

# Solutions d'optimisation pour la fabrication additive robotisée multi-procédés DED de pièces de grandes dimensions métalliques

Ela Mvolo Evina Alegue

## ► To cite this version:

Ela Mvolo Evina Alegue. Solutions d'optimisation pour la fabrication additive robotisée multiprocédés DED de pièces de grandes dimensions métalliques. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Clermont Auvergne, 2024. Français. NNT: 2024UCFA0038. tel-04645986

## HAL Id: tel-04645986 https://theses.hal.science/tel-04645986v1

Submitted on 12 Jul 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Université de Clermont Auvergne

## École doctorale n° 70 : Sciences pour l'ingénieur

# Thèse de Doctorat

Présentée par

## Ela MVOLO EVINA ALEGUE

En vue de l'obtention du grade de

## Docteur d'Université

Spécialité : Génie Mécanique

# Solutions d'optimisation pour la fabrication additive robotisée multi-procédés DED de pièces de grandes dimensions métalliques

Soutenue publiquement le 28 mai 2024 devant le jury :

| Mme Claire LARTIGUE    | Professeur des Universités, Université Paris-Saclay      | Présidente         |
|------------------------|--|--------------------|
| M. Benoit FURET        | Professeur des Universités, Université de Nantes         | Rapporteur         |
| M. François VILLENEUVE | Professeur des Universités, Université Grenoble Alpes    | Rapporteur         |
| M. Chedli BOUZGARROU   | Professeur des Universités, Université Clermont Auvergne | Examinateur        |
| M. Laurent SABOURIN    | Maître de conférences HDR, Université Clermont Auvergne  | Directeur de thèse |
| M. Didier BOISSELIER   | Responsable Fabrication additive, IREPA LASER            | Invité             |
| M. Thierry ENGEL       | Maître de conférences, INSA Strasbourg                   | Invité             |
|                        |  |                    |

Université Clermont Auvergne - SIGMA Clermont Institut Pascal, UMR 6602 CNRS/UCA/SIGMA Clermont, F-63171 Aubière, France

# Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT) pour avoir rendu possible la réalisation de cette thèse grâce à la Convention Industrielle de Formation par la Recherche (CIFRE), entre la société IREPA LASER et l'Institut Pascal de l'Université de Clermont Auvergne.

J'adresse mes sincères remerciements à M. Jean-Paul Gaufillet, président directeur général de la société IREPA LASER, pour m'avoir accordé l'opportunité de travailler en tant qu'ingénieure de recherche avant le début de ma thèse. Je suis reconnaissante pour les ressources humaines, techniques et financières mises à ma disposition tout au long de cette thèse.

Je souhaite témoigner ma reconnaissance à Mme. Evelyne Gil, en sa qualité de directrice de l'Institut Pascal, pour avoir mis à ma disposition des moyens scientifiques, humains et matériel, et m'avoir accueilli au sein du laboratoire.

Je tiens à remercier l'Ecole Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur (EDSPI) de l'Université de Clermont Auvergne pour l'accompagnement et l'excellente formation doctorale dont j'ai pu bénéficier.

J'adresse mes sincères remerciements aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer mes travaux. Un merci particulier aux rapporteurs de cette thèse, pour la pertinence de leurs critiques envers ce manuscrit.

Je tiens à exprimer ma plus profonde gratitude envers mon directeur de thèse M. Laurent Sabourin, Maitre de conférences HDR à l'Institut Pascal, pour son soutien et son accompagnement tout au long de cette thèse. Merci pour son dévouement, sa disponibilité, son expertise, sa rigueur dans le travail, sa bienveillance et ses conseils qui ont été essentiels pour mener à bien ce projet.

Je suis extrêmement reconnaissante envers M. Didier Boisselier, responsable des applications et du développement de la fabrication additive chez IREPA LASER, pour son encadrement, son soutien constant et sa confiance indéfectible. Ses conseils avisés et sa bienveillance ont été essentiels tout au long de cette thèse.

Je remercie infiniment M. Thierry Engel, Enseignant-chercheur à l'INSA de Strasbourg, pour sa contribution dans ces travaux. Je le remercie particulièrement pour sa disponibilité, sa bienveillance, son aide précieuse lors des expérimentations et ses conseils avisés.

Je souhaite à exprimer ma gratitude à tous mes collègues de IREPA LASER pour leurs contributions, leurs expertises, leur esprit d'équipe et nos échanges fructueux et stimulants. Un merci particulier à Mikaël, Julien, Nathan, Zakaria, Jonathan, Léo-Paul et Felix pour leur aide précieuse dans la réalisation de mes expérimentations. Je remercie également Paul, Ronny, Vaibhav, Amina et Jean-Michel pour leur soutien, leurs conseils et leurs encouragements.

Je suis reconnaissante envers ma famille et mes amis qui ont été une source incommensurable de soutien moral et affectif. «*ABUI NGAN* à ma mère Geneviève, à mes sœurs Astride et Eugenie, à mes frères Charles et Gabriel, à mes neveux Jean-Marie Vianney, Mael, Liam, Zack, et Zen, à ma nièce Roxana, à mon cousin Jean-Luc, et à mes amis Madeleine, Kelly, Samantha, Merveille, Benedicte et Denis. Leur présence et leurs encouragements m'ont apporté force et motivation tout au long de ma thèse.

Je tiens à remercier chaleureusement mon conjoint Rodrigues, pour son soutien inconditionnel, sa patiente infinie, sa présence réconfortante, son amour et ses encouragements qui m'ont permis d'avancer malgré les difficultés.

Je dédie cette thèse à la mémoire de mon Père Florent, dont les enseignements et le souvenir ont été une source d'inspiration constante. Je le remercie particulièrement de m'avoir transmis son amour pour les sciences et de m'avoir toujours encouragé dans toutes mes entreprises.

A toutes ces personnes, ainsi qu'à celles dont le nom n'apparaît pas ici mais qui ont contribué de diverses manières à cette thèse, je présente mes plus profonds remerciements. Cette thèse est le fruit d'un travail collectif et de rencontres enrichissantes, et je suis reconnaissante d'avoir pu bénéficier de tant de soutien et d'encouragements tout au long de mon parcours.

« Mékúg më koe më beé më ngabúg mbazoa-elé » « *Deux petits escargots ont fait tomber un grand arbre »* Ce proverbe Ewondo souligne que de modestes efforts persévérants, mènent à de grandes réalisations.

# Table des matières

| Remercier | ments   | 3    |
|-----------|---|------|
| Table des | matières  |      |
| Table des | figures   | 9    |
| Glossaire | tableaux  | .17  |
| Introduct | ion générale  | . 19 |
| Chapitre  | 1: Contexte de la fabrication additive métallique robotisée           | . 21 |
| 1.1.      | Fabrication additive métallique de pièces de grandes dimensions       | 21   |
| 1.2.      | Procédés de dépôt de matière sous énergie concentrée DED              | . 22 |
|           | 1.2.1. Principe du procédé DED CLAD                                   | .23  |
|           | 1.2.2. Les avantages des procédés DED                                 | .24  |
|           | 1.2.3. Les limites des procédés DED                                   | 25   |
|           | 1.2.4. Champ d'application du WAAM et du DED CLAD                     | 25   |
|           | 1.2.5. Contraintes associées à la FAM DED                             | 26   |
| 1.3.      | Systèmes de FAM DED   | .27  |
|           | 1.3.1. Machines cartésiennes  | 27   |
|           | 1.3.2. Cellules robotiques  | 27   |
|           | 1.3.3. Cellule robotique Hybride                                      | .29  |
|           | 1.3.4. Apport de la redondance en FAM                                 | 32   |
| 1.4.      | Chaine numérique de FAM robotisée                                     | .33  |
|           | 1.4.1. Motifs de dépôt en FAM   | .34  |
|           | 1.4.2. Planification des trajectoires robot                           | 36   |
|           | 1.4.3. Réglage des paramètres   | 37   |
|           | 1.4.4. Bilan  | 38   |
| 1.5.      | Contexte industriel   | 38   |
|           | 1.5.1. Système FAMGP (Fabrication Additive Métallique Grandes Pièces) | 39   |
|           | 1.5.2. Problématiques   | 41   |
| 1.6.      | Capabilités   | 41   |
|           | 1.6.1. Capabilité d'accessibilité                                     | 42   |
|           | 1.6.2. Capabilité cinématique   | 42   |
|           | 1.6.3. Capabilité de précision  | 43   |
| 1.7.      | Objectifs de la thèse   | 46   |
| 1.8.      | Conclusion  | .46  |

| Chapi | itre 2                | 2: Identification des paramètres clés du triptyque Produit/Processus/Ressour                     | ces             |
|-------|-----------------------|--|-----------------|
|       | 2.1.                  | Procédés DED CLAD  | <b>47</b>       |
|       |                       | 2.1.1. DED CLAD laser-fil  | 47              |
|       |                       | 2.1.2. DED CLAD laser poudre   | 49              |
|       | 2.2.                  | Paramètres clés de la stratégie de fabrication du système FAMGP                                  | 51              |
|       |                       | 2.2.1. Extraction des données et classement  | 51              |
|       |                       | 2.2.2. Paramètres Produit/Processus/Ressources   | 53              |
|       |                       | 2.2.3. Interdépendance des paramètres  | 56              |
|       |                       | 2.2.4. Paramètres moteur, dépendants et clés   | 58              |
|       | 2.3.                  | Outil d'aide à la décision   | 59              |
|       |                       | 2.3.1. Modes de fabrication du système FAMGP   | 60              |
|       |                       | 2.3.2. Contraintes de fabrication  | 61              |
|       |                       | 2.3.3. Présentation de l'outil d'aide à la décision  | 63              |
|       |                       | 2.3.4. Application au cas d'une pièce prismatique pleine avec angle en surplom                   | b               |
|       |                       |  | 71              |
|       |                       | 2.3.5. Application au cas d'une pièce cylindrique creuse   | 74              |
|       | 2.4.                  | Conclusion   | 76              |
| Chapi | <b>itre</b> 3<br>3.1. | 3: Modélisation de la cellule robotique et démarche d'optimisation<br>Modélisation de la cellule | <b>79</b><br>79 |
|       |                       | 3.1.1. Méthode TCS: travelling coordinate system   | 80              |
|       |                       | 3.1.2. Modèle géométrique direct   | 80              |
|       |                       | 3.1.3. Représentation des orientations des quaternions   | 82              |
|       |                       | 3.1.4. Modèle géométrique inverse  | 83              |
|       |                       | 3.1.5. Modèle cinématique direct   | 84              |
|       |                       | 3.1.6. Modélisation du robot COMAU NJ 165 3.0  | 84              |
|       |                       | 3.1.7. Modélisation de la cellule redondante à neuf degrés de liberté                            | 87              |
|       |                       | 3.1.8. Synchronisation des articulations   | 88              |
|       | 3.2.                  | Résolution de la redondance  | 88              |
|       |                       | 3.2.1. Pseudo-inverse de Moore-Penrose LN (Least Norm)   | 89              |
|       |                       | 3.2.2. Méthode du gradient projeté   | 90              |
|       |                       | 3.2.3. Formalisation du problème   | 90              |
|       | 3.3.                  | Méthode d'optimisation   | 91              |
|       |                       | 3.3.1. Optimisations basées sur le gradient de la fonction objectif                              | 91              |
|       |                       | 3.3.2. Pondération variable  | 91              |
|       | 3.4.                  | Critères d'optimisation  | 92              |

|      |                       | 3.4.1. Critère de butées   | 92              |
|------|-----------------------|--|-----------------|
|      |                       | 3.4.2. Critère de singularité  | 92              |
|      |                       | 3.4.3. Critères de capacité cinématique et mécanique   | 93              |
|      |                       | 3.4.4. Critère de rigidité   | 95              |
|      | 3.5.                  | Algorithme d'optimisation  | 96              |
|      |                       | 3.5.1. Module d'optimisation globale   | 96              |
|      |                       | 3.5.2. Module d'optimisation locale  | 96              |
|      |                       | 3.5.3. Synthèse des critères mis en œuvre  | 97              |
|      | 3.6.                  | Conclusion   | 97              |
| Chap | <b>itre</b> 4<br>4.1. | 4: Etude du comportement des robots<br>Analyse modale des robots   | <b>99</b><br>99 |
|      |                       | 4.1.1. Protocole expérimental  | . 100           |
|      |                       | 4.1.2. Traitement des acquisitions   | . 101           |
|      |                       | 4.1.3. Analyse des paramètres modaux   | . 102           |
|      |                       | 4.1.4. Influence des configurations sur les paramètres modaux  | . 102           |
|      |                       | 4.1.5. Synthèse de l'analyse modale des robots   | . 104           |
|      | 4.2.                  | Test Ballbar   | . 104           |
|      |                       | 4.2.1. Protocole expérimental  | . 104           |
|      |                       | 4.2.2. Résultat et synthèse  | . 105           |
|      | 4.3.                  | Etude du comportement cinématique lors du suivi d'une trajectoire par laser tra<br>et accéléromètre triaxial | acker<br>. 107  |
|      |                       | 4.3.1. Protocole expérimental  | . 107           |
|      |                       | 4.3.2. Analyse des trajectoires circulaires  | . 108           |
|      |                       | 4.3.3. Analyse des trajectoires rectilignes  | . 113           |
|      |                       | 4.3.4. Analyse des trajectoires à profil carré   | .117            |
|      |                       | 4.3.5. Corrélation des données du laser tracker et de l'accéléromètre triaxial                               | . 120           |
|      | 4.4.                  | Les apports de l'étude du comportement des robots  | . 122           |
|      | 4.5.                  | Conclusion   | . 123           |
| Chap | itre :                | 5: Applications et résultats   | . 125           |
| -    | 5.1.                  | Choix de la stratégie de fabrication par l'analyse du comportement cinématique<br>du suivi d'une trajectoire | e lors<br>. 125 |
|      |                       | 5.1.1. Expérimentations  | . 126           |
|      |                       | 5.1.2. Choix du motif de dépôt   | . 127           |
|      |                       | 5.1.3. Choix de la configuration robot   | . 128           |
|      |                       | 5.1.4. Réalisation de pièces de test rail  | . 129           |
|      |                       | 5.1.5. Choix de la stratégie de fabrication  | . 130           |

| 5.2.      | Outil de planification optimisée des trajectoires                          | 131  |
|-----------|--|------|
|           | 5.2.1. Limitation du logiciel NX Siemens                                   | 131  |
|           | 5.2.2. Fonctionnalités de l'outil d'optimisation (OOT)                     | 132  |
|           | 5.2.3. Mise en œuvre de l'optimisation                                     | 134  |
| 5.3.      | Application à une pièce de forme carré                                     | 137  |
|           | 5.3.1. Evaluation de la fabricabilité                                      | 137  |
|           | 5.3.2. Optimisation de la trajectoire                                      | 139  |
|           | 5.3.3. Analyse de l'évolution des critères                                 | 142  |
|           | 5.3.4. Analyse des pièces réalisées  | 143  |
|           | 5.3.5. Analyse du comportement cinématique                                 | 145  |
|           | 5.3.6. Conclusion de l'expérimentation                                     | 146  |
| 5.4.      | Application à la pièce de test rail  | 146  |
|           | 5.4.1. Optimisation de la trajectoire                                      | 146  |
|           | 5.4.2. Analyse de l'évolution des critères                                 | 149  |
|           | 5.4.3. Analyse des pièces réalisées  | 150  |
|           | 5.4.4. Analyse du comportement cinématique                                 | 151  |
|           | 5.4.5. Conclusions de l'expérimentation                                    | 152  |
| 5.5.      | Apport de la planification optimisée des trajectoires                      | 152  |
| 5.6.      | Conclusion   | 153  |
| Conclusio | on générale  | 155  |
| Perspecti |  | 157  |
| Annexes   | es bibliographiques  | 159  |
| Ann       | exe 1-1 : Evaluation du jeu aux articulations du robot COMAU NJ 165 3.0    | 177  |
| Ann       | exe 2-1 : Developpement de l'outil d'aide à la décision pour le système F. | AMGP |
|           |  | 179  |
| Ann       | lexe 2-2 : Caracteristiques techniques robot COAMU NJ 165 3.0              | 185  |
| Ann       | lexe 3-1 : Modelisation associee au robot six axes COMAU NJ165 3.0         | 187  |
| Ann       | lexe 3-2 : Modelisation de la cellule redondante à 9 degrés de liberté     | 193  |
| Ann       | lexe 4-1 : Fiche technique de l'acceléromètre triaxial                     | 201  |
| Ann       | lexe 4-2 : Detail des experimentations – Analyse modale des robots         | 203  |
| Ann       | exe 4-3 : Resultats des acquisitions Ballbar                               | 205  |
| Ann       | exe 4-4 : Acquisitions laser tracker et accéléromètre triaxial             | 207  |
| Késumé    | •••••••••••••••••••••••••••••••••••••••                                    | 211  |

# **Table des figures**

Figure 1.1 : WAAMpeller Hélice de navire de 1,35 m de diamètres, 400 kg fabriquée par le RAMLAB [RAMLAB 2017] (a), Propulseur de fusée (400x236.5x236.5 mm) avec fonctionnalités supplémentaires fabriqué par MX3D (b), Caisson utilisé dans le train Figure 1.2 : Principe des procédés Dépôt de matière sous énergie concentrée fil (a), poudre (b) Figure 1.4 : Machine cartésienne MAGIC 800 (a), Pièces métalliques réalisées [Nain 2022] (b) Figure 1.5 : Systèmes robotique WAAM Université de Crandfield [Priarone et al. 2020] (a), Figure 1.6 : Cellule robotique de FAM robotisée DED (a), tuyau métallique courbé à 45° (b), Figure 1.7 : Système robotique de fabrication additive métallique LBDMB (a), Pièce métallique Figure 1.9 : Système de fabrication additive laser-arc, installation expérimentale (a), système Figure 1.10 : Pièce cylindrique fabriquée en Ti-Al2O3 par fabrication additive LENS™ multi-Figure 1.11 : Fabrication hybride additive (DED) et soustractive tournage (a), fraisages multiaxes (b), fraisage multiaxes intégré (c), et fraisage multiaxes séparé (d) [Gibson et al. Figure 1.14 : Système robotique de fabrication additive et soustractive de RAMLAB Figure 1.15 : Chaine numérique de la fabrication additive robotisée (inspirée de la Figure 1.16 : Motif de dépôt zig (a), grille (b), zigzag (c), contour décalé (d), contour spirale (e) Figure 1.17 : Contour avec incrément en Z homogène [Chalvin et al., 2019] (a), dépôt spiral Figure 1.19 : Stratégie de FA robotisée d'une pièce métallique de révolution avec géométries Figure 1.21 : Planification des trajectoires avec RUAMROB RUAMROB [Mehnen et al. 2011] Figure 1.23 : Pièces réalisées par IREPA LASER en DED CLAD laser-poudre avec une Figure 1.24 : Système de Fabrication Additive Métallique Grandes Pièces (FAMGP) de IREPA Figure 1.26 : Procédure générale de réalisation d'une pièce sur le système FAMGP......40

| Figure 1.27 : Relation entre les vitesses articulaires et opérationnelles dans un es          | pace   |
|---|--------|
| bidimensionnel  | 42     |
| Figure 1.28 : Exactitude (a) et répétabilité (b)  | 43     |
| Figure 1.29 : Compensation des erreurs articulaires d'un robot Staubli, identification d      | le la  |
| rigidité des articulations 1 et 2 (a), paramètres d'estimation de l'erreur en Z (b), trajecte | oires  |
| avec et sans correction (c) [Olabi et al. 2012]   | 44     |
| Figure 1.30 : Boucle d'asservissement [Le Lann 2007]  | 45     |
| Figure 1.31 : Contrôle de distance tête de dépôt - pièce d'un robot de FAM [Felsch et al. 2   | 019]   |
|   | 45     |
| Figure 2.1 : Tête de dépôt DED CLAD laser-fil   | 47     |
| Figure 2.2 : Points d'impact du fil (a), directions de l'amenée de fil(b)                     | 48     |
| Figure 2.3 : Paramètres du procédé DED CLAD laser-fil   | 49     |
| Figure 2.4 : Tête de dépôt DED CLAD laser-poudre  | 49     |
| Figure 2.5 : Paramètres du procédé DED CLAD laser-poudre                                      | 50     |
| Figure 2.6 : Matrice d'influence directe (a), graphe d'influence/dépendance (b)               | 52     |
| Figure 2.7 : Paramètres produit   | 53     |
| Figure 2.8 : Schéma simplifié d'un cordon   | 53     |
| Figure 2.9 : Paramètres du processus  | 54     |
| Figure 2.10 : Motif de dépôt zigzag (a), pas latéral (b), incrément en Z (c)                  | 55     |
| Figure 2.11 : Paramètres ressource  | 56     |
| Figure 2.12 : Graphe d'influence directe des paramètres du système pour le procédé I          | DED    |
| CLAD laser-fil  | 56     |
| Figure 2.13 : Graphe d'influence/dépendance du système FAMGP pour le procédé DED CI           | LAD    |
| laser- fil  | 58     |
| Figure 2.14 : Graphe d'influence/dépendance du système FAMGP pour le procédé DED CI           | LAD    |
| laser-poudre  | 58     |
| Figure 2.15 : Cellule robotique FAMGP   | 60     |
| Figure 2.16 : Modes de fabrication du système FAMGP   | 60     |
| Figure 2.17 : Pièce métallique (acier) réalisé avec le procédé WAAM [Greer et al., 2019] .    | 61     |
| Figure 2.18 : Contraintes du système FAMGP  | 63     |
| Figure 2.19 : Entrées-sorties du module Géométrie   | 63     |
| Figure 2.20 : Onglet Forme du module géométrie, formes simples (a), formes complexes          | (b),   |
| remplissage/ première couche (c)  | 64     |
| Figure 2.21 : Onglets du module Géométrie, Dimensions (a), particularités(b)                  | 65     |
| Figure 2.22 : Onglets du module Géométrie, bilan (a), recommandations (b)                     | 65     |
| Figure 2.23 : Entrées-sorties du Module Matériaux   | 66     |
| Figure 2.24 : Onglet Matériaux du module Matériaux, procédé recommandé (a), list              | e de   |
| matériaux après la sélection de la forme fil ou poudre (b), sélection de la forme hybride (t  | fil et |
| poudre) (c)   | 66     |
| Figure 2.25 : Onglets du Module matériaux, bilan (a), procédé associé au matériau (b)         | 67     |
| Figure 2.26 : Entrées-sorties du module Stratégie   | 67     |
| Figure 2.27 : Onglet Contraintes du module Stratégie  | 68     |
| Figure 2.28 : Onglet Modes de fabrication du module stratégie                                 | 68     |
| Figure 2.29 : Onglet modes de fabrication du module stratégie de l'OAD-FAMGP                  | 69     |
| Figure 2.30 : Onglets du module stratégie, Bilan(a), Recommandations (b)                      | 69     |
| Figure 2.31 : Module Paramètres OAD -FAMGP  | 70     |
| Figure 2.32: Onglet Paramètres du système du module paramètres                                | 70     |
| Figure 2.33 : Onglet Réglage paramètres du module Paramètres                                  | 70     |
| Figure 2.34 : Pièce prismatique de base rectangulaire avec angle en surplomb                  | 71     |
| Figure 2.35: Dimensions pièce métallique avec angle en surplomb                               | 71     |

| Figure 2 36 · Recommandations Dimensions adaptées au système FAMGP                        | 72    |
|---|-------|
| Figure 2.30 : Recommandations Dimensions inadaptées au système FAMGP                      | 72    |
| Figure 2.38 : Bilan matériau et procédé   | 73    |
| Figure 2.39 : Bilan stratégie pour une poutre métallique dans l'OAD                       | 73    |
| Figure 2.40 : Recommandations de la stratégie   | 74    |
| Figure 2.40 : Réclage des paramètres  | 74    |
| Figure 2.47 : Pièce cylindrique creuse  | 74    |
| Figure 2.43 : Recommandations Géométrie   | 75    |
| Figure 2.44 : Module Matériaux  | 75    |
| Figure 2.45 : Module stratégie  | 76    |
| Figure 2.46 : Module paramètres   | 76    |
| Figure 3.1 : Cellule robotique modélisée  | 79    |
| Figure 3.2 : Exemple de modélisation TCS [Subrin 2013] excentricité de l'élément i        | (a)   |
| longueur de l'élément i (b) et (c)  | 80    |
| Figure 3.3 : Robot anthronomorphe hybride (a) éléments du robot (b) liaisons du robot (c) | 85    |
| Figure 3.4 : Modélisation du robot COMALI NI 165.3.0 par la méthode TCS                   | 85    |
| Figure 3.5 : Singularités du poignet (a) coude (b) énaule(c)                              | 87    |
| Figure 3.6 : Modélisation de la cellule redondante à 0 ddls par la méthode TCS            | 87    |
| Figure 3.7 : Inversion du mouvement   | 0/    |
| Figure 3.8 : Equation de poids et seuils associés aux différents critères                 | 00    |
| Figure 3.0 : Algorithme implémenté dans l'outil de planification des trajectoires         | 06    |
| Figure 4.1 : Pohots do l'analyse modele: Pohot mobile (a) Pohot fixe (b)                  | 00    |
| Figure 4.1 : Robols de l'analyse modale. Robot mobile (a), Robot me (b)                   | 100   |
| Figure 4.2 : Configurations du foot pour l'anaryse modale experimentale                   | ù tro |
| triavial (c) analyseur vibro accustique (d)   |       |
| Figure 4.4 : Processus d'analyse des données pour l'AME                                   | 101   |
| Figure 4.5 : Example de résultat de l'AME : Impact en direction X sur PM AT dans          |       |
| configuration C2  | 101   |
| Figure 4.6 : Evolution des fréquences propres en fonction de la configuration             | 101   |
| Figure 4.7 : Evolution de l'amplitude des oscillations on fonction de la configuration    | 103   |
| Figure 4.8 : Système BallBar Penishaw OC20 W  | 103   |
| Figure 4.0 : Drotocole d'un test Ballbar  | 104   |
| Figure 4.9. Fromple de peremètres de diagnostie d'un test Pellber                         | 105   |
| Figure 4.10. Exemple de parametres de diagnostic d'un test Danbai                         | 105   |
| Figure 4.11. Exemple de lesultat dans le plan A1, layon 150 min, vitesse 2500 min/min 1   | 100   |
| Figure 4.12. Configurations C2 et C5  | 107   |
| Figure 4.13 : Procédure experimentale   | 107   |
| Figure 4.14 : Flocedule experimentale   | 100   |
| Figure 4.15 : Differents reperes : configuration C2 (a), configuration C5(0)              | 100   |
| Figure 4.10. Haltement des données issues du laser tracker                                | 109   |
| Figure 4.17. Evolution de recart moyen au rayon $2k \mod (000 \mod 100)$                  | 109   |
| Figure 4.18 : Traitement des données de l'accéléromètre triaxial 1                        | 10    |
| Figure 4.19 : Variation de la déviation (600 mm/min): vitesse (a), position(b) 1          | 10    |
| Figure 4.20 : Variation de la déviation (1200 mm/min): vitesse(a), position (b) 1         | 11    |
| Figure 4.21 : Variation de la déviation (2400 mm/min – C2), vitesse (a), position (b) 1   | 12    |
| Figure 4.22 : Variation de la déviation (2400 mm/min – C3), vitesse (a), position (b) 1   | 12    |
| Figure 4.23 : Trajectoires rectilignes : configuration C2 (a), configuration C3 (b) 1     | 13    |
| Figure 4.24 : Exemple de trajectoire rectiligne suivant X 1                               | 14    |
| Figure 4.25: Ecart quadratique pour la trajectoire X (a), Y (b), Z (c)1                   | 14    |
| Figure 4.26 : Evolution de l'écart quadratique moyen Eq_moy en fonction du mode           | de    |
| commande 1  | 115   |

| Figure 4.27 : Evolution de l'écart quadratique moyen Eq_moy en fonction de la configurat      | tion       |
|---|------------|
| (600 mm/min)  | 115        |
| Figure 4.28 : Variation de la déviation $(Y - 600 \text{ mm/min})$ , vitesse (a), position(b) | 116        |
| Figure 4.29 : Trajectoires à profil carré , configuration C2 (a), configuration C3 (b)        | 117        |
| Figure 4.30 : Trajectoire à profil carré configuration C2 (600 mm/min)                        | 118        |
| Figure 4.31 : Trajectoire à profil carré configuration C3 (600 mm/min)                        | 118        |
| Figure 4.32 : Variation de la déviation (600 mm/min) : vitesse(a), position(b)                | 119        |
| Figure 4.33 : Corrélation pour une trajectoire circulaire (600 mm/min - C2), accélération     | (a),       |
| vitesse (b)   | 120        |
| Figure 4.34 : Corrélation des données trajectoire circulaire (2400 mm/min - C2) accélérat     | tion       |
| (a), vitesse (b)  | 121        |
| Figure 4.35 : Corrélation des données trajectoire à profil carré (600 mm/min -C2), accélérat  | tion       |
| (a), vitesse (b)  | 121        |
| Figure 4.36 : Corrélation des données trajectoire à profil carré (2400 mm/min - C             | 22),       |
| accélération (a), vitesse (b)   | 122        |
| Figure 5.1 : Procédure de validation de la stratégie de fabrication avec l'accéléromètre      | 126        |
| Figure 5.2 : Definition de la pièce test rail   | 126        |
| Figure 5.3 : Configurations du robot  | 126        |
| Figure 5.4 : Motifs de dépôt: ZZlong (a), ZZlat (b), Contour(c)                               | 127        |
| Figure 5.5 : Données pour les trois motifs de dépôt   | 128        |
| Figure 5.6 : Données pour les deux configurations C2 (a) et C3 (b)                            | 129        |
| Figure 5.7 : Dépôt de matière pour les stratégies : ZZlong (a), ZZlat(b), Contour (c),        | 130        |
| Figure 5.8 : Cellule dans le logiciel NX Siemens  | 131        |
| Figure 5.9 : Représentation de la cellule de FAMGP  | 132        |
| Figure 5.10 : Fonctionnalités de l'onglet traiet  | 133        |
| Figure 5 11: Fonctionnalités de l'onglet Mouv   | 133        |
| Figure 5.12 : Fonctionnalités de l'onglet Calcul  | 134        |
| Figure 5 13 · Paramètres d'ontimisation   | 135        |
| Figure 5.14 : Discrétisation des poses pour la gestion du temps                               | 136        |
| Figure 5.15 : Visualisation des articulations hors courses d'une pose inaccessible            | 136        |
| Figure 5.16 · Pièce carrée  | 137        |
| Figure 5.17 : Recommandations Géométrie   | 137        |
| Figure 5.18 · Bilan Matériaux   | 138        |
| Figure 5.10 : Recommandations Stratégie   | 138        |
| Figure 5.20 : Recommandations Daramètres  | 130        |
| Figure 5.20 : Recommandations 1 atametics   | 139        |
| Figure 5.22 : Configuration de la callula pour la pièce carrée                                | 139        |
| Figure 5.22 : Visualisation das pasas p4 p7 pour la TNO                                       | 139        |
| Figure 5.25. Visualisation des poses p4,, p7 pour la rivo                                     | 140        |
| Figure 5.24. Chiefes d'optimisation pour la pièce carree                                      | 141        |
| Figure 5.25 : Visualisation des poses p4,, p7 pour la 10                                      | 142<br>TO  |
| rigure 5.20 : Evolution des chieres pour la trajectoire : non optimisée TNO (a), optimisée    | 142        |
| (U)   | 143        |
| Figure 5.27: Procedure experimentale de depoi de mattere                                      | 144        |
| Figure 5.28 : Depois de mattere TNO (a) et TO (b) pour la piece carre                         | 144        |
| Figure 5.29 : Defauts de synchronisation en position du robot et du vireur                    | 143<br>145 |
| Figure 5.50 : Donnees pour les trajectoires INU (a) et IU (b)                                 | 143        |
| Figure 5.51 : Configuration de la cellule pour la piece rail                                  | 140        |
| Figure $5.52$ : visualisation des poses p4,, p9 pour la 1NO                                   | 14/        |
| Figure 5.55 : Criteres d'optimisation pour la piece rail                                      | 148        |
| Figure 5.34 : Visualisation des poses p4,, p9 pour la TO                                      | 149        |

| Figure 5.35 : Evolution des critères pour la trajectoire : non optimisée TNO (a), | optimisée TO |
|---|--------------|
| (b)   |              |
| Figure 5.36 : Dépôts de matière TNO (a) et TO (b) pour la pièce rail              |              |
| Figure 5.37 : Données pour les trajectoires TNO (a) et TO (b)                     |              |

# Index des tableaux

| Tableau 2-1 : Comparaison des procédés DED CLAD laser-il et laser-poudre  |
|---|
| Tableau 2-2: Relations d'interdépendance des paramètres   |
| Tableau 3-1: Critères d'optimisation mis en œuvre   |
| Tableau 4-1 : Détail des valeurs articulaires (°) pour les différentes configurations du robot                        |
|   |
| Tableau 4-2 : Synthèse des résultats AME - Premières fréquences propres f <sub>01</sub> , amplitude A <sub>1</sub> et |
| taux d'amortissement ε <sub>1</sub> correspondants  |
| Tableau 4-3 : Paramètres modaux pour les différentes configurations    103  |
| Tableau 4-4 : Défaut de circularité pour un rayon 150 mm 105  |
| Tableau 4-5: défauts de jeux dans le plan XY 106  |
| Tableau 4-6 : Valeurs des paramètres pour les trajectoires circulaires  |
| Tableau 4-7: Ecarts quadratiques moyens Eq_moy (600 mm/min)   |
| Tableau 4-8 : Déviation moyenne en vitesse $\Delta V_{moy}$ et position $\Delta P_{moy}$ pour les trajectoires        |
| rectilignes   |
| Tableau 4-9 : Ecarts quadratiques moyens Eq moy pour les trajectoires à profil carré (600                             |
| mm/min)   |
| Tableau 4-10 : Déviation moyenne en vitesse $\Delta V$ moy et position $\Delta P$ moy pour les trajectoires           |
| à profil carré (600 mm/min)   |
| Tableau 5-1 : Ecarts dimensionnels de la pièce test rail  |
| Tableau 5-2: Paramètres de fabrication  |

# Glossaire

AME: analyse modale expérimentale AMM : avantage mécanique du manipulateur ANN : artificial neutral network CAO : conception assistée par ordinateur CIFRE : convention industrielle de formation par la recherche CLAD<sup>®</sup>: construction laser additive directe CMT: cold metal transfert ddls : degrés de liberté DED: directed energy deposition EBAM<sup>®</sup>: electron beam additive manufacturing FA : fabrication additive FAM: fabrication additive métallique FAMGP: fabrication additive métallique grandes pièces FEM : finite elements modelling GPM : gradient projection method LASIMM: large additive subtractive integrated modular machine LENS®: laser engineered net shaping LN : least norm MCD : modèle cinématique direct MGD : modèle géométrique direct MGI : modèle géométrique inverse MIC-MAC : matrices d'impact croisés - multiplication appliquée à un classement MID : matrice d'influence directe MII : matrice d'influence indirecte MSTMM: multibody system transfer matrix method OAD : outil d'aide à la décision OOT : outil d'optimisation des trajectoires PPR: produit/processus/ressources RF: robot fixe RM : robot mobile RM\_AT : robot mobile avec tête de dépôt RPD® : rapid plasma deposition RUAM: ready-to-use additive layer manufacturing RVM : ration de vitesse du manipulateur SERFOW: smart enabling robotics driving free form welding SLM: selective laser melting TCP: tool center point TCS : travelling coordinate system TIG: tungsten inert gas WAAM : wire arc additive manufacturing 3D : trois dimensions DFAMLP: Design for additive manufacturing large part

# **Introduction générale**

L'intégration progressive de la robotique industrielle dans la fabrication additive métallique (FAM), particulièrement pour les procédés de dépôt de matière sous énergie concentrée (DED), entraîne une évolution dans la conception et la production de pièces métalliques de grandes dimensions (de l'ordre du mètre). Ces systèmes de FAM robotisés se caractérisent par leur remarquable flexibilité, leur vaste espace de travail résultant des capacités cinématiques des robots, ainsi que leur productivité accrue. Cependant, les contraintes inhérentes aux procédés DED, telles que l'orientation de la tête de dépôt et la pièce, ajoutent un niveau de complexité substantiel au pilotage des robots industriels. Ce pilotage doit également prendre en considération les contraintes robotiques telles que la précision des trajectoires, la gestion des redondances et des zones de travail. Pourtant, à ce jour, aucune solution exhaustive n'a été développée pour la gestion de ces systèmes robotiques DED, intégrant de manière holistique les contraintes de la cellule robotique et celles du procédé.

Cette thèse s'inscrit précisément dans ce contexte et vise à proposer des solutions d'optimisation pour une cellule de fabrication additive robotisée, multi-procédés DED, destinée à la production de pièces métalliques de grandes dimensions. Cette cellule de FAM grandes pièces (FAMGP) intègre deux procédés DED CLAD<sup>®</sup> (Construction Laser Additive Directe) et fait intervenir deux robots hybrides à structure mécanique à parallélogramme, deux axes linéaires et un vireur à deux axes. La mise en œuvre des solutions d'optimisation implique une évaluation approfondie des capacités de la cellule FAMGP, ainsi qu'une planification optimisée des trajectoires de fabrication.

Le premier chapitre contextualise cette thèse dans le cadre industriel en présentant de manière détaillée les procédés DED et leurs contraintes. Il met en exergue l'importance cruciale de la phase de planification (trajectoires, réglage des paramètres) au sein de la chaîne numérique de la FAM robotisée, soulignant que toutes les contraintes associées au triptyque produit/processus/ressources (PPR) ne sont pas toujours prises en compte dans le processus de fabrication. De plus, il explore les systèmes cinématiques de FAM et leurs capabilités, soulignant les perspectives offertes par la redondance dans ce domaine spécifique. En outre, il met l'accent sur la pertinence de l'étude du comportement des robots pour identifier les causes potentielles des oscillations dans les trajectoires de fabrication. La cellule FAMGP développée par IREPA LASER est présentée. Ce chapitre se conclut sur les objectifs de la thèse, centrés sur l'implémentation de solutions d'optimisation, par le biais de l'identification des paramètres clés, l'étude du comportement des robots et la planification des trajectoires.

Le deuxième chapitre se concentre sur l'étude approfondie des paramètres PPR dans le cadre de la mise en œuvre des procédés DED CLAD laser-fil et laser-poudre. Il adopte une méthodologie analytique, la méthode MIC-MAC (matrice d'impacts croisés – multiplication appliquée à un classement), pour classer, hiérarchiser et établir les relations d'interdépendance, identifiant ainsi les paramètres clés. Il présente l'outil d'aide à la décision développé visant à orienter les choix dans l'élaboration de stratégies de fabrication additive robotisée appropriées.

Le troisième chapitre est dédié à la modélisation de la cellule robotique redondante, détaillant les modèles géométriques et cinématiques basés sur la méthode TCS (Travelling Coordinate System). Il présente également la formalisation de la résolution de la redondance basée sur la méthode du gradient projeté et la définition d'une fonction objectif construite par agrégation de critères pondérés (cinématique, mécanique, rigidité). En outre, il expose les critères d'optimisation retenus, leur formalisme mathématique, et présente l'algorithme de résolution de la redondance utilisé pour la planification optimisée des trajectoires.

Le quatrième chapitre aborde l'étude du comportement des robots au sein de la cellule FAMGP. Pour cela, une analyse modale est réalisée à l'aide d'un accéléromètre triaxial, permettant l'identification des paramètres modaux. Une étude du comportement cinématique est ensuite réalisée grâce à un système Ballbar, un laser tracker et un accéléromètre triaxial. Cette étude vise à évaluer les capacités des robots et à analyser les phénomènes d'oscillation de dépôt de matière lors du suivi d'une trajectoire.

Le dernier chapitre présente l'outil de planification optimisée des trajectoires, basé sur la gestion des redondances cinématiques, et les applications concrètes des travaux d'optimisation réalisés sur le système robotique de FAMGP. Il expose deux applications spécifiques. la première concerne la validation de la stratégie de fabrication d'une pièce test complexe « *rail* » en utilisant l'analyse du comportement cinématique. La deuxième concerne l'optimisation des trajectoires de fabrication pour deux pièces spécifiques, une pièce simple de forme carré et la pièce « *rail* ». Ces applications démontrent les bénéfices des solutions d'optimisation sur le processus de FAM robotisé DED et sur la qualité des pièces produites.

Ces travaux ont été menés dans le cadre d'une convention CIFRE établie entre la société IREPA LASER et l'Institut Pascal de l'Université Clermont Auvergne.

# Chapitre 1: Contexte de la fabrication additive métallique robotisée

#### Sommaire

| 1.1. Fabrication additive métallique de pièces de grandes dimensions |  |
|--|--|
| 1.2. Procédés de dépôt de matière sous énergie concentrée DED        |  |
| 1.3. Systèmes de FAM DED   |  |
| 1.4. Chaine numérique de la FAM robotisée                            |  |
| 1.5. Contexte industriel   |  |
| 1.6. Capabilités   |  |
| 1.7. Objectifs de la thèse   |  |
| 1.8. Conclusion  |  |
|  |  |

La robotique industrielle, émerge de l'évolution du terme "robot" popularisé par Isaac Asimov [Bizony, 2015]. Elle se réfère aux systèmes électromécaniques programmables capables d'exécuter des tâches spécifiques. Elle englobe diverses disciplines scientifiques et industrielles et s'intègre particulièrement bien avec la fabrication additive (FA). Cette technique de fabrication, également connue sous le nom d'impression 3D, consiste à construire des pièces couche par couche par ajout successif de matériau. Lorsque la fabrication additive est réalisée à l'aide de robots et implique des matériaux métalliques, on parle de Fabrication Additive Métallique (FAM) robotisée. Cette connexion entre la robotique industrielle et la FAM offre de nouvelles perspectives pour la création de pièces métalliques complexes, marquant ainsi une évolution significative dans la fabrication industrielle vers plus de flexibilité, de personnalisation et d'efficacité.

Ce chapitre a pour objectif d'exposer le contexte conjoint de la fabrication additive métallique de pièces de grandes dimensions et de la robotique industrielle. Dans sa première section, il met en évidence les procédés de dépôt de matière sous énergie concentrée (DED : Directed Energy Deposition) couramment employés dans la production de grandes pièces métalliques [Dass et Moridi 2019] [Ahn, 2021] [S.-H. Li et al., 2023] ainsi que la chaîne numérique qui régit la FAM DED, tout en faisant un état de l'art des systèmes cinématiques généralement utilisés. Il explore également les capabilités et les espaces associés des systèmes robotiques de FAM, tout en mettant en évidence les avantages apportés par la redondance dans ce domaine.

Ainsi, ce chapitre établit le contexte industriel dans lequel s'inscrit cette thèse, tout en exposant les problématiques sous-jacentes et en définissant clairement les objectifs des travaux de recherche.

# 1.1. Fabrication additive métallique de pièces de grandes dimensions

La fabrication additive est définie selon la norme NF EN ISO/ASTM 52900, comme un procédé consistant à assembler des matériaux pour fabriquer des pièces à partir de données de modèle en 3D, en général couche après couche, à l'inverse des méthodes de fabrication soustractive et de fabrication mise en forme. Notre domaine d'étude concerne la fabrication additive métallique (FAM) des pièces de grandes dimensions par dépôt de fil ou de poudre. Parmi les sept classes de procédés de fabrication additive [ISO/ASTM 52900:2015, 2015], les

procédés DED (Directed Energy Deposition) sont les plus fréquemment utilisés pour les pièces métalliques de grandes dimensions (Fig. 1.1) [Williams et al., 2016] [RAMLAB, 2017].



Figure 1.1 : WAAMpeller Hélice de navire de 1,35 m de diamètres, 400 kg fabriquée par le RAMLAB [RAMLAB, 2017] (a), Propulseur de fusée (400x236.5x236.5 mm) avec fonctionnalités supplémentaires fabriqué par MX3D (b), Caisson utilisé dans le train d'atterrissage (c), Pièce métallique fabriquée en DED [Ahn, 2021]

Les pièces métalliques produites en FAM sont destinées aux secteurs d'activité tels que l'aéronautique (Airbus, Safran, etc.), le spatial (Relativity Space, Ariane Group), l'industrie Naval (Naval group, Ramlab), l'automobile, le médical. Ainsi, les sociétés telles que General Electrique Aviation, Pratt & Whitney, BAE System utilisent de plus en plus des pièces fabriquées en FA pour des applications aéronautique ou militaires. Boeing, l'un des leaders dans la construction des avions commerciaux a même annoncé qu'il remplacera la plupart des pièces de ses avions par des pièces produites par fabrication additive [Ozsoy et al., 2019].

## 1.2. Procédés de dépôt de matière sous énergie concentrée DED

Le principe des procédés DED est basé sur le concept de fabrication par couche additive, qui est comparable à la construction d'un mur de briques [Karayel et Bozkurt 2020]. Lors de la fabrication d'un mur, les architectes réalisent un plan formel, puis le mur est construit en disposant les briques les unes sur les autres. Dans notre cas, la pièce est réalisée par la dépose couche par couche d'un matériau métallique fondu sur un substrat ou un composant existant. Au cours de l'ajout successif de matériau, des liaisons atomiques s'établissent entre les différentes couches pour solidariser la matière et construire la pièce.

Les procédés DED peuvent être classés en fonction de la source d'énergie utilisée [Özel et al., 2023]. Le matériau sous forme de poudre ou de fil, fond sous l'action d'une source thermique qui peut être un faisceau d'électrons (EBAM<sup>®</sup>: Electron Beam Additive Manufacturing), un laser (CLAD<sup>®</sup>: Construction Laser Additive Directe) [Sankaré, 2007], un arc électrique (WAAM : Wire Arc Additive Manufacturing) ou un Plasma (RPD<sup>®</sup>: Rapid Plasma Deposition). IREPA LASER étant spécialisée dans le développement, l'utilisation et l'intégration de tête de dépôt DED CLAD, nous nous focalisons pour la suite sur ce procédé.

#### **1.2.1.** Principe du procédé DED CLAD

Les procédés DED CLAD sont des techniques de fabrication additive qui implique la fusion d'une poudre métallique [Kaji et al., 2023] ou d'un matériau en fil [Q. Li et al., 2021] à l'aide d'un laser. La tête de dépôt (coaxiale ou latérale) se déplace dans une direction donnée, en déposant sélectivement couche par couche, le matériau fondu (Fig. 1.2).



Figure 1.2 : Principe des procédés Dépôt de matière sous énergie concentrée fil (a), poudre (b)

Le matériau métallique sous forme de fil ou de poudre est alimenté dans la tête d'impression. Le fil est généralement enroulé sur une bobine et poussé à travers un système de transport pour être injecté dans le faisceau laser dans la zone de fusion. La poudre métallique dosée grâce à un système de distribution est acheminée à l'aide d'un gaz porteur jusqu'à la buse pour être injectée dans le faisceau laser de puissance. La quantité de poudre déposée est contrôlée avec précision pour correspondre à la géométrie de la pièce à fabriquer.

Cela permet une grande flexibilité dans la conception des pièces et rend également possible des réparations ciblées ou des ajouts de matériau sur des pièces existantes.



Figure 1.3 : Processus de fabrication d'une pièce en FAM à l'aide d'un procédé DED

Le processus de fabrication additive métallique DED CLAD (Fig. 1.3) se compose des étapes suivantes [Barlier et Bernard 2016] :

- Description numérique de la pièce : elle passe par la réalisation d'un modèle numérique CAO (conception assistée par ordinateur) ou ingénierie inverse (scan 3D) [Várady et al.,1997] [Javaid et al., 2020]. Une phase d'optimisation du modèle numérique (suppression de protubérances, des chanfreins, filetage, etc.) peut être nécessaire pour adapter la géométrie aux contraintes du procédé [Kamal et Rizza 2019], on parle de conception pour la fabrication additive [Gibson et al., 2021a]. L'apport des modifications géométriques exige un haut niveau d'expertise professionnelle et les logiciels de CAO actuels proposent peu ou pas d'orientations ou des conseils aux utilisateurs.
- Préparation du substrat ou de la pièce : La surface sur laquelle le matériau sera déposé doit être soigneusement préparée. Cela peut impliquer des opérations de nettoyage, de traitement thermique ou de revêtement pour garantir une bonne adhérence entre le matériau déposé et le substrat ou la pièce.
- *Génération de parcours* : le modèle CAO est découpé en strates représentant les couches à imprimer : c'est l'opération de tranchage. Dans la grande majorité des

applications, il résulte de l'intersection du modèle numérique avec un plan orthogonal à la direction de construction. L'implémentation d'une stratégie de dépôt par couche permet la génération d'une trajectoire.

- *Le dépôt de matière* : Le faisceau laser est focalisé sur le point de fusion prévu. L'énergie du faisceau fait fondre le matériau au fur et à mesure qu'il est déposé couche par couche selon les données de la conception 3D. Les mouvements de la tête de dépôt et/ou du substrat sont contrôlés avec précision pour assurer une géométrie précise de la pièce en construction. Une fois déposé, le matériau fondu refroidit rapidement et se solidifie pour former la structure solide de la pièce. Les couches successives se lient entre elles pour créer la géométrie tridimensionnelle de celle-ci.
- *Post-traitement* : L'obtention de la pièce finale passe par une étape de parachèvement (usinage, polissage, revêtement, etc.) permettant l'élimination du substrat, et l'amélioration des propriétés mécaniques et dimensionnelles du matériau pour l'obtention de la pièce finie. Des étapes de contrôle de qualité peuvent également être intégrées pour garantir la conformité aux spécifications.

Nous présentons à présent, sans être exhaustif, les avantages et limites des procédés DED et plus particulièrement du DED CLAD.

## **1.2.2.** Les avantages des procédés DED

Par rapport aux procédés classiques d'élaboration des pièces (fonderie, forge, etc.), les procédés DED offrent de nombreux avantages :

- Une grande liberté de conception et de design grâce à leur capacité de dépôt précis de couches de matériau. Cela permet de créer des géométries complexes et des pièces sur mesure (ajout de fonctionnalités, personnalisation) éliminant ainsi le besoin d'assemblage de composants distincts.
- La *flexibilité* du fait de l'absence d'outillages. On passe directement de la conception à la fabrication de plusieurs pièces sur une même machine sans étape intermédiaires. Ces procédés sont aussi adaptables à une vaste gamme de matériaux, allant des métaux aux céramiques et composites, qu'ils soient sous forme de poudre ou de fil. Cette polyvalence permet aux ingénieurs de choisir des matériaux spécifiques en fonction des besoins mécaniques, thermiques ou chimiques de l'application visée.
- La capacité *d'ajouter* du matériau précisément là où il est nécessaire *réduit le gaspillage de matière* par rapport à des méthodes de fabrication traditionnelles.
- Une *rapidité de réalisation des pièces* comparée à certains procédés de fabrication traditionnels. Les temps de développement et de fabrication des pièces (Time to market) sont réduits grâce au faible nombre d'opérations et à une minimisation de la logistique des processus internes [Leal et al., 2017].
- Une réduction *des coûts* de fabrication en produisant à la demande (diminution des frais de stockage), des coûts de logistique et transport en fabricant au plus proche des clients, et des frais d'assemblage de composants en combinant différentes fonctions au sein d'une même pièce.
- Une approche de *fabrication durable, réduisant leur impact environnemental* par la simplification des produits [Ford et Despeisse 2016], l'utilisation efficiente de l'énergie (uniquement lors du dépôt de matière), la possibilité de production décentralisée pour limiter les émissions liées au transport, et la minimisation des déchets de matières premières.

Ainsi, les procédés de FAM dont les DED permettent d'améliorer la performance globale en matière de durabilité de produits et des procédés [Ford et Despeisse 2016]. Elles sont en constante évolution et sont censées « *révolutionner la production comme la presse à imprimer a révolutionné l'impression traditionnelle* » [Karayel et Bozkurt 2020]. La fabrication additive a ainsi été qualifiée de « *révolution industrielle en marche et de 4ème révolution industrielle »* par l'Alliance française Industrie du Futur [Alliance Industrie du futur].

#### **1.2.3.** Les limites des procédés DED

Les procédés de FAM dont le DED, en pleine évolution, présentent cependant aujourd'hui des défis importants.

- L'un des obstacles principaux au développement de la FAM est *la taille des pièces imprimables* [Rajaguru et al., 2020] notamment pour les procédés lit de poudre. Elle est limitée par les capacités dimensionnelles du système de fabrication, ce qui peut être un inconvénient pour les applications nécessitant la réalisation de pièces de très grandes dimensions. Toutefois, l'intégration des robots dans les systèmes de FAM a apporté une solution à cette limitation pour les procédés DED.
- La maîtrise du dépôt de matière, les déformations des pièces et le réglage des paramètres du processus constituent des défis notables [Obaton et al., 2015]. Les propriétés mécaniques précises et la maîtrise de la microstructure des matériaux produits dépendent des paramètres du processus et des interactions complexes entre l'énergie appliquée et le matériau. Les procédés DED engendrent des contraintes résiduelles dues aux cycles thermiques rapides de chauffage et de refroidissement, ce qui provoque des déformations et des variations dimensionnelles dans les pièces finales.
- La *nécessité de post-traitements* pour obtenir des finitions de surface optimales prolonge les délais de production. On note aussi des limites au niveau du *contrôle qualité des pièces* et de leur fiabilité. Le contrôle qualité est réalisé tout au long du processus de fabrication, notamment sur les machines, les matériaux, mais il n'existe pas suffisamment de normes et réglementations qui guident le contrôle des pièces. Ceci peut augmenter le temps de post-traitement et influencer la qualité des pièces fabriquées.
- La chaine numérique (ensemble des étapes permettant de passer de l'objet numérique à l'objet réel) de la FAM DED est adaptée pour la fabrication des pièces prototypes non fonctionnelles et ne saurait supporter des procédés matures de fabrication de pièces industrielles [Ferrier, 2018]. On récence toutefois des systèmes de FAM capables de produire des pièces fonctionnelles dans un environnement industriel comme le système développé par IREPA LASER présenté dans ces travaux. En plus, il est difficile de trouver des spécialistes FAM possédant des connaissances plurielles (matériaux, modélisation, procédé, post-traitement) nécessaires pour fabriquer une pièce.

Malgré ces limites, les techniques de FAM DED, fusion de matériau (fil, poudre) par laser (DED CLAD) [Piscopo et Iuliano 2022] et Fil et Arc (WAAM) [Ahn, 2021] se démarquent comme des méthodes prometteuses pour la réalisation de pièces métalliques de grandes dimensions.

## 1.2.4. Champ d'application du WAAM et du DED CLAD

Le procédé WAAM se distingue par l'utilisation d'un arc électrique pour fondre un fil métallique, offrant des avantages tels qu'une simplicité de mise en œuvre, un meilleur maintien du bain de fusion [Soderstrom et Mendez 2006], un taux de dépôt élevé, la limitation des risques sanitaires associées au laser [Chalvin, 2020], une réduction des coûts moyen de fabrication d'environ 70% comparé au laser [Williams et al., 2016], et une distorsion thermique réduite. Cependant, il n'est pas possible d'utiliser une autre forme de matériau que du fil ce qui limite la palette de matériaux utilisable.

Les procédés DED CLAD se caractérisent par leur capacité à déposer des couches de poudre ou de fil métallique fondues par un laser, offrant ainsi des avantages tels qu'un taux de dépôt élevé (pour le dépôt de fil), une vitesse de dépôt accrue, une meilleure finesse du dépôt (qualité du cordon) [Demir, 2018] comparé au WAAM, qui permet d'obtenir une meilleure précision en terme de dimensions et de géométrie.

Les procédés DED CLAD donne la possibilité de créer des géométries complexes avec une grande liberté de conception, ainsi qu'une adaptabilité étendue en termes de matériaux, y compris les alliages métalliques et les composites. Le choix entre le DED CLAD et le WAAM dépend donc des besoins spécifiques de chaque application.

IREPA LASER, spécialisée dans les procédés laser et les matériaux, développe les procédés DED CLAD combinant vitesse de dépôt, finesse du dépôt, complexité géométrique et adaptabilité des matériaux (fil, poudre) pour la réalisation de pièces de grandes dimensions.

## **1.2.5.** Contraintes associées à la FAM DED

Les processus de FAM DED sont des procédures complexes qui exigent le réglage précis d'un ensemble de paramètres interdépendants concernant entre autres la définition des trajectoires et les conditions de dépôt. Ainsi, la stratégie de remplissage choisie crée des sollicitations cinématiques et dynamiques, qui influent sur le comportement du système. L'utilisation de ces procédés requièrent la prise en considération des contraintes suivantes :

- *Espace de travail* : Les systèmes DED CLAD ont des limites en termes de dimensions de la pièce qu'ils peuvent produire en une seule opération. La fabrication de pièces de plus grandes dimensions peut entraîner des défis de stabilité (orientation de la tête, qualité du bain de fusion) et de contrôle à grande échelle.
- Accessibilité : L'accessibilité se rapporte à la facilité avec laquelle la tête de dépôt peut atteindre les différentes parties de la pièce. Les formes complexes ou les géométries internes peuvent rendre certaines zones difficiles à atteindre. Cela peut limiter la capacité à fabriquer des pièces avec des caractéristiques complexes ou des canaux internes étroits.
- Stabilité des vitesses et rigidité de la structure : Il est crucial de maintenir une vitesse d'avance constante le long de la trajectoire et de minimiser les changements brusques de direction par l'adaptation de celle-ci. La rigidité de la structure est un paramètre important pour éviter les vibrations et les déformations indésirables causées par des mouvements rapides de la tête de dépôt ou du substrat, qui peut altérer la précision dimensionnelle et la qualité des pièces produites.
- Précision dimensionnelle : La précision dimensionnelle fait référence à la capacité du système à produire des pièces conformes aux spécifications de conception. Elle est directement dépendante de la maitrise des déformations engendrées par les contraintes thermomécaniques, des déviations des mouvements prévus et d'autres facteurs liés au processus.
- Contrôle des cycles thermiques : il est essentiel pour minimiser les déformations et les contraintes résiduelles dans le processus de fabrication. Les fluctuations de température peuvent affecter la qualité et la reproductibilité de la production, nécessitant des composants et des mécanismes de déplacement stables dans des environnements thermiques variables.
- Collisions et interférences : Les mouvements complexes de la tête de dépôt peuvent conduire à des collisions avec la pièce en cours de fabrication ou avec d'autres éléments du système. Des simulations et des systèmes de surveillance en temps réel sont souvent utilisés pour éviter de telles collisions.

Toutes ces contraintes nécessitent une conception soignée du système, un contrôle précis des paramètres de processus et une expertise approfondie pour surmonter les défis techniques et produire des pièces de qualité.

## 1.3. Systèmes de FAM DED

L'industrialisation des procédés de FAM se heurte à des défis tels que la maîtrise de la qualité, ou encore le coût des pièces produites. Ce coût est directement lié aux taux horaires des machines et à leur productivité. Nous présentons un ensemble de solutions développées dans le cadre de la réalisation de pièces de grandes dimensions, axées principalement sur le développement de cellule robotique.

#### 1.3.1. Machines cartésiennes

Les machines cartésiennes sont couramment employées pour la fabrication additive en petites, moyennes ou grandes séries et leur utilisation requiert un personnel formé et expérimenté. A titre d'exemple, on peut mentionner l'imprimante 3D professionnelle BeAM MAGIC 800 (Fig. 1.4a), qui repose sur la technologie DED CLAD. Cette imprimante est conçue pour la création ou la réparation de composants métalliques d'une longueur maximale d'un mètre, grâce à son vaste volume de fabrication. À titre illustratif, la machine MAGIC a permis de réaliser des pièces d'un volume atteignant 800x800x1000 mm (Fig. 1.4b) [Nain, 2022].



Figure 1.4 : Machine cartésienne MAGIC 800 (a), Pièces métalliques réalisées [Nain 2022] (b)

Bien que ces machines cartésiennes offrent une grande précision, leur coût élevé et leur espace de travail limité sont des limites. Le développement de machines offrant un espace de travail plus grand est nécessaire même si leur coût peut également être considérable.

#### **1.3.2.** Cellules robotiques

La réduction des coûts passe forcément par des taux horaires moins élevés et une productivité accrue. Cet état de fait est d'autant plus prégnant lorsqu'il s'agit de pièces de grandes dimensions. Pour palier en partie au besoin d'un taux horaire réduit, on observe depuis quelques années le développement de cellules robotiques [G. Zhang et al., 2018] [Hongyao et al., 2019] [Urhal et al., 2019] [FOURNIER et al., 2019] [Bhatt et al., 2019] et plus particulièrement en FAM [Colegrove et al., 2016] [Yu et al., 2019]. Ces solutions sont basées sur l'introduction de redondances structurales [Grigore Gogu, 2002] afin d'étendre l'espace de travail.

Un premier exemple concerne la cellule développée par l'université de Crandfield [Priarone et al., 2020], constituée d'un bras robotique 6 axes porté par un axe linéaire et couplé à un vireur (Fig. 1.5a) en procédé WAAM. Un deuxième exemple concerne le système SERFOW (Smart Enabling Robotics driving Free Form Welding) [French et al., 2019]. Il comprend un bras robot Universal Robot UR-10 à 6 axes associé à un système de préhension intelligent pour le positionnement du substrat. La tête de dépôt de matière est portée par un axe linéaire supplémentaire (Fig. 1.5b).



Figure 1.5 : Systèmes robotique WAAM Université de Crandfield [Priarone et al. 2020] (a), SERFOW[French et al., 2019](b)

Un autre exemple en procédé DED laser poudre a permis la réalisation de pièces métalliques tubulaires incurvées à  $45^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  par tranchage non parallèle avec un écart de  $\pm 0.5$  mm avec les modèles CAO. La cellule est constituée d'un robot 6 axes synchronisé avec un vireur 2 axes (Fig. 1.6).



Figure 1.6 : Cellule robotique de FAM robotisée DED (a), tuyau métallique courbé à 45° (b), tuyau métallique courbé à 90° (c) [Kaji et al., 2023]

Avec une configuration cinématique identique [Y. Ding et al., 2017], la cellule suivante (Fig.1.7a) a permis de fabriquer une hélice de dimensions 800x800x1200 mm (Fig.1.7b) en utilisant une méthode de tranchage hybride qui tire parti des mobilités du vireur.



Figure 1.7 : Système robotique de fabrication additive métallique LBDMB (a), Pièce métallique fabriquée avec le système robotique LBDMB (b) [Y. Ding et al., 2017]

La société Guaranteed produit et répare de pièces métalliques de grandes dimensions (10x6x5 m) en procédé WAAM pour l'industrie lourde, l'offshore et le transport maritime. Cette cellule est composée d'un robot 6 axes porté par un axe linéaire, d'un vireur vertical, d'un vireur horizontal porté par un axe linéaire (Fig.1.8). Elle offre la possibilité de « réduire directement les coûts en réparant les pièces, ou de réaliser des économies logistiques en produisant des pièces de rechange complètes à la demande et rapidement » [Guaranteed, 2020].



Figure 1.8 : Cellule de FAM WAAM sur le site d'ArcelorMittal [Guaranteed, 2020]

En somme, l'intégration des robots industriels permet de réaliser la FAM des pièces de grandes dimensions par lots, à des coûts abordables dans un environnement de production. L'ajout de redondances cinématiques fournit une solution au problème de limitation de l'espace de travail des machines à commande numérique traditionnelles, et une grande flexibilité qui favorise l'impression de pièces très complexes.

Afin de réduire les coûts de production, il est intéressant de pouvoir combiner, sur une même cellule, différents procédés de FAM ou des procédés de dépôt et d'enlèvement de matière.

#### 1.3.3. Cellule robotique Hybride

L'approche hybride consiste à associer différentes machines, différents procédés de fabrication, ou différents matériaux. Des auteurs proposent une définition explicite de la fabrication additive hybride : « une fabrication en plusieurs étapes dans laquelle un processus de FA est utilisé conjointement avec d'autres méthodes de production (généralement un processus soustractif et/ou un autre processus de FA) pour obtenir les propriétés matérielles, la conception et les tolérances dimensionnelles souhaitées des pièces finales. » [Altiparmak et al., 2021].

#### Fabrication hybride additive-additive

La fabrication additive hybride peut-être réalisée en combinant différents procédés de FA [Silva et al., 2017], on parle de fabrication hybride additive-additive [Popov et Fleisher 2020]. En ce qui concerne les procédés métalliques [Sefene et al., 2022], les technologies DED prévalent en raison de leur flexibilité (systèmes multi-axes) [Dilberoglu et al. 2021] [Lalegani Dezaki et al. 2022].

Un premier exemple [Shi et al., 2017] combine le procédé WAAM avec le procédé SLM (Selective Laser Melting) pour explorer la fabrication de pièces volumineuses et complexes. Les auteurs concluent que les échantillons réalisés en combinant les deux procédés de FAM ont des propriétés de traction meilleures que celles des échantillons réalisés avec le procédé WAAM uniquement. Un autre exemple [Gong et al., 2021] combine une tête laser à une torche

d'arc CMT (Cold Metal Transfert) à dépôt fil (Fig. 1.9). Les auteurs ont ainsi étudié les effets du laser sur les propriétés mécaniques et la texture de l'acier inoxydable 316L, et concluent que l'accumulation de chaleur due à l'augmentation de la puissance du laser a graduellement neutralisé l'effet synergique laser-arc, entraînant une diminution de la précision de la surface. Un autre exemple [Wu et al., 2020] combine une tête laser à une torche TIG (Tungsten inert gas) pour améliorer les propriétés mécaniques des pièces métalliques réalisé en dépôt de fil métallique (Al-Cu).



*Figure 1.9 : Système de fabrication additive laser-arc, installation expérimentale (a), système de vision (b) [Gong et al., 2021]* 

Ainsi, la FAM hybride permet également de combiner différents matériaux comme avec le procédé DED fil et poudre [F. Wang et al., 2007]. Le procédé LENS<sup>®</sup> (Laser Engineered Net Shaping) a par exemple été utilisé pour réaliser la fabrication additive multi-matériaux (Ti-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) [Zhang et Bandyopadhyay 2018] (Fig.1.10).



Figure 1.10 : Pièce cylindrique fabriquée en Ti-Al2O3 par fabrication additive LENS™ multimatériaux [Zhang et Bandyopadhyay 2018]

#### Fabrication hybride additive-soustractive

La fabrication additive hybride peut également être réalisée en combinant un procédé additif et un procédé d'enlèvement de matière (usinage, fraisage, tournage, etc.) [Dávila et al. 2020] [Oter et al. 2019]. On parle de fabrication hybride additive-soustractive [Popov et Fleisher 2020]. Des exemples d'hybridation d'un procédé additif (DED) et soustractif (usinage) [Gibson et al., 2021b] sont donnés ci-dessous (Fig.1.11).

L'intégration des robots dans les systèmes hybrides additifs et soustractifs contribue à l'optimisation du processus de fabrication. Ainsi, des auteurs ont associé un robot industriel



pour le dépôt de matière DED et une machine à commande numérique pour l'usinage [M. Li et al., 2019].

Figure 1.11 : Fabrication hybride additive (DED) et soustractive tournage (a), fraisages multiaxes (b), fraisage multiaxes intégré (c), et fraisage multiaxes séparé (d) [Gibson et al., 2021b]

On recense également la cellule multi-robots LASIMM (Large Additive Subtractive Integrated Modular Machine) (Fig.1.12) qui associe le procédé additif WAAM et soustractif (usinage) pour la réalisation de pièces métalliques (Titane, Aluminium, Acier) de grandes dimensions (capacité visée 10m de long) [Bland, 2019]. La cellule intègre deux robots 6 axes portés par un axe linéaire et un robot Tricept pour l'usinage.



Figure 1.12 : Cellule LASIMM [Bland, 2019]

La cellule KRAKEN [Crivelli et al., 2019] associe tout comme la cellule LASSIM des techniques additives (dépôt de résine) et soustractives (usinage). Il s'agit d'une plateforme prototype de fabrication hybride, constituée d'un robot 6 axes fixé sur un portique cartésien (Fig.1.13). L'espace de travail (22x4x2 m) inclut un laser tracker pour la mesure directe de la position de l'effecteur du robot. La cellule KRAKEN permet également de fabriquer des pièces multi-Matériaux allant jusqu'à 20 mètres de long avec une précision de 0,1 mm [KRAKEN].



Figure 1.13 : Cellule KRAKEN [KRAKEN]

Par ailleurs, RAMLAB (Rotterdam's Additive Manufacturing Fiedlab) [RAMLAB 2017] comme NAVAL GROUP [Naval Group, n.d.] ont développé ou intégré des cellules robotiques multi-robots combinant fabrication additive WAAM et soustractive d'usinage, associant un vireur 2 axes, pour fabrication de pièces de grandes dimensions. Ces cellules ont permis la réalisation d'hélices de navire (Fig.1.14).

Ainsi, l'hybridation des procédés permet de surmonter certaines des limitations intrinsèques de la fabrication additive, notamment la vitesse de construction, la réalisation de pièces multimatériaux, tout en conservant les atouts de la conception de géométries complexes et de la réduction des déchets. Cette approche ouvre la voie à la création ou la réparation de composants de pointe [Y. Li et al., 2019] pour diverses industries, notamment l'aérospatiale [Linnenbrink et al. 2021] [Kaierle et al. 2017], l'automobile, l'énergie et bien d'autres, où la production de pièces de grande taille et de haute performance est essentielle.



Figure 1.14 : Système robotique de fabrication additive et soustractive de RAMLAB [RAMLAB, 2017] (a) et NAVAL group (b)

## 1.3.4. Apport de la redondance en FAM

Les cellules présentées sont dans l'ensemble redondantes et\ou multi-robots. Hormis le fait que l'introduction de redondances permet d'accroitre l'espace de travail, elle présente d'autres avantages en particulier pour améliorer les capacités des structures [Khalil et Dombre 1999] [Angeles, 2003] [Khalil et Dombre 2004] [Grigore Gogu, 2008]. Nous présentons ici quelques critères :

- Eloignement des butées articulaires [Liégeois, 1977] [Chaumette et Marchand 2001] [Gueta et al., 2011].
- Amélioration de la dextérité et éloignement des singularités [Khalil et Dombre 2004] [Pashkevich et al., 2004] [Menasri et al., 2015] [Dharmawan et al., 2018]. Les systèmes redondants se révèlent particulièrement adaptés à la fabrication additive de composants

complexes, offrant ainsi une flexibilité accrue et une plus grande adaptabilité aux variations géométriques des pièces.

- Gestion et évitement des collisions [Han et al., 2018] [Beschi et al., 2019] [Khan et al., 2020]. Certain auteur utilise des techniques d'apprentissage automatique pour détecter les collisions [Dai et al., 2020].
- Amélioration de la planification des trajectoires et précision du dépôt de matière. La présence de redondance offre des opportunités d'optimisation dans la planification des trajectoires, notamment par le biais de techniques telles que le lissage [Debout et al., 2011], la minimisation des déplacements, vitesses, accélérations, jerks [Olabi et al., 2010] [Dai et al., 2020], la gestion des mouvements articulaires [Dolgui et Pashkevich 2009] [Dharmawan et al., 2018] et la réduction des vibrations [Hearne, 2010] [Bian et al., 2011]. La redondance s'avère ainsi particulièrement efficace pour la correction des erreurs de trajectoire, contribuant à accroître la précision du dépôt de matière et, par conséquent, à améliorer la qualité globale de la fabrication.
- Amélioration de la rigidité. La redondance permet d'ajuster la configuration du robot afin d'améliorer la rigidité et de minimiser les déformations[Caro et al., 2013] [Dumas et al., 2011] [Sales Goncalves et al., 2010]. Ceci contribue à la stabilité des processus [Gonul et al., 2019] et participe au maintien d'un niveau élevé de précision, élément important pour la qualité des pièces fabriquées.

Ces critères traduisent le comportement optimal que l'on souhaite obtenir, et sont par conséquent à prendre en compte dans la démarche d'optimisation des trajectoires. Ainsi, l'utilisation de système robotique redondant se révèle être une approche prometteuse pour relever les défis inhérents à la FAM de pièces de grandes dimensions tout en garantissant la productivité et la qualité des pièces.

## 1.4. Chaine numérique de FAM robotisée

La chaine numérique de la FAM robotisée (Fig.1.15) reprend les étapes de fabrication additive d'une pièce (Fig.1.3) et intègre des phases supplémentaires relatives à l'utilisation des robots.



Figure 1.15 : Chaine numérique de la fabrication additive robotisée (inspirée de la représentation de [Diourté, 2021])

Ainsi, on peut regrouper les étapes en 3 catégories [Diourté, 2021] : le pré-traitement qui reste identique, la planification ou déploiement de la stratégie de fabrication et le processus de fabrication qui inclus le réglage des paramètres.

Les stratégies de fabrication englobent la définition d'actions coordonnées, de règles et de méthodologies à suivre pour la fabrication de pièces selon différents modes de production. Certain auteurs classent les stratégies en trois catégories en fonction des objectifs visés [Jiang et Ma 2020] : celles visant à améliorer la qualité des pièces produites, celles cherchant à

économiser la matière ou le temps de fabrication et enfin celles destinées à atteindre des propriétés spécifiques (mécaniques, topologiques, fonctionnelles, etc.). Dans notre cas, l'élaboration de la stratégie a pour objectif d'améliorer la qualité des pièces, de réduire les coûts et les délais de production. Elle se concentre particulièrement sur la génération des parcours ou motifs de dépôt [Wang et al. 2020] [Wang et al. 2019b] [Ding et al. 2016] et sur la planification des trajectoires.

#### 1.4.1. Motifs de dépôt en FAM

Le motif de dépôt choisi dépend de la géométrie de la pièce et des contraintes du procédé de FAM. Ainsi on distingue les motifs de base suivants [Jiang et Ma 2020] (Fig.1.16) : le raster ou dépôt en zig (a), le dépôt en grille (b), le dépôt en zigzag (c), le dépôt en contour décalé (d), ou le suivi de contour ou dépôt spirale (e).



Figure 1.16 : Motif de dépôt zig (a), grille (b), zigzag (c), contour décalé (d), contour spirale (e) [Jiang et Ma 2020]

La description d'un motif de dépôt implique le réglage du pas latéral (distance entre deux cordons) et la hauteur de cordon (incrément en Z). Ces deux paramètres peuvent être fixes [Chalvin et al., 2019] comme dans le cas de réalisation d'une pièce tubulaire (Fig.1.17a) ou variables [Xiong et al., 2019] comme dans le cas de contour spirale. Cette stratégie permet de ainsi de modifier la largeur des cordons déposés afin de supprimer les défauts de manque de fusion (WAAM) observées sur les pièces (Fig.1.17b).



Figure 1.17 : Contour avec hauteur du cordon homogène [Chalvin et al., 2019] (a), dépôt spiral avec pas latéral adaptatif [Xiong et al., 2019] (b)

Il est parfois nécessaire de mettre en place des motifs de dépôt spécifiques où le motif de dépôt généré automatiquement regroupe plusieurs motifs [D. Ding et al., 2014]. On trouve également le motif par tissage [Ma et al., 2019] qui permet d'optimiser la fabrication de structures métalliques à parois minces et hautes (WAAM) (Fig. 1.18). Ainsi, les auteurs établissent une ligne de guidage autour de laquelle la trajectoire de la torche oscille pour générer un cordon de largeur uniforme en tout point. Ce motif de dépôt améliore la planéité du cordon déposé et par conséquent optimise le procédé.



(a) Robot de FAM WAAM, (b) Capteur de déplacement, (c) Broche de fraisage

Motif de dépôt par tissage a. Parametres de concep Pièce fabriquée

#### Figure 1.18 : motif de dépôt par tissage [Ma et al., 2019]

La direction de dépôt est également un paramètre important lors de la définition du motif. L'exemple suivant (Fig.1.19) montre la prise en compte de celle-ci, basé sur une méthode de tranchage hybride, pour la fabrication de pièces de révolution possédant des géométries en surplomb [Y. Ding et al., 2017].



Figure 1.19 : Stratégie de FA robotisée d'une pièce métallique de révolution avec géométries en surplomb : direction de tranchage (a) (b), Modèle 3D de la pièce (c) [Y. Ding et al., 2017]

D'autres auteurs [Yu et al., 2019] ont testé plusieurs directions de dépôts pour la réalisation (WAAM) de pièces de forme libre, notamment le découpage traditionnel suivant l'axe vertical Z (Fig. 1.20a), selon l'orientation de la pièce en suivant la direction des cordons (Fig. 1.20b). Ils ont aussi joué sur la hauteur du cordon (Fig. 1.20c) en l'ajustant de façon dynamique (Fig. 1.20d, Fig. 1.20de). Les auteurs concluent que le dépôt suivant l'orientation de la pièce et l'ajustement dynamique de l'incrément de la hauteur du cordon est la stratégie la mieux adaptée pour cette pièce spécifique.

Plusieurs travaux montrent l'importance du choix du motif de dépôt de matière. Certains [Liu et al., 2021] ont mis en évidence l'impact du motif de dépôt sur les déformations, le champ de température et les propriétés mécaniques des pièces fabriquées avec des procédés DED basés sur l'utilisation d'un laser. D'autres [Ren et al., 2019] [Ren et al., 2020] ont étudié l'impact du
motif de dépôt sur les contraintes thermiques résiduelles et les déformations. Ils ont élaboré un modèle éléments finis efficace pour prédire l'évolution du champ de température en fonction du motif de dépôt. Des travaux [Gao et al., 2013] ont également examiné l'impact du motif de dépôt sur la déformation du substrat. Les résultats indiquent que la déformation du substrat le long de l'axe vertical Z, pour tous les motifs de balayage, est plus importante que dans les deux autres directions perpendiculaires.

Ainsi, la sélection du motif de dépôt requiert une solide compréhension du processus et des contraintes associées au système de FAM. On note que les logiciels ne fournissent pas toujours des fonctionnalités permettant de guider les utilisateurs dans le choix du motif approprié. Par conséquent, cela entraîne fréquemment la réalisation de plusieurs essais préliminaires, allongeant ainsi le temps nécessaire à la production et, par conséquent, augmentant les coûts liés à la fabrication des pièces.



Figure 1.20 : Stratégies de FAM d'une géométrie filaire libre [Yu et al., 2019]

# 1.4.2. Planification des trajectoires robot

La planification des trajectoires inclus la génération de la trajectoire et sa simulation permettant de valider l'accessibilité, l'évitement de collision, de singularité, etc. Différents logiciels de programmation possèdent des modules spécifiques (RobotStudio) permettant la mise en œuvre de la fabrication additive robotisée [G. Zhang et al., 2018]. Certaines applications spécifiques ont vu le jour comme RUAMROB [Mehnen et al., 2011] développée dans le cadre du projet RUAM (Ready-to-Use Additive Layer Manufacturing) pour la FAM (WAAM). A partir du modèle CAO de la pièce, le programme RUAMROB réalise la génération du parcours outil (tranchage) puis génère la trajectoire robot qui peut être testée en simulation (Fig.1.21).



Figure 1.21 : Planification des trajectoires avec RUAMROB RUAMROB [Mehnen et al. 2011]

Un autre exemple concerne la fabrication multiaxes qui intègre l'évitement des collisions [Xiao et Xiao 2022]. Les auteurs précisent les différentes étapes du processus en passant par la décomposition du modèle en couches additives (tranchage) et la génération des trajectoires robot (Fig.1.22).



Figure 1.22 : Fabrication additive multi-axes [Xiao et Xiao 2022]

Dans le cas d'application à plusieurs robots ou de systèmes cinématiques redondants (axe linéaire, vireur), les éléments sont traités comme une entité unique pour une planification de trajectoires couplée centralisée (un contrôleur gère tous les robots), ou couplée décentralisée (chaque robot possède son propre contrôleur) [Poudel et al., 2022] [Alhijaily et al., 2023]. Par exemple, dans le cas d'un robot et vireur 2 axes qui sont considérés comme une seule chaine robotique, les tâches sont définies pour que la tête de dépôt suive une trajectoire donnée en restant dans une direction prédéfinie [Lizarralde et al., 2022]. De même, plusieurs algorithmes de planification de trajectoires ont également été développés pour des systèmes multirobots [Bhatt et al., 2022] incluant également le contrôle et l'évitement des collisions. Le contrôle des collisions en amont est possible avec un partage des tâches adéquat entre les différents robots [Shen et al., 2019] ou la segmentation de la pièce à fabriquer pour une planification de trajectoire [Alhijaily et al., 2023]. Il peut également se faire lors de la génération de la trajectoire [Alhijaily et al., 2023] [Bui et al., 2021]. Cette méthode allonge le temps de calcul mais elle est adaptée pour des trajectoires complexes.

La planification des trajectoires pose donc des défis qui résultent de l'interaction complexe entre les robots et les procédés d'une part, et les contraintes spécifiques aux procédés d'autre part. Dans le cas par exemple de la fabrication de pièces en surplomb sans utiliser de supports, il est essentiel d'optimiser la trajectoire en prenant en considération diverses contraintes telles que la nécessité d'avoir une base pour le dépôt, l'orientation de la tête de dépôt, ainsi que les paramètres du procédé tels que l'angle de surplomb, l'épaisseur de la couche, la direction de dépôt, etc. [Manoharan et Kumaraguru 2018]. Aussi, il est important de noter que les méthodologies actuelles de planification des trajectoires pour les systèmes robotiques en FAM ne parviennent pas toujours à intégrer suffisamment ces paramètres et contraintes propres aux procédés. Cette lacune entrave la pleine utilisation du potentiel du système et compromet la réalisation des objectifs de qualité du produit ainsi que la reproductibilité des processus.

### 1.4.3. Réglage des paramètres

La littérature souligne l'importance de l'identification et du réglage des paramètres pertinents et de leur interdépendance qui influencent la géométrie et la qualité de la pièce fabriquée. A titre d'illustration, les dimensions et la qualité de la pièce fabriquée avec les procédés DED dépendent des vitesses d'avance [Bourlet et al., 2017] et du matériau d'apport (fil ou poudre métallique) [Heralic, 2012]. Pour le procédé DED CLAD laser-fil, l'angle filsubstrat qui dépend de la direction de l'amenée de fil [Kim et Peng 2000] influence la rugosité de surface de la pièce et affecte la stabilité du procédé [Syed et Li 2005]. Pour le procédé DED CLAD laser-poudre, la puissance du laser, le débit de poudre et la vitesse d'avance influencent aussi directement le cycle thermique qui impacte la microstructure de la pièce fabriquée [Svetlizky et al. 2021][Wang et al. 2019a] [Bennett et al. 2017] [Zhong et al. 2015] [Ocylok et al. 2014]. La hauteur et la largeur de couche dépendent du point de focalisation du laser [Xinlin Wang et al., 2017], de la densité d'énergie, du débit de poudre et de la puissance laser [Wang et al. 2019a] [Shim et al. 2016].

Les travaux relatifs à l'étude des paramètres des systèmes de FAM se focalisent généralement sur le procédé. Ils ne prennent pas toujours en compte les paramètres produit et les capabilités du système utilisée qui exercent pourtant une influence directe sur la qualité de la pièce produite.

# 1.4.4. Bilan

Les stratégies actuellement documentées dans la littérature sont généralement conçues pour des systèmes utilisant un unique type de procédé. Elles se concentrent souvent exclusivement sur le motif de dépôt, sans prendre en compte les contraintes spécifiques liées au procédé (paramètres) et au système robotique lors de la phase de planification des trajectoires. Or le développement d'une stratégie adéquate en FAM robotisée doit tenir compte de toutes les contraintes liées au triptyque Produit/Processus/Ressources (PPR) afin de garantir la qualité des pièces fabriquées.

Il serait donc judicieux de développer des outils d'aide à la décision pour la sélection de la stratégie de fabrication et le réglage des paramètres, ainsi qu'une solution de planification des trajectoires qui intègre toutes les contraintes du système robotique utilisé.

# **1.5.** Contexte industriel

IREPA LASER est une entreprise spécialisée dans la recherche, le développement et la mise en œuvre de technologies de pointe dans les domaines de la découpe laser et de la fabrication additive. Elle possède une expérience significative dans la réalisation de pièces métalliques de petites et moyennes dimensions (Fig. 1.23) grâce à la technologie de fabrication additive métallique développé DED CLAD<sup>®</sup>, exploitée au moyen de la machine 5 axes à commande numérique MAGIC 800 (Fig. 1.4a).



Figure 1.23 : Pièces réalisées par IREPA LASER en DED CLAD laser-poudre avec une machine à commande numérique

IREPA LASER aspire à étendre ses capacités de production en augmentant la taille des pièces fabriquées, visant des dimensions excédant un mètre en longueur, largeur et hauteur, tout

en améliorant les taux de dépôts à plus de 500 cm<sup>3</sup>/h. Ce projet implique l'utilisation du procédé DED CLAD laser-fil, tout en préservant les avantages clés du procédé DED CLAD laser-poudre, tel que la qualité du dépôt, ainsi que la possibilité de réaliser des dépôts multidirectionnels.

C'est dans ce contexte que IREPA LASER a développé un système innovant exploitant deux robots industriels associant les procédés DED CLAD<sup>®</sup> laser-fil et laser-poudre. Cette cellule, offre des opportunités nouvelles pour la production de pièces de grande taille avec des taux de dépôt élevés et l'hybridation des procédés.

# 1.5.1. Système FAMGP (Fabrication Additive Métallique Grandes Pièces)

Le système de fabrication additive métallique grandes pièces (FAMGP) (Fig. 1.24) est une cellule industrielle innovante qui intègre deux 2 robots COMAU NJ165-3.0, dont l'un est porté par un axe linéaire, un vireur 2 axes et une table pièce porté également par un axe linéaire. Le robot mobile possède une course utile de 5,4 m. Les robots ont un rayon d'action de 3 m, et leurs mouvements sont limités par les dimensions de la cellule et le « safety cartésien » (zone de travail des robots) définit par l'intégrateur. L'ensemble est piloté par une commande numérique SIEMENS 840D.



Figure 1.24 : Système de Fabrication Additive Métallique Grandes Pièces (FAMGP) de IREPA LASER

Le système FAMGP possède 16 axes pilotés et combine les deux procédés DED CLAD (laser-fil et laser-poudre). L'idée est d'associer le dépôt de fil grande vitesse en ébauche et le dépôt de poudre en finition locale pour réaliser des pièces proches des cotes finales, ou de mettre en œuvre deux têtes de dépôt à grande vitesse pour doubler la capacité de production (> 500cm3/h pour chaque tête). Le partage des tâches entre les deux robots est envisagé pour réduire le temps de fabrication et augmenter l'espace de travail. La combinaison des procédés DED CLAD permet d'autre part l'hybridation additive-additive.

La figure suivante illustre quelques exemples de pièces réalisées par IREPA LASER sur le système FAMGP avec le procédé DED CLAD laser-fil (Fig. 1.25).



Figure 1.25 : Pièces fabriquées par IREPA LASER sur le système FAMGP

La définition et réalisation d'une pièce suit les étapes suivantes (Fig. 1.26) :

- Choix du procédé : il dépend de la géométrie de la pièce et des caractéristiques attendus.
   Si on souhaite déposer de grandes quantités de matériau, le procédé DED CLAD laserfil est le plus approprié, si on souhaite réaliser des finitions ou du rechargement on utilisera plutôt le procédé DED CLAD laser-poudre.
- Chaine numérique : elle est constituée de la suite logicielle NX Siemens. Elle permet de créer ou d'importer le modèle CAO et de l'optimiser pour la FAM. Le module NX Multi-axis Deposition permet la génération des parcours de dépôt et des programmes robot en G-code.
- *Réglage des équipements* : il comprend le positionnement du substrat avec un bridage approprié, le réglage des origines et la réalisation de tests préliminaires (réglage des paramètres trajectoires robots, etc.).
- *Fabrication de la pièce* : le dépôt de matière est effectué en mode automatique avec des contrôles (contrôle visuel par caméra, capteurs de température) au cours de la fabrication.
- *Contrôle de la pièce fabriquée* : La pièce est contrôlée en fin de fabrication (géométrie, états de surface, et même radiographiée si besoins). Une pièce témoin peut être construite en même temps que la pièce principale et analysée par des contrôles destructifs pour vérifier la qualité et les caractéristiques du matériau déposé.



Figure 1.26 : Procédure générale de réalisation d'une pièce sur le système FAMGP

Il convient cependant, de souligner qu'une connaissance approfondie du procédé DED est nécessaire pour mettre en œuvre efficacement le processus de FAM. En effet, ces outils logiciels ne tiennent pas compte de toutes les contraintes du système robotique et ne proposent pas de guide pour aider les utilisateurs à choisir la stratégie de fabrication appropriée, ni à ajuster les paramètres. Pourtant, la FAM requiert l'établissement et l'intégration de règles de fabrication qui prennent en considération l'ensemble des contraintes du système [Jafari et al., 2021] au cours de son processus d'implémentation.

# 1.5.2. Problématiques

L'intégration des procédés DED CLAD<sup>®</sup> au sein de la cellule robotique redondante et multirobots suscite de nouvelles problématiques. Elles nécessitent une analyse approfondie en vue de parvenir à un système optimal, intégrant les exigences des procédés et des besoins industriels, notamment en termes de qualité, de précision et de reproductibilité. Celles-ci sont relatives aux trois axes suivants :

- La première concerne *le choix adéquat du couple procédé-stratégie* pour la fabrication de pièces au sein du système. Ceci comprend la détermination du procédé DED CLAD (fil ou poudre), l'élaboration d'une stratégie de dépôt de matière adaptée aux caractéristiques de la pièce à produire et aux capabilités du système, et le réglage des paramètres.
- La deuxième concerne la gestion *des redondances et des zones de travail*. Il s'agit de planifier efficacement les trajectoires en prenant en compte les contraintes des procédés (orientation de la tête de dépôt, direction de déplacement, vitesses, etc.), et les contraintes spécifiques au système (espace de travail, capabilités).
- La troisième concerne *l'amélioration de la qualité des pièces*. En effet, les pièces produites présentent dans certaines zones des oscillations du dépôt de matière. Par conséquent, il est nécessaire d'analyser le comportement du système robotique soumis aux différentes sollicitations cinématiques, dynamiques.

Afin de produire des pièces de grandes dimensions dans la qualité attendue, il est nécessaire de vérifier l'adéquation entre les opérations envisagées et les performances du système en termes de volume de travail, d'accessibilité, de capacité cinématique, de rigidité et de précision. Cette adéquation est associée aux définitions de capabilités.

# 1.6. Capabilités

La capabilité caractérise la capacité d'un système ou d'une méthode à être capable de réaliser une performance. La tâche est alors réalisable si la capabilité associée aux dimensions pertinentes est validée. On se ramène généralement à cinq dimensions pertinentes : comportement, dimension, accessibilité, précision et disponibilité [BRISSAUD, 2003]. Nous précisions celles qui interviennent dans le cadre de notre application :

- Capabilité de dimension : elle vérifie l'adéquation entre les performances du système et les résultats attendus sur le produit. Ceci est vrai pour la taille mais aussi pour les vitesses et autres caractéristiques liées à la tâche. Dans notre cas, cette capabilité se traduit premièrement par la cohérence entre la tâche à réaliser et l'espace de travail. Nous parlerons dans ce cas de *capabilité spatiale*. Elle se traduit également par l'adéquation entre la vitesse programmée de déplacement de la tête et la capacité en vitesse de la cellule robotique. Nous parlerons dans ce cas de *capabilité cinématique*.
- *Capabilité d'accessibilité* : elle certifie que le travail envisagé peut avoir lieu sans collision particulière. Dans notre application, les risques de collisions interviennent à deux niveaux : les collisions entre la tête de dépôt et la pièce, les collisions internes à la ressource qui représentent les interférences entre les éléments de la cellule (collisions effecteur-robot, endommagement des câbles, etc.).
- *Capabilité de précision* : La capabilité de précision permet d'assurer que la qualité souhaitée peut être obtenue avec le processus. Dans le cadre de l'usinage, cette notion est associée à la définition usuelle de capabilité machine.

Dans le cadre de nos applications, la réalisation de tâche est toujours un compromis entre volume de travail, la vitesse de l'effecteur et la capacité à générer la précision attendue. Ces trois notions sont associées à la notion d'espace de travail, et sont complexes à représenter car dépendant de la pose (positions et orientations) instantanée et des contraintes du procédé. Ils permettent néanmoins de définir l'ensemble des notions nécessaires à la caractérisation de critères de performance. Ce sont des paramètres importants à prendre en compte dans l'élaboration de la stratégie de fabrication robotisée.

# 1.6.1. Capabilité d'accessibilité

L'espace de travail permet d'analyser globalement la capabilité d'accessibilité en s'assurant que la tâche peut être accomplie sans collisions. Cependant, lors du parcours d'un ensemble des poses d'une trajectoire, il est nécessaire de s'assurer que celle-ci peut être intégralement parcourue. Dans le cas d'environnement sans obstacle, une trajectoire continue sera intégralement parcourue par l'effecteur si et seulement si toutes les poses appartiennent au même aspect [Wenger et al., 1993]. Ce qui nécessite l'étude préalable des singularités et leur prise en compte dans la planification.

# 1.6.2. Capabilité cinématique

La capabilité cinématique est liée à la capacité du robot à atteindre et à maintenir une vitesse de déplacement correspondant à la vitesse programmée. Cela nécessite une étude particulière de la matrice Jacobienne J qui décrit par une transformation linéaire entre les vitesses opérationnelles notées  $\dot{x}$  et les vitesses articulaires  $\dot{q}$  (Eq. 1-1)  $\dot{x} = J\dot{q}$ 

$$= Jq$$

(1-1)

On définit un domaine de vitesse articulaire  $\dot{q}$  par la sphère unité  $||\dot{q}|| \le 1$ , et on associe l'ellipsoïde de vitesse ou ellipsoïde de manipulabilité en vitesse  $E_v$  caractérisée par (Eq. 1-2):

(1-2)

$$\dot{x}^T \left( J J^T \right)^{-1} \dot{x} \le l$$

Dans le cas d'une architecture à deux degrés de liberté, l'ellipsoïde de manipulabilité  $E_v$  possède deux axes principaux définis par les vecteurs propres  $e_i$  de  $(JJ^T)^{-1}$ , et deux demiaxes dont les longueurs sont les valeurs singulières  $\sigma_i$  de la matrice  $JJ^T$ . Une représentation des directions principales de l'ellipsoïde de manipulabilité en vitesse est donnée à la figure suivante (Fig.1.27).



Figure 1.27 : Relation entre les vitesses articulaires et opérationnelles dans un espace bidimensionnel

On évalue plus généralement cette capabilité au travers de la mesure de la dextérité qui évalue la direction suivant laquelle le robot manipulateur peut engendrer la plus grande vitesse. Elle est réalisée à partir de l'indice de manipulabilité w (Eq. 1-3, Eq.1-4) introduit par Yoshikawa [Yoshikawa, 1985] tel que :

$$w = |det(J)| si l'architecture est non redondante$$
(1-3)

$$w = \sqrt{det(JJ^T)}$$
 si l'architecture est redondante (1-4)

Elle peut aussi s'exprimer par la plus petite valeur singulière  $\sigma$  de la matrice Jacobienne *J*, l'index d'isotropie ou le conditionnement de la matrice Jacobienne *J*, basé sur la norme de Frobenius.

# 1.6.3. Capabilité de précision

La capabilité de précision permet d'obtenir des produits finaux conformes aux spécifications, réduisant ainsi, dans le cas de la FAM, les post-traitements et les rebus. Elle intègre les notions d'exactitude (erreurs statiques) et de répétabilité (erreurs dynamiques) qui sont fondamentalement différentes (Fig.1.28).



Figure 1.28 : Exactitude (a) et répétabilité (b)

# Exactitude

*L'exactitude* représente l'écart entre la pose obtenue et la pose programmée et se définie en position  $e_p$  (Eq. 1-5) ou orientation  $e_o$  (Eq. 1-6) sous la forme :

$$e_{p} = p_{c} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_{i}$$

$$e_{o} = o_{c} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} o_{i}$$
(1-5)
(1-6)

Nous présentons ici l'impact de différentes sources d'imprécision sur l'exactitude.

### • Modélisation

Les erreurs géométriques (longueurs des bras, alignements des axes, etc.) impactent la précision de positionnement et d'orientation. Il convient donc de mettre en place des procédures de calibration rigoureuses [Z. Li et al., 2021] [Toquica et Motta 2022] afin d'identifier ces paramètres. Des méthodes de contrôle adaptatif et feedback temps réel sont également utilisées [Nguyen et al., 2023] [Zhang et Wei 2017] pour surveiller les variations et ajuster la trajectoire ou les paramètres process.

Jeux mécaniques

L'évaluation du jeu dans les liaisons et les chaines de transmission permet d'apporter une action corrective si nécessaire. Il existe des méthodes de mesure de jeu basées sur l'utilisation de capteurs de position angulaires [M. Lima et al., 2011] ou des système d'interférométrie laser [Slamani et al., 2012]. Elles nécessitent un traitement du signal poussé sur les données obtenues afin de déterminer les harmoniques représentant le jeu.

Afin d'évaluer l'incidence possible sur l'ondulation de dépôt de matière, nous avons utilisé la procédure du constructeur afin de détermination les jeux d'inversion dans les articulations des deux robots COMAU NJ165 3.0 (Annexe 1-1). Les valeurs de jeu obtenues sont négligeables ou nulles.

# Déformations thermiques

Les déformations thermiques sont dues à l'échauffement des actionneurs [Heisel et al., 1997] qui génère la dilatation thermique. Elles peuvent être prise en compte par un programme préalable de chauffe, et il existe des solutions de compensation par mesure laser [Li et Zhao 2016] ou basée sur des modèles de distribution thermique et de déformation [Li et Zhao 2016].

Des méthodes de contrôle des températures et stratégies de refroidissement ou de préchauffage ciblé peuvent être mise en place pour réguler la température des axes du robot et réduire les erreurs [Mohnke et al., 2019].

• Déformations élastiques

En fonction de la configuration du robot, les différents constituants agissent de manière différente sur les articulations entrainant une erreur en bout d'effecteur.

Dans le cas des robots industriels, ces défauts peuvent être en partie compensés par une calibration initiale tenant compte de la charge embarquée et des méthodes de correction peuvent être envisagées (Fig.1.29) [Olabi et al., 2012].



Figure 1.29 : Compensation des erreurs articulaires d'un robot Staubli, identification de la rigidité des articulations 1 et 2 (a), paramètres d'estimation de l'erreur en Z (b), trajectoires avec et sans correction (c) [Olabi et al., 2012]

### *Répétabilité*

La répétabilité se définit comme la dispersion maximale du nuage de poses atteintes pour une pose commandée (Fig. 1.28b). On distingue également la répétabilité en position  $r_p$  (Eq. 1-7) et en orientation  $r_o$  (Eq. 1-8) sous la forme :

$$r_{p} = max \left| p_{i} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_{i} \right|, i = 1...n$$

$$r_{o} = max \left| o_{i} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} o_{i} \right|, i = 1...n$$
(1-7)
(1-8)

Nous présentons ici l'impact de différentes sources d'imprécision sur la répétabilité.

#### Asservissement

 $| n_{i=1} |$ 

L'asservissement des axes des robots est réalisé par l'intermédiaire de différentes boucles imbriquées, de type PID choisis pour leur robustesse, leur rapidité et leur précision (Fig. 1.30) [Le Lann, 2007] [Åström et Murray 2021].

La précision de l'asservissement est directement liée à la configuration instantanée du robot manipulateur impactant ainsi sa répétabilité.



Figure 1.30 : Boucle d'asservissement [Le Lann 2007]

### Comportement des robots

Lors du parcourt d'une trajectoire, la structure du robot est sollicitée en termes d'accélération et de jerk pouvant entrainer des oscillations en bout d'effecteur. Celles-ci sont également fortement dépendantes de la configuration du robot.

Un ensemble de méthode d'évaluation/prédiction du comportement des robots ont été définies. Des travaux proposent par exemple une méthode de prédiction des vibrations basée sur la modélisation MSTMM (Multibody System Transfer Matrix Method) et une analyse modale expérimentale (AME) pour l'optimisation des configurations [Cui et al., 2022]. La réponse dynamique calculée par MSTMM est utilisée pour estimer les performances du robot dans différentes configurations et prédire les plus adaptées. L'AME est largement utilisée et les études montrent que le changement de configuration conduit à des variations du comportement du robot [Dumas, 2011] [Mejri et al., 2016] [Karim et al., 2017].

D'autres auteurs ont couplé L'AME à la modélisation par éléments finis FEM (Finite Elements Modeling) pour l'étude vibratoire de robot [Badkoobehhezaveh et al., 2022] ou l'étude de la rigidité dynamique [Karagulle et al., 2012]. La FEM peut aussi être utilisé pour créer une représentation visuelle des performances d'un robot dans son espace de travail en terme de précision [Doukas et al., 2012].

Des auteurs [Felsch et al., 2019] proposent une méthode de prédiction du comportement du robot en FAM basée sur le contrôle de la distance tête de dépôt/pièce par un capteur installé sur le centre de l'outil (Fig.1.31). Le contrôle peut se faire soit manuellement par l'interface utilisateur avec la possibilité d'adapter les paramètres du procédé (distance de la buse, vitesse du robot), soit en ligne au cours du dépôt uniquement si la distance est invariable, soit en mode pré-balayage avec l'enregistrement de la distance pour les premières couches et le contrôle de la distance des autres couches au cours du dépôt.



Figure 1.31 : Contrôle de distance tête de dépôt - pièce d'un robot de FAM [Felsch et al., 2019]

Les méthodes d'apprentissage telles que les réseaux de neurones ANN (Artificial Neutral Network) sont également utilisées dans les études de comportement des robots. Associés au modèle dynamique du robot elles permettent de prédire les fréquences propres du système de chaque pose [Newman et al., 2021] et contribuent à réduire les vibrations.

Afin d'identifier les causes possibles de l'oscillation du dépôt de matière lors du suivi d'une trajectoire, il est donc nécessaire de réaliser une étude du comportement des robots en différentes zones de l'espace de travail et pour différentes configurations.

# 1.7. Objectifs de la thèse

Les travaux engagés dans le cadre de cette thèse visent à évaluer les capacités de la cellule de FAM et proposer des solutions d'optimisation visant à résoudre les problèmes évoqués afin d'améliorer la qualité des pièces et la productivité. Les principaux objectifs sont donc :

- Définir les paramètres clés du triptyque produit/processus/ressources et les relations d'interdépendance afin de proposer une aide au choix des stratégies de fabrication et le réglage des variables pour des pièces en FAM de grandes dimensions.
- · Etudier le comportement de la cellule robotique afin d'évaluer ses capabilités .
- Proposer une planification optimisée des trajectoires par la gestion des redondances en tenant compte des capacités et des contraintes de la cellule robotique multiaxes.

Ce dernier point nécessite au préalable la modélisation de la cellule, le choix d'une méthode d'optimisation et la définition de critères.

# 1.8. Conclusion

Ce premier chapitre présente le contexte de la fabrication additive métallique DED de pièce de grandes dimensions, plus particulièrement les procédés DED CLAD laser-fil et laser-poudre, et les contraintes associées. Pour des raisons économiques et techniques, les solutions couramment développées pour la réalisation de grandes pièces sont des cellules robotiques cinématiquement redondantes, multirobots et multi-procédés. Nous présentons ensuite la cellule robotique industrielle multirobots et multi-procédés DED CLAD développée par IREPA LASER qui est l'objet de notre étude. Il s'agit en effet d'étudier les capabilités de celle-ci en termes de volume de travail, d'accessibilité, de capacité cinématique, de rigidité et de précision en vue d'améliorer la qualité des pièces produites car certaines présentent des oscillations de dépôt de matière. La solution retenue pour améliorer les capacités de la cellule consiste à gérer les redondances par l'emploie de critères d'optimisation relatifs à l'architecture robotique (singularité, butée articulaire, etc.), aux capacités affin de proposer une planification optimisée des trajectoires.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de l'ensemble des paramètres du triptyque Produit/Processus/Ressources afin d'identifier les interactions et les paramètres clés. Nous présentons l'outil d'aide à la décision développé qui guide l'opérateur dans ses choix concernant le procédé et la stratégie de fabrication.

Le troisième chapitre concerne tout d'abord la modélisation de la cellule robotique. La seconde partie présente les critères d'optimisation retenues et les contraintes inhérentes au système et aux procédés DED.

Le quatrième chapitre présente l'étude du comportement en rigidité statique et cinématique des robots. Ceci permet d'évaluer les capabilités de la cellule et définir les configurations robot opportunes. L'étude comparée du suivi de trajectoire par acquisition laser tracker et accéléromètre triaxial est menée afin d'évaluer les problèmes d'ondulation.

Le cinquième chapitre présente l'outil de planification, les différentes expérimentations et les résultats obtenus.

# **Chapitre 2:** Identification des paramètres clés du triptyque Produit/Processus/Ressources

### Sommaire

| 2.1. Procédés DED CLAD  | 47 |
|---|----|
| 2.2. Paramètres clés de la stratégie de fabrication du système de FAMGP | 51 |
| 2.3. Outil d'aide à la décision   | 59 |
| 2.4. Conclusion   | 76 |

Ce deuxième chapitre se concentre spécifiquement sur l'étude des paramètres du triptyque Produit/Processus/Ressources (PPR) dans le cadre de la mise en œuvre des procédés DED CLAD, en vue d'assurer la qualité de fabrication des pièces produites par le système FAMGP. Nous adoptons une approche basée sur la méthode d'analyse MIC-MAC, qui permet de classer, de hiérarchiser, d'établir des relations d'interdépendance et d'identifier les paramètres clés. La dernière section de ce chapitre présente l'outil d'aide à la décision que nous avons développé pour orienter et assister les utilisateurs dans leurs choix de réglage en proposant un set de paramètres clés.

# 2.1. Procédés DED CLAD

La première étape de ce travail a consisté à recenser l'ensemble des paramètres relatifs à la mise en œuvre des deux procédés DED CLAD en utilisant à la fois une revue de la littérature spécialisée et les connaissances des experts d'IREPA LASER.

# 2.1.1. DED CLAD laser-fil

Le procédé DED CLAD laser-fil utilise le fil métallique (diamètre généralement compris entre 1 et 3 mm) comme matériau d'apport (Fig. 2.1).



Figure 2.1 : Tête de dépôt DED CLAD laser-fil

L'apport de fil est latéral et le dépôt est unidirectionnel. On distingue différentes positions du point d'impact du fil (Fig. 2.2a) ainsi que différentes directions d'amenée du fil (Fig. 2.2b).



Figure 2.2 : Points d'impact du fil (a), directions de l'amenée de fil(b)

Les paramètres de la mise en œuvre du procédé DED CLAD laser-fil (Fig. 2.3) peuvent être regroupés en différentes catégories :

- Laser (puissance, diamètre du spot, distance focale...)
- Fil (angle fil-substrat, diamètre du fil, vitesse d'apport, etc.)
- Substrat (dimensions, bridage, état de surface, etc.)
- Procédé (incréments en X et Y, temporisations, motif de dépôt...)
- Pièce (géométrie, rugosité, temps de fabrication...)
- Cordon (dilution, hauteur, largeur...)
- Machine (vitesse de déplacement, configuration, capabilités...)
- Tête de dépôt (direction de l'amenée de fil, distance fil-pièce, distance de travail...)

Ce procédé permet d'atteindre des taux de dépôt élevés, ce qui le rend particulièrement adapté à la fabrication de pièces de grandes dimensions. De plus, il se distingue par sa grande polyvalence en termes de matériaux, allant des aciers inoxydables aux alliages de titane, en passant par les alliages d'aluminium et de cuivre, entre autres.

Une autre caractéristique favorable du DED CLAD laser-fil est que l'intégralité du fil est fondue, ce qui limite le gaspillage de matière par rapport aux méthodes de fabrication additive basées sur l'utilisation de poudre.

Par ailleurs, on utilise la technique de wobbulation du faisceau laser qui consiste à faire osciller le faisceau au cours du dépôt de matière à une fréquence et une amplitude donnée. La trajectoire du faisceau balayé décrit une géométrie spécifique (par exemple une forme de 8) qu'on appelle motif de wobbulation. La wobbulation permet entre autres de contrôler l'apport d'énergie et sa distribution à la surface de la pièce et dans le bain de fusion, et d'améliorer la qualité du cordon déposé.

En outre, ce procédé ne se limite pas à la création de pièces entièrement nouvelles ; il peut également être employé avec succès pour la réparation et la remise en état de pièces endommagées, ce qui le rend économiquement avantageux dans certains contextes.

Cependant, il est important de noter que le DED CLAD laser-fil présente des défis. Parmi ceux-ci figurent le contrôle de la microstructure du matériau déposé, ainsi que le réglage des paramètres de fabrication pour obtenir des résultats optimaux. Par conséquent, une expertise

technique est souvent indispensable pour mettre en place et optimiser efficacement le système de fabrication.



Figure 2.3 : Paramètres du procédé DED CLAD laser-fil

# 2.1.2. DED CLAD laser poudre

Le procédé DED CLAD laser-poudre utilise des poudres métalliques comme matériau d'apport (Fig. 2.4).



Figure 2.4 : Tête de dépôt DED CLAD laser-poudre

Les paramètres de la mise en œuvre du procédé DED CLAD laser-poudre (Fig. 2.5) sont les mêmes que pour le dépôt de fil en ce qui concerne : le procédé, le substrat, la machine, le cordon et la pièce fabriquée. Seuls les paramètres des catégories suivantes sont distincts :

- Laser : Les paramètres du laser sont les mêmes que pour le procédé fil en dehors des paramètres de wobbulation (fréquence, motif, amplitude). En effet le faisceau n'est pas wobbulé en DED CLAD laser-poudre car avec la tête de dépôt coaxiale, l'amenée de poudre est concentrée et centrée sur l'axe du faisceau focalisé.
- Poudre : granulométrie, coulabilité, qualité, etc.
- Tête de dépôt ou Buse : débits de gaz, forme et homogénéité du jet, etc.

Ce procédé présente des avantages similaires au DED CLAD laser-fil, notamment une très grande flexibilité des matériaux (aciers inoxydables, alliages de nickel, Titane, Aluminium, cuivre, etc.), la capacité de fabriquer ou de réparer des pièces de grandes dimensions et la capacité à réaliser des revêtements de surface. Il permet également de fabriquer des pièces de géométries plus complexes du fait de l'utilisation d'une buse coaxiale multidirectionnelle et d'une plus grande finesse des dépôts.

Cependant, ce procédé DED CLAD laser-poudre présente également des défis concernant entre autres la gestion de la poudre, et le taux de dépôt qui est généralement plus faible que pour le procédé de dépôt de fil.



Figure 2.5 : Paramètres du procédé DED CLAD laser-poudre

Comme pour toute technique de fabrication additive, le choix du matériau, des paramètres et la conception de la pièce jouent un rôle crucial dans la réussite du processus. L'analyse réalisée permet de définir quelques spécificités associées aux deux procédés qui sont résumés dans le tableau suivant (Tab. 2-1). Le choix entre les deux procédés dépendra des besoins spécifiques de l'application et des avantages particuliers de chacun qui sont pris en compte dans l'outil d'aide à la décision développé.

| Critère de comparaison                 | DED CLAD laser-fil | DED CLAD laser-poudre |
|--|--------------------|-----------------------|
| Forme du matériau                      | Fil                | Poudre                |
| Contrôle du matériau d'apport          | Précis             | Moins précis          |
| Vitesse de fabrication / taux de dépôt | Elevé              | Modéré                |
| Flexibilité / Polyvalence du matériau  | Modéré             | Elevé                 |
| Complexité de la géométrie             | Modéré             | Elevé                 |
| Déchets/Gaspillage                     | Réduit             | Elevé                 |

Tableau 2-1 : Comparaison des procédés DED CLAD laser-il et laser-poudre

Pour produire de manière optimisée des pièces et garantir leur qualité, il est indispensable d'évaluer et de maîtriser les paramètres [D. Ding et al., 2015]. Les travaux présentés se focalisent généralement sur le procédé. Dans le cadre du DED CLAD laser-fil [Heralic, 2012] [Bourlet et al., 2017], il s'agit des paramètres du laser (puissance laser, répartition énergétique du faisceau, distance focale, etc.) et du fil d'apport (vitesse d'apport, diamètre du fil, angle filsubstrat ou angle laser-fil, etc.). Dans le cas du procédé DED CLAD laser-poudre [Svetlizky et al., 2021], les auteurs proposent par exemple une classification des variables du procédé en fonction de leur dépendance au système (puissance laser, longueur d'onde laser, type de laser, etc.), au matériau (porosité de la poudre, coulabilité de poudre, forme de la poudre, etc.) ou à la variabilité du procédé (puissance laser, débit de poudre, vitesse de balayage laser, etc.). Des travaux récents [Jafari et al., 2021] prennent également en compte un ensemble de paramètres relatifs au substrat sur lequel est déposé le matériau, la stratégie de dépose (direction et motif dépôt), les caractéristiques de la pièce et les défauts liés aux phénomènes thermiques impactant directement les déformations. Les auteurs soulignent l'importance d'identifier les paramètres pertinents qui influencent la géométrie et la qualité de la pièce fabriquée.

Dans ce domaine, le nombre élevé de paramètres et leurs interdépendances rend l'étude complexe [Svetlizky et al., 2021]. Toutefois, cette première étape d'analyse montre que la grande majorité des catégories de paramètres sont communes à la mise en œuvre des deux procédés DED CLAD. D'autre part, un certain nombre de paramètres sont fixés dès le choix du procédé. Ainsi, pour la suite de l'étude, nous ne prenons pas en compte les paramètres du procédé qui sont choisis en amont de la fabrication (matériau d'apport, type de laser, forme de la tête de dépôt, longueur d'onde du laser, etc.).

Nous nous intéressons donc aux paramètres du triptyque produit/processus/ressources qui définissent la stratégie de dépôt, le contrôle du cordon en fonction des capacités du système, et qui ont un impact direct sur la qualité de la pièce fabriquée. Il ne s'agit pas de développer un système expert basé sur des techniques d'apprentissage [Hoffer et al., 2022] qui nécessite des sets de données importants ce qui n'est pas notre cas. Le choix s'est porté vers la méthode MIC-MAC.

# 2.2. Paramètres clés de la stratégie de fabrication du système FAMGP

Nous présentons tout d'abord la méthode MIC-MAC retenue puis sa mise en œuvre dans l'études des paramètres du triptyque produit/processus/ressources (PPR).

# 2.2.1. Extraction des données et classement

La méthode MICMAC (Matrices d'impact croisés – Multiplication appliquée à un classement) [Duperrin et Godet 1974] [Walters et al., 2018] permet de classer objectivement les paramètres en fonction de leur priorité et de modéliser les relations sous forme matricielle au sein d'un système ainsi qu'entre ce système et son environnement.

Le principe est de réaliser une classification directe des variables en attribuant des niveaux d'influence réciproque allant de 0 (pas d'influence) à 3 (forte influence) grâce à une matrice

d'influence directe (MID) (Fig. 2.6a). Ensuite, les influences indirectes sont mises en évidence en multipliant la MID par elle-même sur plusieurs itérations jusqu'à ce qu'une matrice d'influence indirecte (MII) obtenue soit stable. Dans le contexte du classement direct, les variables clés sont identifiées en se basant sur leur motricité et leur dépendance. La motricité d'une variable reflète le nombre de fois qu'elle agit sur le système, tandis que sa dépendance indique combien de fois elle est influencée par d'autres variables. Dans la Fig. 2.6a, la matrice d'influence directe (MID) comprend trois variables : V1, V2 et V3.



*Figure 2.6 : Matrice d'influence directe (a), graphe d'influence/dépendance (b)* 

Pour évaluer la motricité, les valeurs de chaque ligne de la matrice sont additionnées, tandis que pour mesurer la dépendance, les valeurs de chaque colonne sont additionnées. Si *N* représente le nombre de variables, la moyenne de la motricité et de la dépendance est calculée selon l'équation suivante (Eq. 2.1), et dans ce cas particulier, elle prend la valeur 2,6.

$$Moyenne = \frac{\sum Motricit\acute{e}}{N} = \frac{\sum D\acute{e}pendance}{N}$$
(2-1)

Les variables V1 et V3 sont considérées comme motrices car elles ont des valeurs de motricité supérieures à la moyenne de 2,6. Parmi ces variables, seule V1 présente une dépendance dépassant la moyenne de 4, en faisant la seule variable dépendante. Dans ce cas, V1 est identifiée comme la variable clé, étant à la fois motrice et dépendante.

La matrice d'influence indirecte (MII) est obtenue par multiplication de la MID par ellemême jusqu'à sa stabilité. La MII permet d'obtenir un nouveau classement qui met en évidence les variables potentiellement importantes pour le système. Les mesures de dépendance et de motricité sont recalculées et représentées dans un graphique d'influence/dépendance (Fig. 2.6b). Ce graphique est divisé en quatre secteurs : variables autonomes, dépendantes, motrices et clés. La construction de ces matrices confirme l'importance de certaines variables et en révèle d'autres qui, grâce à leurs actions indirectes, jouent un rôle majeur.

Cette approche permet ainsi de hiérarchiser les paramètres et d'établir les interactions complexes entre eux. En utilisant ces critères, les variables clés peuvent être identifiées, ce qui permet de comprendre leur impact sur le système. En fin de compte, la comparaison des hiérarchies de variables dans les différentes classifications fournit des informations significatives sur les interactions au sein du système.

La classification des paramètres par la méthode MICMAC est réalisée grâce au logiciel open-source développé par les laboratoires LIPSOR et EPITA [Godet, 2003].

Les paramètres du système FAMGP ont été identifiés en réalisant une étude bibliographique sur les procédés DED CLAD, ainsi que sur l'influence des différents paramètres. Des enquêtes auprès des experts en procédés ont également été menées (interviews, campagnes d'essais, brainstorming). Les matrices MID et MII ont été construites en collaboration avec ces experts, en discutant du poids à attribuer à chaque variable pour la classification ; les choix finaux ont été faits en tenant compte de la majorité des avis des experts.

# 2.2.2. Paramètres Produit/Processus/Ressources

Nous présentons maintenant l'ensemble des paramètres retenus dans le cadre de notre étude et regroupés en termes de Produit, Processus et Ressources.

# Paramètres Produit

Les paramètres du produit (Fig. 2.7) comprennent le modèle géométrique initial de la pièce, les caractéristiques du cordon et les spécifications relatives à la pièce fabriquée.



• Cordon : Le cordon déposé sur un substrat (Fig. 2.8) est défini par la hauteur (*h*), la largeur (*w*), la profondeur du cordon ( $B_d$ ) et la profondeur de refusion du substrat ( $R_d$ ) pendant le dépôt de matière. *Rd* correspond à la profondeur du bain de fusion à la surface de la première couche (substrat). Le rapport entre la hauteur et la largeur du cordon doit être supérieur à  $\frac{1}{3}$  en général  $\frac{h}{w} > \frac{1}{3}$ , pour avoir une profondeur de refusion qui n'affecte pas la géométrie des cordons [Sankaré, 2007]. La profondeur de refusion  $R_d$  adéquate est estimée par le paramètre d% (Eq. 2-2).

$$d\% = \frac{Rd}{Bd + Rd}.100$$
(2-2)
  
W
Bd
Bd
h
Substrat

Figure 2.8 : Schéma simplifié d'un cordon

En FAM, l'idéal est d'obtenir une faible profondeur de refusion du substrat (Typiquement d% < 20%) pour préserver les caractéristiques géométriques du cordon. En effet, une dilution excessive (grande profondeur de refusion) entraîne une forte augmentation de la température du substrat, cordon après cordon, couche après couche. Avec la même quantité d'énergie déposée, les conditions du dépôt ne sont pas constantes, et avec l'augmentation de la température du substrat, la largeur  $R_d$  augmente, conduisant à l'augmentation de la largeur w du cordon déposé.

- *Modèle* géométrique *initial* : la définition numérique de la pièce précise les dimensions, la forme et les particularités (présence de trous, bossages, chanfreins, nervures, etc.). Il influence la stratégie de fabrication, le choix du procédé (ébauche ou finition) et le matériau de base. Ainsi, de nombreuses études sont menées pour optimiser les géométries des pièces [Mantovani et al., 2021] [Kumaran et Senthilkumar 2021] [Roschli et al., 2019].
- *Pièce fabriquée* : elle est soumise à des contraintes générées par le gradient thermique au cours de la fabrication. Ces contraintes provoquent des déformations ou des fissures qui apparaissent lors de la solidification du bain de fusion. La rugosité de la surface de la pièce fabriquée est également un paramètre essentiel et c'est un bon indicateur de la qualité de la pièce produite.

# Paramètres du processus

Les paramètres du processus (Fig. 2.9) comprennent les paramètres du procédé de fabrication ainsi que les paramètres de la stratégie de fabrication utilisée pour la fabrication additive DED CLAD laser-fil et laser-poudre.



Figure 2.9 : Paramètres du processus

Les paramètres du procédé concernent la source thermique (laser) et le substrat.

- Laser : Dans le cas des procédés DED CLAD, la source thermique est un laser de longueur d'onde 1070 nm. Sa puissance est un paramètre majeur du procédé car elle impacte les dimensions des cordons déposés et donc la qualité de la pièce fabriquée [Zhong et al., 2015] [G. Wang et al., 2019].
- Substrat : Le matériau est déposé sur une surface qui peut être plane ou de forme gauche ou une pièce existante. Les dimensions du substrat, l'état de surface, le bridage et la température de préchauffage sont des paramètres qui ont un impact important sur le comportement thermique et thermomécanique pendant la fabrication.

La *stratégie de fabrication* englobe les paramètres de la trajectoire, les caractéristiques de la tête de dépôt, et la méthodologie de fabrication associée au type de matériau sélectionné.

• Trajectoire : elle est caractérisée par un motif de dépôt (Fig. 2.10a), une vitesse d'avance et une vitesse de déplacement. Ceci est complété par la définition du pas latéral (Fig. 2.10b) correspondant à la distance entre 2 cordons adjacents et l'incrément Z correspondant à l'épaisseur de chaque couche (Fig. 2.10c). Le temps de refroidissement entre 2 couches successives impacte l'opérabilité et les déformations. Il est pris en compte lors de l'élaboration de la stratégie de fabrication et du choix du motif de dépôt.



Figure 2.10 : Motif de dépôt zigzag (a), pas latéral (b), incrément en Z (c)

- Tête de dépôt DED CLAD laser-fil (Fig. 2.1) : les paramètres concernent tout d'abord la direction de l'amenée de fil (fil poussé ou tiré) [Syed et Li 2005] [Kim et Peng 2000] (Fig. 2.2b), le point d'impact (Fig. 2.2a) qui peut être positionné à différents endroits dans le bain de fusion (bord inférieur, centre ou bord supérieur, la meilleure position étant le bord inférieur [Syed et Li 2005]), et l'angle fil-substrat qui doit être choisi rigoureusement pour garantir la fusion du fil. La modification de l'angle fil-substrat affecte le point d'impact et l'alignement du laser et du fil. Ces paramètres sont ajustés manuellement et fixés pendant le processus. D'autres paramètres incluent la longueur du fil de sortie, la vitesse d'avance du fil, la distance entre la tête de dépôt et le substrat ou la distance de travail, et la distance entre le fil et la pièce. Pour réduire l'oxydation et obtenir une bonne couverture gazeuse, un traînard est utilisé dont les caractéristiques sont sa hauteur au substrat (hauteur de travail) et sa distance au laser (proximité du traînard).
- Tête de dépôt DED CLAD laser-poudre (Fig. 2.4) : Les paramètres comprennent la direction de dépôt, le débit de poudre et la distance entre l'extrémité de la tête de dépôt et la pièce. La longueur du fil de sortie, le point d'impact et l'angle fil-substrat ne sont pas pris en compte car ils ne sont applicables qu'au procédé DED CLAD laser-fil. En effet, le matériau d'apport étant la poudre et la tête de dépôt étant coaxiale, le point d'impact est invariant et le matériau d'apport est toujours dans l'axe du faisceau laser. En outre, nous considérons les caractéristiques spécifiques à la forme du matériau (poudre) comme la taille des particules (morphologie, densité, porosité, réflectivité, etc.) et la coulabilité (fluidité).

# Paramètres Ressources

Les paramètres ressources (Fig. 2.11) sont associés aux capabilités du système (Chapitre 1) et sont rappelées brièvement ici :

- Capabilité *spatiale* : elle caractérise la capacité de la cellule robotique à faire correspondre le système de coordonnées du point piloté de la tête TCP (Tool Center Point) avec le système de coordonnées de la pièce [Dombre, 2001].
- Capabilité *cinématique* : elle caractérise l'adéquation entre la vitesse programmée (dépôt) et la vitesse réelle de la cellule.
- Capabilité *de précision* : elle caractérise la capacité de la cellule à garantir que les spécifications attendues du produit peuvent être atteintes. Ce concept complexe implique un grand nombre de facteurs d'imprécision qui affectent la répétabilité ou l'exactitude, et peuvent être regroupés en erreurs statiques et dynamiques.



Figure 2.11 : Paramètres ressource

La prise en compte des capabilités de la cellule permet d'améliorer les performances de production en termes de contrôle qualité et de productivité, et de prévenir les collisions et les problèmes d'accessibilité en gérant les redondances et en optimisant la planification des trajectoires [Sabourin et al., 2012] [Sabourin et al., 2015].

# 2.2.3. Interdépendance des paramètres

De nombreux travaux ont été réalisés pour mettre en évidence l'interdépendance des paramètres en FAM et leur influence sur la pièce fabriquée. Nous présentons (Tab. 2-2) certaines de ces relations établies entre différents paramètres.

La prise en compte de l'interdépendance de tous les paramètres permet d'alimenter la matrice d'influence directe (MID) et de déterminer l'influence ou la dépendance notée de 0 à 3 (Fig. 2.6a). Ceci est réalisé avec la participation d'experts des procédés DED CLAD et des utilisateurs de la cellule robotique. A titre d'exemple (Fig. 2.12), nous présentons le graphique des influences directes du procédé DED CLAD Laser-fil concernant les interactions de niveau 3.



*Figure 2.12 : Graphe d'influence directe des paramètres du système pour le procédé DED CLAD laser-fil* 

| Cha | pitre 2 | 2 - | Iden | tifica | ation | des | paramètres | clés | du 1 | tripty | yque | e Produit/Proce | ssus/Ressources |
|-----|---------|-----|------|--------|-------|-----|------------|------|------|--------|------|-----------------|-----------------|
|     |         |     |      |        |       |     | 1          |      |      |        |      |                 |                 |

| Paramètres<br>influents   | Paramètres<br>dépendants                          | Details  | Références   |
|---|---|--|--|
| Vitesse<br>d'alimentation<br>Vitesse<br>d'alimentation<br>du fil / débit de<br>poudre               | Pièce<br>fabriquée                                | La vitesse d'avance et la vitesse<br>d'avance du fil (DED CLAD Laser-<br>fil) ou le débit de poudre (DED<br>CLAD Laser-poudre) déterminent la<br>quantité de matière ajoutée par unité<br>de temps. Ils ont un impact sur la<br>géométrie du cordon et de la pièce<br>finale.  | [Jafari et al., 2021]<br>[Bourlet et al., 2017]<br>[Heralic, 2012]   |
| Direction de<br>l'amenée de fil   | Angle fil -<br>substrat                           | Dans certains cas, le changement de direction de l'alimentation du fil affecte l'angle fil-substrat.   | [Bourlet et al., 2017]<br>[Syed et Li 2005]  |
| Angle fil -<br>substrat   | Distance fil -<br>pièce                           | La variation de cet angle a un<br>impact sur la distance fil-pièce et par<br>conséquent sur la stabilité du<br>processus.  | [Heralic, 2012]<br>[Syed et Li 2005]   |
| Direction de<br>l'amenée de fil   | Vitesse<br>d'alimentation<br>du fil               | La modification de la direction de<br>l'amenée de fil (poussé/tiré) modifie<br>la plage des vitesses d'avance du fil<br>autorisées.<br>En fil tiré, la fusion est plus<br>régulière et une meilleure stabilité<br>du processus est obtenue.  | [Bourlet et al., 2017]<br>[Syed et Li 2005]  |
| Puissance laser<br>Débit de<br>poudre   | Pièce<br>fabriquée                                | La puissance laser et le débit de<br>poudre influencent directement la<br>vitesse de refroidissement qui<br>impacte la microstructure de la pièce<br>et donc ses caractéristiques<br>physiques.  | [Svetlizky et al.,<br>2021]<br>[H. Wang et al.,<br>2020] [G. Wang et<br>al., 2019] [Bennett et<br>al., 2017] [Xinlin<br>Wang et al., 2017]<br>[Zhong et al., 2015]<br>[Ocylok et al., 2014]          |
| Temps de refroidissement  | Déformations<br>Contraintes                       | Le temps de refroidissement ont un<br>impact les contraintes résiduelles et<br>les déformations de la pièce  | [H. Wang et al.,<br>2020] [Denlinger et<br>al., 2015]  |
| Puissance laser<br>Débit de<br>poudre<br>Point focal du<br>laser<br>Direction de<br>l'amenée de fil | Géométrie du<br>cordon<br>(largeur et<br>hauteur) | L'augmentation des paramètres du<br>processus (puissance laser, débit de<br>poudre / vitesse de livraison du fil)<br>entraîne une augmentation de la<br>hauteur et de la largeur du cordon.<br>La hauteur du cordon est plus élevée<br>lorsque le point focal est au-dessus<br>du substrat. Sinon, la taille du spot<br>est réduite et la hauteur du cordon<br>diminue. En fil tiré, la fusion du fil<br>est plus régulière et on a une<br>meilleure stabilité du processus et<br>géométrie du cordon. | [Bourlet et al., 2017]<br>[Xinlin Wang et al.,<br>2017]<br>[Shim et al., 2016]<br>[Parekh et al., 2016]<br>[Ocylok et al., 2014]<br>[Zhu et al., 2012]<br>[Ocelík et al., 2007]<br>[Syed et Li 2005] |

Tableau 2-2: Relations d'interdépendance des paramètres

# 2.2.4. Paramètres moteur, dépendants et clés

Les matrices MID et MII élaborées pour les processus DED CLAD laser-fil et laser-poudre permettent de générer des graphiques illustrant les relations d'influence et de dépendance entre les paramètres, contribuant ainsi à leur classification.

Pour le procédé DED CLAD laser-fil, la matrice d'influence directe (MID) (33x33) identifie 16 relations d'influence faible, 40 relations d'influence moyenne et 72 relations d'influence forte.



*Figure 2.13 : Graphe d'influence/dépendance du système FAMGP pour le procédé DED CLAD laserfil* 

Pour le procédé DED CLAD Laser-poudre, la matrice d'influence directe (MID) (28x28) identifie 20 relations d'influence faible, 27 relations d'influence moyenne et 57 relations d'influence forte.



*Figure 2.14 : Graphe d'influence/dépendance du système FAMGP pour le procédé DED CLAD laserpoudre* 

Pour les deux procédés DED CLAD laser-fil (fig. 2.13) et laser-poudre (fig. 2.14), la classification des paramètres est presque identique et on distingue :

• *Paramètres moteurs* : Ils concernent les paramètres du processus et les paramètres de la stratégie :

- Pour le dépôt de fil, il s'agit de la puissance laser, de l'angle fil-substrat, de la vitesse d'avance, de la vitesse d'avance du fil et du motif de dépôt.

- Pour le dépôt de poudre, il s'agit de la puissance laser, la vitesse d'avance, le modèle de dépôt et le débit de poudre.

- *Paramètres fortement dépendants* : Ils concernent principalement la qualité de la pièce produite (géométrie, rugosité de surface, déformations) et le temps de fabrication pour les deux procédés DED CLAD laser-poudre et laser-fil.
- *Paramètres autonomes* : Ils concernent notamment les capabilités de la cellule pour les deux processus. Il est à noter que la capabilité de précision est un paramètre moteur puisqu'elle influence directement la qualité du cordon.
- *Paramètres clés :* Que ce soit pour le dépôt de fil ou de poudre, ils concernent les deux caractéristiques principales du cordon (hauteur *h* et largeur *w*).

La MII obtenue après itérations de la MID confirme la classification des paramètres en termes de motricité et de dépendance. L'outil logiciel utilisé permet également d'analyser le degré d'interaction entre les différents paramètres qui apportent des informations supplémentaires.

Les deux paramètres clés, la hauteur h et la largeur w du cordon, sont moteurs, car ils ont un impact sur la géométrie de la pièce produite, le temps de fabrication, le réglage de l'incrément Z et les déformations. Ils sont également très dépendants des paramètres de la stratégie, en particulier du motif de dépôt et de la vitesse, mais aussi du pas latéral et de la distance tête de dépôt - substrat. Ces conclusions concordent avec ce qu'on trouve dans la littérature.

Ces deux paramètres sont essentiels dans la stratégie de fabrication et interfèrent avec la configuration et le comportement cinématique et dynamique du système. Pour assurer la qualité des pièces fabriquées, il est donc nécessaire de mettre en œuvre des solutions robustes pour régler tous les paramètres et contrôler la hauteur et la largeur du cordon adaptées à la géométrie.

# 2.3. Outil d'aide à la décision

Les processus de FAM nécessitent la mise en place de règles de fabrication incluant les contraintes du système, qui ne sont généralement pas prises en compte par les utilisateurs car ceux-ci ne comprennent pas toujours leur impact sur la pièce fabriquée [Jafari et al., 2021]. Des auteurs proposent par exemple des directives de conception sous forme d'organigramme qui intègrent les contraintes du processus dans la conception de la géométrie des pièces en surplomb fabriquées en WAAM [Greer et al., 2019]. Les caractéristiques de la pièce sont analysées pour déterminer l'orientation optimale. Cependant, les outils de ce type ne sont pas suffisamment dynamiques et pas encore assez répandus, notamment pour la FAM robotisée DED CLAD.

Ainsi, nous avons développé un outil d'aide à la décision appelé OAD-FAMGP qui intègre les modes de fabrication, les contraintes du système et guide l'utilisateur dans le réglage du processus de fabrication de la pièce. Celui-ci est basé sur l'utilisation de la librairie PyQT<sup>©</sup> de Python et le détail de l'algorithme implémenté est donné en Annexe 2-1. La classification des paramètres et l'étude de leurs interactions ont fourni des données essentielles pour la mise en œuvre de ce logiciel expert [Mvolo et al., 2023].

# 2.3.1. Modes de fabrication du système FAMGP

Les modes de fabrication représentent les différentes combinaisons possibles des éléments de la cellule robotique FAMGP (Fig. 2.15).



Figure 2.15 : Cellule robotique FAMGP

Le choix dépend des spécificités de la pièce et de son adéquation avec le système. On définit 7 modes de fabrication (Fig. 2.16). La synchronisation de l'ensemble des axes est réalisée grâce à des programmes spécifiques via les canaux de la commande numérique.

Les modes de fabrication les plus utilisés sont les modes 6, 7, 8 et 9 axes. Les modes 12 à 14 utilisent simultanément les deux robots ce qui nécessite une étape préalable de planification des trajectoires en tenant compte du partage des tâches et de la gestion des collisions. Cette partie n'est pas traitée dans la suite de nos travaux. Bien que les modes 15 et 16 axes ne soient pas spécifiquement mentionnés ici, ils restent néanmoins envisageables pour des géométries particulières qui exigent l'utilisation simultanée des robots, du vireur et des 2 axes linéaires.

Les modes de fabrication sont intégrés dans l'outil précisant à l'utilisateur le mode le plus adapté à la géométrie de la pièce et au procédé de FAM.



Figure 2.16 : Modes de fabrication du système FAMGP

# 2.3.2. Contraintes de fabrication

Les contraintes sont les obligations qui doivent être respectées lors de l'utilisation d'un système. Il est nécessaire de connaitre celles-ci pour statuer sur la fabricabilité d'une pièce et mettre en place des règles de fabrication.

# Contraintes liées aux procédés

Un ensemble de travaux ont définis des contraintes liées au procédés de FAM. Dans le cas du WAAM, des auteurs [Greer et al., 2019] proposent une introduction de règles de fabrication des géométries en surplomb pour des pièces de grandes dimensions (2.1 m de haut) (Fig. 2.17). Les paramètres principaux concernent : l'angle de surplomb maximal, l'épaisseur du cordon, l'absence de support et l'orientation de la pièce fabriquée.



Figure 2.17 : Pièce métallique (acier) réalisé avec le procédé WAAM [Greer et al., 2019]

D'autres auteurs [Ponche et al., 2014] précisent que la fabrication couche par couche est une contrainte en elle-même pour le procédé. Le fait de déposer les couches de matériau les unes sur les autres génère des contraintes telles que la conservation de l'orientation de la tête de dépôt ou la conservation de la distance buse-pièce.

De plus, on recense des contraintes générales qui s'appliquent à tous les procédés de fabrication additive telles que les limitations des vitesses de dépose, le choix du matériau, l'enveloppe de construction ou la précision du procédé [Vaneker et al., 2020]. Les travaux sur les contraintes de FAM se focalisent généralement sur le procédé et n'intègrent pas toujours les contraintes liées à l'environnement et aux constituants du système.

# Contraintes du système FAMGP

Les contraintes du système FAMGP (Fig. 2.18) sont relatives à la pièce à fabriquer, aux constituants de la cellule robotique (machine) et aux procédés DED CLAD.

Contraintes associées à la pièce : Elles portent sur la géométrie et le matériau de la pièce. La géométrie doit impérativement contenir une surface de base qui joue le rôle de première couche, déposée sur le substrat. Les pièces de volume fermé comme les sphères ne sont pas adaptées pour les procédés DED CLAD. La pièce ne doit pas contenir des éléments fonctionnels (trous, chanfreins, filetages, etc.) dont la précision est supérieure à la capabilité en précision du système.

En outre, les dimensions de la pièce doivent être compatibles avec l'espace de travail du système. D'autre part, en configuration 3 axes, les angles en surplomb doivent être faibles étant donné que les pièces fabriquées sont réalisées sans supports. Mais la configuration 5 axes permet de réaliser des pièces en surplomb avec des angles importants [Tan et al., 2020] [Yang et al., 2023].

• *Contraintes associées à la cellule* : Elles portent notamment sur la limitation de l'espace de travail, l'espace de précision et les modes de fabrication. Bien que la cellule soit constituée de 2 robots et d'un ensemble d'axes complémentaires (vireur, axes linéaires) qui augmentent l'espace de travail total du système, le comportement cinématique et dynamique (configurations, singularités), l'environnement de la cellule (enceinte de sécurité) et la présence du « safety cartésien » (débattement d'axes), limitent l'espace opérationnel. Cette limitation est une contrainte qui impacte la taille des pièces réalisables et la stratégie de fabrication.

D'autre part, la capabilité en précision de la cellule dépend en grande partie de celle des robots, qui sont les éléments les plus sollicités lors du suivi d'une trajectoire. Les spécifications fournies par le fabricant pour le robot COMAU NJ 65-3.0 indiquent une répétabilité de 0,085 mm (Annexe 2-2), mais cela ne reflète pas sa véritable capabilité. Ainsi, nous avons conduit des essais en utilisant un Ballbar Renishaw pour évaluer la capabilité en précision des robots de la cellule FAMGP. Les résultats de ces essais sont détaillés dans le chapitre 4 du mémoire. En prenant en compte les défauts de circularité lors du suivi de trajectoires circulaires à différentes positions dans l'espace opérationnel, nous estimons que la capabilité de précision se situe dans la plage de 0,5 à 0,7 mm. Par conséquent, et d'un point de vue strictement robotique, il est important de noter que les pièces à fabriquer ne devraient pas avoir des exigences de précision inférieures à 0,7 mm pour garantir la conformité aux spécifications requises.

• Contraintes associées au procédés DED CLAD : Le dépôt de matière couche par couche et l'utilisation d'un substrat métallique sont les premières contraintes associées au procédé DED CLAD. Le matériau d'apport (sous forme de fil ou de poudre) et le support de construction doivent être métalliques et la compatibilité d'un point de vue métallurgique entre les deux matériaux doit être établie. L'orientation de la tête de dépôt est également une contrainte importante, elle est généralement orientée perpendiculaire au plan de dépôt et peut admettre un faible débattement (± 10°) pour la tête de dépôt poudre.

Par ailleurs, l'interdépendance des paramètres est une contrainte qui doit être prise en compte au cours des réglages. Il convient également de garantir un maintien de la distance tête de dépôt-pièce sauf dans le cas où on la fait varier volontairement pour compenser les défauts de dépose matière des couches.

D'autre part, la stratégie de fabrication doit être élaborée en tenant compte de l'absence de supports de fabrication, notamment en s'assurant que les parties en surplomb restent dans la limite des angles de dépouille autorisés.

Il faut également s'assurer de la régularité des vitesses d'apport du matériau (fil, poudre) et de la vitesse d'avance (dépose matière) afin de garantir un cordon homogène et régulier. Ainsi il convient de choisir des configurations robot et un mode de fabrication qui garantissent la stabilité de la trajectoire de dépôt. Des essais présentés au chapitre 4 ont été menés dans ce sens pour déterminer les modes de fabrications et les configurations adaptés aux géométries de base présents dans l'OAD-FAMGP.

Ces contraintes sont intégrées dans l'outil d'aide à la décision OAD-FAMGP et servent de données d'entrée pour établir des recommandations pour les utilisateurs.

| Contraintes pièce                | <ul> <li>Présence d'une surface de base obligatoire</li> <li>Précision des elements d'usinage inférieure à celle du système</li> <li>Taille des pièces limitée</li> <li>Faibles angles d'auto-support</li> </ul>  |
|----------------------------------|---|
| Contraintes machine              | <ul> <li>Espace de travail limité</li> <li>Précision système adaptée aux grandes pièces</li> <li>Modes de fabrication</li> </ul>  |
| Contraintes procédés DED<br>CLAD | <ul> <li>Dépôt de matière couche par couche</li> <li>Utilisation d'un substrat métallique</li> <li>Matériau d'apport (fil/poudre) métallique</li> <li>Orientation de la tête de dépôt</li> <li>Interdépendance des paramètres</li> <li>Maintient de la distance tête de dépôt – pièce</li> <li>Absence de supports de fabrication</li> <li>Régularité des vitesses</li> </ul> |

Figure 2.18 : Contraintes du système FAMGP

# 2.3.3. Présentation de l'outil d'aide à la décision

L'outil d'aide à la décision (OAD) fournit des informations sur la fabricabilité de la pièce du point de vue de la géométrie attendue. Il recommande le procédé DED CLAD le plus adapté en fonction du matériau choisi par l'utilisateur. Il fournit des informations sur les contraintes associées au substrat, à la tête de dépôt et au processus de fabrication. Il propose des motifs de dépôt, des modes de fabrication, et suggère à l'utilisateur la stratégie la mieux adaptée à sa géométrie. Le module paramètres présente les variables les plus importantes résultant de l'étude précédente et propose un set de réglage en fonction du matériau choisi et du procédé recommandé.

Les recommandations générées reposent sur un ensemble de règles dérivées de la formalisation des connaissances métier ainsi que des contraintes du système FAMGP évoquées précédemment. Ces règles sont formalisées dans les algorithmes de l'OAD présentés en annexe 2-1.

L'OAD propose également la génération d'un rapport .PDF à toutes les étapes du processus d'analyse. Ce rapport contient les bilans de chaque module, ainsi que les recommandations relatives aux données renseignées par l'utilisateur.

# Module géométrie

Le module de *Géométrie* (Fig. 2.19) prend en compte les données utilisateur, notamment la forme, les dimensions et les caractéristiques de la pièce, pour générer des recommandations.

Nous avons opté pour l'utilisation d'une boîte de dialogue plutôt que l'analyse de la CAO de la pièce, car nous souhaitons d'abord étudier des géométries simples et proposer une preuve de concept. L'analyse de la CAO de la pièce sera effectuée dans la prochaine version de l'OAD.



Figure 2.19 : Entrées-sorties du module Géométrie

Le module géométrie tient également compte des contraintes liées à la pièce et à la machine, ce qui permet de déterminer si la pièce peut être fabriquée efficacement avec le système FAMGP. De plus, il propose la méthode de fabrication DED CLAD la plus appropriée, que ce soit en dépôt fil, dépôt poudre ou une approche hybride.

Le premier onglet *Forme* permet à l'opérateur de préciser si la géométrie est simple (une seule forme) ou complexe (plusieurs formes).

- Si la géométrie est simple (Fig. 2.20a), l'utilisateur est appelé à choisir la forme de la première couche (carré, cercle, trapèze, etc.) ainsi que le remplissage (plein/creux) (Fig. 2.20c).
- Si la géométrie est complexe (Fig. 2.20b), l'OAD recommande de diviser la pièce en plusieurs formes simples. Pour l'instant, nous ne traitons que certaines géométries simples (blocs, tubes, arcs). Les travaux futurs intègreront d'autres géométries simples (intersections, cuves) et des géométries complexes.

|   | SIMPLE  |
|---|---|
|   | Géométries simples  |
|   | Blocs Tubes Arcs  |
|   | T X Cuves   |
| )<br>jotre pièce est-elle de forme SI   | IMPLE(une seule forme) ou COMPLEXE (Plusieurs formes)?  |
|   | COMPLEXE Recommandations nous for piètres complexer   |
|   | 1- Divisez votre Pieces pour avoir plusieurs<br>formes simples.     2- Utilisez le logiciel OAD - FAMGP pour obtenir<br>les recommandations pour chaque géométrie de<br>forme simple.     3- Construisez Votre pièces en associant toutes<br>les formes simple. |
| :)  |   |
| <b>:)</b><br>Pour avoir des détails su  | OK<br>Géométrie de Forme Simple<br>sur les différentes bases et remplissages, positionnez le curseur la souris sur les boutons  |
| Pour avoir des détails su<br>REMIERE COUCHE   | <u>Géométrie de Forme Simple</u><br>sur les différentes bases et remplissages, positionnez le curseur la souris sur les boutons<br>REMPLISSAGE  |
| Pour avoir des détails su<br>PREMIERE COUCHE<br>© Carré   | OK<br>Géométrie de Forme Simple<br>sur les différentes bases et remplissages, positionnez le curseur la souris sur les boutons<br>REMPLISSAGE<br>☑ Plein  |
| Pour avoir des détails su<br>REMIERE COUCHE<br>Carré<br>Rectangle<br>Triangle   |   |
| Pour avoir des détails su<br>REMIERE COUCHE<br>Carré<br>Rectangle<br>Triangle<br>Cercle                                 |   |
| Pour avoir des détails su<br>REMIERE COUCHE<br>© Carré<br>© Rectangle<br>© Triangle<br>© Cercle<br>© Trapèze            |   |
| Pour avoir des détails su<br>REMIERE COUCHE<br>Carré<br>Rectangle<br>Triangle<br>Cercle<br>Trapèze<br>Hexagone régulier |   |

Figure 2.20 : Onglet Forme du module géométrie, formes simples (a), formes complexes (b), remplissage/ première couche (c)

L'onglet *Dimensions* (Fig. 2.21a) permet à l'utilisateur de saisir les dimensions de la pièce en fonction de la forme choisie. L'onglet *Particularités* (Fig. 2.21b), permet de préciser des parties fonctionnelles pouvant nécessiter des reprises par changement d'orientation ou nécessitant un dépôt plus précis (poudre).



Figure 2.21 : Onglets du module Géométrie, Dimensions (a), particularités(b)

Une fois les informations complétées, le récapitulatif est présenté dans l'onglet *Bilan* (Fig. 2.22a) et les recommandations relatives à la géométrie dans l'onglet *Recommandations Géométrie* (Fig. 2.22b)



Figure 2.22 : Onglets du module Géométrie, bilan (a), recommandations (b)

# Module matériaux

Le module *Matériaux* (Fig. 2.23), fournit des informations sur les métaux couramment utilisés dans le système FAMGP. Il tient également compte des contraintes du procédé pour exposer le principe de fonctionnement DED CLAD spécifique au type de matériau (fil ou poudre) choisi.





L'onglet *Matériau* permet de sélectionner la forme du matériau d'apport (fil, poudre, ou hybride). Le choix est facilité par les recommandations du module géométrie(Fig. 2.24a).

| (a)  | (b)  |  |
|--|--|--|
|  | Sélectio<br>D'après la                     | nnez le matériau de forme Poudre<br>base de données IREPA Database sur GRANTA                      |
| Procédé recommandé en fonction de votre géométrie: DED CLAD Laser Poudre<br>Le Système FAMGP utilise des matériaux métallique. | O CuSn1                                    | 0  |
| Sélectionnez la forme du matériaux de votre pièce  | O Ferros                                   | Ti6Al4V-GRD23: Matériau de forme poudre  |
| POUDRE   | ⊖ H13                                      | Fournisseur:AP&C, TEKNA ADVANCED MATERIALS INC<br>Composition chimique(TEKNA):<br>89.1% Titane(Ti) |
| FIL  | O Poudre                                   | e Ni625 6.33% Aluminium(Al)<br>4.01% Vanadium(V)<br>0.16% Fer(Fe)                                  |
| HYBRIDE (Fil et Poudre)  | ⊖ Ti6Al4                                   | V-CLAD <0.05% Carbone(C)<br>0.005% Azote(N)<br>0.005% Hydrogène(H)                                 |
|  | <ul> <li>Ti6Al4</li> <li>Ti6Al4</li> </ul> | V-GRDE <0.001% Yttrium(Y)<br><0.001% Azote(N)<br>V-GRD2_Taille des particules(TLS): 100 µm à d90   |
| (c)  |  |  |
| Procédé rect 🖾 Information! 🛛 👋  | DED CLAD La                                | aser Poudre  |
| Procédé Hybride<br>Cliquez sur le boutons Fil ou poudre pour   | nétallique.                                |  |
| obtenir les recommandations pour chaque type<br>matériaux<br>Construisez Votre pièces en associant les deux<br>procédés        | tre piece                                  |  |
| ОК   |  |  |
| HYBRIDE (Fil et Poudre)  |  |  |

*Figure 2.24 : Onglet Matériaux du module Matériaux, procédé recommandé (a), liste de matériaux après la sélection de la forme fil ou poudre (b), sélection de la forme hybride (fil et poudre) (c)* 

Le choix de la forme du matériau (fil ou poudre) conduit à une liste de matériaux métalliques (Fig. 2.24b) principalement utilisé sur le système FAMGP. La sélection d'un matériau affiche des informations sur sa composition chimique, la taille des particules et les différents fournisseurs. Ces informations permettent à l'utilisateur de réaliser son choix en fonction de la disponibilité du matériau et de ses propriétés chimiques. La sélection de la forme de matériau hybride, génère une boite de dialogue qui informe l'utilisateur sur la marche à suivre (Fig. 2.24c). L'OAD recommande à l'utilisateur d'identifier les parties de la pièce qui seront réalisées en dépôt de fil et poudre et de traiter chaque cas séparément.

L'onglet *Bilan matériaux*, donne un récapitulatif du matériau sélectionné, de sa forme et ses caractéristiques (Fig. 2.25a). L'onglet *Procédé associé au matériau* présente le principe du procédé DED CLAD laser-fil ou laser-poudre en fonction de la forme du matériau choisie (Fig. 2.25b).



Figure 2.25 : Onglets du Module matériaux, bilan (a), procédé associé au matériau (b)

# Module stratégie

Le module stratégie (Fig. 2.26) détermine le mode de fabrication approprié ainsi que le motif de dépôt en s'appuyant sur des données géométriques, des contraintes du processus, et des recommandations issues des deux modules précédents.





Il fournit également des recommandations sur l'implémentation de la stratégie de fabrication dans le logiciel de FAO et au cours de la fabrication.

L'onglet *Contraintes* permet de visualiser l'ensemble des données à considérer lors de l'implémentation du procédé. Les contraintes sont classées par catégories (Fig. 2.27) : Substrat, tête de dépôt et procédé DED CLAD fil ou poudre selon le choix du matériau effectué au module précédent.

Chapitre 2 - Identification des paramètres clés du triptyque Produit/Processus/Ressources



Figure 2.27 : Onglet Contraintes du module Stratégie

L'utilisateur peut effectuer le choix d'un mode de fabrication dans l'onglet *Mode de fabrication* (Fig. 2.28). L'OAD recommande un mode de fabrication en fonction des données géométrie et matériau renseignées, ainsi que des contraintes du procédé et des capabilités machine. Des informations sur chaque mode de fabrication sont données pour aider l'utilisateur dans son choix.



Figure 2.28 : Onglet Modes de fabrication du module stratégie

L'OAD recommande également un motif de dépôt dans l'onglet *Motif de dépôt* (Fig. 2.29). Les motifs de dépôts proposés, sont les plus utilisés d'après la littérature et les experts de IREPA LASER et les mieux adaptées aux géométries simples implémentés dans l'OAD. Des informations sur chaque motif de dépôt sont fournies à l'utilisateur pour l'aider dans son choix.

|  | Modes de Fabrication   | Motif de dépôt   | Bilan stratégie  | Recommandations Stratégies  |
|--|--|--|--|---|
|  | Vous avez cho  | Sélectionnez le motif de<br>oisi une géométrie de base Carré<br>Motifs de dépôt recommandé: ZIG  | <b>dépôt</b><br>et de remplissage Plein<br>ZAG BACK  |   |
| I direction; 1 sens, Reta  | te 266 MAGE<br>or ar defette de la c<br>1 direction, 1 lans, Retour au obbat de<br>1 direction, 1 direc   | ACK INVERSE:<br>1 direction, 1 energy<br>1 direct | Stratégie ZIG STAY:<br>Dibited de la 3 <sup>eres</sup> couche as part de fin de la 1 <sup>ere</sup> couche<br>le 1<br>res trategie de la 2 <sup>eres</sup> couche 2<br>stratégie de la 2 <sup>eres</sup> couche 2<br>stratég | Strategie ZIG STAY INVERSE:<br>1 detects, tem, Other di 3 2ere encode a para de fin de la la tre scole de<br>l'ante internationale a para de fin de la la tre scole de<br>l'ante internationale a para de fin de la la tre scole de<br>l'ante internationale a para de fin de la la tre scole de<br>l'anternationale a para de la tre scole de la tre scole de<br>l'anternationale a para de la tre scole de la tre scole de<br>l'anternationale a para de la tre scole de la tre scole de<br>l'anternationale a para de la tre scole |
| Stratégie ZiGZAG BACK<br>Ceche 1<br>Ceche 1 | Stratégie 2/GZAG<br>I sector, 3 and 1<br>Sector, 3 and 2<br>Sector, 3 and 3<br>Sector, 3<br>Sector, 4<br>Sector, 4<br>Sector | BACK INVERSE:<br>Compared a data Baras Internet<br>Compared a data                                 | Analysis of the second  | Stratégie ZIGZAG STAY INVERSE :<br>I anotos J and Doba do la la survey and anotos de la de l  |

Figure 2.29 : Onglet modes de fabrication du module stratégie de l'OAD-FAMGP

Les onglets *Bilan stratégie* (Fig. 2.30a) et *Recommandations stratégies* (Fig. 2.30b) donnent respectivement un résumé des choix réalisés par l'utilisateur dans le module stratégie et des recommandations en fonction de ces choix.

| Contraintes du procédé  | Modes de Fabrication  | Motif de  | dépôt  | Bilan strat  | égie   | Recommandati   | ons Stratégies   |
|---|---|---|--|--|--|--|--|
| Mode de Fabrication re  | commandé: MODE 7 AXES   |   | Stratégie de   | Fabrication reco   | mmandé:  | : ZIGZAG BACK  |  |
| Mode 7 axes   |   |   |  |  |  |  |  |
| Robot mobile Robot fize   | Robot Fixe  |   |  | 1 direction, 2 se<br>Couche 1<br>  | ratégie ZIGZAG   | BACK:<br>V de la construction.<br>V Co<br>Otgent<br>4 dat<br>  | uche 2   |
| Axe linéaire U axe linéaire<br>Pièce  | 1 axe vireur  |   |  |  |  |  |  |
| -   |   |   | Dépôt de la ma<br>Retour au débi   | atière dans une direct<br>ut de la construction à  | ion et deux<br>la couche s   | sens ( Aller-Retour)<br>uivante.   |  |
| 7 axes en mouvement:  |   |   | Géométries ad  | aptées: Blocs, Tubes,  | Arcs   |  |  |
| 6 axes «Robot mobile» + 1 a   | axe linéaire U et une table de sour   | dage immobile.  | Avantages:   |  |  |  |  |
| 6 axes «Robot fixe» + 1 axe   | e linéaire part.  |   | Moins de défau<br>Adapté à plusie  | uts de construction(Pie  | èce symétrie   | ues)   |  |
| 6 axes «Robot fixe» + 1 axe   | e du vireur (plateau rotatif ou basc  | culeur)   | Inconvénients<br>Temps de Fabi   | :<br>rication élevé  |  |  |  |
| Parameter dellars at the  |   |   | Charles 1 and  | land one is in the state is in the   | Any dimen  | No.  |  |
| Recommandations strate  | igies   |   | Strategie a util   | iser sur le logiciel FAC   | (NX depos  | tion multiaxes):   |  |
|   |   |   | Accumulation   | additive Freeform  |  |  |  |
| Rapport Pdf   |   |   | Réaliser le m  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur N  | ĸ  |  |  |
| Rapport Pdf   |   |   | Réaliser le n  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur Ni   | ĸ  |  |  |
| Rapport Pdf   |   |   | Réaliser le m  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur N:   | ĸ  |  |  |
| Rapport Pdf   | Modes de Fabrication  | Motif de d  | Réaliser le m  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur Ni<br>Bilan stratég  | K<br>Jie   | Recommandation   | s Stratégies   |
| Rapport Pdf   | Modes de Fabrication  | Motif de d  | Réaliser le m  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur Ni<br>Bilan stratég  | yie<br>Recomm<br>dépôt   | Recommandation   | s Stratégies<br>ves au motif d   |
| Rapport Pdf   | Modes de Fabrication as aux contraintes   | Motif de d  | Réaliser le m  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur Ni<br>Bilan stratég  | gie<br>Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et   | Recommandation<br>nandations relativ<br>z choisi une géomé<br>de remplissage Ple   | s Stratégies<br>ves au motif d<br>itrie de base<br>in  |
| Rapport Pdf   | Modes de Fabrication<br>as aux contraintes<br>h.<br>tre considérable pour limiter les dé  | Motif de d  | Accumulation<br>Réaliser le m<br>lépôt   | additive Freeform<br>notif de dépôt sur Ni<br>Bilan stratég  | rie<br>Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et<br>Motifs de<br>BACK  | Recommandation<br>nandations relativ<br>z choisi une géom<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommanc   | s Stratégies<br>ves au motif d<br>átrie de base<br>in<br>lé: ZIGZAG  |
| Rapport Pdf<br>iontraintes du procédé<br>ecommandations relative<br>choisir un substrat métallique<br>L'épaisseur du substrat doit éit<br>Le rapport entre la hauteur et<br>bistrat optimal   | Modes de Fabrication<br>as aux contraintes<br>tre considérable pour limiter les dé<br>la largeur du cordon doit être supe   | Motif de d<br>formations thermiqu<br>érieure à 1/3 pour a   | Réaliser le m  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur Ni<br>Bilan stratég<br>deur de refusion du                           | Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et<br>Motifs de<br>BACK<br>Vous avez<br>BACK  | Recommandation<br>nandations relativ<br>z choisi une géom<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommanc<br>sélectionné le motif   | s Stratégies<br>ves au motif d<br>étrie de base<br>in<br>lé: ZIGZAG<br>de dépôt:ZIGZAC   |
| Rapport Pdf<br>)<br>ontraintes du procédé<br>acommandations relative<br>Choisir un substrat métallique<br>L'épaisseur du substrat doit ét<br>La rapport entre la hauteur et<br>bstrat optimal<br>L'orientation optimale de la té  | Modes de Fabrication<br>s aux contraintes<br>tre considérable pour limiter les dé<br>t la largeur du cordon doit être supr<br>ite de dépôt est la plus proche pos   | Motif de d<br>formations thermiqu<br>érieure à 1/3 pour ar<br>sible de la perpendik   | Réaliser le m<br>lépôt<br>ues.<br>voir une profone<br>culaire su plan o  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur N<br>Bilan stratég<br>deur de refusion du<br>deur de refusion du     | Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et<br>BACK<br>Vous avez<br>BACK<br>Augmetez<br>matière p  | Recommandation<br>aandations relativ<br>z choisi une géom<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommanc<br>édépôt recommanc<br>sélectionné le motif<br>la vitesse de déplacc  | s Stratégies<br>ves au motif d<br>in<br>lé: ZIGZAG<br>de dépôt:ZIGZAG<br>ment hors<br>je fabrication   |
| Rapport Pdf<br>)<br>ontraintes du procédé<br>commandations relative<br>Choisir un substrat métallique<br>L'épaisseur du substrat doit ét<br>Le rapport entral la hauteur et<br>soutat optimal<br>L'orientation optimale de la té<br>accommandations relative  | Modes de Fabrication<br>sa aux contraintes<br>tre considérable pour limiter les dé<br>i la largeur du cordon doit être supr<br>ite de dépôt est la plus proche pos<br>es au mode de fabrication   | Motif de d<br>formations thermiqu<br>érieure à 1/3 pour ar<br>sible de la perpendic   | Accumulation<br>Réaliser le n<br>lépôt   | additive Freeform<br>notif de dépôt sur N<br>Bilan stratég<br>Jeur de refusion du<br>Jeur de refusion du     | jie<br>Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et<br>Motifs de<br>BACK<br>Vous aver<br>BACK<br>Vous aver<br>BACK<br>Vous aver<br>BACK<br>Nus aver<br>BACK | Recommanification<br>aandations relativ<br>z choisi une géom<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommanc<br>sélectionné le motif<br>la vitesse de déplac<br>la vitesse de déplac<br>se rayons de courbu<br>aux changements de<br>sur-dépôt  | s Stratégies<br>res au motif d<br>in<br>lé: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>ment hors<br>le fabrication<br>e dans la<br>e drectionpour   |
| Rapport Pdf<br>)<br>ontraintes du procédé<br>commandations relative<br>Choisir un substrat métallique<br>L'épaisseur du substrat doit él<br>Le rapport entre la hauteur et<br>soutat optimal<br>L'orientation optimale de la té<br>accommandations relative<br>ode de fabrication recomma   | Modes de Fabrication<br>as aux contraintes<br>tre considérable pour limiter les dé<br>i la largeur du cordon doit être supu<br>ite de dépôt est la plus proche pos<br>as au mode de fabrication<br>andé: MODE 7 AXES  | Motif de d<br>formations thermiqu<br>érieure à 1/3 pour ar<br>sible de la perpendic   | Réaliser le n<br>Réaliser le n<br>lépôt  | additive Freeform<br>notif de dépôt sur N<br>Bilan stratég<br>Jeur de refusion du<br>Jeur de refusion du     | gie<br>Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et<br>Motifs de<br>BACK<br>Vous avez<br>BACK<br>Augmetez<br>matière p<br>Intégrer<br>trajectoir<br>éviter des<br>Utilisez la<br>les mouve<br>singulière  | Recommendations relativ<br>z choisi une géomi<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommanc<br>sélectionné le motif<br>la vitesse de déplace<br>les rayons de courbu<br>aux changements de<br>sur-dépôts<br>redondance du systè<br>redondance du systè  | s Stratégies<br>res au motif d<br>étrie de base<br>in<br>lés ZGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>se dépôt: Allo de de<br>fabrication<br>re dans la<br>directionpour<br>me pour limiter<br>es configurations   |
| Ropport Pdf<br>)<br>contraintes du procédé<br>acommandations relative<br>Choisir un substrat métallique<br>L'épaisseur du substrat doit éi<br>Le rapport entre la hauteur et<br>botrat optimal<br>L'orientation optimale de la té<br>acommandations relative<br>ode de fabrication recomm<br>sus avez sélectionné le mode: :  | Modes de Fabrication<br>as aux contraintes<br>tre considérable pour limiter les dé<br>la largeur du cordon doit être supu<br>ite de dépôt est la plus proche pos<br>es au mode de fabrication<br>andé: MODE 7 AXES<br>7 axes  | Motif de d<br>formations thermiqu<br>érieure à 1/3 pour ar<br>sible de la perpendic   | Réaliser le n<br>Réaliser le n<br>lépôt  | additive Freeform<br>hotif de dépôt sur N<br>Bilan stratég<br>deur de refusion du<br>de dépôt.               | gie<br>Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et<br>Motifs de<br>BACK<br>Vous avez<br>BACK<br>Augmetez<br>matière p<br>Intégrer<br>trajectoire<br>éviter des<br>Utilisez la<br>les mouve<br>singulière   | Accommendations relativ<br>z choisi une géomi<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommanc<br>sélectionné le motif<br>la vitesse de déplaca<br>un réduire le temps o<br>ur réduire le temps o<br>ur réduire le temps o<br>tes rayons de courbu<br>aux changements de<br>sur-dépôts<br>redondance du systè<br>ments de la tête et le<br>s | s Stratégies<br>es au motif d<br>firie de base<br>in<br>lé: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de dépôt: Algund<br>fision<br>de fabrication<br>e dans la<br>e directionpour<br>me pour limiter<br>es configurations   |
| Ropport Pdf<br>contraintes du procédé<br>commandations relative<br>c Choisir un substrat métallique<br>c 'L'épaisseur du substrat doit éi<br>L'épaisseur du substrat doit éi<br>bétrat optimal<br>L'orientation optimale de la té<br>accommandations relative<br>ode de fabrication recommun<br>uss avez sélectionné le mode: :<br>lisies le noble en configuration   | Modes de Fabrication<br>s aux contraintes<br>tre considérable pour limiter les dé<br>la largeur du cordon doit être sups<br>ite de dépôt est la plus proche pos<br>as au mode de fabrication<br>andé: MODE 7 AXES<br>7 axes<br>Fas tendu pour réduire les oscillat  | Motif de d<br>formations thermiqu<br>érieure à 1/3 pour ar<br>sible de la perpendic   | Accumulation<br>Réaliser le n<br>lépôt   | additive Freeform<br>notif de dépôt sur N<br>Bilan stratég<br>deur de refusion du<br>de dépôt.               | Recomm<br>dépôt<br>Vous avec<br>Carré et<br>Motifs de<br>BACK<br>Vous avez<br>BACK<br>Augmetez<br>matière p<br>Intégrer<br>trajectoire<br>éviter des<br>Utilisez la<br>les mouve<br>singulière   | Accommandations relativ<br>z choisi une géomi<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommand<br>sélectionné le motif<br>la vitesse de déplace<br>la vitesse de déplace<br>sur déplace<br>les rayons de courbu<br>aux changements de<br>sur déplots<br>redondance du systè<br>e   | s Stratégies<br>eres au motif d<br>trite de base<br>in<br>lé: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de de de de de de<br>de de de de de de<br>de de de de de<br>de de de de de<br>de de de<br>de de de<br>de de de de<br>de de de<br>de<br>de de de<br>de de de de<br>de de de<br>de de de<br>de de de<br>de de de de<br>de de<br>de de de<br>de de de<br>de de de<br>de de<br>de de<br>de de de<br>de de<br>de de<br>de de<br>de<br>de de<br>de de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>de<br>d |
| Ropport Pdf<br>Contraintes du procédé<br>tecommandations relative<br>• Choisir un substrat métallique<br>• L'épaisseur du substrat doit éi<br>• L'orientation optimale de la té<br>accommandations relative<br>• L'orientation optimale de la té<br>accommandations relative<br>substrate de fabrication recommun<br>sus avez selectionné le mode:<br>silisez le robot en configuration<br>fulligier la configuration Robot I | Modes de Fabrication<br>is aux contraintes<br>i.<br>tre considérable pour limiter les dé<br>i.a largeur du cordon doit être supu<br>ite de dépôt est la plus proche pos<br>es au mode de fabrication<br>andé: MODE 7 AXES<br>7 axes<br>Bras tendu pour réduire les oscillat<br>fixe + 1 axe vireur en mode 7 axes | Motif de d<br>formations thermiqu<br>érieure à 1/3 pour ar<br>sible de la perpendic<br>tions de la trajectoin<br>s pour réduire les oss | Accumulation<br>Résister le m<br>Iépôt<br>voir une profon<br>culaire su plan o<br>culaire su plan o<br>culaire su plan o | additive Freeform<br>botif de dépôt sur N<br>Bilan stratég<br>deur de refusion du<br>de dépôt.<br>rajectoire | Recomm<br>dépôt<br>Vous ave<br>Carré et<br>Motifs de<br>BACK<br>Vous avez<br>matière p<br>Intégrer<br>trajectoir<br>éviter des<br>Utilisez la<br>les mouve<br>singulière   | Recommandations relativ<br>z choisi une géomi<br>de remplissage Ple<br>dépôt recommanc<br>sélectionné le motif<br>la vitesse de déplaca<br>ur réduire le temps o<br>ur réduire le temps o<br>ur réduire le temps o<br>ur réduire le temps o<br>sur dépôts<br>redondance du systè<br>ments de la tête et le<br>s                      | s Stratégies<br>es au motif d<br>firie de base<br>in<br>lé: ZIGZAG<br>de dépôt: ZIGZAG<br>de de de la la<br>de de de la la<br>de la la la<br>de la la la de la la la de la  |

Figure 2.30 : Onglets du module stratégie, Bilan(a), Recommandations (b)

# Module paramètres

Le module paramètre fournit des informations sur les paramètres du système FAMGP associés au procédé DED CLAD recommandé. Il propose également des recommandations sur le réglage des paramètres clés (Fig. 2.31).



Figure 2.31 : Module Paramètres OAD - FAMGP

L'onglet *Paramètres du système* permet d'accéder aux paramètres PPR du système (Fig. 2.32). Les paramètres qui ont le plus d'influence, qui sont les plus déterminants, et qui ont été identifiés comme clés grâce à l'analyse MICMAC, sont mis en évidence.



Figure 2.32: Onglet Paramètres du système du module paramètres

L'onglet *réglage des paramètres* du module paramètres fournit des recommandations pour le réglage de ceux-ci (Fig. 2.33). Il offre à l'utilisateur une vue complète des interactions de niveau 3 résultant de l'analyse MICMAC, ainsi qu'un ensemble de valeurs pour les paramètres clés (les valeurs Fig. 2.33, sont données à titre indicatif et ne sont pas des valeurs utilisées dans la réalité).



Figure 2.33 : Onglet Réglage paramètres du module Paramètres

Les fonctionnalités de l'OAD sont maintenant présentées sur deux pièces applicatives, une pièce prismatique pleine et une pièce cylindrique creuse.

# 2.3.4. Application au cas d'une pièce prismatique pleine avec angle en surplomb

Ce premier exemple consiste à produire une pièce métallique prismatique, de base rectangulaire avec angle en surplomb (Fig. 2.34). La première couche est un rectangle avec remplissage complet de dimensions (2x1x0,5 m) et un angle en surplomb de 80° par rapport au plan horizontal (Fig. 2.35).



Figure 2.34 : Pièce prismatique de base rectangulaire avec angle en surplomb

L'OAD permet d'évaluer la faisabilité de la fabrication, sélectionner le matériau, définir la stratégie de fabrication adaptée, et obtenir des directives pour ajuster les paramètres. Nous supposons que la pièce comporte des chanfreins sur les arrêtes, sélectionnés dans l'onglet 'Particularités'.



Figure 2.35: Dimensions pièce métallique avec angle en surplomb

L'OAD conclut que la pièce est fabricable par le système FAMGP du point de vue des dimensions et suggère l'utilisation du procédé DED CLAD laser-fil qui convient aux gros dépôts en ébauche (remplissage plein). Il recommande également de supprimer les chanfreins de la géométrie car leur dimension est inférieure à l'épaisseur de dépôt (Fig. 2.36).
| OAD - FAMGP   |  |   |  |                                     | - 0   | ×     |  |  |
|---------------|--|---|--|-------------------------------------|---|-------|--|--|
| Acceuil Comme | ncer Langues Aide  |   |  |                                     |   |       |  |  |
| BAR           | Forme OK   | Dimensions OK   | Particularités OK                            | Bilan Géométrie                     | <b>Recommandations Géométrie</b>                        |       |  |  |
|               |  | RECOM   | MANDATIONS SUR LA G                          | EOMETRIE                            |   |       |  |  |
| O CO          |  | 4   | L: Longueur                                  | L.                                  |   | 2     |  |  |
|               | 1: Largeur   |   |  |                                     |   |       |  |  |
| MATERIADA     |  |   | Base   | h : Hauteur gégmétrie               |   |       |  |  |
|               | BASE 'SIMPLE' : Aucune modification n'est necessaire sur la base de la géométrie |   |  |                                     |   |       |  |  |
| STRATEGIES    |  | SYSTEME FAMGP: Grandes dim  | ensions inférieures à l'esnace d             | le travail (I = 5000 mm l=30        | (0.0  mm  b = 1500  mm  d = 2000  mm)                   |       |  |  |
|               | Angle en surplomb > 45°: In  | nclinaison modéré, adoptez un i   | mode da fabrication adapté aux               | pièces en surplomb (voir st         | ratégie)  |       |  |  |
| ••• (A        | PARTICULARITES:Supprimez   | PARTICULARITES: Supprimez les Chanfreins de la géométrie dans le logiciel CAO |  |                                     |   |       |  |  |
|               |  |   |  |                                     |   |       |  |  |
|               | La   | pièce est fabricable ave<br>Procédé<br>                                       | c le système FAMGP du<br>recommandé: DED CLA | point de vue des dim<br>D Laser Fil | ensions.  |       |  |  |
|               |  | Précéd  | ent Rapport Pdf                              | Suivant                             |   |       |  |  |
|               |  |   |  | UAD FAMGP: Outil d'Aide à           | la Decision - Fabrication Additive Métallique Grandes F | reces |  |  |

Figure 2.36 : Recommandations Dimensions adaptées au système FAMGP

Si les dimensions de la pièce sont supérieures à l'espace de travail (par exemple 6x4x2 m), l'OAD conclue que la pièce n'est pas fabricable et recommande de diviser celle-ci en plusieurs géométries pour l'adapter au systèmes FAMGP (Fig. 2.37).

| OAD - FAMGP | 01111 (0.0000000) at 1011              |  |   |   | - 0                       | ×      |
|-------------|--|--|---|---|---------------------------|--------|
|             | Forme OK                               | Dimensions OK  | Particularités OK   | Bilan Géométrie                             | Recommandations Géométrie |        |
| GEOMETRIE   |  | RECOM  | MANDATIONS SUR LA G   | EOMETRIE                                    |                           |        |
| O CO        |  |  | L: Longueur   | L   |                           | ?<br>4 |
| MATERIALLY  |  | l : Largeur  |   | N.  |                           |        |
| MATERIADA   |  |  | Base  | h : Hauteur géométrie                       |                           |        |
|             | BASE 'SIMPLE' : Au                     | ucune modification n'est necess                                | aire sur la base de la géométrie  |   |                           |        |
| STRATEGIES  | REMPLISSAGE 'PLE                       | EIN' : Une stratégie de rempliss                               | age plein doit être adoptée (Voir                                       | le module Stratégie de OA                   | D FAMGP )                 |        |
|             | DIMENSIONS INAL<br>Divisez la pièce po | DAPTES AU SYSTEME FAMGP: S<br>our que les dimensions soient in | supérieures à l'espace de travail<br>nférieures à l'espace de travail d | (L=5000 mm, l=3000 mm, l<br>u système FAMGP | h=1500 mm, d=2000 mm).    |        |
|             | L'angle en surplor                     | nb optimal doit être supérieur à                               | à 45°   |   |                           |        |
|             | PARTICULARITES:                        | Supprimez les Chanfreins de la                                 | géométrie dans le logiciel CAO  |   |                           |        |
|             |  |  |   |   |                           |        |
| RAPPORT     | La pièce n'est                         | pas fabricable avec le s                                       | système FAMGP du point  | de vue des dimensio                         | ons.                      |        |
|             | Appliquez les                          | recommandations sug  | gérées pour adapter la g  | éométrie.                                   |                           |        |
|             |  | Précé  | dent Rapport Pdf  | Suivant                                     |                           |        |

Figure 2.37 : Recommandations Dimensions inadaptées au système FAMGP

On sélectionne ensuite la forme du matériau (fil) selon les recommandations de l'OAD, puis on choisit le fil métallique 316L dans la liste proposée (Fig. 2.38).



Figure 2.38 : Bilan matériau et procédé

L'OAD recommande la fabrication en '*Mode 8 axes*' (robot + vireur 2 axes) en favorisant l'utilisation des mobilités des axes du vireur, dans le module *Stratégie*. Le motif de dépôt recommandé dans ce cas est le '*ZIGZAG BACK*' qui est adaptée aux géométries pleines. Il recommande également l'utilisation de la stratégie '*Accumulation additive Freeform*' dans NX Siemens (Fig. 2.39).

| 🔁 OAD - FAMGP |  |  |  |   |   | - 0 ×   |
|---------------|--|--|--|---|---|---|
| Acceuil Comme | ncer Langues Aide  |  |  |   |   |   |
| BAR           | Contraintes du procédé   | Modes de Fabrication   | Motif de dépôt   | Bilan stratégie                                 | Recommandations   | Stratégies 💦  |
| GEOMETRIE     | Mode de Fabrication  | recommandé: MODE 8 AXES  | Stratégie de Fa  | brication recommandé: :                         | ZIGZAG BACK   |   |
|               | Mode 8   | axes   |  |   |   | 6   |
| 000           | (8 axes en mo  | uvements)  |  | Stratégie ZIGZAG B                              | ACK:  | (A)   |
| MATERIAUX     |  | 2 OU   | x  | che 1   | Y Couche 2  | =   |
|               | Robot mobile Robot mol   | bile Robot fixe  |  | Informa   | tions   |   |
|               | Axe linéaire U 1 axe vire<br>+<br>Axe linéaire Pièce Axe linéair | eur 2 axes du vireur<br>(plateau rotatif<br>re U ou basculeur) |  | Stratégi<br>NX Del M<br>Fibre Accu              | e NX à utiliser pour ré<br>6 - Chindres<br>Geométrie Analyse Afficher Selection | aliser le motif de  |
| STRATEGIES    | _  |  | Dépôt de la matièr<br>Retour au début de               | re dans une direction<br>e la construction à la | Direr une<br>getention · Actions · Spendie · ·                                  | Biomater to machine Plan  |
|               | 8 axes en mouvement:<br>6 axes «Robot mobile» +                  | · 1 axe linéaire U + 1 axe linéaire p                          | Géométries adapté<br>art.                              | ées: Blocs, Tubes, Ar                           | Autions Machine of C Dige de lienvenue (<br>CO SNAALDAK<br>Autoins              | 6 carrépt Recard (Orget 8 = 8 carré, degit pr   |
| PARAMETRES    | 6 axes «Robot mobile» +  | 1 axe vireur + 1 axe linéaire U.                               | Avantages:<br>Moins de défauts d<br>Adapté à plusieurs | le construction(Pièce                           | BUR • Type<br>deposition ynulliaes:<br>XDRE_LASER_1 • Sous-type d'opération     |   |
| * @           | 6 axes «Robot fixe» + 2 a  | axes du vireur (plateau rotatif ou ba                          | asculeur)<br>Inconvénients:<br>Temps de Estricati      |   | SUBORLASER 1<br>PELMOBIL MO.<br>(SOUDAGE<br>* Emplacement                       | Accumulation additive Freefs<br>Operation additive gar combined<br>Instrum uses un disclarat con  |
|               | Recommandations stra   | atégies  | Stratégie à utiliser<br>Accumulation addi              | sur le logiciel FAO (                           | Programme<br>Cuell<br>Georathia:<br>Mithode<br>• Norm<br>Construction Suit      | sture courte guide.<br>La lare foundation d'acconviant<br>peut the définie à part d'une o<br>plansars lans ou sontaire<br>menerties. La courbe guide pe<br>définie à parte d'une ou planies<br>courbes confessas. |
| e o           | Rapport Pdf  |  | Réaliser le motif                                      | de dépôt sur NX                                 |   | Recommandé pour la construct<br>formes additives par dessus ver<br>Fraefurm.  |

Figure 2.39 : Bilan stratégie pour une poutre métallique dans l'OAD

Les recommandations du module *Stratégie* (Fig. 2.40) sont relatives aux contraintes, au motif de dépôt et au mode de fabrication sélectionné par l'utilisateur. Bien que l'OAD recommande une stratégie spécifique, l'utilisateur a la liberté de choisir une autre stratégie et des recommandations lui sont proposées en fonction de ses choix. Dans cet exemple, l'OAD recommande d'utiliser le robot en bras déplié, de privilégier le mode *'robot fixe + 2 axes du vireur'*. Il suggère de travailler en mode fil tiré avec la tête de dépôt latérale et d'intégrer des lissages dans la trajectoire robot.



Figure 2.40 : Recommandations de la stratégie

Le module *Paramètres* donne un set de valeurs de réglage pour les paramètres prépondérant du procédé DED CLAD laser-fil résultant des expérimentations menées par les ingénieurs de IREPA LASER. Les valeurs spécifiées (Fig. 2.41) sont données à titre indicatif et ne sont pas des valeurs de paramètres utilisées dans la réalité.



Figure 2.41 : Réglage des paramètres

## 2.3.5. Application au cas d'une pièce cylindrique creuse



Figure 2.42 : Pièce cylindrique creuse

Cet exemple consiste à produire une pièce cylindrique creuse (Fig. 2.42) de dimensions ( $\emptyset$ 1000 x 300 mm) qui ne présente aucune particularité.

L'OAD valide la faisabilité du point de vue dimensionnel et recommande l'utilisation du procédé DED CLAD laser-poudre (Fig. 2.43).



Figure 2.43 : Recommandations Géométrie

On sélectionne la forme de matériau (poudre) selon les recommandations de l'OAD. On obtient les caractéristiques du matériau sélectionné (Ni625) et le principe du procédé DED CLAD laser-poudre (Fig. 2.44).



Figure 2.44 : Module Matériaux

L'OAD recommande la fabrication en *'mode 7 axes'* et le motif de dépôt *'suivi de contour discontinu'* dans le module *Stratégie*. Il recommande également la configuration *'Robot fixe + un axe vireur* '(plateau rotatif) et l'utilisation de la mobilité du plateau rotatif en priorité (Fig. 2.45).



Figure 2.45 : Module stratégie

Le module *Paramètres* donne un set de valeurs de réglage pour les paramètres prépondérants du procédé DED CLAD laser-poudre. Les valeurs spécifiées (Fig. 2.46) sont données à titre indicatif et ne sont pas des valeurs de paramètres utilisées dans la réalité.



Figure 2.46 : Module paramètres

## **2.4.** Conclusion

Le système FAMGP intègre les procédés DED CLAD laser-fil et laser-poudre et permet la fabrication de pièces métalliques de grandes dimensions. Cependant, la mise en œuvre de ce système est complexe et nécessite le réglage d'un grand nombre de paramètres interdépendants qui exercent une influence directe ou indirecte sur la pièce fabriquée.

Ce chapitre présente tout d'abord l'identification et une hiérarchie des paramètres du triptyque Produit/Processus/Ressources (PPR) à travers l'utilisation de la méthode MIC-MAC. Cette étude a permis d'obtenir les conclusions suivantes :

- La hauteur et la largeur du cordon sont les *paramètres clés* de la stratégie de fabrication car ils sont à la fois fortement moteurs et dépendants.
- L'étude de l'interdépendance des paramètres permet d'identifier les paramètres
  - *Moteurs* relatifs notamment aux procédés (puissance laser, vitesse d'alimentation du fil, débit de poudre) et à la stratégie de fabrication (schéma de dépôt, vitesse d'avance),
  - *Fortement dépendants* relatifs notamment à la qualité de la pièce produite et au temps de fabrication,
  - *Autonomes* relatifs notamment aux différentes capabilités. Il est à noter cependant que les capabilités de précision et cinématique sont des paramètres moteurs puisqu'ils influencent directement la qualité de réalisation du cordon.

La seconde partie de ce chapitre présente l'outil d'aide à la décision développé (OAD) qui guide l'opérateur dans ses choix et réglages concernant le procédé DED CLAD retenu (laser-fil, laser-poudre), le matériau et la stratégie de fabrication (configuration du système FAMGP adapté à la pièce, motif de dépôt, etc.). Il propose également un set de valeurs de réglage des paramètres prépondérants ainsi qu'un ensemble de recommandations visant à garantir la fabricabilité de la pièce et la qualité attendue. Les fonctionnalités de l'OAD sont illustrées sur deux exemples de pièce applicatives.

# **Chapitre 3:** Modélisation de la cellule robotique et démarche d'optimisation

#### Sommaire

| 3.1. Modélisation de la cellule  | 79 |
|----------------------------------|----|
| 3.2. Résolution de la redondance | 88 |
| 3.3. Méthode d'optimisation      | 91 |
| 3.4. Critères d'optimisation     | 92 |
| 3.5. Algorithme d'optimisation   | 96 |
| 3.6. Conclusion                  | 97 |
|                                  |    |

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation de la cellule redondante et la démarche de résolution de la redondance. La première partie présente les différents modèles géométriques et cinématiques basés sur l'utilisation de la méthode TCS. La seconde partie présente la formalisation de la résolution de la redondance basée sur la méthode du gradient projeté et la définition d'une fonction objectif construite par agrégation de critères pondérés (cinématique, mécanique, rigidité). Nous présentons les différents critères retenus et leur formalisation mathématique ainsi que l'algorithme de résolution de la redondance utilisé pour la planification optimisée des trajectoires.

## 3.1. Modélisation de la cellule

Parmi les différents modes de fabrication de la cellule FAMGP présenté au chapitre précédent (Fig. 2.16), nous présentons ici le mode 9 axes qui correspond à la configuration la plus utilisée actuellement. Les autres configurations étant des déclinaisons de celle-ci.

La cellule (Fig. 3.1) est constituée du robot COMAU NJ165-3.0 à structure mécanique à parallélogramme à 6 degrés de liberté (ddls), porté par l'axe linéaire U (1 ddl), et du vireur deux axes (2 ddls), constituant un ensemble à 9 degrés de liberté. Dans le cas de l'utilisation du procédé DED CLAD laser-poudre, ceci permet l'utilisation de la redondance fonctionnelle en autorisant des ajustements de configuration du robot par réorientation autour de l'axe de dépôt matière



Figure 3.1 : Cellule robotique modélisée

La modélisation de la cellule nécessite l'utilisation de méthodes et modèles que nous présentons dans cette partie.

#### 3.1.1. Méthode TCS: travelling coordinate system

Nous rappelons tout d'abord les bases théoriques de la méthode Travelling Coordinate System [Grigore Gogu et al., 1997] et les notations utilisées dans la définition des modèles géométriques et cinématiques. Nous avons choisi d'adopter la formalisation TCS car son utilisation permet une simplification des calculs et apporte une plus grande souplesse des notations.



*Figure 3.2 : Exemple de modélisation TCS [Subrin, 2013], excentricité de l'élément i (a), longueur de l'élément i (b) et (c)* 

On part du principe que le type de paires cinématiques (axe de rotation ou translation) ainsi que la position relative des divers axes (qu'ils soient perpendiculaires ou parallèles) sont initialement connus. Chaque élément cinématique *i* se caractérise par deux dimensions notées comme suit [Subrin, 2013] :

- *a<sub>i</sub>* : représentant la distance définie sur l'axe de la paire (*i*-1,*i*) appelée excentricité de l'élément *i* (Fig. 3.2a)
- $b_i$ : représentant la distance définie dans la direction de la normale commune aux axes des paires (i-1, i) et (i, i+1), nommée longueur de l'élément *i* (Fig. 3.2a et Fig. 3.2b)

La modélisation basée sur la formalisation TCS est adoptée pour sa capacité à simplifier les calculs et à offrir une plus grande flexibilité dans les notations [Grigore Gogu et al., 1997].

#### 3.1.2. Modèle géométrique direct

Soit un robot possédant un espace opérationnel de dimension *m*, et *n* degrés de liberté, on définit une application  $f_{MGD}$  (Eq. 3-1) :

$$f_{MGD}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m \tag{3-1}$$

Le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations (Eq. 3-2) qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal ou coordonnées opérationnelles noté x, en fonction des coordonnées articulaires noté  $q_i$ .

$$x = f_{MGD}(q_1, q_2, \dots, q_n)$$
(3-2)

Les paires cinématiques décrivent les types de liaisons (rotoïde, prismatique, sphérique, etc.) entre les composants d'un robot. Plusieurs systèmes de coordonnées sont associés aux paires cinématiques.

Ainsi, on définit l'opérateur homogène  $A_{ij}$  (Eq. 3-3) qui représente la position et l'orientation d'un système de coordonnées j ( $O_j x_j y_j z_j$ ) par rapport à un système de coordonnées i ( $O_i x_i y_i z_i$ )

$$\begin{bmatrix} A_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ r_{xi} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ r_{yi} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ r_{zi} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} A_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ [r_{0j}]_i & [a_{ij}] \end{bmatrix}$$
(3-3)

Dans l'équation précédente (Eq. 3-3) :

- *k* est le facteur d'échelle égal à 1 pour les opérateurs homogènes ;
- $[r_{0j}]_i$  (Eq. 3-4) est le vecteur position de l'origine du système de coordonnées *j* par rapport au système de coordonnées *i*;

$$\begin{bmatrix} r_{0j} \end{bmatrix}_{i} = \begin{bmatrix} O_{i}O_{j} \end{bmatrix}_{i} = \begin{bmatrix} r_{xi} & r_{yi} & r_{zi} \end{bmatrix}^{T}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{bmatrix}$$

$$(3-4)$$

$$\begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_j & j_j & k_j \end{bmatrix}_i$$
(3-5)

 $[a_{ij}]$  (Eq. 3-5) est la matrice 3x3 des cosinus directeurs. Elle donne l'orientation des vecteurs unitaires du système de coordonnées j ( $i_j$ ,  $j_j$ ,  $k_j$ ) par rapport au système i (les projections des vecteurs unitaires du système de coordonnées j sur les axes du système de coordonnées i).

Cette description permet de définir des opérateurs homogènes élémentaires de translation T et de rotation R tels que :

• L'opérateur homogène  $T_x$  (Eq. 3-6) représente une translation pure de direction x et de valeur  $d_x$ 

$$T_{x}(d_{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{x} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3-6)

• L'opérateur homogène  $R_x$  (Eq. 3-7) représentant une rotation pure autour de x et de valeur  $\theta_x$ 

$$R_{x}(\theta_{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{x} & -S_{x} \\ 0 & 0 & S_{x} & C_{x} \end{bmatrix}$$
(3-7)

Nous utilisons les notations suivantes pour la suite :

. 
$$C_{21} = \cos(\varphi_{21}),$$
  
.  $S_{21} = \sin(\varphi_{21}),$ 

$$C_{321} = \cos(\varphi_{32} + \varphi_{21}),$$

$$S_{321} = \sin(\varphi_{32} + \varphi_{21}).$$

On définit l'opérateur homogène  $A_{0TCP}$  (Eq. 3-8) qui représente la position ( $x_{TCP}$ ,  $y_{TCP}$ ,  $z_{TCP}$ ) et l'orientation ( $a_{11} \dots a_{33}$ ) du repère  $O_{TCP}X_{TCP}Y_{TCP}Z_{TCP}$  associé au point caractéristique de l'outil noté TCP (Tool Center Point).

$$\begin{bmatrix} A_{0TCP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_{TCP} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ y_{TCP} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ z_{TCP} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$
(3-8)

Le décalage entre le point TCP et le point  $O_6$  est caractérisé par un opérateur homogène de translation noté  $A_{6TCP}$ . Cet opérateur définit la position de l'origine  $O_{TCP}$  du repère associé au TCP par rapport au repère  $O_6X_6Y_6Z_6$ . Ainsi, le modèle géométrique direct peut être exprimé comme la concaténation des différents opérateurs (Eq. 3-9) :

$$A_{0TCP} = A_{06} A_{6TCP} = \left(\prod_{i=1}^{6} A_{i-1,i}\right) A_{6TCP}$$
(3-9)

#### 3.1.3. Représentation des orientations des quaternions

$$T_{x}(d_{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{x} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3-10)  
$$R_{x}(\theta_{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{x} & -S_{x} \\ 0 & 0 & S_{x} & C_{x} \end{bmatrix}$$
(3-11)

Dans le cadre de nos développements, l'orientation des poses est définie par l'utilisation de quaternion Q tel que :

$$Q: \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$
(3-12)

Les composantes du quaternion  $(c_0, c_1, c_2, c_3)$  sont appelées paramètres d'Euler ou paramètres d'Olindes-Rodrigues. Nous rappelons les expressions des composantes des quaternions en fonction des cosinus directeurs qui nécessitent une étude de signe.

$$c_0 = \frac{1}{2}\sqrt{a_{11} + a_{22} + a_{33} + 1} > 0 \tag{3-13}$$

$$c_1 = \frac{1}{2} signe(a_{32} - a_{23}) \sqrt{(a_{11} - a_{22} - a_{33} + 1)}$$
(3-14)

$$c_2 = \frac{1}{2} signe(a_{31} - a_{13}) \sqrt{(-a_{11} + a_{22} - a_{33} + 1)}$$
(3-15)

$$c_3 = \frac{1}{2} signe(a_{21} - a_{12}) \sqrt{(-a_{11} - a_{22} + a_{33} + 1)}$$
(3-16)

Inversement, l'expression des cosinus directeurs en fonction des quaternions (Eq. 3-17) est donnée par la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(c_0^2 + c_1^2) - 1 & 2(c_1c_2 - c_0c_3) & 2(c_1c_3 + c_0c_2) \\ 2(c_1c_2 + c_0c_3) & 2(c_0^2 + c_2^2) - 1 & 2(c_2c_3 - c_0c_1) \\ 2(c_1c_3 - c_0c_2) & 2(c_2c_3 + c_0c_1) & 2(c_0^2 + c_3^2) - 1 \end{bmatrix}$$
(3-17)

Dans le cadre de l'outil de planification, l'utilisation des quaternions apportent des simplifications de calculs aussi bien dans la modification des poses que la simulation des trajectoires. Ainsi, les orientations de l'ensemble des poses issues des programmes générés par NX Siemens sont transformées en quaternions.

Nous utilisons également un quaternion pour le positionnement de la tête de dépôt par rapport à l'élément 6 afin de faire correspondre l'orientation du TCP avec l'orientation définie dans la cellule.

#### 3.1.4. Modèle géométrique inverse

Soit un robot possédant un espace opérationnel de dimension *m*, et *n* degrés de liberté, on définit une application  $f_{MGI}$  (Eq. 3-18) :

$$f_{MGI}: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n \tag{3-18}$$

Le modèle géométrique inverse (MGI) exprime les coordonnées articulaires du robot  $q_i$  à partir d'une situation de l'organe terminal *x* dans l'espace opérationnel (Eq. 3-19).  $q_i = f_{MGi}(x)$  (3-19)

On ne considère pas l'opérateur de translation  $A_{6TCP}$  pour le calcul du MGI, on s'intéresse uniquement à l'opérateur  $A_{06}$  (Eq. 3-20) qui représente les coordonnées (position et orientation) du point situé à la concourance des trois dernières liaisons pivots.

$$A_{06} = A_{01}(q_1) A_{12}(q_2) A_{23}(q_3) A_{34}(q_4) A_{45}(q_5) A_{56}(q_6)$$
(3-20)

Le calcul des coordonnées articulaires est basé sur la méthode de Paul [Paul, 1981].

Soit  $U_0$  la position désirée représentant la position et l'orientation du centre du poignet (Eq. 3-21).

 $\begin{bmatrix} U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_x & a_x & n_x & s_x \\ p_y & a_y & n_y & s_y \\ p_z & a_z & n_z & s_z \end{bmatrix} \qquad avec \qquad U_0 = A_{01}A_{12}A_{23}A_{34}A_{45}A_{56} \qquad (3-21)$ 

En prémultipliant successivement les deux membres de l'équation par  $A_{i,i+1}^{-1}$ , les variables articulaires  $q_i$  peuvent être successivement séparées (Eq. 3-22).

$$A_{01}^{-1}U_{0} = A_{12}A_{23}A_{34}A_{45}A_{56}$$

$$A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_{0} = A_{23}A_{34}A_{45}A_{56}$$

$$A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_{0} = A_{34}A_{45}A_{56}$$

$$A_{34}^{-1}A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_{0} = A_{45}A_{56}$$

$$A_{45}^{-1}A_{34}^{-1}A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_{0} = A_{56}$$
(3-22)

La résolution du MGI ne conduit pas à une solution unique. Trois cas distincts peuvent se présenter :

• Absence de solution : Cela peut résulter de la limitation des degrés de liberté, les amplitudes des articulations et des paramètres géométriques.

- Infinité de solutions : Ce cas survient si le système est redondant vis-à-vis de la tâche ou dans une configuration singulière.
- Solutions en nombre fini : Cette situation implique la possibilité de déterminer un ensemble limité de configurations permettant d'atteindre une pose (position et orientation) donnée.

#### 3.1.5. Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct (MCD) relie les vitesses opérationnelles aux vitesses articulaires caractérisé par la matrice Jacobienne *J* tel que :

$$\begin{bmatrix} P_{V} \\ P_{W} \end{bmatrix}_{h} = \begin{bmatrix} P_{J_{h}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix}$$
(3-23)

- $p_v$  vecteur vitesse de translation de l'élément final, exprimé dans le système de coordonnées p
- <sup>p</sup>w vecteur vitesse de rotation de l'élément final, exprimé dans le système de coordonnées p
- q le vecteur des vitesses articulaires

 $\begin{bmatrix} p_{J_h} \end{bmatrix}$ la matrice Jacobienne définissant la vitesse d'un point *h* de l'élément final du robot exprimé dans le système de coordonnée *p*.

Il est d'usage de s'intéresser à la vitesse opérationnelle du point  $O_6$  ou  $O_{TCP}$  de l'organe terminal et de l'exprimer dans le repère de base (p=0) ou dans le repère du TCP (p=TCP). La littérature présente différentes méthodes de calcul de la matrice Jacobienne par dérivation du MGD. Pour une architecture à n degrés de liberté, les matrices Jacobiennes utilisées sont généralement <sup>TCP</sup> $J_{TCP}$  ou  ${}^0J_{TCP}$ . Cependant, si  $n_a$  est le nombre d'articulations, la matrice qui requiert le moins de calcul est donnée par :

$${}^{e}J_{e}$$
 avec  $e=partie\ entière\ \frac{n_{a}}{2}$  (3-24)

Ainsi, dans le calcul de la Jacobienne d'un robot manipulateur à 6 ddls, le calcul de la matrice  ${}^{3}J_{3}$  est la matrice qui requiert le moins de calcul. La matrice Jacobienne  $[{}^{p}J_{h}]$  peut être calculée en utilisant la matrice Jacobienne canonique de type  $[{}^{e}J_{e}]$  par [Gogu et al 2004] :

$$\begin{bmatrix} p_{J_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{pe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{pe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \wedge r_{he} \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} a_{pe} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{J_e} \end{bmatrix} \qquad o\dot{u} \qquad A_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ [r_{Oe}]_p & [a_{pe}] \end{bmatrix}$$
(3-25)

et  $[\wedge r_{he}]$ est la matrice du produit vectoriel associée au vecteur  $r_{he} = O_h O_e$ . Le passage du modèle géométrique direct au calcul des différentes colonnes de la matrice Jacobienne est donné dans [Grigore Gogu et al., 1997].

#### 3.1.6. Modélisation du robot COMAU NJ 165 3.0

Le robot manipulateur considéré est composé de 9 liaisons et de 9 éléments (Fig. 3.3). Il comporte 6 liaisons actives de coordonnées  $q = [q_1...q_6]$  et 3 liaisons passives notées  $(q_{p1}, q_{p2}, q_{c1})$  (Fig. 3.3).

Le repère fixe est le repère  $O_0X_0Y_0Z_0$ . La modélisation TCS est basée sur une architecture sérielle équivalente définie par les 6 rotations (Fig. 3.3) :

- $q_1$  correspond à l'angle de rotation autour de l'axe  $Z_1$  noté  $\varphi_{10}$
- $q_2$  correspond à l'angle de rotation autour de l'axe  $X_2$  noté  $\varphi_{21}$
- $q_3$  correspond à l'angle de rotation autour de l'axe  $X_3$  noté  $\varphi_{32}$ .
- $q_4$  correspond à l'angle de rotation autour de l'axe  $Y_4$  noté  $\varphi_{43}$
- $q_5$  correspond à l'angle de rotation autour de l'axe  $Z_5$  noté  $\varphi_{54}$
- $q_6$  correspond à l'angle de rotation autour de l'axe  $X_6$  noté  $\varphi_{65}$

Les paramètres géométriques liés à l'architecture du robot sont les suivants :

- $b_1$  longueur de la normale entre les axes des deux liaisons adjacentes à l'élément 1
- $b_2$  longueur de la normale entre les axes des deux liaisons adjacentes à l'élément 2
- $b_3$  longueur de la normale entre les axes des deux liaisons adjacentes à l'élément 3
- $a_4$  dimension sur l'axe 3-4 suivant Y3'=Y4



Figure 3.3 : Robot anthropomorphe hybride (a), éléments du robot (b), liaisons du robot (c)

#### Modèle géométrique direct

Pour obtenir le modèle géométrique direct, on rajoute la tête de dépôt au modèle TCS (Fig. 3.4) et on définit deux paramètres géométrique supplémentaires :

- Le décalage du TCP suivant  $X_6$  noté  $a_6$
- Le décalage du TCP suivant  $Y_6$  noté  $b_6$



Figure 3.4 : Modélisation du robot COMAU NJ 165 3.0 par la méthode TCS

Les transformations (Eq. 3-26) qui vont du repère  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$  au repère  $O_{TCP} X_{TCP} Y_{TCP} Z_{TCP}$  représentent le modèle géométrique direct (MGD).

$$O_{0}X_{0}Y_{0}Z_{0} \xrightarrow{R_{0I}^{z}(\varphi_{I0})} O_{1}X_{I}Y_{I}Z_{I} \xrightarrow{T_{II'}^{y}(b_{I})} O_{I'}X_{I'}Y_{I'}Z_{I'} \xrightarrow{R_{I'2}^{x}(\varphi_{2I})} O_{2}X_{2}Y_{2}Z_{2} \xrightarrow{T_{22'}^{y}(b_{2})} O_{2'}X_{2'}Y_{2'}Z_{2'} \xrightarrow{R_{23'}^{y}(\varphi_{32})} O_{3}X_{3}Y_{3}Z_{3} \xrightarrow{T_{33'}^{z}(b_{3})} O_{3'}X_{3'}Y_{3'}Z_{3'} \xrightarrow{R_{3'4}^{y}(\varphi_{43})} O_{4}X_{4}Y_{4}Z_{4} \xrightarrow{T_{44''}^{y}(a_{4})} O_{4''}X_{4''}Y_{4''}Z_{4''} \xrightarrow{R_{4''5}^{z}(\varphi_{54})} O_{5}X_{5}Y_{5}Z_{5} \xrightarrow{R_{56}^{x}(\varphi_{65})} O_{6}X_{6}Y_{6}Z_{6} \xrightarrow{T_{66''}^{x}(a_{6})} O_{6''}X_{6''}Y_{6''}Z_{6''} \xrightarrow{T_{6''6'}^{y}(b_{6})} O_{TCP}X_{TCP}Y_{TCP}Z_{TCP} \xrightarrow{(3-26)} O_{3'}Z_{3'}Z_{3'}$$

 $\varphi_{32}$  représente la position articulaire de l'élément 3 par rapport à l'élément 2. Celle-ci est reliée aux positions articulaires (Eq. 3-27)

$$\varphi_{32} = \varphi_{31} - \varphi_{21} \tag{3-27}$$

La modélisation géométrique du robot (Eq. 3.28) est donné par :  $A_{0TCP} = \underbrace{R_{0I}^{z}(\varphi_{10})T_{II'}^{y}(b_{I})}_{A_{0I}} \underbrace{R_{I'2}^{x}(\varphi_{21})T_{22'}^{y}(b_{2})}_{A_{I2}} \underbrace{R_{2'3}^{x}(\varphi_{32})T_{33'}^{z}(b_{3})}_{A_{23}} \underbrace{R_{3'4}^{y}(\varphi_{43})T_{44'}^{y}(a_{4})}_{A_{34}} \underbrace{R_{4'5}^{z}(\varphi_{54})}_{A_{45}} \underbrace{R_{5'6}^{x}(\varphi_{65})T_{6''TCP}^{x}(b_{6})}_{A_{5TCP}}$ (3-28)

Les paramètres de la matrice  $A_{0TCP}$  sont donnés en Annexe 3-1.

#### Modèle géométrique inverse

Les équations permettant d'extraire les valeurs articulaires  $\varphi_{10}$  à  $\varphi_{65}$  sont basées sur la méthode de Paul. Celles-ci sont présentées en Annexe 3-1.

#### Modèle cinématique direct du robot

Le modèle cinématique direct est similaire au modèle précédent et vérifie la relation (eq 3.29) :

$$\dot{\varphi}_{32} = \dot{\varphi}_{31} - \dot{\varphi}_{21} \tag{3-29}$$

Le modèle est donné en Annexe 3-1 et vérifie la relation :

$$\dot{x}_{TCP} = {}^{TCP} J_{TCP} \left[ \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6 \right]^T$$
(3-30)

#### Calcul du déterminant de J

Le déterminant de la matrice Jacobienne (Eq. 3-31) permet de déterminer les singularités du robot.

$$Det(J) = -b_2 C_{54} (b_3 C_{32} + a_4 S_{32}) (b_1 + a_4 C_{321} - b_3 S_{321} + b_2 C_{21})$$
(3-31)

Les configurations singulières se produisent lorsque le robot atteint une position où il perd une partie ou la totalité de sa mobilité, ce qui peut rendre difficile ou impossible le contrôle de certaines articulations. Ces configurations surviennent lorsque Det(J) = 0 et donnent:

$$C_{54} = 0$$
 (3-32)

$$b_3 C_{32} + a_4 S_{32} = 0 \tag{3-33}$$

$$a_4C_{321} - b_3S_{321} + b_2C_{21}$$

Pour un robot 6 axes anthropomorphes, il existe trois types de configurations singulières courantes :

• Singularité du poignet (Eq. 3-32) : Elle se produit lorsque les axes 4 et 6 du robot sont alignés (Fig. 3.5a) et l'angle  $q_5 = \frac{\pi}{2} ou - \frac{\pi}{2}$ .

(3-34)

Singularité du coude (Eq. 3-33) : Elle survient lorsque la droite qui passe au voisinage des axes 2 et 3 coupe le point central du poignet (point d'intersection des axes 4, 5 et 6) (Fig. 3.5b).

• Singularité de l'épaule (Eq. 3-34) : Elle se produit lorsque le point central du poignet se situe sur l'axe de rotation de  $q_1$  (Fig. 3.5c).



Figure 3.5 : Singularités du poignet (a), coude (b), épaule(c)

#### 3.1.7. Modélisation de la cellule redondante à neuf degrés de liberté

Nous présentons maintenant l'architecture redondante, l'intégration des paramètres géométriques et des nouveaux degrés de liberté pilotables. Cette cellule intègre 3 ddls supplémentaires comprenant 1 guidage linéaire  $q_7$  et 2 rotations  $q_8$  et  $q_9$  correspondantes aux mobilités du vireur 2 axes (Fig. 3.6). Afin de ne pas décaler les notations, les articulations supplémentaires notées  $q_7$  à  $q_9$  sont placées en début de chaîne. La mise en œuvre du modèle géométrique complet à 9 ddls est directe et inclue les paramètres suivants :

- $q_7 = d_{07}$ : translation suivant  $X_7$
- $q_8 = \varphi_{78}$ : rotation autour de  $Y_7$
- $q_9 = \varphi_{89}$ : rotation autour de  $X_8$
- $a_1, a_7$ : position du vireur deux axes par rapport au robot.



Figure 3.6 : Modélisation de la cellule redondante à 9 ddls par la méthode TCS

Pour déterminer le modèle géométrique direct de la cellule redondante (Eq. 3-35), on définit des opérateurs homogènes supplémentaires :

- $A_{70}$ : opérateur de translation sur l'axe  $X_7$
- $A_{87}$ : opérateur de rotation sur l'axe  $Y_7$
- $A_{98}$  : opérateur de rotation sur l'axe  $X_8$

Le modèle géométrique direct de la cellule s'exprime alors par :

$$A_{9TCP} = \underbrace{R_{98}^{x}(\varphi_{89})}_{A_{98}} \underbrace{R_{87}^{y}(\varphi_{78})}_{A_{87}} \underbrace{T_{70}^{x}(d_{07})T_{00'}^{y}(a_{7})}_{A_{70}} \underbrace{R_{0'1}^{z}(\varphi_{10})T_{11''}^{z}(a_{1})T_{1''1'}^{y}(b_{1})}_{A_{01}} \underbrace{R_{1'2}^{x}(\varphi_{21})T_{22'}^{y}(b_{2})}_{A_{12}}$$
$$\underbrace{R_{2'3}^{x}(\varphi_{32})T_{33'}^{z}(b_{3})}_{A_{23}} \underbrace{R_{3'4}^{y}(\varphi_{43})T_{44'}^{y}(a_{4})}_{A_{34}} \underbrace{R_{4'5}^{z}(\varphi_{54})}_{A_{45}} \underbrace{R_{5'6}^{x}(\varphi_{65})T_{66''}^{x}(a_{6})T_{6''TCP}^{y}(b_{6})}_{A_{5TCP}}$$

$$(3-35)$$

La matrice Jacobienne  ${}^{TCP}J_{TCP}$  associée à ce modèle vérifie la relation suivante :  $\dot{x} = {}^{TCP}J_{TCP} \begin{bmatrix} \dot{q}_9 & \dot{q}_8 & \dot{q}_7 & \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{q}_3 & \dot{q}_4 & \dot{q}_5 & \dot{q}_6 \end{bmatrix}^T$ (3-36)

L'expression de  $^{TCP}J_{TCP}$  est donnée en Annexe 3-2.

#### 3.1.8. Synchronisation des articulations

La cellule redondante est construite dans le repère atelier qui positionne tous les autres repères (le repère de la base du robot porté par l'axe linéaire U et celui du vireur). Pour synchroniser les axes, le mouvement est décrit en considérant le repère d'observation attaché au repère du plateau du vireur et non au repère atelier. On réalise ainsi une inversion cinématique du mouvement par rapport au plateau du vireur et l'observateur est déplacé du sol au plateau (Fig. 3.7).



Figure 3.7 : Inversion du mouvement

## 3.2. Résolution de la redondance

Un certain nombre de méthodes d'optimisation ou de contrôle d'architecture redondante existe [Nenchev, 1989] [Chiaverini et al., 2009] [Yahya et al., 2011]. Quelques méthodes les plus couramment utilisées sont citées ci-dessous :

- la pseudo-inverse de Moore-Penrose (LN) [Daniel E. Whitney, 1969] [D. E. Whitney, 1972],
- la projection du noyau [Le Boudec et al., 2006] [Guire et al., 2010] [Andres et al., 2011] [Huo et Baron 2011] [Robin et al., 2011] [Subrin et al., 2014] [Sabourin et al., 2015],
- les algorithmes génétiques [Da Graça Marcos et al., 2009] [Dumas, 2011].

Ces méthodes sont soit locales et permettent l'optimisation du comportement de l'architecture à une pose donnée, soit globales et permettent de déterminer une solution pour l'ensemble des poses. La littérature présente des comparaisons de méthodes de résolution de la redondance suivant différents éléments [Chan et Dubey 1995] [Huo et Baron 2011] [Andres et al., 2012].

La méthode du gradient projeté GPM (gradient projection method) reste la plus employée et permet de gérer aussi bien des redondances fonctionnelles que des redondances structurales, associées à un ensemble de critères et de contraintes. Celle-ci a prouvé son efficacité pour différentes applications : en usinage [Robin et al. 2011] [Andres et al. 2012] [Sabourin et al. 2015], en découpe de viande [Guire et al. 2010] [Subrin et al. 2014]. Les formulations présentées s'appuient sur les travaux antérieurs menés au sein de l'axe M3G de l'Institut Pascal [Robin, 2007] [Subrin, 2013] [Cousturier, 2017].

#### 3.2.1. Pseudo-inverse de Moore-Penrose LN (Least Norm)

Le pilotage des actionneurs se faisant dans l'espace articulaire  $E_A$ , pour un mouvement défini dans l'espace cartésien  $E_O$ , il est nécessaire d'inverser l'équation suivante :  $\dot{x} = J\dot{q}$ (3-37)

Lorsque J est carrée, non singulière, on a :

 $\dot{q} = J^{-1}\dot{x}$ 

(3-38)

Dans le cas d'une architecture redondante, la matrice Jacobienne J n'étant pas carrée, la pseudo-inverse de J, notée  $J^+$  (Eq. 3-39) peut être exploitée :

$$J^{+} = J^{T} (JJ^{T})^{-1}$$
(3-39)

On a alors :

 $\dot{q} = J^+ \dot{x} \tag{3-40}$ 

Pour la gestion des redondances, la méthode généralement retenue consiste à utiliser la pseudo-inverse à droite  $J^+$  de Moore-Penrose avec terme d'optimisation [Liegeois 1977]. On obtient ainsi d'une part une solution qui minimise les vitesses articulaires, et d'autre part, cela permet d'adjoindre un ensemble de critères par l'intermédiaire du vecteur z. L'expression générale est la suivante :

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + \underbrace{\left(I - J^+ J\right)z}_{J_h} \tag{3-41}$$

Avec *I*, la matrice identité de dimension *n* et  $J_h$  la matrice de projection de *z* sur le noyau de *J*. Cette relation peut également s'écrire :

$$\dot{q} = \dot{q}_p + \alpha \dot{q}_h \tag{3-42}$$

où  $\dot{q}_p$  est la solution particulière minimisant la norme des vitesses articulaires  $\|\dot{q}\|^2$  et  $\dot{q}_h$  est la solution homogène de l'équation appelée aussi terme d'optimisation.

Le paramètre  $\alpha$  est un gain permettant de moduler les objectifs de minimisation des vitesses et la solution homogène. Les vitesses articulaires et opérationnelles sont liées par l'application linéaire exprimée pour une configuration articulaire donnée par la matrice Jacobienne J. Cette application agit de l'espace articulaire  $E_A$  vers l'espace opérationnel  $E_O$  avec :

$$\dim E_{\alpha} = \dim (E_{o}) + \dim Ker(J) \tag{3-43}$$

Dans le cas des robots redondants, la dimension de l'espace articulaire  $E_A$  est supérieure à la dimension de l'espace opérationnel  $E_O$ . La dimension du noyau est non nulle et égale au degré de redondance. Cela signifie que tout déplacement articulaire appartenant au noyau de l'application modifie la configuration du robot sans modifier la pose de l'effecteur. Cette propriété est très importante pour la suite de nos travaux car elle fait apparaitre la notion de *reconfiguration interne* appelée *self-motion*. Ainsi, le terme exploité pour l'optimisation se définit après discrétisation par :

$$dq = \left(I - J^+ J\right) z \tag{3-44}$$

#### 3.2.2. Méthode du gradient projeté

La méthode GPM repose sur l'optimisation locale des poses. Ainsi, on définit:

- $\Phi(q)$ : fonction scalaire définie positive
- $\nabla \Phi$ : gradient associé à la fonction  $\Phi(q)$ .

La projection de ce gradient sur le noyau de la matrice Jacobienne J permet de ne pas affecter la solution principale. La solution homogène est notée dq (Eq. 3-45).

$$dq = \alpha \left( I - J^+ J \right) \nabla \Phi$$
 avec  $\nabla \Phi = \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial q_1} \dots \frac{\partial \Phi}{\partial q_n} \right]^I$  (3-45)

Le gradient  $\nabla \Phi$  met en œuvre une pondération variable [Lee et al 2006] avec la dominance de certains critères afin d'optimiser seulement les critères prépondérants. Le coefficient  $\alpha$ permet de moduler la contribution du gradient. Le choix du coefficient  $\alpha$  doit être ajustable pendant l'optimisation lorsque le degré de redondance devient important ou que l'architecture est très agile avec des fluctuations importantes dans l'évaluation des critères. Si ce coefficient est trop faible, l'évitement des butées peut être compromis, et s'il est trop important, des oscillations peuvent survenir [Chan et al. 1995]. Dans la littérature, les valeurs minimales et maximales de  $\alpha$  doivent respecter les conditions suivantes [Lee et al. 2006]:

$$\alpha_{imax} = min \left\{ \frac{\left(\dot{q}_{imax} - \dot{q}_{ip}\right)}{\dot{q}_{in}}, \frac{\left(\dot{q}_{imin} - \dot{q}_{ip}\right)}{\dot{q}_{in}} \right\}$$
(3-46)

$$\alpha_{imin} = max \left\{ \frac{\left(\dot{q}_{imax} - \dot{q}_{ip}\right)}{\dot{q}_{in}}, \frac{\left(\dot{q}_{imin} - \dot{q}_{ip}\right)}{\dot{q}_{in}} \right\}$$
(3-47)

La solution retenue consiste à utiliser un gain régit par la loi d'Armijo permettant à la valeur  $\alpha$  de s'ajuster à la norme du gradient [Chiaverini et al., 2009]. Pour cela, la solution consiste à borner une fonction g( $\alpha$ ) telle que :

$$g(\alpha) \le g(0) + \varepsilon g'(0) \alpha$$
 avec  $0 \le \varepsilon \le 1$  (3-48)

$$g(\eta \alpha) > g(0) + \varepsilon g'(0)\eta \alpha \quad \text{avec} \quad \eta > 1$$
 (3-49)

Dans la pratique, une première valeur du coefficient  $\alpha$  est définit. Le coefficient est augmenté de  $\eta$  ( $\eta = 2$  et  $\varepsilon = 0.2$  est souvent utilisé) si sa valeur satisfait les équations, jusqu'à ce que les conditions ne soient plus satisfaites. Cependant il est divisé par  $\eta$ , si sa valeur ne satisfait pas les équations [Luenberger et al. 2021].

#### 3.2.3. Formalisation du problème

Dans le cadre de la planification optimisée de trajectoire par gestion de la redondance, il s'agit de trouver un paramètre noté x qui satisfait les contraintes associées à la tâche à réaliser, à la capabilité attendue et à la configuration du robot.

Soit 
$$f: x \in \Re^n \to f(x) \in \Re^k$$
  
trouver  $\{x^*\}$  qui minimise  $f(x)$  (3-50)

sous  $h: x \to h(x) \le 0$  et  $g: x \to g(x) = 0$ La formalisation du problème fait intervenir trois types de données : les variables d'état, les

paramètres de gestion de la cellule, les contraintes et les critères d'optimisation.
Variables d'état : Elles concernent les variables intrinsèques à l'architecture physique (ai, bi) et correspondent aux données figées du problème décrivant la position des

- (ai, bi) et correspondent aux données figées du problème décrivant la position des différents éléments (robot, axes externes).
  Paramètres de gestion de la cellule : ils représentent les valeurs articulaires des
- Paramètres de gestion de la cellule : ils représentent les valeurs articulaires des redondances structurales  $(q_7 \dots q_9)$  et la redondance fonctionnelle.

- Critères d'optimisation : Ils sont liés à l'amélioration des capabilités machines et cinématiques. La résolution du problème nécessite l'expression de critères sous forme d'indices de performance permettant une implémentation algorithmique.
- Contraintes d'optimisation : elles sont induites par les capacités de l'architecture robotique (butées, vitesses, accélérations et couples des différentes articulations, rigidité des axes) et par la stratégie du processus (direction et vitesse de dépôt, T-parcourabilité).

Cet ensemble de contraintes associé à l'analyse du procédé de FAM sont repris sous la notion de critères d'optimisation.

## 3.3. Méthode d'optimisation

La solution retenue consiste à transformer l'optimisation multi-objectifs en un problème mono-objectif, en agrégeant tous les critères dans une fonction objectif unique (Eq. 3.51).

Trouver 
$$\{x^*\}$$
 qui minimise  $f(x) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(x)$  sous  $g(x) \le 0$  (3-51)

Les paramètres  $w_i$  (poids) établissent la hiérarchie de dominance entre les critères, qui sont normalisés pour que la dominance opère uniquement au niveau des poids.

#### 3.3.1. Optimisations basées sur le gradient de la fonction objectif

Le gradient de la fonction objectif  $\Phi(q)$  intervient dans la méthode d'optimisation retenue (Eq. 3.52) qui est construite par agrégation des critères normalisés pondérés.

$$\Phi(q) = \sum_{i=1}^{k} w_i(\Phi_i(x)) \overline{\Phi_i}(q) \quad Avec \quad \Phi_i(q) = \frac{\Phi_i(q) - \Phi_{iinf}}{\Phi_{isup} - \Phi_{iinf}}$$
(3-52)

On définit :

- $w_i \Phi_i(x)$ : fonction de poids dépendant du critère  $\bar{\Phi}_i$ .
- $\Phi_{iinf}$ : seuil inférieur en-dessous duquel le critère est considéré critique.
- $\Phi_{isup}$ : seuil supérieur au-dessus duquel le critère est considéré satisfaisant.

#### 3.3.2. Pondération variable

La pondération variable permet de projeter uniquement les critères pertinents en définissant des limites minimales ( $\Phi_{iinf}$ ) et maximales ( $\Phi_{isup}$ ) [Robin et al., 2011]. Si un critère n'atteint pas l'exigence minimale, sa pondération  $w_i$  est fixée à 1 pour une projection complète. Au-delà de l'exigence maximale, ce critère n'est plus nécessairement pris en considération.

On définit une fonction sinusoïdale (Eq. 3.53) entre les seuils  $\Phi_{iinf}$  et  $\Phi_{isup}$  (Fig. 3.8).



Figure 3.8 : Fonction de poids et seuils associés aux différents critères

Pour 
$$\Phi_{i \text{ inf}} < w_i < \Phi_{i \text{ sup}}, \qquad w_i = \frac{1 + \cos(\pi \overline{\Phi}_i)}{2}$$
 (3-53)

 $\Phi_i(x)$  permet de valoriser certains critères (dominance) par rapports aux autres lorsqu'on fait varier  $w_i$  entre 0 et 1.

Le calcul du gradient de la fonction objectif (Eq. 3-54 à Eq. 3-58) fournit une formulation qui facilite l'ajout de nouveaux critères.

$$\nabla \Phi(q) = \frac{\partial}{\partial q} \sum_{i=1}^{k} w_i(\Phi_i(x)) \overline{\Phi_i}(q)$$
(3-54)

$$=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial}{\partial q}w_{i}(\Phi_{i}(x))\overline{\Phi}_{i}(q)$$
(3-55)

$$=\sum_{i=1}^{k} \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\partial w_i(\Phi_i)}{\partial \Phi_i} \frac{\partial \Phi_i}{\partial q} \Phi_i + w_i(\Phi_i) \frac{\partial \overline{\Phi}_i}{\partial q} \right)$$
(3-56)

$$=\sum_{i=1}^{k} \left( \frac{\partial w_i(\Phi_i)}{\partial \Phi_i} \Phi_i + w_i(\Phi_i) \right) \nabla \overline{\Phi}_i$$
(3-57)

$$=\sum_{i=1}^{k} w'_{i}(\boldsymbol{\Phi}_{i}) \nabla \overline{\boldsymbol{\Phi}}_{i} \tag{3-58}$$

Où  $\nabla \overline{\Phi}_i$  est le gradient de la fonction normalisée et  $w'_i = \frac{\partial w_i(\Phi_i)}{\partial \Phi_i} \Phi_i + w_i(\Phi_i)$  (3-59)

## 3.4. Critères d'optimisation

Dans cette section, nous présentons les critères utilisés dans l'optimisation, ainsi que leurs formulations dans l'expression du gradient de la fonction objectif  $\Phi(q)$ .

#### 3.4.1. Critère de butées

Le critère d'éloignement des butées articulaires (Eq. 3-60) [Liégeois, 1977] [Chan et Dubey 1995] vise à trouver la valeur de l'articulation lorsqu'elle est dans une zone critique. Ce critère permet d'éloigner la recherche de solutions des valeurs limites  $q_{min}$  et  $q_{max}$ .

$$\Phi_J = \sum_{i}^{n} \left( \frac{q_i - q_{imoy}}{q_{imax} - q_{imin}} \right)^2 \qquad \text{avec} \qquad q_{imoy} = \frac{q_{imax} - q_{imin}}{2} \tag{3-60}$$

Le calcul du gradient (Eq. 3-61) intègre les paramètres  $q_{imoy}$  (position moyenne entre les butées  $q_{imax}$  et  $q_{imin}$ ).

$$\frac{\partial \Phi_J}{\partial q_i} = 2 \left( \frac{q_i - q_{imoy}}{q_{imax} - q_{imin}} \right)$$
(3-61)

#### 3.4.2. Critère de singularité

L'analyse des singularités des robots met en lumière l'importance de considérer la singularité du poignet (fig. 3.5a) lors du suivi des trajectoires.

Le critère de singularité est assimilé à un critère de butée de la liaison 5, autour de la configuration singulière  $q_s$  correspondant à  $q_5=0^\circ$ .

#### 3.4.3. Critères de capacité cinématique et mécanique

Les critères de capacité cinématique et mécanique sont définis selon d'approche de Dubey qui distingue les notions de ratio de vitesse du manipulateur (RVM) et d'avantage mécanique du manipulateur (AMM).

#### Ratio de Vitesse du Manipulateur

Le ratio de vitesse du manipulateur  $r_v$  (Eq. 3-62) se rapporte à la capacité de déplacement de l'effecteur dans une direction spécifique, selon l'importance accordée au domaine articulaire ou opérationnel. Cela implique la définition d'une norme de vitesse cartésienne (Eq. 3-63) et une norme de vitesse articulaire (Eq. 3-64).

$$r_{v} = \frac{\left|\dot{x}\right|_{W_{x}}}{\left|\dot{q}\right|_{W_{q}}} \tag{3-62}$$

$$\left| \dot{x} \right|_{W_{\chi}} = \sqrt{\dot{x}^T W_{\chi} \dot{x}} \qquad \dot{x}_v = W_{\chi}^{1/2} \dot{x} \qquad (3-63)$$

$$|\dot{q}|_{w_q} = \sqrt{\dot{q}^T W_q \dot{q}} \qquad \dot{q}_v = W_q^{1/2} \dot{q}$$
(3-64)

Les matrices de pondération  $W_x$  et  $W_q$ , sont définies positives, diagonales, et utilisées pour réguler l'impact relatif des éléments du vecteur des vitesses articulaires et opérationnelles.  $W_q$ est basée sur les vitesses maximales articulaires pour homogénéiser leur influence, tandis que  $W_q$  est une matrice identité ne favorisant aucune direction spécifique. Les valeurs des matrices de pondération proviennent des spécifications du manipulateur fournies par le fabricant, comprenant les vitesses et les couples associés.

Ainsi, nous formulons le modèle cinématique direct (Eq. 3-65) à l'aide de la matrice Jacobienne  $J_v$  pondérée, qui intègre les vitesses maximales articulaire.

$$\dot{x}_{v} = J_{v}\dot{q}_{v}$$
 avec  $J_{v} = W_{x}^{1/2}JW_{q}^{-1/2}$  et  $W_{q}(i,i) = \frac{1}{\dot{q}_{i_{max}}}$  (3-65)

En introduisant la matrice de Moore-Penrose  $J_{\nu}^+$  (Eq. 3-66) dans l'expression du ratio de vitesse du manipulateur  $r_{\nu}$  (Eq. 3-68) avec  $u_{\nu}$  (Eq. 3-67) un vecteur unitaire suivant  $\dot{x}_{\nu}$  on obtient :

$$J_{\nu}^{+} = J_{\nu}^{T} \left( J_{\nu} J_{\nu}^{T} \right)^{-1}$$
(3-66)

$$u_{\nu} = \frac{\dot{x}_{\nu}}{\sqrt{\dot{x}_{\nu}^T \dot{x}_{\nu}}} \tag{3-67}$$

$$r_{v} = \frac{\left| \dot{x} \right|_{W_{x}}}{\left| \dot{q} \right|_{W_{q}}} = \sqrt{\frac{\dot{x}_{v}^{T} \dot{x}_{v}}{\dot{q}_{v}^{T} \dot{q}_{v}}} = \sqrt{\frac{\dot{x}_{v}^{T} \dot{x}_{v}}{(J_{v}^{+} \dot{x}_{v})^{T} J_{v}^{+} \dot{x}_{v}}} = \frac{I}{\sqrt{u_{v}^{T} (J_{v} J_{v}^{T})^{-1} u_{v}}}$$
(3-68)

On établit donc l'expression du critère cinématique  $\Phi_v$  (Eq. 3-69). Ce dernier ne permet pas de prendre en compte la vitesse articulaire de chaque liaison, car il est associé à la norme du vecteur articulaire.

$$\Phi_{\nu}(q) = u_{\nu}^{T} (J_{\nu} J_{\nu}^{T})^{-1} u_{\nu}$$
(3-69)

En outre, on définit le ratio de vitesse  $r_{vd}$  (Eq. 3-71) qui représente la capacité du manipulateur à réaliser la vitesse de consigne. Cette dernière se rapporte à la norme du vecteur des vitesses opérationnelles suivant la direction *d* lorsque l'orientation de l'effecteur change peu (Eq. 3-70). Une amélioration  $r_{vd}$  indique une augmentation de la capacité en vitesse du système.

$$\forall i \in [1,n], \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{imax}} \right| \left| \dot{q} \right|_{W_q} \quad \text{avec} \quad \left| \dot{q} \right|_{W_q} = \left| \dot{x} \right|_{W_q} \sqrt{\Phi_v(q)} \text{ où } \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_{imax}} \leq V_f \sqrt{\Phi_v(q)} \right| \quad (3-70)$$
$$r_{vd} = \min_i \left( \left| \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_i} \right| \right) \quad \text{avec} \quad r_{vd} > 1 \quad \text{pour que la trajectoire soit exécutable} \quad (3-71)$$

Т

Т

Le gradient du critère de dextérité  $\Phi_v$  s'exprime alors par :

$$\frac{\partial \Phi_{\nu}(q)}{\partial q_{i}} = -u_{\nu}^{T} (J_{\nu} J_{\nu}^{T})^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial q_{i}} (J_{\nu} J_{\nu}^{T}) \right) (J_{\nu} J_{\nu}^{T})^{-1} u_{\nu}$$
(3-72)

#### Ratio d'Avantage Mécanique du Manipulateur

Cette seconde notion présente la capacité de l'effecteur à générer à une action mécanique dans une direction donnée. On définit alors une norme d'effort cartésienne (Eq. 3-73) et une norme de couple articulaire (Eq. 3-74) pour exprimer le ratio d'avantage mécanique du manipulateur (Eq. 3-75).

$$\left|f\right|_{W_f} = \sqrt{f^T W_f f} \qquad \text{et} \qquad f_m = W_f^{1/2} f \qquad (3-73)$$

$$\left|\tau\right|_{W_{\tau}} = \sqrt{\tau^T W_{\tau} \tau}$$
 et  $\tau_m = W_x^{(1/2)} \tau$  (3-74)

$$r_m = \frac{\left|f\right|_{W_f}}{\left|\tau\right|_{W_\tau}} \tag{3-75}$$

Les matrices de pondération  $W_f$  et  $W_\tau$  sont définies positives, diagonales, et utilisées pour réguler l'impact relatif des éléments du vecteur des couples articulaires et des efforts.  $W_{\tau}$  est basée sur les couples maximaux articulaires pour homogénéiser leur influence, tandis que  $W_f$ est une matrice identité ne favorisant aucune direction spécifique.

Ainsi, nous formulons le modèle statique direct à l'aide de la matrice Jacobienne  $J_m$ pondérée incluant les couples maximaux articulaires (Eq. 3-76).

$$\tau_m = J_m^T f_m$$
 avec  $J_m = W_f^{-1/2} J W_\tau^{1/2}$  et  $W_\tau(i,i) = \frac{1}{\tau_{i_{max}}}$  (3-76)

En introduisant la matrice de Moore-Penrose  $J_m^+$  (Eq. 3-77) dans l'expression du ratio d'avantage mécanique  $r_m$  (Eq. 3-79) avec  $U_m$  un vecteur unitaire suivant  $f_m$ , on obtient :

$$J_{m}^{+} = J_{m}^{T} \left( J_{m} J_{m}^{T} \right)^{-1}$$
(3-77)

$$u_m = \frac{f_m}{\sqrt{f_m^T \cdot f_m}} \tag{3-78}$$

$$r_{m} = \frac{\left|f\right|_{W_{f}}}{\left|\tau\right|_{W_{\tau}}} = \sqrt{\frac{f_{m}^{T}f_{m}}{\tau_{m}^{T}\tau_{m}}} = \sqrt{\frac{f_{m}^{T}f_{m}}{f_{m}^{T}J_{m}J_{m}^{T}f_{m}}} = \frac{1}{\sqrt{u_{m}^{T}(J_{m}J_{m}^{T})u_{m}}}$$
(3-79)

Ceci permet de définir notre critère de performance mécanique  $\Phi_m$  par :

$$\Phi_m(q) = u_m^T \left( J_m J_m^T \right) u_m \tag{3-80}$$

En considérant que la variation d'orientation de l'effecteur reste faible, la norme du vecteur des efforts opérationnels suivant la direction d' est donnée par f, on obtient alors :

$$\forall i \in [1,n], \left| \frac{\tau_i}{\tau_{imax}} \leq |\tau|_{w_{\tau}} \right| \quad \text{avec} \quad |\tau|_{w_{\tau}} = |f|_{w_f} \sqrt{\Phi_m(q)} \quad \text{où} \quad \left| \frac{\tau_i}{\tau_{imax}} \leq_f \sqrt{\Phi_m(q)} \right|$$

$$(3-81)$$

 $r_{md} = \min_{i} \left( \frac{\tau_{imax}}{\tau_{i}} \right) \quad \text{avec } r_{md} \ge 1 \text{ pour que la trajectoire soit exécutable}$ (3-82)

Le gradient du critère de dextérité  $\Phi_m$  s'exprime alors :

$$\frac{\partial \Phi_m(q)}{\partial \Phi_m} = 2(J_m^T u_m)^T \partial \frac{J_m^T u_m}{\partial q_i}$$
(3-83)

Dans notre cas, nous n'avons pas d'effort engendré par le procédé de FAM, nous considérons uniquement le poids de la tête embarquée.

#### 3.4.4. Critère de rigidité

(

Dans le cadre du robot anthropomorphe, nous utilisons le critère de rigidité  $\Phi_r$  privilégiant le déplacement sur les liaisons les plus rigides [Subrin, 2013]. Les variations infinitésimales  $\Delta q_i$ sont obtenues à partir des variations infinitésimales  $\Delta x$  définis suivant la direction d par la relation :

$$q_i = \left(J^+\right)^{-1} x \tag{3-84}$$

Le critère de rigidité  $\Phi_r$  est formulé par :

)

$$\Phi_r(q) = \sum_{i=I}^6 \frac{k_{\theta i}}{\sum\limits_{j=I}^6 k_{\theta j}} |\Delta q_i|$$
(3-85)

où les  $k_{\theta i}$  représentent les rigidités articulaires. La valeur du critère de rigidité reste inchangée suivant une direction de déplacement *d* parcourue en positif ou négatif, les  $|\Delta q_i|$  étant identiques.

Le gradient de  $\Phi_r$  (Eq. 3-86) est une constante et le déplacement sera réalisé en priorité sur les axes dont la rigidité est la meilleure.

$$\frac{\partial \Phi_r(q)}{\partial q_i} = \begin{pmatrix} 6 & k_{\theta i} \\ \sum_{i=1}^{6} \frac{k_{\theta i}}{\sum_{j=1}^{6} k_{\theta j}} \end{pmatrix}$$
(3-86)

## 3.5. Algorithme d'optimisation

L'algorithme mis en œuvre (Fig. 3.9) s'appuie sur les travaux antérieurs [Robin, 2007] [Subrin, 2013] [Cousturier, 2017], et comporte deux modules : un module d'optimisation globale et un module d'optimisation locale.



Figure 3.9 : Algorithme implémenté dans l'outil de planification des trajectoires

## 3.5.1. Module d'optimisation globale

L'optimisation globale peut être utilisée pour chacune des poses ou pour une première pose. Elle permet d'obtenir un jeu de valeurs articulaires associées aux redondances cinématiques et/ou fonctionnelle. Pour cela, la pose est déplacée suivant les différents degrés de redondance afin de répondre aux exigences de la tâche par une discrétisation régulière de l'espace des paramètres. Cela revient à évaluer la somme pondérée des critères afin de trouver un premier extremum de la fonction objectif. Cette optimisation permet ainsi d'obtenir les coordonnées articulaires  $q_1, ..., q_9$  pour chaque pose.

## 3.5.2. Module d'optimisation locale

L'optimisation locale est ensuite utilisée pour déterminer un terme d'optimisation basé sur la méthode GPM en apportant une contribution articulaire issue du noyau de la matrice Jacobienne. Une fois la convergence obtenue en utilisant ou non la loi d'Armijo, les valeurs des incréments de redondance sont appliquées à la pose. L'expression utilise la pseudo inverse à droite  $J^+$  de Moore-Penrose avec terme d'optimisation [Liégeois, 1977] sous la solution générale suivante :

$$\dot{q} = J^{+}\dot{x} + \alpha \left(I - J^{+}J\right) \nabla \Phi \tag{3-87}$$

Cette procédure peut être appliquée à la pose suivante ou à la suite d'une nouvelle optimisation globale.

#### 3.5.3. Synthèse des critères mis en œuvre

Le tableau suivant synthétise l'expression des différents critères et leur prise en compte dans l'optimisation (Tab. 3-1).

| Critères  | Optimisation globale  | Optimisation locale<br>(gradient)   |
|---|---|---|
| Eloignement des butées<br>articulaires                                  | $\sum_{i}^{n} \left( \frac{q_i - q_{imoy}}{q_{imax} - q_{imin}} \right)^2$                            | $2\left(\frac{q_i - q_{imoy}}{q_{imax} - q_{imin}}\right)$  |
| Critère de dextérité dans la direction d'avance                         | $\Phi_{v}(q) = u_{v}^{T} (J_{v} J_{v}^{T})^{-1} u_{v}$  | $-2(J_{v}^{T}k)^{T}\frac{\partial}{\partial q_{i}}\left(J_{v}^{T}k\right)$<br>avec $k = (J_{v}J_{v}^{T})^{-1}u_{v}$ |
| Critère de performance<br>mécanique suivant la direction<br>de l'effort | $\Phi_m(q) = u_m^T \left( J_m J_m^T \right) u_m$  | $2(J_m^T u_m)^T \frac{\partial \left(J_m^T u_m\right)}{\partial q_i}$   |
| Critère de rigidité   | $\sum_{i=1}^{6} \frac{k_{\theta i}}{\sum\limits_{j=1}^{6} k_{\theta j}} \left  \varDelta q_i \right $ | $\frac{\sum_{i=1}^{6} \frac{k_{\theta i}}{\sum_{j=1}^{6} k_{\theta j}}}{\sum_{j=1}^{6} k_{\theta j}}$               |

Tableau 3-1: Critères d'optimisation mis en œuvre

La mise en œuvre de l'optimisation et le réglage des paramètres sont développés au Chapitre 5 et appliqués à différentes pièces.

## **3.6.** Conclusion

Ce chapitre présente tout d'abord la modélisation du robot hybride à structure mécanique à parallélogramme COMAU NJ 165 3.0 puis de la cellule redondante de fabrication additive métallique. Celle-ci est constituée du robot COMAU porté par un axe linéaire et associé à un vireur deux axes. Cette configuration comporte trois redondances cinématiques ainsi qu'une redondance fonctionnelle, déterminée par la réorientation de la tête dépôt. La modélisation repose sur la méthode TCS dans la définition des modèles géométriques et cinématiques.

La deuxième partie concerne la résolution de la redondance. Nous présentons la méthode retenue du gradient projeté (GPM) permettant de gérer les redondances structurales et fonctionnelle, en définissant une fonction objectif agrégeant des critères pondérés. Nous détaillons également les différents critères utilisés, liés aux capacités cinématiques, mécaniques, et de rigidité, ainsi que leurs formulations mathématiques pour l'optimisation.

Nous présentons dans la dernière section l'algorithme de résolution utilisé dans l'outil de planification des trajectoires mis en œuvre au Chapitre 5.

## **Chapitre 4:** Etude du comportement des robots

Sommaire

| 4.1. Analyse modale des robots  |                |
|---|----------------|
| 4.2. Test Ballbar   |                |
| 4.3. Etude du comportement cinématique lors du suivi d'une trajectoire par la | ser tracker et |
| accéléromètre triaxial  |                |
| 4.4 . Les apports de l'étude du comportement des robots                       |                |
| 4.5. Conclusion   |                |

Ce chapitre concerne l'étude du comportement des robots au sein de la cellule robotique de fabrication additive métallique grandes pièces (FAMGP). Comme abordé dans le chapitre 1, la dynamique du robot a une incidence directe sur sa précision et sur la qualité du dépôt. De plus, IREPA LASER a détecté par endroit (démarrage, changement de direction, etc.) des oscillations du dépôt de matière par rapport à la trajectoire théorique. Nous avons donc décidé d'évaluer les capabilités de la cellule robotique notamment en réalisant une analyse modale des robots, et en évaluant leur comportement cinématique lors du suivi d'une trajectoire. Pour mener à bien cette étude, nous faisons usage d'un analyseur vibro-acoustique avec accéléromètre triaxial , d'un système BallBar, et d'un laser tracker.

#### 4.1. Analyse modale des robots

L'étude est réalisée pour les deux robots (Fig. 4.1) de la cellule, le robot (RF) monté sur une base fixe et le robot (RM) porté par l'axe linéaire U afin d'analyser l'impact éventuel de celui-ci.



Figure 4.1 : Robots de l'analyse modale: Robot mobile (a), Robot fixe (b)

L'objectif de l'étude est d'identifier les fréquences propres  $f_0$  et les taux d'amortissement  $\varepsilon$  des deux robots grâce à l'analyse modale expérimentale (AME) pour différentes configurations (Fig. 4.2). Il s'agit d'analyser l'influence des configurations sur des oscillations éventuelles en bout d'effecteur. Nous nous intéressons plus spécifiquement à la sous-structure à parallélogramme pour deux configurations : *ouverte* (parallélogramme proche de la géométrie d'un rectangle) apportant normalement une meilleure rigidité à la structure ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_5$ ), fermée (les grands côtés du parallélogramme sont proches) ( $C_3$ ,  $C_4$ ) et pour différentes valeurs de l'axe  $q_2$  afin d'étudier une partie de l'espace opérationnel utilisé pour la réalisation des pièces.



Figure 4.2 : Configurations du robot pour l'analyse modale expérimentale

Les coordonnées articulaires  $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)$  sont précisées au tableau suivant (Tab. 4-1).

| Configurations | $q_1$ | $q_2$ | <i>q</i> <sub>3</sub> | $q_4$ | $q_5$ | $q_6$ |
|----------------|-------|-------|-----------------------|-------|-------|-------|
| C1             | 0     | 0     | -90                   | 0     | 0     | 0     |
| C <sub>2</sub> | 0     | 45    | -140                  | 0     | -35   | 0     |
| C <sub>3</sub> | 0     | 20    | -160                  | 0     | -55   | 0     |
| C <sub>4</sub> | 0     | -10   | -145                  | 0     | 0     | 0     |
| C <sub>5</sub> | 0     | 0     | -70                   | 0     | 0     | 0     |

Tableau 4-1 : Détail des valeurs articulaires (°) pour les différentes configurations du robot

## 4.1.1. Protocole expérimental

Dans le cas de la FAM, le procédé ne génère aucun effort (force excitatrice) sur la structure du robot. L'AME est donc réalisée à l'aide d'un marteau d'impact BK 8206 (Fig. 4.3b), qui applique une force dans une direction spécifique (X, Y ou Z), sur l'axe 6 du robot(Fig. 4.3a). La réponse fréquentielle de l'accéléromètre piézoélectrique triaxial DJB A/30-1/669 (Fig. 4.3c, Annexe 4-1) est obtenue par l'analyseur vibro-acoustique OROS-OR35 (Fig. 4.3d).



Figure 4.3 : Axe 6 du robot muni de son accéléromètre (a), marteau d'impact (b), accéléromètre triaxial (c), analyseur vibro-acoustique (d)

Nous optons pour un plan d'expériences multiniveaux à facteurs variables (Annexe 4-2) initialement défini de la manière suivante :

- Type de configuration robot : Robot mobile (*RM*), robot fixe (*RF*), robot mobile avec tête (*RM\_AT*)
- Direction d'impact : *X*, *Y* ou *Z*
- Configurations :  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ , et  $C_5$

Dans un premier temps, l'AME a été réalisée sur les robots sans tête de dépôt. Pour *RM*, les acquisitions sont réalisées dans les 5 configurations. Pour *RF* seules 4 configurations ont été testées car l'encombrement de la cellule ne permet pas d'atteindre la configuration  $C_5$ .

Dans un second temps, la tête de dépôt fil est montée sur le robot  $(RM\_AT)$  et les acquisitions sont réalisées uniquement pour les configurations  $C_2$  et  $C_3$ , les autres configurations n'étant pas accessibles. Nous avons donc réalisé 33 expérimentations : 15 pour RM, 12 pour RF et 6 pour  $RM\_AT$ .

#### 4.1.2. Traitement des acquisitions

L'analyseur vibro-acoustique génère des fichiers au format (.txt), qui contiennent la réponse fréquentielle pour chaque axe de l'accéléromètre triaxial. Le traitement de ces données est réalisé dans le logiciel Igor Pro, selon le processus décrit ci-dessous (Fig. 4.4).



Figure 4.4 : Processus d'analyse des données pour l'AME

L'analyse modale permet d'obtenir 3 courbes suivant :  $X_a$  (rouge),  $Y_a$  (vert) et  $Z_a$  (bleu) (Fig. 4.5).



Figure 4.5 : Exemple de résultat de l'AME : Impact en direction X sur RM\_AT dans la configuration C2

On observe 3 zones spectrales :

- Plage 1 : de 5 Hz à 15 Hz, correspondant aux fréquences à forte amplitude de déplacement.
- Plage 2 : de 15 Hz à 100 Hz, correspondant aux fréquences ayant des amplitudes fortement atténuées.
- Plage 3 : plus de 100 Hz, correspondant aux fréquences à faibles amplitudes.

La plage 1 englobe les premières fréquences propres de la structure qui génèrent les déplacements les plus importants. Ainsi, nous nous intéresserons aux fréquences de la plage 1 dans la suite de l'analyse, ainsi qu'à l'amplitude du déplacement.

Nous nous intéressons également au taux d'amortissement qui exprime la manière dont un système dissipe l'énergie vibratoire pour retrouver un état stable. Un taux élevé indique une décroissance rapide des oscillations, parfois liée à une faible résonance ou une réponse très atténuée. A l'inverse, un taux faible peut entraîner des oscillations prolongées, pouvant indiquer une résonance ou une instabilité.

#### 4.1.3. Analyse des paramètres modaux

Le tableau suivant (Tab. 4-2), présente la première fréquence propre  $f_{01}$ , l'amplitude du déplacement  $A_1$  et le taux d'amortissement correspondant  $\varepsilon_1$  pour les réponses suivant les trois directions de l'accéléromètre ( $X_a$ ,  $Y_a$ , et  $Z_a$ ). Nous ne considérons ici que les configuration  $C_2$  et  $C_3$  communes à l'ensemble des acquisitions.

|             |       |         | Direction d'analyse   |                         |                        |                |                         |                        |                |                         |                        |      |
|-------------|-------|---------|-----------------------|-------------------------|------------------------|----------------|-------------------------|------------------------|----------------|-------------------------|------------------------|------|
|             |       |         |                       | Xa                      |                        |                | Ya                      |                        |                | Za                      |                        |      |
| Ligne<br>N° | Robot | Config. | Direction<br>d'impact | f <sub>01</sub><br>[Hz] | A <sub>1</sub><br>[mm] | ε <sub>1</sub> | f <sub>01</sub><br>[Hz] | A <sub>1</sub><br>[mm] | ε <sub>1</sub> | f <sub>01</sub><br>[Hz] | A <sub>1</sub><br>[mm] | ε1   |
| 1           | RF    | C3      | Y                     | 10.65                   | 0.43                   | 0.02           | 5.00                    | 0.12                   | 0.07           | 10.00                   | 0.26                   | 0.09 |
| 2           | RM    | C3      | Y                     | 10.51                   | 0.28                   | 0.08           | 6.74                    | 0.07                   | 0.04           | 10.47                   | 0.19                   | 0.10 |
| 3           | RM    | C2      | Х                     | 5.62                    | 0.02                   | 0.03           | 5.48                    | 0.36                   | 0.04           | 12.76                   | 0.08                   | 0.05 |
| 4           | RM    | C2      | Y                     | 12.71                   | 0.30                   | 0.06           | 13.21                   | 0.11                   | 0.08           | 12.41                   | 0.16                   | 0.09 |
| 5           | RM_AT | C2      | Y                     | 10.77                   | 0.10                   | 0.04           | 10.79                   | 0.05                   | 0.04           | 7.70                    | 0.06                   | 0.05 |

Tableau 4-2 : Synthèse des résultats AME - Premières fréquences propres  $f_{01}$ , amplitude  $A_1$  et taux d'amortissement  $\varepsilon_1$  correspondants

Les premières fréquences propres sont dans la plage 1 (entre 5 et 15 Hz) suivant les trois directions d'acquisition de l'accéléromètre (Xa, Ya, et Za).

On note que pour un impact selon Y en configuration  $C_3$  les paramètres varient peu entre le robot mobile RM et le robot fixe RF. On peut donc considérer que l'axe linéaire U n'a pas d'incidence particulière sur les résultats.

L'installation de la tête de dépôt sur le robot mobile maintient le taux d'amortissement  $\varepsilon_1$  plus ou moins stable et entraîne comme attendu une baisse de la première fréquence propre  $f_{01}$ , ainsi que son amplitude de déplacement  $A_1$ .

Il existe une relation de proportionnalité entre l'accélération  $A_{cc}$  et la masse m (Eq. 4-1).

| F            |       |
|--------------|-------|
| $A_{cc} = -$ | (4-1) |
| m            |       |

L'augmentation de la masse *m* conduit à une diminution de l'amplitude de l'accélération  $A_{cc}$  et donc de  $A_1$ . C'est pourquoi les paramètres ( $f_0$ ,  $A_1$ ) sont plus bas lorsqu'une tête de dépôt est ajoutée au robot.

#### 4.1.4. Influence des configurations sur les paramètres modaux

On s'intéresse à présent à l'évolution des fréquences propres  $f_{01}$  et taux d'amortissement  $\varepsilon_1$  en fonction de la configuration du robot.

On considère les impacts suivant les trois directions (X, Y, Z), dans les 5 configurations ( $C_1, ..., C_5$ ), pour le robot mobile *RM*. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant (Tab. 4-3).

| Type de robot | Configurations | Direction d'impact | f <sub>01</sub> [Hz] | A <sub>1</sub> [mm] | ε1   |
|---------------|----------------|--------------------|----------------------|---------------------|------|
|               | C1             | Х                  | 6.25                 | 0.09                | 0.11 |
|               | $C_1$          | Y                  | 6.25                 | 0.13                | 0.07 |
|               | C1             | Z                  | 6.25                 | 0.13                | 0.03 |
|               | $C_2$          | Х                  | 5.00                 | 0.02                | 0.04 |
|               | $C_2$          | Y                  | 8.75                 | 0.03                | 0.05 |
|               | $C_2$          | Z                  | 8.67                 | 0.37                | 0.11 |
| DM            | C <sub>3</sub> | Х                  | 6.67                 | 0.04                | 0.05 |
| KIVI          | C <sub>3</sub> | Y                  | 10.52                | 0.28                | 0.08 |
|               | C <sub>3</sub> | Z                  | 10.36                | 0.18                | 0.11 |
|               | $C_4$          | Х                  | 8.85                 | 0.20                | 0.13 |
|               | $C_4$          | Y                  | 9.36                 | 0.14                | 0.10 |
|               | $C_4$          | Z                  | 9.23                 | 0.31                | 0.09 |
|               | C <sub>5</sub> | Х                  | 7.17                 | 0.13                | 0.06 |
|               | C <sub>5</sub> | Y                  | 6.77                 | 0.20                | 0.13 |
|               | $C_5$          | Z                  | 6.62                 | 0.25                | 0.15 |

Tableau 4-3 : Paramètres modaux pour les différentes configurations

Le graphe d'évolution des fréquences propres en fonction de la configuration (Fig. 4.6) montre que l'ensemble des premières fréquences propres est compris entre 6 et 11 Hz quel que soit la configuration choisie. La configuration  $C_3$  présente les fréquences les plus élevées et  $C_2$  les plus faibles, ce qui indique que celles-ci nécessitent plus d'énergie pour être excitées.



Figure 4.6 : Evolution des fréquences propres en fonction de la configuration

Le graphe d'évolution de l'amplitude des déplacements  $A_1$  en fonction de la configuration (Fig. 4.7) montre que l'amplitude des oscillations varient fortement avec la configuration.



Figure 4.7 : Evolution de l'amplitude des oscillations en fonction de la configuration

Les plus faibles amplitudes sont observées en configuration  $C_2$  pour les impacts en X et Y, le plan XY correspondant au plan de travail habituel de dépôt de matière.

#### 4.1.5. Synthèse de l'analyse modale des robots

L'analyse modale expérimentale (AME) des robots a révélé plusieurs éléments :

- Les premières fréquences propres des robots se situent entre 5 et 14 Hz.
- Les résultats obtenus pour le robot mobile *RM* sont sensiblement les mêmes que ceux obtenus pour le robot fixe *RF*. Il n'y a donc pas d'incidence de l'axe linéaire *U*. L'ajout de la tête de dépôt au robot entraine une diminution de la 1<sup>ère</sup> fréquence propre ainsi qu'une réduction de l'amplitude de déplacement.
- La fréquence propre varie en fonction de la configuration. Pour les configurations  $C_2$  et  $C_3$  les plus utilisées, on note que  $C_2$  selon X et Y présente les amplitudes déplacement les plus faibles.

Bien que l'on note une évolution entre les configurations  $C_2$  et  $C_3$ , les résultats obtenus ne sont pas suffisants pour tirer une conclusion quant au choix de telle ou telle configuration. C'est pourquoi nous nous intéressons au comportement cinématique des robots.

Cette analyse a pour objectif, d'une part, d'évaluer la capabilité cinématique de la cellule et d'autre part, d'analyser les phénomènes d'oscillations de dépôt de matière lors du suivi d'une trajectoire. Une première étude rapide est menée au moyen d'un système Ballbar. L'étude plus approfondie du comportement cinématique de suivi de trajectoire est ensuite réalisée par l'utilisation conjointe d'un laser tracker et d'un accéléromètre.

## 4.2. Test Ballbar

Le système d'acquisition Ballbar<sup>©</sup> QC20-W de Renishaw (Fig. 4.8) est majoritairement utilisé pour tester les performances de machines à commande numérique. Ce test peut également être effectué sur des robots pour évaluer leur performance. Nous nous intéressons plus particulièrement aux jeux, et aux écarts de trajectoire pour un parcours circulaire.



Figure 4.8 : Système BallBar Renishaw QC20-W

#### 4.2.1. Protocole expérimental

Le test classique consiste à mesurer de manière précise le trajet circulaire réel, pour une rotation complète de 360° en sens horaire et antihoraire, et le comparer au trajet théorique programmé (Fig. 4.9).

Au moyen d'allonges, le rayon du test peut être modifié pour refléter la sensibilité à certains problèmes. Par exemple, les cercles à grands rayons sont plus efficaces pour mettre en exergue les erreurs de géométrie. Les petits cercles sont plus sensibles aux différences ou retards d'asservissement. La vitesse de parcourt permet également d'identifier différents facteurs d'imprécision.



Figure 4.9 : Protocole d'un test Ballbar

Pour réaliser les tests BallBar, nous commençons par générer les programmes, régler le TCP du robot, réaliser les trajectoires à vide, puis effectuer les acquisitions et analyser les résultats (Fig. 4.9). Les acquisitions sont réalisées avec le robot mobile RM équipé de la tête de dépôt laser-fil, dans des configurations intermédiaires entre  $C_2$  et  $C_3$  pour des raisons de montage et d'accessibilité.

Nous avons choisi de réaliser des tests dans les trois plans *XY*, *YZ* et *ZX* avec les trois valeurs de rayons disponibles : 100, 150 et 300 mm et suivant 3 vitesses (1000, 2500, 5000 mm/min).

Sur les 27 essais réalisés, 15 ont aboutis et 12 acquisitions ont été interrompues ou étaient impossibles à réaliser, du fait de l'encombrement de la tête. Ainsi, le rayon de 300 mm n'a pas permis d'obtenir des acquisitions cohérentes.



Figure 4.10 : Exemple de paramètres de diagnostic d'un test Ballbar

Dans le cadre de ces essais, nous retenons les paramètres de diagnostic suivants proposés par le logiciel (Fig. 4.10) : circularité, jeu à l'inversion, pics d'inversion et, jeu latéral.

#### 4.2.2. Résultat et synthèse

Nous présentons tout d'abord à titre d'exemple les valeurs du défaut de circularité mesuré dans tous les plans, pour un rayon de 150 mm (Tab. 4-4). On constate une augmentation du défaut de circularité avec l'augmentation de la vitesse.

| Rayon (mm) | Plan | Vitesse (mm/min) | Défaut de circularité (µm) |
|------------|------|------------------|----------------------------|
|            | XY   |                  | 473.7                      |
|            | YZ   | 1000             | 573.6                      |
|            | ZX   |                  | 474.4                      |
| 150        | XY   | 2500<br>5000     | 518.4                      |
| 150        | YZ   |                  | 630.5                      |
|            | ZX   |                  | 612.7                      |
|            | XY   |                  | 509.4                      |
|            | YZ   |                  | 717.5                      |

Tableau 4-4 : Défaut de circularité pour un rayon 150 mm

Nous présentons également à titre d'exemple un relevé dans le plan XY à 2500 mm/min (Fig. 4.11) matérialisant les différents jeux.

#### Diagnostiques Ballbar (µm) XY 360Deg 150mm 20210506-111132 Opérateur: emvolo Date: 2021-mai-06 11:11:32



Figure 4.11: Exemple de résultat dans le plan XY, rayon 150 mm, vitesse 2500 mm/min

Le tableau général des jeux enregistrés est donné en Annexe 4-3. Nous présentons (Tab. 4-5) les résultats obtenus dans le plan XY qui correspond au plan de travail courant. Concernant les jeux à l'inversion, les pics d'inversion et les jeux latéraux, on note des évolutions en fonction de la vitesse. On note également que les jeux latéraux sont nettement plus marqués suivant X qui correspond à la liaison  $q_1$  que suivant Y.

| Rayon<br>(mm) | Vitesse<br>mm/min | Jeu à<br>l'inversion<br>axe X [µm] | Jeu à<br>l'inversion<br>axe Y [µm] | Pic<br>d'inversion<br>axe X [µm] | Pic<br>d'inversion<br>axe Y [µm] | Jeu<br>latéral<br>axe X<br>[µm] | Jeu<br>latéral<br>axe Y<br>[µm] |
|---------------|-------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
|               | 1000              | >-33,9                             | ^ 1,4                              | > -29,8                          | ^-23,3                           | > -399,5                        | ∧ -39,6                         |
| 100           | 1000              | < -39,1                            | ∨-56                               | <-14,4                           | ∨-58,4                           | < 328,2                         | ∨ -196,9                        |
| 100           | 2500              | > -6,5                             | ∧ -33,6                            | > 5                              | ^-14,1                           | > 419,8                         | ∧-33,3                          |
|               |                   | < -18                              | ∨ -16,8                            | < 9,5                            | ∨-49,3                           | < 260,7                         | ∨ -204,6                        |
|               | 1000              | > -30                              | ^ -20,1                            | > -40,1                          | ^24,6                            | > 171,4                         | ∧ -155,6                        |
|               |                   | < -15,2                            | ∨ -13,6                            | < 20,7                           | ∨-20                             | <373,1                          | ∨ -39,2                         |
| 150           | 2500              | > -28,7                            | ∧ -11,5                            | > -21,4                          | ∧ -13,7                          | > 123,7                         | ∧ -167                          |
| 150           | 2300              | <-15,2                             | ∨ -22                              | <-1,7                            | ∨ -8,7                           | < 391,3                         | ∨ -28,1                         |
|               | 5000              | > -50,3                            | ∧ <b>-</b> 2,1                     | > 24,6                           | ^-43,7                           | > 108,9                         | ∧ -129,4                        |
|               | 5000              | < -19,8                            | ∨ -53,7                            | < 158                            | ∨-48,3                           | <414,3                          | ∨ -14,3                         |

Tableau 4-5: défauts de jeux dans le plan XY

Il ressort de cette étude que :

- Les défauts de circularités sont significatifs (de l'ordre de 0.4 à 0.7 mm) et augmente avec la vitesse.
- Les jeux d'inversion et jeux latéraux sont significatifs (de l'ordre de 0.4 mm).

Ces valeurs, bien que non négligeables, ont été jugées non critiques au vu de la précision attendue lors du dépôt de matière (précision relative visée 1 mm). Cependant, cette première analyse n'apporte que peu d'informations quant au problème d'oscillations de la trajectoire. Nous avons donc choisi d'analyser plus précisément le comportement cinématique des robots lors du suivi d'une trajectoire avec l'utilisation conjointe d'un laser tracker et d'un accéléromètre.

## 4.3. Etude du comportement cinématique lors du suivi d'une trajectoire par laser tracker et accéléromètre triaxial

Au travers de cette étude plus approfondie, nous nous intéressons au comportement cinématique du robot mobile *RM* avec tête de dépôt pour le suivi de trois types de trajectoires : linéaire, circulaire et à profil carré, pour les deux configurations  $C_2$  et  $C_3$  (Fig. 4.12). Les origines pièces sont définies par rapport à l'origine de la cellule. Les acquisitions ont également été réalisées sur le robot mobile sans tête et le robot fixe (Annexe 4-4) mais elles ne sont pas présentées ici. Elles confirment les résultats de l'étude menée sur le robot mobile avec tête de dépôt.



Figure 4.12 : Configurations C2 et C3

## 4.3.1. Protocole expérimental

Afin de mener cette étude, nous avons intégré (Fig. 4.13) les deux systèmes d'acquisition suivants : le laser tracker Leica AT901-B et l'accéléromètre piézoélectrique triaxial A/30-1/669 (Annexe 4-1).



Figure 4.13 : Protocole expérimental laser tracker et accéléromètre triaxial

L'étape préliminaire (Fig. 4.14) consiste à positionner le laser tracker et le réflecteur optique afin d'obtenir le suivi continu de celui-ci sans interruption du faisceau sur l'ensemble de la trajectoire. L'acquisition est réalisée au travers du logiciel Tmax associé au laser tracker et l'analyseur vibro-acoustique OROS associé à l'accéléromètre, de façon simultanée.
| Lancement<br>laser tracker       | Prépara<br>acquisi<br>(Tmax ,O  | tion<br>ROS)                              | Trajectoire<br>rogrammé<br>Exécuti<br>trajecto<br>program | e<br>ion<br>bire<br>mée     | Enregistrem<br>acquisitio<br>(fichiers .m<br>et .txt) | nent<br>ns<br>xml          | Trajectoire réelle  |
|----------------------------------|---------------------------------|---|---|-----------------------------|---|----------------------------|---------------------|
| Instal<br>réflecteu<br>et accéle | lation<br>r optique<br>éromètre | Enregistrem<br>points initia<br>et finaux | ient<br>iux   | Acquisit<br>sur Tma<br>OROS | ion<br>x et<br>S                                      | Exploitation des résultats | Ecarts trajectoires |



Les acquisitions sont réalisées pour différentes vitesses : 600 mm/min, 1200 mm/min et 2400 mm/min avec synchronisation ou non de l'axe linéaire *U*. L'ensemble des acquisitions réalisées sont précisées en Annexe 4-4. Le robot effectue les différentes trajectoires dans le plan *XY* suivant les deux modes :

- $U_0$ : commande sans synchronisation avec l'axe linéaire U.
- $U_1$ : commande avec synchronisation de l'axe U. Dans ce cas, les déplacements suivant l'axe X sont entièrement réalisés par l'axe linéaire U.

Au terme de chaque acquisition, nous obtenons un fichier issu du laser tracker et un fichier issu de l'analyseur OROS.

#### 4.3.2. Analyse des trajectoires circulaires

Les acquisitions sont réalisées pour une trajectoire circulaire de rayon 200 mm (Tab. 4-6) pour les valeurs de paramètres suivants :

| Configurations | Mode de commande | Vitesses [mm/min] |
|----------------|------------------|-------------------|
| C              | $\mathrm{U}_0$   | 600, 1200, 2400   |
| $C_2$          | $U_1$            | 600, 1200, 2400   |
| C <sub>3</sub> | $U_0$            | 600, 1200, 2400   |
|                | $U_1$            | 600, 1200, 2400   |

Tableau 4-6 : Valeurs des paramètres pour les trajectoires circulaires

#### Analyse des acquisitions du laser tracker

Au terme de chaque expérience, nous obtenons un fichier de données exprimées dans le repère du laser tracker (Fig. 4.15).



Figure 4.15 : Différents repères : configuration C2 (a), configuration C3(b)

Nous traitons les données dans le logiciel Matlab<sup>©</sup> (Fig. 4.16) de manière à exprimer cellesci dans le repère de la trajectoire défini par rapport au repère origine de la cellule et comparer celles-ci par rapport à la trajectoire théorique.



Figure 4.16 : Traitement des données issues du laser tracker

Afin de comparer les différentes courbes d'acquisition entre elles, nous avons retenu comme paramètre l'écart au rayon  $E_{R_moy}$  (Eq. 4-2), définit comme la différence entre le rayon théorique et le rayon réel.

$$E_{R\_moy} = R_{théorique} - R_{moy}_{réel}$$
(4-2)

$$R_{moy_{r\acute{e}el}} = \frac{\sum R_i}{N} \text{ avec } R_i = \sqrt{\left(x_i \cdot x_{centre}\right)^2 + \left(y_i \cdot y_{centre}\right)^2}$$
(4-3)

Ceci permet de minimiser la distorsion de la courbe enregistrée par rapport au cercle théorique dans le plan *XY* liées aux différentes erreurs de positionnement du laser tracker et du robot, ainsi que les oscillations en phase de démarrage et d'arrêt lors du suivi de trajectoire.

Les résultats présentés concernent uniquement les acquisitions réalisées pour une vitesse de 600 mm/min qui est proche de la vitesse de dépôt.



Figure 4.17 : Évolution de l'écart moyen au rayon  $E_{R_{moy}}(600 \text{ mm/min})$ 

Nous pouvons en déduire que (Fig. 4.17) :

- · L'écart moyen au rayon est de l'ordre de 0.07 mm .
- Les écarts sont plus faibles en configuration  $C_2$  par rapport à la configuration  $C_3$ .
- Les écarts sont légèrement plus faibles lorsque l'axe linéaire U accompagne le robot dans ses déplacements suivant la direction X (Mode  $U_1$ ).

#### Analyse des acquisitions de l'accéléromètre triaxial

L'acquisition réalisée par l'accéléromètre triaxial est enregistrée via l'analyseur vibroacoustique OROS OR35. Ces données sont traitées dans le logiciel Igor Pro8<sup>©</sup> afin d'extraire les signaux d'accélération (Fig. 4.18). Après simple et double intégration des signaux, on accède aux vitesses et aux déplacements en fonction du temps.



Figure 4.18 : Traitement des données de l'accéléromètre triaxial

Nous présentons les résultats obtenus pour le cercle en configurations  $C_2$  et  $C_3$  pour une vitesse de 600 mm/min (Fig. 4.19) et 1200 mm/min (Fig. 4.20) en mode  $U_0$ . Nous considérons deux paramètres pour l'analyse des courbes : la déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_moy$  et en position  $\Delta P_moy$ .





Figure 4.20 : Variation de la déviation (1200 mm/min): vitesse(a), position (b)

Les résultats (Fig. 4.19, Fig. 4.20) révèlent que :

- Les pics d'oscillations se produisent au début et à la fin de l'acquisition ce qui correspond aux phases de démarrage et à d'arrêt lors du suivi de trajectoire. Entre ces phases, l'amplitude des oscillations est plus ou moins stable avec des pics plus importants pour  $C_3$  lorsque la vitesse est à 1200 mm/min.
- La déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  est plus faible en configuration  $C_2$  qu'en configuration  $C_3$  à 1200 mm/min, ce qui n'est pas le cas pour 600 mm/min.
- · La déviation moyenne en position  $\Delta P_{moy}$  reste stable, quelle que soit la vitesse.

Nous analysons maintenant les courbes de vitesses et de positions en fonction du mode  $U_0$  et  $U_1$  pour les deux configurations  $C_2$  (Fig. 4.21) et  $C_3$  (Fig. 4.22). Les acquisitions pour les deux vitesses précédentes n'ayant pas aboutis pour  $U_1$ , nous analysons les résultats pour les acquisitions à une vitesse de 2400 mm/min.

- On constate que les courbes évoluent de la même façon pour les deux modes  $U_0$  et  $U_1$ .
- La déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_m oy$  est légèrement plus faible pour le mode  $U_1$  et les déviations en position  $\Delta P_m oy$  restent inchangées en  $C_3$ . L'utilisation de l'axe externe U réduit ainsi sensiblement la déviation en vitesse.
- On note également que la déviation moyenne en vitesse  $\Delta V\_moy$  est plus faible en configuration  $C_2$  qu'en configuration  $C_3$ . Nous privilégions donc la configuration  $C_2$  pour les trajectoires circulaires.



Synthèse de l'analyse des trajectoires circulaires

Les résultats obtenus avec le laser tracker révèlent un écart moyen au rayon inférieur à 0.2 mm ce qui est cohérent et qui reste en adéquation avec la précision attendue (de l'ordre du millimètre). On constate que cet écart varie en fonction de la configuration ( $C_2$ ,  $C_3$ ), et du mode de fabrication ( $U_0$  ou  $U_1$ ).

Les observations réalisées sur les résultats obtenus avec l'accéléromètre triaxial concordent avec celles obtenues à l'aide du laser tracker, en particulier en ce qui concerne l'évolution de la déviation moyenne de vitesse et de position.

Ceci nous permet de formuler des recommandations qui sont intégrées dans l'outil d'aide à la décision OAD-FAMGP présenté au Chapitre 2.

- Positionner le repère pièce plus proche de la configuration  $C_2$  que  $C_3$ .
- Privilégier l'utilisation synchronisé de l'axe linéaire *U* lors de grands déplacements suivant la direction *X*.
- Lisser la trajectoire pour réduire les pics d'oscillations pour les phases de démarrage et d'arrêt.

Afin de confirmer ces recommandations, nous nous intéressons maintenant aux trajectoires rectilignes et à profil carré.

#### 4.3.3. Analyse des trajectoires rectilignes

Les trajectoires circulaires précédentes sont réalisées uniquement dans le plan XY et ne permettent donc pas d'évaluer le comportement dans toutes les directions. Ainsi, nous nous intéressons à des trajectoires rectilignes suivant les trois directions X, Y et Z. Les programmes permettent de se déplacer sur une course de 200 mm pour les modes  $U_0$  et  $U_1$  et en configuration  $C_2$  et  $C_3$  (Fig. 4.23).



Figure 4.23 : Trajectoires rectilignes : configuration C2 (a), configuration C3 (b)

Le protocole expérimental décrit pour les cercles est le même que pour les trajectoires rectilignes. Le détail des expériences de ces trajectoires est donné en Annexe 4-4. Le traitement des données est également le même que celui décrit pour le cercle notamment pour les résultats du laser tracker (Fig. 4.16) et ceux de l'accéléromètre triaxial (Fig. 4.18).

#### Analyse des acquisitions du laser tracker

Les acquisitions du laser tracker sont représentées sous forme d'un nuage de points dans le repère orthonormé *XYZ* (Fig. 4.24). La trajectoire théorique est ensuite discrétisée en considérant la même origine et le même nombre de points que l'acquisition.

Les écarts de trajectoires sont alors calculés suivant les deux directions perpendiculaires à la direction de déplacement entre les coordonnées réelles et théoriques. Si la direction de déplacement  $DIR_1$  est X, les écarts  $E_{2i}$  et  $E_{3i}$  sur chaque point *i* sont calculés suivant les directions respectives  $DIR_2(Y)$  et  $DIR_3(Z)$  (Fig. 4.25). Nous calculons ensuite les écarts moyens  $E_{2\_moy}$  (Eq. 4-4) et  $E_{3\_moy}$  (Eq. 4-5) pour l'ensemble des points suivant la direction  $DIR_2$  et  $DIR_3$  respectivement.



$$E_{2_{moy}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} E_{2i}$$

$$E_{3_{moy}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} E_{3i}$$
(4-4)
(4-5)

L'écart quadratique moyen  $E_{q_moy}$  représente l'écart total de la trajectoire réelle par rapport à la trajectoire théorique pour chaque direction de déplacement (Eq. 4-6).

$$E_{q_{moy}} = \sqrt{E_{2_{moy}}^2 + E_{3_{moy}}^2}$$
 (4-6)



Figure 4.25: Ecart quadratique pour la trajectoire X (a), Y (b), Z (c)

On s'intéresse à présent à l'indicateur  $E_{q\_moy}$  pour les différentes trajectoires rectilignes (X, Y, Z) (Tab. 4.7). Notons que l'axe linéaire en mode  $U_1$  est utilisé uniquement pour les déplacements suivant X. Comme préccédement, nous présentons uniquement le résultat des acquisitions pour une vitesse de 600 mm/min proche de la vitesse de dépôt de matière.

| Trajectoire | Configuration  | Mode  | $E_{q_moy}[mm]$ |
|-------------|----------------|-------|-----------------|
| V           | C              | $U_0$ | 0.22            |
| Λ           | $C_2$          | $U_1$ | 0.12            |
|             | C              | $U_0$ | 0.11            |
|             | $C_3$          | $U_1$ | 0.15            |
| v           | $C_2$          | $U_0$ | 0.29            |
| 1           | C <sub>3</sub> | $U_0$ | 0.65            |
| 7           | $C_2$          | $U_0$ | 0.36            |
| L           | $C_3$          | $U_0$ | 0.58            |

Tableau 4-7: Ecarts quadratiques moyens  $E_{q_moy}$  (600 mm/min)

En ce qui concerne l'évolution de l'écart quadratique en fonction du mode de déplacement suivant X (Fig. 4.26), on note une diminution nette de l'écart quadratique moyen  $E_{q\_moy}$  en mode  $U_I$  pour la configuration  $C_2$  mais que l'on ne retrouve pas en  $C_3$  et ceci quel que soit la vitesse.



Figure 4.26 : Evolution de l'écart quadratique moyen Eq\_moy en fonction du mode de commande

On note que l'écart quadratique moyen  $E_{q\_moy}$  augmente globalement lorsqu'on passe d'une configuration  $C_2$  à une configuration  $C_3$  (Fig. 4.27) et ceci suivant les trois directions.



Figure 4.27 : Evolution de l'écart quadratique moyen Eq\_moy en fonction de la configuration (600 mm/min)

#### Analyse des acquisitions de l'accéléromètre triaxial

Le traitement de signaux des trajectoires rectilignes permet de déterminer les déviations moyennes en vitesse  $\Delta V_{moy}$  et en position  $\Delta P_{moy}$  (Tab. 4-8) pour les trajectoires X, Y et Z. Les courbes des variations des trajectoires rectilignes sont données en Annexe 4-4.

| Trajectoire | Configuration  | Mode  | $\Delta V_{moy}$ [mm/min] | $\Delta P_{moy}$ [mm] |
|-------------|----------------|-------|---------------------------|-----------------------|
|             | C              | $U_0$ | 13.88                     | 0.04                  |
| v           | $C_2$          | $U_1$ | 42.54                     | 0.04                  |
| Λ           | C              | $U_0$ | 32                        | 0.08                  |
|             | $C_3$          | $U_1$ | 23.23                     | 0.04                  |
| v           | $C_2$          | $U_0$ | 35.74                     | 0.03                  |
| I           | C <sub>3</sub> | $U_0$ | 34.05                     | 0.05                  |
| 7           | $C_2$          | $U_0$ | 54.18                     | 0.07                  |
|             | C <sub>3</sub> | $U_0$ | 34.07                     | 0.07                  |

Tableau 4-8 : Déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  et position  $\Delta P_{moy}$  pour les trajectoires rectilignes

On constate que :

- Les pics d'oscillations se produisent au début et à la fin de l'acquisition comme pour les trajectoires circulaires (Fig. 4.28).
- Les courbes évoluent de la même façon pour les modes  $U_0$  et  $U_1$  de la trajectoire X (Annexe . 4-4). Les déviations moyennes sont plus faibles pour  $U_1$  en configuration  $C_3$  et restent stable en  $C_2$  pour  $\Delta P\_moy$ .
- La déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  est plus importante en  $C_2$  pour les trajectoires . rectilignes à l'exception de la trajectoire  $X_U_0$ . Cependant, la déviation moyenne en position  $\Delta P$ \_moy est plus faible en  $C_2$  qu'en  $C_3$  ou reste stable.



*Figure 4.28 : Variation de la déviation (Y – 600 mm/min), vitesse (a), position(b)* 

#### Synthèse de l'analyse des trajectoires rectilignes

L'analyse des trajectoires rectilignes aboutit aux mêmes conclusions que pour les trajectoires circulaires et révèlent que :

- L'écart quadratique moyen  $E_{q\_moy}$  est inférieur à 0.7 mm et est globalement plus faible en configuration  $C_2$  qu'en  $C_3$ . Le mode  $U_1$  a les plus faibles valeurs de  $E_{q\_moy}$  dans la configuration  $C_2$ .
- La déviation moyenne en position  $\Delta_{P_moy}$  est globalement plus faible, en configuration  $C_2$  qu'en configuration  $C_3$ , et en mode  $U_1$  qu'en mode  $U_0$ .

Nous nous intéressons maintenant aux trajectoires à profil carré.

#### 4.3.4. Analyse des trajectoires à profil carré

Nous analysons le comportement du robot lors des changements brusque de direction.



Figure 4.29 : Trajectoires à profil carré , configuration C2 (a), configuration C3 (b)

Pour cela, nous réalisons des acquisitions pour des trajectoires à profil carré de 300 mm de côté dans le plan XY, pour les configurations  $C_2$  et  $C_3$  (Fig. 4.29). Pour des raisons de butée articulaires, le positionnement des trajectoires en configuration  $C_2$  et  $C_3$  ne sont pas exactement identiques par rapport aux acquisitions précédentes.

Le protocole expérimental (Fig. 4.13) est le même que pour les trajectoires précédentes ainsi que le traitement des données (Fig. 4.16, Fig. 4.18).

#### Analyse des acquisitions du laser tracker

Comme pour les trajectoires rectilignes, nous déterminons l'écart quadratique  $E_{q\_moy}$  (Eq. 4-6) suivant les deux axes perpendiculaires à la direction de déplacement concernée, pour l'ensemble des points des segments *S1*, *S2*, *S3*, *S4* (Fig. 4.30, Fig. 4.31).

Nous calculons ensuite la moyenne des écarts quadratique  $E_{q\_moy}$  pour les quatre segments du carré (Tab. 4-9). Comme précédemment, nous nous intéressons aux acquisitions pour la vitesse de 600 mm/min. La trajectoire inclut des déplacements en X et en Y. Le mode  $U_I$  n'étant pas pertinent pour les déplacements en Y, nous analyserons uniquement les acquisitions en mode  $U_0$ .

| Configuration  | E <sub>q_moy</sub><br>S1 | Eq_moy<br>S2 | $\begin{array}{c} E_{q\_moy}\\ S3 \end{array}$ | $\begin{array}{c} E_{q\_moy} \\ S4 \end{array}$ | Moyenne Eq_moy |
|----------------|--------------------------|--------------|--|---|----------------|
| C <sub>2</sub> | 0.19                     | 0.28         | 0.09   | 0.41  | 0.24           |
| C <sub>3</sub> | 0.13                     | 0.69         | 0.06   | 0.78  | 0.42           |

Tableau 4-9 : Ecarts quadratiques moyens  $E_{q_moy}$  pour les trajectoires à profil carré (600 mm/min)

Les valeurs de  $E_{q\_moy}$  en configuration  $C_2$  restent globalement inférieures à celle obtenu pour  $C_3$  (Tab. 4-9) ainsi que la moyenne des quatre segments.



Figure 4.30 : Trajectoire à profil carré configuration C2 (600 mm/min)

En considérant les conclusions concernant les trajectoires rectilignes, nous posons l'hypothèse que l'introduction du mode  $U_1$  pour les déplacements en X, c'est-à-dire pour les segments SI et S3 (Fig. 4.30), pourrait potentiellement réduire davantage la valeur de  $E_{q_moy}$ . Cependant, l'intégration du mode  $U_1$  sur une portion de la trajectoire implique la division du parcours en quatre zones distinctes, nécessitant un programme distinct pour chacune avant de fusionner les trajectoires. Bien que cela soit possible via le logiciel NX Siemens, la gestion automatique des transitions entre ces zones pourrait poser un problème. Dans le cadre de cette étude, nous n'avons pas eu l'occasion de réaliser d'acquisitions supplémentaires pour vérifier cette hypothèse pour des questions de disponibilités de la cellule.



*Figure 4.31 : Trajectoire à profil carré configuration C3 (600 mm/min)* 



Analyse des acquisitions de l'accéléromètre triaxial

*Figure 4.32* : *Variation de la déviation (600 mm/min) : vitesse(a), position(b)* 

Les critères considérés pour l'analyse des acquisitions sont comme précédemment la déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  et en position  $\Delta P_{moy}$  pour chaque segment du carré (Tab. 4-10).

| Configuration         | Segment | $\Delta V_{moy}$ | $\Delta P_{moy}$ | Moyenne $\Delta V_{moy}$ | Moyenne $\Delta P_{moy}$ |
|-----------------------|---------|------------------|------------------|--------------------------|--------------------------|
|                       | S1      | 51.98            | 0.06             |                          |                          |
| C                     | S2      | 36.43            | 0.08             | 39.85 0.08               | 0.08                     |
| $C_2$                 | S3      | 52.06            | 0.09             |                          | 0.08                     |
|                       | S4      | 18.92            | 0.09             |                          |                          |
|                       | S1      | 52.04            | 0.07             |                          |                          |
| <b>C</b> <sub>3</sub> | S2      | 37.15            | 0.11             | 11.06                    | 0.00                     |
|                       | S3      | 58.03            | 0.09             | 44.00                    | 0.09                     |
|                       | S4      | 29.04            | 0.11             |                          |                          |

Tableau 4-10 : Déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  et position  $\Delta P_{moy}$  pour les trajectoires à profil carré (600 mm/min)

Les résultats obtenus (Fig. 4.32) montrent que :

- Les pics d'amplitude surviennent aux changements de directions.
- La déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_m oy$  et de position  $\Delta P_m oy$  reste globalement inférieure pour la configuration  $C_2$  que pour la configuration  $C_3$ . Ceci rejoint les résultats obtenus avec le laser tracker.

#### Synthèse de l'analyse des trajectoires à profil carré

L'analyse des trajectoires à profil carré aboutit aux mêmes conclusions que pour les trajectoires circulaires et révèlent que :

- L'écart quadratique  $E_{q_moy}$  est inférieur à 0.5 mm et plus faible en configuration  $C_2$  qu'en configuration  $C_3$ ,
- Les déviations moyennes en vitesse  $\Delta V_{moy}$  et en position  $\Delta P_{moy}$  sont globalement plus faibles en configuration  $C_2$  qu'en configuration  $C_3$ ,

· On enregistre des pics importants d'oscillations lors des changements de directions.

Comme dans le cadre de l'usinage, il peut être intéressant par la suite d'intégrer des stratégies de lissage ou de modification de trajectoires afin d'atténuer les pics d'oscillations lors des changements de direction.

#### 4.3.5. Corrélation des données du laser tracker et de l'accéléromètre triaxial

L'analyse des acquisitions réalisées avec le laser tracker (LT) et l'accéléromètre triaxial (AT), conduit aux mêmes conclusions pour les trajectoires analysées. Nous souhaitons nous passer d'un des deux instruments lors des futures études et proposons d'établir une corrélation du point de vue des données acquises afin de simplifier la mise en œuvre.

La comparaison entre LT et AT se fait sur les signaux d'accélération et de vitesse. Pour le signal AT, on réalise directement une intégration de l'accélération pour obtenir la vitesse. Pour LT, on effectue une première dérivation pour la vitesse et une seconde pour l'accélération. On rééchantillonne ensuite le signal du laser tracker LT sur la base de l'accéléromètre AT. La fréquence d'échantillonnage de LT est de 50 Hz et celle de AT est de 6400 Hz.

Nous définissons des coefficients de corrélation  $A\_Corr$  (pour l'accélération) et  $V\_Corr$  (pour la vitesse). Ces coefficients varient de 0 (pas de corrélation) à 1 (forte corrélation) et sont des indicateurs du niveau de correspondance des différentes données.

#### Corrélations des données pour les trajectoires circulaires

Les signaux d'accélération et de vitesse du cercle, issus des acquisitions LT (en rouge) et AT (en bleue), se superposent (Fig. 4.33) (Fig. 4.34). La corrélation est plus importante sur les courbes des accélérations ( $A\_Corr$ ) comparé aux courbes des vitesses ( $V\_Corr$ ).

En outre, pour toutes les courbes, les amplitudes des oscillations de AT (en bleue) sont supérieures à celles du LT (en rouge). Ceci est probablement lié à la fréquence d'échantillonnage de l'accéléromètre triaxial AT qui est plus élevé que celle du LT. Par ailleurs, le signal de l'accéléromètre triaxial AT s'étale sur une plus longue période. Cette différence s'explique par le fait que l'acquisition avec l'accéléromètre intègre l'amortissement, tandis que l'acquisition avec le laser s'arrête lorsque le robot s'immobilise.



Figure 4.33 : Corrélation pour une trajectoire circulaire (600 mm/min - C2), accélération (a), vitesse (b)



Figure 4.34 : Corrélation des données trajectoire circulaire (2400 mm/min – C2) accélération (a), vitesse (b)

#### Corrélations des données pour les trajectoires à profil carré

Les courbes de vitesse et d'accélération pour les trajectoires à profil carré (Fig. 4.35) (Fig. 4.36) ont le même comportement que pour les trajectoires circulaires. On obtient même une meilleure corrélation des données ( $A_corr=0.87$  et  $V_cor=0.65$ ) (Fig. 4.35) avec le signal d'accélération amorti comme expliqué précédemment.



Figure 4.35 : Corrélation des données trajectoire à profil carré (600 mm/min -C2), accélération (a), vitesse (b)



*Figure 4.36 : Corrélation des données trajectoire à profil carré (2400 mm/min – C2), accélération (a), vitesse (b)* 

#### Synthèse de la corrélation des données

Pour l'ensemble des courbes présentées, mais également pour l'ensemble des acquisitions réalisées, nous notons une bonne corrélation entre les données issues du laser tracker (LT) et celles de l'accéléromètre triaxial (AT). Celle-ci est plus nette concernant l'accélération avec des coefficients de corrélation proche de 0.9 car il s'agit du signal d'entrée de l'accéléromètre triaxial. Concernant la vitesse, la valeur de corrélation est bonne et les courbes issues de l'accéléromètre donnent des informations plus marquées du fait que la fréquence d'échantillonnage de l'accéléromètre est supérieure au laser tracker.

Le traitement des données issues des deux moyens d'acquisitions permet d'évaluer le comportement du système pour une trajectoire spécifique avec une bonne corrélation.

Cependant, le protocole expérimental associé à l'emploie du laser tracker est complexe à mettre en œuvre, notamment en raison du positionnement de la cible laser sur la tête du robot et du suivi de son déplacement qui peut interférer avec le procédé de FAM. En revanche, l'installation de l'accéléromètre sur le robot est simple et ne perturbe pas le processus de fabrication.

Ainsi, dans le cadre de la phase expérimentale développée au chapitre suivant, nous optons pour l'utilisation de l'accéléromètre triaxial pour sa praticité et la non-interférence avec le processus de fabrication.

# 4.4. Les apports de l'étude du comportement des robots

Dans le cadre du processus de fabrication additive robotisé DED CLAD, la phase d'élaboration de la stratégie de fabrication est primordiale. Elle passe notamment par le choix du motif de dépôt (zig, zigzag, contour, etc.), le mode de fabrication retenu avec ou sans synchronisation des axes complémentaires (6 axes, 7 axes, etc.) et le positionnement de la trajectoire dans l'espace opérationnel. Ainsi, l'analyse du comportement de la cellule nous permet l'élaboration d'une stratégie de fabrication additive robotisée optimisée :

• *Mode de fabrication de la cellule* : L'utilisation de l'axe linéaire *U* apporte une amélioration des caractéristiques cinématiques lors de grands déplacements suivant

cette direction, correspondant à l'axe X de la cellule par rapport à l'utilisation du robot seul. Nous privilégions donc l'utilisation de l'axe linéaire U dans le cas de réalisation de pièce prismatique longue.

- *Choix optimisé de la configuration du robot* : l'analyse du comportement cinématique pour différentes typologies de trajectoires (circulaire, rectiligne, à profil carré) a permis d'identifier la configuration la mieux adaptée (configuration *C2*) pour des conditions de fabrication spécifiques sur le système FAMGP.
- *Identification des zones critiques de la trajectoire* : comme on pouvait le prédire, les courbes d'accélération issues des différentes mesures montrent que les zones critiques où les pics d'amplitude sont maximums, correspondant aux phases de démarrage et d'arrêt lors du parcourt de la trajectoire et de changements brusques de direction. Cela offre la possibilité d'ajuster la stratégie en conséquence, en adoptant des approches telles que le lissage des trajectoires ou la segmentation des parcours.
- *Validation de la stratégie de fabrication* : l'analyse du comportement cinématique lors du parcourt d'une trajectoire permet de comparer plusieurs stratégies avant dépôt de matière. Ceci réduit la réalisation d'échantillons qui augmentent le coût de la production. La mise en application pour le choix de la stratégie de fabrication d'une pièce applicative est présentée au chapitre 5.

Ainsi, cette étape d'analyse du comportement des robots contribue à l'optimisation du processus de fabrication additive robotisé. Les résultats obtenus facilitent la prise de décisions avisées lors de l'élaboration de la stratégie de fabrication.

# 4.5. Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude du comportement des robots de la cellule de FAMGP afin d'évaluer les capabilités de celle-ci et de définir des recommandations pour l'élaboration de la stratégie de fabrication.

La première partie concerne l'analyse modale (AME) des robots. Cette étude montre tout d'abord que les premières fréquences propres se situent entre 5 et 14 Hz ce qui est cohérent pour des robots et qu'il n'y a pas d'incidence de l'axe linéaire U sur les résultats. On note également que les fréquences propres varient en fonction de la configuration du robot et que la configuration  $C_2$  (parallélogramme ouvert) présente les amplitudes de déplacement plus faibles que la configuration  $C_3$  (parallélogramme fermé).

La deuxième partie concerne les tests Ballbar afin d'appréhender la capabilité en précision. Il ressort de cette étude que le défaut de circularité est significatif (de l'ordre de 0.4 à 0.7 mm) et augmente avec la vitesse. Les jeux d'inversion et jeux latéraux sont significatifs (de l'ordre de 0.4 mm). Ces valeurs, bien que non négligeables, ont été jugées non critiques au vu de la précision attendue lors du dépôt de matière (précision relative visée 1 mm).

La troisième partie concerne l'étude du comportement cinématique des robots lors du suivi de différentes trajectoires (circulaire, rectiligne, à profil carré) au moyen d'un laser tracker et d'un accéléromètre triaxial. L'analyse des acquisitions montre que :

- Les déviations moyennes en vitesse  $\Delta V_{moy}$  et en position  $\Delta P_{moy}$  sont globalement plus faibles en configuration  $C_2$  qu'en configuration  $C_3$ . On note que les conclusions vont dans le même sens que l'analyse modale.
- La déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  est légèrement plus faible lors de l'utilisation synchronisé de l'axe linéaire U pour un déplacement suivant X. Ce mode sera donc privilégié pour des pièces prismatiques longue.
- Les phases les plus critiques d'oscillations lors du parcourt d'une trajectoire concerne, comme on pouvait le prédire, le démarrage, l'arrêt et les changements brusques de direction.

Ces résultats ont permis des définir des recommandations intégrées dans l'outil d'aide à la décision OAD-FAMGP présenté au Chapitre 2.

La dernière partie s'intéresse à la corrélation des données issues des acquisitions du laser tracker et de l'accéléromètre triaxial. Nous montrons que les courbes de vitesse et d'accélération pour les différentes acquisitions offrent une bonne corrélation. Aussi, nous optons pour l'utilisation de l'accéléromètre triaxial, du fait de sa praticité et les données obtenues, pour la suite de nos travaux.

Nous avons ainsi évalué les capabilités de la cellule, identifié la configuration du robot et le mode de fabrication qui permettent d'envisager une fabrication robotisée optimisée. Nous présentons au Chapitre 5 la mise en œuvre de l'optimisation et la validation de la stratégie de fabrication sur une pièce applicative.

# **Chapitre 5:** Applications et résultats

#### Sommaire

| 5.1. Choix de la stratégie de fabrication par l'analyse du comportement cinémat | ique lors du |
|---|--------------|
| suivi d'une trajectoire   |              |
| 5.2. Outil de planification optimisée des trajectoires                          |              |
| 5.3. Application à une pièce carrée   |              |
| 5.4. Application à la pièce de test rail  | 146          |
| 5.5. Apport de la planification optimisée des trajectoires                      |              |
| 5.6. Conclusion   |              |

Ce chapitre présente les applications de réalisation de pièces sur la cellule de FAMGP et les résultats obtenus intégrant l'analyse du comportement par l'utilisation d'un accéléromètre triaxial et la planification optimisée des trajectoires.

La première application concerne de choix de la stratégie de fabrication additive d'une pièce métallique de grandes dimensions par l'analyse du comportement cinématique du robot lors du parcourt des trajectoires.

La seconde application se concentre sur la planification optimisée des trajectoires de pièces métalliques en utilisant différents modes de fabrication de la cellule de FAMGP. La première étape est relative à l'utilisation de l'outil d'aide à la décision (OAD) introduit au Chapitre 2 afin évaluer la faisabilité sur la cellule FAMGP et obtenir des recommandations relatives au matériau, à la stratégie de fabrication et aux paramètres. La seconde partie se focalise sur la planification optimisée des trajectoires par l'utilisation de l'outil d'optimisation dont la démarche est présentée au Chapitre 3. Différents dépôts de matières sont réalisés avant et après optimisation afin évaluer l'apport de la démarche.

# 5.1. Choix de la stratégie de fabrication par l'analyse du comportement cinématique lors du suivi d'une trajectoire

Dans le cadre de la réalisation optimisée de pièce sur la cellule de FAMGP, un aspect crucial concerne la validation de la stratégie de fabrication additive métallique robotisée.

En effet, au cours de la phase de génération des trajectoires par l'utilisation du logiciel NX Siemens, le choix de la stratégie, incluant le motif de dépôt et la configuration du robot, se réalise généralement sans prendre pleinement en compte les contraintes spécifiques de la cellule robotique. Celles-ci concernent entre autres le positionnement du repère de la pièce par rapport aux repères de la cellule ainsi que le mode de fabrication et l'emploi des redondances associées à l'axe linéaire *U* et aux deux mobilités du vireur. La démarche courante conduit souvent à des choix dépendant fortement de l'expérience de l'utilisateur et qui peuvent ne pas être optimaux pour la pièce à produire. En outre, la validation de ces choix implique généralement la réalisation d'échantillons de test, entraînant des surcoûts de production en termes de temps, de consommation de matières premières, de déchets avec un impact environnemental négatif.

Pour aider l'utilisateur, nous proposons donc de comparer puis de valider la stratégie, axée sur l'analyse du comportement cinématique du robot lors du parcourt des différentes trajectoires de fabrication. Cette étape est réalisée sans dépôt de manière en amont de la fabrication. L'approche proposée permet une évaluation rapide et économique des différentes sollicitations des trajectoires sans dépôt de matière, réduisant ainsi les coûts de production. La mise en œuvre (Fig. 5.1) est basée sur l'analyse des relevés de vitesse et d'accélération obtenus par l'utilisation de l'accéléromètre triaxial retenu pour sa praticité et sa non-interférence avec le procédé par rapport au laser tracker (Chapitre 4).



Figure 5.1 : Procédure de validation de la stratégie de fabrication avec l'accéléromètre.

Cette méthode est mise en œuvre sur une pièce test de taille réduite (Fig. 5.2), intégrant les différentes particularités de pièces applicatives. Afin de réduire les temps et les couts de réalisation, nous nous limitons à une épaisseur de 5 mm correspondant à deux couches de dépôt de matière.



Figure 5.2 : Definition de la pièce test rail

#### 5.1.1. Expérimentations

Les expérimentations sont menées pour six cas distincts choisies en se fondant sur l'expérience des ingénieurs d'IREPA LASER. On considère :

• Deux configurations:  $C_2$  et  $C_3$  (Fig. 5.3).



Figure 5.3 : Configurations du robot

- Trois motifs de dépôt (Fig. 5.4):
  - Zigzag avec comme direction principale X noté ZZlong,
  - Zigzag avec comme direction principale Y noté ZZlat,
  - Contour.

Les programmes robot sont générés à partir du logiciel NX Siemens.



Figure 5.4 : Motifs de dépôt: ZZlong (a), ZZlat (b), Contour(c)

Le traitement des données issues de l'accéléromètre triaxial est présenté au Chapitre 4 (Fig. 4.18) et permet l'obtention des courbes d'accélération, de vitesse et de position.

#### 5.1.2. Choix du motif de dépôt

Nous nous intéressons tout d'abord au choix du motif de dépôt à partir de l'analyse du comportement cinématique du robot en configuration  $C_2$ .

Les courbes (Fig. 5.5) représentent la norme de l'accélération (courbes rouges), la norme de la vitesse (courbes vertes), et l'écart en position (courbes bleues) pour les 3 motifs étudiés et pour une couche de dépôt. Les courbes incorporent les déplacements en phase de dépose de matière ainsi que les déplacements hors matière.

L'analyse des différentes courbes montre que :

- L'amplitude de l'accélération présente des valeurs globalement moins élevées pour les motifs ZZlong et ZZlat (un seul pic dont l'amplitude dépasse 1400 mm/s<sup>2</sup>) par rapport au motif *Contour* (plusieurs pics dépassant 1400 mm/s<sup>2</sup>).
- La déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  est plus faible pour ZZlong (48,3 mm/min). Celle-ci s'élève à 55,2 mm/min pour ZZlat et 48,6 mm/min pour Contour.

La déviation moyenne en position  $\Delta P\_moy$  calculée pour les trois stratégies s'élève à 0.07 mm pour ZZlong, 0.08 mm pour ZZlat et 0.07 mm pour Contour.



Figure 5.5 : Données pour les trois motifs de dépôt

Ces observations suggèrent que le motif de dépôt les plus adapté au vue de la configuration de la pièce est le ZZlong. Celui-ci présente les déviations moyennes en vitesse  $\Delta V_moy$  et en position  $\Delta P_moy$  les plus réduites.

#### 5.1.3. Choix de la configuration robot

Nous nous intéressons maintenant au positionnement de la trajectoire dans l'espace opérationnel de la cellule en étudiant le comportement du robot pour les deux configuration C2 et C3.

Les courbes représentent la norme de l'accélération (courbes rouges), la norme de la vitesse (courbes vertes) et la norme de l'écart en position (courbes bleues) pour les deux configurations (Fig. 5.6).

L'analyse des différentes courbes montre que :

- L'amplitude de l'accélération et le nombre de pics d'amplitude sont plus faibles en configuration  $C_2$  par rapport à la configuration  $C_3$
- La déviation moyenne en vitesse  $\Delta V_{moy}$  est réduite en configuration  $C_2$  (46.7 mm/min) par rapport à la configuration  $C_3$  (79.5 mm/min).
- La déviation en moyenne en position  $\Delta P_{moy}$  est également réduite pour la trajectoire  $C_2$  (0.1mm) par rapport à la configuration  $C_3$  (0.4 mm).

Ces observations suggèrent que pour le motif retenu ZZlong la configuration  $C_2$  est la plus adaptée par rapport à la configuration  $C_3$  et corroborent les résultats présentés au Chapitre 4.



Figure 5.6 : Données pour les deux configurations C2 (a) et C3 (b)

#### 5.1.4. Réalisation de pièces de test rail

Nous avons réalisé les pièces de test rail pour les 3 motifs de dépôt en configuration C2 (Fig. 5.7). Il s'agit au travers de la réalisation de ces pièces de contrôler également la qualité de dépôt et les cotes dimensionnelles obtenues.

Afin de définir des critères de comparaison simples, nous considérons la mesure des deux côtes englobantes extérieures (Fig. 5.2).



Figure 5.7 : Dépôt de matière pour les stratégies : ZZlong (a), ZZlat(b), Contour (c).

L'analyse des différentes données montre que (Tab. 5-1) :

- Les écarts concernant l'épaisseur de la pièce sont tous nuls, les dépôts respectent bien l'épaisseur de consigne.
- L'écart sur la longueur est nul pour le motif ZZlong (Fig. 5.7a) et affiche un manque matière de l'ordre de 5 mm pour les deux autres motifs ZZlat et Contour. On retrouve la même tendance pour la largeur (Fig. 5.7b) où l'écart est quasiment nul pour le motif ZZlat et de l'ordre de 6 mm pour les deux autres. Le manque de dépôt est donc plus important suivant la direction perpendiculaire à la direction de dépose et ceci pour l'ensemble des motifs.
- Le motif *Contour* présente des manques matière (Fig. 5.7c) marqués par endroit. Ceci est lié en partie à la géométrie des trajectoires de remplissage intérieures. Nous émettons également l'hypothèse que ces manques matière sont liés aux écarts de trajectoires lors des changements important de directions. Ceci s'appuie sur l'analyse des trajectoires à profil carré (Chapitre 4) ou les amplitudes des oscillations sont les plus élevées à chaque changement brusque de directions.

| Matif da dápât    | Longueur [mm] | Largeur [mm] | Epaisseur [mm] |
|-------------------|---------------|--------------|----------------|
| Motil de depot    | 400           | 185,9        | 5              |
| ZZlong            | 400           | 179          | 5              |
| Ecart [mm]        | 0             | -6,9         | 0              |
| ZZlat             | 395           | 185          | 5              |
| Ecart absolu [mm] | -5            | -0,9         | 0              |
| Contour           | 395           | 180          | 5              |
| Ecart absolu [mm] | -5            | -5,9         | 0              |

Tableau 5-1 : Ecarts dimensionnels de la pièce test rail

Ces observations révèlent que les dépôts réalisés avec les motifs zigzag se rapprochent le plus des dimensions de la pièce et ne présentent pas de défauts majeurs. On note également un dépôt plus régulier pour le motif *ZZlong* correspondant à l'orientation des trajets de dépôt suivant la longueur de la pièce.

#### 5.1.5. Choix de la stratégie de fabrication

L'analyse des résultats obtenus pour les différents motifs de dépôt montrent que le motif ZZlong en configuration  $C_2$  présente les déviations moyennes en vitesse et en position les plus

faibles. Les dépôts de matière effectués confortent ces hypothèses avec une qualité et régularité de remplissage par rapport aux deux autres motifs.

Ces résultats corroborent la démarche proposée basée sur l'analyse des signaux de l'accéléromètre triaxial. Ainsi, l'analyse des données peut être une solution adaptée pour valider le choix de la stratégie de fabrication, notamment en ce qui concerne le choix du motif de dépôt et la configuration du robot. Cette étape peut augmenter le temps de production mais permet d'anticiper les éventuels défauts sur la pièce.

# 5.2. Outil de planification optimisée des trajectoires

Nous présentons tout d'abord les fonctionnalités de l'outil de planification optimisées des trajectoires adapté pour le procédé de fabrication additive métallique. L'optimisation est ensuite appliquée à deux pièces de test, une première pièce de forme carré et la pièce de test rail précédente (Fig 5.2). L'étude est complétée par l'analyse des acquisitions de l'accéléromètre triaxial et la réalisation des pièces de test sans et après optimisation.

### 5.2.1. Limitation du logiciel NX Siemens

La génération des trajectoires est réalisée avec le module *Multiaxis deposition* du logiciel NX Siemens. Il permet de générer les trajectoires à partir du choix de la stratégie dont le motif de dépôt, le positionnement de la pièce et le mode de production. La génération de la trajectoire est automatique et permet de simuler le comportement de la cellule (Fig. 5.8).



Figure 5.8 : Cellule dans le logiciel NX Siemens

Cependant, ce module comporte certaines restrictions en termes de fonctionnalités :

- Il ne donne pas accès aux différentes poses de la trajectoire générées et ne permet donc pas d'apporter des modifications.
- Il ne permet pas d'optimiser le comportement en chaque pose par la modification de la configuration du robot, la gestion des redondances.
- · Il présente quelques limitations pour pallier les problèmes d'accessibilité.

• Lorsque la configuration robot choisie est inadaptée, la simulation affiche les collisions ou des passages par des zones de singularité, mais ne propose pas de solutions ou des informations sur les causes possibles.

Face à ces limitations, nous avons choisi d'adapter l'outil d'optimisation des trajectoires (OOT) dont l'algorithme de résolution est présenté au Chapitre 3 au procédé de fabrication additive. Celui-ci est développé sous Matlab<sup>®</sup> et s'appuie sur les travaux de thèse précédentes [Robin, 2007] [Subrin, 2013].

#### 5.2.2. Fonctionnalités de l'outil d'optimisation (OOT)

L'outil développé (Fig. 5.9) s'inspire des fonctionnalités d'outil de PHL tels que RobotStudio<sup>®</sup> ou RobotDK<sup>®</sup>. Il comporte une partie de simulation graphique où la représentation des éléments physiques a été simplifiée pour limiter le temps de calcul mais reste suffisamment réaliste pour visualiser les problèmes éventuels de collisions. Les courses des différentes articulations ne sont pas limitées lors de la simulation mais apparaissent en rouge lorsqu'il y a dépassement des butées afin d'identifier très rapidement les problèmes. Il permet également d'importer différentes géométries ainsi que les trajectoires générées par NX Siemens.



Figure 5.9 : Représentation de la cellule de FAMGP

L'outil est composé de différents onglets et fenêtres (Fig. 5.10) :

- Onglet *CAO* : il contient les fonctions permettant d'importer la CAO des pièces (\*.wrl) et de positionner celle-ci dans la cellule.
- Onglet *Outil* : il permet de sélectionner la tête de dépôt (fil ou poudre)
- Onglet *Trajet* : il contient les fonctions permettant d'importer et de sauvegarder les programmes, de modifier le repère de la trajectoire, de visualiser et de modifier les poses (position, orientation), les valeurs de l'axe linéaire *U* et les valeurs d'angle du vireur, individuellement ou en groupe (Fig. 5.10).

| Interface d'optimisation         File Edit View Insert Tools Desktop Window Help Trajet CAO Calculs Mouv Vue Outil Affi         Image: | fichage Initialisation   |   |
|---|--|---|
|   | Modif Repere         →         D         ×           Kepere Dase         dec position         ×           0.000         Y         0.000         Z         0.000           Kepere Dase         dec position         ×         0.000         Z         0.000           X         0.000         Y         0.000         Z         0.000         Repere objet           dec position         X         -200.000         Z         12.500         dec position           X         -200.002         Y         -200.000         Z         12.500         dec position           X         0.000         Y         0.000         Z         0.000         Sauvegarde | Modif Pose<br>×<br>P5<br>Trajet<br>Pose finale<br>Parent<br>V_Depose<br>dec position<br>X 104.000 V 107.000 Z 0.000<br>dec orientation<br>X 0.000 V 0.000 Z 44.185<br>axes externes<br>800.000<br>Valeur Track<br>800.000<br>Valeur Track<br>Retourneur plateau<br>Sauvegarde |

Figure 5.10 : Fonctionnalités de l'onglet trajet

• Onglet *Mouv* : la fenêtre *Trajet* permet de simuler la trajectoire, de tracer et d'enregistrer les valeurs des différents critères. Elle permet de visualiser la pose, les valeurs articulaires  $(q_1, ..., q_6)$  du robot, de l'axe linéaire *U*, du vireur et de modifier les valeurs. Elle affiche également les valeurs des butées articulaires définies dans l'optimisation (Fig. 5.11).



Figure 5.11: Fonctionnalités de l'onglet Mouv

• Onglet *Calcul* : il donne accès à La fenêtre *paramètres d'optimisation* qui permet de charger, modifier et enregistrer un set de paramètres et de lancer l'optimisation (Fig. 5.12).

| MInterface d'optimisation   |  |                                       |
|---|--|---------------------------------------|
| File Edit View Insert Tools Desktop Window Help Trajet CAO Calculs Mouv Vue Outil Affichage Ini | tialisation                            |                                       |
| 🗋 🖆 🔜 😓 🔲 🗉 🖕 🔳   |  |                                       |
| 🔍 💥 🦻 🚉 🚔 🎍 Č č č V 💡 🗐 🔟 🍒 😅   |  |                                       |
|   |  |                                       |
|   | Paramètros d'ontimication              | -                                     |
|   | Parametres d'optimisation              |                                       |
|   | loi d'armijo red.fonct. criteres       | visualisation affectation             |
|   | bloc track bloc basculeur bloc plateau |                                       |
|   | Trajet v Trajet v                      |                                       |
|   | Rapide Rapide                          |                                       |
|   | Ratio de vitesse mini                  | Butée axe 2 inf                       |
|   | · 0                                    | · -30                                 |
|   | Ratio de vitesse maxi                  | Butée axe 2 sup                       |
|   | Ratio en effort mini                   | Butée axe 3 inf                       |
|   | • 0.1                                  | · ·150                                |
|   | Ratio en effort maxi                   | Butée axe 3 sup                       |
|   | Ratio de rigide mini                   | Butée axe 4 inf                       |
|   | • 0.3                                  | ·180                                  |
|   | Ratio de rigide maxi                   | Butée axe 4 sup                       |
|   | Ponderation critere vitesse            | Butée axe 5 inf                       |
|   | • 0.3                                  | -125                                  |
|   | Ponderation critere effort             | Butée axe 5 sup                       |
|   | Ponderation rigidite                   | Butée angle redondance inf            |
|   | • 0.6                                  | -40                                   |
|   | Pondération butee                      | Butée angle redondance sup            |
|   | Advance speed Vf mm/s                  | Butée track inf                       |
|   | · 9                                    | • 0                                   |
|   | Angle effort de coupe                  | Butee track sup                       |
|   | Effort de coupe N                      | Butée basculeur inf                   |
|   | ۰                                      | -20                                   |
|   |  | Butee basculeur sup                   |
|   | Basculeur Plateau Track                | Butée plateau inf                     |
|   |  | · · · · · · · · · · · · · · · · · · · |
|   | 10 V Redondance                        | bulee plateau sup     60              |
|   |  |                                       |
|   | Valide                                 | Optim locale Optimisation Stop        |
|   |  |                                       |

Figure 5.12 : Fonctionnalités de l'onglet Calcul

• L'ensemble de ces fonctionnalités permet ainsi de simuler une trajectoire, de visualiser et de modifier les différents éléments (repères, poses, etc.) de réaliser une optimisation et d'analyser l'évolution des critères.

#### 5.2.3. Mise en œuvre de l'optimisation

L'étape préliminaire au lancement d'une optimisation concerne le réglage des différents paramètres.

#### Réglage des paramètres

Le réglage des seuils et des paramètres d'optimisation (Fig. 5.13) permet de spécifier le poids associé à chaque critère, le modifier au besoin afin d'orienter le comportement de l'optimisation en modifiant l'influence relative de ceux-ci :

- *Ratios des critères* : le ratio des trois critères de capacité en vitesse, capacité mécanique et capacité en rigidité peut être réglé entre 0 et 1.
- *Butées articulaires* : les seuils associés sont réglés par défaut suivant les données fournies par le constructeur. Cependant, l'encombrement des têtes de dépôt, l'accastillage (positionnement des gaines, etc.), les contraintes sur la pièce et le choix de la configuration du robot nous amène à limiter le débattement articulaire de certaines liaisons.
- *Butées de l'axe linéaire U et du vireur* : Les seuils sont réglés pour restreindre l'espace de recherche de solution dans la gestion de la redondance.
- *Incréments de l'axe linéaire U et du vireur* : Ils correspondent au pas d'incrément de l'axe linéaire (mm) et la valeur angulaire de vireur (°) dans la gestion des redondances cinématiques. Le pas est incrémenté soit en absolu par rapport aux valeurs des butées ou en relatif par rapport aux valeurs de la pose lors de la recherche de solution.
- *Pondération des critères* : L'influence des critères peut être réglé entre 0 et 1.

Le logiciel développé offre également différentes possibilités :

· Possibilité d'activer ou non la redondance fonctionnelle.

- Possibilité d'utiliser un gain  $\alpha$  fixe ou variable (suivant le degré de redondance) avec la loi d'Armijo.
- Possibilité de bloquer les axes complémentaires (axe *U*, vireur) en considérant comme valeurs de référence les valeurs de la pose.

Le logiciel permet ensuite de lancer l'optimisation en appliquant l'algorithme présenté au Chapitre 3 (Fig. 3.9) en mode global pour chaque pose (*Optim globale*) ou d'appliquer l'optimisation globale pour la première pose et l'optimisation locale pour les poses suivantes (*Optimisation*). Pour les pièces traitées, du fait que les poses peuvent être relativement éloignées les unes des autres, en particulier sur la pièce test rail, ou que les débattements de l'axe linéaire U ou du vireur peuvent être important, l'optimisation globale est réalisée pour chaque pose (*Optim globale*).

| loi d'armijo red.fonct.   | criteres    | visualisation affectation             |      |
|---|-------------|---------------------------------------|------|
| bloc track bloc basculeur   | bloc platea | u                                     |      |
| Trajet V Trajet V   |             |                                       |      |
| Rapide Rapide   |             |                                       |      |
| Defie des seif  |             | Butees articulaires                   |      |
| Ratio de vitesse mini Katio des crit  | o           | Butée axe 2 inf                       | -30  |
| Potio de vítesse meri   | v           | Putée ave 2 aug                       | -00  |
|   | 1           | · Julee axe 2 sup                     | 30   |
| Ratio en effort mini  |             | Butée axe 3 inf                       |      |
| •   | 0.1         |                                       | -150 |
| Ratio en effort maxi  |             | Butée axe 3 sup                       |      |
| · | 0.9         | · ·                                   | -30  |
| Ratio de rigide mini  |             | Butée axe 4 inf                       |      |
| •   | 0.3         |                                       | -180 |
| Ratio de rigide maxi  | 0.8         | Butée axe 4 sup                       | 190  |
|   | 0.0         |                                       | 100  |
| Pondération critères  | 0.3         | Butee axe 5 Inf                       | -125 |
| Ponderation critere effort  |             | Butée ave 5 sup                       |      |
|   | 0.3         |                                       | 125  |
| Ponderation rigidite  |             | Butée angle redondance inf            |      |
|   | 0.6         |                                       | -40  |
| Pondération butee   |             | Butée angle redondance sup            |      |
| ·   | 0.3         |                                       | 40   |
| Advance speed Vf mm/s   | 0           | Butée track inf                       | 0    |
|   | 9           |                                       | 0    |
| Angle effort de coupe   | 0           | Butee track sup                       | 1000 |
| Effort de coupe N   |             | Butée basculeur inf                   |      |
|   | 0           |                                       | -20  |
|   |             | Butée basculeur sup                   |      |
| Incréments axes U et du vireur  |             |                                       | 20   |
| Basculeur Plateau Track   |             | Butée plateau inf                     |      |
|   | ~           | · · · · · · · · · · · · · · · · · · · | -60  |
| 10 V Redondance   |             | Butée plateau sup                     | 60   |
|   |             |                                       | 00   |

Figure 5.13 : Paramètres d'optimisation

#### Gestion des poses

L'importation des poses de la trajectoire est réalisée à partir des fichiers générés par NX Siemens en G-code. L'orientation est définie par deux ensembles de paramètres, l'orientation de la pose dans le repère de la pièce (A3, B3, C3) et l'orientation du poignet du robot (axe 6) dans le repère pièce (AN3 BN3 CN3). N10 X235.26 Y106.727 Z25.43 A3=0.0 B3=0.0 C3=1.0 AN3=0.0 BN3=1.0 CN3=0.0

En nous appuyant sur les développements précédents et de façon à simplifier les calculs, l'orientation de chaque pose est exprimée sous forme d'un quaternion exprimé dans le repère pièce. La transformation inverse est réalisée après optimisation pour régénérer du G-code.

#### Comportement cinématique

La démarche d'optimisation cinématique, fondée sur l'analyse de la vitesse, requiert l'établissement d'une base de temps qui résulte d'une discrétisation de la trajectoire entre deux poses consécutives. Cette approche permet d'évaluer le comportement cinématique, et de saisir les notions de petits déplacements et de pas de discrétisation. En outre, cette discrétisation permet d'évaluer les évolutions articulaires des différents axes au cours du suivi de trajectoires.

Cette approche est également utilisée pour la gestion des redondances. La discrétisation des poses dans le repère associé à l'axe complémentaire (axe U, vireur) est redéfinie dans un plan normal à l'axe par incrémentation successif des  $\Delta q$  associées aux degrés de liberté supplémentaires (Fig. 5.14).

On détermine l'orientation relative entre les deux positions en effectuant le produit du quaternion de la pose visée avec le conjugué du quaternion de la position actuelle. Cette méthode permet de recalculer les valeurs articulaires du robot à chaque incrément de pose, utilisant le MGI (Modèle Géométrique Inverse), pour estimer les capacités cinématiques.



Figure 5.14 : Discrétisation des poses pour la gestion du temps

#### Analyse de l'accessibilité

Le constat réalisé de l'utilisation de NX Siemens est la difficulté à apprécier la nonaccessibilité des poses. En considérant géométriquement des articulations à débattement non limité, il est alors possible d'atteindre des poses en dehors de l'espace géométrique. Ainsi, les articulations hors course apparaissent en rouge (Fig. 5.15), permettant ainsi d'apprécier facilement les causes d'inaccessibilité d'une pose.



Figure 5.15 : Visualisation des articulations hors courses d'une pose inaccessible.

L'optimisation est appliquée à deux pièces, une première pièce de forme carré et la pièce de test rail précédente. L'étude est complétée par l'analyse des acquisitions de l'accéléromètre triaxial et la réalisation des pièces sans et après optimisation.

# 5.3. Application à une pièce de forme carré

Le premier cas d'application est la fabrication d'une pièce métallique carrée (Fig. 5.16) mesurant 200 mm de côté pour une épaisseur de 5 mm. Nous évaluons tout d'abord la faisabilité de la fabrication de cette pièce à l'aide de l'outil d'aide à la décision (OAD) et réalisons ensuite la planification optimisée de la trajectoire (OOT).



Figure 5.16 : Pièce carrée

#### 5.3.1. Evaluation de la fabricabilité

L'outil d'aide à la décision (OAD) présenté au Chapitre 2 est employé pour évaluer la fabricabilité de la pièce sur le système FAMGP, conformément à la procédure exposée dans l'annexe 2-1.



Figure 5.17 : Recommandations Géométrie

L'OAD recommande l'utilisation du procédé Poudre, étant donné que les dimensions de la pièce ne nécessitent pas un dépôt substantiel (Fig. 5.17). Cependant, en raison de contraintes liées à la disponibilité des équipements, nous sommes contraints d'utiliser la tête de dépôt fil

pour nos expérimentations. Ainsi, nous avons opté pour le procédé DED CLAD laser-fil (Fig. 5.18) pour poursuivre l'étude.



Figure 5.18 : Bilan Matériaux

En termes de stratégie, l'OAD recommande l'utilisation d'un mode 7 axes. Par conséquent, nous optons pour l'utilisation du robot synchronisé au plateau rotatif du vireur. Conformément à la recommandation de l'OAD, la pièce sera fabriquée en configuration  $C_2$ , utilisant un motif de dépôt Zigzag Back (Fig. 5.19).

| OAD - FAMGP        |  |   |   |   |  | - 0                                  | ×             |
|--------------------|--|---|---|---|--|--------------------------------------|---------------|
| Acceuil Comme      | encer Langues Aide                                     |   |   |   |  |                                      | _             |
| P.AD               | Contraintes du procédé                                 | Modes de Fabrication  | Motif de dépôt  | Bilan stratég   | Recommandat  | ions Stratégi                        | es 💥          |
| GEOMETRIE          | Recommandations relative                               | s aux contraintes   |   |   | Recommandations rela<br>dépôt  | atives au mot                        | tif de 📕      |
| O AB               | Choisir un substrat métallique                         | Vous avez choisi une géométrie de base<br>Carré et de remplissage Plein |   |   |  |                                      |               |
| -6                 | -> L'épaisseur du substrat doit êt                     | re considérable pour limiter les défe                                   | Motifs de dépôt recomm<br>BACK  | andé: ZIGZAG  | 4  |                                      |               |
| MATERIAUX          | -> Le rapport entre la hauteur et<br>substrat optimale | la largeur du cordon doit être supér                                    | ndeur de refusion du  | Vous avez sélectionné le me<br>BACK   | tif de dépôt:ZIC   | 3ZAG                                 |               |
| and a              | -> Orientation du fil recommandé                       | : Fil Tiré pour une tête de dépôt lat                                   |   | Augmetez la vitesse de déplacement hors<br>matière pour réduire le temps de fabrication |  |                                      |               |
|                    | Recommandations relative                               |   | Intégrer des rayons de cou<br>trajectoire aux changement<br>éviter des sur-dépôts | rbure dans la<br>s de directionpo   | our  |                                      |               |
|                    | Mode de fabrication recomma                            | ndé: MODE 7 AXES  |   |   | Utilisez la redondance du sy<br>les mouvements de la tête<br>singulières | stème pour limi<br>et les configurat | iter<br>tions |
| Car LAJ            | Vous avez sélectionné le mode: 7                       | axes  |   |   |  |                                      |               |
|                    | Utilisez le robot en configuration                     | Bras déplié pour réduire les oscillation                                | ons de la trajectoire   |   |  |                                      |               |
|                    | Priviligier la configuration Robot f                   | ixe + 1 axe vireur en mode 7 axes                                       | oour réduire les oscillations de la   | trajectoire   | Rapport Pdf  |                                      |               |
| RAPPORT<br>E       | Priviligier les mouvements de l'ax<br>procédé          | e externe (vireur) pour réduire les r                                   | nouvements du robot et augmen   | ter la stabilité du   | Suivant  |                                      |               |
| Analyse de la géom | étrie de la pièce                                      |   |   | OAD FAMGP: Outil  | d'Aide à la Décision - Fabrication Ad                                    | ditive Métallique Gra                | andes Pièces  |

Figure 5.19 : Recommandations Stratégie

L'OAD fournit également des recommandations pour le réglage des paramètres du processus. Ce jeu de paramètres (Fig. 5.20) est ensuite utilisé lors de la production des pièces.



Figure 5.20 : Recommandations Paramètres.

#### 5.3.2. Optimisation de la trajectoire

Suivant les indications de l'OAD, le motif de dépôt est de type *Zigzag Back* (Fig. 5.21), une configuration proche de la configuration  $C_2$  est privilégiée, ainsi que l'utilisation du plateau rotatif du vireur.



Figure 5.21 : Stratégie Zigzag pièce Carrée

Le repère pièce est placé au centre du vireur. L'axe linéaire U est positionné à 800 mm du centre vireur (Fig. 5.22). La vitesse de dépose est fixée à 500 mm/min soit 9 mm/s pour l'optimisation. Pour la suite, nous nommons *TNO* la "trajectoire non optimisée" et *TO* la "trajectoire optimisée".



Figure 5.22 : Configuration de la cellule pour la pièce carrée

Dans le cas de la *TNO*, la direction de l'axe 6 robot reste alignée avec l'axe X de la cellule, seules les valeurs articulaires du plateau du vireur changent (Fig. 5.23).



Figure 5.23 : Visualisation des poses p4, ..., p7 pour la TNO

Différents sets de paramètres ont été testés et nous présentons ici le réglage donnant la meilleure évolution des critères. Afin de rester dans une configuration proche de  $C_2$ , les réglages des paramètres de l'optimisation retenus sont les suivants (Fig. 5.24):

- Butées : nous fixons la position de l'axe linéaire à 900 mm et l'inclinaison du vireur reste à 0.
- Pondérations : nous privilégions le critère de rigidité par rapport au critère de vitesse car celle-ci reste faible par rapport aux capacités de la cellule.

| Paramètres d'optimisation   |                          |
|---|--------------------------|
| loi d'armijo red.fonct. criteres v<br>bloc track bloc basculeur bloc plateau  | isualisation affectation |
| Trajet V Trajet V<br>Rapide Rapide  |                          |
| Ratio de vitesse mini Butée av  | xe 2 inf                 |
| Ratio de vitesse maxi   Butée av     Image: | xe 2 sup                 |
| Ratio en effort mini   Butée av     Image: Image of the state of t | xe 3 inf                 |
| Ratio en effort maxi Butée av   | xe 3 sup                 |
| Ratio de rigide mini Butée av   | ×e 4 Inf<br>→ -180       |
| Ratio de rigide maxi Butee av   | ×e 4 sup<br>180          |
| Ponderation critere effort Butée a)   | ×e 5 min                 |
| Ponderation rigidite Butée a  | ▶ 125                    |
| Pondération butee Butée ar  | ngle redondance sup      |
| Advance speed Vf mm/s 0.3 4   | ≥ 10 ack inf             |
| Angle effort de coupe Butée tra   | ≥ 900 ack sup            |
| Effort de coupe N Butée ba  | asculeur inf             |
| Butée ba  | asculeur sup             |
| Basculeur Plateau Track Butée pl<br>2 5 ∨ 2 5 ∨ 100 ∨ 4   | lateau inf               |
| 5 V Redondance Butée pl   | lateau sup               |
| Valide Optim gl   | lobale Optimisation Stop |

Figure 5.24 : Critères d'optimisation pour la pièce carrée

On observe une modification de la configuration de robot pour l'ensemble des poses de la trajectoires, l'axe 6 du robot ne reste plus aligné avec l'axe X de la cellule (Fig. 5.25).



Figure 5.25 : Visualisation des poses p4, ..., p7 pour la TO

## 5.3.3. Analyse de l'évolution des critères

Afin de comparer les trajectoires avant et après optimisation, nous représentons l'évolution des trois critères normés associés à la vitesse (rouge), la performance mécanique (vert), la

rigidité (bleu) ainsi que la somme pondérée des critères (noir) intégrant également les critères liés aux butées et la singularité du poignet (Fig. 5.26).



Figure 5.26 : Evolution des critères pour la trajectoire : non optimisée TNO (a), optimisée TO (b)

L'analyse de l'évolution des critères met en lumière l'impact de l'optimisation sur divers aspects du processus de fabrication :

- Le critère de performance mécanique (vert) reste stable.
- Les variations du critère de vitesse (rouge) sont moins marquées pour la *TO* (Fig. 5.26b) avec un seuil mini qui reste proche de 0.75 par rapport à la *TNO* (Fig. 5.26a).
- L'amplitude du critère de rigidité (bleue) est plus prononcée pour la *TO* contribuant ainsi à une meilleure stabilité du processus.
- L'amplitude de la somme pondérée des critères (noir) est moins prononcée pour la *TO* avec une valeur de seuil mini qui reste supérieur à 0.3 par rapport à la TNO

La trajectoire optimisée *TO* présente une évolution positive des différents critères et donc de l'optimisation.

#### 5.3.4. Analyse des pièces réalisées

Nous procédons au dépôt de matière pour *TNO* et *TO* en utilisant le procédé DED CLAD laser-fil. Les paramètres recommandés par l'OAD sont appliqués (tableau 5-2).
| Paramètres            | Valeurs              |
|-----------------------|----------------------|
| Puissance laser       | 8000 W               |
| Hauteur de couche     | 3.5 mm               |
| Largeur de couche     | 7 mm                 |
| Vitesse de déposition | 500 mm/min           |
| Nombre de couches     | 2                    |
| Matáriau              | Inconel 625 (Fil)    |
| Wateriau              | Inox 3041 (Substrat) |

Tableau 5-2: Paramètres de fabrication

Le dépôt de matière et l'acquisition des données de l'accéléromètre triaxial sont d'abord effectués pour la *TNO* (Fig. 5.28a), puis pour la *TO* (Fig. 5.28b), afin de comparer les deux dépôts et le comportement cinématique (Fig. 5.27). Concernant la *TO*, les changements de direction imposent des rotations plateau plus importantes que la *TNO*. Bien que la trajectoire ait été testée à vide pour une vitesse de consigne de 500 mm/min, l'ingénieur process a suggéré de réduire la vitesse à 200 mm/min lors des changements de direction (Fig. 5.21) permettant ainsi des mouvements beaucoup plus fluides.



Figure 5.27: Procédure expérimentale de dépôt de matière

Il apparaît, sur les pièces réalisées (Fig. 5.28), que les dimensions extérieures pour les deux trajectoires correspondent aux cotes théoriques ( $200 \times 200 \times 5 \text{ mm}$ ). Il n'y a donc pas de déviations majeures en termes de dimensions.



Figure 5.28 : Dépôts de matière TNO (a) et TO (b) pour la pièce carré

Nous observons lors des changements de direction (Fig. 5.28) une légère variation d'épaisseur matière. Ces écarts sont dus d'une part à l'écoulement du bain de fusion sur la

première couche, et d'autre part aux défauts de positionnement du robot et du plateau rotatif lors de la synchronisation des mouvements.

#### Ecart de synchronisation en position du robot et du vireur

Les mesures d'erreur de synchronisation en position du robot et du plateau du vireur, réalisées par l'intégrateur, montrent une déviation allant jusqu'à 1.37 mm (Fig. 5.29) pour une rotation de 360° et un rayon de 600 mm.



Figure 5.29 : Défauts de synchronisation en position du robot et du vireur

Ainsi, les résultats des dépôts de matière peuvent être impactés par ces déviations lors du parcours de la trajectoire avec synchronisation des mouvements en particulier dans les petits changements de directions. Le contrôle de l'épaisseur de dépôt est donc réalisé en différents points des segments zigzag en dehors de ces zones. L'épaisseur mesurée respecte les 5 mm pour les deux trajectoires.

#### 5.3.5. Analyse du comportement cinématique

Les acquisitions avec accéléromètre triaxial sont réalisées pendant le dépôt de matière pour la trajectoire non optimisée *TNO* et optimisée *TO* (Fig. 5.30).



L'analyse des courbes de variation d'accélération (rouge) montre que la trajectoire optimisée TO (Fig. 5.30b) engendre des amplitudes d'oscillations plus faibles (en dessous de 100 mm/s<sup>2</sup>)

par rapport à la trajectoire non optimisée *TNO* (Fig. 5.30a) et celles-ci sont beaucoup plus homogène dans le temps sur l'ensemble de la trajectoire.

Concernant les courbes de variation de vitesse (vert), l'évolution des oscillations est similaire à celle des courbes d'accélération avec une déviation moyenne  $\Delta V_{moy}$  bien inférieure pour *TO* par rapport à *TNO*.

La trajectoire optimisée permet ainsi de réduire l'amplitude des oscillations en vitesse et en accélération ce qui contribue à une meilleure qualité du produit final.

### 5.3.6. Conclusion de l'expérimentation

Nous constatons donc une amélioration globale des critères d'optimisation pour la trajectoire optimisée *TO* par rapport à la trajectoire non optimisée *TNO* ainsi qu'une diminution des amplitudes d'oscillations en vitesse et accélération. La qualité du dépôt de matière pour les deux pièces réalisées valide les attendus en terme dimensionnel mais on ne note pas visuellement d'apport spécifique de la *TO* par rapport à la *TNO* pour cette pièce.

### 5.4. Application à la pièce de test rail

Nous n'évaluons pas la fabricabilité de cette pièce à partir de l'outil d'aide à la décision (OAD) car la pièce représente une géométrie complexe. L'OAD a été développé pour des géométries simples dans le cadre de nos travaux, les développements relatifs aux géométries complexes seront réalisés dans des travaux futurs.

### 5.4.1. Optimisation de la trajectoire

Le motif de dépôt retenu est ZZlong (Fig. 5.4a). Concernant la trajectoire non optimisée *TNO* (Fig. 5.32), l'axe linéaire U est positionné à 4500 mm de l'origine cellule (Fig. 5.31) et la vitesse de consigne est fixée à 500 mm/min.



Figure 5.31 : Configuration de la cellule pour la pièce rail



Figure 5.32 : Visualisation des poses p4, ..., p9 pour la TNO

Comme précédemment, différents sets de paramètres ont été testés et nous présentons ici le réglage donnant la meilleure évolution des critères. Les réglages des paramètres de l'optimisation retenus sont les suivants (Fig. 5.33) :

- Butées : nous fixons la mobilité de l'axe linéaire *U* entre 3800 et 4200 mm avec un pas de discrétisation de 100 mm.
- Pondérations : nous privilégions le critère de vitesse par rapport au critère de rigidité.

| Paramètres d'optimisation                | - D >  |
|--|--|
| loi d'armijo red.fonct. criteres         | visualisation affectation  |
| _ bloc track _ bloc basculeur _ bloc pla | teau   |
| Trajet V Trajet V                        |  |
| Rapide Rapide                            |  |
| Ratio de vitesse mini                    | Butée axe 2 inf  |
| ∢  | <u>∢</u> <u>}</u> -30  |
| Ratio de vitesse maxi                    | Butée axe 2 sup  |
| Patie en effert mini                     | Putto que 2 inf  |
|  | Hulee axe 3 mi     ↓ -150  |
| Ratio en effort maxi                     | Butée axe 3 sup  |
| ∢ → 0.9                                  | ▲ -30  |
| Ratio de rigide mini                     | Butée axe 4 inf  |
| ¶ ▶ 0.3                                  |  |
|  | Butee axe 4 sup  |
| Ponderation critere vitesse              | Butée axe 5 inf  |
| ∢ → 0.6                                  | <ul> <li>▲</li> <li>▲</li> <li>→</li> <li>▲</li> <li>-125</li> </ul> |
| Ponderation critere effort               | Butée axe 5 sup  |
| ¶ ≥ 0.3                                  |  |
|  | All                              |
| Pondération butee                        | Butée angle redondance sup   |
| ♦ 0.3                                    | ▲ 0  |
| Advance speed Vf mm/s                    | Butée track inf  |
|  | ▶ 3800   |
|  | Subset rack sup ↓ 4200   |
| Effort de coupe N                        | Butée basculeur inf  |
| •  |  |
|  | Butée basculeur sup<br>₄ 0   |
| Basculeur Plateau Track                  | Butée plateau inf  |
|  |  |
|  | Butee plateau sup  |
| 10 V Redondance                          | ∢ ▶ 0  |
| 10 V Redondance                          | <u> </u>   |

Figure 5.33 : Critères d'optimisation pour la pièce rail

On observe l'activation de l'axe linéaire U pour une grande partie des déplacements suivant la direction X (Fig. 5.34)



Figure 5.34 : Visualisation des poses p4, ..., p9 pour la TO

### 5.4.2. Analyse de l'évolution des critères

Comme précédemment, nous représentons l'évolution des trois critères normés de vitesse (rouge), de performance mécanique (vert) et de rigidité (bleu) ainsi que la somme des critères

pondérés (noir) intégrant l'ensemble des butées. Les déplacements hors matière entre les différentes zones de dépôt ne sont pas pris en compte dans le tracé des courbes.

L'analyse de l'évolution des critères (Fig. 5.35) met en lumière l'impact de l'optimisation sur divers aspects du processus de fabrication :

- Le critère de performance mécanique (vert) reste stable.
- Les variations du critère de vitesse (rouge) sont légèrement moins marquées pour la TO (Fig. 5.35b) avec un seuil mini qui reste à chaque fois supérieur pour chaque zone de dépôt par rapport à la TNO (Fig. 5.35a).
- Le critère de rigidité (bleue) reste quasiment identique.
- L'amplitude de la somme pondérée des critères (noir) est beaucoup moins prononcée pour la TO avec une valeur de seuil mini qui reste supérieur à 0.55 par rapport à la TNO.

La trajectoire optimisée *TO* présente également une évolution positive des différents critères et donc de l'optimisation.



Figure 5.35 : Evolution des critères pour la trajectoire : non optimisée TNO (a), optimisée TO (b)

### 5.4.3. Analyse des pièces réalisées

On procède au dépôt de matière pour *TNO* (Fig. 5.36a) et *TO* (Fig. 5.36b) en utilisant le procédé DED CLAD laser-fil avec les mêmes paramètres que précédemment (Tab. 5-2).



Figure 5.36 : Dépôts de matière TNO (a) et TO (b) pour la pièce rail

Les dimensions extérieures des pièces produites (Fig. 5.36) pour les deux trajectoires correspondent aux cotes théoriques ( $400 \times 179 \times 5 \text{ mm}$ ). Il n'y a donc pas de déviations en termes de dimensions.

En revanche, on observe des défauts de dépôt de matière en différentes zones pour la trajectoire non optimisée *TNO* (Fig. 5.36a) par rapport à la *TO* (Fig. 5.36b). Comme nous l'avons présenté précédemment (Chapitre 4), l'utilisation synchronisé de l'axe linéaire U pour les déplacements suivant la direction X diminue l'amplitude des oscillations en vitesse et accélération ainsi que la déviation moyenne en position. Cela explique en partie que le dépôt de la trajectoire *TO* présente moins de défauts que celui réalisé avec la *TNO*.

### 5.4.4. Analyse du comportement cinématique

Les acquisitions avec accéléromètre triaxial sont réalisées pendant le dépôt de matière pour la trajectoire non optimisée *TNO* (Fig. 5.37a) et optimisée *TO* (Fig. 5.37b).



Comme précédemment, l'analyse des courbes de variation d'accélération (rouge) montre que la trajectoire optimisée TO engendre des amplitudes d'oscillations plus faibles (globalement en dessous de 4000 mm/s<sup>2</sup>) par rapport à la trajectoire non optimisée TNO.

Concernant les courbes de variation de vitesse (vert), on constate là aussi des oscillations moins marquées avec  $\Delta V_{moy}$  inférieure pour la *TO* par rapport à la *TNO*.

La trajectoire optimisée permet ainsi là encore de réduire l'amplitude des oscillations en vitesse et en accélération ce qui contribue à une meilleure qualité du produit final.

#### 5.4.5. Conclusions de l'expérimentation

Nous constatons donc une amélioration globale des critères d'optimisation pour la trajectoire optimisée *TO* par rapport à la trajectoire non optimisée *TNO* ainsi qu'une diminution des amplitudes d'oscillations. La qualité du dépôt de matière pour les deux pièces réalisées valide les attendus en terme dimensionnel. On note en revanche, visuellement, des défauts de dépôt de matière en différentes zones pour la trajectoire *TNO* par rapport à la trajectoire *TO* ce qui conforte les apports de l'optimisation par l'utilisation de l'axe linéaire.

### 5.5. Apport de la planification optimisée des trajectoires

La planification optimisée des trajectoires a été appliquée à deux géométries, une pièce simple carré avec utilisation du vireur, une pièce rail plus complexe avec utilisation de l'axe linéaire.

L'analyse de l'évolution des critères de vitesse, de performance mécanique, de rigidité ainsi la somme pondérée de l'ensemble des critères montre l'évolution positive de ceux-ci pour la trajectoire optimisée par rapport à la trajectoire non optimisée.

Nous analysons également les données issues de l'accéléromètre triaxial lors du parcours des trajectoires non optimisée et optimisée. Nous montrons l'apport de l'optimisation avec une réduction des amplitudes d'accélération et de la déviation moyenne de la vitesse.

La réalisation des pièces avec et sans optimisation conforte les résultats de l'optimisation. Les spécifications dimensionnelles sont respectées et la pièce test rail réalisée à partir de la trajectoire ne révèle pas de défauts de dépôt de matière par rapport à la trajectoire non optimisée.

L'optimisation contribue ainsi à garantir la qualité des pièces produites en tirant partie des redondances cinématiques de la cellule. Ceci ouvre des perspectives pour la réalisation de pièces de grandes dimensions en utilisant au mieux les fonctionnalités de la cellule par l'utilisation du vireur et de l'axe linéaire.

### 5.6. Conclusion

Ce chapitre expose les applications et résultats issus de la validation des stratégies de fabrication et de la planification optimisée des trajectoires pour la fabrication additive métallique robotisée sur le système FAMGP.

La première partie présente le choix du motif de dépôt de matière pour la pièce test rail au travers de l'analyse du comportement cinématique du robot grâce aux données issues de l'accéléromètre triaxial. L'analyse des variations de l'accélération, de la déviation moyenne en vitesse et en position montre des disparités et permettent d'orienter le choix. Ces résultats, confirmés par les dépôts de matière de trois motifs, attestent de l'intérêt de l'analyse de ces données pour la validation de la stratégie de fabrication (motif de dépôt, configuration robot), réduisant ainsi le nombre d'échantillons préalablement réalisés et optimisant ainsi le processus de fabrication.

L'optimisation est ensuite appliquée à deux pièces tests (carré, rail). l'outil d'aide à la décision a été employé pour analyser la fabricabilité et proposer un set de paramètres de réglage du procédé. L'outil de planification optimisée des trajectoires est appliqué et génère des trajectoires optimisées à partir de la gestion des redondances cinématiques, l'utilisation du vireur pour la pièce carré et de l'axe linéaire pour la pièce rail. La planification optimisée est réalisée à partir de l'évolution de différents critères (vitesse, mécanique, rigidité, butées). Nous montrons que ceux-ci évoluent positivement entre une trajectoire optimisée et non optimisée. Nous montrons également une évolution positive des données (accélération, vitesse) issue de l'accéléromètre triaxial pour la trajectoire optimisée.

Les deux pièces tests sont réalisées à partir des trajectoires non optimisé et optimisées. Nous montrons, plus spécifiquement sur la pièce rail, les apports de l'optimisation par la gestion des redondances cinématiques avec un dépôt de matière sans défauts particulier pour la trajectoire optimisée par rapport à la trajectoire non optimisée. Ceci permet donc d'assurer la qualité des pièces produites et d'utiliser au mieux les fonctionnalités et les capacités de la cellule de FAMGP.

### **Conclusion générale**

Les travaux exposés dans cette thèse portent sur l'implémentation de solutions d'optimisation afin de garantir la qualité des pièces produites par une cellule robotique dédiée à la fabrication additive métallique de grandes pièces (FAMGP).

Le premier chapitre présente le contexte de la robotisation des procédés de fabrication additive métallique (FAM) et plus spécifiquement le dépôt de matière sous énergie concentrée (DED). La limitation de l'espace de travail des machines cartésiennes 5 axes habituellement utilisées a conduit à l'intégration des robots industriels dans les systèmes de FAM. Cette intégration nécessite la prise en compte simultanée des contraintes robotiques et procédé dans le processus de fabrication additive robotisé, une démarche encore peu systématique dans ce domaine. Ce chapitre décrit donc les procédés DED CLAD® (construction laser additive directe) et les contraintes associées, expose les systèmes cinématiques de FAM (ajout de mobilités) et leurs capabilités. Nous présentons ensuite la cellule FAMGP développée par IREPA LASER, multi-procédés et multi-redondantes (axe linéaire, vireur) et les typologies de pièces réalisées. Celles-ci ont révélé des problématiques qui concernent le choix adéquat du couple procédé-stratégie, la gestion des redondances cinématiques et des défauts d'oscillations du dépôt de matière. Les principaux objectifs de cette thèse consistent à proposer un choix pertinent de la stratégie de fabrication à partir de l'identification des paramètres clés du triptyque Produit/Processus/Ressources. Il s'agit également d'étudier le comportement des robots afin d'évaluer leurs capabilités et de proposer des solutions d'amélioration de la qualité du dépôt de matière. Une solution concerne la planification optimisée des trajectoires par la gestion des redondances cinématiques nécessitant l'utilisation de critères d'optimisation (cinématique, mécanique, rigidité, etc.) et la prise en compte des spécificités des procédés. Les apports sont illustrés au travers de la réalisation de pièces tests.

Le deuxième chapitre détaille la démarche d'identification des paramètres clés du triptyque PPR et présente l'outil d'aide à la décision (OAD) élaboré pour orienter le choix des stratégies de fabrication et les réglages des paramètres. Les procédés DED CLAD® (laser-fil et laserpoudre) intégrés dans le système FAMGP requièrent le réglage d'un grand nombre de paramètres interdépendants. La méthode MIC-MAC retenue (Matrices d'impacts croisés -Multiplication appliquée à un classement) a permis de hiérarchiser et d'identifier les paramètres prépondérant. Les paramètres moteurs sont liés aux procédés (puissance laser, vitesse d'alimentation du fil, débit de poudre) et à la stratégie de fabrication (schéma de dépôt, vitesse d'avance). Les paramètres fortement dépendants sont reliés à la qualité de la pièce et au temps de fabrication, et les paramètres clés du système FAMGP (fortement moteurs et dépendants) sont la hauteur et la largeur du cordon. Ces résultats ont été intégrés dans l'OAD, qui fournit des recommandations à l'opérateur concernant la géométrie de la pièce (fabricabilité par le système FAMGP), le procédé DED CLAD® adéquat (laser-fil ou laser-poudre), les caractéristiques des matériaux associés au procédé, la stratégie de fabrication (configuration du système FAMGP, motif de dépôt, etc.) ainsi que les valeurs de réglage des paramètres (puissance laser, vitesse d'avance, hauteur du cordon, etc.). Cet outil apporte une contribution dans la sélection optimisée des stratégies de fabrication additive DED robotisée.

Le troisième chapitre présente la modélisation de la cellule robotique et la démarche d'optimisation pour la gestion des redondances. Les modèles géométriques et cinématiques du robot hybride à structure mécanique à parallélogramme COMAU NJ 165 3.0 sont décrits, ainsi que ceux de la cellule redondante composée du robot COMAU associé à un axe linéaire et à un vireur deux axes. Cette configuration présente trois redondances cinématiques ainsi qu'une

redondance fonctionnelle. La méthode du gradient projeté (GPM) est utilisée pour gérer les redondances associées à une fonction objectif définie par agrégation de critères pondérés. Nous présentons ensuite la formulation de l'ensemble des critères d'optimisation retenus, associés aux capacités de la cellule (cinématique, mécanique, rigidité), et intégrés dans l'optimisation. Ensuite, nous exposons l'algorithme de résolution pour la planification optimisée des trajectoires.

Le quatrième chapitre présente l'étude du comportement des robots du système FAMGP afin d'évaluer leurs capabilités. La première partie concerne l'analyse modale effectuée sur les deux robots. Celle-ci révèle que la plage des premières fréquences propres se situe entre 5 Hz et 14 Hz, que l'utilisation de l'axe linéaire n'a pas d'incidence, en revanche la configuration du robot impacte l'amplitude des déplacements ce qui oriente en première approche le choix. La deuxième partie traite des tests Ballbar réalisés. Ils montrent des défauts (circularité, jeux d'inversion, latéraux, etc.) significatifs mais non critiques vis-à-vis de la précision attendue lors du dépôt de matière. La troisième partie concerne l'étude du comportement cinématique des robots lors du suivi de trajectoire avec l'acquisition simultanée des données au moyen d'un laser tracker et d'un accéléromètre triaxial. Les acquisitions sont réalisées pour différentes trajectoires, pour deux configurations du robot, et l'utilisation ou non de l'axe linéaire. L'analyse des acquisitions montre que les déviations moyennes en vitesse et en position sont moindres en configuration  $C_2$  (parallélogramme ouvert) qu'en configuration  $C_3$ (parallélogramme fermé) allant dans le même sens que l'analyse modale. L'utilisation de l'axe linéaire pour des déplacements suivant la direction X minimise également les déviations. Son utilisation sera donc privilégiée pour des pièces prismatiques longues. Les phases les plus critiques d'oscillations concernent le démarrage, l'arrêt et les changements brusques de directions. Ces résultats ont permis des définir des recommandations intégrées dans l'outil d'aide à la décision OAD et le réglage des paramètres d'optimisation pour la planification des trajectoires. La dernière partie s'intéresse à la corrélation des données issues des acquisitions du laser tracker et de l'accéléromètre triaxial. Nous montrons que les courbes de vitesse et d'accélération offrent une bonne corrélation. Aussi, nous optons pour l'utilisation de l'accéléromètre triaxial, du fait de sa praticité, pour la phase expérimentale. Nous avons ainsi évalué les capabilités de la cellule, identifié les configurations du robot et les modes de fabrication permettant d'envisager une fabrication robotisée optimisée.

Le cinquième chapitre présente les applications et résultats issus de la validation des stratégies de fabrication et de la planification optimisée des trajectoires. La première partie concerne le choix du motif de dépôt pour la pièce test rail. L'analyse des données, issues de l'accéléromètre triaxial, pour trois motifs de dépôt, montre des disparités dans la variation de l'accélération, de la déviation moyenne en vitesse et en position. Ces résultats, confirmés par les dépôts de matière des trois motifs, attestent de l'intérêt de cette analyse pour la validation de la stratégie de fabrication réduisant ainsi le nombre d'échantillons préalablement réalisés. L'optimisation est ensuite appliquée à deux pièces tests. L'outil d'aide à la décision OAD propose un set de paramètres de réglage du procédé. L'outil de planification des trajectoires est appliqué et génère des trajectoires optimisées à partir de la gestion des redondances cinématiques, l'utilisation du vireur pour la pièce test carrée et de l'axe linéaire pour la pièce test rail. Nous montrons une évolution positive des critères d'optimisation entre la trajectoire optimisée et non optimisée. Cette amélioration est confirmée par l'analyse des données (accélération, vitesse) issues de l'accéléromètre triaxial. Les deux pièces tests sont réalisées à partir des trajectoires non optimisées et optimisées. Nous montrons, plus spécifiquement sur la pièce test rail, les apports de l'optimisation avec un dépôt de matière sans défauts particuliers. L'application des différentes solutions d'optimisation permet ainsi d'assurer la qualité des pièces produites et d'utiliser au mieux les fonctionnalités et les capacités de la cellule de FAMGP.

Les travaux présentés apportent des contributions dans le domaine de la FAM robotisée DED en fournissant des solutions d'optimisation et des perspectives d'amélioration pour la production de pièces métalliques de grandes dimensions.

### **Perspectives**

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse ont montré les potentialités des solutions d'optimisation proposées : utilisation de l'OAD pour le choix de la stratégie, planification optimisée des trajectoires par la gestion des redondances et analyse du comportement cinématique par accéléromètre. Ceci permet d'envisager d'utiliser de manière plus optimale les capacités de la cellule de FAMGP. Les premières pièces réalisées sont encourageantes et ont permis de tester et évaluer les fonctionnalités de l'outil de planification. Cependant, ces premiers résultats vont nécessiter une phase expérimentale plus importante afin de valider les apports de l'optimisation sur un ensemble de typologie de pièces. Les résultats obtenus et les solutions d'optimisation apportées permettent d'entrevoir des avancées significatives quant à l'utilisation des redondances cinématiques de la cellule de FAMGP et l'analyse du comportement cinématique comme prétraitement de validation des trajectoires. Ces résultats ouvrent des perspectives pour les recherches futures.

Un premier axe de continuité de nos travaux concerne l'outil d'aide à la décision. Celui-ci intègre aujourd'hui des géométries de formes simples et un algorithme de prise de décision relié à une base de données découlant de la formalisation des connaissances métier de nos travaux. Il s'agit donc d'enrichir l'outil vers des pièces de formes complexes et relier celui-ci à une base de données externe type SQL. Le renseignement des données géométriques peut être réalisé par une analyse automatique des modèles CAO des pièces, comme le font certains logiciels appliqués par exemple au procédés de fusion sur lit de poudre. Les recommandations concernant les matériaux disponibles et le réglage des paramètres peuvent prendre en compte les informations contenues dans la base de données externe. A terme, les développements réalisés pourraient être interfacés ou directement intégrés au logiciel de FAO et de PHL pour évaluer la faisabilité des pièces et obtenir des recommandations sur les stratégies avant leur mise en œuvre. Une solution logicielle avancée telle que celle développée par la société Cognitive Design System pour l'étude de faisabilité des procédés de fabrication additive peut être envisagée et adaptée aux procédés DED CLAD. Par ailleurs, l'OAD peut être adapté à d'autres procédés de FAM tel que le WAAM ainsi qu'à d'autres architectures de cellule, l'objectif étant de généraliser la méthodologie utilisée.

Un deuxième axe concerne l'utilisation et l'amélioration de l'outil de planification des trajectoires. Dans le cadre des tests réalisés, les trajectoires des deux pièces tests comportent des débattements articulaires (robot, vireur, axe linéaire) assez importants. Nous avons utilisé uniquement l'optimisation globale pour la recherche de solutions. Dans le cas de la gestion d'axes supplémentaires, ou pour d'autres typologies de pièces, il peut être pertinent d'appliquer globalement ou sur certaines parties de la trajectoire l'optimisation locale. De même, de par les contraintes d'orientation de la tête de dépôt fil devant rester fixe par rapport à la direction d'avance, nous n'avons pas utilisé la gestion de la redondance fonctionnelle. Aujourd'hui, IREPA laser a développé une tête fil multidirectionnelle pour s'affranchir de cette contrainte. Ainsi, dans le cas du dépôt fil et poudre, il peut être également intéressant d'étudier les apports de la redondance fonctionnelle dans l'optimisation. Un autre point concerne l'utilisation de l'avance linéaire U pour des pièces positionnées sur le vireur. Il peut être intéressant d'utiliser

celui-ci pour la réalisation de la pièce test carrée dans les déplacements suivant la direction X. L'idée est de décomposer la trajectoire en segments de dépôt simple, d'appliquer les fonctionnalités de NX Siemens pour générer la trajectoire, puis de fusionner les programmes afin de limiter les oscillations dans les changements de direction. Des essais sont bien sûr nécessaires pour confirmer les apports de cette proposition.

Un troisième axe concerne l'étude plus approfondie de la qualité des pièces produites avec et sans optimisation. Pour évaluer celles-ci, nous avons retenu des critères dimensionnels et visuels simples mais cela s'avère très restrictif. Aussi, nous envisageons des analyses de la microstructure des pièces et des simulations thermomécaniques des deux trajectoires pour analyser les déformations durant la fabrication. Des travaux antérieurs menés à IREPA LASER [Nain 2022] sur la modélisation thermomécanique des pièces fabriquées en DED serviront de base pour générer les modèles thermomécaniques et définir de nouveaux critères de comparaison. Ceci peut amener également à définir de nouveaux critères dans le choix de la stratégie et dans l'optimisation.

Un quatrième axe concerne l'analyse du comportement cinématique des robots lors du parcours de la trajectoire. Nous avons montré qu'il y a une bonne corrélation des données issues des acquisitions du laser tracker et de l'accéléromètre triaxial. Ceci ouvre de nombreuses pistes d'étude car l'accéléromètre n'a pas de contraintes de suivi de la mire optique par rapport au laser tracker et la fréquence d'acquisition est beaucoup plus importante pour enregistrer les variations. Une première piste concerne l'étude des trajectoires utilisant la synchronisation des différentes mobilités du vireur et/ou de l'axe linéaire dans le comportement cinématique du robot. Nous pouvons donc comparer l'impact des différentes trajectoires sur le comportement cinématique et évaluer les apports de telle ou telle stratégie, de tel ou tel mode de fabrication à vide, limitant ainsi les tests de réalisation. Une deuxième piste concerne la modification des vitesses d'avance dans le programme CN à partir de l'analyse des courbes de vitesse et accélération. Il s'agit d'obtenir des mouvements plus fluides et de limiter les oscillations dans les phases de changement de directions. Une troisième piste concerne tout d'abord le suivi en temps réel de la trajectoire, qui pourrait être relié à la détection de défauts de dépôt matière et ainsi avertir l'opérateur. Une autre piste plus ambitieuse concerne le développement d'une commande adaptative, permettant de réguler en temps réel la vitesse d'avance et le dépôt de matière à partir des informations de l'accéléromètre triaxial. Des travaux analogues ont déjà été réalisés dans le cas du contrôle du procédé d'usinage et du pilotage des robots. Il s'agit dans tous les cas d'améliorer et de maitriser la qualité du dépôt matière.

Un cinquième axe concerne la modélisation de la cellule et la gestion complète des redondances de celle-ci. Pour l'instant, la cellule modélisée comporte un seul robot porté par l'axe linéaire et associé au vireur deux axes. Un objectif est de modéliser la cellule FAMGP dans son intégralité, c'est-à-dire en intégrant le deuxième robot ainsi que l'axe linéaire portant la pièce. Cela permet d'accroître le nombre de redondances cinématiques et de coupler les deux procédés (dépôt fil, poudre). Ceci fait apparaître de nouvelles problématiques :

- Choix de la stratégie de dépose matière : dépôt fil-fil pour augmenter la capacité de production des pièces, dépôt fil-poudre pour réaliser des dépôts de matière dans certaines zones avec une qualité dimensionnelle plus précise.
- Répartition des tâches entre les deux robots
- Gestion des collisions.

Ceci va nécessiter la définition de nouvelles contraintes et nouveaux critères, voir l'application ou l'ajout de nouvelles méthodes d'optimisation.

Les attentes industrielles des solutions robotiques dans le domaine de la fabrication additive métallique de pièces de grandes dimensions sont fortes et la gestion optimisée des redondances est une des voies prometteuses pour améliorer les capacités de production et garantir la qualité attendue des pièces produites.

## **Références bibliographiques**

| [Ahn, 2021]                   | Ahn DG, <i>Directed Energy Deposition (DED) Process: State of the Art</i> , International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology, vol. 8, n° 2, p. 703-742, mars  |
|-------------------------------|--|
| [Alhijaily et al., 2023]      | 2021, doi: 10.1049/et.2015.0618.<br>Alhijaily A., Kilic Z. M., et Bartolo A. N. P., <i>Teams of robots in additive manufacturing: a review</i> , Virtual and Physical Prototyping, vol.18, nº 1, p. e2162929, déc. 2023, doi: 10.1080/17452759.2022.2162020  |
| [Alliance Industrie du futur] | Alliance Industrie du futur, <i>Développement de l'offre</i><br><i>technologique du futur - Alliance Industrie du futur</i> . Alliance<br>Industrie du Ftutur. [En ligne]. Disponible sur:<br>http://www.industrie-dufutur.org/nos-missions/developpement-   |
| [Altıparmak et al., 2021]     | de-loffre-technologique-du-futur/<br>Altıparmak S.C., Yardley V.A., Shi Z., et Lin J., <i>Challenges in</i><br><i>additive manufacturing of high-strength aluminium alloys and</i><br><i>current developments in hybrid additive manufacturing.</i><br>International Journal of Lightweight Materials and Manufacture,<br>vol. 4, n° 2, p. 246-261, juin 2021, |
| [Andres et al., 2011]         | doi:10.1016/j.ijlmm.2020.12.004.<br>Andres J., Gracia L., et Tornero J. (2011), <i>Calibration and control</i><br><i>of a redundant robotic workcell for milling tasks</i> , International<br>Journal of Computer Integrated Manufacturing, vol. 24, nº 06, p.   |
| [Andres et al., 2012]         | Andres J., Gracia L., et Tornero J. (2012), <i>Implementation and testing of a CAM postprocessor for an industrial redundant workcell with evaluation of several fuzzified Redundancy Resolution Schemes</i> , Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 28, n° 2, p. 265-274, avr. 2012, doi: 10.1016/j.reim.2011.00.008                           |
| [Angeles, 2003]               | Angeles J., <i>Fundamentals of robotic mechanical systems: theory,</i><br><i>methods, and algorithms.</i> New York : Springer, 2003. Consulté<br>le: 14 décembre 2023. [En ligne]. Disponible sur:<br>http://orghiug.org/details/pringer_10_1007_b07507  |
| [Åström et Murray 2021]       | Åström K.J., et Murray R. M., Feedback Systems: An<br>Introduction for Scientists and Engineers, Second Edition.   |
| [Badkoobehhezaveh et al., 20  | <ul> <li>Princeton University Press, 2021.</li> <li>[022] Badkoobehhezaveh H., Fotouhi R., Zhang Q., et Bitner D., <i>Vibration Analysis of a 5-DOF Long-Reach Robotic Arm.</i></li> <li>Vibration, vol. 5, nº 3, Art. nº 3, sept. 2022, doi: 10.3390/vibration5030034.</li> </ul>   |
| [Barlier et Bernard 2016]     | Barlier C., et Bernard A., <i>Fabrication additive Du</i><br>prototyperanide à l'impression 3D DUNOD 2016  |
| [Bennett et al. 2017]         | Bennett J.L., Wolff S.J., Hyatt G., Ehmann K., et Cao J., <i>Thermal effect on clad dimension for laser deposited Inconel 718</i> , Journal of Manufacturing Processes, vol. 28, p. 550-557, août 2017, doi: 10.1016/j.jmapro.2017.04.024.   |

| [Beschi et al., 2019]  | Beschi M., Mutti S., Nicola G., Faroni M., Magnoni P.,<br>Villagrossi E., et Pedrocchi N., <i>Optimal Robot Motion Planning</i><br><i>of Redundant Robots in Machining and Additive Manufacturing</i><br><i>Applications</i> . Electronics, vol. 8, n° 12, Art. n° 12, déc. 2019, doi:<br>10.3390/electronics8121437  |
|------------------------|---|
| [Bhatt et al., 2019]   | Bhatt P.M., Kabir A.M., Malhan R.K., Shah B., Shembekar A.V.,<br>Yoon Y.J., et Gupta S.K., <i>A Robotic Cell for Multi-Resolution</i><br><i>Additive Manufacturing</i> , in 2019 International Conference on<br>Robotics and Automation (ICRA), mai 2019, p. 2800-2807. doi:<br>10.1109/ICRA.2019.8793730.            |
| [Bhatt et al., 2022]   | Bhatt P.M., Nycz, A., et Gupta S.K., <i>Optimizing Multi-Robot</i><br><i>Placements for Wire Arc Additive Manufacturing</i> , in 2022<br>International Conference on Robotics and Automation (ICRA),<br>mai 2022, p. 7942-7948.<br>doi:10.1109/ICRA46639.2022.9812318.  |
| [Bian et al., 2011]    | Bian Y., Gao Z., et Yun C., <i>Study on vibration reduction and mobility improvement for the flexible manipulator via redundancy resolution.</i> Nonlinear Dynamics, vol. 65, n° 4, p. 359-368, sept. 2011, doi: 10.1007/s11071-010-9897-x.   |
| [Bizony, 2015]         | Bizony P., <i>Focus: THE 3 Laws of Robotics</i> , Engineering & Technology, vol. 10, n° 6, p. 44-45, juill. 2015, doi: 10.1049/et.2015.0618.  |
| [Bland, 2019]          | Bland S., <i>LASIMM Large 3D printer ready to build</i> . Metal Powder Report, vol. 74, n° 3, p. 163-164, mai 2019, doi: 10.1016/j.mprp.2019.04.009.  |
| [Bourlet et al., 2017] | Bourlet C., Scandella F., et Jubin L., <i>État de l'art de fabrication additive métallique avec du fil.</i> Soudage et techniques connexes, vol. 426, n° 426, p. 53-63, déc. 2017, [En ligne]. Disponible sur: https://fr.scribd.com/document/498060407/Etat-de-l-art-de-fabrication-additive-metallique-avec-du-fil# |
| [BRISSAUD, 2003]       | BRISSAUD D., <i>La F.A.O.</i> : <i>une activité du développement de produit</i> , in Fabrication Assistée par Ordinateur, Hermès édition., in Les traites IC2., Paris, 2003, p. 347-368.  |
| [Bui et al., 2021]     | Bui H., Pierson H.A., Pinkley S.N., et Sullivan K.M., <i>Toolpath planning for multi-gantry additive manufacturing</i> , IISE Transactions, vol. 53, n° 5, p. 552-567, mai 2021, doi: 10.1080/24725854.2020.1775915.  |
| [Caro et al., 2013]    | Caro S., Dumas C., Garnier S., et Furet B., <i>Workpiece placement optimization for machining operations with a KUKA KR270-2 robot.</i> in 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation, mai 2013, p. 2921-2926. doi: 10.1109/ICRA.2013.6630982.   |
| [Chalvin, 2020]        | Chalvin M., <i>Fabrication additive de tubulures par dépôt de fil robotisé multi-axes : génération et optimisation de trajectoires</i> , phdthesis, Université de Toulon, 2020. [En ligne].Disponible sur: https://theses.hal.science/tel-03240568  |
| [Chalvin et al., 2019] | Chalvin M., Campocasso, S., Hugel, V., et Baizeau, T.,<br>Génération de trajectoire pour l'ajout d'entités par fabrication<br>additive robotisée multi-axes. In 16ème Colloque national S-<br>mart. p. 7, 2019.   |

| [Chan et Dubey 1995]        | Chan, T.F., et Dubey, R.V., A weighted least-norm solution-                   |
|-----------------------------|---|
|                             | based scheme for avoiding joint limits for redundant joint                    |
|                             | manipulators, IEEE Transactions on Robotics and Automation,                   |
|                             | 11(2), vol. 11, nº 2, p. 286-292, avr. 1995, doi:                             |
|                             | 10.1109/70.370511.  |
| [Chaumette et Marchand 20   | 01] Chaumette F., et Marchand E., A redundancy-based iterative                |
|                             | approach for avoiding joint limits: application to visual servoing,           |
|                             | IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 17, nº 5,                  |
|                             | p.719-730, oct. 2001, doi: 10.1109/70.964671.                                 |
| [Chiaverini et al., 2009]   | Chiaverini S., Oriolo G., et Walker I.D, Kinematically Redundant              |
|                             | Manipulators, B. Siciliano et O. Khatib, Éd., Berlin, Heidelberg:             |
|                             | Springer Berlin Heidelberg, 2009, p. 245-268. doi: 10.1007/978-               |
|                             | 3-540-30301-5_12.   |
| [Colegrove et al., 2016]    | Colegrove P.A., McAndrew A.R., Ding J., Martina F., Kurzynski                 |
|                             | P., et Williams S., System Architectures for Large Scale Wire +               |
|                             | Arc Additive Manufacture, 10th International Conference on                    |
|                             | Trends in Welding Research, oct. 2016.  |
| [Cousturier, 2017]          | Cousturier, R., Amélioration par la gestion de redondance du                  |
|                             | comportement des robots à structure hybride sous sollicitations               |
|                             | d'usinage, phdthesis, Université Clermont Auvergne, 2017.                     |
|                             | Disponible sur: https://theses.hal.science/tel-01936694                       |
| [Crivelli et al., 2019]     | Crivell, F., Baumann V., Steiner M., D'Urso M., Schmid P., et                 |
|                             | Steinecker A., An All-in-One Robotic Platform for Hybrid                      |
|                             | Manufacturing of Large Volume Parts. in Precision Assembly in                 |
|                             | the Digital Age, S. Ratchev, Ed., in IFIP Advances in Information             |
|                             | and Communication Technology. Springer International                          |
|                             | Publishing, 2019, p. 3-14.  |
| [Cui et al., 2022]          | Cui G., Li B., Tian W., Liao W., et Zhao W., Dynamic modeling                 |
|                             | and vibration prediction of an industrial robot in manufacturing.             |
|                             | Applied Mathematical Modelling, vol. 105, p. 114-136, mai                     |
|                             | 2022, doi: 10.1016/j.apm.2021.12.031.   |
| [Da Graça Marcos et al., 20 | 009] Da Graça Marcos M., Tenreiro Machado J.A., et Azevedo-                   |
|                             | Perdicoúlis TP., Trajectory planning of redundant manipulators                |
|                             | using genetic algorithms, Communications in Nonlinear Science                 |
|                             | and Numerical Simulation, vol. 14, n° 7, p. 2858-2869, juill. 2009,           |
| D 111 116 1005              | doi: 10.1016/j.cnsns.2008.10.014.   |
| [Dagalakis and Myers, 1985] | Dagalakis N.G., et Myers D.R., Adjustment of Robot Joint Gear                 |
|                             | Backlash Using the Robot Joint Test Excitation Technique, The                 |
|                             | International Journal of Robotics Research, vol. 4, nº 2, p. 65-79,           |
|                             | juin 1985, doi: 10.1177/027836498500400206.                                   |
| [Dai et al., 2020]          | Dai C., Lefebvre S., Yu KM., Geraedts J. M. P., et Wang,                      |
|                             | C.C.L., Planning Jerk-Optimized Trajectory With Discrete Time                 |
|                             | Constraints for Redundant Robots, IEEE Transactions on                        |
|                             | Automation Science and Engineering, vol. $1/$ , n° 4, p. $1/11-1/24$ ,        |
| ID (M 11 2010)              | oct. 2020, doi: 10.1109/1ASE.2020.29/4//1.                                    |
| [Dass et Moridi 2019]       | Dass A., et Morial A., State of the Art in Directed Energy                    |
|                             | Deposition: From Additive Manufacturing to Materials Design.                  |
|                             | Country s, vol. 9, n° /, Art. n° /, juill. 2019, doi: 10.2200/acating 0070418 |
|                             | 10.3390/coating890/0418.  |

| [Dávila et al. 2020]     | Dávila J.L., Neto P.I., Noritomi P.Y., Coelho R.T., et da Silva J.V.L., <i>Hybrid manufacturing: a review of the synergy between</i>  |
|--------------------------|---|
|                          | directed energy deposition and subtractive processes. The<br>International Journal of Advanced Manufacturing Technology,<br>vol. 110, n° 11, p. 3377-3390, oct. 2020, doi: 10.1007/s00170-<br>020-06062-7   |
| [Debout et al., 2011]    | Debout P., Chanal H., et Duc E., <i>Tool path smoothing of a redundant machine: Application to Automated Fiber Placement.</i><br>Computer-Aided Design, vol. 43, n° 2, p. 122-132, févr. 2011,  |
| [Demir, 2018]            | doi: 10.1016/j.cad.2010.09.011.<br>Demir A.G., <i>Micro laser metal wire deposition for additive manufacturing of thin-walled structures</i> , Optics and Lasers in Engineering, vol. 100, p. 9-17, janv. 2018, doi: 10.1016/j.cad.2017.07.002  |
| [Denlinger et al., 2015] | Denlinger E.R., Heigel J.C., Michaleris P., et Palmer T.A., <i>Effect</i><br>of inter-layer dwell time on distortion and residual stress in<br>additive manufacturing of titanium and nickel alloys. Journal of<br>Materials Processing Technology, vol. 215, p. 123-131, janv.   |
| [Dharmawan et al., 2018] | 2015, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2014.07.030.<br>Dharmawan A.G., Padmanathan S., Xiong Y., Ituarte I.F., Foong S., et Soh G. S., <i>Maximizing Robot Manipulator's Functional Redundancy via Sequential Informed Optimization</i> . 2018 3rd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM), juill. 2018, p. 334-339. doi: |
| [Dilberoglu et al. 2021] | 10.1109/ICARM.2018.8610834.<br>Dilberoglu U.M., Gharehpapagh B., Yaman U., et Dolen M.,<br><i>Current trends and research opportunities in hybrid additive</i><br><i>manufacturing</i> . The International Journal of Advanced<br>Manufacturing Technology, vol. 113, n° 3, p. 623-648, mars<br>2021 doi: 10.1007/s00170.021.06688.1              |
| [D. Ding et al., 2014]   | Ding D., Pan Z., Cuiuri D., et Li H., <i>A tool-path generation</i><br>strategy for wire and arc additive manufacturing. The<br>International Journal of Advanced Manufacturing Technology,<br>vol. 73, n° 1-4, p. 173-183, juill. 2014, doi: 10.1007/s00170-014-<br>5808-5   |
| [D. Ding et al., 2015]   | Ding D., Pan Z., Cuiuri D., et Li H., <i>Wire-feed additive manufacturing of metal components: technologies, developments and future interests.</i> The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 81, n° 1-4, p. 465-481, oct. 2015, doi: 10.1007/s00170-015-7077-3.   |
| [Ding et al. 2016]       | Ding D., Pan Z., Cuiuri D., Li H., et Larkin, N., Adaptive path planning for wire-feed additive manufacturing using medial axis transformation. Journal of Cleaner Production, vol. 133, p. 942-952, oct. 2016, doi: 10.1016/j.jclepro.2016.06.036  |
| [Y. Ding et al., 2017]   | Ding Y., Dwivedi R., et Kovacevic R., <i>Process planning for 8-axis robotized laser-based direct metal deposition system: A case on building revolved part.</i> Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 44, p. 67-76, avr. 2017, doi: 10.1016/j.rcim.2016.08.008.   |

| [Diourté, 2021]             | Diourté A., <i>Génération et optimisation de trajectoire dans la fabrication additive par soudage à l'arc</i> phdthesis Université |
|-----------------------------|--|
|                             | Paul Sabatier - Toulouse III, 2021. Disponible sur:<br>https://theses.hel.science/tel.02663003                                     |
| [Dolgui et Pashkevich 2009] | Dolgui A., et Pashkevich A. Manipulator motion planning for  |
|                             | high-speed robotic laser cutting. International Journal of   |
|                             | Production Research, vol. 17, nº 2, p. 171-183, mars 2004, doi:  |
|                             | 10.1080/0951192031000078202.   |
| [Dombre, 2001]              | Dombre, É., Analyse et modélisation des robots manipulateurs.<br>in IC2 Paris: Hermès science publications 2001                    |
| [Doukas et al., 2012]       | Doukas C., Pandremenos J., Stavropoulos P., Foteinopoulos P., et   |
| []                          | Chryssolouris G., On an Empirical Investigation of the Structural  |
|                             | Behavior of Robots. Procedia CIRP, vol. 3, p. 501-506, janv.   |
|                             | 2012, doi: 10.1016/j.procir.2012.07.086.   |
| [Dumas, 2011]               | Dumas C., Développement de méthodes robotisées pour le   |
|                             | parachèvement de pièces métalliques et composites, These de  |
|                             | doctorat, Nantes, 2011. Disponible sur:  |
|                             | https://www.theses.fr/2011NANT2108   |
| [Dumas et al., 2011]        | Dumas C., Caro S., Garnier S., and Furet, B., Joint stiffness  |
|                             | identification of six-revolute industrial serial robots. Robotics  |
|                             | and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 27, nº 4,  |
|                             | p.881-888, août 2011, doi: 10.1016/j.rcim.2011.02.003.   |
| [Duperrin et Godet 1974]    | Duperrin JC., et Godet M., Prospective des systèmes: une   |
|                             | nouvelle méthode d'impacts croisés S.M.I.C. 74. [Rapport de  |
|                             | recherche] Centre national de l'entrepreneuriat(CNE); CEA,   |
| [Ealach at al. 2010]        | p.115, 1974.<br>Ealach T. Silza E. at Schnick M. Bracass Control for Bohat   |
| [Feisch et al., 2019]       | Person 1., Sinze F., et Schlinck M., Process Control for Robol<br>Based Additive Manufacturing in 2010 24th IEEE International     |
|                             | Conference on Emerging Technologies and Eactory Automation   |
|                             | (ETEA) sent 2019 n $1489-1402$   |
|                             | doi: 10 1109/ETFA 2019 8869530   |
| [Ferrier, 2018]             | Ferrier N., Fabrication additive et chaîne numérique. Cahier de  |
| [,]                         | la transformation numérique. Disponible sur: https://blog.irt-   |
|                             | systemx.fr/fabrication-additive-et-chaine-numerique/   |
| [Ford et Despeisse 2016]    | Ford S., et Despeisse M., Additive manufacturing and   |
|                             | sustainability: an exploratory study of the advantages and   |
|                             | challenges. Journal of Cleaner Production, vol. 137, p.1573-1587,  |
|                             | nov. 2016, doi: 10.1016/j.jclepro.2016.04.150.   |
| [FOURNIER et al., 2019]     | FOURNIER T., Busca D., et Fache M., Enroulement filamentaire   |
|                             | et fabrication additive robotisée, in 21ème Journées Nationales  |
|                             | sur les Composites, Bordeaux, Talence, France: Ecole Nationale   |
|                             | Supérieure d'Arts et Métiers (ENSAM) - Bordeaux, juill. 2019.  |
|                             | Disponible sur: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02424002  |
| [French et al., 2019]       | French R., Marin-Reye H., Kapellmann-Zafra G., et Abrego-  |
|                             | Hernandez S., <i>Robotic additive manufacturing system featuring</i>   |
|                             | wire aeposition by electric arc for high-value manufacturing, in<br>2010 IEEE 15th International Conference on Automation Science  |
|                             | 2019 IEEE 13th International Conference on Automation Science<br>and Engineering (CASE), point 2010, p. 1749, 1754                 |
|                             | doi: 10 1109/COASE 2019 8842997  |

| [Gao et al., 2013]          | Gao M., Wang Z., Li X., et Zeng X., The Effect of Deposition<br>Patterns on the Deformation of Substrates During Direct Laser  |
|-----------------------------|--|
|                             | <i>Fabrication</i> , Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 135, n° 3, p. 034502, juill. 2013, doi: 10.1115/1.4024195.  |
| [Gibson et al., 2021a]      | Gibson I., Rosen D., Stucker B., et Khorasani M., <i>Design for</i><br><i>Additive Manufacturing</i> , In: Additive Manufacturing<br>Technologies, Éd., Cham: Springer International Publishing,<br>2021, p. 555-607. doi: 10.1007/978-3-030-56127-7 19.           |
| [Gibson et al., 2021b]      | Gibson I., Rosen D., Stucker B., et Khorasani M., <i>Hybrid Additive Manufacturing</i> , in Additive Manufacturing Technologies, Éd., Cham: Springer International Publishing, 2021, p. 347-366. doi: 10.1007/978-3-030-56127-7_12.                                |
| [Godet, 2003]               | Godet M., <i>Methods of prospective &gt; Softwares &gt; Micmac : La prospective</i> , Disponible sur: http://en.laprospective.fr/methods-of-prospective/softwares/59-micmac.html   |
| [Grigore Gogu, 2002]        | Gogu Grigore, <i>Families of 6R orthogonal robotic manipulators</i><br><i>with only isolated and pseudo-isolated singularities</i> , Mechanism<br>and Machine Theory, vol. 37, n° 11, p. 1347-1375, nov. 2002, doi:<br>10.1016/S0094-114X(02)00048-4.              |
| [Grigore Gogu, 2008]        | Gogu Grigore, Éd., <i>Structural Synthesis of Parallel Robots</i> , vol.149. in Solid Mechanics and its Applications, vol. 149. Dordrecht: Springer Netherlands, 2008. doi: 10.1007/978-1-4020-5710-6.   |
| [Gogu et al 2004]           | Gogu Grigoré, et Coiffet P., <i>Structural synthesis of</i><br><i>anthropomorphic robotic manipulators with only isolated</i><br><i>singularities</i> , présenté à Proceedings of 35th International<br>Symposium on Robotics (ISR 2004), Paris, France, 004.      |
| [Grigore Gogu et al., 1997] | Gogu Grigore, Coiffet P., et Barraco, A., <i>Représentations des déplacements des robots</i> , Mathématiques Pour La Robotique, 1997.  |
| [Gong et al., 2021]         | Gong M., Zhang S., Lu Y., Wang D., et Gao M., <i>Effects of laser</i> power on texture evolution and mechanical properties of laser-<br>arc hybrid additive manufacturing, Additive Manufacturing, vol.46, p. 102201, oct. 2021, doi: 10.1016/j.addma.2021.102201. |
| [Gonul et al., 2019]        | Gonul B., Sapmaz O. F., et Tunc L.T., <i>Improved stable conditions</i><br><i>in robotic milling by kinematic redundancy</i> . Procedia CIRP,<br>vol.82, p. 485-490, janv. 2019, doi: 10.1016/j.procir.2019.04.334.  |
| [Greer et al., 2019]        | Greer C., Nycz A., Noakes M., Richardson B., Post B., Kurfess T., et Love L., <i>Introduction to the design rules for Metal Big Area Additive Manufacturing</i> , Additive Manufacturing, vol. 27, n° C, févr. 2019, doi: 10.1016/j.addma.2019.02.016.             |
| [Guaranteed, 2020]          | Guaranteed, <i>First article on the value proposal of Guaranteed appears in 3D Print Magazine</i> , Guaranteed, 28 avril 2020. Disponible sur: https://www.guaranteed.be/en/news/first-article-on-the-value-proposal-of-guaranteed-appears-in-3d-print-magazine    |
| [Gueta et al., 2011]        | Gueta L. B., Cheng J., Chiba R., Arai T., Ueyama T., et Ota J.,<br>Multiple-goal task realization utilizing redundant degrees of<br>freedom of task and tool attachment optimization. in 2011 IEEE   |

|                         | International Conference on Robotics and Automation, mai 2011,<br>p. 1714-1719. doi: 10.1109/JCRA.2011.5980546                           |
|-------------------------|--|
| [Guire et al. 2010]     | Guire G., Sabourin L., Gogu G., et Lemoine E., <i>Robotic cell for</i>   |
|                         | <i>beef carcass primal cutting and pork ham boning in meat</i><br><i>industry</i> Industrial Robot: An International Journal vol 37 nº 6 |
|                         | p. 532-541, jany. 2010. doi: 10.1108/01439911011081687   |
| [Han et al., 2018]      | Han D., Nie H., Chen J., et Chen M., <i>Dynamic obstacle avoidance</i>   |
|                         | for manipulators using distance calculation and discrete   |
|                         | detection. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing,   |
| $[H_{aarna}, 2010]$     | vol.49, p. 98-104, fevr. 2018, doi: 10.1016/j.rcim.2017.05.013.  |
| [ficalite, 2010]        | Robot Manipulators to Applied Oscillating Loads, Master Thesis.  |
|                         | University of Waterloo, 2010. Disponible sur:  |
|                         | https://uwspace.uwaterloo.ca/handle/10012/4910   |
| [Heisel et al., 1997]   | Heisel U., Richter F., et Wurst KH., Thermal Behaviour of  |
|                         | Industrial Robots and Possibilities for Error Compensation,<br>CIPP Annals vol 46 p <sup>0</sup> 1 p 282 286 jopy 1007 doi:              |
|                         | 10 1016/S0007-8506(07)60826-9  |
| [Heralic, 2012]         | Heralic A., Monitoring and Control of Robotized Laser Metal-   |
|                         | Wire Deposition, University of Technology University West  |
|                         | Göteborg, Sweden, 2012.  |
| [Hoffer et al., 2022]   | Hoffer J. G., Ofner A.B., Rohrhofer F.M., Lovric M., Kern R.,<br>Lindstadt S. et Geiger P.C. Theory inspired machine                     |
|                         | learning_towards a synergy between knowledge and data  |
|                         | Welding in the World, vol. 66, p. 1291-1304, avr. 2022, doi:   |
|                         | 10.1007/s40194-022-01270-z.  |
| [Hongyao et al., 2019]  | Hongyao S., Lingnan P., et Jun Q., Research on Large-scale   |
|                         | Additive Manufacturing Based on Multi-robot Collaboration  |
| [Huo et Baron 2011]     | Huo L et Baron L The self-adaptation of weights for joint-limits   |
|                         | and singularity avoidances of functionally redundant robotic-  |
|                         | task, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 27,   |
|                         | nº 2, p. 367-376, avr. 2011, doi: 10.1016/j.rcim.2010.08.004.  |
| [ISO/ASTM 52900:2015, 2 | 015] ISO/ASTM 52900:2015. Fabrication additive - Principes   |
|                         | generaux - Terminologie, 2015, Disponible sur:<br>https://www.iso.org/contents/data  |
|                         | /standard/06/96/69669.html   |
| [Jafari et al., 2021]   | Jafari D., Vaneker T.H.J., et Gibson I., Wire and arc additive   |
|                         | manufacturing: Opportunities and challenges to control the   |
|                         | quality and accuracy of manufactured parts. Materials & Design,  |
|                         | vol. 202, p. 1094/1, avr. 2021,<br>doi: 10.1016/j.matdes.2021.109471   |
| [Javaid et al., 2020]   | Javaid M., Haleem A., Khan S., et Luthra S., Different   |
|                         | Flexibilities of 3D Scanners and Their Impact on Distinctive   |
|                         | Applications: An Analysis, International Journal of Business   |
|                         | Analytics, vol. 7, p. 37-53, janv. 2020,   |
| [ligna at Ma 2020]      | doi: 10.4018/IJBAN.2020010103.   |
| [Jiang et Wia 2020]     | Accuracy, Quality, Build Time and Material Use in Additive   |

|                           | <i>Manufacturing: A Review</i> . Micromachines, vol. 11, nº 7, p. 633, juin 2020, doi: 10.3390/mi11070633.                               |
|---------------------------|--|
| [Kaierle et al. 2017]     | Kaierle S., Overmeyer L., Alfred I., Rottwinkel B., Hermsdorf J.,<br>Wesling V., et Weidlich N., <i>Single-crystal turbine blade tip</i> |
|                           | repair by laser cladding and remelting, CIRP Journal of  |
|                           | Manufacturing Science and Technology, vol. 19, p. 196-199, nov.  |
|                           | 2017, doi: 10.1016/j.cirpj.2017.04.001.  |
| [Kaji et al., 2023]       | Kaji F., Jinoop A.N., Zardoshtian A., Hallen P., Frikel G., Tang   |
|                           | T., Zimny M., et Toyserkani E., Robotic laser directed energy  |
|                           | deposition-based additive manufacturing of tubular components  |
|                           | with variable overhang angles: Adaptive trajectory planning and  |
|                           | characterization, Additive Manufacturing, vol. 61, p. 103366,  |
| [Kamal at Pizza 2010]     | Janv. 2025, doi: 10.1010/J.addinia.2022.105500.  |
| [Kallial et Kizza 2019]   | for <i>aerospace applications</i> in Additive Manufacturing for the  |
|                           | Aerospace Industry F Froes et R Bover Éd Elsevier 2019   |
|                           | p.67-86. doi: 10.1016/B978-0-12-814062-8.00005-4.  |
| [Karagulle et al., 2012]  | Karagulle H., Amindari A., Akdag M., Malgaca L., et Yavuz S.,  |
|                           | Kinematic-Kinetic-Rigidity Evaluation of a Six Axis Robot  |
|                           | Performing a Task, International Journal of Advanced Robotic   |
|                           | Systems, vol. 9, nº 5, p. 176, nov. 2012, doi: 10.5772/51580   |
| [Karayel et Bozkurt 2020] | Karayel E., et Bozkurt Y., Additive manufacturing method and   |
|                           | different welding applications. Journal of Materials Research and  |
|                           | Technology, vol. 9, $n^{\circ}$ 5, p. 11424-11438, sept. 2020, doi:  |
|                           | 10.1016/j.jmrt.2020.08.039.  |
| [Karim et al., 2017]      | Karim A., Hitzer J., Lechler A., et Verl A., Analysis of the   |
|                           | aynamic behavior of a six-axis industrial robot within the entire<br>workspace in respect of machining tasks in 2017 IEEE                |
|                           | International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics  |
|                           | (AIM) Munich Germany: IEEE juill 2017, p 670-675   |
|                           | doi: 10.1109/AIM.2017.8014094.   |
| [Khalil et Dombre 2004]   | Khalil W., et Dombre E., Modeling, Identification and Control of   |
| -                         | Robots, Butterworth-Heinemann, 2004  |
| [Khalil et Dombre 1999]   | Khalil W., et Dombre, E., Modélisation, identification et  |
|                           | commande des robots, Hermes Science Publications, 1999,  |
|                           | p.504p. Disponible sur: https://hal-lirmm.ccsd.cnrs.fr/lirmm-  |
|                           |  |
| [Khan et al., 2020]       | Khan A. H., Li S., et Luo X., <i>Obstacle Avoidance and Tracking</i>   |
|                           | Control of Redundant Robotic Manipulator: An RINN-Based  |
|                           | Informatics vol 16 p <sup>o</sup> 7 p 4670-4680 juill 2020 doi:  |
|                           | 10 1109/TII 2019 2941916   |
| [Kim et Peng 2000]        | Kim JD., et Peng Y., Plunging method for Nd:YAG laser  |
| []                        | cladding with wire feeding, <i>Optics and Lasers in Engineering</i> ,  |
|                           | vol. 33, nº 4, p. 299-309, avr. 2000, doi:10.1016/S0143-   |
|                           | 8166(00)00046-4.   |
| [KRAKEN]                  | KRAKEN, Kraken Project - The future of industrial additive and   |
|                           | subtractive manufacturing, Kraken Project, Disponible sur:   |
|                           | https://krakenproject.eu/  |

| [Kumaran et Senthilkumar   | 2021] Kumaran M., et Senthilkumar V., Generative Design and   |
|--|---|
|  | Topology Optimization of Analysis and Repair Work of Industrial   |
|  | Robot Arm Manufactured Using Additive Manufacturing   |
|  | Technology, IOP Conference Series: Materials Science and  |
|  | Engineering, vol. 1012, p. 012036, janv. 2021, doi:   |
|  | 10.1088/1757-899X/1012/1/012036.  |
| [Lalegani Dezaki et al. 2022                                     | 2] Lalegani Dezaki M., Serjouei A., Zolfagharian A., Fotouhi M.,  |
|  | Moradi M., Ariffin M.K.A., et Bodaghi M., A review on   |
|  | additive/subtractive hybrid manufacturing of directed energy  |
|  | deposition (DED) process, Advanced Powder Materials, vol. 1,  |
| [L - D 1 + -1 - 200(1  | $n^{\circ}$ 4, p. 100054, oct. 2022, doi: 10.1016/j.apmate.2022.100054.   |
| [Le Boudec et al., 2006]   | Le Boudec B., Saad M., et Nerguizian V. [2006]. <i>Modeling and</i>   |
|  | <i>adaptive control of redundant robots.</i> Mathematics and Computers in Simulation and $71 - 9^{\circ} 4 - 9 - 205 - 402$ inin 2006 |
|  | Computers in Simulation, vol. 71, n <sup>-4</sup> , p. 393-403, juin 2000,  |
| [La Lann 2007]   | Lo Long C La PID utilisé an régulation de position at/ou de   |
| [Le Laini, 2007]   | Le Lann, C., Le FID unuse en regulation de position et/ou de<br>vitassa da motaurs álactriquas 2007 Disponible sur:                   |
|  | https://fr.scribd.com/doc/120/02813/PID   |
| $\begin{bmatrix} I \\ e \end{bmatrix} e t \end{bmatrix} = 2017]$ | Leal R Barreiros F M Alves I Romeiro F Vasco I C Santos   |
|  | M et Marto C Additive manufacturing tooling for the   |
|  | automotive industry. The International Journal of Advanced  |
|  | Manufacturing Technology vol 92 nº 5 n 1671-1676 sent   |
|  | 2017 doi: 10.1007/s00170-017-0239-8   |
| [Lee et al 2006]   | Lee K., et Buss M., Redundancy Resolution With Multiple   |
|  | Criteria. 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent   |
|  | <i>Robots and Systems</i> , oct. 2006, p. 598-603.  |
|  | doi: 10.1109/IROS.2006.282538.  |
| [M. Li et al., 2019]   | Li M., Lyu H., Song X., et Li Z., Hybrid manufacturing scheme   |
|  | for metal using robot and CNC machine, 2019 IEEE International  |
|  | Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), déc. 2019,  |
|  | p.2390-2395. doi:10.1109/ROBIO49542.2019.8961554.   |
| [Q. Li et al., 2021]   | Li Q., Chen J., Wang X., Liu Y., Jiang K., Yang S., et Liu Y.   |
|  | Process, microstructure and microhardness of GH3039   |
|  | superalloy processed by laser metal wire deposition. Journal of   |
|  | Alloys and Compounds, vol. 877, p. 160330, oct. 2021, doi:  |
|  | 10.1016/j.jallcom.2021.160330.  |
| [Li et Zhao 2016]  | Li R., et Zhao Y., Dynamic error compensation for industrial  |
|  | robot based on thermal effect model, Measurement, vol. 88,  |
|  | p.113-120, juin 2016, doi: 10.1016/j.measurement.2016.02.038.   |
| [SH. Li et al., 2023]  | Li SH., Kumar P., Chandra S., et Ramamurty U., Directed   |
|  | energy deposition of metals: processing, microstructures, and   |
|  | mechanical properties, International Materials Reviews, vol. 68,  |
|  | n°6, p.605-647, août 2023, doi: 10.1080/09506608.2022.2097411   |
| [Y. Li et al., 2019]   | Li Y., Han Q., Horváth I., et Zhang G., <i>Repairing surface defects</i>  |
|  | of metal parts by groove machining and wire + arc based filling,  |
|  | Journal of Materials Processing Lechnology, vol. 2/4, p. 116268,  |
| [7] Listal 2021]   | aec. 2019, doi: $10.1010/J.Jmatprotec.2019.116268$ .  |
| [Z. LI et al., 2021]   | LI Z., LI S., EL LUO A., AN OVERVIEW OF Calibration Technology of<br>Industrial Popota IEEE/CAA Journal of Automation Sinis           |
|  | <i>industrial Robots.</i> IEEE/CAA Journal OI Automatica Sinica,<br>$y_0   s_0   1 = 22.26, 2021$ doi: 10.1100/LAS.2020.1002281       |
|  | vol.o, ii 1, p. 25-50, 2021, dol: 10.1109/JAS.2020.1005381.   |

| [Liégeois, 1977]          | Liégeois A., Automatic Supervisory Control of the Configuration<br>and Behavior of Multibody Mechanisms. IEEE Transactions on              |
|---------------------------|--|
|                           | Systems, Man, and Cybernetics, vol. 7, n <sup>o</sup> 12, p. 868-871, déc. 1977, doi: 10.1109/TSMC.1977.4309644.                           |
| [M. Lima et al., 2011]    | Lima, M., Tenreiro Machado, J., and Crisóstomo, M.,  |
|                           | Experimental backlash study in mechanical manipulators,  |
|                           | Robotica, vol. 29, p. 211-219, mars 2011,  |
| [Linnenbrink et al. 2021] | Linnenbrink S., Alkhavat M., Pirch N., Gasser A., et   |
| []                        | Schleifenbaum H., DED for Repair and Manufacture of  |
|                           | Turbomachinery Components, in 3D Printing for Energy   |
|                           | Applications, John Wiley & Sons, Ltd, 2021, p. 307-326. doi: 10.1002/9781119560807.ch12.   |
| [Liu et al., 2021]        | Liu W., Saleheen K. M., Tang Z., Wang H., Al-Hammadi G.,   |
|                           | Abdelrahman A., Yongxin Z., Hua SG., et Wang, F., <i>Review on</i>   |
|                           | scanning pattern evaluation in laser-based adalitive manufacturing Optical Engineering vol $60 \text{ p}^{\circ} 7 \text{ p} \cdot 070901$ |
|                           | iuill. 2021. doi: 10.1117/1.OE.60.7.070901.  |
| [Lizarralde et al., 2022] | Lizarralde N., Coutinho F., et Lizarralde F., Online Coordinated   |
|                           | Motion Control of a Redundant Robotic Wire Arc Additive  |
|                           | Manufacturing System, IEEE Robotics and Automation Letters,  |
|                           | Vol. 7, n° 4, p. 9675-9682, oct. 2022, d<br>doi: 10.1109/J.R.A.2022.3191741  |
| [Luenberger et al. 2021]  | Luenberger D.G., et Ye Y., <i>Linear and Nonlinear Programming</i> .   |
|                           | vol. 228, in International Series in Operations Research &   |
|                           | Management Science, vol. 228. Cham: Springer International Publishing, 2021. doi: 10.1007/978-3-030-85450-8.                               |
| [Ma et al., 2019]         | Ma G., Zhao G., Li Z., Yang M., et Xiao W., Optimization   |
|                           | strategies for robotic additive and subtractive manufacturing of   |
|                           | large and high thin-walled aluminum structures, The  |
|                           | vol. 101 n° 5 p 1275-1292 avr. 2019 Disponible sur:  |
|                           | https://doi.org/10.1007/s00170-018-3009-3  |
| [Manoharan et Kumaraguru  | 2018] Manoharan M., et Kumaraguru S., Path Planning for Direct   |
|                           | Energy Deposition with Collaborative Robots: A Review, 2018  |
|                           | Conference on Information and Communication Technology   |
|                           | doi: 10 1109/INFOCOMTECH 2018 8722362  |
| [Mantovani et al., 2021]  | Mantovani S., Campo G.A., et Ferrari A., <i>Additive manufacturing</i>   |
|                           | and topology optimization: A design strategy for a steering  |
|                           | column mounting bracket considering overhang constraints,  |
|                           | Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C:  |
|                           | Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 235, $n^{\circ}$ 10,<br>p 1703-1723 mai 2021 doi: 10.1177/0954406220917717                 |
| [McPherson et Zhou 2018]  | McPherson J., et Zhou W., A chunk-based slicer for cooperative   |
|                           | 3D printing, Rapid Prototyping Journal, vol. 24, nº 9,   |
|                           | p.1436-1446, janv. 2018, doi: 10.1108/RPJ-07-2017-0150.  |
| [Mehnen et al., 2011]     | Mehnen, J., Ding, J., Lockett, H., et Kazanas, P. [2011]. Design   |
|                           | <i>jor wire and Arc Additive Layer Manufacture</i> , janv. 2011.   |

| [Mejri et al., 2016]   | Mejri S., Gagnol V., Le TP., Sabourin L., Ray P., et Paultre P.,<br>Dynamic characterization of machining robot and stability<br>analysis, The International Journal of Advanced Manufacturing   |
|------------------------|--|
|                        | Technology, vol. 82, n° 1, p. 351-359, janv. 2016, doi: 10.1007/s00170-015-7336-3.   |
| [Menasri et al., 2015] | Menasri R., Nakib A., Daachi B., Oulhadj H., et Siarry P., <i>A trajectory planning of redundant manipulators based on bilevel optimization</i> , Applied Mathematics and Computation, vol. 250, p.934.947, japy. 2015. doi: 10.1016/j.amc.2014.10.101   |
| [Mohnke et al., 2019]  | Mohnke C., Reinkober S., et Uhlmann E., <i>Constructive methods</i><br>to reduce thermal influences on the accuracy of industrial robots,<br>Procedia Manufacturing, vol. 33, p. 19-26, janv. 2019, doi:<br>10.1016/j.promfg.2019.04.004   |
| [Mvolo et al., 2023]   | Mvolo E., Sabourin L., et Boisselier D, <i>An investigation of key parameters in metal additive manufacturing for robotic paths planning of large parts</i> , Welding in the World. févr. 2023, doi: 10.1007/s40194-023-01487-6.   |
| [Nain 2022]            | Nain V., Efficient thermomechanical modeling of large parts<br>fabricated by Directed Energy Deposition Additive<br>Manufacturing processes, phdthesis, Université de Bretagne Sud,<br>2022, Disponible sur: https://theses.hal.science/tel-03962675   |
| [Naval Group, n.d.]    | Naval Group, <i>Naval Group équipe un navire de la Marine nationale d'une hélice issue de la fabrication additive</i> , Naval Group. Disponible sur: https://www.naval-group.com/fr/naval-group-equipe-un-navire-de-la-marine-nationale-dune-helice-issue-de-la-fabrication-additive   |
| [Nenchev, 1989]        | Nenchev D.N., <i>Redundancy resolution through local optimization: A review</i> , Journal of Robotic Systems, vol. 6, nº 6, p. 769-798, 1989, doi: 10.1002/rob.4620060607.   |
| [Newman et al., 2021]  | Newman M., Lu K., et Khoshdarregi M., Suppression des vibrations des robots à l'aide de modèles structurels basés sur la mise en forme des entrées et l'apprentissage, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 32, n° 9, p.1001-1012, mai 2021, doi: 10.1177/1045389X20947166.  |
| [Nguyen et al., 2023]  | Nguyen P.D., Nguyen N.H., et Nguyen H.T., <i>Adaptive control for</i><br><i>manipulators with model uncertainty and input disturbance.</i> ,<br>International Journal of Dynamics and Control, vol. 11, n° 5,<br>p.2285-2294, oct. 2023, doi: 10.1007/s40435-023-01115-7.  |
| [Obaton et al., 2015]  | Obaton AF., Bernard A., Taillandier G., et Moschetta JM.,<br><i>Fabrication additive : état de l'art et besoins métrologiques</i><br><i>engendrés</i> , Revue française de métrologie, nº 37, p. 21-36, mars<br>2015, Disponible sur: http://www.metrologie-   |
| [Ocelík et al., 2007]  | francaise.fr/fr/publications/RFM/2015/rfm1503.asp<br>Ocelík V., De Oliveira U., De Boer M., et De Hosson J.Th.M.,<br><i>Thick Co-based coating on cast iron by side laser cladding:</i><br><i>Analysis of processing conditions and coating properties</i> , Surface<br>and Coatings Technology, vol. 201, n° 12, p. 5875-5883, mars<br>2007, doi: 10.1016/j.surfcoat.2006.10.044. |
| [Ocylok et al., 2014]  | Ocylok S., Alexeev E., Mann S., Weisheit A., Wissenbach K., et Kelbassa I., Correlations of Melt Pool Geometry and Process   |

|                           | Parameters During Laser Metal Deposition by Coaxial Process<br>Monitoring, Physics Procedia, vol. 56, p. 228-238, janv. 2014,<br>doi: 10.1016/j.phpro.2014.08.167  |
|---------------------------|--|
| [Olabi et al., 2010]      | <ul> <li>Olabi A., Béarée R., Gibaru O., et Damak M., <i>Feedrate planning for machining with industrial six-axis robots</i>, Control Engineering Practice, vol. 18, n° 5, p. 471-482, mai 2010, doi: 10.1016/j.conengprac.2010.01.004.</li> </ul>   |
| [Olabi et al., 2012]      | Olabi A., Damak M., Beare, R., Gibaru O., et Leleu S., <i>Improving the accuracy of industrial robots by offline compensation of joints errors</i> , 2012 IEEE International Conference on Industrial Technology, in 2012 IEEE International Conference on Industrial Technology, mars 2012, p. 492-497. |
| [Oter et al. 2019]        | Oter Z.C., Coskun M., Akca Y., Sürmen Ö., Yılmaz M.S., Özer G., Tarakçı G., et Koc E., <i>Benefits of laser beam based additive manufacturing in die production</i> , Optik, vol. 176, p. 175-184, jany 2019 doi: 10.1016/j.jileo.2018.09.079  |
| [Özel et al., 2023]       | Özel T., Shokri H., et Loizeau R., <i>A Review on Wire-Fed Directed Energy Deposition Based Metal Additive Manufacturing</i> , Journal of Manufacturing and Materials Processing, vol. 7, n° 1, Art. n° 1, févr. 2023. doi: 10.3390/immp7010045.   |
| [Ozsoy et al., 2019]      | Ozsoy K., Duman B., et Gültekin D.İ., <i>Metal Part Production</i><br><i>with Additive Manufacturing for Aerospace and Defense</i><br><i>Industry</i> . Uluslararası Teknolojik Bilimler Dergisi, vol. 11, no 3,<br>p. 201-210, 2019.  |
| [Parekh et al., 2016]     | Parekh R., Buddu R. K., et Patel R.I., <i>Multiphysics Simulation of</i><br><i>Laser Cladding Process to Study the Effect of Process</i><br><i>Parameters on Clad Geometry</i> , Procedia Technology, vol. 23,<br>p 529-536 jany 2016 doi: 10.1016/j.protcy.2016.03.059                                  |
| [Pashkevich et al., 2004] | Pashkevich A.P., Dolgui A.B., et Chumakov O.A., <i>Multiobjective</i><br><i>optimization of robot motion for laser cutting applications</i> ,<br>International Journal of Computer Integrated Manufacturing,<br>vol.17, n° 2, p. 171-183, mars 2004,<br>doi: 10.1080/0951192031000078202.                |
| [Paul, 1981]              | Paul R.P., <i>Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control : the Computer Control of Robot Manipulators.</i> Richard Paul, 1981.  |
| [Piscopo et Iuliano 2022] | Piscopo G., et Iuliano L., <i>Current research and industrial application of laser powder directed energy deposition</i> , The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 119, nº 11, p. 6893-6917, avr. 2022, doi: 10.1007/s00170-021-08596-w.                                    |
| [Ponche et al., 2014]     | Ponche R., Kerbrat O., Mognol P., et Hascoet JY., <i>A novel methodology of design for Additive Manufacturing applied to Additive Laser Manufacturing process</i> , Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 30, n° 4, p. 389-398, août 2014, doi: 10.1016/j.rcim.2013.12.001.               |
| [Popov et Fleisher 2020]  | Popov V.V., et Fleisher A., <i>Hybrid additive manufacturing of steels and alloys</i> , Manufacturing Review, vol. 7, p. 6, 2020, doi: 10.1051/mfreview/2020005.   |

| [Poudel et al., 2022]       | Poudel L., Elagandula S., Zhou W., et Sha Z., Decentralized and<br>Centralized Planning for Multi-Robot Additive Manufacturing,  |
|-----------------------------|--|
|                             | Journal of Mechanical Design, vol. 145, nº 012003, oct. 2022, doi: 10.1115/1.4055735   |
| [Priarone et al., 2020]     | Priarone P. C., Pagone E., Martina F., Catalano A. R., et Settineri  |
|                             | L., Multi-criteria environmental and economic impact   |
|                             | assessment of wire arc additive manufacturing, CIRP Annals,  |
|                             | vol.69, nº 1, p.37-40, janv. 2020, doi: 10.1016/j.cirp.2020.04.010.  |
| [Rajaguru et al., 2020]     | Rajaguru K., Karthikeyan T., et Vijayan V., Additive   |
|                             | manufacturing – State of art, Materials Today: Proceedings,  |
|                             | 21(1), vol. 21, n° 1, p. 628-633, 2020,  |
| [DAMI AD 2017]              | doi: $10.1016/j.matpr.2019.06.728.$  |
| [RAMLAB 2017]               | RAMLAB, RAMLAB unveils world's first class approved 3D   |
|                             | <i>printea</i> snip s propetter. Disponible sur:<br>https://www.remleb.com/undotes/remleb.upweile.worlde.first   |
|                             | alass approved 3d printed shine propellar/   |
| [Rep et al 2010]            | Ren K Chew V Zhang V E Bi G L et Fub I V H <i>Thermal</i>  |
| [Kell et al., 2019]         | analyses for optimal scanning pattern evaluation in laser aided  |
|                             | additive manufacturing Journal of Materials Processing   |
|                             | Technology, vol. 271, p. 178-188, sept. 2019.  |
|                             | doi: 10.1016/i.imatprotec.2019.03.029.   |
| [Ren et al., 2020]          | Ren K., Chew, Y., Zhang, Y. F., Fuh J.Y. H., et Bi G. J., <i>Thermal</i>   |
|                             | field prediction for laser scanning paths in laser aided additive  |
|                             | manufacturing by physics-based machine learning, Computer  |
|                             | Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 362,  |
|                             | p.112734, avr. 2020, doi: 10.1016/j.cma.2019.112734.   |
| [Robin, 2007]               | Robin V., Contribution à la mise en oeuvre et l'optimisation   |
|                             | d'une cellule robotisée: application au parachèvement de pièces  |
|                             | de fonderie. p. 270, 2007, Disponible sur: https://tel.archives-   |
|                             | ouvertes.fr/tel-00718269/document  |
| [Robin et al., 2011]        | Robin V., Sabourin L., et Gogu G., Optimization of a robotized   |
|                             | cell with redundant architecture, Robotics and Computer-   |
|                             | Integrated Manufacturing, vol. $2/$ , n° 1, p. 13-21, fevr. 2011, doi :  |
| (D 11' ( 1 2010)            | 10.1016/j.rcim.2010.06.010   |
| [Roschil et al., 2019]      | Koschil A., Gaul K.I., Boulger A.M., Post B.K., Chesser P.C.,  |
|                             | Additive Manufacturing Additive Manufacturing vol 25   |
|                             | $p_{275-285}$ in $p_{2$ |
| [Sabourin et al 2012]       | Sabourin I Robin V Gogu G et Fauconnier L-M Improving  |
|                             | the canability of a redundant robotic cell for cast parts finishing  |
|                             | Industrial Robot: An International Journal vol 39 nº 4.  |
|                             | p.381-391, juin 2012, doi: 10.1108/01439911211227962.  |
| [Sabourin et al. 2015]      | Sabourin L., Subrin K., Cousturier R., Gogu G., et Mezouar Y.,   |
|                             | Redundancy-based optimization approach to optimize robotic   |
|                             | cell behaviour: application to robotic machining, Industrial   |
|                             | Robot: An International Journal, 42(2), vol. 42, nº 2, p. 167-178,   |
|                             | janv. 2015, doi: 10.1108/IR-07-2014-0371.  |
| [Sales Goncalves et al., 20 | 010] Sales Goncalves R., Carlos Mendes Carvalho J., Carbone G., et   |
|                             | Ceccarelli M., Indices for Stiffness and Singularity Evaluation for  |

| <ul> <li>[Sankaré, 2007]</li> <li>[Sankaré, 2007], Développement d'un procédé de fabrication rapide de composants mécaniques en alliages de titane par micro-rechargement laser, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, 2007.</li> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>Sefene E.M., Hailu Y.M., et Tsegaw A.A., Metal hybrid additive manufacturing: state-of-the-art, Progress in Additive Manufacturing, vol. 7, nº 4, p. 737-749, août 2022, doi: 10.1007/s40964-022-00262-1.</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>Shen H., Pan L., et Qian J., Research on large-scale additive manufacturing based on multi-robot collaboration technology, Additive Manufacturing, vol. 30, p. 100906, déc. 2019, doi: 10.1016/j.addma.2019.100906.</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li></ul>        |
|---|
| <ul> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2017]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[S</li></ul>    |
| <ul> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> </ul>                    |
| <ul> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> </ul>                    |
| <ul> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>[Sefene et al., 2022]</li> <li>Sefene E.M., Hailu Y.M., et Tsegaw A.A., <i>Metal hybrid additive manufacturing: state-of-the-art</i>, Progress in Additive Manufacturing, vol. 7, nº 4, p. 737-749, août 2022, doi: 10.1007/s40964-022-00262-1.</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>Shen H., Pan L., et Qian J., <i>Research on large-scale additive manufacturing based on multi-robot collaboration technology</i>, Additive Manufacturing, vol. 30, p. 100906, déc. 2019, doi: 10.1016/j.addma.2019.100906.</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>Shi X., Ma S., Liu C., Wu Q., Lu J., Liu Y., et Shi W., <i>Selective laser melting-wire arc additive manufacturing hybrid fabrication of Ti-6Al-4V alloy: Microstructure and mechanical properties</i>, Materials Science and Engineering: A, vol. 684, p. 196-204, janv. 2017, doi: 10.1016/j.msea.2016.12.065.</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> <li>[Shim et al., 2017]</li> </ul>   |
| <ul> <li>[Seiene et al., 2022]</li> <li>[Seiene et al., 2022]</li> <li>[Seiene et al., 2022]</li> <li>[Seiene et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> </ul>                    |
| <ul> <li><i>manufacturing: state-of-the-art</i>, Progress in Additive Manufacturing, vol. 7, nº 4, p. 737-749, août 2022, doi: 10.1007/s40964-022-00262-1.</li> <li>[Shen et al., 2019] Shen H., Pan L., et Qian J., <i>Research on large-scale additive manufacturing based on multi-robot collaboration technology</i>, Additive Manufacturing, vol. 30, p. 100906, déc. 2019, doi: 10.1016/j.addma.2019.100906.</li> <li>[Shi et al., 2017] Shi X., Ma S., Liu C., Wu Q., Lu J., Liu Y., et Shi W., <i>Selective laser melting-wire arc additive manufacturing hybrid fabrication of Ti-6Al-4V alloy: Microstructure and mechanical properties</i>, Materials Science and Engineering: A, vol. 684, p. 196-204, janv. 2017, doi: 10.1016/j.msea.2016.12.065.</li> <li>[Shim et al., 2016] Shim DS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee KY., <i>Effect of layer thickness setting on deposition characteristics in direct energy deposition (DED) process</i>, Optics &amp; Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi: 10.1016/j.optlastec.2016.07.001.</li> <li>[Silva et al. 2017]</li> </ul>   |
| <ul> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2016]</li> <li>[Shi met al., 2017]</li> <li>[Shi met</li></ul>     |
| <ul> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> </ul>                                |
| <ul> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shen et al., 2019]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2016]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]&lt;</li></ul> |
| <ul> <li><i>manufacturing based on multi-robot collaboration technology</i>, Additive Manufacturing, vol. 30, p. 100906, déc. 2019, doi: 10.1016/j.addma.2019.100906.</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>Shi X., Ma S., Liu C., Wu Q., Lu J., Liu Y., et Shi W., Selective laser melting-wire arc additive manufacturing hybrid fabrication of Ti-6Al-4V alloy: Microstructure and mechanical properties, Materials Science and Engineering: A, vol. 684, p. 196-204, janv. 2017, doi: 10.1016/j.msea.2016.12.065.</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>Shim DS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee KY., Effect of layer thickness setting on deposition characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics &amp; Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi: 10.1016/j.optlastec.2016.07.001.</li> <li>[Silva et al. 2017]</li> </ul>  |
| <ul> <li>Additive Manufacturing, vol. 30, p. 100906, déc. 2019, doi: 10.1016/j.addma.2019.100906.</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>Shi X., Ma S., Liu C., Wu Q., Lu J., Liu Y., et Shi W., Selective laser melting-wire arc additive manufacturing hybrid fabrication of Ti-6Al-4V alloy: Microstructure and mechanical properties, Materials Science and Engineering: A, vol. 684, p. 196-204, janv. 2017, doi: 10.1016/j.msea.2016.12.065.</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>Shim DS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee KY., Effect of layer thickness setting on deposition characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics &amp; Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi: 10.1016/j.optlastec.2016.07.001.</li> <li>[Silva et al. 2017]</li> </ul>  |
| <ul> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>[Shi X., Ma S., Liu C., Wu Q., Lu J., Liu Y., et Shi W., Selective laser melting-wire arc additive manufacturing hybrid fabrication of Ti-6Al-4V alloy: Microstructure and mechanical properties, Materials Science and Engineering: A, vol. 684, p. 196-204, janv. 2017, doi: 10.1016/j.msea.2016.12.065.</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim bS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee KY., Effect of layer thickness setting on deposition characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics &amp; Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi: 10.1016/j.optlastec.2016.07.001.</li> <li>[Silva M. Felismina R. Mateus A. Parreira P. et Malco C.</li> </ul>  |
| <ul> <li>[Shi et al., 2017]</li> <li>Shi X., Ma S., Liu C., Wu Q., Lu J., Liu Y., et Shi W., Selective laser melting-wire arc additive manufacturing hybrid fabrication of Ti-6Al-4V alloy: Microstructure and mechanical properties, Materials Science and Engineering: A, vol. 684, p. 196-204, janv. 2017, doi: 10.1016/j.msea.2016.12.065.</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim DS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee KY., Effect of layer thickness setting on deposition characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics &amp; Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi: 10.1016/j.optlastec.2016.07.001.</li> <li>[Silva M. Felismina R. Mateus A. Parreira P. et Malco C.</li> </ul>  |
| Image: Silva et al. 2017]Image: Silva et al. 2017]Image: Silva et al. 2017]Silva et al. 2017]   |
| (Shim et al., 2016)[Shim et al., 2017][Silva et al. 2017](Silva M. Felismina R. Mateus A. Parreira P. et Maloa C.  |
| [Shim et al., 2016][Shim et al., 2016][Shim et al., 2016][Shim DS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee<br>KY., Effect of layer thickness setting on deposition<br>characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics<br>& Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi:<br>10.1016/j.optlastec.2016.07.001.[Silva et al. 2017]Silva M. Felismina R. Mateus A. Parreira P. et Malco C.   |
| <ul> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim et al., 2016]</li> <li>[Shim bS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee KY., <i>Effect of layer thickness setting on deposition characteristics in direct energy deposition (DED) process</i>, Optics &amp; Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi: 10.1016/j.optlastec.2016.07.001.</li> <li>[Silva et al. 2017]</li> </ul>   |
| [Shim et al., 2016]<br>[Shim et al., 2016]<br>[Shim DS., Baek GY., Seo JS., Shin GY., Kim KP., et Lee<br>KY., <i>Effect of layer thickness setting on deposition</i><br><i>characteristics in direct energy deposition (DED) process</i> , Optics<br>& Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi:<br>10.1016/j.optlastec.2016.07.001.<br>[Silva M. Felismina R. Mateus A. Parreira P. et Malco C.   |
| [Silina et al., 2010]<br>Silina DS., Back GT., Sco JS., Silin GT., Killi KP., et Lee<br>KY., Effect of layer thickness setting on deposition<br>characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics<br>& Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi:<br>10.1016/j.optlastec.2016.07.001.<br>[Silva M Felismina R Mateus A Parreira P et Malco C  |
| KY., Effect of layer inickness setting on deposition<br>characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics<br>& Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi:<br>10.1016/j.optlastec.2016.07.001.<br>[Silva M. Felismina R. Mateus A. Parreira P. et Malco C.   |
| (Silva et al. 2017)<br>Characteristics in direct energy deposition (DED) process, Optics<br>& Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, déc. 2016, doi:<br>10.1016/j.optlastec.2016.07.001.<br>Silva M. Felismina R. Mateus A. Parreira P. et Malca C.   |
| & Laser Technology, vol. 86, p. 69-78, dec. 2016, doi:<br>10.1016/j.optlastec.2016.07.001.<br>[Silva et al. 2017] Silva M. Falismina R. Mataus A. Parraira P. et Malas C.   |
| 10.1016/j.optlastec.2016.07.001.<br>[Silva et al. 2017] Silva M. Falismina R. Mataus A. Darraira P. et Malaa C.   |
| [Silva et al. 2017] Silva M. Felicmina R. Mataus A. Darraira D. at Malao C.   |
| [Onva et al., 2017] Onva Wi, Tensinnia K, Wateus A, Fattella F, et Malça C,   |
| Application of a Hybrid Additive Manufacturing Methodology to   |
| Produce a Metal/Polymer Customized Dental Implant. Procedia   |
| Manufacturing, vol. 12, p. 150-155, janv. 2017, doi:  |
| 10.1016/j.promfg.2017.08.019.   |
| [Slamani et al., 2012] Slamani, M., Nubiola, A., and Boney, L. <i>Modeling and</i>  |
| assessment of the backlash error of an industrial robot. Robotica   |
| vol 30 n 1167-1175 déc 2012   |
| doi: 10.1017/\$026357/711001287   |
| [Soderstrom et Mendez 2006] Soderstrom E. et Mendez P. Humping machanisms present in  |
| [Soderstrom et Mendez 2000] Soderstrom E., et Mendez F., <i>Humping mechanisms present in</i>   |
| night speed welding, Science and Technology of welding and Leining weld $11 - r^2 = 5 - r = 572 - 570$ south 2006 daily   |
| Joining, vol. 11, nº 5, p. 572-579, sept. 2000, doi:  |
| 10.11/9/1/4329306X120/8/.   |
| [Subrin, 2013] Subrin K., Optimisation du comportement de cellules robotiques   |
|   |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande   |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande<br>et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat.  |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande<br>et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat.<br>Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II. 2013.   |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande<br>et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat.<br>Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II. 2013.[Subrin et al., 2014]Subrin K., Sabourin L., Stephan F., Gogu G., Alric M., et   |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande<br>et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat.<br>Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II. 2013.[Subrin et al., 2014]Subrin K., Sabourin L., Stephan F., Gogu G., Alric M., et<br>Mezouar, Y., Analysis of the human arm gesture for optimizing  |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande<br>et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat.<br>Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II. 2013.[Subrin et al., 2014]Subrin K., Sabourin L., Stephan F., Gogu G., Alric M., et<br>Mezouar, Y., Analysis of the human arm gesture for optimizing<br>cutting process in ham deboning with a redundant robotic cell,  |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande<br>et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat.<br>Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II. 2013.[Subrin et al., 2014]Subrin K., Sabourin L., Stephan F., Gogu G., Alric M., et<br>Mezouar, Y., Analysis of the human arm gesture for optimizing<br>cutting process in ham deboning with a redundant robotic cell,<br>Industrial Robot: An International Journal, vol. 41, n° 2, p.   |
| par gestion des redondances: application à la découpe de viande<br>et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat.<br>Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II. 2013.[Subrin et al., 2014]Subrin K., Sabourin L., Stephan F., Gogu G., Alric M., et<br>Mezouar, Y., Analysis of the human arm gesture for optimizing<br>cutting process in ham deboning with a redundant robotic cell,<br>Industrial Robot: An International Journal, vol. 41, n° 2, p.<br>190-202, janv. 2014, doi: 10.1108/IR-04-2013-346.  |
| <ul> <li>[Subrin et al., 2014]</li> <li>[Svetlizky et al. 2021]</li> <li>[Svetlizky et al. 2021]</li> <li>[Par gestion des redondances: application à la découpe de viande et à l'Usinage Grande Vitesse. p. 199, Thèse de doctorat. Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II. 2013.</li> <li>[Subrin et al., 2014]</li> <li>[Subrin K., Sabourin L., Stephan F., Gogu G., Alric M., et Mezouar, Y., Analysis of the human arm gesture for optimizing cutting process in ham deboning with a redundant robotic cell, Industrial Robot: An International Journal, vol. 41, n° 2, p. 190-202, janv. 2014, doi: 10.1108/IR-04-2013-346.</li> <li>[Svetlizky et al. 2021]</li> </ul>  |
| <ul> <li>[Subrin et al., 2014]</li> <li>[Subrin K., Sabourin L., Stephan F., Gogu G., Alric M., et Mezouar, Y., Analysis of the human arm gesture for optimizing cutting process in ham deboning with a redundant robotic cell, Industrial Robot: An International Journal, vol. 41, n° 2, p. 190-202, janv. 2014, doi: 10.1108/IR-04-2013-346.</li> <li>[Svetlizky et al. 2021]</li> <li>[Svetlizky D., Das M., Zheng B., Vyatskikh A.L., Bose S., Bandyopadhyay A., Schoenung J.M., Lavernia E.J., et Eliaz N.,</li> </ul>   |
| <ul> <li>[Subrin et al., 2014]</li> <li>[Svetlizky et al. 2021]</li> /ul>       |

|  | Materials Today, vol. 49, p. 271-295, juin 2021, doi: 10.1016/i.mattod.2021.03.020 |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
| [Sved et Li 2005]                        | Sved W U H et Li L. Effects of wire feeding direction and                          |  |  |  |  |
|  | location in multiple layer diode laser direct metal deposition.                    |  |  |  |  |
|  | Applied Surface Science, vol. 248, nº 1, p. 518-524, juill. 2005.                  |  |  |  |  |
|  | doi: 10.1016/j.apsusc.2005.03.039.   |  |  |  |  |
| [Tan et al., 2020]                       | Tan H., Fan W., Qian Y., Chen Y., Liu S., et Lin X., Influence of                  |  |  |  |  |
|  | inclined substrate on process characteristics of directed energy                   |  |  |  |  |
|  | deposition, Optics & Laser Technology, vol. 129, p. 106288,                        |  |  |  |  |
|  | 2020, doi: 10.1016/j.optlastec.2020.106288.  |  |  |  |  |
| [Toquica et Motta 2022]                  | Toquica J.S., et Motta J.M.S.T., A methodology for industrial                      |  |  |  |  |
|  | robot calibration based on measurement sub-regions, The                            |  |  |  |  |
|  | International Journal of Advanced Manufacturing Technology,                        |  |  |  |  |
|  | vol. 119, nº 1, p. 1199-1216, mars 2022, doi: 10.1007/s00170-                      |  |  |  |  |
|  | 021-08308-4.   |  |  |  |  |
| [Urhal et al., 2019]                     | Urhal P., Weightman A., Diver C., et Bartolo P., Robot assisted                    |  |  |  |  |
|  | additive manufacturing: A review, Robotics and Computer-                           |  |  |  |  |
|  | Integrated Manufacturing, vol. 59, p. 335-345, oct. 2019, doi:                     |  |  |  |  |
|  | 10.1016/j.rcim.2019.05.005   |  |  |  |  |
| [Vaneker et al., 2020]                   | Vaneker T., Bernard A., Moroni G., Gibson I., et Zhang Y.,                         |  |  |  |  |
|  | Design for additive manufacturing: Framework and                                   |  |  |  |  |
|  | <i>methodology</i> , CIRP Annals, vol. 202, p. 1094/1, avr. 2021, doi:             |  |  |  |  |
|  | 10.1016/j.matdes.2021.1094/1.  |  |  |  |  |
| [varady et al.,1997] varady              | y I., Martin R.R., et Cox J., Reverse engineering of geometric                     |  |  |  |  |
|  | <i>models</i> —an introduction, Computer-Alded Design, vol. 29, $n^{\circ}$ 4,     |  |  |  |  |
| Walters et al. 2018]                     | p. 255-208, avr. 1997, doi: 10.1016/S0010-4485(96)00054-1.                         |  |  |  |  |
| [waiters et al., 2018]                   | waters J., Kallinsky J., et Gouschaller L., A Systems Analysis                     |  |  |  |  |
|  | <i>Chile</i> Sustainability vol 10 $n^0 A$ n 1257 avr 2018 doi:                    |  |  |  |  |
|  | 10 3390/su10041257   |  |  |  |  |
| [F. Wang et al., 2007]                   | Wang F. Mei I. Jiang H. et Wu X. Laser fabrication of                              |  |  |  |  |
|  | Ti6Al4V/TiC composites using simultaneous powder and wire                          |  |  |  |  |
|  | <i>feed.</i> Materials Science and Engineering: A. vol. 445-446, p.                |  |  |  |  |
|  | 461-466, févr. 2007, doi: 10.1016/j.msea.2006.09.093.                              |  |  |  |  |
| [G. Wang et al., 2019]                   | Wang G., Sun X., Huang M., Qin Y., Yao Y., et Yang S.,                             |  |  |  |  |
|  | Influence of processing parameters on the microstructure and                       |  |  |  |  |
|  | tensile property of 85 W-15Ni produced by laser direct                             |  |  |  |  |
|  | deposition, International Journal of Refractory Metals and Hard                    |  |  |  |  |
|  | Materials, 82, p. 227-233, août 2019, doi:   |  |  |  |  |
|  | 10.1016/j.ijrmhm.2019.04.016.  |  |  |  |  |
| [H. Wang et al., 2020]                   | Wang H., Liu W., Tang Z., Wang Y., Mei X., Saleheen K. M.,                         |  |  |  |  |
|  | Wang Z., et Zhang H., Review on adaptive control of laser-                         |  |  |  |  |
|  | directed energy deposition. Optical Engineering, vol. 59, nº 7, p.                 |  |  |  |  |
|  | 070901, juill. 2020, doi: 10.1117/1.OE.59.7.070901.                                |  |  |  |  |
| [Wang et al. 2020]                       | Wang R., Zhang H., Gui-Lan W., et Zhao X., <i>Cylindrical slicing</i>              |  |  |  |  |
|  | and path planning of propeller in wire and arc additive                            |  |  |  |  |
|  | manufacturing. Rapid Prototyping Journal, vol. 26, nº 1, p. 49-58,                 |  |  |  |  |
| $[W_{ana} \text{ at al } 2010\text{bl}]$ | Janv. 2020, doi: $10.1108/\text{KPJ}-02-2019-0035$ .                               |  |  |  |  |
| [ wang et al. 20190]                     | wang A., wang A., Zi Li I., A sequential pain-planning                             |  |  |  |  |
|  | memodology for whe and are addilive manufacturing based on a                       |  |  |  |  |

|                            | water-pouring rule, The International Journal of Advanced                  |
|----------------------------|--|
|                            | Manufacturing Technology, vol. 103, nº 9-12, p. 3813-3830, août            |
|                            | 2019, doi: 10.1007/s00170-019-03706-1.                                     |
| [Xinlin Wang et al., 2017] | Wang Xinlin, Deng D., Hu Y., Liu Z., et Zhang H., Analytical               |
|                            | modeling and experimental investigation of laser clad geometry,            |
|                            | Optical Engineering, vol. 56, nº 9, p. 096104, sept. 2017, doi:            |
|                            | 10.1117/1.OE.56.9.096104.  |
| [Wenger et al., 1993]      | Wenger P., Chedmail P., et Reynier F., A global analysis of                |
|                            | following trajectories by redundant manipulators in the presence           |
|                            | of obstacles, Proceedings IEEE International Conference on                 |
|                            | Robotics and Automation, vol.3, p. 901-906, mai 1993, doi:                 |
|                            | 10.1109/ROBOT.1993.292258.   |
| [D. E. Whitney, 1972]      | Whitney D.E., The Mathematics of Coordinated Control of                    |
| -                          | Prosthetic Arms and Manipulators, Journal of Dynamic Systems,              |
|                            | Measurement, and Control, vol. 94, nº 4, p. 303-309, déc. 1972,            |
|                            | doi: 10.1115/1.3426611.  |
| [Daniel E. Whitney, 1969]  | Whitney Daniel E., Resolved Motion Rate Control of                         |
|                            | Manipulators and Human Prostheses, IEEE Transactions on                    |
|                            | Man-Machine Systems, vol. 10, nº 2, p. 47-53, juin 1969, doi:              |
|                            | 10.1109/TMMS.1969.299896.  |
| [Williams et al., 2016]    | Williams S.W., Martina F., Addison A.C., Ding J., Pardal G., et            |
| [,]                        | Colegrove P., Wire + Arc Additive Manufacturing. Materials                 |
|                            | Science and Technology, vol. 32, $n^{\circ}$ 7, p. 641-647, mai 2016, doi: |
|                            | 10 1179/1743284715¥ 0000000073   |
| [Wu et al., 2020]          | Wu D. Liu D. Niu F. Miao O. Zhao K. Tang B. Bi G. et Ma                    |
| [                          | G. Al-Cu allow fabricated by novel laser-tungsten inert gas                |
|                            | hybrid additive manufacturing Additive Manufacturing vol 32                |
|                            | n 100954 mars 2020 doi: 10 1016/i addma 2019 100954                        |
| [Xiao et Xiao 2022]        | Xiao X et Xiao H Autonomous Robotic Feature-Rased                          |
|                            | <i>Ereeform Fabrication Approach</i> Materials vol 15 nº 1 Art nº          |
|                            | 1 jany 2022 doi: 10.3390/ma15010247  |
| [Xiong et al. $2019$ ]     | Xiong V Park S I Padmanathan S Dharmawan A G Foong                         |
|                            | S Rosen DW et Soh G S Process planning for adaptive                        |
|                            | s., Rosen D.W., et son G.S., Process planning for adaptive                 |
|                            | band width The International Journal of Advanced                           |
|                            | Manufacturing Technology, vol. 105, nº 10, n. 4150, 4170, dág              |
|                            | $2010  d_{2}$ ; 10 1007/200170 010 02054 1                                 |
| [Value at al. 2011]        | 2019, doi: 10.100//8001/0-019-05934-1.                                     |
| [ f anya et al., 2011]     | ranya S., Mognavvenn M., et Monamed H.A.F. <i>Redundani</i>                |
|                            | manipulators kinematics inversion, Scientific Research and                 |
| [Name et al. 2022]         | Essays, vol. 6, no 26, p. 5462-5470, 2011.                                 |
| [ Y ang et al., 2023]      | Yang, Z., Chen, X., Zhu, L., Ning, J., Jiang, Z., Yu, M., Xin,             |
|                            | B., Comparative study on forming approaches in directed energy             |
|                            | deposition of inclined thin-walled structures, Inin-walled                 |
|                            | Structures, vol. 101, n° 5, p. 12/5-1292, avr. 2019, doi:                  |
| N/ 111 10071               | 10.100//s00170-018-3009-3  |
| [YOShikawa, 1985]          | Yosnikawa I., Manipulability of Robotic Mechanisms, The                    |
|                            | International Journal of Robotics Research, vol. 4, nº 2, p. 3-9,          |
|                            | juin 1985, doi: 10.1177/027836498500400201.                                |
| [Yu et al., 2019]          | Yu Z., Yuan L., He F., Ding D., Polden J., and Pan Z., The                 |
|                            | Strategy for Fabricating Wire-Structure Parts Using Robotic                |

|                                    | Skeleton Arc Additive Manufacturing, in 2019 IEEE 9th Annual<br>International Conference on CVBEP Technology in Automation |
|------------------------------------|--|
|                                    | Control, and Intelligent Systems (CYBER), juill. 2019, p.  |
|                                    | 119-124. doi: 10.1109/CYBER46603.2019.9066636.   |
| [Zhang et Wei 2017]                | Zhang D., et Wei, B., A review on model reference adaptive   |
|                                    | control of robotic manipulators. Annual Reviews in Control, vol.   |
|                                    | 43, p. 188-198, janv. 2017, doi: 10.1016/j.arcontrol.2017.02.002.  |
| [G. Zhang et al., 2018]            | Zhang G., Zhang K., et Du X., A Robotic Additive Manufacturing   |
|                                    | Process Simulation and Implementation. 2018 WRC Symposium  |
|                                    | on Advanced Robotics and Automation (WRC SARA), p.   |
|                                    | 202-207, août 2018, doi: 10.1109/WRC-SARA.2018.8584224.  |
| [Zhang et Bandyopadhyay 20         | 018] Zhang, Y., and Bandyopadhyay, A. [2018]. Direct fabrication   |
|                                    | of compositionally graded Ti-Al2O3 multi-material structures   |
|                                    | using Laser Engineered Net Shaping Additive Manufacturing  |
|                                    | vol 21 n 104-111 mai 2018 doi: 10 1016/i addma 2018 03 001   |
| $[\mathbf{Z}_{hong} et a] = 2015]$ | Zhong C Riermann T Gasser $\Delta$ et Ponrawe R Experimental   |
|                                    | study of effects of main process parameters on porosity track  |
|                                    | study of effects of main process parameters on porosity, track   |
|                                    | geometry, aeposition rate, and powaer efficiency for high  |
|                                    | deposition rate laser metal deposition, Journal of Laser   |
|                                    | Applications, vol. $27$ , n <sup>o</sup> 4, p. 042003, juill. 2015, doi:   |
|                                    | 10.2351/1.4923335.   |
| [Zhu et al., 2012] Zhu G., Li      | D., Zhang A., Pi G., et Tang Y., The influence of laser and powder   |
|                                    | defocusing characteristics on the surface quality in laser direct  |
|                                    | metal deposition, Optics & Laser Technology, vol. 44, nº 2, p.   |
|                                    | 349-356, mars 2012, doi: 10.1016/j.optlastec.2011.07.013.  |

### Annexes

### Annexe 1-1 : Evaluation du jeu aux articulations du robot COMAU NJ 165 3.0

Le jeu dans les articulations des robots est une source d'erreur qui a une influence sur la précision du robot. L'objectif ici est de vérifier le jeu au niveau des articulations du robot COAMU NJ165 3.0.

### \* Procédure

Une méthode de détermination du jeu dans les articulations est décrite dans les travaux de Robin [Robin, 2007]. On propose de s'inspirer de cette méthode pour réaliser la mesure du jeu dans les articulations des robots. La procédure consiste à mettre un comparateur sur l'articulation, effectuer le mouvement dans une direction et dans l'autre, puis relever l'écart.

Le robot a 6 articulations rotoïdes et la partie fixe de chaque articulation est noté Arbre et la partie mobile est appelée alésage.



### \* Résultats

Le comparateur utilisé avait une course de 1 mm et a été positionné sur l'alésage de chaque articulation.

Le mouvement du robot s'est effectué en articulaire (Rotation articulation par articulation) à vitesse incrémentale (100 et 1000)

La vitesse de rotation de tous les axes était constante : 10% de la vitesse nominale (1782 mm/min)

Les tableaux ci-dessous contiennent les valeurs du comparateur pour chaque articulation de chaque robot, pour un mouvement de rotation articulaire avec un incrément 100 puis de 1000 dans le sens positif et négatif.

| Articulations | Rotation positive : | Rotation négative | Rotation Positive : | Rotation négative : |
|---------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| Robot Fixe    | Incrément 100       | : Incrément 100   | Incrément 1000      | Incrément 1000      |
| 1(RA2_1)      | 0                   | 0                 | 0                   | 0                   |
| 2(RA2_2)      | 0                   | 0,01              | 0                   | 0                   |
| 3(RA2_3)      | -0,01               | -0,02             | -0,1                | 0,1                 |
| 4(RA2_4)      | 0,01                | 0,01              | 0,08                | 0,04                |
| 5(RA2_5)      | 0,01                | 0,01              | 0,03                | 0,03                |
| 6(RA2_6)      | 0                   | 0                 | 0                   | 0                   |

| Articulations<br>Robot mobile | Rotation<br>positive :<br>Incrément 100 | Rotation négative<br>: Incrément 100 | Rotation Positive :<br>Incrément 1000 | Rotation négative :<br>Incrément 1000 |
|-------------------------------|---|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1(RA1_1)                      | 0                                       | 0                                    | 0                                     | 0                                     |
| 2(RA1_2)                      | 0                                       | 0,06                                 | 0,15                                  | -0,06                                 |
| 3(RA1_3)                      | -0,01                                   | -0,02                                | -0,1                                  | 0,1                                   |
| 4(RA1_4)                      | 0,01                                    | 0,01                                 | 0,08                                  | 0,04                                  |
| 5(RA1_5)                      | 0,01                                    | 0,01                                 | 0,03                                  | 0,03                                  |
| 6(RA1_6)                      | 0                                       | 0                                    | 0                                     | 0                                     |

Robot Fixe : Valeurs du comparateur en mm

Robot Mobile : Valeurs du comparateur en mm

### \* Analyses et conclusions

- · Les valeurs relevées sur le comparateur sont de l'ordre d'un centième de millimètre.
- Les variations les plus élevées sont sur l'articulation 3 pour le robot fixe et sur l'articulation 2 sur le robot mobile
- Lors des essais, on a remarqué que la position du comparateur sur l'alésage de chaque articulation était difficile à cause de l'encombrement du robot, ce qui amène à considérer que les valeurs relevées pourraient être biaisées.

Les valeurs obtenues sont négligeables et nulles pour certaines articulations ; ce qui conduit à la conclusion qu'il n'y a probablement pas de jeu dans les articulations des robots. Cependant, la précision de l'instrument de mesure étant faible, on ne peut pas affirmer de façon absolue que les écarts obtenus sont assez représentatifs de l'éventuel jeu dans les articulations des robots.

C'est pourquoi il serait intéressant de réaliser un nouvel essai en utilisant des instruments de mesure plus précis comme des capteurs de position angulaire et d'appliquer un traitement du signal poussé sur les données obtenues afin de déterminer les harmoniques représentant le jeu [M. Lima et al., 2011] [Dagalakis and Myers, 1985].

Une autre procédure basée sur l'utilisation d'un système d'interférométrie laser [Slamani et al., 2012] peut être envisagée pour caractériser le jeu au niveau des axes du robot.

# Annexe 2-1 : Developpement de l'outil d'aide à la décision pour le système FAMGP

L'outil d'aide à la décision (OAD) est développé avec la bibliothèque PyQT de Python pour le système FAMGP. On considère que l'utilisateur a déjà choisi la machine (système FAMGP) et le procédés DED CLAD pour fabriquer sa pièce.

### Objectif

Aide au choix du procédé DED CLAD, de la stratégie de fabrication et du réglage de paramètres clés pour la fabrication d'une pièce avec le système

### Données d'entrée

Données Géométrie de la pièce, Type de matériau (Fil, poudre)

### Fonctionnalités de l'OAD

L'outil d'aide à la décision contient quatre modules (Figure 1): géométrie, matériaux, stratégie, et paramètres.



Fonctionnalités de l'OAD FAMGP

a) Le module géométrie analyse les données utilisateurs (première couche, remplissage, dimensions, particularités) et génère des recommandations en tenant compte des contraintes de la pièce et de la machine. Il tranche donc sur la fabricabilité ou non de la pièce avec le système FAMGP et recommande le procédé DED CLAD le plus adapté (Fil, poudre ou hybride). L'algorithme du module géométrie (Figure 2) donne les détails sur son contenu et son implémentation.


Algorithme module géométrie

b) Le module matériaux fournit les informations sur le matériau en se basant sur une liste de matériaux métalliques généralement utilisés sur le système FAMGP. Il exploite également les contraintes du procédé pour fournir à l'utilisation le principe de fonctionnement du procédé DED CLAD adapté au type de matériau (fil/poudre) sélectionné.



Algorithme module matériau

c) Le module Stratégie analyse détermine le mode de fabrication (figure 4), et le motif de dépôt adapté (figure 5), en analysant les données géométrie les contraintes procédé et les recommandations des deux modules précédents.



Algorithme 1 module stratégie (mode de fabrication)

d) Le **module paramètre** fournit des informations sur les paramètres du système FAMGP associées au procédé DED CLAD recommandé. Il donne également des recommandations sur le réglage des paramètres clés .



Algorithme module paramètres

#### Données de sortie :

- · Le procédé DED CLAD le mieux adapté pour sa pièce : laser fil ou laser poudre.
- La stratégie de fabrication la plus adaptée pour fabriquer sa pièce avec le système FAMGP : le mode de fabrication (6 axes, 7 axes, 8 axes...), les motifs de dépôt (trajectoires adaptatives, zig, zigzag, contour.
- Les valeurs des paramètres clés optimales en fonction du procédé le mieux adapté et de la stratégie de fabrication

#### **Implémentation et fonctionnement :**

Les algorithmes ci-dessus sont codés en Python dans l'environnement Visual studio code. On réalise une interface utilisateur dynamique contenant les différents modules présentés plus haut. Certains modules sont interdépendants car les données de sortie du précédent sont les données d'entrée du suivant. Par exemple la stratégie ne peut pas être choisie avant d'avoir déterminée la géométrie et le matériau qui définissent le process. Des alertes et messages sont donc intégrées dans l'outil afin de guider l'utilisateur dans son utilisation.

La procédure d'utilisation est la suivante :

1. Ouvrir l'exécutable de l'OAD FAMGP



2. Sélectionner le module Géométrie, Choisissez la forme (simple/ complexe, première couche, remplissage) et renseigner les données de dimensions et les particularités (bosses, chanfreins, etc.) de la pièce. Générer les recommandations relatives à la géométrie.

| Acceuii Comme | ncer Langues Aide          |                   |  |                           | -   |        |
|---------------|----------------------------|-------------------|--|---------------------------|---|--------|
| B.AD          | Forme OK                   | Dimensions        | Particularités                         | Bilan Géométrie           | Recommandations Géométrie                             |        |
| GEOMETRIE     |                            | Complét           | tez les dimensions de votre            | e géométrie               |   |        |
|               |                            | Séle              | ctionnez la forme pour afficher les di | mensions                  |   | 0      |
| BOB.          |                            | (Ciquer sur Angle | en surpiomo pour avoir pius de deu     | sis sur cette aimension)  |   | 6      |
|               |                            | ↑Î                | C : Coté                               |                           |   | 4      |
| MATERIAUX     |                            |                   | 1                                      | 9                         |   |        |
| Philip and    |                            | C : Coté          |  | Hautour alcometrie        |   |        |
|               |                            | Ļ                 |  | 1 Bin                     |   |        |
| STRATEGIES    |                            |                   | Base                                   |                           |   |        |
|               | Côté (en mm):              | 2000              |  |                           | 1   |        |
|               | Hauteur (en mm):           | 1000              |  |                           |   |        |
|               | Angle en surplomb ( en °): | 90                |  |                           |   |        |
| PARAMETRES    |                            |                   |  |                           |   |        |
| <b>%</b> Ø    |                            |                   |  |                           |   |        |
| RAPPORT       |                            |                   |  |                           |   |        |
|               |                            | Précédent         |  | Valider dimensions        |   |        |
|               |                            |                   |  | OAD FAMGP: Outil d'Aide à | la Décision - Fabrication Additive Métallique Grandes | Pièces |

3. Sélectionner la forme du matériau métallique (fil, poudre, hybride) en fonction du procédé DED CLAD recommandé pour obtenir les informations relatives au matériau et le principe du procédé DED CLAD à utiliser pour fabriquer la pièce sur le système FAMGP.

| Acceuil Commencer Langues Aide          Matériaux       Bilan Materiaux       Procédé associé au matériau         Matériaux       Matériaux       Procédé associé au matériau         Materiaux       Procédé recommandé en fonction de votre géométrie: DED CLAD Hybride Fil et Poudre<br>Le Système FAMGP utilise des matériaux métallique.         Strarfégies       Sélectionnez la forme du matériaux de votre pièce         POUDRE       POUDRE  |   |
|--|---|
| Matériaux       Bilan Materiaux       Procédé associé au matériau         GEDMETRIE       Materiaux       Procédé associé au matériau         MATERIAUX       Materiaux       Procédé recommandé en fonction de votre géométrie: DED CLAD Hybride Fil et Poudre         Le Système FAMGP utilise des matériaux métallique.       Sélectionnez la forme du matériaux de votre pièce         Straffeijes       POUDRE  |   |
| WATERIAUX       Procédé recommandé en fonction de votre géométrie: DED CLAD Hybride Fil et Poudre         Le Système FAMGP utilise des matériaux métallique.         Sélectionnez la forme du matériaux de votre pièce         POUDRE  | - |
| MATERIAUX MATERI |   |
| MATERIAUX       Procédé recommandé en fonction de votre géométrie: DED CLAD Hybride Fil et Poudre         Le Système FAMGP utilise des matériaux métallique.         StrartEGIES         O         POUDRE  | 8 |
| MATERIAUX Procédé recommandé en fonction de votre géométrie: DED CLAD Hybride Fil et Poudre Le Système FAMGP utilise des matériaux métallique. Sélectionnez la forme du matériaux de votre pièce POUDRE  | - |
| Procédé recommandé en fonction de votre géométrie: DED CLAD Hybride Fil et Poudre<br>Le Système FAMGP utilise des matériaux métallique.<br>Sélectionnez la forme du matériaux de votre pièce<br>POUDRE   |   |
| Sélectionnez la forme du matériaux de votre pièce  |   |
| POUDRE   |   |
| POUDRE   |   |
|  |   |
| ₩ , CA FIL   |   |
| PARAMETRES<br>HYBRIDE (Fil et Poudre)  |   |
|  |   |
|  |   |

4. Poursuivre dans l'onglet stratégie pour avoir des informations sur les contraintes du procédé. Sélectionner le mode de fabrication et le motif de dépôt en fonction des suggestions de l'OAD et générer les recommandations relatives aux contraintes, au motif de dépôt et au mode de fabrication.



5. Sélectionnez l'onglet paramètres pour avoir des informations sur les paramètres du système FAMGP et des recommandations pour le réglage des paramètres.



6. Générer le rapport .PDF qui regroupe les bilans et les recommandations de chaque module de l'OAD FAMGP



L'OAD est à utiliser en amont de la fabrication avec le système de FAMGP. Il fournit des recommandations sur la géométrie des pièces fabricables avec le système FAMGP, le procédé DED CLAD utilisé, la stratégie de fabrication (mode de fabrication, motif de dépôt, contraintes) et le réglage des paramètres moteurs et clés. Il permet donc à l'utilisateur de gagner du temps et de réduire le nombre de tests pour la détermination des paramètres et des stratégies par exemple.

# Annexe 2-2 : Caractéristiques techniques robot COAMU NJ 165 3.0

COMAU

**Comau Robotics Product Instruction** 

TECHNICAL CHARACTERISTICS

|                             |        | SMART5 NJ 165-3.0                       | SMART5 NJ 220-2.7                  |  |
|-----------------------------|--------|---|------------------------------------|--|
| VERSION                     |        | SMART5 NJ 165-3.0 Foundry               | SMART5 NJ 220-2.7 Foundry          |  |
| Structure / axes no.        |        | Parallelogram 6<br>axes                 | Parallelogram 6<br>asxes           |  |
| Load on wrist               |        | $_{165 \text{ kg}}$ (363.7 lb) $_{(1)}$ | $_{220~{ m kg}}$ (485 lb) $_{(1)}$ |  |
| Additional load on forearm  |        | $_{50~kg}$ (110.2 lb) $_{(2)}$          | $50~{ m kg}$ (110.2 /b) $_{(2)}$   |  |
| Axis 4 torque               |        | 1230 Nm                                 | 1230 Nm                            |  |
| Axis 5 torque               |        | 1230 Nm                                 | 1230 Nm                            |  |
| Axis 6 torque               |        | 712 Nm                                  | 712 Nm                             |  |
|                             | Axis 1 | +/- 180° (100°/s)                       | +/- 180° (100°/s)                  |  |
|                             | Axis 2 | -75° +95° (90°/s)                       | -75° +95° (90°/s)                  |  |
|                             | Axis 3 | -10°/ -256° (110°/s)                    | -10°/ -256° (110°/s)               |  |
| Stroke /(Speed)             | Axis 4 | +/-2700° (130°/s)                       | +/-2700° (130°/s)                  |  |
|                             | Axis 5 | +/-125° (130°/s)                        | +/-125° (130°/s)                   |  |
|                             | Axis 6 | +/-2700° (195°/s)                       | +/-2700° (195°/s)                  |  |
| Horizontal max range        |        | 3000 mm (118 in)                        | 2701 mm (106.3 in)                 |  |
| Repeatibility               |        | +/- 0,085 mm (0.0033 in)                | +/- 0,075 mm (0.0029 in)           |  |
| Robot weight                |        | 1240 kg (2733.7 lb)                     | 1220 kg ( 2689.6 lb)               |  |
| Fixture mounting flange     |        | ISO 9409 - 1 - A 160                    | ISO 9409 - 1 - A 160               |  |
| Motors                      |        | AC brushless                            | AC brushless                       |  |
| Position measurement system | L      | with encoder                            | with encoder                       |  |
| Total power installed       |        | 8kVA                                    | 8kVA                               |  |
| Protection category         |        | IP65 / IP67 (3 - 4)                     | IP65 / IP67(3 - 4)                 |  |
| Operating temperature       |        | 0 °C÷+45 °C                             | 0 °C÷+45 °C                        |  |
| Storage temperature         |        | - 25 °C ÷ + 55 °C                       | - 25 °C ÷ + 55 °C                  |  |
| Robot colour ( standard )   |        | Rosso RAL 3020                          | Rosso RAL 3020                     |  |
| Mounting position           |        | Ground and ceiling                      | Ground and ceiling                 |  |
| Foundry version             |        | Available                               | Available                          |  |

#### Tab. 3.1 - Caratheristics and performances

# Annexe 3-1 : Modélisation associée au robot six axes COMAU NJ165 3.0



# Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct de la cellule est donné par la matrice  $A_{0TCP}$ 

$$A_{0TCP} = \underbrace{R_{01}^{z}(\varphi_{10})T_{11'}^{y}(b_{1})}_{A_{01}}\underbrace{R_{1'2}^{x}(\varphi_{21})T_{22'}^{y}(b_{2})}_{A_{12}}\underbrace{R_{2'3}^{z}(\varphi_{32})T_{33'}^{z}(b_{3})}_{A_{23}}\underbrace{R_{3'4}^{y}(\varphi_{43})T_{44'}^{y}(a_{4})}_{A_{34}}\underbrace{R_{4'5}^{z}(\varphi_{54})}_{A_{45}}_{A_{45}}$$

Il intègre l'angle  $q_3$  où sa valeur est définie par la relation :

 $\varphi_{32} = \varphi_{31} - \varphi_{21}$   $A_{0TCP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_{TCP} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ y_{TCP} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ z_{TCP} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ 

La position du point piloté est définie par  $X_{TCP}$ ,  $Y_{TCP}$ ,  $Z_{TCP}$ 

 $X_{TCP} =$ 

 $\begin{aligned} \cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) + b_6^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{43})) - b_1^*\sin(\varphi_{10}) - \\ \sin(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) - b_3^*\sin(\varphi_{32}) + \\ \sin(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) + b_6^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}))) - \\ \sin(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) + b_3^*\cos(\varphi_{32}) - \\ \cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) + b_6^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}))) + \\ b_2^*\cos(\varphi_{21}) + b_2^*\cos(\varphi_{21}) + b_6^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) - \\ b_3^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})) + \\ b_4^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})) + \\ b_5^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + \\ b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + \\ b_6^*\cos(\varphi_{6$ 

 $Y_{TCP} =$ 

```
\begin{aligned} & \cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) - b_3^*\sin(\varphi_{32}) + \\ & \sin(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) + b_6^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}))) - \\ & \sin(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) + b_3^*\cos(\varphi_{32}) - \\ & \cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) + b_6^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) \\ & + b_1^*\cos(\varphi_{10}) + \sin(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) + b_6^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{43})) \end{aligned}
```

 $Z_{TCP} =$ 

 $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}))) +$ 

|                          | $sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}))) + b_2^*sin(\varphi_{21})$   |
|--------------------------|---|
| L'o                      | rientation est définie par les cosinus directeurs $a_{11}$ , $a_{21}$ , $a_{31}$ , $a_{12}$ , $a_{22}$ , $a_{32}$ , $a_{13}$ , $a_{23}$ , $a_{33}$ ,  |
| $a_{11} =$               | $cos(\varphi_{10})^*cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54}) - sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))$<br>- $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43})))$   |
| <i>a</i> <sub>21</sub> = | $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{32}))) + cos(\varphi_{10})^*(sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})))$   |
| $a_{31} =$               | $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{53})^*sin(\varphi_{65}))) + cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43}) + cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})))$  |
| $a_{12} =$               | $cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) + cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{10})$  |
| <i>a</i> <sub>22</sub> = | $sin(\varphi_{10})^*(sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{32})))$   |
| <i>a</i> <sub>32</sub> = | $sin(\varphi_{10})^{*}(cos(\varphi_{65})^{*}sin(\varphi_{43}) + cos(\varphi_{43})^{*}sin(\varphi_{54})^{*}sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{10})^{*}(cos(\varphi_{21})^{*}(sin(\varphi_{32})^{*}(cos(\varphi_{43})^{*}cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^{*}sin(\varphi_{54})^{*}sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})^{*}cos(\varphi_{53})^{*}cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^{*}sin(\varphi_{54})^{*}sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^{*}sin(\varphi_{52})^{*}sin(\varphi_{65}))) + sin(\varphi_{21})^{*}(cos(\varphi_{32})^{*}(cos(\varphi_{43})^{*}cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^{*}sin(\varphi_{54})^{*}sin(\varphi_{65}))) - cos(\varphi_{54})^{*}sin(\varphi_{52})^{*}sin(\varphi_{65})))$ |
| $a_{13} =$               | $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))$   |
| $a_{23} =$               | $cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})$  |
| <i>a</i> <sub>33</sub> = | $cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{65}))$<br>- $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) +$<br>$cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))$   |

# Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse est définit par l'opérateur  $A_{06}$  et sa résolution consiste à déterminer les angles de rotation  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_5$ ,  $q_6$  par la méthode de Paul.

 $A_{06} = A_{01}(q_1) A_{12}(q_2) A_{23}(q_3) A_{34}(q_4) A_{45}(q_5) A_{56}(q_6)$ 

On pose :

- $q_1 = \varphi_{10}$
- $q_2 = \varphi_{21}$
- $q_3 = \varphi_{32}$
- $q_4 = \varphi_{43}$
- $q_5 = \varphi_{54}$
- $q_6 = \varphi_{65}$

On définit la matrice  $U_0$  tel que :

$$U_{0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_{x} & a_{x} & n_{x} & s_{x} \\ p_{y} & a_{y} & a_{y} & a_{y} \\ p_{z} & a_{z} & a_{z} & a_{z} \end{bmatrix}$$
 avec 
$$U_{0} = A_{01}A_{12}A_{23}A_{34}A_{45}A_{56}$$

Pour calculer l'angle  $\varphi_{10}$ , on multiplie  $U_0$  par  $A_{01}^{-1}$  du côté gauche.

$$A_{10}U_0 = A_{01}^{-1}U_0 = A_{12}A_{23}A_{34}A_{45}A_{56}$$
$$\varphi_{10} = Arctan\left(\frac{-p_x}{p_y}\right) + k\pi, k = 1, 2, \dots$$

L'angle  $\varphi_{21}$  est calculé en multipliant  $A_{10}U_0$  par  $A_{12}^{-1}$  du côté gauche

$$A_{21}A_{10}U_0 = A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 = A_{23}A_{34}A_{45}A_{56}$$
$$\varphi_{21} = Arctan\left(\frac{S_{21}}{C_{21}}\right) + k\pi, k = 1, 2, \dots$$

Avec

$$\begin{cases} S_{21} = \frac{X * Z + \varepsilon * Y * (X^2 + Y^2 - Z^2)^{-\frac{1}{2}}}{(X^2 + Y^2)} \\ C_{21} = \frac{Y * Z - \varepsilon * X * (X^2 + Y^2 - Z^2)^{-\frac{1}{2}}}{(X^2 + Y^2)} \\ K = -b_1 - S_{10} * P_x + C_{10} * p_y \end{cases}$$

On pose :

$$X = -2 * b_2 * p_z ; Y = -2 * K * b ; Z = b_3^2 + a_4^2 - b_2^2 - p_z^2 - K^2 ; \varepsilon = \pm 1$$

L'angle  $\varphi_{32}$  résulte de la multiplication de  $A_{21}A_{10}U_0$  par  $A_{23}^{-1}$  du côté gauche  $A_{32}A_{21}A_{10}U_0 = A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 = A_{34}A_{45}A_{56}$ 

$$\varphi_{32} = Arctan\left(\frac{S_{32}}{C_{32}}\right) + k\pi$$
,  $k = 1, 2, ...$ 

Avec

$$\begin{cases} S_{32} = \frac{Y_1 * a_4 - X_1 * b_3}{(Y_1^2 + X_1^2)} \\ C_{32} = \frac{Y_1 * b_3 + X_1 * a_4}{(Y_1^2 + X_1^2)} \\ K = -b_1 - S_{10} * P_x + C_{10} * p_y \end{cases}$$

On pose:

$$X_{1} = -b_{2} + C_{21} * (-b_{1} - S_{10} * p_{x} + C_{10} * p_{y}) + S_{21} * p_{z}$$
  
$$Y_{1} = -S_{21} * (-b_{1} - S_{10} * p_{x} + C_{10} * p_{y}) + C_{21} * p_{z}$$

L'angle  $\varphi_{43}$  est calculé en multipliant  $A_{32}A_{21}A_{10}U_0$  par  $A_{34}^{-1}$  du côté gauche  $A_{43}A_{32}A_{21}A_{10}U_0 = A_{34}^{-1}A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 = A_{45}A_{56}$ 

$$\begin{aligned} A_{43}A_{32}A_{21}A_{10}U_0 &= A_{34}^{-1}A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_0 = A_{45}A \\ \varphi_{43} &= Arctan\left(\frac{-Y_2}{X_2}\right) + k\pi , k = 1,2, \dots \end{aligned}$$

On pose:

$$X_{2} = C_{10} * s_{x} + S_{10} * s_{y}$$
  

$$Y_{2} = -S_{32} * (C_{21} * (-S_{10} * s_{x} + C_{10} * s_{y}) + S_{21} * s_{z}) + C_{32} * (-S_{21} * (-S_{10} * s_{x} + C_{10} * s_{y}) + C_{21} * s_{z})$$

Les angles  $\varphi_{54}$  et  $\varphi_{65}$  sont obtenus en multipliant  $A_{43}A_{32}A_{21}A_{10}U_0$  par  $A_{45}^{-1}$  du côté gauche

$$\begin{aligned} A_{54}A_{43}A_{32}A_{21}A_{10}U_{0} &= A_{45}^{-1}A_{34}^{-1}A_{23}^{-1}A_{12}^{-1}A_{01}^{-1}U_{0} = A_{56} \\ \varphi_{54} &= Arctan\left(\frac{s_{54}}{c_{54}}\right) + k\pi , k = 1,2, \dots \\ \\ \text{Avec} \\ \begin{cases} C_{54} &= (C_{43}*(C_{10}*s_{x}+S_{10}*s_{y}) - S_{43}*(-S_{32}*(C_{21}*(-S_{10}*s_{x}+C_{10}*s_{y}) + S_{21}*s_{z}) \\ + C_{32}*(-S_{21}*(-S_{10}*s_{x}+C_{10}*s_{y}) + C_{21}*s_{z})) \end{cases} \\ \\ S_{54} &= (C_{32}*C_{21}*(-S_{10}*s_{x}+C_{10}*s_{y}) + S_{21}*s_{z}) + S_{32}*(-S_{21}*(-S_{10}*s_{x}+C_{10}*s_{y}) + C_{21}*s_{z})) \\ \\ \varphi_{65} &= Arctan\left(\frac{S_{65}}{C_{65}}\right) + k\pi , k = 1,2, \dots \\ \\ \text{Avec} \\ \begin{cases} C_{65} &= S_{43}*(C_{10}*a_{x}+S_{10}*a_{y}) + C_{43}*(-S_{32}*(C_{21}*(-S_{10}*a_{x}+C_{10}*a_{y}) + S_{21}*a_{z}) \\ + C_{32}*(-S_{21}*(-S_{10}*a_{x}+C_{10}*a_{y}) + C_{21}*a_{z}))) \\ \\ S_{65} &= S_{43}*(C_{10}*n_{x}+S_{10}*n_{y}) + C_{43}*(-S_{32}*(C_{21}*(-S_{10}*n_{x}+C_{10}*n_{y}) + S_{21}*n_{z}) \\ + C_{32}*(-S_{21}*(-S_{10}*n_{x}+C_{10}*n_{y}) + C_{21}*n_{z}))) \\ \end{cases} \end{aligned}$$

## Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique directe permet de déterminer les vitesses opérationnelles  $\dot{x}_{TCP}$  en fonction des vitesses articulaires  $\dot{q}$ 

$$\dot{x}_{TCP} = {}^{TCP} J_{TCP} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{q}_3 & \dot{q}_4 & \dot{q}_5 & \dot{q}_6 \end{bmatrix}^T$$

La résolution du MCD revient à déterminer les paramètres de la matrice jacobienne  $^{TCP}J_{TCP}$ 

$${}^{TCP}J_{TCP} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{bmatrix}$$

 $J_{11} =$ 

```
 b_{3}*cos(\varphi_{21})*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32}) - b_{2}*cos(\varphi_{21})*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54}) - a_{4}*cos(\varphi_{21})*cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54}) - b_{6}*cos(\varphi_{21})*cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{65}) - b_{1}*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54}) + b_{3}*cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{21}) + a_{4}*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{21})*sin(\varphi_{32}) + b_{6}*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{55})*sin(\varphi_{21})*sin(\varphi_{32}) + b_{6}*cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{55}) + b_{6}*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{21})*sin(\varphi_{55}) + b_{6}*sin(\varphi_{21})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65}) - b_{6}*sin(\varphi_{21})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65}) + b_{6}*cos(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55})*sin(\varphi_{55
```

 $J_{12} =$ 

$$b_2 * sin(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{54}) - b_2 * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{43})$$
  
$$J_{13} =$$

 $-b_3*\sin(\varphi_{54}) - a_4*\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{43}) - b_6*\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) - b_6*\cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{65})$ 

- $J_{14} = b_6 * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})$
- $J_{15} = -b_6 * cos(\varphi_{65})$

$$J_{16} = 0$$

 $J_{21} =$ 

```
 b_1 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) - b_1 * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - b_2 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) + b_2 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) - a_4 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{52}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - a_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) - a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{65}) - a_6 * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + a_4 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{54}) - a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{55}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{54}) - a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{55}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{53}) * \sin(\varphi_{53}) * \sin(\varphi
```

```
b_3 * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{21}) * sin(\varphi_{54}) -
                                                                                                                        a_4 * cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{21}) * sin(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{54}) -
                                                                                                                        a_6 * cos(\varphi_{21}) * cos(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65}) +
                                                                                                                        a_6 * sin(\varphi_{21}) * sin(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65}) +
                                                                                                                          a_4 * cos(\varphi_{21}) * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})
  J_{22} =
                                                                                                                        b_2 * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}) + b_2 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{32}) + b_2 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{54}
                                                                                                                        b_2 * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54})
  J_{23} =
                                                                                                                          a_4 \cos(\varphi_{43}) \sin(\varphi_{65}) - b_3 \cos(\varphi_{54}) \cos(\varphi_{65}) + a_6 \cos(\varphi_{65}) \sin(\varphi_{43}) + a_6 \cos(\varphi_{65}) \sin(\varphi_{43}) + a_6 \sin(\varphi_{65}) \sin(\varphi_{6
                                                                                                                        a_4 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) + a_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})
J_{24} =
                                                                                                                                  -a_6 * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})
J_{25} =
                                                                                                                        a_6 * cos(\varphi_{65})
J_{26} =
                                                                                                                        0
J_{31} =
                                                                                                                          (\cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) +
                                                                                                                        \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65})) + \sin(\varphi_{21}) * (\cos(\varphi_{32}) * (\cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}))
                                                                                                                        -\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) - \sin(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) +
                                                                                                                        cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})))*(sin(\varphi_{10})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(a_4 + a_6*sin(\varphi_{54}) + a_6*sin(\varphi_{54}) + a_6*sin(\varphi_{54}))))*(sin(\varphi_{10})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_
                                                                                                                        b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65})) - b_3 * \sin(\varphi_{32}) + \sin(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{
                                                                                                                        b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))) - sin(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + cos(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{55}
                                                                                                                        b_3 * \cos(\varphi_{32}) - \cos(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}))) +
                                                                                                                        b_2^* cos(\varphi_{21})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{43})^* (a_6^* cos(\varphi_{54}) - b_6^* cos(\varphi_{55})^* sin(\varphi_{54})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13})^* (a_6^* cos(\varphi_{54}) - b_6^* cos(\varphi_{55})^* sin(\varphi_{54})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13})^* (a_6^* cos(\varphi_{54}) - b_6^* cos(\varphi_{55})^* sin(\varphi_{54})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13})^* (a_6^* cos(\varphi_{54}) - b_6^* cos(\varphi_{55})^* sin(\varphi_{54})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13})^* (a_6^* cos(\varphi_{54}) - b_6^* cos(\varphi_{55})^* sin(\varphi_{54})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13})^* (a_6^* cos(\varphi_{54}) - b_6^* cos(\varphi_{55})^* sin(\varphi_{54})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13})^* (a_6^* cos(\varphi_{55}) - b_6^* cos(\varphi_{55})^* sin(\varphi_{54})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13})^* (a_6^* cos(\varphi_{15}) - b_6^* cos(\varphi_{15})^* sin(\varphi_{15})) + b_1^* sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10})^* (cos(\varphi_{13}) - b_6^* cos(\varphi_{15}) - b_6^* cos(\varphi_{15})^* sin(\varphi_{15}) + b_1^* sin(\varphi_{15}) - 
                                                                                                                        b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) - (sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65}) -
                                                                                                                        sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) +
                                                                                                                        sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{65})))
                                                                                                                          + \cos(\varphi_{10})^* (\cos(\varphi_{65})^* \sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})^* \sin(\varphi_{54})^* \sin(\varphi_{65})))^* (\cos(\varphi_{10})^* (\cos(\varphi_{21})^* (\cos(\varphi_{32})^* (a_4 + a_{12})^* (a_{12} + a
                                                                                                                          + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{65})) - b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - a_6 * cos(\varphi_{54}))))
                                                                                                                        b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) - sin(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + a_6 * sin(\varphi_{54})))) + sin(\varphi_{54}) + sin(
                                                                                                                        b_6*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) + b_3*cos(\varphi_{32}) - cos(\varphi_{32})*(sin(\varphi_{43})*(a_6*cos(\varphi_{54}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{54})                                                                                                                         b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})) + b_2 * cos(\varphi_{21}) + b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - a_6 * cos(\varphi_{54}))) + b_2 * cos(\varphi_{10}) + b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{13}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - a_6 * cos(\varphi_{10}))) + b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{13}) * (a_6 * cos(\varphi_{14}) - a_6 * cos(\varphi_{14}))) + b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{13}) * (a_6 * cos(\varphi_{14}) - a_6 * cos(\varphi_{14})))) + b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{13}) * (a_6 * cos(\varphi_{14}) - a_6 * cos(\varphi_{14})))) + b_1 * cos(\varphi_{11}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{13}) * (a_6 * cos(\varphi_{14}) - a_6 * cos(\varphi_{14}))))) + b_1 * cos(\varphi_{11}) + sin(\varphi_{11}) * (cos(\varphi_{13}) * (a_6 * cos(\varphi_{14}) - a_6 * cos(\varphi_{14}))))))
                                                                                                                        b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))
  J_{32} =
                                                                                                                          b_2 * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65}) - b_2 * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{65}) - b_2 * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{52}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) * sin(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}) + cos(\varphi_{53}
                                                                                                                        b_2 * cos(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})
  J_{33} =
                                                                                                                        a_4^* cos(\varphi_{43})^* cos(\varphi_{55}) + b_6^* cos(\varphi_{43})^* cos(\varphi_{54}) + b_3^* cos(\varphi_{54})^* sin(\varphi_{55}) - a_6^* sin(\varphi_{43})^* sin(\varphi_{55}) + b_6^* cos(\varphi_{43})^* cos(\varphi_{43})^
                                                                                                                        a_6 * cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54}) - a_4 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})
J_{34} =
                                                                                                                        b_6 * sin(\varphi_{54}) - a_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{65})
J_{35} =
                                                                                                                        -a_6*sin(\varphi_{65})
J_{36} =
                                                                                                                        b_6
J_{41} =
                                                                                                                          cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{22})^*sin(\varphi_{54}) + sin(\varphi_{21})^*sin(\varphi_{54}))))
                                                                                                                        cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{43}))
                                                                                                                        0
J_{42} =
J_{43} =
                                                                                                                        cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54})
J_{44} =
                                                                                                                     sin(\varphi_{54})
  J_{45} =
                                                                                                                     0
          J_{46} = 1
```

## $J_{51} =$ $cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) +$ $cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})))$ $-\cos(\varphi_{32})*\cos(\varphi_{54})*\cos(\varphi_{65}))$

0  $J_{52} =$ 

- $J_{53} =$  $sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})$
- $J_{54} =$  $cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})$
- $J_{55} =$  $sin(\varphi_{65})$ 0
- $J_{56} =$

 $J_{61} =$ 

```
cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{65}))
-\sin(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) +
cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65}))
```

$$J_{62} = 0$$

- $J_{63} =$  $cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43}) + cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})$
- $J_{64} =$  $-cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})$
- $J_{65} =$  $cos(\varphi_{65})$

 $J_{66} =$ 0

# Annexe 3-2 : Modélisation de la cellule redondante à 9 degrés de liberté

Le modèle géométrique direct de la cellule est donné par la matrice A<sub>9TCP</sub>

$$\begin{split} A_{9TCP} &= \underbrace{R_{98}^x(\varphi_{89})}_{A_{98}} \underbrace{R_{87}^y(\varphi_{78})}_{A_{87}} \underbrace{T_{70}^x(d_{07})T_{00'}^y(a_7)}_{A_{70}} \underbrace{R_{0'I}^z(\varphi_{10})T_{II''}^z(a_1)T_{I''I'}^y(b_1)}_{A_{01}} \underbrace{R_{1'2}^x(\varphi_{21})T_{22'}^y(b_2)}_{A_{12}} \\ \underbrace{R_{2'3}^x(\varphi_{32})T_{33'}^z(b_3)}_{A_{23}} \underbrace{R_{3'4}^y(\varphi_{43})T_{44'}^y(a_4)}_{A_{34}} \underbrace{R_{4'5}^z(\varphi_{54})}_{A_{45}} \underbrace{R_{5'6}^x(\varphi_{65})T_{66''}^x(a_6)T_{6''TCP}^y(b_6)}_{A_{5TCP}} \end{split}$$

Le modèle géométrique inverse admet une infinité de solution. Sa résolution est réalisée à partir de la fixation des degrés de liberté supplémentaires liés aux redondances cinématiques. La matrice Jacobienne TCPJTCP vérifie la relation suivante :

$$\dot{x} = {}^{TCP} J_{TCP} \begin{bmatrix} \dot{q}_7 & \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{q}_3 & \dot{q}_4 & \dot{q}_5 & \dot{q}_6 \end{bmatrix}^T \text{ avec } {}^{TCP} J_{TCP} = \begin{bmatrix} J_{11} & \cdots & \cdots & J_{14} & \cdots & \cdots & J_{19} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & J_{34} & & \vdots \\ J_{41} & & J_{44} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ J_{61} & \cdots & \cdots & J_{64} & \cdots & \cdots & J_{69} \end{bmatrix}$$

Les paramètres de matrice jacobienne associée à la cellule redondante sont calculés ci-dessous.

 $J_{11} =$ 

 $(\cos(\varphi_{89})^*(\cos(\varphi_{78})^*(a_1 + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $b_2*sin(\varphi_{21}) + cos(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(a_4 + a_6*sin(\varphi_{54}) + b_6*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) + b_3*cos(\varphi_{32}) - b_3*cos(\varphi_{32}) - b_3*cos(\varphi_{32}) + b$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{52}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{52}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_5^*si$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{32})$  $\cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{55})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65})) + b_2^*\cos(\varphi_{21}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))))$  $+ \sin(\varphi_{89})^*(a_7 + \cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{45}) + b_6 * cos(\varphi_{45}) * sin(\varphi_{45}) + b_6 * cos(\varphi_{45}) + b_6 * cos$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) *cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*cos(\varphi_{21}))$  $+ b_1 \cos(\varphi_{10}) + \sin(\varphi_{10}) \cos(\varphi_{43}) (\cos(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{54}) - b_6 \cos(\varphi_{55}) \sin(\varphi_{54})) + b_1 \cos(\varphi_{10}) \sin(\varphi_{10})   $b_6*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{55})))*(sin(\varphi_{89})*(sin(\varphi_{78})*(sin(\varphi_{10})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*sin(\varphi_{54}) +$  $cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{43})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{43})))$  $cos(\varphi_{10})*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{78})*(cos(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{54}) \cos(\varphi_{89})^*(\cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*\sin(\varphi_{54}) + \cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{32})^*\sin(\varphi_{43}))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) + cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{10}))) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{10})) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{10})) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{10})) - cos(\varphi_{10})^*co$  $(\sin(\varphi_{89})^*(\cos(\varphi_{78})^*(a_1 + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))) + b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $b_2 * sin(\varphi_{21}) + cos(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{65})) + b_3 * cos(\varphi_{32}) + b_4 * cos(\varphi_{$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{43})^*s$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{32})$  $\cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{55})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{55}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45})) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45})) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\cos(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\cos(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\cos(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\cos(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\sin(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})^*\cos(\varphi_{45}) + b_2^*\cos(\varphi_{45})   $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))) - b_6 * cos(\varphi_{10}) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + b_6 * sin(\varphi_{10}) + b_6 *$  $cos(\varphi_{89})^*(a_7 + cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$ 

```
sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*cos(\varphi_{21})) + b_1^*cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) + b_6^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}))))^*(cos(\varphi_{89})^*(sin(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) - cos(\varphi_{10})^*cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{78})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) + cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43})))) + sin(\varphi_{89})^*(cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) + sin(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) + sin(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) + sin(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{54})) + sin(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{54})) + sin(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{54})) + sin(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_
```

#### $J_{12} =$

 $(\cos(\varphi_{78})^*(a_1 + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_3^*\sin(\varphi_{32}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})) - b_3^*\sin(\varphi_{32}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\sin(\varphi_{65}) - b_6^*$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*sin(\varphi_{21}) + b_2^*sin(\varphi_$  $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_8^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_8^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_8^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_8^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_8^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) *cos(\varphi_{55}) + b_8^*cos(\varphi_{55})^*$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*cos(\varphi_{21})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})) + b_2^*cos(\varphi_{21})) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65})) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65})) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65})) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65})) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65})) + b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65}) + b_6^*cos(\varphi_{65}) + b_6$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) +$  $b_6*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{55})))*(sin(\varphi_{78})*(cos(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{43})) +$  $sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) \cos(\varphi_{78})^*(\sin(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*\sin(\varphi_{54}) + \cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{32})^*\sin(\varphi_{43}))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) - cos(\varphi_{10})^*cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54}))) -$  $(\cos(\varphi_{78})^*(d_{07} - \sin(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_$  $b_3*sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32})*(sin(\varphi_{43})*(a_6*cos(\varphi_{54}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}))) - b_6*cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65}) - b_6*cos(\varphi_{65}) - b_6*cos($  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) *cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*cos(\varphi_{21})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{45})) + b_2^*cos(\varphi_{21})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $sin(\varphi_{78})^*(a_1 + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*(a_5)$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}))) + b_2^*sin(\varphi_{21}) + b_2^*sin(\varphi_$  $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54}))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6)^*(a_5 + a_6)) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6)^*(a_5 + a_6)) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6)) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54}))$  $b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))) * (sin(\varphi_{78}) * (sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{21}) * (cos(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{54}) +$  $cos(\varphi_{10})*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{78})*(cos(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{54})$  $cos(\varphi_{32})^* cos(\varphi_{54})^* sin(\varphi_{43})) + sin(\varphi_{21})^* (cos(\varphi_{32})^* sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^* sin(\varphi_{32})^* sin(\varphi_{43}))))$ 

## $J_{13} =$

 $cos(\varphi_{10})*cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{54}) - sin(\varphi_{10})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{43}))) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{43})))$ 

## $J_{14} =$

 $b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{32}) - b_2 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) - a_4 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) - b_1 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{21}) + a_4 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) + b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) + b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}) - b_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65})$ 

$$J_{15} = b_2 * sin(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{54}) - b_2 * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{43})$$

$$J_{16} = -b_3 * \sin(\varphi_{54}) - a_4 * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{43}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{43}) - b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65})$$

 $J_{17} = b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65})$ 

 $J_{18} = -b_6 * \cos(\varphi_{65})$ 

# $J_{19} = 0$

 $J_{21} =$ 

 $-(\cos(\varphi_{89})^*(\cos(\varphi_{78})^*(a_1 + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $b_2*sin(\varphi_{21}) + cos(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(a_4 + a_6*sin(\varphi_{54}) + b_6*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{55})) + b_3*cos(\varphi_{32}) + b$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{52}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_6^*cos(\varphi_{55}) - b$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi$  $\cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{55})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65})) + b_2^*\cos(\varphi_{21}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))))$  $+ sin(\varphi_{89})^*(a_7 + cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32})$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*cos(\varphi_{21}))$  $+ b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) +$  $b_6*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}))))*(cos(\varphi_{89})*(sin(\varphi_{10})*(sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{65})*cos($  $\cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54}))$  $cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) +$  $cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{32})))) +$  $sin(\varphi_{89})^*(sin(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})))$  $-\cos(\varphi_{32})*\cos(\varphi_{54})*\cos(\varphi_{65})) + \sin(\varphi_{21})*(\cos(\varphi_{32})*(\cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{65}) +$  $\cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) + \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{32})) + \cos(\varphi_{10}) * (\sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - \cos(\varphi_{10}) * (\sin(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * (\sin(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * (\sin(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_$  $cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{55})*sin(\varphi_{54}))) - cos(\varphi_{78})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{55}) +$  $cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65})$  $sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*c$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}))) + b_2^*sin(\varphi_{21}) + b_2^*sin(\varphi_$  $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*sin(\varphi_{54}) - b_6^*$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54}))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54}))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54})))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}))) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 +$  $\cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{55})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65})) + b_2^*\cos(\varphi_{21}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))) - b_6 * cos(\varphi_{10}) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + b_6 * sin(\varphi_{10}) + b_6 *$  $\cos(\varphi_{89})^*(a_7 + \cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) = 0$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) *cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*cos(\varphi_{21}))$ +  $b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) +$  $b_6*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}))))*(sin(\varphi_{89})*(sin(\varphi_{10})*(sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})*cos($  $\cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54}))$  $cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) +$  $cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{32}))))$  $cos(\varphi_{89})^*(sin(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) +$  $cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) +$  $sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) +$  $\cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{32}))) + \cos(\varphi_{10}) * (\sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}))) - \cos(\varphi_{10}) * (\sin(\varphi_{10}) * \sin(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \sin(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \sin(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \sin(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10}) * \cos(\varphi_{10}) + \cos(\varphi_{10})$  $cos(\varphi_{78})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) +$  $cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})))$  $-\cos(\varphi_{32})*\cos(\varphi_{54})*\cos(\varphi_{65})))))$ 

 $J_{22} =$ 

 $(sin(\varphi_{78})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})))$ 

```
-\cos(\varphi_{32})*\cos(\varphi_{54})*\cos(\varphi_{65}))) + \cos(\varphi_{78})*(\sin(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{21})*(\sin(\varphi_{32})*(\cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{65}) + 
cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) +
  sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) +
cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{32}))) + cos(\varphi_{10})*(sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) -
  cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{55})*sin(\varphi_{54}))))*(cos(\varphi_{78})*(a_1 + sin(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(a_4 + a_6*sin(\varphi_{54}) + a_6*sin(\varphi_{54}) + a_6*sin(\varphi_{54})))))
b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65})) - b_3 * \sin(\varphi_{32}) + \sin(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{
b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})) + b_2 * sin(\varphi_{21}) + cos(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + a_6 * sin(\varphi_{54}))))
b_6*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) + b_3*cos(\varphi_{32}) - cos(\varphi_{32})*(sin(\varphi_{43})*(a_6*cos(\varphi_{54}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54}) - b_6*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{54})) - b_6*cos(\varphi_{54}) b_6*\cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{65})))) - \sin(\varphi_{78})*(d_{07} - \sin(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{21})*(\cos(\varphi_{32})*(a_4 + a_6*\sin(\varphi_{54}) + a_6)))))) - \sin(\varphi_{78})*(a_{10} - a_{10})*(a_{10} - 
b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65})) - b_3 * \sin(\varphi_{32}) + \sin(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) + b_6 * \cos(\varphi_{54}) + b_6 *
b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{65})) +
b_3 * \cos(\varphi_{32}) - \cos(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{55}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}))) + b_6 * \cos(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}))) + b_6 * \cos(\varphi_{43}) * (a_6 * 
b_2 * cos(\varphi_{21})) - b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{55
b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))) + (sin(\varphi_{78}) * (sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}) +
cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})) +
sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) +
\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{32})) + \cos(\varphi_{10})^*(\sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}) - \cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{54}))) -
cos(\varphi_{78})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) +
cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})))
  + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{65})) - b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55})) - sin(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos(\varphi_{55
b_3^* \cos(\varphi_{32}) - \cos(\varphi_{32})^* (\sin(\varphi_{43})^* (a_6^* \cos(\varphi_{54}) - b_6^* \cos(\varphi_{55})^* \sin(\varphi_{54})) - b_6^* \cos(\varphi_{43})^* \sin(\varphi_{65}))) +
b_2 * cos(\varphi_{21})) - b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) + cos(
b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + sin(\varphi_{78}) * (a_1 + sin(\varphi_{21}) * (cos(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + a_6 * sin(\varphi_{54})))))
b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65})) - b_3 * \sin(\varphi_{32}) + \sin(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) +
b_6*\cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{65})) + b_2*\sin(\varphi_{21}) + \cos(\varphi_{21})*(\sin(\varphi_{32})*(a_4 + a_6*\sin(\varphi_{54}) + a_6))
b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65})) + b_3 * \cos(\varphi_{32}) - \cos(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) +
b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))))
```

#### $J_{23} =$

 $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{32}))) + cos(\varphi_{10})^*(sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})))$ 

#### $J_{24} =$

```
b_1 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) - b_1 * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - b_2 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) + b_2 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) - a_4 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - a_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) - a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{65}) - a_6 * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{52}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) - b_3 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) - b_3 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{54}) - a_4 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{54}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \cos(\varphi_{21}) * \cos(\varphi_{32}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{55}) + a_6 * \sin(\varphi_{21}) * \sin(\varphi_{52}) * \sin(\varphi_{55}) ```

#### $J_{25} =$

```
b_2 * \cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + b_2 * \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{32}) + b_2 * \cos(\varphi_{52}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54})
```

 $J_{26} =$ 

 $\begin{array}{l} a_4 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}) - b_3 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{65}) + a_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{43}) + \\ a_4 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) + a_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65}) \end{array}$ 

#### $J_{27} = -a_6 * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})$

```
J_{28} = a_6 * cos(\varphi_{65})
```

```
J_{29} = 0
```

 $J_{31} =$ 

 $(\cos(\varphi_{89})^*(\cos(\varphi_{78})^*(a_1 + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})   $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) +$  $b_2 * sin(\varphi_{21}) + cos(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_3 * cos(\varphi_{32}) - b_3 * cos(\varphi_{32}) + b_4 * cos(\varphi_{$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*sin(\varphi_{54}) - b_6^*$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) *cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})$  $\cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{55})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65})) + b_2^*\cos(\varphi_{21}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))))$  $+ \sin(\varphi_{89})^*(a_7 + \cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{45}) + b_6 * cos(\varphi_{45}) * sin(\varphi_{45}) + b_6 * cos(\varphi_{45}) + b_6 * cos$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) *cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}))) + b_2^*cos(\varphi_{21}))$ +  $b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) +$  $b_6*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{55}))))*(sin(\varphi_{89})*(cos(\varphi_{78})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})$  $sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{65})   $sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})))$   $sin(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) +$  $cos(\varphi_{32})^* cos(\varphi_{54})^* sin(\varphi_{55})) + sin(\varphi_{21})^* (cos(\varphi_{32})^* (cos(\varphi_{43})^* cos(\varphi_{55}) - sin(\varphi_{43})^* sin(\varphi_{54})^* sin(\varphi_{56}))$  $-\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) + \cos(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{65})))) +$  $\cos(\varphi_{89})^*(\cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) +$  $\cos(\varphi_{32}) \cos(\varphi_{54}) \sin(\varphi_{65}) + \sin(\varphi_{21}) (\cos(\varphi_{32}) \cos(\varphi_{43}) \cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43}) \sin(\varphi_{54}) \sin(\varphi_{65}))$  $-\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) - \sin(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{65})))) - \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}))) - \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}))) - \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65})) - \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65})) - \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65}) + \sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65}) + \sin(\varphi_{65}) + \cos(\varphi_{65}) + \cos(\varphi$  $(\sin(\varphi_{89})^*(\cos(\varphi_{78})^*(a_1 + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $b_2 * sin(\varphi_{21}) + cos(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_3 * cos(\varphi_{32}) - b_3 * cos(\varphi_{32}) + b_4 * cos(\varphi_{32}) + b_5 * cos(\varphi_{$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{55}) - b_5$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_3^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{34}) + b_6^*cos(\varphi_{34})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{34}) + b_6^*cos(\varphi_{34})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{34})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{34}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{34})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6)^*(a_5 + a_6)^*(a_6 + a_6)^*($  $\cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{55})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65})) + b_2^*\cos(\varphi_{21}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))) - b_6 * cos(\varphi_{10}) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + b_6 * sin(\varphi_{10}) + b_6 *$  $\cos(\varphi_{89})^*(a_7 + \cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65}))$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55}))) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{45}) + b_6 * cos(\varphi_{45}) * sin(\varphi_{45}) + b_6 * cos(\varphi_{45}) + b_6 * cos$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) *cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}))) + b_2^*cos(\varphi_{21}))$ +  $b_1 * cos(\varphi_{10}) + sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) +$  $b_6*sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{65}))))*(cos(\varphi_{89})*(cos(\varphi_{78})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65})$  $sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{55})) - cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{55})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*(cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*cos(\varphi_{13})*$  $sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) +$  $cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{55})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{55}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{56})))$  $-\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) + \cos(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{65})))) - \cos(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin(\varphi_{10})*\sin$  $sin(\varphi_{89})^*(cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) +$  $\cos(\varphi_{32}) * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65})) + \sin(\varphi_{21}) * (\cos(\varphi_{32}) * (\cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}))$  $-\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) - \sin(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{65}))))$ 

 $J_{32} =$ 

 $(\cos(\varphi_{78})^*(a_1 + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_3^*\sin(\varphi_{32}) + \sin(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}))) + b_2^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{54})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{54}))) + b_2^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{54}))) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi_{21}) + b_3^*\sin(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi_{21}) + b_3^*\cos(\varphi$ 

 $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) *cos(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))) - sin(\varphi_{78})^*(d_{07} - b_{07})^*(d_{07} - b_{07}$  $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) + b_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) - b_5^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) + b_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55}) + b_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*sin(\varphi_{55}$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_4^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54}) + b_5^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})$  $\cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{55})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65}))) + b_2^*\cos(\varphi_{21})) - b_6^*\cos(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{65})) + b_2^*\cos(\varphi_{21}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}) + b_6^*\cos(\varphi_{65}$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) +$  $sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{65})))))))$  $sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65}))) +$  $cos(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) +$  $\cos(\varphi_{32})^*\cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65}))$  $-\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) + \cos(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{65})))) (\cos(\varphi_{78})^*(d_{07} - \sin(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*\sin(\varphi_{54}) + b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*(a_6 + a_6^*\sin(\varphi_{10})^*) - b_6^*\sin(\varphi_{10})^*(a_6 + a_6^*\sin(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*(a_6 + a_6^*\sin(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*(a_6 + a_6^*\sin(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*(a_6 + a_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^* - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos(\varphi_{10})^* - b_6^*\cos(\varphi_{10})^*) - b_6^*\cos$  $b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_3^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{53})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{53})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{53})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_3^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_5^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_5^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_5^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55}) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*(a_5 + a_6^*sin(\varphi_{55})) + b_6^*cos(\varphi_{55})) + b_6^*cos(\varphi_{55})^*(a$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}))) + b_2^*cos(\varphi_{21})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{45})) + b_2^*cos(\varphi_{21})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{45})) + b_2^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{45})) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45})) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45})^*sin(\varphi_{45}) + b_2^*cos(\varphi_{45}) + b_2$  $b_1 * sin(\varphi_{10}) + cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{$  $sin(\varphi_{78})^*(a_1 + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_3^*sin(\varphi_{32}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_8^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{54}) + b_8^*cos(\varphi_{55})^*cos(\varphi_{55}) - b_8^*sin(\varphi_{55}) + b_8^*cos(\varphi_{55}) + b_8^*cos(\varphi_{5$  $sin(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) - b_6^*cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}))) + b_2^*sin(\varphi_{21}) + b_2^*sin(\varphi_$  $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{32}) - b_3^*cos(\varphi_{32})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + b_3^*cos(\varphi_{54})^*(a_4 + a_6^*sin(\varphi_{54}) + b_6^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{54})^*(a_5 + a_6)^*(a_5 + a_6)^*(a_6 + a_6)$  $cos(\varphi_{32})^*(sin(\varphi_{43})^*(a_6^*cos(\varphi_{54}) - b_6^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})) sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{32})*sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{21})*(sin(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{65})))))))$  $sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65})))$  $sin(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) +$  $cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{55}) + sin(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(cos(\varphi_{43})*cos(\varphi_{55}) - sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{55}))$  $-\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) + \cos(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})*\sin(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{55}))))$ 

## $J_{33} =$

 $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{52})^*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43}) + cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})))$ 

## $J_{34} =$

 $(\cos(\varphi_{10})^*(\cos(\varphi_{21})^*(\sin(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{65}) - \sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{65})) +$  $\cos(\varphi_{32})^*\cos(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{55})) + \sin(\varphi_{21})^*(\cos(\varphi_{32})^*(\cos(\varphi_{43})^*\cos(\varphi_{55}) - \sin(\varphi_{43})^*\sin(\varphi_{54})^*\sin(\varphi_{55}))$  $-\cos(\varphi_{54})*\sin(\varphi_{32})*\sin(\varphi_{65}))) - \sin(\varphi_{10})*(\cos(\varphi_{65})*\sin(\varphi_{43}) +$  $cos(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})))*(sin(\varphi_{10})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{32})*(a_4 + a_6*sin(\varphi_{54}) + a_6*sin(\varphi_{54}) + a_6*sin(\varphi_{54}))))*(sin(\varphi_{10})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_{21})*(cos(\varphi_$  $b_6 * \cos(\varphi_{54}) * \cos(\varphi_{65})) - b_3 * \sin(\varphi_{32}) + \sin(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{65}) + b_6 *$  $b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{55})) - sin(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55}) + b_6 * cos$  $b_3 * \cos(\varphi_{32}) - \cos(\varphi_{32}) * (\sin(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - b_6 * \cos(\varphi_{55}) * \sin(\varphi_{54})) - b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}))) +$  $b_2 * cos(\varphi_{21})) + b_1 * sin(\varphi_{10}) - cos(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - b_6 * cos(\varphi_{55}) * sin(\varphi_{54})) + b_1 * sin(\varphi_{10})   $b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) - (sin(\varphi_{10}) * (cos(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65})$  $sin(\varphi_{43})*sin(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})*cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})) +$  $sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{65})))$  $+ \cos(\varphi_{10})^* (\cos(\varphi_{55})^* \sin(\varphi_{43}) + \cos(\varphi_{43})^* \sin(\varphi_{54})^* \sin(\varphi_{55}))^* (\cos(\varphi_{10})^* (\cos(\varphi_{21})^* (\cos(\varphi_{32})^* (a_4 + a_{33})^* (a_{34} + a_{34})^* (a_{34} + a_$  $+ a_6 * sin(\varphi_{54}) + b_6 * cos(\varphi_{54}) * cos(\varphi_{55})) - b_3 * sin(\varphi_{32}) + sin(\varphi_{32}) * (sin(\varphi_{43}) * (a_6 * cos(\varphi_{54}) - a_{55})) + b_6 * cos(\varphi_{54}) + b_6 *$  $b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) - b_6 * cos(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65}))) - sin(\varphi_{21}) * (sin(\varphi_{32}) * (a_4 + a_6 * sin(\varphi_{54}) + a_6 * sin(\varphi_{54})))) + sin(\varphi_{54}) + sin($  $b_6^*\cos(\varphi_{54})^*\cos(\varphi_{65})) + b_3^*\cos(\varphi_{32}) - \cos(\varphi_{32})^*(\sin(\varphi_{43})^*(a_6^*\cos(\varphi_{54}) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{54})) - b_6^*\cos(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})^*\sin(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos(\varphi_{65})^*\cos($  $b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65})) + b_2 * \cos(\varphi_{21}) + b_1 * \cos(\varphi_{10}) + \sin(\varphi_{10}) * (\cos(\varphi_{43}) * (a_6 * \cos(\varphi_{54}) - a_6 + a$  $b_6 * cos(\varphi_{65}) * sin(\varphi_{54})) + b_6 * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{65})))$ 

#### $J_{35} =$

 $\begin{array}{l} b_2 * cos(\varphi_{32}) * cos(\varphi_{43}) * cos(\varphi_{65}) - b_2 * cos(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{65}) - b_2 * cos(\varphi_{32}) * sin(\varphi_{43}) * sin(\varphi_{54}) * sin(\varphi_{65}) \end{array}$ 

| $J_{36} =$               | $a_4 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}) - a_6 * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) + b_3 * \cos(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65}) + b_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{54}) + b_6 * \cos(\varphi_{54}) $ |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                          | $a_6 * \cos(\varphi_{43}) * \cos(\varphi_{65}) * \sin(\varphi_{54}) - a_4 * \sin(\varphi_{43}) * \sin(\varphi_{54}) * \sin(\varphi_{65})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| $J_{37} =$               | I 4. • / ) 4. / ) 4. / )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                          | $b_6^* \sin(\varphi_{54}) - a_6^* \cos(\varphi_{54})^* \cos(\varphi_{65})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $J_{38} =$               | $a_6 * sin(\varphi_{65})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| $J_{39} =$               | $b_6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| $J_{41} =$               | $sin(\varphi_{78})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))) - cos(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32}))) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})))) - cos(\varphi_{10})^*cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54}))$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| $J_{42} =$               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                          | $cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43}))) + cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{10})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| $J_{43} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| $J_{44} =$               | $cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{43})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{54}) + cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{43}))$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| $J_{45} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| $J_{46} =$               | $cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{54})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| $J_{47} =$               | $sin(\varphi_{54})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| $J_{48} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| $J_{49} =$               | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| $J_{51} =$               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                          | $sin(\varphi_{78})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54}))) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})))) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{53}))) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{53})) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{53})) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{53})) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{55})) + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{55})  + cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{55}) + cos(\varphi_{55})^*sin$                                                                                                                                                 |
| $J_{52} =$               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                          | $sin(\varphi_{10})^*(sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54}))) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{32})))$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| $J_{53} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <i>J</i> <sub>54</sub> = | $cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) + cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{32})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65}) + cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})) - cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*cos(\varphi_{65}))$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| $J_{55} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <i>J</i> <sub>56</sub> = | $sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{55}) - cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{55})^*sin(\varphi_{54})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <i>J</i> <sub>57</sub> = | $cos(\varphi_{54})*cos(\varphi_{65})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

| $J_{58} =$               | $sin(\varphi_{65})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $J_{59} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <i>J</i> <sub>61</sub> = | $sin(\varphi_{78})^*(cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))) + cos(\varphi_{78})^*(sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))) + cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))) + cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43}) + cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})))$ |
| <i>J</i> <sub>62</sub> = | $sin(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43}) + cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{10})^*(cos(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + sin(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{65})))$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| $J_{63} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| $J_{64} =$               | $cos(\varphi_{21})^*(cos(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) - cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{32})^*sin(\varphi_{65})) - sin(\varphi_{21})^*(sin(\varphi_{32})^*(cos(\varphi_{43})^*cos(\varphi_{65}) - sin(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})) + cos(\varphi_{32})^*cos(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65}))$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| $J_{65} =$               | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| $J_{66} =$               | $cos(\varphi_{65})^*sin(\varphi_{43}) + cos(\varphi_{43})^*sin(\varphi_{54})^*sin(\varphi_{65})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| $J_{67} =$               | $-cos(\varphi_{54})*sin(\varphi_{65})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

$$J_{68} = \cos(\varphi_{65})$$

 $J_{69} = 0$ 

# Annexe 4-1 : Fiche technique de l'accéléromètre triaxial





| Charge sensitivity norm. @20 C      | 2.55pC/(m/s <sup>2</sup> ) | Z5pC/g                    |  |  |  |
|-------------------------------------|----------------------------|---------------------------|--|--|--|
| Resonant Frequency                  | X / Y Axis ≥13kHz          | Z Axis ≥15kHz             |  |  |  |
| Typical Frequency Response ±5%      | 1Hz – 3kHz                 |                           |  |  |  |
| ±10%                                | 0.7Hz                      | – 4kHz                    |  |  |  |
| Pyro-electric output                | 0.2                        | 2°C                       |  |  |  |
| Pyro-electric corner frequency      | 0.00                       | 02Hz                      |  |  |  |
| Cross Axis error                    | ≥5%                        | max                       |  |  |  |
| Capacitance                         | 900/1-                     | 400 pF                    |  |  |  |
| Temperature Range                   | -50/ +220°C                | -58/ +428°F               |  |  |  |
| Charge sensitivity deviation        | -5% @-50°C                 | -5% @-58°F                |  |  |  |
| (20 °C/68°F)                        | +10% @ 220°C               | +10% @+428°F              |  |  |  |
| Base strain Sensitivity             | ≤0.002g/µ strain           |                           |  |  |  |
| Maximum shock g level, rise time µs | 98100m/s², 30              | 10000g,30                 |  |  |  |
| Materials                           | s/steel 303 S31 inserts    |                           |  |  |  |
|                                     | Hard Anodized Aluminu      | Im Alloy Mounting Block   |  |  |  |
| Mounting                            | 3 x 3mm Ø through holes    | 3 x0.11in Ø through holes |  |  |  |
| Weight                              | 38g                        | 1.34oz                    |  |  |  |
| Case Seal                           | Transducer inserts welded  |                           |  |  |  |
| Size                                | 25.4 x 25.4 x 13.2mm       | 1 x 1 x 0.52in            |  |  |  |
| Connector                           | 3 x 10-32 U                | NF Microdot               |  |  |  |

Please note: For information and reference only. Data should not to be used as pass / fail criteria for calibration purposes

DJB Instruments (UK) Ltd Finchley Avenue, Mildenhall, Suffolk IP28 7BG

+44 (0)1638 712 288 Tel Email sales@djbinstruments.com Web www.djbinstruments.com A UK company with UK-based manufacturing, assembly and calibration in-house.

DJB Iss.2.2020



# Annexe 4-2 : Détail des expérimentations – Analyse modale des robots

| RM : Robot mobile | RF : Robot fixe           |                           | RM_AT : Robot mobile avec tête |                           |                           |                           |
|-------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| CONFIGURATIONS    | <i>q</i> <sub>1</sub> (°) | <i>q</i> <sub>2</sub> (°) | <i>q</i> <sub>3</sub> (°)      | <i>q</i> <sub>4</sub> (°) | <i>q</i> <sub>5</sub> (°) | <i>q</i> <sub>6</sub> (°) |
| C1                | 0                         | 0                         | -90                            | 0                         | 0                         | 0                         |
| C2                | 0                         | 45                        | -140                           | 0                         | -35                       | 0                         |
| C3                | 0                         | 20                        | -160                           | 0                         | -55                       | 0                         |
| C4                | 0                         | -10                       | -145                           | 0                         | 0                         | 0                         |
| C5                | 0                         | 0                         | -70                            | 0                         | 0                         | 0                         |

Table 1 : Détail des configurations Robot

#### Réalisation du plan d'expériences

**Description des éléments** 

Du fait des facteurs qualitatifs (type de robot, configurations, direction d'impact), et du nombre de niveaux variables (de 3 à 5) on réalise un plan factoriel multiniveaux complet avec le logiciel Ellistat. Le plan d'expérience complet généré présente 45 expériences (Table 2).

| Numéro de l'expérience | Type de robot | Configurations | Direction de l'impact |
|------------------------|---------------|----------------|-----------------------|
| 1                      | RM            | CONF1          | X                     |
| 2                      | RM            | CONF1          | Y                     |
| 3                      | RM            | CONF1          | Z                     |
| 4                      | RM            | CONF2          | Х                     |
| 5                      | RM            | CONF2          | Y                     |
| 6                      | RM            | CONF2          | Z                     |
| 7                      | RM            | CONF3          | Х                     |
| 8                      | RM            | CONF3          | Y                     |
| 9                      | RM            | CONF3          | Z                     |
| 10                     | RM            | CONF4          | Х                     |
| 11                     | RM            | CONF4          | Y                     |
| 12                     | RM            | CONF4          | Z                     |
| 13                     | RM            | CONF5          | Х                     |
| 14                     | RM            | CONF5          | Y                     |
| 15                     | RM            | CONF5          | Z                     |
| 16                     | RF            | CONF1          | X                     |
| 17                     | RF            | CONF1          | Y                     |
| 18                     | RF            | CONF1          | Z                     |
| 19                     | RF            | CONF2          | X                     |
| 20                     | RF            | CONF2          | Y                     |
| 21                     | RF<br>DF      | CONF2          | Z                     |
| 22                     | RF<br>DF      | CONF3          | X                     |
| 23                     | KF<br>DF      | CONF3          | Ŷ                     |
| 24                     | KF            | CONF3          |                       |
| 25                     |               | CONF4<br>CONF4 |                       |
| 20                     | RF<br>DE      | CONF4<br>CONF4 | 1                     |
| 27                     | RF<br>DE      | CONF4<br>CONF5 |                       |
| 20                     | DE            | CONF5          |                       |
| 30                     | RF            | CONF5          | 7                     |
| 31                     | RM AT         | CONF1          | X                     |
| 32                     | RM_AT         | CONF1          | Y                     |
| 33                     | RM_AT         | CONF1          | 7                     |
| 34                     | RM_AT         | CONF2          | X                     |
| 35                     | RM_AT         | CONF2          | Y                     |
| 36                     | RM AT         | CONF2          | Z                     |
| 37                     | RMAT          | CONF3          | Х                     |
| 38                     | RM_AT         | CONF3          | Y                     |
| 39                     | RM_AT         | CONF3          | Z                     |
| 40                     | RM_AT         | CONF4          | Х                     |
| 41                     | RM_AT         | CONF4          | Y                     |
| 42                     | RM_AT         | CONF4          | Z                     |
| 43                     | RM_AT         | CONF5          | Х                     |
|                        |               |                |                       |
| 44                     | RM_AT         | CONF5          | Y                     |
| 45                     | RM_AT         | CONF5          | Z                     |

Table 2: Plan d'expériences complet

Les expériences 28, 29 et 30 relatives au robot RF en configuration 5 sont retirées du plan d'expériences du fait de l'encombrement de la cellule qui ne permet pas d'atteindre cette configuration.

De même, les expériences du robot RM\_AT en configurations 1, 4 et 5 sont supprimées car en introduisant la tête de dépôt on cherche à se rapprocher le plus possible des conditions de fabrication additive DED, et les configurations 2 et 3 sont les plus représentatives de ces situations.

En tenant compte de toutes ces données, on réalise 33 expériences (Table 3) pour les robots du système FAMGP.

| Numéro de l'expérience | Type de robot | Configurations | Direction de l'impact |
|------------------------|---------------|----------------|-----------------------|
| 1                      | RM            | CONF1          | Х                     |
| 2                      | RM            | CONF1          | Y                     |
| 3                      | RM            | CONF1          | Z                     |
| 4                      | RM            | CONF2          | Х                     |
| 5                      | RM            | CONF2          | Y                     |
| 6                      | RM            | CONF2          | Ζ                     |
| 7                      | RM            | CONF3          | Х                     |
| 8                      | RM            | CONF3          | Y                     |
| 9                      | RM            | CONF3          | Z                     |
| 10                     | RM            | CONF4          | Х                     |
| 11                     | RM            | CONF4          | Y                     |
| 12                     | RM            | CONF4          | Z                     |
| 13                     | RM            | CONF5          | Х                     |
| 14                     | RM            | CONF5          | Y                     |
| 15                     | RM            | CONF5          | Z                     |
| 16                     | RF            | CONF1          | Х                     |
| 17                     | RF            | CONF1          | Y                     |
| 18                     | RF            | CONF1          | Z                     |
| 19                     | RF            | CONF2          | Х                     |
| 20                     | RF            | CONF2          | Y                     |
| 21                     | RF            | CONF2          | Z                     |
| 22                     | RF            | CONF3          | Х                     |
| 23                     | RF            | CONF3          | Y                     |
| 24                     | RF            | CONF3          | Ζ                     |
| 25                     | RF            | CONF4          | Х                     |
| 26                     | RF            | CONF4          | Y                     |
| 27                     | RF            | CONF4          | Z                     |
| 28                     | RM_AT         | CONF2          | Х                     |
| 29                     | RM_AT         | CONF2          | Y                     |
| 30                     | RM_AT         | CONF2          | Z                     |
| 31                     | RM_AT         | CONF3          | Х                     |
| 32                     | RM_AT         | CONF3          | Y                     |
| 33                     | RM_AT         | CONF3          | Ζ                     |

Table 3: Expérimentations pour l'AME des robots du système FAMGP

La résolution du plan d'expériences (table 2) n'est pas possible, car on n'a pas pu réaliser toutes les expérimentations pour les raisons citées précédemment.

| Annexe 4-3 | : | <b>Résultats</b> | des | acquisitions | Ballbar |
|------------|---|------------------|-----|--------------|---------|
|------------|---|------------------|-----|--------------|---------|

| Rayon<br>(mm) | Vitesse<br>de<br>Rotation | Plan<br>de<br>mesure             | Circularité [µm] | Jeu à<br>l'inversion<br>axe 1 [µm] | Jeu à<br>l'inversion<br>axe 2 [µm] | Pic<br>d'inversion<br>axe 1 [µm] | Pic<br>d'inversion<br>axe 2 [μm] | Jeu<br>latéral<br>axe 1<br>[µm] | Jeu<br>latéral<br>axe 2<br>[µm] |
|---------------|---------------------------|----------------------------------|------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
|               | 1000                      | XY<br>Axe 1:<br>X<br>Axe 2:<br>Y | 635,9            | > -33,9 < -<br>39,1                | ∧ 1,4 ∨ -<br>56                    | > -29,8 <-<br>14,4               | ∧-23,3 ∨-<br>58,4 ∨-             | > -399,5<br><328,2              | ∧ -39,6<br>∨ -196,9             |
|               | 1000                      | YZ<br>Axe 1:<br>Y<br>Axe 2:<br>Z | 544,7            | >14 <-15                           | ∧ -11,6                            | > -44,1 <3,7                     | ^22,3                            | > 56,6<br>< 52,4                | ^6,3<br>∨ 67,9                  |
| 100           | 2500                      | XY<br>Axe 1:<br>X<br>Axe 2:<br>Y | 624,5            | > -6,5 < -18                       | ∧ -33,6 ∨ -<br>16,8                | > 5 <9,5                         | ∧-14,1 ∨-<br>49,3                | >419,8<br><260,7                | ^-33,3<br>∨ -204,6              |
|               |                           | YZ<br>Axe 1:<br>Y<br>Axe 2:<br>Z | 538,1            | >-11,5 <-<br>21,9                  | ∧ -13,2                            | > -54,3 <-<br>26,7               | ∧34,7                            | > 94,7<br>< 63                  | ^17,3<br>∨ 47,9                 |
|               |                           | YZ<br>Axe 1:<br>Y<br>Axe 2:<br>Z | 799,1            | > 50,2<br>21,5 < -                 | ∧ -37,3                            | >71,3<br>69,7                    | ∧35,4                            | > -13,7<br>< -44,2              | ^-34,5<br>∨ 90,4                |
|               | 1000                      | XY<br>Axe 1:<br>X<br>Axe 2:<br>Y | 473.7            | >-30 <-<br>15,2                    | ∧ -20,1 ∨ -<br>13,6                | > -40,1 < 20,7                   | ^24,6 ∨-20                       | > 171,4<br><373,1               | ∧ -155,6<br>∨ -39,2             |
|               |                           | YZ<br>Axe 1:<br>Y<br>Axe 2:<br>Z | 573.6            | > 17,2 < 1,1 <                     | ∧ -18,3                            | > -23,3 < 35,4 <                 | ∧ -1,4                           | > 54,1<br>< 68,9                | ∧ 63,5<br>∨ 86,4                |
|               |                           | XZ<br>Axe 1:<br>X<br>Axe 2:<br>Z | 474.4            | > -86,3                            | ∧ 62,7 ∨<br>163,9                  | > 51,8                           | ∧ -22 ∨-<br>44,2 <sup>∨</sup> -  | > 12,2<br><110,7                | ∧ 55,4<br>∨ 65,9                |
| 150           |                           | XY<br>Axe 1:<br>X<br>Axe 2:<br>Y | 518.4            | > -28,7 <<br>-15,2 <               | ∧ -11,5 ∨ -<br>22                  | > -21,4 < -<br>1,7               | ∧ -13,7 ∨ -<br>8,7               | > 123,7<br>< 391,3              | ∧ -167<br>∨ -28,1               |
| 150           | 2500                      | YZ<br>Axe 1:<br>Y<br>Axe 2:<br>Z | 630.5            | > 39,3 <<br>8,9 <                  | ∧24,9                              | > -39,5 < 23,2                   | ∧ -14,3                          | > 111,1<br>< 58,2               | ∧ 16,6<br>∨ 71,5                |
|               |                           | XZ<br>Axe 1:<br>X<br>Axe 2:<br>Z | 612.7            | > -69,3                            | ∧ 64,8 ∨<br>176,5                  | > 52,3                           | ∧ -104,7 ∨ -<br>49,8             | > -23,4<br>< 88,8               | ∧ 41,9<br>∨ 82,6                |
|               | 5000                      | XY<br>Axe 1:<br>X<br>Axe 2:<br>Y | 509.4            | > -50,3 <<br>-19,8 <               | ∧ -2,1 ∨ -<br>53,7 <sup>∨</sup> -  | > 24,6 < 158                     | ∧-43,7 ∨-<br>48,3                | > 108,9<br><414,3               | ∧ -129,4<br>∨ -14,3             |
|               | 2000                      | YZ<br>Axe 1:<br>Y<br>Axe 2:<br>Z | 717.5            | > 16,1 < - 5                       | ^ -34,5                            | > 13,5 < -<br>51,9 < -           | ^ -11,8                          | > 56,3<br>< 45,7                | ∧ 36,6<br>∨ 84                  |

# Annexe 4-4 : Acquisitions laser tracker et accéléromètre triaxial

Les configurations  $C_2$  et  $C_3$  sont testés pour chaque trajectoire (circulaire, rectiligne, à profil carré), ainsi que différentes vitesses (600 mm/min, 1200 mm/min, 2400 mm/min) et modes de fabrication (U0 : avec axe linéaire, U1 : sans axe linéaire).

### Repères origine pièce par rapport à l'origine robot

On définit les caractéristiques du repère trajectoire pour le robot mobile (table 1) et pour le robot fixe (table 2) et le robot mobile avec tête (table 3).

| Reperes                                          | Х        | Y        | Z       | А         | В        | С     |
|--------------------------------------------------|----------|----------|---------|-----------|----------|-------|
| G57 (origine config C2)                          | 3642.373 | 2606.256 | 130.119 | (-)15.094 | (-)0.009 | 0.033 |
| G56 (origine config C3)                          | 3642.860 | 1786.298 | 78.813  | (-)15.094 | (-)0.09  | 0.033 |
| Table 1: Repères origines Robot mobile sans tête |          |          |         |           |          |       |

| Reperes             | Х    | Y        | Z      | А     | В    | С    |
|---------------------|------|----------|--------|-------|------|------|
| G54 (origine config | 4.21 | -        | 118.03 | 14.92 | -    | 0.10 |
| C2)                 | 2    | 2598.616 | 6      | 4     | 0.38 | 9    |
| G55 (origine config | 3.53 | -        | 67.145 | 14.92 | -    | 0.10 |
| C3)                 | 9    | 1778.633 |        | 4     | 0.38 | 9    |

Table 4: Repères origines Robot fixe

| Repères                 | Х        | Y        | Z       | А        | В        | С     |
|-------------------------|----------|----------|---------|----------|----------|-------|
| G57 (origine config C2) | 3610.994 | 2726.880 | 162.199 | (-)7.371 | (-)1.343 | 6.837 |
| G56 (origine config C3) | 3571.620 | 1900.708 | 114.766 | (-)7.671 | (-)1.402 | 8.937 |
|                         |          |          |         |          |          |       |

Table 2: Repères origines Robot mobile avec tête

#### Expériences pour les trajectoires circulaires

On réalise 32 expériences pour les trois types de robot. Le détail des expériences est présenté dans la table 4.

| Robots   | Rayons [mm] | Configurations | Vitesse programmée [mm/min] |
|----------|-------------|----------------|-----------------------------|
| RF<br>RM | 200         | C2<br>C3       | 600<br>1200                 |
| RM_AT    |             | CJ             | 2400                        |

*Table 3: Détail des expériences pour les trajectoires circulaires* 

## Expériences trajectoires Lignes X Y Z

On réalise 60 expériences pour les trois types de robot. Le détail des expériences est présenté dans la table 5.

| Robots            | Longueur [mm] | Configurations | Vitesse programmée [mm/min] |
|-------------------|---------------|----------------|-----------------------------|
| RF<br>RM<br>RM_AT | 200           | C2<br>C3       | 600<br>2400                 |

Table 5 : Détail des expériences pour les trajectoires rectilignes

## Expériences trajectoires à profil carré

On réalise 28 expériences pour les trois types de robot. Le détail des expériences est présenté dans la table 6.

| Robots            | Côté [mm] | Configurations | Vitesse programmée [mm/min] |
|-------------------|-----------|----------------|-----------------------------|
| RF<br>RM<br>RM_AT | 300       | C2<br>C3       | 600<br>1200<br>2400         |

Table 6 : Détail des expériences pour les trajectoires à profil carré



Résultats accéléromètre triaxial pour les trajectoires rectilignes







Variation de la déviation moyenne (Y - 600 mm/min - C2): (a) vitesse, (b) position



Variation de la déviation moyenne (Z - 600 mm/min - C2): (a) vitesse, (b) position

# Solutions d'optimisation pour la fabrication additive robotisée multi-procédés DED de pièces de grandes dimensions métalliques

La Fabrication Additive Métallique (FAM) des pièces de grandes dimensions s'oriente vers l'utilisation croissante des systèmes robotisés multi-procédés et cinématiquement multi-redondants pour palier le problème de limitation de l'espace de travail des machines traditionnelles. Intégrer les robots dans ce contexte nécessite une approche spécifique qui tient compte à la fois des contraintes propres aux robots et des exigences relatives aux procédés de FAM. Ces travaux de thèse implémentent des solutions d'optimisation incluant les contraintes robotiques et des procédés, appliquées à une cellule robotique de fabrication additive DED CLAD<sup>®</sup> (dépôt de matière sous énergie concentrée - construction laser additive directe), dans le but de garantir la qualité des pièces produites. La première étape est focalisée sur l'identification des paramètres clés du triptyque Produit/Processus/Ressources et l'établissement des relations d'interdépendance. Une première contribution réside dans la création d'un outil d'aide à la décision permettant le choix de stratégies appliquées à la fabrication additive robotisée DED CLAD<sup>®</sup>. La deuxième étape concerne l'étude du comportement des robots, afin d'évaluer leurs capabilités. Une originalité réside dans l'introduction d'une méthodologie de validation des stratégies de FAM robotisée par l'analyse du comportement cinématique lors du parcours d'une trajectoire par accéléromètre. La troisième étape concerne la planification optimisée des trajectoires par la gestion des redondances cinématiques, marquant son originalité par l'implémentation d'un outil d'optimisation des trajectoires pour la cellule de FAM. Cette thèse contribue à la formalisation des connaissances dans le domaine de la FAM robotisée, à orienter le choix stratégique dans les processus de FAM robotisée, à identifier le comportement des structures robotiques par des méthodes métrologiques (accéléromètre triaxial, laser tracker), à définir des critères adaptés pour des tâches complexes impliquant la gestion des redondances cinématiques, et à optimiser le comportement pour améliorer la qualité de réalisation des pièces en FAM.

*Mots-clés : Robotique industrielle, Fabrication additive métallique DED, Etude du comportement, Planification des trajectoires, Redondance cinématique.* 

# Optimization solutions for robotized multi-process DED additive manufacturing of large metal parts

Metal Additive Manufacturing (MAM) of large parts is moving towards the growing use of multiprocess, kinematically multi-redundant robotic systems to overcome the problem of limited workspace on traditional machines. Integrating robots in this context requires a specific approach that considers both the constraints specific to robots and the requirements relating to MAM processes. This thesis work implements optimization solutions, including robotic and process constraints, applied to a DED CLAD® (Directed Energy Deposition - Construction Laser Additive Direct) additive manufacturing robotic cell, to guarantee the quality of manufactured parts. The first stage focuses on identifying the key parameters of the Product/Process/Resources triptych and establishing the interdependent relationships. A first contribution lies in creating a decision support tool enabling the choice of strategies applied to DED CLAD® robotized additive manufacturing. The second stage involves the study of robot behavior, to assess their capabilities. An original feature is the introduction of a methodology for validating robotized MAM strategies by analyzing kinematic behavior while traversing a trajectory using an accelerometer. The third stage concerns optimized trajectory planning by managing kinematic redundancies, marking its originality by implementing a trajectory optimization tool for the MAM cell. This thesis contributes to formalizing knowledge in the field of robotic MAM, guiding strategic choice in robotic MAM processes, identifying the behavior of robotic structures using metrological methods (triaxial accelerometer, laser tracker), defining suitable criteria for complex tasks involving the management of kinematic redundancies, and optimizing behavior to improve the quality of MAM part production.

*Key words:* Industrial robotics, DED metal additive manufacturing, Behavior study, Trajectory planning, Kinematic redundancy.