



**HAL**  
open science

# Contraintes gravimétriques, magnétiques et géodésiques sur la dynamique du noyau fluide

Hugo Lecomte

► **To cite this version:**

Hugo Lecomte. Contraintes gravimétriques, magnétiques et géodésiques sur la dynamique du noyau fluide. Sciences de la Terre. Université de Strasbourg, 2023. Français. NNT : 2023STRAH007 . tel-04602403

**HAL Id: tel-04602403**

**<https://theses.hal.science/tel-04602403v1>**

Submitted on 5 Jun 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Université de Strasbourg

École doctorale n°413 : Sciences de la Terre et Environnement

Institut Terre et Environnement de Strasbourg

### THÈSE

présentée par

**Hugo Lecomte**

soutenue le **25 octobre 2023** à Strasbourg

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université de Strasbourg**

Discipline / Spécialité : **Géodésie/Géophysique**

**Contraintes gravimétriques, magnétiques et géodésiques  
sur la dynamique du noyau fluide**

#### **Thèse dirigée par :**

Séverine Rosat, Directrice de Recherche - [CNRS](#), [ITES](#), Université de Strasbourg

Mioara Manda, Physicienne - [CNAP](#), [CNES](#)

#### **Présidente du jury et rapporteure :**

Isabelle Panet, Directrice de Recherche, [IGN](#), [IPGP](#)

#### **Rapporteur :**

Philippe Cardin, Directeur de Recherche - [CNRS](#), [ISTerre](#), Université Grenoble Alpes

#### **Membres du jury :**

Marianne Greff-Lefftz, Professeur, [IPGP](#)

Olivier de Viron, Professeur, [LIENSs](#), La Rochelle Université

#### **Membre invité :**

Mathieu Dumberry, Professeur, Université de l'Alberta



# Résumé

Dans le noyau de la Terre, composé d'une partie solide et d'une enveloppe fluide, prennent place de nombreux processus sur lesquels notre connaissance est encore incomplète. Plusieurs questions sont encore à résoudre sur l'intérieur profond de la Terre comme celles de la viscosité de la graine ou de la stratification en densité du noyau. Le noyau fluide est mis en mouvement par une circulation convective à laquelle vient s'ajouter des perturbations. Ces flux créent le champ magnétique terrestre et les perturbations causent des variations de densité dans le noyau fluide et des variations de pression à l'interface entre le noyau et le manteau. Ces champs magnétique et de gravité terrestres permettent donc d'étudier les processus du noyau. Toutefois, d'autres événements à la surface de la Terre ou dans l'atmosphère créent aussi des variations du champ de gravité ou du champ magnétique. Cette multitude de signaux se superpose et rend complexe l'extraction de signaux du noyau terrestre.

Cette thèse analyse plusieurs observables (champ de gravité, champ magnétique, variations de la durée du jour) pour étudier différents processus du noyau terrestre. Pour cela, nous estimons les incertitudes des produits du champ de gravité et des modèles géophysiques de variation du champ de gravité. Nous comparons ces incertitudes à l'amplitude des signaux attendus produits par des processus de la Terre interne pour discuter de leur observabilité. Ces premiers résultats soulignent à quel point il est aujourd'hui difficile d'obtenir de nouvelles informations sur la dynamique du noyau terrestre grâce à des données de gravimétrie spatiale. Nous étudions également différentes méthodes d'interpolation pour combler les mois manquants dans les produits de variations temporelles du champ de gravité. Nous comparons, notamment, des méthodes combinant des produits de différentes missions satellitaires et d'autres de décomposition en sous-espaces. Ces méthodes d'interpolation permettent d'améliorer la qualité des séries temporelles et de faciliter les études des spectres de fréquence du champ de gravité bien que certaines soient à privilégier.

Nous proposons également une synthèse des différents travaux ayant étudié les processus se déroulant dans le noyau ou à sa surface et pouvant entraîner des variations de masses. Nous actualisons des travaux d'études conjointes des champs magnétique et de gravité et proposons de nouvelles analyses de ces champs. Nous étudions les variations de densité et de pression dans le noyau ainsi que le phénomène de réorientation du noyau solide à l'aide des variations temporelles du champ de gravité. Les modèles géomagnétiques et les mesures des variations de la durée du jour rentrent aussi en jeu dans nos analyses. À partir de ces observables, nous apportons de nouvelles estimations de l'amplitude maximale des variations de la gravité causées par ces phénomènes. Nos résultats soulignent que le chemin pour étudier les processus du noyau à l'aide de la gravité est encore long et des pistes de réflexion sont finalement proposées pour avancer dans ce sens.

**Mots clés :** géodésie spatiale, champ de gravité variable, gravimétrie satellitaire GRACE(-FO), noyau de la Terre, géomagnétisme, gravito-élasticité



# Abstract

The Earth's core, composed of a solid part and a fluid envelope, is the scene of various processes. Numerous questions are still open about the Earth's deep interior, such as the viscosity or the density stratification of the core. The fluid core is set in motion by convective circulation, to which disturbances are added. These flows create the Earth's magnetic field and the disturbances cause density variations in the fluid core and pressure variations at the interface between the core and the mantle. The Earth's magnetic and gravity fields allow us to study core processes. However, other events on the Earth's surface or in the atmosphere also create variations in the gravity or magnetic fields. This multitude of superimposed signals makes the extraction of the Earth's core signature difficult.

This thesis investigates several observables (gravity field, magnetic field, variations in the length of day) to study different processes in the Earth's core. To do so, we estimate the uncertainties of gravity field products and geophysical models used to minimise the surface process signatures. We compare these uncertainties with the amplitude of expected signals from internal Earth's processes to discuss their observability. These results underline the challenge to get new information about the dynamics of the Earth's core using space gravity data. We investigate different interpolation methods to gap-fill the missing months of the products of gravity field time variations. In particular, we compare methods that combine products from different satellite missions and others that use subspace decomposition. These gap-filling methods improve the quality of the time series and make it easier to study the frequency spectra of the gravity field, but we show that some of them are preferable.

We then present a summary of the various studies that investigated the processes taking place in the core or at its surface that can lead to mass variations. We update joint studies of magnetic and gravity fields and propose new analyses based on these fields. Finally, we study density and pressure variations in the core and the process of reorientation of the solid core using time-variable gravity field. Geomagnetic models and measurements of variations in the length of day also contribute to our analyses. Based on these observables, we provide new estimates of the maximum amplitude of gravity variations caused by these phenomena. Our results highlight that there is still a long road ahead for studying core processes using gravity, and we finally propose a number of ways of progressing in this direction.

**Key words** : space geodesy, time variable gravity, space gravimetry GRACE(-FO), Earth's core, geomagnetic field, gravito-elasticity



# Remerciements

Durant mes trois années de thèse, j'ai eu la chance d'être bien entouré, encadré et accompagné. Il faut que je prenne quelques lignes en préambule de ce manuscrit pour remercier toutes ces personnes.

En premier lieu, un grand merci à Séverine et Mioara pour avoir porté ce projet et m'avoir choisi pour mener à bien ces trois années à vos côtés. J'apprécie la confiance dont vous avez fait preuve en me choisissant pour me permettre d'effectuer cette thèse en détachement. Grâce à vous deux, j'ai pu me soucier uniquement de la recherche sur mon sujet de thèse. Votre soutien m'a permis de présenter mes travaux lors de déplacements et vous m'avez témoigné votre confiance en me laissant la liberté nécessaire pour travailler de manière indépendante. Vous m'avez introduit à vos connaissances pendant les conférences et événements auxquels nous avons participé ensemble et vous avez constamment œuvré à la valorisation de mes travaux pendant ces trois ans. Vos retours m'ont toujours encouragé à améliorer mes productions et m'ont permis de gommer certains défauts. Bien sûr, j'ai encore plein d'éléments à améliorer, mais grâce à vous, je sais où je dois porter mon attention à l'avenir. Ces trois années de travail à vos côtés ont répondu à mes attentes et je vous en suis reconnaissant. J'espère que nous continuerons à collaborer par la suite.

Merci à Jérôme, Pacôme et Guðmundur pour leur lettre de recommandation qui m'ont lancé dans le processus de sélection pour réaliser cette thèse.

Un sincère remerciement à tous les membres de mon jury de thèse, Isabelle Panet, Philippe Cardin, Olivier de Viron, Marianne Greff-Lefftz et Mathieu Dumberry, d'avoir accepté d'évaluer mon travail et d'avoir pris de leur temps pour cela. Je remercie tout particulièrement Isabelle et Philippe, les deux rapporteurs de ce manuscrit.

Cette thèse a également été l'occasion de se réunir à deux reprises avec Marianne Greff-Lefftz et Véronique Dehant pour les comités de suivis. Je les remercie toutes les deux pour les discussions précieuses que nous avons eu pendant ces temps d'échanges.

Je me souviens de cette phrase de Séverine, deux mois avant le début de ma thèse : « Tu vas rencontrer et intégrer la communauté du noyau. » Pendant ces trois années, j'ai eu la chance de participer à des workshops, des symposiums et des conférences qui m'ont permis de côtoyer et d'échanger avec de nombreux chercheurs. En tant que membre du projet GRavimetry, mAgnetism, rotation and CorE FLow (**GRACEFUL**), je remercie énormément tous les autres participants qui ont été sources de propositions, de débats et de réflexion pour mon travail de thèse. Cela a été le cas avec le groupe des jeunes chercheurs, Anita, Tobias, Félix, Ilya, Fleur, Hannah, Sheng-An et Kang. Mais aussi avec tous les chercheurs plus établis qui ont toujours été dans le partage et qui ont contribué avec une grande générosité à ces échanges : Julia, Anne, Nicolas, Dominique, Anny, Santiago et Jérémy.

Merci à toutes les personnes de la communauté française de géodésie de m'accueillir parmi eux. Je pense à ceux qui m'ont appris la géodésie et encouragé à commencer une thèse, Jacques, Xavier, Serge, David, Franck. Et je remercie également tous ceux qui m'ont accompagné alors que j'initiais mes premiers pas dans la recherche, avec lesquels j'ai pu échanger lors de visites de laboratoire ou lors de conférences, Guillaume, Isabelle, Kristel, Paul, Samuel, Arnaud, Zuheir. Big-up à tous les jeunes (et moins jeunes, n'est-ce pas mamie) géodésiens et autres géophysiciens avec lesquels j'ai pu partager des moments scientifiques et conviviaux pendant ces trois ans, Maylis, Louis-Marie, Marie, Ana, Charlotte. Merci aussi aux personnes de Toulouse qui ont participé à ces échanges de connaissances et, pour certains que je vais côtoyer beaucoup plus



régulièrement après cette thèse, Jonathan, Alejandro, Jean-Michel, Félix et Hanane.

Merci à tous mes co-bureaux au cours de ces trois années, Agatha, Alexandre, Quentin et les autres personnes qui y ont passé quelques temps. Mes pauses midis, certains repas du soir et les afterworks ont été animés par toute l'équipe des doctorants de l'Institut Terre et Environnement de Strasbourg (ITES) que je remercie énormément pour ces moments partagés, Frank, Luc, Oscar, Lou, Emmanuel, Rémi, Lucille, Mérédith, Clément, Bérénice, David, Lucas et tous les autres. Merci aussi à tous les chercheurs et personnels administratifs de l'ITES qui m'ont accompagné, Jean-Paul, Aude, Ingo, Renaud, Dilek, et tous les autres. Et merci aux diverses personnes que j'ai aussi côtoyées au cours des enseignements que j'ai donnés à l'ITES dont tous les élèves, Cécile, Christophe, Sophie et Florence.

Plein de mercis et de bisous baveux pour toute la famille et tous les copains de l'ENSG, Marion, Iris, Maylis, Marie, Marie, Louise, Geof, Martin, Manu, Witold, Benoît, Siméon, Pierre, Typh ( $n \cap n$ ), et tous les autres. Ça a toujours été un plaisir de vous croiser au long de ces trois années. C'est toujours sympa de voir qu'on vieillit, qu'on avance dans nos vies et dans la géomatique. Plein de gens passent dans le dark-side de la recherche, c'est enrichissant de pouvoir partager, philosopher ensemble sur notre domaine et nos expériences si similaires malgré les différences. Un grand merci à tous les apprentis chercheurs qui ont échangé avec moi là-dessus. La force des choses fait que j'ai aussi passé pas mal de temps à Toulouse pendant ces trois ans et j'y ai rencontré plein de nouvelles personnes supers, merci Valou, Camille, Lucie, Lluís, Robin et tous les autres pour ces moments sympas.

Petit clin d'œil à l'équipe du SIMV que j'ai quittée pour venir réaliser cette thèse en détachement et que j'ai eu le plaisir de recroiser (pas assez souvent malheureusement) lors de mes passages à l'Institut national de l'information géographique et forestière (IGN), Mathieu, Gaëlle, Camille, Nicolas, François, Apolline, Sami et Sébastien.

Un énorme merci à la famille et à la belle-famille qui m'ont accueilli, chouchouté et très bien traité un grand nombre de fois au cours de ces trois ans. J'ai toujours eu mon petit espace studieux quand cela a été nécessaire et plein d'amour pour accompagner le tout. Merci à Louise pour son riz tofu nature, c'est l'intention qui compte...

Merci à toutes les personnes ayant mené des relectures approfondies ou superficielles de ce manuscrit, Séverine, Mioara, Juliette, Thomas, Manu.

Il y a encore des personnes que j'ai oubliés de remercier dans cette liste qui n'est pas exhaustive. À vous tous que j'ai croisés, avec qui j'ai échangés et qui ont participé à ce travail de près ou de loin, MERCI.

Un grand merci à la SNCF qui a permis la continuité de mon couple pendant ces trois années de relation entre Strasbourg et Toulouse. Par exemple, ce n'est pas moins de 38000 km avec eux sur l'année 2022, soit un tour de la Terre en train.

Madame Juliette Lecomte(-Ortet), vous méritiez bien de clore ces remerciements. Ne dit-on pas qu'il faut garder la meilleure pour la fin ? Merci de partager ma vie et de m'avoir mis ce petit « coup de pied au cul » pour m'inciter à me lancer dans la recherche. Tu as su prendre la place, tour à tour, de conjointe, collègue jeune doctorante (confinée avec moi), oreille attentive et relectrice orthographique. Tu fais partie intégrante de la réussite de ce doctorat et je suis sûr que cela n'entraînera que le meilleur pour le tien. Je suis heureux d'avoir partagé cette

expérience à tes côtés, ce n'est que le début, avec ou sans la recherche.

Je me permets de clore cette section remerciements avec un petit bilan carbone (approximatif) lié à mes activités de thèse. J'ai effectué 3 aller-retour en avion dont deux vers les USA pour environ 2,5 tonnes d'équivalent CO<sub>2</sub>. L'empreinte carbone de mes trajets en train est, elle, d'environ 100 kg d'équivalent CO<sub>2</sub>. Pour finir, le PC portable qui a été acheté pour la thèse et sa consommation en électricité correspondent respectivement à une empreinte carbone d'environ 200 kg et 20 kg. Avec tous ces chiffres, nous pouvons voir que la somme d'équivalent CO<sub>2</sub> de toutes les activités réalisées dans le cadre cette thèse est d'environ 3 tonnes (Bref, prenez le train si vous pouvez et si vous avez le temps).

# Table des matières

Résumé . . . . .	i
Abstract . . . . .	iii
Remerciements . . . . .	v
Glossaire et sigles utiles . . . . .	xi
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Le système Terre, un système complexe</b>	<b>5</b>
1.1 Structure interne de la Terre . . . . .	6
1.1.1 Couches de la Terre . . . . .	6
1.1.2 Processus internes au noyau fluide . . . . .	9
1.1.3 Élasticité du milieu terrestre . . . . .	10
1.2 Couches fluides externes du système Terre . . . . .	11
1.2.1 Processus de déplacement des masses atmosphériques . . . . .	11
1.2.2 Processus de déplacement des masses océaniques . . . . .	12
1.2.3 Cycle de l'eau continental . . . . .	12
1.3 Observables . . . . .	13
1.3.1 Champ magnétique terrestre . . . . .	13
1.3.2 Champ de gravité terrestre . . . . .	14
1.3.3 Rotation de la Terre . . . . .	16
<b>2 Théorie et méthodes d'analyse</b>	<b>17</b>
2.1 Représentation d'un champ potentiel . . . . .	18
2.1.1 Systèmes de coordonnées . . . . .	18
Coordonnées cartésiennes . . . . .	18
Coordonnées géographiques . . . . .	18
2.1.2 Représentation sous forme d'une grille . . . . .	19
2.1.3 Représentation en Harmoniques sphériques (HS) . . . . .	19
Polynôme associé de Legendre . . . . .	20
Résolution spatiale . . . . .	21
2.2 Théorie newtonienne de la gravité . . . . .	21
2.2.1 Force d'attraction gravitationnelle . . . . .	21
2.2.2 Champ gravitationnel . . . . .	22
2.2.3 Potentiel gravitationnel . . . . .	23
2.2.4 La gravité et la pesanteur terrestre . . . . .	23
Marées . . . . .	24
Formules analytiques des coefficients . . . . .	25
Représentation de degrés spéciaux . . . . .	25
2.2.5 Unités gravimétriques . . . . .	25

	Unités directes . . . . .	26
	Unités modélisant l'élasticité de la Terre . . . . .	26
2.3	Théorie du champ magnétique interne . . . . .	27
2.3.1	Équations Magnéto-Hydro-Dynamiques (MHD) . . . . .	27
2.3.2	Écoulements à la surface du noyau liquide . . . . .	27
	Formules analytiques des coefficients . . . . .	28
	Paramètres adimensionnels d'une modélisation MHD . . . . .	28
2.3.3	Variations temporelles rapides du champ magnétique . . . . .	29
	Accélération séculaire . . . . .	29
2.3.4	Secousses géomagnétiques . . . . .	29
2.4	Outils de traitement des champs potentiels . . . . .	30
2.4.1	Filtrage spatial . . . . .	30
2.4.2	Filtrage temporel . . . . .	32
2.5	Méthodes d'analyse des champs potentiels . . . . .	33
2.5.1	Analyse en ondelettes . . . . .	33
2.5.2	Fonctions Orthogonales Empiriques (EOFs) . . . . .	34
2.5.3	Variantes des EOFs avec deux jeux de données . . . . .	37
	Analyse en composantes principales (PCA) conjointe . . . . .	37
	Décomposition en valeurs singulières (SVD) conjointe . . . . .	37
2.5.4	Analyse en Composantes Indépendantes (ICA) . . . . .	38
2.5.5	Singular Spectrum Analysis (SSA) . . . . .	38
2.5.6	Multivariate SSA (MSSA) . . . . .	40
2.6	Méthodes de comparaison de séries de données . . . . .	41
2.6.1	Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (RMSE) . . . . .	41
2.6.2	Corrélation . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Données et modèles</b> . . . . .	<b>43</b>
3.1	Missions satellitaires . . . . .	44
3.1.1	Télémétrie laser sur satellites (SLR) . . . . .	44
3.1.2	GRACE . . . . .	45
3.1.3	Swarm . . . . .	48
3.2	Données . . . . .	49
3.2.1	Variations du champ de gravité issues de GRACE . . . . .	49
3.2.2	Variations du champ de gravité issues d'autres mesures . . . . .	52
3.2.3	Produits mascon . . . . .	53
3.2.4	Paramètres d'orientation de la Terre (EOP) . . . . .	53
3.2.5	Variations de l'intensité du champ magnétique . . . . .	54
3.3	Modèles géophysiques de surface . . . . .	54
3.3.1	Modèles hydrologiques . . . . .	55
	GLDAS . . . . .	56
	ERA5 . . . . .	57
	LSDM . . . . .	57
	ISBA-CTRIP . . . . .	57
	WGHM . . . . .	58
3.3.2	Modèles océaniques . . . . .	59
	OMCT . . . . .	60
	MPIOM . . . . .	60
	T-UGOm . . . . .	61
3.3.3	Modèles atmosphériques . . . . .	61
3.3.4	Modèles de rebond post-glaciaire . . . . .	62

<b>4</b>	<b>Analyses et traitement des données gravimétriques</b>	<b>63</b>
4.1	Estimation de l'incertitude à bas degrés des observations gravimétriques . . . . .	64
4.1.1	Présentation des motivations et du raisonnement de l'article . . . . .	64
4.1.2	Uncertainty of low-degree space gravimetry observations : surface processes versus Earth's core signal . . . . .	65
4.1.3	Supplementary Materials . . . . .	85
4.2	Amélioration de la qualité temporelle des séries GRACE(-FO) . . . . .	91
4.2.1	Présentation des motivations et du raisonnement de l'article . . . . .	91
4.2.2	Gap filling within GRACE missions : comparative assessment of interpolation techniques . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Dynamique du noyau vue par les champs potentiels</b>	<b>109</b>
5.1	Dynamiques induisant des variations de masse dans le noyau [...] . . . . .	110
5.2	[...] mises en perspectives par les champs potentiels . . . . .	112
5.2.1	Revisite de la corrélation des champs potentiels . . . . .	112
5.2.2	Le processus de dissolution et cristallisation à la CMB . . . . .	118
5.2.3	Études des corrélations entre secousses magnétiques et variations de la gravité . . . . .	120
5.3	Anomalies de densité . . . . .	123
5.4	Anomalies de pression . . . . .	126
5.5	Réorientation de la graine . . . . .	130
5.5.1	Motivation de l'étude . . . . .	130
5.5.2	Gravitational constraints on the Earth's inner core differential rotation . . . . .	130
5.5.3	Supplementary Materials . . . . .	141
	<b>Conclusion</b>	<b>153</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>157</b>
	<b>Annexes</b>	<b>166</b>
A	Liste des Figures . . . . .	166
B	Liste des Tableaux . . . . .	171
C	Liste des Publications et Communications . . . . .	173
D	Liste des notations . . . . .	175
D.1	Terre . . . . .	175
D.2	Systèmes de coordonnées . . . . .	175
D.3	Gravité . . . . .	175
D.4	Champ magnétique . . . . .	175
E	Librairie Python read-GRACE-harmonics . . . . .	176
E.1	Notebook d'introduction . . . . .	176
F	Représentation spatiale de coefficients de Stokes et de produits du champ de gravité . . . . .	192

# Glossaire et sigles utiles

**AIUB** Astronomical Institute University Bern  
**AOD1B** Atmosphere and Ocean De-Aliasing Level-1B  
**BW** contenu en eau de la biomasse  
**CHAMP** CHAllenging Minisatellite Payload  
**CF** centre de figure  
**CM** centre des masses  
**CMB** limite noyau-manteau  
**CN** centre de réseau  
**CNAP** Conseil National des Astronomes et Physiciens  
**CNES** Centre National d'Études Spatiales  
**CNFGG** Comité National Français de Géodésie et Géophysique  
**CNRM** Centre National de Recherches Météorologiques  
**CNRS** Centre National de la Recherche Scientifique  
**COST-G** International Combination Service for Time-variable Gravity Fields  
**CSR** Center for Space Research  
**CWT** analyse continue en ondelettes  
**C3S** Copernicus Climate Change Service  
**DLR** Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt  
**DORIS** Détermination d'Orbite et de Radio positionnement Intégré par Satellite  
**ECMWF** centre européen pour les prévisions météorologiques à moyen terme  
**ECV** variable climatique essentielle  
**EOF** Fonction Orthogonale Empirique  
**EOP** paramètres d'orientation de la Terre  
**ESA** Agence Spatiale Européenne  
**EWH** hauteur d'eau équivalente  
**FFT** Transformation de Fourier Rapide  
**GFZ** German Research Centre for Geosciences  
**GIA** rebond post-glaciaire  
**GIEC** Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat  
**GLDAS** Global Land Data Assimilation System  
**GNSS** systèmes de positionnement par satellites

**GPCC** Global Precipitation Climatology Center  
**GPCP** Global Precipitation Climatology Project  
**GRACE** Gravity Recovery And Climate Experiment  
**GRACE-FO** GRACE-Follow On  
**GRACEFUL** GRavimetry, mAgnetism, rotation and CorE FLOW  
**GSFC** NASA Goddard Space Flight Center  
**GW** eaux souterraines  
**G2** Géodésie - Géophysique  
**HDXM** Hydrological Discharge eXtended Model  
**HTESSEL** Revised Tiled ECMWF Scheme for Surface Exchanges over Land  
**HS** harmoniques sphériques  
**IAG** International Association of Geodesy  
**IC** noyau solide  
**ICA** Analyse en Composantes Indépendantes  
**ICB** limite du noyau solide  
**IERS** service international de la rotation terrestre et des systèmes de référence  
**IGN** Institut national de l'information géographique et forestière  
**ILRS** International Laser Ranging Service  
**IMERG** Integrated Multi-satellitE Retrievals for GPM  
**IPGP** Institut de Physique du Globe de Paris  
**ISBA** Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère  
**ISBA-CTRIP** ISBA avec la version CNRM de TRIP  
**ISterre** Institut des Sciences de la Terre  
**ITES** Institut Terre et Environnement de Strasbourg  
**ITRS** International Terrestrial Reference System  
**IVS** International VLBI Service  
**IUGG** International Union of Geodesy and Geophysics  
**JADE** Joint Approximate Diagonalization of the Eigen-matrices  
**JPL** Jet Propulsion Laboratory  
**KBR** K/Ka-Band ranging  
**LIENSs** Littoral ENvironnement Et Sociétés  
**LLSVP** provinces de basse vitesse des ondes de cisaillement  
**LOD** durée du jour  
**LRI** Laser Ranging Interferometer  
**LSDM** Land Surface Discharge Model  
**LSXM** Land Surface eXtended Model  
**LUH** Leibniz Universität Hannover  
**MAC** Magneto-Archimedes-Coriolis  
**MHD** Magnéto-Hydro-Dynamique  
**MPIOM** Max-Planck-Institute for Meteorology Ocean Model

**MSSA** Multivariate Singular Spectrum Analysis  
**NASA** National Aeronautics and Space Administration  
**OBP** pression océanique profonde  
**OMCT** Ocean Model for Circulation and Tides  
**PC** Composante Principale  
**PCA** Analyse en Composantes Principales  
**PREM** Preliminary Reference Earth Model  
**QG** quasi-géostrophique  
**RL** Release  
**RMSE** Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne  
**RMS** racine quadratique moyenne  
**SDS** Science Data System  
**SLR** télémétrie laser sur satellites  
**SM** humidité du sol  
**SN** contenu en eau de la neige et de la glace  
**SSA** Singular Spectrum Analysis  
**SVD** Décomposition en Valeurs Singulières  
**SW** eaux de surfaces  
**T-UGOm** Toulouse Unstructured Grid Ocean model  
**TAI** Temps Atomique International  
**TRIP** Total Runoff Integrating Pathways  
**TWS** contenu en eau terrestre  
**VCE** estimation de la composante de variance  
**VLBI** interférométrie à très longue base  
**WGHM** WaterGAP Global Hydrology Model



# Introduction

La recherche scientifique, dont l'objectif premier est l'amélioration de l'état de nos connaissances, s'inscrit dans une volonté profonde d'assouvir notre curiosité sur ce qui nous entoure et de mieux comprendre les mécanismes complexes qui régissent notre planète. Perfectionner notre compréhension de la Terre est aussi important pour anticiper le futur et pouvoir nous y adapter. Au temps de l'Anthropocène, où l'Humanité est responsable d'une augmentation incontrôlée de la concentration en gaz à effet de serre dans l'atmosphère, entraînant un changement climatique majeur, l'adaptation est le maître-mot. Pour citer le résumé à destination des décideurs du 6<sup>e</sup> rapport du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat ([GIEC](#)) : « Des transitions rapides et profondes dans tous les secteurs et systèmes sont nécessaires pour parvenir à des réductions profondes et durables des émissions et garantir un avenir vivable et durable pour tous. »

Face aux enjeux majeurs de notre temps, tels que les changements climatiques et la nécessité d'assurer un avenir durable pour tous, nous pouvons contribuer à l'observation et l'analyse de notre planète et des ses changements via la recherche. La discipline scientifique qui porte sur la mesure des dimensions de la Terre, les techniques de positionnement et les variations du champ gravitationnel terrestre est la géodésie. Ses origines remontent à la Grèce antique et aux questionnements sur la forme de Terre ainsi qu'à l'Égypte ancienne et au développement d'outils et de techniques d'arpentage visant à résoudre des problèmes liés à la topométrie. Aujourd'hui, les techniques de mesures spatiales étudiant la Terre reposent sur les fondements de la géodésie afin de réaliser des productions de qualité et de faire avancer nos connaissances (*Evolving the Geodetic Infrastructure to Meet New Scientific Needs*, 2020). Les observations qui découlent de ces méthodes permettent une couverture globale et régulière de notre planète pour caractériser son climat et prévenir des risques naturels, mais également la surveillance de l'état des écosystèmes et du cycle de l'eau. Pour répondre à ces besoins, la communauté géodésique internationale s'est organisée sous la forme de diverses associations. Parmi ces dernières, l'International Association of Geodesy ([IAG](#)) au sein de l'International Union of Geodesy and Geophysics ([IUGG](#)) a pour vocation de coordonner les activités de recherche ainsi que les coopérations internationales tout en promouvant la recherche dans le domaine de la géodésie. Ces associations existent aussi à l'échelle nationale, en France avec entre autres, le Comité National Français de Géodésie et Géophysique ([CNFGG](#)) et le groupe Géodésie - Géophysique ([G2](#)). L'organisation en associations internationales permet la coordination des efforts de recherche et la création de projets nécessitant de nombreuses ressources comme la réalisation et la mise à jour d'un système de référence mondial, l'International Terrestrial Reference System ([ITRS](#)) ([ALTAMIMI et al., 2023](#)).

Le socle proposé par les géodésiens, via les infrastructures géodésiques et les systèmes de références, est la base de création permettant d'autres productions dans le domaine de la

géodésie (Fig. 1). Nous pouvons citer en exemple les missions satellitaires d'observations de la gravité qui utilisent la technique de télémétrie laser sur satellites (SLR) pour la détermination d'orbites précises ainsi que les systèmes de positionnement par satellites (GNSS). Les productions de ces missions satellitaires portent sur le champ de gravité et ses variations et permettent actuellement d'étudier les effets du rebond post-glaciaire (GIA) (PURCELL et al., 2011), les courants océaniques et les variations atmosphériques (DOBSLAW et al., 2017), le cycle de l'eau à de larges échelles spatiales, notamment celui de la cryosphère (PFEFFER et al., 2022a), les séismes et leurs potentiels signaux précurseurs (PANET et al., 2007; BOUIH et al., 2022) ainsi que l'élévation du niveau des mers (ADHIKARI et al., 2019). Ces séries temporelles du champ de gravité sont exploitables depuis le début des années 2000 ce qui en fait un champ de recherche récent où il reste beaucoup de choses à explorer.

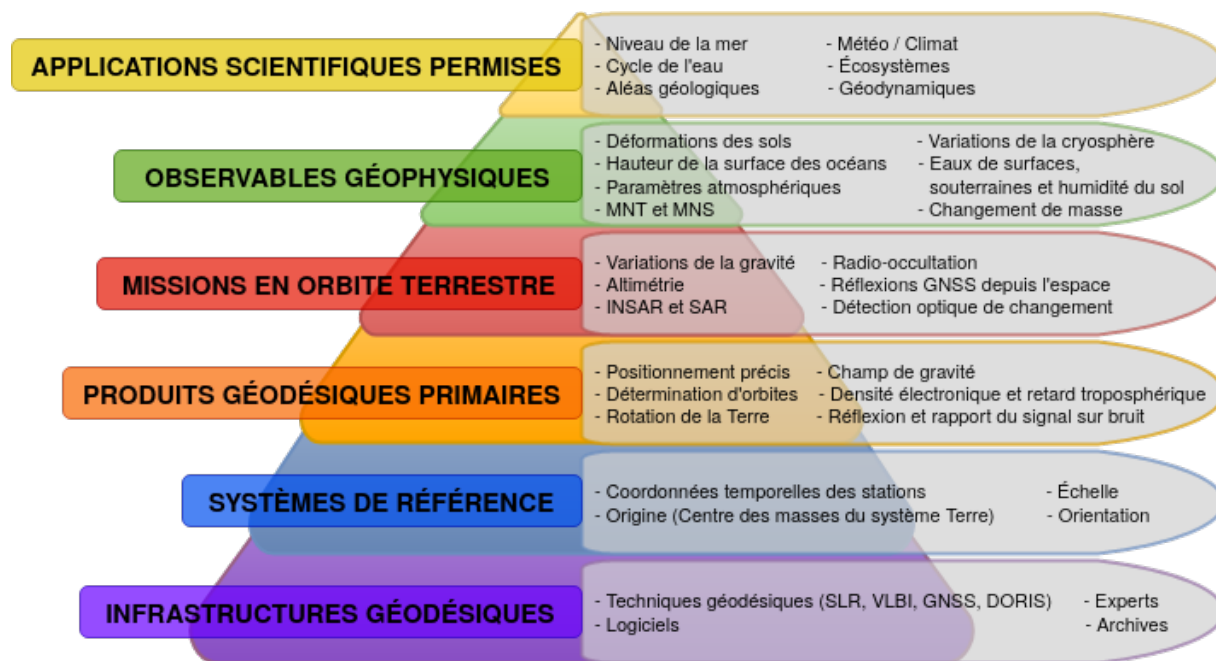


FIGURE 1 – Vue schématique des liens entre la géodésie et différentes applications scientifiques (*d'après* Evolving the Geodetic Infrastructure to Meet New Scientific Needs (2020))

## Approche et problématiques scientifiques

Notre planète Terre est un système complexe composé d'un noyau, d'une enveloppe solide et de couches fluides. Ces dernières possèdent des comportements propres et sont en interaction entre elles. À cette échelle macroscopique, les composants du système interagissent par l'intermédiaire de deux des quatre interactions élémentaires : l'interaction gravitationnelle et l'interaction électromagnétique, qui se manifestent toutes deux sous la forme de forces. Ces deux forces induisent une diversité de processus dans notre système Terre, à des échelles temporelles et spatiales variables. L'intérieur de la Terre, et donc les noyaux externe et interne, échappent à toute observation directe du fait de leur extrême profondeur (Fig. 1.1). Ces deux couches sont connues et décrites grâce à la sismologie, à l'étude du champ magnétique et celle du champ de gravité terrestre.

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit s'appuie sur les bases de la géodésie et apporte sa pierre à l'édifice de l'étude du champ de gravité terrestre. Pour améliorer notre compréhension du noyau, il est nécessaire d'utiliser une approche basée sur une inférence par faisceaux d'indices. Cette méthode scientifique consiste à rassembler et analyser plusieurs types

de données provenant de sources diverses, telles que des observations, des expérimentations ou des modèles théoriques. En combinant ces différentes sources d'information, nous construisons un ensemble cohérent d'indices qui nous permettent de formuler et confronter des hypothèses, tout cela dans l'objectif de mieux comprendre le noyau terrestre. De nombreux verrous scientifiques restent à lever en ce qui concerne l'étude de l'intérieur profond de la Terre. Cela concerne aussi bien la valeur de certains paramètres physiques (conductivité électrique du manteau inférieur, densité des structures profondes du manteau terrestre possédant de faibles vitesses sismiques, viscosité de la graine, stratification en densité du noyau, valeur du champ magnétique à l'interface graine-noyau, etc.) que l'existence au sommet et à la base du noyau de couches stratifiées dont l'origine est encore débattue. Ce travail de thèse porte uniquement sur l'analyse de divers observables (champ de gravité terrestre, champ magnétique, ou encore variations de la durée du jour).

Plus précisément, ce travail veut approfondir l'analyse des variations temporelles du champ de gravité terrestre. Pour ce faire, nous élargissons le champ de recherche à des signaux potentiellement attribuables à des processus du noyau terrestre. Les variations du champ de gravité sont un moyen possible d'étudier les contrastes de densité, les variations de pression et bien d'autres phénomènes prenant place dans le noyau. Depuis peu, la longueur temporelle des produits du champ de gravité permet d'étudier des périodes inter-annuelles à décennales. À ces périodes, la littérature prédit de potentiels signaux causés par le noyau, à la limite de la détectabilité et à des échelles spatiales continentales. Diverses problématiques sont abordées dans ce travail, telles que la séparation des signaux de différentes sources dans les variations du champ de gravité, la précision de ces produits, la significativité d'un signal observé. Tout ceci a permis d'apporter des éléments de réponse aux questionnements suivants : *Les variations de la gravité créées par les processus liés au noyau sont-elles assez grandes pour émerger dans nos observations des variations temporelles de la gravité ? Que pouvons nous apprendre sur les processus liés au noyau à l'aide des observations des variations temporelles de la gravité ?* Ces questions sont le fil conducteur de ces travaux.

Ces interrogations ont également permis l'émergence de la problématique suivante : *Comment améliorer la qualité des produits des variations de la gravité ?* Cette question est abordée par le spectre de la continuité temporelle et nous avons étudié les meilleures méthodes pour combler les trous mensuels et annuels dans une série temporelle des variations de la gravité (4.2). Nous avons analysé également les variations du champ de gravité au regard d'autres observations et modèles magnétiques et géodésiques. Nous discutons d'une potentielle corrélation et des liens entre ces observables dans la section 5.2.

## Annnonce du plan

Les premiers chapitres de ce manuscrit présentent le contexte, les connaissances, les outils mathématiques et analytiques ainsi que tous les modèles et produits qui nous seront nécessaires aux chapitres suivants. Le premier chapitre donne un aperçu de la composition du système Terre, de nos connaissances et des processus en jeu. Il décrit, superficiellement, les données que nous utilisons pour étudier ces processus. Le deuxième chapitre présente la théorie mathématique des champs potentiels et son application pour les champs de gravité et magnétique terrestre. Il est ensuite consacré aux outils de traitement et aux méthodes d'analyse de ces champs. Le troisième chapitre expose les données utilisées en présentant les produits des champs ainsi que les modèles géophysiques.

Le quatrième chapitre adresse la première problématique évoquée précédemment en proposant

une estimation de l'incertitude des différents produits et modèles géophysiques du champ de gravité au regard de l'amplitude des signaux attendus du noyau. Ce chapitre répond à la première question du fil conducteur évoquée dans la présentations des problématiques via l'étude des incertitudes (section 4.1). Il traite également des différentes manières d'améliorer la continuité des produits du champ de gravité avec des méthodes d'interpolation.

Le cinquième et dernier chapitre permet finalement de rentrer au cœur du sujet de cette thèse en étudiant les dynamiques du noyau avec trois observables. Il propose un historique des différents travaux traitant des processus du noyau vus par la gravimétrie et actualise des analyses conjointes des champs magnétique et de gravité. Il traite des questions évoquées dans la présentation des problématiques via l'étude de signaux théoriques issus de modèles permettant de réduire les effets des processus en surface de la Terre (section 5.2 et 5.3). Ce chapitre présente, finalement, les résultats de l'étude des processus du noyau entraînant des variations de masses. Cette étude est menée avec diverses analyses du champ de gravité auxquelles viennent s'ajouter ponctuellement des informations complémentaires telles que le champ magnétique et la variation de la durée du jour.

# Le système Terre, un système complexe

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Structure interne de la Terre</b>	<b>6</b>
1.1.1	Couches de la Terre	6
1.1.2	Processus internes au noyau fluide	9
1.1.3	Élasticité du milieu terrestre	10
<b>1.2</b>	<b>Couches fluides externes du système Terre</b>	<b>11</b>
1.2.1	Processus de déplacement des masses atmosphériques	11
1.2.2	Processus de déplacement des masses océaniques	12
1.2.3	Cycle de l'eau continental	12
<b>1.3</b>	<b>Observables</b>	<b>13</b>
1.3.1	Champ magnétique terrestre	13
1.3.2	Champ de gravité terrestre	14
1.3.3	Rotation de la Terre	16

---

Le **système Terre** fait référence à l'ensemble des composants interconnectés de la planète Terre, y compris les couches en surface. Il englobe l'atmosphère, les océans, l'hydrosphère, la cryosphère, la biosphère et les couches solides de la Terre. Ces composants interagissent les uns avec les autres pour former un système dynamique et complexe (Fig. 1.1).

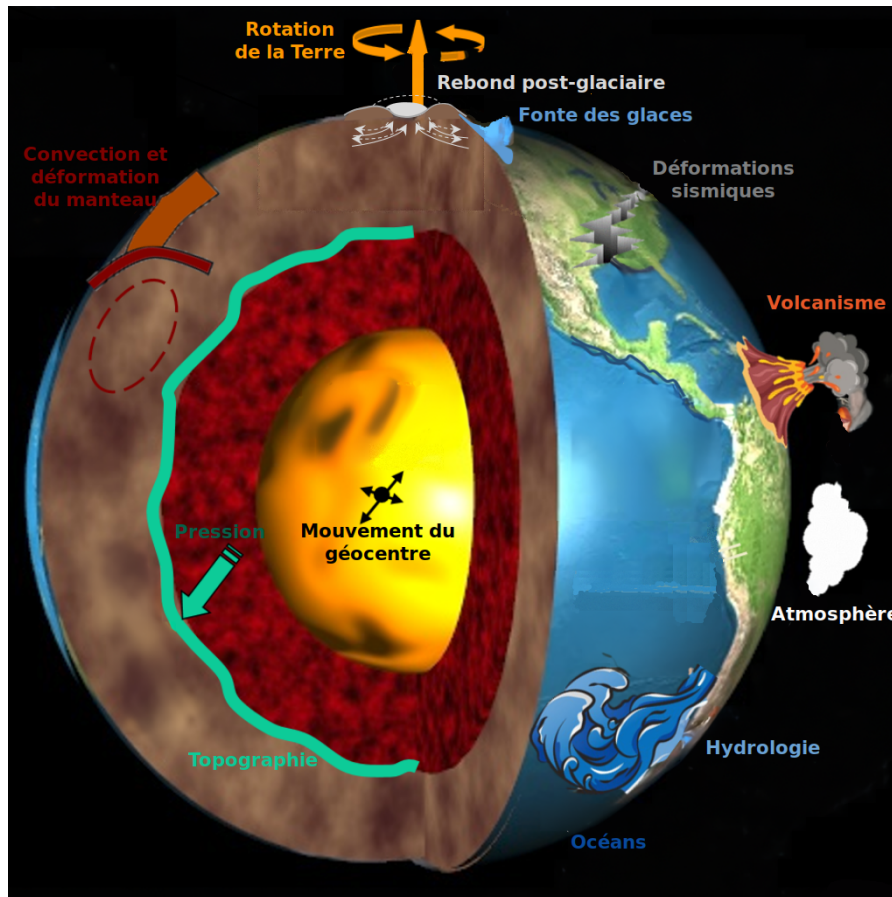


FIGURE 1.1 – Vue schématique du système Terre présentant les différentes couches de la Terre interne et les couches fluides en surface (d'après CAZENAVE *et al.* (2023))

## 1.1 Structure interne de la Terre

La partie solide du système Terre se rapproche d'une sphère et est composée de plusieurs couches. Sa modélisation simplifiée communément utilisée est le modèle de Terre sphérique Preliminary Reference Earth Model (**PREM**) basé sur des données de vitesses sismiques et de modes propres (DZIEWONSKI & ANDERSON, 1981). Il décrit la vitesse de propagation des ondes sismiques de pression et de cisaillement, ainsi que d'autres paramètres tels que la masse volumique ou la pression en fonction de la profondeur (Fig. 1.2). Dans **PREM**, la limite entre deux couches correspond à une rupture dans la vitesse sismique et donc dans la masse volumique.

### 1.1.1 Couches de la Terre

Les couches du modèle **PREM** en partant de la surface vers le centre de la Terre sont la croûte terrestre, le manteau supérieur puis inférieur, le noyau externe et le noyau interne. Le noyau externe, également désigné par noyau fluide, marque la fin de la propagation des ondes sismiques de cisaillement. La limite de la couche entre le manteau et enfin le noyau externe est

la limite noyau-manteau (**CMB**), traduction de *Core-Mantle Boundary*. La **CMB** se trouve à environ 3485 km du centre de la Terre. La couche la plus profonde est le noyau interne, aussi appelé noyau solide (**IC**), traduction d'*inner core*, ou graine et son rayon est d'environ 1222 km. La limite de couche entre le noyau fluide et solide est la limite du noyau solide (**ICB**), traduction de *Inner-Core Boundary*. Les deux parties solide et fluide du noyau ainsi que leurs limites sont les zones étudiées dans ces travaux de thèse.

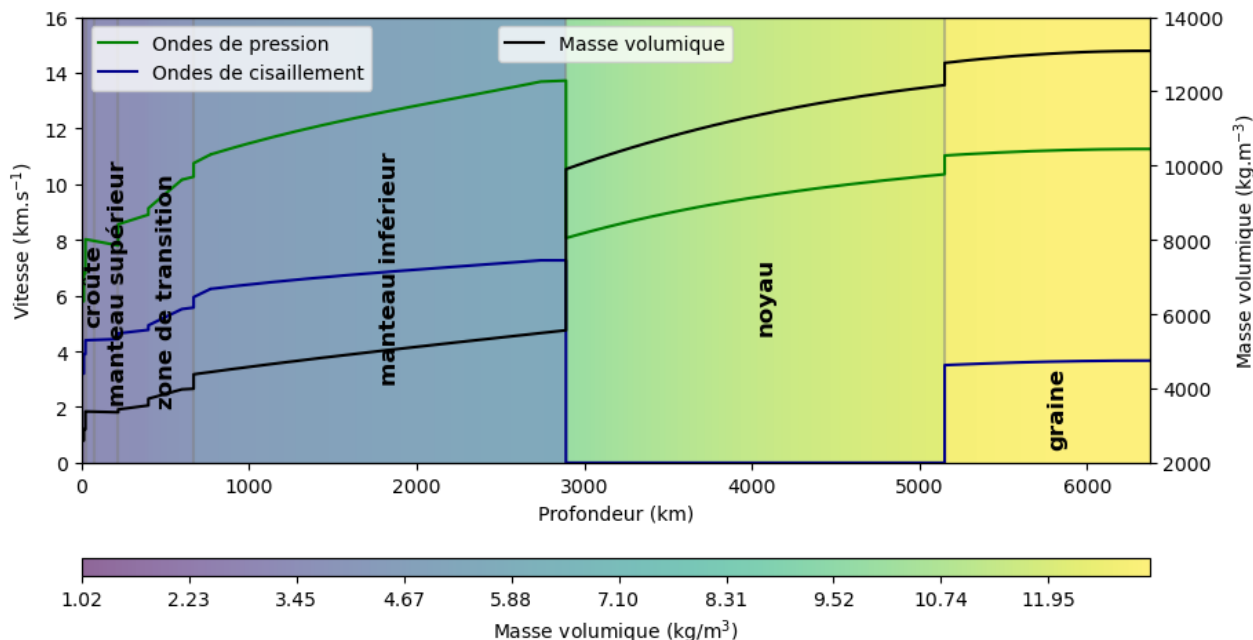


FIGURE 1.2 – Représentation du modèle de Terre **PREM** avec la vitesse des ondes sismiques de cisaillement et de pression ainsi que la masse volumique en fonction de la profondeur.

La croûte terrestre est composée de roches solides qui sont en majorité du basalte sous les océans et des roches granitiques sous les continents. Les mouvements de la croûte terrestre sont régis par la tectonique des plaques. La croûte est plus fine sous les océans, avec une épaisseur moyenne d'environ 5 à 7 kilomètres, tandis que sous les continents, elle peut atteindre 15 à 80 kilomètres. La croûte terrestre contient des minéraux qui créent un champ magnétique constant appelé champ crustal. La température de la croûte terrestre est relativement froide par rapport au reste de l'intérieur de la Terre. Elle augmente avec la profondeur, mais reste généralement inférieure à 500°C même dans les parties les plus profondes de la croûte. Sa masse volumique varie également selon les régions, de 2700 à 2900 kg.m<sup>-3</sup>.

Le manteau terrestre représente la majeure partie du volume de notre planète. Il est régi par un phénomène de convection, à une échelle en millions d'années, qui permet d'assimiler les plaques lithosphériques s'enfonçant du fait de la subduction et qui crée des zones d'accrétion. Les propriétés magnétiques de certaines roches dans le manteau supérieur créent également un champ magnétique induit. Le manteau est composé principalement de roches silicatées et présente une température allant de quelques centaines de degrés à plus de 3000°C près de la frontière avec le noyau. Sa masse volumique varie de 3300 à 5500 kg.m<sup>-3</sup>, augmentant avec la profondeur. La pression augmente avec la profondeur, atteignant jusqu'à 135 GPa à la **CMB**.

Le noyau externe est principalement composé de fer à l'état fluide et d'éléments plus légers dissous en son sein (silicium, oxygène, carbone, etc). La matière fluide contenue dans le noyau est en mouvement via des flux (que nous détaillerons dans la sous-section 1.1.2) qui ont une vitesse

de l'ordre du mètre par heure. Ces flux dans le noyau fluide induisent un champ magnétique qui influence ensuite les flux eux-mêmes et s'auto-entretient. Ce phénomène est désigné par le terme **géodynamo**. Le champ magnétique du noyau fluide est d'une intensité supérieure à celle du champ crustal et est variable dans le temps. Le noyau interne est lui composé principalement de fer à l'état solide. La température dans le noyau varie d'environ 4000 à 5000°C en son centre. Sa masse volumique est d'environ 11000 à 13000 kg.m<sup>-3</sup>. La valeur du contraste de densité à la **ICB** est autour de 600 kg.m<sup>-3</sup> (elle est discutée dans la section 5.5). Pour finir, la pression atteint 365 GPa au centre de la graine.

Un modèle de la Terre avec des couches sphériques n'est pas parfait. Il existe des anomalies qui sont localisées spatialement. Par exemple, les provinces de basse vitesse des ondes de cisaillement (**LLSVP**), traduction de *Large Low Shear Velocity Provinces*, sont des régions du manteau terrestre situées au-dessus de la **CMB**, d'une épaisseur de l'ordre de quelques centaines de kilomètres. Ces structures sont contenues dans la couche D" d'un modèle de Terre sphérique. Une **LLSVP** est caractérisée par une vitesse des ondes sismiques de cisaillement plus lente que dans les régions environnantes. Les ondes sismiques de compression semblent aussi ralentir dans ces zones (qu'il faudrait alors appeler **LLVP** pour *Large Low Velocity Provinces*) mais ce constat ne fait pas encore consensus (MCNAMARA, 2019). Elles se trouvent sous l'Afrique et le Pacifique et semblent associées à des caractéristiques géodynamiques, telles que des points chauds volcaniques et des mouvements convectifs du manteau et seraient même responsables du creux de géoïde sous l'Océan Indien (PAL & GHOSH, 2023). Il convient de noter qu'il existe encore de nombreuses incertitudes entourant les **LLSVP**. Nous ne savons pas si ce sont des structures permanentes et stables ou si elles subissent des changements dynamiques sur le long terme. Il est également difficile de déterminer avec précision les limites et les caractéristiques internes des **LLSVP** en raison des incertitudes inhérentes aux méthodes d'imagerie sismique.

Il existe d'autres modèles de Terre plus récents que **PREM** mais ce dernier reste le plus couramment utilisé dans les travaux actuels. Par exemple, le modèle de IRVING et al. (2018) propose une modélisation du noyau fluide qui prédit mieux les modes sismiques de la Terre que **PREM**. La sismologie permet aussi de réaliser des modèles de Terre anisotropiques, dont les propriétés physiques varient en fonction de la direction, mais leur résolution radiale et leur précision ne leur permettent pas encore de prendre la place de **PREM**.

Il existe des indices suggérant la présence d'une stratification chimique et thermique à l'intérieur du noyau externe. Certaines ondes sismiques semblent trop lentes par rapport à **PREM** sur la partie supérieure du noyau et cette anomalie peut s'expliquer par une stratification de ce dernier (B. BUFFETT, 2014). Cette sous-couche située à proximité de la **CMB** dans le noyau fluide est parfois désignée en tant que couche E'. Certains modèles suggèrent que des éléments plus légers, tels que le silicium ou l'oxygène, pourraient être présents à différents niveaux du noyau externe et potentiellement en plus grandes quantités à proximité de la **CMB** (B. A. BUFFETT & SEAGLE, 2010). Cependant, les modèles de champ magnétique soutiennent que le noyau n'est pas fortement stratifié (sous réserve que la double diffusion non modélisée soit négligeable) (GASTINE et al., 2020). BRODHOLT et BADRO (2017) soulignent aussi qu'une telle couche serait gravitationnellement instable. La présence d'une stratification influe sur les processus ayant lieu dans le noyau, notamment les flux horizontaux (GLANE & BUFFETT, 2018) et sur les échanges de moment angulaire avec le manteau.



### 1.1.2 Processus internes au noyau fluide

Les flux dans le noyau fluide sont régis par une circulation convective causée par la différence de température entre la **CMB** et l'**ICB** (FINLAY et al., 2023). Ils sont aussi perturbés par différentes contraintes externes (marées, rotation de la Terre) et internes (topographie de la **CMB**). La convection et les contraintes qui viennent s'y ajouter entraînent la propagation de perturbations, c'est-à-dire d'ondes, et de phénomènes de résonance dans le noyau fluide. Pour des raisons que nous détaillerons ultérieurement dans ce manuscrit (sous-section 1.3.2), nous nous concentrerons uniquement sur les ondes aux échelles de temps inter-annuelles à décennales. Toutes ces perturbations et ondes sont présentées plus en détail dans les articles de revue suivants : FINLAY et al. (2010), JAULT et FINLAY (2015) et GILLET et al. (2022a). Ici, nous en proposons une liste non-exhaustive, pour présenter uniquement celles dont nous parlerons dans le manuscrit.

Ces ondes et les perturbations qui leur sont associées régissent une partie des écoulements dans le noyau, des variations de pressions à l'**ICB** et à la **CMB**, ainsi que certaines des variations des anomalies de densité dans le noyau. Ils sont donc intrinsèquement reliés aux déplacements des anomalies de masses dans le noyau fluide.

**Mouvements quasi-géostrophiques :** Un mouvement quasi-géostrophique (**QG**) est un vortex de rotation qui se prolonge de manière régulière sur une colonne parallèle à l'axe de rotation de la Terre. Faire l'hypothèse d'une **QG** dans le noyau fluide permet de prolonger les vitesses d'écoulements depuis la **CMB** vers l'intérieur du noyau (Fig. 1.3). Cette hypothèse est une bonne approximation pour retrouver les écoulements dans le noyau à partir des mesures du champ magnétique. Les simulations numériques avec l'hypothèse **QG** indiquent l'apparition de motifs de rotation, ceux-ci sont appelés modes **QG** de magnéto-Coriolis (GILLET et al., 2022b).



FIGURE 1.3 – Coupes méridiennes du noyau fluide obtenue à partir d'un modèle magnétique. De gauche à droite, la longueur d'onde spatiale est réduite à l'aide d'un filtrage spatial. La qualification de **QG** pour ces mouvements devient moins correcte à de petites échelles spatiales. (d'après JAULT et FINLAY (2015))

Les simulations numériques révèlent des motifs similaires aux échelles de temps inter-annuelles

qui sont en accord avec ces types d'ondes et de modes (AUBERT, 2023).

**Ondes d'Alfvén :** Les ondes d'Alfvén de torsion sont créées dans le noyau lorsque le fluide est sous l'influence de deux rotations opposées sur des cylindres centrés sur l'axe de rotation de la Terre. Par cette rotation différentielle, ces ondes étirent les lignes de champ magnétique perpendiculaires aux cylindres. La tension magnétique agit alors comme une force de rappel. Elles possèdent une mécanique similaire à celle de la corde vibrante, où la corde serait remplacée par la ligne de champ. Dans cette configuration, des ondes d'Alfvén de torsion se propagent via déformations perpendiculaires aux lignes de champ magnétique vers l'extérieur du noyau. Ce type d'onde d'Alfvén est le seul à se propager sur de larges échelles spatiales à des périodes inter-annuelles dans le noyau (GILLET et al., 2022a).

Les ondes de torsion détectées à partir des données magnétiques ne sont responsables que d'une partie de la vitesse séculaire, bien qu'elles présentent une certaine cohérence spatiale sur l'ensemble du globe. Ces ondes ont aussi été reproduites numériquement dans des simulations (AUBERT & GILLET, 2021 ; FINLAY et al., 2023).

Les simulations montrent aussi qu'une autre onde d'Alfvén de type QG pourrait exister (GILLET et al., 2022a). Leur amplitude est plus faible en termes d'écoulements et de variations du champ magnétique. Ce type d'onde n'a pas encore été identifié via la mesure du champ magnétique en raison de sa faible amplitude.

**Ondes Magneto-Archimedes-Coriolis :** Les ondes Magneto-Archimedes-Coriolis (MAC) sont régies par les forces magnétiques, d'Archimède et de Coriolis. Ces ondes sortent de notre domaine d'intérêt car elles sont plutôt associées à des périodes pluricentennaires. Toutefois, dans certains modèles, la présence d'une couche de stratification (E') dans la partie supérieure du noyau fluide crée des ondes MAC à des fréquences décennales à centennales (KNEZEK & BUFFETT, 2018 ; GILLET et al., 2022a). Ces modèles prédisent des modes d'oscillations dans le champ magnétique tangentiel et non radial. Nous verrons plus loin que nous sommes principalement intéressés par les variations radiales du champ magnétique (sous-section 2.3.2).

### 1.1.3 Élasticité du milieu terrestre

Lorsque que le système Terre subit une perturbation localisée générée par une anomalie de masse, il réagit du fait de son élasticité. L'effet final de l'anomalie de masse sur le champ de gravité est la somme de l'effet direct de l'attraction gravitationnelle de cette masse, d'un effet de redistribution des masses de signe opposé et d'un éventuel effet en pression qui déforme la surface terrestre. Par exemple, une anomalie de masse positive déposée sur un point à la surface terrestre va exercer un effet d'attraction gravitationnelle sur la Terre (qui varie en fonction de la distance au point) mais également appliquer une pression sur la surface.

Pour représenter la réaction de la Terre solide à une déformation élastique, nous utilisons le formalisme des nombres de Love développé dans la théorie de la gravito-élasticité de LOVE (1911). Cette théorie résout les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement ainsi que l'équation de Poisson qui relie le potentiel gravitationnel à la masse volumique. Cette résolution d'un système d'équation permet d'obtenir les nombre de Love dans le cadre de l'hypothèse de petites déformations par rapport à l'équilibre isostatique. Des conditions aux limites sont utilisés pour la résolution et elles se déduisent du modèle de Terre utilisé (1.1). Les nombres de Love sont donc des paramètres sans dimension qui sont fonction de la structure et de la rhéologie terrestre (communément choisies à partir de PREM qui permet

également d'introduire des conditions en certains points/rayons pour la résolution du système d'équation). Ils sont projetés sur la base des harmoniques sphériques (HS) et fournis sous la forme d'un triplet de valeurs  $(h_n, l_n, k_n)$ , qui dépendent du degré  $n$  auquel ils sont utilisés dans la décomposition en HS (HINDERER & LEGROS, 1989). Parmi ces trois valeurs, nous n'utiliserons que le nombre de Love du potentiel ( $k_n$ ), qui est défini comme le rapport entre le potentiel supplémentaire vis à vis de l'anomalie de potentiel initiale produite par une contrainte. Cette contrainte peut être soit un potentiel extérieur, que nous noterons alors  $k_n$ , soit une pression ( $\bar{k}_n$ ), soit un cisaillement ( $k_n^*$ ), ou encore une surcharge ( $k_n'$ ). Les trois dernières contraintes sont liées à des nombres de Love qui varient en fonction du rayon auquel les contraintes agissent. Les deux autres nombres de Love  $h_n$  et  $l_n$  représentent le déplacement radial et horizontal causé par une perturbation.

Les nombres de Love permettent de comparer la réponse de différents modèles de Terre à une perturbation. Ils permettent également de représenter la réaction de la Terre solide à une déformation visco-élastique. Ils sont alors fonction de la fréquence  $\sigma$  de la déformation et sont notés  $k_n(\sigma)$ .

Il existe différentes implémentations numériques pour calculer les nombres de Love. Elles sont fonction de la discrétisation du calcul numérique et de la méthode d'intégration par rapport à la profondeur. Dans les résultats de cette thèse, l'estimation des nombres de Love utilisée est celle de HAN et WAHR (1995) prolongée par interpolation linéaire conformément aux recommandations de WAHR (2007). La communauté géodésique française tend à privilégier l'estimation des nombres de Love réalisée par Pascal Gegout, qui suit les développements de GEGOUT (1995). La variation entre deux estimations sur les valeurs des nombres de Love est, au maximum, de l'ordre de 0.1%.

## 1.2 Couches fluides externes du système Terre

Le système Terre contient des masses mobiles sur ses couches externes. Ces masses se catégorisent en plusieurs couches fluides qui exercent des charges à la surface terrestre. L'atmosphère est la dernière couche englobant le système Terre; de par son état gazeux, c'est un fluide compressible qui crée des variations de masses à la surface. Les variations dans le temps à des échelles annuelles sont également en partie liées aux couches aqueuses océaniques et continentales (hydrosphère). La cryosphère fait partie à la fois des océans et des continents avec la glace de mer, la neige, les glaciers et les sols gelés.

### 1.2.1 Processus de déplacement des masses atmosphériques

L'atmosphère terrestre joue un rôle précieux pour le climat et le cycle de l'eau à l'échelle mondiale. Le Soleil chauffe la Terre de manière non uniforme en raison de l'ellipticité de la surface terrestre. Les régions polaires reçoivent moins d'énergie solaire que les régions équatoriales et ce déséquilibre crée des variations de température qui changent la densité de l'air et la pression atmosphérique. Les mouvements de l'air à grande échelle forment la circulation atmosphérique et permettent la redistribution de ces anomalies de chaleur sur Terre. Les variations de masses dans l'atmosphère se mesurent à l'aide de la pression atmosphérique. Cette pression traduit le poids de la colonne d'air au-dessus du point où elle est mesurée. Une pression de 1 bar ou  $10^5$  Pa comme celle de l'atmosphère correspond à la force exercée par un poids de 1 kg sur une surface de  $1 \text{ cm}^2$ .

La variable d'intérêt dans le cadre de ce travail est la pression atmosphérique. Parmi les autres variables pour caractériser l'atmosphère, il y a notamment la température, l'humidité, la

vitesse et l'orientation des vents. Elles sont mesurées par des réseaux de stations au sol et par des satellites météorologiques. L'atmosphère est principalement régie par le cycle annuel des saisons mais aussi par des cycles climatiques inter-annuels tels que El Niño.

### 1.2.2 Processus de déplacement des masses océaniques

Les océans et les mers recouvrent plus de 70% de la surface du globe. Ils subissent des contraintes extérieures dont les forces de marées qui entraînent des déplacements de l'océan visibles sur les côtes. Elles participent avec les vents, les gradients de température, la gravité et la force de Coriolis à mettre en mouvement les masses océaniques. Ces mouvements ont une composante continue ou prévisible désignée par courant marin. Les courants marins principaux forment des boucles dont le sens de rotation dépend de la latitude. Ils ont aussi un effet actif sur l'atmosphère avec les variations de la température de la surface océanique qu'ils entraînent. La densité de l'eau dans les océans est également amenée à varier localement avec les variations de température et de salinité.

La topographie dynamique des océans répond aux contraintes extérieures et aux mécanismes d'entraînement mis en place par les courants (Fig. 1.4). La topographie dynamique diffère d'une équipotentielle du champ de pesanteur à cause de ces contraintes et le niveau moyen des mers à l'équilibre moyen avec le champ de gravité est le géoïde. Suivant les choix de modélisation des océans, la glace de mer (couche de glace superficielle sur les océans) fait partie ou non de la couche fluide océanique.

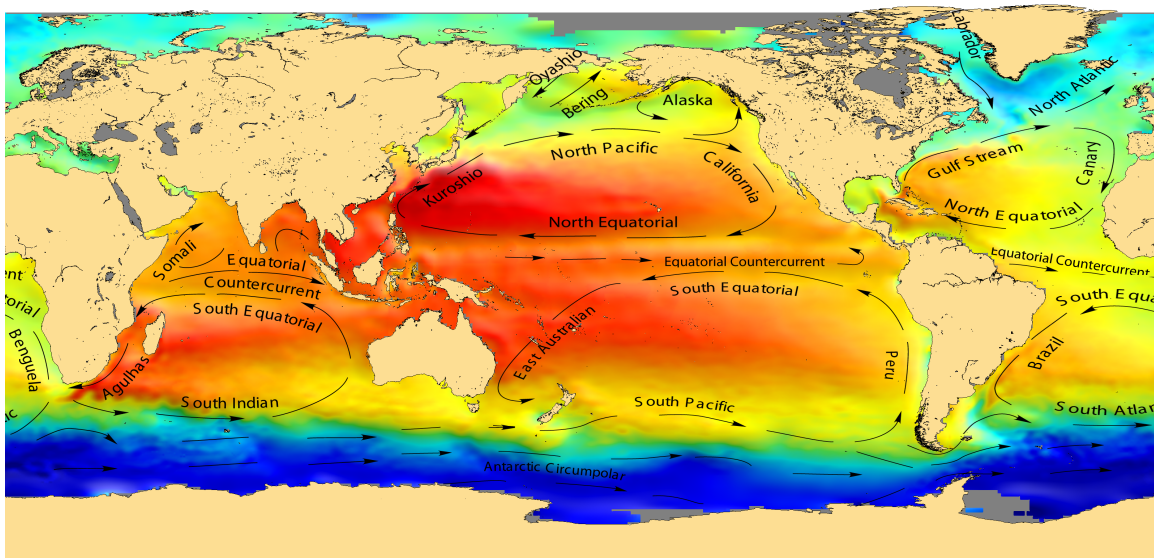


FIGURE 1.4 – Carte des grands courants superposés à la topographie dynamique moyenne de l'océan vue par les missions satellitaires altimétriques (d'après Centre National d'Études Spatiales (CNES)/CLS 2012, [www.avisio.altimetry.fr/](http://www.avisio.altimetry.fr/))

### 1.2.3 Cycle de l'eau continental

Les eaux continentales sont contenues dans différents milieux et la somme des eaux dans tous ces milieux est désignée par le contenu en eau terrestre (TWS) (traduction de *terrestrial water storage*). Ce terme est la somme du contenu en eau de la biomasse (BW), de l'humidité du sol (SM), du contenu en eau de la neige et de la glace (SN), des eaux souterraines (GW) et

des eaux de surfaces (**SW**).

$$\mathbf{TWS} = \mathbf{BW} + \mathbf{SM} + \mathbf{SN} + \mathbf{GW} + \mathbf{SW} \quad (1.1)$$

**SW** inclut les lacs, les rivières et autres réservoirs d'eau en extérieur, cela comprend donc les flux d'eau liés aux rivières. Les évolutions du **TWS** dans le temps sont causées par différents mécanismes : l'apport en eau de l'atmosphère via les précipitations (**P**), le déficit en eau causé par l'évapotranspiration (**E**) et le ruissellement des eaux en surface (**R** pour runoff) et le drainage des **GW** (**D**). En notant  $Q = R + D$  les flux latéraux (dont fait partie le ruissellement vers les océans), alors :

$$\Delta \mathbf{TWS} = P - E - Q . \quad (1.2)$$

Estimer le **TWS** peut se faire en quantifiant tous les termes de l'équation (1.1) et en estimant dans le temps les termes de l'équation (1.2). Les deux approches sont limitées car elles accumulent les erreurs de mesure et d'estimation pour chacun des termes (HUMPHREY et al., 2023).

Les précipitations peuvent être estimées à l'aide de mesures au sol de jauges de précipitation ou de mesures satellitaires. L'évapotranspiration est liée à l'état de température, d'humidité et des vents dans l'atmosphère. Ces deux mécanismes sont régis par des cycles saisonniers et climatiques. Par exemple le phénomène climatique El Niño qui a une grande influence sur les précipitations et la température à la surface du globe aura aussi un impact sur les variations inter-annuelles du **TWS**.

## 1.3 Observables

Pour étudier les différentes problématiques évoquées en introduction, nous utilisons trois observables différents. Les mesures du champ magnétique et du champ de gravité terrestre ainsi que de la variations de la durée du jour, que nous présentons dans cette section, sont généralement étudiées séparément. Dans ce travail de thèse, nous avons réalisé des analyses conjointes qui seront détaillées dans les prochains chapitres.

### 1.3.1 Champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre est produit par le phénomène de géodynamo et par d'autres sources dans le manteau terrestre, l'ionosphère, les océans et l'activité solaire. Il est principalement généré par les mouvements des matériaux métalliques liquides du noyau externe. Le champ créé par le noyau fluide est considéré comme la source principale du champ magnétique terrestre ( $\approx 95\%$ ). Le champ magnétique terrestre possède une composante constante, dont fait partie le champ crustal, et une composante variable dans le temps. Ces variations se produisent à des échelles spatiales et temporelles variées et la connaissance préalable de ces échelles est un bon critère pour séparer les différentes sources. Par exemple, en supposant que le manteau est isolant, il est possible de prolonger le champ de la surface terrestre jusqu'à la **CMB**. Cette hypothèse est vraie à de grandes échelles spatiales comme celle que nous étudions (Fig. 1.5).

Le champ magnétique terrestre est mesuré dans des observatoires depuis moins de 500 ans. Ces stations de mesure au sol permettent d'étudier les variations du champ ponctuellement à la surface terrestre sur de longues périodes de temps. Depuis maintenant plusieurs dizaines d'années, des missions satellitaires permettent aussi la mesure du champ magnétique terrestre depuis l'espace, nous en présenterons certaines dans la section 3.1. Ce type d'observations donne accès à une bonne couverture pour la détermination du champ statique et variable sur toute la

surface du globe. Les mesures satellitaires permettent, pour le moment, d'étudier les variations du champ mensuelles jusqu'à celles décennales.

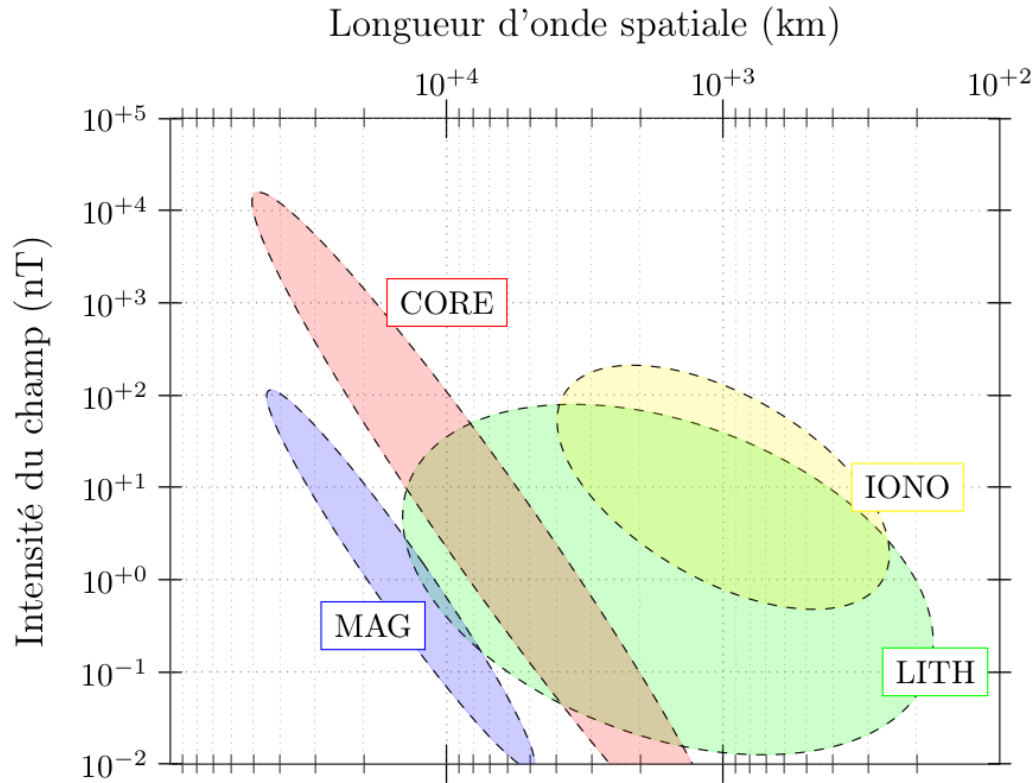


FIGURE 1.5 – Intensité et longueur d'onde spatiale des principales sources du champ géomagnétique vu à 400 km d'altitude (par des satellites d'observation). Avec le champ du noyau en rouge (CORE), le champ lithosphérique en vert (LITH), le champ ionosphérique en jaune (IONO) et le champ magnétosphérique en bleu (MAG). (d'après VIGNERON (2019))

Pour en apprendre davantage à partir des mesures du champ magnétique, il faut réussir à identifier les sources provoquant les différentes variations du champ. Le champ mesuré possède en moyenne une amplitude de 50000 nT et il varie entre 20000 et 60000 nT. Les régions où il est le plus fort sont localisées aux pôles. Le champ crustal, qui est statique, possède une amplitude bien plus faible de l'ordre de 20 nT, mais aussi une échelle spatiale plus petite qui permet de l'étudier. D'un autre côté, les courants électriques induits par le soleil sur l'ionosphère et la magnétosphère créent des champs qui varient à des échelles de temps allant de la seconde à la journée et possèdent une amplitude de l'ordre de 100 nT.

La séparation des différentes contributions du champ magnétique est essentielle pour isoler le champ magnétique créé par le noyau fluide. Celui-ci permet d'étudier précisément les flux dans le noyau externe. Nous détaillerons la théorie et les équations qui permettent de passer du champ magnétique aux écoulements dans la section 2.3. Nous présenterons en détail les produits de variations du champ magnétique, qui se basent sur les mesures des observatoires et des missions satellitaires, utilisés dans ces travaux dans la sous-section 3.2.5.

### 1.3.2 Champ de gravité terrestre

Le système Terre comprend plusieurs couches fluides en mouvement. Ces déplacements se traduisent, entre autres, par des variations de masses à différentes échelles spatiales. La

force gravitationnelle s'exerçant dans le système Terre et qui est fonction de la répartition des masses va donc également changer et sa mesure permet d'estimer la distribution des masses. Ces variations sont mesurables spatialement dès quelques kilomètres (variations de pression atmosphérique ou variation du contenu en eau terrestre) et jusqu'à plusieurs milliers de kilomètres (marées, bassins fluviaux). Elles ont différentes échelles temporelles qui peuvent être journalières (marées, atmosphère) comme décennales (fonte des calottes polaires, niveau des mers). Ces déplacements de masses peuvent même être quasi-instantanés dans le cas d'un séisme. Ces différentes échelles spatiales et temporelles sont détaillées dans la figure 1.6.

Pour étudier ces déplacements de masses, il faut mesurer les variations temporelles du champ gravitationnel du système Terre. Ce type de mesure est réalisable à la surface terrestre, depuis moins de 500 ans. Cela a commencé en mesurant la longueur de corde nécessaire pour qu'un pendule batte la seconde, et continue aujourd'hui grâce à des gravimètres absolus et relatifs. Depuis quelques dizaines d'années, des missions satellitaires permettent de mesurer le champ de gravité de manière globale sur toute la surface de la Terre à des échelles de temps mensuelles, nous les détaillerons dans la section 3.1.

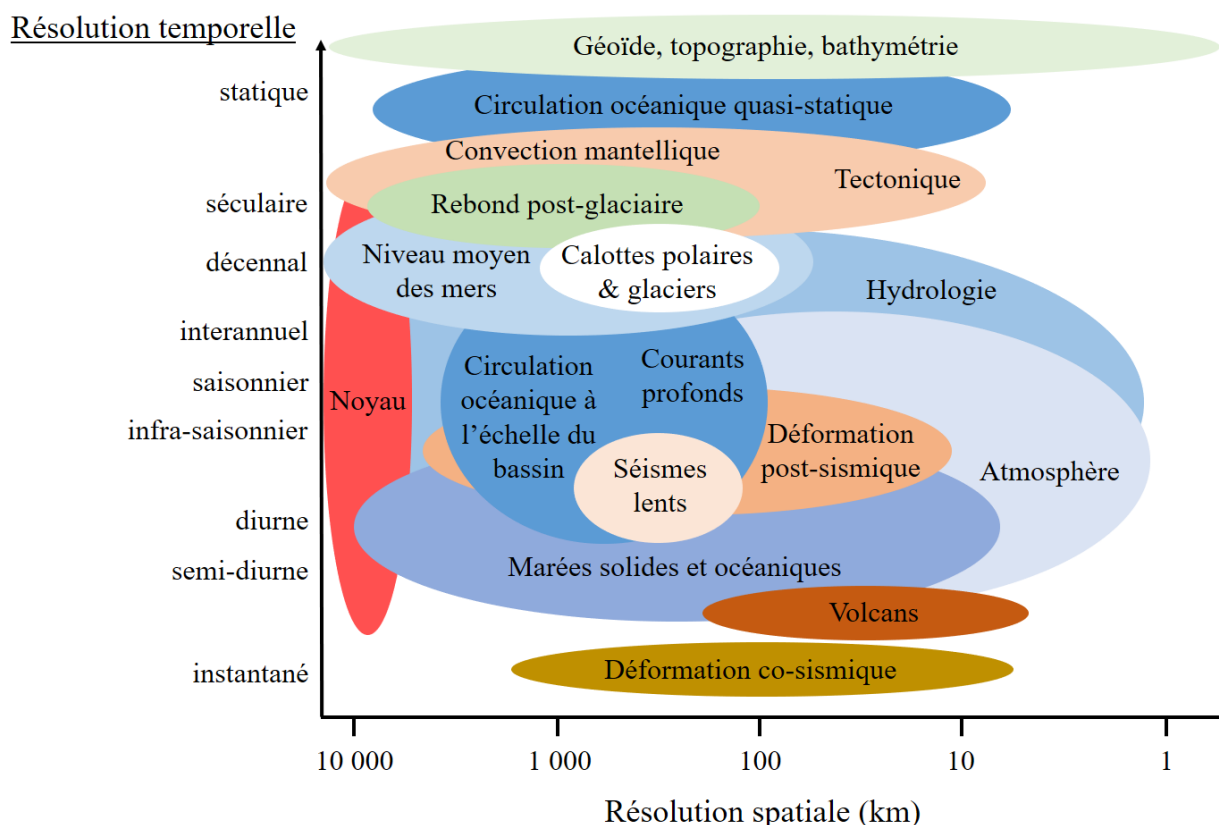


FIGURE 1.6 – Échelles spatiales et temporelles des processus entraînant des variations de masses dans le système Terre

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous cherchons à étudier le noyau terrestre. Les variations de gravité les plus significatives causées par le noyau ont une large échelle spatiale de l'ordre de  $10^3$ - $10^4$  kilomètres en surface. En ce qui concerne la dimension temporelle, les variations de gravité sont attendues comme étant d'une plus grande magnitude à de plus grandes échelles de temps. Les observations des variations temporelles de la gravité à l'échelle de la Terre remontant jusqu'à quelques dizaines d'années (début des mesures satellitaires), nous nous concentrerons sur des variations inter-annuelles à décennales. Nous venons de voir que divers processus entraînent des variations de gravité à ces échelles, notamment l'hydrologie ou l'océan.

Il n'existe pas encore de moyen simple pour séparer les sources dans les variations de la gravité et c'est l'un des enjeux de cette thèse.

Pour faire face à ce défi, diverses approches sont possibles, comme la correction des signaux connus via des modèles ou l'identification des processus du noyau dans les variations en se basant sur des *a priori*. Nous détaillerons la théorie et les équations qui régissent le champ de gravité terrestre dans la section 2.2. Nous présenterons les produits du champ de gravité utilisés dans ces travaux dans la sous-section 3.2.1.

### 1.3.3 Rotation de la Terre

Parmi les données liées au système de référence mondiale, la géodésie produit une référence de temps caractérisant la rotation de la Terre. La vitesse de rotation de la Terre n'est pas constante et varie via son moment d'inertie et des couples externes. Le moment d'inertie traduit la distribution des masses dans le système Terre par rapport à l'axe de rotation et varie avec cette distribution. La mesure de la rotation de la Terre est réalisée dans le cadre d'un repère céleste de référence défini via la mesure de quasars. Ces derniers sont des sources de rayonnement quasi-stellaire (des trous noirs supermassif) dont qui sont mesurées grâce à la technique d'interférométrie à très longue base (VLBI), coordonnée par l'International VLBI Service (IVS). La durée du jour (LOD) correspond à la dérivée temporelle de la différence UT1-TAI, où UT1 est le temps non-uniforme de la rotation de la Terre et Temps Atomique International (TAI) est la mesure de l'écoulement du temps. Le TAI est mesuré précisément à l'aide d'un réseau mondial d'horloges atomiques. La LOD est mesurée à partir des observations GNSS, SLR, VLBI et Détermination d'Orbite et de Radio positionnement Intégré par Satellite (DORIS). Elle s'obtient via la formule :  $\frac{-\Delta(\text{LOD})}{86400 \text{ s}} = \frac{d(\text{UT1}-\text{TAI})}{dt}$ .

La vitesse de rotation axiale de la Terre varie aussi à cause d'échanges de moment angulaire qui ont lieu entre le manteau et le noyau. Ce mécanisme est la cause principale des variations à des échelles de temps décennales à centennales (DEHANT & MATHEWS, 2015). L'étude de ces variations temporelles de la vitesse de rotation de la Terre permet d'étudier les interactions du champ magnétique créé par le noyau fluide avec le manteau.

D'autres paramètres permettent de caractériser la rotation équatoriale de la Terre pour passer d'un repère céleste fixe au repère en rotation conjointe avec notre planète. Ce sont les coordonnées du pôle de rotation dans le repère céleste (Dpsi, Deps) et les coordonnées dans le repère terrestre (x,y). Ces cinq paramètres constituent les paramètres d'orientation de la Terre (EOP). Les différents produits de ces paramètres de la rotation de la Terre sont détaillés dans la sous-section 3.2.4.



# Théorie et méthodes d'analyse

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Représentation d'un champ potentiel</b>	<b>18</b>
2.1.1	Systèmes de coordonnées	18
2.1.2	Représentation sous forme d'une grille	19
2.1.3	Représentation en Harmoniques sphériques (HS)	19
<b>2.2</b>	<b>Théorie newtonienne de la gravité</b>	<b>21</b>
2.2.1	Force d'attraction gravitationnelle	21
2.2.2	Champ gravitationnel	22
2.2.3	Potentiel gravitationnel	23
2.2.4	La gravité et la pesanteur terrestre	23
2.2.5	Unités gravimétriques	25
<b>2.3</b>	<b>Théorie du champ magnétique interne</b>	<b>27</b>
2.3.1	Équations Magnéto-Hydro-Dynamiques (MHD)	27
2.3.2	Écoulements à la surface du noyau liquide	27
2.3.3	Variations temporelles rapides du champ magnétique	29
2.3.4	Secousses géomagnétiques	29
<b>2.4</b>	<b>Outils de traitement des champs potentiels</b>	<b>30</b>
2.4.1	Filtrage spatial	30
2.4.2	Filtrage temporel	32
<b>2.5</b>	<b>Méthodes d'analyse des champs potentiels</b>	<b>33</b>
2.5.1	Analyse en ondelettes	33
2.5.2	Fonctions Orthogonales Empiriques (EOFs)	34
2.5.3	Variantes des EOFs avec deux jeux de données	37
2.5.4	Analyse en Composantes Indépendantes (ICA)	38
2.5.5	Singular Spectrum Analysis (SSA)	38
2.5.6	Multivariate SSA (MSSA)	40
<b>2.6</b>	<b>Méthodes de comparaison de séries de données</b>	<b>41</b>
2.6.1	Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (RMSE)	41
2.6.2	Corrélation	42

Nous avons décrit les différentes couches de la Terre et leurs dynamiques, notamment celles entraînant des variations de masses et du champ magnétique à nos échelles d'intérêt. Pour décrire ces variables, nous utilisons une représentation en champ potentiel, détaillée dans ce chapitre pour le champ de gravité ainsi que pour le champ magnétique. Forts de cette méthode de représentation des champs, nous détaillerons ensuite différents outils pour filtrer ces champs spatialement et temporellement et différentes méthodes d'analyse servant à décomposer ou comparer un champ potentiel.

## 2.1 Représentation d'un champ potentiel

### 2.1.1 Systèmes de coordonnées

Un champ étant l'expression en tout point de l'espace d'une grandeur physique, il est possible d'en avoir une définition paramétrique à partir de coordonnées. Il existe différents types de coordonnées pour représenter un espace en 3 dimensions, nous présentons ici ceux utilisés dans le cadre de ce travail de thèse.

#### Coordonnées cartésiennes

Les coordonnées orthonormées du repère cartésien sont une représentation de l'espace où chaque coordonnée correspond à la projection du point sur l'un des trois axes X, Y ou Z (Fig. 2.1). Le repère étant orthonormé, chaque axe est défini par un vecteur unitaire de norme 1 et ces vecteurs sont orthogonaux entre eux. Le point origine noté O et de coordonnées (0,0,0) se rapproche du centre des masses de la Terre (plus de détails sur la définition du repère dans 2.2.4).

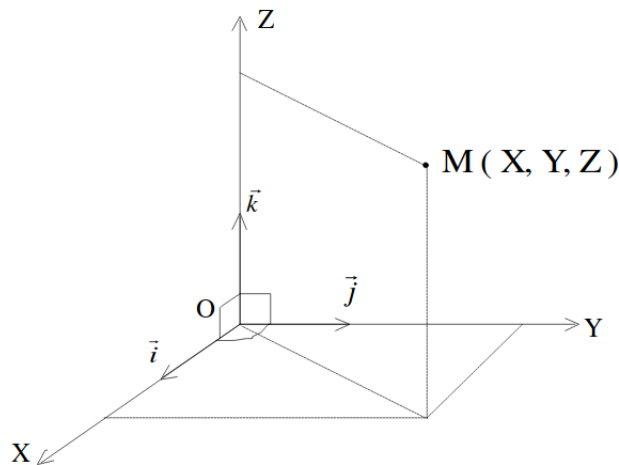


FIGURE 2.1 – Coordonnées tridimensionnelles cartésiennes (*d'après DUQUENNE et DUQUENNE (2002)*)

#### Coordonnées géographiques

En associant au repère cartésien un ellipsoïde (de référence), centré en O, et dont deux constantes de définition (parmi le petit-axe  $a$ , le grand-axe  $b$ , l'excentricité  $e$ , l'aplatissement  $f$ ) sont fixées conventionnellement, il est possible de définir les coordonnées géographiques. Le plan méridien de M contient l'axe  $O_Z$  et la normale à l'ellipsoïde passant par M (Fig. 2.2).

Cette normale coupe l'ellipsoïde au point  $M_0$ . La longitude  $\lambda$  est l'angle entre le plan méridien origine et le méridien de M. La latitude  $\varphi$  est l'angle entre la normale à l'ellipsoïde passant par M et le plan équatorial. La hauteur  $h$  au dessus de l'ellipsoïde est la distance le long de la normale entre l'ellipsoïde et M, positivement vers l'extérieur de l'ellipsoïde.

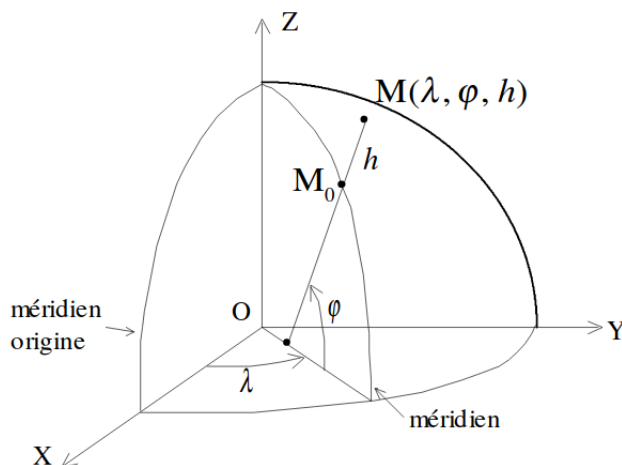


FIGURE 2.2 – Coordonnées tridimensionnelles géographiques (d'après DUQUENNE et DUQUENNE (2002))

**Coordonnées sphériques :** Les coordonnées sphériques d'un point peuvent se définir à partir de la définition des coordonnées géographiques. Dans ce cas, l'ellipsoïde de convention, pour la Terre, est une sphère de rayon  $R \approx 6371$  km. Les coordonnées d'un point M dans la représentation paramétrique sphérique deviennent  $(\lambda, \varphi, r)$  avec  $r = R + h$ .

Il est possible de remplacer la latitude  $\varphi$  par son angle complémentaire, la colatitude  $\theta = 90^\circ - \varphi$ .

### 2.1.2 Représentation sous forme d'une grille

Un champ peut être représenté sous la forme d'une grille en deux dimensions  $(\lambda, \varphi)$  représentant la longitude et la latitude, en définissant au préalable la ou les valeurs de  $h$ . La grille en  $h = 0$  correspond à la valeur du champ sur l'ellipsoïde et il est aussi possible de définir une grille correspondant à la topographie terrestre ou encore au géoïde. Il faut ensuite fixer les longitudes et latitudes pour lesquelles la grille est définie. En définissant  $d\lambda$  et  $d\varphi$ , on obtient une grille à pas constant. Cette représentation d'un champ est ponctuelle et il n'est alors pas possible de connaître les valeurs du champ en dehors des points de la grille (sans repasser par une représentation paramétrique).

### 2.1.3 Représentation en Harmoniques sphériques (HS)

**Théorie :** Un champ défini sur une sphère se décompose en HS qui sont une base orthogonale de la sphère unité :

$$\text{Champ}(\lambda, \theta) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^n [U_{n,m} \cos(m\lambda) + V_{n,m} \sin(m\lambda)] \bar{P}_{n,m}(\cos \theta) \quad (2.1)$$

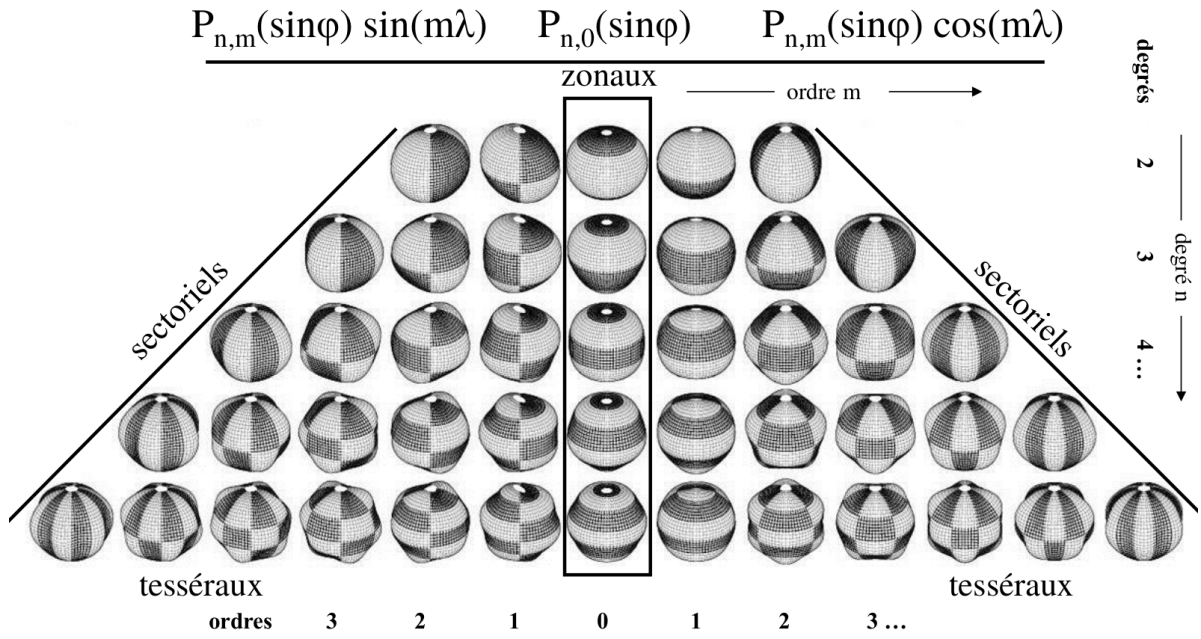


FIGURE 2.3 – Représentation des fonctions harmoniques sphériques en tant que sphère déformée par l'amplitude (d'après R. Biancale et J.-M. Lemoine, 2017).

Où  $(\lambda, \theta)$  sont les coordonnées sphériques,  $U_{n,m}$  et  $V_{n,m}$  sont les coefficients de degré  $n$  et d'ordre  $m$  de la décomposition et  $\bar{P}_{n,m}$  est le polynôme associé de Legendre.

Il est possible de comparer les HS à une décomposition discrète de Fourier dans le domaine spectral. Là où une série temporelle est transformée en une représentation par fréquence de son signal, un champ sur la sphère sera décomposé en une représentation avec des éléments de base sur la sphère. Chacun de ces éléments de base est associé à un degré  $n$  et un ordre  $m$  (Fig. 2.3).

Pour étendre une décomposition en HS en rajoutant un axe vertical, il faut passer par la notion de potentiel. Un champ conservatif vérifie la propriété selon laquelle sa circulation sur toute courbe fermée est nulle, cela correspond à dire que le rotationnel du champ est nul. Il est alors possible de définir la notion de champ potentiel  $V$  associé à ce champ conservatif (VERMEER, 2018). Si le potentiel vérifie l'équation de Laplace ( $\Delta V = 0 \Leftrightarrow \nabla^2 V = 0$ ), les solutions de cette équation sont les fonctions  $Y_{n,m} = \frac{1}{r^{n+1}} U/V_{n,m}$ . Le potentiel, défini en coordonnées sphériques, peut alors se décomposer sur la forme d'une série de fonctions HS

$$\text{Potentiel}(\lambda, \theta, r) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n [U_{n,m} \cos(m\lambda) + V_{n,m} \sin(m\lambda)] \bar{P}_{n,m}(\cos \theta). \quad (2.2)$$

Avec à nouveau,  $U_{n,m}$  et  $V_{n,m}$  sont les coefficients de degré  $n$  et d'ordre  $m$  de la décomposition et  $\bar{P}_{n,m}$  est le polynôme associé de Legendre.

### Polynôme associé de Legendre

Un polynôme associé de Legendre est une solution particulière de l'équation générale de Legendre utilisée dans les décompositions en HS. La formule analytique pour un degré  $n$  et un ordre  $m$  est :

$$\bar{P}_{n,m}(x) = \frac{(1-x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^n n!} \frac{d^{n+m}(x^2-1)^n}{dx^{n+m}} \quad (2.3)$$

Il existe également une formule par récurrence qui permet de calculer numériquement ces polynômes. Les codes Python utilisés pendant ce travail de thèse implémentent un calcul

récuratif des polynômes de Legendre en suivant l'article de HOLMES et FEATHERSTONE (2002). Ce calcul permet de stabiliser la valeur numérique des polynômes, notamment aux hauts degrés et ordres ( $> 2700$ ), à proximité des pôles.

Un polynôme associé de Legendre est normalisable pour que les HS forment une base orthonormée. Il existe différentes normalisations qui sont utilisées par différentes communautés scientifiques. La normalisation communément utilisée en géodésie est appelée « fully-normalized » ou «  $4\pi$ -normalized » et s'écrit :

$$P_{n,m}(x) = \sqrt{(2 - \delta_{m0})(2n + 1) \frac{(n - m)!}{(n + m)!}} \bar{P}_{n,m}(x) \quad (2.4)$$

Elle est construite de telle sorte à ce que l'intégrale de  $P_{n,m}(\cos \theta)^2$  sur une sphère soit égale à  $4\pi$ .

La normalisation communément utilisée en électromagnétisme est la normalisation de Gauss-Schmidt :

$$\hat{P}_{n,m}(x) = \sqrt{(2 - \delta_{m0}) \frac{(n - m)!}{(n + m)!}} \bar{P}_{n,m}(x) \quad (2.5)$$

Elle est construite de manière à ce que l'intégrale de  $\hat{P}_{n,m}(\cos \theta)^2$  sur une sphère soit égale à  $\frac{4\pi}{2n+1}$ .

Dans ce manuscrit, tous les valeurs de coefficients de Stokes sont données en fully-normalized. Toutefois, certaines données extérieures que nous avons utilisées étaient fournies en normalisation de Gauss-Schmidt et ont donc dû être converties.

## Résolution spatiale

Une modélisation d'un champ en HS sera plus ou moins résolue spatialement en fonction du degré maximal  $n_{max}$  utilisé. Il existe une formule approximative qui relie le degré maximal du modèle de champ à sa résolution spatiale sur Terre :

$$\text{Résolution} \approx \frac{20000 \text{ km}}{n_{max}} \quad (2.6)$$

Pour une représentation utilisant seulement le degré 2, la résolution du champ est de 10000 km, pour le degré 10, la résolution est de 2000 km. Le choix du degré de troncature de notre représentation en HS est délicat. Il doit être inférieur ou égal au degré maximum le plus faible de tous les produits mis en jeu. Il faut aussi être attentif à la quantité de bruit présent dans chaque produit degré par degré pour éviter d'utiliser des degrés apportant uniquement du bruit. Pour finir, ce choix dépend aussi du phénomène que l'on souhaite observer. Par exemple, des processus dans le noyau interne auront un signal qui sera plus intense sur les premiers degrés de la représentation en HS ( $n \leq 6 - 8$ ). Nous discuterons de cette question au moment des premières analyses.

## 2.2 Théorie newtonienne de la gravité

### 2.2.1 Force d'attraction gravitationnelle

La loi universelle de la gravitation décrit une force réciproque d'attraction entre deux objets. Sur Terre, la manifestation de la gravitation est l'attraction de la Terre qui nous attire et qui

fait « tomber » les objets. La force de gravitation d'un objet ponctuel A sur un objet ponctuel B de masses respectives  $m_A$  et  $m_B$  séparés d'une distance  $d_{A/B}$  s'écrit :

$$\vec{F}_{A/B} = -G \frac{m_A m_B}{d_{A/B}^2} \vec{u}_{A \rightarrow B} \quad (2.7)$$

Ici,  $G$  correspond à la constante gravitationnelle ( $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ) et  $\vec{u}_{A \rightarrow B}$  est le vecteur unitaire dirigé du point A vers le point B.

Si l'objet A est un objet non ponctuel avec une masse volumique  $\rho(a)$  pour chacun de ses points  $a$ , la force de gravitation de A sur l'objet ponctuel B s'écrit :

$$\vec{F}_{A/B} = -G m_B \iiint_{a \in A} \frac{\rho(a) d\tau}{d_{a/B}^2} \vec{u}_{a \rightarrow B} \quad (2.8)$$

En notant T la Terre et S un objet attiré par cette dernière, on peut tracer une représentation des forces (Fig. 2.4). La définition des forces fait que toutes les deux sont égales en intensité.

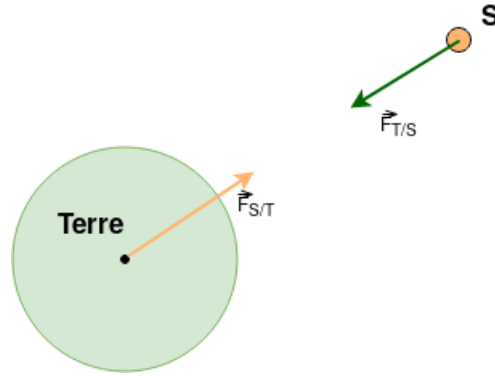


FIGURE 2.4 – Vue schématique de la force de gravitation entre un objet S et la Terre

La théorie newtonienne de la gravité est valide dans un cadre non relativiste, c'est-à-dire que les vitesses en jeu sont faibles par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide et les masses sont inférieures ou égales à celle du Soleil en termes d'ordre de grandeur. Le système Terre vérifie ces deux hypothèses. Dans un cadre relativiste, la gravité n'est plus une force mais une déformation de l'espace-temps et il faut un nouveau formalisme pour modéliser cela.

## 2.2.2 Champ gravitationnel

Il est également possible de définir la notion de champ gravitationnel (ou champ de gravitation) à partir de la force gravitationnelle. Un champ est l'expression en tout point de l'espace d'une grandeur physique. La force gravitationnelle créée par un objet A induit donc en tout point de l'espace un champ vectoriel noté  $\vec{G}_A$ . Pour un objet B ponctuel, la force induite par le champ gravitationnel de A s'écrit :

$$\vec{F}_{A/B} = m_B \vec{G}_A(B), \quad (2.9)$$

avec

$$\vec{G}_A(B) = -G \frac{m_A}{d_{A/B}^2} \vec{u}_{A \rightarrow B} = -G \iiint_{a \in A} \frac{\rho(a) d\tau}{d_{a/B}^2} \vec{u}_{a \rightarrow B}. \quad (2.10)$$

Notons que pour un champ de gravité créé par un objet ponctuel de masse  $m_A$ , l'intensité du champ ne dépend que de la distance. Pour voir l'effet de ce champ de gravité, il faudrait associer à l'objet ponctuel B une masse  $m_B$ .

### 2.2.3 Potentiel gravitationnel

La notion de champ gravitationnel est associée à l'énergie potentielle gravitationnelle. En notant le potentiel de gravitation  $V$ , il est possible d'écrire  $V$  en fonction de  $\vec{\mathcal{G}}_A$  :

$$\vec{\mathcal{G}} = -\vec{\nabla}V, \quad (2.11)$$

avec  $\vec{\nabla}$  l'opération gradient. L'opération gradient se traduit en disant que le champ gravitationnel dérive du potentiel. Dans le cas d'un objet ponctuel A, comme pour le champ, le potentiel ne dépend que de la distance  $d$  entre l'objet et l'endroit d'observation du potentiel. Il s'écrit avec la convention de potentiel nul à l'infini :

$$V = \frac{Gm_A}{d} \quad (2.12)$$

Une surface équipotentielle est définie comme un ensemble de points où le potentiel prend la même valeur. Les surfaces équipotentielles sont normales au champ de gravité. La figure 2.5 représente les équipotentielles gravimétriques associées à un objet ponctuel, un objet sphérique et un objet ellipsoïdal. Le potentiel d'un objet sphérique non ponctuel s'obtient par un simple calcul physique. Pour obtenir la valeur du potentiel lié à un objet ellipsoïdal, il est possible d'utiliser le modèle mathématique du champ normal créé de telle sorte à ce qu'une de ses surfaces équipotentielles correspondent à l'ellipsoïde de référence (DUQUENNE & DUQUENNE, 2002 ; VERMEER, 2018).

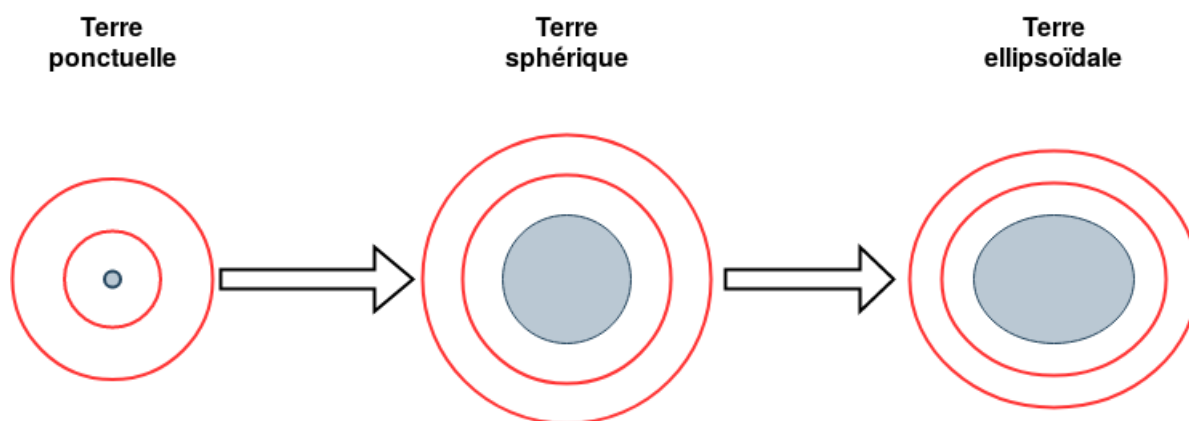


FIGURE 2.5 – Équipotentielles gravimétriques (en rouge) associées à différents objets de densité uniforme

### 2.2.4 La gravité et la pesanteur terrestre

La mesure du champ de pesanteur terrestre ne correspond pas à la mesure de l'accélération gravitationnelle. Sur Terre, le champ de pesanteur est composé de trois champs différents. Le champ gravitationnel du système Terre,  $\vec{\mathcal{G}}_{Terre}$ , auquel vient s'ajouter le champ axifuge,  $\vec{\gamma}_{axifuge}$ , créé par le mouvement de rotation de la Terre et lié à l'accélération centrifuge. La dernière composante est le champ de marée solide,  $\vec{\mathcal{G}}_{marée}$ , qui correspond à la somme des champs gravitationnels des autres objets célestes du système solaire moins la valeur de ce champ au centre des masses de la Terre. Les autres objets du système sont souvent réduits à la Lune et au Soleil, voire Jupiter suivant la précision attendue. Dans le cas d'un objet en mouvement, il faut également inclure dans ce champ l'accélération inertielle de Coriolis et l'accélération propre à l'objet. Au repos, le champ résultant correspond donc à la somme des trois champs composites.

$$\vec{G}_{obs} = \vec{G}_{Terre} - \vec{\gamma}_{axifuge} + \vec{G}_{marée} \quad (2.13)$$

L'amplitude des trois champs n'est pas équivalente. L'ordre de grandeur de l'accélération gravitationnelle terrestre est de  $9.8 \text{ m.s}^{-2}$ , celui de l'accélération axifuge est de  $3.3 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$  et enfin celui de l'accélération de la marée solide est de  $2.8 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$ .

En exprimant ces différents champs en tant que potentiels, avec la même convention, le potentiel de pesanteur terrestre correspond à la somme des trois autres potentiels :

$$W = V_{Terre} + V_{axifuge} + V_{marée} \quad (2.14)$$

La surface équipotentielle de pesanteur se rapprochant le plus du niveau moyen des océans est appelée **géoïde**. Le potentiel sur la surface du géoïde est noté  $W_0$ .

Le potentiel gravitationnel de la Terre  $V$ , vérifie l'équation de Laplace ( $\nabla^2 V = 0$ ) et peut donc se décomposer en HS :

$$V(\lambda, \theta, r) = \frac{GM}{r} \left( \sum_{n=0}^{+\infty} \left( \frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [C_{n,m} \cos(m\lambda) + S_{n,m} \sin(m\lambda)] P_{n,m}(\cos \theta) \right) \quad (2.15)$$

Où  $M$  est la masse du système Terre ( $5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$ ),  $R$  le rayon moyen de la Terre (6731 km),  $C_{n,m}$  et  $S_{n,m}$  les coefficients de Stokes (sans dimension) de la décomposition de degré  $n$  et d'ordre  $m$  et  $P_{n,m}$  le polynôme associé de Legendre normalisé (en  $4\pi$ ) de degré  $n$  et d'ordre  $m$ .

À partir de l'équation (2.15), sachant que  $\vec{g} = -\vec{\nabla}V$ , le champ gravitationnel dans la direction du vecteur  $\vec{e}_r$  s'exprime :

$$g(\lambda, \theta, r)_r = -\frac{GM}{r^2} \left( \sum_{n=0}^{+\infty} (n+1) \left( \frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [C_{n,m} \cos(m\lambda) + S_{n,m} \sin(m\lambda)] P_{n,m}(\cos \theta) \right) \quad (2.16)$$

Pour étudier le champ gravitationnel et notamment sa variation dans le temps, les mesures et estimations du champ sont souvent exprimées en terme d'anomalies par rapport à un modèle de champ (par exemple une moyenne du champ de gravité sur une durée de temps). De même, lors des estimations numériques du champ, les calculs sont simplifiés en utilisant un modèle pour ne manipuler plus que des anomalies ou des écarts à une valeur de référence.

## Marées

Les forces de marées sont causées par l'effet gravitationnel des autres corps astronomiques. La prise en compte de l'effet de marée dans un modèle de champ gravitationnel suit une convention particulière. La réponse du champ gravitationnel terrestre est notamment fonction du nombre de Love de potentiel  $k_n$  pour prendre en compte l'élasticité de la Terre (vu dans la sous-section 1.1.3). Cette réponse comprend une composante constante et une autre qui varie dans le temps. Il existe trois conventions différentes pour prendre en compte l'effet de marée (MÄKINEN, 2021) :

- La convention *tide-free* où le potentiel causé par la marée et la réponse de la Terre au phénomène de marée sont totalement éliminés.
- La convention *mean-tide* où la partie constante des effets de marées et la réponse élastique de la Terre à cette partie constante sont conservées.
- La convention *zero-tide* où seulement la réponse élastique de la Terre à l'effet constant des marées est conservée et non l'effet constant et les effets variables.



L'[IAG](#) recommande l'utilisation de la convention dite *zero-tide*. Dans notre cas, nous utilisons des anomalies de coefficients de Stokes, c'est à dire que les coefficients sont soustraits d'une constante (la valeur moyenne sur une période). Ces divergences de convention dans les produits de variations du champ de gravité sont gommées par le fait que nous travaillons avec des anomalies.

### Formules analytiques des coefficients

L'expression des coefficients de Stokes de degré  $n$  et d'ordre  $m$  est fonction de la masse volumique dans le système Terre (J. CHEN et al., [2022](#)) et s'écrit :

$$\begin{pmatrix} C_{n,m} \\ S_{n,m} \end{pmatrix} = \frac{1}{M(2n+1)} \iiint_{(\lambda,\theta,r) \in V} \rho(\lambda, \theta, r) \left(\frac{r}{R}\right)^n P_{n,m}(\cos \theta) \begin{pmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{pmatrix} dV \quad (2.17)$$

La discrétisation de l'équation [\(2.17\)](#) permet de retrouver l'expression des coefficients à partir de représentation du champ en une ou plusieurs grilles.

### Représentation de degrés spéciaux

Certains degrés de la décomposition en [HS](#) du champ gravitationnel correspondent à des éléments physiques du système Terre :

- Degré 0 : Le coefficient  $C_{0,0}$  représente l'effet gravitationnel d'une sphère de rayon  $R$  et peut être utilisé comme un facteur d'échelle de la masse conventionnelle du système Terre  $M$ .
- Degré 1 : Les trois coefficients  $C_{1,0}$ ,  $C_{1,1}$  et  $S_{1,1}$  sont proportionnels à la position  $(X_{cm}, Y_{cm}, Z_{cm})$  du centre des masses dans le repère de référence.

$$\begin{pmatrix} X_{cm} \\ Y_{cm} \\ Z_{cm} \end{pmatrix} = \sqrt{3}R \begin{pmatrix} C_{1,1} \\ S_{1,1} \\ C_{1,0} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

- Degré 2 :
  - Les coefficients du degré 2 sont liés au tenseur d'inertie du système Terre.
  - $C_{2,0}$  est lié à l'aplatissement dynamique de l'ellipsoïde terrestre.
  - Les coefficients  $C_{2,0}$ ,  $C_{2,1}$  et  $S_{2,1}$  sont aussi proportionnels aux mouvements du pôle de rotation causés par la redistribution des masses dans le système Terre.

Une représentation spatiale des différents coefficients de degré 2 est visible dans la figure [23](#).

### 2.2.5 Unités gravimétriques

Il existe différentes unités pour représenter les variations du champ ou du potentiel gravitationnel  $\eta$  sur une grille. Chaque unité possède une interprétation qui sera différente. Toutes ces unités s'obtiennent à partir d'un modèle du champ en [HS](#).

Soit une représentation  $\zeta_n$ , dépendant du degré, tel que :

$$\eta(\lambda, \theta, r) = \sum_{n=0}^{+\infty} \zeta_n \left(\frac{R}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n [C_{n,m} \cos(m\lambda) + S_{n,m} \sin(m\lambda)] P_{n,m}(\cos \theta) \quad (2.19)$$

## Unités directes

Le cas du potentiel  $V$  dont l'unité est le  $m^2.s^{-2}$  correspond à l'équation (2.15). Dans ce cas :  $\zeta_n^V = \frac{GM}{r} [L^2.T^{-2}]$ .

Avec l'équation (2.16), l'expression du champ gravitationnel en tant qu'accélération  $m.s^{-2}$  passe par  $\zeta_n^g = \frac{GM(n+1)}{r^2} [L.T^{-2}]$ . Le champ de gravité s'exprime aussi en  $Gal$  ( $1 Gal = 0.01 m.s^{-2}$ ).

Une représentation du champ de gravité est possible en modélisant la topographie du géoïde  $N(\lambda, \theta)$  qui s'exprime en mètre par rapport à l'ellipsoïde de référence. Elle se calcule à partir de l'équation (2.15) et de la formule de Bruns (HEISKANEN & MORITZ, 1967). La décomposition en HS du géoïde s'écrit avec  $\zeta_n^N = \frac{R^2}{r} [L]$ .

Ces trois représentations dépendent du rayon moyen de la Terre  $R$ , mais ont chacune un comportement asymptotique différent. Cela implique, par exemple, qu'un contraste de densité dans la croûte terrestre crée une empreinte différente pour chaque représentation (voir Fig.1, BONDARESCU et al., 2012). L'anomalie du champ gravitationnel décroît proportionnellement à  $\frac{1}{d^2}$  quand la distance planaire au contraste de densité  $d$  augmente. L'anomalie du potentiel gravitationnel décroît proportionnellement à  $\frac{1}{d}$ .

## Unités modélisant l'élasticité de la Terre

Certaines représentations, souvent utilisées pour étudier des redistributions de masses à la surface terrestre, prennent en compte la réponse élastique de la Terre (voir sous-section 1.1.3).

Les variations de hauteur du géoïde se transforment en variations d'élévation de la croûte terrestre (Crustal Uplift) avec  $\zeta_n^{CU} = \frac{R^2}{r} \frac{h_n}{1+k_n} [L]$ . Ces variations sont utilisables pour lier le champ de gravité avec des déplacements de surface mesurés par des techniques de positionnement géodésique.

Pour caractériser les redistributions de masses à la surface terrestre, la représentation en hauteur d'eau équivalente (EWH), traduction d'*Equivalent Water Height*, permet d'assimiler une anomalie du champ de gravité à un volume d'eau d'une certaine hauteur tout en tenant compte de la redistribution élastique terrestre. Elle s'obtient par  $\zeta_n^{EWH} = \frac{R^2}{r} \frac{\rho_{Terre}}{3\rho_{eau}} \frac{2n+1}{1+k_n} [L]$  avec  $\rho_{Terre}$  la densité moyenne de la Terre ( $5517 \text{ kg.m}^{-3}$ ) et  $\rho_{eau}$  la densité de l'eau ( $\approx 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) (WAHR et al., 1998).

Pour rappel, toutes les unités évoquées auparavant définissent une représentation sur une sphère dont le rayon est  $R (=a(1-f)^{\frac{1}{3}})$  pour que la sphère aie le même volume que l'ellipsoïde de référence). Il faut noter qu'il existe une formule pour définir le champ en EWH sur l'ellipsoïde théorisée par DITMAR (2018). Ce dernier indique que la prise en compte de l'ellipticité de la Terre est importante pour les travaux utilisant des HS à hauts degrés ( $n > 60$ ) et étudiant les hautes latitudes.

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons développé un ensemble de codes Python permettant de passer des données en format HS à des données en format grille avec la possibilité de choisir l'unité gravimétrique de la grille. De même, l'opération inverse a également été implémentée. Ces codes sont détaillés en Annexe E.

## 2.3 Théorie du champ magnétique interne

### 2.3.1 Équations Magnéto-Hydro-Dynamiques (MHD)

Nous avons déjà évoqué les modèles du noyau fluide dans le chapitre 1 pour parler de sa stratification potentielle et des ondes en son sein. Nous allons maintenant voir les équations qui forment la base de ces modèles numériques. Le noyau externe étant conducteur, il peut produire un champ magnétique via les effets de convection qui créent des courants électriques. Avec ce type de matériau, son comportement magnétique et électrique suit des équations qu'il est possible de résoudre numériquement.

Les équations de Maxwell régissent le champ électrique  $\vec{E}$  ( $\text{V.m}^{-1}$ ) et le champ magnétique  $\vec{B}$  (T). Elles contiennent d'autres paramètres qui sont la densité de charge  $\rho_q$  ( $\text{C.m}^{-3}$ ), la permittivité du vide  $\epsilon_0$  ( $\text{F.m}^{-1}$ ), la perméabilité du vide  $\mu_0$  ( $\text{H.m}^{-1}$ ) et la densité de courant  $\vec{J}$  ( $\text{A.m}^{-2}$ ).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_q}{\epsilon_0} \quad (2.20a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.20b)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.20c)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.20d)$$

Le champ magnétique obtenu par des mesures terrestres ou satellitaires permet de remonter aux dynamiques fluides du noyau par l'équation d'induction contenant  $\vec{u}$ , le champ de vitesse du noyau liquide et  $\eta = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$  la diffusivité magnétique du milieu :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{B}) - \vec{\nabla} \wedge \eta \vec{\nabla} \wedge \vec{B} \quad (2.21)$$

### 2.3.2 Écoulements à la surface du noyau liquide

La connaissance du champ magnétique en surface  $\vec{B}$  permet d'avoir accès aux mouvements dans le noyau externe via les écoulements du fer liquide qu'il contient. Quelques hypothèses sont cependant nécessaires pour résoudre les écoulements. Les variations du champ liées au noyau priment sur les champs des autres sources ( $10^4$  nT contre  $10^1$  nT pour le champ lithosphérique, ionosphérique ou magnétosphérique) et le manteau terrestre doit être assimilé à un isolant électrique ( $\vec{J} = 0$ ). L'équation (2.20d) en dehors du noyau externe implique que  $\vec{B}$  dérive d'un champ scalaire potentiel  $V_B$  et l'équation (2.20b) indique que ce champ potentiel vérifie l'équation de Laplace ( $\nabla^2 V_B = 0$ ). Le champ magnétique (en ne considérant que le champ lié au noyau externe) est un champ conservatif dont le potentiel scalaire vérifie l'équation de Laplace et sa composante radiale se décompose en HS :

$$B(\lambda, \theta, r)_r = - \sum_{n=1}^{+\infty} (n+1) \left( \frac{R}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n [g_{n,m} \cos(m\lambda) + h_{n,m} \sin(m\lambda)] \hat{P}_{n,m}(\cos \theta) \quad (2.22)$$

Où  $g_{n,m}$  et  $h_{n,m}$  sont les coefficients (internes) de Gauss de la décomposition de degré  $n$  et d'ordre  $m$  et  $\hat{P}_{n,m}$  est le polynôme associé de Legendre qui suit la normalisation de Gauss-Schmidt de degré  $n$  et d'ordre  $m$ . Cette expression est similaire à celle pour le champ de gravité (équation (2.16)).

Il faut ensuite supposer que la diffusion est négligeable (FINLAY et al., 2010) et que la composante radiale du champ magnétique est continue à travers la CMB (JAULT & LE MOUËL, 1991). Cette dernière hypothèse implique que les écoulements radiaux sont nuls, du fait de l'imperméabilité de la CMB qui ne permet pas la continuité des écoulements entre le noyau fluide et le manteau solide.

Sous ces hypothèses, l'équation d'induction (2.21) peut s'écrire, pour la composante radiale du champ magnétique, en incluant la vitesse séculaire ( $\frac{\partial B_r}{\partial t}$ ) et la composante horizontale du champ de vitesse ( $u_h$ ), comme

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\nabla_H \cdot (\vec{u}_h B_r), \quad (2.23)$$

avec la divergence horizontale  $\nabla_H \cdot \mathcal{C} = \frac{1}{r \sin \lambda} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} (\mathcal{C}_\lambda + \sin \lambda) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathcal{C}_\varphi \right]$  (voir 2.1.1 pour la définition des coordonnées). Cette équation est utilisée pour retrouver les écoulements à la surface du noyau à partir des observations du champ magnétique (FINLAY et al., 2010).

### Formules analytiques des coefficients

L'expression des coefficients de Gauss de degré  $n$  et d'ordre  $m$  est fonction de la perméabilité du vide  $\mu_0$  et s'écrit :

$$\begin{pmatrix} h_{n,m} \\ g_{n,m} \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi R^{n+2}} \frac{1}{(2n+1)} \iiint_{(\lambda,\theta,r) \in V} \left[ \frac{J(\lambda, \theta, r)}{n+1} + M(\lambda, \theta, r) \right] \hat{P}_{n,m}(\cos \theta) \begin{pmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{pmatrix} dV. \quad (2.24)$$

J représente l'effet des courants électriques dans la Terre et M représente l'effet de la magnétisation à l'intérieur de la Terre. Le propos ici n'est pas d'entrer dans le détail de cette équation. Il faut cependant souligner que les coefficients de Gauss sont reliés à la magnétisation terrestre et aux courants internes. Une version plus détaillée est disponible dans BACKUS et al. (1996), équation (4.3.9).

La discrétisation de l'équation (2.24) permet de retrouver l'expression des coefficients à partir de représentation du champ en grilles.

### Paramètres adimensionnels d'une modélisation MHD

Une modélisation du noyau fluide implémente la résolution des équations Magnéto-Hydro-Dynamique (MHD) et vise à estimer différents paramètres physiques caractérisant l'état du système. L'objectif de ces modèles est de simuler numériquement les dynamiques et de produire des données similaires à ce qui est observable dans le cas du système Terre. Ils peuvent permettre de comprendre les conditions nécessaires à l'émergence de phénomènes comme une géodynamo auto-entretenu ou encore un champ magnétique fortement dipolaire. Ces modèles sont associés à des paramètres adimensionnels qui sont des constantes rendant compte des régimes généraux de la modélisation. Par exemple, le nombre d'Ekman est le rapport entre la force de Coriolis et la diffusion visqueuse (qui rend compte des forces de viscosité) dans le noyau fluide. Il est estimé à  $10^{-15}$  pour la Terre mais les simulations les plus performantes parviennent seulement à descendre numériquement à  $10^{-10}$ . D'autres nombres adimensionnels caractérisent des rapports entre les forces régissant les simulations. Ils sont utilisés pour qualifier la manière dont une simulation se rapproche des conditions du noyau fluide. Cependant, il est impossible de simuler le comportement de la matière du noyau avec un pas de temps et une résolution spatiale suffisamment fins en raison des limitations actuelles en puissance des calculs.

### 2.3.3 Variations temporelles rapides du champ magnétique

#### Accélération séculaire

La dérivée de l'équation (2.23) permet d'obtenir l'accélération séculaire du champ magnétique,

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial t^2} = -\nabla_H \cdot \left( \frac{\partial \vec{u}_h}{\partial t} B_r \right) - \nabla_H \cdot \left( \vec{u}_h \frac{\partial B_r}{\partial t} \right). \quad (2.25)$$

Le second terme de l'équation est négligeable devant le premier terme (LESUR et al., 2010). Cela signifie donc que l'accélération séculaire est étroitement liée à l'évolution des vitesses d'écoulement à la CMB. MANDEA et al. (2012) proposent même d'étudier la corrélation entre les variations temporelles de l'accélération séculaire et les variations du champ de gravité pour mettre en avant de possibles modes communs entre les deux variables (ces résultats sont discutés dans la sous-section 5.2).

#### 2.3.4 Secousses géomagnétiques

Une secousse géomagnétique est un changement très rapide de la tendance de la vitesse séculaire du champ magnétique sur une zone géographique finie avec une forme en  $\Lambda$  ou en  $V$ . Dans l'accélération séculaire, une secousse se traduit par un changement soudain de l'amplitude. Ce type d'évènement traduit une variation soudaine des flux proches de la CMB et se produit autour de l'équateur (Fig. 2.6).

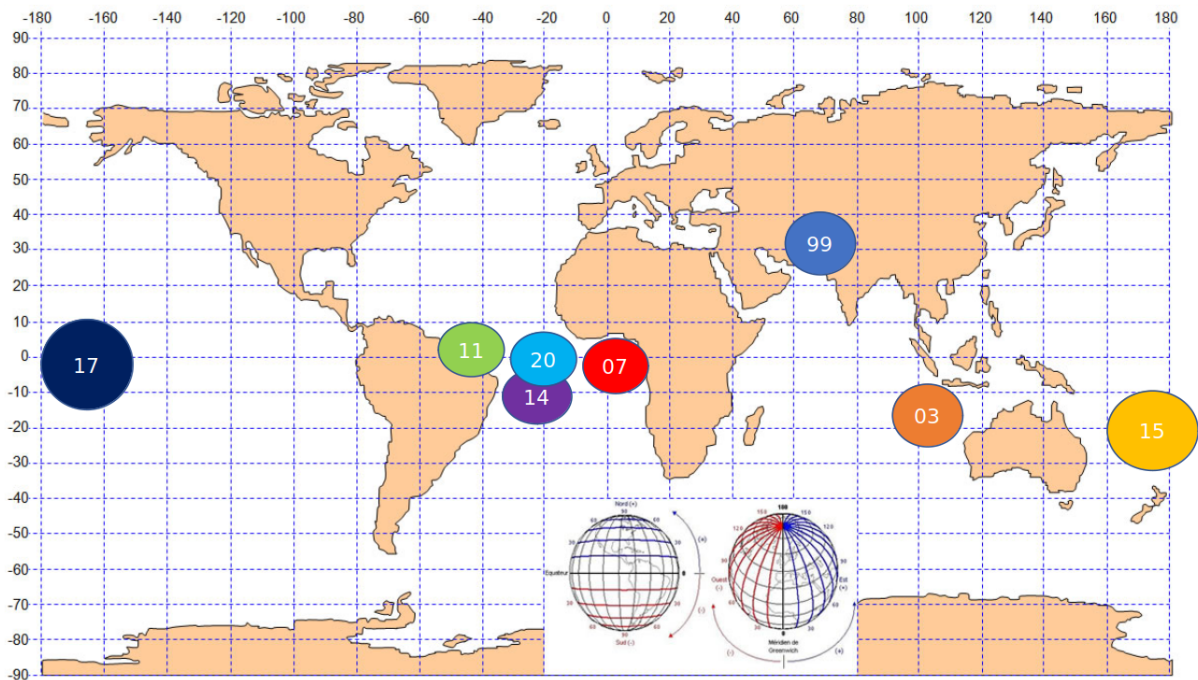


FIGURE 2.6 – Localisation et année (YY) des secousses géomagnétiques depuis la fin du XXe siècle (d'après communication personnelle, A. Saraswati, 2023).

Par exemple, la secousse de 2011 possède une forme en  $V$  pour sa vitesse séculaire et un changement d'amplitude entre 10 et -10 nT.s<sup>-2</sup> pour l'accélération séculaire (Fig. 2.7). La secousse de 2007 est aussi bien visible dans la série temporelle.

Les secousses sont étudiées par les géomagnéticiens (e.g. ALEXANDRESCU et al., 1995; PAVÓN-CARRASCO et al., 2021) mais encore mal comprises. Elles sont suspectées d'avoir une

signature dans le champ de gravité qui puisse être observable. Certaines modélisations, [MHD](#) ou utilisant des observations du champ magnétique, parviennent à les reproduire ([KLOSS & FINLAY, 2019](#); [AUBERT et al., 2022](#)) et les attribuent à des alternances d'accélération du flux équatorial.



FIGURE 2.7 – Accélération et vitesse séculaires moyennées sur la zone géographique de la secousse de 2011 dans la variation temporelle du champ magnétique prédite par le modèle CHAOS7.9 (voir [3.2.5](#) pour le détail du modèle).

## 2.4 Outils de traitement des champs potentiels

### 2.4.1 Filtrage spatial

**Définitions :** La résolution spatiale d'un champ est une mesure liée à la taille du plus petit élément distinguable. Elle dépend de la définition du champ et de sa résolution effective. La résolution minimale d'un champ en format grille régulière est donnée par  $d\lambda$  et  $d\varphi$  tandis que celle d'un champ en format [HS](#) est donnée par la formule [\(2.6\)](#) dépendant du degré maximal de la représentation. La résolution effective peut être plus large que la résolution minimale liée à la définition du champ. Par exemple, le champ de gravité issu des données Gravity Recovery And Climate Experiment ([GRACE](#))-(FO) possède une résolution effective de 200-300 km ([J. CHEN et al., 2022](#)) mais les produits de champ de gravité peuvent être fournis en format grille avec  $d\lambda = d\varphi = 1^\circ$  ( $\approx 110$  km) ou en format [HS](#) jusqu'au degré 120 ( $\approx 170$  km).

Le filtrage spatial d'un champ a pour propriété de changer sa résolution spatiale. L'augmentation de la résolution minimale en sous-échantillonnant la grille ou en diminuant le degré maximal des [HS](#) est une première forme de filtrage spatial.

La troncature des [HS](#) n'est pas une forme de filtrage spatiale souhaitable. Elle crée un effet de Gibbs qui se traduit par des signaux indésirables dans la visualisation de la donnée au format grille. Une illustration de cet effet est visible dans le produit [GRACE](#) du Center for Space Research ([CSR](#)) (Fig. [2.8](#)). Le signal visible dans les océans (Fig. [2.8a](#)) et les traits horizontaux Nord et Sud de la tache rouge sur la partie Ouest de l'Antarctique (Fig. [2.8b](#)) sont des résultats de l'effet de Gibbs. Cet effet est la conséquence de la résolution insuffisante des [HS](#) si elles sont stoppées à un certain degré. L'effet de Gibbs crée des signaux n'existant pas et qui seraient atténués voire annulés avec une augmentation du degré maximal des [HS](#).

**Problématiques du filtrage spatial des données GRACE(-FO) :** Nous présenterons les missions satellitaires Gravity Recovery And Climate Experiment (**GRACE**) et GRACE-Follow On (**GRACE-FO**) dans le chapitre suivant. Toutefois pour répondre à des problématiques existantes avec les données de ces satellites, nous devons aborder les filtrages spécifiques dans cette sous-section.

La figure 2.8 illustre deux défauts liés aux données **GRACE(-FO)** qu'il faut corriger pour étudier les variations du champ de gravité avec ces produits (détails dans la sous-section 3.1.2). La résolution spatiale peut ne pas suffire et certains signaux très localisés vont fuir aux alentours (leakage). Cela est visible autour du Groenland ou de l'Antarctique où le signal lié à la cryosphère fuit sur l'océan (Fig. 2.8a). L'**effet de fuite** est problématique lors de la réalisation d'un bilan de masse sur une zone géographique précise car une partie du signal lié à cette zone est contenue en dehors. Le deuxième défaut est le phénomène d'**aliasing** qui se traduit par des stries verticales bien visibles sur les zones de faible signal comme les océans (Fig. 2.8b).

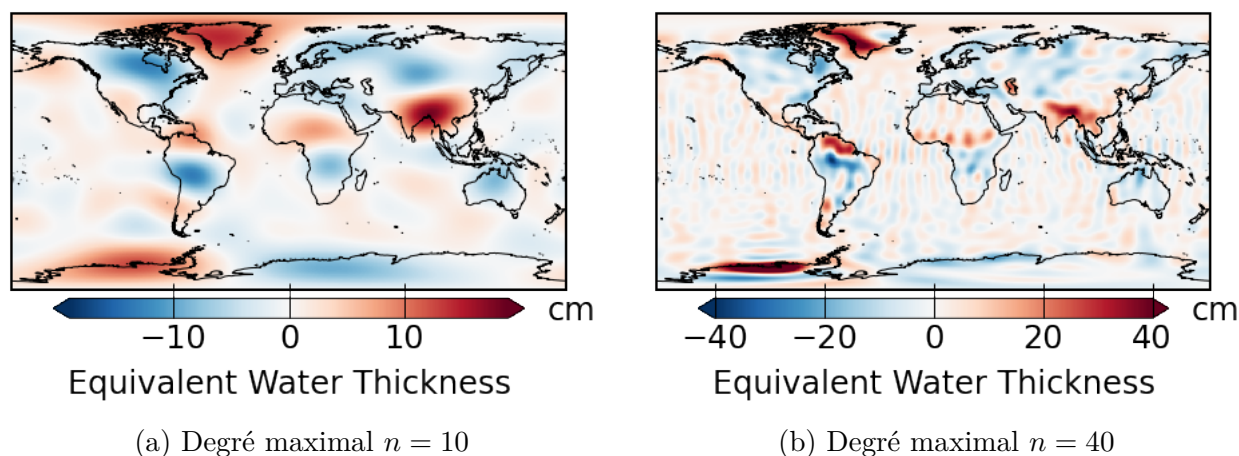


FIGURE 2.8 – Produit **GRACE CSR** RL06 sur le mois d'août 2008

Manipuler les données **GRACE(-FO)** à des larges résolutions spatiales ( $> 1000$  km ou  $n \lesssim 15$ ) permet de minimiser les défauts de l'aliasing. Le phénomène de fuite du signal des continents vers les océans est normal à cette résolution. Il faut seulement corriger les effets de Gibbs liés à une possible troncature des degrés de la décomposition en **HS** avec, par exemple, un filtre Gaussien (WAHR et al., 1998). C'est un filtre de convolution à appliquer sur chaque **HS** avec un facteur dépendant du degré. Toutefois, ce filtrage diminue l'amplitude totale du signal et ne conserve pas la masse sur une région spatiale pré-définie.

Certains travaux, tels que l'étude de bassins hydrologiques ou de glaciers, cherchent à obtenir des résolutions spatiales plus petites que 300 km avec les données **GRACE(-FO)**. La technique de filtrage utilisée doit alors résoudre les problèmes de fuite et d'aliasing tout en conservant l'amplitude. Le filtre Gaussien ne répond pas à ces caractéristiques, il faut des filtres plus sophistiqués. Les stries Nord-Sud causées par l'aliasing amènent la nécessité d'un filtre anisotropique. KUSCHE (2007) et KUSCHE et al. (2009) ont proposé un filtre, désigné par DDK, utilisant un modèle *a priori* des matrices de covariances des signaux géophysiques et d'erreurs. Le filtre DDK existe en plusieurs versions (DDKn), plus le nombre  $n$  est petit, plus le filtrage lisse spatialement le signal. Par exemple DDK3 correspond à un filtre gaussien de rayon 660 km mais non isotrope (KUSCHE et al., 2009). D'autres approches proposent d'allier des méthodes statistiques de décomposition (que nous aborderons dans la section 2.5), comme par exemple la méthode Multivariate Singular Spectrum Analysis (**MSSA**), avec un filtrage complémentaire

(e.g. WOUTERS & SCHRAMA, 2007; GAUER et al., 2023). Enfin, GOUX et al. (2023) proposent un filtre de diffusion qui permet d'utiliser des conditions aux limites sur les côtes pour assurer la conservation des masses. Une revue plus complète des différentes techniques de filtrage a été réalisée par CROWLEY et HUANG (2020). Les spectres de puissance de quelques-uns de ces différents filtres permettent de voir l'atténuation de l'amplitude des HS en fonction du degré pour des produits de variations temporelles du champ de gravité mesurées par GRACE avec ou sans filtre spatial (Fig. 2.9). Cette figure illustre bien la différence entre le filtre Gaussien qui atténue très vite le signal et les autres qui cherchent à conserver de l'information aux degrés plus élevés.

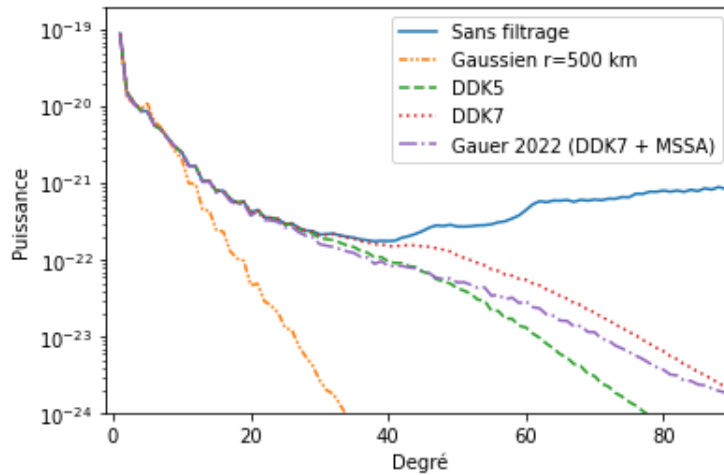
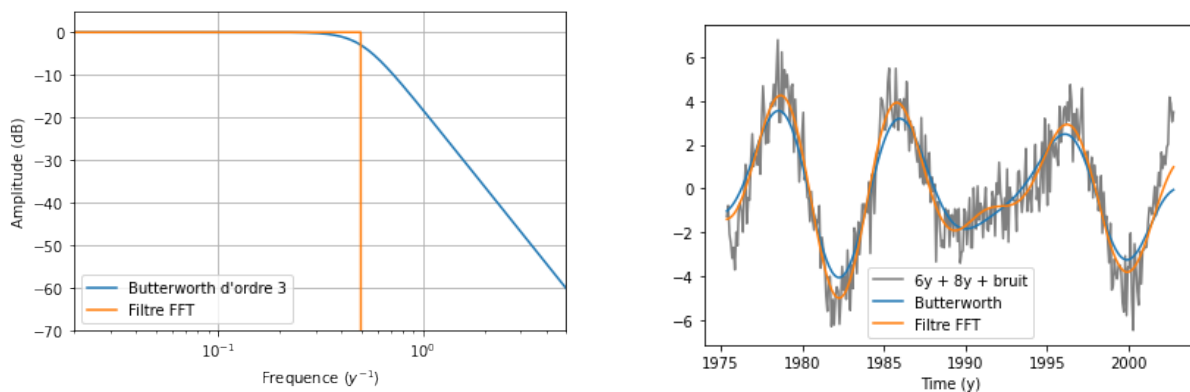


FIGURE 2.9 – Spectre de puissance des degrés de produits GRACE avec et sans filtrage spatial (Données fournies par L.-M. Gauer)

## 2.4.2 Filtrage temporel

Le filtrage temporel d'un champ est réalisable quand le champ est représenté en format grille ou en HS. Les deux formats sont équivalents mais le nombre d'opérations numériques à effectuer sera, le plus souvent, moins important en filtrant les coefficients des HS.



(a) Gains des filtres passe-bas à la fréquence de coupure  $0.5 \text{ y}^{-1}$  ou cpy (cycle per year)

(b) Exemple de filtrage sur une série synthétique contenant deux sinusoides à 6 et 8 ans et du bruit

FIGURE 2.10 – Gains et exemple de filtrage passe-bas avec le filtre de Butterworth et le filtre Transformation de Fourier Rapide (FFT)



Ce travail de thèse possède deux besoins pour filtrer des signaux. Il faut une bonne résolution spectrale du filtrage pour pouvoir isoler au mieux des oscillations à une fréquence précise. Certains travaux, comme l'étude de la **LOD**, nécessitent de réussir à isoler des pics de périodes à 5.9, 7.6 et 8.5 ans (DING et al., 2021). Il faut aussi utiliser un filtrage qui permette d'isoler des fréquences dont la période associée est supérieure à un tiers de la durée totale de la série temporelle. Un exemple est la recherche de signaux à 10 ans dans les séries temporelles de coefficients de Stokes du champ de gravité longues de 30 ans.

Le filtre de Butterworth permet un filtrage linéaire (Fig. 2.10a). Les codes Python utilisés pendant ce travail de thèse implémentent quand cela est précisé le filtre de Butterworth d'ordre 3 de la librairie Python *scipy*. Ce filtrage peut être problématique si la conservation de l'amplitude du signal temporel est recherchée sur une fenêtre de fréquences données (Fig. 2.10b).

Le filtrage **FFT** consiste en une troncature du spectre discrétisé des fréquences calculé via l'algorithme **FFT**. Ce filtrage, qui peut apparaître comme parfait (il retire les fréquences non voulues dans la **FFT** et reconstruit la série temporelle sans elles), possède des défauts inhérents à la transformée de Fourier discrète. La série temporelle à traiter étant finie dans le temps (et donc la multiplication du signal par une fonction rectangulaire correspondant à la fenêtre d'observation), sa **FFT** est le produit de convolution entre la transformée du signal et celle de la fonction rectangulaire. Ceci crée un lobe principal et des lobes secondaires autour de fréquences qui sont des pics réels du signal. Le lobe principal réduit la résolution spectrale et rend plus difficile l'identification de la fréquence d'un pic alors que les lobes secondaires peuvent créer des pics factices qui sont des résonances d'un pic de fréquence du signal. Le filtrage **FFT** avec une fréquence de coupure proche d'un pic spectral peut venir couper une partie du lobe principal de ce pic.

**Analyse spectrale et apodisation :** Lors d'analyses de signaux dans le domaine spectral, il est possible d'utiliser l'apodisation pour réduire l'effet des lobes. L'apodisation consiste à convoluer le signal à traiter par une fonction fenêtre de pondération différente de la fonction rectangulaire. L'apodisation réduit l'amplitude des lobes secondaires mais augmente la largeur du pic principal. Il y a toujours un compromis à faire entre ces deux éléments.

Dans le cadre de ce travail de thèse, les analyses spectrales utilisent une apodisation avec une fenêtre de Hamming pour réduire les lobes secondaires.

## 2.5 Méthodes d'analyse des champs potentiels

### 2.5.1 Analyse en ondelettes

L'analyse en ondelettes utilise une fonction  $\psi(x)$  appelée ondelette « mère » (avec une énergie finie et une moyenne nulle). La famille d'ondelettes  $\psi_{a,b}(x)$  est issue des dilatations (d'échelle  $a$ ) et des translations (de centre  $b$ ) de  $\psi(x)$  :

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (2.26)$$

L'analyse continue en ondelettes (**CWT**) d'un signal  $f$  est donnée par les produits scalaires de  $f$  avec les ondelettes d'une famille  $\psi_{a,b}$ . La **CWT** représente ainsi une décomposition du signal dans l'espace temps-fréquence.

$$CWT_f(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi_{a,b}(x)dx \quad (2.27)$$

La description d'un signal dans l'espace temps-fréquence avec la **CWT** est limitée en résolution. Plus une ondelette sera dilatée pour atteindre les basses fréquences plus la résolution temporelle augmentera. Et inversement, plus on va réduire la taille de l'ondelette pour diminuer la résolution temporelle, plus la résolution spectrale augmentera. Les translations d'ondelettes, elles, n'affectent pas les résolutions.

Les analyses par ondelettes réalisées dans ce travail de thèse utilisent l'ondelette complexe de Morlet pour identifier des cycles temporels éventuellement transitoires. Elle est caractérisée par sa fréquence centrale  $f_0$  et correspond à la multiplication d'une sinusoïde avec une enveloppe gaussienne.

$$\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} \left( e^{2i\pi f_0 t} - e^{-\frac{(2\pi f_0)^2}{2}} \right) e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (2.28)$$

La **CWT** utilisant une ondelette de Morlet renvoie un complexe dont il faut interpréter la partie réelle et la partie imaginaire. La figure 2.11 représente l'analyse par ondelettes complexe de Morlet des variations de la **LOD**. La représentation en module et phase du scalogramme permet d'identifier l'intensité et la phase d'une oscillation de période définie contenue dans la **LOD**. Une oscillation décennale entre 10 et 25 ans ressort dans la **LOD** ainsi que des oscillations semi-annuelle et annuelle, d'autres signaux sont également visibles à 2, 4 et 6 ans (Fig. 2.11a). La phase varie entre  $-\pi$  et  $\pi$  et caractérise la phase instantanée de l'oscillation (Fig. 2.11b). La représentation en parties réelle et imaginaire mélange ces informations de manière moins lisible (Fig. 2.11c, 2.11d).

En pratique, la **CWT** d'un signal est réalisée par calcul discret sur un nombre fini de facteurs d'échelle et de dilatation. La taille des ondelettes ne peut pas dépasser la taille de la série à analyser sans quoi le résultat perd de son sens. La plus petite échelle dépend de la fréquence d'échantillonnage du signal. Il faut donc un échantillonnage régulier des valeurs des paramètres  $a$  et  $b$  prenant en compte ces contraintes.

Les séries temporelles sont rallongées avec des 0 (zero-padding) au début et à la fin avant de réaliser l'analyse par ondelettes. Cela fait décroître l'amplitude de la **CWT** sur les bords de la série (TORRENCE & COMPO, 1998). Les régions de la **CWT** affectées par cet effet sont représentées par le cône d'influence (zone hachurée rouge dans la figure 2.11).

L'analyse par ondelettes permet, en complément de la transformée de Fourier, de détecter des cycles périodiques temporaires (e.g. CHAO, 2017) ou des événements sporadiques avec une signature caractéristique (e.g. ALEXANDRESCU et al., 1995). Elle peut être utilisée aussi bien sur les coefficients en **HS** que sur les points de grille d'un champ pour étudier l'espace temps-fréquence de la série temporelle.

L'implémentation de l'analyse par ondelettes utilisée dans ce travail est une reprise du code Matlab de TORRENCE et COMPO (1998) traduit en Python et comparé avec d'autres codes préexistants pour vérifier son intégrité et son fonctionnement. Ces codes sont détaillés en Annexe E.

## 2.5.2 Fonctions Orthogonales Empiriques (EOFs)

L'analyse par Fonction Orthogonale Empirique (**EOF**) est une technique de décomposition de la donnée en un sous-espace correspondant à une base orthogonale de fonctions. Pour des données au format grille, cette analyse fait ressortir des variations temporelles communes entre les nœuds de la grille. La décomposition en **EOF** s'obtient de manière équivalente en utilisant une Analyse en Composantes Principales (**PCA**), que nous détaillerons dans cette sous-section,

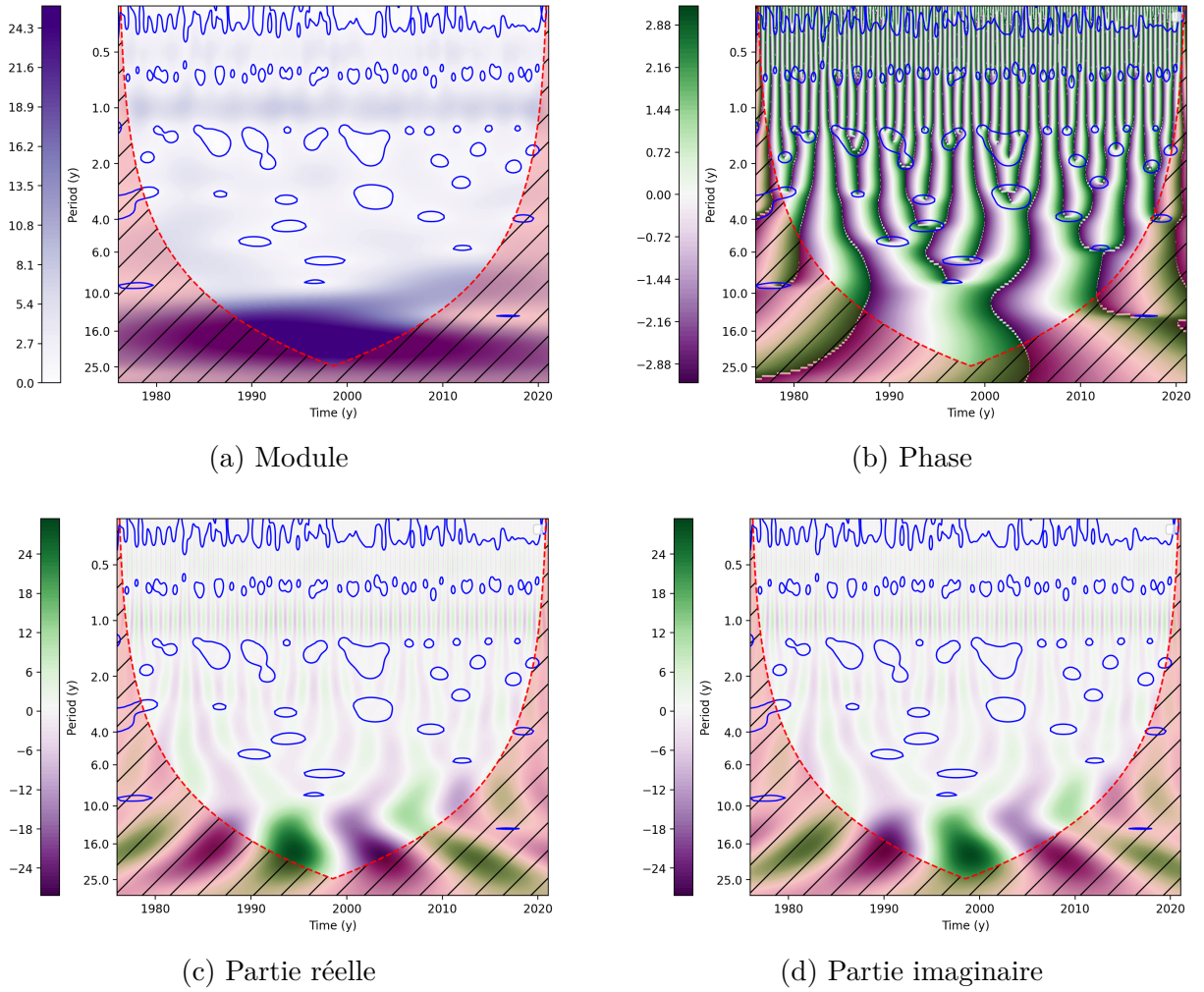


FIGURE 2.11 – Scalogrammes d'une analyse par ondelettes de la LOD non filtrée. Le cône d'influence est symbolisé par la zone rouge hachurée et les endroits où le signal n'est pas significatif par rapport au bruit sont entourés en bleu.

ou une Décomposition en Valeurs Singulières (SVD). Les données au format grille de taille  $(n_\lambda, n_\varphi, n_t)$  doivent être moyennées sur la composante temporelle puis ramenées à une matrice  $X$  de dimension 2 et de taille  $(n_\lambda \times n_\varphi, n_t)$ .

Les lignes de la matrice  $X$  peuvent-être pondérées avec un coefficient  $p_i$ . Par exemple, pour prendre en compte l'effet de la latitude, il faut utiliser  $p_i = \cos(\varphi_i)$ .

Ensuite, la matrice de covariance  $C$ , de taille  $(n_t, n_t)$ , s'obtient avec

$$C = \frac{X^T X}{(n_\lambda \times n_\varphi - 1)}, \quad (2.29)$$

et comme la matrice  $C$  est symétrique, elle est diagonalisable :

$$C = V L V^T. \quad (2.30)$$

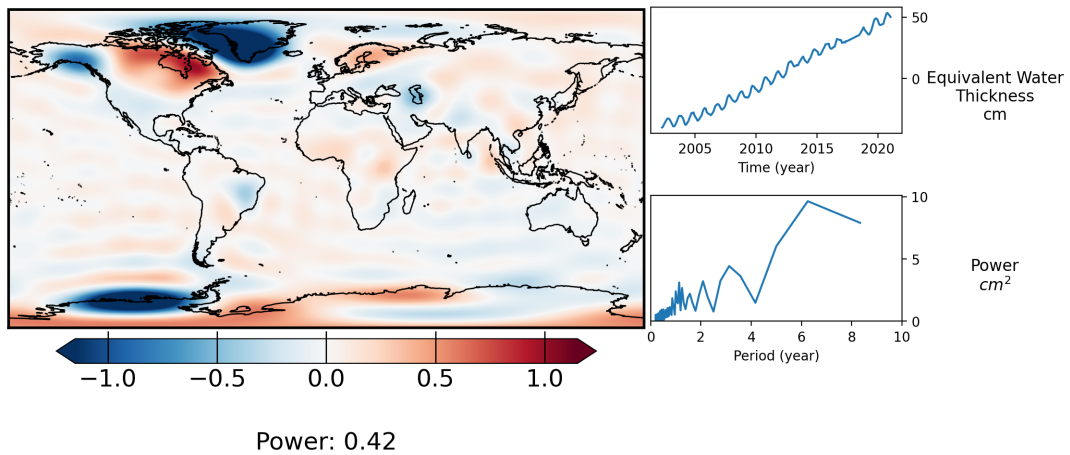
Ici,  $V$  est la matrice des vecteurs propres et  $L$  est la matrice diagonale contenant les valeurs propres  $\lambda_k$  associées.

Dans ce cas, les EOFs standardisées (qui ne dépendent pas de la taille de la grille) sont données par  $US = \frac{X \cdot V}{\sqrt{n_t - 1}}$ . Chaque colonne  $k$  de la matrice  $US$  (de taille  $n_\lambda \times n_\varphi$ ) correspond à une

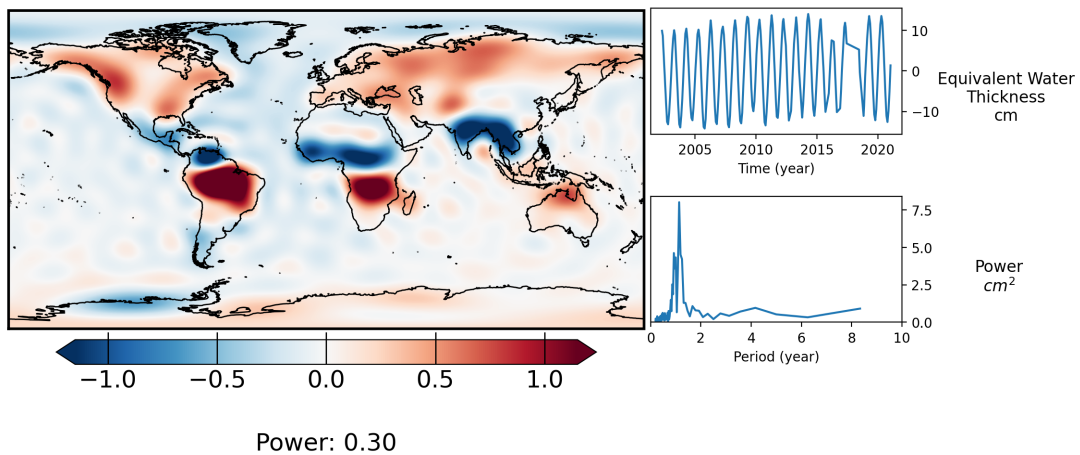
**EOF** qui peut être ramenée à une grille de taille  $(n_\lambda, n_\varphi)$ . Pour rappel, cette grille est pondérée par des coefficients  $p_i$  et il faut enlever cette pondération pour l'étudier. Il faut également noter que l'on retrouve la formule de la **SVD** avec  $X = US.V^T$  ( $US$  est la multiplication d'une matrice  $U$  avec la matrice diagonale des valeurs singulières  $s_k = \sqrt{\lambda_k(n_t - 1)}$ ).

Les Composante Principale (**PC**)s de l'**EOF** sont les colonnes standardisées de la matrice  $V \times \sqrt{n_t - 1}$ . Chaque colonne  $k$  de la matrice des **PCs** (de taille  $n_t$ ) correspond à l'évolution dans le temps de la  $k^{\text{ième}}$  **EOF**.

Les **EOFs** et les **PCs** peuvent être classés en ordonnant les colonnes par rapport à l'ordre décroissant des valeurs propres  $\lambda_k$ . La première **EOF** est alors la sous-représentation permettant de capturer le plus de variance dans la donnée. La deuxième est encore la sous-représentation permettant de capturer le plus de variance dans la donnée à laquelle la 1<sup>re</sup> **EOF** a été enlevée, et ainsi de suite. La part de variance capturée par la  $k^{\text{ième}}$  **EOF** vaut  $\frac{\lambda_k}{\sum_i \lambda_i}$ .



(a) 1<sup>re</sup> **EOF** et la **PC** associée contenant principalement le signal du GIA



(b) 2<sup>e</sup> **EOF** et la **PC** associée contenant principalement du signal hydrologique

FIGURE 2.12 – Exemple de décomposition en **EOF** pour le produit **GRACE(-FO)** CSR au degré maximal  $n = 15$  convertis en format grille et pondéré par la latitude. Le pourcentage de la variance capturé par l'**EOF** est indiqué en bas des images.

Dans la figure 2.12, l'**EOF** et **PC** sont normalisées par  $(1^{\text{er}} \text{ centile} - 99^{\text{e}} \text{ centile})/2$  pour pouvoir interpréter la série temporelle. Pour illustrer avec les variations de la gravité mesurées

par **GRACE(-FO)**, le signal contenant le plus de variance est celui du rebond post-glaciaire avec également des variations annuelles (Fig. 2.12a) qui correspondent à 43% de la variance. La 2<sup>e</sup> **EOF** contient des signaux hydrologiques annuels qui correspondent à 33% de la variance totale. Il est possible d'isoler une **EOF** précise pour l'étudier si sa variance est suffisante par rapport à la quantité de bruit (e.g. MANDEA et al., 2012).

La décomposition en **EOF** est aussi utilisée pour filtrer et diminuer le niveau de bruit des produits **GRACE(-FO)**. La donnée est décomposée en **EOFs** puis reconstruite à partir des  $k$  premières **EOFs** en choisissant  $k$  en fonction d'un critère sur la variance (WOUTERS & SCHRAMA, 2007).

Les figures 2.12a et 2.12b sont générées par le code Python réalisé durant ce travail de thèse permettant de passer de données au format grille à une décomposition en **EOFs**. Cette implémentation permet de choisir la pondération et/ou la normalisation et/ou le masque spatial à appliquer. Ces codes sont détaillés en Annexe E.

### 2.5.3 Variantes des EOFs avec deux jeux de données

Des variantes de l'analyse en **EOF** permettent de faire apparaître des modes communs entre deux jeux de données  $A$  et  $B$ . D'autres méthodes, non détaillées ici, proposent de déterminer les **EOFs** et **PCs** à partir d'un jeu de données  $A$  et ensuite d'estimer de nouveaux **PCs** à partir d'un autre jeu de données  $B$  pour faire de l'extrapolation (LÖCHER & KUSCHE, 2020 ; RICHTER et al., 2021).

#### Analyse en composantes principales (PCA) conjointe

En prenant  $X$  la concaténation sur la première dimension des deux matrices  $X_A$  et  $X_B$  correspondant à deux jeux de données (voir la section 2.5.2 pour la construction de  $X_A$  et  $X_B$ ) et en suivant le même algorithme de construction des **EOF** de  $X$ , le  $k^{\text{ième}}$  **EOF** est la concaténation des deux équivalents **EOF** de  $A$  et  $B$ . Le  $k^{\text{ième}}$  **PC** correspond alors à la série temporelle capturant la variation du  $k^{\text{ième}}$  **EOF** de  $A$  et  $B$ .

Cette méthode permet de faire apparaître les **EOFs** et les **PCs** qui capturent la variance commune aux deux jeux de données. Elle permet d'obtenir une représentation spatiale pour chacun des deux jeux de données et ces représentations seront associées à une série temporelle unique. Il faut faire attention à ce que chaque **EOF** soit significative pour  $A$  et  $B$ , dans le cas contraire, cela indiquerait que les deux jeux sont indépendants. Si chaque **EOF** est significative pour  $A$  et  $B$ , alors la  $(k + 1)^{\text{ième}}$  **EOF** est alors la sous-représentation permettant de capturer le plus de variance de  $A$  et  $B$  après avoir soustrait les  $k$  premières **EOF**.

#### Décomposition en valeurs singulières (SVD) conjointe

En prenant  $X = X_A^T X_B$ , la **SVD** de  $X$  permet également de faire ressortir des signaux communs à  $A$  et  $B$ . Elle fait apparaître l'équivalent des **PCs** de  $A$  et  $B$  correspondant à la **SVD** conjointe :

$$X = V_A S V_B^T \quad (2.31)$$

Ensuite, l'équivalent des **EOFs** pour  $A$  et  $B$  s'obtient avec  $US_A = X_A V_A$  et  $US_B = X_B V_B$ .

Avec cette méthode, nous obtenons deux décompositions distinctes pour  $A$  et  $B$ . Les séries temporelles liés aux **PCs**  $V_A$  et  $V_B$  restent corrélées mais peuvent différer. De ce fait, les premières **EOFs** se rapprochent de celles obtenues avec la **PCA** conjointe vue juste avant. La

décomposition en **SVD** conjointe est à mi-chemin entre la **PCA** conjointe et la décomposition en **EOF** faite indépendamment pour  $A$  et  $B$ . Les **PCs** ne sont pas forcées d'être égales comme avec la **PCA** conjointe mais gardent une corrélation (Fig. 2.13).

### 2.5.4 Analyse en Composantes Indépendantes (ICA)

L'Analyse en Composantes Indépendantes (**ICA**) est une technique de décomposition dérivée de l'analyse en **EOF**. La matrice  $X$  est décomposée comme le produit des **EOFs** et **PCs** ( $X = US.V^T$ ) et une matrice de rotation orthogonale  $R$  vient rendre les composantes du produit aussi statistiquement indépendantes que possible. La décomposition peut alors s'écrire :

$$X = (US.R) \times (R^T.V^T) \quad (2.32)$$

Cette décomposition ne cherche plus à maximiser la capture de la variance faite par les composantes. L'objectif est de trouver une représentation indépendante, qui est à une rotation près la décomposition en **EOFs**.

L'**ICA** permet théoriquement de mieux séparer les signaux géophysiques réels du bruit et de mieux séparer les signaux différents, le tout en utilisant moins de composantes dans la décomposition (FOROOTAN et al., 2020). Sa difficulté d'utilisation vient de l'estimation de la matrice  $R$ . L'algorithme utilisé pour cela dans ce travail de thèse est la Joint Approximate Diagonalization of the Eigen-matrices (**JADE**), théorisé dans CARDOSO (1999).

Pour illustrer la décomposition proposée par l'**ICA**, la figure 2.14 présente un exemple de composantes des variations de la gravité mesurées par **GRACE**(-FO). Ces deux composantes ont été choisies pour correspondre à celles de la figure 2.12. La première contient le signal du rebond post-glaciaire et 48% de la variance (Fig. 2.14a). La série temporelle de cette composante se rapproche davantage d'une tendance et la structure spatiale contient moins d'amplitude dans les océans. Elle correspond à l'**EOF** de la figure 2.12a avec moins de bruit sur les océans et moins de signaux périodiques. La 3<sup>e</sup> composante de l'**ICA** (Fig. 2.14b) correspond à la 2<sup>e</sup> composante de l'**EOF** avec également moins de bruit sur l'océan et moins de signal sur les régions polaires. Elle contient un signal annuel localisé dans les régions présentant des signaux hydrologiques importants et qui correspond à 16% de la variance totale.

### 2.5.5 Singular Spectrum Analysis (SSA)

La Singular Spectrum Analysis (**SSA**) est une technique, dans la lignée de l'**EOF**, qui permet de décomposer la donnée en modes de variabilité spatio-temporels. Ces modes contiennent des oscillations plus régulières que ceux obtenus avec l'**EOF**. La matrice de covariance de l'**EOF** (eq. 2.29) est remplacée par une matrice de covariance avec des décalages temporels. Sa construction passe par la création d'une matrice trajectoire  $Y$  à partir d'une série temporelle de taille  $n$ ,  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$  :

$$Y = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_l \\ x_2 & x_3 & & x_{l+1} \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_m & x_{m+1} & \cdots & x_n \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

avec  $m$  un paramètre à définir correspondant au nombre de ligne et  $l = n + 1 - m$  correspondant au nombre de colonnes.

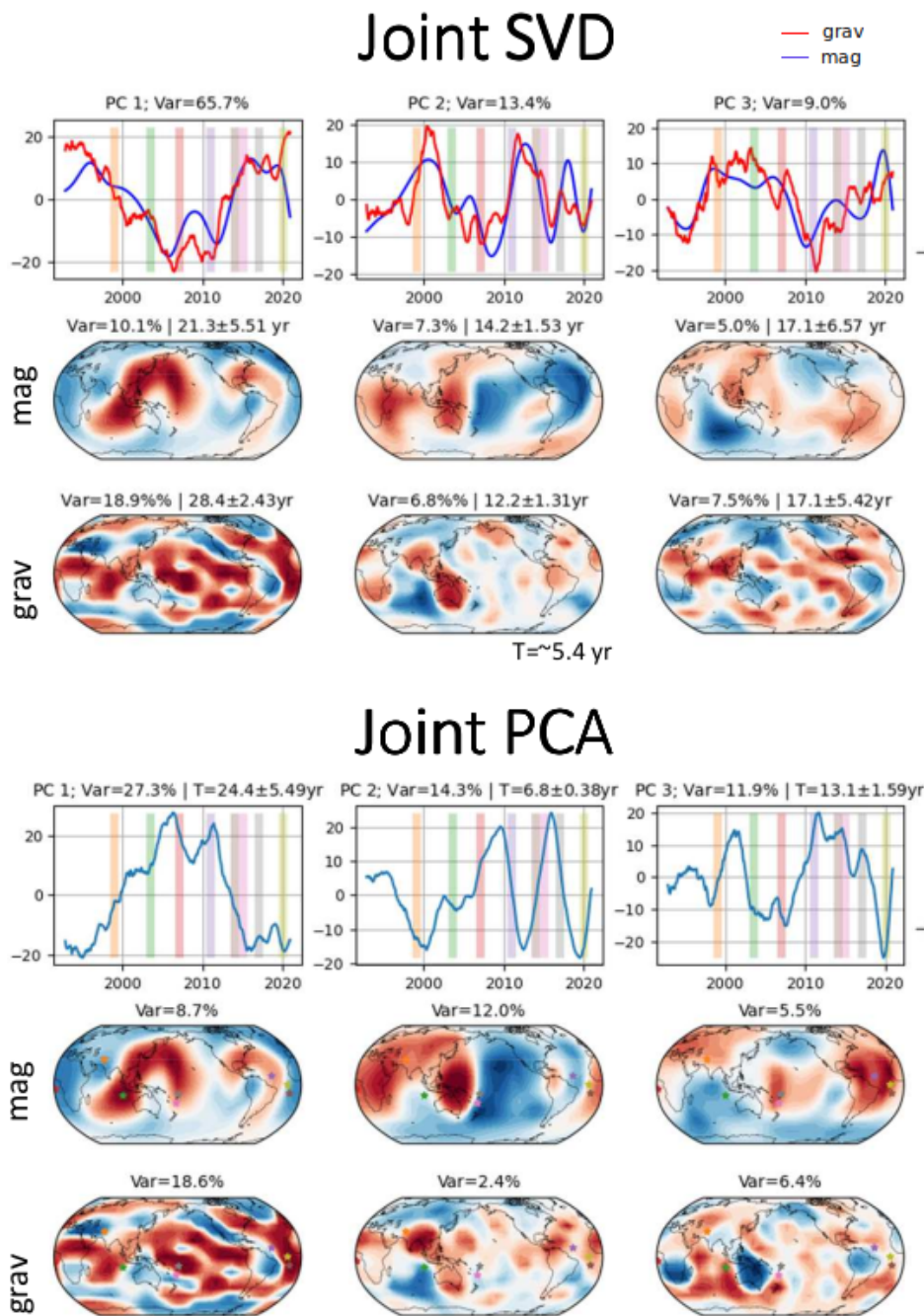
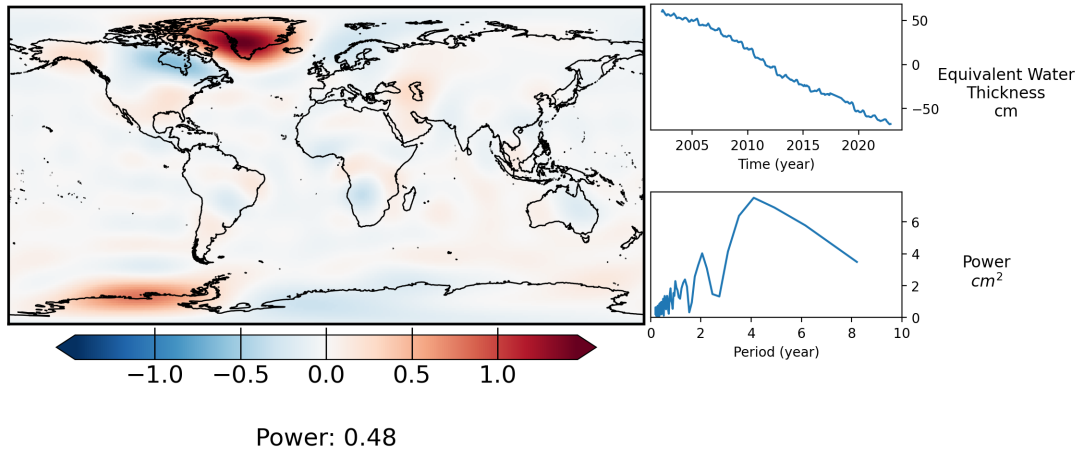
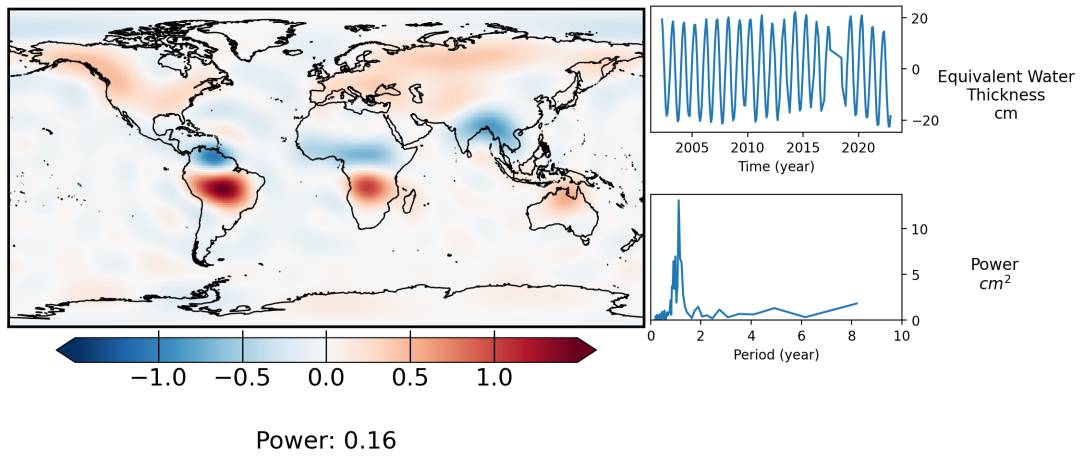


FIGURE 2.13 – Les trois premières EOFs obtenues avec les SVD et PCA conjointes sur les variations temporelles du champ de gravité (nGal) du produit IGG-SLR et celles du champ magnétique (accélération séculaire) données par le modèle COV-OBS.x2 (*d'après communication personnelle, A. Saraswati, 2022*).



(a) 1<sup>re</sup> composante indépendante et sa structure spatiale déterminés par l'ICA contenant principalement le signal du GIA



(b) 3<sup>e</sup> composante indépendante et sa structure spatiale déterminés par l'ICA contenant principalement du signal hydrologique

FIGURE 2.14 – Exemple de décomposition en ICA pour le produit GRACE(-FO) CSR au degré maximal  $n = 15$  convertis en format grille et pondéré par la latitude. Le pourcentage de la variance capturée par l'ICA est indiqué en bas des images.

La matrice de covariance avec des décalages temporels (*lag-covariance matrix*)  $\frac{Y^T Y}{m}$  permet à la manière de la PCA pour l'EOF de calculer la matrice des vecteurs propres  $V$  et valeurs propres  $L$  de la matrice trajectoire  $Y$ .

À partir de la matrice des vecteurs propres et de la série temporelle initiale, il est possible d'estimer la matrice des éléments reconstruit  $RC$  de taille  $(n, m)$  (détail des équations dans BROOMHEAD & KING, 1986; GHIL et al., 2002; YI & SNEEUW, 2021). Ces éléments reconstruits sont semblables aux PCs d'une EOF. En les sommant sur l'axe des colonnes, on retrouve la série temporelle initiale et en ne sélectionnant que les  $k$  premiers, on récupère une partie du signal. Les éléments reconstruits sont également interprétables, à la manière des PCs.

## 2.5.6 Multivariate SSA (MSSA)

La MSSA est une variation de la SSA permettant d'utiliser plusieurs séries temporelles  $[x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i]$ . Chaque série temporelle aura sa matrice trajectoire  $Y^i$  associée et la matrice trajectoire multivariée correspond à la concaténation des  $Y^i$  (GAUER et al., 2023). Il est ensuite



possible de suivre les mêmes étapes que la [SSA](#) pour reconstruire le signal des séries temporelles totalement ou partiellement. Cette technique permet d'exploiter en simultan e l'information contenue dans plusieurs séries temporelles.

## 2.6 Méthodes de comparaison de séries de données

### 2.6.1 Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne (RMSE)

La Racine de l'Erreur Quadratique Moyenne ([RMSE](#)) est un indice de mesure de la différence entre deux séries de données ( $U$  et  $V$ ). Cet indice est pondérable par un poids  $p_i$  associ e à chaque élément de  $U$  et  $V$ . La [RMSE](#) s'écrit alors :

$$\text{RMSE}(U, V) = \sqrt{\frac{\sum_i p_i (U_i - V_i)^2}{\sum_i p_i}}. \quad (2.34)$$

L'indice peut être calcul e sur des séries de données complètes ou sur des sous-dimensions de ces séries. Par exemple, on peut calculer la [RMSE](#) sur tout une grille ou en chaque point de la grille (Fig. 2.15a) pour obtenir une représentation sur la grille ou encore à chaque date de la grille (Fig. 2.15b) pour obtenir une série temporelle. La figure 2.15 permet d'identifier que les produits [GRACE](#) CSR et CNES ont des différences principalement dans les océans (modèles de correction de la surcharge océanique différents). Entre les deux produits, il n'y a pas de date particulière qui ressort mais le début et la fin de la mission [GRACE](#) correspondent à des grandes différences.

Pour les données en format grille avec un échantillonnage régulier ( $d\lambda$  et  $d\varphi$  constants), il faut une pondération par la latitude pour éviter que les écarts dans les régions polaires ne prennent trop de poids. Utiliser  $p_i = \cos^2(\varphi_i)$  permet de régler ce problème avec une pondération approximative mais simple.

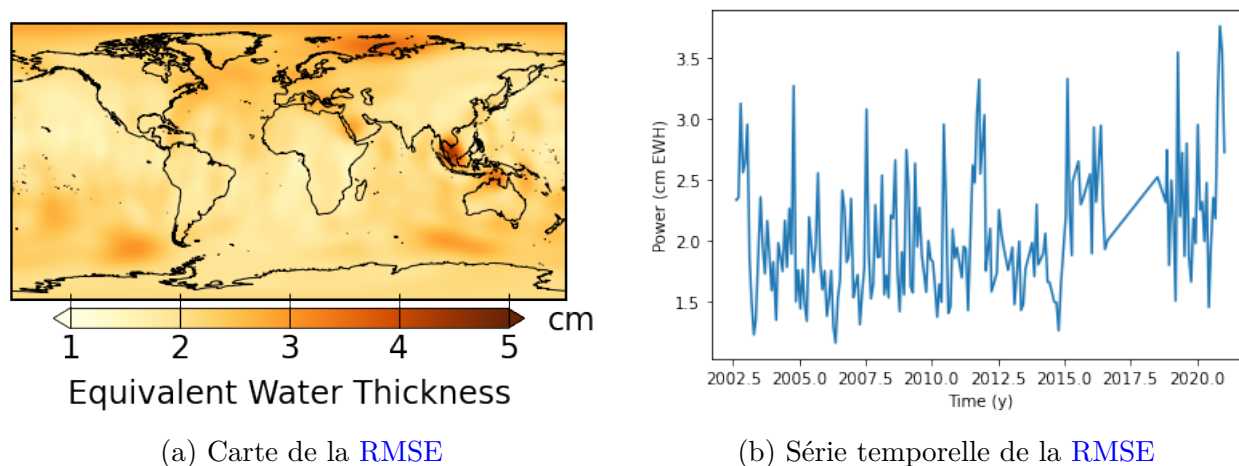


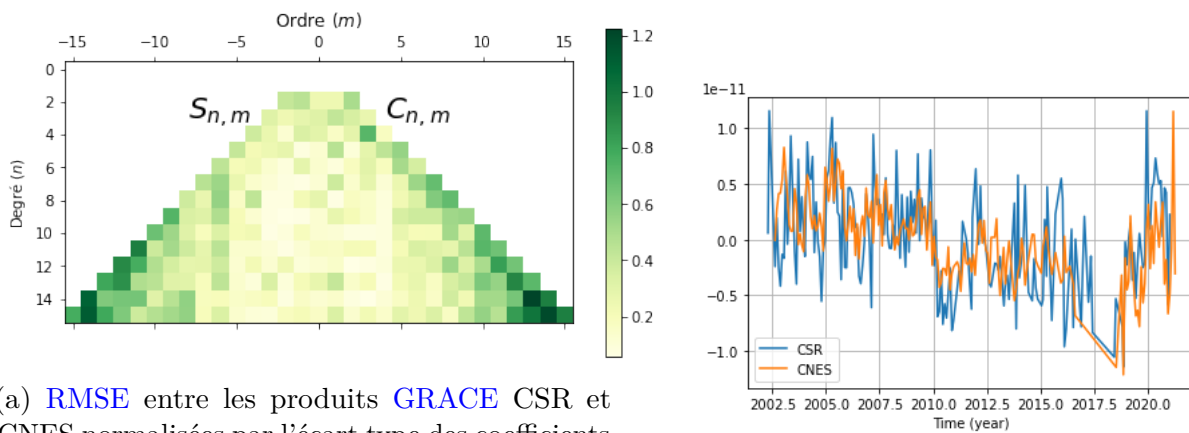
FIGURE 2.15 – Exemple d'utilisation de la [RMSE](#) pour caractériser les différences entre deux produits [GRACE\(-FO\)](#) CSR et CNES au degré maximal  $n = 15$  convertis en format grille.

Toujours avec le format grille, il est possible de calculer la [RMSE](#) sur des zones géographiques spécifiques. Par exemple,  $p_i = \begin{cases} 0 & \text{sur les continents} \\ 1 & \text{sur les océans} \end{cases}$ , permet de calculer l'indice caractérisant les différences sur les océans. Le calcul du [RMSE](#) entre un produit [GRACE](#) et sa moyenne

sur les océans est un indice utilisé pour caractériser le niveau de bruit du produit **GRACE** (J. CHEN et al., 2022). En effet, les variations liées aux surcharges océaniques et atmosphériques sont corrigées sur l'océan (voir la sous-section 3.1.2). Les résidus présents sur les océans peuvent donc, en première approximation, être associés à un signal factice correspondant au bruit.

Avec des données sous forme d'**HS**, la **RMSE** se calcule pour chaque degré et ordre. Pour pouvoir comparer cet indice entre les coefficients, il est préférable de normaliser par un poids dépendant du degré et de l'ordre  $\sigma_{l,m}$ . L'utilisation de l'écart-type du coefficient  $C_{n,m}$  ou  $S_{n,m}$  mesuré par **GRACE** ( $\sigma_{n,m}^{GRACE}$ ) permet de comparer les différences obtenues par l'indice par rapport à la variation effective du signal. Il est aussi possible, par exemple, de normaliser par la tendance d'un coefficient ou son biais.

$$\text{RMSE}(U, V)_{n,m}^{norm} = \frac{\text{RMSE}(U, V)_{n,m}}{\sigma_{n,m}^{GRACE}} \quad (2.35)$$



(a) **RMSE** entre les produits **GRACE** CSR et CNES normalisées par l'écart type des coefficients du produit CNES (Coefficient  $C_{n,m}$  à droite et  $S_{n,m}$  à gauche)

(b) Séries temporelles du coefficient  $C_{14,13}$  pour les produits **GRACE** CSR et CNES

FIGURE 2.16 – Exemple de la **RMSE** normalisée pour caractériser les différences sur les coefficients de Stokes entre deux produits **GRACE**(-FO) CSR et CNES jusqu'au degré maximal  $n = 15$  et illustration sur le coefficient  $C_{14,13}$ .

La figure 2.16 illustre cet indice pour caractériser les différences entre les produits **GRACE**(-FO) CSR et CNES. Les coefficients proches de  $n = m$  et  $n > 10$  sont fortement différents entre les deux produits (Fig. 2.16a). Sur le coefficient  $C_{14,13}$ , les deux produits possèdent des comportements similaires sur le long terme mais des variations infra-annuelles différentes.

## 2.6.2 Corrélation

La corrélation est un indice mesurant la similitude entre deux séries de données ( $U$  et  $V$ ). En supposant que la moyenne de chaque série est nulle, elle s'écrit :

$$\text{Corr}(U, V) = \frac{\sum_i U_i V_i}{\sqrt{\left(\sum_i U_i^2\right) \left(\sum_i V_i^2\right)}}. \quad (2.36)$$

Lorsque deux séries temporelles sont corrélées alors l'indice de corrélation sera proche de 1 et les deux séries sont linéairement reliées. À l'inverse, si ce n'est pas le cas, l'indice de corrélation sera proche de 0.

---

# Données et modèles

## Sommaire

---

<b>3.1 Missions satellitaires</b> . . . . .	<b>44</b>
3.1.1 Télémétrie laser sur satellites (SLR) . . . . .	44
3.1.2 GRACE . . . . .	45
3.1.3 Swarm . . . . .	48
<b>3.2 Données</b> . . . . .	<b>49</b>
3.2.1 Variations du champ de gravité issues de GRACE . . . . .	49
3.2.2 Variations du champ de gravité issues d'autres mesures . . . . .	52
3.2.3 Produits mascon . . . . .	53
3.2.4 Paramètres d'orientation de la Terre (EOP) . . . . .	53
3.2.5 Variations de l'intensité du champ magnétique . . . . .	54
<b>3.3 Modèles géophysiques de surface</b> . . . . .	<b>54</b>
3.3.1 Modèles hydrologiques . . . . .	55
3.3.2 Modèles océaniques . . . . .	59
3.3.3 Modèles atmosphériques . . . . .	61
3.3.4 Modèles de rebond post-glaciaire . . . . .	62

---

Nous avons décrit différentes manières de représenter, de filtrer et d’analyser un champ potentiel. Les estimations des variations temporelles du champ de gravité et du champ magnétique que nous utilisons sont des produits issus des mesures de missions satellitaires. Ce chapitre décrit ces différentes missions satellitaires ainsi que les produits utilisant leurs données. Les variations du champ de gravité contiennent la signature de processus de surface que nous souhaitons réduire dans l’objectif d’étudier des signatures liées à des processus internes. D’autres processus, comme les différents effets des marées, ont déjà été corrigés dans les produits en suivant les conventions du service international de la rotation terrestre et des systèmes de référence (**IERS**) et ne seront donc pas présentés. Pour cela il est possible d’utiliser différents modèles géophysiques (hydrologique, océanique, atmosphérique, de rebond post-glaciaire) qui sont aussi décrits dans ce chapitre.

## 3.1 Missions satellitaires

### 3.1.1 Télémétrie laser sur satellites (SLR)

La télémétrie laser sur satellites (**SLR**), traduction de *Satellite Laser Ranging*, est une technique de détermination de l’orbite de satellites équipés d’un réflecteur laser. Elle a été déployée à la fin des années 1960 et permet de créer des produits du champ de gravité constant ou variable.



FIGURE 3.1 – Station **SLR** à Grasse (France) et son télescope durant un tir laser (*H. Lecomte*)

La technique **SLR** consiste à émettre une impulsion laser courte en direction d’un prisme (disposé sur un satellite) puis à en mesurer l’écho avec un télescope proche de l’émetteur (Fig. 3.1). À partir du temps d’émission  $t_1$  et du temps de réception de l’impulsion  $t_2$ , le temps de parcours aller-retour est déterminé et permet de déduire la distance station-réflecteur  $d_{sta-ref} = \frac{t_2 - t_1}{2} c$ , qui est fonction de la vitesse de propagation de l’impulsion  $c$ .

Pour passer d’une mesure de distance à la détermination de la position du satellite au cours du temps, il faut réaliser cette mesure depuis plusieurs stations. Ceci permet de réaliser une triangulation de la position du satellite à partir des positions connues des stations au sol. La multiplicité des mesures entraîne la nécessité d’un segment sol composé d’un grand nombre de stations réparties sur toute la surface terrestre. Ce segment sol est synchronisé par l’International Laser Ranging Service (**ILRS**), un service de l’**IAG**, qui organise les campagnes de mesures et participe à la diffusion des produits liés au **SLR**. Environ quarante télescopes laser, majoritairement localisés dans l’hémisphère Nord, composent le réseau de stations **SLR**.

En première approximation, l’orbite des satellites suit une courbe elliptique. Toutefois, les anomalies du champ de gravité terrestre déforment cette trajectoire. Il est donc possible de

réaliser une inversion pour passer des orbites des satellites mesurées avec la technique [SLR](#) au champ de gravité et ses variations. Les satellites étant éloignés de la surface terrestre, principalement pour réduire le freinage atmosphérique, ils ne sont sensibles qu'aux premiers degrés du champ ( $\lesssim 10$ ).

Des satellites ont été spécialement conçus pour calculer le champ de gravité et ses variations avec la technique [SLR](#). Ils sont désignés par le terme de «satellite géodésique» (ou en anglais *cannonball geodetic satellite*) et sont particulièrement lourds et réduits en surface pour diminuer l'effet du freinage atmosphérique et des forces de pression des radiations solaires sur le satellite. Ils ont une surface ronde composée de réflecteurs laser et sont fait d'un matériau dense (Fig. 3.2). Ce sont des satellites situés généralement en orbite basse pour être le plus sensibles possible aux différents degrés du champ de gravité. D'autres satellites utilisent la technique [SLR](#) pour calculer leur orbite mais à des fins opérationnelles tels que les satellites des missions altimétriques, eux aussi équipés d'un réflecteur.

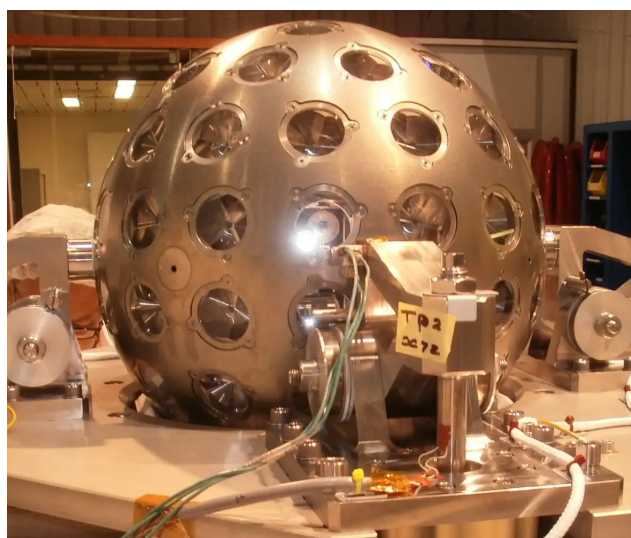


FIGURE 3.2 – Satellite LARES sur son banc de préparation avant son lancement en 2012. (d'après *l'Agenzia Spaziale Italiana*, 2008)

Les produits de variations de la gravité réalisés à partir du [SLR](#) sont proposés par différents centres d'analyse. Par exemple, le [CNES](#) ou le [CSR](#) proposent des séries temporelles du degré 1, degré 2 ou même des produits allant jusqu'au degré 5. Ces produits sont souvent utilisés en complément des produits [GRACE](#) (présentés dans la sous-section 3.2.1) et commencent à partir du début des années 2000. Il est possible de réaliser des produits commençant au début des années 1990 mais qui sont bien moins précis après le degré 2, voire même des produits s'arrêtant au degré 2 et commençant en 1984 (COUHERT et al., 2020). En 2012, l'arrivée du satellite géodésique LARES a grandement amélioré la détermination du coefficient  $C_{3,0}$  pour lui donner une précision équivalente à celle des produits [GRACE](#) (CIUFOLINI et al., 2012).

### 3.1.2 GRACE

Gravity Recovery And Climate Experiment ([GRACE](#)) est une mission spatiale lancée en mars 2002 sur la base d'un partenariat entre la National Aeronautics and Space Administration ([NASA](#)) et le Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt ([DLR](#)) (TAPLEY et al., 2004). Son objectif est de réaliser une mesure précise du champ de gravité terrestre avec une résolution spatiale non atteignable auparavant (quelques centaines de km) et une résolution temporelle mensuelle. La mission est composée de deux satellites identiques désignés par A et B (et

surnommés Tom et Jerry). Ils sont tous les deux sur la même orbite quasi-polaire (inclinaison de  $89^\circ$ ) à environ 500 km d'altitude et se suivent à une distance d'environ 220 km tout en mesurant très précisément cette distance inter-satellitaire. L'objectif de la mission était de proposer des données de variations du champ de gravité pour analyser le système Terre et en apprendre plus sur le cycle de l'eau, le climat et les processus géologiques. Sa durée de vie était initialement de cinq ans et la mission a été prolongée jusqu'en décembre 2017 pour atteindre la fin de la réserve de carburant des deux satellites. Devant le succès scientifique de la mission [GRACE](#), une deuxième mission est venue prendre sa suite en mai 2018 après 11 mois sans données : GRACE-Follow On ([GRACE-FO](#)) dont les satellites sont désignés par C et D ([LANDERER et al., 2020](#)). Le lancement initial était prévu mi-2017 pour avoir quelques mois de comparaison avec [GRACE](#) mais il a dû être reporté suite à des problèmes liés au lanceur. Par soucis de concision, la notation [GRACE\(-FO\)](#) désigne la mission [GRACE](#) ainsi que la mission [GRACE-FO](#).

Chaque satellite de [GRACE\(-FO\)](#) est équipé d'un viseur d'étoiles, d'un accéléromètre, d'une antenne GPS et d'un réflecteur laser pour le positionnement via [SLR](#) (Fig. 3.3). Chaque paire de satellites est équipée d'un système de mesure de distance K/Ka-Band ranging ([KBR](#)). Cette technologie permet de mesurer la distance entre les deux satellites de la paire avec une précision de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ . [GRACE-FO](#) a aussi servi de démonstrateur pour une autre technologie de mesure, le Laser Ranging Interferometer ([LRI](#)) qui est plus stable, plus précise et qui sera embarquée seule pour les missions postérieures à [GRACE-FO](#).

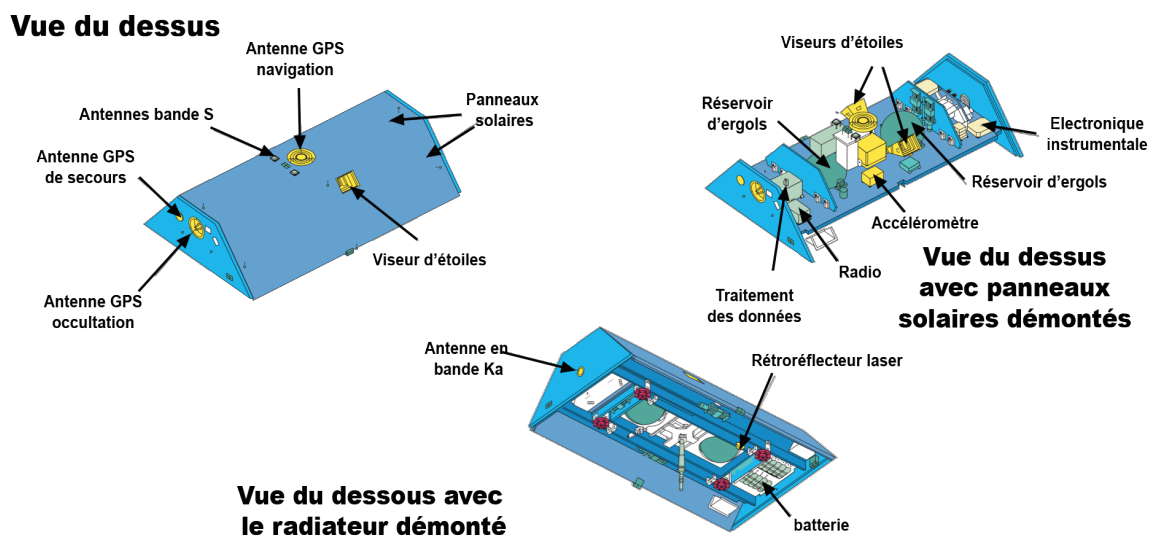


FIGURE 3.3 – Vues diverses des instruments d'un satellite de la mission [GRACE\(-FO\)](#). (d'après le dossier de presse de la [NASA](#) distribué en mars 2002 à l'occasion du lancement)

L'orbite des satellites est calculée à partir des récepteurs GPS et réflecteurs laser. Le cœur de la mission [GRACE\(-FO\)](#) repose dans la mesure de la distance entre les deux satellites. Ils se suivent en parcourant la même orbite et cette information de distance entre les deux indique les écarts de l'orbite à une trajectoire elliptique parfaite. Si le satellite en avance sur l'orbite rentre dans le champ d'influence d'une anomalie de masse positive, il accélère et la distance entre les deux satellites augmente. Ensuite le deuxième satellite rentre lui aussi dans le champ d'influence et la distance diminue. Le même phénomène se produit en sortant du champ d'influence de l'anomalie et cette oscillation de la distance inter-satellitaire permet de caractériser les anomalies au sol (Fig. 3.4). Pour prendre en compte les forces non-gravitationnelles qui agissent sur les deux satellites, il faut utiliser les accéléromètres embarqués dont l'orientation est mesurée à

partir du viseur d'étoiles.

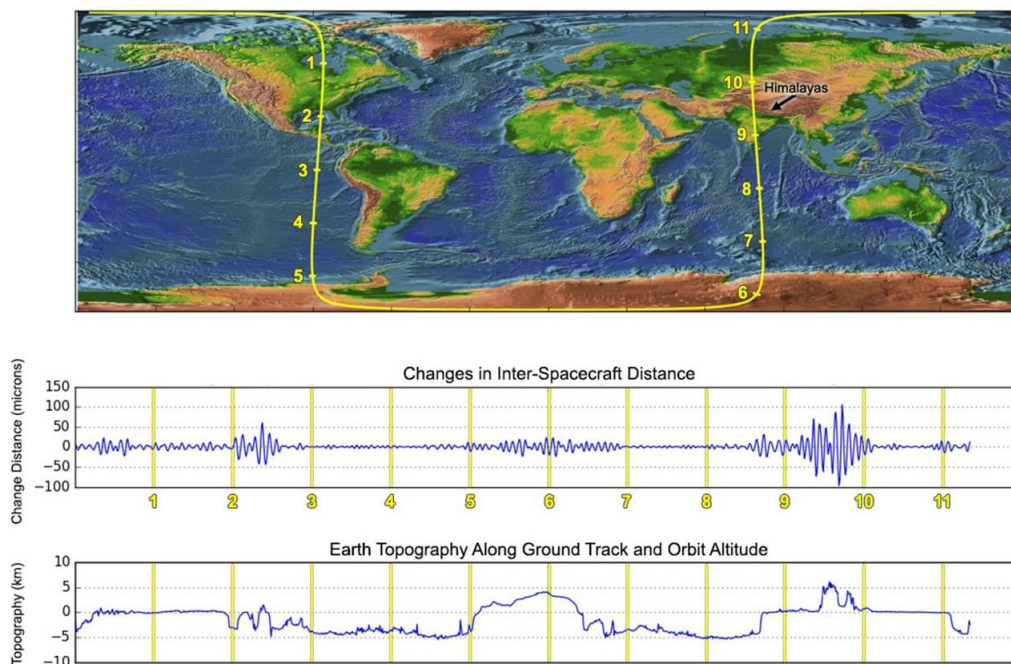


FIGURE 3.4 – Trace au sol et distance entre les deux satellites de la mission [GRACE-FO](#) le 14 juin 2018 comparées à la topographie terrestre. (d'après [NASA/JPL/GFZ](#))

Après leur lancement en mars 2002, les satellites [GRACE](#) suivent une phase de tests jusqu'en juin 2003 et la qualité des produits de gravité est inégale sur cette période. Une manipulation technique entraîne une légère dégradation de la qualité fin 2005 mais tout revient à la normale et la mission suit son fonctionnement nominal jusqu'en 2011. Ensuite, certains réglages et manipulations destinés à prolonger la mission entraînent des pauses temporaires de la mesure de distance jusqu'à la fin de la mission. En août 2016, l'accéléromètre du satellite B arrête de fonctionner à cause d'un problème de batterie. Dès le début de la mission [GRACE-FO](#), un problème différent entraîne aussi le dysfonctionnement de l'accéléromètre du satellite D. Pour résoudre cette absence de mesure pour un des deux satellites, le traitement effectue une transplantation des mesures de l'accéléromètre valide vers celui défaillant. Ce traitement rajoute des incertitudes (notamment des signaux fallacieux sur le coefficient  $C_{3,0}$ ) mais permet d'exploiter les données satellitaires. Il faut aussi noter que l'accéléromètre du satellite D semble partiellement exploitable avec un lourd traitement des mesures contaminées. Ce traitement est en cours de développement dans les centres du [SDS](#) au moment de la rédaction de ce manuscrit.

Autour des mois de mise en pause des acquisitions de la distance inter-satellitaire de [GRACE\(-FO\)](#), certains mois n'ont pas été mesurés de manière continue. Cela implique que la couverture de la surface terrestre pendant ces mois est dégradée, ce qui affecte également la qualité des produits de variations du champ de gravité (Fig. [3.5](#)).

Les données [GRACE\(-FO\)](#) sont dominées par le bruit pour les hauts degrés d'[HS](#). Elles contiennent des bandes Nord-Sud de signaux fallacieux qui doivent être traitées avec un filtre de décorrélation. La détermination du coefficient  $C_{2,0}$  contient une incertitude très large du fait d'une perturbation par un signal avec une période de 161 jours. Ceci la rend moins précise que celle du [SLR](#). L'explication de ce défaut ne fait pas consensus (problème de maintien en température de l'accéléromètre ou encore bruit dans la mesure [KBR](#) ?) et il ne semble pas dû à

un problème dans la modélisation des marées (CHENG & RIES, 2017).

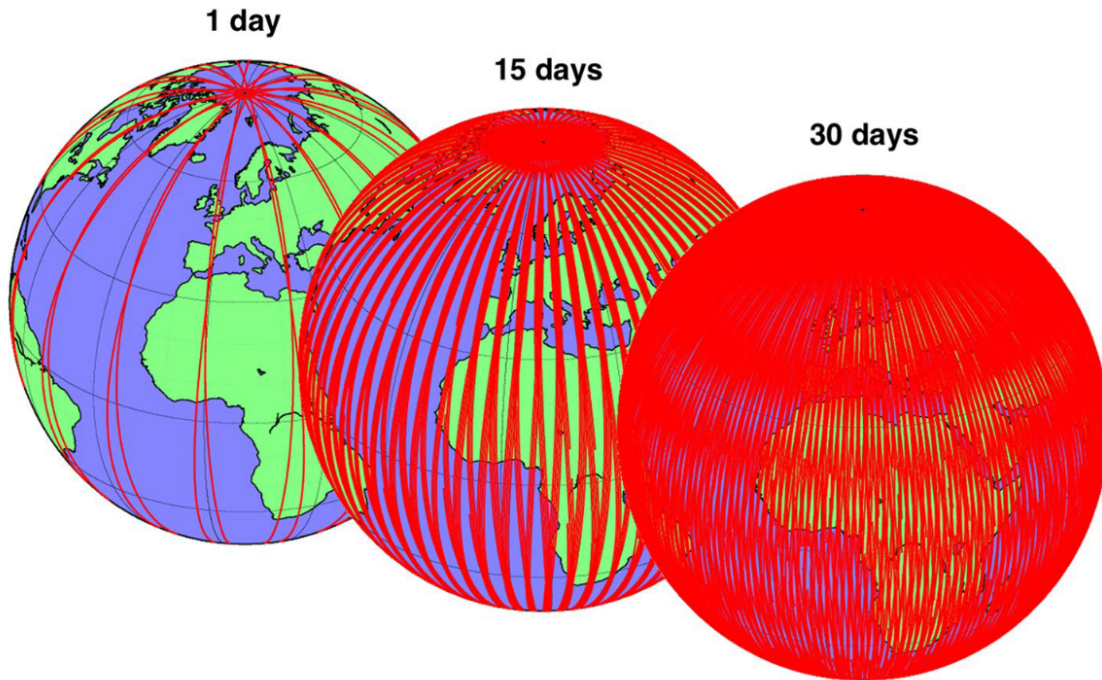


FIGURE 3.5 – Projection au sol de l’orbite d’un satellite de la mission GRACE(-FO) avec différentes durées d’acquisition. (d’après HUMPHREY et al. (2023)).

### 3.1.3 Swarm

La mission Swarm repose sur une constellation de trois satellites identiques (Alpha, Bravo et Charlie ou A, B et C) lancés le 22 novembre 2013 (FRIIS-CHRISTENSEN et al., 2006) par l’Agence Spatiale Européenne (ESA), traduction de *European Space Agency*. La durée de vie initiale de la mission était de 4 ans et cette dernière a été prolongée jusqu’en 2025 (en espérant de nouvelles prolongations dans le futur). L’objectif principal de la mission est la mesure du champ magnétique terrestre. Les trois satellites sont en orbite quasi-polaire et basse (500 km environ). Les deux satellites Alpha et Charlie sont côte à côte sur le même plan orbital pour caractériser les hautes fréquences spatiales du champ magnétique. Bravo est situé environ à 50 km plus en altitude et donc sur un plan orbital différent qui évolue à une autre vitesse de rotation. Ces deux plans orbitaux distincts permettent une bonne couverture terrestre et une meilleure séparation des sources.

Chaque satellite embarque deux magnétomètres déployés au bout d’un bras de quatre mètres de long pour limiter les perturbations causées par le corps du satellite. Les satellites sont aussi équipés d’un viseur d’étoiles, d’un accéléromètre, d’une antenne GPS et d’un réflecteur laser permettant de déterminer précisément leur position et orientation (Fig. 3.6). Ces instruments permettent à la mission Swarm de fournir des mesures du champ magnétique et du champ de gravité terrestre.

Les mesures du champ magnétique réalisées avec les satellites de Swarm sont utilisées dans les modèles de champ magnétique terrestre. Ces données sont de très bonne qualité relativement à celles des missions satellites pré-existantes avant Swarm. Les mesures des variations temporelles du champ de gravité de Swarm sont possibles grâce à la présence des accéléromètres. Ils permettent de mesurer les forces non-gravitationnelles agissant sur les satellites et de les corriger



pour étudier les variations d'orbite causées par le champ de gravité terrestre pour chaque satellite. Les produits de variations de la gravité obtenus avec les données Swarm uniquement sont moins résolus et moins précis que les produits [GRACE](#).

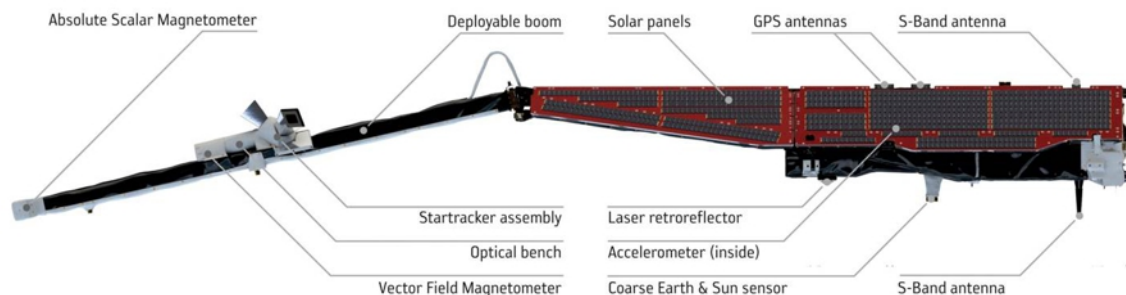


FIGURE 3.6 – Vue de côté des instruments d'un satellite de la constellation Swarm. (d'après [ESA](#))

## 3.2 Données

### 3.2.1 Variations du champ de gravité issues de [GRACE](#)

Les produits en [HS](#) sont une étape de traitement systématique pour tous les produits du champ de gravité à l'exception des mascons (voir la sous-section [3.2.3](#) ci-après). Ils sont distribués en fichiers ASCII (texte brut). Certains effets géophysiques connus sont corrigés avec des modèles. C'est toujours le cas pour éviter l'*aliasing* des effets de marées et parfois pour les effets à hautes fréquences de l'atmosphère et des océans. Comme nous parlons ici de produits de variations du champ de gravité, un modèle de champ peut être soustrait et sera alors spécifié dans les métadonnées.

Les produits [GRACE](#) de niveau 2 ([HS](#)) sont créés par différents centres d'analyse à partir des données de niveau 1 issues des instruments à bord (mesures [KBR](#) et/ou [LRI](#), [GNSS](#), accéléromètres et caméras stellaires). Les centres du Science Data System ([SDS](#)) de la mission [GRACE](#) sont le [CSR](#), le German Research Centre for Geosciences ([GFZ](#)) et le Jet Propulsion Laboratory ([JPL](#)). Ils proposent des produits de manière opérationnelle ([DAHLE et al., 2019](#)). Ces produits sont désignés par l'indicatif GSM pour signifier que ce sont des coefficients du champ géopotential moyen estimés à partir de [GRACE](#) sur une période donnée. Ils sont fournis avec des données complémentaires correspondant aux modèles atmosphériques et océaniques soustraits pendant le traitement. Ces modèles sont contenus dans le produit Atmosphere and Ocean De-Aliasing Level-1B ([AOD1B](#)). Ils sont désignés par GAA pour le modèle atmosphérique, GAB pour le modèle océanique. GAC désigne la somme de GAA et GAB sur la surface du globe et GAD désigne la somme de GAA et GAB mais seulement sur les océans. Pour restaurer les variations de masse liées à l'atmosphère ou à l'océan dans les données [GRACE](#), il faut additionner les coefficients du produit GAA ou GAB fournis en complément. La dernière version de ces produits (à date de la rédaction) est la release-06 ou RL06 distribuée à partir du début de la mission [GRACE-FO](#) et utilisant seulement les mesures de distance [KBR](#). Il existe une version 2, la RL-06.1 qui utilise les mesures [LRI](#) sur la période [GRACE-FO](#) et qui est en cours d'évaluation ([PIE et al., 2021](#)).

Dans un souci d'uniformité, les autres centres, proposant des produits de niveau 2, enlèvent aussi les variations de l'océan et l'atmosphère. Ces centres ne font pas partie du [SDS](#) de la

mission [GRACE](#) et proposent des produits indépendants. Les produits de l’Institute of Geodesy at Graz University of Technology (IFG-TU GRAZ) corrigent aussi les signaux sub-mensuels hydrologiques avec le modèle [LSDM](#) (présenté en [3.3.1](#)). La dernière version est nommée ITSG-Grace2018 et elle est désignée dans ce manuscrit par le terme GRAZ ([MAYER-GÜRR et al., 2018](#); [KVAS et al., 2019](#)). Le centre propose aussi des produits journaliers (réalisés à partir d’un filtre de Kalman) moins précis mais permettant l’étude de phénomènes sub-mensuels.

Le centre [CNES](#) utilise un modèle de surcharge océanique différent (T-UGOm), pour la période [GRACE](#) uniquement et non sur la période de [GRACE-FO](#). Il utilise également une technique d’inversion différente des autres centres pour estimer les coefficients [HS](#) ([LEMOINE et al., 2019](#)). Cela a pour effet de réduire le bruit et les stries verticales présents dans les données. Toutefois, le signal est contraint par un *a priori* et possède moins de liberté pour tendre vers la solution optimale si elle s’éloigne de cet *a priori*. Les coefficients de degré 2 sont estimés conjointement avec des observations d’orbites [SLR](#), ce qui crée une estimation fiable et auto-suffisante (il n’y a donc pas besoin d’utiliser le produit de correction TN-14).

L’Astronomical Institute University Bern ([AIUB](#)) propose aussi un produit [GRACE\(-FO\)](#) mais celui-ci n’était pas disponible au début de cette thèse, il n’a donc pas été utilisé. Les six produits présentés sont utilisés pour la solution combinée International Combination Service for Time-variable Gravity Fields ([COST-G](#)) ([MEYER et al., 2020](#)). Ce produit est une moyenne pondérée de différents produits. [AIUB](#), [CNES](#), [CSR](#), [GFZ](#), [GRAZ](#) font parti de la combinaison pour les produits [GRACE](#). [AIUB](#), [CNES](#), [CSR](#), [GFZ](#), [GRAZ](#), [JPL](#) et Leibniz Universität Hannover ([LUH](#)) sont utilisés pour les produits [GRACE-FO](#). Les coefficients de pondération, appliqués à l’étape des équations normales, sont estimés pour chaque produit et à chaque date à partir de la méthode d’estimation de la composante de variance ([VCE](#)) ([MEYER, JEAN et al., 2019](#)). Cette approche de combinaison de produits [GRACE\(-FO\)](#) est comparée à d’autres dans [LENCZUK et al. \(2022\)](#) (papier peer-review par mes soins pendant la thèse) et semble la plus robuste. Il faut noter que le produit [CNES](#) utilisé dans la combinaison [COST-G](#) provient d’avant l’inversion des équations normales et il ne bénéficie donc pas de sa technique d’inversion propre qui le différencie des autres produits au niveau 2.

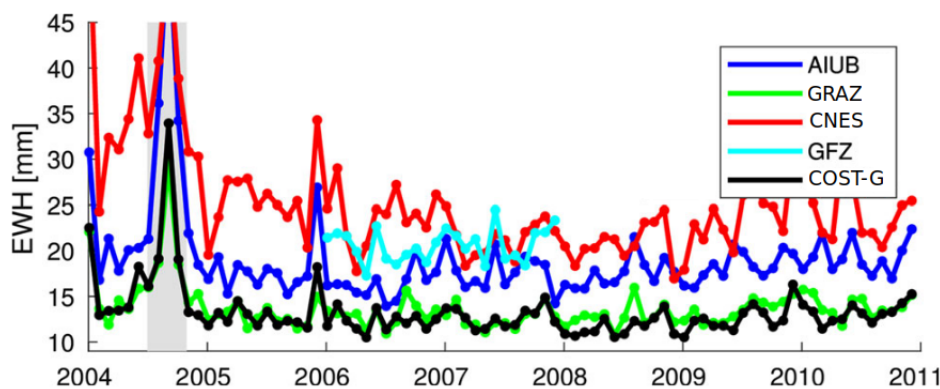


FIGURE 3.7 – Moyenne du racine quadratique moyenne (RMS) sur les océans en EWH et en fonction du temps pour les différents produits mensuels ayant servi à la réalisation de la version préceuseure de COST-G (AIUB, GRAZ, CNES et GFZ) et pour ce préceuseur désigné ici par COST-G. Les solutions ont été filtrées avec un filtre Gaussien de rayon 400 km. (*d’après MEYER, JEAN et al. (2019)*)

Tous les centres produisent des produits mensuels, mais la définition de ceux-ci peut varier. Nous avons constaté que pour certains mois, certains jours sont sans mesure de la distance

inter-satellitaire ou présentent un nombre incomplet de mesures. Chaque centre possède son propre critère de qualité pour déterminer si une journée de mesures est exploitable ou non. À cause de cela, certains produits mensuels n'ont pas la même fenêtre temporelle de définition. Par exemple, au mois de mai 2002, le produit **CSR** va du jour 123 de l'année au jour 137, tandis que le produit **JPL** va du jour 122 au jour 138. Cette divergence entre les critères des produits crée des différences entre eux.

Pour caractériser la qualité d'un produit **GRACE(-FO)** et son niveau de bruit, le critère de la **RMS** sur les océans est souvent utilisé. Il part du constat que les effets de surcharges océaniques et atmosphériques sont corrigés, de ce fait le signal résiduel sur les océans correspond à la somme du bruit et des signaux non-corrigés par les modèles. Ce critère permet de caractériser le niveau de bruit lié aux stries verticales des produits qui ressortent principalement sur l'océan. Avec cet estimateur, les produits des centres **GRAZ** et **CSR** sortent du lot avec un niveau de bruit estimé qui est inférieur aux autres produits (Fig. 3.7).

Les coefficients  $C_{2,0}$  et  $C_{3,0}$  doivent être corrigés avec le produit TN-14 (**LOOMIS** et al., 2020) du NASA Goddard Space Flight Center (**GSFC**) pour tous les produits à l'exception de celui du **CNES** (à partir d'août 2016 pour  $C_{3,0}$ ). Ce produit est une série temporelle des coefficients  $C_{2,0}$  et  $C_{3,0}$  aux dates correspondantes à celle des produits **GRACE**. Il faut aussi noter que les coefficients  $C_{2,0}$  non corrigés utilisent des conventions de l'effet de marée différentes suivant les centres (*tide-free* ou *zero-tide* vues dans la sous-section 2.2.4). Il existe aussi des défauts liés à l'absence d'un accéléromètre pour les coefficients  $C_{2,1}$ ,  $S_{2,1}$ ,  $C_{2,2}$  et  $S_{2,2}$  (**DAHLE** et al., 2019; **J. CHEN** et al., 2021). Aucune recommandation officielle n'existe pour traiter ce défaut, pour ma part je remplace les coefficients  $C_{2,1}$  et  $S_{2,1}$  par ceux de la solution **SLR**  $5 \times 5$  du **CSR** pour tous les produits à l'exception de celui du **CNES** à partir d'août 2016. Ce problème est visible sur la fin de la mission **GRACE** où des signaux fallacieux se glissent dans les séries temporelles des coefficients du **GFZ**, **GRAZ** et **JPL** (Fig. 3.8).

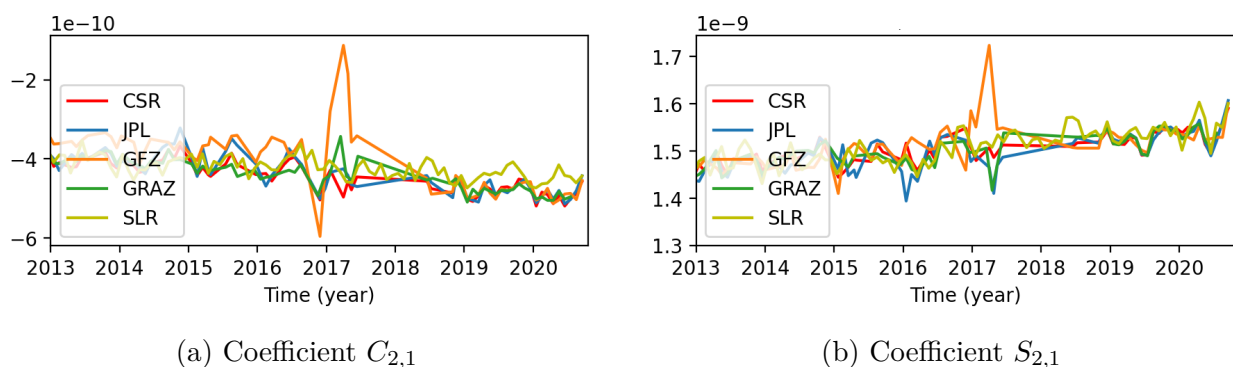


FIGURE 3.8 – Série temporelle des coefficients  $C_{2,1}$  et  $S_{2,1}$  dans les produits **GRACE** distribués par les centres **CSR**, **GFZ**, **GRAZ** et **JPL** ainsi que le produit **SLR** du **CSR**.

Le degré 1 du champ de gravité n'est pas observable avec les mesures de **GRACE(-FO)**. Les satellites orbitent autour du centre des masses (**CM**) instantané du système Terre et ne peuvent pas en caractériser les mouvements (qui correspondent au degré 1). L'omission de ce degré 1 fausse l'estimation du champ de gravité à la surface terrestre. Elle a notamment un effet sur l'estimation de la variabilité de la gravité à hautes latitudes et des océans (**J. CHEN** et al., 2005). Pour caractériser précisément ce déplacement du **CM** de la Terre, il faut l'estimer par rapport à un point de référence fixé vis-à-vis de l'enveloppe terrestre. Le point de référence utilisé dans un système de référence comme l'**ITRS** est le centre de figure (**CF**) défini comme le

centre géométrique de la surface terrestre. Sa détermination pratique (via un réseau de points de mesure) est le centre de réseau (CN) qui ne correspond pas exactement au CF comme il en est une estimation. Pour simplifier, ici, nous parlerons seulement de CF. Pour compléter les données GRACE il faut donc utiliser une série temporelle estimant le vecteur CF-CM.

Cette série temporelle s'estime en utilisant la technique SLR et il existe des produits de correction proposés par différents centres comme le CSR et le CNES. Toutefois, ce type de produit contient des défauts inhérents au SLR et à son réseau de stations asymétrique (plus de stations dans l'hémisphère Nord), comme des biais systématiques ou l'impossibilité d'estimer des tendances (SWENSON et al., 2008). Pour avoir des produits indépendants du SLR, il existe des méthodes d'estimation à partir de GRACE et d'un modèle d'océan qu'il est recommandé d'utiliser pour compléter les données GRACE, notamment grâce à leur capacité à estimer des tendances. Le produit de correction TN-13 suit la méthode de SWENSON et al. (2008) pour estimer les déplacements du géocentre en utilisant un modèle de surcharge océanique (MPIOM pour les produits de la release 6). TN-13 est une série temporelle des coefficients  $C_{1,0}$ ,  $C_{1,1}$  et  $S_{1,1}$  aux dates correspondantes à celles des produits GRACE, il existe trois versions différentes pour l'utilisation avec le produit GFZ, CSR ou JPL. Le modèle de surcharge océanique propose une estimation de la position du CM liée au centre des masses océaniques et à la répartition des océans à la surface de la Terre. En combinant cette information avec un produit GRACE, il est possible d'estimer la série temporelle CF-CM pour ce produit. SUTTERLEY et VELICOGNA (2019) vont plus loin en proposant une solution itérative prenant pour base TN-13 et qui prend en compte l'effet de GIA (modèle ICE6G) et la surcharge hydrologique (modèle GLDAS).

Par soucis de cohérence avec les autres travaux portant sur les données GRACE, les données de gravité utilisées dans ce travail de thèse incluent le mouvement du géocentre issu des corrections TN-13. Je pense personnellement que l'approche de T. Sutterley est plus précise mais la différence entre les deux corrections est assez faible pour être négligée.

### 3.2.2 Variations du champ de gravité issues d'autres mesures

Les produits de variations du champ de gravité issus des données SLR ou Swarm sont distribués au format HS. Ils sont corrigés des effets de marées mais doivent être traités avec les produits de *dealiasing* AOD1B pour être corrigés de l'atmosphère et de l'océan.

Le produit Swarm est une solution combinée à partir des productions de différents centres et est distribué par l'ESA. Les HS s'arrêtent au degré 40 mais elles sont considérées utilisables seulement jusqu'au degré 12. La configuration des orbites des satellites ne permet pas d'être sensible à des degrés du champ de gravité supérieurs à 12. La figure 3.9 illustre bien la différence de qualité entre les produits GRACE qui sont très précis, les produits SLR et les produits Swarm qui sont bruités en comparaison. Elle rend aussi bien compte de la différence de longueur des séries temporelles.

Il existe aussi des produits réalisés à partir de combinaison entre des données de plusieurs missions et/ou du SLR. Le produit IGG-SLR (LÖCHER & KUSCHE, 2020) utilise les données GRACE quand elles sont disponibles et estime avec ces dernières une décomposition en EOFs. Il rajoute ensuite l'utilisation de données SLR pour déterminer les PCs sur les dates sans données GRACE. L'intérêt est de bénéficier de la longueur temporelle des données SLR en remontant jusqu'en 1992 tout en extrapolant les données GRACE pour profiter de leur précision spatiale.

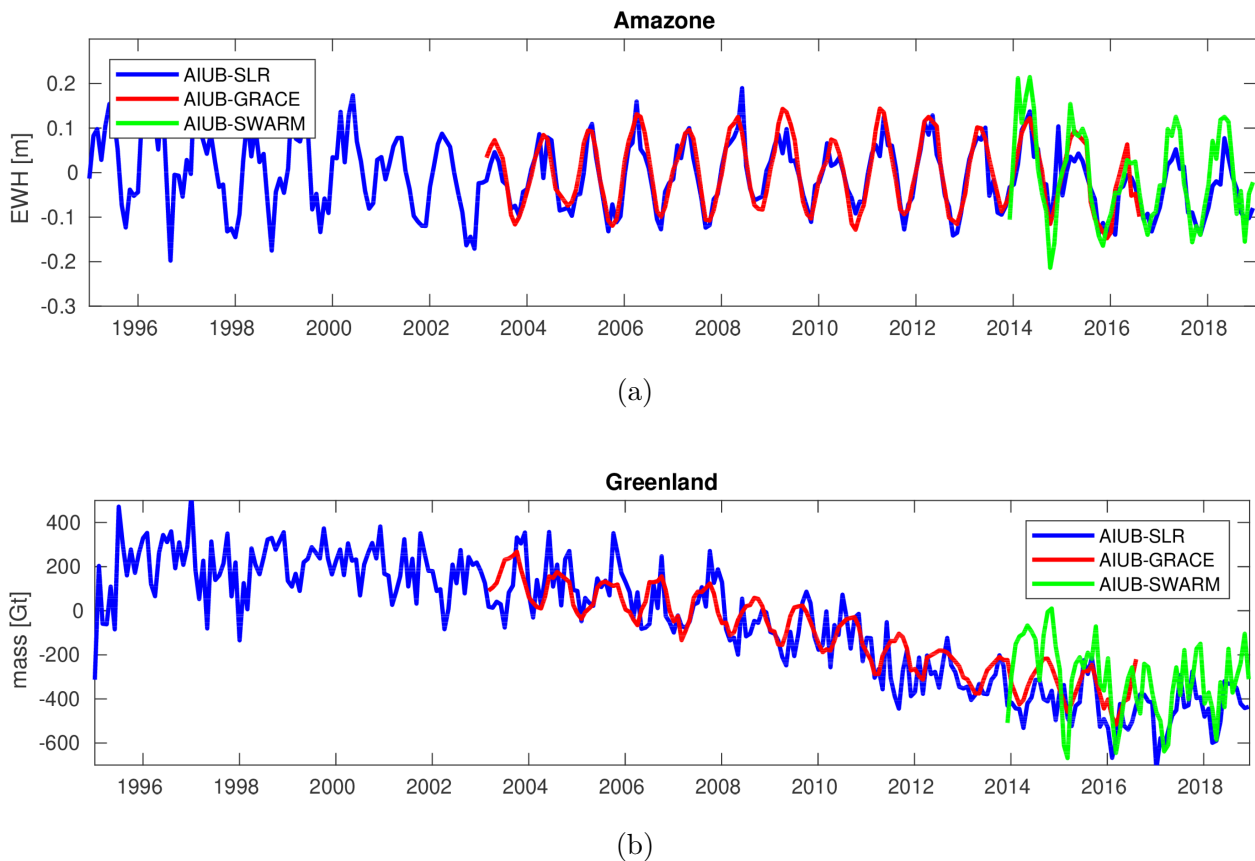


FIGURE 3.9 – Estimation mensuelle des anomalies de masses pour le bassin amazonien (a) et le Groenland (b) mesurées par SLR, GRACE et Swarm. Les produits sont tronqués au degré 6 et le coefficient  $C_{2,0}$  n'est pas inclus. (d'après MEYER, SOSNICA et al. (2019))

### 3.2.3 Produits mascon

Le mascon est un produit (de niveau 3) du champ de gravité où les anomalies de masse sont estimées sur des éléments de surface ou des points de grille. Ce type de produit permet d'introduire des contraintes spatiales de localisation des masses avec l'utilisation d'éléments de surface non réguliers. Ceci est notamment intéressant pour la distinction océans et continents. Cette approche résout les phénomènes de stries verticales présentes dans les produits HS et permet d'améliorer la résolution spatiale (ROWLANDS et al., 2010). Toutefois, les signaux à grande longueur d'onde spatiale sont moins bien caractérisés.

Dans ce travail de thèse nous avons étudié des phénomènes avec une signature spatiale large. Nous avons donc choisi de ne pas utiliser de produits mascon.

### 3.2.4 Paramètres d'orientation de la Terre (EOP)

Les cinq paramètres d'orientation de la Terre détaillés dans la sous-section 1.3.3, (UT1-UTC,  $x$ ,  $y$ , Dpsi, Deps), qui permettent de passer du repère céleste au repère terrestre, sont distribués par le IERS. Les produits correspondants sont une combinaison d'observations issues des techniques VLBI, GNSS, DORIS et SLR. Le produit opérationnel C04 possède une résolution temporelle journalière et remonte jusqu'en 1962. D'autres produits (C01, C02) moins précis mais couvrant une plus grande durée existent aussi pour explorer des échelles de temps plus longues. Les analyses de LOD effectuées dans ce travail de thèse utilisent les produits C04.

Les variations de la rotation terrestre affectent les mesures de la gravité par l'effet centrifuge

du mouvement du pôle. C'est ce que l'on appelle la marée polaire. Ainsi les coefficients  $C_{2,1}$  et  $S_{2,1}$  du champ de gravité sont également corrigés de la marée polaire selon les Conventions [IERS](#).

### 3.2.5 Variations de l'intensité du champ magnétique

Il existe un historique de missions satellitaires ayant embarqué des magnétomètres. Ces missions fournissent des mesures du champ magnétique couvrant toute la Terre avec un temps de revisite faible. Les premières missions qui ont embarqué des magnétomètres vectoriels pour des durées pluri-annuelles sont les missions Ørsted et CHALLENGING Minisatellite Payload ([CHAMP](#)) lancées au début des années 2000. La mission Swarm vient poursuivre ces mesures depuis son lancement en 2013.

Les mesures du champ magnétique terrestre obtenues via ces missions satellitaires et via des observatoires magnétiques au sol permettent la création de modèles géomagnétiques. Ces modèles sont distribués sous la forme de coefficients de Gauss (voir la sous-section [2.3.2](#)). Les trois modèles ayant été manipulés dans ce travail de thèse sont CHAOS-7 ([FINLAY et al., 2020](#)), GRIMM-3 ([LESUR et al., 2010](#)) et COV-OBS.x2 ([HUDER et al., 2020](#)). Ils couvrent une période temporelle différente détaillée dans la table [3.1](#), varient en résolution temporelle et spatiale. La résolution spatiale utilisée ici est celle de la décomposition en coefficients de Gauss de la vitesse séculaire. CHAOS-7 est le modèle incluant le plus de données de missions satellitaires différentes et il coïncide bien avec la temporalité de [GRACE](#). Le modèle est régulièrement mis à jour avec les dernières données. COV-OBS.x2 permet lui d'étudier des phénomènes à des échelles de temps décennales avec sa longueur de 180 ans. Les modèles utilisent un *a priori* sur la variabilité du signal magnétique en lui imposant un amortissement des variations de la dérivée  $n^{\text{ième}}$  du champ. Cette contrainte est appliquée en forçant le signal des coefficients à suivre une courbe B-spline d'un certain degré dont les points de définition sont espacés d'un certain temps. Dans le cas de COV-OBS.x2, où le spline est de degré 4 et les nœuds de 2 ans, cela implique que la vitesse séculaire ne contient pas de signaux à des périodes inférieures à 3-4 ans et que l'accélération séculaire est particulièrement lissée. Les modèles subissent aussi une régularisation pour chaque coefficient avec un réajustement des poids des différents paramètres en entrée pour améliorer la robustesse de l'estimation.

Nom	Couv. temp.	Contrainte temp.	Régularisation	Degré max.
CHAOS-7	1999-2023	Spline d'ordre 6, nœuds de 6 mois	Pénalise la dérivée $3^{\text{ème}}$ , coefficients zonaux amortis	20
GRIMM-3	2001-2010	Spline d'ordre 6, nœuds de 6 mois	Amortie les degrés $> 7$	20
COV-OBS.x2	1840-2020	Spline d'ordre 4, nœuds de 2 ans	Processus autorégressif d'ordre 2	13

TABLE 3.1 – Caractéristiques des trois modèles géomagnétiques CHAOS-7, GRIMM-3 et COV-OBS.x2

## 3.3 Modèles géophysiques de surface

Dans le cadre des travaux réalisés pour cette thèse, les modèles de processus de surface sont utilisés pour corriger les produits de variations du champ de gravité. Nous avons donc choisi d'utiliser seulement des modèles indépendants de ces produits. En plus de ce premier critère,

nos choix ont été guidés vers les modèles globaux auxquels nous avons accès pendant ces trois ans et qui sont utilisés fréquemment par la communauté scientifique.

Ces modèles décrivent les variations des masses à la surface terrestre et pour qu'elles soient comparables avec des données de variations du champ de gravité, il faut prendre en compte la réponse de la Terre solide. L'effet sur le champ de gravité est la somme de l'effet direct de l'attraction de la masse, d'un effet de redistribution des masses de signe opposé et d'un effet en pression qui déforme la surface modélisé par le nombre de Love de surcharge ( $k'_n$ ) (FARRELL, 1972). Ce nombre de Love, présenté dans la sous-section 1.1.3, dépendant du degré  $n$  de la masse dans sa décomposition en HS : réponse = masse  $\times$  ( $1 + k'_n$ )

### 3.3.1 Modèles hydrologiques

Les modèles hydrologiques décrivent l'évolution au cours du temps de la masse des différents termes de l'équation (1.1) du contenu en eau terrestre (TWS). Certains modèles décrivent une version simplifiée de l'équation avec moins de termes. La représentation d'un terme de l'équation peut être complexifiée en décrivant plusieurs couches qui varient en altitude et en épaisseur (Fig. 3.10). Sur une cellule géographique du modèle, les entrées en eau sont les précipitations et les sorties les évaporations (termes P et E de l'équation (1.2)).

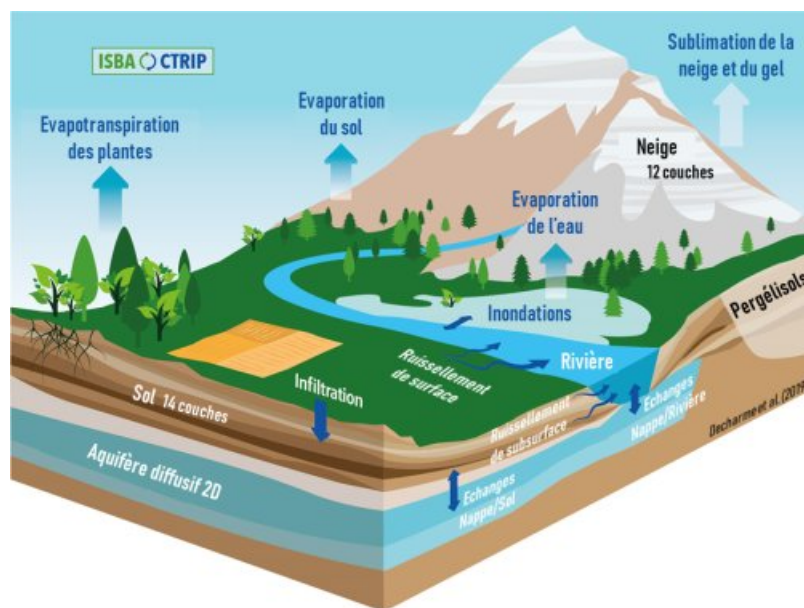


FIGURE 3.10 – Exemple schématique d'un système de modélisation hydrologique (ici ISBA-CTrip, d'après DECHARME et al. (2019))

Parmi les modèles hydrologiques, certains font partie d'une modélisation plus complète du système Terre avec des paramètres complémentaires pour décrire l'atmosphère ou l'océan. D'autres sont couplés avec une modélisation des flux hydrologiques latéraux et des rivières. Cela correspond à prendre en compte le terme Q dans l'équation (1.2) qui est composé des écoulements de surface et du drainage des eaux souterraines (Fig. 3.11). Dans ce cas, le modèle est alors composé d'une première composante décrivant les échanges hydrologiques dans une colonne verticale (land surface model ou modèle de surface) et d'une deuxième qui décrit les flux latéraux (discharge model ou modèle d'écoulement). Ce type de modèle est aussi appelé « modèle 3D » et un modèle qui ne modélise que la colonne verticale est appelé « modèle 1D ».

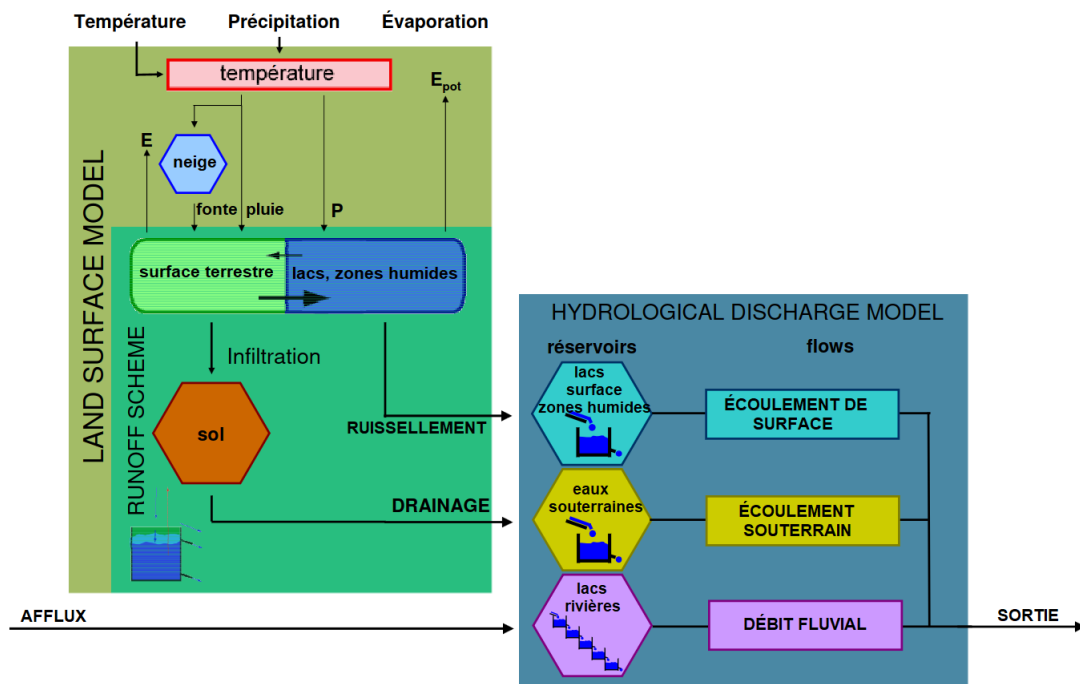


FIGURE 3.11 – Exemple d’un schéma de modèle hydrologique (ici LSDM) étant la combinaison d’un modèle de surface et d’un modèle d’écoulement. (d’après DILL (2008))

Les modèles hydrologiques incluent une modélisation des flux radiatifs dans le système Terre qui influent sur la température. Cette modélisation peut être complétée par un modèle numérique de terrain utilisé pour calculer les pentes et donc l’angle d’incidence des rayons solaires sur le milieu. Parmi les données mesurables indispensables en entrée de l’algorithme du modèle, il y a les cartes de température et de précipitation. L’impact du milieu géographique est modélisé en utilisant une classification des biomes correspondant aux différentes régions du globe. Cette classification décrit les types de végétations à la surface et influe tout particulièrement sur le terme  $BW$  de l’équation (1.1).

## GLDAS

Le modèle Global Land Data Assimilation System (GLDAS) (RODELL et al., 2004) est disponible en plusieurs versions en fonction du modèle de surface utilisé. Dans le cadre de la thèse, nous utilisons la version GLDAS-2.1 qui repose sur le modèle de surface Noah-3.6 (BEAUDOING & RODELL, 2020). Cette version de GLDAS est indépendante des données GRACE (ce qui n’est pas le cas de la version 2.2) et plus précise que la version 2.0 car elle utilise des données plus récentes et de meilleure qualité. Le modèle utilise en entrée des données de forçage atmosphérique de température, d’humidité de l’air et de pression. GLDAS emploie aussi les données de précipitations journalières Global Precipitation Climatology Project (GPCP) V1.3 (ADLER et al., 2003).

L’équation du TWS résolue dans le modèle GLDAS est simplifiée, car c’est un modèle 1D (c’est aussi le cas pour le modèle ERA5 ci-après), et contient trois termes

$$TWS_{GLDAS/ERA5} = BW + SM + SN \quad (3.1)$$

avec le contenu en eau de la biomasse ( $BW$ ), l’humidité du sol ( $SM$ ) et le contenu en eau d’une potentielle couche de neige ( $SN$ ). Le modèle n’inclut pas de couche de glace permanente, par conséquent les zones terrestres couvertes de manière permanente par la glace doivent être



ignorées (Groenland et Antarctique).

**GLDAS-2.1** remonte au 1er janvier 2000 et est disponible en quasi-opérationnel avec un délai de quelques mois. Le modèle possède une résolution spatiale de  $0.25^\circ$  par  $0.25^\circ$  et une résolution temporelle de 3 heures.

#### **ERA5**

Le modèle ERA5 (HERSBACH et al., 2020) est un produit de réanalyse du centre européen pour les prévisions météorologiques à moyen terme (ECMWF) au sein du Copernicus Climate Change Service (C3S). Ce service fait partie du programme Copernicus géré par la Commission européenne et l'ESA. Le modèle hydrologique contenu dans ERA5 fait partie d'une modélisation couplée qui inclut également un modèle atmosphérique et océanique. L'intérêt étant que les différentes parties de la modélisation échangent entre elles et soient cohérentes. En compensation, la partie hydrologique comprend moins de paramètres et de couches que d'autres modèles. Ce type de modélisation couplée est un outil privilégié pour les études climatiques à long-terme. L'objectif de ce modèle est de créer des séries temporelles de variables climatiques essentielles. La partie chargée de la modélisation hydrologique utilise le modèle de surface Revised Tiled ECMWF Scheme for Surface Exchanges over Land (HTESSEL) (BALSAMO et al., 2015). Comme pour GLDAS, le modèle résout une version simplifiée de l'équation du TWS (éq. 3.1). En entrée du modèle, ERA5 utilise un mélange de différentes données produites par leurs soins de température, humidité, pression et précipitation obtenues à partir de données sol et satellite. Leur modèle de précipitation maison est proche du modèle GPCP utilisé dans GLDAS (77% de corrélation).

La période couverte par ERA5 va de 1950 à nos jours. Le modèle est produit en quasi-opérationnel (tant qu'il n'est pas remplacé par un nouveau produit de l'ECMWF). Il est venu lui-même remplacer le modèle ERA-interim qui a été produit jusqu'en 2019 (DEE et al., 2011). Sa résolution spatiale est de 31 km ( $\approx 0.28^\circ$ ) et sa résolution temporelle est de 1 heure.

#### **LSDM**

Land Surface Discharge Model (LSDM) est un modèle hydrologique produit par le GFZ (DILL, 2008). Il modélise les flux latéraux et comprend donc un modèle de surface Land Surface eXtended Model (LSXM) et un modèle d'écoulement Hydrological Discharge eXtended Model (HDXM). Il est couplé au modèle de flux océanique OMCT (présenté en 3.3.2) pour représenter les échanges entre les eaux océaniques et les eaux continentales. Les données utilisées en entrée du modèle comprennent seulement des cartes de température et précipitation issues de modèle atmosphérique ECMWF.

Ce modèle est couramment utilisé pour calculer des paramètres géodésiques globaux (ex : moment angulaire lié à l'hydrologie dans la LOD). Il est produit en quasi-opérationnel et les données remontent jusqu'en 1976. La résolution temporelle est journalière et la résolution spatiale est de  $1^\circ$  par  $1^\circ$ .

#### **ISBA-CTRIP**

Le Centre National de Recherches Météorologiques (CNRM) produit le modèle de surface Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère (ISBA) et une version maison du modèle d'écoulement Total Runoff Integrating Pathways (TRIP). La combinaison des deux est le modèle hydrologique ISBA avec la version CNRM de TRIP (ISBA-CTRIP). Pour plus de simplicité, l'acronyme ISBA sera utilisé par la suite pour désigner le modèle entier ISBA-CTRIP. Il utilise des données

de température, pression et humidité atmosphériques issues des produits ERA-interim. Les données de précipitation utilisées sont adaptées des données Global Precipitation Climatology Center (GPCC) Full Data Product V6 (SCHNEIDER et al., 2014).

ISBA résout tous les termes de l'équation (1.1) du TWS avec plusieurs couches pour certains termes. Par exemple la neige est décomposée en 12 couches et le sol en 14 couches. Le modèle propose ces estimations entre 1979 et 2019 mais n'est pas disponible de manière opérationnelle. La résolution temporelle est de 3 heures et la résolution spatiale est de  $1^\circ$  par  $1^\circ$ .

## WGHM

Le modèle hydrologique WaterGAP Global Hydrology Model (WGHM) est aussi composé d'un modèle de surface et d'un modèle d'écoulement (DÖLL et al., 2003). Sa résolution spatiale est de  $0.5^\circ$  par  $0.5^\circ$ . Nous utilisons la version 2.2d du modèle (MÜLLER SCHMIED et al., 2021) qui propose une série temporelle allant de 1992 à 2015. Une nouvelle version du modèle (2.2e) sortie pendant cette thèse en 2022 améliore le modèle et l'étend jusqu'à l'année 2021.

WGHM a la particularité d'être un modèle avec une résolution temporelle mensuelle. Il ne prend pas en entrée de données d'humidité ou de pression mais les remplace par des informations climatiques à l'échelle du mois. Il utilise donc des produits mensuels de précipitation et de température ainsi que des indices caractérisant le nombre de jours humides dans le mois, d'heures de soleil et la couverture nuageuse. WGHM est aussi le seul modèle utilisé ici à inclure des informations sur les usages anthropiques de l'eau (ex : pompage de nappe phréatique) et sur le comportement des glaciers continentaux. Néanmoins la qualité de ces données est variable et elles ne sont pas disponibles sur certaines zones géographiques. WGHM résout donc tout les termes de l'équation (1.1) du TWS avec le terme SN qui comprend en plus l'eau des glaciers continentaux.

La version 2.2d est disponible avec deux modèles de précipitation différents : CRU (HARRIS et al., 2014) et GPCC (SCHNEIDER et al., 2014) qui est considéré comme le plus fiable des deux. Elle est aussi disponible avec deux valeurs différentes du paramètre caractérisant l'irrigation (70% de déficit d'irrigation ou une irrigation optimale). Quand il est à 70%, le paramètre marche bien pour certains types d'agriculture (sur les Grandes Plaines états-uniennes par exemple). Néanmoins le paramètre en irrigation optimale est le plus fidèle à la réalité à l'échelle du globe. Dans ce travail de thèse nous avons donc utilisé la version 2.2d avec le paramètre d'irrigation optimal et le modèle de précipitation GPCC. Il faut aussi noter que WGHM ne propose pas de valeurs fiables sur le Groenland et donc cette zone est à exclure.

Acronyme	Modèle de précipitation	Résolution temporelle	Résolution spatiale	Intervalle de temps
GLDAS	GPCP	3 h	$0.25^\circ$	2000-2023
ERA5	Généré simultanément	1 h	$0.28^\circ$	1950-2023
LSDM	ECMWF	journalier	$1^\circ$	1976-2023
ISBA	GPCC	3 h	$1^\circ$	1979-2019
WGHM	GPCC	mensuel	$0.5^\circ$	1992-2016

TABLE 3.2 – Récapitulatif des caractéristiques des modèles hydrologiques (*d'après LECOMTE et al. (2023)*)

### 3.3.2 Modèles océaniques

Les modèles océaniques décrivent l'évolution à cours du temps de la pression océanique profonde (**OBP**) (se traduit par *ocean bottom pressure*). Elle est la somme des contributions de l'atmosphère et de l'océan au dessus de la topographie sous-marine. L'**OBP** dépend de la pression atmosphérique  $p_A$  et de la pression apportée par la colonne d'eau de densité  $\rho_{eau}$  qui subit l'accélération de la gravité  $g$ .

$$OBP = p_A + \int_H^\xi g(h) \rho_{eau}(h) dh \quad (3.2)$$

Avec  $H$  l'altitude de la topographie sous-marine et  $\xi$  l'altitude de la surface océanique.  $\xi$  est différent de 0 (du géoïde) et représente la topographie dynamique absolue de l'océan. La densité de l'eau est potentiellement fonction de la température et salinité qui sont calculées par certains modèles. Les variations de l'**OBP** peuvent, finalement, être ramenées à une anomalie de masse localisée.

L'altitude de la surface océanique, qui varie dans le temps en fonction des marées, des courants océaniques et de la pression atmosphérique, est appelée **topographie dynamique absolue**. Sur des périodes supérieures au mois, la réponse de la topographie dynamique absolue aux variations de pression est quasi-linéaire ( $1 \text{ hPa} \approx 1 \text{ cm}$ ) (WUNSCH & STAMMER, 1997) et cette réponse est désignée comme l'effet du baromètre inverse. L'effet moyen de la pression atmosphérique est enlevé dans les modèles qui prennent en compte l'effet du baromètre inverse (seulement **MPIOM** ici). Dans ce cas, le terme de pression est basculé dans le modèle de surcharge atmosphérique associé. En plus de la réponse de l'océan aux variations de pression atmosphérique, il faut aussi prendre en compte les variations de température, les marées ou encore les vents.

Le modèle océanique représente la réponse de l'océan à toutes les contraintes qu'il subit à savoir les vents, la pression atmosphérique, les flux d'eau douce et les autres effets de l'atmosphère. Chaque modèle utilise donc des données atmosphériques en entrée pour prendre en compte l'excitation extérieure du milieu par l'atmosphère (Fig. 3.12). La topographie dynamique absolue de l'océan est calculée ainsi que la température et la salinité pour certains modèles.

Les forces de marées sont prises en compte dans les contraintes appliquées au milieu. Tous les effets de marées ne sont pas modélisés et cela dépend de chaque modèle. Toutefois, elles sont retirées dans le produit final à l'aide d'une analyse fréquentielle.

Dans les modèles océaniques, il existe deux hypothèses de fluides particuliers qui sont utilisées pour simplifier la modélisation :

- Le fluide barotrope possède des lignes d'égale pression qui coïncident avec celles d'égale densité. La pression est donc linéairement reliée à la densité et à la température. Les modélisations fluide barotrope n'utilisent généralement pas de forçage via la température. Pour ce type de fluide, les courants ne dépendent pas de la profondeur (hormis aux couches limites).
- Le fluide barocline possède des lignes d'égales pression qui croisent celles d'égales densité sans coïncider. Dans ce fluide, la densité est proportionnelle à la température mais non-proportionnelle à la pression. Ce type de fluide permet de modéliser des courants dépendant de la profondeur et apportent une représentation en 3 dimensions.

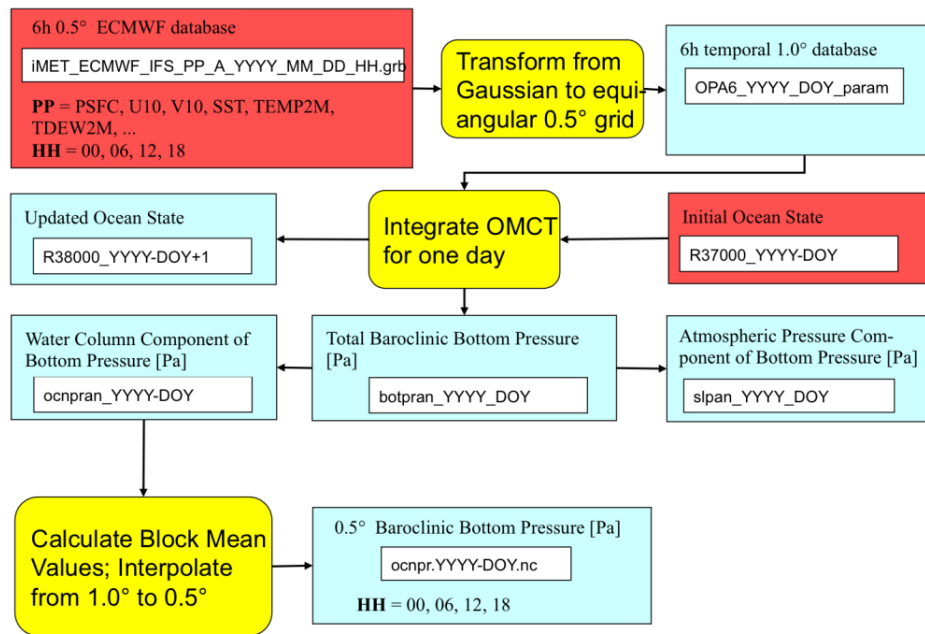


FIGURE 3.12 – Exemple de stratégie de traitement pour le modèle océanique OMCT (rouge : entrée, jaune : étape de traitement, bleu : sortie). (d’après FLECHTNER et al. (2015))

## OMCT

Le modèle océanique Ocean Model for Circulation and Tides (OMCT) est utilisé dans les données GRACE jusqu’à la version RL05 pour corriger les effets sub-mensuels des variations de masse liées à l’océan. Le modèle existe en deux versions, la première, décrite dans DOBSLAW et THOMAS (2007), est utilisée pour les versions RL01 à RL04. La deuxième version est utilisée pour RL05 uniquement (DOBSLAW et al., 2013) et ses caractéristiques sont présentées ici.

OMCT est un modèle barocline avec une résolution spatiale de  $1^\circ$  par  $1^\circ$  et 20 couches verticales. La résolution temporelle est de 20 minutes. Néanmoins le produit est fourni comme une solution GAB dans les données GRACE avec une résolution de seulement 6 heures, c’est la fréquence à laquelle le modèle est contraint par des données atmosphériques. Ce forçage atmosphérique est réalisé à partir des données opérationnelles de l’ECMWF de vents, pression, température et précipitations. OMCT prédit les hauteurs d’eau, la température ainsi que la salinité. L’OBP est calculée à partir de l’équation (3.2) en utilisant ces trois sorties pour créer la solution GAB dans les produits GRACE.

Le modèle a été pensé pour des corrections à hautes fréquences (sub-mensuelles). Les tendances ou variabilités à basses fréquences qu’il contient sont la cause du réchauffement et du refroidissement continu des masses d’eau à des profondeurs intermédiaires, et des effets secondaires sur la circulation thermohaline. Toutefois le modèle dérive plus rapidement que les modèles climatiques à l’état de l’art, les tendances qu’il contient ne doivent donc pas être interprétées d’un point de vue géophysique (FLECHTNER et al., 2015). Elles sont aussi contenues dans les produits communs de variations du champ de gravité de GRACE jusqu’à la version RL05.

## MPIOM

Pour la version RL06 des données GRACE, un autre modèle océanique est utilisé : Max-Planck-Institute for Meteorology Ocean Model (MPIOM). Il provient du même institut et utilise

la même base que **OMCT** avec lequel il partage des similitudes physiques et numériques. C'est un modèle barocline avec une résolution spatiale de  $1^\circ$  par  $1^\circ$  et 40 couches verticales qui inclut aussi une représentation de la glace de mer. La résolution temporelle est de 90 minutes avec un forçage atmosphérique toutes les 3 heures. La représentation atmosphérique utilisée provient aussi des données opérationnelles de l'**ECMWF** de vents, pression, température, couverture nuageuse, radiations de surface et précipitations. Avant 2006, les données opérationnelles n'étant pas disponibles, le modèle ERA-interim est utilisé.

**MPIOM** produit en sortie une estimation de l'**OBP** qui permet de créer la solution GAB pour la version RL06 des données **GRACE**. Toutefois cette solution n'est pas comparable directement avec les versions antérieures car le modèle prend en compte l'effet du baromètre inverse. Cela signifie que la moyenne du terme de pression atmosphérique  $p_A$  sur l'océan est soustraite à chaque pas de temps (en compensation, elle est rajoutée dans le produit GAA). L'**OBP** ne prend donc pas en compte le terme constant lié à l'atmosphère.

Ce nouveau modèle réduit grandement les problèmes de tendances artificielles présent dans **OMCT**. Ces dernières existent toujours mais sont comparables en amplitude aux tendances présentes dans les corrections atmosphériques.

#### **T-UGOm**

Toulouse Unstructured Grid Ocean model (**T-UGOm**) est un modèle d'océan barotrope calculé sur une grille non-structurée (ex-MOG2D, CARRÈRE & LYARD, 2003). Le maillage de la grille est plus fin à proximité des côtes (20 km) et plus large en pleine mer (400 km). **T-UGOm** a été conçu spécifiquement pour représenter l'océan à hautes fréquences (périodes inférieures à 20 jours), il utilise un forçage atmosphérique toutes les 3 heures. De ce fait il ne prend pas en compte la salinité et la température des eaux.

Le modèle utilise en entrée des données de vent et de pression atmosphérique d'**ECMWF** et n'utilise pas l'approximation de la réponse du baromètre inverse. Il produit des cartes de variations du niveau des mers dynamiques qui sont équivalentes à des surcharges. **T-UGOm** est utilisé pour corriger les effets sub-mensuels de l'océan (ce qui correspond à la solution GAB) dans le produit **CNES** de **GRACE** (et seulement sur la période de **GRACE** entre 2002 et 2016).

### 3.3.3 Modèles atmosphériques

Les modèles atmosphériques décrivent l'évolution de l'état (et donc de la masse) de l'atmosphère au cours du temps. Ils sont souvent couplés avec des modèles hydrologiques et/ou océaniques présentés juste avant. Les modèles globaux couramment utilisés sont fournis par l'**ECMWF** avec des réanalyses et des modèles opérationnels. Les réanalyses sont listées dans HERSBACH et al. (2020) et la dernière en date sorti en 2020 est le modèle ERA5. Pour corriger les données **GRACE** des variations atmosphériques, c'est le produit **ECMWF** opérationnel qui est utilisé et fourni comme une solution GAA.

Nous nous sommes moins attardés sur les modèles atmosphériques dans ce travail de thèse car l'amplitude des signaux modélisés est inférieure à l'hydrologie et aux océans. Leur présentation est donc plus succincte.

### 3.3.4 Modèles de rebond post-glaciaire

Les effets de surcharge du rebond post-glaciaire (**GIA**), traduit de *glacial isostatic adjustment*, sont un des phénomènes amenant des variations du champ de gravité liées à la cryosphère. Les autres comprennent la fonte des glaciers et calottes polaires du fait du changement climatique et des cycles saisonniers. La cryosphère comprend des phénomènes modélisés dans les modèles hydrologiques, à savoir les couches de neige et le pergélisol. Le **GIA** est le résultat de la réponse visco-élastique de la Terre à une charge passée due aux calottes du dernier âge glaciaire, il y a 12000 ans. Aujourd'hui encore, le sol possède un mouvement vertical (rebond suite à la fonte des glaces du Pléistocène) d'une vitesse constante de l'ordre du  $\text{cm.an}^{-1}$  dans ces anciennes zones glaciaires. Cela comprend notamment le nord de l'Amérique, la Scandinavie et l'Antarctique.

Un modèle de **GIA** est généré à partir d'un modèle de Terre et sa rhéologie associée ainsi qu'un historique des charges glaciaires passées. Il existe trois modèles globaux couramment utilisés pour corriger les données **GRACE** : A13, Caron18 et ICE-6G\_D (VM5a). Ils sont décrits plus en détail dans le chapitre 4 (4.1, section 3.3 de l'article).

# Analyses et traitement des données gravimétriques

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Estimation de l'incertitude à bas degrés des observations gravimétriques</b>	<b>64</b>
4.1.1	Présentation des motivations et du raisonnement de l'article . . . . .	64
4.1.2	Uncertainty of low-degree space gravimetry observations : surface processes versus Earth's core signal . . . . .	65
4.1.3	Supplementary Materials . . . . .	85
<b>4.2</b>	<b>Amélioration de la qualité temporelle des séries GRACE(-FO)</b>	<b>91</b>
4.2.1	Présentation des motivations et du raisonnement de l'article . . . . .	91
4.2.2	Gap filling within GRACE missions : comparative assessment of interpolation techniques . . . . .	91

---

Avec les trois premiers chapitres, nous avons présenté le cadre théorique de ce manuscrit, le formalisme, les produits et les outils utilisés. Il nous faut maintenant adresser la première question de notre problématique : *Les variations de la gravité créent par les processus liés au noyau sont-elles assez grandes pour émerger dans nos séries temporelles de variations de la gravité ?* Cette question a été traitée dans le premier article publié dans le *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*. Cette question est suivie par le questionnement suivant : *Est-il possible d'améliorer la qualité des produits des variations temporelles du champ de gravité ?* (Et d'augmenter leur longueur temporelle ?)

## 4.1 Estimation de l'incertitude à bas degrés des observations gravimétriques

### 4.1.1 Présentation des motivations et du raisonnement de l'article

Pour pouvoir identifier des signaux créés par des processus du noyau dans les variations temporelles du champ de gravité, il nous faut connaître l'amplitude de ces signaux, leurs signatures temporelles ou spatiales et les incertitudes des produits qui sont manipulés. Il n'y a pas de consensus scientifique, à l'écriture de ce manuscrit, sur un signal identifié comme provenant d'un processus du noyau dans les variations de la gravité. Nous cherchons donc *a priori* un signal de faible amplitude ou avec une signature temporelle long terme (périodes inter-annuelles au minimum) car il aurait déjà été identifié dans le cas contraire après 20 ans de mesures et d'études du champ de gravité.

Peu d'articles scientifiques traitent de cette question des incertitudes des modèles et produits, et encore moins à des échelles de temps inter-annuelles et de larges échelles spatiales. Cela est dû au fait que les variations temporelles du champ de gravité sont principalement annuelles et étudiées dans le cadre de processus de surface. Il n'y a pas de méthodologie simple d'estimation de l'incertitude des produits et modèles que nous utilisons. La notion de mesures *in situ* auxquelles nous pourrions comparer les produits à nos échelles d'intérêt est abstraite. Aux échelles spatiales plus faibles, il est possible de se rattacher à l'estimation des variations temporelles des masses d'eaux dans les grands lacs ou la mer Caspienne, mais pas dans notre cas. Pour traiter ce problème, nous partons du postulat que parmi tous les produits ou modèles que nous avons à notre disposition, nous n'avons pas de d'avis pré-établi sur lequel est le meilleur. Nous avons un premier facteur d'incertitude qui est lié au choix de notre produit. Nous pouvons estimer cette incertitude, qui est la dispersion entre tous les produits disponibles. Cette estimation ne peut pas rendre compte de biais ou d'erreurs systématiques si elles sont contenues dans les produits ou modèles, c'est donc une borne inférieure de l'incertitude.

C'est en utilisant ce raisonnement que le travail suivant calcule la dispersion entre les produits du champ de gravité et les modèles géophysiques utilisables pour corriger des signaux de surface. Avec cette estimation d'une borne inférieure de l'incertitude de nos produits, nous la comparons ensuite à l'amplitude des signaux attendus par des processus de la Terre interne pour discuter de leur potentielle observabilité.

#### Résumé :

Les mesures spatiales du champ de gravité ont été principalement utilisées pour étudier les variations temporelles des masses à la surface de la Terre et dans le manteau. Néanmoins, les variations de masse dues au noyau de la Terre pourraient être observables dans les variations du champ de gravité mesurées par les satellites [GRACE\(-FO\)](#). Les processus dynamiques du noyau terrestre déduits des mesures du champ géomagnétique sont caractérisés par des modèles



à grande échelle associés à de faibles degrés harmoniques sphériques des champs de potentiels. L'étude de ces processus nécessite l'utilisation de filtres spatiaux et temporels interannuels de grande taille. Pour accéder aux variations de gravité liées au noyau terrestre, les effets de surface doivent être corrigés, y compris la charge hydrologique, océanique ou atmosphérique (attraction newtonienne et redistribution de masse). Cependant, ces corrections pour les processus de surface ajoutent des erreurs aux estimations des variations résiduelles du champ de gravité entourant les signaux de la Terre profonde. Notre objectif étant d'évaluer la possibilité de détecter des signaux originaires du noyau présents dans les variations résiduelles du champ de gravité, il est nécessaire de quantifier l'incertitude associée aux produits du champ de gravité et aux modèles géophysiques utilisés pour minimiser les signatures des processus de surface. Ici, nous estimons la dispersion des produits **GRACE** à environ 0,34 cm d'**EWH**, soit 20% du signal total. L'incertitude pour les modèles hydrologiques est de l'ordre de 0,89 à 2,10 cm d'**EWH**. Nous fournissons des estimations des signaux du noyau terrestre dont les amplitudes sont comparées aux résidus et aux incertitudes du champ gravitationnel de **GRACE**. Les résultats présentés ici soulignent à quel point il est difficile d'obtenir de nouvelles informations sur la dynamique du noyau terrestre grâce à des données gravimétriques à haute résolution et à haute précision.

### **4.1.2 Uncertainty of low-degree space gravimetry observations : surface processes versus Earth's core signal**

# JGR Solid Earth



## RESEARCH ARTICLE

10.1029/2023JB026503

# Uncertainty of Low-Degree Space Gravimetry Observations: Surface Processes Versus Earth's Core Signal

Hugo Lecomte<sup>1</sup> , Séverine Rosat<sup>1</sup>, Mioara Mandaia<sup>2</sup>, Jean-Paul Boy<sup>1</sup> , and Julia Pfeffer<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université de Strasbourg, CNRS, EOST, ITES UMR7063, Strasbourg, France, <sup>2</sup>Centre National d'Etudes Spatiales, Paris, France, <sup>3</sup>Magellium, Ramonville Saint-Agne, France

### Key Points:

- Deep Earth's processes occur at large spatial and inter-annual temporal scales
- Time-lapse gravity satellite data are compared with geophysical models at scales of interest
- Large uncertainties on satellite data and geophysical models conceal the gravity signals originated from the Earth's core

### Supporting Information:

Supporting Information may be found in the online version of this article.

### Correspondence to:

H. Lecomte,  
hlecomte@unistra.fr

### Citation:

Lecomte, H., Rosat, S., Mandaia, M., Boy, J.-P., & Pfeffer, J. (2023). Uncertainty of low-degree space gravimetry observations: Surface processes versus Earth's core signal. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128, e2023JB026503. <https://doi.org/10.1029/2023JB026503>

Received 17 AUG 2022

Accepted 30 JUN 2023

### Author Contributions:

**Conceptualization:** Hugo Lecomte, Séverine Rosat, Mioara Mandaia  
**Data curation:** Jean-Paul Boy  
**Formal analysis:** Hugo Lecomte, Julia Pfeffer  
**Funding acquisition:** Séverine Rosat, Mioara Mandaia  
**Investigation:** Hugo Lecomte, Julia Pfeffer  
**Methodology:** Hugo Lecomte  
**Project Administration:** Séverine Rosat, Mioara Mandaia  
**Resources:** Jean-Paul Boy, Julia Pfeffer  
**Software:** Hugo Lecomte

**Abstract** Space gravity measurements have been mainly used to study the temporal mass variations at the Earth's surface and within the mantle. Nevertheless, mass variations due to the Earth's core might be observable in the gravity field variations as measured by Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) and GRACE Follow-On satellites. Earth's core dynamical processes inferred from geomagnetic field measurements are characterized by large-scale patterns associated with low spherical harmonic degrees of the potential fields. To study these processes, the use of large spatial and inter-annual temporal filters is needed. To access gravity variations related to the Earth's core, surface effects must be corrected, including hydrological, oceanic or atmospheric loading (Newtonian attraction and mass redistribution). However, these corrections for surface processes add errors to the estimates of the residual gravity field variations enclosing deep Earth's signals. As our goal is to evaluate the possibility to detect signals of core origin embedded in the residual gravity field variations, a quantification of the uncertainty associated with gravity field products and geophysical models used to minimize the surface process signatures is necessary. Here, we estimate the dispersion for GRACE solutions as about 0.34 cm of equivalent water height (EWH) or 20% of the total signal. Uncertainty for hydrological models is as large as 0.89–2.10 cm of EWH. We provide estimates of Earth's core signals whose amplitudes are compared with GRACE gravity field residuals and uncertainties. The results presented here underline how challenging is to get new information about the dynamics of the Earth's core via high-resolution, high-accuracy gravity data.

**Plain Language Summary** The motions of the Earth's fluid core are deduced from ground and satellite measurements of the geomagnetic field variations. Because the long-term variations of the Earth's gravity field might be correlated to the Earth's magnetic field, new information about the Earth's fluid core and its density changes could be accessed with gravimetry. The observation of the core processes must be done at very large spatial scales, in which case it is necessary to use gravity data from satellites. However, variations in the Earth's gravity field are also created by heterogeneous superficial sources such as ocean and atmospheric currents, variations in water storage, etc. To recover a signature of the Earth's fluid core, we need first to remove all other known effects of larger amplitudes from satellite observations of the gravity field. Our study compares models of gravity variations for different sources in order to estimate their uncertainty. Such uncertainties are discussed in view of the expected amplitudes of signals originated from the core.

## 1. Introduction

Gravity field variations measured by the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) and GRACE Follow-On (GRACE-FO) missions are sensitive to the redistribution of masses located above, at or below the Earth's surface (Chen et al., 2022). GRACE and GRACE-FO (referred to as GRACE) satellite data are used to estimate the Earth's mass variations from regional to global scales since 2002 (Tapley et al., 2004; Landerer et al., 2020). For example, GRACE satellite data became essential to monitor the evolution of terrestrial water storage (TWS), ice sheets, glaciers and sea level in a worldwide changing climate (Tapley et al., 2019). GRACE satellite data are, by nature, integrative, so that it may be difficult to separate the sources of change in the gravity field. Each process has a specific spatial and temporal signature that can go from global to local and from the secular to the sub-daily scales (Figure 1). We refer to certain surface processes with the term "loading" defined here as the Newtonian attraction and mass redistribution associated with elastic deformation. By approximate order of magnitude, the processes include in GRACE records are tidal effects from extraterrestrial bodies, post-glacial rebound (e.g., Purcell et al., 2011), hydrological (e.g., Rodell et al., 2018), atmospheric (e.g., Kusche & Schrama, 2005) and oceanic (e.g., Dobslaw et al., 2017)

© 2023 The Authors.

This is an open access article under the terms of the [Creative Commons Attribution-NonCommercial License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/), which permits use, distribution and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited and is not used for commercial purposes.

**Supervision:** Séverine Rosat, Mioara Manda  
**Validation:** Hugo Lecomte  
**Writing – original draft:** Hugo Lecomte  
**Writing – review & editing:** Hugo Lecomte, Séverine Rosat, Mioara Manda, Jean-Paul Boy, Julia Pfeffer

loading, water mass displacement across ocean, hydrosphere and cryosphere (e.g., Pfeffer, Cazenave, & Barnoud, 2022), pre-seismic (e.g., Bouih et al., 2022), co-seismic and post seismic (e.g., Deggim et al., 2021) mass re-distributions, sea level changes (e.g., Adhikari et al., 2019; Horwath et al., 2022; Peltier, 2009) and finally core processes.

In addition to its primary purposes, some new applications of the GRACE measurements were proposed to study the deep Earth's interior. Panet et al. (2018) gave an example of possible seismic precursor in the mantle before Tohoku earthquake in 2011; this kind of signature was also observed before the Maule-Chile event (Bouih et al., 2022). Other authors have proposed to improve the knowledge of the dynamical processes of the Earth's core. Dumberry (2010b) and Dumberry and Manda (2021) predicted a gravity perturbation generated by various core processes that might be observable on the low degrees of the gravity field. No signature of these perturbations has yet been observed in the gravity variations. However, Manda et al. (2012) showed a correlation between the variations of the geomagnetic field and the gravity field. Processes of dissolution and crystallization at the core-mantle boundary (CMB) were advocated to explain this correlation (Manda et al., 2015).

Established methods of seismic tomography, Earth's rotation, gravity and geomagnetic data analysis and geodynamic modeling constrain distributions of seismic velocity, density, electrical conductivity, and viscosity at depth, all depending on the internal structure of the Earth. Global Earth's interior models based on different observables often lead to rather different images. For example, the analysis of the time-variable magnetic field allows to focus on the dynamical features of the core field (Gillet et al., 2010, 2022). On the other hand, gaining information about the Earth's core from the analysis of the gravity field is difficult, because it requires to separate the different sources of signal with independent observations and/or models. In this context, gravimetry has the potential to bring new constraint about the density anomalies in the core and at its boundaries in a complimentary way to seismology (Koelemeijer, 2021).

One way to extract the Earth's core signal from gravity observations is to use independent information from models of shallower sources (i.e., water mass redistribution in the hydrosphere, ocean, atmosphere, cryosphere and solid Earth's processes associated with earthquakes and glacial isostatic adjustment (GIA)) to remove such larger amplitude contributions and to study the remaining signal. In this paper, we propose different models of post-glacial rebound, hydrological, atmospheric and oceanic mass redistribution for this purpose. The main objective of this work is to estimate the uncertainty associated with each category of models at large spatial scales over 1,200 km and inter-annual time scales to compare with the expected gravitational signature of some core processes. This estimation can not be done for the earthquakes and for the cryosphere because the existing models are not independent from GRACE observations (Adhikari et al., 2016; Deggim et al., 2021).

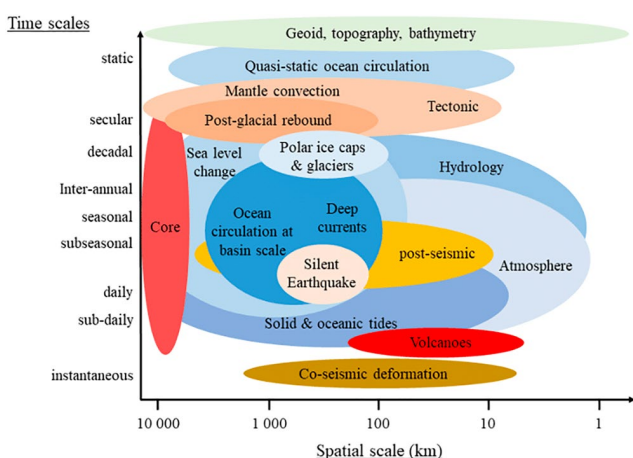
To our knowledge, there was no published study evaluating gravity field products and models at these scales. A first paper in this direction has assessed the accuracy of satellite laser ranging (SLR) and hydrological load-

ing products at inter-annual time-scales and for degree-2 as compared with surface deformation from global navigation satellite system (GNSS) (Rosat et al., 2021). They showed that the gravity and surface deformation signatures of inter-annual degree-2 pressure flows at the CMB are much lower than the observed uncertainties.

Here we focus on the gravitational signature induced by various core processes that are first presented (Section 2). We then present the spherical harmonics (SH) products and geophysical models used to estimate gravity variations (Section 3). A minimum threshold of uncertainty is provided for each category of products and models (Section 4). These uncertainties are finally discussed and compared with expected amplitudes of the presented core processes (Section 5).

## 2. Expected Gravitational Signals From the Earth's Core

Dynamical core processes disturb the time-varying gravity field through the direct Newtonian effect of mass anomalies in the fluid core. Dynamical core processes also have indirect effects, such as pressure changes at the CMB



**Figure 1.** Spatial and temporal scales of the physical processes causing mass variations in the Earth system adapted from Ilk et al. (2004).

induced by varying core flows or changes in the rotation vector of the solid Earth. Dumberry and Manda (2021) provided a review of the surface deformation and gravity variations induced by core dynamics, as well as a quantification of the expected amplitudes. In this part, we aim to provide a brief summary of these effects and an estimation of the amplitude in equivalent water height (EWH) at the temporal scales observable with GRACE.

### 2.1. Spherical Harmonics (SH) Representation

In the following, we note  $C_{l,m}$  and  $S_{l,m}$  the degree- $l$ , order- $m$  fully normalized Stokes coefficients of the SH representation of the Earth's gravitational potential. With  $\hat{C}_{l,m}$  and  $\hat{S}_{l,m}$  the unnormalized coefficients and  $\delta_{m,0}$  the Kronecker delta, the normalization is given by

$$C/S_{l,m} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{(2-\delta_{m,0})(2n+1)(n-m)!}} \hat{C}/\hat{S}_{l,m}, \quad (1)$$

where  $C/S_{l,m}$  is either  $C_{l,m}$  or  $S_{l,m}$ .

The amplitude of the Stokes coefficient can be represented as EWH. An EWH amplitude,  $\Delta\sigma(\lambda, \phi)$  is function of the longitude  $\lambda$  and the latitude  $\phi$  (Wahr et al., 1998):

$$\Delta\sigma(\lambda, \phi) = \frac{R\bar{\rho}}{3\rho_w} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \frac{2l+1}{1+k_l} [\Delta C_{l,m} \cos(m\lambda) + \Delta S_{l,m} \sin(m\lambda)] \bar{P}_l^m(\cos \phi), \quad (2)$$

where  $\bar{P}_l^m(\cos \phi)$  are the associated fully normalized Legendre polynomials ( $4\pi$  normalization).  $R$  is the Earth's radius ( $6.371 \times 10^6$  m),  $\bar{\rho}$  is the mean density of the Earth ( $5,515 \text{ kg.m}^{-3}$ ),  $\rho_w$  is the density of water ( $1,000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) and  $k_l$  is the load Love number of degree  $l$ .

### 2.2. Newtonian Effect of Mass Anomalies in the Fluid Core

Core flows create redistribution of density anomalies (Dumberry, 2010b). This first perturbation leads to an adjustment in the internal stress field. A secondary density perturbation is then created because of a global elastic deformation, due to this stress field.

A density perturbation,  $\Delta\rho(r, \lambda, \phi)$  is function of the radius  $r$ , the longitude  $\lambda$  and the latitude  $\phi$ . There is an expansion in SH for each radius  $r$  with the associated coefficients  $\rho_{l,m}^c(r)$  and  $\rho_{l,m}^s(r)$ :

$$\Delta\rho(r, \lambda, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l [\rho_{l,m}^c(r) \cos(m\lambda) + \rho_{l,m}^s(r) \sin(m\lambda)] \bar{P}_l^m(\cos \phi) \quad (3)$$

The gravity variation created by this density perturbation can be expressed as a SH coefficient variation of the gravity field,  $\Delta C_{l,m}$  or  $\Delta S_{l,m}$ , by integrating the density perturbation for each radius in the fluid core between the Inner Core Boundary (ICB) and the CMB (Dumberry, 2010b).

$$\Delta C/S_{l,m} = \frac{4\pi}{2l+1} \frac{1}{MR^l} \int_{r_{ICB}}^{r_{CMB}} \rho_{l,m}^{c/s}(r) [1 + \kappa_l(r)] r^{l+2} dr, \quad (4)$$

where  $M$  corresponds to the mass of the Earth ( $5.972 \times 10^{24}$  kg) and  $\kappa_l(r)$  characterize the additional contribution due to global elastic deformation at degree  $l$  and radius  $r$ .  $\kappa_l(r)$  values comes from Dumberry (2010b) and for degree  $l > 2$ , they fall within the range of approximately 0.2 and  $-0.2$ .

To have an order of amplitude of the gravitational effect created by density anomalies, we can take upper bound values for the density variations. The amplitude of density variations within the Earth's core increases with the time scale of the analysis. This is because longer time scales allow for the observation of larger and more gradual changes in the density of the core, such as those caused by large-scale convection patterns (Dehant et al., 2022). At decadal and inter-annual time scales (maximal time-length achievable, yet, with GRACE observations), the upper bound of the density variation is  $\Delta\rho = 1 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-3}$  (Dumberry & Manda, 2021). For an annual period, this amplitude is smaller by one order of magnitude.

Supposing as an upper bound a variation with an amplitude of  $\Delta\rho = 1 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-3}$  at each radius of the fluid core, we compute the effect for degree  $l = 2, 6$  and  $10$ . At inter-annual and decadal time scales, this gives

respective Stokes coefficient variations of  $2 \times 10^{-11}$ ,  $1 \times 10^{-13}$ , and  $4 \times 10^{-15}$ . These values can be estimated in cm EWH and for degree 2, 6 and 10, we respectively obtain as upper-bound values 0.1, 0.006 and 0.0005 cm EWH, over a decadal period.

### 2.3. Pressure Flows Effect

Besides the direct Newtonian effect, core flows create a tension on the CMB. This tension results in elastic deformations of the boundary and therefore, density perturbation (Dumberry, 2010b; Dumberry & Bloxham, 2004a). The same process occurs at the ICB.

In the same way as for density perturbation, we can describe the pressure anomalies  $\Delta p(\lambda, \phi)$  with an expansion in SH at the CMB with the associated coefficients  $p_{l,m}^c$  and  $p_{l,m}^s$ :

$$\Delta p(\lambda, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l [p_{l,m}^c \cos(m\lambda) + p_{l,m}^s \sin(m\lambda)] \bar{P}_l^m(\cos \phi) \quad (5)$$

The gravity variations created by these pressure anomalies can be expressed as a SH coefficient variation of the gravity field  $\Delta C_{l,m}$  or  $\Delta S_{l,m}$  (Dumberry, 2010b):

$$\Delta C/S_{l,m} = \bar{k}_l \frac{R}{GM\bar{\rho}} p_{l,m}^{c/s}, \quad (6)$$

where  $G$  is the gravitational constant ( $6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ) and  $\bar{k}_l$  are potential Love numbers corresponding to degree  $l$ . For degree 2, 6 and 10,  $\bar{k}_l$  values are respectively  $1.116 \times 10^{-1}$ ,  $1.957 \times 10^{-3}$  and  $9.856 \times 10^{-5}$  (Dumberry & Manda, 2021).

To have an order of amplitude of the gravitational effect created by pressure anomalies, we can use typical pressure variations. As for the density, the pressure amplitude is dependent on the period. As the time scale of the analysis increases, the amplitude of the pressure variations also increases (Gillet et al., 2020). At decadal and inter-annual time scales, the typical pressure variations at the CMB should be  $\Delta p = 100 \text{ Pa}$  (Dumberry & Manda, 2021). For annual period, this amplitude is one order of magnitude smaller.

Supposing as an upper bound a variation with an amplitude of  $\Delta p = 100 \text{ Pa}$  at the CMB, we compute the effect for degree  $l = 2, 6$  and  $10$ . At inter-annual and decadal time scales, this gives Stokes coefficient variations of  $3 \times 10^{-11}$ ,  $6 \times 10^{-13}$ , and  $3 \times 10^{-14}$  and corresponding EWH of 0.5, 0.04, and 0.004 cm EWH, over a decadal period.

### 2.4. Specific Effects on Degree 2 of the Gravity Field

We have previously discussed two mechanisms responsible for generating mass variations at different length scales. However, there are processes like alteration of the rotation vector and inner core reorientation that also lead to degree 2 variations.

#### 2.4.1. Rotation Effects of the Core

Core dynamics can cause variations in the gravitational field through the alteration of the rotation vector of the solid Earth. For example, the exchange of angular momentum between the core and mantle produces changes in the angular velocity of the Earth, also expressed as Length of Day (LOD) variations. Pressure flows are responsible for decadal LOD variations (Jault & Finlay, 2015). Because Earth's angular momentum must be conserved, a change in the Earth's oblateness ( $J_2 = -\sqrt{5}C_{2,0}$ ) is associated with a change in rotation. A 50 Pa change in  $p_{2,0}$  at decadal periods result in  $J_2 \approx 8 \times 10^{-12}$  (Gillet et al., 2020). This corresponds to  $C_{2,0} \approx 4 \times 10^{-12}$  and 0.06 cm EWH.

A similar computation for the inner core rotation creates a variation of  $C_{2,0}$  term that is five orders of magnitude lower (Dumberry & Bloxham, 2004b). It can then be ignored.

**Table 1**  
Decadal Amplitude of Mass Variations Due To Core Processes at Different Degree in cm Equivalent Water Height

Gravitational effect	EWH (cm)		
	Degree 2	Degree 6	Degree 10
Amplitude observed by GRACE	5	20	15
Density anomalies	0.1	0.006	0.0005
CMB pressure anomalies	0.5	0.04	0.004
Inner core rotation	0.2	X	X

### 2.4.2. Inner Core Reorientation

The inner core is supposed to have a topography at degree 2 and order 2,  $h_{2,2}$ . When the inner core is tilted by an angle  $\alpha$ , it creates a variation on the coefficient  $S_{2,2}$ . This variation can be approximated by:

$$\Delta S_{2,2} \approx 10^{-10} h_{2,2} \alpha \quad (7)$$

under the hypothesis of a non-convecting inner core and with a density almost uniform at hydrostatic equilibrium (Dumberry, 2010a).

Dumberry and Manda (2021) estimated the amplitude of the inner core reorientation supposing  $\alpha = 0.4^\circ$  and  $h_{2,2} = 18$  m on decadal time period. It gives  $\Delta S_{2,2} = 10^{-11}$  and 0.2 cm EWH.

### 2.5. Summary of the Gravitational Signals From the Earth's Core

Table 1 presents the amplitude of mass variations due to various core processes at different degree in EWH. The amplitude observed by GRACE is at least one order of magnitude larger than the predicted effects. Density anomalies have the lowest amplitude at degree 2 (0.1 cm EWH) and strongly decrease as the degree increases. These results suggest that mass variations due to core processes are most prominent at small degrees, and strongly decrease at higher degrees.

This observation is consistent with Rosat et al. (2021), which reports that at spherical harmonic degree 2, the contribution of core processes to gravity variations and ground deformations is approximately 10 times smaller than the observed fluctuations caused by dynamical processes within the fluid layers at the Earth's surface.

This section points out that the study of the Earth's core through gravity field variations can, yet, only be done at large spatial scales and inter-annual/decadal time scales. Consequently, identifying signals of core origin poses a significant challenge and requires the accurate removal of all surface effects that are larger (Figure 2).

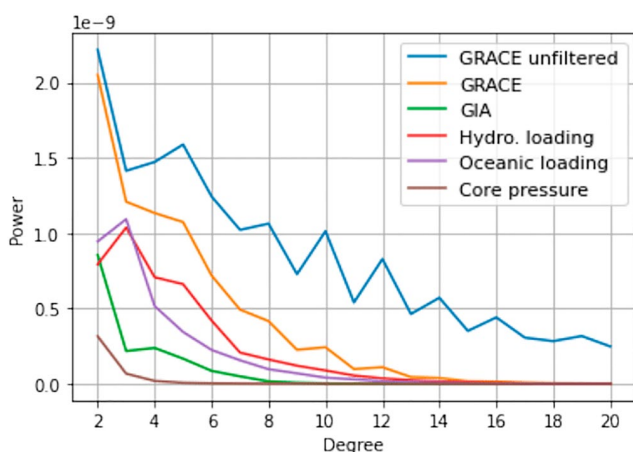
## 3. Data Presentation

Solutions for the time-variable gravity field are obtained using GRACE measurements with SLR measurements for low degrees. Geophysical models representing hydrological, oceanic and glacial isostatic adjustment (GIA) processes are obtained from independent models and not from GRACE inputs. These surface signals have more power in SH representation than the theoretical signal from Earth's core pressure anomalies (Figure 2) and other Earth's interior signals after spatial and temporal filtering as detailed in the following.

### 3.1. Mathematical Approach

Models and solutions are provided in either SH or grid representation (Swenson & Wahr, 2002). Since we are interested in large spatial scales, we primarily use SH processing and representation. We only use the grid format to represent our results in a geographically interpretable way.

To study hypothetical gravity variations originating from the Earth's core, we filter the products and models considered in this study at appropriate spatial and temporal scales (Section 2.5). The spatial filtering is done with a Gaussian filter (Jekeli, 1981) of radius 1,200 km to access large spatial scales and avoid Gibbs aliasing. We do not use the usual isotropic spatial filter (Kusche, 2007) that allows to recover high resolution signals. Post-filtered SH are increasingly reduced to degree 12 because of the Gaussian filter



**Figure 2.** Power of spherical harmonics degree with a Gaussian spatial filtering of radius 1,200 km up to degree 20 (detailed in Section 3.1). Shown for GRACE (COST-G) unfiltered and with filtering, a glacial isostatic adjustment model (ICE-6G\_D), a hydrological loading model (ISBA-CTRIP), an oceanic loading model (MPIOM) and synthetic effect of the core pressure with  $\Delta p = 100$  Pa. All the solutions are presented in this Section 3.

**Table 2**  
Characteristics of the GRACE Gravity-Field Models

Model	Mean gravity field model	Ocean tides	Atmospheric mass variations	Oceanic non-tidal mass variations	Data sources	References
CSR RL06	GGM05C	GOT4.8	AOD1B RL06 GAA	AOD1B RL06 GAB	<a href="https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/">https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/</a>	CSR RL6.0 (2018)
GFZ RL06	GGM05C	FES2014b	AOD1B RL06 GAA	AOD1B RL06 GAB	<a href="https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/">https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/</a>	Dahle et al. (2019)
JPL RL06	EIGEN-6C4	FES2014	AOD1B RL06 GAA	AOD1B RL06 GAB	<a href="https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/">https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/</a>	JPL RL6.0 (2018)
ITSG-Grace2018	ITSG-GraceGoce2017	FES2014b + GRACE estimates	AOD1B RL06 GAA and LSDM for sub-monthly hydrology de-aliasing	AOD1B RL06 GAB	<a href="https://icgem.gfz-potsdam.de/">https://icgem.gfz-potsdam.de/</a>	Mayer-Gürr et al. (2018)
CNES RL05	EIGEN-GRGS RL04.MEAN-FIELD	FES2014b	3-D ECMWF ERA-Interim + AOD1B RL06 GAA	TUGO + AOD1B RL06 GAB	<a href="https://grace.obs-mip.fr/">https://grace.obs-mip.fr/</a>	Lemoine et al. (2019)
COST-G RL01					<a href="https://icgem.gfz-potsdam.de/">https://icgem.gfz-potsdam.de/</a>	Meyer et al. (2020)

(Figure 2). The temporal filtering is done with a Butterworth low-pass filter with a cut-off period at 2 years. This removes high-amplitude signals with annual and semi-annual periods in the products and models.

### 3.2. GRACE

GRACE gravity-field SH solutions are distributed by several analysis centers, providing GRACE Satellite-only Model (GSM) coefficients of the geopotential (Bettadpur, 2018). In this study, we considered six GSM solutions (see Section 2 for details) from the three Science Data System centers (Center for Space Research (CSR) (CSR RL6.0, 2018), German Research Centre for Geosciences (GFZ) (Dahle et al., 2019), and Jet Propulsion Laboratory (JPL) (JPL RL6.0, 2018)) and three non-official centers (International Combination Service for Time-variable Gravity Fields (COST-G) (Meyer et al., 2020), Institute of Geodesy at Graz University of Technology (IFG-TU GRAZ) (Mayer-Gürr et al., 2018) and Centre national d'études spatiales (CNES) (Lemoine et al., 2019)). GRAZ and CNES centers propose different approaches: sub-monthly hydrological de-aliasing for GRAZ, addition of SLR inputs for low degree determination for CNES. COST-G is a combination of the solutions from the other 5 centers used in this paper with the addition of Astronomical Institute University Bern solution. Detailed information about considered solutions are given in Table 2.

The 6 GRACE solutions considered in this study have a quasi-monthly time resolution. Time series span from the start of the GRACE mission, April 2002, to April 2021. There is a gap of one year between mid-2017 and mid-2018 between the GRACE and the GRACE-FO missions. As we are interested in the low degrees of the gravity field variations, we use only SH models and not MASCON products. SH solutions are global whereas MASCON products are designed to access higher spatial resolution with pre-established grid that are an a priori of the mass distribution (Scanlon et al., 2016). Others institutes propose GRACE solutions, but they are not considered here.

The  $C_{2,0}$  estimation with GRACE data is affected by a disturbing 161-day periodic signal (Chen et al., 2005; Cheng & Ries, 2017) without a consensual explanation for this issue. It has then become a standard to replace the GRACE determination of  $C_{2,0}$  by the SLR one. We use the Technical notes TN14 solution based on SLR data and recommended in Loomis et al. (2019a). The GRACE  $C_{3,0}$  is also poorly observed when the satellites pair is operating without two fully functional accelerometers (Loomis et al., 2020). The TN14 solution also provides a  $C_{3,0}$  estimation that we include after October 2016 (GRACE month > 178). These two problematic estimations are suspected to also affect other coefficients such as  $C_{4,0}$ ,  $C_{5,0}$ , and  $C_{6,0}$  (Cheng & Ries, 2017; Sošnica et al., 2015; Loomis et al., 2020). However, the quality of these GRACE coefficients is comparable with the quality of the SLR coefficient estimation (Cheng & Ries, 2017; Velicogna et al., 2020). It seems then not relevant to replace these coefficients. Dahle et al. (2019) suggested to have a special attention to  $C_{2,1}$  and  $S_{2,1}$  coefficients that contain an anomaly correlated with a failure of the accelerometers. We choose to replace these two coefficients with the SLR solution from Cheng et al. (2011) after October 2016. These replacements are not included in the CNES solution because it already includes SLR data at low degrees. Geocenter coefficients  $C_{1,0}$ ,  $C_{1,1}$ , and  $S_{1,1}$  are not included in our data and are set to 0 for the CNES solution where they come from SLR.

Previous studies provided estimates of the uncertainty of GRACE products from different centers, but not at large spatial and inter-annual time scales. For example, Kvas et al. (2019) compared the GRAZ solution with those from CSR, GFZ and JPL in terms of temporal Root Mean Square (RMS) over a grid, quiet RMS time series and 161-day signal. Wang et al. (2021) and Dobsław et al. (2020) compared the estimations of global mean ocean mass and mean barystatic sea level with solutions from different centers. Blazquez et al. (2018) compared the trends of the global water budget components from 5 GRACE centers. It also estimated the uncertainties associated with the processing parameters, namely, the

**Table 3**  
*Characteristics of the Hydrological Models*

Acronym	Precipitation model	Sampling period	Space resolution
ERA5	Simultaneously generate	1 hr	0.25°
GLDAS	GPCP	3 hr	0.25°
ISBA	GPCC	3 hr	1°
WGHM	GPCC	Monthly average	0.5°
LSDM	ECMWF	Daily	1°

geocenter motions,  $C_{2,0}$ , filtering, leakage and GIA. Another estimation of the GRACE products uncertainty can be given by the RMS value over ocean but it has not been proposed, yet, for inter-annual time scales (Chen et al., 2021). It is also worth noting that MASCON products can be useful in error assessment (Loomis, Luthcke, & Sabaka, 2019). In the following, we compare GIA, hydrology and non-tidal oceanic models.

### 3.3. Glacial Isostatic Adjustment (GIA)

The GIA signal induces linear trends in the gravity field variations. Effects of the post-glacial rebound are apparent in Antarctica, Northern America and Scandinavia. This signal rectification uses GIA models based on global ice-loading history and mantle viscosity. We do not consider regional GIA models since they would give spurious estimates of the GIA signal out of the specific regions for which they have been designed (Whitehouse et al., 2012). Present-day ice melting is not taken into account in the post-glacial rebound models, it hence constitutes another source of uncertainty.

We compare three different global GIA models, namely, A13 (Geruo et al., 2013), ICE-6G\_D (VM5a) (Peltier et al., 2015, 2018), and Caron18 (Caron et al., 2018).

A13 is based on the ICE5G ice-loading history model (Peltier, 2004) and on the multilayered viscosity profile VM2 (Peltier, 2004). A13 is computed via a 3-D finite element method that creates a 3-D viscosity structure. ICE-6G\_D (VM5a) uses an update of ICE5G ice-load history with the addition of GNSS vertical rates constraints and Antarctica ice height change data (Argus et al., 2014). ICE-6G\_D (VM5a) includes a more recent viscosity profile VM5a. Caron18 represents the mean of an ensemble of 128,000 forward models calculated in a Bayesian framework. For each run model, the viscosity structure and the scaling coefficients for the ice-load history of the Australian National University model (Lambeck et al., 2010, 2014) vary. As a result, some of the models included may not fit the uplift rate measured by GNSS. The final Caron18 GIA is a weighting of each model inferred by the probabilistic information and contains an estimate of the uncertainty from the dispersion between the models.

Comparisons between these three GIA models already exist, mainly with regard to the uplift rates as measured by GNSS and the viscosity profiles. Argus et al. (2014) and Peltier et al. (2015) compare ICE-6G\_D with A13 respectively on Antarctica and North America. Caron et al. (2018) and Argus et al. (2021) compare ICE-6G\_D with Caron18 on North America. It is worth noting that the closest model to the measured GNSS uplift rate is ICE-6G\_D.

Global GIA models are not associated with any uncertainty except for Caron18 and studies rarely discuss that point (Caron et al., 2018; Melini & Spada, 2019; Peltier et al., 2022). Li et al. (2020) also discussed the uncertainty associated of ICE-6G\_D (VM5a) in North America. A way of estimating the impact of the uncertainty of those models is by comparing some of them for a specific application. Śliwińska et al. (2021) used two different GIA models to estimate polar motion while Blazquez et al. (2018) compared three GIA models for the determination of global ocean mass change and sea level budget. In the case of regional applications, Kappelsberger et al. (2021) compared three global and two regional models with the uplift estimation from GNSS on the north-east of Greenland. However, to the best of our knowledge, there is no comparative study of GIA models based on the SH approach that was published, and more specifically, on low SH degrees.

### 3.4. Hydrology

We compare five global hydrological models, namely the Global Land Data Assimilation System Noah 2.1 (GLDAS) (Rodell et al., 2004), ERA5 (Hersbach et al., 2020), WaterGAP Global Hydrology Model version 2.2d (WGHM) (Döll et al., 2003), Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère CNRM version of TRIP (ISBA-CTRIP, further referred to as ISBA) (Decharme et al., 2019) and Hydrological Land Surface Discharge Model (LSDM) (Dill, 2008). Hydrological models contain mainly annual and semi-annual signals. With the temporal and spatial filtering to access the core-like scales, the residuals studied are small compared to the original signals. For example, the RMS value of ISBA over continent is 3.64 cm in EWH and 1.47 cm EWH after temporal filtering. These residuals contain climatic modes like El Niño-Southern Oscillation.



**Table 4**  
*Characteristics of the Ocean Models*

Acronym	Sampling period	Spatial resolution	Inverted barometer
OMCT	90 min	1°	No
MPIOM	20 min	1°	Yes
T-UGOm	3 hr	Unstructured grid	No

The five hydrological models considered (see Table 3) solve the vertical water mass balance but only three of them also solve the lateral fluxes. The water mass balance is expressed as the TWS anomaly.

For GLDAS, the permanently ice-covered areas have been masked out. GLDAS has a spatial resolution of 0.25° per 0.25° and a temporal resolution of 3 hr. ERA5 has the same temporal and spatial resolutions. ERA5 is the new global model from Copernicus Climate Change Service that replaces the ERA-Interim reanalysis (Dee et al., 2011). GLDAS uses Global Precipitation Climatology Project (GPCP) V1.3 Daily Analysis (Adler et al., 2003) as

precipitation model. GPCP is a family of precipitation models based on in situ raingauge data to estimate monthly precipitation. For GLDAS and ERA5, gravitational potential changes induced by hydrological mass redistribution and loading (Newtonian attraction and mass redistribution associated with elastic deformation) are computed as detailed in Petrov and Boy (2004) and Gégout et al. (2010).

WGHM, ISBA, and LSDM are also supplemented with lateral fluxes solving. We use the variant IRR100 of WGHM forced with Global Precipitation Climatology Centre (GPCC) monthly V7.0 precipitation (Schneider et al., 2016). The output of the WGHM that we use in this study was already at a monthly averaged temporal scale and the spatial resolution is 0.5°. ISBA-CTRIP is the combination of a water balance model (ISBA) with a runoff model (CTRIP). ISBA has a temporal resolution of 3 hr and a spatial resolution of 1° and it also uses GPCC V6 as a precipitation model. LSDM has a daily temporal frequency and a spatial resolution of 1°. LSDM has been designed for large spatial scale geodetic applications such as the study of Earth's polar motion (Dill et al., 2010; Jin et al., 2012). Among the three models, only WGHM includes human-induced effects of freshwater resources. This contribution is extremely important when accounting for the contribution of freshwater fluxes to the global ocean (Schmied et al., 2020).

Each models has been resampled to a monthly time scale with an average over the month. The time coverage of comparison goes from 2002 to the end of 2016, this corresponds to the end of the WGHM model provided to us.

Previous studies compared hydrological models with GRACE gravity field variations but not with this diversity of models and not at these inter-annual and large spatial scales (Jin & Feng, 2013; Lenczuk et al., 2020; Liu et al., 2019). At inter-annual and decadal scales, hydrological models compared with GRACE solution are underestimating the hydrological signal on river basins and regarding climate modes (Pfeffer, Cazenave, & Barnoud, 2022; Pfeffer, Cazenave, Blazquez, et al., 2022; Scanlon et al., 2018).

### 3.5. Non-Tidal Oceanic

We compare three oceanic loading models, namely Ocean Model for Circulation and Tides (OMCT) (Dobslaw et al., 2013), Max-Planck-Institute for Meteorology Ocean Model (MPIOM) (Jungclaus et al., 2013) and Toulouse Unstructured Grid Ocean model (T-UGOm) (Carrere & Lyard, 2003). These models are used in GRACE solutions to correct for oceanic loading effects. For official centers, these models correspond to the GAB solution that contains the contribution of the dynamic ocean to ocean bottom pressure. OMCT has been used by official GRACE centers between Releases 1 and 5. MPIOM is used for the Release 6. T-UGOm is used by the CNES for the correction of the GRACE data (and not for GRACE-FO).

OMCT and MPIOM are baroclinic ocean models with a spatial resolution of 1°. They are adjustments from another model, the climatological Hamburg Ocean Primitive Equation model. They are forced by external information from the operational analyses of the European Centre for Medium-Range Weather Forecast (ECMWF). They compute water elevations, three-dimensional horizontal velocities, potential temperature and salinity. Both MPIOM and OMCT are forced by surface winds, pressure, atmospheric freshwater fluxes and surface temperature. MPIOM is using river runoff, sea-ice and corrects for the inverted barometer response of the oceans as opposed to OMCT. The T-UGOm barotropic ocean model is based on an unstructured grid with a higher resolution on coastal area. It does not represent variations of temperature and salinity but only displacement of the barotropic fluid. T-UGOm is using wind and atmospheric pressure forcing from ERA-interim and does not correct the inverted barometer response. Temporal and spatial resolutions of each model are detailed in Table 4.

To compare these three models we cannot use the GAB solutions from GRACE releases because of the difference in the correction of the inverted barometer effect. The GAB solution for AOD1B RL06 with MPIOM uses the correction of the inverted barometer effect. It implies that the AOD1B RL06 GAA solution, which corresponds to

**Table 5**  
*Root Mean Square (RMS) Differences in cm Equivalent Water Height Between Different GRACE Solutions and RMS Value of Each Model After Spatial and Temporal Filtering*

	JPL	GFZ	GRAZ	CNES	COST-G	RMS
CSR	0.17	0.35	0.32	0.45	0.16	1.82
JPL		0.32	0.31	0.45	0.16	1.81
GFZ			0.45	0.53	0.30	1.82
GRAZ				0.45	0.27	1.87
CNES					0.42	1.86
COST-G						1.81

*Note.* Small values are highlighted in yellow and large values in blue.

the atmospheric loading effect, is equal to a constant value over oceanic area. For OMCT and T-UGOm, the GAB solution contains the inverted barometer effect and the GAA solution does not contain the inverted barometer effect. Regarding this, we compare the GAC solutions which are in fact the sum of the GAB (ocean loading) and the GAA (atmospheric loading) solutions over the ocean. This sum over oceanic areas corresponds to the oceanic bottom pressure and is given by the GAD solution in GRACE releases. To compare these oceanic loading models, the best way is to use the related GAD solutions.

Previous studies compared these models but at sub-monthly time scales (Bonin & Save, 2019; Dobsław et al., 2016). To our knowledge, there are no comparative studies of ocean loading models on inter-annual and decadal temporal scales. Schindelegger et al. (2021) also compared some other oceanic models with MPIOM at sub-monthly time scales. We did not include these other models because some are in-house products and other are GRACE-dependent.

#### 4. Comparison of Gravity Field Solutions and Models

In our approach, we cannot directly estimate the accuracy of solutions and models. We use an ensemble approach where the dispersion between solutions and models provides an estimate of the uncertainty. This estimate is a first lower bound that does not take into account any bias. This approach is similar to Blazquez et al. (2018) or Marti et al. (2022).

Comparisons between solutions and models are quantified as the RMS difference between both objects weighted by latitude. In order to compute the weighted RMS, solutions and models are projected on a grid of  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$  degree and we compute the difference between the grids.

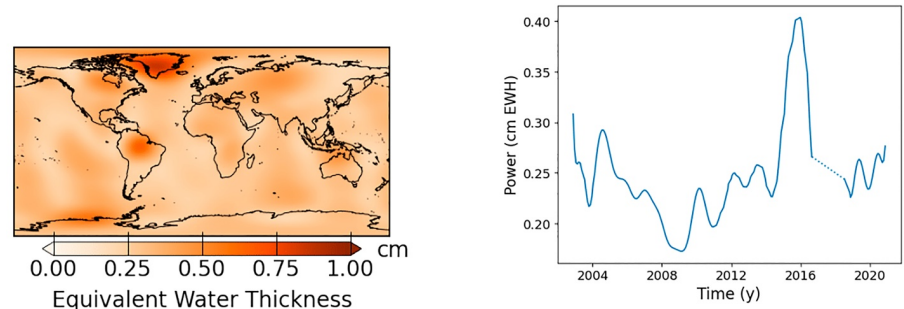
All the presented comparisons between GRACE solutions and between geophysical models in the Section 4.1 are provided after spatial and temporal filtering. This filtering allows providing a lower bound of the uncertainty between products of the same family at core-like scales.

##### 4.1. Differences Between GRACE Solutions

###### 4.1.1. GRACE Analysis Centers

Comparison between GRACE solutions requires to minimize side effects due to the temporal filtering. We hence remove the first and last 3 months of the solutions.

Table 5 contains the RMS differences in cm EWH between the spatially and temporally filtered GRACE solutions from the different analysis centers (compared in this study). For reference, the RMS value of the CSR solution is 1.82 cm EWH. The first group, CSR, JPL, and COST-G solutions, is the most similar with an RMS difference of 0.16–0.17 cm EWH or 9% of the original RMS value for one solution. There is an increase of the difference to 0.22 cm EWH in 2016 at the end of GRACE lifespan corresponding to the accelerometer failure of one of the two satellites. Then comes a second group with GFZ and GRAZ which have an RMS difference of 0.3 cm EWH with the first group or 17% of the original RMS value for one solution. But the difference of these two solutions with the first group is different according to the considered epoch. GFZ has a peak going up to 0.7 cm EWH at the end of the GRACE lifespan. For GRAZ, in this temporal period, the difference goes up to 0.5 cm EWH but then it goes to 0.7 cm EWH at the end of the GRACE-FO time series. For the GFZ, the spatial distribution of differences corresponds to a global noise without any specific pattern. But for the GRAZ solutions, differences are located in areas of large signals, in the Amazon basin and Greenland. The CNES solution has a RMS difference of 0.45 cm EWH (25% of the original RMS value) with respect to other solutions with a temporal difference of 1 cm EWH at the beginning of the GRACE mission and at the end of the GRACE life span. The spatial localization of these differences are located in areas of strong hydrological signal like the Amazon basin and India. Figures to illustrate these analyses are available in Appendix A in Supporting Information S1. To continue the analysis of the differences between the GRACE solutions, it is important to consider the average of the RMS differences between all the solutions over time and in different spatial areas (Figure 3). The highest values over Greenland, Antarctica and Amazonia correspond



(a) Average of RMS differences in cm EWH spatially represented

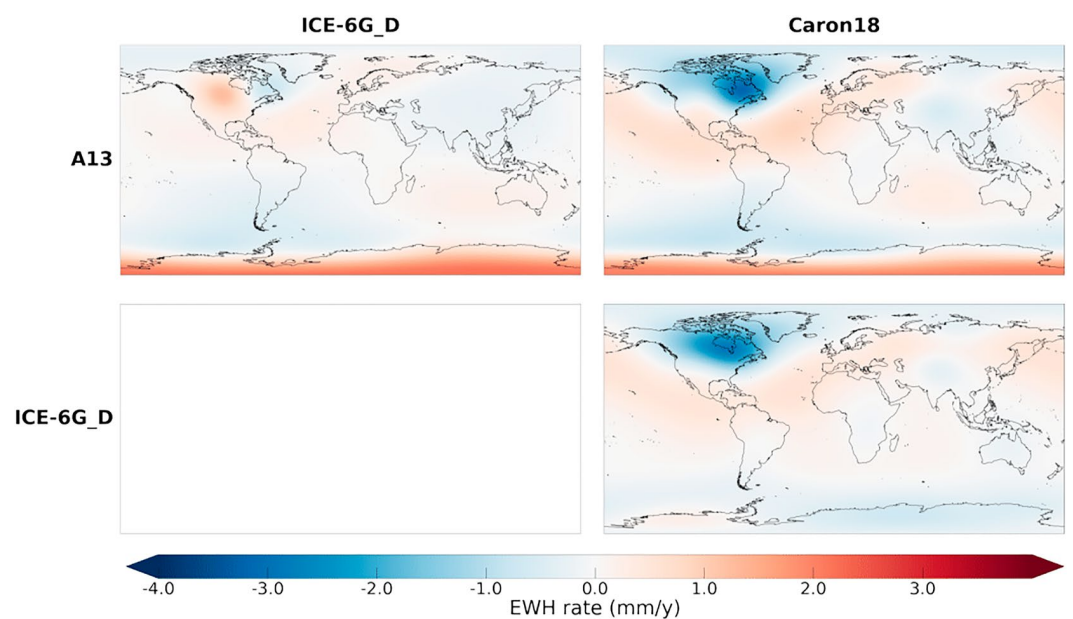
(b) Average of RMS differences in cm EWH represented trough time, the year between GRACE and GRACE-FO is represented by the dotted line

**Figure 3.** Average of Root Mean Square differences between all the solutions (compared in this study) in cm equivalent water height after spatial and temporal filtering. Small values are highlighted in yellow and large values in blue.

spatially to areas with strong inter-annual signals. Thus, the stronger the signal, the larger the differences between the solutions. For the temporal variations of the RMS differences between solutions, the difference are nearly twice as large at the end of the GRACE mission (before the dotted line that represents the gap). The degradation of the quality of GRACE solutions is well known and has already been documented (Dahle et al., 2019; Kvas et al., 2019). This degradation is due to the failure of the accelerometer after November 2016 and is smoothed trough time in Figure 3b because of the temporal filtering. Otherwise, the RMS values over time are about 0.25 cm in EWH.

#### 4.1.2. GIA Models

Figure 4 represents the difference in rate of EWH in mm per year between the models with a spatial resolution of 2,400 km after a truncation at degree 60 and the application of a Gaussian filter. In Appendix B in Supporting Information S1, the same figure without spatial filtering is available. The models are similar in Scandinavia. The Caron18 model differs from the others in North America and the A13 model differs from the others in Antarctica. These two statements correspond to previous observations (Argus et al., 2014, 2021). There are small differences between A13 and the ICE-6G\_D model in North America ( $\pm 1$  mm/y in EWH) compared to those in Antarctica ( $\pm 3$  mm/y). Peltier et al. (2015) pointed out a larger difference on the western and eastern sides of Hudson Bay in Canada that we recovered without the spatial filtering (Appendix B in Supporting Information S1). However,



**Figure 4.** Difference between glacial isostatic adjustment models spatially filtered in equivalent water height rate (mm/y).

**Table 6**  
Root Mean Square (RMS) Difference in cm Equivalent Water Height Between Hydrological Models and RMS Value of Each Model After Spatial and Temporal Filtering Over the Continents

	GLDAS	ISBA	WGHM	LSDM	RMS
ERA5	0.89	0.89	1.36	1.50	0.91
GLDAS		0.89	1.20	1.74	1.26
ISBA			1.13	1.56	1.00
WGHM				2.10	1.36
LSDM					1.66

Note. Small values are highlighted in yellow and large values in blue.

in Figure 4, the spatial filtering reduces these differences, one being negative and the other positive, they counterbalance each other.

In North America, the disagreement between models goes up to 6 mm in EWH per year. In Antarctica, the differences between models are up to 10 mm in EWH per year. These differences in velocity are currently accumulated over 20 years and at the time of publication of this article, they lead to a potential error of 12 cm in EWH per year over North America and of 20 cm in EWH per year over Antarctica.

#### 4.1.3. Hydrological Models

Table 6 contains the RMS differences in cm EWH between spatially and temporally filtered hydrological loading models over continents without Greenland and Antarctica. The RMS difference ranges from 0.89 to 2.10 cm EWH or 100%–155% of the original RMS value for one model. For example, the RMS values of ISBA and LSDM are respectively 1.00 and 1.66 cm EWH.

Because hydrological models take into account different processes, they yield very different TWS anomalies, leading to large differences in the predicted gravity variations at large spatial and temporal scales. At inter-annual and large spatial scales, ERA5, GLDAS, and ISBA display relatively similar signals (Figure 5a). Probably because it takes into account anthropogenic use of freshwater, WGHM exhibits larger differences, with larger TWS changes at inter-annual signals located in India and in the northern hemisphere than the other models (Figure 5c).

LSDM shows the largest difference with other models. It has a very strong signal over the Nile area in North Africa (Figure 5b). The difference between LSDM and other hydrological models like GLDAS has been documented and explained by the particular river channels redistribution of water (Dill & Dobsław, 2013; Dill et al., 2018).

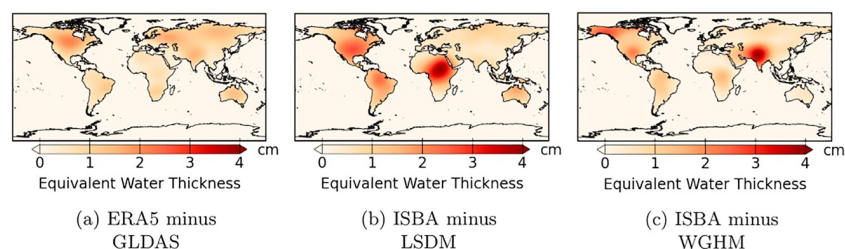
The same analysis has been done on hydrological loading model without spatial filtering in Appendix C in Supporting Information S1.

The quality of hydrological loading models is uneven. To evaluate this quality we look at the percentage of RMS explained by the models in the variation of the gravity field. We compare, over the continents, the RMS of the GRACE time series (COST-G) with the RMS of GRACE minus a hydrological model. The variation of the RMS value gives the percentage of RMS explained by the model in the GRACE time series (Table 7) over non-glaciated continents (Greenland and Antarctica are not included).

At inter-annual and large spatial scales, ISBA and WGHM reduce the variance of GRACE solutions by more than 20%. According to this criteria they have the best quality among the five models considered. ERA5 and GLDAS are close to 0% and LSDM is negative with –16%. It does not modelize gravity field variations in GRACE time-series and contains other signals. Global hydrological models struggle to explain GRACE data, likely due to inaccurate meteorological forcing, unresolved groundwater processes, anthropogenic influences, changing vegetation cover, limited calibration and validation datasets (Pfeffer, Cazenave, Blazquez, et al., 2022).

#### 4.1.4. Non-Tidal Oceanic Models

Table 8 contains the RMS differences in cm EWH between spatially and temporally filtered oceanic and atmospheric loading products over the oceans. The RMS difference ranges from 0.33 to 0.45 cm EWH between models



**Figure 5.** Maps of Root Mean Square difference between hydrological models over the continents after spatial and temporal filtering.

**Table 7**  
Percentage of Root Mean Square Explained by Hydrological Models in the GRACE Time Series at Inter-Annual Scales With a Spatial Filtering Over Non-Glaciated Continents

	ERA5	GLDAS	ISBA	WGHM	LSDM
Percentage (%)	7	0	24	21	−16

or 79%–107% of the original RMS value for one model. For comparison, the RMS value for OMCT is 0.42 cm EWH. Because oceanic loading models come from different climate and fluid mechanics models, they have a very different spatial and temporal content, leading to large differences. Differences are mostly located in Arctic and Antarctic areas, coastal regions and in the Antarctic Circumpolar Current area (Figure 6). OMCT has more signal in the Arctic while MPIOM and T-UGOm have more signal near Antarctica in the Ross Sea (Figure 6). There is another difference between these models: they are monthly products with potential missing days each month. These

missing days correspond to low quality data but may vary between models and releases. This is the case for months at the beginning and at the end of the GRACE mission in 2002 and between 2012 and 2017. For example, for the month of August 2016, the MPIOM products from official centers contain measurements from days of year 221–247 while the T-UGOm products from the CNES contain measurements from days of year 214–244.

The same analysis has been done for oceanic loading models without spatial filtering (Appendix D in Supporting Information S1).

#### 4.2. Impact of Geophysical Corrections on Stokes Coefficients

We have quantified the uncertainties of GRACE solutions and correction models in terms of RMS of the differences over grids. Another interesting approach is to look at SH coefficients. Core processes signal might be present from degree 2 onward to higher degrees with decreasing amplitudes.

To estimate the impact of an error in a model on specific SH coefficients, we have performed some synthetic tests. In the following, we choose synthetic signals with regard to the observed errors in the GIA and hydrological loading models. An artificial synthetic signal is added to the GRACE gravity data on a bounded area. We study the effects of this synthetic signal on the retrieved Stokes coefficients in terms of RMS value. To compare with the time-variable gravity measured by GRACE, we normalized each SH coefficients by the standard deviation  $\sigma_{l,m}^{GRACE}$  of the degree- $l$ , order- $m$  Stokes coefficient from the COST-G solution. We note  $I_{l,m}$  the normalized RMS value of the coefficient of degree  $l$  and order  $m$  given by:

$$I_{l,m} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_t \Delta C_{l,m}(t)^2}}{\sigma_{l,m}^{GRACE}} \quad (8)$$

With  $t$  the index of the time vector and  $n$  the number of samples of the time vector. This representation gives an estimate of the contamination by an error on the correction model with respect to the corrected GRACE signal.

##### 4.2.1. Impact of an Error in the GIA Model

To study the effect of adding a fiducial GIA rectification, we create three synthetic signals corresponding to errors seen in Section 4.1.2.

- A linear signal of 10 mm/y in EWH located in North America with latitude between 50° and 70° and longitude between −95° and −65°.
- A linear signal of 6 mm/y in EWH located in Antarctica with latitude under −80°.
- A linear signal of 3 mm/y in EWH located in Antarctica with latitude under −70° and longitude between −160° and −30°.

**Table 8**  
Root Mean Square (RMS) Difference in cm Equivalent Water Height Between Oceanic Loading Products and RMS Value of Each Model After Spatial and Temporal Filtering Over the Oceans

	MPIOM	T-UGOm	RMS
OMCT	0.33	0.45	0.42
MPIOM		0.42	0.39
T-UGOm			0.44

Introducing a 10 mm/y trend in North America alters the SH coefficients (Figure 7). The error created on the GRACE  $S_{4,1}$  coefficient by this fiducial reduction might be up to 30%. The other two synthetic experiments, with a trend at lower latitudes, affect the coefficients of orders 0 and 1 (Appendix E in Supporting Information S1). The largest effect for a trend of 6 mm/y over Antarctica center is on  $C_{8,0}$  with a trended bias of 50% of the GRACE RMS value. For a 3 mm/y trend in Antarctica between −160° and −30° in longitude, the effects are smaller with 15% of the GRACE RMS value on  $S_{6,1}$  and  $S_{8,1}$  (Appendix E in Supporting Information S1).

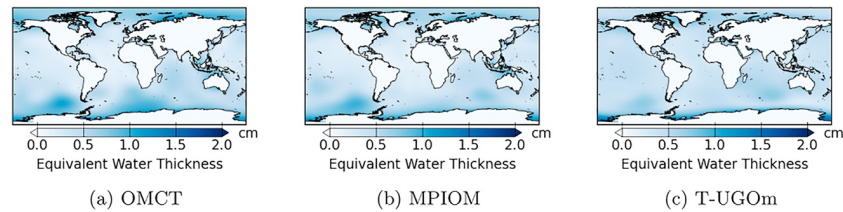


Figure 6. Maps of Root Mean Square for oceanic loading products after spatial and temporal filtering over the oceans.

#### 4.2.2. Hydrology

Three cases have been simulated with a sinusoidal signal of period 3 years. They correspond to the difference between hydrological models established in Figure 5 over large hydrological basins.

- A sinusoidal signal of 4 cm in EWH over Africa (latitude between  $-10^\circ$  and  $10^\circ$ , longitude between  $10^\circ$  and  $35^\circ$ ).
- A sinusoidal signal of 3 cm in EWH over Amazonia (latitude between  $0^\circ$  and  $20^\circ$ , longitude between  $-70^\circ$  and  $-40^\circ$ ).
- A sinusoidal signal of 4 cm in EWH over India (latitude between  $20^\circ$  and  $30^\circ$ , longitude between  $70^\circ$  and  $90^\circ$ ).

The 3-year period was chosen arbitrarily and represents a residual hydrological signal. A 4-cm sinusoidal signal over Africa affects  $C_{5,1}$  and  $S_{8,4}$  by an amount of 25% of the GRACE RMS value (Figure 8). A 3 cm sinusoidal signal over Amazonia affects  $C_{4,3}$  and  $S_{2,2}$  by an amount of 20%, while a 4 cm signal over India affects  $C_{8,7}$  and  $S_{8,6}$  by an amount of 10% (Appendix F in Supporting Information S1).

### 5. Discussions and Conclusions

In this paper, we first addressed different core processes that can create gravity variations and estimated their amplitudes. Then, we presented different GRACE SH solutions, GIA, and loading models. We compared each family of products with respect to the differences in RMS or trend at large spatial and inter-annual time scales. From this, we estimated their uncertainties and the associated SH uncertainties.

A summary of the orders of magnitude of predicted core signals and of the dispersion between the different solutions and models obtained in this article is given in Table 9. It contains the amplitude of the RMS difference at degrees 2, 6, and 10 expressed in cm EWH after a spatial and temporal filtering. The largest core signals amplitude with regard to the uncertainty is found at degree 2. At degrees 6 and 10, the amplitude estimated from core signals is an order of magnitude smaller than the estimated uncertainty of the GRACE solutions. To summarize the information on amplitude from this table.

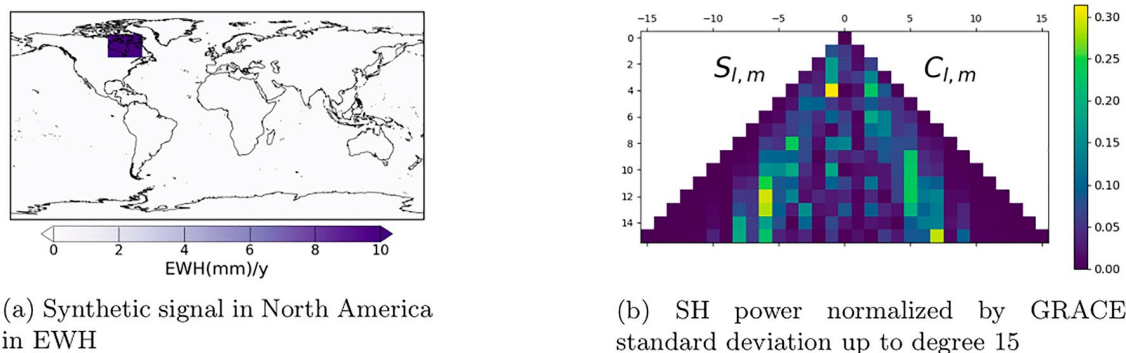


Figure 7. Effect of a 10 mm/y trend in North America in the glacial isostatic adjustment model (a) on GRACE spherical harmonic coefficients (b).

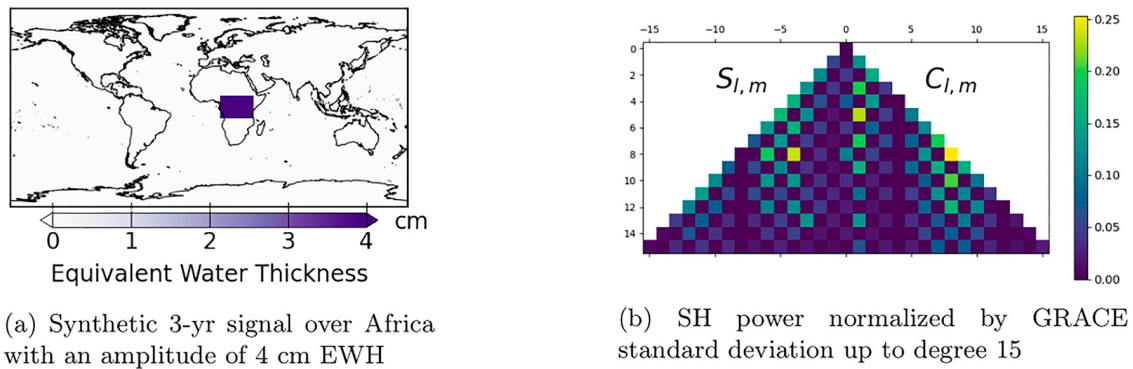


Figure 8. Effect of a sinusoidal signal over Africa (a) on GRACE spherical harmonics coefficients (b).

- Mass variations from the core are characterized by their low degree signature and by an inter-annual/decadal time scales. The maximal amplitude of core effects is evaluated at 0.5 cm EWH which is slightly larger than the estimated GRACE uncertainty at inter-annual and large spatial scales.
- GRACE solutions are in good agreement with a dispersion that represents some 10%–20% of the total signal, however, the agreement is not the same over the time span covered by the two missions, with difference mainly at the beginning and end of each.
- For hydrological loading models, the agreement is uneven (see also Figure 5 and Tables 6 and 7). The dispersion between models is as large as the RMS value of models themselves. However, ISBA and WGHM are closer to GRACE solutions.
- For the oceanic loading models, the agreement is generally poor (see also Figure 6). For each model, high-intensity signals are spatially located in different areas at inter-annual time scales. For example, T-UGOM is the only model to report large oceanic mass variations in the south of Africa.
- The GIA effects are not included in this recapitulating table as they are localized in specific areas: North America, Greenland and Antarctica. To remind, GIA-mismodeled linear effects are as large as a 20 cm EWH after 20 years over North America. GIA errors will impact the trend but not the inter-annual signals.

When surface processes models are considered to minimize their signature in the gravity data, they might indeed create some spurious signals on some areas. This would also create a spurious signal on specific SH (Figures 7 and 8) up to 50% of the total signal on inter-annual time scales.

The estimated maximum amplitude of core signals is 5 mm in EWH at the Earth's surface. Core mass variations are most significant on decadal time scales and at low degrees. In this context, it is relevant to analyze the Earth's gravity products from GRACE and loading models through these specific scales. The RMS difference between GRACE solutions of 3.4 mm in EWH shows how difficult it is to detect potential core signals. This difficulty is somehow reinforced when considering the uncertainties of loading models used to reduce the gravity signal.

**Table 9**  
*Amplitude of Estimated Core Signals Compared to Root Mean Square Difference Between Products Expressed in cm Equivalent Water Height at Inter-Annual and Large Spatial Scales and at Degrees 2, 6 and 10 After Spatial and Temporal Filtering*

Type of data	(cm EWH)		Filtered difference (cm EWH)	
	Mean RMS difference	Degree 2	Degree 6	Degree 10
Maximum of the estimated core signals	0.5	0.5	0.04	0.004
GRACE solutions	0.34	0.2 <sup>a</sup>	0.1	0.04
Hydrological loading models	1.32	0.37	0.38	0.41
Oceanic loading models	0.40	0.16	0.08	0.03

<sup>a</sup>The RMS difference between GRACE solutions at degree 2 is biased. The  $C_{2,0}$  coefficient is replaced by the product (TN14) for each solutions except CNES.  $C_{2,1}$  and  $S_{2,1}$  coefficients are replaced with an SLR solutions after August 2016.

A careful analysis of the time-variable gravity field data needs to be done to detect and to extract core signals. First, the data-gap between GRACE and GRACE-FO should be filled to ensure continuity and to improve the products quality (Richter et al., 2021). The largest signals in GRACE solutions are due to the Earth's surface processes. The inter-annual variability analysis produced by climate modes (Pfeffer, Cazenave, & Barnoud, 2022) needs also to be considered. In order to detect tiny signals related to the core more sophisticated methods are needed such as empirical orthogonal function analysis (Schmeer et al., 2012) or independent component analysis (Frappart et al., 2011). Recently, Saraswati et al. (2023) applied Singular Value Decomposition, Principal Component Analysis, and Multivariate Singular Spectrum Analysis to separate distinct spatio-temporal patterns in magnetic and gravity field. Moreover, synthetic tests based on modeled processes have to be performed to evaluate the sensitivity of these methods with respect to Earth's core signals.

### Acronyms

AIUB	Astronomical Institute University Bern
CMB	Core-Mantle Boundary
CNES	Centre national d'études spatiales
CSR	Center for Space Research
EWH	Equivalent Water Height
GFZ	German Research Centre for Geosciences
GIA	Glacial isostatic adjustment
GLDAS	Global Land Data Assimilation System
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GRACE-FO	Gravity Recovery and Climate Experiment Follow-On
GSM GRACE	Satellite-only Model
IFG TU	Graz Institute of Geodesy at Graz University of Technology
ISBA	Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère
ISBA-CTRIP	Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère CNRM version of TRIP
JPL	Jet Propulsion Laboratory
MPIOM	Max-Planck-Institute for Meteorology Ocean Model
OMCT	Ocean Model for Circulation and Tides
RMS	Root Mean Square
SH	Spherical harmonics
SLR	Satellite laser ranging
T-UGOm	Toulouse Unstructured Grid Ocean model
TWS	Total water storage
WGHM	WaterGAP Global Hydrology Model

### Data Availability Statement

GRACE and GRACE-FO missions are sponsored by the National Aeronautics and Space Administration and the Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt. GRACE and GRACE-FO Level-2 temporal solutions were obtained from the PO.DAAC Drive for CSR, GFZ and JPL centers, from <https://icgem.gfz-potsdam.de/> for ITSG center, from <https://grace.obs-mip.fr/> for CNES center and from <https://icgem.gfz-potsdam.de/> for the COST-G combination. The GIA models were obtained from the PO.DAAC Drive (<http://grace.jpl.nasa.gov>). Time-variable gravity field coefficients due to hydrological loading can be downloaded from EOST loading service (<http://loading.u-strasbg.fr/>) for ERA5 and GLDAS models. Land Surface Discharge Model model is available on the ESMGFZ Product repository (<http://rz-vm115.gfz-potsdam.de:8080>) and is produced by IERS Associated Product Centre Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ Potsdam. The ISBA-CTRIP model made by the "Centre National de Recherches Météorologiques" (CNRM) of Météo-France has been provided by Bertrand Descharmes. The WGHM model (<http://www.watergap.de/>) has been provided by Denise Caceres from Frankfurt University. MPIOM and OMCT are available on the PO.DAAC Drive and T-UGOm model has been provided by the CNES. Finally, the Python 3.8 code used for this publication is based on a Github project by Tyler Tsutterley (<https://github.com/tsutterley/read-GRACE-harmonics>). The adapted version can



be found on <https://github.com/hulecom/read-GRACE-harmonics> repository. Love numbers and  $\kappa(r)$  values to estimate Earth's core signals have been kindly provided by Mathieu Dumberry, we thank him for these inputs.

#### Acknowledgments

This work is supported by the Centre national d'études spatiales (CNES) and by the Doctoral School Earth and Environmental Sciences (ED 413) of the University of Strasbourg in the Institut Terre et Environnement de Strasbourg (ITES, CNRS UMR7063). This project has received funding from the European Research Council (ERC) under the European Union's Horizon 2020 research and innovation program (GRACEFUL Synergy Grant agreement 855677). We thank the editor Paul Tregoning, Donald Argus, and an anonymous referee for their valuable reviews which helped us to improve this paper.

#### References

- Adhikari, S., Ivins, E. R., Frederikse, T., Landerer, F. W., & Caron, L. (2019). Sea-level fingerprints emergent from GRACE mission data. *Earth System Science Data*, 11(2), 629–646. <https://doi.org/10.5194/essd-11-629-2019>
- Adhikari, S., Ivins, E. R., & Larour, E. (2016). ISSM-SESAW v1.0: Mesh-based computation of gravitationally consistent sea-level and geodetic signatures caused by cryosphere and climate driven mass change. *Geoscientific Model Development*, 9(3), 1087–1109. <https://doi.org/10.5194/gmd-9-1087-2016>
- Adler, R. F., Huffman, G. J., Chang, A. T. C., Ferraro, R., Xie, P., Janowiak, J. E., et al. (2003). The version 2 Global Precipitation Climatology Project (GPCP) monthly precipitation analysis (1979–present). *Journal of Hydrometeorology*, 4(6), 1147–1167. [https://doi.org/10.1175/1525-7541\(2003\)004\(1147:tvpgcp\)2.0.co;2](https://doi.org/10.1175/1525-7541(2003)004(1147:tvpgcp)2.0.co;2)
- Argus, D. F., Peltier, W. R., Blewitt, G., & Kreemer, C. (2021). The viscosity of the top third of the lower mantle estimated using GPS, GRACE, and relative sea level measurements of glacial isostatic adjustment. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126(5), e2020JB021537. <https://doi.org/10.1029/2020JB021537>
- Argus, D. F., Peltier, W. R., Drummond, R., & Moore, A. W. (2014). The Antarctica component of postglacial rebound model ICE-6G\_C (VM5a) based on GPS positioning, exposure age dating of ice thicknesses, and relative sea level histories. *Geophysical Journal International*, 198(1), 537–563. <https://doi.org/10.1093/gji/ggu140>
- Bettadpur, S. (2018). *Level-2 gravity field product user handbook (user handbook)*. Center for Space Research. Retrieved from [https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/files/allData/grace/docs/L2-UserHandbook\\_v4.0.pdf](https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/files/allData/grace/docs/L2-UserHandbook_v4.0.pdf)
- Blazquez, A., Meyssignac, B., Lemoine, J.-M., Berthier, E., Ribes, A., & Cazenave, A. (2018). Exploring the uncertainty in GRACE estimates of the mass redistributions at the Earth surface: Implications for the global water and sea level budgets. *Geophysical Journal International*, 215(1), 415–430. <https://doi.org/10.1093/gji/ggy293>
- Bonin, J. A., & Save, H. (2019). Evaluation of sub-monthly oceanographic signal in GRACE “daily” swath series using altimetry. *Ocean Science Discussions*, 16(2), 423–434. <https://doi.org/10.5194/os-16-423-2020>
- Bouh, M., Panet, I., Remy, D., Longuevergne, L., & Bonvalot, S. (2022). Deep mass redistribution prior to the 2010 Mw 8.8 Maule (Chile) earthquake revealed by grace satellite gravity. *Earth and Planetary Science Letters*, 584, 117465. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2022.117465>
- Caron, L., Ivins, E. R., Larour, E., Larour, E., Adhikari, S., Nilsson, J., & Blewitt, G. (2018). Gia model statistics for grace hydrology, cryosphere, and ocean science. *Geophysical Research Letters*, 45(5), 2203–2212. <https://doi.org/10.1002/2017gl076644>
- Carrere, L., & Lyard, F. (2003). Modeling the barotropic response of the global ocean to atmospheric wind and pressure forcing - Comparisons with observations. *Geophysical Research Letters*, 6. <https://doi.org/10.1029/2002gl016473>
- Chen, J., Cazenave, A., Dahle, C., Lovel, W., Panet, I., Pfeffer, J., & Moreira, L. (2022). Applications and challenges of GRACE and GRACE Follow-On Satellite Gravimetry. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 305–345. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09685-x>
- Chen, J., Rodell, M., Wilson, C. R., & Famiglietti, J. S. (2005). Low degree spherical harmonic influences on Gravity Recovery and Climate Experiment (Grace) water storage estimates. *Geophysical Research Letters*, 32(14). <https://doi.org/10.1029/2005gl022964>
- Chen, J., Tapley, B., Tamisiea, M. E., Save, H., Wilson, C., Bettadpur, S., & Seo, K.-W. (2021). Error assessment of GRACE and GRACE Follow-On mass change. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126(9), e2021JB022124. <https://doi.org/10.1029/2021JB022124>
- Cheng, M., & Ries, J. C. (2017). The unexpected signal in grace estimates of  $c_{20}$ . *Journal of Geodesy*, 91(8), 897–914. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0995-5>
- Cheng, M., Ries, J. C., & Tapley, B. D. (2011). Variations of the Earth's figure axis from satellite laser ranging and grace. *Journal of Geophysical Research*, 116(B1), B01409. <https://doi.org/10.1029/2010jb000850>
- CSR RL6.0. (2018). Retrieved from [https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE\\_GSM\\_L2\\_GRAV\\_CSR\\_RL06](https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE_GSM_L2_GRAV_CSR_RL06)
- Dahle, C., Flechtner, F., Dobslaw, H., Michalak, G., Neumayer, K.-H., Reinhold, A., et al. (2019). The GFZ GRACE RL06 monthly gravity field time series: Processing details and quality assessment. *Remote Sensing*, 11(18), 2116. <https://doi.org/10.3390/rs11182116>
- Decharme, B., Delire, C., Minvielle, M., Colin, J., Vergnes, J., Alias, A., et al. (2019). Recent changes in the ISBA-CTRIP land surface system for use in the CNRM-CM6 climate model and in global off-line hydrological applications. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 11(5), 1207–1252. <https://doi.org/10.1029/2018ms001545>
- Dee, D., Uppala, S., Simmons, A., Berrisford, P., Kobayashi, S., Andrae, U., et al. (2011). The ERA-Interim reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 137(656), 553–597. <https://doi.org/10.1002/qj.828>
- Deggim, S., Eicker, A., Schawohl, L., Gerdener, H., Schulze, K., Engels, O., et al. (2021). RECOG RL01: Correcting GRACE total water storage estimates for global lakes/reservoirs and earthquakes. *Earth System Science Data*, 13(5), 2227–2244. <https://doi.org/10.5194/essd-13-2227-2021>
- Dehant, V., Campuzano, S. A., De Santis, A., & van Westrenen, W. (2022). Structure, materials and processes in the Earth's core and mantle. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 263–302. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09684-y>
- Dill, R. (2008). Hydrological model LSDM for operational Earth rotation and gravity field variations. Technical Report. *Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ*. <https://doi.org/10.2312/gfz.b103-08095>
- Dill, R., Dill, R., Dobslaw, H., & Dobslaw, H. (2010). Short-term polar motion forecasts from Earth system modeling data. *Journal of Geodesy*, 84(9), 529–536. <https://doi.org/10.1007/s00190-010-0391-5>
- Dill, R., & Dobslaw, H. (2013). Numerical simulations of global-scale high-resolution hydrological crustal deformations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 118(9), 5008–5017. <https://doi.org/10.1002/jgrb.50353>
- Dill, R., Klemann, V., & Dobslaw, H. (2018). Relocation of river storage from global hydrological models to georeferenced river channels for improved load-induced surface displacements. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(8), 7151–7164. <https://doi.org/10.1029/2018JB016141>
- Dobslaw, H., Bergmann-Wolf, I., Dill, R., Poropat, L., Thomas, M., Dahle, C., et al. (2017). A new high-resolution model of non-tidal atmosphere and ocean mass variability for de-aliasing of satellite gravity observations: AOD1B RL06. *Geophysical Journal International*, 211(1), 263–269. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx302>

- Dobslaw, H., Bergmann-Wolf, I., Forootan, E., Dahle, C., Mayer-Gürr, T., Kusche, J., & Flechtner, F. (2016). Modeling of present-day atmosphere and ocean non-tidal de-aliasing errors for future gravity mission simulations. *Journal of Geodesy*, 90(5), 423–436. <https://doi.org/10.1007/s00190-015-0884-3>
- Dobslaw, H., Dill, R., Dill, R., Bagge, M., Klemann, V., Boergens, E., et al. (2020). Gravitationally consistent mean barostatic sea level rise from leakage-corrected monthly grace data. *Journal of Geophysical Research*, 125(11), e2020JB020923. <https://doi.org/10.1029/2020jb020923>
- Dobslaw, H., Dobslaw, H., Flechtner, F., Bergmann-Wolf, I., Dahle, C., Dahle, C., et al. (2013). Simulating high-frequency atmosphere-ocean mass variability for dealiasing of satellite gravity observations: AOD1B R105. *Journal of Geophysical Research*, 118(7), 3704–3711. <https://doi.org/10.1002/jgrc.20271>
- Döll, P., Kaspar, F., & Lehner, B. (2003). A global hydrological model for deriving water availability indicators: Model tuning and validation. *Journal of Hydrology*, 270(1–2), 105–134. [https://doi.org/10.1016/s0022-1694\(02\)00283-4](https://doi.org/10.1016/s0022-1694(02)00283-4)
- Dumberry, M. (2010a). Gravitationally driven inner core differential rotation. *Earth and Planetary Science Letters*, 297(3–4), 387–394. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2010.06.040>
- Dumberry, M. (2010b). Gravity variations induced by core flows. *Geophysical Journal International*, 180(2), 635–650. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04437.x>
- Dumberry, M., & Bloxham, J. (2004a). Variations in the Earth's gravity field caused by torsional oscillations in the core. *Geophysical Journal International*, 159(2), 417–434. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02402.x>
- Dumberry, M., & Bloxham, J. (2004b). Variations in the Earth's gravity field caused by torsional oscillations in the core. *Geophysical Journal International*, 159(2), 417–434. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02402.x>
- Dumberry, M., & Manda, M. (2021). Gravity variations and ground deformations resulting from core dynamics. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 5–39. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09656-2>
- Frappart, F., Ramillien, G., Leblanc, M., Leblanc, M., Tweed, S., Bonnet, M.-P., & Maisongrande, P. (2011). An independent component analysis filtering approach for estimating continental hydrology in the grace gravity data. *Remote Sensing of Environment*, 115(1), 187–204. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2010.08.017>
- Gégout, P., Boy, J.-P., Hinderer, J., & Ferhat, G. (2010). Modeling and observation of loading contribution to time-variable GPS sites positions. In *Gravity, geoid and earth observation* (pp. 651–659). Springer.
- Geruo, A., Wahr, J., & Zhong, S. (2013). Computations of the viscoelastic response of a 3-D compressible Earth to surface loading: An application to glacial isostatic adjustment in Antarctica and Canada. *Geophysical Journal International*, 192(2), 557–572. <https://doi.org/10.1093/gji/ggs030>
- Gillet, N., Dumberry, M., & Rosat, S. (2020). The limited contribution from outer core dynamics to global deformations at the Earth's surface. *Geophysical Journal International*, 224(1), 216–229. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa448>
- Gillet, N., Gerick, F., Jault, D., Schwaiger, T., Aubert, J., & Istan, M. (2022). Satellite magnetic data reveal interannual waves in Earth's core. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 119(13), e2115258119. <https://doi.org/10.1073/pnas.2115258119>
- Gillet, N., Lesur, V., & Olsen, N. (2010). Geomagnetic core field secular variation models. *Space Science Reviews*, 155(1), 129–145. <https://doi.org/10.1007/s11214-009-9586-6>
- Hersbach, H., Bell, B., Berrisford, P., Hirahara, S., Horanyi, A., Munoz-Sabater, J., et al. (2020). The ERA5 global reanalysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 146(730), 1999–2049. <https://doi.org/10.1002/qj.3803>
- Horwath, M., Gutknecht, B. D., Cazenave, A., Palanisamy, H. K., Marti, F., Marzeion, B., et al. (2022). Global sea-level budget and ocean-mass budget, with a focus on advanced data products and uncertainty characterisation. *Earth System Science Data*, 14(2), 411–447. <https://doi.org/10.5194/essd-14-411-2022>
- Ilk, K.-H., Flury, J., Rummel, R., Schwintzer, P., Bosch, W., Haas, C., et al. (2004). In *Mass transport and mass distribution in the earth system: Contribution of the new generation of satellite gravity and altimetry missions to Geosciences; proposal for a German Priority Research Program*. Technical Report. GeoForschungsZentrum Potsdam.
- Jault, D., & Finlay, C. C. (2015). 8.09 - waves in the core and mechanical core–mantle interactions. In G. Schubert (Ed.), *Treatise on geophysics* (2nd ed., pp. 225–244). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53802-4.00150-0>
- Jekeli, C. (1981). *Alternative methods to smooth the earth's gravity field*. Technical Report. NASA.
- Jin, S., & Feng, G. (2013). Large-scale variations of global groundwater from satellite gravimetry and hydrological models, 2002–2012. *Global and Planetary Change*, 106, 20–30. <https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2013.02.008>
- Jin, S., Hassan, A. A., & Feng, G. (2012). Assessment of terrestrial water contributions to polar motion from grace and hydrological models. *Journal of Geodynamics*, 62, 40–48. <https://doi.org/10.1016/j.jog.2012.01.009>
- JPL RL6.0. (2018). Retrieved from [https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE\\_GSM\\_L2\\_GRAV\\_JPL\\_RL06](https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE_GSM_L2_GRAV_JPL_RL06)
- Jungclauss, J. H., Fischer, N., Haak, H., Lohmann, K., Marotzke, J., Matei, D., et al. (2013). Characteristics of the ocean simulations in MPIOM the ocean component of the MPI Earth system model. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 5(2), 422–446. <https://doi.org/10.1002/jame.20023>
- Kappelsberger, M. T., Strößenreuther, U., Scheinert, M., Horwath, M., Groh, A., Knöfel, C., et al. (2021). Modeled and observed bedrock displacements in north-east Greenland using refined estimates of present-day ice-mass changes and densified GNSS measurements. *Journal of Geophysical Research*, 126, e2020JF005860. <https://doi.org/10.1029/2020jf005860>
- Koelemeijer, P. (2021). Toward consistent seismological models of the core–mantle boundary landscape. In *Mantle convection and surface expressions* (pp. 229–255). American Geophysical Union (AGU). <https://doi.org/10.1002/9781119528609.ch9>
- Kusche, J. (2007). Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-variable grace-type gravity field models. *Journal of Geodesy*, 81(11), 733–749. <https://doi.org/10.1007/s00190-007-0143-3>
- Kusche, J., & Schrama, E. J. O. (2005). Surface mass redistribution inversion from global GPS deformation and Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) gravity data. *Journal of Geophysical Research*, 110(B9). <https://doi.org/10.1029/2004JB003556>
- Kvas, A., Behzadpour, S., Ellmer, M., Klingler, B., Strasser, S., Zehentner, N., & Mayer-Gürr, T. (2019). ITSG-GRACE2018: Overview and evaluation of a new grace-only gravity field time series. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 124(8), 9332–9344. <https://doi.org/10.1029/2019JB017415>
- Lambeck, K., Purcell, A. W., Zhao, J., Zhao, J., & Svensson, N.-O. (2010). The Scandinavian ice sheet: From MIS 4 to the end of the last glacial maximum. *Boreas*, 39(2), 410–435. <https://doi.org/10.1111/j.1502-3885.2010.00140.x>
- Lambeck, K., Rouby, H., Purcell, A. W., Sun, Y., & Sambridge, M. (2014). Sea level and global ice volumes from the last glacial maximum to the Holocene. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 111(43), 15296–15303. <https://doi.org/10.1073/pnas.1411762111>

- Landerer, F. W., Flechtner, F. M., Save, H., Webb, F. H., Bandikova, T., Bertiger, W. I., et al. (2020). Extending the global mass change data record: GRACE Follow-On instrument and science data performance. *Geophysical Research Letters*, 47(12), e2020GL088306. <https://doi.org/10.1029/2020GL088306>
- Lemoine, J.-M., Biancale, R., Requin, F., Bourgogne, S., & Gégout, P. (2019). *CNES/GRGS RL04 Earth gravity field models, from GRACE and SLR data*. GFZ Data Services. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.2019.010>
- Lenczuk, A., Leszczuk, G., Klos, A., Kosek, W., & Bogusz, J. (2020). Study on the inter-annual hydrology-induced deformations in Europe using GRACE and hydrological models. *Journal of Applied Geodesy*, 14(4), 393–403. <https://doi.org/10.1515/jag-2020-0017>
- Li, T., Wu, P., Wang, H., Steffen, H., Khan, N. S., Engelhart, S. E., et al. (2020). Uncertainties of glacial isostatic adjustment model predictions in North America associated with 3D structure. *Geophysical Research Letters*, 47(10), e2020GL087944. <https://doi.org/10.1029/2020GL087944>
- Liu, R., She, D., Li, M., & Wang, T. (2019). *Using satellite observations to assess applicability of GLDAS and WGHM hydrological model*. Geomatics and Information Science of Wuhan University. <https://doi.org/10.13203/j.whugis20190108.1596>
- Loomis, B. D., Luthcke, S. B., & Sabaka, T. J. (2019). Regularization and error characterization of GRACE Mascons. *Journal of Geodesy*, 93(9), 1381–1398. <https://doi.org/10.1007/s00190-019-01252-y>
- Loomis, B. D., Rachlin, K. E., & Luthcke, S. B. (2019a). Improved Earth Oblateness Rate reveals increased ice sheet losses and mass-driven sea level rise. *Geophysical Research Letters*, 46(12), 6910–6917. <https://doi.org/10.1029/2019gl082929>
- Loomis, B. D., Wiese, D. N., Landerer, F. W., Rachlin, K. E., & Luthcke, S. B. (2020). Replacing Grace/Grace-FO with satellite laser ranging: Impacts on Antarctic ice sheet mass change. *Geophysical Research Letters*, 47(3), e2019GL085488. <https://doi.org/10.1029/2019gl085488>
- Mandea, M., Narteau, C., Panet, I., & Le Mouél, J.-L. (2015). Gravimetric and magnetic anomalies produced by dissolution-crystallization at the core-mantle boundary. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 120(9), 5983–6000. <https://doi.org/10.1002/2015JB012048>
- Mandea, M., Panet, I., Lesur, V., de Viron, O., Diament, M., & Le Mouél, J.-L. (2012). Recent changes of the Earth's core derived from satellite observations of magnetic and gravity fields. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(47), 19129–19133. <https://doi.org/10.1073/pnas.1207346109>
- Marti, F., Blazquez, A., Meyssignac, B., Ablain, M., Barnoud, A., Fraudeau, R., et al. (2022). Monitoring the ocean heat content change and the Earth energy imbalance from space altimetry and space gravimetry. *Earth System Science Data*, 14(1), 229–249. <https://doi.org/10.5194/essd-14-229-2022>
- Mayer-Gürr, T., Behzadpour, S., Ellmer, M., Klinger, B., Zehentner, N., Kvas, A., & Strasser, S. (2018). ITSG-Grace2018: Monthly, daily and static gravity field solutions from grace. Technical Report. <https://doi.org/10.5880/icgem.2018.003>
- Melini, D., & Spada, G. (2019). Some remarks on glacial isostatic adjustment modelling uncertainties. *Geophysical Journal International*, 218(1), 401–413. <https://doi.org/10.1093/gji/ggz158>
- Meyer, U., Lasser, M., Jaeggi, A., Dahle, C., Dahle, C., Flechtner, F., et al. (2020). International combination service for time-variable gravity fields (COST-G) monthly GRACE-FO series. <https://doi.org/10.5880/icgem.cost-g.002>
- Panet, I., Bonvalot, S., Narteau, C., Remy, D., & Lemoine, J.-M. (2018). Migrating pattern of deformation prior to the Tohoku-Oki earthquake revealed by GRACE data. *Nature Geoscience*, 11(5), 367–373. <https://doi.org/10.1038/s41561-018-0099-3>
- Peltier, W. R. (2004). Global glacial isostasy and the surface of the ice-age Earth: The ICE-5G (VM2) model and Grace. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 32(1), 111–149. <https://doi.org/10.1146/annurev.earth.32.082503.144359>
- Peltier, W. R. (2009). Closure of the budget of global sea level rise over the GRACE era: The importance and magnitudes of the required corrections for global glacial isostatic adjustment. *Quaternary Science Reviews*, 28(17), 1658–1674. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2009.04.004>
- Peltier, W. R., Argus, D. F., & Drummond, R. (2015). Space geodesy constrains ice age terminal deglaciation: The global ICE-6G\_C (VM5a) model. *Journal of Geophysical Research*, 120(1), 450–487. <https://doi.org/10.1002/2014jb011176>
- Peltier, W. R., Argus, D. F., & Drummond, R. (2018). Comment on “An Assessment of the ICE-6G\_C (VM5a) Glacial Isostatic Adjustment Model” by Purcell et al. *Journal of Geophysical Research*, 123(2), 2019–2028. <https://doi.org/10.1002/2016jb013844>
- Peltier, W. R., Wu, P. P.-C., Argus, D. F., Li, T., & Velay-Vitow, J. (2022). Glacial isostatic adjustment: Physical models and observational constraints. *Reports on Progress in Physics*, 85(9), 096801. <https://doi.org/10.1088/1361-6633/ac805b>
- Petrov, L., & Boy, J.-P. (2004). Study of the atmospheric pressure loading signal in VLBI observations. *Journal of Geophysical Research*, 109(B03405), B03405. <https://doi.org/10.1029/2003jb002500>
- Pfeffer, J., Cazenave, A., & Barnoud, A. (2022). Analysis of the interannual variability in satellite gravity solutions: Detection of climate modes in water mass displacements across continents and oceans. *Climate Dynamics*, 58(3–4), 1065–1084. <https://doi.org/10.1007/s00382-021-05953-z>
- Pfeffer, J., Cazenave, A., Blazquez, A., Decharme, B., Munier, S., & Barnoud, A. (2022). Assessment of pluriannual and decadal changes in terrestrial water storage predicted by global hydrological models in comparison with grace satellite gravity mission. *Hydrology and Earth System Science*, 1–85. <https://doi.org/10.5194/egusphere-2022-1032>
- Purcell, A., Dehecq, A., Tregoning, P., Potter, E.-K., McClusky, S. C., & Lambeck, K. (2011). Relationship between glacial isostatic adjustment and gravity perturbations observed by GRACE. *Geophysical Research Letters*, 38(18). <https://doi.org/10.1029/2011GL048624>
- Richter, H. M. P., Lück, C., Klos, A., Sideris, M. G., Rangelova, E., & Kusche, J. (2021). Reconstructing GRACE-type time-variable gravity from the Swarm satellites. *Scientific Reports*, 11(1), 1117. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-80752-w>
- Rodell, M., Famiglietti, J. S., Wiese, D. N., Reager, J. T., Beaudoin, H. K., Landerer, F. W., & Lo, M.-H. (2018). Emerging trends in global freshwater availability. *Nature*, 557(7707), 651–659. <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0123-1>
- Rodell, M., Houser, P., Jambor, U., Gottschalck, J., Mitchell, K., Meng, C.-J., et al. (2004). The global land data assimilation system. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 85(3), 381–394. <https://doi.org/10.1175/bams-85-3-381>
- Rosat, S., Gillet, N., Boy, J.-P., Couhert, A., & Dumberry, M. (2021). Interannual variations of degree 2 from geodetic observations and surface processes. *Geophysical Journal International*, 225(1), 200–221. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa590>
- Saraswati, A. T., de Viron, O., & Mandea, M. (2023). Earth's core variability from the magnetic and gravity field observations. *EGU sphere*, 1–34. <https://doi.org/10.5194/egusphere-2023-856>
- Scanlon, B. R., Zhang, Z., Save, H., Sun, A. Y., Schmied, H. M., Beek, L. P. H. v., et al. (2018). Global models underestimate large decadal declining and rising water storage trends relative to GRACE satellite data. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115(6), E1080–E1089. <https://doi.org/10.1073/pnas.1704665115>
- Scanlon, B. R., Zhang, Z., Save, H., Wiese, D. N., Landerer, F. W., Long, D., et al. (2016). Global evaluation of new grace mascon products for hydrologic applications. *Water Resources Research*, 52(12), 9412–9429. <https://doi.org/10.1002/2016WR019494>
- Schindelegger, M., Harker, A., Ponte, R. M., Dobslaw, H., & Salstein, D. A. (2021). Convergence of daily GRACE solutions and models of submonthly ocean bottom pressure variability. *Journal of Geophysical Research*, 126(2), e2020JC017031. <https://doi.org/10.1029/2020jc017031>
- Schmeer, M., Schmidt, M., Bosch, W., & Seitz, F. (2012). Separation of mass signals within grace monthly gravity field models by means of empirical orthogonal functions. *Journal of Geodynamics*, 59–60, 124–132. <https://doi.org/10.1016/j.jog.2012.03.001>

- Schmied, H. M., Cáceres, D., Eisner, S., Flörke, M., Niemann, C., Peiris, T. A., et al. (2020). *The global freshwater availability and water use model WaterGAP 2.2d*. Technical Report No EGU2020-11434. Copernicus Meetings. <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-11434>
- Schneider, U., Becker, A., Finger, P., Meyer-Christoffer, A., Rudolf, B., & Ziese, M. (2016). GPCP full data reanalysis version 7.0: Monthly land-surface precipitation from rain gauges built on GTS based and historic data. Technical Report. *GPCC Data Report*. <https://doi.org/10.5065/d6000072>
- Śliwińska, J., Nastula, J., & Wińska, M. (2021). Evaluation of hydrological and cryospheric angular momentum estimates based on GRACE, GRACE-FO and SLR data for their contributions to polar motion excitation. *Earth Planets and Space*, 73(1), 71. <https://doi.org/10.1186/s40623-021-01393-5>
- Sośnica, K., Jäggi, A., Meyer, U., Thaller, D., Beutler, G., Arnold, D., & Dach, R. (2015). Time variable Earth's gravity field from SLR satellites. *Journal of Geodesy*, 89(10), 945–960. <https://doi.org/10.1007/s00190-015-0825-1>
- Swenson, S., & Wahr, J. (2002). Methods for inferring regional surface-mass anomalies from gravity recovery and climate experiment (grace) measurements of time-variable gravity. *Journal of Geophysical Research*, 107(B9), ETG3-1–ETG3-13. <https://doi.org/10.1029/2001jb000576>
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Ries, J. C., Thompson, P. F., & Watkins, M. M. (2004). GRACE measurements of mass variability in the Earth system. *Science*, 305(5683), 503–505. <https://doi.org/10.1126/science.1099192>
- Tapley, B. D., Watkins, M. M., Flechtner, F., Reigber, C., Bettadpur, S., Rodell, M., et al. (2019). Contributions of GRACE to understanding climate change. *Nature Climate Change*, 9(5), 358–369. <https://doi.org/10.1038/s41558-019-0456-2>
- Velicogna, I., Mohajerani, Y., Geruo, A., Landerer, F., Mougnot, J., Noel, B., et al. (2020). Continuity of ice sheet mass loss in Greenland and Antarctica from the grace and grace follow-on missions. *Geophysical Research Letters*, 47, e2020GL087291. <https://doi.org/10.1029/2020gl087291>
- Wahr, J., Molenaar, M., & Bryan, F. (1998). Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *Journal of Geophysical Research*, 103(B12), 30205–30229. <https://doi.org/10.1029/98JB02844>
- Wang, F., Shen, Y., Chen, Q., & Sun, Y. (2021). Reduced misclosure of global sea-level budget with updated Tongji-GRACE2018 solution. *Scientific Reports*, 11(1), 17667. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-96880-w>
- Whitehouse, P. L., Bentley, M. J., Milne, G. A., King, M. A., & Thomas, I. D. (2012). A new glacial isostatic adjustment model for Antarctica: Calibrated and tested using observations of relative sea-level change and present-day uplift rates. *Geophysical Journal International*, 190(3), 1464–1482. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2012.05557.x>

### 4.1.3 Supplementary Materials

JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH

## Supporting Information for "Uncertainty of low-degree space gravimetry observations: surface processes versus Earth's core signal"

Hugo Lecomte<sup>1</sup>, Séverine Rosat<sup>1</sup>, Mioara Manda<sup>2</sup>, Jean-Paul Boy<sup>1</sup>, Julia Pfeffer<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université de Strasbourg, CNRS, EOST, ITES UMR7063, F-67000 Strasbourg, France

<sup>2</sup>Centre National d'Etudes Spatiales, Paris, France

<sup>3</sup>Magellium, Ramonville Saint-Agne, France

#### Contents of this file

1. Appendix A to F
2. Figures S1 to S4
3. Tables S1 to S2

**Introduction** The supplementary materials contains complementary results to support the article.

---

July 6, 2023, 10:35pm

**Supplementary materials****Appendix A Temporal variation of the RMS difference between various GRACE solutions**

See Figure S1.

**Appendix B Difference between GIA models without spatial filtering**

See Figure S2.

The amplitude of the GIA signal is five times larger without spatial filtering but with a truncation at degree  $l = 60$ . This corresponds to an approximate resolution of 300 km and so the signal is more localized.

**Appendix C Difference between hydrological loading with temporal filtering and without spatial filtering**

Table S1 contains the RMS difference in cm EWH between temporally filtered hydrological models over continents without Greenland and Antarctica. The RMS difference ranges from 2.04 to 3.67 cm EWH. For example, the RMS value of ISBA and WGHM, without difference with another model, are respectively 2.43 and 3.05 cm EWH.

At inter-annual time scales, the models show different signals. For example, WGHM is the only one to contain a strong signal over India and North America, while LSDM is the only one to contain a signal over the Nile region in Africa. They clearly exhibit large differences.

We can also note that the spatial filtering smooths the signal reducing its amplitude.

July 6, 2023, 10:35pm

## **Appendix D Difference between oceanic loading with temporal filtering and without spatial filtering**

Table S2 contains the RMS difference in cm EWH between temporally filtered oceanic and atmospheric loading models over the oceans. The RMS difference ranges from 0.72 to 0.79 cm EWH. For instance, the RMS value for OMCT is 0.84 cm EWH. This means that models are not in agreement at inter-annual scales and they represent very different signals.

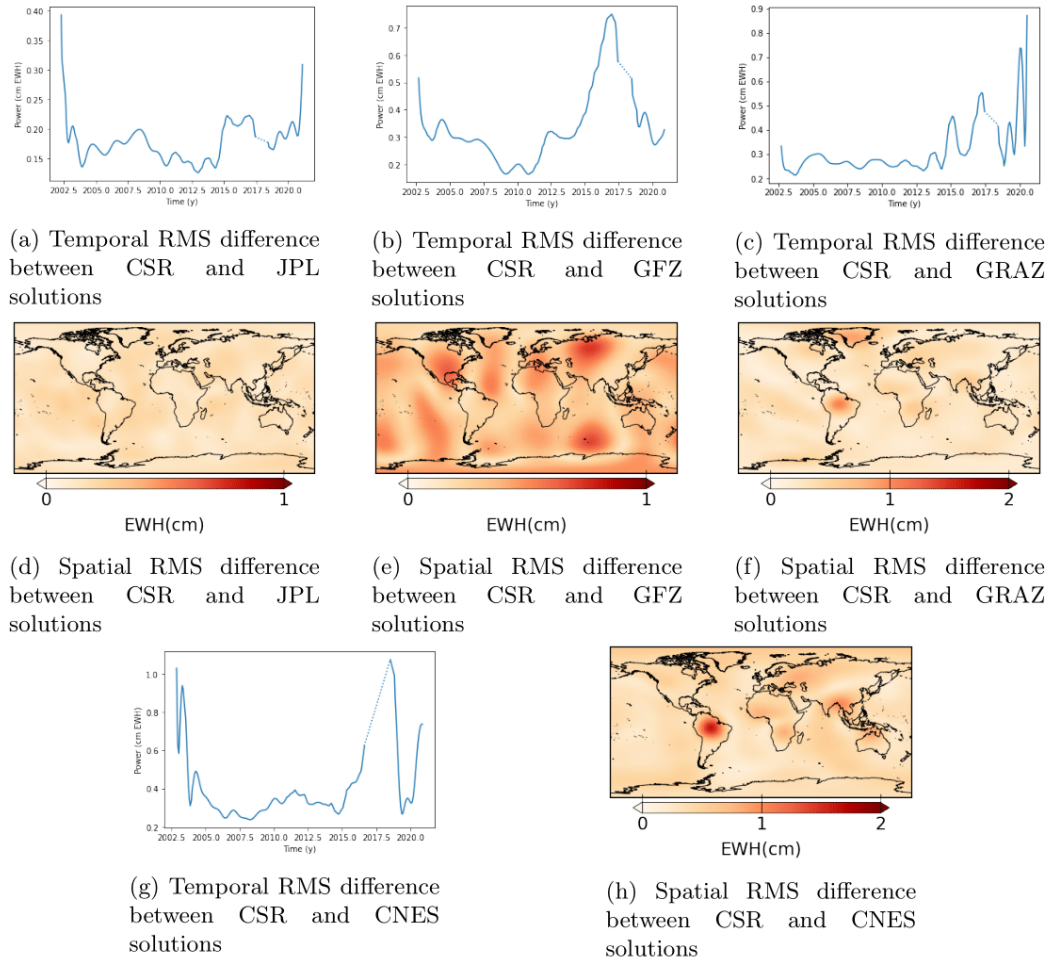
## **Appendix E Cases *n*<sup>o</sup>2 and *n*<sup>o</sup>3 for GIA synthetic error effects**

\* See Figure S3.

## **Appendix F Cases *n*<sup>o</sup>2 and *n*<sup>o</sup>3 for synthetic error effects corresponding to hydrological loading**

See Figure S4.

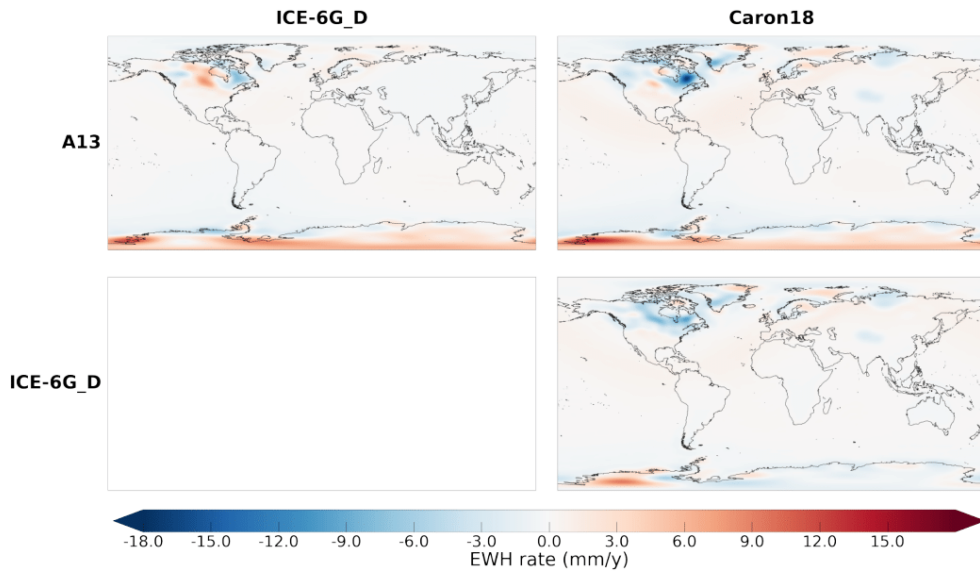
July 6, 2023, 10:35pm



**Figure S1.** Temporal and spatial representation of RMS differences between various GRACE solutions. On the temporal representation, the year without data between GRACE and GRACE-FO is represented by the dotted line.

July 6, 2023, 10:35pm





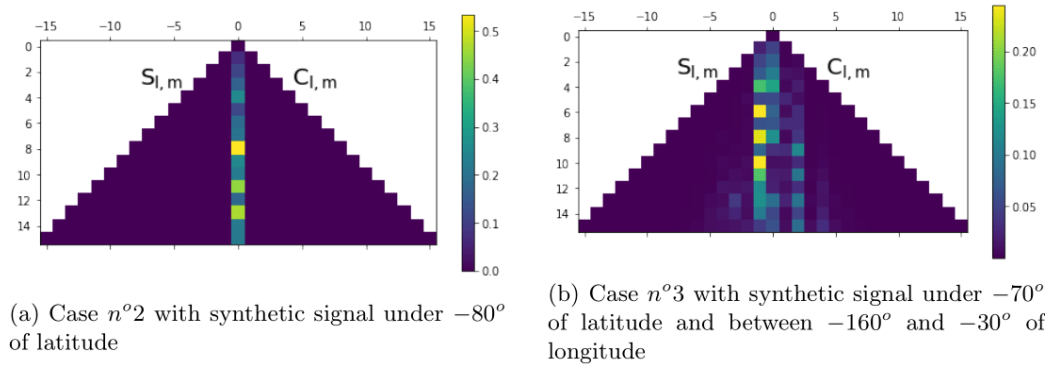
**Figure S2.** Difference of between GIA models in EWH rate (mm/y), with a truncation at degree  $l = 60$

	GLDAS	ISBA	WGHM	LSDM	RMS
ERA5	2.06	2.11	2.92	2.69	2.35
GLDAS		2.04	2.74	2.99	2.67
ISBA			2.55	2.66	2.43
WGHM				3.67	3.05
LSDM					2.47

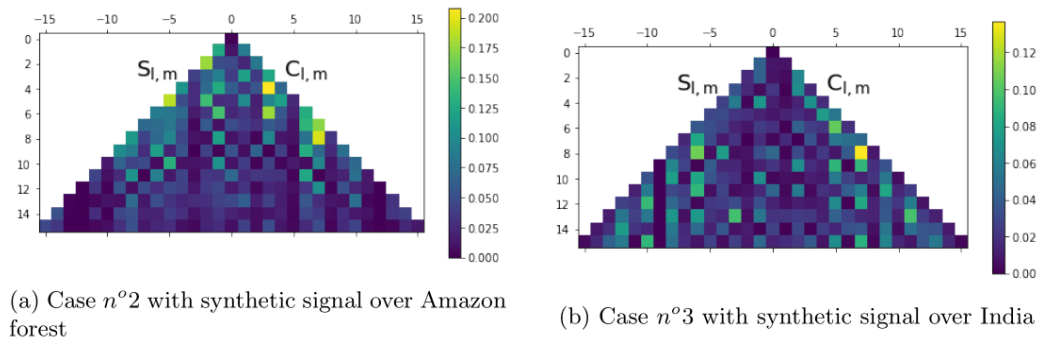
**Table S1.** RMS difference in cm EWH between hydrological models and RMS value of each model after a temporal filtering

	MPIOM	T-UGOm	RMS
OMCT	0.72	0.79	0.84
MPIOM		0.74	0.77
T-UGOm			0.52

**Table S2.** RMS difference in cm EWH between oceanic loading solutions and RMS value of each model after temporal filtering



**Figure S3.** SH power normalized by GRACE standard deviation up to degree 15



**Figure S4.** SH power normalized by GRACE standard deviation up to degree 15

## 4.2 Amélioration de la qualité temporelle des séries GRACE(-FO)

### 4.2.1 Présentation des motivations et du raisonnement de l'article

Les prémisses de cet article reposent sur un constat très simple. Il n'existe pas, à l'heure actuelle, de consensus sur la meilleure méthode à utiliser pour interpoler les produits GRACE(-FO) sur les mois manquants. L'échantillonnage irrégulier des données est problématique pour mener des analyses spectrales à l'aide d'une transformée de Fourier et il est nécessaire de se tourner vers des outils plus sophistiqués tel que le périodogramme de Lomb-Scargle. Ces mois manquants sont d'autant plus problématiques qu'ils rendent plus difficile l'étude des oscillations interannuelles (SANTAMARÍA-GÓMEZ & RAY, 2021). L'état de l'art des techniques d'interpolation utilisées pour GRACE(-FO) repose un bestiaire de méthodes de décomposition du champ en sous-espaces qui sont utilisées à des fins de prédiction, comme présentées dans la section 2.5.

Ce travail a évolué vers un article proposant une comparaison de ces différentes techniques d'interpolation. Nous nous sommes limités dans notre cadre d'étude aux techniques de prédictions utilisant les produits GRACE(-FO) et/ou Swarm jusqu'au degré 12. Ces techniques doivent permettre d'estimer le champ de gravité sur l'ensemble du globe sans apport de données extérieures. Elles sont comparées à l'aide d'une méthodologie de retrait-restauration où les produits GRACE(-FO) de certains mois sont artificiellement retirés pour être interpolés avec les différentes méthodes et les résultats sont comparés avec le produit original. Cette comparaison est effectuée à l'aide de la mesure RMSE.

### 4.2.2 Gap filling within GRACE missions : comparative assessment of interpolation techniques

# Gap filling between GRACE and GRACE-FO: assessment of interpolation techniques

Hugo Lecomte<sup>1,2\*</sup>, Severine Rosat<sup>1†</sup> and Mioara Mandaia<sup>3†</sup>

<sup>1</sup>ITES, Université de Strasbourg (CNRS UMR7063), 5 Rue Descartes, Strasbourg, 67200, France.

<sup>2</sup>\*LEGOS, Université de Toulouse, Toulouse, 31400, France.

<sup>3</sup>Centre Nationale d'Etudes Spatiales, CNES, Paris, 75001, France.

\*Corresponding author(s). E-mail(s): [hugo.lecomte@univ-tlse3.fr](mailto:hugo.lecomte@univ-tlse3.fr);

Contributing authors: [srosat@unistra.fr](mailto:srosat@unistra.fr); [mioara.mandaia@cnes.fr](mailto:mioara.mandaia@cnes.fr);

†These authors contributed equally to this work.

**Keywords:** variable gravity-field, gap filling, GRACE, Swarm

## 1 Introduction

Our planet is a dynamic system where various processes affect the distribution of mass in the Earth and produce variations in its gravity field on a variety of spatial and temporal scales. Measurements of the Earth's gravity field from space, with a high-accuracy and high-resolution, make it possible to better understand the processes that shift masses within the Earth, and on and above its surface. From more than 20 years two emblematic missions have measured nearly continuously the gravity field:

The Gravity Recovery And Climate Experiment (**GRACE**) satellite mission and its follow-on, GRACE-Follow On (**GRACE-FO**), enable precise measurements of Earth's time-variable gravity field (Tapley et al, 2004; Landerer et al, 2020). For the sake of concision, the notation **GRACE(-FO)** refers to both **GRACE** and **GRACE-FO** missions. **GRACE(-FO)** measurements have been used to study mass variations in various Earth's system components, including regional to global scale Terrestrial Water Storage (**TWS**) change, mass change of polar ice sheets and glaciers, global mean ocean mass change, solid earth mass change, deep Earth's signals and others (Chen et al, 2022a).

Time-variable gravity field products of **GRACE(-FO)** are delivered at a monthly temporal resolution. The term "product" refers to a Stokes coefficients estimation of the gravity field (corresponding to Level 2). Products are dataset made by different processing center that process **GRACE(-FO)** observations. The first product of the **GRACE** mission covers April 2002 and the last product covers June 2017. The **GRACE-FO** mission was launched in May 2018 and its first product covers June 2018. A 11-month gap without any product exists then between the two missions. Throughout the lifetimes of the two missions, testing procedures and technical problems have led to a total of 24 missing months (excluding the 11-month gap) as of the time of this article.

In order to continue the measurement of Earth's time-variable gravity field, a new satellite mission is needed prior to the end of the **GRACE-FO** mission. The next satellite gravimetry mission is called GRACE-Continuity and is also referred to as the Mass Change Mission (MCM). The anticipated launch of GRACE-Continuity is set for 2028 (Landerer, 2023), hopefully before the end of the **GRACE-FO** mission. However, the possibility of a gap between **GRACE-FO** and the following satellite mission cannot

be omitted even if it would not be optimal.

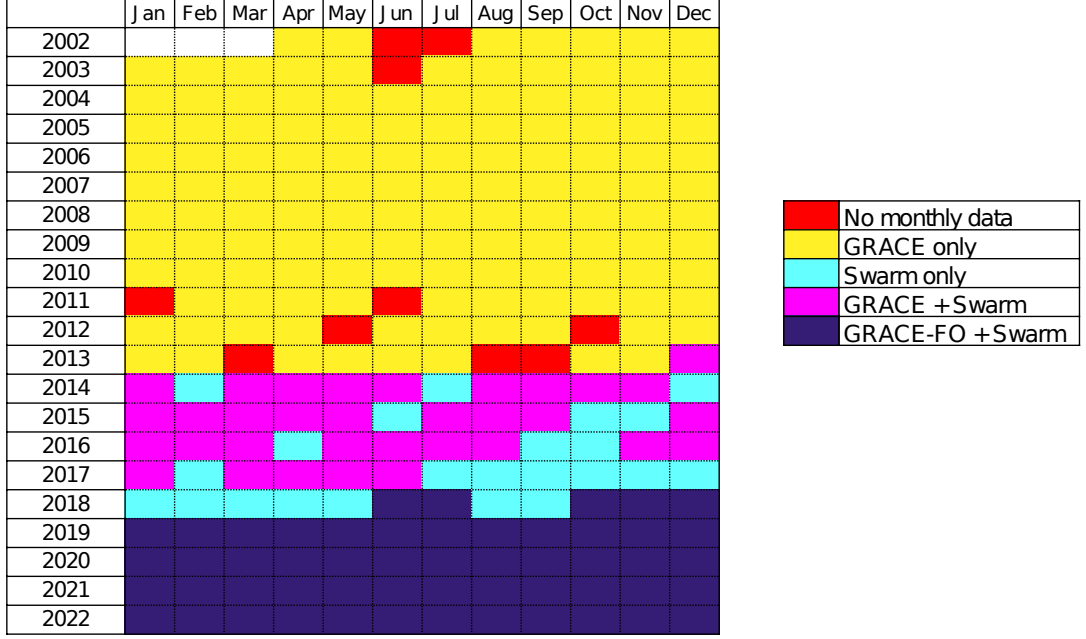
The missing months in [GRACE\(-FO\)](#) products represent a significant challenge for diverse applications and users. The uneven sampling of the gravity-field time-series can introduce biases in trend and interannual cycle estimations ([Santamaría-Gómez and Ray, 2021](#); [Yi and Sneeuw, 2021](#)). The spectral analysis of irregularly sampled data is a problem with widespread application ([Babu and Stoica, 2010](#)). Monitoring of sub-monthly and monthly events, such as floods or earthquakes, becomes impossible if gaps occur during the time period of the event. One might choose to accept the biases created by the gaps in their analysis to minimize the number of modifications made to their time-series from GRACE products. Other might want to apply, simple or sophisticated, methods to fill the data-gaps and reduce these biases. In a near future, product producers might also consider the distribution of Level 3 or Level 4 data without gaps that are easier to handle for end-users without strong knowledge of the GRACE products.

The time-variable gravity field can be recovered by various spatial techniques other than [GRACE\(-FO\)](#). Precise orbit measurements of low Earth’s orbit satellites can be used to generate monthly gravity field products ([Chen et al, 2022b](#)). Since the 1980s, Satellite Laser Ranging ([SLR](#)) delivers products on the lowest-degree coefficients of the Earth’s gravity field ([Couhert et al, 2020](#)). [Weigelt \(2019\)](#) propose to use a gravity field products based on high-low satellite-to-satellite tracking and [SLR](#) to bridge the gap between the two [GRACE\(-FO\)](#) missions. [Löcher and Kusche \(2020\)](#) compute empirical orthogonal functions of the monthly gravity field based on GRACE observations and extend the estimation of these functions with [SLR](#) data for low degrees and on month with missing GRACE products. These two estimations of the gravity field can be used to fill the gaps. They can also be used as an external reference to be compared with gap-filling techniques assessed in this work.

Another mission providing the needed measurements to describe the gravity field is Swarm. This mission is ESA’s first constellation mission for Earth Observation program and consists of three identical satellites which were launched on 22 November 2013 into a near-polar orbit. Swarm provides high-precision and high-resolution measurements of the Earth’s magnetic field, complemented by precise navigation, accelerometer and electric field measurements. Important for our study is the possibility offered by Swarm to deliver stand-alone time-variable gravity field products which are operable at low-degrees ([Friis-Christensen et al, 2006](#)). The orbital perturbations of the three Swarm satellites enable to measure the gravity field ([Jäggi et al, 2016](#); [Lück et al, 2018](#)). The first gravity field variation product of the Swarm mission cover December 2013 and thereafter the products are available over the 11-month gap between GRACE and GRACE-FO ([Fig. 1](#)).

Multiple works available in the literature propose various techniques to fill the missing months in [GRACE\(-FO\)](#) products. The aim of this review paper is to assess and compare a specific category of these techniques. We restrict our comparison to techniques that predict global monthly products at the scale of the Earth. Some other works propose predictions at the local scale of a hydrological basins and are referenced in the review proposed by [Bimal et al \(2022\)](#). The global techniques can be categorized in three groups (as proposed in [Gu et al \(2024\)](#)) : data-driven methods, satellite-monitoring methods and interpolation methods. In our comparison, we narrow our focus to satellite-monitoring and interpolation methods. Data-driven methods encompass machine-learning techniques that use non-gravitational data related to surface displacement (e.g. [Rietbroek et al \(2014\)](#) with Global Positioning System (GPS)/Global Navigation Satellite System) and/or to climate variables (e.g., [Humphrey et al \(2017\)](#); [Li et al \(2020\)](#) with precipitation, temperature). Such comparison of data-driven methods would require manipulating an excessively large number of datasets. This also excludes neural networks predictions from our comparison as they use [GRACE\(-FO\)](#) products and various other variables, such as climate data, to have a sufficient training dataset (e.g., [Sun et al \(2020\)](#); [Mo et al \(2022\)](#)).

We are left in our assessment with global scale satellite-monitoring and interpolation methods. Satellite-monitoring methods have been presented with products based on [SLR](#), Swarm or high-low satellite-to-satellite tracking. But satellite-monitoring methods can also be used at the same time as the interpolation methods to produce interpolated products based on [GRACE\(-FO\)](#) and other satellite products ([Lück et al, 2018](#); [Löcher and Kusche, 2020](#); [Richter et al, 2021](#)).



**Fig. 1** Monthly calendar of the availability of GRACE(-FO) and Swarm time-variable gravity field products.

Nonetheless, achieving consensus on the most optimal approach remains elusive. Multitude of proposed solutions corresponding to satellite-monitoring and interpolation methods exist (Forootan et al, 2020; Richter et al, 2021; Wang et al, 2021; Yi and Sneeuw, 2021; Bimal et al, 2022; Qian et al, 2022). While the strategies of these techniques can adopt either a local or a global geographic perspective, this study focuses on the global scope. Here, we firstly offer a state-of-the-art view of these gap-filling techniques, in order to provide a comparative understanding of the diverse approaches for filling gaps in the time-series within GRACE(-FO), aiming to deliver clarity in the choice of method regarding your personal objectives. We also propose possible ways to predict the missing months when using GRACE(-FO) and/or Swarm products and/or hydrological models.

To assess and compare the techniques used in this work we first present the different available datasets. Then, we present the techniques that are compared here, pointing out the differences between our implementation of the method and the original one. Finally, we compare, detail and discuss the techniques; together with their statistical results.

## 2 Data and methodology

### 2.1 Spherical Harmonics (SH)

For the self-consistency of the paper we introduce the classical way to describe the Earth’s gravity field. The gravitational potential  $V(\lambda, \phi)$  at longitude  $\lambda$  and co-latitude  $\phi$  at the Earth’s surface (mean radius  $R = 6.371 \times 10^6$  m) can be expressed in a Spherical Harmonics (SH) expansion as

$$V(\lambda, \phi) = -\frac{GM}{R} \left[ \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l (C_{l,m} \cos m\lambda + S_{l,m} \sin m\lambda) \bar{P}_{l,m}(\cos \phi) \right], \quad (1)$$

where  $M = 5.972 \times 10^{24}$  kg is the Earth’s mass,  $G$  is the gravitational constant,  $C_{l,m}$  and  $S_{l,m}$  are the Stokes coefficients (dimensionless) of degree  $l$  and order  $m$ , and  $\bar{P}_{l,m}(\cos \theta)$  are normalized associated Legendre polynomials (Wahr et al, 1998).

Assuming that mass variations in the Earth system are caused by surface processes, the time-variable gravity field can be represented as changes in surface mass expressed in Equivalent Water Height (EWH),  $\Delta\sigma(\lambda, \phi)$ , as

$$\Delta\sigma(\lambda, \phi) = \frac{R\bar{\rho}}{3\rho_w} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \frac{2l+1}{1+k_l} [\Delta C_{l,m} \cos(m\lambda) + \Delta S_{l,m} \sin(m\lambda)] \bar{P}_{l,m}(\cos \phi), \quad (2)$$

where  $\bar{\rho} = 5515 \text{ kg.m}^{-3}$  is the mean density of the Earth,  $\rho_w = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  is the density of water and  $k_l$  is the load Love number of degree  $l$  (Wahr et al, 1998).

## 2.2 GRACE(-FO)

Various analysis centers deliver monthly time-variable gravity field products in **SH** representation, each using an independent processing strategy. We use the combined GRACE(-FO) monthly gravity fields product provided by the International Combination Service for Time-variable Gravity Fields (**COST-G**) center (Meyer et al, 2020) to cover the period from April 2002 to December 2022. This product is estimated from a weighted combination of the **SH** products from various centers using Variance Component Estimation (**VCE**) (Jean et al, 2018). It results from the combination of the **AIUB-RL02**, **GFZ-RL06**, **GRGS-RL04**, **ITSG-GRACE2018**, and **CSR-RL06** products for the **GRACE** period and **AIUB-GRACE-FO\_op**, **GFZ-RL06**, **GRGS-RL05**, **ITSG-Grace\_op**, **LUH-GRACE-FO**, **CSR-RL06** and **JPL-RL06** for the **GRACE-FO** period. This combination of products has the advantage of reducing the noise level of the time-series compared to the other stand-alone products as well as the individual biases (Jäggi et al, 2020).

We use **COST-G** with the **SH** time-series corrected such that the average of each coefficient is null. As recommended, Technical notes TN14 solution based on SLR data is used to correct  $C_{2,0}$  (Loomis et al, 2019), and  $C_{3,0}$  after October 2016 (Loomis et al, 2020). Geocenter coefficients  $C_{1,0}$ ,  $C_{1,1}$  and  $S_{1,1}$  are not included as they cannot be measured by **GRACE(-FO)**. The available **COST-G** product is corrected from the atmospheric and oceanic loading by the Atmosphere and Ocean De-aliasing Level 1B (**AOD1B**) model (Dobslaw et al, 2017). To be consistent with Swarm product, we use **SH** coefficients from degree 2 to degree 12. However, we also consider the **SH** up to degree 40 for techniques not based on the Swarm data, as detailed in the appendix.

As we truncate the **SH** representation at degree 12, we choose a **SH** and not a mascon product. **SH** products are global whereas mascons are designed to access higher spatial resolution with pre-established grid that are an a priori of the mass distribution (Scanlon et al, 2016). Changing from **COST-G** to another **GRACE(-FO)** product does not significantly change the final results (corresponding results for other **SH** and **MASCON** products are shown in appendix).

## 2.3 Swarm

The Swarm time-variable gravity field product is also a weighted combined product using **VCE** generated by **COST-G** (Encarnacao et al, 2019). It results from the combination of individual products from the **AIUB**, **ASU**, **IfG**, and **OSU** centers and it spans the period from December 2013 to December 2022. This combination also reduces the noise level of the time-series in comparison to the other stand-alone products (Teixeira da Encarnação et al, 2020).

Swarm product has large Root-Mean Square (**RMS**) difference with **GRACE** products in 2014 attributed to a maximum in solar activity and a problem with the Global Positioning System (**GPS**) receivers' onboard software (van den IJssel et al, 2016; Dahle et al, 2017). To reduce the effect of this low quality, we consider the Swarm product between April 2015 and December 2022. The **SH** decomposition of Swarm products goes up to degree 40. However, we only keep **SH** coefficients from degree 2 to degree 12, as they contain most of the geophysical signal recovered by Swarm; moreover higher degrees are affected by noise (Teixeira da Encarnação et al, 2020).

Swarm data are corrected from sub-monthly atmospheric and oceanic loading effects using the **AOD1B** as for **GRACE(-FO)** products. In order to reduce the biases between **GRACE(-FO)** and Swarm, each **SH** coefficient of Swarm is corrected from the monthly mean of the difference between the two products. This choice is discussed latter on.

## 2.4 Hydrological loading

Hydrological models can be used to reduce the variance of the time-variable gravity field caused by hydrological surface loading. In the following, we use the Global Land Data Assimilation System (GLDAS) Noah 2.1 (Rodell et al, 2004) model that solves the vertical water mass balance but does not account for the lateral fluxes. We produce an average of GLDAS variations for each month in SH coefficients up to degree 12. The model might then be converted to a grid with a spatial resolution of  $1^\circ$  per  $1^\circ$ . The gravitational potential changes induced by hydrological mass redistribution and loading (Newtonian attraction and mass redistribution associated with elastic deformation) are computed as detailed in Petrov and Boy (2004) and Gegout et al (2010). The permanently ice-covered areas have been masked out as the model does not include ice models (Rodell et al, 2004).

## 2.5 Methodology to compare gap-filling techniques

In order to evaluate and compare various gap-filling techniques for interpolating missing months in a time-variable gravity field product, a systematic methodology is applied. This methodology aims to assess the different approaches capabilities to predict the content of missing month(s) in GRACE(-FO) product. To do this, we apply a remove-and-restore approach in which we I) remove the contents of certain GRACE months in the product, II) run a gap-filling technique to predict the data for these months and III) compare them with the removed original data.

With this methodology, we employ GRACE as a reference to evaluate the gap-filling techniques. This choice can be questioned as other gravity field products exist. However, SLR products cannot, currently, be exploitable at degrees higher than 5 and the accuracy of Swarm products does not stand the comparison with GRACE(-FO) products. Cross-validation methods based on the sea level change or other independent data can also be considered and we discuss afterward these aspects.

### 2.5.1 Evaluation metrics

The difference between the removed and the restored months is quantified as the RMS difference. The RMS provides various metrics, regarding on which level we apply it, when used to assess the gap-filling techniques. When the products are expressed as SH, the RMS difference of each coefficient highlight which coefficients are the best retrieved. Once we project the products on a grid in EWH (of  $1^\circ \times 1^\circ$  degrees), we can compute the total RMS difference between the grids, weighted by the cosine of the latitude. We can also create a map of the RMS difference by calculating the RMS on each point of the grid.

The total RMS difference weighted by latitude between the grids provides an estimation of the accuracy of each technique in EWH. Alongside this, the other two metrics allow us to gather more details on which SH coefficient or which spatial regions are the more problematic for each gap-filling technique.

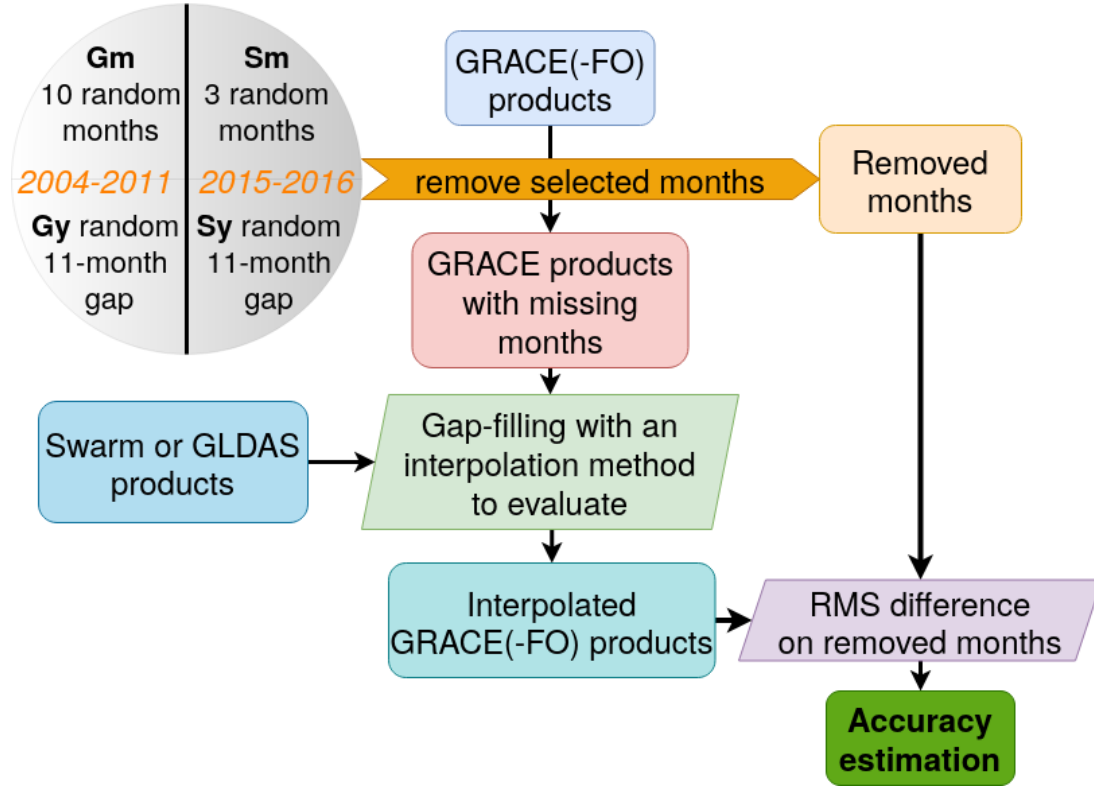
### 2.5.2 Choice of the removed months

The GRACE(-FO) product suffers from two different types of gaps : the 11-month continuous gap and the 24 individual missing months (Fig. 1). We need to estimate the accuracy of each technique for this two specific types of gaps with our remove-and-restore approach. Furthermore, the noise level of the GRACE(-FO) products varies depending on the period. The noise level increased after August 2016 by the end of the GRACE mission lifetime, due to the accelerometer failure of one of the two GRACE satellites that multiply the noise level by two (Chen et al, 2022a). We have selected two time-slices in GRACE mission lifetime to perform the estimation of the accuracy.

The first one cover the period from January 2004 to December 2011 and corresponds to GRACE mission optimal period, however, this period does not cross Swarm lifetime. The techniques based on the Swarm product cannot be evaluated on this time-slice. The evaluation of the accuracy estimation for an 11-month gap during the first time-slice is referred to as 'Gy' (for GRACE-only period year-like gap) and the estimation for individual missing months during the first time-slice is referred to as 'Gm' (for GRACE-only period monthly gaps).

The second time-slice cover the period from May 2015 to August 2016. It corresponds to the period before GRACE accelerometer failure and starts one month after the beginning of the period covered by





**Fig. 2** Schematic workflow of the methodology to assess gap-filling techniques

the Swarm product. The evaluation of the accuracy estimation for an 11-month gap during the second time-slice is referred to as 'Sy' (for Swarm period year-like gap) and the estimation for individual missing months during the first time-slice is referred to as 'Sm' (for Swarm period monthly gaps).

Then, we randomly pick a certain number of months or one 11-month period in the whole time-slice where we can remove the GRACE product, and then apply a gap-filling technique. This testing procedure is repeated a certain number of times to get a better estimation of the RMS difference metrics (keeping in mind that some techniques are computationally demanding). For **Gm** we randomly pick up 10 months in the whole time-slice and we repeat the operation 8 times. For **Gy** we randomly pick up one 11-month gap in the whole time-slice and we repeat the operation 8 times. For **Sm** we randomly pick up 3 months in the whole time-slice and we repeat the operation 5 times. For **Sy** we randomly pick up one 11-month gap in the whole time-slice and we repeat the operation 3 times. The repetition number for **Sm** and **Sy** is limited due to the reduced time length of the time-slice.

### 2.5.3 Workflow of the methodology

SH products for GRACE(-FO) and Swarm are read and we remove the mean as explained in each dataset presentation. Then, we repeat the following operations a certain number of times. According to the type of evaluation (**Gm**, **Gy**, **Sm**, **Sy**) we randomly choose months to remove. Depending on the interpolation technique, SH products might be converted to a grid (eq. 2). When needed the GLDAS model is read and used in the interpolation technique. We perform the interpolation of the months originally missing and the one manually removed with the gap-filling technique. Results are kept for each repetition and metrics are computed for the removed-and-restore months in the grid and the SH format. The whole workflow is schematized in Figure 2.

## 3 Gap-filling techniques

As already specified, we consider the gap-filling techniques proposed in the literature to interpolate a GRACE product missing individual months and the 11-month gap on the whole Earth's surface, possibly also using Swarm or GLDAS products. Each technique has been implemented independently from the original article in a Python script.

### 3.1 Swarm replacement

The simplest and most naive technique is to replace missing **GRACE** months with those from Swarm. It suffers from the noise of the Swarm data, but it can serve as a reference for more complex gap-filling techniques, which should achieve better results than this one. In this technique, the evaluation metrics simply correspond to the RMS difference between **GRACE** and Swarm products.

### 3.2 Constant Trend Annual and Semiannual (CTAS) estimation

Lück et al (2018) investigated the potential of estimating constant, trend, annual, and semiannual (**CTAS**) based on Swarm product to bridge the gap between **GRACE** and **GRACE-FO**, technique also called "6-parameter model". The interpolation of **CTAS** can also be done with the **GRACE(-FO)** product. Our estimation of **CTAS** terms is done with an iterative least-square estimation. The estimation of **CTAS** components is equivalent when done on the **SH** representation or on a projected grid, however, the computation is much more efficient in the **SH** domain as it requires fewer computations. For this reason, we estimate **CTAS** for Swarm and **GRACE(-FO)** on **SH** coefficients.

This technique requires simple a priori assumptions about products. This leads to the consideration that most of the variations in the time-series can be explained by **CTAS** terms. For **GRACE(-FO)**, the evaluation metrics for **CTAS** estimation correspond in fact to the **RMS** variance of the signal, which does not conform to **CTAS**. On one hand, the estimation of **CTAS** with **GRACE(-FO)** product benefits from the low-noise level of the product but misses data for some months. On the other hand, the estimation of **CTAS** with Swarm product benefits from the complete time coverage but suffers from a higher noise level.

### 3.3 Principal Component Analysis (PCA)

Richter et al (2021) proposed to reconstruct a **GRACE**-like time-variable gravity field using Principal Component Analysis (**PCA**). For this, Swarm and **GRACE(-FO)** products need to be projected onto a grid in **EWB** of size  $(n_\lambda, n_\phi, n_t)$  where  $n_\lambda$  corresponds to the number of longitudes,  $n_\phi$  to the number of latitudes and  $n_t$  to the number of months. Based on a grid, we can create a matrix  $\mathbf{X}$  with a size  $(n_\lambda \times n_\phi, n_t)$ . Unlike Richter et al (2021), we normalize  $\mathbf{X}$  by the cosine of the latitude associated with the row. This scales each row according to an approximation of the area of the grid point. Results are slightly better with the normalization than without, according to our analysis (not shown here).

The **PCA** is the decomposition of  $\mathbf{X}$  (equivalent to a singular value decomposition),

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T, \quad (3)$$

where the matrix  $\mathbf{U}$  with a size  $(n_\lambda \times n_\phi, n_t)$  contains spatial patterns (principal components),  $\mathbf{S}$  is the diagonal matrix of the squared singular values and  $\mathbf{V}$  has a size  $(n_t, n_t)$  and contains the temporal modes of the decomposition (eigenvectors). Each line of  $\mathbf{U}$  corresponds to a spatial pattern and each column of  $\mathbf{V}^T$  to a temporal mode and they are ordered by the squared singular values.

Richter et al (2021) decompose  $\mathbf{X}_{\text{GRACE}}$  using **PCA** to estimate  $\mathbf{U}_{\text{GRACE}}$ ,  $\mathbf{S}_{\text{GRACE}}$  and  $\mathbf{V}_{\text{GRACE}}$ . Then, they compute a modified version of  $(\mathbf{U}\mathbf{S})_{\text{Swarm}} = \mathbf{X}_{\text{Swarm}}\mathbf{V}_{\text{GRACE}}^T$  based of **GRACE** decomposition.

Then,  $\mathbf{X}_{\text{Swarm reconstruct}} = (\mathbf{U}_3\mathbf{S}_3)_{\text{Swarm}}\mathbf{V}_{3\text{ GRACE}}^T$  using only the first three lines of  $(\mathbf{U}\mathbf{S})_{\text{Swarm}}$  and of  $\mathbf{V}_{\text{GRACE}}$ . The first three lines explain  $\sim 90\%$  of the signal and this cut is recommended by Richter et al (2021). It reduces the noise of Swarm products. Finally, we can substitute missing months with this new reconstructed product.

Richter et al (2021) proposed a second technique that works analogously, refer to as **PCA<sub>residual</sub>**. The first step is to remove **CTAS** components fitted on the whole **GRACE(-FO)** period to both Swarm and **GRACE(-FO)** products. We then reconstruct the signal as described above and add back the **CTAS** components. We have a small divergence with Richter et al (2021) as they remove **CTAS** components fitted to Swarm from the Swarm products while we remove **CTAS** components fitted on **GRACE(-FO)**. However, the reconstructed signal is more accurate with our approach according to our analysis (not shown here).

### 3.4 Iterative Independent Component Analysis (ICA)

Forootan et al (2020) proposed an iterative reconstruction approach based on Independent Component Analysis (ICA) decomposition. Two approaches are described in their article. However, we have implemented only one (called Approach 2), evaluated as less noisy and providing more homogenized results (Forootan et al, 2020). As for the PCA, we compute  $\mathbf{X}_{\text{GRACE}}$  and  $\mathbf{X}_{\text{Swarm}}$  matrices. Following Forootan et al (2020),  $\mathbf{X}_{\text{ICA}} = \text{sort}([\mathbf{X}_{\text{GRACE}}^T, \mathbf{X}_{\text{Swarm}}^T], \text{time})$  where  $\text{sort}(\cdot, \text{time})$  is an operator that sorts the matrix by ascending time values.  $\mathbf{X}$  rows are weighted by the inverse of the covariance matrices.  $\mathbf{X}$  columns are also weighted by the cosine of the latitude (Forootan et al (2020) mentions this possible scaling but does not mention whether it is applied).

$\mathbf{X}_{\text{ICA}}$  is decomposed applying ICA that correspond to a PCA using an additional matrix of rotation  $\mathbf{R}$  so that  $\mathbf{VR}$  columns are as independent as possible,

$$\mathbf{X}_{\text{ICA}} = \mathbf{URR}^T\mathbf{SV}^T \quad (4)$$

where  $\mathbf{R}$  is computed using JADE ICA algorithm (Cardoso, 1999).

As for the PCA, we compute  $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{U}_k\mathbf{R}_k\mathbf{R}_k^T\mathbf{S}_k\mathbf{V}_k^T$  using only the first  $k$  lines.  $k$  is choose so that it represent 95% of the variance of  $\mathbf{X}_{\text{ICA}}$ . The values of  $\hat{\mathbf{X}}$  that correspond to the Swarm rows replace the initial values of  $\mathbf{X}$  and then we loop the ICA decomposition. This iteration stops when the scaled RMS difference between modes is less than  $10^{-6}$ .

It is worth mentioning that Forootan et al (2020) does not exactly use the same GRACE and Swarm products. They use SH products up to degree 96 for GRACE and up to degree 40 for Swarm. They apply an isotropic Gaussian filter with the radius of 500 km for GRACE and a Gaussian smoothing filter with 1000 km half-wavelength radius for Swarm (Jekeli, 1981). With this, they obtain a better spatial resolution for the GRACE product and a resolution equivalent to ours for the Swarm product.

### 3.5 Iterative Singular Spectrum Analysis (SSA)

Yi and Sneeuw (2021) proposed a gap-filling technique using Singular Spectrum Analysis (SSA) on SH coefficients of GRACE product. In the following, the notations differ from that of Yi and Sneeuw (2021) but remain similar. Each coefficient is transformed into a uniformly sampled time-series,  $[z_1, z_2, \dots, z_{n_t}]$ , with  $n_t$  the total number of months (= 249) and where months with no data are set to 0. In the SSA decomposition, this time-series we can be accounted to build the trajectory matrix  $\mathbf{Y}$ ,

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_L \\ z_2 & z_3 & & z_{L+1} \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_M & z_{M+1} & \cdots & z_{n_t} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

where  $L = n_t + 1 - M$  is the number of columns, chosen arbitrarily. It correspond to the number of months used for the context in the SSA.

The SSA consists of decomposing  $\mathbf{Y}$  with a PCA to obtain the  $L$  eigenvectors of  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{V}^Y$ . Then, the spatio-temporal principal components

$$PC^k(t) = \sum_{i=1}^L z_{t+i-1} \cdot \mathbf{V}_{i,k}^Y = \sum_{i=1}^L \mathbf{Y}_{t,i} \cdot \mathbf{V}_{i,k}^Y, \quad (6)$$

with  $t \in [1, M]$ ,  $k \in [1, L]$ ,  $\mathbf{V}_{i,k}^Y$  that corresponds to the  $i$ -th row and  $k$ -th column of  $\mathbf{V}$ .

Then, the time-series  $\mathbf{V}^Y$  and  $PC$  allow to create the reconstructed components, order on  $k$  in descending order of their singular value,

$$RC^k(t) = \begin{cases} \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t PC^k(t-i+1) \cdot \mathbf{V}_{i,k}^Y & \text{if } 1 \leq t \leq L-1 \\ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L PC^k(t-i+1) \cdot \mathbf{V}_{i,k}^Y & \text{if } L \leq t \leq n_t - L + 1 \\ \frac{1}{n_t - t + 1} \sum_{i=L-n_t+t}^L PC^k(t-i+1) \cdot \mathbf{V}_{i,k}^Y & \text{if } N - L + 2 \leq t \leq n_t \end{cases} \quad (7)$$

which can be used to reconstruct the original time-series  $z_t = \sum_{k=1}^L RC^k(t)$ , with  $t \in [1, n_t]$ . By choosing an arbitrary  $K$ , one can compute the time-series of the original **SH** coefficient on a limited number of reconstructed components to remove the noisy part.

In [Yi and Sneeuw \(2021\)](#), an iterative approach is applied where the **SSA** estimates months without data. It starts with  $K = 1$  and when the estimation of the month is stable enough, a new iteration starts with  $K = 2$ .  $K$  increases in a second iterative loop up to a  $K_{max}$ , chosen arbitrarily for the **SH** coefficient. [Yi and Sneeuw \(2021\)](#) apply this technique twice with different  $M$  and  $K_{max}$  parameters. First, to estimate individual missing months and second, to fill the 11-month gap. For the first round, the parameters are set to  $M = 24$ , corresponding to a context of 2 years around the missing month, and  $K_{max} = 12$ . For the second round, the optimal parameters are  $M = 48$  and  $K_{max} = 7$ . The authors also expose a cross-validation algorithm to obtain the best  $M$  and  $K_{max}$  for each coefficient (not considered in our study, as computationally demanding). We change  $K_{max}$  to 5 allowing to obtain better results according to our analysis (not shown here). This difference might be due to the variation in **GRACE(-FO)** product time length with [Yi and Sneeuw \(2021\)](#), up to Dec-2019 from them vs Dec-2022 for us.

Our implementation of the **SSA** algorithm is based on the Matlab code of [Yi and Sneeuw \(2021\)](#) translated into a Python code and computationally optimized for Python.

### 3.6 Improved Multichannel SSA (MSSA)

[Wang et al \(2021\)](#) proposed to fill the gap by applying the Improved Multichannel SSA (**MSSA**). This technique is closed to **SSA** but uses the information of all **SH** coefficients during the reconstruction. As with **SSA**, each coefficient is transformed into a uniformly sampled time-series. However, once the trajectory matrix  $\mathbf{Y}_{l,m}$  is constructed for each **SH** coefficient of degree  $l$  and order  $m$ ,  $\mathbf{Y}_{MSSA}$  is the concatenation of all the  $\mathbf{Y}_{l,m}$  along the columns and as the size of  $(M, n_{l,m})$ . Where  $M$  is the arbitrarily chosen number of rows and  $n_{l,m}$  is the number of **SH** coefficients used ( $n_{l,m}=165$ ).

Then,  $\mathbf{Y}_{MSSA}$  is decomposed using a singular value decomposition on the covariance matrix detailed in [Wang et al \(2021\)](#), considering the missing data. The coefficients are recomposed similarly to the **SSA**, following [Wang et al \(2021\)](#). This non-iterative reconstruction predicts each **SH** coefficient time-series. The two parameters of the Improved **MSSA** are defined with  $M = 60$  and  $K_{max} = 12$ . The time-window of the method correspond to 60 months and the reconstruct order of 12 has been validated by an analysis of the w-correlations of the first modes (see Fig. 1 from [Wang et al \(2021\)](#)).

[Gauer et al \(2023\)](#) used an iterative **MSSA** to replace missing data combined with spatial filtering. However, the channel components of the **MSSA** from [Gauer et al \(2023\)](#) correspond to different **SH** products projected onto a grid, and the technique is applied to the grid. Given our decision to use only one **GRACE(-FO)** product (**COST-G**), adapting [Gauer et al \(2023\)](#) to our assessment would make it correspond to the **SSA** technique from [Yi and Sneeuw \(2021\)](#) applied to a grid.

### 3.7 Auto-Regressive (AR)

[Lenczuk et al \(2022\)](#) proposed a removed-restore technique combined with an Auto-Regressive (**AR**) prediction. For this, **GRACE(-FO)** product need to be projected on a grid in **EWB** with a size  $(n_\lambda, n_\phi, n_t)$ . The **GLDAS** hydrological model is also used as projected on a grid. The first step is to subtract from **GRACE(-FO)** product the hydrological signal with **GLDAS** and then to remove the remaining **CTAS**

components.

The residuals time-series of each point of the grid,  $[r_1, r_2, \dots, r_{n_t}]$ , are needed to estimate an **AR** model where  $r_i$  is expressed as

$$r_i = a_1 r_{i-1} + a_2 r_{i-2} + \dots + a_M r_{i-M} + \varepsilon, \quad (8)$$

where  $a_1, a_2, \dots, a_M$  are the **AR** coefficients,  $M$  is the **AR** order that is chosen arbitrarily and  $\varepsilon$  is the residual that statistically corresponds to a white noise.

**AR** coefficients are estimated using the following equation :

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{M-1} \\ c_1 & c_0 & & c_{M-2} \\ & \vdots & \ddots & c_{M-1} \\ c_{M-1} & c_{M-2} & \dots & c_0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_M \end{pmatrix}, \quad (9)$$

where  $c_k = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t-k} r_i r_{i+k}$  is the biased auto-covariance estimate (Lenczuk et al, 2022).

From the **AR** model, Lenczuk et al (2022) predict recursively the missing months in the 11-month gap using an **AR** order of  $M = 24$ . The **AR** model is used in a classic forward approach and a backward approach where the  $i$  index from (eq. 8) is incremented. The forward **AR** coefficients are trained on the months before the 11-month gap and the backward **AR** coefficients are trained on the months after. The forward and backward predicted time-series are artificially modified so that they joint each other at the month in the middle of the gap. Before the middle, the forward time-series is used and after the middle, the backward one (Lenczuk et al, 2022).

A few things need to be mentioned here. The technique is proposed to interpolate the 11-month gap on continental regions only, and is not designed to fill the individual gaps. It has been modified to fill individual gaps, ... We also employ it to predict the time-series of grid points over the oceans. This **AR** technique was originally meant to be handled on the **GRACE(-FO)** with a spatial resolution of the order of a few hundred kilometers. Its usage for a product projected on a grid from a **SH** product truncated at degree 12 is on the border of the technique original purpose.

### 3.8 Summary of the techniques

Based on the residual technique from Richter et al (2021), we propose to evaluate **ICA**, **SSA** and **MSSA** with a residual approach. It consist of removing **CTAS** components fitted on the whole **GRACE(-FO)** period to both **GRACE(-FO)** and Swarm (if it is used) products. Then, we reconstruct the signal via the technique and we add back the **CTAS** components. With this twist, the technique is just asked to predict "expected" from the time-series.

All the gap-filling techniques are sum up in the table 1.

## 4 Results

All the techniques have been evaluated via our methodology to estimate the total **RMS** difference with the **GRACE** months removed-and-restored projected to a grid in cm **EWH** (Tab. 2). Techniques partially based on the Swarm product are not evaluated with **Gm** and **Gy** procedures as the corresponding time period contains no Swarm products. There is uncertainty in the table values, depending on the randomly selected months varying up to 0.2.

As expected, our reference where Swarm is used to replace **GRACE** has the higher **RMS** difference that corresponds to the noise level of Swarm products compared to **GRACE**. The **CTAS** estimation performs better with **GRACE(-FO)** than with Swarm (the missing months in **GRACE(-FO)** time-series perturbs less the estimation than the Swarm product noise). We can also note that all the residual

Technique	Apply to	Residual	Extra data	Reference
Swarm replacement	SH	No	Swarm	
CTAS GRACE	SH	No		
CTAS Swarm	SH	No	Swarm	(Lück et al, 2018)
PCA	grid	No	Swarm	(Richter et al, 2021)
PCA residual	grid	Yes	Swarm	(Richter et al, 2021)
ICA	grid	No	Swarm	(Forootan et al, 2020)
ICA residual	grid	Yes	Swarm	
SSA	SH	No		(Yi and Sneeuw, 2021)
SSA residual	SH	Yes		
MSSA	SH	No		(Wang et al, 2021)
MSSA residual	SH	Yes		
AR	grid	Yes	GLDAS	(Lenczuk et al, 2022)

**Table 1** Summary of the different gap-filling techniques

approaches have better performance than their counterpart without residual and than the CTAS estimation based on GRACE(-FO). It is important to emphasize that all the tested techniques were modified and taken out of their initial design framework in order to be compared. We can also note that techniques using Swarm product are less accurate according to our metric of evaluation than the other. It might be explained by the fact that the use of Swarm products benefits from this complementary dataset but suffers from its noise.

The results of the AR and ICA techniques are not as good as expected and we are still investigating the problem in our implementation. We have some points to verify.

	Gm	Gy	Sm	Sy
Swarm			7.4	7.6
CTAS GRACE	1.9	2	2.9	3
CTAS Swarm			3.3	3.4
PCA			2.4	2.5
PCA residual			2.1	2.3
ICA			6.1	6.5
ICA residual			2.6	2.8
SSA	1.1	1.9	1.6	2.8
SSA residual	1.1	1.7	1.6	2.2
MSSA	1.4	1.7	1.7	2.4
MSSA residual	1.3	1.6	1.5	1.9
AR	0.9	1.3	1.4	1.9

**Table 2** Evaluation of the accuracy of the gap-filling techniques measured as the total RMS difference with the GRACE months removed-and-restored projected to a grid in cm EWH

According to our global metric of evaluation, SSA and SSA residual are the best techniques to predict individual monthly gaps in periods with low noise levels for GRACE(-FO) product (Gm). MSSA and SSA (residual) are evaluated as the best techniques to predict individual monthly gaps in period with noise for GRACE(-FO) product (Sm). Finally, MSSA residual is evaluated as the best technique to fill an 11-month gap during periods with low noise level and higher noise level for GRACE(-FO) product (Gy and Sy). As a validation of our evaluation, we also estimated the total RMS difference with the GRACE months removed-and-restored on continent and ocean where no anomalies are found (Appendix B).

## 5 Discussions and conclusions

Different gap-filling techniques have been compared using a removed-and-restore methodology. The evaluation metric to estimate the errors associated with each technique was the **RMS** difference between the removed and the restored month. According to our metrics, **SSA** is the most accurate to estimate individual missing months. **MSSA** with a residual approach is the best to estimate an 11-month gap. However, the most accurate technique to estimate individual months and an 11-month gap using Swarm product is **PCA** with a residual approach. It is worth mentioning that the difference associated with the estimation of **CTAS** components from **GRACE(-FO)** products is less than two times larger than **SSA** and **MSSA**. Estimation of **CTAS** is also the most simple technique to implement and the fastest on a computational aspect.

Based on these results, *what is the technique that you want to use as a person who wants to have an informally sampled gravity time-series ?* The short answer seems to be **SSA** and **MSSA** but in fact, it all depends on the end-user needs. If one wants to have a simple method to fill the gaps, **CTAS** components estimation can be easily applied by anyone and the produce data might be identifiable as predicted and not true products. If one wants to monitor sub-monthly "non-predictable" events, such as earthquakes, the inclusion of external data is needed. In this case, the complementary gravitational dataset with the best spatial resolution is Swarm (or a more elaborate product made with a combination of low Earth orbit satellites) and **PCA** residual technique that uses Swarm information might be the most appropriate to predict missing months. A complementary gravitational dataset such as a product made with a combination of low Earth orbit satellites might have a better spatial resolution but is less consistent through time. Finally, for having the best prediction based on gravitational product only in a **SH** product up to degree 12, one will want to use **MSSA** or **SSA** residuals approaches. Uniform time-sampled gravitational products at low degrees are needed to study interannual to decadal signals, for example, Earth's core processes ([Dumberry and Manda, 2022](#); [Lecomte et al, 2023](#)).

Going for **SSA** and **MSSA** techniques will require more testing to optimally determine  $M$  and  $K_{max}$  parameters. [Yi and Sneeuw \(2021\)](#) elaborate more on these parameters' determination and propose a cross-validation to estimate the optimal ones.

Nonetheless, our capacity to interpolate missing months in **GRACE(-FO)** products is also limited by the product itself. The accuracy of our predictive techniques cannot achieve a lower value than the uncertainty of **GRACE(-FO)** products. [Lecomte et al \(2023\)](#) estimate the lower bound of this uncertainty at 0.4 cm **EWH** in similar condition with Gaussian spatial filtering at a radius of 1200 km, that cancel the **SH** amplitude after degree 12.

To go further in the evaluation of the different gap-filling techniques, other approaches might be used. One can use well-known properties of the product such as **RMS** values on the oceans to estimate the resulting artificial noise created in the prediction of the missing months. Work on cross-validation using external datasets is also a path to explore. We can compare the estimates from the techniques based on their capability to predict the mean sea level over several months or on specific large hydrological basins.

The use of Swarm gravitational products for the prediction of missing months in the future might depend on the solar activity maximums as the noise level is very sensitive to this parameter ([van den IJssel et al, 2016](#)). We must strengthen our toolbox with reliable techniques using Swarm and others that don't because the possibility of a gap between **GRACE-FO** and the following satellite mission cannot be omitted.

**Acknowledgments.** We thank Professor Ehsan Forootan for answering our questions on the implementation of the ICA ([Forootan et al, 2020](#)).

## Declarations

- **Funding:** This work is supported by the Centre national d'études spatiales (CNES) and by the Doctoral School Earth and Environmental Sciences (ED 413) of the University of Strasbourg in the Institut Terre et Environnement de Strasbourg (ITES, CNRS UMR7063). This project has received funding

from the European Research Council (ERC) under the European Union’s Horizon 2020 research and innovation program (GRACEFUL Synergy Grant agreement No 855677).

- **Conflict of interest/Competing interests:** The authors have no relevant financial or non-financial interests to disclose. The authors have no competing interests to declare that are relevant to the content of this article.
- **Ethics approval:** Not applicable
- **Consent to participate:** Not applicable
- **Consent for publication:**
- **Availability of data and materials:** GRACE and GRACE-FO missions are sponsored by the National Aeronautics and Space Administration and the Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt. GRACE and GRACE-FO Level-2 temporal solutions were obtained from [icgem.gfz-potsdam.de](http://icgem.gfz-potsdam.de) for COST-G product. GLDAS hydrological loading model can be downloaded from EOST loading service (<http://loading.u-strasbg.fr/>).
- **Code availability:** The Python 3.8 code used for this publication is based on a Github project by Tyler Tsutterley (<https://github.com/tsutterley/read-GRACE-harmonics>, <https://doi.org/10.5281/zenodo.8075728>). The adapted version can be found on <https://github.com/hulecom/read-GRACE-harmonics> repository. JADE algorithm from Gabriel Beckers <https://github.com/gbeckers/jadeR> SSA original code <https://doi.org/10.18419/darus-807>
- **Authors’ contributions:** Conceptualization: HL; Methodology: HL, SR; Formal analysis and investigation: HL; Writing - original draft preparation: HL; Writing - review and editing: HL, SR, MM; Funding acquisition: SR, MM; Resources: SR, MM; Supervision: SR, MM.

## Appendix A Acronyms

*AIUB* Astronomical Institute of the University of Bern

*AOD1B* Atmosphere and Ocean De-aliasing Level 1B

*ASU* Astronomical Institute Ondrejov

*AR* Auto-Regressive

*COST-G* International Combination Service for Time-variable Gravity Fields

*CSR* Center for Space Research

*CTAS* constant, trend, annual, and semiannual

*ESA* European Space Agency

*EWH* Equivalent Water Height

*GFZ* German Research Centre for Geosciences

*GLDAS* Global Land Data Assimilation System

*GPS* Global Positioning System

*GRACE* Gravity Recovery And Climate Experiment

*GRACE-FO* GRACE-Follow On

*GRGS* Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale

*ICA* Independent Component Analysis

*IfG* Institute of Geodesy Graz

*JPL* Jet Propulsion Laboratory

*LUH* Leibniz Universität Hannover

*MSSA* Multichannel SSA

*OSU* Ohio State University

*PCA* Principal Component Analysis

*RMS* Root-Mean Square

*SH* Spherical Harmonics

*SLR* Satellite Laser Ranging

*SSA* Singular Spectrum Analysis

*TWS* Terrestrial Water Storage

*VCE* Variance Component Estimation



## Appendix B Continents and oceans total RMS difference

All the techniques have been evaluated with our methodology to estimate the total RMS difference with the GRACE months removed-and-restored projected to a grid in cm EWH on continental and oceanic areas (Tab. B1).

Swarm replacement technique shows similar RMS on continents and oceans pointing to poor results caused by the noise of the Swarm product as expected. All the other technique show a higher total RMS difference over continents than over oceans within a scale factor of difference. It can be interpreted as the techniques that struggle more on areas with higher amplitude signals to reconstruct which is an expected behavior.

CONTINENT	Gm	Gy	Sm	Sy		OCEAN	Gm	Gy	Sm	Sy
Swarm			7.2	7.5		Swarm			7.5	7.7
CTAS GRACE	2.8	2.9	4.6	5		CTAS GRACE	1.3	1.3	1.7	1.7
CTAS Swarm			4.2	4.3		CTAS Swarm			2.8	2.9
PCA			3.4	3.9		PCA			1.5	1.6
PCA residual			2.8	3.6		PCA residual			1.3	1.5
ICA			9.1	9.4		ICA			4.7	4.9
ICA residual			3.5	3.8		ICA residual			1.5	1.7
SSA	1.2	2.9	2	4.6		SSA	1	1.3	1.4	1.6
SSA residual	1.2	2.5	1.8	3.4		SSA residual	1	1.3	1.5	1.5
MSSA	2.1	2.5	2.7	3.9		MSSA	1.1	1.2	1.1	1.4
MSSA residual	1.9	2.4	2.3	3		MSSA residual	1	1.1	1.1	1.2
AR	1	1.7	1.8	2.8		AR	0.8	1.1	1.1	1.3

**Table B1** Evaluation of the accuracy of the gap-filling techniques measured as the total RMS difference with the GRACE months removed-and-restored projected to a grid in cm EWH over continents (left table) and oceans (right table)

## References

- Babu P, Stoica P (2010) Spectral analysis of nonuniformly sampled data – a review. *Digital Signal Processing* 20(2):359–378. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2009.06.019>
- Bimal G, Ahmed MM, Murgulet D, et al (2022) Filling Temporal Gaps within and between GRACE and GRACE-FO Terrestrial Water Storage Records: An Innovative Approach. *Remote Sensing* 14(7):1565–1565. <https://doi.org/10.3390/rs14071565>
- Cardoso JF (1999) High-Order Contrasts for Independent Component Analysis. *Neural Computation* 11(1):157–192. <https://doi.org/10.1162/089976699300016863>
- Chen J, Cazenave A, Dahle C, et al (2022a) Applications and Challenges of GRACE and GRACE Follow-On Satellite Gravimetry. *Surveys in Geophysics* 43(1):305–345. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09685-x>
- Chen Q, Wang F, Shen Y, et al (2022b) Monthly Gravity Field Solutions From Early LEO Satellites’ Observations Contribute to Global Ocean Mass Change Estimates Over 1993~2004. *Geophysical Research Letters* 49(21):e2022GL099917. <https://doi.org/10.1029/2022GL099917>
- Couhert A, Bizouard C, Mercier F, et al (2020) Self-consistent determination of the Earth’s GM, geocenter motion and figure axis orientation. *Journal of Geodesy* 94(12):113. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01450-z>
- Dahle C, Arnold D, Jäggi A (2017) Impact of tracking loop settings of the Swarm GPS receiver on gravity field recovery. *Advances in Space Research* 59(12):2843–2854. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.03.003>
- Dobslaw H, Bergmann-Wolf I, Dill R, et al (2017) A new high-resolution model of non-tidal atmosphere and ocean mass variability for de-aliasing of satellite gravity observations: AOD1B RL06. *Geophysical Journal International* 211(1):263–269. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx302>

- Dumberry M, Manda M (2022) Gravity Variations and Ground Deformations Resulting from Core Dynamics. *Surveys in Geophysics* 43(1):5–39. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09656-2>
- Encarnacao J, Visser P, Jaeggi A, et al (2019) Multi-approach Gravity Field Models from Swarm GPS data. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.2019.006>
- Forootan E, Schumacher M, Mehrnegar N, et al (2020) An Iterative ICA-based Reconstruction Method to Produce Consistent Time-Variable Total Water Storage Fields using GRACE and Swarm Satellite Data. *Remote Sensing* 12(10):1639. <https://doi.org/10.3390/rs12101639>
- Friis-Christensen E, Lühr H, Hulot G (2006) Swarm: A constellation to study the Earth's magnetic field. *Earth, Planets and Space* 58(4):351–358. <https://doi.org/10.1186/BF03351933>
- Gauer LM, Chanard K, Fleitout L (2023) Data-Driven Gap Filling and Spatio-Temporal Filtering of the GRACE and GRACE-FO Records. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 128(5):e2022JB025561. <https://doi.org/10.1029/2022JB025561>
- Gegout P, Boy JP, Hinderer J, et al (2010) Modeling and Observation of Loading Contribution to Time-Variable GPS Sites Positions. In: Mertikas SP (ed) *Gravity, Geoid and Earth Observation*. Springer, Berlin, Heidelberg, International Association of Geodesy Symposia, pp 651–659, [https://doi.org/10.1007/978-3-642-10634-7\\_86](https://doi.org/10.1007/978-3-642-10634-7_86)
- Gu Y, Huang F, Huang J, et al (2024) Filling the gap between GRACE and GRACE follow-on observations based on principal component analysis. *Geophysical Journal International* 236(3):1216–1233. <https://doi.org/10.1093/gji/ggad484>
- Humphrey V, Gudmundsson L, Seneviratne SI (2017) A global reconstruction of climate-driven subdecadal water storage variability. *Geophysical Research Letters* 44(5):2300–2309. <https://doi.org/10.1002/2017GL072564>
- Jäggi A, Dahle C, Arnold D, et al (2016) Swarm kinematic orbits and gravity fields from 18months of GPS data. *Advances in Space Research* 57(1):218–233. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.10.035>
- Jäggi A, Meyer U, Lasser M, et al (2020) International Combination Service for Time-Variable Gravity Fields (COST-G). In: Freymueller JT, Sánchez L (eds) *Beyond 100: The Next Century in Geodesy*. Springer International Publishing, Cham, International Association of Geodesy Symposia, pp 57–65, [https://doi.org/10.1007/1345\\_2020\\_109](https://doi.org/10.1007/1345_2020_109)
- Jean Y, Meyer U, Jäggi A (2018) Combination of GRACE monthly gravity field solutions from different processing strategies. *Journal of Geodesy* 92(11):1313–1328. <https://doi.org/10.1007/s00190-018-1123-5>
- Jekeli C (1981) *Alternative Methods to Smooth the Earth's Gravity Field*
- Landerer F (2023) The value and need of continuous global satellite gravimetry measurements for earth system science. *MAGIC Science and Applications Workshop 2023*
- Landerer FW, Flechtner FM, Save H, et al (2020) Extending the Global Mass Change Data Record: GRACE Follow-On Instrument and Science Data Performance. *Geophysical Research Letters* 47(12):e2020GL088306. <https://doi.org/10.1029/2020GL088306>
- Lecomte H, Rosat S, Manda M, et al (2023) Uncertainty of Low-Degree Space Gravimetry Observations: Surface Processes Versus Earth's Core Signal. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 128(7):e2023JB026503. <https://doi.org/10.1029/2023JB026503>
- Lenczuk A, Matthias Weigelt, Wieslaw Kosek, et al (2022) Autoregressive Reconstruction of Total Water Storage within GRACE and GRACE Follow-On Gap Period. *Energies* 15(13):4827–4827. <https://doi.org/10.3390/en15134827>

- Li F, Kusche J, Rietbroek R, et al (2020) Comparison of Data-Driven Techniques to Reconstruct (1992–2002) and Predict (2017–2018) GRACE-Like Gridded Total Water Storage Changes Using Climate Inputs. *Water Resources Research* 56(5):e2019WR026551. <https://doi.org/10.1029/2019WR026551>
- Löcher A, Kusche J (2020) A hybrid approach for recovering high-resolution temporal gravity fields from satellite laser ranging. *Journal of Geodesy* 95(1):6. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01460-x>
- Loomis BD, Rachlin KE, Luthcke SB (2019) Improved Earth Oblateness Rate Reveals Increased Ice Sheet Losses and Mass-Driven Sea Level Rise. *Geophysical Research Letters* 46(12):6910–6917. <https://doi.org/10.1029/2019GL082929>
- Loomis BD, Rachlin KE, Wiese DN, et al (2020) Replacing GRACE/GRACE-FO With Satellite Laser Ranging: Impacts on Antarctic Ice Sheet Mass Change. *Geophysical Research Letters* 47(3):e2019GL085488. <https://doi.org/10.1029/2019GL085488>
- Lück C, Kusche J, Rietbroek R, et al (2018) Time-variable gravity fields and ocean mass change from 37 months of kinematic Swarm orbits. *Solid Earth* 9(2):323–339. <https://doi.org/10.5194/se-9-323-2018>
- Meyer U, Jaeggi A, Dahle C, et al (2020) International Combination Service for Time-variable Gravity Fields (COST-G) Monthly GRACE Series. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.COST-G.001>
- Mo S, Zhong Y, Forootan E, et al (2022) Bayesian convolutional neural networks for predicting the terrestrial water storage anomalies during GRACE and GRACE-FO gap. *Journal of Hydrology* 604:127244. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.127244>
- Petrov L, Boy JP (2004) Study of the atmospheric pressure loading signal in very long baseline interferometry observations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 109(B3). <https://doi.org/10.1029/2003JB002500>
- Qian A, Yi S, Li F, et al (2022) Evaluation of the Consistency of Three GRACE Gap-Filling Data. *Remote Sensing* 14(16):3916. <https://doi.org/10.3390/rs14163916>
- Richter HMP, Lück C, Klos A, et al (2021) Reconstructing GRACE-type time-variable gravity from the Swarm satellites. *Scientific Reports* 11(1):1117. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-80752-w>
- Rietbroek R, Fritsche M, Dahle C, et al (2014) Can GPS-Derived Surface Loading Bridge a GRACE Mission Gap? *Surveys in Geophysics* 35(6):1267–1283. <https://doi.org/10.1007/s10712-013-9276-5>
- Rodell M, Houser PR, Jambor U, et al (2004) The Global Land Data Assimilation System. *Bulletin of the American Meteorological Society* 85(3):381–394. <https://doi.org/10.1175/BAMS-85-3-381>
- Santamaría-Gómez A, Ray J (2021) Chameleonic Noise in GPS Position Time Series. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 126(3):e2020JB019541. <https://doi.org/10.1029/2020JB019541>
- Scanlon BR, Zhang Z, Save H, et al (2016) Global evaluation of new GRACE mascon products for hydrologic applications. *Water Resources Research* 52(12):9412–9429. <https://doi.org/10.1002/2016WR019494>
- Sun Z, Long D, Yang W, et al (2020) Reconstruction of GRACE Data on Changes in Total Water Storage Over the Global Land Surface and 60 Basins. *Water Resources Research* 56(4):e2019WR026250. <https://doi.org/10.1029/2019WR026250>
- Tapley BD, Bettadpur S, Ries JC, et al (2004) GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System. *Science* 305(5683):503–505. <https://doi.org/10.1126/science.1099192>
- Teixeira da Encarnação J, Visser P, Arnold D, et al (2020) Description of the multi-approach gravity field models from Swarm GPS data. *Earth System Science Data* 12(2):1385–1417. <https://doi.org/10.5194/essd-12-1385-2020>

- van den IJssel J, Forte B, Montenbruck O (2016) Impact of Swarm GPS receiver updates on POD performance. *Earth, Planets and Space* 68(1):85. <https://doi.org/10.1186/s40623-016-0459-4>
- Wahr J, Molenaar M, Bryan F (1998) Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 103(B12):30205–30229. <https://doi.org/10.1029/98JB02844>
- Wang F, Shen Y, Chen Q, et al (2021) Bridging the gap between GRACE and GRACE follow-on monthly gravity field solutions using improved multichannel singular spectrum analysis. *Journal of Hydrology* 594:125972. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.125972>
- Weigelt M (2019) Time series of monthly combined HLSST and SLR gravity field models to bridge the gap between GRACE and GRACE-FO: QuantumFrontiers\_HLSST\_SLR\_COMB2019s. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.2019.008>
- Yi S, Sneeuw N (2021) Filling the Data Gaps Within GRACE Missions Using Singular Spectrum Analysis. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 126(5):e2020JB021227. <https://doi.org/10.1029/2020JB021227>

---

# Dynamique du noyau vue par les champs potentiels

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Dynamiques induisant des variations de masse dans le noyau [...]</b>	<b>110</b>
<b>5.2</b>	<b>[...] mises en perspectives par les champs potentiels . . . . .</b>	<b>112</b>
5.2.1	Revisite de la corrélation des champs potentiels . . . . .	112
5.2.2	Le processus de dissolution et cristallisation à la CMB . . . . .	118
5.2.3	Études des corrélations entre secousses magnétiques et variations de la gravité . . . . .	120
<b>5.3</b>	<b>Anomalies de densité . . . . .</b>	<b>123</b>
<b>5.4</b>	<b>Anomalies de pression . . . . .</b>	<b>126</b>
<b>5.5</b>	<b>Réorientation de la graine . . . . .</b>	<b>130</b>
5.5.1	Motivation de l'étude . . . . .	130
5.5.2	Gravitational constraints on the Earth's inner core differential rotation	130
5.5.3	Supplementary Materials . . . . .	141

---

## 5.1 Dynamiques induisant des variations de masse dans le noyau [...]

Pendant ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés aux différents processus se déroulant dans le noyau ou à sa surface pouvant entraîner des variations de masses (dont nous avons *a priori* qu'elles pouvaient être significatives). Les signatures et amplitudes dans le champ de gravité variable des **anomalies de densité** dans le noyau fluide et d'**anomalies de pression** à la **CMB** sont présentées dans la section 4.1. L'effet lié à la **réorientation de l'IC** est traité dans la section 5.5. Toute l'approche théorique de modélisation autour de ces processus est aussi décrite dans DUMBERRY et MANDEA (2022) et se résume visuellement à la figure 5.1.

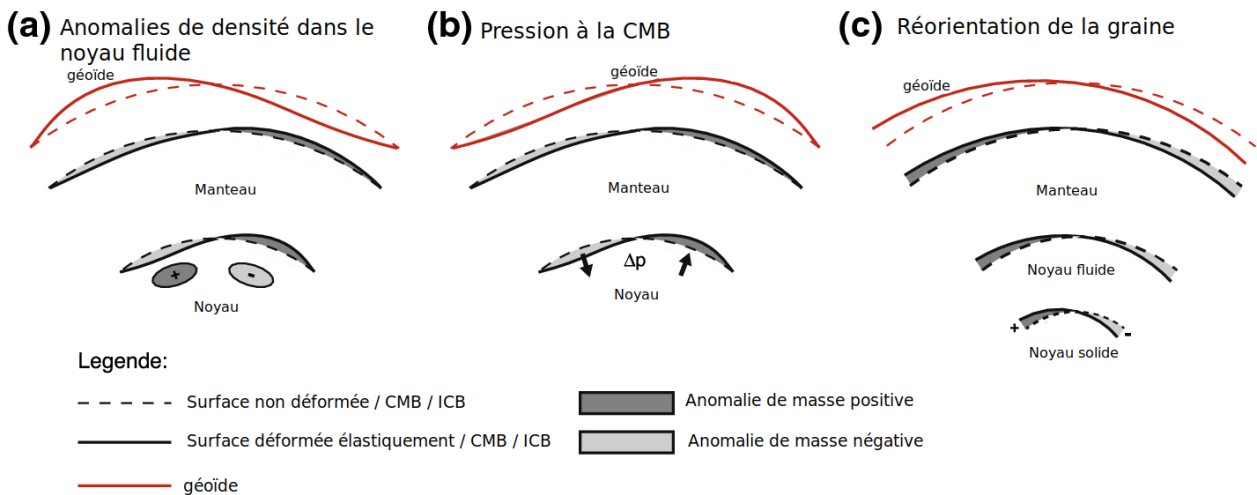


FIGURE 5.1 – Variations du géoïde à la surface terrestre causées par des processus provenant du noyau. (a) Anomalies de densité reliées aux flux dans le noyau fluide, en prenant en compte les déformations élastiques créées par l'altération du champ de ces anomalies. (b) Variations du gradient horizontal de pression créant une variation des forces à la **CMB**, entraînant une déformation élastique globale. (c) Rotation axiale différentielle du noyau solide entraînant une anomalie de masse de degré 2 à l'**ICB**. (d'après DUMBERRY et MANDEA (2022))

Déjà avant ce travail, de nombreuses études ont développé le cadre théorique de l'étude du noyau avec les variations de la gravité. Nous pouvons notamment citer un article proposant un formalisme pour les déformations élasto-gravitationnelles de la Terre en utilisant le formalisme des nombres de Love (HINDERER & LEGROS, 1989). Cette étude propose aussi une quantification en nGal d'un effet de pression à la **CMB** (pour des périodes inférieures à un an). Ce formalisme est ensuite repris dans divers livres et articles à la recherche de signaux imputables au noyau dans des mesures de gravimètres (ALDRIDGE et al., 1990; HINDERER et al., 1991; HINDERER & CROSSLEY, 1993; LEFFTZ & LEGROS, 1993). FANG et al. (1996) proposent un calcul des différentes valeurs des nombres de Love pour le modèle de Terre **PREM** mais il ne prend pas en compte la déformation des surfaces équipotentielles dans le noyau. Les estimations de FANG et al. (1996) des valeurs des nombres de Love sont surestimées par rapport à celles des études de DUMBERRY et BLOXHAM (2004) et GREFF-LEFFTZ et al. (2004). Ces deux dernières prennent, elles, bien en compte cette déformation des équipotentielles dans le noyau.

D'autres travaux proposaient aussi d'attribuer des variations temporelles du champ de gravité à des phénomènes ayant lieu dans le noyau terrestre. Un échange autour d'un résultat est initié par COX et CHAO (2002) qui désigne les flux géodynamiques dans le noyau fluide comme une potentielle explication d'un signal anormal détecté autour de 1998 dans le coefficient  $C_{2,0}$ .

DUMBERRY et BLOXHAM (2004) et GREFF-LEFFTZ et al. (2004) questionnent cette proposition en justifiant que l'amplitude d'un tel effet n'est pas assez grande pour expliquer l'anomalie de 1998. Pour cela, ils s'appuient sur des modélisations théoriques couplées à des modèles de flux dans le noyau et suggèrent néanmoins que les variations de pression à la CMB causées par les flux modélisés peuvent contribuer pour quelques pourcents à la tendance du coefficient  $C_{2,0}$  et pourraient être observables dans les variations décennales du degré 2.

JIANG et al. (2007) puis DUMBERRY (2010) réalisent ensuite des études théoriques qui traitent, en plus des variations de pression liées au flux à la CMB, des effets gravitationnels liés aux anomalies de densité dans le noyau fluide et de la redistribution élastique entraînée par ces anomalies (pour des périodes supérieures à l'année). D'après les modèles géodynamiques numériques utilisés dans DUMBERRY (2010), l'effet des anomalies de pression et de densité devrait-être anti-corrélé et se compenser. Les régions de faible (forte) densité devraient être associés à des fortes (faibles) pressions à la CMB. Néanmoins les effets des anomalies de densité devraient être plus faibles que ceux des anomalies de pression, cette différence dans l'amplitude des deux signaux est encore à déterminer aujourd'hui. DUMBERRY (2010) estime également des ordres de grandeur du signal liés aux anomalies de pression qui seraient observables aux degrés 2 et 3 à des échelles pluri-décennales par rapport aux incertitudes des produits de variations de gravité (de GRACE ou SLR).

En plus des effets d'anomalies de pression et de densité, d'autres types phénomènes sont proposés dans la littérature. B. BUFFETT (1996a, 1996b) théorise qu'un couplage gravitationnel noyau-manteau entraîne des variations de la LOD. Un formalisme mathématique pour ce couplage est proposé par CHAO (2017) et des réflexions autour du phénomène sont initiées par l'étude de DING et CHAO (2018). Cette dernière attribue une oscillation autour de la période de 6 ans visible dans le champ magnétique, le déplacement d'un réseau de stations GNSS et la variation de la LOD à ce couplage. Ce cycle à 6 ans serait attribuable à une oscillation longitudinale du noyau avec une période de 6 ans. Ce résultat est cohérent en terme de phase sur certaines observations avec une analyse en ondelettes. CHAO et YU (2020) retrouvent ensuite des cycles à 6 ans dans les variations des coefficients  $C_{2,2}$  et  $S_{2,2}$  et les associent au premier mécanisme de couplage. GILLET et al. (2021) interrogent les résultats de DING et CHAO (2018) avec une modélisation des effets de pression pour notifier que les flux du noyau ne peuvent pas être responsables des déformations observées avec les mesures GNSS. En particulier, l'effet à 6 ans observé dans le champ magnétique n'est pas assez important quand il est transformé en flux pour causer la déformation. ROSAT et al. (2021) reproduisent l'analyse des déformations via GNSS, mais le cycle à 6 ans apparaît bien amoindri. Cela semble indiquer qu'un effet de distribution du réseau de stations fait apparaître le cycle à 6 ans dans l'étude de DING et CHAO (2018). Concernant le signal à 6 ans dans  $C_{2,2}$  et  $S_{2,2}$ , ROSAT et al. (2021) soulignent que pour vérifier l'hypothèse que les deux signaux sont liés au couplage du noyau, il faudrait que l'amplitude du signal à 6 ans dans les deux coefficients soit similaire. L'étude de ROSAT et al. (2021) suggère finalement que ces signaux à 6 ans dans les données GNSS et dans les coefficients de degré 2 sont d'origines superficielles. Dans cette thèse, la section 5.5 montre que le signal à 6 ans dans  $S_{2,2}$  est expliqué par le modèle hydrologique ISBA.

Pour finir cette rétrospective et introduire les résultats présentés dans la section suivante, nous discuterons des travaux observant les liens entre les champs magnétiques et de gravité. Parmi ceux là, MANDEA et al. (2012) observent une corrélation de 60% entre les variations temporelles du champ de gravité et l'accélération séculaire du champ magnétique sur une zone géographique entre l'équateur et la latitude de  $-30^\circ$  à l'ouest de l'Afrique et sur une période de temps allant d'août 2002 à août 2010. Cette corrélation peut s'expliquer et être interprétée

comme un processus de dissolution et cristallisation à la [CMB](#) (MANDEA et al., 2015). Plus récemment, SARASWATI et al. (2023) proposent d'autres méthodes d'analyse statistiques des deux champs pour étudier leurs variabilités spatiales et temporelles communes. Cette étude met en avant plusieurs oscillations inter-annuelles partagées par les deux champs.

## 5.2 [...] mises en perspectives par les champs potentiels

Une piste pour en apprendre plus sur le noyau est de regarder conjointement plusieurs observables, tels que différents champs potentiels. Il faut alors identifier une origine commune entre les variations des champs avec une mesure de la similarité ou du lien entre eux. Il faut ensuite identifier les mécanismes créant ces variations pour les expliquer. MANDEA et al. (2012) proposent un angle d'ouverture de cette piste.

### 5.2.1 Revisite de la corrélation des champs potentiels

*Cette sous-section est à lire en parallèle de l'article MANDEA et al. (2012) et du commentaire sur cette article, STEVENSON (2012).*

En s'appuyant sur 10 ans de données en plus des variations temporelles des champs magnétique et de gravité, il était pertinent de reproduire les résultats de MANDEA et al. (2012) pour en proposer une nouvelle analyse actualisée. Les produits et modèles utilisés ont été actualisés avec des versions plus récentes. Le produit du champ de gravité était celui du [CNES Release \(RL\)02](#), il a été remplacé par la solution combinée [COST-G RL01](#). Le modèle du champ magnétique était [GRIMM-3](#) (disponible jusqu'en 2010) dont nous analysons l'accélération séculaire, il a été remplacé par le modèle [CHAOS-7](#). Nous avons aussi testé le modèle [COV-OBS.x2](#) pour vérifier que les résultats étaient robustes au choix du modèle de champ magnétique, c'est bien le cas. L'article original corrige (pour certains résultats) les variations hydrologiques avec le modèle [GLDAS](#). Nous avons vu que le modèle [ISBA](#) expliquait mieux la variance de [GRACE](#) aux échelles de temps inter-annuelles dans l'article de la section 4.1, Table 4.7. Nous avons donc remplacé le modèle hydrologique [GLDAS](#) par [ISBA](#). Comme dans l'article initial, les produits de variation du champ de gravité sont utilisés avec une troncature des [HS](#) au degré 8 et les séries sont filtrées temporellement pour enlever les signaux annuels, semi-annuels et à 161 jours. Pour la suite, nous désignons par le terme zone d'intérêt la zone géographique entre l'équateur et la latitude de  $-30^\circ$  à l'ouest de l'Afrique mise en avant par l'article original.

La figure n°2 de MANDEA et al. (2012) est une grille contenant les séries temporelles des champs magnétique et de gravité entre 2002 et 2010 sur les différents points de la grille. Cette figure souligne une potentielle corrélation dans l'oscillation avec une période de 6 ans visible dans les champs magnétique et de gravité sur la zone au sud-ouest de l'Afrique. Pour être plus précis, le champ magnétique oscille avec une période identifiable autour de 6 ans mais le champ de gravité possède un contenu spectral plus varié dont une oscillation à 6 ans. Une petite erreur s'était glissée dans la figure originale avec une inversion nord-sud par rapport à l'équateur des séries temporelles du champ de gravité. Cette inversion ne change néanmoins pas l'observation que les séries oscillent en phase sur la région d'intérêt dans la figure originale, même après correction (car la région d'intérêt est proche de l'équateur).



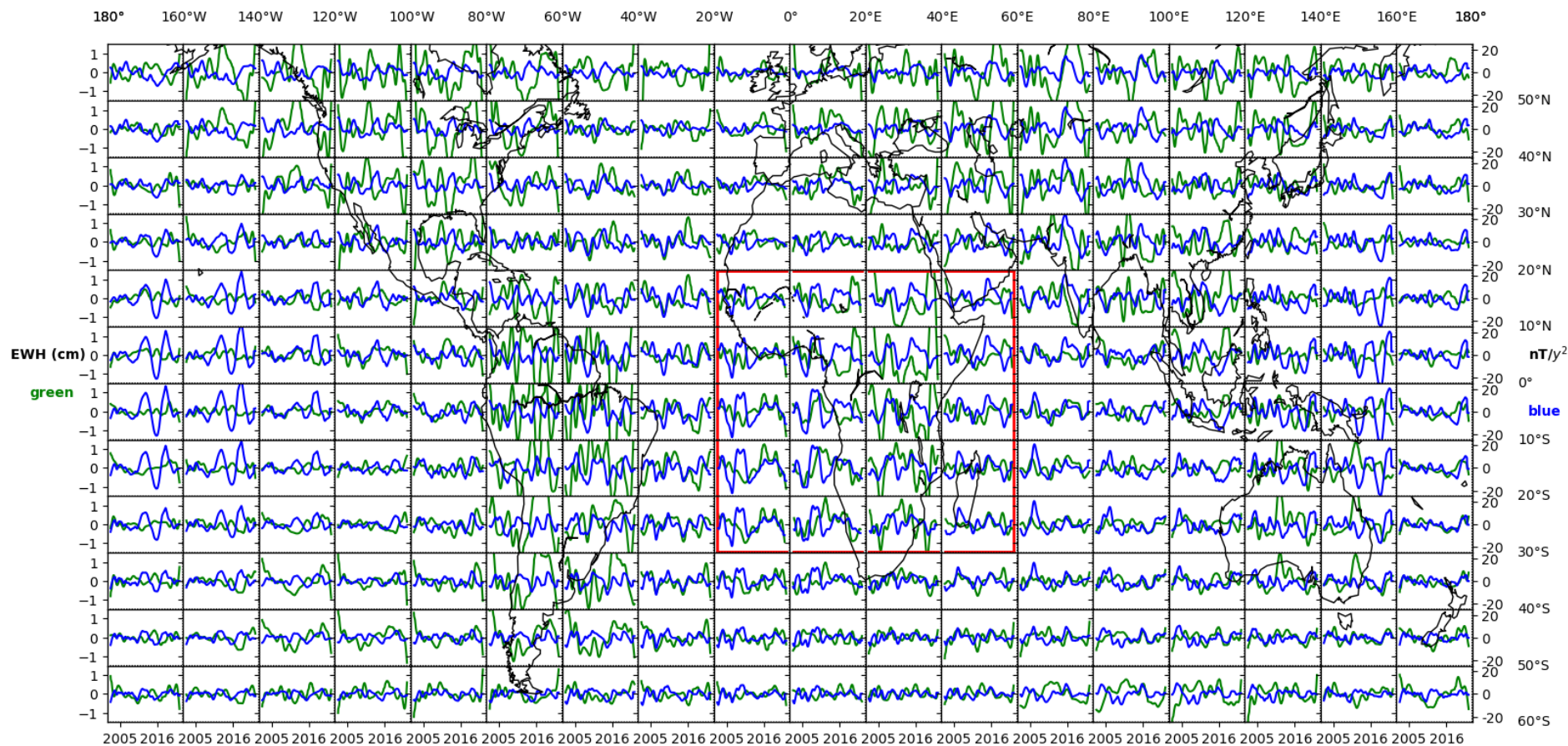


FIGURE 5.2 – Variations temporelles de l’accélération séculaire du modèle CHAOS-7 (bleu) et du champ de gravité du produit COST-G (vert) au point situé au centre de chaque cellule. Les séries temporelles couvrent août 2002 à juillet 2022 et la solution COST-G est filtrée temporellement avec un filtre passe-bas à 2 ans et est tronquée après le degré 8. La zone d’intérêt de l’article MANDEA et al. (2012) est encadrée en rouge.

La figure 5.2 est une version actualisée de la figure n°2 de MANDEA et al. (2012). L'accélération séculaire du champ magnétique contient encore de fortes oscillations avec une période proche de 6 ans autour de l'équateur. Cette oscillation est particulièrement visible entre 2005 et 2015 sur la côte sud-ouest de l'Afrique, la zone d'intérêt originale. Les séries temporelles du champ de gravité, elles, ne semblent pas contenir d'oscillation avec une période de 6 ans qui ressort après 2010. Cette constatation a été vérifiée avec une analyse fréquentielle, le signal gravimétrique contient des pics à 6 ans d'amplitude comparable à celle des pics aux périodes de 2 et/ou 3 ans sur cette zone.

Nous avons ensuite reproduit la figure n°3 de MANDEA et al. (2012) avec les séries temporelles actualisées. Cette figure montre la mesure de la corrélation entre les séries temporelles des deux champs projetée sur la surface terrestre. Elle fait ressortir une zone de forte corrélation (supérieure à 0.8) au sud-ouest de l'Afrique, sur la zone d'intérêt. La significativité de cette corrélation est établie avec un test statistique. Une seconde carte de corrélation est incluse dans la figure n°3 de l'article original avec les variations du champ de gravité corrigées des effets de l'hydrologie avec le modèle GLDAS. La zone de corrélation est alors réduite spatialement et décalée à l'est de l'Afrique ; la corrélation, quant à elle, est plus faible avec une valeur autour de 0.6.

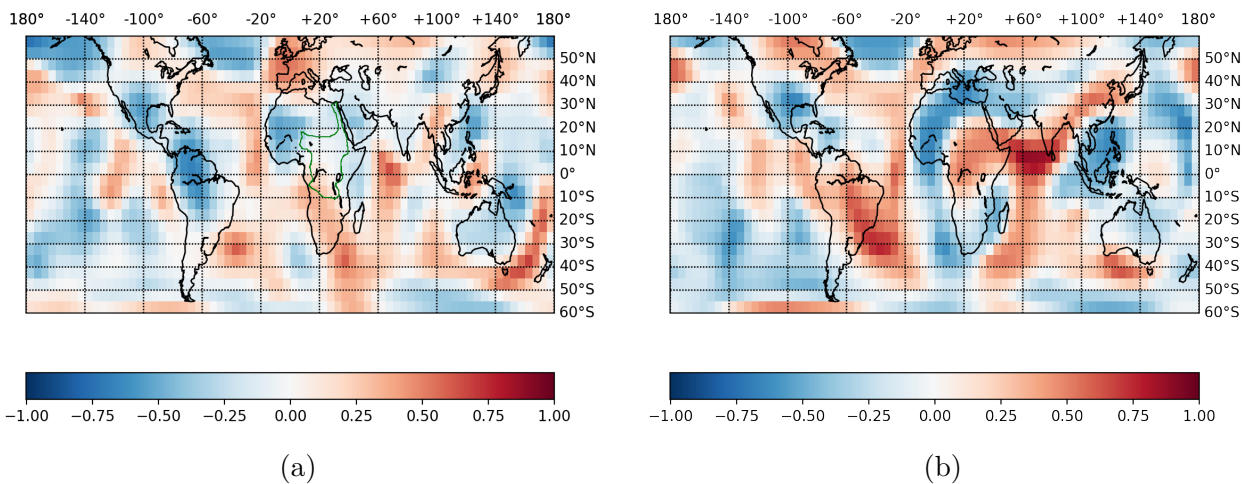


FIGURE 5.3 – Carte de corrélation entre l'accélération séculaire du champ magnétique (CHAOS-7) et les variations temporelles du champ gravitationnel (COST-G) **(a)** ou les variations temporelles du champ gravitationnel (COST-G) corrigées des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA **(b)** entre 2002 et 2018. Les séries temporelles du champ de gravité utilisées pour calculer les valeurs de corrélations sont tronquées après le degré 8 et filtrées temporellement. Les bassins hydrologiques du Congo, Tchad et Nil sont entourés en vert sur la sous-figure **(a)**

La version actualisée de la figure n°3 montre des changements dans l'amplitude de la corrélation et une cartographie différente pour la corrélation avec les variations de la gravité corrigées des effets de l'hydrologie (Fig. 5.3). La nouvelle carte de corrélation est différente dans sa conception sur plusieurs points. Les zones de latitude supérieure à 60° N et inférieure à 60° S ne sont pas affichées et la projection de la carte est différente. À proximité des pôles l'accélération séculaire du champ magnétique est plus faible et les variations du champ de gravité sont principalement affectées par la fonte des calottes glaciaires ainsi que le GIA. La carte présentée est faite sans le test statistique présent dans la figure n°3 de l'article original. Avec ce test statistique, seuls les signaux au sud-est du Brésil et entre l'Inde et la corne de l'Afrique sont considérés comme significatifs. Notamment, la corrélation sur la zone d'intérêt n'est pas significative, d'après le test statistique de MANDEA et al. (2012).

Pour la sous-figure 5.3a, la corrélation sur la zone d'intérêt au sud-est de l'Afrique existe toujours mais avec des valeurs moins significatives (0.4 au maximum contre 0.8 précédemment). La corrélation varie entre -0.7 et 0.7 pour les deux sous-figures. La sous-figure 5.3b change beaucoup par rapport à l'originale. Nous avons déjà vu que les deux modèles hydrologiques [GLDAS](#) et [ISBA](#) sont différents. [GLDAS](#) n'utilise pas de modélisation des flux hydrologiques latéraux et des rivières au contraire de [ISBA](#). De ce fait, [GLDAS](#) n'explique pas du tout la variance inter-annuelle du champ de gravité, là où [ISBA](#), lui, explique 25% de cette variance. Cela peut expliquer pourquoi, dans l'article original, la différence entre les deux cartes de corrélation n'est pas flagrante avec les zones de corrélation et anti-corrélation qui restent semblables entre les deux sous-figures malgré le changement d'amplitude de la valeur de corrélation. Sur la carte actualisée avec les variations de la gravité corrigées des effets de l'hydrologie, la corrélation dans la zone d'intérêt ne semble plus significative. Il est possible de noter deux nouvelles zones de corrélation qui apparaissent au sud-est du Brésil et entre l'Inde et la corne de l'Afrique. La corrélation sur les deux zones est significative d'après le test statistique de l'article original.

Quelques réflexions sur les différences entre ces résultats de corrélation :

- Observer que l'accélération séculaire du champ magnétique est corrélée avec les variations temporelles du champ de gravité, cela revient à établir que les deux séries temporelles sont quasi-similaires à un facteur d'échelle prêt, qu'elles sont linéairement reliées. Nous savons que le champ magnétique est créé par les flux dans l'[IC](#) mais les variations du champ de gravité sont, en première approximation, créées par des processus à la surface de la Terre. La section 4.1 propose une quantification de l'amplitude de différents processus ayant lieu dans le noyau et ces amplitudes sont au moins d'un ordre de grandeur inférieurs à celles des effets des processus de surface. Avec cette lecture du contenu des variations de la gravité, établir une corrélation comme le fait [MANDEA et al. \(2012\)](#) revient à observer une relation quasi-linéaire entre l'accélération séculaire et les variations de gravité des processus de surface (qui sont ceux avec le plus d'amplitude dans la série temporelle et donc qui créent la corrélation). L'utilisation du modèle [GLDAS](#) dans [MANDEA et al. \(2012\)](#) devait corriger les variations liées à l'hydrologie mais nous avons vu que [GLDAS](#) ne réduit pas la variance inter-annuelle du champ de gravité. Il est possible de régler ce problème en corrigeant ces variations dues à des processus de surface avec modèle mais ceux-ci sont encore imparfait.
- L'accélération séculaire du champ magnétique est un signal avec une période autour de 6 à 8 ans. Les variations temporelles de la gravité terrestre oscillent à des périodes entre 3 à 6 ans. Sur une durée de 8 ans comme celle des séries temporelles de l'article de [MANDEA et al. \(2012\)](#), l'accélération séculaire oscille une fois et le champ de gravité oscille entre une et deux fois. Établir une corrélation avec 8 ans de données pour des séries temporelles avec un tel contenu spectral revient surtout à une mesure du déphasage entre les oscillations des deux séries. Si les séries sont en phase, elles seront corrélées et sinon, elles ne seront pas corrélées. Sur une durée plus grande de 16 ans (quand nous utilisons le modèle [ISBA](#)), avec trois oscillations dans l'accélération séculaire, il est bien moins probable que deux séries temporelles non reliées soient en phase, ce qui explique probablement la réduction de la corrélation. Dans la situation présente, nous pouvons dire que les deux séries sont corrélées sur la période 2002-2010 mais que cette corrélation n'est plus significative sur la période 2010-2022.
- Les variations temporelles du champ de gravité contiennent un signal à 6 ans sur les bassins hydrologiques des fleuves du Congo, du Tchad et du Nil ([PFEFFER et al., 2022a](#)). Ces signaux ne sont pas contenus par les modèles hydrologiques [ISBA](#) et [WGHM](#). Néanmoins, les précipitations (modèles [GPCC](#) et Integrated Multi-satellitE Retrievals for GPM

(IMERG)) contiennent un pic spectral à une période de 6 ans, ce qui semble indiquer un défaut des modèles hydrologiques à caractériser ces variations inter-annuelles sur l’Afrique. D’autant que les variations du TWS sont en parties fonctions des précipitations. Il faut donc considérer possible que la corrélation initiale vu dans MANDEA et al. (2012) sur le sud-ouest de l’Afrique soit due, pour la gravité, à des variations causées en partie par des processus hydrologiques. Toutefois, ces trois bassins hydrologiques (Congo, Tchad et Nil) sont spatialement moins étendus que notre zone d’intérêt et les autres bassins hydrologiques autour (Niger, Zambezi et Orange) ne contiennent pas de signaux à 6 ans dans les variations du champ de gravité comme dans celles des précipitations (PFEFFER et al., 2022a). Le modèle hydrologique ISBA n’explique pas ces signaux à 6 ans à l’échelle des bassins hydrologiques mais réduit la variance du champ de gravité à 6 ans de 28% en moyenne sur l’Afrique. Cela explique probablement la forte réduction de la corrélation après correction avec le modèle hydrologique ISBA dans nos résultats actualisés.

Pour finir ces discussions sur la corrélation, il faut rappeler qu’une relation de corrélation n’est pas causalité. Différents signaux à 6 ans existent dans le système Terre (champ magnétique, LOD, atmosphère, précipitations, niveau des océans, ...), Récemment, CAZENAVE et al. (2023) posent même la question d’une oscillation commune entre tous ces signaux même si les mécanismes possibles sont encore à explorer. Les questionnements sur ces oscillations à 6 ans restent ouverts, notamment concernant le phénomène ou les phénomènes en surface ou à l’intérieur de la Terre à l’origine de ces variations du champ de gravité avec une période 6 ans sur la zone d’intérêt entre 2002 et 2010.

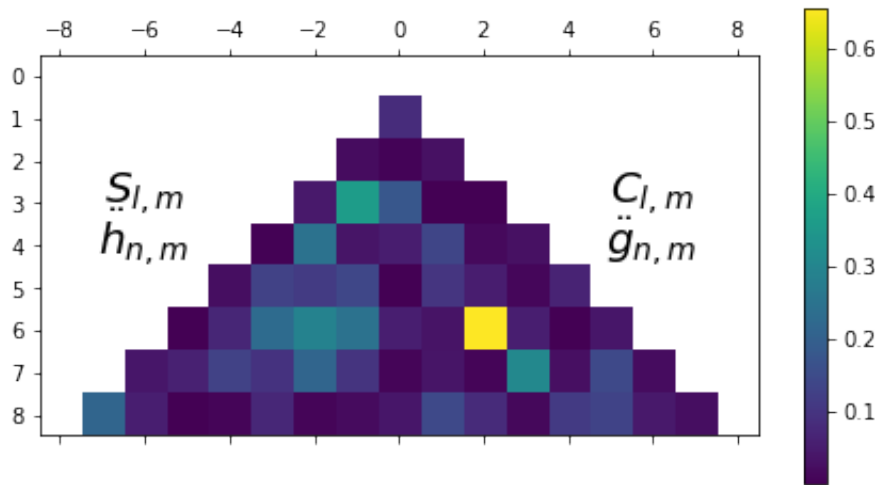


FIGURE 5.4 – Corrélation entre les coefficients de Stokes du champ de gravité (produit COST-G) corrigés des effets de l’hydrologie avec le modèle ISBA et les coefficients de Gauss de l’accélération séculaire du champ magnétique (CHAOS-7) entre 2002 et 2018.

Pendant ce travail, j’ai exploré d’autres pistes et j’ai étudié l’accélération séculaire ainsi que le champ de gravité coefficient par coefficient (de Gauss et de Stokes, respectivement). La figure 5.4 montre la corrélation pour des couples de coefficients. Un seul couple de coefficients ressort au degré 6 et à l’ordre 2, avec une corrélation de 0.63, dont les séries temporelles sont visibles dans la figure 5.5. Le coefficient  $\ddot{g}_{6,2}$  est dominé par une oscillation à 6 ans et le coefficient  $C_{6,2}$  oscille principalement à 5-6 ans avec une seconde oscillation autour de 3 ans. La signature spatiale de  $C_{6,2}$  peut ressembler aux cellules du signal climatique El-Niño mais traduit aussi un signal à 6 ans aux latitudes  $\pm 60^\circ$ . La distribution Nord-Sud des extremums du coefficient 6,2 ressemble aussi à la distribution des cellules atmosphériques (Fig. 23i). Le coefficient  $\ddot{g}_{6,2}$  n’est

pas affecté par des problèmes connus de reconstruction, notamment, il n'est pas zonal. Nous n'avons pas d'explication à donner pour cette corrélation qui vient rajouter un point à explorer dans les études des signaux du système Terre avec une période de 6 ans. Pour aller plus loin, il faudrait mener des expérimentations synthétiques en simulant des couples de séries temporelles avec respectivement le contenu spectral du champ magnétique et celui du champ de gravité. Ce type de test permettrait de voir la significativité statistique d'une corrélation de 0.63 entre deux coefficients HS des champs magnétique et de gravité.

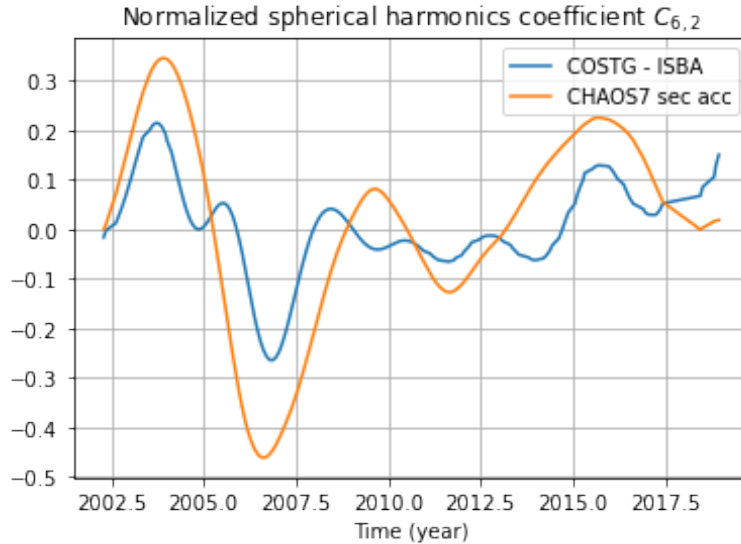


FIGURE 5.5 – Coefficient  $C_{6,2}$  du produit COST-G corrigé des effets de l'hydrologie avec ISBA et coefficient  $\ddot{g}_{6,2}$  de l'accélération séculaire (modèle CHAOS-7). Échelle ajustée entre les deux séries temporelles.

La dernière figure de MANDEA et al. (2012) n'a pas été reproduite dans ce travail mais dans l'article SARASWATI et al. (2023). Cette reproduction vient valider la présence d'une EOF de l'accélération séculaire du champ magnétique avec un fort signal à 6 ans et d'une EOF du champ de gravité avec également un signal proche de 6 ans. Les deux ont une signature spatiale forte au sud-ouest de l'Afrique sur la zone d'intérêt initiale et la signature temporelle connaît bien une variation brusque en 2007 (à l'époque d'une secousse du champ magnétique localisée dans cette zone).

Pour conclure, d'autres approches doivent encore être explorées pour étudier cette corrélation entre les deux champs sur la période 2002-2010. La mesure de la corrélation n'est peut-être pas la meilleure manière de relier ces champs, il est possible d'explorer d'autres type de mesures portant sur la variabilité temporelle (BROOMHEAD & KING, 1986; GHIL et al., 2002). Par exemple, certaines méthodes sont utilisées pour l'étude conjointe du champ de gravité et du champ magnétique dans SARASWATI et al. (2023). L'analyse de la signature spatiale du signal à 6 ans dans le champ de gravité sera également nécessaire pour continuer ce travail. Le signal déborde dans l'océan, peut-être à cause d'un processus de la Terre interne ou de leakage. Le champ de gravité utilisé est calculé à partir d'un développement en HS jusqu'au degré 8 et donc la résolution spatiale effective est d'environ 2500 km (sous-section 2.1.3). Cela implique que les séries temporelles dans la zone d'intérêt sont influencées par les processus créant des variations de masses dans un rayon d'environ 2500 km (WAHR et al., 1998). Par conséquent, le signal observé sur l'océan dans la zone d'intérêt est contaminé par les processus continentaux qui sont supérieurs en amplitude.

### 5.2.2 Le processus de dissolution et cristallisation à la CMB

Nous avons précédemment décrit les différents processus connus du noyau pouvant créer des variations temporelles du champ de gravité dans la section 5.1. Pour expliquer les corrélations vues dans la sous-section précédente, MANDEA et al. (2015) proposent un nouveau processus créant des variations de masses à des échelles spatiales plus petites (degré 6 et supérieurs) en comparaison aux variations liées à des anomalies de pression ou de densité (Fig. 5.6).

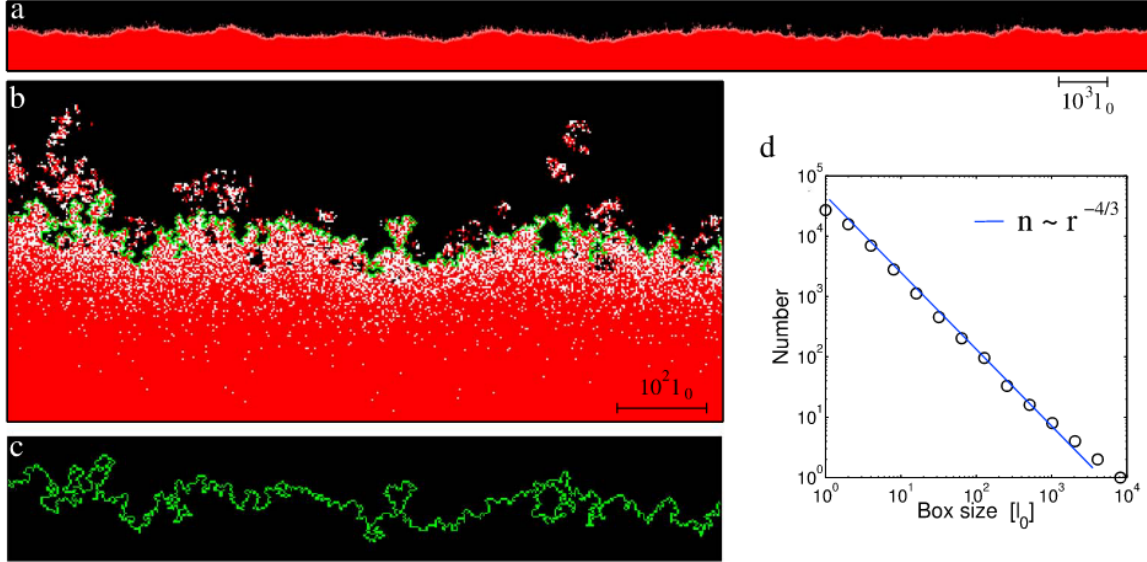


FIGURE 5.6 – Schéma du phénomène théorique de dissolution-cristallisation à la CMB modélisé par un modèle cellulaire. Le rouge, blanc et noir correspondent respectivement aux cellules non-saturées du fluide ferreux, saturées du fluide ferreux et silicates solides. (a) est la section verticale de la section simulée par le modèle. (b) est un zoom dans cette section. (c) montre en vert les cellules à l'interface entre le fluide saturé et le manteau solide. (d) est une estimation de la dimension fractale de l'interface. (d'après MANDEA et al. (2015))

Le phénomène de dissolution et cristallisation décrit par NARTEAU et al. (2001) commence par la corrosion du manteau proche de la CMB par le fluide ferreux. Le manteau contient des silicates et des oxydes qui peuvent alors se mélanger au fluide pour le saturer. Le fluide ferreux saturé peut se mouvoir et déposer les silicates et oxydes à d'autres endroits de la CMB en cristallisant, le tout entraînant des variations de la topographie à la CMB. La taille de la couche ainsi créée doit rester à une hauteur pour laquelle le poids de la couche de liquide saturée est en équilibre avec la couche non-saturée en dessous. Cette hauteur maximale est de l'ordre du mètre. La topographie globale de la CMB garde sa forme ellipsoïdale grâce à la convection mantellique qui contraint le tout.

L'effet d'un tel phénomène sur le champ de gravité correspond à l'effet d'une anomalie de densité  $\Delta\rho \approx 5 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  soit environ le contraste de densité entre le noyau fluide et les silicates du manteau. L'effet direct de cette anomalie de densité, dont la hauteur correspond à une anomalie de topographie  $h_{n,m}^{c/s}$  de degré  $n$  et d'ordre  $m$ , sur le terme équivalent du potentiel vaut :

$$\left( \begin{array}{c} V_{n,m}^c \\ V_{n,m}^s \end{array} \right) = \frac{4\pi G r_{CMB}}{2n+1} \Delta\rho \times \left( \begin{array}{c} h_{n,m}^c \\ h_{n,m}^s \end{array} \right), \quad (5.1)$$

avec  $r_{CMB}$  le rayon moyen de la CMB.

En plus de l'effet direct de l'anomalie, il faut aussi considérer la réponse élastique entraînant une redistribution des masses. Cet effet n'est pas modélisé dans MANDEA et al. (2015), nous allons voir que sa prise en compte est importante. L'anomalie de masse liée à la dissolution-cristallisation verra son effet direct diminué par la réponse élastique caractérisée par le nombre de Love  $k'_n$ . Il tient compte du nombre de Love potentiel  $k_n$  et de l'effet de la pression créé par l'anomalie de densité localisée à la CMB  $\bar{k}_n$ .

$$k'_n = \frac{2n+1}{3} \bar{k}_n + k_n \quad (5.2)$$

Si l'on considère seulement l'effet de la redistribution interne sans l'effet de pression à la CMB, il faut prendre seulement le terme  $k_n$ . L'amplitude du nombre de Love de pression et celle du nombre de Love potentiel sont du même ordre de grandeur : par exemple,  $k_6 = -6 \times 10^{-3}$  et  $\bar{k}_6 = -1.96 \times 10^{-3}$ .

Les perturbations des coefficients de Stokes causées par l'anomalie de densité valent :

$$\begin{pmatrix} C_{n,m} \\ S_{n,m} \end{pmatrix} = -\frac{R}{GM} \left[ \left( \frac{r_{CMB}}{R} \right)^{n+1} + k'_n \right] \begin{pmatrix} V_{n,m}^c \\ V_{n,m}^s \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Dans cette modélisation, la prise en compte de la redistribution élastique avec les nombres de Love est très importante. Ces derniers ont des valeurs proches de -1 et vont donc réduire l'amplitude du signal créé par la dissolution et cristallisation. Dans MANDEA et al. (2015), pour une topographie au degré 6 de l'ordre de 30 cm, l'amplitude du signal correspondant dans le champ de gravité est estimée à 1570 nGal (ordre de grandeur observable dans les variations de gravité à la surface). Pour rappel, cette amplitude ne prend pas en compte la redistribution élastique. D'après des estimations réalisées par Séverine Rosat (communication personnelle), le nombre de Love de degré 6 vaut  $k'_6 = -1.44 \times 10^{-2}$  et l'amplitude du signal causé par la topographie de degré 6 vaut 1 nGal après la redistribution élastique. L'estimation des nombres de Love a été validée avec celle réalisée par Marianne Greff-Lefftz (communication personnelle). La prise en compte de la redistribution élastique suite à la perturbation diminue fortement le signal. Les topographies nécessaires pour espérer l'observer doivent atteindre deux à trois ordres de grandeurs supérieurs.

Il est aussi important de refaire le fil du raisonnement suivi dans MANDEA et al. (2015) pour le remettre en perspective. Son postulat de base suppose que les signaux à 6 ans identifiés dans les EOFs de l'accélération séculaire et des variations temporelles du champ de gravité (MANDEA et al., 2012) sont tous deux liés à la Terre interne. Sa question initiale correspond à : quel pourrait-être le phénomène, attribuable à la Terre interne, responsable des variations du champ de gravité à ces échelles spatiales et temporelles avec une amplitude de l'ordre de 1000 nGal? MANDEA et al. (2015) recherchent, avec leur modèle de dissolution et cristallisation, la hauteur de la topographie de degré 6 créée par le phénomène qui possède un signal dans le champ de gravité de l'ordre de 1000 nGal. Sans prendre en compte la redistribution élastique,  $h_6^{c/s} \approx 20$  cm. Mais nous avons vu que, en la prenant en compte, alors il faudrait  $h_6^{c/s} \approx 20$  m.

Avec notre regard actualisé, deux problèmes émergent. La topographie nécessaire en prenant en compte la redistribution élastique est plus grande que celle estimée initialement (MANDEA et al., 2015). Il faudrait mener une nouvelle série de simulation pour vérifier que les structures fractales de la topographie créées par le phénomène permettent d'atteindre 10-20 m au degré 6. Il faudrait notamment que la structure ne s'effondre pas sous l'effet de son poids. MANDEA et al. (2015) expliquent que leur modélisation ne prend pas en compte la diffusion turbulente qui peut se produire en réaction à des contraintes de cisaillement. Ce type de modélisation

possédait une complexité algorithmique trop élevée pour une simulation informatique mais pourrait significativement diminuer les échelles de temps des variations de topographie à la **CMB** causées par ce phénomène de dissolution et cristallisation. Le deuxième problème vient du fait que nous avons établi dans la sous-section précédente que la variation à 6 ans dans le champ de gravité est possiblement dominée par des processus climatiques dans les couches fluides à la surface terrestre (PFEFFER et al., 2022a). Dans ce cadre là, une investigation plus approfondie des phénomènes surfaciques semble nécessaire avant de chercher un processus lié à la Terre interne expliquant le signal identifié par MANDEA et al. (2012).

### 5.2.3 Études des corrélations entre secousses magnétiques et variations de la gravité

Dans la recherche d'une origine commune des variations de l'accélération séculaire du champ magnétique et celles du champ de gravité, les secousses géomagnétiques forment un objet d'étude à étudier spécifiquement. Ces phénomènes créent de fortes variations de l'accélération séculaire dans des régions proches de l'équateur, et certains estiment probable qu'elles engendrent des variations de masses d'une amplitude suffisante pour être observables (LUTEPHY, 2018). Dans cette sous-section, nous allons donner quelques exemples des signaux des champs dans la zone géographique correspondante et dans l'intervalle temporel des secousses géomagnétiques.

La figure 5.7 présente les variations temporelles de l'accélération et la vitesse séculaires ainsi que celles du champ de gravité (produit **COST-G**), du modèle hydrologique **ISBA** et du champ de gravité (produit **COST-G**) corrigées des effets de l'hydrologie avec **ISBA**. Les variations temporelles des champs correspondent à la moyenne sur la zone géographique où l'accélération séculaire varie le plus en raison de la secousse géomagnétique et sur les années autour de la secousse. Le produit **COST-G** et le modèle **ISBA** ont été filtrés temporellement pour enlever les signaux aux périodes inférieures à 2 ans et filtrés spatialement avec un filtre gaussien de rayon 1200 km. Ce filtrage permet d'étudier les variations du champ de gravité à des échelles similaires à celles des variations du champ magnétique.

Les zones géographiques des trois secousses géomagnétiques de la figure 5.7 sont principalement au-dessus des océans. Par conséquent, les variations **COST-G** et du modèle **ISBA** sont de faible amplitude, avec une amplitude pic à pic inférieure à 1 cm **EWH** sur les deux ans entourant chaque secousse géomagnétique. Cela est particulièrement visible pour la sous-figure 5.7a, où les variations de **ISBA** sont pratiquement nulles. Sur les autres sous-figures, **ISBA** présente quelques variations dans les zones géographiques contenant une très faible proportion de continents à cause de la résolution spatiale qui est de l'ordre de 1000 km. Les variations du champ de gravité peuvent être causées par des processus hydrologiques en dehors de la zone, des processus océaniques ou atmosphériques non corrigés par **AOD1B**, ainsi que des processus de la Terre interne. Il est également très important de noter que l'amplitude des variations temporelles du champ de gravité que nous commentons ici est de l'ordre de grandeur de l'incertitude des produits du champ de gravité et inférieure à l'incertitude des modèles hydrologiques estimée (section 4.1).

La durée des séries temporelles de la figure 5.7 est de 2,5 ans, correspondant au temps nécessaire pour que l'accélération séculaire change d'amplitude. Pour la secousse géomagnétique des sous-figures 5.7a et 5.7b, la vitesse séculaire présente une forme en  $\Lambda$  et une forme en  $V$  pour la sous-figure 5.7c. En raison de la taille de la fenêtre temporelle, les variations séculaires qui ont des périodes proches de 6 ans varient sur une demi-oscillation. Les variations du champ de gravité sont régies par des oscillations à plus faible période (3-4 ans) et forment une oscillation quasi-complète.



## 5.2. [...] mises en perspectives par les champs potentiels

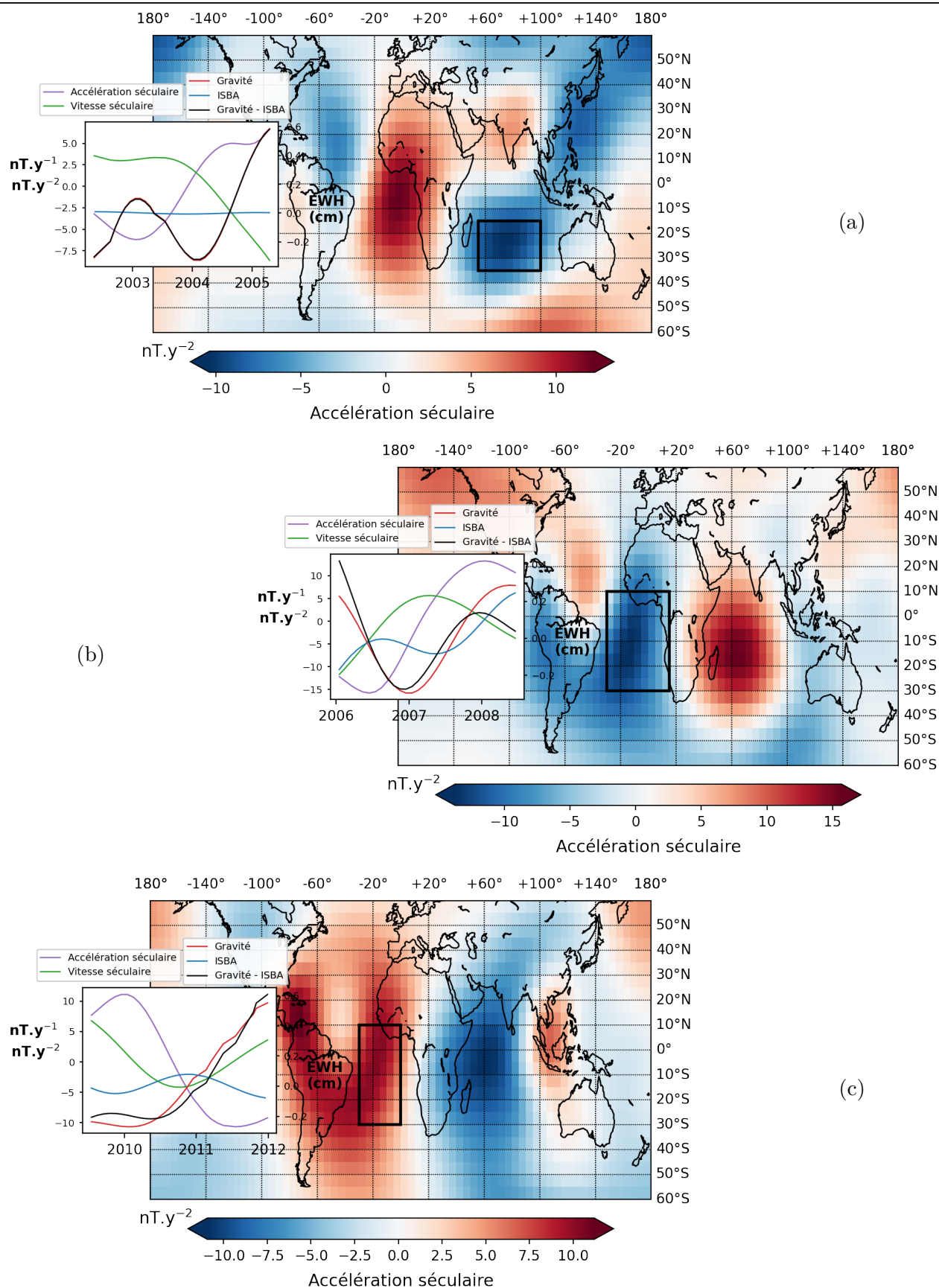


FIGURE 5.7 – Accélération et vitesse séculaires (modèle CHAOS-7), variations du champ de gravité (produit COST-G), modèle hydrologique ISBA et variations du champ de gravité corrigées des effets de l’hydrologie moyennées sur la zone géographique des secousses géomagnétiques de 2004 (a), 2007 (b) et 2011 (c). Les variations de la gravité sont filtrées temporellement pour enlever les périodes inférieures à 2 ans et filtrées spatialement avec un filtre gaussien de rayon 1200 km. La carte montre l’accélération séculaire du champ magnétique à l’époque de la secousse et la zone géographique encadrée.

Au regard de tous ces éléments, l'analyse possible de ces différentes sous-figures demeure restreinte. Nous pouvons aborder deux questions :

- La forte variation de l'accélération séculaire correspond-elle à une variation anormalement forte du champ de gravité et ces deux variations sont-elles décalées dans le temps ?
- Le sens de variation de l'accélération séculaire et du champ de gravité est-il toujours le même ? Cela correspondrait alors à une corrélation ou une anti-corrélation.

Pour traiter la première question, la figure 5.8 présente la série temporelle complète des variations temporelles de l'accélération et de la vitesse séculaires, ainsi que celles du champ de gravité (produit **COST-G**), du modèle hydrologique **ISBA** et du champ de gravité (produit **COST-G**) corrigées des effets de l'hydrologie avec **ISBA**. Le champ de gravité varie fortement, autour de 2006 et de 2012, à proximité temporelle des deux secousses géomagnétiques. La variation autour de 2006 est également celle qui est discutée dans MANDEA et al. (2012). D'autres variations importantes du champ de gravité apparaissent après mais elles ne sont pas temporellement proches des secousses géomagnétiques. Pour la secousse de 2003 dans l'océan Indien (Fig. 5.7a), les variations du champ de gravité ne sont pas anormales par rapport à l'ordinaire (0.4 cm **EW**H, tandis que d'autres variations atteignent 1 cm **EW**H en amplitude). Cette vérification a été faite pour les autres secousses géomagnétiques (Fig. 2.6) et aucune variation anormale en amplitude n'apparaît autour de ces secousses.

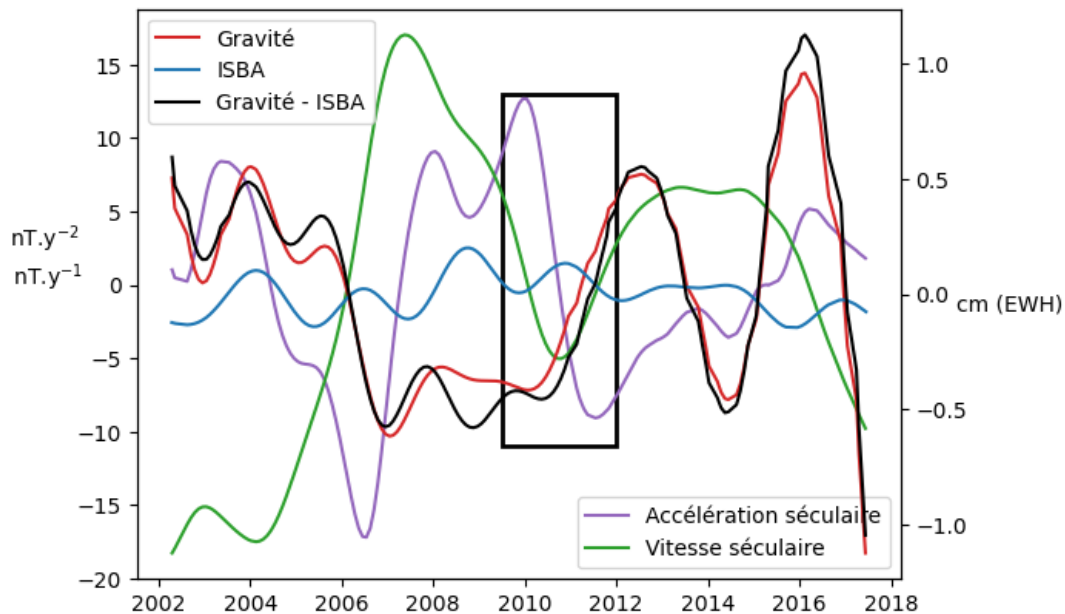


FIGURE 5.8 – Séries temporelles de la figure 5.7c entre 2002 et 2017. Le carré noir indique la fenêtre temporelle autour de la secousse géomagnétique de 2011, la secousse géomagnétique de 2007 qui possède une empreinte spatiale similaire est aussi visible dans le champ séculaire.

Pour les séries temporelles de la figure 5.7, les variations de l'accélération séculaire liées à une secousse géomagnétique ne semblent pas correspondre à une variation particulière du champ de gravité. Il y a un décalage de 6 mois environ entre le début du changement d'amplitude de l'accélération séculaire et le passage à un extremum de l'oscillation du champ de gravité. Toutefois, ce décalage n'est pas présent sur les autres secousses (dont les séries temporelles ne sont pas présentées dans les figures de ce manuscrit). Pour rappel, nous regardons ici des séries temporelles avec une variabilité pluri-annuelle sur une fenêtre de 2 ans.

Pour répondre à la seconde question posée précédemment, aucune corrélation ou anti-corrélation n'est visible, même avec un décalage temporel, entre l'accélération séculaire et le champ de gravité. Sur la figure 5.7, les secousses de 2004 et 2007 entraînent une modification de l'amplitude de l'accélération séculaire qui augmente, comme pour le champ de gravité mais c'est l'inverse pour la secousse géomagnétique de 2011. Pour toutes les autres secousses non montrées dans les figures de ce manuscrit, aucune tendance d'augmentation ou réduction commune de l'amplitude n'apparaît. Lorsqu'une variation de l'amplitude de l'accélération séculaire coïncide temporellement avec une variation d'amplitude du champ de gravité, alors ces deux variations peuvent aussi bien être dans le même sens (corrélées) que dans des sens opposés (anti-corrélées).

Il n'y a pas d'observation particulière qui se dégage de l'étude de l'accélération séculaire et du champ de gravité autour des secousses géomagnétiques. En ce qui concerne le champ de gravité, nous avons essayé de corriger au mieux les signaux de surface mais l'amplitude des variations est de l'ordre de grandeur de l'incertitude des produits du champ de gravité et il n'est pas possible d'attribuer pour le moment une variation du champ de gravité à un phénomène en surface ou à un phénomène de la Terre interne.

### 5.3 Anomalies de densité

Pour analyser l'amplitude d'un processus lié au noyau et de sa significativité, plusieurs étapes sont proposées ici :

- Choix d'une estimation de l'ordre de grandeur de l'effet (des variations de densité)
- Calcul de l'amplitude des variations du champ de gravité correspondant à cet effet
- Mettre cette amplitude en comparaison avec les incertitudes des produits de gravité et des variations principalement liées aux processus de surface.

Pour la première étape, nous utilisons des modèles du noyau qui estiment cet effet. Cela peut être réalisé à l'aide de modèles synthétiques qui utilisent les équations MHD ou de modèles géomagnétiques. Concernant la troisième étape, nous utilisons une mesure portant sur la variabilité du signal. Cette mesure, notée  $\aleph$ , est le rapport entre l'écart-type  $\sigma$  de la signature du processus dans le champ de gravité et l'écart-type  $\sigma$  des produits issus de GRACE(-FO) pour chaque coefficient de Stokes  $C/S_{l,m}$ .

$$\aleph = \frac{\sigma(C/S_{l,m}^{\text{modèle}})}{\sigma(C/S_{l,m}^{\text{GRACE(-FO)}})} \quad (5.4)$$

Cette mesure permet de discuter de l'observabilité du processus. Si  $\aleph$  est proche de 1 ou supérieur, alors l'effet du processus dans les variations de la gravité est proche ou supérieur à la variabilité temporelle du coefficient mesurée par GRACE(-FO). Sinon, l'effet du processus est inférieur aux variations du coefficient mesurées. Ce raisonnement peut être appliqué à d'autres effets et il le sera dans la section 5.4 pour les effets liés aux variations de pression à la CMB.

Pour suivre la première étape, il est nécessaire d'estimer les anomalies de densité dans le noyau. Nous utilisons celles obtenues à partir d'un modèle MHD. Ce dernier estime aussi les variations de pression aux limites du noyau fluide, les vitesses d'écoulement et le champ magnétique produit. Le modèle **71p** de AUBERT et GILLET (2021) a été utilisé pour cela. Ce modèle MHD possède des paramètres adimensionnels propres qui font de lui un modèle à 71% du chemin pour se rapprocher de l'espace des paramètres du noyau terrestre proposé par AUBERT et al. (2017). Il permet notamment de générer un champ magnétique auto-entretenu qui est dominé par un dipôle et qui recrée des phénomènes de secousses magnétiques (AUBERT

et al., 2022). La simulation a été effectuée sur plusieurs milliers d’années et nous avons obtenu de Julien Aubert (communication personnelle) les données de densité dans le noyau sur une période de 6 ans, centrée autour d’un événement de secousse géomagnétique (n°9 dans l’article AUBERT et al. (2022)). Cet événement est la secousse géomagnétique avec l’accélération séculaire moyenne la plus forte parmi toutes celles de la simulation (Fig. 5.9).

Les données de densité ont été générées avec un pas de temps de 1,8 mois sur une durée de 6 ans, avec une résolution spatiale de  $2^\circ$  en longitude et  $1^\circ$  en latitude. La résolution radiale est variable avec 156 points de génération entre la CMB et l’ICB, avec une résolution plus fine à proximité des deux couches limites. À partir de ces données, nous avons calculé les coefficients de Stokes de densité  $\rho_{n,m}^{C/S}(r)$  pour chaque rayon en suivant l’équation 3 de la section 4.1 (Fig. 5.10). Les variations de densité sur un nœud de la simulation à proximité de l’ICB sont de l’ordre de  $10^{-5} \text{ kg.m}^{-3}$ , tandis qu’elles sont de l’ordre de  $10^{-6} \text{ kg.m}^{-3}$  sur un nœud à proximité de la CMB.

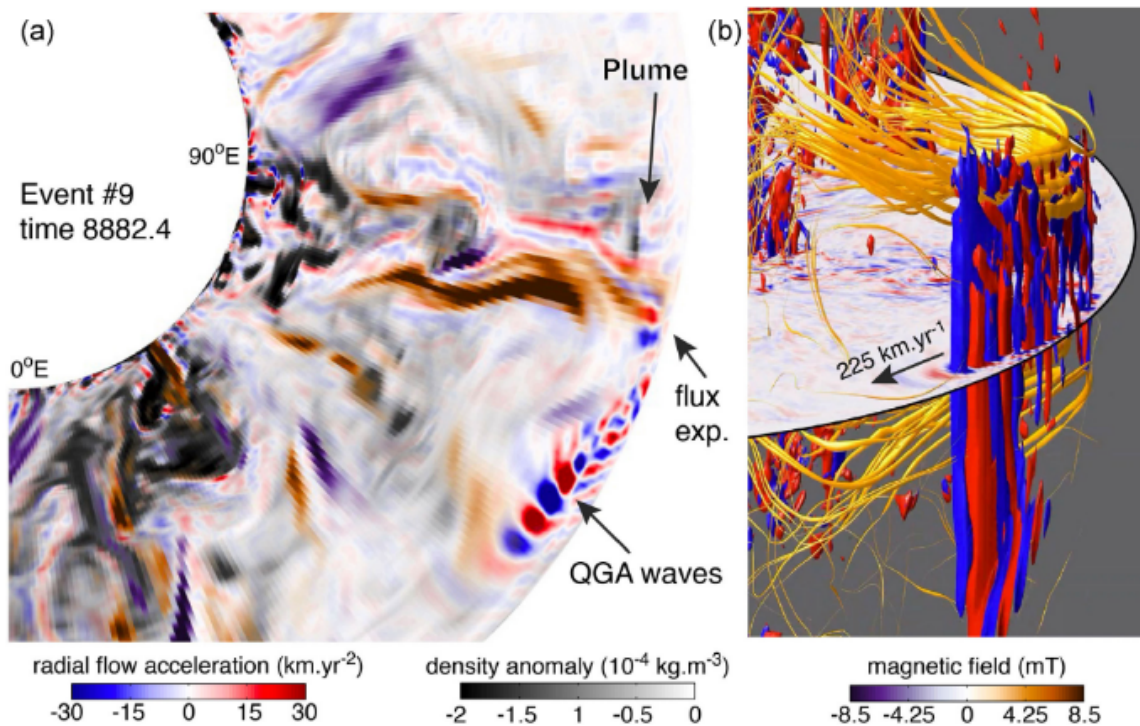


FIGURE 5.9 – Organisation de l’accélération cylindrique du flux radial (rouge/bleu), de l’anomalie de densité (nuances de gris) et du champ magnétique radial (orange/violet) dans une partie du plan équatorial (a) et dans un rendu 3D pendant l’événement n°9 d’ondes proches de la CMB (b). Ici, les ondes d’Alfvén de type QG sont émises lorsqu’une convection ascendante pousse les lignes de champ magnétique vers la CMB et force des déplacements rapides des lignes de champ. En (b), les lignes de champ magnétique tridimensionnelles sont représentées avec une épaisseur proportionnelle à l’énergie magnétique locale, et deux isosurfaces d’accélération du flux radial cylindrique ont été représentées aux niveaux  $\pm 20 \text{ km.yr}^{-2}$ . (d’après AUBERT et al. (2022))

Ensuite, les coefficients  $\rho_{n,m}(r)$  sont intégrés numériquement sur le rayon entre l’ICB et la CMB en utilisant l’équation 4 de la section 4.1 pour obtenir les variations temporelles des coefficients de Stokes du champ de gravité causées par les anomalies de densité. Les nombres de Love dépendant du rayon  $r$  nous ont été fournis jusqu’au degré 8 par Mathieu Dumberry (communication personnelle). La dépendance en  $r^{n+2}$  dans l’intégrale amplifie l’effet des variations de densité à proximité de la CMB et cette amplification est d’autant plus importante à mesure que le degré  $n$  augmente. Les variations temporelles des coefficients de

Stokes du champ de gravité ainsi obtenues ont un comportement linéaire. L'amplitude des variations diminue avec le degré : elle est de l'ordre de  $10^{-14}$  au degré 2,  $10^{-15}$  au degré 3,  $10^{-16}$  au degré 5 et  $10^{-17}$  au degré 8.

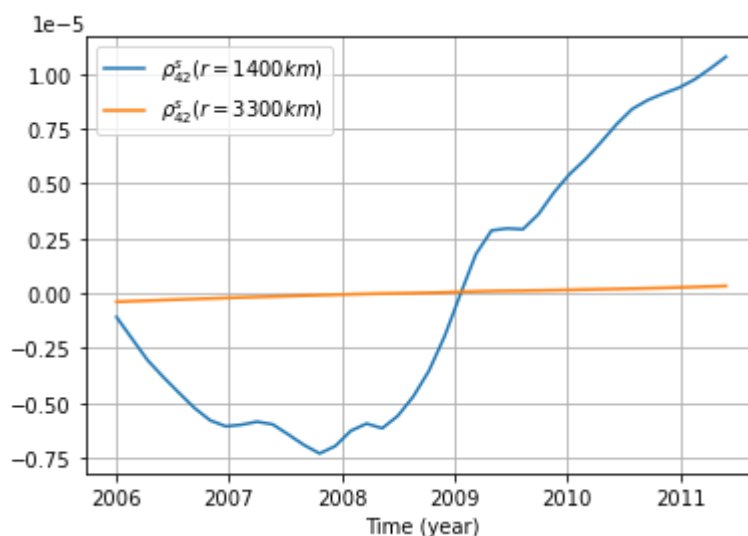


FIGURE 5.10 – Variations temporelles du coefficient  $\rho_{4,2}^s(r)$  pour deux rayons  $r = 1400/3300$  km simulées par le modèle 71p autour d'un temps arbitraire.

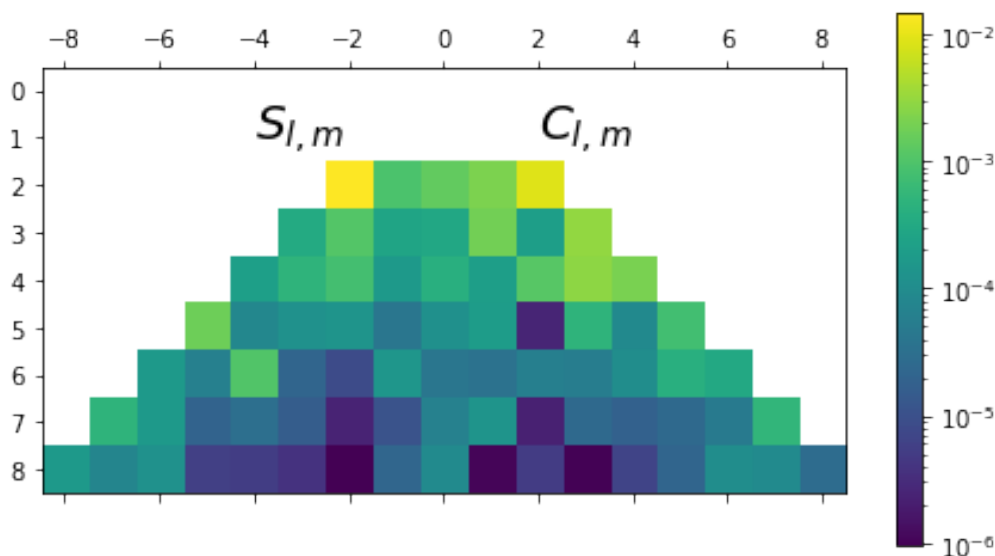


FIGURE 5.11 – Rapport entre l'écart-type des variations causées par les anomalies de densité du modèle 71p et l'écart-type des variations de GRACE(-FO) corrigées des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA. Cette mesure  $\aleph$  est calculée pour chaque coefficient de Stokes,  $C_{n,m}$  sur la partie droite et  $S_{n,m}$  sur la partie gauche. Le degré  $n$  du coefficient est en ordonnée, il va de 2 à 8, et l'ordre  $m$  est en abscisse.

La mesure  $\aleph$  pour les variations causées par les anomalies de densité montre que les effets les plus importants par rapport aux variations mesurées par GRACE(-FO) se situent au degré 2. À ce degré, les variations correspondent à 1% de celle de GRACE(-FO) et à 3% une fois GRACE(-FO) corrigé des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA (Fig. 5.11). L'amplitude des effets du degré 2 est de 0.1 mm, une fois convertie en EWH, soit bien en dessous de l'incertitude

des produits GRACE(-FO). Comme attendu,  $\aleph$  diminue lorsque le degré  $n$  augmente.

Nous n’avons utilisé qu’un seul modèle MHD pour établir cette estimation des effets d’anomalies de densité. Pour faire suite à ce travail, il serait intéressant de le répliquer avec d’autres modèles MHD ou d’utiliser d’autres estimations des variations d’anomalies de densité dans le noyau fluide. La sous-section suivante sur les effets de pression montre que le modèle 71p sous-estime peut-être l’amplitude des anomalies.

## 5.4 Anomalies de pression

Les estimations des variations de pression à la CMB sont aussi obtenues à partir du modèle 71p (AUBERT & GILLET, 2021). Elles ont été calculées par Nicolas Gillet sur toute la longueur de la simulation, soit environ 10000 ans (communication personnelle). Ces données sont sous la forme de coefficients de Stokes de pression à la CMB  $p_{n,m}^{C/S}$  jusqu’au degré  $n = 6$ . Elles correspondent à l’équation 5 de la section 4.1, à la normalisation du polynôme de Legendre près, qui était originellement en normalisation Gauss-Schmidt et elles ont été converties en « fully-normalized ». Ensuite, à partir de l’équation 6 de la section 4.1, nous avons obtenu les variations des coefficients de Stokes du champ de gravité causées par les anomalies de pression. Les nombres de Love de pression utilisés ont été calculés par Séverine Rosat jusqu’au degré 10 (communication personnelle). Les variations ont été filtrées temporellement avec un filtre passe-bande aux périodes de coupure de 1 an et 20 ans pour retrouver des variations comparables à celles observées par GRACE(-FO). L’amplitude des variations diminue avec le degré (mais est d’un ordre de grandeur supérieur à celle des effets des anomalies de densité) : elle est de l’ordre de  $10^{-13}$  au degré 2,  $10^{-14}$  au degré 3,  $10^{-15}$  au degré 6.

Les données issues d’un autre modèle décrit par GILLET et al. (2019) ont aussi été utilisées. Les auteurs proposent une modélisation stochastique des écoulements à proximité de la CMB à partir du modèle de champ magnétique COV-OBS.x2 (décrit dans la sous-section 3.2.5). Ce modèle est désigné comme GHA19 dans la suite de cette section. La série temporelle des variations de pression couvre la période de 1880 à 2020. Les variations entre 1990 et 2020 sont gardées pour l’analyse, ce qui permet de ne pas avoir à appliquer de filtre temporel. Cela permet d’étudier des variations potentiellement cohérentes avec les signaux mesurés dans le champ de gravité (même si l’amplitude est trop faible pour les faire ressortir). Les coefficients de Stokes de pression sont disponibles jusqu’au degré  $n = 18$ . La méthodologie suivie est celle décrite dans le paragraphe précédent pour estimer les variations des coefficients de Stokes du champ de gravité causées par les anomalies de pression. L’amplitude des variations diminue avec le degré : elle est de l’ordre de  $10^{-12}$  au degré 2,  $10^{-13}$  au degré 3,  $10^{-14}$  au degré 6. Ces amplitudes sont d’un ordre de grandeur supérieur à celles du modèles 71p.

Cette longue série temporelle permet une comparaison avec notre produit de variations du champ de gravité le plus long : IGG-SLR (produit décrit plus précisément dans la section 5.5). Pour le modèle GHA19, l’amplitude des variations sur le coefficient  $C_{2,0}$  est de 1.8 mm, une fois convertie en EWH et 0.5 mm pour les coefficients de degré 2 et d’ordre 2. Cette amplitude est de 0.14 mm pour le coefficient  $C_{2,0}$ , une fois convertie en variation de hauteur de géoïde. C’est le plus grand effet de la Terre interne en amplitude qui soit attendu, d’après les modèles, pour les variations de densité et de pression (en omettant la réorientation de l’IC). La figure 5.12 montre cette variation par rapport à la série temporelle de  $C_{2,0}$  pour IGG-SLR et un modèle hydrologique.

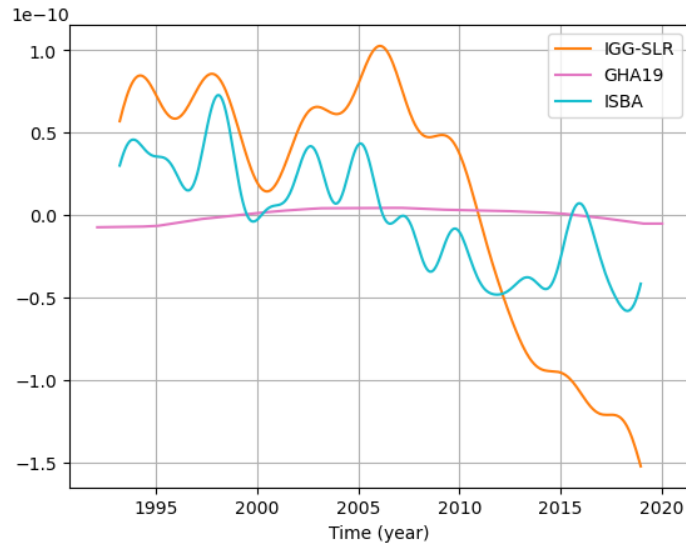


FIGURE 5.12 – Variations temporelles du coefficient  $C_{2,0}$  du produit IGG-SLR, du modèle hydrologique **ISBA** et des effets de pression du modèle GHA19. Les séries temporelles de IGG-SLR et **ISBA** ont été filtrées temporellement avec un filtre passe-bas à la période de coupure de 2 ans.

La mesure  $\aleph$  pour les variations causées par les anomalies de pression montre que les effets les plus importants par rapport aux variations mesurées par **GRACE**(-FO) se situent au degré 2, et ce pour 71p et GHA19. À ce degré, les variations correspondent à 1% pour le modèle 71p et 10% pour le modèle GHA19, une fois IGG-SLR corrigé des effets de l'hydrologie avec le modèle **ISBA** (Fig. 5.13).  $\aleph$  diminue encore lorsque le degré  $n$  augmente, et cette diminution est causée par l'effet des nombres de Love de pression.

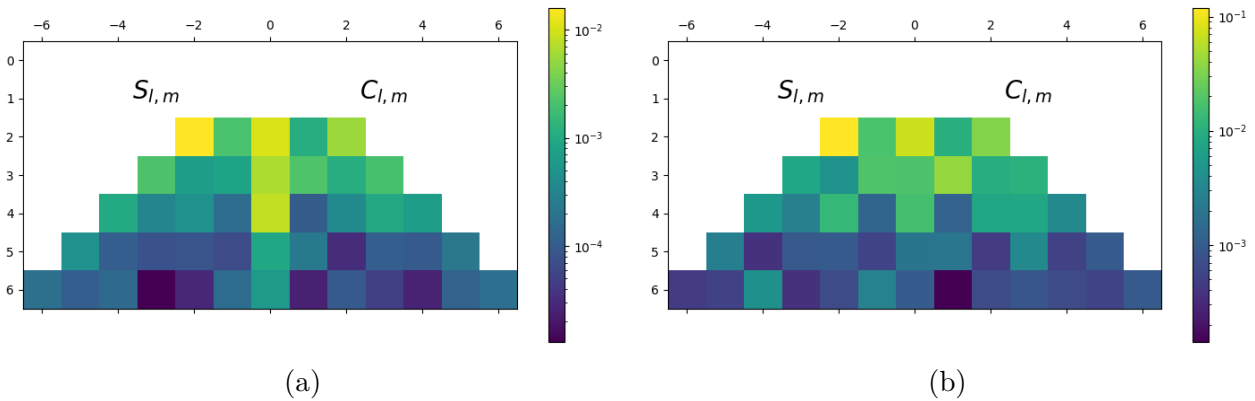


FIGURE 5.13 – Rapport entre l'écart-type des variations causées par les anomalies de pression du modèle 71p (a) ou du modèle GHA19 (b) et l'écart-type des variations du produit IGG-SLR corrigés des effets de l'hydrologie avec le modèle **ISBA**. Cette mesure  $\aleph$  est calculée pour chaque coefficient de Stokes,  $C_{n,m}$  sur la partie droite et  $S_{n,m}$  sur la partie gauche. Le degré  $n$  du coefficient est en ordonnée, il va de 2 à 6, et l'ordre  $m$  est en abscisse.

Il y a une différence d'un ordre de grandeur entre les effets des modèles GHA19 et ceux de 71p. Entre ces deux, nous pensons que le modèle GHA19 est plus fiable car il utilise en entrée des écoulements estimés avec les variations du champ magnétique terrestre. Là où le modèle 71p est, lui, une simulation de la Terre non forcée par des données en entrée. Il convient de noter une différence d'un ordre de grandeur qui pourrait également être présente pour les

variations de la densité dans le noyau fluide. Toutefois, l'effet de la densité resterait trop faible pour dépasser l'incertitude des produits de variations du champ de gravité si c'était le cas.

Il est aussi possible de suivre ce raisonnement dans l'autre sens pour tirer une conclusion sur les variations de pression à la **CMB**. Sachant que les variations du modèle GHA19 équivalent à 10% de la variabilité du champ de gravité au degré 2, alors, les variations de pression du degré 2 à la **CMB** sont au maximum d'un ordre de grandeur supérieur à celles estimées par le modèle GHA19. Sinon, une variabilité supérieure de la pression aurait une signature que nous aurions déjà identifiée à l'aide du champ de gravité. Il faut néanmoins noter que ce raisonnement est valide sous réserve que ces variations ne soient pas compensées par un autre phénomène. Ainsi, nous pouvons conclure que les variations de pression à la **CMB** pour la Terre, à des périodes plus petites que dix ans, sont inférieures à 700 Pa pour  $p_{2,0}^c$  et à 200 Pa pour  $p_{2,1}^{c/s}$  et  $p_{2,2}^{c/s}$  (soit dix fois les variations présentes dans le modèle GHA19).

Pour faire suite à ce travail, il serait intéressant d'utiliser un modèle capable de prédire à la fois des variations d'anomalies de densité et des variations d'anomalies de pression dans le noyau fluide. Les effets de pression semblent plus large en amplitude et il faut étudier si les deux se compensent ou non. Comme cela est discuté dans DUMBERTY (2010), les deux contributions devraient se compenser en partie.

Dans ce travail, les effets des anomalies de densité et de pression ont été comparés à l'amplitude des variations du champ de gravité sur les périodes de temps accessibles, soit entre 2 et 10 ans. L'amplitude de ces effets augmente linéairement avec la période (Fig. 5.14). Pour le modèle GHA19 les effets de pressions atteignent l'amplitude des variations mesurées par **GRACE/SLR** au degré 2 à des périodes supérieures à 100 ans. Si c'est bien le cas, il sera potentiellement possible d'observer ces effets de pression avec les variations de la gravité, quand les séries temporelles seront plus longues que 100-200 ans.

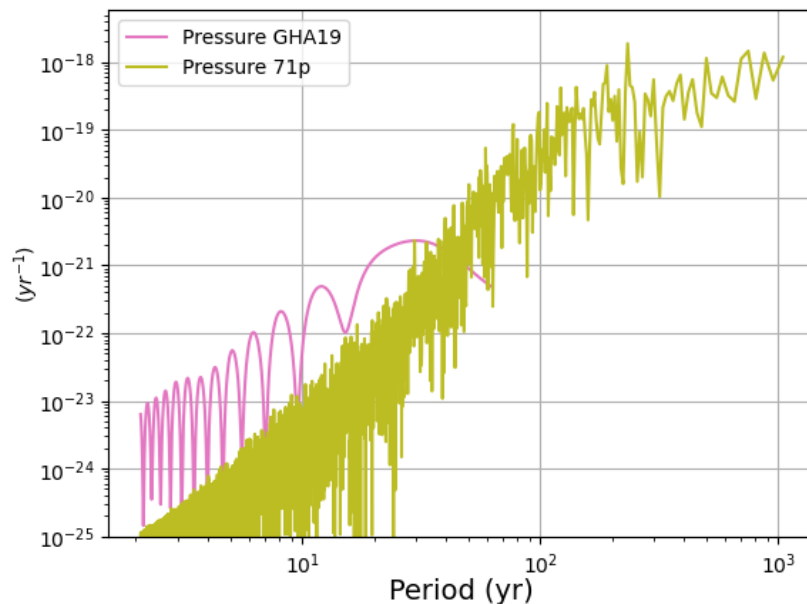


FIGURE 5.14 – Périodogramme de Lomb-Scargle des variations temporelles du champ de gravité causées par les effets de pression à la **CMB** pour le coefficient  $C_{2,0}$  prédit par les modèles 71p et GHA19.



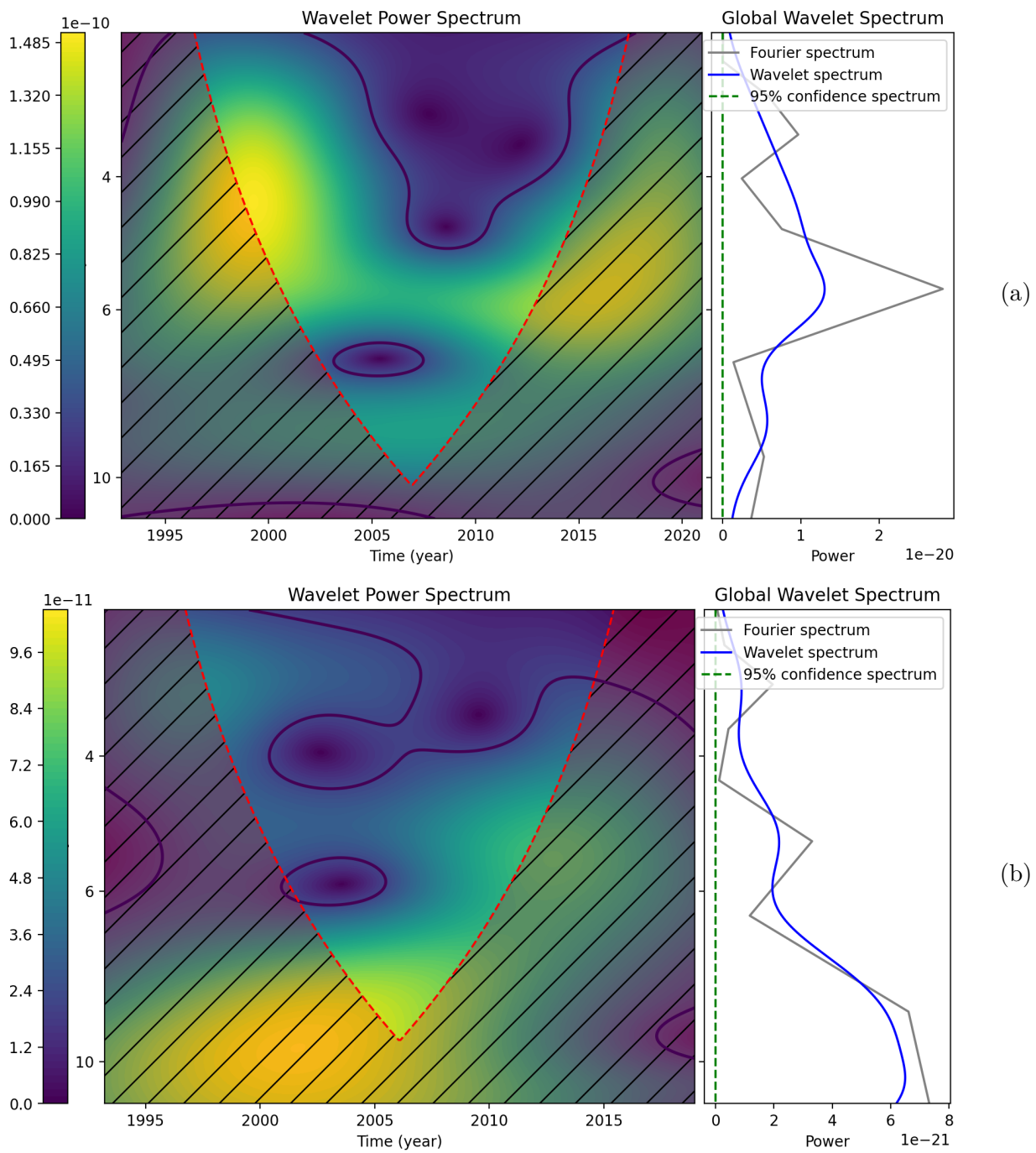


FIGURE 5.15 – Scalogrammes d’une analyse par ondelettes et spectre de Fourier du coefficient  $S_{2,2}$  du produit IGG-SLR sans (a) et avec (b) correction des effets de l’hydrologie par le modèle ISBA. Le cône d’influence est symbolisé par la zone hachurée et les endroits où le signal n’est pas significatif par rapport au bruit sont entourés en noir.

## 5.5 Réorientation de la graine

### 5.5.1 Motivation de l'étude

Nous avons également réalisé les analyses présentées dans la section précédente sur le processus de réorientation de la graine. La signature de ce phénomène se trouve principalement sur le coefficient  $S_{2,2}$ . Nous avons aussi vu dans la section 5.1 que le coefficient  $S_{2,2}$  contient un cycle avec une période de 6 ans (CHAO & YU, 2020). Toutefois, une première analyse par ondelettes du coefficient  $S_{2,2}$  montre que l'amplitude spectrale du signal à 6 ans est réduite d'un ordre de grandeur après correction des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA (Fig. 5.15). Sous certaines hypothèses, l'amplitude de la signature de la réorientation de la graine peut être plus large que les variations de ce coefficient mesurées par GRACE(-FO). Ces résultats sont présentés dans un article en cours de révision pour le journal *Geophysical Research Letters*.

Résumé :

La rotation axial différentielle du noyau solide est suggérée par des observations sismiques et prévue par des modélisations des dynamiques du noyau. Une rotation de la graine par un angle  $\alpha$  amène sa topographie de degré 2 et d'ordre 2 (d'amplitude pic à pic  $\delta h$ ) en dehors de son alignement gravitationnel avec le manteau. Cela provoque une variation du champ de gravité de degré 2 et d'ordre 2 proportionnelle à  $\alpha$  et  $\delta h$ . Nous utilisons ici les observations du champ de gravité du SLR et de GRACE(-FO) pour reconstruire la série temporelle du coefficient de Stokes  $S_{2,2}$ . Nous démontrons que, en supposant  $\delta h = 90$  m,  $S_{2,2}$  fournit une contrainte maximale pour  $\alpha$  de  $0.09^\circ$ ,  $0.3^\circ$  et  $0.4^\circ$ , respectivement aux périodes 4, 5 à 6 et 8 à 12 ans. Ces contraintes sont surestimées car notre estimation de  $S_{2,2}$  est fort probablement polluée des signaux hydrologiques. Toutefois, le comportement de relaxation visqueuse du noyau, encore mal modélisé, peut permettre des contraintes plus souples.

### 5.5.2 Gravitational constraints on the Earth's inner core differential rotation

# Geophysical Research Letters<sup>®</sup>



## RESEARCH LETTER

10.1029/2023GL104790

## Gravitational Constraints on the Earth's Inner Core Differential Rotation

Hugo Lecomte<sup>1</sup> , Séverine Rosat<sup>1</sup>, Mioara Mandea<sup>2</sup>, and Mathieu Dumberry<sup>3</sup> 

<sup>1</sup>Université de Strasbourg, CNRS, EOST, ITES UMR7063, Strasbourg, France, <sup>2</sup>Centre National d'Etudes Spatiales, Paris, France, <sup>3</sup>Department of Physics, University of Alberta, Edmonton, AB, Canada

### Key Points:

- Satellite gravity observations restrict the range of possible values of the inner core (IC) rotation angle  $\alpha$  and peak-to-peak topography  $\delta h$
- The limits on the IC differential rotation rates are  $0.16^\circ \text{ yr}^{-1}$ ,  $0.31^\circ \text{ yr}^{-1}$ , and  $0.21^\circ \text{ yr}^{-1}$  at periods of  $\sim 4$ ,  $\sim 6$ , and  $\sim 12$  years, for  $\delta h = 90$  m
- Tighter values for  $\alpha$  and  $\delta h$  can be obtained with a more accurate deconvolution of interannual hydrological effects from gravity data

### Supporting Information:

Supporting Information may be found in the online version of this article.

### Correspondence to:

H. Lecomte,  
[hugo.lecomte@univ-tlse3.fr](mailto:hugo.lecomte@univ-tlse3.fr)

### Citation:

Lecomte, H., Rosat, S., Mandea, M., & Dumberry, M. (2023). Gravitational constraints on the Earth's inner core differential rotation. *Geophysical Research Letters*, 50, e2023GL104790. <https://doi.org/10.1029/2023GL104790>

Received 6 JUN 2023  
Accepted 19 NOV 2023

### Author Contributions:

**Conceptualization:** Séverine Rosat, Mioara Mandea  
**Data curation:** Hugo Lecomte  
**Formal analysis:** Hugo Lecomte  
**Funding acquisition:** Séverine Rosat, Mioara Mandea, Mathieu Dumberry  
**Investigation:** Hugo Lecomte, Mathieu Dumberry  
**Methodology:** Hugo Lecomte, Séverine Rosat  
**Project Administration:** Séverine Rosat, Mioara Mandea  
**Resources:** Hugo Lecomte  
**Software:** Hugo Lecomte

© 2023 The Authors.

This is an open access article under the terms of the [Creative Commons Attribution-NonCommercial License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/), which permits use, distribution and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited and is not used for commercial purposes.

**Abstract** The differential axial rotation of the solid inner core (IC) is suggested by seismic observations and expected from core dynamics models. A rotation of the IC by an angle  $\alpha$  takes its degree 2, order 2 topography (peak-to-peak amplitude  $\delta h$ ) out of its gravitational alignment with the mantle. This creates a gravity variation of degree 2, order 2 proportional to  $\delta h$  and to  $\alpha$ . Here, we use gravity observations from Satellite Laser Ranging, the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) and GRACE Follow-On to reconstruct the time-variable  $S_{2,2}$  Stokes coefficient. We show that for  $\delta h = 90$  m,  $S_{2,2}$  provides upper bounds on  $\alpha$  of  $0.09^\circ$ ,  $0.3^\circ$ , and  $0.4^\circ$  at periods of  $\sim 4$ ,  $\sim 6$ , and  $\sim 12$  years, respectively. These are overestimates, as our reconstructed  $S_{2,2}$  signal likely remains polluted by hydrology, although viscous relaxation of the IC can permit larger amplitudes.

**Plain Language Summary** The inner core (IC) is the solid part of the core at Earth's center. The IC rotates together with the rest of the Earth, albeit with small fluctuations with respect to the mantle. These small variations are suggested by observations of seismic waves traversing the IC. The angle of change ( $\alpha$ ) of the peak-to-peak topography at the surface of the IC ( $\delta h$ ) creates a change in the gravity field. By analyzing gravity variations recorded by satellites, we find upper limits on the possible values of  $\alpha$  and  $\delta h$ . These constraints suggest that the angle of IC reorientation is no more than  $0.4^\circ$  at time periods between 4 and 12 years. Our results provide new constraints on the dynamics of the deepest part of our planet.

## 1. Introduction

The Earth's solid inner core (IC) is not expected to rotate synchronously with the mantle. On dynamical grounds, azimuthal (zonal) core flows (CF) close to the IC boundary (ICB) should, by electromagnetic coupling, exert a torque on the IC, and thereby alter its rotation rate (Gubbins, 1981). Observational evidences of this differential rotation have been reported by a number of seismic studies. The first of these were based on the travel time of seismic waves traversing the IC, in particular how this travel time changed over time, from which a mean eastward differential IC rotation rate of the order of  $1^\circ$  per year was inferred (Song & Richards, 1996; Su et al., 1996). Such rates were in line with predictions of the geodynamo numerical simulations emerging at that time (Glatzmaier & Roberts, 1996), in which a strong thermal wind flow near the ICB drove the IC into an eastward super-rotation.

These initial seismic results were challenged by a number of subsequent studies, using either different ray paths (Souriau, 2007; Zhang et al., 2005, 2008) or normal modes (Laske & Masters, 1999). The surface topography of a differentially rotating IC is taken out of its gravitational alignment with density anomalies in the mantle, resulting in a strong restoring gravitational torque opposing the driving electromagnetic torque (Buffett, 1996). A viscously deforming IC can still rotate differentially (Buffett, 1997), albeit at a much slower rate (Buffett & Glatzmaier, 2000). Extrapolation of dynamo simulation results to Earth-like conditions suggests a weak IC differential rotation, of the order of  $1^\circ$  per million years (Aubert & Dumberry, 2011).

However, CF vary on decadal and interannual timescales (Blokhin & Jackson, 1991; Gillet et al., 2022; Lesur et al., 2022). These should entrain fluctuations in the torque on the IC and changes in its rotation rate of the order of  $0.1^\circ$  per year (Dumberry, 2007) as seen in dynamo simulations (Aubert & Dumberry, 2011; Buffett & Glatzmaier, 2000). The more recent inferences of IC differential rotation from seismic observations tend to agree with these fluctuations (Wang & Vidale, 2022a; Yang & Song, 2022, 2023).

**Supervision:** Hugo Lecomte, Séverine Rosat

**Validation:** Hugo Lecomte, Mathieu Dumberry

**Visualization:** Hugo Lecomte

**Writing – original draft:** Hugo Lecomte, Séverine Rosat, Mioara Manda

**Writing – review & editing:** Hugo Lecomte, Séverine Rosat, Mioara Manda, Mathieu Dumberry

Here, for the first time, we set constraints on the fluctuating IC rotation by placing upper bounds on the azimuthal angle of rotation and its peak-to-peak topography from the degree 2, order 2 (hereafter noted (2,2)) gravity signal recorded by satellite gravimetry over the past 3 decades.

## 2. The Gravity Signal From an Oscillating Inner Core

Assuming hydrostatic equilibrium, the first order shape of the ICB should be an oblate ellipsoid with a mean radius  $R_i = 1222$  km. Additional undulations of the ICB result from the IC hydrostatic adjustment to the gravitational potential imposed by mantle mass anomalies (including the core-mantle boundary (CMB) topography and other radial density discontinuities). These are dominated by a (2,2) signal connected to the large scale convective pattern in the mantle (e.g., Simmons et al., 2007). The IC distortion to adjust to this potential leads to a slightly elliptical ICB along the equator, with a peak-to-peak topography  $\delta h$  of the order of 100 m (e.g., Defraigne et al., 1996). Because of the ICB density contrast of  $\Delta\rho_{ICB} = 600$  kg m<sup>-3</sup> (Dziewonski & Anderson, 1981), decadal and interannual fluctuations of the IC rotation produce a (2,2) gravity variations and surface deformations (Dumberry & Manda, 2022; Gillet et al., 2021). The amplitude of these signals depends on  $\Delta\rho_{ICB}$ ,  $\delta h$  and the azimuthal angle of IC rotation,  $\alpha$  (see Figure 1). While  $\Delta\rho_{ICB}$  is relatively well constrained (Gubbins et al., 2008; Tkalčić et al., 2009), estimates of  $\delta h$  and  $\alpha$  are less certain.

The gravitational potential  $V(\theta, \phi)$  at co-latitude  $\theta$  and longitude  $\phi$  at the Earth's surface (mean radius  $R = 6.371 \times 10^6$  m) is expressed in a spherical harmonic expansion as

$$V(\theta, \phi) = -\frac{GM}{R} \left[ \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l (C_{l,m} \cos m\phi + S_{l,m} \sin m\phi) \bar{P}_{l,m}(\cos \theta) \right], \quad (1)$$

where  $M = 5.972 \times 10^{24}$  kg is the Earth's mass,  $G$  is the gravitational constant,  $C_{l,m}$  and  $S_{l,m}$  are the (dimensionless) Stokes coefficients, and  $\bar{P}_{l,m}(\cos \theta)$  are normalized associated Legendre polynomials, related to the regular (unnormalized) associated Legendre polynomials  $P_{l,m}(\cos \theta)$  by

$$\bar{P}_{l,m}(\cos \theta) = \left[ (2 - \delta_{m0})(2l + 1) \frac{(l - m)!}{(l + m)!} \right]^{1/2} P_{l,m}(\cos \theta), \quad (2)$$

where  $\delta_{m0}$  is the Kronecker delta.

Let us assume the IC is an elastic solid with a uniform density, and with a (2,2) topography expressed as

$$h(\theta, \phi) = (h_{2,2}^c \cos 2\phi + h_{2,2}^s \sin 2\phi) \bar{P}_{2,2}(\cos \theta). \quad (3)$$

The coefficients  $h_{2,2}^c$  and  $h_{2,2}^s$  are connected to  $\alpha$  by,

$$h_{2,2}^c = \frac{\delta h}{\sqrt{15}} \cos 2\alpha, \quad h_{2,2}^s = \frac{\delta h}{\sqrt{15}} \sin 2\alpha, \quad (4)$$

where  $\delta h$  is the peak-to-peak amplitude of the topography along the equator. The surface mass density  $\Delta\rho_{ICB} \times h(\theta, \phi)$  associated with this topography generates a gravitational potential signal at the surface of

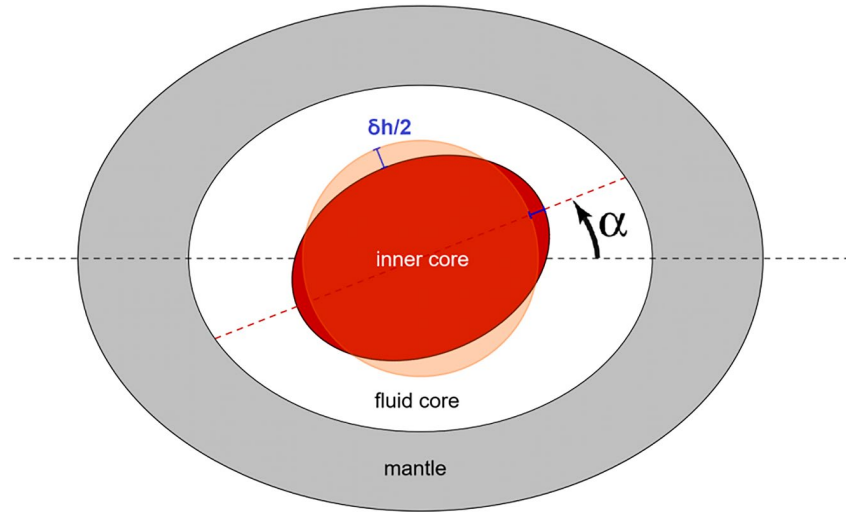
$$C_{2,2} = (1 + \kappa_2) \frac{4\pi}{5} \frac{R_i^4}{R^2} \frac{\Delta\rho_{ICB}}{M} h_{2,2}^c, \quad S_{2,2} = (1 + \kappa_2) \frac{4\pi}{5} \frac{R_i^4}{R^2} \frac{\Delta\rho_{ICB}}{M} h_{2,2}^s, \quad (5)$$

where the Love number  $\kappa_2 = 0.9736$  accounts for the additional gravity signal resulting from global elastic deformations (Dumberry, 2008).

Let us write  $\alpha = \alpha_o + \alpha(t)$ , where  $\alpha_o$  is the fixed orientation of the IC with respect to the mantle and  $\alpha(t)$  its temporally varying part induced by fluctuations in its axial rotation rate. The change in Stokes coefficients induced by  $\alpha(t)$  is

$$\Delta C_{2,2} = \mathcal{K} \delta h [\cos(2\alpha_o + 2\alpha(t)) - \cos(2\alpha_o)], \quad (6a)$$

$$\Delta S_{2,2} = \mathcal{K} \delta h [\sin(2\alpha_o + 2\alpha(t)) - \sin(2\alpha_o)], \quad (6b)$$



**Figure 1.** Equatorial cross-section of the Earth with an azimuthal rotation  $\alpha$  of the inner core (IC) with respect to the longitude  $0^\circ$ . The IC possesses an equatorial ellipsoidal shape represented in blue by half of the peak-to-peak  $\delta h$  topography. Adapted from Dumberry and Mandea (2022) and not drawn at scale.

where

$$\mathcal{K} = (1 + \kappa_2) \frac{4\pi}{5\sqrt{15}} \frac{R_i^4}{R^2} \frac{\Delta\rho_{ICB}}{M} = 7.07 \times 10^{-12}. \quad (6c)$$

The fixed IC orientation  $\alpha_o$  depends on the orientation of the (2,2) topography of the gravitational potential (geoid) at the CMB induced by convective mantle mass anomalies. This orientation is not known precisely, but models suggest that it is generally aligned with longitude  $0^\circ$  (e.g., Defraigne et al., 1996). For simplicity, let us assume that  $\alpha_o = 0^\circ$ . Given the low rates of differential IC rotation predicted on dynamical grounds ( $\sim 0.1^\circ \text{ yr}^{-1}$ ),  $\alpha(t)$  should remain small for fluctuations at a timescale shorter than a few decades. For  $\alpha_o = 0^\circ$  and  $\alpha(t) \ll 1$ , Equations 6a and 6b simplify to

$$\Delta C_{2,2} = \mathcal{K} \delta h [\cos(2\alpha(t)) - 1] \approx -2 \mathcal{K} \delta h \alpha(t)^2, \quad (7a)$$

$$\Delta S_{2,2} = \mathcal{K} \delta h \sin(2\alpha(t)) \approx 2 \mathcal{K} \delta h \alpha(t). \quad (7b)$$

Provided  $\alpha(t)$  remains small,  $\Delta S_{2,2}$  is much larger than  $\Delta C_{2,2}$ . Let us take  $\delta h = 100 \text{ m}$  and  $\alpha = 1^\circ$ , this gives  $\Delta S_{2,2} \approx 2.5 \times 10^{-11}$  and  $\Delta C_{2,2} \approx 4.3 \times 10^{-13}$ . If the time-averaged IC orientation  $\alpha_o$  is not zero, the difference in amplitude between  $\Delta S_{2,2}$  and  $\Delta C_{2,2}$  is reduced. The expression for  $\Delta S_{2,2}$  in Equation 7b gives the best upper bound for the (2,2) gravity signal.

For a rigid IC,  $\alpha(t)$  is equal to the angular rotation of the IC bulk, the quantity which is measured seismically, that we denote by  $\phi(t)$ . If the ICB topography relaxes viscously in a characteristic time  $\tau$  toward its equilibrium alignment with the mantle, then (Buffett, 1997)

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\phi}{dt} - \frac{\alpha}{\tau}. \quad (8)$$

When  $\tau$  is comparable or smaller than the timescale of the fluctuations of interest,  $\phi(t)$  and  $\alpha(t)$  differ, and the bulk rotates at a faster rate than the ICB topography. The upper bound that we obtain from Equation 7b is on  $\alpha$ , not  $\phi$ . To simplify, we assume a rigid IC, so that  $\alpha(t) \equiv \phi(t)$ . However, larger values of bulk IC rotation are allowed if the ICB relaxes viscously (see Discussions).

### 3. Previous Estimates of $\alpha$ and $\delta h$

Previous estimates of  $\alpha$  come from a combination of seismic studies, CF reconstructions and considerations of core-mantle angular momentum exchanges. These estimates were presented in Dumberry and Mandea (2022)

but are reproduced and updated here. Estimates of  $\delta h$  are based on mass anomalies in the mantle deduced from seismic tomography and geodynamical models.

### 3.1. $\alpha$ From Zonal Core Flows

Time-varying zonal flows at the CMB can be reconstructed from the secular variation of the geomagnetic field (Bloxham & Jackson, 1991; Holme, 2015). On decadal timescales and shorter, zonal flows are expected to be invariant along the direction of the rotation axis (Gillet et al., 2011; Jault, 2008); zonal flows at the ICB should be the axial projection of the zonal flows at the CMB. Electromagnetic coupling at the ICB is expected to be sufficiently strong (Gubbins, 1981) that the IC should be entrained into co-rotation with the mean zonal flows. Assuming small oscillation amplitudes, the relation between the ICB zonal flows,  $v_\phi$ , and the IC rotation angle  $\alpha$  at frequency  $\omega$  is  $v_\phi = R_i \omega \alpha$ .

CF models suggest fluctuations in CMB zonal flow with an amplitude of approximately  $0.4 \text{ km yr}^{-1}$  at a 6-year period and approximately  $2 \text{ km yr}^{-1}$  at a 30-year period (Gillet et al., 2019, 2021). These give indirect estimates of  $\alpha \approx 0.018^\circ$  and  $\alpha \approx 0.4^\circ$  at periods of 6 and 30 years, respectively.

### 3.2. $\alpha$ From Length of Day (LOD) Variations

Decadal (Holme & de Viron, 2013; Jault et al., 1988) and interannual (Gillet et al., 2010, 2022) variations in the Length of Day (LOD) results from core-mantle angular momentum exchanges. The nature of the torque between the core and the mantle remains not well known, but if gravitational coupling is entirely responsible for the observed LOD changes ( $\Delta\text{LOD}$ ), the latter can be used to predict  $\alpha$  (Buffett & Creager, 1999):

$$\alpha = -\frac{2\pi C_m}{T_o^2 \Gamma} \frac{d}{dt} \Delta\text{LOD}, \quad (9)$$

where  $T_o$  is the Earth's rotation period ( $T_o = 86400 \text{ s}$ ),  $C_m$  is the polar moment of inertia of the mantle ( $C_m = 7.129 \times 10^{37} \text{ kg m}^2$ ) and  $\Gamma$  represents the constant net gravitational torque between the mantle and the IC. Estimates of  $\Gamma$  can be constructed based on mantle density anomalies inferred from seismic tomography models and viscous mantle flow models and range from  $3 \times 10^{19}$  to  $2 \times 10^{20} \text{ N m}$  (Davies et al., 2014).

In Text S1 in Supporting Information S1, we show that the amplitude of the observed LOD changes over the past 70 years with periods longer than 20 years are approximately 1 ms. For the lower and upper bounds of  $\Gamma$ , this translates to amplitudes of  $\alpha$  between  $0.6^\circ$  and  $0.09^\circ$ . At 6-year,  $\Delta\text{LOD} \approx 0.2 \text{ ms}$  corresponding to amplitudes of  $\alpha$  between  $0.7^\circ$  and  $0.1^\circ$ .

### 3.3. $\alpha$ From Seismic Waves

For earthquake doublets, the temporal shift of the wave envelope can be mapped to a change in  $\alpha$ . Using this approach, Zhang et al. (2005) and Tkalčić et al. (2013) propose a differential rotation rate of  $0.25^\circ\text{--}0.5^\circ \text{ yr}^{-1}$  with a fluctuation over a period of approximately 20 years. This corresponds to an amplitude of  $\alpha = [0.25\text{--}0.5]^\circ \text{ yr}^{-1} \times \frac{20}{2\pi} \text{ yr} \approx [0.8\text{--}1.6]^\circ$ . Yang and Song (2023) suggest a history of IC differential rotation that includes a 65-year period of amplitude  $\alpha \approx 2.5^\circ$ , with a minimum of  $\sim 4^\circ$  in the early 1970s and a maximum of  $\sim 1^\circ$  in 2009. Wang and Vidale (2022a) find a rotation rate of  $0.1^\circ \text{ yr}^{-1}$  between 1971 and 1974 which they interpret as a 6-year signal with an amplitude  $\alpha \approx 0.2^\circ$  (Wang & Vidale, 2022b).

### 3.4. $\delta h$ From Seismic Tomography and Geodynamic Models

Mass anomalies involved in mantle convection distort the surfaces of gravitational potential from the CMB to ICB. If we assume that the IC viscous deformation timescale is smaller than that of the mantle, the ICB topography (averaged over time) should coincide with the undulations of the gravitational potential at the ICB (Buffett, 1997). The latter is connected to its undulations at the CMB (Dumberry, 2010; Wahr & de Vries, 1989). The CMB gravitational potential, in turn, may be computed from geodynamic models, in particular by combining mantle density anomalies inferred from seismic tomography, the mantle viscous flow that they produce, and using the observed surface geoid as an additional constraint (e.g., Defraigne et al., 1996; Simmons et al., 2007). Values for  $\delta h$  are estimated using geodynamic models at some 70 m by Defraigne et al. (1996) or in the range of

[49–126] m estimated from  $\Gamma = [3 \times 10^{19} - 2 \times 10^{20}]$  N m (Davies et al., 2014). We summarize the various  $\delta h$  ranges in Text S2 in Supporting Information S1.

An alternative modeling approach is to assume that the 6-year period in LOD changes is caused by the free mode of mantle-IC gravitational oscillation. When the whole of the tangent cylinder is assumed to follow the IC, the value of  $\Gamma$  must be approximately  $3 \times 10^{20}$  N m (Davies et al., 2014). This corresponds to  $\delta h \simeq 154$  m, in agreement with an independent calculation by Shih and Chao (2021). We note, however, that this assumes that the angular momentum exchange at a 6-year period is between the mantle and the IC, yet observations suggest that it is instead between the mantle and the fluid core (Gillet et al., 2010).

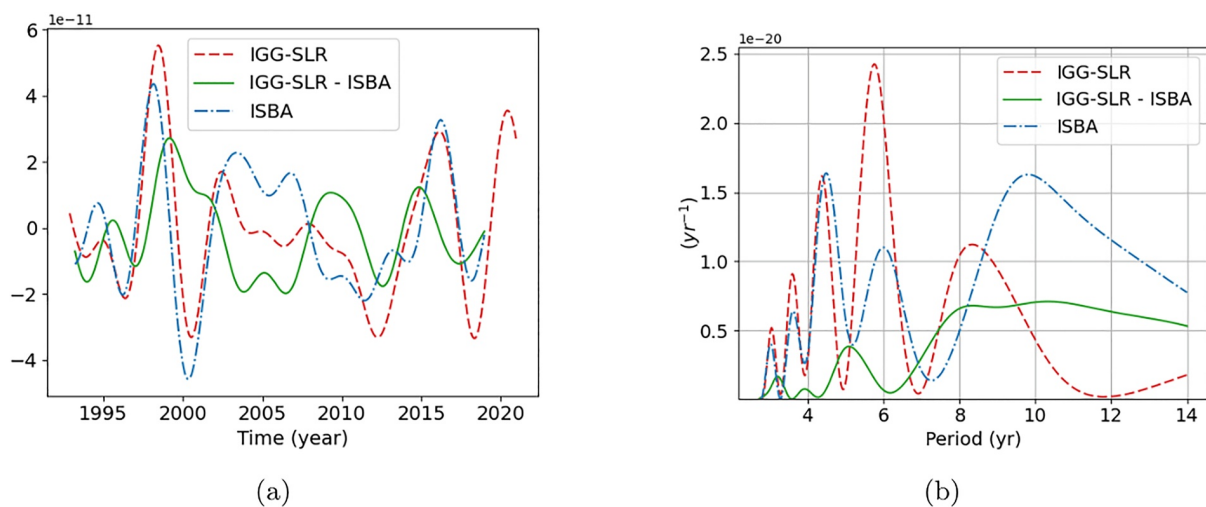
#### 4. Data and Method

The Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) and GRACE Follow-On (GRACE-FO) satellite missions deliver time-variable gravity measurements since 2002 (Landerer et al., 2020; Tapley et al., 2004). Satellite Laser Ranging (SLR) measures the time variation of the (2,2) gravity field coefficients since the 1980s (Löcher & Kusche, 2020a). The observed (2,2) signal contains contributions from different sources: tidal deformations, post-glacial rebound (Purcell et al., 2011), hydrological (Rodell et al., 2018), atmospheric and oceanic loading (Dobslaw et al., 2017), water mass displacement and exchanges between ocean, hydrosphere and cryosphere (Pfeffer et al., 2022), sea level changes (Adhikari et al., 2019), mantle mass redistribution (Panet et al., 2018), and core processes (Dumberry & Manda, 2022). To access the signal originating from the core, the signals from all other sources must be removed. This is a challenge as models for the planetary-scale mass fluctuations induced by surface processes remain incomplete (Pfeffer et al., 2022).

We use  $S_{2,2}$  from the product IGG-SLR-HYBRID Ensemble Mean (referred as IGG-SLR) (Löcher & Kusche, 2020a). This product takes advantage of the temporal length of the SLR time-series and the qualities of GRACE(-FO). The formal errors provided with IGG-SLR are unrealistic as too optimistic. This  $S_{2,2}$  series is the mean of solutions based on SLR measurements only and on GRACE(-FO) empirical orthogonal functions (EOFs) from the ITSG-Grace2018 product (Mayer-Gürr et al., 2018) and spans from November 1992 to December 2020. The longest well resolved oscillation period (i.e., two complete cycles) is then 14 years (Sundararajan, 2023).

The EOFs are cleared of sub-monthly surface loading aliasing (Dobslaw et al., 2017), hydrological loading at longer periods and Earth's interior mass redistribution are not corrected. The  $S_{2,2}$  series in the IGG-SLR solution is similar to that of the GRACE products from 3 different analysis centers (Text S3 in Supporting Information S1).

To reduce the hydrological contribution from  $S_{2,2}$  variations we use a global hydrological model obtained independently from gravitational observations. Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère CNRM version of TRIP (ISBA-CTRIP, henceforth referred to as ISBA) solves the vertical water mass balance and the lateral fluxes to



**Figure 2.** (a) Time-series and (b) Lomb-Scargle periodogram of  $S_{2,2}$  coefficient for IGG-SLR (red) product, IGG-SLR minus ISBA combination (green), and ISBA (blue), with y-axis scale at the top-left.

model hydrological loading variations (Decharme et al., 2019). ISBA is available from 1979 to December 2018. ISBA explains the low degrees interannual gravity signals observed by GRACE better than other hydrological models (Lecomte et al., 2023).

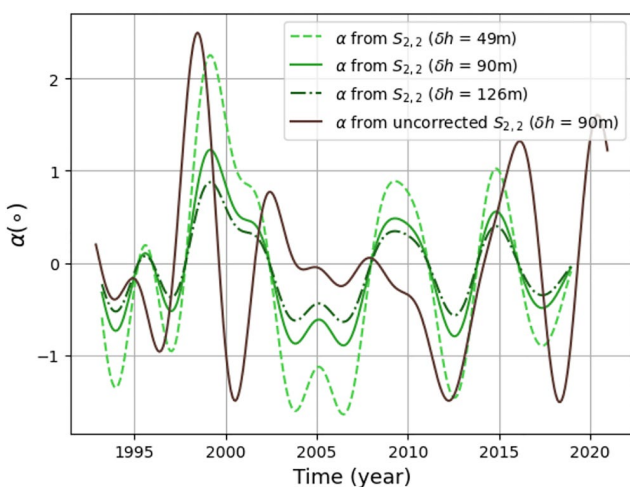
Figure 2a shows the time-series of  $S_{2,2}$  from the IGG-SLR product, the ISBA model, and what we refer to henceforth as the corrected  $S_{2,2}$  signal (ISBA subtracted from IGG-SLR). Their associated periodograms are shown in Figure 2b. To access interannual timescales, we have applied a low-pass filter with a cut-off period of 3 years, and used a Hamming window to reduce the apodization effect. The IGG-SLR time-series contains large signals at periods of 4.5, 5.8, and 8.6 years. The 5.8-year peak is dominantly caused by the large oscillation between 1998 and 2002 that is also present in the ISBA model (Figure 2a) and therefore corresponds to a hydrological signal. After the correction with the ISBA model, the corrected time-series spectral content is reduced with one peak at 5 years, a plateau between 8 and 14 years and the standard deviation of  $S_{2,2}$  is reduced by 32%.

Periods of 5.8 and 8.6 years have already been identified in the LOD time-series (Duan & Huang, 2020) and in CF models (Rosat & Gillet, 2023). These signals are then typically assumed to originate from CF processes. However, given the fit between the gravity variations and the ISBA hydrological model at similar periods (Figure 2a), the influence of surface processes on the LOD cannot be discounted. In a more general perspective, a 6-year oscillation appears to involve the whole Earth's system, a signal whose origin is still unexplained (Cazenave et al., 2023).

## 5. Results

Although surface processes contribute to a part of the corrected  $S_{2,2}$  time-series (Lecomte et al., 2023), it potentially contains a signature of the IC reorientation. Figure 3 shows the temporal evolution of  $\alpha$  implied by the corrected  $S_{2,2}$  time-series based on Equation 7b for  $\delta h$  values in the range 49–126 m (Davies et al., 2014). These  $\alpha$  time-series are based on the assumption that all residual variations are attributable to the IC reorientation, which is unrealistic since a contribution from surface processes likely remains.

The corrected  $S_{2,2}$  time-series periodogram (Figure 2b) allows us to place upper bounds for three ranges of periods: the peak at 4 years with an amplitude of  $2 \times 10^{-12}$ , the peak between 5 and 6 years with an amplitude of  $7 \times 10^{-12}$ , and the plateau between 8 and 12 years with an amplitude of  $9 \times 10^{-12}$ . For an assumed  $\delta h = 90$  m, approximately the mid-point of the range 49–126 m, the corresponding upper bounds on  $\alpha$  are  $0.09^\circ$ ,  $0.3^\circ$ , and  $0.4^\circ$ , respectively. These represent generous upper bounds because the corrected  $S_{2,2}$  time-series likely contain unremoved hydrological effects (Pfeffer et al., 2022). These upper bounds are summarized in Table 1, together with estimates from other observations; the upper bounds on  $\alpha$  without applying the hydrological correction are significantly larger (first line of Table 1).



**Figure 3.**  $\alpha$  time-series reconstructed from Equation 7b based on the corrected  $S_{2,2}$  variations (green) for different choices of  $\delta h$  (49, 90, and 126 m) and based on the  $S_{2,2}$  time-series uncorrected for hydrological loading with  $\delta h = 90$  m (brown).

An upper bound on  $S_{2,2}$  translates to upper bounds on the combination of  $\alpha$  and  $\delta h$ , as shown in Figure 4. The three colored curves represent the upper bound constraints for the same periods as those highlighted in Table 1. For a given period range and a choice of  $\delta h$ ,  $S_{2,2}$  observations limit the upper bound of  $\alpha$  to be below the shown curves. A smaller choice of  $\delta h$  allows for a larger  $\alpha$  upper bound; conversely, a larger  $\delta h$  restricts  $\alpha$  to a smaller upper bound.

## 6. Discussions and Conclusions

We present a new constraint on the amplitude of the IC axial reorientation angle  $\alpha$  based on the observed time-variable gravity field  $S_{2,2}$  Stokes coefficient. Using the  $S_{2,2}$  time-series corrected for hydrology,  $\alpha$  must be smaller than  $0.09^\circ$ ,  $0.3^\circ$ , and  $0.4^\circ$  at periods of 4, 5–6, and 8–12 years, respectively. For a rigid IC, these correspond to maximum IC differential rotation rates of  $0.16^\circ \text{ yr}^{-1}$ ,  $0.31^\circ \text{ yr}^{-1}$ , and  $0.21^\circ \text{ yr}^{-1}$ , respectively. These upper bounds on  $\alpha$  assume a peak-to-peak (2,2) ICB topography of  $\delta h = 90$  m and that no other processes contribute to the corrected  $S_{2,2}$  signal. Although we have reduced the hydrological contribution from the  $S_{2,2}$  series, it is likely that some hydrological effects remain (Pfeffer et al., 2022). Indeed, the  $C_{2,2}$  variation



**Table 1**  
Upper Bound Values of  $\alpha$  Based on the  $S_{2,2}$  Time-Series and for  $\delta h = 90$  m Compared With Estimates From Other Observations

Observation	Period (years)				References
	4	5–6	8–12	20–30	
IGG-SLR	0.7°	0.8°	0.6°		This paper
IGG-SLR - ISBA	0.09°	0.3°	0.4°		This paper
Zonal flows		0.018°		0.4°	Gillet et al. (2021)
LOD		0.1°–0.7°		0.09°–0.6°	Buffett and Creager (1999) and Davies et al. (2014)
Seismic rays		0.2°		0.8°–1.6°	Tkalčić et al. (2013) and Zhang et al. (2005)

Note. The LOD estimate is built from Buffett and Creager (1999) theory and Davies et al. (2014) results, but is not reported in these studies.

amplitudes (Text S4 in Supporting Information S1) are not substantially different from those of  $S_{2,2}$ , hinting that hydrological processes dominate the (2,2) observed gravity signal. If so, the true upper limits on  $\alpha$  are smaller.

Our study is important in light of recent seismic inferences of the changes in  $\alpha$ . Wang and Vidale (2022b) estimate a change of  $\alpha = -0.1^\circ$  between 1969 and 1971 and a change of  $\alpha = 0.29^\circ$  between 1971 and 1974. They further show that this matches the prediction reconstructed from the 6-year oscillation in LOD. In the hypothesis that the latter is purely due to IC-mantle gravitational coupling (Text S1 in Supporting Information S1), the inferred 6-year fluctuation amplitude ( $\alpha \approx 0.2^\circ$ ) is below our derived upper bound, but would not be if more than one third of our corrected  $S_{2,2}$  series remains polluted by hydrology.

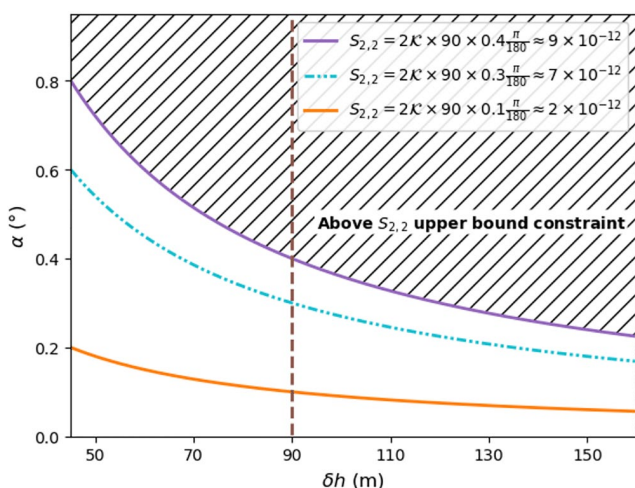
Another key factor to consider is the IC viscosity, allowing the ICB topography of the axially rotated IC to partly relax viscously back into an alignment with the gravitational potential imposed by mantle mass anomalies (Buffett, 1997). Mineral physics suggest viscosity values between  $10^{16}$  and  $10^{18}$  Pa s (e.g., Gleason & Mao, 2013; Ritterbex & Tsuchiya, 2020) and nutation observations values as small as  $10^{14}$  Pa s (Koot & Dumberry, 2011), much smaller than the mantle viscosity. This corresponds to a range of viscous relaxation timescales of  $\tau = 0.002$ –20 years (Buffett, 1997). Ensuring that the IC-mantle gravitational coupling does not lead to decadal LOD changes that exceed observations yields an upper bound on  $\tau$  of 1–6 years (Davies et al., 2014). Taking viscous relaxation into account, the bulk IC rotation ( $\phi$ ) is connected to the ICB topography change  $\alpha$  by Equation 8.

Our upper bounds for the bulk IC rotation are increased by a factor  $\sqrt{(\omega\tau)^2 + 1}/(\omega\tau)$ , where  $\omega$  is the oscillation frequency. The upper bound on the bulk IC rotation can increase when  $\omega\tau$  is comparable to or smaller than 1. For example, at a 6-year period, our upper bound is multiply by 1.4 for  $\tau = 1$  year, and by 9.6 for  $\tau = 0.1$  year.

Our study illustrates that the gravity signal of (2,2) offers a complementary way to reconstruct the IC differential rotation. Future improvements in the gravity record itself and in hydrological loading models will provide a more accurate  $S_{2,2}$  determination. Not only this will bring a firmer upper bound for  $\alpha$ , but it may eventually enable to detect the actual time variations of  $\alpha$  from gravimetry.

### Acronyms

CMB	Core-Mantle Boundary
CNES	Centre National d'Études Spatiales
CSR	Center for Space Research
EOF	Empirical Orthogonal Functions
EOP	Earth Orientation Parameters
GFZ	German Research Centre for Geosciences
GIA	Glacial Isostatic Adjustment
GRACE	Gravity Recovery And Climate Experiment
GRACE-FO	Gravity Recovery And Climate Experiment Follow-On



**Figure 4.** Upper bounds on the combination of  $\alpha$  and  $\delta h$  for periods of  $\sim 4$  (orange curve),  $\sim 6$  (blue curve), and  $\sim 12$  (purple curve) years, based on the corrected  $S_{2,2}$  signal amplitudes ( $2 \times 10^{-12}$ ,  $7 \times 10^{-12}$ , and  $9 \times 10^{-12}$ , respectively). The brown dotted line corresponds to the assumption  $\delta h = 90$  m used for the calculations shown in the legend and for the upper bounds on  $\alpha$  given in Table 1. The hatched area corresponds to values of  $\delta h$  and  $\alpha$  not allowed by the observed  $S_{2,2}$  signal.

GRAZ	Institute of Geodesy at Graz University of Technology
ICB	Inner-Core Boundary
IERS	International Earth Rotation and Reference System Service
ISBA	Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère
ISBA-CTRIP	Interaction Sol-Biosphère-Atmosphère CNRM version of TRIP
LOD	Length Of Day
SLR	Satellite Laser Ranging
WGHM	WaterGAP Global Hydrology Model

## Data Availability Statement

GRACE and GRACE-FO missions are sponsored by the National Aeronautics and Space Administration and the Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt. GRACE and GRACE-FO Level-2 temporal solutions were obtained from [icgem.gfz-potsdam.de](https://icgem.gfz-potsdam.de) for the IGG-SLR product (Löcher & Kusche, 2020b), COST-G (Meyer et al., 2020), and the GRAZ center (Mayer-Gürr et al., 2018). CSR center products were downloaded from the PO.DAAC Drive (CSR RL6.0, 2018). The ISBA-CTRIP model made by the “Centre National de Recherches Météorologiques” (CNRM) of Météo-France has been provided by Bertrand Descharmes (Decharme et al., 2019).

**Code Availability Statement:** The Python 3.8 code used for this publication is based on a Github project by Tyler Tsutterley <https://github.com/tsutterley/read-GRACE-harmonics>, licensed under MIT (Sutterley, 2023). The adapted version can be found on <https://github.com/hulecom/read-GRACE-harmonics> repository. After installation of the library (adapted version) and download of the data, the Python notebook “GRL\_Gravitational\_Lecomte2023b.ipynb” available in the repository allows to reproduce the figures of this article.

## Acknowledgments

This work is supported by the Centre National d’Études Spatiales (CNES) and by the Doctoral School Earth and Environmental Sciences (ED 413) of the University of Strasbourg in the Institut Terre et Environnement de Strasbourg (ITES, CNRS UMR7063). This project has received funding from the European Research Council (ERC) under the European Union’s Horizon 2020 research and innovation program (GRACEFUL Synergy Grant 855677). This work was supported by CNES, focused on GRACE and on Geodesy. MD is supported by a Discovery Grant from NSERC/CRSNG. We thank to the editor Lucy Flesch and the referees for their valuable inputs and remarks which helped us to improve this paper.

## References

- Adhikari, S., Ivins, E. R., Frederikse, T., Landerer, F. W., & Caron, L. (2019). Sea-level fingerprints emergent from GRACE mission data. *Earth System Science Data*, 11(2), 629–646. <https://doi.org/10.5194/essd-11-629-2019>
- Aubert, J., & Dumberry, M. (2011). Steady and fluctuating inner core rotation in numerical geodynamo models. *Geophysical Journal International*, 184(1), 162–170. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2010.04842.x>
- Bloxham, J., & Jackson, A. (1991). Fluid flow near the surface of Earth’s outer core. *Reviews of Geophysics*, 29(1), 97–120. <https://doi.org/10.1029/90rg02470>
- Buffett, B. A. (1996). Gravitational oscillations in the length of day. *Geophysical Research Letters*, 23(17), 2279–2282. <https://doi.org/10.1029/96GL02083>
- Buffett, B. A. (1997). Geodynamic estimates of the viscosity of the Earth’s inner core. *Nature*, 388(6642), 571–573. <https://doi.org/10.1038/41534>
- Buffett, B. A., & Creager, K. C. (1999). A comparison of geodetic and seismic estimates of inner-core rotation. *Geophysical Research Letters*, 26(10), 1509–1512. <https://doi.org/10.1029/1999GL900271>
- Buffett, B. A., & Glatzmaier, G. A. (2000). Gravitational braking of inner-core rotation in geodynamo simulations. *Geophysical Research Letters*, 27(19), 3125–3128. <https://doi.org/10.1029/2000gl011705>
- Cazenave, A., Pfeffer, J., Manda, M., & Dehant, V. (2023). A 6-year oscillation in the whole Earth system? *Earth System Dynamics Ideas*, 14(4), 733–735. <https://doi.org/10.5194/esd-14-733-2023>
- CSR RL6.0. (2018). Grace field geopotential coefficients CSR release 6.0 [Dataset]. Stl. Retrieved from [https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE\\_GSM\\_L2\\_GRAV\\_CSR\\_RL06](https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE_GSM_L2_GRAV_CSR_RL06)
- Davies, C. J., Stegman, D. R., & Dumberry, M. (2014). The strength of gravitational core-mantle coupling. *Geophysical Research Letters*, 41(11), 3786–3792. <https://doi.org/10.1002/2014GL059836>
- Decharme, B., Delire, C., Minvielle, M., Colin, J., Vergnes, J.-P., Alias, A., et al. (2019). Recent changes in the ISBA-CTRIP land surface system for use in the CNRM-CM6 climate model and in global off-line hydrological applications. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 11(5), 1207–1252. <https://doi.org/10.1029/2018MS001545>
- Defraigne, P., Dehant, V., & Wahr, J. M. (1996). Internal loading of an inhomogeneous compressible Earth with phase boundaries. *Geophysical Journal International*, 125(1), 173–192. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1996.tb06544.x>
- Dobslaw, H., Bergmann-Wolf, I., Dill, R., Poropat, L., Thomas, M., Dahle, C., et al. (2017). A new high-resolution model of non-tidal atmosphere and ocean mass variability for de-aliasing of satellite gravity observations: AOD1B RL06. *Geophysical Journal International*, 211(1), 263–269. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx302>
- Duan, P., & Huang, C. (2020). Intracadeal variations in length of day and their correspondence with geomagnetic jerks. *Nature Communications*, 11(1), 2273. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-16109-8>
- Dumberry, M. (2007). Geodynamic constraints on the steady and time-dependent inner core axial rotation. *Geophysical Journal International*, 170(2), 886–895. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2007.03484.x>
- Dumberry, M. (2008). Decadal variations in gravity caused by a tilt of the inner core. *Geophysical Journal International*, 172(3), 921–933. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2007.03624.x>
- Dumberry, M. (2010). Gravitationally driven inner core differential rotation. *Earth and Planetary Science Letters*, 297(3–4), 387–394. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2010.06.040>
- Dumberry, M., & Manda, M. (2022). Gravity variations and ground deformations resulting from core dynamics. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 5–39. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09656-2>
- Dziewonski, A., & Anderson, D. (1981). Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25(4), 297–356. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(81\)90046-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7)

- Gillet, N., Dumberry, M., & Rosat, S. (2021). The limited contribution from outer core dynamics to global deformations at the Earth's surface. *Geophysical Journal International*, 224(1), 216–229. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa448>
- Gillet, N., Gerick, F., Jault, D., Schwaiger, T., Aubert, J., & Iwas, M. (2022). Satellite magnetic data reveal interannual waves in Earth's core. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 119(13), e2115258119. <https://doi.org/10.1073/pnas.2115258119>
- Gillet, N., Huder, L., & Aubert, J. (2019). A reduced stochastic model of core surface dynamics based on geodynamo simulations. *Geophysical Journal International*, 219(1), 522–539. <https://doi.org/10.1093/gji/ggz313>
- Gillet, N., Jault, D., Canet, E., & Fournier, A. (2010). Fast torsional waves and strong magnetic field within the Earth's core. *Nature*, 465(7294), 74–77. <https://doi.org/10.1038/nature09010>
- Gillet, N., Schaeffer, N., & Jault, D. (2011). Rationale and geophysical evidence for quasi-geostrophic rapid dynamics within the Earth's outer core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 187(3), 380–390. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2011.01.005>
- Glatzmaier, G. A., & Roberts, P. H. (1996). Rotation and magnetism of Earth's inner core. *Science*, 274(5294), 1887–1891. <https://doi.org/10.1126/science.274.5294.1887>
- Gleason, A. E., & Mao, W. L. (2013). Strength of iron at core pressures and evidence for a weak Earth's inner core. *Nature Geoscience*, 6(7), 571–574. <https://doi.org/10.1038/ngeo1808>
- Gubbins, D. (1981). Rotation of the inner core. *Journal of Geophysical Research*, 86(B12), 11695–11699. <https://doi.org/10.1029/JB086iB12p11695>
- Gubbins, D., Masters, G., & Nimmo, F. (2008). A thermochemical boundary layer at the base of Earth's outer core and independent estimate of core heat flux. *Geophysical Journal International*, 174(3), 1007–1018. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03879.x>
- Holme, R. (2015). Large-scale flow in the core. In G. Schubert & P. Olson (Eds.), *Treatise on geophysics* (Vol. 8, pp. 91–113). Elsevier.
- Holme, R., & de Viron, O. (2013). Characterization and implications of intradecadal variations in length of day. *Nature*, 499(7457), 202–204. <https://doi.org/10.1038/nature12282>
- Jault, D. (2008). Axial invariance of rapidly varying diffusionless motions in the Earth's core interior. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 166(1), 67–76. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2007.11.001>
- Jault, D., Gire, C., & Le Mouél, J.-L. (1988). Westward drift, core motions and exchanges of angular momentum between core and mantle. *Nature*, 333(6171), 353–356. <https://doi.org/10.1038/333353a0>
- Koot, L., & Dumberry, M. (2011). Viscosity of the Earth's inner core: Constraints from nutation observations. *Earth and Planetary Science Letters*, 308(3), 343–349. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2011.06.004>
- Landerer, F. W., Flechtner, F. M., Save, H., Webb, F. H., Bandikova, T., Bertiger, W. I., et al. (2020). Extending the global mass change data record: GRACE follow-on instrument and science data performance. *Geophysical Research Letters*, 47(12), e2020GL088306. <https://doi.org/10.1029/2020GL088306>
- Laske, G., & Masters, G. (1999). Limits on differential rotation of the inner core from an analysis of the Earth's free oscillations. *Nature*, 402(6757), 66–69. <https://doi.org/10.1038/47011>
- Lecomte, H., Rosat, S., Manda, M., Boy, J.-P., & Pfeffer, J. (2023). Uncertainty of low-degree space gravimetry observations: Surface processes versus internal signal. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 128(7), e2023JB026503. <https://doi.org/10.1029/2023jb026503>
- Lesur, V., Gillet, N., Hammer, M. D., & Manda, M. (2022). Rapid variations of Earth's core magnetic field. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 41–69. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09662-4>
- Löcher, A., & Kusche, J. (2020a). A hybrid approach for recovering high-resolution temporal gravity fields from satellite laser ranging. *Journal of Geodesy*, 95(1), 6. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01460-x>
- Löcher, A., & Kusche, J. (2020b). IGG\_SLR\_HYBRID [Dataset]. ICGEM. Retrieved from <http://icgem.gfz-potsdam.de/series/10.1007/s00190-020-01460-x>
- Mayer-Gürr, T., Behzadpur, S., Ellmer, M., Kvas, A., Klinger, B., Strasser, S., & Zehentner, N. (2018). *ITSG-Grace2018 - Monthly, daily and static gravity field solutions from GRACE*. GFZ Data Services.
- Meyer, U., Jaeggi, A., Dahle, C., Flechtner, F., Kvas, A., Behzadpur, S., et al. (2020). *International combination Service for time-variable gravity fields (COST-G) monthly GRACE series*. GFZ Data Services. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.COST-G.001>
- Panet, I., Bonvalot, S., Narteau, C., Remy, D., & Lemoine, J.-M. (2018). Migrating pattern of deformation prior to the Tohoku-Oki earthquake revealed by GRACE data. *Nature Geoscience*, 11(5), 367–373. <https://doi.org/10.1038/s41561-018-0099-3>
- Pfeffer, J., Cazenave, A., Blazquez, A., Decharme, B., Munier, S., & Barnoud, A. (2022). Detection of slow changes in terrestrial water storage with GRACE and GRACE-FO satellite gravity missions. *EGU Sphere*, 1–85. <https://doi.org/10.5194/egusphere-2022-1032>
- Purcell, A., Dehecq, A., Tregoning, P., Potter, E.-K., McClusky, S. C., & Lambeck, K. (2011). Relationship between glacial isostatic adjustment and gravity perturbations observed by GRACE. *Geophysical Research Letters*, 38(18), L18305. <https://doi.org/10.1029/2011GL048624>
- Ritterbex, S., & Tsuchiya, T. (2020). Viscosity of hep iron at Earth's inner core conditions from density functional theory. *Scientific Reports*, 10(1), 6311. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-63166-6>
- Rodell, M., Famiglietti, J. S., Wiese, D. N., Reager, J. T., Beaudoin, H. K., Landerer, F. W., & Lo, M.-H. (2018). Emerging trends in global freshwater availability. *Nature*, 557(7707), 651–659. <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0123-1>
- Rosat, S., & Gillet, N. (2023). Intradecadal variations in length of day: Coherence with models of the Earth's core dynamics. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 341, 107053. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2023.107053>
- Shih, S. A., & Chao, B. F. (2021). Inner core and its libration under gravitational equilibrium: Implications to lower-mantle density anomaly. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126(1), e2020JB020541. <https://doi.org/10.1029/2020JB020541>
- Simmons, N. A., Forte, A. M., & Grand, S. P. (2007). Thermochemical structure and dynamics of the African superplume. *Geophysical Research Letters*, 34(2), L02301. <https://doi.org/10.1029/2006gl028009>
- Song, X. D., & Richards, P. G. (1996). Seismological evidence for differential rotation of the Earth's inner core. *Nature*, 382(6588), 221–224. <https://doi.org/10.1038/382221a0>
- Souriau, A. (2007). Deep Earth structure - The Earth's cores. In *Treatise on geophysics* (Vol. 1, pp. 655–693). Elsevier.
- Su, W. J., Dziewonski, A. M., & Jeanloz, R. (1996). Planet within a planet: Rotation of the inner core of the Earth. *Science*, 274(5294), 1883–1887. <https://doi.org/10.1126/science.274.5294.1883>
- Sundararajan, D. (2023). *Signals and systems: A practical approach*. Springer Nature Switzerland. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-19377-4>
- Sutterley, T. (2023). *Tsutterley/gravity-toolkit: V1.2.1 [Software]*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.8075728>
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Ries, J. C., Thompson, P. F., & Watkins, M. M. (2004). GRACE measurements of mass variability in the Earth system. *Science*, 305(5683), 503–505. <https://doi.org/10.1126/science.1099192>
- Tkalčić, H., Kennett, B. L. N., & Cormier, V. F. (2009). On the inner—Outer core density contrast from PKiKP/PcP amplitude ratios and uncertainties caused by seismic noise. *Geophysical Journal International*, 179(1), 425–443. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04294.x>

- Tkalčić, H., Young, M., Bodin, T., Ngo, S., & Sambridge, M. (2013). The shuffling rotation of the Earth's inner core revealed by earthquake doublets. *Nature Geoscience*, 6(6), 497–502. <https://doi.org/10.1038/ngeo1813>
- Wahr, J., & de Vries, D. (1989). The possibility of lateral structure inside the core and its implications for nutation and Earth tide observations. *Geophysical Journal International*, 99(3), 511–519. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1989.tb02036.x>
- Wang, W., & Vidale, J. E. (2022a). Earth's inner core rotation, 1971 to 1974, illuminated by inner-core scattered waves. *Earth and Planetary Science Letters*, 577, 117214. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2021.117214>
- Wang, W., & Vidale, J. E. (2022b). Seismological observation of Earth's oscillating inner core. *Science Advances*, 8(23), eabm9916. <https://doi.org/10.1126/sciadv.abm9916>
- Yang, Y., & Song, X. (2022). Inner core rotation captured by earthquake doublets and twin stations. *Geophysical Research Letters*, 49(12), e2022GL098393. <https://doi.org/10.1029/2022GL098393>
- Yang, Y., & Song, X. (2023). Multidecadal variation of the Earth's inner-core rotation. *Nature Geoscience*, 16(2), 1–6. <https://doi.org/10.1038/s41561-022-01112-z>
- Zhang, J., Richards, P. G., & Schaff, D. P. (2008). Wide-scale detection of earthquake waveform doublets and further evidence for inner core super-rotation. *Geophysical Journal International*, 174(3), 993–1006. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03856.x>
- Zhang, J., Song, X., Li, Y., Richards, P. G., Sun, X., & Waldhauser, F. (2005). Inner core differential motion confirmed by earthquake waveform doublets. *Science*, 309(5739), 1357–1360. <https://doi.org/10.1126/science.1113193>

### References From the Supporting Information

- Bizouard, C. (2020). *Geophysical modelling of the polar motion*. Walter de Gruyter GmbH & Co KG.
- Dobslaw, H., & Dill, R. (2018). Predicting earth orientation changes from global forecasts of atmosphere-hydrosphere dynamics. *Advances in Space Research*, 61(4), 1047–1054. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.11.044>
- Rekier, J., Chao, B. F., Chen, J., Dehant, V., Rosat, S., & Zhu, P. (2022). Earth's rotation: Observations and relation to deep interior. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 149–175. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09669-x>

### 5.5.3 Supplementary Materials

JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH

## Supporting Information for "Gravitational constraints on the Earth's inner core differential rotation"

Hugo Lecomte<sup>1</sup>, Séverine Rosat<sup>1</sup>, Mioara Manda<sup>2</sup>, Mathieu Dumberry<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université de Strasbourg, CNRS, EOST, ITES UMR7063, F-67000 Strasbourg, France

<sup>2</sup>Centre National d'Etudes Spatiales, Paris, France

<sup>3</sup>Department of Physics, University of Alberta, Edmonton, Canada

#### Contents of this file

1. Text S1 to S4
2. Figures S1 to S4
3. Tables S1 to S2

#### Introduction

The Supporting Information contains the details about the  $\alpha$  constraint based on LOD variation (Text S1, Figure S1, and S2), a table that summarize  $\delta h$  values estimates (Table S1), details on the  $\alpha$  constraint based on GRACE  $S_{2,2}$  time-series (Text S3, Figure S3, and Table S2) and details on the  $\alpha$  constraint from  $C_{2,2}$  time series (Text S4, Figure S4 and Table S3).

---

August 30, 2023, 9:58am

### S1. Length of Day (LOD) time-series

We use the IERS EOP C01 (1846-2023) and C04 (1976-2023) LOD time-series (Bizouard, 2020) corrected for zonal tides and for atmospheric, oceanic, hydrologic and sea level angular momentum obtained from the operational products of the Earth-System-Modelling group at GFZ (Dobslaw & Dill, 2018). Note that apart from atmospheric angular momentum the correction from the other sources does not significantly change the time-series at interannual and decadal periods (Rekier et al., 2022; Rosat & Gillet, 2023).

Figure S1 shows the C01 and C04 LOD time-series, band-pass filtered such that the amplitude of the signal is preserved (though note that edge effects reduce the amplitude of the oscillation), and for two different ranges of periods. Over the past 70 years, the amplitude of the LOD changes is approximately 1 ms for decadal (30-yr period) changes, and 0.2 ms for the 6 year period. The longer C01 time-series allows us to see more variations through time and, therefore, the amplitude of the signals is greater than that of C04. The largest peak-to-peak change occurs in the 1960s and 1970s. Figure S2 shows the values of  $\alpha$  for each time-series for the range of  $\Gamma \in [3 \times 10^{19} - 2 \times 10^{20}]$  N m (Davies et al., 2014) based on Equation 9.

August 30, 2023, 9:58am

**S2.  $\delta h$  values estimated in different studies.**

August 30, 2023, 9:58am

### S3. GRACE solutions of $S_{2,2}$

To verify the IGG-SLR product, it has been compared with GRACE products from three analysis centers. We have selected time-series from ITSG-Grace2018 + ITSG-Grace\_operational provided by Graz University of Technology (referred as GRAZ) (Mayer-Gürr et al., 2018), GRACE(-FO) Level-2 (Release-06.1) provided by Center for Space Research (CSR) and referred as CSR (*CSR RL6.0*, 2018) and the International Combination Service for Time-variable Gravity Fields product : COST-G (Grace-RL01 and Grace-FO-RL02) (Meyer et al., 2020). These three time-series span from April 2002 to December 2022. Each solution was prepared with a sub-monthly atmospheric and oceanic loading de-aliasing (Dobslaw et al., 2017) and only GRAZ products uses sub-monthly hydrology de-aliasing. To access interannual timescales, we have applied a low-pass filter with a cut-off period of 3 years, and used a Hamming window to reduce the apodization effect.

As for the LOD variations, interannual variations in  $S_{2,2}$  GRACE products are caused by different processes. These include atmospheric and oceanic loadings which are normally corrected by the AOD1B RL06 product (Dobslaw et al., 2017). However, the time-series still contain uncorrected signals from the atmosphere and the ocean, but negligible compared to other processes. The post-glacial rebound, cryospheric loading and sea level rise influence the long-term trend, but their interannual variability is negligible, particularly when we consider  $S_{2,2}$  pattern localized on the equator. Hydrological loading and Earth's interior mass redistribution are not corrected in the gravity data.

August 30, 2023, 9:58am



The three  $S_{2,2}$  products from GRACE are very similar in the temporal and spectral domains with only small amplitude variations (Fig. S3a). The IGG-SLR time-series and GRACE  $S_{2,2}$  time-series match well after 2010, but differ notably near 2007. The oscillation around that time is also present in the ISBA model, but is not captured in the IGG-SLR time-series. IGG-SLR contains more spectral energy than GRACE products (Fig. S3b). This is explained by the large oscillation in the IGG-SLR product between 1998 and 2002 that is also present in the ISBA model and therefore corresponds to a hydrological signal.

Upper bounds of  $\alpha$  from GRACE time-series can be given with a supposed value of  $\delta h = 90$  m and for periods of 4 and 6-10 years (Table S2). These constraints are smaller than those based on IGG-SLR because of the differences in spectral content and data length.

#### S4. Constraint from $C_{2,2}$

Figure S4a shows the time-series of  $C_{2,2}$  from the IGG-SLR product, the ISBA model, and what we refer to henceforth as the corrected  $C_{2,2}$  signal (ISBA subtracted from IGG-SLR). Their associated periodograms are shown in Figure S4b. To access inter-annual time scales, we have applied a low-pass filter with a cut-off period of 3 years, and used a Hamming window to reduce the apodization effect. The IGG-SLR time-series contains large signals at periods of 6.5 and 9.5 years. After the correction with the ISBA model, the spectral content of the corrected time-series is shifted with one peak at 6 years and one at 8 years.

The periodogram of the corrected  $C_{2,2}$  time-series (Fig. S4b) allows us to place upper bounds for two ranges of periods: the peak at 6-6.5 years and the peak between 8 to 10 year. For an assumed  $\delta h = 90$  m, approximately the mid-point of the range 49-126 (Davies et al., 2014), the corresponding upper bounds on  $\alpha$  are  $6^\circ$ ,  $8^\circ$ , respectively.

These two constraints do not restrict the parameter space more than those obtained with  $S_{2,2}$  because of the  $\alpha^2$  dependence in equation 7b. This also reflects the fact that the corrected  $C_{2,2}$  time-series still contains signals related to surface processes (hydrological, atmosphere or oceanic loadings) even after correction from an hydrological loading model.

August 30, 2023, 9:58am

## References

- Bizouard, C. (2020). *Geophysical Modelling of the Polar Motion*. Walter de Gruyter GmbH & Co KG.
- CSR RL6.0. (2018). Retrieved from [https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE\\_GSM\\_L2\\_GRAV\\_CSR\\_RL06](https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/GRACE_GSM_L2_GRAV_CSR_RL06)
- Davies, C. J., Stegman, D. R., & Dumberry, M. (2014). The strength of gravitational core-mantle coupling. *Geophysical Research Letters*, *41*(11), 3786–3792. doi: 10.1002/2014GL059836
- Defraigne, P., Dehant, V., & Wahr, J. M. (1996). Internal loading of an inhomogeneous compressible Earth with phase boundaries. *Geophys. J. Int.*, *125*, 173–192.
- Dobslaw, H., Bergmann-Wolf, I., Dill, R., Poropat, L., Thomas, M., Dahle, C., ... Flechtner, F. (2017). A new high-resolution model of non-tidal atmosphere and ocean mass variability for de-aliasing of satellite gravity observations: AOD1B RL06. *Geophysical Journal International*, *211*(1), 263–269. doi: 10.1093/gji/ggx302
- Dobslaw, H., & Dill, R. (2018). Predicting Earth Orientation Changes from Global Forecasts of Atmosphere-Hydrosphere Dynamics. *Advances in Space Research*, *61*(4), 1047–1054. doi: 10.1016/j.asr.2017.11.044
- Mayer-Gürr, T., Behzadpur, S., Ellmer, M., Kvas, A., Klinger, B., Strasser, S., & Zehentner, N. (2018). *ITSG-Grace2018 - Monthly, Daily and Static Gravity Field Solutions from GRACE*. GFZ Data Services.
- Meyer, U., Jaeggi, A., Dahle, C., Flechtner, F., Kvas, A., Behzadpour, S., ... Bourgoigne, S. (2020). *International Combination Service for Time-variable Gravity Fields (COST-G) Monthly GRACE Series*. GFZ Data Services. doi: 10.5880/ICGEM

August 30, 2023, 9:58am

.COST-G.001

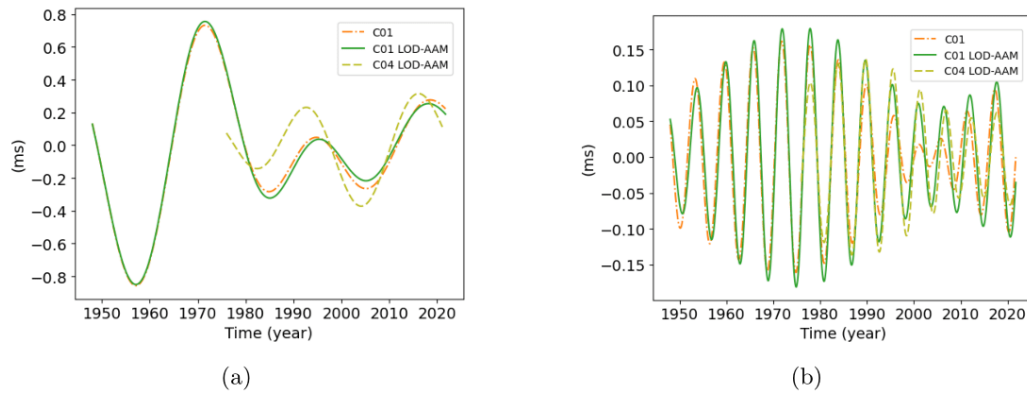
Rekier, J., Chao, B. F., Chen, J., Dehant, V., Rosat, S., & Zhu, P. (2022). Earth's Rotation: Observations and Relation to Deep Interior. *Surv. Geophys.*, *43*(1), 149–

175. doi: 10.1007/s10712-021-09669-x

Rosat, S., & Gillet, N. (2023). Intradecadal variations in length of day: coherence with models of the Earth's core dynamics. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, *submitted*.

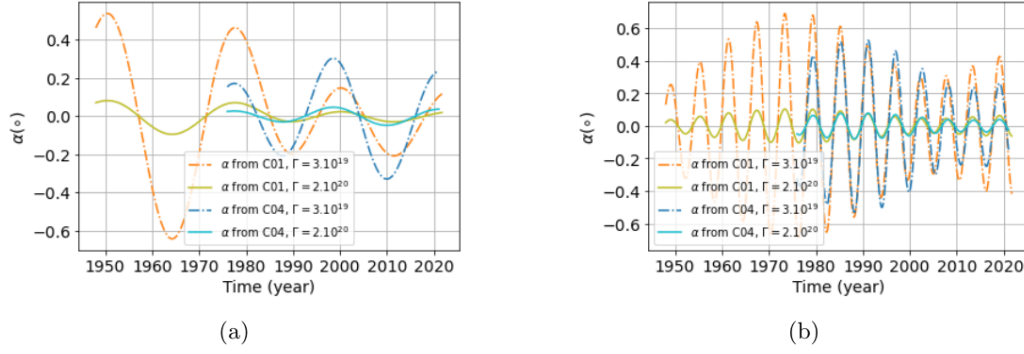
Shih, S. A., & Chao, B. F. (2021). Inner core and its libration under gravitational equilibrium: Implications to lower-mantle density anomaly. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, *126*. doi: <https://doi.org/10.1029/2020JB020541>

August 30, 2023, 9:58am



**Figure S1.** IERS EOP C01 LOD time-series with (green) and without (orange) removal of the Atmospheric Angular Momentum (AAM) contribution and C04 LOD time-series - AAM (lime green). The band-pass filters are (a) between 21 and 50 years, and (b) between 5.5 and 6.5 years.

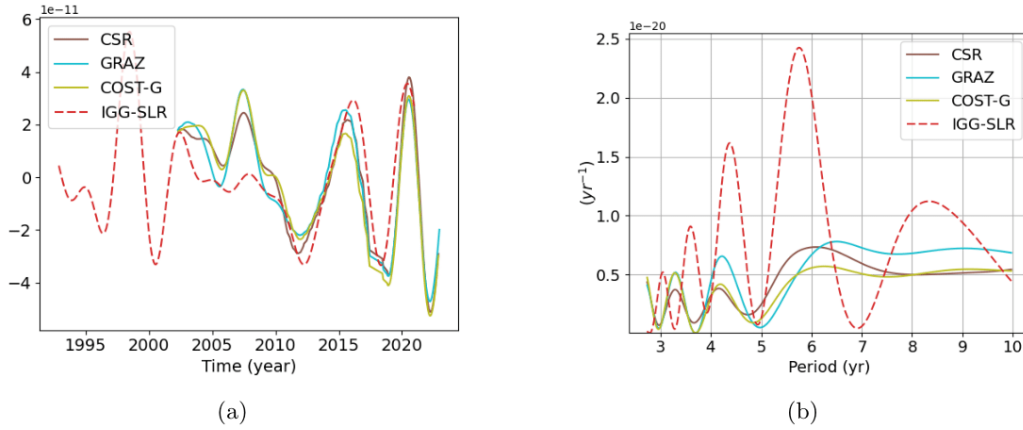
August 30, 2023, 9:58am



**Figure S2.**  $\alpha$  estimated from the IERS EOP C01 LOD - AAM time-series (orange and lime) and the C04 LOD - AAM time-series (blue and light blue) for the range values of  $\Gamma \in [3 \times 10^{19} - 2 \times 10^{20}]$  N m. The band-pass filters are (a) between 21 and 50 years, and (b) between 5.5 and 6.5 years.

method	$\delta h$ (m)	Reference
MF	70	(Defraigne et al., 1996)
MF	49-126	(Davies et al., 2014)
MICG(2)	154	(Davies et al., 2014)
MICG(1-2)	76-164	(Shih & Chao, 2021)

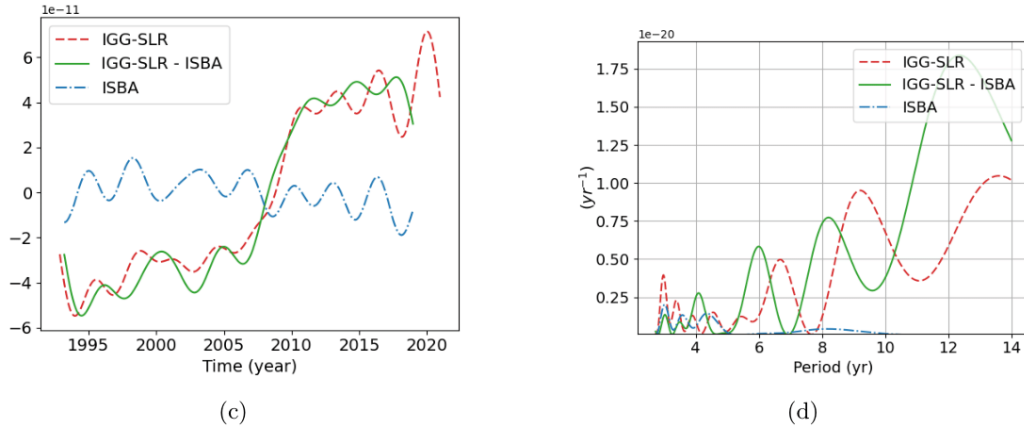
**Table S1.** MF = mantle flow models, MICG(x) = mantle inner core gravitational mode period equal to 6 yr, involving the inner core alone (x=1) or the whole of the tangent cylinder (x=2). Note that the numerical values of  $\delta h$  were not given explicitly in Davies et al. (2014), but are computed based on their Eq. 3.



**Figure S3.** Time-series (a) and Lomb-Scargle periodogram (b) of  $S_{2,2}$  coefficient for GRACE CSR (brown), GRAZ (light blue) and COSTG (lime) products and for IGG-SLR (red) product

	Observation Period (years)	
	4	6-10
CSR	$0.3^\circ$	$0.5^\circ$
GRAZ	$0.4^\circ$	$0.5^\circ$
COST-G	$0.3^\circ$	$0.4^\circ$

**Table S2.** Upper bound values of  $\alpha$  based on the GRACE  $S_{2,2}$  time-series for different periods considering  $\delta h = 90m$ .



**Figure S4.** Time-series (a) and Lomb-Scargle periodogram (b) of  $C_{2,2}$  coefficient for IGG-SLR (red) product, IGG-SLR minus ISBA combination (green) and ISBA (blue)

Observation	Period (years)	
	6-7	8-12
IGG-SLR	5°	11°
IGG-SLR - ISBA	6°	8°

**Table S3.** Upper bound values of  $\alpha$  based on the  $C_{2,2}$  time-series and for  $\delta h = 90$  m.



# Conclusion

Notre planète Terre est un système complexe abritant en son sein un noyau externe et un noyau interne qui échappent à toute observation directe. Ce travail de thèse se propose d'étudier le noyau à l'aide de divers observables (champ de gravité, champ magnétique ou encore variations de la durée du jour) et considère également les liens entre ces observables. Les objectifs de ce travail de thèse étaient, premièrement, d'étudier l'amplitude des variations de la gravité causées par des processus du noyau pour affiner notre compréhension des contrastes de densité, des variations de pression et d'autres phénomènes prenant place dans le noyau, le tout, au regard des incertitudes liées à ces variations. Ces données permettent d'étudier les variations à des périodes inter-annuelles à décennales. Ensuite, nous souhaitons approfondir nos connaissances de ces processus du noyau en utilisant les variations de la gravité, du champ magnétique et de la variation de la durée du jour. Ces réflexions nous ont finalement conduits à étudier les différentes méthodes d'interpolation pour améliorer la couverture temporelle des produits de variations de la gravité. Les principaux résultats obtenus peuvent être résumés comme suit.

Plusieurs produits de variations du champ de gravité et modèles géophysiques ont été comparés pour calculer leur dispersion et estimer leur incertitude (Section 4.1, table 4.9). Cette mesure de la dispersion peut être réalisée globalement mais elle possède aussi une représentation spatiale pour identifier les zones correspondant aux plus grandes incertitudes et une représentation temporelle pour identifier les mois possédant la plus grande dispersion (Fig. 4.3). La comparaison de l'estimation de ces incertitudes avec l'amplitude théorique de processus du noyau montre que l'incertitude actuelle des modèles géophysiques est plus grande et qu'il faut être précautionneux dans l'analyse de signaux potentiels de la Terre interne.

Différentes techniques d'interpolation ont été évaluées pour estimer la précision de leur interpolation à l'aide d'une méthode de retrait-restauration (Section 4.2). Ces techniques permettent de prédire le champ de gravité variable dans le temps du produit **GRACE**(-FO) de **COST-G** jusqu'au degré 12 à l'échelle de la Terre en utilisant **GRACE**(-FO) et pour certaines les produits issus de Swarm. Pour mener à bien cette comparaison, toutes ces techniques ont été implémentées de manière indépendante par nos soins en Python. Nous estimons que, relativement à nos métriques d'évaluation, les techniques d'interpolation les plus précises sont la **SSA** et la **MSSA**. Néanmoins, il faut noter que la technique consistant juste à estimer une constante, une tendance et une oscillation annuelle et semi-annuelle pour étendre les séries temporelles est plus simple à mettre en place pour une perte de précision assez faible.

Dans ce travail, les effets des anomalies de densité et de pression ont été comparés à l'amplitude des variations du champ de gravité. D'après nos résultats, il sera potentiellement possible d'observer ces effets de pression avec les variations de la gravité, quand les séries

temporelles seront plus longues que 100-200 ans. Cela peut également être possible sur des séries temporelles plus courtes si leur qualité s'améliore et que leur incertitude diminue. Les analyses que nous avons menées de manière conjointe sur les champs magnétique et de gravité ne font pas ressortir d'observation particulière autour des secousses géomagnétiques.

Enfin, l'étude de la rotation différentielle de l'IC à l'aide des variations du coefficient  $S_{2,2}$  permet d'établir de nouvelles contraintes sur les paramètres  $\alpha$  et  $\delta h$  de ce processus qui sont pertinentes au regard des estimations antérieures à ce travail (Section 5.5). Le champ de gravité permet une analyse complémentaire de ce phénomène de la réorientation de l'IC dont l'intérêt deviendra toujours plus pertinent.

## Perspectives

### o Améliorer la qualité des produits et des modèles

La signature des processus du noyau étudiés dans ce travail ne semble pas avoir une amplitude assez grande pour être observée avec les variations de la gravité pour l'instant. Plusieurs solutions nous permettront d'avancer sur la résolution de ce problème. La première et la plus simple est d'attendre assez longtemps. Si les missions satellitaires de mesure des variations temporelles du champ de gravité continuent sur la durée avec une qualité équivalente, nous devrions identifier des variations dans le degré 2 du champ de gravité causées par des anomalies de pression à la CMB sur des périodes supérieures à 100 ans. Une telle visibilité sur les prochaines missions satellitaires n'est pas possible mais le début du chemin est déjà tracé. Le TWS, qui fait parti des quantités mesurées par les missions de gravimétries spatiales, a été désigné comme une variable climatique essentielle (ECV), traduction de *Essential Climate Variable*, par le GIEC et la convention-cadre des Nations unies sur les changements climatiques. La continuité de la mesure du TWS, en tant qu'ECV, est recommandée par ces institutions et devrait être assurée, à l'avenir, par les différentes agences spatiales. Dans ce cadre, la continuité de GRACE-FO sera assurée par la mission satellite GRACE-I (également appelée « Mass Change »). L'ESA prévoit même de lancer une autre paire de satellites fonctionnant de la même manière que les paires GRACE(-FO), mais avec une inclinaison d'orbite différente pour améliorer l'estimation du champ de gravité et la résolution temporelle des produits. Ces deux missions conjointes formeraient alors une constellation appelée MAGIC. Tout cela nous donne un horizon jusqu'à 2040 environ. Il sera nécessaire de faire preuve de patience, mais la continuité de la mesure de la gravité via des missions satellitaires est bien engagée.

La deuxième piste pour résoudre notre problème consiste à avoir une meilleure estimation de l'incertitude de nos produits du champ de gravité et de nos modèles géophysiques. Les estimations faites dans ces travaux restent une limite basse de l'incertitude qui ne tient pas compte des biais et qui reste sous réserve que nous n'ayons pas d'*a priori* sur la qualité des produits et des modèles. Par exemple, des biais ont été identifiés dans les modèles atmosphériques et dégradent l'estimation des périodes inter-annuelles sur le Groenland (HARDY et al., 2017). Des travaux vont déjà vers une amélioration de l'estimation des incertitudes et proposent des modélisations stochastiques des erreurs des modèles de marées océaniques et des modèles de *dealiasing* AOD1B (ABRYKOSOV et al., 2022, 2023).

La meilleure estimation des incertitudes des modèles géophysiques permet aussi d'améliorer la qualité des produits de variations temporelles du champ de gravité (ZHOU et al., 2023). C'est justement la troisième piste de résolution qui consiste à améliorer la qualité des produits et des modèles pour obtenir, après avoir corrigé les variations temporelles du champ de gravité des

effets de surface, une incertitude assez faible pour étudier les signaux des processus de la Terre interne. Par exemple, les modèles géophysiques cherchent avant tout à être réalistes aux échelles de temps annuelles, aux périodes où se trouvent la majorité des variations (PFEFFER et al., 2022b). C'est pourquoi il doit certainement y avoir de nombreuses pistes d'amélioration à explorer pour mieux modéliser ces périodes inter-annuelles. L'analyse des variations inter-annuelles de la gravité permet, par exemple, la détection de modes climatiques qui ne sont pas expliquées par des modèles géophysiques (PFEFFER et al., 2022b).

L'amélioration de la qualité des produits du champ de gravité passe également par une meilleure couverture temporelle. Nous avons vu différentes méthodes pour interpoler les produits GRACE(-FO) avec et sans utiliser les produits Swarm. Toutefois, il existe également d'autres produits de variations temporelles du champ de gravité créé avec les données d'orbites SLR ou de satellites à orbites basses. La MSSA faisant partie des meilleures méthodes, il serait intéressant de pousser son utilisation en exploitant ces autres produits. Par exemple en combinant des produits GRACE(-FO) avec des produits SLR et de satellites à orbites basses. D'autres travaux proposent déjà de combiner différents produits pour étendre la couverture temporelle de ces produits (WEIGELT et al., 2013 ; Q. CHEN et al., 2022).

### o Améliorer l'analyse des champs

Tous les processus de la Terre interne pouvant créer des variations de masses n'ont pas été traités dans ce travail. Par exemple, l'IC peut osciller sur d'autres axes pour créer des variations sur les coefficients de Stokes  $C_{2,1}$  et  $S_{2,1}$ . Un travail similaire à celui fait pour la réorientation de la graine peut aussi être réalisé sur les coefficients  $C_{2,1}$  et  $S_{2,1}$ . Plus généralement, les tests synthétiques consistant à ajouter un signal dans les variations d'un champ pour voir si ce signal synthétique peut être détecté à partir des techniques d'analyses sont très pertinents. Il serait possible de mener des expérimentations synthétiques conjointement sur les champs magnétique et de gravité.

Dans ce travail, nous avons utilisé des informations provenant de différents observables afin d'approfondir l'extraction simultanée d'informations avec des méthodes statistiques telles que la MSSA. À la manière de WEIGELT et al. (2013) et LÖCHER et KUSCHE (2020), qui combinent plusieurs observables du champ de gravité pour réaliser des produits avec une meilleure couverture temporelle, l'analyse conjointe des champs magnétique et de gravité en est encore à ses débuts. SARASWATI et al. (2023), par exemple, propose différentes méthodes d'analyse statistique des deux champs pour étudier leurs variabilités spatiales et temporelles communes, dont la MSSA.

Nous avons privilégié les échelles les plus favorables à l'observation de processus profonds. Toutefois, il existe également des variations de masses dans la Terre interne à d'autres échelles temporelles et spatiales et qu'il faudrait étudier. Par exemple, BOUFFARD et al. (2022) simule une stratification du noyau fluide qui reproduit des ondes de gravité avec des périodes entre l'heure et le jour. De telles périodes sont, pour l'instant, seulement mesurables dans les variations temporelles du champ de gravité à partir de gravimètres.

Nous avons ponctuellement utilisé des informations complémentaires, telles que les données sismiques (section 5.5). Il est également envisageable d'approfondir l'étude de l'intérieur de la Terre avec des expérimentations en laboratoires ou en utilisant des modèles théoriques. Il pourrait même être envisagé d'élargir ces travaux à l'études d'autres noyaux planétaires en analysant leur champ de gravité et ses perturbations (PETRICCA et al., 2022).

Pour finir, il convient de noter que l'identification de la cause d'une variation du champ de gravité est encore difficile. Nous sommes capables d'identifier des modes climatiques avec des structures spatiales prédéfinies ou encore des signaux hydrologiques et océaniques du fait de leur localisation et de la connaissance des échelles où ils seront dominants. Toutefois, nous n'exploitons aucune information sur l'altitude d'une variation et il est donc difficile de distinguer un signal de la Terre interne d'un signal d'un processus de surface. L'utilisation d'outils, tels que les gradients de gravité (PANET et al., 2014), pour distinguer différentes sources en fonction de la profondeur doit être approfondi à l'avenir. Ces outils commencent à être utilisés pour étudier des signaux potentiellement attribuables à des processus du noyau fluide tel que ceux de MANDEA et al. (2012) avec l'anomalie identifiée sur la côte ouest du continent Africain (GAUGNE et al., 2023).

# Bibliographie

- ABRYKOSOV, P., PAIL, R., SHIHORA, L., & DOBSLAW, H. (2023). Treatment of AO Background Model Errors in the Context of GRACE/GRACE-FO Data Processing. *XXVIII General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG)*. <https://doi.org/10.57757/IUGG23-0896>
- ABRYKOSOV, P., SULZBACH, R., PAIL, R., DOBSLAW, H., & THOMAS, M. (2022). Treatment of Ocean Tide Background Model Errors in the Context of GRACE/GRACE-FO Data Processing. *Geophysical Journal International*, 228(3), 1850-1865. <https://doi.org/10.1093/gji/ggab421>
- ADHIKARI, S., IVINS, E. R., FREDERIKSE, T., LANDERER, F. W., & CARON, L. (2019). Sea-Level Fingerprints Emergent from GRACE Mission Data. *Earth System Science Data*, 11(2), 629-646. <https://doi.org/10.5194/essd-11-629-2019>
- ADLER, R. F., HUFFMAN, G. J., CHANG, A., FERRARO, R., XIE, P.-P., JANOWIAK, J., RUDOLF, B., SCHNEIDER, U., CURTIS, S., BOLVIN, D., GRUBER, A., SUSSKIND, J., ARKIN, P., & NELKIN, E. (2003). The Version-2 Global Precipitation Climatology Project (GPCP) Monthly Precipitation Analysis (1979–Present). *Journal of Hydrometeorology*, 4(6), 1147-1167. [https://doi.org/10.1175/1525-7541\(2003\)004<1147:TVGPCP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1525-7541(2003)004<1147:TVGPCP>2.0.CO;2)
- ALDRIDGE, K. D., BLOXHAM, J., DEHANT, V., GUBBINS, D., HIDE, R., HINDERER, J., HUTCHESON, K. A., JAULT, D., JONES, C. A., LEGROS, H., LE MOUËL, J. .-, LLOYD, D., WAHR, J. M., WHALER, K. A., & ZHANG, K. (1990). Core-Mantle Interactions. *Surveys in Geophysics*, 11(4), 329-353. <https://doi.org/10.1007/BF01902965>
- ALEXANDRESCU, M., GIBERT, D., HULOT, G., LE MOUËL, J.-L., & SARACCO, G. (1995). Detection of geomagnetic jerks using wavelet analysis. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 100(B7), 12557-12572. <https://doi.org/10.1029/95JB00314>
- ALTAMIMI, Z., REBISCHUNG, P., COLLILIEUX, X., MÉTIVIER, L., & CHANARD, K. (2023). ITRF2020 : An Augmented Reference Frame Refining the Modeling of Nonlinear Station Motions. *Journal of Geodesy*, 97(5), 47. <https://doi.org/10.1007/s00190-023-01738-w>
- AUBERT, J. (2023). State and Evolution of the Geodynamo from Numerical Models Reaching the Physical Conditions of Earth's Core. *Geophysical Journal International*, 235(1), 468-487. <https://doi.org/10.1093/gji/ggad229>
- AUBERT, J., GASTINE, T., & FOURNIER, A. (2017). Spherical Convective Dynamos in the Rapidly Rotating Asymptotic Regime. *Journal of Fluid Mechanics*, 813, 558-593. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.789>
- AUBERT, J., & GILLET, N. (2021). The Interplay of Fast Waves and Slow Convection in Geodynamo Simulations Nearing Earth's Core Conditions. *Geophysical Journal International*, 225(3), 1854-1873. <https://doi.org/10.1093/gji/ggab054>
- AUBERT, J., LIVERMORE, P. W., FINLAY, C. C., FOURNIER, A., & GILLET, N. (2022). A taxonomy of simulated geomagnetic jerks. *Geophysical Journal International*, 231(1), 650-672. <https://doi.org/10.1093/gji/ggac212>
- BACKUS, G., PARKER, R. L., & CONSTABLE, C. (1996, février). *Foundations of Geomagnetism*. Cambridge University Press.
- BALSAMO, G., ALBERGEL, C., BELJAARS, A., BOUSSETTA, S., BRUN, E., CLOKE, H., DEE, D., DUTRA, E., MUÑOZ-SABATER, J., PAPPENBERGER, F., DE ROSNAY, P., STOCKDALE, T., & VITART, F.

- (2015). ERA-Interim/Land : A Global Land Surface Reanalysis Data Set. *Hydrology and Earth System Sciences*, 19(1), 389-407. <https://doi.org/10.5194/hess-19-389-2015>
- BEAUDOING, H., & RODELL, M. (2020). GLDAS Noah Land Surface Model L4 3 Hourly 0.25 x 0.25 Degree V2.1. <https://doi.org/10.5067/E7TYRXPJKWOQ>
- BONDARESCU, R., BONDARESCU, M., HETÉNYI, G., BOSCHI, L., JETZER, P., & BALAKRISHNA, J. (2012). Geophysical applicability of atomic clocks : direct continental geoid mapping. *Geophysical Journal International*, 191(1), 78-82. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05636.x>
- BOUFFARD, M., FAVIER, B., LECOANET, D., & LE BARS, M. (2022). Internal Gravity Waves in a Stratified Layer atop a Convecting Liquid Core in a Non-Rotating Spherical Shell. *Geophysical Journal International*, 228(1), 337-354. <https://doi.org/10.1093/gji/ggab343>
- BOUIH, M., PANET, I., REMY, D., LONGUEVERGNE, L., & BONVALOT, S. (2022). Deep Mass Redistribution Prior to the 2010 Mw 8.8 Maule (Chile) Earthquake Revealed by GRACE Satellite Gravity. *Earth and Planetary Science Letters*, 584, 117465. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2022.117465>
- BRODHOLT, J., & BADRO, J. (2017). Composition of the Low Seismic Velocity E' Layer at the Top of Earth's Core. *Geophysical Research Letters*, 44(16), 8303-8310. <https://doi.org/10.1002/2017GL074261>
- BROOMHEAD, D. S., & KING, G. P. (1986). Extracting Qualitative Dynamics from Experimental Data. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 20(2), 217-236. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(86\)90031-X](https://doi.org/10.1016/0167-2789(86)90031-X)
- BUFFETT, B. (2014). Geomagnetic Fluctuations Reveal Stable Stratification at the Top of the Earth's Core. *Nature*, 507(7493), 484-487. <https://doi.org/10.1038/nature13122>
- BUFFETT, B. (1996a). Gravitational Oscillations in the Length of Day. *Geophysical Research Letters*, 23(17), 2279-2282. <https://doi.org/10.1029/96GL02083>
- BUFFETT, B. (1996b). A Mechanism for Decade Fluctuations in the Length of Day. *Geophysical Research Letters*, 23(25), 3803-3806. <https://doi.org/10.1029/96GL03571>
- BUFFETT, B. A., & SEAGLE, C. T. (2010). Stratification of the Top of the Core Due to Chemical Interactions with the Mantle. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 115(B4). <https://doi.org/10.1029/2009JB006751>
- CARDOSO, J.-F. (1999). High-Order Contrasts for Independent Component Analysis. *Neural Computation*, 11(1), 157-192. <https://doi.org/10.1162/089976699300016863>
- CARRÈRE, L., & LYARD, F. (2003). Modeling the Barotropic Response of the Global Ocean to Atmospheric Wind and Pressure Forcing-Comparisons with Observations. *Geophys. Res. Lett.*, 6.
- CAZENAVE, A., PFEFFER, J., MANDEA, M., & DEHANT, V. (2023). ESD Ideas : A 6-Year Oscillation in the Whole Earth System? *EGU Sphere*, 1-6. <https://doi.org/10.5194/egusphere-2023-312>
- CHAO, B. F. (2017). Dynamics of axial torsional libration under the mantle-inner core gravitational interaction [eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/2016JB013515>]. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 122(1), 560-571. <https://doi.org/10.1002/2016JB013515>
- CHAO, B. F., & YU, Y. (2020). Variation of the Equatorial Moments of Inertia Associated with a 6-Year Westward Rotary Motion in the Earth. *Earth and Planetary Science Letters*, 542, 116316. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2020.116316>
- CHEN, J., RIES, J. C., & TAPLEY, B. D. (2021). Assessment of Degree-2 Order-1 Gravitational Changes from GRACE and GRACE Follow-on, Earth Rotation, Satellite Laser Ranging, and Models. *Journal of Geodesy*, 95(4), 38. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01492-x>
- CHEN, J., RODELL, M., WILSON, C. R., & FAMIGLIETTI, J. S. (2005). Low Degree Spherical Harmonic Influences on Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) Water Storage Estimates. *Geophysical Research Letters*, 32(14). <https://doi.org/10.1029/2005GL022964>
- CHEN, J., CAZENAVE, A., DAHLE, C., LLOVEL, W., PANET, I., PFEFFER, J., & MOREIRA, L. (2022). Applications and Challenges of GRACE and GRACE Follow-On Satellite Gravimetry. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 305-345. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09685-x>
- CHEN, Q., WANG, F., SHEN, Y., ZHANG, X., NIE, Y., & CHEN, J. (2022). Monthly Gravity Field Solutions From Early LEO Satellites' Observations Contribute to Global Ocean Mass Change

- Estimates Over 1993~2004. *Geophysical Research Letters*, 49(21), e2022GL099917. <https://doi.org/10.1029/2022GL099917>
- CHENG, M., & RIES, J. (2017). The Unexpected Signal in GRACE Estimates of  $\text{C}_{20}$ . *Journal of Geodesy*, 91(8), 897-914. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0995-5>
- CIUFOLINI, I., PAOLOZZI, A., PAVLIS, E., RIES, J., GURZADYAN, V., KOENIG, R., MATZNER, R., PENROSE, R., & SINDONI, G. (2012). Testing General Relativity and Gravitational Physics Using the LARES Satellite. *The European Physical Journal Plus*, 127(11), 133. <https://doi.org/10.1140/epjp/i2012-12133-8>
- COUHERT, A., BIZOUARD, C., MERCIER, F., CHANARD, K., GREFF, M., & EXERTIER, P. (2020). Self-Consistent Determination of the Earth's GM, Geocenter Motion and Figure Axis Orientation. *Journal of Geodesy*, 94(12), 113. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01450-z>
- COX, C. M., & CHAO, B. F. (2002). Detection of a Large-Scale Mass Redistribution in the Terrestrial System Since 1998. *Science*, 297(5582), 831-833. <https://doi.org/10.1126/science.1072188>
- CROWLEY, J. W., & HUANG, J. (2020). A least-squares method for estimating the correlated error of GRACE models. *Geophysical Journal International*, 221(3), 1736-1749. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa104>
- DAHLE, C., MURBÖCK, M., FLECHTNER, F., DOBSLAW, H., MICHALAK, G., NEUMAYER, K. H., ABRYKOSOV, O., REINHOLD, A., KÖNIG, R., SULZBACH, R., & FÖRSTE, C. (2019). The GFZ GRACE RL06 Monthly Gravity Field Time Series : Processing Details and Quality Assessment. *Remote Sensing*, 11(18), 2116. <https://doi.org/10.3390/rs11182116>
- DECHARME, B., DELIRE, C., MINVIELLE, M., COLIN, J., VERGNES, J.-P., ALIAS, A., SAINT-MARTIN, D., SÉFÉRIAN, R., SÉNÉSI, S., & VOLDOIRE, A. (2019). Recent Changes in the ISBA-CTRIP Land Surface System for Use in the CNRM-CM6 Climate Model and in Global Off-Line Hydrological Applications. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 11(5), 1207-1252. <https://doi.org/10.1029/2018MS001545>
- DEE, D. P., UPPALA, S. M., SIMMONS, A. J., BERRISFORD, P., POLI, P., KOBAYASHI, S., ANDRAE, U., BALMASEDA, M. A., BALSAMO, G., BAUER, P., BECHTOLD, P., BELJAARS, A. C. M., VAN DE BERG, L., BIDLOT, J., BORMANN, N., DELSOL, C., DRAGANI, R., FUENTES, M., GEER, A. J., ... VITART, F. (2011). The ERA-Interim Reanalysis : Configuration and Performance of the Data Assimilation System. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 137(656), 553-597. <https://doi.org/10.1002/qj.828>
- DEHANT, V., & MATHEWS, P. M. (2015, janvier). 3.10 - Earth Rotation Variations. In G. SCHUBERT (Éd.), *Treatise on Geophysics (Second Edition)* (p. 263-305). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53802-4.00066-X>
- DILL, R. (2008). *Hydrological Model LSDM for Operational Earth Rotation and Gravity Field Variations* (Scientific Technical Repor N° STR08/09). Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ.
- DING, H., & CHAO, B. F. (2018). A 6-Year Westward Rotary Motion in the Earth : Detection and Possible MICG Coupling Mechanism. *Earth and Planetary Science Letters*, 495, 50-55. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2018.05.009>
- DING, H., YACHONG, AN, Y., AN & SHEN, W. (2021). new evidence for the fluctuation characteristics of intradecadal periodic signals in length of day variation. *Journal of Geophysical Research*, 126(2). <https://doi.org/10.1029/2020jb020990>
- DITMAR, P. (2018). Conversion of time-varying Stokes coefficients into mass anomalies at the Earth's surface considering the Earth's oblateness. *Journal of Geodesy*, 92(12), 1401-1412. <https://doi.org/10.1007/s00190-018-1128-0>
- DOBSLAW, H., BERGMANN-WOLF, I., DILL, R., POROPAT, L., THOMAS, M., DAHLE, C., ESSELBORN, S., KÖNIG, R., & FLECHTNER, F. (2017). A New High-Resolution Model of Non-Tidal Atmosphere and Ocean Mass Variability for de-Aliasing of Satellite Gravity Observations : AOD1B RL06. *Geophysical Journal International*, 211(1), 263-269. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx302>
- DOBSLAW, H., FLECHTNER, F., BERGMANN-WOLF, I., DAHLE, C., DAHLE, C., DILL, R., ESSELBORN, S., SASGEN, I., & THOMAS, M. (2013). Simulating High-frequency Atmosphere-ocean Mass Variability for Dealiasing of Satellite Gravity Observations : AOD1B RL05. *Journal of Geophysical Research*, 118(7), 3704-3711. <https://doi.org/10.1002/jgrc.20271>

- DOBSLAW, H., & THOMAS, M. (2007). Simulation and Observation of Global Ocean Mass Anomalies. *Journal of Geophysical Research*, 112. <https://doi.org/10.1029/2006jc004035>
- DÖLL, P., KASPAR, F., & LEHNER, B. (2003). A Global Hydrological Model for Deriving Water Availability Indicators : Model Tuning and Validation. *Journal of Hydrology*, 270(1), 105-134. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(02\)00283-4](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(02)00283-4)
- DUMBERRY, M. (2010). Gravity Variations Induced by Core Flows. *Geophysical Journal International*, 180(2), 635-650. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04437.x>
- DUMBERRY, M., & BLOXHAM, J. (2004). Variations in the Earth's Gravity Field Caused by Torsional Oscillations in the Core. *Geophysical Journal International*, 159(2), 417-434. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02402.x>
- DUMBERRY, M., & MANDEA, M. (2022). Gravity Variations and Ground Deformations Resulting from Core Dynamics. *Surveys in Geophysics*, 43(1), 5-39. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09656-2>
- DUQUENNE, F., & DUQUENNE, H. (2002). Cours De Géodésie, ESGT.
- DZIEWONSKI, A. M., & ANDERSON, D. L. (1981). Preliminary Reference Earth Model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25(4), 297-356. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(81\)90046-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7)
- Evolving the Geodetic Infrastructure to Meet New Scientific Needs* (The National Academies Press). (2020). National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. <https://doi.org/10.17226/25579>
- FANG, M., HAGER, B. H., & HERRING, T. A. (1996). Surface Deformation Caused by Pressure Changes in the Fluid Core. *Geophysical Research Letters*, 23(12), 1493-1496. <https://doi.org/10.1029/96GL00743>
- FARRELL, W. E. (1972). Deformation of the Earth by Surface Loads. *Reviews of Geophysics*, 10(3), 761-797. <https://doi.org/10.1029/RG010i003p00761>
- FINLAY, C. C., DUMBERRY, M., CHULLIAT, A., & PAIS, M. A. (2010). Short Timescale Core Dynamics : Theory and Observations. *Space Science Reviews*, 155(1), 177-218. <https://doi.org/10.1007/s11214-010-9691-6>
- FINLAY, C. C., GILLET, N., AUBERT, J., LIVERMORE, P. W., & JAULT, D. (2023). Gyres, Jets and Waves in the Earth's Core. *Nature Reviews Earth & Environment*, 4(6), 377-392. <https://doi.org/10.1038/s43017-023-00425-w>
- FINLAY, C. C., KLOSS, C., OLSEN, N., HAMMER, M. D., TÖFFNER-CLAUSEN, L., GRAYVER, A., & KUVSHINOV, A. (2020). The CHAOS-7 Geomagnetic Field Model and Observed Changes in the South Atlantic Anomaly. *Earth, Planets and Space*, 72(1), 156. <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01252-9>
- FLECHTNER, F., DOBSLAW, H., & FAGIOLINI, E. (2015, avril). *AOD1B Product Description Document for Product Release 05* (GRACE AOD1B Product Description Document N° GR-GFZ-AOD-0001). GFZ German Research Centre for Geosciences.
- FOROOTAN, E., SCHUMACHER, M., MEHRNEGAR, N., ALES BEZDĚK, BEZDĚK, A., TALPE, M., TALPE, M. J., FARZANEH, S., ZHANG, C., CHAOYANG ZHANG, YU ZHANG, ZHANG, Y., ZHANG, Y., YU ZHANG & SHUM, C. K. (2020). An Iterative ICA-based Reconstruction Method to Produce Consistent Time-Variable Total Water Storage Fields using GRACE and Swarm Satellite Data. *Remote Sensing*, 12(10), 1639. <https://doi.org/10.3390/rs12101639>
- FRIIS-CHRISTENSEN, E., LÜHR, H., & HULOT, G. (2006). Swarm : A Constellation to Study the Earth's Magnetic Field. *Earth, Planets and Space*, 58(4), 351-358. <https://doi.org/10.1186/BF03351933>
- GASTINE, T., AUBERT, J., & FOURNIER, A. (2020). Dynamo-Based Limit to the Extent of a Stable Layer atop Earth's Core. *Geophysical Journal International*, 222(2), 1433-1448. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa250>
- GAUER, L.-M., CHANARD, K., & FLEITOUT, L. (2023). Data-Driven Gap Filling and Spatio-Temporal Filtering of the GRACE and GRACE-FO Records. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 128(5), e2022JB025561. <https://doi.org/10.1029/2022JB025561>
- GAUGNE, C., PANET, I., & ROSAT, S. (2023, mai). The mass redistributions at the core-mantle interface from satellite gravity.



- GEGOUT, P. (1995, janvier). *De La Variabilite de La Rotation de La Terre et Du Champ de Gravite Consequente Aux Dynamiques de l'atmosphere et Des Oceans* [These de Doctorat]. Strasbourg 1.
- GHIL, M., ALLEN, M. R., DETTINGER, M. D., IDE, K., KONDRASHOV, D., MANN, M. E., ROBERTSON, A. W., SAUNDERS, A., TIAN, Y., VARADI, F., & YIOU, P. (2002). Advanced Spectral Methods for Climatic Time Series. *Reviews of Geophysics*, *40*(1), 3-1-3-41. <https://doi.org/10.1029/2000RG000092>
- GILLET, N., DUMBERRY, M., & ROSAT, S. (2021). The Limited Contribution from Outer Core Dynamics to Global Deformations at the Earth's Surface. *Geophysical Journal International*, *224*(1), 216-229. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa448>
- GILLET, N., GERICK, F., ANGAPPAN, R., & JAULT, D. (2022a). A Dynamical Prospective on Interannual Geomagnetic Field Changes. *Surveys in Geophysics*, *43*(1), 71-105. <https://doi.org/10.1007/s10712-021-09664-2>
- GILLET, N., HUDER, L., & AUBERT, J. (2019). A Reduced Stochastic Model of Core Surface Dynamics Based on Geodynamo Simulations. *Geophysical Journal International*, *219*(1), 522-539. <https://doi.org/10.1093/gji/ggz313>
- GILLET, N., GERICK, F., JAULT, D., SCHWAIGER, T., AUBERT, J., & ISTAS, M. (2022b). Satellite Magnetic Data Reveal Interannual Waves in Earth's Core. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *119*(13), e2115258119. <https://doi.org/10.1073/pnas.2115258119>
- GLANE, S., & BUFFETT, B. (2018). Enhanced Core-Mantle Coupling Due to Stratification at the Top of the Core. *Frontiers in Earth Science*, *6*.
- GOUX, O., PFEFFER, J., BLAZQUEZ, A., WEAVER, A. T., & ABLAIN, M. (2023). A mass conserving filter based on diffusion for gravity recovery and climate experiment (GRACE) spherical harmonics solutions. *Geophysical Journal International*, *234*(1), 56-72. <https://doi.org/10.1093/gji/ggad016>
- GREFF-LEFFTZ, M., PAIS, M. A., & MOUËL, J.-L. L. (2004). Surface Gravitational Field and Topography Changes Induced by the Earth's Fluid Core Motions. *Journal of Geodesy*, *78*(6), 386-392. <https://doi.org/10.1007/s00190-004-0418-x>
- HAN, D., & WAHR, J. (1995). The Viscoelastic Relaxation of a Realistically Stratified Earth, and a Further Analysis of Postglacial Rebound. *Geophysical Journal International*, *120*(2), 287-311. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1995.tb01819.x>
- HARDY, R. A., NEREM, R. S., & WIESE, D. N. (2017). The Impact of Atmospheric Modeling Errors on GRACE Estimates of Mass Loss in Greenland and Antarctica. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, *122*(12), 10, 440-10, 458. <https://doi.org/10.1002/2017JB014556>
- HARRIS, I., JONES, P., OSBORN, T., & LISTER, D. (2014). Updated High-Resolution Grids of Monthly Climatic Observations – the CRU TS3.10 Dataset. *International Journal of Climatology*, *34*(3), 623-642. <https://doi.org/10.1002/joc.3711>
- HEISKANEN, W. A., & MORITZ, H. (1967). Physical geodesy(Book on physical geodesy covering potential theory, gravity fields, gravimetric and astrogeodetic methods, statistical analysis, etc).
- HERSBACH, H., BELL, B., BERRISFORD, P., HIRAHARA, S., HORÁNYI, A., MUÑOZ-SABATER, J., NICOLAS, J., PEUBEY, C., RADU, R., SCHEPERS, D., SIMMONS, A., SOCI, C., ABDALLA, S., ABELLAN, X., BALSAMO, G., BECHTOLD, P., BIAVATI, G., BIDLOT, J., BONAVITA, M., ... THÉPAUT, J.-N. (2020). The ERA5 Global Reanalysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, *146*(730), 1999-2049. <https://doi.org/10.1002/qj.3803>
- HINDERER, J., & CROSSLEY, D. (1993). Core Dynamics and Surface Gravity Changes. In *Dynamics of Earth's Deep Interior and Earth Rotation* (p. 1-16). American Geophysical Union (AGU). <https://doi.org/10.1029/GM072p0001>
- HINDERER, J., & LEGROS, H. (1989). Elasto-Gravitational Deformation, Relative Gravity Changes and Earth Dynamics. *Geophysical Journal International*, *97*(3), 481-495. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1989.tb00518.x>
- HINDERER, J., LEGROS, H., & CROSSLEY, D. (1991). Global Earth Dynamics and Induced Gravity Changes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, *96*(B12), 20257-20265. <https://doi.org/10.1029/91JB00423>

- HOLMES, S. A., & FEATHERSTONE, W. E. (2002). A unified approach to the Clenshaw summation and the recursive computation of very high degree and order normalised associated Legendre functions. *Journal of Geodesy*, 76(5), 279-299. <https://doi.org/10.1007/s00190-002-0216-2>
- HUDER, L., GILLET, N., FINLAY, C. C., HAMMER, M. D., & TCHOUNGUI, H. (2020). COV-OBS.X2 : 180 Years of Geomagnetic Field Evolution from Ground-Based and Satellite Observations. *Earth, Planets and Space*, 72(1), 160. <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01194-2>
- HUMPHREY, V., RODELL, M., & EICKER, A. (2023). Using Satellite-Based Terrestrial Water Storage Data : A Review. *Surveys in Geophysics*. <https://doi.org/10.1007/s10712-022-09754-9>
- IRVING, J. C. E., COTTAAR, S., & LEKIĆ, V. (2018). Seismically Determined Elastic Parameters for Earth's Outer Core. *Science Advances*, 4(6), eaar2538. <https://doi.org/10.1126/sciadv.aar2538>
- JAULT, D., & FINLAY, C. C. (2015, janvier). 8.09 - Waves in the Core and Mechanical Core-Mantle Interactions. In G. SCHUBERT (Éd.), *Treatise on Geophysics (Second Edition)* (p. 225-244). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53802-4.00150-0>
- JAULT, D., & LE MOUËL, J. L. (1991). Physical properties at the top of the core and core surface motions. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 68(1), 76-84. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(91\)90009-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(91)90009-7)
- JIANG, W., KUANG, W., CHAO, B., FANG, M., & COX, C. (2007). Understanding Time-variable Gravity Due to Core Dynamical Processes with Numerical Geodynamo Modeling. In P. TREGONING & C. RIZOS (Éd.), *Dynamic Planet : Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools IAG Symposium Cairns, Australia 22-26 August, 2005* (p. 473-479). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-49350-1\\_69](https://doi.org/10.1007/978-3-540-49350-1_69)
- KAULA, W. M. (2013, janvier). *Theory of Satellite Geodesy : Applications of Satellites to Geodesy* [Google-Books-ID : KovMAGAAQBAJ]. Courier Corporation.
- KLOSS, C., & FINLAY, C. C. (2019). Time-dependent low-latitude core flow and geomagnetic field acceleration pulses. *Geophysical Journal International*, 217(1), 140-168. <https://doi.org/10.1093/gji/ggy545>
- KNEZEK, N., & BUFFETT, B. (2018). Influence of Magnetic Field Configuration on Magnetohydrodynamic Waves in Earth's Core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 277, 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2018.01.005>
- KUSCHE, J., SCHMIDT, R., PETROVIC, S., & RIETBROEK, R. (2009). Decorrelated GRACE time-variable gravity solutions by GFZ, and their validation using a hydrological model. *Journal of Geodesy*, 83(10), 903-913. <https://doi.org/10.1007/s00190-009-0308-3>
- KUSCHE, J. (2007). Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-variable GRACE-type gravity field models. *Journal of Geodesy*, 81(11), 733-749. <https://doi.org/10.1007/s00190-007-0143-3>
- KVAS, A., BEHZADPOUR, S., ELLMER, M., KLINGER, B., STRASSER, S., ZEHENTNER, N., & MAYER-GÜRR, T. (2019). ITSG-Grace2018 : Overview and Evaluation of a New GRACE-Only Gravity Field Time Series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 124(8), 9332-9344. <https://doi.org/10.1029/2019JB017415>
- LANDERER, F. W., FLECHTNER, F. M., SAVE, H., WEBB, F. H., BANDIKOVA, T., BERTIGER, W. I., BETTADPUR, S. V., BYUN, S. H., DAHLE, C., DOBSLAW, H., FAHNESTOCK, E., HARVEY, N., KANG, Z., KRUIZINGA, G. L. H., LOOMIS, B. D., MCCULLOUGH, C., MURBÖCK, M., NAGEL, P., PAIK, M., ... YUAN, D.-N. (2020). Extending the Global Mass Change Data Record : GRACE Follow-On Instrument and Science Data Performance. *Geophysical Research Letters*, 47(12), e2020GL088306. <https://doi.org/10.1029/2020GL088306>
- LECOMTE, H., ROSAT, S., MANDEA, M., BOY, J.-P., & PFEFFER, J. (2023). Uncertainty of Low-Degree Space Gravimetry Observations : Surface Processes Versus Earth's Core Signal. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 128(7), e2023JB026503. <https://doi.org/10.1029/2023JB026503>
- LEFFTZ, M., & LEGROS, H. (1993). Variation of J2 and Internal Loads. In *Dynamics of Earth's Deep Interior and Earth Rotation* (p. 45-49). American Geophysical Union (AGU). <https://doi.org/10.1029/GM072p0045>

- LEMOINE, J.-M., BIANCALE, R., REINQUIN, F., BOURGOGNE, S., & GÉGOUT, P. (2019). CNES/GRGS RL04 Earth Gravity Field Models, from GRACE and SLR Data. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.2019.010>
- LENCZUK, A., KLOS, A., & BOGUSZ, J. (2022, octobre). Merging GRACE Follow-On Gravity Fields with Various Approaches. <https://doi.org/10.5194/gstm2022-72>
- LESUR, V., WARDINSKI, I., HAMOUDI, M., & ROTHER, M. (2010). The second generation of the GFZ Reference Internal Magnetic Model : GRIMM-2. *Earth, Planets and Space*, 62(10), 6. <https://doi.org/10.5047/eps.2010.07.007>
- LÖCHER, A., & KUSCHE, J. (2020). A hybrid approach for recovering high-resolution temporal gravity fields from satellite laser ranging. *Journal of Geodesy*, 95(1), 6. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01460-x>
- LOOMIS, B. D., RACHLIN, K. E., WIESE, D. N., LANDERER, F. W., & LUTHCKE, S. B. (2020). Replacing GRACE/GRACE-FO With Satellite Laser Ranging : Impacts on Antarctic Ice Sheet Mass Change. *Geophysical Research Letters*, 47(3), e2019GL085488. <https://doi.org/10.1029/2019GL085488>
- LOVE, A. E. H. (1911). *Some Problems of Geodynamics : Being an Essay to Which the Adams Prize in the University of Cambridge Was Adjudged in 1911* (University Press, T. 911).
- LUTEPHY, M. (2018). Interplanetary External Driven Quasidynamo as the Origin of Geomagnetic Jerks Correlated with Length of Day and Gravity Anomaly : *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 48(1), 23-74. <https://doi.org/10.2478/congeo-2018-0002>
- MÄKINEN, J. (2021). The Permanent Tide and the International Height Reference Frame IHRF. *Journal of Geodesy*, 95(9), 106. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01541-5>
- MANDEA, M., NARTEAU, C., PANET, I., & LE MOUËL, J.-L. (2015). Gravimetric and Magnetic Anomalies Produced by Dissolution-Crystallization at the Core-Mantle Boundary. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 120(9), 5983-6000. <https://doi.org/10.1002/2015JB012048>
- MANDEA, M., PANET, I., LESUR, V., VIRON, O. d., DIAMENT, M., & MOUËL, J.-L. L. (2012). Recent changes of the Earth's core derived from satellite observations of magnetic and gravity fields. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(47), 19129-19133. <https://doi.org/10.1073/pnas.1207346109>
- MAYER-GÜRR, T., BEHZADPUR, S., ELLMER, M., KVAS, A., KLINGER, B., STRASSER, S., & ZEHENTNER, N. (2018). ITSG-Grace2018 - Monthly, Daily and Static Gravity Field Solutions from GRACE.
- MCNAMARA, A. K. (2019). A Review of Large Low Shear Velocity Provinces and Ultra Low Velocity Zones. *Tectonophysics*, 760, 199-220. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2018.04.015>
- MEYER, U., JEAN, Y., KVAS, A., DAHLE, C., LEMOINE, J. M., & JÄGGI, A. (2019). Combination of GRACE Monthly Gravity Fields on the Normal Equation Level. *Journal of Geodesy*, 93(9), 1645-1658. <https://doi.org/10.1007/s00190-019-01274-6>
- MEYER, U., JAEGGI, A., DAHLE, C., FLECHTNER, F., KVAS, A., BEHZADPOUR, S., MAYER-GÜRR, TORSTEN, LEMOINE, JEAN-MICHEL & BOURGOGNE, S. (2020). International Combination Service for Time-variable Gravity Fields (COST-G) Monthly GRACE Series. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.COST-G.001>
- MEYER, U., SOSNICA, K., ARNOLD, D., DAHLE, C., THALLER, D., DACH, R., & JÄGGI, A. (2019). SLR, GRACE and Swarm Gravity Field Determination and Combination. *Remote Sensing*, 11(8), 956. <https://doi.org/10.3390/rs11080956>
- MÜLLER SCHMIED, H., CÁCERES, D., EISNER, S., FLÖRKE, M., HERBERT, C., NIEMANN, C., PEIRIS, T. A., POPAT, E., PORTMANN, F. T., REINECKE, R., SCHUMACHER, M., SHADKAM, S., TELTEU, C.-E., TRAUTMANN, T., & DÖLL, P. (2021). The Global Water Resources and Use Model WaterGAP v2.2d : Model Description and Evaluation. *Geoscientific Model Development*, 14(2), 1037-1079. <https://doi.org/10.5194/gmd-14-1037-2021>
- NARTEAU, C., LE MOUËL, J. L., POIRIER, J. P., SEPÚLVEDA, E., & SHNIRMAN, M. (2001). On a Small-Scale Roughness of the Core-Mantle Boundary. *Earth and Planetary Science Letters*, 191(1), 49-60. [https://doi.org/10.1016/S0012-821X\(01\)00401-0](https://doi.org/10.1016/S0012-821X(01)00401-0)
- PAL, D., & GHOSH, A. (2023). How the Indian Ocean Geoid Low Was Formed. *Geophysical Research Letters*, 50(9), e2022GL102694. <https://doi.org/10.1029/2022GL102694>

- PANET, I., MIKHAILOV, V., DIAMENT, M., POLLITZ, F., KING, G., DE VIRON, O., HOLSCHNEIDER, M., BIANCALE, R., & LEMOINE, J.-M. (2007). Coseismic and Post-Seismic Signatures of the Sumatra 2004 December and 2005 March Earthquakes in GRACE Satellite Gravity. *Geophysical Journal International*, 171(1), 177-190. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03525.x>
- PANET, I., PAJOT-MÉTIVIER, G., GREFF-LEFFTZ, M., MÉTIVIER, L., DIAMENT, M., & MANDEA, M. (2014). Mapping the Mass Distribution of Earth's Mantle Using Satellite-Derived Gravity Gradients. *Nature Geoscience*, 7(2), 131-135. <https://doi.org/10.1038/ngeo2063>
- PAVÓN-CARRASCO, F. J., MARSAL, S., CAMPUZANO, S. A., & TORTA, J. M. (2021). Signs of a new geomagnetic jerk between 2019 and 2020 from Swarm and observatory data. *Earth, Planets and Space*, 73(1), 175. <https://doi.org/10.1186/s40623-021-01504-2>
- PETRICCA, F., GENOVA, A., GOOSSENS, S., IESS, L., & SPADA, G. (2022). Constraining the Internal Structures of Venus and Mars from the Gravity Response to Atmospheric Loading. *The Planetary Science Journal*, 3(7), 164. <https://doi.org/10.3847/PSJ/ac7878>
- PFEFFER, J., CAZENAVE, A., & BARNOUD, A. (2022b). Analysis of the Interannual Variability in Satellite Gravity Solutions : Detection of Climate Modes Fingerprints in Water Mass Displacements across Continents and Oceans. *Climate Dynamics*, 58(3), 1065-1084. <https://doi.org/10.1007/s00382-021-05953-z>
- PFEFFER, J., CAZENAVE, A., BLAZQUEZ, A., DECHARME, B., MUNIER, S., & BARNOUD, A. (2022a). Detection of Slow Changes in Terrestrial Water Storage with GRACE and GRACE-FO Satellite Gravity Missions. *EGUsphere*, 1-85. <https://doi.org/10.5194/egusphere-2022-1032>
- PIE, N., BETTADPUR, S. V., TAMISIEA, M., KRICHMAN, B., SAVE, H., POOLE, S., NAGEL, P., KANG, Z., JACOB, G., ELLMER, M., FAHNESTOCK, E., LANDERER, F. W., MCCULLOUGH, C., YUAN, D.-N., & WIESE, D. N. (2021). "Time Variable Earth Gravity Field Models From the First Spaceborne Laser Ranging Interferometer". *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 126(12), e2021JB022392. <https://doi.org/10.1029/2021JB022392>
- PURCELL, A., DEHECQ, A., TREGONING, P., POTTER, E.-K., MCCCLUSKY, S. C., & LAMBECK, K. (2011). Relationship between Glacial Isostatic Adjustment and Gravity Perturbations Observed by GRACE. *Geophysical Research Letters*, 38(18). <https://doi.org/10.1029/2011GL048624>
- RICHTER, H. M. P., LÜCK, C., KLOS, A., SIDERIS, M. G., RANGELOVA, E., & KUSCHE, J. (2021). Reconstructing GRACE-type time-variable gravity from the Swarm satellites. *Scientific Reports*, 11(1), 1117. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-80752-w>
- RODELL, M., HOUSER, P. R., JAMBOR, U., GOTTSCHALCK, J., MITCHELL, K., MENG, C.-J., ARSENAULT, K., COSGROVE, B., RADAKOVICH, J., BOSILOVICH, M., ENTIN, J. K., WALKER, J. P., LOHMANN, D., & TOLL, D. (2004). The Global Land Data Assimilation System. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 85(3), 381-394. <https://doi.org/10.1175/BAMS-85-3-381>
- ROSAT, S., GILLET, N., BOY, J.-P., COUHERT, A., & DUMBERRY, M. (2021). Interannual Variations of Degree 2 from Geodetic Observations and Surface Processes. *Geophysical Journal International*, 225(1), 200-221. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa590>
- ROWLANDS, D. D., LUTHCKE, S. B., MCCARTHY, J. J., KLOSKO, S. M., CHINN, D. S., LEMOINE, F. G., BOY, J.-P., & SABAKA, T. J. (2010). Global Mass Flux Solutions from GRACE : A Comparison of Parameter Estimation Strategies—Mass Concentrations versus Stokes Coefficients. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 115(B1). <https://doi.org/10.1029/2009JB006546>
- SANTAMARÍA-GÓMEZ, A., & RAY, J. (2021). Chameleonic Noise in GPS Position Time Series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 126(3), e2020JB019541. <https://doi.org/10.1029/2020JB019541>
- SARASWATI, A. T., DE VIRON, O., & MANDEA, M. (2023). Earth's Core Variability from the Magnetic and Gravity Field Observations. *EGUsphere*, 1-34. <https://doi.org/10.5194/egusphere-2023-856>
- SCHNEIDER, U., BECKER, A., FINGER, P., MEYER-CHRISTOFFER, A., ZIESE, M., & RUDOLF, B. (2014). GPCC's New Land Surface Precipitation Climatology Based on Quality-Controlled in Situ Data and Its Role in Quantifying the Global Water Cycle. *Theoretical and Applied Climatology*, 115(1), 15-40. <https://doi.org/10.1007/s00704-013-0860-x>
- STEVENSON, D. J. (2012). Fluctuating Gravity of Earth's Core. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(47), 19039-19040. <https://doi.org/10.1073/pnas.1216731109>

- SUTTERLEY, T. C., & VELICOGNA, I. (2019). Improved Estimates of Geocenter Variability from Time-Variable Gravity and Ocean Model Outputs. *Remote Sensing*, 11(18), 2108. <https://doi.org/10.3390/rs11182108>
- SWENSON, S., CHAMBERS, D., & WAHR, J. (2008). Estimating Geocenter Variations from a Combination of GRACE and Ocean Model Output. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 113(B8). <https://doi.org/10.1029/2007JB005338>
- TAPLEY, B. D., BETTADPUR, S., RIES, J. C., THOMPSON, P. F., & WATKINS, M. M. (2004). GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System. *Science*, 305(5683), 503-505. <https://doi.org/10.1126/science.1099192>
- THÉBAULT, E., PURUCKER, M., WHALER, K. A., LANGLAIS, B., & SABAKA, T. J. (2010). The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere. *Space Science Reviews*, 155(1), 95-127. <https://doi.org/10.1007/s11214-010-9667-6>
- TORRENCE, C., & COMPO, G. P. (1998). A Practical Guide to Wavelet Analysis [Publisher : American Meteorological Society Section : Bulletin of the American Meteorological Society]. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(1), 61-78. [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(1998\)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2)
- VERMEER, M. (2018). *Physical geodesy*.
- VIGNERON, P. (2019, novembre). *Mesures Vectorielles Expérimentales Des Instruments ASM de La Mission SWARM* [Thèse de Doctorat]. Université de Paris.
- WAHR, J. (2007). *Time-Variable Gravity From Satellites* (rapp. tech.). University of Colorado.
- WAHR, J., MOLENAAR, M., & BRYAN, F. (1998). Time variability of the Earth's gravity field : Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 103(B12), 30205-30229. <https://doi.org/10.1029/98JB02844>
- WEIGELT, M., VAN DAM, T., JÄGGI, A., PRANGE, L., TOURIAN, M. J., KELLER, W., & SNEEUW, N. (2013). Time-Variable Gravity Signal in Greenland Revealed by High-Low Satellite-to-Satellite Tracking. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 118(7), 3848-3859. <https://doi.org/10.1002/jgrb.50283>
- WOUTERS, B., & SCHRAMA, E. J. O. (2007). Improved accuracy of GRACE gravity solutions through empirical orthogonal function filtering of spherical harmonics. *Geophysical Research Letters*, 34(23). <https://doi.org/10.1029/2007GL032098>
- WUNSCH, C., & STAMMER, D. (1997). Atmospheric Loading and the Oceanic "Inverted Barometer" Effect. *Reviews of Geophysics*, 35(1), 79-107. <https://doi.org/10.1029/96RG03037>
- YI, S., & SNEEUW, N. (2021). Filling the Data Gaps Within GRACE Missions Using Singular Spectrum Analysis. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 126(5), e2020JB021227. <https://doi.org/10.1029/2020JB021227>
- ZHOU, H., ZHENG, L., PAIL, R., LIU, S., QING, T., YANG, F., GUO, X., & LUO, Z. (2023). The Impacts of Reducing Atmospheric and Oceanic De-Aliasing Model Error on Temporal Gravity Field Model Determination. *Geophysical Journal International*, 234(1), 210-227. <https://doi.org/10.1093/gji/ggad064>

# Annexes

## A Liste des Figures

1	Vue schématique des liens entre la géodésie et différentes applications scientifiques ( <i>d'après Evolving the Geodetic Infrastructure to Meet New Scientific Needs (2020)</i> )	2
1.1	Vue schématique du système Terre présentant les différentes couches de la Terre interne et les couches fluides en surface ( <i>d'après CAZENAVE et al. (2023)</i> )	6
1.2	Représentation du modèle de Terre PREM avec la vitesse des ondes sismiques de cisaillement et de pression ainsi que la masse volumique en fonction de la profondeur.	7
1.3	Coupes méridiennes du noyau fluide obtenue à partir d'un modèle magnétique. De gauche à droite, la longueur d'onde spatiale est réduite à l'aide d'un filtrage spatial. La qualification de QG pour ces mouvements devient moins correcte à de petites échelles spatiales. ( <i>d'après JAULT et FINLAY (2015)</i> )	9
1.4	Carte des grands courants superposés à la topographie dynamique moyenne de l'océan vue par les missions satellitaires altimétriques ( <i>d'après CNES/CLS 2012, www.aviso.altimetry.fr/</i> )	12
1.5	Intensité et longueur d'onde spatiale des principales sources du champ géomagnétique vu à 400 km d'altitude (par des satellites d'observation). Avec le champ du noyau en rouge (CORE), le champ lithosphérique en vert (LITH), le champ ionosphérique en jaune (IONO) et le champ magnétosphérique en bleu (MAG). ( <i>d'après VIGNERON (2019)</i> )	14
1.6	Échelles spatiales et temporelles des processus entraînant des variations de masses dans le système Terre	15
2.1	Coordonnées tridimensionnelles cartésiennes ( <i>d'après DUQUENNE et DUQUENNE (2002)</i> )	18
2.2	Coordonnées tridimensionnelles géographiques ( <i>d'après DUQUENNE et DUQUENNE (2002)</i> )	19
2.3	Représentation des fonctions harmoniques sphériques en tant que sphère déformée par l'amplitude ( <i>d'après R. Biancale et J.-M. Lemoine, 2017</i> ).	20
2.4	Vue schématique de la force de gravitation entre un objet S et la Terre	22
2.5	Équipotentiels gravimétriques (en rouge) associées à différents objets de densité uniforme	23
2.6	Localisation et année (YY) des secousses géomagnétiques depuis la fin du XXe siècle ( <i>d'après communication personnelle, A. Saraswati, 2023</i> ).	29

2.7	Accélération et vitesse séculaires moyennés sur la zone géographique de la secousse de 2011 dans la variation temporelle du champ magnétique prédite par le modèle CHAOS7.9 (voir 3.2.5 pour le détail du modèle). . . . .	30
2.8	Produit GRACE CSR RL06 sur le mois d'août 2008 . . . . .	31
2.9	Spectre de puissance des degrés de produits GRACE avec et sans filtrage spatial (Données fournies par L.-M. Gauer) . . . . .	32
2.10	Gains et exemple de filtrage passe-bas avec le filtre de Butterworth et le filtre FFT	32
2.11	Scalogrammes d'une analyse par ondelettes de la LOD non filtrée. Le cône d'influence est symbolisé par la zone rouge hachurée et les endroits où le signal n'est pas significatif par rapport au bruit sont entourés en bleu. . . . .	35
2.12	Exemple de décomposition en EOF pour le produit GRACE(-FO) CSR au degré maximal $n = 15$ convertis en format grille et pondéré par la latitude. Le pourcentage de la variance capturé par l'EOF est indiqué en bas des images. . . . .	36
2.13	Les trois premières EOFs obtenues avec les SVD et PCA conjointes sur les variations temporelles du champ de gravité (nGal) du produit IGG-SLR et celles du champ magnétique (accélération séculaire) données par le modèle COV-OBS.x2 ( <i>d'après communication personnelle, A. Saraswati, 2022</i> ). . . . .	39
2.14	Exemple de décomposition en ICA pour le produit GRACE(-FO) CSR au degré maximal $n = 15$ convertis en format grille et pondéré par la latitude. Le pourcentage de la variance capturée par l'ICA est indiqué en bas des images.	40
2.15	Exemple d'utilisation de la RMSE pour caractériser les différences entre deux produits GRACE(-FO) CSR et CNES au degré maximal $n = 15$ convertis en format grille. . . . .	41
2.16	Exemple de la RMSE normalisée pour caractériser les différences sur les coefficients de Stokes entre deux produits GRACE(-FO) CSR et CNES jusqu'au degré maximal $n = 15$ et illustration sur le coefficient $C_{14,13}$ . . . . .	42
3.1	Station SLR à Grasse (France) et son télescope durant un tir laser ( <i>H. Lecomte</i> )	44
3.2	Satellite LARES sur son banc de préparation avant son lancement en 2012. ( <i>d'après l'Agenzia Spaziale Italiana, 2008</i> ) . . . . .	45
3.3	Vues diverses des instruments d'un satellite de la mission GRACE(-FO). ( <i>d'après le dossier de presse de la NASA distribué en mars 2002 à l'occasion du lancement</i> )	46
3.4	Trace au sol et distance entre les deux satellites de la mission GRACE-FO le 14 juin 2018 comparées à la topographie terrestre. ( <i>d'après NASA/JPL/GFZ</i> ) . . . . .	47
3.5	Projection au sol de l'orbite d'un satellite de la mission GRACE(-FO) avec différentes durées d'acquisition. ( <i>d'après HUMPHREY et al. (2023)</i> ). . . . .	48
3.6	Vue de côté des instruments d'un satellite de la constellation Swarm. ( <i>d'après ESA</i> ) . . . . .	49
3.7	Moyenne du RMS sur les océans en EWH et en fonction du temps pour les différents produits mensuels ayant servi à la réalisation de la version précurseur de COST-G (AIUB, GRAZ, CNES et GFZ) et pour ce précurseur désigné ici par COST-G. Les solutions ont été filtrées avec un filtre Gaussien de rayon 400 km. ( <i>d'après MEYER, JEAN et al. (2019)</i> ) . . . . .	50
3.8	Série temporelle des coefficients $C_{2,1}$ et $S_{2,1}$ dans les produits GRACE distribués par les centres CSR, GFZ, GRAZ et JPL ainsi que le produit SLR du CSR. . . . .	51
3.9	Estimation mensuelle des anomalies de masses pour le bassin amazonien (a) et le Groenland (b) mesurées par SLR, GRACE et Swarm. Les produits sont tronqués au degré 6 et le coefficient $C_{2,0}$ n'est pas inclus. ( <i>d'après MEYER, SOSNICA et al. (2019)</i> ) . . . . .	53
3.10	Exemple schématique d'un système de modélisation hydrologique (ici ISBA-CTRIP, <i>d'après DECHARME et al. (2019)</i> ) . . . . .	55

3.11	Exemple d'un schéma de modèle hydrologique (ici LSDM) étant la combinaison d'un modèle de surface et d'un modèle d'écoulement. ( <i>d'après DILL (2008)</i> ) . . .	56
3.12	Exemple de stratégie de traitement pour le modèle océanique OMCT (rouge : entrée, jaune : étape de traitement, bleu : sortie). ( <i>d'après FLECHTNER et al. (2015)</i> ) . . . . .	60
4.1	Spatial and temporal scales of the physical processes causing mass variations in the Earth system <i>adapted from Ilk et al. (2004)</i> . . . . .	67
4.2	Power of SH degree with a Gaussian spatial filtering of radius 1200 km up to degree 20 (detailed in section 3.1). Showed for GRACE (COST-G) unfiltered and with filtering, a GIA model (ICE-6G_D), a hydrological loading model (ISBA-CTRIIP), an oceanic loading model (MPIOM) and synthetic effect of the core pressure with $\Delta p = 100$ Pa. All the solutions are presented in this section 3.	70
4.3	Average of RMS differences between all the solutions (compared in this study) in cm EWH after spatial and temporal filtering. . . . .	75
4.4	Difference between GIA models spatially filtered in EWH rate (mm/y) . . . . .	75
4.5	Maps of RMS difference between hydrological models over the continents after spatial and temporal filtering . . . . .	76
4.6	Maps of RMS for oceanic loading products after spatial and temporal filtering over the oceans . . . . .	78
4.7	Effect of a 10 mm/yr trend in North America in the GIA model (a) on GRACE SH coefficients (b). . . . .	78
4.8	Effect of a sinusoidal signal over Africa (a) on GRACE SH coefficients (b) . . . . .	79
4.9	Temporal and spatial representation of RMS differences between various GRACE solutions. On the temporal representation, the year without data between GRACE and GRACE-FO is represented by the dotted line. . . . .	87
4.10	Difference of between GIA models in EWH rate (mm/y), with a truncation at degree $l = 60$ . . . . .	88
4.11	SH power normalized by GRACE standard deviation up to degree 15 . . . . .	89
4.12	SH power normalized by GRACE standard deviation up to degree 15 . . . . .	89
4.13	Monthly calendar of the availability of GRACE(-FO) and Swarm time-variable gravity field products. . . . .	93
5.1	Variations du géoïde à la surface terrestre causées par des processus provenant du noyau. <b>(a)</b> Anomalies de densité reliées aux flux dans le noyau fluide, en prenant en compte les déformations élastiques créées par l'altération du champ de ces anomalies. <b>(b)</b> Variations du gradient horizontal de pression créant une variation des forces à la CMB, entraînant une déformation élastique globale. <b>(c)</b> Rotation axiale différentielle du noyau solide entraînant une anomalie de masse de degré 2 à l'ICB. ( <i>d'après DUMBERRY et MANDEA (2022)</i> ) . . . . .	110
5.2	Variations temporelles de l'accélération séculaire du modèle CHAOS-7 (bleu) et du champ de gravité du produit COST-G (vert) au point situé au centre de chaque cellule. Les séries temporelles couvrent août 2002 à juillet 2022 et la solution COST-G est filtrée temporellement avec un filtre passe-bas à 2 ans et est tronquée après le degré 8. La zone d'intérêt de l'article MANDEA et al. (2012) est encadrée en rouge. . . . .	113



5.3	Carte de corrélation entre l'accélération séculaire du champ magnétique (CHAOS-7) et les variations temporelles du champ gravitationnel (COST-G) <b>(a)</b> ou les variations temporelles du champ gravitationnel (COST-G) corrigées des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA <b>(b)</b> entre 2002 et 2018. Les séries temporelles du champ de gravité utilisées pour calculer les valeurs de corrélations sont tronquées après le degré 8 et filtrées temporellement. Les bassins hydrologiques du Congo, Tchad et Nil sont entourés en vert sur la sous-figure <b>(a)</b> . . . . .	114
5.4	Corrélation entre les coefficients de Stokes du champ de gravité (produit COST-G) corrigés des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA et les coefficients de Gauss de l'accélération séculaire du champ magnétique (CHAOS-7) entre 2002 et 2018.	116
5.5	Coefficient $C_{6,2}$ du produit COST-G corrigé des effets de l'hydrologie avec ISBA et coefficient $\ddot{g}_{6,2}$ de l'accélération séculaire (modèle CHAOS-7). Échelle ajustée entre les deux séries temporelles. . . . .	117
5.6	Schéma du phénomène théorique de dissolution-cristallisation à la CMB modélisé par un modèle cellulaire. Le rouge, blanc et noir correspondent respectivement aux cellules non-saturées du fluide ferreux, saturées du fluide ferreux et silicates solides. (a) est la section verticale de la section simulée par le modèle. (b) est un zoom dans cette section. (c) montre en vert les cellules à l'interface entre le fluide saturé et le manteau solide. (d) est une estimation de la dimension fractale de l'interface. ( <i>d'après MANDEA et al. (2015)</i> ) . . . . .	118
5.7	Accélération et vitesse séculaires (modèle CHAOS-7), variations du champ de gravité (produit COST-G), modèle hydrologique ISBA et variations du champ de gravité corrigées des effets de l'hydrologie moyennées sur la zone géographique des secousses géomagnétiques de 2004 <b>(a)</b> , 2007 <b>(b)</b> et 2011 <b>(c)</b> . Les variations de la gravité sont filtrées temporellement pour enlever les périodes inférieures à 2 ans et filtrées spatialement avec un filtre gaussien de rayon 1200 km. La carte montre l'accélération séculaire du champ magnétique à l'époque de la secousse et la zone géographique encadrée. . . . .	121
5.8	Séries temporelles de la figure 5.7c entre 2002 et 2017. Le carré noir indique la fenêtre temporelle autour de la secousse géomagnétique de 2011, la secousse géomagnétique de 2007 qui possède une emprise spatiale similaire est aussi visible dans le champ séculaire. . . . .	122
5.9	Organisation de l'accélération cylindrique du flux radial (rouge/bleu), de l'anomalie de densité (nuances de gris) et du champ magnétique radial (orange/violet) dans une partie du plan équatorial (a) et dans un rendu 3D pendant l'événement n°9 d'ondes proches de la CMB (b). Ici, les ondes d'Alfvén de type QG sont émises lorsqu'une convection ascendante pousse les lignes de champ magnétique vers la CMB et force des déplacements rapides des lignes de champ. En (b), les lignes de champ magnétique tridimensionnelles sont représentées avec une épaisseur proportionnelle à l'énergie magnétique locale, et deux isosurfaces d'accélération du flux radial cylindrique ont été représentées aux niveaux $\pm 20 \text{ km.yr}^{-2}$ . ( <i>d'après AUBERT et al. (2022)</i> ) . . . . .	124
5.10	Variations temporelles du coefficient $\rho_{4,2}^s(r)$ pour deux rayons $r = 1400/3300 \text{ km}$ simulées par le modèle 71p autour d'un temps arbitraire. . . . .	125
5.11	Rapport entre l'écart-type des variations causées par les anomalies de densité du modèle 71p et l'écart-type des variations de GRACE(-FO) corrigées des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA. Cette mesure $\aleph$ est calculée pour chaque coefficient de Stokes, $C_{n,m}$ sur la partie droite et $S_{n,m}$ sur la partie gauche. Le degré $n$ du coefficient est en ordonnée, il va de 2 à 8, et l'ordre $m$ est en abscisse.	125

5.12	Variations temporelles du coefficient $C_{2,0}$ du produit IGG-SLR, du modèle hydrologique ISBA et des effets de pression du modèle GHA19. Les séries temporelles de IGG-SLR et ISBA ont été filtrées temporellement avec un filtre passe-bas à la période de coupure de 2 ans. . . . .	127
5.13	Rapport entre l'écart-type des variations causées par les anomalies de pression du modèle 71p (a) ou du modèle GHA19 (b) et l'écart-type des variations du produit IGG-SLR corrigés des effets de l'hydrologie avec le modèle ISBA. Cette mesure $\aleph$ est calculée pour chaque coefficient de Stokes, $C_{n,m}$ sur la partie droite et $S_{n,m}$ sur la partie gauche. Le degré $n$ du coefficient est en ordonnée, il va de 2 à 6, et l'ordre $m$ est en abscisse. . . . .	127
5.14	Périodogramme de Lomb-Scargle des variations temporelles du champ de gravité causées par les effets de pression à la CMB pour le coefficient $C_{2,0}$ prédit par les modèles 71p et GHA19. . . . .	128
5.15	Scalogrammes d'une analyse par ondelettes et spectre de Fourier du coefficient $S_{2,2}$ du produit IGG-SLR sans (a) et avec (b) correction des effets de l'hydrologie par le modèle ISBA. Le cône d'influence est symbolisé par la zone hachurée et les endroits où le signal n'est pas significatif par rapport au bruit sont entourés en noir. . . . .	129
5.16	Equatorial cross-section of the Earth with an azimuthal rotation $\alpha$ of the inner core with respect to the longitude $0^\circ$ . The inner core possesses an equatorial ellipsoidal shape represented in blue by half of the peak-to-peak $\delta h$ topography. Adapted from <i>adapted from Dumberry and Manda (2022)</i> and not drawn at scale.	133
5.17	Time-series (a) and Lomb-Scargle periodogram (b) of $S_{2,2}$ coefficient for IGG-SLR (red) product, IGG-SLR minus ISBA combination (green) and ISBA (blue). The scale of the y-axis is shown at the top-left. . . . .	135
5.18	$\alpha$ time-series reconstructed from Eq. (7b) based on the corrected $S_{2,2}$ variations (green) for different choices of $\delta h$ (49 m, 90 m, 126 m) and based on the $S_{2,2}$ time-series uncorrected for hydrological loading with $\delta h = 90$ m (brown). . . .	136
5.19	Upper bounds on the combination of $\alpha$ and $\delta h$ for periods of 4 (orange curve), 5-6 (blue curve) and 8-12 (purple curve) years, based on the amplitudes of the corrected $S_{2,2}$ signal ( $2 \times 10^{-12}$ , $7 \times 10^{-12}$ and $9 \times 10^{-12}$ , respectively). The brown dotted line corresponds to the assumption $\delta h = 90$ m used for the calculations shown in the legend and for the upper bounds on $\alpha$ given in Table 1. The hatched area corresponds to values of $\delta h$ and $\alpha$ not allowed by the observed $S_{2,2}$ signal. . . . .	137
5.20	IERS EOP C01 LOD time-series with (green) and without (orange) removal of the Atmospheric Angular Momentum (AAM) contribution and C04 LOD time-series - AAM (lime green). The band-pass filters are (a) between 21 and 50 years, and (b) between 5.5 and 6.5 years. . . . .	149
5.21	$\alpha$ estimated from the IERS EOP C01 LOD - AAM time-series (orange and lime) and the C04 LOD - AAM time-series (blue and light blue) for the range values of $\Gamma \in [3 \times 10^{19} - 2 \times 10^{20}]$ N m. The band-pass filters are (a) between 21 and 50 years, and (b) between 5.5 and 6.5 years. . . . .	150
5.22	Time-series (a) and Lomb-Scargle periodogram (b) of $S_{2,2}$ coefficient for GRACE CSR (brown), GRAZ (light blue) and COSTG (lime) products and for IGG-SLR (red) product . . . . .	152
23	Représentation spatiale de coefficients de Stokes (d'une amplitude correspondante environ à 1 cm EWH après leur transformation sous la forme d'une grille). . .	192

## B Liste des Tableaux

3.1	Caractéristiques des trois modèles géomagnétiques CHAOS-7, GRIMM-3 et COV-OBS.x2 . . . . .	54
3.2	Récapitulatif des caractéristiques des modèles hydrologiques ( <i>d'après LECOMTE et al. (2023)</i> ) . . . . .	58
4.1	Decadal amplitude of mass variations due to core processes at different degree in cm EWH . . . . .	70
4.2	Characteristics of the GRACE gravity-field models . . . . .	71
4.3	Characteristics of the hydrological models . . . . .	72
4.4	Characteristics of the ocean models . . . . .	73
4.5	RMS differences in cm EWH between different GRACE solutions and RMS value of each model after spatial and temporal filtering. . . . .	74
4.6	RMS difference in cm EWH between hydrological models and RMS value of each model after spatial and temporal filtering over the continents. . . . .	76
4.7	Percentage of RMS explained by hydrological models in the GRACE time series at inter-annual scales with a spatial filtering over non-glaciated continents . . . . .	77
4.8	RMS difference in cm EWH between oceanic loading products and RMS value of each model after spatial and temporal filtering over the oceans . . . . .	77
4.9	Amplitude of estimated core signals compared to RMS difference between products expressed in cm EWH at inter-annual and large spatial scales and at degrees 2, 6 and 10 after spatial and temporal filtering . . . . .	79
4.10	RMS difference in cm EWH between hydrological models and RMS value of each model after a temporal filtering . . . . .	88
4.11	RMS difference in cm EWH between oceanic loading solutions and RMS value of each model after temporal filtering . . . . .	89
4.12	Summary of the different gap-filling techniques . . . . .	104
4.13	Evaluation of the accuracy of the gap-filling techniques measured as the total RMSE difference with the GRACE months removed-and-restored projected to a grid in cm EWH . . . . .	105
5.1	Upper bound values of $\alpha$ based on the $S_{2,2}$ time-series and for $\delta h = 90$ m compared with estimates from other observations. . . . .	137
5.2	MF = mantle flow models, MICG(x) = mantle inner core gravitational mode period equal to 6 yr, involving the inner core alone (x=1) or the whole of the tangent cylinder (x=2). Note that the numerical values of $\delta h$ were not given explicitly in <i>Davies et al. (2014)</i> , but are computed based on their Eq. 3. . . . .	150
5.3	Upper bound values of $\alpha$ based on the GRACE $S_{2,2}$ time-series for different periods considering $\delta h = 90$ m. . . . .	152



## C Liste des Publications et Communications

### PhD scientific productions

Press article & vulgarisation

Scientific conference

Publication

Unofficial scientific communication

#### 2021.

Study of the accuracy of GRACE gravity products. *Journée des Doctorants ED413* February

Study of the accuracy of GRACE gravity products (virtual). *GRACEFUL Meeting* March

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (April 2021). Study of the accuracy of monthly time-variable satellites gravity field estimates. *EGU General Assembly Conference Abstracts*, EGU21-4136  
<https://doi.org/10.5194/egusphere-egu21-4136> (virtual conference)

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (June 2021). The time-variable gravity field estimates and their impact in the detectability of the Earth's core signals. *19th International Symposium on Geodynamics and Earth Tides* (virtual conference)

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (October 2021). Comparison of SWARM and GRACE time-variable gravity field at low degree spherical harmonics. *11th Swarm Data Quality Workshop* (poster)

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (November 2021). Comparaisons des solutions gravimétriques spatiales GRACE avec les surcharges hydrologiques. *Colloque du G2*

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (December 2021). On The Detectability Of The Earth's Core Signal Using Space Gravity Measurements. *AGU Fall Meeting, D135D-0054* (poster)

Kalomiris, M., Can NASA's gravity satellites detect motions in Earth's core?, *Eos*, 102,  
<https://doi.org/10.1029/2021EO210668>. Published on 15 December 2021.

#### 2022.

Riegert, M., Comprendre le mouvement du noyau terrestre, *Actualité Unistra*,  
<https://recherche.unistra.fr/actualites-recherche/actualites-de-la-recherche/comprendre-le-mouvement-du-noyau-terrestre>. Published on 27 January 2022

H., Lecomte & S. Rosat. Vers l'observation du noyau terrestre avec les variations de la gravité, *La Lettre de l'EOST*, [https://eost.unistra.fr/websites/eost/eost/Documents/EOST/Lettre\\_EOST/LettreEOST40\\_web.pdf](https://eost.unistra.fr/websites/eost/eost/Documents/EOST/Lettre_EOST/LettreEOST40_web.pdf). Published on February 2022

(Revisited) approaches to extract the core signal from gravity data. *GRACEFUL Meeting Toulouse* April

Comité de suivi de thèse directed by M., Greff and V., Dehant. June

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (June 2022). Observability of the Earth's core signals in GRACE-based gravity field. *Congrès national de gravimétrie spatiale du champ variable* (poster)

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (July 2022). Observability of the Earth's core signals in GRACE-based gravity field. *SEDI 2022 Zurich* (poster)

GRACE, the gravity-field variations for new insights into the Earth's core. *LIENSs Seminar* September  
Observability of the Earth's core signals in GRACE-based gravity field. *Journée CNES Jeunes Chercheurs* (poster) October

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda, (October 2022). Comparison of gap-filling temporal methods to improve GRACE and GRACE-FO time series. *GRACE Science Team Meeting 2022*.  
<https://doi.org/10.5194/gstm2022-46>

Gravity field variations from numerical geodynamo simulation of a jerk, early results. *GRACEFUL Meeting Paris* November

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda & M. Dumberry, (December 2022). Observability of the Earth's core signals and geomagnetic jerks in GRACE-based gravity field. *AGU Fall Meeting 2022*, DI32B-0018 (poster)

## 2023.

D. Cot, B., Le cœur de la Terre s'est-il arrêté momentanément de battre ?, *L'Express*,  
<https://www.lexpress.fr/sciences-sante/le-coeur-de-la-terre-sest-il-arrete-momentanement-de-battre-PI5K52CMMBGMVMJNBOV6ZRJ44E/>. Published on 4 February 2023

Video Game : Scientific Game Jam 2023, Toulouse Wooble <https://skilda.itch.io/wobble>

GRACE, the gravity-field variations for new insights into the Earth's core. *IPGP Seminar* April  
Inner Core Reorientation constraints from gravity and 6/8.6 yr cycles in S2,2 *GRACEFUL Meeting Brussels* May

GRACE and SLR, the gravity-field variations for new insights into the Earth's core. *Online seminars in Earth Tides and Geodynamics IAG* June

Comité de suivi de thèse n°2 directed by by M., Greff and V., Dehant. June

H., Lecomte & S. Rosat & M. Manda & M. Dumberry, (July 2023). GRACE/SLR-based Gravity Field and the Earth's Core: New Estimates for Parameters of Key Core Processes. *IUGG Berlin 2023*.  
<https://doi.org/10.57757/IUGG23-0184> (Invited speaker)

Participation as a Panel member to Big Theme #4 : ECS – Needs, Wishes and Demands, *IUGG Berlin*, July

Interview for GEOSCIENCE CONNECTIONS, documentary film by Katia Jasbinschek Pinheiro, Octobre. <https://youtu.be/r7XvObXn1jk?si=IuihqOXXCDeFck0u>

H. Lecomte & S. Rosat & M. Manda & J.-P. Boy & J. Pfeffer, (2023). Uncertainty of low-degree space gravimetry observations: surface processes versus Earth's core signal. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 128(7), e2023JB026503. <https://doi.org/10.1029/2023JB026503>

H. Lecomte & S. Rosat & M. Manda & M. Dumberry, (2023). Gravitational constraints on the Earth's inner core differential rotation. *Geophysical Research Letters*, 50, e2023GL104790.  
<https://doi.org/10.1029/2023GL104790>

Article 3 **In preparation for submission**, (2024) *Journal of Geodesy*

## D Liste des notations

### D.1 Terre

$G$ , constante gravitationnelle [ $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ]  
 $M$  (ou  $M_T$ ), masse de la Terre [ $\text{kg}$ ]  
 $R$ , rayon moyen de la Terre [ $\text{m}$ ]  
 $a$ , demi grand-axe de l'ellipsoïde terrestre [ $\text{m}$ ]  
 $e$ , excentricité de l'ellipsoïde terrestre  
 $\rho_{\text{Terre}}$ , densité moyenne de la Terre [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]  
 $\rho_{\text{eau}}$ , densité de l'eau [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]  
 $k_n$ , nombre de Love de potentiel de degré  $n$

### D.2 Systèmes de coordonnées

$(X, Y, Z)$ , coordonnées cartésiennes  
 $(\lambda, \varphi, h)$ , coordonnées géographiques (associées à un ellipsoïde)  
 $(\lambda, \varphi, r)$ , coordonnées sphériques  
 $\theta$ , colatitude ( $90^\circ - \varphi$ )

### D.3 Gravité

$W$ , potentiel de pesanteur terrestre [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ]  
 $V$  (ou  $V_{\text{Terre}}$ ), potentiel gravitationnel (de la Terre) [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ]  
 $\mathcal{G}$  ou  $g$ , champ gravitationnel terrestre [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ]  
 $C_{n,m}$  et  $S_{n,m}$ , coefficients de Stokes de degré  $n$  et d'ordre  $m$   
 $P_{n,m}$ , polynôme associé de Legendre de degré  $n$  et d'ordre  $m$  normalisé  
 $\bar{P}_{n,m}$ , polynôme associé de Legendre de degré  $n$  et d'ordre  $m$  non-normalisé

### D.4 Champ magnétique

$\vec{B}$ , champ magnétique [ $\text{kg} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  ou T]  
 $B_r$ , champ magnétique radial [T]  
 $\vec{E}$ , champ électrique [ $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$  ou  $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ ]  
 $\rho_q$ , densité de charge [ $\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$ ]  
 $\vec{J}$ , densité de courant [ $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ ]  
 $\vec{u}$ , champ de vitesse [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]  
 $u_h$ , composante horizontale du champ de vitesse [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]  
 $\epsilon_0$ , permittivité du vide [ $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{A}^2 \cdot \text{s}^3$ ]  
 $\mu_0$ , perméabilité du vide [ $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$ ]  
 $\eta$ , diffusivité magnétique =  $\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]  
 $g_{n,m}$  et  $h_{n,m}$ , coefficient de Gauss de degré  $n$  et d'ordre  $m$   
 $\hat{P}_{n,m}$ , polynôme associé de Legendre de degré  $n$  et d'ordre  $m$  suivant la normalisation de Gauss-Schmidt

## E Librairie Python read-GRACE-harmonics

La librairie Python read-GRACE-harmonics était pré-existante à ce travail de thèse. Elle a été développée et est maintenue par Tyler Sutterley. Elle propose un ensemble de code pour télécharger, lire et convertir les produits GRACE(-FO) (en HS et en mascon). La librairie est très complète, permet de lire la quasi-totalité des produits GRACE(-FO) et m'a évité de recoder de mon côté toutes ces fonctionnalités qui m'auraient été nécessaires. Toutes les fonctionnalités testées et comparées à d'autres librairies proposant des fonctions similaires fonctionnent très bien.

Ma valeur ajoutée sur cette librairie comprend le debug de quelques fonctionnalités (dont j'évaluerai le nombre autour d'une dizaine) et l'ajout de nouvelles. Pour donner deux exemples que je pense illustratifs, la lecture des produits AOD1B était faussée, les produits étaient lus toutes les 6 heures alors qu'avec la dernière version RL06, les produits sont disponibles toutes les 3 heures. Certaines readers n'étaient pas encore à jour, par exemple pour lire la dernière version des produits CNES, RL04 et RL05, j'ai ajouté ces fonctionnalités et les ait proposé à Tyler pour qu'elles soient mise en place dans le code original. Elles sont aujourd'hui implémentées.

En dehors de ces ajouts qui proposaient une valeur ajoutée pour le code de Tyler, j'ai développé des fonctionnalités de mon côté pour traiter les données. Ces ajouts ne semblaient pas nécessaires à Tyler pour la librairie qui a plutôt une place de reader de données, elles n'ont donc pas été ajoutées au code original et sont seulement présentes dans ma version du code. Le tout est stocké et disponible en open-source sur le dépôt GitHub : <https://github.com/hulecom/read-GRACE-harmonics>.

J'ai aussi réalisé un notebook Python pour présenter la librairie et une partie des fonctionnalités qu'elle propose.

### E.1 Notebook d'introduction



# Intro-to-read\_GRACE\_harmonics

August 16, 2023

## 1 Introduction to read\_GRACE\_harmonics

This document contains example and explain the usage of the python library `read_GRACE_harmonics` (originally developed by Tyler Sutterley).

You will find here different part with the general concepts of the library, how to read the data, what you can do with the data

## 2 Installation

Download the package on git : <https://github.com/hulecom/read-GRACE-harmonics.git> (original package is <https://github.com/tsutterley/read-GRACE-harmonics.git>)

Official documentation can be found here : <https://read-grace-harmonics.readthedocs.io/en/latest/> (with a page for installation)

Follow **installation** page and **getting started** page on the documentation to download the data if needed. The installation is a big step that can take you one day to download and set up all the data that you may want to use.

### 2.1 Change the `base_dir` variable in the next cell

```
[1]: # General informations to change

# path to the folder containing data (GRACE HS and/or GRACE MASCON)
# this folder is the one given in argument for the podaac_grace_sync.py script
base_dir = '/home/hugo/Documents/GRACE_DATA'
```

## 3 General concepts

The library use two main objects: **spatial** and **harmonics**

### 3.1 harmonics

**harmonics** is an object representing Stokes coefficient of a spherical harmonic expansion. It contains different attributes: - **l**  $\rightarrow$  *numpy array* with one dimension representing Stokes coefficients degree - **m**  $\rightarrow$  *numpy array* with one dimension representing Stokes coefficients order - **lmax**  $\rightarrow$  *int* corresponding to the maximal degree contain in the object ( $1 \leq \mathbf{lmax}$ ) - **mmax**  $\rightarrow$  *int* corresponding to the maximal order contain in the object ( $\mathbf{m} \leq \mathbf{mmax}$ ) - **time**  $\rightarrow$  *numpy array* with one dimension

representing each date contain in the object, usually in decimal year (harmonics can also represent a unique **time** or no time at all, in that case **time** can be a float)

- **clm** → *numpy array* of size (**l**, **m**, len(**time**)) representing  $C_{l,m}$  Stokes coefficient (example: harmonics.clm[2,1] contain  $C_{2,1}$  coefficient)
- **slm** → *numpy array* of size (**l**, **m**, len(**time**)) representing  $S_{l,m}$  Stokes coefficient (example: harmonics.slm[4,2] contain  $S_{4,2}$  coefficient)
- **month** → *numpy array* containing GRACE months number associated to **time**
- **ndim** → *int* result of harmonics.clm.ndim (3 if **harmonics** contain temporal data, 2 otherwise)
- **filename** → *str* path to the original file if it exists

```
[2]: from gravity_toolkit.harmonics import harmonics
from gravity_toolkit.grace_input_months import grace_input_months

""" Example of creation of a blank harmonics object """
print("Creating a blank harmonics object :")
ylms = harmonics(lmax=60, mmax=60)
print("size of ylms.l :", ylms.l.shape, '\n')

""" Example of creation of harmonics object with CSR RLO6 GRACE data between
↳August 2003 and April 2005"""
print("Creating an harmonics object containing GRACE data :\n")
start_mon = 20
end_mon = 40

# Read of the data in a dict object
Ylms = grace_input_months(base_dir, 'CSR', 'RLO6', 'GSM', 60, start_mon,
↳end_mon, missing='', SLR_C20='', DEG1='')
# Creation of the harmonics object from a dict
ylms_grace = harmonics().from_dict(Ylms)

print("Size of GRACE clm array :", ylms_grace.clm.shape)
print("Time of GRACE harmonics object :", ylms_grace.time)
print("Month of GRACE harmonics object :", ylms_grace.month)
```

Creating a blank harmonics object :  
size of ylms.l : (61,)

Creating an harmonics object containing GRACE data :

Size of GRACE clm array : (61, 61, 21)  
Time of GRACE harmonics object : [2003.62465753 2003.70821918 2003.79178082  
2003.87534247 2003.95890411  
2004.01912568 2004.12978142 2004.20765027 2004.29098361 2004.37431694  
2004.45765027 2004.54098361 2004.62568306 2004.70901639 2004.79234973

```
2004.87568306 2004.95901639 2005.04383562 2005.12465753 2005.20547945
2005.2890411 ]
Month of GRACE harmonics object : [20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34
35 36 37 38 39 40]
```

## 3.2 methods of harmonics object

### 3.2.1 Read

**harmonics** contain methods to read a file or *dict* and fill the object :

*from\_file*, *from\_dict*, *from\_netCDF4*, *from\_HDF5*, *from\_ascii*, *from\_gfc*, ...

See the file `harmonics.py` for more details on each method

### 3.2.2 Save

It contains methods to save the object in a file (inverse of the first methods):

*to\_file*, *to\_netCDF4*, *to\_HDF5*, *to\_ascii*, ...

See the file `harmonics.py` for more details on each method

```
[3]: import os
import numpy as np

# Example of save to ncdf
ylms_grace.to_file(os.path.join(base_dir, 'tmp/GRACE_CSR_RL06_harmonics.nc'),
                  format='netCDF4', date=True, TITLE="My title")

# Example of read from a ncdf file
harmonics().from_file(os.path.join(base_dir, 'tmp/GRACE_CSR_RL06_harmonics.
nc'), format='netCDF4', date=True)
```

```
[3]: <gravity_toolkit.harmonics.harmonics at 0x7fa2ac60bd30>
```

### 3.2.3 Operators

**Operator methods to use with another harmonics object:** *add*, *subtract*, *multiply*, *divide*

**Simple operation:** *mean*, *scale*, *power*, *convolve*

**Complex operation:**

- *destripe* → filter correlated striping object (<http://dx.doi.org/10.1029/2005GL025285>)
- *amplitude* → calcute degree amplitude in a new attribute **harmonics.amp**
- *gap\_fill* → fill missing month with choosen interpolation method

### 3.2.4 Manipulation

Methods to do things with the object : - *copy* → to create copy that is a new instance of the **harmonics** class - *zeros\_likes* → return an **harmonics** object with the same dimensions but fill



### 3.3.1 download the JPL mascon product on PODAAC Drive (link in the cell below)

```
[5]: from gravity_toolkit.spatial import spatial

      """ Example of creation of a blank spatial object """
      print("Creating a blank spatial object")
      grid = spatial()

      """ Example of creation of harmonics object with JPL MASCON GRACE data """
      print("Creating a spatial object containing GRACE MASCON data")

      # Change the file name after downloading the recent one from https://
      ↪podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/files/allData/tellus/L3/mascon/RL06/JPL/v02/
      ↪non-CRI/netcdf
      grid_jpl = spatial().from_file(os.path.join(base_dir, 'MASCON', "GRCTellus.JPL.
      ↪200204_202104.GLO.RL06M.MSCNv02.nc"), format='netCDF4', date=True,
      ↪lonname='lon', latname='lat',
      ↪varname='lwe_thickness')

      print("Size of JPL MASCON data array :", grid_jpl.data.shape)
      # Here the shape of the array is (ntime, nlat, nlon)
      # Usually I change to (nlat, nlon, ntime) with
      grid_jpl.data = grid_jpl.data.swapaxes(0,1)
      grid_jpl.data = grid_jpl.data.swapaxes(1,2)
      grid_jpl.mask = grid_jpl.mask.swapaxes(0,1)
      grid_jpl.mask = grid_jpl.mask.swapaxes(1,2)
      print("New size of data array after regularisation :", grid_jpl.data.shape)

      print("Time of JPL MASCON object (in number of days since 2002.0)", grid_jpl.
      ↪time)
```

Creating a blank spatial object

Creating a spatial object containing GRACE MASCON data

Size of JPL MASCON data array : (196, 360, 720)

New size of data array after regularisation : (360, 720, 196)

Time of JPL MASCON object (in number of days since 2002.0) [ 106.5 129.5 227.5

```
258. 288.5 319. 349.5 380.5 410. 439.5
 470. 495.5 561.5 592.5 623. 653. 684. 714.5 736.5 777.
 805.5 836. 866.5 897. 927.5 958.5 989. 1019.5 1050. 1080.5
1111.5 1141. 1170.5 1201. 1231.5 1262. 1292.5 1323.5 1354. 1384.5
1415. 1445.5 1476.5 1506. 1535.5 1566. 1596.5 1627. 1657.5 1688.5
1719. 1749.5 1780. 1810.5 1841.5 1871. 1900.5 1931. 1961.5 1992.
2022.5 2053.5 2084. 2114.5 2145. 2175.5 2206.5 2236.5 2266.5 2297.
2327.5 2358. 2388.5 2419.5 2450. 2480.5 2511. 2541.5 2572.5 2602.
2631.5 2662. 2692.5 2723. 2753.5 2784.5 2815. 2845.5 2876. 2906.5
2937.5 2967. 2996.5 3027. 3057.5 3088. 3118.5 3149.5 3180. 3210.5
3241. 3269.5 3335.5 3361.5 3392. 3422.5 3485.5 3514.5 3545. 3575.5
3591.5 3652. 3667.5 3697.5 3727.5 3746.5 3819. 3849.5 3880.5 3908.
```

```

3974.5 4002.5 4033.5 4062.  4128.  4153.5 4184.  4214.5 4306.5 4337.
4367.5 4391.5 4457.5 4488.  4518.5 4546.  4610.5 4641.  4671.5 4703.
4769.5 4793.  4822.5 4853.  4864.  4943.5 4975.5 5004.5 5104.5 5128.5
5157.  5188.5 5253.  5280.  5309.5 5346.5 5444.5 5471.5 5499.  5568.5
5592.5 5610.5 5640.  6010.  6034.  6147.5 6163.  6193.5 6224.5 6253.
6283.5 6314.  6344.5 6375.  6405.5 6436.5 6467.  6497.5 6528.  6558.5
6589.5 6619.5 6649.5 6680.  6710.5 6741.  6771.5 6802.5 6833.  6863.5
6894.  6924.5 6955.5 6985.  7014.5 7045. ]

```

### 3.4 methods of spatial object

#### 3.4.1 Read

**spatial** contain methods to read a file or *dict* and fill the object :

*from\_file, from\_dict, from\_netCDF4, from\_HDF5, from\_ascii, ...*

See the file `spatial.py` for more details on each method

#### 3.4.2 Save

It contains methods to save the object in a file (inverse of the first methods):

*to\_file, to\_netCDF4, to\_HDF5, to\_ascii, ...*

See the file `spatial.py` for more details on each method

```

[6]: # See just the previous code cell for reading with from_file

# Example of saving
# Note that LONGNAME and UNITS arguments are mandatory
grid_jpl.to_file(os.path.join(base_dir, 'tmp/GRACE_JPL_MASCON_grid.nc'),
↳format='netCDF4', date=True, varname="grid_data", time_units="days since
↳2002.0", LONGNAME="Liquid_Water_Equivalent_Thickness", UNITS="cm EWH")

```

#### 3.4.3 Operators

**Simple operation:** *mean, scale, min, max, sum, power, offset, reverse*

#### 3.4.4 Manipulation

Methods to do things with the object : - *copy* → to create copy that is a new instance of the **spatial** class - *zeros\_likes* → return a **spatial** object with the same dimensions but fill with zeros - *expand\_dims* and *squeeze* → to update the object between `ndim = 2` and `ndim = 3` - *subset, index* → to reduce an **spatial** object with multiples date to an unique date

There is also a function for **spatial** object operation : - *diff\_grid* → to subtract one grid to another

```

[7]: #update the fill_value for mask array of grid_jpl
grid_jpl.fill_value=None

# create a copy of GRACE harmonics with zeros in attributes

```

```

grid_zeros = grid_jpl.zeros_like()

print("Example of the time attribute after the zeros_ylms method", grid_zeros.
      ↪time)

# create a copy of GRACE harmonics object
copy_grid = grid_jpl.copy()

# do a power operation
copy_grid.power(2)

from gravity_toolkit.toolbox import diff_grid

result_grid = diff_grid(copy_grid, grid_zeros)

```

```

Example of the time attribute after the zeros_ylms method [0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0.]

```

## 4 Read GRACE harmonics

We saw a simple example to read GRACE harmonics from the CSR center

I will now detail more the function *grace\_input\_months*

### 4.1 Choice of the date

The function *grace\_input\_months* take three arguments about the date: - **start\_mon** → *int* corresponding to the starting month number with the convention *Jan 2002 = 1* - **end\_mon** → *int* corresponding to the ending month number with the convention *Jan 2002 = 1* - **missing** → *list of int* list with the numbers of the months to exclude (missing months must be include in this list)

These months informations are given by the function *grace\_find\_months*: - **base\_dir** → *str* path to the folder containing data - **PROC** → *str* name of the GRACE processing center (example: 'CSR') - **DREL** → *str* release information (example: 'RL06') - **DSET** → *str* GRACE dataset (example: 'GSM' for corrected monthly static gravity field or 'GAA' for non-tidal atmospheric correction)

In the function *grace\_find\_months*, it return date information from a file located in the folder `os.path.join(base_dir, PROC, DREL, DSET)`

For example the path can be `'/home/Documents/DATA/CSR/RL06/GSM/'`, in this case the corresponding file is `'CSR_RL06_DATES.txt'`

#### 4.2 Generation of `'*_*_DATES.txt'` files The function `grace_date` is made to generate these file with the same arguments than `grace_find_months`

```
[8]: from gravity_toolkit.grace_find_months import grace_find_months

total_months = grace_find_months(base_dir, 'GFZ', 'RL06', DSET='GSM')
start_mon = np.min(total_months['months'])
end_mon = np.max(total_months['months'])
settmp = set(np.arange(start_mon,end_mon+1)) - set(total_months['months'])
missing = sorted(settmp)

print('starting month: ', start_mon)
print('end month: ', end_mon)
print('missing months: ', missing)
```

```
starting month:  4
end month:  230
missing months:  [6, 7, 18, 109, 114, 125, 130, 135, 140, 141, 146, 151, 156,
162, 166, 167, 172, 177, 178, 182, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195,
196, 197, 200, 201]
```

#### 4.3 Choice of additional data

The function `grace_input_months` use the same previous argument to choose the data to use : **base\_dir**, **PROC**, **DREL**, **DSET**

We found then two arguments for the maximal degree to read: - **LMAX**  $\rightarrow$  *int* maximal degree to read - **MMAX**  $\rightarrow$  *int* maximal order to read

Then come argument to modify original data with correction: - **SLR\_C20**  $\rightarrow$  *str* name of the C20 correction to use [”  $\rightarrow$  No correction, *'TideFree'*  $\rightarrow$  Bias to adjust from zero tide to tide free convention, *'ZeroTide'*  $\rightarrow$  Bias to adjust from tide free to zero tide convention, *'GSFC'*  $\rightarrow$  TN14 from GSFC, ...] - **DEG1**  $\rightarrow$  *str* name of the degree 1 correction [”  $\rightarrow$  no correction, *'Tellus'*  $\rightarrow$  TN13 correction from Tellus, *'SLR'*  $\rightarrow$  SLR solution from CSR ftp, ...] - **SLR\_21**  $\rightarrow$  *str* name of the C21 and S21 correction to use after month 176 (accelerometer failure) [”  $\rightarrow$  No correction, *'CSR'*, *'GSFC'*, ...] - **SLR\_22**  $\rightarrow$  *str* name of the C22 and S22 correction to use after month 176 [”  $\rightarrow$  No correction, *'CSR'*] - **SLR\_C30**  $\rightarrow$  *str* name of the C30 correction to use after month 176 [”  $\rightarrow$  No correction, *'CSR'*  $\rightarrow$  CSR SLR solution, *'GSFC'*  $\rightarrow$  TN14 solution from GSFC, ...] - **SLR\_C50**  $\rightarrow$  *str* name of the C50 correction to use after month 176 [”  $\rightarrow$  No correction, *'CSR'*, *'GSFC'*, ...]

#### 4.4 Recommendation

The following can vary according to your concern but I would recommend to use the following corrections:

```
SLR_C20='GSFC', DEG1='Tellus', SLR_21="", SLR_22="", SLR_C30='GSFC', SLR_C50=""
```



```
[9]: from gravity_toolkit.grace_input_months import grace_input_months

Ylms = grace_input_months(base_dir, PROC='CSR', DREL='RL06', DSET='GSM',
    LMAX=60, start_mon=start_mon, end_mon=end_mon, missing=missing,
    ↪SLR_C20='GSFC', DEG1='Tellus', MMAX=60,
    ↪SLR_C30='GSFC', SLR_21='', SLR_22='', SLR_C50='')

# create harmonics object
GRACE_Ylms = harmonics().from_dict(Ylms)
```

## 5 Transformation between spatial and harmonics

### 5.1 From spatial to harmonics

The function `grid_to_hs` can be use with 4 arguments: - **grid** → *spatial* object to convert into *harmonics* - **lmax** → *int* maximal degree of *harmonics* - **mmax** → *int* maximal order of *harmonics* - **unit** → *str* unit of the numpy array `grid.data` [*'cmwe'* → cm of Equivalent Water Height, *'geoid'* → mm of geoid height, *'cmwe\_ne'* → cm EWH on a none elastic Earth, *'microGal'* →  $\mu\text{Gal}$ ]

```
[10]: from gravity_toolkit.toolbox import grid_to_hs

grid_jpl = spatial().from_file(os.path.join(base_dir, 'MASCON', "GRCTellus.JPL.
    ↪200204_202104.GLO.RL06M.MSCNv02.nc"), format='netCDF4', date=True,
    ↪lonname='lon', latname='lat',
    ↪varname='lwe_thickness')

#swapaxes to get (lat, lon, time) array
grid_jpl.data = np.swapaxes(np.swapaxes(grid_jpl.data, 0,1), 1,2)

#Nord South inversion for the latitude, it allows to plot the array after
grid_jpl.data = np.flip(grid_jpl.data, axis=0)

grid_jpl.time = 2002 + grid_jpl.time/365.25

ylms_from_grid = grid_to_hs(grid_jpl, lmax=60, mmax=60, unit='cmwe')
print(ylms_from_grid)
```

<gravity\_toolkit.harmonics.harmonics object at 0x7fa2ac5f9a30>

### 5.2 From harmonics to spatial

The function `create_grid` can be use with different arguments : - **Ylms** → *harmonics* object to convert into *spatial* grid - **lmax** → *int* maximal degree to use - **rad** → *float* radius of the spatial gaussian filter in km (if `rad=0`, no spatial filter is used) - **destripe** → *bool* boolean to apply or not destripe method (to reduce GRACE stripe pattern) - **unit** → *str* unit of the future numpy array `grid.data` [*'cmwe'* → cm of Equivalent Water Height, *'cmweEl'* → cm of EWH considering Earth oblateness, *'geoid'* → mm of geoid height, *'cmwe\_ne'* → cm EWH on a none elastic Earth, *'microGal'* →  $\mu\text{Gal}$ ] - **dlon** → *float* longitude spacing - **dlat** → *float* latitude spacing - **bounds** →

*list* with spatial bounds in degree [lon\_max, lon\_min, lat\_max, lat\_min], default to *None*

```
[14]: from gravity_toolkit.toolbox import create_grid

grid_grace = create_grid(GRACE_Ylms, lmax=40, rad=0, destripe=True,
    ↪unit='cmwe', dlon=1, dlat=1, bounds=None)
grid_grace_500km = create_grid(GRACE_Ylms, lmax=40, rad=500, destripe=True,
    ↪unit='cmwe', dlon=1, dlat=1, bounds=None)
```

## 6 Temporal filtering

The function *filt\_Ylms* apply a temporal filter to a *harmonics* object : - **ylms** → *harmonics* object to filter - **filt** → *str* name of the filter to use ('low' → for a low pass filter, 'band' → for a band pass filter, 'fft' → for a truncation in frequency during a fft transform) - **filt\_param** → *float or list* cutting frequency of the filter

```
[11]: from gravity_toolkit.toolbox import filt_Ylms

# Low pass filter with cutting period at 2 years
GRACE_Ylms_filter = filt_Ylms(GRACE_Ylms, 'low', 0.5)
```

## 7 Plot function

They are different function for figure creation: ### Plot **harmonics** object - **plot\_coefficient** → plot time series of a specific harmonics coefficient (with the possibility to put several harmonics object in the plot) - **plot\_fft** → plot fourier transform of a specific harmonics coefficient - **plot\_wavelets** → plot wavelet analysis of a specific harmonics coefficient

### 7.0.1 saving argument

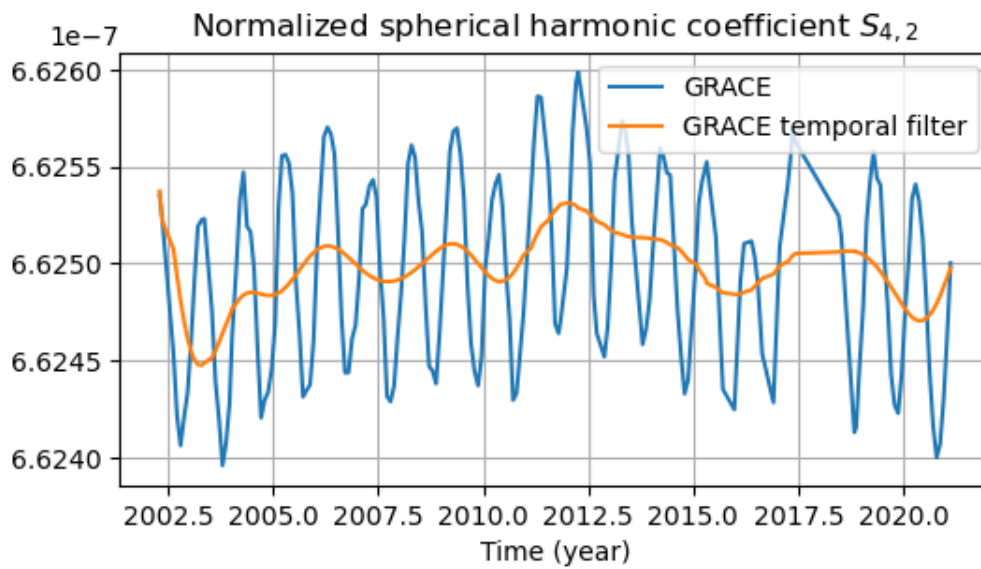
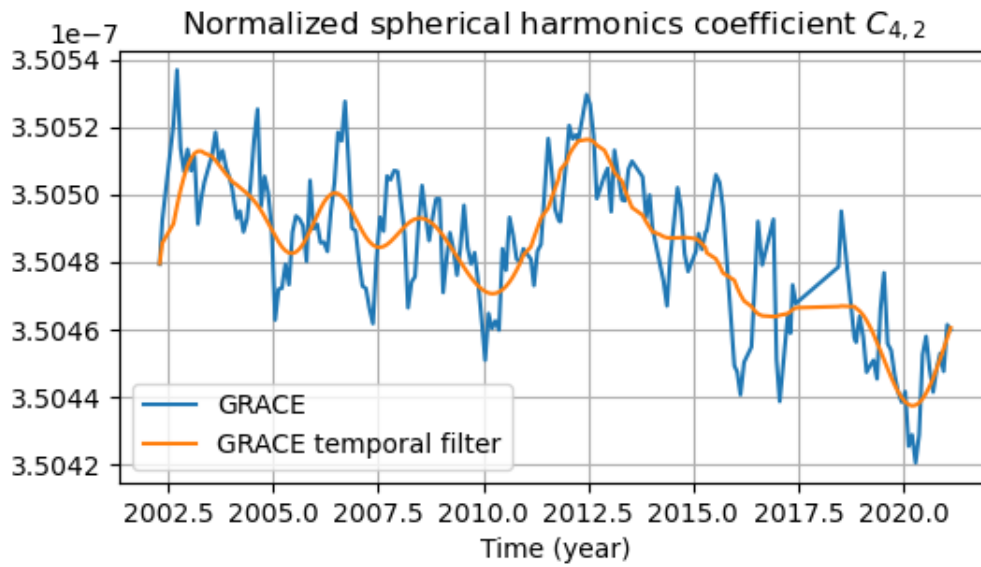
Each of these function have an argument name *save\_path*. If this argument is given, the figure is saved at the corresponding path.

```
[12]: import matplotlib.pyplot as plt
# reduce size of figure for notebook export to pdf
plt.rcParams['figure.figsize'] = [6, 3]

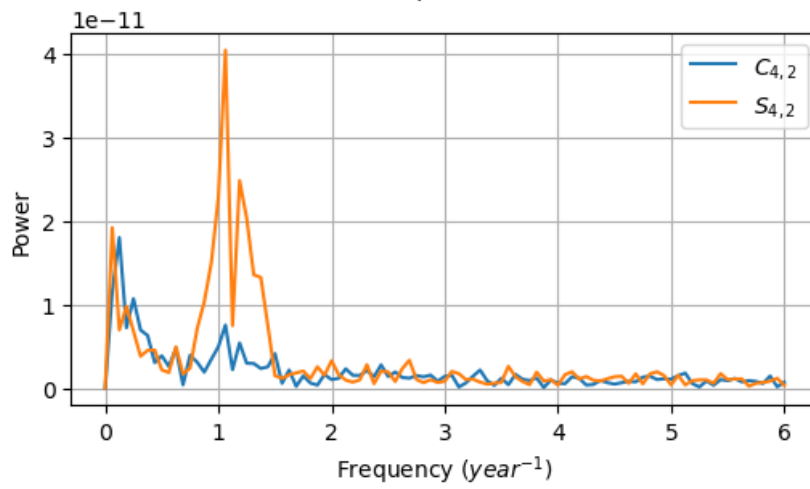
# plot coefficient C4,2 and S4,2 for GRACE and GRACE after temporal filtering
GRACE_Ylms.plot_coefficient(4,2, ylms=[GRACE_Ylms_filter], label=['GRACE',
    ↪'GRACE temporal filter'])

# plot fft of C4,2 and S4,2 for GRACE and GRACE after temporal filtering
GRACE_Ylms.mean(apply=True)
GRACE_Ylms_filter.mean(apply=True)
GRACE_Ylms.plot_fft(4,2, fmax=6)
GRACE_Ylms_filter.plot_fft(4,2, fmax=1)
```

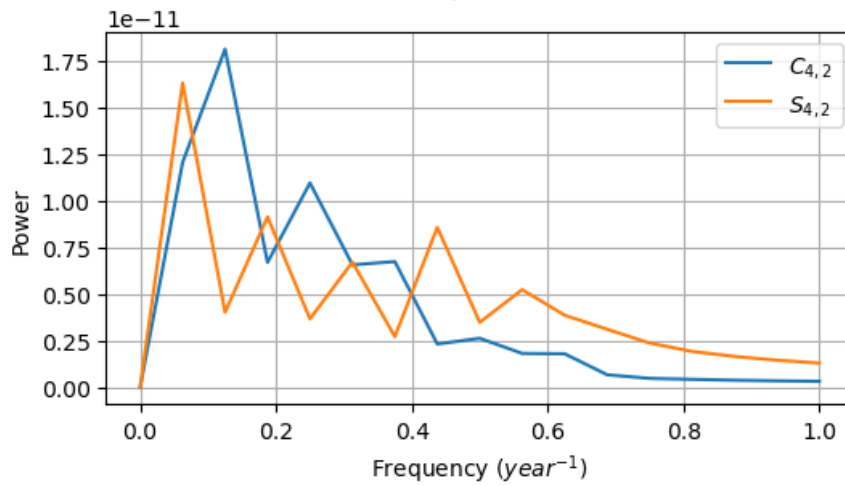
```
# plot wavelets of  $C_{4,2}$  and  $S_{4,2}$   
GRACE_Ylms.plot_wavelets(4,0)
```

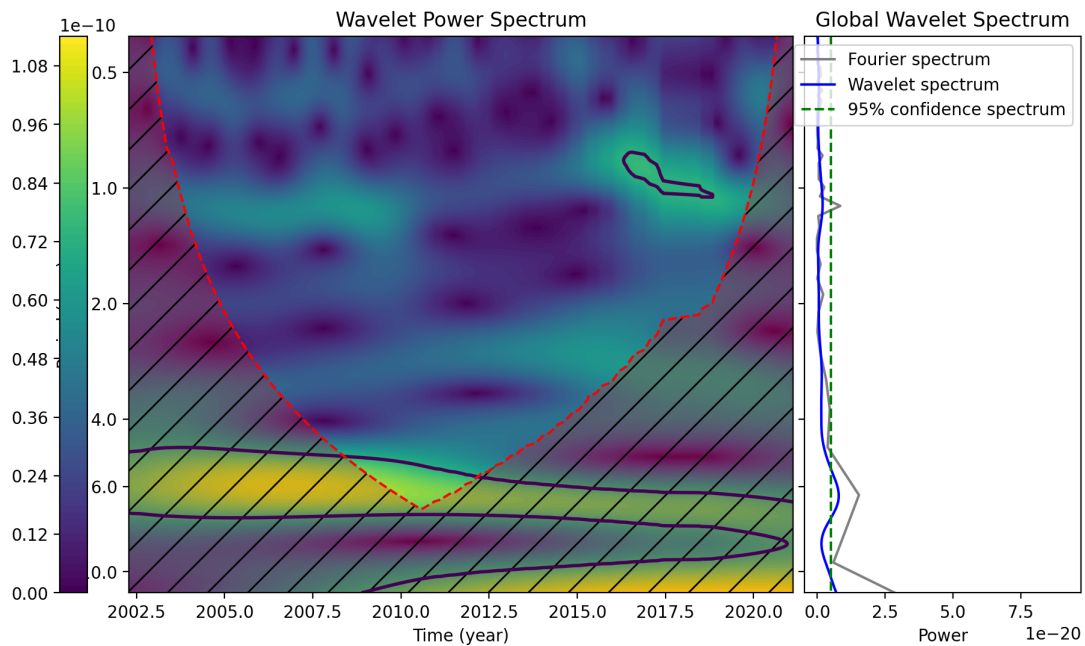


Fourier transform of the normalized spherical harmonic coefficients  $C_{4,2}$  et  $S_{4,2}$



Fourier transform of the normalized spherical harmonic coefficients  $C_{4,2}$  et  $S_{4,2}$





### 7.0.2 Plot spatial object

For spatial object, the method `plot_eof` create Empirical Orthogonal Function based on the data. These figures are put in a folder

### 7.0.3 save\_gif

`save_gif` is a function to save a spatial object in a gif

This function is heavy and can last about 2 to 5 minutes

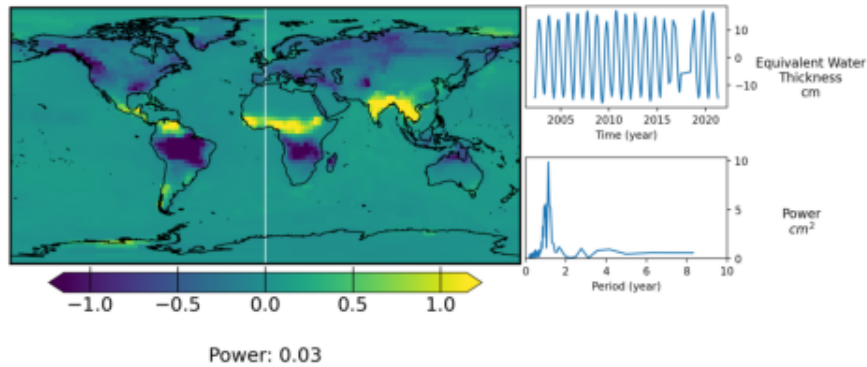
```
[13]: # Example of the plot_eof function with JPL MASCON
# grid.plot_eof([eof numbers], path_save_folder)
grid_jpl.plot_eof([0,1,2], os.path.join(base_dir, 'tmp'), unit='cmwe')

from gravity_toolkit.toolbox import save_gif
# Careful, this function can take from 2 to 5 minutes (there might be something
↳to improve it but I did not found)
#save_gif(grid_jpl, os.path.join(base_dir, 'tmp', 'JPL_MASCON.gif'))
```

```
[14]: import matplotlib.image as mping

#Example of one EOF figure
plt.figure()
imgtmp = mping.imread(os.path.join(base_dir, 'tmp', 'eof_pc_1.png'))
imgplot = plt.imshow(imgtmp)
```

```
plt.axis('off')
plt.show()
```



## 7.1 RMS plot

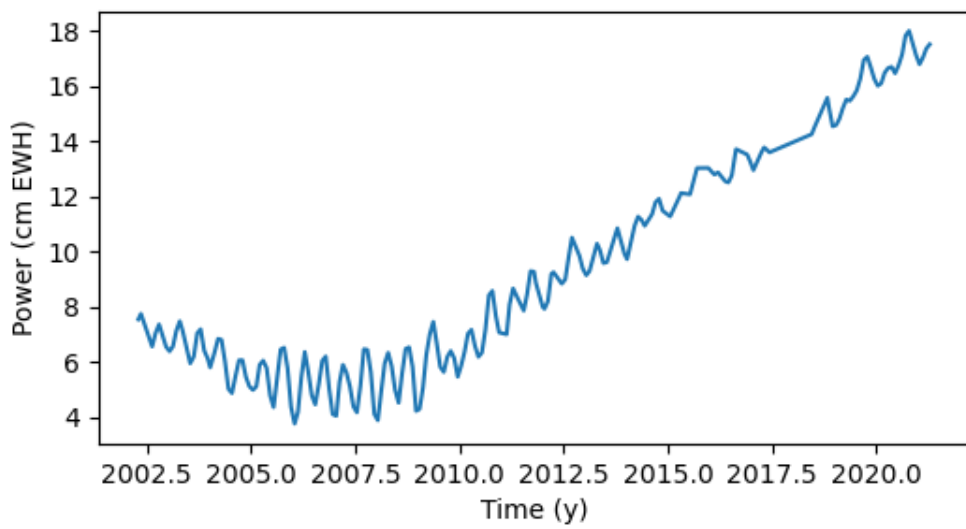
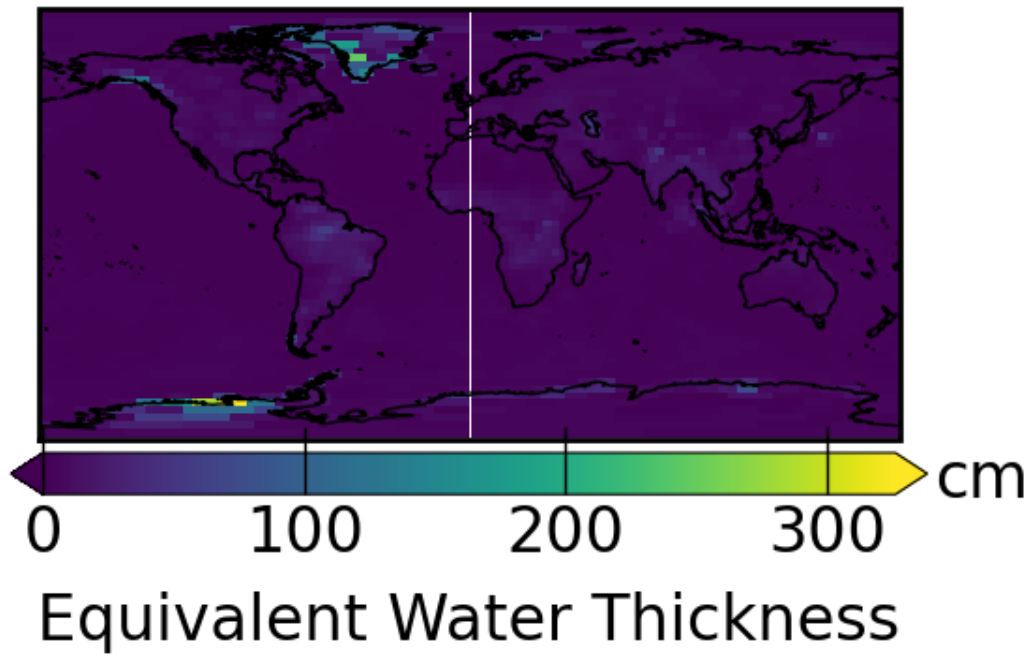
There are function that show RMS from a spatial object : - *plot\_rms\_map* → to plot a rms map of the spatial object - *plot\_rms\_grid* → figure with rms of the grid in function of time - *calc\_rms\_grid* → RMS value of the spatial object (float)

```
[15]: from gravity_toolkit.toolbox import plot_rms_grid, plot_rms_map, calc_rms_grid

plot_rms_map(grid_jpl)

plot_rms_grid(grid_jpl)

calc_rms_grid(grid_jpl)
```



[15]: 10.033903725115053

## F Représentation spatiale de coefficients de Stokes et de produits du champ de gravité

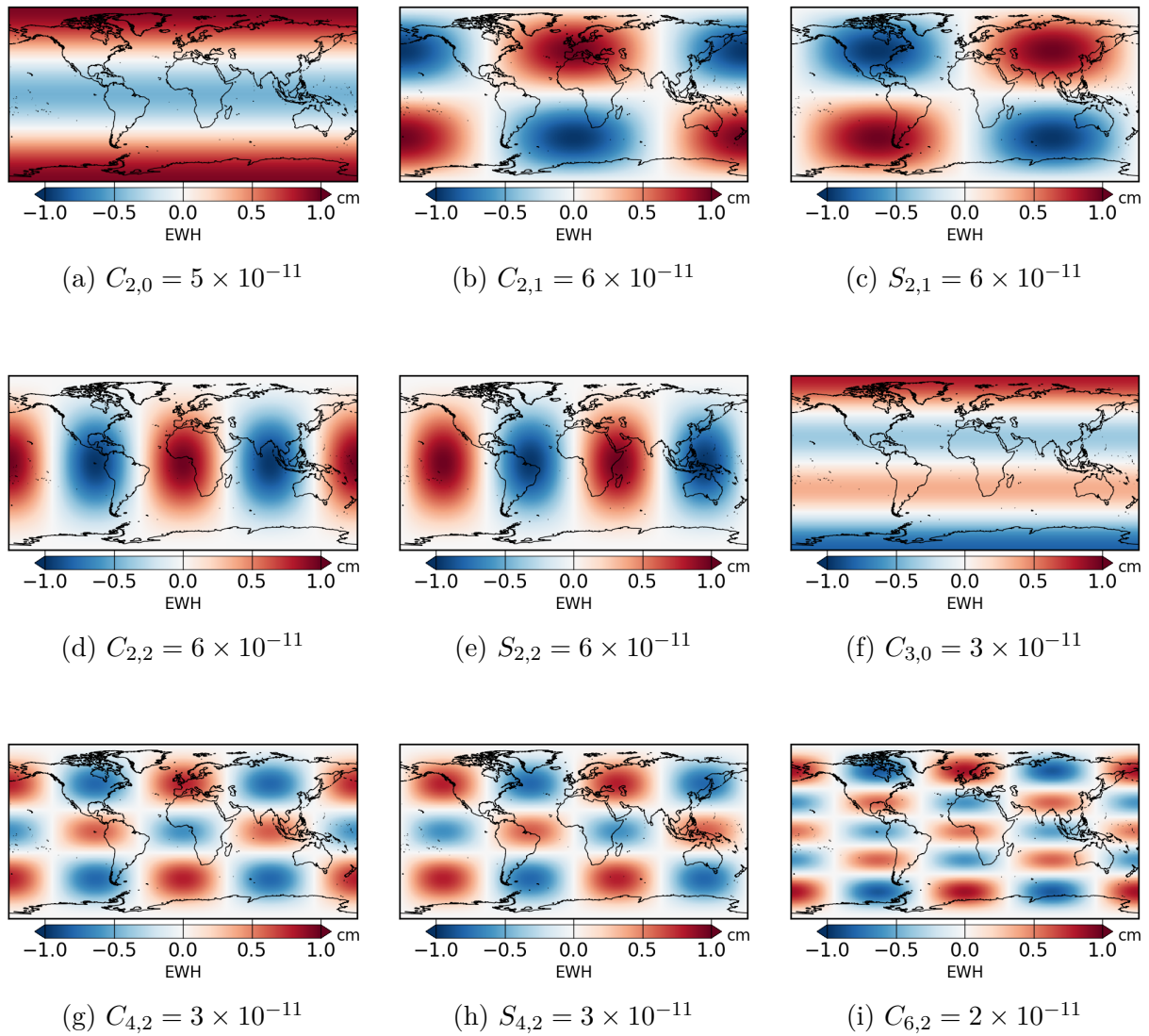


FIGURE 23 – Représentation spatiale de coefficients de Stokes (d’une amplitude correspondante environ à 1 cm EWH après leur transformation sous la forme d’une grille).



**Contraintes gravimétriques, magnétiques et géodésiques sur la dynamique du noyau fluide**

## Résumé

Cette thèse explore la dynamique du noyau terrestre en analysant les champs gravimétriques et magnétiques. Les mouvements convectifs du noyau fluide, générant le champ magnétique, subissent des perturbations, provoquant des variations de densité et de pression qui entraînent des variations du champ de gravité. Ce travail approfondit l'observabilité des signaux de la Terre interne par rapport aux signaux de surface (hydrologie, atmosphère, ...) et aux incertitudes des données gravimétriques spatiales. Il propose des méthodes d'interpolation améliorant la qualité des séries temporelles du champ de gravité. L'analyse des processus internes, combinant champs magnétiques, variations de la durée du jour et gravité, offre de nouvelles estimations des variations de masse à l'intérieur de la Terre. Les résultats soulignent la complexité de l'étude gravimétrique du noyau et proposent des pistes pour avancer dans cette compréhension.

**Mots clés : géodésie spatiale, champ de gravité variable, gravimétrie satellitaire GRACE(-FO), noyau de la Terre, géomagnétisme, gravito-élasticité**

## Résumé en anglais

This thesis explores the dynamics of the Earth's core by exploring gravity and magnetic fields. The convective motions of the fluid core, which generate the magnetic field, are subject to perturbations, causing variations in density and pressure that lead to variations in the gravity field. This work investigates the observability of internal Earth signals in relation to surface signals (hydrology, atmosphere, etc.) and the uncertainties of space-based gravity data. It proposes interpolation methods to improve the quality of gravity field time series. The analysis of internal processes, combining magnetic fields, length-of-day variations and gravity, offers new estimates of mass variations in the Earth's interior. The results underline the complexity of the gravimetric study of the Earth's core, and suggest ways forward in this understanding.

**Keywords : space geodesy, time variable gravity, space gravimetry GRACE(-FO), Earth's core, geomagnetic field, gravito-elasticity**