



**HAL**  
open science

# Synthèse d'observateurs continus-discrets pour les systèmes non linéaires : Application au Train Autonome

Fawzia Bouchama

## ► To cite this version:

Fawzia Bouchama. Synthèse d'observateurs continus-discrets pour les systèmes non linéaires : Application au Train Autonome. Automatique / Robotique. Université Polytechnique Hauts-de-France, 2024. Français. NNT : 2024UPHF0005 . tel-04591306

**HAL Id: tel-04591306**

**<https://theses.hal.science/tel-04591306>**

Submitted on 28 May 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse de doctorat**  
**Pour obtenir le grade de Docteur de**  
**l'UNIVERSITE POLYTECHNIQUE HAUTS-DE-FRANCE**  
**et de l'INSA HAUTS-DE-FRANCE**

Discipline, spécialité :

**Automatique**

**Présentée et soutenue par Hiba Fawzia BOUCHAMA.**

**Le 25/01/2024, à Valenciennes**

Ecole Doctorale Polytechnique Hauts-de-France (ED PHF)

Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines (LAMIH - UMR CNRS 8201)

**Synthèse d'observateurs continus-discrets pour les systèmes non  
linéaires : Application au Train Autonome**

**JURY**

**Président du jury**

— Mondher, FARZA. PU à l'Université de Caen Normandie

**Rapporteurs**

— Lydie, NOUVELIERE. MCF HDR à l'Université d'Evry Val d'Essonne.

— Mondher, FARZA. PU à l'Université de Caen Normandie

**Examineurs**

— Kevin, GUELTON. PU à l'Université de Reims Champagne-Ardenne.

**Directeur de thèse**

— LAUBER, Jimmy. PU HDR à l'INSA.

**Co-directeur de thèse :** DEFOORT, Michael. PU HDR à l'INSA

**Co-encadrant :** BERDJAG, Denis. MCF à l'UPHF

**Membre invité**

— ZIANI, Smail. Docteur, Responsable du domaine d'expertises énergie, asset management et matériaux. IRT Railenium



*Je dédie ce travail  
A mon rayon de soleil Lyliane  
A mes parents, pour leurs encouragements  
A mon mari, pour son soutien  
A mes amis, pour leurs confiance*



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont été effectués au sein de l'IRT Railenium en collaboration avec le Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'informatique Industrielles et Humaines (LAMIH) de l'Université Polytechnique Hauts-de-France (UPHF).

Je voudrais saisir cette occasion pour exprimer ma gratitude envers mes directeurs de thèse, Monsieur Jimmy LAUBER, Monsieur Michael DEFOORT et Monsieur Denis BERDJAG, qui m'ont accueilli au sein de leur équipe de recherche et qui m'ont offert la possibilité d'évoluer. Je les remercie pour la confiance, l'appui et la liberté qu'ils m'ont témoigné, l'intérêt grandissant qu'ils ont porté sur mes travaux, leurs encouragements et leurs disponibilités durant ces années. J'ai particulièrement apprécié vos qualités scientifiques et vos qualités humaines. Votre regard bienveillant ainsi que votre patience m'ont permis de mener à terme cette thèse. Je vous apporte ma plus sincère gratitude.

Je tiens également à adresser mes plus vifs remerciements aux membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'évaluer ce travail. Je remercie tout particulièrement Monsieur Mondher FARZA, Madame Lydie NOUVELIERE et Monsieur Kevin GUELTON d'avoir rapporté et examiné mon mémoire de thèse, pour le temps consacré à la lecture minutieuse de ce manuscrit de thèse, ainsi que pour leurs remarques encourageantes et constructives qu'ils m'ont données.

Mes remerciements vont également à tous les membres de l'équipe MDPE, et plus particulièrement à mon collègue Smail HOUTI, à toute l'équipe de l'IRT Railenium ainsi qu'à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement du projet TFA et des essais expérimentaux effectués dans le cadre de ma thèse.

Un grand merci qui vient du coeur à mes très chers parents ainsi que mon cher mari Mohammed MADACHE qui ont toujours été présents pour moi et pour leur soutien sans faille tout au long de cette thèse notamment dans les moments les plus difficiles.

Je tiens à remercier spécialement tous mes amis que j'aime. Merci en particulier à mon amie Melissa HASSOUNE qui m'a beaucoup supporté et aidé. Je la remercie pour sa sincère amitié et confiance



**SYNTHÈSE D'OBSERVATEURS CONTINUS-DISCRETS POUR LES SYSTÈMES NON LINÉAIRES : APPLICATION AU TRAIN AUTONOME****Résumé**

Ce travail de thèse contribue au projet collaboratif "Train de Fret Autonome" porté par la SNCF et a pour but d'automatiser la conduite du train de Fret afin de garantir une conduite autonome fiable et sécurisée dans toutes conditions environnementales. Dans ce contexte, nos contributions concernent le développement d'estimateurs permettant de reconstruire avec précision la position et la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence roue-rail. La difficulté majeure provient du fait que les capteurs odométriques embarqués fournissent une mesure de la rotation des roues au niveau des essieux mais ne détectent pas directement le phénomène de glissement des roues, ce qui entraîne une grande imprécision au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale du train. Pour faire face à ce problème, il est nécessaire de faire un recalage précis en utilisant la position du train mesurée par des radio-balises installées sur le rail. Néanmoins, cette mesure est discrète avec une période d'échantillonnage variable. L'un des challenges est de considérer les mesures du train qui combinent à la fois des mesures considérées continues et des mesures aperiodiquement échantillonnées. Ainsi, la principale contribution théorique de cette thèse est la conception d'un observateur continu-discret pour une classe de systèmes multi-entrées/multi-sorties avec des sorties continues entachées de bruits de mesures et des sorties aperiodiquement échantillonnées. Cet observateur est conçu pour répondre au cahier de charge du projet "Train de Fret Autonome" afin d'estimer la vitesse du train dans des conditions variables d'adhérence. Les performances de cet observateur sont montrées en simulation et comparées avec d'autres approches d'estimation de la vitesse du train puis ensuite validées expérimentalement via une campagne d'essais réalisée au Centre d'Essai Ferroviaire de Tronville-en-Barrois.

**Mots clés :** train autonome, synthèse d'observateurs, force d'adhérence, mesures continues et aperiodiquement échantillonnées, observateur continu-discret (cdo), gain exponentiel variant dans le temps.

---

**Abstract**

This thesis contributes to the collaborative project "Train de Fret Autonome" led by the SNCF and aims to control autonomous freight trains in order to guarantee reliable and safe autonomous driving in all environmental conditions. In this context, our contributions concern the development of estimators for accurately reconstructing the train position and longitudinal speed under variable wheel-rail adhesion conditions. The major difficulty arises from the fact that on-board odometric sensors provide a measurement of wheel rotation at axle level, but do not directly detect the phenomenon of wheel slippage, resulting in inaccurate estimation of the longitudinal speed of the train. To overcome this problem, it is necessary to make a precise recalibration using the position of the train measured by radio beacons installed on the rail. Nevertheless, this measurement is discrete with a variable sampling period. One of the challenges is to consider train measurements that combine both continuous and aperiodically sampled measurements. Thus, the main theoretical contribution of this thesis is the design of a continuous-discrete observer for a class of multi-input/multi-output systems with continuous noisy outputs and aperiodically sampled outputs. This observer is designed to meet the specifications of the "Autonomous Freight Train" project, in order to estimate train speed under variable adhesion conditions. The performance of this observer is shown in simulation and compared with other approaches to train speed estimation, then validated experimentally via an experimental test program carried out at the Centre d'Essai Ferroviaire of Tronville-en-Barrois.

**Keywords:** autonomous train, observer design, adhesion force, continuous and aperiodic sampled measurements, continuous-discrete observer, exponential time-varying gain.

---





# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Résumé</b>	<b>vii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Généralité sur les observateurs avec des mesures à temps continu . . . . .	8
1.2.1 Observateurs pour systèmes linéaires . . . . .	9
1.2.2 Observateurs pour systèmes non-linéaires . . . . .	9
1.3 Généralité sur les observateurs avec des mesures à temps discret . . . . .	17
1.3.1 Observateurs pour systèmes linéaires . . . . .	17
1.3.2 Observateurs pour systèmes non linéaires . . . . .	19
1.3.3 Autres observateurs . . . . .	20
1.4 Généralités sur les observateurs continus-discrets . . . . .	20
1.4.1 Observateurs continus-discrets avec des mesures périodiques . . . . .	20
1.4.2 Observateurs continus-discrets avec des mesures apériodiques . . . . .	22
1.5 Motivation et contribution . . . . .	25
1.6 Conclusion . . . . .	26
<b>2 Synthèse d'observateur sur modèle T-S avec des mesures continues et discrètes</b>	<b>27</b>
2.1 Introduction . . . . .	27
2.2 Formulation du problème . . . . .	28
2.2.1 Classe des systèmes considérés . . . . .	28
2.2.2 Description des sorties de la classe de systèmes considérée . . . . .	29
2.3 Synthèse d'observateur à gain exponentiellement variant dans le temps sur modèle T-S . . . . .	29
2.3.1 Structure de l'observateur . . . . .	30
2.3.2 Analyse de la stabilité . . . . .	30
2.4 Comparaison avec des approches similaires . . . . .	36
2.4.1 Comparaison avec l'observateur de Luenberger pour une classe de système T-S avec des sorties continues . . . . .	36
2.4.2 Comparaison avec l'observateur continu-discret pour une classe de systèmes triangulaires avec des sorties échantillonnées . . . . .	36
2.5 Application sur des exemples académiques . . . . .	37

2.5.1	Application sur un système triangularisable et comparaison avec le CDO à grand gain . . . . .	37
2.5.2	Application sur un système non-triangularisable . . . . .	40
2.6	Conclusion . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Résultats de simulation dans le cadre du train autonome</b>	<b>49</b>
3.1	Introduction . . . . .	49
3.2	Modélisation dynamique du train . . . . .	50
3.2.1	Modèle longitudinal du train . . . . .	50
3.2.2	Notion d'adhérence roue-rail . . . . .	51
3.2.3	Notion de résistance à l'avancement . . . . .	54
3.3	Formulation du problème d'estimation pour le train . . . . .	55
3.3.1	Capteurs utilisés . . . . .	55
3.3.2	Formulation du problème d'estimation . . . . .	56
3.4	Estimation de la vitesse longitudinale du train avec mesures continues et discrètes	58
3.4.1	Synthèse d'une cascade d'un différentiateur modes glissants et d'un observateur CDO . . . . .	58
3.4.2	Synthèse d'un observateur T-S à gain exponentiellement variant dans le temps	63
3.4.3	Résultats numériques . . . . .	64
3.5	Estimation de la vitesse longitudinale du train avec mesures discrètes multi-échantillonnées . . . . .	68
3.5.1	Approche par cascade de CDO . . . . .	69
3.5.2	Approche par observateur discret à entrée inconnue . . . . .	74
3.5.3	Résultats numériques . . . . .	75
3.6	Conclusion . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Résultats expérimentaux sur le train de fret au Centre d'Essai Ferroviaire</b>	<b>81</b>
4.1	Introduction . . . . .	81
4.2	Présentation du protocole expérimental des essais . . . . .	81
4.2.1	Présentation générale du système train . . . . .	82
4.2.2	Caractéristiques des éléments du train . . . . .	82
4.2.3	Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE) . . . . .	85
4.2.4	Système d'arrosage . . . . .	85
4.2.5	Configuration de la voie et vitesses limites . . . . .	87
4.3	Identification du modèle longitudinal du train . . . . .	88
4.4	Résultats expérimentaux des observateurs pour des conditions d'adhérence variables	95
4.4.1	Définition des scénarios pour les essais expérimentaux . . . . .	96
4.4.2	Analyse des résultats . . . . .	99
4.4.3	Détection des conditions d'adhérence . . . . .	103
4.5	Conclusion . . . . .	108
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>115</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>119</b>
	<b>Table des matières</b>	<b>127</b>

# Introduction générale

Le travail de thèse de doctorat présenté dans ce document contribue au projet collaboratif français Train de Fret Autonome (TFA) porté par la SNCF. Il a été réalisé dans le cadre de l'Institut de Recherche Technologique (IRT) de la filière Ferroviaire Railenium, Valenciennes, France, en collaboration avec le Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielle et Humaine (LAMIH) de l'Université Polytechnique Hauts-de-France, Valenciennes, France. Ce projet a bénéficié de fonds publics dans le cadre du programme français "Investissements d'Avenir".

Le projet a pour but de mettre en place de manière progressive des méthodes d'estimation et des stratégies de commande robuste afin d'automatiser la conduite du train de Fret. Le contrôle automatique des trains (ATC) est déjà opérationnel pour les applications de métro avec différents niveaux d'automatisation. Par rapport aux systèmes urbains, la situation des autres systèmes ferroviaires, notamment les trains de fret, est naturellement plus complexe, en raison d'un réseau ferroviaire plus vaste et inter-connecté ainsi que l'exploitation en environnement ouvert.

L'ATC comprend principalement trois sous-systèmes :

- le système de protection automatique des trains (ATP),
- le système de supervision automatique des trains (ATS),
- le système d'exploitation automatique des trains (ATO).

L'ATC est composé de deux parties : une partie installée à bord et une partie installée sur la voie, comme l'illustre la Figure 1 [1]. Les fonctions de ces sous-systèmes sont les suivantes :

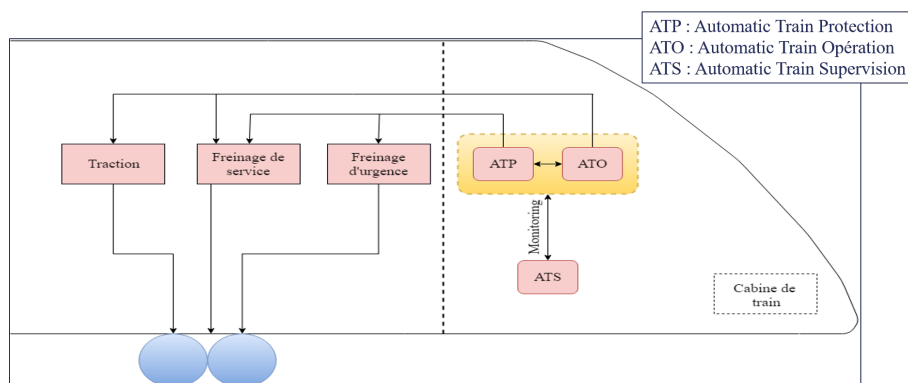


FIGURE 1 – Illustration de la structure de l'ATC.

- Le système ATS est responsable de la surveillance du mouvement des trains afin de s'assurer que les trains se conforment à un horaire et à un modèle de circulation prévus.

L'objectif est d'éviter ou réduire les pertes de temps résultant d'anomalies du système et de dysfonctionnements de l'équipement en effectuant des tâches telles que la surveillance de l'état du train, l'enregistrement des opérations du train et la génération automatique des rapports statistiques sur le train.

- Le système ATP est un système à sécurité intégrée, responsable de la sécurité du mouvement des trains individuels. L'ATP impose des limites de vitesse sur le mouvement des trains afin de respecter les exigences de sécurité. En particulier, il maintient une distance de sécurité entre les trains et garantit également une distance de freinage suffisante. Si un train dépasse les limites de vitesse, l'ATP est programmé pour exécuter automatiquement un freinage d'urgence.
- Le système ATO prend en compte les données des autres sous-systèmes et calcule un profil de vitesse de référence avec une stratégie de traction/freinage appropriée pour assurer une accélération en douceur jusqu'à la vitesse de référence, une régulation de la vitesse et un arrêt précis du train sur le quai de destination. L'ATO est donc la clé de l'efficacité opérationnelle du train, c'est-à-dire de la sécurité, du confort, du temps et de l'efficacité énergétique.

Les trois sous-systèmes de l'ATC travaillent ensemble pour garantir une exploitation rentable, sûre et optimale. À la gare de départ, selon l'horaire du train, l'ATS communique des informations sur l'état du train, l'itinéraire et l'horaire à l'ATO. En particulier, l'ATO obtient des informations telles que l'heure de départ et d'arrivée, les contraintes de vitesse sur le train et le temps d'attente à la prochaine station. Sur la base de ces informations, l'ATO établit un profil de vitesse et une stratégie de traction et de freinage pour suivre le profil de vitesse de référence, ainsi que de procéder à l'arrêt du train lorsqu'il reçoit un signal de freinage d'un système au sol (par exemple, une balise de stationnement). Enfin, en mode d'arrêt en gare, l'ATO applique les freins de manière adéquate. Ce dernier s'assure que la position finale du train sur le quai permet l'ouverture automatique des portes dans le cas d'un train de voyageurs. Pendant tout ce trajet, l'ATP surveille l'état de marche du train en temps réel afin de garantir une distance de sécurité entre les trains en émettant des signaux d'avertissement.

La norme internationale [2] définit cinq niveaux d'automatisation (GoA) de l'ATC, c'est-à-dire de GoA0 à GoA4, GoA0 étant non automatisé. Ces niveaux résultent de la répartition de la responsabilité de certaines fonctions de base de l'exploitation des trains entre le personnel de conduite et le système ATC.

- Le niveau GoA1 est essentiellement un niveau d'exploitation manuelle des trains, où les conducteurs doivent conduire les trains manuellement et se fier au système de signalisation au sol. À ce niveau d'automatisation, les trains sont équipés d'un système ATP.
- Au niveau GoA2, les commandes d'accélération et de freinage sont automatisées à l'aide de l'ATO. Le conducteur n'est responsable que de la commande des portes et des éventuelles situations d'urgence. En Europe, certaines grandes lignes ferroviaires fonctionnent au niveau GoA2 grâce à l'ERTMS (European Rail Traffic Management System).
- Le niveau GoA3 est appelé "Driverless Train Operation" (DTO), c'est-à-dire qu'il n'y a pas de conducteur dans la cabine du train. Au lieu de cela, il y a seulement un membre du personnel d'exploitation pour le départ en toute sécurité du train. La plupart des systèmes ATO existants dans les trains urbains atteignent généralement le niveau d'automatisation GoA2 ou GoA3.
- Le GoA4 est le plus haut niveau d'automatisation de l'exploitation des trains. Il correspond à l'exploitation des trains sans surveillance, pour lequel il n'y a absolument aucun conducteur ou personnel d'exploitation, et les trains fonctionnent de manière entièrement

automatique. Récemment, le premier train à grande vitesse sans conducteur au monde est entré en service en Chine [3].

L'objectif du projet TFA est de démontrer la faisabilité du niveau GoA4 pour le train de Fret afin d'anticiper une éventuelle industrialisation et de pousser les réflexions sur l'évolution de l'exploitation ferroviaire.

Dans le cadre de ce projet, notre travail a permis la conception d'un Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE) qui représente une version simplifiée de l'ATO, destinée à la gestion de la conduite automatique du train (pilotage de la traction et du freinage). Il communique avec le matériel roulant (e.g., il transmet les consignes de traction/freinage calculées et reçoit les mesures du train ainsi que les pressions au niveau de la conduite générale et du cylindre du frein).

L'automatisation d'un tel système physique nécessite le développement de méthodes d'identification, d'observation, de commande, de détection et de localisation d'éventuels défauts pour répondre aux spécifications du cahier des charges prédéfini. Pour compenser l'action corrective et le ressenti du conducteur, la commande doit se baser sur un modèle analytique affiné du train, suffisamment expressif, en utilisant les informations échangées avec les différents modules dédiés à la conduite autonome. Ainsi, l'automatisation du train passe d'abord par une phase de modélisation visant à obtenir une représentation mathématique suffisamment fine permettant de décrire son fonctionnement. Les modèles linéaires permettent généralement la représentation du comportement du système autour d'un point de fonctionnement donné. Par conséquent, les stratégies de commande, d'observation et de diagnostic développées à partir du modèle linéarisé fournissent généralement des performances dégradées lorsqu'on s'éloigne du point de fonctionnement. Ainsi, afin de garantir des performances suffisantes, il est nécessaire de considérer les non-linéarités dans la phase de modélisation. Cependant, les tâches de synthèse de lois de commande et d'observateurs pour des modèles non linéaires s'avèrent plus délicates.

Afin de garantir une conduite autonome fiable et sécurisée du train de Fret dans toutes conditions environnementales, qu'elles soient nominales ou dégradées, il est nécessaire notamment d'avoir une connaissance fine de certaines informations. En l'absence de conducteur, cela nécessite le développement d'une loi de commande qui s'adapte à la configuration du matériel roulant et aux conditions de l'environnement. En pratique, il est souvent difficile d'avoir accès à l'ensemble des variables internes et cela pour des raisons économiques, technologiques ou même de faisabilité. De plus, un système physique est souvent soumis à des perturbations telles que les bruits de mesure, les incertitudes de modélisation, et les perturbations externes. C'est notamment le cas de l'adhérence roue-rail dans le secteur ferroviaire. Ce phénomène a attiré l'attention de plusieurs chercheurs qui l'ont étudié afin de pourvoir l'approximer par des fonctions non-linéaires [4–6]. En effet, l'adhérence roue-rail dépend de plusieurs facteurs, notamment l'état des surfaces en contact et les conditions climatiques. Dans le cas d'un changement brusque des conditions d'adhérence, un glissement des roues important peut survenir, ce qui engendre une forte imprécision au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale du train et de sa position à partir des mesures odométriques. Cela nous amène à nous poser la question par rapport à la reconstruction des informations utiles (e.g., informations non directement mesurées comme l'adhérence ou informations impactées par les perturbations telles que le glissement des roues) à la conduite autonome et sécurisée du train de Fret en utilisant des observateurs ou estimateurs d'état à partir des données mesurées via les capteurs existants.

La reconstruction de l'état d'un système dynamique dont une partie des entrées n'est pas mesurable (i.e., adhérence) ou biaisée par des perturbations (i.e., vitesse odométrique) est donc d'un grand intérêt pratique. Dans de telles circonstances, un observateur conventionnel, exigeant la connaissance de toutes les entrées, ne peut pas être utilisé directement. Le problème à résoudre

devient alors plus complexe puisqu'il s'agit d'estimer l'état du système et les entrées inconnues.

Afin d'automatiser la conduite du train, il est indispensable de connaître avec précision la position et la vitesse du train. Cependant, les mesures odométriques ne peuvent pas assurer une connaissance fine de la vitesse longitudinale du train du fait du phénomène de glissement. Une solution classique est de faire un repositionnement précis en utilisant des balises de recalage qui sont installées sur les rails à des distances précises, et qui ne sont activées que lorsque le train passe au-dessus. L'information stockée dans la balise, notamment la position, est communiquée au système MDPE du train, ce qui permet de recalibrer sa position. En revanche, cette mesure est de nature discrète avec une période d'échantillonnage variable qui dépend de la position de la balise et de la vitesse du train. Pour la synthèse d'un observateur, il est important de prendre en compte, dans sa structure, la nature des mesures utilisées pour l'estimation de l'état du système (continues, discrètes périodiques et discrètes apériodiques). L'un des challenges de cette thèse est la prise en compte des sorties du système train qui combinent à la fois des mesures considérées continues (e.g., issues des capteurs odométriques) et des mesures discrètes apériodiques (e.g., issues des balises de recalage).

L'objectif de notre travail porte sur la conception d'observateurs permettant d'avoir une connaissance fine de certaines informations du train de Fret afin de garantir par la suite, une conduite autonome fiable et sécurisée dans toutes les conditions environnementales, qu'elles soient nominales ou dégradées. En particulier, étant donné la nature des mesures du système train, nous avons développé un observateur continu-discret pour une classe de systèmes multi-entrées multi-sorties (MIMO) avec des sorties continues et échantillonnées. De plus, les sorties peuvent être entachées de bruits de mesures qui peuvent être interprétés comme une faute de capteur. Les sorties échantillonnées peuvent être apériodiques avec des instants d'échantillonnage irréguliers. L'observateur proposé estime en temps continu l'état du système écrit sous une forme Takagi-Sugeno à partir de données continues et discrètes. Cet observateur est conçu pour répondre aux besoins du projet TFA, dans le but d'estimer l'adhérence roue-rail, la vitesse longitudinale du train ainsi que la vitesse de glissement.

Ce manuscrit de thèse est organisé en 4 chapitres ainsi qu'une introduction et une conclusion générale :

- Dans le premier chapitre, un état de l'art sur l'observation des systèmes linéaires et non linéaires sera présenté. Différentes méthodes de synthèse d'observateurs seront classées en trois sections selon la nature des mesures utilisées pour l'estimation de l'état du système (continues, discrètes périodiques et discrètes apériodiques). Dans un premier temps, des approches continues basées sur le modèle analytique du système avec des mesures disponibles en temps continu seront évoquées. Puis, des approches discrètes consistant à discrétiser le modèle analytique du système tout en considérant des mesures discrètes périodiques seront décrites. Enfin, un certain nombre d'approches permettant la synthèse d'observateurs continu/discret seront présentées.
- Le deuxième chapitre présentera notre principale contribution concernant la synthèse des observateurs continus-discrets sous une forme Takagi-Sugeno pour une classe de systèmes multi-entrées multi-sorties (MIMO) avec des sorties continues et échantillonnées de manière apériodique avec des instants d'échantillonnage irréguliers. Les hypothèses nécessaires pour la synthèse de cet observateur seront détaillées, particulièrement en ce qui concerne la période d'échantillonnage de la mesure discrète. Une approche à gain exponentiellement variant dans le temps sera utilisée pour mener à bien cet objectif. Un des avantages de cette approche réside dans le fait qu'il est assez facile de la mettre en oeuvre puisque les paramètres de synthèse seront calculés via la résolution d'inégalités

matricielles linéaires.

- Dans le troisième chapitre, le Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE) qui représente une version simplifiée de l'ATO, du projet Train de fret autonome sera présenté. Ce chapitre introduira par la suite les résultats de simulation des approches d'observation développées pour l'estimation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence roue/rail, dans le cadre du projet Train de Fret Autonome (TFA). Différentes stratégies seront ainsi présentées. Une première approche se repose sur l'utilisation d'une cascade de différentiateurs, l'un basé sur les modes glissants permettant l'estimation de l'adhérence roue/rail en temps fini, et l'autre basé sur un observateur continu-discret à gain exponentiellement variant dans le temps pour reconstruire la vitesse longitudinale du train. Une seconde approche exploite les résultats issus du chapitre précédent. Elle permet d'estimer la vitesse longitudinale du train avec de meilleures performances par rapport à la cascade de différentiateurs. Enfin, une approche composée de deux CDOs en cascade permettant l'estimation de la force d'adhérence, la vitesse de glissement et la vitesse longitudinale du train, lorsque les mesures sont discrètes sera étudiée.
- Le quatrième chapitre s'organise autour de la restitution des résultats issus des essais expérimentaux réalisés via une campagne d'essais réalisée au Centre d'Essai Ferroviaire de Tronville-en-Barrois, permettant de valider les approches d'observation conçues dans le cadre du projet train de fret autonome. Il sera montré les performances au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale du train et du glissement des observateurs proposés. Les résultats seront analysés selon différents scénarios définis dans le cadre du protocole expérimental détaillé dans ce chapitre.

Ce manuscrit de thèse se termine par une conclusion globale mettant en avant les différents points évoqués au fil des chapitres et proposant un ensemble de perspectives pour les travaux futurs.

Les travaux présentés dans cette thèse ont été publiés dans les journaux et conférences suivants :

- BOUCHAMA, Hiba Fawzia, DEFOORT, Michael, LAUBER, Jimmy, et al. Observer design with exponential time-varying gain for Takagi–Sugeno fuzzy systems with continuous and aperiodic sampled outputs. *Journal of the Franklin Institute*, 2023, vol. 360, no 13, p. 10041 – 10063.
- BOUCHAMA, Hiba Fawzia, BERDJAG, Denis, DEFOORT, Michael, et al. Observer-based Robust Train Speed Estimation Subject to Wheel-Rail Adhesion Faults. In : 2021 5th International Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol). IEEE, 2021. p. 303 – 310.
- BOUCHAMA, Hiba Fawzia, DEFOORT, Michael, BERDJAG, Denis, et al. Design of sliding mode observer for the estimation of train car positions and in-train forces. *IFAC-PapersOnLine*, 2021, vol. 54, no 4, p. 98 – 105.
- BOUCHAMA, Hiba Fawzia, HOUTI, Smail, BERDJAG, Denis, et al. Observer-based freight train control to reduce coupler strain and low adhesion issues. In : 2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). IEEE, 2021. p. 955 – 962.





# État de l'art

## 1.1 Introduction

Dans le cadre du projet Train de Fret Autonome (TFA), nous sommes amenés à concevoir un module permettant de piloter automatiquement la traction et le freinage pour automatiser la conduite du train de Fret. Le mouvement du train (traction/freinage) est dû à l'effort longitudinal transmis par le contact roue rail représenté par l'adhérence. Le niveau d'adhérence peut diminuer en présence d'impuretés sur la voie et en fonction des conditions climatiques, ce qui peut impacter fortement la traction ou le freinage appliqués. Dans les cas extrêmes, cela produit un défaut de blocage ou de patinage des roues. Le cas de blocage se produit lorsque le frein est appliqué et qu'il bloque la roue, de sorte que la roue glisse sur la voie. Cela se produit parce que le couple de freinage est plus important que le couple d'adhérence. De même, le patinage se produit lorsque le couple de traction est plus important que le couple d'adhérence, dans ce cas, la roue glisse. Ces phénomènes endommagent à la fois la roue en créant des méplats et en usant le rail. L'endommagement des surfaces des roues ou des rails a un impact direct sur les coûts de maintenance, surtout s'il induit le remplacement du matériel. Outre ces effets extrêmes, le principal problème des défauts de blocage et de patinage est qu'ils entraînent une grande imprécision au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale du train à partir des données odométriques.

Afin de garantir une conduite autonome fiable et sécurisée du train de Fret dans toutes conditions environnementales, qu'elles soient nominales ou dégradées, il est nécessaire notamment d'avoir une connaissance fine de la position du train, de sa vitesse et de l'adhérence. En l'absence de conducteur, cela nécessite le développement d'une loi de commande qui s'adapte à la configuration du matériel roulant et aux conditions de l'environnement. Pour compenser l'action correctrice et le ressenti du conducteur, la commande doit se baser sur un modèle analytique affiné du train, c'est-à-dire plus expressif que le modèle longitudinal utilisé classiquement, en utilisant les informations échangées avec les différents modules dédiés à la conduite autonome. Cependant, l'implémentation actuelle des capteurs, tous installés sur la locomotive, ne permet pas de fournir les informations nécessaires à la commande pour compenser les différentes perturbations et dynamiques non-modélisées affectant le convoi. En outre, les capteurs odométriques embarqués fournissent la vitesse longitudinale du train de manière indirecte, en se basant sur la mesure de la rotation des essieux. Cependant, ces odomètres ne peuvent pas détecter directement le phénomène de glissement et sont affectés par les irrégularités des roues, ce qui entraîne une

grande imprécision au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale.

Pour pallier les limitations des capteurs odométriques, il est nécessaire de faire un repositionnement (recalage) précis et fiable, afin de pouvoir réajuster l'estimation et éviter une dérive excessive. Une solution classique consiste à utiliser des marqueurs placés dans le rail appelés balises. Ces capteurs sont capables d'émettre et de recevoir des signaux radio. Lorsque le train passe au-dessus des balises, il reçoit les données stockées à l'intérieur celles-ci (e.g., topographie de la voie, limitation de vitesse, distance jusqu'à la prochaine station et position de la balise). Cette dernière correspond à une position précise du train sur la voie ferrée. Néanmoins, cette mesure est discrète avec une période d'échantillonnage variable.

La reconstruction des informations utiles à la conduite autonome et sécurisée du train de Fret est possible en utilisant des observateurs ou estimateurs d'état à partir des données obtenues via les capteurs existants. L'observateur consiste en un système dynamique basé sur le modèle de connaissance de train de Fret qui exploite les mesures des différentes entrées et sorties de ce dernier. Comme énoncé précédemment, dans le cadre du train, les sorties du système train combinent à la fois des mesures considérées continues (e.g., capteurs odométriques) et des mesures discrètes aperiodiques (e.g., balises de recalage).

Par conséquent, le but de ce chapitre est de présenter un état de l'art sur différentes méthodes de synthèse d'observateurs, classées en trois sections selon la nature des mesures utilisées pour l'estimation de l'état du système (continues, discrètes périodiques et discrètes aperiodiques). La section 1.2 regroupe des approches continues basées sur le modèle analytique du système physique avec des mesures disponibles en temps continu (e.g., observateur de Luenberger, observateurs à grand gain, observateurs basés sur les modes glissants, observateurs sur modèle de Takagi-Sugeno). La section 1.3 traite des approches discrètes consistant à discrétiser le modèle analytique du système tout en considérant des mesures discrètes périodiques avec une période d'échantillonnage fixe (e.g., observateur de Luenberger étendu, filtre de Kalman étendu, observateurs à grand gain). Dans la section 1.4, un rappel est fait sur les approches continues/discrètes. La structure de ces observateurs est similaire à celle du filtre de Kalman où une prédiction de l'état est obtenue à partir d'un système dynamique qui est une copie du système en temps continu, puis, à l'instant d'échantillonnage, le gain d'observation est mis à jour de manière appropriée pour corriger ensuite la prédiction de l'état en utilisant la mesure disponible en temps discret. Ceci permet notamment de traiter le cas des mesures aperiodiques. Certaines de ces méthodes seront utilisées dans le cadre du système train de Fret. Enfin, nous développerons dans le chapitre suivant un observateur continu-discret pour une classe de systèmes multi-entrées multi-sorties avec des sorties continues et des sorties échantillonnées de manière à pouvoir par la suite l'utiliser pour le système train de Fret autonome.

## 1.2 Généralité sur les observateurs avec des mesures à temps continu

Dans la littérature, de nombreuses approches existent permettant de concevoir des observateurs pour les systèmes linéaires ou non-linéaires. Les premières approches historiques ont d'abord concerné les systèmes linéaires invariants dans le temps. En revanche, la plupart des systèmes ont des comportements non-linéaires ce qui a motivé les chercheurs à développer des approches d'observation pour les systèmes non-linéaires.

### 1.2.1 Observateurs pour systèmes linéaires

Les premiers travaux qui ont traité de la synthèse des observateurs ont été publiés dans les années 60 par Kalman [7] et par la suite par Luenberger [8, 9]. Pour comprendre la conception de base de l'observateur de Luenberger, considérons un système linéaire à temps continu invariant donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  et  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  sont les vecteurs d'état et d'entrée du système et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  représente le vecteur de sortie du système où  $n, m$  et  $p \in \mathbb{N}$ .  $A, B$  et  $C$  sont respectivement les matrices d'état, d'entrée et de sortie du système de taille appropriée.

La synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires est caractérisée par des conditions nécessaires et suffisantes bien établies. En effet, le système (1.1) est observable si et seulement si la matrice d'observabilité est de rang plein, i.e.,

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (1.2)$$

Un observateur utilise l'entrée et la sortie du système pour estimer la trajectoire d'état du système. Pour le système (1.1), l'observateur de Luenberger [8, 9] est défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (1.3)$$

avec  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  est le gain de l'observateur, choisi de telle sorte que la matrice  $(A - LC)$  soit Hurwitz. L'erreur d'estimation caractérisée par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (1.4)$$

a pour dynamique

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (1.5)$$

L'observateur (1.3) garantit que le système (1.5) soit asymptotiquement stable.

### 1.2.2 Observateurs pour systèmes non-linéaires

#### Observateur de Thau

La conception des observateurs pour les systèmes non-linéaires a débuté dans les années 70 [10]. L'observateur de Thau est utilisé pour les systèmes non-linéaires de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + f(x(t), u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.6)$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  représentent l'état, l'entrée et la sortie du système.  $f$  est une fonction non linéaire satisfaisant la condition de Lipshitz avec une constante de Lipshitz notée  $\alpha$ .

La paire  $(A, C)$  est supposée observable.

**Théorème 1** [10] Soit l'observateur de Thau donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + f(\hat{x}(t), u(t)) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (1.7)$$

où  $\alpha$  est tel que

$$\alpha < \frac{\lambda_{\max}(Q)}{\lambda_{\min}(P)} \quad (1.8)$$

avec  $P$  et  $Q$  des matrices symétriques définies positives qui respectent l'équation

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q \quad (1.9)$$

Alors, l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  converge asymptotiquement vers zéro.

Ces résultats ont été raffinés notamment dans [11].

### Approche par linéarisation de l'erreur d'observation

Une autre approche consiste en la linéarisation de l'erreur d'observation [12, 13]. Cette approche consiste à trouver un changement de coordonnées approprié qui transforme le système non-linéaire en une forme de système affine en l'état et dont les non-linéarités sont linéarisables par injection de sortie ou à l'aide de transformations d'état qui les rendent dépendantes uniquement des entrées et des sorties disponibles. Ceci permet par la suite de synthétiser un observateur de Luenberger par exemple. Cependant, la recherche d'une telle transformation n'est pas aisée et se limite à une classe particulière de systèmes non-linéaires.

### Observateurs à grand gain

L'approche est basée sur la conception d'observateurs pour une forme normale d'observabilité. Cette forme se compose d'une dynamique linéaire et d'une dynamique non-linéaire de structure triangulaire. Elle permet ainsi de synthétiser un observateur à grand gain sous réserve que les non-linéarités respectent une condition Lipschitz.

Les observateurs à grand gain pour les systèmes à temps continus ont été initiés par [14]. Considérons le système non-linéaire affine en la commandé, donné comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1.10)$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  et  $y(t) \in \mathbb{R}$  représentent l'état, l'entrée et la sortie du système.  $f(\cdot)$  et  $g(\cdot)$  sont des fonctions non-linéaires dépendantes de l'état du système.

Il a été montré dans [15] que le système (1.10) est uniformément observable si et seulement si il existe un changement de variables tel que le système (1.10) puisse se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + F(z(t)) + G(z(t))u(t) \\ y(t) = Cz(t) \end{cases} \quad (1.11)$$

avec  $A$ ,  $C$ ,  $F$  et  $G$  donnés comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & & 1 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$F(z) = [0 \quad \dots \quad F_n(z)]^T$$

$$G(z) = [G_1(z) \quad \dots \quad G_n(z)]^T$$

où  $F_n$  et  $G_i$  avec  $i = 1, \dots, n$  sont des fonctions non-linéaires. Le vecteur  $G(z)$  a une structure triangulaire par rapport à  $z = [z_1, \dots, z_n]^T$ , i.e.,  $G_i(z) = G_i(z_1, \dots, z_i)$ .

**Remarque 1** Pour un système non affine par rapport à la commande et à une seule sortie, il a été montré dans [15] que si le système non-linéaire est uniformément observable alors il existe un changement de variables tel que le système non-linéaire puisse s'exprimer sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = F_1(z_1(t), z_2(t), u(t)) \\ \dot{z}_2(t) = F_2(z_1(t), z_2(t), z_3(t), u(t)) \\ \vdots \\ \dot{z}_n(t) = F_n(z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t), u(t)) \\ y(t) = Cz(t) = z_1(t) \end{cases} \quad (1.12)$$

avec une condition additionnelle sur les fonctions  $F_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  :

$$\frac{\partial F_i}{\partial z_{i+1}}(z(t), u(t)) \neq 0, \forall (z(t), u(t))$$

On pose  $F = [F_1, \dots, F_n]^T$ , les hypothèses suivantes sont vérifiées

—  $F$  est une fonction globalement Lipschitz :

$$\left\| \frac{\partial F_i}{\partial z_{i+1}}(z(t), u(t)) \right\|$$

et uniformément bornée.

—  $\exists \alpha > 0, \forall z(t) \in \mathbb{R}^n$

$$\frac{\partial F_i}{\partial z_{i+1}}(z(t), u(t)) \geq \alpha$$

**Hypothèse 1** La fonction  $F$  est globalement Lipschitz selon  $z$ .

**Hypothèse 2** La fonction  $G$  est globalement Lipschitz selon  $z$  uniformément en  $u$ .

**Théorème 2** [16] Soit l'observateur à grand gain donné par l'équation suivante :

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + F(\hat{z}(t)) + G(\hat{z}(t))u(t) - \theta \Delta_\theta^{-1} K(C\hat{z}(t) - y(t)) \quad (1.13)$$

où  $\theta \geq 1$  est suffisamment grand,  $\Delta_\theta \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est une matrice diagonale donnée par  $\Delta_\theta = \text{diag}(1, 1/\theta, 1/\theta^2, \dots, 1/\theta^{n-1})$  et  $K$  est une matrice telle que  $(A - Kc)$  soit Hurwitz. En supposant que les hypothèses 1 et 2 soient satisfaites pour le système (1.11), l'erreur d'estimation  $e(t) = z(t) - \hat{z}(t)$  converge exponentiellement vers zéro.

L'avantage de l'observateur à grand gain par rapport à l'observateur du Luenberger est qu'il prend en compte toutes les non-linéarités du système qui sont supposées Lipschitz. De plus, les non-linéarités peuvent dépendre des états, mais doivent présenter une structure triangulaire. Le gain de l'observateur  $\theta$  est choisi suffisamment élevé (d'où l'appellation observateur à grand gain) pour garantir que l'effet des termes incertains induits par les non-linéarités disparaissent avec le temps [16]. Ce type d'observateur garantit une bonne estimation de l'état avec une relative simplicité d'implémentation puisque l'observateur est une recopie de la dynamique du système avec un gain de réglage. C'est pourquoi de nombreux travaux se sont intéressés à ce type d'observateur [15, 17–20].

Cependant, l'observateur à grand gain souffre d'un inconvénient majeur qui se résume dans la détermination de son paramètre de synthèse  $\theta$ . En effet, des essais sont nécessaires pour un choix judicieux d'un gain assurant un bon compromis entre vitesse de convergence et robustesse vis-à-vis des bruits de mesure. D'une façon générale, le paramètre de synthèse doit être choisi suffisamment grand par rapport à la constante de Lipschitz des non linéarités. Cependant, une valeur trop importante fournira une estimée bruitée en présence de bruits de mesure. Dans [21], une attention particulière est donnée sur le phénomène de pic (i.e., forte amplitude pendant le régime transitoire). Bien que ce phénomène ait été observé précédemment dans la littérature [22, 23], dans [21] il a été montré que l'interaction du pic avec les non-linéarités pouvait induire un temps d'échappement fini. Enfin, la classe de systèmes sur laquelle l'observateur à grand gain peut être appliqué se réduit à un système pouvant être exprimé sous la forme canonique d'observabilité avec une structure triangulaire des non linéarités. En revanche, en général, les systèmes dont les non-linéarités dépendent de tout l'état ne font pas partie de cette classe de systèmes, et la recherche d'une transformation permettant l'obtention d'une forme canonique d'observabilité n'est pas aisée.

### Observateurs basés sur les modes glissants

Les observateurs basés sur les modes glissants ont été étudiés dans [24, 25]. Le principal intérêt est que le modèle exact du système n'a plus besoin d'être connu. Néanmoins, des hypothèses sur les non linéarités sont nécessaires (e.g., condition de Lipschitz pour un mode glissant du premier ordre). Le principe de ces observateurs consiste à contraindre les trajectoires du système représentant la dynamique de l'erreur d'observation, à converger vers une surface de glissement. La trajectoire de l'erreur d'observation se décompose en deux étapes :

- Régime transitoire : La trajectoire de l'erreur d'estimation évolue vers la surface de glissement.
- Régime de glissement : La trajectoire de l'erreur d'estimation glisse sur la surface de glissement avec une dynamique définie de manière à annuler l'erreur d'observation.

L'idée générale des observateurs basés sur les modes glissants est l'ajout d'un terme discontinu dépendant de l'erreur de sortie qui permet de compenser les perturbations. Dans [26], différentes méthodes sont proposées en s'appuyant sur des observateurs à modes glissants pour détecter et estimer les fautes et défauts présents dans un système. La technique des modes glissants est particulièrement intéressante en raison de ses performances en termes de robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisation et des perturbations ainsi que de l'obtention d'une convergence de l'erreur d'estimation en un temps fini.

Une application importante des observateurs basés sur les modes glissants est dédiée au problème de différentiation d'un signal possiblement bruité. Dans [27], un différentiateur a été développé afin de reconstruire les dérivées jusqu'à l'ordre  $n$  d'un signal d'entrée  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ . Avant de donner les équations dynamiques d'un tel différentiateur, nous faisons les hypothèses suivantes.

**Hypothèse 3** *Le signal mesuré est supposé de la forme suivante :  $f(t) = f_0(t) + d(t)$  avec  $f_0(t)$  est le signal de base qui est affecté par le bruit  $d(t)$  supposé borné, i.e.,  $|d(t)| \leq \epsilon$  avec  $\epsilon \geq 0$ .*

**Hypothèse 4** *La  $n$ -ème dérivée de  $f(t)$  doit satisfaire la condition de Lipschitz avec  $L > 0$  la constante de Lipschitz.*

La dynamique du différentiateur par modes glissants d'ordre  $n$  [27] est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = -\lambda_i L^{\frac{i+1}{n+1}} |\sigma_0(t)|^{\frac{n-i}{n+1}} \text{sign}(\sigma_0(t)) + z_{i+1}(t), & i = 0, n-1 \\ \dot{z}_n(t) = -\lambda_n L \text{sign}(\sigma_0(t)) \end{cases} \quad (1.14)$$

où  $z_i(t)$  est l'estimation de la dérivée  $f_0^{(i)}(t)$ ,  $\lambda_i > 0$  avec  $i = 0, \dots, n$ .  $\sigma_0(t) = z_0(t) - f(t)$  est la variable de glissement. Les paramètres  $\lambda_i$  doivent être choisis récursivement afin d'assurer la convergence du différentiateur d'ordre  $n$  et peuvent être calculés comme suit :

$$\lambda_i = \lambda_{i0} L^{\frac{1}{n-i+1}}$$

avec  $\lambda_{i0}$  choisi suffisamment grand. Un exemple pour  $n \leq 5$  avec  $L = 1$  est donné dans le tableau (1.1).

Ordre du différentiateur	$\lambda_0$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$
0	1.1					
1	1.1	1.5				
2	1.1	2.12	2			
3	1.1	3.06	4.18	3		
4	1.1	4.57	9.30	10.03	5	
5	1.1	6.75	20.26	32.24	23.72	7

TABLEAU 1.1 – Paramètres du différentiateur pour  $L = 1$  et  $n \leq 5$ .

**Théorème 3** [27] *Sous les hypothèses 3 et 4, en l'absence du bruit de mesure  $d(t)$ , la variable  $z_i$  converge en un temps fini vers  $f_0^{(i)}(t)$ ,  $i = 0, \dots, n$ . En présence du bruit de mesure, le différentiateur (1.14) assure la précision suivante*

$$\left| z_i(t) - f_0^{(i)}(t) \right| \leq O(\epsilon^{\frac{n+1-i}{n+1}}) \quad (1.15)$$

Afin de garantir une meilleure robustess face aux bruits de mesure, un différentiateur avec filtrage est proposé dans [28]. Il est constitué de deux parties : une première partie qui représente un étage de filtrage assurant la robustesse vis-à-vis des bruits de mesure et une deuxième partie qui représente un différentiateur permettant la reconstruction du signal d'entrée (mesure) filtré et ses dérivées tout en garantissant une convergence de l'erreur d'observation en temps fini. Dans [28], l'hypothèse suivante concernant le bruit de mesure est considérée.



**Hypothèse 5** Le bruit de mesure est composé de  $n_f + 1$  composantes avec  $n_f$  l'ordre de filtrage, i.e.,  $d(t) = d_0(t) + \dots + d_{n_f}(t)$ , avec  $d_k(t)$ ,  $k = 0, \dots, n_f$  est un signal d'ordre de filtrage global  $k$  et d'amplitude intégrale  $\epsilon_k$  [29].

La dynamique de cet observateur est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{W}_1(t) &= -\tilde{\sigma}_{n+n_f} L^{\frac{1}{n+n_f+1}} |W_1(t)|^{\frac{n+n_f}{n+n_f+1}} \text{sign}(W_1(t)) + W_2(t) \\ \vdots & \\ \dot{W}_{n_f-1}(t) &= -\tilde{\sigma}_{n+2} L^{\frac{n_f-1}{n+n_f+1}} |W_1(t)|^{\frac{n+2}{n+n_f+1}} \text{sign}(W_1(t)) + W_{n_f}(t) \\ \dot{W}_{n_f}(t) &= -\tilde{\sigma}_{n_f+1} L^{\frac{n_f}{n+n_f+1}} |W_1(t)|^{\frac{n+1}{n+n_f+1}} \text{sign}(W_1(t)) + z_0(t) - f(t) \\ \dot{z}_0(t) &= -\tilde{\sigma}_n L^{\frac{n_f+1}{n+n_f+1}} |W_1(t)|^{\frac{n}{n+n_f+1}} \text{sign}(W_1(t)) + z_1(t) \\ \vdots & \\ \dot{z}_{n-1}(t) &= -\tilde{\sigma}_1 L^{\frac{n_f+1}{n+n_f+1}} |W_1(t)|^{\frac{1}{n+n_f+1}} \text{sign}(W_1(t)) + z_n(t) \\ \dot{z}_n(t) &= -\tilde{\sigma}_0 L \text{sign}(W_1(t)) \end{cases} \quad (1.16)$$

avec  $z_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) représentent les dérivées du signal  $f_0$ ,  $n$  est l'ordre de différentiation et  $n_f$  est l'ordre de filtrage.  $\tilde{\sigma}_j$ ,  $j = 0, \dots, n + n_f$  représentent les gains de l'observateur choisis de manière appropriée (voir [28]) et  $L$  représente la constante de Lipschitz de la  $n$ ème dérivée du signal  $f_0$ .

**Théorème 4** [28] Sous les hypothèses 4 et 5, en l'absence du bruit de mesure  $d(t)$ , la variable  $z_i$  converge en un temps fini vers  $f_0^{(i)}(t)$ ,  $i = 0, \dots, n$ .  
En présence du bruit de mesure, le différentiateur (1.16) assure la précision suivante

$$\left| z_i(t) - f_0^{(i)}(t) \right| \leq \mu_i L \rho^{n+1-j}, \quad \mu_j > 0 \quad (1.17)$$

avec

$$\rho = \max \left[ \left( \frac{\epsilon_0}{L} \right)^{\frac{1}{n+1}}, \left( \frac{\epsilon_1}{L} \right)^{\frac{1}{n+2}}, \dots, \left( \frac{\epsilon_{n_f}}{L} \right)^{\frac{1}{m+1}} \right]. \quad (1.18)$$

**Remarque 2** L'avantage d'utiliser un différentiateur avec filtrage (1.16) par rapport au différentiateur classique (1.14) est de considérer une plus large gamme de bruits de mesure et d'accroître la précision en présence de tels bruits.

**Remarque 3** Il est nécessaire de réaliser une discrétisation adéquate de tels différentiateurs. En effet, une discrétisation inappropriée peut entraîner la perte des propriétés de son équivalent à temps continu ou un comportement indésirable en raison, par exemple, de phénomène de chattering numérique [30].

### Observateurs sur modèle de Takagi-Sugeno

Les modèles de Takagi-Sugeno (T-S) constituent une approche très intéressante permettant la synthèse d'observateurs pour une très large classe de systèmes non linéaires. La principale caractéristique d'une telle modélisation est qu'elle permet d'obtenir un système simple en s'appuyant sur des modèles linéaires locaux interpolés par des fonctions non linéaires positives

ou nulles et bornées qui est mathématiquement équivalent au système non linéaire quelle que soit sa complexité.

Le modèle flou de type T-S s'appuie principalement sur une base de règles permettant de décrire un système non-linéaire par une interconnexion de modèles linéaires locaux grâce à des fonctions d'appartenance non-linéaires, variables au cours du temps et vérifiant la propriété de somme convexe [31]. Le modèle T-S a attiré l'attention de nombreux chercheurs car il permet d'une part de surmonter l'inconvénient de la linéarisation autour d'un point d'équilibre et, d'autre part, de représenter n'importe quel système non-linéaire. Cette technique nous permet d'étendre la plupart des concepts théoriques utilisés dans l'automatique linéaire aux systèmes non-linéaires.

Le modèle flou de type T-S peut être décrit par des règles floues de type *Si-Alors*. La  $i$ -ème règle se présente de la manière suivante :

$$\begin{aligned} &\text{Règle } \mathcal{R}_i \ (i = 1, \dots, N) : \text{ Si } z_1(t) \text{ est } \mathcal{M}_1^i \text{ et } \dots \text{ et } z_p(t) \text{ est } \mathcal{M}_p^i \\ &\text{Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (1.19)$$

où  $\mathcal{M}_1^i$  représente les ensembles flous,  $N$  est le nombre de règles floues et  $z_i(t)$  désigne les variables de prémisse.  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrées et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  représente le vecteur de sorties mesurées.  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des matrices d'état constantes.

La formulation d'un modèle T-S est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \\ y(t) &= C x(t) \end{cases} \quad (1.20)$$

$h_i(z(t))$ ,  $i = 1, \dots, N$  est la fonction d'appartenance donnée par :

$$h_i(z(t)) = \frac{\prod_{j=1}^p \mu_j^i(z_j(t))}{\sum_{i=1}^N \prod_{j=1}^p \mu_j^i(z_j(t))} \quad (1.21)$$

avec  $\mu_j^i(z_j)$  est le degré d'appartenance de  $z_j$  dans l'ensemble flou  $\mathcal{M}_j^i$ . Les fonctions d'appartenance doivent satisfaire la propriété de convexité suivante :

$$\begin{aligned} 0 &\leq h_i(z(t)) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) &= 1 \end{aligned} \quad (1.22)$$

L'obtention du modèle T-S peut se réaliser à partir des approches suivantes :

- dans le cas où aucun modèle de connaissance n'est disponible, une technique d'identification peut être utilisée. Dans cette approche, la structure du modèle T-S et les fonctions d'appartenance se basent sur des données expérimentales provenant des mesures effectuées directement sur le système réel qui serviront à l'alimentation des approches d'identification [32, 33].
- Une autre approche se base sur la linéarisation du modèle non-linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement [34, 35].
- Une approche intéressante est la transformation par secteurs non-linéaires. Cette méthode

a été initiée dans [36] et étendue par [37, 38]. Elle est basée sur la connaissance analytique du modèle non-linéaire.

Depuis quelques années, plusieurs chercheurs se sont intéressés au problème de synthèse d'observateurs pour les systèmes non-linéaires décrit par le modèle T-S. L'un des observateurs proposé dans la littérature est une extension de celui de Luenberger. Les règles floues de cet observateur sont basées sur les mêmes règles que le modèle. L'observateur s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^N h_i(\hat{z}(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - K_i (C \hat{x}(t) - y(t))] \\ y(t) &= C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (1.23)$$

avec  $\hat{x}$  le vecteur d'état estimé,  $\hat{z}$  la variable de prémisse estimée et  $K_i$  les matrices de gain de l'observateur. Les gains  $K_i$  de l'observateur sont déterminés en étudiant l'erreur d'estimation d'état définie par

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (1.24)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation dépend de la connaissance ou non des variables de prémisses intervenant dans les fonctions d'appartenance. Ainsi, deux cas de figure se présentent :

- Les variables de prémisse sont mesurables et il est possible de calculer les fonctions d'appartenance de l'observateur en remplaçant  $h_i(\hat{z})$  par  $h_i(z(t))$  [39, 40]. Par conséquent, l'observateur utilise les mêmes variables de prémisse que le modèle analytique du système. La dynamique de l'erreur d'estimation peut s'écrire comme suit :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) [(A_i - K_i C] e(t) \quad (1.25)$$

Les gains  $K_i$  sont généralement obtenus par une fonction de Lyapunov quadratique ou non, qui permet d'obtenir des conditions de convergence formulées sous forme d'inégalités matricielles linéaires (LMIs) [41]. Dans le cas d'une fonction de Lyapunov quadratique  $V(t) = e^T(t) P e(t)$ , avec  $P = P^T > 0$ , les conditions LMIs ont la forme suivante :

$$A_i^T P + P A_i - L_i C - L_i^T C^T < 0 \text{ avec } i = 1, \dots, N \quad (1.26)$$

Les gains de l'observateur sont obtenus par l'équation suivante :

$$K_i = P^{-1} L_i \quad (1.27)$$

De nombreux travaux se sont intéressés à la synthèse de l'observateur pour les systèmes sous forme T-S avec des sorties à temps continu notamment [37, 40, 42–44]. Des observateurs basés sur les modes glissants ont été proposés dans [45] pour les systèmes de forme T-S. Cette technique est basée sur l'interpolation convexe des observateurs de Luenberger dotés de termes discontinus pour compenser les entrées inconnues du système et les erreurs de modélisation du modèle. Les conditions de convergence de l'erreur d'estimation ont été formulées par des LMIs obtenues en utilisant la théorie de Lyapunov. Dans [46, 47], un observateur robuste de détection de défauts de capteurs et d'actionneurs a été présenté pour les systèmes T-S incertains.

- les variables de prémisse sont non mesurables, il faut donc les reconstruire et utiliser leurs estimées dans le calcul des fonctions d'appartenance de l'observateur par  $h_i(\hat{z}(t))$  [44, 48].

La dynamique de l'erreur d'estimation de l'état s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] - \sum_{i=1}^r h_i(\hat{z}(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - K_i (C \hat{x}(t) - y(t))] \quad (1.28)$$

En analysant l'équation de la dynamique de l'erreur d'estimation, on constate que les approches d'observation développées pour les systèmes T-S avec des variables de prémisses mesurables ne peuvent pas être directement appliquées pour la détermination des gains de l'observateur  $K_i$ . Pour résoudre ce problème, les auteurs de [49] ont proposé une approche d'observateur, en s'appuyant sur l'observateur de Thau [10]. Dans cette approche, les fonctions d'appartenance sont supposées vérifier la condition de Lipschitz, ce qui simplifie l'analyse de convergence de l'erreur d'estimation. Dans [43] un observateur de type T-S est proposé pour une classe de systèmes non-linéaires avec des entrées inconnues mais bornées. Une variable virtuelle est introduite dans la structure d'observateur de type Luenberger. Celle-ci permet de réduire significativement le conservatisme dans la synthèse de l'observateur.

Lorsqu'un observateur est mis en œuvre dans un contexte réel, il est important de prendre en compte, dans la structure de l'observateur, la nature des mesures. Les performances obtenues sont donc fortement dépendantes de la période d'échantillonnage appliquée. Dans le cas où les contraintes instrumentales ne permettent pas de rendre cette dernière négligeable par rapport à la dynamique du système, l'observateur perd ses propriétés. Lorsqu'il est question de mesures discrètes, on peut tout d'abord discrétiser le système et adopter une approche entièrement discrète en supposant que les mesures sont disponibles périodiquement  $y(kT) = Cx(kT)$  avec  $T$  la période d'échantillonnage des mesures [50, 51].

## 1.3 Généralité sur les observateurs avec des mesures à temps discret

Pour faire face au problème de mesures discrètes périodiques avec une période d'échantillonnage fixe, plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature. L'une des solutions consiste en une approche purement discrète.

### 1.3.1 Observateurs pour systèmes linéaires

Considérons le système linéaire à temps discret issu de la discrétisation du modèle analytique du système donné par :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1.29)$$

avec  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$  et  $y(k) \in \mathbb{R}^p$  sont les entrées et les sorties du système.  $A, B$  et  $C$  sont des matrices constantes.

#### Observateur de Luenberger

Pour le système (1.29), l'observateur de Luenberger est défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{y}(k) = C\hat{x}(k) \end{cases} \quad (1.30)$$

avec  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  est le gain de l'observateur, choisi de telle sorte que la matrice  $(A - LC)$  soit Schur stable. L'erreur d'estimation caractérisée par :

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k) \quad (1.31)$$

a pour dynamique

$$e(k+1) = (A - LC)e(k) \quad (1.32)$$

L'observateur (1.30) garantit que le système (1.32) soit exponentiellement stable.

### Filtre de Kalman

Considérons le système linéaire incertain à temps discret donné par :

$$\begin{cases} x(k+1) = A_k x(k) + B_k u(k) + v(k) \\ y(k) = C_k x(k) + w(k) \end{cases} \quad (1.33)$$

avec  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$  et  $y(k) \in \mathbb{R}^p$  sont les entrées et les sorties du système.  $v(k)$  et  $w(k)$  sont des bruits gaussiens à moyenne nulle. Afin de minimiser l'erreur quadratique de l'erreur d'estimation pour le système (1.33), le filtre de Kalman a été proposé selon deux étapes (voir Figure 1.1) : l'étape de prédiction et l'étape de mise à jour des sorties [52–54]. On note  $\hat{x}_{k/k}$

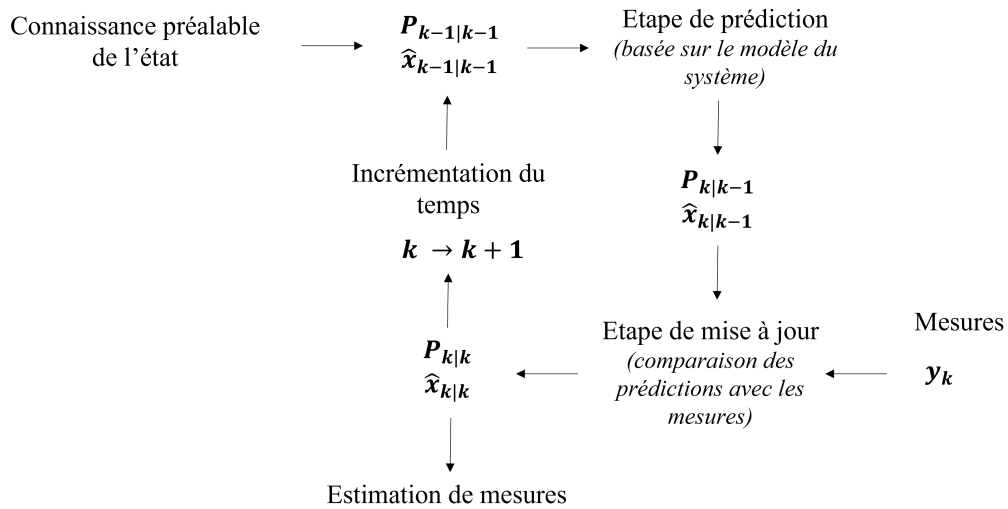


FIGURE 1.1 – Concept de base du filtre de Kalman.

l'estimation de l'état à l'instant  $k$ ,  $\hat{x}_{k/k-1}$  l'état prédit,  $P_{k/k}$  représente la matrice de covariance de l'erreur et  $P_{k/k-1}$  est l'estimation prédite de la covariance.

### 1.3.2 Observateurs pour systèmes non linéaires

#### Observateur de Luenberger étendu

Considérons le système non linéaire à temps discret donné par :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + f(x(k), u(k)) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1.34)$$

avec  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^m$  et  $y(k) \in \mathbb{R}^p$  sont les entrées et les sorties du système.  $A$  et  $C$  sont des matrices constantes.  $f$  est une fonction non linéaire satisfaisant la condition de Lipshitz avec une constante de Lipshitz notée  $\alpha$ .

L'observateur de Luenberger étendu est donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + f(\hat{x}(k), u(k)) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{y}(k) = C\hat{x}(k) \end{cases} \quad (1.35)$$

Des conditions à base de LMIs ont été données sur le choix de  $L$  assurant une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation [55].

#### Filtre de Kalman étendu

Ce filtre est basé sur une linéarisation au premier ordre des non linéarités autour de l'estimation à l'instant  $k$ . Des preuves de convergence locale ont été notamment développées dans [56] dans le cadre déterministe.

#### Observateurs basés sur les modes glissants

Dans [57], des réalisations explicites et implicites en temps discret pour le différentiateurs avec et sans filtrage présentés dans la section précédente ont été proposées. Les deux approches proposées permettent l'implémentation du différentiateur en temps discret. L'étude de la stabilité de ces approches est réalisée en se basant sur le principe d'homogénéité. La réalisation implicite en temps discret proposée du différentiateur avec filtrage est donnée comme suit :

$$\begin{cases} w_{j_f, k+1} = \frac{\tau^{(n_f - j_f + 1)}}{(n_f - j_f + 1)!} (z_{0, k} - f_k) + \sum_{l=j_f}^{n_f} \frac{\tau^{(l - j_f)}}{(l - j_f)!} w_{l, k} + \sum_{l=j_f}^{m+1} \frac{\tau^{(l - j_f + 1)}}{(l - j_f + 1)!} v_{l-1, m}(w_{1, k+1}) \\ z_{j_d, k+1} = \sum_{l=j_d}^n \frac{\tau^{(l - j_d)}}{(l - j_d)!} z_{l, k} + \frac{\tau^{(l - j_d + 1)}}{(l - j_d + 1)!} v_{n_f + l, m}(w_{1, k+1}) \\ v_{j, m}(w_{1, k+1}) = -\lambda_{m-j} L^{\frac{j+1}{m+1}} |w_{1, k+1}|^{\frac{m-j}{m+1}} \xi_k \end{cases} \quad (1.36)$$

avec  $j_f = 1, 2, \dots, n_f$  et  $j_d = 0, 1, \dots, n$ .  $n_f$  est l'ordre de filtrage et  $n$  est l'ordre de différentiation.  $\tau$  est la période d'échantillonnage et  $z_{j, k}$  représente l'estimation discrète évaluée à l'instant  $k$  de la dérivée d'ordre  $j$  du signal d'entrée et  $f_k = f(t_k)$ . La paire  $(w_{1, k+1}, \xi_k)$  est calculée selon le théorème suivant :

**Théorème 5** [57] : Soient  $w_{1, k+1} \in \mathbb{R}$  et  $\xi_k \in [-1, 1]$ . Alors la paire  $(w_{1, k+1}, \xi_k)$  est définie suivant les trois cas ci-dessous :

- Si  $b_k > a_0$ , alors  $\xi_k = -1$  et  $w_{1, k+1} = -(r_0)^{m+1}$ , avec  $r_0$  est la racine unique positive du polynôme  $p(r) = r^{m+1} + a_m r^m + \dots + a_1 r^1 - b_k + a_0$
- Si  $b_k \in [-a_0, a_0]$ , alors  $w_{1, k+1} = 0$  et  $\xi_k = -\frac{b_k}{a_0}$

— Si  $b_k < -a_0$ , alors  $\xi_k = -1$  et  $w_{1,k+1} = -(r_0)^{m+1}$ , avec  $r_0$  est la racine unique positive du polynôme  $p(r) = r^{m+1} + a_m r^m + \dots + a_1 r + a_0$

avec  $a_j = \frac{\tau^{m-j+1}}{(m-j+1)!} \lambda_j L^{\frac{m-j+1}{m+1}}$  et  $b_k = -\frac{\tau^{n_f}}{n_f!} (z_{0,k} - f_k) - \sum_{l=1}^{n_f} \frac{\tau^{(l-1)}}{(l-1)!} w_{l,k}$ .

$\lambda_j$  sont les gains du différentiateur choisis selon le tableau (1.1). Enfin, la méthode de Halley est utilisée pour le calcul de la racine  $r_0$  [57].

### 1.3.3 Autres observateurs

D'autres observateurs pour les systèmes non linéaires avec mesures discrètes ont été également développés. Le cas multi-sorties échantillonnées à différentes fréquences est notamment abordé dans [58, 59]. Des observateurs à grand gain ont aussi été proposés dans [60]. Des observateurs à base de modèle T-S ont également été conçus sur la base du modèle discrétisé et analysés dans le domaine du temps discret en utilisant des fonctions de Lyapunov discrètes [47, 61, 62].

## 1.4 Généralités sur les observateurs continus-discrets

Il est possible d'utiliser une approche hybride en considérant des mesures discrètes et un système à temps continu. Ceci permet d'obtenir une convergence globale dans beaucoup de cas, contrairement à l'approche entièrement discrète. Des approches dans ce contexte, permettant d'avoir une estimation en temps continu à partir de données discrètes (périodiques ou non) existent dans la littérature.

### 1.4.1 Observateurs continus-discrets avec des mesures périodiques

Une approche d'observateur continu-discret a été proposée dans [63] en utilisant un observateur à grand gain pour une classe de systèmes non linéaires donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + a(x) + b(x)u(t) \\ y(kT) = Cx(kT) \end{cases}$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  est l'entrée et  $y \in \mathbb{R}^p$  représente la sortie discrète du système avec une période d'échantillonnage  $T$ . Les matrices sont définies comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$a(x)$  et  $b(x)$  ont des structures triangulaires et vérifient la condition de Lipshitz. L'observateur proposé est constitué de deux parties : une première partie qui est similaire à un observateur grand gain classique en temps continu et une seconde partie discrète qui consiste à mettre à jour les estimations lors de la présence des informations de mesure aux instants  $t = kT$ . La dynamique

de l'observateur est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + a(\hat{x}(t)) + b(\hat{x}(t))u(t) \\ \dot{S} = -SQ_\theta S - \left(A + \frac{\partial a}{\partial x}(x) + \frac{\partial b}{\partial x}(x)u(t)\right)^T S - S \left(A + \frac{\partial a}{\partial x}(x) + \frac{\partial b}{\partial x}(x)u(t)\right), \text{ pour } t \in [(k-1)T, kT[ \\ \hat{x}(t^+) = \hat{x}(t^-) - S(t^+)^{-1}C^T r^{-1}T(Cx_k(t^-) - y(t)) \\ S(t^+) = S(t^-) + C^T r^{-1}CT, \text{ pour } t = kT \end{cases} \quad (1.37)$$

avec  $Q_\theta = \theta^2 \delta_\theta^{-1} Q \delta_\theta^{-1}$ ,  $\delta_\theta = \text{diag}\left(1, \frac{1}{\theta}, \dots, \frac{1}{\theta^{n-1}}\right)$ ,  $\theta$  et  $r > 0$  sont des constantes positives et  $Q$  est une matrice définie positive.

**Théorème 6** [63] *Pour une période d'échantillonnage suffisamment petite, il existe un intervalle  $[\theta_0, \theta_1]$  tel que pour tout  $\theta \in [\theta_0, \theta_1]$ , l'erreur d'estimation  $e = x(t) - \hat{x}(t)$  converge exponentiellement vers zero.*

D'autres résultats existent concernant les observateurs continus-discrets pour les systèmes non-linéaires avec des mesures discrètes [64–66]. En revanche, ces travaux concernent les mesures périodiquement discrétisées à de très faibles périodes d'échantillonnage. De plus, les problèmes associés à l'emploi du grand gain persistent toujours.

Une autre méthodologie permettant de traiter le problème d'estimation en utilisant des mesures discrètes est de considérer l'échantillonnage de la mesure comme un retard de capteur. De nombreux travaux concernent la synthèse d'observateurs pour des systèmes avec des mesures retardées notamment [67–71].

Un observateur continu-discret a également été développé pour une classe de systèmes de type T-S avec des mesures discrètes périodiques [72]. Dans ce travail, le système suivant est considéré :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i w(t) + f(x(t))] \\ y(kT) = Cx(kT) \end{cases} \quad (1.38)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et  $y \in \mathbb{R}^p$  représente la sortie discrète du système avec une période d'échantillonnage  $T$ .  $w$  représente une perturbation et  $f(\cdot)$  est une fonction non-linéaire continue par morceaux supposée inconnue.  $A, B$  et  $C$  sont des matrices constantes de dimensions appropriées.  $h_i(z)$  est la fonction d'appartenance définie comme suit

$$h_i(z) = \frac{\prod_{j=1}^p \mu_j^i(z_j)}{\sum_{i=1}^r \prod_{j=1}^p \mu_j^i(z_j)} \quad (1.39)$$

avec  $z$  la variable de prémisse supposée mesurable, et  $\mu_j^i(z_j)$  la fonction d'appartenance de  $z$ .

**Hypothèse 6** *La fonction  $f$  respecte la condition suivante :*

$$f^T(x(t))f(x(t)) \leq \alpha^2 x^T(t)F^T Fx(t) \quad (1.40)$$

avec  $\alpha > 0$  et  $F$  est une matrice constante donnée.

Soit le système (1.38) respectant l'hypothèse 6, l'observateur est défini de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i \hat{x}(t) - L_i(y(kT)) - \hat{y}(kT)] \\ \hat{y}(kT) = C\hat{x}(kT) \end{cases} \quad (1.41)$$



avec  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  et  $L_i$  sont l'état estimé, la sortie estimée et la matrice du gain de l'observateur. Dans [72], la convergence de l'erreur d'estimation est analysée à partir de fonctions de Lyapunov et du critère  $H_\infty$ . Les gains de l'observateur  $L_i$  sont calculés à partir de LMIs.

En revanche, les mesures de nombreux procédés sont généralement asynchrones, c'est à dire que le pas d'échantillonnage n'est pas constant. C'est notamment le cas des données issues des balises pour le train autonome. C'est pourquoi le cas des mesures apériodiques est important dans le cadre de notre étude sur la synthèse d'observateurs appliqués au système train de Fret.

### 1.4.2 Observateurs continus-discrets avec des mesures apériodiques

Un observateur a été proposé dans [59] pour un système linéaire présentant à la fois des mesures continues et des mesures discrètes échantillonnées de manière apériodique. Dans ce papier, le système étudié est le suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_R(t) \\ \dot{x}_c(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R(t) \\ x_c(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} u(t) \quad (1.42)$$

$$y_c(t) = x_c(t) \quad (1.43)$$

$$y_d^i(t_k) = x_d^i(t_j^i); k, j \in \mathbb{N}, i = 1, 2, \dots, m_d \quad (1.44)$$

avec  $x_R \in \mathbb{R}^{n-m_c-m_d}$  est le vecteur d'état non mesuré,  $x_c \in \mathbb{R}^{m_c}$  est le vecteur d'état mesuré en temps continu,  $x_d \in \mathbb{R}^{m_d}$  est le vecteur d'état mesuré en temps discret,  $y_c$  représente les mesures continues,  $y_d$  représente les sorties échantillonnées avec plusieurs périodes d'échantillonnage.  $t_j^i$  est l'instant d'échantillonnage  $j$  pour la composante  $i$  de  $x_d$ . La dynamique de l'observateur proposé dans [59] est donnée par

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + B_{M_c}y_c(t) + B_{M_d}w(t) + Wu(t) \\ \dot{w}(t) = F_{31}\hat{x}_R(t) + F_{32}y_c(t) + F_{33}w(t) + G_3u(t) \\ w^i(t_k) = y_d^i(t_k) \\ \hat{x}_R(t) = T_R^{-1}(z(t) - T_{M_c}y_c(t) - T_{M_d}w(t)) \end{cases} \quad (1.45)$$

avec  $z \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur d'état estimé,  $\hat{x}_R \in \mathbb{R}^{n-m_c-m_d}$  représente le vecteur d'état non mesuré estimé,  $w \in \mathbb{R}^{M_d}$  étant le vecteur des sorties prédites pendant chaque intervalle d'échantillonnage, et  $w^i$  étant le  $i$ -ème état prédit qui est réinitialisé lorsqu'une mesure devient disponible à l'instant  $t_k$ .  $W = T_R G_1 + T_{M_c} G_2 + T_{M_d} G_3$  et les matrices de transformation  $T_R$ ,  $T_{M_c}$  et  $T_{M_d}$  satisfont l'équation de Sylvester suivante

$$\begin{bmatrix} T_R & T_{M_c} & T_{M_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} T_R & T_{M_c} & T_{M_d} \end{bmatrix} + B_{M_c} \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \end{bmatrix} + B_{M_d} \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

avec  $A$  une matrice Hurwitz,  $B_{M_c}$  et  $B_{M_d}$  sont des matrices qui forment une paire contrôlable avec la matrice  $A$ . Il est cependant à noter que la synthèse de l'observateur génère des discontinuités de l'état estimé, ce qui peut ne pas être souhaité lorsque l'état est utilisé pour contrôler le système mis en jeu.

D'autres observateurs continus-discrets à grand gain [73], impliquant une dynamique continue en boucle ouverte entre les instants d'échantillonnage et une correction en temps discret à ces instants, ont été conçus en utilisant une approche avec prédicteur de sortie (voir Fi-

gure 1.2) [74,75]. Un prédicteur permet d'estimer la sortie  $y(t)$  entre deux échantillons (i.e.,  $w(t)$ ). Cette estimation est ensuite utilisée dans l'observateur continu afin de reconstruire l'état (i.e.,  $\hat{x}(t)$ ).

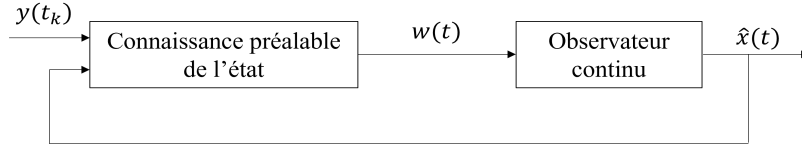


FIGURE 1.2 – Observateur pour systèmes à mesures échantillonnées apériodiques utilisant un prédicteur de sortie.

Dans [76], un observateur impulsif est proposé pour une classe de systèmes non linéaires avec sorties apériodiquement échantillonnées. Dans cette approche, le terme correcteur est exprimé sous la forme de la différence entre l'estimation et le dernier échantillon de sortie. Le terme correcteur est multiplié par un gain constant et n'est mis à jour que lorsqu'une nouvelle mesure est disponible. Le gain d'observation est obtenu via des LMIs. Une approche impulsionnelle a également été considérée dans le cadre d'un bioréacteur dans [77].

En combinant les concepts de [75] et [76], les auteurs de [78] ont proposé un observateur continu-discret pour un système MIMO (multi entrées - multi sorties) avec des non linéarités satisfaisant la condition de Lipschitz et présentant une période d'échantillonnage variable. Le système considéré a la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \phi(x(t), u(t)) \\ y(t_k) = Cx(t_k) \end{cases} \quad (1.47)$$

avec  $x = [x^1 \ x^2 \ \dots \ x^q]^T \in \mathbb{R}^n$  avec  $x^i \in \mathbb{R}^{p_i}$  pour  $i = 1, \dots, q$  et  $C = [I_{p_1}, 0_{p_1}, \dots, 0_{p_1}]$  de taille compatible et  $y(t_k) = x^1(t_k) \in \mathbb{R}^{p_1}$  est la sortie.  $A$  est une matrice constante triangulaire supérieure définie comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 0_{p_1} & I_{p_1} & 0 & \dots & 0_{p_1} \\ 0_{p_2} & 0_{p_2} & I_{p_2} & \dots & 0_{p_2} \\ \vdots & & & \ddots & I_{p_q} \\ 0_{p_q} & \dots & & & 0_{p_q} \end{bmatrix}$$

Le vecteur  $\phi(x)$  a une structure triangulaire par rapport à  $x$ , i.e.,  $\phi_i(x) = \phi_i(x^1, \dots, x^i)$ . Il vérifie la condition de Lipschitz, i.e., il existe  $L > 0$  tel que l'inégalité suivante est vérifiée pour  $i \in [1, q]$  et  $x$  et  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$  :

$$\|\phi^i(x, u) - \phi^i(\bar{x}, u)\| \leq L \|x - \bar{x}\| \quad (1.48)$$

Au lieu d'utiliser un gain fixe dans l'observateur comme dans [75], un grand gain exponentiellement variant dans le temps et dépendant du temps d'échantillonnage est introduit. La dynamique de l'observateur proposé est donnée comme suit :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + \phi(\hat{x}(t), u(t)) - \theta \Delta_\theta^{-1} L e^{-\theta L^1(t-t_k)} (C\hat{x}(t_k) - y(t_k)) \quad (1.49)$$

où  $K = [K^1 \ \dots \ K^q]^T$  est choisi de telle sorte que la matrice  $A - KC$  soit de Hurwitz et satisfait l'équation suivante

$$(A - KC)^T P + P(A - KC) \leq -2\mu I_n \quad (1.50)$$

avec  $P = P^T > 0$  et  $\mu > 0$ .  $\Delta_\theta = \text{diag}(I_p, \frac{1}{\theta}I_p, \dots, \frac{1}{\theta^{q-1}}I_p)$  avec un paramètre de réglage  $\theta \geq 1$  qui représente le grand gain. Ce paramètre est choisi selon la relation suivante :

$$\theta \geq \frac{2L\sqrt{n}\lambda_M(P)}{\mu} \quad (1.51)$$

où  $\lambda_M(P)$  représente la plus grande valeur propre de  $P$ . Il a été montré que lorsque les périodes d'échantillonnage restent en dessous d'une certaine limite, l'erreur d'observation converge exponentiellement vers zéro. La relation entre le paramètre  $\theta$  qui représente le grand gain et la période d'échantillonnage maximale  $\tau_M$  est donnée comme suit :

$$2\tau_M(L + \theta) \frac{\|K\| \lambda_M(P) \sqrt{\lambda_M(P)}}{\mu \sqrt{\lambda_m(P)}} \leq 1 \quad (1.52)$$

avec  $\lambda_m(P)$  est la plus petite valeur propre de la matrice  $P$ .

Des extension de ces résultats ont été proposées pour réduire l'effet du bruit de mesure [79]. Dans [80], des observateurs à grand gain, exponentiellement variant dans le temps ont été appliqués pour résoudre le problème de maintien de formation d'un système multi-agents avec échange d'informations aperiodique et asynchrone. L'utilisation d'observateurs à grand gain exponentiellement variant dans le temps a été étendue pour une classe de systèmes triangulaires avec des sorties multi-échantillonnées et retardées dans [81] où un mécanisme adaptatif a été ajouté pour prendre en compte les incertitudes. En effet, dans certains cas, les différentes mesures ne sont pas disponibles aux mêmes instants. Ce type de système est généralement appelé système multi-échantillonné. D'autres travaux existent concernant cette problématique [82, 83].

**Remarque 4** *En pratique, les périodes d'échantillonnage peuvent être plus grandes que la période d'échantillonnage maximale obtenue via l'analyse de la convergence de l'erreur d'observation. En outre, la conception de l'observateur repose sur une structure particulière pour la classe des systèmes non linéaires considérée (i.e., forme triangulaire avec des non-linéarités supposées Lipschitziennes). Cependant, la recherche d'une transformation permettant de mettre le système sous une telle forme n'est pas aisée et se limite à une classe particulière de systèmes non linéaires.*

D'autres approches ont également été proposées basées sur un formalisme hybride. Une nouvelle méthodologie de synthèse d'observateurs hybrides pour les systèmes à mesures aperiodiquement échantillonnées a été proposée dans [84] en utilisant deux termes d'injection de sortie (l'un agissant aux instants d'échantillonnage et l'autre fournissant une injection inter-échantillons). Cette idée a été étendue aux systèmes multi-échantillonnés dans [85] où un observateur hybride est proposé, composé de deux parties. La première partie correspond à une estimation en temps continu et la seconde partie correspond à un prédictor d'erreur de sortie qui est mis à jour lorsque de nouvelles mesures sont reçues. La convergence de l'observateur est assurée par une condition sur la valeur maximale des périodes d'échantillonnage des sorties, à l'aide de fonctions de Lyapunov. En considérant le système à mesures discrètes suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) \\ y(t_k) = Cx(t_k) \end{cases} \quad (1.53)$$

La dynamique de l'observateur proposé est donnée comme suit

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Lz(t), \text{ pour } t \neq t_k \\ \dot{z}(t) = Hz(t), \text{ pour } t \neq t_k \\ \hat{x}(t^+) = \hat{x}(t) + F(y(t) - C\hat{x}(t)), \text{ pour } t = t_k \\ z(t^+) = (I - CF)(y(t) - C\hat{x}(t)), \text{ pour } t = t_k \end{cases} \quad (1.54)$$

Les matrices  $L$ ,  $F$  et  $H$  doivent être définies de manière appropriée. Des observateurs distribués pour une classe des systèmes multi-sorties ont été développés dans [86] en suivant une approche hybride. Des conditions de stabilité basées sur des LMIs ont été obtenues. En revanche, dans ce papier, un observateur est utilisé pour chaque capteur. Des gains exponentiellement variant dans le temps pour l'estimation de l'état à partir des données échantillonnées ont été étudiés dans [87] en utilisant des fonctions de Lyapunov-Krasovskii.

Une amélioration du papier [72] est proposée dans [88], en développant un observateur continu-discret pour modèle de type T-S basé sur le critère  $H_\infty$  pour des systèmes non-linéaires à mesures aperiodiques. Des conditions de stabilité basées sur des LMIs ont été obtenues à partir d'une fonction de Lyapunov-Krasovskii. La forme de cet observateur est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k)) [A_i \hat{x}(t) - L_i(y(t_k)) - \hat{y}(t_k)] \\ \hat{y}(t_k) = C\hat{x}(t_k) \text{ pour } t \in [t_k, t_{k+1}) \end{cases} \quad (1.55)$$

En outre, une condition sur les incertitudes au niveau des prémisses est introduite dans [72] pour traiter le cas où les variables de prémisses sont non mesurables. Dans [89], une méthodologie similaire est appliquée pour un système sous forme T-S avec des mesures échantillonnées présentant un défaut capteur. Récemment, un observateur à entrées inconnues pour systèmes sous forme T-S a été introduit pour pallier le problème de prémisses non mesurables [90]. En revanche, les mesures considérées dans ces travaux sont supposées synchronisées, ce qui veut dire que les mesures des différentes sorties du système doivent être obtenues aux mêmes instants d'échantillonnage. Ceci peut ne pas être le cas en pratique lorsque les capteurs mis en jeu ne sont pas synchronisés ou ont des périodes d'échantillonnage différentes.

## 1.5 Motivation et contribution

Comme annoncé dans l'introduction de ce chapitre, l'objectif du projet Train de Fret Autonome est de piloter automatiquement la traction et le freinage pour automatiser la conduite du train. Afin de garantir une conduite autonome fiable du train de Fret dans toutes conditions environnementales, il est nécessaire notamment d'avoir une connaissance fine de la position du train, de sa vitesse et de l'adhérence. Ces informations peuvent être reconstruites via des observateurs à partir des données obtenues par les capteurs existants. En pratique, les mesures sont issues de plusieurs capteurs physiques qui peuvent avoir des caractéristiques différentes. Cette différence peut engendrer des périodes d'échantillonnage différentes pour les mesures, d'où l'intérêt de développer des observateurs multi-échantillonnés. En outre, les périodes d'échantillonnage des mesures peuvent être très différentes. Cette grande différence peut être vue comme une nature de mesures différente. Ainsi, dans le cadre du train, les sorties combinent à la fois des mesures considérées continues (e.g., capteurs odométriques) et des mesures discrètes aperiodiques (e.g., balises de recallage).

Différentes méthodes de synthèse d'observateurs, classées selon la nature des mesures utilisées pour l'estimation de l'état du système (continues, discrètes périodiques et discrètes aperi-

riodiques), ont été présentées dans ce chapitre. Dans le cas des mesures discrètes apériodiques, une approche intéressante est l'observateur à grand gain exponentiellement variant dans le temps [78, 79, 81]. Néanmoins, ces résultats s'appliquent à une classe particulière de systèmes non linéaires (forme triangulaire avec des non-linéarités supposées Lipschitziennes). Cette forme peut être interprétée comme une généralisation de la forme canonique caractérisant les systèmes mono-sortie uniformément observables [14, 15]. Toutefois, la recherche d'une transformation permettant de mettre le système sous une telle forme n'est pas aisée et se limite à une classe particulière de systèmes non linéaires. Pour pallier ce problème, des observateurs sur modèle T-S ont été développés en s'appuyant sur des modèles linéaires locaux interpolés par des fonctions non linéaires positives ou nulles et bornées qui est mathématiquement équivalent au système non linéaire quelle que soit sa complexité [72, 88–90]. Cependant, ces travaux considèrent des mesures de même nature, toutes disponibles en temps continu ou en temps discret avec la même période d'échantillonnage qu'elle soit périodique ou non. Ils ne peuvent donc pas être directement appliqués dans le cadre du système train de fret autonome. Cette nature de mesures à la fois continues et discrètes motive les travaux de recherche menés dans le Chapitre 2.

Dans le cadre des travaux de cette thèse, nous nous sommes intéressés à la problématique de la synthèse d'observateurs pour une classe de systèmes non-linéaires non-triangulaires pouvant se mettre sous une forme T-S. Les mesures considérées pour cette classe de systèmes sont considérées de nature différente : une partie en temps continu et une autre qui n'est disponible qu'aux instants d'échantillonnage apériodiques. En comparaison des approches précédemment évoquées, l'objectif consiste à proposer un observateur s'appliquant sur une large classe de systèmes non linéaires présentant une structure similaire à celle de l'observateur continu-discret à gain exponentiellement variant dans le temps proposé dans [78].

## 1.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter différentes méthodes de synthèse d'observateurs, classées en trois sections selon la nature des mesures utilisées pour l'estimation de l'état du système (continues, discrètes périodiques et discrètes apériodiques). Dans un premier temps, des approches continues basées sur le modèle analytique du système physique avec des mesures disponibles en temps continu ont été évoquées. Puis, des approches discrètes consistant à discrétiser le modèle analytique du système tout en considérant des mesures discrètes périodiques ont été décrites. Enfin, un certain nombre d'approches permettant la synthèse d'observateurs continu/discret ont été présentées. Les motivations et la contribution théorique de ce travail ont enfin été exposées.

# Synthèse d'observateur sur modèle T-S avec des mesures continues et discrètes

## 2.1 Introduction

Comme mentionné dans le chapitre précédent, dans le cas des mesures discrètes apériodiques, une approche intéressante est l'observateur continu-discret (CDO) à grand gain exponentiellement variant dans le temps [78, 79, 81]. Néanmoins, ces résultats s'appliquent à une classe particulière de systèmes non linéaires (forme triangulaire avec des non-linéarités supposées Lipschitziennes). Cependant, il existe en pratique des systèmes physiques qui ne sont pas triangularisables et dont les non-linéarités dépendent de toutes les variables d'état du système. De plus, dans certains cas, les non-linéarités peuvent ne pas être Lipschitziennes (e.g., colonne de distillation). Dans certains travaux, ces non-linéarités sont considérées bornées dans un compact, ce qui permet de traiter le problème d'observation différemment en utilisant une modélisation sous forme T-S permettant de récrire le système étudié en plusieurs systèmes linéaires locaux interpolés par des fonctions non linéaires positives ou nulles et bornées. En outre, dans la majorité des travaux existants, les mesures sont considérées de même nature, toutes continues ou échantillonnées. Certains travaux considèrent des mesures échantillonnées synchronisées, ce qui veut dire que les mesures des différentes sorties doivent être obtenues aux mêmes instants d'échantillonnage. Ceci peut ne pas être le cas en pratique lorsque les capteurs mis en jeu ne sont pas synchronisés ou ont des périodes d'échantillonnage différentes. En outre, la combinaison de deux natures de sorties continues et échantillonnées pour un même système est très peu présente dans la littérature.

Dans ce chapitre, on considère la synthèse d'observateur continu-discret pour une classe de systèmes multi-entrées multi-sorties (MIMO), uniformément observable, avec des sorties continues et des sorties échantillonnées. De plus, les sorties peuvent être entachées de bruits de mesures qui peuvent être interprétés comme une faute de capteur. Les sorties échantillonnées peuvent être apériodiques avec des instants d'échantillonnage irréguliers. L'observateur proposé dans ce chapitre estime en temps continu l'état du système écrit sous une forme T-S à partir de données continues et discrètes. La convergence asymptotique de l'observateur est prouvée à

l'aide d'une approche utilisant à la fois une fonction de Lyapunov-Krasovskii et la norme  $H_\infty$  en supposant que la période d'échantillonnage peut être majorée par une borne donnée. Un des avantages de cette approche réside dans le fait qu'il est assez facile de la mettre en oeuvre puisque les paramètres de synthèse sont calculés via la résolution d'une LMI.

## 2.2 Formulation du problème

L'objectif de ce chapitre est de concevoir un observateur qui peut être appliqué sur une plus large classe de systèmes non-linéaires, i.e des systèmes non-linéaires qui ne s'écrivent pas forcément sous une forme triangulaire, en utilisant des sorties continues bruitées et des sorties aperiodiquement échantillonnées.

### 2.2.1 Classe des systèmes considérés

Considérons la classe des systèmes non-linéaires suivante, basée sur un modèle flou T-S, qui est décrit par les règles suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Règle } \mathcal{R}_i : & \text{ si } z_1 \text{ est } \mathcal{M}_1^i \text{ et } \dots \text{ et } z_p \text{ est } \mathcal{M}_p^i \\ \text{Alors } & \begin{cases} \dot{x}(t) & = A_i x(t) + B_i u(t) + G_i \phi(x(t), u(t)) \\ y_1(t_k) & = C_1 x(t_k) \\ y_2(t) & = C_2 x(t) + Dv(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $\phi(x(t), u(t)) \in \mathbb{R}^{n_w}$  et  $v(t) \in \mathbb{R}^{n_v}$  désignent respectivement le vecteur d'état, l'entrée du système, la perturbation du système et la perturbation de la mesure.  $A_i$ ,  $B_i$  et  $G_i$  sont des matrices constantes connues de dimensions appropriées. L'ensemble flou pour la variable de prémisse  $z_j$  est désigné par  $\mathcal{M}_j^i$  dans la  $i$ ème règle où  $i = 1, \dots, N$  et  $j = 1, \dots, p$  ( $N$  est le nombre de règles d'inférence et  $p$  est le nombre de variables de prémisse) et est mesurable. La sortie se compose d'une partie à temps continu  $y_2(t) \in \mathbb{R}^{p_2}$  et d'une partie à temps discret  $y_1(t_k) \in \mathbb{R}^{p_1}$  avec  $p_1 + p_2 \leq n$ . On suppose donc que  $y_1$  n'est disponible qu'à l'instant aperiodique  $t_k$  ( $k \in \mathbb{N}$ ). La séquence des instances temporelles est strictement croissante telle que  $t_k \rightarrow \infty$  lorsque  $k \rightarrow \infty$ . Les matrices  $C_1 \in \mathbb{R}^{p_1 \times n}$ ,  $C_2 \in \mathbb{R}^{p_2 \times n}$  et  $D \in \mathbb{R}^{p_2 \times n_v}$  sont constantes.

En utilisant la méthode du centre de gravité pour la défuzzification, le système flou sous forme T-S (2.1) peut être écrit sous la forme compacte suivante

$$\begin{cases} \dot{x}(t) & = \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + G_i w(t)] \\ y_1(t_k) & = C_1 x(t_k) \\ y_2(t) & = C_2 x(t) + Dv(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

avec  $w = \phi(x(t), u(t))$ .  $h_i(z)$ ,  $i = 1, \dots, N$  est la fonction d'appartenance donnée par

$$h_i(z(t)) = \frac{\prod_{j=1}^p \mu_j^i(z_j(t))}{\sum_{i=1}^N \prod_{j=1}^p \mu_j^i(z_j(t))}$$

avec  $\mu_j^i(z_j(t))$  le degré d'appartenance de  $z_j$  dans l'ensemble flou  $\mathcal{M}_j^i$ . Les fonctions d'apparte-

nance satisfait la propriété de somme convexe

$$\begin{aligned} h_i(z(t)) &\geq 0, \forall i \in \{1, \dots, N\} \\ \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) &= 1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Pour la synthèse de l'observateur continu-discret, l'hypothèse suivante est prise en compte.

**Hypothèse 7**  $\forall i \in \{1, \dots, N\}$ ,  $(A_i, [C_1^T \ C_2^T]^T)$  est considérée observable.

**Remarque 5** Il est néanmoins intéressant de noter que les paires  $(A_i, C_1)$  et  $(A_i, C_2)$  ne sont pas supposées être observables.

### 2.2.2 Description des sorties de la classe de systèmes considérée

Les mesures que l'on considère dans notre étude sont de deux natures différentes :

- Des mesures discrètes qui ne sont disponibles qu'aux instants d'échantillonnage  $t_k$  avec des temps d'échantillonnage qui peuvent être apériodiques mais bornées par une constante positive  $\tau_M$ , et qui sont données par l'équation suivante :

$$y_1(t_k) = C_1 x(t_k) \quad (2.4)$$

avec  $C_1$  une matrice constante.

**Hypothèse 8** Il est supposé que le temps d'échantillonnage de la mesure vérifie la condition  $0 \leq t_0 < \dots < t_k < t_{k+1} < \dots$  avec  $k \in \mathbb{N}$  et  $\tau_k = t_k - t_{k-1}$  représente la période d'échantillonnage qui satisfait  $\tau_m < \tau_k < \tau_M$  pour tout  $k \in \mathbb{N}$  où les constantes  $\tau_m \geq 0$  et  $\tau_M > 0$  sont respectivement la période d'échantillonnage minimale et maximale.

- Des mesures continues qui sont biaisées par une perturbation  $v(t)$  qui est supposée inconnue données par l'équation suivante :

$$y_2(t) = C_2 x(t) + Dv(t) \quad (2.5)$$

avec  $C_2$  et  $D$  des matrices constantes.

## 2.3 Synthèse d'observateur à gain exponentiellement variant dans le temps sur modèle T-S

L'objectif est de synthétiser un observateur pour le système sous forme T-S (2.2) en utilisant les sorties continues et apériodiquement échantillonnées pour l'estimation de l'état du système garantissant une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation dans le cas où les bruits de mesure sont nuls, et une robustesse vis-à-vis des perturbations.



### 2.3.1 Structure de l'observateur

En considérant le système observable (2.2), la dynamique de l'observateur associée est définie comme suit  $\forall t \in [t_k, t_{k+1}]$  :

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \left[ A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - K_{i2}(C_2 \hat{x}(t) - y_2(t)) - e^{-\eta(t-t_k)} K_{i1}(C_1 \hat{x}(t_k) - y_1(t_k)) \right] \quad (2.6)$$

avec  $z(t_k) = \begin{bmatrix} y_1(t_k) \\ y_2(t_k) \end{bmatrix}$ ,  $\hat{x}(t)$  représente l'état estimé,  $K_{i2}, i = 1, \dots, N$  est la matrice gain de l'observateur, considérée constante, et qui est liée à la sortie continue du système, et  $e^{-\eta(t-t_k)} K_{i1}$  est le gain exponentiellement variant dans le temps qui est lié à la mesure discrète avec  $\eta > 0$ .

Nous pouvons remarquer que l'observateur (3.47) est une recopie du système (2.2) plus deux termes correctifs : le premier terme correspond à la mesure continue du système et le second terme correspond à la sortie échantillonnée, incluant une fonction exponentielle variable dans le temps indépendamment de l'erreur qui n'est remise à jour qu'aux instants d'échantillonnage  $t_k$ .

**Remarque 6** Il convient de noter que les paires  $(A_i, C_1)$  et  $(A_i, C_2)$  n'étant pas censées être observables, des mesures à la fois en temps continu et en temps discret sont nécessaires. L'observateur proposé (3.47) utilise des mesures à temps continu par le biais du terme  $K_{i2}(C_2 \hat{x}(t) - y_2(t))$  où  $K_{i2}$  est un gain d'injection d'erreur de sortie approprié et des mesures échantillonnées aperiodiquement par le biais du terme  $e^{-\eta(t-t_k)} K_{i1}(C_1 \hat{x}(t_k) - y_1(t_k))$  avec  $\eta > 0$ . La partie correction discrète de l'observateur implique un gain variable dans le temps  $e^{-\eta(t-t_k)}$  avec  $\eta > 0$ . Ce gain permet d'améliorer significativement les performances par rapport au cas du gain constant (c'est-à-dire  $\eta = 0$ ). Il peut être considéré comme un prédicteur de sortie : prédiction en boucle ouverte lorsqu'aucune mesure n'est disponible (c'est-à-dire entre deux temps d'échantillonnage) et correction impulsive lorsqu'une nouvelle mesure est disponible. Ce gain variable dans le temps est particulièrement utile lorsqu'il s'agit de mesures échantillonnées de manière aperiodique avec une période d'échantillonnage maximale importante.

### 2.3.2 Analyse de la stabilité

Pour la preuve de convergence, nous montrons que pour une valeur maximale admissible de la période d'échantillonnage  $\tau_M$ , l'erreur de l'observation  $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$  converge asymptotiquement vers zéro en l'absence du bruit de mesure  $v(t)$ . Cependant, avant d'énoncer le résultat sous forme d'un théorème, nous procédons d'abord à quelques manipulations techniques permettant de construire la LMI donnant les conditions pour les gains de l'observateur pour lesquels la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation est garantie. Dans ce qui suit, des lemmes techniques sont présentés qui sont utilisés dans la preuve de convergence pour déterminer les conditions LMIs pour le calcul des gains de l'observateur.

**Lemme 1** [91] Étant donné des vecteurs quelconques  $\chi(\cdot)$  et  $\varepsilon(\cdot)$ , une matrice quelconque  $N$  avec les dimensions appropriées, et une matrice définie positive  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , des scalaires  $r_1$  et  $r_2$  satisfaisant la condition  $r_1 < r_2$ , de sorte que les intégrations concernées soient bien définies, alors l'inégalité suivante est vérifiée :

$$-2\chi^T(t)N_i \int_{r_1}^{r_2} \varepsilon(s)ds \leq (r_2 - r_1)\chi^T(t)N_i Q^{-1}N_i^T \chi(t) + \int_{r_1}^{r_2} \varepsilon^T(s)Q\varepsilon(s)ds \quad (2.7)$$

Soit l'erreur d'estimation  $e(t)$  définie par :

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t) \quad (2.8)$$

Sa dynamique est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \left[ (A_i - K_{i1}C_1 - K_{i2}C_2)e(t) + K_{i2}Dv(t) + K_{i1}C_1e(t) - e^{-\eta(t-t_k)}K_{i1}C_1e(t_k) \right] \\ & - \sum_{i=1}^N [h_i(z(t)) - h_i(z(t_k))] (A_i x(t) + B_i u(t)) - \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) G_i \omega(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec  $e(t_k) = \hat{x}(t_k) - x(t_k)$ . De plus, un vecteur additionnel est défini en fonction de l'erreur d'estimation par l'expression suivante :

$$\varepsilon(t) = e^{\eta t} e(t) \quad (2.10)$$

Sa dérivée temporelle peut être obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) [(\eta I_n + A_i - K_{i1}C_1 - K_{i2}C_2)\varepsilon(t)] + \sum_{i=1}^N h_i(z(t, t_k)) K_{i2} D \bar{v}(t) \\ & + \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) K_{i1} C_1 \bar{\varepsilon}(t, t_k) - \sum_{i=1}^N \tilde{h}_i(t, t_k) (A_i \bar{x}(t) + B_i \bar{u}(t)) - \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) G_i \bar{\omega}(t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

avec  $\bar{\varepsilon}(t, t_k) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_k)$ ,  $\tilde{h}_i(t, t_k) = h_i(z(t)) - h_i(z(t_k))$ ,  $\bar{v}(t) = e^{\eta t} v(t)$ ,  $\bar{x}(t) = e^{\eta t} x(t)$ ,  $\bar{u}(t) = e^{\eta t} u(t)$  et  $\bar{\omega}(t) = e^{\eta t} \omega(t)$ . Cela peut aussi s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) [(\eta I_n + A_i - K_{i1}C_1 - K_{i2}C_2)\varepsilon(t_k)] + \sum_{i=1}^N h_i(z(t, t_k)) K_{i2} D \bar{v}(t) \\ & + \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) (\eta I_n + A_i - K_{i2}C_2) \bar{\varepsilon}(t, t_k) - \sum_{i=1}^N \tilde{h}_i(t, t_k) (A_i \bar{x}(t) + B_i \bar{u}(t)) - \sum_{i=1}^N h_i(z(t)) G_i \bar{\omega}(t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

**Remarque 7** La classe de systèmes considérée, donnée dans (2.2), comprend des perturbations dans les mesures à temps continu (c'est-à-dire  $v(t)$ ) et dans la dynamique du système (c'est-à-dire  $w(t)$ ). Il convient de noter que la présence de mesures échantillonnées aperiodiques (c'est-à-dire  $y_1(t_k)$ ) empêche l'application des résultats classiques existants. Dans ce qui suit, les termes inconnus dus à tous ces facteurs sont regroupés en  $W(t) = [e^{\eta t} w(t)^T, e^{\eta t} v(t)^T]^T$ .

Le théorème suivant donne les conditions LMIs à satisfaire pour garantir la convergence de l'erreur d'estimation.

**Théorème 7** Supposons que les hypothèses 7-8 soient satisfaites. Pour un scalaire donné  $\eta > 0$ , s'il existe un scalaire  $\sigma_1 > 0$ , des matrices symétriques définies positives  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , des matrices  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $N_i^T = [N_{i1}^T \ N_{i2}^T \ N_{i3}^T \ N_{i4}^T]$  où  $N_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , pour  $i = 1, \dots, N$  et  $j = 1, \dots, 3$  et  $N_{i4} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , pour  $i = 1, \dots, N$ ,  $w_{ik} \in \mathbb{R}^{n \times p_k}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $k = 1, 2$  de telle sorte que le problème d'optimisation LMI suivant soit résolu :

$$\min \gamma^2 \quad (2.13)$$

tel que

$$\left[ \begin{array}{cc|c} \Phi_i & * & \mathcal{M}^T \\ \hline N_i^T & -\frac{1}{\sigma_M} Q & \\ \hline & \mathcal{M} & -\Sigma^{-1} \end{array} \right] < 0 \quad (2.14)$$

avec

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \phi_{11} & * & * & * \\ \phi_{21} & \tau_M Q - \text{sym}(M) & * & * \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & * \\ D^T w_{i2}^T & D^T w_{i2}^T & D^T w_{i2}^T & -\gamma^2 I_{n_v} \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{aligned} \phi_{11} &= \text{sym}[M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i1} C_1 - w_{i2} C_2] + \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n, \\ \phi_{21} &= P - M + M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i1} C_1 - C_2^T w_{i2}^T, \\ \phi_{31} &= \text{sym}[M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i2} C_2] - w_{i1} C_1 + N_{i1}^T + \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n, \\ \phi_{32} &= P - M^T + (\eta I_n + A_i)^T M - C_2^T w_{i2}^T + N_{i2}^T, \\ \phi_{33} &= \text{sym}[M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i2} C_2 + N_{i3}^T] + \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n, \end{aligned}$$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} M & M & M & 0_{n \times n_v} \\ M & M & M & 0_{n \times n_v} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-1} I_n & 0_n \\ 0_n & \frac{\gamma^2}{\lambda_{\max}(\Delta_G^T(t) \Delta_G(t))} I_n \end{bmatrix}.$$

avec  $\lambda_{\max}$  la valeur propre maximale et  $\gamma$  le taux d'atténuation pour la norme  $H_\infty$ . Alors le système d'erreur (2.12) est asymptotiquement stable si  $W(t) = \begin{bmatrix} \bar{\omega}(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix} = 0$  et  $\|\varepsilon(t)\| \leq \gamma^2 \|W(t)\|$  pour  $W(t) \neq 0$ . De plus, les matrices de gain de l'observateur sont données par  $K_{ij} = (M^T)^{-1} w_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, 2$ .

### Preuve du théorème 7

Considérons la fonction candidate de Lyapunov-Krasovski  $V(t)$  suivante :

$$V_1(t) = \varepsilon^T(t) P \varepsilon(t) \quad (2.15)$$

$$V_2(t) = (t_{k+1} - t) \int_{t_k}^t \dot{\varepsilon}^T(s) Q \dot{\varepsilon}(s) ds \quad (2.16)$$

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) \quad (2.17)$$

avec  $P = P^T > 0$ ,  $Q = Q^T > 0$  et  $t \in [t_k, t_{k+1}]$ .

La dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov  $V_1(t)$  (2.15) est définie comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \dot{\varepsilon}^T(t) P \varepsilon(t) + \varepsilon^T(t) P \dot{\varepsilon}(t) \\ &= \varepsilon^T(t) P (\tilde{\varepsilon}(t, t_k) + \varepsilon(t_k)) + (\tilde{\varepsilon}(t, t_k) + \varepsilon(t_k))^T P \dot{\varepsilon}(t) \\ &= \begin{bmatrix} \varepsilon^T(t_k) \\ \dot{\varepsilon}^T(t) \\ \varepsilon^T(t, t_k) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & P & 0 & 0 \\ P & 0 & P & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(t_k) \\ \dot{\varepsilon}(t) \\ \varepsilon(t, t_k) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

avec  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon(t) - (t, t_k) + \varepsilon(t_k)$ .

D'après le système d'erreur (2.12), et pour toute matrice  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , la relation suivante est toujours

variable

$$\begin{aligned}
 0 = & 2(M\varepsilon(t_k) + M\dot{\varepsilon}(t) + M\tilde{\varepsilon}(t, t_k))^T [-\dot{\varepsilon}(t) + \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k))[(\eta I_n + A_i - K_{i1}C_1 - K_{i2}C_2)\varepsilon(t_k) + K_{i2}D\bar{v}(t) \\
 & + (\eta I_n + A_i - K_{i2}C_2)\tilde{\varepsilon}(t, t_k)] - \sum_{i=1}^N \tilde{h}_i(t, t_k)(A_i\bar{x}(t) + b_i\bar{u}(t)) - \sum_{i=1}^N h_i(z(t))G_i\bar{\omega}(t)] \\
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

En rajoutant ce terme nul à  $\dot{V}_1(t)$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1(t) = & \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \begin{bmatrix} \varepsilon^T(t_k) \\ \dot{\varepsilon}^T(t) \\ \varepsilon^T(t, t_k) \\ \bar{v}^T(t) \end{bmatrix}^T \Theta_i \begin{bmatrix} \varepsilon(t_k) \\ \dot{\varepsilon}(t) \\ \varepsilon(t, t_k) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix} + 2(M\varepsilon(t_k) + M\dot{\varepsilon}(t) + M\tilde{\varepsilon}(t, t_k))^T \\
 & \left[ -\sum_{i=1}^N \tilde{h}_i(t, t_k)(A_i\bar{x}(t) + b_i\bar{u}(t)) - \sum_{i=1}^N h_i(z(t))G_i\bar{\omega}(t) \right] \\
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

avec

$$\Theta_i = \begin{bmatrix} \theta_{11} & * & * & * \\ \theta_{21} & -\text{sym}[M] & * & * \\ \theta_{31} & \theta_{32} & \theta_{33} & * \\ D^T w_{i2}^T & D^T w_{i2}^T & D^T w_{i2}^T & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{aligned}
 \theta_{11} &= \text{sym}[M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i1}C_1 - w_{i2}C_2]; \\
 \theta_{21} &= P - M + M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i1}C_1 - w_{i2}C_2; \\
 \theta_{31} &= \text{sym}[M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i2}C_2] - w_{i1}C_1; \\
 \theta_{32} &= P - M^T + (\eta I_n + A_i)^T M - C_2^T w_{i2}^T; \\
 \theta_{33} &= \text{sym}[M^T(\eta I_n + A_i) - w_{i2}C_2];
 \end{aligned}$$

avec  $w_{ij} = K_{ij}C_j$  pour  $i = 1, \dots, N$  et  $J = 1, 2$ . Rappelons l'inégalité de Young suivante :

$$X^T Y + Y^T X \leq \sigma X^T X + \sigma^{-1} Y^T Y \tag{2.21}$$

avec  $\sigma$  est un scalaire positif, et  $X$  et  $Y$  sont des matrices quelconques.

De façon similaire à [92], il existe  $\mu > 0$  tel que l'inégalité suivante est satisfaite pour tous les  $i = 1, \dots, N$ .

$$\|\tilde{h}_i(t, t_k)[A_i\bar{x}(t) + B_i\bar{u}(t)]\| \leq \mu \|\varepsilon(t)\| \tag{2.22}$$

En appliquant les inégalités ci-dessus, il est possible d'obtenir l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned}
 & 2(M\varepsilon(t_k) + M\dot{\varepsilon}(t) + M\tilde{\varepsilon}(t, t_k))^T \left[ -\sum_{i=1}^N \tilde{h}_i(t, t_k)(A_i\bar{x}(t) + B_i\bar{u}(t)) - \sum_{i=1}^N h_i(z(t))G_i\bar{\omega}(t) \right] \\
 & \leq (M\varepsilon(t_k) + M\dot{\varepsilon}(t) + M\tilde{\varepsilon}(t, t_k))^T \begin{bmatrix} \sigma_1 I_n & 0 \\ 0 & \sigma_2 I_n \end{bmatrix} (M\varepsilon(t_k) + M\dot{\varepsilon}(t) + M\tilde{\varepsilon}(t, t_k)) \\
 & + \sigma_1^{-1} \varepsilon^T(t) \Delta_A^T \Delta_A \varepsilon(t) + \sigma_2^{-1} \bar{\omega}^T(t) \Delta_G^T(t) \Delta_G(t) \bar{\omega}(t) \\
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

avec  $\Delta_A = \mu$  et  $\Delta_G = \sum_{i=1}^N h_i(z(t))G_i$ . De plus, après quelques manipulations et en définissant  $\chi(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon^T(t_k) & \dot{\varepsilon}^T(t) & \varepsilon^T(t, t_k) & \bar{v}^T(t) \end{bmatrix}^T$ , on obtient

$$\begin{aligned} & (M\varepsilon(t_k) + M\dot{\varepsilon}(t) + M\bar{\varepsilon}(t, t_k))^T \begin{bmatrix} \sigma_1 I_n & 0 \\ 0 & \sigma_2 I_n \end{bmatrix} (M\varepsilon(t_k) + M\dot{\varepsilon}(t) + M\bar{\varepsilon}(t, t_k)) \\ &= \chi^T(t) \begin{bmatrix} M & M & M & 0_{n \times n_v} \\ M & M & M & 0_{n \times n_v} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_1 I_n & 0 \\ 0 & \sigma_2 I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M & M & M & 0_{n \times n_v} \\ M & M & M & 0_{n \times n_v} \end{bmatrix} \chi(t) \\ &= \chi^T(t) \mathcal{M}^T \Sigma \mathcal{M} \chi(t) \end{aligned} \quad (2.24)$$

ce qui implique l'équation suivante :

$$\dot{V}_1(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \chi^T(t) \left[ \Theta_i + \mathcal{M}^T \Sigma \mathcal{M} \right] \chi(t) + \sigma_1^{-1} \varepsilon^T(t) \Delta_A^T \Delta_A \varepsilon(t) + \sigma_2^{-1} \bar{\omega}^T(t) \Delta_G^T(t) \Delta_G(t) \bar{\omega}(t) \quad (2.25)$$

A partir de la fonction candidate de Lyapunov-Krasovskii (2.16), on obtient  $\forall t \in [t_k, t_{k+1}]$  :

$$\dot{V}_2(t) = (t_{k+1} - t) \dot{\varepsilon}^T(t) Q \dot{\varepsilon}(t) - \int_{t_k}^t \dot{\varepsilon}^T(s) Q \dot{\varepsilon}(s) ds \quad (2.26)$$

Considérons le terme nul suivant :

$$0 = 2 \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \left[ \chi^T(t) N_i (\bar{\varepsilon}(t, t_k) - \int_{t_k}^t \dot{\varepsilon}(s) ds) \right]$$

$$\text{avec } \chi(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon^T(t_k) & \dot{\varepsilon}^T(t) & \varepsilon^T(t, t_k) & \bar{v}^T(t) \end{bmatrix}^T$$

En ajoutant ce terme nul à  $\dot{V}_2(t)$  et en considérant le lemme (2.7), l'expression suivante est obtenue :

$$\dot{V}_2(t) \leq (t_{k+1} - t) \dot{\varepsilon}^T(t) Q \dot{\varepsilon}(t) ds + 2 \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \left[ \chi^T(t) N_i \bar{\varepsilon}(t, t_k) + (t - t_k) \chi^T(t) N_i Q^{-1} N_i^T \chi(t) \right] \quad (2.27)$$

ou de forme équivalente :

$$\dot{V}_2(t) \leq \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \chi^T(t) \left[ \psi_i + \tau_M N_i Q^{-1} N_i^T \right] \chi(t) \quad (2.28)$$

$$\text{où } N_i = \begin{bmatrix} N_{i1}^T & N_{i2}^T & N_{i3}^T & N_{i4}^T \end{bmatrix}^T \text{ et}$$

$$\psi_i = \begin{bmatrix} 0 & * & * & * \\ 0 & \tau_M Q & * & * \\ N_{i1}^T & N_{i2}^T & \text{sym}(N_{i3}) & * \\ 0 & 0 & N_{i4}^T & 0 \end{bmatrix}$$

En considérant (2.20) et (2.28), la dérivée temporelle de la fonction  $V(t)$  donnée dans (2.17) est

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \chi^T(t) \left[ \Phi_i + \tau_M N_i Q^{-1} N_i^T + \mathcal{M}^T \Sigma \mathcal{M} \right] \chi(t) + \sigma_1^{-1} \varepsilon^T(t) \Delta_A^T \Delta_A \varepsilon(t) \\ & + \sigma_2^{-1} \bar{\omega}^T(t) \Delta_G^T(t) \Delta_G(t) \bar{\omega}(t) \end{aligned} \quad (2.29)$$

avec  $\Phi_i = \Theta_i + \psi_i$ .

Ensuite, on considère la relation de norme  $H_\infty$  suivante

$$\int_0^{t_f} E(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^{t_f} W(t) dt \quad (2.30)$$

avec  $E(t) = \varepsilon^T(t) \varepsilon(t)$ ,  $W(t) = \begin{bmatrix} \bar{\omega}(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix}$ ,  $t_f$  est un temps donné et  $\gamma > 0$  est le niveau d'atténuation à déterminer.

Maintenant, en ajoutant  $E(t) - \gamma^2 W(t)$  dans  $\dot{V}(t)$  on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) + E(t) - \gamma^2 W^T(t) W(t) \leq & \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \chi^T(t) \left[ \Phi_i + \tau_M N_i Q^{-1} N_i^T + \mathcal{M}^T \Sigma \mathcal{M} \right] \chi(t) + \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) \\ & + \sigma_1^{-1} \varepsilon^T(t) \mu^2 \varepsilon(t) - \gamma^2 \bar{v}(t)^T \bar{v}(t) + \bar{\omega}^T(t) (\sigma_2^{-1} \Delta_G^T(t) \Delta_G(t) - \gamma^2) \bar{\omega}(t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Ensuite, en considérant

$$\sigma_2 = \frac{\gamma^2}{\lambda_{\max}(\Delta_G^T(t) \Delta_G(t))} \quad (2.32)$$

avec  $\lambda_{\max}$  la valeur propre maximale, l'équation (2.31) peut se réécrire comme suit :

$$\dot{V}(t) + E(t) - \gamma^2 W(t) \leq \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \chi^T(t) \Psi \chi(t) \quad (2.33)$$

avec

$$\Psi = \left[ \Phi_i + \tau_M N_i Q^{-1} N_i^T + \mathcal{M}^T \Sigma \mathcal{M} + \begin{bmatrix} \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 & \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 & \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I_{nv} \end{bmatrix} \right] \quad (2.34)$$

Ainsi, les conditions suffisantes pour (2.33) peuvent être construites comme suit :

$$\Phi_i + \tau_M N_i Q^{-1} N_i^T + \mathcal{M}^T \Sigma \mathcal{M} + \begin{bmatrix} \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 & \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 & \sigma_1^{-1} \mu^2 I_n + I_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I_{nv} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.35)$$

En appliquant le Complément de Schur à l'équation (2.35), la LMI (2.14) est obtenue, ce qui complète la preuve.

□

**Remarque 8** Pour assurer la stabilité de l'erreur d'observation en utilisant l'observateur sur modèle

de forme T-S dont le gain est exponentiellement variant dans le temps (3.47), le paramètre  $\eta$  doit être choisi de manière appropriée. Il convient de noter que ce paramètre dépend principalement de la période d'échantillonnage maximale  $\tau_M$ . En d'autres termes, lorsque  $\tau_M$  augmente,  $\eta$  doit être diminué. Les conditions de conception du Théorème (7) sont exprimées en termes de LMI avec une recherche linéaire sur le scalaire  $\eta$ . Une méthode de quadrillage peut être utilisée pour rechercher  $\eta$ . Ensuite, le problème d'optimisation (2.13) sous la contrainte LMI (2.14) peut être résolu efficacement à l'aide des solveurs numériques disponibles.

## 2.4 Comparaison avec des approches similaires

### 2.4.1 Comparaison avec l'observateur de Luenberger pour une classe de système T-S avec des sorties continues

Dans le cas d'un système où toutes les mesures sont disponibles en temps continu (i. e.  $C_1 = 0$ ) et où la paire  $(A_i, C_2)$  est observable, l'observateur (3.47) peut être réduit à un observateur de Luenberger sur modèle T-S en fixant  $K_{i1} = 0$  et  $L = K_{i2}$ , i. e.,

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - LC_2(\hat{x}(t) - x(t))] \quad (2.36)$$

avec  $z(t)$  est une variable de prémisse mesurée. Le Théorème 7, dans ce cas, se réduit à un calcul d'un seul gain  $K_{i2}$  via les LMIs et assure une convergence asymptotique de l'erreur d'estimation.

### 2.4.2 Comparaison avec l'observateur continu-discret pour une classe de systèmes triangulaires avec des sorties échantillonnées

Dans le cas où toutes les mesures sont aperiodiquement échantillonnées avec la même période d'échantillonnage et où la paire  $(A_i, C_1)$  est observable, l'observateur proposé dans (3.47) peut être réduit à un observateur sur modèle T-S avec des mises à jour discrètes données comme suit

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - K_{i1} e^{-\eta(t-t_k)} C_1 (\hat{x}(t_k) - x(t_k))] \quad (2.37)$$

À des fins de comparaison, certains cas spécifiques peuvent être envisagés :

- En considérant  $N = 1$  et le cas sans perturbation sur le capteur (c'est-à-dire,  $\omega(t) = 0$ ), l'observateur (2.37) peut être réduit à un observateur à grand gain exponentiellement variant dans le temps similaire à [78] en fixant  $\eta = \theta \geq 1$  et  $K_{i1} = \theta \Delta_\theta^{-1} L$  où  $\Delta_\theta = \text{diag} \left[ 1, \frac{1}{\theta}, \dots, \frac{1}{\theta^{n-1}} \right]$  et  $L$  est tel que  $(A - LC_1)$  est Hurwitz, c'est-à-dire,

$$\dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + Bu(t) - \theta \Delta_\theta^{-1} L e^{-\theta L_1(t-t_k)} C_1 (\hat{x}(t_k) - x(t_k)). \quad (2.38)$$

- En considérant  $\eta = 0$ , l'observateur (2.37) peut être réduit à un observateur sur modèle T-S avec un gain d'observateur constant de manière similaire à [88, 93], c'est-à-dire,

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - K_{i1} C_1 (\hat{x}(t_k) - x(t_k))]. \quad (2.39)$$

## 2.5 Application sur des exemples académiques

### 2.5.1 Application sur un système triangularisable et comparaison avec le CDO à grand gain

#### Problématique

On considère le problème d'estimation du vecteur d'état d'un système non-linéaire similaire à l'exemple traité dans [78] qui peut être facilement triangularisé, et ce, dans le but de tester les performances de l'observateur sur modèle T-S proposé dans ce chapitre et de le comparer avec l'observateur continu-discret à grand gain proposé dans [78]. Il est supposé que la mesure continue est bornée, i.e.,  $y_{2min} \leq y_2(t) \leq y_{2max}$  et perturbée par un bruit de mesure  $v(t) \in \mathbb{R}$  supposé borné. La mesure  $y_1$  est aperiodiquement échantillonnée avec une période d'échantillonnage maximale  $\tau_M$ . Les équations du système sont données comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) + Bu(t) \\ y_1(t_k) &= C_1x(t_k) \\ y_2(t) &= C_2x(t) + Dv(t) \end{cases} \quad (2.40)$$

avec  $x(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \in \mathbb{R}^4$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}$  est l'entrée du système,  $y_1(t_k) \in \mathbb{R}$  et  $y_2(t) \in \mathbb{R}$  désignent respectivement les sorties à temps discret et à temps continu, et  $A, B, C_1, C_2, D$  sont des matrices définies comme suit :

$$A(x(t)) = \begin{bmatrix} -1.25 & -48.6 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -19.5 & -19.5 & -3.3(\sin(x_1(t)) + x_2^2(t)) \end{bmatrix}$$

$$B = [21.6 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$C_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$C_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

$$D = 1$$

Nous allons maintenant l'écrire sous la forme du système (2.2) avec les mêmes notations. Il est clair que la fonction  $\sin(y_1(t))$  est bornée, i.e.,  $y_{1min} \leq \sin(y_1(t)) \leq y_{1max}$  avec  $y_{1min} = -1$  et  $y_{1max} = 1$ . De plus, on suppose que la sortie en temps continu est bornée de telle sorte que  $y_{2min} \leq y_2(t) \leq y_{2max}$  avec  $y_{2min} = -4$  et  $y_{2max} = 4$ . Par conséquent, le système (2.40) peut être écrit sous la forme (2.2) avec  $z(t) = [y_1(t) \ y_2(t)]^T$  la variable de prémisse mesurable. Les fonctions d'appartenance ( $N = 2$ ) qui satisfont la propriété de somme convexe (2.3), sont données par

$$h_1(z(t)) = \frac{(y_{1max} + y_{2max}) - [\sin(y_1(t)) + y_2^2(t)]}{(y_{1max} + y_{2max}) - (y_{1min} + y_{2min})}$$

$$h_2(z(t)) = 1 - \frac{(y_{1max} + y_{2max}) - [\sin(y_1(t)) + y_2^2(t)]}{(y_{1max} + y_{2max}) - (y_{1min} + y_{2min})}$$



et

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.25 & -48.6 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -19.5 & -19.5 & -3.3(y_{1min} + y_{2min}) \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.25 & -48.6 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -19.5 & -19.5 & -3.3(y_{1max} + y_{2max}) \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = B, G_1 = G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \text{ et } w = -3.3(v^2(t) - 2y_2(t)v(t))x_4(t).$$

L'observabilité de la paire  $(A_i, \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix})$  avec  $i = 1, 2$  est vérifiée. Comme le système est réécrit sous la forme (2.2), l'observateur (3.47) peut être appliqué pour estimer les états non mesurables du système.

### Simulation

Des simulations permettant la reconstruction des états du système avec l'observateur donné par (3.47) sont générées en utilisant la loi de commande suivante

$$u = \sin(t) - \sin(7t) \quad (2.41)$$

Les conditions initiales du système sont toutes fixées à 1 tandis que les conditions initiales de l'observateur sont arbitrairement fixées à zéro. De plus, les instants d'échantillonnage de la sortie  $y_1$  sont choisis de sorte que  $t_{k+1} - t_k \leq \tau_M$  avec  $\tau_M = 0.2s$ . Ceci est présenté sur la Figure 2.1. Notons que les premiers temps d'échantillonnage (i.e.,  $t < 6.7s$ ) remplissent la condition  $\tau_M \leq 0.2s$ . Néanmoins, afin de tester les performances de l'observateur proposé dans le cas d'une perte d'information pendant une certaine période, cette condition théorique sur  $\tau_M$  n'est pas toujours vérifiée après  $t = 6.7s$ .

Les gains de l'observateur  $K_{i1}$  et  $K_{i2}$  ( $i = 1, 2$ ) sont calculés conformément aux conditions du théorème 7 avec  $\tau_M = 0.2s$  et  $\eta = 1$  et sont donnés comme suit

$$K_{11} = \begin{bmatrix} 9.1305 & 0.4390 & -7.2803 & 288.8461 \end{bmatrix}^T$$

$$K_{12} = \begin{bmatrix} -48.3 & 18.9 & -117.5 & 2606.1 \end{bmatrix}^T$$

$$K_{21} = \begin{bmatrix} 9.1304 & 0.4509 & -7.3666 & 278.8907 \end{bmatrix}^T$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} -48.3 & 19 & -118.2 & 2098.7 \end{bmatrix}^T$$

Dans ce qui suit, l'observateur flou (3.47), noté par FuzzyCDO, est comparé à l'observateur continu-discret à grand gain noté par CDO proposé dans [78] (voir la partie 2.4.2). Cependant, pour des raisons d'observabilité, il est nécessaire de considérer à la fois  $y_1$  et  $y_2$ . Par conséquent, les informations provenant de la mesure continue  $y_2$  sont utilisées au même instant d'échantillonnage  $t_k$ . En effet, la matrice de sortie suivante est considérée  $\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} C_1^T & C_2^T \end{bmatrix}^T$ . L'observateur CDO est donné par l'équation suivante :

$$\hat{x}(t) = \tilde{A}\hat{x}(t) + Bu(t) + \tilde{g}(\hat{x}) - \theta\Delta_\theta^{-1}Le^{-\theta L_1(t-t_k)}\tilde{C}_1(\hat{x}(t_k) - x(t_k)) \quad (2.42)$$

$$\text{avec } \tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } \tilde{g}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} -1.25\hat{x}_1(t) - 48.6\hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ -19.5\hat{x}_2(t) - 19.5\hat{x}_3(t) - 3.3(\sin(\hat{x}_1(t)) + \hat{x}_2^2(t))\hat{x}_4(t) \end{bmatrix}.$$

Le gain  $L = [L_1, L_2]^T$  (avec  $L_1$  est une matrice carrée d'ordre 2) de l'observateur est choisi de sorte que la matrice  $(\tilde{A} - L\tilde{C}_1)$  est Hurwitz et  $\theta \geq 1$ . Pour cet exemple, les gains considérés pour le CDO

$$\text{sont : } \theta = 1 \text{ et } L = \begin{bmatrix} 0.4034 & 0 \\ 0 & 0.4020 \\ 0.0407 & 0 \\ 0 & 0.0404 \end{bmatrix}.$$

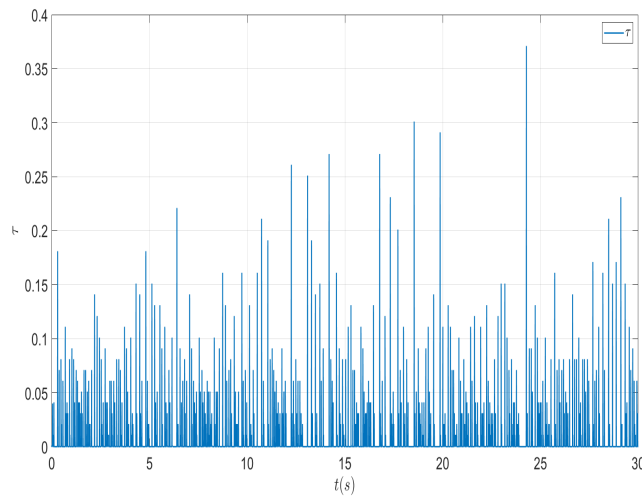


FIGURE 2.1 – Période d'échantillonnage de la mesure discrète  $y_1$ .

Les figures Figure 2.2 montrent les erreurs  $e = [e_1, e_2, e_3, e_4]^T = \hat{x} - x$  entre les états du système et les états estimés obtenus à partir de l'observateur flou proposé FuzzyCDO et ceux obtenus à partir de l'observateur continu discret à grand gain CDO. Il est intéressant de noter que l'état estimé converge rapidement vers l'état du système. Les normes des erreurs d'estimation sont présentées dans Figure 2.3.

Par rapport à l'observateur continu-discret à grand gain (CDO) où le taux de décroissance de la dynamique d'erreur ne peut pas être facilement choisi à cause de l'interdépendance entre les paramètres de l'observateur  $L$  et  $\theta$  et la période d'échantillonnage maximale (voir la partie 2.4.2), l'observateur sur modèle T-S proposé bénéficie d'un réglage plus facile du taux de décroissance puisque le gain variable dans le temps dépend d'un paramètre scalaire  $\eta$ . En effet, il est intéressant de noter que le taux de décroissance de l'erreur d'estimation peut être facilement ajusté à partir des conditions LMIs données dans le Théorème (7) basées sur le temps d'échantillonnage maximum autorisé, tout en garantissant une convergence asymptotique de l'observateur et un robustesse vis-à-vis des perturbations, contrairement à l'observateur continu-discret à grand gain (2.42).

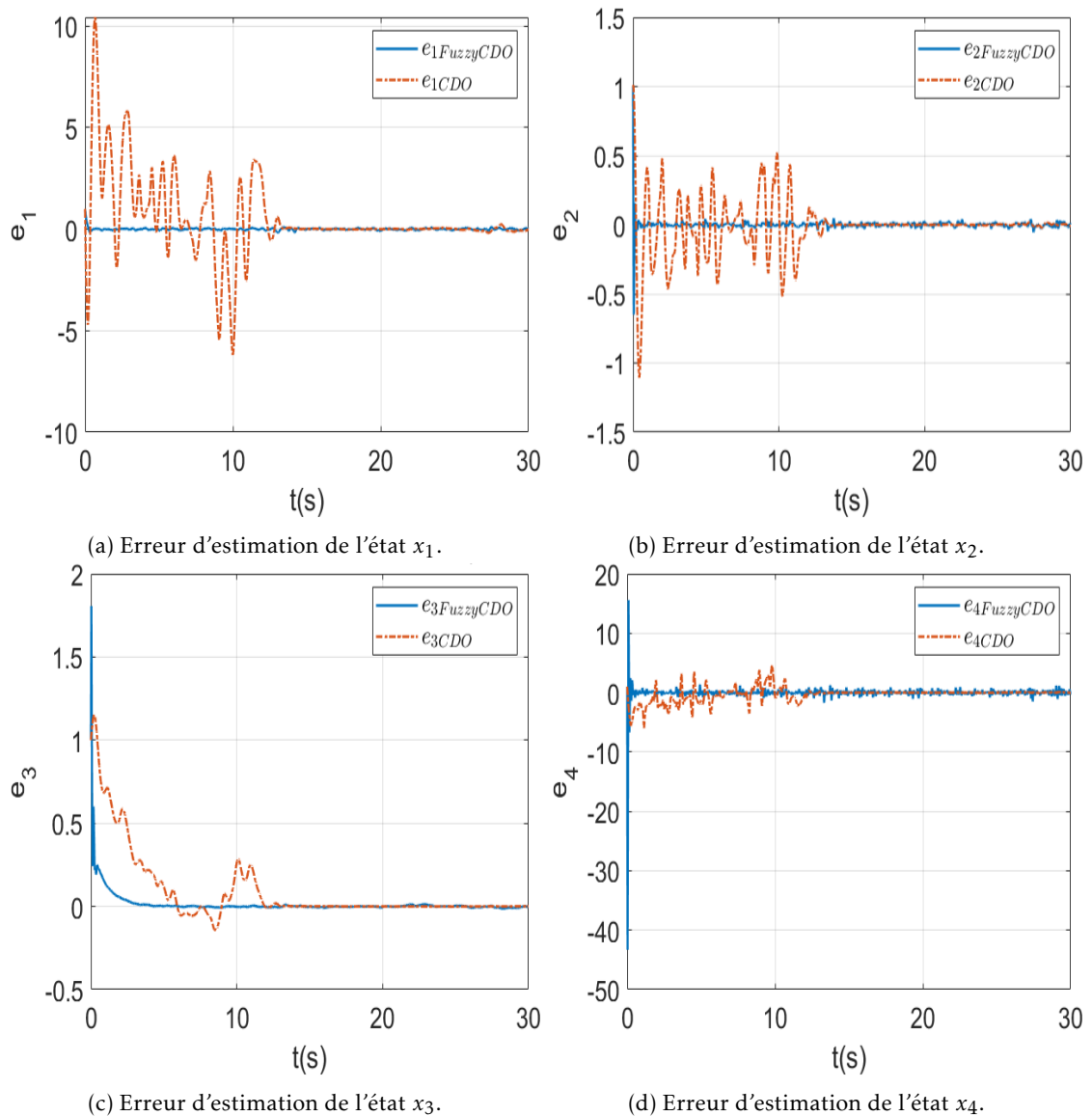


FIGURE 2.2 – Erreurs d'estimation des états du système.

## 2.5.2 Application sur un système non-triangularisable

### Problématique

Dans cette section, le problème d'estimation du vecteur d'état d'un système non-linéaire non-triangularisable est traité afin de montrer l'intérêt de développer l'observateur sur modèle T-S à gain exponentiellement variant de le temps et de tester ses performances. Pour cela, le système non-linéaire

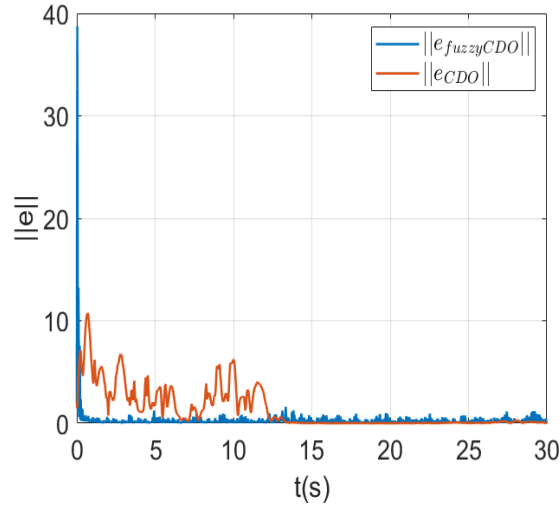


FIGURE 2.3 – La norme de l’erreur d’estimation.

considéré est donnée par

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) + Bu(t) \\ y_1(t_k) &= C_1 x(t_k) \\ y_2(t) &= C_2 x(t) + Dv(t) \end{cases} \quad (2.43)$$

avec  $x(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T \in \mathbb{R}^5$  est le vecteur d’état,  $u(t) \in \mathbb{R}$  est l’entrée du système,  $y_1(t_k) \in \mathbb{R}$  et  $y_2(t) \in \mathbb{R}$  désignent respectivement les sorties à temps discret et à temps continu, et  $A, B, C_1, C_2, D$  sont des matrices définies comme suit :

$$A(x(t)) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -\frac{1}{1+x_4^2(t)} \\ 0 & -x_1(t) & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \left[ 1 \ 0 \ 1 \ -\frac{1}{1+x_4^2(t)} \right]^T$$

$$C_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

$$C_2 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$D = 1$$

Le système (2.43) possède les non-linéarités suivantes :

$$f_1(x(t)) = \frac{x_5(t)}{1+x_4^2(t)} \quad (2.44)$$

$$f_2(x(t)) = x_1(t)x_2(t)$$

Puisque les non-linéarités  $f_1$  et  $f_2$  dépendent des états du système et que la matrice de commande  $B$  possède elle aussi une non-linéarité, il est difficile de trouver un difféomorphisme permettant la triangularisation de ce système. En effet, l'application des observateurs continus-discrets de type grand gain par exemple est très délicate dans le cas du système (2.43), car ce dernier ne peut pas s'écrire sous une forme triangulaire supérieure. De plus, la condition nécessaire de Lipschitz sur le vecteur de fonctions non-linéaires n'est pas satisfaite, d'où l'intérêt de l'approche proposée.

Le système (2.43) peut être écrit sous la forme du système (2.2) avec les mêmes notations. Il est clair que la fonction  $\frac{1}{(1+x_4^2(t))}$  est positive et bornée telle que  $f_{1min} < \frac{1}{(1+x_4^2(t))} \leq f_{1max}$  avec  $f_{1min} = 0$  et  $f_{1max} = 1$ . De plus, on suppose que la sortie en temps discret  $y_1(t) = x_1(t)$  est bornée de telle sorte que  $f_{2min} \leq y_1(t) \leq f_{2max}$  avec  $f_{2min} = -1$  et  $f_{2max} = 2$ . Par conséquent, le système (2.43) peut être écrit sous la forme (2.2) avec  $z(t) = [y_1(t) \quad y_2(t)]^T$  est la variable de prémisses mesurable. Les degrés d'appartenance sont donnés par

$$\begin{aligned}\mu_1^1(z(t)) &= \frac{\frac{1}{1+x_4^2(t)} - f_{1min}}{f_{1max} - f_{1min}} \\ \mu_2^1(z(t)) &= 1 - \mu_1^1(z(t)) \\ \mu_1^2(z(t)) &= \frac{x_1(t) - f_{2min}}{f_{2max} - f_{2min}} \\ \mu_2^2(z(t)) &= 1 - \mu_1^2(z(t))\end{aligned}\tag{2.45}$$

Les fonctions d'appartenance ( $N = 4$ ) qui satisfont la propriété de somme convexe (2.3) sont données comme suit

$$\begin{aligned}h_1(z(t)) &= \mu_2^1(z(t))\mu_2^2(z(t)) \\ h_2(z(t)) &= \mu_1^1(z(t))\mu_2^2(z(t)) \\ h_3(z(t)) &= \mu_2^1(z(t))\mu_1^2(z(t)) \\ h_4(z(t)) &= \mu_1^1(z(t))\mu_1^2(z(t))\end{aligned}\tag{2.46}$$

et

$$\begin{aligned}A_1 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -f_{1min} \\ 0 & -f_{2min} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -f_{1max} \\ 0 & -f_{2min} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -f_{1min} \\ 0 & -f_{2max} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
A_4 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -f_{1max} \\ 0 & -f_{2max} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
B_1 = B_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -0.3f_{1min} & -1 \end{bmatrix}^T \\
B_2 = B_4 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -0.3f_{1max} & -1 \end{bmatrix}^T \\
G_1 = G_2 = G_3 = G_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \\
\omega(t) &= v(t)x_2(t)
\end{aligned} \tag{2.48}$$

L'observabilité de la paire  $(A_i, \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix})$  avec  $i = 1, \dots, 4$  est vérifiée. Comme le système est réécrit sous la forme (2.2), l'observateur (3.47) peut être appliqué pour reconstruire les états mesurables et non-mesurables du système (2.43).

### Simulation

Des simulations permettant l'estimation des états du système (2.43) avec l'observateur donné par (3.47) sont générées en utilisant la loi de commande suivante

$$u(t) = 5 \sin(2\pi t)$$

Les conditions initiales du système sont toutes fixées à zéro tandis que les conditions initiales de l'observateur sur modèle T-S sont fixées à un. De plus, les instants d'échantillonnage de la sortie  $y_1$  sont choisis de sorte que  $t_{k+1} - t_k \leq \tau_M$  avec  $\tau_M = 0.4s$ . Ceci est présenté sur la Figure 2.4. Notons que les premiers temps d'échantillonnage (i.e.,  $t < 4.97s$ ) respectent la condition  $\tau_M \leq 0.4s$ . En revanche, dans le but de tester les performances de l'observateur proposé dans le cas d'une perte d'informations pendant une certaine période, la condition sur  $\tau_M$  n'est pas toujours vérifiée après  $t = 4.97s$ .

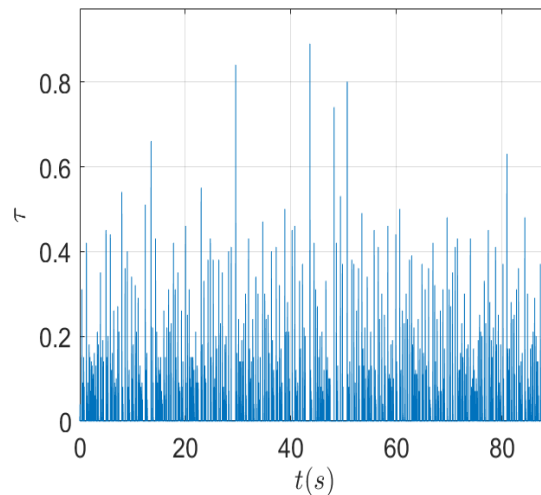


FIGURE 2.4 – Période d'échantillonnage de la sortie  $y_1$ .

Les gains de l'observateur  $K_{i1}$  et  $K_{i2}$  avec  $i = 1, \dots, 4$  sont calculés conformément aux conditions du Théorème 7 avec  $\tau_M = 0.4s$  et  $\eta = 0.1$ , et sont donnés comme suit

$$\begin{aligned} K_{11} &= [-0.1696 \quad -0.1504 \quad 0.2121 \quad 0.5658 \quad 0.4187]^T \\ K_{12} &= [1.3817 \quad 1.1225 \quad -0.5397 \quad -0.6115 \quad -2.1874]^T \\ K_{21} &= [-0.1696 \quad -0.1504 \quad -0.3241 \quad 0.5658 \quad 0.4187]^T \\ K_{22} &= [1.3817 \quad 1.1225 \quad 0.7799 \quad -0.6115 \quad -2.1875]^T \\ K_{31} &= [-0.1696 \quad -0.1504 \quad 0.2121 \quad 1.2577 \quad 0.4187]^T \\ K_{32} &= [1.3816 \quad 1.1225 \quad -0.5397 \quad -2.9833 \quad -2.1873]^T \\ K_{41} &= [-0.1696 \quad -0.1504 \quad -0.3241 \quad 1.2577 \quad 0.4187]^T \\ K_{42} &= [1.3817 \quad 1.1225 \quad 0.7799 \quad -2.9834 \quad -2.1874]^T \end{aligned}$$

Une perturbation aléatoire de type random  $-0.3 \leq v(t) \leq 0.3$  sur la mesure continue  $y_2(t)$  est considérée et est représentée dans la Figure 2.5.

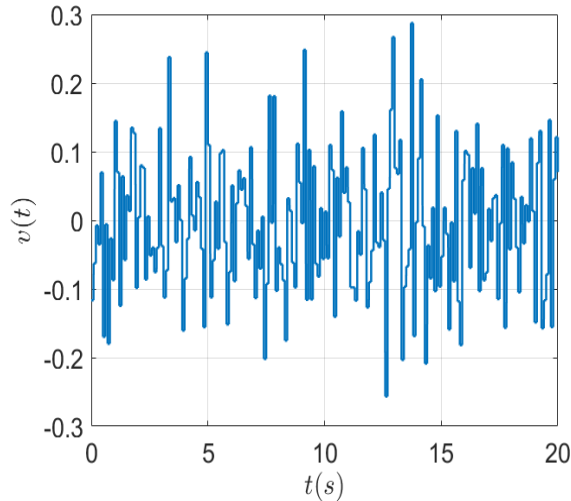


FIGURE 2.5 – Perturbation sur la sortie  $y_2$ .

Les figures Figure 2.7 montrent les états estimés  $\hat{x}_i(t)$  qui convergent vers les états du système  $x_i(t)$  avec  $i = 1, \dots, 5$ . Les figures Figure 2.9a-Figure 2.10c montrent les erreurs d'estimation de l'état  $e = [e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad e_4 \quad e_5]^T = \hat{x}(t) - x(t)$  entre les états du système et les états estimés par l'observateur flou proposé. Il est intéressant de noter que l'état estimé converge rapidement vers l'état du système. Dans le cas où la perturbation sur la mesure est nulle, l'observateur converge vers 0 après un régime transitoire (voir Figure 2.6), tandis qu'en présence de cette perturbation, les erreurs d'estimation convergent vers une boule de rayon 0.02 comme le montrent les figures ci-dessous. De plus, la perturbation sur la mesure continue est atténuée d'une valeur de 10% par l'observateur grâce à l'approche  $H_\infty$ .

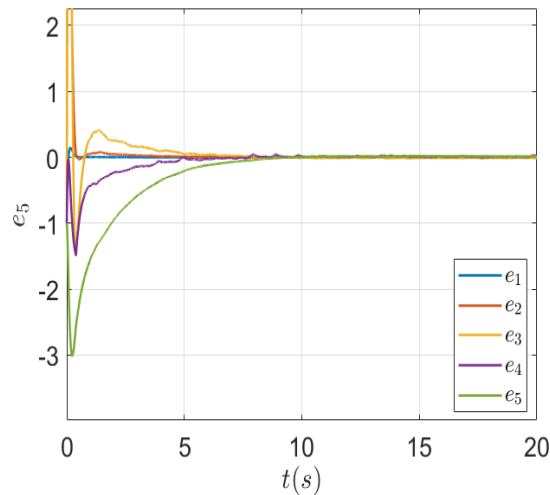


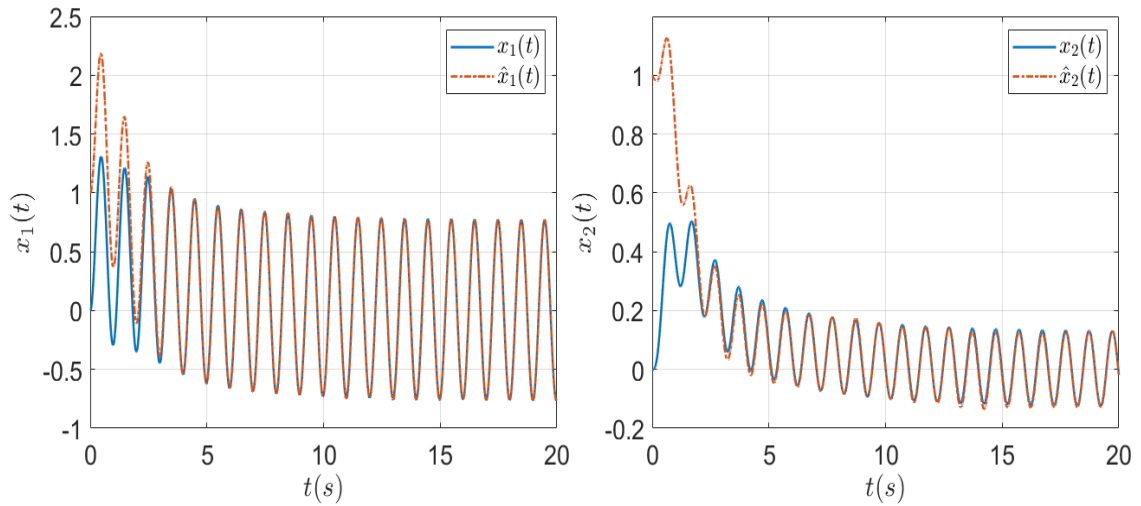
FIGURE 2.6 – Erreur d'estimation d'état en l'absence de la perturbation de mesure sur la sortie  $y_2$ .

## 2.6 Conclusion

Un observateur sur modèle T-S a été proposé dans ce chapitre. Cet observateur permet d'estimer les états d'une classe de systèmes non-linéaires, triangularisables ou pas, qui peuvent s'écrire sous la forme T-S, avec des sorties continues et discrètes. La caractéristique principale de l'estimation réside dans le fait que les instants d'échantillonnage des sorties discrètes peuvent être aperiodiques avec une période d'échantillonnage supposée bornée, ainsi que les sorties continues peuvent être biaisées par une perturbation supposée aussi bornée. La structure de l'observateur proposé est composée de deux parties : une première partie avec un gain constant  $K_{i2}$  qui correspond aux mesures continues, et une seconde partie avec un gain exponentiellement variant dans le temps  $K_{i1}e^{-\eta(t-t_k)}$  qui correspond aux mesures discrètes, permettant d'assurer la convergence de l'erreur d'observation entre deux périodes d'échantillonnage. Des conditions suffisantes sous forme de LMI ont été proposées issues d'une analyse de stabilité par une fonction de Lyapunov-krasovskii et en utilisant la norme  $H_\infty$  afin d'atténuer l'impact de la perturbation sur la mesure en temps continu. Ces conditions permettent la convergence de l'observateur vers zéro en l'absence de perturbation, et dans une boule dont le rayon dépend du choix du paramètre  $\eta$ . De plus, les performances de l'observateur proposé ont été validées à travers deux exemples académiques : un exemple de système à structure triangularisable qui nous a servi pour faire une comparaison entre l'observateur proposé et une autre approche d'observateur continu-discret à grand gain existante dans la littérature, et un deuxième exemple de système de structure non-triangularisable sur lequel les approches d'observateurs à grand gain ne peuvent pas être appliquées.

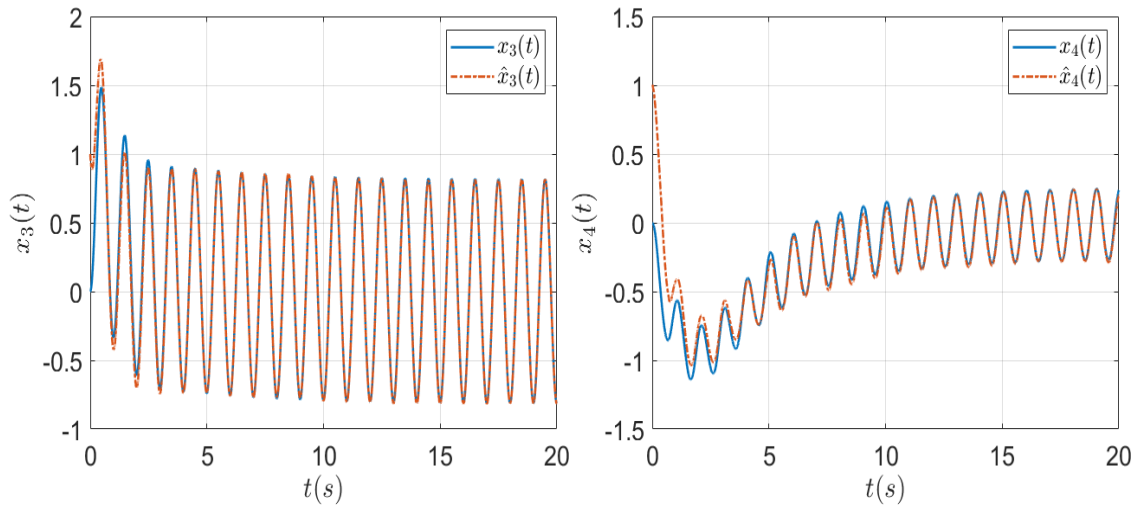
Ces résultats seront appliqués dans le chapitre suivant dans le cadre de l'estimation de la position et de la vitesse d'un train de Fret autonome.





(a) Estimation de l'état  $x_1$  en présence de la perturbation de mesure.

(b) Estimation de l'état  $x_2$  en présence de la perturbation de mesure.



(c) Estimation de l'état  $x_3$  en présence de la perturbation de mesure.

(d) Estimation de l'état  $x_4$  en présence de la perturbation de mesure.

FIGURE 2.7 – Estimation des états du système

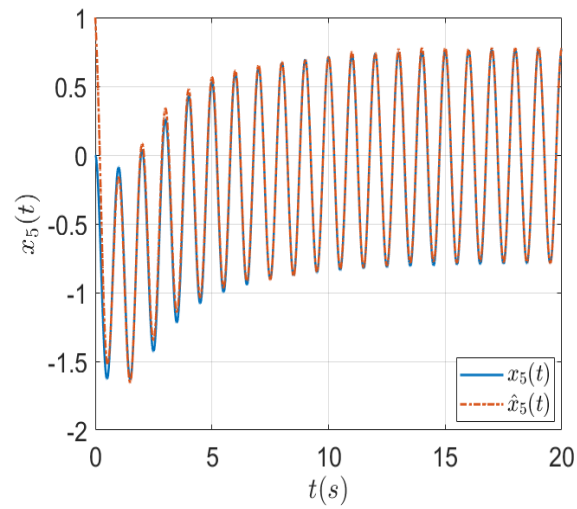
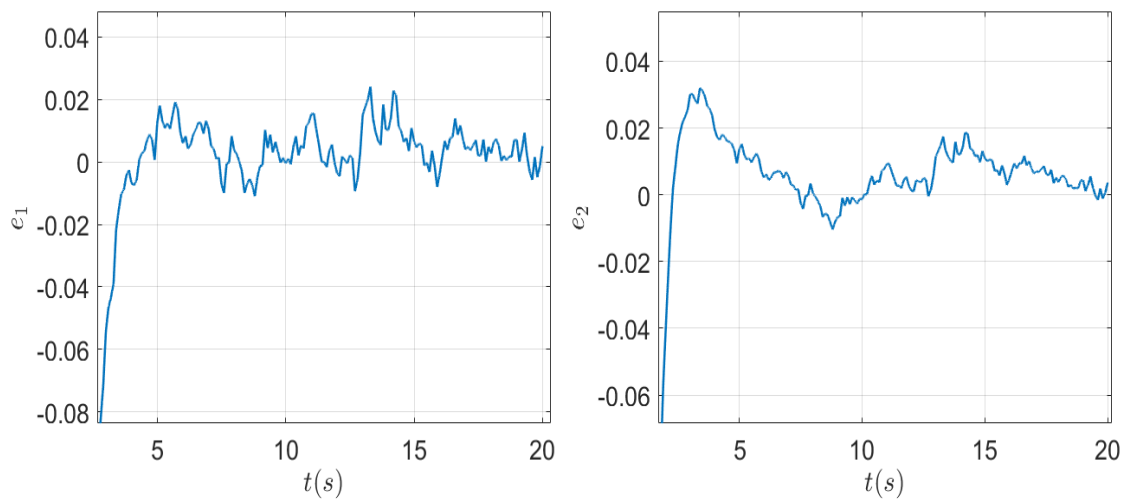
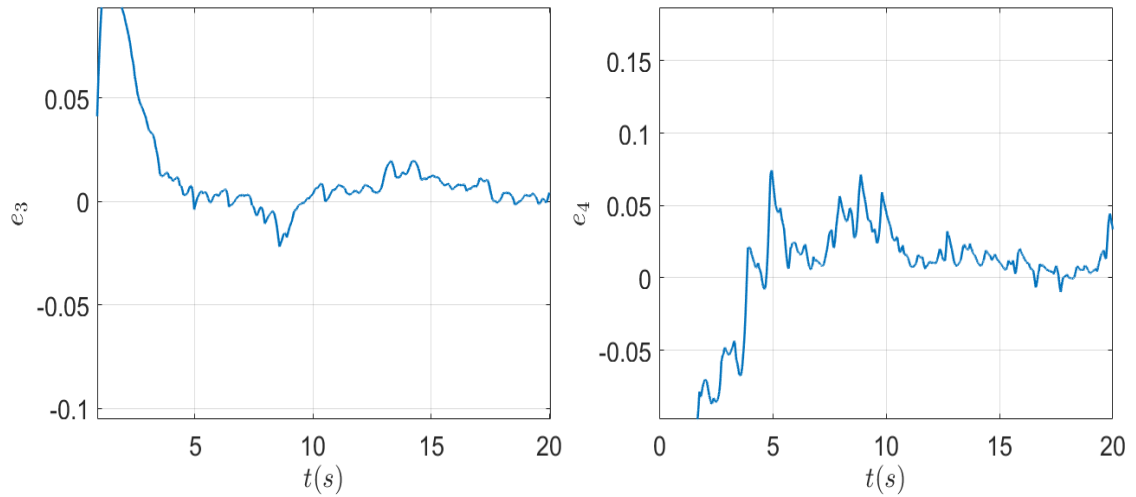
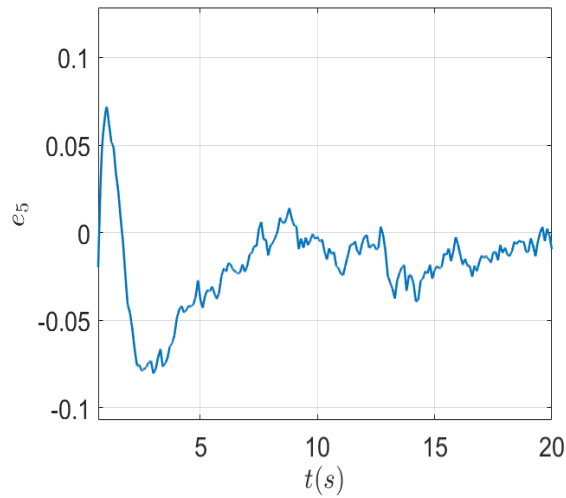
FIGURE 2.8 – Estimation de l'état  $x_5$  en présence de la perturbation de mesure.(a) Erreur d'estimation d'état  $e_1$  en présence de la perturbation de mesure. (b) Erreur d'estimation d'état  $e_2$  en présence de la perturbation de mesure.

FIGURE 2.9 – Erreurs d'estimation des états du système.



(a) Erreur d'estimation d'état  $e_3$  en présence de la perturbation de mesure.

(b) Erreur d'estimation d'état  $e_4$  en présence de la perturbation de mesure.



(c) Erreur d'estimation d'état  $e_5$  en présence de la perturbation de mesure.

FIGURE 2.10 – Erreurs d'estimation des états du système

# Résultats de simulation dans le cadre du train autonome

## 3.1 Introduction

*Ce chapitre a pour but de présenter des résultats de simulation permettant notamment l'estimation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence, dans le cadre du projet Train de Fret Autonome (TFA).*

*Le contrôle automatique des trains (ATC) comprend principalement trois sous-systèmes :*

- le système de protection automatique des trains (ATP),*
- le système de supervision automatique des trains (ATS),*
- le système d'exploitation automatique des trains (ATO).*

*Ici, dans le cadre du projet train de Fret autonome, nous sommes intéressés à la conception d'un Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE) représentant une version simplifiée de l'ATO, destinée à la gestion de la conduite automatique du train. Ce module communique avec le matériel roulant. Il transmet les consignes de traction/freinage calculées et reçoit les mesures du train (position, vitesse, accélération, ...) provenant de capteurs embarqués et de dispositifs de positionnement installés sur la voie (balises) comme le montre la Fig. 3.1. Ces consignes sont appliquées aux actionneurs qui convertissent ces grandeurs en un effort appliqué, puis en un mouvement du train grâce au phénomène de contact roues-rail. Il est à noter que la performance des ATO existants est affectée notamment par des perturbations externes, des variations paramétriques et des imprécisions des dispositifs de mesure, dues notamment au phénomène de glissement. Les contrôleurs de vitesse des trains nécessitent une mesure de la vitesse du train pour un suivi performant de la vitesse de référence. Cependant, les capteurs odométriques existants fournissent la vitesse longitudinale du train de manière indirecte, en se basant sur la mesure de la rotation des essieux, ce qui entraîne des mesures imprécises dues à la dynamique et aux perturbations non modélisées. C'est pourquoi nous développons dans ce chapitre différentes approches pour l'estimation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence roue/rail, indispensables au module MDPE.*

*Dans un premier temps, ce chapitre introduit le modèle dynamique du train. Les notions d'adhérence roue-rail ainsi que la résistance à l'avancement sont décrites. Puis, le problème relatif à l'estimation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence roue/rail est posé. Différentes approches d'observation sont développées. Une première approche se repose sur l'utilisation d'une*

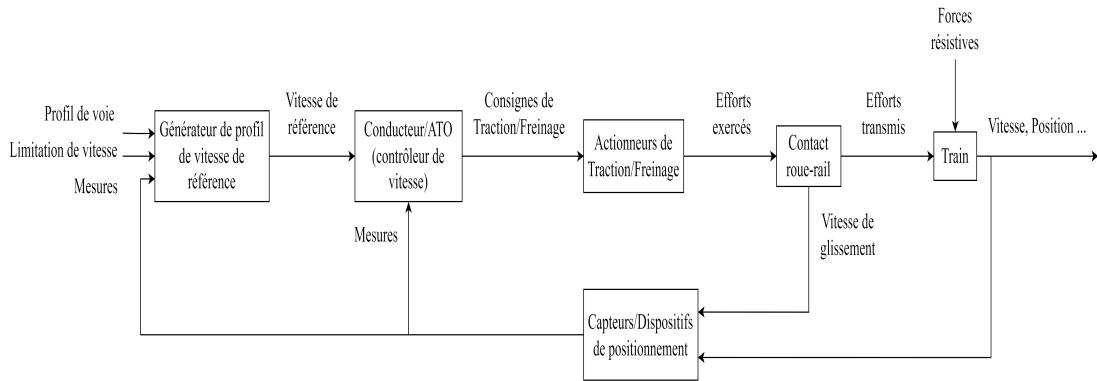


FIGURE 3.1 – Schéma du contrôle de vitesse du train par le système ATO.

*cascade de différentiateurs, l'un basé sur les modes glissants permettant l'estimation de l'adhérence roue/rail en temps fini, et l'autre basé sur un observateur continu-discret à gain exponentiellement variant dans le temps pour reconstruire la vitesse longitudinale du train. Une seconde approche exploite les résultats issus du chapitre précédent. Elle permet d'estimer la vitesse longitudinale du train avec de meilleures performances par rapport à la cascade de différentiateurs. Enfin, une approche composée de deux CDOs en cascade permettant l'estimation de la force d'adhérence et la vitesse longitudinale du train, lorsque les mesures sont discrètes est étudiée. Différents résultats numériques illustrent les avantages des méthodes proposées.*

## 3.2 Modélisation dynamique du train

*Le modèle cinématique d'un véhicule autonome est décrit par trois mouvements de translation (i.e., longitudinale, latérale et verticale) et trois mouvements de rotation (i.e., lacet, tangage et roulis), ce qui donne un modèle à six degrés de liberté [94]. Cependant, dans le cas du transport ferroviaire, le mouvement longitudinal est dominant et le modèle cinématique peut être considérablement simplifié.*

### 3.2.1 Modèle longitudinal du train

*Le train peut être considéré comme une masse ponctuelle en mouvement. C'est le modèle le plus couramment utilisé pour résoudre les problèmes relatifs à l'exploitation des trains (i.e., les problèmes de contrôle de vitesse, de ré-adhésion, de non dérapage, ...) [95–98]. Son mouvement longitudinal peut être défini à partir de l'équation fondamentale de la dynamique :*

$$\begin{aligned} \sum_i \vec{F}_i &= M\vec{v} \\ \sum_i \vec{M}_i &= J\vec{\omega} \end{aligned} \quad (3.1)$$

*où  $M(\text{kg})$  est la masse du train,  $\vec{v}(\text{m/s})$  est son accélération,  $F_i(\text{N})$  représente les différents forces agissant sur le train,  $M_i(\text{N.m})$  représente les moments des couples,  $J(\text{kg.m}^2)$  représente l'inertie du système et  $\omega(\text{rad/s})$  est la vitesse de rotation de la roue comme le montre la figure ci-dessous.*

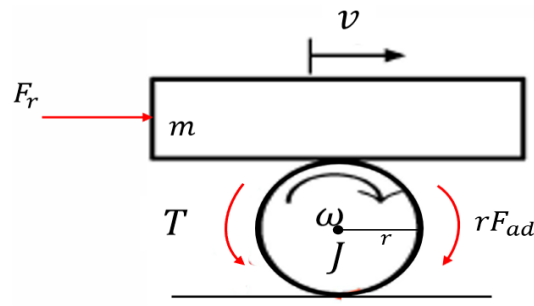


FIGURE 3.2 – Schéma représentatif du modèle dynamique mono-point du train.

Ainsi, le modèle longitudinal mono-point du train est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} J\dot{\omega}(t) &= T(t) - rF_{ad}(\mu) \\ \dot{p}(t) &= v(t) \\ M\dot{v}(t) &= F_{ad}(\mu) - F_r(v(t)) \end{cases} \quad (3.2)$$

avec  $\omega$  (rad/s) est la vitesse angulaire de la roue,  $p$  (m) et  $v$  (m/s) sont la position et la vitesse longitudinale du train respectivement,  $M$  (kg) est la masse totale du train,  $J$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ) est l'inertie de la roue,  $r$  (m) est le rayon de la roue,  $T$  (N.m) est le couple de traction/freinage,  $F_{ad}$  (N) est la force d'adhérence,  $\mu$  est le coefficient d'adhérence, et  $F_r$  (N) est la résistance à l'avancement (RAV).

Le couple de traction/freinage est comme suit :

$$T = \tau_T - \tau_F \quad (3.3)$$

avec  $\tau_T$  est le couple de traction et  $\tau_F$  est le couple de freinage.

### 3.2.2 Notion d'adhérence roue-rail

L'adhérence roue-rail peut être caractérisée par une force qui fait avancer le train. Toutefois, la qualité de l'adhérence entre la roue et le rail impacte la transmission du couple de traction et produit un glissement des roues. Dans certaines conditions (pluie, neige, huile, feuilles mortes, ...), le niveau d'adhérence peut diminuer, ce qui limite considérablement la traction et le freinage appliqués. Dans les cas extrêmes, cela produit un défaut de blocage ou de patinage des roues. Le cas de blocage se produit lorsque le frein est appliqué et qu'il bloque la roue, de sorte que la roue glisse sur la voie. Cela se produit parce que le couple de freinage est plus important que le couple d'adhérence. De même, le patinage se produit lorsque le couple de traction est plus important que le couple d'adhérence, dans ce cas, la roue glisse. Ces phénomènes endommagent à la fois la roue en créant des méplats et en usant le rail. L'endommagement des surfaces des roues ou des rails a un impact direct sur les coûts de maintenance, surtout s'il induit le remplacement du matériel. Outre ces effets extrêmes, le principal problème des défauts de blocage et de patinage est qu'ils entraînent une grande imprécision au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale du train à partir des données odométriques. Les dispositifs de protection contre le glissement des roues (anti-patinage/anti-enrayage ou appelés WSP (Wheel Speed Protection) sont utilisés pour réduire les défauts graves liés aux roues, mais ne sont pas destinés à maintenir un niveau d'adhérence optimal permettant d'assurer une conduite du train performante et d'éviter les situations de patinage/enrayage. Les systèmes de contrôle des trains existants sont conçus avec une estimation hors ligne de la traînée et un niveau d'adhérence moyen.

La modélisation du contact roue/rail a fait l'objet de nombreux travaux [6, 99, 100]. Dans la littérature, deux approches permettant la modélisation du coefficient d'adhérence ou de friction ont été développées :

- d'une part, des modèles purement empiriques [99, 101] intégrant des données mesurées interpolées et/ou filtrées,
- d'autre part, des modèles purement théoriques [4] utilisant des formules mathématiques basées sur la description des phénomènes physiques.

### Modèle purement théorique

Le coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement, présenté dans [4], est exprimé par

$$\mu = \mu_0 \left[ (1 - A)e^{-Bv_g} + A \right] \quad (3.4)$$

où  $v_g = v - r\omega$  est la vitesse de glissement,  $v$  est la vitesse longitudinale du train et  $r\omega$  est la vitesse de translation des roues.  $r$  et  $\omega$  sont le rayon et la vitesse de rotation des roues respectivement,  $B$  est le coefficient de la diminution exponentielle de l'adhérence,  $A = \frac{\mu_\infty}{\mu_0}$  est le rapport entre le coefficient de frottement limite  $\mu_\infty$  pour une vitesse de glissement infinie et le coefficient de frottement maximum  $\mu_0$ . La force de glissement est donnée comme suit :

$$F = \frac{2Q\mu}{\pi} \left( \frac{K_A \varepsilon}{1 + (K_A \varepsilon)^2} + \arctg(K_s \varepsilon) \right) \quad (3.5)$$

où  $Q$  représente la charge sur la roue,  $K_A$  est le facteur de réduction dans la zone d'adhésion,  $K_s$  est le facteur de réduction dans la zone de glissement et

$$\varepsilon = \frac{2}{3} \frac{c\pi a^2 b}{Q\mu} s \quad (3.6)$$

$a$  et  $b$  représentent les dimensions de la surface de contact et  $c(Nm^{-3})$  est le module de rigidité donné par

$$c = \frac{3}{8} \frac{G}{a} c_{jj} \quad (3.7)$$

avec  $c_{jj}$  est le coefficient de Kalker [6], et  $G = 8.4e10$ . Le coefficient de glissement  $s$  est donné par

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad (3.8)$$

et  $s_i = \frac{\omega_i}{v}$  avec  $i = x, y$  et  $\omega_x$  et  $\omega_y$  représentent la vitesse de glissement dans les directions longitudinale ( $x$ ) et latérale ( $y$ ). Ainsi, la force de glissement longitudinal et latéral est donnée par

$$F_i = F \frac{s_i}{s}, \quad i = x, y \quad (3.9)$$

Par conséquent, la force d'adhérence est donnée comme suit

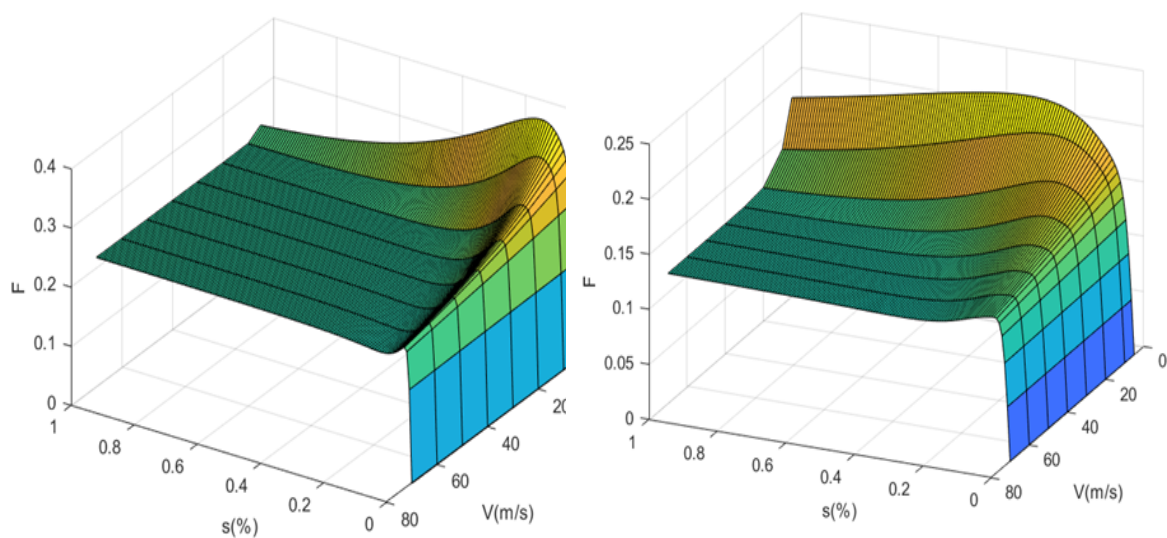
$$f_i = \frac{F_i}{Q}, \quad i = x, y \quad (3.10)$$

où  $K_A \leq K_s \leq 1$  sont donnés dans le tableau suivant.

Paramètres	Conditions sèches	Conditions humides
$K_A$	1	0.3
$K_s$	0.4	0.1
$\mu_0$	0.55	0.3
A	0.4	0.4
B	0.6	0.2

TABLEAU 3.1 – Paramètres du modèle d'adhérence de Polach [4]

Les courbes 3D du coefficient d'adhérence en fonction de la vitesse du train et le coefficient de glissement pour un rail sec et pour un rail humide sont données dans Figure 3.3.

FIGURE 3.3 – Modèle de Polach : Courbe d'adhérence dans des conditions de rail sèches (droite) et humides (gauche) en fonction de la vitesse du train  $v$  et du coefficient de glissement  $s$ .

Cependant, ces modèles purement théoriques ont un niveau de complexité très élevé et ne permettent pas une synthèse simple des observateurs et des lois de commande.

### Modèle empirique

Le modèle de Burkhardt [99] donne une approximation de la force d'adhérence  $F_{ad}$  calculée par essieu. Elle est approximée par une force proportionnelle au poids qui charge les roues et est caractérisée par un coefficient d'adhérence  $\mu$  qui varie avec la nature et l'état des surfaces en contact. Elle est donnée comme suit :

$$F_{ad} = \mu Mg \quad (3.11)$$

avec  $m$  est la masse du train,  $g$  est la force gravitationnelle et  $\mu$  est le coefficient d'adhérence qui dépend de la température, de l'humidité, de la saleté, de la vitesse, de l'état des surfaces en contact etc. Le coefficient d'adhérence de Burkhardt, utilisé dans le domaine automobile, dépend fortement de



glissement relatif de la roue  $\lambda$ . Il est donné comme suit :

$$\mu(\lambda(\omega(t), v(t))) = \begin{cases} \alpha_1 (1 - e^{-\alpha_2 \lambda(\omega(t), v(t))}) - \alpha_3 \lambda(\omega(t), v(t)); & \text{si } \lambda(\omega(t), v(t)) \geq 0 \\ -\alpha_1 (1 - e^{-\alpha_2 \lambda(\omega(t), v(t))}) - \alpha_3 \lambda(\omega(t), v(t)); & \text{si } \lambda(\omega(t), v(t)) < 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

avec

$$\lambda(\omega(t), v(t)) = \frac{r\omega(t) - v(t)}{v(t)} \quad (3.13)$$

avec  $v(m/s)$  est la vitesse longitudinale du train et  $\omega(rad/s)$  représente la vitesse de rotation des roues. Les coefficients  $\alpha_i$  sont des constantes qui dépendent des conditions de rail (nominales ou dégradées) donnés dans le tableau (3.2).

Coefficient	Nominales	Dégradées
$\alpha_1$	0.4287	0.165
$\alpha_2$	40	25
$\alpha_3$	0.3	0.1

TABLEAU 3.2 – Coefficient de l'approximation de Burckhardt en conditions d'adhérence nominales et dégradées.

En utilisant ces coefficients, l'allure du coefficient d'adhérence pour le modèle de Burckhardt est représentée dans la Figure 3.4

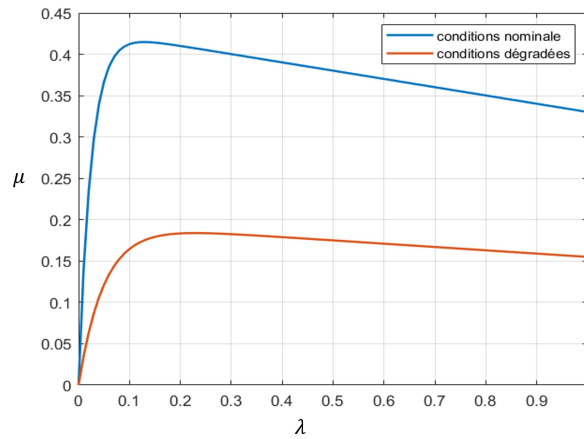


FIGURE 3.4 – Modèle de Burckhardt en conditions nominales et dégradées.

### 3.2.3 Notion de résistance à l'avancement

Certains phénomènes importants notamment les forces de traînée (mécaniques et aérodynamiques), appelées résistance à l'avancement (RAV), impactent fortement la dynamique du train. Ces forces ne peuvent pas être mesurées directement par des capteurs physiques, mais peuvent être déterminées expérimentalement en effectuant des tests sur le train. Dans [102], plusieurs méthodes appliquées à

la mesure et l'estimation de la résistance à l'avancement du train sont présentées. Dans ce papier, la résistance à l'avancement est estimée soit en mesurant la décélération du train en fonction du temps, ou par la mesure de la force de traction nécessaire pour maintenir une vitesse du train constante. Ces tests sont effectués sur une plage de plusieurs valeurs de vitesse du train. Par conséquent, l'industrie du transport ferroviaire a déterminé une équation empirique qui peut être utilisée pour estimer cette résistance pour n'importe quel type de train. Cette équation est approximée par une fonction quadratique en fonction de la vitesse du train, appelée équation de Davis. Cette équation a été appliquée et validée dans plusieurs travaux notamment [102–105]. Elle est donnée comme suit :

$$F_r(v(t)) = a + bv(t) + cv^2(t) \quad (3.14)$$

avec  $a, b, c$  des constantes positives inconnues, mais qui peuvent être déterminées expérimentalement. L'équation (3.14) montre que l'impact le plus important à faible vitesse est dû aux coefficients  $a$  et  $b$ , qui représentent la résistance au roulement due au frottement mécanique, tandis que  $c$  joue le rôle principal à grande vitesse, qui est lié à la résistance aérodynamique. En France, les coefficients de la RAV sont estimés comme suit [102] :

$$\begin{aligned} a &= 10^{-5}[\gamma M \sqrt{\frac{10^4}{m}}] \\ b &= 3.6 \times 10^{-7} M \\ c &= 0.1296[k_1 S + k_2 PL] \end{aligned} \quad (3.15)$$

avec  $m(\text{kg})$  la masse par essieu,  $0.9 < \gamma < 1.5$  est un paramètre sans dimension qui dépend du type du matériel roulant où la valeur maximale est applicable pour un train de fret avec un convoi non homogène,  $P(m)$  est le périmètre du matériel roulant,  $S(m)$  est la surface frontale du train,  $L(m)$  est la longueur du train,  $k_1(N/m)$  est un paramètre qui dépend de la forme du train et qui varie de  $20 \times 10^{-4}$  pour un matériel roulant conventionnel, jusqu'à  $9 \times 10^{-4}$  pour un TGV,  $k_2(N/m)$  est un paramètre dépendant des conditions de la surface ( $P, L$ ), et qui varie de  $30 \times 10^{-6}$  pour un train conventionnel jusqu'à  $20 \times 10^{-6}$  pour un TGV.

### 3.3 Formulation du problème d'estimation pour le train

#### 3.3.1 Capteurs utilisés

Afin de garantir une conduite autonome fiable et sécurisée du train de Fret dans toutes conditions environnementales, qu'elles soient nominales ou dégradées, il est nécessaire notamment d'avoir une connaissance fine de la position du train, de sa vitesse et de l'adhérence.

Dans le cadre du contrôle et de l'observation du train, deux types de capteurs sont disponibles :

- des capteurs embarqués, i.e., les odomètres montés à bord du train,
- des capteurs fixes connectés à la voie ferrée, i.e., les balises de position présentes sur la voie.

Les capteurs odométriques utilisent des roues phoniques pour mesurer la vitesse de rotation des roues en comptant les dents de cette dernière. La résolution de la mesure dépend principalement du nombre de dents de la roue; plus le nombre de dents est élevé, meilleure est la résolution. Mais, l'odomètre ne peut pas détecter directement le glissement et est affecté par les irrégularités du diamètre des roues.

La position du train peut être estimée à l'aide des capteurs odométriques, mais il est nécessaire de faire un repositionnement (recalage) précis et fiable, afin de pouvoir réajuster l'estimation et éviter un biais excessif. Une solution classique consiste à utiliser des marqueurs placés dans le rail appelés balises.

Ces capteurs sont capables d'émettre et de recevoir des signaux radio. Lorsque le train passe au-dessus des balises, il transfère les données stockées à l'intérieur de la balise. Ces données incluent différentes informations : la topographie de la voie, la limitation de vitesse, la distance jusqu'à la prochaine station et la position de la balise. Cette dernière correspond à une position précise du train sur la voie ferrée, qui peut être considérée comme une référence discrète et fiable utilisée pour renforcer les estimations en temps réel basées sur l'odomètre.

L'effet du blocage et du patinage des roues est que la mesure par le capteur odométrique sera affectée par un biais : la position mesurée est inférieure à la position réelle dans le cas du blocage, et la position mesurée est supérieure à la position réelle dans le cas du patinage. L'erreur de positionnement augmente proportionnellement à la durée du blocage ou du patinage. Pour exposer ce problème, on considère la Figure 3.5 qui représente différentes situations issues de notre campagne expérimentale réalisée sur le train. Dans ces essais expérimentaux, nous disposons de la mesure de la vitesse longitudinale réelle,

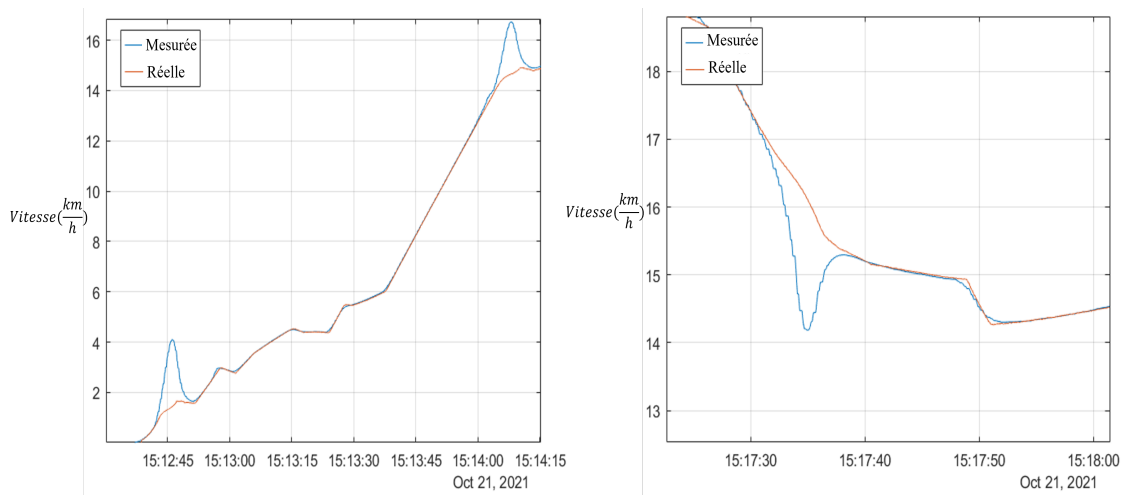


FIGURE 3.5 – Situations de glissement : patinage en phase de traction (gauche), et enrayage en phase de freinage.

obtenue à l'aide d'une centrale inertielle (ligne rouge). Il est à noter qu'une locomotive ne dispose pas d'un tel capteur dans le cas général. La ligne bleue correspond aux mesures entachée de défauts (e.g., enrayage, patinage, ...) issues des capteurs odométriques. La figure de droite sur la Figure 3.5 montre la différence de vitesse qui est autour de 2km/h due à l'enrayage (i.e., la roue s'arrête de tourner alors que le train est en mouvement). L'odomètre donne alors une mesure de la vitesse longitudinale imprécise durant le blocage de la roue. La figure de gauche montre une situation de patinage des roues représentée par une différence de vitesse de l'ordre de 2km/h.

**Remarque 9** Les ATOs existants sont basés sur une estimation de la résistance à l'avancement quasi-statique calculée hors ligne, et un niveau d'adhérence moyen (prévisionnel). Ils corrigent la vitesse longitudinale du train à partir des capteurs odométriques, en intégrant des abaques de correction de la vitesse mesurée (voir Figure 3.6). Mais, cette correction est limitée à de faibles variations des conditions d'adhérence. Cela mène à des réglages conservatifs au niveau de la loi de commande afin de compenser les incertitudes liées aux efforts de résistance à l'avancement.

### 3.3.2 Formulation du problème d'estimation

L'objectif est d'estimer la vitesse longitudinale du train et l'adhérence roue-rail en utilisant les mesures disponibles issues des capteurs odométriques et des balises de recalage.

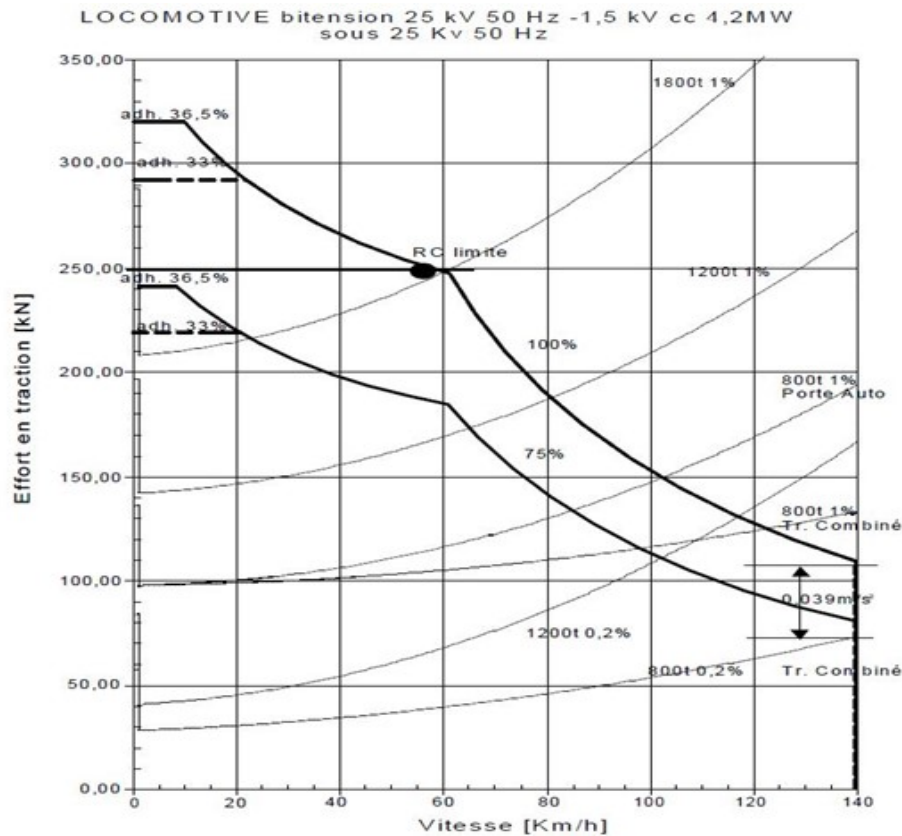


FIGURE 3.6 – Caractéristique Effort/Vitesse en fonction de l’adhérence en phase de traction

**Remarque 10** Ces informations sont essentielles par la suite dans la synthèse de la loi de commande et dans la construction d’un indicateur de glissement excessif qui correspond à des zones de faible adhérence.

Dans le cadre du train, les sorties combinent à la fois des mesures considérées continues (e.g., capteurs odométriques) et des mesures discrètes apériodiques (e.g., balises de recallage), et sont données comme suit :

$$\begin{cases} y_1(t) &= r\omega(t) = r\omega_r(t) + d(t) \\ y_2(t_k) &= p(t_k) \end{cases} \quad (3.16)$$

avec  $y_1$  et  $y_2$  représentent les mesures du système train,  $\omega$  est la vitesse de rotation des roues,  $r(m)$  est le rayon de la roue supposé constant,  $d$  représente un bruit de mesure,  $p(t_k)$  est la position du train qui est disponible aux temps d’échantillonnage  $t_k$  satisfaisant l’hypothèse suivante.

**Hypothèse 9** Il est supposé que le temps d’échantillonnage de la mesure vérifie la condition  $0 \leq t_0 < \dots < t_k < t_{k+1} < \dots$  avec  $k \in \mathbb{N}$  et  $\tau_k = t_k - t_{k-1}$  représente la période d’échantillonnage qui satisfait  $\tau_m < \tau_k < \tau_M$  pour tout  $k \in \mathbb{N}$  où les constantes  $\tau_m \geq 0$  et  $\tau_M > 0$  sont respectivement la période d’échantillonnage minimale et maximale.

**Remarque 11** Nous considérons un bruit de mesure sur le capteur odométrique qui peut être dû aux vibrations des bogies.

La mesure de la vitesse longitudinale du train doit satisfaire l'hypothèse suivante.

**Hypothèse 10** Il est supposé que la vitesse de translation du train  $r\omega(t)$  est constituée d'un signal dont la dérivée seconde  $r\ddot{\omega}_r(t)$  est bornée par une constante connue  $L > 0$  (i.e.,  $|r\ddot{\omega}_r(t)| \leq L$ , limitation du jerk), et un bruit  $d(t)$ . Nous supposons également que le signal de bruit peut être décomposé en 4 composantes  $d(t) = d_0(t) + d_1(t) + d_2(t) + \dots + d_{n_f}(t)$ , où  $n_f$  est l'ordre de filtrage. Nous allons ainsi filtrer la mesure de vitesse  $y_1(t)$  pour obtenir la vitesse réelle  $r\omega_r(t)$ , avant de l'utiliser dans la reconstruction de l'adhérence. Chaque composante  $d_k(t)$  est un signal d'ordre de filtrage global  $k$  avec une amplitude  $\epsilon_k \geq 0$ .

**Remarque 12** Notons que nous choisissons l'ordre de filtrage égal à  $n_f = 3$  afin d'obtenir un bon compromis entre les performances au niveau du filtrage et la charge de calcul.

### 3.4 Estimation de la vitesse longitudinale du train avec mesures continues et discrètes

#### 3.4.1 Synthèse d'une cascade d'un différentiateur modes glissants et d'un observateur CDO

Afin d'estimer la vitesse longitudinale du train, une structure d'observateurs en cascade, représentée par la Figure 3.7, est proposée. Elle est composée de deux observateurs. Nous appliquons un différentiateur avec filtrage basé sur les modes glissants présenté dans (1.16) pour obtenir une estimation de la force d'adhérence  $\hat{F}_{ad}$ . L'avantage de cet estimateur est la rapidité de convergence de l'erreur d'estimation  $F_{ad} - \hat{F}_{ad}$  vers zéro en un temps fini. Ensuite, sur la base de cette estimation ainsi que de la mesure de la position échantillonnée, un observateur continu-discret présenté dans (1.49) est utilisé pour reconstruire l'état du système : la position et la vitesse du train en temps continu. En absence du réseau ERTMS, nous pouvons utiliser la mesure de la position de la locomotive obtenue par le GPS. Cette mesure est périodique avec une fréquence de 10Hz qui est supérieure à celle des balises de recalage mais moins précise avec un niveau d'incertitude donné de 0.5m.

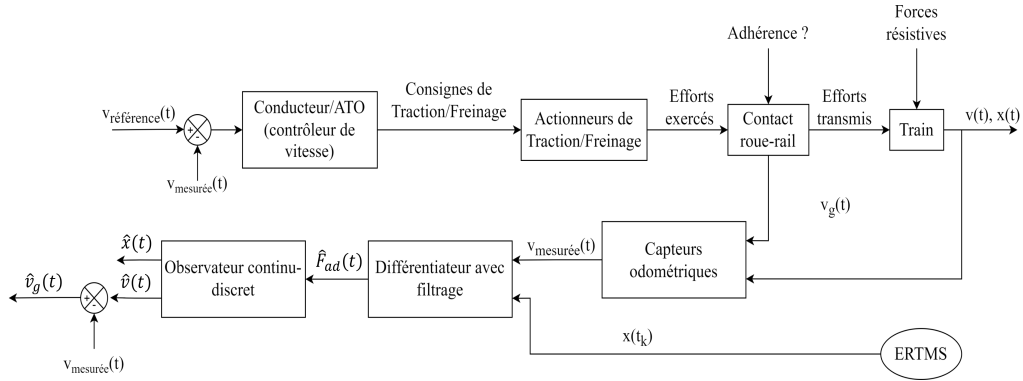


FIGURE 3.7 – Schéma d'observation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions d'adhérence variables par cascade différentiateur modes glissants et observateur CDO.

Réécrivons l'équation dynamique relative à la vitesse angulaire de la roue comme suit :

$$\begin{cases} F_{ad} = \frac{1}{r} [T(t) - J\dot{\omega}_r(t)] \\ y_1(t) = r\omega(t) = r\omega_r(t) + d(t) \end{cases} \quad (3.17)$$

L'objectif est d'estimer la force d'adhérence malgré la présence du bruit de mesure. On peut voir dans l'équation (3.17) qu'une estimation précise de la vitesse angulaire et de l'accélération de la roue est nécessaire. Pour réduire l'effet du bruit, nous appliquons le différentiateur avec filtrage introduit dans [28] et présenté dans (1.16), donné comme suit :

$$\begin{cases} \dot{W}_1(t) &= -\bar{\sigma}_4 L^{\frac{1}{5}} |W_1(t)|^{\frac{4}{5}} \text{sign}(W_1(t)) + W_2(t) \\ \dot{W}_2(t) &= -\bar{\sigma}_3 L^{\frac{2}{5}} |W_1(t)|^{\frac{3}{5}} \text{sign}(W_1(t)) + W_3(t) \\ \dot{W}_3(t) &= -\bar{\sigma}_2 L^{\frac{3}{5}} |W_1(t)|^{\frac{2}{5}} \text{sign}(W_1(t)) + Z_0(t) - \frac{v_1(t)}{r} \\ \dot{Z}_0(t) &= -\bar{\sigma}_1 L^{\frac{4}{5}} |W_1(t)|^{\frac{1}{5}} \text{sign}(W_1(t)) + Z_1(t) \\ \dot{Z}_1(t) &= -\bar{\sigma}_0 L \text{sign}(W_1(t)) \end{cases} \quad (3.18)$$

avec  $\bar{\sigma}_i$  sélectionnés selon le tableau (1.1) de la manière suivante :

$$\bar{\sigma} = [1.1 \quad 4.57 \quad 9.30 \quad 10.03 \quad 5] \quad (3.19)$$

Soit l'erreur d'estimation définie comme suit

$$e(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(t) - Z_0(t) \\ \dot{\omega}(t) - Z_1(t) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Le différentiateur (3.18) par modes glissants garantit que  $\forall t \geq t_f$

$$|e_i(t)| \leq \zeta_i L \rho^{3-i} \quad (3.21)$$

avec  $\zeta_i > 0$ ,  $i = 1, 2$  et

$$\rho = \max \left[ \left( \frac{\epsilon_0}{L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \left( \frac{\epsilon_1}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \left( \frac{\epsilon_2}{L} \right)^{\frac{1}{4}} \quad \left( \frac{\epsilon_3}{L} \right)^{\frac{1}{5}} \right]$$

La force d'adhérence estimée est donnée par l'expression suivante :

$$\hat{F}_{ad}(\mu) = \frac{1}{r} [T(t) - JZ_1(t)] \quad (3.22)$$

Après le temps de convergence du différentiateur avec filtrage et d'après (3.21), on a  $\forall t \geq t_f$ ,

$$\begin{aligned} |F_{ad}(t) - \hat{F}_{ad}(t)| &= \left| \frac{J}{r} (Z_1(t) - \dot{\omega}(t)) \right| \\ &\leq \frac{J}{r} \zeta_2 L \rho \end{aligned} \quad (3.23)$$

Sous les hypothèses précédentes, il est prouvé que l'erreur d'estimation converge en temps fini vers une boule centrée sur zéro et de rayon  $\frac{1}{r} \zeta_2 L \rho$ .

**Remarque 13** En l'absence du bruit de mesure, nous obtenons la convergence exacte de l'erreur d'estimation vers zéro, c'est-à-dire  $\forall t \geq t_f$

$$|e_i(t)| = 0 \longrightarrow \hat{F}_{ad}(t) = F_{ad}(t) \quad (3.24)$$

Pour estimer la vitesse longitudinale du train, en utilisant la mesure échantillonnée de la position obtenue par les balises de recalage, un Observateur Continu-Discret (CDO) est introduit. Pour ce faire,

réécrivons les équations dynamiques du train (3.2) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + g(F_{ad}(\mu), x(t)) \\ y_2(t_k) = Cx(t_k) \end{cases} \quad (3.25)$$

où  $x(t) = [p(t) \quad v(t)]^T$  est le vecteur d'état,  $A$ ,  $C$  et  $g = [g_1 \quad g_2]^T$  sont définis comme suit

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \\ g(F_{ad}(\mu), x(t)) &= \begin{bmatrix} g_1(F_{ad}(\mu), x(t)) \\ g_2(F_{ad}(\mu), x(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M}(F_{ad}(\mu) - a - bv(t) - cv(t)^2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**Remarque 14** En pratique, les coefficients  $(a, b, c)$  dépendent du type et de la composition du train, ainsi que de l'état des rails comme indiqué dans les sections précédentes. Dans cette section, nous supposons que  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des constantes positives connues.

La réalisation de l'observateur continu-discret à gain exponentiellement variant dans le temps nécessite que la fonction non-linéaire  $g_2$  soit Lipschitzienne par rapport à  $x(t)$ , i.e.,  $\forall X, \bar{X} = [\bar{x}(t) \quad \bar{p}(t)]^T \in \mathbb{R}^2$  appartenant à l'ensemble des trajectoires admissibles de (3.25), on a

$$|g_2(F_{ad}, \bar{X}(t)) - g_2(F_{ad}, X(t))| \leq \beta_2 \|\bar{X}(t) - X(t)\| \quad (3.26)$$

En effet, dans le cas du système train, pour que le terme en  $v^2(t)$  soit Lipschitzien, il est possible d'étendre cette non-linéarité par une fonction de saturation. En d'autres termes, si on considère que l'état est borné dans un ensemble compact  $\mathcal{X}$ , il est possible d'étendre la fonction des non-linéarités  $g(F_{ad}(\mu), x(t))$  à  $g_{sat}(F_{ad}(\mu), x(t))$  qui coïncide avec  $g$  dans  $\mathcal{X}$  de sorte que  $g_{sat}$  devienne globalement Lipschitz (voir [106, 107]). Pour éviter la redondance des symboles, il est supposé que de tels prolongements ont été réalisés et que la fonction  $g_2$  résulte de ces prolongements.

En outre, la force d'adhérence n'est pas parfaitement connue. Elle est estimée par le différentiateur avec filtrage basé sur les modes glissants, où l'erreur d'estimation de l'adhérence converge dans une boule de rayon donné dans (3.23). Ceci implique que la fonction  $g_2$  vérifie la propriété suivante :

$$|g_2(\hat{F}_{ad}, \bar{x}(t)) - g_2(F_{ad}, x(t))| \leq \beta_1 + \beta_2 \|\bar{x}(t) - x(t)\| \quad (3.27)$$

où  $\beta_1$  est une constante qui dépend du rayon de la boule de convergence du différentiateur de filtrage et  $\beta_2$  est la constante de Lipschitz.

Par conséquent, l'observateur continu-discret à gain exponentiellement variant dans le temps est défini selon l'équation suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + g(\hat{F}_{ad}(\mu), \hat{x}(t)) - \theta \Delta_\theta^{-1} K e^{-2\theta(t-t_k)} (C\hat{x}(t_k) - y_2(t_k)) \quad (3.28)$$

avec  $\hat{x}(t)$  est le vecteur d'état estimé,  $K = [2 \quad 1]^T$  est la matrice gain de l'observateur conçue de sorte que la matrice  $\bar{A} = A - KC$  soit Hurwitz. En effet,  $K$  est choisie comme  $K = P^{-1}C^T$ , avec  $P$  est une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation algébrique de Lyapunov

$$P + \bar{A}^T P + P\bar{A} = C^T C \quad (3.29)$$

$\Delta_\theta$  est une matrice définie comme

$$\Delta_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

avec  $\theta \geq 1$ .

Soit  $\lambda_m$  (resp.  $\lambda_M$ ) la valeur propre minimale (resp. maximale) de  $P$ .

**Théorème 8** Considérons le système (3.25). L'erreur d'estimation  $e_x(t) = \hat{x}(t) - x(t)$  converge pratiquement vers zéros si  $\theta$  vérifie la condition suivante

$$\theta \geq \sqrt{2\beta_2} \quad (3.31)$$

ainsi que la période maximale d'échantillonnage de la mesure de la position  $\tau_M$  vérifie la condition suivante

$$\tau_M < \frac{\theta - 2\theta^{-1}\beta_2}{2\sqrt{5}\theta^2\sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}}} \quad (3.32)$$

**Preuve du théorème (8)** En se basant sur [78, 108], la dérivée de l'erreur d'estimation peut être donnée par

$$\dot{e}_x(t) = Ae_x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{g}_2(\hat{F}_{ad}, F_{ad}, \hat{x}(t), x(t)) \end{bmatrix} - \theta\Delta_\theta^{-1}Ke^{-2\theta(t-t_k)}(C\hat{x}(t_k) - Cx(t_k)) \quad (3.33)$$

avec

$$\tilde{g}_2(\hat{F}_{ad}, F_{ad}, \hat{x}(t), x(t)) = g_2(\hat{F}_{ad}, \hat{x}(t)) - g_2(F_{ad}, x(t))$$

En posant  $\bar{e}_x = \Delta_\theta e_x$ , on obtient

$$\dot{\bar{e}}_x(t) = \theta A\bar{e}_x(t) + \frac{1}{\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{g}_2(\hat{F}_{ad}, F_{ad}, \hat{x}(t), x(t)) \end{bmatrix} - \theta Ke^{-2\theta(t-t_k)}C\bar{e}_x(t_k) \quad (3.34)$$

En ajoutant et en soustrayant le terme  $\theta KC\bar{e}_x$  dans la dernière équation, il en résulte

$$\dot{\bar{e}}_x(t) = \theta(A - KC)\bar{e}_x(t) + \theta KZ + \frac{1}{\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{g}_2(\hat{F}_{ad}, F_{ad}, \hat{x}(t), x(t)) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

avec  $Z(t, t_k) = C\bar{e}_x - e^{-2\theta(t-t_k)}C\bar{e}_x(t_k)$ , qui a la dynamique suivante

$$\dot{Z}(t, t_k) = \dot{\bar{e}}_{1x}(t) + 2\theta e^{-2\theta(t-t_k)}\bar{e}_{1x}(t_k)$$

avec  $\dot{\bar{e}}_{1x}(t) = C\dot{\bar{e}}_x(t) = \theta\bar{e}_{2x}(t) - 2\theta e^{-2\theta(t-t_k)}\bar{e}_{1x}(t_k)$ , ce qui implique l'équation suivante

$$\dot{Z}(t, t_k) = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \end{bmatrix} \bar{e}_x(t) \quad (3.36)$$

Considérons la fonction de Lyapunov quadratique candidate suivante

$$V = \bar{e}_x^T(t)P\bar{e}_x(t) \quad (3.37)$$



avec  $P$  est défini dans (3.29). La dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est

$$\dot{V} = \theta \bar{e}_x^T(t) [(A - KC)^T P + P(A - KC)] \bar{e}_x(t) + 2\theta \bar{e}_x^T(t) PKZ(t, t_k) + \frac{2}{\theta} \bar{e}_x^T(t) P \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{g}_2(\hat{F}_{ad}, F_{ad}, \hat{x}(t), x(t)) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

En considérant l'inégalité (3.27), l'équation (3.38) peut être bornée comme suit

$$\dot{V} \leq -\theta V + \frac{2}{\theta} \sqrt{V} \beta_1 + \frac{2}{\theta} V \beta_2 + 2\sqrt{5}\theta \sqrt{\lambda_M V} \|Z\| \quad (3.39)$$

De plus, en intégrant l'équation (3.36) de  $t_k$  à  $t$  et en utilisant la propriété sur  $Z(t_k) = 0$ , il en résulte

$$\begin{aligned} \|Z(t, t_k)\| &= \theta \int_{t_k}^t e_{2X}(t) dt \\ &\leq \theta \int_{t_k}^t \|e_{2X}(t)\| dt \\ &\leq \frac{\theta}{\sqrt{\lambda_m}} \int_{t_k}^t \sqrt{V(s)} ds \end{aligned} \quad (3.40)$$

Par la combinaison des deux équations précédentes, on obtient

$$\dot{V} \leq (-\theta + \frac{2}{\theta} \beta_2) V + \frac{2}{\theta} \sqrt{V} \beta_1 + 2\sqrt{5}\theta^2 \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}} \sqrt{V} \int_{t_k}^t \sqrt{V(s)} ds \quad (3.41)$$

Ce qui est équivalent à

$$\frac{d}{dt} \sqrt{V} \leq (-\theta + \frac{2}{\theta} \beta_2) \sqrt{V} + \frac{2}{\theta} \beta_1 + 2\sqrt{5}\theta^2 \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}} \int_{t_k}^t \sqrt{V(s)} ds \quad (3.42)$$

En utilisant le Lemme 3 développé dans [80], on obtient

$$\sqrt{V} \leq \bar{\alpha} e^{-\Gamma t} + \bar{K} \quad (3.43)$$

avec

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{-\theta}{2} + \frac{1}{\theta} \beta_2 \\ \bar{K} &= \frac{2}{\theta} \beta_1 \\ \bar{\alpha} &> 0 \end{aligned}$$

Ceci complète la preuve  $\square$ .

Dans la section suivante, une autre approche utilisant les résultats du Chapitre 2 est proposé. Une étude comparative sera par la suite présentée afin de comparer les performances des deux approches.

### 3.4.2 Synthèse d'un observateur T-S à gain exponentiellement variant dans le temps

Afin d'estimer la vitesse longitudinale du train, une structure utilisant l'observateur T-S à gain exponentiellement variant dans le temps développé dans le chapitre 2 est proposée. La Figure 3.8 présente le schéma d'estimation de la vitesse longitudinale par l'observateur T-S.

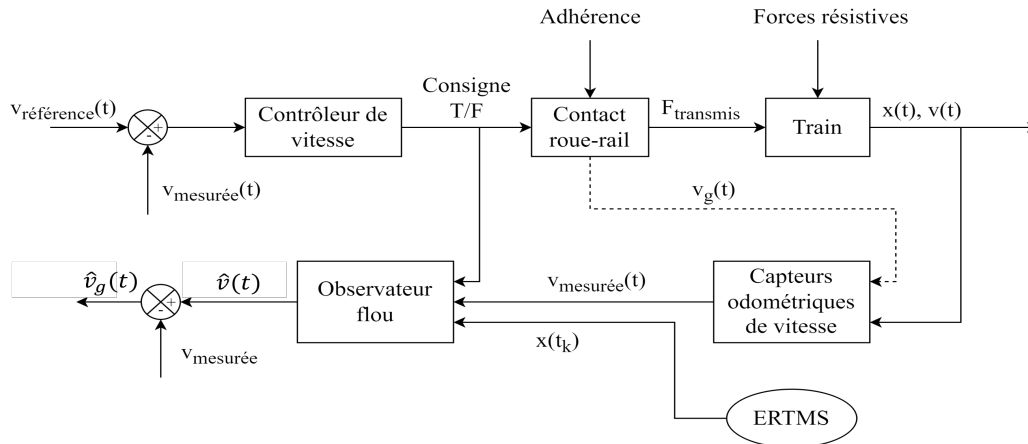


FIGURE 3.8 – Schéma d’observation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions d’adhérence variables par observateur T-S.

Soit la dynamique longitudinale du train représentée par les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{p}(t) &= v(t) \\ M\dot{v}(t) &= F_{t/f}(t) - a - bv(t) - cv^2(t) \end{cases} \quad (3.44)$$

où  $F_{t/f}(t)$  représente l’effort de traction/freinage appliqué sur le train. Soient  $y_1$  et  $y_2$  les mesures du systèmes données par l’équation (3.16).

**Hypothèse 11** La mesure de la vitesse  $y_1(t)$  est supposée bornée par des constantes connues, à savoir  $y_{1min} \leq y_1 \leq y_{1max}$ .

En considérant la dynamique du train (3.44) et les mesures (3.16), le système considéré peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) + Bu(t) \\ y_1(t) &= C_1x(t) + Dv(t) \\ y_2(t_k) &= C_2x(t_k) \end{cases} \quad (3.45)$$

où  $x(t) = [p(t) \quad v(t)]^T$ ,  $u(t) = F_{t/f}(t) - a$ ,

$$\begin{aligned}
A(x(t)) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b}{M} - \frac{c}{M}x_2(t) \end{bmatrix} \\
B &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix}^T \\
D &= 1 \\
C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\
C_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Le système (3.45) peut être exprimé sous la forme du système (2.2) avec la variable prémisses mesurable  $z(t) = [y_1(t) \ y_2(t)]^T$  et des fonctions d'appartenance  $h_1(z(t)) = \frac{y_{1max} - y_1(t)}{y_{1max} - y_{1min}}$ ,  $h_2(z(t)) = 1 - h_1(z(t))$ . La perturbation est donnée par  $w(t) = -d^2(t) + 2y_2(t)d(t)$  et  $G_1 = G_2 = G = [0 \ 1]^T$ . Les matrices  $A_i$  sont définies comme  $A_1 = A(y_{1min})$  et  $A_2 = A(y_{1max})$  et  $B_1 = B_2 = B$ .

On peut noter aussi que les paires  $(A_i, [C_1 \ C_2]^T)$  ( $i = 1, 2$ ) sont observables.

Pour l'estimation de la vitesse longitudinale du train, l'observateur T-S à gain exponentiellement variant dans le temps issu du chapitre 2 peut être appliqué. Il est donné comme suit :  $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$  :

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N h_i(z(t_k)) \left[ A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) - K_{i2}(C_2 \hat{x}(t) - y_2(t)) - e^{-\eta(t-t_k)} K_{i1}(C_1 \hat{x}(t_k) - y_1(t_k)) \right] \tag{3.47}$$

avec  $z(t_k) = \begin{bmatrix} y_1(t_k) \\ y_2(t_k) \end{bmatrix}$ ,  $\hat{x}(t)$  représente l'état estimé,  $K_{i2}$ ,  $i = 1, \dots, N$  est la matrice gain de l'observateur, considérée constante, et qui est liée à la sortie continue du système, et  $e^{-\eta(t-t_k)} K_{i1}$  est le gain exponentiellement variant dans le temps qui est lié à la mesure discrète avec  $\eta > 0$ . Les gains de l'observateur sont calculés selon le Théorème 7 qui donne des conditions sous forme LMI à satisfaire.

### 3.4.3 Résultats numériques

Comme il a été mentionné dans le chapitre 2, l'observateur continu-discret à grand gain peut être considéré comme un cas particulier de la classe d'observateur T-S décrite par (3.47) avec des mesures discrètes seulement. Dans la Figure 3.7 le CDO prend en entrée l'adhérence roue-rail considérée connue (estimée par le différentiateur) ainsi que la mesure discrète de la position, tandis que les entrées de l'observateur T-S sont : la vitesse angulaire issue des capteurs odométriques qui est disponible en temps continu ainsi que la mesure discrète de la position issue des balises de recalage. Les deux observateurs permettent l'estimation de la vitesse longitudinale du train par la mise à jour de la position à chaque instant d'échantillonnage. Pour comparer les résultats de simulation des deux approches, nous proposons le protocole de simulation suivant :

- Une locomotive seule de masse de 90 tonnes qui parcourt une distance de 3km.
- Trois zones de faible adhérence : en phase de traction, en phase de maintien et en phase de freinage (voir Figure 3.9a et Figure 3.9b).
- Le profil de vitesse présenté par la Figure 3.9a.
- La période d'échantillonnage pour la mesure de la position via les balises de recalage, donnée dans la Figure 3.10.

Pour la simulation, les paramètres du modèle du train sont les suivants :  $M = 90000\text{kg}$ ,  $a = 900\text{N}$ ,  $b = 32\text{N.s.m}^{-1}$ ,  $c = 1.7\text{N.s}^2.\text{m}^{-1}$ . Pour des raisons de simplicité, un contrôleur PI parallèle a été

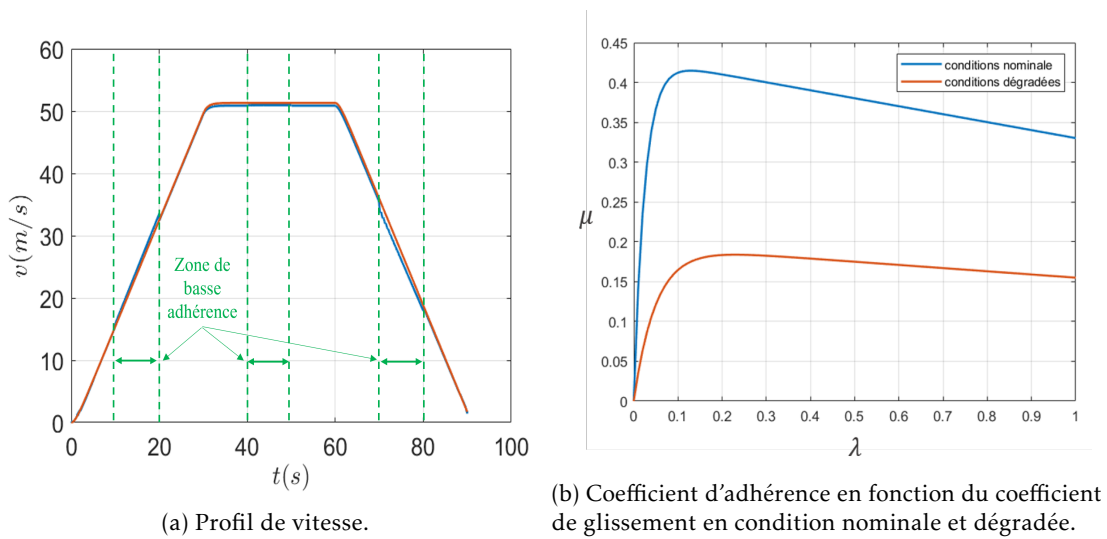


FIGURE 3.9 – Profil de vitesse et coefficient d'adhérence en conditions nominales et dégradées.

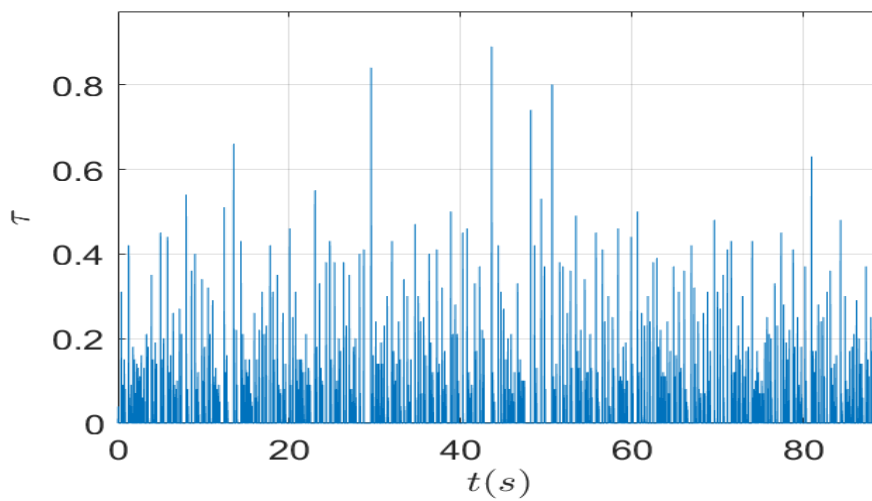


FIGURE 3.10 – Période d'échantillonnage de la position du train.

appliqué avec  $K_p = 7.2 \times 10^5$  et  $K_i = 4.5 \times 10^5$ . Dans ce qui suit, on considère que la mesure de la vitesse est bornée telle que :  $y_{1min} = 5m/s$  et  $y_{1max} = 50m/s$ . Les gains de l'observateur  $\eta = 3$ ,  $K_{i1}$  et  $K_{i2}$  ( $i = 1, 2$ ) sont calculés conformément aux conditions du Théorème 7 avec  $\tau_M = 0.5s$ . Ils sont donnés

comme suit :

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= [9.9036 \quad 25.4133]^T \\
 K_{12} &= 10^{-4} [-0.1618 \quad -0.0126]^T \\
 K_{21} &= [9.9036 \quad 25.4071]^T \\
 K_{22} &= 10^{-4} [-0.1618 \quad -0.0130]^T
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Dans ce qui suit, on considère un temps d'échantillonnage apériodique tel que présenté dans Figure 3.10. Il est intéressant de noter que les premiers temps d'échantillonnage, lorsque  $t < 7.9s$ , remplissent la condition  $t_k - t_{k+1} \leq 0.5s$ . Néanmoins, afin de tester les performances de l'observateur proposé dans le cas d'une perte d'information pendant un certain temps, cette condition théorique sur  $\tau_k$  n'est pas toujours vérifiée après 7.9s. Les conditions initiales du système ont toutes été fixées à 0, tandis que les conditions initiales des deux observateurs ont été fixées arbitrairement à  $[0 \quad 1]^T$ .

Les performances de l'observateur T-S proposé étiqueté par fuzzy dans le chapitre précédent sont comparées avec l'approche en cascade d'un différentiateur permettant l'estimation de la force d'adhérence roue-rail et d'un observateur continu-discret à grand gain comme le montre la Figure 3.7. Le résultat de cette dernière approche est montré par les courbes rouges en pointillés étiquetées par CDO.

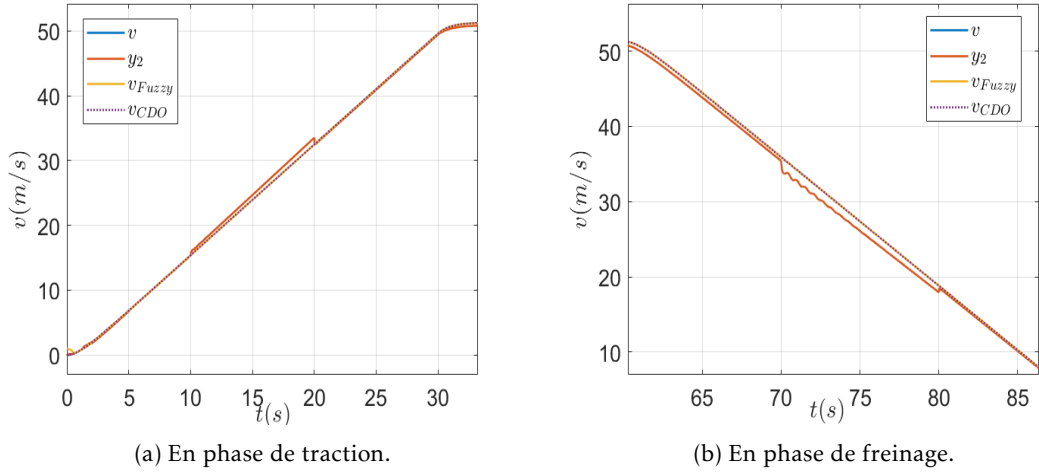


FIGURE 3.11 – Estimation de la vitesse longitudinale du train

Comme le montrent les Figure 3.11b-Figure 3.12b, la vitesse estimée converge vers la valeur réelle de la vitesse du train avec une erreur maximale de 0.025m/s dans les phases de traction et de freinage. Aux instants  $t \in [10, 20]s$  et  $t \in [70, 80]s$ , le train traverse une zone de faible adhérence qui provoque un glissement excessif des roues biaisant l'information issue des capteurs odométriques. Cependant, l'observateur proposé donne toujours une bonne estimation de la vitesse longitudinale du train avec une erreur maximale de 0.015m/s en phase de traction et de 0.025m/s en phase de freinage. Il est donc possible de concevoir un indicateur de situation de glissement excessif des roues correspondant aux zones de faible adhérence (voir Figure 3.14) en se basant sur le coefficient de glissement  $\lambda$  calculé comme suit :

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{y_1(t) - \hat{v}(t)}{y_1(t)} \tag{3.49}$$

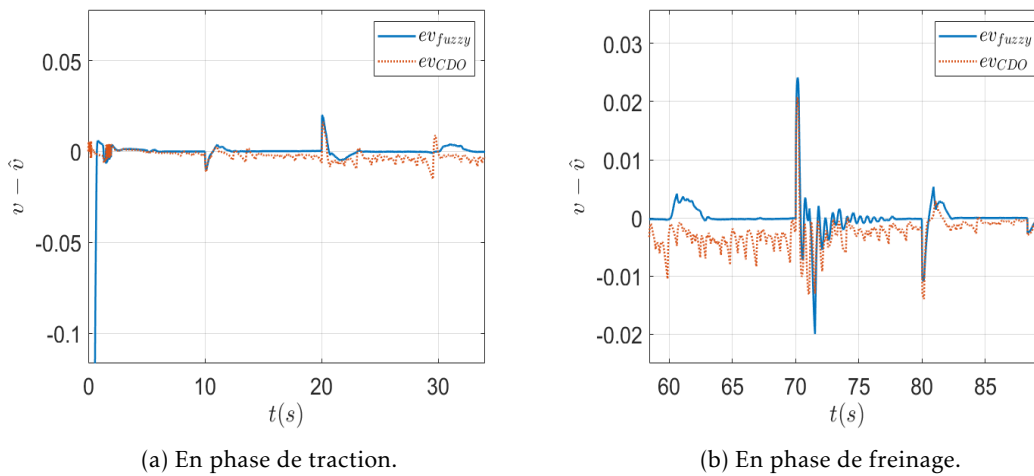


FIGURE 3.12 – Erreur d'estimation de la vitesse longitudinale du train

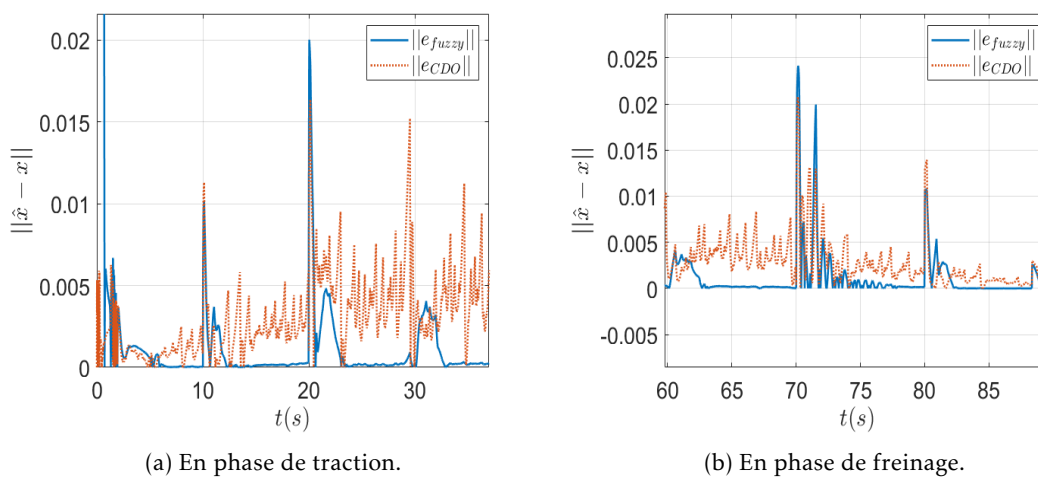


FIGURE 3.13 – Norme de l'erreur d'estimation de la vitesse du train

Cet indicateur vaut 2 si le coefficient de glissement dépasse 2% de la vitesse longitudinale estimée, correspondant à une dégradation des conditions d'adhérence roue-rail, sinon il vaut 1 correspondant à des conditions d'adhérence nominales.

En guise de comparaison entre l'observateur CDO et l'observateur Fuzzy, on peut donner l'erreur quadratique moyenne (RMSE) en utilisant les deux approches. Elle est égale à 0.65 pour l'observateur CDO, et à 0.535 pour l'observateur Fuzzy dans la phase de traction. De plus, le différentiateur avec filtrage permet d'estimer la force d'adhérence disponible entre la roue et le rail. Le résultat de l'estimation est donné par les Figure 3.15a-Figure 3.16b. L'erreur d'estimation de la force d'adhérence est pratiquement nulle. Des pics sont remarqués aux instants 10s, 20s, 70s et 80s qui correspondent aux instants de variation des conditions d'adhérence roue rail.

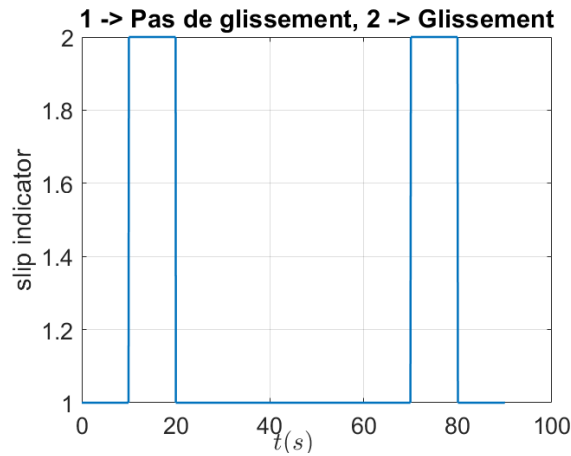


FIGURE 3.14 – Indicateur de glissement excessif.

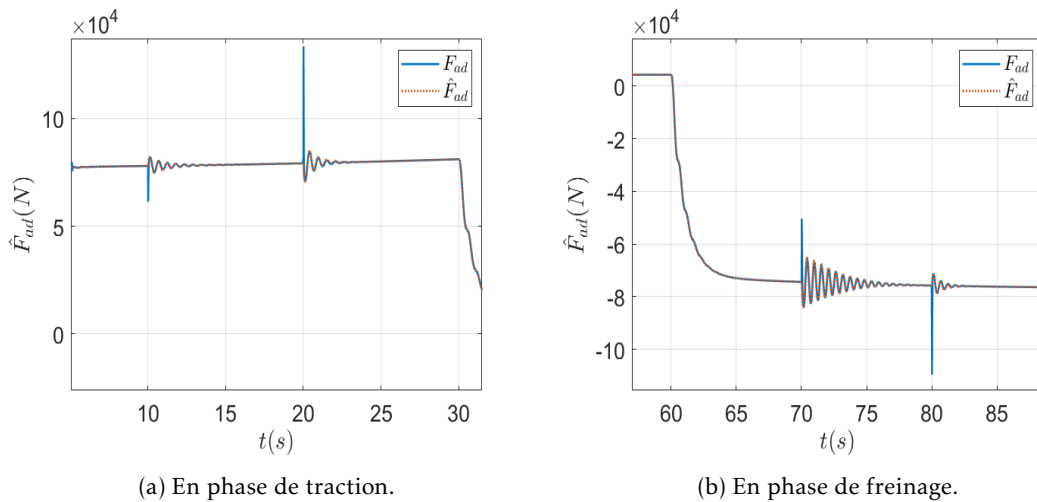


FIGURE 3.15 – Estimation de la force d'adhérence

### 3.5 Estimation de la vitesse longitudinale du train avec mesures discrètes multi-échantillonnées

Lorsque la fréquence de mise-à-jour des mesures issues des capteurs odométriques est relativement faible, les mesures ne peuvent plus être considérées continues. Dans ce cas, le système train peut être réécrit comme un système continu avec des mesures multi-échantillonnées de la manière suivante :

$$\begin{cases} y_1(t_k^1) = r\omega(t_k^1) \\ y_2(t_k^2) = p(t_k^2) \end{cases} \quad (3.50)$$

avec  $p(t_k^2)$  et  $r\omega(t_k^1)$  sont la position du train et la vitesse de translation de la roue qui sont disponibles aux instants d'échantillonnage  $t_k^1$  et  $t_k^2$  respectivement vérifiant l'hypothèse 9 avec les bornes suivantes :

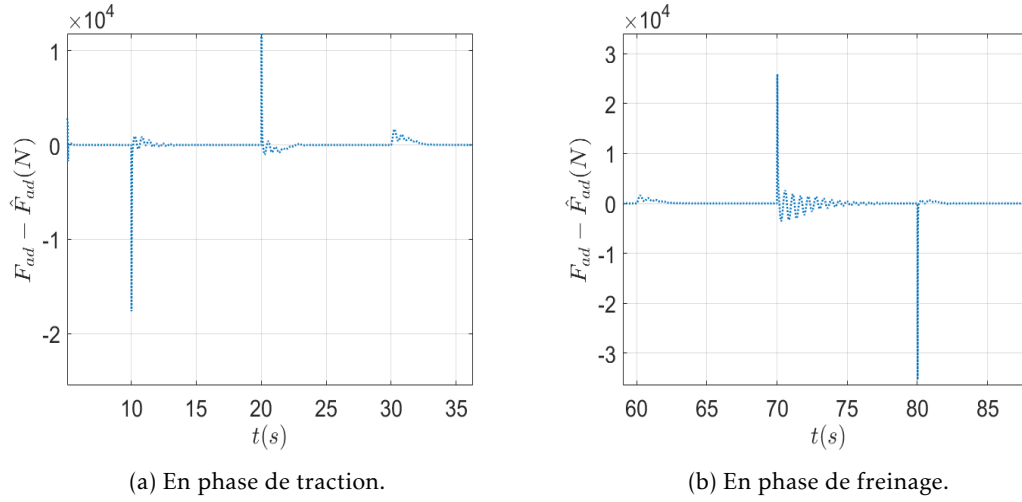


FIGURE 3.16 – Erreur d'estimation de la force d'adhérence

$\tau_m^1 \leq t_k^1 - t_{k-1}^1 \leq \tau_M^1$  et  $\tau_m^2 \leq t_k^2 - t_{k-1}^2 \leq \tau_M^2$  où  $\tau_m^1, \tau_m^2, \tau_M^1, \tau_M^2$  sont des constantes positives.

### 3.5.1 Approche par cascade de CDO

En considérant ces mesures multi-échantillonnées, une approche présentée par la Figure 3.17 est proposée. Cette approche est composée de deux CDOs en cascade permettant l'estimation de la force d'adhérence et la vitesse longitudinale du train.

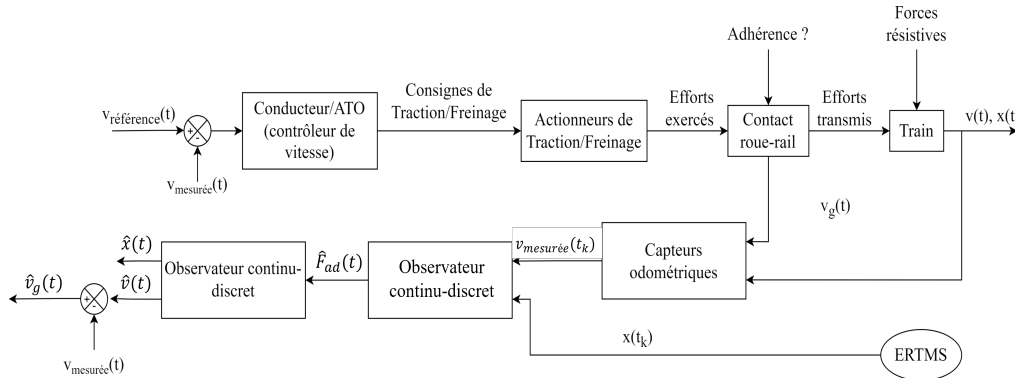


FIGURE 3.17 – Schéma d'observation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions d'adhérence variables avec des mesures multi-échantillonnées.

Ainsi, pour estimer la force d'adhérence, on réécrit la première équation de la dynamique du train (3.2) comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}^1(t) = Ax^1(t) + g(x^1(t), u(t)) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Gamma(t) \\ y_1(t_k^1) = Cx^1(t_k^1) \end{cases} \quad (3.51)$$



où  $x^1(t) = \begin{bmatrix} rw(t) & -\int F_{ad}(\mu) \end{bmatrix}^T$  représente le vecteur d'état,  $\Gamma = \dot{F}_{ad}(\mu)$ ,  $t_k^1$  est le temps discret associé à la mesure odométrique de la vitesse  $A$ ,  $C$  et  $g(x^1(t), u(t))$  sont des matrices définies comme suit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$g(x^1(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \int u(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Hypothèse 12** Dans cette étude, les variations brusques de l'adhérence ne sont pas prise en considération, ce qui permet de supposer que la seconde dérivée de la force d'adhérence est nulle, i.e.,  $\ddot{F}_{ad}(\mu) = 0$  et  $|\dot{F}_{ad}(\mu)| = |\Gamma| \leq \Gamma_{max}$  avec  $\Gamma_{max}$  est une constante.

En considérant le terme  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Gamma(t)$  comme une perturbation notée  $\varepsilon(t)$ , la dynamique de la roue de la locomotive peut s'écrire

$$\begin{cases} \dot{x}^1(t) = Ax^1(t) + g(x^1(t), u(t)) + \varepsilon(t) \\ y_1(t_k^1) = Cx^1(t_k^1) \end{cases} \quad (3.52)$$

Cette écriture nous permet d'appliquer le CDO comme suit

$$\hat{x}^1(t) = A\hat{x}^1(t) + g(\hat{x}^1(t), u(t)) - \theta_1 \Delta_{\theta_1}^{-1} K^1 e^{-K^1 \theta_1 (t-t_k^1)} (C\hat{x}^1(t_k^1) - y_1(t_k^1)) \quad (3.53)$$

avec  $\hat{x}^1(t)$  est le vecteur d'état estimé,  $K^1$  est la matrice gain de l'observateur CDO conçue de sorte que la matrice  $\bar{A} = A - K^1 C$  soit Hurwitz.  $K_1^1$  est la composante de  $K^1$  qui correspond à la sortie  $y_1$ . En effet,  $K^1$  est choisie comme  $K^1 = P_1^{-1} C^T$ , avec  $P_1$  est une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation algébrique de Lyapunov

$$P_1 + \bar{A}^T P_1 + P_1 \bar{A} = C^T C \quad (3.54)$$

$\Delta_{\theta_1}$  est une matrice est la matrice de blocs diagonaux définie comme

$$\Delta_{\theta_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta_1} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

avec  $\theta_1 \geq 1$ .

Soit l'erreur d'estimation  $e_{x1}(t) = \hat{x}^1(t) - x^1(t)$ . Sa dérivée peut être donnée par

$$\dot{e}_{x1}(t) = Ae_{x1}(t) + \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) - \theta_1 \Delta_{\theta_1}^{-1} K^1 e^{-K^1 \theta_1 (t-t_k^1)} (C\hat{x}^1(t_k^1) - Cx^1(t_k^1)) - \varepsilon(t) \quad (3.56)$$

avec

$$\tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) = g(\hat{x}^1(t), u(t)) - g(x^1(t), u(t), x(t))$$

En posant  $\bar{e}_{x1} = \Delta_{\theta_1} e_{x1}$ , on obtient

$$\dot{\bar{e}}_{x1}(t) = \theta_1 A \bar{e}_{x1}(t) + \Delta_{\theta_1} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) - \theta_1 K^1 e^{-K^1 \theta_1 (t-t_k^1)} C \bar{e}_{x1}(t_k) - \bar{\varepsilon}(t) \quad (3.57)$$

avec  $\bar{\varepsilon}(t) = \Delta_{\theta_1} \varepsilon(t)$ . En rajoutant et en soustrayant le terme  $\theta_1 K^1 C \bar{e}_{x1}$  dans la dernière équation, il en résulte

$$\dot{\bar{e}}_{x2}(t) = \theta_1 (A - K^1 C) \bar{e}_{x1}(t) + \theta_1 K^1 Z + \Delta_{\theta_1} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) - \bar{\varepsilon}(t) \quad (3.58)$$

avec  $Z(t, t_k^1) = C \bar{e}_{x1} - e^{-K^1 \theta_1 (t-t_k^1)} C \bar{e}_{x1}(t_k^1)$ , qui a la dynamique suivante

$$\dot{Z}(t, t_k^1) = \dot{\bar{e}}_{1x1}(t) + K^1 \theta_1 e^{-K^1 \theta_1 (t-t_k^1)} \bar{e}_{1x1}(t_k^1)$$

avec  $\dot{\bar{e}}_{1x1}(t) = C \dot{\bar{e}}_{x1}(t) = \theta_1 \bar{e}_{2x1}(t) + \Delta_{\theta_1} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) - K^1 \theta_1 e^{-K^1 \theta_1 (t-t_k^1)} \bar{e}_{1x1}(t_k^1) + \bar{\varepsilon}_1(t)$ .

Or,  $\bar{\varepsilon}_1(t) = 0$  ce qui implique l'équation suivante

$$\dot{Z}(t, t_k^1) = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \bar{e}_{x1}(t) + C \Delta_{\theta_1} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) \quad (3.59)$$

Considérons la fonction de Lyapunov quadratique candidate suivante

$$V_1(t) = \bar{e}_{x1}^T(t) P_1 \bar{e}_{x1}(t) \quad (3.60)$$

avec  $P_1$  est défini dans (3.54). La dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \theta_1 \bar{e}_{x1}^T(t) [(A - K^1 C)^T P_1 + P_1 (A - K^1 C)] \bar{e}_{1x}(t) + 2 \theta_1 \bar{e}_{x1}^T(t) P_1 K^1 Z(t, t_k^1) \\ &\quad + 2 \bar{e}_{x1}^T(t) P_1 \begin{bmatrix} \tilde{g}_1(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.61)$$

En considérant l'inégalité (3.27), l'équation (3.61) peut être bornée comme suit

$$\dot{V}_1 \leq -\theta_1 V_1 + \frac{2}{\theta_1} V_1 \beta + 2 \|K^1\| \theta_1 \sqrt{\lambda_M V_1} \|Z\| + \frac{2}{\theta_1} \sqrt{\lambda_M} \Gamma_{max} \quad (3.62)$$

avec  $\beta = \frac{k}{J}$ . De plus, en intégrant l'équation (3.59) de  $t_k^1$  à  $t$  et en utilisant la propriété sur  $Z(t_k^1) = 0$ , il en résulte

$$\begin{aligned} \|Z(t, t_k^1)\| &= \left\| \int_{t_k^1}^t \theta_1 e_{2X1}(t) + C + \Delta_{\theta_1} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) \right\| \\ &\leq \theta_1 \int_{t_k^1}^t \|e_{2X1}(t)\| + \int_{t_k^1}^t \Delta_{\theta_1} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), u(t)) \\ &\leq \frac{\theta_1 + \beta}{\sqrt{\lambda_m}} \int_{t_k^1}^t \sqrt{V_1(s)} ds \end{aligned} \quad (3.63)$$

Par la combinaison des deux équations précédentes, on obtient

$$\dot{V}_1 \leq (-\theta_1 + \frac{2}{\theta_1} \beta) V_1 + 2 \|K^1\| \theta_1 (\theta + \beta) \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}} \sqrt{V_1} \int_{t_k^1}^t \sqrt{V_1(s)} ds + \frac{2}{\theta_1} \sqrt{\lambda_M} \Gamma_{max} \quad (3.64)$$

Ce qui est équivalent à

$$\frac{d}{dt} \sqrt{V_1} \leq (-\theta_1 + \frac{2}{\theta_1} \beta) \sqrt{V_1} + 2 \|K^1\| \theta_1 (\theta + \beta) \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}} \int_{t_k^1}^t \sqrt{V_1(s)} ds + \frac{2}{\theta_1} \sqrt{\lambda_M} \Gamma_{max} \quad (3.65)$$

En utilisant le Lemme 3 développé dans [80], on obtient

$$\sqrt{V_1} \leq \bar{\alpha}_1 e^{-\Gamma_1 t} + \bar{K}^1 \quad (3.66)$$

avec

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{-\theta_1}{2} + \frac{1}{\theta_1} \beta \\ \bar{K}^1 &= \frac{2}{\theta} \sqrt{\lambda_M} \Gamma_{max} \\ \bar{\alpha}_1 &> 0 \end{aligned}$$

et

$$\tau_M^1 \leq \frac{\theta_1 - \frac{2}{\theta_1} \beta}{2\theta_1(\theta_1 + \beta) \|K_1\| \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}}} \quad (3.67)$$

L'estimation de la vitesse longitudinale du train à partir de la mesure échantillonnée de la position mesurée via les balises de recalage, se fait également via un CDO. Pour ce faire, on réécrit les équations comme suit

$$\begin{cases} \dot{x}^2(t) = Ax^2(t) + g_1(x^1(t)) + g_2(x^2(t)) \\ y_2(t) = Cx^2(t_k^2) \end{cases} \quad (3.68)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

$$g_1(x^1(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} x_1^1(t) \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

$$g_2(x^2(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a}{m} - \frac{b}{m} x_2^2(t) - \frac{c}{m} (x_2^2(t))^2 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Cette écriture nous permet d'appliquer le CDO comme suit

$$\hat{x}^2(t) = A\hat{x}^2(t) + g(\hat{x}^1(t),^2(t)) - \theta_2 \Delta_{\theta_2}^{-1} K^2 e^{-K_1^2 \theta_2 (t-t_k^2)} (C\hat{x}^2(t_k^2) - y_2(t_k^2)) \quad (3.73)$$

avec  $\hat{x}^2(t)$  est le vecteur d'état estimé,  $K^2$  est la matrice gain de l'observateur CDO conçue de sorte que la matrice  $\bar{A} = A - K^2 C$  soit Hurwitz.  $K_2^1$  est la composante de  $K^2$  qui correspond à la sortie  $y_2$ . En effet,  $K^2$  est choisie comme  $K^2 = P_2^{-1} C^T$ , avec  $P_2$  est une matrice symétrique définie positive, solution de l'équation algébrique de Lyapunov

$$P_2 + \bar{A}^T P_2 + P_2 \bar{A} = C^T C \quad (3.74)$$

$\Delta_{\theta_2}$  est une matrice est la matrice de blocs diagonaux définie comme

$$\Delta_{\theta_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta_2} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

avec  $\theta_2 \geq 1$ .

Soit l'erreur d'estimation  $e_{x2}(t) = \hat{x}^2(t) - x^2(t)$ . Sa dérivée peut être donnée par

$$\dot{e}_{x2}(t) = Ae_{x2}(t) + \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), \hat{x}^2(t), x^2(t)) - \theta_2 \Delta_{\theta_2}^{-1} K^2 e^{-K_1^2 \theta_2 (t-t_k^2)} (C\hat{x}^2(t_k^2) - Cx^2(t_k^2)) \quad (3.76)$$

avec

$$\tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), \hat{x}^2(t), x^2(t)) = g(\hat{x}^1(t), \hat{x}^2(t)) - g(x^1(t), x^2(t))$$

En posant  $\bar{e}_{x2} = \Delta_{\theta_2} e_{x2}$ , on obtient

$$\dot{\bar{e}}_{x2}(t) = \theta_2 A \bar{e}_{x2}(t) + \Delta_{\theta_2} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), \hat{x}^2(t), x^2(t)) - \theta_2 K^2 e^{-K_1^2 \theta_2 (t-t_k^2)} C \bar{e}_{x2}(t_k^2) - \quad (3.77)$$

En rajoutant et en soustrayant le terme  $\theta_2 K^2 C \bar{e}_{x2}$  dans la dernière équation, il en résulte

$$\dot{\bar{e}}_{x2}(t) = \theta_2 (A - K^2 C) \bar{e}_{x2}(t) + \theta_2 K^2 Z + \Delta_{\theta_2} \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), \hat{x}^2(t), x^2(t)) \quad (3.78)$$

avec  $Z(t, t_k^2) = C \bar{e}_{x2} - e^{-K_1^2 \theta_2 (t-t_k^2)} C \bar{e}_{x2}(t_k^2)$ , qui a la dynamique suivante

$$\dot{Z}(t, t_k^1) = \dot{e}_{1x2}(t) + K_1^2 \theta_2 e^{-K_1^2 \theta_2 (t-t_k^2)} \bar{e}_{1x2}(t_k^2)$$

avec  $\dot{e}_{1x2}(t) = C \dot{\bar{e}}_{x2}(t) = \theta_2 \bar{e}_{2x2}(t) - K_1^2 \theta_2 e^{-K_1^2 \theta_2 (t-t_k^2)} \bar{e}_{1x2}(t_k^2)$ , ce qui implique l'équation suivante

$$\dot{Z}(t, t_k^2) = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \bar{e}_{x2}(t) \quad (3.79)$$

Considérons la fonction de Lyapunov quadratique candidate suivante

$$V_2(t) = \bar{e}_{x2}^T(t) P_2 \bar{e}_{x2}(t) \quad (3.80)$$

avec  $P_2$  est défini dans (3.74). La dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \theta_2 \bar{e}_{x2}^T(t) [(A - K_2 C)^T P_2 + P_2 (A - K_2 C)] \bar{e}_{x2}(t) + 2 \theta_2 \bar{e}_{x2}^T(t) P_2 K_2 Z(t, t_k^2) \\ &\quad + 2 \bar{e}_{x2}^T(t) P_2 \tilde{g}(\hat{x}^1(t), x^1(t), \hat{x}^2(t), x^2(t)) \end{aligned} \quad (3.81)$$

En considérant l'inégalité (3.27), l'équation (3.81) peut être bornée comme suit

$$\dot{V}_2 \leq -\theta_2 V_2 + \frac{2}{\theta_2} V_2 \beta_3 + \frac{2}{\theta_2} \beta_2 \sqrt{V_2} + \frac{2}{\theta_2} \beta_1 + 2 \|K_2\| \theta_2 \sqrt{\lambda_M V_2} \|Z\| \quad (3.82)$$

avec  $\tilde{g}$  est supposée quasi-Lipschitz comme suit

$$\begin{aligned} \|\tilde{g}\| &= \|\tilde{g}_1(\hat{x}_1(t), x^1(t)) + \tilde{g}_2(\hat{x}_2(t), x^2(t))\| \\ &\leq \|\tilde{g}_1(\hat{x}_1(t), x^1(t))\| + \|\tilde{g}_2(\hat{x}_2(t), x^2(t))\| \\ &\leq \beta_1 \|e_{x1}(t)\| + \beta_2 + \beta_3 \|e_{x2}(t)\| \end{aligned}$$

De plus, en intégrant l'équation (3.79) de  $t_k^2$  à  $t$  et en utilisant la propriété sur  $Z(t_k^2) = 0$ , il en résulte

$$\begin{aligned} \|Z(t, t_k^2)\| &= \left\| \int_{t_k^2}^t \theta_2 e_{2X_2}(t) \right\| \\ &\leq \theta_2 \int_{t_k^2}^t \|e_{2X_2}(t)\| \leq \frac{\theta_2}{\sqrt{\lambda_m}} \int_{t_k^2}^t \sqrt{V_2(s)} ds \end{aligned} \quad (3.83)$$

Par la combinaison des deux équations précédentes, on obtient

$$\dot{V}_2 \leq \left(-\theta_2 + \frac{2}{\theta_2} \beta_3\right) V_2 + 2 \|K_2\| \theta_2 \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}} \sqrt{V_2} \int_{t_k^2}^t \sqrt{V_2(s)} ds + \frac{2}{\theta_2} \beta_1 \|\bar{e}_{x1}\| + \frac{2}{\theta_2} \beta_2 \quad (3.84)$$

Ce qui est équivalent à

$$\frac{d}{dt} \sqrt{V_2} \leq \left(-\theta_2 + \frac{2}{\theta_2} \beta\right) \sqrt{V_2} + 2 \|K_2\| \theta_2 \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}} \int_{t_k^2}^t \sqrt{V_2(s)} ds + \frac{2}{\theta_2} \beta_1 \|\bar{e}_{x1}\| + \frac{2}{\theta_2} \beta_2 \quad (3.85)$$

Or, selon l'équation (3.66), le terme  $\|\bar{e}_{x1}(t)\|$  est bien borné. Ensuite, en utilisant le Lemme 3 développé dans [80], on obtient

$$\sqrt{V_2} \leq \bar{\alpha}_2 e^{-\Gamma_2 t} + \bar{K}_2 \quad (3.86)$$

avec

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \frac{-\theta_2}{2} + \frac{1}{\theta_2} \beta_3 \\ \bar{K}_1 &= \frac{2}{\theta_2} \beta_2 + \frac{2}{\theta_2} \beta_1 \alpha_1 e^{-\Gamma_1 t} + K_1 \\ \bar{\alpha}_1 &> 0 \end{aligned}$$

et

$$\tau_M^2 \leq \frac{\theta_2 - \frac{2}{\theta_2} \beta_3}{2\theta_2^2 \|K_2\| \sqrt{\frac{\lambda_M}{\lambda_m}}} \quad (3.87)$$

Ceci complète la preuve  $\square$ .

Pour des raisons de comparaison, un observateur discret à entrée inconnue est aussi développé et appliqué sur le train.

### 3.5.2 Approche par observateur discret à entrée inconnue

Cet observateur se base sur le modèle longitudinal du train linéarisé et discrétisé (pour les applications numériques, nous prenons une fréquence de 10Hz) autour de la vitesse maximale du train  $v_{max} = 50\text{km/h}$  considérée comme un point de fonctionnement.

Le modèle linéarisé considéré est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.88)$$

où  $A, B$  et  $C$  sont des matrices constantes définies comme suit

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{M} - \frac{c}{M}v_{max} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\
 C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.89}$$

L'état est donné par  $x(t) = [p(t) \ y(t) \ d_1(t) \ d_2(t) \ \dot{d}_1(t) \ \dot{d}_2(t)]^T$ , la commande par  $u(t) = F_{t/f} - a$  et la sortie par  $y(t) = v(t) + d_1(t)$  avec  $d_1(t) = v_g(t)$  est une entrée inconnue qui représente la vitesse de glissement des roues.  $d_2(t)$  regroupe l'ensemble des dynamiques dues à la variation de l'adhérence roue rail, les différentes perturbations et les variations paramétriques. Dans cette partie, l'adhérence roue-rail est supposée faiblement variable. Par conséquent, la variation des entrées inconnues est supposée faible (i.e.,  $\begin{bmatrix} \dot{d}_1(t) \\ \dot{d}_2(t) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ).

La discrétisation du modèle d'état (3.88)-(3.89) résulte à

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = C_d x(k) \end{cases} \tag{3.90}$$

où les matrices  $A_d$  et  $B_d$  suivantes sont obtenues

$$\begin{aligned}
 A_d &= \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.1000 & 0.1000 & 0.0050 & 0.0050 & 0.0002 \\ 0 & 0.9999 & 0 & 0.1000 & 0 & 0.0050 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0.1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0.1000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \\
 B_d &= 1e^{-5} \begin{bmatrix} 0.0056 & 0.1111 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\
 C_d &= C
 \end{aligned}$$

L'observateur appliqué est donné comme suit

$$\hat{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) - KC(\hat{x}(k) - x(k)) \tag{3.91}$$

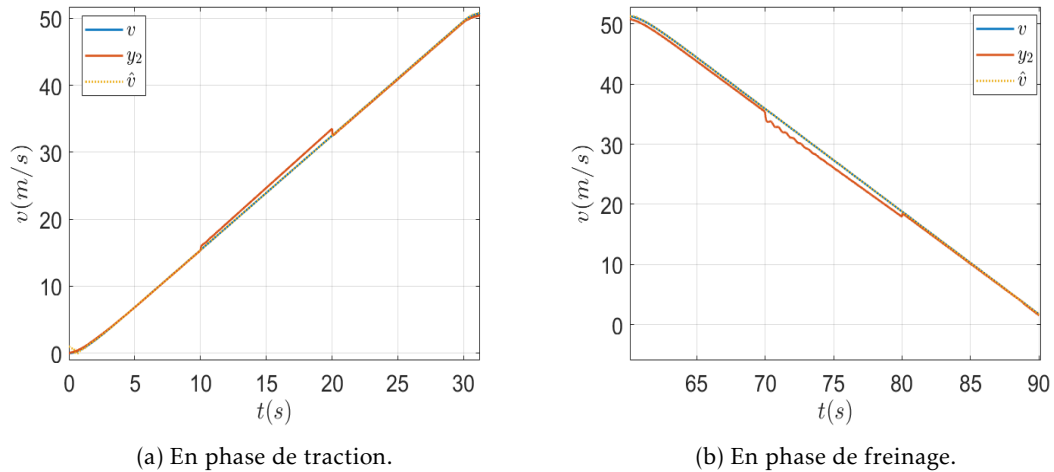
où  $K$  est le gain de l'observateur.

### 3.5.3 Résultats numériques

Dans cette section, nous proposons de suivre le même protocole de simulation défini dans la section précédente. Les paramètres du modèle train restent inchangés. Pour des raisons de simplicité, un contrôleur PI parallèle a été appliqué avec  $K_p = 7.2 \times 10^5$  et  $K_i = 4.5 \times 10^5$ . Les gains de l'observateur

sont  $\theta^1 = \theta^2 = 8$ ,  $K_1 = K_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$ .

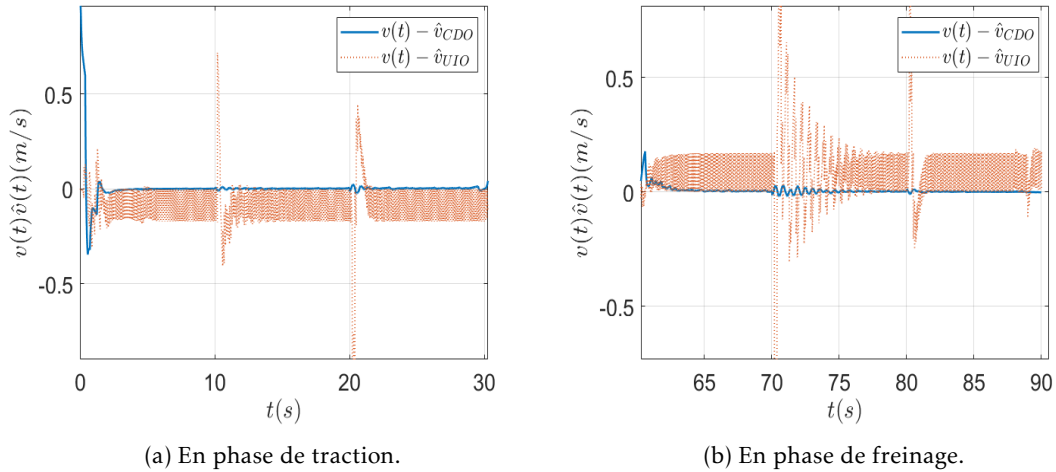
Dans ce qui suit, on considère un temps d'échantillonnage tel que présenté dans Figure 3.10. Il est intéressant de noter que les premiers temps d'échantillonnage, lorsque  $t < 7.9s$ , remplissent la condition  $t_k^2 - t_{k+1}^2 \leq \tau_M^2$  avec  $\tau_M^2 = 0.5s$ . Néanmoins, afin de tester les performances de l'observateur proposé dans le cas d'une perte d'informations pendant un certain temps, cette condition théorique sur  $t_k^2 - t_{k+1}^2$  n'est pas toujours vérifiée après 7.9s. Les conditions initiales du système ont toutes été fixées à 0, tandis que les conditions initiales des deux observateurs ont été fixées arbitrairement à  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ . La fréquence d'échantillonnage des capteurs odométriques est quant à elle fixe et égale à 10Hz.



(a) En phase de traction.

(b) En phase de freinage.

FIGURE 3.18 – Estimation de la vitesse longitudinale du train



(a) En phase de traction.

(b) En phase de freinage.

FIGURE 3.19 – Erreur d'estimation de la vitesse longitudinale du train

Comme le montrent Figure 3.18b-Figure 3.19b, la vitesse estimée converge vers la valeur réelle de la vitesse du train avec une erreur maximale de 0.022m/s dans les phases de traction et de freinage.

### 3.5. Estimation de la vitesse longitudinale du train avec mesures discrètes multi-échantillonnées<sup>77</sup>

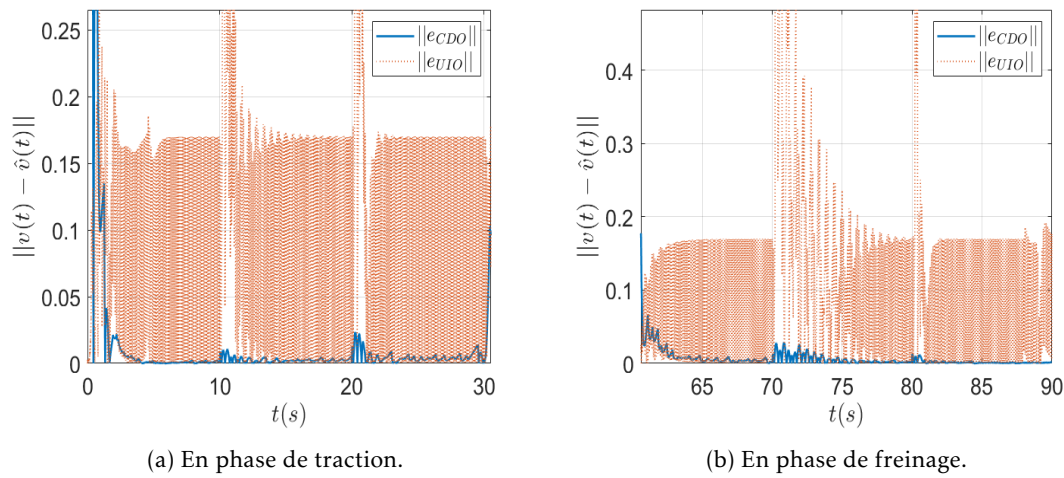


FIGURE 3.20 – Norme de l'erreur d'estimation

Aux instants  $t \in [10, 20]s$  et  $t \in [70, 80]s$ , le train traverse une zone de faible adhérence qui provoque un glissement excessif des roues biaisant les capteurs odométriques. Cependant, l'observateur proposé donne toujours une bonne estimation de la vitesse longitudinale du train avec une erreur maximale de  $0.017m/s$  en phase de traction et de  $0.022m/s$  en phase de freinage. Il est donc possible de concevoir un indicateur de situation glissement excessif des roues correspondant aux zones de faible adhérence (voir Figure 3.21) en se basant sur le coefficient de glissement  $\lambda$  calculé selon l'équation (3.49). Cet indicateur vaut 2 si le coefficient de glissement dépasse 2% de la vitesse longitudinale estimée, correspondant à une dégradation des conditions d'adhérence roue-rail, sinon il vaut 1 correspondant à des conditions d'adhérence nominales.

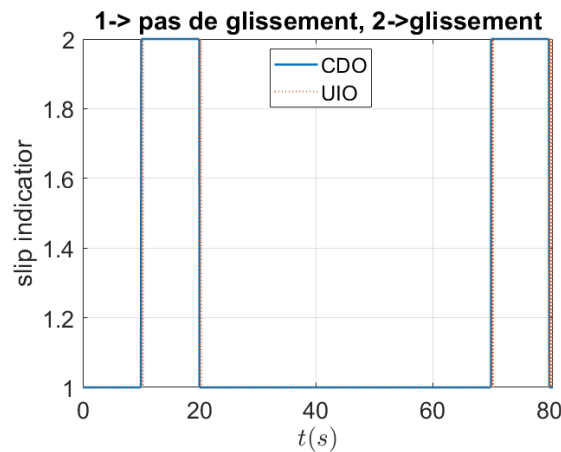


FIGURE 3.21 – Indicateur de glissement excessif.

L'erreur quadratique moyenne (RMSE) pour l'observateur avec mesures multi-échantillonnées est ici égale à 0.6. En plus de l'estimation de la vitesse longitudinale du train, l'observateur continu-discret à mesures multi-échantillonnées permet d'estimer la force d'adhérence disponible entre la roue et le rail.



Le résultat de l'estimation est donné par les figures Figure 3.22a-Figure 3.23b.

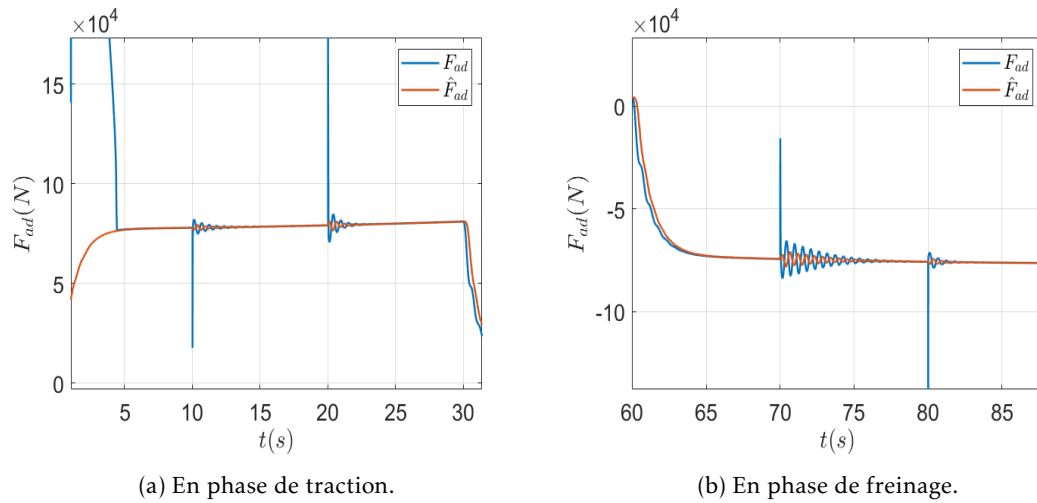


FIGURE 3.22 – Estimation de la force d'adhérence

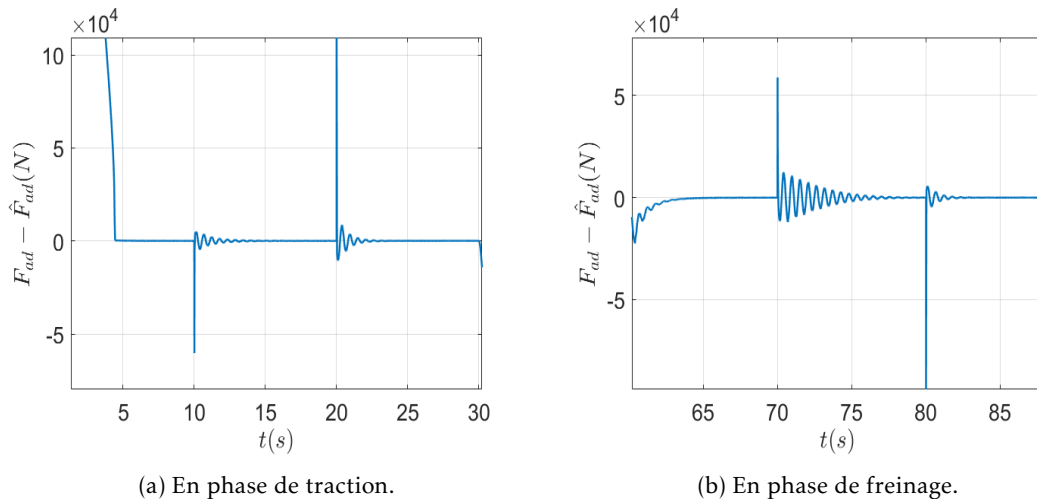


FIGURE 3.23 – Erreur d'estimation de la force d'adhérence

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats de simulation permettant l'estimation de la vitesse longitudinale du train sous des conditions variables d'adhérence. Dans un premier temps, ce chapitre a introduit le modèle dynamique du train en décrivant notamment les notions d'adhérence roue-rail ainsi que la résistance à l'avancement. Puis, le problème relatif à l'estimation de la vitesse longitudinale du train a été posé. Pour résoudre ce problème, des approches d'estimation robustes sous l'effet de conditions variables d'adhérence roue/rail et de l'échantillonnage apériodique des capteurs

(i.e., balises de recalage) sont proposées. Nous avons considéré deux cas de figure suivant la fréquence de mise à jour des capteurs odométriques. Dans un premier temps, nous avons assimilé les mesures issues des capteurs odométriques à des mesures continues. Une première méthodologie en cascade a été présentée, où le premier observateur filtre la mesure de la vitesse de la roue et estime la force d'adhérence en assurant une convergence pratique de l'erreur d'estimation en temps fini tandis que le second observateur donne une estimation de la vitesse longitudinale du train basée sur la mesure discrète de la position du train. Une seconde méthodologie d'estimation de la vitesse et de détection des zones de basse adhérence est proposée, en utilisant l'observateur T-S à gain exponentiellement variant dans le temps proposé dans le chapitre précédent. Les résultats de simulation ont montré que l'observateur T-S donne de très bons résultats. L'avantage de l'observateur proposé est sa robustesse au bruit de mesure, sa précision et sa convergence rapide, qui permet de détecter les changements soudains d'adhérence. Dans un second temps, nous avons pris en compte la période d'échantillonnage relative aux mesures des capteurs odométriques. Une troisième méthodologie d'estimation de la vitesse du train et de la détection des zones de basse adhérence est proposée en utilisant une cascade d'observateurs continus-discrets à gain exponentiellement variant dans le temps lorsque les mesures sont multi-échantillonnées.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter les résultats expérimentaux issus de campagnes d'essais réalisées au Centre d'Essai Ferroviaire de Tronville-en-Barroi.



# Résultats expérimentaux sur le train de fret au Centre d'Essai Ferroviaire

## 4.1 Introduction

*L'objectif de ce chapitre est de restituer les résultats des campagnes d'essais réalisées au Centre d'Essai Ferroviaire de Tronville-en-Barrois. Ces campagnes permettent de valider les approches d'observation conçues dans le cadre du projet train de fret autonome, et de montrer les performances en termes d'estimation de la vitesse longitudinale du train et du glissement. Ces résultats peuvent être notamment appliqués pour la détection de zones de faible adhérence. Ils sont obtenus selon des scénarios définis dans le protocole expérimental explicité dans la section suivante. Ce chapitre présente les résultats des tests des observateurs, réalisés à partir de la vitesse mesurée par les capteurs odométriques et la position GPS de la locomotive, pour l'estimation de :*

- *la vitesse longitudinale du train,*
- *la vitesse de glissement,*
- *l'adhérence roue-rail,*
- *Un indicateur de situation de glissement excessif.*

*Les tests sont effectués sous différentes conditions :*

- *conditions d'adhérence nominales (rail sec),*
- *conditions d'adhérence dégradées : utilisation de l'eau claire puis de l'eau savonneuse sur le rail (arrosage au niveau du premier essieu).*

*Les estimations issues des observateurs sont utilisées par la loi de commande du module MDPE afin de limiter les situations de glissement. Ensuite, une étude comparative sur le niveau d'adhérence estimé est réalisée dans les trois conditions : nominales, eau claire et eau savonneuse.*

## 4.2 Présentation du protocole expérimental des essais

*Dans cette section, nous présentons le protocole expérimental des essais effectués sur le prototype du projet Train de Fret Autonome. Ces essais sont effectués dans le but de tester les approches d'observation développées dans les chapitres précédents pour l'estimation de la vitesse longitudinale du train, la vitesse*

de glissement et l’adhérence roue-rail affectant la dynamique du train lorsqu’il est en mouvement. Nous analyserons également leurs performances dans des conditions d’adhérence variables et de changement de vitesse (e.g., phases d’accélération et de décélération).

#### 4.2.1 Présentation générale du système train

L’objectif du projet Train de Fret Autonome est d’automatiser la conduite du train de Fret afin de garantir une conduite autonome fiable et sécurisée dans toutes conditions environnementales. Pour ce faire, des sous-systèmes communiquant entre eux via des interfaces bien définies sont développés, notamment :

- le système de protection automatique des trains (ATP),
- le système d’exploitation automatique des train (ATO),
- la base de données (ATM),
- le gestionnaire d’aléas (GISM),
- le système de navigation (NAV),
- le système de perception (PER),
- le système d’abstraction de la signalisation latérale (SIAL),
- le système d’abstraction des supervisions (SUAL),
- le système d’abstraction du système train (VAAL).

Ici, nous nous sommes intéressés à la conception d’un Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE) représentant une version simplifiée de l’ATO, destinée à la gestion de la traction et du freinage du train. Il adapte la conduite afin de respecter certaines contraintes (points horaires, distances d’arrêt, consommation d’énergie, ...). Dans le cadre de la gestion de la conduite autonome du train, l’ATO communique principalement, avec les autres sous-systèmes, via une interface définie par le Subset 139 permettant l’envoi des commandes nécessaires à la conduite autonome au module d’adaptation en charge de traduire les commandes génériques (VAAL) transmises par l’ATO en commandes adaptées aux signaux du matériel roulant, et de récupérer les informations sur l’état du train via les capteurs physiques installés sur la locomotive et de les envoyer à l’ATO.

#### 4.2.2 Caractéristiques des éléments du train

Les essais expérimentaux sont effectués avec la configuration du train suivante :

- une locomotive BB27000 (voir Figure 4.1)
- 4 wagons vides de type Trémies Fnaps (voir Figure 4.1)

##### Wagons trémie

Les caractéristiques du wagons trémie sont données dans le tableau ci-dessous.

Masse à vide	19t
Longueur	14.06m
Masse freinée à vide	21t



FIGURE 4.1 – Locomotive BB27000 à gauche ; Wagon trémie à droite.

### Locomotive BB27000

La locomotive concernée par le projet TFA porte le nom BB27000. C'est une locomotive bi-courante (1.5kV en DC ou 25kV, 50Hz en AC). Ses caractéristiques sont données dans le tableau ci-dessous.

Puissance	4.2 MW
Nombre de bogies	2
Nombre d'essieux par bogie	2
Force de traction maximale fournie par 4 essieux	350 kN
Masse	90 t
Masse par essieu	22.5 t
Longueur	19.5 m
Périmètre	2.857 m
Hauteur	4.31 m
Pression max dans la conduite générale (CG)	5 bar
Dépression max dans CG (hors freinage d'urgence)	1.5 bar
Pression max dans le cylindre de frein (CF)	3.5 bar

Le principe de la circulation ferroviaire repose fondamentalement sur le phénomène d'adhérence au niveau du contact roue-rail qui permet de transmettre les efforts de traction et freinage. Il conditionne également de nombreux paramètres liés à la dynamique de la circulation (stabilité, déraillement, etc.). La transmission des efforts de traction/freinage pour la BB27000 se fait selon l'abaque présentée dans la Figure 4.2. Comme le présente cette abaque, l'effort de traction appliqué est limité par le niveau d'adhérence. En pratique, le niveau d'adhérence réel est inconnu. En effet, l'adhérence roue-rail dépend de plusieurs facteurs notamment l'état des surfaces en contact et les conditions météorologiques. Dans le cas de changement brusque des conditions d'adhérence, un glissement des roues important peut survenir. Par conséquent, une étude théorique et expérimentale du phénomène d'adhérence ferroviaire est nécessaire pour faciliter la conduite autonome.

En pratique, des dispositifs anti-patinage/anti-enrayage sont utilisés pour limiter les effets de la dégradation de l'adhérence et de corriger les consignes de traction/freinage. Cette fonction consiste à contrôler l'adhérence de la locomotive. Elle est réalisée localement au niveau de chaque essieu moteur, à partir d'informations locales à l'essieu. Le contrôle de l'adhérence se fait en réalisant les actions suivantes :

- *Elaboration de la vitesse de référence* : L'estimation de la vitesse de référence, qui est la vitesse longitudinale du train, se fait en comparant les 4 vitesses des essieux entre elles après un filtrage de la mesure. En traction, on prend comme vitesse de référence la valeur minimum parmi les 4 vitesses, tandis qu'en freinage, on prend la valeur maximale.

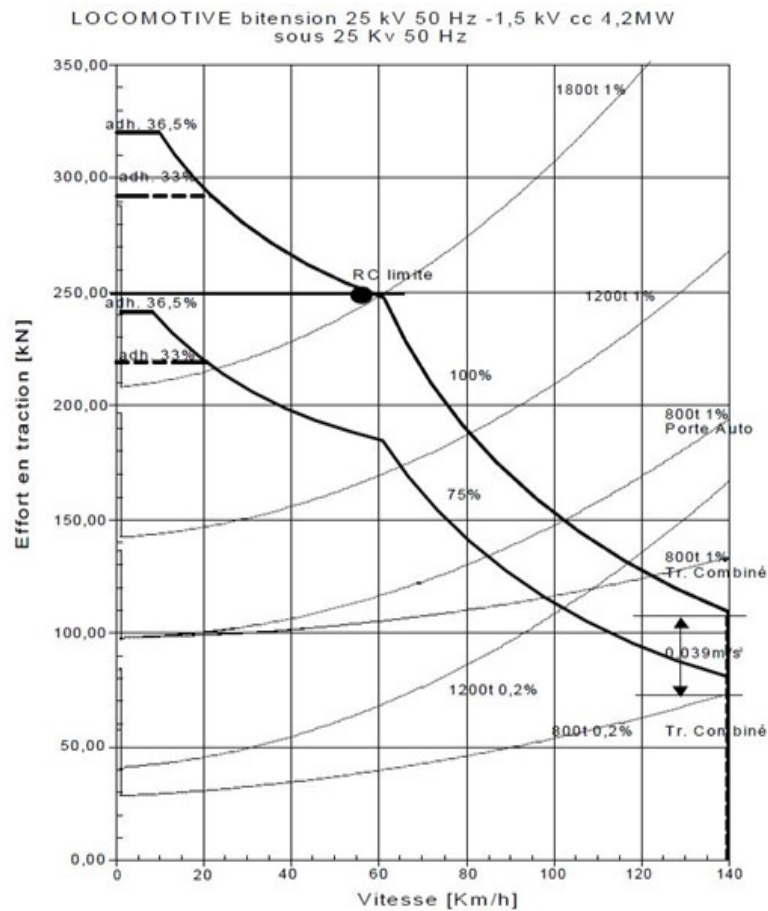


FIGURE 4.2 – Caractéristique Effort/Vitesse et adhérence en traction de la BB27000

- Détection du patinage /enrayage : La vitesse de référence, comparée aux informations de vitesse des essieux, permet de détecter le glissement par écart de vitesse. Le glissement est déclaré si cet écart est supérieur à un seuil donné.
- Correction de la consigne d'effort de traction/freinage. La détection d'un glissement engendre une réduction de la consigne d'effort. Puis, la remontée de cette consigne va se faire en deux temps en passant par un point de cassure comme le présente la Figure 4.3
- Élaboration d'une demande de sablage si nécessaire. Une demande de sablage est demandée si la vitesse de référence est inférieure à un seuil et si un glissement est détecté, ou si l'écart de vitesse est supérieur à un seuil.

Les inconvénients de cette méthode de détection de glissement se résume en deux points essentiels :

- Le modèle utilisé pour le calcul de l'adhérence et du glissement des roues est statique basé sur des approximations et des cartographies.
- Cette approche de détection de glissement est invalide si les 4 essieux glissent en même temps.

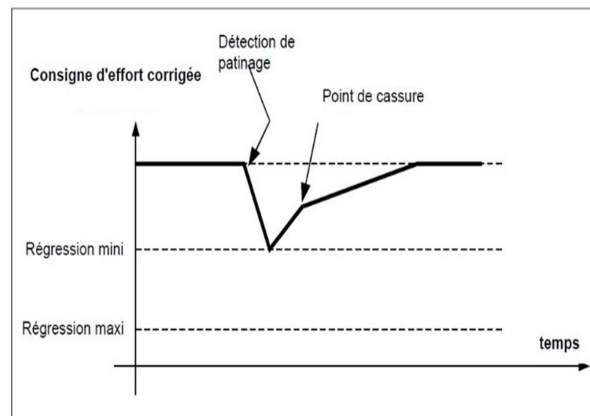


FIGURE 4.3 – Caractéristique Effort/Vitesse et adhérence en traction

### 4.2.3 Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE)

Un module de développement et de prototypage embarqué (MDPE) est développé, qui fait office d'interface avec la locomotive via sa connexion avec le sous-système VAAL. Il communique avec le matériel roulant via le VAAL, et permet de transmettre les consignes de traction/freinage calculées et de recevoir les mesures du train en termes d'accélération, vitesse longitudinale et position de la locomotive, ainsi que les pressions au niveau de la conduite générale (CG) et du cylindre du frein (CF). Au cours du fonctionnement, il est également connecté au sous-système NAV par lequel il reçoit, entre autres, les données de positions GPS et la vitesse réelle de la locomotive. Il est composé de trois sous-systèmes :

- le planificateur de la mission qui est responsable de la génération des profils de vitesse de référence en fonction de l'état du train et du temps.
- les observateurs qui reconstruisent, à partir des mesures disponibles et du modèle analytique du train, certains états et grandeurs non-mesurées du train.
- le régulateur de vitesse qui génère les consignes de traction/freinage en se basant sur les estimées et les mesures.

Les approches d'observation et de commande sont développées sur Matlab/Simulink et implémentées sur la locomotive par le biais de la Dspace (voir la Figure 4.4)

Les échanges entre le MDPE et les deux sous-systèmes sont suivis via un PC de supervision depuis lequel s'initie la communication du MDPE avec le train et se lancent les scénarios de tests expérimentaux (voir la Figure 4.5).

### 4.2.4 Système d'arrosage

Afin d'étudier le comportement du train et de tester les approches d'observation dans des conditions variables d'adhérence, pendant les essais expérimentaux, un système d'arrosage à déclenchement manuel est monté sur la locomotive. Il est composé d'un réservoir et une pompe d'eau installés sur la locomotive et des tuyaux montés sur le premier essieux permettant d'éjecter l'eau entre la roue et le rail comme le présente la Figure 4.6.

Dans un premier temps, les essais expérimentaux sont effectués dans des conditions nominales d'adhérence, et les approches d'observation sont testées en phase de traction, maintien et freinage jusqu'à l'immobilisation du train. Ensuite, le protocole expérimental prévoit d'éjecter de l'eau claire entre la



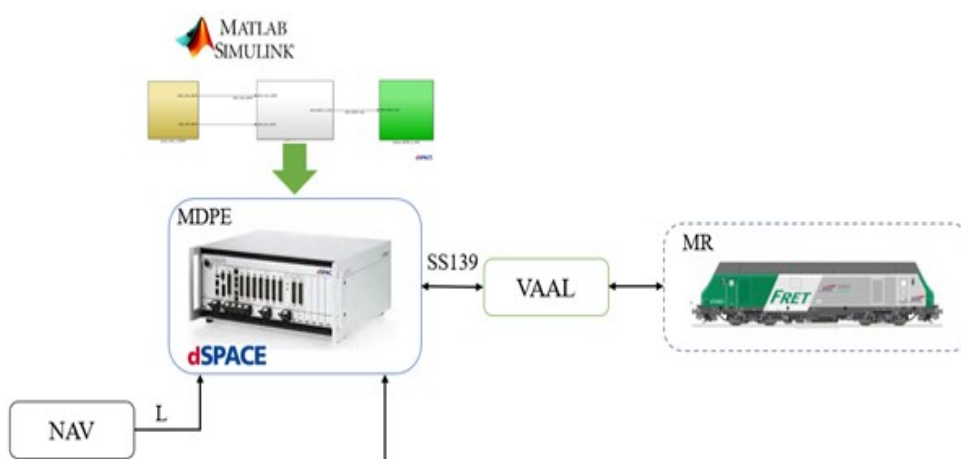


FIGURE 4.4 – Architecture du MDPE.

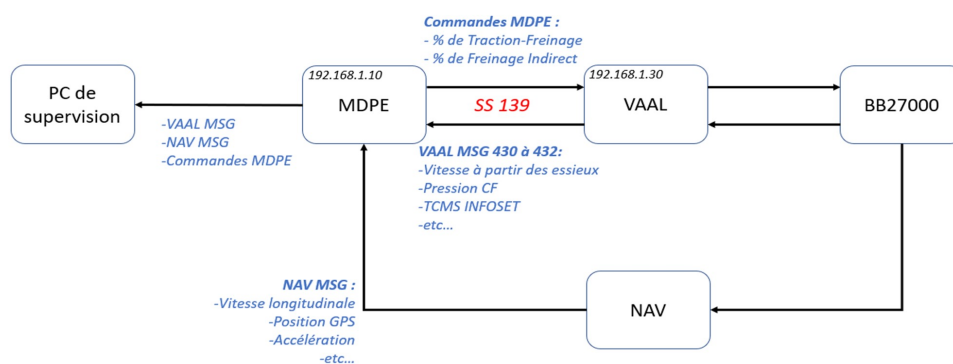


Figure 2.1.3.1.2 MDPE dans le système train

FIGURE 4.5 – MDPE dans le système train.



FIGURE 4.6 – Dispositif d'arrosage installé sur le premier essieu de la locomotive.

*roue et le rail en phase de traction et de freinage. Lors de la mise au point, les effets de l'arrosage sont éprouvés, et s'ils ne sont pas de nature à dégrader suffisamment l'adhérence et causer des glissements*

des roues, des doses de savon sont rajoutées progressivement pour augmenter sa concentration dans le réservoir d'eau, et ce, afin de mettre en lumière les performances du MDPE, sans toutefois, mettre en jeu l'intégrité du matériel roulant.

Dans les faits, une concentration de 1% de savon a créé les conditions de diminution d'adhérence suffisantes pour ces essais.

### 4.2.5 Configuration de la voie et vitesses limites

Les essais expérimentaux sont effectués au Centre des Essais Ferroviaires (CEF2) situé à Tronville-en-Barrois, France, sur une voie qui présente des courbures et des déclivités de 8‰ comme montrées dans la Figure 4.7. La vitesse maximale tolérable sur cette voie est de 160km/h. En revanche, pour des raisons de sécurité, les tests MDPE se font avec une vitesse maximale de 50km/h (voir la Figure 4.8).

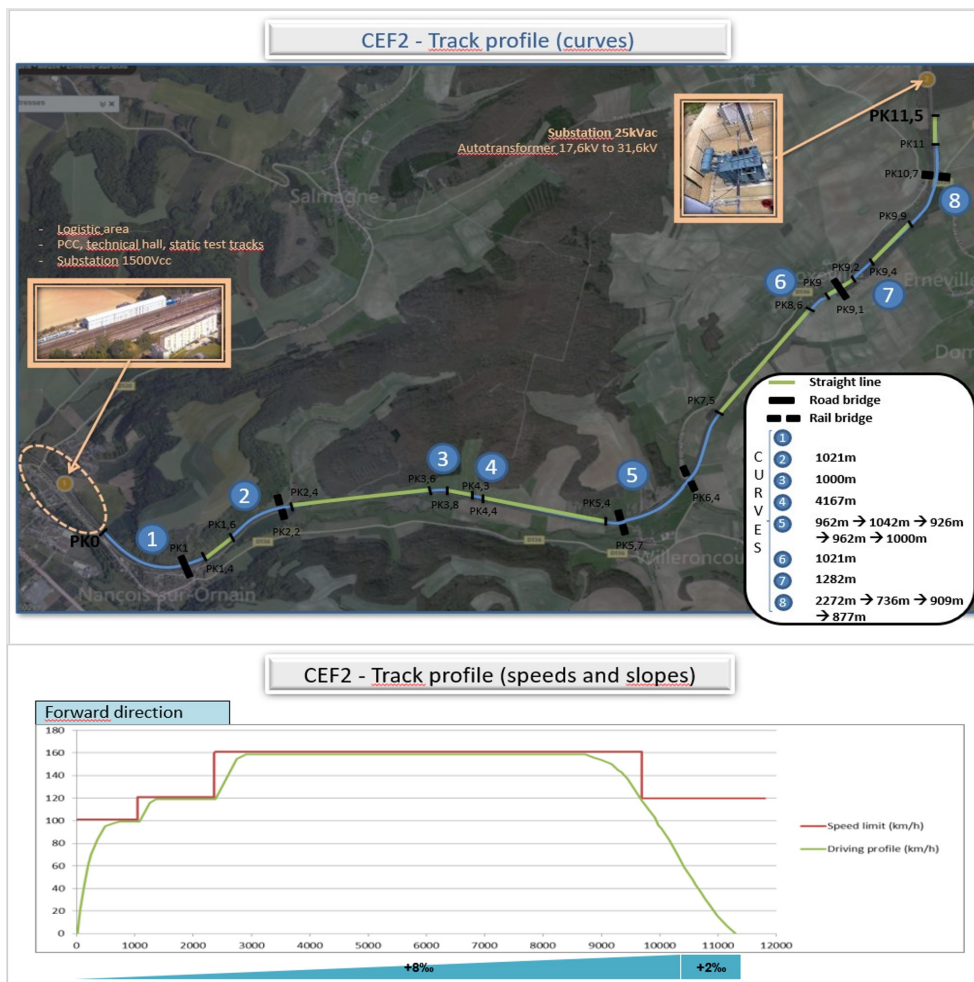


FIGURE 4.7 – Profil de la voie et vitesse limite tolérable.

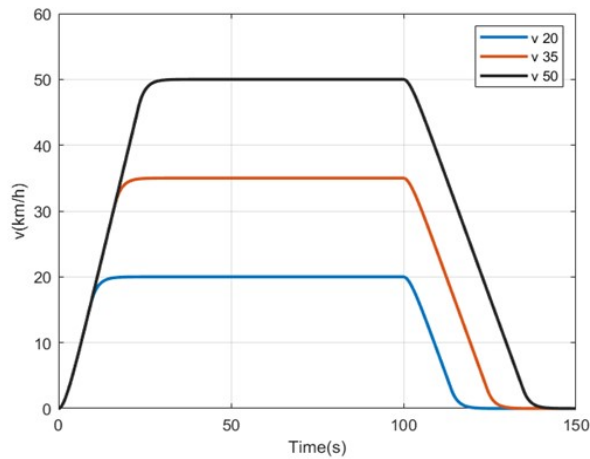


FIGURE 4.8 – Vitesse de référence.

### 4.3 Identification du modèle longitudinal du train

Afin de vérifier que le modèle choisi dans sa forme et ses paramètres soit cohérent, des essais sont effectués dans un premier temps en conduite manuelle du train. La Figure 4.9 représente le schéma de validation du modèle du train en utilisant les données expérimentales enregistrées lors des essais manuels.

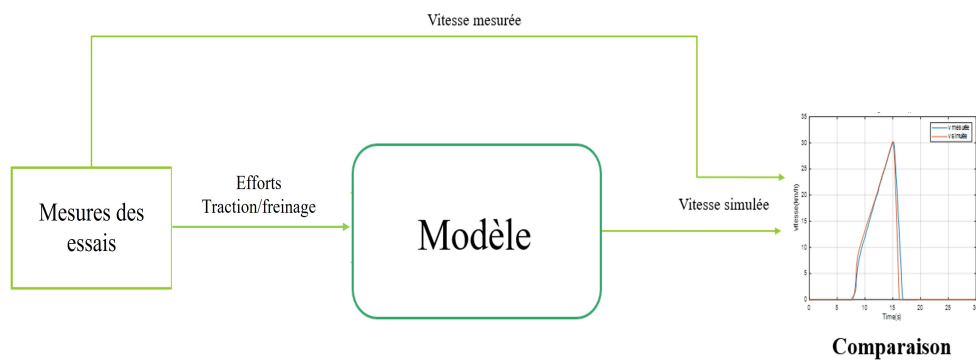
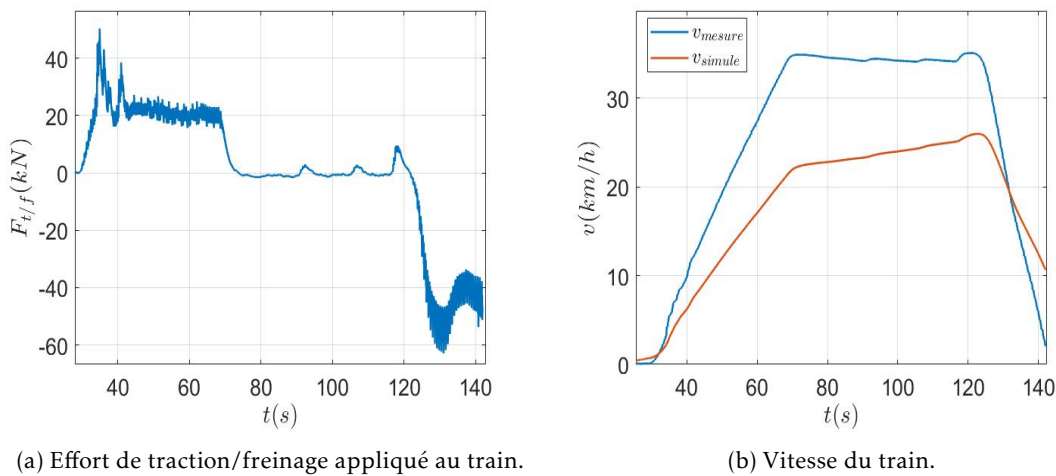


FIGURE 4.9 – Validation du modèle longitudinal du train avec les données expérimentales.

Le modèle utilisé est le modèle longitudinal mono-point du train donné par (3.2) dans le chapitre précédent avec  $T = rF_{t/f}$  où  $r(m)$  est le rayon de la roue et  $F_{t/f}(N)$  représente les efforts de traction/freinage appliqués au train. Pour modéliser le coefficient d'adhérence  $\mu$  permettant de calculer la force d'adhérence  $F_{ad} = Mg\mu$ , où  $M$  est la masse du train et  $g$  est l'accélération gravitationnelle, l'approximation de Burckhardt [5] est utilisée. Elle est donnée dans l'équation (3.12). Les coefficients  $\alpha_i$  sont des constantes qui dépendent des conditions de rail (nominales ou dégradées) donnés dans le tableau (3.2). Les paramètres du modèle du train sont donnés dans le tableau (4.1).

Variabes	Valeurs
$M = M_{loco} + M_{wagons}$	$90000 + 4 \times 19000 = 166000kg$
J	$225Nms^2rad^{-1}$
r	$0.575m$
g	$9.81N/kg$
a	$900N$
b	$32.4Ns/m$
c	$1.6529Ns^2/m$

TABLEAU 4.1 – Paramètres du train.



(a) Effort de traction/freinage appliqué au train.

(b) Vitesse du train.

FIGURE 4.10 – Vitesse obtenue en simulation par le modèle (3.2) et vitesse réelle mesurée.

Le résultat de simulation du modèle du train présenté par (3.2) est donné par la Figure 4.10a et Figure 4.10b. En injectant l'effort de traction/freinage mesuré, présenté par la Figure 4.10a au modèle (3.2), on remarque que la vitesse simulée ne correspond pas parfaitement à la vitesse mesurée. On en déduit qu'il existe d'autres dynamiques qui doivent être modélisées et prises en considération dans le modèle dynamique du train. Pour résoudre ce problème, une modélisation multi-points du train est nécessaire. Cette modélisation prend en considération l'ensemble des mouvements des sous-systèmes, notamment : le mouvement de la locomotive, le mouvement des wagons et les forces pertinentes dans le train entre les wagons adjacents. Dans ce modèle, les véhicules sont simplifiés en tant que masses ponctuelles reliées par des dispositifs d'accouplement ([109–112]). Ce modèle est suffisant pour représenter le comportement en accordéon des longs trains de marchandise. Les différents efforts agissant sur la dynamique du train sont montrés dans la Figure 4.11.

**Remarque 15** Les résultats numériques du chapitre 3 ont un sens pratique et le modèle mono-point du train reste valide lorsque le chargement du train peut être négligé.

Il est défini par les équations suivantes :

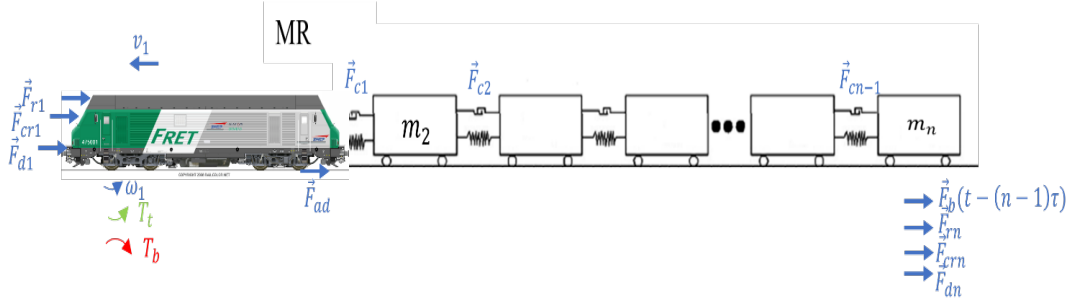


FIGURE 4.11 – Schéma représentatif du modèle dynamique multi-points du train.

— *Modèle dynamique de la locomotive*

$$\begin{aligned}
 J\dot{\omega}(t) &= T(t) - rF_{ad}(\mu) \\
 \dot{p}_1(t) &= v_1(t) \\
 M_1\dot{v}_1(t) &= F_{ad}(\mu) - F_{r_1}(v_1(t)) - F_{c_1}(p_1(t), p_2(t), v_1(t), v_2(t)) - F_{d_1}(p_1(t))
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

— *Modèle dynamique du wagon  $i$  avec  $i = 2, \dots, n-1$*

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_i(t) &= v_i(t) \\
 M_i\dot{v}_i(t) &= F_b(t - (i-1)\tau) - F_{r_i}(v_i(t)) + F_{c_{i-1}}(p_{i-1}(t), p_i(t), v_{i-1}(t), v_i(t)) \\
 &\quad - F_{c_i}(p_i(t), p_{i+1}(t), v_i(t), v_{i+1}(t)) - F_{d_i}(p_i(t))
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

— *Modèle dynamique du dernier wagon  $n$*

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_n(t) &= v_n(t) \\
 M_n\dot{v}_n &= F_b(t - (n-1)\tau) + F_{c_{n-1}}(p_{n-1}(t), p_n(t), v_{n-1}(t), v_n(t)) - F_{r_n}(v_n(t)) - F_{d_n}(p_n(t))
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

où  $\omega$ (rad/s) est la vitesse angulaire de la roue de la locomotive,  $v_i$ (m/s) et  $p_i$ (m) avec  $i = 1, \dots, n$  et  $n = 5$  représentent respectivement la vitesse longitudinale et la position du  $i$ ème wagon,  $m_i$ (kg) est la masse du  $i$ ème wagon,  $J$ (N.m.s/rad) est l'inertie de la roue de la locomotive,  $r$ (m) est le rayon de la roue de la locomotive,  $T$ (N.m) est le couple de traction/freinage,  $F_b$ (N) est la force de freinage du wagon,  $\tau$ (s) est le délai de transmission de l'information de freinage d'un véhicule à l'autre,  $F_{ad}$ (N) est la force d'adhérence au niveau de la locomotive donnée en équation (3.11).  $F_{r_i}$ (N) représente la résistance au mouvement (RAV) du  $i$ ème wagon qui peut être approximée par l'équation suivante

$$F_{r_i}(v_i(t)) = a_i + b_i v_i(t) + c_i v_i^2(t) \tag{4.4}$$

$F_{d_i}$ (N) est la force due aux déclivités de la voie. Elle peut être approximée comme suit :

$$F_{d_i} = M_i g \sin(\theta(p_i(t))) \tag{4.5}$$

avec  $\theta$  est l'angle de déclivité, qui peut être positif dans le cas d'une rampe et négatif dans le cas d'une pente.  $F_{c_i}$ (N) est la force d'attelage ou la force inter-wagon qui est approximée par un modèle (ressort + amortisseur) représenté par la Figure 4.12. Elle est donnée comme suit :

$$F_{c_i} = K_i(p_i - p_{(i+1)}) - D_i(v_i - v_{(i+1)}) \tag{4.6}$$

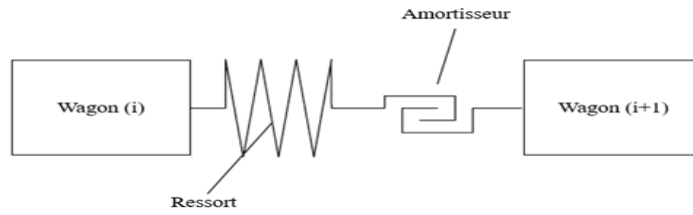


FIGURE 4.12 – Schéma représentatif du modèle de l'attelage.

avec  $K_i$  est la constante de raideur de l'attelage  $i$  et  $D_i$  est la constante du frottement visqueux de l'amortisseur.

Les paramètres du modèle multi-points du train sont donnés dans le tableau (4.2).

Variables	Valeurs
$M_1$	90000kg
$M_i$ avec $i = 2, \dots, 5$	19000kg
$J$	225Nms <sup>2</sup> rad <sup>(-1)</sup>
$r$	0.575m
$g$	9.81N/kg
$a_1$	900N
$b_1$	32.4Ns/m
$c_1$	1.6529Ns <sup>2</sup> /m
$a_i$ avec $i = 2, \dots, 5$	190N
$b_i$ avec $i = 2, \dots, 5$	6.8Ns/m
$c_i$ avec $i = 2, \dots, 5$	2.3Ns <sup>2</sup> /m
$K_i$ avec $i = 1, \dots, 4$	$2.5 \times 10^6$ N/m
$D_i$ avec $i = 1, \dots, 4$	$5 \times 10^4$ kg/s
$\theta$	8‰

TABLEAU 4.2 – Paramètres du modèle multi-points du train.

En utilisant le même effort de traction/freinage présenté dans la Figure 4.10a en entrée, les résultats de simulation du modèle multi-points du train sont donnés dans les figures Figure 4.13a-Figure 4.13d. D'après ces figures, on remarque que les deux vitesses  $v_{mesure}$  et  $v_{simule}$  ont une dynamique similaire et sont très proches avec une erreur de vitesse maximale de 2km/h. Pour pouvoir valider ce résultat, nous utilisons un autre jeu de données issus des essais expérimentaux réalisés sur le train. Pour le second essai, on injecte l'effort de traction/freinage présenté par la Figure 4.14a. Le résultat de la simulation est présenté par les figures Figure 4.14b-Figure 4.14d. Dans cet essai, on souhaite atteindre une vitesse maximale autour de 40km/h avec une accélération faible par rapport au premier essai (70% de l'accélération du premier essai qui représente l'accélération nominale) afin d'éviter de provoquer des efforts importants sur les attelages. Pour le troisième essai, une accélération nominale est appliquée pour atteindre une vitesse maximale de 50km/h. Pour cela, on injecte l'effort de traction/freinage présenté par la Figure 4.15a. Le résultat de la simulation est présenté par les figures Figure 4.15b-Figure 4.15d. Pour ces différents essais, le comportement du modèle dynamique est proche du comportement du train

*réel avec une erreur de vitesse maximale de 2km/h. Ceci permet de valider le modèle dynamique et les paramètres choisis.*

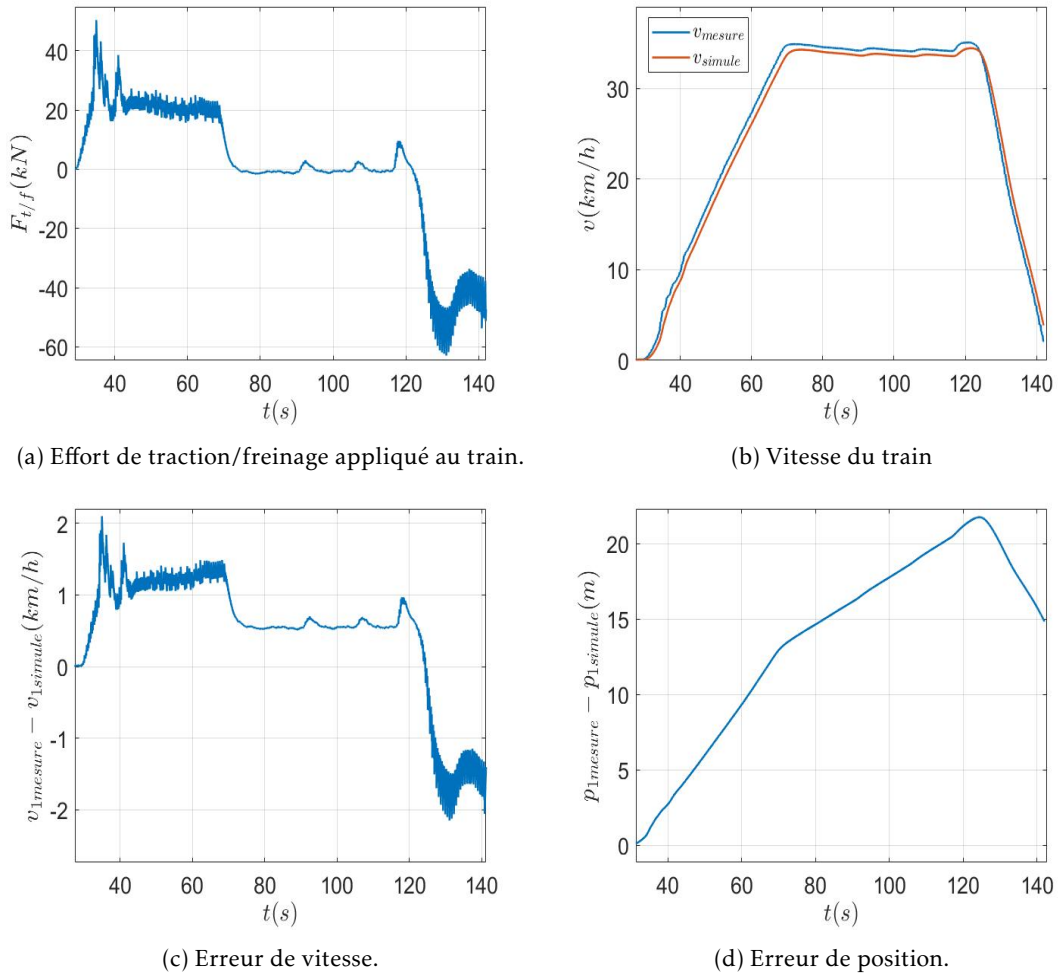
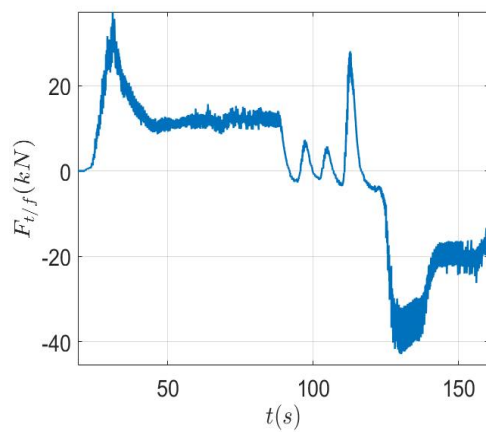
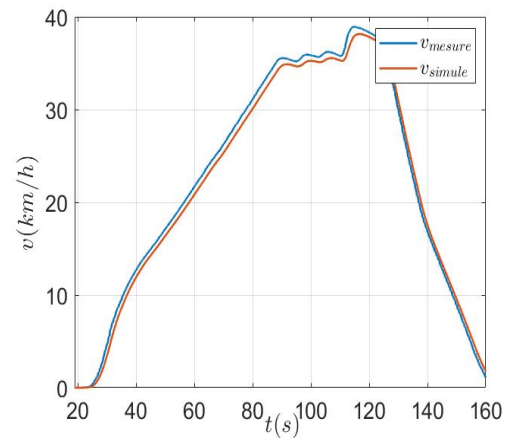


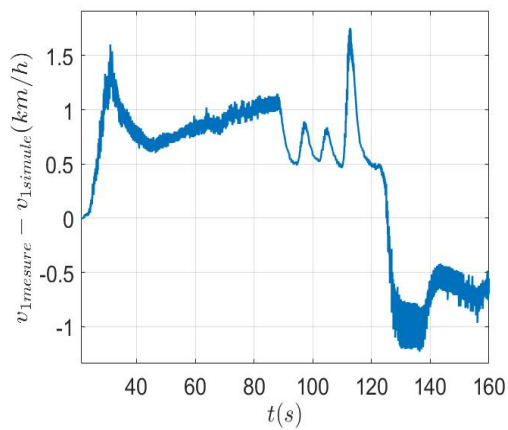
FIGURE 4.13 – Validation du modèle dynamique multi-points du train - Essai 1 **données : essais2023**.



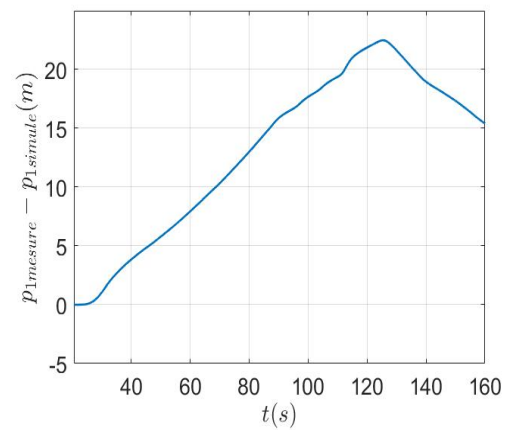
(a) Effort de traction/freinage appliqué au train.



(b) Vitesse du train



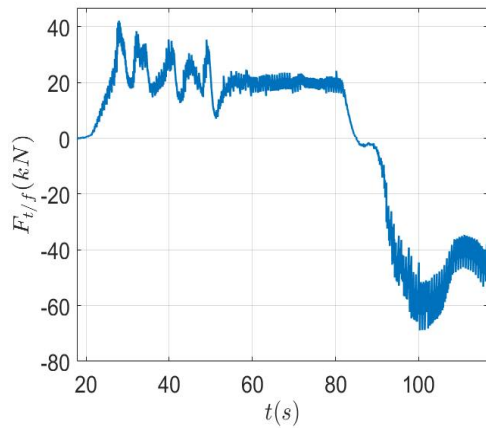
(c) Erreur de vitesse.



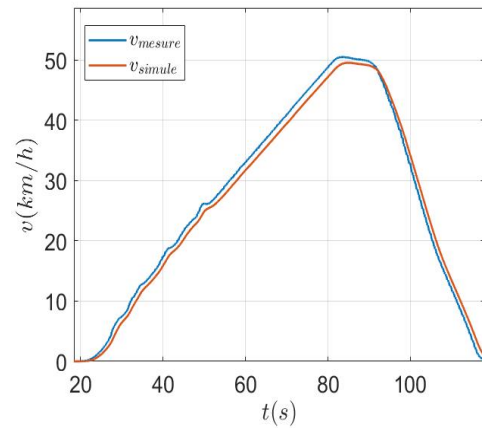
(d) Erreur de position.

FIGURE 4.14 – Validation du modèle dynamique multi-points du train - Essai 2 données : [essai2009](#).

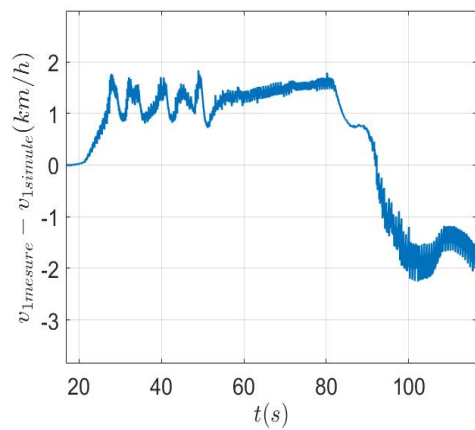




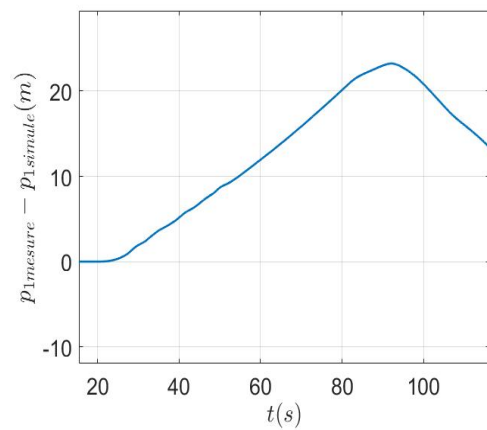
(a) Effort de traction/freinage appliqué au train.



(b) Vitesse du train



(c) Erreur de vitesse.



(d) Erreur de position.

FIGURE 4.15 – Validation du modèle dynamique multi-points du train - Essai 3 **données : essais2028**.

## 4.4 Résultats expérimentaux des observateurs pour des conditions d'adhérence variables

Dans cette section, nous allons nous intéresser à l'implémentation sur le prototype du projet TFA des différentes méthodologies d'estimation de la vitesse longitudinale du train ainsi que la vitesse de glissement des roues dans des conditions d'adhérence variables.

Dans les chapitres précédents, différentes approches d'observation sont développées en se basant sur le modèle de connaissance mono-point du train. En revanche, il a été montré dans la section précédente que la considération des efforts inter-wagons et des efforts dûs aux déclivités dans le modèle du train est importante. De plus, des incertitudes de modélisation portant en particulier sur les paramètres de la RAV ( $a, b$  et  $c$ ) sont présentes. L'angle de la déclivité  $\theta$  étant mal connu, il est considéré constant dans la synthèse des observateurs. En outre, l'approximation de l'attelage donnée par (4.6) dépend principalement de la vitesse et de la position de la locomotive pour  $i = 1$  et celles du premier wagon  $i = 2$ . En revanche, les wagons de fret ne sont pas alimentés ni équipés par des capteurs. Par conséquent, l'effort au niveau du premier attelage est considéré comme une perturbation introduite (i.e., entrée inconnue qui doit être estimée par les observateurs).

Pendant les essais expérimentaux, les attelages sont réglés serrés comme dans le cas d'un train de voyageur pour des raisons de sécurité afin d'éviter de les casser. Ce mode de réglage impacte la dynamique de l'attelage. Puisque les élongations et les compressions de l'attelage vont être faibles, nous pouvons considérer l'hypothèse suivante.

**Hypothèse 13** Si on suppose que l'attelage est réglé serré et que sa dynamique est caractérisée par l'entrée inconnue  $d(t)$ , alors la variation de sa dynamique est faible, i.e.,  $\dot{d}(t) \approx 0$ .

En considérant cette entrée inconnue  $d(t)$  dans la dynamique de la locomotive, le modèle analytique de cette dernière sera donné donc par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} J\dot{\omega}(t) &= T(t) - rF_{ad}(\mu) \\ \dot{p}_1(t) &= v_1(t) \\ M_1\dot{v}_1(t) &= F_{ad}(\mu) - F_{r_1}(v_1(t)) - F_{d_1}(p_1(t)) - d(t) \\ \dot{d}(t) &= \Gamma(t) \\ \ddot{d}(t) &= \dot{\Gamma}(t) \end{aligned} \quad (4.7)$$

avec  $|\Gamma(t)| \leq \Gamma_{max}$  et  $\Gamma_{max}$  est une constante.

Par conséquent, une adaptation du modèle du train est nécessaire pour l'observateur continu-discret à grand gain avec mesures multi-échantillonnées (3.73) ainsi que pour l'observateur T-S (3.47). En effet, le modèle (3.68) nécessaire pour la synthèse du CDO à grand gain avec mesures multi-échantillonnées se réécrit dans l'espace d'état comme suit avec  $x^1(t) = \begin{bmatrix} r\omega(t) & -\frac{r}{J}F_{ad}(\mu) \end{bmatrix}$  et  $x^2(t) = \begin{bmatrix} p_1(t) & v_1(t) & d(t) & \dot{d}(t) \end{bmatrix}^T$ . La dynamique du sous-système 1, i.e.,  $\dot{x}^1(t)$ , est donnée par l'équation (3.51) sur la quelle l'observateur (3.53) est appliqué. La dynamique du second sous-système, i.e.,  $\dot{x}^2(t)$ , est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}^2(t) = Ax^2(t) + g_1(x^1(t)) + g_2(x^2(t)) \\ y_2(t) = Cx^2(t) \end{cases} \quad (4.8)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$g_1(x^1(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_1} x_2^1(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$g_2(x^2(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a_1}{M_1} - \frac{b_1}{M_1} x_2^2(t) - \frac{c_1}{M_1} (x_2^2)^2(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

et le modèle nécessaire pour la synthèse de l'observateur T-S s'écrit dans l'espace d'état comme suit avec  $x(t) = [p_1(t) \quad v_1(t) \quad d(t) \quad \dot{d}(t)]^T$ ,  $u(t) = F_{t/f}(t) - a_1$ ,

$$\begin{aligned} A(x(t)) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_1}{M_1} - \frac{c_1}{M_1} x_2(t) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ D &= 1 \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

#### 4.4.1 Définition des scénarios pour les essais expérimentaux

Des scénarios sont définis pour tester les performances des observateurs, dans différentes conditions d'adhérence, de vitesse maximale et de loi de commande. Les paramètres suivants sont considérés lors des tests des algorithmes d'observation et de commande :

- Accélération nominale :  $0.5m/s^2$ .
- Décélération nominale :  $-0.4m/s^2$ .
- Freinage à utiliser en phase de maintien : électrique.
- Freinage à utiliser en phase d'arrêt : indirect (la combinaison avec l'électrique se fait automatiquement).

Les performances des observateurs sont analysées en phase de traction et de freinage qui sont gérées par deux types de commandes différentes données comme suit :

- **Commande ADRC (Active Disturbance Rejection Control)** : Cette commande est basée sur un observateur permettant l'estimation des différentes perturbations qui sont regroupées dans un seul terme. Son rejet consiste à mettre à jour constamment le signal de commande avec le terme perturbateur estimé. Ceci permet ainsi de compenser les effets indésirables des perturbations.

En revanche, cette commande n'utilise pas les estimations en termes de vitesse de glissement et de l'adhérence issues des observateurs proposées dans le chapitre précédent. Par conséquent, cette commande ne peut pas s'adapter à l'état du train notamment en conditions d'adhérence dégradée. En effet, un glissement des roues va se produire en biaisant les mesures issues des capteurs odométriques, ce qui va causer des pertes d'énergie.

- **Commande MDPE** : Cette commande est basée sur les observateurs proposés dans le chapitre précédent et est représenté par le schéma fonctionnel de la Figure 4.16. Cette commande permet d'adapter les consignes de traction et de freinage en fonction de l'état du train en utilisant les estimations issues des observateurs. L'adaptation de ces consignes se fait par une saturation des efforts et une compensation des effets indésirables de la saturation par un système d'anti-emballement. Les rôles des sous-blocs de ce schéma sont décrits dans le tableau (4.3). Le régulateur  $i$  peut correspondre séparément aux quatre régimes de fonctionnement suivants : traction, freinage indirect, freinage électrique, freinage combiné et deux niveaux d'adhérence (e.g., nominal et dégradé).

Sous-bloc	Rôle
Régulateur $i$ du mode $i$	Assurer le suivi de la vitesse de référence $v_{ref}$ ; Compenser les perturbations externes avec $\hat{d}$ ; Compenser les pentes/rampes de la voie.
Indicateur de glissement	Identifier le niveau d'adhérence (nominal ou dégradé) et le glissement des roues en fonction de l'adhérence estimée $\hat{F}_{ad}$ .
Indicateur de rupture d'attelage	Détecter le risque de rupture d'attelage en fonction de l'effort estimé au niveau du premier attelage $\hat{F}_{c1}$ .
Saturation de l'effort	Pré-saturer la commande pour l'adapter au niveau d'adhérence disponible et l'état du premier attelage → Réduire les situation de patinage/enrayage et de rupture d'attelage et optimiser l'énergie.
Anti-emballement $i$ du mode $i$	Compenser l'effet de la correction de la commande (pré-saturation) pour maintenir la stabilité et les performances ; compenser l'effet de commutation entre les niveaux d'adhérence (pré-saturation).
Switch	Sélectionner le régulateur $i$ à activer en fonction du niveau d'adhérence estimé, l'effort du premier coupleur estimé, la vitesse du train et l'erreur de suivi de vitesse.
Configuration de la voie	Fournir à la loi de commande la valeur de la pente/courbure de la voie instantanément.

TABLEAU 4.3 – Les rôles des sous-blocs de la loi de commande MDPE.

Les scénarios définis dans le tableau 4.4 permettront d'évaluer l'intérêt d'utiliser les observateurs pour l'estimation de la vitesse longitudinale du train, la vitesse de glissement et l'adhérence roue rail afin d'améliorer les performances de la conduite autonome du train.

- **Scénario Sc1** : Dans ce scénario, de l'eau claire est éjectée (voir Figure 4.17), en phase de traction et de freinage, pour faire varier légèrement le niveau de l'adhérence roue-rail et de

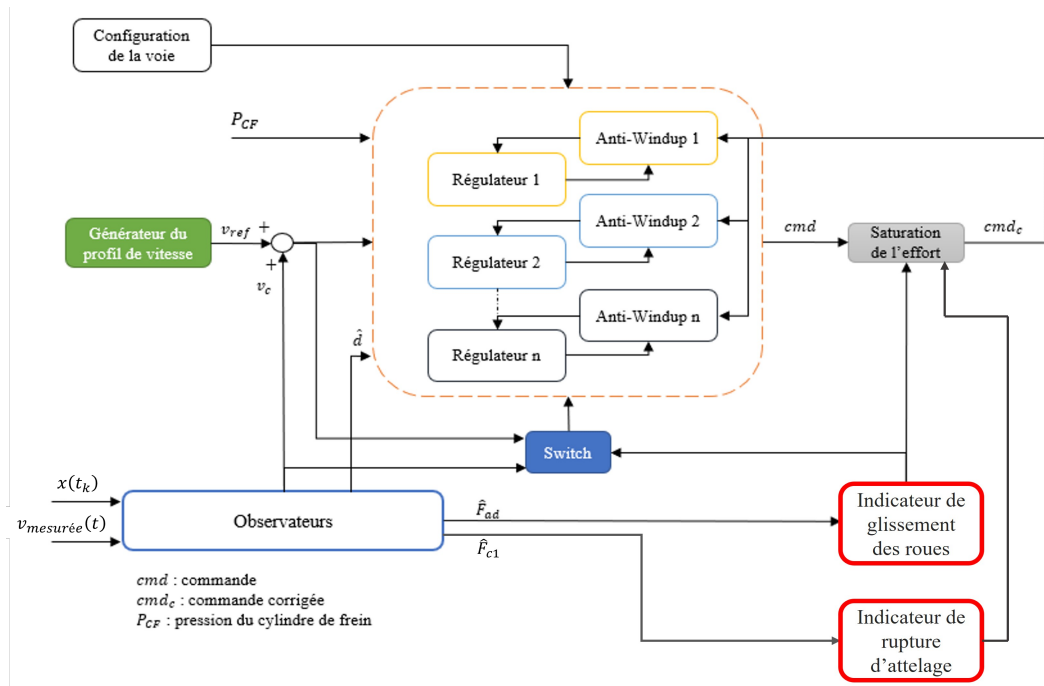


FIGURE 4.16 – Architecture de la commande MDPE basée sur les observateurs.

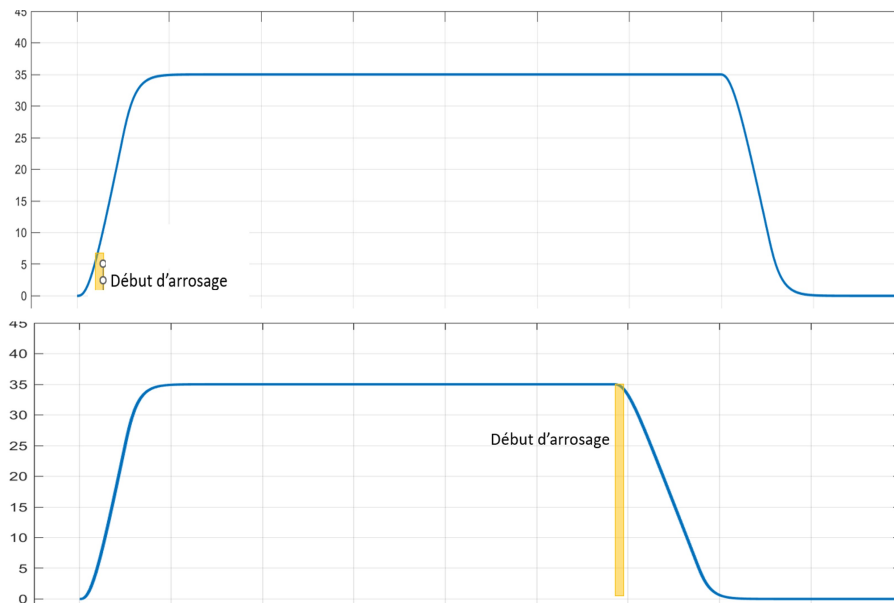


FIGURE 4.17 – Début d'arrosage de la voie.

tester le comportement du train dans ces conditions. Afin d'éviter d'endommager l'infrastructure et le matériel roulant, une accélération de  $0.35\text{m/s}^2$  est appliquée (soit 70% de l'accélération

nominale) pour atteindre une vitesse maximale de référence de 35km/h.

- **Scénario Sc2** : Dans ce scénario, la commande ADRC est testée dans des conditions d'adhérence dégradées en phase de traction et de freinage avec une accélération et une décélération nominales.
- **Scénario Sc3** : Pareillement au scénario précédent, la commande MDPE est appliquée.
- **Scénario Sc4** : En utilisant la commande MDPE, un test à une vitesse maximale de 50km/h avec une accélération de  $0.35\text{m/s}^2$  est planifié pour confirmer les résultats des tests précédents et de valider cette commande. La commande ADRC n'est pas testée dans ces conditions pour éviter l'endommagement de l'infrastructure et du matériel roulant.

Scénario	Type de commande	Vitesse max	Mesures utilisées	Distance théorique à parcourir	Type d'arrosage	Arrosage
Sc1	MDPE avec accélération et décélération douce (70% de la valeur nominale)	35km/h	$v_{FIP}$ ; $x_{GPS}$	850m	Eau claire	En traction et freinage
Sc2	ADRC avec accélération et décélération nominale	35km/h	$v_{FIP}$ ; $x_{GPS}$	850m	Eau sa- vonneuse	En traction et freinage
Sc3	MDPE avec accélération et décélération nominale	35km/h	$v_{FIP}$ ; $x_{GPS}$	850m	Eau sa- vonneuse	En traction et freinage
Sc4	MDPE avec accélération et décélération douce (70% de la valeur nominale)	50km/h	$v_{FIP}$ ; $x_{GPS}$	850m	Eau sa- vonneuse	En traction et freinage

TABLEAU 4.4 – Définitions des scénarios pour les essais expérimentaux en adhérence variable.

Dans ce tableau, la vitesse  $v_{FIP}$  représente la vitesse mesurée par les capteurs odométriques et  $x_{GPS}$  est la mesure de la position du train par le GPS.

#### 4.4.2 Analyse des résultats

##### Résultats du scénario 1

Dans cet essai, de l'eau claire est éjectée pour faire varier le niveau d'adhérence et étudier le comportement du train afin de tester les performances des observateurs en conditions dégradées.

Les figures Figure 4.18a-Figure 4.18d représentent l'estimation de la vitesse du train et les erreurs d'estimation en phase de traction et de freinage. Le résultat d'estimation est obtenu en appliquant deux types d'observateur : l'observateur continu-discret (CDO) à sorties multi-échantillonnées et l'observateur T-S continu-discret. Afin de pouvoir appliquer le CDO flou, une interpolation de la vitesse mesurées via les capteurs odométriques, qui est échantillonnée à 10Hz, est réalisée.

Dans ces figures, la vitesse  $v_{mesure}$  représente la vitesse disponible dans le réseau VAAL qui résulte des mesures odométriques.  $V_{reel}$  est la vitesse mesurée via la centrale inertielle qui n'est pas disponible

dans le VAAL. Elle est récupérée du réseau NAV pour des raisons de comparaison.  $v_{CDO}$  est la vitesse estimée par le CDO à sorties multi-échantillonnées et  $v_{flou}$  est la vitesse estimée par le CDO T-S développé dans le chapitre 2. Dans les conditions nominales d'adhérence, l'estimation de la vitesse longitudinale du train est obtenue avec une erreur moyenne de 0.14km/h pour le CDO à sorties multi-échantillonnées et de 0.17km/h pour le CDO flou.

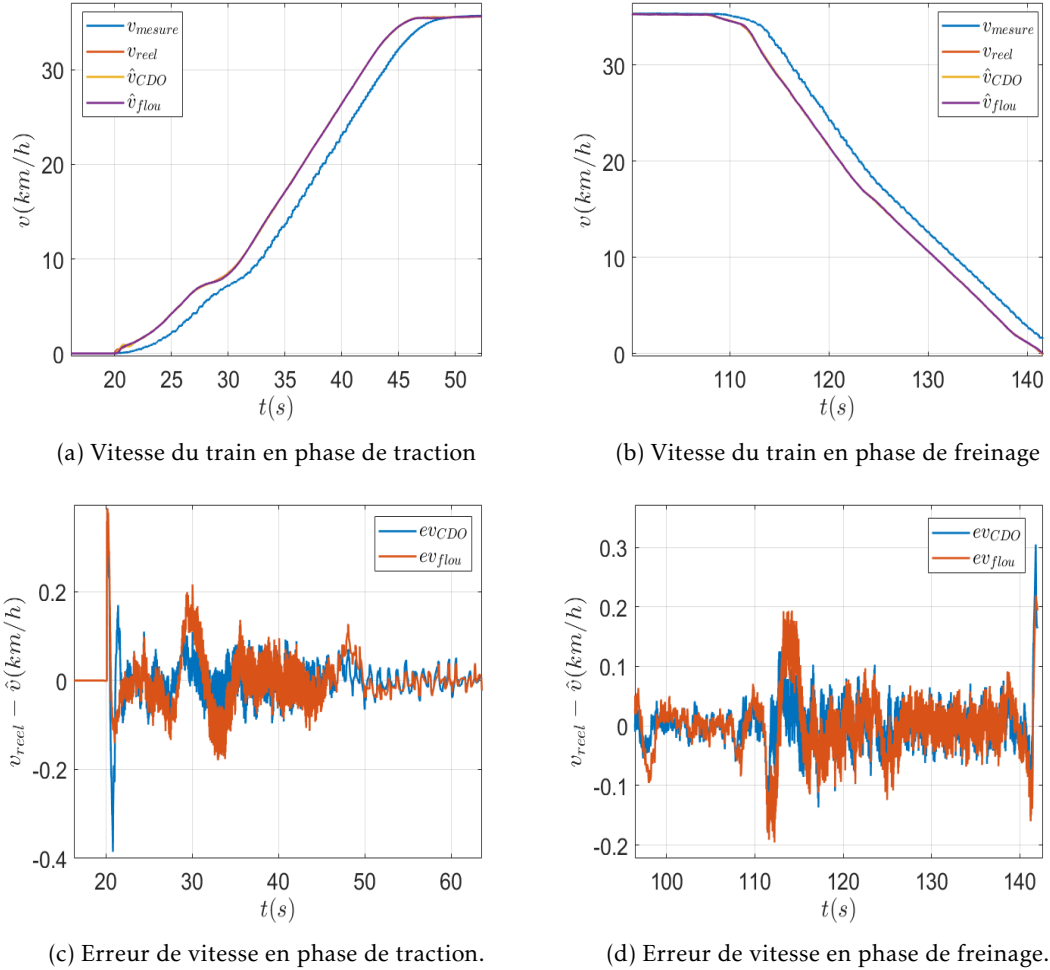


FIGURE 4.18 – Sc1 : Estimation de la vitesse longitudinale du train en éjectant de l'eau claire.

Dans la Figure 4.21a, la variable  $\lambda$  représente le coefficient de glissement des roue réel calculé à partir de la vitesse odométrique ( $v_{FIP}$ ) et la vitesse issue de la centrale inertielle ( $v_{NAV}$ ) comme suit

$$\lambda = \frac{v_{FIP} - v_{NAV}}{v_{FIP}} \quad (4.14)$$

$\hat{\lambda}_i$ ,  $i = CDO, flou$  représente le coefficient de glissement estimé par les observateurs, calculé comme suit

$$\hat{\lambda}_i = \frac{v_{FIP} - \hat{v}_i}{v_{FIP}} \quad (4.15)$$

avec  $i = CDO, flou$ .

Dans cet essai, aucun glissement n'a été détecté par les observateurs (voir Figure 4.21b). Ce résultat semble correct car aucun dépassement au niveau des vitesses des essieux n'est observé dans la Figure 4.19a, ainsi qu'aucune demande de sablage sur le FIP n'a été enregistrée comme le montre la Figure 4.19b. L'information sur le sablage ainsi que les vitesses des essieux sont des variables qui ne sont pas communiquées à l'ATO (données non disponibles sur le VAAL).

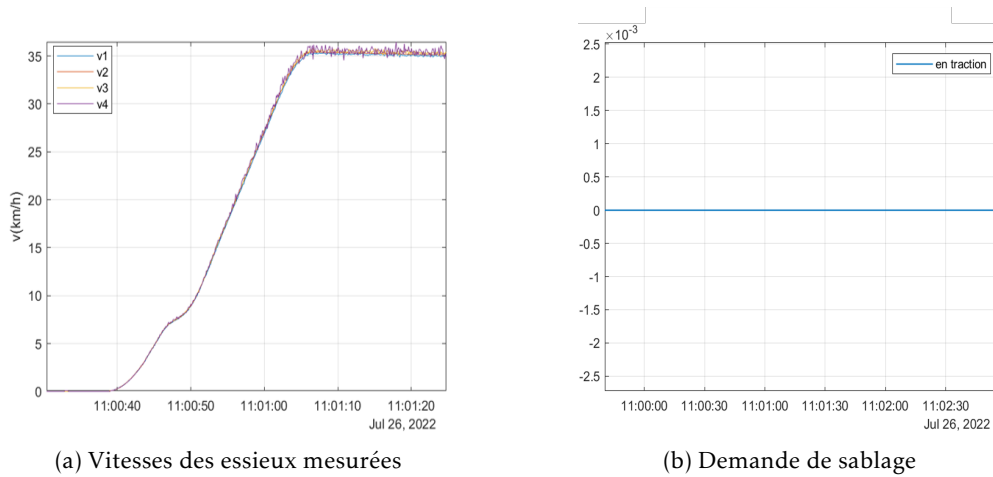


FIGURE 4.19 – Sc1 : Vitesses des essieux et demande de sablage enregistrés dans le FIP éjectant de l'eau claire.

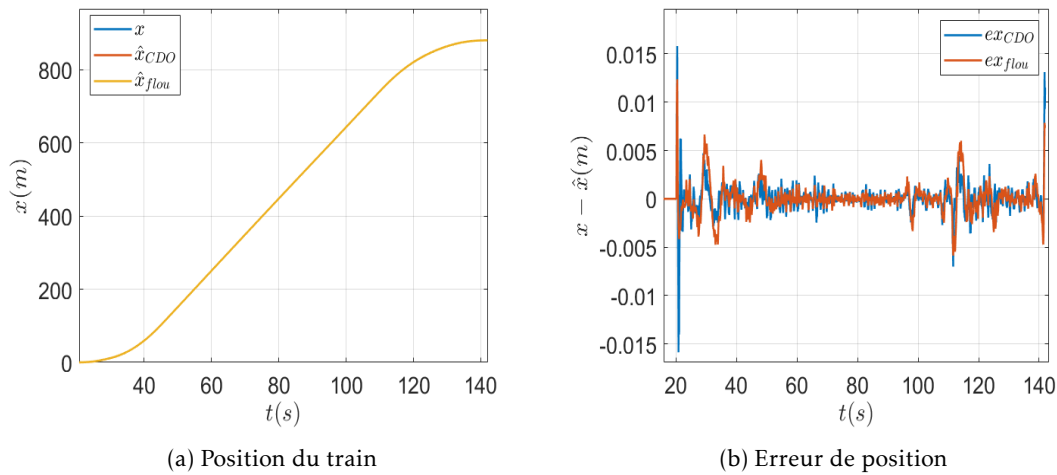


FIGURE 4.20 – Sc1 : Estimation de la position du train en éjectant de l'eau claire. Données : MDPE-Eau claire-essais2005.



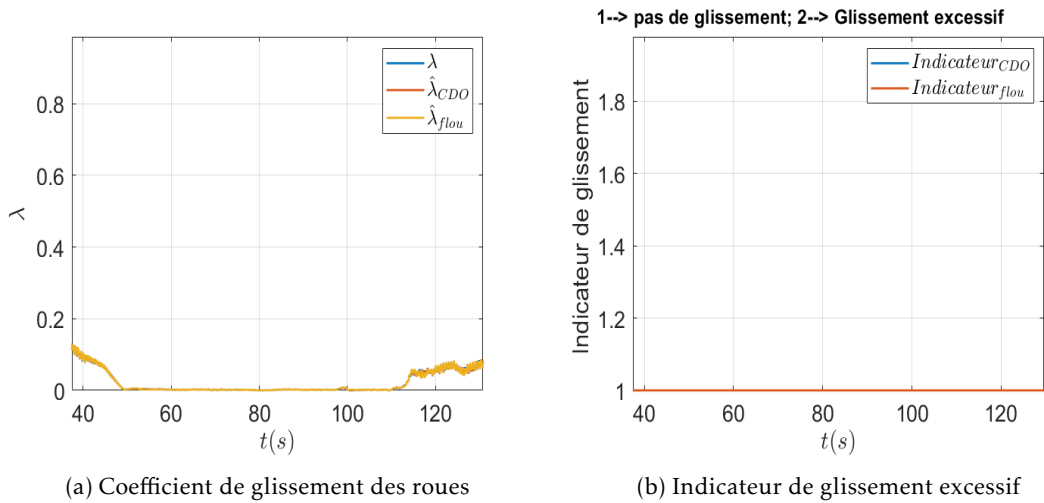


FIGURE 4.21 – Sc1 : Estimation du coefficient du glissement des roues et détection des zones de glissement excessif en éjectant de l'eau claire.

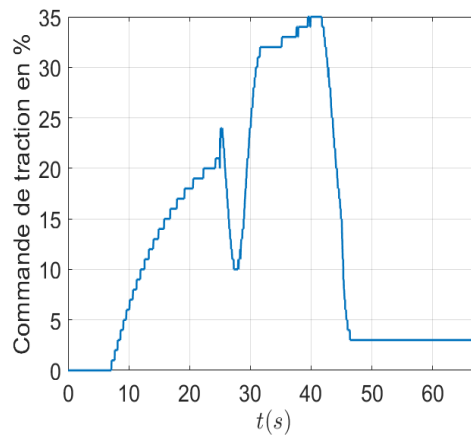


FIGURE 4.22 – Sc1 : Commande de traction.

## Résultats du scénario 2

Dans cet essai, de l'eau savonneuse à 1% de concentration est éjectée pour baisser encore le niveau d'adhérence puisque l'eau claire n'était pas suffisante pour provoquer un patinage des roues. Cet essai a pour objectif d'étudier le comportement du train et tester les performances des observateurs en conditions dégradées en appliquant une loi de commande ADRC qui n'utilise pas les estimées. En phase de traction, les quatre essieux patinent à deux reprises comme le montre la Figure 4.24a. Ceci apparaît à l'instant  $t = 50s$  avec un glissement de l'ordre de 40% et à  $t = 57s$  avec un glissement de l'ordre de 25% sur la courbe bleue qui représente la vitesse mesurée dans la Figure 4.23a et aussi sur la Figure 4.26a qui représente le coefficient de glissement estimé. Ce patinage n'a pas été corrigé par le dispositif anti-patinage installé sur la locomotive puisque les quatre essieux patinent presque à la même vitesse. Pour cela une demande de sablage est faite (voir la Figure 4.24b) pour pouvoir ré-établir

*l'adhérence roue-rail. Cependant, malgré la présence de ce patinage sur la vitesse mesurée, l'observateur CDO à sorties multi-échantillonnée a réussi à estimer la vitesse longitudinale du train avec une erreur moyenne de 0.15km/h tandis que le CDO flou a estimé la vitesse avec une erreur moyenne de 0.33km/h comme le présentent les figures Figure 4.23a-Figure 4.23d. De plus, les deux observateurs ont pu détecter ce glissement excessif (voir Figure 4.26b) puisque le coefficient de glissement estimé a dépassé le seuil maximal toléré qui est de  $\lambda = 15\%$  (voir Figure 4.26a), soit un dépassement de 25% à  $t = 50s$  et de 10% à  $t = 57s$ . Ceci a déclenché l'indicateur de détection de glissement excessif à l'instant  $t = 44s$  pendant 15s, ainsi que la demande de sablage.*

**Remarque 16** *Le seuil de détection de glissement est choisi en se basant sur les données expérimentales issues des essais effectués sur le train sous différentes conditions d'adhérence.*

*La Figure 4.27 représente la consigne de traction appliquée au train. De cette figure, on remarque que malgré la présence d'un glissement excessif des roues aux instants  $t = 50s$  et  $t = 57s$ , la loi de commande ADRC, ne tenant pas compte des estimations issues des observateurs, ne s'adapte pas à l'état du train et continue à générer de consignes de traction positives croissantes. Ceci provoque une perte d'énergie importante.*

### Résultats du scénario 3

*Pareillement à l'essai précédent, de l'eau savonneuse à 1% de concentration est éjectée pour étudier le comportement du train et tester les performances des observateurs en conditions dégradées en appliquant une loi de commande MDPE qui se base sur les estimations. L'objectif est de réguler la vitesse du train et réduire les situation de patinage.*

*Sur la Figure 4.28a, une situation de début de glissement est observée entre  $t = 35s$  et  $t = 42s$  en phase de traction. Elle se présente sous forme de pics au niveau des vitesses des essieux sur la Figure 4.29a. Ce glissement est entre 40% à 16%, soit un dépassement maximal de 25% du seuil de détection qui est suffisant pour déclencher l'indicateur de glissement excessif (voir Figure 4.31a et Figure 4.31b). Il est à noter que, lors de la détection d'un début de glissement, la loi de commande MDPE s'est adaptée à l'état du train en réduisant puis saturant l'effort de traction à 17% comme le montre la Figure 4.32, pour augmenter l'adhérence roue-rail et éviter le déclenchement de l'anti-patinage ou de la fonction sablage comme le montre la Figure 4.29b.*

### Résultats du scénario 4

*Afin de tester de manière plus approfondie les performances des observateurs et de la loi de commande MDPE basées sur les estimations, des essais à une vitesse maximale de 50km/h sont effectués. Les résultats de l'estimation de la vitesse longitudinale et de la vitesse de glissement restent fiables. L'estimation converge vers la vitesse réelle du train comme le présentent les figures Figure 4.33a-Figure 4.33d. Un début de glissement est détecté à l'instant  $t=28s$  (voir la Figure 4.36a et la Figure 4.36b) où le MDPE a adapté la consigne de traction comme présenté dans la Figure 4.37 pour éviter le départ en patinage. Dans cet essai, le sablage n'a pas été demandé comme le présente la variable enregistrée dans le FIP (Figure 4.34b).*

#### 4.4.3 Détection des conditions d'adhérence

*L'objectif de cette section est de confirmer les résultats précédents au niveau de la détection du glissement excessif en utilisant deux cartographies d'adhérence : l'une en conditions nominales et la seconde en conditions dégradées. Les cartographies utilisées sont issues d'un modèle théorique développé par Polach [4].*

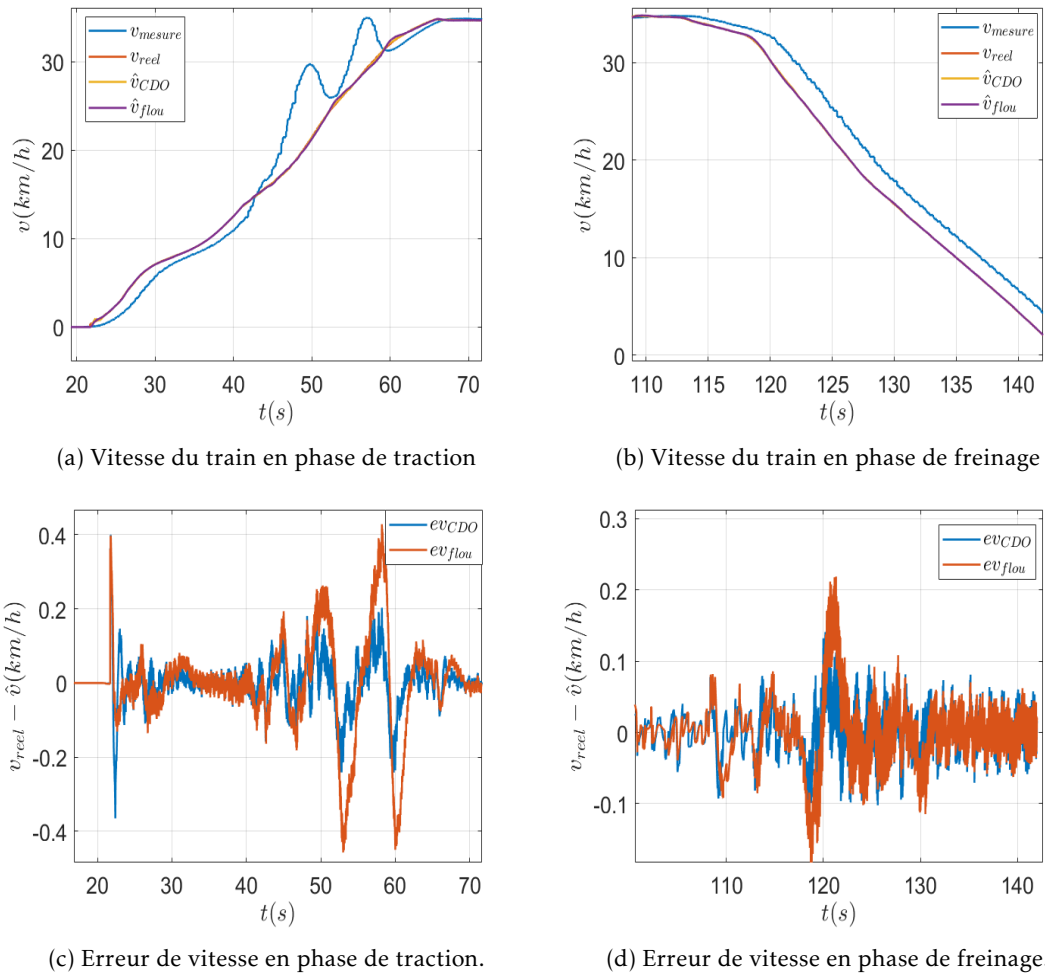


FIGURE 4.23 – Sc2 : Estimation de la vitesse longitudinale du train en éjectant de l'eau savonneuse.

Prenons un exemple d'essai réalisé sur le train avec la loi de commande ADRC. Dans cet essai, un début de départ en glissement est détecté avec une valeur maximale de 35% à une vitesse du train de 5 km/h. Si on trace les cartographies d'adhérence on obtient les figures Figure 4.38a et la Figure 4.38b. Comme le montrent ces figures, on distingue deux régimes de glissement :

- Un régime de pseudo-glissement où le glissement est tolérable et l'adhérence est maximale. Ceci permet au train d'avancer.
- Un régime de glissement excessif où l'adhérence baisse fortement. Ceci favorise l'augmentation du glissement.

Le coefficient de glissement théorique, en conditions nominales comme en conditions dégradées, est calculé pour chaque granularité de vitesse du train comme suit :

- Pour une vitesse de train ( $V$ ) donnée, nous avons une courbe du coefficient d'adhérence ( $F$ ) en fonction du coefficient de glissement ( $DV$ ).
- L'adhérence maximale est calculée lorsque la dérivée de la fonction est nulle.

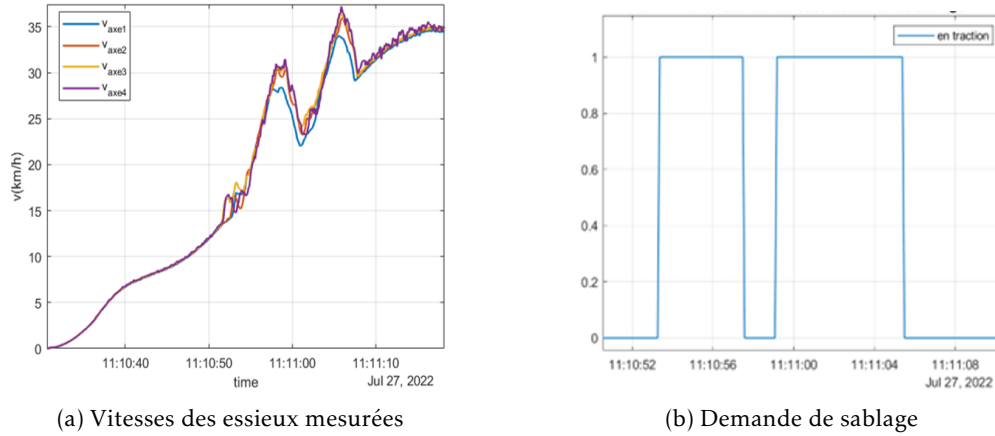


FIGURE 4.24 – Sc2 : Vitesses des essieux et demande de sablage enregistrés dans le FIP éjectant de l'eau savonneuse.

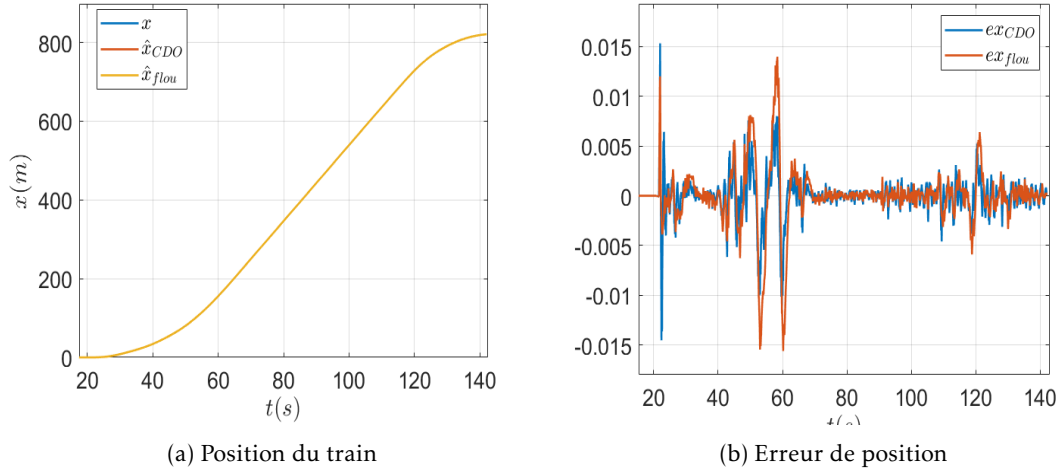


FIGURE 4.25 – Sc2 : Estimation de la position du train en éjectant de l'eau savonneuse.

— Dès que le l'adhérence maximale est fixée sur la courbe, le coefficient de glissement théorique est déterminé par projection verticale sur l'axe des abscisses ( $DV$ ).

Pour une vitesse de 5km/h, l'adhérence maximale en condition nominale est de 0.3894 pour un glissement relatif de 10%, tandis qu'elle est de 0.2188 pour un glissement relatif de 30.4%. Par estimation, le glissement relatif obtenu est de 35%. Si on calcule la différence entre le coefficient de glissement estimé ( $\hat{DV}$ ) et le coefficient théorique  $DV$  on obtient

$$\begin{aligned} |DV_{nominale} - \hat{DV}| &= 25\% \\ |DV_{degradee} - \hat{DV}| &= 4.6\% \end{aligned} \tag{4.16}$$

Il est clair que l'estimation est plus proche numériquement du coefficient de glissement en conditions d'adhérence dégradées. Effectivement, cet essai est effectué avec de l'eau savonneuse ce qui confirme le

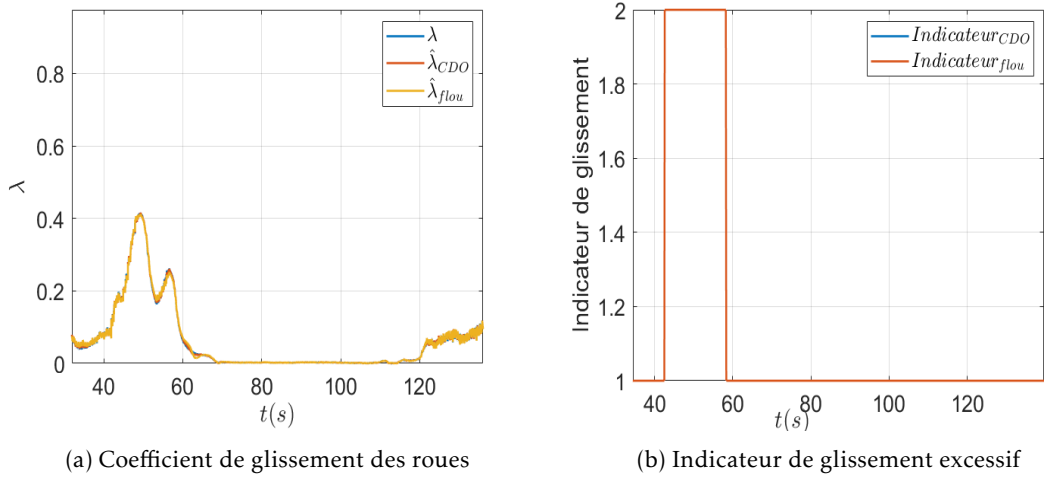


FIGURE 4.26 – Sc2 : Estimation du coefficient du glissement des roues et détection des zones de glissement excessif en éjectant de l'eau savonneuse.

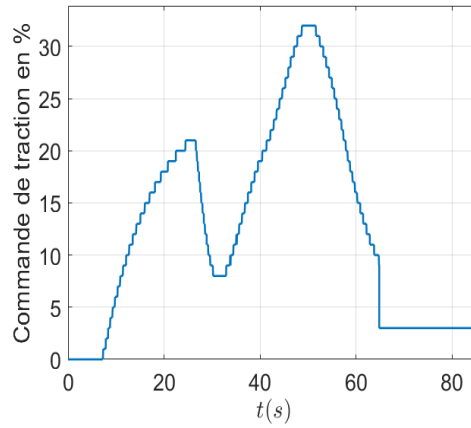


FIGURE 4.27 – Sc2 : Commande de traction.

résultat. Le détecteur de conditions d'adhérence défini en fonction du minimum entre les deux valeurs  $|DV_{nominale} - \hat{D}\hat{V}_{nominale}|$  et  $|DV_{degradee} - \hat{D}\hat{V}_{degradee}|$ , est donné comme suit

$$\text{Indicateur}_{\text{glissement}} = \begin{cases} \text{nominale, si } |DV_{nominale} - \hat{D}\hat{V}| + \alpha < |DV_{degradee} - \hat{D}\hat{V}| \\ \text{dégradée, si } |DV_{nominale} - \hat{D}\hat{V}| < |DV_{degradee} - \hat{D}\hat{V}| + \alpha \end{cases} \quad (4.17)$$

Le paramètre  $\alpha > 0$  est une constante choisie arbitrairement fixée à  $\alpha = 1\%$ . Le tableau (4.5), présente le coefficient d'adhérence maximale et le coefficient de glissement théorique correspondant pour chaque vitesse, aux conditions nominales et dégradées.

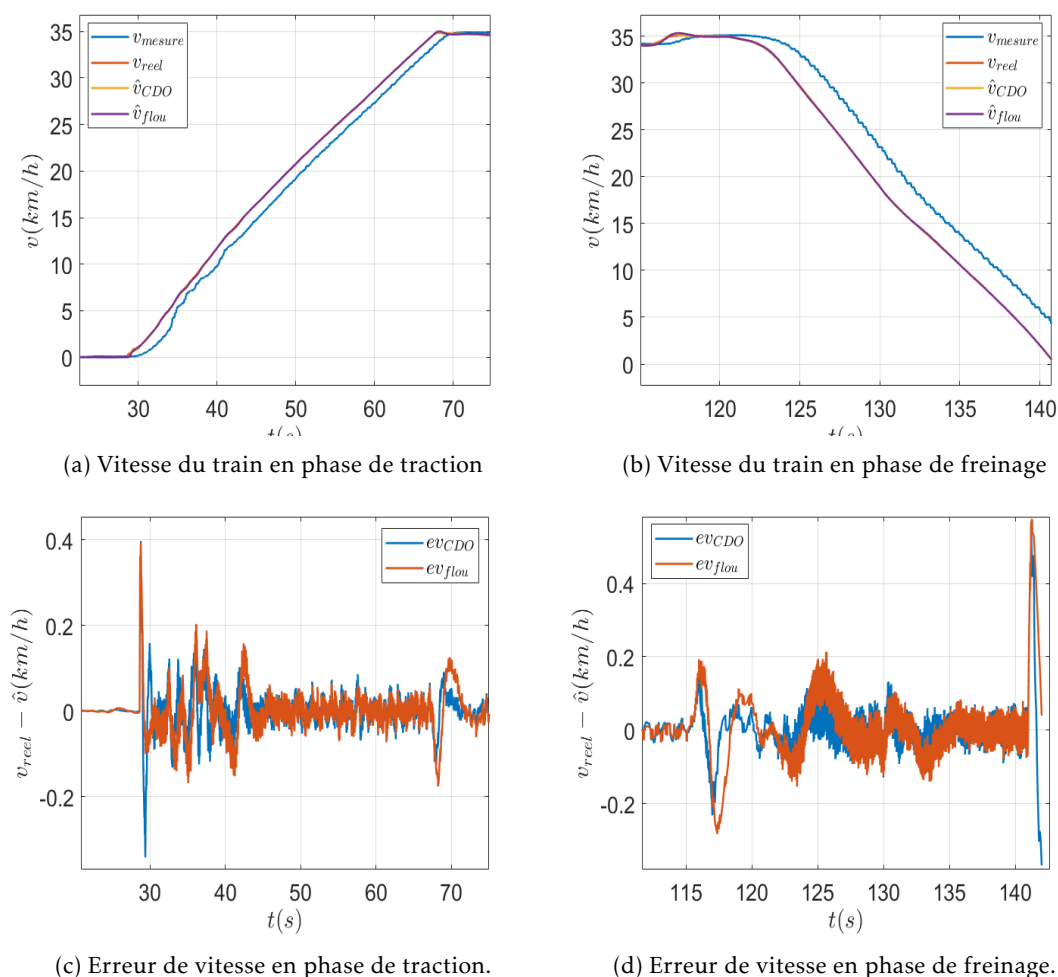


FIGURE 4.28 – Sc3 : Estimation de la vitesse longitudinale du train en éjectant de l'eau savonneuse.

Vitesse (km/h)	Conditions nominales		Conditions dégradées	
	Coefficient d'adhérence maximale	Coefficient de glissement théorique (%)	Coefficient d'adhérence maximale	Coefficient de glissement théorique (%)
5	0.3894	10	0.2188	30.4
10	0.3474	8	0.1961	20
20	0.3027	4.8	0.1713	14.4
30	0.2769	4	0.1566	12
40	0.2594	3.2	0.1463	9.6
50	0.2449	3.2	0.1387	7.2

TABLEAU 4.5 – Coefficients d'adhérence maximale en fonction du coefficient de glissement théorique pour chaque vitesse.

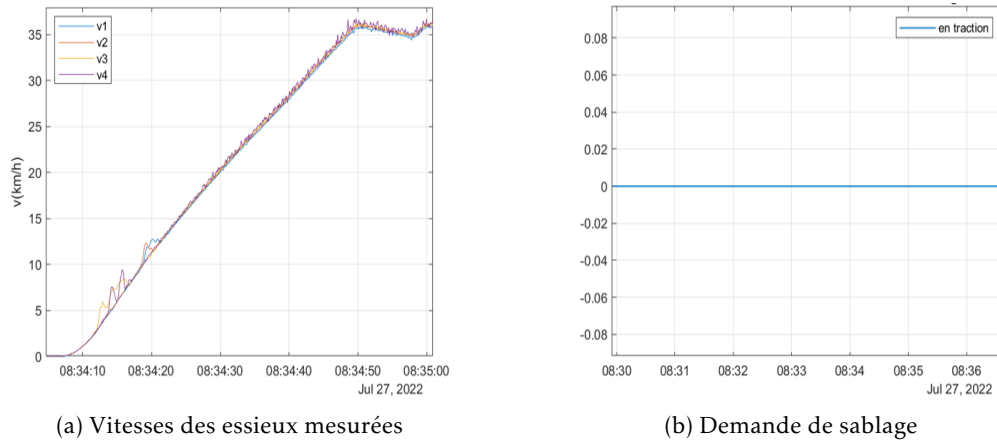


FIGURE 4.29 – Sc3 : Vitesses des essieux et demande de sablage enregistrés dans le FIP éjectant de l'eau savonneuse.

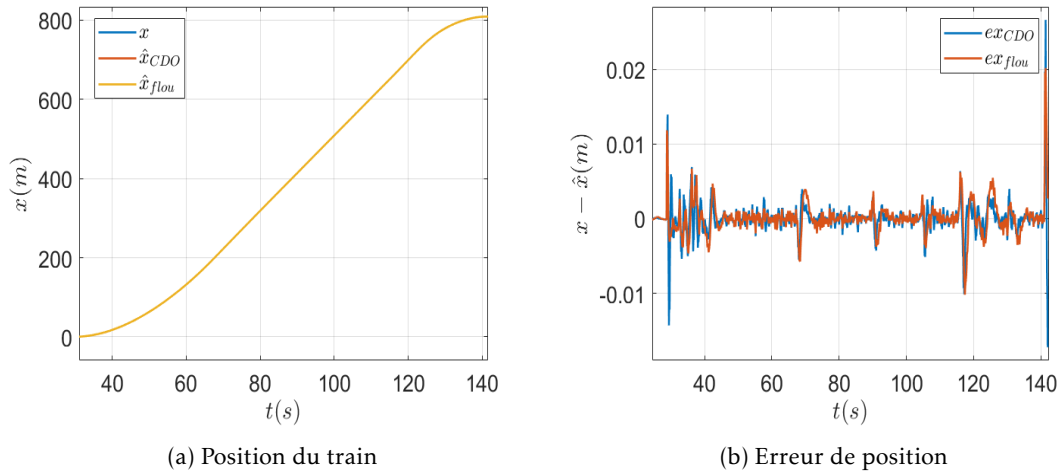


FIGURE 4.30 – Sc3 : Estimation de la position du train en éjectant de l'eau savonneuse.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les approches d'estimation développées dans les chapitres précédents sont implémentées et testées sur le prototype du projet TFA composé d'une locomotive BB27000 avec 4 wagons vides. Les observateurs développés pour la reconstruction de la vitesse longitudinale par correction de l'effet de glissement et la détection des conditions d'adhérence sont testés sur le train en conditions d'adhérence nominales et dégradées. La variation des conditions d'adhérence est faite en éjectant dans un premier temps de l'eau claire, ensuite de l'eau savonneuse sur le rail au niveau du premier essieu de la locomotive.

La validation des observateurs a été faite suivant les étapes :

- Sélection des scénarios (essais) à partir des cas d'intérêt relevés lors des essais expérimentaux.
- Comparaison des données estimées par les observateurs avec les mesures de terrain acquises

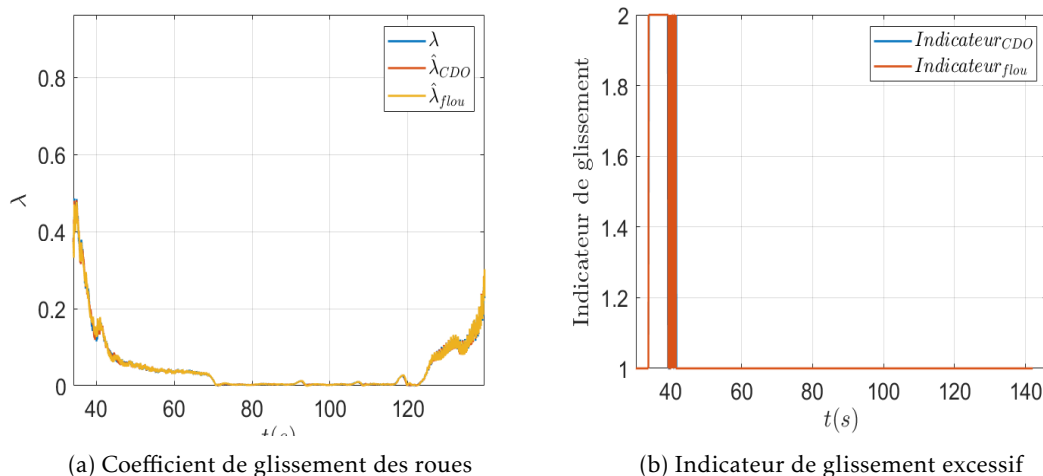


FIGURE 4.31 – Sc3 : Estimation du coefficient du glissement des roues et détection des zones de glissement excessif en éjectant de l'eau savonneuse.

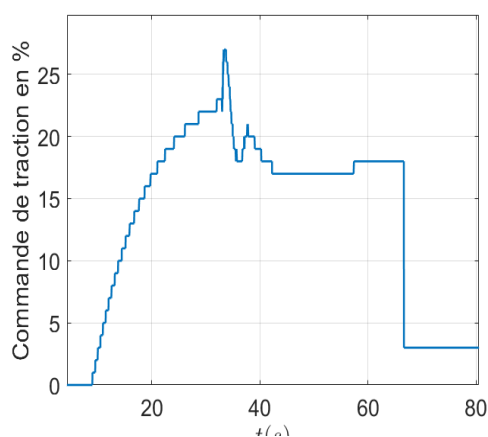


FIGURE 4.32 – Sc3 : Commande de traction.

expérimentalement, notamment la vitesse odométrique (dite FIP), et la vitesse relevée par la centrale inertielle (dite NAV).

Les observateurs sont utilisés pour la reconstruction de :

- La vitesse longitudinale du train avec correction de l'effet de glissement à partir de la vitesse mesurée (FIP) et la position GPS.
- En relation avec le point précédent, la vitesse de glissement.
- Un indicateur de situation de glissement excessif.
- La force d'adhérence disponible entre la roue et le rail.
- Un Détecteur des conditions d'adhérence nominale ou dégradée conçu à partir des estimations et des cartographies d'adhérence en fonction de la vitesse du train et le glissement issues de modèle théorique de Polach.



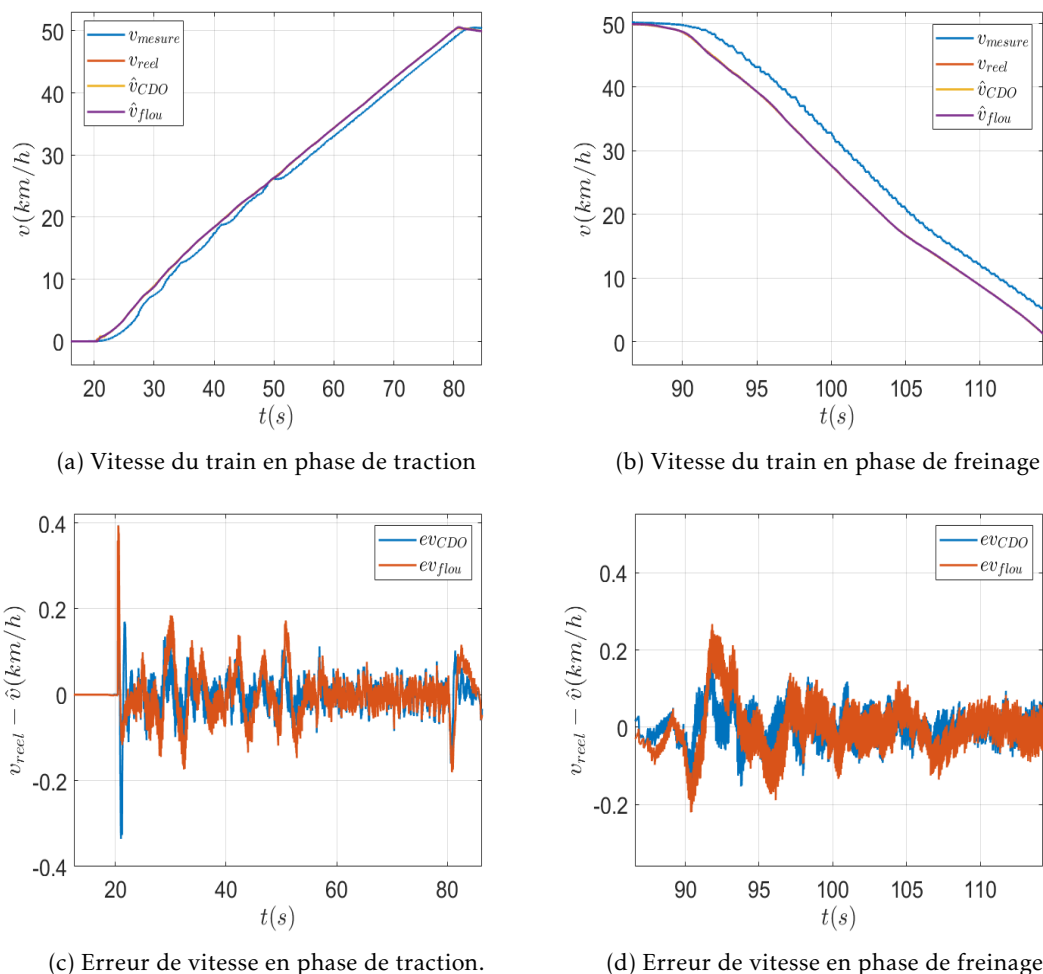


FIGURE 4.33 – Sc4 : Estimation de la vitesse longitudinale du train en éjectant de l'eau savonneuse.

Par la suite, une comparaison des estimés avec les mesures a été réalisée afin de :

- Vérifier la cohérence des estimations avec les mesures. La vitesse corrigée et confrontée à la vitesse NAV, et l'indicateur de situation de glissement est confronté avec les efforts de traction/freinage et la variable enregistrée dans le FIP sur la demande de sablage.
- Confirmer les réglages des observateurs assurant la conformité de l'estimation.

Les résultats comparatifs ont montré que

- La vitesse estimée converge pratiquement vers la vitesse relevée par la centrale inertielle (NAV) avec une erreur moyenne de 0.15km/h, et nous constatons que l'estimation a une meilleure précision que la mesure FIP.
- L'indicateur de la situation de glissement est cohérent avec les mesures des vitesses des essieux et le coefficient de glissement théorique calculé à partir de la vitesse FIP et la vitesse NAV.
- L'estimation de la force d'adhérence est cohérente, elle aussi, avec les efforts de traction et de freinage ainsi qu'avec le glissement des roues qui apparaît sur les vitesses des essieux enregistrées

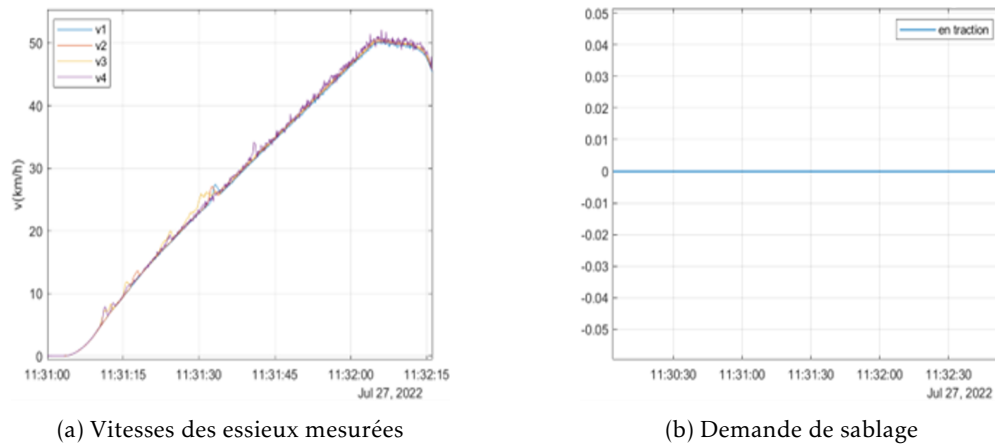


FIGURE 4.34 – Sc4 : Vitesses des essieux et demande de sablage enregistrés dans le FIP éjectant de l'eau savonneuse.

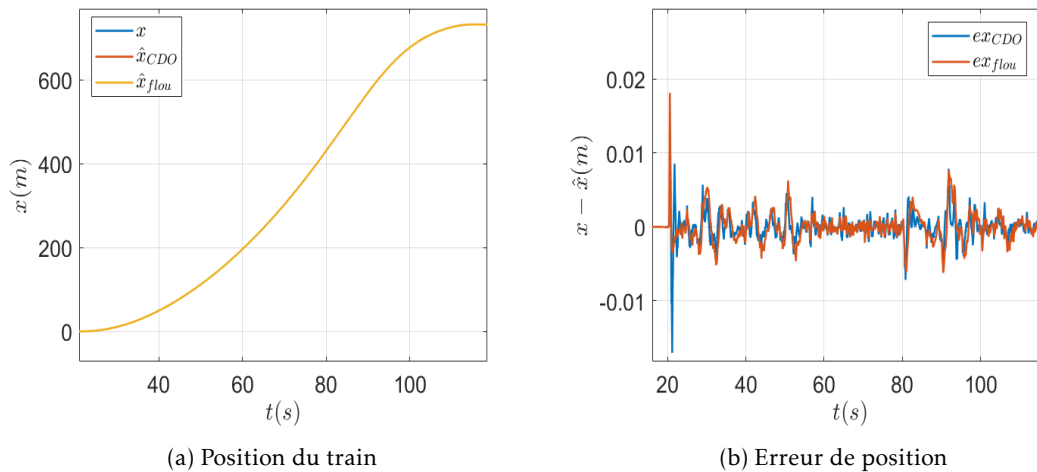


FIGURE 4.35 – Sc4 : Estimation de la position du train en éjectant de l'eau savonneuse.

dans le FIP et l'indicateur de situation de glissement conçu par les observateurs.

En résumé, et à partir des résultats des essais expérimentaux, le système MDPE intégrant un composant prédictif des situations de glissement excessif a permis une adaptation aux changements de condition environnementales, en se basant sur l'estimation de la vitesse longitudinale du train, de la vitesse de glissement et l'adhérence roue-rail en temps réel. Ce détecteur de conditions de roulage permet d'améliorer la conduite du train en adaptant les consignes de traction et de freinage pour réduire les situations de patinage/enrayage.

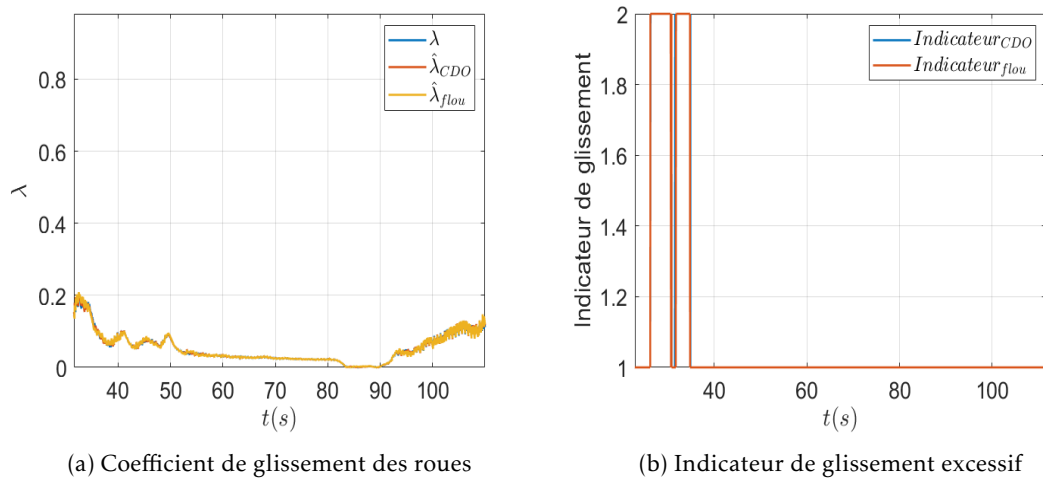


FIGURE 4.36 – Sc4 : Estimation du coefficient du glissement des roues et détection des zones de glissement excessif en éjectant de l'eau savonneuse.

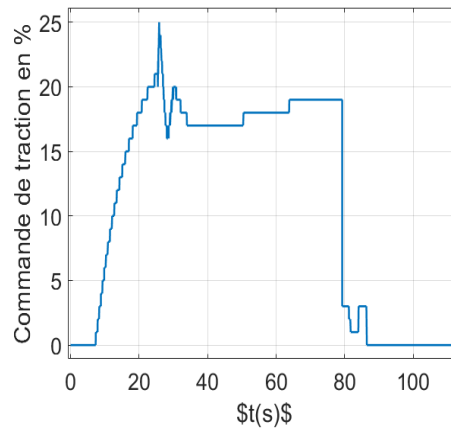
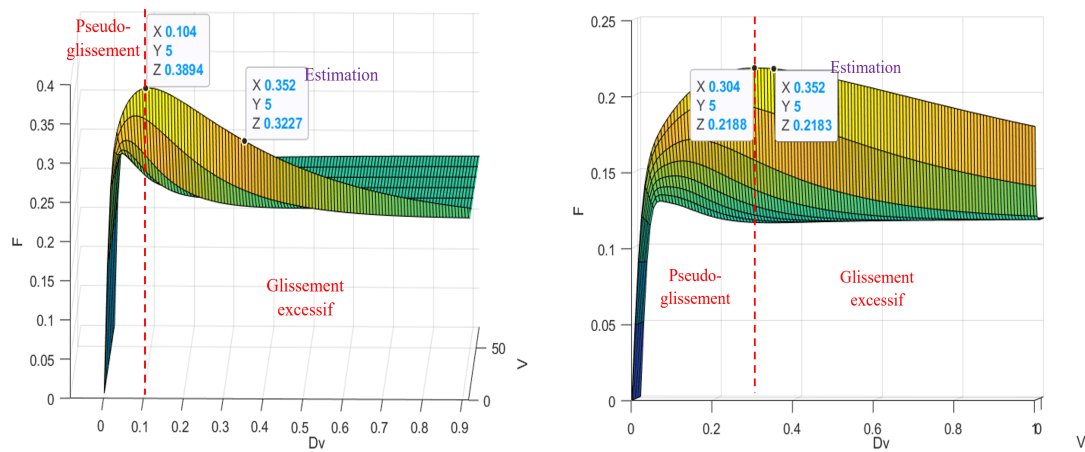


FIGURE 4.37 – Sc4 : Commande de traction.



(a) Cartographie d'adhérence dans les conditions nominales.

(b) Cartographie d'adhérence dans les conditions dégradées.

FIGURE 4.38 – Cartographies d'adhérence ( $F$ ) en fonction de la vitesse du train ( $V$ ) et du coefficient de glissement ( $DV$ ) dans les conditions nominales et dégradées.



# Conclusion et perspectives

*Ce travail de thèse a contribué au projet collaboratif français Train de Fret Autonome porté par la SNCF. Il a porté sur le développement de méthodes d'estimation afin d'automatiser la conduite du train de Fret. Afin de garantir une conduite autonome fiable et sécurisée du train de Fret dans toutes conditions environnementales, nous avons développé des observateurs permettant de reconstruire avec précision la position et la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence roue-rail. Les observateurs développés se sont basés sur le modèle analytique du train, ainsi que les mesures disponibles issues des capteurs odométriques (mesures considérées continues) et des balises de recalage (mesures aperiodiquement échantillonnées). Ainsi, la principale contribution théorique de cette thèse a été la conception d'observateurs continus-discrets pour une classe de systèmes multi-entrées/multi-sorties, écrits sous une forme de Takagi-Sugeno, avec des sorties continues entachées de bruits de mesures et des sorties aperiodiquement échantillonnées. Ces observateurs ont été appliqués par la suite sur le système train en simulation et expérimentalement.*

*Dans le premier chapitre, nous avons mené une étude bibliographique sur l'observation et les différentes méthodes de synthèse d'observateurs indispensables à la bonne compréhension de l'ensemble du travail réalisé. Ces méthodes ont été classées en trois sections selon la nature des mesures utilisées pour l'estimation de l'état du système (continues, discrètes périodiques et discrètes aperiodiques). Cette étude, nous a permis de positionner nos travaux par rapport aux travaux existants. Les motivations et les contributions de ce travail ont été exposées à la fin de ce chapitre.*

*La principale contribution théorique a été présentée dans le second chapitre. En effet, un observateur continu-discret sous une forme Takagi-Sugeno a été développé pour une classe de systèmes multi-entrées multi-sorties, uniformément observable, avec des sorties continues et des sorties échantillonnées. Les sorties continues peuvent notamment présenter des bruits de mesures qui peuvent être interprétés comme une faute de capteur. Quant aux sorties discrètes, elles peuvent être aperiodiques avec des instants d'échantillonnage irréguliers. Une approche à gain exponentiellement variant dans le temps a été utilisée pour cet observateur qui estime en continu l'état d'un système écrit sous une forme de Takagi-Sugeno à partir des données disponibles. La convergence de l'observateur a été étudiée grâce à une approche utilisant à la fois une fonction de Lyapunov-Krasovskii et la norme  $H_\infty$ . Des hypothèses pour la synthèse de l'observateur ont été détaillées, particulièrement en ce qui concerne la période d'échantillonnage de la mesure discrète majorée par une borne donnée. L'avantage principal de cet observateur est la simplicité de sa mise en oeuvre puisque les paramètres de synthèse sont calculés via la résolution d'une LMI. Les principales propriétés de l'observateur proposé ont été illustrées en simulation sur des exemples académiques.*

*Dans le troisième chapitre, le système Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE) qui représente une version simplifiée de l'ATO, du projet Train de fret autonome a été présenté. Ce chapitre a introduit les résultats de simulation des approches d'observation développées pour l'estimation de la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence roue/rail, dans le cadre du projet Train de Fret Autonome (TFA). En effet, la variation des conditions d'adhérence roue-rail produit un glissement des roues du train qui s'ajoute à la vitesse longitudinale du train et*

biaise ainsi la mesure des capteurs odométriques installés sur les essieux. Pour résoudre ce problème, différentes approches d'estimation permettant de reconstruire la vitesse longitudinale du train sous l'effet de l'adhérence variable et de l'échantillonnage apériodique des capteurs ont été proposées. Une première méthodologie se repose sur l'utilisation d'une cascade de différentiateurs, l'un basé sur les modes glissants permettant l'estimation de l'adhérence roue/rail en temps fini, et l'autre basé sur un observateur continu-discret à gain exponentiellement variant dans le temps pour reconstruire la vitesse longitudinale du train. Une seconde méthodologie consiste à appliquer l'observateur continu-discret, issu du chapitre précédent, pour résoudre le problème d'estimation de la vitesse longitudinale du train sous conditions d'adhérence variables. L'avantage de l'observateur proposé est sa robustesse au bruit de mesure, sa précision et sa convergence rapide, qui permettent de détecter les changements soudains d'adhérence. Enfin, une approche composée de deux CDOs en cascade permettant l'estimation de la force d'adhérence, la vitesse de glissement et la vitesse longitudinale du train, lorsque les mesures sont discrètes a été étudiée.

Le quatrième chapitre s'est organisé autour de la restitution des résultats issus des essais expérimentaux réalisés au Centre d'Essai Ferroviaire 2 (CEF2), permettant de valider les approches d'observation conçues dans le cadre du projet train de fret autonome. La plate-forme expérimentale est composée d'une locomotive et de 4 wagons. Il a été montré les performances au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale du train et du glissement des observateurs proposés. Les résultats ont été analysés selon différents scénarios définis dans le cadre du protocole expérimental détaillé dans ce chapitre. Nous avons enfin intégré un détecteur des situations de glissement excessif des roues, basé sur l'estimation de la vitesse longitudinale du train. Ce détecteur permet d'améliorer la conduite du train en adaptant les consignes de traction et de freinage pour réduire les situations de patinage/enrayage.

Dans de futurs travaux, plusieurs perspectives s'offrent à nous. On peut notamment citer les perspectives suivantes :

- Il serait intéressant de valider les différents modules d'observation sur une plate-forme complète constituée d'une locomotive et d'un nombre de wagons important.
- L'estimation de la vitesse longitudinale du train est réalisée suite à un recalage précis de la position via les observateurs. En revanche, les rails du Centre d'Essai Ferroviaire 2 (CEF2) ne sont pas équipés de radio-balises. Par conséquent, une mesure GPS de la position est utilisée pour la validation expérimentale des observateurs. Cependant, cette mesure n'est pas très précise et présente des bruits de mesure importants. Dans ce contexte, deux perspectives s'ouvrent à nous : la perspective la plus simple est de tester les observateurs dans des conditions réelles en utilisant les mesures de la position par radio-balises. La seconde perspective est de considérer des bruits de mesures dans la mesure discrète dans la synthèse de l'observateur continu-discret.
- Pour le cas du train, la période d'échantillonnage de la mesure discrète varie en fonction de l'état : les balises de recalage sont installées en équidistance sur les rails. Quand le train passe au-dessus de ces balises, elles s'activent et émettent les informations stockées (eg., la position) par des signaux radios. Par conséquent, la période d'échantillonnage dépend principalement de la vitesse du train. De ce fait, une piste de recherche qui mérite d'être approfondie, est de généraliser l'approche d'observation développée pour considérer une période d'échantillonnage de la mesure discrète dépendante de l'état.
- Pendant les essais expérimentaux effectués au CEF2, une loi de commande robuste basée sur les estimations issues des observateurs proposés est utilisée pour la gestion de la traction et du freinage automatique du train. En effet, pour garantir une conduite autonome sécurisée du train, il est nécessaire d'étudier la stabilité de la loi de commande basée sur les observateurs développés et d'établir une preuve de convergence permettant d'évaluer les performances de l'ensemble commande/observateur.
- En pratique, le train et plus particulièrement le train de fret est composé d'un grand nombre de

wagons qui ne sont pas alimentés ni équipés de capteurs. En effet, tous les capteurs actuellement sont installés sur la locomotive. Il serait intéressant dans ce cas, d'étudier la dynamique du convoi dans les conditions variables d'adhérence, et de développer des approches d'estimation pour la reconstruction des efforts inter-wagons, qui seront utiles pour faire la détection des situations de rupture d'attelages et des déraillements. On peut aussi considérer ces estimations dans la synthèse de la loi de commande afin de réduire ces accidents.

- En pratique, certains systèmes non-linéaires peuvent être représentés par des sous-modèles locaux traduisant les comportements normaux et les comportements défailants du système. En effet, l'hypothèse de la mesurabilité des variables de prémisses et la connaissance de l'évolution des fonctions d'activation n'est pas toujours vérifiée. Ceci, nous amène à poser la question sur le problème d'estimation de l'état du système et de ces fonctions d'activation simultanément en améliorant notre approche d'observation proposée en considérant des prémisses non-mesurables dans la synthèse des observateurs.





# Bibliographie

- [1] Jiateng Yin, Tao Tang, Lixing Yang, Jing Xun, Yeran Huang, and Ziyou Gao. *Research and development of automatic train operation for railway transportation systems : A survey*. Transportation Research Part C : Emerging Technologies, 85 :548–572, 2017.
- [2] International Electrotechnical Commission et al. *Iec 62290-1 : Railway applications : Urban guided transport management and command/control systems*.
- [3] Antonia Wilson. *World's fastest driverless bullet train launches in china*. The Guardian. Available online at <https://www.theguardian.com/travel/2020/jan/09/worlds-fastest-driverless-automated-bullet-train-launches-beijing-china-olympics>, accessed on, 4(07) :2020, 2020.
- [4] Oldrich Polach. *Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit*. Wear, 258(7-8) :992–1000, 2005.
- [5] Manfred Burckhardt. *Fahrwerktechnik : Radschlupf-regelsysteme*, 1993. Vogel-Verlag, Wurtzburg, 36, 1993.
- [6] J.J. Kalker. *Survey of wheel—rail rolling contact theory*. Vehicle system dynamics, 8(4) :317–358, 1979.
- [7] Rudolph Emil Kalman. *A new approach to linear filtering and prediction problems*. 1960.
- [8] David Luenberger. *An introduction to observers*. IEEE Transactions on automatic control, 16(6) :596–602, 1971.
- [9] G Ciccarella, M Dalla Mora, and Alfredo Germani. *A luenberger-like observer for nonlinear systems*. International Journal of Control, 57(3) :537–556, 1993.
- [10] FE Thau. *Observing the state of non-linear dynamic systems*. International journal of control, 17(3) :471–479, 1973.
- [11] Rajesh Rajamani. *Observers for lipschitz nonlinear systems*. IEEE transactions on Automatic Control, 43(3) :397–401, 1998.
- [12] Arthur J Krener and Alberto Isidori. *Linearization by output injection and nonlinear observers*. Systems & Control Letters, 3(1) :47–52, 1983.
- [13] Arthur J Krener and Witold Respondek. *Nonlinear observers with linearizable error dynamics*. SIAM Journal on Control and Optimization, 23(2) :197–216, 1985.
- [14] Jean-Paul Gauthier, Hassan Hammouri, and Sami Othman. *A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors*. IEEE Transactions on automatic control, 37(6) :875–880, 1992.
- [15] Jean-Paul Gauthier and Ivan AK Kupka. *Observability and observers for nonlinear systems*. SIAM journal on control and optimization, 32(4) :975–994, 1994.

- [16] Hassan K Khalil and Laurent Praly. *High-gain observers in nonlinear feedback control*. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 24(6) :993–1015, 2014.
- [17] Gildas Besançon. *High-gain observation with disturbance attenuation and application to robust fault detection*. Automatica, 39(6) :1095–1102, 2003.
- [18] K Busawon, M Farza, and H Hammouri. *Observer design for a special class of nonlinear systems*. International Journal of Control, 71(3) :405–418, 1998.
- [19] Hassan Hammouri, Boubekeur Targui, and Frederic Armanet. *High gain observer based on a triangular structure*. International Journal of Robust and Nonlinear Control : IFAC-Affiliated Journal, 12(6) :497–518, 2002.
- [20] F Viel, Eric Busvelle, and Jean-Paul Gauthier. *Stability of polymerization reactors using i/o linearization and a high-gain observer*. Automatica, 31(7) :971–984, 1995.
- [21] Farzad Esfandiari and Hassan K Khalil. *Output feedback stabilization of fully linearizable systems*. International Journal of control, 56(5) :1007–1037, 1992.
- [22] T Mita. *On zeros and responses of linear regulators and linear observers*. IEEE Transactions on Automatic Control, 22(3) :423–428, 1977.
- [23] VN Polotskii. *On the maximal errors of an asymptotic state identifier*. Automation and Remote Control, 11 :1116–1121, 1979.
- [24] Sergey Drakunov and Vadim Utkin. *Sliding mode observers. tutorial*. In Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control, volume 4, pages 3376–3378. IEEE, 1995.
- [25] Yuri Shtessel, Christopher Edwards, Leonid Fridman, Arie Levant, et al. *Sliding mode control and observation, volume 10*. Springer, 2014.
- [26] Christopher Edwards, Sarah K Spurgeon, and Ron J Patton. *Sliding mode observers for fault detection and isolation*. Automatica, 36(4) :541–553, 2000.
- [27] Arie Levant. *Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control*. International journal of Control, 76(9-10) :924–941, 2003.
- [28] Arie Levant and Miki Livne. *Robust exact filtering differentiators*. European Journal of Control, 55 :33–44, 2020.
- [29] Arie Levant and Miki Livne. *Robust exact filtering differentiators*. European Journal of Control, 55 :33–44, 2020.
- [30] Andrey Polyakov, Denis Efimov, and Bernard Brogliato. *Consistent discretization of finite-time and fixed-time stable systems*. SIAM Journal on Control and Optimization, 57(1) :78–103, 2019.
- [31] Tomohiro Takagi and Michio Sugeno. *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control*. IEEE transactions on systems, man, and cybernetics, (1) :116–132, 1985.
- [32] Michio Sugeno and GT Kang. *Structure identification of fuzzy model*. Fuzzy sets and systems, 28(1) :15–33, 1988.
- [33] Komi Gasso, Gilles Mourot, and José Ragot. *Structure identification of multiple models with output error local models*. IFAC Proceedings Volumes, 35(1) :151–156, 2002.
- [34] Tadanari Taniguchi, Kazuo Tanaka, Hiroshi Ohtake, and Hua O Wang. *Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of takagi-sugeno fuzzy systems*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 9(4) :525–538, 2001.
- [35] Roderick Murray-Smith and T Johansen. *Multiple model approaches to nonlinear modelling and control*. CRC press, 2020.

- [36] Shunji Kawamoto, Kensho Tada, Atsushi Ishigame, and Tsuneo Taniguchi. *An approach to stability analysis of second order fuzzy systems*. In [1992 Proceedings] IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pages 1427–1434. IEEE, 1992.
- [37] Kazuo Tanaka and Hua O Wang. *Fuzzy control systems design and analysis*. Wiley Online Library, 2001.
- [38] Hua O Wang and Kazuo Tanaka. *Fuzzy control systems design and analysis : A linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.
- [39] Gang Feng, Shu-Guang Cao, Neville W Rees, and Chu Kwong Chak. *Design of fuzzy control systems with guaranteed stability*. *Fuzzy sets and systems*, 85(1) :1–10, 1997.
- [40] Xiao-Jun Ma, Zeng-Qi Sun, and Yan-Yan He. *Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer*. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 6(1) :41–51, 1998.
- [41] Ron J Patton, Jie Chen, and CJ Lopez-Toribio. *Fuzzy observers for nonlinear dynamic systems fault diagnosis*. In Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 98CH36171), volume 1, pages 84–89. IEEE, 1998.
- [42] Abdesselem Boulkroune, Mohamed Tadjine, Mohammed M'Saad, and Mondher Farza. *Design of a unified adaptive fuzzy observer for uncertain nonlinear systems*. *Information Sciences*, 265 :139–153, 2014.
- [43] Anh-Tu Nguyen, Víctor Campos, Thierry-Marie Guerra, Juntao Pan, and Wenbo Xie. *Takagi-sugeno fuzzy observer design for nonlinear descriptor systems with unmeasured premise variables and unknown inputs*. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 31(17) :8353–8372, 2021.
- [44] Kazuo Tanaka, Takayuki Ikeda, and Hua O Wang. *Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and lmi-based designs*. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 6(2) :250–265, 1998.
- [45] Abdelkader Akhenak. *Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic*. PhD thesis, éditeur inconnu, 2004.
- [46] Sabrina Aouaouda, Mohammed Chadli, Peng Shi, and Hamid Reza Karimi. *Discrete-time  $h$ -/ $h$  sensor fault detection observer design for nonlinear systems with parameter uncertainty*. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 25(3) :339–361, 2015.
- [47] T Youssef, Mohammed Chadli, Hamid Reza Karimi, and Rongrong Wang. *Actuator and sensor faults estimation based on proportional integral observer for ts fuzzy model*. *Journal of the Franklin Institute*, 354(6) :2524–2542, 2017.
- [48] Juntao Pan, Anh-Tu Nguyen, Thierry-Marie Guerra, and Dalil Ichalal. *A unified framework for asymptotic observer design of fuzzy systems with unmeasurable premise variables*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 29(10) :2938–2948, 2020.
- [49] Pontus Bergsten and Rainer Palm. *Thau-luenberger observers for ts fuzzy systems*. In Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems. FUZZ-IEEE 2000 (Cat. No. 00CH37063), volume 2, pages 671–676. IEEE, 2000.
- [50] PE Moraal and JW Grizzle. *Observer design for nonlinear systems with discrete-time measurements*. *IEEE Transactions on automatic control*, 40(3) :395–404, 1995.
- [51] Nikolaos Kazantzis and Costas Kravaris. *Discrete-time nonlinear observer design using functional equations*. *Systems & Control Letters*, 42(2) :81–94, 2001.
- [52] Bruno Sinopoli, Luca Schenato, Massimo Franceschetti, Kameshwar Poolla, Michael I Jordan, and Shankar S Sastry. *Kalman filtering with intermittent observations*. *IEEE transactions on Automatic Control*, 49(9) :1453–1464, 2004.

- [53] Weihua Li, Sirish L Shah, and Deyun Xiao. *Kalman filters in non-uniformly sampled multirate systems : For fdi and beyond*. *Automatica*, 44(1) :199–208, 2008.
- [54] Ajit Gopalakrishnan, Niket S Kaisare, and Shankar Narasimhan. *Incorporating delayed and infrequent measurements in extended kalman filter based nonlinear state estimation*. *Journal of Process Control*, 21(1) :119–129, 2011.
- [55] Ali Zemouche and Mohamed Boutayeb. *Observer design for lipschitz nonlinear systems : the discrete-time case*. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Express Briefs*, 53(8) :777–781, 2006.
- [56] Mohamed Boutayeb and Didier Aubry. *A strong tracking extended kalman observer for nonlinear discrete-time systems*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(8) :1550–1556, 1999.
- [57] JE Carvajal-Rubio, M Defoort, JD Sánchez-Torres, M Djemai, and AG Loukianov. *Implicit and explicit discrete-time realizations of the robust exact filtering differentiator*. *Journal of the Franklin Institute*, 359(8) :3951–3978, 2022.
- [58] Hossein Beikzadeh and Horacio J Marquez. *Multirate observers for nonlinear sampled-data systems using input-to-state stability and discrete-time approximation*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 59(9) :2469–2474, 2014.
- [59] Chen Ling and Costas Kravaris. *Multi-rate observer design for process monitoring using asynchronous inter-sample output predictions*. *AIChE Journal*, 63(8) :3384–3394, 2017.
- [60] K Busawon, M Saif, and M Farza. *A discrete-time observer for a class of nonlinear systems*. In *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, volume 5, pages 4796–4801*. *IEEE*, 1997.
- [61] Ho Jae Lee et al. *Sampled-data observer-based output-feedback fuzzy stabilization of nonlinear systems : Exact discrete-time design approach*. *Fuzzy Sets and Systems*, 201 :20–39, 2012.
- [62] Thierry-Marie Guerra, Hichem Kerkeni, Jimmy Lauber, and Laurent Vermeiren. *An efficient lyapunov function for discrete t-s models : observer design*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 20(1) :187–192, 2011.
- [63] F Deza, E Busvelle, JP Gauthier, and D Rakotopara. *High gain estimation for nonlinear systems*. *Systems & control letters*, 18(4) :295–299, 1992.
- [64] Madiha Nadri, Hassan Hammouri, and C Astorga. *Observer design for continuous-discrete time state affine systems up to output injection*. *European journal of control*, 10(3) :252–263, 2004.
- [65] Hassan Hammouri, Madiha Nadri, and Rafael Mota. *Constant gain observer for continuous-discrete time uniformly observable systems*. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, pages 5406–5411*. *IEEE*, 2006.
- [66] Vincent Andrieu and Madiha Nadri. *Observer design for lipschitz systems with discrete-time measurements*. In *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), pages 6522–6527*. *IEEE*, 2010.
- [67] Olivier Sename. *New trends in design of observers for time-delay systems*. *Kybernetika*, 37(4) :427–458, 2001.
- [68] Tarek Ahmed-Ali, Estelle Cherrier, and Mohammed M'Saad. *Cascade high gain observers for nonlinear systems with delayed output measurement*. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference, pages 8226–8231*. *IEEE*, 2009.
- [69] Vincent Van Assche, Tarek Ahmed-Ali, CAB Hann, and Françoise Lamnabhi-Lagarrigue. *High gain observer design for nonlinear systems with time varying delayed measurements*. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1) :692–696, 2011.

- [70] K Subbarao and PC Muralidhar. *State observer for linear systems with piece-wise constant output delays*. IET control theory & applications, 3(8) :1017–1022, 2009.
- [71] Praveen C Muralidhar. *Observer synthesis for linear/nonlinear dynamical systems subject to measurement delays*. The University of Texas at Arlington, 2006.
- [72] Ho Jun Kim, Jin Bae Park, and Young Hoon Joo. *Sampled-data  $h_\infty$  fuzzy observer for uncertain oscillating systems with immeasurable premise variables*. IEEE Access, 6 :58075–58085, 2018.
- [73] Madiha Nadri, Hassan Hammouri, and Rafael Mota Grajales. *Observer design for uniformly observable systems with sampled measurements*. IEEE Transactions on Automatic Control, 58(3) :757–762, 2012.
- [74] Frédéric Mazenc and Emilia Fridman. *Predictor-based sampled-data exponential stabilization through continuous–discrete observers*. Automatica, 63 :74–81, 2016.
- [75] Iasson Karafyllis and Costas Kravaris. *From continuous-time design to sampled-data design of observers*. IEEE Transactions on Automatic Control, 54(9) :2169–2174, 2009.
- [76] Tobias Raff, Markus Kogel, and Frank Allgower. *Observer with sample-and-hold updating for lipschitz nonlinear systems with nonuniformly sampled measurements*. In 2008 American control conference, pages 5254–5257. IEEE, 2008.
- [77] Petro Feketa, Alexander Schaum, Pascal Jerono, and Thomas Meurer. *Impulsive observer design for a class of continuous biological reactors*. In 2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC), pages 5076–5081. IEEE, 2019.
- [78] Mondher Farza, Mohammed M’Saad, Mamadou Lamine Fall, Eric Pigeon, Olivier Gehan, and Krishna Busawon. *Continuous-discrete time observers for a class of mimo nonlinear systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 59(4) :1060–1065, 2013.
- [79] Clément Tréangle, Mondher Farza, and Mohammed M’Saad. *Filtered high gain observer for a class of uncertain nonlinear systems with sampled outputs*. Automatica, 101 :197–206, 2019.
- [80] Syed Ali Ajwad, Tomas Ménard, Emmanuel Moulay, Michael Defoort, and Patrick Coirault. *Observer based leader-following consensus of second-order multi-agent systems with nonuniform sampled position data*. Journal of the Franklin Institute, 356(16) :10031–10057, 2019.
- [81] Tristan Bonargent, Tomas Menard, Eric Pigeon, Mathieu Pouliquen, and Olivier Gehan. *Observer design for nonlinear systems with multi-rate sampled outputs-application to attitude estimation*. In 2020 European Control Conference (ECC), pages 997–1002. IEEE, 2020.
- [82] Antonino Sferlazza, Sophie Tarbouriech, and Luca Zaccarian. *State observer with round-robin aperiodic sampled measurements with jitter*. Automatica, 129 :109573, 2021.
- [83] Yanjun Shen, Daoyuan Zhang, and Xiaohua Xia. *Continuous observer design for a class of multi-output nonlinear systems with multi-rate sampled and delayed output measurements*. Automatica, 75 :127–132, 2017.
- [84] Francesco Ferrante and Alexandre Seuret. *Observer design for linear aperiodic sampled-data systems : A hybrid systems approach*. IEEE Control Systems Letters, 6 :470–475, 2021.
- [85] Guillaume Landicheck, Tomas Ménard, Olivier Gehan, and Eric Pigeon. *Continuous-discrete time observer design for multi-output linear continuous systems with aperiodic asynchronous measurements*. IEEE Control Systems Letters, 2022.
- [86] Yuchun Li, Sean Phillips, and Ricardo G Sanfelice. *Robust distributed estimation for linear systems under intermittent information*. IEEE Transactions on Automatic Control, 63(4) :973–988, 2017.

- [87] Tarek Ahmed-Ali, Emilia Fridman, Fouad Giri, Laurent Burlion, and Françoise Lamnabhi-Lagarrigue. *Using exponential time-varying gains for sampled-data stabilization and estimation*. *Automatica*, 67 :244–251, 2016.
- [88] Han Sol Kim, Young Hoon Joo, and Kwangil Lee. *Sampled-data  $h_\infty$  fuzzy observer design under time-varying sampling rates and its applications to the attitude and heading reference system*. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 14(6) :2557–2566, 2019.
- [89] Han Sol Kim and Kwangil Lee. *Design of a fault tolerant sampled-data fuzzy observer with exponential time-varying gains*. *IEEE Access*, 8 :68488–68498, 2020.
- [90] Anh-Tu Nguyen, Juntao Pan, Thierry-Marie Guerra, and Zhenhua Wang. *Avoiding unmeasured premise variables in designing unknown input observers for takagi–sugeno fuzzy systems*. *IEEE Control Systems Letters*, 5(1) :79–84, 2020.
- [91] Xun-Lin Zhu and Youyi Wang. *Stabilization for sampled-data neural-network-based control systems*. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 41(1) :210–221, 2010.
- [92] Pontus Bergsten, Rainer Palm, and Dimiter Driankov. *Fuzzy observers*. In 10th IEEE International Conference on Fuzzy Systems.(Cat. No. 01CH37297), volume 2, pages 700–703. IEEE, 2001.
- [93] Yong Hoon Jang, Kwangil Lee, and Han Sol Kim. *An intelligent digital redesign approach to the sampled-data fuzzy observer design*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 31(1) :92–103, 2022.
- [94] SC Wang and X Xia. *Mathematical modelling of heavy-ore load train equipped with electronically control pneumatic brake*. 2003.
- [95] Zhechen Wang and Yingmin Jia. *A terminal sliding mode algorithm for train velocity tracking considering wheel-rail adhesion*. In 2018 Chinese Automation Congress (CAC), pages 3065–3069. IEEE, 2018.
- [96] Huinan Chen, Wenchuan Cai, and Yongduan Song. *Wheel skid prediction and antiskid control of high speed trains*. In 17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), pages 1209–1214. IEEE, 2014.
- [97] Yao Chen, Hairong Dong, Jinhua Lü, Xubin Sun, and Liang Guo. *A super-twisting-like algorithm and its application to train operation control with optimal utilization of adhesion force*. *IEEE transactions on intelligent transportation systems*, 17(11) :3035–3044, 2016.
- [98] Çağlar Uyulan and Metin Gokasan. *Modeling, simulation and re-adhesion control of an induction motor-based railway electric traction system*. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I : Journal of Systems and Control Engineering*, 232(1) :3–11, 2018.
- [99] Manfred Burckhardt. *Fahrwerktechnik : Radschlupf-regelsysteme*, 1993. Vogel-Verlag, Wurtzberg, 36, 1993.
- [100] Hans B Pacejka. *Tire and vehicle dynamics, society of automotive engineers*. Inc, Warrendale, USA, 2002.
- [101] N Bosso, A Gugliotta, and A Somà. *Design and simulation of railway vehicles braking operation using a scaled roller-rig*. *WIT Transactions on the Built Environment*, 88, 2006.
- [102] Bernard P Rochard and Felix Schmid. *A review of methods to measure and calculate train resistances*. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit*, 214(4) :185–199, 2000.

- [103] Qing Wu, Maksym Spiriyagin, and Colin Cole. *Longitudinal train dynamics : an overview*. *Vehicle System Dynamics*, 54(12) :1688–1714, 2016.
- [104] Heather Douglas, Paul Weston, David Kirkwood, Stuart Hillmansen, and Clive Roberts. *Method for validating the train motion equations used for passenger rail vehicle simulation*. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit*, 231(4) :455–469, 2017.
- [105] Jean-Marc Allenbach, Pierre Chapas, Michel Comte, and Roger Kaller. *Traction électrique*. PPUR presses polytechniques, 2008.
- [106] Mondher Farza, Mohammed M'Saad, Tarak Maatoug, and Mohamed Kamoun. *Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems*. *Automatica*, 45(10) :2292–2299, 2009.
- [107] Hassan K Khalil. *Cascade high-gain observers in output feedback control*. *Automatica*, 80 :110–118, 2017.
- [108] Mondher Farza, Mohammed M'Saad, and L Rossignol. *Observer design for a class of mimo nonlinear systems*. *Automatica*, 40(1) :135–143, 2004.
- [109] Xiaohua Xia and Jiangfeng Zhang. *Modeling and control of heavy-haul trains [applications of control]*. *IEEE Control Systems Magazine*, 31(4) :18–31, 2011.
- [110] M Chou, X Xia, and C Kayser. *Modelling and model validation of heavy-haul trains equipped with electronically controlled pneumatic brake systems*. *Control Engineering Practice*, 15(4) :501–509, 2007.
- [111] Kai Gao, Zhiwu Huang, Jing Wang, Jun Peng, and Weirong Liu. *Decentralized control of heavy-haul trains with input constraints and communication delays*. *Control Engineering Practice*, 21(4) :420–427, 2013.
- [112] Bing Zhu and Xiaohua Xia. *Nonlinear trajectory tracking control for heavy-haul trains*. *IFAC-PapersOnLine*, 48(11) :41–46, 2015.





# Table des matières

<i>Remerciements</i>	<i>v</i>
<i>Résumé</i>	<i>vii</i>
<i>Table des matières</i>	<i>ix</i>
<i>Introduction générale</i>	<i>1</i>
<b>1 État de l'art</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Généralité sur les observateurs avec des mesures à temps continu . . . . .	8
1.2.1 Observateurs pour systèmes linéaires . . . . .	9
1.2.2 Observateurs pour systèmes non-linéaires . . . . .	9
1.3 Généralité sur les observateurs avec des mesures à temps discret . . . . .	17
1.3.1 Observateurs pour systèmes linéaires . . . . .	17
1.3.2 Observateurs pour systèmes non linéaires . . . . .	19
1.3.3 Autres observateurs . . . . .	20
1.4 Généralités sur les observateurs continus-discrets . . . . .	20
1.4.1 Observateurs continus-discrets avec des mesures périodiques . . . . .	20
1.4.2 Observateurs continus-discrets avec des mesures apériodiques . . . . .	22
1.5 Motivation et contribution . . . . .	25
1.6 Conclusion . . . . .	26
<b>2 Synthèse d'observateur sur modèle T-S avec des mesures continues et discrètes</b>	<b>27</b>
2.1 Introduction . . . . .	27
2.2 Formulation du problème . . . . .	28
2.2.1 Classe des systèmes considérés . . . . .	28
2.2.2 Description des sorties de la classe de systèmes considérée . . . . .	29
2.3 Synthèse d'observateur à gain exponentiellement variant dans le temps sur modèle T-S	29
2.3.1 Structure de l'observateur . . . . .	30
2.3.2 Analyse de la stabilité . . . . .	30
2.4 Comparaison avec des approches similaires . . . . .	36
2.4.1 Comparaison avec l'observateur de Luenberger pour une classe de système T-S avec des sorties continues . . . . .	36
2.4.2 Comparaison avec l'observateur continu-discret pour une classe de systèmes triangulaires avec des sorties échantillonnées . . . . .	36
2.5 Application sur des exemples académiques . . . . .	37

2.5.1	<i>Application sur un système triangularisable et comparaison avec le CDO à grand gain</i>	37
2.5.2	<i>Application sur un système non-triangularisable</i>	40
2.6	<i>Conclusion</i>	45
<b>3</b>	<b><i>Résultats de simulation dans le cadre du train autonome</i></b>	<b>49</b>
3.1	<i>Introduction</i>	49
3.2	<i>Modélisation dynamique du train</i>	50
3.2.1	<i>Modèle longitudinal du train</i>	50
3.2.2	<i>Notion d'adhérence roue-rail</i>	51
3.2.3	<i>Notion de résistance à l'avancement</i>	54
3.3	<i>Formulation du problème d'estimation pour le train</i>	55
3.3.1	<i>Capteurs utilisés</i>	55
3.3.2	<i>Formulation du problème d'estimation</i>	56
3.4	<i>Estimation de la vitesse longitudinale du train avec mesures continues et discrètes</i>	58
3.4.1	<i>Synthèse d'une cascade d'un différentiateur modes glissants et d'un observateur CDO</i>	58
3.4.2	<i>Synthèse d'un observateur T-S à gain exponentiellement variant dans le temps</i>	63
3.4.3	<i>Résultats numériques</i>	64
3.5	<i>Estimation de la vitesse longitudinale du train avec mesures discrètes multi-échantillonnées</i>	68
3.5.1	<i>Approche par cascade de CDO</i>	69
3.5.2	<i>Approche par observateur discret à entrée inconnue</i>	74
3.5.3	<i>Résultats numériques</i>	75
3.6	<i>Conclusion</i>	78
<b>4</b>	<b><i>Résultats expérimentaux sur le train de fret au Centre d'Essai Ferroviaire</i></b>	<b>81</b>
4.1	<i>Introduction</i>	81
4.2	<i>Présentation du protocole expérimental des essais</i>	81
4.2.1	<i>Présentation générale du système train</i>	82
4.2.2	<i>Caractéristiques des éléments du train</i>	82
4.2.3	<i>Module de Développement et de Prototypage Embarqué (MDPE)</i>	85
4.2.4	<i>Système d'arrosage</i>	85
4.2.5	<i>Configuration de la voie et vitesses limites</i>	87
4.3	<i>Identification du modèle longitudinal du train</i>	88
4.4	<i>Résultats expérimentaux des observateurs pour des conditions d'adhérence variables</i>	95
4.4.1	<i>Définition des scénarios pour les essais expérimentaux</i>	96
4.4.2	<i>Analyse des résultats</i>	99
4.4.3	<i>Détection des conditions d'adhérence</i>	103
4.5	<i>Conclusion</i>	108
	<b><i>Conclusion et perspectives</i></b>	<b>115</b>
	<b><i>Bibliographie</i></b>	<b>119</b>
	<b><i>Table des matières</i></b>	<b>127</b>



*Résumé*

Ce travail de thèse contribue au projet collaboratif "Train de Fret Autonome" porté par la SNCF et a pour but d'automatiser la conduite du train de Fret afin de garantir une conduite autonome fiable et sécurisée dans toutes conditions environnementales. Dans ce contexte, nos contributions concernent le développement d'estimateurs permettant de reconstruire avec précision la position et la vitesse longitudinale du train dans des conditions variables d'adhérence roue-rail. La difficulté majeure provient du fait que les capteurs odométriques embarqués fournissent une mesure de la rotation des roues au niveau des essieux mais ne détectent pas directement le phénomène de glissement des roues, ce qui entraîne une grande imprécision au niveau de l'estimation de la vitesse longitudinale du train. Pour faire face à ce problème, il est nécessaire de faire un recalage précis en utilisant la position du train mesurée par des radio-balises installées sur le rail. Néanmoins, cette mesure est discrète avec une période d'échantillonnage variable. L'un des challenges est de considérer les mesures du train qui combinent à la fois des mesures considérées continues et des mesures aperiodiquement échantillonnées. Ainsi, la principale contribution théorique de cette thèse est la conception d'un observateur continu-discret pour une classe de systèmes multi-entrées/multi-sorties avec des sorties continues entachées de bruits de mesures et des sorties aperiodiquement échantillonnées. Cet observateur est conçu pour répondre au cahier de charge du projet "Train de Fret Autonome" afin d'estimer la vitesse du train dans des conditions variables d'adhérence. Les performances de cet observateur sont montrées en simulation et comparées avec d'autres approches d'estimation de la vitesse du train puis ensuite validées expérimentalement via une campagne d'essais réalisée au Centre d'Essai Ferroviaire de Tronville-en-Barrois.

**Mots clés :** *train autonome, synthèse d'observateurs, force d'adhérence, mesures continues et aperiodiquement échantillonnées, observateur continu-discret (cdo), gain exponentiel variant dans le temps.*

---

*Abstract*

This thesis contributes to the collaborative project "Train de Fret Autonome" led by the SNCF and aims to control autonomous freight trains in order to guarantee reliable and safe autonomous driving in all environmental conditions. In this context, our contributions concern the development of estimators for accurately reconstructing the train position and longitudinal speed under variable wheel-rail adhesion conditions. The major difficulty arises from the fact that on-board odometric sensors provide a measurement of wheel rotation at axle level, but do not directly detect the phenomenon of wheel slippage, resulting in inaccurate estimation of the longitudinal speed of the train. To overcome this problem, it is necessary to make a precise recalibration using the position of the train measured by radio beacons installed on the rail. Nevertheless, this measurement is discrete with a variable sampling period. One of the challenges is to consider train measurements that combine both continuous and aperiodically sampled measurements. Thus, the main theoretical contribution of this thesis is the design of a continuous-discrete observer for a class of multi-input/multi-output systems with continuous noisy outputs and aperiodically sampled outputs. This observer is designed to meet the specifications of the "Autonomous Freight Train" project, in order to estimate train speed under variable adhesion conditions. The performance of this observer is shown in simulation and compared with other approaches to train speed estimation, then validated experimentally via an experimental test program carried out at the Centre d'Essai Ferroviaire of Tronville-en-Barrois.

**Keywords:** *autonomous train, observer design, adhesion force, continuous and aperiodic sampled measurements, continuous-discrete observer, exponential time-varying gain.*

---