :

$$L_v(dB) = 20 \log_{10}(M^m) + cste$$
 (4.3)

où M est la masse du glisseur et m est compris entre 0,51 et 0,67. Le doublement de la masse du glisseur engendre une augmentation d'environ 3 dB du niveau vibratoire.



FIGURE 4.3 – Détermination graphique de la vitesse de transition expérimentale  $V_T$ . Haut, mise en évidence de la zone de transition. Bleu, meilleure approximation linéaire du niveau vibratoire entre 1 et 100 mm/s. Rouge, approximation linéaire de l'évolution du niveau vibratoire entre 200 et 500 mm/s.

# 4.1.3 Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de l'aire de contact

L'évolution du niveau vibratoire en décibels en fonction de l'aire apparente de contact S en centimètres carrés est présentée figures 4.5, 4.6 et 4.7. Les essais ont été réalisés avec deux types de glisseurs  $20 \times 20 \times 5$  mm et  $20 \times 20 \times 10$  mm frottés sur deux plaques rectangulaires (une des plaques est amortie et l'autre non amortie) de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Les vitesses de glissement sont 50 et 100 mm/s. La rugosité de surface est Rq = 17  $\mu$ m pour les surfaces des plaques et des glisseurs. Les mesures ont été réalisées avec 1, 2, 4, 6, 8, 12, 16, 20 et 24 glisseurs correspondant respectivement à 4, 8, 16, 24, 32, 48, 64, 80 et 96 cm<sup>2</sup>. La moyenne arithmétique des surfaces est  $\overline{S} = 41,33$  cm<sup>2</sup>. Chaque point de mesure correspond à cinq essais représentés graphiquement par une moyenne et une barre d'erreurs. Les courbes



FIGURE 4.4 – Evolution du niveau vibratoire expérimental en fonction de la masse des glisseurs. Glisseur  $20 \times 20 \times 5$  mm, 15,6 g. Glisseur  $20 \times 20 \times 10$  mm, 31,2 g. Glisseur  $20 \times 20 \times 20 \times 20$  mm, 62,4 g.

d'approximation polynomiale sont représentées en pointillé. On observe deux régimes avec une surface de transition  $S_T = 48 \text{ cm}^2$  correspondant à la surface de 12 glisseurs. Dans le premier régime, le niveau vibratoire est proportionnel à l'aire apparente de contact et dans le second, le niveau vibratoire est constant.

La loi d'échelle entre le niveau vibratoire et la surface apparente de contact est donnée par la relation :

$$L_{\rm v}({\rm dB}) \propto 20 \log_{10} S^{\lambda} \tag{4.4}$$

où 1,89  $\leq \lambda \leq 7.13$  dans le régime linéaire et  $\lambda \approx 0$  dans le régime constant.

Le régime proportionnel est plus visible lorsque le résonateur est fortement amorti (plaque équipée d'une couche de bitume viscoélastique d'épaisseur 3,5 mm) (voire figure 4.7). Le régime constant est plus clairement observé lorsque l'amortissement du résonateur est faible (plaque nue) indépendamment de l'épaisseur du glisseur (figures 4.5 et 4.6).

### 4.1.4 Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement

L'évolution du niveau de pression acoustique ou niveau sonore  $L_p$  en décibels en fonction du logarithme de la vitesse de glissement V pour trois types de glisseurs et pour deux types de rugosités est présentée figure 4.8. Les conditions de réalisation de l'expérience sont identiques à celles de la recherche de la relation entre le niveau vibratoire et la vitesse de glissement. Comme dans le cas de l'évolution du niveau vibratoire, le niveau de pression acoustique est une fonction linéaire et croissante du logarithme de la vitesse de glissement. Le niveau de pression acoustique est donné par :

$$L_{p}(dB) = 20 \log_{10} \frac{P_{\rm rms}}{P_{0}}$$
(4.5)

où  $P_0 = 2 \times 10^{-5}$  Pa est la valeur de référence de la pression acoustique ([201]) et  $P_{\rm rms}$  la valeur efficace avec :

$$P_{\rm rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$
 (4.6)



FIGURE 4.5 – Evolution de la vitesse vibratoire expérimentale en fonction de l'aire apparente de contact. Vitesse de glissement 50 mm/s. Rugosité 17  $\mu$ m. Facteur d'amortissement  $\eta_i = 0,005\%$ . Gauche, glisseur 20 × 20 × 5 mm. Droite, 20 × 20 × 10 mm. En pointillé la meilleure approximation linéaire.



FIGURE 4.6 – Evolution de la vitesse vibratoire expérimentale en fonction de l'aire apparente de contact. Vitesse de glissement 100 mm/s. Rugosité 17  $\mu$ m. Facteur d'amortissement  $\eta_i = 0,005\%$ . Gauche, glisseur 20 × 20 × 5 mm. Droite, 20 × 20 × 10 mm. En pointillé la meilleure approximation linéaire.

Dans l'expression (4.6), T est la durée du régime stationnaire et p(t) l'évolution temporelle de la pression acoustique. Sur chaque graphe, les traits continus sont obtenus à partir de la loi d'échelle  $P_{\rm rms} \propto V^n$  ou, en décibels :

$$L_{p}(dB) = 20 \log_{10}(V^{n}) + cste$$
 (4.7)

où n est le meilleur exposant qui permette d'interpoler les points de mesures. Pour des vitesses de glissement inférieures à 30 mm/s, les mesures n'ont pas été exploitées pour la représentation graphique compte tenu de la mauvaise qualité du signal. Il n'y a pas de régime stationnaire.

On observe clairement sur les graphes l'existence de deux régimes caractérisés par deux valeurs différentes de n. La vitesse de transition est identique à celle mise en évidence pour l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement. Les résultats montrent que la pente n de la loi d'échelle décrite par l'équation (4.7) est comprise entre 0,49 et 0,73 pour le premier régime et 0,27 et 0,37 pour le second.



FIGURE 4.7 – Evolution de la vitesse vibratoire expérimentale en fonction de l'aire apparente de contact. Vitesse de glissement 50 mm/s. Rugosité 17  $\mu$ m. Facteur d'amortissement  $\eta_i = 1, 2\%$ . Gauche, glisseur 20 × 20 × 5 mm, vitesse de glissement 50 mm/s. Droite, 20 × 20 × 10 mm, Vitesse de glissement 100 mm/s. En pointillé la meilleure approximation linéaire.

La détermination de la vitesse de transition se fait en utilisant l'approche décrite dans la section 4.1.1. Cette vitesse est égale à celle mise en évidence précédemment pour l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement. Les valeurs de n pour le premier régime sont inférieures aux valeurs annoncées respectivement par Yokoi et Nakai [3] $(1, 2 \le n \le 2, 2)$  et [23]  $(0, 8 \le n \le 1, 16)$  pour le premier régime.

### 4.2 Résultats des simulations numériques

### 4.2.1 Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement

Le niveau vibratoire simulé en décibels est calculé à l'aide de la formule (4.1). L'évolution du niveau vibratoire simulé, l'échelle une,  $L_{vs}$  (dB) en fonction de la vitesse de glissement simulée ( $V_s$  est représentée figure 4.9 pour deux lois de contact. Trois types de glisseurs ( $20 \times 20 \times 5$  mm,  $20 \times 20 \times 10$  mm et  $20 \times 20 \times 20$  mm) et une rugosité Rq = 17  $\mu$ m ont été utilisés pour les simulations numériques. Pour chaque vitesse de glissement, la simulation a été réalisée trois fois et sur les graphes sont tracées les moyennes et barres d'erreurs.

Le niveau vibratoire pour une vitesse de glissement 1 mm/s n'a pas été retenu pour la représentation graphique compte tenu du fait qu'après 14 jours de simulation, nous n'ayons pas atteint la zone stationnaire pour le calcul de la valeur RMS de la vitesse vibratoire simulée  $v_{rms}$ . La loi d'échelle, dont la représentation graphique est en traits continus sur les graphes, est toujours de la forme  $v_{rms} \propto V^n$  soit :

$$L_v(dB) = 20 \log_{10}(V^n) + cste$$
 (4.8)

où  $L_v$  est le niveau vibratoire simulé, V la vitesse de glissement simulée et n le meilleur exposant qui permette d'interpoler les points de mesures. Pour les deux lois de contact,  $n_1 \approx 3/4$  pour V < 120 mm/s et  $n_2 \approx 1/10$  pour V > 120 mm/s.

Les graphes confirment l'existence de deux régimes avec la même valeur de vitesse de transition que celle mise en évidence dans l'étude expérimentale ( $V_T = 120 \text{mm/s}$ ).



FIGURE 4.8 – Evolution du niveau de pression acoustique expérimental en fonction de la vitesse de glissement. Rugosités 17 et 32  $\mu$ m.  $n_1$  et  $n_2$  sont les exposants de la relation (4.7) dans les régimes 1 et 2.

# 4.2.2 Comparaison des résultats expérimentaux et simulés sur l'évolution de $L_v$ versus V

Dans cette section, les résultats expérimentaux de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement sont comparés aux résultats simulés. Sur la figure 4.10 est représenté un exemple d'évolution du niveau vibratoire en fonction du logarithme de la vitesse de glissement obtenue par simulation numérique pour les deux lois de contact et par l'étude expérimentale pour un seul glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Les graphes se superposent, montrant ainsi que les résultats simulés coïncident avec les résultats expérimentaux. Le tableau 4.1 regroupant les exposants des lois d'échelle (4.2) et (4.8) confirment l'accord entre résultats numériques et expérimentaux.



FIGURE 4.9 – Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction de la vitesse de glissement pour deux lois de contact. Haut, loi de Kelvin-Voigt,  $f = -10^{13}\delta - 6.10^8\dot{\delta}$ . Bas, loi de Hunt-Crossley,  $f = -10^{16}\delta^{3/2} - 3.10^{17}\delta^{3/2}\dot{\delta}$ . Les valeurs de  $n_1$  et  $n_2$  sont les exposants de la relation (4.8) dans les régimes 1 et 2.

### 4.2.3 Evolution du niveau vibratoire simulé en fonction du taux d'amortissement

Une série de simulations numériques est réalisée pour une rugosité  $Rq = 17 \ \mu m$ , une vitesse de glissement V=100 mm/s et une durée de simulation de 2 s en faisant varier le taux d'amortissement interne  $\eta$ . Pour chaque valeur du taux d'amortissement, trois simulations sont réalisées. L'évolution du niveau vibratoire moyen  $L_v$  en fonction du facteur d'amortissement est représentée figure 4.11. Le graphe est composé de deux parties : la première partie où les valeurs de  $\eta$  sont comprises entre  $10^{-5}$  et  $3.10^{-4}$  est un plateau, le niveau vibratoire ne varie pas et ce résultat permet de confirmer que la valeur  $\eta = 5.10^{-5}$  utilisée pour les simulations numériques est acceptable, la deuxième partie correspond à des valeurs de  $\eta$  comprises entre



FIGURE 4.10 – Evolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement obtenue par simulation numérique pour les deux lois de contact et comparaison avec l'expérience.

	Expérience		Kelvin-Voigt		Hunt-Crossley	
Glisseur	$n_1$	$n_2$	$n_1$	$n_2$	$n_1$	$n_2$
$20\times20\times5~\mathrm{mm}$	0,76	0,11	0,76	0,10	0,74	0,08
$20\times20\times10~\mathrm{mm}$	0,75	0,08	0,73	0,08	0,74	0,08
$20 \times 20 \times 20$ mm	0,73	0,09	0,72	0,08	0,77	0,09

TABLEAU 4.1 – Exposants des lois d'échelle expérimentale et simulée.

 $3.10^{-4}$  et 1. Une multiplication par 10 du facteur d'amortissement conduit à une diminution de 10 dB du niveau vibratoire. Cette observation peut s'expliquer avec un bilan d'énergie dans lequel le résonateur isolé est en régime établi [9].

La puissance vibratoire en watt dissipée dans le résonateur est donnée par la relation :

$$\mathbf{P} = \eta \omega_c \mathbf{E} \tag{4.9}$$

où  $\mathbf{E} = M_0 v_{\rm rms}^2$ , avec  $M_0$  la masse de la plaque, est l'énergie vibratoire en joules du résonateur,  $\eta$  le taux d'amortissement et  $\omega_c$  la pulsation centrale de la vibration définie comme le second moment normalisé de la densité spectrale de puissance de la vitesse vibratoire  $\mathbf{S}_{vv}$ :

$$\omega_c^2 = \frac{\int \omega^2 S_{vv} d\omega}{\int S_{vv} d\omega} \tag{4.10}$$

Le niveau vibratoire  $L_v$  est donné par :

$$L_{v} = 10 \log_{10} \frac{E}{E_{ref}} = 10 \log_{10} \frac{P}{\eta \omega_{0} E_{ref}}$$
(4.11)

où  $E_{ref} = 1$  pJ est la valeur de référence ([201]). En admettant que la puissance vibratoire introduite dans le résonateur (qui est égale à la puissance dissipée en régime stationnaire) ne

dépend pas du taux d'amortissement, on obtient une pente de 10 dB/décade, ce qui correspond au régime inertiel observé dans la deuxième partie de l'évolution du niveau vibratoire en fonction du taux d'amortissement. L'évolution du niveau vibratoire en fonction du facteur



FIGURE 4.11 – Niveau vibratoire en fonction du taux d'amortissement.



FIGURE 4.12 – Niveau vibratoire versus facteur d'amortissement proposé par Hung [9].

d'amortissement ci-dessus présente une différence en la comparant à celle proposée par Hung [9] (figure 4.12). La différence entre les deux graphiques se situe au niveau de la deuxième partie. Cette différence peut s'expliquer par le fait que le modèle de pression de contact ( $f = K\delta$ ) utilisé pour les simulations numériques n'inclut pas la composante d'amortissement dans le contact.

#### 4.2.4 Force de contact simulée

La force totale de contact appliquée à la surface du résonateur est la somme des pressions de contact élémentaires des aspérités en contact à chaque instant lors du glissement multiplié par la surface élémentaire. A un instant quelconque t, on recherche tous les nœuds en contact et on calcule la somme des pressions de contact appliquées à ces nœuds :

$$f_{t,total} = \sum f_{t,m,l} (\Delta x)^2 \tag{4.12}$$

où  $f_{t,total}$  est la force totale de contact,  $\Delta x$  le pas spatial et  $f_{t,m,l}$  la pression de contact au nœud (m, l) du résonateur à l'instant t).

La figure 4.13 présentent l'évolution temporelle de la force totale de contact pour les vitesses de glissement allant de 3 et 500 mm/s et pour un glisseur d'épaisseur 10 mm. Pour des vitesses de glissement inférieures ou égales à 10 mm/s, la valeur moyenne de la force totale de contact est égale au poids du glisseur après une période transitoire inférieure à 0,05 s. La variation de l'amplitude de la force totale de contact est très faible pour les faibles vitesses. Lorsque la vitesse de glissement est supérieure ou égale à 30 mm/s, on observe de nombreuses pertes de contact matérialisées sur l'évolution temporelle par l'annulation de la force de contact (voir **annexe 4**). L'amplitude des fluctuations de la force de contact augmente lorsque la vitesse de glissement croît.



FIGURE 4.13 – Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 3 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 5$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.

### 4.2.5 Evolution du taux de contact simulé en fonction de la vitesse de glissement

La figure 4.14 représente l'évolution du taux de contact en fonction de la vitesse de glissement V pour trois types de glisseurs de dimensions respectives  $20 \times 20 \times 5$  mm,  $20 \times 20 \times 10$  mm et  $20 \times 20 \times 20$  mm de rugosité Rq =  $17\mu$ m. Le taux de contact est défini comme le rapport entre la somme des durées de contact individuel de chaque aspérité divisée par la durée de simulation (équation 4.13). Ainsi, le taux de contact vaut 1 lorsqu'il n'y a aucune perte de contact entre le glisseur et le résonateur et vaut 0 lorsque le glisseur est en phase de vol.

$$\mathcal{T}(\%) = \frac{T_c}{T} \tag{4.13}$$

 $\mathcal{T}$  est le taux de contact,  $T_c$  la somme des durées de contact individuelles et T la durée de simulation.

Pour des vitesses de glissement inférieures ou égales à 10 mm/s, le taux de contact entre le glisseur et le résonateur est proche de 100 %. Au-delà de 10 mm/s le taux de contact diminue et évolue en fonction de la masse du glisseur. Les premières pertes de contact apparaissent au-delà de 10 mm/s. Pour V=100 mm/s, le glisseur de masse 15,6 g enregistre une perte d'environ 30 %, cette perte de contact est de 20 % et 10 % respectivement pour les glisseurs de 31,2 g et 62,4 g. Le doublement de l'épaisseur du glisseur engendre une perte d'environ 10 % de contact. Notons que les pertes de contact apparaissent pour des vitesses de glissement inférieures à la vitesse de transition observée précédemment. Ces pertes de contact correspondent à des temps de vol ou de saut du glisseur comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.



FIGURE 4.14 – Taux de contact en fonction de la vitesse de glissement.

## 4.3 Synthèse

Les résultats expérimentaux et simulés présentés dans ce chapitre ont mis en évidence deux régimes d'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement. Les deux régimes sont matérialisés sur les graphiques par un changement de pente de l'évolution du niveau vibratoire Lv en fonction du logarithme de la vitesse de glissement avec une vitesse de transition égale à 120 mm/s. L'exposant de la loi d'échelle  $v_{\text{RMS}} \propto V^n$  a pour valeurs respectives  $n_1 = 3/4$  et  $n_2 = 1/10$  qui traduisent dans le premier régime une croissance sensible avec la vitesse et dans le second régime une faible croissance du niveau vibratoire. Les résultats observés dans l'étude expérimentale sont en accord avec les simulations numériques directes. Les lois d'échelle qui découlent de ces observations sont indépendantes de la masse et de la rugosité des surfaces. La simulation numérique a permis, à travers l'étude de l'évolution du taux de contact en fonction de la vitesse de glissement, de comprendre que la dynamique locale du contact entre le glisseur et le résonateur est la clef pour comprendre ce phénomène de transition entre les deux régimes de glissement est due à un changement qualitatif de la nature du contact.

A travers l'étude expérimentale du niveau vibratoire en fonction de l'aire apparente de contact (nombre de glisseurs), on révèle un autre aspect du bruit de rugosité, à savoir l'appa-

rition aussi de deux régimes. Dans le premier régime, le niveau vibratoire est proportionnel à l'aire de contact et dans le second régime, il reste constant malgré l'augmentation de la surface de contact.
# Chapitre 5

# Interprétation et modèles physiques

Dans ce chapitre, nous proposons une interprétation des résultats expérimentaux et des simulations numériques. La première partie est consacrée à l'origine physique du bruit de rugosité. L'étude des régimes de contact que sont le régime rampant et le régime de sauts ou de vols permet une meilleure compréhension de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement. Dans la seconde partie du chapitre, les régimes de dissipation de l'énergie dans l'interface ou dans les solides sont introduits. Ils permettent d'apporter une explication à la loi d'évolution du niveau vibratoire en fonction de l'aire apparente de contact. La troisième partie est consacrée au rayonnement acoustique provenant de la vibration.

## 5.1 Régimes de contact

L'étude expérimentale et la simulation numérique de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement mettent en évidence deux régimes de glissement. Le premier régime, dit rampant, montre un contact quasi permanent entre les surfaces et le deuxième met en évidence des phases de sauts ou de vols lors du déplacement du glisseur.

#### 5.1.1 Régime rampant

Le régime rampant est caractérisé par un contact quasi statique entre le glisseur et le résonateur avec un taux de contact voisin de 100 % (figure 5.1).

Pour des faibles vitesses de glissement (V  $\leq 10 \text{ mm/s}$ ), le glisseur reste constamment en contact avec le résonateur. La période de régime transitoire due au démarrage du glisseur est de très grande (6 s) pour une vitesse de glissement de 3 mm/s. Après extinction du régime transitoire, on entre dans un régime stationnaire, ce qui permet d'introduire la valeur RMS de la vitesse vibratoire. Dans ce régime de contact permanent, la valeur de la résultante des pressions de contact est quasiment égale à la pression due au poids du glisseur. L'amplitude des fluctuations de la force totale de contact reste faible (0,015 à 0,020 N). Le tableau 5.1 présente l'évolution du taux de contact en fonction de la vitesse de glissement. Les premières pertes de contact apparaissent à une vitesse de glissement comprise entre 10 et 15 mm/s (voir figures 5.2, 5.3 et 5.4). L'augmentation de la vitesse de glissement amplifie les fluctuations de l'effort de contact qui dès lors peut s'annuler, ce qui conduit inéluctablement à des pertes de contact à l'origine du régime de sauts.

#### 5.1.2 Régime de sauts

Le régime de sauts est une succession de vols et d'impacts. Il est illustré figure 5.5. La représentation de la résultante des forces de contact en fonction du temps montre une succession



FIGURE 5.1 – Régime rampant. Le contact est maintenu entre le glisseur et le résonateur.

TABLEAU 5.1 – Evolution du taux de contact pour des vitesses de glissement inférieures à 30 mm/s.

	Vitesse de glissement $(mm/s)$						
Glisseurs	3	5	10	12	13	15	
$20\times20\times5~\mathrm{mm}$	99,91~%	99,88~%	99,76~%	98,98~%	99,00 %	98,91~%	
$20\times20\times10~\mathrm{mm}$	99,92 $\%$	$99{,}93~\%$	$99,\!88~\%$	99,74 $\%$	99,12 $\%$	$99{,}07~\%$	
$20\times20\times20$ mm	99,92 $\%$	99,84 $\%$	99,84 $\%$	$99,\!15~\%$	99,32 $\%$	99,32 $\%$	

de pics et de plateaux (voir figure 5.6). Les pics de pression de contact correspondent aux chocs entre le glisseur et le résonateur et les plateaux à l'absence de pression de contact. Les plateaux (pression de contact nulle) correspondent à une accélération verticale égale à -g. La durée du vol est le temps au cours duquel la pression de contact est nulle et la durée d'impact est le temps nécessaire pour que la pression de contact revienne à zéro au cours du choc. Le pourcentage  $\mathcal{P}(\%)$  de temps passé en vol est donné par :

$$\mathcal{P}(\%) = \frac{T_v}{T_g} \tag{5.1}$$

où  $T_v$  est la somme des durées de vol et  $T_g$  la durée du glissement.

La simulation numérique directe permet de montrer que le taux de temps de vol est proche de zéro pour des vitesses de glissement inférieures à 12 mm/s. Pour des vitesses de glissement élevées, allant de 120 à 500 mm/s, le taux de contact est réduit de 10 à 15 % lorsque la masse est divisée par deux (tableau 5.2).

TABLEAU 5.2 – Evolution du taux de contact au-delà de la vitesse de transition.

Vitesse (mm/s)	120	140	200	300	500
Glisseur $20\times20\times5~\mathrm{mm}$	$67,\!07~\%$	$64,\!29~\%$	$59,\!35~\%$	$58,\!01~\%$	55,53~%
Glisseur $20\times20\times10~\mathrm{mm}$	77,04 $\%$	$75,\!27~\%$	$71,\!19~\%$	71,31 $\%$	71,08 $\%$
Glisseur $20\times 20\times 20~{\rm mm}$	$86,\!67~\%$	$86,\!47~\%$	84,48 %	$83,\!86~\%$	$83,\!95~\%$



FIGURE 5.2 – Evolution taux de contact simulé. Vitesses de glissement 10, 12, 13, 15 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 5$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.

## 5.1.3 Vitesse de transition théorique

Cette section est consacrée à la prédiction théorique de la vitesse de transition entre le régime rampant et le régime de sauts. Il s'agit de comprendre pourquoi, au-delà d'une certaine vitesse de glissement, le glisseur se met à "voler".

Le déplacement sans perte de contact du glisseur sur une surface non-plane (rugueuse) génère une trajectoire courbe, illustrée par la figure 5.7. Le glisseur est alors soumis à une force centrifuge dont l'expression est donnée par l'équation (5.2) :

$$F = M \frac{V^2}{R} \tag{5.2}$$

où F est la force centrifuge, M la masse du glisseur, V la vitesse de glissement et R le rayon de courbure de la trajectoire du centre de gravité.

Le poids du glisseur est défini par :

$$P = Mg \tag{5.3}$$

où M est la masse du glisseur et g l'accélération de la pesanteur. Ces deux forces, centrifuge et poids, s'opposent. Une augmentation de la vitesse de glissement entraine une augmentation de la force centrifuge jusqu'à devenir comparable au poids et satisfaire la relation suivante :

$$M\frac{V^2}{R} = Mg \tag{5.4}$$



FIGURE 5.3 – Evolution taux de contact simulé. Vitesses de glissement 10, 12, 13, 15 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.

soit :

$$\frac{V^2}{qR} = 1 \tag{5.5}$$

Au-delà de cette limite, le glisseur doit s'envoler un instant avant de retomber. Cette limite est le point de transition entre régime rampant et régime de sauts.

L'expression (5.6) issue de la comparaison entre la force centrifuge et le poids du glisseur est un nombre sans dimension appelé nombre de Froude noté  $F_r$  [1]. Ce nombre a été introduit par William Froude, ingénieur et architecte naval, au XIX<sup>e</sup> siècle pour le dimensionnement de bateaux.

$$F_r = \frac{V^2}{gR} \tag{5.6}$$

En 1976, McNeill Alexander [209] s'est intéressé à la transition marche/course chez des bipèdes et des quadrupèdes de différentes tailles. Cette transition s'opère de la façon suivante : quand on marche, on a une rotation du bassin autour de la cheville. Il y a deux effets qui s'opposent : la gravité qui nous maintient au sol et la force centrifuge due à la rotation qui a tendance à nous faire décoller du sol. Lorsqu'il y a égalité entre force centrifuge et force de pesanteur, on est obligé de passer de la marche à la course. Alexander a donc tracé la longueur relative d'une foulée en fonction du nombre de Froude (voir figure 5.8) et observé que tous les animaux ont une transition marche/course pour le même nombre de Froude ( $F_r = 0, 6$ ).



FIGURE 5.4 – Evolution taux de contact simulé. Vitesses de glissement 10, 12, 13, 15 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 20$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.5 – Régime de sauts. Le contact est intermittent et est constitué de sauts et d'impacts.

Par analogie avec le déplacement en translation à vitesse constante du glisseur sur le résonateur, nous allons nous appuyer sur le résultat de cette étude pour prédire la vitesse de décollement du glisseur. La vitesse de transition  $V_T$  peut être déterminée à l'aide de l'expression ci-dessous :

$$\mathbf{V}_T^2 = 0, 6gR \tag{5.7}$$

où R est le rayon de courbure de la trajectoire avant la transition. La détermination de la



FIGURE 5.6 – Illustration graphique du temps d'impact et du temps de vol.



FIGURE 5.7 – Modélisation des efforts sur le glisseur lors du glissement. F est la force centrifuge, M la masse du glisseur, V la vitesse de glissement et R le rayon de courbure de la trajectoire du centre de gravité.



FIGURE 5.8 – Longueur de pas divisée par longueur des jambes,  $\lambda$ /l, pour bipèdes (kangourous et humains) et différents quadrupèdes (chat, furet, rhinocéros, éléphant, etc.), tracée en fonction du nombre de Froude, U<sup>2</sup>/gl [1].

vitesse transitoire  $V_T$  revient donc à déterminer le rayon moyen de la trajectoire décrite lors de la phase de transition. Ce rayon moyen est donné par la relation suivante :

$$R = \frac{1}{L} \int_0^L \left| \frac{(1+u'(x))^{3/2}}{u''(x)} \right| dx$$
(5.8)

où L est la distance de glissement, u' et u'' sont respectivement les dérivées première et deuxième du déplacement vertical du glisseur en fonction de la position.

La difficulté réside dans la détermination de l'expression du déplacement u(x). Pour estimer la valeur du rayon moyen de transition régime rampant/régime de sauts R, le code Ra3D permet de réaliser des simulations numériques du déplacement du centre de gravité du glisseur dans une configuration quasi statique (vitesse de glissement variant de 1 à 3 mm/s). Les paramètres de simulation sont présentés dans le tableau 5.3. Les résultats des simulations sont présentés

TABLEAU 5.3 – Paramètres de simulation pour les déplacements transverses de trois glisseurs,  $20 \times 20 \times 5 \text{ mm}, 20 \times 20 \times 10 \text{ mm} \text{ et } 20 \times 20 \times 20 \text{ mm}.$ 

Vitesse	Rq	Durée	Pas de temps	$f_s$	Nombre de modes
$(\rm mm/s)$	$(\mu m)$	(s)	(s)	(Hz)	
1 - 3	17	$0,\!12$	$10^{-6}$	44100	200

figure 5.9 pour différentes vitesses de glissement et pour les trois types de glisseurs. L'évolution du déplacement transversal du centre de gravité du glisseur en fonction de la position met en évidence deux phases, une période transitoire et une zone stationnaire. A partir de ces figures, le rayon moyen du déplacement du centre de gravité est estimé dans la phase stationnaire (figure 5.10). Le rayon de courbure moyen estimé est  $R \approx 30 \ \mu\text{m}$ . Pour  $g = 9,81 \ m/s^2$ , on a  $V_T \approx 13 \ \text{mm/s}$  correspondant à la vitesse des premières pertes de contact. Ce résultat est en accord avec les résultats simulés où les premières pertes de contact apparaissent autour pour une vitesse de glissement supérieure à 10 mm/s.

## 5.2 Régimes de dissipation

Dans cette section, nous cherchons l'origine physique des deux régimes mis en évidence par l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la surface apparente de contact.

Le niveau vibratoire induit par les impacts mécaniques lors du glissement de deux surfaces rugueuses étudié dans le chapitre 4 a mis en évidence deux régimes : un régime linéaire logique et facile à comprendre où le niveau vibratoire augmente lorsque l'aire de contact croît et un régime constant paradoxal, surprenant et difficile à comprendre.

L'origine physique de l'existence des deux régimes reste un phénomène très complexe dont l'approche par une analyse de la dissipation d'énergie vibratoire permet de comprendre en partie. Lors du glissement, l'interaction entre aspérités des surfaces rugueuses transforme l'énergie cinétique du glisseur en énergie vibratoire du résonateur. Un raisonnement énergétique en régime stationnaire où le champ vibratoire est diffus permet d'établir qu'il y a un équilibre entre la puissance injectée dans le résonateur par les impacts et la puissance qui est dissipée par le résonateur :

$$P_{inj} = P_{diss} \tag{5.9}$$



FIGURE 5.9 – Evolution du déplacement transverse du centre de gravité en fonction de la position du glisseur pour trois types de glisseurs dans une configuration quasi statique. Gauche, vitesse de glissement 1 mm/s. Droite, vitesse de glissement 3 mm/s.

où  $P_{inj}$  est la puissance vibratoire injectée dans le résonateur et  $P_{diss}$  la puissance vibratoire totale dissipée. La puissance vibratoire injectée dans le résonateur  $P_{inj}$  est donnée par :

$$P_{inj} = pS \tag{5.10}$$

où p est la puissance transférée par unité de surface et S l'aire totale du contact de l'ensemble des glisseurs. La puissance vibratoire injectée est la somme des puissances vibratoires générée par chaque aspérité. Cette puissance est proportionnelle à la surface de contact.



FIGURE 5.10 – Estimation du rayon de courbure en régime stationnaire et en configuration quasi statique. Vitesse de glissement 1 mm/s. Gauche, évolution du déplacement en fonction de la position du glisseur. Droite, zone d'extraction.

La puissance vibratoire totale dissipée  $P_{diss}$  est la somme de celles dissipées par amortissement interne et par contact. Elle est donnée par l'expression suivante [11] :

$$P_{diss} = P_{int} + P_{fric} \tag{5.11}$$

où  $P_{int}$  la puissance dissipée par amortissement interne du résonateur et  $P_{fric}$  la puissance vibratoire dissipée par friction. La puissance vibratoire dissipée par amortissement interne  $P_{int}$  du résonateur se répand à l'intérieur du matériau et est transformée en chaleur par hystérésis [136]. On parle de dissipation volumique. Cette puissance est proportionnelle à l'aire de la surface du résonateur et est calculée à l'aide de l'expression ci-dessous :

$$P_{int} = \eta_i \omega_c m v^2 A \tag{5.12}$$

où  $\eta_i$  est le facteur d'amortissement interne du résonateur,  $\omega_c$  la pulsation centrale, m la masse par unité de surface, v la valeur quadratique moyenne de la vitesse vibratoire et A l'aire de la surface du résonateur.

Le contact dissipe une très grande partie de l'énergie vibratoire lors du frottement de surfaces rugueuse [208] et ce constat permet par analogie avec l'équation (5.12) d'exprimer la puissance vibratoire dissipée par frottement  $P_{fric}$ :

$$P_{fric} = \eta_c \omega_c m v^2 S \tag{5.13}$$

où  $\eta_c$  est le facteur d'amortissement du contact et S l'aire apparente du contact.

De la relation (5.9), on peut écrire :

$$P_{inj} = P_{diss} = P_{int} + P_{fric} \tag{5.14}$$

En remplaçant chaque puissance par son expression, on aboutit à :

$$pS = \eta_i \omega_c m v^2 A + \eta_c \omega_c m v^2 S \tag{5.15}$$

En définitive, on a :

$$mv^2 = \frac{pS}{\eta_i \omega_c A + \eta_c \omega_c S} \tag{5.16}$$

### 5.2.1 Existence des deux régimes

A partir du bilan énergétique deux cas de figure se présentent. Lorsque la dissipation volumique domine, on a  $\eta_i \omega_c A \gg \eta_c \omega_c S$  et l'équation (5.16) devient :

$$mv^2 = \frac{pS}{\eta_i \omega_c A} \tag{5.17}$$

On retrouve le régime linéaire où l'évolution du niveau vibratoire est proportionnelle à l'aire apparente de la surface de contact. Dans le cas où la dissipation interfaciale domine, c'est-à-dire  $\eta_c \omega_c S \gg \eta_i \omega_c A$ . L'équation (5.16) devient :

$$mv^2 = \frac{pS}{\eta_c \omega_c S} = \frac{p}{\eta_c \omega_c} \tag{5.18}$$

L'énergie vibratoire de la plaque résonante devient constante quelle que soit l'aire du contact. On parle alors de régime constant. Le fait que les deux régimes soient observés sur le même système vibratoire, montre que l'explication physique de ce phénomène ne réside pas dans la nature du système, mais plutôt dans les conditions de frottement. Le contact se comporte à la fois comme générateur et dissipateur d'énergie.

#### Nombres sans dimension

On peut introduire deux variables X et Y sans dimension qui sont des ratios de puissances définis respectivement par les équations (5.19) et (5.20).

$$X = \frac{\eta_c \omega_c m v^2}{p} \tag{5.19}$$

$$Y = \frac{\eta_c \omega_c S}{\eta_i \omega_c A} \tag{5.20}$$

X est le ratio entre la puissance dissipée par le contact et la puissance transférée et Y est le ratio entre la puissance dissipée par le contact et la puissance interne.

L'équation (5.16) issue du bilan énergétique devient en définitive :

$$Y = \frac{X}{X+1} \tag{5.21}$$

Lorsque  $X \gg 1$ ,  $Y \approx 1$  la configuration correspond au régime constant. Quand  $X \ll 1$ , Y = X, on retrouve le régime proportionnel.

## 5.2.2 Comparaison entre la théorie sur la dissipation et l'étude expérimentale

Le but de cette section est de confronter l'étude théorique de la section précédente avec les résultats expérimentaux. Il s'agira de confirmer l'approche théorique par les résultats issus des mesures. La méthode consiste à utiliser la courbe théorique donnée par l'équation (5.21) liant les variables sans dimensions X et Y et la comparer aux courbes expérimentales. Cette méthode revient donc à estimer les valeurs de  $\eta_c \omega_c$  et p. On considère la partie linéaire des courbes logarithmiques d'ajustement (figures 5.11) qui correspond à un nombre de glisseurs variant de 1 (4 cm<sup>2</sup>) à 12 (48 cm<sup>2</sup>). La pente  $\lambda$  en décibels de cette partie linéaire pour chaque courbe expérimentale est donnée par :

$$\lambda = 20 \frac{\partial logv}{\partial logS} \tag{5.22}$$

La dérivée partielle  $\partial Y/\partial X$  de l'équation (5.21) permet d'aboutir à une nouvelle expression de la pente théorique en décibels par décade qui est :

$$\lambda = 10 \frac{\partial \log Y}{\partial \log X} \tag{5.23}$$

soit :

$$\lambda = \frac{10}{X+1} \tag{5.24}$$

On introduit deux nouvelles variables  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  qui sont respectivement les valeurs moyennes de X et Y déterminées pour une valeur moyenne de l'aire de contact  $\bar{S} = 41,33$  cm<sup>2</sup> (voir section 4.1.3). Les valeurs de  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  sont calculées à l'aide des formules ci-dessous :

$$\bar{X} = \frac{10}{\lambda} - 1 \tag{5.25}$$

et

$$\bar{Y} = \frac{\bar{X}}{\bar{X}+1} \tag{5.26}$$

Les valeurs de  $\eta_c \omega_c$  et p sont déduites des équations (5.25) et (5.26) :

$$\eta_c \omega_c = \frac{\bar{X} \eta_i \omega_c A}{\bar{S}} \tag{5.27}$$

$$p = \frac{\eta_c \omega_c m \bar{v}^2}{\bar{Y}} \tag{5.28}$$

La pulsation centrale  $\omega_c = \gamma/v$ , où  $\gamma$  et v sont respectivement les valeurs RMS de l'accélération et de la vitesse vibratoire du résonateur, reste constante pour toutes les expériences ( $\omega_c = 2\pi f_{cent}$  où  $f_{cent} = 1500$  Hz). Les valeurs des facteurs d'amortissement interne ( $\eta_i = 0,005\%$  et 1,2%) sont celles obtenues dans l'étude expérimentale au chapitre 2.

L'énergie vibratoire moyenne  $m\bar{v}^2$  est évaluée à l'aide de la figure 5.11 pour une vitesse moyenne autour de  $\bar{S} = 41,33$  cm<sup>2</sup>. Les valeurs de  $\lambda$  (équation 5.23), de  $m\bar{v}^2$ , de  $\bar{X}$  (équation 5.25), de  $\bar{Y}$  (équation 5.26), de  $\eta_c \omega_c$  (équation 5.27) et de p (équation 5.28) sont données dans les tableaux 5.4 et 5.5.

Les résonateurs fortement amortis ont un niveau vibratoire inférieur. Ce résultat est en accord avec l'équation (5.17). Par ailleurs, le niveau vibratoire est une fonction croissante de la masse des glisseurs, ainsi plus le glisseur est épais, plus le niveau vibratoire est élevé.

Pour le régime linéaire, les pentes les plus basses sont obtenues pour des résonateurs à faible amortissement et pour des glisseurs de masse plus élevée. *A contrario*, les plus grandes pentes sont obtenues lorsque l'amortissement est élevé et les masses faibles.

Une autre observation importante est l'évolution de la puissance injectée par unité de surface p. Cette puissance est plus élevée pour des glisseurs plus lourds, renforçant l'idée que l'énergie cinétique incidente  $1/2MV^2$ , où M est la masse du glisseur et V la vitesse de glissement, est le paramètre pertinent qui contrôle la puissance vibratoire injectée.

#### Représentation de la courbe sans dimension

La figure 5.12 présente la courbe des variables sans dimension illustrant l'évolution de la vitesse vibratoire avec l'aire de contact. Les lignes pointillées représentent la relation théorique obtenue par l'équation (5.21). Les résultats expérimentaux suivent la courbe théorique. L'évolution du niveau vibratoire en fonction de l'aire de contact par l'analyse des paramètres sans dimensions X et Y présente deux parties. La partie gauche de la courbe qui correspond au



 $\begin{array}{l} \mbox{Figure 5.11-Evolution du niveau vibratoire en fonction de l'aire apparente de contact pour le régime linéaire. Haut, vitesse de glissement V=50 mm/s. Bas, vitesse de glissement V=100 mm/s. \end{array}$ 

TABLEAU 5.4 – Résultats expérimentaux de l'évolution de la vites se vibratoire en fonction de l'aire de contact pour V=50 mm/s.

Glisseur (mm)	Résonateur $600 \times 400 \times 4 \text{ mm}$	m Rq $(\mu m)$	$\lambda$ (dB/décade)	$mar{v}^2$ $(\mu J/m^2)$	$\bar{X}$	$\overline{Y}$	$\eta_i \omega$ (s <sup>-1</sup> )	$\eta_c \omega$ (s <sup>-1</sup> )	p (mW/m <sup>2</sup> )
20×20×5	$\eta_i=0,005\%$	17	3,83	69,18	1,61	$0,\!62$	0,47	44,17	4,95
$20 \times 20 \times 10$	$\eta_i=0,005\%$	17	1,89	108,84	4,28	0,81	$0,\!47$	$117,\!05$	15,72
$20 \times 20 \times 10$	$\eta_i=1,2\%$	17	$6,\!33$	$23,\!80$	$0,\!58$	$0,\!37$	$113,\!10$	3807,04	$246,\!94$

TABLEAU 5.5 –	Résultats	expérimentaux	de l'évolution	de la	vitesse	vibratoire	$\operatorname{en}$	fonction	$\mathrm{de}$
		l'aire de cont	act pour V=1	00 mr	n/s.				

Glisseur (mm)	Résonateur $600 \times 400 \times 4 \text{ mm}$	m Rq $(\mu m)$	$\lambda$ (dB/décade)	$mar{v}^2$ $(\mu J/m^2)$	Ā	$\bar{Y}$	$\eta_i \omega$ (s <sup>-1</sup> )	$\eta_c \omega \ ({ m s}^{-1})$	p (mW/m <sup>2</sup> )
$20 \times 20 \times 5$	$\eta_i=0,005\%$	17	$3,\!43$	148,62	1,91	$0,\!66$	$0,\!47$	52,34	11,85
$20{\times}20{\times}10$	$\eta_i=0,005\%$	17	2,04	$254,\!78$	$3,\!90$	0,80	$0,\!47$	$106,\!78$	$34,\!18$
$20{\times}20{\times}10$	$\eta_i = 1,2\%$	17	$7,\!13$	50,92	$0,\!40$	$0,\!29$	113,10	$2640,\!50$	468,90



FIGURE 5.12 – Evolution des variables sans dimension (X et Y) représentant le niveau vibratoire avec l'aire de contact.  $Y = P_{fric}/P_{int}$ ,  $Y = P_{fric}/P_{inj}$ . La courbe théorique est en pointillé est Y = X/(X + 1). Haut, vitesse de glissement V=50 mm/s. Bas, vitesse de glissement V=100 mm/s.

régime d'amortissement interne a une pente de 10 décibels par décade et la partie droite qui correspond au régime d'amortissement du contact est constante. L'observation des deux régimes (proportionnel et constant) pour des glisseurs et des rugosités différents permet de comprendre que l'origine physique du phénomène réside essentiellement dans les conditions de frottement, notamment la pression de contact, la vitesse de glissement et l'amortissement du résonateur.

## 5.3 Rayonnement acoustique

Un grand nombre de rayonnements acoustiques provient de la vibration des structures. L'étude du rayonnement acoustique passe donc par une meilleure compréhension du transfert entre le champ acoustique rayonné et les structures vibrantes. Le facteur de rayonnement acoustique et le facteur de perte par couplage sont deux paramètres qui permettent de comprendre en partie la phénoménologie du rayonnement acoustique. Pour la partie acoustique, on va chercher à comprendre l'allure du spectre qui a été mesuré avec le microphone lors de l'expérience. Pour cela, nous avons besoin d'un concept clé qui est le facteur de rayonnement.

#### 5.3.1 Facteur de rayonnement acoustique

Le facteur de rayonnement acoustique est utilisé pour estimer, à partir de la mesure de vitesse vibratoire, la puissance acoustique émise par une surface vibrante. Il est défini comme le rapport de la puissance acoustique rayonnée par la structure vibrante dans un demi-espace infini (une face de la structure) sur la puissance rayonnée par un piston rigide de même vitesse vibratoire et même surface [212]. Le facteur de rayonnement acoustique est une grandeur sans dimension et son expression analytique est donnée par [136] :

$$\sigma_{rad} = \frac{P_{rad}}{\rho_0 c_0 v_{\rm rms}^2 A} \tag{5.29}$$

où  $P_{rad}$  est la puissance rayonnée,  $\rho_0$  la densité de l'air,  $c_0$  la vitesse du son dans l'air,  $v_{\rm rms}$  la valeur quadratique moyenne de la vitesse vibratoire et A la surface vibrante du solide rayonnant.

Le facteur de rayonnement est difficile à déterminer d'une façon générale, mais peut être estimé analytiquement ou expérimentalement pour les géométries simples comme les plaques. Maidanik [213] propose les formules statistiques ci-dessous pour déterminer la valeur approchée de  $\sigma_{rad}$  pour une plaque rectangulaire de longueur a et de largeur b:

$$\sigma_{rad} = \begin{cases} (2\lambda_{cr}^2/S)g_1(\alpha) + (\lambda_{cr}P/S)g_2(\alpha) & \text{si } f < f_{cr} \\ (a/\lambda_{cr})^{1/2} + (b/\lambda_{cr})^{1/2} & \text{si } f = f_{cr} \\ (1 - 1/\alpha^2)^{-1/2} & \text{si } f > f_{cr} \end{cases}$$
(5.30)

où P et S sont respectivement le périmètre et la surface de plaque rectangulaire.  $\lambda_{cr} = c_0/f_{cr}$  est la longueur d'onde à la fréquence critique  $f_{cr} = (c_0^2/2\pi)(\rho e/D)^{1/2}$  où  $\rho$ , e et D sont la masse volumique, l'épaisseur et la raideur en flexion de la plaque.  $g_1$  et  $g_2$  sont deux fonctions de la variable  $\alpha = (f/f_{cr})^{1/2}$  définies par :

$$g_1(\alpha) = \begin{cases} (4/\pi^4)(1-2\alpha^2)/[\alpha(1-\alpha^2)^{1/2}] & \text{si } f < f_{cr}/2 \\ 0 & \text{si } f > f_{cr}/2 \end{cases}$$
(5.31)

 $\operatorname{et}$ 

$$g_2(\alpha) = (2\pi)^{-2} [(1-\alpha^2)\ln((1+\alpha)/(1-\alpha)) + 2\alpha]/(1-\alpha^2)^{3/2}$$
(5.32)

Ces formules montrent qu'il existe une fréquence critique de rayonnement. Cette fréquence est définie comme la fréquence pour laquelle les longueurs d'onde structurale et acoustique sont égales. En dessous de la fréquence critique, le rayonnement est faible. Au-dessus de la fréquence critique, le rayonnement va agir fortement.

L'évolution fréquentielle du facteur de rayonnement approché de la plaque (dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm) utilisée dans l'étude expérimentale est représentée figure 5.13(b). On observe qu'il y a une fréquence critique qui vaut  $f_{cr} = 2929$  Hz. Le rayonnement est faible en dessous de cette fréquence et atteint son maximum à la fréquence critique puis décroît aux fréquences supérieures tout en restant supérieur à 1. Nous sommes dans le régime supersonique.

D'après l'équation (5.29), la densité spectrale de puissance de la pression acoustique au point de mesure par le microphone  $S_{pp}$  peut s'exprimer en fonction du facteur de rayonnement  $\sigma_{rad}$  et de la densité spectrale de puissance de la vitesse vibratoire  $S_{vv}$  (voir équation (5.33) par :

$$S_{pp}(\omega) \propto \sigma_{rad} S_{vv}(\omega) \tag{5.33}$$

Cette relation permet d'expliquer le comportement qualitatif des spectres de vitesses et de pression. Pour des fréquences inférieures à la fréquence critique  $f_{cr}$ , la densité spectrale de puissance de la vitesse est quasi constante, tandis que celle de la pression présente un creux. Celui-ci résulte de la faiblesse du facteur de rayonnement. Au-dessus de la fréquence critique, la densité spectrale de puissance de la vitesse et de la pression acoustique présente une décroissance d'environ 30 dB/décade. A celle-ci, il convient d'ajouter la décroissance du facteur de rayonnement du régime supersonique. On arrive ainsi à une décroissance de 45 dB/décade du spectre de pression acoustique.

### 5.3.2 Facteur d'amortissement par rayonnement

Le facteur d'amortissement par rayonnement  $\eta_{rad}$  est lié au facteur de rayonnement acoustique par [136] :

$$\eta_{rad} = \frac{c_0 \rho_0}{m_s \omega} \sigma_{rad} \tag{5.34}$$

où  $c_0$  est la vitesse du son dans l'air,  $\rho_0$  la densité de l'air,  $\rho$ ,  $m_s$  la masse surfacique de la plaque et  $\omega$  la pulsation.

La recherche de valeurs analytiques de  $\eta_{rad}$  se fait sous la condition donnée par l'équation (5.30), en adoptant l'hypothèse consistant à supposer que la plaque baigne dans un fluide léger en négligeant la force exercée par le fluide sur la plaque.

Le rayonnement est efficace lorsque la longueur d'onde acoustique  $\lambda_a$  est inférieure ou égale à la longueur d'onde de la structure vibrante  $\lambda_s$ . La vitesse d'onde de flexion de la plaque est définie par :

$$c_p = \left(\frac{D\omega^2}{m_s}\right)^{1/4} \tag{5.35}$$

où  $D = (Ee^3)/12(1-\nu^2)$  est la rigidité en flexion, E est le module de Young et  $\nu$  le coefficient de Poisson.

Aux basses fréquences et pour  $\lambda_s \ll \lambda_a$ , la plaque produit des ondes de flexion positives et négatives qui s'annulent. Dans ces conditions, l'efficacité de rayonnement acoustique est faible. Pour les hautes fréquences ( $\lambda_s \gg \lambda_a$ ), la plaque rayonnante agit comme un ensemble de sources ponctuelles non corrélées. L'efficacité de rayonnement augmente fortement lorsque  $\lambda_s \approx \lambda_a$ .

## 5.4 Synthèse

Ce dernier chapitre a été consacré à l'interprétation physique des résultats expérimentaux et numériques dans l'optique de mieux comprendre le mécanisme du bruit induit par le frottement de deux surfaces rugueuses. Il a présenté l'explication théorique des régimes de contact et de dissipation. Dans le régime rampant qui est le premier régime de contact, le taux de contact est très élevé et avoisine les 100% pour les faibles vitesses. Les spots de contact sont multiples, se renouvellent très vite et sont répartis sur toute la surface. Lorsque la vitesse de glissement augmente, les premières pertes de contact apparaissent au-delà de 10 mm/s. Quand l'accélération dépasse celle de la gravité, le glisseur perd le contact avec la piste et entre dans un second régime dit de sauts ou vols séparés par des impacts entre aspérités des surfaces en contact. Les spots de contact apparaissent essentiellement au bord de la surface de contact. On observe par ailleurs des moments d'absence totale de contact matérialisés par une absence de spots. Le régime de dissipation est aussi constitué de deux régimes que sont le régime d'amortissement interne ou dissipation volumique et le régime d'amortissement du contact ou dissipation interfaciale. Dans le régime de dissipation volumique, chaque glisseur se comporte comme une source vibratoire indépendante. La puissance vibratoire totale est la somme des vibrations individuelles. Le niveau vibratoire est proportionnel à la puissance vibratoire et donc à la surface de contact. On parle alors de régime linéaire. Dans le régime de dissipation interfaciale, la puissance vibratoire est proportionnelle à la surface, mais le niveau vibratoire non. La surface de contact se comporte comme un dissipateur d'énergie. On parle dans ce cas de régime constant.



(a) Densité spectrale de puissance de la vitesse vibratoire.



(b) Facteur de rayonnement approché. Fréquénce cr<br/>tique  $f_{cr}=2929~{\rm Hz}.$ 



pression acoustique.

 $\begin{array}{l} \mbox{Figure 5.13-Facteur de rayonnement approché de la plaque de dimensions 600 \times 400 \times 4 \\ \mbox{mm et densités spectrales de puissance de la vitesse vibratoire et du niveaux de pression \\ \mbox{ acoustique pour une vitesse de glissement de 100 mm/s.} \end{array}$ 

# Conclusion générale

Ce travail de recherche a consisté à étudier le bruit de rugosité émis par le glissement de deux surfaces sèches, planes et rugueuses en contact sous faible charge. Il s'est agi de comprendre le mécanisme de génération des vibrations et de dissipation d'énergie dans la zone de contact. La thèse s'est appuyée à la fois sur plusieurs expérimentations fondamentales et des simulations numériques directes. L'approche expérimentale a permis d'établir les lois d'échelle de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement, de l'aire apparente de contact et de la masse du glisseur. Le volet concernant la simulation numérique directe a permis de résoudre numériquement, à l'aide du code de calcul Ra3D développé au Laboratoire de tribologie et dynamique des systèmes (LTDS), les équations mécaniques du contact entre les deux corps rugueux. Cette simulation a facilité la reconstitution numérique de l'information de la dynamique du contact non accessible directement à la mesure.

L'étude expérimentale a été réalisée sur un tribomètre acoustique innovant et polyvalent qui permet la mesure simultanée du niveau vibratoire, du niveau sonore et de l'effort tangentiel lors du déplacement imposé du glisseur sur le résonateur. Le dispositif expérimental a permis par ailleurs la réalisation de mesures de facteurs d'amortissement des résonateurs. La mesure de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement a révélé l'existence de deux régimes de contact avec une vitesse transitoire à 120 mm/s. Le premier est le régime rampant où le contact est quasi permanent entre le glisseur et la piste du résonateur. Le second régime, dit de sauts, est celui où apparaissent de manière alternée des phases de vols (perte de contact) lorsque l'accélération normale excède celle de la pesanteur et d'impacts quand l'accélération est inférieure à celle de la pesanteur. Dans les deux cas de figure, l'évolution du niveau vibratoire  $L_v$  en décibels est une fonction linéaire et croissante du logarithme de la vitesse de glissement V. Cette loi d'échelle est de la forme :  $L_v = 20 \log_{10}(V)^n$ , où  $n \text{ est } n \approx 3/4 \text{ pour } V$ inférieure à la vitesse de transition et  $n \approx 1/10$  pour V supérieure à la vitesse de transition. L'existence d'une vitesse transitoire avec une deuxième valeur de n constitue une avancée en ce sens que c'est la première fois qu'il est mis en évidence à la fois dans une étude expérimentale et numérique, comparativement à toutes les études antérieures. Cette transition est à la fois insensible au chargement normal appliqué en changeant la masse du glisseur et à la rugosité des surfaces en contact.

L'étude de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de l'aire apparente de contact fait apparaître, elle aussi, deux régimes dont l'un est linéaire et l'autre constant. Dans le régime linéaire, le niveau vibratoire est proportionnel à l'aire apparente de contact. Tandis que dans le deuxième régime, le niveau vibratoire est indépendant de la surface de contact. Ce phénomène s'explique en partie par la dissipation d'énergie vibratoire dans le résonateur et par les pertes d'énergie par friction dans le contact lors du glissement. Dans le régime proportionnel, l'amortissement interne du résonateur domine l'amortissement du contact et dans le régime constant, l'amortissement du contact prend le dessus. Ce deuxième résultat important est en accord avec les études antérieures. L'ensemble des résultats expérimentaux met en lumière la complexité de la phénoménologie du bruit de rugosité dont l'évolution n'obéit pas à une loi classique comme pourrait le communiquer l'intuition.

La simulation numérique directe qui utilise la décomposition modale, la méthode des différences centrées et de l'algorithme de pénalité établit des résultats en cohérence avec l'étude expérimentale pour l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement. L'évolution du niveau vibration suit la même loi d'échelle pour deux lois de contact différentes, renforçant ainsi la prédiction expérimentale. Les deux lois de contact sont respectivement de la forme  $F_1 = K_1 \delta + \chi_1 \dot{\delta}$  et  $F_2 = K_2 \delta^{n_1} + \chi_2 \delta^{n_2} \dot{\delta}$ .

L'approche numérique a permis par ailleurs de mieux comprendre la dynamique locale de contact à travers l'étude de l'évolution du taux de contact en fonction de la vitesse de glissement. Les résultats montrent que les efforts normaux de contact sont des fonctions croissantes de la vitesse de glissement. La variation de ces efforts créée par les interactions mécaniques entre aspérités est à l'origine des vibrations qui induisent le bruit de rugosité qui permet d'expliquer l'augmentation du niveau sonore rayonné (émis). Une augmentation de la vitesse de glissement réduit le taux de contact et donc la surface réelle de contact, augmentant ainsi les contraintes locales. Ce mécanisme explique le fait qu'une diminution du taux de contact n'empêche pas l'augmentation du niveau vibratoire lorsque la vitesse augmente, permettant ainsi de comprendre l'existence du deuxième régime ( $n \approx 1/10$ ) de contact obtenu dans l'étude expérimentale.

Le travail effectué durant cette thèse a permis d'enregistrer des avancées sur la compréhension de la dynamique des interfaces multicontact, le mécanisme de génération des vibrations et du bruit de rugosité. En dépit des avancées enregistrées, certains aspects n'ont pas pu être traités et mériteraient une attention particulière. Il s'agit entre autres de la formulation d'une loi de contact adaptée au problème de frottement sous faible charge avec des expressions explicites de la raideur de contact K et le facteur d'amortissement  $\chi$ . En ce qui concerne les lois d'échelle, des investigations théoriques pourraient permettre d'expliquer et d'interpréter les valeurs des exposants 3/4 et 1/10 obtenues dans le cas de l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement. Pour l'étude expérimentale, il faudra développer et mettre en œuvre des dispositifs de mesure utilisant des techniques électriques et optiques couplés au tribomètre pour l'observation directe de l'interface lors du glissement pour une meilleure compréhension de la dynamique de l'interface.

# Annexes

# Annexe 1 : Modes propres et fréquences associées du résonateur et des glisseurs



Nom de l'objet	PartBody Pad.1					
Etat	Maillé					
Propriétés gr⊒phiques						
Visible	Oui					
Transparence	1					
Dé	finition					
Désactivé	Non					
Comportement de raideur	Flexible					
Système de coordonnées	Système de coordonnées par défaut					
Température de référence	Par environnement					
Comportement	Aucun					
M	téri⊡u					
Affectation	Acier standard					
Effets non linéaires	Oui					
Effets de déformation thermique	Oui					
Boîte englob⊡nte						
Longueur suivant X	4,e-003 m					
Longueur suivant Y	0,6 m					
Longueur suivant Z	0,4 m					

Nom de l'objet	PartBody Pad.1				
Pro	priétés				
Volume	9,6e-004 m <sup>3</sup>				
Masse	7,488 kg				
Coord. X du centre de gravité	2,e-003 m				
Coord. Y du centre de gravité	0,3 m				
Coord. Z du centre de gravité	0,2 m				
Moment d'inertie Ip1	0,32448 kg m²				
Moment d'inertie Ip2	9,985e-002 kg·m <sup>2</sup>				
Moment d'inertie Ip3	0,22465 kg·m²				
Statistiques					
Nœuds	1576				
Eléments	204				
Paramètres de maillage	Aucun				





Nom de l'objet	PanBody Pad.1				
Etat	Maillé				
Propriétés gr⊡phiques					
Visible	Oui				
Transparence	1				
Dé	finition				
Désactivé	Non				
Comportement de raideur	Flexible				
Système de coordonnées	Système de coordonnées par défaut				
Température de référence	Par environnement				
Comportement	Aucun				
M	téri□u				
Affectation	Acier standard				
Effets non linéaires	Oui				
Effets de déformation thermique	Oui				
Boîte englob⊡nte					
Longueur suivant X	5,e-003 m				
Longueur suivant Y	2,e-002 m				
Longueur suivant Z	2.e-002 m				

Nom de l'objet	- PartPodulPad 1						
Nom de robjet	Fallbouy Fau. I						
Propriétés							
Volume	2,e-006 m <sup>3</sup>						
Masse	1,56e-002 kg						
Coord. X du centre de gravité	2,5e-003 m						
Coord. Y du centre de gravité	1,e-002 m						
Coord. Z du centre de gravité	1,e-002 m						
Moment d'inertie Ip1	1,04e-006 kg·m <sup>2</sup>						
Moment d'inertie Ip2	5,525e-007 kg⋅m²						
Moment d'inertie Ip3	5,525e-007 kg·m <sup>2</sup>						
Stat	istiques						
Nœuds	4125						
Eléments	784						
Paramètres de maillage	Aucun						





Nom de l'objet	PartBody Pad.1				
Etat	Maillé		-		
Propriété	s ar phiques	Nom de l'objet	PartBody Pad.1		
Visible	Ουί	Pro	priétés		
Transparence	1	Volume	8,e-006 m <sup>3</sup>		
Dé	finition	Coord. X du centre de gravité	1,e-002 m		
Désactivé	Non	Coord. Y du centre de gravité	1,e-002 m		
Comportement de raideur	Flexible	Coord. Z du centre de gravité	1,e-002 m		
Système de coordonnées	Système de coordonnées par défaut	Moment d'inertie Ip1	4,16e-006 kg m²		
Température de référence	Par environnement	Moment d'inertie Ip2	4,16e-006 kg m²		
Comportement	Aucun	Moment d'inertie Ip3	4,16e-006 kg ·m²		
M	téri□u	Statistiques			
Affectation	Acier standard	Nœuds	8281		
Effets non linéaires	Oui	Eléments	1728		
Effets de déformation thermique	Oui	Paramètres de maillage	Aucun		
Boîte	englob⊡nte	Attributs CAO			
Longueur suivant X	2.e-002 m	Color:0.0.0			
Longueur suivant Y	2,e-002 m	Color:210.210.255			
Longueur suivant Z	2,e-002 m				





Nom de l'objet	PartBody Pad.1			
Etat	Maillé	Nom de l'objet	PartBody Pad.1	
Propriété	s gr⊡phiques	Pro	priétés	
Visible	Oui	Volume	8,e-006 m <sup>3</sup>	
Transparence	1	Masse	6,24e-002 kg	
Dé	finition	Coord. X du centre de gravité	1,e-002 m	
Désactivé	Non	Coord. Y du centre de gravité	1,e-002 m	
Comportement de raideur	Flexible	Coord. Z du centre de gravité	1,e-002 m	
Système de coordonnées	Système de coordonnées par défaut	Moment d'inertie Ip1	4,16e-006 kg·m <sup>2</sup>	
Température de référence	Par environnement	Moment d'inertie Ip2	4,16e-006 kg·m <sup>2</sup>	
Comportement	Aucun	Moment d'inertie Ip3	4,16e-006 kg·m <sup>2</sup>	
M	téri⊡u	Statistiques		
Affectation	Acier standard	Nœuds	8281	
Effets non linéaires	Oui	Eléments	1728	
Effets de déformation thermique	Oui	Paramètres de maillage	Aucun	
Boîte e	englob Inte	Attributs CAO		
Longueur suivant X	2,e-002 m	Color:0.0.0		
Longueur suivant Y	2,e-002 m	Color:210.210.255		
Longueur suivant Z	2,e-002 m		-	



# Annexe 2 : Figures de l'étude expérimentale



Profils de surface mesurés des glisseurs ( $Rq = 32 \ \mu m$ )

FIGURE 5.14 – Exemples de profils de surface mesurés des glisseurs. Rugosité, Rq = 32  $\mu m.$ Gauche, direction x. Droite, direction y.



Profils de surface mesurés des résonateurs amortis

FIGURE 5.15 – Exemples de profils de surface mesurés des résonateurs amortis. Dimensions des résonateurs  $600 \times 400 \times 4$  mm. Haut, rugosité Rq = 17 µm. Bas, rugosité Rq = 32 µm.



Profils de surface mesurés des résonateurs non amortis

FIGURE 5.16 – Exemples de profils de surface mesurés des résonateurs non amortis. Dimensions des résonateurs  $600\times400\times4$  mm. Haut, rugosité Rq = 17  $\mu$ m. Bas, rugosité Rq = 32  $\mu$ m.

Distribution des hauteurs des aspérités des glisseurs ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.17 – Distribution des hauteurs des aspérités des glisseurs. Barres bleues, valeurs mesurées. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale. Rugosité,  $Rq = 32 \ \mu m$ . Gauche, direction x. Droite, direction y.  $\sigma$ , écart-type. 173



Distribution des hauteurs des aspérités des résonateurs amortis

FIGURE 5.18 – Distribution des hauteurs des aspérités des résonateurs amortis. Haut, rugosité Rq = 17  $\mu$ m. Bas, rugosité Rq = 32  $\mu$ m. Barres bleues, valeurs mesurées. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale.  $\sigma$ , écart-type.



Distribution des hauteurs des aspérités des résonateurs non amortis



FIGURE 5.19 – Distribution des hauteurs des aspérités des résonateurs non amortis. Haut, rugosité  $Rq = 17 \ \mu m$ . Bas, rugosité  $Rq = 32 \ \mu m$ . Barres bleues, valeurs mesurées. Ligne rouge, meilleure approximation par la loi normale.  $\sigma$ , écart-type.

Fonctions de corrélation des surfaces des glisseurs obtenues par mesure profilométrique ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.20 – Fonctions de corrélation des surfaces des glisseurs obtenues par mesure profilométrique. Courbe en noire, mesure (2.1), Courbe en rouge, meilleure approximation (2.2). Rugosité,  $Rq = 32 \ \mu m$ . Gauche, direction x. Droite, direction y.

Fonctions de corrélation des surfaces obtenues par mesure profilométrique des résonateurs amortis



FIGURE 5.21 – Fonctions de corrélation des surfaces obtenues par mesure profilométrique des résonateurs amortis. Courbe en noire, mesure (2.1). Courbe en rouge, meilleure approximation (2.2). Haut, rugosité  $Rq = 17 \ \mu m$ . Bas, rugosité  $Rq = 32 \ \mu m$ .

## Fonctions de corrélation des surfaces obtenues par mesure profilométrique des résonateurs non amortis



FIGURE 5.22 – Fonctions de corrélation des surfaces obtenues par mesure profilométrique des résonateurs non amortis. Courbe en noire, mesure (2.1). Courbe en rouge, meilleure approximation (2.2). Haut, rugosité  $Rq = 17 \ \mu m$ . Bas, rugosité  $Rq = 32 \ \mu m$ .

Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point de mesure (x = 465 mm et y = 50 mm) du résonateur non amorti (17  $\mu$ m)



FIGURE 5.23 – Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point de mesure (x = 465 mm et y = 50 mm) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.
Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point (x = 465 mm et y = 50 mm) du résonateur non amorti (32 µm)



FIGURE 5.24 – Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point (x = 465 mm et y = 50 mm) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10 \text{ mm}$ . Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4 \text{ mm}$ . Rugosité 32  $\mu$ m.

Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point de mesure (x = 465 mm et y = 50 mm) du résonateur non amorti ( $32 \mu \text{m}$ )



FIGURE 5.25 – Exemples de résultats de mesures de vitesse vibratoire au point de mesure (x = 465 mm et y = 50 mm) du résonateur pour différentes vitesses de glissement (100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 32  $\mu$ m.





FIGURE 5.26 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement, 10, 30 et 50 mm/s. Dimensions du glisseur  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.

# Signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée (17 $\mu$ m)



FIGURE 5.27 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 100, 120 et 140 mm/s. Dimensions du glisseur 20 × 20 × 10 mm. Résonateur non amorti de dimensions 600 × 400 × 4 mm. Rugosité 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.



Signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée (17  $\mu$ m)

FIGURE 5.28 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 200, 300 et 500 mm/s. Dimensions du glisseur 20 × 20 × 10 mm. Résonateur non amorti de dimensions 600 × 400 × 4 mm. Rugosité Rq = 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.

# Signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée (32 $\mu$ m)



FIGURE 5.29 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement, 1, 3 et 5 mm/s. Dimensions du glisseur  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité  $32 \ \mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.





FIGURE 5.30 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement, 10, 30 et 50 mm/s. Dimensions du glisseur  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 32  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.

Signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée (32  $\mu$ m)



 $\begin{array}{l} \mbox{FIGURE 5.31-Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire.} \\ \mbox{Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 100, 120 et 140 mm/s.} \\ \mbox{Dimensions du glisseur 20 $\times$ 20 $\times$ 10 mm. Résonateur non amorti de dimensions 600 $\times$ 400 $\times$ 40 $\times$ 4 mm. Rugosité 32 $\mu$m. $f_c$, fréquence de coupure.} \end{array}$ 



Signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée (32  $\mu$ m)

FIGURE 5.32 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 200, 300 et 500 mm/s. Dimensions du glisseur 20 × 20 × 10 mm. Résonateur non amorti de dimensions 600 × 400 × 4 mm. Rugosité Rq = 32  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.

Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (Rq = 17  $\mu$ m)



FIGURE 5.33 – Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.

Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.34 – Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 32  $\mu$ m.

# Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.35 – Exemples de résultats de mesures de pression acoustique pour différentes vitesses de glissement (100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s) et pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 32  $\mu$ m.





FIGURE 5.36 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 30, 50 et 100 mm/s). Glisseur de

dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.





FIGURE 5.37 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 120, 140 et 200 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.

signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée ( $Rq = 17 \ \mu m$ )



FIGURE 5.38 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 300 et 500 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.





FIGURE 5.39 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 30, 50 et 100 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.

signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.40 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 120, 140 et 200 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.  $f_c$ , fréquence de coupure.

signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.41 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Vitesses de glissement 300 et 500 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.





FIGURE 5.42 – Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.

# Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.43 – Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement 1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 32  $\mu$ m.

#### V = 100 mm/s V = 120 mm/s 20 20 Zone Force tangentielle (N) Force tangentielle (N) stationnaire 10 10 0 0 -10 -10 Zone stationnaire -20 -20 2 8 10 2 8 10 6 4 6 4 Temps (s) Temps (s) V = 140 mm/s V = 200 mm/s 20 20 Zone Zone Force tangentielle (N) stationnaire Force tangentielle (N) stationnaire 10 10 0 0 -10 -10 -20 -20 2 10 2 4 6 8 4 6 8 10 Temps (s) Temps (s) V = 500 mm/s V = 300 mm/s 20 20 Zone stationnaire Force tangentielle (N) Force tangentielle (N) 10 10 0 0 -10 -10 Zone stationnaire -20 -20 2 6 2 4 8 10 4 6 8 10 Temps (s) Temps (s)

#### Etude expérimentale

Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur ( $Rq = 32 \ \mu m$ )

 $\begin{array}{l} \mbox{FIGURE 5.44-Exemples de signaux temporels de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement : 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions 20 <math display="inline">\times$  20  $\times$  10 mm. Résonateur non amorti de dimensions 600  $\times$  400  $\times$  4 mm. Rugosité 32  $\mu m. \end{array}$ 

Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur ( $Rq = 17 \ \mu m$ )



FIGURE 5.45 – Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire. Vitesses de glissement : 1, 3, 5, 10, 30 et 50 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.

Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur ( $Rq = 17 \ \mu m$ )



FIGURE 5.46 – Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire.

Vitesses de glissement 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s). Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m.

Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur ( $Rq = 32 \ \mu m$ )





203

Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur ( $Rq = 32 \ \mu m$ )



FIGURE 5.48 – Exemples de signaux de fluctuation temporelle de la force tangentielle exercée par la règle sur le glisseur dans la partie stationnaire identique à celle de la vitesse vibratoire.

Vitesses de glissement 100, 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Résonateur non amorti de dimensions  $600 \times 400 \times 4$  mm. Rugosité 32  $\mu$ m.

### Annexe 3 : Code de calcul Ra3D

#### Structure du code Ra3D

L'organigramme du code Ra3D, présenté figure ??, est composé des fichiers de profils de rugosité des surfaces, d'un fichier de données utiles pour la simulation et de deux programmes de calcul que sont le solveur (Ra3D) et le post-processeur (mra3D). Le soldeur, exécuté avec la commande "ra3d data.txt", est un programme écrit en langage C. Le fichier de données "data.txt" contient les noms de deux fichiers "up.pro" et "down.pro" qui servent à définir des profils de rugosité, les données mécaniques des solides, les conditions cinématiques ainsi que des paramètres pour le schéma numérique. Le solveur renvoie un fichier de résultat "data.ra3" contenant l'ensemble des déformations, des vitesses vibratoires et des forces de contact en chaque nœud des profils de rugosité.

Le post-processeur est un script matlab nommé "mra3d.m" qui permet à l'aide d'une interface graphique malabar de visualiser les résultats (figure ??). Parmi ces résultats, nous avons les surfaces numériques, le mouvement des deux solides ainsi que leurs déformations, l'évolution temporelle de la vibration en un nœud, l'audiogramme et le son (bruit de frottement) qui en résulte.



#### Interface post-processeur mra3d



### Annexe 4 : Fichiers numériques

Scripts de génération de surface numérique, de conversion en fichier \*pro et de présentation graphique de fonction corrélation

#### surface2D : script de génération de surface numérique

function [f,x,y] = surface2D(L,W,step,h,corr)

```
% [f,x,y] = surface2D(L,W,step,h,corr)
```

```
% generates an isotropic 2D random surface f(x,y) of length L
and width W with a Gaussian height distribution and Gaussian
autocovariance. h is % the RMS height and corr the correlation
length.
% Input:
                 - length of surface
            L
%
            W
                 - width of surface
%
            step - spatial step in both x- and y-direction
%
                 - rms height
            h
%
            corr - correlation length in both x- and y-direction
% Output:
            f - surface heights
%
            x - surface points
%
            y - surface points
x = -L/2:step:L/2; N=length(x);
y = -W/2:step:W/2; P=length(y);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
clx=corr; cly=corr;
% uncorrelated Gaussian random surface
Z = h.*randn(P,N);
% Gaussian filter
F = \exp(-(X.^{2}/(clx^{2}/2)+Y.^{2}/(cly^{2}/2)));
% correlated Gaussian random surface
f = 2/sqrt(pi)*step/sqrt(clx)/sqrt(cly)*ifft2(fft2(Z).*fft2(F));
```

end

# extrairemat\_ass2 : script d'extraction de ligne ou de colonne de matrice de surface pour tracer la fonction corrélation numérique

```
% extraction of surface matrix row or column and plot
% of correlation function
addpath ('/home/ltds/nassemie/Run/')
Surf2='track42x3cm_Rq17_RSm80.mat;
load('A.mat', 'Surf2')
M1=Surf2(:,10);
save M1
Ze=M1(~isnan(M1));
n=length(Ze); % length of profile
x=(1:n);
xe=x.';
p=polyfit(xe,Ze,1); % linear regression
Z0=Ze-p(1)*xe-p(2); % straighten up
figure('color', 'w');
[chh, lags]=xcov(Z0, 'coeff');
chh=chh(n:2*n-1);
k = 1;
while (chh(k) > 1/exp(1))
    k = k + 1;
end
correlation = 1/2*(xe(k-1)+xe(k)-2*xe(1)); % correlation
length
plot(xe,chh,'LineWidth',2)
set(gca, 'FontSize',18)
grid
axis([0 250 -0.4 1.])
v=axis;
xlabel('Length lag (micron)', 'FontSize', 18)
ylabel('Correlation', 'FontSize', 18)
text(v(2)*0.3,0.9,['Correlation ' num2str(correlation) '
micron'], 'FontSize',18);
```

#### Fichier de données

Le fichier de données est un fichier texte 'data.txt' contenant tous les paramètres nécessaires à une simulation à l'aide du code Ra3D. La structure générale du fichier est présentée en **annexe** 4. Les premières lignes du fichier précédées du symbole '#' sont consacrées aux commentaires relatifs au titre, à l'auteur et à la date de création. La suite du fichier est subdivisée en quatre sections :

- Les sections <UPSOLID> et <DOWNSOLID> qui décrivent les propriétés des matériaux, les dimensions du glisseur et du résonateur respectivement. Les champs qui composent ces sections sont : la masse volumique des matériaux, le module de Young, le coefficient de poisson, les coefficients d'amortissement, les longueurs, les largeurs, les épaisseurs, les noms des fichiers \*.pro qui décrivent les profils rugueux, les types de conditions aux limites, le nombre de modes, les positions longitudinales et latérale de la zone de contact par rapport aux bords.
- La section <CONTACT> qui précise les paramètres cinématiques du contact que sont : la vitesse de glissement et la position initiale du solide supérieur.
- La section <SIMULATION> qui indique la durée de simulation, le pas de temps, la fréquence d'échantillonnage, la loi de contact, le point récepteur où sont calculées les vitesses vibratoires

# Fichier de données pour ra3D # 23 avril 2021 # Modeste ASSEMIEN # Thèse de Doctorat
<upsolid></upsolid>
DENSITY=7800. YOUNG=210e9 POISSON=0.3 DAMPING=0.02 THICKNESS=0.01 WIDTH=0.02 LENGTH=0.02 PROFILE=slider_2x2cm_Rq17_RSm80_step20.pro EDGES=SSSS MODE=0 GRAVITY=1 BODY_MODE=1 ORIGINX=0.00 ORIGINY=0.00
<downsolid></downsolid>
DENSITY=7800. YOUNG=210e9 POISSON=0.3 DAMPING=0.00005 THICKNESS=0.004 WIDTH=0.400 LENGTH=0.600 PROFILE=track_46x3cm_Rq17_RSm80_step20.pro EDGES=SSSS MODE=200 GRAVITY=0 ORIGINX=0.070 ORIGINY=0.185
<contact></contact>
SPEED=0.100 DELTAX=0.070 DELTAY=0.185
DURATION=2 TIME_STEP=1e-06 SAMPLING=44100 CONTACT_POWER_LAW=1e16 3e17 1.5 1.5 RECEIVER=V-1-19750- 500

FIGURE 5.49 – Fichier de données pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm, de rugosité 17  $\mu$ m. Vitesse de glissement 100 mm/s.

#### Fichier de profil (extrait)

Les fichiers de profil sont des '\*.pro' qui contiennent la définition des profils des surfaces numériques. Ces fichiers sont généralement obtenus par mesure profilométrique. Le tableau 5.6 présente la structure d'un fichier '\*.pro' [151].

Version	
Nom	
Direction	(XY, XZ ou YZ)
Vitesse de mesure	$(\mathrm{mm/s})$
Nombre de nœuds	$N_x N_y$ (directions x et y)
Pas spatial	$d_x d_y$ (directions x et y en $\mu m$ )
Plage de mesures	$(\mu m)$
Rayon du stylet	$(\mu m)$
$h_{11} \ldots h_{12} \ h_{1N_y}$	
$h_{N_x1} \ldots h_{N_x2} h_{N_xN_y}$	

TABLEAU 5.6 – Structure d'un fichier '\*.pro'

Les fichiers '\*.pro' sont constitués d'une seule colonne. Les lignes version, nom et direction sont des chaînes de caractères permettant d'identifier le fichier. Les lignes, vitesse de mesure, plage de mesures, pas spatial et rayon du stylet sont des nombres flottants en millimètres par seconde (mm/s) pour le premier et en microns pour les autres. La ligne nombre de nœuds est constituée de deux entiers  $N_x$  et  $N_y$  que sont les nombres de nœuds dans les directions x et y. La suite du fichier est constituée de  $N_x$  lignes de la forme :

$$h_{i1} h_{i2} h_{i3} h_{i4} \dots h_{iN_y}$$
 (5.36)

où  $h_{ij}$  est l'altitude en microns du nœud (i, j) du maillage.

V2 slider 2x2cm Rq17 RSm80 step20 XY 0.500000 1001 1001 20.000000 20.000000 6000.000000 0.000000 24.19 28.41 35.68 39.84 36.73 26.68 13.11 -0.93 -14.62 -28.37 -41.92 -53.55 -60.15 -58.55 -48.39 -34.01 -22.04 -16.40 -15.91 -16.76 -16.15 -13.17 -7.52 0.58 9.38 16.42 20.79 22.99 22.43 17.18 7.15 -3.95 -11.80 -16.00 - 19.78 - 24.79 - 28.13 - 25.82 - 17.92 - 8.05 0.58 6.55 9.17 8.79 7.48 7.56 9.70 13.00 15.99 17.18 15.90 12.69 8.29 2.65 -4.20 -11.08 -16.41 -19.62 -21.26 -21.65 -20.04 -15.48 -7.92 1.46 10.69 18.11 23.57 28.12 32.10 34.30 32.86 26.23 13.77 -2.73 -18.64 -28.74 -30.47 -25.07 -16.22 -7.70 -1.70 1.46 1.90 -0.65 -5.68 -10.40 -11.31 -7.89 -3.33 -1.30 -2.52 -5.27 -7.95 -9.87 -10.10 -7.14 -0.51 8.01 15.23 18.56 16.99 11.25 3.91 -1.21 -1.20 3.86 10.84 15.38 14.20 6.51 -5.75 -18.90 -29.41 -35.38 -36.65 -33.95 -28.53 -22.36 -17.72 -15.46 -14.31 -12.54 -9.70 -6.29 -2.77 0.18 1.33 -0.20 -4.69 -12.37 -22.43 -30.83 -31.42 -21.14 -3.29 14.70 25.94 27.27 20.59 11.45 5.28 4.36 7.71 12.79 17.36 20.06 19.71 14.83 5.12 -6.79 -16.11 -19.27 -16.53 -11.12 -6.61 -4.88 -5.14 -4.37 -0.19 5.69 8.28 5.01 -0.67 -2.81 0.37 5.38 8.54 10.32 13.76 19.79 25.57 27.28 23.34 14.84 4.65 -3.63 -7.46 -6.57 -2.21 4.32 11.52 17.08 18.61 15.30 8.63 1.63 -2.25 -0.62 5.79 12.70 16.19 16.49 16.29 15.91 12.86 6.51 0.85 0.96 7.54 16.37 23.08 26.34 26.31 22.02 12.39 -0.55 -11.26 -14.68 -10.39 -2.55 3.42 4.22 0.15 -6.14 -11.79 -14.99 -14.68 -10.36 -2.33 7.99 18.20 25.55 27.75 24.07 16.01 6.43 -2.28 -8.43 -9.92 -5.25 3.60 11.36 13.92 11.71 7.91 4.59 1.46 -1.87 -3.77 -1.36 5.98 14.65 19.43 18.00 11.96 4.32 -2.25 -5.29 -2.95 5.08 17.21 29.79 37.62 36.55 26.94 14.10 4.07 -0.69 -1.01 1.79 6.60 11.52 14.72 16.65 19.08 21.75 22.00 18.51 12.94 7.44 2.54 -2.09 -6.55 -10.31 -12.25 -11.67 -9.38 -7.18 -6.02 -5.46 -4.55 -2.77 -0.67 -0.08 -2.84 -8.83 --19.71 -26.49 -23.96 -15.87 -7.52 -1.72 1.29 1.70 -0.55 -4.75 -9.63 -14.15 -17.27 -17.57 -14.04 -7.01 1.90 10.07 14.56 13.68

FIGURE 5.50 – Extrait de fichier de profil pour un glisseur de dimensions 20  $\times$  20  $\times$  10 mm et de rugosité 17  $\mu m.$ 

#### Fichier script

#! /bin/bash	
#	
#SBATCHjob-name=ra3d	
#SBATCH output=Rq17_RSm80_V100_eta0,05%_step20_CPL_1e16_3e17.%j.out	
#SBATCH error=Rq17_RSm80_V100_eta0,05%_step20_CPL_1e16_3e17.%j.err	
#SBATCHmail-user=nguetta.assemien@ec-lyon.fr	
#SBATCHmail-type=ALL	
#	
#SBATCHpartition=haswell # partition name	
#SBATCHnodes=1	
#SBATCHcpus-per-task=16	
#SBATCHmem=63000 # amount of RAM memory required per node, in Mega Bytes	
#SBATCHtime=10-00:00:00	
module purge	
module load GCC/4.9.2	
export OMP_NUM_THREADS=16	
. /ra3d-1.7out=s /example/plaque600x400x4/Rq17_RSm80_V100mms_eta0.05_CPL_1 e16_3e17.txt	

FIGURE 5.51 – Script pour les simulations numériques directes

#### Fichier de résultats

Le fichier de résultats 'data.txt.ra3' contient l'ensemble des données du fichier 'data.txt' ainsi que les résultats de calcul attendus. Ces derniers sont précisés par l'option -out=xxx de la commande ra3d où xxx est une chaîne de caractères contenant les lettres s pour son, f pour force, v pour vibration, m pour modes et p pour profils. Le fichier 'data.txt.ra3' suit la même structure que le fichier de données 'data.txt'. Il est séparé en sections <KEYWORD> et </KEYWORD> contenant des champs FIELD=value. Les conventions de commentaires et séparateurs sont les mêmes que pour 'data.txt'. Les sections <UPSOLID>, <DOWNSOLID>, <CONTACT> et <SIMULATION> sont toujours présentes dans le fichier 'data.txt.ra3'. Elles reprennent les données présentes dans le fichier 'data.txt' complétées des valeurs par défauts des champs non présents dans 'data.txt' ainsi que de nouveaux champs. Il s'agit des nombres
de nœuds et des pas spatiaux dans les deux directions x et y. Un exemple de fichier de résultats est présenté figure 5.52.

# Created by ra3d version 1.7 ./ra3d-1.7 --out=s ../example/assemien/Rq17\_RSm80\_20x20x10\_V100mms1\_CPL\_1e16\_3e17.txt # Date Mon Nov 16 00:25:02 2020 # CPU time 6867155 s, Elapsed time 639733 s, Threads 12, Memory 56943 MiB on (null) # Data file ../example/elie/Rq17\_RSm80\_20x20x10\_V100mms1\_CPL\_1e16\_3e17.txt # Output file ../example/elie/Rq17\_RSm80\_20x20x10\_V100mms1\_CPL\_1e16\_3e17.txt.ra3 <UPSOLID> DENSITY=7800.00 YOUNG=2.10e+11 X-BENDING\_STIFFNESS=19230.769231 Y-BENDING\_STIFFNESS=19230.769231 POISSON=0.30 FOUNDATION=0.000000 TENSION=0.000000 DAMPING=2.000000e-02 0.000000e+00 0.000000e+00 LOAD=0.000000 THICKNESS=0.0100 WIDTH=0.020000 LENGTH=0.020000 PROFILE=slider\_2x2cm\_Rq17\_RSm80\_step20.pro EDGES=SSSS MODE=0 BODY\_MODE=1 SUSPENSION\_STIFFNESS=0.000000 SUSPENSION\_DAMPING=0.000000 X-ROTATION\_STIFFNESS=0.000000 X\_ROTATION\_DAMPING=0.000000 Y\_ROTATION\_STIFFNESS=0.000000 Y ROTATION DAMPING=0.000000 GRAVITY=1 ORIGINX=0.000000 ORIGINY=0.000000 NODEX=1001 NODEY=1001 SPACESTEPX=2.00e-05 SPACESTEPY=2.00e-05 </UPSOLID> <DOWNSOLID> DENSITY=7800.00 YOUNG=2.10e+11 X-BENDING\_STIFFNESS=1230.769231 Y-BENDING\_STIFFNESS=1230.769231 POISSON=0.30 FOUNDATION=0.000000 TENSION=0.000000 DAMPING=5.000000e-05 0.000000e+00 0.000000e+00 LOAD=0.000000 THICKNESS=0.0040 WIDTH=0.400000 LENGTH=0.600000 PROFILE=track 46x3cm Rg17 RSm80 step20.pro EDGES=SSSS MODE=200 BODY\_MODE=0 SUSPENSION\_STIFFNESS=0.000000 SUSPENSION\_DAMPING=0.000000 X-ROTATION\_STIFFNESS=0.000000 X\_ROTATION\_DAMPING=0.000000 Y\_ROTATION\_STIFFNESS=0.000000 Y\_ROTATION\_DAMPING=0.000000 GRAVITY=0 ORIGINX=0.070000 ORIGINY=0.185000 NODEX=23001 NODEY=1501 SPACESTEPX=2.00e-05 SPACESTEPY=2.00e-05 </DOWNSOLID> <CONTACT> SPEED=1.00e-01 START\_DELAY=0.00e+00 DELTAX=7.00e-02 DELTAY=1.85e-01 DELTAZ=1.59e-04 </CONTACT> <SIMULATION> DURATION=2.000000 TIMESTEP=1.000000e-06 STEP=2000000 SAMPLING=44100.000000 TRIGGER=0.000000 RECORD=88200 CONTACT\_POWER\_LAW=1.00e+16 3.00e+17 1.50e+00 1.50e+00 TIME\_SCHEME=diff INTERPOLATION=linear CONTACT\_DETECTION=onepass RECEIVER=V-1-19750-500 </SIMULATION> <RESPONSE> RECEIVER=V-1-19750-500 RESPONSE= 0.000e+00 7.721e-04 -8.659e-04 -9.520e-04 -9.850e-04 -9.741e-04 -9.413e-04 -8.864e-04 -8.131e-04 -7.467e-04 -7.284e-04 -7.515e-04 -7.850e-04 -8.208e-04 -8.803e-04 -9.711e-04 -1.054e-03 -1.100e-03 -1.132e-03 -1.168e-03 -1.191e-03 -1.173e-03 -1.102e-03 -1.005e-03 -9.057e-04 -8.232e-04 -7.526e-04 -6.908e-04 -6.429e-04 -6.225e-04 -6.196e-04 -6.162e-04 -6.077e-04 -6.013e-04 </RESPONSE>

FIGURE 5.52 – Extrait de fichier de profil pour un glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm et de rugosité 17  $\mu$ m. Durée de simulation 2 s, vitesse de glissement 100 mm/s.

Exemples d'évolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée au point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste  $(Rq = 17 \ \mu m)$ . Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.53 – Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le point de coordonnées (x = 395 mm, y = 10 mm). Glisseur  $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 µm. Vitesses de glissement 3 et 30 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

Exemples d'évolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée au point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste  $(Rq = 17 \ \mu m)$ . Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.54 – Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le point de coordonnées (x = 395 mm, y = 10 mm). Glisseur  $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 µm. Vitesses de glissement 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

Exemples d'évolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée au point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste  $(Rq = 17 \ \mu m)$ . Loi de Kelvin-Voigt.



FIGURE 5.55 – Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le point de coordonnées (x = 395 mm, y = 10 mm). Glisseur  $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 µm. Vitesses de glissement 3, 5, 10, 30, 50 et 100 mm/s. Loi de Kelvin-Voigt.

Exemples d'évolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée au point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste  $(Rq = 17 \ \mu m)$ . Loi de Kelvin-Voigt.



FIGURE 5.56 – Evolution temporelle de la vitesse vibratoire simulée pour différentes vitesses de glissement. Point de mesure nœud (19750, 500) de la surface de la piste, soit le point de coordonnées (x = 395 mm, y = 10 mm). Glisseur  $20 \times 20 \times 10$ . Rugosité = 17 µm. Vitesses de glissement 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Loi de Kelvin-Voigt.

Signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée. Loi de Hunt-Crossley ( $Rq = 17 \ \mu m$ ).





Signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée. Loi de Hunt-Crossley ( $Rq = 17 \ \mu m$ ).



FIGURE 5.58 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17 µm. Vitesse de glissement 30, 50 et 100 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

Signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée. Loi de Hunt-Crossley ( $Rq = 17 \ \mu m$ ).



FIGURE 5.59 – Gauche, signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire. Droite, densité spectrale de puissance. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm.

Rugosité 17  $\mu$ m. Vitesse de glissement 120, 140 et 200 mm/s. Loi de Hunt-Crossley.

Signal temporel de la vitesse vibratoire simulée dans la partie stationnaire et densité spectrale de puissance associée. Loi de Hunt-Crossley ( $Rq = 17 \ \mu m$ ).







FIGURE 5.61 – Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 5, 10, 30, 50 et 100 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 5$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.62 – Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 120, 140, 200 et 300 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 5$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.63 – Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 3, 5, 10, 30, 50 et 100 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.64 – Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 10$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.65 – Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 3, 5, 10, 30, 50 et 100 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 20$  mm. Rugosité 17 µm. Loi de Hunt-Crossley.



FIGURE 5.66 – Evolution temporelle de la force totale de contact simulée. Vitesses de glissement 120, 140, 200, 300 et 500 mm/s. Glisseur de dimensions  $20 \times 20 \times 20$  mm. Rugosité 17  $\mu$ m. Loi de Hunt-Crossley.

# Annexe 5 : Présentation du centre de calcul

Sources :

#### Généralités

Le Pôle de Modélisation et de calcul en Sciences de l'Ingénieur et de l'Informatique (PMCS2I) de l'Ecole Centrale de Lyon est l'une des composantes de la Fédération Lyonnaise de Modélisation et Sciences Numériques mise en place par les établissements scientifiques lyonnais (ENS Lyon, UCB Lyon, EC Lyon et INSA Lyon). Le PCMS2I fournit aux chercheurs, ingénieurs et doctorants des différents laboratoires de recherche un cluster de calcul parallèle pour la simulation numérique, la visualisation et le traitement de données numériques et expérimentales.

Le Pôle totalise 141 nœuds de calculs totalisant 3496 cœurs pour près de 27,1 To de mémoire (RAM), 12 To de stockage, 4 GPUs ou processeurs graphiques et possède les caractéristiques résumées dans le tableau 5.7.

Nom	Cœurs	Mémoire (GB)			
Haswell-t16-[01-54]	16	64			
Haswell-f20-[01-03]	20	270			
Haswell-x20-[01-08]	20	384			
Haswell-x44-01	44	512			
Skylake-t32-[01-14]	32	190			
Skylake-f32-[01-06]	32	384			
Cascade-t32-[01-40]	32	192			
Cascade-f32-[01-08]	32	384			
Cascade-x32-[01-04]	32	768			
Cascade-gpu-[01-03]	16	196			

TABLEAU 5.7 – Caractéristiques du Pôle de Calcul de l'École Centrale de Lyon

figure 5.67 présente une image de la salle hébergeant les machines.

En plus de ces nœuds, les utilisateurs du pôle de calcul ont accès aux machines :

- login.pmcs2i.ec-lyon.fr pour accéder au calculateur depuis les laboratoires de recherche, les réseaux VPN et effectuer des transferts de fichier
- **prepost-haswell.pmcs2i.ec-lyon.fr** dédiée à la préparation des calculs (compilation, soumission) et post-traitement graphique (visualisation in situ) optimisés pour les machines Haswell
- **prepost-skylake.pmcs2i.ec-lyon.fr** dédiée à la préparation des calculs (compilation, soumission) et post-traitement graphique (visualisation in situ) optimisés pour les machines Skylake
- **prepost-cascade.pmcs2i.ec-lyon.fr** dédiée à la préparation des calculs (compilation, soumission) et post-traitement graphique (visualisation in situ) optimisés pour les machines Cascade



FIGURE 5.67 – Salle serveur hébergeant les machines du Pôle de Modélisation et de Calcul en Sciences de l'Ingénieur et de l'Informatique (PMCS2I)

#### Stockage

Le calculateur (Newton) possède différents espaces de stockage permettant d'offrir à la fois volumétrie et performance à ses utilisateurs. Ces volumes sont accessibles via NFS (Network File System) sur la machine login, les machines de visualisation et les nœuds de calculs.

#### Volumes communs

• /home :

Les répertoires des utilisateurs des différents laboratoires sont hébergés par des volumes **RAID6 de 190 To**. Ils sont exportés via le réseau 10 Gb/s sur le frontal de login, les machines pré-post traitement et les nœuds de calcul.

• /softs :

Les modules et logiciels installés sur le calculateur sont accessibles sur les machines de pré-post traitement et les nœuds de calcul, également via le réseau 10 Gb/s.

• /scratch :

Ce volume est constitué d'un **RAID10 de 20 To** performant pour les écritures parallèles et est exporté via le réseau Infiniband sur la machine login, la machine prepost-haswell et les nœuds de calcul Haswell, et exporté via le réseau 10 Gb/s sur la machine prepost-skylake et les nœuds Skylake

#### Stockage des laboratoires

• /store/lmfa

Cette machine héberge les étagères des différents projets et groupes de recherche du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique. Ces volumes sont également exportés via le réseau 10 Gb/s sur la machine de login, la machine de visualisation et les nœuds de calcul.

#### • /store/ltds

Le LTDS dispose d'une étagère de stockage de 90 To repartie entre les 4 équipes de recherche (DYSCO, GCD, MMP et TPCDI)

#### Connexion au Pôle de calcul

La connexion aux moyens du Pôle s'effectue via l'intermédiaire d'une connexion SSH. Il est également possible d'accéder au calculateur de manière graphique en se connectant via x2GO. La connexion se fait via le réseau de l'École Centrale de Lyon (Ampère, ICJ, INL, LIRIS, LMFA et LTDS) ou les VPN correspondants. La connexion peut se faire aussi par SSH à partir d'un poste Linux ou macOS :

- user@host : ssh monlogin@login.pmcs2i.ec-lyon.fr
- user@host : ssh monlogin@prepost-haswell.pmcs2i.ec-lyon.fr
- user@host : ssh monlogin@prepost-skylake.pmcs2i.ec-lyon.fr
- user@host : ssh monlogin@prepost-cascade.pmcs2i.ec-lyon.fr

où monlogin est a remplacé par votre login Newton.

#### Visualisation

Afin d'éviter de lourds transferts de données, le PMCS2I propose à ses utilisateurs un service de visualisation à distance permettant de post-traiter de manières graphiques les données produites sur le calculateur. Ce service est assuré par deux machines équipées de carte graphique et accessible via X2GO depuis les réseaux de recherche ou via VPN.

#### Files d'attentes et ressources associées

Pour obtenir la liste des files d'attente et leurs limites par défaut et maximale de temps d'exécution, taper la ligne **sinfo -o "%10P %.11L %.111"**. Cette ligne permet d'avoir n accès aux informations présentées dans le tableau 5.8.

PARTITION	DEFAULTTIME	TIMELIMIT
haswell	1 :00 :00	14-00:00:00
skylake	1 :00 :00	7-00:00:00
cascade	1 :00 :00	7-00:00:00
gpu	1 :00 :00	4-00:00:00
test	10:00	1 :00 :00

TABLEAU 5.8 – Services de visualisation à distance

Annexe 6 : Modèles de pression de contact

Contact-force model	Constitutive law	n	m	χ
Hertz [81]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{2}$	<u> </u>	<u>124</u>
Kelvin–Voigt [48]	$F_n = K\delta + \chi\delta\delta$	1	1	-
Hunt-Crossley [101]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3(1-c_r)}{2}\frac{K}{\dot{\lambda}}$
Marefka–Orin [25]		~	-	
Herbert-McWhannell [104]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{6(1-c_r)}{(2c_r-1)^2+3} \frac{K}{\delta_0}$
Lee–Wang [107]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3(1-c_r)}{4} \frac{K}{\delta_0}$
Anagnostopoulos [116]	$F_n = K\delta + \chi\delta\dot{\delta}$	1	1	$2\frac{-\ln c_r^0}{\pi^2 + (\ln c_r)^2}\sqrt{Km_{eff}}$
Lankarani–Nikravesh [93]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3(1-c_r^2)}{4}\frac{K}{\delta_0}$
Ristow [4]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	1	Empirical value
Tsuji et al. [117]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{1}{4}}\delta$	3/2	$\frac{1}{4}$	$\alpha \sqrt{Km_{eff}}$
Lee–Herrmann [118]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + m_{eff}\chi\delta\dot{\delta}$	3/2	1	Empirical value
ShÃfer et al. [119]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta\dot{\delta}$	3/2	1	Empirical value
Jankowski [120]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{1}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	1	$2 \frac{-\ln e_r}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e_r)^2}} \frac{K}{\dot{\delta}_0}$
Zhiying–Qishao [113]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3(1-c_r^2)e^{2(1-c_r)}}{4}\frac{K}{\dot{\delta}_0}$
Bordbar–HyppÄnen [121]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{0.65}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	0.65	Empirical value
Schwager–Poschel [122]		10000		
Gonthier et al. [103]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	3/2	$\frac{1-c_r^2}{c_r} \frac{K}{\dot{\delta}_0}$
Zhang-Sharf [123]				
Flores et al. [114]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8(1-c_r)}{5c_r} \frac{K}{\dot{\delta}_r}$
Gharib–Hurmuzlu [124]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	<u>3</u> 2	3/2	$\frac{1}{c_r} \frac{K}{\delta_0}$
Brilliantov et al. [125]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{1}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{K} \frac{\left(3\eta_2 - \eta_1\right)^2}{3\eta_2 + \eta_1} \frac{(1 - \nu)(1 - 2\nu)}{E\nu^2}$
Hu–Guo [115]	$F_n = K\delta^{\frac{3}{2}} + \chi\delta^{\frac{3}{2}}\dot{\delta}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3(1-c_r)}{2c_r} \frac{K}{\delta_0}$

FIGURE 5.68 – Modèles de pression de contact proposés par Skrinjar et al. [180].

# Annexe 7 : Tableaux de comparaison, résultats expérimentaux et simulés

	$20\times20\times5~\mathrm{mm}$			$20\times20\times10~\mathrm{mm}$			$20\times20\times20~\mathrm{mm}$		
V	$L_v exp$	$L_v num$	Écart	$L_v exp$	$L_v num$	Écart	$L_v exp$	$L_v num$	Écart
$(\mathrm{mm/s})$	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)
3	100,99	$101,\!46$	-0,47	104,20	$104,\!37$	-0,17	109,05	109, 19	-0,14
5	$104,\!53$	$104,\!16$	$+0,\!38$	108,85	$108,\!93$	-0,09	111,10	$111,\!59$	-0,49
10	109,75	$109,\!86$	-0,10	114,21	$113,\!57$	$+0,\!64$	115,82	$116,\!56$	-0,73
30	117,11	$117,\!69$	-0,58	121,39	$121,\!39$	-0,32	123,22	$123,\!99$	-0,77
50	121,26	$121,\!18$	$+0,\!08$	123,74	$124,\!37$	-0,63	126,95	$126,\!33$	$+0,\!63$
100	123,70	$124,\!03$	-0,33	126,88	$126,\!62$	$+0,\!26$	130,40	130,09	$+0,\!31$
120	124,79	$125,\!19$	-0,40	127,32	$127,\!58$	-0,26	131,43	$131,\!47$	-0,04
140	124,91	$125,\!81$	-0,90	128,35	$128,\!63$	-0,28	131,73	$131,\!40$	$+0,\!33$
200	$125,\!45$	$126,\!27$	-0,83	128,79	$129,\!31$	-0,53	131,89	$131,\!33$	$+0,\!56$
300	$126,\!27$	126, 12	$+0,\!15$	128,93	$128,\!91$	$+0,\!02$	132,27	$131,\!68$	$+0,\!58$
500	$126,\!56$	$127,\!23$	-0,68	129,16	$129,\!16$	-0,00	132,24	$131,\!90$	$+0,\!34$

TABLEAU 5.9 – Comparaison des résultats expérimentaux et simulés pour la loi de contact  $F_1=10^{13}.\delta+6.10^8\dot{\delta}$ 

TABLEAU 5.10 – Comparaison des résultats expérimentaux et simulés pour la loi de contact  $F_2 = 10^{16} . \delta^{3/2} + 3.10^{17} . \delta^{3/2} \dot{\delta}$ 

	$20\times20\times5~\mathrm{mm}$			$20\times20\times10~\mathrm{mm}$			$20\times20\times20~\mathrm{mm}$		
V	$L_v exp$	$L_v num$	Écart	$L_v exp$	$L_v num$	Écart	$L_v exp$	$L_v num$	Écart
$(\mathrm{mm/s})$	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)	(dB)
3	100,99	100,29	+0,70	104,20	104,76	-0,56	109,05	108,96	$+0,\!08$
5	104,53	105,09	-0,56	108,85	108,36	$+0,\!49$	111,10	$110,\!47$	$+0,\!63$
10	109,75	110,39	-0,64	114,21	$113,\!95$	$+0,\!26$	115,82	116,08	-0,25
30	117,11	$118,\!10$	-0,99	121,39	122,19	-0,80	123,22	123,94	-0,72
50	121,26	$121,\!78$	-0,52	123,74	124,39	-0,65	126,95	126,62	$+0,\!33$
100	123,70	124,28	-0,58	126,88	126,68	$+0,\!20$	130,40	129,88	$+0,\!52$
120	124,79	$125,\!25$	-0,46	127,32	$127,\!55$	-0,23	131,43	$130,\!56$	$+0,\!87$
140	124,91	$125,\!61$	-0,70	128,35	$128,\!05$	$+0,\!30$	131,73	131,08	$+0,\!66$
200	125,45	126,33	-0,88	128,79	128,19	$+0,\!60$	131,89	$131,\!11$	$+0,\!78$
300	126,27	$126,\!51$	-0,24	128,93	$128,\!67$	$+0,\!26$	132,27	$131,\!53$	$+0,\!74$
500	126,56	126,67	-0,11	129,16	129,18	$+0,\!02$	132,24	131,85	$+0,\!39$

# Annexe 8 : Statistiques usage temps CPU



FIGURE 5.69 – Evolution du temps de calcul au cours de la période de thèse.



CPU Hours: Total: by User

FIGURE 5.70 – Comparaison des temps CPU des utilisateurs.

## Bibliographie

- T. Séon. Les Lois d'échelle. La physique du petit et du grand. Odile Jacob Sciences, Paris, (2018).
- [2] G. I. Barenblatt. Scaling. Cambridge University Press, New York, (2003).
- [3] M. Yokoi, and M. Nakai. A fundamental study on frictional noise. Bull. JSME, 25, 827–833, (1982).
- [4] M. O. Othman, and A. H. Elkholy. Surface-roughness measurement using dry friction noise. *Exp. Mech.*, **30**(3), 309–312, (1990).
- [5] M. O. Othman, A. H. Elkholy, and A. A. Seireg. Experimental investigation of friction noise and surface-roughness characteristics. *Exp. Mech.*, 25(14), 328–331, (1990).
- [6] S. Maruyama, B. L. Stoimenov, K. Adachi, and K. Kato. The roughness effect on the frequency of frictional sound. *Tribol. Int.*, 40(4), 659–664, (2007).
- [7] H. Ben Abdelounis, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, and H. Zahouani. An experimental study on roughness noise of dry rough flat surfaces. *Wear*, **268**, 335–345, (2010).
- [8] C. Zouabi. Dynamique d'un contact glissant rugueux-rugueux sous faible charge : expériences et modélisation. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, France, (2016).
- [9] V. H. Dang. *Dynamique des interfaces multicontact*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, (2013).
- [10] A. Le Bot, and E. Bou-Chakra. Measurement of friction noise versus contact area of rough surfaces weakly loaded. *Tribol. Lett.*, 37, 273–281, (2010).
- [11] A. Le Bot, E. Bou-Chakra, and G. Michon. Dissipation of vibration in rough contact. *Tribol. Lett.*, 41, 47–53, (2011).
- [12] K. L. Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge University Press, New York, USA, (1987).
- [13] L. Berthe. Durée de vie des contacts rugueux roulants. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, (2014).
- [14] F. P. Bowden, and D. Tabor. The Friction and Lubrication of Solids. Oxford University Press, New York, USA, (1950).
- [15] J. H. Dieterich and B. D. Kilgore. Direct observation of frictional contacts : new insights for state-dependent properties. *Pure Appl. Geophys.*, 143 : 283–302, (1994).
- [16] R. Leach. Fundamental Principle of Engineering Nanometrology(Second Edition). Elsevier Science, San Diego, CA, USA, (2014).
- [17] NF EN ISO 25178-2. Spécification géométrique des produits (GPS) Etat de surface : surface - Termes, définitions et paramètres d'état de surface. Boutique AFNOR Editions, Paris, France, (2012).
- [18] NF EN ISO 4287/A1. Spécification géométrique des produits (GPS) Etat de surface : méthode du profil - Termes, définitions et paramètres d'état de surface - Amendement 1 : nombre de pics. Boutique AFNOR Editions, Paris, France, (2009).

- [19] B. Raphet. Etats de surfaces Mesure. Techniques de l'Ingénieur : Mécanique/Frottement, usure et lubrification, V1(R1231), (2006).
- [20] A. Benatmane. Développement de la microscopie interférométrique pour une meilleure analyse morphologique des couches minces et épaisses des matériaux semiconducteurs et optiques. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur - Strasbourg I, (2002).
- [21] A. H. Lee, H. Zahouani, R. Caterini, and TG. Mathia. Morphological Characterization of Engineered Surfaces by Wavelet Transform. Int. J. Mach., 38: 581–589, (1998).
- [22] S. Mezghani. Approches multi-échelles de caractérisation tridimensionnelle des surfaces -Applications aux procédés d'usinage. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, (2005).
- [23] H. Ben Abdelounis. Dynamique et vibroacoustique du contact rugueux : expérimentation et modélisation. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, (2010).
- [24] R. Brodeman. Roughness Form and Waviness Measurement by Means of Light Scattering. Precis Eng., 8(4): 221–226, (1986).
- [25] P. J. Grundy and G. A. Jones. Electron Microscopy in the Study of Material. Edward Arnold, London, UK, (1976).
- [26] J. W. S. Hearle, J. T. Sparrow and P. M. Cross. Scanning Electron Microscope. Oxford, Pergamon, (1972).
- [27] D. Whitehouse. *Surface and their measurement*. Hermes Penton science, London, UK, (2002).
- [28] S. Tolansky. Multiple Beam Interferometry of Surfaces and Films. Oxford University Press, New York, USA, (1948).
- [29] W. Watson and T. A. Spedding. The time series modelling of non-gaussian engineering processes. Wear, 83(2): 216–231, (1982).
- [30] D. E. Newland. An introduction to random vibrations, spectral and wavelet analysis. Longman Scientific and Technical, New York, USA, (1984).
- [31] J. J. Wu. Simulation of rough surface with FFT. Tribol. Int., 33: 47–58, (2000).
- [32] L. Tsang, J. A. Kong, K. H. Ding and C. O. Ao. Scattering of Electromagnetic Waves : Numerical Simulation.. John Wiley and Son, New York, USA, (2001).
- [33] R. Reizer. Simulation of 3D Gaussian surface topography. Wear, 271(3-4): 539–543, (2011).
- [34] I. Sherrington and G. W. Howarth. Approximate numerical models of 3D surface topography generated using sparse frequency domain descriptions. Int. J. of Mach. Tools Manuf., 38(5, 6): 599–606, (1998).
- [35] C. D. McGiller and G. R. Cooper. Contious and Discrete Signal and System Analysis. The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering, Oxford University Press, (1991).
- [36] B. Bhushan. Modern tribology handbook : Materials, coatings, and industrial applications. The Mechanics and Materials Science Series, CRC Press, (2001).
- [37] C. .Paulin, F. Ville, P. Sainsot, S. Coulon and T. Lubrecht. Effect of rough surfaces on rolling contact fatigue - Theoretical and experimental analysis. J. Tribol. Series, 43 : 611–617, (2003).
- [38] L.de Vinci. Les carnets de Léonard de Vinci. Gallimard, (1942).
- [39] C. A. Coulomb. Théorie des machines simples. Nouv. éd, Paris, (1821).
- [40] E. Rabinowicz. The Nature of Static and Kinetic Coefficients of Friction. J. Appl. Phys., 22(11): 1373–1379, (1951).

- [41] E. Rabinowicz. Friction and wear of materials, John Wiley and Spns, Second Edition, New York, (1995).
- [42] J. R. Rice and A. L. Ruina. Stability of Steady Frictional Slipping. J. Appl. Mech., 50(2): 343–349, (1983).
- [43] R. D. Mindlin. Compliance of elastic bodies in contact. J. Appl. Mech. ASME, 16(3): 259–268, (1949).
- [44] R. D. Mindlin and H. Deresiewicz. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. J. Appl. Mech., 50(2): 327–344, (1953).
- [45] R. D. Mindlin, W. P. Mason, J. F. Osmer and H. Deresiewicz. Stability of Steady Frictional Slipping. ASME Proceedings of 1st US National Congress of Applied Mechanics, New york, pages 203–208, (1952).
- [46] K. Kendall. The adhesion and surface energy of elastic. J. Phys. D: Appl. Phys.,  $\mathbf{4}(8)$ : 1186, (1971).
- [47] K. Johnson, K. Kendall, and A. Roberts. Surface energy and the contact of elastic solids. Proc. Math. Phys. Eng. Sci., 324 : 301–313, (1971).
- [48] J. A. Greenwood and J. M. Williamson, Contact of nomilally flat surfaces. Proc. R. Soc., A295: 300–319, (1966).
- [49] L. Prandtl. Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie der festen Körper. ZAMM -Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 8(2): 85–106, (1928).
- [50] G. A. Tomlinson. A molecular theory of friction. *Philos. Mag. J. Sci.*, 7(46): 905–939, (1929).
- [51] V. L. Popov. Contact Mechanics and Friction : Physical Principles and Applications. Springer, Berlin, Germany, (2017).
- [52] J. Durant. Approche multi-échelles des problèmes de contact et d'étanchéite. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, (2012).
- [53] F. Robbe-Valloire and M. Quillien. Modélisation des contacts rugueux par approche statistique. Techniques de l'Ingénieur : Mécanique/Frottement, usure et lubrification, V1(TR1250), (2017).
- [54] D. J. Whitehouse and j. F. Archard. The properties of random surfaces of significance in their contact. Proc. R. Soc. Lond., A 316 : 97, (1970).
- [55] D. J. Whitehouse. The properties of random surfaces of significance in their contact. Ph.D. thesis, University of Leicester, UK, (1971).
- [56] R. P. Nayak. Random process model of rough surfaces. J. Lubr. Technol., 93(3): 398–407, (1971).
- [57] J. V. Stebut, F. Clément and R. Kouitat. Progrès en tribologie par l'ingénierie des matériaux et des surfaces. Presses polytechniques et universitaires normandes, Suisse, (2005).
- [58] B. B. Mandelbrot. The fractal geometry of nature. Henry Freeman and Company, New York, USA, (1982).
- [59] T. Hisakado. Effet of surface roughness on contact between solid surfaces. Wear, 28(2): 217–234, (1974).
- [60] F. Robbe-Valloire. Statistical analysis of asperities on a rough surface. Wear, 249(5): 401–408, (2001).
- [61] X. Tian and B. Bhushan. A Numerical Three-Dimensional Model for the Contact of Rough Surfaces by Variational Principle. J. Tribol. ASME, 118(1): 33–42, (1996).

- [62] R. S. Sayles. Basic principles of rough surface contact analysis using numerical methods. *Tribol. Int.*, 29(8): 639–650, (1996).
- [63] H. Ike and A. Makinouchi. Effet of lateral tension and compression on plane strain flattening processes of surface asperities lying over a plastically deformable bulk. *Wear*, 140(1): 17–38, (1990).
- [64] L. Pei, S. Hyun, J. F. Molinari and M. O. Robbins. Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces. J. Mech. Phys. Solids, 53(11): 2385–2409, (2005).
- [65] L. Pei, S. Hyun, J. F. Molinari, and M. O. Robbins. Finite element modeling of elastoplastic contact between rough surfaces. J. Mech. Phys. Solids, 53: 2385–2409, (2005).
- [66] H. Ben Abdelounis, H. Zahouani, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, and M. B. Tkaya. Numerical simulation of friction noise. Wear, 271 : 621–624, (2010).
- [67] D. Dowson. *History of Tribology*. Longman, New York, USA, (1979).
- [68] G. Amontons. De la résistance causée dans les machines, Mémoire de l'Académie Royale des Sciences. Paris, France, (1699).
- [69] C. A. Coulomb. Théorie des machines simples, Mémoire de mathématiques et de physique de l'academie royale. Paris, France, (1782).
- [70] A. Signorini. Sopra alcune questioni di statica dei sistemi continui. Scuola Normale Superiore di Pisa, 2 : 231–251, (1933).
- [71] Y. Renard. Modélisation des instabilités liées au frottement sec des solides élastiques, aspects théoriques et numériques. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourrier - Grenoble I, France, (1998).
- [72] C. Truesdell. Essays in the History of Mechanics. Springer-Verlag, Berlin, Germany, (2012).
- [73] E. Rabinowicz. The intrinsic variables affecting the stick-slip process. Proc. of the royal physic society, 71: 668–675, (1958).
- [74] X. Roizard. Etude des conditions de frottement et des mécanisme d'endommagements surfaciques en emboutissage par simulation en etirage plan. Thèse de doctorat, INSA Lorraine, France, (1992).
- [75] G. Zambelli and L. Vincent. Matériaux et contacts : Une approche tribologique. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, (1998).
- [76] D. Tabor. Friction : the present state of our understanding. J. Lubr. Technol., 103 : 169–179, (1981).
- [77] K. H. Hunt, and F. R. E. Crossley. Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact. J. Appl. Mech., 42(2), 440–445, (1975).
- [78] V. Acary and B. Brogliato. Coefficient de restitution et effort aux impacts : Revue et comparaison des estimations analytiques. [Rapport de recherche INRIA], RR-5401, (2004), 162 p.
- [79] G. W. Stachowiak and A. W. Batchelor. *Engineering Tribology*. Butterworth-Heinemann, Boston, USA, (2001).
- [80] R. P. Nayak. Random process model of rough surfaces. J. Lubr. Technol., 93, 398–407, (1971).
- [81] A. Majumdar and B. Bhushan. Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Durfaces. J. Tribol., 113(1), 1–11, (1991)
- [82] J. A. C. Martins and J. T. Oden. Existence and uniqueness results for dynamic contact problems with nonlinear normal friction and interface laws. *Nonlinear Anal.*, **11**, 407–428, (1987), 543 p.

- [83] G. Dhatt and G. Touzot. Une présentation de la méthode des éléments finis. Les presses de l'université Laval Québec Maloine S.A, 2e Édition, Paris, France, (1984).
- [84] F. Kuss. Méthodes duales pour les problèmes de contact avec frottement. Thèse de doctorat, Université de Provence Marseille, (2008).
- [85] M. Fortin and R. Glowinski. Augmented Lagrangian Methods : Applications to the numerical solution of boundary value problems. Elsevier, North Holland, Netherland, (1983).
- [86] T. A. Laursen and J. C. Simo. Algorithmic Symmetrization of Coulomb Frictional Problems Using Augmented Lagrangians. *Comput. methods Appl. Mech. Engrg.*, 108(1-2): 133–146, (1993).
- [87] A. Alart. Méthode de Newton généralise en mécanique du contact. J. Math. Pures Appl., 76(1): 83–108, (1997).
- [88] W. J. Stronge. Impact mechanics. Cambridge University Press, UK, (2000).
- [89] L. Lecornu. Dynamique Appliquée. Édition Octave Doin, Paris, France, (1908).
- [90] N. M. Newmark A Method of Computation for Structural Dynamics. J. Eng. Mech., ASCE, 85(EM3): 67–94, (1959).
- [91] D. Dureisseix. Méthodes numériques appliquées à la conception par éléments finis. DEA, Montpellier, France, (2008).
- [92] E. L. Wilson, I. Farhoomand and K. J. Bathe. Nonlinear Dynamic Analys of Complex Structures. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, 1: 241–252, (1973).
- [93] H. M. Hilbert and T. J. R. Hughes. Collocation, Dissipation and 'Overshoot' for Time Integration Schemes in Structural Dynamics. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, 6: 99–118, (1978).
- [94] X. Lorang. Instabilité vibratoire des structures en contact frottant : Application au crissement des frein de TGV. Thèse de doctorat, École Polytechnique, France, (2007).
- [95] A. Akay. Acoustics of friction. J. Acoust. Soc. Am., 111(4), 1525–1548, (2002).
- [96] M. T. Bengisu, and A. Akay. Stability of friction-induced vibrations in multi-degree-of freedom systems. J. Sound Vib., 171, 557–570, (1994).
- [97] A. Koenen, and A. Sanon. Tribological and vibroacoustic behavior of a contact between rubber and glass(application to wiper blade). *Tribol. Int.*, 40(10-12), 1484–1491, (2007).
- [98] P. Vielsack. Stick-slip instability of decelerative sliding. J. Nonlinear Mech., 36(2), 237– 247, (2001).
- [99] L. Le Bot, H. Ben Abdelounis, and H. Zahouani. Experimental study of friction noise of dry contact under light load. In Proc. of International Congress Design and Modelling of Mechanical Systems, Hammamet, Tunisie, (2005).
- [100] T. Jibiki, M. Shina, H. Akita, and M. Tamura. A basic study of friction noise caused by fretting. Wear, 251, 1492–1503, (2001).
- [101] A. Loyer. Etude numérique et expérimentale du crissement des systèmes de freinage ferroviaire. Thèse de doctorat, École centrale de Lyon, France, (2012).
- [102] P. I. Contet, and J. F. Ville. Surfascan 3D An industrial 3D surface texture characterisation instrument. Int. J. Mach. Tools Manuf., 35(2), 151–156, (1995).
- [103] G. Duvaut, and J. L. Lions. Les inéquations en mécanique et en physique. Dunod, Paris, France, (1972).
- [104] A. Le Bot. Introduction aux vibrations aléatoires. Dunod, Paris, France, (2019).
- [105] J. A. Greenwood, and J. M. Tripp. The elastic contact of rough spheres. J. Appl. Mech., 34(1), 153–159, (1967).

- [106] A. W. Bush, R. D. Gibson, and T. R. Thomas. The elastic contact of a rough surface. Wear, 35, 87–111, (1975).
- [107] M. Nakai, and M. Yokoi. Generation Mechanism of Friction Noise in Dry Friction. JPN J. Tribol., 35, 513–522, (1990).
- [108] A. Le Bot. Noise of sliding rough contact. J. Phys. Conf. Ser., 797, (2017).
- [109] N. Ponthus. Contact sec glissant sous faible charge : de la topographie des surfaces à la dynamique des solides et de l'interface. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, (2019).
- [110] P. Bussetta. Modélisation et résolution du problème de contact mécanique. Thèse de doctorat, Université du Québec à Chicoutimi, (2009).
- [111] L. Bureau. Elasticité et rhéologie d'une interface macroscopique : du piégeage au frottement solide. Thèse de doctorat, Université Paris VII, (2002).
- [112] C. Caroli, and P. Nozières. *Physics of sliding friction*. NATO Advanced Study Institute, Kluwer, Dordrecht, (1996).
- [113] A. Akay. Acoustics of friction. J. Acoust. Soc. Am., 111(4), 1525–1548, (2002).
- [114] M. T. Bengisu, and A. Akay. Stability of friction-induced vibrations in multi-degree-of freedom systems. J. Sound Vib., 171, 557–570, (1994).
- [115] A. Koenen, and A. Sanon. Tribological and vibroacoustic behavior of a contact between rubber and glass(application to wiper blade). *Tribol. Int.*, 40(10-12), 1484–1491, (2007).
- [116] L. Meirovitch. Elements of vibration analysis. Kingsport Press, United States of America, (1975).
- [117] K. Takashi. The Friction Noise under Heavy Load. Bull. Fac. Sci. Eng., 16, 53–69, (1973).
- [118] M. Nakai, and M. Yokoi. A Fundamental Study on Friction Noise. Bull. JSME, 25(203), 827–833, (1982).
- [119] B. Bhushan. A Contact mechanics of rough surfaces in tribology : multiple asperity contact. *Tribol. Lett.*, 4, 1–35, (1998).
- [120] D. Marceau. Modélisation du contact tridimensionnel avec frottement en grande transformation et son application à l'étude des dispositifs d'ancrage multitorons. Thèse de doctorat, Université Laval (Québec), (2001).
- [121] L. Bureau. Elasticité et rhéologie d'une interface macroscopique : piégeage au frottement solide. Thèse de doctorat, Université Paris VII, (2002).
- [122] M. Nakai, and M. Yokoi. Generation Mechanism of Friction Noises in Dry Friction. JPN J. Tribol., 35(203), 513–522, (1990).
- [123] T. Jibiki, M. Shima, H. Akita, and M. Tamura. A basic study of friction noise caused by fretting. Wear, 251, 1492–1503, (2001).
- [124] C. Zouabi, J. Scheibert, and J. Perret-Liaudet. Stochastic vibrations induced by roughness under steady sliding conditions. In Proc. of Congrès Français de Mécanique, Lyon, France, (2015).
- [125] N. Ponthus, C. Zouabi, J. Perret-Liaudet, and J. Scheibert. Etude dynamique du glissement du contact rugueux sec faiblement chargé. In Proc. of Congrès Français de Mécanique, Lyon, France, (2015).
- [126] R. S. Sayles. Basic principles of rough surface contact analysis using numerical methods. *Tribol. Int.*, 29(8), 639–650, (1996).
- [127] P. Wriggers. *Computational Contact Mechanics*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, (2006).

- [128] D. Duhamel. Faire une mesure en mécanique. Presses des Ponts, Paris, France, (2014).
- [129] SOLUTIONS ÉLASTOMÈRES. Essais acoustiques mousses SE50-Composite. (2017).
- [130] KISTLER. Instruction Manual : Low Level Force Sensor Type 9203, 9205, 9207, 9215A, 9217A. (2020).
- [131] AFNOR ISO3382-1. Acoustique Mesurage des paramètres acoustiques des salles -Partie 1 : salles de spectacles (2010).
- [132] M. R. Schroeder. New method of measuring reverberation time. J. Acoust. Soc., 37, 409–412, (1965).
- [133] M. R. Schroeder. Integrated-impulse methode measuring sound decay without using impulses. J. Acoust. Soc. Am., 66(2), 497–500, (1979).
- [134] P. Welch. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra : a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Trans. audio electroacoust.*, 15(2), 70–73, (1967).
- [135] J. Le Rouzic, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, M. Guibert, A. Rusanov, L. Douminge, F. Bretagnol and D. Mazuyer. Friction-Induced Vibration by Stribeck's Law : Application to Wiper Blade Squeal Noise. *Tribol. Lett.*, 49(3), 563–572, (2013).
- [136] Foundation of Statistical Energy Analysis in Vibroacoustics. Oxford University Press, Oxford, United Kingdom, (2015).
- [137] A. Le Bot. Introduction aux vibrations aléatoires. Dunod, Mayenne, France, (2019).
- [138] W. R. Chang, and F. F. Ling. Normal impact model of rough surfaces. J. Tribol. ASME, 114(3), 439–447, (1992).
- [139] S. Thomas. Vibrations damped by solid friction. *Philos. Mag.*, 9, 329–345, (1930).
- [140] R. H. Lyon, and R. G. DeJong. Theory and Application of Statistical Energy Analysis. Butterworth-Heinemann Ldt, Boston, United States of America, (1995).
- [141] P. W. Smith. Response and radiation of structural modes excited by sound. J. Acoust. Soc. Am., 34, 640–647, (1962).
- [142] D. G. Crighton. The 1988 Rayleigh medal lecture : fluid loading, the interaction between sound and vibration. J. Sound Vib., 133, 1–27, (1989).
- [143] Robert D. Blevins. Formulas for natural frequency and mode shape. Litton Educational Publishing, New York, United States of America, (1979).
- [144] L. Landau, and E. Lifchitz. Théorie de l'élasticité. Editions MIR, Moscou, U.R.S.S. (1967).
- [145] T. Jibiki, M. Shima, H. Akita, and M. Tamura. A basic study of friction noise caused by fretting. Wear, 251, 1492–1503, (2001).
- [146] S. M. Dickinson. The buckling and frequency of flexural vibration of rectangular isotropic and orthotropic plate using Rayleigh's method. J. Sound Vib., 61(1), 1–8, (1978).
- [147] A. Arreola-Lucasa, J. A. Franco-Villafañe, G. Báez, and R. A. Méndez-Sánchez. In-plane vibrations of a rectangular plate : Plate wave expansion modelling and experiment. J. Sound Vib., 342(2), 168–176, (2015).
- [148] I. Senjanović, M. Tomić, N. Vladimir, and D. S. Cho. Analytical Solution for Free Vibrations of a Moderately Thick Rectangular Plate . *Math. Probl. Eng.*, (2013), 207460, (2013).
- [149] R. Kirisik, and S. Yüksel. Free vibration analysis of rectangular plate with Kelvin type boundary conditions. *Shock and Vib.*, 14, 447–457, (2007).

- [150] G. W. Wei, Y. B. Zhao, and Y. Xiang. The determination of natural frequencies of rectangular plate with mixed boundary conditions by discrete singular convolution. *Int. J. Mech. Sci.*, 43(8), 1731–1746, (2001)
- [151] A. Le Bot. *Documentation du code Ra3D Version 1.5*. Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, École Centrale de Lyon, (2018).
- [152] L. Verlet. Computer "Experiments" on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules. *Phys. Rev.*, **159**(1), 98–103, (1967).
- [153] A. Quarteroni, F. Saleri, and P. Gervasio. Scientific Computation with MATLAB and Octave. Springer-Verlag, (2011).
- [154] A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri. Méthodes Numériques : Algorithmes, analyse et applications. Springer, (2007).
- [155] V. L. Popov. Contact Mechanics and Friction : Physical Principles and Applications. Springer, (2010).
- [156] D. Bergstrom. Rough surface generation and analysis. (2012).
- [157] N. Garcia, and E. Stoll. Monte carlo calculation for electromagnetic-wave scattering from random rough surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, **52**(20), 8305, (1984).
- [158] B. N. J. Persson, O. Albohr, U. Tartaglino, A. I. Volokitin, and E. Tosatti. On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. J. Phys. Condens. Matter, 17, R1-R62, (2005).
- [159] S. Bjöklund, and S. Andersson. A numerical method for real elastic contacts subjected to normal and tangential loading. Wear, 179(1-0), 117–122, (1994).
- [160] R. Reizer. Simulation of 3D gaussian surface topography. Wear, 271, 539–543, (2011).
- [161] H. Ning. A solution method for dynamic contact problems. Comput. Struct., 63(6), 1053–1063, (1997).
- [162] R. S. Sayles. Basic principles of rough surface contact analysis using numerical methods. *Tribol. Int.*, 29(8), 639–650, (1996).
- [163] M. Darmon, V. Dorval, and F. Baqué. Acoustic Scattering Models from Rough Surfaces : A Brief Review and Recent Advances. Appl. Sci., 10(22), 8305, (2020).
- [164] G. Soriano, C. A. Guérin, and M. Saillard. Scattering by two-dimensional rough surfaces : comparison between the method of moments, Kirchhoff and small-slope approximations. *Waves Random Media*, **12**, 63–83, (2002).
- [165] J. O. Hallquist, G. L. Goudreau, and D. J. Benson. Sliding interfaces with contact-impact in large-scale lagrangian computations. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **51**(1-3), 107– 137, (1985).
- [166] H. M. Lankarani, and P. E. Nikravesh. A Contact Force Model With Hysteresis Damping for Impact Analysis of Multibody Systems. J. Mech. Des., 112(3), 369–376, (1990).
- [167] H. M. Lankarani, and P. E. Nikravesh. A Continuous Contact Force Models for Impact Analysis in Multibody Systems. *Nonlinear Dyn.*, **112**(5), 193–207, (1994).
- [168] E. Arnoult, I. Guilloteau, B. Peseux, and J. Bonini. Présentation d'un nouvel élément fini de contact. Mécanique et Industrie, EDP Sciences 2(1), 33–42, (2001).
- [169] H. Hertz. MISCELLANEOUS PAPERS. Macmillan, New York, USA (1960).
- [170] W. Goldsmith. Impact : The Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids. Edward Arnold, London, UK (1960).
- [171] D. Chamoret. Modélisation du contact : nouvelles approches numériques. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, (2002).

- [172] D. Chamoret, P. Saillard, A. Rassineux, and J. M. Bergheau. New smoothing procedures in contact mechanics. J. Comput. Appl. Math., 168, 107–116, (2004).
- [173] H. M. Lankarani, P. Moreira, P. Flores, and H. M. Lankarani. Compliant contact force models in miltibody dynamics : Evolution of the Hertz contact theory. *Mech. Mach. Theory*, 53, 99–121, (2012).
- [174] V. Linck. Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant Mise en évidence d'instabilités locales de contact - Conséquences tribologiques. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, (2005).
- [175] P. Flores, J. Ambrósio, and J. C. Claro. Influence of the contact-impact force model on the dynamic response of multi-body systems. J. Multibody Dyn., 220(1), 21–34, (2006).
- [176] P. Flores, M. Machado, M. Silva, and J. Martins. On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics. *Multibody Syst. Dyn.*, 25, 357–375, (2011).
- [177] Z. F. Bai, J. Chen, and Y. Claro. Effects of contact force model on dynamics characteristics of mechanical system with revolute clearance joints. J. Multibody Dyn., 38(2), 375–388, (2014).
- [178] J. Alves, N. P. Miguel, T. Silva, P. Flores, and H. M. Lankarani. A comparative study of the viscoelastic constitutive models for frictionless contact interfaces in solids. *Mech. Mach. Theory*, 85, 172–188, (2015).
- [179] M. Ahmad, K. A. Ismail, and F. Mat. Contact models and coefficient of restitution : A review. J. Eng. Appl. Sci., 11(10), 6549–6555, (2016).
- [180] L. Skrinjra, J. Slavič, and M. Boltežar. A review of continuous contact-force models in multibody dynamics. Int. J. of Mech. Sci., 145(5), 171–187, (2018).
- [181] J. Zhanga, W. Li, L. Zhao, G. He. A continuus contact force model for impact analysis in multibody dynamics. *Mech. Mach. Theory*, **153**, 103946, (2020).
- [182] M. Machado, P. Moreira, P. Flores, and H. M. Lankarani. Compliant contact force models in multibody dynamics : evolution of the Hertz contact theory. *Mech. Mach. Theory*, 53, 99–121, (2012).
- [183] S. Timoshenko. Vibration Problems in Engineering. Wolfenden Press, (2008).
- [184] K. F. Graff. Wave motion in elastic solids. Ohio State University Press, (1975).
- [185] J. A. Ogilvy, and J. R. Foster. Rough surfaces : gaussian or exponential statistics?. J. Phys. D. Appl. Phys., 22, 1243–1251, (1989).
- [186] J. A. Ogilvy. Numerical simulation of friction between contacting rough surfaces. J. Phys. D. Appl. Phys., 24, 2098–2109, (1991).
- [187] J. A. Ogilvy. Numerical simulation of elastic-plastic contact between anisotropic rough surfaces. J. Phys. D. Appl. Phys., 25(12), 1798–1809, (1992).
- [188] V. H. Dang, J. Perret-Liaudet, J. Scheibert, and A. Le Bot. Direct numerical simulation of the dynamics of sliding rough surfaces. *Comput. Mech.*, 52, 1169–1183, (2013).
- [189] V. H. Dang, J. Perret-Liaudet, J. Scheibert, and A. Le Bot. Direct numerical simulation of the dynamics of sliding rough surfaces. *Comput. Mech.*, 52, 1169–1183, (2013).
- [190] V. H. Dang, L. Le Bot, and J. Perret. Liaudet. Numerical simulation of noise generated by multi asperity contact between rough surfaces. In *Proc. Acoustics 2012*, Nantes, France, (2012).
- [191] N. Ponthus, J. Scheibert, K. Thøgersen, A. M. Sørenssen, and J. Perret-Liaudet. Statistics of the separation between sliding rigid rough surfaces : Simulations and extreme value theory approach. *Phys. Rev. E*, Am. Phys. Soc., 99(2),023004(9), (2019).

- [192] P. Flores, C. S. Koshy, H. M. Lankarani, J. Ambrósio, and J. Martins. Numerical and experimental investogation on multibody systems with revolute clearance joints. *Nonlinear Dyn.*, 65(4), 383–398, (2010).
- [193] P. Flores, C. S. Koshy and J. Martins. Numerical and experimental investogation on multibody systems with revolute clearance joints. *Nonlinear Dyn.*, 65(4), 383–398, (2010).
- [194] G. Yang, B. Li, Y. Wang, and J. Hong. Numerical simulation of 3D rough surfaces and analysis of interfacial contact characteristics. *Comput. Model. Eng. Sci.*, 103(4), 251–279, (2014).
- [195] I. J. Ford. Roughness effect on friction for multi-asperity contact between surfaces. J. Phys. D : Appl. Phys., 26, 2219–2225, (1993).
- [196] Y. Tsuji, T. Tanaka, and T. Ishida. Lagrangian numerical simulation of of plug flow of cohesionless particles in horizontal pipe. *Powder Technol.*, **71**(3), 239–250, (1992).
- [197] A. Soom, and C. Kim. Roughness-Induced Dynamic Loading at Dry and Boundary-Lubricated Sliding Contacts. J. Lubr. Technol., 105(4), 514–517, (1983).
- [198] V. H. Dang, and A. Le Bot. Simulation numérique direct en dynamique du contact rugueux. In Proc. of Congrès Français de Mécanique, Besançon, France, (2011).
- [199] R. Jankowski. Non-linear viscoelastic modelling of earthquake-induced structural pounding. Earthq. Eng. Struct. Dyn., 34(6), 595–611, (2005).
- [200] M. H. Bordbar, and T. Hyppänen. Modelling of binary collision between multisize viscoelastic spheres. J. Numer. Anal. Ind. Appl. Math., 2(3–4), 115–128, (2007).
- [201] ISO. Acoustique : valeur de référence recommandées pour les niveaux acoustiques et vibratoires. ISO 1683., ISO, (2015), 4 p.
- [202] J. Shäfer, S. Dippel, and D. E. Wolf. Force Schemes in Simulations of Granular Materials. J. Phys. I, 6(1), 5–20, (1996).
- [203] R. G. Herbert, and D. C. McWhannell. Shape and frequency composition of pulses from an impact pair. J. Eng. Ind., 99, 513–518, (1977).
- [204] T. Lafont, N. Totaro, and A. Le Bot. Review of statistical energy analysis hypotheses in vibroacoustics. Proc. R. Soc., A 470, 20130515, (2014).
- [205] T. Lafont. Vibro-acoustique statistique : Etude des hypothèses de la SEA. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, (2015).
- [206] A. Le Bot, O.Robin, K. Rouard and A. Berry. Analysis of Random Mechanical in Symmetrical Thin Plates using Full-Field vibration. J. Acoust., 143(2), 024503, (2021).
- [207] V. Tyrode, N. Totaro, L. Maxit and A. Le Bot. Coherent wave reflection in integrable or chaotic symmetrical acoustical billiards. Proc. R. Soc., A 477, 20210488, (2021).
- [208] S. Thomas. Vibrations damped by solid friction. *Philos. Mag.*, 9, 329–345, (1930).
- [209] R. McN. Alexander. Estimates of speeds of dinosaurs. *Nature*, **261**, 129–130, (1976).
- [210] R. McN. Alexander. Walking and running : Legs and leg mouvements are subtly adapted to minimize the energy costs of locomotion. Am. Sci., 72(4), 348–354, (1984).
- [211] R. McN. Alexander. How dinosaurs ran. Sci. Am., **264**(4), 130–137, (1991).
- [212] M. P. Norton and D. G. Karczub. Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers. Cambridge University Press, New York, Second edition, (2003).
- [213] G. Maidanik. The influence of fluid loading on the radiation from orthotropic plate. J. Sound Vib, 3(3), 288–299, (1962).
- [214] M. L. Rumerman. The effect of fluid loading on radiation efficiency. J. Acoust. Soc. Am., 111(1), 75–79, (2002).

# Liste des publications

- M. Assemien, A. Le Bot. Influence of sliding speed on roughness noise. in Proceedings of the 26th International Congress on Sound and Vibration, (ICSV26), Montréal, Canada, 7-11 July 2019, pp. 305–311.
- M. Assemien, A. Le Bot. Vibration level induced by the friction of two rough surfaces weakly loaded. *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 263(5), 1261–1266, 2021.
- M. Assemien, A. Pouget, A. Le Bot. Noise induced by dynamic contact forces of a rubber cylinder rolling on road pavement samples. in Proceedings of the 27h International Congress on Sound and Vibration, (ICSV27), Prague, Czech Repubic, oneline, 11-16 July 2021, pp. 4268–4274.
dernière page de la thèse

## **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016 modifié par l'arrêté du 26 août 2022,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur A. LE BOT

et les rapports de

M. G. CHEVALLIER Professeur - Institut Femto-st - 24 rue de l'Epitaphe - 25000 Besançon

et de

M. S. SANTUCCI Chargé de recherche CNRS - Ecole Normale Supérieure de Lyon - Laboratoire de Physique 46 allée d'Italie - 69364 Lyon cedex 07

## Monsieur ASSEMIEN N'Guetta Modeste

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de DOCTEUR

Ecole doctorale Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique

Fait à Ecully, le 16 novembre 2023

Pour le directeur de l'École Centrale de Lyon Le directeur de la recherche

Christophe CORRE