



**HAL**  
open science

# Application d'outils numériques à l'analyse probabiliste de la constructibilité et à l'optimisation du procédé d'impression 3D en béton

Zeinab Diab

► **To cite this version:**

Zeinab Diab. Application d'outils numériques à l'analyse probabiliste de la constructibilité et à l'optimisation du procédé d'impression 3D en béton. Génie civil. Université d'Orléans, 2023. Français. NNT : 2023ORLE1080 . tel-04607948

**HAL Id: tel-04607948**

**<https://theses.hal.science/tel-04607948>**

Submitted on 11 Jun 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

ÉCOLE DOCTORALE Énergie - Matériaux - Sciences de la  
Terre et de l'Univers (*EMSTU*)

Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé

THÈSE présentée par :

Zeinab DIAB

soutenue le : 08 décembre 2023

pour obtenir le grade de : Docteur de l'Université d'Orléans

Discipline/ Spécialité : Génie Civil

Application d'outils numériques à l'analyse  
probabiliste de la constructibilité et à l'optimisation  
du procédé d'impression 3D en béton

THÈSE dirigée par :

M. DO Duc-Phi

Maître de conférences, HDR, Université  
d'Orléans

RAPPORTEURS :

M. GHABEZLOO Siavash

Directeur de recherche, École des Ponts Pa-  
risTech

M. KACI Abdelhak

Maître de conférences, HDR, CY Cergy Paris  
Université

JURY :

Mme DAVY Catherine

Professeur des universités, ENSAM CER An-  
gers, Présidente du jury

M. REMOND Sébastien

Professeur des universités, Université d'Or-  
léans

M. HOXHA Dashnor

Professeur des universités, Université d'Or-  
léans



# Remerciements

Je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué de manière cruciale à l'achèvement de ma thèse.

Tout d'abord, j'adresse mes plus sincères remerciements à mon directeur de thèse, Monsieur DO Duc-Phi, pour son soutien continu, ses commentaires éclairés et son encouragement tout au long de ma période de thèse. Ses connaissances scientifiques et ses conseils ont été la clé indispensable à la réalisation de ce travail. La confiance qu'il a placée en moi m'a conduit à adopter la rigueur scientifique nécessaire pour mener à bien ma thèse.

Je tiens également à exprimer ma sincère gratitude à mes co-directeurs, Monsieur REMOND Sébastien et Monsieur HOXHA Dashnor. Leurs conseils constants et leur disponibilité ont été d'une extrême importance dans la résolution des nombreux défis rencontrés tout au long de cette période, et je leur suis vraiment reconnaissante pour leur encadrement.

Je souhaite exprimer mes vifs remerciements aux membres du jury de thèse. Je suis reconnaissante envers Madame DAVY Catherine, Monsieur GHABEZLOO Siavash et Monsieur KACI Abdelhak pour avoir accepté d'examiner en détail le rapport de thèse qui suit et pour leurs précieux commentaires et discussions, qui ont été extrêmement constructifs.

À mon merveilleux fiancé Hussein ♡, je lui suis infiniment reconnaissante pour son amour infini, son encouragement et sa compréhension.

Un grand merci à toute ma famille et à mes amis pour le soutien qu'ils m'ont apporté et pour leur engagement indéfectible envers ma réussite tout au long de mon parcours académique.

Enfin, merci à toutes les personnes qui ont contribué directement ou indirectement à ce travail.



# Sommaire

Liste des figures	xii
Liste des tableaux	xiii
Introduction générale	1
<b>1 Étude bibliographique</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction	5
1.2 Généralités sur le procédé d'impression 3D en béton	6
1.2.1 L'évolution du procédé d'impression 3D en béton	6
1.2.2 Démonstrations du potentiel de la technologie d'impression 3D en béton	8
1.2.3 Les défis technologiques du procédé d'impression 3D en béton	11
1.3 Propriétés mécaniques au jeune âge du béton imprimable : exigences et méthode de caractérisation	13
1.3.1 Exigences des propriétés mécaniques du béton imprimable à différents phases du procédé d'impression 3D	14
1.3.2 Caractérisation des propriétés du béton imprimable au jeune âge et de leurs évolutions	20
1.4 Modélisation numérique du procédé d'impression 3D en béton	23
1.4.1 Modélisation à l'échelle du filament	23
1.4.2 Modélisation à l'échelle de la structure	27
1.5 Approche d'analyse fiabiliste	35
1.5.1 Concepts de l'analyse fiabiliste	35
1.5.2 Technique de métamodélisation de Krigeage	38
1.5.3 Quantification de l'incertitude par l'inférence Bayésienne	39
1.5.4 Optimisation de la conception basée sur les analyses fiabilistes	41
1.6 Conclusions	43
<b>2 Analyse fiabiliste de la défaillance structurelle au cours du procédé d'impression 3D en béton</b>	<b>45</b>
2.1 Introduction	45
2.2 Modèle de comportement élastique linéaire et élasto-plastique dépendant du temps du béton au jeune âge et paramètres considérés dans la modélisation à l'échelle de la structure	46
2.3 Approche d'analyse fiabiliste en impression 3D en béton : méthodologie	48
2.3.1 Choix des fonctions de performance	48

2.3.2	Quantification de l'incertitude des propriétés des matériaux du béton frais par l'inférence Bayésienne . . . . .	50
2.3.3	Modélisation déterministe et stochastique de la constructibilité en impression 3D de béton . . . . .	52
2.4	Applications numériques . . . . .	54
2.4.1	Validation de l'approche proposée . . . . .	54
2.4.2	Modélisation de la constructibilité des murs rectangulaires . . . . .	60
2.4.3	Effet de la stratégie de pressage des couches . . . . .	62
2.4.4	Analyse de sensibilité . . . . .	67
2.5	Conclusions . . . . .	68
<b>3</b>	<b>Optimisation probabiliste du procédé d'impression 3D en béton en tenant compte de l'incertitude des propriétés du béton frais caractérisées en laboratoire</b>	<b>71</b>
3.1	Introduction . . . . .	71
3.2	Caractérisation des propriétés du béton imprimable à différent âge . . . . .	72
3.2.1	Programme expérimentale . . . . .	72
3.2.2	Détermination du module d'Young du béton frais imprimé . . . . .	76
3.2.3	Détermination des paramètres de rupture plastique . . . . .	79
3.2.4	Quantification de l'incertitude des propriétés du béton frais . . . . .	83
3.2.5	Autres propriétés mécaniques du béton frais . . . . .	85
3.3	Études numériques de l'optimisation du procédé d'impression 3D en béton	86
3.3.1	Optimisation du procédé d'impression 3D en béton : définition du problème et hypothèses retenues . . . . .	86
3.3.2	Validation de la méthodologie d'optimisation proposée . . . . .	88
3.3.3	Cas plus complexe : une chaise imprimée . . . . .	97
3.4	Optimisation du procédé d'impression basée sur la stratégie de pressage des couches . . . . .	99
3.5	Conclusions . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Prise en compte des imperfections géométriques dans les analyses de la constructibilité du procédé d'impression 3D</b>	<b>103</b>
4.1	Introduction . . . . .	103
4.2	Modélisation des imperfections géométriques dans les analyses de la constructibilité de la structure imprimée . . . . .	104
4.3	Applications numériques . . . . .	106
4.3.1	Effet des imperfections géométriques sur la constructibilité du mur droit . . . . .	107
4.3.2	Effet des imperfections géométriques sur la constructibilité d'un mur carré . . . . .	112
4.4	Conclusions . . . . .	115
	<b>Conclusions générales et perspectives</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Technique de méta modélisation de Krigeage</b>	<b>123</b>

<b>B Optimisation de la conception basée sur une analyse fiabiliste utilisant les quantiles</b>	<b>127</b>
<b>C Analyse de bifurcation linéaire</b>	<b>129</b>
<b>D Analyse de sensibilité</b>	<b>131</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>133</b>



# Liste des figures

1.1	Illustration du brevet d'Urschel "Machine à construire des murs" (a) [?] et vision de la construction d'une maison sphérique (b) [?]. . . . .	6
1.2	Diagramme fonctionnel du processus de construction par couches, reproduit de [?]. . . . .	7
1.3	Technique de contour crafting tirée de [?] : la buse d'extrusion et les truelles latérales qui lissent la surface des couches (a), et illustration de l'impression 3D d'un bâtiment entier à l'aide d'un grand portique (b). . . . .	8
1.4	Objets construits par une imprimante 3D <i>D – Shape</i> : Radiolaria (a) et pont piétonnier (b) [?]. . . . .	8
1.5	Évolution des applications et des projets réalisés par l'impression 3D en béton de [?]. . . . .	9
1.6	Différentes applications de la technologie de l'impression 3D : colonne de Krypton par XtreeE [?] (a), pont post-tension optimisé topologiquement par l'Université de Gand [?] (b) et poutre en béton armé optimisée mécaniquement [?] (c). . . . .	10
1.7	Meubles urbains [?] (a) et structures de récifs artificiels [?] (b), construits par impression 3D en béton. . . . .	11
1.8	Renforcement de l'interface entre les couches successives par clouage [?]. . . . .	12
1.9	Représentation des multi paramètres et objectifs intervenant dans le processus d'impression 3D [?]. . . . .	13
1.10	Les étapes de procédé d'impression 3D en béton et leurs concepts physiques [?]. . . . .	14
1.11	Deux stratégies asymptotiques d'extrusion du béton en impression 3D : l'extrusion de briques infinies (a) et le dépôt en flux libre (b). Reproduit de [?]. . . . .	15
1.12	Limites de la stratégie d'extrusion de briques infinies : déformation locale due au cantilever (a) et à la torsion des couches (b) [?]. . . . .	16
1.13	Déchirure du filament (a) et instabilité du filament (b) [?]. . . . .	17
1.14	Rupture lors de l'impression 3D en béton : flambement élastique (a) et effondrement plastique (b). Reproduit de [?]. . . . .	18
1.15	Géométrie et conditions aux limites d'un modèle numérique simulant l'extrusion du matériau de la fabrication additive de béton [?]. . . . .	25
1.16	Résultats de la section transversale de filament imprimé par la méthode de la dynamique des fluides computationnelle avec différents modèles constitutifs [?]. . . . .	25

1.17	Sections transversales des couches obtenues à partir de la simulation du modèle <i>DFC</i> multicouche en comparaison avec les expériences d'impression 3D [?]. . . . .	26
1.18	Géométrie du filament pendant l'extrusion : flambement du filament (a) et déchirure du filament (b), obtenus par modélisation <i>DFC</i> 3D [?]. . . . .	27
1.19	Résultats numériques d'un cylindre axisymétrique modélisé par la méthode des éléments finis pendant le procédé d'impression 3D [?]. . . . .	28
1.20	Méthodologie générale proposée pour la simulation numérique du procédé d'impression 3D en béton [?, ?]. . . . .	30
1.21	Procédé de voxelisation de VoxelPrint : de la géométrie 3D à un modèle d'éléments finis [?]. . . . .	31
1.22	Procédure de modélisation numérique du procédé d'impression 3D développée par Nguyen et al. [?]. . . . .	32
1.23	Schéma de la création d'un modèle de treillis pour l'impression 3D par Chang et al. [?]. . . . .	33
1.24	Fonction de densité de probabilité conjointe <i>FDP</i> et probabilité de défaillance déterminée par la surface d'état limite pour un système composé de (a) une et (b) deux variables [?]. . . . .	36
1.25	Cadre général de la méthode d'inférence bayésienne pour l'étalonnage de modèle sous incertitude sur la base d'observations expérimentales. . . . .	40
2.1	Caractéristiques géométriques d'un mur droit imprimé. . . . .	49
2.2	Évolutions du module d'Young (a) et de la résistance au cisaillement (b) jusqu'à 90 min, d'après les essais de compression et les essais de cisaillement direct [?]. . . . .	51
2.3	Histogrammes des distributions prédictives a priori et a posteriori résultant de l'inférence bayésienne [?]. . . . .	52
2.4	Effet du modèle choisi et de la taille des mailles sur : la hauteur plastique critique (a), la hauteur de flambement critique (b), la contrainte de compression maximale à la hauteur plastique critique (c), le facteur de charge de flambement à la hauteur de flambement critique (d) [?]. . . . .	56
2.5	Résultats de l'analyse déterministe de la paroi droite à l'aide de la simulation numérique : contrainte de compression maximale à la hauteur critique de la rupture plastique (a) ; profil de déformation à la hauteur critique du flambement élastique (b) [?]. . . . .	56
2.6	Comparaison entre les résultats analytiques et numériques des prédictions déterministes de la hauteur critique du mur droit pour la rupture plastique (a) et le flambement élastique (b), en fonction de différentes valeurs ( $\mu_{\mathbf{X}} + k \cdot \sigma_{\mathbf{X}}$ ) des paramètres d'entrée $\mathbf{X}$ [?]. . . . .	57
2.7	Probabilités de rupture du mur droit pendant l'impression, basées sur des solutions analytiques aux hauteurs critiques : contre le flambement élastique à $H_{cr,el} = 0.22$ m en utilisant <i>MCS</i> (a) et <i>AK - MCS</i> (b), et contre l'effondrement plastique à $H_{cr,p} = 0.44$ m en utilisant <i>MCS</i> (c) et <i>AK - MCS</i> (d) [?]. . . . .	58

2.8	Probabilités de rupture du mur droit pendant l'impression, basées sur des solutions numériques en utilisant $AK - MCS$ aux hauteurs critiques : contre le flambement élastique à $H_{cr,el} = 0.22$ m (a) et contre l'effondrement plastique à $H_{cr,p} = 0.44$ m (b). . . . .	59
2.9	Analyse fiabiliste pendant l'impression basée sur le krigeage à l'aide de solutions analytiques et de simulations numériques de la réponse du mur droit : évolution de la probabilité de défaillance en fonction de la hauteur cible $H_t$ dans le cas d'un effondrement plastique (a), dans le cas d'un flambement élastique (b) [?]. . . . .	60
2.10	Caractéristiques géométriques d'un mur rectangulaire imprimé. . . . .	60
2.11	Prédictions numériques déterministes de la hauteur critique de la rupture plastique (a) et du flambement élastique (b) de différentes géométries des murs rectangulaires et droit, en fonction de différentes valeurs $(\mu_{\mathbf{X}} + k \cdot \sigma_{\mathbf{X}})$ de $\mathbf{X}$ [?]. . . . .	61
2.12	Résultats de l'analyse déterministe de la paroi rectangulaire avec un rapport $m/n = 2.5$ en utilisant la simulation numérique : contrainte de compression maximale à la hauteur critique de la rupture plastique (a) ; profil de déformation à la hauteur critique du flambement élastique (b) [?]. . . . .	62
2.13	Probabilité de défaillance fournie par l' $AK - MCS$ à l'aide de simulations numériques des réponses des murs droits et rectangulaires en fonction de la hauteur cible $H_t$ : cas de rupture plastique (a), cas de flambement élastique (b), les deux modes de rupture (c) [?]. . . . .	63
2.14	Description de l'écart entre la section réelle de la couche et une section rectangulaire idéale de largeur $b$ et de hauteur $h$ [?]. . . . .	64
2.15	Résultats déterministes des parois rectangulaires imprimées avec la stratégie de pressage des couches : contrainte de compression maximale avec zoom autour de la position de pression à la hauteur critique plastique de la paroi rectangulaire avec le rapport $m/n = 2,5$ (a) et de la paroi rectangulaire avec le rapport $m/n = 1$ (c) ; profil de déformation à la hauteur critique de flambement élastique des deux structures (b) et (d) [?]. . . . .	65
2.16	Effet de la force de pression représentée par le paramètre $\delta$ sur : la contrainte de compression maximale à la hauteur plastique critique (a), le facteur de charge de flambement à la hauteur critique de flambement (b), la hauteur critique d'effondrement plastique (c), la hauteur critique de flambement élastique(d) [?]. . . . .	66
2.17	Probabilité de défaillance dérivée de chaque mode et des deux modes de défaillance pendant l'impression en utilisant la stratégie de pressage de couche en fonction de la hauteur cible $H_t$ : cas d'un mur rectangulaire avec $m/n = 2.5$ (a), cas d'un mur carré $m/n = 1$ (b) [?]. . . . .	67
2.18	Les indices de Sobol des paramètres d'entrée $\mathbf{X}$ fournis par l'analyse de sensibilité globale pendant l'impression 3D contre le flambement élastique et l'effondrement plastique, sur la réponse des murs rectangulaires avec un rapport $m/n = 2,5$ (a) et $m/n = 1$ (b) [?]. . . . .	68
3.1	Le moule utilisé pour le test de compression uni-axiale (a) et un exemple d'échantillon préparé (b). . . . .	74

3.2	Schéma d'un essai de cisaillement direct typique ( <i>ASTM D3080/D3080M-11</i> ) [?]. . . . .	74
3.3	Photographie du dispositif d'essai de cisaillement direct : boîte de cisaillement remplie du béton frais (a) application d'une charge normale (b). . . . .	75
3.4	Résultats force-déplacement des essais de compression pour : $t = 0$ min (a), $t = 15$ min (b), $t = 30$ min (c), $t = 60$ min (d). . . . .	77
3.5	Relations contrainte-déformation des essais de compression pour : $t = 0$ min (a), $t = 15$ min (b), $t = 30$ min (c), $t = 60$ min (d). . . . .	78
3.6	Relation contrainte-déformation moyenne dérivé des essais de compression pour différents temps de repos (a) et évolution dans le temps du module d'Young (b). . . . .	78
3.7	Résultats force - déplacement d'essai de cisaillement direct de 5 éprouvettes avec une charge normale de 50 N pour différents temps de repos du béton : $t = 0$ min (a), $t = 15$ min (b), $t = 30$ min (c), $t = 60$ min (d). . . . .	80
3.8	Résultats moyens force-déplacement d'un essai de cisaillement direct de trois charges normales pour différents temps de repos du béton : $t = 0$ min (a), $t = 15$ min (b), $t = 30$ min (c), $t = 60$ min (d). . . . .	81
3.9	Résistance au cisaillement en fonction de la contrainte normale dérivée des essais de cisaillement direct utilisant la surface de contact initiale ou actualisée pour différents temps de repos : $t = 0$ min (a), $t = 15$ min (b), $t = 30$ min (c), $t = 60$ min (d). Les lignes en pointillés représentent un ajustement linéaire des valeurs. . . . .	82
3.10	Cohésion $C$ (a) et tangente de l'angle de frottement interne $\phi$ (b) dérivées des essais de cisaillement direct pour des temps de repos compris entre $t = 0$ à $t = 60$ minutes. . . . .	83
3.11	Histogrammes des distributions prédictives a priori et a posteriori des paramètres du module d'Young, $E_0$ [KPa] et $\xi_E$ [KPa/min] résultant de l'inférence bayésienne. . . . .	84
3.12	Histogrammes de la distribution prédictive a priori et a posteriori des paramètres de Mohr-coulomb, $C_0$ [KPa] et $\xi_C$ [KPa/min] (a) et de l'angle de frottement $\tan(\phi)$ résultant de l'inférence bayésienne. . . . .	85
3.13	Évolution dans le temps de la densité $\rho$ du béton frais. . . . .	86
3.14	Probabilité de flambement élastique du mur imprimé, dont la hauteur $H_t = H_{cr,el} = 0.24$ m, en fonction de la largeur $b$ , l'épaisseur $h$ de la couche et de la vitesse d'impression $V_r$ . . . . .	89
3.15	Probabilité d'effondrement plastique du mur imprimé, dont la hauteur $H_t = H_{cr,pl} = 2.84$ m, en fonction de la largeur $b$ , l'épaisseur $h$ de la couche et de la vitesse d'impression $V_r$ . . . . .	89
3.16	Intersection de la surface de probabilité de flambement élastique avec la surface de la probabilité admissible ( $P_f^T = 7.5\%$ ) (a), Surface de probabilité au-dessous de la valeur admissible (b), fonction de coût (c). Le point rouge noté sur les figures (b) et (c) correspond aux valeurs optimales à déterminer des paramètres de conception. . . . .	91

3.17	Convergence de la fonction de coût et de la contrainte rigide de flambement élastique au cours de <i>RBDO</i> du mur imprimé de $H_t = 0.24$ m, en utilisant la méthode <i>MCS</i> à deux niveaux (a), <i>QMC</i> (b), et <i>Krigeage – QMC</i> basé sur la solution analytique (c) et la simulation numérique (d). . . . .	93
3.18	Surfaces de probabilité de flambement élastique du mur (avec différentes hauteurs) en intersection avec la surface de la probabilité admissible ( $P_f^T = 7.5\%$ ) (a), Surface de probabilité au-dessous de la valeur admissible : mur avec $H_t = 0.26$ m(b), mur avec $H_t = 0.29$ m(c). . . . .	95
3.19	Solutions optimales de largeur $b$ et de vitesse d'impression du mur imprimé en fonction de la hauteur totale $H_t$ , pour différents longueur $L$ . . . . .	96
3.20	Solutions optimales de la largeur de la couche déposée $b$ et de vitesse d'impression $V_r$ d'un mur de longueur $L = 1$ m en fonction de la probabilité admissible $P_f^T$ . . . . .	96
3.21	Géométrie de la chaise en béton imprimé . . . . .	97
3.22	Modèle de déformation (a) et les contraintes de compression maximales de la chaise imprimé à la hauteur critique de flambement élastique, $H_{cr,el} = 0.66$ m. . . . .	98
3.23	Convergence de la fonction de coût (a) et de la contrainte du critère de flambement élastique au cours du procédé <i>RBDO</i> de la chaise imprimé (b), en utilisant la méthode <i>Krigeage – QMC</i> basé sur la simulation numérique. . . . .	98
3.24	Solutions optimales de la largeur de la couche déposée $b$ et de la vitesse d'impression $V_r$ de la chaise imprimé en fonction de : la hauteur cible $H_t$ (a) et la probabilité de défaillance cible $P_f^T$ (b). . . . .	99
3.25	Solutions optimales de la vitesse d'impression $V_r$ et du diamètre de la buse $D$ du mur imprimé avec la stratégie de pressage des couches en fonction de la hauteur cible $H_t$ . . . . .	100
4.1	Flambement local d'un mur carré au cours d'une impression 3D [?]. . . . .	104
4.2	Division de la couche imprimée en différents segments pour présenter l'hétérogénéité des propriétés mécaniques du matériau dans le modèle de simulation numérique. . . . .	106
4.3	Imperfections géométriques verticales du mur (a), prise en compte de la variabilité horizontale des propriétés mécaniques dans chaque couche déposée (b), considération des imperfections de la largeur de couche (maillage en couleur jaune) (c). . . . .	107
4.4	Variation du facteur de charge de flambement (a) et de la contrainte maximale en compression en fonction du nombre des segments par couche à une hauteur $H_t$ fixée à 0.24 m. . . . .	108
4.5	Effet de l'amplitude des imperfections géométriques $\omega$ : sur le facteur de charge et de la fonction d'état limite du flambement élastique (a), sur la contrainte de compression maximale et de la fonction d'état limite plastique (b). . . . .	109

4.6	Iso-contours de contrainte de compression maximale dans le mur sans imperfections géométriques ni considération de l'hétérogénéité, Cas 0 (a) et avec imperfections géométriques $\omega = \zeta = 0.1b$ , Cas 3, avec zoom autour de l'endroit de concentration des contraintes où les imperfections de largeur est imposée (b). . . . .	110
4.7	Effet de l'amplitude des imperfections $\omega$ pour différents valeurs $k$ des propriétés du matériau sur le facteur de charge de flambement et la fonction d'état limite du flambement élastique (a), et sur la contrainte de compression maximale et la fonction d'état limite de l'effondrement plastique (b), à une hauteur totale fixe $H_t = 0.24$ m prenant en considération l'hétérogénéité des propriétés du matériau, $S = 20$ , et les imperfections de la largeur, $\zeta = 0.1b$ . . . . .	111
4.8	Variation de la probabilité de défaillance par flambement élastique en fonction de la hauteur totale $H_t$ pour les deux cas, Cas 0 et Cas 3. . . . .	111
4.9	Cas imparfait du mur carré. . . . .	112
4.10	Variation des hauteurs critique de deux modes de défaillance en fonction de la longueur $L$ du mur carré, pour les deux cas, Cas 0 et Cas 3. . . . .	113
4.11	Iso-contours de contrainte de compression maximale dans le mur carré, $L = 1$ m, avec la hauteur critique de rupture plastique, $H_{cr,p} = 0.41$ m (a), profil du flambement élastique local du mur carré, $L = 4$ m, à sa hauteur critique, $H_{cr,el} = 0.23$ m (b). . . . .	114
4.12	Probabilité de l'effondrement plastique d'un mur carré, $L = 1$ m (a), probabilité de flambement élastique du mur carré, $L = 4$ m (b) en considérant ou non les imperfections géométriques. . . . .	115

# Liste des tableaux

1.1	Modélisations numériques du procédé d'impression 3D à l'échelle de la structure. . . . .	34
1.2	Principales étapes d'analyse fiabiliste basée sur la technique de méta-modélisation de Krigeage . . . . .	39
2.1	Les distributions a priori et a posteriori des propriétés du matériau [?] . . .	51
2.2	Probabilités de rupture, estimées par la méthode <i>MCS</i> et la technique de méta-modélisation de Krigeage en utilisant les solutions analytiques du mur droit, à la hauteur critique contre le flambement élastique ( $H_{cr,el}=0.22\text{m}$ ) et l'effondrement plastique ( $H_{cr,p}=0.44\text{m}$ )[?]. . . . .	58
3.1	Programme expérimental réalisé sur du béton frais imprimé à différents âges	76
3.2	Module d'Young dérivé de l'essai de compression uniaxiale non confinée, avec les valeurs moyennes $\mu_E$ , l'écart type $\sigma_E$ et le coefficient de variation <i>COV</i> . . . . .	79
3.3	Résistance au cisaillement $\tau_y$ dérivée de l'essai de cisaillement direct, avec des valeurs moyennes $\mu_{\tau_y}$ , l'écart type $\sigma_{\tau_y}$ et le coefficient de variation <i>COV</i> . . . . .	83
3.4	Valeurs des propriétés mécaniques choisies comme paramètres d'entrée aléatoires pour l'analyse de l'impression 3D en béton. . . . .	85
3.5	Solutions optimales de la largeur de la couche déposée $b$ et de la vitesse de l'imprimante $V_r$ du mur imprimée, calculées par différentes méthodes <i>RBDO</i> , à trois hauteurs totales $H_t$ différents. . . . .	93
B.1	Procédé d'optimisation de la conception à l'aide de l'approche <i>QMC</i> basée sur le krigeage . . . . .	128



# Introduction générale

La croissance de la population et l'augmentation considérable des besoins en logements, l'utilisation durable des ressources naturelles, la réduction des gaz à effet de serre et les mutations numériques et énergétiques sont parmi les enjeux d'importance majeure du secteur de la construction pour les prochaines décennies. Cette croissance du marché de la construction constitue une grande opportunité pour les entreprises à condition qu'elles puissent répondre aux exigences de développement durable et s'adapter aux évolutions des modes de construction et aux nouvelles technologies pour renforcer leur savoir-faire.

Dans ce contexte, ces deux dernières décennies ont été marquées le développement très rapide de la fabrication additive *FA* par l'impression tridimensionnelle (3D) d'éléments en béton. En profitant les fruits de l'industrie robotique et de l'évolution de la digitalisation, cette technique innovante permet de construire des structures avec une grande liberté géométrique en économisant des matériaux avec des coûts et des délais inférieurs à ceux des méthodes de construction traditionnelles. Grâce à ces avantages, ce mode de construction révèle son grand potentiel pour le procédé d'automatisation du secteur. Cependant, outre la demande de main d'œuvre qualifiée pour manipuler les nouveaux équipements, la compréhension approfondie pour optimiser puis normaliser ce procédé est une étape vitale avant sa mise en place à grande échelle. Actuellement encore en phase de développement, plusieurs verrous scientifiques restent à lever pour que ce procédé puisse se développer à échelle industrielle. Ce développement ne sera possible que si on parvient à maîtriser la qualité du produit de la construction imprimé, qui dépend de plusieurs facteurs étroitement interdépendants. On peut citer dans un premier temps le rôle décisif des propriétés mécaniques du béton au jeune âge vérifiant les critères de « pompabilité », « extrudabilité » et « constructibilité ». En effet, les bétons imprimables à l'état frais doivent être suffisamment fluides pour être « pompables » et « extrudables » sans créer de bouchons ou blocages dans les circuits d'acheminement et à la sortie de la buse d'impression. Après le dépôt en forme de filament, la rigidité et les résistances mécaniques du béton doivent évoluer rapidement dans le temps pour supporter le poids des couches superposées en assurant la stabilité et la forme géométrique de la structure imprimée. De plus, comme pour le mode de construction classique par moulage, cette nouvelle technique doit respecter les performances du béton à l'état durci en termes de résistance et de durabilité pour son usage en service et à long terme. La stabilité et la qualité de la fabrication additive dépendent également des paramètres choisis pour l'impression 3D (vitesse d'extrusion, débit de pompage, . . .), combinés avec la géométrie complexe de la structure et les propriétés du béton frais, les paramètres d'impression mal choisis peuvent générer une instabilité structurelle, flambement, après le dépôt des couches ou bien l'effondrement de la structure lorsque les résistances mécaniques du béton frais ne sont pas suffisamment développées pendant une impression rapide. À l'inverse, la diminution importante de la vitesse d'im-

pression peut affecter l'adhérence entre les couches imprimées et donc les performances mécaniques de la structure à l'état durci.

Dans le procédé d'impression 3D, la préparation de la géométrie de la structure imprimée, le choix de la formulation du matériau et la configuration de la machine avec des paramètres d'impression appropriés présentent une première étape essentielle avant la fabrication. Selon cette procédure, le prototype digital basé sur la conception assistée par ordinateur *CAO* de la structure imprimée est un préalable. Puis, ce modèle géométrique virtuel est transformé dans un format standard et découpé en couches avant d'être fabriqué par l'imprimante. L'implantation des programmes qui contrôlent les trajectoires et la vitesse du mouvement de l'imprimante, *e.g.*, les robots, dans les outils numériques est une tâche primordiale dans cette étape de préparation. À l'heure actuelle, il existe encore un manque de connaissances concernant les relations spécifiques entre les paramètres de conception, les propriétés du matériau et les paramètres d'impression pour pouvoir maîtriser cette technique. La forte interaction entre ces paramètres influence de manière significative la qualité du produit fabriqué. La première tentative pour trouver les paramètres optimaux en impression 3D correspondant à une conception donnée est basée sur une approche par essais et erreurs, en utilisant une série de vitesses d'impression, de dimensions de couche imprimée et de composition du matériau. Cependant, dès que la conception change ou que de nouveaux matériaux sont disponibles, cette procédure très coûteuse doit être relancée et les paramètres de l'imprimante doivent être modifiés en fonction des besoins. Par conséquent, une telle approche limite le développement et l'application de l'impression 3D en béton à grande échelle dans la pratique. Pour que cette technique de fabrication couche par couche soit compétitive par rapport au moulage du béton, elle doit permettre la réduction du coût et du temps de fabrication, sans compromettre la liberté géométrique et la sécurité structurelle des objets imprimés. Ainsi, en parallèle aux développements des outils de modélisation géométrique, il est nécessaire d'intégrer dans cette approche numérique la modélisation du procédé pour prédire le comportement des couches déposées et la rupture de la structure pendant l'impression du béton frais, le phénomène a été fréquemment observé dans plusieurs essais. En effet, la possibilité d'anticiper correctement les risques de défaillance de la structure imprimée grâce aux modélisations numériques dans la phase de conception, permet de mieux choisir au préalable une dimension des couches et une vitesse d'impression appropriées. Au cours de l'impression, l'actualisation de ces prédictions numériques permet de prendre les bonnes décisions vis-à-vis de la stratégie et d'actualiser les paramètres d'impression pour maximiser la réussite de cette technique de construction.

Cependant, la prédiction de défaillance de la structure en cours d'impression est une tâche difficile avec plusieurs obstacles à surmonter. D'une part, les solutions analytiques qui présentent le grand avantage de prédire instantanément le comportement structurel n'ont été développées que dans des cas très simples. Pour les structures complexes, il est incontournable de revenir vers les solutions numériques en utilisant les approches spécifiques comme la méthode des éléments finis qui sont néanmoins plus coûteux en termes de logiciels, de matériels et de temps de calcul. D'autre part, la caractérisation des propriétés mécanique du béton au jeune âge, données nécessaires de ces prédictions, présente un grand défi car aucune méthode d'expérimentation universelle ou aucune norme n'est encore disponible. Un recours aux essais classiques utilisés largement dans la caractérisation des différents matériaux de construction traditionnels, bétons frais, bétons durcis,

sols, . . . , comme l’essais de compression uniaxiale, triaxiale ou l’essai de cisaillement direct est souvent adopté. Toutefois, la nature hétérogène du béton, l’évolution rapide dans le temps de ses propriétés à l’état frais et le mode de préparation des échantillons peuvent influencer fortement les résultats obtenus au laboratoire. Les grandes dispersions observées dans ces types d’essai soulèvent la question sur l’incertitude des paramètres caractérisés et son influence sur les résultats de prédiction. À part l’incertitude du comportement du matériau, il est important de noter également que le procédé d’impression lui-même présente d’autres sources d’incertitude comme celles liées à la géométrie, dimensions de la section transversale des couches déposées et de la structure imprimée, excentricité entre les couches, qui dépendent de la stratégie et des paramètres choisis de l’impression.

D’un point de vue méthodologique, jusqu’à présent, l’analyse du comportement de la structure imprimée est basée sur un problème déterministe utilisant les valeurs moyennes des propriétés du béton frais calibrées à partir des essais. Les variations, ou incertitudes, de ces propriétés sont négligées tandis qu’une section transversale rectangulaire parfaite de la couche est considérée en ignorant les imperfections géométriques qui se produisent lors du dépôt de la couche. En outre, dans la plupart des cas, les outils numériques sont utilisés pour prédire le comportement et surtout les hauteurs avant rupture de la structure imprimée mais ils ne sont pas encore exploités pour leurs capacités et leurs potentiels, notamment dans l’optimisation du procédé de l’impression 3D en béton.

Cette thèse s’inscrit dans le cadre plus général du projet Interreg Nord-Ouest Europe *CIRMAP*, qui vise à développer une filière de valorisation des sables recyclés dans la fabrication de mobiliers urbains customisés réalisés en impression 3D. La thèse s’inscrit notamment dans le *Work Package T2* du projet et concerne le développement d’une méthodologie de conception de formes customisées pour ce type d’éléments. La nature très hétérogène et difficilement contrôlable du comportement des sables recyclés présente un grand défis pour caractériser et constitue éventuellement les grandes incertitudes du comportement du béton imprimable dans le cadre de ce projet. Dans ce contexte, le travail de recherche mené dans le cadre de cette thèse vise à présenter une procédure complète d’analyse fiabiliste dont le but est de renforcer la capacité prédictive des simulations numériques et d’augmenter leur applicabilité dans l’optimisation du procédé d’impression 3D.

Pour atteindre cet objectif, on présente dans un premier temps une méthode de quantification des incertitudes comme celles des propriétés mécaniques du béton frais. Les résultats de l’étape de quantification des incertitudes sont utilisés dans un deuxième temps comme données d’entrée des modélisations stochastiques qui permettent d’estimer la probabilité de différents modes de défaillance des structures en béton pendant le procédé d’impression. Ensuite, dans la dernière étape de la procédure développée, une combinaison de la technique d’analyse fiabiliste avec un algorithme d’optimisation permet de déterminer les valeurs optimales des paramètres d’impression et des dimensions de la couche déposée. L’ensemble de ce travail de recherche présenté dans ce mémoire est structuré en quatre chapitre.

Il s’agit dans le premier chapitre d’une étude bibliographique qui vise à recenser les principales contributions de la littérature sur l’impression 3D, en se concentrant sur la caractérisation et la modélisation numérique du comportement structurel pendant l’impression. Plus précisément, après une brève introduction sur le principe de l’impression 3D, la première synthèse est dédiée aux méthodes de caractérisation du comportement mé-

canique du béton au jeune âge qui est essentiel pour prédire les défaillances structurelles. Puis, la deuxième synthèse sur les modélisations numériques du procédé d'impression 3D permet de mettre en évidence les résultats obtenus jusqu'à présent. Après une analyse de certaines limites existantes, sont capturés les points essentiels de l'approche de la quantification d'incertitude, de l'analyse fiabiliste et de l'optimisation qui présentent les bases théoriques de la procédure proposée.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation de la méthodologie d'analyse fiabiliste de la défaillance structurelle au cours du procédé d'impression 3D. Tout d'abord, nous détaillons les hypothèses et le modèle de comportement adoptés en précisant les différents paramètres mécaniques du béton frais intervenant dans les analyses structurelles pendant l'impression 3D. Puis, la méthodologie de l'analyse fiabiliste est ensuite développée en décrivant mathématiquement les critères de défaillances et la technique de quantification d'incertitude des différents paramètres d'entrée. Les applications numériques effectuées sur la base des résultats des essais dans la littérature permettent de valider la procédure proposée.

Le troisième chapitre est dédié à l'optimisation du procédé d'impression 3D en combinant la technique d'analyse fiabiliste adoptée dans le chapitre précédent avec un algorithme d'optimisation. Nous détaillons en premier lieu cette technique d'optimisation fiabiliste dans le cadre de l'impression 3D en précisant les paramètres de conception à optimiser, la fonction de coût et les contraintes. L'application numérique de l'ensemble de la procédure proposée, la quantification d'incertitude, l'analyse fiabiliste et l'optimisation, est ensuite effectuée sur la base des essais réalisés au laboratoire pour optimiser l'impression 3D d'un objet de forme complexe.

Dans le quatrième chapitre, on s'intéresse à la prise en compte de l'effet de l'imperfection géométrique dans la prédiction de la constructibilité du procédé d'impression 3D. Après une brève synthèse, une technique pour tenir compte des imperfections géométriques est adoptée. Les applications numériques sont réalisées dans le cadre de la modélisation déterministe et d'analyse fiabiliste permettant de mettre en évidence l'influence des paramètres caractérisant l'imperfection géométrique et aussi de quantifier leur effet en comparaison avec celui des propriétés mécaniques du béton frais.

Finalement, une conclusion générale synthétise les principaux résultats de ce travail de thèse. Certaines voies potentielles sont également présentées dans cette partie pour orienter notre future recherche dans le développement de cette technologie.

# Chapitre 1

## Étude bibliographique

### 1.1 Introduction

Dans un contexte orienté vers l'automatisation de la construction, le développement de la technique d'impression 3D en béton a marqué une évolution exponentielle ces dernières années, tant dans le domaine de la recherche académique que dans l'application industrielle. La grande liberté offerte par ce procédé pour fabriquer les éléments structuraux de forme complexe en utilisant moins de matériaux et dans un délai réduit constitue l'avantage majeur de cette technique innovante par rapport aux méthodes de construction traditionnelles. Pourtant, les défis restant ont ralenti la mise en œuvre de cette technologie de fabrication additive dans les projets de construction réels malgré sa réussite dans différentes démonstrations allant de l'échelle des objets imprimés au laboratoire à l'échelle des maisons ou ouvrages d'art de petite taille. En effet, si l'impression 3D en béton se caractérise par la suppression de coffrage, ce qui est un avantage du point de vue productif et architectural, elle suppose un coût supplémentaire en termes de complexité par rapport à la construction en béton conventionnelle. En effet, en plus des exigences beaucoup plus élevées en termes du matériau, des matériels d'impression et d'outils de digitalisation, la qualité du produit fabriqué par ce procédé est fortement impactée par de nombreux paramètres qui sont souvent corrélés et difficiles à caractériser.

Ce chapitre vise à présenter l'état de l'art de l'impression 3D en focalisant notre étude bibliographique sur la prédiction des défaillances structurelles au cours de l'impression 3D. Nous commençons en premier lieu par un bref aperçu de l'histoire et de l'évolution du procédé d'impression 3D en béton d'un point de vue industriel et académique ainsi que les défis rencontrés. L'état de l'art porte ensuite sur les avancées en termes de compréhension des propriétés du matériau pour l'impression 3D, leur relation avec le procédé d'impression, depuis le pompage jusqu'à la construction de la structure, ainsi que les méthodes de caractérisation de ces propriétés. Puis une synthèse des méthodes de simulation du comportement de la structure et de son risque de défaillance au cours du procédé d'impression est effectuée. Les limites existantes des contributions dans la littérature nous ont orienté vers la méthode d'analyse fiabiliste dans l'objectif d'améliorer ces prédictions et aussi d'optimiser le procédé d'impression 3D en béton. Le cadre théorique de cette technique d'analyse probabiliste est ensuite présenté dans lequel sont abordés la méthode de quantification d'incertitude, l'approche de modélisation stochastique basée sur le métamodèle et aussi l'approche d'optimisation de la conception basée sur les analyses fiabilistes.

## 1.2 Généralités sur le procédé d'impression 3D en béton

### 1.2.1 L'évolution du procédé d'impression 3D en béton

Reculant dans les années 1930 et 1940, William E. Urschel, aux États-Unis, a développé et breveté une "machine à construire des murs" décrite comme une machine de moulage capable de façonner un matériau solidifiable en couches pour former un mur [?, ?, ?].

Elle consiste en un bras mécanique qui peut tourner à 360° autour d'un point central et former un mur en empilant des couches verticalement de manière cylindrique, Figure 1.1a. Le matériau est versé manuellement sur la trémie montée sur le bras. Le système permet de faire varier l'épaisseur de la paroi en ajustant localement le moule à l'extrémité du bras et permet d'insérer un câble à l'intérieur de la couche extrudée pour servir de renfort longitudinal. Cette technique, publiée dans le magazine "*Everyday Science and Mechanics*" en 1935, a été utilisée pour fabriquer des dômes ou des bâtiments sphériques, Figure 1.1b. Au-delà de l'absence évidente de l'aspect digital à tous les niveaux, un tel système se rapproche de ce que l'on désignerait aujourd'hui par impression 3D en béton.

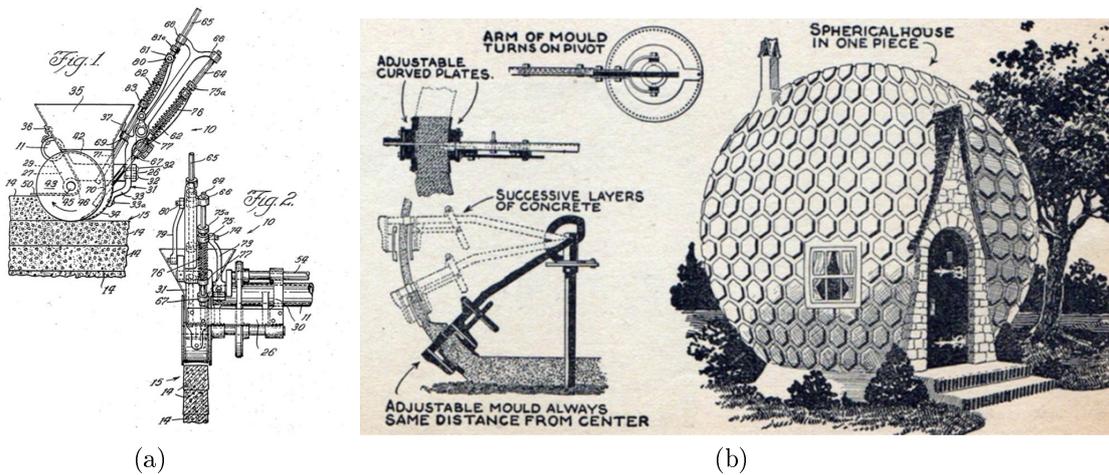


FIGURE 1.1 – Illustration du brevet d'Urschel "Machine à construire des murs" (a) [?] et vision de la construction d'une maison sphérique (b) [?].

Au cours du 20<sup>e</sup> siècle, de nombreux brevets ont été déposés sur des procédés similaires de construction additive par couches sans coffrage [?, ?, ?]. Il est intéressant de noter que les brevets [?, ?], décrivent l'incorporation des fibres comme stratégie de renforcement. Mais ce n'est qu'en 1995 que l'impression 3D en béton devient réellement un procédé de fabrication digitale [?], en reliant une géométrie tranchée conçue par un logiciel de conception assistée par ordinateur *CAO* à une imprimante pour construire des structures de forme libre. Ce procédé ouvre la voie à la personnalisation dans le secteur de la construction, en s'intégrant directement aux outils de conception numérique émergents.

La Figure 1.2 présente un diagramme fonctionnel du procédé d'impression 3D, reproduit de [?] dans le cas du procédé de dépôt sélectif sur lit de particules "binder jetting", mais il en serait de même pour l'impression 3D par extrusion. Le diagramme comprend non seulement le procédé de fabrication, mais aussi la partie conception (modèle numérique

par logiciel de *CAO*), et les interactions par l'intermédiaire d'un contrôleur de procédé. Par comparaison, le schéma fonctionnel de la machine de construction de murs Urschel se limiterait au procédé de fabrication, tandis que le contrôleur de procédé serait remplacé par un travailleur humain et que la phase de conception numérique n'existerait pas.

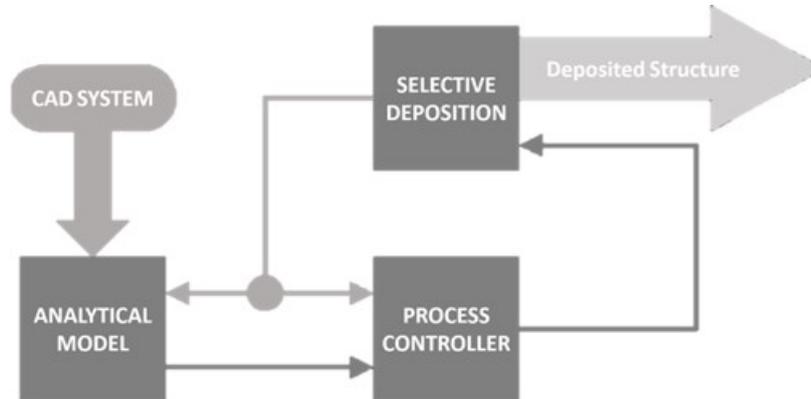


FIGURE 1.2 – Diagramme fonctionnel du processus de construction par couches, reproduit de [?].

Suite à Pegna [?], Khoshnevis [?] de l'Université de Californie du Sud a commencé à développer la technologie *Contour Crafting CC*. Il s'agit du premier système à grande échelle pour l'impression 3D par extrusion de matériaux cimentaires. Sa particularité réside dans l'utilisation de truelles latérales placées à côté de la buse d'extrusion, qui façonnent le matériau extrudé et lissent les surfaces pendant l'impression, voir Figure 1.3a. Cette technique permet l'utilisation des divers matériaux (polymères, boues, céramiques...) avec la possibilité d'une co-extrusion de plusieurs matériaux. *Contour Crafting* est toujours en cours de développement pour la construction à grande échelle de bâtiments ou de maisons imprimés en 3D sur site, à l'aide d'extrudeuse attachée à un mécanisme de pont portique, dimensionné en fonction de la structure finale, Figure 1.3b.

Dans la même période, l'ingénieur italien Dini [?] a mis au point une technique appelée *D-Shape*. Contrairement au *Contour Crafting* basé sur l'extrusion, dans la technique *D-Shape* les couches ne sont pas extrudées mais formées par l'injection d'un liant sur un lit de sable à l'endroit où la pièce doit être solide. Depuis sa création en 2007, de nombreux objets à grande échelle ont été imprimés. L'un de ses premiers objets, le *Radiolaria* présenté sur la Figure 1.4a, est une illustration des énormes possibilités en termes de liberté de conception offertes par ce procédé. Plus récemment, l'entreprise espagnole ACCIONA a réalisé un pont piétonnier à Madrid en 2017, Figure 1.4b. Cependant, ce procédé devient peu pratique pour les très grandes structures en raison des dimensions nécessaires du système d'impression et de la quantité de matériau requise.

Le début des années 2010 a marqué une expansion mondiale de la fabrication additive par extrusion, ouvrant la voie à une évolution dans le domaine de l'impression 3D. Des programmes de recherche sur l'impression 3D en béton ont été lancés par des universités européennes telles que Loughborough et Eindhoven. Parallèlement, des entreprises telles que WinSun, XTreeE et ApisCor se sont implantées dans le monde entier, démontrant le potentiel de l'impression 3D dans la construction en mettant en oeuvre des projets de plus en plus ambitieux, voir Figure 1.5. À ce jour, plus de 30 laboratoires de recherche

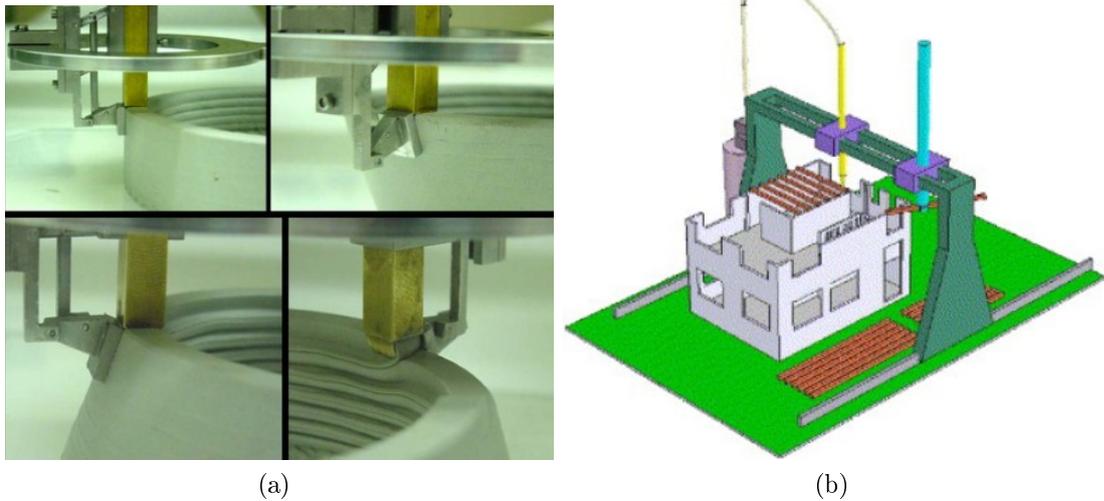


FIGURE 1.3 – Technique de contour crafting tirée de [?] : la buse d’extrusion et les truelles latérales qui lissent la surface des couches (a), et illustration de l’impression 3D d’un bâtiment entier à l’aide d’un grand portique (b).

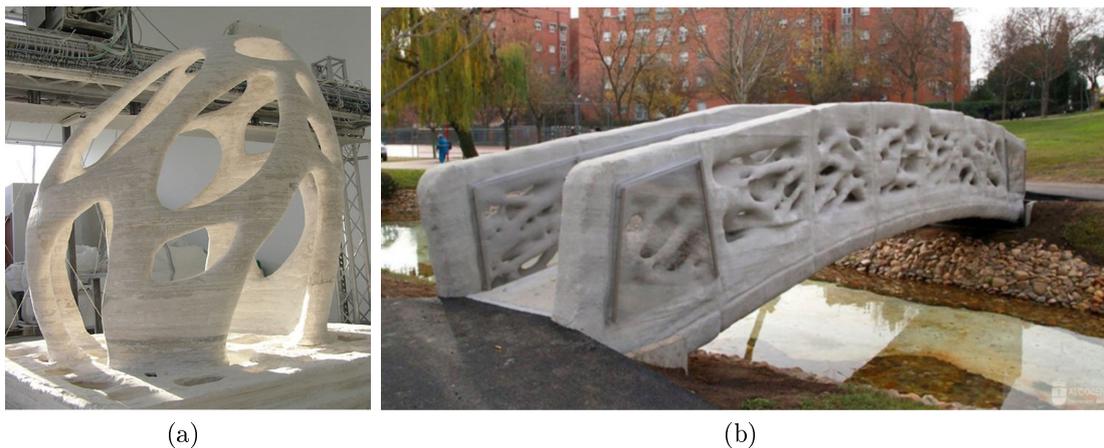


FIGURE 1.4 – Objets construits par une imprimante 3D *D – Shape* : Radiolaria (a) et pont piétonnier (b) [?].

se consacrent spécifiquement à l’étude de l’impression 3D pour la construction [?]. Il en résulte une augmentation significative des publications scientifiques sur ce sujet, indiquant un intérêt croissant pour cette technologie innovante et en développement.

### 1.2.2 Démonstrations du potentiel de la technologie d’impression 3D en béton

La technologie d’impression 3D en béton offre une multitude d’avantages qui transcendent les méthodes de construction traditionnelles. Tout d’abord, le fait qu’elle s’appuie sur des techniques de fabrication automatisées soutenues par des systèmes robotiques réduit le besoin de travail manuel, ce qui permet d’accroître la productivité de la construc-

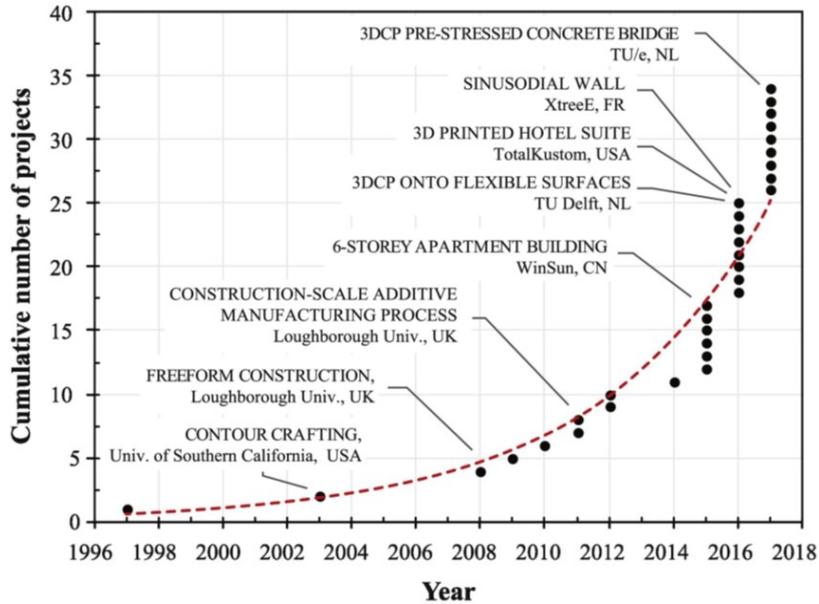


FIGURE 1.5 – Évolution des applications et des projets réalisés par l'impression 3D en béton de [?].

tion. Ainsi, le procédé d'impression 3D élimine le besoin de coffrage dans la fabrication des structures en béton, ce qui réduit considérablement les dépenses de matériel et permet d'offrir une grande liberté architecturale. Ces avantages révolutionnent collectivement le processus de construction, le rendant plus efficace, plus rentable et plus adaptable à des exigences de conception des géométries complexes.

Plusieurs applications remarquables de l'impression 3D en béton dans le secteur de la construction se distinguent par leur conception spéciale axée sur la fabrication additive. Par exemple, XtreeE a imprimé la colonne Krypton en 2016, un pilier en forme de tresse, Figure 1.6a, profitant de la liberté architecturale offerte par l'impression 3D en béton et qui n'aurait pas pu être fabriquée facilement avec une autre technologie [?]. Le projet intègre la fabrication additive pour créer le coffrage perdu, qui est ensuite rempli de béton haute performance. La structure de la colonne est mécaniquement optimisée, visant à minimiser l'utilisation de matériaux et à obtenir une forme organique.

Une autre application prometteuse consiste sur la combinaison de la fabrication additive et de l'optimisation topologique. La Figure 1.6b montre un pont fabriqué à l'université de Gand, qui est optimisé topologiquement pour minimiser l'utilisation de matériaux tout en garantissant des performances structurelles optimales [?]. Le pont est imprimé en voussoirs individuels, qui sont ensuite assemblés puis précontraints.

Un autre cas notable d'utilisation de l'impression 3D en béton dans la construction concerne la création d'une poutre durable en béton armé optimisée mécaniquement selon les directives de l'Eurocode 2 [?], Figure 1.6c. La technologie d'impression 3D est utilisée pour construire le coffrage de la poutre, qui est ensuite renforcé et rempli de béton. La mise en oeuvre des techniques de conception computationnelle et de fabrication numérique des structures conventionnelles dans le cadre de ce dernier projet pourrait faciliter une adoption plus rapide dans l'industrie de la construction.

Ces exemples illustrent l'importance de la technologie de l'impression 3D principale-

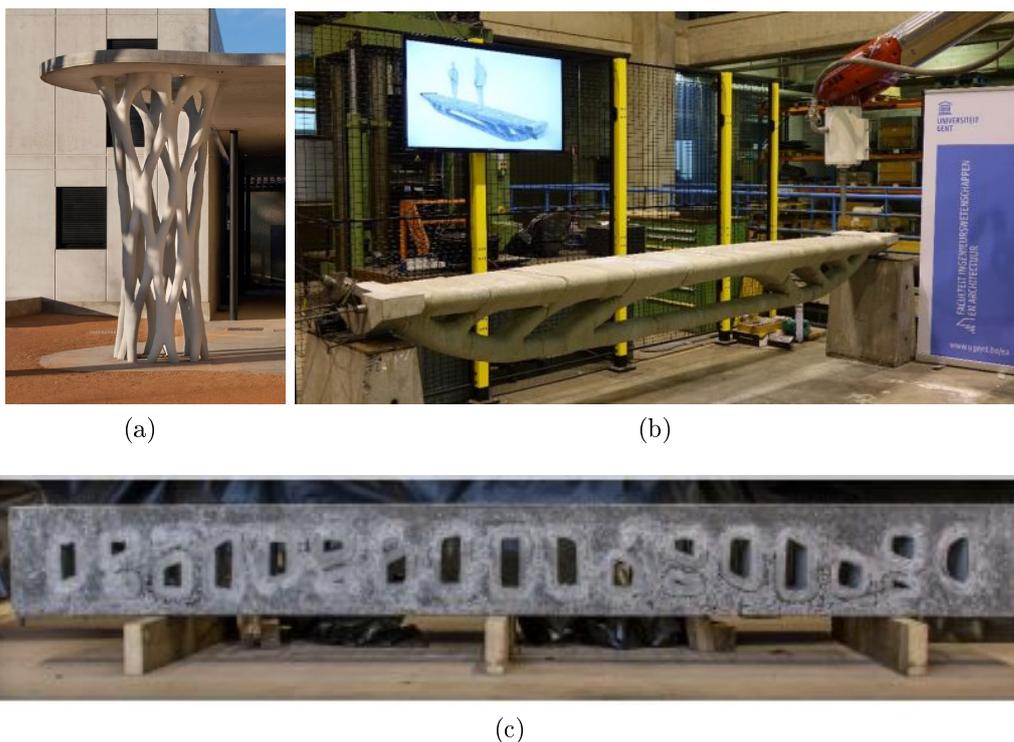


FIGURE 1.6 – Différentes applications de la technologie de l'impression 3D : colonne de Krypton par XtreeE [?] (a), pont post-tension optimisé topologiquement par l'Université de Gand [?] (b) et poutre en béton armé optimisée mécaniquement [?] (c).

ment lié à son potentiel géométrique au service de la réduction des matériaux et de l'efficacité structurelle. Grâce à cette nouvelle technologie, des meubles tels que des chaises, des tables ou des tabourets ont été produits pour un usage domestique, et d'autres ont été trouvés dans le domaine de la décoration urbaine, comme des bancs ou des pots de fleurs par exemple, voir Figure 1.7a. Au-delà des avantages esthétiques, l'impression 3D est également intéressante pour sa liberté géométrique permettant la fabrication de récifs sous-marins artificiels qui peuvent être spécifiquement conçus pour offrir un abri à la vie marine, Figure 1.7b.

Enfin, le potentiel du procédé d'impression 3D en béton s'étend au-delà de la liberté architecturale et donne lieu à de nouvelles applications dans le secteur de la construction. En particulier, la rapidité du procédé devient un avantage significatif lorsque l'urgence est en jeu. C'est ce qui s'est passé lors de l'épidémie de coronavirus à Wuhan, en Chine, où plusieurs maisons imprimées en 3D, chacune fabriquée en seulement deux heures, ont été créées et installées pour les patients mis en quarantaine [?]. En plus, en raison des faibles besoins d'intervention humaine, la fabrication additive est considérée comme avantageuse pour la construction dans des environnements extrêmes [?], tels que la Lune ou Mars, dans un avenir prévisible.



FIGURE 1.7 – Meubles urbains [?] (a) et structures de récifs artificiels [?] (b), construits par impression 3D en béton.

### 1.2.3 Les défis technologiques du procédé d'impression 3D en béton

Considérée comme une technologie très prometteuse pour le secteur de la construction, la fabrication additive présente encore des défis à relever qui ralentissent sa mise en oeuvre sur des projets réels. Cela peut être attribué au manque de connaissances liées au comportement du matériau, au contrôle du procédé et à l'efficacité structurelle d'une structure imprimée [?, ?, ?].

À titre d'exemple, la liberté architecturale de l'impression 3D en béton se fait au prix de l'absence de coffrage, qui est pourtant un élément important dans la phase de durcissement du matériau. En effet, dans la méthode de coulage traditionnelle, le coffrage a plusieurs rôles, tels que façonner le matériau dans la géométrie souhaitée, maintenir le matériau jusqu'à ce qu'il ait pris et également protéger la surface du matériau pendant le durcissement pour éviter la perte d'eau qui peut affecter le procédé d'hydratation et conduire au retrait et à la fissuration. Ce dernier, est l'un des principaux obstacles à l'impression 3D sur site où le matériau frais est exposé au vent, aux changements de température et d'humidité, ce qui est susceptible d'affaiblir ses propriétés après durcissement [?]. Par conséquent, en l'absence de coffrage, le matériau doit supporter seul toutes les charges intervenant pendant le procédé. Ainsi, contrairement aux applications classiques du béton, où les propriétés du matériau ne sont importantes qu'à partir du décoffrage, l'évolution de ces propriétés guide l'ensemble du procédé de fabrication additive, du pompage à l'extrusion, au dépôt des couches jusqu'à la finalisation de la structure. Il est donc crucial d'avoir une bonne connaissance du comportement et des propriétés du béton au cours du temps pour assurer un bon procédé de fabrication et optimiser le temps d'impression. Des méthodes de caractérisation classiques peuvent être mises en oeuvre pour comprendre l'évolution des propriétés du matériau [?, ?]. Cependant, dans certains cas l'utilisation des équipements de mesure existants est inadéquate et des nouvelles méthodes doivent alors être développées. Il n'existe pas encore de méthode normalisée pour mesurer l'évolution des propriétés mécaniques des mortiers dès la fin du malaxage, mais les méthodes existantes seront décrites plus loin.

Le renforcement structurel présente également un véritable défi technologique pour le

procédé de fabrication additive, qui suscite un intérêt croissant dans la recherche [?, ?]. La résistance en traction du béton est faible et l'ajout d'armatures est nécessaire pour améliorer sa capacité portante aux charges de traction et de flexion et aussi pour assurer la ductilité. Deux méthodes principales sont utilisées. La première consiste à incorporer des fibres courtes dans le mélange, comme dans le cas des bétons fibrés à ultra-hautes performances [?]. La deuxième méthode consiste à ajouter des fibres longues en continu dans la buse, comme l'ont montré les études [?, ?]. Cette dernière méthode produit un matériau anisotrope et il est donc essentiel d'étudier soigneusement le choix de la trajectoire de l'outil en fonction de l'état final des contraintes structurelles.

De plus, le procédé de superposition des couches en béton pose un problème d'adhérence aux interfaces entre les couches qui peuvent affecter de manière significative le comportement structurel à l'état durci (diminution de résistance à la compression, résistance à la flexion, etc.) [?]. Le problème concerne le gradient de structuration entre les deux couches, quand le temps entre le dépôt des couches successives est trop long [?, ?]. Pour le coulage en multi-couche, Roussel [?] a défini un temps critique en fonction du taux de structuration du matériau, au-delà duquel la liaison entre deux couches successives s'affaiblit. Cependant, selon [?, ?], la perte d'adhérence des interfaces entre couches devient plus prononcée lorsque ces dernières sont exposées à un séchage rapide en surface. Pour réduire les défauts de liaison, certaines études envisagent de renforcer l'interface entre les couches successives par l'ajout d'une colle intercalaire [?] ou par l'incorporation de clous créant ainsi un renfort transversal capable de résister aux contraintes de traction et de cisaillement [?], comme l'illustre la Figure 1.8.

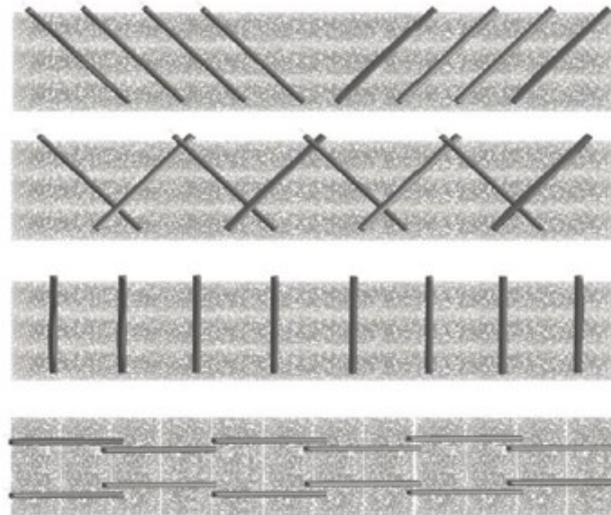


FIGURE 1.8 – Renforcement de l'interface entre les couches successives par clouage [?].

Globalement, la qualité des pièces en béton imprimées en 3D peut être affectée par de nombreux paramètres qui sont interdépendants et donc la modification d'un paramètre peut avoir des effets inattendus sur le résultat obtenu. Par exemple, la vitesse d'impression  $V_r$  peut influencer deux caractéristiques importantes du matériau. En réduisant la vitesse d'impression  $V_r$ , le béton des couches inférieures a plus de temps pour se structurer et ces dernières peuvent ainsi mieux supporter le poids des couches supérieures. Bien que cela puisse sembler avantageux, il en résulte une période plus longue entre les couches, ce qui

peut affecter la cohésion entre elles. L'impression 3D en béton est donc un procédé global, qui ne peut pas être considéré comme un problème d'optimisation linéaire, mais plutôt comme un problème multi-objectifs, comme l'illustre la Figure 1.9. Pour cette raison, afin de contrôler le comportement structurel à l'état frais et durci, une relation entre tous ces paramètres doit être établie et un équilibre entre tous les objectifs doit être trouvé, tout en garantissant que la structure est à la fois imprimable et stable à la fin du procédé.

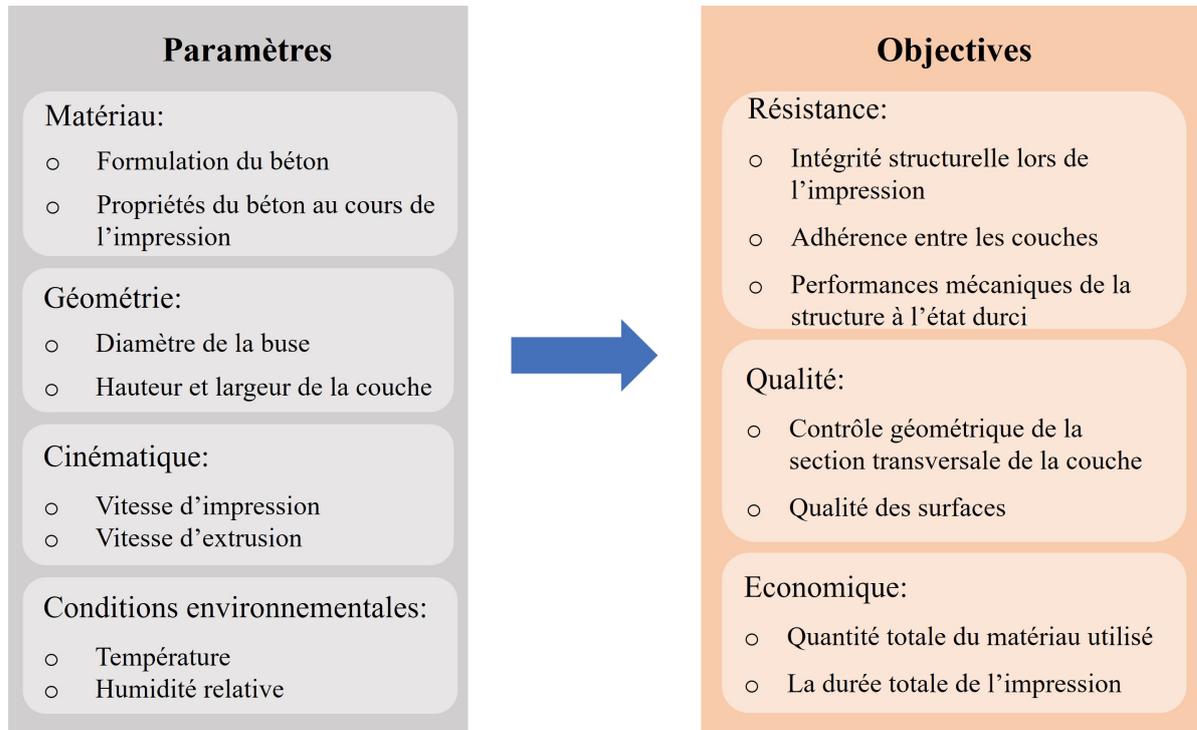


FIGURE 1.9 – Représentation des multi paramètres et objectifs intervenant dans le processus d'impression 3D [?].

### 1.3 Propriétés mécaniques au jeune âge du béton imprimable : exigences et méthode de caractérisation

Le procédé d'impression 3D en béton peut être divisé en trois étapes : (1) le transport du matériau imprimable de la pompe à la buse ; (2) l'extrusion du matériau à travers la buse mobile formant un filament individuel ; (3) la poursuite de l'impression par l'extrusion d'un nouveau filament déposé au-dessus de la couche précédente. La Figure 1.10 illustre les différentes étapes du procédé d'impression 3D en béton.

L'impression 3D en béton est possible grâce aux propriétés « naturelles » du matériau utilisé, qui passe d'un état de fluide visqueux à un état solide [?]. Il peut donc être pompé et extrudé sous sa forme fluide et ensuite se structurer vers l'état solide sous forme de couche jusqu'à la prise finale. Ainsi, la rhéologie et les approches de la mécanique des fluides sont généralement adoptées pour quantifier la pompabilité ou pour prédire la forme de la section transversale des couches imprimés en 3D. En parallèle, les approches de la mécanique des solides sont adoptées pour la quantification de la constructibilité [?].

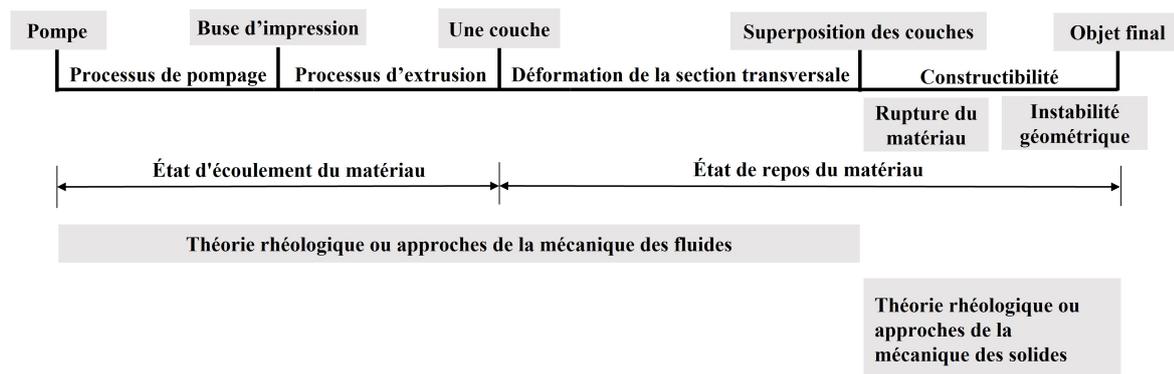


FIGURE 1.10 – Les étapes de procédé d'impression 3D en béton et leurs concepts physiques [?].

Cette section décrit plus en détail le procédé d'impression 3D par extrusion du béton en mettant l'accent sur le comportement du matériau et les exigences en relation avec le procédé d'extrusion, du pompage à la construction de la structure. Ensuite les essais expérimentaux pour caractériser les propriétés mécaniques essentielles du béton imprimable utilisées dans la littérature sont présentés.

### 1.3.1 Exigences des propriétés mécaniques du béton imprimable à différents phases du procédé d'impression 3D

Dans le procédé d'impression 3D, le béton frais passe par différentes étapes, chacune imposant certaines exigences. Après avoir été malaxé, le béton frais est pompé, puis extrudé, dans ces deux phases certaines propriétés rhéologiques du matériau sont requises. Ensuite, une fois qu'une couche a été extrudée, d'autres critères sont imposés au matériau récemment déposé afin de maintenir sa géométrie. Comme le procédé d'extrusion se poursuit couche par couche, le matériau frais doit supporter l'augmentation progressive de la charge jusqu'à ce qu'une géométrie collective soit créée.

#### Pompage et extrusion

Cette phase du procédé d'impression 3D concerne le mouvement du béton à l'état fluide en traversant un système composé de pompes, de tuyaux et d'une buse. Le succès de cette phase repose sur deux caractéristiques clés du matériau, la pompabilité et l'extrudabilité [?, ?]. La pompabilité désigne la facilité de transport du béton frais de la pompe à la buse sans blocage. En revanche, l'extrudabilité fait référence à la capacité du matériau à être extrudé de manière continue à travers la buse sans présenter de ségrégation ou de filtration et sans s'écouler sans l'application d'une pression.

En général, au jeune âge, le béton est considéré comme un matériau visco-plastique [?], caractérisé par un seuil de cisaillement  $\tau_0$  qui détermine quand le matériau commence et cesse de s'écouler. Différents modèles ont été définis dans la littérature pour décrire ce comportement d'écoulement, dont les plus adaptés sont le modèle linéaire de Bingham [?] et le modèle non linéaire de Herschel-Bulkley [?]. Due à sa simplicité, le modèle de Bingham est largement considéré pour décrire le comportement visqueux du matériau qui est

caractérisé par un paramètre de viscosité  $\eta$  reliant le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  à la contrainte de cisaillement  $\tau$ .

Au cours de cette phase, il est avantageux d'avoir un niveau élevé de maniabilité, ce qui traduit un seuil de cisaillement et une viscosité relativement faible, pour réduire les frottements, éviter les blocages et garantir l'extrusion régulière. De plus, avec les progrès des techniques de renforcement pour le béton imprimé en 3D par des fibres, il est essentiel que le matériau soit suffisamment fluide pour envelopper efficacement le renforcement et établir une forte liaison.

### Dépôt d'une couche du matériau et rétention de forme

La phase de dépôt du matériau consiste à s'assurer que les couches imprimées sont disposées conformément à la géométrie ciblée. Pouvoir assurer la forme souhaitée du filament en fonction des propriétés du matériau frais et des paramètres d'extrusion est un défi majeur pour l'impression du béton. Le matériau frais est extrudé à travers une buse, dont la forme de l'ouverture, généralement conique ou rectangulaire, influence la géométrie de la couche. Du point de vue du matériau, deux régimes asymptotiques ont été distingués au niveau de la buse lors de l'extrusion des matériaux cimentaires [?, ?, ?, ?], et ils ont un impact direct sur le contrôle de la couche après l'extrusion et par la suite sur la stabilité structurelle globale.

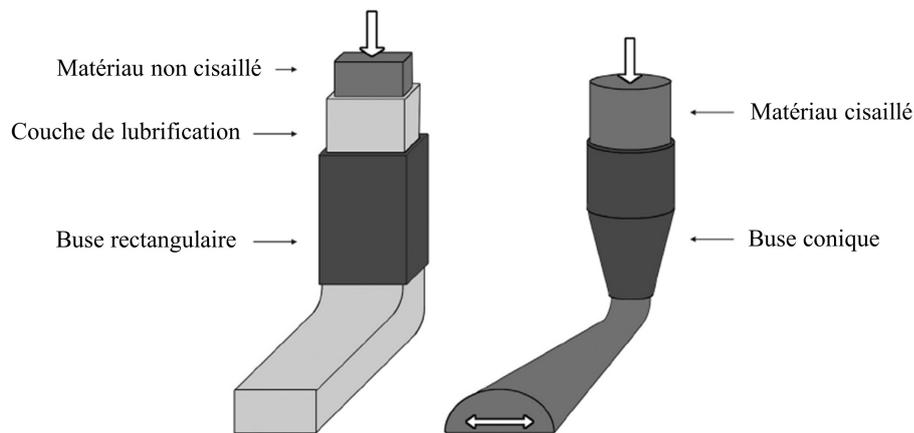


FIGURE 1.11 – Deux stratégies asymptotiques d'extrusion du béton en impression 3D : l'extrusion de briques infinies (a) et le dépôt en flux libre (b). Reproduit de [?].

Dans le premier régime appelé "extrusion en briques infinies", Figure 1.11a, le matériau reste non cisailé pendant l'extrusion et il possède un seuil de cisaillement  $\tau_0$  qui dépasse les contraintes causées par la gravité ou la pression de pompage. Par conséquent, la couche sort de la buse sous la forme d'un filament rigide, dont la forme est principalement imposée par l'ouverture de la buse, généralement de forme rectangulaire. Cela permet d'améliorer le contrôle géométrique. Cependant, la simplicité de ce procédé est contrebalancée par des limitations en termes de diversité géométrique réalisable, où les couches ne peuvent être superposées que verticalement avec l'impossibilité d'imprimer avec une buse inclinée. Cela limite la fabrication d'un porte-à-faux "cantilever" à la superposition des couches superposées non centrées, d'où le risque d'une déformation locale du filament partiellement

déposé sans support et par la suite une défaillance prématurée [?], comme illustré sur la Figure 1.12a. Une autre limitation résultant de la mise en forme de la couche par la buse est l'exigence de toujours diriger l'extrusion dans la direction de la couche pour éviter la torsion dans le coin, voir Figure 1.12b.

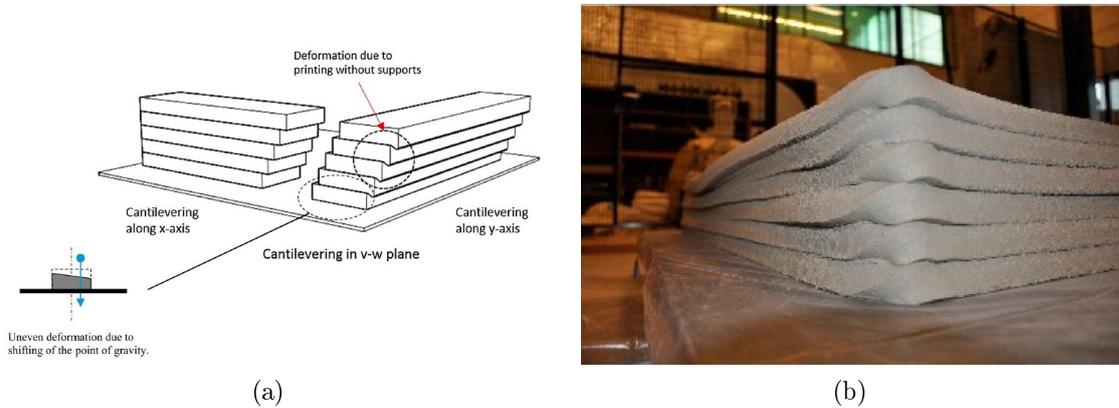


FIGURE 1.12 – Limites de la stratégie d'extrusion de briques infinies : déformation locale due au cantilever (a) et à la torsion des couches (b) [?].

Dans le second régime appelé "dépôt en flux libre", Figure 1.11b, le matériau est entièrement cisailé avant l'extrusion dans une buse généralement circulaire, soit parce que son seuil de cisaillement est faible, soit parce qu'il est cisailé par une vis ou une contraction [?]. Il convient de noter que, pour contrôler la géométrie et/ou améliorer la liaison entre les couches, dans certains cas, le matériau est pressé verticalement à travers la buse "stratégie de pressage des couches", de sorte qu'il est comprimé et déformé jusqu'à ce que l'épaisseur du filament soit égale à la distance entre la buse et la couche précédente. Cependant, une telle situation induit une pression locale sur les couches inférieures, qui peut déformer davantage la couche ou menacer la stabilité globale de l'objet imprimé.

Après l'extrusion et le dépôt de la couche, les exigences se portent sur la couche individuelle pour qu'elle soit stable et que sa forme soit contrôlée. Un seuil de cisaillement suffisamment élevée est alors nécessaire pour résister aux contraintes causées par la gravité due au poids propre de la couche et à la pression supplémentaire induite par la buse pendant l'extrusion dans le cas de l'impression par pressage des couches. Bien que les contraintes appliquées restent inférieures à la valeur de seuil de cisaillement, il est important que le matériau possède également une rigidité suffisante pour minimiser les déformations. Il est évident que les critères de rigidité et de résistance requis immédiatement après l'extrusion sont en contradiction avec les exigences de maniabilité du procédé.

De plus, pour maintenir une section transversale constante du filament, il est essentiel que le procédé d'impression soit effectué à la vitesse nominale, ce qui signifie que le débit d'extrusion du matériau soit adapté à la vitesse de déplacement de la buse (vitesse d'impression  $V_r$ ), ou vice-versa. En effet, lorsque l'impression est "trop rapide" ou "trop lente" par rapport au débit du matériau ciblé, le filament est susceptible de se déchirer, se fissurer ou se plier dans la direction du dépôt (instabilité d'une couche individuelle), comme le montre la Figure 1.13, ce qui compromet la précision géométrique et la durabilité globale de l'objet imprimé. Par exemple, lors de l'impression des couches courbées, il y a une variation dans le taux de déposition de matériau entre l'intérieur du filament (du côté

du centre de courbure) et à l'extérieur. Il en résulte une déchirure et/ou fissuration du bord extérieur du filament et l'inclinaison de la section imprimée en raison de l'inégalité du dépôt. Il est donc essentiel de respecter un rayon de courbure minimal, qui dépend fortement des paramètres du procédé d'impression, des caractéristiques du matériau et de la forme du filament. En outre, il est également envisageable d'améliorer la résistance à la traction ou la déformation critique du matériau imprimable, en réduisant de fait sa rigidité [?]. Cependant, cela pose une exigence contradictoire par rapport à la performance du matériau nécessaire pour maintenir sa forme après l'extrusion.



FIGURE 1.13 – Déchirure du filament (a) et instabilité du filament (b) [?].

### Impression et superposition des couches

Une fois que les conditions requises pour déposer une couche individuelle ont été remplies, des couches successives se superposent verticalement pour construire une structure. Alors que le coffrage est traditionnellement utilisé pour confiner le matériau lorsqu'il est encore à l'état frais, en son absence, le matériau doit avoir la capacité de supporter l'augmentation progressive des charges induites par la gravité au fur et à mesure que les couches successives sont déposées. Cette caractéristique du matériau est désignée sous le terme « constructibilité », qui se rapporte à la capacité d'imprimer un certain nombre des couches ou une certaine hauteur. À défaut de remplir ce critère, une défaillance structurelle peut se produire pendant l'impression, généralement reconnue soit par un flambement élastique, une défaillance d'instabilité géométrique, ou un effondrement plastique, une rupture du matériau [?, ?, ?, ?, ?, ?], comme l'illustre la Figure 1.14. Le mode de défaillance qui régit le procédé dépend des facteurs tels que la géométrie de l'objet, les propriétés du matériau et les paramètres du procédé d'impression.

En effet, à l'exception de la phase de pompage et extrusion qui est relativement rapide, le matériau reste au repos pendant la plus grande partie de la durée du procédé d'impression. C'est donc le comportement élasto-plastique du matériau au jeune âge qui est significatif pour la réussite du procédé d'impression, plus que son comportement visco-plastique [?, ?]. La microstructure du béton frais au repos, a la capacité de se structurer progressivement, en raison, à la fois de la floculation (forces inter-particulaires) et à la nucléation (formation de ponts d'hydrates entre les particules floculées) [?]. Ainsi, lorsque

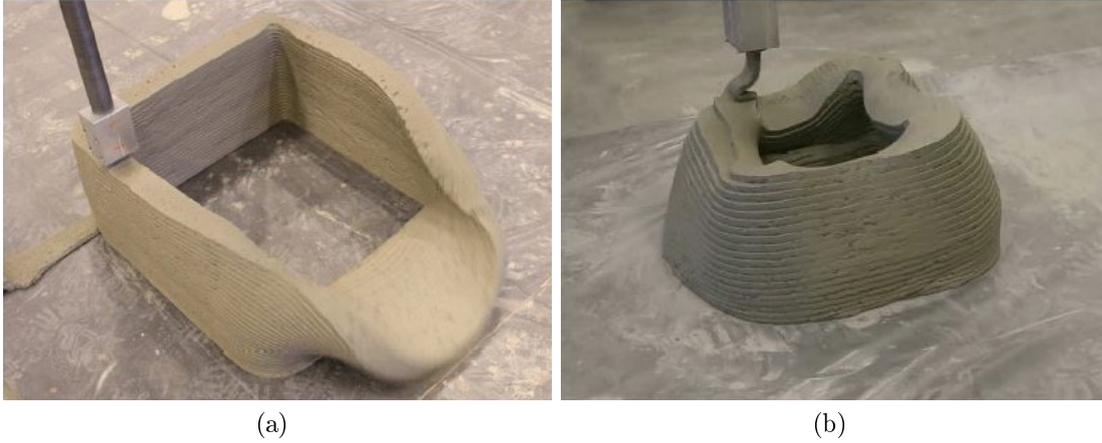


FIGURE 1.14 – Rupture lors de l’impression 3D en béton : flambement élastique (a) et effondrement plastique (b). Reproduit de [?].

le matériau est déposé, il atteint un état statique et présente une limite d’élasticité et une rigidité élastique initiales. Tant qu’il reste au repos, ces propriétés évoluent en fonction du temps au cours du procédé d’impression.

Pour éviter toute défaillance structurelle pendant l’impression, le taux d’évolution des propriétés du matériau (le taux de structuration) doit être en compétition avec l’augmentation de la charge. Cette augmentation de la charge dépend également du temps et est définie par la vitesse de croissance verticale de l’objet  $\dot{l}$ , qui à son tour est liée à la taille de l’objet, à la vitesse d’impression  $V_r$  et à la géométrie d’une couche unique [?]. Cette relation peut être exprimée par :

$$\dot{l} = \frac{Q}{V_r \cdot b \cdot T_h} \quad (1.1)$$

où  $Q$  est le volume du matériau déchargé de la buse d’impression par unité de temps,  $b$  la largeur d’une couche, et  $T_h$  la période nécessaire pour imprimer une couche du matériau.

La manière la plus simple d’évaluer la constructibilité est généralement basée sur des tests d’impression [?, ?, ?, ?], qui consistent à imprimer une structure d’une certaine géométrie jusqu’à ce qu’elle s’effondre, à mesurer le nombre des couches au moment de l’effondrement et à noter le type de défaillance ; ou à l’imprimer jusqu’à un nombre prédéfini de couches et à évaluer sa déformation [?]. Cependant, cette stratégie requiert du temps et du matériel et n’est donc pas conforme à l’objectif de cette nouvelle technologie de réduire le coût de construction. Plus récemment, des modèles analytiques ont été présentés pour relier l’augmentation progressive de la charge due à l’ajout des couches imprimées, à une contrainte de rupture déterminée par le seuil de cisaillement en fonction du temps de l’impression ou de la vitesse de structuration [?, ?, ?, ?, ?]. L’évolution du seuil de cisaillement  $\tau_0$ , est généralement exprimée par le paramètre  $A_{thix}$  qui représente le taux de structuration du matériau au repos, soit par le modèle linéaire de Roussel [?] exprimé dans l’équation (1.2), soit par le modèle exponentiel de Perrot [?] dans l’équation (1.3) :

$$\tau_0(t_{repos}) = \tau_0 + A_{thix} \cdot t_{repos} \quad (1.2)$$

$$\tau_0(t_{repos}) = \tau_0 + A_{thix} \cdot t_{repos} \cdot (e^{t_{repos}/t_c} - 1) \quad (1.3)$$

où  $t_{repos}$  est le temps de repos après le dépôt;  $\tau_0$  est le seuil de cisaillement initiale  $t_{repos} = 0$ ;  $A_{thix}$  est le taux de structuration du matériau au repos; et  $t_c$  est le temps caractéristique dont la valeur est ajustée pour obtenir la meilleure corrélation avec les résultats expérimentaux.

En adoptant le critère de plasticité de Von-Mises, Perrot et al. [?] ont proposé une formule analytique pour exprimer la hauteur critique  $H_{cr,p}$  qui induit l'effondrement plastique de la première couche :

$$H_{cr,p} = \frac{\sqrt{3} \cdot \tau_0(t)}{\rho \cdot g} \quad (1.4)$$

où  $t$  est le temps écoulé depuis le début de l'impression (conformément au temps de repos après le dépôt,  $t_{repos}$ ),  $\rho$  est la densité du matériau imprimé et  $g$  est la constante d'accélération gravitationnelle.

De même, Wangler et al. [?] définissent un vitesse d'impression maximale  $V_{r,max}$ , au-delà de laquelle un effondrement plastique se produirait en fonction du taux de structuration du matériau  $A_{thix}$ , de la hauteur de couche  $h$  et de la longueur de couche  $L$  :

$$V_{r,max} = \frac{\sqrt{3} \cdot L \cdot A_{thix}}{\rho \cdot g \cdot h} \quad (1.5)$$

Dans leur contribution, Kruger et al. [?] ont proposé un modèle rhéologique bi-linéaire en séparant la période de re-floculation de la période de structuration. Basé sur ce modèle et le critère de défaillance plastique de Tresca, une solution analytique a été proposée qui détermine la limite inférieure de la constructibilité. Jeong et al. [?] ont développé un autre modèle rhéologique pour s'adapter plus fidèlement au procédé d'impression 3D, où ils ont pris en compte le temps entre l'injection de l'accélérateur et l'extrusion du matériau. Dans cette étude, la contrainte de cisaillement maximale dans le béton frais stratifié a été calculée à partir de la condition d'équilibre des forces. Le modèle proposé permet de définir les exigences rhéologiques pour l'impression de la structure linéaire en évitant l'effondrement plastique.

Bien que ces approches analytiques constituent un bon point de départ pour prédire les défaillances, elles concernent un critère de défaillance purement basé sur la résistance, alors que les défaillances au niveau de l'impression peuvent être initiées par une perte de stabilité géométrique. En outre, ces approches supposent que la couche de base est la couche critique, puisqu'elle est soumise au poids le plus élevé, ainsi qu'elles sont indépendantes de la géométrie de l'objet et ne tiennent pas compte du gradient des propriétés du matériau en fonction de la hauteur de l'objet. Toutefois, compte tenu de la liberté géométrique qui accompagne l'adoption du procédé d'impression 3D, des géométries plus complexes peuvent être créées, et les couches peuvent ne pas être empilées exactement les unes sur les autres, soit pour les objets en porte-à-faux, soit en raison d'imperfections/vibrations dans le procédé d'impression. De plus, le procédé d'impression lui-même n'est pas nécessairement constant, car des arrêts peuvent se produire ou la stratégie d'impression peut changer d'une couche à l'autre. Dans ces cas, des approches fondées sur la

mécanique des solides sont préférées afin de prendre en compte les deux modes de rupture dans l'évaluation de la constructibilité lors de l'impression. Cependant, toute approche doit considérer le développement des propriétés mécaniques, y compris la rigidité et les résistances, et la géométrie 3D de l'objet imprimé au fil du temps. À cette fin, des approches numériques sont largement adoptées dans la littérature pour simuler l'impression d'un objet, sur la base d'une approche de la mécanique des solides dont les paramètres d'entrée comme les propriétés des matériaux en fonction du temps sont caractérisés à partir d'essais expérimentaux au laboratoire.

### 1.3.2 Caractérisation des propriétés du béton imprimable au jeune âge et de leurs évolutions

La prédiction du comportement structurel pendant le procédé d'impression dépend fortement du comportement du béton imprimable au jeune âge. La caractérisation des propriétés mécaniques du béton frais présente ainsi un intérêt particulier pour la conception et la préparation avant la fabrication additive. Cependant, ces propriétés évoluent de manière significative pendant la durée d'un procédé d'impression standard. Il est donc nécessaire d'utiliser une technique de mesure qui soit à la fois simple à réaliser et capable de fournir un résultat continu ou à haute fréquence. En outre, ces propriétés sont susceptibles d'être nuancées par divers facteurs associés au procédé d'impression, tels que l'énergie induite par le pompage et la friction du système, le compactage et la température. Il est donc essentiel que les échantillons soient préparés en représentant au mieux ces conditions.

Jusqu'à présent, il n'existe pas de procédure standard pour caractériser les propriétés du béton imprimable au jeune âge. Les méthodes d'essai disponibles pour le béton frais se concentrent principalement sur l'évaluation du matériau lorsqu'il est à l'état fluide, par exemple au moyen d'essais d'affaissement ou de rhéomètres. Toutefois, ces méthodes conventionnelles ne semblent pas être adaptées pour caractériser les propriétés mécaniques du béton imprimable qui sont utilisées comme les données d'entrée pour les prédictions utilisant le principe de mécanique du solide.

Une adaptation des essais valables pour le béton frais, béton durci et pour les sols pourrait être envisagée pour la caractérisation des propriétés mécaniques du béton imprimable. Toutefois, le choix de plusieurs facteurs cruciaux dans ces types d'essai reste encore une question ouverte, comme la taille représentative de l'échantillon, l'équipement d'essai, le taux de chargement ou de déplacement imposé, la méthode de préparation de l'échantillon liée à la technique de moulage et au compactage du matériau, les conditions environnementales et les appareils de mesure. Une définition précise de ces conditions d'essai en relation avec les paramètres primaires du procédé d'impression, tels que l'installation d'impression et le système de pompage, ainsi que les caractéristiques du matériau imprimable, est essentielle.

On peut citer en premier lieu parmi les essais largement adoptés pour le béton frais la rhéométrie rotationnelle [?] qui est la méthode couramment employée pour évaluer les propriétés au jeune âge [?, ?, ?, ?, ?]. L'essai à taux de cisaillement constant *CSR* ou à vitesse de rotation constante *CRV* peut être appliqué pour évaluer l'évolution de du seuil de cisaillement  $\tau_0$  au cours du temps de repos. Cependant, comme la contrainte de cisaillement maximale qui nous intéresse est située dans un régime d'écoulement transitoire

(rupture structurelle), la mesure de l'évolution de la limite d'élasticité reste difficile et seul un point peut être pris par échantillon. Des mesures discontinues multiples ont été étudiées [?], mais une certaine prudence s'impose quant au taux exact de structuration d'une mesure à l'autre.

Perrot et al. [?] ont utilisé un test de fluage "squeeze flow test", qui consiste à charger directement une couche d'échantillon de manière à simuler la charge des couches successivement extrudées. Les auteurs ont chargé un échantillon cylindrique de 35 mm de haut et de 60 mm de diamètre, en appliquant des incréments de charge de 1.5 N choisis pour simuler l'augmentation de chargement pendant l'impression 3D, dépôt couche par couche avec un intervalle de temps particulier entre les couches. Au cours de l'essai, la déformation résultante a été enregistrée. Alternativement, l'intervalle de temps entre les incréments de charge peut être modifié pour simuler différentes vitesses d'impression. L'avantage de cette méthode est que la charge peut être imposée de manière simple, par exemple en ajoutant progressivement du sable dans un récipient placé sur l'échantillon et aligné sur son centre de gravité [?], ou en plaçant des poids sur la partie supérieure de l'échantillon [?], ou encore en appliquant la charge à l'aide d'une machine d'essai [?, ?]. Cependant, bien que cette méthode ait le potentiel de détecter la rupture de l'échantillon, aucune information n'a été fournie sur les relations contrainte-déformation des couches comprimées.

Une étude menée par Kazemian et al. [?] a exploré le concept de stabilité de forme, résistance aux déformations pendant la déposition des couches, également appelé rétention de forme ou "green strength", en utilisant deux techniques d'essai : la méthode dite "tassement de la couche" et la méthode "stabilité du cylindre". Ces méthodes se concentrent sur l'évaluation du comportement en compression des éprouvettes stratifiées de béton imprimable. Le test de tassement des couches consiste à superposer deux couches de béton avec un intervalle de temps spécifique. Le tassement de la couche est mesuré à l'aide d'une règle placée à côté des couches et des photos sont prises avant et après l'application de la deuxième couche. Dans l'essai de stabilité du cylindre, un échantillon cylindrique composé de deux couches de béton, chacune d'une hauteur de 40 mm, a été soumis à une charge de 5.5 Kg, équivalente à une contrainte de 4.77 KPa. La déformation résultante dans le cylindre de béton frais est donc mesurée en termes de changement de hauteur. Cependant, dans ce cas également, aucune relation contrainte-déformation n'a été établie pour le béton utilisé dans les couches.

Une loi de comportement couramment utilisée dans le domaine géotechnique pour décrire le comportement élasto-plastique du sol, la loi de Mohr-Coulomb  $M - C$ , a été adoptée par Wolfs et al. [?, ?]. Ce modèle de comportement a été élargi pour inclure le caractère dépendant du temps du développement des propriétés mécaniques du béton au jeune âge. Ainsi, des essais largement connus en géotechnique ont été adoptés pour la caractérisation des propriétés mécaniques du béton frais, conformément à [?, ?, ?, ?]. Par exemple, dans [?], l'essai de compression uniaxiale non confinée et l'essai de cisaillement direct sont utilisés pour déterminer la rigidité et la résistance représentée par les deux paramètres de Mohr-Coulomb, la cohésion  $C$  et l'angle de frottement interne  $\phi$  d'un béton imprimable. D'ailleurs, pour caractériser l'évolution dans le temps de ces propriétés mécaniques, ces deux types d'essai ont été réalisés à plusieurs âges du béton frais,  $t = 0, 15, 30, 60$  et  $90$  min. Ces instants choisis correspondent à la durée typique d'un procédé d'impression 3D où le matériau est en période « dormante », comme le temps de prise initial est défini à environ 2 heures par des mesures Vicat standard [?].

D'après les auteurs de [?], pour avoir la mesure à l'instant désirée, il est nécessaire de maintenir une vitesse de déformation suffisamment rapide afin d'éviter les effets du développement thixotropique au cours de l'essai. À l'heure actuelle, les essais de compression uniaxiale non confinée *UUCT* sont globalement réalisés sur les échantillons cylindriques de béton frais mais la taille des éprouvettes varie entre les différentes campagnes de recherches. Si Wolfs et al. [?] et Panda et al. [?] ont utilisé des échantillons de  $D_c = 70$  mm de diamètre avec un hauteur  $H_c = 140$  mm, Kurt et al. [?] ont choisi les dimensions suivantes,  $D_c = 75$  mm,  $H_c = 100$  mm. D'autres auteurs comme Reiter [?] ont proposés les éprouvettes avec  $D_c = 90$  mm,  $H_c = 180$  mm alors que Casagrande [?] ont utilisé  $D_c = 60$  mm,  $H_c = 120$  mm. On peut constater que la plupart des chercheurs suivent la recommandation de la norme *ASTM - D2166* sur les essais de sol cohésif [?] en appliquant le rapport  $H_c/D_c = 2$ . De plus, les dimensions choisies des échantillons doivent être suffisamment importantes pour éliminer les effets de taille [?], mais pas trop grandes afin qu'elles représentent correctement l'échelle des filaments du béton déposé au cours du procédé d'impression [?].

Dans [?], un essai de compression triaxiale *TCT* personnalisé a été réalisé sur des échantillons cylindriques du béton d'un diamètre de 25 mm et d'une hauteur de 50 mm, conformément à la norme *ASTMD2850* [?]. Cet essai permet de caractériser l'ensemble des propriétés requises du béton frais pour l'analyse structurelle des objets au cours de l'impression. Les résultats de ce type d'essai *TCT* réalisé à une pression de confinement égale à zéro ont été comparé à ceux des essais de compression uniaxiale non confinée *UUCT*. Les divergences démontrées entre les deux essais, en termes des valeurs de résistance et de rigidité, sont expliquées par le compactage des échantillons dans la phase de préparation de l'essai *UUCT* qui a amélioré les propriétés mécaniques du béton. En effet, la présence d'imperfections, comme les microfissures ou petits vides, est généralement beaucoup plus importante dans les échantillons du béton frais sans compactage et leur impact est généralement amplifié pour les échantillons de petite taille. Une corrélation linéaire entre les propriétés mécaniques (résistance et rigidité) mesurées par l'essai de compression triaxiale *TCT* et les vitesses ultrasons a été observée dans ce travail de Wolfs et al. [?].

Dans le but de mesurer l'évolution des propriétés du béton frais de manière continue et non destructive, le test de transmission d'ondes ultrasoniques *UWTT* a été considéré qui présente un outil très intéressant pour l'impression 3D en béton [?, ?, ?]. Ce test a été réalisé conformément à la norme *NEN - EN12504 - 4* [?] en utilisant des ondes de compression. Un émetteur et un récepteur ont été placés de part et d'autre de l'échantillon, à une distance mutuelle de 40 mm ou de 50 mm [?]. Une impulsion ultrasonique est transmise toutes les 1 min sur une période couvrant celle du processus d'impression 3D en béton. Le temps de propagation de l'impulsion sur le trajet de l'onde est enregistré et utilisé pour calculer la vitesse de l'onde à travers le matériau frais. Il est également possible d'obtenir le module d'Young dynamique à partir d'essais de transmission d'ondes ultrasoniques. Cependant, le fait que le module d'Young dynamique est supérieur au module d'Young statique [?], un étalonnage de ces mesures et des propriétés mécaniques dérivées des essais destructifs (essai de compression uniaxiale ou essai de compression triaxiale *TCT*) restera nécessaire [?, ?].

Jayathilakage et al. [?] ont proposé de tester des échantillons imprimés dans les essais de compression uni-axiale. Plus précisément, dans leur essai, les échantillons sont prélevés à partir des couches imprimées avec les dimensions de 100 mm de long, 10 mm d'épaisseur

et 30 mm de large. Les dimensions correspondantes des plaques supérieure et inférieure du dispositif d'essai correspondaient à la longueur et à la largeur des échantillons. Cette technique présente l'avantage de mesurer les propriétés du matériau extrudé dans son état réel. Toutefois, les auteurs soulignent que la hauteur de l'échantillon était insuffisante pour induire une rupture dans le plan le plus faible et que la contrainte de compression pouvait être influencée de manière significative par les effets de confinement des plaques de compression. Ainsi, ils ont indiqué que cette méthode ne soit pas utilisée pour déterminer la résistance à la compression, mais plutôt pour évaluer l'évolution de la rigidité comme le module d'Young  $E$ . Néanmoins, Bos et al. [?] ont contesté cette approche, suggérant qu'elle pourrait conduire à une surestimation de  $E$  en raison du confinement dans la direction longitudinale.

Une autre méthode prometteuse pour caractériser les propriétés du béton imprimable est le test de pénétration. Il a été introduit par Lootens et al. [?] comme technique d'évaluation de seuil de cisaillement des pâtes de ciment à partir de la force de pénétration mesurée. L'applicabilité de cette méthode a été corroborée et largement renforcée par Reiter [?] en introduisant deux variantes pour évaluer le taux de structuration des pâtes de ciment : l'essai de pénétration rapide et l'essai de pénétration lente. La procédure de pénétration rapide consiste à tester un échantillon en différents points à une vitesse de 1 mm/s, tandis que la méthode de pénétration lente nécessite l'insertion continue d'une pointe dans l'échantillon, à une vitesse de 20 mm/h, sur une période prolongée. Bien que la méthode de pénétration semble très prometteuse pour les matériaux imprimés en 3D, les données sur l'utilisation de cette technique pour caractériser l'accumulation structurelle dans les bétons imprimables sont encore très limitées. De faibles corrélations ont été observées dans [?], où une comparaison entre les résultats des essais de pénétration, les mesures de la résistance à la compression uni-axiale et les essais rhéométriques à taux de cisaillement constant  $CSR$  pour les mortiers est effectuée. Néanmoins, sa capacité de mesure rapide rend ce test de pénétration très prometteur à la fois pour la phase de conception du mélange et pour le contrôle sur site des propriétés du béton au cours du procédé de l'impression.

Compte tenu de ce qui précède, il est évident que la nécessité de définir des protocoles d'essai normalisés pour le béton imprimable au jeune âge présente un grand verrou scientifique à lever. Cependant, pour parvenir à des normes universelles, un grand nombre d'études pertinentes sont nécessaires, couvrant une large gamme de mélange utilisée dans les projets d'impression 3D. Les caractéristiques mécaniques du béton imprimable à l'état non stratifié, telles que la rigidité et la limite d'élasticité, peuvent servir de point de départ fondamental pour le développement de modèles prédictifs qui décrivent avec précision les phénomènes mécaniques et les défaillances au cours du procédé d'impression.

## 1.4 Modélisation numérique du procédé d'impression 3D en béton

### 1.4.1 Modélisation à l'échelle du filament

Pour que la technologie de l'impression 3D en béton puisse augmenter sa productivité et rivaliser avec les technologies existantes, il est essentiel de contrôler la qualité du procédé et du produit. La phase de dépôt du matériau est critique et nécessite une grande précision. Le contrôle du filament individuel pour garantir que le produit final répond bien aux spécifications de conception et que les couches imprimées sont conformes aux géométries souhaitées est ainsi nécessaire. La majorité des imprimantes à béton fonctionne à l'aide d'un logiciel de découpe, qui suppose que le filament extrudé se conformera à une section transversale théoriquement déterminée en appliquant les principes de conservation de la masse et en utilisant une épaisseur de filament égale à l'écart entre la buse et le substrat. En réalité, comme montré précédemment, en fonction de la stratégie d'extrusion choisie, des propriétés du matériau pendant le procédé d'extrusion et des paramètres du procédé (par exemple, la vitesse d'impression, la forme de la buse), la géométrie finale d'une couche imprimée peut prendre différentes formes, variant de rectangulaire à semi-ellipsoïdale. Toute modification de l'un de ces facteurs doit être contrôlée afin d'obtenir une épaisseur de couche constante et une géométrie souhaitée de la structure imprimée.

Une légère différence entre l'épaisseur théorique et l'épaisseur réelle du filament peut exister, qui peut s'accumuler sur plusieurs couches et entraîner ultérieurement une modification significative du profil de la section transversale des filaments imprimés par la suite. Ces écarts influencent la qualité esthétique du produit final et peuvent également entraîner des non-conformités géométriques susceptibles d'avoir un impact sur les propriétés structurelles (force d'adhérence et durabilité) du produit imprimé résultant et, dans le pire des cas, des échecs d'impression. Ainsi, être capable de prédire la forme exacte de la couche déposée dans des cas réels en fonction de tous ces facteurs est d'une grande utilité pour l'analyse structurelle pendant l'impression du béton. Partant de l'importance évidente du contrôle et de la prédiction de la forme du filament, des études numériques de la construction additive du béton à l'échelle du filament ont été largement présentées dans la littérature.

La méthode des volumes finis *MVF*, basée sur l'approche dynamique des fluides computationnelle *DFC* (ou *CFD* en anglais) est utilisée dans [?, ?, ?] pour simuler l'extrusion de béton. L'effet des différentes lois constitutives, couvrant la large gamme des comportements du matériau, y compris les phénomènes d'amincissement par cisaillement et de viscoplasticité du matériau, sur une seule couche imprimée a été analysé par Comminal et al. [?]. Dans la Figure 1.15, une illustration d'une simulation numérique de l'impression des couches utilisant le logiciel *Flow – 3D*, est reproduite de [?]. Le procédé d'impression est simulé en déplaçant une buse à vitesse constante sur un substrat fixe. Les résultats du modèle numérique sont présentés à la Figure 1.16. La section transversale des filaments imprimés obtenue avec trois différents modèles de fluides non newtoniens (loi puissance, Herschel-Buckley et Bingham) semble plus épaisse et moins large par rapport à un fluide newtonien de référence à viscosité constante, qui lui-même produit des filaments d'une épaisseur inférieure à la section transversale théorique généralement utilisée par les logiciels de découpe en tranches.

Dans [?], Comminal et al. analysent l'effet de la hauteur de position de la buse et du rapport entre la vitesse d'impression  $V_r$  et la vitesse d'extrusion  $V_e$  sur la géométrie de la couche imprimée sur une surface plane pour un mélange de mortier à base de ciment. Les simulations sont basées sur deux formulations de la loi constitutive, le modèle newtonien généralisé et le modèle de fluide élasto-viscoplastique. Ces simulations d'impression

virtuelle fournissent des valeurs numériques de la vitesse, des contraintes dans le béton et de la pression à la sortie de la buse, ainsi qu'une représentation visuelle de la section transversale des couches imprimées. L'étude a révélé une augmentation de la pression, sous la buse, à mesure que la hauteur de position de la buse diminuait.

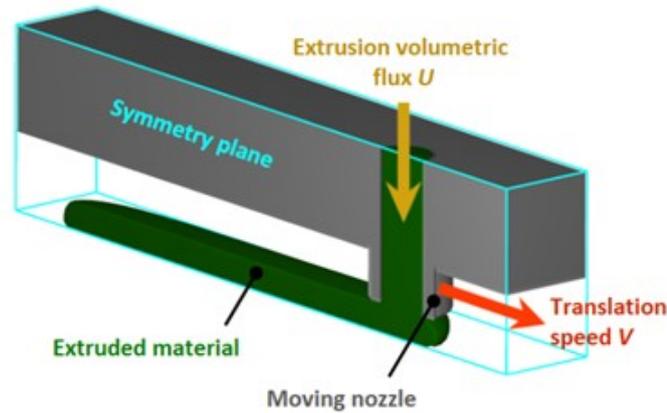


FIGURE 1.15 – Géométrie et conditions aux limites d'un modèle numérique simulant l'extrusion du matériau de la fabrication additive de béton [?].

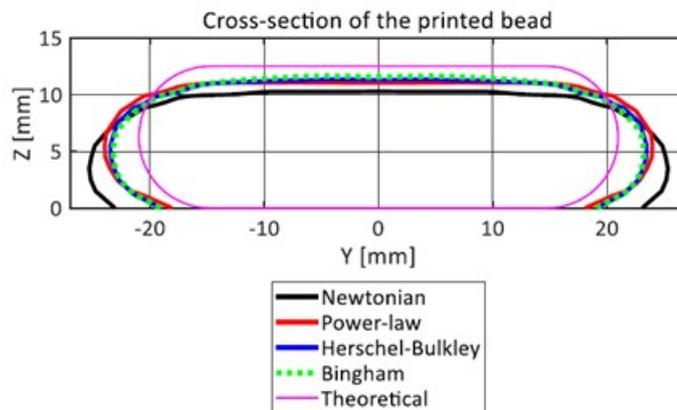


FIGURE 1.16 – Résultats de la section transversale de filament imprimée par la méthode de la dynamique des fluides computationnelle avec différents modèles constitutifs [?].

Dans le but de valider davantage le modèle *DFC* développé, Spangenberg et al. [?] ont réalisé une simulation numérique jusqu'à trois couches, en utilisant une loi constitutive élasto-viscoplastique, Figure 1.17. Le modèle a été validé par des données expérimentales sur des murs imprimés en 3D, avec une grande précision. L'étude quantifie également la charge d'extrusion imposée à la couche, qui s'est avérée supérieure au seuil de cisaillement du matériau dans certaines régions des couches imprimées précédemment, entraînant une déformation/un écoulement de la couche. Le modèle pourrait permettre d'optimiser les paramètres d'impression, mais la difficulté réside dans son temps de calcul élevé, plusieurs jours sont nécessaires pour réaliser une simulation.

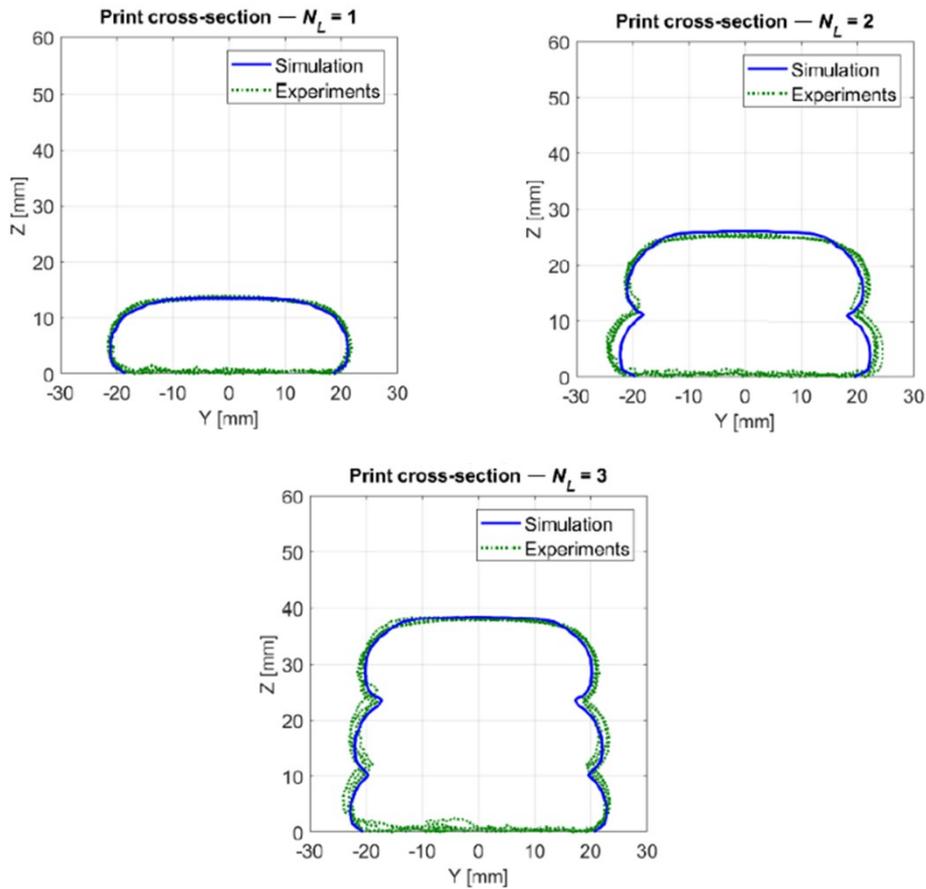


FIGURE 1.17 – Sections transversales des couches obtenues à partir de la simulation du modèle *DFC* multicouche en comparaison avec les expériences d’impression 3D [?].

Dans [?, ?], un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis particules *MEFP* est utilisé pour simuler l’impression 3D en béton. La *MEFP* est une approche basée sur un maillage actualisé dans un cadre lagrangien. Le comportement d’écoulement du béton fraîchement extrudé est basé sur un modèle viscoplastique régularisé de Bingham [?]. Son comportement en régime élastique avant la rupture peut être modélisé par ce modèle de Bingham en utilisant une grande valeur de la viscosité. Des analyses numériques en 2D avec différents paramètres de procédé et différentes propriétés de matériaux ont été réalisées pour contrôler les déformations de la couche et pour permettre une conception ciblée avec une compréhension des forces qui se développent à proximité de la buse. Ces analyses révèlent que la hauteur de la buse en relation avec la vitesse d’impression et le débit d’extrusion sont les paramètres du procédé qui régissent les forces d’extrusion sous la buse. La variation de largeur de la buse n’a pas entraîné de changements significatifs des valeurs maximales des forces. Cependant, des concentrations de contraintes plus importantes ont été observées pour des largeurs de buse d’extrusion plus faibles. La pression générée sous la buse d’impression lors de l’extrusion, semble être six fois supérieure à celle induite par le poids propre d’une couche. Les interactions dynamiques pendant l’impression d’une deuxième couche sur une couche existante ont été analysées sur la base de la quantité du matériau extrudé, et utilisées pour optimiser les paramètres du procédé d’impression afin d’empêcher la formation des déformations plastiques dans

la couche de base. Ainsi, ce type de simulation d'impression multicouches peut fournir des informations très détaillées non seulement sur la forme de la section transversale des couches pour prévoir la constructibilité, mais aussi pour quantifier la qualité de la rugosité de la surface et fournir une base pour la prévision de l'adhérence entre les couches.

Dans une étude récente [?], des simulations *DFC* en 2D et 3D ont été réalisées, au moyen de la méthode des volumes finis *MVF* pour étudier l'influence des variations des paramètres du procédé (vitesse d'impression  $V_r$  et vitesse d'extrusion  $V_e$ ), des caractéristiques géométriques du filament et de la buse (largeur de la buse et hauteur de position), ainsi que des propriétés du matériau élasto-viscoplastiques du matériau (représenté par le modèle élasto-visco-plastique de Bingham), dans le régime de la brique infinie des procédé d'impression 3D en béton. Ils ont montré que, lorsque le procédé est exécuté à la vitesse nominale,  $V_r = V_e$ , le filament est extrudé correctement et semble être indépendant de la gamme étudiée des propriétés du matériau et des caractéristiques de la buse. Lorsque la vitesse d'extrusion est supérieure à la vitesse de la buse,  $V_e > V_r$ , on observe que le filament présente des instabilités élastique périodiques tant au niveau de la géométrie (comportement de flexion, désigné comme flambement du filament dans [?]) que de la distribution des contraintes tout au long de l'extrusion, comme le montre la Figure 1.18a. Une augmentation de la hauteur de position de la buse, une réduction de la largeur de la buse ou une augmentation de la consistance du matériau, c'est-à-dire une plus grande rigidité, limite d'élasticité ou viscosité, ont eu un effet profond sur la flexion du filament. Au contraire, une vitesse d'extrusion inférieure à la vitesse de la buse,  $V_e < V_r$ , provoque des contraintes de traction qui peuvent conduire à une fissuration ou même à une déchirure du filament, comme le montre la Figure 1.18b. De même, une augmentation de la rigidité des matériaux ou une réduction de la déformation critique du matériau a augmenté l'occurrence des déchirures. Des dérivations analytiques d'un facteur de déchirure et d'un facteur de flambement ont été présentées, pour indiquer les transitions d'une extrusion nominale bien contrôlée vers la déchirure et le flambement du filament.

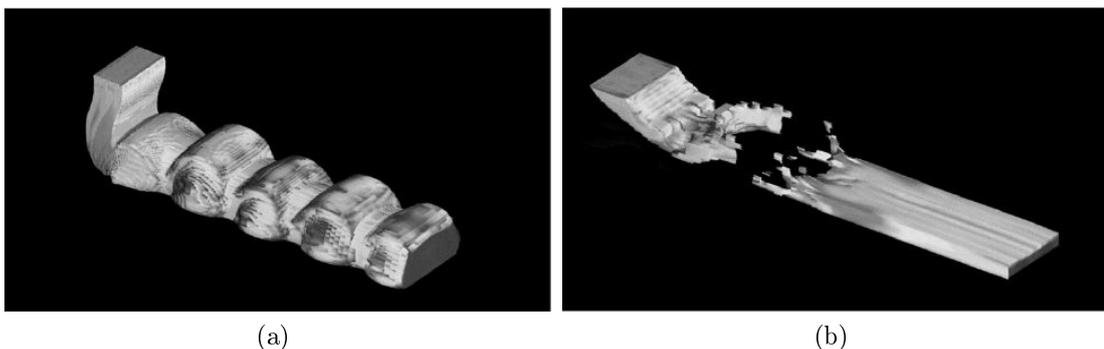


FIGURE 1.18 – Géométrie du filament pendant l'extrusion : flambement du filament (a) et déchirure du filament (b), obtenus par modélisation *DFC* 3D [?].

## 1.4.2 Modélisation à l'échelle de la structure

L'application des modélisations numériques pour étudier le comportement structurel au cours du procédé d'impression 3D en béton a été montrée pour la première fois par

Wolfs et al. [?]. Un modèle 3D aux éléments finis a été généré pour le calcul par le logiciel *Abaqus* et piloté par un script *python* paramétrique personnalisé. Ce modèle simule l'addition successive des couches et donc la charge de gravité ajoutée à travers une analyse géométrique non linéaire jusqu'à l'achèvement ou la défaillance de la structure, voir Figure 1.19. Au niveau des interfaces, les surfaces des couches ont été fusionnées ensemble par une contrainte de liaison géométrique, de sorte qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre elles. La vitesse d'activation dépend des paramètres du procédé d'impression et de la longueur du contour de l'objet. Les propriétés mécaniques du matériau se développent pour chaque couche tout au long de l'analyse en fonction de leur âge dans le procédé d'impression. Dans cette étude, le critère de défaillance plastique de type Mohr-Colomb a été adopté et une évolution linéaire en fonction du temps des propriétés mécaniques, comme le module d'Young et la cohésion, du béton frais a été suggérée. Ces propriétés requises du matériau ont été obtenues à partir d'un dispositif expérimental comprenant un essai de cisaillement direct et un essai de compression uniaxiale. Les prédictions numériques de Wolfs et al. [?] ont été vérifiées par comparaison avec des résultats expérimentaux. Ce modèle permet d'étudier systématiquement le comportement structurel pendant l'impression 3D en tenant compte de deux modes de défaillance, à savoir le flambement élastique et l'effondrement plastique. Cependant, d'un point de vue quantitatif, le modèle a surestimé de 58.6% la prédiction du nombre maximale des couches imprimées avant la rupture, comparativement aux résultats expérimentaux, rupture à 29 couches. Cette différence a été expliquée par la surestimation des propriétés du matériau déterminées à partir des essais en raison du compactage des échantillons, ou par la négligence de l'influence des imperfections géométriques et matérielles induites lors du procédé d'impression. En outre, cette analyse ne donne que des indications sur le comportement structurel de l'objet comme le nombre maximal des couches imprimables mais aucune suggestion sur la manière d'améliorer la géométrie ou de déterminer les meilleurs paramètres d'impression ne peut être fournie.

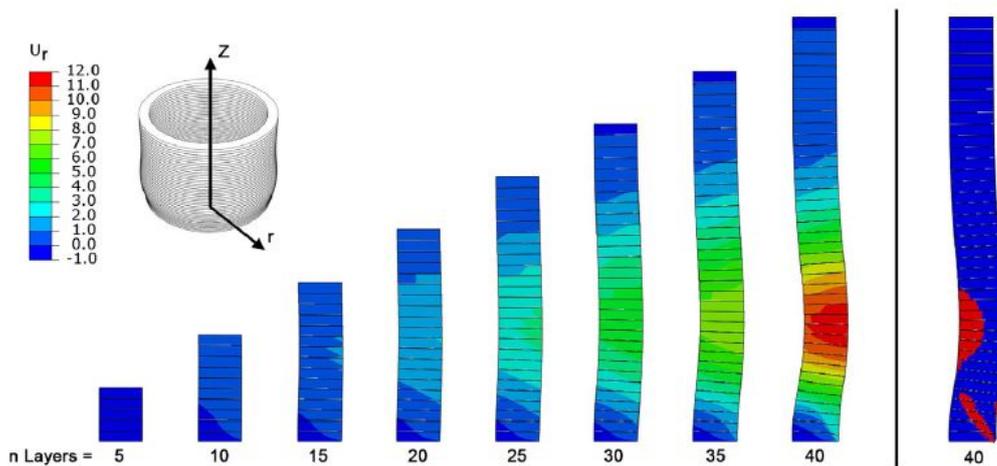


FIGURE 1.19 – Résultats numériques d'un cylindre axisymétrique modélisé par la méthode des éléments finis pendant le procédé d'impression 3D [?].

Dans une autre étude de Wolfs et al. [?], les prédictions numériques des défaillances structurelles étaient basées sur des propriétés du matériau caractérisée par un dispositif

d'essai de compression triaxiale. De plus dans cette étude, les imperfections géométriques sont considérées. En effet, le profil de premier mode de flambement obtenu par l'analyse de bifurcation est pris pour modéliser l'imperfection initiale dont l'amplitude est égale à 0.1% de la largeur de la couche déposée. Au travers de l'analyse du comportement élasto-plastique de la structure imprimée, la hauteur de rupture est définie par celle à laquelle le déplacement hors plan de la structure dépasse la moitié de la largeur de la couche imprimée. Différents murs de même largeur de 60 mm mais de longueurs variables,  $L = 1$  m, 5 m ou 10.4 m, ont été imprimés jusqu'à la rupture pour la vérification expérimentale du modèle numérique, dont les paramètres d'entrée pour les propriétés mécaniques du béton ont été déterminés par les résultats des essais de compression triaxiale. La comparaison montre une sous-estimation du modèle numérique d'environ 15% de la hauteur critique avant la rupture d'un mur de 5 m de longueur, et la divergence peut atteindre 43% pour un mur plus long de 10.4 m. L'écart entre les prévisions numériques et les expériences d'impression a été expliqué par la méthode de caractérisation des propriétés du matériau imprimé, qui ignore la présence d'une pression de confinement dans les régions inférieures des larges structures, ainsi que l'effet de la température sur les propriétés du matériau. Ces études encouragent l'avancement de la modélisation numérique de l'impression 3D, afin d'augmenter la précision des prédictions, de prendre en compte les facteurs thermiques et d'humidité en raison de leur impact significatif sur les propriétés de résistance et de rigidité au jeune âge, et donc sur les défaillances de l'impression [?]. Ces développements pourraient permettre l'évaluation numérique de la résistance de l'adhérence entre les couches successives, qui s'est avérée dépendre fortement des paramètres du procédé et des conditions environnementales [?, ?, ?, ?, ?]. En outre, elle pourrait servir comme point de départ pour étendre la simulation à l'état durci.

Suiker [?] dans son étude a mis au point un modèle paramétrique qui peut être utilisé pour prédire rapidement si un mur droit imprimé en 3D a un risque de défaillance structurelle pendant l'impression. Le modèle définit la compétition entre le flambement élastique et l'effondrement plastique, en intégrant les différents paramètres notamment la vitesse d'impression, le taux de structuration du matériau imprimé, les caractéristiques géométriques de l'objet imprimé, les propriétés hétérogènes de résistance et de rigidité, la présence d'imperfections et la distribution non-uniforme du poids propre. Après une résolution numérique des équations aux dérivées partielles d'équilibre, il a présenté des expressions semi-analytiques et des graphiques de conception pour prédire les hauteurs de défaillance pour trois cas géométriques : un mur libre, un mur simplement appuyé et un mur encastré aux deux extrémités. Il est également montré comment ce modèle paramétrique peut être appliqué pour étudier le cas de murs ayant une forme rectangulaire. Les résultats de ce modèle paramétrique ont été comparés à des expériences d'impression sur des structures murales et s'avèrent être en bon accord, le modèle conduisant à une sous-estimation de 10% de la hauteur imprimable.

Si les premières études ont montré la capacité de la modélisation numérique à décrire le procédé d'impression 3D en béton, des nombreux travaux ont été menés afin d'améliorer la précision des prédictions. À titre d'exemple, pour simplifier la création du maillage des structures complexes, différents auteurs [?, ?, ?] proposent la technique d'automatisation en utilisant les données transférées à partir du logiciel de *CAO* de la phase de conception géométrique vers le logiciel d'analyse par éléments finis. Cette approche, comme illustrée sur la Figure 1.20, permet de supprimer toutes les étapes manuelles de pré-processing de la

modélisation numérique du procédé d'impression 3D. Selon cette approche, le modèle géométrique de la structure est importé et discrétisé automatiquement au moyen du langage de programmation Grasshopper, quelle que soit la complexité de la géométrie à imprimer. Le fichier créé contient toutes les informations nécessaires (maillage, matériaux, conditions aux limites, interactions, étapes de calcul) pour la modélisation numérique dans le logiciel de calcul aux *EF*, *e.g.*, *SIMULIA Abaqus/CAE*. Techniquement, la discrétisation du modèle géométrique de la structure imprimée peut être réalisée différemment. Dans les travaux de Vantyghem et al. [?, ?], les auteurs présentent une méthode appelée "Voxel Print" qui consiste à voxéliser le modèle géométrique en un ensemble de cubes d'unités 3D, c'est-à-dire des voxels. Cette technique utilise le même procédé que pour « rasteriser » un graphique vectoriel en une image matricée, une série de pixels. L'idée principale de l'algorithme de voxélisation est qu'un espace 3D autour du modèle est rempli de nombreux cubes discrets, et si le centre de ce cube se trouve dans une zone prédéfinie du modèle 3D et du chemin d'impression, le cube est considéré comme appartenant à la géométrie imprimée, voir Figure 1.21. De cette manière, toute forme 3D, quelle que soit sa complexité, peut être voxélisée et la génération du maillage *EF* est donc directe. Un avantage de VoxelPrint est qu'un seul grand modèle voxélisé, une seule pièce dans le logiciel aux *EF*, est créé, où les interactions, les contraintes de liaison ou les propriétés de contact ne sont pas spécifiquement définies. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne permet pas d'utiliser des propriétés de contact avancées, par exemple pour modéliser des joints, c'est-à-dire un comportement affaibli entre les couches. Dans le fichier d'entrée de calcul, les éléments de maillage (voxels) sont d'abord désactivés lors de l'étape initiale, à l'aide de la fonction de changement de modèle, puis réactivés progressivement lors de chaque étape d'analyse ultérieure. Cette approche de simulation basée sur les voxels a été validée par comparaison avec les résultats de Wolfs et al. [?] dans le cas du cylindre, où elle fournit une prédiction similaire de la hauteur maximale d'impression après laquelle la structure s'effondre [?]. L'applicabilité de VoxelPrint a été également démontrée dans [?] par sa capacité à distinguer la rupture par flambement élastique de la rupture par déformation plastique.

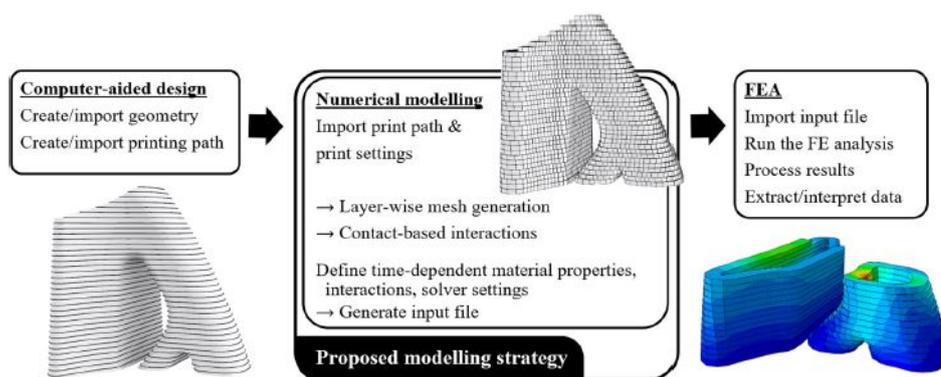


FIGURE 1.20 – Méthodologie générale proposée pour la simulation numérique du procédé d'impression 3D en béton [?, ?].

Une autre technique, appelée "CobraPrint", permet de générer le maillage par Grasshopper en divisant d'abord le chemin d'impression en plusieurs segments, puis plusieurs éléments de maillage sont assignés à chaque segment. Comme dans la méthode précé-

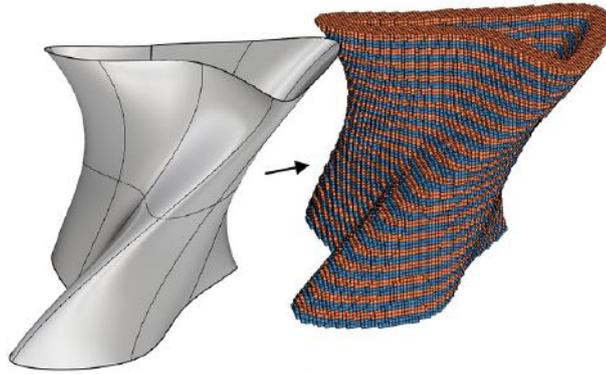


FIGURE 1.21 – Procédé de voxelisation de VoxelPrint : de la géométrie 3D à un modèle d’éléments finis [?].

dente, les segments sont activés séquentiellement le long du chemin d’impression pour simuler le procédé d’impression [?, ?, ?]. De plus, le modèle de frottement de Coulomb est utilisé pour présenter l’interaction tangentielle entre les couches et entre les segments de chaque couche. En comparant avec les études existantes, paroi droite [?] et cylindre [?], cette technique a montré une amélioration de la prédiction de la hauteur de rupture sans besoin d’incorporation d’imperfections géométriques initiales.

Pour simuler l’ensemble du procédé d’impression 3D en suivant le parcours réel de l’impression des structures complexes, Nguyen et al. [?] proposent une nouvelle procédure de modélisation, procédure d’impression virtuelle. Le principe de cette procédure est d’intégrer les fichiers G-code des schémas de parcours d’outils « toolpath patterns » dans le procédé de simulation, voir Figure 1.22. Cette procédure peut simuler avec précision le comportement des structures lors de l’impression 3D, quelle que soit leur complexité, tels que les blocs cellulaires bio-inspirés, contenant des surfaces continues non-auto-intersectées, connue sous le nom de surface minimale triplement périodique *TPMS*, de gyroïde et de blocs primitifs. Le modèle développé a été validé par comparaison avec des résultats expérimentaux sur un cylindre creux imprimé [?]. La possibilité de prédire les deux modes de défaillance ainsi que la forme déformée des couches a été démontrée. La non prise en compte de l’effet des imperfections géométriques explique une surestimation modérée de 4.3% de la prédiction numérique de hauteur de rupture par rapport à la valeur expérimentale.

À l’heure actuelle, pour modéliser l’effondrement plastique de la structure en béton au cours de l’impression 3D, le critère de Mohr-Coulomb  $M - C$  est largement adopté [?, ?, ?, ?, ?, ?]. Dans [?], Liu et al. proposent un autre modèle, le modèle Drucker-Prager,  $D - P$ , pour décrire le comportement mécanique du béton imprimable. En comparaison avec le modèle élasto-plastique parfait  $M - C$ , le modèle  $D - P$  permet de mieux représenter la relation contrainte-déformation non-linéaire, notamment dans la phase post-pic en utilisant la fonction d’écrouissage calibrée à partir de la courbe contrainte-déformation uniaxiale du béton au jeune âge. L’applicabilité du modèle  $D - P$  pour prédire la constructibilité a été ensuite démontrée. Plus précisément, en utilisant les mêmes structures imprimées, *e.g.*, le cylindre creux [?] ou le mur droit [?], le remplacement du modèle M-C par le modèle  $D - P$  montre une amélioration, la différence entre les prédictions numériques et les résultats expérimentaux passant de 58.6% à 44.8% dans

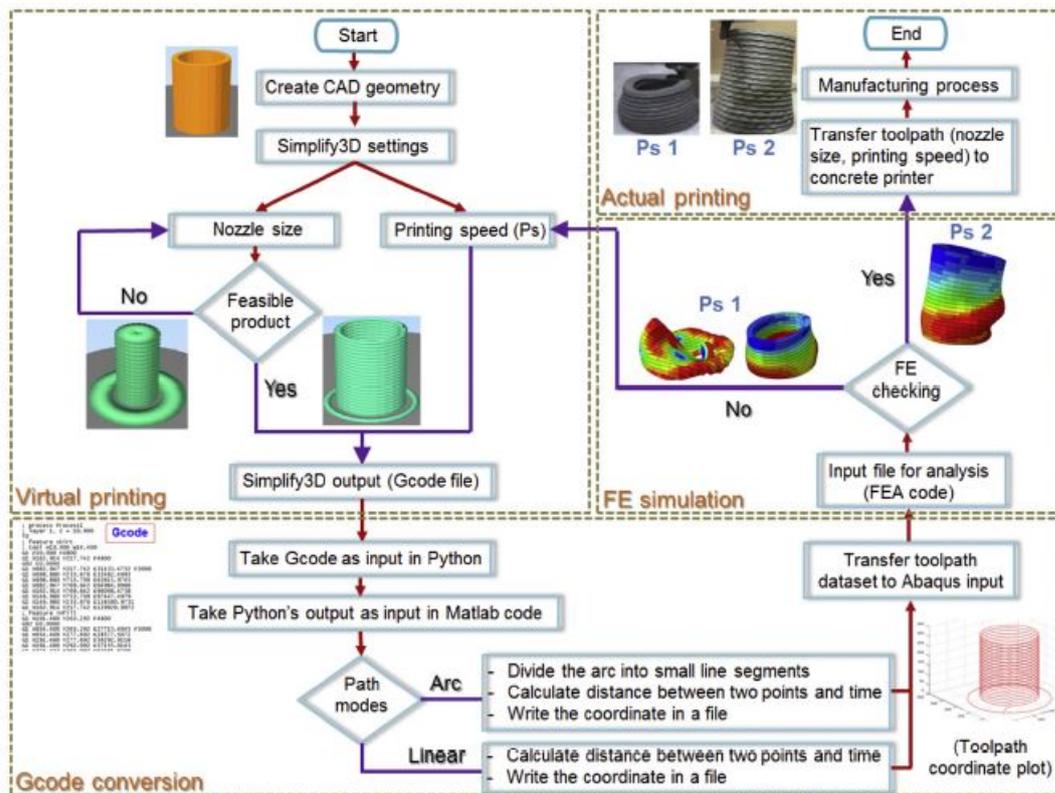


FIGURE 1.22 – Procédure de modélisation numérique du procédé d’impression 3D développée par Nguyen et al. [?].

le cas de cylindre [?]. Dans le cas où le flambement élastique est le mode de défaillance dominant, cas d’une paroi droite par exemple, les résultats prédits avec les modèles D-P et M-C sont identiques comme attendu.

En parallèle avec les méthodes des éléments finis, certains auteurs comme Chang et al. [?] ont utilisé le modèle lattice pour l’analyse numérique du procédé d’impression 3D. Cette méthode, basée sur un réseau 3D de poutres de Timoshenko, Figure 1.23, permet de tenir compte des caractéristiques d’hétérogénéité des objets imprimés et de l’influence d’une charge gravitationnelle non uniforme. Dans ce modèle numérique, la défaillance structurelle selon le mode de rupture en déformation se produit lorsque le déplacement latéral dépasse la largeur d’une couche individuelle, tandis que la rupture du matériau ou l’effondrement plastique résulte de l’accumulation de dommages locaux dans les couches inférieures [?, ?]. Le modèle a reproduit les deux modes de défaillance avec précision et la hauteur d’impression critique prédite est en amélioration avec les modèles existants dans la littérature [?, ?, ?]. Basant sur la comparaison, présenté dans [?, ?], des résultats des simulations du modèle de lattice avec les expériences d’impression dans la littérature [?, ?, ?], ce modèle de lattice surestime la hauteur de l’impression critique de 41,38% dans le cas du cylindre, ce qui est inférieur à la surestimation de 58.6% par le modèle *EF* de Wolfs et al. [?]. Pour le cas de la paroi carrée [?], la différence relative entre les deux modèles est de l’ordre de 10%. Dans le cas où la structure rompt par flambement élastique, comme dans le cas du mur droit [?], la hauteur d’impression critique prédite est inférieure d’environ 12% aux données expérimentales (204.25 mm). Le modèle lattice a

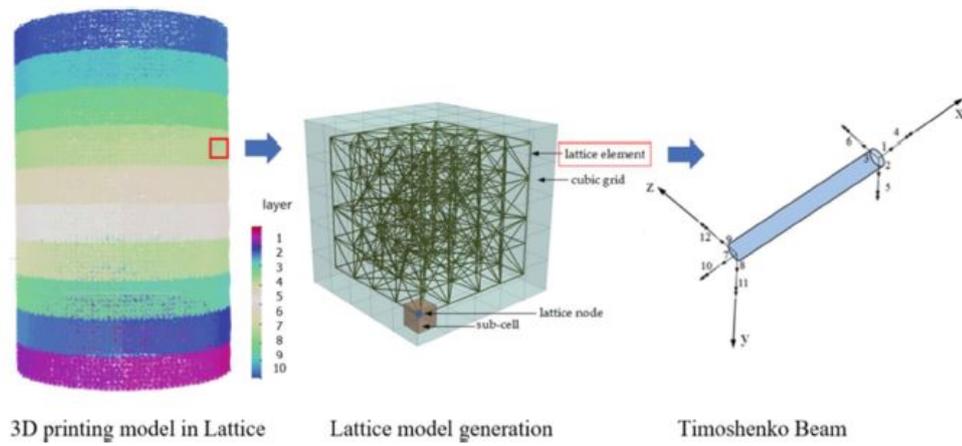


FIGURE 1.23 – Schéma de la création d'un modèle de treillis pour l'impression 3D par Chang et al. [?].

montré également sa capacité à modéliser les essais de compression uni-axiale non confinée pour calibrer la rigidité et la résistance des éléments de poutres en fonction du temps.

L'ensemble de ces études basées sur les modélisations numériques est résumé dans le Tableau 1.1.

TABLEAU 1.1 – Modélisations numériques du procédé d'impression 3D à l'échelle de la structure.

Référence	Méthode	Logiciels	Modes de rupture	Interface entre les couches	Imperfections	Effet du temps	Modèle géométrique
Wolfs et al.(2018) [?], et Wolfs et al.(2019) [?]	Méthode des éléments finis <i>EF</i>	Abaqus	Mode de rupture en déformation (déplacement hors plan dépassant la moitié de la largeur d'une couche). Analyse géométrique non-linéaire en considérant le comportement élasto-plastique de Mohr-Coulomb et l'imperfection géométrique	Contact parfait	Imperfections géométriques considérées en utilisant le profil du premier mode de flambement élastique	Evolution linéaire en fonction du temps des propriétés mécaniques (module d'Young et cohésion)	Cylindre et Mur
Stuiker (2018) [?]	Modèle paramétrique (formules semi-analytiques et graphiques de conception) développé sur la base des solutions numériques des équations d'équilibre	Mathematica Maple	Compétition entre les deux mécanismes : la rupture plastique caractérisée par le critère de Tresca et le flambement élastique	Contact parfait	Imperfections géométriques considérées en supposant un profil sinusoidal	Evolution linéaire ou exponentielle en fonction du temps des propriétés mécaniques (module d'Young, résistance)	Rectangle et Mur
Vantigham et al.(2021) [?]	Méthode <i>EF</i> (maillage automatique par la méthode « voxel print »)	Plugin Grasshopper de Rhinoceros et Abaqus	Possibilité de modéliser les différents modes de rupture (flambement élastique, effondrement plastique, rupture en déformation par l'analyse géométrique non-linéaire)	Contact parfait	Possibilité de prendre en compte les imperfections géométriques	Evolution linéaire en fonction du temps des propriétés mécaniques	Structures simples et complexes
Omms et al.(2021) [?]	Méthode <i>EF</i> (maillage automatique par la méthode « cobra print »)	Plugin Grasshopper de Rhinoceros et Abaqus	Possibilité de modéliser les différents modes de rupture (flambement élastique, effondrement plastique, rupture en déformation par l'analyse géométrique non-linéaire)	Modèle d'interface (comportement tangentiel caractérisé par le modèle de frottement de Coulomb)	Imperfections géométriques pouvant être ajoutées par la translation aléatoire des positions des nœuds du maillage d'origine	Evolution linéaire en fonction du temps des propriétés mécaniques.	Structures simples et complexes
Liu et al.(2022) [?]	Méthode <i>EF</i>	Abaqus	Mode de rupture en déformation. Analyse géométrique non-linéaire en considérant le comportement élasto-plastique Drucker-Prager et l'imperfection géométrique.	Contact parfait	Imperfections géométriques considérées en utilisant le profil du premier mode de flambement élastique	Evolution linéaire en fonction du temps des propriétés mécaniques (module d'Young et la cohésion).	Cylindre et Mur
Chang et al.(2022) [?], et Chang et al.(2021) [?]	Modèle lattice (l'objet conçu est discrétisé par un réseau d'éléments de poutre)		Mode de rupture en déformation (déplacement horizontal dépassant la largeur d'une couche)	Contact parfait	Non-linéarité géométrique ajoutée sans nécessiter l'introduction des imperfections géométriques initiales	Evolution linéaire ou exponentielle en fonction du temps des propriétés mécaniques	Cylindre, Mur et Carré

## 1.5 Approche d'analyse fiabiliste

L'exactitude de la prédiction du comportement structurel pendant l'impression repose sur la compréhension de chaque paramètre intervenant dans l'impression, comme le comportement et les propriétés du matériau, les caractéristiques géométriques et l'environnement d'impression. Comme présenté précédemment, l'étude numérique du comportement d'une structure imprimée en 3D réalisée par Wolfs et al. [?] a surestimé les hauteurs imprimées du rupture. Ils expliquent que le fait de compacter le matériau avant les essais expérimentaux, essais de compression non confinée et cisaillement direct, peut entraîner une surestimation des propriétés du matériau, qui à son tour peut entraîner une surestimation de la hauteur du rupture et une sous-estimation des déformations latérales.

Les écarts entre les prédictions et les essais d'impression peuvent également s'expliquer par les différentes sources d'incertitude, comme les incertitudes dans les mesures des propriétés du matériau, les imperfections ou la variation spatiale de la géométrie, *e.g.*, largeur, épaisseur, position, des couches déposées qui sont négligées dans les prédictions. D'après les résultats expérimentaux, comme l'essai de compression uni-axiale et l'essai de cisaillement direct, réalisés par Wolfs et al. [?], une dispersion non négligeable de la résistance au cisaillement et du module d'Young du béton au jeune l'âge a été observée, où un coefficient de variation *COV* d'environ 20% a été indiqué pour chaque paramètre. Cette incertitude est liée à la nature hétérogène des mortiers et à l'état de transition du béton frais (fluide visqueux) vers l'état solide, qui est extrêmement difficile à caractériser avec précision. Particulièrement, la difficulté et l'incertitude associée des propriétés mécaniques caractérisées semblent être beaucoup plus significatives dans le cas des mortiers constitués à partir des sables recyclés, les matériaux imprimables à développer dans le cadre du projet européen *Interreg CIRMAP* [?]. S'inscrivant dans le cadre de ce projet, la quantification et la résolution de ce problème d'incertitude présentent un des sujets importants à considérer de ce travail de thèse.

La première tentative pour prendre en compte l'incertitude des propriétés du béton frais dans les analyses de la constructibilité et dans l'optimisation de la conception du procédé d'impression 3D se trouve dans [?]. Dans cette contribution, les auteurs ont utilisé l'approche d'analyse probabiliste, telle que la méthode de fiabilité du premier ordre *FORM*, pour évaluer l'impact de la forte variation des propriétés du matériau ignorés par le modèle de conception déterministe classique. La solution optimale de l'épaisseur de la couche et de la vitesse d'impression a été déterminée afin de minimiser le temps d'impression. Toutefois, cette dernière étude ne considère que le mode d'effondrement plastique et le phénomène de flambement élastique n'est pas abordé. Il faut noter également, outre l'incertitude sur les propriétés du matériau, Suiker dans [?] a également montré que l'excentricité des couches imprimées peut affecter de manière significative la rupture par flambement élastique au cours de l'impression.

### 1.5.1 Concepts de l'analyse fiabiliste

L'analyse fiabiliste est une méthode statistique utilisée pour évaluer la sûreté de fonctionnement d'un système. Elle consiste à déterminer la probabilité du fonctionnement sans défaillance d'un système pendant une période donnée et dans certaines conditions [?]. L'analyse fiabiliste est largement acceptée comme l'une des méthodes les plus appropriées

pour dépasser les limites de la méthode déterministe, en tenant compte des incertitudes dans les simulations structurelles d'ingénierie. Cette méthode probabiliste a été appliquée avec succès à l'analyse de stabilité ainsi qu'à l'optimisation de la conception de différents types des structures [?, ?, ?, ?, ?].

Avec les méthodes de l'analyse fiabiliste, les variables d'entrée incertaines sont appelées variables aléatoires, et leur espace est séparé en domaines de défaillance et de sécurité par la fonction d'état limite, *Limit State Function LSF*, ou appelée fonction de performance  $g(\mathbf{X})$ . Cette fonction définit mathématiquement un critère de défaillance par rapport aux variables aléatoires rassemblées dans un vecteur  $\mathbf{X}$  :

$$g(\mathbf{X}) = \chi - \Gamma(\mathbf{X}) \quad (1.6)$$

où  $\Gamma(\mathbf{X})$  est la réponse de la structure (ou système) et  $\chi$  est la valeur admissible de la défaillance. Lorsque la fonction d'état limite est égale à zéro, elle définit l'état ultime, et la structure est considérée comme défaillante si l'état limite est inférieur à zéro (c'est-à-dire que  $g(\mathbf{X}) < 0$ ).

L'idée principale de l'analyse fiabiliste consiste à quantifier la propagation de l'incertitude du vecteur des variables aléatoires  $\mathbf{X}$  sur la probabilité de défaillance  $P_f$ , la probabilité que la réponse de la structure dépasse le critère de défaillance. Théoriquement, la probabilité de défaillance  $P_f$  est calculée en intégrant les fonctions de densité de probabilité *FDP*,  $f(\mathbf{X})$ , conjointes des variables aléatoires :

$$P_f = P(g(\mathbf{X}) < 0) = \int_{g(\mathbf{X}) < 0} f(\mathbf{X}) dx \quad (1.7)$$

La Figure 1.24 illustre les cas d'une et de deux variables normalement distribuées.

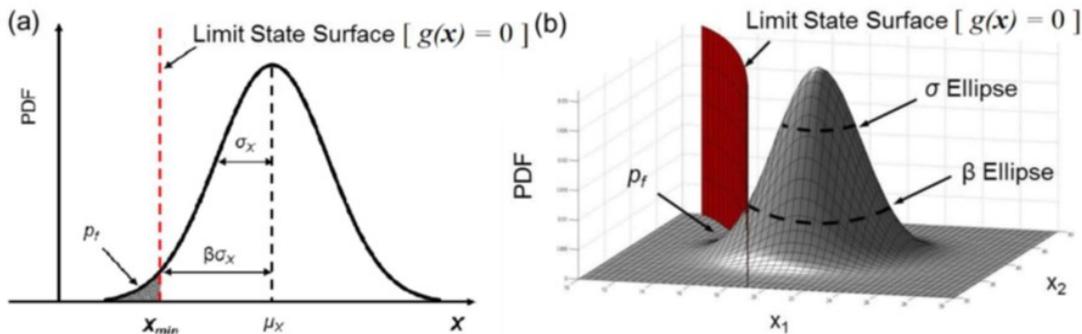


FIGURE 1.24 – Fonction de densité de probabilité conjointe *FDP* et probabilité de défaillance déterminée par la surface d'état limite pour un système composé de (a) une et (b) deux variables [?].

Il convient de noter que, dans les cas généraux du comportement structurel complexe, le calcul de l'intégration dans l'équation (1.7) est pratiquement impossible. En effet, dans le cas des modèles numériques, où la relation entre les paramètres d'entrée et la réponse du système n'est pas représentée par des solutions analytiques, il ne sera pas possible d'obtenir une expression analytique simple de la *FDP*  $f(\mathbf{X})$  de la réponse du système. Pour cette raison, plusieurs méthodes d'analyse fiabiliste ont été proposées dans la littérature. Ces méthodes permettent d'estimer l'incertitude de la réponse ou de la performance

du système en approchant la valeur réelle de la probabilité de défaillance. Toutefois, elles pourraient être classées en trois grandes catégories, qui sont des méthodes d'échantillonnage, des méthodes approximatives (méthodes de fiabilité locale), et des techniques de méta modélisation (méthodes de fiabilité globale) [?, ?, ?, ?].

La méthode la plus connue dans les analyses fiabilistes, la simulation de Monte Carlo brute *MCS*, également appelée "*MCS* directe" ou "*MCS* classique", s'inscrit dans la classe des méthodes d'échantillonnage [?, ?]. Considérée comme une méthode probabiliste de référence, en raison de sa précision dans l'estimation de la probabilité de défaillance, cette méthode est basée sur une évaluation massive du comportement de la structure pour un grand nombre d'échantillons. Mathématiquement, elle est exprimée comme la suivante :

$$P_f \approx \frac{1}{N_{MCS}} \sum_{i=1}^{N_{MCS}} \mathbf{I}(g(\mathbf{X}^{(i)}))$$

$$\mathbf{I}(g(\mathbf{X}^{(i)})) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_g(\mathbf{X}^{(i)}) \leq 0 \\ 0 & \text{if } \mu_g(\mathbf{X}^{(i)}) > 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

où  $N_{MCS}$  est le nombre des échantillons aléatoires générés pour l'estimation de la probabilité par le *MCS*.

Pour une valeur de probabilité  $P_f = 1\%$ , un nombre minimal  $N_{MCS} = 10^4$  est préconisé. En effet, bien qu'elle soit robuste et précise, elle nécessite un très nombre d'évaluations de la réponse de la structure ou du système, *i.e.*, le calcul direct de la fonction de performance, ce qui les rend irréalisables dans le cas où aucune solution analytique est disponible et la modélisation numérique est nécessaire.

Pour réduire le nombre d'évaluation direct de la réponse de structure, différentes approches ont été proposées. Les approches groupées dans la classe des méthodes de fiabilité locale consistent à approcher la fonction d'état limite dans le voisinage du point de défaillance le plus probable, appelé point de conception. Les plus connues dans cette classe peuvent être les méthodes de fiabilité du premier et du second ordre, *FORM* et *SORM*, qui visent à estimer la *LSF* autour du point de conception avec respectivement une fonction linéaire ou quadratique [?, ?, ?]. Ces méthodes peuvent être efficace pour calculer la probabilité de défaillance sur la base de nombre relativement restreint des évaluations de la réponse du système afin de trouver le point de défaillance le plus probable. Cependant, elles perdent leur efficacité lorsque la fonction d'état limite *LSF* est fortement non linéaire ou non régulière, ou bien lorsque la *LSF* est multimodale [?].

À cet égard, des approches probabilistes plus avancées sont nécessaires, afin de réduire le coût de calcul en assurant la précision de la prédiction de la probabilité de la réponse de structure. Le principe de ces approches peut être résumé en deux étapes principales : (i) remplacer le modèle numérique coûteux pour évaluer le comportement de la structure ou du système par un modèle de substitution, appelé le métamodèle, peu coûteux mais suffisamment précis ; (ii) effectuer une analyse probabiliste, *i.e.*, calculer la probabilité de défaillance, sur la base de ce modèle de substitution. Le métamodèle est construit à partir des résultats d'évaluation direct de la réponse de la structure d'un ensemble de points préchoisis, appelé plan d'expérience. Dans la procédure d'analyse fiabiliste, ce métamodèle est construit de manière itérative en mettant à jour le plan d'expérience avec de nouveaux

points d'entraînement via un procédé d'apprentissage actif jusqu'à ce que la probabilité calculée atteigne la condition de convergence. Parmi les différents métamodèles, celui de Krigeage, dont le principe de construction sera détaillé dans la section suivante, est choisi pour l'analyse fiabiliste du procédé d'impression 3D tout au long de cette thèse. Cette technique de Meta modélisation de krigeage a été adopté et appliquée dans les différents travaux réalisés au sein de l'équipe Génie Civil du laboratoire Lamé, notamment dans les analyses fiabilistes des ouvrages souterraines [?, ?, ?].

### 1.5.2 Technique de métamodélisation de Krigeage

Le modèle de Krigeage, connu également comme le modèle de procédé Gaussien, est connu depuis ces deux dernières décennies en tant que technique de méta-modélisation interpolative exacte [?, ?, ?, ?, ?]. Ce modèle, développé par Krige [?], a été appliqué pour la première fois dans les années 1960 pour la modélisation statistique des données géospatiales [?]. Plus tard, il a été appliqué à l'analyse fiabiliste structurelle et à l'élaboration de modèles de substitution [?]. Ce modèle est intensivement considéré dans les études de la propagation de l'incertitude [?, ?, ?] et dans le problème d'optimisation, en particulier lorsque la réponse de structures complexes n'est évaluable que par la simulation numérique [?, ?].

Le métamodèle de krigeage, sera construit à partir d'un procédé d'optimisation, en utilisant les résultats exacts de la fonction de performance  $g(\mathbf{X})$  qui sont évalués à différents points d'observation, appelés points d'apprentissage. Initialement, les données de ces points d'apprentissage peuvent être générées à partir de la technique d'échantillonnage hypercube latin *LHS* [?], et seront rassemblées dans une matrice  $S = \{\mathbf{X}(1), \dots, \mathbf{X}(M)\}$  qui résulte de  $M$  réalisations du vecteur d'entrée aléatoire  $\mathbf{X}$ . Les réponses correspondantes de la sortie du modèle  $g(\mathbf{X})$  sont rassemblées dans un vecteur  $\mathbf{Y} = [g(\mathbf{X}(1)), \dots, g(\mathbf{X}(M))]^T$ . Ensuite, ces données ou la matrice  $S$ , connue sous le nom de plan d'expérience, "*Design of Experiment*" *DOE*, sont mises à jour de manière itérative en ajoutant les nouveaux points d'entraînement à l'aide d'une fonction dite d'apprentissage (*learning function*). Ainsi, le métamodèle de krigeage  $\bar{g}(\mathbf{X})$  est construit de manière itérative jusqu'à ce qu'un critère de convergence d'analyse fiabiliste soit satisfait.

Sur la base du métamodèle construit  $\bar{g}(\mathbf{X})$ , la fonction de performance peut être prédite pour tous les échantillons du vecteur d'entrée aléatoire  $\mathbf{X}$ , suivant la distribution normale, par ses fonctions de moyenne et de variance :

$$\bar{g}(\mathbf{X}) \sim \mathcal{N}(\mu_{\bar{g}}(\mathbf{X}), \sigma_{\bar{g}}^2(\mathbf{X})) \quad (1.9)$$

En construisant ce métamodèle de Krigeage, la probabilité de défaillance peut être trouvée en utilisant l'une des méthodes d'échantillonnage directes bien connues, la technique *MCS*, voir l'équation (1.8) :

$$P_f \approx \frac{1}{N_{MCS}} \sum_{i=1}^{N_{MCS}} \mathbf{I}(\bar{g}(\mathbf{X}^{(i)}))$$

$$\mathbf{I}(\bar{g}(\mathbf{X}^{(i)})) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_{\bar{g}}(\mathbf{X}^{(i)}) \leq 0 \\ 0 & \text{if } \mu_{\bar{g}}(\mathbf{X}^{(i)}) > 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

Pour faciliter la présentation, le Tableau 1.2 résume les étapes générales essentielles pour mener une analyse fiabiliste itérative basée sur le krigeage. Tandis que les détails mathématiques de cette méthode sont présentés dans l'Annexe A.

TABLEAU 1.2 – Principales étapes d'analyse fiabiliste basée sur la technique de méta-modélisation de Krigeage

Étape	Description
1	Générer la matrice $S$ , c.à.d. les points d'entraînement initiaux de la $DoE$ par la technique $LHS$ .
2	Déterminer le vecteur $\mathbf{Y}$ , c'est-à-dire l'évaluation directe de $g(\mathbf{X})$ aux points d'entraînement de la $DoE$ en résolvant le problème déterministe.
3	Générer des échantillons aléatoires $N_{MCS}$ pour l'interpolation par $MCS$ .
4	Construire le métamodèle de krigeage $\bar{g}(\mathbf{X})$ à partir de $S$ et de $\mathbf{Y}$ , en utilisant un toolbox de krigeage.
5	Interpoler la valeur de $g(\mathbf{X})$ pour les échantillons aléatoires $N_{MCS}$ en utilisant le prédicteur de Krigeage et calculer la probabilité de défaillance $P_f$ utilisant l'équation (1.10).
6	Vérifier le critère de convergence d'analyse fiabiliste (voir Annexe A) et passer à l'étape 9 ; sinon, passer à l'étape 7.
7	Identifier un ou un ensemble de nouveaux points d'apprentissage $\mathbf{X}^*$ à l'aide d'une fonction d'apprentissage et mettre à jour la $DoE$ (la matrice $S$ ).
8	Évaluer la fonction de performance exacte, c'est-à-dire résoudre le problème déterministe des nouveaux points d'apprentissage $\mathbf{X}^*$ et mettre à jour $\mathbf{Y}$ . Ensuite, aller à l'étape 4.
9	Calculer le coefficient de variation $COV$ de la probabilité de défaillance $COV_{P_f} = \sqrt{\frac{1-P_f}{P_f N_{MCS}}}$ .
10	Si $COV_{P_f} \leq 0.05$ , obtenir $P_f$ ; sinon, passer à l'étape 3 et augmenter $N_{MCS}$ .

### 1.5.3 Quantification de l'incertitude par l'inférence Bayésienne

L'approche la plus couramment utilisée pour calibrer et identifier les paramètres d'un modèle consiste à formuler une fonction d'erreur qui mesure la différence carrée entre les données expérimentales et la réponse prédite du modèle [?, ?, ?]. Cette fonction d'erreur est ensuite minimisée par rapport aux paramètres du modèle qui nous intéressent pour les calculer. Cependant, une telle approche produit une estimation déterministe des paramètres inconnus, elle n'est pas en mesure de tenir compte des incertitudes inévitables associées à toute observation expérimentale.

Une approche alternative consiste à utiliser la méthode d'inférence statistique Bayésienne, qui vise à traiter l'incertitude plutôt qu'à déterminer simplement les paramètres d'entrée  $\mathbf{X}$  les mieux adaptés [?, ?]. La Figure 1.25 présente les concepts généraux de

la méthode d'inférence bayésienne utilisée pour le calibrage du modèle,  $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{X})$ , sur la base des observations expérimentales  $\mathbf{y}_d$ . Les paramètres inconnus du modèle  $\mathbf{X}$  sont modélisés comme des variables aléatoires et sont définis par une distribution a priori  $\pi(\mathbf{X})$  basée sur une connaissance préalable qui peut être extrêmement pauvre avant d'avoir les données expérimentales  $\mathbf{y}_d$ . L'incorporation de la connaissance préalable supposée rend l'approche de l'inférence bayésienne soluble uniquement pour un nombre limité d'observations [?]. Le concept de base de l'analyse bayésienne consiste à explorer une fonction de densité de probabilité *FDP*, appelée distribution postérieure  $f(\mathbf{X}|\mathbf{y}_d)$ , sur la base des données mesurées  $\mathbf{y}_d$  et les connaissances a priori de  $\pi(\mathbf{X})$ . En d'autres termes, l'inférence bayésienne consiste à mettre à jour les connaissances sur  $\mathbf{X}$  sur la base des données observées  $\mathbf{y}_d$  afin de réduire la divergence entre ces derniers et la prédiction du modèle  $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{X})$ . Le théorème de Bayes peut-être exprimé comme suit [?] :

$$f(\mathbf{X}|\mathbf{y}_d) = \frac{f(\mathbf{y}_d|\mathbf{X})\pi(\mathbf{X})}{\int f(\mathbf{y}_d|\mathbf{X})\pi(\mathbf{X}) dx} \quad (1.11)$$

où  $f(\mathbf{y}_d|\mathbf{X})$  est la probabilité d'observer  $\mathbf{y}_d$  étant donné  $\mathbf{X}$ , aussi appelée fonction de vraisemblance de  $\mathbf{X}$ ,  $L(\mathbf{X})$ .

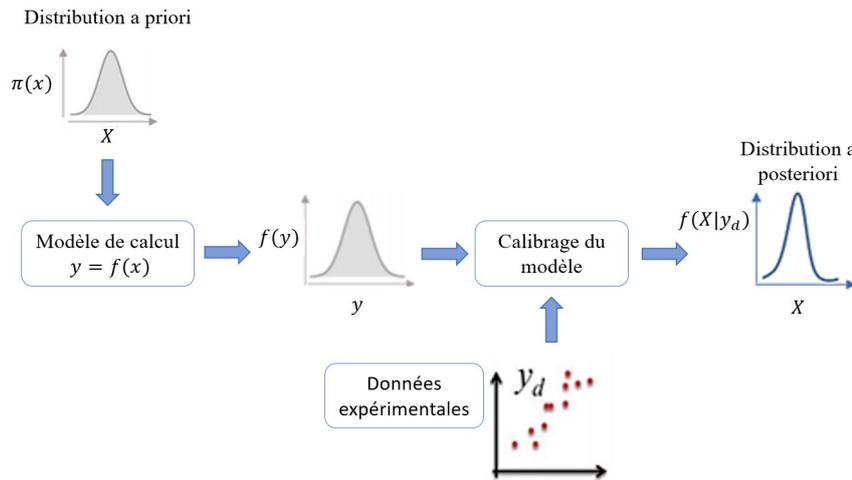


FIGURE 1.25 – Cadre général de la méthode d'inférence bayésienne pour l'étalonnage de modèle sous incertitude sur la base d'observations expérimentales.

Afin d'obtenir la distribution a posteriori  $f(\mathbf{X}|\mathbf{y}_d)$ , la fonction de vraisemblance  $L(\mathbf{X})$  doit être formulée. La relation entre les observations expérimentales et la réponse du modèle peut être exprimée comme la suivante :

$$\mathbf{y}_d = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \epsilon \quad (1.12)$$

où  $\epsilon$  représente le bruit du modèle qui rend compte de l'écart entre les valeurs prédites et observées de  $\mathbf{y}$ , dû à l'erreur dans les observations expérimentales, à la variabilité physique des paramètres et aux approximations faites dans le modèle (l'incertitude du modèle). Pour simplifier,  $\epsilon$  est généralement supposé avoir une divergence gaussienne additive avec une valeur moyenne nulle et une variance  $\sigma^2$ , où la variance peut être supposée, donnée ou calibrée [?, ?, ?].

Dans ce cas, la fonction de vraisemblance  $L(\mathbf{X})$  pour un ensemble de  $n$  mesures expérimentales, avec le modèle d'erreur supposé indépendant et identiquement distribué [?, ?, ?], s'exprime comme le produit de  $n$  fonctions de densité de probabilité normales :

$$L(\mathbf{X}) = f(\mathbf{y}_d|\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{y}_d^{(i)} - \mathbf{f}(\mathbf{X}))^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1.13)$$

Une fois que la fonction a posteriori est formulée, elle doit être analysée pour rechercher les valeurs pertinentes, c'est-à-dire les valeurs les plus probables des paramètres pour laquelle la fonction a posteriori est maximale (la moyenne et la variance). La distribution a posteriori ne peut être explorée de manière analytique que pour des cas simples, mais cela devient difficile si le modèle est résolu numériquement. Par conséquent, des méthodes numériques doivent généralement être employées, dont l'une, très répandue, repose sur les simulations de Monte Carlo par chaîne de Markov *MCMC* [?, ?, ?, ?]. L'idée de base des simulations *MCMC* est d'approcher la distribution postérieure en générant une liste séquentielle d'échantillons aléatoires qui forment une chaîne de Markov pour laquelle la distribution stationnaire est égale à la distribution postérieure [?, ?]. Il existe plusieurs algorithmes pour générer des échantillons à partir d'une distribution inconnue en utilisant le concept d'un procédé de Markov, dont le prototype est l'algorithme de Metropolis-Hastings *MH* [?, ?], qui est basé sur la proposition et l'acceptation ou le rejet ultérieur de points candidats en fonction de certaines probabilités. Dans ce travail, l'inférence bayésienne implantée dans la boîte à outils *Matlab UQLab* [?] est choisie avec l'algorithme adaptatif de Metropolis [?] pour quantifier l'incertitude des propriétés du béton frais imprimé.

#### 1.5.4 Optimisation de la conception basée sur les analyses fiabilistes

L'optimisation de la conception par modélisation probabiliste, également connue sous le nom d'optimisation de la conception basée sur la fiabilité, "*reliability-based design optimization*" *RBDO*, vise à trouver la valeur optimale des variables de conception pour équilibrer les exigences de coût et de sécurité en tenant compte de l'incertitude des variables d'entrée  $\mathbf{X}$  [?, ?, ?]. Contrairement à la technique traditionnelle dans laquelle l'optimisation déterministe est réalisée à l'aide des facteurs de sécurité partiels, ces derniers sont généralement calibrés pour couvrir l'ensemble du domaine de conception et peuvent conduire à des structures sur-dimensionnées, la *RBDO* tient compte de l'incertitude en intégrant des concepts probabilistes tout au long du procédé d'optimisation afin d'évaluer les contraintes de fiabilité [?]. Le niveau de sûreté des solutions optimales des variables de conception est donc quantifié par une probabilité de défaillance, tout en assurant qu'elle reste en dessous d'un seuil fixe dans le problème d'optimisation.

D'un point de vue mathématique, la formulation de base de la *RBDO* peut s'exprimer comme suit :

$$\begin{cases} \underset{\mathbf{d}}{\text{minimiser}} : & f(\mathbf{d}) \\ \text{par rapport à} : & \begin{cases} S_i(\mathbf{d}) & \leq 0, \quad i = \{1, 2, \dots, n\} \\ P_{f,j}(g_j(\mathbf{X}, \mathbf{d}) \leq 0) & \leq P_{f,j}^T, \quad j = \{1, 2, \dots, m\} \end{cases} \end{cases} \quad (1.14)$$

Dans cette formulation,  $f(\mathbf{d})$  est la fonction objective (également appelée fonction de coût) à minimiser par rapport au vecteur des variables de conception  $\mathbf{d}$ , tout en satisfaisant les contraintes douces et dures. Les  $n$  contraintes souples (ou déterministes) limitent l'espace de conception représenté par les limites inférieure et supérieure des variables de conception dans lesquelles l'algorithme d'optimisation explore. Les  $m$  contraintes dures (ou probabilistes) définissent la région réalisable qui empêche le dépassement de l'exigence minimale de sécurité, exprimée sous la forme d'une probabilité de défaillance acceptable  $P_{f,j}^T$  qui peut être différente pour chaque fonction de performance  $g_j$ .

En effet, pour résoudre le problème *RBDO* présenté dans l'équation (1.14), une estimation de la probabilité de défaillance pour différentes valeurs des paramètres de conception est requise. En général, des nombreuses techniques existent et peuvent être classées selon trois approches principales, l'approche à deux niveaux, l'approche à un niveau et l'approche découplée [?, ?]. L'approche à deux niveaux utilise deux boucles, la boucle extérieure explore l'espace de conception  $\mathbf{d}$  en utilisant un schéma d'optimisation approprié tandis que l'analyse fiabiliste dans l'espace des variables aléatoires  $\mathbf{X}$  est effectuée dans la boucle intérieure. Cette approche prend énormément de temps lorsque l'analyse fiabiliste doit être répétée à chaque itération de la boucle extérieure, c'est-à-dire à chaque réalisation des variables de conception  $\mathbf{d}$ . L'approche à un seul niveau, ou à une seule boucle, est proposée pour réduire le coût de l'approche précédente. Dans cette approche, le problème *RBDO* est résolu en évitant l'analyse fiabiliste grâce à une reformulation du problème *RBDO* pour obtenir une optimisation en boucle unique et en appliquant des conditions optimales [?, ?]. Il a cependant été démontré que cette approche peut ne pas converger lorsque le point de départ du problème d'optimisation est choisi loin de la solution optimale [?]. Dans l'approche découplée, le *RBDO* est mené de manière séquentielle lorsqu'un problème d'optimisation déterministe approximatif est résolu en utilisant les informations de l'analyse fiabiliste précédente [?, ?, ?].

Les auteurs dans [?] ont proposé une autre procédure d'optimisation basée sur les quantiles, dans laquelle les contraintes de probabilité sont formulées sur les quantiles des fonctions de performance au lieu des probabilités cibles de défaillance. Ils ont proposé l'utilisation d'un espace de fiabilité augmenté, défini comme le produit tensoriel entre les variables de conception et les variables aléatoires,  $\mathbb{Z} = \mathbf{d} \times \mathbf{X}$ . L'espace des variables de conception  $\mathbf{d}$  est la région hyper-rectangulaire qui, dans le cas de l'espace unidimensionnel, est définie comme  $\mathbf{d} = [\mathbf{d}^-, \mathbf{d}^+]$  où  $\mathbf{d}^-$ ,  $\mathbf{d}^+$  sont respectivement les limites inférieure et supérieure choisies. Dans l'espace augmenté  $\mathbb{Z}$ , le problème d'optimisation défini dans l'équation (1.14) est réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \text{minimiser :} & f(\mathbf{d}) \\ \text{par rapport à :} & Q_{\alpha,j}(\mathbf{d}, \Gamma_j(\mathbb{Z})) \leq \chi_j, \quad j = \{1, 2, \dots, m\} \end{cases} \quad (1.15)$$

où le quantile dans l'équation (1.15) est défini comme suit :

$$Q_{\alpha,j}(\mathbf{d}, \Gamma_j(\mathbb{Z})) = \inf\{q_j \in \mathbb{R} : P_j(\Gamma_j(\mathbb{Z})) \leq q_j\} \geq \alpha_j; \quad \alpha_j = 1 - P_{f,j}^T \quad (1.16)$$

Pratiquement, le quantile dans l'équation (1.16) peut être calculé à l'aide de la technique *MCS*, appelé méthode *QMC*. Par contre, pour éviter le grand nombre des évaluations directes de la réponse de la structure par le *MCS* brut afin d'estimer le quantile

à chaque itération de la procédure d'optimisation, les chercheurs de [?] ont approché la réponse de la structure  $\Gamma_j(\mathbb{Z})$  par un substitut tel que le métamodèle de Krigeage  $\bar{\Gamma}_j(\mathbb{Z})$ . Cette approche, appelée *Kriging – QMC*, bénéficie des avantages de la technique de méta-modélisation de Krigeage ainsi que de l'approche *QMC* qui réduit significativement le temps nécessaire à la résolution du problème d'optimisation, en particulier dans le cas de l'utilisation d'un logiciel numérique. Pour ne pas alourdir la présentation, l'Annexe B résume les détails mathématiques et les principales étapes du *Krigeage – QMC* pour le problème *RBDO* reformulé dans l'équation (1.15). Dans ce travail, l'approche *Krigeage – QMC* implantée dans l'outil *UQLab* [?] est choisie pour résoudre l'optimisation de la conception du procédé d'impression 3D en béton.

## 1.6 Conclusions

Les études bibliographiques dans ce chapitre visent à synthétiser les méthodes de caractérisation du comportement du béton à l'état frais et de la structure, compte tenu des différents problèmes qui peuvent survenir tout au long des étapes successives du procédé d'impression 3D. Les enjeux liés à ce procédé d'extrusion consistent d'une part à contrôler de la géométrie à l'échelle de la couche déposée et d'autre part à prédire, les deux modes de défaillance structurelle lors d'impression, le flambement élastique et l'effondrement plastique. La complexité de la géométrie des structures imprimées et les variations et les interactions des différents paramètres (hétérogénéité du matériau, présence des imperfections géométriques) sont les raisons qui expliquent une orientation du choix des modèles numériques dans les analyses du comportement des structures à chaque phase du procédé d'impression 3D.

Cette synthèse de l'état de l'art de la modélisation numérique du procédé a mis l'accent sur l'échelle de la couche imprimée et celle de la structure. À l'échelle de filament, les modélisations numériques consistent à prédire la forme des couches déposées. Dans l'ensemble des études à ce niveau, un comportement visqueux représenté par un modèle de fluide newtonien ou non newtonien est choisi pour caractériser l'état du béton frais alors que les simulations peuvent être réalisées par les méthodes des volumes finis ou des éléments finis - particules. Les prédictions numériques ont montré leur capacité de simuler la section transversale de la couche imprimée qui dépend non seulement des paramètres et de la stratégie du processus de l'impression mais aussi des propriétés du matériau et de son interaction avec la couche existante. La possibilité de caractériser la qualité de la rugosité de la surface de contact entre les couches successives ou bien la force de pression sous la buse présentent également un avantage des modélisations numériques à cette échelle. À grande échelle, l'intérêt des modélisations numériques consiste à prédire les modes de défaillance en incluant le développement des propriétés du matériau et de la géométrie de la structure, tout au long du procédé d'impression. Les différents types d'essai expérimental disponibles dans la littérature pour caractériser les propriétés du béton imprimable à un jeune âge ont été résumés sachant qu'il n'existe pas jusqu'à présent la procédure standard. Les résultats obtenus à cette échelle démontrent la capacité des simulations numériques basées largement sur la méthode des éléments finis en adoptant le modèle de comportement élasto-plastique du matériau.

Cependant les prédictions numériques présentent un écart parfois très important avec les résultats expérimentaux. La différence est souvent expliquée par une surestimation

des propriétés mécaniques du béton frais calibrées à partir des essais expérimentaux ou bien par la négligence des imperfections géométriques ou de l'influence du phénomène thermique dans les simulations numériques. Malgré les incertitudes très significative des propriétés mécaniques ont été observées dans les essais de laboratoire, elles ne sont rarement prises en compte dans les prédictions numériques de la réponse de structure. La considération des incertitudes dans les analyses de la constructibilité de la structure au cours d'impression 3D présente une piste nécessaire à approfondir et peut contribuer parmi d'autres un volet pour améliorer la capacité prédictive des modélisations numériques. À cette fin, certains concepts centraux de l'analyse probabiliste tel que la quantification des incertitudes par la méthode d'inférence Bayésienne, l'approche de modélisation stochastique basée sur le métamodèle de krigeage et aussi l'approche d'optimisation fiabiliste de la conception ont été révisés. Ce type d'approche d'analyse fiabiliste permet d'une part de quantifier les sources d'incertitude, comme l'incertitude des propriétés mécaniques du béton au jeune âge, et leur propagation aux réponses des structures imprimées. D'autre part, en les combinant avec les algorithmes appropriés, les modélisations stochastiques permettent d'optimiser le processus d'impression correspondant à un niveau de confiance choisi.

# Chapitre 2

## Analyse fiabiliste de la défaillance structurelle au cours du procédé d'impression 3D en béton

### 2.1 Introduction

La prédiction de défaillance structurelle pendant le procédé d'impression 3D en béton est une tâche importante pour l'application industrielle de cette technique de construction innovante. En raison de sa forte dépendance à l'égard des divers paramètres tels que les propriétés du béton frais, la géométrie de la structure imprimée et les paramètres d'impression, la prédiction précise de la réponse structurelle pendant le procédé d'impression 3D est un défi. En particulier, l'évolution significative dans le temps des propriétés mécaniques ainsi que les caractéristiques hétérogènes par nature du béton au jeune âge rendent difficile de le caractériser expérimentalement, générant une incertitude significative de ces propriétés. Ce fait peut expliquer l'écart important entre les prévisions de défaillance obtenues par simulation numérique et les expériences d'impression réelles, l'observation généralement indiquée dans la littérature.

Dans l'objectif d'améliorer la prédiction, le présent chapitre vise à présenter et vérifier l'applicabilité de l'approche probabiliste dans la procédure de modélisation numérique du procédé d'impression 3D. Suivant cette procédure, l'analyse fiabiliste a été menée pour estimer la probabilité de défaillance des structures pendant le procédé d'impression en tenant compte des sources d'incertitude, notamment des incertitudes sur les propriétés du béton frais. À cette fin, nous présentons dans un premier temps la technique de quantification des incertitudes utilisant la méthode d'inférence bayésienne. Dans un deuxième temps, la modélisation stochastique basée sur la technique de méta-modélisation de Krigeage est adoptée pour estimer la probabilité de deux modes de défaillance de la structure en béton pendant l'impression 3D, *i. e.*, l'effondrement plastique et le flambement élastique. Pour la validation de l'approche proposée et en raison du manque des données, l'incertitude sur la géométrie de la couche, par exemple, la distribution spatiale des imperfections géométriques ou de l'excentricité des couches déposées pendant l'impression sera écartée dans ce chapitre. L'applicabilité et l'efficacité de cette méthode de modélisation probabiliste sont vérifiées à travers des études numériques menées avec différentes géométries des structures imprimées et prenant également en compte l'effet de la stratégie d'extrusion par pressage

des couches. Une analyse de sensibilité a été menée, permettant de déterminer les paramètres qui affectent principalement la défaillance structurelle pendant l'impression 3D en béton.

Ce chapitre est organisé comme suit. La section 2.2 décrit le modèle de comportement et les paramètres requis pour l'analyse structurelle pendant l'impression 3D. La section 2.3 présente la méthodologie de modélisation stochastique en décrivant les fonctions de performance et en quantifiant les incertitudes. Ensuite, dans la section 2.4, de nombreuses applications numériques utilisant l'analyse déterministe, probabiliste et de sensibilité sont menées pour étudier la réponse des structures en béton pendant l'impression. Enfin, quelques conclusions sont données dans la section 2.5 .

## 2.2 Modèle de comportement élastique linéaire et élasto-plastique dépendant du temps du béton au jeune âge et paramètres considérés dans la modélisation à l'échelle de la structure

Comme présenté précédemment dans le chapitre sur l'état de l'art, la défaillance des structures en béton pendant l'impression 3D est principalement due à deux modes de ruine, l'effondrement plastique ou le flambement élastique. Par conséquent, le choix du modèle élasto-plastique et la caractérisation des propriétés élastiques et les paramètres représentant le critère de plasticité du béton frais sont cruciaux pour la modélisation numérique du procédé d'impression 3D à l'échelle de la structure.

Le flambement élastique est un phénomène mécanique qui se produit pour les structures soumises à des charges de compression, comme dans le cas du procédé d'impression 3D, et se caractérise par un changement soudain de la configuration géométrique (déviation latérale) entraînant une perte de la résistance de la structure. Cependant, la résistance au flambement d'une structure est très complexe à estimer, car elle est très sensible aux imperfections des matériaux, de la géométrie, des conditions aux limites et des charges appliquées [?]. En négligeant dans ce chapitre l'imperfection géométrique, l'étude du flambement élastique de la structure est réalisée par l'analyse de bifurcation (analyse du flambement linéaire), basée sur le comportement élastique linéaire du matériau [?, ?, ?, ?]. Cette analyse est basée sur la comparaison de l'énergie potentielle à un état perturbé statique, avec celle de la position d'équilibre, voir Annexe C pour plus des détails. Le but de cette analyse est de déterminer la résistance au flambement  $R$ , qui est définie comme une multiplication de la charge réelle appliquée  $S$  par un facteur  $\lambda$  de charge de flambement,  $R = \lambda S$ .

En supposant un comportement élastique isotrope, la loi de Hooke représente la relation élastique linéaire entre les contraintes et les déformations du béton frais par deux paramètres connus, le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\mu$ . L'évolution de l'état fluide à solide du béton au jeune âge résulte d'un développement dans le temps de ces propriétés élastiques [?]. Sur la base des résultats expérimentaux d'un essai de compression uni-axiale, effectué par Wolfs et al. [?] à différents âges du béton imprimable, le module de Young  $E$  est supposé augmenter linéairement en fonction du temps  $t$ , équation (2.1), tandis que le coefficient de Poisson  $\mu$  est supposé être constant :

$$E(t) = E_0 + \xi_E \cdot t \quad (2.1)$$

Le temps  $t$  représente le temps de progression dans le procédé de l'impression, c'est-à-dire le temps après le dépôt du matériau par extrusion, qui coïncide avec l'augmentation progressive de la charge au fur et à mesure que les couches sont déposées l'une sur l'autre. Ainsi, dans le cas du flambement élastique intervenant au cours de l'impression, les paramètres à prendre en compte sont : le module d'Young  $E_0$  à l'instant initial, *i.e.*, moment du commencement de dépôt de la première couche de béton, le coefficient  $\xi_E$  qui représente le gradient de l'augmentation du module d'Young dans le temps et le coefficient de Poisson  $\mu$ .

Outre le mode de défaillance par flambement élastique, au cours du procédé d'impression 3D, la structure peut également atteindre la ruine lorsque le matériau atteint sa limite d'élasticité, ce qui constitue une défaillance matérielle désignée par effondrement plastique. Parmi les différents modèles de plasticité, celui de Mohr-Coulomb  $M - C$ , très connu dans le domaine géotechnique, a été largement adopté pour caractériser l'effondrement plastique lors du procédé d'impression 3D [?, ?, ?, ?, ?]. Ce critère de plasticité est représenté par la cohésion  $C$  entre les particules liées par le ciment et l'angle de frottement interne  $\phi$  causé par la résistance au frottement et l'imbrication entre les particules internes [?, ?]. Comme pour les paramètres élastiques du matériau, les résultats expérimentaux [?, ?, ?, ?, ?] ont montré que l'effet thixotropique fait évoluer les paramètres de Mohr-Coulomb de manière significative dans le cadre temporel du procédé d'impression. D'après les résultats d'un programme expérimental basé sur les essais de cisaillement direct et de compression triaxiale [?, ?], plusieurs auteurs ont proposé une évolution linéaire dans le temps de la cohésion  $C$  tandis que l'angle de frottement  $\phi$  est supposé constant. Par conséquent, le critère de Mohr Coulomb dépendant du temps peut être formulé de la manière suivante :

$$\tau_y(t) = C(t) + \sigma_n \cdot \tan(\phi) \quad (2.2)$$

avec

$$C(t) = C_0 + \xi_C \cdot t \quad (2.3)$$

Dans l'équation (2.2),  $\tau_y$  et  $\sigma_n$  sont respectivement la limite d'élasticité en cisaillement et la contrainte normale appliquée.

En effet, un objet imprimé est considéré comme en rupture plastique lorsque la limite d'élasticité est atteinte, ce qui conduit par conséquent à un effondrement progressif caractérisé par l'apparition des déformations importantes et/ou des fissures. Selon le critère choisi, représenté ici par le modèle  $M - C$  qui est également choisi dans ce travail de recherche, l'effondrement plastique en impression 3D apparaît lorsque l'état de contrainte vérifie l'équation (2.2), alors que l'étude du comportement post-pic, *e.g.*, l'évolution de déformation plastique, ne constitue pas notre objectif. Dans le cadre du modèle  $M - C$ , l'étude de la phase post-pic peut être réalisée en tenant compte des effets de la dilatation dans le béton frais, caractérisée par un angle de dilatation. La dilatation fait référence à l'altération du volume qui se produit lorsque le matériau subit une déformation par cisaillement. Le changement de volume associé à la dilatation peut se produire dans les deux sens, positif et négatif, en fonction de la densité initiale du matériau. Dans le cas d'un empilement initialement dense, le changement de volume peut être positif, tandis

que dans le cas d'un empilement initial lâche, le changement de volume peut être négatif, ce qui est observé dans divers géo-matériaux tels que les sols, les roches et le béton [?].

À part les paramètres caractérisant le comportement élasto-plastique, la densité du matériau  $\rho$  est nécessaire. Ce paramètre conditionne l'augmentation de charge progressive au cours de l'impression liée principalement au poids propre des couches successives. Cette dernière est également considérée constante dans le temps selon Wolfs et al. [?]. Ainsi, pour permettre une analyse structurelle lors de l'impression, on s'intéresse aux sept propriétés du matériau :  $\rho$ ,  $E$ ,  $\xi_E$ ,  $\mu$ ,  $C$ ,  $\xi_C$  et  $\phi$ .

## 2.3 Approche d'analyse fiabiliste en impression 3D en béton : méthodologie

### 2.3.1 Choix des fonctions de performance

L'analyse fiabiliste consiste à quantifier la propagation de l'incertitude sur la probabilité que la réponse de la structure dépasse au moins un critère de défaillance. Dans la première étape de ces études probabilistes, nous nous limitons au cadre des incertitudes du comportement mécanique du béton frais en négligeant les autres sources d'incertitude comme celles de la géométrie des couches déposées ou bien des paramètres du procédé d'impression. Plus précisément, correspondant au modèle de comportement adopté précédemment, nous considérons parmi les propriétés élasto-plastique du béton au jeune âge l'incertitude des paramètres,  $E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi$ , qui sont définis comme les variables aléatoires groupées dans le vecteur  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi]$ . Les deux autres paramètres, le coefficient de poisson  $\mu$  et de la densité  $\rho$ , dont les caractérisations expérimentales présentent une faible dispersion [?, ?] sont alors considérés déterministes.

La quantification de la propagation d'incertitude aux deux modes de défaillance de la structure pendant l'impression vise à estimer la probabilité que la réponse de la structure dépasse au moins un critère de défaillance. D'un point de vue mathématique, chaque critère est exprimé par une fonction d'état limite, ou fonction de performance  $g(\mathbf{X})$ , qui sépare dans l'espace des variables aléatoires  $\mathbf{X}$  les domaines de défaillance,  $g(\mathbf{X}) < 0$ , et de sûreté,  $g(\mathbf{X}) > 0$ .

Suivant le critère de rupture de Mohr-Coulomb, on peut déduire aisément la fonction d'état limite correspondante du mode d'effondrement plastique  $g_p(\mathbf{X})$  comme la suivante :

$$g_p(\mathbf{X}) = 1 - \frac{\sigma_1[(1 - K_0) - (1 + K_0) \sin(\phi)]}{2 \cos(\phi)(C_0 + \xi_C t)} \quad (2.4)$$

Dans l'équation (2.4),  $K_0$  est le coefficient de contrainte latérale  $K_0 = \sigma_3/\sigma_1$ , avec  $\sigma_3$  et  $\sigma_1$  les contraintes principales maximale et minimale respectivement.

Le deuxième mode de défaillance, flambement élastique, se produit lorsque la charge appliquée à la structure  $S$ , par exemple, le poids propre des couches imprimées, dépasse la capacité de résistance au flambement  $R$ , avec  $R = \lambda S$ . Dans le contexte de procédé d'impression 3D, la capacité  $R$  de résistance au flambement élastique dépend des propriétés élastiques du béton frais, le module d'Young ( $E_0, \xi_E$ ) et le coefficient de Poisson  $\mu$ .

De manière générale, la fonction d'état limite correspondante  $g_{el}(\mathbf{X})$  peut donc être exprimée sous la forme suivante :

$$g_{el}(\mathbf{X}) = 1 - \frac{S}{R} = 1 - \frac{1}{\lambda} \quad (2.5)$$

La formule explicite des deux fonctions d'état limite ne peut être trouvée que dans certains cas simples pour lesquels les solutions analytiques de la réponse de la structure peuvent être déduites [?, ?]. Dans la plupart des cas, où la géométrie de la structure imprimée est complexe, ces fonctions sont implicites et doivent être évaluées numériquement en utilisant par exemple la méthode des éléments finis. Dans cette étude, afin de valider la méthodologie proposée, nous récapitulons ci-dessous les solutions analytiques des deux modes de défaillance d'un mur droit ayant une section transversale rectangulaire idéale [?, ?]. Un schéma de la géométrie d'un mur droit imprimé est présenté dans la Figure 2.1. En supposant que  $H_t$  est la hauteur ciblée de la structure à imprimer,  $h$  est l'épaisseur de chaque couche déposée et  $L$  est la longueur de la paroi, ces paramètres géométriques peuvent être reliés comme suit :

$$h = \frac{H_t}{n_l} \quad n_l = \frac{t}{T_h} \quad T_h = \frac{L}{V_r} \quad (2.6)$$

où,  $n_l$  est le nombre de couches imprimées,  $V_r$  la vitesse horizontale de l'imprimante,  $t$  la durée totale de l'impression et  $T_h$  la durée d'impression d'une couche individuelle.

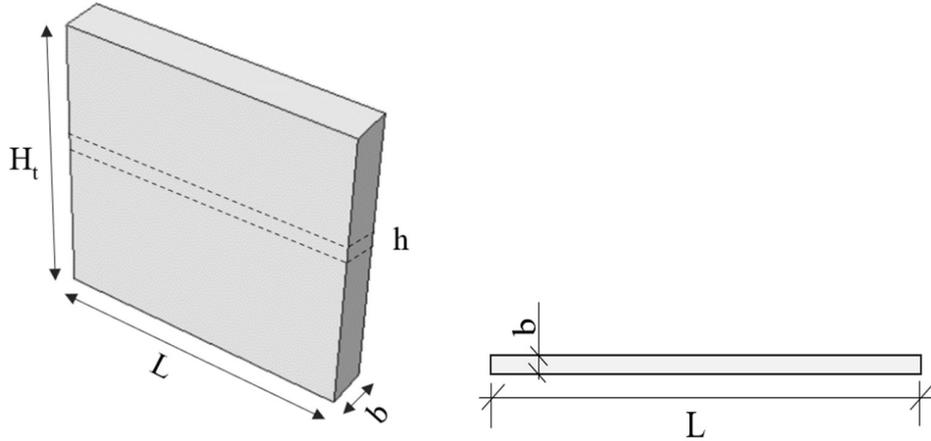


FIGURE 2.1 – Caractéristiques géométriques d'un mur droit imprimé.

Pour le premier mode de défaillance, l'effondrement plastique, Wolfs et Suiker [?] ont dérivé la solution analytique suivante de la contrainte axiale critique pour laquelle la rupture plastique se produit au bas de la paroi imprimée en négligeant la contrainte latérale :

$$\sigma_1^{cr} = \frac{2C \cos(\phi)}{1 - \sin(\phi)} \quad (2.7)$$

Par conséquent, ayant la contrainte axiale induite par la gravité au bas de la paroi,  $\sigma_1 = \rho g H_t$ , avec  $g$  est l'accélération de la gravité, la fonction de performance générale de l'effondrement plastique, équation (2.4), peut être simplifiée à une fonction analytique :

$$g_{p,ana}(\mathbf{X}) = 1 - \frac{\rho g H_t (1 - \sin(\phi))}{2 \cos(\phi) (C_0 + \xi_C t)} \quad (2.8)$$

Pour le deuxième mode de défaillance, Suiker [?] a dérivé à partir des résultats numériques calculés avec le modèle paramétrique, la solution analytique suivante de la hauteur de flambement critique non dimensionnelle du mur droit :

$$\bar{H}_{cr,el} = 1.98635 + 0.996(\bar{\xi}_E)^{0.793} \quad (2.9)$$

avec

$$\begin{aligned} \bar{H}_{cr,el} &= \Lambda H_{cr,el} & \bar{\xi}_E &= \frac{\xi_E}{\Lambda E_0 \dot{H}_t} & \dot{H}_t &= \frac{Q}{V_r b T_h} = \frac{h V_r}{L} \\ \Lambda &= \left( \frac{\rho g b}{D_0} \right)^{1/3} & D_0 &= \frac{E_0 b^3}{12(1-\nu^2)} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Dans l'équation (2.9), le paramètre  $Q = bhL/T_h$  représente la quantité de matériau déchargé de la buse d'impression par unité de temps alors  $b$  est la largeur de la paroi imprimée, voir Figure 2.1. Suivant cette solution, le flambement élastique se produit lorsque la hauteur du mur imprimé est supérieure à cette hauteur critique,  $H_t \geq H_{cr,el}$ . Ainsi, la fonction de performance analytique qui décrit ce mode de défaillance de la paroi imprimée,  $g_{el,ana}(\mathbf{X})$ , peut être réécrite comme la suivante :

$$g_{el,ana}(\mathbf{X}) = 1 - \Lambda H_t \left( 1.98635 + 0.996 \left( \frac{\xi_E L}{\Lambda E_0 h V_r} \right)^{0.793} \right)^{-1} \quad (2.11)$$

Pour tenir compte de la compétition entre les deux modes de défaillance, le critère de défaillance structurelle pendant le procédé d'impression 3D en béton peut être établi à partir de la valeur minimale des deux fonctions de performances de l'effondrement plastique et du flambement élastique :

$$g(\mathbf{X}) = \min [g_p(\mathbf{X}), g_{el}(\mathbf{X})] \quad (2.12)$$

### 2.3.2 Quantification de l'incertitude des propriétés des matériaux du béton frais par l'inférence Bayésienne

Dans le but d'étudier le comportement structurel pendant l'impression par une approche de modélisation stochastique, la quantification des incertitudes des variables aléatoires intervenant sur la réponse de la structure est une tâche importante. À cette fin, la méthode d'inférence bayésienne est adoptée dans cette étude pour identifier les incertitudes des propriétés mécaniques du béton frais regroupées dans le vecteur  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi]$ .

L'application de la méthode d'inversion probabiliste par l'inférence Bayésienne est basée sur des données expérimentales et sur le choix de la distribution a priori des variables aléatoires. Dans ce chapitre, nous utilisons les données expérimentales présentées dans le travail de Wolfs et al. [?]. Selon cette dernière étude, pour caractériser les paramètres de résistance et de rigidité dépendant du temps du béton frais, un total de 30 essais de compression et 75 essais de cisaillement à des âges multiples  $t = 0, 15, 30, 60$  et  $90$  min ont été réalisés. La Figure 2.2a reproduit ces résultats expérimentaux et montre l'évolution du module d'Young jusqu'à 90 min à partir de l'essai uniaxial non confiné où 6 éprouvettes

ont été testées pour chaque âge de béton frais. La Figure 2.2b présente la variation de la résistance au cisaillement dans le temps à partir des essais de cisaillement direct, où 5 éprouvettes ont été testées pour chaque âge.

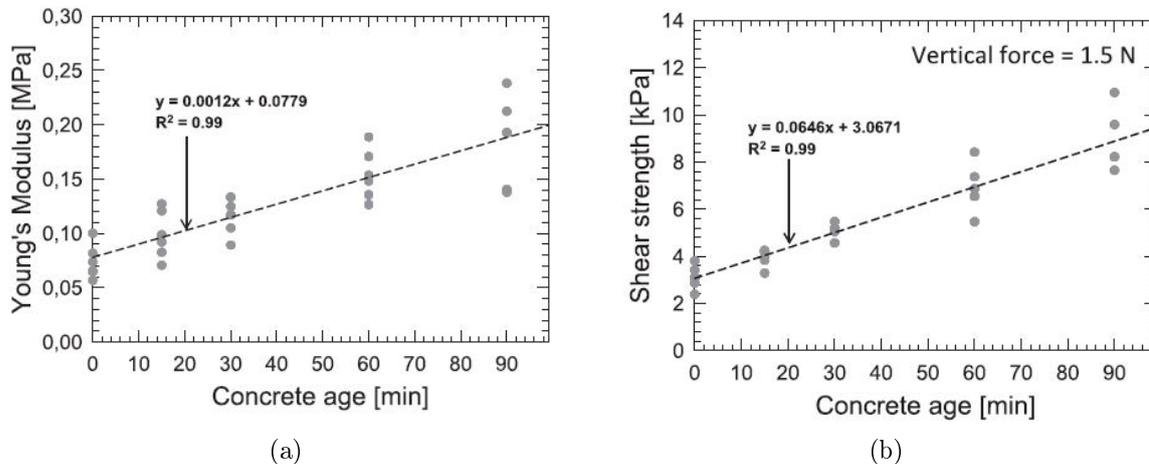


FIGURE 2.2 – Évolutions du module d'Young (a) et de la résistance au cisaillement (b) jusqu'à 90 min, d'après les essais de compression et les essais de cisaillement direct [?].

Pour choisir la distribution a priori des variables aléatoires  $\mathbf{X}$ , qui sont supposées indépendantes, nous adoptons une distribution normale pour chaque variable dont la valeur moyenne peut être déterminée à partir de la méthode d'ajustement classique qui minimise l'erreur quadratique moyenne comme indiqué dans [?]. Puis, un coefficient de variation élevé  $COV = 50\%$  est pris pour tous ces paramètres dans la procédure de quantification d'incertitude par l'inférence Bayésienne. Dans ce travail, l'inversion bayésienne implantée dans la boîte à outils *Matlab UQLab* [?] est choisie, qui utilise par défaut l'approche numérique adaptative de la chaîne de Markov Monte Carlo, *MCMC*, pour évaluer la distribution a posteriori des variables aléatoires. Les Histogrammes des distributions a priori et a posteriori résultant de l'inférence bayésienne sont présentés à la Figure 2.3. Dans le Tableau 2.1 sont résumés les résultats de cette procédure d'inversion avec les distributions a priori et a posteriori des propriétés mécaniques du matériau. Ces résultats montrent des valeurs moyennes similaires à celles déterminées par Wolfs et al. [?], mais une incertitude significative représentée par un écart-type élevé du module d'Young et de l'angle de frottement peut être remarquée à partir de notre inversion probabiliste.

TABLEAU 2.1 – Les distributions a priori et a posteriori des propriétés du matériau [?]

Paramètres	Distribution a priori		Distribution a posteriori	
	Moyen ( $\mu_{\mathbf{X}}$ )	Écart type $\sigma_{\mathbf{X}}$	Moyen ( $\mu_{\mathbf{X}}$ )	Écart type $\sigma_{\mathbf{X}}$
$E_0(Pa)$	78000	39000	79000	26000
$\xi_E(Pa/min)$	1200	600	1200	510
$C_0(Pa)$	3050	1525	3700	320
$\xi_C(Pa/min)$	58	29	35	4.9
$\tan(\phi)$	0.364	0.182	0.17	0.07

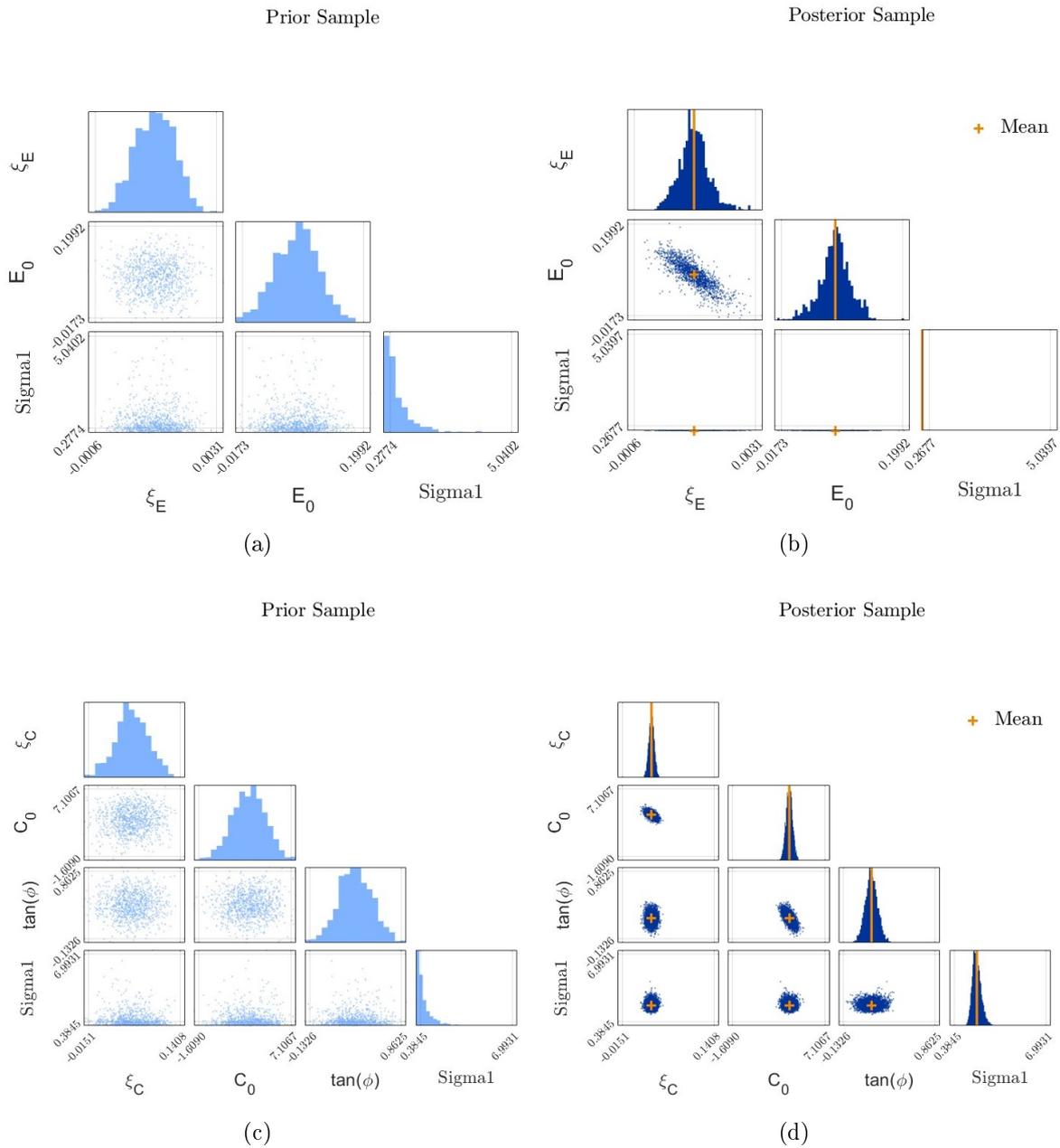


FIGURE 2.3 – Histogrammes des distributions prédictives a priori et a posteriori résultant de l'inférence bayésienne [?].

### 2.3.3 Modélisation déterministe et stochastique de la constructibilité en impression 3D de béton

Dans le cadre de ce travail de recherche, la modélisation déterministe et stochastique de la constructibilité pendant l'impression 3D de la structure en béton est réalisée numériquement sur la base de la méthode des éléments finis. Plus précisément, si l'évaluation directe des réponses de la structure, *i.e.*, résistance au flambement élastique ou contraintes principales, est effectuée par le logiciel *Abaqus*, l'ensemble de la procédure de pré et post-

traitement a été opéré dans l’environnement *Matlab*. Selon cette procédure, il s’agit de générer tout d’abord dans *Matlab* le maillage et puis le fichier d’entrée pour l’analyse numérique avec *Abaqus*. En donnant les paramètres géométriques comme la hauteur totale à imprimer  $H_t$ , la longueur  $L$  et la largeur de la couche  $b$ , ou bien la trajectoire de parcours planaire, les noeuds du maillage d’éléments finis sont créés et écrits de manière automatique dans le fichier d’entrée. Le nombre et la taille des mailles sont définis en se basant sur la hauteur de la couche  $h$  comme présentée ci-après.

Dans ce fichier d’entrée, les propriétés des matériaux sont également définies, où chaque couche déposée est considérée comme homogène, conformément à la pratique courante dans la littérature [?, ?, ?, ?]. Cette hypothèse adoptée signifie que les propriétés mécaniques de la paroi imprimée ne varient que dans le sens de l’extrusion et que la variation des propriétés du béton frais dans chaque couche pendant l’impression a été ignorée. Ces propriétés mécaniques des couches sont calculées à partir des fonctions d’évolution dans le temps du module d’Young et de la cohésion, voir les équations (2.1) et (2.3) définies précédemment, en utilisant les valeurs connues de la vitesse d’impression  $V_r$  ainsi que la longueur  $L$  de la structure imprimée. Les conditions limites consistent à fixer l’ensemble des déplacements en bas de la première couche déposée en supposant également un frottement élevé sur le lit d’impression. Il est important de rappeler à ce stade de la modélisation déterministe que l’imperfection géométrique n’est pas prise en compte et que seule l’analyse de bifurcation est réalisée pour étudier le flambement de la structure au cours de l’impression.

D’ailleurs, au lieu de simuler le dépôt couche par couche, on ne considère que l’état final de l’ensemble de la structure imprimée correspondante à sa hauteur ciblée. Ainsi, on s’intéresse à quantifier la constructibilité de la structure, c’est-à-dire à vérifier si la structure s’effondre ou pas, dans son état final en modélisant d’un seul coup l’ensemble de la structure dans *Abaqus*. Cette stratégie de simulation, permet d’éviter d’utiliser l’option du changement de modèle dans *Abaqus* pour activer et itérer chaque fois le dépôt de la couche suivante qui est très coûteux sur le plan numérique. Nous adoptons également dans ce travail de recherche l’hypothèse d’un contact parfait entre les couches déposées et donc la modélisation de l’interface entre les couches n’est pas prise en compte.

Après la simulation numérique de la réponse structurelle par *Abaqus* qui est appelée à l’intérieur de *Matlab*, le post-traitement est ensuite réalisé, toujours dans l’environnement de *Matlab*. Ce post-traitement permet de déterminer la valeur de fonction d’état limite du critère de défaillance considéré et donc de vérifier si la structure imprimée est en rupture à la hauteur prédéfinie. Dans l’analyse de flambement élastique, la valeur de la fonction d’état limite dans l’équation (2.5) est déterminée à partir du facteur de charge de flambement  $\lambda$ , la valeur propre du premier mode. En effet, dans le cas de l’effondrement plastique, selon le critère choisi dans l’équation (2.4), seule la modélisation du comportement élastique de la structure est nécessaire, dans la mesure où le post-traitement permet de vérifier l’état de contrainte par rapport à la limite d’élasticité du matériau en calculant la valeur minimale de la fonction de performance  $g_p(\mathbf{X})$  pour l’ensemble de la structure.

La procédure générale de modélisation de la constructibilité en impression 3D de béton se décline en les étapes suivantes :

1. **Développement d’un script des paramètres d’entrée** : Développement d’un script principal à l’aide de *Matlab*, où toutes les propriétés des matériaux, la géométrie, les charges et les conditions limites requises sont définies.

2. **Génération de maillage** : Pour une hauteur totale prédéfinie de la structure  $H_t$ , générer un maillage et créer deux fichiers d'entrée distincts (*.inp*) dans *Matlab*. Ces fichiers diffèrent selon le type d'analyse pour chaque critère de défaillance : flambement élastique ou effondrement plastique.
3. **Exécution d'Abaqus** : Exécuter *Abaqus* en utilisant chacun des fichiers d'entrée, où les résultats seront sauvegardés dans un fichier (*.dat*).
4. **Post-traitement** : Post-traitement des résultats obtenus dans *Matlab*. Il s'agit de vérifier l'état de la structure à la hauteur totale  $H_t$ , en utilisant les fonctions de performance correspondantes pour chaque critère de défaillance exprimé dans les équations (2.4) et (2.5).

La modélisation numérique du problème déterministe dans l'environnement *Matlab* est une étape importante qui facilite la modélisation stochastique de la constructibilité en impression 3D en profitant la disponibilité de différents toolbox *Matlab* largement développés ces dernières décennies pour les analyses fiabilistes. Dans le cadre de ce travail, la technique de méta-modélisation de Krigeage, implantée dans les toolbox comme *UqLab* ou *DACE* sera choisie. Le détail de cette technique de modélisation stochastique, comme présenté dans le premier chapitre, peut également être trouvé dans les travaux réalisés au sein de l'équipe Génie Civil du Lamé [?, ?, ?].

## 2.4 Applications numériques

### 2.4.1 Validation de l'approche proposée

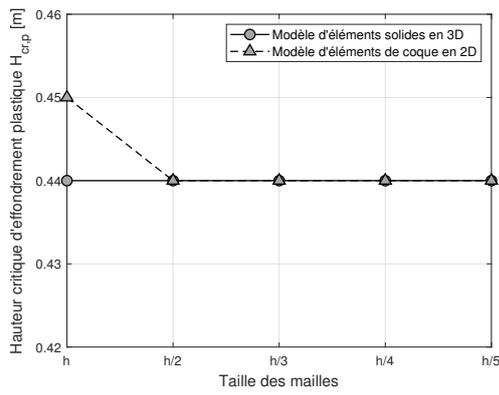
Afin de valider la méthodologie proposée, le cas simple d'un mur droit comme illustré sur la Figure 2.1, est considéré en utilisant à la fois les solutions analytiques et les simulations numériques. Une longueur  $L = 1$  m est supposée pour ce mur avec une section transversale d'une couche de hauteur  $h = 1$  cm et de largeur  $b = 6$  cm, alors que la vitesse d'impression  $V_r = 6$  m/min est choisie. Les propriétés mécaniques du béton imprimé à l'état frais sont tirées de la quantification d'incertitude par l'inférence bayésienne, comme présenté dans le Tableau 2.1. Concernant la densité du béton frais  $\rho$  et le coefficient de Poisson  $\mu$  qui sont considérés comme déterministes et constants pendant l'impression, leurs valeurs de  $\rho = 2070$  kg/m<sup>3</sup> et  $\mu = 0.3$  sont prises respectivement, comme proposé dans [?].

Avant l'analyse fiabiliste du mur imprimé, les résultats du problème déterministe sont discutés. En premier lieu, il convient de s'intéresser à la précision de la simulation numérique, qui dépend fortement du modèle adopté et de la taille des mailles choisie. Bien que le modèle 3D général utilisant des éléments solides puisse fournir les résultats les plus précis de la réponse de la structure, le modèle simplifié utilisant des éléments de coque peut être préféré compte tenu de la faible épaisseur du mur en béton par rapport aux autres dimensions. Ce modèle simplifié permet donc d'économiser un temps de calcul considérable, en particulier lorsque la réponse de la structure doit être évaluée de nombreuses fois pour atteindre la convergence de la probabilité de défaillance dans le contexte de la modélisation stochastique.

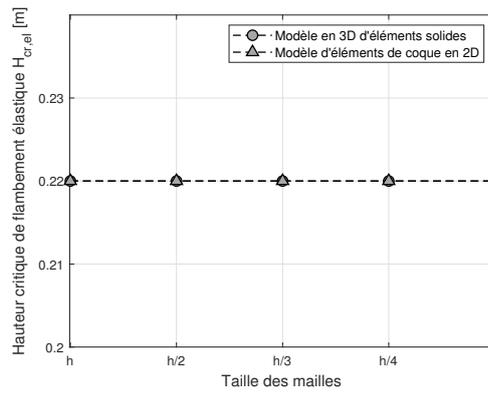
Dans ce but, les simulations numériques du mur droit imprimé sont réalisées à l'aide de deux types d'éléments fournis dans *Abaqus*, éléments de coque à 4 noeuds et éléments

solides à 8 noeuds. En outre, l'effet de la taille des mailles sur les résultats obtenus est également pris en compte. Cinq tailles décroissantes des mailles allant de  $h$  à  $h/5$  sont choisies. Ainsi, la plus grande taille d'élément de maillage est égale à la hauteur de couche  $h$  tandis que la plus petite correspond à la valeur  $h/5$ . Les Figures 2.4a et 2.4b mettent en évidence les résultats des hauteurs critiques du mur imprimé pour les deux modes de défaillance en fonction de la taille des mailles choisie en utilisant les éléments solides et les éléments de coque. La variation correspondante de la contrainte de compression maximale à la hauteur critique d'effondrement plastique et du facteur de charge de flambement  $\lambda$  à sa hauteur critique en fonction de la taille des mailles est illustrée respectivement dans les Figures 2.4c et 2.4d. Ces résultats déterministes utilisant les valeurs moyennes des propriétés du béton, présentées dans le Tableau 2.1, montrent que pour la taille des mailles  $h/3$ , les résultats obtenus semblent atteindre la convergence lorsque la différence relative par rapport aux résultats de la plus petite taille sont inférieures à 0.2%. La comparaison des résultats fournis par les éléments solides 3D et les éléments de coque à la même taille des mailles, montre des valeurs plus faibles de la contrainte de compression maximale et du facteur de charge de flambement élastique pour les éléments de coque. À partir de la taille des mailles  $h/2$ , nous pouvons observer dans les Figures 2.4a et 2.4b que les hauteurs critiques des deux modes de défaillance fournis par les deux modèles sont similaires. Par conséquent, le modèle simplifié utilisant des éléments de coque de taille des mailles  $h/3$  sera utilisé pour nos applications numériques ultérieures. À titre d'illustration, la Figure 2.5 présente les contraintes de compression maximales à la hauteur plastique critique,  $H_{cr,p} = 0.44$  m, du mur droit lors de l'impression 3D ainsi que son déformé à la hauteur critique de flambement élastique,  $H_{cr,el} = 0.22$  m.

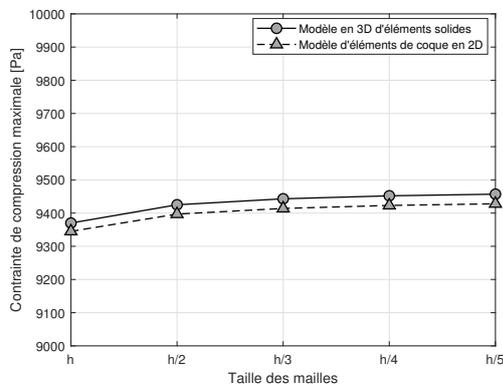
Le deuxième objectif de l'analyse déterministe est de valider les résultats de la prédiction par la modélisation numérique des hauteurs critiques du mur imprimé pour les deux modes de défaillance. Ces résultats numériques sont comparés avec les solutions analytiques présentées respectivement dans les équations (2.7) et (2.9). Avec cette comparaison, l'effet des propriétés mécaniques du béton frais sur les hauteurs critique du mur pendant l'impression est également étudié. À cette fin, sur la Figure 2.6 sont présentées les prédictions des hauteurs critiques de flambement élastique et d'effondrement plastique du mur imprimé en utilisant différentes valeurs,  $\mu_{\mathbf{X}} + k \cdot \sigma_{\mathbf{X}}$ , des paramètres d'entrée  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi]$  avec  $k \in [-2, 2]$ . Comme prévu, l'augmentation des propriétés mécaniques caractérisant des rigidités et des résistances plus élevées du béton frais se traduit par une hauteur critique plus élevée de la paroi imprimée pour chaque mode de défaillance. On peut également affirmer que les résultats numériques obtenus correspondent assez bien aux solutions analytiques, Figure 2.6. L'une des raisons qui explique la différence entre les résultats analytiques et numériques peut être liée à la nécessité de définir un nombre entier des couches imprimées dans les simulations numériques. Ces résultats déterministes confirment également l'effet dominant du flambement élastique lors de l'impression du mur droit, comme largement discuté dans la littérature [?, ?].



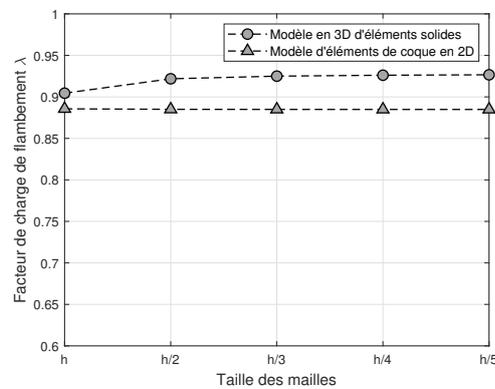
(a)



(b)

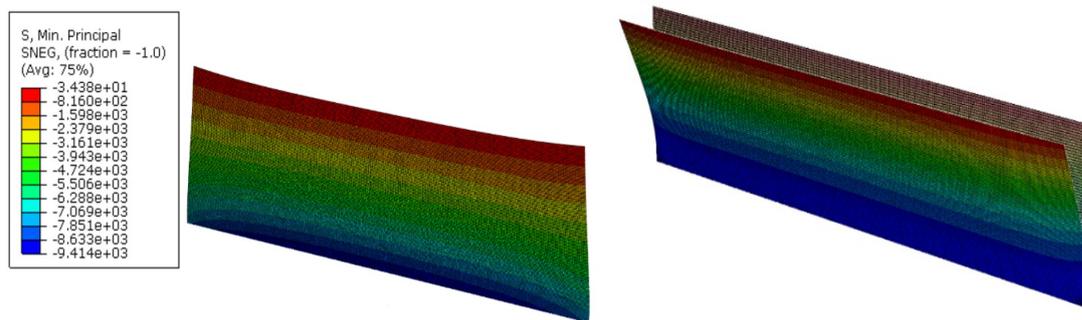


(c)



(d)

FIGURE 2.4 – Effet du modèle choisi et de la taille des mailles sur : la hauteur plastique critique (a), la hauteur de flambement critique (b), la contrainte de compression maximale à la hauteur plastique critique (c), le facteur de charge de flambement à la hauteur de flambement critique (d) [?].



(a)

(b)

FIGURE 2.5 – Résultats de l'analyse déterministe de la paroi droite à l'aide de la simulation numérique : contrainte de compression maximale à la hauteur critique de la rupture plastique (a) ; profil de déformation à la hauteur critique du flambement élastique (b) [?].

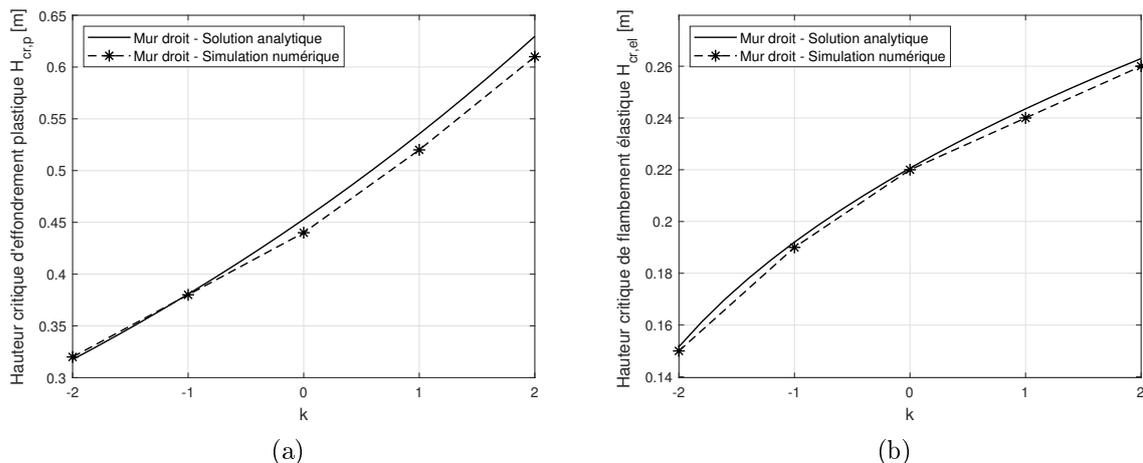


FIGURE 2.6 – Comparaison entre les résultats analytiques et numériques des prédictions déterministes de la hauteur critique du mur droit pour la rupture plastique (a) et le flambement élastique (b), en fonction de différentes valeurs ( $\mu_{\mathbf{X}} + k \cdot \sigma_{\mathbf{X}}$ ) des paramètres d'entrée  $\mathbf{X}$  [?].

La forte variation de la hauteur critique de chaque mode de rupture en fonction des propriétés mécaniques du béton frais, comme le montre l'analyse déterministe, démontre la nécessité de prendre en compte l'effet d'incertitude de ces paramètres sur la prédiction de la rupture pendant l'impression. De ce fait, l'analyse probabiliste est menée dans ce qui suit. À des fins de validation, les deux méthodes, la méthode de simulation de Monte-Carlo *MCS* et la méthode d'apprentissage actif de la fiabilité combinée avec la méta-modélisation de Krigeage et *MCS*, appelée *AK - MCS*, sont d'abord utilisées pour estimer la probabilité des deux modes de défaillance de cette structure simple en utilisant les solutions analytiques correspondant à la fonction d'état limite définie dans les équations (2.8) et (2.11). Un grand nombre d'échantillons,  $N_{MCS} = 10^6$ , est généré pour la méthode *MCS* directe ainsi que pour l'interpolation à partir du métamodèle de Krigeage construit dans la méthode *AK - MCS*. Le Tableau 2.2 montre la comparaison des probabilités de défaillance estimées par rapport aux deux modes de défaillance aux hauteurs critiques précédemment déterminées dans l'analyse déterministe. Il convient de noter que, dans ce Tableau,  $N$  indique le nombre nécessaire d'évaluations directes de la réponse de la structure dans chaque méthode, avec  $N = N_{MCS}$  dans la méthode *MCS* directe. Le calcul de ces probabilités de défaillance estimées à partir de la solution analytique en utilisant les deux méthodes est également illustré dans la Figure 2.7. De cette comparaison, on peut déduire une erreur relative de 0.16% dans le cas du flambement élastique et de 0.31% dans le cas de l'effondrement plastique. Cela illustre la précision de l'analyse fiabiliste basée sur la technique de méta-modélisation de Krigeage lorsque la probabilité de défaillance calculée par cette méthode s'accorde très bien avec la solution de référence fournie par la *MCS*. En outre, le petit nombre d'évaluations directes de la réponse de la structure confirme l'avantage significatif de ce méta-modèle, qui est extrêmement bénéfique pour la modélisation numérique des structures en béton complexes en termes de temps de calcul.

TABLEAU 2.2 – Probabilités de rupture, estimées par la méthode *MCS* et la technique de méta-modélisation de Krigeage en utilisant les solutions analytiques du mur droit, à la hauteur critique contre le flambement élastique ( $H_{cr,el}=0.22\text{m}$ ) et l’effondrement plastique ( $H_{cr,p}=0.44\text{m}$ ) [?].

Méthode	Défaillance par flambement élastique		Défaillance par effondrement plastique	
	$N$	$P_f(\%)$	$N_{call}$	$P_f(\%)$
Directe <i>MCS</i>	$10^6$	49.11	$10^6$	40.68
<i>AK - MCS</i>	78	49.19	83	40.81

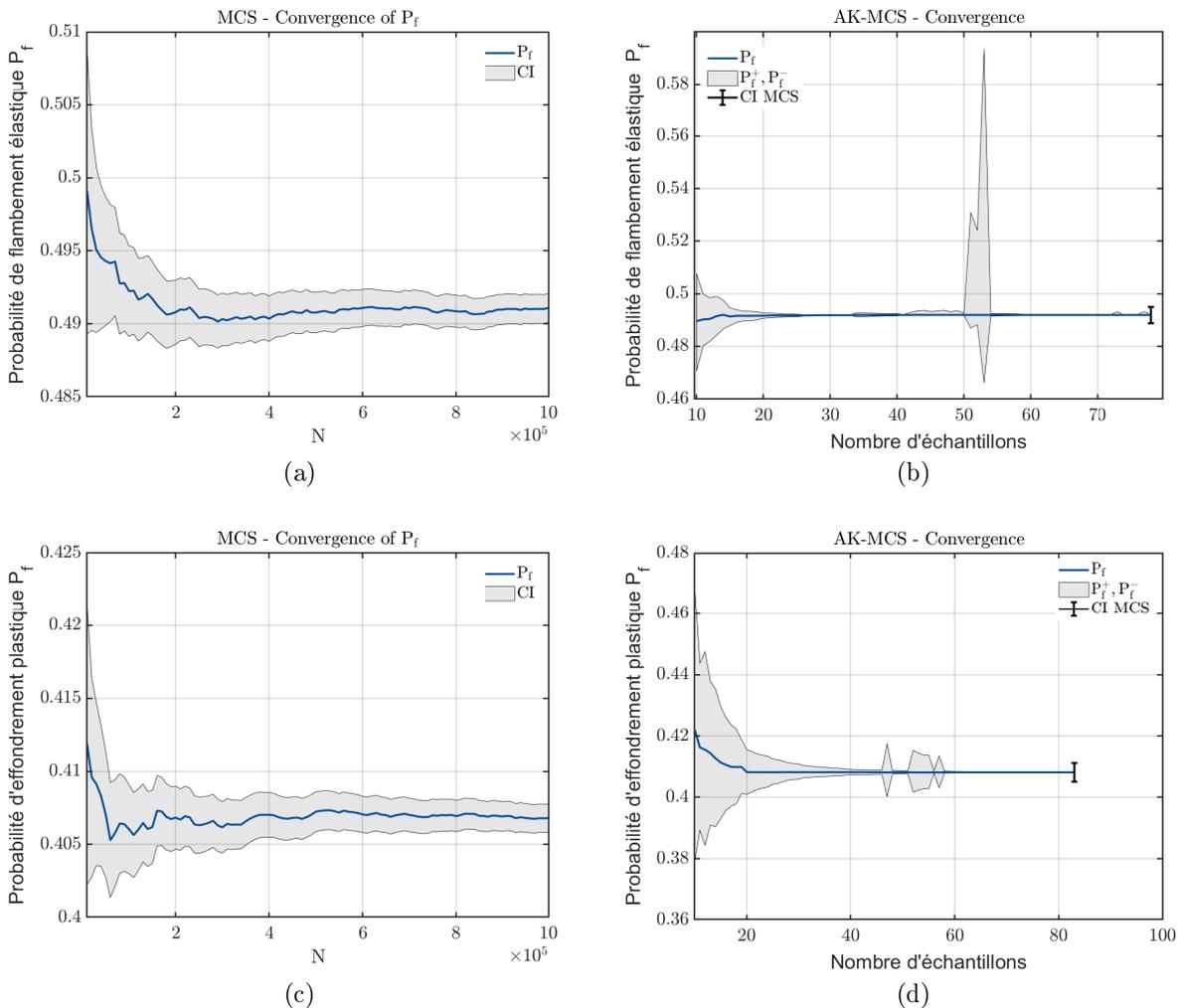


FIGURE 2.7 – Probabilités de rupture du mur droit pendant l’impression, basées sur des solutions analytiques aux hauteurs critiques : contre le flambement élastique à  $H_{cr,el} = 0.22\text{m}$  en utilisant *MCS* (a) et *AK - MCS* (b), et contre l’effondrement plastique à  $H_{cr,p} = 0.44\text{m}$  en utilisant *MCS* (c) et *AK - MCS* (d) [?].

La modélisation stochastique par *AK – MCS* du mur droit est ensuite réalisée en utilisant les résultats des simulations numériques pour calculer les fonctions d'état limite exprimées dans les équations (2.4) et (2.5). L'estimation de la probabilité de défaillance due à l'effondrement plastique et au flambement élastique aux hauteurs critiques  $H_{cr,p} = 0.44$  m et  $H_{cr,e} = 0.22$  m, respectivement, est illustrée sur la Figure 2.8. Puis, la Figure 2.9 met en évidence l'évolution de la probabilité de chaque mode de défaillance qui augmente, comme prévu, en fonction de la hauteur cible  $H_t$  du mur imprimé. Comme pour le problème déterministe, les résultats de l'analyse probabiliste basée sur les solutions numériques correspondent assez bien à ceux calculés à partir de la solution analytique du mode de défaillance plastique, Figure 2.9a. Cependant, pour le flambement élastique, la différence entre la probabilité de défaillance évaluée à partir de la solution analytique et celle estimée par la simulation numérique semble plus importante, Figure 2.9b. Les résultats obtenus confirment également que le flambement élastique est le mécanisme de défaillance dominant de la paroi droite pendant l'impression. Il convient de noter ici que les précieux résultats, dans la Figure 2.9, peuvent aider le concepteur à choisir une hauteur appropriée de la paroi imprimée en fonction d'une probabilité de défaillance acceptable. Par exemple, en fixant une probabilité d'échec de 5%, la Figure 2.9b montre que le mur droit ne peut être imprimé que jusqu'à la hauteur  $H_t = 0.15$  m qui est bien inférieure à la hauteur critique  $H_{cr,e} = 0.22$  m calculée à partir de l'analyse déterministe classique. En utilisant les valeurs moyennes des paramètres d'entrée, cette méthode classique accepte en fait une probabilité de défaillance correspondante d'environ 50%. Au dessus d'une hauteur  $H_t = 0.25$  m, notre prédiction montre une probabilité de défaillance supérieure à 95%.

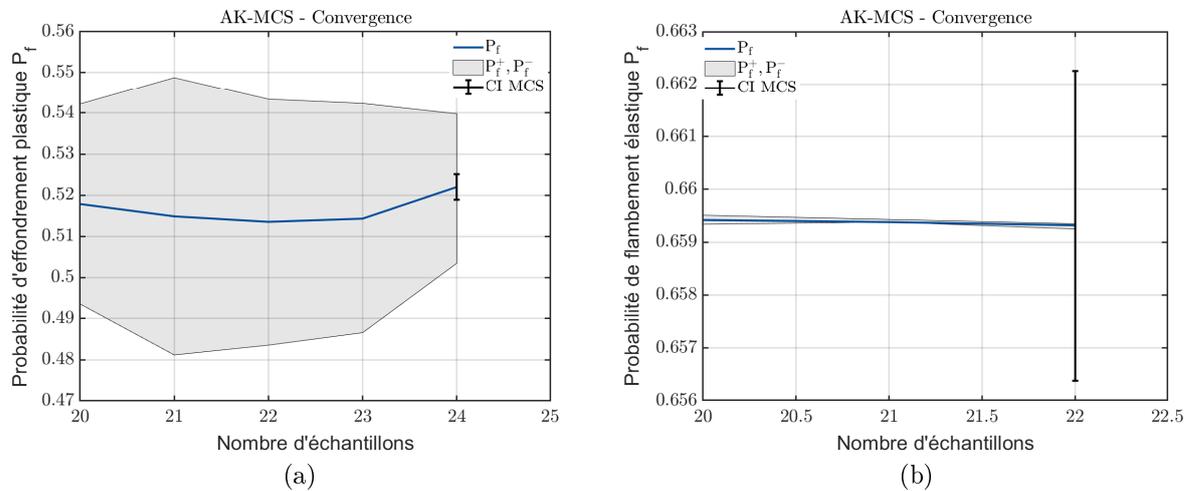


FIGURE 2.8 – Probabilités de rupture du mur droit pendant l'impression, basées sur des solutions numériques en utilisant *AK – MCS* aux hauteurs critiques : contre le flambement élastique à  $H_{cr,e} = 0.22$  m (a) et contre l'effondrement plastique à  $H_{cr,p} = 0.44$  m (b).

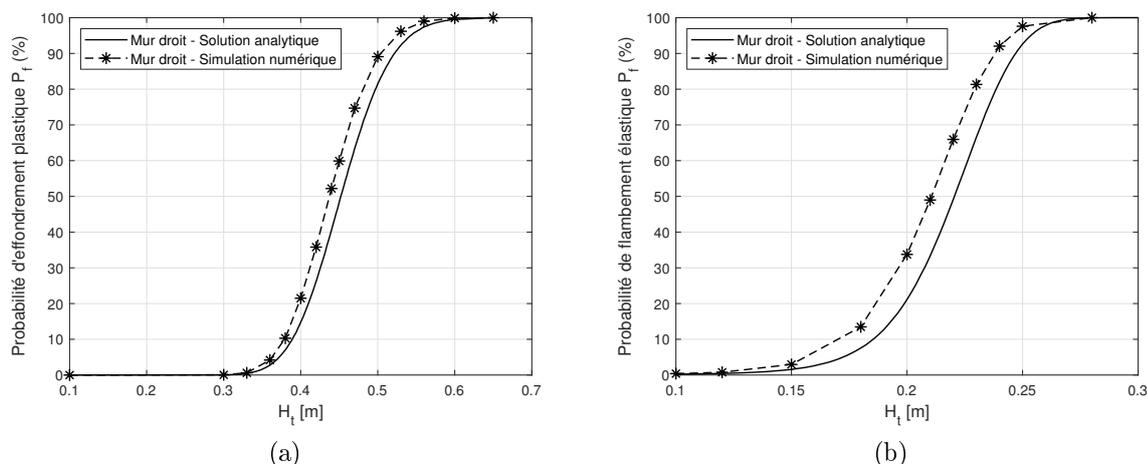


FIGURE 2.9 – Analyse fiabiliste pendant l’impression basée sur le krigeage à l’aide de solutions analytiques et de simulations numériques de la réponse du mur droit : évolution de la probabilité de défaillance en fonction de la hauteur cible  $H_t$  dans le cas d’un effondrement plastique (a), dans le cas d’un flambement élastique (b) [?].

## 2.4.2 Modélisation de la constructibilité des murs rectangulaires

Les modélisations déterministes et stochastiques pendant l’impression des structures avec les sections plus complexe comme les murs rectangulaires, voir Figure 2.10, sont effectuées dans cette partie. Trois configurations de la géométrie rectangulaire correspondant à différents rapports des longueurs horizontales,  $m/n = 1, 1.5, 2.5$ , mais avec la même longueur de trajectoire que pour le mur droit  $L = 1$  m sont considérées. Pour comparer avec le cas du mur droit, la même section transversale de la couche déposée,  $b = 6$  cm et hauteur  $h = 1$  cm, et la même vitesse d’impression  $V_r = 6$  m/min, sont choisies. Cette étude numérique permet de vérifier l’effet géométrique sur le comportement structurel et donc la constructibilité pendant l’impression qui a été récemment discuté dans [?, ?, ?] dans le contexte de l’analyse déterministe.

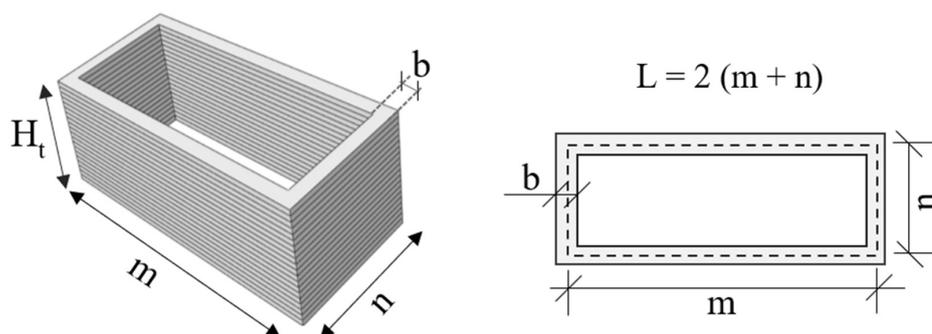


FIGURE 2.10 – Caractéristiques géométriques d’un mur rectangulaire imprimé.

En commençant par l’analyse déterministe, l’effet des propriétés mécaniques du béton frais sur les hauteurs critiques de deux modes de rupture pendant l’impression de toute les

configurations des murs est mis en évidence dans la Figure 2.11. La comparaison des résultats obtenus avec les différentes géométries de murs en béton de même longueur  $L = 1$  m montre que les hauteurs critiques sont quasi similaires dans le cas du rupture plastique, Figure 2.11a, mais elles sont significativement différentes dans le cas du flambement élastique, Figure 2.11b. De plus, outre le cas de la paroi droite, ces résultats confirment que l'effet du flambement élastique pendant l'impression est dominant, pour la paroi rectangulaire avec un rapport  $m/n$  élevé. Plus précisément, ces résultats déterministes capturés sur la Figure 2.11 révèlent que, pour les mêmes propriétés mécaniques du béton frais, la hauteur critique de flambement élastique augmente lorsque le rapport  $m/n$  du rectangle diminue. Spécifiquement, dans le cas du mur carré,  $m/n = 1$ , la hauteur critique du flambement élastique est maximale et même supérieure à celle du mode de rupture plastique. Cette observation démontre la forte dépendance du flambement élastique à la géométrie choisie de la structure imprimée, comme discuté dans [?, ?, ?]. À titre d'illustration, sur la Figure 2.12, sont présentées les contraintes de compression maximales à la hauteur plastique critique,  $H_{cr,p} = 0.45$  m, du mur rectangulaire avec le rapport  $m/n = 2.5$  ainsi que son profil de déformation à la hauteur critique de flambement élastique,  $H_{cr,el} = 0.39$  m.

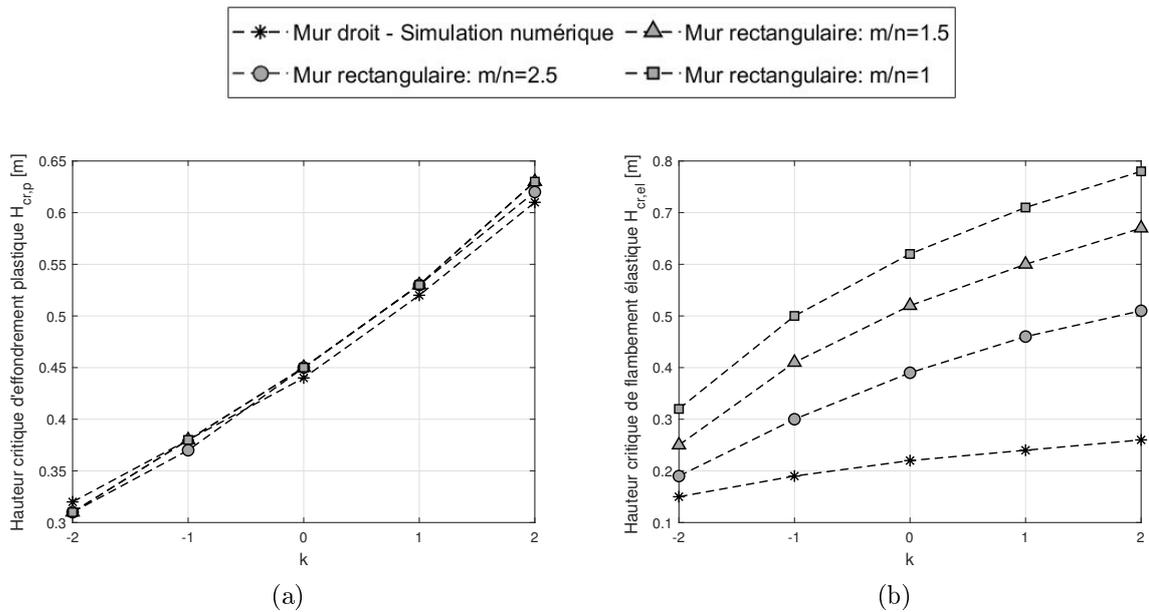


FIGURE 2.11 – Prédictions numériques déterministes de la hauteur critique de la rupture plastique (a) et du flambement élastique (b) de différentes géométries des murs rectangulaires et droit, en fonction de différentes valeurs  $(\mu_{\mathbf{X}} + k \cdot \sigma_{\mathbf{X}})$  de  $\mathbf{X}$  [?].

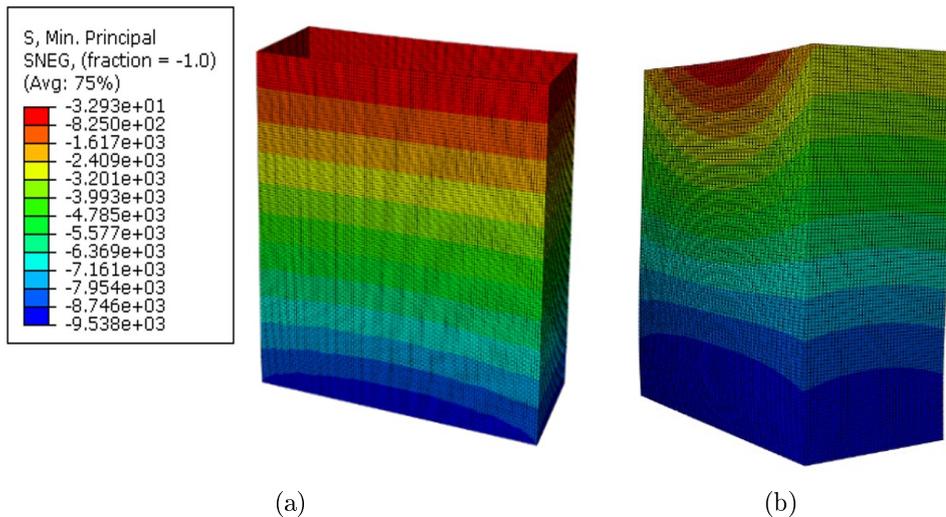


FIGURE 2.12 – Résultats de l’analyse déterministe de la paroi rectangulaire avec un rapport  $m/n = 2.5$  en utilisant la simulation numérique : contrainte de compression maximale à la hauteur critique de la rupture plastique (a) ; profil de déformation à la hauteur critique du flambement élastique (b) [?].

Nous appliquons maintenant la technique de méta-modélisation de Krigeage sur les analyses fiabilistes des murs rectangulaires. Les résultats de ces modélisations stochastiques présentées sur les Figures 2.13a et 2.13b indiquent une tendance assez similaire entre le mur droit et le mur rectangulaire avec un rapport de longueurs horizontales  $m/n$  élevé. Par exemple, pour le rapport  $m/n = 2.5$ , la rupture due au flambement élastique est plus critique que l’effondrement plastique qui est expliquée par une valeur plus élevée de la probabilité à la même hauteur ciblée  $H_t$ . Toutefois, cette tendance s’atténue lorsque le rapport  $m/n$  diminue. En effet, la probabilité de l’effondrement plastique peut être largement supérieure à celle du flambement élastique lorsque la hauteur du mur carrée  $m/n = 1$  est inférieure à 0.6 m, *e.g.*, 60 couches déposées. Ensuite, l’effet de la géométrie choisie sur la réponse des parois imprimées est bien illustré sur la Figure 2.13c dans laquelle la probabilité de défaillance des parois imprimées est calculée à partir de la fonction de performance finale définie dans l’équation (2.12) qui vérifie l’ensemble de deux modes de défaillance de la structure. Comme prévu, la géométrie de la paroi droite est la plus critique pendant l’impression par rapport aux autres parois rectangulaires. Correspondantes aux valeurs choisies des paramètres d’entrée aléatoires, *i.e.*, les propriétés mécaniques du béton frais, et de la même longueur de trajectoire  $L = 1$  m, la probabilité de défaillance à la hauteur  $H_t = 0.28$  m atteint  $P_f = 100\%$  dans le cas d’un mur droit, alors qu’elle est largement inférieure à 1% dans le cas d’un mur carré.

### 2.4.3 Effet de la stratégie de pressage des couches

Les analyses fiabilistes des murs en béton pendant l’impression sont reconsidérées dans cette partie en tenant compte de l’effet de la stratégie d’impression par pressage de couche. Dans cette technique d’impression, est ajoutée une pression supplémentaire exercée par la buse sur les couches précédemment déposées. Plus précisément, la couche est pressée verticalement à travers la buse de sorte que la hauteur de couche  $h$  peut être contrôlée

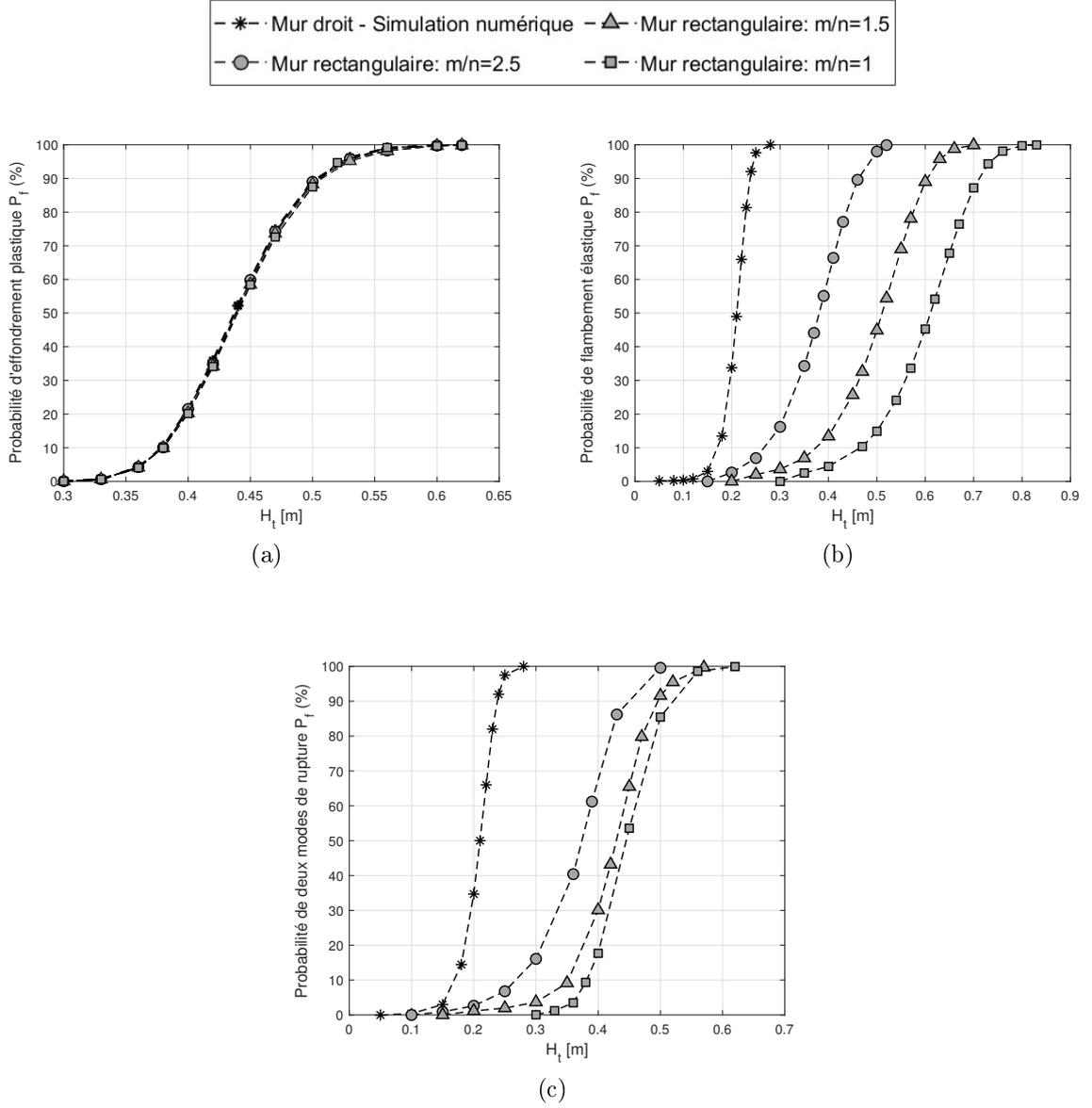


FIGURE 2.13 – Probabilité de défaillance fournie par l'AK – MCS à l'aide de simulations numériques des réponses des murs droits et rectangulaires en fonction de la hauteur cible  $H_t$  : cas de rupture plastique (a), cas de flambement élastique (b), les deux modes de rupture (c) [?].

par la distance relative entre la buse et la couche précédemment imprimée. Selon Carneau et al. [?], dans cette stratégie d'impression la section transversale de la couche déposée  $S_{couche}$  est contrôlée par les paramètres cinématiques qui peuvent être exprimés comme une fonction du rapport entre la vitesse de déplacement du robot  $V_r$  et la vitesse d'extrusion  $V_e$ , avec  $V_e = \alpha \cdot V_r$  :

$$S_{couche} = \frac{V_e \cdot S_b}{V_r} = \alpha \cdot S_b \quad (2.13)$$

La section de la buse circulaire  $S_b$  dans l'équation (2.13) est calculée à partir du dia-

mètre de la buse  $D$ , qui est supposé  $D = 3.1$  cm dans la présente étude. Une coordination entre les vitesses d'extrusion et de déplacement du robot doit être réalisée, *i.e.*,  $\alpha = 1$ , pour éviter la fissuration ou la discontinuité de la surface [?, ?, ?, ?]. Si  $V_e < V_r$ , *i.e.*,  $\alpha < 1$ , il s'agit d'une sous-extrusion où des contraintes de traction longitudinales peuvent apparaître et conduire à une réduction de la section transversale et éventuellement à une déchirure du filament. Si  $V_e > V_r$ , *i.e.*,  $\alpha > 1$ , il s'agit d'une sur-extrusion où des contraintes de compression apparaissent et induisent une instabilité locale du filament pendant le dépôt du matériau imprimé. Carneau et al. [?] ont approché la section réelle de la couche  $S_{couche}$  à une section rectangulaire idéale de largeur  $b$  et de hauteur  $h$  comme illustré sur la Figure 2.14 en introduisant un coefficient de discrédance  $\beta$  :

$$S_{couche} = \beta \cdot b \cdot h \quad (2.14)$$

Ce coefficient  $\beta$  varie entre  $\pi/4$  pour un profil elliptique et 1 pour une section rectangulaire,  $\beta \in [\frac{\pi}{4}, 1]$  selon [?].

En se référant à l'équation 2.13, la largeur de couche  $b$  ne peut pas être directement contrôlée par l'opérateur d'impression mais plutôt indirectement imposée par les paramètres suivants :

$$b = \frac{\beta}{h} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{V_e}{V_r} = \frac{\beta \pi D^2}{4h} \cdot \alpha \quad (2.15)$$

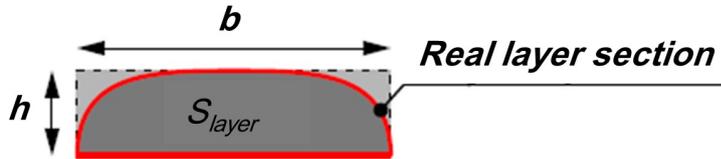


FIGURE 2.14 – Description de l'écart entre la section réelle de la couche et une section rectangulaire idéale de largeur  $b$  et de hauteur  $h$  [?].

L'étude de Carneau et al.[?] montre que dans le cas où la vitesse de déplacement du robot  $V_r$  et la vitesse d'extrusion du matériau  $V_e$  sont coordonnées, la section transversale de la couche converge vers la section exacte par un coefficient  $\beta$  de valeur 0.8. En effet, il y a souvent un manque de contrôle sur la vitesse d'extrusion  $V_e$  du matériau à la buse pendant le procédé d'impression 3D typique. Un écart de 10% entre la vitesse d'extrusion  $V_e$  et la vitesse du robot  $V_r$  peut induire une déformation du matériau de 30%. En outre, sur la base des résultats expérimentaux, ces derniers auteurs ont également montré que la pression supplémentaire  $F$  produite lors du pressage est égale à  $\delta$ , avec  $\delta \in [2, 5]$ , fois le poids de la couche d'épaisseur  $h$  :

$$F(\delta) = \delta \cdot \rho \cdot g \cdot h \quad (2.16)$$

Comme les solutions analytiques de la paroi droite imprimée par la technique de pressage ne sont plus disponibles, notre analyse dans cette partie n'est menée qu'avec deux cas de parois rectangulaires, par exemple, les cas  $m/n = 2, 5$  et  $m/n = 1$ , afin de simplifier la présentation. La Figure 2.15 montre les résultats déterministes de la contrainte

de compression maximale à la hauteur plastique critique des deux parois rectangulaires,  $H_{cr,p} = 0.44$  m dans le cas  $m/n = 2.5$  et  $H_{cr,p} = 0.45$  m avec  $m/n = 1$ , ainsi que leurs modèles de déformation à la hauteur critique de flambage élastique,  $H_{cr,el} = 0.38$  m et  $H_{cr,el} = 0.61$  m respectivement. Notons que dans ces résultats déterministes, en plus des valeurs moyennes des propriétés du béton résumées dans le Tableau 2.1, les valeurs moyennes de deux autre paramètres  $\beta = 0.8$  et  $\delta = 3.5$  sont choisies pour représenter l'écart de largeur de couche et la force de pressage, tandis que la vitesse d'extrusion  $V_e$  est supposé coordonnée à la vitesse du robot  $V_r$ , c.à.d,  $\alpha = 1$ . En comparant ces hauteurs critiques des deux modes de rupture avec celles obtenues dans la technique d'impression précédente, *i.e.*, le cas des couches rectangulaires idéales avec la stratégie d'extrusion de briques infinies, il semble que l'effet de la pression supplémentaire sur la rupture globale de la structure soit assez limité. Le contour de la contrainte de compression maximale sur la Figure 2.15 montre que l'influence de la pression supplémentaire est limitée aux régions proches, environ 9 couches sous la buse et dans une plage d'environ 10, cm de largeur. Au-delà de la dixième couche sous la buse, l'augmentation de la contrainte est négligeable, inférieur à 5%.

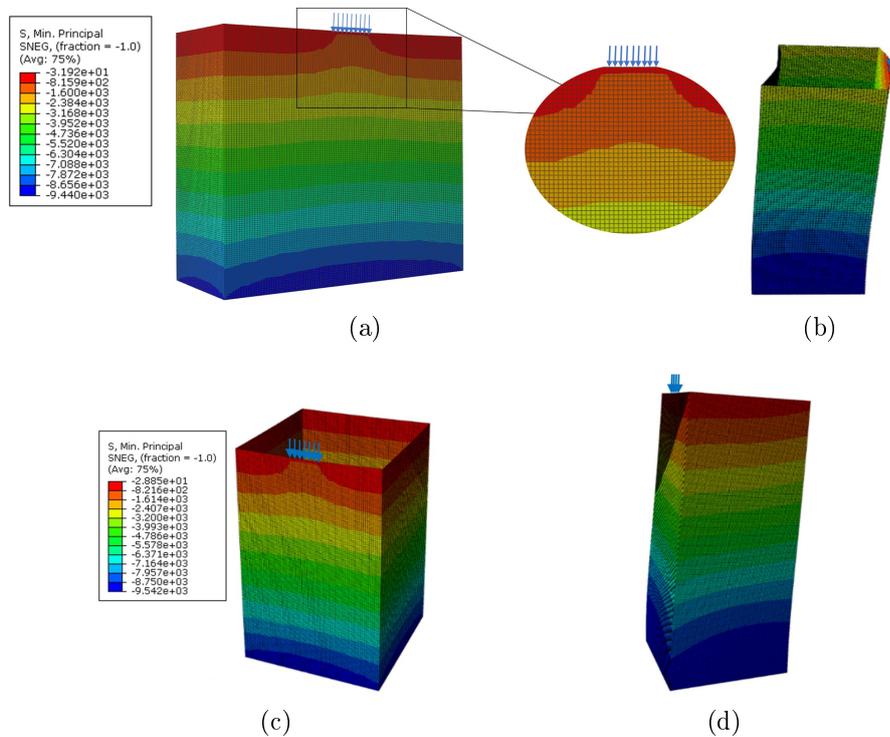


FIGURE 2.15 – Résultats déterministes des parois rectangulaires imprimées avec la stratégie de pressage des couches : contrainte de compression maximale avec zoom autour de la position de pression à la hauteur critique plastique de la paroi rectangulaire avec le rapport  $m/n = 2,5$  (a) et de la paroi rectangulaire avec le rapport  $m/n = 1$  (c); profil de déformation à la hauteur critique de flambement élastique des deux structures (b) et (d) [?].

Pour mieux illustrer l'effet de force de pressage, sur les Figures 2.16a et 2.16b sont présentées les variations de la contrainte de compression maximale et du facteur de charge de flambement en fonction de l'amplitude de la force de pression  $F(\delta)$ , avec  $\delta \in [0, 5]$ .

Comme prévu, à la hauteur fixée du mur en béton imprimé, l'augmentation de  $\delta$  représentant une pression plus élevée  $F(\delta)$  se traduit par une contrainte de compression maximale plus élevée et un facteur de charge de flambement  $\lambda$  plus faible, *i.e.*, un risque plus élevé de flambement élastique. Les Figures 2.16c et 2.16d montrent par la suite la variation des hauteurs critiques de l'effondrement plastique et de la rupture par flambement élastique en fonction de  $\delta$ , respectivement. Bien que l'augmentation de la force de pression réduise la hauteur critique de chaque mode de défaillance, cet effet semble modéré. Plus précisément, la hauteur critique du flambement élastique ou de l'effondrement plastique de deux murs rectangulaires en béton,  $m/n = 2.5$  et  $m/n = 1$ , diminue seulement d'une couche même pour la valeur la plus élevée  $\delta = 5$ .

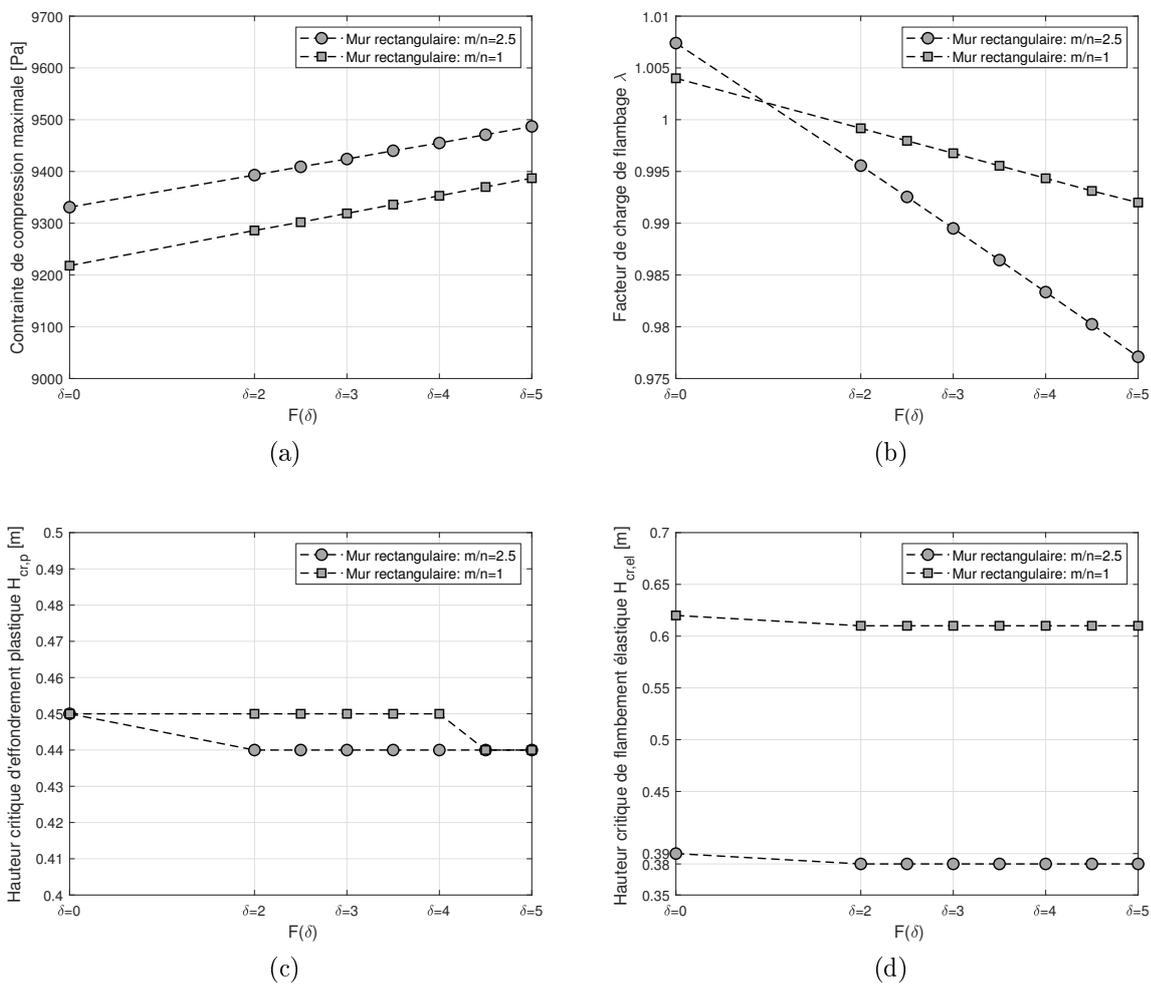


FIGURE 2.16 – Effet de la force de pression représentée par le paramètre  $\delta$  sur : la contrainte de compression maximale à la hauteur plastique critique (a), le facteur de charge de flambement à la hauteur critique de flambement (b), la hauteur critique d'effondrement plastique (c), la hauteur critique de flambement élastique(d) [?].

La prédiction probabiliste de la défaillance structurelle de ces murs rectangulaires est effectuée à ce stade pour tenir compte de la propagation de l'incertitude des propriétés mécaniques du béton ainsi que des paramètres liés à la stratégie de pressage de

la couche. Dans ce cas, en plus du paramètre d'entrée aléatoire présenté dans le Tableau 2.1, nous considérons l'incertitude de la vitesse d'extrusion caractérisée par le paramètre  $\alpha$ , la géométrie effective de la couche introduite par  $\beta$ , et la force de pressage donnée par  $\delta$ . Par conséquent, le vecteur d'entrée aléatoire  $\mathbf{X}$  est constitué des 8 paramètres, *i.e.*,  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi, \alpha, \beta, \delta]$ . En outre, nous supposons que  $\alpha$  a une valeur moyenne égale à 1 avec un *COV* de 10%, tandis que  $\beta$  et  $\delta$  varient uniformément. Les résultats de l'analyse stochastique basée sur le métamodèle de Krigeage de deux murs en béton sont présentés sur la Figure 2.17. La probabilité estimée de deux modes de défaillance coïncide presque avec celle déterminée par le flambement élastique, le mécanisme dominant dans le cas d'un mur rectangulaire avec un rapport  $m/n = 2.5$ , Figure 2.17a. Inversement, cette probabilité coïncide avec celle déterminée par l'effondrement plastique, le mode le plus critique dans le cas de la paroi carrée  $m/n = 1$ , Figure 2.17b.

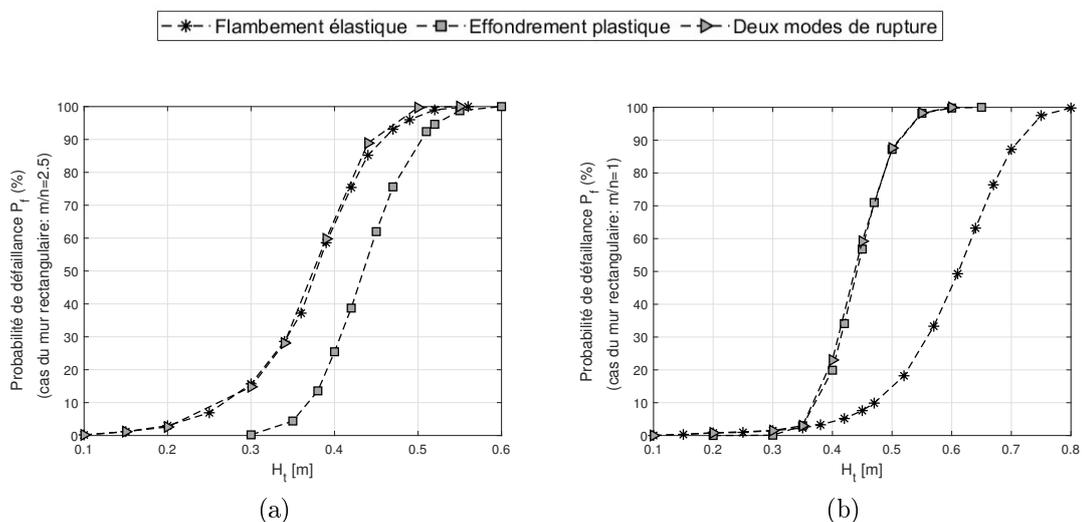


FIGURE 2.17 – Probabilité de défaillance dérivée de chaque mode et des deux modes de défaillance pendant l'impression en utilisant la stratégie de pressage de couche en fonction de la hauteur cible  $H_t$  : cas d'un mur rectangulaire avec  $m/n = 2.5$  (a), cas d'un mur carré  $m/n = 1$  (b) [?].

#### 2.4.4 Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité globale basée sur les déterminations des indices de Sobol [?, ?] est ensuite menée pour identifier les paramètres qui affectent le plus la probabilité des deux modes de défaillance des murs imprimés. Basé sur la décomposition de la variance, l'indice de Sobol est l'une des méthodes les plus utilisées dans l'analyse de sensibilité globale, car il fournit des résultats précis et peut être appliqué dans différents domaines [?, ?, ?], voir Annexe D .

En utilisant les paramètres d'entrée aléatoires  $\mathbf{X}$  mentionnés dans la partie précédente, cas de la stratégie de pressage des couches, nous présentons sur la Figure 2.18 les résultats de la sensibilité de chaque paramètre caractérisé par son indice de Sobol pour les deux modes de défaillance de deux parois rectangulaires à des hauteurs fixées  $H_t$  qui sont choisies égales aux hauteurs de rupture pour le mode le plus critique. Plus précisément, la

Figure 2.18a met en évidence les résultats de la paroi rectangulaire avec  $m/n = 2.5$  dont la hauteur  $H_t = 0.38$  m est égale à la hauteur de rupture pour le flambement élastique. Tandis que la Figure 2.18b présente ceux de la paroi carrée,  $m/n = 1$ , avec  $H_t = 0.45$  m qui est égale à la hauteur de rupture pour l’effondrement plastique. Comme prévu, ces résultats mettent en évidence une forte influence des propriétés des matériaux, notamment du module d’Young initial  $E_0$  sur la probabilité de rupture par flambement élastique ou la cohésion initiale  $C_0$  et l’angle de frottement  $\phi$  sur la probabilité de rupture plastique. L’effet négligeable de leur variation dans le temps, caractérisé par deux paramètres  $\xi_E$  et  $\xi_C$ , peut s’expliquer par la courte durée d’impression de l’ensemble de la structure en béton, qui est d’environ dix minutes. Dans la plage d’incertitude adoptée, le paramètre de coordination  $\alpha$ , *i.e.*, le rapport entre les vitesses d’extrusion et d’impression, et le coefficient  $\beta$  ont un effet modéré sur le flambement élastique. Cette étude souligne également que l’influence de la force de pression supplémentaire définie par le paramètre  $\delta$  est beaucoup plus faible que celle des autres paramètres. Cependant, une étude plus approfondie de la sensibilité de ces paramètres semble nécessaire en utilisant plus de données disponibles sur les propriétés du béton frais, les paramètres d’impression ainsi que l’incertitude géométrique des couches imprimées.

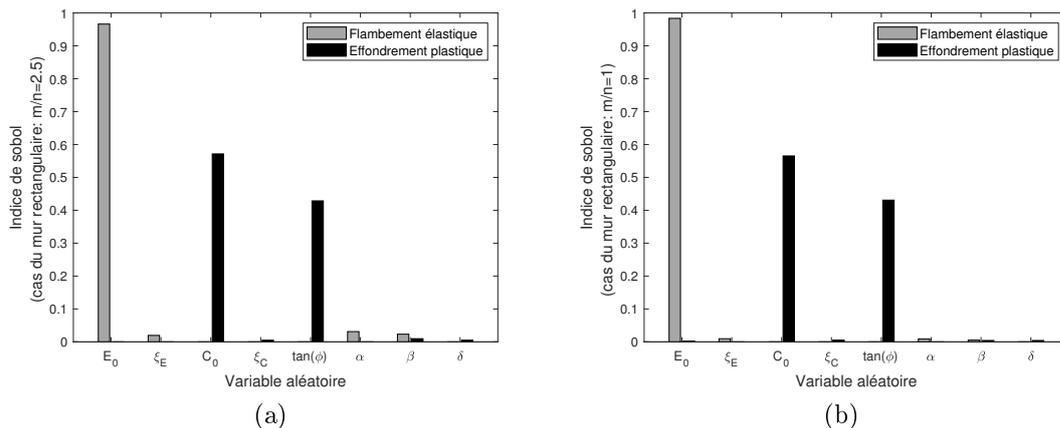


FIGURE 2.18 – Les indices de Sobol des paramètres d’entrée  $\mathbf{X}$  fournis par l’analyse de sensibilité globale pendant l’impression 3D contre le flambement élastique et l’effondrement plastique, sur la réponse des murs rectangulaires avec un rapport  $m/n = 2,5$  (a) et  $m/n = 1$  (b) [?].

## 2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, afin d’expliquer l’écart important entre les résultats prédictifs de défaillance de l’impression 3D en béton et les expériences réelles, l’effet d’incertitude des propriétés du béton frais a été quantitativement pris en compte dans la procédure de modélisation numérique. Pour cet objectif, l’approche d’analyse fiabiliste a été adoptée. Selon cette approche, les critères de deux modes de défaillance, effondrement plastique et flambement élastique ont été définis premièrement. Dans un deuxième temps, la quantification des incertitudes des variables aléatoires est effectuée utilisant l’inversion probabiliste par

l'inférence Bayésienne. Ensuite, la probabilité de chaque mode de défaillance a été évaluée par le biais de la technique de méta-modélisation de Krigeage. L'ensemble de la procédure d'analyse fiabiliste est réalisé dans l'environnement *Matlab* dans lequel la modélisation numérique pour évaluer la réponse de la structure est effectuée par le logiciel d'éléments finis *Abaqus*. Nos études numériques ont confirmé l'effet important de l'incertitude sur la prédiction de la hauteur critique de différentes structures en béton comme les murs droits et les murs rectangulaires en utilisant deux stratégies d'impression, extrusion de briques à l'infini et technique de pressage des couches. L'analyse de sensibilité a mis en évidence les paramètres les plus influents tels que le module d'Young à l'instant initial sur le flambement élastique ou la cohésion initiale et l'angle de frottement sur le mode de défaillance plastique. Dans la gamme adoptée des paramètres d'entrée aléatoires, il semble que l'effet de la stratégie d'impression, c.à.d., la technique de pressage de couche, soit inférieur à celui des propriétés mécaniques du béton frais. Cependant, cette analyse de sensibilité doit être révisée à l'avenir en tenant compte d'un plus grand nombre de données disponibles sur les propriétés du béton frais, les paramètres d'impression et en particulier l'incertitude géométrique des couches imprimées. Le méta-modèle de Krigeage peut constituer un outil efficace non seulement pour la prédiction probabiliste des défaillances, comme le montre ce chapitre, mais aussi pour la conception de l'impression 3D en béton en le combinant avec un algorithme d'optimisation approprié, le sujet traité dans le prochain chapitre.



# Chapitre 3

## Optimisation probabiliste du procédé d'impression 3D en béton en tenant compte de l'incertitude des propriétés du béton frais caractérisées en laboratoire

### 3.1 Introduction

L'optimisation de la conception du procédé d'impression 3D en béton est une tâche essentielle pour maximiser les avantages de cette technologie d'impression en minimisant les ressources, quantité du matériau et temps d'impression utilisées, tout en garantissant la qualité et la performance des structures imprimées. Bien qu'il soit possible de prédire la défaillance des structures pendant l'impression 3D de béton pour des valeurs fixes des paramètres d'impression, l'optimisation de ces paramètres pourrait entraîner un procédé itératif fastidieux.

Dans ce chapitre, une procédure d'optimisation des paramètres d'impression 3D est proposée en considérant l'effet d'incertitude des propriétés mécaniques du béton frais. L'approche choisie permet de profiter des avantages de la technique d'analyse fiabiliste par le métamodèle de Krigeage en la combinant avec une méthode d'optimisation efficace. L'efficacité de cette procédure d'optimisation est illustrée en l'appliquant au cas réel d'un béton imprimable, dont les propriétés mécaniques et les incertitudes associées sont caractérisées à partir des essais au laboratoire.

Ce chapitre est organisé comme suit. La section 3.2 décrit le programme expérimental visant caractériser les propriétés élastiques et les paramètres caractérisant la résistance en cisaillement du béton imprimable. Ensuite, dans les sections 3.3 et 3.4, de nombreuses applications numériques de l'optimisation du procédé d'impression 3D sont réalisées en considérant différentes géométries et stratégies d'impression d'objets en béton. Enfin, quelques conclusions sont données dans la section 3.5.

## 3.2 Caractérisation des propriétés du béton imprimable à différent âge

Dans cette section, la caractérisation au laboratoire des propriétés au jeune âge d'un mortier imprimable développé dans le cadre du projet *Cirmap* au sein de l'équipe Génie Civil du laboratoire Lamé [?, ?] sera présentée. La composition de ce mortier comprend les constituants suivants :

- Ciment Portland ordinaire *CPO*, *CEM I 52.5N*, produit conformément à la norme *EN197 – 1*, par l'entreprise Vicat en France.
- Sable naturel 0/2 mm, *SN*, de la région Centre-Val de Loire en France.
- Un superplastifiant, *CHRYSO Fluid Optima 100* à haut pouvoir réducteur d'eau, *HRWR*, conforme à la norme *EN934 – 2*.
- Un adjuvant solide modifiant la viscosité *VMA*.

La formulation adoptée pour ce mortier consiste en 905 g de ciment, 1128 g de sable, 12.22 g de superplastifiant et 1.81 g de *VMA*, avec un rapport eau/ciment de 0.31. En ce qui concerne la procédure de malaxage, tous les composants secs, ciment, sable et *VMA*, sont d'abord homogénéisés pendant 30 secondes à faible vitesse, 140 tpm. L'eau est ensuite ajoutée et mélangée pendant 30 s à faible vitesse. Enfin, le superplastifiant est ajouté et mélangé pendant 60 s à basse vitesse. Puis l'ensemble est malaxé pendant 120s à haute vitesse, 285 tpm.

### 3.2.1 Programme expérimentale

Le programme expérimental réalisé dans ce travail de thèse consiste en un essai de compression uniaxiale non confinée et un essai de cisaillement direct. Ces deux essais permettent de caractériser les propriétés mécaniques qui sont les données d'entrée nécessaires pour modélisation numérique du procédé d'impression 3D en béton étudié. Plus précisément, l'essai de compression permet d'évaluer le module d'Young  $E$  du matériau, et l'essai de cisaillement permet de déterminer les paramètres du critère de rupture plastique de Mohr-Coulomb, la cohésion  $C$  et l'angle de frottement  $\phi$ . Il convient de noter que, le béton à l'état frais n'étant pas un solide, il n'y a pas de récupération élastique après l'enlèvement de la charge, et la valeur du module d'Young déterminée est à proprement parler une valeur de rigidité, mais elle est utilisée comme module d'Young dans les simulations [?, ?].

Afin de mesurer l'évolution de ces propriétés mécaniques du béton frais en fonction du temps, ces essais ont été réalisés à plusieurs âges,  $t = 0, 15, 30$  et  $60$  min. Ici,  $t = 0$  est défini comme le moment à partir duquel le béton est au repos, une fois que la procédure de préparation de l'échantillon est terminée, conformément à la définition adoptée dans la littérature [?, ?, ?]. Cette procédure de préparation comprend le malaxage, le remplissage du moule, un léger compactage, le démoulage et la mise en place de l'échantillon dans le dispositif d'essai, ce qui prend environ 7 minutes après le premier contact entre l'eau et le ciment dans le malaxeur. En outre, il est essentiel de noter que chaque essai soit réalisé le plus rapide possible afin de négliger l'influence de la structuration thixotropique et de pouvoir attribuer les propriétés à un âge spécifique [?, ?].

Il a été signalé que les dimensions des échantillons cylindriques des essais de compression uniaxiale doivent être suffisamment grandes pour éliminer les effets de taille des particules [?], mais pas trop grandes, de sorte qu'elles représentent plus correctement possible l'échelle dimensionnelle du béton pendant le procédé d'impression [?]. Dans la littérature, les tailles des échantillons varient selon les recherches, respectant le plus souvent un rapport d'aspect  $H_c/D_c = 2$ , avec  $H_c$  la hauteur et  $D_c$  le diamètre de l'échantillon cylindrique [?, ?, ?, ?]. Par exemple, Wolfs et al. [?] et Panda et al. [?] ont utilisé des échantillons de  $D_c = 70$  mm avec  $H_c = 140$  mm, mais Kurt et al. [?] ont choisi les dimensions  $D_c = 75$  mm et  $H_c = 100$  mm. Reiter [?] a proposé des échantillons avec  $D_c = 90$  mm,  $H_c = 180$  mm, alors que Casagrande [?] a utilisé  $D_c = 60$  mm,  $H_c = 120$  mm. Ce rapport  $H_c/D_c = 2$  a été choisi conformément à la *ASTM-D2166*, méthode d'essai standard pour la résistance à la compression non confinée d'un sol cohésif [?]. Dans ce travail de thèse, les échantillons cylindriques, de diamètre  $D_c = 110$  mm et de hauteur  $H_c = 55$  mm, sont choisis. Comme l'intérêt principal de cet essai porte sur la caractérisation des propriétés élastiques du béton frais, *i.e.*, phase avant la rupture, un rapport d'aspect de  $H_c/D_c = 0.5$  permet de limiter les déformations excessives lors du démoulage.

La phase de préparation des échantillons débute immédiatement après le malaxage du béton. Pendant cette phase, la surface intérieure du moule est lubrifiée, puis le béton est versé en trois couches, en tapant chaque couche cinq fois sur la table à chocs. Ensuite, l'échantillon est placé dans le dispositif de compression. À ce stade, le démoulage est effectué, et l'échantillon reste en repos jusqu'au début du test selon l'âge requis de l'échantillon à tester,  $t = 0, 15, 30$  et  $60$  min. Il convient de noter que pendant la phase de repos de l'échantillon, ce dernier reste recouvert par un récipient pour le protéger de l'évaporation. La Figure 3.1 montre le moule et l'échantillon juste après le démoulage. Les échantillons cylindriques ont été testés à l'aide d'une machine d'essai universelle syntaX 3R. La charge est transférée à l'échantillon par l'intermédiaire d'une plaque d'acier dont la surface est supérieure à celle de l'échantillon. Cette plaque de compression et la plaque placée sous l'échantillon ont été graissées pour réduire le frottement.

Les études dans la littérature sur le béton frais ou le sol montrent que la vitesse de chargement peut affecter considérablement les résultats des essais [?, ?, ?, ?]. Particulièrement, dans le contexte de l'impression 3D, les essais de compression uniaxiale ont été réalisés avec différentes vitesses de déplacement constantes, allant de  $3$  mm/min [?],  $12$  mm/min [?] à  $30$  mm/min [?, ?, ?, ?]. Dans ce travail, une vitesse de déplacement imposé de  $30$  mm/min a été choisie. Cette vitesse suffisamment rapide pour négliger les effets de la structuration [?] imite la vitesse de chargement sur les couches déposées pendant l'impression. La durée de chaque test mené jusqu'à  $25\%$  de déformation est de l'ordre de  $46$  secondes. Pendant l'essai, la force est mesurée au fur et à mesure que le déplacement augmente.

L'essai de cisaillement direct est réalisé au moyen d'une boîte de Casagrande, Figure 3.2, un dispositif couramment utilisé pour étudier le comportement en cisaillement du sol [?]. Dans ce travail de thèse, la boîte de cisaillement de forme rectangulaire avec la surface  $A = 60 \times 60$  mm<sup>2</sup> et la hauteur  $20$  mm est utilisée selon la méthode d'essai standard *ASTM D3080/D3080M - 11* [?]. La boîte de cisaillement est remplie en trois couches, juste après le malaxage du mortier. Chaque couche remplie est compactée en tapant  $3$  fois sur la table à chocs pour assurer l'homogénéité de l'échantillon et éviter les vides à l'interface entre les couches. Ensuite, chaque échantillon est conservé au repos

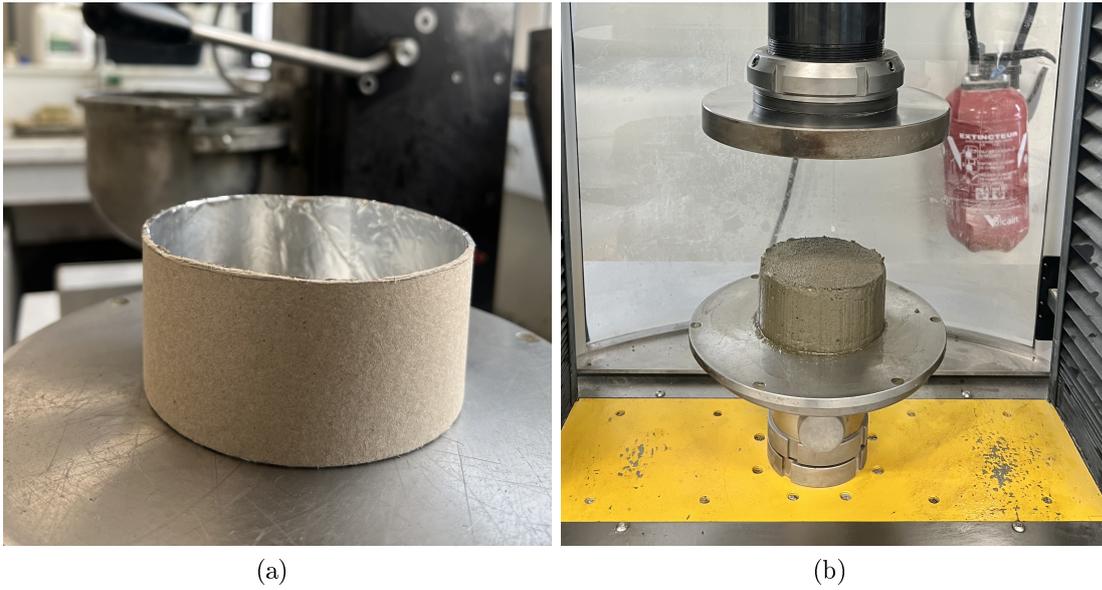


FIGURE 3.1 – Le moule utilisé pour le test de compression uni-axiale (a) et un exemple d'échantillon préparé (b).

jusqu'au démarrage de l'essai correspondant à l'âge souhaité du béton. À noter que les pierres poreuses généralement utilisées pour les essais de sol ont été remplacées par le papier aluminium afin d'éviter l'écoulement de l'eau pendant l'essai, Figure 3.3. De plus, une huile lubrifiante a été appliquée sur les surfaces de la boîte de cisaillement métallique pour réduire les effets de frottement [?, ?, ?, ?].

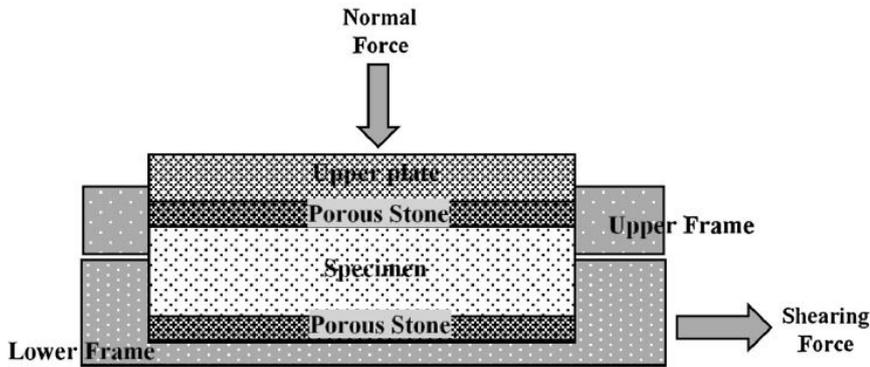


FIGURE 3.2 – Schéma d'un essai de cisaillement direct typique (*ASTM D3080/D3080M-11*) [?].

Une vitesse de déplacement horizontal de 5 mm/min a été imposée à la moitié inférieure de la boîte de cisaillement. Il est important de noter que dans la littérature, différentes vitesses ont été retenues selon les auteurs, 1.2 mm/min dans [?], 10 mm/min dans [?] et 15 mm/min [?, ?]. La valeur choisie de cette vitesse peut jouer un rôle important sur les résultats obtenus. Par exemple, en faisant varier la vitesse de 0.5 mm/min à 15 mm/min, les auteurs dans [?] ont montré que la cohésion  $C$  diminue pour une vitesse de cisaillement

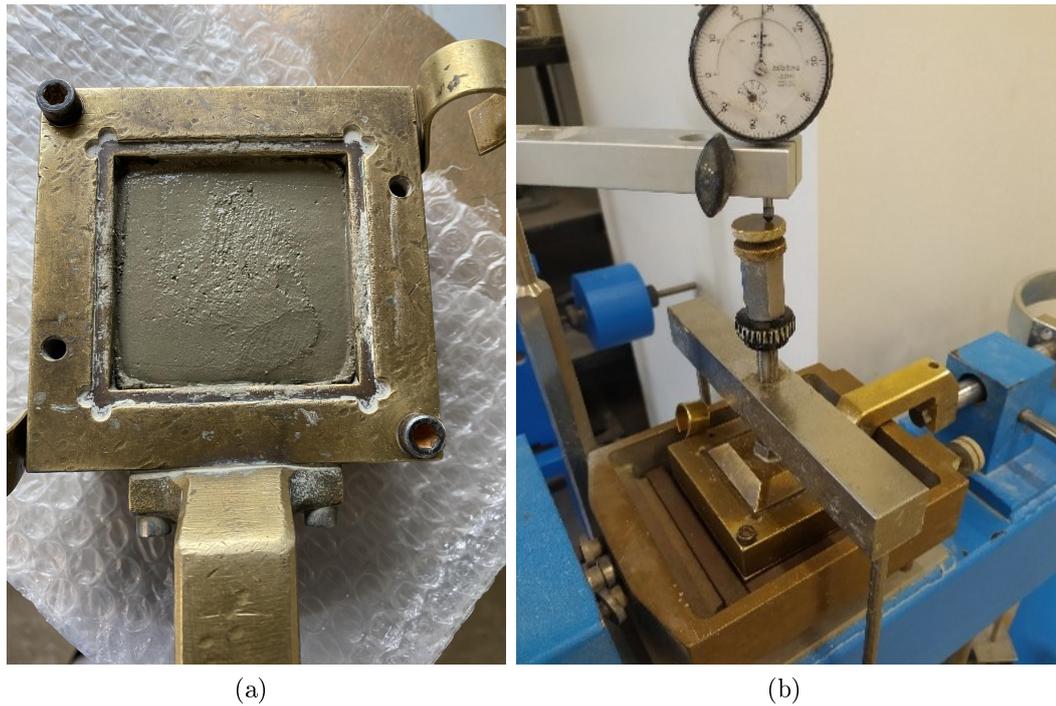


FIGURE 3.3 – Photographie du dispositif d’essai de cisaillement direct : boîte de cisaillement remplie du béton frais (a) application d’une charge normale (b).

plus élevée, tandis que le frottement interne  $\phi$  semble être constant. En effet, pour des vitesses de déplacement plus faibles, l’augmentation de la durée de l’essai donne des valeurs de résistance au cisaillement plus élevées en raison des effets de structuration [?, ?, ?]. Toutefois, étant donné que la contrainte de cisaillement maximale, contrainte de rupture en cisaillement ou résistance au cisaillement, utilisée pour la caractérisation des propriétés se produit relativement tôt, les effets du phénomène de structuration au cours d’un seul essai sont négligeables. Pour déterminer les paramètres du modèle Mohr-Coulomb, *i.e.*, la cohésion  $C$  et l’angle de frottement  $\phi$ , trois valeurs de charge normale de 50 N, 100 N et 200 N ont été appliquées, correspondant à des contraintes normales de 13.89 KPa, 27.78 KPa et 55.56 KPa. La force et donc la contrainte de cisaillement à la rupture de chaque test est ensuite déterminée. Selon *ASTM D3080/D3080M – 11* [?], le déplacement à la rupture peut être compris entre 10% et 20% du diamètre ou de la longueur d’origine de l’échantillon. A partir de la corrélation linéaire entre la contrainte de cisaillement et la contrainte normale à un âge spécifique  $t$ , les deux paramètres inconnus de Mohr-coulomb peuvent être déterminés.

Afin de tenir compte des incertitudes liées à la nature hétérogène du matériau et des différentes sources d’erreur au cours des tests, chaque type d’essai a été répété plusieurs fois pour chaque âge du béton, référé par un temps de repos,  $t = 0, 15, 30$  et  $60$  min comme précisé précédemment. L’ensemble du programme expérimental est résumé dans le Tableau 3.1. Plus précisément, pour l’essai de compression uniaxiale, 8 éprouvettes ont été testées pour chaque âge du béton frais, soit un total de 32 spécimens. Dans le cas de l’essai de cisaillement direct, 5 éprouvettes ont été testées pour chaque combinaison d’âge et de charge normale, ce qui donne un total de 60 éprouvettes.

TABLEAU 3.1 – Programme expérimental réalisé sur du béton frais imprimé à différents âges

	Essai de compression uniaxiale non confinée	Essai de cisaillement direct
$t[min]$	0, 15, 30, 60	0, 15, 30, 60
Charge normale [ $N$ ]	-	50, 100, 200
Nombre des échantillons par série	8	5
Nombre total des échantillons	32	60

### 3.2.2 Détermination du module d'Young du béton frais imprimé

L'ensemble des résultats des essais de compression uniaxiale est présenté sur la Figure 3.4. Pour chaque âge du béton, les courbes force-déplacement enregistrées pour chacun des huit échantillons ont été regroupées dans la même figure. Il ressort clairement que toutes ces courbes montrent une relation quasi-linéaire au début d'essai. Puis un comportement non-linéaire est constaté au-delà d'un déplacement vertical de 3.3 mm. Pour les échantillons de béton au très jeune âge,  $t = 0$ , la force continue à augmenter à la valeur de déplacement à 13.75 mm correspondant à la déformation 25%. À l'inverse, après 60 min de repos, cette force diminue après l'apparition d'une valeur de pic nettement observée au déplacement de l'ordre de 8.25 mm, *i.e.*, 15% de déformation verticale. Au cours de l'essai, la rigidité des éprouvettes augmente de façon très importante avec l'augmentation du temps de repos, de  $t = 30$  à 60 min, cette augmentation allant de pair avec l'apparition d'un pic de force, après lequel la force diminue avec l'augmentation de la déformation. Ce changement graduel du comportement ductile au comportement fragile du béton frais a été rapporté dans les différents travaux dans la littérature [?, ?].

En divisant la force mesurée par la surface de la section transversale de l'échantillon et le déplacement par la hauteur initiale de l'échantillon, les courbes contrainte-déformation sont déduites comme illustrées sur la Figure 3.5. Il convient de noter que le fait d'utiliser la surface de section initiale de l'échantillon qui est supposée constante conduira à des valeurs surestimées de contrainte calculée au cours d'essai. Certains chercheurs utilisent une technique d'imagerie optique [?, ?] pour déterminer la surface exacte de la section transversale pendant l'essai, mais cela reste encore difficile car la section n'est pas constante et varie en fonction de la hauteur de l'échantillon. Regardant notre intérêt dans ce type d'essai qui vise à caractériser la rigidité dans la phase du comportement linéaire du matériau, on néglige l'effet de la variation de la section transversale. Cette hypothèse, largement acceptée dans la littérature, voir par exemple [?], nous permet d'adopter la surface initiale d'éprouvette pour déterminer la contrainte verticale et donc le module d'Young.

En utilisant les résultats des courbes contrainte-déformation déterminées à différents temps de repos, le module d'Young et son évolution dans le temps peut être calculée. Pour mieux illustrer la variation temporelle de ce paramètre, la courbe moyenne de la relation contrainte-déformation pour chaque âge du béton est ensuite présentée sur la Figure 3.6a. Ces résultats ont mis en évidence une augmentation significative non seulement de la rigidité mais aussi de la contrainte maximale (ou de la résistance en compression uniaxiale)

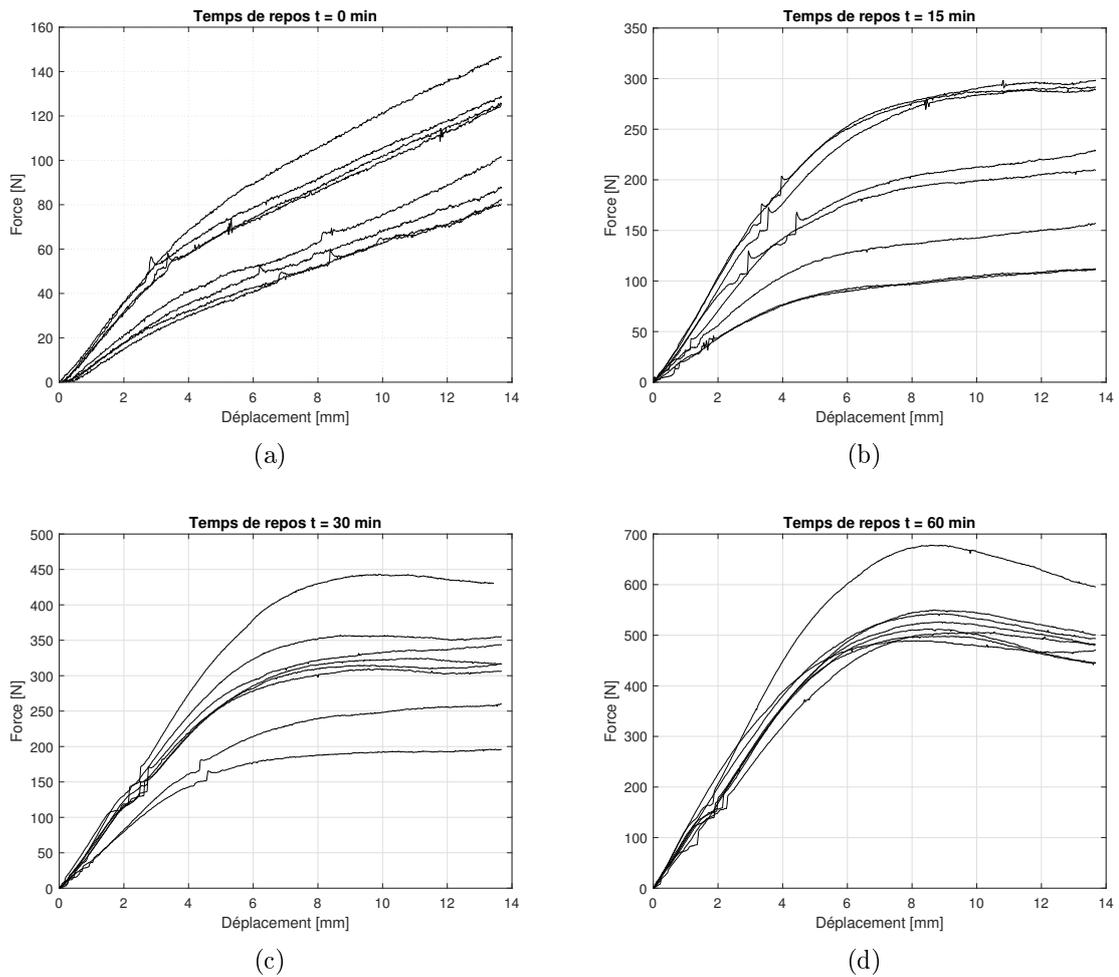
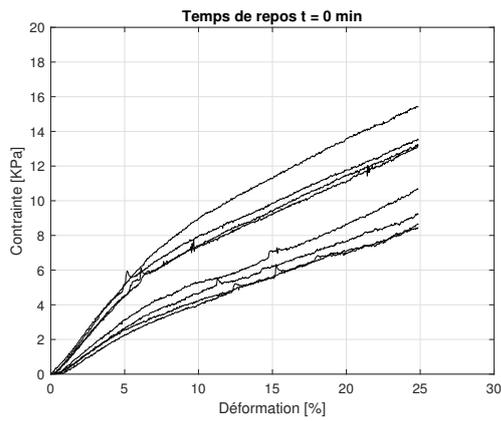


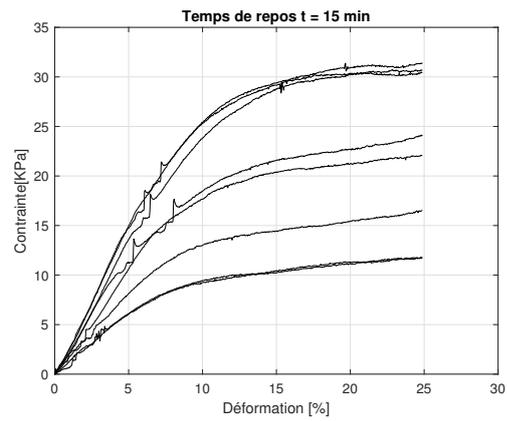
FIGURE 3.4 – Résultats force-déplacement des essais de compression pour :  $t = 0$  min (a),  $t = 15$  min (b),  $t = 30$  min (c),  $t = 60$  min (d).

du béton frais au fil du temps.

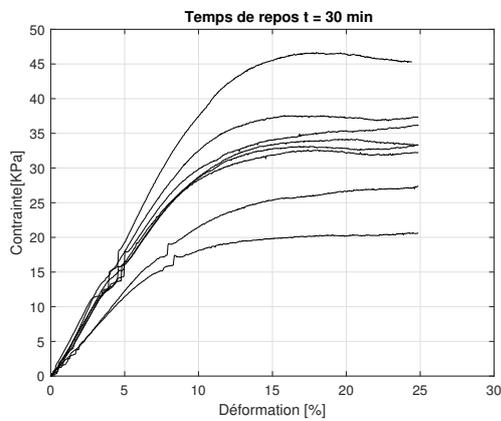
Le module d'Young a été calculé dans la région élastique de chaque éprouvette et une limite de déformation élastique de 5% a été choisie qui se situait dans la région linéaire pour les différents temps de repos. L'ensemble des valeurs obtenues de cette propriété élastique du matériau est montré sur la Figure 3.6b dans laquelle est aussi présenté un ajustement linéaire de l'évolution du paramètre par rapport au temps. Ces valeurs sont également résumées dans le Tableau 3.2. L'évolution du module d'Young en fonction du temps de repos montre une tendance linéaire, conformément à ce qui est supposé dans la littérature [?, ?]. Comme exprimée précédemment dans l'équation (2.1), cette évolution linéaire du module d'Young  $E$  en fonction du temps est représentée par deux paramètres, le module d'Young  $E_0$  à l'instant initial et le gradient de l'augmentation du module d'Young dans le temps  $\xi_E$ .



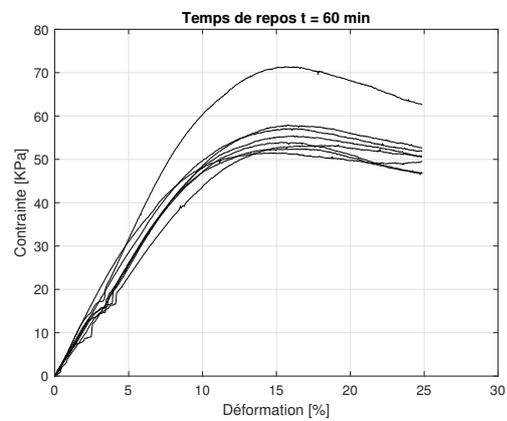
(a)



(b)

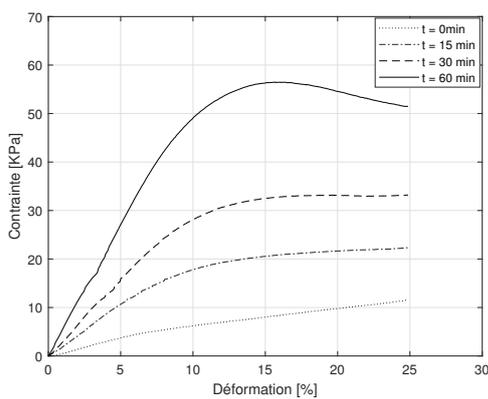


(c)

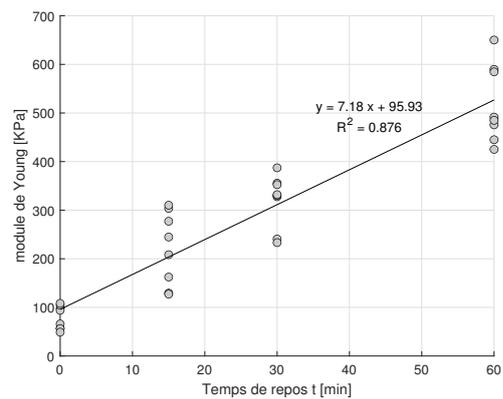


(d)

FIGURE 3.5 – Relations contrainte-déformation des essais de compression pour :  $t = 0$  min (a),  $t = 15$  min (b),  $t = 30$  min (c),  $t = 60$  min (d).



(a)



(b)

FIGURE 3.6 – Relation contrainte-déformation moyenne dérivé des essais de compression pour différents temps de repos (a) et évolution dans le temps du module d'Young (b).

TABLEAU 3.2 – Module d’Young dérivé de l’essai de compression uniaxiale non confinée, avec les valeurs moyennes  $\mu_E$ , l’écart type  $\sigma_E$  et le coefficient de variation  $COV$ .

Temps de repos [min]	Module d’Young E [KPa]		
	$\mu_E$	$\sigma_E$	$COV$
0	79	24.36	30.8%
15	220.44	74.92	34%
30	320	54.7	17%
60	518.3	79.8	15.4%

### 3.2.3 Détermination des paramètres de rupture plastique

Comme dans le cas de l’essai de compression uniaxiale, les courbes charge-déplacement obtenues lors des essais de cisaillement direct de 5 éprouvettes sont regroupées pour chaque valeur de force verticale imposée et pour chaque valeur du temps de repos. Pour simplifier l’illustration, la Figure 3.7 présente le cas d’une charge normale de 50 N. Puis, les courbes moyennes sont déduites pour les 3 valeurs de force verticale à 50 N, 100 N et 200 N pour chaque temps de repos et illustrées sur la Figure 3.8.

On constate également une augmentation quasi-linéaire de la force en fonction du déplacement au début de la mesure. Une fois que la charge de cisaillement maximale est atteinte, la force horizontale peut rester presque constante pour le temps de repos le plus faible,  $t = 0$ . Pour les autres temps de repos,  $t = 15$  à 60 min, une diminution de la force horizontale après avoir atteint sa valeur maximale permet de déterminer plus facilement le moment de la rupture en cisaillement des éprouvettes. Ceci montre que, comme dans le cas des essais de compression, le matériau subit une transition d’un comportement ductile au très jeune âge vers un comportement plus fragile dans le temps. D’ailleurs, comme prévu, la force de rupture en cisaillement augmente en fonction de la force verticale imposée et aussi par rapport au temps de repos.

En divisant la charge maximale par la surface de rupture de l’échantillon, on détermine la contrainte de rupture en cisaillement  $\tau_y$ . Il convient de noter que la détermination correcte de cette surface n’est pas évidente. Pendant le cisaillement, alors que la surface de contact du béton frais au plan de rupture horizontal entre les deux demi-boîtes en acier diminue, il y a une zone accrue où le matériau est en contact avec l’acier, le frottement de ces matériaux pouvant aussi contribuer à la résistance au cisaillement mesurée. La quantification de cette contribution est toutefois complexe. Par exemple, il a été démontré dans [?] que même si le dispositif d’essai est utilisé sans matériau, une force de cisaillement minimale est toujours nécessaire en raison du frottement entre les deux plaques en acier de la boîte de cisaillement, même si elle est limitée par l’application d’une fine couche de graisse. Cette force de frottement représente environ 6% de la charge de rupture moyenne des échantillons les plus fragiles selon certains auteurs [?]. Par soucis de simplicité, la surface horizontale initiale  $A_S$  de l’échantillon,  $A_S = 60 \times 60 \text{ mm}^2$  dans notre étude, est largement utilisée dans l’interprétation des résultats obtenus.

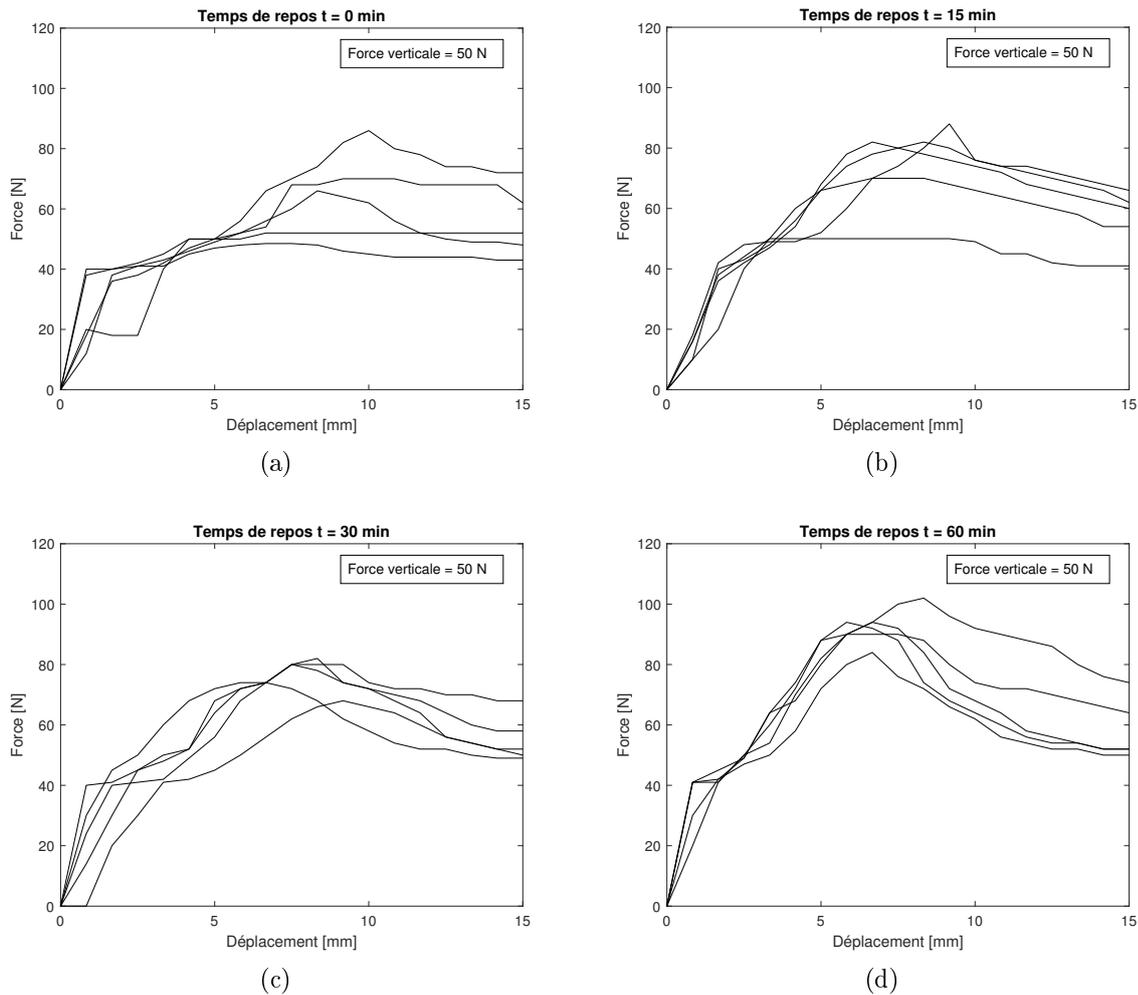


FIGURE 3.7 – Résultats force - déplacement d'essai de cisaillement direct de 5 éprouvettes avec une charge normale de 50 N pour différents temps de repos du béton :  $t = 0$  min (a),  $t = 15$  min (b),  $t = 30$  min (c),  $t = 60$  min (d).

Cependant, une mise à jour de la surface de contact du matériau peut également être adoptée en utilisant le déplacement horizontal mesuré  $\delta h$  comme indiqué dans [?] :

$$A'_S = l_S \cdot (l_S - \delta h) \quad (3.1)$$

où  $l_S$  est la largeur de la boîte de cisaillement utilisée,  $l_S = 60$  mm dans ce travail.

Le fait de négliger la contribution du frottement au contact matériau-acier à la surface de rupture actualisée peut conduire à une surestimation des valeurs de résistance au cisaillement. Dans ce travail, les deux résultats calculés à partir de la surface initiale et de la surface actualisée du matériau pendant le cisaillement sont pris en compte, en particulier pour la quantification de l'incertitude, le sujet sera détaillé dans la section suivante. En effet, la manière d'interpréter les résultats de l'essai de cisaillement peut également constituer une autre source d'incertitude qui doit être prise en compte dans notre procédure.

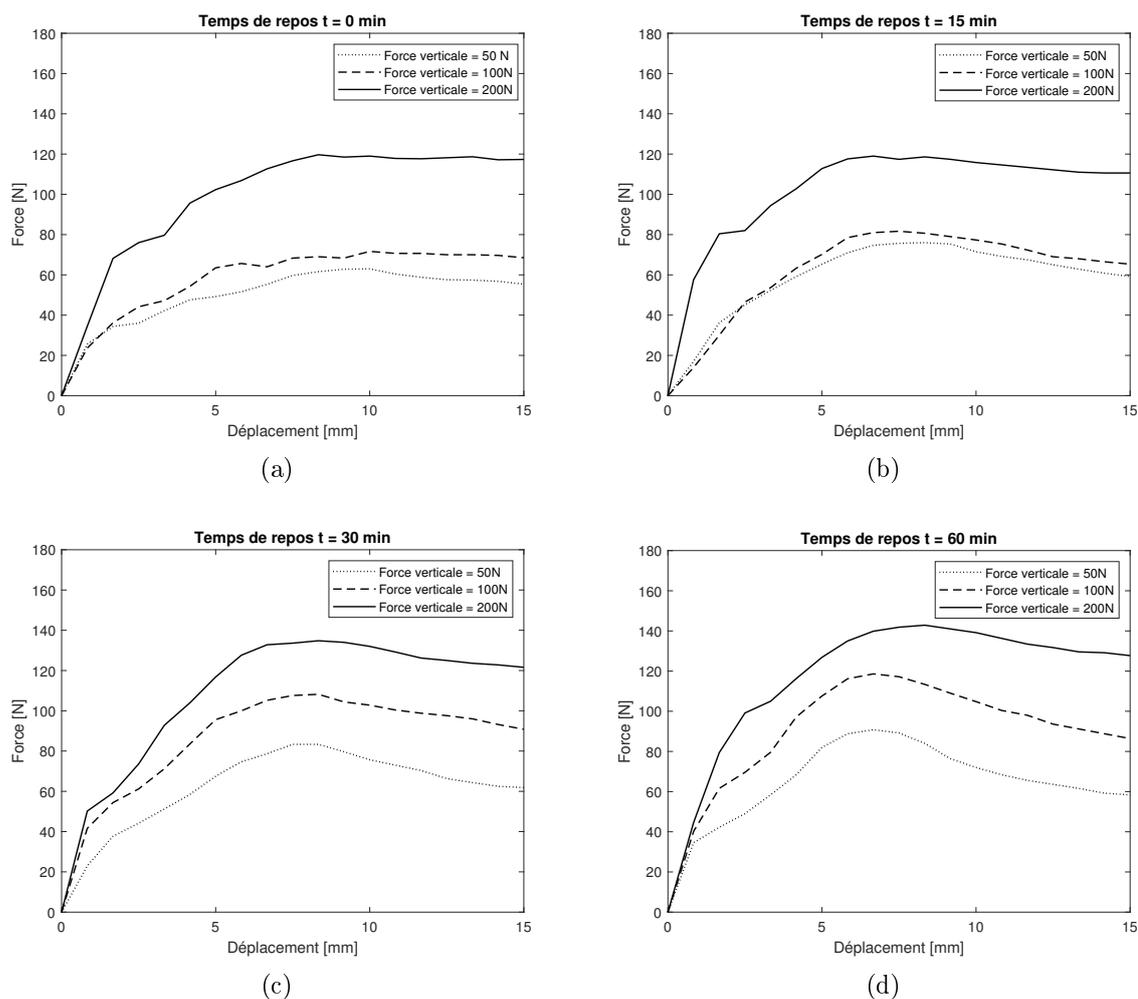


FIGURE 3.8 – Résultats moyens force-déplacement d'un essai de cisaillement direct de trois charges normales pour différents temps de repos du béton :  $t = 0$  min (a),  $t = 15$  min (b),  $t = 30$  min (c),  $t = 60$  min (d).

Les résultats présentés sur la Figure 3.9 mettent en évidence la relation entre les contraintes de rupture en cisaillement  $\tau_y$  et les contraintes normales correspondantes pour chaque temps de repos. Les valeurs des contraintes de rupture en cisaillement  $\tau_y$  sont également résumées dans le Tableau 3.3 pour chaque combinaison temps de repos - charge normale. En utilisant les résultats de ces courbes, Figure 3.9, les paramètres de Mohr-Coulomb  $M - C$  peuvent être évalués. Un ajustement linéaire à partir de l'ensemble des résultats des essais pour chaque valeur du temps de repos comme illustré sur cette dernière figure permet de déterminer la cohésion  $C$  et l'angle de frottement du béton frais  $\phi$  correspondant. Les résultats calculés de ces deux paramètres de Mohr-Coulomb en fonction du temps de repos sont ensuite capturés sur la Figure 3.10. Une évolution nettement linéaire de la cohésion en fonction du temps est constatée, Figure 3.10a, tandis que l'angle de frottement semble constant, Figure 3.10b. Ces observations d'évolution en fonction du temps de repos sont conformes à celles présentées dans [?]. Par conséquent, comme exprimé dans l'équation (2.3), l'évolution temporelle de la cohésion du béton frais

peut toujours être caractérisée par les deux paramètres  $C_0$  et  $\xi_C$ .

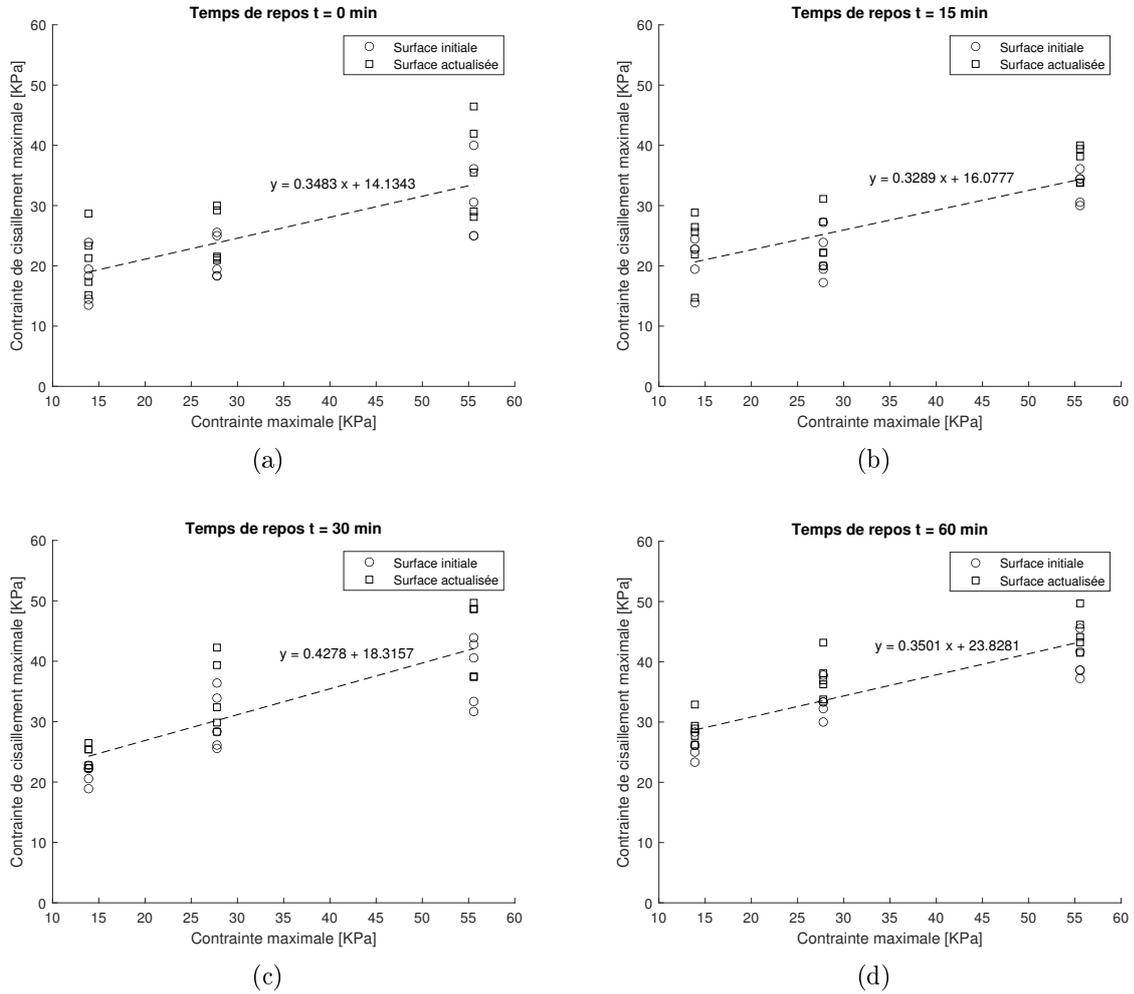


FIGURE 3.9 – Résistance au cisaillement en fonction de la contrainte normale dérivée des essais de cisaillement direct utilisant la surface de contact initiale ou actualisée pour différents temps de repos :  $t = 0$  min (a),  $t = 15$  min (b),  $t = 30$  min (c),  $t = 60$  min (d). Les lignes en pointillés représentent un ajustement linéaire des valeurs.

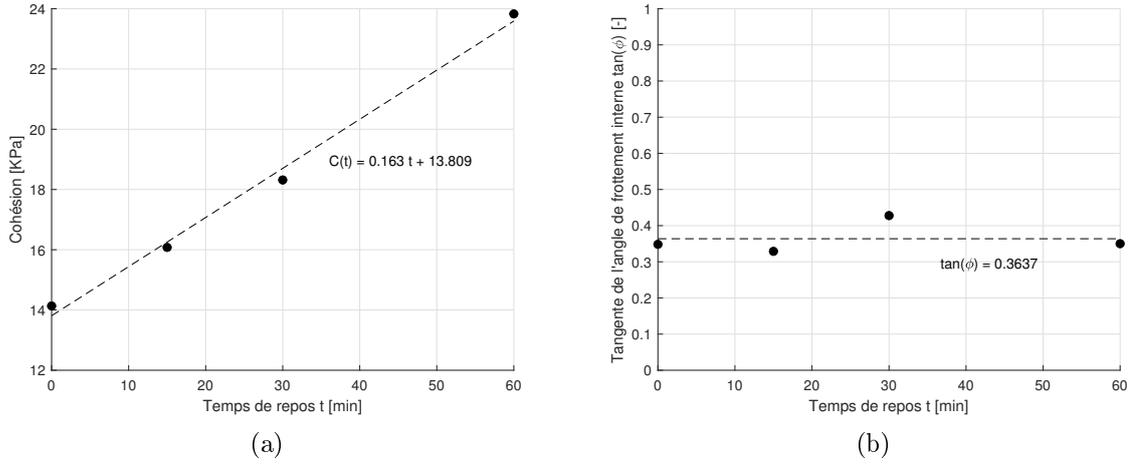


FIGURE 3.10 – Cohésion  $C$  (a) et tangente de l'angle de frottement interne  $\phi$  (b) dérivées des essais de cisaillement direct pour des temps de repos compris entre  $t = 0$  à  $t = 60$  minutes.

TABLEAU 3.3 – Résistance au cisaillement  $\tau_y$  dérivée de l'essai de cisaillement direct, avec des valeurs moyennes  $\mu_{\tau_y}$ , l'écart type  $\sigma_{\tau_y}$  et le coefficient de variation  $COV$ .

âge du béton [min]	charge normale [N]	Résistance au cisaillement $\tau_y$ [KPa]		
		$\mu_{\tau_y}$	$\sigma_{\tau_y}$	$COV$
0	50	19.54	4.81	24.6%
0	100	22.96	4.26	18.5%
0	200	33.77	7.4	21.9%
15	50	22.1	4.86	22%
15	100	23	4.3	18.7%
15	200	35	3.4	9.71%
30	50	22.9	2.31	10.1%
30	100	32.24	5.7	17.7%
30	200	41.4	6.4	15.46%
60	50	27.4	2.7	9.85%
60	100	35.5	3.75	10.6%
60	200	42.6	3.9	9.15%

### 3.2.4 Quantification de l'incertitude des propriétés du béton frais

Les résultats mesurés du module d'Young  $E$ , Figure 3.6b, de la cohésion  $C$ , Figure 3.10a et de l'angle de frottement  $\phi$ , Figure 3.10b, de notre mortier imprimable à chaque temps de repos présentent une dispersion assez élevée, comme dans le travail de Wolfs et al. [?]. La quantification d'incertitude associée de ces paramètres peut donc être réalisée comme dans le chapitre précédent en utilisant l'approche d'inversion Bayésienne.

Pour rappel, l'application de l'approche d'inversion Bayésienne vise à déterminer la

distribution a posteriori de l'angle de frottement constant et des paramètres représentant l'évolution linéaire dans le temps du module d'Young et de la cohésion, c'est-à-dire les cinq paramètres aléatoire,  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi]$ . Les histogrammes des distributions a priori et a posteriori des paramètres considérés sont présentés respectivement dans les Figures 3.11 et 3.12. Les résultats des incertitudes de ces cinq paramètres aléatoires sont ensuite résumés dans le Tableau 3.4 en termes de valeurs moyennes  $\mu$ , d'écart-type  $\sigma$  et de coefficient de variation  $COV$ . On remarque une incertitude très importante pour le module d'Young initial  $E_0$ , et pour le coefficient  $\xi_C$  dont les  $COV$  sont supérieurs à 10%. L'incertitude semble plus modérée pour les trois autres paramètres dont les  $COV$  sont aux alentours de 7%.

En comparaison avec les résultats mesurés par Wolfs et al. [?], présentés dans le Tableau 2.1 de chapitre précédant, les valeurs moyennes des propriétés de notre béton imprimable obtenues sont plus importantes. Concernant les paramètres représentant le module d'Young,  $E_0$ ,  $\xi_E$ , leurs valeurs moyennes sont respectivement 1.2 et 5.9 fois plus importants. Alors que les valeurs moyennes de deux paramètres  $C_0$  et  $\xi_C$  sont respectivement 3.6 et 4.9 fois plus importantes que celles obtenues dans le travail de Wolfs et al. [?]. Cette augmentation des valeurs peut être expliquée par plusieurs facteurs, tel que la composition du mortier, la préparation des échantillons et les conditions environnementales. Par exemple, la composition de notre matériau imprimable contient de superplastifiant, qui n'est pas le cas dans la composition de matériau de Wolfs et al. [?], et qui a un effet positif sur la valeur du module d'Young selon [?]. En outre, la valeur plus élevée du module de Young peut être liée à la hauteur de l'échantillon de l'essai de compression uniaxiale, qui est choisie égale à  $H_c = 55$  mm, inférieure à la moitié de celle choisie dans [?] de  $H_c = 140$  mm, où une hauteur plus petite de l'échantillon induit des valeurs plus élevées du module de Young, comme l'ont signalé Pott et al. [?]. De Plus, tous nos essais sont réalisés pendant la période estivale, la température à l'extérieur peut atteindre  $37^\circ C$ , alors que la température à l'intérieure n'est pas contrôlé. Tandis que les essais de Wolfs et al. [?] sont réalisés à une température constante de  $22^\circ C$ .

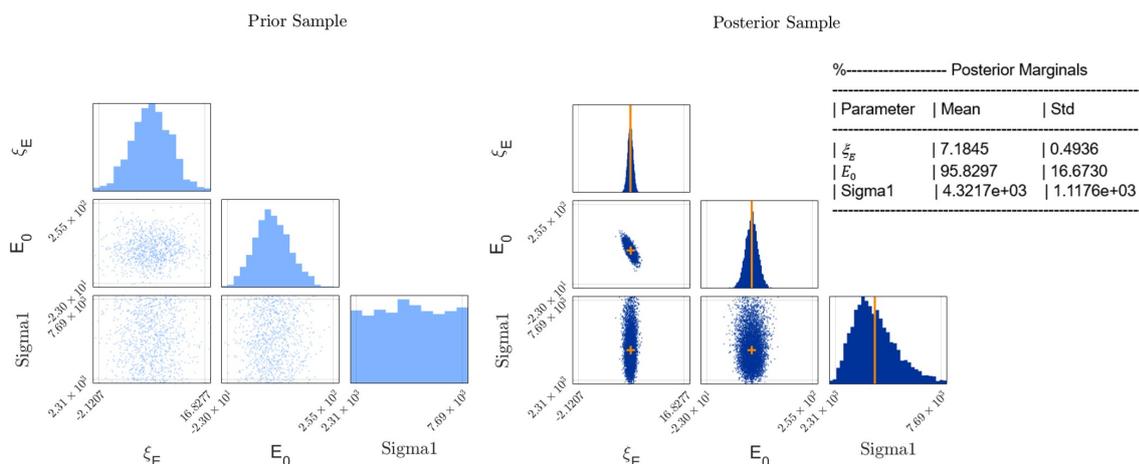


FIGURE 3.11 – Histogrammes des distributions prédictives a priori et a posteriori des paramètres du module d'Young,  $E_0$  [KPa] et  $\xi_E$  [KPa/min] résultant de l'inférence bayésienne.

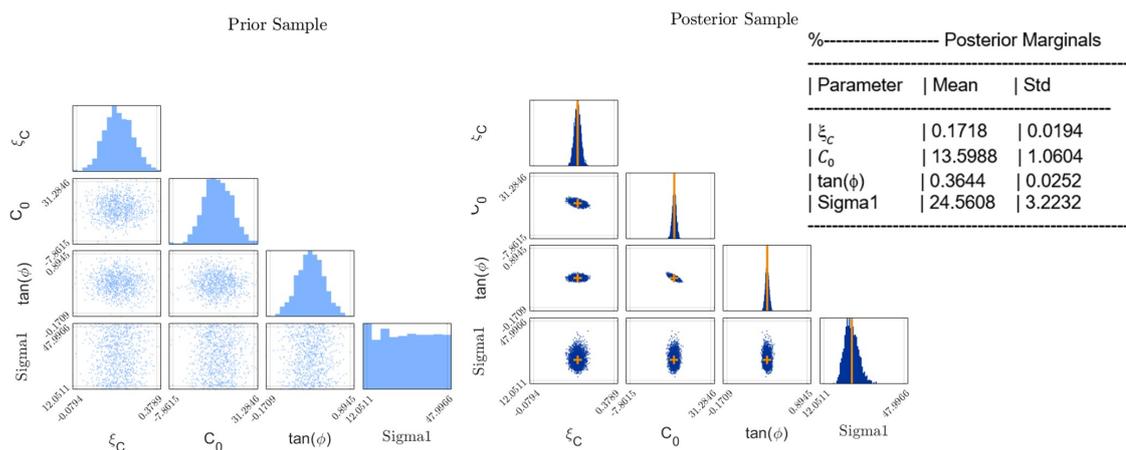


FIGURE 3.12 – Histogrammes de la distribution prédictive a priori et a posteriori des paramètres de Mohr-coulomb,  $C_0$  [KPa] et  $\xi_C$  [KPa/min] (a) et de l'angle de frottement  $\tan(\phi)$  résultant de l'inférence bayésienne.

TABLEAU 3.4 – Valeurs des propriétés mécaniques choisies comme paramètres d'entrée aléatoires pour l'analyse de l'impression 3D en béton.

Paramètres	$E_0$	$\xi_E$	$C_0$	$\xi_C$	$\tan \phi$
Unité	KPa	KPa/min	KPa	KPa/min	-
Moyenne( $\mu$ )	95.8297	7.1845	13.5988	0.1718	0.3644
Écart type( $\sigma$ )	16.6730	0.4936	1.0604	0.0194	0.0252
COV(%)	17.4	6.87	7.8	11.29	6.915

### 3.2.5 Autres propriétés mécaniques du béton frais

Lors de la préparation de l'essai de compression uniaxiale, la densité  $\rho$  du béton frais est également mesurée et présentée dans la Figure 3.13. Nous pouvons confirmer l'observation de la littérature [?] que la densité du béton frais ne varie pas en fonction du temps. De plus, les résultats fournis par l'inversion bayésienne, montrent sa moyenne d'environ  $\rho = 2182.2 \text{ kg/m}^3$  alors que son incertitude est très faible, représentée par un  $COV = 0.04\%$ . Il est important de noter ici qu'en raison de l'absence de mesure de la déformation latérale de l'échantillon dans les essais de compression uniaxiale, un coefficient de Poisson constant  $\nu = 0.3$ , tel que calculé par Wolfs et al. [?], est toujours adopté dans la suite de ce travail.

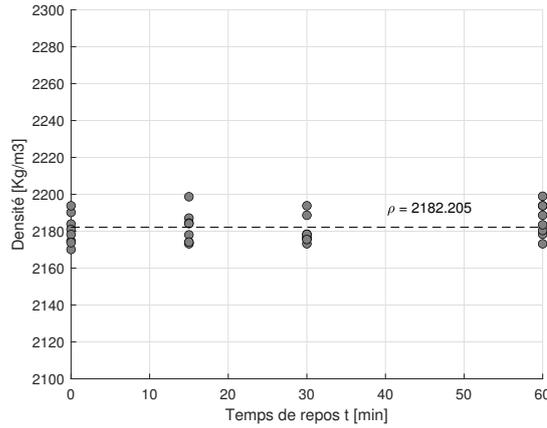


FIGURE 3.13 – Évolution dans le temps de la densité  $\rho$  du béton frais.

### 3.3 Études numériques de l'optimisation du procédé d'impression 3D en béton

#### 3.3.1 Optimisation du procédé d'impression 3D en béton : définition du problème et hypothèses retenues

Dans cette section, on s'intéresse au problème d'optimisation du procédé d'impression 3D en tenant compte seulement de l'incertitude des propriétés mécaniques au jeune âge du béton imprimable. Ce problème, connu sous le nom d'optimisation de la conception basée sur les analyses fiabilistes *RBDO*, vise à optimiser les paramètres du procédé d'impression 3D d'un objet en béton dont la géométrie ou la topologie est définie. Cela signifie que la problématique n'a pas pour but de trouver la topologie optimale de la structure. En revanche, elle cherche à déterminer les meilleurs paramètres du procédé qui permettent d'assurer le succès de l'impression de l'objet dont la forme, la longueur  $L$  et la hauteur totale  $H_t$  sont choisies au préalable. En considérant l'incertitude des propriétés mécaniques du matériau, la réussite de l'impression sera déterminée d'un point de vue statistique par les valeurs admissibles des probabilités de deux modes de défaillances de la structure, rupture plastique et flambement élastique. Parmi les différents paramètres du procédé qui peuvent affecter fortement ces deux modes de rupture de la structure dont la géométrie est fixée, on peut citer les dimensions de la couche déposée et la vitesse de montée de l'impression. Correspondant à la longueur choisie  $L$ , cette vitesse de montée est proportionnelle avec l'épaisseur  $h$  des filaments et la vitesse de mouvement horizontale de l'imprimante  $V_r$ . En effet, cette vitesse de montée présente la vitesse de chargement imposé sur les couches imprimées et affecte significativement la constructibilité de la structure. Si les deux paramètres, la vitesse de mouvement de l'imprimante  $V_r$  et l'épaisseur  $h$  de la couche déposée, par conséquent doivent être bien pré-déterminés dans la phase de préparation/conception de l'impression 3D, on peut mentionner également la largeur  $b$  des couches qui a le rôle décisif au flambement de la structure.

L'application de la *RBDO* dans notre problème consiste donc à optimiser ces paramètres de conception pour assurer la constructibilité de la structure correspondant à un niveau de confiance choisi. Concrètement, la *RBDO* vise à déterminer ces paramètres ras-

semblés dans le vecteur,  $\mathbf{d} = [h, b, V_r]$ , également appelé vecteur de variables de conception qui minimise la fonction objective ou fonction de coût  $f(\mathbf{d})$ . En effet, comme présenté dans la section 1.2.3 du premier chapitre, voir également la Figure 1.9 de ce dernier chapitre, l'impression 3D en béton est un procédé global et peut être considéré comme un problème multi-objectifs. Les objectifs potentiels consistent d'optimiser la résistance (adhérence entre les couches, propriétés de la structure durci), la qualité (géométrie contrôlée de la section des couches déposées, qualité des surfaces) et les aspects économiques (volume totale de matériau utilisé, la durée totale d'impression). Parmi ces objectifs, ceux visés dans ce travail de thèse concernent principalement les aspects économiques alors que les autres aspects, la qualité et les propriétés à l'état durci, ne seront pas abordés. L'adhérence entre les couches n'est considérée que de manière implicite en imposant un contact parfait entre les couches. Ce type de contact peut être assuré en respectant une borne inférieure de la vitesse de montée d'impression qui est proportionnelle avec  $V_r$  et  $h$  pour une longueur  $L$  fixée. Malheureusement, cette borne inférieure de la vitesse de montée verticale de la structure imprimée n'est pas encore standardisée dans la littérature.

Basé sur l'objectif économique du procédé d'impression, notre problème d'optimisation consiste donc à minimiser à la fois la quantité du béton  $Q_c$  et la durée  $t$  du procédé d'impression. D'ailleurs, en considérant l'effet d'incertitude du comportement du béton frais, les valeurs optimales des paramètres de conception doivent vérifier les contraintes rigides dans lesquelles les probabilités de défaillance sont limitées aux valeurs admissibles  $P_f^T$ . D'un point de vue mathématique, ce problème d'optimisation de l'impression 3D d'une structure en béton peut être défini comme le suivant :

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{d}}{\text{minimiser}} : \quad & f(\mathbf{d}) = Q_c \cdot t = (H_t \cdot b \cdot L)(n_l \cdot T_h) = \frac{H_t^2 \cdot b \cdot L^2}{h \cdot V_r} \\ \text{par rapport à} : \quad & \begin{cases} \mathbf{d}^- \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^+ \\ P_{f,j}(g_j(\mathbf{X}, \mathbf{d}) \leq 0) \leq P_f^T, \quad j = \{el, p\} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Les deux contraintes rigides limitent les probabilités de deux mécanismes de défaillance, le flambement élastique et l'effondrement plastique, aux valeurs admissibles qui sont calculées à partir des niveaux de confiance souhaités. Les autres contraintes souples sont représentées par le choix raisonnable de la plage des paramètres de conception,  $\mathbf{d} \in [\mathbf{d}^-, \mathbf{d}^+]$ , qui en général dépend des limites ou des préférences de la machine. Dans la littérature, l'épaisseur de la couche  $h$  est généralement choisie autour de 10 mm tandis que la vitesse d'impression peut être choisie autour de 5 m/min. La plage  $V_r \in [4.2, 7.8]$  m/min, est souvent observée dans la littérature mais elle peut être élargie entre 0.6 – 30 m/min comme indiquée dans [?]. Dans ce travail, la plage choisie pour ces paramètres de conception sont respectivement  $h \in [8, 12]$  mm et  $V_r \in [4.2, 7.8]$  m/min.

Le choix de la largeur  $b$  des couches imprimées est difficile car il conditionne non seulement la constructibilité de la structure au cours d'impression mais également la résistance et la stabilité de la structure après sa mise en service. Par conséquent, la plage admissible de ce paramètre doit vérifier en amont l'intégrité de la structure sous les chargements imposés qui nécessite donc les études détaillées à l'état durci du béton. Dans le contexte de ce travail de thèse, ces études à l'état durci ne sont pas effectuées et nous choisissons une plage admissible  $b \in [2, 8]$  cm, en supposons qu'elle vérifie les conditions nécessaires d'exploitation à long terme de la structure.

### 3.3.2 Validation de la méthodologie d'optimisation proposée

Les solutions analytiques dans le cas simple d'un mur droit sont reconsidérées dans cette partie qui permettent d'une part de valider la méthodologie d'optimisation adoptée et d'autre part d'effectuer les études paramétriques.

En utilisant des propriétés mécaniques de notre béton imprimable, voir Tableau 3.4, les premiers résultats des calculs déterministes confirment le mécanisme dominant du flambement élastique du mur imprimé. Adoptons les dimensions  $L = 1$  m,  $b = 6$  cm,  $h = 1$  cm pour ce mur et la vitesse d'impression  $V_r = 6$  m/min, les hauteurs critiques de flambement élastique  $H_{cr,el} = 0.24$  m et de l'effondrement plastique  $H_{cr,p} = 2.84$  m, sont respectivement déterminés utilisant les valeurs moyennes des propriétés mécaniques du béton frais. On observe une hauteur très importante à la rupture plastique du mur qui peut s'expliquer par une bonne résistance de cisaillement et son évolution dans le temps du béton frais. Les valeurs élevées de deux paramètres  $C_0$  et  $\xi_C$  qui caractérisent l'évolution temporelle de la cohésion  $C(t)$  de notre béton imprimable peuvent être affectées par la température ambiante au moment de la réalisation des essais de cisaillement comme discuté précédemment.

En fixant la hauteur du mur à la hauteur critique correspondante de chaque mode de rupture, les analyses fiabilistes sont ensuite réalisées. L'intérêt de ces calculs est d'étudier l'influence des paramètres de conceptions  $\mathbf{d} = [h, b, V_r]$  à la probabilité de chaque mécanisme de défaillance. Pour rappel, seulement les incertitudes quantifiées précédemment des propriétés mécaniques du béton frais sont considérées dans ce présent chapitre. Le vecteur des variables aléatoire restent donc comme dans le chapitre précédent à cinq paramètres,  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi]$ .

Sur les Figures 3.14 et 3.15 sont illustrées les variations de la probabilité de défaillance des deux modes de rupture de la structure au cours d'impression en fonction des paramètres de conception. Dans le cas de flambement élastique, Figure 3.14, correspondant à la géométrie du mur et aux plages adoptées des paramètres de conception, on voit que la largeur de la couche  $b$  est le facteur le plus influent. Une diminution de la largeur des couches du mur imprimé de 7 cm à 5 cm résulte une augmente de la probabilité de flambement de 0.1% à 99.6%. Il est important de rappeler ici que dans le cas de l'effondrement plastique, la formule analytique de ce mécanisme de défaillance montre une indépendance à cette largeur  $b$ . En ce qui concerne la vitesse d'impression  $V_r$ , l'effet de ce paramètre sur la probabilité de flambement élastique est plus modéré. Cependant, son effet semble plus évident dans le cas de l'effondrement plastique où l'augmentation de ce paramètre d'impression peut induire une augmentation considérable de la probabilité de ce mode de défaillance. Regardant l'épaisseur  $h$  de la couche déposée, il est important de souligner que sa variation dans la plage choisie pour une hauteur totale fixée  $H_t$  du mur peut résulter en des valeurs non entières du nombre de couches, ce qui pourrait être résolu par des solutions analytiques mais n'a pas de sens dans les simulations numériques. Dans les plages considérées de deux paramètres,  $h$  et  $V_r$ , qui décident la vitesse de montée verticale d'impression ou de chargement, l'effet de l'épaisseur des couches déposées aux probabilités de tous les deux modes de rupture est inférieur à celui de la vitesse de mouvement de l'imprimante, Figure 3.15. Dans la suite de ce travail de thèse, pour faciliter la procédure d'optimisation, l'épaisseur constant  $h = 1$  cm des couches déposées est systématiquement adoptée.

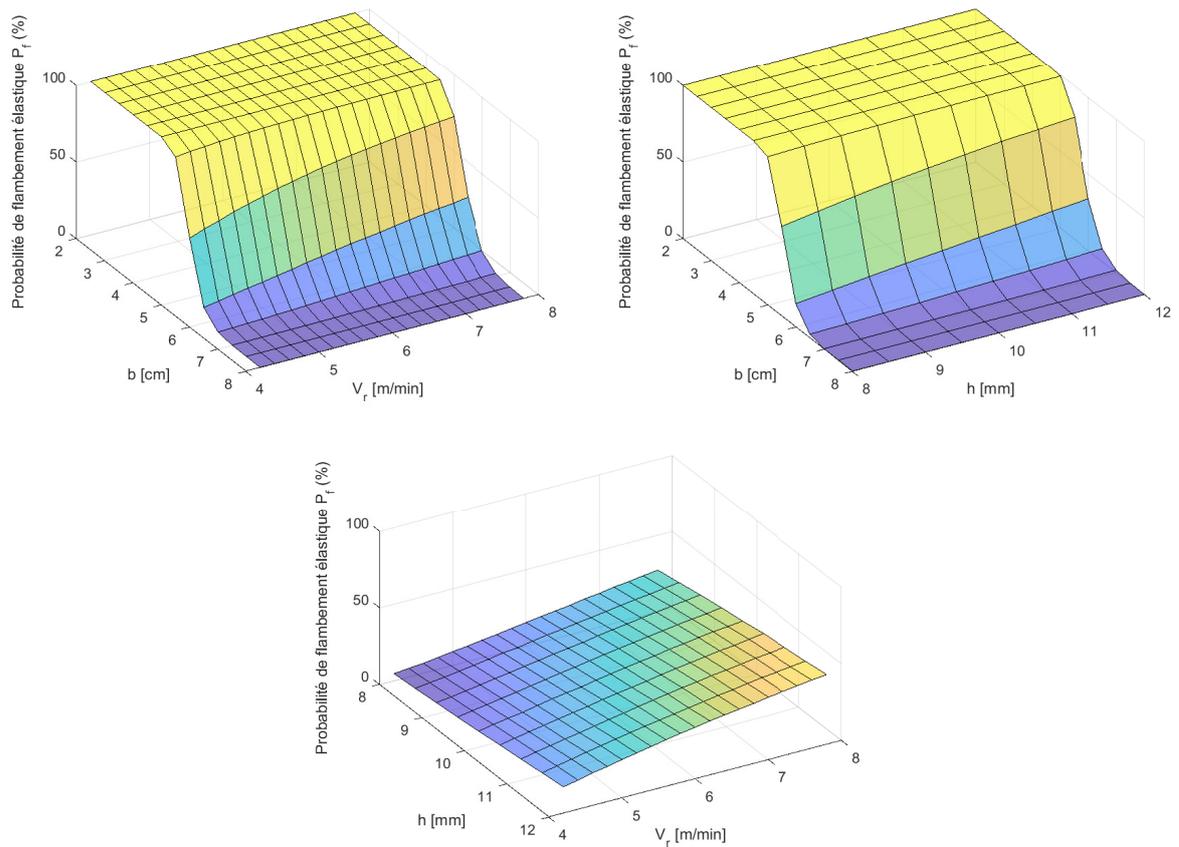


FIGURE 3.14 – Probabilité de flambement élastique du mur imprimé, dont la hauteur  $H_t = H_{cr,el} = 0.24$  m, en fonction de la largeur  $b$ , l'épaisseur  $h$  de la couche et de la vitesse d'impression  $V_r$ .

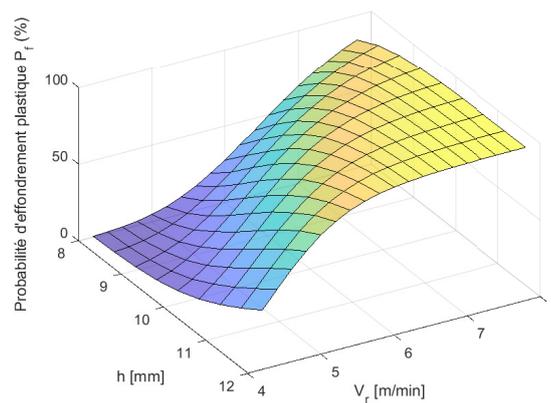


FIGURE 3.15 – Probabilité d'effondrement plastique du mur imprimé, dont la hauteur  $H_t = H_{cr,pl} = 2.84$  m, en fonction de la largeur  $b$ , l'épaisseur  $h$  de la couche et de la vitesse d'impression  $V_r$ .

Cette étude paramétrique nous permet de réduire un paramètre dans le problème d'optimisation et il ne reste donc qu'à déterminer les deux paramètres les plus influents,

la largeur des couches et la vitesse de l'imprimante, *i.e.*,  $\mathbf{d} = [b, V_r]$ . Dans l'objectif de valider et de vérifier l'efficacité de la méthode d'optimisation *QMC* et spécifiquement la *Krigeage – QMC*, voir les descriptions et les détails dans le chapitre 1 et l'Annexe B, nous utilisons la méthode classique d'optimisation *MCS* en deux niveaux. Comme dans le cas d'analyse fiabiliste, la *MCS* est connue comme la méthode la plus exacte pour tenir compte des incertitudes et elle est souvent choisie comme la référence pour les autres méthodes. Cependant, basée sur un très grand nombre de calcul des échantillons aléatoires, elle est très coûteuse et ne pourrait être accessible que si les solutions analytiques sont disponibles comme dans le cas du mur.

Sur la Figure 3.16a sont présentées la surface de probabilité de flambement élastique, le mode de rupture dominant du mur, qui est en intersection avec la surface de la probabilité admissible choisie à  $P_f^T = 7.5\%$ . Puis sur la Figure 3.16b sont présentées les plages admissibles de deux paramètres de conception qui vérifient la contrainte rigide de la probabilité de flambement élastique, *i.e.*,  $P_f \leq P_f^T$ . On présente par la suite sur la Figure 3.16c la surface de fonction de coût par rapport à ces plages de deux paramètres de conception. Cette surface montre une diminution proportionnelle à la largeur de la couche déposée  $b$  et à l'inverse de la vitesse d'impression  $V_r$ , ce qui est attendu au regard de la formule adoptée de la fonction de coût. Par conséquent, sur la Figure 3.16c, on peut identifier le résultat optimal des paramètres de conception qui présente une valeur maximale de la vitesse, *i.e.*,  $V_r = 7.8$  m/min. Le point rouge présenté sur la Figure 3.16b, et aussi sur Figure 3.16c, correspond au point du résultat optimal qu'il faut déterminer en utilisant les méthodes *MCS* en deux niveaux, *QMC* ou *Krigeage – QMC*. Sur la Figure 3.17 sont présentées les convergences de ce résultat déterminé par ces trois méthodes. Après environ 490 itérations, les résultats fournis par les méthodes d'optimisation en utilisant la solution analytique de flambement élastique de la structure sont très proches, Figures 3.17a, b, et c. L'approche d'optimisation par *Krigeage – QMC* basée sur les simulations numériques par *Abaqus* est également effectuée.

En comparant ce dernier résultat avec ceux déterminés sur la base de la solution analytique, on constate une différence. Ceci est attendu, vu le fait de la différence observée entre les réponses analytiques et numériques du flambement élastique de la structure qui affecte par conséquent les résultats de l'analyse fiabiliste, déjà discuté dans le chapitre précédent, et donc ceux du problème d'optimisation. L'ensemble des valeurs optimales des paramètres de conception pour l'impression du mur considéré sont ensuite résumées sur le Tableau 3.5. Dans le cas du mur avec la hauteur  $H_t = 0.24$  m, *i.e.*, 24 couches déposées, la vitesse optimale  $V_r = 7.8$  m/min et les valeurs quasi-similaires de la largeur  $b = 6.6$  cm sont déterminées par les trois méthodes d'optimisation utilisant la solution analytique de flambement élastique. Ces résultats sont similaires du point rouge à déterminer comme présenté sur la Figure 3.16b et confirment l'exactitude des méthodes utilisées, particulièrement la méthode *Krigeage – QMC*. En utilisant cette dernière méthode dans le cas de la simulation numérique du flambement élastique, une largeur optimale  $b = 7.28$  cm est nécessaire pour assurer le niveau de confiance souhaité. Cette valeur surestime d'environ 10.5% par rapport au cas calculé par la solution analytique.

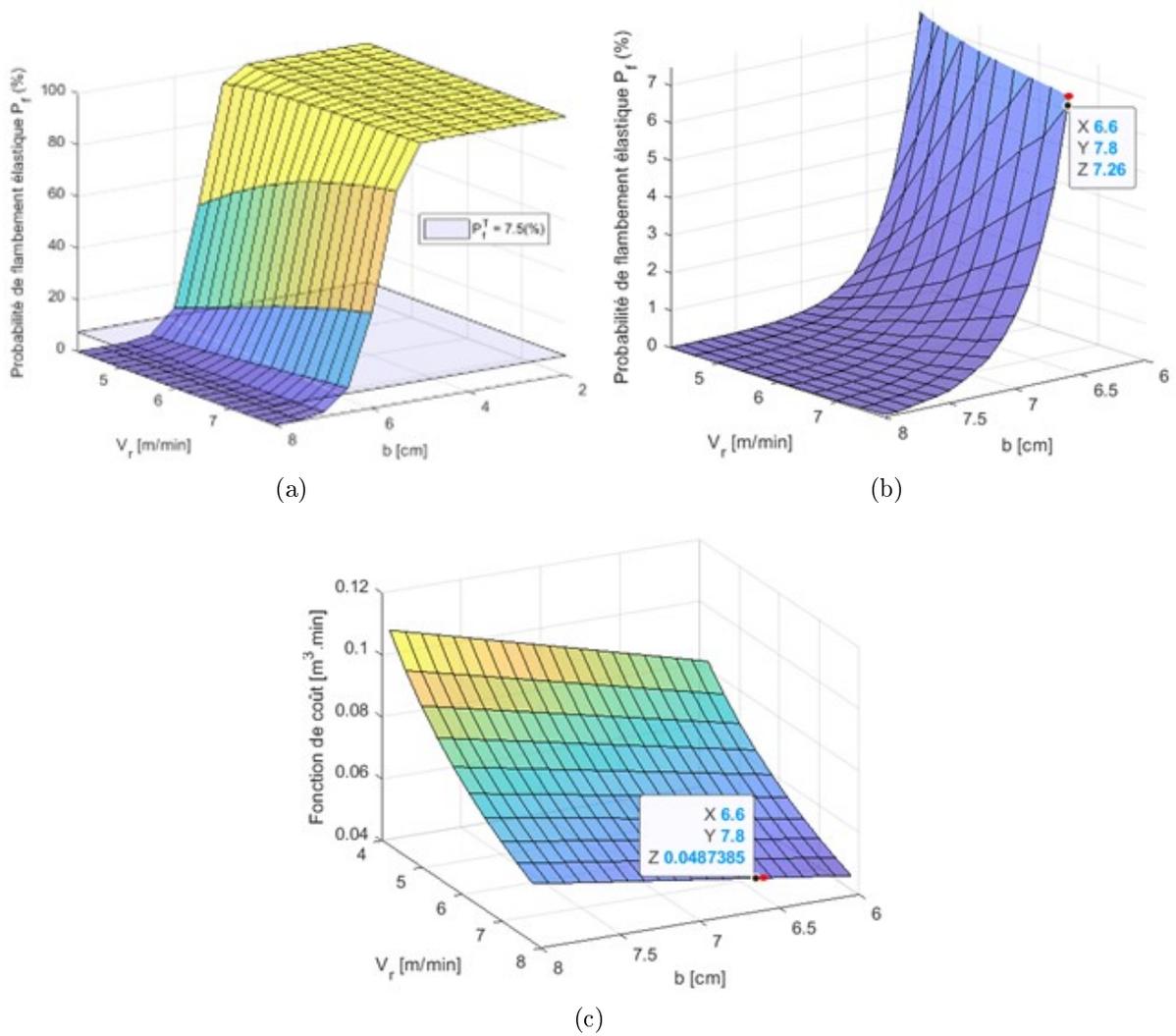
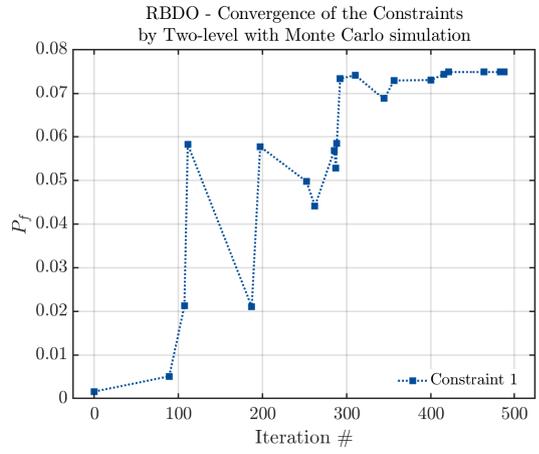
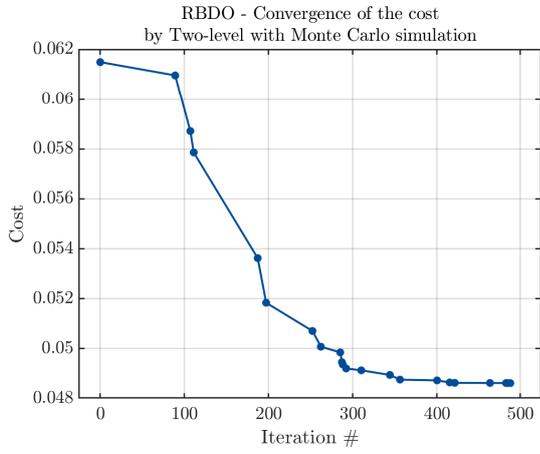
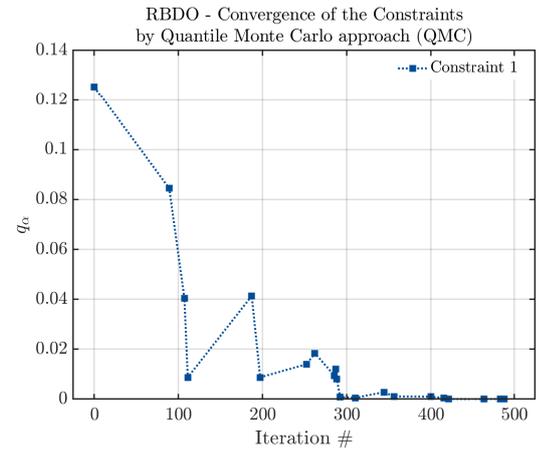
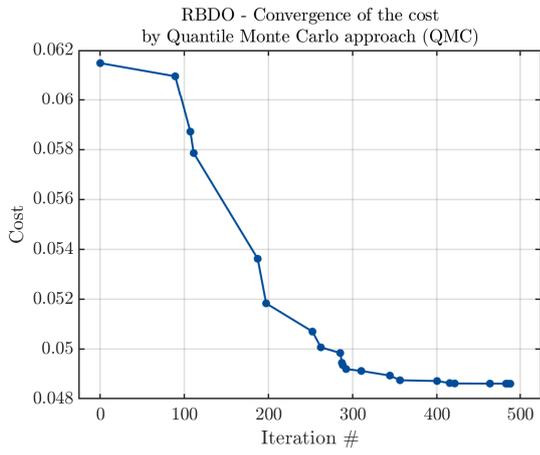


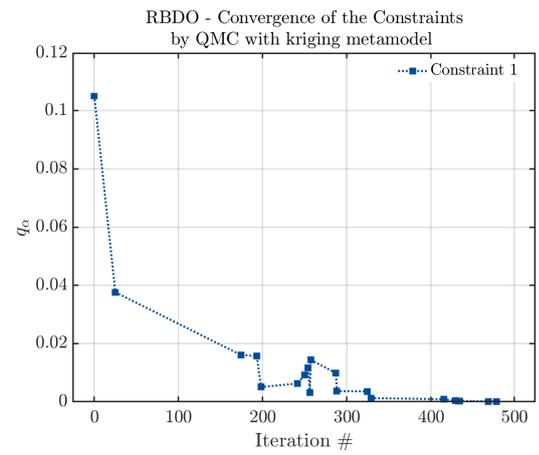
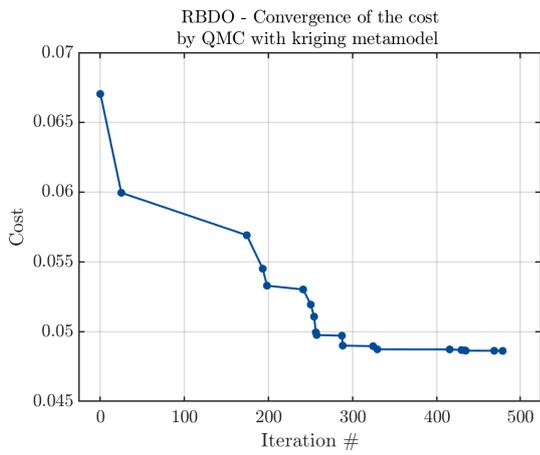
FIGURE 3.16 – Intersection de la surface de probabilité de flambement élastique avec la surface de la probabilité admissible ( $P_f^T = 7.5\%$ ) (a), Surface de probabilité au-dessous de la valeur admissible (b), fonction de coût (c). Le point rouge noté sur les figures (b) et (c) correspond aux valeurs optimales à déterminer des paramètres de conception.



(a)



(b)



(c)

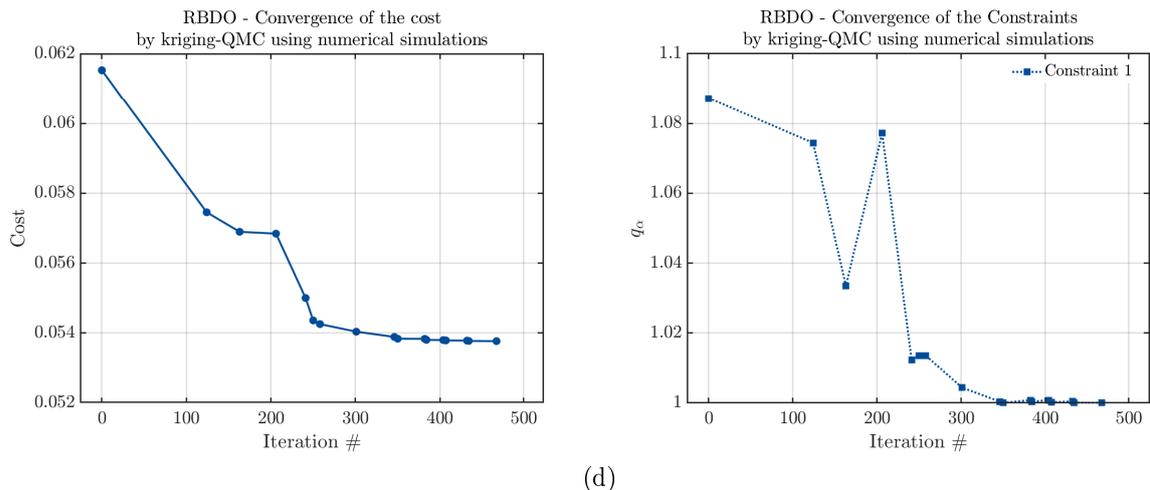


FIGURE 3.17 – Convergence de la fonction de coût et de la contrainte rigide de flambement élastique au cours de *RBDO* du mur imprimée de  $H_t = 0.24$  m, en utilisant la méthode *MCS* à deux niveaux (a), *QMC* (b), et *Krigeage – QMC* basé sur la solution analytique (c) et la simulation numérique (d).

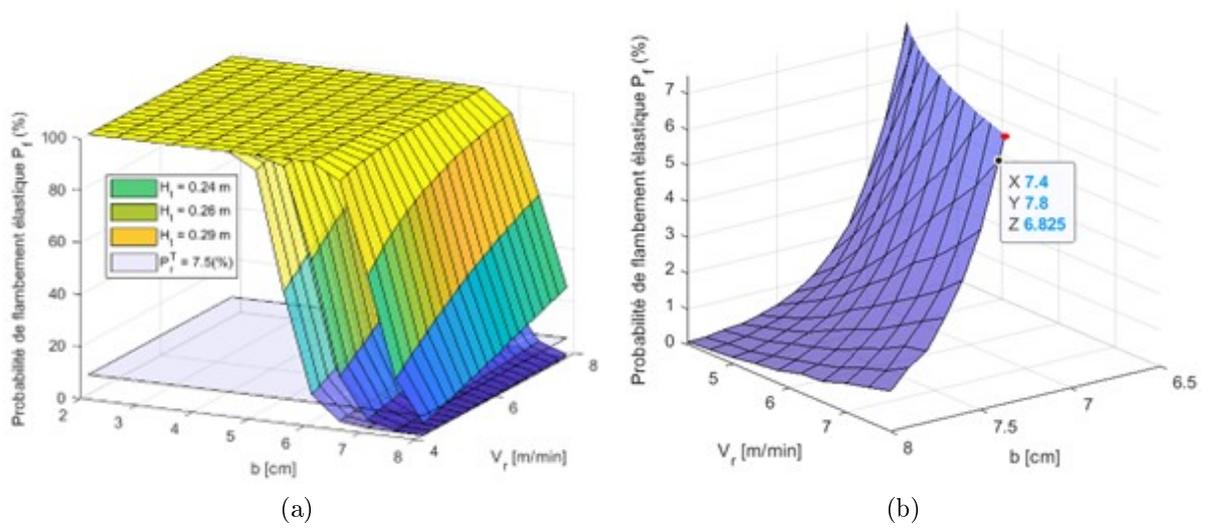
TABLEAU 3.5 – Solutions optimales de la largeur de la couche déposée  $b$  et de la vitesse de l'imprimante  $V_r$  du mur imprimée, calculées par différentes méthodes *RBDO*, à trois hauteurs totales  $H_t$  différents.

	Méthode	Solution analytique		Simulation numérique	
		$b$ [cm]	$V_r$ [m/min]	$b$ [cm]	$V_r$ [m/min]
$H_t = 0.24$ m	<i>MCS</i> à deux niveaux	6.583	7.8	-	-
	<i>QMC</i>	6.583	7.8	-	-
	<i>Krigeage – QMC</i>	6.59	7.8	7.281	7.8
$H_t = 0.26$ m	<i>MCS</i> à deux niveaux	7.358	7.8	-	-
	<i>QMC</i>	7.359	7.8	-	-
	<i>Krigeage – QMC</i>	7.37	7.8	8	6.524
$H_t = 0.29$ m	<i>MCS</i> à deux niveaux	8	4.737	-	-
	<i>QMC</i>	8	4.737	-	-
	<i>Krigeage – QMC</i>	8	4.681	8.8	4.2

L'optimisation des paramètres de conception est ensuite réalisée avec différentes hauteurs du mur. Sur la Figure 3.18a sont capturées les surfaces de la probabilité de flambement élastique du mur en considérant les hauteurs 0.24 m, 0.26 m et 0.29 m respectivement. Correspondant à chaque combinaison des paramètres de conception, *i.e.*, largeur des couches déposées  $b$  et vitesse d'impression  $V_r$ , on observe une augmentation forte de la probabilité de défaillance du mur en ajoutant une ou deux couches de béton. L'augmentation de la hauteur souhaitée du mur imprimé conduit par conséquent à un changement significatif des paramètres optimaux du procédé d'impression 3D. Les résultats résumés dans le Tableau 3.5 montrent que pour assurer la constructibilité d'un mur de 26 cm

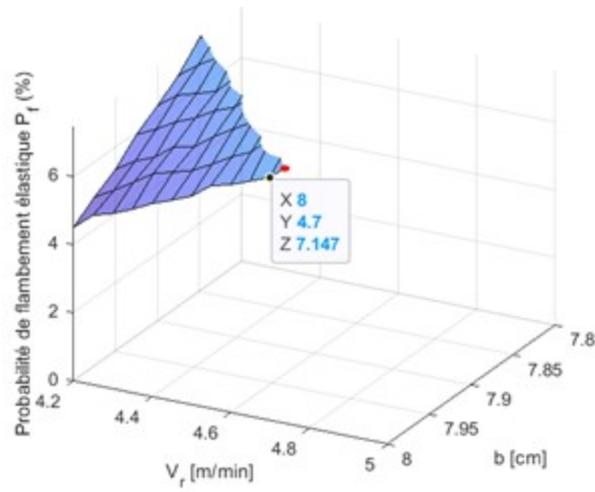
de hauteur, *i.e.*, seulement 2 cm de plus par rapport au cas considéré précédemment du mur de 24 cm, il faut augmenter la largeur de couche à  $b = 7.4$  cm en assurant toujours la probabilité admissible à  $P_f^T = 7.5\%$  en utilisant la vitesse maximale d'impression à 7.8 m/min. Toutefois, pour avoir un mur de 29 cm, dans ce dernier cas, il faut choisir la valeur maximale  $b = 8$  cm en réduisant la vitesse d'impression à 4.7 m/min. Une différence entre les solutions analytiques et numériques est toujours observée, en raison de la mesure plus élevée de la probabilité de défaillance par les simulations numériques, ce qui entraîne une surestimation de la largeur optimale  $b$  et une sous-estimation de la vitesse d'impression  $V_r$  optimales. Notons que pour atteindre le même niveau de confiance de 7.5%, dans le cas du mur de hauteur  $H_t = 0.29$  m, la valeur optimale de la largeur  $b$  dépasse la plage choisie. Plus précisément, ces résultats montrent une surestimation de la largeur optimale  $b$  de 8.5% dans cas  $H_t = 0.26$  m et de 10% dans le cas  $H_t = 0.29$  m alors que les sous-estimations de la vitesse d'impression  $V_r$  optimale sont environs de 16.3% et de 10.3%, respectivement.

La variation des valeurs optimales de ces paramètres de conception en fonction de la hauteur du mur imprimé est bien illustrée sur la Figure 3.19. Les études paramétriques sont également effectuées avec différentes longueurs du mur allant de 1 m jusqu'à 10 m. Comme attendu, la tendance générale montre que pour une hauteur faible d'objet imprimé, la solution optimale pour le procédé d'impression 3D est de choisir une vitesse d'impression maximale en diminuant la largeur des couches déposées. Pour avoir une hauteur élevée, il faut diminuer la vitesse avec une largeur plus important des couches. Dans le cas d'objets plus longs, il est possible d'augmenter la vitesse d'impression en respectant le niveau de confiance de constructibilité au cours de l'impression de l'objet. De la même façon, en acceptant un risque de défaillance plus important, *i.e.*, valeur plus élevée de la probabilité admissible  $P_f^T$  dans le procédé d'impression 3D de la structure en béton, on peut diminuer la largeur des couches avec la vitesse d'impression plus élevée, Figure 3.20.



(a)

(b)



(c)

FIGURE 3.18 – Surfaces de probabilité de flambement élastique du mur (avec différentes hauteurs) en intersection avec la surface de la probabilité admissible ( $P_f^T = 7.5\%$ ) (a), Surface de probabilité au-dessous de la valeur admissible : mur avec  $H_t = 0.26$  m(b), mur avec  $H_t = 0.29$  m(c).

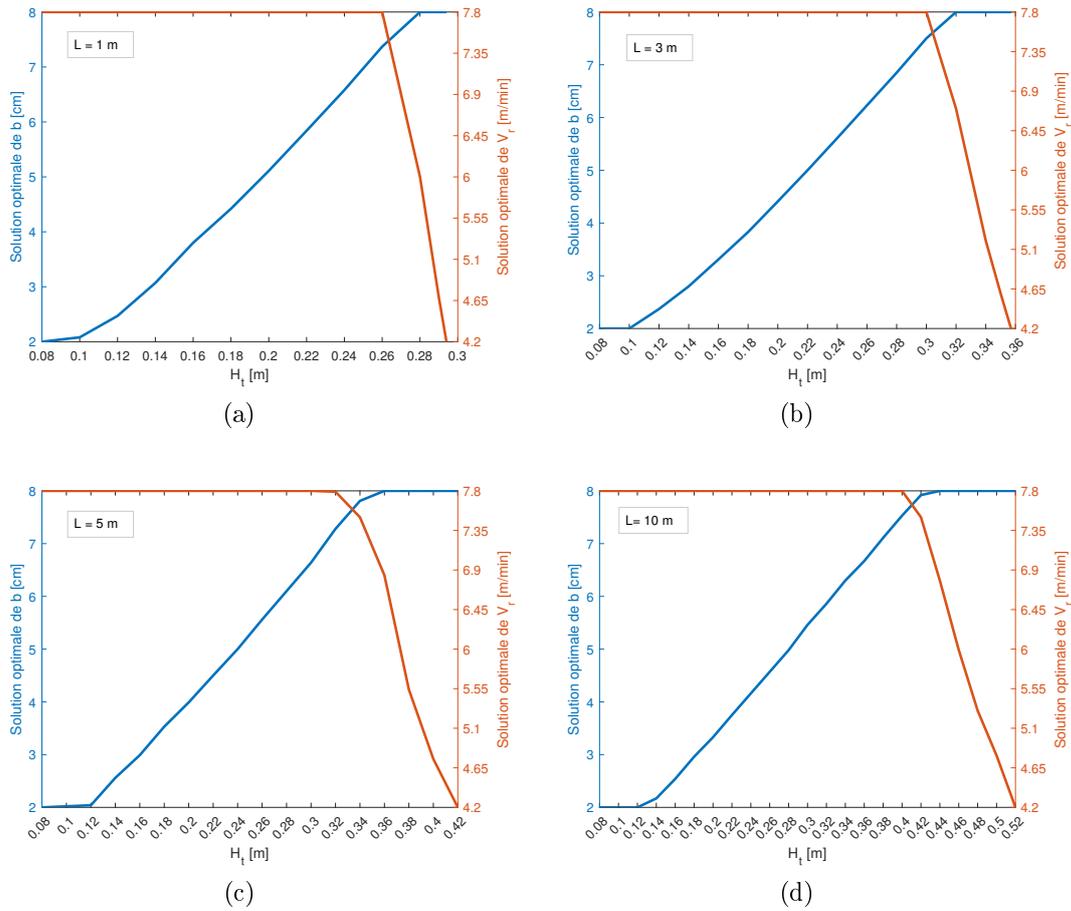


FIGURE 3.19 – Solutions optimales de largeur  $b$  et de vitesse d'impression du mur imprimé en fonction de la hauteur totale  $H_t$ , pour différents longueur  $L$ .

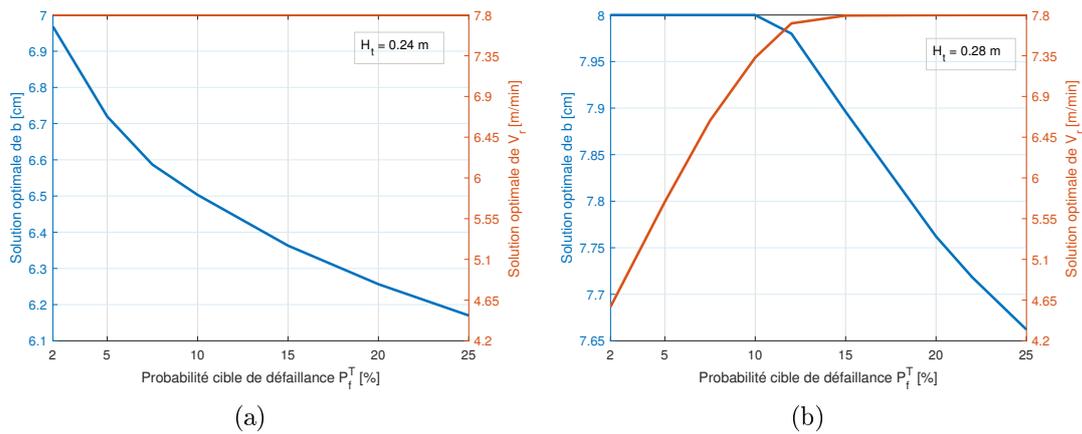


FIGURE 3.20 – Solutions optimales de la largeur de la couche déposée  $b$  et de vitesse d'impression  $V_r$  d'un mur de longueur  $L = 1$  m en fonction de la probabilité admissible  $P_f^T$ .

### 3.3.3 Cas plus complexe : une chaise imprimée

Dans cette section, nous appliquons l’approche développée pour optimiser le procédé d’impression d’un objet en béton, une chaise de mobilier urbain avec une longueur de chemin de  $L = 3.65$  m, comme présentée sur la Figure 3.21. Cet objet est choisi dans le cadre du projet européen *Interreg CIRMAP, CIrcular economy via customizable furniture with Recycled Materials for public Places* [?], dans lequel le développement d’une nouvelle méthodologie de conception pour les formes personnalisées *DMCS* est l’un des principaux objectifs.

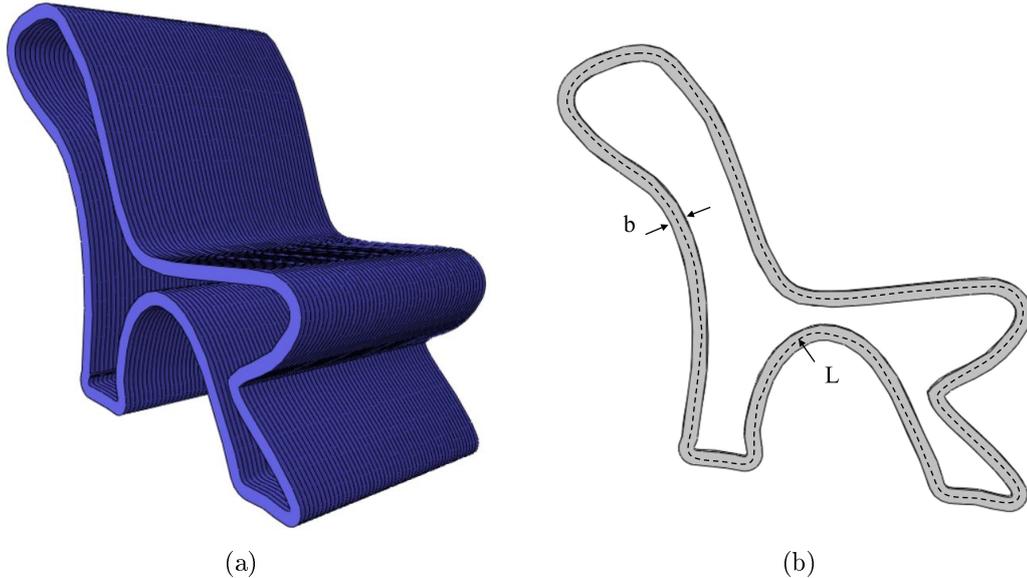


FIGURE 3.21 – Géométrie de la chaise en béton imprimé

Pour cette géométrie assez complexe, les solutions analytiques ne sont pas disponibles, nous revenons donc exclusivement aux simulations numériques par *Abaqus*. Les calculs déterministes sont réalisés dans un premier temps utilisant les valeurs choisies des paramètres de conception  $b = 6$  cm,  $h = 1$  cm, et  $V_r = 6$  m/min et les valeurs moyennes des propriétés mécaniques du béton frais. Comme dans le cas du mur, le mode dominant de défaillance de la chaise est le flambement élastique. En effet, avec la longueur de la chaise et la vitesse d’impression choisie, on peut constater que l’évolution de la résistance au cisaillement du matériau est supérieure à l’évolution de montée verticale de la charge imprimée. Par conséquent, il semble qu’il n’y ait pas de risque d’effondrement plastique de la chaise. Concernant le flambement élastique, la hauteur critique fournie par les simulations numériques est  $H_{cr,el} = 0.66$  m. Le profil de déformation de la chaise imprimée à cette hauteur critique ainsi que les contraintes de compression maximales sont présentés sur la Figure 3.22.

Fixons la hauteur totale de la chaise à  $H_t = 0.66$  m, nous déterminons les valeurs optimales des paramètres de conception,  $\mathbf{d} = [b, V_r]$ , pour une probabilité de rupture admissible  $P_f^T = 7.5\%$ . Les calculs itératifs de la *RBDO* utilisant la méthode *Krigeage – QMC*, Figure 3.23, donnent les résultats optimaux des paramètres de conception de la chaise sont  $b = 7.92$  cm et  $V_r = 6.53$  m/min. Il est important de rappeler ici que la plage choisie de largeur  $b$  de la couche imprimée a implicitement vérifié les contraintes

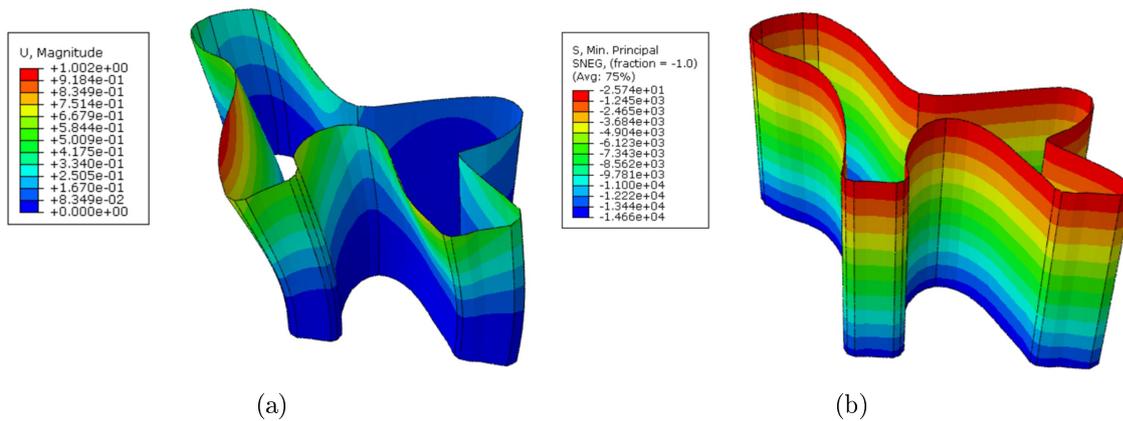
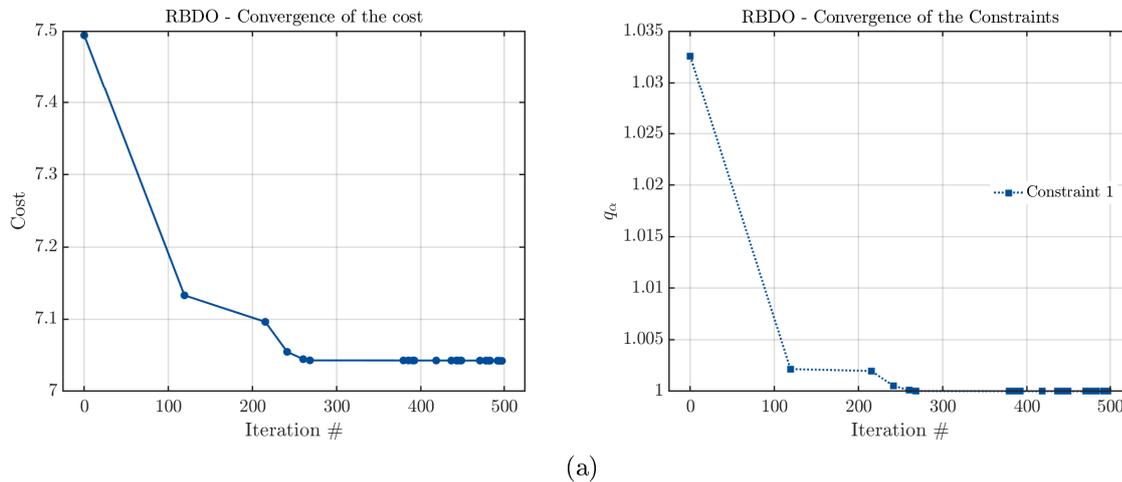


FIGURE 3.22 – Modèle de déformation (a) et les contraintes de compression maximales de la chaise imprimé à la hauteur critique de flambement élastique,  $H_{cr,el} = 0.66$  m.



(a)

FIGURE 3.23 – Convergence de la fonction de coût (a) et de la contrainte du critère de flambement élastique au cours du procédé *RBDO* de la chaise imprimée (b), en utilisant la méthode *Krigeage* – *QMC* basé sur la simulation numérique.

mécaniques à l'état durci du béton lorsque la structure est mise en service. Comme précisée au début du chapitre, cette hypothèse est adoptée pour faciliter procédure d'optimisation comme les études à l'état durci ne sont pas abordées dans le cadre de ce travail de thèse. Puis sur la Figure 3.24 sont capturés les résultats d'optimisation de la largeur  $b$  des couches et de la vitesse d'impression  $V_r$  en fonction de la hauteur totale  $H_t$  de la chaise ou de la probabilité admissible  $P_f^T$ . Des remarques similaires au cas du mur sont tirées. Plus précisément, pour le même niveau de confiance, *i.e.*,  $P_f^T = 7.5\%$ , une augmentation de la hauteur du mur nécessite une augmentation de la largeur  $b$  des couches et éventuellement une diminution de la vitesse d'impression,  $b = 8$  cm et  $V_r = 4.2$  m/min dans le cas  $H_t = 0.85$  m, voir Figure 3.24a. La même tendance de la variation des valeurs optimales de ces paramètres de conception est constatée en adoptant un niveau de confiance plus élevée, et donc une diminution de la probabilité admissible  $P_f^T$ , comme illustre la Figure 3.24b.

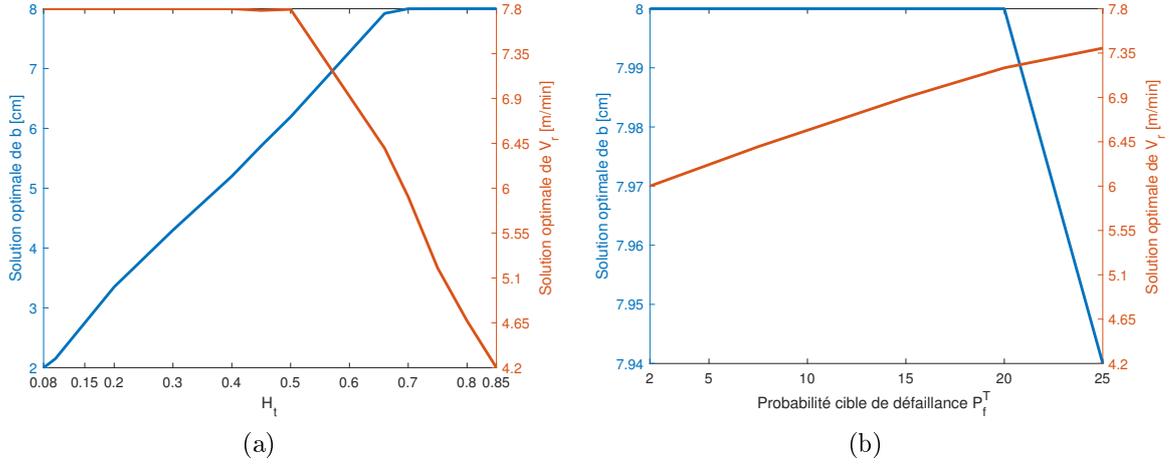


FIGURE 3.24 – Solutions optimales de la largeur de la couche déposée  $b$  et de la vitesse d'impression  $V_r$  de la chaise imprimé en fonction de : la hauteur cible  $H_t$  (a) et la probabilité de défaillance cible  $P_f^T$  (b).

### 3.4 Optimisation du procédé d'impression basée sur la stratégie de pressage des couches

Dans cette section, l'applicabilité de la méthode *Krigeage* – *QMC* pour optimiser le procédé d'impression en utilisant la stratégie de pressage des couches est étudiée. Pour simplifier la présentation, nous considérons encore le cas du mur droit de longueur  $L = 1$  m. Cependant, même dans ce cas de la géométrie simple, les solutions analytiques des réponses de la structure en béton ne sont plus disponibles, contrairement à la stratégie de l'extrusion de briques infinies. On utilise ainsi les simulations par éléments finis pour modéliser cette technique d'impression 3D.

Comme déjà montré dans les analyses fiabilistes au deuxième chapitre, avec la stratégie de pressage des couches, la largeur de couche  $b$  n'est plus un paramètre de conception qui peut être imposé a priori. En effet, ce paramètre dépend du coefficient  $\alpha$  représentant le rapport de la vitesse d'extrusion et de la vitesse d'impression,  $\alpha = V_e/V_r$ , et du diamètre de la buse  $D$ . En utilisant l'équation (2.15) du chapitre 2, le problème *RBDO* défini précédemment, voir l'équation (3.3), peut être réécrit comme le suivant :

$$\begin{aligned} \text{minimiser } : \quad & f(\mathbf{d}) = Q_c \cdot t = \frac{H_t^2 \cdot L^2}{h \cdot V_r} \cdot b = \frac{\beta \cdot \pi \cdot D^2 \cdot H_t^2 \cdot L^2 \alpha}{4 \cdot h^2 \cdot V_r} \\ \text{par rapport à } : \quad & \begin{cases} \mathbf{d}^- \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^+ \\ P_{f,j}(g_j(\mathbf{X}, \mathbf{d}) \leq 0) \leq P_f^T, \quad j = \{el, p\} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Dans ce nouveau problème d'optimisation, les paramètres de conception seront la vitesse de mouvement de l'imprimante  $V_r$  et le diamètre de buse  $D$ , tel que  $\mathbf{d} = [V_r, \alpha, D]$ . Le coefficient  $\alpha$  n'est pas considéré comme un paramètre de conception car une valeur optimale  $\alpha = 1$  de ce paramètre est connue a priori, voir la discussion dans la partie 1.3.1 du premier chapitre. Cependant, en réalité, la vitesse d'extrusion  $V_e$  est plus difficile à

contrôler par rapport à la vitesse de mouvement de l'imprimante  $V_r$ , et donc une incertitude du coefficient  $\alpha$  peut être considérée. Une valeur de  $COV = 10\%$  de ce paramètre est également adoptée comme l'étude dans le deuxième chapitre sachant sa valeur exacte n'est pas encore disponible dans la littérature.

Pour ce qui concerne le diamètre de la buse  $D$ , le retour dans la littérature montre la valeur typique entre 1 et 4 cm dans la pratique. Par conséquent, les plages suivantes seront choisies pour les deux paramètres de conception,  $V_r \in [4.2, 7.8]$  m/min,  $D \in [1, 4]$  cm. Par rapport aux variables aléatoires, mis à part les propriétés mécaniques caractérisées précédemment, sont considérées également les variables décrivant la géométrie effective de la couche et la force de pressage. Donc, le vecteur des variables aléatoires consiste en huit paramètres au lieu de cinq comme le cas de la technique de l'extrusion de briques infinies, *i.e.*,  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi, \alpha, \beta, \delta]$ . Notant que les deux variables  $\beta$  et  $\delta$  sont réparties uniformément comme dans le chapitre précédent dans la plage,  $\beta \in [\pi/4, 1]$  et  $\delta \in [2, 5]$  respectivement.

Les calculs déterministes basés sur les valeurs choisies  $V_r = 6$  m/min,  $D = 3.1$  cm,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0.8$  et  $\delta = 3.5$  résultent en une hauteur critique de flambement élastique  $H_{cr,el} = 0.24$  m qui est toujours le mécanisme dominant de défaillance du mur au cours de l'impression. Correspondant à cette hauteur critique, les résultats d'optimisation des paramètres de conception en utilisant la méthode *Kriging* – *QMC* donnent une valeur optimale de la vitesse d'impression  $V_r = 7.8$  m/min et du diamètre de la buse  $D = 3.4$  cm en acceptant toujours une probabilité admissible,  $P_f^T = 7.5\%$ . Les résultats d'étude paramétrique comme présentées sur la Figure 3.25 montrent une tendance similaire à la stratégie d'extrusion de briques infinies. En effet, en augmentant le hauteur totale de la mur imprimée, la vitesse d'impression optimale diminue et le valeur optimale de diamètre de la buse augmente.

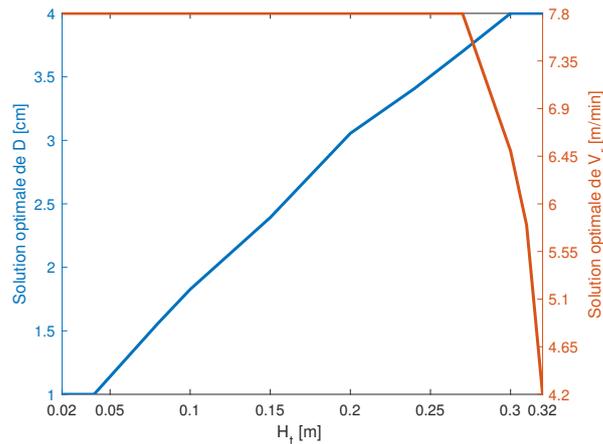


FIGURE 3.25 – Solutions optimales de la vitesse d'impression  $V_r$  et du diamètre de la buse  $D$  du mur imprimé avec la stratégie de pressage des couches en fonction de la hauteur cible  $H_t$ .

## 3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, l'applicabilité de l'approche de modélisation probabiliste est étendue dans le contexte de l'optimisation de la conception de l'impression 3D en béton en tenant compte de l'effet d'incertitude des propriétés du béton frais. La procédure complète allant de l'étape de caractérisation et de quantification d'incertitude des propriétés mécaniques du béton au jeune âge jusqu'à la détermination des résultats optimaux des paramètres de conception du procédé d'impression 3D est présentée. Suivant cette procédure, les expériences au laboratoire telles que les essais de compression uniaxiale non confinée et de cisaillement direct sont d'abord réalisées pour caractériser l'évolution temporelle des paramètres élastiques et de la résistance au cisaillement d'un béton imprimable au jeune âge. Correspondant à chaque temps de repos choisi entre 0 à 60 min, huit échantillons de béton ont été testés dans l'essai de compression uniaxiale pour déterminer le module d'Young et son incertitude. Pour l'essai de cisaillement direct, qui permet de déterminer la cohésion et l'angle de frottement du matériau, cinq éprouvettes ont été choisies pour chaque temps de repos et chaque valeur de contrainte verticale imposée qui résultent en un nombre total de soixante essais réalisés. Un changement graduel du comportement ductile vers un comportement fragile en fonction du temps de repos du béton dans ces deux types d'essai confirme les observations de la littérature. L'application de l'inférence Bayésienne a montré une incertitude assez considérable du module d'Young initial et du coefficient représentant le taux d'augmentation de la cohésion dans le temps. Une incertitude plus modérée des autres paramètres, *e.g.*, la cohésion initiale et l'angle de frottement a été constatée.

Nous avons adopté par la suite les paramètres de conception et une fonction d'objectif pour optimiser le procédé d'impression 3D. Plus précisément, les paramètres concernés sont la vitesse de mouvement de l'imprimante et la largeur de la couche déposée dont les valeurs optimales à déterminer doivent minimiser la quantité totale du béton et la durée de l'impression. D'un point de vue statistique, ces paramètres optimaux doivent également vérifier les contraintes rigides qui limitent les probabilités des deux modes de défaillance de la structure au cours d'impression aux valeurs admissibles. À cette fin, la combinaison de la technique de méta-modélisation de Krigeage avec la méthode d'optimisation basée sur le calcul de quantile a été choisie. La procédure développée est validée dans le cas simple d'un mur droit, en profitant des solutions analytiques de sa réponse structurelle. Les applications numériques dans ce cas simple permettent de mettre en évidence la variation des valeurs optimales de la largeur des couches et de la vitesse d'impression en fonction de la hauteur, de la longueur de la structure imprimée et de la probabilité admissible de défaillance. Enfin, les études basées sur les simulations numériques vérifient la capacité et l'efficacité de cette approche probabiliste pour optimiser l'impression 3D d'un objet complexe, en tenant également compte de l'effet de la stratégie d'extrusion par pressage des couches.



# Chapitre 4

## Prise en compte des imperfections géométriques dans les analyses de la constructibilité du procédé d'impression 3D

### 4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, les analyses fiabiliste de la constructibilité du procédé d'impression 3D ont été réalisés en adoptant différentes hypothèses simplificatrices. D'une part, nous avons considéré chaque couche déposée homogène, la variation des propriétés mécaniques du béton frais dans chaque couche pendant l'impression a été ignorée et ces propriétés mécaniques de la structure imprimée ne varient que suivant la direction de l'extrusion. D'autre part, les imperfections géométriques et éventuellement l'hétérogénéité spatiale de la géométrie, *e.g.*, l'épaisseur, la largeur des couches imprimées, n'ont pas été prises en compte.

En réalité, des imperfections au cours de l'impression 3D peuvent se produire. Malgré les développements de la technologie d'impression, un contrôle parfait du flux de béton imprimable à la sortie de la buse n'est pas encore maîtrisé. Ceci entraîne un dépôt non uniforme du matériau dans les différents endroits et peut induire des hétérogénéités des dimensions (largeur, épaisseur) des couches déposées. Cette hétérogénéité des sections transversales des filaments peut être amplifiée par l'excentricité potentiellement créée lors du dépôt des filaments, particulièrement dans les trajectoires complexes du mouvement de l'imprimante. Ces imperfections géométriques peuvent conduire à une défaillance prématurée et condamner par la suite la constructibilité de la structure imprimée.

Dans l'objectif de prédire plus précisément la constructibilité de la structure en béton au cours de l'impression 3D, l'effet des imperfections géométriques sera considéré dans ce chapitre. Dans ce but, après une brève synthèse bibliographique, nous présentons dans la section 4.2 la méthodologie adoptée pour la prise en compte des imperfections géométriques dans les analyses déterministes et fiabilistes de la constructibilité. Les applications numériques sont ensuite détaillées dans la section 4.3. Enfin, quelques conclusions sont présentées dans la section 4.4 pour la clôture du chapitre.

## 4.2 Modélisation des imperfections géométriques dans les analyses de la constructibilité de la structure imprimée

Dans la littérature, la considération de l'effet des imperfections géométriques sur la constructibilité de la structure en béton au cours de l'impression 3D reste encore limitée. Cette question a été abordée pour la première fois dans la contribution de Suiker [?], dans laquelle l'auteur a utilisé dans son modèle paramétrique un profil d'imperfection sinusoïdal pour représenter les imperfections géométriques d'un mur droit. Dans les autres travaux de Suiker avec ses collaborateurs [?, ?], les résultats de ce modèle paramétrique sont comparés avec ceux obtenus par les simulations numériques aux éléments finis. Dans ces simulations numériques, les imperfections géométriques ont été prises en compte pour déterminer la réponse au flambement élastique de la structure, mur droit ou mur rectangulaire. Pour modéliser le modèle géométrique avec les imperfections, ces auteurs ont réalisé dans un premier temps une analyse de bifurcation dont le profil du premier mode est choisi pour créer les imperfections géométriques initiales du mur. Avec ce profil initial des imperfections dont l'amplitude  $\omega$  est choisie en fonction de la largeur  $b$  des filaments, ces auteurs ont effectué les analyses de flambement élastique avec la géométrie non linéaire de la structure imprimée. Les études paramétriques dans ces travaux montrent que pour une amplitude des imperfections relativement faible, la hauteur critique de flambement est très proche de celle obtenue par le flambement de bifurcation et cette analyse de bifurcation constitue généralement une valeur de conception adéquate pour une géométrie de mur. Malgré la performance démontrée du modèle paramétrique de Suiker [?] et aussi des simulations numériques aux éléments finis [?, ?], le flambement local observé sur un seul côté au cours de l'impression d'un mur carré n'a pas pu être reproduit numériquement, Figure 4.1. Suiker et al. [?] ont expliqué ce type de flambement local par la présence d'inhomogénéité de la géométrie et des propriétés mécaniques.



FIGURE 4.1 – Flambement local d'un mur carré au cours d'une impression 3D [?].

La même technique de modélisation des imperfections géométriques a été choisie dans le travail d'Ooms et al. [?] ou de Liu et al. [?]. Dans ces travaux, ces auteurs ont créé les imperfections initiales de la géométrie de la structure en utilisant le profil du premier mode

de flambement obtenu après l'analyse de bifurcation. L'amplitude des imperfections a été choisie égale à un pour mille de la largeur des filaments, *i.e.*,  $\omega = 0.001b$ . Cependant, dans ces études, le mode de rupture par déformation est adopté pour caractériser le déclenchement de défaillance de la structure au cours de l'impression. Selon ce mode de rupture, une analyse de flambement en considérant le comportement élasto-plastique du matériau imprimable et la non-linéarité géométrique due aux imperfections de la structure imprimée est réalisée. La rupture de la structure au cours de l'impression est déterminée lorsque le déplacement latéral dépasse la moitié de la largeur des couches déposées. D'ailleurs, dans leur travail, Ooms et al. [?] ont mis en évidence une amélioration des prédictions de la constructibilité en tenant compte de l'hétérogénéité des propriétés mécaniques, *i.e.*, variabilité horizontale des propriétés mécaniques de chaque couche déposée. La technique choisie pour modéliser cette hétérogénéité consiste à diviser une couche en plusieurs segments dont les propriétés sont homogènes dans chaque segment mais différentes entre les segments. L'évolution dans le temps de ces propriétés de chaque segment est calculée à partir de la position de la première maille par rapport la longueur de la couche imprimée.

La brève synthèse dans les paragraphes précédentes met en évidence la possibilité de modéliser les imperfections géométriques dans les simulations numériques de la constructibilité de la structure imprimée. En général, les études visent à simuler le procédé d'impression 3D de manière séquentielle, *i.e.*, chaque couche ou bien chaque segment de couche sera activé consécutivement pour simuler le dépôt de filament, jusqu'au point de rupture de la structure. Bien que cette méthodologie permette de simuler la déformée et de prédire les hauteurs de défaillance de la structure au cours de l'impression dans les analyses déterministes, elle est très coûteuse d'un point de vue du temps de simulation et semble inapplicable pour les analyses fiabilistes. De plus, dans certains travaux le critère de rupture basé sur la déformation de la structure, *i.e.*, déplacement latéral des couches déposées dépassant une valeur critique, qui nécessite une analyse non linéaire de flambement avec un comportement élasto-plastique amplifie le temps de la modélisation.

L'approche adoptée dans ce chapitre pour incorporer les imperfections géométriques dans les simulations numériques de la constructibilité de la structure imprimée est similaire à celle choisie dans le travail de Suiker et al. [?]. Plus précisément, nous utilisons le profil du premier mode de flambement après l'analyse de bifurcation comme profil des imperfections géométriques de la structure. Cependant, l'amplitude des imperfections  $\omega$  est considéré comme une variable aléatoire qui peut varier entre 0, cas sans imperfections, à 10% de la largeur des filaments déposés,  $\omega \in [0, 0.1b]$ . Il est important de noter que jusqu'à présent les données de mesure des imperfections géométriques du procédé d'impression 3D ne sont pas encore disponibles. Nous avons donc choisi arbitrairement cette valeur maximale,  $\omega = 0.1b$ , pour les applications numériques. Dans ce cas, l'analyse de flambement élastique est effectuée en considérant la géométrie avec les imperfections de la structure. Dans ces simulations, on peut également considérer la variabilité des propriétés mécaniques du béton frais dans chaque couche déposée. La division de la couche en différents segments comme proposé dans le travail d'Ooms et al. [?] est adoptée dans ce but, voir Figure 4.2. De surcroît, les imperfections géométriques liées à la variabilité spatiale des dimensions, *e.g.*, largeur et épaisseur de la section transversale des couches imprimées, est également prise en compte. D'un point de vue technique, la distribution aléatoire dans l'espace de la largeur  $b$  et l'épaisseur  $h$  des filaments peut être créée dans le modèle numérique. Néanmoins, le manque des données réelles de ces distributions aléa-



### 4.3.1 Effet des imperfections géométriques sur la constructibilité du mur droit

La constructibilité d'un mur droit imprimé avec notre béton imprimable, comme présenté dans le chapitre précédent, est reconsidérée dans cette partie. Les mêmes dimensions du mur restent avec la longueur  $L = 1$  m, la largeur  $b = 6$  cm et l'épaisseur des couches de  $h = 1$  cm. On garde également la vitesse d'impression  $V_r = 6$  m/min et les propriétés mécaniques du béton frais caractérisées dans le troisième chapitre, voir tableau 3.4, pour les premières analyses déterministes dans cette partie. Les éléments de type coque dans les simulations numériques aux éléments finis sont également adoptés avec une taille des mailles suivant la direction verticale du mur est égale à  $h/3$ . La taille des mailles suivant la direction longitudinale est choisie égale à  $h$ .

Les analyses déterministes sont effectuées dans un premier temps pour illustrer l'effet des imperfections géométriques, en considérant les cas suivants :

- Cas 0 : les imperfections géométriques et l'hétérogénéité des propriétés mécaniques dans chaque couche déposée ne sont pas considérées.
- Cas 1 : les imperfections géométriques sont créées à partir du premier mode de flambement récupéré dans l'analyse bifurcation, alors que, le matériau est homogène dans chaque couche déposée, comme illustré sur la Figure 4.3a.
- Cas 2 : les imperfections géométriques sont créées comme dans le Cas 1, mais les propriétés mécaniques sont hétérogènes dans chaque couche déposée, Figure 4.3b.
- Cas 3 : on ajoute dans le Cas 2 des imperfections géométriques de la largeur de couche à un endroit pré-défini dans la géométrie du mur, Figure 4.3c.

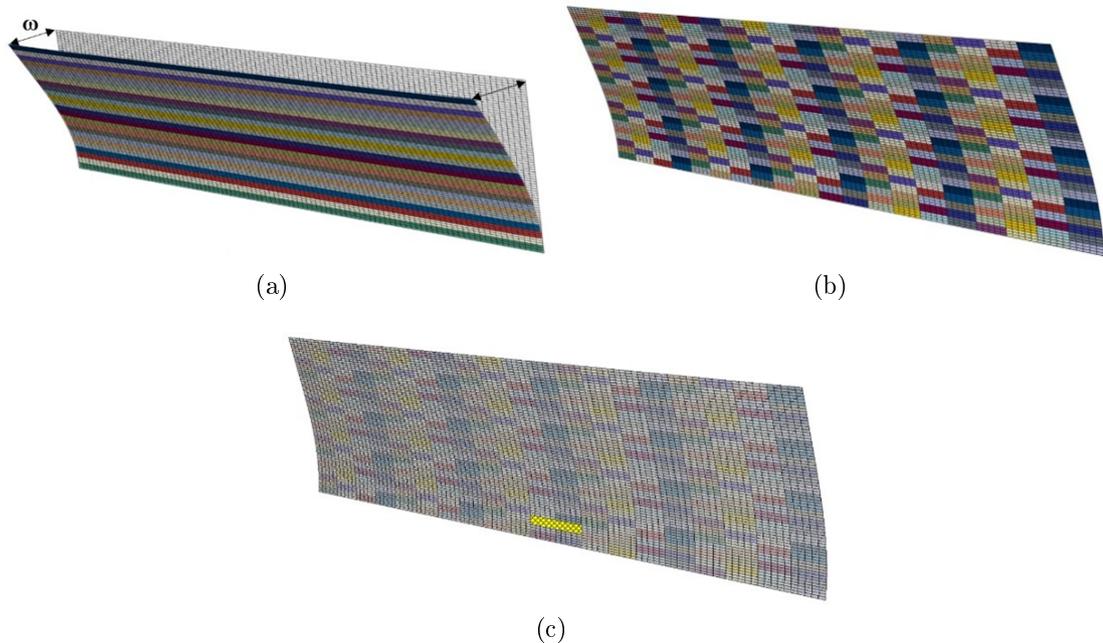


FIGURE 4.3 – Imperfections géométriques verticales du mur (a), prise en compte de la variabilité horizontale des propriétés mécaniques dans chaque couche déposée (b), considération des imperfections de la largeur de couche (maillage en couleur jaune) (c).

Une étude préalable a été réalisée pour tester l'effet du nombre de segments  $S$  créé après le découpage de chaque couche déposée dans l'objectif de modéliser l'hétérogénéité des propriétés mécaniques suivant la direction longitudinale du mur tout en maintenant l'homogénéité de chaque segment, voir Figure 4.2. Nous avons choisi d'utiliser respectivement 1, 20, 50 ou 100 segments par couche, notant  $S_1$ ,  $S_{20}$ ,  $S_{50}$  et  $S_{100}$ . Cela correspond à des segments de longueur de 1000 mm, 50 mm, 20 mm et 10 mm, respectivement, pour le mur de  $L = 1$  m. L'analyse numérique a été réalisée en négligeant les imperfections géométriques. La Figure 4.4 montre la variation du facteur de charge de flambement  $\lambda$  et de la contrainte de compression maximale en fonction du nombre de segment pour une hauteur totale de  $H_t = 0.24$  m. Ces résultats montrent que pour le mur de 1 m de longueur et la vitesse d'impression choisie,  $V_r = 6$  m/min, l'effet de la variabilité horizontale des propriétés mécaniques du béton frais dans chaque couche sur les deux modes de défaillance semble très modéré. Le nombre de  $S = 20$  segments, et donc la longueur 50 mm de chaque segment par couche, où les résultats obtenus semblent atteindre la convergence est choisi pour toutes les applications ci-après.

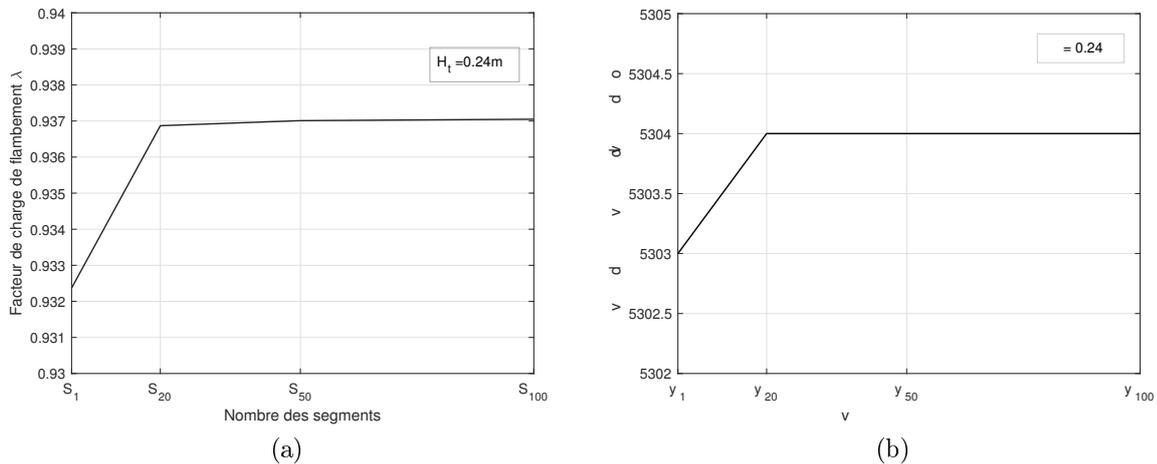


FIGURE 4.4 – Variation du facteur de charge de flambement (a) et de la contrainte maximale en compression en fonction du nombre des segments par couche à une hauteur  $H_t$  fixée à 0.24 m.

Sur la Figure 4.5 sont présentées les résultats des calculs déterministes pour les deux cas, Cas 1 et Cas 3. On s'intéresse dans ces analyses, à l'effet de l'amplitude des imperfections géométriques  $\omega$  sur le comportement du mur. On constate une diminution très légère du facteur de chargement flambement  $\lambda$ , risque plus important de l'élastique, et de la fonction d'état limite de flambement pour une valeur plus élevée de cette amplitude, Figure 4.5a. Cependant, ce paramètre peut exercer une influence plus significative sur la distribution de contrainte et la fonction d'état limite plastique, Figure 4.5b. Les imperfections verticales génèrent une augmentation de la contrainte en compression maximale qui peut être expliquée par l'apparition d'un moment en flexion dû à l'excentricité de la géométrie suivant la direction verticale du mur. Les imperfections de la largeur à son tour peut induire une augmentation à la fois du facteur de charge de flambement et de la contrainte de compression maximale. L'effet de ce paramètre est plus significatif lorsque l'amplitude des imperfections  $\omega$  est plus élevée. À titre d'illustration, sur la Figure 4.6 sont capturées

les iso-contours de contrainte de compression maximale dans le mur sans imperfection, Cas 0, et avec l'ensemble des imperfections géométriques, Cas 3, avec  $\omega = \zeta = 0.1b$  et  $S = 20$ .

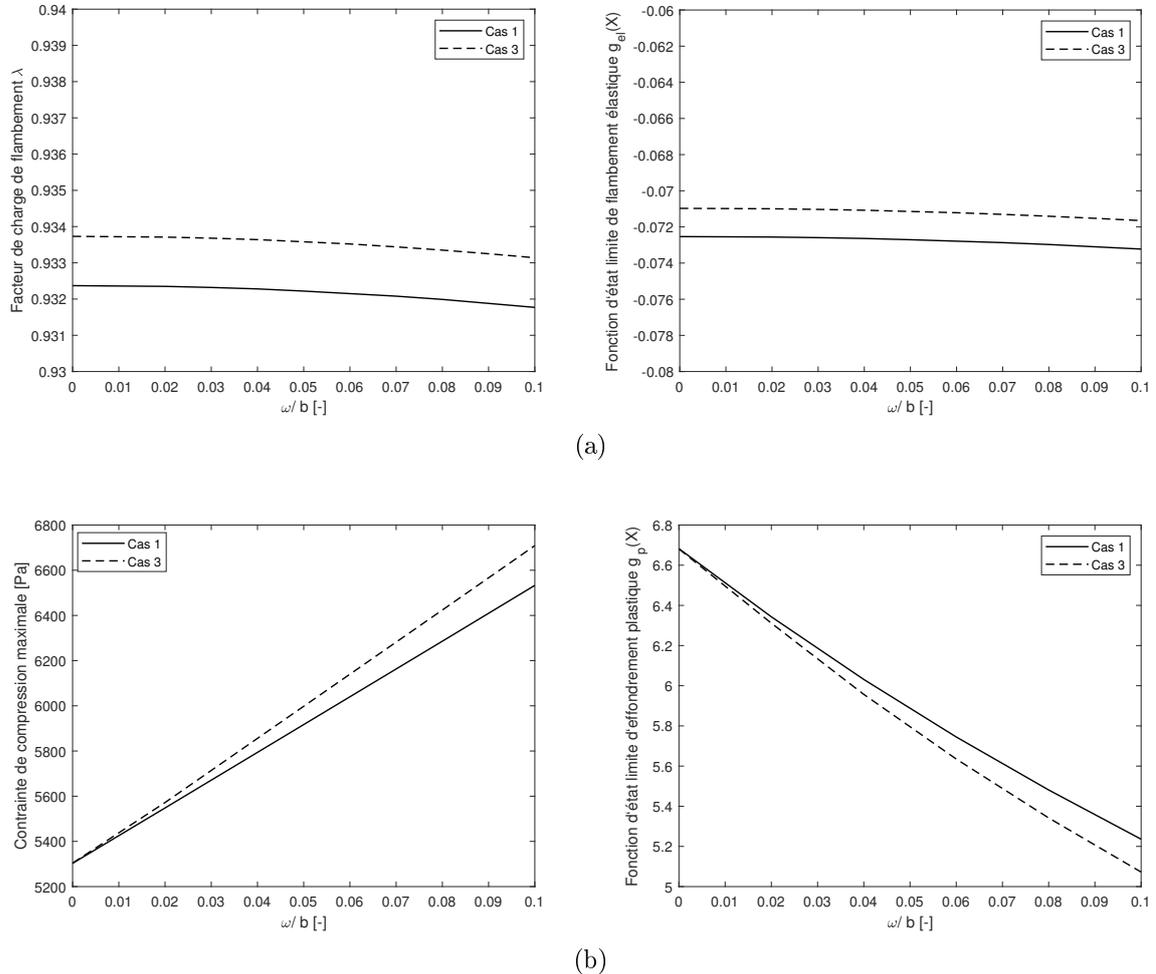
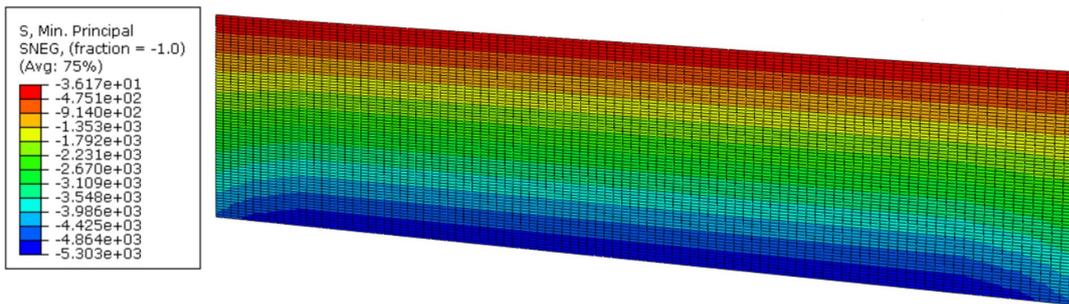
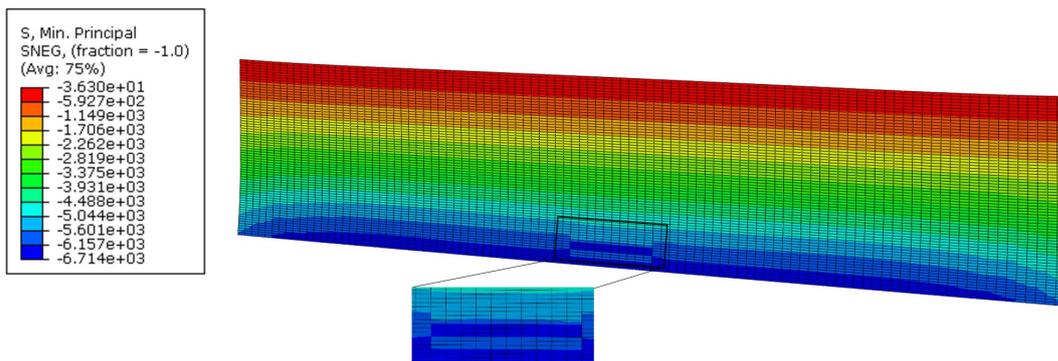


FIGURE 4.5 – Effet de l'amplitude des imperfections géométriques  $\omega$  : sur le facteur de charge et de la fonction d'état limite du flambement élastique (a), sur la contrainte de compression maximale et de la fonction d'état limite plastique (b).

La combinaison de l'effet des imperfections géométriques avec celui des propriétés mécaniques du béton frais sur les deux mécanismes de rupture est présentée sur la Figure 4.7. Dans cette figure, on détermine la variation du facteur de charge de flambement et de la contrainte de compression maximale ainsi que les valeurs des fonctions d'état limite de deux modes de défaillances par rapport à l'amplitude des imperfections  $\omega$  et le coefficient  $k \in [-2, 2]$ . Ce dernier coefficient représente les variations des cinq paramètres des propriétés mécaniques  $\mathbf{X} = [E_0, \xi_E, C_0, \xi_C, \phi]$  du béton au jeune âge calculées à partir de leurs valeurs moyennes et écarts types,  $\mu_{\mathbf{X}} + k \cdot \sigma_{\mathbf{X}}$ . En comparaison avec la variation des propriétés mécaniques, l'effet des imperfections géométriques sur le flambement élastique du mur droit est beaucoup moins significatif, Figure 4.7a. L'augmentation de l'amplitude des imperfections géométriques peut augmenter assez significativement la valeur de contrainte de compression maximale et diminuer la valeur de la fonction d'état limite



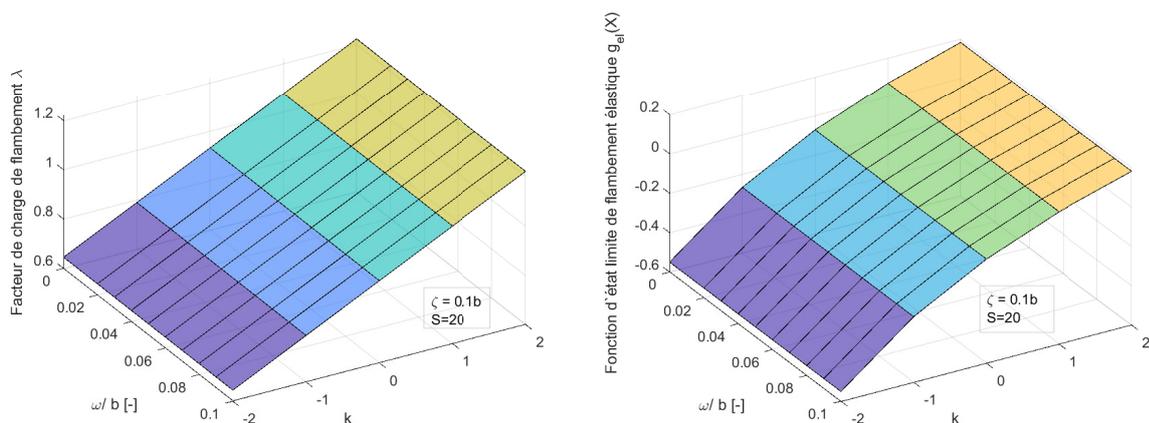
(a)



(b)

FIGURE 4.6 – Iso-contours de contrainte de compression maximale dans le mur sans imperfections géométriques ni considération de l’hétérogénéité, Cas 0 (a) et avec imperfections géométriques  $\omega = \zeta = 0.1b$ , Cas 3, avec zoom autour de l’endroit de concentration des contraintes où les imperfections de largeur est imposée (b).

plastique, comme illustré sur la Figure 4.7b. Cependant, ces imperfections géométriques n’est pas suffisante pour créer une rupture plastique à la hauteur  $H_t = 0.24\text{m}$  du mur où le flambement élastique reste toujours plus critique.



(a)

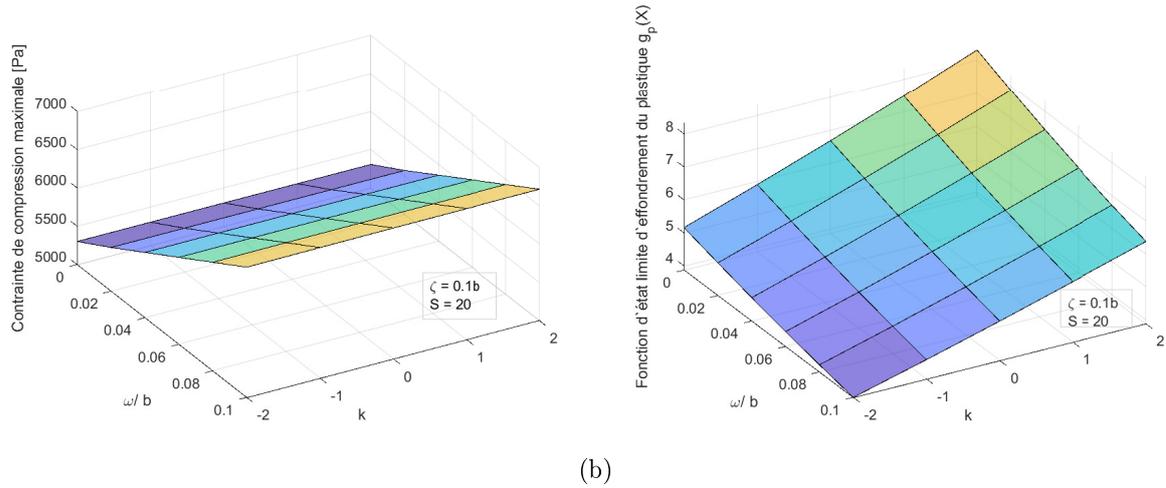


FIGURE 4.7 – Effet de l’amplitude des imperfections  $\omega$  pour différents valeurs  $k$  des propriétés du matériau sur le facteur de charge de flambement et la fonction d’état limite du flambement élastique (a), et sur la contrainte de compression maximale et la fonction d’état limite de l’effondrement plastique (b), à une hauteur totale fixe  $H_t = 0.24$  m prenant en considération l’hétérogénéité des propriétés du matériau,  $S = 20$ , et les imperfections de la largeur,  $\zeta = 0.1b$ .

L’analyse fiabiliste de la constructibilité du mur est réalisée par la suite en tenant compte de l’incertitude des propriétés du matériau et de l’amplitude des imperfections géométriques. Les résultats de la modélisation stochastique basée sur le métamodèle de Krigeage sont présentés sur la Figure 4.8, indiquant la probabilité de défaillance par flambement élastique, le mécanisme dominant, dans les deux cas, Cas 0 et Cas 3, pour différentes hauteurs du mur imprimé  $H_t$ . Comme prévu, l’effet des imperfections géométriques est négligeable, les valeurs des probabilités dans les deux cas sont quasi-similaire.

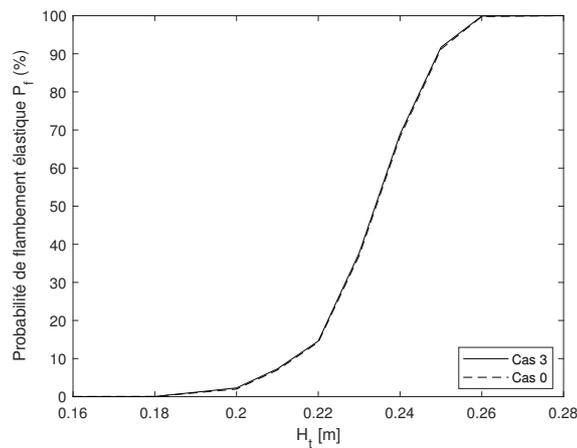


FIGURE 4.8 – Variation de la probabilité de défaillance par flambement élastique en fonction de la hauteur totale  $H_t$  pour les deux cas, Cas 0 et Cas 3.

### 4.3.2 Effet des imperfections géométriques sur la constructibilité d'un mur carré

L'analyse de la constructibilité d'un mur carré effectuée dans le deuxième chapitre sera révisée dans cette partie. L'intérêt principal dans cette présente étude porte sur la compétition de deux mécanismes de défaillance de la structure au cours d'impression, *i.e.*, flambement élastique et effondrement plastique, avec la prise en compte de l'effet des imperfections géométriques. Notons que les résultats obtenus dans le deuxième chapitre ont montré que la rupture plastique est dominante dans le cas du mur carré avec la longueur de couche déposée  $L = 1$  m. Cependant, le travail de Suiker et al. [?] a mis en évidence une augmentation significative du flambement élastique par rapport la longueur  $L$  du mur carré. Utilisant la même vitesse d'impression et la même largeur de filament imprimé  $b$ , les essais d'impression réalisés par ces auteurs présentent le flambement du mur carré avec  $L = 2$  m tandis que la rupture plastique est observée pour le cas  $L = 1$  m. Particulièrement le flambement local du mur de  $L = 2$  m a été constaté comme illustrée précédemment sur la Figure 4.1.

Pour les applications numériques, nous réutilisons les propriétés mécaniques du matériau de Wolfs et al. [?], voir le tableau 2.1. Les paramètres du procédé d'impression sont choisis comme le cas du mur droit avec  $b = 6$  cm,  $h = 1$  cm et  $V_r = 6$  m/min. Cependant, pour ne pas alourdir la présentation, dans ce cas du mur carré, nous considérons l'ensemble des imperfections géométriques et l'hétérogénéité des propriétés mécaniques de chaque couche, *i.e.*, Cas 3 comme noté précédemment, pour étudier la constructibilité. De la même manière, le profil du premier mode de flambement récupéré à partir de l'analyse bifurcation est considéré pour créer les imperfections suivant la direction verticale du mur. La variabilité horizontale des propriétés mécaniques dans chaque couche déposée est générée utilisant la longueur 5 cm pour chaque segment après la division de la couche. Les imperfections de la largeur de couche est définie au milieu et en bas d'un côté du mur comme illustrée sur la Figure 4.9. Les résultats de ces études seront ensuite comparés avec ceux du cas de référence, Cas 0, qui négligent tous les imperfections et l'hétérogénéité des propriétés mécaniques dans chaque couche imprimée du béton frais.

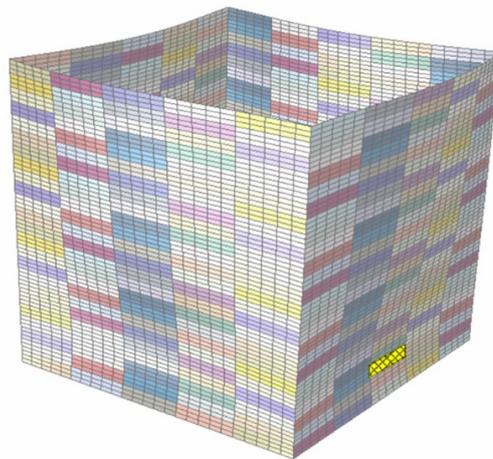


FIGURE 4.9 – Cas imparfait du mur carré.

Sur la Figure 4.10, sont présentés les résultats déterministes de la hauteur critique des deux modes de défaillance pour différentes longueurs  $L$  de la paroi carrée. Les valeurs moyennes des propriétés mécaniques du béton frais sont utilisées alors que les valeurs des imperfections géométriques sont égales à 10% de la largeur du mur, *i.e.*,  $\omega = \zeta = 0.1b$ , pour le Cas 3. On constate un changement du mécanisme dominant de défaillance par rapport à la longueur du mur carré  $L$  qui varie de 1 m à 4 m. Plus précisément, correspondant aux propriétés mécaniques de ce béton imprimable, pour des valeurs de  $L < 2$  m, l'effondrement plastique domine le mode de défaillance de la paroi carrée. En revanche, lorsque  $L$  est supérieur à 2.3 m, l'effet du flambage élastique devient beaucoup plus significatif que celui de rupture plastique.

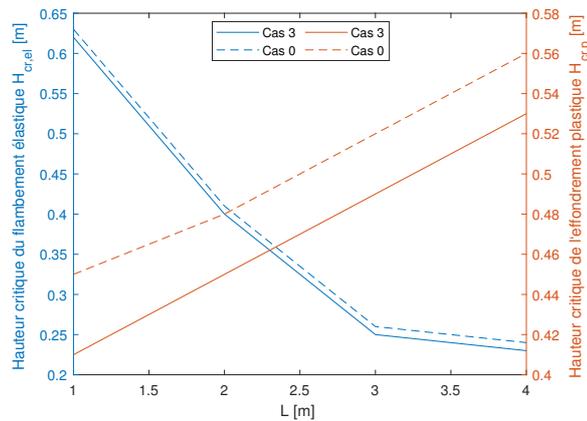
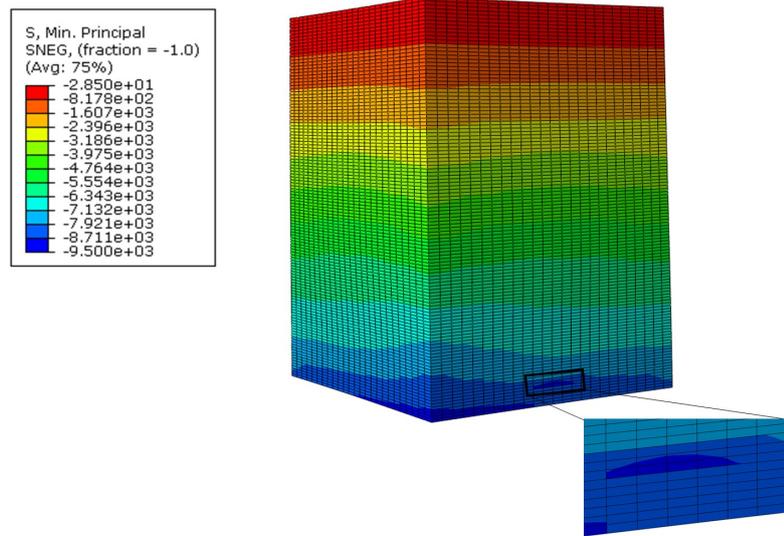


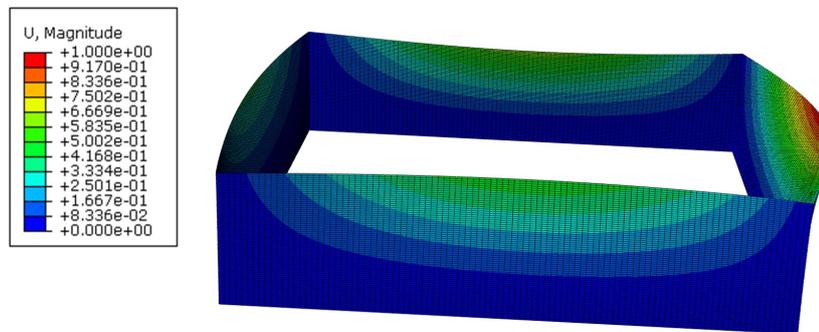
FIGURE 4.10 – Variation des hauteurs critique de deux modes de défaillance en fonction de la longueur  $L$  du mur carré, pour les deux cas, Cas 0 et Cas 3.

Les résultats montrent également que les imperfections géométriques peuvent affecter fortement la hauteur critique de la rupture plastique. En comparaison avec le cas de référence sans imperfections, une diminution de la hauteur de critique de rupture plastique est nettement observée dans le Cas 3. D'ailleurs, sur la Figure 4.11a on peut constater une distribution non uniforme de l'état de contrainte de compression maximal du mur carré, la conséquence de l'hétérogénéité des propriétés mécaniques et de les imperfections de la largeur du filament. La concentration de contrainte à la position des ces imperfections géométriques conduit à la rupture plastique de la structure.

Regardant le flambement élastique de la paroi carrée, la combinaison des imperfections géométriques et de l'hétérogénéité des propriétés mécaniques dans chaque couche déposée affecte très légèrement la hauteur critique du mur imprimé. Cependant, il est intéressant de noter sur la Figure 4.11b le profil non symétrique de flambement élastique qui indique l'apparition du flambement local sur un côté du mur carré  $L = 4$  m. Ce flambement élastique local, observé dans l'essai d'impression, voir Figure 4.1, a été expliqué de manière subjective par Suiker et al. [?] par la présence d'inhomogénéité de la géométrie et des propriétés mécaniques. Les simulations numériques dans ce travail de thèse permettent de confirmer cette explication, la combinaison des imperfections géométriques et de l'hétérogénéité des propriétés mécaniques du béton frais nous a en effet permis de reproduire ce type de flambement local.



(a)



(b)

FIGURE 4.11 – Iso-contours de contrainte de compression maximale dans le mur carré,  $L = 1$  m, avec la hauteur critique de rupture plastique,  $H_{cr,p} = 0.41$  m (a), profil du flambement élastique local du mur carré,  $L = 4$  m, à sa hauteur critique,  $H_{cr,el} = 0.23$  m (b).

Les analyses fiabilistes de la constructibilité des murs carrés sont effectuées en tenant compte des incertitudes des propriétés mécaniques du béton à l'état frais et des imperfections géométriques, Figure 4.12. Comme attendu, la considération des imperfections géométriques induit une augmentation importante de la probabilité d'effondrement plastique du mur avec la longueur  $L = 1$  m. Cette augmentation peut atteindre 10% pour les murs dont la hauteur imprimée est comprise entre 40 cm et 50 cm, Figure 4.12a. Dans le cas du mur carré avec  $L = 4$  m, dont le flambement élastique est le mécanisme de défaillance dominant pendant l'impression, la probabilité de rupture n'est pas significativement affectée par les imperfections géométriques, Figure 4.12b. Ces résultats sont cohérents avec ceux des analyses déterministes et aussi ceux du mur droit.

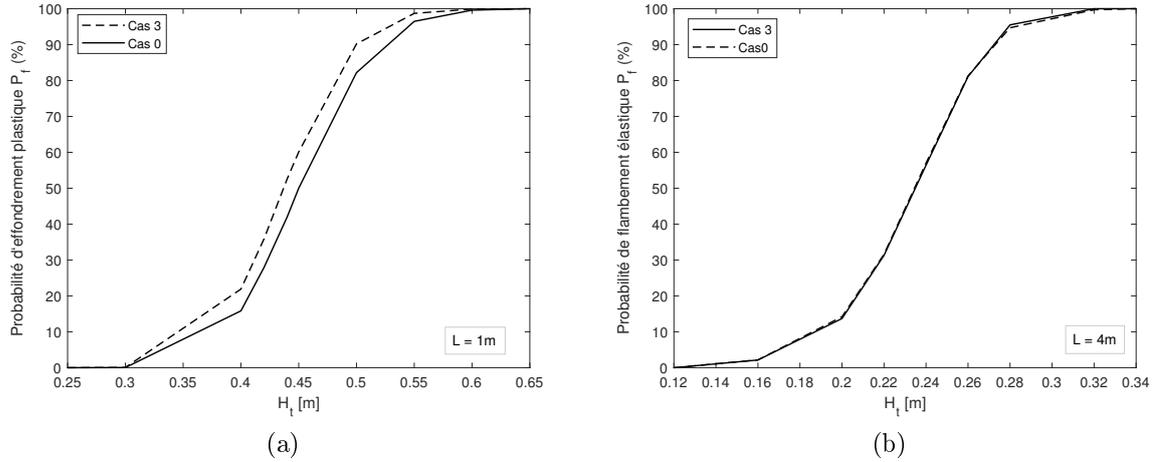


FIGURE 4.12 – Probabilité de l’effondrement plastique d’un mur carré,  $L = 1\text{ m}$  (a), probabilité de flambement élastique du mur carré,  $L = 4\text{ m}$  (b) en considérant ou non les imperfections géométriques.

## 4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, une extension de l’analyse de la constructibilité au cours de l’impression de la structure en béton est réalisée en tenant compte des imperfections géométriques des couches déposées. D’une part, les imperfections géométriques du profil suivant la direction d’extrusion de la structure est créée en utilisant le profil du premier mode de flambement obtenu par l’analyse bifurcation. L’amplitude des imperfections est considérée comme une variable aléatoire dont la valeur maximale est choisie égale à dix pourcents de la largeur de filament imprimée. D’autre part, les imperfections de la largeur des couches déposées est prise en compte selon une approche simplifiée. Plus précisément, une diminution de cette largeur dont l’amplitude peut varier entre zéro à et dix pourcents est artificiellement définie à certains endroits dans la géométrie de la structure. Les simulations numériques considèrent également une distribution hétérogène des propriétés mécaniques de chaque couche.

Les applications numériques sont effectuées pour les deux types de mur. Dans le cas du mur droit, les résultats d’analyse déterministe montrent l’effet négligeable des imperfections géométriques par rapport à celui des propriétés mécaniques du béton frais sur le flambement élastique, le mode de défaillance dominant du mur. Les analyses fiabilistes présentent les résultats quasi similaires dans le cas sans et avec les imperfections géométriques qui confirment les résultats de la littérature lorsque l’analyse bifurcation semble adéquate pour la prédiction de flambement élastique du mur. Les simulations sur le cas du mur carré permettent de mettre en évidence l’effet des imperfections géométriques sur la compétition de deux modes de défaillance. Comme dans le cas du mur droit, ces imperfections géométriques ne jouent pas un rôle important dans le flambement élastique mais elles peuvent affecter significativement le risque d’effondrement plastique du mur. Les imperfections dues au profil vertical du mur crée un moment en flexion qui avec une diminution de la largeur de couche imprimée augmente la contrainte en compression

du mur. Pour une longueur faible des couches déposées, la rupture plastique est le mécanisme principal de défaillance du mur carré. En utilisant les mêmes paramètres du procédé d'impression, l'effet du flambement élastique devient plus important que celui de l'effondrement plastique pour la longueur plus élevée de couche du mur. Malgré que les résultats de flambement élastique du mur avec les imperfections géométriques ne présentent pas une différence significative par rapport au cas sans imperfections, les simulations numériques du cas avec imperfections permettent de reproduire l'apparition du flambement local du mur carré.

# Conclusions générales et perspectives

## Conclusions générales

Ce travail de thèse, réalisé dans le cadre du projet européen Cirmap, s'intéresse à adapter et développer l'approche d'analyse fiabiliste dans la modélisation numérique de la constructibilité et de l'optimisation du procédé d'impression 3D. L'objectif principal de cette étude est d'améliorer la capacité prédictive de la défaillance des structures en cours d'impression en considérant l'effet de l'incertitude des propriétés mécaniques du béton au jeune âge et des imperfections géométriques pour optimiser les paramètres du procédé d'impression 3D.

Dans la procédure proposée, nous avons présenté en premier lieu les critères de rupture correspondants aux deux modes de défaillance, *i.e.*, effondrement plastique et flambement élastique de la structure en cours d'impression. Puis une technique d'inversion probabiliste basée sur la théorie Bayésienne a été choisie pour quantifier les incertitudes des propriétés élastiques et la résistance au cisaillement du béton à l'état frais, caractérisant le critère de rupture de Mohr-Coulomb. Grâce à cette technique, la distribution statistique à posteriori de cinq paramètres qui caractérisent les deux modes de défaillance de la structure au cours de l'impression est déterminée en utilisant des données des essais expérimentales. Les résultats de cette étape de quantification d'incertitude sont ensuite utilisés comme données d'entrée d'analyse fiabiliste des structures imprimées. Afin de réduire le nombre d'évaluations directes de la réponse structurelle, ce qui est très coûteux sur le plan numérique, la méthode largement connue dans l'analyse fiabiliste, la simulation Monte Carlo *MCS*, a été combinée avec la technique de méta-modélisation de Krigeage. L'idée principale de cette technique, nommée *AK - MCS*, est de construire de manière itérative la surface de réponse de la structure sur un nombre très raisonnable d'échantillons dans l'espace des variables aléatoires, *i.e.*, les cinq paramètres des propriétés mécaniques du béton frais. Dans chaque itération, l'estimation des probabilités des deux mécanismes de défaillance de la structure par la *MCS* peut être réalisée aisément par l'interpolation des résultats du métamodèle construit. Après chaque itération, un nouvel échantillon plus approprié des paramètres aléatoires est ajouté pour reconstruire le métamodèle et cette procédure de modélisation stochastique *AK - MCS* continue jusqu'à la convergence de la probabilité estimée.

Cette technique d'analyse fiabiliste de la constructibilité a été validée dans le cas simple d'un mur droit en béton. Les résultats de la *MCS* réalisée sur un million échantillons en utilisant les solutions analytiques du flambement élastique et d'effondrement plastique de ce cas simple permettent de vérifier l'efficacité de l'*AK - MCS*. Les mêmes résultats des probabilités ont été estimés par ces deux méthodes, mais l'analyse fiabiliste

par l'*AK – MCS* nécessite moins de cent évaluations directes de la structure imprimée. L'applicabilité de l'*AK – MCS* dans la modélisation probabiliste de la constructibilité de l'impression 3D est ensuite vérifiée dans des cas plus complexes en utilisant différentes géométries de structures imprimées et différentes stratégies d'impression. Dans ces cas, l'ensemble de la procédure d'analyse fiabiliste est réalisé dans l'environnement *Matlab* dans lequel la modélisation numérique pour évaluer la réponse de la structure est effectuée par le logiciel d'éléments finis *Abaqus*. Les applications numériques des murs de sections rectangulaires permettent de vérifier l'effet géométrique sur le risque de rupture de la structure au cours de l'impression. Les résultats ont montré que, en fonction des propriétés mécaniques du béton frais et leur incertitudes associées, la probabilité de l'effondrement plastique d'un mur carré peut être largement supérieure à celle du flambement élastique à certaine hauteur d'impression. À l'inverse, pour le mur rectangulaire avec un grand rapport de longueurs, le flambement élastique est le mécanisme de défaillance dominant de la structure au cours de l'impression, sa probabilité estimée étant beaucoup plus élevée que celle de l'effondrement plastique.

L'effet de la stratégie d'impression, comme la technique de pressage de couches, est également testé dans les analyses fiabilistes de la constructibilité des structures imprimées. En plus de l'incertitude sur les propriétés mécaniques du béton frais, nous avons pris en compte la propagation de l'incertitude liée à la stratégie de pressage des couches. *e.g.*, l'incertitude de la vitesse d'extrusion, la géométrie effective de la couche et la force de pression aux probabilités de la défaillance des structures en cours d'impression. Néanmoins, dans la gamme adoptée de paramètres d'entrée aléatoires de la stratégie d'impression de pressage des couches qui est encore rarement caractérisée/discutée dans la littérature, il semble que l'effet de cette stratégie soit inférieur à celui des propriétés mécaniques du béton frais. L'analyse de sensibilité globale de Sobol qui permet d'identifier quantitativement les paramètres affectant le plus la probabilité des deux modes de défaillance, montre une forte influence des propriétés du matériau, notamment du module d'Young initial sur la probabilité du flambement élastique ou la cohésion initiale et l'angle de frottement sur la probabilité de rupture plastique des structures imprimées.

Nous avons présenté dans un deuxième lieu une procédure complète de l'optimisation du procédé d'impression 3D d'un mortier imprimable développé au sein du laboratoire. Le début de cette procédure consiste à caractériser et puis quantifier l'incertitude des propriétés mécaniques de ce mortier imprimable. Une campagne d'essais au laboratoire comme les essais de compression uniaxiale non confinée et de cisaillement direct est d'abord réalisée pour déterminer l'évolution temporelle des paramètres élastiques et de la résistance au cisaillement de ce mortier au jeune âge. Ces essais ont été réalisés à différents temps de repos du mortier. Selon le programme expérimental adopté, pour chaque temps de repos, huit échantillons cylindriques de 110 mm de diamètre et 55 mm de hauteur ont été testés dans l'essai de compression uniaxiale pour déterminer le module d'Young à chaque temps de repos du mortier. Dans ce type d'essai, une vitesse de déplacement suffisamment rapide de 30 mm/min a été imposée pour imiter la vitesse de chargement sur les couches déposées pendant l'impression. Les essais de cisaillement direct ont été réalisés dans une boîte de cisaillement selon la méthode d'essai standard *ASTM D3080/D3080M – 11*, avec une vitesse de cisaillement de 5 mm/min. Cinq éprouvettes ont été considérées pour chaque temps de repos et chaque valeur de contrainte verticale imposée. Les courbes des contraintes déformations déterminées à partir de ces deux essais montrent un changement

graduel du comportement ductile au comportement fragile en fonction de temps de repos du mortier. Des valeurs moyennes significativement plus élevées que celles présentées dans la littérature ont été obtenues, en raison de la température élevée dans la période de réalisation des essais. L'application de l'inférence Bayésienne aux résultats de ces deux types d'essais a montré une incertitude assez significative du module d'Young initial et du coefficient représentant le taux d'augmentation de la cohésion dans le temps du mortier imprimable. Pour les autres paramètres, *e.g.*, la cohésion initiale et l'angle de frottement, une incertitude plus modérée a été constatée.

L'optimisation de la conception en considérant l'incertitude des propriétés mécaniques du béton frais consiste à déterminer les paramètres optimaux du procédé d'impression 3D d'un objet en béton dont la forme géométrique ou la topologie est choisies au préalable. La fonction coût du problème d'optimisation porte sur l'aspect économique qui vise à minimiser la quantité de béton et la durée du procédé d'impression. La vitesse de déplacement de l'imprimante et la largeur de la couche imprimée sont considérées comme les deux paramètres de conception à optimiser. Leurs valeurs optimales doivent vérifier les contraintes rigides dans lesquelles les probabilités de deux mécanismes de défaillance sont limitées aux valeurs admissibles. La technique d'optimisation basée sur le calcul de quantile en utilisant le métamodèle de Krigeage a été adapté dont la validation est effectuée dans le cas simple du mur droit. Les applications numériques réalisées nous permettent d'étudier la variation des solutions d'optimisation en fonction de la géométrie de la structure imprimée (la hauteur, la longueur) ou du niveau de confiance, *i.e.*, la probabilité admissible de défaillance. On peut constater qu'une augmentation de la hauteur souhaitée du mur imprimé peut changer fortement les valeurs optimales de la largeur de la couche et de la vitesse d'impression en gardant le même niveau de confiance de la constructibilité. La capacité de l'approche développée est également démontrée dans le cas d'une structure complexe et de la considération de l'effet de la stratégie d'extrusion par pressage des couches.

Une extension de l'analyse fiabiliste de la constructibilité est effectuée dans la dernière partie de ce travail de thèse en ajoutant l'effet des imperfections géométriques de la structure imprimée. Dans ces simulations, nous avons également tenu compte de la variation des propriétés mécaniques du béton frais dans chaque couche déposée. À cette fin, chaque couche imprimée a été divisée en un certain nombre de segments dont les propriétés mécaniques évoluant dans le temps diffèrent entre ces segments. Les imperfections géométriques du profil de la structure suivant la direction d'extrusion a été incorporé en utilisant le profil du premier mode de flambement après l'analyse bifurcation. L'amplitude des imperfections est considérée comme une variable aléatoire qui peut varier entre 0 (cas sans imperfection) à 10% de la largeur des filaments déposés. Une autre source des imperfections géométriques liée à la largeur du filament imposée a également été ajoutée. Dans ce but, nous adoptons la méthode simplifiée en imposant une diminution artificielle de la largeur de couche à certains endroits dans la géométrie de la structure. L'amplitude de cette diminution de la largeur a été également choisie aléatoirement, la valeur maximale pouvant atteindre 10% de la largeur de couche. L'effet de ces imperfections a été illustré pour une paroi droite et une paroi carrée de différentes longueurs en vue d'élucider la compétition entre les deux modes de défaillance. Les imperfections ont généré une augmentation de la contrainte de compression maximale et une diminution significative de la hauteur critique de l'effondrement plastique, le mode de défaillance do-

minant de la paroi carrée de petite longueur. Pour le flambement élastique, mécanisme dominant de la rupture du mur droit ou du mur carré de grande longueur, la considération des imperfections géométriques présente une influence très modérée. Cependant, en raison de la combinaison des imperfections géométriques et de l'hétérogénéité des propriétés mécaniques dans chaque couche déposée, les simulations numériques de ce travail nous permettent de reproduire l'apparition du flambement local observé dans les essais d'impression de la littérature.

## Perspectives

La procédure d'analyse fiabiliste et d'optimisation du procédé d'impression 3D proposée dans ce travail de thèse présente une première étape intéressante qui pourrait être largement utile pour les futurs développements de la normalisation de la conception des structures en béton construites avec cette technique innovante. Le développement de ces normes facilitera la conception et la réalisation de structures imprimées en 3D en assurant la sûreté et la robustesse de ce procédé. Pour mieux approcher cet objectif, certaines voies pour améliorer les différentes limites existantes dans la procédure proposée pourraient être envisagées.

Tout d'abord, bien que les procédures expérimentales mises au point se soient révélées adaptées à la caractérisation des propriétés mécaniques essentielles à l'analyse du comportement structurel pendant l'impression, jusqu'à présent, le comportement du matériau a été exprimé exclusivement en fonction du temps. Il est fortement recommandé d'étendre ces procédures pour englober les paramètres environnementaux tels que la température et l'humidité, qui se sont avérés exercer une influence significative sur les propriétés caractérisées et, par conséquent, sur la constructibilité au cours de l'impression. En intégrant les données de ces paramètres environnementaux dans les simulations numériques par le couplage des phénomènes mécaniques, thermiques et/ou hydriques, nous pourrions augmenter la prédiction du comportement structurel du béton imprimé en 3D.

En outre, la méthodologie développée a été élaborée en supposant une liaison "parfaite" entre les couches, avec la couche inférieure attachée au lit d'impression. En réalité, une telle interaction dans l'expérience d'impression est inconnue et reste encore très compliquée à caractériser. Cette hypothèse peut être considérée comme valable pour les impressions avec des intervalles de temps courts entre les couches simultanées. Cependant, afin de modéliser plus précisément l'interaction entre les couches consécutives, un programme expérimental plus adapté est nécessaire pour étudier ces caractéristiques de contact à l'égard du comportement frictionnel et cohésif (dépendant du temps) et des dommages entre les couches, surtout dans un intervalle de temps plus significatif entre les couches.

De plus, l'effet des imperfections géométriques produites au cours de l'impression a été étudié dans ce travail en les ajoutant d'une manière aléatoire. Pour plus de précision, la forme exacte du filament imprimé pourrait être considérée en utilisant les résultats des modélisations numériques par *DFC* à l'échelle de la couche imprimée en fonction des différents paramètres d'impression, *e.g.*, vitesse d'extrusion, vitesse d'impression, et position et géométrie de la buse. Ces résultats pourraient aussi être utilisés pour quantifier l'incertitude de ces paramètres d'impression et de la force imposée par la technique de pressage des couches qui n'est pas encore accessibles jusqu'à présent. Cependant, la plupart des techniques de modélisation développées ont leurs limites d'application, en

focalisant sur chaque échelle spécifique, *e.g.*, échelle de couche déposée et échelle de la structure, et il n'existe pas jusqu'à présent un modèle ou outil universel qui permette de prédire l'ensemble du procédé d'impression 3D, depuis la prédiction de la forme du filament jusqu'à la prédiction des mécanismes de défaillance au niveau structurel. Le défi pour le développement de cet outil augmente encore en tenant compte des phénomènes physiques, *e.g.*, l'influence de la température, de l'humidité relative, . . . . L'augmentation considérable du temps et des ressources de calcul en fonction du volume de la structure à grande échelle, de la précision souhaitée et de l'objectif visé, présente une limite majeure de cette approche numérique.

Le développement et l'optimisation des outils et de la procédure de simulation numérique pour les applications notamment à l'échelle industrielle présentent un objectif majeur de la technique d'impression 3D. En respectant les précisions nécessaires des prédictions, ces outils numériques doivent être capable de fournir les résultats de manière continue et quasi-instantanée, une condition primordiale pour l'aide à la décision et pour l'optimisation en temps réel du procédé d'impression 3D. D'un point de vue stratégique, l'utilisation de l'approche basée sur les évaluations directes du comportement de la structure semble être très difficile, voire inapplicable, pour l'optimisation en temps réel du procédé d'impression 3D. Si cette approche pouvait être très utile dans la phase de conception avant la fabrication, une autre approche devrait être adoptée pour étudier et optimiser la structure pendant la phase d'impression. Dans cette logique, l'intelligence artificielle utilisant les outils d'apprentissage profond "*Deep Learning*", présenterait une piste très prometteuse. Grâce à cette méthode, on pourrait envisager de caractériser et de quantifier en temps réel les différents paramètres (*e.g.*, les propriétés mécaniques du béton frais, pression de la buse sur les couches déjà imprimées, . . .) en utilisant les données de mesure continues pendant l'impression, *e.g.*, mesures de déplacement vertical ou de déformée de la structure, . . . . Ces résultats fourniraient des données importantes pour l'optimisation de l'impression de la structure qui serait réalisée de manière continue et séquentielle. Plus précisément, correspondant à une itération ou à un moment donné pendant la phase de l'impression, la mise à jour des paramètres d'entrée et de leurs incertitudes associées contribueraient à vérifier les prédictions et les décisions de l'itération précédente. Ensuite, elles seraient prises en compte pour prédire le comportement et optimiser l'impression de la structure dans la prochaine itération. Notons également que, l'optimisation de l'impression de la structure et la mise à jour des paramètres d'entrée doit assurer les performances des structures imprimées à l'état durci du béton, en termes de résistance et de durabilité pour son usage en service et à long terme. Les problèmes de durabilité sont accentués dans l'impression 3D par le comportement de retrait et de fluage, qui peuvent être plus prononcés par rapport à la construction en béton conventionnel, compte tenu de l'absence de coffrage et des teneurs en ciment généralement élevées dans les mélanges imprimables. L'efficacité d'une telle approche dépendrait étroitement de la performance de la technique d'apprentissage profond et aussi de la qualité et quantité des données recensées à partir des essais d'impression qui sont aussi complétées par des résultats de prédictions numériques préalables.



# Annexe A

## Technique de méta modélisation de Krigeage

Initialement développé par Krige [?], le modèle de Krigeage, connu également comme le modèle de procédé Gaussien, est largement adopté dans les analyses fiabilistes de différents types d'ouvrage. Mathématiquement, le métamodèle de Krigeage  $\bar{g}(\mathbf{X})$  (ou prédicteur de Krigeage) s'exprime de la manière suivante [?, ?, ?, ?] :

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}) &\approx \bar{g}(\mathbf{X}) = \mathbf{k}(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{X}) \\ &= \sum_{i=1}^p \beta_i k_i(\mathbf{X}) + z(\mathbf{X}). \end{aligned} \tag{A.1}$$

Dans l'équation A.1,  $\boldsymbol{\beta}$  et  $\mathbf{k}(\mathbf{X})$  sont les vecteurs du coefficient de régression et le vecteur des fonctions de base de  $p$  éléments. Le premier terme  $\mathbf{k}(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\beta}$  de cette équation représente la valeur moyenne du procédé Gaussien, c'est-à-dire qu'il s'agit de la partie déterministe et représente la tendance moyenne du procédé. Le second terme  $z(\mathbf{X})$ , est l'erreur résiduelle, ou un procédé stochastique, supposé avoir un procédé gaussien stationnaire de moyenne zéro et une variance  $C(z(\mathbf{X}), z(\mathbf{X}')) = \sigma_z^2 R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}, \mathbf{X}')$ , avec  $\sigma_z^2$  la variance de procédé constante. Le terme  $R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}, \mathbf{X}')$  présente la fonction d'auto-corrélation prescrite par rapport au vecteur d'hyperparamètres  $\boldsymbol{\theta}$ . Elle contient les hypothèses sur la fonction d'approximation et, par conséquent, sur le choix d'une fonction de corrélation appropriée qui est une tâche essentielle du métamodèle de Krigeage. Parmi les différentes fonctions proposées dans la littérature, l'autocorrélation exponentielle quadratique (gaussienne) du vecteur d'hyperparamètres  $\boldsymbol{\theta}$  est sélectionnée :

$$R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}, \mathbf{X}') = \prod_{i=1}^d \exp[-\theta_i (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}'_i)^2] \tag{A.2}$$

Ces paramètres inconnus,  $\sigma_z^2$ ,  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\boldsymbol{\theta}$ , nécessaires pour construire le métamodèle de krigeage, peuvent être calibrés à partir d'un procédé d'optimisation (décrites dans la section 1.5.2 de chapitre 1), en utilisant les résultats exacts de la fonction de performance  $g(\mathbf{X})$  qui sont évalués à différents points d'observation, appelés points d'apprentissage. Il convient de noter que la calibration des hyperparamètres  $\sigma_z^2$ ,  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\boldsymbol{\theta}$ , a été mis en oeuvre avec succès dans de nombreux logiciels, tel que les toolbox de *Matlab*, *MPerK* [?], *DACE* [?], *CODES* [?], *UQLab* [?].

Par la suite, le modèle de krigeage peut être identifié par ses fonctions de moyenne et de variance comme suit :

$$\bar{g}(\mathbf{X}) \sim \mathcal{N}(\mu_{\bar{g}}(\mathbf{X}), \sigma_{\bar{g}}^2(\mathbf{X}))$$

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{g}}(\mathbf{X}) &= \mathbf{K}(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{r}(\mathbf{X})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{K}\bar{\boldsymbol{\beta}}) \\ \sigma_{\bar{g}}^2(\mathbf{X}) &= \sigma_z^2(1 - \mathbf{r}(\mathbf{X})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{X})) + \mathbf{u}(\mathbf{X})^T (\mathbf{K}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{K}) \mathbf{u}(\mathbf{X})\end{aligned}\quad (\text{A.3})$$

Avec :

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{K}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \\ \mathbf{u}(\mathbf{X}) &= \mathbf{K}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}(\mathbf{X}) - \mathbf{K}(\mathbf{X})\end{aligned}\quad (\text{A.4})$$

Dans les équations A.3 et A.4,  $\mathbf{R}$  est la matrice de corrélation entre chaque paire de points d'entraînement de la *DoE*, tandis que  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{r}(\mathbf{X})$  sont la matrice de régression et le vecteur de corrélation croisée entre le point de prédiction  $\mathbf{X}$  et chaque point d'entraînement de la *DoE* :

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_i &= g(\mathbf{X}^{(i)}), \quad i = 1, \dots, N_{DOE} \\ r_i(\mathbf{X}) &= R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}, \mathbf{X}^{(i)}), \quad i = 1, \dots, N_{DOE} \\ R_{ij} &= R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}^{(i)}, \mathbf{X}^{(j)}), \quad i, j = 1, \dots, N_{DOE} \\ K_{ij} &= k_j(\mathbf{X}^{(i)}), \quad i = 1, \dots, N_{DOE}, \quad j = 1, \dots, n\end{aligned}\quad (\text{A.5})$$

La probabilité de défaillance est donc estimée par interpolation, en utilisant le méta-modèle  $\bar{g}(\mathbf{X})$ , par rapport aux échantillons aléatoires de la  $N_{MCS}$  générés à partir de la technique d'échantillonnage *MCS* utilisant l'équation (1.10). À la suite, il est nécessaire de définir un critère d'arrêt pour vérifier la convergence du procédé (étape 6 du tableau 1.2) et une fonction d'apprentissage appropriée pour trouver les meilleurs nouveaux points d'entraînement  $\mathbf{X}^*$  afin d'enrichir le DoE et donc le Krigeage (étape 7 du tableau 1.2). Par exemple, [?] propose le critère d'arrêt suivant :

$$\frac{|P_f^{(i)} - P_f^{(1)}|}{P_f^{(1)}} \leq \gamma, \forall i \in \{2, \dots, N_\gamma\} \quad (\text{A.6})$$

où  $P_f^{(1)}$  est la valeur de référence choisie qui est utilisée pour détecter la stabilisation de la probabilité de défaillance tandis que  $P_f^{(i)}$  ( $i = 2, \dots, N_\gamma$ ) est la probabilité de défaillance dans les itérations suivantes ( $N_\gamma - 1$ ). Les paramètres  $\gamma = 0.01$  et  $N_\gamma = 10$  sont suffisants pour garantir la précision de la probabilité de défaillance obtenue.

Pour enrichir la *DoE*, Echard et al. [?] proposent une fonction d'apprentissage  $U$ , en combinant la méthode basée sur le krigeage et la simulation de Monte Carlo, appelée *AK - MCS*, "*Active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation*", pour choisir les nouveaux points d'apprentissage appropriés, qui se définissent comme suit :

$$U(\mathbf{X}) = \frac{|\mu_{\bar{g}}(\mathbf{X})|}{\sigma_{\bar{g}}^2(\mathbf{X})} \quad (\text{A.7})$$

Cela mesure la probabilité de se tromper sur le signe de  $g(\mathbf{X})$ , en la remplaçant par  $\bar{g}(\mathbf{X})$ . Ainsi, selon [?], le meilleur choix de nouveaux points d'entraînement  $\mathbf{X}^*$ , sont les échantillons qui donnent la valeur U la plus faible parmi les échantillons  $N_{MCS}$ ,  $\mathbf{X}^* = \mathit{argmin}\{U(\mathbf{X})\}$ .



## Annexe B

# Optimisation de la conception basée sur une analyse fiabiliste utilisant les quantiles

La procédure d'optimisation basée sur les quantiles à l'aide de la technique *MCS* (*QMC*) consiste à calculer la réponse de la structure, *i.e.*, chaque fonction de performance  $\Gamma_j$ , pour les  $N_{MCS}$  échantillons dans l'espace augmenté  $\mathbb{Z}$  correspondant à chaque valeur du vecteur de variables de conception  $\mathbf{d}^{(k)}$ , avec  $k = 1, 2, \dots, N^d$ , et  $N^d$  est le nombre choisi d'échantillons dans l'espace de conception. Ces valeurs sont ensuite rassemblées dans un vecteur  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Y}_l = \Gamma_j(\mathbf{d}^{(k)}, \mathbb{Z}^{(l)})$ , avec  $l = 1, 2, \dots, N_{MCS}$ . Par la suite, ces réponses sont triées par ordre croissant et le quantile correspondant  $q_j^{(k)}$  de  $\mathbf{d}^{(k)}$  qui vérifie la contrainte de l'équation (1.16) est :

$$q_j^{(k)} = Q_{\alpha,j}^{(k)}(\mathbf{d}^{(k)}, \Gamma_j(\mathbb{Z})) = \mathbf{Y}_{l_{[N_{MCS} \cdot \alpha_j]}}^{(k)} \quad (\text{B.1})$$

où  $l_{[N_{MCS} \cdot \alpha_j]}$  désigne la fonction plafond donnant le plus grand entier plus petit que  $N_{MCS} \cdot \alpha_j$ . Le quantile final dans l'équation (B.1) est alors calculé par :

$$Q_{\alpha,j}(\mathbf{d}, \Gamma_j(\mathbb{Z})) = \inf\{q_j^{(k)}, k = 1, 2, \dots, N^d\} \quad (\text{B.2})$$

Cependant, bénéficiant des avantages de la technique de méta-modélisation de Krigage, l'approche *Krigeage – QMC* consiste à approcher la réponse de la structure  $\Gamma_j(\mathbb{Z})$  par un métamodèle de Krigage  $\bar{\Gamma}_j(\mathbb{Z})$  pour éviter le grand nombre d'évaluations directes de la réponse de la structure par le *MCS*. Le Tableau B.1 résume les principales étapes du *Krigeage – QMC* pour le problème d'optimisation à base d'analyse fiabiliste.

TABLEAU B.1 – Procédé d’optimisation de la conception à l’aide de l’approche *QMC* basée sur le krigeage

---

Initialisation :

- Définir la probabilité cible de chaque mode de défaillance, c’est-à-dire  $P_{f,j}^T$ .
- Définir les limites inférieures et supérieures des variables de conception  $\mathbf{d}$ .
- Définir la valeur initiale des variables de conception,  $\mathbf{d}_{ini}$ , pour résoudre le problème d’optimisation.
- Générer la matrice  $S$  des points d’entraînement initiaux  $N_{DoE}$  du plan d’expérience (*DoE*) dans l’espace augmenté  $\mathbb{Z}$  pour la technique de méta-modélisation de Krigeage.
- Déterminer le vecteur  $\mathbf{Y}$  en évaluant la réponse de la structure  $\Gamma_j(\mathbb{Z})$  pour les points d’entraînement  $S$  du plan d’expérience initial.
- Construire le métamodèle de krigeage initial pour la réponse de la structure  $\bar{\Gamma}_j(\mathbb{Z})$  à partir de  $S$  et de  $\mathbf{Y}$ .

---

Itération : les étapes suivantes sont répétées jusqu’à la convergence de  $\mathbf{d}$

- 1 Générer  $N^d$  échantillons de chaque variable de conception  $\mathbf{d}$  en considérant la distribution uniforme dans l’espace de conception.
- 2 Générer des échantillons aléatoires  $N_{MCS}$  de  $\mathbf{X}$  pour générer l’espace augmenté  $\mathbb{Z}$ .
- 3 Correspondant à chaque valeur  $\mathbf{d}^{(k)}$ ,  $k = 1, 2, \dots, N^d$  : interpoler la valeur de la réponse de la structure pour les échantillons aléatoires  $N_{MCS}$  dans l’espace augmenté  $\mathbb{Z}^{(l)} = (\mathbf{d}^{(k)}, \mathbf{X}^{(l)})$ ,  $l = 1, 2, \dots, N_{MCS}$ , en utilisant le prédicteur de Krigeage construit.
- 4 Calculer le quantile de la défaillance.
- 5 Identifier les nouveaux points d’entraînement  $\mathbb{Z}^*$  et mettre à jour la *DoE* et donc la matrice  $S$ .
- 6 Évaluer la réponse structurelle des nouveaux points d’entraînement, c’est-à-dire  $\Gamma_j(\mathbb{Z}^*)$ , et mettre à jour  $\mathbf{Y}$ .
- 7 Mettre à jour le métamodèle de krigeage  $\bar{\Gamma}_j(\mathbb{Z})$  à partir de  $S$  et de  $\mathbf{Y}$ .

---

Résolution du problème d’optimisation :

- Déterminer le résultat optimal de  $\mathbf{d}$  qui minimise la fonction de coût  $f(\mathbf{d})$  et vérifie les contraintes définies dans l’équation (1.15).
- Vérifier la convergence du problème d’optimisation.
- Si la convergence est vérifiée : obtenir la valeur optimale de  $\mathbf{d}$ ; sinon, passer à l’étape 1 du processus d’itération.

---

# Annexe C

## Analyse de bifurcation linéaire

Le flambement par bifurcation se produit lorsque plusieurs trajectoires d'équilibre se croisent en un même point, appelé point de bifurcation, point d'intersection entre les trajectoires d'équilibre avant et après le flambement. Ce point signifie un point pivot où une structure ou un système peut passer d'une configuration stable à une configuration instable.

Généralement, la stabilité est évaluée en comparant l'énergie potentielle des configurations adjacentes générées par l'application d'une petite perturbation à la position d'équilibre avec celle de la position d'équilibre. Si tous les états adjacents ont une énergie potentielle plus élevée, l'équilibre est stable. Si au moins un état a une énergie potentielle inférieure (ou égale), l'équilibre est instable. Cette comparaison peut être exprimée en termes de deuxième variation de l'énergie potentielle et peut donc être réduite à l'évaluation du caractère défini positif de la matrice de rigidité tangentielle.

La détermination du premier état critique d'un système élastique si le changement de géométrie précédant cet état est négligeable, peut être prédite par une analyse linéaire, référencé par l'analyse des valeurs propres. Grâce à l'analyse par éléments finis dans *Abaqus*, nous recherchons la charge de flambement critique élastique, pour laquelle la matrice de rigidité devient singulière dans le problème de flambement aux valeurs propres donné par [?] :

$$\mathbb{K} \cdot v = 0 \tag{C.1}$$

$\mathbb{K}$  est la matrice de rigidité tangentielle lorsque les charges sont appliquées, et  $v$  les sont des solutions de déplacement non triviales.

La procédure d'analyse aux valeurs propres qui néglige les déplacements de pré-flambement est basée sur des équations linéaires et connue sous le nom de pré-flambement linéarisé (*linearized prebuckling LPB*). Grâce à cette analyse, la matrice de rigidité tangentielle peut être décomposée comme la somme des matrices de rigidité matérielle ( $\mathbb{K}_M = \mathbb{K}_0$ ) et géométrique ( $\mathbb{K}_G = \lambda \mathbb{K}_1$ ), et l'équation C.1 peut être écrite comme suit :

$$(\mathbb{K}_0 + \lambda_i \mathbb{K}_1)v_i = 0 \tag{C.2}$$

Avec :

- $\mathbb{K}_0$ , est la matrice de rigidité correspondant à l'état de base, qui inclut les effets de pré-charge  $P_0$  et de changement géométrique (s'ils existent). Dans notre étude des structures lors de l'impression 3D,  $P_0 = 0$ .

- $\mathbb{K}_1$  est la matrice différentielle de contrainte initiale et de rigidité de la charge due à la charge incrémentale  $P_1$ . La magnitude de cette charge n'est pas importante ; elle sera mise à l'échelle par les facteurs de charge  $\lambda_i$ , trouvés dans le problème des valeurs propres. Dans le cas d'impression 3D, cette magnitude est égale à l'accélération de gravité  $g$  qui définit le poids propre de la structure.
- $\lambda_i$  sont les valeurs propres.
- $v_i$  sont les formes des modes de flambements (vecteurs propres). et  $i$  désigne le  $i^{ime}$  mode de flambement.

Les charges critiques de flambement sont alors  $P_0 + \lambda_i P_1$ . Normalement, c'est la valeur la plus faible de  $\lambda_i$  qui est intéressante (le plus critique).

# Annexe D

## Analyse de sensibilité

Étant en présence d'incertitudes au niveau des paramètres, l'analyse de sensibilité (AS) vise à décrire dans quelle mesure la variabilité de la réponse du système  $\Gamma(\mathbf{X})$  est affectée par la variabilité de chaque variable d'entrée  $\mathbf{X}$  ou de leurs combinaisons. L'une des principales utilités de l'AS est sa capacité à identifier les variables d'entrée qui exercent une influence négligeable sur la réponse du système, pour les écarter. Cela permet de réduire la dimension du problème et de réduire autant que possible le nombre des évaluations de la réponse du système.

Les approches de l'AS sont généralement classées en deux catégories : l'analyse de sensibilité locale et l'analyse de sensibilité globale [?]. L'AS locale se concentre sur la détermination de l'impact local des paramètres d'entrée sur la réponse du système. Elle est basée sur le calcul du gradient de la réponse par rapport à ses paramètres présentant de faibles perturbations autour des valeurs nominales (la moyenne d'une variable aléatoire). Cette approche est simple et nécessite généralement peu d'évaluations du système, mais elle échoue en cas d'interactions complexes (interactions d'ordre supérieur entre les variables d'entrée ou non-linéarité). Tandis que, L'AS globale tente de quantifier l'incertitude sur la réponse du système en considérant l'ensemble de la plage de variation des paramètres d'entrée [?]. Parmi de nombreuses méthodes, les méthodes basées sur la variance [?, ?, ?] ont montré un grand intérêt. Ces méthodes visent à décomposer la variance de la réponse du système en une somme de contributions de chaque variable d'entrée, ou de combinaisons de celles-ci. Elles sont parfois appelées techniques ANOVA "ANalysis Of VAriance" (analyse de la variance). Cette décomposition est réalisée à l'aide des indices de sensibilité, tels que les indices de Sobol [?, ?, ?, ?], qui ont reçu un grand intérêt vu leurs résultats précis [?]. Ces indices expriment la part de variance de la réponse du système qui est due à une variable d'entrée ou à une combinaison d'entrées donnée.

L'indice de Sobol du premier ordre d'une variable  $\mathbf{X}_i$  peut être donné comme suit :

$$S_i = \frac{Var[\mathbb{E}(\Gamma|\mathbf{X}_i)]}{V_t} \quad (\text{D.1})$$

où  $V_t$  est la variance totale de la réponse du système. Concernant  $Var[\mathbb{E}(\Gamma|\mathbf{X}_i)]$ , l'opérateur d'espérance interne  $\mathbb{E}(\cdot)$  est la moyenne de  $\Gamma$  en considérant toutes les valeurs  $\mathbf{X}_{\sim i}$  possibles tout en gardant  $\mathbf{X}_i$  constant ; la variance externe  $Var(\cdot)$  est prise sur toutes les valeurs possibles de  $\mathbf{X}_i$ .  $S_i$  est une mesure de l'effet de la variable  $\mathbf{X}_i$  seule. L'indice de Sobol total pour une variable  $\mathbf{X}_i$ ,  $S_{Ti}$ , qui représente la somme de tous les indices de

Sobol impliquant cette variable, peut être écrit comme suit :

$$S_{T_i} = S_i + \sum_{i \neq j} S_{ij} + \dots S_{1, \dots, M} \quad (\text{D.2})$$

où  $M$  est le nombre de toutes les variables aléatoires.

Ces indices de Sobol (de premier ordre et d'ordre total) sont généralement calculés à l'aide des simulations Monte Carlo *MCS*. Néanmoins, pour obtenir des estimations précises des indices de sensibilité, cette méthode est coûteuse en termes de nombre d'appels de modèle ( $10^4$  appels de modèle peuvent être nécessaires pour estimer l'indice de Sobol d'une seule variable d'entrée avec une incertitude de 10 % [?]). Afin de contourner ce problème, en particulier avec les modèles exigeants en termes de calcul, le métamodèle comme celui de Krigeage présente encore une fois un grand avantage [?]. La méthode d'analyse de sensibilité de l'indice de Sobol basée sur le métamodèle de Krigeage, implantée dans boîte à outils *UQLab* [?], a été adoptée dans ce travail.



# Zeinab DIAB

## Application d'outils numériques à l'analyse probabiliste de la constructibilité et à l'optimisation du procédé d'impression 3D en béton

### Résumé :

Au cours de la dernière décennie, le procédé d'impression 3D en béton a connu une expansion significative, ouvrant la voie à des applications potentielles tant dans le domaine académique qu'industriel. Cette technologie, basée sur l'empilement automatisé de couches de béton frais par un robot, présente les avantages d'une construction rapide, sans besoin de coffrage, avec moins de déchets matériels et surtout une plus grande liberté de géométrie par rapport aux méthodes de construction traditionnelles. Cependant, l'absence de coffrage engendre la nécessité d'analyser la performance structurelle à l'état frais du béton. Le matériau frais doit être suffisamment rigide pour supporter le poids des couches successives et éviter toute défaillance structurelle au cours de l'impression résultant de l'interaction de deux mécanismes : le flambement élastique et l'effondrement plastique. Toute maîtrise du comportement structurel à l'état frais exige une connaissance approfondie des propriétés du béton au jeune âge et de leur évolution au cours du procédé d'impression. Cette compréhension est étroitement liée à la géométrie de l'objet imprimé et aux divers paramètres du procédé, notamment la vitesse d'impression, les dimensions des couches et les conditions environnementales. Actuellement, aucune méthode expérimentale universelle ou procédure standard n'est disponible pour caractériser les propriétés mécaniques du béton imprimable à l'état frais. La difficulté réside non seulement de leur évolution rapide dans le temps, mais aussi de la nature hétérogène du matériau, générant une incertitude significative de ces propriétés qui influe sur la précision de la prédiction de la réponse structurelle lors d'impression. En particulier dans le cadre du projet européen *Interreg CIRMAP*, axé sur le développement d'une nouvelle méthodologie pour la conception de structures imprimées en 3D avec des mortiers à base de sables recyclés, les défis et les incertitudes associés à la caractérisation des propriétés mécaniques présentent une importance considérable. Outre l'incertitude liée au comportement du matériau, le procédé d'impression lui-même contribue à d'autres sources d'incertitude, telle que celle liée à la géométrie, dimensions de la section transversale des couches déposées et excentricité entre les couches, qui dépende de la stratégie et des paramètres choisis du procédé.

En tant que partie du projet Cirmap, l'objectif principal de ce travail de thèse est de présenter et de vérifier l'applicabilité de l'approche probabiliste à l'analyse structurelle et à l'optimisation de la conception des structures en béton pendant le procédé d'impression 3D, par le biais de la modélisation numérique. Une procédure complète est présentée, dont le but est de prendre en compte l'effet de l'incertitude des propriétés mécaniques du béton imprimable et les imperfections géométriques dans les simulations de la constructibilité des structures par impression 3D. La méthode bien connue de l'inférence bayésienne est adoptée dans un premier temps pour quantifier l'incertitude des propriétés du béton à l'état frais utilisant les données d'essai de laboratoire. Dans un deuxième temps, les analyses fiabilistes basées sur le méta-modèle de Krigeage, permettent d'élucider le rôle important et la nécessité de la prise en compte ces incertitudes. Finalement, la combinaison de cette technique de méta-modélisation avec la méthode d'optimisation basée sur le calcul de quantile permet d'optimiser les paramètres du procédé, vitesse d'impression, largeur de couche déposée, en minimisant la quantité de béton et la durée d'impression 3D. L'applicabilité et l'efficacité de la procédure proposée sont démontrées sur les différentes géométries de l'objet imprimé et stratégies d'impression.

Mots clés : Impression 3D en béton, quantification d'incertitude, analyse de fiabilité, optimisation de la conception, flambage élastique, effondrement plastique.

# Application of numerical tools to probabilistic analysis of constructability and optimization of 3D concrete printing process

## Abstract :

Over the past decade, the 3D concrete printing process has expanded significantly, opening the way to potential applications in both academic and industrial fields. This technology, based on the automated stacking of fresh concrete layers by a robot, offers the advantages of rapid construction, with no need for formwork, less material waste and, above all, greater geometric freedom than traditional construction methods. However, the absence of formwork requires analysis of the concrete's structural performance in its fresh state. The fresh material must be sufficiently rigid to support the weight of successive layers and avoid any structural failure during printing, which results from the interaction of two mechanisms : elastic buckling and plastic collapse. Controlling structural behavior in the fresh state requires a thorough understanding of the properties of concrete in its early age and their evolution during the printing process. This understanding is closely linked to the geometry of the printed object and the various process parameters, including printing speed, layer dimensions and environmental conditions. At present, no universal experimental method or standard procedure is available to characterize the mechanical properties of printable concrete at fresh state. The difficulty lies not only in their rapid evolution over time, but also in the heterogeneous nature of the material, generating a significant uncertainty in these properties which influences the accuracy of prediction of structural response during printing. Particularly in the context of the European *Interreg CIRMAP* project, focused on the development of a new methodology for the design of 3D printed structures with recycled sand-based mortars, the challenges and uncertainties associated with the characterization of mechanical properties are of considerable importance. In addition to uncertainty related to material behavior, the printing process itself contributes to other sources of uncertainty, such as that related to geometry, cross-sectional dimensions of deposited layers and eccentricity between layers, which depends on the strategy and parameters chosen for the process.

As part of Cirmap's project, the main objective of this thesis is to present and verify, through numerical modeling, the applicability of the probabilistic approach to structural analysis and design optimization of concrete structures during the 3D printing process. A complete procedure is presented, aiming to account for the effect of uncertainty in the mechanical properties of printable concrete and geometric imperfections in simulations of the constructability of 3D-printed structures. Firstly, the well-known Bayesian inference method is adopted to quantify the uncertainty of fresh concrete properties using laboratory test data. Secondly, reliability analyses based on the Kriging metamodel elucidate the important role and necessity of taking these uncertainties into account. Finally, the combination of this meta-modeling technique with the quantile-based optimization method enables us to optimize the process parameters, printing speed, deposited layer width, while minimizing the quantity of concrete and the 3D printing time. The applicability and effectiveness of the proposed procedure are demonstrated on different printed object geometries and printing strategies.

Keywords : 3D concrete printing, uncertainty effect, reliability analysis, design optimization, elastic buckling, plastic collapse.