



**HAL**  
open science

# Suivi de trajectoire autonome et robuste en milieu agricole

Romain Legrand

► **To cite this version:**

Romain Legrand. Suivi de trajectoire autonome et robuste en milieu agricole. Automatique / Robotique. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Atlantique, 2022. Français. NNT : 2022IMTA0330 . tel-04636124

**HAL Id: tel-04636124**

**<https://theses.hal.science/tel-04636124>**

Submitted on 5 Jul 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE  
MINES-TÉLÉCOM ATLANTIQUE BRETAGNE  
PAYS-DE-LA-LOIRE - IMT ATLANTIQUE

ÉCOLE DOCTORALE N° 601  
*Mathématiques et Sciences et Technologies  
de l'Information et de la Communication*  
Spécialité : *Automatique, Productique et Robotique*

Par

**Romain LEGRAND**

**Suivi de trajectoire autonome et robuste en milieu agricole**

Thèse présentée et soutenue au campus de Nantes d'IMT Atlantique, le 2 décembre 2022  
Unité de recherche : Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N)  
Thèse N° : 2022IMTA0330

## Rapporteurs avant soutenance :

Michel BASSET Professeur , UHA  
Roland LENAIN Directeur de recherche, INRAE

## Composition du Jury :

Président :	Michel BASSET	Professeur , UHA
Examineurs :	Anthony DOLLET	Ingénieur expert, société SECOM Engineering
	Roland LENAIN	Directeur de recherche, INRAE
	Reine TALJ	Chargée de recherche CNRS HDR, Université de Technologie de Compiègne
	Pierre-Olivier VANDANJON	Chargé de recherche IFSTTAR, Université Gustave Eiffel
Dir. de thèse :	Philippe CHEVREL	Professeur, IMT Atlantique
Co-encadrant :	Fabien CLAVEAU	Maître assistant, IMT Atlantique

## Invité :

Simon MUSTAKI Ingénieur expert, société Renault



# REMERCIEMENTS

---

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude et mes profonds remerciements à mon directeur de thèse Philippe Chevrel ainsi qu'à mes co-encadrants Fabien Claveau et Paul Loiseau. Leurs connaissances scientifiques pointues, leurs expériences ainsi que leurs investissements ont été particulièrement précieux lors de ces années de thèse. Je retiens particulièrement nos échanges où ont pu se développer des idées fécondes pour notre recherche et parfois mettre en évidence certaines erreurs de ma part. Mais ces échanges, toujours bienveillants, m'ont à chaque fois aidé à aller dans la bonne direction.

Je tiens également à témoigner ma profonde gratitude à Anthony Dollet qui, suite à mon alternance à Secom Engineering, m'a permis de continuer en doctorat alors même que l'entreprise n'avait jamais accueilli de doctorant. Cette confiance m'a beaucoup touché et je suis d'autant plus reconnaissant que cette confiance est renouvelée suite à la fin de la thèse. Je tiens à souligner également ses connaissances scientifiques étendues qui ont été d'une grande utilité lors de nos dialogues.

Je voudrais également remercier Michel Basset et Roland Lenain d'avoir accepté d'évaluer cette thèse. Leurs remarques pertinentes en tant que relecteurs ont permis d'améliorer le présent manuscrit. Ces remerciements s'étendent également aux autres membres du jury, qui m'ont permis de valider ma thèse. Je me souviendrai avec émotion de ma soutenance de thèse animée par leurs questions passionnées.

Je tiens également à remercier mes collègues qui m'ont entouré lors de cette thèse. Leurs taquineries et leur jovialité ont permis la mise en place d'un environnement de travail sain et bienveillant. Je tiens à remercier en particulier Benjamin, qui a été comme un encadrant supplémentaire à ma thèse. Sa disponibilité au quotidien pour répondre à mes questions (même les plus idiotes) a été très appréciée. Je serai à présent nostalgique de nos réunions de travail où les noeuds au cerveau, les impasses et les déblocages étaient de rigueur.

Je ne pouvais pas clôturer ces remerciements sans avoir une pensée émue pour tous mes proches qui ont été là pour fêter mes réussites et sur qui j'ai pu m'appuyer dans les phases de doute. Leur soutien, avant et pendant la thèse, a été un moteur indispensable de cette aventure.

Je dédie cette thèse à mes parents, sans qui je n'aurai pu être la personne que je suis aujourd'hui.



# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>21</b>
1.1	Le robot, du mythe à la réalité . . . . .	21
1.1.1	Un produit de l’imaginaire . . . . .	21
1.1.2	Une réalité tangible qui conquiert notre quotidien . . . . .	22
1.2	La robotique, symbole de l’agriculture moderne . . . . .	24
1.2.1	Des domaines d’application toujours plus larges . . . . .	24
1.2.2	Une réponse à des besoins toujours plus nombreux . . . . .	26
1.2.3	Un secteur dynamique avec de nombreux acteurs en France . . . . .	27
1.3	Contexte de la thèse . . . . .	29
1.3.1	Le véhicule autonome agricole, un défi considérable . . . . .	29
1.3.2	Objectifs de la thèse . . . . .	31
1.3.3	Contributions de la thèse . . . . .	32
1.3.4	Organisation du manuscrit . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Dynamique longitudinale et latérale d’un véhicule off-road</b>	<b>35</b>
2.1	Grandes familles de modèles et choix de modélisation . . . . .	36
2.2	Hypothèses de modélisation . . . . .	38
2.3	Définition des repères de travail . . . . .	39
2.3.1	Définition du repère global $\mathcal{R}_0$ . . . . .	39
2.3.2	Définition du repère véhicule $\mathcal{R}_V$ . . . . .	39
2.3.3	Définition des repères $\mathcal{R}_i$ associées aux roues . . . . .	42
2.3.4	Matrices de passages entre ces différents repères . . . . .	42
2.4	Forces impliquées dans la dynamique du véhicule (hors forces de glissement) . . . . .	45
2.4.1	Poids . . . . .	45
2.4.2	Force de résistance au roulement . . . . .	45
2.4.3	Force aérodynamique . . . . .	46
2.5	Forces de glissement aux roues . . . . .	47
2.5.1	Lexique . . . . .	47
2.5.2	Définitions des notions caractéristiques de la dynamique de glissement des pneumatiques . . . . .	48
2.5.3	Contrainte sur la force de glissement via la loi de Coulomb . . . . .	49
2.5.4	État de l’art des modèles pneumatiques . . . . .	52
2.5.5	Modèle adapté au contexte agricole : modèle <i>TMeasy</i> . . . . .	54
2.6	Calcul des forces normales aux quatre roues . . . . .	59

2.7	Théorèmes fondamentaux de la dynamique . . . . .	62
2.7.1	Principe fondamental de la dynamique selon les axes longitudinal et latéral du véhicule . . . . .	62
2.7.2	Théorème du moment cinétique dans la dynamique de lacet . . . . .	63
2.7.3	Théorème du moment cinétique aux roues . . . . .	63
2.8	Conclusions relatives à la modélisation du véhicule off-road . . . . .	63
<b>3</b>	<b>Conception d'un régulateur latéral robuste d'un véhicule off-road en présence de pentes</b>	<b>65</b>
3.1	État de l'art sur la régulation latérale . . . . .	66
3.1.1	Modèle bicyclette . . . . .	66
3.1.2	Régulateurs sous hypothèses de non glissement des pneumatiques, de type cinématique ou géométrique . . . . .	67
3.1.3	Régulateurs basés sur une modélisation des glissements des pneumatiques . . . . .	70
3.2	Hypothèses de conception du modèle latéral linéaire . . . . .	72
3.3	Calcul des efforts latéraux pneumatiques avec prise en compte des pentes . . . . .	73
3.3.1	Modèle linéaire de glissement latéral . . . . .	74
3.3.2	Simplification des forces normales et du coefficient de raideur des pneus . . . . .	75
3.3.3	Expressions des forces latérales de glissement . . . . .	76
3.4	Représentation d'état du modèle à deux essieux directeurs en présence de pente . . . . .	76
3.4.1	Présentation du modèle de commande . . . . .	76
3.4.2	Écart angulaire . . . . .	77
3.4.3	Écart latéral . . . . .	77
3.4.4	Évolution de la vitesse de lacet . . . . .	78
3.4.5	Représentation dans l'espace d'état du modèle bicyclette étendu . . . . .	78
3.5	Architecture de contrôle latéral du véhicule . . . . .	79
3.5.1	Choix du type de commande . . . . .	79
3.5.2	Définition du modèle standard . . . . .	80
3.5.3	Définition des incertitudes paramétriques et du multimodèle associé . . . . .	82
3.5.4	Modèles générateurs des signaux exogènes . . . . .	85
3.6	Conception de la composante feedforward de la commande . . . . .	85
3.7	Conception de la composante feedback robuste de la commande . . . . .	88
3.7.1	Stratégie globale dans la conception du feedback . . . . .	88
3.7.2	Mise en évidence des fonctions de transfert considérées . . . . .	88
3.7.3	Marges de robustesse . . . . .	91
3.7.4	Problème d'optimisation à vitesse constante . . . . .	93
3.8	Vers une vitesse variable : stratégie du séquençage de gain . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Conception d'un régulateur longitudinal antirenversement d'un véhicule off-road</b>	<b>97</b>
4.1	État de l'art général sur la régulation longitudinale et la stabilité latérale du véhicule . . . . .	98

4.1.1	Génération de la vitesse et de la force motrice nécessaire à l'avancement du véhicule . . . . .	98
4.1.2	Allocation des couples aux roues . . . . .	99
4.1.3	Problématique de stabilité latérale . . . . .	101
4.1.4	Contrôleurs régulant simultanément les dynamiques latérale et longitudinale	103
4.2	Conception du modèle continu de commande . . . . .	104
4.2.1	Hypothèses de travail pour la conception du régulateur longitudinal . . . . .	105
4.2.2	Calcul des forces normales . . . . .	106
4.2.3	Dynamique du centre de gravité . . . . .	107
4.2.4	Dynamique des roues . . . . .	108
4.2.5	Dynamique des pentes . . . . .	109
4.2.6	Évolution de la courbure . . . . .	110
4.2.7	Prise en compte de la masse . . . . .	110
4.2.8	Articulation avec le régulateur latéral . . . . .	111
4.3	Conception du régulateur MPC . . . . .	112
4.3.1	Définition du modèle discret de synthèse . . . . .	112
4.3.2	Résolution du problème NMPC à chaque pas de temps . . . . .	113
4.3.3	Définition de la fonction coût à minimiser . . . . .	116
4.3.4	Définition des contraintes du problème . . . . .	117
4.3.5	Définition de la vitesse de référence . . . . .	121
4.4	Résultats du régulateur MPC dans un simulateur correspondant au modèle de syn- thèse . . . . .	125
4.4.1	Présentation de l'implémentation . . . . .	126
4.4.2	Présentation des trajectoire de référence associées aux simulations . . . . .	127
4.4.3	Simulation sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	129
4.4.4	Simulation sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	134
<b>5</b>	<b>Résultats expérimentaux des organes de contrôle de suivi de trajectoire</b>	<b>141</b>
5.1	Présentation du simulateur réaliste . . . . .	142
5.1.1	Architecture du modèle de simulation réaliste . . . . .	142
5.1.2	Modélisation des capteurs . . . . .	143
5.1.3	Caractéristiques du véhicule . . . . .	144
5.1.4	Définition des différents tests associées à la régulation latérale à vitesse constante	144
5.2	Analyse des performances du régulateur latéral multi-objectif, à vitesse constante .	145
5.2.1	Présentation du régulateur latéral basée sur la cinématique étendue $R_{cin}$ . . .	145
5.2.2	Réglage de $R_{dyn}$ , le régulateur latéral $H_2/H_\infty$ . . . . .	146
5.2.3	Description des simulations évaluant les performances du régulateur latéral	147
5.2.4	Analyse des performances à vitesse faible et constante . . . . .	148
5.2.5	Analyse des performances à vitesse forte et constante . . . . .	156

5.3	Résultats du régulateur longitudinal MPC couplé au régulateur latéral robuste $H_2/H_\infty$	166
5.3.1	Description des tests du régulateur longitudinal anti-renversement en pente	166
5.3.2	Simulation sur $\mathcal{T}_R$ avec une vitesse de référence de 15 km/h	167
5.3.3	Simulation sur $\mathcal{T}_T$ avec une vitesse de référence de 15 km/h	174
5.4	Conclusions générales sur les résultats des tests des régulations latérale et longitudinale	181
<b>Conclusion générale</b>		<b>183</b>
<b>A Matrice de passage entre le repère véhicule et le repère global</b>		<b>187</b>
A.1	Formulaire trigonométrique	187
A.2	Conception de la matrice de passage	187
A.2.1	Détermination des coordonnées des points	187
A.2.2	Matrice de passage d'un repère à l'autre	191
A.3	Preuve du caractère rotatoire de la matrice de passage	192
A.3.1	Calculs préliminaires	192
A.3.2	Calcul du déterminant de la matrice de passage	193
A.3.3	Preuve de l'orthogonalité des vecteurs	195
A.4	Possibilité de cartographie du terrain	196
A.4.1	Dans le cas de pentes simultanément nulles	196
A.4.2	Expression de $\lambda$ en fonction des pentes et du lacet	197
A.4.3	Expression de $\Theta$ en fonction des pentes et du lacet	197
A.4.4	Expression de $\alpha$ en fonction des pentes et du lacet	198
<b>B Composition des mouvements</b>		<b>201</b>
B.1	Position d'un point quelconque du véhicule dans $\mathcal{R}_0$ en fonction de la mesure de position en un autre point quelconque du véhicule	201
B.2	Expression du vecteur vitesse en tout point du véhicule	202
B.3	Calcul de l'accélération au centre de gravité dans $\mathcal{R}_V$	204
B.3.1	En fonction de la vitesse au point I	204
B.3.2	En fonction de la position	205
B.4	Simplification de l'expression de la vitesse d'entraînement	205
<b>C Discussion sur la validité du modèle bicycle</b>		<b>207</b>
C.1	Présentation de l'hypothèse d'Ackermann	207
C.2	Dans le cas d'un seul essieu directeur	209
C.3	Dans le cas de deux essieux directeurs	210
C.4	Conclusions	210
<b>Bibliographie</b>		<b>213</b>

# TABLE DES FIGURES

1.1	Artistes précurseurs ayant traité le thème des créatures humanoïdes artificielles . . .	22
1.2	Quelques unes des révolutions robotiques du XXI <sup>e</sup> siècle . . . . .	23
1.3	Exemples de robots agricoles dans l'élevage . . . . .	24
1.4	Exemples de robots agricoles dans le domaine maraîcher et viticole . . . . .	25
1.5	Évolution de la production française d'agroéquipement (en millions d'euros) . . . .	28
1.6	Architecture fonctionnelle de la régulation de mouvement d'un véhicule autonome	30
2.1	Terrains vus de dessus avec une direction de la pente différente . . . . .	40
2.2	Lien entre le repère $\mathcal{R}_0$ (noir) et $\mathcal{R}_V$ (coloré) . . . . .	41
2.3	Description des rotations entre $\mathcal{R}_V$ et $\mathcal{R}_0$ . . . . .	42
2.4	Visualisation des repères associés aux roues . . . . .	43
2.5	Visualisation de l'angle de dérive à la roue . . . . .	48
2.6	Visualisation des forces horizontales admissibles par roue . . . . .	50
2.7	Profil simplifié des forces de glissement (longitudinal ou latéral) . . . . .	51
2.8	Visualisation des forces latérales calculées par la Magic Formula . . . . .	53
2.9	Allure de la force de glissement $F_i$ du pneumatique $i$ en fonction de son glissement $s_i$ dans le modèle <i>TMEasy</i> . . . . .	55
2.10	Forces de glissement à la roue $i$ en fonction des ratios $s_{x,i}$ , $s_{y,i}$ et la force normale $F_{z,i}$	57
2.11	Transfert de charges en tangage . . . . .	59
2.12	Transfert de charges en roulis . . . . .	59
2.13	Modèle véhicule terrain, avec prise en compte des pentes . . . . .	64
3.1	Types de régulation latérale . . . . .	67
3.2	Principe du Pure Pursuit, avec un seul essieu directeur . . . . .	68
3.3	Principe du Pure Pursuit, avec deux essieux directeurs . . . . .	69
3.4	Forces de glissement latérales à la roue $i$ en fonction des ratios $s_{x,i}$ , $s_{y,i}$ et la force normale $F_{z,i}$ . . . . .	74
3.5	Illustration du modèle véhicule associé à la dynamique latérale . . . . .	77
3.6	Architecture de régulation latérale du véhicule, sous la forme d'un système type feedforward / feedback . . . . .	80
3.7	Modèle standard dédié à la conception du régulateur latérale; partie feedforward et feedback (K + intégrateurs à pas homogène) . . . . .	82
3.8	Représentation des modèles particuliers définissant le multimodèle . . . . .	84
3.9	Réponse impulsionnelle des modèles générateurs . . . . .	85

3.10 Représentation graphique de la contrainte sur la localisation des pôles du système en boucle fermée . . . . .	93
3.11 Stratégie de séquençement de gains . . . . .	95
4.1 Différence maximale entre $\lambda$ et $\psi - \frac{\pi}{2}$ . . . . .	109
4.2 Méthodologie du régulateur MPC . . . . .	115
4.3 Relation entre $LLT_{\text{pente}}$ et la pente $\alpha$ . . . . .	120
4.4 Détermination de la vitesse de référence (km/h) en fonction de la pente et de la courbure de référence . . . . .	125
4.5 Simulateur du régulateur MPC correspondant au modèle de synthèse . . . . .	126
4.6 Visualisation des terrains $\mathcal{T}_R$ et $\mathcal{T}_T$ . . . . .	128
4.7 Évolution des variables associées au chemin de référence sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	129
4.8 Évolution des variables associées à la pente du terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	130
4.9 Performances du régulateur longitudinal sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	130
4.10 Dynamique latérale du véhicule évoluant sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	132
4.11 Visualisation de la commande générée sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	132
4.12 Respect des contraintes associées à la régulation longitudinale (terrain $\mathcal{T}_R$ ) . . . . .	134
4.13 Évolution des variables associées au chemin de référence sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	135
4.14 Évolution des variables associées à la pente du terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	136
4.15 Performances du régulateur longitudinal sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	136
4.16 Dynamique latérale du véhicule sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	137
4.17 Visualisation de la commande générée sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	138
4.18 Respect des contraintes associées à la régulation longitudinale (terrain $\mathcal{T}_T$ ) . . . . .	139
5.1 Architecture globale du simulateur réaliste du véhicule off-road en terrain complexe	142
5.2 Caractéristiques de la trajectoire sur $\mathcal{T}_R$ à faible vitesse . . . . .	148
5.3 Évolution des variables d'écart sur le terrain $\mathcal{T}_R$ à faible vitesse . . . . .	149
5.4 Évolution des angles de braquage sur le terrain $\mathcal{T}_R$ à faible vitesse . . . . .	149
5.5 Évolution de la vitesse de lacet des systèmes régulés par $R_{\text{cin}}$ et $R_{\text{dyn}}$ . . . . .	150
5.6 Évolution du transfert de charges entre les quatre roues au cours du parcours de $\mathcal{T}_R$ à faible vitesse . . . . .	151
5.7 Caractéristiques de la trajectoire sur $\mathcal{T}_T$ à faible vitesse . . . . .	152
5.8 Évolution des variables d'écart sur le terrain $\mathcal{T}_T$ à faible vitesse . . . . .	152
5.9 Évolution des commandes issues des régulateurs $R_{\text{cin}}$ et $R_{\text{dyn}}$ en faible vitesse sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	153
5.10 Évolution du transfert de charges entre les quatre roues au cours du parcours de $\mathcal{T}_T$ à faible vitesse . . . . .	154
5.11 Évolution des vitesses et accélérations au cours du parcours de $\mathcal{T}_T$ à faible vitesse . . . . .	155
5.12 Caractéristiques de la trajectoire sur $\mathcal{T}_R$ à forte vitesse . . . . .	156
5.13 Évolution des variables d'écart sur le terrain $\mathcal{T}_R$ arpenté à forte vitesse . . . . .	157

5.14 Répartition des variables d'écart sur le terrain $\mathcal{T}_R$ arpenté à forte vitesse . . . . .	157
5.15 Évolution des commandes issues des régulateurs $R_{cin}$ et $R_{dyn}$ en forte vitesse sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	158
5.16 Évolution des ratios d'adhérence des 4 roues du système évoluant dans le terrain $\mathcal{T}_R$ à fortes vitesses . . . . .	159
5.17 Évolution des termes feedback ainsi que de leurs constituants pour les deux essieux du véhicule régulé par $R_{dyn}$ sur le terrain $\mathcal{T}_R$ parcouru à vitesse élevée . . . . .	160
5.18 Visualisation du report de charge du véhicule régulé par $R_{dyn}$ sur le terrain $\mathcal{T}_R$ parcouru à vitesse élevée . . . . .	161
5.19 Caractéristiques de la trajectoire sur $\mathcal{T}_T$ à fortes vitesses . . . . .	162
5.20 Évolution des variables d'écart sur le terrain $\mathcal{T}_T$ arpenté à forte vitesse . . . . .	163
5.21 Évolution des commandes issues des régulateurs $R_{cin}$ et $R_{dyn}$ en forte vitesse sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	163
5.22 Visualisation du report de charge du véhicule régulé par $R_{dyn}$ sur le terrain $\mathcal{T}_T$ parcouru à vitesse élevée . . . . .	164
5.23 Dynamiques des 4 roues du système évoluant dans le terrain $\mathcal{T}_T$ à fortes vitesses . . . . .	165
5.24 Visualisation de l'évolution des signaux associés au chemin de référence et à la pente du terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	167
5.25 Évolution des vitesses et accélérations du centre de gravité parcourant le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	168
5.26 Visualisation de la commande aux quatre roues sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	169
5.27 Visualisation de la dynamique aux quatre roues sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	170
5.28 Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	171
5.29 Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	172
5.30 Stabilité du véhicule évoluant dans le terrain $\mathcal{T}_R$ . . . . .	173
5.31 Évolution du ratio d'adhérence à chacune des roues . . . . .	174
5.32 Visualisation de l'évolution des signaux associés au chemin de référence et à la pente sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	175
5.33 Évolution des vitesses et accélérations lors du parcours sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	176
5.34 Visualisation de la commande aux quatre roues sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	177
5.35 Visualisation de la dynamique aux quatre roues sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	177
5.36 Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	178
5.37 Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	179
5.38 Stabilité du véhicule évoluant dans le terrain $\mathcal{T}_T$ . . . . .	179
5.39 Évolution du ratio d'adhérence à chacune des roues . . . . .	180
C.1 Visualisation de l'hypothèse d'Ackermann . . . . .	207
C.2 Écart entre l'angle de braquage des roues avant et la roue médiane virtuelle selon l'hypothèse d'Ackermann dans le cas d'un véhicule à un seul essieu directeur . . . . .	209

C.3 Écart entre l'angle de braquage des roues avant/arrière et la roue médiane virtuelle selon l'hypothèse d'Ackermann dans le cas d'un véhicule à deux essieux directeurs ( $d/L = 0.6$ ) . . . . . 211

# LISTE DES TABLEAUX

---

1.1	Évolution de l'emploi agricole en France entre 1982 et 2019 (source : INSEE) . . . . .	26
1.2	Structure par âge des exploitants agricoles et des personnes en emploi en France en 2019 (source : INSEE) . . . . .	26
2.1	Coefficient de résistance au roulement pour des pneus off-road à basse pression (0.6 bar à 3.2 bars) en fonction du terrain . . . . .	46
2.2	Comparaison entre la force aérodynamique et la force de résistance au roulement .	46
2.3	Coefficient d'adhérence pour des pneus off-road en fonction du terrain . . . . .	51
2.4	Notations des paramètres du modèle TMEasy . . . . .	56
3.1	Incertitudes paramétriques du modèle latéral . . . . .	84
3.2	Quantification de la dispersion des termes des coefficients du feedforward . . . . .	87
4.1	Paramètres véhicule et environnement . . . . .	127
4.2	Contraintes min/max du problème NMPC . . . . .	127
5.1	Description des tests de la régulation latérale à vitesse constante . . . . .	147
5.2	Description des tests de la régulation longitudinale . . . . .	167



# ABRÉVIATIONS

---

## **Unités**

[cm]	centimètre
[deg]	degré (angle)
[h]	heure
[kg]	kilogramme
[km]	kilomètre
[kN]	kilo-newton
[m]	mètre
[N]	newton
[rad]	radian
[s]	seconde
[SU]	sans unité
[T]	tonne

---

## **Outils**

GPS	Global Positioning System
GNSS	Global Navigation Satellite System
RTK	Real Time Kinematic
INS	Inertial Navigation System

---

## **Commande**

FB	Feedback
FF	Feedforward
FL	Front Left (avant gauche), utilisé pour distinguer les roues
FR	Front Right (avant droite), utilisé pour distinguer les roues
RL	Rear Left (arrière gauche), utilisé pour distinguer les roues
RR	Rear Right (arrière droite), utilisé pour distinguer les roues
MPC	Model Predictive Control

---

## **Autres**

CG	Centre de gravité
----	-------------------



# NOTATIONS

---

<b>Repères utilisés</b>		
$\mathcal{R}_0$	Repère associé au plan local de la Terre, à altitude constante, aussi appelé <i>repère global</i>	[SU]
$\mathcal{R}_V$	Repère véhicule, sujet à la pente	[SU]
$\mathcal{R}_i$	Repère associé à la roue $i$	[SU]
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_R}$	Vecteur dont les coordonnées tridimensionnelles sont exprimées dans le repère $\mathcal{R}_i$	[m]
$O_R$	Origine du repère $\mathcal{R}_R$ , $R \in \{0, V\}$ . L'origine du repère véhicule est son centre de gravité	[SU]
$P_{I \rightarrow J}$	Matrice de passage $3 \times 3$ entre le repère $I$ et le repère $J$	[SU]

---

<b>Vitesses et accélérations</b>		
$a_x$	Accélération longitudinale du véhicule au centre de gravité dans $\mathcal{R}_V$	[m.s <sup>-2</sup> ]
$a_y$	Accélération latérale du véhicule au centre de gravité dans $\mathcal{R}_V$	[m.s <sup>-2</sup> ]
$v_x$	Vitesse longitudinale du véhicule au centre de gravité dans $\mathcal{R}_V$	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v_y$	Vitesse latérale du véhicule au centre de gravité dans $\mathcal{R}_V$	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v_{x,i}^r$	Vitesse longitudinale de la roue $i$ exprimée dans le repère $\mathcal{R}_i$	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v_{y,i}^r$	Vitesse latérale de la roue $i$ exprimée dans le repère $\mathcal{R}_i$	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\dot{\psi}$	Vitesse de lacet du véhicule	[rad.s <sup>-1</sup> ]

---

<b>Variables associées à la trajectoire de référence</b>		
$s$	Abscisse curviligne le long de la trajectoire, mesuré au centre de gravité et permettant de localiser le véhicule le long de la trajectoire de référence	[m]
$\rho$	Courbure de la trajectoire de référence	[m <sup>-1</sup> ]
$\psi$	Lacet du véhicule	[rad]
$\psi_{\text{ref}}$	Orientation de la trajectoire de référence	[rad]
$\tilde{\psi}$	Écart angulaire, correspondant à la différence entre $\psi$ et $\psi_{\text{ref}}$	[rad]
$\tilde{y}$	Écart latéral, correspondant à la distance entre le centre de gravité et la trajectoire de référence	[m]

---

---

**Listes de forces descriptives de la dynamique du véhicule**

$F_{\text{gliss},x,i}$	Force de glissement longitudinale appliquée au pneu $i$ , exprimée dans le repère $\mathcal{R}_i$	[N]
$F_{\text{gliss},y,i}$	Force de glissement latérale appliquée au pneu $i$ , exprimée dans $\mathcal{R}_i$	[N]
$F_{z,i}$	Force normale qui s'applique sur la roue $i$ , exprimée dans $\mathcal{R}_i$	[N]
$C_j$	Coefficient de raideur des pneus de l'essieu $j$ dans un contexte de modèle bicycle, $j \in \{F, R\}$ ou coefficient de raideur du pneu de la roue $i$ dans un contexte de modèle 4 roues, $j \in \{FL, FR, RL, RR\}$	[N]
$F_{\text{resis},i}$	Force de résistance au roulement à la roue $i$ , exprimée dans $\mathcal{R}_i$	[N]
$F_{x,i}$	Somme de forces longitudinales à la roue $i$ exprimée dans $\mathcal{R}_V$	[N]
$F_{y,i}$	Somme de forces latérales à la roue $i$ exprimée dans $\mathcal{R}_V$	[N]

---

**Dynamique de la roue**

$\omega_i$	Vitesse de rotation de la roue $i$	[rad.s <sup>-1</sup> ]
$\delta_i$	Angle de braquage de la roue $i$	[rad]
$s_{x,i}$	Ratio de glissement longitudinal subi par le pneu $i$	[SU]
$s_{y,i}$	Ratio de glissement latéral subi par le pneu $i$	[SU]
$r_i$	Rayon de la roue $i$	[m]

---

**Variables associées à la pente**

$\theta$	Pente longitudinale subie par le véhicule	[rad]
$\varphi$	Pente latérale subie par le véhicule	[rad]
$\alpha$	Valeur de la pente du terrain, indépendamment de l'orientation du véhicule	[rad]
$\Theta$	Orientation de la pente dans $\mathcal{R}_0$	[rad]

---

**Variables associées à l'environnement**

$\gamma$	Coefficient de résistance au roulement	[SU]
$\mu$	Coefficient d'adhérence du terrain	[SU]
$g$	Accélération de pesanteur (9.81 m.s <sup>-2</sup> )	[m.s <sup>-2</sup> ]

---

**Géométrie et paramètres du véhicule et de ses organes**

---

$L_R$	Distance longitudinale entre le centre de gravité et l'essieu arrière	[m]
$L_F$	Distance longitudinale entre le centre de gravité et l'essieu avant	[m]
$L$	Empattement du véhicule	[m]
$d_L$	Distance latérale entre le centre de gravité et le côté gauche du véhicule	[m]
$d_R$	Distance latérale entre le centre de gravité et le côté droit du véhicule	[m]
$d$	Voie du véhicule	[m]
$h$	Hauteur du centre de gravité	[m]
$h_{\text{tot}}$	Hauteur totale du véhicule	[m]
$m$	Masse globale du véhicule	[kg]
$I_{r,i}$	Inertie de la roue $i$	[kg.m <sup>2</sup> ]
$r_{r,i}$	Rayon de la roue $i$	[kg.m <sup>2</sup> ]

---



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

## 1.1 Le robot, du mythe à la réalité

### 1.1.1 Un produit de l'imaginaire

Des suivantes s'avancent avec leur roi : statues d'or, elles sont semblables à de jeunes filles vivantes; elles possèdent l'intelligence, la force et la voix; les dieux immortels leur apprenent le travail. Ce sont elles qui se hâtent en avant du monarque.

---

*Iliade, chant 18*  
*Homère*

Cet extrait, décrivant des créations humanoïdes métalliques, animées et indépendantes, fait évidemment écho à la notion bien connue de robot. Pourtant, ce texte n'est pas contemporain, ni même datant du siècle dernier où les premiers robots apparurent en nombre, mais provient bien de l'Antiquité la plus ancienne, celle d'Homère du VIII<sup>e</sup> av. J.C. Ces êtres, créés et animés par le génie artisanal du dieu Héphaïstos, font partie d'un ensemble d'automates forgés par le dieu du feu, parmi lesquels on compte le géant de bronze Talos ou les chiens gardiens du palais d'Alcinoos. Toutes ces créatures avaient alors une tâche à effectuer et un maître à obéir. Ces automates sont une matière de réflexion pour Aristote, qui s'interroge sur ces êtres capables de remplacer l'être humain dans les tâches échéant habituellement aux êtres vivants. Ce pressentiment de l'impact des robots sur le monde du travail ne retrouvera un réel écho que des millénaires plus tard.

Si chaque instrument était capable, sur une simple injonction, ou même présentant ce qu'on va lui demander, d'accomplir le travail qui lui est propre, comme on le raconte des statues de Dédale ou des trépieds d'Héphaïstos, [...] si, de la même manière, les navettes tissaient d'elles-mêmes, et les plectres pinçaient tout seuls la cithare, alors ni les chefs d'artisans n'auraient besoin d'ouvriers, ni les maîtres d'esclaves.

---

*La Politique*  
*Aristote*

Cette vision ne sera réellement étoffée qu'à partir du moment où l'espèce humaine aura les véritables moyens de concevoir des créations jusqu'alors exclusivement mythologiques. À l'heure

des avancées techniques majeures du XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècle, les artistes s'interrogent de plus en plus sur le rapport de l'être humain aux créations intelligentes dont la conception semble de moins en moins inatteignable. L'œuvre qui verra apparaître pour la première fois le terme "robot", issu du tchèque "robota" signifiant "corvée", est la pièce de théâtre *Rossumovi univerzální roboti (R.U.R.)* du dramaturge Karel Čapek écrite en 1920. Dans cette œuvre dystopique, les androïdes, fabriqués en chaîne par les êtres humains afin de les servir, se rebellent contre l'humanité et parviennent à l'anéantir. Cette œuvre fait notamment écho au *Frankenstein ou le Prométhée moderne*, écrit un siècle auparavant par Mary Shelley en 1818. Ces écrits sont représentatifs du fantasme de la créature qui échappe à son créateur, qui depuis est un leitmotiv de l'imaginaire autour des robots; mais plus que les erreurs de conception, ce sont avant tout les multiples failles de l'humanité qui sont mis en lumière.

Ce thème récurrent sera encore une fois abordé dans le célèbre *cycle des robots* d'Issac Asimov, ensemble d'œuvres publiées entre les années 1950 et les années 1980. Dans ces ouvrages, ce biochimiste de formation explore la possibilité de robots obéissant *a priori* aux fameuses lois de la robotique, parfaites et inviolables. L'écrivain imagine alors les multiples situations semblant mettre en défaut ces lois, étayant ainsi une réflexion tant sur le robot que sur l'humain avec lequel il interagit.



(a) Mary Shelley (1797 - 1851)



(b) Karel Čapek (1890 - 1938)



(c) Isaac Asimov (1920 - 1992)

FIGURE 1.1 – Artistes précurseurs ayant traité le thème des créatures humanoïdes artificielles

### 1.1.2 Une réalité tangible qui conquiert notre quotidien

Décrire les premiers robots construits par l'espèce humaine est un exercice périlleux, tant la définition de robots peut être large et interprétée de différentes manières. Selon la définition du Larousse, un robot est un "*appareil automatique capable de manipuler des objets ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe, modifiable ou adaptable*". Or, selon cette définition, il est possible d'inclure des automates créés dès l'Antiquité.

Cependant, plusieurs repères peuvent être établis afin de saisir le contexte de l'avènement des robots. On peut par exemple citer les automates de Jacques Vaucanson pendant le siècle des Lu-

mières, et en particulier son étonnant canard, dont le principal attrait (outre ses mouvements réalistes) était la capacité à dissoudre et à éjecter les aliments qu'il consommait.

Le début du XX<sup>e</sup> siècle voit arriver d'autres automates, qui eux parviennent à interagir avec leur environnement au moyen de capteurs. Les premiers dispositifs réagissaient en réponse à la lumière, à l'instar d'"Electric Dog", créé en 1912 par les ingénieurs John Hammond Jr. et Benjamin Miessner. Le mécanisme de cette machine le faisait se diriger vers les sources lumineuses. Cette avancée, modeste au vu des standards actuels, était alors une véritable révolution scientifique, soulevant même des débats jusque dans le monde de la biologie [0009]. D'autres automates munis de capteurs firent leur apparition dans la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle, tel que Philidog (1928), autre "chien" photosensible par Henri Piraux, ou Elektro (1939) par l'Américain Joseph Barnett fonctionnant par commande vocale.

Grâce aux progrès dans le domaine de l'électronique, de l'informatique et de la mécanique, la suite du XX<sup>e</sup> siècle vit beaucoup d'innovations changeant la robotique à tout jamais : premier robot industriel Unimate (1961) sur les lignes de General Motors; Lunokhod, premier rover téléguidé sur le sol lunaire en 1970 et tant d'autres progrès inédits. Mais les plus grandes avancées sont à constater du côté du robot dans son sens littéral et originel, *i.e.* celui du robot humanoïde. Wabot-1 (1973) de l'université de Waseda fut l'un des premiers robots bipèdes. Les robots d'Honda ont ensuite pris le relais dans les années 1980 et 1990 avec la série E (de E0 à E6), robots bipèdes sans bras. P1, en 1993, inaugure la série P qui verra les premiers robots bipèdes à bras, capables de monter les escaliers. Les années 2000 voient arriver plusieurs itérations d'Asimo, symbole des avancées en robotique qui est capable de serrer la main, courir à 9km/h, reconnaître des visages, parler la langue des signes *etc.* La ressemblance avec l'être humain continue de se renforcer au fur et à mesure des itérations; le robot Sophia en est un exemple représentatif.

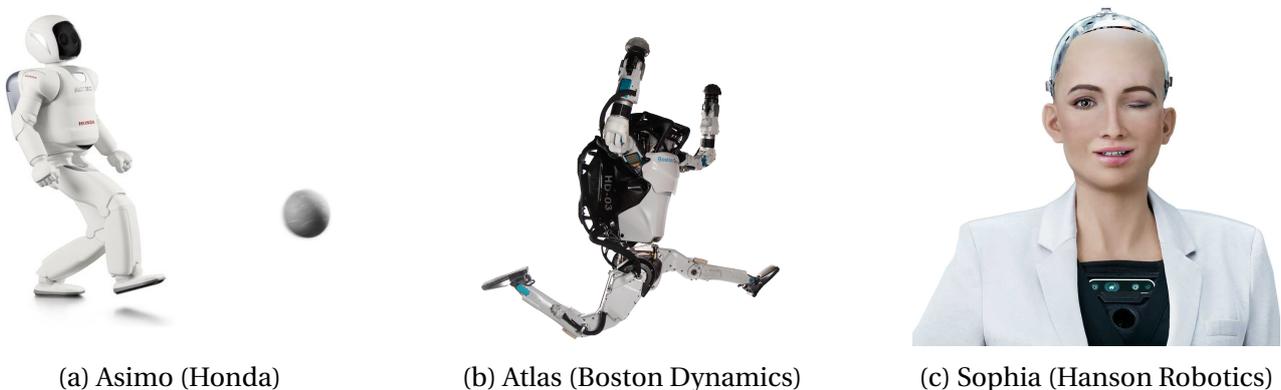


FIGURE 1.2 – Quelques unes des révolutions robotiques du XXI<sup>e</sup> siècle

En parallèle de ces recherches sur le robot humanoïde, les industriels et les chercheurs se sont également intéressés au robot mobile autonome. L'aspect humanoïde n'étant pas nécessaire pour

nombre de tâches, un grand nombre de robots sont plutôt semblables à des véhicules déjà existants. Les architectures et les dimensions pouvant largement varier, leur diffusion fut très rapide dans de nombreux aspects de nos vies : industrie, transports, défense, soin, et même alimentation. La robotique agricole est en effet une réalité depuis une vingtaine d'années et c'est dans ce contexte que s'inscrit cette thèse.

## 1.2 La robotique, symbole de l'agriculture moderne

La présente section s'intéresse au contexte dans lequel s'inscrit la robotique agricole. Cette dernière tend en effet à se démocratiser et ce segment du mémoire vise à donner des éléments d'explication justifiant cette croissance du secteur de robotique agricole, figure incontournable de la troisième révolution de l'agriculture.

### 1.2.1 Des domaines d'application toujours plus larges

#### La robotique dans l'élevage

La traite quotidienne des vaches compte parmi les tâches agricoles les plus contraignantes. Il n'est donc pas étonnant que ce soit l'un des premiers postes de travail qui ait été automatisé dans l'agriculture. Apparu dans les années 1990, le robot de traite est devenu un incontournable de la robotique agricole. En 2019, environ 10% des exploitations laitières en France étaient équipées de tels instruments selon l'Idel. Au fur et à mesure des itérations, ce robot est devenu totalement autonome en effectuant le nettoyage des trayons, l'évacuation du premier lait, la traite en elle-même et enfin la désinfection de la machine. Les outils de communication permettent également en temps réel de mesurer la quantité de lait par trayon et par vache. Ces mesures biologiques permettent de plus de détecter précocement d'éventuelles maladies.



(a) Robot de traite (Lely)



(b) Mélangeuse automotrice (Kuhn)

FIGURE 1.3 – Exemples de robots agricoles dans l'élevage

L'autre poste de robotique dans l'élevage est l'alimentation des bêtes. Allant du repousse fourrages au distributeur automatique de concentré (DAC) en passant par les distributeurs de lait pour les veaux, ces machines permettent un gain de temps important pour l'éleveur et une optimisa-

tion des ressources limitant le gaspillage. Des solutions pour le paillage, le raclage ou l'aspiration de lisier sont également nombreuses sur le marché.

### La robotique dans les cultures végétales

La robotique dans les cultures végétales se développe très vite grâce à l'introduction massive des capteurs haute précision dans les champs. La perception des robots, qui s'améliore toujours plus, permet de considérer l'automatisation de tâches qui semblaient impossibles auparavant. Ces avancées sont d'abord apparues dans un premier temps dans le maraîchage, en raison de la relative régularité des parcelles. Les robots autonomes sont déjà capables de biner, désherber, irriguer, pulvériser et récolter dans nombre de cultures maraîchères. Cette avancée s'est faite de manière progressive et le niveau d'autonomie des machines continue d'augmenter. Par exemple, la tâche de désherbage s'est étoffée d'itérations en itérations : d'abord strictement effectué entre les rangs d'une même culture, il est possible à présent au moyen d'intelligences artificielles toujours plus performantes d'étendre cette tâche entre les plants d'un même rang.



(a) Robot Orio (Naïo Technologies)



(b) Robot Anatis (Carré)



(c) Robot Traxx (Exxact Robotics)



(d) Robot Bakus (Vitibot)

FIGURE 1.4 – Exemples de robots agricoles dans le domaine maraîcher et viticole

Les grandes cultures céréalières et viticoles ne sont pas en reste dans ce développement de la robotique. Les tâches de gestion de l'enherbement des vignes (via des tondeuses autonomes), de travail de la vigne (taille, effeuillage) ou de pulvérisation de précision sont de mieux en mieux

gérées par des robots qui parviennent progressivement à s’adapter à un milieu peu structuré tout en évitant d’endommager les ceps.

### 1.2.2 Une réponse à des besoins toujours plus nombreux

La robotique se révèle être indispensable à plusieurs égards dans le secteur agricole, sujet à des contraintes de productivité croissante. Cette exigence s’accompagne en plus de problématiques inédites d’ordre socio-économique et environnemental.

**Un manque de bras et une demande plus forte** La première des contraintes encourageant les agriculteurs à investir dans des robots agricoles est leur productivité [SK21], leur permettant d’être indépendants d’une main d’œuvre rare. En effet, le secteur peine à recruter de manière pérenne alors que la dimension des exploitations augmente. En France, le secteur agricole subit depuis de nombreuses années une diminution importante du nombre de travailleurs, voir Table 1.1.

	Nombre d’individus		Proportion de l’emploi total	
	1982	2019	1982	2019
Exploitants agricoles	1 600 000	400 000	7.1%	1.5%
Ouvriers agricoles	310 000	250 000	1.4%	0.9%

TABLE 1.1 – Évolution de l’emploi agricole en France entre 1982 et 2019 (source : INSEE)

Cette diminution s’explique en partie par l’évolution des pratiques agricoles et des outils à la disposition des agriculteurs. Cependant, il s’agit également d’un secteur dont l’attractivité est en berne et dont la population vieillit. Selon le tableau 1.2, plus de la moitié des exploitants agricoles a plus de 50 ans. Le secteur agricole constitue ainsi, et de loin, le groupe socioprofessionnel ayant proportionnellement le plus de seniors en activité.

	15-24 ans	25-49 ans	50 ans et plus
Exploitants agricoles	1.1%	44.3%	54.6%
Personnes en emploi	8.4%	60.6%	31%

TABLE 1.2 – Structure par âge des exploitants agricoles et des personnes en emploi en France en 2019 (source : INSEE)

La robotique agricole constitue donc une solution à ce manque de main d’œuvre et permet d’accompagner la mutation actuelle du monde du travail. La robotique agricole permet également d’améliorer significativement les conditions de travail dans un secteur où le temps de travail hebdomadaire est important.<sup>1</sup> De plus, il permet la prévention des troubles musculo-squelettiques très fréquents chez les travailleurs effectuant des tâches répétitives et pénibles.

1. Selon l’INSEE, il s’élevait pour un agriculteur à 55 heures en moyenne en 2019, contre 37 heures pour l’ensemble des personnes en emploi

**L'impératif environnemental** L'urgence écologique est également un argument en faveur des robots agricoles [SK21], notamment dans le domaine des cultures végétales qui nous intéressent plus spécifiquement. Le modèle productiviste a une responsabilité considérable dans l'effondrement de la biodiversité européenne et mondiale [SW19]<sup>2 3</sup>.

Les solutions pour limiter cette chute de biodiversité sont nombreuses; le passage à l'agriculture biologique, la limitation d'intrants chimiques, le non-travail du sol, la rotation des cultures sont des moyens parmi d'autres d'y parvenir. Cependant, l'ensemble de ces solutions nécessitent des interventions toujours plus fréquentes dans les parcelles qui nécessitent un suivi plus précis et localisé. Dans un contexte de pénurie de main d'œuvre (voir paragraphe précédent) et de nécessité de nourrir une population toujours croissante, cette équation semble difficile, voire impossible à résoudre de manière globale sans un changement de paradigme. L'agriculture de précision relève donc d'une nécessité dans les cultures végétales dans les années à venir. Les robots agricoles, de plus en plus spécialisés, deviennent de plus en plus petits, ce qui permet en plus une économie d'énergie également substantielle tout en réduisant drastiquement le tassement du sol.

### 1.2.3 Un secteur dynamique avec de nombreux acteurs en France

Selon l'Axema [Axe22], la France est la première puissance agricole européenne dans la production de céréales, de pommes de terre, de cultures industrielles, de plantes fourragères, de bovins pour la viande, de volailles et de vins. La production en 2021 s'élevait en France, en valeur de prix de base, à 79.5 milliards d'euros en France, soit 17% de la production européenne (UE27 + Royaume-Uni), devant l'Allemagne et l'Espagne à respectivement 12.7% et 12.4%.

La France est donc un milieu particulièrement favorable à l'implantation d'acteurs du milieu de l'agroéquipement. Ces acteurs, représentant des milliers de personnes, fonctionnent en synergie pour accompagner la robotisation du secteur agricole.

**Industriels de l'agroéquipement** Les industriels français constituent un chaînon essentiel de ce secteur dynamique. L'Axema, syndicat français des acteurs industriels de la filière des agroéquipements et de l'agroenvironnement, regroupe 250 entreprises et plus de 90% de l'offre française d'agroéquipement. Le secteur revendique pour la seule branche de production d'agroéquipement un chiffre d'affaires de 5.5 milliards d'euros en 2021, dont plus de 60% est exporté, voir figure 1.5.

Cette diversité des entreprises permet l'émergence de figures de proue, comme Vitibot, Naïo Technologies ou Exxact Robotics. Dans le même temps, une large part des entreprises traitant de la robotique agricole en France sont des TPE/PME<sup>4</sup>. Le secteur entrepreneurial de la robotique agricole en France est très dynamique. Cela est notamment visible par la longévité et le succès du SIMA, salon des solutions et technologies pour une agriculture performante et durable, devient centenaire lors de son édition de 2022. Le SIMA, organisé par l'Axema, rassemble 1800 exposants

---

2. Près de 80% des insectes ont disparu en 30 ans sur le territoire européen.

3. À l'échelle mondiale, 40% des espèces d'insectes sont actuellement en danger d'extinction.

4. 86% des adhérents de l'Axema sont des TPE ou PME



FIGURE 1.5 – Évolution de la production française d’agroéquipement (en millions d’euros)

provenant de 42 pays. Cette diversité des entreprises permet l’émergence de figures de proue, comme Vitibot, Naïo Technologies ou Exxact Robotics. Une large part des entreprises traitant de la robotique agricole en France sont des TPE/PME<sup>5</sup>. Le secteur entrepreneurial de la robotique agricole en France est très dynamique. Cela est notamment visible par la longévité et le succès du SIMA, Salon International du Machinisme Agricole, qui est devenu centenaire lors de son édition de 2022. Le SIMA, organisé par l’Axema, revendique 1800 exposants provenant de 42 pays.

**Instituts de recherche et organismes publics** Le secteur public est aussi un acteur incontournable de cette révolution. Cette contribution commence dès la formation. La France est notamment dotée d’un réseau de 12 écoles de l’enseignement supérieur agronomique, permettant la formation de près de 12 000 ingénieurs agronomes par an, en progression de 6% entre 2019 et 2020.

Les instituts publics, comme l’INRAE (Institut national de recherche pour l’agriculture, l’alimentation et l’environnement) contribuent au rayonnement de la filière robotique agricole. Cet institut est spécialisé dans la recherche liée aux enjeux de l’agriculture de demain, incluant les aspects robotiques. Avec plus de 2000 chercheurs et 202 unités de recherche, cela permet à cet institut d’être une référence dans le domaine agricole. Cependant, bien d’autres instituts effectuent des projets en lien avec la robotique agricole, même si l’agriculture ne constitue pas leur cœur de métier. C’est le cas par exemple pour l’INRIA (Institut national de recherche en sciences et technologies du numérique) qui prend part à des projets autour de la numérisation de l’agriculture. Toutilo est un des exemples de ces projets. La collaboration avec la PME Touti Terre a permis de construire un robot répondant à des problématiques de robotiques agricole en ajoutant progressivement plusieurs briques technologiques permettant de répondre aux besoins d’autonomie,

5. 86% des adhérents de l’Axema sont des TPE ou PME

d'ergonomie et de productivité des exploitations maraîchères.

**Une union féconde** Pour améliorer l'interaction entre tous ces acteurs et permettre une innovation plus efficace, l'association RobAgri vit le jour en 2017 sous l'impulsion de l'Axema et de l'INRAE. Le but de cette association est de rassembler dans une même instance les acteurs engagés dans le développement de la robotique agricole en France : industriels, start-ups, laboratoires, écoles agricoles *etc.* Cette association permet notamment de renforcer la filière et permettre un développement pérenne sur les années à venir. Notamment, grâce à son action, le plan France 2030 (annoncé en décembre 2021) consacre plus de 2.3 milliards d'euros aux transitions agricoles et alimentaires dans lesquelles la robotique agricole trouve toute sa place.

Une autre illustration de cette synergie fructueuse entre les acteurs privés et publics de ce secteur est le salon FIRA, le Forum International de la Robotique agricole. Lancée en 2016 par l'initiative de Naïo Technologies, le salon est désormais organisé par l'association GOFAR (Global Organization For Agricultural Robotics), créée en 2019 par les participations conjointes de l'Axema et de Robagri. Il s'agit maintenant d'un rendez-vous de référence, qui s'est même exporté de l'autre côté de l'Atlantique sous le nom "FIRA USA".

## 1.3 Contexte de la thèse

### 1.3.1 Le véhicule autonome agricole, un défi considérable

[Low+20] propose la définition suivante des robots opérant sur le terrain en agriculture : *dispositif mécatronique mobile et autonome d'aide à la décision, effectuant des tâches dans le domaine de la production agricole (préparation du sol, semis, repiquage, désherbage, traitement antiparasitaire et récolte, par exemple), sous surveillance humaine, mais sans intervention directe de la personne.* Nous allons donc dans cette thèse nous intéresser à un niveau d'automatisation élevé des véhicules agricoles à considérer. Cependant, seule la motricité des véhicules est abordée ici. Le contrôle des outils du véhicule, dépendants de la tâche à effectuer, n'est pas abordé ici. Seule la fonction de déplacement est traitée dans la thèse. Il est nécessaire de considérer les problématiques liées au déplacement d'un véhicule dans un milieu non structuré. Trois questions doivent être traitées afin de parvenir à déplacer ce véhicule en toute sérénité :

1. Dans quelle configuration se trouve le véhicule ?
2. Quel est l'objectif à atteindre ?
3. Quels sont les moyens d'atteindre cet objectif ?

La première question relève de la notion de **perception**. Tous les robots sont, en effet, dotés de capteurs leur permettant de prendre connaissance de son environnement. Si on adopte une métaphore liée aux êtres vivants, les capteurs correspondent aux organes liés aux sens, comme les yeux, les oreilles ou le système vestibulaire. Ces capteurs peuvent être divisés en deux catégories :

- Les capteurs proprioceptifs permettent de mesurer les grandeurs intrinsèques du robot, indépendamment de l’environnement. Les accéléromètres ou gyromètres comptent par les exemples les plus courants.
- Les capteurs extéroceptifs, quant à eux, permettent d’obtenir des informations sur l’environnement du système. Les antennes GPS, les capteurs à ultrasons ou les capteurs LiDARs permettent au système de se positionner de manière absolue ou relative par rapport aux objets environnants.

Il s’agit d’un sujet particulièrement important dans la robotique agricole, où le terrain meuble et les pentes peuvent être fondamentales dans la dynamique du véhicule. Ce genre de contexte nécessite un caractère perceptif fort du système à contrôler afin d’éviter de manquer d’informations capitales.

La seconde interrogation repose sur la phase de **planification**. Cette planification compile les informations liées à la perception et en déduit une trajectoire de référence, dépendante donc de la configuration actuelle du véhicule. Dans le cas du véhicule autonome, elle peut s’exprimer sous la forme d’une position, d’une vitesse ou d’une orientation à atteindre (ou les trois simultanément). Dans certains sujets de véhicules autonomes, cette phase peut être particulièrement importante et ardue, notamment dans la notion d’évitement d’obstacles.

La dernière interrogation correspond aux problématiques de **commande**, dont le but est de communiquer des instructions aux différents actionneurs du système de telle sorte à atteindre l’objectif. Cette phase de la commande considère non seulement l’intention exprimée par l’organe de planification, mais doit également prendre en compte la configuration ou état du véhicule décrit par l’organe de perception.

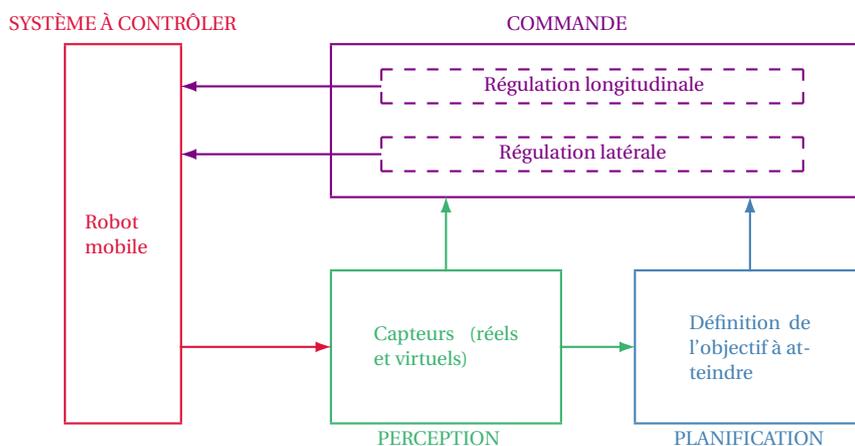


FIGURE 1.6 – Architecture fonctionnelle de la régulation de mouvement d’un véhicule autonome

### 1.3.2 Objectifs de la thèse

Maintenant que les problématiques élémentaires liées à la conception d'un véhicule autonome sont établies, il est temps de décrire précisément la portée de la thèse s'inscrivant dans ce contexte.

Intéressons-nous tout d'abord à l'aspect de perception de la thèse. Le domaine de la perception est un champ de recherche très dynamique où les avancées sont considérables. Bien que fondamentales dans la régulation efficace d'un véhicule comme le montre la figure 1.6, ce manuscrit ne traitera pas de telles problématiques. Les outils développés dans cette thèse supposent avoir à leur disposition une mesure fiable des différents capteurs fonctionnant de manière nominale. Il s'agit d'une hypothèse pouvant être remise en cause dans certaines situations où la disponibilité de certains capteurs se trouve être détériorée, notamment pour les récepteurs GNSS.

En ce qui concerne la planification, elle est pleinement traitée dans cette thèse avec néanmoins une hypothèse forte, celle de l'invariabilité du chemin de référence. Il est, en effet, supposé que le chemin de référence, constitué de segments successifs dans l'espace en trois dimensions du terrain, ne se trouve pas altéré durant le suivi de trajectoire. Dans un contexte urbain, cette hypothèse serait très forte, car elle empêche la prise en compte d'éventuels obstacles. Cependant, un chemin de référence pré-établi à l'avance reste acceptable dans un terrain peu changeant où seul le véhicule est censé évoluer. Cela n'empêche pas pour autant d'établir des systèmes d'arrêts d'urgence en cas de perception d'un obstacle inopiné détecté par l'organe de perception. Cependant, le manuscrit ne traite pas de ce type de situations, relevant de la sûreté de fonctionnement.

Une fois cette hypothèse établie, la phase de la planification est donc grandement simplifiée. La définition du chemin de référence fixe est effectuée en amont du parcours du véhicule, qui a connaissance de l'ensemble des points constitutifs du chemin de référence. La phase de planification, outre cette dimension de chemin de référence, concerne également la configuration du véhicule que doit adopter le véhicule le long de cette trajectoire. On pense notamment à la vitesse, qui peut être modulée le long de la trajectoire. En raison de la configuration des régulateurs, cette dimension est traitée directement par les régulateurs, sous forme d'objectifs de commande.

Intéressons-nous dès à présent au point central de cette thèse, correspondant à la phase de commande du véhicule. On rappelle que l'objectif de la thèse est d'étudier la gestion de la mobilité d'un véhicule agricole en milieu ouvert. Or, le mouvement d'un véhicule se décompose en deux composantes principales, longitudinale et latérale. La première correspond à l'évolution de la position du véhicule le long de l'axe déterminé par l'orientation de ce même véhicule. Un mouvement en ligne droite est par exemple caractérisé par une dynamique purement longitudinale. La dynamique latérale, elle, considère le mouvement perpendiculaire à l'axe du véhicule. Ce mouvement intervient lors d'un virage par exemple. Dans le cadre de cette thèse, il a été choisi de considérer ces deux dynamiques, bien que liées, de manière distincte au sein de l'organe de contrôle. La

thèse s'intéresse à la conception d'un régulateur latéral, responsable de la dynamique latérale via la commande des angles de braquage des roues et similairement un régulateur longitudinal pour la dynamique longitudinale contrôlant les couples des moteurs à chacune des roues. Les objectifs de ces régulateurs sont distincts :

- Objectif du régulateur latéral : limiter simultanément l'écart angulaire et l'écart latéral par rapport au chemin de référence.
- Objectif du régulateur longitudinal : permettre le mouvement du véhicule à la vitesse maximale indiquée par l'utilisateur. Cette vitesse doit néanmoins pouvoir être modulée dans les situations dangereuses, notamment en termes de stabilité.

Cette dernière remarque place donc le véhicule dans un terrain mettant en danger sa stabilité. C'est le cas des robots viticoles, qui évoluent dans des pentes importantes sur un sol meuble. La stabilité du véhicule est un point majeur de cette thèse, qui utilise cette notion pour établir une commande qui se veut être compatible avec la nécessité d'empêcher le renversement du véhicule.

Ce découplage des régulateurs peut être sujet à débat : il est évident que les dynamiques sont mutuellement dépendantes et que les traiter séparément peut représenter un problème. Cependant, cette contrainte est traitée dans la conception des régulateurs. Par exemple, la méthodologie d'élaboration du régulateur latéral suppose une vitesse constante et propose ensuite une stratégie permettant d'étendre la valeur de la vitesse admissible à une plage étendue de valeur de vitesses. Ainsi, bien que le régulateur latéral n'ait pas le contrôle de la vitesse, il est capable de s'adapter aux changements induits par l'autre contrôleur. De même, le régulateur longitudinal, en supposant avoir connaissance des angles de braquage, génère sa commande en phase avec celle du contrôleur latéral. Il s'agit d'un effort supplémentaire dans la conception de chacun des régulateurs qui permet néanmoins de dégager certains avantages notables. Le premier de ces avantages est la capacité à adopter des modèles de synthèse simplifiés, au degré de complexité juste nécessaire pour décrire la dynamique en question. Un second avantage marquant est la capacité à régler les régulateurs indépendamment, simplifiant ainsi grandement l'implémentation et la conception de ces derniers. Enfin, cette architecture modulaire de la commande permet, d'un point de vue de l'utilisateur, une plus grande liberté dans la possibilité d'utiliser tel ou tel régulateur en fonction de ses besoins.

À travers le choix de contrôler le mouvement du véhicule via les angles de braquage aux roues et les couples des moteurs aux roues, cette thèse considère que le système à contrôler dispose de quatre roues directrices, chacune munie d'un moteur indépendant permettant sa rotation. La méthodologie présentée dans la thèse permet néanmoins de considérer des systèmes à degré de liberté inférieur, avec un risque de perte de performance et de stabilité.

### 1.3.3 Contributions de la thèse

Les travaux scientifiques développés le long de cette thèse s'inscrivent dans le cadre d'un partenariat encadré par une convention CIFRE entre le Laboratoire des Sciences du Numérique de

Nantes (LS2N) à l'Institut Mines-Télécom (IMT) Atlantique, et de l'entreprise Secom Engineering localisée dans la région nantaise.

Cette thèse contribue au sujet de suivi de trajectoire autonome d'un véhicule agricole évoluant en milieu complexe. Ce véhicule, au moyen de capteurs *ad hoc*, compile l'ensemble des données nécessaires à la génération de commandes régulant les dynamiques latérale et longitudinale du système. La thèse porte plus précisément sur la capacité de ce véhicule dit off-road à suivre une trajectoire prédéfinie, de manière robuste et sécurisée en adaptant la vitesse à la configuration du terrain, évitant ainsi le risque de renversement. La régulation du véhicule est effectuée via deux régulateurs découplés, chacun agissant sur une dynamique particulière du véhicule (latérale ou longitudinale). La considération des spécificités du terrain complexe (pentes fortes, adhérence faible) et les conséquences sur le véhicule, par exemple le transfert de charges, sont considérées dès la conception de chacun des régulateurs.

#### **Communication dans des conférences avec actes et comité de lecture**

- Romain LEGRAND, Fabien CLAVEAU, Philippe CHEVREL, Benjamin RANCINANGUE et Anthony DOLLET, *Multivariable lateral control of an off-road vehicle operating on sloping grounds*, à l'European Control Conference (ECC), Londres, juin 2022
- Romain LEGRAND, Fabien CLAVEAU, Philippe CHEVREL, Benjamin RANCINANGUE et Anthony DOLLET,  *$H_2/H_\infty$  robust lateral control of an off-road two-steering-axle vehicle on slippery sloping soils*, à l'IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND), Kyoto, août 2022
- Romain LEGRAND, Fabien CLAVEAU, Philippe CHEVREL et Anthony DOLLET *NL-MPC methodology for cruise control design of off road vehicles under anti-rollover constraint* (en cours de rédaction)

#### **Communication dans des colloques ou des journées scientifiques sans actes**

- Romain LEGRAND, Philippe CHEVREL et Fabien CLAVEAU, *Régulation latérale d'un véhicule évoluant sur un sol peu adhérent*, aux journées doctorales de l'école doctorale Mathstic, Nantes, mai 2021
- Romain LEGRAND, Philippe CHEVREL et Fabien CLAVEAU, *Contrôle latérale robuste d'un véhicule off-road en terrain complexe*, aux journées nationales de la SAGIP, Nantes, juillet 2021
- Romain LEGRAND, Philippe CHEVREL et Fabien CLAVEAU, *Contrôle d'un robot enjambeur off-road*, au séminaire de recherche à l'IMT Atlantique, "Transition numérique et industrielle", novembre 2021

### **1.3.4 Organisation du manuscrit**

**Chapitre 2 : Dynamique longitudinale et latérale d'un véhicule off-road** Ce chapitre propose un état de l'art étendu sur la dynamique latérale et longitudinal d'un véhicule évoluant sur un ter-

rain pentu et peu adhérent. Une présentation des forces agissant sur le véhicule permet de définir un modèle dynamique réaliste, prenant en compte les transferts de charges et l'influence des pentes. Ce modèle sert de base aux modèles de synthèse des régulateurs longitudinal et latéral.

**Chapitre 3 : Conception d'un régulateur latéral robuste d'un véhicule off-road en présence de pentes** Ce chapitre développe l'élaboration d'un contrôleur latéral d'un véhicule évoluant en terrain complexe. Suite à un état de l'art sur les méthodes de régulation latérale, un modèle de synthèse simple et innovant prenant en compte les pentes est créé. L'architecture feedforward / feedback de ce régulateur est décrit en détail dans cette section. La possibilité d'étendre l'utilisation de ce régulateur pour une plage de vitesses spécifique est explorée en fin de chapitre.

**Chapitre 4 : Conception d'un régulateur longitudinal antirenversement d'un véhicule off-road** Ce chapitre décrit la conception d'un régulateur longitudinal permettant de moduler la vitesse du véhicule dans un objectif de stabilité latérale. Après un état de l'art sur le contrôle longitudinal et la stabilité latérale, un modèle de synthèse discret est défini dans le but de supporter la commande prédictive longitudinale. Les objectifs de la régulation longitudinale (le suivi de vitesse et la recherche de stabilité latérale entre autres) sont décrits en détail dans un second temps. L'ensemble de ces données permettent la définition d'un problème d'optimisation avec contraintes qui génèrent la commande des couples des moteurs aux roues. Des simulations de ce régulateur longitudinal prédictif clôturent le chapitre.

**Chapitre 5 : Résultats expérimentaux des organes de contrôle de suivi de trajectoire** On effectue dans ce chapitre des simulations permettant de tester les performances et les limites des régulateurs décrits dans les chapitres précédentes. Le simulateur réaliste est brièvement décrit avant de tester le régulateur latéral à vitesse constante dans différents chemins de référence. Finalement, le régulateur longitudinal, couplé au régulateur latéral, est testé dans des configurations de terrains difficiles et une vitesse de référence élevée.

**Conclusion et perspectives** Cette partie a pour but de rappeler les objectifs de la thèse et de rappeler les contributions sur la régulation d'un véhicule off-road évoluant en terrain complexe. À partir des résultats obtenus, une conclusion générale est proposée mettant en exergue les aspects les plus importants du travail réalisé. Finalement, les perspectives de cette thèse sont précisées.

# DYNAMIQUE LONGITUDINALE ET LATÉRALE D'UN VÉHICULE OFF-ROAD

## Sommaire du chapitre

2.1	Grandes familles de modèles et choix de modélisation . . . . .	36
2.2	Hypothèses de modélisation . . . . .	38
2.3	Définition des repères de travail . . . . .	39
2.4	Forces impliquées dans la dynamique du véhicule (hors forces de glissement) . . .	45
2.5	Forces de glissement aux roues . . . . .	47
2.6	Calcul des forces normales aux quatre roues . . . . .	59
2.7	Théorèmes fondamentaux de la dynamique . . . . .	62
2.8	Conclusions relatives à la modélisation du véhicule off-road . . . . .	63

Afin de concevoir la régulation longitudinale et latérale du véhicule qui nous intéresse (*ie* un véhicule off-road à 4 roues en terrain complexe), il est nécessaire de le modéliser. On se repose pour cela sur les équations algèbro-différentielles spécifiques au domaine de la dynamique du véhicule qui régissent l'évolution de variables d'état du véhicule. Ce chapitre aura donc comme objectif d'exprimer et de décrire quantitativement les phénomènes mécaniques s'appliquant sur le système à contrôler, comme les forces de glissement ou les forces de résistance au roulement.

Le lecteur attentif veillera à ne pas confondre le modèle véhicule présenté dans ce chapitre avec ceux introduits en chapitres 3 et 4. Ce chapitre-ci vise avant tout à énoncer les principaux phénomènes physiques intervenant dans la dynamique du véhicule et extraire les expressions descriptives de ces dernières. Ces expressions sont notamment utilisées dans le simulateur introduit dans le chapitre 5. Le modèle résultant est appelé *modèle de simulation*. Ce dernier est à distinguer des *modèles de commande* ou *modèles de synthèse* introduits dans les chapitres 3 et 4 qui eux sont issus d'une simplification des expressions formulées dans ce chapitre-ci. Il est, en effet, utile dans de nombreux pans de l'automatique de rendre certaines expressions plus simples afin de valoriser les caractéristiques du modèle simplifié. Toute la difficulté est de parvenir à établir précisément le périmètre de validité de ce modèle de commande qui doit être suffisamment simple pour en extraire une commande dans un temps raisonnable, mais suffisamment complet pour considérer les principaux phénomènes s'appliquant au système et respecter les objectifs de contrôle.

Avant de définir les limites et le cadre des modèles de commande, il est donc impératif de définir les équations plus élaborées du modèle de simulation et les hypothèses sur lesquelles il repose. Dans le cadre de ce travail, ce travail de modélisation est d'autant plus primordial que la dynamique véhicule est rarement considérée sur un terrain pentu, *a fortiori* sur un terrain non adhérent.

## 2.1 Grandes familles de modèles et choix de modélisation

Dans un premier temps, nous allons lister les différentes catégories de modélisation du véhicule présentes dans la littérature. Les choix est fondamental car il conditionne les capteurs nécessaires, les paramètres du véhicule connus *a priori* et le type de commande qui sera adopté.

**Modèles cinématiques** Cette première famille de modèles définit le mouvement du véhicule uniquement avec des considérations géométriques. Ce type de modèle peut être d'une complexité variable, passant d'un modèle ponctuel (où le véhicule est modélisé par un point) [YLH14], à un modèle bicycle [Ng+20] jusqu'à une modélisation cinématique inspiré de la robotique [Maa11]. Ici, les efforts et les flux (selon la sémantique du Bond Graph), *i.e.* les vitesses ou accélérations dans ce contexte, sont considérés comme des paramètres ou des constantes à partir desquels sont déduites les autres variables d'état du véhicule. Comme les grandeurs dynamiques (vitesses ou accélérations) sont des paramètres ou des entrées du modèle, la connaissance des variables inertielles du système (masse ou moment d'inertie) n'est pas indispensable. Ce genre de modèle a par conséquent besoin de peu de connaissances *a priori* sur le véhicule.

**Modèles dynamiques** Les modèles dynamiques se distinguent des modèles cinématiques dans le sens où l'évolution des flux et des efforts (au sens du Bond Graph) est modélisée de manière complète. Les variations des vitesses ou des accélérations étant considérées, le modèle doit prendre en compte le caractère inertiel du système, à travers la considération des transferts de charges, des inerties de rotations, etc. Ces modèles prennent ainsi en compte le bilan des forces qui s'applique sur le système. Les seules entrées de ce type de système sont donc les efforts et forces s'appliquant sur le véhicule, et naturellement, certains paramètres géométriques comme l'empattement ou la voie du véhicule. Le modèle dynamique peut, comme les modèles cinématiques, être d'une complexité variable. [Liu+13] [Jeo+13] considèrent un modèle à 3 degrés de liberté tandis que d'autres considèrent des modèles plus complexes, en passant notamment par le lagrangien [Gha+20]. Une comparaison entre un modèle dynamique et un autre cinématique est proposé en [Kon+15] et [Ge+21].

**Modèles hybrides** Dans le cadre de certains systèmes complexes, il est nécessaire de considérer des modèles hybrides, qui empruntent simultanément ou alternativement aux modèles dynamiques et cinématiques. Dans le cas où un système posséderait plusieurs moyens d'actionne-

ment, il n'est pas rare de considérer les dynamiques selon chacune des commandes de manière différente. Dans le contexte qui nous intéresse, celui de véhicule autonome, il est possible d'établir une distinction entre la dynamique longitudinale et la dynamique latérale. En effet, la première est principalement caractérisée par la valeur de couples aux essieux moteurs, tandis que la dynamique latérale est en grande partie déterminée par les angles de braquage (on ignore volontairement les systèmes type chenille ou skid-steer, où ces deux dynamiques sont commandées par une unique commande de rotation des roues). Dans ces cas-là, lorsque le concepteur d'une loi de commande ne s'intéresse qu'à une des deux dynamiques, il peut les définir de manière distincte, le plus souvent dans un but de simplification de la dynamique qui n'est pas celle d'intérêt. On retrouve ce type de modèle dans [Gui+14] ou [Der18] à travers un modèle de *cinématique étendue* dans un contexte de régulation latérale d'un véhicule. Dans ce cadre, les équations d'évolutions d'abscisse curviligne  $s$  (2.1a), de l'écart latéral  $\tilde{y}_R$  (2.1b) et angulaire  $\tilde{\psi}_R$  (2.1c) mesurés à l'essieu arrière sont des équations purement cinématiques, tandis que l'évolution du lacet (2.1d) et du glissement (2.1e) sont dynamiques. L'évolution longitudinale est décrite de manière cinématique, contrairement à l'évolution latérale décrite dynamiquement.  $\beta_i$  et  $\delta_i$  sont respectivement les angles de dérive et de braquage moyen à l'essieu  $i$  ( $F$  pour avant,  $R$  pour arrière).  $\rho$  est la courbure et  $v_R$  la vitesse mesurée au milieu de l'essieu arrière.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{s} = v_R \frac{\cos(\tilde{\psi}_R + \beta_R + \delta_R)}{1 - \rho(s)\tilde{y}_R} \quad (2.1a) \\ \dot{\tilde{y}}_R = v_R \sin(\tilde{\psi}_R + \beta_R + \delta_R) \quad (2.1b) \\ \dot{\tilde{\psi}}_R = v_R \cos(\delta_R + \beta_R) \frac{\tan(\delta_F + \beta_F) - \tan(\delta_R + \beta_R)}{L} - v_R \rho(s) \frac{\cos(\delta_R + \tilde{\psi}_R + \beta_R)}{1 - \rho(s)\tilde{y}_R} \quad (2.1c) \\ I_z \dot{\psi} = L_R C_R \beta_R \cos \delta_R - L_F C_F \beta_F \cos \delta_F \quad (2.1d) \\ \frac{d(v \sin \beta)}{dt} = \frac{C_F \beta_F \cos \delta_F + C_R \beta_R \cos \delta_R}{m} - g \sin \theta - v_R \dot{\psi} \cos(\beta_R + \delta_R) \quad (2.1e) \\ \beta = \operatorname{atan} \left( \frac{L_R \tan(\beta_F + \delta_F) + L_F \tan(\beta_R + \delta_R)}{L} \right) \quad (2.1f) \\ v = v_R \frac{\cos(\beta_R + \delta_R)}{\beta} \quad (2.1g) \end{array} \right.$$

**Choix du type de modèle pour la simulation** Dans le cadre de la conception de notre modèle de simulation, il paraît plus sage de considérer un modèle dynamique. En effet, le but étant de valider les commandes longitudinale et latérale, il est nécessaire d'avoir un modèle qui n'omet pas certains phénomènes clé du comportement du véhicule (*e.g.* le glissement au niveau des pneumatiques), ou qui ne les considère que comme paramètre (*e.g.* sa vitesse longitudinale) comme cela est fait dans les modèles cinématiques. Il n'est pas non plus souhaitable de découpler les dynamiques longitudinale et latérale comme dans les modèles hybrides de cinématique étendue.

Les modèles dynamiques ont néanmoins un inconvénient majeur : il est nécessaire d'avoir un nombre important de connaissances non seulement sur le véhicule (par exemple l'inertie de rotation selon différents axes, le coefficient de raideur des amortissements, la répartition des charges sur les quatre roues, etc.) mais aussi sur l'environnement (coefficient d'adhérence du sol, valeur des pentes). Il s'agit de données qui peuvent être difficiles à identifier. C'est pour cela que nous allons nécessairement adopter dans notre modèle de simulation des hypothèses de simplification permettant de définir des simulations réalistes dans un degré de complexité acceptable.

En ce qui concerne les modèles de commande énoncés dans les chapitres 3 et 4, nous considérerons d'autres critères afin d'établir lesdits modèles.

## 2.2 Hypothèses de modélisation

Cette section mentionne les principales hypothèses de modélisation qui sont adoptées pour la mise en équation du mouvement d'un véhicule off-road à 4 roues. Ces hypothèses sont définies en accord avec les objectifs de la thèse mentionnées précédemment et ont pour objectif dans un premier temps de ne pas être excessivement restrictives afin de prendre en compte un nombre très important de configurations.

**Hypothèse 1** *Le repère global  $\mathcal{R}_0$  est plan, négligeant ainsi la courbure locale de la Terre.*

**Hypothèse 2** *On définit  $\alpha_{\max}$  comme la pente maximale (en valeur absolue) du terrain. On la suppose comprise dans l'intervalle  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  radians, correspondant à des pentes entre 0 et 100%. Les pentes longitudinale  $\theta$  et latérale  $\varphi$  sont variables (en fonction de l'orientation du véhicule) et définies dans l'intervalle  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  radians.*

Cette limite de pente à 100% n'est évidemment que théorique, afin de pouvoir définir mathématiquement la pente. Les valeurs effectives de pentes qui seront considérées le long du manuscrit seront plus faibles.

**Hypothèse 3** *On suppose une correspondance entre le plan horizontal du repère véhicule  $\mathcal{R}_V$  et le plan local défini par les pentes latérale et longitudinale. Cette hypothèse suppose donc l'absence d'amortissements sur le véhicule.*

**Hypothèse 4** *La rotation entre le repère véhicule  $\mathcal{R}_V$  et le repère de chacune des roues  $\mathcal{R}_i$  se fait selon un axe colinéaire à l'axe vertical de  $\mathcal{R}_V$ . Cette hypothèse impose donc la perpendicularité des roues par rapport au sol et par conséquent l'absence d'essieu oscillant.*

**Hypothèse 5** *Afin de déterminer les forces normales qui s'exercent sur chacune des roues, on effectue un découplage entre l'avant du véhicule et l'arrière du véhicule.*

Cette hypothèse sera précisée en temps voulu lors de la recherche des expressions des forces normales aux quatre roues, à la section 2.6.

**Hypothèse 6** *Le centre de roulis et le centre de tangage sont confondus avec le centre de gravité.*

**Hypothèse 7** *Les roues sont supposées être dans les quatre coins du véhicule, formant un rectangle.*

**Hypothèse 8** *La répartition de la charge dans le véhicule n'est pas homogène : le véhicule est modélisé par un parallélépipède avec un centre de gravité potentiellement mobile.*

## 2.3 Définition des repères de travail

Plusieurs repères de différentes natures se mêlent dans ce travail de modélisation, que ce soient le repère global  $\mathcal{R}_0$  fixe ou les repères mobiles attachés au véhicule ou aux roues, respectivement  $\mathcal{R}_V$  et  $\mathcal{R}_i$ . Cette section a pour but de les définir précisément ainsi que les moyens de passer de l'un à l'autre.

### 2.3.1 Définition du repère global $\mathcal{R}_0$

Le terrain est défini dans un repère global  $\mathcal{R}_0$ , ayant pour triplet de vecteurs unitaires directeurs  $(\vec{u}_{x_0}, \vec{u}_{y_0}, \vec{u}_{z_0})$  et d'origine  $O_0$ . On a le plan  $(O_0, \vec{u}_{x_0}, \vec{u}_{y_0})$  qui forme un plan tangent à la courbure locale de la Terre, résultants par exemple d'une projection de type UTM ou Lambert (Lambert93 pour le territoire français) [IGN22]. Ceci est déduit de l'hypothèse 1.

$\vec{u}_{x_0}$  (respectivement  $\vec{u}_{y_0}$ ) est dirigé vers l'est (respectivement le nord). On en déduit que les droites dont le vecteur directeur est  $\vec{u}_{x_0}$  (respectivement  $\vec{u}_{y_0}$ ) sont constituées de points à latitude (respectivement longitude) constante. Cela n'est possible que si la projection conserve les angles.

Quant à  $\vec{u}_{z_0}$ , il est colinéaire au vecteur  $\overrightarrow{O_P O_0}$ , avec  $O_P$  le centre de la planète Terre.  $\vec{u}_{z_0}$  est dirigé du centre de la Terre vers l'atmosphère terrestre.

### 2.3.2 Définition du repère véhicule $\mathcal{R}_V$

**Définition de la pente et de son orientation** Le repère véhicule  $\mathcal{R}_V$  étant défini par le terrain sur lequel il repose selon l'hypothèse 3, cette section s'intéresse donc à la représentation de la pente s'inscrivant dans le repère global. On définit notre terrain par deux paramètres : la valeur de la pente locale  $\alpha$  et la direction  $\Theta$  de celle-ci. Par convention, on définira la pente selon l'altitude croissante ;  $\alpha$  est donc positif. La définition de la direction de la pente se fera en radians par rapport au repère global  $\mathcal{R}_0$  : par exemple, si on a une pente croissante vers le nord-est, on a  $\Theta = \frac{\pi}{4}$ . Cette définition permet facilement de définir un terrain plan en choisissant  $\alpha$  et  $\Theta$  constants ou bien un terrain courbe en exprimant  $\alpha$  et  $\Theta$  comme variants en fonction des coordonnées du centre de gravité du véhicule dans le repère global.

La figure 2.1 illustre cette notion de direction de la pente, quantifiée par l'angle  $\Theta$ . Les zones jaunes représentent des zones à forte altitude, au contraire des zones bleues. La flèche représente la direction des altitudes croissantes.

Si  $p$  est la valeur de la pente en % et  $\alpha$  en rad, on a les équivalences suivantes :

$$\begin{cases} p = 100 \tan(\alpha) \\ \alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{p}{100}\right) \end{cases} \quad (2.2)$$

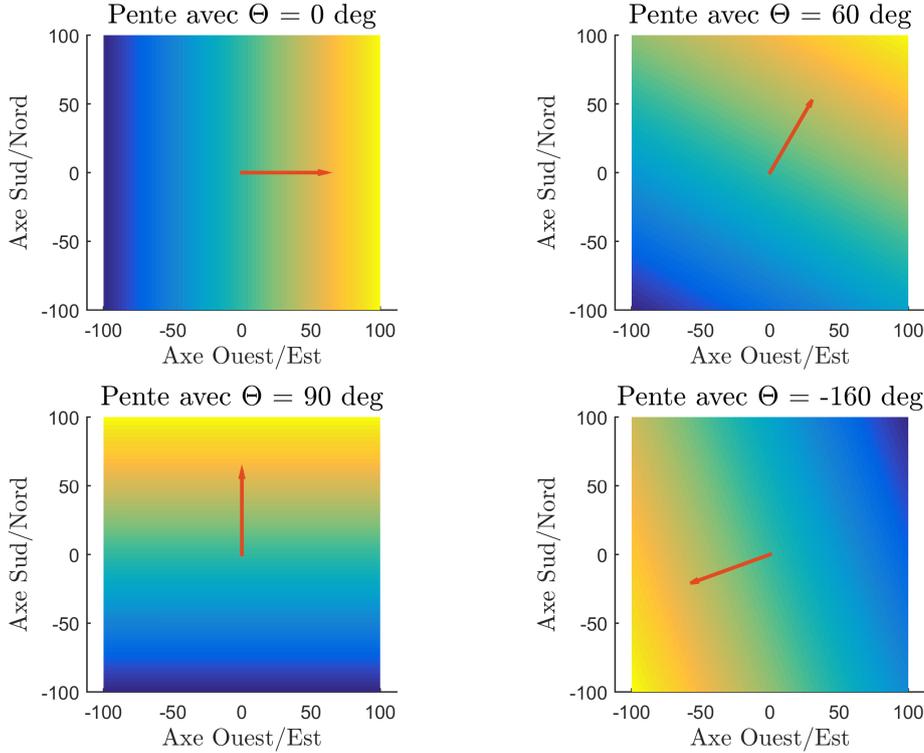


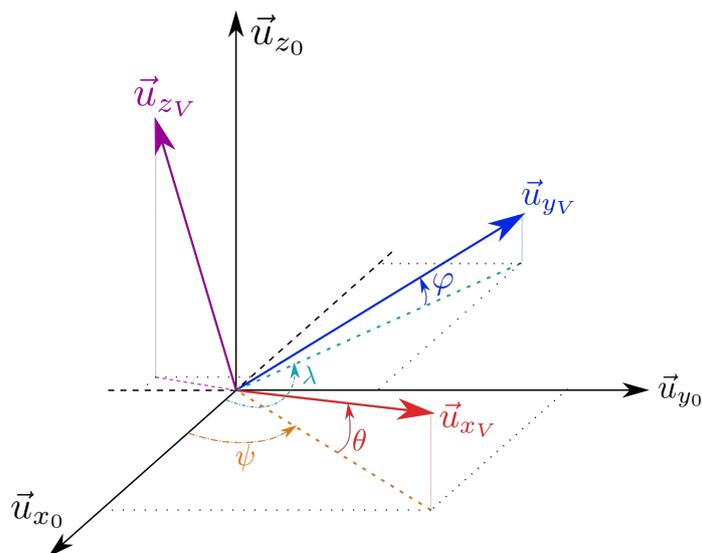
FIGURE 2.1 – Terrains vus de dessus avec une direction de la pente différente

**Vecteurs unitaires du repère véhicule** On définit le repère véhicule  $\mathcal{R}_V$  ayant pour vecteurs unitaires  $(\vec{u}_{x_V}, \vec{u}_{y_V}, \vec{u}_{z_V})$  et pour centre  $O_V$  le centre de gravité du véhicule. Pour simplifier la figure 2.2, on a confondu les deux origines  $O_0$  et  $O_V$ , mais  $O_0$  est fixe alors que  $O_V$  est mobile.  $\mathcal{R}_V$  est orthonormé direct, en établissant la convention suivante :

- $\vec{u}_{x_V}$  est dirigé vers l'avant du véhicule
- $\vec{u}_{y_V}$  est dirigé vers la gauche du véhicule (en regardant vers l'avant)
- $\vec{u}_{z_V}$  est dirigé vers le haut du véhicule

Le plan défini par les vecteurs  $\vec{u}_{x_0}$  et  $\vec{u}_{y_0}$  est le plan qu'on jugera *horizontal*. On en déduit la projection de  $\vec{u}_{x_V}$  (respectivement  $\vec{u}_{y_V}$ ) sur ce plan qu'on note  $\vec{u}'_{x_0}$  (respectivement  $\vec{u}'_{y_0}$ ). L'angle de lacet  $\psi$  est défini dans ce plan horizontal, qui correspond à l'angle entre  $\vec{u}_{x_0}$  et  $\vec{u}'_{x_0}$ . On définit de manière proche  $\lambda$ , qui est l'angle entre  $\vec{u}_{x_0}$  et  $\vec{u}'_{y_0}$ . Une vue du dessus est disponible figure 2.3c pour faciliter la compréhension.

Quant à l'angle  $\theta$ , il correspond à l'angle entre  $\vec{u}_{x_V}$  et sa projection sur le plan horizontal, comme illustré sur la figure 2.3a. Il s'agit de l'angle de tangage du véhicule. On le pose comme positif pour un véhicule dont l'avant est surélevé, négatif sinon. Pour l'angle  $\varphi$ , le raisonnement

FIGURE 2.2 – Lien entre le repère  $\mathcal{R}_0$  (noir) et  $\mathcal{R}_V$  (coloré)

est similaire : il correspond à l'angle entre  $\vec{u}_{y_V}$  et sa projection sur le plan horizontal (voir figure 2.3b). Cet angle, appelé angle de roulis est positif si le côté gauche est surélevé, négatif sinon. Il est important de comprendre que ces angles ne sont pas indépendants entre eux. En effet, la figure 2.2 montre 4 angles alors qu'une rotation est entièrement définie par 3 angles. Cette représentation vise à nommer les angles utiles dans la représentation de  $\mathcal{R}_V$ . Le lien entre tous ces angles est quantifié et exprimé en annexes dans la section A et notamment repris dans l'équation (2.3) définissant la matrice de passage entre les deux repères précédemment mentionnés.

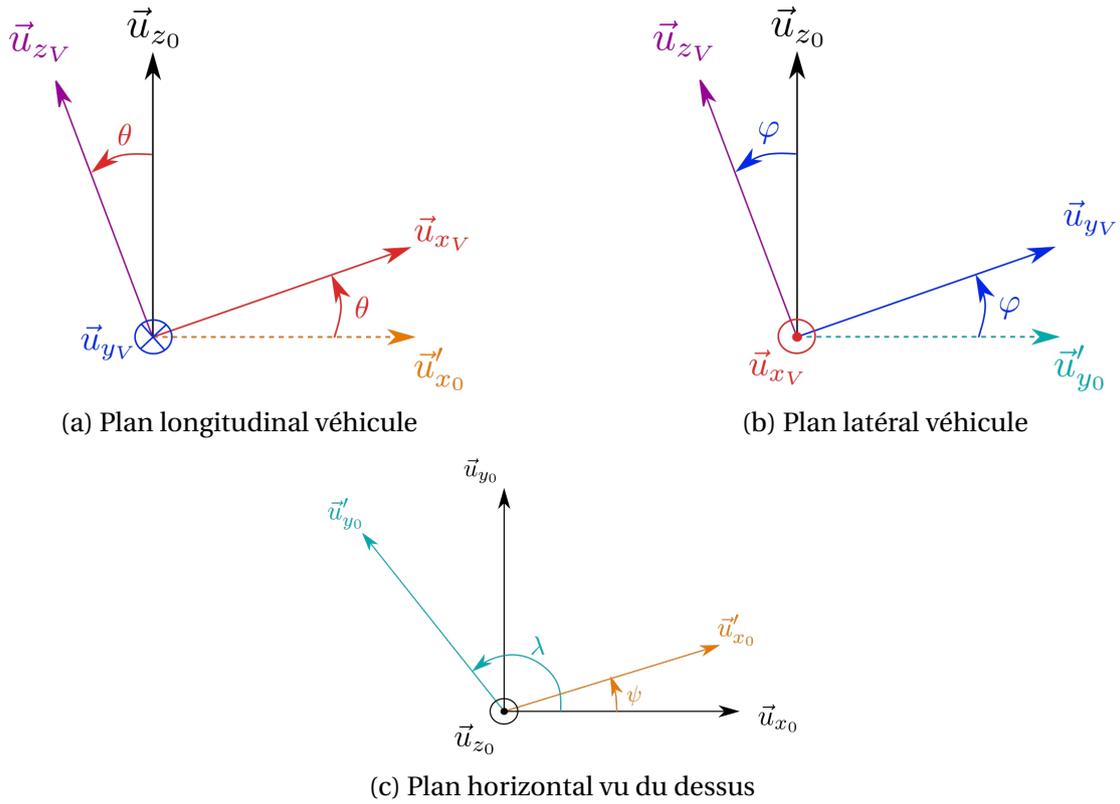


FIGURE 2.3 – Description des rotations entre  $\mathcal{R}_V$  et  $\mathcal{R}_0$

### 2.3.3 Définition des repères $\mathcal{R}_i$ associées aux roues

Le centre de chaque repère associé à la roue est défini au centre de la roue. Selon l'hypothèse 4, le vecteur unitaire vertical de  $\mathcal{R}_i$  est confondu avec le vecteur vertical de  $\mathcal{R}_V$ . Le vecteur unitaire longitudinal est défini dans le sens longitudinal de la roue, dirigé vers l'avant de la roue, tandis que le vecteur unitaire latéral est normal au plan défini par les deux vecteurs précédents et de manière à obtenir un repère orthonormé direct. Ainsi, le vecteur unitaire latéral est dirigé vers l'extérieur du véhicule pour les roues gauches et à l'intérieur pour les roues droites. Une représentation de ces repères est proposée figure 2.4; à noter que les repères sont donc dépendant de l'angle de braquage, présent sur les roues avant, mais aussi arrière.

### 2.3.4 Matrices de passages entre ces différents repères

Les matrices de passage entre les repères  $\mathcal{R}_0$  (repère immobile par rapport à la Terre, tangent à la courbure de cette dernière) et  $\mathcal{R}_V$  (repère attaché au centre de gravité du véhicule et suivant son orientation) sont notées  $P_{V \rightarrow 0}$  (véhicule vers global) et  $P_{0 \rightarrow V}$  (global vers véhicule).

Pour obtenir ces matrices de rotations, plusieurs options peuvent se présenter, comme les produits de rotations successives (angles d'Euler par exemple) ou des quaternions [Wae76]. Cependant, cela pose des problèmes.

Pour les produits de rotations successives en trois dimensions, il est nécessaire de définir 3 repères orthonormés liés 2 à 2 par une rotation autour d'un axe connu. Cela n'est pas évident

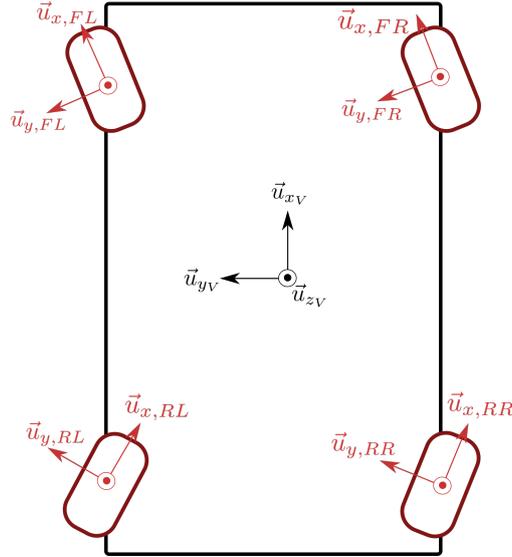


FIGURE 2.4 – Visualisation des repères associés aux roues

dans notre contexte, car il y a un couplage fort entre la pente latérale  $\varphi$  et la pente longitudinale  $\theta$ . De plus, l'expression des éléments de la matrice résultante ne serait pas facilement lisible. En ce qui concerne les quaternions, il est nécessaire de connaître l'axe de rotation autour duquel tourne le véhicule, qui est difficile à représenter encore une fois en raison du couplage entre la pente latérale et longitudinale. Dans le contexte de l'étude, nous avons choisi de définir la matrice de rotation en une seule rotation (en opposition avec les angles d'Euler), en mettant en valeur les variables d'intérêt, *i.e.* les pentes  $\theta$  et  $\varphi$ . Les expressions de ces matrices, démontrées dans la section A, sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 P_{0 \rightarrow V} &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & \sin \theta \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \\ -\sin \alpha \cos \Theta & -\sin \alpha \sin \Theta & \cos \alpha \end{pmatrix} \\
 P_{V \rightarrow 0} &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \varphi \cos \lambda & -\sin \alpha \cos \Theta \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \varphi \sin \lambda & -\sin \alpha \sin \Theta \\ \sin \theta & \sin \varphi & \cos \alpha \end{pmatrix}
 \end{aligned}
 \quad \text{avec} \quad
 \begin{cases}
 \theta = \text{atan}(\tan \alpha \cos(\psi - \Theta)) \\
 \varphi = \text{atan}(\tan \alpha \cos(\lambda - \Theta)) \\
 \lambda = \text{atan2}(\Delta_1, -\Delta_2) \\
 \Delta_1 = \cos \psi + \tan^2(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \cos \Theta \\
 \Delta_2 = \sin \psi + \tan^2(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \sin \Theta
 \end{cases}
 \quad (2.3)$$

La forme, certes non classique, de ces matrices de rotation apporte les avantages non négligeables suivants :

- Si les caractéristiques de la pente ( $\Theta$  et  $\alpha$ ) ainsi que l'orientation du véhicule dans cette dernière ( $\psi$ ) sont connues, il est possible d'en déduire facilement les angles de tangage  $\theta$  et de dévers  $\varphi$ , en se souvenant de l'hypothèse 3 stipulant que la pente est confondue avec le plan horizontal de  $\mathcal{R}_V$
- La démarche inverse est possible : si on connaît les angles de tangage  $\theta$ , de dévers  $\varphi$  ainsi

que l'angle de lacet  $\psi$ , on peut en déduire les caractéristiques de la pente *i.e.*  $\alpha$  et  $\Theta$ , voir la section A.4 pour plus d'informations.

- Contrairement aux quaternions, aucune connaissance *a priori* sur l'axe de rotation n'est nécessaire.

Quant au passage du repère véhicule au repère des roues, il s'agit uniquement d'une rotation autour de l'axe vertical commun aux deux repères. La valeur de cette rotation correspond à l'angle de braquage de la roue en question.

$$P_{V \rightarrow i} = \begin{pmatrix} \cos \delta_i & \sin \delta_i & 0 \\ -\sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad P_{i \rightarrow V} = \begin{pmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i & 0 \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

## 2.4 Forces impliquées dans la dynamique du véhicule (hors forces de glissement)

Dans le but de définir le modèle dynamique, il est nécessaire de donner une définition aux différentes forces qui s'appliquent à notre système afin de pouvoir à terme effectuer le bilan des forces. Avant de se consacrer à la définition des forces de glissement des pneumatiques en section 2.5, étudions auparavant les autres forces qui s'appliquent à notre système.

### 2.4.1 Poids

La force de pesanteur, ou poids, a pour origine le champ de pesanteur terrestre et est une force d'attraction. La norme de cette force est proportionnelle à la masse du système soumis à ce champ (ici le véhicule) ainsi qu'à la constante de pesanteur terrestre. Le poids étant dirigé vers le centre de la Terre, les composantes longitudinale, latérale et verticale du poids sont à déterminer en fonction des pentes. Ayant défini les matrices de rotation entre les différents repères en (2.3), il est possible d'obtenir l'expression suivante de la force de pesanteur dans le repère véhicule  $\mathcal{R}_V$ . Cette force est considérée comme négative, car dirigée vers le centre de la Terre (l'axe vertical des repères est dirigé vers le haut).

$$\begin{pmatrix} F_{\text{poids},x} \\ F_{\text{poids},y} \\ F_{\text{poids},z} \end{pmatrix} = P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -mg \sin \theta \\ -mg \sin \varphi \\ -mg \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

### 2.4.2 Force de résistance au roulement

Comme son nom l'indique, cette force oppose une résistance au roulement naturel de la roue. Lorsque la roue tourne, elle a tendance à se déformer à cause de son caractère élastique et de la force normale qui s'applique sur elle. Ce caractère élastique de la roue empêche la complète transmission de l'énergie de rotation de la roue. Ce phénomène peut être ainsi représenté par une force opposée à la direction du mouvement. Il faut aussi rajouter à ce phénomène la déformation du sol qui peut empêcher la rotation de la roue. Le lecteur avisé comprendra que maints paramètres sont à considérer pour exprimer la force de résistance comme la pression de la roue, sa largeur, son rayon, etc. [Won08]. Mais dans un souci de concision, on supposera qu'en régime établi, cette force de résistance au roulement peut être modélisée seulement par la charge reposant sur la roue et de la nature du sol sur lequel repose la roue [Raj12].

$$F_{\text{resis},i} = -\gamma F_{z,i} \text{sign}(v_x) \quad (2.6)$$

Un coefficient adimensionné  $\gamma$ , appelé coefficient de résistance au roulement, est défini pour décrire l'effet conjoint de la roue et de la nature du sol.

Nature du terrain	Coefficient de résistance $\gamma$
Asphalte	0.015 à 0.025
Chemin terre dur	0.04 à 0.06
Chemin boueux	0.09 à 0.13
Neige tassée	0.025 à 0.045
Glace	0.02

TABLE 2.1 – Coefficient de résistance au roulement pour des pneus off-road à basse pression (0.6 bar à 3.2 bars) en fonction du terrain

### 2.4.3 Force aérodynamique

La force aérodynamique est présente dans nombre de travaux sur la dynamique véhicule, elle dépend en grande partie de deux paramètres : la surface frontale du véhicule en contact avec le vent et la vitesse du vent. En ne considérant que la dynamique longitudinale, la force aérodynamique est quantifiée de la façon suivante [AH17], [Raj12] :

$$F_{\text{aero}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} C_{\text{aero}} S_F (v_x - v_{\text{vent}})^2 \quad (2.7)$$

avec :

- $\rho_{\text{air}}$  la densité massique de l'air [1.176 kg/m<sup>3</sup> à 20°C]
- $C_{\text{aero}}$ , le coefficient de traînée aérodynamique [SU : sans unités].
- $S_F$  la surface frontale du véhicule [m<sup>2</sup>], on considère ici  $S_F = 5.4\text{m}^2$ .
- $v_{\text{vent}}$  la vitesse longitudinale du vent [m/s].

Dans le cadre de la présente étude, il a été choisi d'ignorer cette force. En effet, sa contribution est négligeable devant le reste des forces en présence. Comparons par exemple sa valeur à plusieurs vitesses avec celle d'une autre force qui s'oppose au mouvement : la résistance au roulement. La somme des forces de résistance au roulement sur de l'asphalte (là où elles sont les plus faibles) pour un véhicule de 5T qui avance sur du plat s'estime de la manière suivante :

$$F_r = \sum F_{\text{resis},i} = -\gamma_{\text{asphalte}} mg = -736\text{N} \quad (2.8)$$

Comparons cette donnée avec une estimation de la force aérodynamique à plusieurs vitesses  $v_x - v_{\text{vent}}$  :

Vitesses $v_x - v_{\text{vent}}$	Valeur de la force aérodynamique $F_a$	Ratio $\left  \frac{F_a}{F_r} \right $
5 km/h	2N	0.2%
10 km/h	8N	1.1%
15 km/h	18N	2.5%
20 km/h	32N	4.3%

TABLE 2.2 – Comparaison entre la force aérodynamique et la force de résistance au roulement

On voit que même dans une configuration où la force de résistance est faible (masse plutôt faible et  $\gamma$  faible), la force aérodynamique reste minoritaire. Sachant que sur la terre boueuse, le coefficient de résistance peut être presque décuplé, le ratio du tableau 2.2 diminuerait d'autant. La force aérodynamique est donc négligeable devant les autres forces.

## 2.5 Forces de glissement aux roues

Dans cette section, nous allons nous intéresser à un aspect très important des modèles dynamiques véhicule. En effet, la modélisation de la force de glissement aux roues (qu'elle soit longitudinale ou latérale) est fondamentale pour la modélisation dynamique de véhicules. La déformation des pneumatiques engendrée par le contact roue - sol est à l'origine des efforts qui permettent concrètement la mise en mouvement du véhicule. Cette déformation du pneu et la force qui en résulte dépendent d'un nombre important de paramètres parmi lesquels nous pouvons citer de manière non exhaustive :

- La nature du sol
- La matière du pneumatique
- La pression du pneu
- La dimension et la forme de la surface de contact
- La vitesse de la roue
- Le poids reposant sur la roue

Malgré ce nombre important de paramètres, il existe tout de même des solutions pour modéliser simplement mais assez fidèlement ces forces.

### 2.5.1 Lexique

Un glossaire est nécessaire en préambule afin de ne pas confondre les différentes notions. Différentes appellations, qui sont proches sémantiquement, sont en effet en vigueur et il est préférable de définir ici la terminologie retenue dans ce manuscrit.

- **Patinage** : état de la roue lors duquel la force transmise de la roue au sol ne dépend pas de la vitesse de rotation de cette dernière. Cet état apparaît lorsque la roue n'adhère plus au sol.
- **Glissement (force de)** : il s'agit de la force de mouvement (due notamment à la déformation des pneumatiques) provoquée par la rotation de la roue sur le sol. Cette force peut être motrice ou décélétratrice. Ce concept est donc à distinguer du patinage, qui apparaît lorsque la force de glissement est proche de sa valeur maximale.
- **Dérive (angle de)** : angle formé entre le vecteur vitesse de la roue et l'orientation de cette dernière. Cette définition peut être étendue au véhicule, en considérant le vecteur vitesse du centre de gravité et l'angle de lacet du véhicule.

## 2.5.2 Définitions des notions caractéristiques de la dynamique de glissement des pneumatiques

Avant de définir les différents types de modèles de forces de glissement aux pneumatiques, intéressons-nous d'abord à différentes grandeurs caractérisant la dynamique de ces dernières.

**Angle de dérive** L'angle de dérive est une grandeur primordiale dans la compréhension de la dynamique des roues. Il s'agit de manière générale de l'angle entre le vecteur vitesse d'un objet et l'orientation de ce dernier dans l'espace. Cette définition peut s'appliquer au véhicule mais aussi à chacune des roues [Cho+20] comme le montre la figure 2.5.

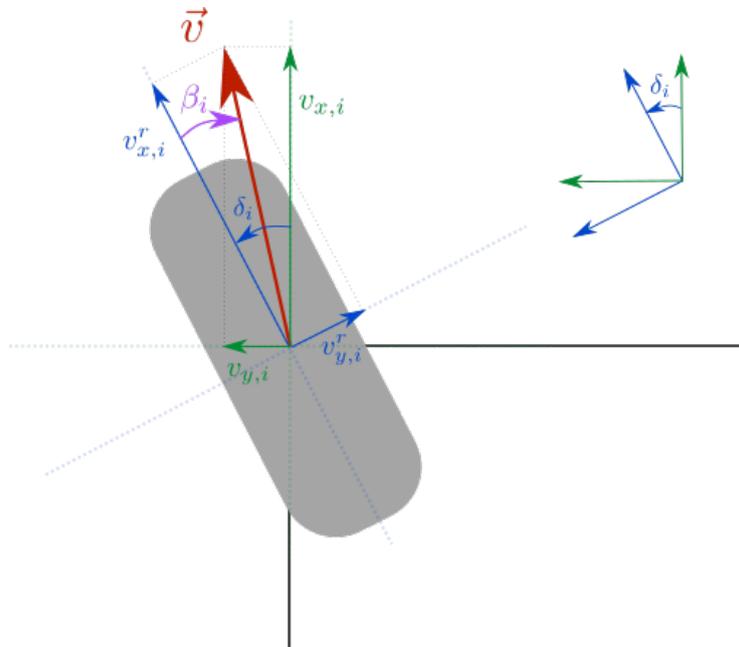


FIGURE 2.5 – Visualisation de l'angle de dérive à la roue

Nous pouvons voir sur la figure 2.5 que l'angle de dérive  $\beta_i$  à la roue  $i$  peut se définir de deux façons, en fonction du repère considéré. Dans l'équation (2.9),  $v_{j,i}$  indique la vitesse de la roue  $i$  dans la direction  $j$  du repère  $\mathcal{R}_V$ . L'exposant  $r$  indique que c'est le repère  $\mathcal{R}_0$  qui est utilisé. Pour pouvoir calculer les vitesses aux roues via la mesure de vitesse dans un autre repère et à un point différent, les formules de composition de vitesses sont données en section B.2.

$$\begin{cases} \beta_i = \text{atan2}(v_{y,i}, v_{x,i}) - \delta_i \\ \beta_i = \text{atan2}(v_{y,i}^r, v_{x,i}^r) \end{cases} \quad (2.9)$$

On rappelle que le nombre  $\text{atan2}(y, x)$  est définie pour des arguments réels non nuls. L'angle de dérive n'est donc logiquement pas défini à vitesse nulle.  $\text{atan2}(y, x)$  est l'angle en radians (compris dans  $]-\pi, \pi[$ ) entre la partie positive de l'axe des abscisses d'un plan, et la droite de vecteur directeur  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  dans ce même plan. Ce nombre est identique au très usité  $\text{atan}\left(\frac{y}{x}\right)$  pour  $x > 0$ . Dans

le cas général, on considère une vitesse longitudinale positive, il est donc possible de simplifier (2.9) de la façon suivante :

$$\begin{cases} \beta_i = \text{atan}\left(\frac{v_{y,i}}{v_{x,i}}\right) - \delta_i \\ \beta_i = \text{atan}\left(\frac{v_{y,i}^r}{v_{x,i}^r}\right) \end{cases} \quad (2.10)$$

**Ratio de glissement** La force de glissement est dépendante, en plus de la force normale et de paramètres de la roue, du ratio de glissement. Cette grandeur importante permet de quantifier la déformation de la roue et donc de la capacité motrice (ou décélétratrice) de cette dernière. Ce ratio se calcule dans les axes longitudinal et latéral de la roue. Dans le sens longitudinal, on compare la vitesse longitudinale  $v_{x,i}^r$  du moyeu dans le repère de la roue avec la vitesse du point de contact de la roue, correspondant à la vitesse circonférentielle de la roue  $r_i\omega_i$ . On obtient donc le ratio de glissement longitudinal (adimensionné) suivant [NTL15] :

$$s_{x,i} = \frac{r_i\omega_i - v_{x,i}^r}{\max\left(|r_i\omega_i|, |v_{x,i}^r|\right)} \quad (2.11)$$

En ce qui concerne la dynamique latérale, on définit  $s_{y,i}$  comme étant le ratio entre la vitesse latérale du moyeu et sa vitesse longitudinale :

$$s_{y,i} = \frac{-v_{y,i}^r}{\max\left(|r_i\omega_i|, |v_{x,i}^r|\right)} \quad (2.12)$$

Ce ratio latéral est souvent confondu avec l'opposé de l'angle de dérive au pneu  $\beta_i$  présenté précédemment. En effet, nous avons les correspondances suivantes pour  $v_{x,i}^r$  positif (et proche de  $r_i\omega_i$ ) et  $v_{y,i}^r$  suffisamment petit :

$$\beta_i = \text{atan2}(v_{y,i}^r, v_{x,i}^r) = \text{atan}\left(\frac{v_{y,i}^r}{v_{x,i}^r}\right) \simeq \frac{v_{y,i}^r}{v_{x,i}^r} \simeq -s_{y,i} \quad (2.13)$$

Cette notion de ratio de glissement est très présente dans la littérature [Raj12], [Ma20] pour quantifier la force motrice ou décélétratrice de la roue, dans le sens tant longitudinal que latéral.

### 2.5.3 Contrainte sur la force de glissement via la loi de Coulomb

Il est aussi important de comprendre qu'il y a aussi dans la dynamique des pneumatiques des phénomènes non-linéaires, comme des saturations. Concrètement, la relation entre le ratio de glissement (2.11) (2.12) et la force de glissement (motrice ou décélétratrice) qu'elle provoque n'est pas linéaire. En effet, la capacité de déformation du pneu est saturée à cause de la notion du cône de friction des lois de Coulomb. Soit  $\vec{F}$  la force de contact entre la roue et le sol. La loi de Coulomb stipule que la composante tangentielle (parallèle au sol) de  $\vec{F}$  a une norme maximale qui est

proportionnelle à la composante normale de  $\vec{F}$ .

Cela se caractérise dans notre contexte par cette relation pour la roue  $i$  :

$$\frac{F_{\text{gliss},x,i}^2 + F_{\text{gliss},y,i}^2}{\mu^2} \leq F_{z,i}^2 \quad (2.14)$$

$\mu$  est appelé le coefficient d'adhérence et est dépendant du couple (sol, pneumatique). Néanmoins, en raison de la géométrie de la roue et des axes de symétrie de cette dernière, on distingue parfois un coefficient d'adhérence dans le sens longitudinal et latéral. Le cône de friction ainsi obtenue en (2.15) n'est plus un cône de révolution, mais un cône elliptique.

$$\left(\frac{F_{\text{gliss},x,i}}{\mu_x}\right)^2 + \left(\frac{F_{\text{gliss},y,i}}{\mu_y}\right)^2 \leq F_{z,i}^2 \quad (2.15)$$

Pour plus de simplicité, nous ne ferons pas dans la suite la distinction entre  $\mu_x$  et  $\mu_y$ .

Une représentation de ces relations est visible en figure 2.6, représentant les différents couples  $(F_x, F_y)$  admissibles en fonction notamment de  $F_z$ . Ces derniers ne peuvent être à l'extérieur du cône de friction. Lorsque la norme de la force est maximale, *i.e.* lorsque l'on se trouve sur la frontière du cône (en noir dans la figure 2.6), on dit alors que la roue patine.

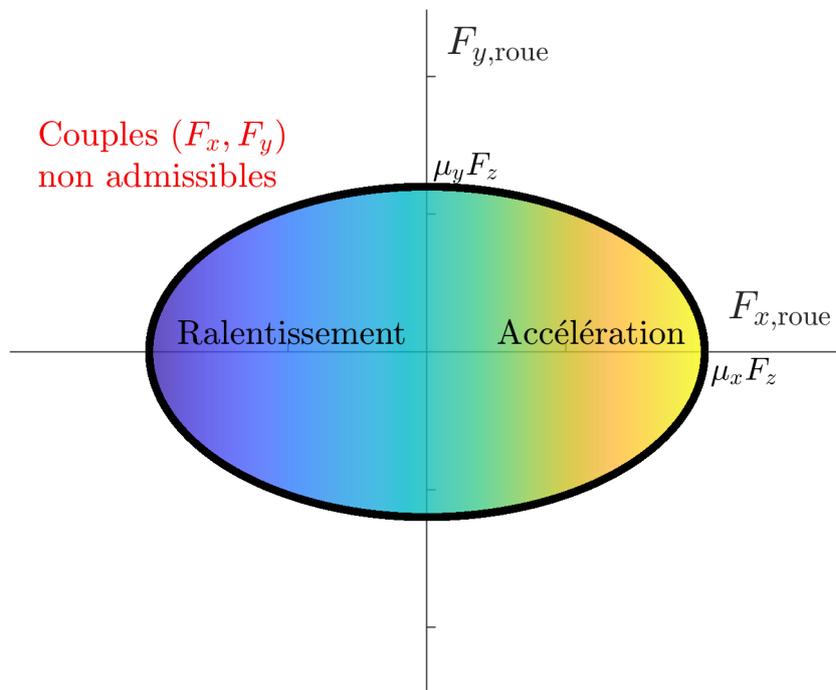


FIGURE 2.6 – Visualisation des forces horizontales admissibles par roue

La Table 2.3 recense les valeurs classiques du coefficient d'adhérence  $\mu$ .

En considérant cette saturation naturelle de la force de glissement, on peut donc prédéfinir un profil de force de glissement, qui prend en compte cette non-linéarité. Nombre de modèles (voir section suivante 2.5.4) rendent compte d'une linéarité entre le ratio de glissement et la force

Nature du terrain	Coefficient d'adhérence $\mu$
Asphalte	0.8 à 0.9
Chemin terre dur	0.65 à 0.75
Chemin boueux	0.4 à 0.5
Neige tassée	0.2
Glace	0.1

TABLE 2.3 – Coefficient d'adhérence pour des pneus off-road en fonction du terrain

de glissement qui y est associé, jusqu'au patinage atteint sur la frontière de l'ellipse. On obtient par conséquent un profil grossier de force de glissement comme celui montré en figure 2.7. Les différents modèles de pneumatiques qui seront présentés en section 2.5.4 présenteront toutes un profil qui sera approximativement celui-ci, en prenant en compte tout de même une continuité plus forte, notamment au niveau de la dérivée de cette force. La valeur maximale de cette force de glissement est notamment fonction de la force normale sur le pneu comme le montre la figure 2.6. La phase d'adhérence, lorsque la force de glissement est proportionnelle au ratio de glissement, est quant à elle caractérisée par le coefficient directeur de la droite. On appelle ce coefficient, exprimée en Newtons, le **coefficient de raideur du pneu**. C'est une constante du couple (roue/sol) très importante dans la modélisation des forces de glissement.

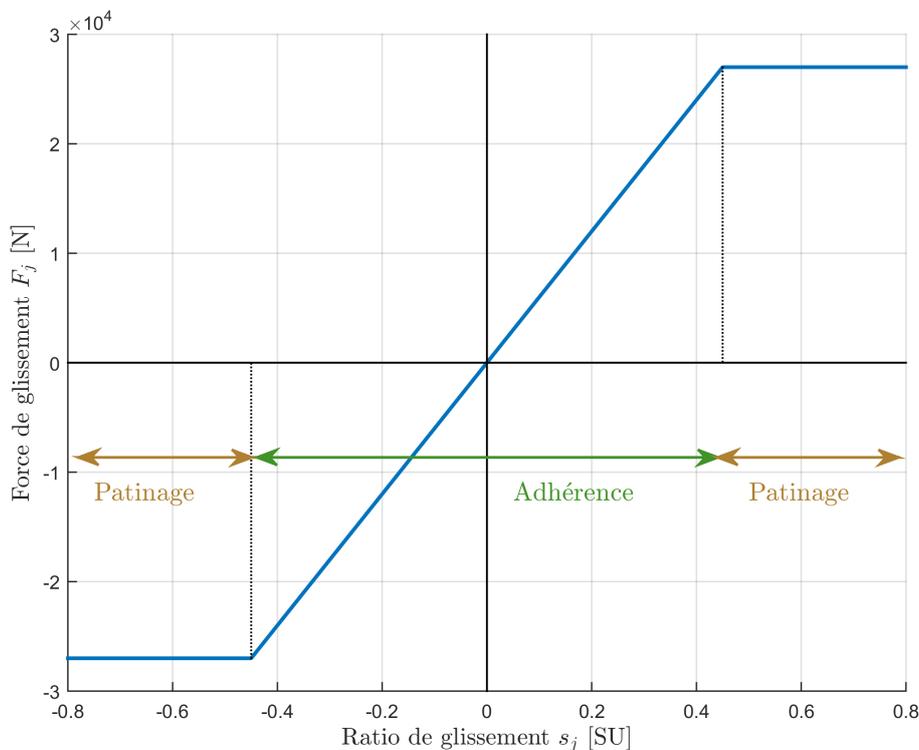


FIGURE 2.7 – Profil simplifié des forces de glissement (longitudinal ou latéral)

## 2.5.4 État de l'art des modèles pneumatiques

Les besoins de modélisation des pneumatiques se sont très vite fait ressentir dans l'industrie des véhicules roulants pour établir et consolider les connaissances concernant cette dynamique complexe. La nature du sol, par nature incertaine, ainsi que de nombreux autres paramètres telle que l'élasticité de la roue, le poids que soutient cette dernière ou encore la géométrie du contact sont autant de grandeurs potentiellement nécessaires pour la modélisation des forces de contact roue-sol.

Un courant de recherche s'est intéressé à la représentation des interactions physiques entre les éléments constitutifs de cette force. Le but de ces travaux est de distinguer les différentes forces élémentaires à la force totale générée par le mouvement du pneumatique. Ce type d'approche analytique sur l'étude de contact entre surfaces non rigides fut notamment initié par Hertz [Her82] et suivi ensuite par d'autres travaux précisant ces interactions dans le domaine des pneumatiques [GN91], [Gon93], [Dat98]. Ces modèles analytiques ont l'avantage d'avoir une approche généraliste et proposent un modèle valable pour un nombre très important de configurations avec un niveau de précision qui est tout à fait satisfaisant. Cependant, ces modèles se révèlent complexes à mettre en place concrètement. En effet, de nombreux paramètres sont difficiles à obtenir sans instrument de mesure adéquat.

Un autre courant de recherche s'intéresse à l'inverse aux modèles empiriques des pneumatiques. Ces modèles reposent exclusivement sur des mesures de forces obtenues via des mesures macroscopiques effectuées sur des bancs de test notamment. Ces travaux ne s'intéressent pas tant aux origines de la force de glissement qu'à sa résultante finale, contrairement aux travaux sur les modèles analytiques. Une multiplicité de points de mesures permet ainsi d'obtenir les forces pour maintes configurations de glissement, de forces normales, etc. Ces travaux ont l'avantage de permettre via l'interpolation des point de mesures de donner les grandes dynamiques d'évolution de la force de glissement et d'identifier les principaux paramètres extérieurs au pneumatique responsables de la force de glissement. Le but de ces modèles est d'obtenir une formule permettant d'interpoler le plus fidèlement possible l'ensemble des points de mesures. Le modèle empirique de Dugoff [DFS70] est apparu il y a plus de 60 ans, mais un autre modèle s'est imposé dans la littérature scientifique. Il s'agit du modèle de Pacejka [BNP87], [Pac02], à l'origine de la *Magic Formula* (i.e. "formule magique") qui parvient à modéliser les forces de glissement en fonction d'un nombre d'arguments très restreint. Le défaut intrinsèque de ces modèles est qu'au final ces paramètres n'ont aucun sens physique. Une représentation de la force latérale calculée par cette formule est visible figure 2.8.

Dans le cas de Pacejka, nous calculons cette force via la formule (2.16). Cette formule est tout aussi valable pour le calcul des forces latérales que longitudinales, au moyen cependant de paramètres distincts pour les deux dynamiques.

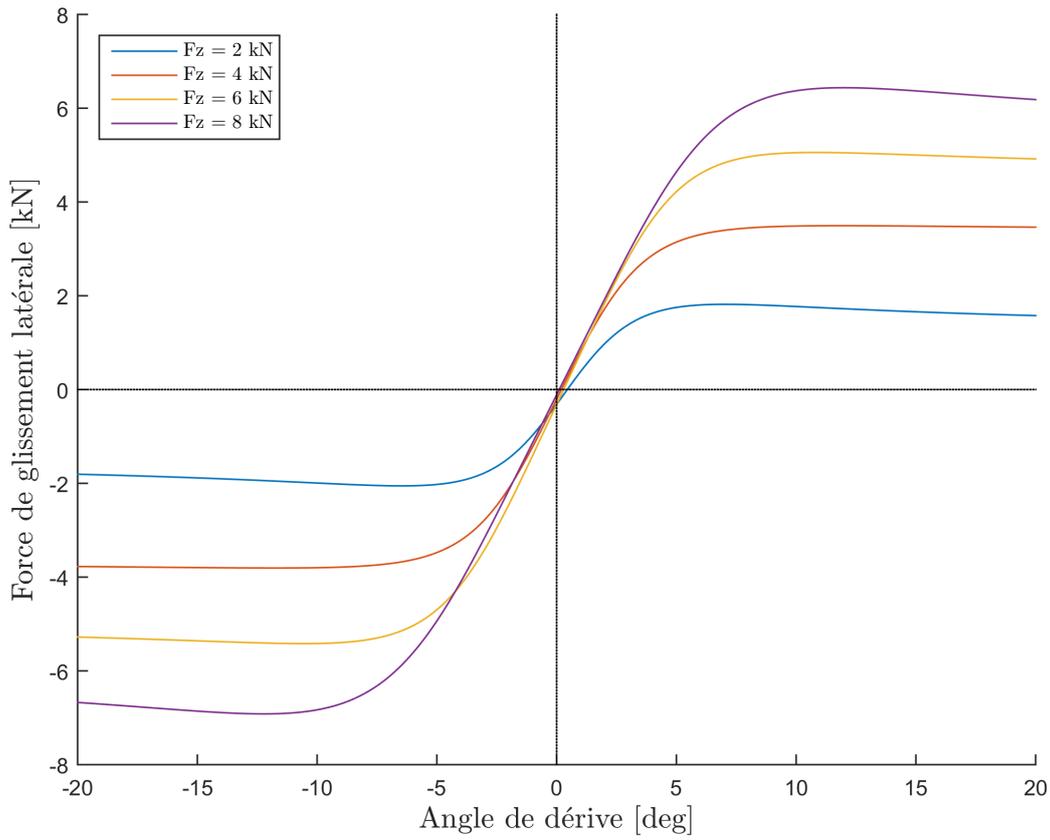


FIGURE 2.8 – Visualisation des forces latérales calculées par la Magic Formula

$$F_{y,i} = D \sin(\text{Catan}(B\phi)) + S_v \text{ avec } \begin{cases} \phi = (1 - E)(S_h - \beta_i) + \frac{E}{B} \text{atan}(B(S_h - \beta_i)) \\ B = B(F_z) \\ C = C(F_z) \\ D = D(F_z) \\ E = E(F_z) \\ S_h = S_h(F_z) \\ S_v = S_v(F_z) \end{cases} \quad (2.16)$$

Ce modèle n'a besoin que de deux arguments : la force normale  $F_z$  qui s'applique sur la roue et l'angle de dérive  $\beta$  de la roue. C'est à partir de  $F_z$  que le reste des paramètres ( $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $S_h$  et  $S_v$ ) est alors déterminé.

### 2.5.5 Modèle adapté au contexte agricole : modèle *TMeasy*

Bien que les modèles précédents soient adaptables au monde agricole, ils n'ont pas été pensés pour ce contexte. En effet, la précision des paramètres demandée dans les modèles précédents est telle que de coûteux dispositifs de tests et de mesures doivent être mis en place pour pouvoir paramétrer un tel modèle. Si le coût de telles campagnes d'essais peut être amorti sur le marché des véhicules in-road, de par le volume des ventes et par le fait que finalement la variabilité des roues et des sols est finalement contenu, il n'en est pas de même pour les véhicules off-road.

Nous nous intéresserons dans cette section à un modèle de pneus en particulier qui a été pensé entre autre pour le modèle off-road. Ce modèle a plusieurs atouts non négligeables, parmi lesquels on peut citer notamment un nombre de paramètres restreint et une prise en compte explicite de la force normale (fortement variable), ce qui est primordial dans le contexte de fortes pentes, il s'agit du modèle baptisé *TMeasy* (*Tire Model easy to use*), crée notamment par Georg Rill [Ril13].

L'idée de ce modèle est très simple : il cherche à calculer la force de glissement totale (longitudinale et latérale) qui s'applique sur la roue, et ensuite de départager la composante longitudinale de celle latérale. Ainsi, le modèle, en peu de calculs, parvient à quantifier dans le même temps les deux types de dynamiques.

**Couplage latéral / longitudinal** La combinaison des déformations latérale et longitudinale du pneu permet de quantifier la déformation générale du pneu caractérisée par  $s_i$  et  $\phi_i$  définis comme suit (avec les  $s_{x,i}$  et  $s_{y,i}$  définis en (2.11) et (2.12)) :

$$\begin{cases} s_i = \sqrt{s_{x,i}^2 + s_{y,i}^2} \\ \phi_i = \text{atan2}(s_{y,i}, s_{x,i}) \end{cases} \quad (2.17)$$

**Calcul de la force de glissement globale au pneumatique** Le principe même du modèle de Rill est de coupler pour la roue  $i$  le glissement longitudinal  $s_{x,i}$  et latéral  $s_{y,i}$  afin de calculer la force de glissement globale  $F_i$ . Il faut savoir qu'en fonction du glissement, la roue traverse différentes phases visibles dans la figure 2.9. Cette force de glissement se rapproche de celle montrée précédemment dans la figure 2.7 mais en considérant une phase de semi-adhérence entre la phase d'adhérence et celle de patinage.

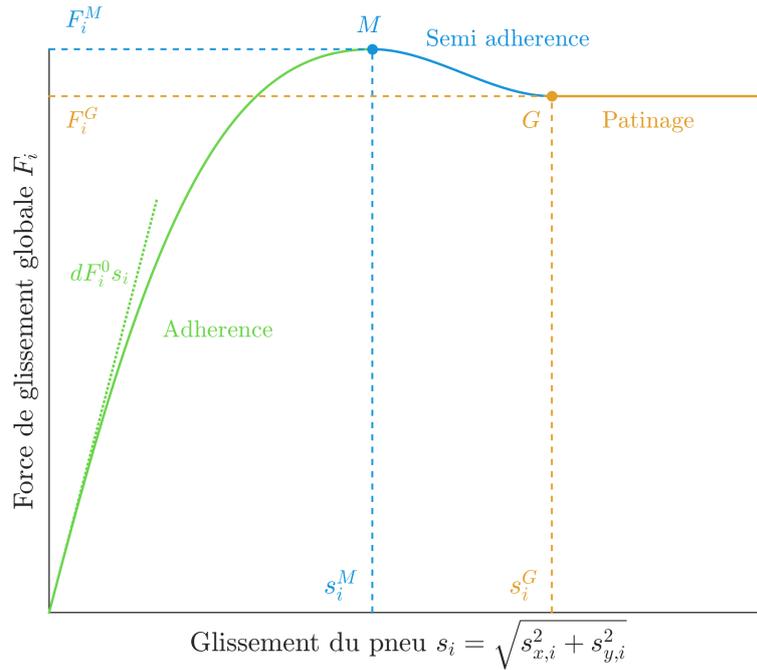


FIGURE 2.9 – Allure de la force de glissement  $F_i$  du pneumatique  $i$  en fonction de son glissement  $s_i$  dans le modèle *TMEasy*

La phase d'adhérence correspond à la phase où la différence relative entre la vitesse longitudinale dans le repère de la roue  $v_{x,i}^r$  et la vitesse circonférentielle de la roue  $r_i\omega_i$  est la plus faible. Dans cette phase, la dynamique de la force est déterminée en grande partie par la pente à l'origine  $dF_i^0$ , lié au coefficient de raideur du pneu. La phase de semi-adhérence intervient lorsque le glissement est tel que la force de glissement diminue, jusqu'à atteindre la phase de patinage où la force de glissement est constante quel que soit le ratio du glissement du pneu.

Cette fonction est définie par morceaux de la façon suivante :

$$F_i(s_i) = \begin{cases} \frac{dF_i^0 s_i}{1 + \frac{s_i}{s_i^M} \left( \frac{s_i}{s_i^M} + \frac{dF_i^0 s_i^M}{F_i^M} - 2 \right)} & \text{si } s_i < s_i^M \\ F_i^M - \left( \frac{s_i - s_i^M}{s_i^G - s_i^M} \right)^2 \left( 3 - 2 \frac{s_i - s_i^M}{s_i^G - s_i^M} \right) (F_i^M - F_i^G) & \text{si } s_i^M \leq s_i \leq s_i^G \\ F_i^G & \text{si } s_i^G < s_i \end{cases} \quad (2.18)$$

Cette fonction a des propriétés de continuité fortes malgré sa définition par morceaux, contrairement à l'illustration du profil de glissement simplifié figure 2.7. En effet, une simple étude des limites donne les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 \lim_{s_i \rightarrow s_i^{M-}} F_i(s_i) &= \lim_{s_i \rightarrow s_i^{M+}} F_i(s_i) = F_i^M \\
 \lim_{s_i \rightarrow s_i^{G-}} F_i(s_i) &= \lim_{s_i \rightarrow s_i^{G+}} F_i(s_i) = F_i^G \\
 \lim_{s_i \rightarrow s_i^{M-}} \frac{dF_i}{ds_i}(s_i) &= \lim_{s_i \rightarrow s_i^{M+}} \frac{dF_i}{ds_i}(s_i) = 0 \\
 \lim_{s_i \rightarrow s_i^{G-}} \frac{dF_i}{ds_i}(s_i) &= \lim_{s_i \rightarrow s_i^{G+}} \frac{dF_i}{ds_i}(s_i) = 0
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Le caractère  $\mathcal{C}^1$  de la fonction est donc assurée sur  $\mathbb{R}^+$ <sup>1</sup>.

**Détermination des paramètres du modèle** Comme le montre la fonction (2.18), le modèle nécessite 5 paramètres : la pente à l'origine  $dF_i^0$ , les 2 coordonnées du point G de la figure 2.9 ainsi que ceux du point M. Ces paramètres sont dépendants de la force normale  $F_z$ , surtout  $F_i^M$  et  $F_i^G$ , conformément à ce qui a été dit dans la section 2.5.3.

Ces paramètres varient aussi en fonction de l'orientation du glissement. En effet, la géométrie de la roue impose une pente à l'origine différente sur l'axe longitudinal et l'axe latéral. Ces considérations sont également valables pour la détermination des autres paramètres. Pour éviter de devoir déterminer ces paramètres pour l'ensemble des glissements possibles, une solution est de déterminer un jeu de paramètres de glissement dans un cas de glissement purement longitudinal et un autre jeu dans un cas de glissement purement latéral. Ces paramètres sont ensuite reliés via l'orientation du glissement  $\phi_i$  définie en (2.17). Ce couplage permet de donner un poids plus important au paramètre concordant avec l'orientation du glissement de la roue.

Paramètres	Axe x	Axe y	Couplage
Abscisse du point M	$s_{x,i}^M(F_{z,i})$	$s_{y,i}^M(F_{z,i})$	$s_i^M = \sqrt{\left(s_{x,i}^M(F_{z,i}) \cos \phi_i\right)^2 + \left(s_{y,i}^M(F_{z,i}) \sin \phi_i\right)^2}$
Abscisse du point G	$s_{x,i}^G(F_{z,i})$	$s_{y,i}^G(F_{z,i})$	$s_i^G = \sqrt{\left(s_{x,i}^G(F_{z,i}) \cos \phi_i\right)^2 + \left(s_{y,i}^G(F_{z,i}) \sin \phi_i\right)^2}$
Ordonnée du point M	$F_{x,i}^M(F_{z,i})$	$F_{y,i}^M(F_{z,i})$	$F_i^M = \mu \sqrt{\left(F_{x,i}^M(F_{z,i}) \cos \phi_i\right)^2 + \left(F_{y,i}^M(F_{z,i}) \sin \phi_i\right)^2}$
Ordonnée du point G	$F_{x,i}^G(F_{z,i})$	$F_{y,i}^G(F_{z,i})$	$F_i^G = \mu \sqrt{\left(F_{x,i}^G(F_{z,i}) \cos \phi_i\right)^2 + \left(F_{y,i}^G(F_{z,i}) \sin \phi_i\right)^2}$
Ordonnée à l'origine	$dF_{x,i}^0(F_{z,i})$	$dF_{y,i}^0(F_{z,i})$	$dF_i^0 = \mu \sqrt{\left(dF_{x,i}^0(F_{z,i}) \cos \phi_i\right)^2 + \left(dF_{y,i}^0(F_{z,i}) \sin \phi_i\right)^2}$

TABLE 2.4 – Notations des paramètres du modèle TMEasy

Dans la Table 2.4, on remarque l'influence du coefficient d'adhérence du terrain  $\mu$  dans la définition de  $dF_i^0$ ,  $F_i^M$  et  $F_i^G$ . En effet, les paramètres sont classiquement fournis dans un contexte

1. La fonction  $F_i$  est dérivable sur  $\mathbb{R}^+$  et cette dérivée est continue sur  $\mathbb{R}^+$

de surface parfaitement adhérente. Il est donc nécessaire de prendre en compte cette spécificité pour le calcul des véritables forces de contact, pour être cohérent vis-à-vis de la notion de cône de friction illustrée lors de la section 2.5.3. Selon la même notion de cône de friction, il est nécessaire de prendre également en compte la force normale pour le calcul des paramètres du modèle de Rill, comme le montre [Ril13]. Les mesures étant classiquement effectuées à masse constante, une interpolation ou une extrapolation est donc nécessaire pour les forces normales pour obtenir les paramètres du modèle [HRW03].

**Résumé du modèle TMEasy** En résumé, le calcul de la force de glissement (représentée sur la figure 2.10) par le modèle TMEasy peut être effectué via l'algorithme 1 :

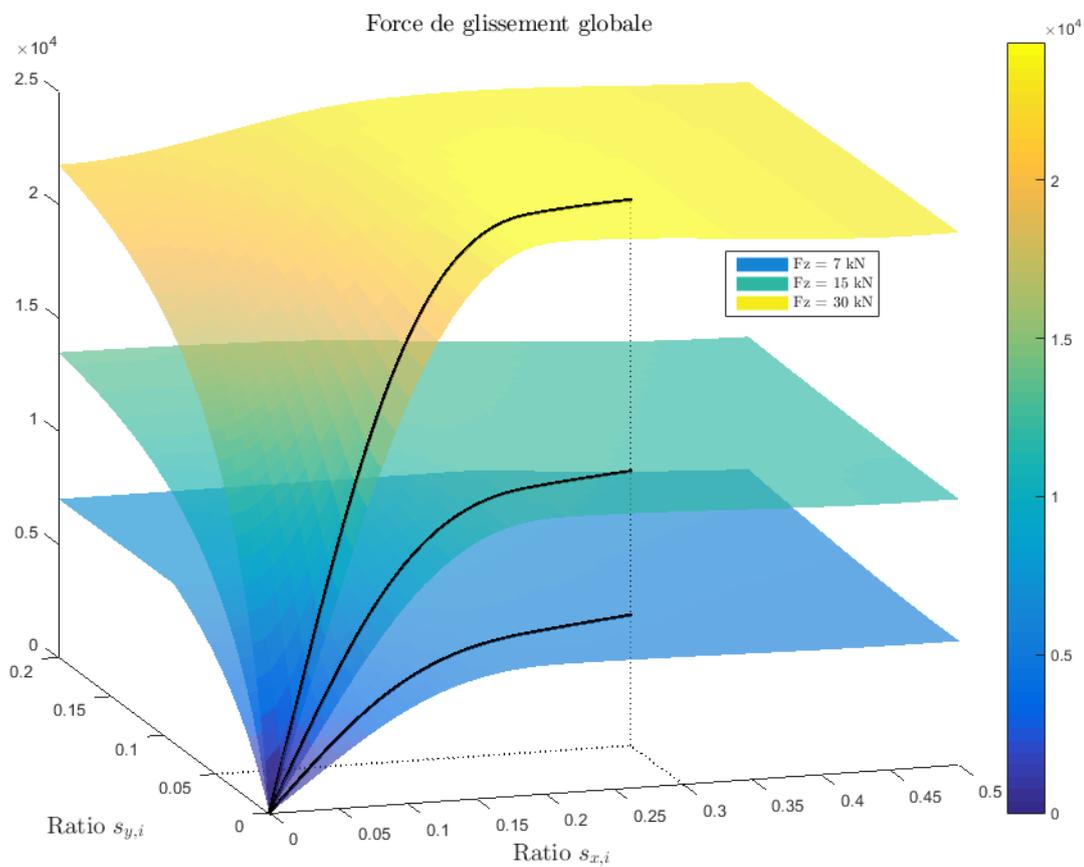


FIGURE 2.10 – Forces de glissement à la roue  $i$  en fonction des ratios  $s_{x,i}$ ,  $s_{y,i}$  et la force normale  $F_{z,i}$

**Algorithme 1** : Calcul des forces de glissements à chacune des roues

---

**Données** :  $s_{x,i}$ ,  $s_{y,i}$  et  $F_{z,i}$  (ratios de glissement et force normale) pour chaque roue  $i$   
**Résultat** :  $F_{x,i}$ ,  $F_{y,i}$  (forces de glissement) pour chaque roue  $i$

```

1  pour  $i \in \{FL, FR, RL, RR\}$  faire // On calcule pour chaque roue, indépendamment
2
3      /* Paramètres du pneu, en fonction de la force normale */
4      pour dimension  $j \in \{x, y\}$  faire
5          pour point  $P \in \{M, G\}$  faire
6               $s_{j,i}^P \leftarrow s_{j,i}^P(F_{z,i})$ 
7               $F_{j,i}^P \leftarrow F_{j,i}^P(F_{z,i})$ 
8          fin
9           $dF_{j,i} \leftarrow dF_{j,i}(F_{z,i})$ 
10     fin
11     /* Couplage dynamique longitudinale / latérale */
12      $\phi_i \leftarrow \text{atan2}(s_{y,i}, s_{x,i})$ 
13     pour point  $P \in \{M, G\}$  faire
14          $s_i^P \leftarrow \sqrt{(s_{x,i}^P \cos \phi_i)^2 + (s_{y,i}^P \sin \phi_i)^2}$ 
15          $F_i^P \leftarrow \mu \sqrt{(F_{x,i}^P \cos \phi_i)^2 + (F_{y,i}^P \sin \phi_i)^2}$ 
16     fin
17      $dF_i \leftarrow \mu \sqrt{(dF_{x,i} \cos \phi_i)^2 + (dF_{y,i} \sin \phi_i)^2}$ 
18     /* Calcul de la force de glissement globale */
19      $s_i \leftarrow \sqrt{s_{x,i}^2 + s_{y,i}^2}$ 
20     si  $s_i \leq s_i^M$  alors // Phase d'adhérence
21
22         
$$F_i \leftarrow \frac{dF_i^0 s_i}{1 + \frac{s_i}{s_i^M} \left( \frac{s_i}{s_i^M} + \frac{dF_i^0 s_i^M}{F_i^M} - 2 \right)}$$

23     sinon si  $s_i^M \leq s_i \leq s_i^G$  alors // Phase de semi-adhérence
24
25         
$$F_i \leftarrow F_i^M - \left( \frac{s_i - s_i^M}{s_i^G - s_i^M} \right)^2 \left( 3 - 2 \frac{s_i - s_i^M}{s_i^G - s_i^M} \right) (F_i^M - F_i^G)$$

26     sinon // Phase de patinage
27
28          $F_i \leftarrow F_i^G$ ;
29     fin
30     /* Distinction entre la force longitudinale et latérale */
31      $F_{x,i} \leftarrow F_i \cos \phi_i$ 
32      $F_{y,i} \leftarrow F_i \sin \phi_i$ 
33 fin

```

---

## 2.6 Calcul des forces normales aux quatre roues

Le calcul des forces normales aux quatre roues, autrement dit la charge que supporte chacune des roues, est primordial pour la définition de la dynamique du véhicule. En effet, le pouvoir de traction à travers les forces de glissement (voir section 2.5) ou la résistance au roulement à la roue est directement fonction de cette charge sur la roue. De nombreuses références s'intéressent à l'estimation de cette charge à plat dans le cas de l'automobile [Dou+09b] ou en pente uniquement longitudinal ou latéral [Jaz09] voire aussi sous l'hypothèse d'une modélisation deux roues (modèle dit bicycle) du véhicule. Cependant, peu d'ouvrages s'y intéressent en présence des pentes, longitudinal et latéral simultanément.

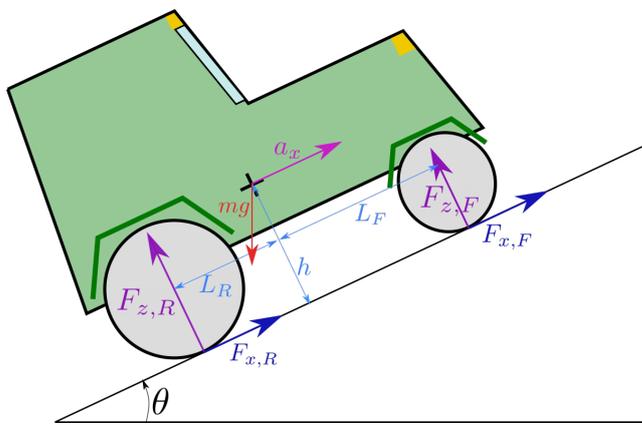


FIGURE 2.11 – Transfert de charges en tangage

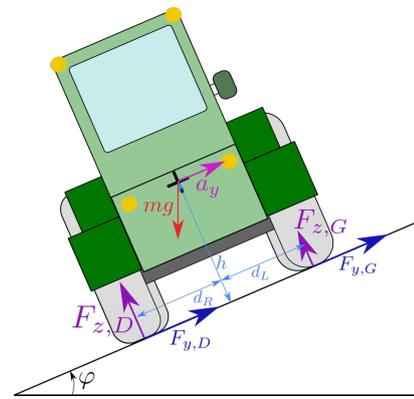


FIGURE 2.12 – Transfert de charges en roulis

Les figures 2.11 et 2.12 permettent de bien comprendre le contexte du calcul des forces normales aux roues du véhicule. Les figures définissent de nouvelles variables notées  $F_{z,F}$ ,  $F_{z,R}$ ,  $F_{z,G}$  et  $F_{z,D}$ , qui sont respectivement les forces normales sur l'essieu avant, arrière, sur le côté gauche du véhicule et finalement la force normale sur le côté droit du véhicule. Elles sont donc la résultante des forces sur un essieu ( $F_{z,F}$  et  $F_{z,R}$ ) ou un côté du véhicule ( $F_{z,G}$  et  $F_{z,D}$ ) (voir (2.20a), (2.20b), (2.20c) et (2.20d)). Ces forces normales aux roues sont à exprimer dans le repère véhicule  $\mathcal{R}_V$  et non dans  $\mathcal{R}_0$ . Il ne faut en effet surtout pas confondre la force normale à la roue et la force de contact du pneu. La première est la composante normale au sol de la seconde. Les composantes tangentielles des forces de contact (forces de glissement et forces de résistance au roulement) ainsi que les composantes longitudinale et latérale du poids (dues à la pente) sont quant à elles caractérisées par les accélérations (via le principe fondamental de la dynamique).

En se reportant aux notations adoptées dans les figures 2.11 et 2.12, on peut déduire les équations physiques associées au véhicule à quatre roues subissant une pente latérale et longitudinale.

Le théorème du moment cinétique, appliqué pour les dynamiques longitudinale et latérale, est énoncé dans (2.20e) et (2.20f). On remarque que la hauteur du centre de roulis et celle du centre de tangage sont à la même hauteur que celle du centre de gravité, en accord avec l'hypothèse 6. L'hypothèse 7 permet quant à elle d'utiliser les mêmes bras de levier pour les roues d'un même essieu ou d'un même côté.

Les équations (2.20g), (2.20h) et (2.20i) sont quant à elles les expressions du principe fondamental de la dynamique, appliqué sur les axes longitudinal, latéral et vertical de  $\mathcal{R}_V$ . Les expressions des composantes du poids dans ces trois équations proviennent de (2.5). On remarquera que le bilan de forces dans l'axe longitudinal et latéral comprend bien les forces mentionnées précédemment, notamment les forces de glissement et de résistance au roulement compris dans les termes  $F_{x,i}$  (forces longitudinales sur l'essieu  $i$ ) et  $F_{y,j}$  (forces latérales appliquées sur le côté  $j$ ),

L'équation (2.20j) lie les quatre forces normales entre elles. Il faut en effet considérer l'équilibre du véhicule dans son ensemble, en considérant les 4 roues simultanément. Dans [Nie00], une masse virtuelle est associée à chacun des deux essieux, ce qui crée *de facto* un découplage avant/arrière dans le calcul des forces normales. Cette hypothèse supplémentaire nous fait obtenir l'équation (2.20j). Ce type de relation peut se retrouver dans d'autres travaux de modélisation des forces de contact au sol d'un véhicule munies de quatre roues [Dou+09a] [Jeo+21].

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{z,F} = F_{z,FL} + F_{z,FR} \quad (2.20a) \\ F_{z,R} = F_{z,RL} + F_{z,RR} \quad (2.20b) \\ F_{z,G} = F_{z,FL} + F_{z,RL} \quad (2.20c) \\ F_{z,D} = F_{z,FR} + F_{z,RR} \quad (2.20d) \\ I_y \ddot{\theta} = L_F F_{z,F} - L_R F_{z,R} + h(F_{x,F} + F_{x,R}) \quad (2.20e) \\ I_x \ddot{\phi} = d_L F_{z,G} - d_R F_{z,D} + h(F_{y,G} + F_{y,D}) \quad (2.20f) \\ ma_x = F_{x,F} + F_{x,R} - mg \sin \theta \quad (2.20g) \\ ma_y = F_{y,G} + F_{y,D} - mg \sin \phi \quad (2.20h) \\ ma_z = 0 = F_{z,FL} + F_{z,FR} + F_{z,RL} + F_{z,RR} - mg \cos \alpha \quad (2.20i) \\ F_{z,FL} F_{z,RR} = F_{z,FR} F_{z,RL} \quad (2.20j) \end{array} \right.$$

On peut opérer des substitutions afin d'isoler les variables qui nous intéressent, à savoir les forces normales à chacune des roues.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_y \ddot{\theta} = L_F (F_{z,FL} + F_{z,FR}) - L_R (mg \cos \alpha - F_{z,FL} - F_{z,FR}) + mh(a_x + g \sin \theta) \quad (2.21a) \\ I_x \ddot{\phi} = d_L (F_{z,FL} + F_{z,RL}) - d_R (mg \cos \alpha - F_{z,FL} - F_{z,RL}) + mh(a_y + g \sin \phi) \quad (2.21b) \\ mg \cos \alpha = F_{z,FL} + F_{z,FR} + F_{z,RL} + F_{z,RR} \quad (2.21c) \\ F_{z,FL} F_{z,RR} = F_{z,FR} F_{z,RL} \quad (2.20j) \end{array} \right.$$

Nous pouvons isoler  $F_{z,FR}$  et  $F_{z,RL}$  dans (2.21a) et (2.21b). En multipliant (2.21c) par  $F_{z,FL}$  et en effectuant une substitution par (2.20j), le système (2.22) est obtenu. On a choisi ici d'isoler  $F_{z,FL}$  de manière arbitraire afin d'obtenir dans le système (2.22) une équation à une inconnue.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{z,FL}F_{z,RR} = F_{z,FR}F_{z,RL} \\ F_{z,FR} = \zeta_x - F_{z,FL} \\ F_{z,RL} = \zeta_y - F_{z,FL} \\ \eta F_{z,FL} = F_{z,FL}(F_{z,FL} + F_{z,FR} + F_{z,RL}) + F_{z,FR}F_{z,RL} \end{array} \right. \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \zeta_x = \frac{mg(L_R \cos \alpha - h \sin \theta) - mha_x + I_y \ddot{\theta}}{L} \\ \zeta_y = \frac{mg(d_R \cos \alpha - h \sin \varphi) - mha_y + I_x \ddot{\phi}}{d} \\ \eta = mg \cos \alpha \end{array} \right. \quad (2.22)$$

La dernière équation de (2.22), avec les substitutions des deux précédentes, est, après simplification, une équation linéaire à une inconnue  $F_{z,FL}$ . Le reste des forces s'en déduit rapidement grâce aux autres équations du système.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{z,FL} = \frac{\zeta_x \zeta_y}{\eta} \\ F_{z,FR} = \zeta_x \left(1 - \frac{\zeta_y}{\eta}\right) \\ F_{z,RL} = \zeta_y \left(1 - \frac{\zeta_x}{\eta}\right) \\ F_{z,RR} = \eta \left(1 - \frac{\zeta_x}{\eta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_y}{\eta}\right) \end{array} \right. \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \zeta_x = \frac{mg(L_R \cos \alpha - h \sin \theta) - mha_x + I_y \ddot{\theta}}{L} \\ \zeta_y = \frac{mg(d_R \cos \alpha - h \sin \varphi) - mha_y + I_x \ddot{\phi}}{d} \\ \eta = mg \cos \alpha \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Ces expressions ont été conçues en supposant implicitement que  $F_{z,FL}$  a une valeur non nulle, par la multiplication par  $F_{z,FL}$  d'une équation. Le résultat reste cependant valable même en cas de  $F_{z,FL}$  nulle comme le montre (2.24) (en se basant sur les expressions (2.23)) :

$$F_{z,FL} = 0 \iff \zeta_x = 0 \text{ ou } \zeta_y = 0 \iff F_{z,FR} = 0 \text{ ou } F_{z,RL} = 0 \quad (2.24)$$

Ces résultats montrent la cohérence des expressions (2.23) même en cas de force normale nulle à la roue avant gauche du véhicule. En effet, si cette force devient nulle, cela veut dire que cette roue s'est décollée du sol et donc que nous sommes dans un contexte de renversement. Soit l'avant du véhicule se décolle et donc la roue avant droite a elle aussi une force normale nulle soit c'est le côté gauche du véhicule qui se soulève et donc la roue arrière gauche s'est décollée. De plus, le système d'équation (2.20) est de toute manière symétrique par rapport aux forces normales  $F_{z,i}$ , il aurait donc été impossible qu'une hypothèse sur uniquement une force normale remette en cause la cohérence de l'ensemble.

Les expressions (2.23) permettent d'obtenir les forces normales sur les 4 roues, exprimées dans le repère de la roue et dans le repère du véhicule (l'axe vertical de  $\mathcal{R}_V$  et celui de  $\mathcal{R}_i$  sont confondus selon l'hypothèse 4). Ces grandeurs sont primordiales dans le calcul des forces qui s'appliquent au véhicule. Ces formules se simplifient en l'absence de pentes comme cela est présenté en (2.25). Ces formules à plat sont celles habituellement admises, notamment dans [Shu+14].

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{z,FL} = \frac{mg}{dL} \left( L_R - \frac{h}{g} a_x \right) \left( d_R - \frac{h}{g} a_y \right) \\ F_{z,FR} = \frac{mg}{dL} \left( L_R - \frac{h}{g} a_x \right) \left( d_L + \frac{h}{g} a_y \right) \\ F_{z,RL} = \frac{mg}{dL} \left( L_F + \frac{h}{g} a_x \right) \left( d_R - \frac{h}{g} a_y \right) \\ F_{z,RR} = \frac{mg}{dL} \left( L_F + \frac{h}{g} a_x \right) \left( d_L + \frac{h}{g} a_y \right) \end{array} \right. \quad (2.25)$$

## 2.7 Théorèmes fondamentaux de la dynamique

Les principales forces s'appliquant sur le véhicule off-road sont les suivantes :

- Force de pesanteur, voir section 2.4.1
- Force de résistance au roulement, voir section 2.4.2
- Force de glissement des pneus, voir section 2.5

Ces forces dépendent notamment des forces normales sur chacune des roues, explicitées en dans la section 2.6.

On peut donc à présent utiliser ces données afin d'établir les équations du mouvement du véhicule. Pour la définition des différentes matrices de passage entre les repères de travail, voir la section 2.3.

### 2.7.1 Principe fondamental de la dynamique selon les axes longitudinal et latéral du véhicule

Afin de lier les accélérations latérale et longitudinale du véhicule, on utilise le principe fondamental de la dynamique exprimé dans  $\mathcal{R}_V$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} ma_x = F_{x,FL} + F_{x,FR} + F_{x,RL} + F_{x,RR} + F_{\text{poids},x} \\ ma_y = F_{y,FL} + F_{y,FR} + F_{y,RL} + F_{y,RR} + F_{\text{poids},y} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \begin{pmatrix} F_{x,i} \\ F_{y,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} P_{i \rightarrow V} \begin{pmatrix} F_{\text{gliss},x,i} + F_{\text{resis},i} \\ F_{\text{gliss},y,i} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Comme on peut le voir dans ces équations, on exprime toutes les accélérations et les forces dans le repère véhicule, notamment grâce à la matrice de passage  $P_{V \rightarrow i}$  qui permet d'exprimer les forces dans le repère véhicule, alors que les expressions des forces de résistance au roulement dans la section 2.4.2 et celles des forces de glissements dans 2.5 sont exprimées dans le repère de la roue. Le poids a été défini en (2.5).

### 2.7.2 Théorème du moment cinétique dans la dynamique de lacet

En ce qui concerne la dynamique de lacet, il est nécessaire de revenir au repère de travail  $\mathcal{R}_0$ , le repère global indépendant de la pente. En effet, comme le montre les figures 2.2 et 2.3c, le lacet est défini dans  $\mathcal{R}_0$ . Il est donc indispensable d'exprimer l'ensemble des forces des roues dans  $\mathcal{R}_0$  et d'effectuer le théorème du moment cinétique avec les forces horizontales ainsi obtenues. Une attention particulière est à apporter aux bras de levier, qui sont dépendants des pentes subies par le véhicule. Les bras de leviers communs pour les roues d'un même essieu ou d'un même côté sont permis par l'hypothèse 7.

$$I_z \ddot{\psi} = \tilde{d}_R (F_{\text{sol},x,\text{FR}} + F_{\text{sol},x,\text{RR}}) - \tilde{d}_L (F_{\text{sol},x,\text{FL}} + F_{\text{sol},x,\text{RL}}) + \tilde{L}_F (F_{\text{sol},y,\text{FL}} + F_{\text{sol},y,\text{FR}}) - \tilde{L}_R (F_{\text{sol},y,\text{RL}} + F_{\text{sol},y,\text{RR}}) \quad \text{avec} \left\{ \begin{array}{l} \tilde{L}_i = \left\| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} L_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| = L_i \cos \theta \\ \tilde{d}_i = \left\| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} 0 \\ d_i \\ 0 \end{pmatrix} \right\| = d_i \cos \varphi \\ \begin{pmatrix} F_{\text{sol},x,i} \\ F_{\text{sol},y,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} P_{V \rightarrow 0} P_{i \rightarrow V} \begin{pmatrix} F_{\text{gliss},x,i} + F_{\text{resis},i} \\ F_{\text{gliss},y,i} \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

### 2.7.3 Théorème du moment cinétique aux roues

Pour calculer la vitesse de rotation des roues notamment utilisée dans la définition des ratios de glissements en (2.11) et (2.12), il est nécessaire de définir un autre moment cinétique autour de l'axe de rotation de la roue [Raj12].

$$I_{\text{roue},i} \dot{\omega}_i = T_i - r_i F_{\text{gliss},x,i} \quad (2.28)$$

$T_i$  est le couple au moyeu de la roue.

## 2.8 Conclusions relatives à la modélisation du véhicule off-road

La figure 2.13 permet de synthétiser le modèle défini dans ce chapitre. Il regroupe l'ensemble des fonctions de ce modèle dynamique de véhicule. Les seules entrées du modèle qui sont représentées dans ce schéma, en rouge, sont celles de la commande, *i.e.* les angles de braquage et les couples des moteurs aux roues  $T_i$ . Ces commandes sont définies respectivement dans les chapitres 3 et 4. Cependant, ce type de modèle dynamique possède d'autres entrées/paramètres, potentiellement variables. On peut citer notamment la masse ou la position du centre de gravité ( $L_F$  et  $L_R$ ) comme paramètres possiblement variables influençant grandement la dynamique du véhicule (cf. les différentes équations présentées précédemment).

Le modèle proposé a l'avantage de prendre explicitement en compte la pente dans le calcul de l'ensemble des forces en jeu; qu'elles découlent de la force de pesanteur ou indirectement des forces normales.

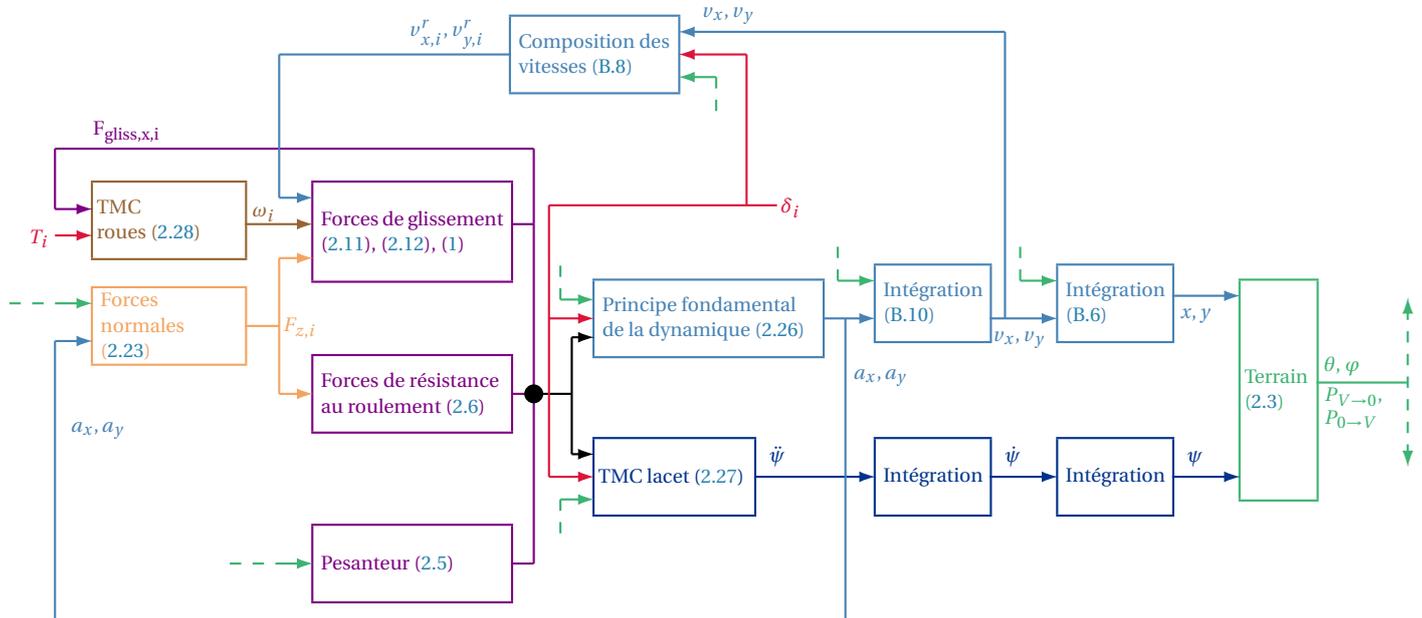


FIGURE 2.13 – Modèle véhicule terrain, avec prise en compte des pentes

# CONCEPTION D'UN RÉGULATEUR LATÉRAL ROBUSTE D'UN VÉHICULE OFF-ROAD EN PRÉSENCE DE PENTES

---

## Sommaire du chapitre

<b>3.1 État de l'art sur la régulation latérale</b> . . . . .	<b>66</b>
<b>3.2 Hypothèses de conception du modèle latéral linéaire</b> . . . . .	<b>72</b>
<b>3.3 Calcul des efforts latéraux pneumatiques avec prise en compte des pentes</b> . . . . .	<b>73</b>
<b>3.4 Représentation d'état du modèle à deux essieux directeurs en présence de pente</b> .	<b>76</b>
<b>3.5 Architecture de contrôle latéral du véhicule</b> . . . . .	<b>79</b>
<b>3.6 Conception de la composante feedforward de la commande</b> . . . . .	<b>85</b>
<b>3.7 Conception de la composante feedback robuste de la commande</b> . . . . .	<b>88</b>
<b>3.8 Vers une vitesse variable : stratégie du séquençement de gain</b> . . . . .	<b>95</b>

---

Ce chapitre présente la conception d'un régulateur latéral de véhicule off-road. Grâce au chapitre 2, l'influence de la pente et des angles de braquage sur la dynamique latérale du véhicule a été modélisée de façon intelligible. L'objectif de ce chapitre est par conséquent double :

- concevoir un modèle de commande en s'appuyant notamment sur les informations relatives à la dynamique véhicule présentées dans le chapitre 2
- concevoir une loi de pilotage des angles de braquage du véhicule afin de contrôler sa dynamique latérale.

Comme cela est défini dans le chapitre 1, la régulation latérale est l'action exercée sur un système (ici le véhicule off-road) afin de le faire suivre un chemin de référence. Dans ce contexte, la modélisation du chemin de référence et des calculs des variables revêt donc une importance toute particulière. Ce chapitre suppose mesurés les écarts à la trajectoire, indépendamment de la modélisation de la modélisation du chemin.

## 3.1 État de l'art sur la régulation latérale

### 3.1.1 Modèle bicyclette

Avant de présenter en détail différents types de régulateurs latéraux, il est primordial de décrire au moins brièvement le modèle bicyclette sur lequel repose une majorité écrasante de régulateurs latéraux. Comme son nom l'indique, ce modèle vise à décrire le véhicule comme ayant uniquement deux roues, une à l'avant et l'autre à l'arrière. Les notions même d'essieu ou de voie du véhicule deviennent par conséquent caduques. [Pol+17] s'interroge notamment sur les conditions de validités de ce modèle bicyclette qui semble à première vue bien éloigné du véhicule à quatre roues que l'on considère dans notre cas d'études. Selon cet article, le modèle bicyclette reste valable tant que l'accélération latérale ne dépasse pas  $0.5g\mu$ , avec  $\mu$  le coefficient d'adhérence et  $g$  l'accélération de pesanteur terrestre. Un véhicule à faible vitesse, et donc à faible accélération latérale, peut donc être modélisé par ce type de représentation.

Il est toutefois important de noter que lorsque le modèle bicyclette est adopté, cela contraint *de facto* le type de direction du véhicule à 4 roues. En effet, il est nécessaire pour l'adoption de ce modèle que les roues d'un même essieu aient des dynamiques latérales similaires, notamment en termes de vitesse de rotation des roues. Il existe en effet plusieurs types de véhicules pour lesquels ce n'est pas le cas, comme le montre la figure 3.1. En effet, il est possible, comme le montre la figure 3.1b, de commander la dynamique latérale du véhicule via les vitesses de rotations différentes selon le côté du véhicule, sur le modèle du chenillard. Il est même possible de combiner des angles de braquage indépendants avec des vitesses de rotation distinctes afin de maximiser les possibilités de mouvement du véhicule. Ceci peut être utile pour des véhicules contraints en milieu restreint, pour des manœuvres très serrées par exemple.

Le modèle bicyclette, quant à lui, suppose nécessairement une configuration comme celle de la figure 3.1a, où les roues d'un même essieu ont un braquage et une vitesse de rotation similaires.

Le modèle est très souvent adopté dans les sujets de régulation latérale, car elle est cohérente avec la direction d'un nombre important de véhicule. Cependant, ce type de modèle simplificateur nécessite de considérer plusieurs hypothèses simplificatrices sur le véhicule :

- Les angles de braquage sont identiques sur un même essieu. Cette hypothèse n'est pas si anecdotique, car pour limiter l'usure, la plupart des véhicules à quatre roues sont munis de la direction dite d'Ackermann. Ce mode de direction implique que la roue intérieure au virage tourne plus que la roue extérieure. Ce problème est discuté en annexe C.
- La répartition des charges gauche / droite est équilibrée.
- Le report de charges entre les côtés est ignoré. La hauteur du centre de gravité est donc nulle, ainsi que la pente latérale.

Ces hypothèses sont partiellement remises en cause le long du chapitre, afin de pouvoir rendre compte des transferts de charges liés à la pente par exemple.

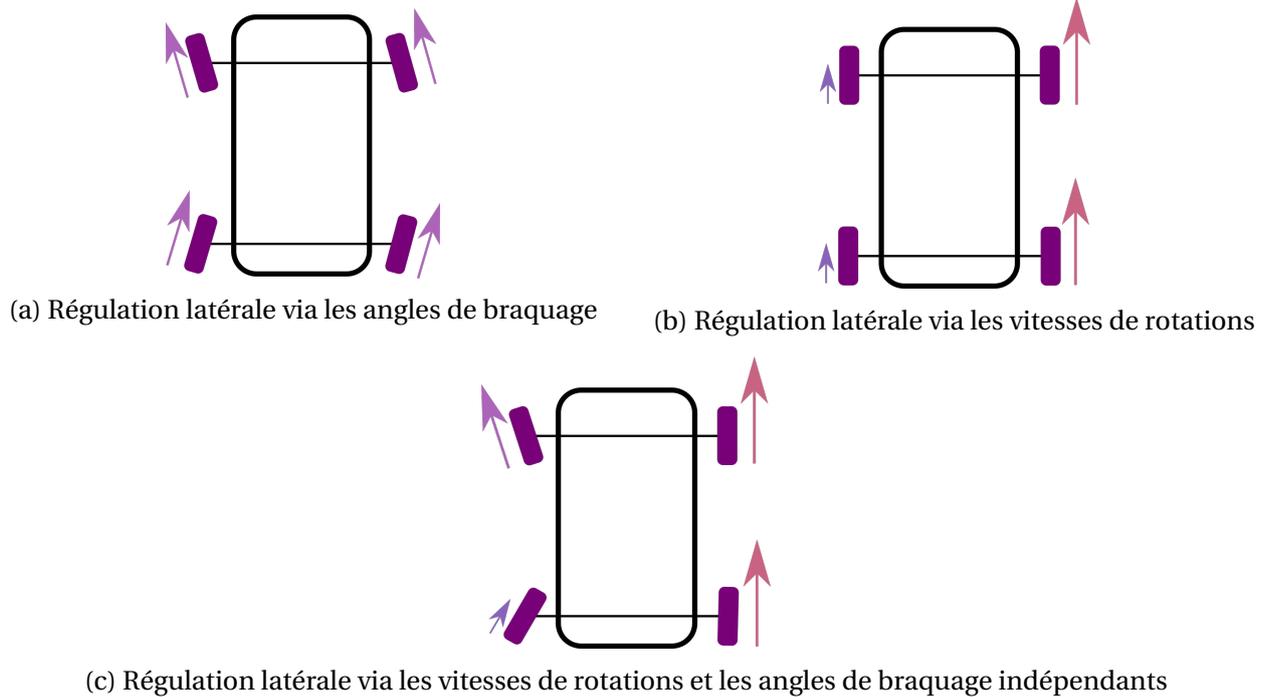


FIGURE 3.1 – Types de régulation latérale

### 3.1.2 Régulateurs sous hypothèses de non glissement des pneumatiques, de type cinématique ou géométrique

Avant même de parler de modélisation cinématique, la littérature propose déjà des régulateurs latéraux qui exploitent simplement des considérations géométriques reliant la position du véhicule à celle du bord de voie. On peut citer notamment les approches de type *follow the carot*. Ce type de lois de commande s'appuie sur une distance de visée et un point de visé associé. La loi de pilotage des angles de braquage est alors construite à l'aide d'une relation algébrique exploitant cette distance de visée ou l'angle définissant sa direction. Par exemple, le régulateur le plus simple de cette famille est un régulateur proportionnel considérant en argument l'erreur de cap  $\psi_e$  (voir figure 3.2).

$$\delta_F = K_\psi \psi_e \quad (3.1)$$

Sa simplicité extrême n'assure ni la robustesse du régulateur en cas de gros écarts ni un suivi optimal de chemin; un comportement fortement oscillatoire pourra par exemple apparaître.

La commande latérale fondamentale exploitant la modélisation cinématique du véhicule est celle dénommée "Pure Pursuit" [Yeu+06], [Oht+16]. Considérons dans un premier temps la situation avec un unique essieu directeur. La régulation Pure Pursuit fonctionne selon une philosophie très simple. On suppose défini un point objectif ( $B$  sur la figure 3.2) représentant le point que doit atteindre le centre de l'essieu arrière en  $O$ . Il se situe à une distance  $L_e$ , distance arbitrairement choisie par l'utilisateur. En supposant que la trajectoire future entre les deux points est un cercle de rayon  $\frac{1}{\rho_e}$  dont le centre est aligné avec l'axe de l'essieu arrière, on peut donc calculer cette cour-

bure, l'angle de dérive étant supposé nul de par la modélisation cinématique. On obtient ainsi directement la courbure de la trajectoire nécessaire au suivi du chemin, et l'angle de braquage nécessaire pour la manœuvre en est directement déduit.

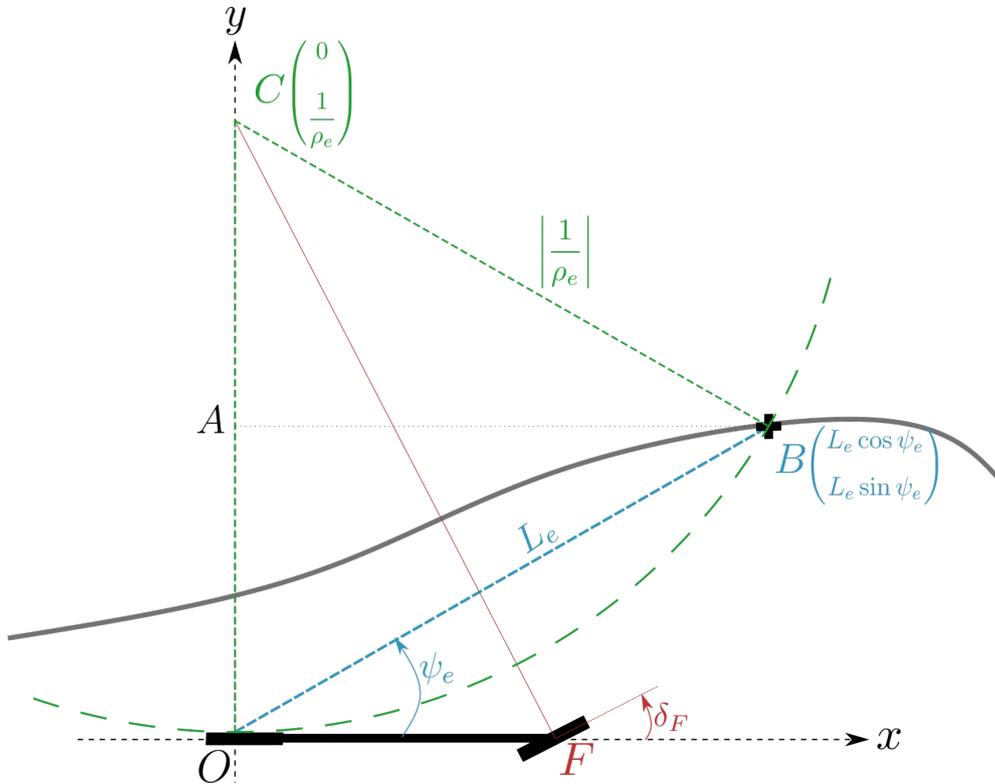


FIGURE 3.2 – Principe du Pure Pursuit, avec un seul essieu directeur

Dans le contexte de la figure 3.2, on peut établir grâce au théorème de Pythagore au triangle ABC l'expression de la courbure  $\rho_e$  :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \iff (L_e \cos \psi_e)^2 + \left( \frac{1}{\rho_e} - L_e \sin \psi_e \right)^2 = \frac{1}{\rho_e^2} \iff \rho_e = \frac{2 \sin \psi_e}{L_e} \quad (3.2)$$

Il peut être remarqué que cette courbure est positive si le véhicule tourne à gauche, négative sinon. Ensuite, en utilisant la trigonométrie dans le triangle OCF, on obtient :

$$\tan \delta_F = \frac{L}{\frac{1}{\rho_e}} \iff \delta_F = \text{atan} \left( \frac{2L \sin \psi_e}{L_e} \right) \quad (3.3)$$

Dans le cas où deux essieux directeurs seraient à considérer, on peut imaginer aisément vouloir contrôler un autre point que le centre de l'essieu arrière. On cherchera par exemple à contrôler la position du centre de gravité comme sur la figure 3.3. Dans ce cas-ci, on redéfinit  $L_e$  au centre de gravité et on réitère la méthode décrite précédemment.

On obtient les résultats suivants pour les expressions des angles de braquage à l'avant et à l'arrière du véhicule :

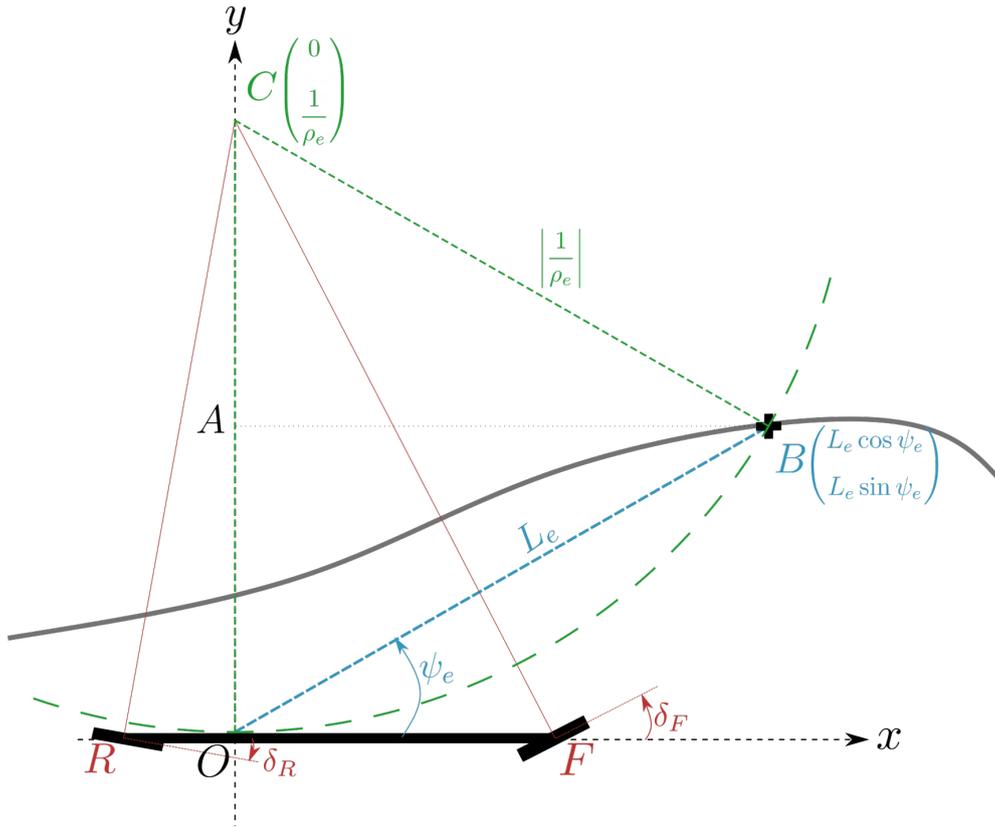


FIGURE 3.3 – Principe du Pure Pursuit, avec deux essieux directeurs

$$\begin{cases} \delta_F = \text{atan} \left( \frac{2L_F \sin \psi_e}{L_e} \right) \\ \delta_R = \text{atan} \left( \frac{-2L_R \sin \psi_e}{L_e} \right) \end{cases} \quad (3.4)$$

Dans le contexte du Pure Pursuit, la distance  $L_e$  est donc un paramètre de commande et  $\psi_e$  une mesure. Plus on choisit  $L_e$  petit, plus les angles de braquage sont agressifs afin de revenir le plus rapidement possible au chemin de référence, au risque de créer un mouvement oscillatoire autour de celle-ci. A l'inverse, un  $L_e$  grand permet une dynamique plus prédictive, au risque de trop anticiper et mal suivre le tracé du chemin de référence. Une solution classique est de paramétrer  $L_e$  en fonction de la vitesse [PLH14].

On remarque, en analysant les expressions du Pure Pursuit (3.3) (3.4), que la commande en Pure Pursuit n'est pas si différente de celle présentée en (3.1). En effet, pour de petits écarts  $\psi_e$ , un simple développement limité montre que  $\text{atan}(C \sin(\psi_e)) \simeq C \psi_e$ . On obtient donc un régulateur proportionnel comme précédemment. Cependant, le Pure Pursuit ajoute la prise en compte explicite de la géométrie du véhicule.

L'avantage principal de ce régulateur est sans conteste la facilité de sa mise en place. Cependant, le Pure Pursuit nécessite plusieurs hypothèses qui sont à remettre en perspective par rapport au sujet :

- Absence d'angle de dérive aux deux essieux, directeurs ou non

- Absence d'angle de dérive au point de régulation
- Trajectoire circulaire entre le point de régulation et le point objectif

Ce sont des hypothèses trop réductrices dans le contexte off-road. Des améliorations de ce régulateur sont disponibles, comme l'incorporation d'un PID [PLH15], [Hua+20] ou la prise en compte d'une trajectoire en clothoïde au lieu d'un arc de cercle [Sha+15]. [Qia+21] s'intéresse à la détermination de la distance de visée optimale.

[Pad+16] recense d'autres modes de contrôles de véhicules par modèles cinématiques dans un contexte urbain, via notamment l'utilisation d'une fonction de Lyapunov ou la mise en œuvre d'une stratégie de type *Model Predictive Control* (MPC). Cependant, ces améliorations ne permettent toujours pas de prendre en compte les dérives importantes du véhicule, négligées par définition même de la modélisation géométrique, ce qui en fait sa limitation intrinsèque.

### 3.1.3 Régulateurs basés sur une modélisation des glissements des pneumatiques

Devant les faiblesses des régulateurs exclusivement cinématiques, d'autres recherches s'intéressent à la prise en compte du comportement dynamique du véhicule. Dans ce contexte, il est nécessaire de modéliser le véhicule afin de pouvoir prendre en compte les glissements.

#### Régulateurs basés sur un modèle de cinématique étendue

Bien que la plupart des régulateurs latéraux basés sur des considérations cinématiques sont inefficaces en terrain off-road, il est néanmoins possible de l'adapter moyennant certaines hypothèses. La prise en compte explicite de la nature changeante du terrain, *i.e.* des angles de dérive du véhicule, sont indispensables dans ce contexte. Ces variables étant par définition dynamiques, il est donc nécessaire d'incorporer dans le modèle soutenant la commande une part de dynamique. C'est ce qu'ont notamment effectué [Len05] et [Der18] dans leurs travaux de régulation latérale de véhicule off-road. Prenons l'exemple plus récent de [Der18] qui utilise le modèle cinématique étendue (voir (2.1)) afin d'obtenir la commande de braquage sur l'essieu arrière et avant. La conception de la commande du braquage arrière se base sur le fait d'imposer une dynamique de l'écart latéral à l'essieu arrière de la forme suivante, avec  $k_y$  un scalaire négatif :

$$\dot{\tilde{y}}_R = k_y \tilde{y}_R \quad (3.5)$$

En remplaçant cette expression dans (2.1b), on obtient alors l'expression de la commande de braquage arrière :

$$\delta_R = \arcsin\left(\frac{k_y \tilde{y}_R}{v_R}\right) - \tilde{\psi}_R - \hat{\beta}_R \quad (3.6)$$

Dans cette commande d'apparence cinématique, il est important de constater la présence de  $\hat{\beta}_R$ , l'angle de dérive arrière estimé par un observateur. Cet observateur repose quant à lui sur des

considérations dynamiques, via la prise en compte des coefficients de raideur des pneus notamment.

En ce qui concerne la commande arrière, une méthodologie similaire est adoptée : on cherche à contraindre la dynamique de l'écart angulaire par cette relation caractérisée par le gain négatif  $k_\psi$  négatif :

$$\dot{\tilde{\psi}}_R = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{\text{ref}} = k_\psi \tilde{\psi}_R \quad (3.7)$$

Il est possible de considérer la relation cinématique suivante, avec  $v_F$  et  $v_R$  les vitesses respectivement à l'essieu avant et arrière :

$$\dot{\psi} = \frac{v_F \sin(\delta_F + \beta_F) - v_R \sin(\delta_R + \beta_R)}{L} \quad (3.8)$$

En incluant (3.6) et (3.7) dans (3.8) et en isolant  $\delta_F$ , on peut obtenir la commande de braquage de l'essieu avant :

$$\delta_F = \arcsin \left( \frac{L(k_\psi \tilde{\psi}_R + \dot{\psi}_{\text{ref}}) + v_R \sin \left( \arcsin \left( \frac{k_y \tilde{y}_R}{v_R} \right) - \tilde{\psi}_R \right)}{v_F} \right) - \hat{\beta}_F \quad (3.9)$$

Cette méthode a l'avantage de prendre en compte la dérive des pneumatiques et de chercher à les compenser. De plus, les coefficients de régulation,  $k_\psi$  et  $k_y$ , sont peu nombreux et faciles à régler et interpréter. Cette méthode de régulation latérale sera testée en chapitre 5 face au régulateur latéral proposé dans ce chapitre.

### Régulateurs basés sur un modèle dynamique, de type bicyclette

De nombreuses solutions de régulations latérales se basent sur ce modèle simple, notamment pour les avantages décrits précédemment : facilité de mise en place et hypothèses relativement peu contraignantes. Cet état de fait est notamment vrai pour les véhicules routiers, classiques, mais aussi parfois singuliers, comme les véhicules étroits inclinables [MCC14] et [TAK19], pour lesquelles le modèle bicyclette, certes peu adapté pour prendre en compte le mouvement de roulis, s'est avéré pertinent. Les véhicules off-road agricoles ayant eux-mêmes des géométries très variables, on peut espérer que le modèle bicyclette s'avère aussi suffisant pour supporter la conception de la loi de commande latérale. La prépondérance du modèle dans les travaux de régulation latérale est notable, que ce soit dans le domaine in-road à hautes vitesses [Ple+16] [SGB13] ou véhicules off-road à plus faible vitesse [Len+11] [LLG15] [Wan+20].

### Régulateurs basés sur un modèle dynamique à quatre roues

Bien que la grande majorité des régulateurs reposent sur un modèle bicyclette, il est possible que des recherches s'intéressent à la dynamique d'un véhicule à 4 roues, notamment dans un

contexte de robustification de la trajectoire du véhicule. Un des exemples les plus connus est celui de l'ESP (*Electronic Stability Program*) qui permet de stabiliser la dynamique latérale du véhicule [WBH99] [Jia+11] via le contrôle d'une des quatre roues, indépendamment du reste des roues. L'ESP n'est pas à proprement parler un régulateur latéral dans le sens où il ne calcule pas à tout instant une commande latérale pour suivre une trajectoire, il est plutôt activé au moment où cela est nécessaire (glissement, virage serré etc). Le principe de cet outil est de freiner une ou plusieurs roues en fonction du caractère sous-vireur ou sur-vireur du véhicule afin de suivre au mieux la trajectoire indiquée par les angles de braquage des roues. La dynamique latérale est donc ici contrainte par la dynamique longitudinale des roues. Dans notre contexte, cet outil ne sera pas utilisé, car c'est le régulateur longitudinal qui aura pour tâche de veiller à ce que le véhicule ait une dynamique évitant des glissement trop importants.

Cette stratégie d'allocation de couples moteurs différents en fonction des roues se retrouve aussi dans [Shu+14] afin d'effectuer la régulation latérale du véhicule.

### **Problématique de la robustesse et de l'estimation des paramètres**

Quel que soit le modèle utilisé (bicyclette ou 4 roues), il est primordial dans une commande basée sur un modèle dynamique de véhicule de s'intéresser à l'estimation des paramètres du véhicule. En effet, la masse, l'inertie des roues et du véhicule ainsi que les coefficients de raideur de pneu sont autant de paramètres qu'il est nécessaire d'obtenir en temps réel afin de prendre en compte les glissements du véhicule. C'est le cas par exemple de [NTL15] ou de [Der+17b] qui s'intéressent à l'estimation des coefficients de raideur de pneus pour l'aide au suivi de trajectoire dans un contexte off-road.

La difficulté d'estimation de ces paramètres s'en trouve décuplés lorsque les paramètres sont variés, comme peuvent l'être notamment les coefficients de raideur des pneus. Des recherches en régulation latérale in-road s'intéressent par conséquent à la conception d'une commande robuste [TTC16] [Mus+19] dans l'optique d'être peu sensibles aux variations de paramètres pendant le parcours du véhicule.

Notre but serait de concevoir une commande qui parviendrait à estimer de manière satisfaisante les paramètres variés associés à la dynamique du véhicule et dans le même temps être capable d'assurer la robustesse du régulateur latéral dans une grande variété de terrains complexes.

## **3.2 Hypothèses de conception du modèle latéral linéaire**

Cette section a pour but d'établir les différentes hypothèses relatives au modèle sur lequel se base la régulation latérale. On nommera dans la suite ce modèle  $\mathcal{M}_{\text{lat}}$ .

**Hypothèse 9** *On modélise la force de glissement latérale des pneus selon un modèle linéaire.*

On précise plus en détail ce modèle linéaire dans la section 3.3.1.

**Hypothèse 10** *Les termes inertiels associés à  $\ddot{\varphi}$  et  $\ddot{\theta}$  sont considérés négligeables devant les termes associés à la masse pour le calcul des forces normales.*

**Hypothèse 11** *La dynamique longitudinale étant déjà établie, on suppose l'accélération longitudinale négligeable et la vitesse  $v_x$  constante.*

Cette hypothèse peut être particulièrement réductrice, surtout en off-road où les vitesses peuvent diminuer fortement en virage pour des raisons de stabilité et de virages très serrés. Cependant, une remise en cause de cette hypothèse sera effectuée dans la section 3.8.

**Hypothèse 12** *Les roues d'un même essieu sont identiques, et en particulier ont le même coefficient de raideur.*

**Hypothèse 13** *Les signaux exogènes liés à l'environnement qui sont mesurés dans ce cadre de travail (courbure et pente) sont modélisés via des scénarios pire cas.*

La section 3.5.4 précise plus précisément cette hypothèse.

**Hypothèse 14** *La vitesse du centre de gravité  $v_x$  est suffisamment importante et le véhicule suffisamment étroit pour considérer que  $v_{x,FR} \simeq v_{x,FL} \simeq v_{x,RL} \simeq v_{x,RR} \simeq v_x$ .*

**Hypothèse 15** *On considère que la différence d'angle de braquage entre les deux roues d'un même essieu est négligeable. On obtient donc  $\delta_{FL} = \delta_{FR} = \delta_F$  et  $\delta_{RL} = \delta_{RR} = \delta_R$*

Cette dernière hypothèse est en contradiction avec la géométrie des systèmes mécaniques réels de direction. La cohérence de cette hypothèse est par conséquent discutée plus en détail dans la section C en annexe page 207.

On note que les hypothèses adoptées ne sont pas strictement celles du modèle bicyclette, car on considère le report de charges entre les côtés gauche et droit ou l'influence de la pente. Cependant,  $\mathcal{M}_{lat}$  est proche d'un modèle bicyclette, notamment à travers les hypothèses 14 et 15.

### 3.3 Calcul des efforts latéraux pneumatiques avec prise en compte des pentes

Avant de définir les équations régissant le modèle, on s'intéresse en premier lieu à l'influence des hypothèses décrites en 3.2 sur le modèle du véhicule à quatre roues présenté chapitre 2.

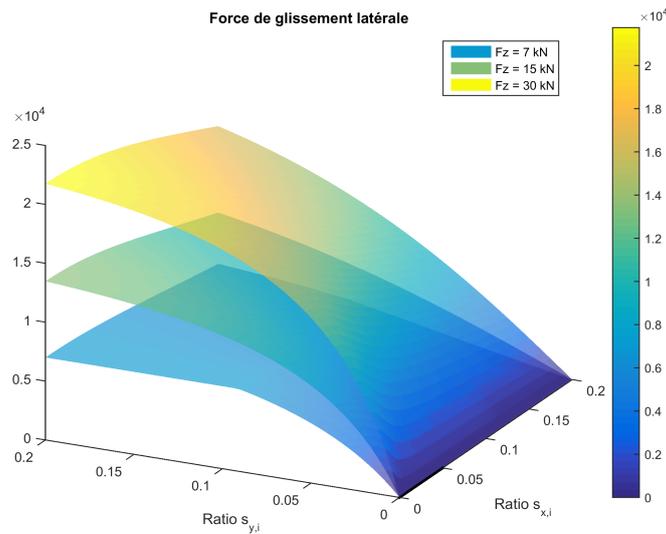


FIGURE 3.4 – Forces de glissement latérales à la roue  $i$  en fonction des ratios  $s_{x,i}$ ,  $s_{y,i}$  et la force normale  $F_{z,i}$

### 3.3.1 Modèle linéaire de glissement latéral

En réutilisant les données de la figure 2.10 pour en extraire les forces latérales, on obtient la figure 3.4. Selon l'hypothèse 11, on travaille dans un contexte où la vitesse longitudinale est constante, ce qui implique le caractère constant du ratio de glissement  $s_x$ . Or, pour des ratios de glissement longitudinaux fixes, on remarque sur la figure 3.4 que cette force de glissement latérale ne dépend linéairement que de  $s_{y,i}$  et de la force normale  $F_{z,i}$ .

On obtient alors l'expression simplifiée de la force de glissement latérale suivante, avec  $c_{y,i}$  obtenu via les paramètres du modèle de Rill :

$$F_{y,i} = c_{y,i} F_{z,i} s_{y,i} \quad (3.10)$$

Ce modèle est similaire au classique modèle linéaire des pneumatiques (3.11) que l'on retrouve très souvent dans les travaux de contrôle de trajectoire de véhicules via modèle dynamique [AB04], [Sni09], [BCL09], [JVC16]. On note la correspondance dans (3.11) entre  $s_{y,i}$  et  $-\beta_i$  valable en cas de vitesse longitudinale positive et un glissement longitudinal faible, permis par l'hypothèse 11. Le détail de cette correspondance a été explicitée en préambule de l'équation (2.13).

$$F_{y,i} = C_i s_{y,i} = -C_i \beta_i \quad (3.11)$$

La différence entre ces modèles réside dans le fait que le coefficient de raideur des pneumatiques  $C_i$  est fonction de la force normale dans (3.10) tandis qu'il est considéré constant dans (3.11). Cette hypothèse est vérifiée tant que les accélérations et les pentes sont suffisamment faibles, comme le montre l'expression des forces normales (2.23). Cependant, nous préférons dans notre cas prendre en compte les forces normales pour une prise en compte explicite des dynamiques du

véhicule et de l'environnement dans lequel il évolue.

### 3.3.2 Simplification des forces normales et du coefficient de raideur des pneus

On rappelle les équations des forces normales déterminées précédemment en (2.23).

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{z,FL} = \frac{\zeta_x \zeta_y}{\eta} \\ F_{z,FR} = \zeta_x \left(1 - \frac{\zeta_y}{\eta}\right) \\ F_{z,RL} = \zeta_y \left(1 - \frac{\zeta_x}{\eta}\right) \\ F_{z,RR} = \eta \left(1 - \frac{\zeta_x}{\eta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_y}{\eta}\right) \end{array} \right. \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \zeta_x = \frac{mg(L_R \cos \alpha - h \sin \theta) - mha_x + I_y \ddot{\theta}}{L} \\ \zeta_y = \frac{mg(d_R \cos \alpha - h \sin \varphi) - mha_y + I_x \ddot{\varphi}}{d} \\ \eta = mg \cos \alpha \end{array} \right. \quad (3.12)$$

On se réfère aux hypothèses 10 et 11 afin de simplifier les expressions des forces normales dans le cadre d'un modèle de commande. L'équation (3.12) se simplifie par conséquent de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta_x = \frac{mg(L_R \cos \alpha - h \sin \theta)}{L} \\ \zeta_y = \frac{mg(d_R \cos \alpha - h \sin \varphi) - mha_y}{d} \end{array} \right. \quad (3.13)$$

En concordance avec le modèle des pneumatiques de Rill, on donne alors les expressions des coefficients de raideur  $C_i$  des pneus, avec  $\mu$  l'adhérence du sol et  $c_i$  le coefficient de la pente à l'origine pour les forces latérales, une constante de la roue.

$$C_i = \mu c_i F_{z,i} \quad (3.14)$$

On peut définir par conséquent un coefficient de raideur à l'échelle d'un essieu en additionnant celles des deux roues et en utilisant l'hypothèse 12, avec  $c_{FL} = c_{FR} = c_F$  et  $c_{RL} = c_{RR} = c_R$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} C_F = \mu (c_{FL} F_{z,FL} + c_{FR} F_{z,FR}) \\ \quad = \mu \zeta_x \left[ c_{FR} + \frac{\zeta_y}{\eta} (c_{FL} - c_{FR}) \right] \\ \quad = \frac{\mu mg c_F (L_R \cos \alpha - h \sin \theta)}{L} \\ C_R = \mu (c_{RL} F_{z,RL} + c_{RR} F_{z,RR}) \\ \quad = \mu (\eta - \zeta_x) \left[ c_{RR} + \frac{\zeta_y}{\eta} (c_{RL} - c_{RR}) \right] \\ \quad = \frac{\mu mg c_R (L_F \cos \alpha + h \sin \theta)}{L} \end{array} \right. \quad (3.15)$$

### 3.3.3 Expressions des forces latérales de glissement

On cherche à obtenir l'expression des ratios de glissements des roues afin d'en déterminer la force de glissement qui s'en dégage. Pour cela, nous devons nous intéresser aux vitesses des roues afin d'en calculer l'angle de dérive. Ces vitesses peuvent être déterminées par les équations de composition des mouvements, en se référant à l'annexe à la section B. Il est important de noter que  $\begin{pmatrix} v_{x,i} \\ v_{y,i} \end{pmatrix}$  est l'expression de la vitesse de la roue dans le repère  $\mathcal{R}_V$  et non celui de la roue,  $\mathcal{R}_i$ , voir figure 2.5.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} v_{x,i} \\ v_{y,i} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \right]_{\mathcal{R}_V} + P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \\ &= \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\varphi) \\ \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\varphi) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Or, la force de frottement latéral s'exprime grâce à l'angle de dérive de la roue, qui elle-même dépend des vitesses longitudinale et latérale de la roue. Grâce aux hypothèses 9, 14 et l'expression de  $\beta_i$  (2.9) page 48 et les expressions des coefficients de raideur (3.15), nous obtenons l'expression des forces latérales suivantes :

$$F_{y,i} = C_i \left( \delta_i - \frac{v_y + \dot{\psi} x'_i}{v_x} \right) \text{ avec } x'_i = \cos(\theta) \cos(\varphi) x_i \quad (3.17)$$

$x_i$  correspond à la coordonnée de la roue  $i$  exprimé dans le repère  $\mathcal{R}_V$ . On en déduit les forces latérales à chacune des quatre roues :

$$\begin{cases} F_{y,FL} = C_{FL} \left( \delta_{FL} - \frac{v_y + L'_F \dot{\psi}}{v_x} \right) \\ F_{y,FR} = C_{FR} \left( \delta_{FR} - \frac{v_y + L'_F \dot{\psi}}{v_x} \right) \\ F_{y,RL} = C_{RL} \left( \delta_{RL} - \frac{v_y - L'_R \dot{\psi}}{v_x} \right) \\ F_{y,RR} = C_{RR} \left( \delta_{RR} - \frac{v_y - L'_R \dot{\psi}}{v_x} \right) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} L'_F = \cos \theta \cos \varphi L_F \\ L'_R = \cos \theta \cos \varphi L_R \end{cases} \quad (3.18)$$

## 3.4 Représentation d'état du modèle à deux essieux directeurs en présence de pente

### 3.4.1 Présentation du modèle de commande

Le modèle utilisé dans ce travail correspond à celui présenté en figure 3.5. Le chemin de référence est tracé en bleu (caractérisé par sa courbure  $\rho$ ), tandis que le véhicule, muni de deux

essieux directeurs, est représenté par un véhicule à deux roues de largeur nulle, conformément à l'hypothèse 14.

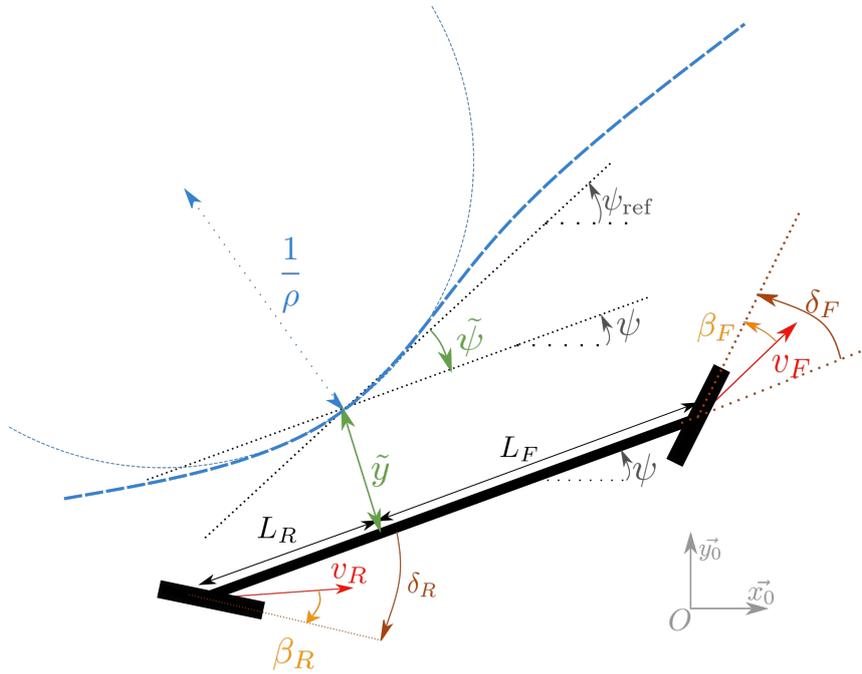


FIGURE 3.5 – Illustration du modèle véhicule associé à la dynamique latérale

Dans le cadre de la régulation latérale de véhicule, les deux variables que l'on souhaite minimiser sont l'écart latéral  $\tilde{y}$  et l'écart angulaire  $\tilde{\psi}$  représentés en vert sur le schéma. Ces mesures sont effectuées au centre de gravité, qui est le point que l'on cherche à réguler. Les variables de commande sont l'angle de braquage à l'avant  $\delta_F$  et à l'arrière  $\delta_R$ . On remarque également sur le schéma les angles de dérives  $\beta_i$  qui ont déjà été définis en (2.9).

### 3.4.2 Écart angulaire

Comme le montre la figure 3.5, la définition de l'écart angulaire est très simple :

$$\tilde{\psi} = \psi - \psi_{\text{ref}} \quad (3.19)$$

$\psi_{\text{ref}}$  correspond à l'angle formé dans  $\mathcal{R}_0$  par la tangente au chemin de référence. C'est donc l'angle de lacet que l'on cherche à suivre. On en déduit l'équation d'évolution de l'écart angulaire, en rappelant dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme que  $\dot{\psi}_{\text{ref}} = v_x \rho$  :

$$\dot{\tilde{\psi}} = \dot{\psi} - v_x \rho \quad (3.20)$$

### 3.4.3 Écart latéral

Pour obtenir l'évolution de l'écart latéral, nous utilisons le principe fondamental de la dynamique (PFD) en utilisant notamment l'expression de la force de glissement (3.18), l'expres-

sion de la force de pesanteur (2.5), la simplification de la composition des accélérations (B.10) et  $\dot{y} = v_y + v_x \tilde{\psi}$  [GTP96] :

$$\begin{aligned}
 ma_y &= F_{y,FL} + F_{y,FR} + F_{y,RL} + F_{y,RR} - mg \sin(\varphi) \\
 m(\dot{v}_y + \dot{\psi} v_x) &= -\frac{C_F + C_R}{v_x} v_y + \frac{L'_R C_R - L'_F C_F}{v_x} \dot{\psi} + \sum_{i \in \mathcal{W}} C_i \delta_i - mg \sin(\varphi) \\
 \dot{v}_y &= \frac{-(C_F + C_R)}{m v_x} v_y - \left( \frac{L'_F C_F - L'_R C_R}{m v_x} + v_x \right) \dot{\psi} + \frac{1}{m} \sum_{i \in \mathcal{W}} C_i \delta_i - g \sin(\varphi) \\
 \dot{v}_y &= \frac{-(C_F + C_R)}{m v_x} \dot{y} + \frac{C_F + C_R}{m} \tilde{\psi} - \left( \frac{L'_F C_F - L'_R C_R}{m v_x} + v_x \right) \dot{\psi} + \frac{1}{m} \sum_{i \in \mathcal{W}} C_i \delta_i - g \sin(\varphi)
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Grâce à l'équation décrivant l'évolution de  $\tilde{\psi}$  (3.20), on déduit alors une autre équation du système, celle décrivant l'évolution de  $\ddot{y}$ , et en utilisant notamment l'hypothèse 11 :

$$\begin{aligned}
 \ddot{y} &= \frac{d}{dt} (v_y + v_x \tilde{\psi}) \\
 \ddot{y} &= \dot{v}_y + \dot{v}_x \tilde{\psi} + v_x \dot{\tilde{\psi}} \\
 \ddot{y} &= \frac{-(C_F + C_R)}{m v_x} \dot{y} + \frac{C_F + C_R}{m} \tilde{\psi} + \frac{L'_R C_R - L'_F C_F}{m v_x} \dot{\psi} - v_x^2 \rho + \frac{1}{m} \sum_{i \in \mathcal{W}} C_i \delta_i - g \sin(\varphi)
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Ces équations (sous hypothèses de pentes nulles) peuvent notamment être retrouvées dans [Mus19].

### 3.4.4 Évolution de la vitesse de lacet

En effectuant un théorème du moment cinétique sur le système, nous avons, par les mêmes hypothèses que précédemment :

$$\begin{aligned}
 I_z \ddot{\psi} &= L'_F (F_{y,FL} + F_{y,FR}) - L'_R (F_{y,RL} + F_{y,RR}) \\
 \ddot{\psi} &= \frac{L'_R C_R - L'_F C_F}{I_z v_x} \dot{y} + \frac{L'_F C_F - L'_R C_R}{I_z} \tilde{\psi} - \frac{L'^2_F C_F + L'^2_R C_R}{v_x I_z} \dot{\psi} \\
 &\quad + \frac{L'_F (C_{FL} \delta_{FL} + C_{FR} \delta_{FR}) - L'_R (C_{RL} \delta_{RL} + C_{RR} \delta_{RR})}{I_z}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

### 3.4.5 Représentation dans l'espace d'état du modèle bicyclette étendu

En notant le vecteur d'état  $x = (\tilde{\psi} \quad \dot{\psi} \quad \tilde{y} \quad \dot{y})^T$  associé aux vecteurs de commandes  $\delta = (\delta_F \quad \delta_R)^T$  et les entrées exogènes  $d = (\rho \quad \sin \varphi)^T$ , on déduit la représentation dans l'espace d'état du modèle bicyclette étendu considérant les pentes (3.24), en utilisant les équations (3.15), (3.18) (3.20), (3.22), (3.23) et l'hypothèse 15.

$$\dot{x} = Ax + B\delta + Gd \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{L'_F C_F - L'_R C_R}{I_z} & -\frac{L'^2_F C_F + L'^2_R C_R}{I_z v_x} & 0 & \frac{L'_R C_R - L'_F C_F}{I_z v_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{C_R + C_F}{m} & \frac{L'_R C_R - L'_F C_F}{m v_x} & 0 & -\frac{C_R + C_F}{m v_x} \end{pmatrix} \\ G = \begin{pmatrix} -v_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -v_x^2 & -g \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{L'_F C_F}{I_z} & -\frac{L'_R C_R}{I_z} \\ 0 & 0 \\ \frac{C_F}{m} & \frac{C_R}{m} \end{pmatrix} \\ C_F = \frac{\mu m g c_F (L_R \cos \alpha - h \sin \theta)}{L} & L'_F = \cos \theta \cos \varphi L_F \\ C_R = \frac{\mu m g c_R (L_F \cos \alpha + h \sin \theta)}{L} & L'_R = \cos \theta \cos \varphi L_R \end{array} \right. \quad (3.24)$$

Cette équation nous permet de valider l'objectif de concevoir un modèle dynamique simple et avec peu d'états. On verra dans la suite que la simplicité de ce modèle est un atout.

## 3.5 Architecture de contrôle latéral du véhicule

### 3.5.1 Choix du type de commande

Maintenant que le modèle de commande simple  $\mathcal{M}_{\text{lat}}$  a été proposé en (3.24), il est nécessaire d'avoir un regard critique sur ce dernier afin d'établir une commande qui soit cohérente. Tout d'abord, il est nécessaire de souligner que  $\mathcal{M}_{\text{lat}}$  est par nature incertain. En effet, comme le montre les expressions des coefficients de raideurs notamment, les pentes interviennent dans l'expression des paramètres. L'adhérence  $\mu$  et la masse  $m$  sont elles aussi incertaines, en particulier l'adhérence qui est difficile à estimer [Gea+13].

Il a donc été choisi dans ce contexte d'importantes incertitudes d'adopter une architecture de type feedforward / feedback [MM03]. Nous allons, à travers la mesure de certains signaux exogènes et de la connaissance *a priori* des paramètres du véhicule, établir avec la partie feedforward une première estimation de l'angle de braquage du véhicule nécessaire au bon suivi du chemin de référence. La partie feedback a quant à elle la responsabilité d'améliorer les performances en se basant sur les mesures des écarts à la trajectoire, à l'aide d'une stratégie de commande robuste. Cette composante feedback devra prendre en compte non seulement les incertitudes paramétriques définies précédemment mais également des scénarios divers de pentes et de courbures (voir les composantes du vecteur  $d$  du signal exogène). L'architecture de contrôle proposée est donc celle représentée figure 3.6.

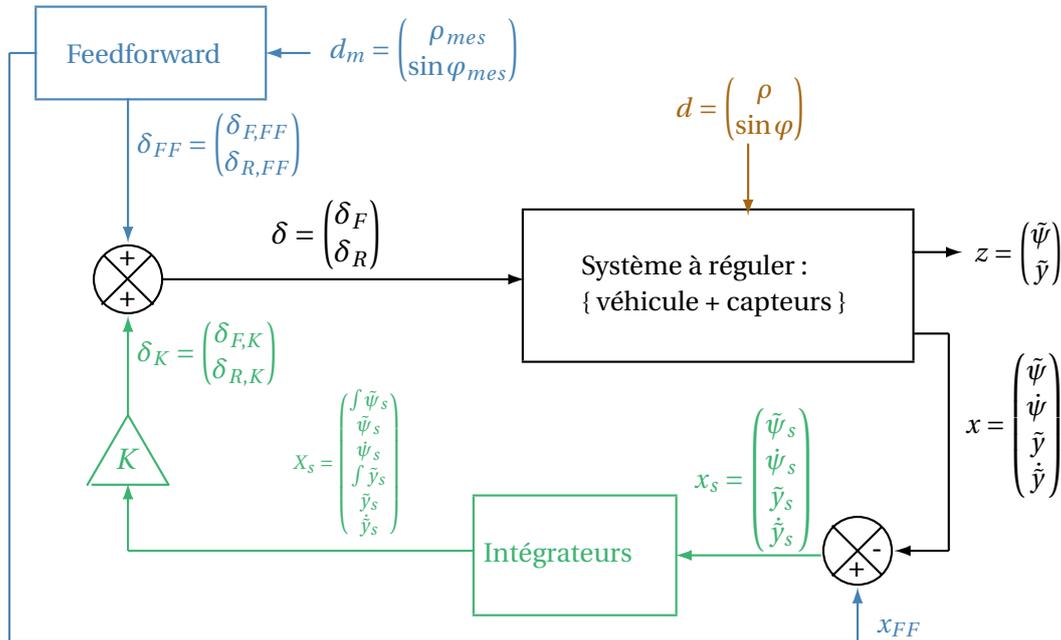


FIGURE 3.6 – Architecture de régulation latérale du véhicule, sous la forme d'un système type feedforward / feedback

La partie feedforward représentée en bleu utilise l'information de l'environnement mesurée. Cet organe utilise la connaissance de la courbure et de la pente latérale afin de calculer des angles de braquage permettant le suivi du chemin. La conception de cette partie est détaillée dans la section 3.6. Le calcul des écarts  $\tilde{y}$  et  $\tilde{\psi}$ , ainsi que la courbure  $\rho_{mes}$ , est permis par la connaissance du chemin de référence et de l'état du véhicule. Quant à la pente, de nombreux travaux se sont intéressés à la mesure de cet angle important pour le contrôle de la dynamique latérale des véhicules off-road. [Ric+12a] met en évidence un observateur de la pente dans un contexte de prévention du renversement. [Kim+18] et [Jeo+17] estiment la pente respectivement par des filtres de Kalman et par des filtres à réponse impulsionnelle finie.

Le feedback, en vert, prend en compte les mesures de l'état  $x$  du véhicule et le compare avec l'état du véhicule  $x_{FF}$  prédit par le feedforward. L'écart entre les deux, notamment dû aux divers erreurs de mesure et de réglage du feedforward, est l'entrée du feedback qui aura pour but de minimiser cet écart. Sa conception est précisée en section 3.7.

### 3.5.2 Définition du modèle standard

Maintenant que l'architecture globale du régulateur latéral est définie, il est nécessaire de réfléchir à sa conception qui doit reposer sur plusieurs points fondamentaux. Le problème de synthèse est formalisé à travers le modèle standard introduit dans la figure 3.7. En premier lieu, il est fondamental de prendre en considération certaines incertitudes paramétriques inhérentes à la nature du système. Pour faire cela, nous proposons de partir sur une approche multi-modèle ; ainsi, au

centre de notre modèle standard, on retrouve l'ensemble des modèles de véhicules qui peuvent être définis au regard des plages de variations de ces paramètres. L'objectif est de calculer un régulateur unique, assez robuste pour garantir la stabilité voire un certain niveau de performance, défini par la suite. Ces modèles véhicules  $\mathcal{M}_{\text{lat},i}$  sont tous régis par l'évolution décrite en (3.24) mais avec des paramètres distincts. Cet ensemble de modèles ou multi-modèle, que l'on notera  $\mathcal{M}$ , a pour but d'être représentatif des incertitudes paramétriques associées au sujet de régulation de véhicules off-road évoluant en milieu pentu et non adhérent, plus de précisions sont introduites en section 3.5.3.

Ensuite, il est indispensable de rendre compte de la diversité des scénarios de suivi de trajectoire, que ce soit en termes d'évolution de la courbure ou d'évolution de la pente latérale. On modélise cela par des modèles générateurs de l'environnement, représentatifs des scénarios pire-cas. Plus d'informations sur ces modèles générateurs sont disponibles en section 3.5.4.

Enfin, la prise en compte de bruits, indépendants des modèles précédents, doivent également être pris en compte à des fins de robustification. C'est pour cela que le modèle standard introduit les bruits de mesures  $w_d$  entre les signaux liés à l'environnement et l'entrée du feedforward. De même, les bruits associés à l'actionneur sont modélisés via  $w_\delta$ .

La figure 3.7 permet donc non seulement l'introduction du multi-modèle, mais aussi celle des modèles générateurs et des différents bruits considérés. La mise en place des différentes fonctions de transferts qui vont nous intéresser dans la conception robuste du régulateur, notamment celles concernant le bruit de mesure ou d'actionneur et les signaux associés à l'environnement, s'en trouve alors possible. Ces trois nouvelles entrées exogènes  $w_\delta$ ,  $w_d$  et  $v$  sont supposées être des signaux irréductibles modélisant respectivement des bruits sur le signal de commande, sur le signal de mesure et comme entrées fondamentales pour les deux modèles générateurs.

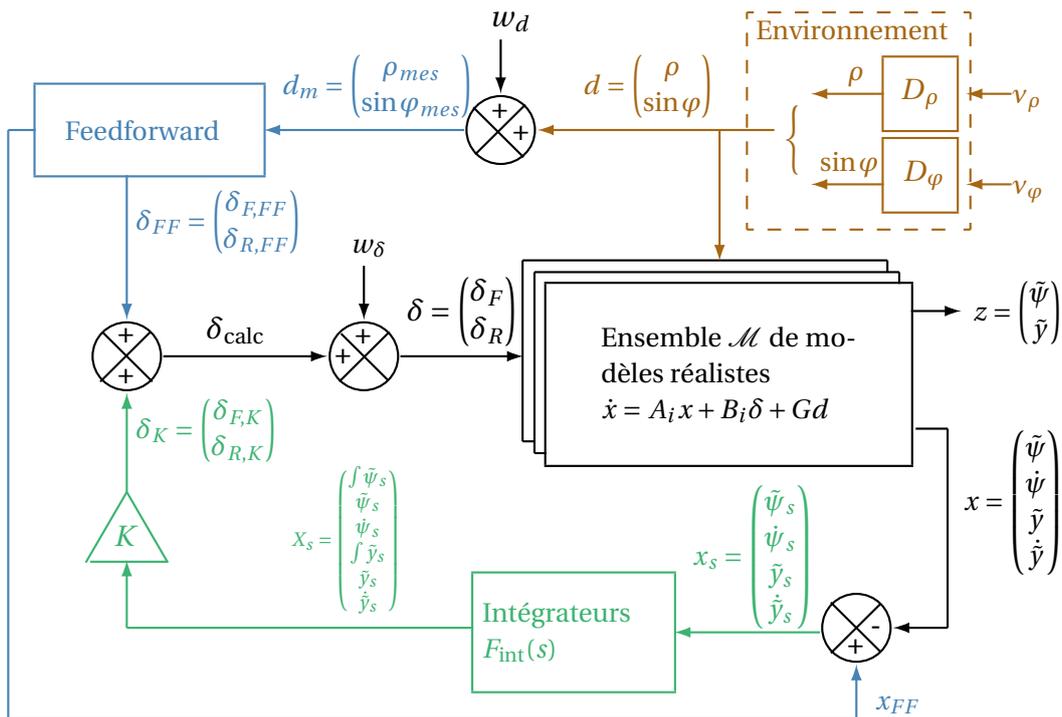


FIGURE 3.7 – Modèle standard dédié à la conception du régulateur latérale; partie feedforward et feedback (K + intégrateurs à pas homogène)

### 3.5.3 Définition des incertitudes paramétriques et du multimodèle associé

Le but de cette section est de quantifier les différentes incertitudes qui s'appliquent sur le système afin d'en déduire un ensemble de modèles cohérents. Le tableau 3.1 est divisé en 3 parties :

- les incertitudes sur les paramètres fondamentaux (masse, adhérence, etc.)
- l'impact de ces incertitudes sur les paramètres qui y sont dépendants, notamment le coefficient de raideur des pneus
- les incertitudes sur les éléments des matrices A et B de l'équation d'état du véhicule (3.24).

Les incertitudes sur les paramètres fondamentaux sont volontairement importantes pour rendre compte de la diversité très grande de configurations de terrains et d'adhérences. Les pourcentages entre parenthèses correspondent à l'évolution par rapport à la valeur nominale présentée en dernière colonne. Voici les raisons des choix d'incertitudes pour la première partie du tableau 3.1 :

- **Adhérence**  $\mu$  : on se base sur les valeurs de coefficients d'adhérence tableau 2.3. Le terrain considéré par défaut est un sol meuble, mais on n'exclut pas la possibilité de rouler sur une route adhérente, d'où le fait que la valeur nominale ne soit pas la moyenne des valeurs extrémales.
- **Masse**  $m$  : on choisit volontairement une variation très importante de la masse sur le véhicule sélectionné, qui peut effectuer des tâches susceptibles de le rendre plus lourd, lors de tâches de récolte par exemple. On retrouve alors encore une fois cette non symétrie comme pour la valeur de l'adhérence.
- **Ratio**  $\frac{L_F}{L}$  : ce critère est très important dans la dynamique du véhicule car il localise le

centre de gravité. L'incertitude de ce paramètre est particulièrement notable. Cette démarche est justifiée par plusieurs considérations :

- il est difficile de mesurer avec précision la localisation du centre de gravité du véhicule, surtout en fonctionnement.
- les amortissements, conformément à l'hypothèse 3, ont été ignorés jusqu'ici. Ces derniers jouent un rôle important dans la répartition des charges, surtout en virage serré. On résume alors l'incertitude due aux amortisseurs (et leur impact sur les forces normales) par une incertitude sur le transfert de charges.
- **Paramètre de glissement de la roue  $c_i$**  : les valeurs numériques proviennent du modèle de Rill présenté en section 2.5. L'erreur de 30% est choisie de manière arbitraire.
- **Pente  $\alpha$**  : la pente maximale admissible pour le régulateur latéral est de 40%, choisie de manière à être représentatif des plus importantes pentes en viticulture par exemple.

Une fois quantifiée l'incertitude de ces 5 paramètres fondamentaux, elle est propagée dans les différentes définitions des paramètres, comme celle des coefficients de raideur par exemple en (3.15). On en déduit alors la seconde partie du tableau. La troisième partie est complétée selon le même principe mais se focalise sur les incertitudes des matrices d'état du système.

Il est intéressant de noter un fait important : malgré l'importante incertitude sur la masse  $m$  et sa propagation dans  $C_F$  et  $C_R$ , les éléments des matrices  $A$  et  $B$  ne sont pas autant impactés par cette indétermination. Cela est dû au fait que l'inertie et les coefficients de raideur des pneus sont, dans le modèle, proportionnels à la masse. Comme les expressions des coefficients des matrices  $A$  et  $B$  s'expriment sous forme de ratios, la masse n'intervient donc pas dans la définition de ces dernières. Les indéterminations des éléments des matrices d'état proviennent en grande partie de l'incertitude sur la localisation du centre de gravité et sur l'adhérence du terrain.

**Multimodèle** Les incertitudes présentées ci-dessus permettent en définitive de définir un ensemble  $\mathcal{M}$  de modèles représentatifs de l'ensemble des paramètres atteignables. Toutes les combinaisons possibles des paramètres fondamentaux (première partie du tableau 3.1) sont ainsi effectuées et les autres paramètres sont déduits. Ainsi, aucun modèle physiquement incohérent n'est conservé. Par exemple, si  $L_R$  est grand,  $L_F$  est nécessairement petit par limitation de l'empattement du véhicule. De même,  $C_F$  et  $C_R$  ne peuvent être simultanément maximaux (ou minimaux) en raison de la répartition des charges. Un nombre restreint de modèle est ainsi obtenu, représentés dans la figure 3.8.

Sur la figure 3.8, chaque polygone représente un ensemble de paramètres définissant un modèle latéral cohérent au vu des bornes minimales et maximales des paramètres. Le petit hexagone central rassemble les valeurs minimales des paramètres et le grand hexagone les valeurs maximales. Le polygone noir est le modèle nominal du véhicule.

	Paramètres	Minimum	Maximum	Nominal
Paramètres fondamentaux	Adhérence $\mu$	0.4 (-11%)	0.8 (+78 %)	0.45
	Masse $m$	5T (-17%)	12T (+100%)	6T
	Ratio $\frac{L_F}{L}$	0.2 (-53%)	0.8 (+86%)	0.43
	Coefficient $c_i$	11.91 (-30%)	22.13 (+30%)	17.02
	Pente $\alpha$	0°	40% ( $\approx 22^\circ$ )	0°
Paramètres subalternes	Raideur $C_F$	29.7 kN (-88%)	1667 kN (+549%)	257 kN
	Raideur $C_R$	46.7 kN (-76%)	1667 kN (+760%)	194 kN
	Inertie $I_z$	5.786 T.m <sup>2</sup> (-17%)	18.5 T.m <sup>2</sup> (+167%)	6.943 T.m <sup>2</sup>
	Terme $\cos\theta \cos\varphi$	0.93 (-7%)	1 (+0%)	1
Éléments des matrices d'état	$a_{21} = \frac{L'_F C_F - L'_R C_R}{I_z}$	-23 s <sup>-2</sup>	0 s <sup>-2</sup>	0 s <sup>-2</sup>
	$a_{22} = -\frac{L'^2_F C_F + L'^2_R C_R}{I_z v_x}$	$-\frac{380 \text{ ms}^{-2}}{v_x}$ (-131%)	$-\frac{29 \text{ ms}^{-2}}{v_x}$ (+81%)	$-\frac{164 \text{ ms}^{-2}}{v_x}$
	$a_{24} = \frac{L'_R C_R - L'_F C_F}{I_z v_x}$	0 (m.s) <sup>-1</sup>	$\frac{23 \text{ s}^{-2}}{v_x}$	0 (m.s) <sup>-1</sup>
	$a_{41} = \frac{C_R + C_F}{m}$	43 m.s <sup>-2</sup> (-42%)	174 m.s <sup>-2</sup> (+131%)	75 m.s <sup>-2</sup>
	$a_{42} = \frac{L'_R C_R - L'_F C_F}{m v_x}$	0 m.s <sup>-1</sup>	$\frac{30.1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{v_x}$	0 m.s <sup>-1</sup>
	$a_{44} = -\frac{C_R + C_F}{m v_x}$	$-\frac{174 \text{ ms}^{-2}}{v_x}$ (-131%)	$-\frac{43 \text{ ms}^{-2}}{v_x}$ (+42%)	$-\frac{75 \text{ ms}^{-2}}{v_x}$
	$b_{21} = \frac{L'_F C_F}{I_z}$	8.97 s <sup>-2</sup> (-82%)	118 s <sup>-2</sup> (+131%)	51.1 s <sup>-2</sup>
	$b_{22} = -\frac{L'_R C_R}{I_z}$	-118 s <sup>-2</sup> (-131%)	-14.1 s <sup>-2</sup> (+72%)	-51.1 s <sup>-2</sup>
	$b_{41} = \frac{C_F}{m}$	5.94 m.s <sup>-2</sup> (-86%)	138 m.s <sup>-2</sup> (+224%)	42.8 m.s <sup>-2</sup>
$b_{42} = \frac{C_R}{m}$	9.34 m.s <sup>-2</sup> (-71%)	139 m.s <sup>-2</sup> (+330%)	32 m.s <sup>-2</sup>	

TABLE 3.1 – Incertitudes paramétriques du modèle latéral

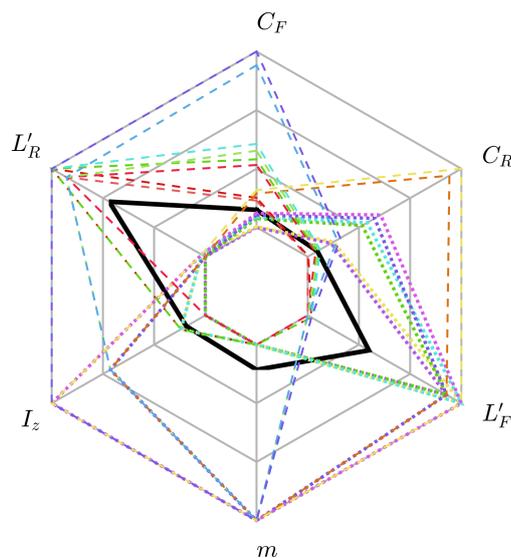


FIGURE 3.8 – Représentation des modèles particuliers définissant le multimodèle

### 3.5.4 Modèles générateurs des signaux exogènes

Avant de définir précisément comment sont conçus et définis les termes de feedforward et feedback du régulateur, il est nécessaire de faire un point sur les modèles générateurs des signaux de l'environnement (en marron sur la figure 3.7).

L'objectif de cette section est de définir des scénarios réalistes de courbure  $\rho$  et de pente latérale  $\varphi$ , à l'aide de fonctions de transfert. Ces modèles générateurs  $D_\rho$  et  $D_\varphi$  permettent d'obtenir des informations sur les signaux [Che13] et sont intégrés dans la conception robuste du régulateur. Il est nécessaire de considérer des signaux qui peuvent évoluer (de manière jointe ou non) vers un maximum réaliste avant de retourner à une valeur nominale, le tout avec une forte continuité et dérivabilité du signal, correspondant à la réalité de la courbure de la route ou de la pente latérale. On choisit alors de modéliser cela par une fonction de transfert du 3e ordre comme dans [Mus+18] :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_\rho(s) = \frac{\rho(s)}{v_\rho(s)} = \frac{\rho_{\max}}{(1 + \tau_\rho s) \left( 1 + \frac{2\xi_\rho}{\omega_\rho} s + \frac{s^2}{\omega_\rho^2} \right)} \\ D_\varphi(s) = \frac{\varphi(s)}{v_\varphi(s)} = \frac{\varphi_{\max}}{(1 + \tau_\varphi s) \left( 1 + \frac{2\xi_\varphi}{\omega_\varphi} s + \frac{s^2}{\omega_\varphi^2} \right)} \end{array} \right. \quad (3.25)$$

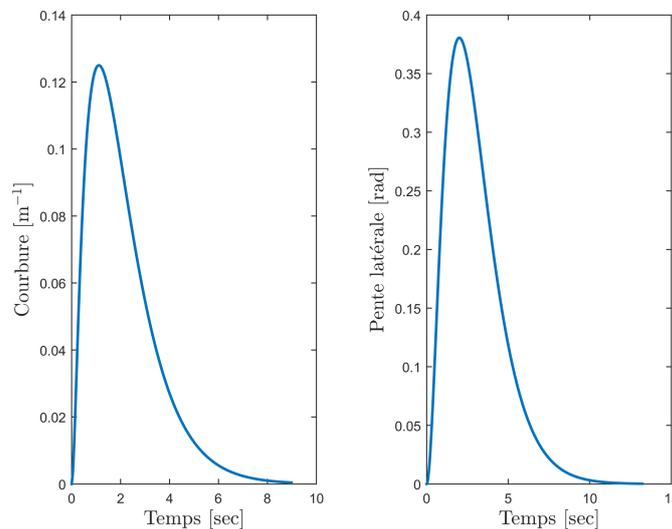


FIGURE 3.9 – Réponse impulsionnelle des modèles générateurs

## 3.6 Conception de la composante feedforward de la commande

Le but de cette section est de présenter la forme et la méthodologie de synthèse de la partie feedforward du régulateur latéral. Cet organe vise à répondre à la simple question suivante : dans

le cas où le véhicule (bien placé sur le chemin de référence) serait parfaitement représenté par le modèle et dans un état stationnaire, quels angles de braquage sont nécessaires au suivi de chemin ?

Pour répondre à cette question, il suffit d'effectuer une inversion du système (3.24) en accord avec les objectifs de commande. On note les grandeurs suivantes :

- $x_{FF} = \left( \tilde{\psi}_{FF} \quad \dot{\psi}_{FF} \quad \tilde{y}_{FF} \quad \dot{y}_{FF} \right)^T$  le vecteur d'état supposé dans le feedforward. Comme dit précédemment, on suppose dans ce contexte que le véhicule suit la trajectoire, donc  $\tilde{\psi}_{FF} = \tilde{y}_{FF} = \dot{y}_{FF} = 0$ .
- $d_m = \left( \rho_{mes} \quad \sin \varphi_{mes} \right)^T$  les signaux exogènes mesurés associés à l'environnement. Dans le cadre du feedforward, ils sont supposés être constants. L'apport de la connaissance de leur évolution n'apporte pas suffisamment d'information pour être significatifs [Mus19].
- $\delta_{FF} = \left( \delta_{F,FF} \quad \delta_{R,FF} \right)^T$  la commande nécessaire au suivi du chemin dans le contexte décrit ci-dessus.

En considérant le cadre idéal dépeint ci-dessus, l'équation liant ces grandeurs  $0 = Ax_{FF} + B\delta_{FF} + Gd_m$  (système (3.24) en état stationnaire) est un système de trois équations linéaires indépendantes à trois variables,  $\delta_{F,FF}$ ,  $\delta_{R,FF}$  et  $\dot{\psi}_{FF}$ . Cette équation est résolue en (3.26) :

$$\begin{cases} 0 = Ax_{FF} + B\delta_{FF} + Gd_m \\ \tilde{y}_{FF} = \dot{y}_{FF} = \tilde{\psi}_{FF} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \delta_{FF} = F_\delta d_m \\ x_{FF} = F_x d_m \end{cases}$$

avec

$$F_\delta = \begin{pmatrix} L'_F + \frac{L_R m v_x^2}{LC_F} & \frac{mgL_R}{LC_F} \\ -L'_R + \frac{L_F m v_x^2}{LC_R} & \frac{mgL_F}{LC_R} \end{pmatrix}, \quad F_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Le but du feedforward est ainsi atteint : grâce à la connaissance *a priori* de l'environnement, des paramètres du véhicule et de la vitesse, il est possible d'estimer les angles de braquage arrière et avant à appliquer au véhicule pour atteindre l'objectif de régulation. En ce qui concerne les coefficients de  $F_\delta$ , il est relativement aisé de les régler et de les interpréter dans la mesure où leurs expressions ne font intervenir que les paramètres physiques du véhicule.

Mais cet avantage peut se transformer rapidement en défaut, dans la mesure où l'imprécision des connaissances sur les paramètres du véhicule, l'état stationnaire non atteint ou le non suivi absolu de la trajectoire sont autant de raisons qui mettent à mal les hypothèses du feedforward.

Toutefois, cela permet tout de même de construire une composante fondamentale très utile du signal de commande, ainsi qu'un état de référence à suivre. C'est cet état de référence qui est ensuite injecté dans le feedback. Ce dernier utilise donc un modèle aux écarts, en ignorant les signaux exogènes (courbure et pente) auront déjà été exploités directement (sans passer par la dynamique de la boucle fermée) par le feedforward.

**Incertitudes paramétriques sur l'organe de feedforward** En l'absence de connaissance plus précises, le feedforward est réglé avec les paramètres nominaux du véhicule. Cependant, ce n'est pas pour cette raison qu'ils doivent être considérés comme fixes : on remarque déjà dans les expressions de (3.26) que la vitesse, potentiellement variable, est un paramètre de réglage du feedforward. De plus, il est possible pour certaines applications d'obtenir de manière continue une estimation de la masse ou de la localisation du centre de gravité permettant d'ajuster plus finement le feedforward. Il est donc aisé d'exploiter ces informations afin d'améliorer à peu de frais les performances de cette partie de régulateur.

Pour avoir une idée de la dispersion possible des valeurs du feedforward dans le cas présenté en section 3.5.3, le tableau 3.2 construit selon la même logique que celle de la table 3.1 peut être consulté.

	Paramètres	Minimum	Maximum	Nominal
Indépendant de la vitesse	$f_{12} = \frac{mgL_R}{LC_F}$	0.056 (-57%)	0.33 (+152 %)	0.131
	$f_{22} = \frac{mgL_F}{LC_R}$	0.046 (-64%)	0.209 (+60 %)	0.131
Vitesse de 5 km/h	$f_{11} = L'_F + \frac{L_R m v_x^2}{LC_F}$	0.609 m(-57%)	2.613 m (+ 85 %)	1.408 m
	$f_{21} = -L'_R + \frac{L_F m v_x^2}{LC_R}$	-2.560 m (-88%)	-0.56 m (+58 %)	-1.35 m
Vitesse de 10 km/h	$f_{11} = L'_F + \frac{L_R m v_x^2}{LC_F}$	0.648 m (- 56 %)	2.737 m (+ 84 %)	1.485 m
	$f_{21} = -L'_R + \frac{L_F m v_x^2}{LC_R}$	-2.53 m (-97%)	-0.461 m (+64%)	-1.279 m
Vitesse de 15 km/h	$f_{11} = L'_F + \frac{L_R m v_x^2}{LC_F}$	0.713 m (-56%)	2.97 m (+ 84 %)	1.613 m
	$f_{21} = -L'_R + \frac{L_F m v_x^2}{LC_R}$	-2.47 m (-114 %)	-0.27 m (+ 76%)	-1.15m

TABLE 3.2 – Quantification de la dispersion des termes des coefficients du feedforward

On peut établir les remarques suivantes :

- Bien que les paramètres de masse ou d'adhérence varient énormément comme le montre le tableau 3.1, ces incertitudes ne se propagent que d'une façon modérée dans les termes du feedforward (notamment grâce aux simplifications induits par la présence des multiplications et divisions)
- Malgré la vitesse croissante influençant la valeur de  $f_{11}$  et de  $f_{21}$ , la dispersion de ces valeurs autour de la valeur nominale n'augmente pas sensiblement avec la vitesse  $v_x$ . En effet, le second terme est moindre comparé aux termes  $L'_F$  et  $L'_R$ .
- On remarque que les imprécisions sur les termes du feedforward sont équivalentes à celles présentes sur  $L_F$  et  $L_R$  comme montré dans 3.1. Cela veut dire que la localisation du centre de gravité est le paramètre le plus important pour le réglage du feedforward.

## 3.7 Conception de la composante feedback robuste de la commande

### 3.7.1 Stratégie globale dans la conception du feedback

La conception de la composante feedback se distingue sur de nombreux points par rapport à celle du feedforward. En effet, l'objectif du feedforward est de prendre en compte les signaux exogènes à travers une inversion statique du modèle latéral. Le feedforward a l'avantage d'être simple à analyser : les termes (peu nombreux) ont une forte signification physique. De plus, le nombre d'entrées du calcul du feedforward est très faible : comme le montre la figure 3.6 et l'équation (3.26), le feedforward n'a besoin que de deux mesures : celles de la courbure et de la pente.

Cependant, d'autres objectifs du régulateur latéral doivent encore être pris en compte. Tout d'abord, il est indispensable de prendre en compte la multitude de configurations possiblement atteignables par le système, comme cela a été mis en avant dans la section 3.5.3. Ensuite, le caractère robuste du régulateur doit être assuré vis-à-vis de ces incertitudes, via des marges de robustesse. Enfin, il est nécessaire de pouvoir contrôler le véhicule hors de l'état stationnaire imposé par le feedforward.

Pour respecter l'ensemble de ces contraintes, il a donc été choisi de concevoir la partie feedback du régulateur par synthèse  $H_2/H_\infty$  [Mus19]. Le but de cette section est donc de déterminer la matrice  $K$  (voir figure 3.6) pour une vitesse  $v_x$  donnée.

$$K = \begin{pmatrix} k_{f\tilde{\psi},F} & k_{\tilde{\psi},F} & k_{\dot{\psi},F} & k_{f\tilde{y},F} & k_{\tilde{y},F} & k_{\dot{y},F} \\ k_{f\tilde{\psi},R} & k_{\tilde{\psi},R} & k_{\dot{\psi},R} & k_{f\tilde{y},R} & k_{\tilde{y},R} & k_{\dot{y},R} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Le feedback est donc comparable à un PID multivariable [KS69]. Notons que dans [Leg+22b], qui reprend le contexte de régulation latérale de véhicule off-road par une régulation du type feedforward/feedback, nous avons exploré la possibilité d'une conception d'une matrice  $K$  en blocs diagonaux, l'idée étant de focaliser l'action de chacun des essieux (avant ou arrière) sur une des déviations (latérale pour l'un, angulaire pour l'autre). Ceci était motivé par une stratégie similaire rencontrée dans la littérature [Der+17a], en employant toutefois une autre méthodologie de commande (approche non-linéaire sur base de modèle cinématique étendue). Nous ne décrivons pas ces résultats dans le manuscrit, et ne retiendrons que la conclusion ; la solution avec la matrice  $K$  pleine, prenant ainsi en considération les couplages entre les dynamiques, et de loin préférable à la solution décentralisée. Notons que la complexité d'implémentation est négligeable, et notre méthodologie de synthèse permet la conception de n'importe quelle structure de régulateur.

### 3.7.2 Mise en évidence des fonctions de transfert considérées

Avant de s'intéresser en section 3.7.4 à la méthodologie de synthèse des gains de la matrice  $K$  (voir figure (3.6)), il est nécessaire d'explicitier le modèle de conception. L'équation (3.28) compile

l'ensemble des relations dynamiques liées au modèle standard présenté en figure 3.7 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = A_i x + B_i \delta + Gd \iff (sI_4 - A_i)x = B_i \delta + Gd \quad (3.28a) \\ z = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_C x \quad (3.28b) \\ \delta = \delta_{\text{calc}} + w_\delta \quad (3.28c) \\ \delta_{\text{calc}} = \delta_{FF} + \delta_{FB} \quad (3.28d) \\ \delta_{FF} = F_\delta d_m \quad (3.28e) \\ x_{FF} = F_x d_m \quad (3.28f) \\ \delta_{FB} = \underbrace{\begin{pmatrix} k_{f\psi,F} & k_{\tilde{\psi},F} & k_{\dot{\psi},F} & k_{f\tilde{y},F} & k_{\tilde{y},F} & k_{\dot{y},F} \\ k_{f\psi,R} & k_{\tilde{\psi},R} & k_{\dot{\psi},R} & k_{f\tilde{y},R} & k_{\tilde{y},R} & k_{\dot{y},R} \end{pmatrix}}_K \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{F_{\text{int}}(s)} (x_{FF} - x) \quad (3.28g) \\ d_m = d + w_d \quad (3.28h) \\ d = \underbrace{\begin{pmatrix} D_\rho(s) & 0 \\ 0 & D_\varphi(s) \end{pmatrix}}_{D_d(s)} \underbrace{\begin{pmatrix} v_\rho \\ v_\varphi \end{pmatrix}}_v \quad (3.28i) \end{array} \right.$$

(3.28a) représente l'équation d'état du process en considérant le modèle  $\mathcal{M}_{\text{lat},i}$ , un des modèles présents dans le multimodèle. (3.28b), (3.28c), (3.28d) et (3.28h) sont les relations définissant les différents signaux intermédiaires du système qui ont été introduits figure 3.7. On s'intéresse en particulier au vecteur  $z$  définissant les sorties à contrôler car l'objectif est la régulation des variables d'écart et non de tout l'état. (3.28e) et (3.28f) sont un rappel des équations associées au feedforward (3.26). On notera donc ici que notre méthodologie est séquentielle ; le gain de feedforward doit tout d'abord être conçu, et son expression est prise en considération lors de la synthèse du gain de feedback. Cela permet d'assurer une bonne homogénéité entre les deux parties du régulateur latéral. (3.28g) est quant à elle la description du calcul effectué dans la partie feedback.  $F_{\text{int}}(s)$  représente le bloc d'intégrations des variables de  $x_s$  afin d'obtenir  $X_s$  (voir figure 3.6 ou figure 3.7). Le choix a été ainsi fait d'introduire les intégrales des deux écarts afin d'assurer une erreur statique nulle.  $K$  est la matrice de gain associé au feedback, présentée dans l'équation (3.27). Enfin, (3.28i) représente les modèles générateurs des signaux exogènes qui ont été définis dans la section 3.5.4.

On peut donc utiliser ces formules pour obtenir les expressions des fonctions de transfert. En

partant de l'expression (3.28a), on peut obtenir les expressions des transferts entre  $x$  et les entrées du système :  $w_\delta$  (voir (3.28c)),  $w_d$  (voir (3.28h)) et  $v$  (voir (3.28i)).

$$\begin{aligned}
 (sI_4 - A_i)x &= B_i\delta + Gd \\
 (sI_4 - A_i)x &= B_iw_\delta + B_i\delta_{FF} + B_i\delta_{FB} + GD_d(s)v \\
 (sI_4 - A_i)x &= B_iw_\delta + B_iF_\delta d_m + B_iKF_{\text{int}}(s)(x_{FF} - x) + GD_d(s)v \\
 (sI_4 - A_i)x &= B_iw_\delta + B_iF_\delta(D_d(s)v + w_d) + B_iKF_{\text{int}}(s)\left(F_x(D_d(s)v + w_d) - x\right) + GD_d(s)v
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

En isolant  $x$  dans le membre de gauche et en utilisant (3.28b), on obtient les transferts suivants :

$$z = \Omega_1(s) \begin{pmatrix} B_i & \Omega_2(s) & (G + \Omega_2(s))D_d(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_\delta \\ w_d \\ v \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \Omega_1(s) = C[sI_4 - A_i + B_iKF_{\text{int}}(s)]^{-1} \\ \Omega_2(s) = B_iF_\delta + B_iKF_{\text{int}}(s)F_x \end{cases} \tag{3.30}$$

On en déduit alors les fonctions de transferts suivantes en (3.31). On rappelle les définitions de  $A_i$ ,  $B_i$  et  $G$  dans (3.24), l'indice  $i$  indiquant le modèle  $\mathcal{M}_i$  du multi-modèle défini dans la section 3.5.3. Quant à  $D_\rho(s)$  et  $D_\varphi(s)$ , on rappelle qu'il s'agit des modèles générateurs définis dans la section 3.5.4. Enfin,  $F_\delta$  et  $F_x$  sont les éléments du feedforward défini en (3.26).

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{v_\rho \rightarrow z}^{\mathcal{M}_i}(s) = \Omega_1(s)(G + \Omega_2(s)) \begin{pmatrix} D_\rho(s) \\ 0_{1 \times 1} \end{pmatrix} \\ T_{v_\varphi \rightarrow z}^{\mathcal{M}_i}(s) = \Omega_1(s)(G + \Omega_2(s)) \begin{pmatrix} 0_{1 \times 1} \\ D_\varphi(s) \end{pmatrix} \\ T_{w_d \rightarrow z}^{\mathcal{M}_i}(s) = \Omega_1(s)\Omega_2(s) \\ T_{w_\delta \rightarrow \delta_{\text{calc}}}^{\mathcal{M}_i}(s) = -(I_2 + L(s))^{-1} L(s) \\ T_{w_\delta \rightarrow \delta}^{\mathcal{M}_i}(s) = (I_2 + L(s))^{-1} \end{array} \right. \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \Omega_1(s) = C[sI_4 - A_i + B_iKF_{\text{int}}(s)]^{-1} \\ \Omega_2(s) = B_iF_\delta + B_iKF_{\text{int}}(s)F_x \\ L(s) = KF_{\text{int}}(s)(sI_4 - A_i)^{-1} B_i \\ F_{\text{int}}(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ K = \begin{pmatrix} k_{f\psi,F} & k_{\tilde{\psi},F} & k_{\dot{\psi},F} & k_{f\tilde{y},F} & k_{\tilde{y},F} & k_{\dot{\tilde{y}},F} \\ k_{f\psi,R} & k_{\tilde{\psi},R} & k_{\dot{\psi},R} & k_{f\tilde{y},R} & k_{\tilde{y},R} & k_{\dot{\tilde{y}},R} \end{pmatrix} \end{array} \right. \tag{3.31}$$

$L(s)$  correspond à la matrice de transfert en boucle ouverte du système. Cette fonction est primordiale dans la définition des marges de robustesse du régulateur.

### 3.7.3 Marges de robustesse

Maintenant que les fonctions de transfert ont été définies, il est possible de les utiliser pour la définition des marges de robustesse dans un contexte d'analyse fréquentielle du système. Il faut considérer à la fois les erreurs de mesure, les dynamiques négligées du véhicule et des actionneurs, les erreurs paramétriques, etc. Pour chacune de ces problématiques, on va considérer des marges qui seront prises en compte directement dans le problème de synthèse. On rappelle tout d'abord les notations et les normes utilisées.

**Normes  $H_2$  multivariable** On définit la norme 2 d'une matrice de transfert  $G$  stable par la formule suivante :

$$\|G(p)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Trace}[G^*(j\omega)G(j\omega)] d\omega} \quad (3.32)$$

Si le système (à conditions initiales nulles) est soumis à des impulsions de Dirac sur chaque entrée, alors la norme  $H_2$  de la matrice de transfert correspond à la somme des carrés des énergies de chacune des sorties. En résumé, il s'agit de l'énergie de la réponse impulsionnelle du système.

Cette formule se simplifie de la façon suivante dans le cas monovisible :

$$\|G(p)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G^*(j\omega)G(j\omega) d\omega} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega} \quad (3.33)$$

**Norme  $H_\infty$  multivariable**

$$\|G(p)\|_\infty = \sup_{\omega} \sigma_{\max}(G(j\omega)) \quad (3.34)$$

Cette norme mesure le gain maximal de la réponse fréquentielle  $G(j\omega)$ . Cette norme s'utilise donc souvent dans des contraintes de type pire cas [De 07]. Intéressons nous dès à présent aux marges de robustesse.

**Marge de module** On définit la marge de module appliquée à notre système de la façon suivante :

$$M_{\text{mod}} = \left\| T_{w_\delta \rightarrow \delta}^{\mathcal{M}_i}(s) \right\|_\infty^{-1} \quad (3.35)$$

L'expression de  $T_{w_\delta \rightarrow \delta}^{\mathcal{M}_i}(s)$  est explicitée en (3.31), correspondant en fait à l'expression de la fonction de sensibilité. Plus cette marge est importante, plus le transfert en boucle ouverte est insensible aux perturbations liés à la commande ou aux imprécisions du modèle. Dans le cas monovisible, cette grandeur est quantifiée par la distance au point critique du transfert de boucle.

**Marge dynamique** Il est important, en plus d'assurer la stabilité vis-à-vis des perturbations à l'actionneur, de garantir la robustesse vis-à-vis des dynamiques négligées dans le modèle de synthèse. Le but est donc d'utiliser une marge permettant d'être robuste vis-à-vis d'une imprécision

$\Delta L(s)$  sur le transfert en boucle ouverte  $L(s)$ .

Concentrons nous sur un cas monovariante. On définit un gabarit  $l(s)$  tel que  $\forall \omega$ ,  $\left| \frac{\Delta L(j\omega)}{L(j\omega)} \right| \leq |l(j\omega)|$ , autrement dit  $\forall \omega$ ,  $|\Delta L(j\omega)| \leq |L(j\omega)| |l(j\omega)|$ . Le système asservi sera donc stable en dépit des incertitudes sur le transfert de boucle si, en plus de ne pas affecter les pôles instables, on a la relation suivante pour l'ensemble des fréquences  $\omega$  :  $|\Delta L(j\omega)| \leq |L(j\omega)| |l(j\omega)| \leq |L(j\omega) - (-1)|$ .

On définit ainsi la marge dynamique [De 07], qui garantit la robustesse du système selon le critère de Nyquist. Cette marge est définie en fonction d'un gabarit  $l(s)$  :

$$M_{\text{dyn}} = \min_{\omega} \frac{|L(j\omega) + 1|}{|l(j\omega)L(j\omega)|} = \min_{\omega} \frac{1}{|l(j\omega)T(j\omega)|} = \|l(s)T(s)\|_{\infty}^{-1} \quad (3.36)$$

$T = L/(1 + L)$  est la fonction de sensibilité complémentaire. Cette définition de la marge dynamique est adaptable en multivariable pour obtenir la marge dynamique suivante dans notre contexte :

$$M_{\text{dyn}} = \left\| l(s) T_{w_{\delta} \rightarrow \delta_{\text{calc}}}^{\mathcal{M}_i}(s) \right\|_{\infty}^{-1} \quad (3.37)$$

En pratique, on choisit le gabarit  $l(s) = s$  pour assurer la stabilité vis-à-vis des dynamiques hautes fréquences.

**Localisation des pôles de la boucle de régulation** Il est également de bon ton, en plus des marges précédentes, de contraindre la localisation dans le plan complexe de pôles de la boucle fermée afin de garantir en premier lieu la stabilité, voire aussi certaines performances temporelles. L'expression du transfert en boucle fermée est la suivante :

$$FTBF(s) = C(I_4 + (sI_4 - A_i)^{-1} B_i K F_{\text{int}})^{-1} (sI_4 - A_i)^{-1} B_i \quad (3.38)$$

Soit  $\mathcal{P}$  l'ensemble des complexes admissibles en tant que pôles du système en boucle fermée.  $\mathcal{P}$  est défini de la manière suivante, en considérant  $x$  la partie réelle des complexes et  $y$  la partie imaginaire :

$$\mathcal{P} = \left\{ z \in \mathbb{C} / \text{Re}(z) \leq \chi_r \text{ et } \text{atan} \left( \left| \frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} \right| \right) \leq \chi_{\beta} \right\} \quad (3.39)$$

Il est nécessaire de contraindre la partie réelle des pôles afin d'éviter un comportement instable, voire de diminuer le temps de réponse du système. Quant au paramètre  $\chi_{\beta}$ , il permet de définir un amortissement du système qui soit satisfaisant. La figure 3.10 représente graphiquement le cahier des charges ainsi défini.

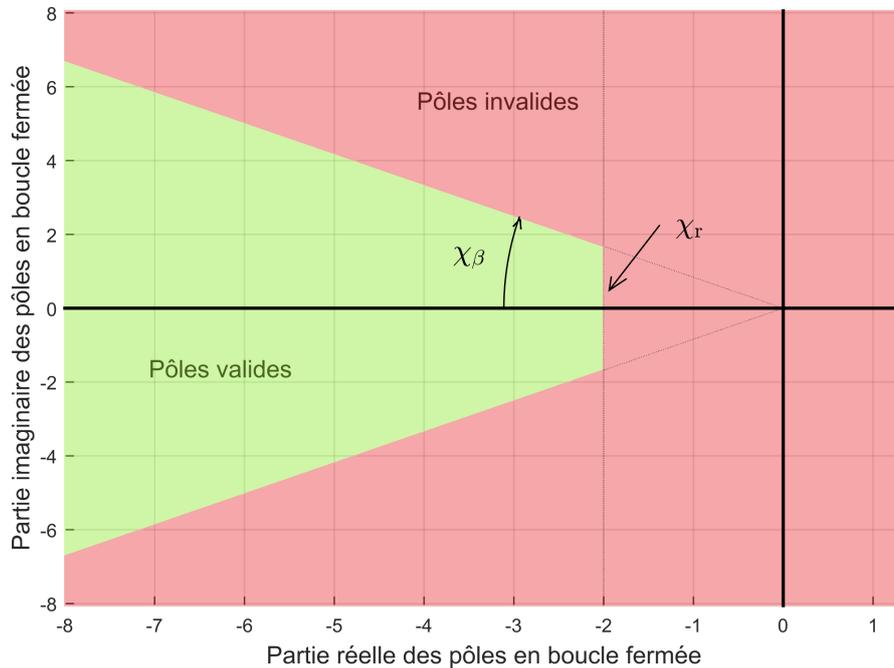


FIGURE 3.10 – Représentation graphique de la contrainte sur la localisation des pôles du système en boucle fermée

### 3.7.4 Problème d'optimisation à vitesse constante

Nous pouvons maintenant formuler le problème de synthèse du gain de feedback  $K$  introduit dans la figure 3.6 et dans l'équation (3.27). En effet, il s'agit de la dernière inconnue de notre régulateur latéral, étant donné que le multimodèle, le feedforward et les modèles générateurs ont déjà été introduits.

La notion de robustesse est prépondérante dans ce domaine et doit être explicitement présente dans la conception du régulateur et notamment dans la partie feedback. Il est nécessaire d'établir un régulateur qui minimise les signaux d'erreur contenus dans le vecteur  $z$  (l'écart latéral  $\tilde{y}$  et angulaire  $\tilde{\psi}$ ). Il faut donc trouver un régulateur qui satisfasse ce classique compromis robustesse / performance, tout en gardant à l'esprit que nous cherchons un régulateur unique, qui réponde à ce cahier des charges pour tout les modèles issus du set multimodèle  $\mathcal{M}$ .

Ces différentes contraintes sont compilées dans le problème d'optimisation (PO). Ce problème multivariable a pour but de trouver les valeurs des composantes de la matrice  $K$ . Le critère de minimisation est la norme  $H_2$  de la fonction de transfert entre la courbure et les déviations. En effet, la courbure est sans conteste l'entrée du régulateur qui impacte le plus la dynamique du véhicule. Comme cela a été dit précédemment, la norme  $H_2$  peut être interprétée comme l'énergie impulsionnelle du transfert. À travers cette minimisation, on souhaite par conséquent minimiser

l'impact de la courbure sur le profil des déviations. On remarquera dans l'expression de  $P_z$ , le critère à minimiser, la présence de chacun des  $N$  modèles  $\mathcal{M}_{\text{lat},i}$  constitutifs de  $\mathcal{M}$ .

### Problème d'optimisation PO

$$\begin{aligned}
 & \text{minimiser} && P_z = \max_{i \in [1, N]} \left\| T_{v_\rho \rightarrow z}^{\mathcal{M}_i} \right\|_2 \\
 & \text{sous les contraintes} && \\
 \forall i \in [1, N] & && (C1) : M_\varphi^{\mathcal{M}_i} = \left\| T_{v_\varphi \rightarrow z}^{\mathcal{M}_i} \right\|_2 \leq \chi_\varphi \\
 & && (C2) : M_d^{\mathcal{M}_i} = \left\| T_{w_d \rightarrow z}^{\mathcal{M}_i} \right\|_2 \leq \chi_d \\
 & && (C3) : M_{\text{mod}}^{\mathcal{M}_i} = \left\| T_{w_\delta \rightarrow \delta}^{\mathcal{M}_i} \right\|_\infty^{-1} \geq \chi_{\text{mod}} \\
 & && (C4) : M_{\text{dyn}}^{\mathcal{M}_i} = \left\| s T_{w_\delta \rightarrow \delta_{\text{calc}}}^{\mathcal{M}_i} \right\|_\infty^{-1} \geq \chi_{\text{dyn}} \\
 & && (C5) : \text{Pôles} \begin{cases} - \text{angle d'amortissement } \chi_\beta \\ - \text{partie réelle maximale } \chi_r \end{cases} \\
 & && \text{(PO)}
 \end{aligned}$$

Les différentes contraintes ( $C_i$ ) permettent quant à elles d'assurer la robustesse du système de régulation, et ce, pour tous les modèles  $\mathcal{M}_i$ .

- (C1) (resp. (C2)) limite la variance du bruit sur  $z$  en réponse à un bruit blanc sur le signal  $v_\rho$  (resp.  $w_d$ ), en accord avec une interprétation stochastique de la norme  $H_2$ .
- (C3) correspond à la marge de module présentée en (3.35).
- (C4) est la marge dynamique explicitée en (3.37), pour assurer la stabilité de la boucle de régulation face aux incertitudes hautes fréquences voire aux retards.
- (C5) permet de définir l'espace des pôles admissibles de la fonction de transfert en boucle fermée (3.39).

Ces différentes contraintes sont mises en avant notamment pour pallier la méconnaissance des dynamiques inconnues, absentes de l'équation du système (3.28a). La dynamique non linéaire des pneumatiques, les amortissements, le temps de retard des actionneurs sont autant de phénomènes ignorés dans le modèle de synthèse  $\mathcal{L}_{\text{lat}}$  et qui doivent être considérés dans la régulation au travers des marges de robustesse. Il est possible de montrer qu'à travers ces contraintes, la robustesse est acquise via le théorème du petit gain [Zam96] et le critère du cercle [AK01].

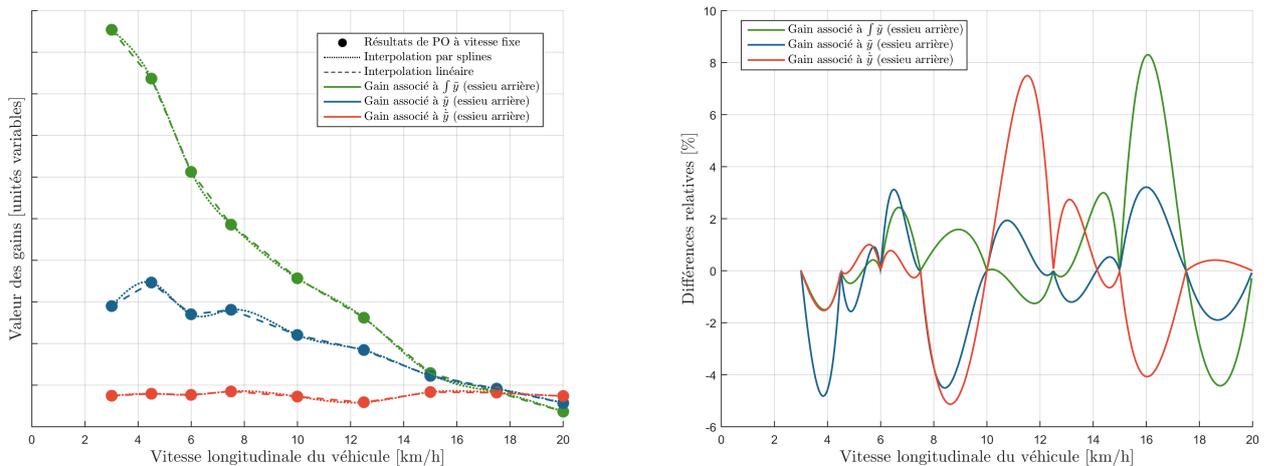
La résolution de ce problème s'effectue via un solveur non linéaire. [AGB14] et [WN15] donnent des outils d'optimisation dans un contexte de régulation  $H_2$   $H_\infty$ . Concrètement, nous avons utilisé l'outil Systune sous l'environnement Matlab [AGB14] [WN15] [Mus+18] pour mettre en oeuvre ces outils d'optimisation. Il nous permet ainsi de trouver une matrice de gains  $K$  solution du problème d'optimisation (PO) pour une vitesse longitudinale donnée. Il faut garder toutefois à l'esprit qu'il ne s'agit que d'un optimum local, le problème à résoudre étant non convexe.

La section suivante s'intéresse à une stratégie nous permettant d'effectuer un régulateur latéral complet, en considérant une vitesse longitudinale variable du véhicule.

### 3.8 Vers une vitesse variable : stratégie du séquençement de gain

Comme cela a été mentionné dans l'hypothèse 11, le problème de synthèse qui vient d'être présenté aboutit à un régulateur *LTI* (Linear time-invariant), sous l'hypothèse que le véhicule possède une vitesse linéaire constante. Cela permet de définir le modèle latéral (3.24) qui est paramétré par la vitesse. Cependant, notre régulateur latéral doit être performant pour l'ensemble de la plage de vitesse du véhicule. Cette plage est certes plus réduite que pour un véhicule routier, mais exploiter un unique régulateur *LTI*, synthétisé pour une vitesse médiane par exemple, se montrera certainement trop conservatif. De plus, dans le cas d'un véhicule off-road, la vitesse est susceptible de changer de manière fréquente et abrupte, cela en raison d'un obstacle ou d'une manœuvre par exemple.

La stratégie adoptée pour obtenir un régulateur fonction de la vitesse longitudinale est celle du séquençement de gains. Cette technique simple vise à déterminer les gains pour toutes les vitesses comprises dans un certain intervalle. Pour cela, on résout le problème d'optimisation (PO) pour plusieurs vitesses, espacées de manière réfléchie. Nous obtenons ainsi un ensemble de régulateurs *LTI* solutions du problème (PO) aux vitesses gelées considérées.



(a) Évolution des gains associés à l'écart latéral sur l'essieu arrière en fonction de la vitesse longitudinale (b) Différences relatives entre l'interpolation linéaire et celles via splines

FIGURE 3.11 – Stratégie de séquençement de gains

Mais quid des vitesses intermédiaires ? Les gains pour ces vitesses peuvent être déterminés via interpolation avec une loi adéquate. Une illustration de cette stratégie est visible figure 3.11a, où sont illustrés deux types d'interpolations des gains pour des vitesses intermédiaires : via une interpolation de degré 1 ou une interpolation via splines. Bien que la méthode faisant intervenir les splines assure une grande continuité de la fonction ainsi obtenue (notamment pour la dérivée), le bénéfice ainsi obtenu n'a pas été jugé suffisamment important au regard des ressources de calcul qu'elle nécessite. Comme le montre la figure 3.11b, la différence relative entre ces deux types de calcul reste plutôt faible ; cette différence augmente à hautes vitesses car les gains deviennent

plus faibles en norme, augmentant mécaniquement l'écart relatif. La figure 3.11a montre que la différence absolue est elle aussi faible. Ainsi, il a été choisi d'effectuer une interpolation linéaire pour le calcul des gains à des vitesses intermédiaires. Ce choix est néanmoins motivé par le fait que les points d'interpolations sont relativement nombreux au vu de l'étendue des vitesses admissibles. Dans le cas où le nombre de points d'interpolation serait moindre, une autre stratégie serait nécessaire.

# CONCEPTION D'UN RÉGULATEUR LONGITUDINAL ANTIRENVERSEMENT D'UN VÉHICULE OFF-ROAD

---

## Sommaire du chapitre

---

4.1 État de l'art général sur la régulation longitudinale et la stabilité latérale du véhicule . . . . .	98
4.2 Conception du modèle continu de commande . . . . .	104
4.3 Conception du régulateur MPC . . . . .	112
4.4 Résultats du régulateur MPC dans un simulateur correspondant au modèle de synthèse . . . . .	125

---

Ce chapitre vise à établir une autre fonction régulatrice du véhicule agricole autonome. Tandis que le chapitre 3 a pour objet la conception d'un régulateur de position latérale du véhicule au moyen des angles de braquage, cette section s'intéressera plutôt au mouvement longitudinal en agissant sur les couples moteurs du véhicule.

Les technologies de traction n'ont de cesse d'innover tant dans l'architecture que dans le type de moteur utilisé. Il y a encore quelques années, la norme pour la traction des véhicules agricoles était un moteur thermique hydraulique centralisé alimentant un essieu (souvent arrière). Bien que ce type de transmission soit encore très répandu, il est de plus en plus courant de rencontrer des architectures plus novatrices [Ngu+19]. Parmi les alternatives les plus connues, on peut citer par exemple la possibilité d'un second essieu moteur. Ce genre de motorisation entraîne une motricité bien plus efficace grâce aux couples moteurs différenciés permettant de mieux répartir les glissements sur les quatre points de contact avec le sol et ainsi d'équilibrer les forces de glissements.

Pour aller plus loin dans cette démarche, certains véhicules ont même un moteur par roue. Dans le cas de la génération de trajectoire, cela ouvre ainsi des possibilités de manœuvres impossibles auparavant (en raison de la non holonomie du véhicule). Nous nous intéresserons dans cette section à ce type de motorisation, avec 4 couples moteurs distincts. La méthode choisie n'empêche cependant pas de raisonner en termes d'essieux.

Ce chapitre ignore volontairement la régulation longitudinale de véhicules de type chenillard qui induisent des dynamiques longitudinale et latérale bien plus couplées. L'objectif principal du régulateur longitudinal est de permettre le parcours du chemin de référence à la plus grande vitesse possible pour des raisons de gains de temps sur ce dernier. La vitesse doit cependant être choisie en accord avec les contraintes de stabilité du véhicule, afin de prévenir son renversement, en virage notamment. Il est important également, pour des raisons d'économie d'énergie et de stabilité du véhicule de limiter les accélérations et par conséquent les commandes de couples aux roues.

Après un aperçu de l'état de l'art concernant la régulation longitudinale, ce chapitre présente en section 4.2 le modèle de synthèse utilisé dans ce contexte de contrôle longitudinale du véhicule. La conception du régulateur longitudinal est détaillée en section 4.3 et ce même régulateur est testé dans la section 4.4.

## 4.1 État de l'art général sur la régulation longitudinale et la stabilité latérale du véhicule

La régulation longitudinale est une source abondante de recherches dans le domaine du véhicule autonome, que ce soit dans le domaine routier ou agricole. Ce domaine de recherches peut être sous-divisé en plusieurs pans de recherche, eux-mêmes très féconds. De manière non exhaustive, on peut par exemple citer la génération d'un profil de vitesse, la génération de la force motrice nécessaire à l'avancement du véhicule, l'allocation des couples moteurs jusqu'à la prise de décision associée aux éventuels obstacles et difficultés présents dans l'environnement.

### 4.1.1 Génération de la vitesse et de la force motrice nécessaire à l'avancement du véhicule

La vitesse de référence est la brique élémentaire sur laquelle repose la régulation longitudinale du véhicule et sa génération nécessite une réflexion particulière. Cette génération peut être plus ou moins complexe en fonction de l'objectif visé. Par exemple, dans un souci d'optimisation du temps de parcours, on peut choisir de maximiser la vitesse sous contrainte de stabilité ou d'accélération [Att+12]. Quant à [Wan+19b], la vitesse de référence  $y$  est calculée en prenant en compte les dynamiques non linéaires des actionneurs. Grâce à la connaissance des caractéristiques de l'actionneur, les couples moteurs et les couples de freinage  $y$  sont déterminés via réseaux de neurones et contrôle par mode glissant.

Les problématiques associées au terrain ouvert (perte d'adhérence, pente importante) sont évidemment à prendre en compte dans le contexte de régulation longitudinale d'un véhicule. [Vie+21] s'intéresse notamment au calcul de la force motrice nécessaire à l'avancement d'un vé-

hicule sur sol mou, dont les paramètres d'adhérence sont incertains. La commande de couples moteurs est déduite de la commande feedforward-feedback construite de manière robuste, car elle considère la variabilité du terrain.

#### 4.1.2 Allocation des couples aux roues

Une fois la force motrice calculée, il est nécessaire de s'intéresser à l'allocation des couples aux moteurs placés au niveau des roues. En effet, en fonction de la répartition de la charge et de la variabilité de l'environnement, il peut être nécessaire de pouvoir gérer distinctement chaque roue. Par exemple, dans [Bou+18], l'allocation des couples est notamment traitée en cas de perte de contrôlabilité latérale du véhicule afin de sécuriser le véhicule dans un état stable. [Li+15],[Lia+17] et [ZGL18] effectuent cette allocation des couples aux roues en minimisant un critère associé à la consommation d'énergie du système, en prenant en compte notamment les performances des moteurs.

**Proposition d'un régulateur longitudinal en sol souple et pentu** Définissons dans cette section un régulateur longitudinal simple qui sera notamment utilisé dans le chapitre 5 qui permet une prise en compte de la pente et de la répartition des charges. Ce nouveau régulateur longitudinal se base sur la théorie de Lyapunov [KB60] et s'inspire du travail présenté dans [Att15] sur la régulation d'un véhicule on-road, qui calcule via un modèle quart de véhicule la force de traction nécessaire au suivi de vitesse du véhicule.

On pose les équations associées à cette dynamique longitudinale, inspiré notamment du principe fondamental de la dynamique (2.26) faisant intervenir les forces de glissements, de pesanteur et de résistance au roulement :

$$\begin{cases} m\dot{v}_x = -mg(C_R + \sin\theta) + \sum_{i \in \mathcal{W}} F_{\text{gliss},x,i} \\ I_{w,i}\dot{\omega}_i = T_i - r_i F_{\text{gliss},x,i} \quad \forall i \in \mathcal{W} \end{cases} \quad (4.1)$$

Ici,  $\mathcal{W}$  indique l'ensemble des roues :  $\mathcal{W} = \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}$ .  $I_{w,i}$  est l'inertie de la roue  $i$ ,  $r_i$  son rayon et  $T_i$  le couple (moteur ou frein) qui lui est appliqué. Une simple substitution de l'expression des forces de glissement dans (4.1) permet d'obtenir la relation suivante :

$$\sum_{i \in \mathcal{W}} \frac{T_i}{r_i} = m[\dot{v}_x + g(C_R + \sin\theta)] + \sum_{i \in \mathcal{W}} \frac{I_{w,i}\dot{\omega}_i}{r_i} \quad (4.2)$$

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2}e^2 \quad \text{avec} \quad e = v_x - v_{\text{ref}} \quad (4.3)$$

En accord avec la condition de stabilité exponentielle associée, on introduit alors le gain  $k'_v$  positif tel que :

$$\dot{V} = \dot{e}e = -k'_v V \quad (4.4)$$

En combinant (4.2) et (4.4), on obtient alors une estimation de la force motrice globale nécessaire à l'avancement du véhicule, avec  $k_v = \frac{1}{2}k'_v$  :

$$F_{\text{propulsion}}^* = \sum_{i \in \mathcal{W}} \frac{T_i}{r_i} = m [\dot{v}_{\text{ref}} - k_v(v - v_{\text{ref}}) + g(C_R + \sin\theta)] + \sum_{i \in \mathcal{W}} \frac{I_{w,i}\dot{\omega}_i}{r_i} \quad (4.5)$$

Cette commande permet d'obtenir une estimation de la force motrice totale nécessaire pour avancer le véhicule à la vitesse  $v_{\text{ref}}$ . Cette expression se distingue de [Att15] par la présence des termes associées à l'inertie des roues, la pente et la résistance au roulement.

Intéressons-nous dès à présent à l'allocation des couples. Dans le cas d'un essieu moteur, il est choisi de partager équitablement la force motrice entre les deux roues de l'essieu moteur. Dans le cas où les deux essieux seraient moteurs, on peut viser un ratio de glissement similaire entre les quatre roues. En effet, un tel comportement des quatre roues permet d'assurer une adhérence optimale au sol, en minimisant le glissement à chacune d'elles. Pour obtenir cette clé de répartition de la force motrice entre toutes les roues, on va observer la seconde équation de (4.1), *i.e.* le théorème du moment cinétique des roues. On note, qu'en état stationnaire, les couples et les forces de glissements sont équivalents (au rayon de la roue près). Or, les forces de glissements sont proportionnelles aux ratios de glissement et aux forces normales à chaque roue dans la phase d'adhérence, voir section 2.5. Si on recherche un ratio de glissement équivalent entre toutes les roues, il faut donc faire en sorte que les couples moteurs à chacune des roues soient proportionnels aux forces normales aux roues. En s'inspirant notamment des expressions des forces normales exprimées en (4.11) et en négligeant l'importance de l'accélération longitudinale dans le calcul des forces normales, on obtient les ratios suivants :

$$\begin{cases} p_F = \frac{F_{z,FL} + F_{z,FR}}{F_{z,FL} + F_{z,FR} + F_{z,RL} + F_{z,RR}} \\ p_R = \frac{F_{z,RL} + F_{z,RR}}{F_{z,FL} + F_{z,FR} + F_{z,RL} + F_{z,RR}} \end{cases} \implies \begin{cases} p_F \simeq \frac{L_R}{L} - \frac{h \sin\theta}{L \cos\alpha} \\ p_R \simeq \frac{L_F}{L} + \frac{h \sin\theta}{L \cos\alpha} \end{cases} \quad (4.6)$$

$p_F$  et  $p_R$  représentent les proportions des charges respectivement sur l'essieu avant et arrière. Le second terme faisant intervenir la pente est en règle générale plus faible que le premier terme, mais il est nécessaire de la prendre en compte dans le cas d'un véhicule à haut centre de gravité dans une pente importante. On utilise alors ces proportions pour calculer les couples moteurs à appliquer aux roues d'un même essieu, en prenant en compte le rayon de la roue.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{FL} = \frac{p_F r_{FL}}{2} F_{\text{propulsion}}^* \\ T_{FR} = \frac{p_F r_{FR}}{2} F_{\text{propulsion}}^* \\ T_{RL} = \frac{p_R r_{RL}}{2} F_{\text{propulsion}}^* \\ T_{RR} = \frac{p_R r_{RR}}{2} F_{\text{propulsion}}^* \end{array} \right. \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} F_{\text{propulsion}}^* = m [\dot{v}_{\text{ref}} - k_v (v - v_{\text{ref}}) + g (C_R + \sin \theta)] + \sum_{i \in \mathcal{W}} \frac{I_{w,i} \dot{\omega}_i}{r_i} \\ p_F = \frac{L_R}{L} - \frac{h \sin \theta}{L \cos \alpha} \\ p_R = \frac{L_F}{L} + \frac{h \sin \theta}{L \cos \alpha} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Ceci conclut la présentation du régulateur longitudinal faisant intervenir une commande par Lyapunov, inspiré du travail effectué sur le contrôle longitudinal d'un véhicule routier sur la base d'un modèle quart de véhicule.

### 4.1.3 Problématique de stabilité latérale

**Quantification de la stabilité d'un véhicule** Dans un contexte de contrôle longitudinal du véhicule avec une prise en compte des pentes et d'un terrain complexe, il est nécessaire de considérer la stabilité du véhicule et surtout de la quantifier. Cette quantification permet d'établir un critère sur lequel se baser afin d'éviter des situations dangereuses. Il est nécessaire d'établir le distinguo entre deux types de stabilités latérale néanmoins; il est évident que chaque contexte appelle à une métrique spécifique. Par exemple, [AOB12] utilise une métrique, issue de [He+06], associée à l'angle de dérive du véhicule  $\beta$  :

$$\text{Le véhicule est stable latéralement} \iff \left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{\dot{\beta} + 4\beta}{24} \right| \leq 1 \\ |\beta| \leq 10^\circ - 7^\circ \frac{v_x^2}{(40 \text{m.s}^{-1})^2} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Cette expression fait appel à une vision de la stabilité latérale associée à la capacité à suivre la trajectoire escomptée. L'ESP rentre par exemple dans cette catégorie d'outils qui renforce la garantie de suivi de trajectoire. La formule ci-dessus n'est toutefois valable que pour des véhicules on-road qui évoluent sur des terrains très adhérents où le parcours à forte vitesse est possible. L'effet de l'adhérence du terrain ou de la pente est ici totalement ignoré.

[Han+12] s'intéresse en particulier à des métriques qui s'appliquent dans le domaine off-road. Ce dernier adoptent une vision de la stabilité latérale différente : là où les véhicules on-road s'intéressent en priorité à la garantie de suivi de trajectoire, les véhicules off-road évoluant en terrain complexe doivent aussi prendre en compte le risque de renversement. Ce document divise notamment les critères de stabilité en deux grandes catégories : les critères statiques et les critères dynamiques.

Les critères statiques utilisent la répartition de la charge afin de quantifier la stabilité du véhicule. Le premier de ces critères statiques est le *Static Stability Factor* qui vaut  $SSF = \frac{d}{2h}$ . Il s'agit d'un critère simple à calculer et qui permet de facilement quantifier la stabilité globale d'un véhi-

culé. Tandis que les véhicules on-road voient ce critère être compris entre 1 et 1.4 selon [Han+12], l'enjambeur qui est considéré dans les tests du chapitre 5 ne dispose que d'un *SSF* de 0.54, représentatif d'un risque de renversement beaucoup plus important. Un autre critère est le *Tilt-Table Ratio* qui repose lui sur une base plus expérimentale. On place le véhicule sur un sol inclinable et on augmente l'angle d'inclinaison  $\phi$  jusqu'à ce que les roues sur lesquelles reposent le moins de charges décollent du support. Cette métrique vaut alors  $TTR = \tan(\phi_{\text{limit}})$ , avec  $\phi_{\text{limit}}$  l'angle minimal de renversement. Ces critères statiques permettent une comparaison simple entre différents types de véhicules, autorisant ainsi leur hiérarchisation concernant le risque de renversement. Cependant, ces critères ne permettent pas par leur nature de considérer le risque de renversement dans une situation dynamique précise (présence de pente, courbure élevée, vitesse importante...). La nécessité de critères dynamiques, dépendants de l'état du véhicule, se fait donc ressentir.

L'un des critères dynamiques les plus utilisés est le *Lateral Transfer Ratio* (LTR) ou bien *Lateral Load Transfer Ratio* (LLT). En adoptant les notations adoptées dans ce document, ce ratio se calcule de la façon suivante :

$$LLT = \frac{F_{z,FR} + F_{z,RR} - F_{z,FL} - F_{z,RL}}{F_{z,FL} + F_{z,RL} + F_{z,FR} + F_{z,RR}} \quad (4.9)$$

Ce ratio, nécessairement compris entre -1 et +1, est un indicateur de la stabilité du véhicule. S'il est négatif, cela veut dire qu'une majorité de la charge repose sur le côté droit du véhicule, s'il est positif, c'est à gauche. Plus ce ratio a une valeur absolue élevée, plus le déséquilibre sera important. [TAK19] utilise notamment cette notion pour obtenir une valeur du roulis à appliquer à un véhicule inclinable dans un souci de stabilité de ce système. Dans le contexte off-road, [Den+12] et [Ric+12b] utilisent cette métrique afin de quantifier le risque de renversement, en prenant en compte la variation des adhérences des roues. Cette métrique a l'avantage important de considérer les reports de charge dus à l'accélération, aux amortisseurs, aux pentes, *etc*, et ce via un seul critère. Cependant, ce critère dynamique et les variables qui le constituent peuvent être difficiles à estimer en temps réel sur un terrain pentu. La notion de reconstruction d'état via capteurs virtuels et/ou fusion de capteur est donc incontournable dans ce sujet.

**Reconstruction de l'état** En observant (4.7), on note que la dynamique longitudinale est fortement impactée par la masse du véhicule mais aussi par des paramètres associés au sol, comme la résistance au roulement ou la pente. Cette constatation nous oblige à considérer l'évolution des pentes, de la masse ou des accélérations dans le présent sujet. Cependant, ces différentes variables peuvent représenter un véritable défi en termes de mesure. En effet, en fonction de l'orientation du véhicule dans une pente, il est difficile de distinguer les accélérations dues à la pente et celles issues de la dynamique du véhicule. Des capteurs virtuels sont donc nécessaires pour pouvoir estimer les variables nécessaires à la régulation longitudinale. [Din+20] s'intéresse notamment à la fusion de capteurs multiples (récepteurs GNSS, gyromètres et centrales inertielles) afin de reconstruire entre autre l'accélération et l'inclinaison de la route. Il est également possible de reconstruire

de telles variables via un observateur basé sur la théorie de Lyapunov [JM14]. Les filtres de Kalman [Kal60] sont également très utilisés dans ce domaine pour leur stabilité et leur mise en place aisée [Nam+13], [Zha+18], [Yan+20].

Dans le présent sujet, on considère, sans préciser les solutions techniques retenues, que de tels capteurs virtuels sont disponibles, permettant ainsi la connaissance *a priori* des pentes, de la masse et des accélérations entre autres.

#### 4.1.4 Contrôleurs régulant simultanément les dynamiques latérale et longitudinale

D'autres régulateurs vont encore plus loin dans le contrôle longitudinal du véhicule en contrôlant en même temps les dynamiques longitudinale et latérale. En effet, il va sans dire que la vitesse longitudinale du véhicule influence fortement l'ensemble de la dynamique latérale du véhicule. Le modèle  $\mathcal{M}_{\text{lat}}$  défini dans le chapitre précédent est en la preuve. Cette interdépendance est d'autant plus forte pour des chenillards, où la dynamique latérale est induite par un différentielle des vitesses des chenilles. [LRX21] propose notamment dans ce contexte un système de contrôle hiérarchisé. Ce dernier, via une génération de trajectoire effectuée par MPC, permet la planification du profil de vitesse et des couples moteurs aux roues à gauche et à droite pour permettre la régulation couplée des dynamique latérale et longitudinale.

Ce type de régulateurs, en même temps longitudinaux et latéraux, ne se limite pas aux chenillards. [Men+14], [Att15] décrivent en détail des contrôleurs régulant conjointement les dynamiques longitudinale et latérale d'un véhicule évoluant sur route à forte vitesse. [RNH14] s'intéresse, dans ce même contexte, à la possibilité de régulation simultanées des angles de braquage et des glissements avants et arrière, en considérant les reports longitudinaux de la charge, non pris en compte dans le modèle bicycle classique.

La considération des obstacles se doit d'être soulevée également dans le cas de la régulation longitudinale. Ce pan de recherche est particulièrement actif dans le domaine urbain, où les obstacles (piétons, autres véhicules) sont nombreux et nécessitent des arrêts ou des contournements. Il s'agit là encore de régulateurs où les dimensions longitudinales et latérales sont traitées de pair. [Wan+19a] s'intéresse notamment de manière globale à la régulation latérale et longitudinale d'un véhicule urbain en prenant en compte l'évitement des obstacles sur le chemin de référence. [RR19] s'intéresse également à l'évitement d'obstacles se mouvant à fortes vitesses, par exemple un autre véhicule. Nous considérerons cependant que le terrain sur lequel nous évoluons ne dispose pas d'obstacles inconnus, qu'ils soient immobiles ou mouvants. C'est une hypothèse qui n'est pas si limitante dans le domaine agricole, où l'environnement n'est pas sujet à de brusques changements et où les véhicules de travail sont principalement seuls sur la parcelle. La possibilité d'effectuer le guidage d'une flotte de robots mobiles en milieu naturel [Gui15] n'est, en effet, pas considéré dans ce travail.

Devant le couplage des dynamiques longitudinale et latérale, mais aussi les multiples contraintes

à considérer (stabilité du véhicule, limitation des accélérations, confort, antipatinage *etc*), nous sommes arrivés à la conclusion qu'il nous faudrait mettre en place des outils de la commande permettant le pilotage d'un système fortement non-linéaire, présentant différentes contraintes à respecter sur ses états ou ses signaux de commande. Le type de régulation le plus adapté à ce type de situation est la commande prédictive basée sur un modèle, plus communément appelé *Model Predictive Control* ou MPC. L'appellation NMPC (*Nonlinear Model Predictive Control*) est aussi répandue pour préciser l'aspect non linéaire du modèle à commander. Le caractère prédictive de cette commande est évidemment un atout non négligeable pour anticiper une éventuelle accélération ou décélération, à la manière d'un conducteur humain qui change sa vitesse de manière progressive en fonction de l'environnement. [Qiu+15] utilise notamment le MPC afin de réguler de manière douce la vitesse d'une file de véhicules, en utilisant un modèle linéaire de ces derniers. [WHZ19] utilise la commande prédictive pour effectuer l'allocation des couples moteurs entre les quatre roues notamment dans un objectif d'antipatinage. [Zha+22] utilise le MPC pour calculer le moment de lacet optimal et le bilan des forces longitudinales optimal, l'allocation étant ensuite effectuée via une régulation par modes glissants.

En raison des contraintes de stabilité et de la nécessité d'anticipation pour éviter des changements de vitesses trop brusques, la solution de la commande prédictive est retenue pour la conception de la régulation longitudinale du véhicule. Nous avons bien conscience de son principal inconvénient, qui est la capacité calculatoire qu'elle requiert, surtout lorsque les contraintes sont nombreuses et le modèle profondément non linéaire. [Rao10] traite notamment des méthodes numériques associées au MPC, qui sont un point à considérer pour effectuer une commande MPC efficace. Ce travail ou d'autres ouvrent donc des perspectives intéressantes sur la faisabilité d'une commande de type NMPC en embarqué. Ceci nous permet donc d'explorer ce type de commande, sans trop se censurer, notre objectif fondamental étant de quantifier les performances atteignables pour notre problème.

## 4.2 Conception du modèle continu de commande

Cette section s'intéresse en particulier à la conception du modèle de commande sur lequel se basera le régulateur longitudinal, modèle que l'on nommera  $\mathcal{M}_{lon}$ . Il faut souligner que les attentes quant à ce modèle sont très différentes de ceux exposés notamment dans le chapitre 3 sur le régulateur latéral. Un modèle mono-roue voire bicyclette ne suffit pas dès lors que l'on souhaite rendre compte précisément des phénomènes de report de charges. Le modèle de commande se doit donc de considérer un véhicule à quatre roues, en pente, avec des accélérations latérale et longitudinale. On cherchera aussi à contraindre le glissement des pneumatiques, pour que le régulateur longitudinal évite le patinage des roues. Ces contraintes de conception nous amène donc à considérer un modèle proche de celui présenté dans le chapitre 2, avec un modèle à quatre roues où les dynamiques latérales et longitudinales sont largement couplées.

En plus de ces considérations liées à la représentativité du modèle, les objectifs de commande

contraignent fortement les hypothèses à adopter. Le régulateur longitudinal, comme son nom l'indique, ne doit pas influencer de manière disproportionnée la dynamique latérale du véhicule. Or, les commandes considérées dans ce chapitre sont les quatre couples de moteurs aux roues, indépendantes les unes des autres. Il faut donc se préserver des situations où la commande véhicule provoquerait une vitesse de lacet indésirable, via un différentiel entre les côtés gauche et droite du véhicule, à la manière d'un chenillard par exemple. Pour empêcher ce phénomène, il est primordial pour le régulateur longitudinal d'avoir connaissance des angles de braquage des roues du véhicule.

### 4.2.1 Hypothèses de travail pour la conception du régulateur longitudinal

Les hypothèses du modèle de commande longitudinale  $\mathcal{M}_{lon}$  diffèrent en grande partie de celles du modèle de commande latérale  $\mathcal{M}_{lat}$ , présenté en section 3.2. Le report de charges sur les quatre roues, notamment dû à l'accélération, est une des raisons motivant un tel changement entre le chapitre 3 et celui-ci. Le modèle dédié à la conception du régulateur longitudinal est donc dans un sens plus réaliste que ne l'était  $\mathcal{M}_{lat}$ . La stratégie adoptée entre les deux chapitres est finalement très différente : alors que le caractère latéral du modèle  $\mathcal{M}_{lat}$  nous permettait de définir des fonctions de transfert linéaires, le but de  $\mathcal{M}_{lon}$  est au contraire de définir le minimum de modèles distincts voire un unique modèle, qui devra être embarqué dans l'architecture de commande NMPC, qui reste une méthode gourmande en calculs. Cette contrainte implique donc la nécessité de construire un modèle de synthèse  $\mathcal{M}_{lon}$  plus représentatif de la réalité, quitte à ce qu'il soit profondément non linéaire.

**Hypothèse 16** *Les angles de braquage dans le modèle  $\mathcal{M}_{lon}$  proviennent du calcul issu du feedforward contenue dans le régulateur latéral (voir chapitre 3).*

Comme cela été dit précédemment, la connaissance des angles de braquage sont nécessaires à l'efficacité de la régulation longitudinale. Estimer les angles de braquage via le feedforward du régulateur latéral défini précédemment présente néanmoins des avantages :

- Une cohérence est ainsi conservée entre les régulateurs, qui reposent tout deux sur un modèle dynamique du véhicule. Il est néanmoins nécessaire de rappeler que les hypothèses ne seront pas strictement les mêmes.
- L'expression des angles de braquage du véhicule, dans le modèle de commande du régulateur longitudinal, sera simple. Elle différera nécessairement de celle qui sera appliquée sur le véhicule (car présence du feedback) mais le régulateur longitudinal n'a pas besoin de ce niveau de précision sur l'estimation de l'angle de braquage comme cela sera précisé dans la section 4.2.8.
- Les équations du feedforward (voir 3.26) mettent en valeur le fait que les angles de braquage ne dépendent que de la courbure et des pentes. Or ces signaux sont précisément estimables dans un certain horizon de prédiction (voir la section 4.2). Dans le cadre du MPC, il est donc aisé de pouvoir déterminer une estimation de la future valeur des angles de braquage.

**Hypothèse 17** Les dynamiques des moteurs placés aux roues (temps de retard, inerties etc) ont des constantes de temps négligeables devant le pas de temps d'échantillonnage choisi pour le MPC. On ignore ainsi la dynamique de ces actionneurs.

**Hypothèse 18** On suppose que les ratios de glissements des roues  $s_{x,i}$  et  $s_{y,i}$  sont considérées simultanément faibles pour que le pneumatique soit considéré dans sa phase d'adhérence (voir section 2.5).

**Hypothèse 19** Les termes inertiels associés à  $\ddot{\varphi}$  et  $\ddot{\theta}$  sont considérées négligeables devant les termes associées à la masse pour le calcul des forces normales

**Hypothèse 20** Pour le calcul de la vitesse de référence, on suppose parcourir le virage en rotation circulaire uniforme.

**Hypothèse 21** Le terrain est supposé être plan sur l'ensemble de l'horizon de prédiction.

**Hypothèse 22** Toutes les variables du vecteur d'état sont mesurées ou estimées.

**Hypothèse 23** La masse du véhicule varie lentement.

Intéressons-nous dès à présent à la conception du modèle de commande  $\mathcal{M}_{lon}$ . Les équations utilisées ici proviennent en grande partie du chapitre 2.

### 4.2.2 Calcul des forces normales

On rappelle les équations de forces normales définies en (2.23) :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{z,FL} = \frac{\zeta_x \zeta_y}{\eta} \\ F_{z,FR} = \zeta_x \left(1 - \frac{\zeta_y}{\eta}\right) \\ F_{z,RL} = \zeta_y \left(1 - \frac{\zeta_x}{\eta}\right) \\ F_{z,RR} = \eta \left(1 - \frac{\zeta_x}{\eta}\right) \left(1 - \frac{\zeta_y}{\eta}\right) \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta_x = \frac{mg(L_R \cos \alpha - h \sin \theta) - mha_x + I_y \ddot{\theta}}{L} \\ \zeta_y = \frac{mg(d_R \cos \alpha - h \sin \varphi) - mha_y + I_x \ddot{\varphi}}{d} \\ \eta = mg \cos \alpha \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Il est possible de simplifier ces expressions grâce à l'hypothèse 19 :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{z,FL} = \frac{m}{gdL \cos \alpha} (gL_R \cos \alpha - gh \sin \theta - ha_x) (gd_R \cos \alpha - gh \sin \varphi - ha_y) \\ F_{z,FR} = \frac{m}{gdL \cos \alpha} (gL_R \cos \alpha - gh \sin \theta - ha_x) (gd_L \cos \alpha + gh \sin \varphi + ha_y) \\ F_{z,RL} = \frac{m}{gdL \cos \alpha} (gL_F \cos \alpha + gh \sin \theta + ha_x) (gd_R \cos \alpha - gh \sin \varphi - ha_y) \\ F_{z,RR} = \frac{m}{gdL \cos \alpha} (gL_F \cos \alpha + gh \sin \theta + ha_x) (gd_L \cos \alpha + gh \sin \varphi + ha_y) \end{array} \right. \quad (4.11)$$

Dans ce cadre, le LTR (*Load Transfer Ratio*) ou LLT (*Lateral Load Transfer*) se calcule de la façon suivante :

$$LLT = \frac{F_{z,FR} + F_{z,RR} - F_{z,FL} - F_{z,RL}}{F_{z,FL} + F_{z,RL} + F_{z,FR} + F_{z,RR}} \quad (4.12)$$

$$LLT = \frac{d_L - d_R}{d} + 2h \frac{a_y + g \sin \varphi}{gd \cos \alpha}$$

Cette expression du LLT sera primordiale pour la quantification du risque de renversement et son utilisation pour la génération de la vitesse de référence en section 4.3.5.

### 4.2.3 Dynamique du centre de gravité

#### Forces de glissement des pneumatiques

La principale force motrice est la force de glissement présentée en détail dans la section 2.5. Il est donc évident qu'elle doit être prise en compte dans la conception de  $\mathcal{M}_{lon}$ . On s'inspire des équations précédemment établies en (2.11), (2.12) et en annexe (B.2) (sur la composition de mouvement) pour quantifier le glissement de la roue.

$$\forall i \in \{FL, FR, RL, RR\}, \begin{cases} \begin{pmatrix} v_{x,i} \\ v_{y,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x - \cos(\theta) \cos(\varphi) \dot{\psi} y_i \\ v_y + \cos(\theta) \cos(\varphi) \dot{\psi} x_i \end{pmatrix} \\ s_{x,i} = \frac{R_i \omega_i - v_{x,i}}{\max(R_i \omega_i, v_{x,i})} \\ s_{y,i} = \frac{-v_{y,i}}{\max(R_i \omega_i, v_{x,i})} \end{cases} \quad (4.13)$$

On définit alors les glissements de manière couplée entre les dynamiques latérale et longitudinale, en accord avec l'hypothèse 18.

$$\forall i \in \{FL, FR, RL, RR\}, \begin{cases} F_{gliss,x,i} = \mu F_{z,i} s_{x,i} \sqrt{\frac{dF_{x,i,0}^2 s_{x,i}^2 + dF_{y,i,0}^2 s_{y,i}^2}{s_{x,i}^2 + s_{y,i}^2}} \\ F_{gliss,y,i} = \mu F_{z,i} s_{y,i} \sqrt{\frac{dF_{x,i,0}^2 s_{x,i}^2 + dF_{y,i,0}^2 s_{y,i}^2}{s_{x,i}^2 + s_{y,i}^2}} \end{cases} \quad (4.14)$$

Les équations sont obtenues en considérant la phase linéaire des forces de glissement, voir l'algorithme 1.

### Force de résistance au roulement

Tout comme la force de glissement, la force de résistance au roulement (voir section 2.4.2) intervient fortement dans la dynamique longitudinale, car c'est précisément cette force que doit compenser la force de glissement pour pouvoir entamer un mouvement. On définit cette force longitudinale de manière linéaire par rapport à la force normale de la roue, définie en (4.11)

$$\forall i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}, \quad F_{\text{résis},i} = -\gamma F_{z,i} \quad (4.15)$$

On reconnaît ici l'équation précédemment présentée en (2.6).

### Dynamique du véhicule dans sa globalité

On inclut ici les principes fondamentaux de la dynamique appliqués au véhicule, ainsi que la dynamique de lacet. On rajoute également l'équation d'évolution de l'abscisse curviligne, inspiré du modèle cinématique étendue. L'ensemble de ces formules peuvent être retrouvées dans les expressions établies dans le chapitre 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_z \ddot{\psi} = L'_F (F_{y,FL} + F_{y,FR}) - L'_R (F_{y,RL} + F_{y,RR}) \\ \quad - d'_L (F_{x,FL} + F_{x,RL}) + d'_R (F_{x,FR} + F_{x,RR}) \\ \dot{v}_x = -g \sin(\theta) + \underbrace{\frac{1}{m} \sum_{i \in \mathcal{W}} F_{x,i}}_{a_x} + \cos(\theta) \cos(\varphi) \dot{\psi} v_y \\ \dot{v}_y = -g \sin(\varphi) + \underbrace{\frac{1}{m} \sum_{i \in \mathcal{W}} F_{y,i}}_{a_y} - \cos(\theta) \cos(\varphi) \dot{\psi} v_x \\ \dot{s} = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \end{array} \right. , \text{ où } \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} F_{x,i} \\ F_{y,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{\text{gliss},i,x} + F_{\text{résis},i} \\ F_{\text{gliss},i,y} \end{pmatrix} \\ L'_F = L_F + h_{CG} \sin(\theta) \\ L'_R = L_R - h_{CG} \sin(\theta) \\ d'_L = d_L + h_{CG} \sin(\varphi) \\ d'_R = d_R - h_{CG} \sin(\varphi) \\ I_z = \frac{m}{6} \left[ (L_R^2 + L_F^2) (\cos(\alpha)^2 + \sin(\varphi)^2) + \right. \\ \quad (d_R^2 + d_L^2) (\cos(\alpha)^2 + \sin(\theta)^2) + \\ \quad \left. (h_{CG}^2 + (h_{tot} - h_{CG})^2) (\sin(\varphi)^2 + \sin(\theta)^2) \right] \end{array} \right. \quad (4.16)$$

#### 4.2.4 Dynamique des roues

Les seules équations de dynamique du centre de gravité ne suffisent pas pour quantifier la dynamique longitudinale du véhicule. Il est indispensable de faire apparaître également la dynamique à l'origine du mouvement longitudinal, *i.e.* les dynamiques de rotations de chacune des roues. On retrouve ainsi le théorème du moment cinétique déjà mentionné en (2.28) :

$$\forall i \in \{\text{FL}, \text{FR}, \text{RL}, \text{RR}\}, \quad I_i \dot{\omega}_i = T_i - R_i F_{\text{gliss},x,i} \quad (4.17)$$

### 4.2.5 Dynamique des pentes

L'objectif de cette section est de modéliser l'évolution des pentes sur l'horizon de prédiction. En effet, dans la conception de  $\mathcal{M}_{10n}$ , le choix a été fait de considérer les pentes comme un état et une équation d'évolution doit donc y être associée. On rappelle tout d'abord les équations permettant d'obtenir les pentes définies notamment en (2.3) :

$$\begin{cases} \theta = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta)) \\ \varphi = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta)) \\ \lambda = \text{atan2}\left(\left(\cos \psi + \tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta) \cos \Theta\right), \left(-\sin \psi - \tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta) \sin \Theta\right)\right) \end{cases} \quad (4.18)$$

On peut remanier les équations (4.18) pour obtenir les équations suivantes :

$$\begin{cases} \theta = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta)) \\ \varphi = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta)) \end{cases} \iff \begin{cases} \cos(\psi - \Theta) \tan \alpha = \tan \theta \\ \sin(\psi - \Theta) \tan \alpha = -\tan \varphi \end{cases} \quad (4.19)$$

L'équivalence provient de l'approximation selon laquelle  $\lambda \simeq \psi + \frac{\pi}{2}$ , ce qui est acceptable en consultant les figures 2.2 et 2.3c. Ceci est particulièrement adapté lorsque la pente est faible comme le montre la figure 4.1 :

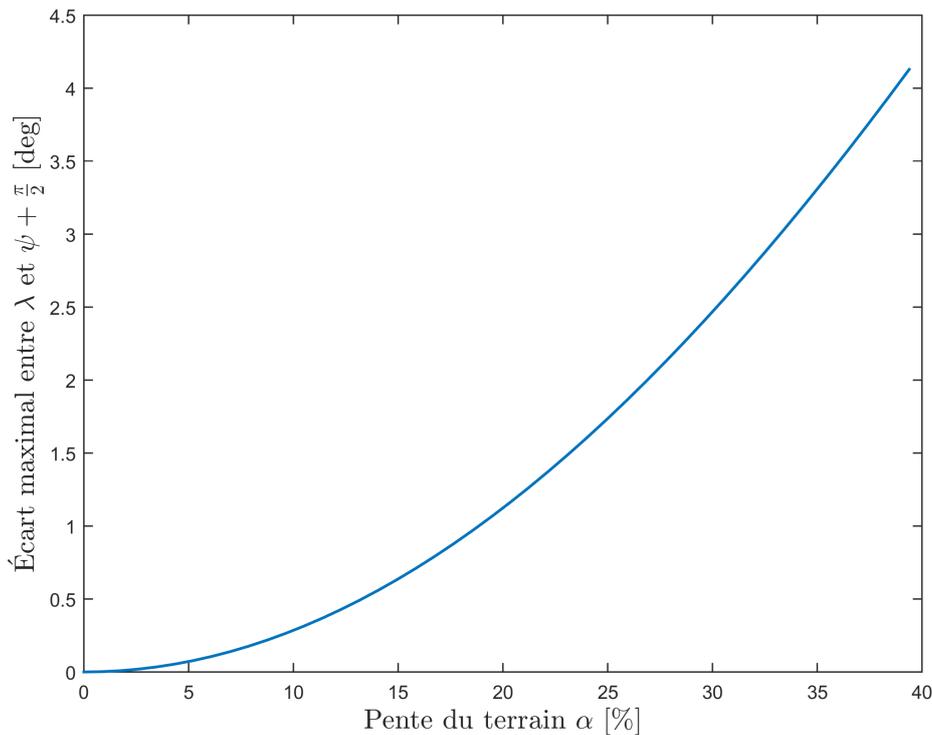


FIGURE 4.1 – Différence maximale entre  $\lambda$  et  $\psi - \frac{\pi}{2}$

Pour obtenir les équations d'évolutions des pentes, il suffit de dériver (4.18) en utilisant (4.19) et l'hypothèse 21 selon laquelle  $\dot{\alpha} = \dot{\Theta} = 0$ .

$$\begin{cases} \dot{\theta} \simeq \frac{\tan \alpha \frac{d(\cos(\psi - \Theta))}{dt}}{1 + \tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta)} = -\frac{\dot{\psi} \tan \alpha \sin(\psi - \Theta)}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{\dot{\psi} \tan \varphi}{1 + \tan^2 \theta} \\ \dot{\varphi} \simeq -\frac{\tan \alpha \frac{d(\sin(\psi - \Theta))}{dt}}{1 + \tan^2 \alpha \sin(\psi - \Theta)} = -\frac{\dot{\psi} \tan \alpha \cos(\psi - \Theta)}{1 + \tan^2 \alpha \sin(\psi - \Theta)} = -\frac{\dot{\psi} \tan \theta}{1 + \tan^2 \varphi} \end{cases} \quad (4.20)$$

Ceci conclut donc la conception des équations d'évolution des pentes. On remarquera le fort couplage entre ces équations d'évolution et leur caractère non linéaire.

#### 4.2.6 Évolution de la courbure

Comme cela est montré dans (4.23), la courbure est une mesure nécessaire au bon fonctionnement du régulateur longitudinal, car cette dernière permet l'estimation des angles de braquage. Cependant, il n'est pas possible de donner une équation d'évolution de la courbure  $\rho$  générique pour la simple raison que son évolution dépend de la trajectoire à suivre. On établit alors une relation algébrique entre la courbure  $\rho$  et l'abscisse curviligne  $s$  :

$$\rho = f_{\rho}(s) \quad (4.21)$$

Cette relation est fondamentale, car c'est elle qui fait le lien entre la dynamique du véhicule et le chemin de référence à suivre. Ceci est à distinguer des autres équations d'évolution qui sont des équations différentielles. Ce détail a une importance dans la conception du régulateur longitudinal.

#### 4.2.7 Prise en compte de la masse

Dans tout sujet de dynamique longitudinale, il est important de se poser la question de la masse de l'objet à mouvoir. La cause est évidemment physique, relative à la notion de quantité de mouvement qui caractérise l'énergie nécessaire au mouvement du corps. Comme cela peut être remarqué dans les équations (4.11), la masse est un paramètre incontournable de la dynamique du véhicule off-road et notamment dans l'expression des forces normales aux pneumatiques. Par exemple, en observant (4.17), il peut être noté que les couples moteurs doivent compenser les forces de glissements (proportionnelles à la masse selon (4.14)) en état stationnaire. Il est donc indispensable d'avoir une mesure de la masse qui permette de fournir une commande cohérente avec le système. D'autres régulateurs notent d'ailleurs cette prépondérance de la masse et de la nécessité de l'estimer [PFS09].

En accord avec l'hypothèse 23, on modélise la masse comme un état lentement variable, ou autrement dit constant sur l'horizon de prédiction :

$$\dot{m} = 0 \quad (4.22)$$

L'horizon étant de l'ordre de quelques secondes, il s'agit d'une hypothèse qui semble bien se prêter au contexte de l'étude, et ce même pour les situations où le véhicule peut varier (lentement) de masse, par exemple pour une vendangeuse ou une moissonneuse.

#### 4.2.8 Articulation avec le régulateur latéral

Comme cela a été dit en introduction de la section 4.2, il est nécessaire d'avoir une estimation des angles de braquage sur l'ensemble de l'horizon de prédiction. Ce qui importe réellement n'est pas tant la présence du régulateur latéral présenté plus tôt dans le manuscrit, mais plutôt un moyen de pouvoir prédire les angles de braquage qui seront appliqués aux roues du véhicule. Le choix a été fait d'estimer ces angles de braquage via l'organe feedforward du régulateur latéral présenté dans le chapitre 3. Cet organe est capable de calculer des angles de braquage grâce à l'estimation des courbures et pentes futures, déterminées respectivement par le chemin de référence (voir (4.21)) et l'équation d'évolution des pentes (4.20).

$$\begin{pmatrix} \delta_F \\ \delta_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L'_F + \frac{L_R m v_x^2}{LC_F} & \frac{mgL_R}{LC_F} \\ -L'_R + \frac{L_F m v_x^2}{LC_R} & \frac{mgL_F}{LC_R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{cases} C_F = dF_{y,F,0} \mu mg \frac{L_R \cos(\alpha) - h \sin(\theta)}{L} \\ \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{F_{z,F} \text{ sans accélération}} \\ C_R = dF_{y,R,0} \mu mg \frac{L_F \cos(\alpha) + h \sin(\theta)}{L} \\ \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{F_{z,R} \text{ sans accélération}} \end{cases} \quad (4.23)$$

Ces angles de braquage sont bien évidemment différents de ceux qui seront réellement appliqués, en raison notamment de la présence du feedback dans le régulateur  $H_2/H_\infty$ , qui prend en compte les écarts du véhicule au chemin de référence via les variables  $\tilde{y}$  et  $\tilde{\psi}$ . Le choix a été fait de ne pas modéliser l'évolution de ces écarts dans le cadre du régulateur longitudinal afin d'avoir un modèle d'angles de braquage plus simple. Les angles de braquage à chaque roue sont obtenus via la modélisation d'Ackermann (voir la section annexe C.1).

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{FL} = \arctan \left( \frac{2L \tan(\delta_F)}{2L + d(\tan(\delta_R) - \tan(\delta_F))} \right) \\ \delta_{FR} = \arctan \left( \frac{2L \tan(\delta_F)}{2L - d(\tan(\delta_R) - \tan(\delta_F))} \right) \\ \delta_{RL} = \arctan \left( \frac{2L \tan(\delta_R)}{2L + d(\tan(\delta_R) - \tan(\delta_F))} \right) \\ \delta_{RR} = \arctan \left( \frac{2L \tan(\delta_R)}{2L - d(\tan(\delta_R) - \tan(\delta_F))} \right) \end{array} \right. \quad (4.24)$$

### 4.3 Conception du régulateur MPC

Maintenant que les équations du modèle continu ont été explicitées, il est temps de décrire le régulateur NMPC dans lequel ces dernières seront utilisées.

#### 4.3.1 Définition du modèle discret de synthèse

Au moyen des équations d'évolution du système continu défini dans la section 4.2, il est possible de définir le système algébro-différentiel suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = f_c(x(t), u(t), a(t), p) \\ a(t) = f_a(x(t), u(t), p) \\ x(0) = x_0 \end{array} \right. \quad (4.25)$$

avec :

- $x \in \mathbb{X} \subseteq \mathbb{R}^{n_x}$  est l'état du véhicule, constitué de  $n_x$  variables.  $\mathbb{X}$  est l'ensemble compact des états admissibles du véhicule.
- $a \in \mathbb{A} \subseteq \mathbb{R}^{n_a}$  est l'ensemble des  $n_a$  variables du système liées de manière algébrique au système.  $\mathbb{A}$  est l'ensemble compact de ces variables.
- $u \in \mathbb{U} \subseteq \mathbb{R}^{n_u}$  est l'ensemble des  $n_u$  variables de commande du système.  $\mathbb{U}$  est l'ensemble compact de ces variables.
- $p \in \mathbb{R}^{n_p}$  est l'ensemble des  $n_p$  paramètres du modèle (paramètres de pneu, du sol, etc.).

**Vecteur  $x$**  Le vecteur d'état  $x$  est constitué des variables suivantes :

$$x \triangleq \left( v_x \quad v_y \quad \dot{\psi} \quad s \quad \omega_{FL} \quad \omega_{FR} \quad \omega_{RL} \quad \omega_{RR} \quad m \quad \theta \quad \varphi \right)^T \quad (4.26)$$

Les équations d'évolution de ces grandeurs sont décrites dans (4.16) (évolution des vitesses  $v_x$

et  $v_y$ , de la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  et de l'abscisse curviligne  $s$ ), (4.17) (évolution des vitesses de rotation des 4 roues), (4.20) (évolution des pentes  $\theta$  et  $\varphi$ ) et (4.22) (évolution de la masse). On nomme les composantes de ce vecteur les *variables d'état* ou les *variables différentielles*.

**Vecteur  $a$**  Quand au vecteur  $a$ , il est constitué des variables suivantes :

$$a \triangleq \begin{pmatrix} a_x & a_y & \rho \end{pmatrix}^T \quad (4.27)$$

Ces variables sont liées de manière algébrique au système (4.25) et non pas de manière différentielle comme pour les composantes de  $x$ . On les nomme alors *variables algébriques*. Sans la définition des accélérations explicitée en (4.16), il serait, en effet, impossible de définir les forces normales en (4.11), elles-mêmes arguments des forces de glissement et de résistance au roulement permettant de calculer lesdites accélérations. La dernière variable algébrique est liée au profil du chemin de référence. En effet, à travers (4.21), il est possible de relier l'abscisse curviligne  $s$  avec la courbure de la trajectoire qui lui est associée.

**Vecteur  $u$**  Le vecteur  $u$  est le vecteur rassemblant les commandes du système, *i.e.* les couples moteurs aux 4 roues :

$$u \triangleq \begin{pmatrix} T_{FL} & T_{FR} & T_{RL} & T_{RR} \end{pmatrix}^T \quad (4.28)$$

**Discrétisation du modèle** Bien que la plupart des systèmes réels soient décrits sous la forme de modèles à temps continu, il est courant de les discrétiser pour des raisons de conception et d'implémentation de la loi de commande. Cette remarque se vérifie particulièrement pour les travaux de régulation en NMPC. Le modèle (4.25) est ainsi discrétisé afin d'obtenir le système (4.29).

$$\begin{cases} x^{k+1} = f(x^k, u^k, a^k, p) \\ a^k = f_a(x^k, u^k, p) \\ x^0 = x_0 \end{cases} \quad (4.29)$$

Ce modèle est obtenu en intégrant, à chaque pas d'échantillonnage  $\tau$ , le modèle continu (4.25) en utilisant la méthode de Runge-Kutta [Pre+07]. Dans ce contexte, la commande  $u^k$  est donc considérée comme une fonction constante sur les intervalles  $[t_k, t_{k+1}] \triangleq [t_0 + k\tau, t_0 + (k+1)\tau]$  :

$$u^k = u(t_c) = u(t_k), \quad t_c \in [t_k, t_{k+1}[ \quad (4.30)$$

### 4.3.2 Résolution du problème NMPC à chaque pas de temps

Le modèle discret ayant été obtenu, il est maintenant possible de définir le problème d'optimisation du régulateur NMPC. Définissons  $t_0$  comme l'instant actuel et  $U_i^j$  une séquence de  $j - i + 1$  commandes entre les instants  $t_0 + i\tau$  et  $t_0 + j\tau$ , avec  $0 \leq i \leq j$ . Définissons de même  $X_i^j$  la séquence

des  $j - i + 1$  états successifs, entre  $t_0 + i\tau$  et  $t_0 + k\tau$ , correspondant à cette séquence de commande. Nous obtenons alors les relations suivantes :

$$\begin{aligned} U_i^j &\triangleq \begin{pmatrix} u^i & u^{i+1} & u^{i+2} & \dots & u^j \end{pmatrix} \\ X_i^{j+1} &\triangleq \begin{pmatrix} x^i & x^{i+1} & x^{i+2} & \dots & x^j & x^{j+1} \end{pmatrix} \end{aligned} \text{ tel que } \forall k \in \llbracket i, j \rrbracket, \begin{cases} x^{k+1} = f(x^k, u^k, a^k, p) \\ a^k = f_a(x^k, u^k, p) \\ x^0 = x_0 \end{cases} \quad (4.31)$$

Le but de notre problème NMPC est de déterminer une séquence de commandes  $U_1^{N_p}$  et d'états futurs  $X_1^{N_p+1}$  permettant simultanément de minimiser un coût et de respecter les différentes contraintes du problème. Ce problème, comme cela est visible sur (4.31), est résolue via la méthode de *multiple shooting directe*. Cette méthode a l'inconvénient de rajouter de nombreuses variables d'optimisation, mais le gain temporel de calcul est particulièrement intéressant [HEM19]. Définissons ce coût  $J$ , dépendant des séquences (inconnus)  $U_1^{N_p}$  et  $X_1^{N_p+1}$  et des paramètres initiaux  $u_0$  et  $x_0$  (connus) :

$$J(U_1^{N_p}, X_1^{N_p+1}, u_0, x_0) = \underbrace{\sum_{i=1}^{N_p} \|u^i - u_{\text{ref}}^i\|_Q}_{\text{coût sur la commande}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N_p} \|x^i - x_{\text{ref}}^i\|_R}_{\text{coût sur les états intermédiaires}} + \underbrace{\|x^{N_p+1} - x_{\text{ref}}^{N_p+1}\|_{R_{\text{fin}}}}_{\text{coût sur l'état final}} \quad (4.32)$$

coût sur l'état

Ce coût  $J$  permet de quantifier l'écart entre une dynamique de référence (tant par rapport à l'état que par rapport à la commande) et la dynamique du véhicule dans les instants futurs.  $J$  est ci-dessus décrit de manière générale; son expression est précisée en section 4.3.3.

Cette minimisation de  $J$  doit se faire dans le respect de certaines contraintes cependant. Ces contraintes peuvent être réparties entre deux catégories :

- **Limitations physiques** : le véhicule et ses composants, en tant que systèmes physiques réels, possèdent des limitations physiques. Les performances maximales des moteurs à chacune des roues en sont un exemple dans le contexte de suivi de trajectoire. Les contraintes liées aux hypothèses posées pour la conception du modèle, comme les contraintes d'anti-patinage, peuvent aussi être incorporées dans cette catégorie. Enfin, les équations d'état (4.29) peuvent aussi intégrer cette catégorie.
- **Objectifs de commande** : lorsque la commande d'un système est conçue, il est important de penser aux différents phénomènes qui animent ce dernier. Cela permet d'envisager l'ensemble des scénarios de trajectoires possibles par le système et ainsi de les classer en deux grandes catégories : les scénarios "souhaitables" d'un point de vue utilisateur et les scénarios "indésirables". Les contraintes liées aux objectifs de commande permettent de distinguer les deux types de scénarios et d'ignorer les trajectoires non souhaitées, bien qu'étant plausibles physiquement. Ces contraintes doivent être paramétrées de manière très fine, au

risque de créer un système qui ne puisse répondre à toutes les contraintes simultanément.

La limitation des accélérations ou du *LLT* rentrent dans cette catégorie de contraintes.

Ces contraintes, définies plus tard en section 4.3.4, peuvent être modélisées par les relations en (4.33). Les fonctions  $g$  et  $h$  permettent de calculer sur chaque pas de temps les contraintes liées à la commande et l'état du véhicule, hors équations d'état du modèle discret (qui elles sont issues de (4.29)).

$$X_1^{N_p+1} \text{ et } U_1^{N_p} \text{ respectent les contraintes } \iff \forall k \in \llbracket 1, N_p \rrbracket, \begin{cases} x^{k+1} = f(x^k, u^k, a^k, p) \\ a^k = f_a(x^k, u^k, p) \\ x^0 = x_0 \\ u^0 = u_0 \\ g_{\min} < g(x^k, u^k, a^k, p) < g_{\max} \\ 0 = h(x^k, u^k, a^k, p) \end{cases} \quad (4.33)$$

Le problème d'optimisation est maintenant posé : il est nécessaire de déterminer les séquences d'état et de commande minimisant  $J$  (4.32) tout en respectant les contraintes (4.33). Il ne reste plus qu'à extraire la commande  $u^1$  de la séquence de commande optimale  $U_1^{N_p+1}$  et de l'appliquer au véhicule. On la note  $u_1^*$ .

La méthodologie générale du régulateur MPC est schématisée dans la figure 4.2.

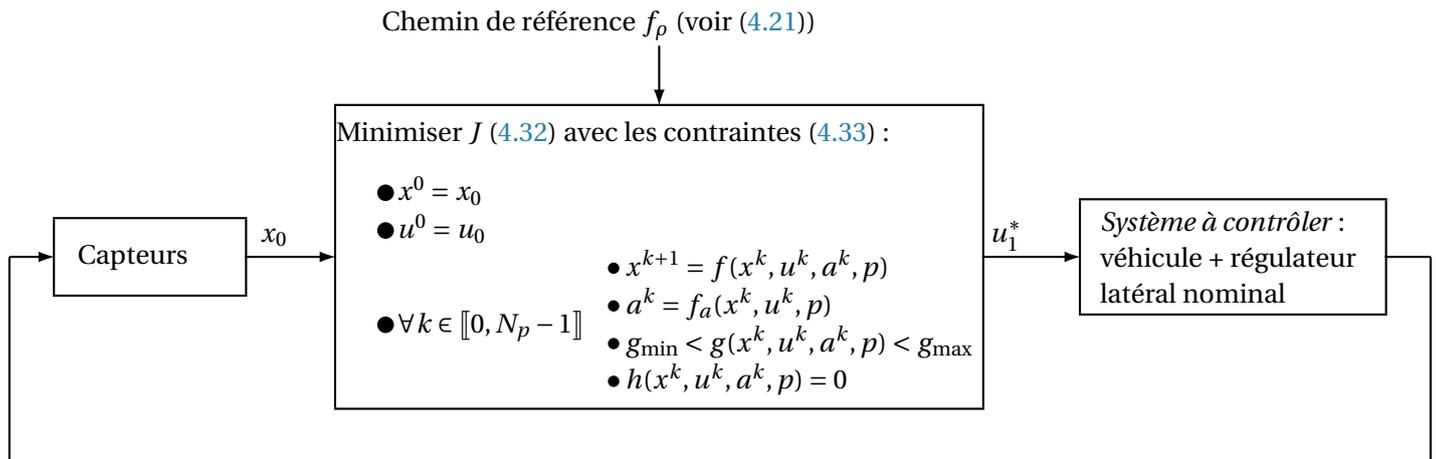


FIGURE 4.2 – Méthodologie du régulateur MPC

Conformément à l'hypothèse 22, il est nécessaire de mesurer l'ensemble des états et des commandes pour que le régulateur puisse fonctionner dans la configuration présentée. Le bloc intitulé *Capteurs* fait donc aussi bien référence aux capteurs physiques qu'aux capteurs virtuels, qui reconstruisent les états manquants.

### 4.3.3 Définition de la fonction coût à minimiser

La fonction de coût  $J$ , introduite en (4.32), a une importance toute particulière dans le problème de régulation du système. C'est elle qui définit la dynamique et les performances souhaitées pour le véhicule le long du chemin de référence. Dans un premier temps, il est nécessaire de sélectionner les variables dont une évolution spécifique est souhaitable dans un futur proche de ceux dont l'évolution ne doit pas intervenir dans la prise de décision du régulateur MPC.

Les variables d'états influençant fortement la dynamique latérale, parmi lesquelles on compte  $v_y$  et  $\dot{\psi}$ , ne doivent pas intervenir dans l'expression de  $J$ . En effet, ce régulateur longitudinal MPC a été conçu dans l'optique où la système à réguler est le véhicule off-road **muni du régulateur latéral** défini dans le chapitre 3, en accord avec l'hypothèse 16 (voir figure 4.2). Il est donc dangereux de vouloir contraindre ces variables qui n'interviennent pas directement dans la dynamique longitudinale du véhicule et qui pourraient mettre à mal l'efficacité du régulateur latéral. Chaque régulateur dispose de son propre champ de compétences et il faut séparer de manière claire les objectifs de chacun.

Les variables d'état  $m$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  sont quant à eux dépendants du chemin de référence ou du scénario de travail considéré. Il n'est donc pas possible d'en donner une évolution souhaitée sur un certain horizon. De plus, les pentes  $\theta$  et  $\varphi$  dépendent de l'angle de lacet  $\psi$  (voir (2.3)), variable fondamentale de la dynamique latérale. Selon le même principe que précédemment, il est plus sage de ne pas les considérer dans la fonction coût.

Ne reste alors dans le vecteur d'états que les grandeurs  $v_x$ ,  $s$  et  $\omega_i$ . Il semble évident que la première d'entre elles doit représenter une part importante de la fonction de coût de ce régulateur longitudinal; on rappelle que le contrôleur NMPC a un rôle de régulateur de vitesse avant tout. Quant à l'abscisse curviligne  $s$ , son évolution dépend principalement de  $v_x$  (potentiellement variable), il n'est donc pas nécessaire de faire intervenir cette grandeur dans la fonction coût. L'évolution souhaitée des vitesses de rotation  $\omega_i$  des roues n'est pas aisée à définir en raison des glissements *a priori* inconnus et variables. L'éventuel report de charges (voir (4.11)) rend d'autant plus difficile l'estimation des forces de glissements souhaitées et donc des vitesses de rotation des roues associées. Ces vitesses de rotation n'interviendront donc pas directement dans la fonction coût.

Cependant, la considération du ratio de glissement longitudinal  $s_x$  à chaque roue (voir définition en (2.11)) se doit d'être présente dans la définition de la fonction coût. En effet, l'égalité de ce ratio de glissement entre toutes les roues est un gage de bonne traction du véhicule. L'objectif ici n'est pas de définir un ratio de glissement de référence que toutes les roues doivent suivre, car la constance du ratio de glissement empêcherait de moduler l'accélération du véhicule. Le but est plutôt de pénaliser la variance instantanée des quatre ratios de glissements. Limiter cette variance des quatre ratios de glissements simultanés permet de viser l'égalité des quatre ratios de glissements à chaque instant le long du parcours, vers une valeur commune et potentiellement variable. Le fait de limiter la dispersion des ratios de glissement a un avantage certain : il assure la cohérence de la dynamique latérale. En effet, si seules la vitesse de référence et les puissances

instantanées des moteurs placés au niveau des roues, les roues interviennent dans la fonction coût  $J$ , rien n'empêche d'avoir des roues effectuant une rotation lente et d'autres une rotation beaucoup plus forte, tant que la vitesse du centre de gravité suit la vitesse de référence. Il s'agit évidemment d'une situation indésirable car elle peut potentiellement entraîner une vitesse de lacet indésirable. Néanmoins, cette situation est prévenue via cette contribution de la variance des ratios de glissement dans la fonction coût, qui impose une dynamique des roues commune. Cette stratégie de contrôle, permettant une distribution optimale de la force de traction, est répandue dans la littérature [AM19].

En ce qui concerne la commande, son impact dans  $J$  doit être significatif pour ménager les efforts de commande sans trop sacrifier à la régulation de la vitesse. Il peut être inadéquat de réaliser parfaitement la référence de vitesse si cela nécessite une commande trop erratique. Cette dernière doit donc être prévenue via le critère  $J$ . Comme on le voit dans le théorème cinétique appliqué au moyeu de la roue (4.17), c'est la différence entre le couple moteur et la force de glissement qui met en rotation la roue. Il n'est donc pas particulièrement sage de pénaliser un couple trop important, qui peut être nécessaire en cas de glissement important. On préférera plutôt son évolution trop abrupte afin d'établir une dynamique longitudinale douce. Ceci confère deux avantages importants : tout d'abord, la limitation des gradients de couples évite d'entraîner un gradient de couple de lacet trop important, qui remettrait en cause la régulation latérale du véhicule. De plus, cela permet d'établir une vitesse longitudinale lentement variable, ce qui stabilise l'ensemble du système. Dans le domaine discret, on pénalise ainsi la différence entre deux commandes de couples successifs, grandeur qui interviendra dans la définition de la fonction coût.

En posant  $\forall k \in \llbracket 1, N_p \rrbracket$ ,  $\Delta u^k = u^k - u^{k-1}$ , on obtient alors l'expression de la fonction coût suivante :

$$J(U_1^{N_p}, X_1^{N_p+1}, u_0, x_0) = \underbrace{\sum_{i=1}^{N_p} (\Delta u^i)^T Q \Delta u^i}_{\text{coût sur la commande}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N_p} R (v_x^i - v_{\text{ref}}^i)^2}_{\text{coût sur les états intermédiaires}} + \underbrace{S \text{Var}(\{s_{x,i}\}^k) + R_{\text{fin}} (v_x^{N_p+1} - v_{\text{ref}}^{N_p+1})^2}_{\text{coût sur l'état}} \quad (4.34)$$

Dans cette expression,  $R$ ,  $S$  et  $R_{\text{fin}}$  sont des scalaires et  $Q$  une matrice définie positive. Quant à  $\text{Var}(\{s_{x,i}\}^k)$ , il s'agit de la variance des ratios de glissements des quatre roues à l'instant  $k$ .

#### 4.3.4 Définition des contraintes du problème

Maintenant que la fonction  $J$  représentant la fonction à minimiser est caractérisée, intéressons nous aux fonctions  $g$  et  $h$  de l'équation (4.33) représentant les contraintes du problème, qui portent autant sur l'état du système que sur la commande.

### Contrainte sur l'état et les variables algébriques

La première des contraintes correspond aux contraintes d'évolution du système représentées par les équations d'état (4.29). Outre la volonté de garantir que le modèle embarqué dans la commande MPC respecte la dynamique du système, il faut prendre aussi en compte que ses états doivent respecter certaines limitations physiques. La vitesse du véhicule ne peut pas être infinie ou les pentes latérale ou longitudinale ne peuvent être supérieures à la pente du terrain  $\alpha$ . On applique donc naturellement au vecteur d'états ainsi qu'à celui des variables algébriques ( $ax$ ,  $a_y$  et  $\rho$ ) des bornes minimales et maximales :

$$\forall k \in \llbracket 1, N_p + 1 \rrbracket, \begin{cases} x_{\min} \leq x^k \leq x_{\max} \\ a_{\min} \leq a^k \leq a_{\max} \end{cases} \quad (4.35)$$

### Contrainte sur la commande

La commande, qui est ici le couple appliqué à chacune des roues, doit être également saturée. Cette limitation a bien évidemment des origines mécaniques, liées à la conception même du moteur. Cependant, il est également possible de volontairement limiter les couples minimaux et maximaux de chacun des moteurs pour des raisons énergétiques ou de durée de vie. Bien que ceux-ci soient capables de générer des couples maximaux très importants, il est souvent souhaitable de se limiter à une utilisation nominale.

Cette saturation de la commande intervient à deux niveaux dans le sujet : on souhaite limiter l'énergie et la puissance du moteur. Pour

$$\forall k \in \llbracket 1, N_p \rrbracket, u_{\min} < u^k < u_{\max} \quad (4.36)$$

De même, on cherchera à limiter la variation de la commande (donc du couple à la roue) ce qui permet, pour une vitesse de rotation donnée, de limiter la puissance instantanée du moteur. En posant  $\Delta u^k = u^k - u^{k-1}$ , on parvient à encadrer la différence de commandes (discrètes) entre deux pas de temps successifs, avec  $P_{j,\min}$  et  $P_{j,\max}$  les puissances extrémales du moteur  $j$  à l'instant  $i$  et  $\tau$  le pas d'échantillonnage du NMPC.

$$\forall (k, j) \in \llbracket 1, N_p \rrbracket \times \{FL, FR, RL, RR\}, \tau P_{j,\min} < \Delta u_j^k < \tau P_{j,\max} \quad (4.37)$$

### Contrainte sur l'antirenversement

En plus des contraintes sur l'état et la commande, il est nécessaire de garantir la stabilité du véhicule, notamment dans un objectif de prévention du renversement du véhicule. Il est donc souhaité qu'à tout moment de la régulation longitudinale du véhicule, on ait la relation suivante sur le  $LLT$  (voir (4.12) pour sa définition) :

$$\forall k \in \llbracket 1, N_p \rrbracket, LLT_{\min} < LLT^k < LLT_{\max} \quad (4.38)$$

Intéressons-nous maintenant aux limites physiques qui s'imposent aux paramètres  $LLT_{\min}$  et  $LLT_{\max}$ . En effet, même à l'arrêt, un véhicule off-road peut subir un  $LLT$  non nulle s'il est dans une pente. Il serait donc totalement incohérent d'imposer dans cette pente un  $LLT_{\min}$  ou  $LLT_{\max}$  trop faible en norme, qui serait alors forcément dépassé. Calculons tout d'abord le  $LLT$  à vitesse nulle, configuration de stabilité optimale.

$$\begin{aligned} LLT_{\text{vitesse nulle}} &= \frac{d_L - d_R}{d} + 2h \frac{\rho \times 0^2 + g \sin \varphi}{g d \cos \alpha} \\ &= \frac{d_L - d_R}{d} + \frac{2h \sin \varphi}{d \cos \alpha} \end{aligned} \quad (4.39)$$

La situation la plus contraignante en termes de  $LLT$  est celle où la pente latérale est maximale, *i.e.* lorsque  $\varphi = \pm \alpha$ . Notons  $LLT_{\text{pente}}$  la norme maximale de  $LLT_{\text{vitesse nulle}}$ , qui est notamment due à la pente.  $LLT_{\text{pente}}$  est donc un outil de validation des bornes  $LLT_{\min}$  et  $LLT_{\max}$ . Il est effectivement nécessaire que  $LLT_{\min}$  et  $LLT_{\max}$  soient strictement supérieurs en valeur absolue à la valeur maximale de  $LLT_{\text{vitesse nulle}}$  *i.e.*  $LLT_{\text{pente}}$ . Dans le cas contraire, le véhicule pourrait, en fonction de son orientation dans la pente, dépasser les bornes du  $LLT$  même à vitesse nulle, ce qui n'est pas évidemment pas souhaitable. Il faut considérer  $LLT_{\text{pente}}$  comme une quantification de l'équilibre d'un véhicule particulier dans une pente particulière.

Lorsque  $LLT_{\text{pente}}$  est trop important et rentre en contradiction avec les valeurs choisies par l'utilisateur de  $LLT_{\min}$  et  $LLT_{\max}$ , cela veut dire que le véhicule, trop haut et/ou trop déséquilibré entre la droite et la gauche, ne devrait pas évoluer dans une pente aussi considérable, car le risque de renversement est trop important du point de vue de l'utilisateur.

$$\begin{aligned} LLT_{\min} \text{ et } LLT_{\max} \text{ bien définis} &\iff \begin{cases} LLT_{\min} < -LLT_{\text{pente}} \\ LLT_{\max} > LLT_{\text{pente}} \end{cases} \\ \text{avec } LLT_{\text{pente}} &= \max \left( \left| \frac{d_L - d_R + 2h \tan \alpha}{d} \right|, \left| \frac{d_L - d_R - 2h \tan \alpha}{d} \right| \right) \end{aligned} \quad (4.40)$$

La valeur  $LLT_{\text{pente}}$  permet donc de disqualifier simplement des valeurs de  $LLT_{\min}$  et  $LLT_{\max}$ . Par exemple, posons les paramètres suivants :

- $d_R = d_L \rightarrow$  Véhicule équilibré
- $h = 1.7\text{m}$
- $d = 1.83\text{m}$

On obtient alors la relation montrée figure 4.3 entre la pente  $\alpha$  du terrain et le paramètre  $LLT_{\text{pente}}$ .

Cette relation, quasi-linéaire (car  $\alpha$  petit) indique qu'une grande pente entraîne un grand  $LLT_{\text{pente}}$ . Par exemple, pour une pente de 17.9 deg,  $LLT_{\text{pente}}$  vaut 0.6. Cela veut dire que dans cette pente, il faut considérer que le  $LLT$  sera au minimum de 0.6, correspondant à une répartition des charges de l'ordre de 80% / 20%. Il faut donc considérer au minimum ce  $LLT$  dans les contraintes d'antirenversement pour cette pente. La géométrie du terrain contraint donc nécessairement les objectifs de commande et cette dernière doit être prise en compte dans la conception du régulateur.

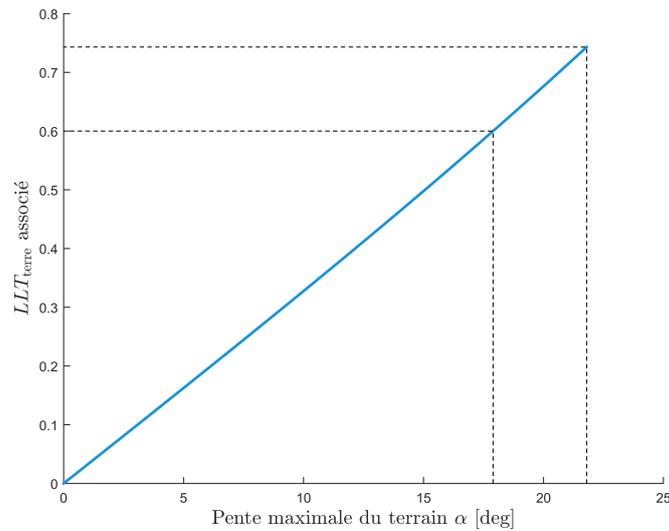


FIGURE 4.3 – Relation entre  $LLT_{\text{pente}}$  et la pente  $\alpha$

### Contrainte sur l'antipatinage

L'état des pneumatiques doit être considéré dans le problème d'optimisation de la régulation longitudinale. Il est nécessaire de considérer un ratio de glissement faible pour deux raisons :

- La perte d'adhérence du véhicule, lorsque la force de glissement est maximale, doit être évitée. Cela est accompli en empêchant le pneumatique d'atteindre la zone de patinage (voir section 2.5).
- Afin de rester cohérent avec le modèle de pneumatique adopté dans cette section, il est recommandé de contraindre le véhicule afin de rester dans la zone d'adhérence supposée dans la conception du modèle NMPC embarqué.

Cette contrainte se traduit simplement par l'équation suivante :

$$\forall k \in \llbracket 1, N_p \rrbracket, \forall j \in \{FL, FR, RL, RR\}, s_{x,j,\min} < s_{x,j}^k < s_{x,j,\max} \quad (4.41)$$

Il ne faut pas voir dans cette contrainte d'antipatinage une redondance avec la prise en compte des glissements dans le critère NMPC (4.34). La fonction coût considère la dispersion des ratios de glissements  $s_{x,i}$  tandis que la contrainte (4.41) impose une valeur minimale et maximale à chacun de ces ratios.

### Assurance du respect de la loi de Coulomb

Bien que les forces soient limitées indirectement par l'utilisateur (via la limitations des ratios de glissement par exemple), il est néanmoins de bon ton de s'assurer que la loi de Coulomb (voir (2.15)) est bien respectée à tout instant. C'est pour cela que nous rajoutons cette contrainte dans le problème d'optimisation :

$$\forall k \in \llbracket 1, N_p \rrbracket, \forall i \in \{FL, FR, RL, RR\}, \frac{\left(F_{\text{gliss},x,i}^k\right)^2 + \left(F_{\text{gliss},y,i}^k\right)^2}{\mu^2 \left(F_z^k\right)^2} \quad (4.42)$$

### 4.3.5 Définition de la vitesse de référence

#### Présentation du problème de la vitesse de référence

Comme cela a été montré dans la définition de la fonction coût en section 4.3.3, seules trois composantes sont à minimiser :

- La puissance instantanée de chacun des moteurs aux roues, *i.e.* les  $\Delta u$  de l'équation (4.37). Cette minimisation permet un lissage de la commande et *in fine* une conduite plus souple.
- La variance des quatre ratios de glissement  $s_{x,i}$ . En effet, tendre vers l'égalité des ratios de glissement entre toutes les roues permet de prévenir une éventuelle dynamique latérale créée par des forces anormalement distinctes entre le côté gauche et droit du véhicule. De même, elle permet d'éviter une dynamique contre-productive entre les roues d'un même côté (l'un qui avance et l'autre qui freine par exemple).
- L'écart entre la vitesse du véhicule et la vitesse de référence. Ce critère correspond à l'objectif de maximisation de la vitesse du véhicule off-road.

En rajoutant les contraintes du problème NMPC (voir section précédente), ces trois critères permettent en théorie de définir une trajectoire stable pour le suivi de vitesse du véhicule. Mais une question reste toutefois en suspens : quelle est la vitesse de référence ?

Cette question, de prime abord plutôt triviale, doit être analysée selon des arguments solides, au risque de définir un régulateur longitudinal inefficace et dangereux pour la stabilité du véhicule. Considérons plusieurs stratégies de conception de la vitesse de référence et comparons les avantages et inconvénients de chacune ds solutions.

**Vitesse de référence constante** Considérons dans un premier temps une vitesse de référence constante. Dans l'objectif de maximisation de la vitesse le long du parcours, cette vitesse se doit de correspondre à la plus haute vitesse souhaitée sur le chemin de référence. Dans le contexte que nous considérons dans ce présent manuscrit (terrain pentu en faible adhérence), une vitesse de 15 km/h est déjà une vitesse relativement élevée. Imaginons dès à présent la situation suivante : le véhicule off-road effectue une ligne droite à la vitesse maximale et s'apprête à effectuer un virage avec une courbure particulièrement élevée et dans une pente défavorable. Grâce au caractère prédictif du régulateur, ce dernier diminuera la vitesse du système dans le virage afin de respecter les contraintes de stabilité du véhicule. Cependant, en raison de la définition de la fonction coût, cette diminution de la vitesse sera nécessairement minimale, afin de respecter le principe même de la fonction coût. Le système parcourt donc le virage à une vitesse élevée, avec les contraintes du problème de régulateur (stabilité latérale notamment) atteignant leurs bornes extrémales. Et c'est là où la possibilité d'un problème de faisabilité apparaît. Le fait que  $\mathcal{M}_{\text{lon}}$  soit différent du système

réel (temps de retard, incertitudes paramétriques, dynamiques négligées etc.) suffit pour prouver l'absence de garantie du respect des contraintes sur l'état du système réel. L'état initial, argument du régulateur, peut donc vraisemblablement être un état non admissible pour le régulateur, entraînant alors le problème de faisabilité mentionné précédemment. Bien que la solution d'une vitesse de référence constante soit la plus simple, il semble que ce ne soit pas une solution viable pour un système évoluant dans un terrain nécessitant une vitesse très variable. Cette solution est donc rejetée.

**Vitesse de référence instantanée, dépendante de l'état du véhicule** Une autre approche est donc adoptée dans ce travail : on calcule la vitesse de référence en fonction de l'état instantané du véhicule :  $v_{\text{ref}}^k = f_{v_{\text{ref}}}(x^k)$ . Cette approche permet de réduire volontairement la vitesse, ce qui aura tendance à stabiliser le système et à ne pas mobiliser les contraintes. En limitant volontairement la vitesse de référence, on empêche le système d'atteindre des états potentiellement dangereux, mais cela se fait au prix d'une vitesse de référence qui risque d'être sous-optimale. Ce choix est assumé afin d'assurer un risque de renversement minimal. La suite de cette section s'intéresse à la définition concrète de cette vitesse dépendante de l'état du système.

### Recherche d'une expression de vitesse cohérente avec l'environnement

Maintenant que le constat de la nécessité d'une vitesse de référence fonction de l'état est posé, il est temps de s'intéresser à sa conception.

Pour cela, on fera appel à la notion de *LLT Lateral Load Transfer*. On rappelle l'expression du *LLT* exprimée en (4.12) :

$$LLT = \frac{d_L - d_R}{d} + 2h \frac{a_y + g \sin \varphi}{gd \cos \alpha} \quad (4.43)$$

Pour exprimer ce *LLT* en fonction de la vitesse, nous allons utiliser l'hypothèse 20 stipulant que le virage est effectué de manière circulaire et uniforme. Dans ce cas, nous avons la relation simple suivante :

$$a_{y,\text{virage}} = \rho v_x^2 \quad (4.44)$$

On s'intéresse en particulier au virage, car c'est ce dernier qui met à mal la stabilité du véhicule. Parcourir une ligne droite à accélérations et pentes constantes ne change pas le *LLT* comme le montre l'expression des forces en (4.11). Par contre, le virage influence fortement l'accélération latérale et donc le *LLT*, voir (4.12). On s'intéressera au cas  $\rho = 0$  un peu plus tard. En introduisant la vitesse de référence  $v_{\text{ref}}$ , on obtient donc l'expression du *LLT* suivante :

$$LLT_{\text{ref}} = \frac{d_L - d_R}{d} + 2h \frac{\rho v_{\text{ref}}^2 + g \sin \varphi}{gd \cos \alpha} \quad (4.45)$$

$LLT_{\text{ref}}$  est une valeur de *LLT* choisie par l'utilisateur, qui est le *LLT* que l'on ne souhaitera pas dépasser le long du chemin de référence. Ce  $LLT_{\text{ref}}$  doit être différencié en fonction du virage,

caractérisée par  $\rho$ . En effet, un  $LLT$  négatif, noté  $LLT_{\text{ref}}^-$  sera étudié lors d'un virage à droite ( $a_y$  négatif) tandis qu'un  $LLT$  positif, noté  $LLT_{\text{ref}}^+$  sera à considérer en virage à gauche. Ces valeurs doivent nécessairement respecter les mêmes contraintes que  $LLT_{\text{min}}$  et  $LLT_{\text{max}}$  définis dans 4.3.4.

Un remaniement de (4.45) permet d'obtenir la relation suivante :

$$v_{\text{ref}}^2 = \frac{g}{\rho} \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}} - d_L + d_R}{2h} - \sin \varphi \right) \quad (4.46)$$

Avant d'effectuer le passage à la racine, il est nécessaire de s'interroger sur le signe du membre de droite de l'équation. En effet, la courbure est signée : positive en cas de virage vers la gauche, négative vers la droite. De plus, on peut aussi s'interroger sur le signe de l'expression à l'intérieur de la parenthèse, avec la pente qui est variable et  $LLT_{\text{ref}}$  qui peut être positif ou négatif.

Trouvons alors les conditions sur les pentes  $\varphi$  admissibles pour la construction de la vitesse de référence. Autrement dit, déterminons les différents couples  $(\rho, \varphi)$  permettant la construction d'une vitesse de référence.

$$\begin{aligned} v_{\text{ref}} \text{ bien définie} &\iff \frac{g}{\rho} \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}} - d_L + d_R}{2h} - \sin \varphi \right) > 0 \\ &\iff \begin{cases} \frac{g}{\rho} \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^+ - d_L + d_R}{2h} - \sin \varphi \right) > 0 & \text{si } \rho > 0 \\ \frac{g}{\rho} \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^- - d_L + d_R}{2h} - \sin \varphi \right) > 0 & \text{si } \rho < 0 \end{cases} \quad (4.47) \\ &\iff \begin{cases} \sin \varphi < \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^+ - d_L + d_R}{2h} & \text{si } \rho > 0 \\ \sin \varphi > \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^- - d_L + d_R}{2h} & \text{si } \rho < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

On aboutit alors à une inéquation trigonométrique très simple à résoudre. On limite l'angle de dévers à sa valeur maximale ou minimale, d'où les bornes  $\pm \alpha$  au lieu du traditionnel  $\pm \frac{\pi}{2}$

$$v_{\text{ref}} \text{ bien définie} \iff \begin{cases} \varphi \in \left[ -\alpha, \underbrace{\arcsin \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^+ - d_L + d_R}{2h} \right)}_{\varphi_{\text{max,gauche}}} \right] & \text{si } \rho > 0 \\ \varphi \in \left[ \underbrace{\arcsin \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^- - d_L + d_R}{2h} \right)}_{\varphi_{\text{min,droite}}}, \alpha \right] & \text{si } \rho < 0 \end{cases} \quad (4.48)$$

L'équivalence en (4.48) montre l'importance du sens du virage dans la définition de la pente latérale maximale admissible. Cela est de plus physiquement cohérent : lors d'un virage à gauche ( $\rho > 0$ ), il est préférable (en termes de stabilité du LLT) d'avoir le côté droit surélevé ( $\varphi < 0$ ) pour équilibrer le véhicule. Le raisonnement similaire pour le virage à droite est tout aussi valable. On

peut voir cela notamment sur beaucoup de pistes de courses ; pour un rayon de courbure donné, un virage relevé permet de passer à une vitesse plus importante. Les bornes de pentes en (4.48) sont donc indicatrices de situations dans lesquelles le véhicule n'aurait de toute manière pas pu évoluer, car les bornes de sécurité imposées par l'utilisateur sont déjà franchies.

Maintenant que les conditions de validité du calcul de la vitesse de référence sont établies, il est possible de définir la vitesse de référence en fonction de l'état, en utilisant notamment (4.40), (4.46) et (4.48) .

$$\begin{aligned}
 v_{\text{ref}} = & \begin{cases} \min \left( v_{\text{ref}}^c, \sqrt{\frac{g}{\rho} \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^+ - d_L + d_R}{2h} - \sin \varphi \right)} \right) & \text{si } \rho > 0 \\ \min \left( v_{\text{ref}}^c, \sqrt{\frac{g}{\rho} \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^- - d_L + d_R}{2h} - \sin \varphi \right)} \right) & \text{si } \rho < 0 \\ v_{\text{ref}}^c & \text{si } \rho = 0 \end{cases} \\
 \text{avec } & \begin{cases} \varphi \in \left[ -\alpha, \arcsin \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^+ - d_L + d_R}{2h} \right) \right] & \text{si } \rho > 0 \\ \varphi \in \left] \arcsin \left( \cos \alpha \frac{dLLT_{\text{ref}}^- - d_L + d_R}{2h} \right), \alpha \right] & \text{si } \rho < 0 \\ -1 < LLT_{\text{min}} < LLT_{\text{ref}}^- < -LLT_{\text{pente}} < 0 < LLT_{\text{pente}} < LLT_{\text{ref}}^+ < LLT_{\text{max}} < 1 \\ LLT_{\text{pente}} = \max \left( \left| \frac{d_L - d_R + 2h \tan \alpha}{d} \right|, \left| \frac{d_L - d_R - 2h \tan \alpha}{d} \right| \right) \end{cases} \quad (4.49)
 \end{aligned}$$

Comme la division par une courbure infime peut faire diverger la valeur de la vitesse de référence, on la sature par la vitesse maximale souhaitée du véhicule, notée  $v_{\text{ref}}^c$ . C'est également la vitesse qui est choisie en ligne droite, car la stabilité latérale du véhicule n'est alors pas remise en question. (4.49) met aussi en évidence l'importance du réglage des paramètres  $LLT_{\text{ref}}^+$  et  $LLT_{\text{ref}}^-$ . Ils doivent être suffisamment importants (en norme) pour qu'ils soient valables même en cas de grandes pentes (voir la définition de  $LLT_{\text{pente}}$  en page 118). Mais ces paramètres ne peuvent pas être plus importants que les bornes minimales et maximales (choisies par l'utilisateur) définies à la même section. Il est cohérent de choisir  $LLT_{\text{ref}}$  légèrement en deçà des bornes minimales et maximales afin d'avoir une dynamique véhicule qui permette une vitesse satisfaisante.

La figure 4.4 indique l'évolution de la vitesse de référence en fonction de la courbure et de la pente, illustrant ainsi la définition (4.49). Les paramètres adoptés sont les suivants :

- $d_R = d_L \rightarrow$  Véhicule équilibré
- $LLT_{\text{ref}}^+ = 0.55 = -LLT_{\text{ref}}^- \rightarrow$ , représentatif d'une répartition de la charge entre les côtés droit et gauche 77.5% / 22.5%
- $h = 1.7\text{m}$

- $d = 1.83\text{m}$
- $v_{\text{ref}}^c = 17\text{km/h}$
- $\alpha = 15\text{ deg}$  (pente à 27%)

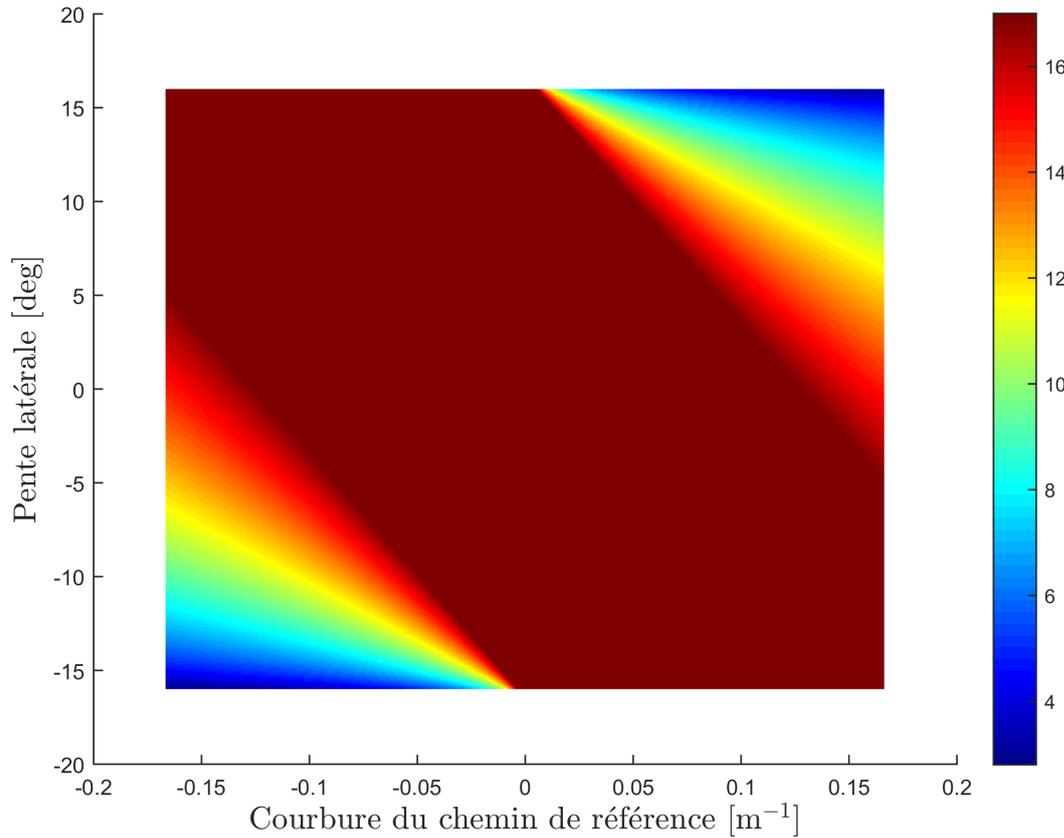


FIGURE 4.4 – Détermination de la vitesse de référence (km/h) en fonction de la pente et de la courbure de référence

On constate que malgré l'apparente discontinuité de la vitesse en (4.49) en fonction du signe de la courbure, la définition de la vitesse de référence reste cohérente lorsque la courbure est proche de 0. Ce fait s'explique notamment par la saturation par  $v_{\text{ref}}^c$  lorsque la courbure est proche de 0. L'autre principal enseignement de la figure 4.4 est la non symétrie de la vitesse de référence en fonction de  $\varphi$  et de  $\rho$  en concordance avec les remarques précédentes.

## 4.4 Résultats du régulateur MPC dans un simulateur correspondant au modèle de synthèse

Cette ultime section du chapitre 4 s'intéressera à l'analyse des premiers résultats obtenus avec ce régulateur MPC implémenté sur un simulateur discret construit sur la base du modèle de synthèse.

#### 4.4.1 Présentation de l'implémentation

Il est important de souligner que le modèle qui est utilisé dans cette section est un modèle simplifié du véhicule. En effet, nous testons le régulateur MPC dans le cas où le système à contrôler correspondrait au modèle importé dans le régulateur NMPC (autrement dit le modèle  $\mathcal{M}_{lon}$ ), voir figure 4.5. Les résultats du régulateur MPC dans un simulateur plus réaliste, prenant en compte les dynamiques non linéaires du véhicule et le couplage avec le régulateur latéral seront présentés en chapitre 5.

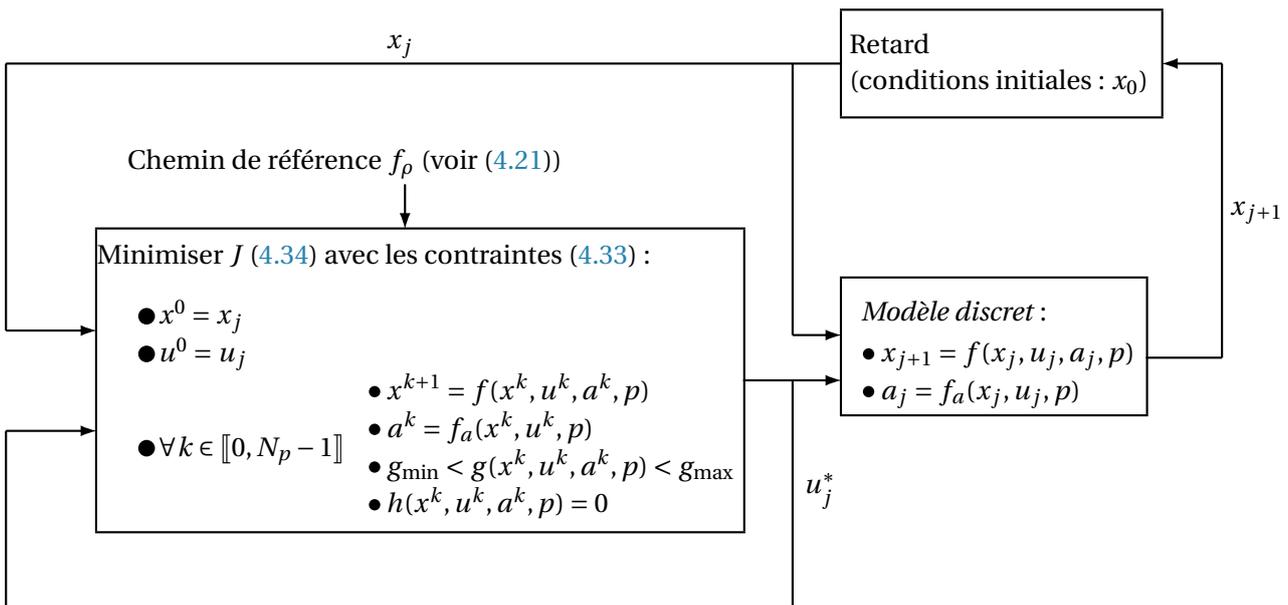


FIGURE 4.5 – Simulateur du régulateur MPC correspondant au modèle de synthèse

Le modèle utilisé dans ce régulateur provient du modèle discret défini en (4.29). Quant aux contraintes du régulateur NMPC caractérisées par les fonctions  $g$  et  $h$  de la figure 4.5, elles sont définies dans la section 4.3.4 :

- Contrainte sur la commande (4.36), (4.37)
- Contrainte sur la stabilité latérale du véhicule (4.38), (4.40)
- Contrainte d'antipatinage (4.41)
- Contrainte de Coulomb (4.42)
- Contrainte sur l'état (4.35)

Les paramètres de commandes sont les suivants :

- Échantillonnage  $\tau$  : 500 ms. La dynamique longitudinale est en effet suffisamment lente pour se permettre d'avoir des temps d'échantillonnage relativement importants.
- Horizon de prédiction  $N_p = 10$ . Ceci permet un horizon de prédiction de 5 secondes, ce qui est acceptable en considérant les vitesses relativement faibles associées au contexte.

La Table 4.1 reprend les principaux paramètres du système à contrôler. Les roues sont considérées comme identiques mais les différencier est cependant possible.

Les paramètres min/max du problème (nécessaires à la définition des contraintes dans la fonc-

$L_F$	1.382 m	$d_L$	0.915 m	$h_{CG}$	1.7 m
$L_R$	1.833 m	$d_R$	0.915 m	$h_{tot}$	2.8 m
$I_{roues}$	9.082 kg.m <sup>2</sup>	$r_{roues}$	0.495 m	$m$	6000 kg
$dF_{x,i,0}$	5.8850	$dF_{y,i,0}$	20.6871	$g$	9.81 m.s <sup>-2</sup>
$\mu$	0.5	$\gamma$	0.1	$\alpha$	10 deg

TABLE 4.1 – Paramètres véhicule et environnement

tion  $g$  (4.33)) sont quant à elles explicitées dans la Table 4.2 :

Variable	Minimum	Maximum	Variable	Minimum	Maximum
$v_x$ [km/h]	0	$1.1 v_{ref}^c$	$T_{mot}$ [Nm]	-3000	3000
$a_x$ [m.s <sup>-2</sup> ]	-2	2	$a_y$ [m.s <sup>-2</sup> ]	-2.5	2.5
$\theta$ [rad]	$-\alpha$	$\alpha$	$\varphi$ [rad]	$-\alpha$	$\alpha$
LLT [SU]	-0.6	0.6	$s_x$ [SU]	-0.2	0.2

TABLE 4.2 – Contraintes min/max du problème NMPC

Quant aux paramètres de commande, on a choisi dans un premier temps de considérer un faible LLT de référence.  $LLT_{pente}$  valant 0.33, nous avons choisi d'effectuer les premiers tests avec  $-LLT_{ref}^- = LLT_{ref}^+ = 0.4$ . Cette valeur répond aux contraintes explicitées dans (4.49).

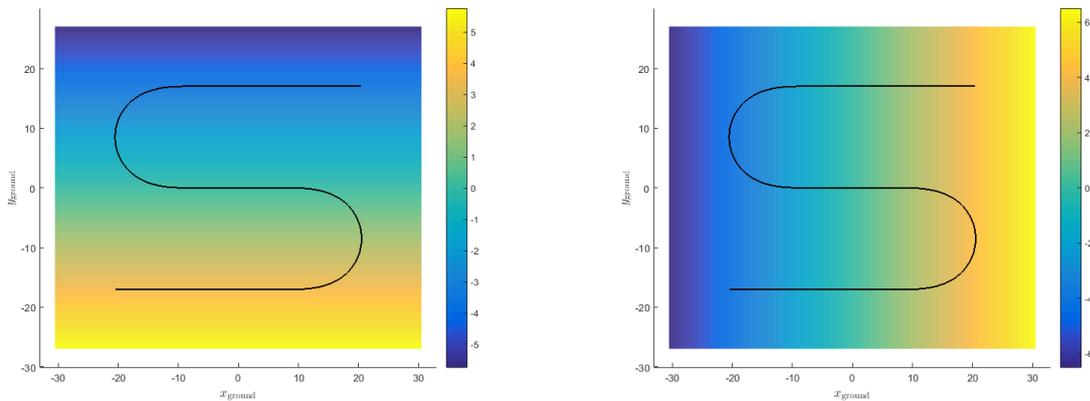
Pour la résolution du problème NMPC, il était nécessaire d'adopter un solveur permettant de prendre en compte les problèmes d'optimisation liés à un système algèbro-différentielle. De plus, le caractère non linéaire du problème nécessite un solveur compatible avec cette spécificité. Pour ces raisons, la discrétisation du modèle par Runge-Kutta et la résolution à chaque pas de temps du problème NMPC générant les couples moteurs sont effectuées par CasADI (voir documentation [AGD18]) et notamment le solver IPOPT [WB06]. Il s'agit d'un solveur largement utilisé dans le contrôle de véhicules divers [EB17], [Ahm+21], [Rec+22].

#### 4.4.2 Présentation des trajectoire de référence associées aux simulations

La définition des terrains de tests a une importance tout particulière. En effet, lorsque la plupart des travaux de suivi de trajectoire imposent comme hypothèse un terrain plat (et le plus souvent adhérent), nous nous sommes intéressés dans la conception des régulateurs (latéral et longitudinal) à l'importance de la pente et de la répartition de la charge entre les quatre roues qui en découle. Pour cela, nous allons donc définir différents terrains de tests pour satisfaire les hypothèses et montrer la polyvalence du régulateur longitudinal.

Parlons tout d'abord du chemin de référence qui sera implémentée dans l'ensemble des tests de ce chapitre. Le choix s'est porté en faveur de la simplicité en sélectionnant une trajectoire en S. Cette trajectoire, représentative des chemins en milieu agricole, permet d'effectuer un virage d'un côté puis de l'autre de manière symétrique facilitant ainsi la lecture des différents résultats. Cette

trajectoire comporte de plus des segments en ligne droite et en virage, ce qui la rend équilibrée et porteuse d'informations.



(a) Visualisation de la trajectoire sur le terrain  $\mathcal{T}_R$ . (b) Visualisation de la trajectoire sur le terrain  $\mathcal{T}_T$ . La frise colorée représente l'altitude.

FIGURE 4.6 – Visualisation des terrains  $\mathcal{T}_R$  et  $\mathcal{T}_T$

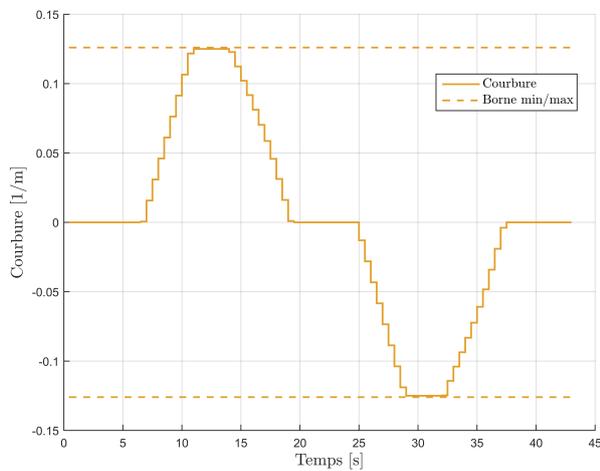
Devant la simplicité de ce chemin de référence, il est donc nécessaire de considérer plusieurs terrains distincts pour assurer le fait que le régulateur latéral soit valable dans diverses configurations de pentes. C'est pour cela que nous allons définir deux terrains  $\mathcal{T}_R$  et  $\mathcal{T}_T$ , tous deux munis du même chemin de référence en S (exprimé en coordonnées cartésiennes). Dans  $\mathcal{T}_R$  ( $R$  pour roulis), les lignes droites sont effectuées alors que le roulis est le plus important, voir figure 4.6a. Cela permet de tester la capacité du régulateur latéral à compenser la pente en ligne droite et gérer une pente variable en virage. Quant à  $\mathcal{T}_T$  ( $T$  pour tangage), les lignes droites sont effectuées alors que le tangage est (en valeur absolue) maximal, voir figure 4.6b. Cette configuration permet surtout de tester l'influence de la répartition de la charge, très déséquilibrée en virage, notamment pour le virage où le côté du véhicule intérieur au virage est surélevé. Cette configuration sera un défi en particulier pour le régulateur longitudinal. Dans les figures 4.6a et 4.6b, le début du chemin de référence se trouve en bas à gauche de la figure.

La valeur de la pente, quant à elle, est de 10 deg dans ces tests ( $\approx 18\%$ ). Cette valeur de pente peut paraître faible, mais doit être mise en perspective avec la hauteur du centre de gravité, qui est de  $h = 1.7m$ . Des valeurs de pentes plus importantes sont explorées dans le chapitre suivant.

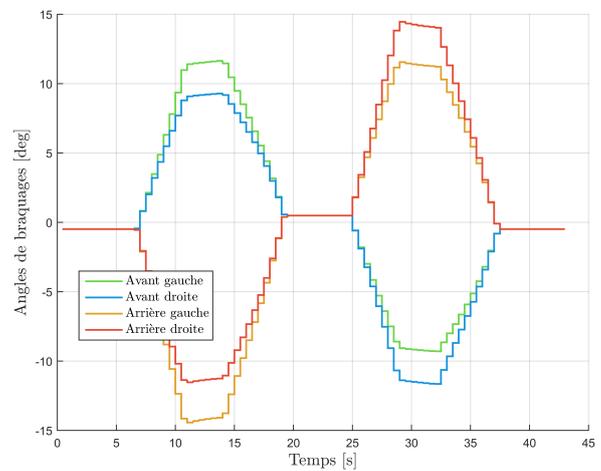
### 4.4.3 Simulation sur le terrain $\mathcal{T}_R$

Dans cette section, l'intérêt sera porté sur une trajectoire en forme de S dans un terrain en pente, où les lignes droites sont effectuées à altitude constante. La difficulté de ce genre de scénarios est double. Tout d'abord, il faut s'assurer que le régulateur longitudinal n'endosse pas le rôle du régulateur latéral, notamment à cause de l'importante pente latérale. Ensuite, le virage en descente nécessite une attention toute particulière : il faut que la vitesse de référence (voir section (4.3.5)) soit respectée, tout en ayant une dynamique des roues qui soit cohérente vis-à-vis des angles de braquage et de la trajectoire du véhicule.

Tout d'abord, analysons la cohérence des signaux associés au chemin de référence, notamment sa courbure et par extension les angles de braquage des quatre roues. La cohérence des valeurs de la courbure (figure 4.7a) et des angles de braquage (figure 4.7b) est assurée à plusieurs égards. Tout d'abord, leurs signes et leurs valeurs absolues sont cohérents avec le sens du virage et les considérations dues au modèle de direction d'Ackermann (voir annexe C). On remarque également que les angles de braquage (lors de la phase rectiligne) ont une valeur permettant de compenser la pente latérale en vertu de la contribution de la pente latérale dans le calcul des angles de braquage (4.24). Ceci permet de compenser l'effet de la pente latérale sur la dynamique latérale du véhicule et par conséquent d'éviter la différenciation des couples moteurs au sein des roues d'un même essieu. Donc le comportement skid-steer est *a priori* évité.



(a) Évolution de courbure



(b) Évolution des angles de braquage

FIGURE 4.7 – Évolution des variables associées au chemin de référence sur le terrain  $\mathcal{T}_R$ 

On remarque que l'évolution des pentes (figure 4.8a) est elle aussi cohérente au vu de la situation du véhicule sur le terrain. Le tangage  $\theta$  est effectivement nul ou négatif dans les virages en descente. Quant au roulis, il alterne entre des valeurs positives ou négatives en fonction de la phase de la trajectoire. En forte corrélation avec les pentes, les forces normales peuvent être aussi analysées figure 4.8b. Ces forces normales sont principalement fonction de la pente et de la localisation (longitudinale, latérale et verticale) du centre de gravité (4.11) mais aussi des accélérations

(voir figure 4.12c plus tard). En raison de tous ces paramètres, les forces normales ont donc un profil assez variable, où une même roue peut voir sa force normale être multipliée par trois sur le trajet dans le cas de cet exemple. On remarque les symétries entre les deux virages reliant les roues d'un même essieu, ce qui est dû au fait que  $d_L = d_R$ .

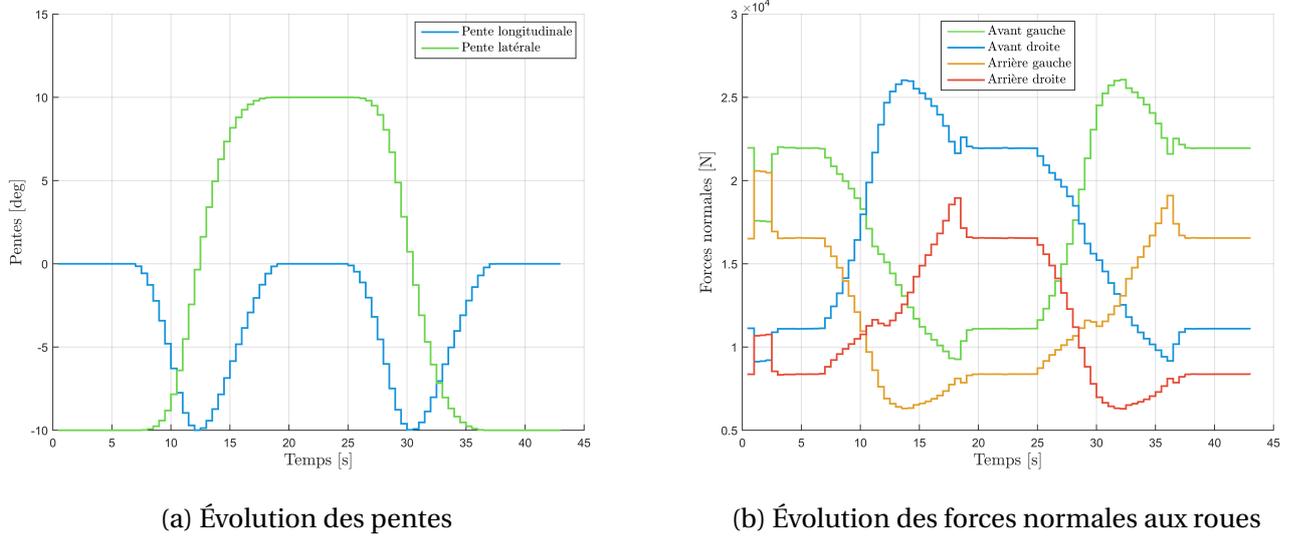


FIGURE 4.8 – Évolution des variables associées à la pente du terrain  $\mathcal{T}_R$

Observons maintenant les résultats du régulateur longitudinal en termes de performance, c'est-à-dire le suivi de vitesse tout en évitant le renversement du véhicule.

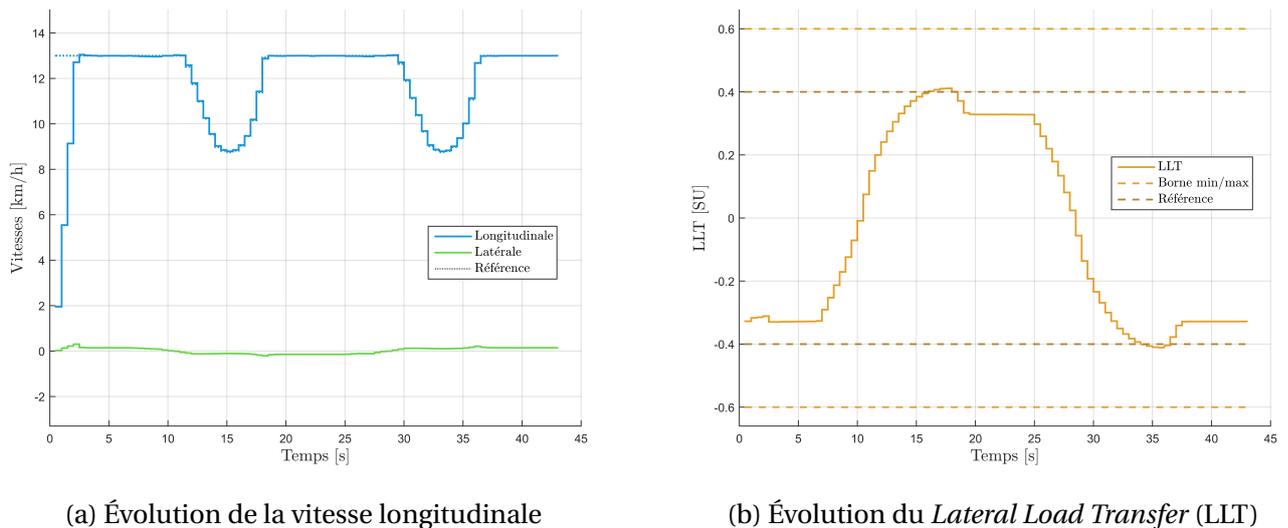


FIGURE 4.9 – Performances du régulateur longitudinal sur le terrain  $\mathcal{T}_R$

On note le bon suivi de la vitesse de référence, fonction de la pente, de la courbure ainsi que du LLT admissible (noté  $LLT_{\text{ref}}^+$  et  $LLT_{\text{ref}}^-$  dans (4.49)). Comme attendu, cette vitesse de référence (voir figure 4.9a) diminue en virage pour éviter le renversement. La raison de cette diminution

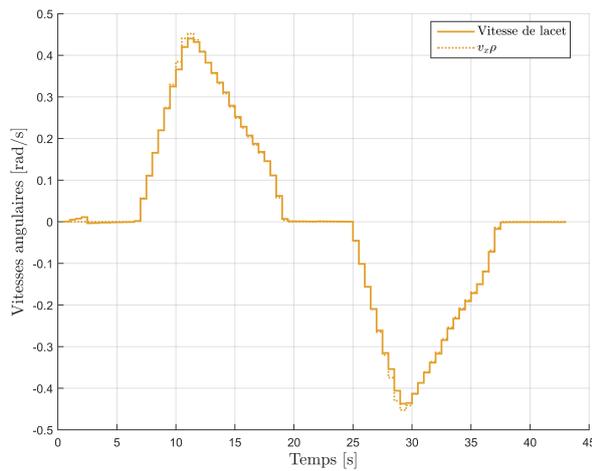
est visible sur la figure 4.9b. En effet, en cours de virage, en raison du transfert de charges entre les deux côtés du véhicule, le LLT effectif du véhicule atteint les paramètres  $LLT_{\text{ref}}^+$  et  $LLT_{\text{ref}}^-$  et, conformément aux considérations présentées dans la section 4.3.5, la vitesse est ainsi réduite. On note alors que bien que simplistes, les hypothèses associées au calcul de la vitesse de référence (et notamment que  $a_y = \rho v_x^2$ ) permettent de modéliser le LLT, et par extension la vitesse de référence, de manière satisfaisante.

On remarque que le début de la trajectoire est particulièrement bien géré : la vitesse de référence (bien qu'éloignée de la vitesse du véhicule) est rapidement rattrapée grâce à une bonne paramétrisation des gains associés à la fonction  $J$  du problème d'optimisation NMPC (PO). Il est remarquable que  $LLT_{\text{ref}}^+$  et  $LLT_{\text{ref}}^-$  ont été bien paramétrés ici car bien distincts de  $LLT_{\text{pente}}$ , qui vaut ici environ 0.33. On peut d'ailleurs retrouver cette valeur de  $LLT_{\text{pente}}$  dans la figure 4.9b en observant la valeur du LLT en ligne droite (pente latérale maximale et accélération latérale nulle) entre 0s et 5s, 20s et 25s et enfin entre 36s et 44s.

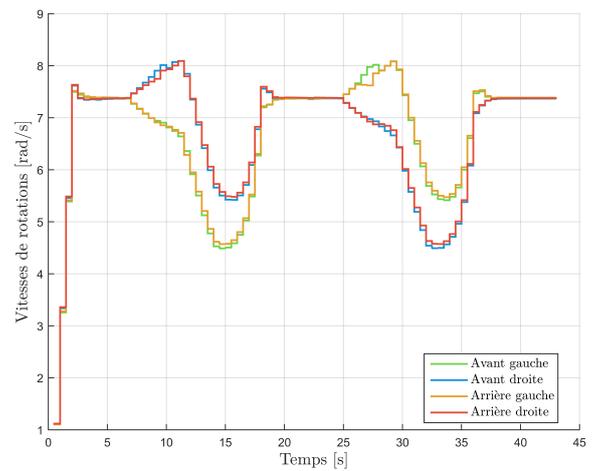
Il est également intéressant de noter que la vitesse de référence ne diminue pas dès le début des virages (commençant respectivement à  $t=6.5\text{s}$  et  $t=24.5\text{s}$ , voir figure 4.7a), mais diminue essentiellement lors de la fin de virage, où le véhicule est le plus déséquilibré, car la pente latérale change de signe et le côté du véhicule intérieur au virage est surélevé. C'est dans ce genre de situations où l'aspect prédictif du NMPC révèle tout son potentiel, dans le but d'assurer la sécurité du véhicule dans l'instant futur où le risque de renversement est maximal. Cet aspect prédictif permet une optimisation bienvenue de la vitesse, qui est ainsi maximale à tout moment, dans la limite du risque de renversement définie par l'utilisateur.

Avant de s'intéresser au profil des commandes de couples aux quatre roues, observons la dynamique latérale du véhicule qui est ainsi obtenue. En effet, bien que la dynamique longitudinale soit intéressante, il n'est pas assuré que la répartition des couples entre les quatre roues ne provoque pas des dynamiques latérales indésirables.

On constate aisément que la dynamique latérale est proche de celle d'un véhicule classique, *i.e.* un véhicule n'ayant pas quatre moteurs aux roues indépendants comme c'est le cas ici. La similitude des vitesses de rotation des roues en ligne droite et le différentiel gauche/droite en virage est caractéristique de la direction d'Ackermann. Or, c'est précisément sous l'hypothèse de cette direction que sont conçus les deux régulateurs, latéral et longitudinal. En ce qui concerne la vitesse de lacet du véhicule illustré figure 4.10a, on note la similitude de  $\dot{\psi}$  avec la grandeur  $v_x \rho$ , caractéristique de la dynamique d'un véhicule classique. Ainsi, le couple de lacet créé par le régulateur longitudinal est cohérent avec la dynamique latérale. De plus, on note la similitude des vitesses de rotation des roues sur la figure 4.10b, ce qui élimine *de facto* la possibilité de comportement skid-steer indésirable qui aurait pu être craint mais qui est ici évité par la présence des angles de braquage calculés en amont (4.24). En effet, dans le cas d'un chenillard, le différentiel entre le côté gauche et droite serait bien plus important. La différence des vitesses de rotations entre les roues intérieures et extérieures au virage est une dynamique souhaitable du véhicule afin d'obtenir des ratios de glissements équivalents entre toutes les roues. En effet, une roue plus éloignée du centre



(a) Évolution de la vitesse de lacet associée

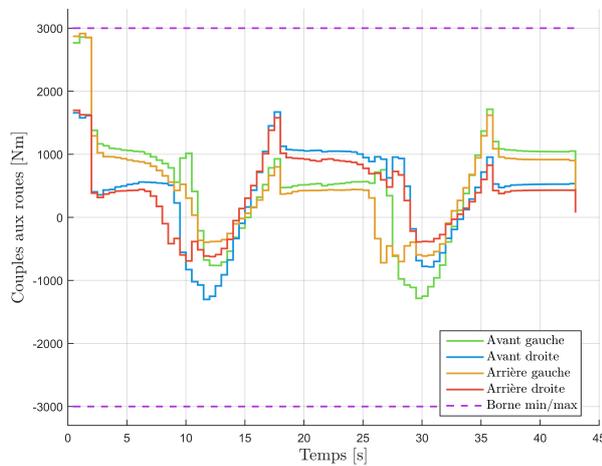


(b) Évolution des vitesses de rotation des roues

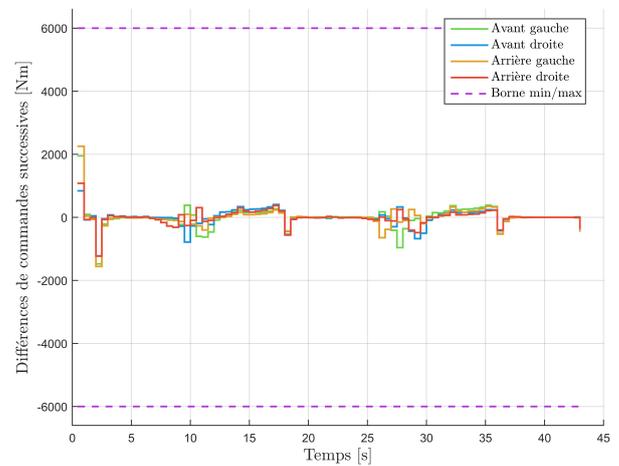
FIGURE 4.10 – Dynamique latérale du véhicule évoluant sur le terrain  $\mathcal{T}_R$

instantanée de rotation doit avoir une vitesse (et par extension une vitesse de rotation) plus importante.

Maintenant que la dynamique générale du véhicule a été jugée satisfaisante, il est temps d'analyser la commande générée par le régulateur longitudinal NMPC.



(a) Évolution des couples moteurs aux quatre roues



(b) Différences entre deux commandes successives

FIGURE 4.11 – Visualisation de la commande générée sur le terrain  $\mathcal{T}_R$

Le premier enseignement qui peut être retenu est la qualité de l'allocation des couples moteurs aux roues (figure 4.11a). En effet, on remarque des vitesses de rotation identiques en ligne droite et cohérentes vis à vis de la direction d'Ackermann en virage. Pour obtenir cette dynamique satisfaisante des roues, on note que les couples moteurs entre les quatre roues se doivent d'être (légèrement) distincts. En effet, les forces normales aux roues (voir figure 4.8b), qui elles sont très distinctes, influencent énormément la commande qui doit donc tenir compte de la disparité des

situations aux quatre roues. Par exemple, en ce qui concerne la ligne droite entre 17s et 25s, on note que les roues droites disposent d'un couple plus important car la force de résistance au roulement (proportionnelle à la force normale sur la roue) doit être compensée. Mais pour résumer, malgré cette distinction, on remarque tout de même une dynamique générale de la propulsion commune aux quatre roues, cohérente avec les phases de la trajectoire.

Ce qui est également intéressant de noter, c'est que les différences de commandes  $\Delta u$  illustrés figure 4.11b ne sont pas contraintes. Pour cette simulation, de facto, les bornes de *Deltau* ont été réglées de façon à ce que les bornes sur la variation de la commande ne soient pas contraignantes; comme la variation de la commande est aussi prise en compte dans le critère, ce critère n'est présent finalement que par sécurité, pour s'assurer de ne pas atteindre les limites physiques du système. C'est ce qui se passe dans cette simulation; grâce à une bonne paramétrisation de la fonction coût, cette différence est la plupart du temps très faible. Seuls des pics en début de simulation (là où la vitesse est très éloignée de la vitesse de référence) sont à remarquer.

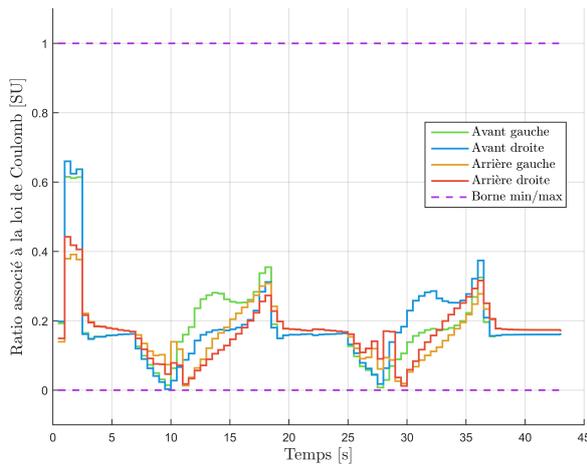
Le scénario présenté ici montre une dynamique globale du véhicule cohérente, un risque de renversement limité et une commande satisfaisante. Il est maintenant temps de s'assurer que le reste des contraintes (antipatinage, loi de Coulomb, accélérations) sont elles aussi bien respectées.

La figure 4.12a montre que les forces de glissements et normales de chaque roue respectent la contrainte associée à la loi de Coulomb (4.42) et ce à tout instant. On note des pics en début de simulation (accélération initiale) et en cours de virage (accélérations longitudinale et latérale simultanées) mais sans que cela ne remette sérieusement en cause l'adhérence des roues sur le sol.

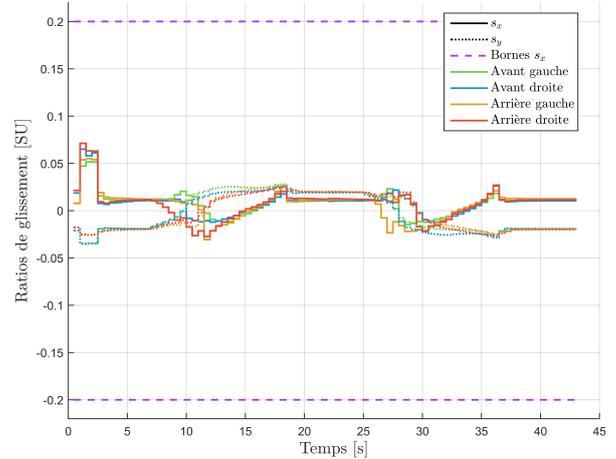
La figure 4.12b illustre quant à elle les ratios de glissement  $s_x$  et  $s_y$  de chaque roue. On constate également un ratio faible en valeur absolue, ce qui assure que la roue ne sera pas en état de patinage. Ainsi, l'adhérence et le pouvoir moteur des roues sont assurés, grâce au ratio de glissement ne dépassant que ponctuellement les 5%. On note évidemment l'équivalence souhaitée entre les ratios de glissements  $s_x$  (voir définition de la fonction coût  $J$  (4.34)) à chaque roue, qui permet une dynamique latérale indépendante de la dynamique longitudinale.

Enfin, la figure 4.12c illustre le profil des accélérations longitudinale et latérale. On note la bonne saturation de l'accélération longitudinale au début du parcours. On remarque d'ailleurs que les accélérations et décélérations longitudinales en virage sont douces, significatives d'une commande de couples bien paramétrée. Ceci est notamment dû au fait que le régulateur MPC pénalise non seulement un mauvais suivi de vitesse de référence, mais également une commande trop changeante et donc *in fine* des accélérations et décélérations trop brutales. Quant à l'accélération latérale, on note que les valeurs sont importantes mais cela importe peu en termes de stabilité du véhicule, qui est assurée par le *LLT* qui reste contenu dans des valeurs acceptables (voir figure 4.9b).

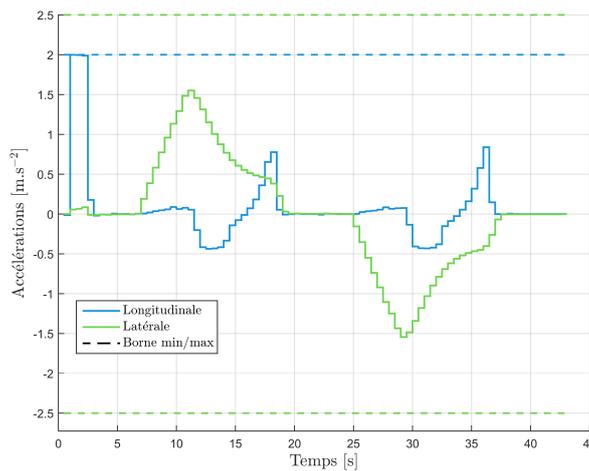
Cependant, comme cela est souvent le cas avec un régulateur fonctionnant sur le principe du *Model Predictive Control*, et *a fortiori* le *Nonlinear Model Predictive Control*, le temps de calcul peut être un frein important à l'implémentation en embarqué d'une telle solution. L'optimisation



(a) Évolution du ratio  $\frac{F_{\text{gliss},y,i}^2 + F_{\text{gliss},x,i}^2}{\mu^2 F_{z,i}^2}$  pour chacune des roues



(b) Évolution des ratios de glissement



(c) Évolution des accélérations du véhicule le long de la trajectoire

FIGURE 4.12 – Respect des contraintes associées à la régulation longitudinale (terrain  $\mathcal{T}_R$ )

du processus de résolution est un axe d'amélioration identifié de ce projet.

#### 4.4.4 Simulation sur le terrain $\mathcal{T}_T$

Dans cette section, nous allons considérer une situation proche en termes de dynamique latérale comparée à celle de la section précédente. La trajectoire est le même chemin en "S" mais le profil de pente est différent : cette fois-ci, la pente subie pendant les phases rectilignes n'est plus latérale mais longitudinale. Le véhicule monte la pente de 10 deg, tourne à gauche en haut de la côte, dévale cette dernière pour faire un virage à droite en contrebas du terrain afin de remonter la pente comme au début de la simulation. Cette simulation a le mérite de soulever d'autres

questions par rapport à la situation précédente. En effet, il peut être intéressant d'observer l'adaptabilité du régulateur dans une pente longitudinale, surtout en début de trajectoire où la vitesse est faible et la pente s'oppose au mouvement; en résumé le régulateur sera confronté à la pente qui naturellement s'opposera (dans les phases de montée) ou facilitera (en descente) le mouvement longitudinal. En ce qui concerne les virages, la symétrie que nous constatons dans la précédente situation n'est plus valable ici en raison du transfert de charges : au premier virage, le côté du véhicule intérieur au virage est en contrebas de la pente tandis qu'il est surélevé dans le second virage. Cette section a pour but de mettre en évidence les actions du régulateur pour effectuer l'ensemble de cette trajectoire en toute sécurité.

Vérifions comme dans la section précédente la cohérence du profil des signaux de courbure et d'angles de braquage, respectivement en figures 4.13a et 4.13b. On note que le signal de courbure en fonction du temps est très proche de celui illustré précédemment (voir figure 4.7a). La seule différence réside dans le fait que le second virage est ici effectué à faible vitesse, d'où l'impression qu'il est plus long en regardant la figure 4.13a. La courbure en fonction de l'abscisse curviligne  $s$  reste inchangée entre les deux simulations.

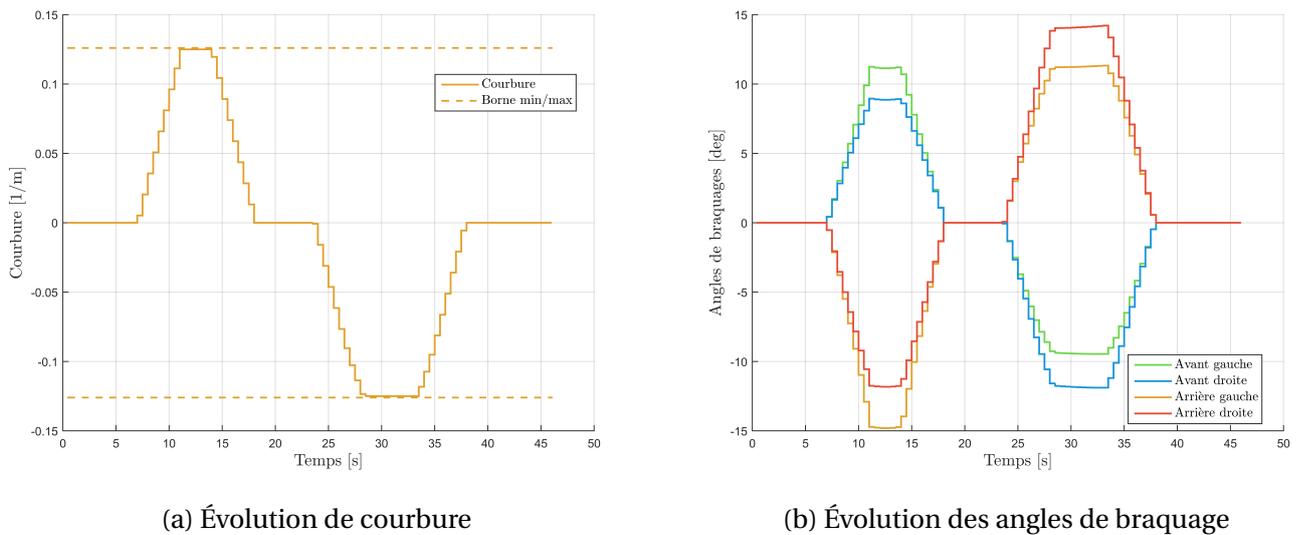


FIGURE 4.13 – Évolution des variables associées au chemin de référence sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

En ce qui concerne les angles de braquage présentés en figure 4.13b, ils sont cohérents par rapport au signal de courbure et sont proches de ceux présentés en figure 4.7b. Les différences proviennent des deux phénomènes suivants :

- Les virages sont parcourues à vitesses différentes, d'où un profil en trapèze de base différentes
- La pente latérale intervient différemment dans les deux situations. Sur le terrain  $\mathcal{T}_R$ , elle intervenait dans les lignes droites notamment, ce qui n'est plus le cas dans ce scénario.

La figure 4.14a permet d'illustrer le scénario présenté en début de cette section, avec la pente longitudinale qui varie de -10 deg à +10 deg et le roulis qui est négatif (côté droit surélevé) ou

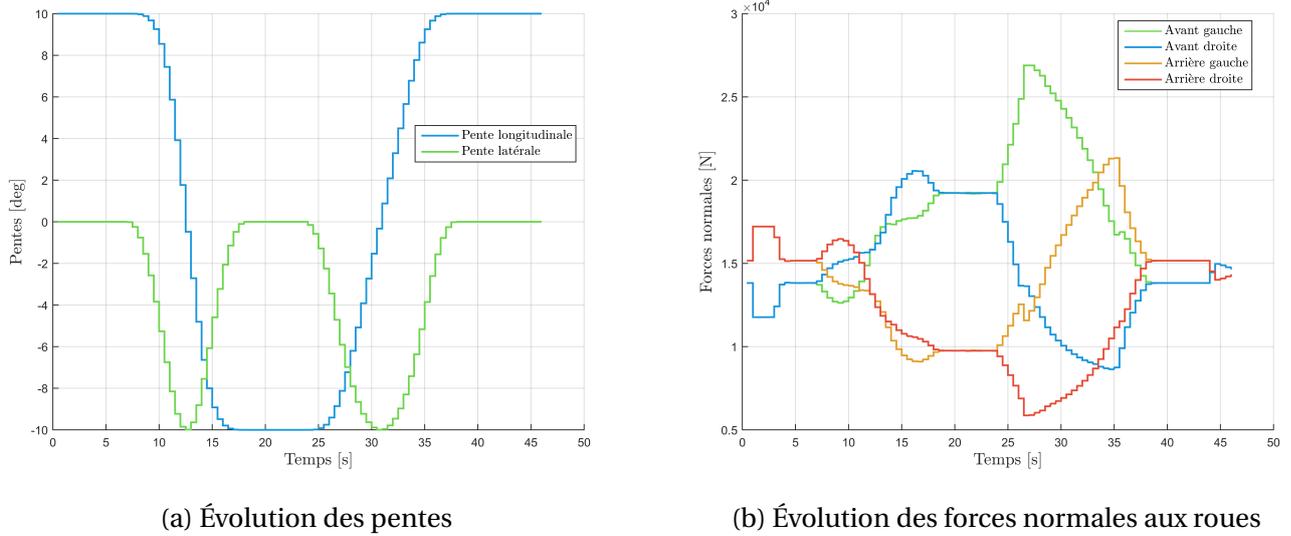


FIGURE 4.14 – Évolution des variables associées à la pente du terrain  $\mathcal{T}_T$

nul. Quant aux forces normales visibles sur la figure 4.14b, on note une grande variabilité de la répartition de la charge sur chacune des roues. On note d'ailleurs des pics plus importants dans le second virage en raison de l'action combinée du virage et de la décélération (voir figures 4.13a et 4.15a).

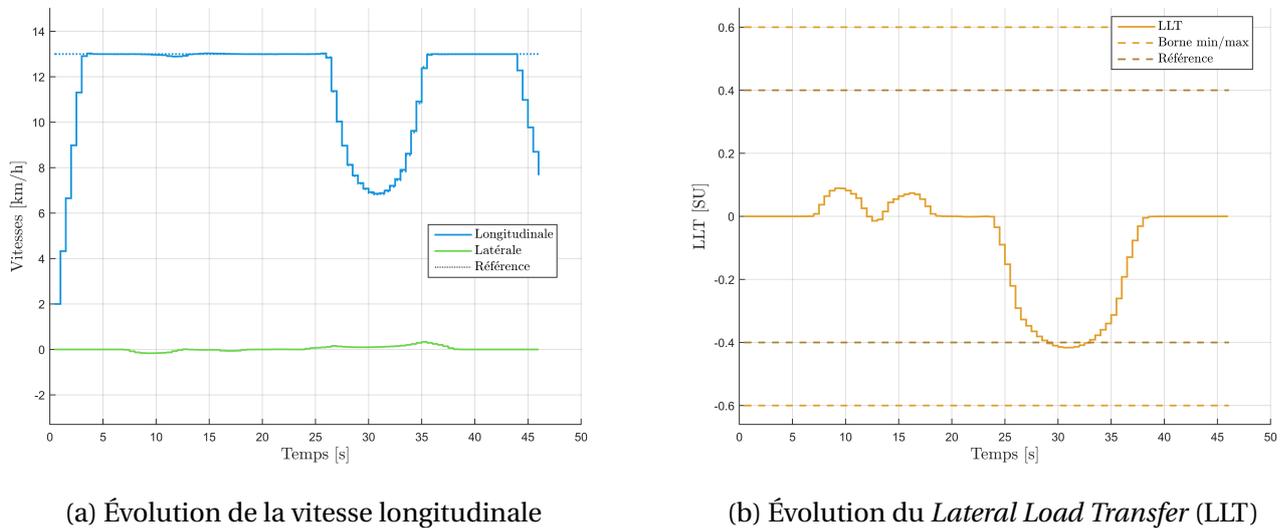
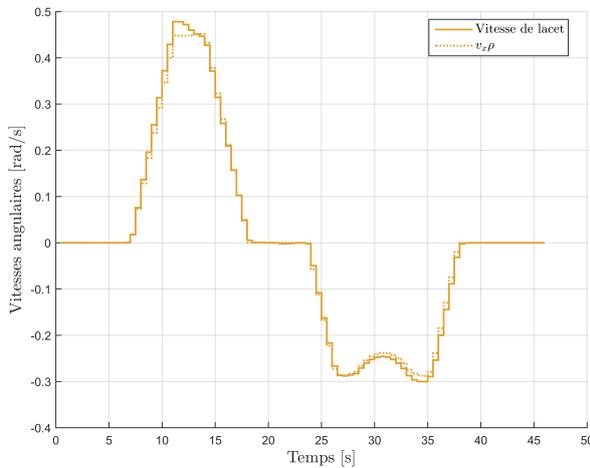


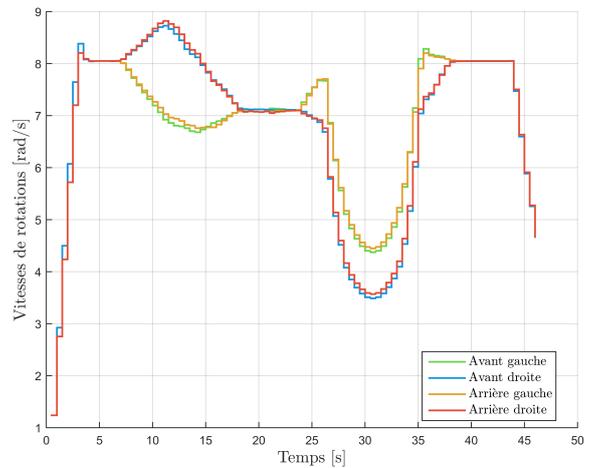
FIGURE 4.15 – Performances du régulateur longitudinal sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

Analysons dès à présent les performances du régulateur en termes de suivi de vitesse en consultant l'évolution de la vitesse et du LLT dans les figures 4.15a et 4.15b. On y voit clairement la différence entre les deux virages et la stratégie qui est alors adoptée par le régulateur. Cette dichotomie réside dans le calcul du LLT comme dans la situation précédente. Dans le premier virage, l'accélération latérale permet de compenser la composante latérale du poids, comme le montre le LLT de faible valeur. Aucun risque de renversement n'est à envisager et donc il est possible de rouler

à la vitesse maximale. Dans le second virage, l'accélération latérale et la pente ne se compensent pas, c'est même le contraire qui advient. Le LLT atteint alors le seuil critique et la vitesse doit diminuer afin que le risque de renversement soit restreint. Comme pour la situation précédente, on remarque que la diminution de vitesse n'intervient que durant le virage (et non dès le début de celui-ci), permettant ainsi la maximisation de la vitesse et donc la minimisation du temps de parcours. Pour conclure sur la performance de suivi de vitesse, il est tout de même important de noter la capacité du régulateur à faire suivre la vitesse de référence au véhicule, particulièrement au début de la trajectoire où le véhicule subit une pente s'opposant fortement au mouvement.



(a) Évolution de la vitesse de lacet



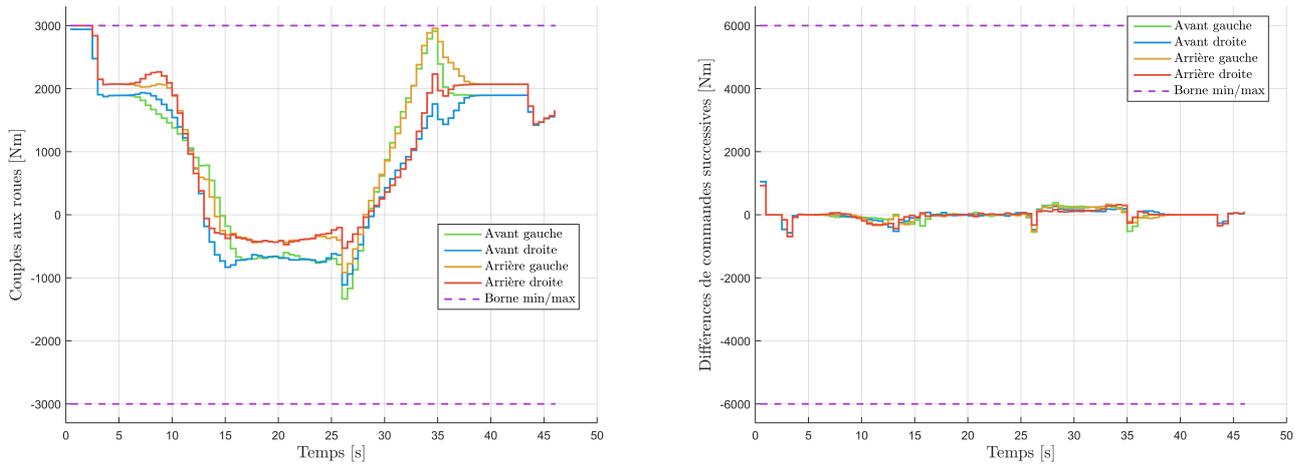
(b) Évolution des vitesses de rotation des roues

FIGURE 4.16 – Dynamique latérale du véhicule sur le terrain  $\mathcal{T}_T$ 

En ce qui concerne la dynamique du véhicule présentée dans les figures 4.16a et 4.16b, on remarque que la cohérence est conservée à plusieurs égards comme dans la situation précédente :

- La vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  est proche de  $v_x \rho$ , indiquant ainsi un faible angle de dérive, propre au véhicule à roues directrices
- Les 4 roues tournent à la même vitesse (en prenant en compte la direction d'Ackermann), donc pas de dynamique de véhicule de type chenillard à noter.

Intéressons-nous maintenant à la commande qui a été générée par le régulateur NMPC, voir figure 4.17a. Là encore, on constate des différences de couples moteurs entre les quatre roues à cause notamment des forces normales différentes, sans remettre en cause la dynamique globale des couples moteurs qui reste cohérente avec les phases de la trajectoire. Les phases de montée de la pente nécessitent un apport important de la commande tandis que le véhicule doit diminuer la force motrice des roues en descente pour éviter une accélération indésirable. Malgré le fait que le couple moteur aux roues maximal (ici 3000 Nm) est atteint en début de montée de pente, les différences de commandes successives restent plutôt modérées comme le montre la figure 4.17b. Ceci s'explique encore une fois par la bonne paramétrisation de la fonction à minimiser au sein du problème d'optimisation NMPC (voir figure 4.2) et notamment des gains du critère  $J$ .



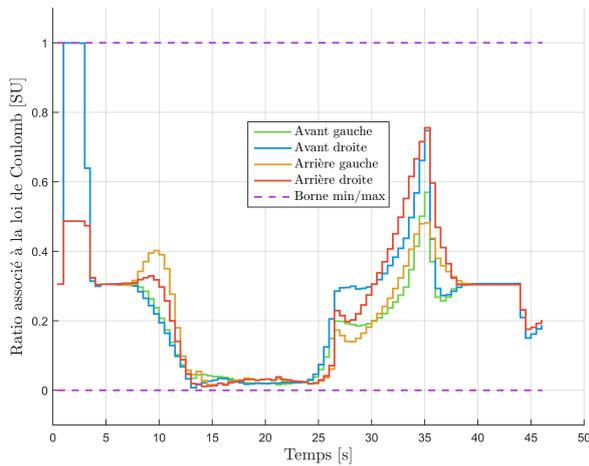
(a) Évolution des couples moteurs aux quatre roues

(b) Différences entre deux commandes successives

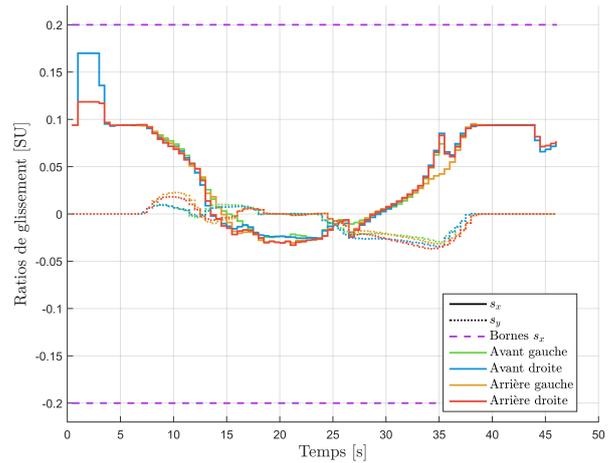
 FIGURE 4.17 – Visualisation de la commande générée sur le terrain  $\mathcal{T}_T$ 

Observons maintenant l'ensemble des autres contraintes du problème d'optimisation NMPC, *i.e.* le respect de la loi de Coulomb, la limitation du glissement ou la limitation des accélérations. On note dans la figure 4.18a que les roues atteignent ponctuellement la limite d'adhérence des roues sur le sol. On regarde en particulier le début de la trajectoire, où l'accélération du véhicule est nécessaire. Les roues avant (sur lesquelles les charges sont plus faibles) voient leurs ratios  $\frac{F_{\text{gliss},y,i}^2 + F_{\text{gliss},x,i}^2}{\mu^2 F_{z,i}^2}$  fortement augmentés, jusqu'à la limite d'adhérence. C'est d'ailleurs pour cette raison que la commande de couple aux roues avants en début de trajectoire (voir figure 4.17a) n'est pas maximale, malgré le besoin d'accélérer le véhicule pour rouler à la vitesse de référence.

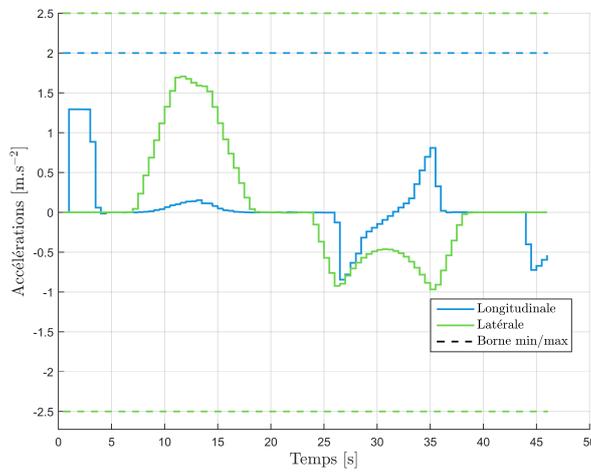
Les ratios de glissement présentés dans ce contexte figure 4.18b restent, comme dans le contexte précédent, relativement faibles. On remarque encore une fois cette distinction en début de parcours entre l'essieu arrière et l'essieu avant en raison de la répartition de la charge et de la nécessité impérieuse de rattraper la vitesse de référence, au détriment de la dispersion des ratios de glissement. Cependant, une fois passée cette phase de la trajectoire, les ratios de glissement  $s_x$  sont bien équivalents entre toutes les roues : la minimisation de la variance des ratios de glissements est donc effectif. On note également le ratio de glissement latéral qui reste inférieur à 5% et ce même au plus fort du virage. Cela est dû au faible angle de dérive des roues, conséquence du calcul cohérent des angles de braquage et de la vitesse adaptée à la situation. Enfin, on constate que les accélérations illustrées en figure 4.18c sont cohérentes non seulement vis-à-vis des profils de vitesse et de courbure (figures 4.13a et 4.15a) mais aussi vis-à-vis des contraintes du problème d'optimisation (voir bornes des variables).



(a) Évolution du ratio  $\frac{F_{\text{gliss},y,i}^2 + F_{\text{gliss},x,i}^2}{\mu^2 F_{z,i}^2}$  pour chacune des roues



(b) Évolution des ratios de glissement



(c) Évolution des accélérations du véhicule le long de la trajectoire

FIGURE 4.18 – Respect des contraintes associées à la régulation longitudinale (terrain  $\mathcal{T}_T$ )



# RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX DES ORGANES DE CONTRÔLE DE SUIVI DE TRAJECTOIRE

---

## Sommaire du chapitre

<b>5.1 Présentation du simulateur réaliste</b> . . . . .	<b>142</b>
<b>5.2 Analyse des performances du régulateur latéral multi-objectif, à vitesse constante</b>	<b>145</b>
<b>5.3 Résultats du régulateur longitudinal MPC couplé au régulateur latéral robuste</b>	
<i><math>H_2/H_\infty</math></i> . . . . .	<b>166</b>
<b>5.4 Conclusions générales sur les résultats des tests des régulations latérale et longitudinale</b> . . . . .	<b>181</b>

---

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'analyser les résultats des régulateurs présentés dans les chapitres 3 (contrôleur latéral) et 4 (contrôleur longitudinal). Le but de cette section est donc de pouvoir quantifier les performances de ces derniers dans des configurations de tests diverses, qui se veulent représentatives de la réalité des terrains et des tâches agricoles.

Les régulateurs sont testés au moyen d'un simulateur réaliste présenté en section 5.1. Il s'agit d'un simulateur dynamique de véhicule agricole évoluant en terrain pentu et non adhérent, prenant notamment en compte les non linéarités de la dynamique de véhicule. L'instrumentation embarquée, en particulier les capteurs, est également finement modélisée. Les hypothèses associées à ce simulateur y seront présentées.

Ensuite, la section 5.2 s'intéresse aux résultats associés au régulateur latéral défini dans le chapitre 3. Des éléments sur son implémentation ainsi que la méthodologie de génération des gains y seront détaillés. Les tests de ce régulateur sont effectués en comparaison d'un autre contrôleur latéral de véhicule agricole autonome, qui sera également présenté. Afin d'appréhender au mieux les performances des deux régulateurs, plusieurs scénarios se distinguant par la pente ou la vitesse du véhicule sont implémentés et testés. Cette diversité de tests permet d'apporter des conclusions tant sur les avantages que sur les limites des régulateurs ainsi évalués.

Enfin, la section 5.3 clôturera ce chapitre en présentant les résultats associés au régulateur longitudinal NMPC détaillé dans le chapitre 4, couplé au régulateur latéral défini dans le chapitre 3. Les tests, effectués à haute vitesse, permettent de tester les limites des deux régulateurs.

## 5.1 Présentation du simulateur réaliste

Le simulateur utilisé dans ce chapitre a été conçu à l'aide du logiciel Matlab / Simulink développé par MathWorks. Quant au code contenu dans ce simulateur, il a été conçu en intégralité par la société Secom Engineering qui en est le propriétaire. Cette section vise à présenter ce modèle de simulation, ainsi que les caractéristiques des systèmes (véhicule, capteurs et terrain) qui ont été choisis pour les différents tests des sections 5.2 et 5.3.

### 5.1.1 Architecture du modèle de simulation réaliste

L'architecture globale du simulateur est présentée figure 5.1.

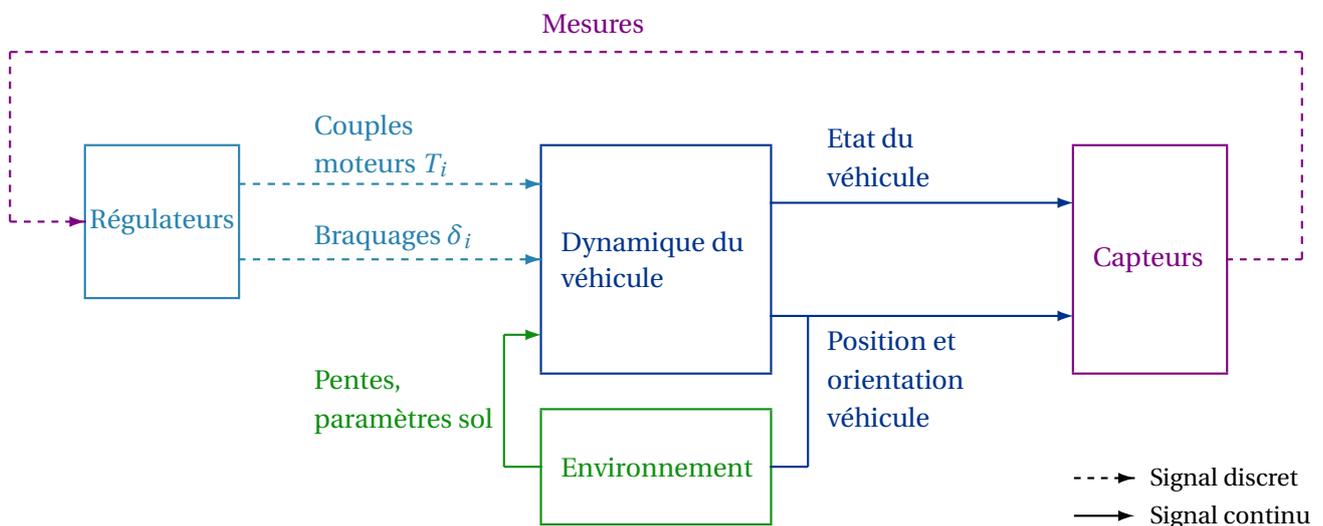


FIGURE 5.1 – Architecture globale du simulateur réaliste du véhicule off-road en terrain complexe

La dynamique véhicule est au centre de cette architecture et reprend les relations régissant l'évolution des grandeurs dynamiques (vitesses, accélérations etc). Le modèle utilisé est celui d'un système multi-corps à 10 degrés de liberté, analogue à celui présenté en [Men+14]. Les 4 roues y sont distinctes et indépendantes. Dans cette dynamique véhicule, sont notamment pris en compte les considérations suivantes :

- Forces de contact au sol non linéaires
- Dynamiques latérale et longitudinale couplées, que ce soit pour la modélisation réaliste des pneumatiques ou la répartition des charges
- Résistance et adhérence du sol réalistes dans un contexte de parcours off-road (voir chapitre 2)

Les entrées de ce bloc "dynamique du véhicule" sont les commandes issues des régulateurs (latéral et longitudinal) et les paramètres associés à l'environnement. Le simulateur fonctionne sur la base d'une cartographie complète du terrain. Ainsi, la position d'une roue permet de lui

associer une adhérence, une résistance et une pente locale qui lui sont propres. Cette approche permet d'avoir un réalisme qui est satisfaisant dans notre cadre de travail. On remarquera que les commandes d'angles aux roues et de couples moteurs sont elles aussi distinctes entre chaque roue, renforçant encore plus cette approche multi-corps dans la modélisation du véhicule off-road à 4 roues.

Certains signaux caractéristiques de la dynamique véhicule, comme les vitesses, les accélérations, les positions ou encore les pentes sont ensuite mesurées via divers capteurs proprioceptifs (inclinomètres, accéléromètres, centrales inertielles, etc.) ou extéroceptifs (antenne GNSS). Comme l'indique la figure 5.1, la fréquence d'échantillonnage de ces signaux est pris en compte dans le simulateur. Plus d'informations sur les capteurs sont disponibles dans la section 5.1.2.

Enfin, les régulateurs latéral et longitudinal, inclus dans le bloc 'Régulateurs' de la figure 5.1, clôturent la présentation de ce simulateur réaliste. Comme pour les capteurs, les signaux de commande sont simulés comme des signaux échantillonnés, comme pour le système réel. De même, l'intégration numérique par "Euler retard"  $\dot{x}(t) \simeq \frac{x(t) - x(t - \Delta t)}{\Delta t}$  (avec  $\Delta t$  la fréquence d'échantillonnage du calculateur embarqué) sera mis en place lors de l'implémentation notamment du régulateur latéral, dans la mesure où cette approximation sera aussi certainement celle retenue sur le calculateur embarqué dans le véhicule réel.

### 5.1.2 Modélisation des capteurs

Intéressons nous brièvement à la modélisation des capteurs. En plus de la vraisemblance de l'interaction entre le véhicule et son environnement, la notion de capteurs est primordiale dans un simulateur réaliste. Comme tout instrument de mesure, ces objets sont sujets à divers phénomènes physiques limitant leur justesse. Il y a évidemment les bruits colorés et blancs, provenant de phénomènes aléatoires, de la pureté ou de la qualité des matériaux constituant le capteur. Le traitement du signal dans le capteur peut également mener à des problèmes de temps de retard, de biais ou de bruit de quantification. Enfin, pour certains capteurs, l'origine des imprécisions est exogène à leur technologie interne ou au système monitoré. Un exemple représentatif de cette dernière catégorie est le récepteur GNSS, capteur incontournable de l'agriculture de précision. En effet, des problèmes de disponibilité du signal ou de multi-trajets peuvent intervenir en fonction de la géométrie de l'environnement.

Les hypothèses de modélisation des capteurs sont donc les suivantes :

- Les divers instruments (gyromètre, inclinomètre, accéléromètre et GNSS) sont placés au centre de gravité du véhicule, évitant les problèmes de bras de levier dans la mesure des vitesses et accélérations.
- La fréquence de mesures du récepteur GNSS est paramétré à 10 Hz tandis que les inclinomètres, gyromètre et accéléromètre fonctionnent avec une fréquence d'échantillonnage de 50 Hz.
- En plus des temps de retards, seuls le bruit de quantification et le bruit blanc sont modéli-

sés pour chacun des capteurs, paramétrés avec des valeurs classiques dans le domaine de l'agriculture de précision.

- Le récepteur GNSS est muni d'une correction RTK, permettant une précision centimétrique. Les problématiques de disponibilité du signal (navigation à l'estime) ou de multi-trajet ne sont pas traités dans le simulateur.

### 5.1.3 Caractéristiques du véhicule

Le véhicule de ce modèle doit être représentatif des véhicules que l'on cherche à contrôler via les différents régulateurs définis précédemment. On choisit donc sans surprise un véhicule off-road avec un centre de gravité très haut. Dans la Tableau 4.1 se trouvent des éléments de la géométrie de ce véhicule, notamment en termes de hauteur de centre de gravité ( $h=1.7\text{m}$ ) et une masse dans la fourchette haute des enjambeurs classiques ( $m=6\text{T}$ ). On remarque l'équilibre des charges entre la droite et la gauche du véhicule à travers l'égalité  $d_L = d_R$ . Il s'agit d'un choix de conception qui est très fréquent dans ce contexte où l'équilibre latéral du véhicule est important. Il ne faut pas oublier cependant que cet équilibre des charges n'est valable que sur un sol plat, en statique. Nous allons constater dans les scénarios de tests décrits dans les sections suivantes que cette conception du véhicule, certes favorable à l'équilibre latéral, n'empêche pas un report de charges très important.

### 5.1.4 Définition des différents tests associées à la régulation latérale à vitesse constante

Les différentes simulations effectuées dans cet ultime chapitre adoptent le même choix que celui présenté dans la section 4.4.2; la trajectoire simple en "S", permettant un virage de chaque côté avec des phases rectilignes entre elles, est porteuse d'informations intéressantes sur la dynamique du véhicule avec une complexité de trajectoire réduite. Comme pour le chapitre précédent, une telle trajectoire sera testée dans différentes configurations de terrain pour s'assurer de la polyvalence et de l'efficacité de chacun des régulateurs.

Les terrains  $\mathcal{T}_R$  et  $\mathcal{T}_T$  (visibles figures 4.6a et 4.6b) sont réutilisés dans ce chapitre, avec une pente augmentée à 12 deg (environ 20%). Cette pente peut paraître faible mais au vu de la répartition de la masse du véhicule (très haut centre de gravité), la répartition des charges peut être très déséquilibrée comme le montreront les différentes simulations. Concernant les autres paramètres du terrain, l'adhérence du terrain est de  $\mu = 0.45$  et  $\gamma = 0.1$ , représentatif d'une situation légèrement moins adhérente que celle présentée dans la Table 4.1.

## 5.2 Analyse des performances du régulateur latéral multi-objectif, à vitesse constante

L'objectif de ce paragraphe est d'analyser sur le simulateur réaliste les performances atteignables avec le régulateur latéral robuste proposé au chapitre 3. Afin d'apprécier ces performances, un autre régulateur issu de la littérature, fondée sur le modèle cinématique étendu du véhicule, a aussi été implémenté. Ce régulateur a été retenu car il a été conçu spécifiquement pour un véhicule off-road, et validé expérimentalement sur des scénarios proches (terrains de faible adhérence dans le contexte agricole) de ceux auxquels nous souhaitons nous confronter.

### 5.2.1 Présentation du régulateur latéral basée sur la cinématique étendue $R_{\text{cin}}$

Le régulateur latéral qui sera comparé au régulateur présenté en détail dans le chapitre 3 est basé sur un modèle cinématique. Ce dernier a été esquissé dans la section 2.1. On notera dans les sections suivantes ce régulateur  $R_{\text{cin}}$ , car il se base sur des considérations de cinématique étendue. Ce régulateur latéral reprend les expressions de commandes de braquages avant et arrière présentées précédemment en (3.6) et (3.9) issues de [Der18].

$$\begin{cases} \delta_R = \arcsin\left(\frac{k_y \tilde{y}_R}{v_R}\right) - \tilde{\psi}_R - \hat{\beta}_R \\ \delta_F = \arcsin\left(\frac{L(k_\psi \tilde{\psi}_R + \dot{\psi}_{\text{ref}}) + v_R \sin\left(\arcsin\left(\frac{k_y \tilde{y}_R}{v_R}\right) - \tilde{\psi}_R\right)}{v_F}\right) - \hat{\beta}_F \end{cases} \quad (5.1)$$

$k_y$  et  $k_\psi$  sont des gains positifs choisis par l'utilisateur. Ils doivent cependant être choisis avec soin, car la fonction arcsin impose les conditions exprimées en (5.2). On choisit donc des gains relativement faibles, tout en veillant à conserver une commande la plus réactive possible.

$$\delta_F \text{ et } \delta_R \text{ définis} \iff \begin{cases} \left| \frac{k_y \tilde{y}_R}{v_R} \right| < 1 \\ \left| \frac{L(k_\psi \tilde{\psi}_R + \dot{\psi}_{\text{ref}}) + v_R \sin\left(\arcsin\left(\frac{k_y \tilde{y}_R}{v_R}\right) - \tilde{\psi}_R\right)}{v_F} \right| < 1 \end{cases} \quad (5.2)$$

Dans le travail [Der18], les angles de dérive  $\beta_F$  et  $\beta_R$  sont estimés via observateur. Pour simplifier la comparaison des performances de la régulation latérale et éviter de rajouter des problèmes liés au réglage des gains d'observation, on suppose ici que les angles de dérive sont parfaitement connus de ce régulateur. Les expressions de ces angles de dérive ont été décrites précédemment en (2.9), en adaptant la définition au milieu des essieux avant et arrière.

On remarquera également que les variables d'écart sont à différencier des grandeurs  $\tilde{y}$  et  $\tilde{\psi}$  manipulées dans le chapitre 3. En effet,  $\tilde{y}_R$  et  $\tilde{\psi}_R$  sont respectivement les écarts latéral et angulaire

mesurés à l’essieu arrière. Cette spécificité a été prise en compte dans la conception du régulateur et dans les résultats présentés dans les sections suivantes.

### 5.2.2 Réglage de $R_{\text{dyn}}$ , le régulateur latéral $H_2/H_\infty$

Intéressons-nous maintenant à l’autre régulateur latéral qui sera testé dans cette section. Il s’agit du régulateur  $H_2/H_\infty$  décrit en détail dans le chapitre 3. Comme ce dernier repose sur des considérations dynamiques, il sera noté  $R_{\text{dyn}}$ . Le réglage de la partie feedforward est plutôt aisée. En effet, les gains dépendent de manière algébrique des paramètres connus du véhicule, présentés dans le tableau 4.1. Il est important de noter que les gains du feedforward ne sont pas pour autant fixes : il dépendent notamment de la vitesse (3.26) et des pentes (3.15). Par souci de concision, les erreurs paramétriques ne sont pas considérées dans les simulations suivantes : l’emplacement du centre de gravité ou de la masse sont considérés comme connus. [Leg+22a] présente néanmoins des simulations testant ce même régulateur avec divers véhicules, différant par leurs masses et leurs emplacements de centre de gravité. En ce qui concerne le réglage des gains de la partie feedback, il est nécessaire de définir les gains  $\chi$  associés au problème d’optimisation (PO). Les gains sont réglés de la façon suivante :

- $\chi_\varphi = 1$
- $\chi_d = 2$
- $\chi_{\text{mod}} = 0.75$
- $\chi_{\text{dyn}} = 0.5$
- $\chi_{=40^\circ}$
- $\chi_r = -0.5$

Ces gains sont réglés de manière cohérente avec les spécifications classiques de la résolution d’un tel problème [Mus+18], [De 07], [Leg+22a]. Ci-dessous, se trouve la liste des paramètres des modèles générateurs de la pente et de la courbure (voir section 3.5.4).

- $\omega_\rho = \omega_\varphi = 1$
- $\xi_\rho = 1.5$
- $\xi_\varphi = 1$
- $\tau_\rho = 0.1$
- $\tau_\varphi = 1$
- $\rho_{\text{max}} = 0.125$
- $\varphi_{\text{max}} = 15^\circ$

Ces paramètres sont fixes quelle que soit la vitesse considérée. En raison des instabilités dues à la vitesse, (PO) ne semble pas pouvoir être résolue avec les paramètres ci-dessus pour une vitesse au-dessus de 20 km/h. Comme cela est visible dans la section 3.8, les gains de l’organe feedback sont ainsi générés pour des vitesses allant de 3 km/h à 20 km/h. Le régulateur latéral est ainsi paramétré pour fonctionner sur l’ensemble de cette plage de vitesse. Le régulateur ainsi obtenue est donc capable de s’adapter à chacune des simulations présentes dans ce chapitre.

### 5.2.3 Description des simulations évaluant les performances du régulateur latéral

Les tests associés à la régulation latérale sont organisés comme le montre le tableau suivant. On effectue d'abord les tests à vitesse faible, où la dérive est théoriquement faible, puis à vitesse élevée pour conclure quant aux limites du régulateur. On alternera les terrains (voir figures 4.6a et 4.6b).

	Terrain $\mathcal{T}_R$	Terrain $\mathcal{T}_T$
Vitesse faible (6 km/h)	Première partie de la section 5.2.4 page 148	Seconde partie de la section 5.2.4 page 151
Vitesse forte (12 km/h)	Première partie de la section 5.2.5 page 156	Seconde partie de la section 5.2.5 page 161

TABLE 5.1 – Description des tests de la régulation latérale à vitesse constante

La notion de vitesse élevée doit évidemment être nuancée dans un contexte off-road par rapport à celle d'un véhicule évoluant sur sol adhérent. La valeur de 12 km/h peut paraître faible lorsqu'on la met en parallèle des capacités motrices du véhicule. Cependant, cette limitation de la vitesse n'a pas tant pour origine les capacités du véhicule que le contexte d'utilisation de ce dernier. Que ce soit pour des tâches de récolte ou de pulvérisation, le véhicule off-road atteint rarement des vitesses dépassant les 15 km/h, surtout dans un terrain complexe comme celui décrit précédemment. La vitesse de référence constante de 12 km/h est choisie de telle manière à atteindre la limite de stabilité du véhicule (en termes d'adhérence et/ou de LLT) sans la dépasser, dans le contexte de simulation décrit précédemment. Une vitesse de consigne supérieure, de 15 km/h, sera néanmoins testée lors des simulations associées au régulateur longitudinal; ces tests seront néanmoins bien plus stables car la vitesse y sera cette fois-ci variable, en particulier dans le virage où elle sera bien inférieure.

Un régulateur longitudinal est réglé afin de rester à la vitesse constante de 6 km/h ou 12 km/h, en fonction de la simulation considérée. Le régulateur utilisé est celui basé sur la théorie de Lyapunov, présenté dans le chapitre précédent en (4.7). Ce choix est justifié par le souhait d'avoir une régulation longitudinale prenant en compte la répartition de la charge entre l'avant et l'arrière mais pas entre la gauche et la droite (couples moteurs identiques entre les roues d'un même essieu). Il s'agit d'une distribution classique, indépendante de la régulation latérale adoptée. Les simulations associées au régulateur longitudinal NMPC du chapitre 4 seront présentées plus tard dans la section 5.3.

### 5.2.4 Analyse des performances à vitesse faible et constante

Maintenant que les régulateurs latéraux et les terrains  $\mathcal{T}_R$  et  $\mathcal{T}_T$  sont définis, comparons les performances des contrôleurs à faible vitesse. Dans un premier temps, les résultats sont présentés dans les deux sections 5.2.4 et 5.2.5 à vitesse constante. La problématique de la vitesse variable sera présentée plus en détail dans la section 5.3. La vitesse dans cette section est de 6 km/h ( $\approx 1.66$  m/s).

#### Simulation sur $\mathcal{T}_R$ à faible vitesse

Intéressons-nous dès à présent à la première configuration de pente, avec un roulis maximal en ligne droite comme le confirme la figure 4.6a. On remarquera un fond de couleur sur les courbes, elle permet de différencier facilement les phases de lignes droites des phases de virages. Les évolutions des pentes et de la courbure associées à ce scénario sont visibles en figures 5.2a et 5.2b. On note que la courbure maximale est plutôt importante, valant  $0.125 \text{ m}^{-1}$ , correspondant à un rayon de courbure de 8m. Il s’agit d’une valeur plutôt restrictive pour le véhicule modélisé dans ce scénario. Cependant, grâce à la présence de deux essieux directeurs, la valeur des angles de braquages ne devrait pas être excessive. L’évolution des pentes représentée sur la figure 5.2b indique quant à elle une variation cohérente de la pente, au vu du scénario. On note une évolution lente de ces valeurs, car chaque virage est parcouru en 20 secondes approximativement. Ceci est dû évidemment à la faible vitesse du scénario.

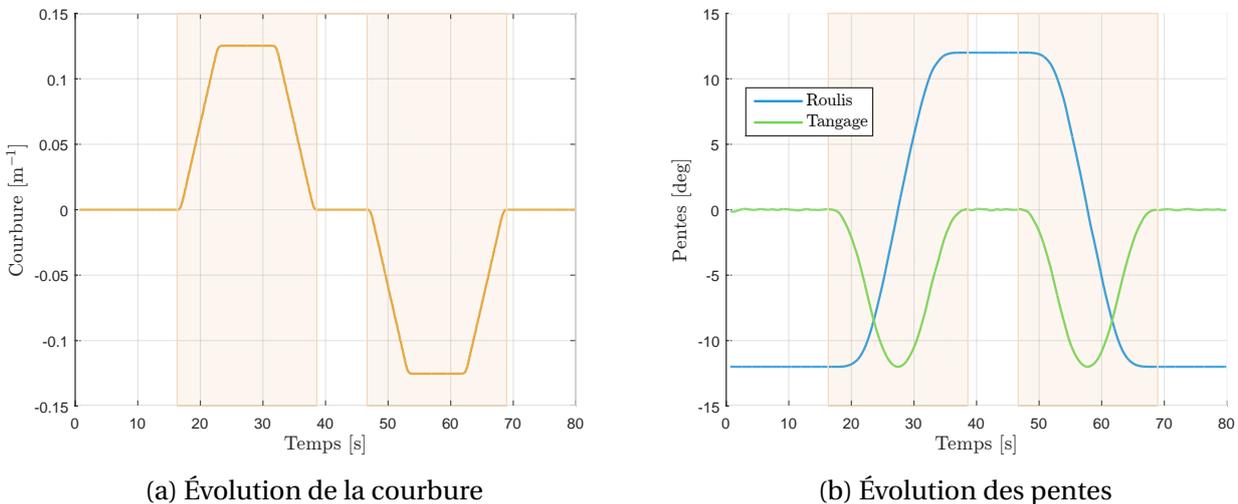
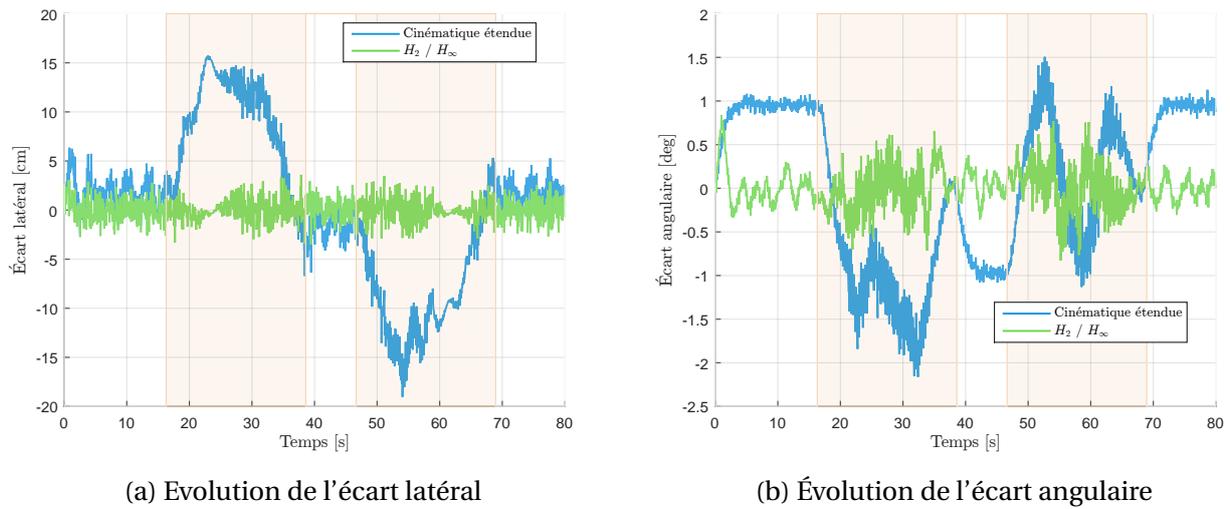


FIGURE 5.2 – Caractéristiques de la trajectoire sur  $\mathcal{T}_R$  à faible vitesse

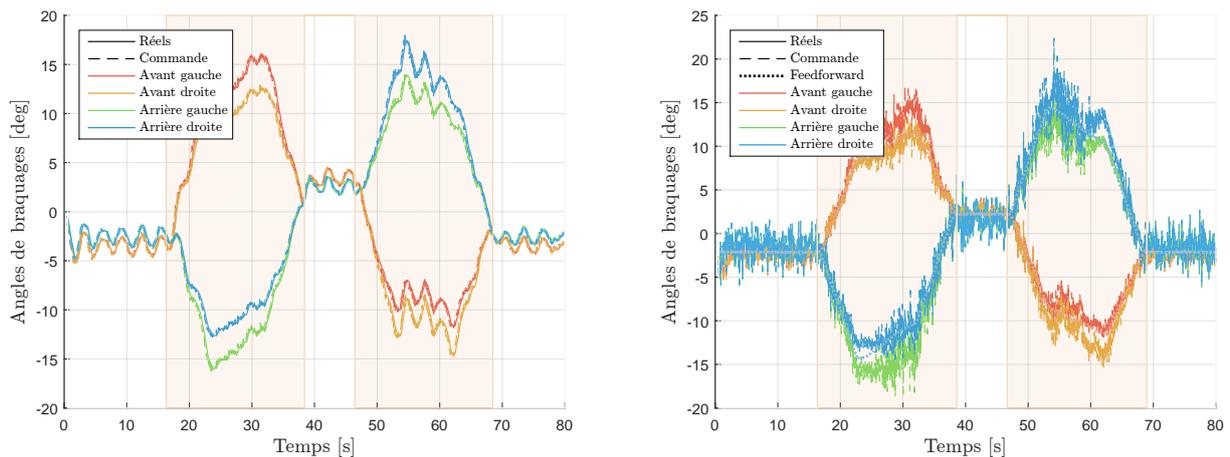
Intéressons nous dès à présent à la figure 5.3a, qui illustre l’évolution des écarts latéral et angulaire du véhicule par rapport au chemin de référence. Ce sont, on le rappelle, les deux variables à minimiser du point de vue du régulateur latéral.

Indépendamment de la variable d’écart considéré, on note que le régulateur  $R_{\text{dyn}}$ , contrairement au régulateur  $R_{\text{cin}}$ , n’a pas d’erreur statique que ce soit en virage ou en ligne droite. Les


 FIGURE 5.3 – Évolution des variables d'écart sur le terrain  $\mathcal{T}_R$  à faible vitesse

phases de virages ici sont clairement visibles et montrent la relative difficulté pour le régulateur  $R_{cin}$  à prendre en compte l'évolution de la pente dans le virage. Cette problématique n'apparaît pas dans le système contrôlé par le régulateur  $R_{dyn}$  basé sur une conception robuste de type  $H_2/H_\infty$ . Quant à l'écart angulaire représenté en figure 5.3b, les conclusions qui peuvent en être extraites sont similaires. Ces écarts statiques en virage démontrent facilement l'intérêt du feedback dans le régulateur  $R_{cin}$  et particulièrement des termes associés à l'intégrale des variables d'écarts permettant l'annulation de l'erreur statique.

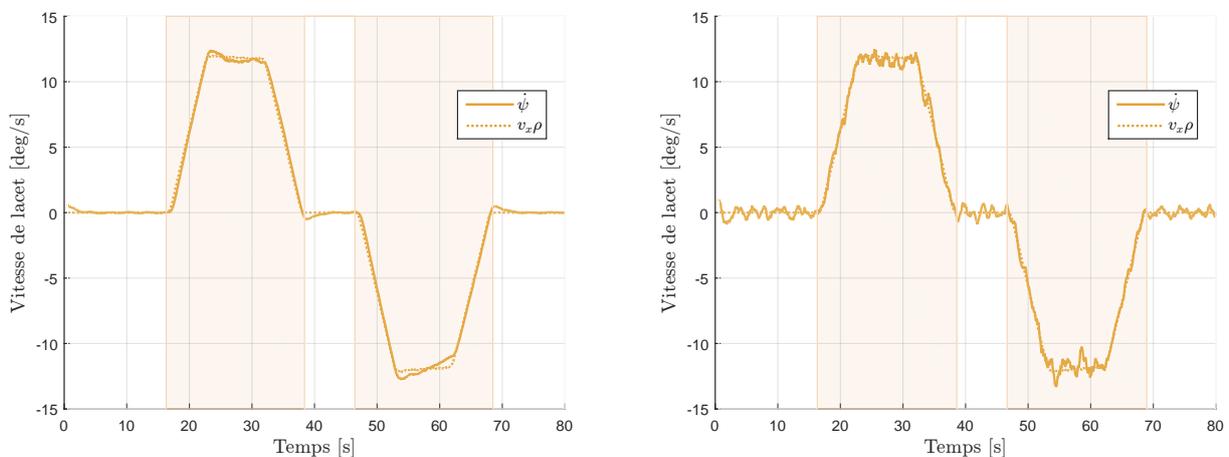
Observons maintenant le profil de la commande de braquage des roues en figure 5.4a et 5.4b.


 FIGURE 5.4 – Évolution des angles de braquage sur le terrain  $\mathcal{T}_R$  à faible vitesse

Tout d'abord, bien que les solutions reposent sur des types de modélisations bien distincts, on remarque que les commandes issues  $R_{cin}$  et celle issues de  $R_{dyn}$  possèdent des similitudes fla-

grantes. On note cependant une commande d'angle de braquage par  $R_{\text{dyn}}$  assez bruitée en comparaison de celle issue de  $R_{\text{cin}}$ . Bien que les angles de dérive soient considérés parfaitement connus pour  $R_{\text{cin}}$ , cette seule considération ne suffit pas à expliquer la différence d'allure entre les deux courbes et il est nécessaire de comprendre l'origine de la sensibilité de la commande. Un élément de réponse peut être trouvé en considérant les expressions respectives de chacune des commandes. On remarque notamment que la commande issue de  $R_{\text{dyn}}$ , contrairement à la commande issue de  $R_{\text{cin}}$ , utilise la mesure de la dérivée des écarts (voir description du terme feedback en section 3.7 et la figure 3.6). Or, il s'agit d'un signal très bruité, en raison de la rapidité de l'évolution des écarts. Cependant, nous avons des raisons de nous rassurer sur la stabilité du système régulé par  $R_{\text{dyn}}$ . Ayons à l'esprit tout d'abord que le braquage effectif des roues sera filtré par la dynamique des actionneurs (non pris en compte dans le modèle de synthèse mais présents dans le simulateur), même s'il est certain qu'une commande ainsi bruitée peut potentiellement user prématurément les actionneurs. Mais surtout, il faut rappeler que sa conception robuste est faite de telle sorte que les marges de robustesse soient respectées quelle que soit la configuration du véhicule, tant que cette dernière reste dans les limites imposées par la conception. Le compromis entre efficacité du régulateur et sa robustesse devrait donc être assurée. Les autres simulations, même celles effectuées à vitesse élevée, montreront un niveau de bruit équivalent. Ce dernier est jugé acceptable au vu de la qualité des mesures de capteurs.

Un autre élément mérite d'être souligné en ce qui concerne la commande issue de  $R_{\text{dyn}}$  en figure 5.4b. La commande effective de braquage des roues est très proche de la valeur issue du feedforward, ce qui laisse présager du fait que le modèle de commande  $\mathcal{M}_{\text{lat}}$ , et particulièrement l'inversion statique opérée lors de la définition du terme feedforward (3.26) est très efficace en terrain pentu non adhérent. Cette correspondance entre le modèle et le simulateur réaliste se retrouve également dans la valeur de  $\dot{\psi}$ , la vitesse de lacet, qui est proche de  $v_x \rho$  comme le montre les figures 5.5a et 5.5b et comme cela était supposé dans la section 3.3.1.



(a) Évolution de la vitesse de lacet régulée par  $R_{\text{cin}}$  (b) Évolution de la vitesse de lacet régulée par  $R_{\text{dyn}}$

FIGURE 5.5 – Évolution de la vitesse de lacet des systèmes régulés par  $R_{\text{cin}}$  et  $R_{\text{dyn}}$

Ces résultats sont satisfaisants, dans la mesure où le transfert de charges (induit dans ce scénario par la pente) est tout de même élevé comme le montre les figures 5.6a et 5.6b. Le LLT est maximal comme attendu dans les phases de lignes droites, où le déséquilibre entre le côté droit et gauche du véhicule est le plus important. Il vaut environ  $\pm 0.4$  au maximum, cela veut dire qu'il y a une répartition des charges entre les deux côtés du véhicule d'environ 70% / 30%.

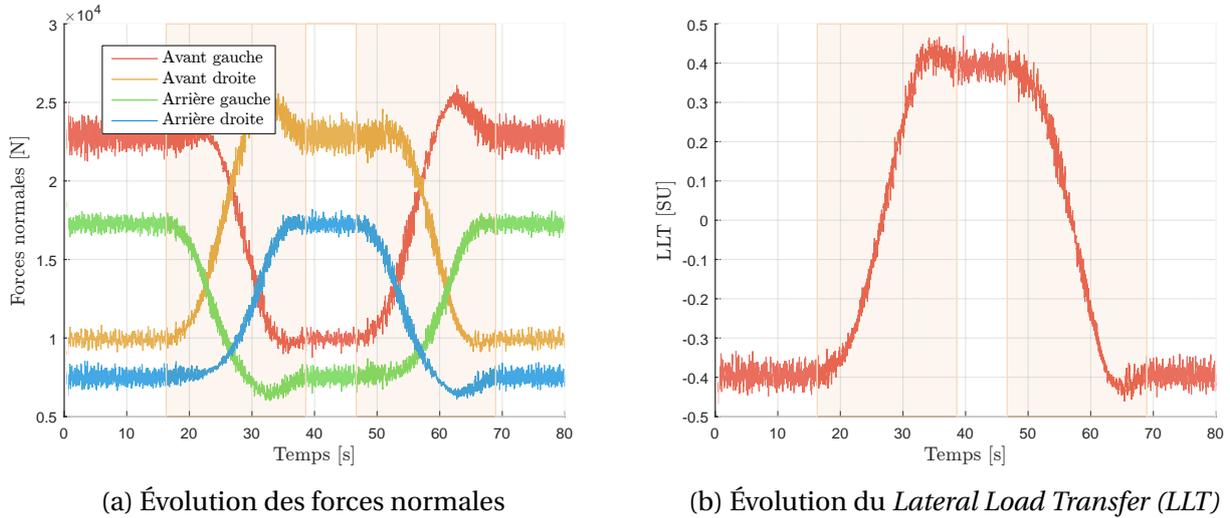


FIGURE 5.6 – Évolution du transfert de charges entre les quatre roues au cours du parcours de  $\mathcal{T}_R$  à faible vitesse

En conclusion de ce test de régulation latérale en pente de 12 deg avec une vitesse faible, nous pouvons dire que la méthode de régulation issue du chapitre 3 montre des performances très satisfaisantes, avec des écarts latéraux de l'ordre de quelques centimètres et des écarts angulaires de l'ordre du degré. Le feedforward permet de prendre en compte pour une grande partie l'influence de la pente et de la courbure. Le feedback quant à lui permet d'assurer une performance optimale via une réactivité importante du régulateur en cas de pente ou de courbure variable. Avant de s'intéresser aux résultats en forte vitesse en section 5.2.5, un autre test à vitesse faible est effectué.

### Simulation sur $\mathcal{T}_T$ à faible vitesse

Changeons maintenant de configuration de pente. La terrain considéré dans cette partie est celle où les lignes droites s'effectuent à roulis nul (voir figure 4.6b). Les autres paramètres (véhicule, adhérence, réglage des régulateurs et vitesse de consigne faible) restent identiques en comparaison de la situation précédente. Les évolutions des pentes et de la courbure associées à ce scénario sont visibles en figures 5.7a et 5.7b, cohérentes avec la figure de la trajectoire représentée en figure 4.6b. Le profil temporel de la courbure suivie par le véhicule est identique à celle de la situation précédente. En effet, seule l'orientation de la pente a été modifiée.

Analysons dès à présent les performances des deux régulateurs sur ce terrain pentu, parcouru à faible vitesse. Sur la figure 5.8a (respectivement figure 5.8b) est représentée l'évolution de l'écart

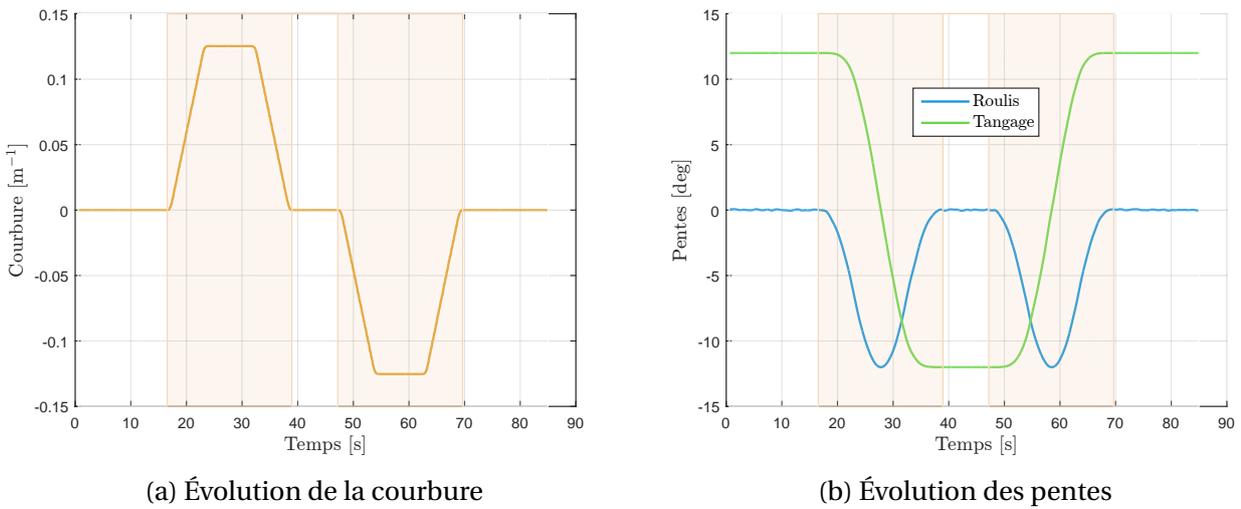


FIGURE 5.7 – Caractéristiques de la trajectoire sur  $\mathcal{T}_T$  à faible vitesse

latéral (respectivement angulaire) mesurée par les systèmes régulés par  $R_{cin}$  ou  $R_{dyn}$ . Comme pour la situation précédente avec le terrain  $\mathcal{T}_R$ , on constate que le régulateur basé sur la cinématique étendue  $R_{cin}$  a des difficultés à annuler l’effet de la pente tant sur l’écart latéral qu’angulaire. Ces écarts statiques se manifestent surtout en virage pour l’écart latéral  $\tilde{y}_R$  et en ligne droite pour l’écart angulaire  $\tilde{\psi}_R$ . On remarque par ailleurs l’effet du report de charges important sur le second virage pour le régulateur  $R_{cin}$ . En effet, l’écart angulaire  $y$  devient très important, contrairement au premier virage où le report de charges est moindre. Cette remarque est notamment appuyée par le profil du LLT affiché en figure 5.10b.

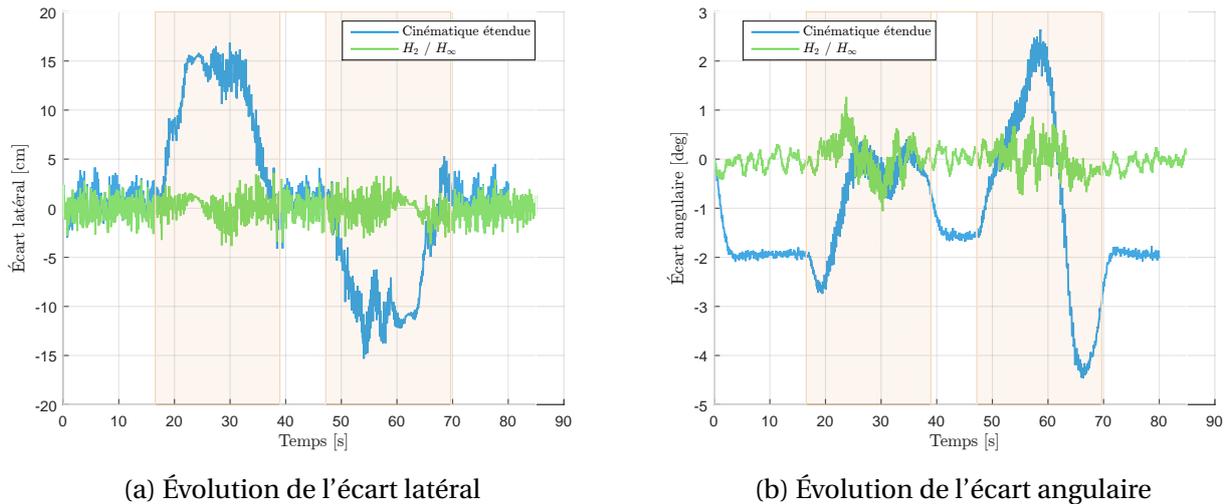
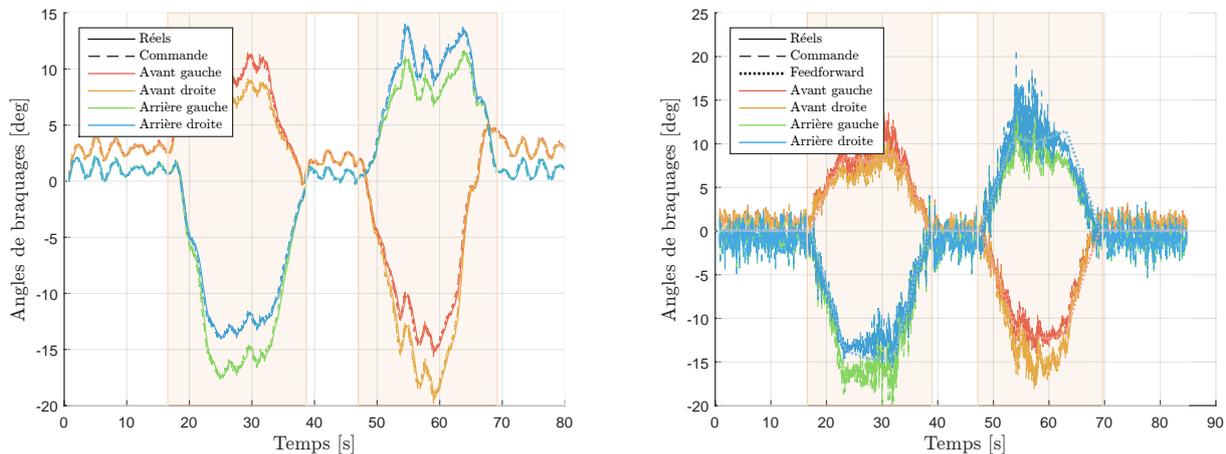


FIGURE 5.8 – Évolution des variables d’écart sur le terrain  $\mathcal{T}_T$  à faible vitesse

En ce qui concerne les performances du régulateur latéral  $R_{dyn}$ , on peut exprimer les mêmes conclusions que celles qui avaient été énoncées lors du parcours du terrain  $\mathcal{T}_T$ . L’écart latéral, quelle que soit la phase de la trajectoire, voit sa valeur être en deçà de 5cm et en deçà de 1 degré

pour l'écart angulaire (excepté ponctuellement en début de virage). Ces résultats sont particulièrement intéressants étant donné le terrain non adhérent.

Les figures 5.9a et 5.9b exposent respectivement les consignes de braquages issues de  $R_{cin}$  et celles issues de  $R_{dyn}$ . Comme dans la situation précédente, on voit que celles-ci sont assez similaires entre les deux régulateurs et que ces dernières sont évidemment cohérentes vis-à-vis de la trajectoire. On note néanmoins que  $R_{cin}$  génère des angles de braquages non nuls en ligne droite, alors qu'il n'y a pas de roulis. Cette observation est d'ailleurs cohérente avec les écarts angulaires constants sur 5.8b. Cette dynamique pourrait être expliquée par un compromis de réglage des gains de  $R_{cin}$  non optimale. Comme cela a été précisé dans la section 5.2.1, le réglage des gains associées à  $R_{cin}$  est effectué expérimentalement, ce qui peut entraîner un réglage sous optimal. Les roues ici tournent dans le même sens, annulant ainsi l'écart latéral mais conservant un léger écart angulaire, constant par conséquent.



(a) Évolution des angles de braquages issus du régulateur  $R_{cin}$  (b) Évolution des angles de braquages issus du régulateur  $R_{dyn}$

FIGURE 5.9 – Évolution des commandes issues des régulateurs  $R_{cin}$  et  $R_{dyn}$  en faible vitesse sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

Il peut être remarqué que la répartition de la charge entre l'essieu avant et l'essieu arrière joue un rôle prépondérant dans la répartition des angles de braquages. En effet, on remarque que l'essieu supportant le plus de charges est celui qui a l'angle de braquage le plus élevé (en valeur absolue). Cette importance de la pente longitudinale a été remarquée dès la conception du feedforward (3.26) dans l'expression des coefficients de raideur  $C_R$  et  $C_F$  (3.15) où la pente longitudinale  $\theta$  intervient de manière explicite. Cette connaissance précise de l'évolution des charges entre les quatre roues dans un terrain pentu est donc dans cette situation particulièrement utile afin de calculer un angle de braquage cohérent. Ce test montre encore une fois la polyvalence et l'adaptabilité du feedforward du régulateur latéral  $R_{dyn}$ . Le régulateur  $R_{cin}$  parvient également à prendre en compte cette distinction entre les deux essieux du véhicule, notamment grâce à la connaissance des angles de dérive associés à chaque essieu.

Les performances associées au régulateur  $R_{\text{dyn}}$  sont particulièrement satisfaisantes, surtout lorsqu'on rappelle les importants transferts de charge du véhicule comme le montre les figures 5.10a et 5.10b.

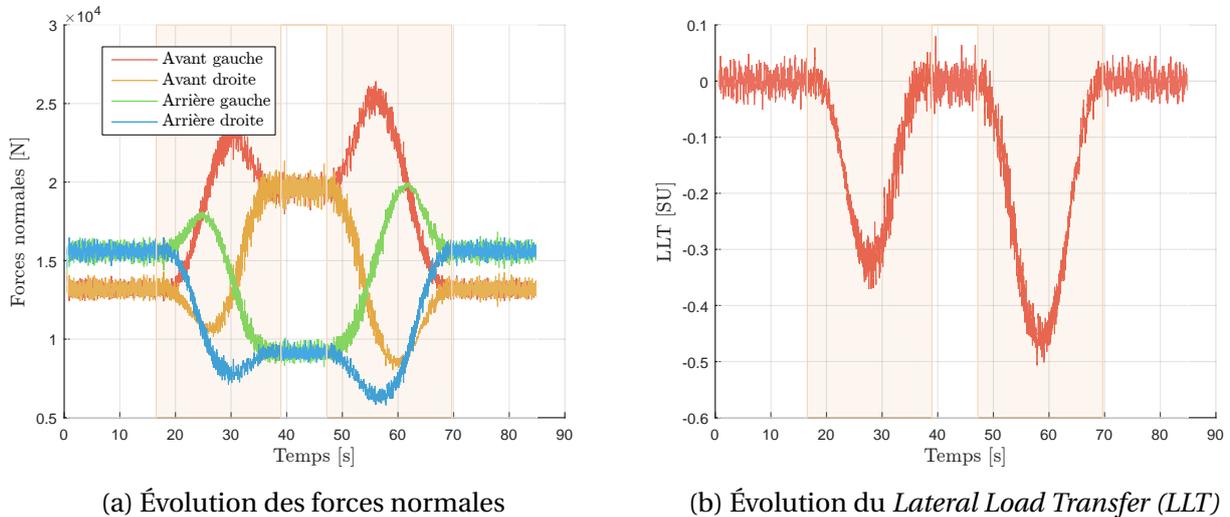


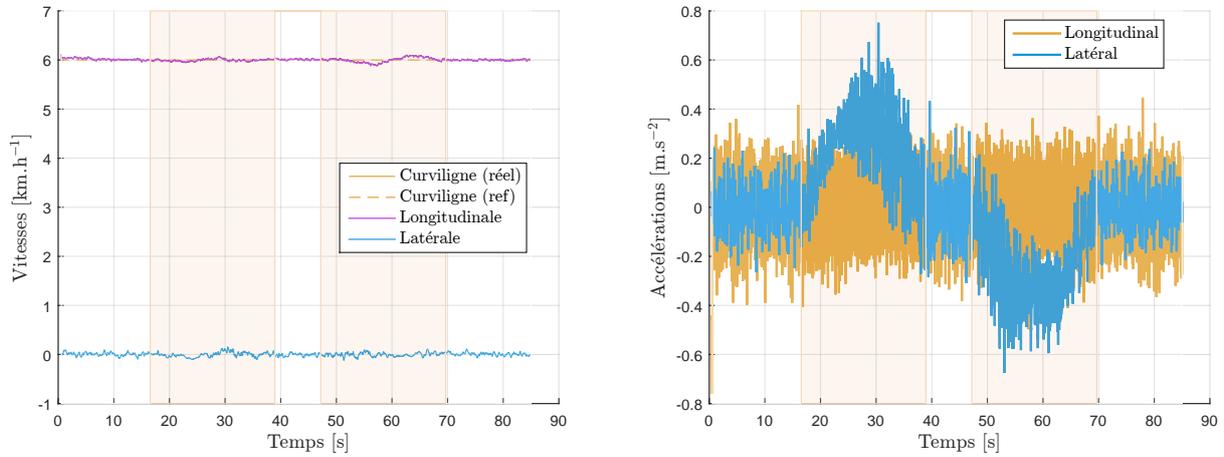
FIGURE 5.10 – Évolution du transfert de charges entre les quatre roues au cours du parcours de  $\mathcal{T}_T$  à faible vitesse

En raison du sens de la pente, on note une asymétrie entre les deux virages du chemin de référence. Bien que la vitesse ne soit pas si élevée, le LLT atteint une valeur de -0.35 dans le premier virage et de -0.45 dans le second. Ces valeurs peuvent à première vue sembler très éloignées de la borne maximale théorique du *Load Lateral Transfer* valant  $\pm 1$ . Cependant, un LLT de 0.35 indique déjà une répartition à 32% / 68% de la charge entre les deux côtés. Pour un LLT valant -0.45, cette répartition est même de 27% / 73%. Il est donc aisé d'imaginer pour une machine agricole de type enjambeur de voir un de ses côtés supporter jusqu'à trois fois la charge de l'autre côté. La hauteur du centre de gravité joue donc ici un rôle primordial dans ces valeurs élevées de LLT et influence notamment la régulation latérale comme on peut le voir dans les performances du régulateur  $R_{\text{cin}}$ . Ce dernier a en effet des performances moindres dans le second virage, surtout en termes d'écart angulaire, voir figure 5.8b.

### Conclusions sur l'efficacité du régulateur latéral $R_{\text{dyn}}$ à faible vitesse

On note que dans des conditions de vitesse faible, le régulateur  $R_{\text{dyn}}$  obtient des performances très satisfaisantes :  $|\tilde{y}| < 5$  cm et  $|\tilde{\psi}| < 1$  deg même en cas de pente de plus de 20%, avec un véhicule à haut centre de gravité. La réactivité de cette architecture feedforward/feedback permet de contrer rapidement les effets combinés de la courbure et de la pente, toutes deux variantes. Ces résultats sont valables quelle que soit le sens du virage dans la pente. Ces bons résultats ont pour origine deux sources. Tout d'abord, la vitesse faible du véhicule entraîne le respect des différentes hypothèses sous-tendant le modèle de contrôle latéral  $\mathcal{M}_{\text{lat}}$ , d'où la précision de l'organe feedforward. L'hypothèse d'accélération longitudinale négligeable et de vitesse constante est bien

respectée comme le montre les figures 5.11a et 5.11b. De plus, les valeurs des gains du feedback permettent une réactivité et une élimination de l'écart statique efficaces.



(a) Évolution des vitesses du centre de gravité du véhicule dans le terrain  $\mathcal{T}_T$  (b) Évolution des accélérations du centre de gravité du véhicule dans le terrain  $\mathcal{T}_T$

FIGURE 5.11 – Évolution des vitesses et accélérations au cours du parcours de  $\mathcal{T}_T$  à faible vitesse

Pour avoir une vision plus complète de la problématique de la régulation latérale à vitesse constante, il est maintenant nécessaire d'augmenter la vitesse pour atteindre des situations de dérive et de transferts de charges importantes.

### 5.2.5 Analyse des performances à vitesse forte et constante

Observons maintenant les mêmes trajectoires, celles représentées sur les figures 4.6a et 4.6b, mais en appliquant au système une vitesse de consigne plus élevée. La vitesse choisie est maintenant deux fois plus importante, soit 12 km/h ou 3.33 m/s.

#### Simulation sur $\mathcal{T}_R$ à vitesse élevée

La trajectoire suivie est celle présentée en 4.6a où les lignes droites s'effectuent à altitude constante, contrairement aux virages où le véhicule dévale la pente. Dans cette situation, on imagine aisément que la conjonction de la pente latérale variante et du terrain glissant peut être à l'origine de difficultés pour les deux régulateurs latéraux.

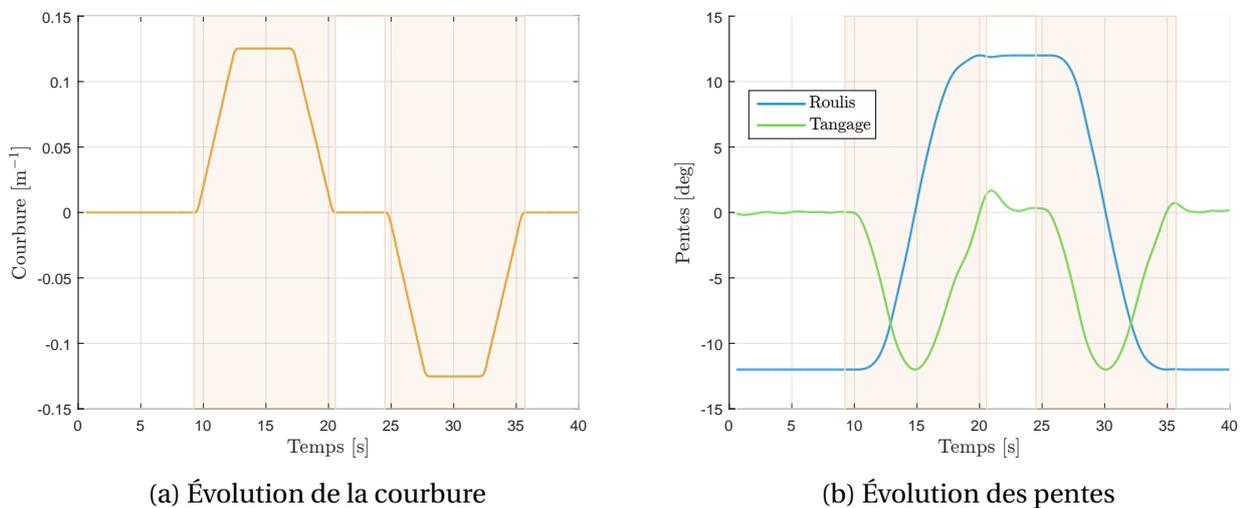


FIGURE 5.12 – Caractéristiques de la trajectoire sur  $\mathcal{T}_R$  à forte vitesse

Les figures 5.12a et 5.12b illustrent respectivement les évolutions de la courbure et des pentes latérale et longitudinale lors du parcours du chemin de référence sur le terrain  $\mathcal{T}_R$ , arpenté à vitesse élevée. Ces images sont évidemment proches des figures 5.2a et 5.2b dans la mesure où le terrain et le chemin de référence sont identiques. Cependant, l'aspect temporel est à considérer dans cette situation. En effet, la vitesse étant deux fois plus élevée, l'évolution temporelle de ces valeurs est donc logiquement deux fois plus rapide. Cela a des conséquences notamment sur le suivi du chemin de référence, qui s'effectue plus difficilement dans ces conditions de vitesses. On le remarque notamment sur la figure 5.12b en observant le signal de pente longitudinale  $\theta$ , à travers les dépassements en fin de virage (20s et 35s). Cela indique que le véhicule a dû tourner trop fortement en fin de virage, d'où cette orientation dans la pente.

Consultons maintenant les performances des régulateurs  $R_{cin}$  et  $R_{dyn}$  dans cette configuration en observant les figures 5.13a et 5.13b. On remarque sans surprise que les performances à hautes vitesses sont moindres comparées à celles illustrées dans les figures 5.3a et 5.3b. Avant d'en déterminer les origines, analysons plus en profondeur ces figures. En ce qui concerne l'écart latéral,

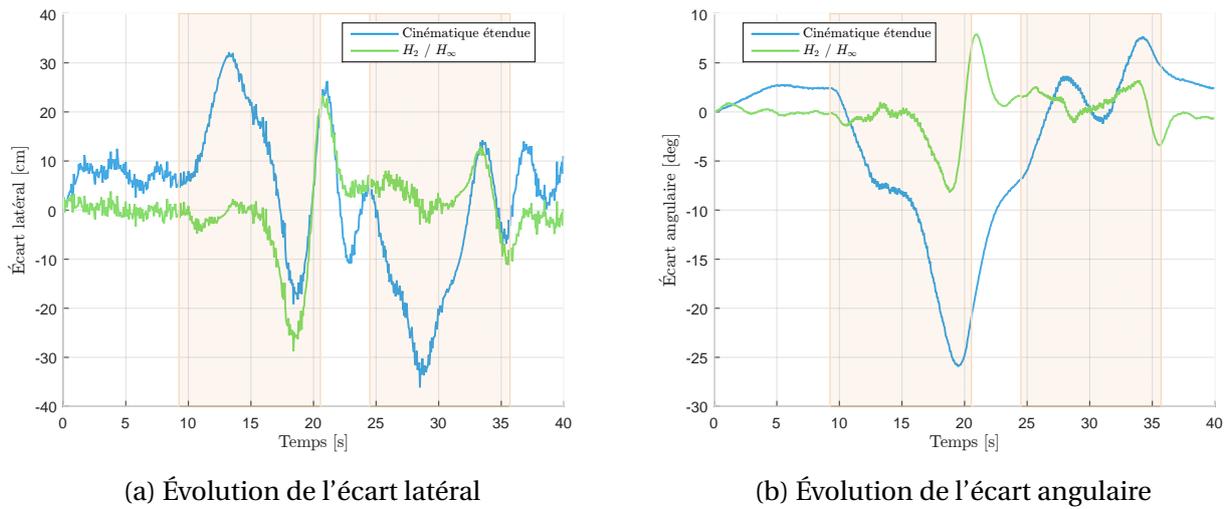


FIGURE 5.13 – Évolution des variables d'écart sur le terrain  $\mathcal{T}_R$  arpenté à forte vitesse

on voit que les régulateurs ont plus de difficultés lors des virages, comme cela peut être logiquement attendu. L'écart latéral alors peut atteindre entre 20 et 30 cm en fonction du régulateur en action. En ce qui concerne les lignes droites, on note encore une fois la difficulté à conserver une erreur statique nulle de la part du régulateur  $R_{cin}$ , tandis que l'écart reste proche de la nullité pour  $R_{dyn}$ , hormis pour la seconde ligne droite entre 20 et 25 sec où le rattrapage du virage se révèle être difficile pour les deux régulateurs. Au sujet de l'écart angulaire, la comparaison entre les deux régulateurs est sans appel : tandis que le système régulé par  $R_{dyn}$  parvient à conserver un écart angulaire inférieur à 5 degrés (excepté en fin du premier virage), le système régulé par  $R_{cin}$  voit son écart latéral exploser pour atteindre jusqu'à 25 degrés.

Ces différences entre les deux régulateurs sont particulièrement visibles lorsque l'on compare la répartition de ces erreurs via un histogramme cumulatif visible en figures 5.14a et 5.14b.

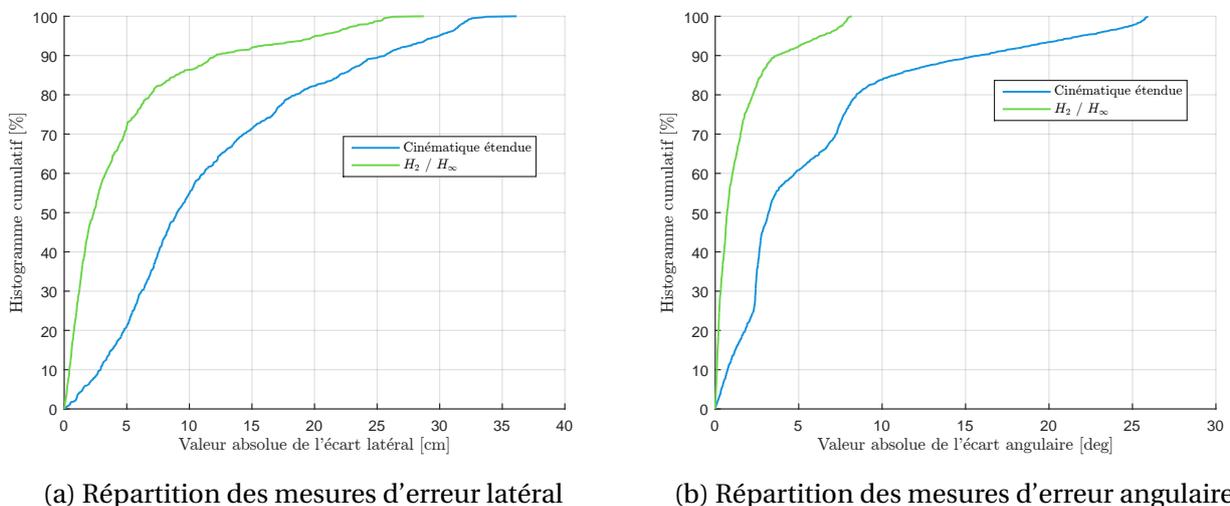
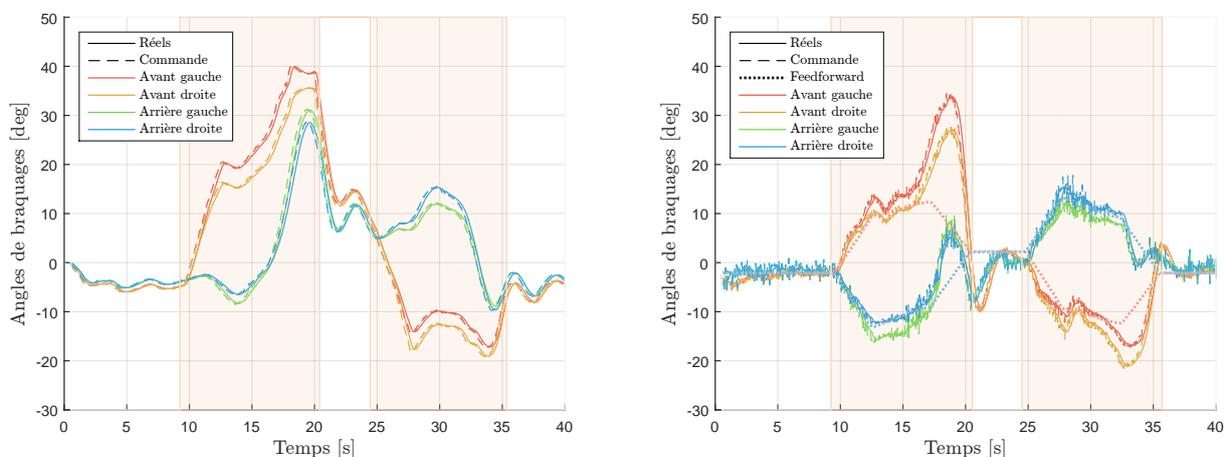


FIGURE 5.14 – Répartition des variables d'écart sur le terrain  $\mathcal{T}_R$  arpenté à forte vitesse

Ainsi, on peut y constater par exemple que 73.6% des mesures d'écart latéral sont inférieures à 5cm (en valeur absolue) en ce qui concerne le système régulé par  $R_{\text{dyn}}$ . Pour  $R_{\text{cin}}$ , cette proportion chute à 21,4 %. Ceci est notamment dû à l'écart statique constaté avec ce régulateur. Au sujet de l'écart angulaire, la distinction entre les deux régulateurs est net : 90% des valeurs d'écart angulaire mesurées avec  $R_{\text{dyn}}$  sont inférieures à 3.6 degrés, alors qu'il faut monter jusqu'à 15,5 degrés pour  $R_{\text{cin}}$ . Globalement, on constate une détérioration des performances des deux régulateurs dans un contexte où la vitesse de consigne est multipliée par deux, ce qui est attendu.

Observons maintenant la forme de la commande d'angles de braquages pour les deux systèmes, illustrée en figures 5.15a et 5.15b.



(a) Évolution des angles de braquages issus du régulateur  $R_{\text{cin}}$  (b) Évolution des angles de braquages issus du régulateur  $R_{\text{dyn}}$

FIGURE 5.15 – Évolution des commandes issues des régulateurs  $R_{\text{cin}}$  et  $R_{\text{dyn}}$  en forte vitesse sur le terrain  $\mathcal{T}_R$

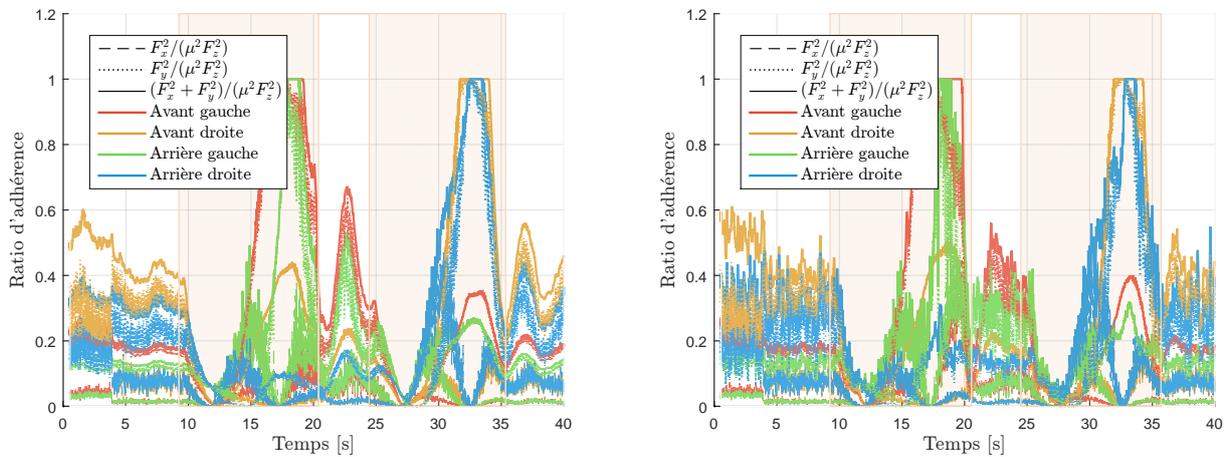
On peut noter deux choses fondamentales en observant ces courbes :

- Le profil en trapèze des angles de braquages n'est plus d'actualité, du moins beaucoup moins que dans les figures 5.4a et 5.4b.
- Les profils de commande générés par  $R_{\text{cin}}$  et  $R_{\text{dyn}}$  sont bien plus distincts que ceux produits dans la même situation à faible vitesse (voir figures 5.4a et 5.4b). Cette distinction est particulièrement visible dans le premier virage, où le régulateur  $R_{\text{cin}}$  génère des commandes plus importantes que celles de  $R_{\text{dyn}}$ .

Ces deux observations ont pour cause la même difficulté à obtenir un modèle de synthèse fidèle. En effet, en ce qui concerne  $R_{\text{cin}}$ , les considérations cinématiques classiques qui y sont supposées (modèle bicycle ignorant le report de charge notamment) ne sont plus valables dans ce cas extrême.

Quant à  $R_{\text{dyn}}$ , des conclusions similaires s'imposent. Le terme feedforward du régulateur latéral semblerait, au vu de la commande effective générée (somme du feedforward et du feedback), insuffisant pour parcourir la fin des virages. On voit ici tout l'intérêt du feedback qui permet de

compenser les faiblesses du feedforward dans les cas extrêmes. Cette faiblesse passagère du feedforward peut s'expliquer par la conjonction d'une importante accélération latérale et d'une pente non négligeable qui ont tous deux entraîné un report de charge considérable causant finalement une perte d'adhérence des roues. En effet, le manque d'adhérence des roues est tel en virage que l'hypothèse 9 du régulateur latéral supposant la linéarité des forces de glissement est mise à mal, remettant ainsi en cause les hypothèses fondatrices du feedforward. Ces considérations sont validées par les figures 5.16a et 5.16b, qui montrent l'évolution pour chacune des roues des ratios  $\frac{F_x^2}{\mu^2 F_z^2}$ ,  $\frac{F_y^2}{\mu^2 F_z^2}$  et  $\frac{F_x^2 + F_y^2}{\mu^2 F_z^2}$ .



(a) Évolution des ratios d'adhérence des 4 roues du système régulé par  $R_{cin}$  (b) Évolution des ratios d'adhérence des 4 roues du système régulé par  $R_{dyn}$

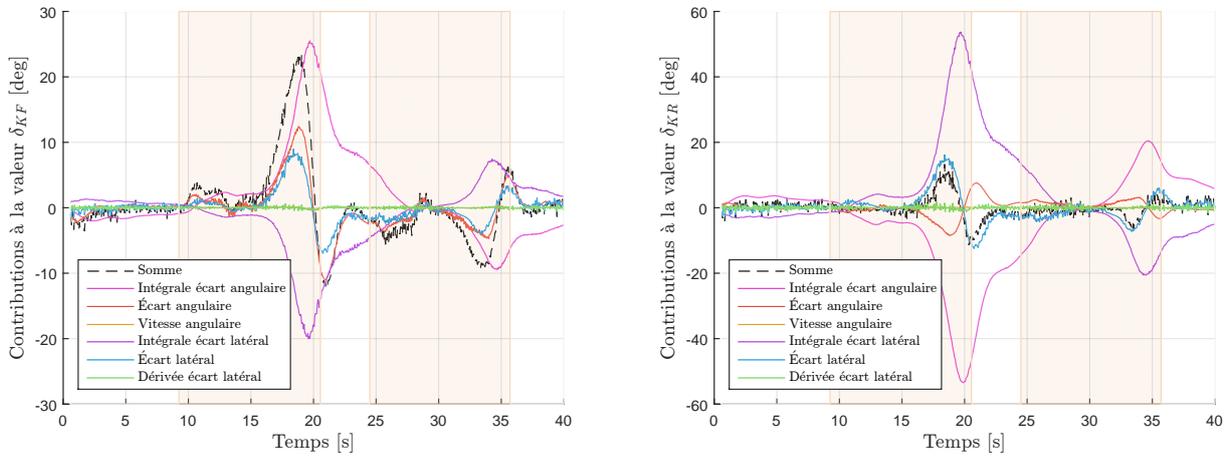
FIGURE 5.16 – Évolution des ratios d'adhérence des 4 roues du système évoluant dans le terrain  $\mathcal{T}_R$  à fortes vitesses

Comme le rappelle la loi de contact de Coulomb (2.15), ces ratios sont représentatifs de l'état du contact entre deux solides (en l'occurrence ici, la roue et le sol). On note alors nettement la perte d'adhérence en seconde partie des deux virages, où les forces latérales de glissement sont maximales et les forces normales minimales pour les roues intérieures au virage. Cette conclusion est valable pour les deux types de régulateurs, car l'état des pneumatiques est finalement proche quel que soit le régulateur. Cependant, il peut être remarqué que le régulateur  $R_{dyn}$  arrive bien mieux à contenir les écarts latéral et angulaire malgré cette perte d'adhérence avérée. Ceci montre par l'exemple l'intérêt de la méthodologie de construction robuste qui a été adoptée ici pour la conception du régulateur  $R_{dyn}$ .

Observons d'ailleurs de plus près la contribution du terme en feedback qui permet dans ce contexte de suivre le chemin de référence même dans une situation de perte d'adhérence. On rappelle d'ailleurs l'expression du terme feedback qui est implémenté (3.28g) :

$$\delta_{FB} = \begin{pmatrix} \delta_{FB,F} \\ \delta_{FB,R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{f\tilde{\psi},F} & k_{\tilde{\psi},F} & k_{\dot{\psi},F} & k_{f\tilde{y},F} & k_{\tilde{y},F} & k_{\dot{y},F} \\ k_{f\tilde{\psi},R} & k_{\tilde{\psi},R} & k_{\dot{\psi},R} & k_{f\tilde{y},R} & k_{\tilde{y},R} & k_{\dot{y},R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \int \tilde{\psi} \\ \tilde{\psi} \\ \dot{\psi} \\ \int \tilde{y} \\ \tilde{y} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Le terme de feedback, associé à chaque essieu, est donc une somme constituée de six termes. Chacun de ces termes est le produit d'un état du véhicule augmenté (variable) et un gain (fixe car le véhicule évolue à vitesse constante, voir section 3.8). Observons alors l'évolution de chacun de ces six produits pour les deux essieux sur les figures 5.17a et 5.17b.



(a) Évolution du terme feedback (noir) et des ses constituants pour l'essieu avant

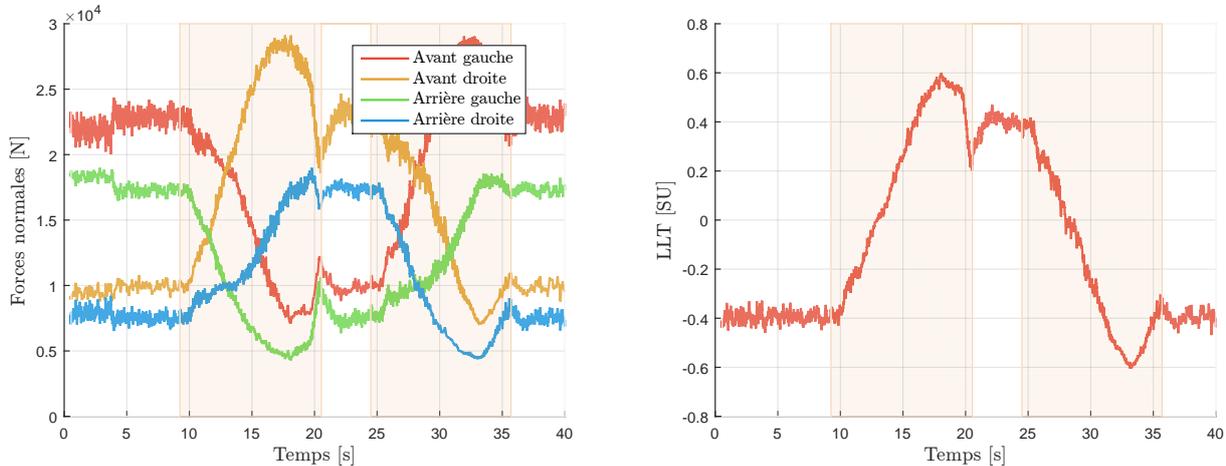
(b) Évolution du terme feedback (noir) et des ses constituants pour l'essieu arrière

FIGURE 5.17 – Évolution des termes feedback ainsi que de leurs constituants pour les deux essieux du véhicule régulé par  $R_{dyn}$  sur le terrain  $\mathcal{T}_R$  parcouru à vitesse élevée

Plusieurs faits peuvent être extraits de ces données. Tout d'abord, on constate que les termes associés à la dérivée de l'écart latéral (en vert) et à la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  (orange) sont négligeables dans le cas général. Néanmoins, ce terme participe à la réactivité du régulateur comme cela a pu être vu dans la section 5.2.4. On note également que ce sont les quatre autres termes qui participent de manière plus active dans la construction du signal de commande, et particulièrement ceux associées aux intégrales des écarts. On remarque d'ailleurs que les signes de ces deux derniers termes sont souvent opposés. Ceci permet, après addition, d'obtenir un terme feedback médian qui favorise l'un ou l'autre des écarts en fonction de la situation qui se présente. Contrairement à  $R_{cin}$ , chaque écart n'est pas associé à un essieu : les deux essieux participent simultanément à la réduction des écarts observés.

En conclusion de ce test, on peut dire que les performances de  $R_{dyn}$  sont très satisfaisantes, au vu de la complexité du scénario, que ce soit en termes d'adhérence du terrain pentu ou de la

vitesse élevée, comme le montre les figures 5.18a, 5.18b. Le LLT atteint d'ailleurs une valeur de 0.6, représentatif d'une répartition 80% / 20% de la charge entre les deux côtés du véhicule. Cette répartition inéquitable de la charge est celle qui est responsable de la perte d'adhérence visible dans les courbes 5.16a et 5.16b.



(a) Évolution des forces normales aux quatre roues

(b) Évolution du terme LLT

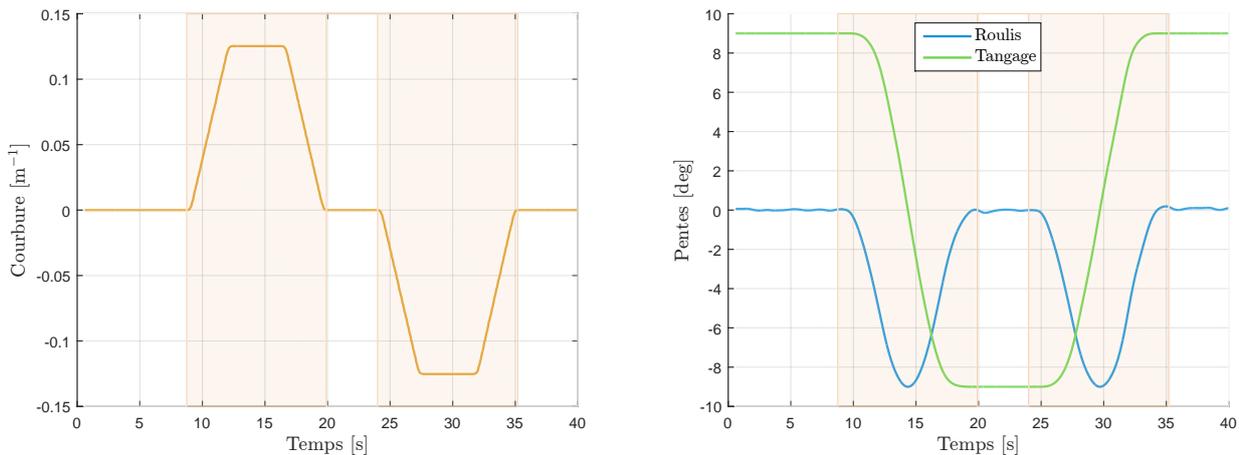
FIGURE 5.18 – Visualisation du report de charge du véhicule régulé par  $R_{\text{dyn}}$  sur le terrain  $\mathcal{T}_R$  parcouru à vitesse élevée

### Simulation sur $\mathcal{T}_T$ à vitesse élevée

Concluons la section des tests du régulateur latéral à vitesse constante par celui du véhicule muni de  $R_{\text{cin}}$  ou  $R_{\text{dyn}}$  évoluant sur le terrain  $\mathcal{T}_T$  (voir figure 4.6b) à vitesse élevée. Il s'agit d'un test particulièrement intéressant car il combine les problématiques liées à la vitesse élevée du véhicule avec celle du report de charge maximal lors du second virage. Analysons les figures 5.19a et 5.19b, illustrant respectivement les courbures et pentes successives subies par le véhicule au fil du parcours.

Suite à l'incapacité des régulateurs à suivre le chemin de référence, il a été nécessaire d'apporter une modification au terrain  $\mathcal{T}_T$  dans ce scénario. En effet, par l'effet conjoint de la pente à 12 deg et de la vitesse longitudinale de 12 km/h, le système (quel que soit le régulateur implémenté) ne parvenait pas à passer le second virage, celui où le report de charge est le plus défavorable, en raison d'une perte d'adhérence rédhibitoire. Il a donc été choisi de diminuer la valeur de la pente et la passer à 9 degrés ( $\approx 16\%$ ). Ce changement est visible notamment dans les valeurs des pentes en figure 5.19b.

Cette nouvelle valeur de la pente n'a pas été décidée au hasard. Partant du constat qu'une pente de 12 degrés parcourue à la vitesse de 12 km/h était synonyme de perte d'adhérence du véhicule, il était nécessaire de modifier un de ces paramètres de la simulation. Il a été choisi de garder la vitesse constante afin de pouvoir conclure quant à son réel impact. L'unique option restante est par conséquent de diminuer la valeur de la pente. Afin de maintenir un niveau d'exigence élevé,



(a) Évolution de la courbure de la trajectoire sur le terrain  $\mathcal{T}_T$  à grande vitesse (b) Évolution des pentes lors du parcours sur  $\mathcal{T}_T$  à grande vitesse

FIGURE 5.19 – Caractéristiques de la trajectoire sur  $\mathcal{T}_T$  à fortes vitesses

la pente choisie finalement est la valeur maximale permettant aux deux régulateurs de pouvoir terminer le parcours. En effet, comme cela sera constaté lors de l'analyse de la figure 5.23a, la présente situation constitue déjà un contexte où une importante perte d'adhérence est à constater en raison de la vitesse.

Comme pour le scénario précédent, on note sur les figures 5.19a et 5.19b un raccourcissement de l'échelle temporelle par rapport aux figures 5.7a et 5.7b, qui leur sont très semblables de part la similarité des scénarios. Les légères oscillations du signal de la pente proviennent du fait que l'écart angulaire n'est pas strictement nul, d'où une orientation variable dans la pente.

Maintenant que l'introduction de ce test est effectuée, analysons le scénario via les figures 5.20a et 5.20b représentant les performances des deux régulateurs dans ce contexte particulièrement complexe.

Comme cela était le cas dans les trois tests précédents, on constate une difficulté du régulateur  $R_{cin}$  à établir une commande permettant un suivi du chemin de référence très satisfaisant. Les erreurs latérale et angulaire sont toutes deux importantes avec le régulateur  $R_{cin}$ , notamment dans les virages où l'écart latéral atteint les 30 cm. Le second virage est particulièrement difficile à gérer pour  $R_{cin}$  où l'écart angulaire atteint plus de 15 degrés.

Quant au système régulé par  $R_{dyn}$ , il voit ses écarts angulaire et latéral très faibles lors du premier virage, à tel point que les valeurs d'écarts se confondent avec celles en ligne droite. Seul le second virage montre des performances moindres de  $R_{dyn}$ , faisant atteindre la valeur de 10 cm d'écart latéral et 3 degrés d'écart angulaire au véhicule. Cela ne remet cependant pas en cause la comparaison entre les deux régulateurs, qui reste en faveur de  $R_{dyn}$ . Les performances de  $R_{dyn}$  semblent être meilleures que dans le scénario précédent, cela peut s'expliquer par la réduction de la pente qui a été opérée dans ce scénario. Le régulateur  $R_{dyn}$  semble donc moins sensible au

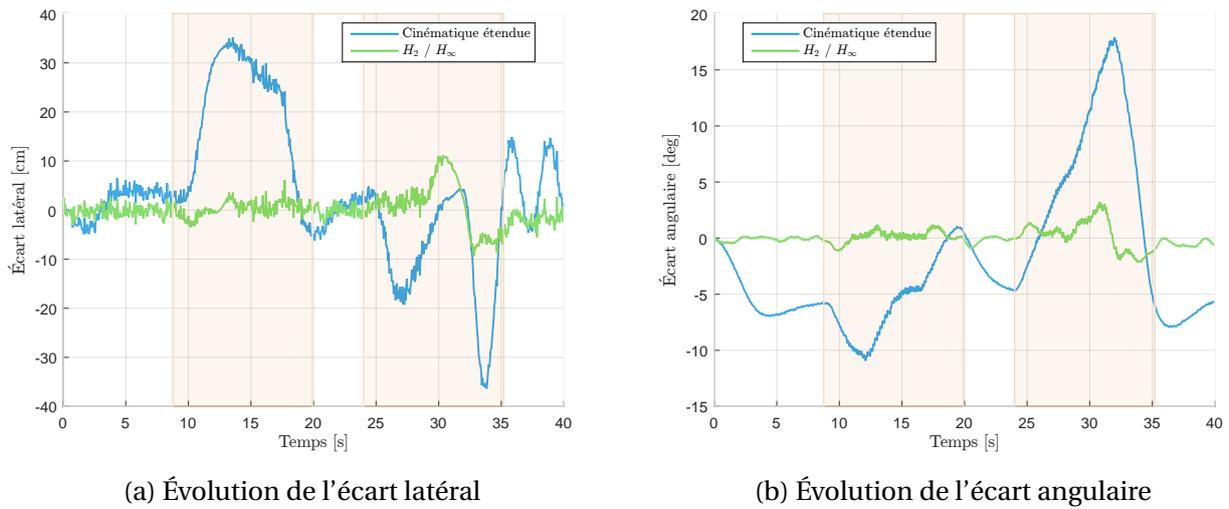


FIGURE 5.20 – Évolution des variables d'écart sur le terrain  $\mathcal{T}_T$  arpenté à forte vitesse

report de charges que  $R_{cin}$ .

Prenons maintenant connaissance du profil des commandes obtenus avec chacun des régulateurs, illustré en figures 5.21a et 5.21b.

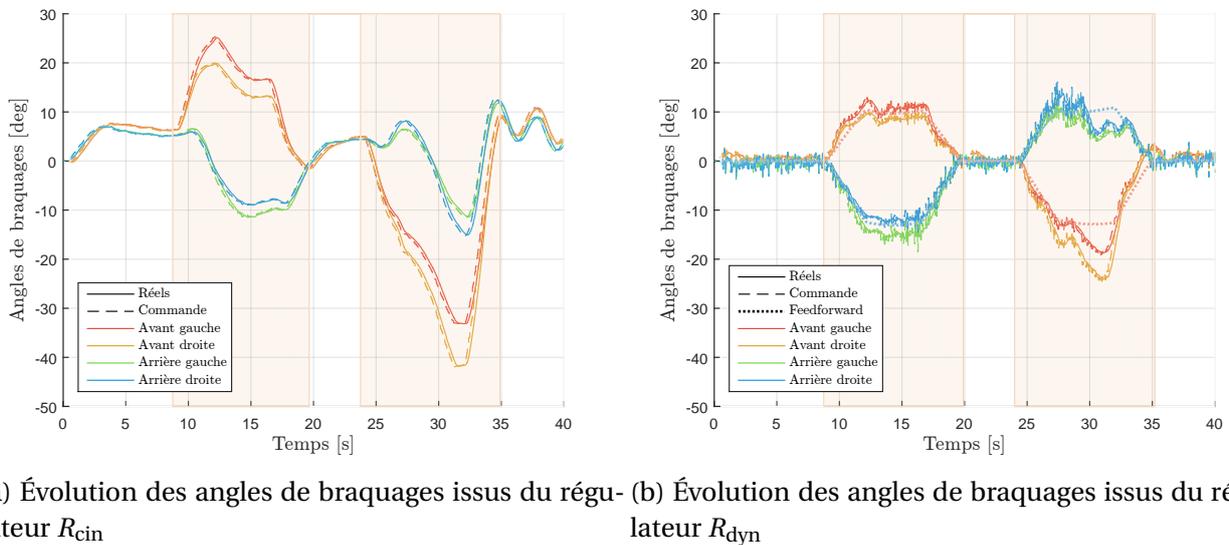


FIGURE 5.21 – Évolution des commandes issues des régulateurs  $R_{cin}$  et  $R_{dyn}$  en forte vitesse sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

On constate comme lors du précédent test un profil très différencié des commandes entre le régulateur  $R_{cin}$  et  $R_{dyn}$ . On note une claire distinction entre les phases de virages et de lignes droites. Cette distinction s'étend même entre le premier et le second virage. En effet, quel que soit le régulateur considéré, l'angle de braquage est plus important (en valeur absolue) dans le second virage que dans le premier. Ceci est dû aux variables d'écart plus conséquentes observées dans le dernier virage. Ces écarts importants ont très certainement pour origine le transfert de charges comme le

montrent les figures 5.22a et 5.22b.

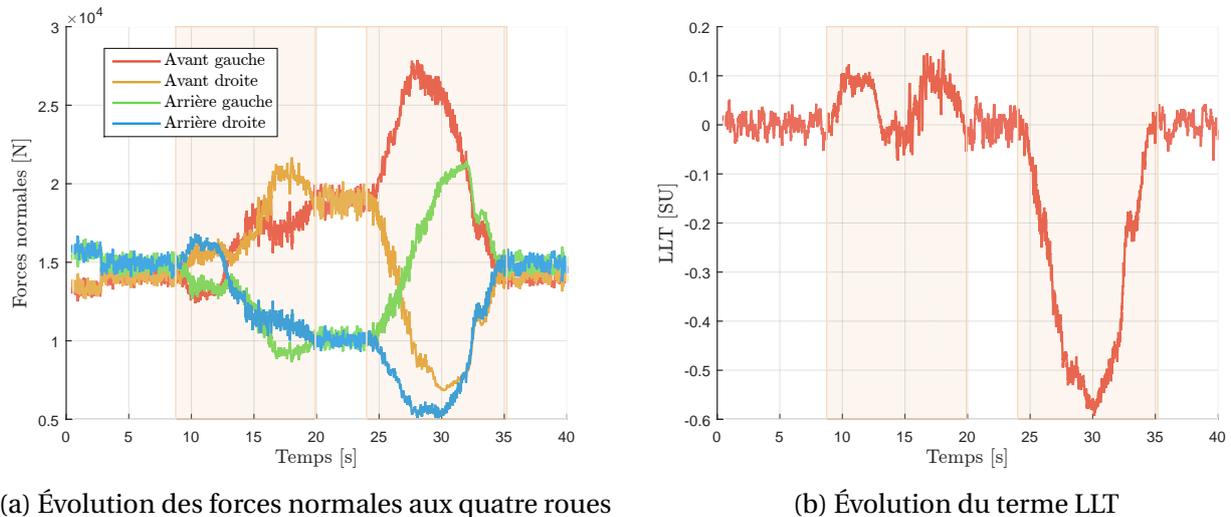
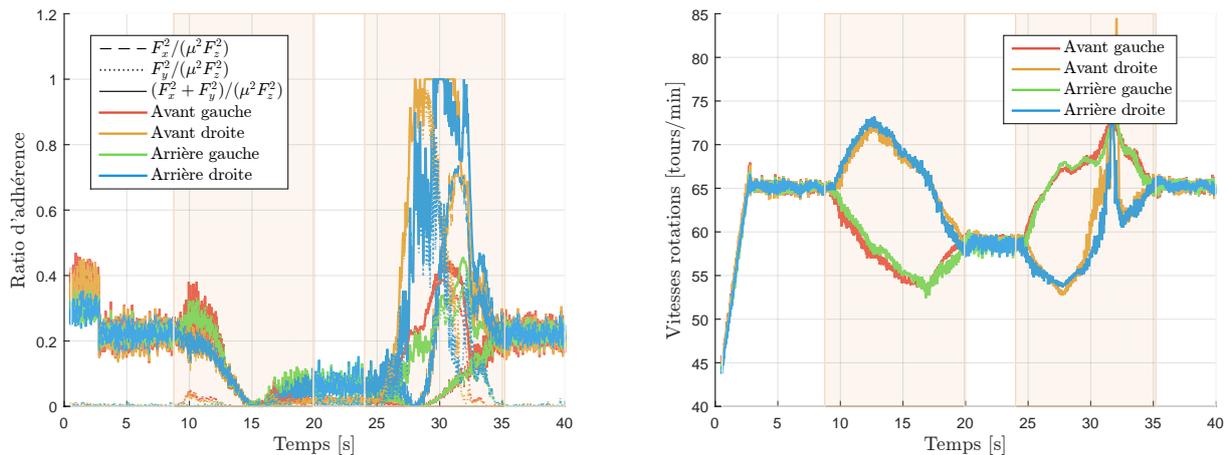


FIGURE 5.22 – Visualisation du report de charge du véhicule régulé par  $R_{\text{dyn}}$  sur le terrain  $\mathcal{T}_T$  parcouru à vitesse élevée

En raison de l'accélération latérale due au virage qui s'oppose à la composante latérale du poids dans le premier virage, le report de charges  $y$  est minimale : le LLT n'est que de 0.1, symbolisant une répartition des charges 55% / 45%. Cependant, dans le second virage, ces deux accélérations se combinent et provoquent un transfert de charges entraînant une répartition beaucoup plus déséquilibrée de 80% / 20%. Les régulateurs, se basant tous deux sur un modèle supposant une largeur de véhicule nulle, ne peuvent prendre en compte un tel transfert de charge entre les côtés gauche et droite. Une prise en compte explicite de la courbure et de la pente latérale est bien présente dans la conception du feedforward, mais elle suppose une modélisation linéaire des contacts roues/sol, qui est caduque dans la phase de chemin considéré. Cependant, la robustesse de la conception de  $R_{\text{dyn}}$  permet d'assurer sereinement le suivi de chemin, car le feedback permet de soutenir le feedforward en cas d'insuffisance de la commande, et ce même lorsque l'adhérence des roues n'est plus ponctuellement assurée comme le montrent les figures 5.23a et 5.23b. Il y a une concordance entre le moment où la perte d'adhérence sur les roues droites est avérée et le moment où leurs vitesses de rotation explosent.

### Conclusions sur l'efficacité du régulateur latéral $R_{\text{dyn}}$ à vitesse élevée

Ces deux derniers parcours d'un véhicule à haut centre de gravité (1,7m) effectuées sur les terrains  $\mathcal{T}_R$  et  $\mathcal{T}_T$  avec une courbure de référence élevée ( $0.125 \text{ m}^{-1}$ ) et une vitesse élevée (12 km/h) dans un terrain pentu (9 ou 12 degrés) à faible adhérence ( $\mu = 0.45$ ) a su explorer les limites des deux régulateurs latéraux comparés dans ces scénarios. Dans ces derniers, le report de charges d'un côté à l'autre du véhicule était primordial à observer pour comprendre les difficultés des régulateurs à évoluer dans ces terrains.



(a) Évolution des ratios d'adhérence des 4 roues du système régulé par  $R_{\text{dyn}}$  (b) Évolution des vitesses de rotation des 4 roues du système régulé par  $R_{\text{dyn}}$

FIGURE 5.23 – Dynamiques des 4 roues du système évoluant dans le terrain  $\mathcal{T}_T$  à fortes vitesses

Malgré des pertes d'adhérences avérées en observant les vitesses de rotation des roues ainsi que les considérations liées à la loi de Coulomb, le régulateur  $R_{\text{dyn}}$  parvient à suivre le chemin de référence avec des performances que l'on peut qualifier de satisfaisantes au vu des conditions. Les écarts statiques de  $\tilde{y}$  et  $\tilde{\psi}$  sont nuls grâce à l'incorporation d'actions intégrales, et un réglage optimisé de la boucle de feedback, gérant notamment intelligemment les différents compromis. Les valeurs maximales des écarts, dans les virages notamment, sont plus importantes qu'à faible vitesse mais restent limitées, de l'ordre d'une vingtaine de centimètres pour l'écart latéral et de 7 degrés pour l'écart angulaire dans la pente la plus importante, associée au terrain  $\mathcal{T}_R$ . Quant au scénario prenant place sur le terrain  $\mathcal{T}_T$ , il est notable de constater malgré des conditions d'adhérence similaires (pertes d'adhérence dans les deux cas), les erreurs mesurées sont sensiblement inférieures. La valeur maximale de ces écarts latéral et angulaire sont en effet respectivement de 10 cm et de 4 degrés pour ce scénario. Rappelons que la pente dans ce scénario a été réduite pour des raisons de stabilité du véhicule. Ceci confirme donc l'importance fondamentale de la pente dans les performances de suivi de trajectoire et permet de conforter l'approche novatrice pour la conception du régulateur latéral en considérant aussi bien la pente latérale que longitudinale dans la génération de sa commande.

Ces derniers tests ont également mis en valeur l'importance de la vitesse de référence à suivre, non seulement pour les performances de régulation latérale; mais surtout pour la stabilité du véhicule. En effet, les tests proposés étaient si extrêmes qu'une diminution de la pente était nécessaire afin de conserver la vitesse de référence de 12 km/h et d'éviter la sortie de trajectoire du véhicule. Il est donc absolument nécessaire d'établir une réelle stratégie de commande longitudinale, prenant en compte non seulement des pentes potentiellement très importantes, mais aussi les problématiques d'adhérence qui ont été introduites dans ces tests.

### 5.3 Résultats du régulateur longitudinal MPC couplé au régulateur latéral robuste $H_2/H_\infty$

Intéressons nous dans cette dernière section de tests aux performances atteignables par notre régulateur longitudinale. Les simulations considérées ci-après font appel au régulateur latéral  $H_2/H_\infty$  conçu au chapitre 3, pour la qualité des résultats qu'il produit, en témoigne les résultats analysés dans la section précédente.

Seul le régulateur longitudinal NMPC sera évalué ci-après. Il s'avère que le régulateur longitudinal (4.7) utilisé dans la section précédente lors des tests de la régulation latérale ne peut être utilisé ici. Même si la vitesse de référence était calculée de manière instantanée en fonction de l'état selon (4.49), ce régulateur ne permet pas de réaliser les prédictions requises pour le suivi sûr de la trajectoire.

Le réglage du régulateur NMPC est équivalent à celui opéré dans la section 4.4. Les paramètres de saturation sont présentés dans le tableau 4.2. Par contre, la vitesse de référence est modifiée dans cette section pour maximiser la vitesse de parcours : on règle les paramètres  $LLT_{\text{ref}}^+ = 0.5$  et  $LLT_{\text{ref}}^- = -0.5$ . On autorise donc une vitesse longitudinale qui, théoriquement, peut créer une répartition de charge de 75% / 25% entre le côté le plus chargé et le moins chargé. Ceci rapproche le  $LLT$  de référence des extremums définis par l'utilisateur, qui sont de  $\pm 0.6$ .

Étant donné que la masse est mesurée et la localisation du centre de gravité constante, peu d'incertitudes paramétriques sont à noter entre le modèle de synthèse implémenté dans le régulateur longitudinal et le modèle du simulateur réaliste. Pourtant, des différences fondamentales apparaissent entre ces deux entités, comme la modélisation des forces de glissement qui est grandement simplifiée dans le modèle de synthèse (voir 4.14). D'autres distinctions importantes, hors dynamique générale du véhicule, existent entre le simulateur et le modèle de synthèse. On peut par exemple citer l'absence des actionneurs et des capteurs dans le modèle de synthèse.

#### 5.3.1 Description des tests du régulateur longitudinal anti-renversement en pente

Intéressons plus précisément aux tests effectués sur le simulateur présenté en section 5.1. Le véhicule reste inchangé en comparaison des simulations des parties 5.2.4 et 5.2.5, voir les caractéristiques principales de ce véhicule Table 4.1. Les simulations rendent compte du même suivi de trajectoire que précédemment, à savoir la trajectoire en S à courbure élevée, mais parcourue dans deux terrains de simulation différents, notés  $\mathcal{T}_R$  et  $\mathcal{T}_T$ . Ces terrains avec une pente de 12 deg se distinguent uniquement par l'orientation de cette pente dans le repère associé au chemin de référence.

La vitesse présentée dans la Table 5.2 de 15 km/h pour la vitesse de référence est volontairement élevée. Cette valeur est d'autant plus élevée lorsqu'on la compare à la vitesse de 12 km/h qui était déjà problématique dans les situations précédentes (perte importante d'adhérence pro-

	Terrain $\mathcal{T}_R$	Terrain $\mathcal{T}_T$
Vitesse de référence très élevée (15 km/h)	Voir page 167	Voir page 174

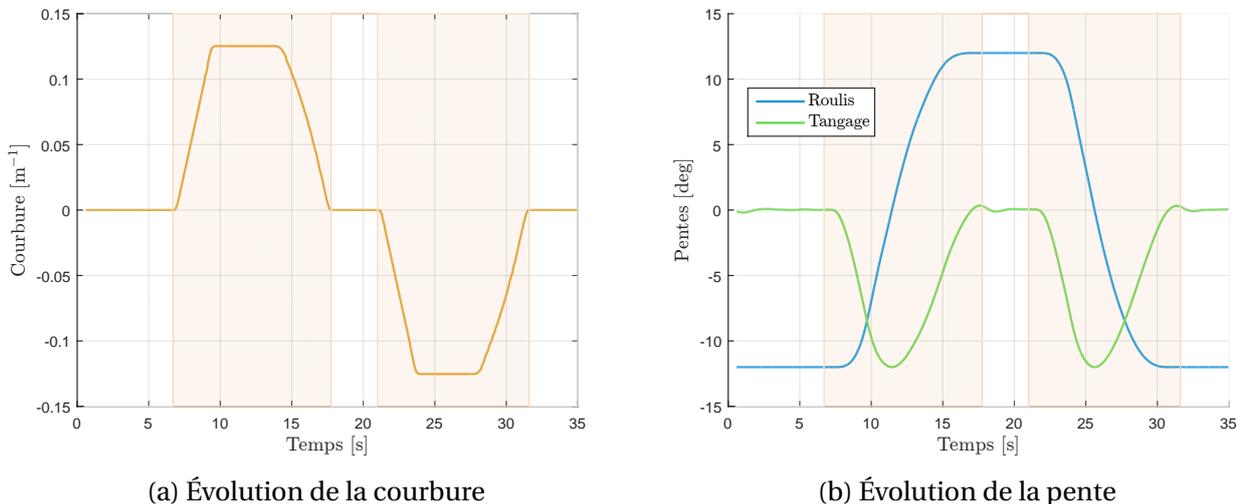
TABLE 5.2 – Description des tests de la régulation longitudinale

voquant une sortie de trajectoire). Ceci étant, la vitesse de référence sera modulée pour respecter les contraintes prises en compte par le régulateur longitudinal NMPC.

### 5.3.2 Simulation sur $\mathcal{T}_R$ avec une vitesse de référence de 15 km/h

Penchons-nous dans un premier temps sur le test associé au terrain  $\mathcal{T}_R$ , où les lignes droites sont parcourues en subissant un roulis maximal. Cette différence de charges entre le côté gauche et le côté droit doit être pris en compte par la régulation des couples moteurs. En ce qui concerne le virage qui s'effectue à altitude décroissante, le défi pour le régulateur longitudinal est double : il faut non seulement réduire la vitesse dans le virage pour prévenir le renversement du véhicule (et assurer l'adhérence à chacune des roues) mais aussi gérer la pente longitudinale descendante qui favorise l'augmentation de la vitesse.

Avant de juger les performances du régulateur longitudinal, analysons brièvement les données issues du chemin de référence et du terrain.

FIGURE 5.24 – Visualisation de l'évolution des signaux associés au chemin de référence et à la pente du terrain  $\mathcal{T}_R$ 

On remarque que le profil de courbure (figure 5.24a), dont les valeurs extrémales sont restées identiques ( $\pm 0.125m^{-1}$ ) ne dispose plus de ce profil en trapèze si caractéristique, en raison du changement de vitesse. Ce changement est en particulier visible sur la fin de virage, qui voit sa courbure évoluer plus lentement qu'en début de virage. Cette remarque est d'ailleurs également

valable pour le signal de roulis sur la figure 5.24b. Cette dissymétrie entre le début et la fin du virage est importante à noter pour l'analyse du scénario.

Observons maintenant le profil de vitesse associé à ce scénario illustré en figure 5.25a. Il a été choisi de distinguer les composantes longitudinale et latérale de cette grandeur afin de quantifier le suivi de vitesse strictement longitudinal. La vitesse curviligne correspond à la norme du vecteur liant ces deux vitesses :  $v_{\text{curviligne}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ . La vitesse latérale étant négligeable, la vitesse longitudinale et curviligne sont confondues.

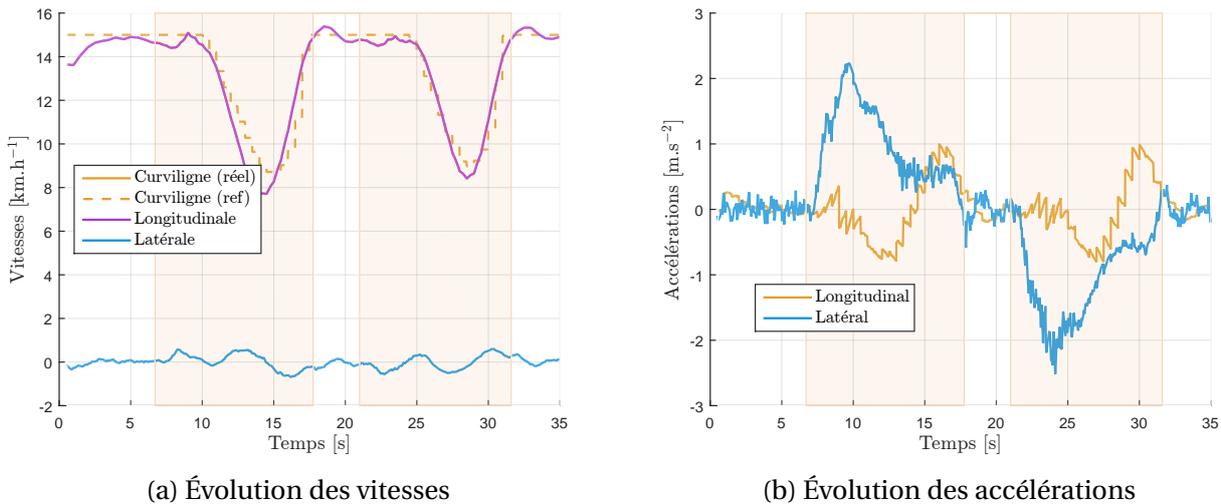


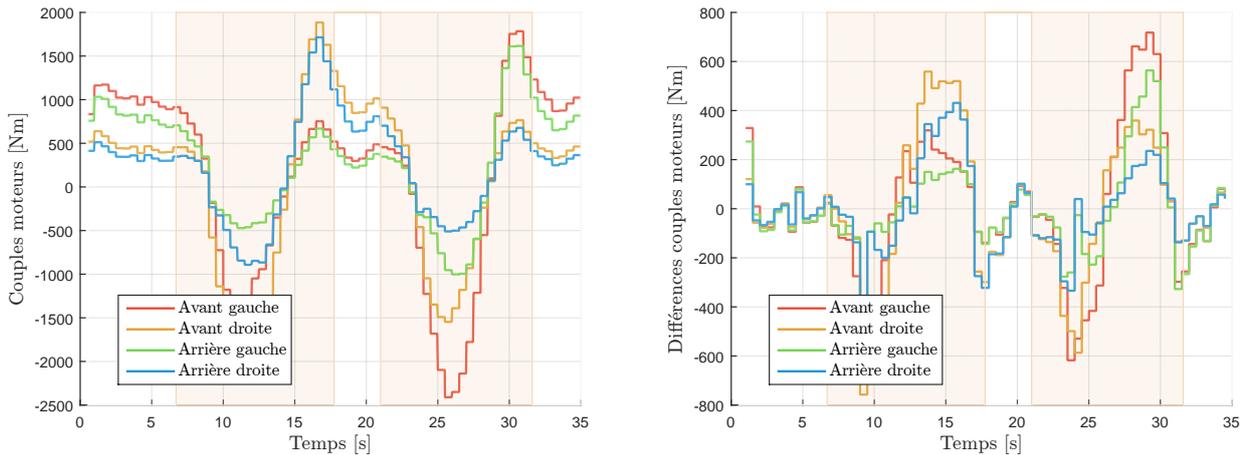
FIGURE 5.25 – Évolution des vitesses et accélérations du centre de gravité parcourant le terrain  $\mathcal{T}_R$

Comme attendu, la vitesse du véhicule opère une sensible décélération pendant les virages et surtout à la fin de ces derniers, comme le montre la figure 5.25a. Le début du virage, malgré l'évolution de la courbure, n'est pas effectué à faible vitesse. Cette stratégie montre que le MPC permet de conserver autant que possible une vitesse de parcours élevée, malgré un terrain changeant. Cette solution permet ainsi d'optimiser le temps de parcours du véhicule le long du chemin de référence, la décroissance de la vitesse n'intervient que quand cela est nécessaire. Lors de cette décroissance de la vitesse de référence, la vitesse réelle du véhicule évolue sans temps de retard notable. Cette décroissance importante de la vitesse longitudinale en virage permet de maintenir la vitesse latérale du centre de gravité dans des valeurs très restreintes. Ceci permet en partie d'améliorer l'adhérence à chacune des roues, car cela limite en grande partie le glissement latéral des pneumatiques. On peut néanmoins regretter que la vitesse du véhicule ne soit pas plus proche de la vitesse de référence le long du parcours, en particulier dans le premier virage.

Quant à l'évolution des accélérations illustrée en figure 5.25b, on constate que les limites imposées sur les accélérations sont respectées. L'accélération latérale présente deux pics à plus de  $2\text{m.s}^{-2}$  en début de virage, lorsque la vitesse n'a pas encore décré; ces pics (qui respectent les contraintes NMPC décrites dans la Table 4.2) sont cependant rapidement résorbés grâce à la faible vitesse du véhicule en virage. Quant au bruit de l'accélération longitudinale, plus basse fréquence que pour

l'accélération latérale, il est certainement dû au fait que le régulateur NMPC génère un signal de commande constant par morceaux, d'une fréquence égale à celle du régulateur NMPC, qui est de 2Hz. Cela se retrouve d'ailleurs sur la figure 5.26a, où on peut visualiser la forme en créneau des signaux de commande.

Analysons maintenant le profil des commandes de couples, moteurs ou freins, à chacune des quatre roues.



(a) Profils des commandes de couples aux quatre roues (b) Profils des écarts de couples entre deux pas de temps successifs aux quatre roues

FIGURE 5.26 – Visualisation de la commande aux quatre roues sur le terrain  $\mathcal{T}_R$

En ce qui concerne l'évolution des couples, ils restent cohérents avec les différentes phases de la trajectoire : une diminution globale des couples est à noter entre 7s et 12s et de même entre 22s et 25s, correspondant aux phases de décélération du véhicule. Cette remarque est aussi valable pour les phases d'accélération en sortie de virage, où les couples moteurs sont fortement positifs. Cependant, il ne faut pas faire correspondre abusivement la négativité du couple avec un freinage et, de manière analogue, la positivité du couple avec une accélération positive. Il est par exemple possible de décélérer avec un couple moteur positif lorsque ce dernier ne suffit pas à compenser la résistance au roulement du sol. Les considérations de charges sur la roue et la pente longitudinale influencent aussi grandement cette valeur de couple. On note effectivement une certaine correspondance le long du parcours entre les roues d'un même côté. Ce phénomène est notamment perceptible lors des accélérations du véhicule. Ceci prouve l'importance des forces normales qui s'appuient sur chacune des roues. En effet, plus une roue supporte une charge conséquente, plus le couple nécessaire à sa mise en rotation est important.

En analysant la figure 5.26b, on note que les écarts de commande entre deux pas de temps successifs parviennent à être restreints malgré la forte évolution des couples le long de la trajectoire. Ceci est notamment permis par l'aspect prédictif du régulateur, permettant d'effectuer le freinage (ou l'accélération) de manière progressive de façon à atteindre la commande de vitesse longitudinale. Sans surprise, les écarts entre deux commandes de couples successives sont plus importants

dans le virage que dans les lignes droites, où la commande reste relativement constante.

Analysons dès à présent l'effet de cette commande sur la dynamique des roues, caractérisée notamment par la vitesse de rotations de ces dernières et les ratios de glissements  $s_x$  à chacune d'elles (voir (2.11) pour la définition des ratios de glissement longitudinal). Cette analyse de la dynamique des roues est primordiale afin de valider ou d'invalider le régulateur longitudinal. En effet, même si la vitesse globale du véhicule est plutôt bien suivie, cela ne doit pas s'effectuer au détriment d'une dynamique individuelle des roues incohérente. La volonté est d'éviter un comportement des quatre roues remettant en cause les hypothèses du régulateur latéral.

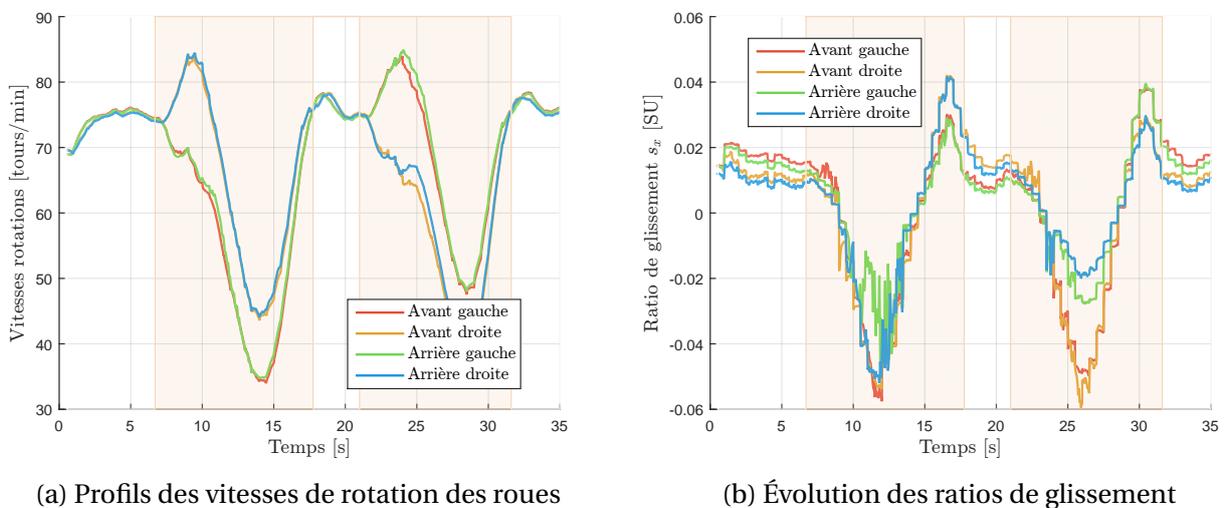


FIGURE 5.27 – Visualisation de la dynamique aux quatre roues sur le terrain  $\mathcal{T}_R$

La figure 5.27a permet de nous rassurer sur ces questions de dynamiques individuelles des roues. En effet, malgré les commandes de couples aux roues, plutôt hétérogènes, les rotations de ces dernières sont synchronisées et cohérentes. On note une claire correspondance entre les roues intérieures au virage, qui tournent à un rythme plus lent que les roues extérieures. Ceci est une dynamique classique dans un véhicule disposant de quatre roues et ne remet pas en cause les hypothèses du régulateur latéral. Au contraire, cette dynamique différenciée entre le côté gauche et droite du véhicule permet de faire correspondre les angles de dérive d'un même essieu (voir plus tard la figure 5.28b) et dans le même temps limiter l'angle de dérive mesuré au centre de gravité. Or, c'est cet angle de dérive, faible, qui constitue la pierre angulaire du régulateur latéral.

Intéressons nous maintenant plus en profondeur à la figure 5.27b exposant les ratios de glissements à chacune des roues. Étant donné les vitesses de rotation des roues proches, il n'est pas étonnant de constater que les ratios de glissements sont très proches entre les quatre roues, et ce, quelque soit la phase de la trajectoire. On note cependant, comme pour les couples et les vitesses de rotation, une certaine correspondance entre les roues d'un même côté, même si cette différence est minime. Cette figure apporte notamment beaucoup d'informations sur la qualité de la stratégie du régulateur longitudinal. De fait, avoir des ratios de glissement identiques entre les quatre roues est un gage de qualité et d'adhérence pour le véhicule. Cette quasi-égalité n'est évi-

demment pas due au hasard : la variance de ces ratios est minimisée, car cela était l'objectif dans le critère NMPC 4.34.

Analysons maintenant la dynamique latérale du véhicule. Bien que ce ne soit pas un objectif de régulation du contrôleur longitudinal, il est nécessaire de s'assurer que les dérives et la vitesse de lacet restent cohérentes vis-à-vis de la situation présente.

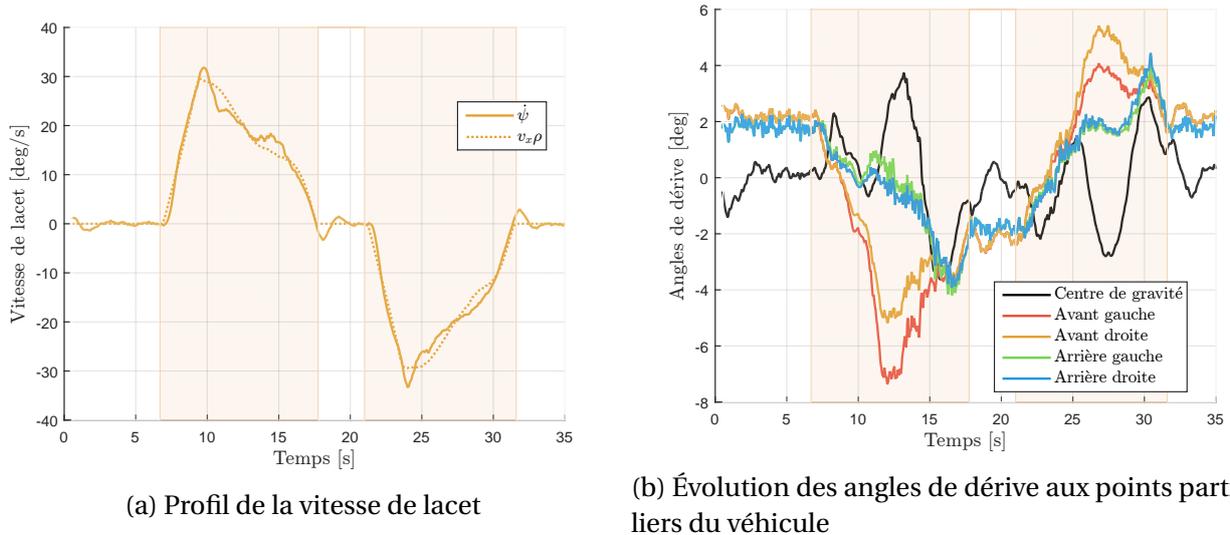


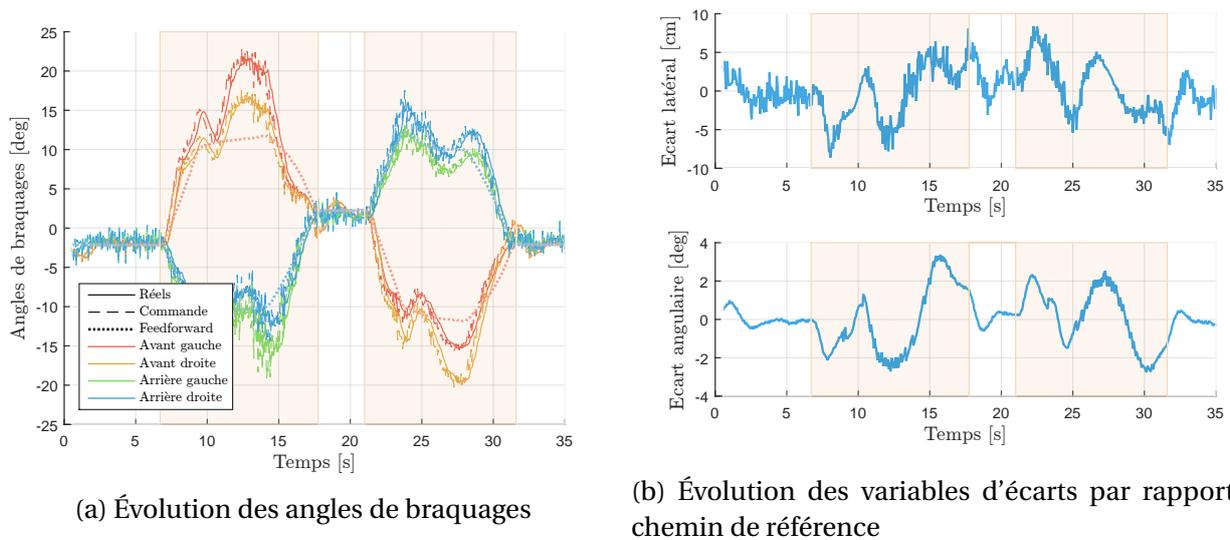
FIGURE 5.28 – Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain  $\mathcal{T}_R$

On remarque sans peine que ces courbes permettent de valider en partie la cohérence du modèle latéral bicycle  $\mathcal{M}_{\text{lat}}$  sur lequel repose le régulateur latéral et qui n'est pas remise en cause par le régulateur longitudinal. Plusieurs indices permettent de nous rassurer quant au couplage satisfaisant des deux régulateurs :

- La vitesse de lacet (représentée dans la figure (5.28a)) est très proche de la valeur théorique  $v_x \rho$  utilisé dans le régulateur latéral, et ce même en cas de vitesses fortement variables (voir figure 5.25a).
- L'angle de dérive des roues (figure 5.28b) restent limitées. L'hypothèse des petits angles pour calculer les forces de glissement reste donc cohérente.
- Les angles de dérive des roues d'un même essieu sont plutôt proches. Cela renforce notre légitimité à pouvoir adopter les hypothèses du modèle bicycle, notamment concernant la notion de roue unique par essieu.

Continuons à analyser la synergie entre les régulateurs longitudinal et latéral en analysant les angles de braquages issus du régulateur latéral et les écarts au chemin de référence qui en découle.

On note très clairement que ce scénario à vitesse variable ne nous invite pas à réexaminer les performances du régulateur latéral, bien au contraire. De fait, diminuer la vitesse en virage permet de limiter considérablement l'accélération latérale. Ceci permet de stabiliser le système et d'obtenir des valeurs d'écarts latéral et angulaire tout à fait satisfaisantes, que ce soit en ligne droite à


 FIGURE 5.29 – Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain  $\mathcal{T}_R$ 

vitesse très élevée ou en virage à vitesse plus faible. La stratégie de séquençement de gains présentée en 3.8 montre ici tout son intérêt, en permettant de varier les gains en fonction de la vitesse longitudinale du véhicule. On note de plus un autre avantage lié au régulateur longitudinal : sa fréquence d'échantillonnage faible (2Hz) permet d'établir un profil de la vitesse moins changeant. La comparaison entre le profil de l'accélération sur  $\mathcal{T}_T$  à vitesse constante figure 5.11b et le profil de l'accélération avec le régulateur NMPC 5.25b démontre clairement ce phénomène. La dynamique longitudinale était moins variable, les signaux associés à la régulation latérale sont par conséquent bien moins bruités, notamment pour le signal de commande d'angles de braquage.

Quant aux angles de braquages, on note une concordance satisfaisante entre la commande issue du feedforward et les commandes effectives. On remarque tout de même une importante implication du feedback en cours de virage. Ceci s'explique simplement : l'inversion du modèle latéral effectué pour calculer la commande feedforward (3.26) suppose une accélération longitudinale nulle, ce qui peut largement être remis en cause ici. Cependant, la commande feedback permet de limiter cette faiblesse et contrer cette dynamique non prise en compte par le feedforward. Ses performances sont telles que le profil des écarts ne présentent pas de dépassements notablement importants lors de ces phases de changements de vitesses.

La dynamique en ligne droite, en présence de roulis, est également rassurante pour qualifier l'interaction entre le régulateur latéral et le régulateur longitudinal. Dans la conception du feedforward, le régulateur latéral doit compenser l'influence du poids dans la pente. On aboutit donc logiquement à une direction de type *crab steering* (angles de braquage non nuls et égaux entre l'avant et l'arrière) visible en 5.29a. Cependant, le modèle de synthèse latéral  $\mathcal{M}_{lat}$  ne traite pas de la résistance au roulement, influant la dynamique longitudinale. C'est pour cela que les couples aux roues sont différentes entre la roue gauche et la roue droite d'un même essieu, pour compenser cette force de résistance au roulement (voir figure 5.26a). Le fait que le feedforward du régula-

teur latéral reste cohérent montre que cette différence de couple ne provoque pas de moment de lacet indésirable. Chaque régulateur arrive à remplir son objectif : l'un compense la pente tandis que l'autre compense les résistances au roulement aux roues (voir 5.30a).

Maintenant que nous avons montré que les dynamiques longitudinale et latérale présentent des caractéristiques satisfaisantes au vu de la situation, concluons sur la stabilité du véhicule, notamment en termes de répartition des charges.

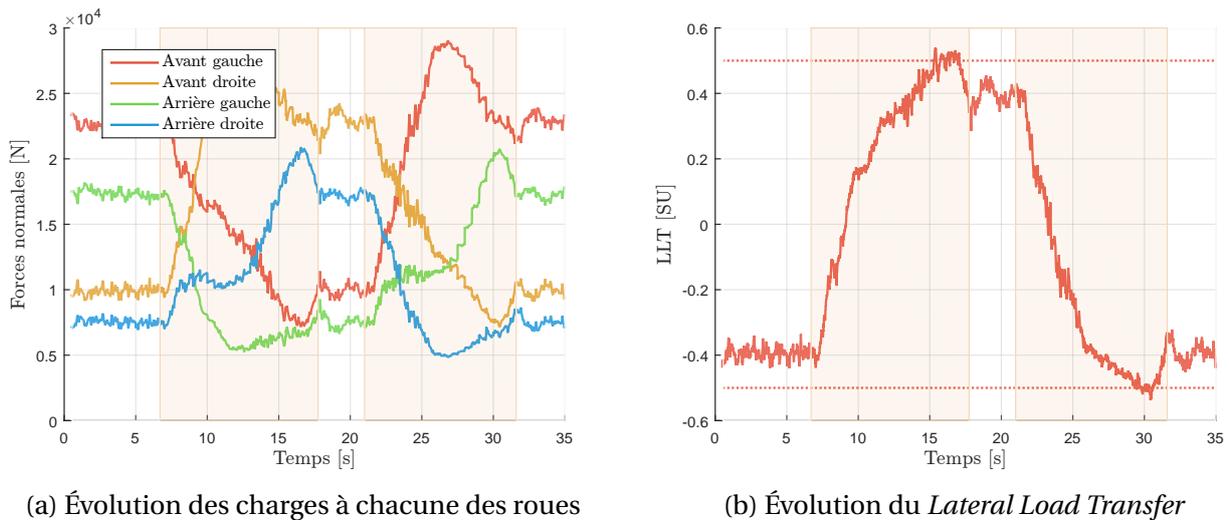


FIGURE 5.30 – Stabilité du véhicule évoluant dans le terrain  $\mathcal{T}_R$

On note que la répartition des charges est satisfaisante et répond en grande partie aux spécifications du régulateur longitudinal. En observant la figure 5.30b, d'infimes dépassements du LLT de référence (valant 0.5) sont à noter à la fin des deux virages. En observant cette évolution du LLT, l'évolution de la vitesse de référence présentée dans la figure 5.25a devient plus intelligible. Nous pouvons nous étonner en effet de l'évolution de la vitesse n'intervenant que dans un second temps dans le virage. L'évolution du LLT nous permet d'apporter des réponses à cette remarque : cette forte vitesse en début de virage est associée à un LLT qui se rapproche de 0. Cependant, arrivé à un certain stade du virage, l'évolution du LLT est telle qu'il est nécessaire de réduire la vitesse longitudinale pour assurer la stabilité latérale du véhicule. Ceci est permis par l'aspect prédictif du régulateur longitudinal.

**Conclusions sur les performances du régulateur latéral sur  $\mathcal{T}_R$**  Au regard de ce premier scénario de simulation, il apparaît que le régulateur longitudinal arrive à remplir les objectifs pour lesquels il a été conçu. En effet, la stabilité latérale est assurée par une valeur de LLT en deçà des spécifications. Les autres variables inhérentes à la stabilité du système (ratio de glissement  $s_x$ , vitesses de rotation des roues, dérives du véhicule) présentent des valeurs tout aussi satisfaisantes et respectent les contraintes posées par l'utilisateur. Ces résultats sont d'autant plus convenables que le véhicule considéré est un enjambeur très massif (6T) avec un centre de gravité très élevé

(1.7m de haut). Ces conclusions permettent de valider la capacité du régulateur longitudinal à faire suivre une vitesse de référence variable au véhicule, vitesse de référence calculée de telle sorte à éviter un report de charges trop important entre les roues, dans une optique d'adhérence des roues et de prévention du renversement.

Cependant, il faut garder à l'esprit la limitation suivante : le modèle supportant le régulateur NMPC est par définition simplifié par rapport au système réel. A ce titre, une contrainte sur le système peut être respectée du point de vue du régulateur longitudinal reposant sur le modèle  $\mathcal{M}_{lon}$  mais que ce ne soit pas le cas dans le système réel. L'exemple le plus frappant est celui du respect de la loi de Coulomb, dont les courbes représentatives sont visibles sur la figure 5.31.

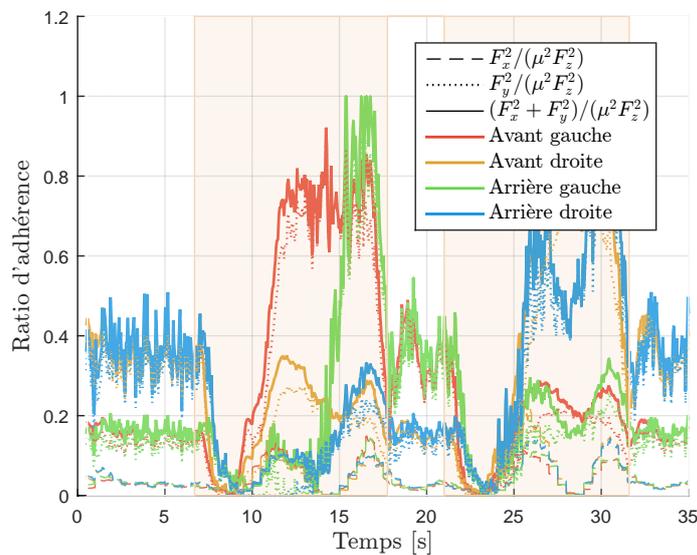


FIGURE 5.31 – Évolution du ratio d'adhérence à chacune des roues

Cette figure montre que malgré la décroissance de la vitesse en virage et la limitation des ratios de glissements, le ratio d'adhérence des roues est ponctuellement proche de 1 sur ce parcours. L'évolution des forces de glissement est de fait plus complexe à modéliser que ce que le permet le modèle  $\mathcal{M}_{lon}$  et ces dernières, non linéaires, peuvent vraisemblablement être sous-estimées par le régulateur longitudinal. Mais cette remarque est vraie pour n'importe quel solution de commande, et le fait d'utiliser un modèle certes simplifié, mais tout de même non-linéaire à 4 roues dans la commande MPC apporte déjà un gage de réalisme et donc de robustesse.

### 5.3.3 Simulation sur $\mathcal{T}_T$ avec une vitesse de référence de 15 km/h

Pour ce test final, la configuration du véhicule et des régulateurs qui y sont associés reste identique à la situation précédente. Seule l'orientation de la pente change. Le but de ce test est de vérifier la capacité du régulateur longitudinal à prévenir les risques de renversement, surtout lorsque l'accélération latérale et la pente agissent de pair au détriment de la stabilité globale du véhicule. Cet effet conjoint a notamment été visible dans la section 5.2.5 lors du test du régulateur latéral

à fortes vitesses, car le véhicule, lourd et avec un centre de gravité très haut, se renversait dans cette pente. L'intérêt du régulateur longitudinal trouve donc tout son sens dans cette situation, où le contrôle de la vitesse longitudinale et des couples moteurs de chaque roue va permettre de stabiliser le système et de traverser ce terrain pentu et peu adhérent.

Analysons tout d'abord les signaux associés à la courbure du chemin de référence et aux pentes le long du parcours sur le terrain  $\mathcal{T}_T$ .

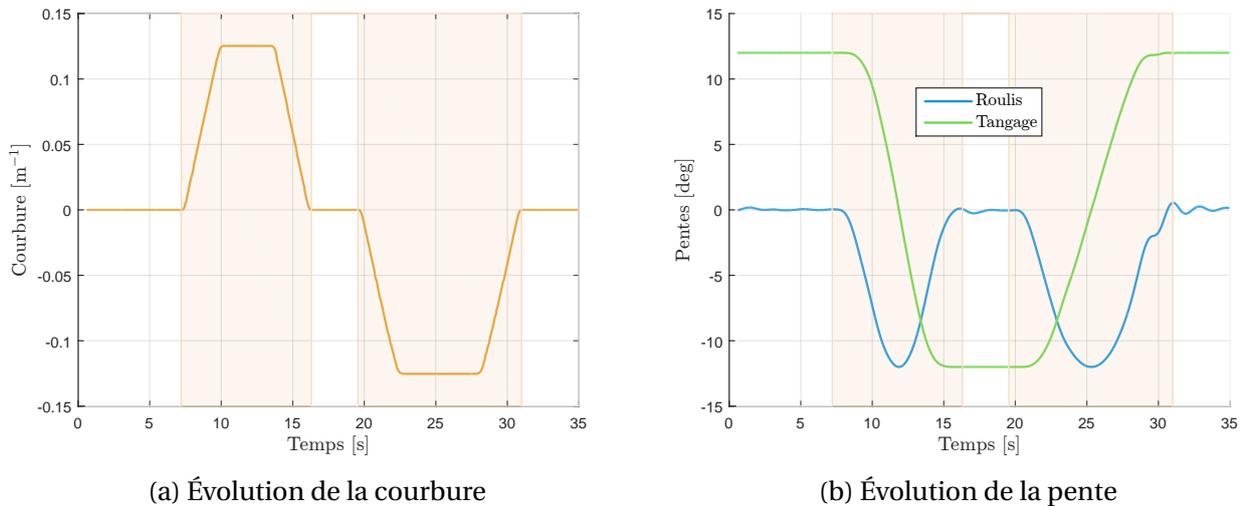
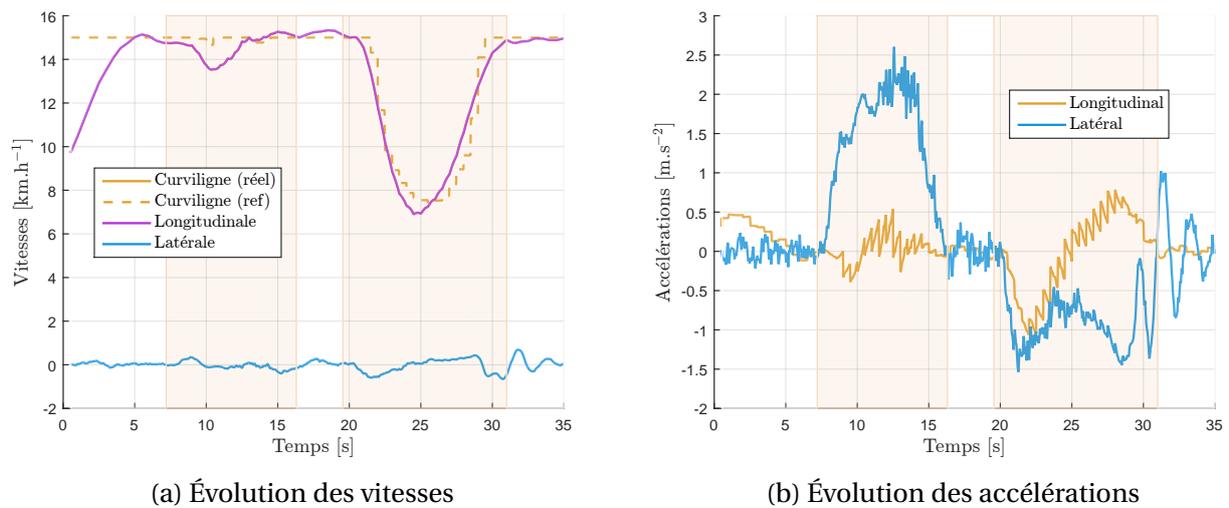


FIGURE 5.32 – Visualisation de l'évolution des signaux associés au chemin de référence et à la pente sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

Le signal de courbure en fonction du temps visible sur la figure 5.32a nous est maintenant bien familier. On constate néanmoins des différences importantes avec la situation précédente : là où le profil est trapèze était déformé en raison de la vitesse variable dans le virage, il semble ici être préservé d'une telle transformation. Ceci indique une constance de la vitesse en virage, ce qui est logique compte tenu de la situation. À véhicule équilibré à plat ( $d_L = d_R$ ), le terrain  $\mathcal{T}_T$  ne provoque pas de distinction en termes de LLT entre le début et la fin du virage, contrairement à  $\mathcal{T}_R$ , où le roulis est d'abord favorable puis défavorable à la stabilité du véhicule. La figure 5.32a semble également indiquer que le second virage est bien plus chronophage que le premier, indiquant une baisse de vitesse notable dans le second virage, comme le montrera la figure 5.33a. Cette différenciation entre les deux vitesses est également visible sur la figure 5.32b, où l'évolution des pentes est plus lente.

Regardons maintenant plus en détail les profils des vitesses et accélérations sur les figures 5.33a et 5.33b.

Tout d'abord, avant même de considérer les virages, analysons le suivi de vitesse dans les lignes droites. Bien que la véhicule démarre à une vitesse relativement faible, le régulateur parvient dans un temps restreint à rattraper rapidement la vitesse de référence élevée. Ceci est d'autant plus satisfaisant que la pente longitudinale, à ce moment, s'oppose au mouvement. Quant à la seconde ligne droite, de courte durée en raison de la forte vitesse, le suivi de vitesse y est satisfaisant.

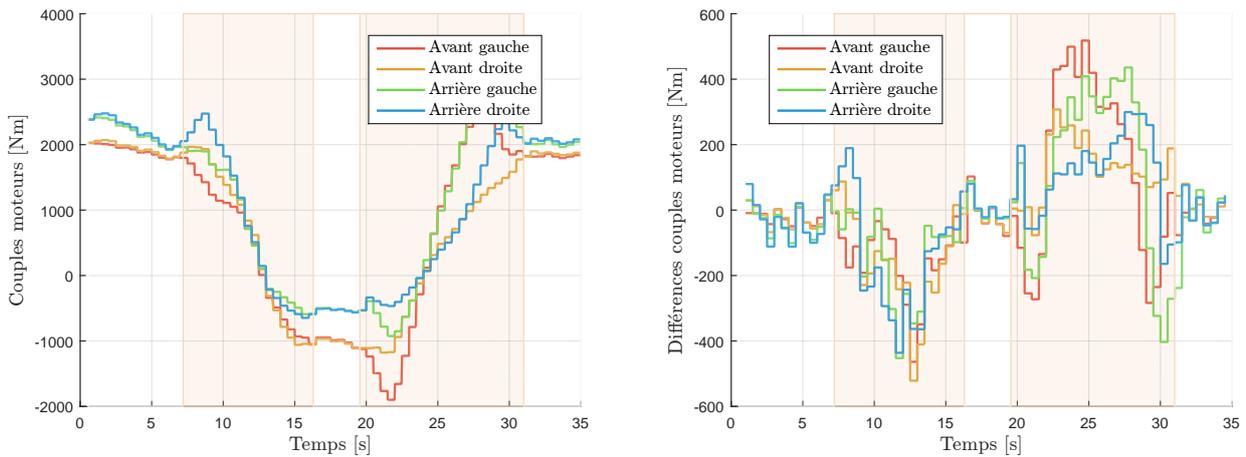

 FIGURE 5.33 – Évolution des vitesses et accélérations lors du parcours sur le terrain  $\mathcal{T}_T$ 

Intéressons-nous à présent aux virages, sources d'informations intéressantes. On note évidemment la profonde distinction entre les deux virages : tandis que le premier est parcouru à une vitesse très forte, le second est parcouru à une vitesse deux fois moins élevée au plus fort du virage. Cette distinction a pour origine la définition de la vitesse de référence, qui prend en compte la complémentarité de la pente latérale et de la courbure dans l'équilibre du véhicule. Dans le premier cas, ces dernières se compensent en partie tandis qu'elles se combinent dans le second virage, mettant à mal la stabilité du véhicule. Cette faible vitesse explique également l'origine de l'accélération latérale modérée dans le second virage, visible dans la figure 5.33b. On note tout de même que le suivi de vitesse n'est pas optimal dans le premier virage. La vitesse diminue légèrement en haut de la pente, laissant penser que le régulateur longitudinal a sous-évalué la puissance motrice nécessaire au maintien de la vitesse, lors du virage dans la pente. Cette faiblesse du régulateur n'est cependant que passagère comme le montre le reste du suivi de vitesse.

Le profil des commandes de couples associées à cette situation est visible sur les figures 5.34a et 5.34b.

Le profil des commandes montre une grande cohérence entre les commandes à chacune des roues. Comme cela peut être attendu, les changements les plus brusques interviennent lors du changement de signe de la pente longitudinale, dans les virages. En effet, cette pente est d'une importance cruciale dans la méthode de calcul des couples moteurs : lors des phases de montée (première et dernière ligne droite), les couples sont clairement positifs tandis qu'ils sont négatifs dans la descente. L'allocation des couples mérite d'être analysée également ici : là où le parcours sur  $\mathcal{T}_R$  montrait une commande très liée entre les roues d'un même côté, l'accent est mis ici sur la correspondance des commandes pour les roues d'un même essieu, surtout dans les phases de lignes droites.

Comme le confirme la figure 5.34b, on note une évolution très douce de la commande. En effet,

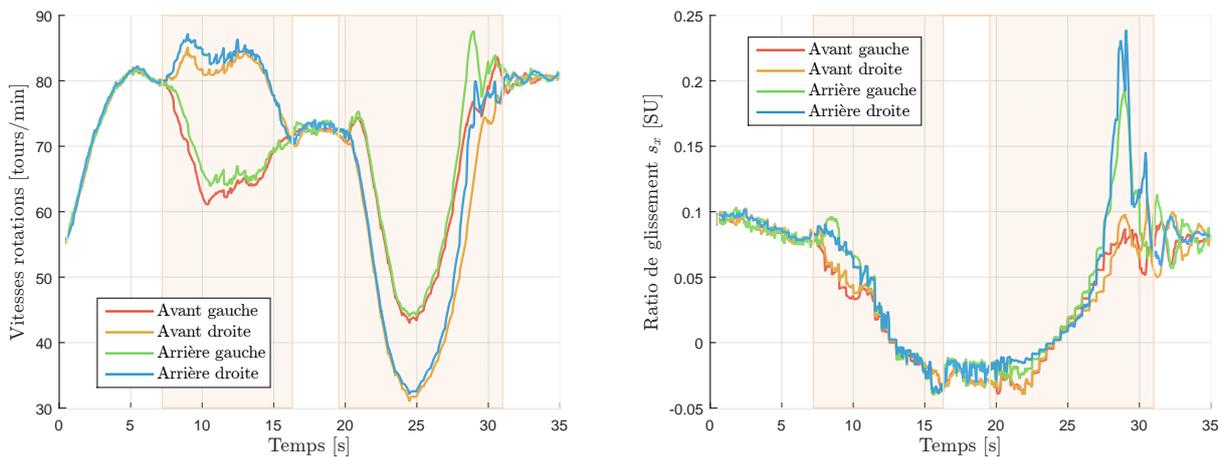


(a) Profils des commandes de couples aux quatre roues (b) Profils des écarts de couples entre deux pas de temps successifs aux quatre roues

FIGURE 5.34 – Visualisation de la commande aux quatre roues sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

la différence de couples entre deux pas de temps successifs du régulateur longitudinal ne dépasse pas 500Nm, bien en deçà de la puissance maximale du moteur. Cette évolution douce apporte plusieurs avantages :

- une importante économie énergétique
- un report de charges minime, grâce à la faible accélération que cette commande génère
- une détérioration moindre des sols sur lequel évolue le véhicule



(a) Profils des vitesses de rotation des roues

(b) Évolution des ratios de glissement

FIGURE 5.35 – Visualisation de la dynamique aux quatre roues sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

Les figures 5.35a et 5.35b confirment les conclusions issues de l'analyse des profils de commandes. Tout d'abord, les ratios de glissement  $s_{x,i}$  (figure 5.35b) sont quasi-identiques à chacune des roues, et ce quelle que soit la phase de la trajectoire. Le profil des vitesses de rotation des roues (figure 5.35a) est tout aussi satisfaisant. L'égalité des vitesses de rotation en ligne droite et l'écart

droite/gauche dû à la géométrie d’Ackermann (voir annexe C) sont caractéristiques d’un véhicule à essieux directeurs.

Tout ceci doit notamment être nuancé lors du second virage. En effet, le glissement sur les roues arrière y est très élevé et dépasse même ponctuellement la limite de  $\pm 0.2$  imposée par le régulateur longitudinal. La sous-estimation des glissements combinée à une demande d’accélération importante est à l’origine de ce dépassement.

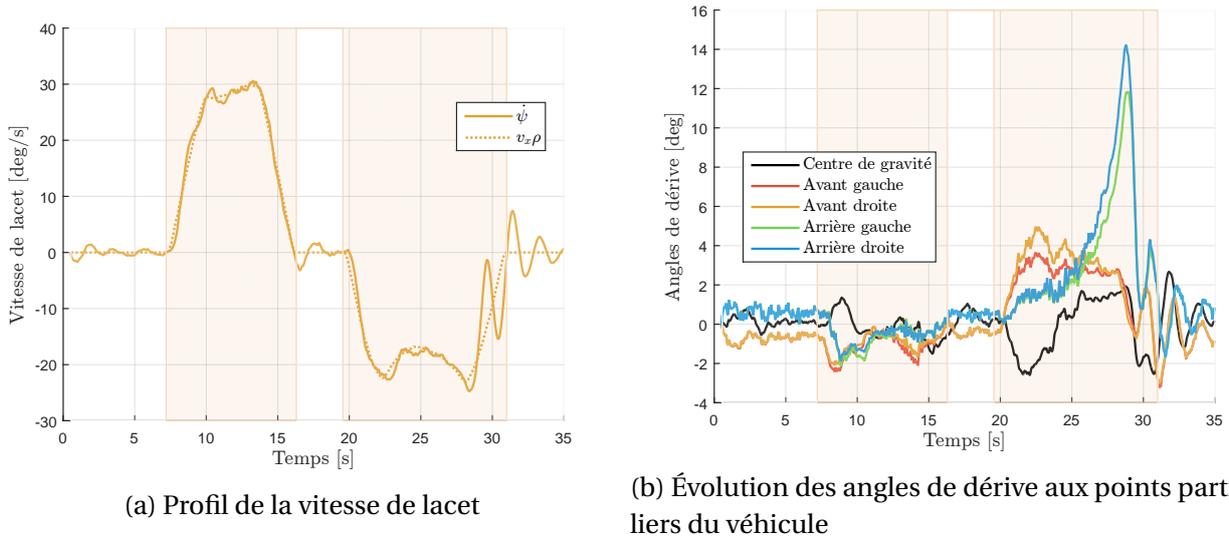


FIGURE 5.36 – Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

Analysons maintenant la dynamique latérale du véhicule, pour nous assurer de sa cohérence vis-à-vis du véhicule, voir figures 5.36a et 5.36b. On remarque évidemment une chute de la vitesse de lacet dans le virage, dû à l’importante décélération. Malgré les importantes vitesses et accélérations, cette vitesse de lacet est proche de son approximation  $v_x \rho$ . Le régulateur latéral semble donc rester là encore cohérent dans ces conditions, car le couple de lacet ainsi générée est cohérent, malgré les oscillations de la vitesse de lacet à la fin du second virage. En ce qui concerne les dérives, elles sont comme dans la situation précédente contenues, exceptées encore une fois pour les roues arrière en fin de second virage en raison de l’accélération finale importante. Ces fortes vitesses rendent également la vitesse de lacet oscillante en fin de second virage, en raison de la difficulté de la trajectoire. Le véhicule retrouve néanmoins une stabilité en fin de virage comme le montre les angles de dérive. Les bonnes performances du régulateur latéral dans cette situation complexe ne sont donc pas fondamentalement remises en cause, comme l’atteste les figures 5.37a et 5.37b. Le feedforward reste pertinent pendant une grande partie du parcours, nous rassurant ainsi sur une bonne synergie entre les deux régulateurs. La phase d’accélération importante à la fin du second virage reste néanmoins complexe à gérer.

Malgré la vitesse variable et des reports de charge importants, on note que les performances sont particulièrement intéressantes, même en virage. Comme cela était attendu en considérant les remarques précédentes, on note tout de même une difficulté de régulation latérale dans le second

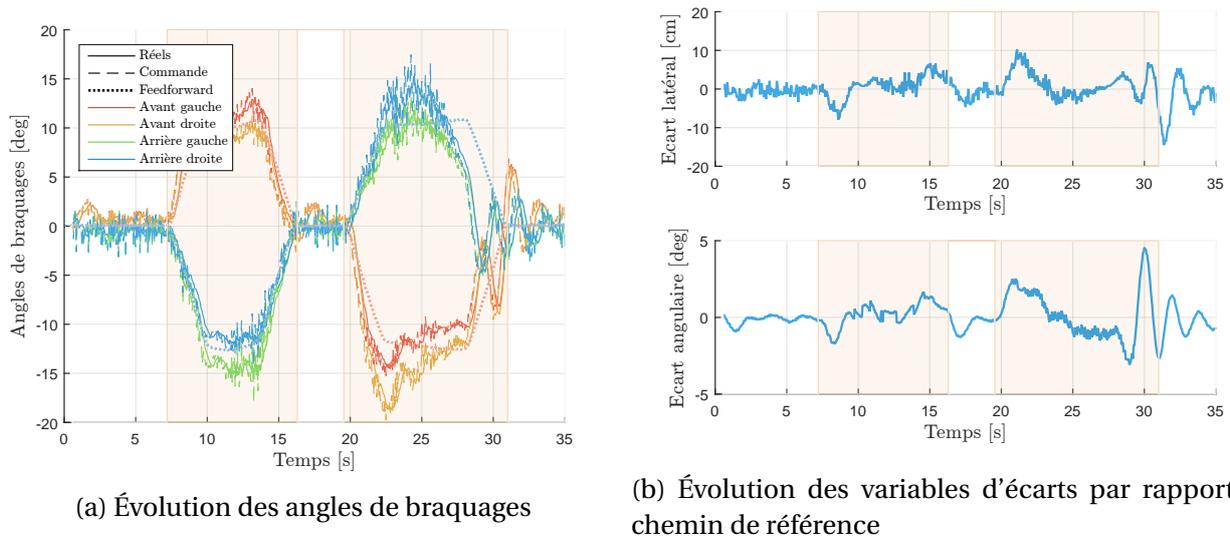


FIGURE 5.37 – Visualisation de la dynamique latérale du véhicule sur le terrain  $\mathcal{T}_T$

virage. Ces écarts notables (13 cm et 5 degrés) doivent être néanmoins mis en comparaison de la vitesse du véhicule, de 15 km/h en début et fin de virage de virage. La pente peu adhérente est une autre difficulté qui est bien prise en compte par ce régulateur latéral qui assure des performances intéressantes même à vitesses élevées.

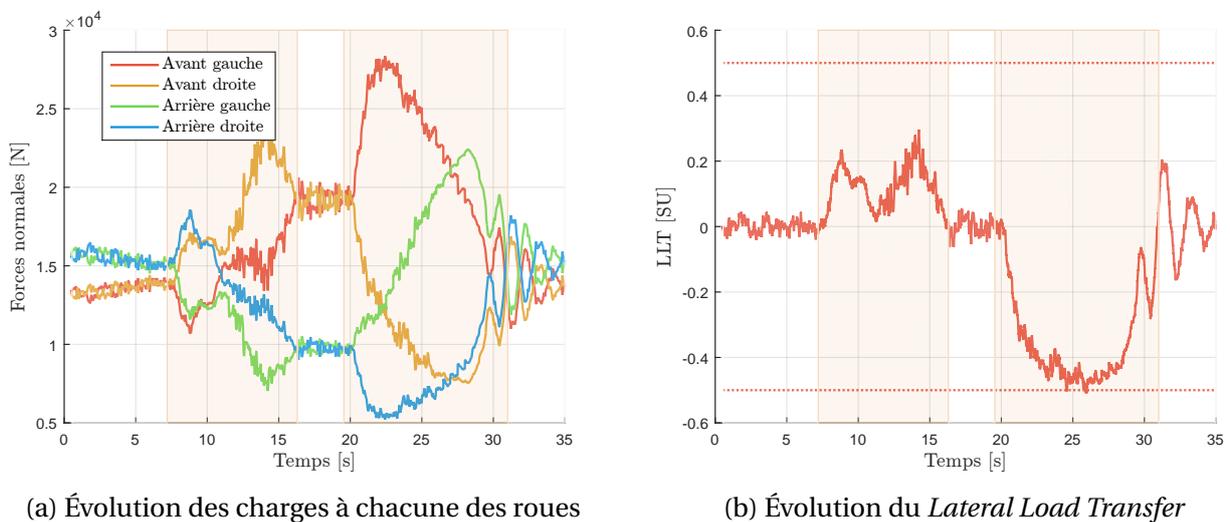


FIGURE 5.38 – Stabilité du véhicule évoluant dans le terrain  $\mathcal{T}_T$

Ces performances sont d'autant plus intéressantes que le report de charges dans cette situation est très important dans le second virage, où la répartition des charges est très déséquilibrée : 25% sur le côté droit et 75% sur le côté gauche. Cet écart est particulièrement visible au début du virage où la force normale sur la roue avant gauche est jusqu'à 4.5 fois plus importante que celle à la roue arrière droite. Ce déséquilibre se résorbe cependant au fur et à mesure que la vitesse longitudinale décroît, d'où cette stabilisation du *LLT* dans le virage visible dans la figure 5.38b. Cette dernière

confirme d'ailleurs l'importance de la vitesse de parcours du terrain dans la définition du LLT, surtout dans le premier virage. En effet, bien que le roulis favorise le report de charges vers le côté gauche du véhicule, on note la positivité du LLT indiquant un transfert de charges sur le côté extérieure au virage, *i.e.* le côté droit du véhicule.

**Conclusions sur les performances du régulateur longitudinal sur  $\mathcal{T}_T$**  Ce test sur simulateur réaliste du régulateur longitudinal NMPC couplé avec le régulateur latéral  $R_{\text{dyn}}$  montre des performances satisfaisantes, en termes d'équilibre, de suivi de vitesse et de régulation latérale du système. Le terrain  $\mathcal{T}_T$  est de plus très propice à un transfert de charges intervenant dans la dernière partie de la simulation. En effet, la pente et l'accélération latérale se combinent dans ce dernier virage et peut mettre à mal le suivi de trajectoire comme le montrent les performances dégradées du régulateur latéral dans ce contexte. La situation est également complexe pour le régulateur NMPC qui fait appel à un modèle assez rudimentaire des pneumatiques, ne rendant pas compte de la saturation des forces de glissement. La stratégie de commande proposée, pour peu qu'elle sous-estime l'effet d'une faible adhérence, peut avoir tendance à entraîner ponctuellement le véhicule dans une situation de perte d'adhérence sur certaines roues. C'est ce que montre la figure 5.39 qui rend explicite la relation entre les forces normales et tangentielles au point de contact.

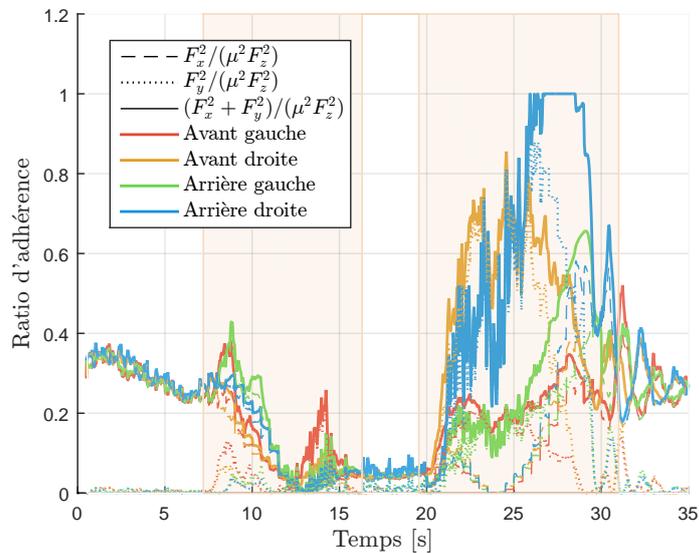


FIGURE 5.39 – Évolution du ratio d'adhérence à chacune des roues

La roue arrière droite, très fortement délestée, arrive dans un état où la roue dérape. Cette perte d'adhérence rend alors le véhicule moins contrôlable. Cette dernière situation met en lumière une potentielle limitation de l'organe de calcul de vitesse de référence. En effet, en raison de la courbure et de la pente latérale qui s'annulent simultanément, la vitesse de référence a tendance à fortement augmenter, car le LLT n'est plus un facteur limitant. Or, l'état du véhicule ne permet pas alors une accélération subite du centre de gravité sans perte de performances de la régulation latérale. La définition de la vitesse de référence pourrait être affinée pour considérer ces situations

particulières.

## 5.4 Conclusions générales sur les résultats des tests des régulations latérale et longitudinale

Les simulations présentées dans ce chapitre sont variées et ont permis de tester les forces et les faiblesses des deux régulateurs dans des situations très diverses.

Commençons tout d'abord par le régulateur latéral  $H_2/H_\infty$ . L'architecture feedforward / feedback a montré ici tout son intérêt dans la génération d'une commande de braquage des roues efficace. Le feedforward, prenant en compte notamment les pentes, la vitesse du véhicule et les caractéristiques des pneumatiques, parvient à s'adapter à de nombreuses situations, que ce soit en termes de virages ou de pentes. Cette adaptabilité est particulièrement compatible avec le fait d'avoir deux essieux directeurs, permettant par exemple une marche en crabe dans une pente latérale pour compenser l'effet du poids latéral. Quant au feedback, on a montré qu'il permettait une annulation efficace des écarts angulaire et latéral même dans des situations de forts reports latéraux de charge, non pris en compte dans le modèle de synthèse du véhicule. Ces performances résultent d'une conception robuste des gains du feedback qui considère de fortes incertitudes sur les paramètres du véhicule. [Leg+22a] traite d'ailleurs plus précisément de la qualité de cette régulation en présence d'une très forte incertitude paramétrique sur la masse ou même sur l'emplacement du centre de gravité.

En ce qui concerne le régulateur longitudinal NMPC, il a pu être remarqué qu'il était particulièrement efficace pour générer une commande de couples distincts entre les moteurs des roues. Cette prise en compte explicite de la situation de chacune des roues permet de s'adapter à de fortes disparités de charges, ce qui est une situation courante pour un véhicule off-road à haut centre de gravité évoluant en terrain pentu. Cette prise en compte est notamment permise par le fait que ce régulateur longitudinal gère dans le même temps la génération de la vitesse de référence, l'allocation des couples aux roues et le respect des contraintes de stabilité (antipatinage, maintien de l'adhérence etc.). Le caractère prédictif de ce régulateur permet de plus de générer une commande sans à-coups des couples moteurs. Les objectifs de ce régulateur longitudinal, isoglissement des roues et suivi d'une vitesse empêchant le renversement notamment, sont globalement remplis malgré un contexte de pente et de trajectoire exigeant. La bonne interaction entre les deux régulateurs est aussi un important motif de satisfaction. Cette synergie est due au fait que chacun des deux régulateurs parvient à s'adapter à l'action de l'autre : le régulateur latéral, à travers le séquençage de gains, s'adapte aux changements de vitesses et le régulateur longitudinal s'appuie sur une prédiction des angles de braquage déduite de la trajectoire à suivre.



# CONCLUSION GÉNÉRALE

---

## Conclusion

Cette thèse traite des méthodes d'automatisation des véhicules off-road. Elle avait précisément pour cible la production d'une solution de suivi de trajectoire robuste, et ce dans le contexte de terrains complexes et non structurés, caractérisés par des faibles adhérences et des pentes particulièrement notables. Le off-road, avec son cortège de sols de différentes natures et en pentes diverses, rend ardue l'automatisation des contrôles longitudinal et latéral du véhicule. Les régulations tant longitudinale que latérale du véhicule se doivent d'être robustes, et de prévenir le renversement du véhicule ou bien sa perte d'adhérence. Ce travail de régulation du véhicule évoluant en terrain complexe doit non seulement considérer la variabilité du terrain, mais également la variabilité du véhicule. En effet, les véhicules off-road ont la particularité d'avoir des architectures et des propriétés très spécifiques liées à leur utilisation. On peut par exemple citer l'emplacement du centre de gravité très haut pour un enjambeur ou une masse très variable pour une moissonneuse. Les algorithmes de régulation doivent donc considérer ces particularités.

Au final, la contribution principale de la thèse réside dans la proposition d'une méthodologie conceptuelle modulaire, d'une solution à base de deux régulateurs, incluant la prévention de glissements importants et la prévention de renversements. Le premier régulateur porte sur le contrôle latéral du véhicule, au travers de la commande des angles de braquage des roues. Les cas relatifs à la présence d'un ou de deux essieux directeurs ont été considérés. Le second régulateur porte sur le contrôle longitudinal du véhicule au travers de la commande des couples moteurs appliqués sur les quatre roues. La commande est conçue de manière à respecter l'ensemble des contraintes liées à la stabilité du véhicule, celle d'anti-renversement notamment, prégnant dans le cas des enjambeurs notamment, haut perché et évoluant en terrain pentu.

S'agissant de commande à base de modèle, un état de l'art sur la modélisation de la dynamique d'un véhicule à quatre roues a été réalisé. Compte tenu des objectifs poursuivis, le mémoire se concentre sur les modèles dynamiques, mieux à même de décrire l'ensemble des interactions entre le véhicule et le sol sur lequel il repose. Un modèle dynamique est proposé dans la première partie du manuscrit. Il s'agit d'un modèle de véhicule à quatre roues, de complexité juste nécessaire, dont l'aspect novateur réside dans la prise en compte des pentes dans chacune des dynamiques animant le véhicule.

Le chapitre 3 s'intéresse à la régulation latérale du véhicule. Différentes solutions de contrôle latéral préexistantes sont passées en revue en début de chapitre, notamment celles adaptées au do-

---

maine agricole. L'analyse de leurs avantages et inconvénients respectifs nous a amené à adopter le formalisme  $H_2/H_\infty$  pour formuler le problème de commande comme un problème de commande multi-objectif et multi-modèle. Un modèle simplifié, issu du modèle dynamique étendu défini au chapitre précédent, a été défini pour supporter la synthèse de la commande des angles de braquage des roues du véhicule. Les pentes et les reports de charges influant sur les forces aux points de contact sont pris en compte dans ce modèle de synthèse; il s'agit d'une autre contribution de cette thèse dans le domaine de la régulation latérale de robots mobiles. Combinant feedback et feedforward, la solution s'avère robuste, de par la prise en compte pendant la synthèse d'incertitudes au travers d'une représentation multi-modèle. Le compromis performance-robustesse est géré au mieux, grâce à l'optimisation multi-objectif traitée sans pessimisme par l'utilisation d'un solveur d'optimisation non lisse. Le régulateur résultant, calculé hors ligne, se révèle être très peu gourmand en ressources de calcul embarqué.

Le chapitre 4 traite de la régulation longitudinale du véhicule évoluant en terrain pentu et peu adhérent. Un état de l'art des régulations longitudinales existantes, de la génération des vitesses à la prise en compte de la stabilité latérale, y est effectué. L'examen des contributions antérieures a motivé l'adoption d'une loi de commande dite *Model Predictive Control* (MPC). La commande MPC procédant à une optimisation en ligne, elle permet d'anticiper l'état futur du système et de tenir compte des contraintes à appliquer sur les différents signaux d'intérêt, qu'il s'agisse de variables d'état ou de commande. Quelques précautions ont été prises supportant notre parti-pris d'une conception modulaire et d'une implémentation indépendante des deux régulateurs. Les pentes et la faible adhérence du terrain sont également prises en compte dans le modèle de synthèse du régulateur longitudinal. Une métrique utilisant par ailleurs ces pentes et les reports de charges permet la définition d'une vitesse de référence élevée, au plus proche de celle planifiée, mais compatible avec les contraintes d'antirenversement en virage.

Enfin, le chapitre 5 est dédié aux résultats obtenus avec la solution proposée, pour un scénario exigeant et sur un simulateur réaliste prenant en compte les principaux phénomènes associés au contexte off-road. Parmi ces phénomènes, on peut notamment citer le report de charges du véhicule, le couplage des dynamiques latéral et longitudinal ou encore le caractère meuble du sol. Une instrumentation réaliste est également prise en compte. Le régulateur latéral est d'abord testé en comparaison avec un autre régulateur off-road issu de la littérature. Les tests sont effectués à vitesses constantes dans différentes configurations de terrain. Le régulateur longitudinal, couplé avec le régulateur latéral  $H_2/H_\infty$ , est ensuite testé avec une vitesse de référence élevée, qui est amené à être diminué dans les situations extrêmes.

Ces simulations dans diverses parcelles permettent dans le même temps de valider l'aspect sécuritaire du régulateur longitudinal et la capacité du régulateur latéral à suivre le chemin de référence, même en cas de vitesse variable.

---

## Perspectives de la thèse

L'une des perspectives les plus immédiates de cette thèse est la mise en application des algorithmes de régulation présentés dans le présent manuscrit. Cette implémentation permettra de valider ou d'infirmier les bons résultats constatés en phase de simulation. Cela permettra notamment d'apprécier la robustesse des régulateurs, qui n'est validée que théoriquement pour l'instant. Cette phase de tests sur véhicule réel permettra en outre de juger l'interaction entre les capteurs (virtuels ou non) et les régulateurs. Bien qu'un effort de modélisation ait été effectué dans le simulateur réaliste, il est probable que les capteurs réels génèrent des erreurs non modélisées. Les problématiques liées à la disponibilité de certains capteurs, notamment de l'antenne GNSS, pourront à ce moment-là être également appréciées.

Une autre perspective de la thèse serait d'adopter une vision plus systémique dans la conception des régulateurs. Les hypothèses de conception supposent en effet une parfaite correspondance entre la commande générée et les grandeurs physiques effectives sur le système, ignorant ainsi totalement la dynamique des actionneurs. Cette prise en compte de la dynamique des actionneurs permettrait notamment de considérer plus précisément les considérations énergétiques associées au système. Cette avancée aurait néanmoins l'inconvénient d'altérer l'universalité des régulateurs présentés dans ce manuscrit, car la loi de commande serait dépendante du type de motorisation ou du type d'actionneur d'angle de braquage.

Enfin, la prise en compte des défis d'implémentation sur cible embarqué doit être plus précisément examinée pour considérer sereinement la mise en œuvre des régulateurs sur un véhicule off-road. Cette remarque concerne surtout le régulateur longitudinal MPC, qui se révèle être particulièrement consommateur de ressources de calcul. Or, les capacités des calculateurs embarqués sont limitées, d'autant plus si ces derniers cumulent plusieurs fonctions, ce qui est couramment le cas. Des voies vers une solution de complexité d'implémentation réduite existent, et font l'objet des perspectives de cette thèse.



# MATRICE DE PASSAGE ENTRE LE REPÈRE VÉHICULE ET LE REPÈRE GLOBAL

On s'intéresse dans cette section à la méthodologie ayant accompagné la conception de la matrice de passage utilisée dans la modélisation du système à contrôler.

## A.1 Formulaire trigonométrique

Voici un bref rappel des formules trigonométriques utilisés dans cette section. On pose  $a$  et  $b$  deux réels, non nuls simultanément pour les formules liées à  $\text{atan2}$ , quelconques pour les autres.

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(a) = \cos(-a) \\ \sin(a) = -\sin(-a) \\ 1 = \cos^2(a) + \sin^2(a) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\ \cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ \sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b) \\ \sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin(\text{atan}(a)) = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \\ \cos(\text{atan}(a)) = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \cos(\text{atan2}(a, b)) = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \sin(\text{atan2}(a, b)) = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{array} \right.$$

## A.2 Conception de la matrice de passage

### A.2.1 Détermination des coordonnées des points

Le but de cette partie est de définir le plan du terrain. On choisira une définition du terrain comme celle présentée en 2.3 . Pour cela seront utilisées les coordonnées d'un vecteur normal  $\vec{n}$  dans le but de définir le plan.

$$\vec{n} = \cos(\alpha)\vec{u}_{z_G} - \sin(\alpha)(\cos(\Theta)\vec{u}_{x_G} + \sin(\Theta)\vec{u}_{y_G})$$

En considérant que le point  $O_0$  est à une altitude  $h_{\text{origine}}$ , on a donc une équation du plan de la forme suivante :

$$\sin(\alpha) \cos(\Theta)x + \sin(\alpha) \sin(\Theta)y - \cos(\alpha)(z - h_{\text{origine}}) = 0$$

Autrement dit :

$$z = \tan(\alpha) \cos(\Theta)x + \tan(\alpha) \sin(\Theta)y + h_{\text{origine}} \quad (\text{A.2})$$

On lie ainsi la côte d'un point du terrain avec son abscisse et son ordonnée dans  $\mathcal{R}_0$ . Soit I un

point quelconque du terrain, on a donc I  $\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ \tan(\alpha) (\cos(\Theta)x_I + \sin(\Theta)y_I) + h_{\text{origine}} \end{pmatrix}$

On va considérer dans la suite pour simplifier les équations que  $h_{\text{origine}} = 0$ .

### Définition des variables intermédiaires

- A (resp. B) le centre de l'essieu arrière (resp. avant) et C le centre de la roue arrière gauche
- $d = \|\vec{AC}\|$  (demi-voie du véhicule) et  $d'$  sa projection dans le plan horizontal
- $L = \|\vec{AB}\|$  (empattement) et  $L'$  sa projection dans le plan horizontal

**Détermination du tangage  $\theta$**  Nous avons A, ayant pour coordonnées  $\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ \tan(\alpha) (\cos(\Theta)x_A + \sin(\Theta)y_A) \end{pmatrix}$ .

Par (A.2) et les définitions de  $L'$  et de B, on a donc B qui a pour coordonnées

$$\begin{pmatrix} x_A + L' \cos(\psi) \\ y_A + L' \sin(\psi) \\ \tan(\alpha) \left[ \cos(\Theta) (x_A + L' \cos(\psi)) + \sin(\Theta) (y_A + L' \sin(\psi)) \right] \end{pmatrix}$$

Autrement dit, les coordonnées de B sont  $\begin{pmatrix} x_A + L' \cos(\psi) \\ y_A + L' \sin(\psi) \\ z_A + L' \tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \end{pmatrix}$

On peut en déduire l'angle de tangage  $\theta$ .

$$\begin{aligned} \theta &= \text{atan2}(z_B - z_A, L') \\ &= \text{atan2}\left(L' \tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta), L'\right) \\ &= \text{atan}\left(\tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta)\right) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Le passage de atan2 à atan est permis par le fait que  $L' > 0$ . L'angle est positif lorsque l'avant du véhicule est surélevé (sens trigonométrique en voyant le côté droit du véhicule).

On en déduit les valeurs suivantes par (A.1) :

$$\begin{cases} \cos \theta = n_\theta \\ \sin \theta = n_\theta \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \end{cases} \quad \text{avec} \quad n_\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta)}} > 0 \quad (\text{A.4})$$

**Détermination du roulis  $\varphi$**  Par analogie avec B, on sait que les coordonnées de C sont

$$\begin{pmatrix} x_A + d' \cos(\lambda) \\ y_A + d' \sin(\lambda) \\ \tan(\alpha) (\cos(\Theta) (x_A + d' \cos(\lambda)) + \sin(\Theta) (y_A + d' \sin(\lambda))) \end{pmatrix}$$

Autrement dit, les coordonnées de C sont  $\begin{pmatrix} x_A + d' \cos(\lambda) \\ y_A + d' \sin(\lambda) \\ z_A + d' \tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta) \end{pmatrix}$

On en déduit l'angle de roulis  $\varphi$

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{atan2}(z_C - z_A, d') \\ &= \text{atan2}\left(d' \tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta), d'\right) \\ &= \text{atan}\left(\tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta)\right) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$\varphi$  correspond à l'angle formé par les essieux avec le sol vu de l'avant du véhicule dans le sens trigonométrique. Si le côté gauche est surélevé, l'angle est positif. On en déduit comme pour  $\theta$  les valeurs suivantes par (A.1) :

$$\begin{cases} \cos \varphi = n_\varphi \\ \sin \varphi = n_\varphi \tan \alpha \cos(\lambda - \Theta) \end{cases} \quad \text{avec} \quad n_\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\lambda - \Theta)}} > 0 \quad (\text{A.6})$$

**Conditions assurant le caractère direct du repère véhicule** Selon la figure 2.2, on a les coordonnées suivantes des vecteurs unitaires de  $\mathcal{R}_V$  exprimés dans  $\mathcal{R}_0$  :

$$\vec{u}_{x_V} \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) \\ \cos(\theta) \sin(\psi) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}, \vec{u}_{y_V} \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \cos(\lambda) \\ \cos(\varphi) \sin(\lambda) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Notre but est de calculer  $\lambda$  pour pouvoir définir  $\vec{u}_{y_V}$ . En effet,  $\psi$  est mesuré et  $\alpha$  et  $\Theta$  sont des caractéristiques du terrain considérées connues. L'inconnue est donc l'angle  $\lambda$ . Pour cela, on calcule et simplifie l'expression de  $\vec{u}_{z_V}$  pour ensuite en déduire celle de  $\vec{u}_{y_V}$ .

D'après les définitions (A.4), (A.6) et l'expression des vecteurs unitaires en (A.7), on a les expressions des vecteurs unitaires du repère véhicule dans le repère global suivantes :

$$\begin{cases} \vec{u}_{x_V} = n_\theta \begin{pmatrix} \cos(\psi) \\ \sin(\psi) \\ \tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \\ \vec{u}_{y_V} = n_\varphi \begin{pmatrix} \cos(\lambda) \\ \sin(\lambda) \\ \tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta) \end{pmatrix} \\ \vec{u}_{z_V} = \vec{u}_{x_V} \wedge \vec{u}_{y_V} = n_\theta n_\varphi \sin(\lambda - \psi) \begin{pmatrix} -\tan(\alpha) \cos(\Theta) \\ -\tan(\alpha) \sin(\Theta) \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

On se rappelle que nous voulons un repère orthonormé, donc  $\|\vec{u}_{z_V}\| = 1$ . On en déduit les équivalences suivantes en se souvenant des formules (A.1) :

$$|n_\theta n_\varphi \sin(\lambda - \psi)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \cos \alpha \quad \Leftrightarrow \quad n_\theta n_\varphi \sin(\lambda - \psi) = \text{sign}(\sin(\lambda - \psi)) \cos \alpha \quad (\text{A.9})$$

En réinjectant cette dernière équivalence dans (A.8), on obtient :

$$\vec{u}_{z_V} = \text{sign}(\sin(\lambda - \psi)) \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \cos(\Theta) \\ -\sin(\alpha) \sin(\Theta) \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

On veut que le repère véhicule soit orthonormal direct, avec  $\vec{u}_{x_V}$  dirigé vers l'avant du véhicule,  $\vec{u}_{y_V}$  vers le côté gauche du véhicule et enfin  $\vec{u}_{z_V}$  vers le haut du véhicule. On a donc la condition suivante :

$$\vec{u}_{z_V} \cdot \vec{u}_{z_G} = \cos \alpha \text{sign}(\sin(\lambda - \psi)) > 0 \Leftrightarrow \sin(\lambda - \psi) > 0 \quad (\text{A.11})$$

Le résultat en (A.11) est cohérente avec les représentations de  $\psi$  et  $\lambda$  dans les figures 2.2 ou 2.3c. On obtient alors finalement, en injectant (A.11) dans (A.10) :

$$\vec{u}_{z_V} = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \cos(\Theta) \\ -\sin(\alpha) \sin(\Theta) \\ \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

On remarque que les vecteurs unitaires du repère véhicule  $\vec{u}_{x_V}$  et  $\vec{u}_{z_V}$  ne dépendent que des mesures (pente  $\alpha$ , son orientation  $\Theta$  et le lacet  $\psi$ ), tandis que  $\vec{u}_{y_V}$  dépend toujours de  $\lambda$ . Pour se libérer de cette dépendance, on peut calculer  $\vec{u}_{y_V}$  grâce au produit vectoriel  $\vec{u}_{z_V} \wedge \vec{u}_{x_V}$ , avec l'expression de  $\sin \theta$  dans (A.4) :

$$\begin{aligned}
\vec{u}_{y_V} &= \vec{u}_{z_V} \wedge \vec{u}_{x_V} = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \cos(\Theta) \\ -\sin(\alpha) \sin(\Theta) \\ \cos(\alpha) \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) \\ \cos(\theta) \sin(\psi) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} \\
&= \cos(\alpha) \begin{pmatrix} -\tan(\alpha) \cos(\Theta) \\ -\tan(\alpha) \sin(\Theta) \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \cos(\theta) \begin{pmatrix} \cos(\psi) \\ \sin(\psi) \\ \tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \\
&= \cos(\alpha) \cos(\theta) \begin{pmatrix} -[\sin(\psi) + \tan^2(\alpha) \sin(\Theta) \cos(\psi - \Theta)] \\ \cos(\psi) + \tan^2(\alpha) \cos(\Theta) \cos(\psi - \Theta) \\ -\tan(\alpha) \sin(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \\
&= \cos(\theta) \cos(\alpha) \begin{pmatrix} -\Delta_2 \\ \Delta_1 \\ -\tan(\alpha) \sin(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Delta_1 = \cos(\psi) + \tan^2(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \cos(\Theta) \\ \Delta_2 = \sin(\psi) + \tan^2(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \sin(\Theta) \end{cases}
\end{aligned} \tag{A.13}$$

Cette nouvelle écriture de  $\vec{u}_{y_V}$  a l'avantage de ne dépendre que des mesures  $\psi$ ,  $\alpha$  et  $\Theta$ . On compare cette nouvelle écriture avec celle de (A.7) et en utilisant le fait que  $\cos\theta \cos\alpha > 0$  ainsi que  $\cos\varphi > 0$  pour en déduire  $\lambda$ .

$$\lambda = \text{atan2}(\Delta_1, -\Delta_2) \tag{A.14}$$

## A.2.2 Matrice de passage d'un repère à l'autre

Nous pouvons obtenir grâce aux expressions des 3 vecteurs unitaires de  $\mathcal{R}_V$  dans  $\mathcal{R}_0$  les expressions de matrices de passage, dont la preuve de la nature de matrice de rotation est prouvée dans la section suivante.  $P_{0 \rightarrow V}$  (resp.  $P_{V \rightarrow 0}$ ) est la matrice de passage permettant de donner les coordonnées d'un vecteur dans  $\mathcal{R}_V$  (resp.  $\mathcal{R}_0$ ) à partir de celles exprimées dans  $\mathcal{R}_0$  (resp.  $\mathcal{R}_V$ ).

$$\begin{aligned}
P_{0 \rightarrow V} &= \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \cos(\theta) \sin(\psi) & \sin(\theta) \\ \cos(\varphi) \cos(\lambda) & \cos(\varphi) \sin(\lambda) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\alpha) \cos(\Theta) & -\sin(\alpha) \sin(\Theta) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \\
P_{V \rightarrow 0} &= \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \cos(\varphi) \cos(\lambda) & -\sin(\alpha) \cos(\Theta) \\ \cos(\theta) \sin(\psi) & \cos(\varphi) \sin(\lambda) & -\sin(\alpha) \sin(\Theta) \\ \sin(\theta) & \sin(\varphi) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}
\end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \theta = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta)) \\ \varphi = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta)) \\ \lambda = \text{atan2}(\Delta_1, -\Delta_2) \\ \Delta_1 = \cos(\psi) + \tan^2(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \cos(\Theta) \\ \Delta_2 = \sin(\psi) + \tan^2(\alpha) \cos(\psi - \Theta) \sin(\Theta) \end{cases} \tag{A.15}$$

Ainsi, nous avons les correspondances suivantes :

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_{x_V} \\ \vec{u}_{y_V} \\ \vec{u}_{z_V} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} = P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} \vec{u}_{x_0} \\ \vec{u}_{y_0} \\ \vec{u}_{z_0} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \vec{u}_{x_0} \\ \vec{u}_{y_0} \\ \vec{u}_{z_0} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} = P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} \vec{u}_{x_V} \\ \vec{u}_{y_V} \\ \vec{u}_{z_V} \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

### A.3 Preuve du caractère rotatoire de la matrice de passage

La forme de  $P_{V \rightarrow 0}$  n'a pas la forme d'une matrice de rotation classique et sa conception n'a pas mis en valeur toutes les caractéristiques de cette dernière. La preuve en est par conséquent donnée dans cette section. Pour qu'il s'agisse d'une matrice de rotation, il faut les éléments suivants :

- Norme des vecteurs colonnes (ou ligne) égale à 1
- $\det(P_{V \rightarrow 0}) = 1$
- Vecteurs colonnes (ou lignes) orthogonaux deux à deux

La première propriété est immédiate par expression des vecteurs  $\vec{u}_{x_V}$ ,  $\vec{u}_{y_V}$  et  $\vec{u}_{z_V}$  dans  $P_{V \rightarrow 0}$ . Nous allons procéder à la preuve des deux autres suite à des calculs préliminaires nous affranchissant du paramètre  $\lambda$ .

#### A.3.1 Calculs préliminaires

Le but de cette partie est de nous affranchir du paramètre  $\lambda$ . Calculons par conséquent les valeurs de  $\cos \lambda$ ,  $\sin \lambda$ ,  $\cos \varphi$ ,  $\sin \varphi$  en fonction de  $n_\theta$  défini en (A.4) et de  $\alpha$ ,  $\psi$  et  $\Theta$ .

On rappelle l'expression des variables  $\Delta_i$  définis en (A.13) pour calculer  $\Delta$ .

$$\begin{cases} \Delta_1 = \cos(\psi) + \tan^2 \alpha \cos \Theta \cos(\psi - \Theta) \\ \Delta_2 = \sin(\psi) + \tan^2 \alpha \sin \Theta \cos(\psi - \Theta) \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

$$\rightarrow \Delta = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2} = \sqrt{1 + \tan^4 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) + 2 \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta)}$$

Par définition de  $\lambda$  en (A.14) et des propriétés de la fonction atan2 présentées en (A.1), on obtient les valeurs suivantes :

$$\cos \lambda = \frac{-\Delta_2}{\Delta} \quad \sin \lambda = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad (\text{A.18})$$

On en déduit grâce à (A.1) et (A.17) la valeur de  $\cos(\lambda - \Theta)$ , qui nous sera utile plus tard :

$$\begin{aligned} \cos(\lambda - \Theta) &= \cos \lambda \cos \Theta + \sin \lambda \sin \Theta = \frac{-\cos \Theta \Delta_2 + \sin \Theta \Delta_1}{\Delta} \\ \cos(\lambda - \Theta) &= \frac{-\cos \Theta \sin \psi + \sin \Theta \cos \psi}{\Delta} \\ \cos(\lambda - \Theta) &= \frac{-\sin(\psi - \Theta)}{\Delta} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Intéressons-nous également à la valeur  $A = \frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + \tan^2 \alpha \sin^2(\psi - \Theta)}}$ , en reprenant notamment la définition de  $n_\theta$  en (A.4), les formules en (A.1) et la définition de  $\Delta$  en (A.17).

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + \tan^2 \alpha \sin^2(\psi - \Theta)}} \\ A = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^4 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) + 2 \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) + \tan^2 \alpha \sin^2(\psi - \Theta)}} \\ A = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^4 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) + \tan^2 \alpha}} \\ A = \frac{1}{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta))}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta)}} \\ A = \cos \alpha n_\theta \end{array} \right. \quad (\text{A.20})$$

On reprend les expressions de  $\cos \varphi$  et  $\sin \varphi$  dans (A.6) et on y injecte (A.19) et (A.20), en rappelant que  $\Delta > 0$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\lambda - \Theta)}} \\ = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \frac{\sin^2(\psi - \Theta)}{\Delta^2}}} \\ = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + \tan^2 \alpha \sin^2(\psi - \Theta)}} \\ = A \Delta \\ \cos \varphi = \cos \alpha n_\theta \Delta \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \sin \varphi = \frac{\tan \alpha \cos(\lambda - \Theta)}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\lambda - \Theta)}} \\ = \frac{-\tan \alpha \frac{\sin(\psi - \Theta)}{\Delta}}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \frac{\sin^2(\psi - \Theta)}{\Delta^2}}} \\ = \frac{-\tan \alpha \sin(\psi - \Theta)}{\sqrt{\Delta^2 + \tan^2 \alpha \sin^2(\psi - \Theta)}} \\ = -A \tan \alpha \sin(\psi - \Theta) \\ = -\cos \alpha n_\theta \tan \alpha \sin(\psi - \Theta) \\ \sin \varphi = -\sin \alpha n_\theta \sin(\psi - \Theta) \end{array} \right. \quad (\text{A.21})$$

L'expression de  $\sin \varphi$  peut aussi être obtenue en comparant les expressions de la dernière coordonnée de  $\vec{u}_{y_V}$  dans (A.7) et dans (A.13). Ceci conclut les calculs préliminaires qui seront utiles notamment pour calculer le déterminant de la matrice de rotation et le produit scalaire des colonnes de  $P_{V \rightarrow 0}$ .

### A.3.2 Calcul du déterminant de la matrice de passage

En utilisant la formule de la comatrice sur la dernière colonne de  $P_{V \rightarrow 0}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
\det(P_{V \rightarrow 0}) &= -\sin \alpha \cos \Theta \begin{vmatrix} \cos \theta \sin \psi & \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \theta & \sin \varphi \end{vmatrix} + \sin \alpha \sin \Theta \begin{vmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \varphi \cos \lambda \\ \sin \theta & \sin \varphi \end{vmatrix} \\
&\quad + \cos \alpha \begin{vmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \varphi \sin \lambda \end{vmatrix} \\
\det(P_{V \rightarrow 0}) &= -\sin \alpha \cos \Theta \begin{vmatrix} n_\theta \sin \psi & \cos \alpha n_\theta \Delta \frac{\Delta_1}{\Delta} \\ n_\theta \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) & -\sin \alpha n_\theta \sin(\psi - \Theta) \end{vmatrix} \\
&\quad + \sin \alpha \sin \Theta \begin{vmatrix} n_\theta \cos \psi & -\cos \alpha n_\theta \Delta \frac{\Delta_2}{\Delta} \\ n_\theta \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) & -\sin \alpha n_\theta \sin(\psi - \Theta) \end{vmatrix} \\
&\quad + \cos \alpha \begin{vmatrix} n_\theta \cos \psi & -\cos \alpha n_\theta \Delta \frac{\Delta_2}{\Delta} \\ n_\theta \sin \psi & \cos \alpha n_\theta \Delta \frac{\Delta_1}{\Delta} \end{vmatrix} \\
\frac{\det(P_{V \rightarrow 0})}{n_\theta^2} &= -\sin^2 \alpha \cos \Theta \begin{vmatrix} \sin \psi & \Delta_1 \\ \cos(\psi - \Theta) & -\sin(\psi - \Theta) \end{vmatrix} \\
&\quad + \sin^2 \alpha \sin \Theta \begin{vmatrix} \cos \psi & -\Delta_2 \\ \cos(\psi - \Theta) & -\sin(\psi - \Theta) \end{vmatrix} + \cos^2 \alpha \begin{vmatrix} \cos \psi & -\Delta_2 \\ \sin \psi & \Delta_1 \end{vmatrix}
\end{aligned} \tag{A.22}$$

Or, en utilisant les formules de calcul des déterminants  $2 \times 2$  et en se référant aux définitions de  $\Delta_i$  en (A.13), on a :

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} \sin \psi & \Delta_1 \\ \cos(\psi - \Theta) & -\sin(\psi - \Theta) \end{vmatrix} &= -\sin \psi \sin(\psi - \Theta) - \cos(\psi - \Theta) \Delta_1 \\
&= -\sin^2 \psi \cos \Theta + \sin \psi \cos \psi \sin \Theta - \cos \psi \cos(\psi - \Theta) \\
&\quad - \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) \cos \Theta \\
&= -\sin^2 \psi \cos \Theta + \sin \psi \cos \psi \sin \Theta - \cos^2 \psi \cos \Theta - \cos \psi \sin \psi \sin \Theta \\
&\quad - \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) \cos \Theta \\
&= -\cos \Theta (1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta)) = -\frac{\cos \Theta}{n_\theta^2}
\end{aligned} \tag{A.23}$$

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} \cos \psi & -\Delta_2 \\ \cos(\psi - \Theta) & -\sin(\psi - \Theta) \end{vmatrix} &= \Delta_2 \cos(\psi - \Theta) - \cos \psi \sin(\psi - \Theta) \\
&= \sin \psi \cos(\psi - \Theta) + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) \sin \Theta \\
&\quad - \cos \psi \sin(\psi - \Theta) \\
&= \sin \psi \cos \psi \cos \Theta + \sin^2 \psi \sin \Theta + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) \sin \Theta \\
&\quad - \cos \psi \sin \psi \cos \Theta + \cos^2 \psi \sin \Theta \\
&= \sin \Theta (1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta)) = \frac{\sin \Theta}{n_\theta^2}
\end{aligned} \tag{A.24}$$

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} \cos \psi & -\Delta_2 \\ \sin \psi & \Delta_1 \end{vmatrix} &= \cos \psi \Delta_1 + \sin \psi \Delta_2 \\
&= \cos^2 \psi + \tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta) \cos \Theta \cos \psi \\
&\quad + \sin^2 \psi + \tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta) \sin \Theta \sin \psi \\
&= 1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta) = \frac{1}{n_\theta^2}
\end{aligned} \tag{A.25}$$

On réinjecte ces 3 déterminants dans l'équation d'origine :

$$\begin{aligned}
\frac{\det(P_{V \rightarrow 0})}{n_\theta^2} &= \sin^2 \alpha \frac{\cos^2 \Theta}{n_\theta^2} + \sin^2 \alpha \frac{\sin^2 \Theta}{n_\theta^2} + \cos^2 \alpha \frac{1}{n_\theta^2} = \frac{1}{n_\theta^2} \\
\det(P_{V \rightarrow 0}) &= 1
\end{aligned} \tag{A.26}$$

### A.3.3 Preuve de l'orthogonalité des vecteurs

Calculons grâce aux calculs préliminaires les produits scalaires des colonnes de  $P_{V \rightarrow 0}$ .

$$\begin{aligned}
\vec{u}_{x_V} \cdot \vec{u}_{y_V} &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi \\ \sin \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{pmatrix} = n_\theta \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \cdot n_\theta \begin{pmatrix} -\cos \alpha \Delta_2 \\ \cos \alpha \Delta_1 \\ -\sin \alpha \sin(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \\
&= n_\theta^2 \cos \alpha \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\Delta_2 \\ \Delta_1 \\ -\tan \alpha \sin(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \\
&= n_\theta^2 \cos \alpha (\Delta_1 \sin \psi - \Delta_2 \cos \psi - \tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta) \sin(\psi - \Theta)) \\
&= n_\theta^2 \cos \alpha (\tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta) \sin(\psi - \Theta) - \tan^2 \alpha \cos(\psi - \Theta) \sin(\psi - \Theta)) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{A.27}$$

$$\begin{aligned}
\vec{u}_{x_V} \cdot \vec{u}_{z_V} &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi \\ \sin \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cos \Theta \\ -\sin \alpha \sin \Theta \\ \cos \alpha \end{pmatrix} = n_\theta \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cos \Theta \\ -\sin \alpha \sin \Theta \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \\
&= -n_\theta \sin \alpha \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ \cos(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \Theta \\ \sin \Theta \\ -1 \end{pmatrix} = 0
\end{aligned} \tag{A.28}$$

$$\begin{aligned}
\vec{u}_{y_V} \cdot \vec{u}_{z_V} &= \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cos \Theta \\ -\sin \alpha \sin \Theta \\ \cos \alpha \end{pmatrix} = n_\theta \begin{pmatrix} -\cos \alpha \Delta_2 \\ \cos \alpha \Delta_1 \\ -\sin \alpha \sin(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cos \Theta \\ -\sin \alpha \sin \Theta \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \\
&= n_\theta \cos \alpha \sin \alpha \begin{pmatrix} \Delta_2 \\ -\Delta_1 \\ \sin(\psi - \Theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \Theta \\ \sin \Theta \\ -1 \end{pmatrix} \\
&= n_\theta \cos \alpha \sin \alpha (\sin \psi \cos \Theta - \cos \psi \sin \Theta - \sin(\psi - \Theta)) = 0
\end{aligned} \tag{A.29}$$

$P_{V \rightarrow 0}$  a pour déterminant 1 et a des vecteurs colonnes orthogonales deux à deux, de norme unitaire. Il s'agit donc d'une matrice orthogonale et en particulier une matrice de rotation. Son inverse est par conséquent sa transposée.

## A.4 Possibilité de cartographie du terrain

Lors de la définition de la matrice de rotation, nous avons supposé avoir les données du terrain (pente globale  $\alpha$  et orientation locale  $\Theta$  de cette dernière) pour en déduire les pentes longitudinales et latérales appliquées au véhicule. Cependant, on peut imaginer avoir besoin d'effectuer l'opération inverse : à travers des mesures de pentes du véhicule (via centrales inertielles performantes par exemple), on pourrait recréer les données du terrain comme définies dans notre sujet.

### A.4.1 Dans le cas de pentes simultanément nulles

On rappelle la définition des pentes en (A.15) :

$$\begin{cases} \theta = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\psi - \Theta)) \\ \varphi = \text{atan}(\tan(\alpha) \cos(\lambda - \Theta)) \end{cases} \tag{A.30}$$

Par définition du repère véhicule, il est impossible d'avoir  $\cos(\psi - \Theta)$  et  $\cos(\lambda - \Theta)$  nuls simul-

tanément. C'est pour cela que nous pouvons effectuer l'équivalence suivante :

$$\alpha = 0 \iff \begin{cases} \theta = 0 \\ \varphi = 0 \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

Dans ce cas,  $\Theta$  peut être choisi quelconque.

On suppose dans la suite que  $\alpha \neq 0$ , et donc que  $\{\theta, \varphi\} \neq \{0, 0\}$ .

#### A.4.2 Expression de $\lambda$ en fonction des pentes et du lacet

Pour déterminer l'angle  $\lambda$ , définissant un des vecteurs du repère véhicule, on reprend l'expression de  $P_{0 \rightarrow V}$  défini en (A.15) et notamment les deux premières colonnes. Comme ces colonnes (qui peuvent être vues comme des vecteurs) sont orthogonaux, le produit scalaire est nul. On obtient alors l'égalité suivante, en rappelant que les pentes  $\theta$  et  $\varphi$  sont dans l'intervalle  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  (donc  $|\tan \theta \tan \varphi| < 1$ ) :

$$\begin{aligned} & \cos \theta \cos \psi \cos \varphi \cos \lambda + \cos \theta \sin \psi \cos \varphi \sin \lambda + \sin \theta \sin \varphi = 0 \\ \Leftrightarrow & \cos \theta \cos \varphi \cos(\pm(\lambda - \psi)) = -\sin \theta \sin \varphi \\ \Leftrightarrow & \cos(\pm(\lambda - \psi)) = -\tan \theta \tan \varphi \\ \Leftrightarrow & \pm(\lambda - \psi) = \arccos(-\tan \theta \tan \varphi) \\ \Leftrightarrow & \lambda - \psi = \arccos(-\tan \theta \tan \varphi) \quad \text{car le repère véhicule est orthonormé direct} \implies \lambda - \psi > 0 \\ \Leftrightarrow & \lambda = \psi + \arccos(-\tan \theta \tan \varphi) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

On pose  $\nu = \arccos(-\tan \theta \tan \varphi) \in [0, \pi]$  pour simplifier la lecture

#### A.4.3 Expression de $\Theta$ en fonction des pentes et du lacet

Dans un premier temps, on reprend la définition de la pente latérale en y injectant l'expression de  $\lambda$  trouvée précédemment :

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \tan \alpha \cos(\lambda - \Theta) \\ \tan \varphi &= \tan \alpha \cos(\psi + \nu - \Theta) \\ \tan \varphi &= \tan \alpha [\cos(\psi - \Theta) \cos \nu - \sin(\psi - \Theta) \sin \nu] \\ \tan \varphi &= -\tan \alpha \left[ \cos(\psi - \Theta) \tan \theta \tan \varphi + \sin(\psi - \Theta) \sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

En reprenant la définition de  $\theta$ , on obtient alors les équations suivantes :

$$\begin{cases} \tan \theta = \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \\ \tan \varphi = -\tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \tan \theta \tan \varphi - \tan \alpha \sin(\psi - \Theta) \sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan \theta = \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \\ \tan \varphi = -\tan^2 \theta \tan \varphi - \tan \alpha \sin(\psi - \Theta) \sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi} \end{cases} \quad (\text{A.34})$$

$$\begin{cases} \tan \theta = \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \\ -\tan \varphi \frac{1 + \tan^2 \theta}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi}} = \tan \alpha \sin(\psi - \Theta) \end{cases}$$

Comme  $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ , on ne peut avoir  $\tan^2 \theta \tan^2 \varphi \geq 1$ , d'où la validité du calcul. On couple alors les deux équations pour trouver l'expression de  $\Theta$  (en rappelant que  $\tan \alpha > 0$ ) :

$$\begin{aligned} \psi - \Theta &= \text{atan2}(\sin(\psi - \Theta), \cos(\psi - \Theta)) \\ \psi - \Theta &= \text{atan2}\left(\frac{-\tan \varphi}{\tan \alpha} \frac{1 + \tan^2 \theta}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi}}, \frac{\tan \theta}{\tan \alpha}\right) \\ \psi - \Theta &= \text{atan2}\left(-\tan \varphi \frac{1 + \tan^2 \theta}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi}}, \tan \theta\right) \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

On obtient finalement :

$$\Theta = \psi - \text{atan2}(v_1, v_2) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} v_1 = -\tan \varphi \frac{1 + \tan^2 \theta}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi}} \\ v_2 = \tan \theta \end{cases} \quad (\text{A.36})$$

#### A.4.4 Expression de $\alpha$ en fonction des pentes et du lacet

On réinjecte dans les expressions des pentes latérale et longitudinale les expressions précédentes :

$$\begin{cases}
\tan \theta = \tan \alpha \cos(\psi - \Theta) \\
\tan \varphi = \tan \alpha \cos(\lambda - \Theta) \\
\tan \theta = \tan \alpha \cos(\text{atan2}(v_1, v_2)) \\
\tan \varphi = \tan \alpha \cos(v + \text{atan2}(v_1, v_2)) \\
\tan \theta = \tan \alpha \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \\
\tan \varphi = \tan \alpha [\cos v \cos(\text{atan2}(v_1, v_2)) - \sin v \sin(\text{atan2}(v_1, v_2))] \\
\tan \theta = \tan \alpha \frac{\tan \theta}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \\
\tan \varphi = \tan \alpha \left[ -\tan \theta \tan \varphi \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} - \sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi} \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \right] \\
\tan \theta = \tan \alpha \frac{\tan \theta}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \\
\tan \varphi = \tan \alpha \left[ -\tan \varphi \frac{\tan^2 \theta}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} + \tan \varphi \frac{1 + \tan^2 \theta}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \right] \\
\tan \theta = \tan \theta \frac{\tan \alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \\
\tan \varphi = \tan \varphi \frac{\tan \alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}
\end{cases} \quad (\text{A.37})$$

Pour que les deux équations soient exactes simultanément (même quand l'une des pentes est nulle), il est nécessaire que le ratio commun aux deux équations vaille 1 car cette section suppose que les pentes ne sont pas simultanément nulles.

On obtient donc l'expression suivante de la pente  $\alpha$  :

$$\alpha = \text{atan} \left( \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \right) > 0 \text{ avec } \begin{cases} v_1 = -\tan \varphi \frac{1 + \tan^2 \theta}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta \tan^2 \varphi}} \\ v_2 = \tan \theta \end{cases} \quad (\text{A.38})$$



# COMPOSITION DES MOUVEMENTS

Pour le besoin de modélisation des dynamiques de différents points du véhicule (notamment les roues), il est nécessaire de pouvoir calculer les vitesses en ces points uniquement grâce à une mesure de vitesse en un point particulier que l'on notera M et aux connaissances de son emplacement. Pour consulter cette partie, il est conseillé d'avoir pris connaissance de la signification de la matrice de passage présenté en section A page 187.

## B.1 Position d'un point quelconque du véhicule dans $\mathcal{R}_0$ en fonction de la mesure de position en un autre point quelconque du véhicule

On s'intéresse à la position d'un point I quelconque du véhicule, dont on voudrait plus tard déterminer la vitesse. Pour cela, on dispose de la position dans  $\mathcal{R}_0$  d'un point M, représentant le point de mesure. Cette donnée peut être donnée grâce à la position GPS par exemple. La position du point M est supposée aussi connue relativement. Cette position peut être définie de deux façons par relation de Chasles et en utilisant (A.16) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_0 I} = \underbrace{\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix}}_{\text{coordonnées de I dans } \mathcal{R}_0} \Big|_{\mathcal{R}_0}^T \begin{pmatrix} \vec{u}_{x_0} \\ \vec{u}_{y_0} \\ \vec{u}_{z_0} \end{pmatrix} &= \underbrace{\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}}_{\text{coordonnées M donnée par GPS}} \Big|_{\mathcal{R}_0}^T \begin{pmatrix} \vec{u}_{x_0} \\ \vec{u}_{y_0} \\ \vec{u}_{z_0} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix}}_{\text{position relative de M et I dans } \mathcal{R}_V} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T \begin{pmatrix} \vec{u}_{x_V} \\ \vec{u}_{y_V} \\ \vec{u}_{z_V} \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0}^T + \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T P_{0 \rightarrow V} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_{x_0} \\ \vec{u}_{y_0} \\ \vec{u}_{z_0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

On en déduit alors l'expression des coordonnées de I exprimées dans  $\mathcal{R}_0$  :

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} + P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \quad (\text{B.2})$$

## B.2 Expression du vecteur vitesse en tout point du véhicule

Comme le montre les équations dynamiques du véhicule, il est nécessaire de prendre en compte les vitesses de certains points particuliers du véhicule. Par exemple, les ratios de glissement définis en (2.11) et (2.12) nécessitent la valeur des vitesses dans le repère roue de chacune des roues. Or, dans les faits, il n'y a souvent qu'une mesure de la vitesse du véhicule. De plus, les algorithmes de commande proposés dans les chapitres 3 et 4 utilisent également les valeurs de vitesse au centre de gravité, qui sont fondamentales en dynamique véhicule. Cependant, à cause de contraintes techniques, il est courant que la vitesse ne soit pas mesurée au centre de gravité. Toutes ces raisons montrent le besoin de pouvoir projeter les vitesses dans différents points du véhicule. On rappelle que  $P_{0 \rightarrow V}$  (respectivement  $P_{V \rightarrow 0}$ ) est la matrice de passage de  $\mathcal{R}_0$  vers  $\mathcal{R}_V$  (respectivement  $\mathcal{R}_V$  vers  $\mathcal{R}_0$ ) définis en (2.3). Il existe différentes solutions pour calculer les vitesses en n'importe quel point dans un repère  $\mathcal{R}_0$  à partir notamment de la connaissance de la vitesse dans un autre repère  $\mathcal{R}_1$ . La formule de Bour ci-dessous est une référence en la matière. Pour chaque vecteur  $\vec{B}$  quelconque, nous avons :

$$\left( \frac{d\vec{B}}{dt} \right)_{(\mathcal{R}_1)} = \left( \frac{d\vec{B}}{dt} \right)_{(\mathcal{R}_0)} + \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_0/\mathcal{R}_1} \wedge \vec{B} \quad (\text{B.3})$$

avec  $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_0/\mathcal{R}_1}$  le vecteur vitesse angulaire entre les repères  $\mathcal{R}_0$  et  $\mathcal{R}_1$ .

Dans notre cas, il est difficile d'utiliser cette formule pour deux raisons. Tout d'abord, la formule de Bour n'est valable que pour des repères ayant la même origine, ce qui n'est pas le cas ici. De plus, il est complexe de déterminer  $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_0/\mathcal{R}_1}$  car la rotation entre les deux repères n'est pas élémentaire (axe de rotation non constant). Cependant, on verra qu'il est possible de retrouver cette formule de Bour dans le cas de notre étude. La section suivante a par conséquent pour but de mettre en évidence l'expression des vitesses à n'importe quel point du véhicule à partir des connaissances associées au point de mesure.

Maintenant que la position du point I dans  $\mathcal{R}_0$  est connue par (B.2), on peut en calculer la vitesse. L'expression de  $\frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt}$  s'obtient en remplaçant chaque élément de  $P_{0 \rightarrow V}$  par sa dérivée temporelle.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} &= \begin{pmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{z}_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} = \frac{d}{dt} \left[ \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} + P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \right] \\ &= \begin{pmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} + \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} \dot{x}_I - \dot{x}_M \\ \dot{y}_I - \dot{y}_M \\ \dot{z}_I - \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

L'expression de la vitesse dans  $\mathcal{R}_V$  est donc calculée ainsi :

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} &= P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} \\
&= P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} + \begin{pmatrix} \dot{x}_I - \dot{x}_M \\ \dot{y}_I - \dot{y}_M \\ \dot{z}_I - \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}
\end{aligned} \tag{B.5}$$

On en déduit en appliquant (B.5) au centre de gravité l'expression suivante de la vitesse en ce point particulier, en fonction de la mesure de position de M dans  $\mathcal{R}_0$  et dans  $\mathcal{R}_V$  :

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} = P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} - \begin{pmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} - P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \tag{B.6}$$

Cependant, il n'est pas rare, pour calculer la vitesse aux roues par exemple, de s'intéresser à un autre point du véhicule pour le calcul des vitesses. En injectant (B.6) dans (B.5), on obtient donc :

$$\begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + \begin{pmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{z}_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \tag{B.7}$$

On peut remarquer que (B.6) peut se simplifier en supposant que le point de mesure M est immobile dans  $\mathcal{R}_V$ , *i.e.* relativement au centre de gravité. En effet, dans la conception du véhicule autonome, il semble relever du bon sens que d'utiliser un capteur de position qui ait des coordonnées fixes dans le repère associée au véhicule. Le terme central  $\begin{pmatrix} \dot{x}_M & \dot{y}_M & \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T$  peut être ainsi ignoré. Cependant, cette simplification suppose également l'immobilité du centre de gravité au sein du véhicule, ce qui peut être remis en cause pour nombre de situations dans le domaine off-road agricole, parmi lesquels nous pouvons notamment citer les travaux de pulvérisation ou de moisson, où le véhicule peut fortement changer de masse de manière non uniforme, faisant ainsi déplacer son centre de gravité.

De plus, on s'intéressera généralement à des points immobiles dans le repère véhicule. Ainsi, conformément à la remarque précédente, le terme central de (B.7),  $\begin{pmatrix} \dot{x}_I & \dot{y}_I & \dot{z}_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T$ , pourrait être ignoré selon les hypothèses explicitées ci-dessus.

Intéressons-nous désormais à  $v_{x,i}^r$  et  $v_{y,i}^r$ , qui sont les vitesses longitudinale et latérale de la roue  $i$  dans le repère associée à cette même roue. Ces grandeurs sont notamment utilisées dans les définitions des ratios de glissements ((2.11), (2.12)) dans le modèle de glissement des pneus. Afin de déterminer ces grandeurs, il suffit de calculer les vitesses de ces points dans  $\mathcal{R}_V$  grâce à (B.7)

puis de l'exprimer dans le repère de la roue  $\mathcal{R}_i$  grâce à la matrice de passage  $P_{V \rightarrow i}$  explicitée dans (2.4) :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} v_{x,i}^r \\ v_{y,i}^r \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} P_{V \rightarrow i} \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} P_{V \rightarrow i} \left[ \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + \begin{pmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{z}_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

## B.3 Calcul de l'accélération au centre de gravité dans $\mathcal{R}_V$

### B.3.1 En fonction de la vitesse au point I

En utilisant (A.16), la dérivée de l'expression des vecteurs unitaires de  $\mathcal{R}_V$  exprimées dans  $\mathcal{R}_0$  est :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{u}_{xV} \\ \vec{u}_{yV} \\ \vec{u}_{zV} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} &= \frac{d}{dt} \left[ P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} \vec{u}_{x0} \\ \vec{u}_{y0} \\ \vec{u}_{z0} \end{pmatrix} \right] \Big|_{\mathcal{R}_0} = \frac{dP_{0 \rightarrow V}}{dt} \begin{pmatrix} \vec{u}_{x0} \\ \vec{u}_{y0} \\ \vec{u}_{z0} \end{pmatrix} + P_{0 \rightarrow V} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{u}_{x0} \\ \vec{u}_{y0} \\ \vec{u}_{z0} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} = \frac{dP_{0 \rightarrow V}}{dt} \begin{pmatrix} \vec{u}_{x0} \\ \vec{u}_{y0} \\ \vec{u}_{z0} \end{pmatrix} \\ &= \frac{dP_{0 \rightarrow V}}{dt} P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} \vec{u}_{xV} \\ \vec{u}_{yV} \\ \vec{u}_{zV} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Le calcul de l'accélération exprimée dans  $\mathcal{R}_V$  peut en être déduit :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a_{x,I} \\ a_{y,I} \\ a_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T \begin{pmatrix} \vec{u}_{xV} \\ \vec{u}_{yV} \\ \vec{u}_{zV} \end{pmatrix} &= \frac{d}{dt} \left[ \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T \begin{pmatrix} \vec{u}_{xV} \\ \vec{u}_{yV} \\ \vec{u}_{zV} \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} \dot{v}_{x,I} \\ \dot{v}_{y,I} \\ \dot{v}_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T \begin{pmatrix} \vec{u}_{xV} \\ \vec{u}_{yV} \\ \vec{u}_{zV} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{u}_{xV} \\ \vec{u}_{yV} \\ \vec{u}_{zV} \end{pmatrix} \\ &= \left[ \begin{pmatrix} \dot{v}_{x,I} \\ \dot{v}_{y,I} \\ \dot{v}_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T + \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}^T \frac{dP_{0 \rightarrow V}}{dt} P_{V \rightarrow 0} \right] \begin{pmatrix} \vec{u}_{xV} \\ \vec{u}_{yV} \\ \vec{u}_{zV} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{pmatrix} a_{x,I} \\ a_{y,I} \\ a_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} = \begin{pmatrix} \dot{v}_{x,I} \\ \dot{v}_{y,I} \\ \dot{v}_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}$$

Ce calcul de l'accélération est particulièrement adaptée lorsque la mesure de vitesse est fiable. Nous allons explorer une façon équivalente de calculer cette accélération par une formule équivalente en prenant en compte les positions dans  $\mathcal{R}_V$  et  $\mathcal{R}_0$ .

### B.3.2 En fonction de la position

Afin d'obtenir l'expression de l'accélération en fonction des positions, il faut dériver l'expression de (B.4) et l'exprimer dans  $\mathcal{R}_V$ .

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} a_{x,I} \\ a_{y,I} \\ a_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} &= P_{0 \rightarrow V} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} v_{x,I} \\ v_{y,I} \\ v_{z,I} \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} \\
&= P_{0 \rightarrow V} \frac{d}{dt} \left[ \begin{pmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} + \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} \dot{x}_I - \dot{x}_M \\ \dot{y}_I - \dot{y}_M \\ \dot{z}_I - \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \right] \\
&= P_{0 \rightarrow V} \left[ \begin{pmatrix} \ddot{x}_M \\ \ddot{y}_M \\ \ddot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} + \frac{d^2 P_{V \rightarrow 0}}{dt^2} \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + 2 \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} \dot{x}_I - \dot{x}_M \\ \dot{y}_I - \dot{y}_M \\ \dot{z}_I - \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{V \rightarrow 0} \begin{pmatrix} \ddot{x}_I - \ddot{x}_M \\ \ddot{y}_I - \ddot{y}_M \\ \ddot{z}_I - \ddot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \right] \\
&= \begin{pmatrix} \ddot{x}_I - \ddot{x}_M \\ \ddot{y}_I - \ddot{y}_M \\ \ddot{z}_I - \ddot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} \ddot{x}_M \\ \ddot{y}_M \\ \ddot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} + P_{0 \rightarrow V} \frac{d^2 P_{V \rightarrow 0}}{dt^2} \begin{pmatrix} x_I - x_M \\ y_I - y_M \\ z_I - z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} + 2P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \begin{pmatrix} \dot{x}_I - \dot{x}_M \\ \dot{y}_I - \dot{y}_M \\ \dot{z}_I - \dot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V}
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Dans le cas d'un calcul d'accélération au centre de gravité en supposant que le point de mesure  $M$  est immobile dans  $\mathcal{R}_V$ , on peut grandement simplifier l'expression de la vitesse comme suit.

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} = P_{0 \rightarrow V} \begin{pmatrix} \ddot{x}_M \\ \ddot{y}_M \\ \ddot{z}_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_0} - P_{0 \rightarrow V} \frac{d^2 P_{V \rightarrow 0}}{dt^2} \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} \Big|_{\mathcal{R}_V} \tag{B.12}$$

## B.4 Simplification de l'expression de la vitesse d'entraînement

On remarque dans les équations (B.5), (B.6), (B.9) ou (B.10) une matrice dans le terme associé à la vitesse d'entraînement. Il s'agit de la matrice  $P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt}$ . En se référant à la définition de ces matrices en (A.15), il est évident que l'expression analytique de la dérivée de ces matrices sera lourde et inappropriée pour l'utilisation au sein de stratégies de commandes comme celles présentées en chapitres 3 et 4. On cherchera par conséquent dans cette section à simplifier l'expression de cette matrice afin de pouvoir utiliser cette expression dans les différentes équations du modèle embarqué dans la commande.

On utilise les expressions de (A.15) pour déterminer l'expression de  $\frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt}$  :

$$\begin{aligned} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} &= \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \varphi \cos \lambda & -\sin \alpha \cos \Theta \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \varphi \sin \lambda & -\sin \alpha \sin \Theta \\ \sin \theta & \sin \varphi & \cos \alpha \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\dot{\theta} \sin \theta \cos \psi - \dot{\psi} \sin \psi \cos \theta & -\dot{\varphi} \sin \varphi \cos \lambda - \dot{\lambda} \sin \lambda \cos \varphi & \dot{\Theta} \sin \Theta \sin \alpha - \dot{\alpha} \cos \alpha \cos \Theta \\ -\dot{\theta} \sin \theta \sin \psi + \dot{\psi} \cos \psi \cos \theta & -\dot{\varphi} \sin \varphi \sin \lambda + \dot{\lambda} \cos \lambda \cos \varphi & -\dot{\Theta} \cos \Theta \sin \alpha - \dot{\alpha} \cos \alpha \sin \Theta \\ \dot{\theta} \cos \theta & \dot{\varphi} \cos \varphi & -\dot{\alpha} \sin \alpha \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

On se souvient que l'objectif initial lors de la conception de ces matrices de passages étaient d'avoir un faible nombre de paramètres définissant cette matrice. Dans notre cas, 3 paramètres définissent la matrice : les caractéristiques du terrain  $\alpha$  et  $\Theta$  et enfin l'orientation du véhicule dans cette pente  $\psi$ . Les autres valeurs ( $\lambda$ ,  $\varphi$  et  $\theta$ ) en sont déduits via leurs expressions en (A.15) page 191.

Pour effectuer la simplification de (B.13), nous allons d'abord supposer que  $\alpha$  et  $\Theta$  sont constants. En effet, on suppose que le terrain sur lequel repose le véhicule est plan (du point de vue géométrique). Sous ces hypothèses et les expressions de (A.15) page 191, on en déduit les expressions des dérivées temporelles de  $\lambda$ ,  $\theta$  et  $\varphi$  :

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{-\dot{\psi} \tan \alpha \sin(\psi - \Theta)}{1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\psi - \Theta)} \\ \dot{\lambda} &= \frac{\dot{\psi} (1 + \tan^2 \alpha)}{1 + \cos^2(\psi - \Theta) \tan^2 \alpha (2 + \tan^2 \alpha)} \\ \dot{\varphi} &= \frac{-\dot{\lambda} \tan \alpha \sin(\lambda - \Theta)}{1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\lambda - \Theta)} \\ &= \frac{-\dot{\psi} (1 + \tan^2 \alpha) \tan \alpha \sin(\lambda - \Theta)}{[1 + \cos^2(\psi - \Theta) \tan^2 \alpha (2 + \tan^2 \alpha)] [1 + \tan^2 \alpha \cos^2(\lambda - \Theta)]} \end{aligned} \right. \quad (\text{B.14})$$

En supposant que  $\tan(\alpha)$  soit négligeable devant  $\cos \theta$  et  $\cos \varphi$  et que  $\sin(\lambda - \psi) \simeq 1$  (voir définition de  $\lambda$ ), on obtient le produit suivant :

$$P_{0 \rightarrow V} \frac{dP_{V \rightarrow 0}}{dt} \simeq \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\varphi) & 0 \\ \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\varphi) & 0 & 0 \\ \xi_1 & \xi_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

On ne s'intéressera pas à l'expression de  $\xi_1$  et  $\xi_2$ , étant donné que la vitesse verticale des points du véhicule n'est pas considéré dans notre sujet (amortissement infiniment rigides).

# DISCUSSION SUR LA VALIDITÉ DU MODÈLE BICYCLE

## C.1 Présentation de l'hypothèse d'Ackermann

Cette courte section a pour but de s'intéresser à une des hypothèses importantes du modèle bicycle utilisé lors de la conception du régulateur latéral. Il s'agit de l'hypothèse 15 décrite page 73 qui suppose que les angles de braquage d'un même essieu sont identiques. Il faut savoir que cette hypothèse est en contradiction avec la modélisation (très commune) de la direction dite d'Ackermann, qui considère que les angles de braquage des roues sont calculés de telle sorte à avoir un centre de rotation identique pour chacune des roues. Ainsi, les roues à l'intérieur du virage ont un braquage en valeur absolue supérieur à celles à l'extérieur. Cette direction a été adoptée notamment pour éviter un glissement latéral des pneus trop important.

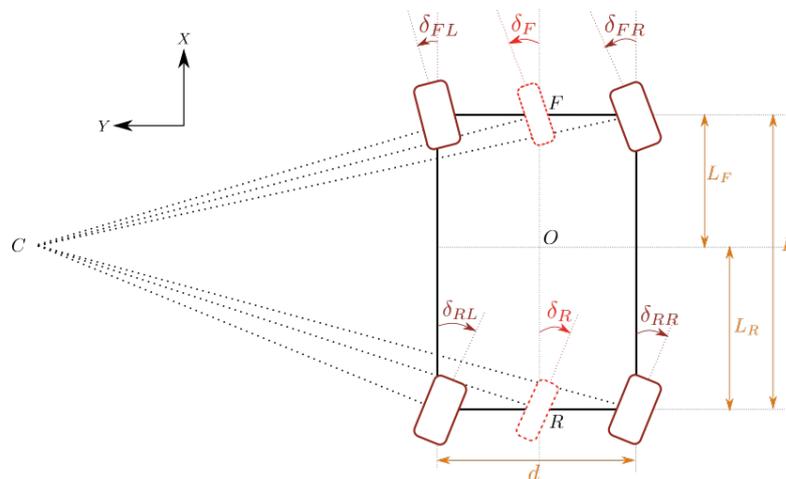


FIGURE C.1 – Visualisation de l'hypothèse d'Ackermann

Chaque roue a une direction colinéaire au vecteur de coordonnées  $\begin{pmatrix} 1 \\ \tan \delta_i \end{pmatrix}$ . On peut en déduire les équations des droites reliant les roues fictives et le centre instantané de rotation C.

$$\begin{cases} \mathcal{D}_F : x + \tan \delta_F - L_F = 0 \\ \mathcal{D}_R : x + \tan \delta_R + L_R = 0 \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

On peut en déduire les coordonnées du point d'intersection C, qui appartient aux deux droites. On suppose bien évidemment que  $\delta_F \neq \delta_R$  car sinon les roues sont parallèles et donc il n'y a pas de centre de rotation. Les coordonnées de C sont :

$$\begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix} = \frac{1}{\tan \delta_R - \tan \delta_F} \begin{pmatrix} L_F \tan \delta_R + L_R \tan \delta_F \\ -L \end{pmatrix} \quad (C.2)$$

En considérant chacune des roues, de coordonnées  $\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$ , on peut retrouver ainsi les angles de braquage des quatre roues en considérant le centre de rotation :

$$\tan \delta_i = \frac{x_C - x_i}{y_i - y_C} = \frac{\tan \delta_F (L_R + x_i) + \tan \delta_R (L_F - x_i)}{y_i (\tan \delta_R - \tan \delta_F) + L} \quad (C.3)$$

L'expression détaillée des quatre angles de braquage est donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{FL} = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_F}{1 + \frac{d}{2L} (\tan \delta_R - \tan \delta_F)} \right) \\ \delta_{FR} = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_F}{1 - \frac{d}{2L} (\tan \delta_R - \tan \delta_F)} \right) \\ \delta_{RL} = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_R}{1 + \frac{d}{2L} (\tan \delta_R - \tan \delta_F)} \right) \\ \delta_{RR} = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_R}{1 - \frac{d}{2L} (\tan \delta_R - \tan \delta_F)} \right) \end{array} \right. \quad (C.4)$$

On constate sans surprise que les angles de braquage d'un même essieu sont égaux si  $d = 0$ , ie dans le cadre du modèle bicycle. Cependant, on va remettre en question dans la section suivante cette perception en calculant la différence entre l'angle de braquage des roues virtuelles et celui des roues réelles qui lui sont associées (même essieu).

**Remarque** : Il est possible de retrouver l'expression des angles de braquage moyens à partir des mesures d'angles de braquage aux roues d'un même côté :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_F = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_{FL}}{1 - \frac{d}{2L} (\tan \delta_{RL} - \tan \delta_{FL})} \right) \\ \delta_R = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_{RL}}{1 - \frac{d}{2L} (\tan \delta_{RL} - \tan \delta_{FL})} \right) \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta_F = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_{FR}}{1 + \frac{d}{2L} (\tan \delta_{RR} - \tan \delta_{FR})} \right) \\ \delta_R = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_{RR}}{1 + \frac{d}{2L} (\tan \delta_{RR} - \tan \delta_{FR})} \right) \end{array} \right. \quad (C.5)$$

## C.2 Dans le cas d'un seul essieu directeur

Dans cette section, on considère un véhicule dont un seul essieu est directeur, qu'on considère classiquement être l'essieu avant. Donc  $\delta_R = 0$ . On calcule alors les différences  $|\delta_{FR} - \delta_F|$  et  $|\delta_{FL} - \delta_F|$  afin de juger de la cohérence de l'hypothèse 15 stipulant que les angles de braquage d'un même essieu sont identiques. Ces valeurs sont visualisables sur les deux premières figures de C.2 en fonction de la valeur de  $\delta_F$  mais aussi du ratio  $\frac{d}{L}$ . On note de manière nette que cet écart augmente sensiblement lorsque, simultanément, le véhicule est large et que l'angle de braquage est élevé. Un véhicule large avec un seul essieu directeur devant faire des virages serrés risque donc de ne pas respecter l'hypothèse du modèle bicycle. Les deux graphes en bas de la figure C.2 permet de visualiser plus précisément la validité du modèle bicycle dans le cas particulier où  $\frac{d}{L} = 0.6$ , qui est un ratio qui est proche des véhicules off-road.

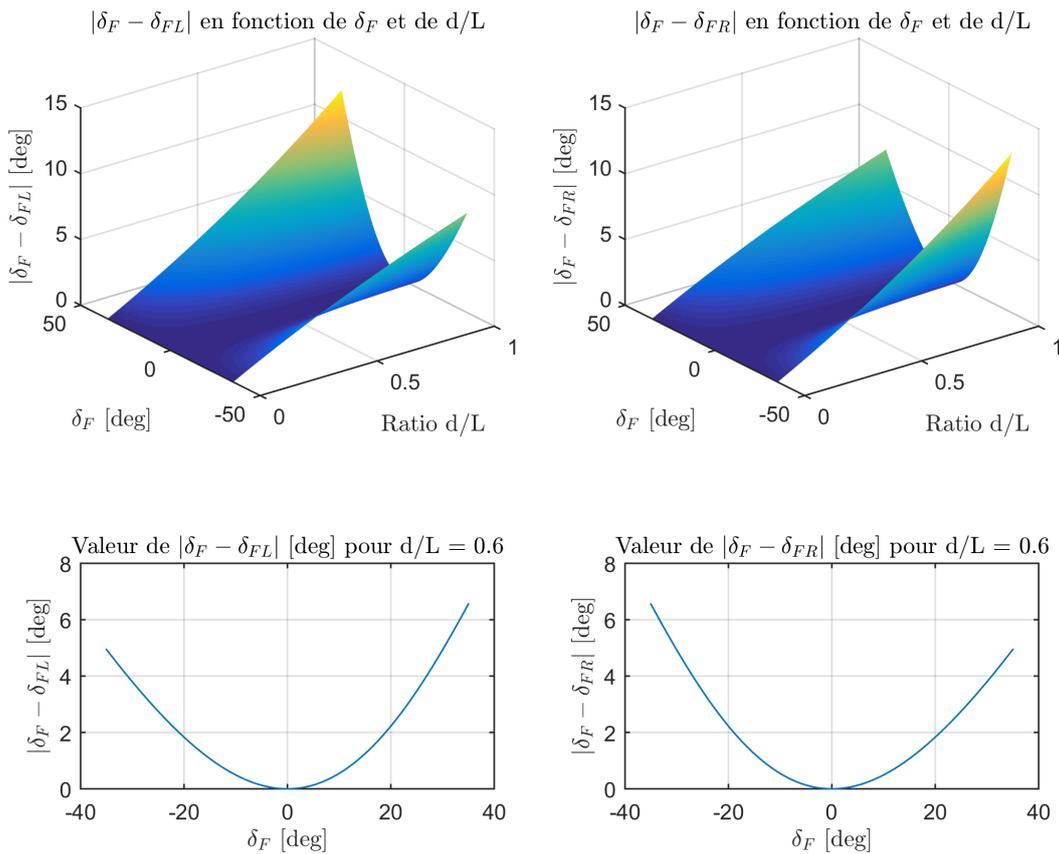


FIGURE C.2 – Écart entre l'angle de braquage des roues avant et la roue médiane virtuelle selon l'hypothèse d'Ackermann dans le cas d'un véhicule à un seul essieu directeur

### C.3 Dans le cas de deux essieux directeurs

Dans le cas de deux essieux directeurs, il faut savoir que l'angle de braquage appliqué à chaque essieu est inférieur à l'angle de braquage maximal que l'on rencontre dans le cas d'un seul essieu directeur. En effet, en supposant le centre instantané de rotation à la même position entre les deux configurations (un essieu directeur ou deux essieux directeurs), un effort de braquages supérieure est nécessaire dans le cas de la première configuration. Ceci est illustré en calculant la position latérale du centre instantané, qui correspond au rayon de courbure, dans les deux configurations (supposant que  $\delta_{R,ARD} = -\delta_{F,ARD}$ ), voir (C.2) :

$$\begin{aligned}
 y_{C,2RD} = y_{C,ARD} &\Leftrightarrow \frac{L}{\tan \delta_{F,2RD}} = \frac{L}{\tan \delta_{F,ARD} - \tan \delta_{R,ARD}} \\
 &\Leftrightarrow \tan \delta_{F,2RD} = \tan \delta_{F,ARD} - \tan \delta_{R,ARD} \\
 &\Leftrightarrow \tan \delta_{F,2RD} = 2 \tan \delta_{F,ARD} \\
 &\Leftrightarrow \delta_{F,ARD} = \operatorname{atan} \left( \frac{\tan \delta_{F,2RD}}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{C.6}$$

Dans le cas classique où on considère que la valeur maximale de  $\delta_{F,2RD}$  est de 35 degrés, on obtient un angle de braquage maximal avant et arrière (de signe opposé) de 17 degrés pour obtenir le même pouvoir de rotation en virage avec deux essieux directeurs. L'étude précédente est donc à nouveau effectué en considérant un ratio  $\frac{d}{L} = 0.6$ , un angle de braquage arrière et une limite des angles de braquage à 20 degrés.

### C.4 Conclusions

L'hypothèse 15 présenté page 73 stipule que l'angle de braquage des roues d'un même essieu sont identiques, quelques soient les situations, ce qui rentre en contradiction avec la direction d'Ackermann . Cette hypothèse a besoin d'être analysée et sa cohérence évaluée dans le domaine du véhicule off-road où les géométries de véhicules et les angles de braquage potentiellement importants sont à considérer. Après avoir considéré les angles de braquage maximaux dans le cas d'un ou deux essieux directeurs et des géométries de véhicules divers, voici les conclusions qui peuvent être énoncées :

- Dans le cas d'un seul essieu directeur, il est absolument primordial de considérer le ratio  $\frac{d}{L}$  du véhicule. En effet, plus il est important et moins l'hypothèse est respectée. Ainsi, un véhicule off-road particulièrement large risque d'avoir des angles de braquage assez éloignés de celles modélisées par l'hypothèse. Bien que le modèle bicycle (en considérant le braquage d'une roue médiane virtuelle) ait un effet moyennant sur cette différence gauche/droite en termes d'angles de braquage, il est nécessaire de le souligner pour éviter de concevoir un régulateur aux hypothèses excessivement simplistes.

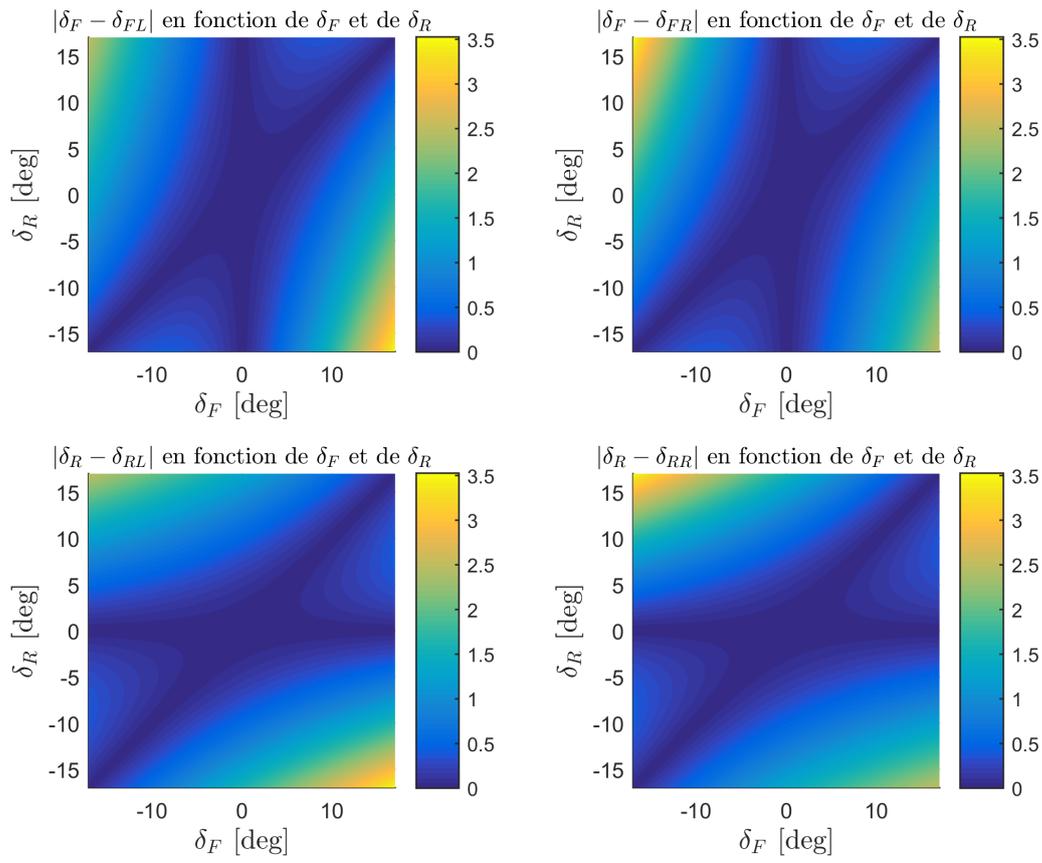


FIGURE C.3 – Écart entre l’angle de braquage des roues avant/arrière et la roue médiane virtuelle selon l’hypothèse d’Ackermann dans le cas d’un véhicule à deux essieux directeurs ( $d/L = 0.6$ )

- L’hypothèse d’égalité des angles de braquage d’un même essieu est bien mieux respectée lorsque les angles de braquage sont faibles. Donc un véhicule large mais avec deux essieux directeurs peut rentrer dans le cadre du modèle bicycle, tant que les angles de braquage d’un même essieu ne sont pas trop élevés.



# BIBLIOGRAPHIE

---

- [Her82] Heinrich HERTZ, « Ueber die Berührung fester elastischer Körper. », ger, in : *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92 (1882), p. 156-171 (cf. p. 52).
- [KB60] R. E. KALMAN et J. E. BERTRAM, « Control System Analysis and Design Via the “Second Method” of Lyapunov : I—Continuous-Time Systems », in : *Journal of Basic Engineering* 82.2 (juin 1960), p. 371-393, ISSN : 0021-9223 (cf. p. 99).
- [Kal60] Rudolf E KALMAN, « On the general theory of control systems », in : *Proceedings First International Conference on Automatic Control, Moscow, USSR, 1960*, p. 481-492 (cf. p. 103).
- [KS69] Huibert KWAKERNAAK et Raphael SIVAN, *Linear optimal control systems*, t. 1072, Wiley, 1969, p. 275-280 (cf. p. 88).
- [DFS70] Howard DUGOFF, P. S. FANCHER et Leonard SEGEL, « An Analysis of Tire Traction Properties and Their Influence on Vehicle Dynamic Performance », in : *International Automobile Safety Conference, 1970*, p. 700377 (cf. p. 52).
- [Wae76] Bartel Leendert van der WAERDEN, « Hamilton’s Discovery of Quaternions », in : *Mathematics Magazine* 49.5 (1976), p. 227-234 (cf. p. 42).
- [BNP87] Egbert BAKKER, Lars NYBORG et Hans B. PACEJKA, « Tyre Modelling for Use in Vehicle Dynamics Studies », in : *SAE International Congress and Exposition, 1987* (cf. p. 52).
- [GN91] Gwanghun GIM et Parviz NIKRAVESH, « An Analytical Model of Pneumatic Tyres for Vehicle Dynamics Simulations. Part 2 : Comprehensive Slips », in : *International Journal of Vehicle Design* 12 (1991), p. 19-39 (cf. p. 52).
- [Gon93] Sunrong GONG, « A Study of In-Plane Dynamics of Tires », thèse de doct., Delft University of Technology, Faculty of mechanical Engineering - III, 1993, 181 p. (cf. p. 52).
- [GTP96] Jürgen GULDNER, Han-Shue TAN et Satyajit PATWARDHAN, « Analysis of Automatic Steering Control for Highway Vehicles with Look-down Lateral Reference Systems », in : *Vehicle System Dynamics* 26.4 (1996), p. 243-269 (cf. p. 78).
- [Zam96] G. ZAMES, « Input-output feedback stability and robustness », in : *IEEE Control Systems Magazine* 16.3 (1996), p. 61-66 (cf. p. 94).
- [Dat98] Sélim DATOUSSAÏD, « Optimisation du comportement dynamique et cinématique de systèmes multicorps à structure cinématique complexe », thèse de doct., Faculté Polytechnique de Mons, 1998 (cf. p. 52).

- 
- [WBH99] D. WARD, T. BERTRAM et M. HILLER, « Vehicle dynamics simulation for the development of an extended adaptive cruise control », in : *1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (Cat. No.99TH8399)*, 1999, p. 730-735 (cf. p. 72).
- [Nie00] U Kiencke {and} L NIELSEN, *Automotive Control Systems : For Engine, Driveline, and Vehicle*, t. 11, 2000, p. 388-389 (cf. p. 60).
- [AK01] Murat ARCAK et Petar KOKOTOVIĆ, « Feasibility conditions for circle criterion designs », in : *Systems & Control Letters* 42.5 (2001), p. 405-412, ISSN : 0167-6911 (cf. p. 94).
- [Pac02] Hans B. PACEJKA, *Tire and vehicle dynamics*, 2002, 627 p. (cf. p. 52).
- [HRW03] Wolfgang HIRSCHBERG, Georg RILL et Heinz WEINFURTER, « User-Appropriate Tyre-Modelling for Vehicle Dynamics in Standard and Limit Situations », in : *Vehicle System Dynamics* 38.2 (2003), p. 103-125, ISSN : 0042-3114 (cf. p. 57).
- [MM03] S. MARTINI et V. MURDOCCO, « Lateral control of tractor-trailer vehicles », in : *Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications, 2003. CCA 2003. T. 1*, 2003, 269-273 vol.1 (cf. p. 79).
- [AB04] R. ANDERSON et D.M. BEVLY, « Estimation of slip angles using a model based estimator and GPS », in : *Proceedings of the 2004 American Control Conference, Proceedings of the 2004 American Control Conference*, Boston, MA, USA : IEEE, 2004, 2122-2127 vol.3, ISBN : 978-0-7803-8335-7 (cf. p. 74).
- [Len05] Roland LENAIN, « Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles en présence de glissements », thèse de doct., Blaise Pascal-Clermont II, 2005, 259 p. (cf. p. 70).
- [He+06] Junjie HE, D A CROLLA, M C LEVESLEY et WJ MANNING, « Coordination of active steering, driveline, and braking for integrated vehicle dynamics control », in : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering* 220.10 (2006), p. 1401-1420 (cf. p. 101).
- [WB06] Andreas WÄCHTER et Lorenz T. BIEGLER, « On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming », in : *Mathematical Programming* 106.1 (2006), p. 25-57, ISSN : 0025-5610, 1436-4646 (cf. p. 127).
- [Yeu+06] Tae-kyeong YEU, Soung-jea PARK, Sup HONG, Hyung-woo KIM et Jong-su CHOI, « Path Tracking using Vector Pursuit Algorithm for Tracked Vehicles Driving on the Soft Cohesive Soil », in : *2006 SICE-ICASE International Joint Conference*, 2006, p. 2781-2786 (cf. p. 67).
- [De 07] Philippe DE LARMINAT, *Automatique appliquée*, Hermes Science : Lavoisier, 2007 (cf. p. 91, 92, 146).

- 
- [Pre+07] William H. PRESS, Saul A. TEUKOLSKY, William T. VETTERLING et Brian P. FLANNERY, *Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing*, 3<sup>e</sup> éd., 2007 (cf. p. 113).
- [Won08] Jo Yung WONG, *Theory of ground vehicles*, John Wiley & Sons, 2008 (cf. p. 45).
- [BCL09] Guillaume BAFFET, Ali CHARARA et Daniel LECHNER, « Estimation of vehicle sideslip, tire force and wheel cornering stiffness », in : *Control Engineering Practice* 17.11 (2009), p. 1255-1264, ISSN : 09670661 (cf. p. 74).
- [Dou+09a] M. DOUMIATI, A. VICTORINO, A. CHARARA et D. LECHNER, « Lateral load transfer and normal forces estimation for vehicle safety : experimental test », in : *Vehicle System Dynamics* 47.12 (2009), p. 1511-1533, ISSN : 0042-3114, 1744-5159 (cf. p. 60).
- [Dou+09b] Moustapha DOUMIATI, Alessandro VICTORINO, Ali CHARARA et Daniel LECHNER, « Virtual sensors, application to vehicle tire-road normal forces for road safety », in : *2009 American Control Conference*, 2009, p. 3337-3343 (cf. p. 59).
- [Jaz09] Reza N. JAZAR, *Vehicle dynamics : theory and applications*, Corrected at 3. printing, OCLC : 552060779, New York, NY : Springer, 2009, 1015 p., ISBN : 978-0-387-74243-4 (cf. p. 59).
- [OO09] Pierre-Yves OUDEYER et INRIA Bordeaux-Sud OUEST, « Sur les interactions entre la robotique et les sciences de l'esprit et du comportement », in : *Informatique et Sciences Cognitives : influences ou confluences* (2009) (cf. p. 23).
- [PFS09] Benjamin L. PENCE, Hosam K. FATHY et Jeffrey L. STEIN, « Sprung mass estimation for off-road vehicles via base-excitation suspension dynamics and recursive least squares », in : *2009 American Control Conference*, 2009, p. 5043-5048 (cf. p. 110).
- [Sni09] Jarrod M SNIDER, *Automatic Steering Methods for Autonomous Automobile Path Tracking*, 2009, 78 p. (cf. p. 74).
- [Rao10] Anil V RAO, « A SURVEY OF NUMERICAL METHODS FOR OPTIMAL CONTROL », in : (2010), p. 33 (cf. p. 104).
- [Jia+11] Guo JIANHUA, Chu LIANG, Zhou FEIKUN et Yao LIANG, « Coordinated control of AFS and ESP based on fuzzy logic method », in : *2011 International Conference on Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer (MEC)*, 2011, p. 2357-2360 (cf. p. 72).
- [Len+11] Roland LENAIN, Benoit THUILOT, Oliver HACH et Philippe MARTINET, « High-speed mobile robot control in off-road conditions : A multi-model based adaptive approach », in : *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Shanghai, China : IEEE, 2011, p. 6143-6149, ISBN : 978-1-61284-386-5 (cf. p. 71).
- [Maa11] Salim MAAKAROUN, « Modélisation et simulation dynamique d'un véhicule urbain innovant en utilisant le formalisme de la robotique », thèse de doct., 2011 (cf. p. 36).

- 
- [AOB12] R. ATTIA, R. ORJUELA et M. BASSET, « Coupled longitudinal and lateral control strategy improving lateral stability for autonomous vehicle », in : *2012 American Control Conference (ACC)*, 2012 American Control Conference - ACC 2012, Montreal, QC : IEEE, 2012, p. 6509-6514, ISBN : 978-1-4577-1096-4 978-1-4577-1095-7 978-1-4577-1094-0 978-1-4673-2102-0 (cf. p. 101).
- [Att+12] Rachid ATTIA, Jérémie DANIEL, Jean-Philippe LAUFFENBURGER, Rodolfo ORJUELA et Michel BASSET, « Reference generation and control strategy for automated vehicle guidance », in : *2012 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2012, p. 389-394 (cf. p. 98).
- [Den+12] Dieumet DENIS, Benoit THUILOT, Roland LENAIN et Michel BERDUCAT, « Preserving stability of huge agriculture machines with internal mobilities : Application to a grape harvester. », in : (2012), p. 6 (cf. p. 102).
- [Han+12] Xu HAN, Gilles MOURIOUX, Joanny STEPHANT et Dominique MEIZEL, « About the prediction of all-terrain vehicles rollover », in : *2012 9th France-Japan & 7th Europe-Asia Congress on Mechatronics (MECATRONICS) / 13th Int'l Workshop on Research and Education in Mechatronics (REM)*, 2012 9th France-Japan & 7th Europe-Asia Congress on Mechatronics (MECATRONICS) / 13th Int'l Workshop on Research and Education in Mechatronics (REM), Paris, France : IEEE, 2012, p. 56-63, ISBN : 978-1-4673-4772-3 978-1-4673-4770-9 978-1-4673-4771-6 (cf. p. 101, 102).
- [Raj12] Rajesh RAJAMANI, *Vehicle dynamics and control*, 2. ed, Mechanical engineering series, OCLC : 774382146, New York, NY : Springer, 2012, 496 p., ISBN : 978-1-4614-1432-2 978-1-4614-1433-9 (cf. p. 45, 46, 49, 63).
- [Ric+12a] Mathieu RICHIER, Roland LENAIN, Benoit THUILOT et Christophe DEBAIN, « Dual back-stepping observer to anticipate the rollover risk in under/over-steering situations. Application to ATVs in off-road context », in : *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2012), Vilamoura-Algarve, Portugal : IEEE, 2012, p. 5387-5393, ISBN : 978-1-4673-1736-8 978-1-4673-1737-5 978-1-4673-1735-1 (cf. p. 80).
- [Ric+12b] Mathieu RICHIER, Roland LENAIN, Benoit THUILOT et Christophe DEBAIN, « Rollover Prevention System Dedicated to ATVs on Natural Ground », in : *Applied Mechanics and Materials* 162 (2012), p. 505-514, ISSN : 1662-7482 (cf. p. 102).
- [Che13] Philippe CHEVREL, « Methodology of the State Approach Control », in : *Analysis and Control of Linear Systems*, sous la dir. de Philippe de LARMINAT, Wiley-ISTE, Wiley-ISTE, mars 2013, p. 55 (cf. p. 85).
- [Gea+13] Marcel Stefan GEAMANU, Hugues MOUNIER, Silviu-Iulian NICULESCU, Arben CELA et Guénaél LESOLLIEC, « Adherence control for electric vehicles on varying road conditions », in : *21st Mediterranean Conference on Control and Automation*, 2013, p. 1404-1410 (cf. p. 79).

- 
- [Jeo+13] Jeon JEONG HWAN, Raghvendra V. COWLAGI, Steven C. PETERS, Sertac KARAMAN, Emilio FRAZZOLI, Panagiotis TSIOTRAS et Karl IAGNEMMA, « Optimal motion planning with the half-car dynamical model for autonomous high-speed driving », in : *2013 American Control Conference*, 2013 American Control Conference (ACC), Washington, DC : IEEE, 2013, p. 188-193, ISBN : 978-1-4799-0178-4 978-1-4799-0177-7 978-1-4799-0175-3 (cf. p. 36).
- [Liu+13] Gang LIU, Hongbin REN, Sizhong CHEN et Wenzhu WANG, « The 3-DoF bicycle model with the simplified piecewise linear tire model », in : *Proceedings 2013 International Conference on Mechatronic Sciences, Electric Engineering and Computer (MEC)*, 2013, p. 3530-3534 (cf. p. 36).
- [Nam+13] Kanghyun NAM, Sehoon OH, Hiroshi FUJIMOTO et Yoichi HORI, « Estimation of Sideslip and Roll Angles of Electric Vehicles Using Lateral Tire Force Sensors Through RLS and Kalman Filter Approaches », in : *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60.3 (2013), p. 988-1000 (cf. p. 103).
- [Ril13] Georg RILL, « TMeasy – A Handling Tire Model based on a three-dimensional slip approach », in : (2013), p. 11 (cf. p. 54, 57).
- [SGB13] Olivier SENAME, Péter GÁSPÁR et J. BOKOR, éd., *Robust control and linear parameter varying approaches : application to vehicle dynamics*, Lecture notes in control and information sciences 437, OCLC : ocn828483445, Heidelberg : Springer, 2013, 395 p., ISBN : 978-3-642-36109-8 (cf. p. 71).
- [AGB14] P. APKARIAN, P. GAHINET et C. BUHR, « Multi-model, multi-objective tuning of fixed-structure controllers », in : *2014 European Control Conference* 42 (2014), p. 856-861 (cf. p. 94).
- [Gui+14] Audrey GUILLET, Roland LENAIN, Benoit THUILOT et Philippe MARTINET, « Adaptable Robot Formation Control : Adaptive and Predictive Formation Control of Autonomous Vehicles », in : *IEEE Robotics & Automation Magazine* 21.1 (2014), p. 28-39, ISSN : 1070-9932 (cf. p. 37).
- [JM14] Belgacem JABALLAH et Nacer Kouider M'SIRDI, « Structured Estimation of Tire Forces and the Ground Slope Using SM Observers », in : *International Journal of Automation and Computing* 11.2 (2014), p. 197-204, ISSN : 1476-8186, 1751-8520 (cf. p. 103).
- [Men+14] Lghani MENHOUR, Brigitte D'ANDRÉA-NOVEL, Michel FLIESS et Hugues MOUNIER, « Coupled nonlinear vehicle control : Flatness-based setting with algebraic estimation techniques », in : *Control Engineering Practice* 22 (2014), p. 135-146, ISSN : 09670661 (cf. p. 103, 142).
- [MCC14] Lama MOURAD, Fabien CLAVEAU et Philippe CHEVREL, « Direct and Steering Tilt Robust Control of Narrow Vehicles », in : *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 15.3 (2014), p. 1206-1215 (cf. p. 71).

- 
- [PLH14] Myung-Wook PARK, Sang-Woo LEE et Woo-Yong HAN, « Development of lateral control system for autonomous vehicle based on adaptive pure pursuit algorithm », in : *2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014)*, 2014, p. 1443-1447 (cf. p. 69).
- [RNH14] Alessandro RUCCO, Giuseppe NOTARSTEFANO et John HAUSER, « Optimal Control Based Dynamics Exploration of a Rigid Car With Longitudinal Load Transfer », in : *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 22.3 (2014), p. 1070-1077 (cf. p. 103).
- [Shu+14] Zhibin SHUAI, Hui ZHANG, Junmin WANG, Jianqiu LI et Minggao OUYANG, « Lateral motion control for four-wheel-independent-drive electric vehicles using optimal torque allocation and dynamic message priority scheduling », in : *Control Engineering Practice* 24 (2014), p. 55-66, ISSN : 09670661 (cf. p. 61, 72).
- [YLH14] Xianghui YUAN, Feng LIAN et Chongzhao HAN, « Models and Algorithms for Tracking Target with Coordinated Turn Motion », in : *Mathematical Problems in Engineering* 2014 (2014), sous la dir. de Shuli SUN, Publisher : Hindawi Publishing Corporation, p. 649276, ISSN : 1024-123X (cf. p. 36).
- [Att15] Rachid ATTIA, « Coupled Longitudinal and Lateral Control for a Safe Automated Vehicle Guidance », thèse de doct., 2015 (cf. p. 99, 100, 103).
- [Gui15] Audrey GUILLET, « Commande locale décentralisée de robots mobiles en formation en milieu naturel », thèse de doct., 2015 (cf. p. 103).
- [Kon+15] Jason KONG, Mark PFEIFFER, Georg SCHILDBACH et Francesco BORRELLI, « Kinematic and dynamic vehicle models for autonomous driving control design », in : *2015 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, 2015 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Seoul, South Korea : IEEE, 2015, p. 1094-1099, ISBN : 978-1-4673-7266-4 (cf. p. 36).
- [Li+15] Bowen LI, Zhuoping YU, Chi JIN et Zhiting ZHU, « Torque Allocation Algorithm of Distributed Driving Electric Vehicle Based on Energy Consumption Optimization », in : *2015 7th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, t. 1, 2015, p. 319-323 (cf. p. 99).
- [LLG15] Eric LUCET, Roland LENAIN et Christophe GRAND, « Dynamic path tracking control of a vehicle on slippery terrain », in : *Control Engineering Practice* 42 (2015), p. 60-73, ISSN : 09670661 (cf. p. 71).
- [NTL15] Ange NIZARD, Benoit THUILOT et Roland LENAIN, « Tire longitudinal grip estimation for improved safety of vehicles in off-road conditions », in : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, WA, USA : IEEE, 2015, p. 3368-3373, ISBN : 978-1-4799-6923-4 (cf. p. 49, 72).

- 
- [PLH15] Myungwook PARK, Sangwoo LEE et Wooyong HAN, « Development of Steering Control System for Autonomous Vehicle Using Geometry-Based Path Tracking Algorithm », in : *ETRI Journal* 37.3 (2015), p. 617-625 (cf. p. 70).
- [Qiu+15] Wang QIU, Qu TING, Yu SHUYOU, Guo HONGYAN et Chen HONG, « Autonomous vehicle longitudinal following control based on model predictive control », in : *2015 34th Chinese Control Conference (CCC)*, 2015, p. 8126-8131 (cf. p. 104).
- [Sha+15] Yunxiao SHAN, Wei YANG, Cheng CHEN, Jian ZHOU, Ling ZHENG et Bijun LI, « CF-Pursuit : A Pursuit Method with a Clothoid Fitting and a Fuzzy Controller for Autonomous Vehicles », in : *International Journal of Advanced Robotic Systems* 12.9 (2015), p. 134 (cf. p. 70).
- [WN15] P. Grey WALTER et D. NOLL, « Optimization-based control design techniques and tools », in : *Encyclopedia of Systems and Control* (2015) (cf. p. 94).
- [JVC16] Kun JIANG, Alessandro VICTORINO et Ali CHARARA, « Estimation and prediction of vehicle dynamics states based on fusion of OpenStreetMap and vehicle dynamics models », in : *2016 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, 2016 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Gotenburg, Sweden : IEEE, 2016, p. 208-213, ISBN : 978-1-5090-1821-5 (cf. p. 74).
- [Oht+16] Hiroki OHTA, Naoki AKAI, Eijiro TAKEUCHI, Shinpei KATO et Masato EDAHIRO, « Pure Pursuit Revisited : Field Testing of Autonomous Vehicles in Urban Areas », in : *2016 IEEE 4th International Conference on Cyber-Physical Systems, Networks, and Applications (CPSNA)*, 2016, p. 7-12 (cf. p. 67).
- [Pad+16] Brian PADEN, Michal CAP, Sze Zheng YONG, Dmitry YERSHOV et Emilio FRAZZOLI, « A Survey of Motion Planning and Control Techniques for Self-driving Urban Vehicles », in : (2016) (cf. p. 70).
- [Ple+16] Franck PLESTAN, Joan DAVINS-VALLDAURA, Said MOUSSAOUI et Guillermo PITA-GIL, « Sliding mode observer design for the road curvature estimation in Traffic Jam Pilot system », in : *2016 14th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 2016 14th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), Nanjing, China : IEEE, 2016, p. 302-307, ISBN : 978-1-4673-9788-9 (cf. p. 71).
- [TTC16] Gilles TAGNE, Reine TALJ et Ali CHARARA, « Design and Comparison of Robust Nonlinear Controllers for the Lateral Dynamics of Intelligent Vehicles », in : *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 17.3 (2016), p. 796-809 (cf. p. 72).
- [AH17] Mohd Radzi ABU MANSOR et Zambri HARUN, « F1 IN SCHOOLS Competition to Promote STEM : Aerodynamic Investigation of Miniature F1 IN SCHOOLS Car », in : *2017 7th World Engineering Education Forum (WEEF)*, 2017, p. 708-712 (cf. p. 46).

- 
- [Der+17a] Mathieu DEREMETZ, Roland LENAIN, Adrian COUVENT, Christophe CARIOU et Benoit THUILOT, « Path tracking of a four-wheel steering mobile robot : A robust off-road parallel steering strategy », in : (2017), p. 7 (cf. p. 88).
- [Der+17b] Mathieu DEREMETZ, Roland LENAIN, Benoit THUILOT et Vincent ROUSSEAU, « Adaptive trajectory control of off-road mobile robots : A multi-model observer approach », in : *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Singapore, Singapore : IEEE, 2017, p. 4407-4413, ISBN : 978-1-5090-4633-1 (cf. p. 72).
- [EB17] Bjrn-Olav H. ERIKSEN et Morten BREIVIK, « MPC-Based mid-level collision avoidance for asvs using nonlinear programming », in : *2017 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, 2017, p. 766-772 (cf. p. 127).
- [Jeo+17] Hong Bae JEONG, Sung Hyun YOU, Hyun Ho KANG et Choon Ki AHN, « Vehicle roll angle and bank angle estimation using FIR filtering », in : *2017 Eighth International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*, 2017 Eighth International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP), Hangzhou : IEEE, 2017, p. 348-352, ISBN : 978-1-5386-1168-5 (cf. p. 80).
- [Lia+17] Hongjie LIANG, Yue MA, Jinning ZHI, Yi LI et Yifan PENG, « Optimized torque allocation strategy on multi-wheel vehicles », in : *2017 9th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*, 2017, p. 815-820 (cf. p. 99).
- [Pol+17] Philip POLACK, Florent ALTCHE, Brigitte D'ANDREA-NOVEL et Arnaud de LA FORTELLE, « The kinematic bicycle model : A consistent model for planning feasible trajectories for autonomous vehicles? », in : *2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, 2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Los Angeles, CA, USA : IEEE, 2017, p. 812-818, ISBN : 978-1-5090-4804-5 (cf. p. 66).
- [AGD18] Joel ANDERSSON, Joris GILLIS et Moritz DIEHL, « User Documentation for CasADi v3.4.4 », in : (2018), p. 74 (cf. p. 127).
- [Bou+18] Mohamed BOUDALI, Rodolfo ORJUELA, Michel BASSET et Rachid ATTIA, « Emergency Autonomous Vehicle Guidance Under Steering Loss », in : *2018 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, 2018, p. 2078-2083 (cf. p. 99).
- [Der18] Mathieu DEREMETZ, « Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles autonomes et adaptables en milieux naturels », thèse de doct., 2018 (cf. p. 37, 70, 145).
- [Kim+18] Moon-sik KIM, Beom-jae KIM, Chang-il KIM, Moon-hyung SO, Gwang-soo LEE et Jaehwan LIM, « Vehicle Dynamics and Road Slope Estimation based on Cascade Extended Kalman Filter », in : *2018 International Conference on Information and Communication Technology Robotics (ICT-ROBOT)*, 2018, p. 1-4 (cf. p. 80).

- 
- [Mus+18] Simon MUSTAKI, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI et Francois FAUVEL, « Efficient Multi-Objective and Multi-Scenarios Control Synthesis Methodology for Designing a Car Lane Centering Assistance System », in : *2018 European Control Conference (ECC)*, 2018 17th European Control Conference (ECC), Limassol : IEEE, 2018, p. 929-934, ISBN : 978-3-9524269-8-2 (cf. p. [85](#), [94](#), [146](#)).
- [ZGL18] Xudong ZHANG, Dietmar GÖHLICH et Jiayuan LI, « Energy-Efficient Torque Allocation Design of Traction and Regenerative Braking for Distributed Drive Electric Vehicles », in : *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 67.1 (2018), p. 285-295 (cf. p. [99](#)).
- [Zha+18] Min ZHAO, Fan YANG, Dihua SUN, Weijian HAN, Fei XIE et Tao CHEN, « A joint dynamic estimation algorithm of vehicle mass and road slope considering braking and turning », in : *2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, 2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC), Shenyang : IEEE, 2018, p. 5868-5873, ISBN : 978-1-5386-1244-6 (cf. p. [103](#)).
- [AM19] Gerardo AMATO et Riccardo MARINO, « Distributed Nested PI Slip Control for Longitudinal and Lateral Motion in Four In-Wheel Motor Drive Electric Vehicles », in : *2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC)*, 2019, p. 7609-7614 (cf. p. [117](#)).
- [HEM19] Ali S. HUSSEIN, Catherine M. ELIAS et Elsayed I. MORGAN, « A Realistic Model Predictive Control using Single and Multiple Shooting in the Formulation of Non-linear Programming Model », in : *2019 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety (ICVES)*, 2019, p. 1-6 (cf. p. [114](#)).
- [Mus+19] Simon MUSTAKI, Anh-Tu NGUYEN, Philippe CHEVREL, Mohamed YAGOUBI et Francois FAUVEL, « Comparison of Two Robust Static Output Feedback  $H_2$  Design Approaches for Car Lateral Control », in : *2019 18th European Control Conference (ECC)*, 2019 18th European Control Conference (ECC), Naples, Italy : IEEE, 2019, p. 716-723, ISBN : 978-3-907144-00-8 (cf. p. [72](#)).
- [Mus19] Simon Eliakim MUSTAKI, « Outils de pré-calibration numérique des lois de commande de systèmes de systèmes : application aux aides à la conduite et au véhicule autonome », thèse de doct., 2019 (cf. p. [78](#), [86](#), [88](#)).
- [Ngu+19] Chi T. P. NGUYEN, Joao Pedro F. TROVAO, Bao-Huy NGUYEN et Minh C. TA, « Powertrain Analysis of an All-Wheel-Drive Off-Road Electric Vehicle », in : *2019 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, 2019, p. 1-6 (cf. p. [97](#)).
- [RR19] Bin REN et Jinlong REN, « Research on calculation model of vehicle collision avoidance based on safe collision time », in : *2019 IEEE 2nd International Conference on Automation, Electronics and Electrical Engineering (AUTEEEE)*, 2019, p. 101-104 (cf. p. [103](#)).

- 
- [SW19] Francisco SÁNCHEZ-BAYO et Kris AG WYCKHUYS, « Worldwide decline of the entomofauna : A review of its drivers », in : *Biological conservation* 232 (2019), p. 8-27 (cf. p. 27).
- [TAK19] Chen TANG, Mansour ATAËI et Amir KHAJEPOUR, « A Reconfigurable Integrated Control for Narrow Tilting Vehicles », in : *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 68.1 (2019), p. 234-244, ISSN : 0018-9545, 1939-9359 (cf. p. 71, 102).
- [Wan+19a] Mingqiang WANG, Lei ZHANG, Zhenpo WANG, Yinghui SAI et Yafeng CHU, « A Real-Time Dynamic Trajectory Planning for Autonomous Driving Vehicles », in : *2019 3rd Conference on Vehicle Control and Intelligence (CVCI)*, 2019, p. 1-6 (cf. p. 103).
- [Wan+19b] Shaohua WANG, Yijia HUI, Xiaoqiang SUN et Dehua SHI, « Neural Network Sliding Mode Control of Intelligent Vehicle Longitudinal Dynamics », in : *IEEE Access* 7 (2019), p. 162333-162342 (cf. p. 98).
- [WHZ19] Xiaokang WEN, Jingchun HUANG et Shuo ZHANG, « Anti-Slip Re-Adhesion Control Strategy of Electric Locomotive Based on Distributed MPC », in : *2019 IEEE 21st International Conference on High Performance Computing and Communications; IEEE 17th International Conference on Smart City; IEEE 5th International Conference on Data Science and Systems (HPCC/SmartCity/DSS)*, 2019, p. 2708-2713 (cf. p. 104).
- [Cho+20] Kwanghyun CHO, Hyunwoo SON, Yafei WANG, Kanghyun NAM et Seibum CHOI, « Vehicle Side-Slip Angle Estimation of Ground Vehicles Based on a Lateral Acceleration Compensation », in : *IEEE Access* 8 (2020), p. 180433-180443 (cf. p. 48).
- [Din+20] Xiaolin DING, Zhenpo WANG, Lei ZHANG et Cong WANG, « Longitudinal Vehicle Speed Estimation for Four-Wheel-Independently-Actuated Electric Vehicles Based on Multi-Sensor Fusion », in : *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 69.11 (2020), p. 12797-12806 (cf. p. 102).
- [Gha+20] Toheed GHANDRIZ, Bengt JACOBSON, Peter NILSSON, Leo LAINE et Niklas FRÖJD, « Computationally Efficient Nonlinear One- and Two-Track Models for Multitrailer Road Vehicles », in : *IEEE Access* 8 (2020), p. 203854-203875 (cf. p. 36).
- [Hua+20] Yaofu HUANG, Zengshan TIAN, Qing JIANG et Junxing XU, « Path Tracking Based on Improved Pure Pursuit Model and PID », in : *2020 IEEE 2nd International Conference on Civil Aviation Safety and Information Technology (ICCASIT)*, 2020, p. 359-364 (cf. p. 70).
- [Low+20] James LOWENBERG-DEBOER, Iona Yuelu HUANG, Vasileios GRIGORIADIS et Simon BLACKMORE, « Economics of robots and automation in field crop production », in : *Precision Agriculture* 21.2 (2020), p. 278-299 (cf. p. 29).
- [Ma20] Yue MA, *Dynamics and Advanced Motion Control of Off-Road UGVs*, 2020, p. 120-123 (cf. p. 49).

- 
- [Ng+20] K. M. NG, S. A. C. ABDULLAH, A. AHMAD et J. JOHARI, « Implementation of Kinematics Bicycle Model for Vehicle Localization using Android Sensors », in : *2020 11th IEEE Control and System Graduate Research Colloquium (ICSGRC)*, 2020, p. 248-252 (cf. p. 36).
- [Wan+20] Yang WANG, Wen CHENG, Shengfei LI, Xing CUI et Bo SU, « Integrated Design of Local Trajectory Planning and Tracking Control for Autonomous Driving », in : *2020 3rd International Conference on Unmanned Systems (ICUS)*, 2020, p. 1114-1120 (cf. p. 71).
- [Yan+20] Xiao YANG, Jianzhong ZHU, Zheng PAN, Boyuan LI et Rongrong WANG, « Adaptive Estimator for Vehicle Roll and Road Bank Angles Using Inertial Sensors », in : *2020 4th CAA International Conference on Vehicular Control and Intelligence (CVCI)*, 2020, p. 1-6 (cf. p. 103).
- [Ahm+21] Behnaz AHMADI, Mohamed W. MEHREZ, Wael William MELEK et Amir KHAJEPOUR, « Model Predictive Control for Reliable Path Following with Application to the Autonomous Vehicle and Considering Different Vehicle Models », in : *2021 5th International Conference on Vision, Image and Signal Processing (ICVISIP)*, 2021, p. 27-32 (cf. p. 127).
- [Ge+21] Qiang GE, Qi SUN, Shengbo Eben LI, Sifa ZHENG, Wei WU et Xi CHEN, « Numerically Stable Dynamic Bicycle Model for Discrete-time Control », in : *2021 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Workshops (IV Workshops)*, 2021, p. 128-134 (cf. p. 36).
- [Jeo+21] Dasol JEONG, Seungtaek KIM, Jonghyup LEE, Seibum B. CHOI, Mintae KIM et Ho-jong LEE, « Estimation of Tire Load and Vehicle Parameters Using Intelligent Tires Combined With Vehicle Dynamics », in : *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 70 (2021), p. 1-12 (cf. p. 60).
- [LRX21] Juncheng LI, Maopeng RAN et Lihua XIE, « Design and Experimental Evaluation of a Hierarchical Controller for an Autonomous Ground Vehicle With Large Uncertainties », in : *IEEE Transactions on Control Systems Technology* (2021), p. 1-13, ISSN : 1063-6536, 1558-0865, 2374-0159 (cf. p. 103).
- [Qia+21] Fu QIANG, Liu XIANG, Liu XUEYIN et Liao GONGLEI, « An Improved Pure Pursuit Algorithm for Tractor Automatic Navigation », in : *2021 IEEE 4th International Conference on Information Systems and Computer Aided Education (ICISCAE)*, 2021, p. 201-205 (cf. p. 70).
- [SK21] Santiago SANTOS VALLE et Josef KIENZLE, « Agriculture 4.0 : Robotique agricole et matériel automatisé au service d'une production agricole durable. Gestion intégrée de cultures », in : *FAO, Rome 24.2* (2021), p. 278-299 (cf. p. 26, 27).

- 
- [Vie+21] David VIEIRA, Rodolfo ORJUELA, Matthias SPISSER et Michel BASSET, « Longitudinal Vehicle Control based on Off-road Tire Model for Soft Soil Applications », in : *IFAC-PapersOnLine* 54.10 (2021), 6th IFAC Conference on Engine Powertrain Control, Simulation and Modeling E-COSM 2021, p. 304-309, ISSN : 2405-8963 (cf. p. 98).
- [Axe22] AXEMA, « Rapport économique », 2022 (cf. p. 27).
- [Leg+22a] Romain LEGRAND, Fabien CLAVEAU, Philippe CHEVREL, Benjamin RANCINANGUE et Anthony DOLLET, « H2/Hinf robust lateral control of an off-road two-steering-axle vehicle on slippery sloping soils », in : *IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND)*, 2022 (cf. p. 146, 181).
- [Leg+22b] Romain LEGRAND, Fabien CLAVEAU, Philippe CHEVREL, Benjamin RANCINANGUE et Anthony DOLLET, « Multivariable lateral control of an off-road vehicle operating on sloping grounds », in : *2022 European Control Conference (ECC)*, IEEE, 2022, p. 2062-2068 (cf. p. 88).
- [Rec+22] Luis F. RECALDE, Bryan S. GUEVARA, Victor ANDALUZ, José VARELA, Javier GIMENEZ et Daniel GANDOLFO, « Nonlinear MPC for Multiple Quadrotors in Dynamic Environments », in : *2022 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2022, p. 1201-1209 (cf. p. 127).
- [Zha+22] Li ZHAI, Chengping WANG, Yuhan HOU et Chang LIU, « MPC-Based Integrated Control of Trajectory Tracking and Handling Stability for Intelligent Driving Vehicle Driven by Four Hub Motor », in : *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 71.3 (2022), p. 2668-2680 (cf. p. 104).
- [IGN22] Institut national de l'information géographique et forestière (IGN), *La géodésie*, <https://geodesie.ign.fr/index.php?page=rgf93>, Mis en ligne le 10 juin 2021, consulté le 6 juin 2022 (cf. p. 39).



---

**Titre :** Suivi de trajectoire autonome et robuste en milieu agricole

**Mot clés :** Véhicule off-road, Commande robuste  $H_2/H_\infty$ , Commande latérale et longitudinale découplées, Commande prédictive

**Résumé :** L'automatisation des véhicules agricoles est aujourd'hui un enjeu majeur de la mutation des pratiques agricoles. Munis des capteurs *ad hoc*, il est question ici de leur capacité à suivre une trajectoire prédéfinie, de manière robuste afin d'assurer leur mission en dépit d'un sol complexe. Cette thèse contribue au sujet en revisitant les problématiques de contrôle des dynamiques latérales et longitudinales. Dans le but de générer une commande robuste des angles de braquage, le suivi latéral du chemin de référence proposé s'appuie sur une approche multi-objectif  $H_2/H_\infty$  et multi-modèle, de manière à optimiser le compromis performances/robustesse à

partir des incertitudes explicitées. Le contrôle longitudinal proposé est novateur à plusieurs points de vue. Quoique conçu indépendamment du contrôle latéral, il tient compte des aspects liés à la dynamique latérale, et vise à prévenir les pertes d'adhérence et risques de renversement. La prise en compte de telles contraintes et la nécessité d'anticipation ont induit le choix d'une commande prédictive non-linéaire. Au final, la pertinence de la solution et de la méthode est illustrée par le biais d'un simulateur réaliste, sur la base de scénarios faisant intervenir des configurations multiples de pentes et de vitesses.

---

**Title:** Robust path following control in an agricultural setting

**Keywords:** Off-road vehicles, MPC,  $H_2/H_\infty$  robust control, Decoupled lateral and longitudinal control

**Abstract:** The automation of off-road vehicles has become nowadays a strategic line of research given the recent and profound mutations of agricultural practices. This thesis deals with the conception of two independent controllers of an off-road vehicle, regulating both longitudinal and lateral dynamics. The first regulator aims to minimize the deviations with respect to a reference path by controlling the steering angles. It relies on an extended bicycle model that accounts for the slopes and load transfers. The  $H_2/H_\infty$  multi-objective synthesis allows the consideration of large model uncertainties. The adaptability of this controller is enhanced by the feed-

back/feedforward architecture which ensures the global robustness of the regulator. The second controller regulates the longitudinal dynamics of the vehicle. It lies on model predictive control. Anti-slip and anti-rollover constraints are explicitly defined during the synthesis of the regulator to ensure the stability of the off-road vehicle operating on slippery sloping grounds. The designed controllers have been tested on a realistic simulator which takes account of great load transfers within the vehicle, which are common in agricultural context. Both controllers have demonstrated satisfactory performances while exploring a variety of slopes and speeds.