



HAL
open science

Développement d'une méthode hybride pour la simulation numérique du bruit large bande de ventilateur axial à basse vitesse pour des applications industrielles

Silouane de Reboul

► To cite this version:

Silouane de Reboul. Développement d'une méthode hybride pour la simulation numérique du bruit large bande de ventilateur axial à basse vitesse pour des applications industrielles. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Technologie de Compiègne; Université de Sherbrooke (Québec, Canada), 2023. Français. ⟨NNT : 2023COMP2722⟩. ⟨tel-04684063⟩

HAL Id: tel-04684063

<https://theses.hal.science/tel-04684063v1>

Submitted on 2 Sep 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

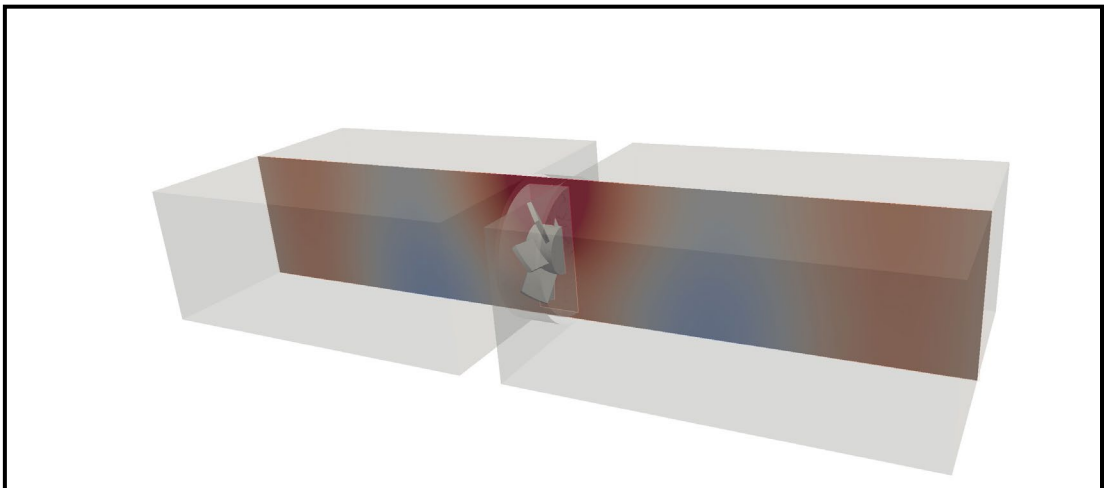


HAL Authorization

Par **Silouane DE REBOUL**

Développement d'une méthode hybride pour la simulation numérique du bruit large bande de ventilateur axial à basse vitesse pour des applications industrielles

Thèse présentée en cotutelle
pour l'obtention du grade
de Docteur de l'UTC



Soutenue le 3 février 2023

Spécialité : Mécanique Numérique & Acoustique et Vibrations :
Unité de recherche en Mécanique - Laboratoire Roberval (FRE
UTC - CNRS 2012)

D2722

UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE COMPIÈGNE

Laboratoire Roberval

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

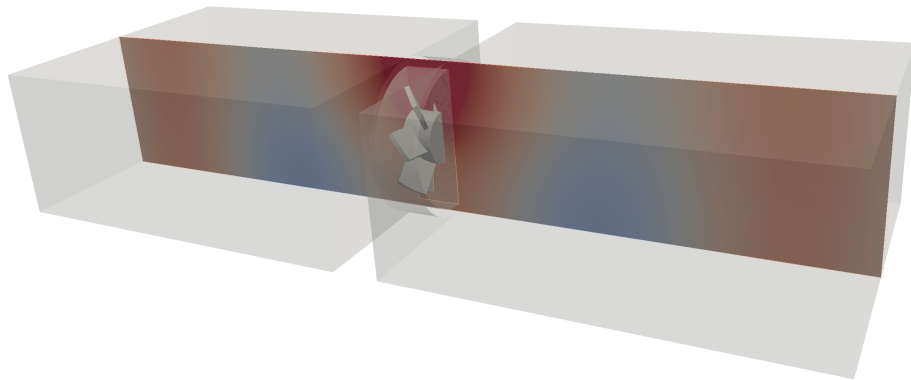
Faculté de génie

Département de génie mécanique

ESI-Group

Développement d'une méthode hybride
pour la simulation numérique du bruit large
bande de ventilateur axial à basse vitesse
pour des applications industrielles

Par Silouane DE REBOUL



Thèse de doctorat

Spécialité : Mécanique Numérique & Acoustique et Vibrations

Soutenue le 3 février 2023 à Compiègne

Membres du jury

Emmanuel PERREY-DEBAIN

Directeur

Stéphane MOREAU

Co-directeur

Nicolas ZERBIB

Encadrant industriel (invité)

Christophe SCHRAM

Rapporteur

Sébastien PERNET

Rapporteur

Noureddine ATALLA

Examineur

Marlène SANJOSÉ

Examinatrice

Benjamin COTTÉ

Examineur

Emmanuel LEFRANÇOIS

Examineur

Résumé

Cette thèse a pour objectif de proposer une méthode permettant de simuler le bruit d'origine aérodynamique d'un ventilateur axial. Au vu de la faible vitesse de l'écoulement dans un tel systèmes, cette méthode peut s'appuyer sur une séparation du calcul en deux étapes distinctes : lors de la première étape, les phénomènes à l'origine de la génération du bruit sont déterminés, et la propagation des ondes est calculée pendant la seconde étape.

Tout d'abord, plusieurs méthodes applicables dans le cas d'obstacles mobiles sont comparées. Une extension au cas d'obstacles mobiles est étudiée en excluant du domaine de calcul les obstacles tournants. Si cette méthode donne des résultats cohérents, elle n'est pas à même de prédire l'effet de la rotation des obstacles et sous estime le bruit produit. Pour remédier aux lacunes de cette approche, une nouvelle méthode pour le calcul de propagation acoustique est ensuite proposée. Celle-ci permet de simuler correctement la rotation d'une portion du domaine, contenant des obstacles et sources acoustiques.

Mots-clefs : Simulation aéroacoustique, turbulence, analogie, éléments finis, ventilateur

Development of a hybrid method for the prediction of low-speed axial fan broadband noise for industrial applications

The goal of this work is to put forward a method suitable for the computation of fan noise. The flow speed in such a system is low enough to separate the computation in two distinct steps : in the first one, the noise sources are estimated, and the wave propagation is computed in the second one.

First, several methods for fixed obstacles are compared. An extension to moving obstacles is then attempted by removing a portion of the volume from the computational domain. Although this method yields consistent results, the effect of the rotation is fully ignored and the noise level is underestimated. In order to remedy this, a new method for the computation of the wave propagation is then presented. This method allows us to predict correctly the rotation of the portion of the domain, which may contain moving obstacles and source.

Keywords : Aeroacoustics simulation, turbulence, analogy, finite element method, fan noise

Remerciements

Avant toute chose, je voudrais remercier mes encadrants pour ces années passées avec eux, pour la qualité de leur encadrement, leur complémentarité et leur soutien. Merci à Emmanuel pour sa grande implication et sa motivation. Merci pour toutes nos discussions, constructives et franches, dont on ressort toujours en ayant les idées claires. Merci à Stéphane pour l'année passée au Canada, très riche en rencontres et en apprentissage, son accueil chaleureux et la qualité de son enseignement. Merci à Nicolas pour son implication et sa disponibilité, son accompagnement et toutes ses réponses, ainsi que sa capacité à toujours savoir trouver les mots justes même dans les moments les plus compliqués, c'était très agréable de ne pas se sentir seul face au projet.

Merci à mes collègues d'ESI pour les bons moments passés ensemble à Compiègne, M. Hamdi, Johnny, Kaiss, Marc, Meba, Sylvie et Yi. Merci à vous pour les longues discussions, les repas, les balades, et pour l'ambiance chaleureuse dont je garderai un excellent souvenir !

Merci aussi à toute l'équipe AVI, les permanents et les compagnons de misère, Christophe, Cyril, Amine, Youcef, les Alexis, Yackine, Carlos, Najib. Merci pour leur aide précieuse, en codage comme en manip (`#degatdeseaux`), les bons moments dont une organisation de JJCAB au top, les mystères du billard, les soirées nanars et les crevettes. Bravo à ceux qui ont déjà soutenu et bon courage aux suivants !

Merci aux collègues Sherbrookoïses, Pavel, Régis, Dipali, Prateek, Safouane, Yann, Stefanie, Antonio, Anna, Jean-Yves et Marlène, merci pour toutes les discussions très riches, les parties de baby-foot, les soirées film, les sorties patinage, et les excellents pranks qui faisaient beaucoup rire tout le monde. J'espère que nous arriverons à garder le contact !

Merci à tous les amis du E3.5 pour tous ces excellents souvenirs, la bonne ambiance, les balades, les soirées pizza-films et les sports divers et variés, qui ont largement contribué à la préservation du moral !

Je tiens aussi à remercier toute ma famille pour son soutien déchirant pendant ces longues années d'errances intellectuelles et morales, la lumière au bout du tunnel tout ça.

Enfin et surtout, merci à Camille pour sa présence et son soutien moral, il aurait été impossible d'aller au bout sans sa présence !

Et si par mégarde quelqu'un s'estime lésé de ne pas voir son nom figurer ici, vous m'en voyez fort contrit. Pour me faire pardonner : je tiens également à remercier [insert your name here] pour son aide précieuse ainsi que son soutien de tous les jours, cette thèse n'aurait pu voir le jour sans ton aide, merci à toi.

Table des matières

Résumé	v
Abstract	vi
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xv
Liste des symboles	xvi
Glossaire	xix
Introduction	1
1 État de l’art	4
1.1 Aérodynamique, acoustique et aéroacoustique	4
1.1.1 Dynamique des fluides	4
1.1.2 Acoustique linéaire	5
1.1.3 Aéroacoustique	6
1.2 Bruit des ventilateurs à basse vitesse	11
1.2.1 Sources de bruit tonal	12
1.2.2 Sources de bruit à large bande	13
1.3 Simulation numérique du bruit de ventilateur	17
1.3.1 Méthodes directes	17
1.3.2 Méthodes hybrides	20
1.3.3 Conclusions	25
2 Méthodes hybrides dans un domaine fixe	27
2.1 Description de la méthode utilisée	27
2.1.1 Formulation avec source basée sur le tenseur de Lighthill	29
2.1.2 Formulation avec source basée sur la pression incompressible	30
2.2 Application : simple diaphragme	32
2.2.1 Paramètres pour le calcul de source	33
2.2.2 Paramètres pour la résolution acoustique	35

2.3	Comparaison des formulations	35
2.3.1	Résultats aérodynamiques	35
2.3.2	Résultats acoustique	37
2.3.3	Raffinement du maillage CFD	40
2.3.4	Raffinement du maillage acoustique	41
2.4	Conclusions	42
3	Méthode hybride poreuse pour des obstacles mobiles	44
3.1	Formulation "poreuse"	45
3.1.1	Formulation poreuse I - domaine tronqué	46
3.1.2	Formulation poreuse II - source tronquée	47
3.2	Application : profil aérodynamique en conduit	48
3.2.1	Description du système	48
3.2.2	Résultats aérodynamiques	52
3.2.3	Résultats acoustiques	58
3.3	Conclusions	61
4	Résolution acoustique dans un domaine tournant 2D	65
4.1	Avant-propos	65
4.2	Introduction	67
4.3	Finite element discretization of the wave equations in the frequency domain with the presence of a rotating domain	69
4.3.1	Finite Element formulation	70
4.3.2	Frequency Scattering Boundary Condition	72
4.3.3	Global system	74
4.4	Results	75
4.4.1	Test case 1: empty rotating region	75
4.4.2	Test case 2: the rotating source	77
4.4.3	Test case 3: scattering by a rotating cylinder	78
4.4.4	Test case 4: rotating blades	78
4.4.5	Parameter sensitivity analysis	79
4.5	Conclusions	82
4.6	Analytical solution for the rotating source	83
4.7	Compléments à l'article	86
4.7.1	Expressions des nouvelles matrices élémentaires	86
4.7.2	Seconde approche pour l'obtention d'une solution analytique	87
4.7.3	Système global	90
5	Résolution acoustique dans un domaine tournant 3D	92
5.1	Formulation dans le domaine des fréquences	93
5.1.1	Formulation éléments finis	94
5.1.2	Condition limite à l'interface	96
5.1.3	Méthode de résolution	98
5.2	Résultats	99
5.2.1	Cas test 1 : région tournante vide	100
5.2.2	Cas test 2 : source tournante	102
5.2.3	Cas test 3 : sources tournantes dans un conduit rectangulaire	103
5.2.4	Cas test 4 : ventilateur axial en rotation	104
5.3	Conclusions	106

5.4	Compléments	107
5.4.1	Solution analytique pour une source tournante en conduit cy- lindrique	107
5.4.2	Vecteurs orthogonaux sur l'interface	110
Conclusions et perspectives		113
A Condition limite et calcul de puissance en FEM		115
A.1	Condition limite DtN pour la propagation d'onde en conduit	115
A.2	Calcul de puissance à partir de la condition DtN	116
B Étude des conditions de non réflexion des ondes OpenFOAM		118
B.1	Détermination du coefficient de réflexion	118
B.1.1	Cas d'une onde en incidence normale par rapport au bord	118
B.1.2	En présence de modes d'ordre élevé	119
B.2	Application 1D	119
B.3	Application 2D	121
C Calcul direct du bruit rayonné par une paire de diaphragmes		123
C.1	Avant-propos	123
C.2	Introduction	124
C.3	Experimental results	125
C.3.1	Experimental setup and measurement procedure	125
C.3.2	Case of a single diaphragm and scaling law for the fundamental mode	126
C.3.3	Case of two diaphragms in tandem	127
C.4	Numerical results	129
C.4.1	Numerical set-up and parameters	129
C.4.2	Convergence check	131
C.4.3	Aerodynamic predictions	131
C.4.4	Acoustic predictions	134
C.5	Discussion and conclusions	135

Table des figures

1.1	Niveau de puissance aval produit par un ventilateur axial à 7 pales tournant à 2800 tr/min dans un conduit rectangulaire.	12
2.1	Domaine d'étude Finite Element Method (FEM).	29
2.2	Geométrie du système numérique.	32
2.3	Ondes acoustiques en conduit.	33
2.4	Coupes en $x = 0$ des maillages C1 (à gauche) et C2 (à droite), en gros plan sur l'extrémité du diaphragme.	34
2.5	Coupes en $x = 0$ des maillages pour la résolution acoustique. De haut en bas : F1, F2 et F3.	35
2.6	Champs de vitesse et de pression instantanées.	36
2.7	Tenseur de Lighthill sur le maillage Computational Fluid Dynamics (CFD) C1 et les trois maillages FEM.	36
2.8	Comparaison des formulations.	38
2.9	De haut en bas, à 1406 Hz : tenseur de Lighthill, pression statique calculée avec l'analogie de Lighthill, pression incompressible et pression statique calculée avec l'analogie de Ribner.	39
2.10	Sensibilité au maillage CFD.	40
2.11	Sensibilité au maillage FEM.	41
2.12	De haut en bas, à 1406 Hz : tenseur de Lighthill, pression statique calculée avec l'analogie de Lighthill, pression incompressible et pression statique calculée avec l'analogie de Ribner.	42
3.1	Domaine de calcul avec une surface poreuse entourant un ventilateur centrifuge.	46
3.2	Domaine d'étude FEM avec surface poreuse.	47
3.3	Domaine d'étude FEM avec surface poreuse.	47
3.4	Profil CD en conduit.	49
3.5	Détails du maillage CFD proche du bord d'attaque pour un angle d'attaque de 4°	50
3.6	Coefficients de pression C_p pour différents angles d'attaque.	51
3.7	Position des points de mesure.	52
3.8	Domaine de calcul et zones de raffinement.	53

3.9	Détails des maillages CFD proche du bord d'attaque, M1 (haut) et M2 (bas).	53
3.10	Atténuation du terme source avant l'interface de raffinement.	54
3.11	Évolution temporelle du coefficient de portance (haut), et variation du produit $\sigma[\mu_{C_z}]*\sigma[\sigma_{C_z}]$ avec la variation de t_0 , illustrant la détection de t^* (bas).	55
3.12	Champ de vitesse moyenne (haut) et instantanée à mi-envergure (bas).	55
3.13	Structures turbulentes sur l'extrados : vitesse instantanée proche du bord d'attaque (haut) et isosurface de critère Q coloré selon la vitesse (bas).	56
3.14	Profils de vitesse aux points de mesure.	56
3.15	Fluctuations de pression pariétale aux points de mesure.	57
3.16	Maillages acoustiques et leurs différentes configurations : maillage relâché A1 (a) et maillage raffiné A2 (b).	58
3.17	Formulations poreuses "domaine tronqué", configurations A1, A1' et A1".	59
3.18	Coupes à mi-envergure des champs de pression incompressible (haut) et statique (bas) pour les configurations A1 (gauche) et A1' (droite) aux fréquences associées aux premiers pics.	60
3.19	Formulation poreuse "domaine tronqué", sensibilité aux maillages CFD (a) et acoustique (b).	61
3.20	Formulations poreuses "source tronquée", configurations A1, A1' et A1".	62
3.21	De haut en bas, coupes à mi-envergure des champs de pression incompressible et statique pour les configurations A1, A1' et A1", à 1015 Hz (a), et 2382 Hz (b).	62
3.22	Formulations poreuses "source tronquée", sensibilité aux maillages source (a) et acoustique (b).	63
4.1	Sketch of the problem.	70
4.2	FEM mesh of the rotating (left) and the fixed domain (right) showing nodes location on the interface (note that the meshes are not compatible here).	73
4.3	Test case 1, mesh (a), real part of ψ at $t = T/4$ (b) and $ \hat{\psi} $ for reference and test solution (c).	76
4.4	Test case 1, real part of ψ at $t = T/4$. From left to right, $\eta = 1, 2, 3, 4$.	76
4.5	Test case 2, real part of the acoustic velocity potential at different times.	77
4.6	Test case 2, frequency spectrum computed at the observation point (a) and the \mathcal{L}_2 error in the fixed domain (b).	78
4.7	Map of the sound pressure level (a) and the frequency spectrum for fixed and rotating obstacle (b).	79
4.8	Map of the sound pressure level at $t = T/4, T/2, 3T/4, T$.	79
4.9	Test case 4: close-up view of the mesh (a), real part of ψ at $t = T/4$ (b) and frequency spectrum at the observation point (c).	80
4.10	Test case 2, frequency spectrum for different values of the refinement factor.	80

4.11	Test case 2, frequency spectrum for different values of the coupling parameter.	81
4.12	SPL map for test case 4, $\eta = 2$ (left), $\eta = 4$ (middle), $\eta = 6$ (right).	81
4.13	Domain and notations for the analytical solution.	83
4.14	Sound produced by a rotating source, effect of the source location and rotational speed.	86
4.15	Éléments quadratiques, triangle et segment.	87
4.16	Évolution du conditionnement de la matrice \mathbf{A} en fonction de l'ordre n (a) et de la fréquence de la source f_s (b).	90
5.1	Domaine de calcul.	93
5.2	Définition des paramètres et projection de l'interface.	96
5.3	maillages FEM d'une région fixe (gauche) et d'une région tournante (droite).	98
5.4	Cas test 1, maillage (a) et partie réelle du potentiel pour la solution sans rotation (b) et avec rotation (c).	101
5.5	Cas test 1, SWL rayonné en aval.	101
5.6	Cas test 2, partie réelle du potentiel des vitesses, solution analytique (a) et numérique (b).	102
5.7	Case test 2, SWL rayonné en aval.	103
5.8	Cas test 3, domaine et maillage.	104
5.9	Cas test 3, SWL pour les sources fixes (a) et tournantes (b).	105
5.10	Cas test 4, domaine de calcul et coupe du maillage (a), et région tournante contenant le ventilateur (b).	105
5.11	Cas test 4, représentation spatiale du potentiel (a) et niveau de puissance (b).	106
5.12	Domaine et notations pour la solution analytique 3D.	107
5.13	Solution analytique pour le cas test 2, pour différentes fréquences d'excitation.	109
5.14	Solution analytique pour le cas test 2, influence de la vitesse de rotation.	109
5.15	Vecteurs orthogonaux obtenus pour $n = 1$ et $L = 4$. De gauche à droite, $l = 1, 2, 3, 4$	112
B.1	Ondes acoustiques dans un barreau 1D.	118
B.2	Bruit blanc en onde plane dans un domaine terminé à droite par une zone éponge.	120
B.3	Coefficient de Réflexion.	120
B.4	Premier mode non plan dans un domaine délimité à droite par une zone éponge.	121
B.5	Coefficients de réflexion R_{00} (a) et R_{11} (b).	122
C.1	Sketch of the Aero-Acoustics test rig.	125
C.2	Two diaphragms in tandem and dimensions of a single diaphragm.	126
C.3	Dimensionless source strength spectra for a single diaphragm.	127
C.4	Total sound power measured downstream for two diaphragms in tandem with $U=7$ m/s.	128
C.5	Total sound power measured downstream for two diaphragms in tandem with $L=13$ cm.	129
C.6	Peak frequencies for all configurations.	129

C.7	Planar cuts in the $x = 0$ plane of the meshes G1 (top) and G2 (bottom), centered around the edges of the diaphragms.	130
C.8	Time history of the force exerted on the second obstacle (top), and variation of the product $\sigma[\mu_{F_2}] * \sigma[\sigma_{F_2}]$ with t_0 , illustrating the detection of t^* (bottom).	131
C.9	Location of the field cuts (a), and instantaneous velocity (b) and pressure fields (c).	132
C.10	Planar (a) and three dimensional (b) streamlines.	132
C.11	Q -criterion, top view (a) and axial view (b).	133
C.12	Dilatation field at an arbitrary time step: unfiltered field (top) and filtered at the resonance frequencies f_n	133
C.13	Acoustic power radiated downstream: mesh convergence (a) and influence of the boundary condition (b).	134
C.14	Comparison between compressible and incompressible results	135

Liste des tableaux

2.1	Paramètres des maillages CFD.	34
2.2	Paramètres des maillages acoustiques.	35
3.1	Position des points de mesure.	52
3.2	Paramètres des maillages CFD.	52
3.3	Paramètres de couche limite aux points de mesure.	57
5.1	Fréquences de coupure pour le conduit cylindrique.	101
5.2	Fréquences de coupure pour le conduit rectangulaire.	104
B.1	Positions microphoniques.	121
C.1	Empirical constants of Rossiter's model.	130

Liste des symboles

Notations générales

\mathbf{x}	vecteur
x_i	i -ème composante de \mathbf{x}
$\langle x_i \rangle$	vecteur ligne
$\{x_i\}$	vecteur colonne
\mathbf{X}	matrice
δ_{ij}	symbole de Kronecker
x^*	conjugué de x
$\Im\{x\}$	partie imaginaire de x
$\Re\{x\}$	partie réelle de x
\bar{p}	pression moyenne
p'	fluctuations de pression
$p_0, p^{ic}, p^{(0)}$	pression hydrodynamique avec hypothèse d'incompressibilité, pseudo-son
$p_c, p^{(1)}$	pression corrective, composante acoustique

Grandeurs physiques

c	célérité des ondes
C_p	coefficient de pression
σ_{ij}	contraintes visqueuses
τ_w	Contrainte de cisaillement en paroi
τ_{max}	Contrainte de cisaillement maximale
ρ	densité du fluide
E	énergie interne et cinétique du fluide

δ	Épaisseur de couche limite
δ^*	Épaisseur de déplacement
Θ	Épaisseur de quantité de mouvement
H	Facteur de forme
\mathbf{q}	flux de chaleur
f	fréquence
k	nombre d'onde
Ma	nombre de Mach
B	nombre de pales
Re	nombre de Reynolds
ψ	potentiel des vitesses
p	pression
ω	pulsation
T_{ij}	tenseur de Lighthill
ν	viscosité cinématique
μ	viscosité dynamique
\mathbf{u}	vitesse du fluide
\mathcal{P}	puissance acoustique
U_c	Vitesse de convection
u_τ	vitesse de frottement
U_e	Vitesse externe

Notations éléments finis

α	$\alpha = r'$ dans la zone tournante, $\alpha = f'$ dans la zone fixe
(r, φ)	système de coordonnées polaires dans le référentiel tournant
(r, θ)	système de coordonnées polaires dans le référentiel fixe
N_i	fonction de forme
ϕ	fonction test
n	indice azimutal
m	indice des fréquences
l	indice selon la coordonnées transversale s
L	valeur maximale de l
N	valeur maximale de n
C	paramètre de raffinement fréquentiel

η	paramètre de couplage
\mathbf{n}	vecteur normal
Ω	vitesse de rotation de la zone tournante
\mathbf{v}_g	vitesse locale de rotation de la grille

- ALE** Arbitrary Lagrangian Eulerian. 24, 44, 65, 92, 93
- BEM** Boundary Element Method. 23
- CFD** Computational Fluid Dynamics. xi, xv, 21, 24, 27, 28, 30, 31, 35, 36, 40, 41, 45, 52, 58, 60, 61, 63, 118
- CRASH** Centre de Recherche acoustique-signal-humain. 2
- DDES** Delayed Detached Eddy Simulation. 22
- DES** Detached Eddy Simulation. 22
- DNS** Direct Numerical Simulation. 17, 18, 19, 21, 23, 48
- DtN** Dirichlet to Neumann. 28, 31, 37, 95, 116
- FEM** Finite Element Method. xi, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 35, 36, 38, 41, 43, 45, 46, 47, 53, 60, 61, 65, 85, 89, 94, 95, 105, 116, 117
- FPP** Fréquence de Passage de Pales. 7, 12, 13, 14, 16
- FVM** Finite Volume Method. 27
- IDDES** Improved Delayed Detached Eddy Simulation. 22
- LBM** Lattice Boltzmann Method. 19, 20, 48
- LEE** Linearized Euler Equations. 5, 10
- LES** Large Eddy Simulation. 18, 19, 21, 22, 23, 27, 48, 52, 113
- LNS** Limited Numerical Scales. 22
- PCWE** Perturbed Convective Wave Equation. 10, 11, 24, 26, 92, 105
- RANS** Reynolds Averaged Navier Stokes. 18, 19, 21, 22, 33
- RPM** Random Particle Mesh. 22
- SNGR** Stochastic Noise Generation and Radiation. 22
- UdS** Université de Sherbrooke. 2
- URANS** Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes. 21, 22, 24
- UTC** Université de Technologie de Compiègne. 2, 113

Introduction

La pollution sonore représente une menace pour la santé : d'après la direction générale de l'environnement de la Commission européenne, il s'agit de la deuxième menace sanitaire environnementale après la pollution de l'air. En effet, sur le long terme les nuisances sonores sont à l'origine de stress, fatigue, perturbation du sommeil, hypertension, maladies cardio-vasculaires, etc. Comprendre et maîtriser le bruit produit par les systèmes qui nous entourent est donc un enjeu de santé majeur. De nombreux phénomènes différents peuvent être à l'origine du bruit que nous percevons. Dans une voiture par exemple, le bruit perçu par ses occupants provient en partie de sources mécaniques ou électromagnétiques comme le contact pneumatique-chaussée et le système de propulsion. Il existe également des sources d'origine aérodynamique : à haute vitesse, le bruit de la turbulence dans le sillage derrière les rétroviseurs, autour de la carrosserie ou sur le pare-brise, devient dominant. On peut aussi citer des sources internes de bruit aérodynamique, telles que les ventilateurs dans les systèmes de ventilation, ceux refroidissant le moteur ou les batteries. De plus, dans le cas des voitures électriques, puisque le moteur est moins bruyant qu'un moteur thermique, les sources aérodynamiques peuvent devenir prédominantes à basse vitesse également [33].

Les bruits auxquels nous nous intéressons ici sont ceux d'origine aérodynamique. L'étude de tels bruits, l'aéroacoustique, se place au carrefour de l'aérodynamique et de l'acoustique. Si ces disciplines s'appuient sur le même cadre théorique initial, leurs approches ne sont pas évidentes à concilier : le principe de l'acoustique est d'étudier les petites fluctuations de l'état d'un fluide autour de son état d'équilibre, souvent au repos. D'un point de vue mathématique, le point de départ est la linéarisation des équations de la mécanique des fluides. En aéroacoustique, ces mêmes petites fluctuations sont étudiées, mais cette fois l'état d'équilibre n'est plus aussi trivial. Les phénomènes aérodynamiques dans l'écoulement étant à l'origine du bruit, ils ne

peuvent être négligés. En retour, les ondes acoustiques peuvent également perturber l'écoulement.

La simulation numérique est un outil indispensable lors d'un processus de conception pour tenir compte des problématiques liées au bruit. Pour qu'une méthode de simulation soit utilisable dans un contexte industriel, au-delà de la qualité des résultats, elle ne doit pas avoir un coût numérique trop élevé. Dans le cadre de l'aéroacoustique, les méthodes dites hybrides sont celles qui considèrent uniquement un couplage faible entre l'aérodynamique et l'acoustique : les phénomènes à l'origine de la génération du bruit sont traités séparément de la propagation du bruit. Les approches hybrides s'opposent aux approches dites directes, dans lesquelles les composantes aérodynamiques et acoustiques des grandeurs étudiées sont déterminées au sein d'un seul et même calcul. Les approches hybrides ont donc généralement un coût de calcul plus faible que les approches directes puisque le calcul aérodynamique (la plus coûteuse des deux étapes) est simplifié. Le bruit à large bande de ventilateur qui nous intéresse ici est essentiellement lié à la turbulence dans l'écoulement, en particulier proche des bords d'attaque et de fuite des pales, dans le jeu périphérique, et proche des surfaces rigides entourant le ventilateur. Traiter ce problème avec une méthode hybride suppose donc de déterminer tout d'abord ces structures turbulentes, et dans un second temps de calculer le rayonnement du bruit.

Ce projet fait l'objet d'une convention CIFRE, portée par l'entreprise ESI-Group. Celle-ci développe et commercialise des logiciels de simulation multi-physique, dont le logiciel de vibro-acoustique VAOne. Les projets CESAM et CEVAS, auxquels ESI-Group a participé, avaient pour but de développer des méthodes précises de simulation du bruit aérodynamique dans les systèmes de chauffage, ventilation et conditionnement d'air (HVAC). Depuis ces projets, VAOne intègre la possibilité de calculer la propagation du bruit produit par un écoulement autour d'obstacles fixes à partir de résultats aérodynamiques. Ce projet est encadré en cotutelle entre le laboratoire Roberval de l'Université de Technologie de Compiègne (UTC), également parti prenante des projets cités ci-dessus, et le Centre de Recherche acoustique-signal-humain (CRASH) de l'Université de Sherbrooke (UdS).

Comme on le verra dans le chapitre 1, dans la littérature il n'y a pas de méthode générale permettant de résoudre dans l'espace des fréquences les équations de l'aéroacoustique en tenant compte de la rotation d'un obstacle ou des sources.

L'objectif principal de cette thèse est donc de proposer et mettre en œuvre une méthode numérique hybride fréquentielle, applicable au bruit d'un ventilateur en conduit. L'originalité principale de ces travaux réside dans l'étape de propagation de la source : contrairement aux méthodes disponibles dans la littérature, la rotation des obstacles ou des sources est prise en compte et la propagation du bruit est calculée dans la totalité du domaine sans hypothèse simplificatrice.

Tout d'abord, le chapitre 1 rappelle les équations de l'aéroacoustique, détaille les mécanismes de génération de bruit associés aux ventilateurs à basse vitesse puis présente les méthodes numériques disponibles dans la littérature pour aborder ce problème. Le chapitre 2 est consacré à l'étude de méthodes hybrides dans le cas d'obstacles fixes. Le terme source aérodynamique de ces méthodes y est estimé via des simulations incompressibles résolvant les grandes échelles de turbulence. Le calcul acoustique s'appuie sur la méthode des éléments finis, à partir de deux différentes analogies. Le cas d'application correspond au banc d'essai à l'UTC et a déjà été étudié expérimentalement et numériquement : il s'agit d'un écoulement en conduit rectangulaire, obstrué par un diaphragme. La prise en compte d'obstacles mobiles dans le domaine n'est pas directement possible avec ces approches. Une méthode présente dans la littérature pour s'affranchir de cette contrainte est d'extraire du domaine de calcul la région contenant les obstacles mobiles. Ces méthodes, dites "poreuses", à défaut de prendre en compte la rotation de l'obstacle, se contentent de considérer un domaine de calcul fixe restreint. La mise en place de versions poreuses du chaînage logiciel fait l'objet du chapitre 3. Ces nouvelles méthodes sont appliquées à un second système : un profil aérodynamique, lui-aussi déjà étudié expérimentalement et numériquement, placé dans le même conduit rectangulaire que celui étudié dans le chapitre précédent. Dans le chapitre 4, une nouvelle méthode est proposée pour réaliser l'étape de rayonnement acoustique tout en tenant compte de l'intégralité du domaine de calcul. Avec cette méthode, en deux dimensions, l'effet de la rotation d'obstacles ou de sources sera pris en compte. Cette nouvelle approche est ensuite étendue aux domaines tridimensionnels dans le chapitre 5. Parallèlement, des méthodes directes de simulation ont également été utilisées durant cette thèse afin d'étudier un phénomène de rétroaction acoustique dans le conduit rectangulaire obstrué par deux obstacles successifs. Les résultats obtenus font l'objet d'une publication, reproduite en annexe C.

Dans ce chapitre, nous donnons tout d'abord un aperçu du cadre théorique de l'aéroacoustique avec une revue des différentes analogies exploitées dans cette thèse. Les différents mécanismes pouvant être à l'origine de la génération de bruit dans le cas des ventilateurs axiaux sont ensuite étudiés. Enfin, nous nous penchons sur les méthodes numériques possibles pour simuler le bruit d'une machine tournante.

1.1 Aérodynamique, acoustique et aéroacoustique

1.1.1 Dynamique des fluides

En dynamique des fluides, on considère comme objet d'étude un fluide continu observé à travers des grandeurs physiques telles que la vitesse, la pression, la température, la densité, etc.

Les principes de base sur lesquels s'appuie cette physique sont la conservation de la masse du fluide, décrite par l'équation de continuité (1.1), la conservation de sa quantité de mouvement (1.2), et de son énergie (1.3) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho E u_j + p u_j - \sigma_{ij} u_i + q_j) = 0, \quad (1.3)$$

où $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ désigne la vitesse du fluide, ρ la densité, p la pression statique,

E la somme de l'énergie interne et cinétique du fluide, et \mathbf{q} un flux de chaleur. Les forces de volume, comme le poids du fluide, sont négligées ici. Les efforts qui s'appliquent sur le volume étudié sont la pression sur les surfaces présentes dans le volume, et les contraintes visqueuses σ_{ij} .

Ce système comportant un plus grand nombre d'équations que d'inconnues, des *relations constitutives* décrivant le comportement mécanique du milieu doivent être ajoutées. L'hypothèse d'un équilibre thermodynamique local dans un fluide au comportement Newtonien, le premier principe de la thermodynamique, la loi de Fourier et la loi des gaz parfaits permettent de clore ce système. Ces équations de *Navier-Stokes* décrivent complètement l'état du fluide. L'existence d'ondes acoustiques est notamment décrite par celles-ci [31].

Avec l'hypothèse d'incompressibilité du fluide, c'est à dire en négligeant ses variations de densité, $\rho = \rho_0$, les équations (1.1) et (1.2) deviennent :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (1.5)$$

Cette hypothèse, qui peut être interprétée comme l'utilisation d'une célérité des ondes infinie, est souvent faite lorsque le nombre de Mach maximal est inférieur à 0.3. Avec cette hypothèse, l'équation de l'énergie est découplée des équations de la masse et de la quantité de mouvement, (1.4), et n'est pas requise pour déterminer p et u . Cependant, ces équations ne permettent pas la description des ondes acoustiques.

1.1.2 Acoustique linéaire

La linéarisation des équations de Navier-Stokes compressibles autour de valeurs d'équilibre $p = p_0 + p'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$ dans un écoulement moyen stationnaire $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$ donne les équations d'Euler linéarisées, Linearized Euler Equations (LEE), explicitées par exemple dans [117]. Dans certains cas, ces équations peuvent être simplifiées et manipulées pour faire apparaître une équation d'onde. La plus simple d'entre elles est obtenue pour un fluide au repos, homogène et isentropique :

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p' = 0, \quad (1.6)$$

avec c la célérité des ondes. Lorsque le déplacement du fluide a un effet non négligeable sur la propagation acoustique, plusieurs cas de figure permettent également l'établissement d'une équation d'onde. La considération d'une vitesse uniforme non

nulle $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$ permet d'établir l'équation d'onde convectée :

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{D^2}{Dt^2} - \Delta \right) p' = 0, \quad (1.7)$$

où $\frac{D}{Dt}$ représente la dérivée particulaire associée à cet écoulement :

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \cdot \nabla f. \quad (1.8)$$

Dans le cas d'un écoulement stationnaire cisailé unidirectionnel orienté selon z , on a $\mathbf{u}_0 = u(x, y)\mathbf{e}_z$, avec \mathbf{e}_z le vecteur unité dans la direction z , et cette configuration permet également l'établissement d'une équation d'onde [36] :

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c^2} \frac{D^2}{Dt^2} p' - \Delta p' \right) + 2 \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial^2 p'}{\partial z \partial r} = 0. \quad (1.9)$$

L'équation (1.7) permet de prendre en compte l'effet du mouvement d'ensemble du fluide sur la propagation acoustique dans un conduit uniforme, par exemple en première approximation pour propager le bruit d'un compresseur ou d'une turbine. L'équation (1.9) permet une stratification du champ de la vitesse, ce qui permet de représenter plus précisément la propagation d'une onde dans une couche de cisaillement, ou dans une couche limite.

1.1.3 Aéroacoustique

Les équations d'onde décrites jusqu'à présent sont homogènes et ne permettent pas de prendre en compte les mécanismes de génération des ondes. Afin de décrire le bruit produit par des phénomènes aérodynamiques, il est nécessaire de repartir des équations de Navier-Stokes et chercher à établir une nouvelle équation d'onde. Dans cette section, les équations à la base des méthodes dites "hybrides" sont présentées : elles permettent de séparer la génération du bruit de sa propagation au lieu de résoudre l'écoulement et l'acoustique dans un même calcul. Ces méthodes peuvent également être appelées "à deux étapes" : le membre de droite, regroupant les termes liés à la génération du bruit, doit être estimé au préalable, avant le calcul de propagation acoustique. Ces deux étapes sont donc faites de manière indépendantes, contrairement à ce qui est fait dans les approches directes. La section 1.3 présente une comparaison des approches hybrides et directes d'un point de vue numérique.

Afin de quantifier la génération du bruit dans l'écoulement, Sir James Lighthill propose en 1952 une autre manipulation des équations de Navier-Stokes pour construire une équation d'onde inhomogène sans linéarisation. Sa démarche est la suivante : il soustrait la divergence de (1.2) à la dérivée temporelle de (1.1) et y ajoute $-c^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2}$. Il obtient :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) \rho' = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j - \sigma_{ij}) + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} (p' - c^2 \rho'). \quad (1.10)$$

L'inconnue de cette nouvelle équation d'onde est la fluctuation de densité. Le membre de droite regroupant tous les autres termes peut être interprété comme une "source aéroacoustique".

Cette équation, appelée *analogie*, est exacte car aucune hypothèse n'a été formulée pour y parvenir, mais insoluble puisque le membre de droite contient des grandeurs inconnues. La méthode proposée par Lighthill pour la résoudre consiste à séparer l'espace en une zone source dans laquelle le membre de droite sera estimé, et une zone dans laquelle le fluide est au repos, où les ondes acoustiques se propagent librement. Les fluctuations ρ' , p' , etc. sont définies par rapport à cet état de repos. Cette séparation est justifiée par la grande disparité des échelles spatiales, des amplitudes et des énergies transportées par les phénomènes aérodynamiques et acoustiques [117, 127]. On note que le propagateur de cette équation d'onde ne prend pas en compte de convection puisque ρ' est exprimée dans la zone acoustique, où le fluide est supposé au repos. Une autre écriture de cette relation, avec la pression acoustique comme inconnue est donnée par (1.11) :

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) p' = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j - \sigma_{ij}) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c^2} - \rho' \right). \quad (1.11)$$

Dans la suite, la pression acoustique p' sera conservée comme inconnue des équations d'onde. Dans (1.11), cinq grandeurs inconnues sont encore présentes, des simplifications doivent être faites pour être en mesure de la résoudre. Les hypothèses suivantes peuvent être faites :

- l'écoulement est supposé isentropique et le terme $p' - c^2 \rho'$ dans l'analogie est alors considéré comme nul (on remarque que selon le choix de la variable acoustique considérée, cette hypothèse ne fait pas disparaître le même type de source : dans l'équation (1.10), ce terme représente une source quadripolaire alors que dans (1.11), il s'agit d'un terme monopolaire [127]).
- On néglige la viscosité du fluide σ_{ij} devant le terme non linéaire $\rho u_i u_j$. Si celle-ci est importante pour l'écoulement, son effet sur la production de bruit est négligeable [31, 90].
- Les effets de compressibilité peuvent être négligés lorsque le nombre de Mach de l'écoulement est suffisamment faible. Cette hypothèse permet de simplifier l'obtention du terme source en se contentant d'un calcul incompressible, ignorant la propagation des ondes : la densité ρ dans le membre de droite est remplacée par ρ_0 , et le champ de vitesse u_i ne prend pas en compte la com-

posante acoustique, négligée devant la composante hydrodynamique. Chu et Kovaszny [17] ont montré que les termes négligés ici ne contribuent pas à la génération du bruit. Avec cette hypothèse, l'obtention de la pression acoustique ne se fait plus désormais qu'avec un couplage faible entre l'aérodynamique et l'acoustique. Par conséquent, les phénomènes de rétroactions acoustiques, des perturbations de l'écoulement dues aux ondes acoustiques, ne peuvent pas être prises en compte.

Avec ces hypothèses et en prenant le cas d'une onde harmonique (dans la suite, la convention temporelle $e^{-i\omega t}$ est utilisée), la forme simplifiée de l'analogie de Lighthill devient :

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) p' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (1.12)$$

avec le tenseur de Lighthill simplifié

$$T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j. \quad (1.13)$$

La résolution de cette équation implique donc une étape préliminaire dont le but est d'estimer T_{ij} dans la zone source, indépendamment du champ acoustique. En espace libre, une solution analytique peut être déterminée, sous la forme d'une distribution de sources quadripolaire :

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c} \right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} dV_y. \quad (1.14)$$

Avec cette analogie, Sir J. Lighthill pose les bases des méthodes de résolution dites *hybrides*, dont la mise œuvre sera détaillée plus loin. H. Ribner [102] propose en 1962 une approche alternative pour simplifier le terme source et sépare les fluctuations de la pression statique en deux composantes :

$$p' = p^{(0)} + p^{(1)}, \quad (1.15)$$

$p^{(0)}$ est la composante avec hypothèse d'incompressibilité du fluide, c'est à dire vérifiant la relation (1.16) (celle-ci pourra être appelée pression incompressible par abus de langage dans la suite). Ribner lui donne le nom de *pseudo-son*. La composante $p^{(1)}$ contient les fluctuations compressibles du fluide, et donc la pression acoustique. Celle-ci est parfois appelée "corrective" [93] puisqu'elle correspond à l'erreur com-

mise avec l'hypothèse d'incompressibilité du fluide.

$$\Delta p^{(0)} = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j). \quad (1.16)$$

Avec cette décomposition de la pression et l'analogie de Lighthill, il aboutit à cette nouvelle analogie, l'équation de dilatation :

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) p^{(1)} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p^{(0)}}{\partial t^2}. \quad (1.17)$$

Les analogies de Lighthill et de Ribner sont à la base des méthodes numériques qui sont développées dans les chapitres 2 et 3 de cette thèse.

Curle [18] étudia l'effet de surfaces fixes, rigides ou vibrantes et éventuellement perméables, autour de la zone source ou dans celle-ci. Il propose la solution suivante, avec $p_{ij} = p' \delta_{ij} - \sigma_{ij}$:

$$\begin{aligned} p'(\mathbf{x}, t) = & \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c} \right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} dV_y \\ & - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{(p_{ij} + \rho u_i u_j) n_j \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c} \right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} dS_y \\ & + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \frac{\rho u_i \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c} \right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} n_i dS_y, \end{aligned} \quad (1.18)$$

dans laquelle le champ acoustique peut être analysé comme résultant de deux origines distinctes : une distribution volumique de quadripôles comme dans la solution proposée par Lighthill, accompagnée d'une distribution dipolaire répartie sur les surfaces présentes. Cette distribution dipolaire prend en compte les fluctuations de pression hydrodynamique sur les surfaces ainsi que la diffraction du champ quadripolaire.

Les travaux de Ffowcs Williams et Hawkings en 1969 [131] permettent d'étendre l'analogie de Lighthill pour tenir compte de surfaces mobiles dans la zone source. Leur démarche est d'employer des fonctions généralisées pour définir les variables dans un domaine incluant des objets mobiles. Dans un domaine contenant des objets perméables définis par leur surface S , la solution sous forme intégrale devient la suivante, avec \mathbf{U} la vitesse de l'objet, M_r la vitesse de la source dans la direction de

l'observateur :

$$\begin{aligned}
p'(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c} \right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}| |1 - M_r|} dV_y \\
&- \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{(p_{ij} + \rho u_i (u_j - U_j)) n_j \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c} \right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}| |1 - M_r|} dS_y \\
&+ \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \frac{(\rho u_j - \rho' U_j) n_j \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c} \right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}| |1 - M_r|} dS_y.
\end{aligned} \tag{1.19}$$

D'autres analogies peuvent être établies. Par exemple, à partir d'une manipulation du tenseur de Lighthill, Powell fait apparaître une source dont l'interprétation physique est plus aisée, la vorticité, représentant la dynamique de tourbillons $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$. Il est aussi possible de faire apparaître ce terme à partir des LEE : Howe établit une équation d'onde sur l'enthalpie H pour un écoulement isentropique à faible nombre de Mach [32].   partir des LEE, Goldstein [35] utilise une autre décomposition des fluctuations de vitesse pour en extraire une composante irrotationnelle : $\mathbf{u}' = \nabla \psi + \mathbf{u}'^{(I)}$ et $p' = -\rho_0 \frac{D\psi}{Dt}$. Il parvient à établir une équation d'onde convect e inhomogène avec le potentiel des vitesses ψ comme inconnue :

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c^2} \frac{D\psi}{Dt} \right) - \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 \nabla \psi) = \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \rho_0 \mathbf{u}'^{(I)}. \tag{1.20}$$

On note que contrairement aux analogies précédentes, l'opérateur de propagation de celle-ci tient compte d'un écoulement moyen non nul. Une autre décomposition possible est celle à l'origine de l'équation d'onde perturb e convect e, Perturbed Convective Wave Equation (PCWE) proposée par Kaltenbacher et Hüppe [44] : la vitesse est d compos e en un écoulement moyen irrotationnel, une fluctuation incompressible et une fluctuation acoustique $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}^{ic} + \mathbf{u}^a = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}^{ic} + \nabla \psi^a$. La fluctuation de pression est quant à elle s par e comme dans l'analogie de Ribner en une composante incompressible et une fluctuation acoustique, exprim e à partir du potentiel des vitesses acoustiques : $p' = p^{ic} + p^a = p^{ic} - \rho_0 \frac{D\psi^a}{Dt}$. La fluctuation de densité est également d compos e en une composante hydrodynamique et une composante acoustique $\rho' = \rho_1 + \rho^a$. Cette décomposition est utilis e dans une reformulation des LEE donn e dans [25] :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho' \mathbf{u}_0 + \rho_0 \mathbf{u}^a) = 0, \tag{1.21}$$

$$\frac{\partial p^a}{\partial t} - c^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\frac{\partial p^{ic}}{\partial t}. \tag{1.22}$$

En injectant (1.21) dans (1.22), on obtient

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial p^a}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \cdot \nabla p^a \right) + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u}^a = -\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial p^{ic}}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \cdot \nabla p^{ic} \right), \quad (1.23)$$

et la PCWE est ensuite obtenue en y introduisant les expressions du potentiel des vitesses acoustiques et de la dérivée matérielle :

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{D^2}{Dt^2} - \Delta \right) \psi^a = \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{Dp^{ic}}{Dt}. \quad (1.24)$$

Les travaux décrits dans les chapitres 4 et 5 sont fondés sur cette dernière équation (1.24).

Dans cette thèse, nous nous intéressons au bruit produit par un ventilateur à basse vitesse. Le nombre de Mach dans le conduit sera suffisamment faible pour que l'effet de convection des ondes acoustiques par l'écoulement soit négligeable. Les propagateurs ne prenant pas en compte l'effet de l'écoulement moyen dans le membre de gauche sont donc envisageables. Les travaux de recherche précédents sur le même banc d'essai et à des débits plus élevés ont d'ailleurs montré de très bons résultats sans tenir compte de l'écoulement moyen, comme ce qui a été réalisé dans la thèse de Papaxanthos [93] à partir de l'analogie de Ribner (1.17). Les équations de Ribner (1.17) et la PCWE (1.24) reposent sur des décompositions de la pression exhibant une composante dite incompressible, qui apparaît dans le terme source. Afin de pouvoir utiliser ces équations en pratique, il est donc nécessaire de calculer cette composante incompressible a priori : les applications possibles se limitent aux faibles nombres de Mach et en l'absence de couplage fort entre acoustique et aérodynamique. Dans le cas du ventilateur à basse vitesse, le nombre de Mach en bout de pale reste inférieur à 0.1 et cette hypothèse d'incompressibilité est valable.

1.2 Bruit des ventilateurs à basse vitesse

Les analogies s'appuient sur la connaissance d'un terme source, issu de l'écoulement et à l'origine du bruit. Une compréhension des mécanismes physiques de génération du bruit est requise avant d'envisager l'utilisation d'une analogie.

L'application visée par les méthodes développées dans cette thèse est le ventilateur axial tournant à basse vitesse. Le bruit généré par de telles machines provient de plusieurs phénomènes différents. La rotation doit être entraînée par un moteur, qui contribue au bruit de l'ensemble : la variation du champ électromagnétique du moteur engendre un bruit magnétique. Les pièces mécaniques dans la chaîne de transmission du mouvement, les paliers et d'éventuels balourds sont ensuite responsables d'un bruit mécanique. Enfin, l'interaction de l'écoulement avec les parties

fixes et tournantes du ventilateur produit un bruit aérodynamique [39]. Celui-ci est constitué de composantes tonales et large bande, dont les mécanismes sont détaillés ci-dessous.

La Figure 1.1 montre le niveau de puissance produit par un ventilateur d'ordinateur du même type que ceux qui nous intéressent. Celui-ci comporte $B = 7$ pales, tourne à 2800 rpm ($\Omega = 46.7$ tours par seconde) et est monté dans un conduit rectangulaire de section 20 par 10 cm. Ce niveau a été mesuré en aval du ventilateur, sur un banc d'essai présent à l'UTC. Plusieurs éléments peuvent être identifiés sur ce spectre :

- (i) un bruit à large bande d'origine aérodynamique, présentant des sursauts au niveau des fréquences de coupure de ce conduit (indiquées par les lignes verticales en pointillés),
- (ii) un bruit tonal d'origine aérodynamique, constitué de raies à la Fréquence de Passage de Pales (FPP) $Bn\Omega$ ainsi qu'à ses harmoniques (indiquées par les lignes verticales pleines),
- (iii) un bruit tonal associé au bruit électromagnétique du moteur électrique, composé de raies aux harmoniques de la fréquence de rotation Ω , de plus faible amplitude que celles citées précédemment. Comme le moteur utilisé est constitué de 4 encoches, on note que les harmoniques $4n\Omega$ prédominent.

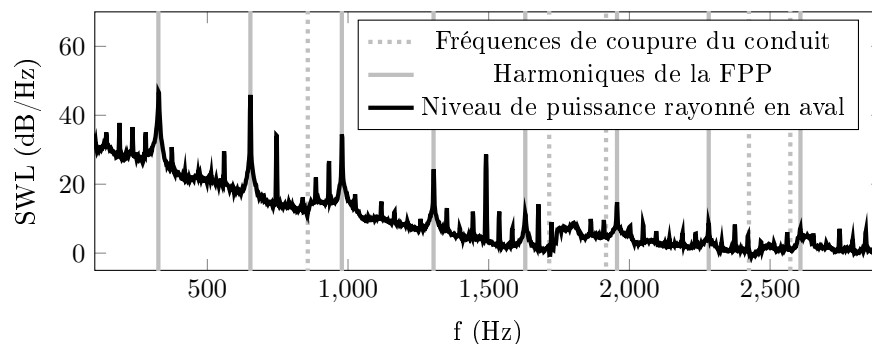


FIGURE 1.1 – Niveau de puissance aval produit par un ventilateur axial à 7 pales tournant à 2800 tr/min dans un conduit rectangulaire.

1.2.1 Sources de bruit tonal

De manière générale, de nombreuses sources de bruit proviennent de fluctuations des efforts sur les pales ou toute surface rigide dans l'écoulement. Mathématiquement, les efforts instationnaires sur les pales correspondent au terme P_{ij} dans les intégrales surfaciques des équations (1.18) et (1.19). Toute fluctuation d'effort peut donc s'interpréter comme une source acoustique dipolaire.

Les bruits de raies sont dus aux fluctuations de force *périodiques* sur les pales. Ils dépendent fortement de la non-homogénéité de l'écoulement moyen en amont. La présence d'obstacles dans l'écoulement avant le ventilateur, la dissymétrie du conduit sont à l'origine d'une non-homogénéité azimutale de l'écoulement. Si l'écoulement n'est pas symétrique par rapport à l'axe du conduit, le chargement sur une pale dépendra de sa position azimutale et sera périodique. Si les pales sont réparties uniformément, ce bruit tonal sera généré à la FPP. Répartir les pales de manière irrégulière est une méthode utilisée pour réduire ce bruit : l'énergie acoustique n'est alors plus concentrée à la FPP mais répartie à plusieurs autres fréquences, et les pics peuvent aller jusqu'à être couverts par le bruit à large bande [47, 8].

Par un mécanisme similaire, les obstacles situés en aval du ventilateur, comme des pales de redresseur ou les bras supports, interagissent avec le sillage des pales et génèrent un bruit à la FPP et ses harmoniques. Ce bruit dépend fortement du sillage derrière la pale : plus grande est l'amplitude de la variation de vitesse, plus grande est la fluctuation de force sur l'obstacle. Comme le sillage s'étale en s'éloignant du bord de fuite, l'amplitude du bruit émis décroît lorsque la distance entre les pales du rotor et cet obstacle augmente.

Les ventilateurs auxquels nous nous intéressons ne sont pas équipés de redresseur, mais les bras support reliant le ventilateur à sa virole sont des obstacles dont on ne peut s'affranchir.

Une autre interaction, dite *potentielle*, entre le rotor et les obstacles en aval peut exister : La modification de l'écoulement moyen par l'obstacle peut remonter jusqu'au rotor et contribue aux fluctuations de forces périodiques sur les pales. Cette interaction dépend elle-aussi fortement de la distance entre le rotor et l'obstacle et est d'autant plus forte que l'obstacle est épais [39].

Enfin, dans le cas d'un écoulement parfaitement uniforme, le chargement sur les pales est stationnaire dans le référentiel des pales et ces sources de bruit sont inexistantes.

1.2.2 Sources de bruit à large bande

Les bruits à large bande sont liés à la turbulence de l'écoulement. Comme on l'a vu dans la section 1.1.1, la turbulence est un phénomène chaotique. Au sein des phénomènes turbulents existent de nombreuses échelles spatiales et temporelles, ils ne sont donc pas caractérisés par une période identifiable. Ainsi, le bruit dont la turbulence est à l'origine n'est pas produit à des fréquences particulières mais est un bruit à large bande. Une analyse statistique est alors indispensable.

Mathématiquement, la turbulence se traduit par une variation spatiale des grandeurs physiques dans le volume fluide ainsi que par des fluctuations aléatoires des

efforts sur les surfaces. Elle contribue donc à la génération du bruit via le tenseur de Lighthill T_{ij} et celui des efforts P_{ij} dans les équations (1.14) et (1.18).

Cette turbulence peut être présente dans l'écoulement amont, ou apparaître autour des pales, notamment dans le jeu périphérique entre les pales et la virole, au niveau du bord de fuite et lorsque la couche limite se décolle.

Ingestion de turbulence

Lorsque l'écoulement est turbulent avant d'entrer en contact avec le ventilateur, les efforts sur la pale fluctuent de manière similaire à celle évoquée plus haut, mais cette fois de manière aléatoire et le bruit produit est donc à large bande. Le spectre du bruit rayonné est donc lié aux caractéristiques de la turbulence en amont du ventilateur. En particulier, le caractère large bande de ce bruit dépend de l'échelle des structures turbulentes qui impactent les pales : si celles-ci sont petites devant l'écart entre les pales, les efforts sur une pale sont décorrélés des efforts sur les autres pales et le bruit produit s'étend sur une large bande de fréquences. En revanche, dans le cas de structures cohérentes allongées dans le sens de l'écoulement, ce qui correspond à une échelle intégrale de turbulence dans la direction axiale grande devant l'écart entre deux pales, les sources acoustiques ne sont plus décorrélées entre deux pales et l'énergie acoustique est répartie autour de la FPP et ses harmoniques.

Ce phénomène d'ingestion de turbulence se retrouve également au niveau des obstacles en aval, sur lesquels l'impact du sillage turbulent des pales fait varier aléatoirement les efforts [23].

Bruit de bord de fuite

Les couches limites sur l'intrados et l'extrados d'un profil se rejoignent au bord de fuite et les fluctuations de pression associées interagissent à cet endroit-là.

Si la couche limite est turbulente, les structures turbulentes de l'intrados et de l'extrados entrent en collision et une part de l'énergie cinétique turbulente est convertie en énergie acoustique. Le bruit produit est émis sur une large bande de fréquences.

Un autre mécanisme proche du bord de fuite peut mener à l'apparition de composantes tonale, un pic principal entouré de pics secondaires espacés régulièrement. Dans [3], Arcondoulis *et al.* recensent les évolutions de la compréhension de ce phénomène. Ces pics seraient liés à une boucle de rétroaction entre des instabilités de l'écoulement convectées vers l'aval et des ondes acoustiques se propageant vers l'amont. De récentes observations numériques [103, 113] montrent le cas de larges structures turbulentes générées dans la couche limite proche du bord de fuite. Leur interaction au bord de fuite donnerait naissance à des ondes acoustiques, se propageant vers l'amont et influant sur l'instabilité. Dans ce mécanisme de génération de

bruit, l'acoustique a donc une influence sur l'aérodynamique, et ce phénomène ne peut pas être prédit par une méthode hybride qui ne considèrent qu'un couplage faible entre la génération du bruit et sa propagation.

C'est également au bord de fuite que peut apparaître un détachement tourbillonnaire pour un certain intervalle de nombres de Reynolds et si le profil n'est pas effilé, c'est à dire si l'épaisseur du bord de fuite est plus grande que celle des couches limites. Les tourbillons de von Kármán génèrent des efforts instationnaires avec une périodicité dépendant de la vitesse de l'écoulement. Pour les profils fixes ou les ventilateurs centrifuges, il s'agit donc d'un bruit à bande étroite. Cependant, sur les ventilateurs axiaux, la vitesse relative dépend de la position radiale, et ce bruit est à bande plus large [39].

Le bord de fuite est donc l'emplacement de plusieurs sources acoustiques, souvent prédominantes sur les ventilateurs qui nous intéressent.

Bruit de la couche limite

Lorsque la couche limite sur les pales est turbulente, les tourbillons au sein de cette couche sont à l'origine d'une fluctuation de pression sur la pale et produisent un bruit large bande [82, 109, 107].

Cette couche limite des deux cotés de la pale peut se décoller et les phénomènes turbulents qui accompagnent ces décollements sont à l'origine d'un bruit à large bande pour des fréquences plus basses que le bruit de bord de fuite. La couche limite peut se recoller si le gradient de pression est favorable, ou ne jamais se rattacher si l'incidence de la pale est trop forte ou si sa cambrure est trop grande. Si ce mécanisme n'est pas encore clairement connu, des travaux expérimentaux montrent que le niveau de bruit est plus élevé lorsque la couche limite se rattache au bord de fuite. Il s'agirait alors d'une source similaire à celle de bord de fuite évoquée précédemment, mais cette fois mettant en jeu des structures turbulentes plus grandes [39].

Le bruit du bord de fuite et celui des décollements de couche limite est appelé "bruit propre" des pales, puisqu'il est associé uniquement à la présence de la pale dans un écoulement. Il ne dépend pas de la présence d'obstacles autour, ni de la rotation de la pale. Ainsi, si toutes les autres sources évoquées ici sont réduites tant que possible sur un ventilateur, le niveau de bruit reste donc au moins égal à ce bruit propre [23].

Bruit du jeu périphérique

L'écoulement dans le jeu périphérique entre les pales et la virole des ventilateurs axiaux est fortement perturbé et contribue significativement au bruit produit par le ventilateur. Différentes structures y sont générées : un écoulement secondaire,

orienté de l'intrados vers l'extrados résulte de la différence de pression entre l'intrados et l'extrados. Celui-ci rejoint l'écoulement incident et s'enroule sur lui-même, créant un tourbillon de jeu. Au niveau de l'arête intrados, une bulle de séparation se forme et est à l'origine d'un tourbillon de séparation. Ces structures tourbillonnaires peuvent interagir avec la pale directement, ou avec les pales suivantes qu'elles viennent impacter [64, 84, 37].

Le bruit associé à cet écoulement est principalement à large bande, mais un bruit à bande étroite peut également être produit à faible débit [137].

Estimation analytique du bruit de bord de fuite et d'ingestion de turbulence

Il existe des modèles analytiques pour estimer le bruit produit par un profil dans un écoulement à partir de l'analogie de Curle et d'une information sur les fluctuations de pressions sur le profil. Cette information peut être obtenue par la mesure, une modélisation ou bien par simulation numérique.

La formulation d'Amiet [2] s'appuie sur le théorème de Schwarzschild pour résoudre une équation de Helmholtz dans un plan semi-infini. Ce résultat est appliqué à des profils d'envergure infinie dans un écoulement. Ceux-ci sont assimilés à des plaques infiniment minces et de corde infinie. La théorie d'Amiet a été étendue par Roger et Moreau [106] pour des cordes finies et des rafales obliques généralisées (sub- et supercritiques).

La fluctuation de pression sur la paroi, est calculée à l'aide de l'équation d'onde convectée associée à des conditions aux limites : dans le cas de l'ingestion de turbulence, une contrainte sur la vitesse impose la reconfiguration des structures turbulentes lors de leur impact au bord d'attaque. Dans le cas du bord de fuite, c'est la condition de Kutta qui impose l'annulation des fluctuations de pression dans le sillage. Une correction permet de prendre en compte l'effet de la diffraction au bord de fuite pour le cas de l'ingestion de turbulence, et la diffraction au bord d'attaque pour le bruit de bord de fuite. Une fois les efforts instationnaires sur les pales connus, l'analogie de Curle permet de déduire le rayonnement acoustique en champ lointain.

Ce formalisme peut être appliqué à un ventilateur en appliquant une correction pour prendre en compte le mouvement du profil, et négliger la corrélation de pale à pale. On utilise alors l'hypothèse que le mouvement circulaire des pales peut être assimilé localement à un mouvement de translation équivalent. Ceci est valable uniquement pour des fréquences grandes devant la FPP [83].

Cette estimation analytique permet notamment de séparer les contributions au bruit de ces deux mécanismes et de les comparer : pour un profil isolé puis pour un ventilateur axial à basse vitesse, Moreau et Roger [83] montrent que les bruits d'ingestion de turbulence et de bord de fuite ne décroissent pas suivant la même

penne et que la prédominance de l'un ou l'autre de ces mécanismes dépend de l'intensité turbulente amont. Ils montrent également que les bruits générés par ces deux mécanismes ne sont généralement pas à la même fréquence. Appliqué à un ventilateur basse vitesse, ce modèle prédit une prédominance du bruit de bord d'attaque lorsque le ventilateur est trop proche d'un obstacle placé en amont, un échangeur de chaleur dans cet article.

1.3 Simulation numérique du bruit de ventilateur

Les équations citées dans la section 1.1 n'ont de solutions analytiques connues que dans certains cas. Dans le cas général, des méthodes numériques doivent être employées pour en trouver des approximations. Cette section présente les différentes méthodes possibles pour prédire numériquement les bruits des ventilateurs.

1.3.1 Méthodes directes

Les approches directes sont celles dont l'objectif est de calculer simultanément les composantes aérodynamiques et acoustiques des grandeurs : un couplage fort est considéré entre l'aérodynamique et l'acoustique. Ces approches sont numériquement coûteuses et complexes à mettre en œuvre puisqu'elles nécessitent la prise en compte d'échelles spatiales et temporelles très diverses.

Navier-Stokes

La première approche est de résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes. Une des méthodes la plus utilisée pour résoudre ces équations numériquement est celle des volumes finis. Le principe de la méthode est de partitionner le domaine d'étude et de résoudre la formulation intégrale des équations de conservation de la mécanique des fluides pour le volume de chaque élément du maillage. L'établissement du bilan des flux sur tous les éléments du maillage permet d'assembler un système algébrique clos par des conditions aux limites. Comme évoqué plus haut, les écoulements turbulents sont constitués de tourbillons de tailles très diverses. Afin d'être capable de simuler un tourbillon avec la méthode des volumes finis, la taille des volumes élémentaires doit être plus petite que le tourbillon lui-même. Ainsi, résoudre toutes les échelles de turbulence jusqu'à la dissipation des tourbillons par viscosité requiert un maillage extrêmement fin, et donc un très grand nombre d'éléments. Cette approche de résolution de toutes les échelles est appelée Direct Numerical Simulation (DNS) et n'est utilisée qu'à des fins de recherche puisqu'elle est trop coûteuse pour des applications industrielles. Pope [97] propose une estimation du nombre de pas de temps M et le nombre d'éléments N^3 d'un maillage nécessaire pour

un calcul DNS en fonction du nombre de Reynolds : pour une turbulence homogène isotrope dans un volume suffisamment grand pour représenter les échelles contenant 95% de l'énergie, il trouve $M \approx 38Re^{3/4}$ et $N^3 \approx 4.4Re^{9/4}$. À titre d'exemple, le nombre de Reynolds basé sur la corde en bout de pale du ventilateur étudié sur la Figure 1.1 est de l'ordre de $1.4 \cdot 10^5$.

Une manière de s'affranchir de cette large variété d'échelles de turbulence est de remplacer la simulation de la turbulence par sa modélisation¹. Chaque grandeur f est décomposée en la somme d'une composante fluctuante f' et d'une moyenne \bar{f} . Il s'agit d'une moyenne temporelle dans le cas d'un calcul stationnaire et d'une moyenne d'ensemble pour un calcul instationnaire. Ceci fait apparaître une nouvelle inconnue aux côtés des grandeurs moyennes, le tenseur des contraintes de Reynolds $R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$. L'hypothèse de Boussinesq, selon laquelle la turbulence et la viscosité ont un effet similaire de dissipation d'énergie, permet de le réécrire sous une forme plus facilement accessible. Il existe de nombreuses manières de réécrire ce tenseur, s'appuyant sur différentes hypothèses. Les plus populaires réécrivent R_{ij} comme une fonction de l'énergie cinétique turbulente k , du taux de dissipation de cette énergie ϵ , ou son taux de dissipation spécifique ω . Le choix du modèle dépend du type d'écoulement simulé, $k - \epsilon$ peut être utilisé pour les écoulements libres, tandis que $k - \omega$ est plus adapté pour les écoulements proches des parois. Le modèle $k - \omega SST$ permet d'allier ces deux derniers modèles en appliquant l'un ou l'autre en fonction de la distance des surfaces rigides les plus proches.

S'affranchir de la turbulence et ne regarder que les grandeurs moyennes permet d'obtenir des résultats très rapidement, mais supprime une grande partie des mécanismes de génération du bruit. En effet, l'information sur les sources de bruit à faible nombre de Mach réside principalement dans les variations de l'état de l'écoulement et non dans sa valeur moyenne. Une troisième approche, à mi-chemin entre la DNS et les méthodes Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS), est de simuler les "grandes" échelles de turbulence et de modéliser la présence des plus petites échelles, filtrées par le maillage ou par l'application d'un filtre numérique. Là encore, ce filtrage fait apparaître dans les équations une quantité non-résolue, dite de sous-maille. Il existe plusieurs modèles pour estimer cette quantité sous la forme d'une viscosité. On peut citer par exemple le modèle de Smagorinsky [120] pour la turbulence homogène isotrope, ou le modèle WALE [28] pour les écoulements en paroi. La plupart des modèles de sous-maille ne représente convenablement que la cascade d'énergie et ne modélise pas la production de turbulence. Parmi les hypothèses sur lesquelles la Large Eddy Simulation (LES) s'appuie, on peut citer le fait

1. On parle de simulation lorsque les phénomènes physiques sont déterminés en résolvant les lois qui les régissent, et de modélisation lorsque des modèles ou lois empiriques permettent de se rapprocher de la réalité en compensant les phénomènes non simulés.

que les échelles simulées doivent contenir les mécanismes physiques à l'origine de la transition vers un écoulement turbulent et de la production d'énergie cinétique turbulente. Les échelles filtrées de turbulence doivent être isotropes, conformément à l'hypothèse de Kolmogorov, et leur effet sur l'écoulement est uniquement dissipatif. Cette approche a un coût réduit par rapport à une simulation DNS puisqu'elle peut être utilisée sur des maillages plus relâchés, tout en conservant dans la simulation l'essentiel des phénomènes à l'origine du bruit. Le coût numérique de la LES compressible reste élevé, mais l'augmentation continue de la puissance de calcul des clusters de calcul parallèle tend à rendre cette approche envisageable pour des géométries réalistes [79].

En pratique, ces approches directes sont souvent utilisées à des fins de recherche. Elles sont tout à fait appropriées pour étudier en détail les différents mécanismes de génération de bruit évoqués dans la section 1.2. Certains de ces mécanismes sont difficiles à observer expérimentalement, et les approches directes permettent de visualiser précisément l'écoulement dans les zones d'intérêt. Par exemple, l'étude [53] cible le bruit de jeu et simule par RANS puis LES cette zone dans le cas d'un profil fixe. Le bruit de bord de fuite est étudié dans [132] en comparant des résultats expérimentaux avec des simulations LES et DNS. Si les mesures expérimentales donnent un résultat de référence, ce sont les approches directes qui permettent d'observer avec toute la précision nécessaire les phénomènes turbulents à l'origine du bruit.

Ces méthodes peuvent également être utilisées pour des systèmes plus complexes et prendre en compte simultanément les différentes sources de bruit qui y sont associées. L'écoulement autour d'une hélice de bateau et la propagation du bruit généré est simulée par méthode directe dans [119] pour établir des lignes directrices et bonnes pratiques pour l'utilisation de cette méthode et démontrer sa faisabilité. Dans [100], les bruits d'ingestion de turbulence, de bord de fuite et du jeu périphérique sont simulés simultanément pour un turboréacteur. Différentes approches sont comparées avec des résultats expérimentaux et LES, qui permettent d'identifier clairement les structures turbulentes à l'origine du bruit.

Lorsque l'on cherche à prédire le bruit loin de la zone source, il est plus aisé de propager le bruit à l'aide des analogies : le calcul direct permet de simuler avec précision la génération du bruit, et est associé à un modèle de propagation, comme les analogies citées dans la section 1.1, pour calculer son rayonnement [111, 53].

Lattice Boltzmann Method (LBM)

Une alternative aux équations de Navier-Stokes est la LBM. Celle-ci s'appuie sur la théorie cinétique des gaz. L'écoulement fluide est décrit par une fonction de densité de probabilité, dépendant de la position et de la vitesse des molécules, et du temps. L'équation de Boltzmann correspond à une équation d'évolution de cette fonction. Sa

résolution numérique s'effectue sur un maillage de cellules cubiques appelés voxels, en deux étapes. Une étape de collision permettent d'obtenir le terme source, puis une étape de transfert propage la fonction de distribution d'un voxel à l'autre sur un nombre discret de vitesses [66]. Comme la variable résolue ne correspond pas aux grandeurs physiques usuelles de la mécanique des fluides continus, il est nécessaire de les recalculer à partir de la fonction de densité de probabilité dans l'espace des phases.

Cette méthode a pour avantage d'être très facilement parallélisable et est bien plus rapide que les méthodes Navier-Stokes pour des résultats équivalents. Dans [74], les temps de calcul nécessaires pour simuler le bruit d'un ventilateur axial sont estimés pour différentes méthodes de résolution : avec un nombre de cellules bien plus important, le calcul LBM reste plus rapide que les simulations instationnaires Navier-Stokes. Les limitations actuelles de cette méthode résident principalement dans la complexité de simuler un haut nombre de Mach avec l'un des opérateurs de collision les plus utilisés. Cependant, à faible nombre de Mach, les résultats LBM convergent vers les résultats des équations de Navier-Stokes compressibles, ce qui en fait un outil tout à fait pertinent dans le cas de l'aéroacoustique pour des écoulements à basse vitesse [66, 65].

De même que pour la CFD Navier-Stokes, la LBM peut être utilisée pour avoir un meilleur aperçu des mécanismes de génération du bruit : l'article [137] porte sur un calcul du bruit du jeu périphérique en LBM. Dans [85], c'est un calcul sur un profil dans un écoulement uniforme qui est présenté par Moreau *et al*, le bruit de bord de fuite calculé numériquement est comparé avec des résultats expérimentaux. Dans [96], c'est cette fois la totalité des sources de bruit d'un ventilateur monté sur un banc d'essai qui est simulée.

1.3.2 Méthodes hybrides

Avec les méthodes directes, le champ proche aérodynamique et acoustique sont calculés conjointement avec les équations de Navier-Stokes compressibles, avant l'utilisation éventuelle d'une analogie adaptée pour calculer le rayonnement en champ lointain.

En opposition aux méthodes directes, les méthodes hybrides ne cherchent pas à résoudre la totalité de la physique de l'écoulement au sein d'un même calcul. Le problème est séparé en deux étapes indépendantes : le calcul des phénomènes aérodynamiques à l'origine du bruit puis la détermination du champ acoustique résultant. Séparément, ces deux tâches peuvent être plus aisées à faire, les fluctuations acoustiques peuvent être négligées pendant le calcul de la source, et les fluctuations hydrodynamiques de plus grande amplitude peuvent être simplifiées ou négligées

lors de la propagation [23, 117]. Ceci correspond aux principes fondateurs posés par Lighthill de séparer l'espace en une zone source et une zone de propagation acoustique, et de supposer qu'un terme source est connu. Les différentes analogies qui en découlent sont à la base des approches hybrides.

Le calcul des sources aéroacoustiques

Les différentes équations d'ondes présentées dans la section 1.1 permettent de déterminer le bruit aérodynamique en identifiant un terme source. Selon les formulations, cette source peut être déterminée par l'expression d'un terme dépendant de l'écoulement, tenseur de Lighthill, pression hydrodynamique, champ de vitesse, vorticité, etc. Ce terme est considéré comme connu pour résoudre ces équations, et il est donc nécessaire de l'estimer *a priori*. Parmi les formulations disponibles, l'équation de dilatation de Ribner présente l'avantage d'avoir un terme source correspondant à une grandeur scalaire. Par rapport à la divergence du tenseur de Lighthill (trois composantes), l'analogie de Ribner permet donc de réduire l'espace disque nécessaire au stockage de l'information source par rapport à d'autres analogies.

Une première approche est de faire une simulation CFD pour calculer la source en fonction de l'analogie choisie pour la propagation. Comme ces sources correspondent toujours à la fluctuation d'une grandeur, ce calcul doit forcément être instationnaire. Les méthodes RANS moyenn es temporellement doivent donc être  cart es et un calcul LES ou DNS doit être effectué. Les méthodes Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes (URANS) permettent une variation temporelle de l'écoulement moyen et donc le calcul d'une source de bruit tonal, mais les limites de ces méthodes ne peuvent pas être repouss es en augmentant la résolution temporelle ou spatiale comme en LES. Elles ne sont donc pas adapt es dans le cadre du calcul du bruit d'un phénomène turbulent [127]. Cependant, si les sources à large-bande sont hors de port e des simulations URANS, les bruit tonaux, générés par des fluctuations périodiques ou un chargement stationnaire sur un objet mobile, peuvent être prédits par ces méthodes [73].

Il peut être possible de se limiter à de la CFD incompressible si le nombre de Mach de l'écoulement est suffisamment faible. Il faut noter que l'influence de l'acoustique sur l'écoulement est alors nulle, et les boucles de rétroaction acoustique ne peuvent pas être prédites. Numériquement, cela revient à considérer un couplage faible entre l'aérodynamique et l'acoustique.

Les limites fréquentielles de ce calcul de source dépendent de la précision spatiale et temporelle de la LES. Les plus hautes fréquences sont g n r es par les plus petites structures tourbillonnaires, qui en CFD dépendent de la taille des éléments. Un maillage plus fin permet donc de capter des sources de plus haute fréquence et il

est possible d'estimer une fréquence maximale atteignable par $f_c = \frac{\sqrt{2k/3}}{2\Delta}$ avec k l'énergie cinétique turbulente et Δ la longueur d'un élément [126].

Le calcul LES restant coûteux, il est possible d'hybrider les méthodes RANS et LES pour profiter des avantages de chacune et réduire le temps de calcul.

Des stratégies intermédiaires entre LES et URANS existent, hybrider les approches RANS et LES permet de réduire le coût de calcul de la LES en modélisant la turbulence hors des zones dans lesquelles les sources de bruit sont générées. Cependant, les grandes échelles de turbulence doivent être résolues dans les régions critiques. Cette hybridation peut se faire par un découpage du domaine en régions dans lesquelles sont utilisés soit les modèles LES soit les modèles RANS. Ceci requiert un traitement particulier des conditions aux limites entre les deux zones, conditions particulièrement difficiles à exprimer dans le cas d'un écoulement passant d'une zone RANS vers une zone LES, où l'information sur les fluctuations doit être reconstruite. Parmi les approches possibles, on peut citer celles de Quéméré et Sagaut [101], ou celle de Labourasse et Sagaut [57].

Il existe aussi des méthodes globales d'hybridation LES - RANS dans lesquelles un seul système d'équation est utilisé, se comportant comme un modèle RANS dans certaines régions, et LES dans d'autres. Le problème de l'interface entre les zones est résolu en apparence, mais l'interprétation du comportement du modèle dans la "zone grise" de transition entre les deux modèles n'est pas évidente. C'est le cas par exemple pour la Limited Numerical Scales (LNS) ou des différentes variantes de Detached Eddy Simulation (DES) [127]. Verhoeven [125] étudie le bruit produit par le bord de fuite d'un profil en propageant par l'analogie de Curle une source obtenue par DES, Delayed Detached Eddy Simulation (DDES) et Improved Delayed Detached Eddy Simulation (IDDES). Il montre que cette approche permet d'obtenir des résultats cohérents, mais l'allègement du temps de calcul par rapport à la LES s'accompagne d'une difficulté pour identifier les erreurs de modélisation.

De la même manière que pour les conditions limites aux interfaces des régions RANS - LES dans les méthode hybrides zonales évoquées précédemment, il est possible de construire la source acoustique à partir d'un champ turbulent artificiel. Ce champ peut être généré en exprimant la vitesse instantanée à partir d'informations issues d'un calcul RANS. On peut citer l'approche de Batten, Golderg et Chakravarthy [5] ou la Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR) [4] qui écrivent la vitesse instantanée sous la forme d'une série de Fourier à partir d'informations RANS. La méthode Random Particle Mesh (RPM) reconstruit quant à elle la composante fluctuante par la convolution d'un bruit blanc avec un filtre construit à partir de données RANS [26].

Le terme source peut aussi être estimé en s'appuyant sur les modèles analytiques cités dans la section 1.2. Dans ce cas, un calcul RANS stationnaire suffit pour déter-

miner les paramètres du modèle. C'est ce qui est fait par exemple par Legros *et al.* [62], où le modèle d'Amiet est utilisé pour calculer les fluctuations de charge sur les pales d'un ventilateur. La propagation acoustique se fait ensuite via une méthode numérique au lieu d'employer les développements analytiques.

La propagation acoustique

Une fois le terme source d'une analogie connu, une autre méthode numérique peut ensuite être utilisée pour résoudre l'équation d'onde correspondante.

Parmi les méthodes possibles, on peut citer la FEM. Basée sur une formulation faible de l'équation de départ. Le volume de calcul est discrétisé et l'inconnue est approximée par une interpolation polynomiale des valeurs aux nœuds du maillage. Cette méthode conduit à la résolution d'un système linéaire creux. L'une de ses difficultés est l'imposition de conditions limites permettant le rayonnement à l'extérieur du domaine de calcul. Cette méthode est donc plutôt adaptée pour les propagations en domaine interne. Cette méthode permet de résoudre l'équation d'onde dans le domaine temporel ou fréquentiel.

Une autre méthode possible est la Boundary Element Method (BEM), qui s'appuie sur la fonction de Green du problème. Dans cette méthode, seules les surfaces sont discrétisées, ce qui est un avantage indéniable par rapport à la FEM pour les domaines de calcul infinis. De plus, la condition de rayonnement de Sommerfeld est respectée naturellement, ce qui en fait un outil de choix pour la propagation acoustique en espace libre [98]. En revanche, cette méthode conduit à l'obtention d'un système matriciel plein, ce qui limite le nombre d'éléments pouvant être utilisés dans une simulation.

La résolution numérique de l'équation de Lighthill avec un terme source déterminé par LES est d'abord proposée par Oberai [89] pour calculer le bruit d'un profil. Il compare ses résultats à ceux obtenus dans [128] pour lesquels l'analogie de Curle est résolue après un calcul LES. L'analogie de Ribner est résolue par méthode BEM après un calcul LES de la source dans [93]. C'est cette même approche qui est appliquée dans [24], avec une source calculée par LES ou DES, et une implémentation dans le logiciel VAOne de la résolution BEM de l'équation de dilatation de Ribner. Un calcul LES est suivi d'une résolution FEM. L'approche décrite par Schell et Cotroni dans [115] s'appuie sur deux analogies pour calculer le rayonnement acoustique d'une voiture : l'équation de dilatation (1.17) et une variante avec un propagateur tenant compte de l'écoulement moyen. Ces équations sont résolues pour chaque pas de temps au sein du code fluide en s'appuyant sur un calcul de source DES. Ce résultat est ensuite couplé à un calcul vibro-acoustique de l'habitacle pour y calculer le rayonnement acoustique. Les auteurs montrent que l'utilisation d'un propagateur convectif dans l'analogie est importante pour capter le phénomène de coïncidence

entre les modes de flexion de la paroi et les ondes acoustiques. Le bruit de bord de fuite d'un profil est calculé dans [132] de plusieurs manières : la résolution analytique de différentes analogies, dont celle de Ffowcs Williams et Hawkings à partir d'un calcul de source LES incompressible, est comparée à des résultats DNS et expérimentaux.

Simulation acoustique d'une machine tournante

Une première méthode pour prendre en compte du mouvement des obstacles dans un calcul acoustique est d'utiliser la FEM résolue en temps. L'utilisation du formalisme Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) et une modification du maillage à chaque pas de temps permettent de prendre un compte un mouvement quelconque de la géométrie. C'est ce qui est fait par exemple dans [38] où Guasch *et al.* modélisent la phonation humaine en simulant une déformation du conduit vocal via un décalage de ses parois en fonction du temps. Dans le cas de machine tournante, on peut citer les travaux de Kaltenbacher *et al.* qui utilisent la PCWE pour tenir compte de la source aérodynamique [48]. De manière similaire à ce qui peut être fait en CFD pour calculer le terme source, le domaine est partitionné en une zone tournante et une zone fixe. À chaque pas de temps, le maillage de la zone tournante est tourné sans déformation et un opérateur de projection est construit afin d'exprimer la continuité entre les deux régions. Une application de cette méthode pour simuler le bruit produit par un ventilateur axial en conduit est présentée dans [49].

Dans l'espace des fréquences, la prise en compte de la rotation de la géométrie est plus complexe. La résolution fréquentielle est souvent préférée en acoustique pour de multiples raisons telles que le coût de calcul, la facilité d'implémentation de conditions limites, la stabilité de la solution ou la modélisation de matériaux poreux. De plus, la plupart des logiciels commerciaux contiennent des solveurs fréquentiels [135, 54, 11]. Dans [13], une approche fréquentielle applicable aux obstacles tournants est proposée. Celle-ci s'appuie sur une troncature du domaine de calcul, la zone mobile est exclue du domaine et est entourée d'une surface de contrôle support d'un terme source surfacique. C'est à travers ce terme qu'est prise en compte la source de la zone mobile tronquée. Cette méthode dite *poreuse* est appliquée au bruit d'un ventilateur radial dans [14]. L'effet de la rotation de la source est donc négligée, de même que la diffraction des ondes sur l'obstacle. Une autre approche dans l'espace des fréquences est de coupler une modélisation analytiques des sources et une résolution numérique de la diffraction : Roger et Kucukcoskun [105] présentent un calcul numérique du rayonnement acoustique d'un rotor de queue d'hélicoptère à partir d'un terme source calculé analytiquement. La rotation des sources est modélisée par une distribution circulaire continue de dipôles fixes déphasés, dont la direction dépend de l'angle de calage des pales. Le moment dipolaire associé peut être estimé

grâce à une simulation numérique de type URANS ou bien analytiquement. Kucukcoskun et Kierkegaard [54] proposent notamment une comparaison de cette dernière approche avec des calculs basés sur une résolution temporelle acoustique.

Maillages et transfert de champ

Les maillages nécessaires pour la CFD et le calcul acoustique sont souvent différents : en CFD, la taille des éléments est déterminée par la taille des structures que l'on souhaite capter, et les critères de qualité des éléments ne sont pas les mêmes qu'en FEM ou BEM. Pour ces deux dernières méthodes, la taille des éléments est définie par la plus grande fréquence que l'on cherche à simuler, pour avoir un certain nombre d'éléments par longueur d'onde. Il peut donc être utile voire nécessaire d'utiliser deux maillages différents pour la génération et la propagation de la source. Ceci permet en outre de réduire la taille des informations devant être exportées de la CFD. L'information sur la source doit alors être interpolée sur le maillage acoustique lors du calcul CFD. L'influence de ce transfert de champ est assez peu documentée dans la littérature. Sandboge *et al.* [110] puis Caro *et al.* [12] comparent un chaînage sans interpolation avec un chaînage utilisant deux maillages différents. Les deux études se placent dans des cas 2D, d'abord avec une source non physique déterminée par une expression analytique puis avec une source CFD calculée pour un profil. Ils comparent plusieurs algorithmes d'interpolation, dont des algorithmes conservatifs, ce qui signifie que l'intégrale du champ interpolé est la même sur les maillages CFD et acoustique. Les auteurs montrent qu'une interpolation conservative donne des résultats satisfaisants par rapport à ceux obtenus sans transfert de champ, mais qu'une interpolation consistante nécessite l'utilisation d'un maillage beaucoup plus fin localement.

1.3.3 Conclusions

Les méthodes directes permettent de prédire précisément le bruit aérodynamique au prix d'un calcul long et complexe à effectuer. Les méthodes hybrides sont une alternative séparant les mécanismes de génération du bruit de la propagation acoustique. Cette séparation ne permet pas la prise en compte des rétroactions acoustiques. La qualité des résultats issus de ces méthodes dépend en grande partie de la manière dont sont estimés les termes sources des analogies, ainsi que de leur transfert sur le maillage de résolution acoustique. Les méthodes hybrides peuvent en outre s'appuyer sur des calculs CFD moins coûteux que ceux des approches directes. En particulier, l'hypothèse d'incompressibilité peut être utilisée lorsque la vitesse du fluide est petite devant la célérité du son, ce qui est le cas dans le problème qui nous intéresse des ventilateurs à basse vitesse. Comme ces travaux doivent déboucher sur

des applications industrielles, les méthodes hybrides semblent plus adaptées.

Parmi les analogies à notre disposition, celles dont l'opérateur de propagation acoustique néglige l'écoulement moyen sont envisageables, puisque le nombre de Mach dans le conduit est suffisamment faible et que nous ne nous intéressons pas au couplage vibratoire avec les parois du conduit. L'hypothèse d'incompressibilité nous permet une décomposition comme celle formulée par Ribner (1.15) et donc l'utilisation des analogies correspondantes, équation de dilatation ou PCWE, est envisageable. Ces dernières présentent l'avantage par rapport aux autres analogies d'avoir une grandeur scalaire comme terme source. Ceci permet d'alléger les étapes de post-traitement et de stockage de données.

L'application des méthodes numériques hybrides aux machines tournantes avec un calcul fréquentiel comporte encore des lacunes :

- Dans le cas d'un calcul des sources par CFD, celles-ci sont localisées principalement dans la zone tournante de la simulation. Les termes surfaciques des formulations faibles sont utilisés pour tenir compte des sources de la zone tronquée, mais la représentativité de ces termes sources n'est pas quantifiée dans la littérature.
 - La condition limite à imposer sur cette interface doit permettre la propagation acoustique et modéliser les réflexion et diffraction sur la machine tournante.
 - Les méthodes hybrides s'appuient sur un chaînage de plusieurs étapes et impliquent plusieurs opérations de transfert de données, dérivation des termes sources, etc. L'impact de ces opérations sur les résultats acoustiques finaux est lui aussi peu quantifié dans la littérature.
-

Méthodes hybrides dans un domaine fixe

Ce chapitre explore la méthodologie de simulation de bruit aérodynamique d'obstacles fixes par une méthode hybride. Comme exposé plus haut, une méthode hybride s'appuie sur la séparation du calcul de source et du rayonnement acoustique. Pour ce faire, le calcul repose sur les analogies acoustiques, qui permettent de séparer ces deux étapes.

Le membre de droite de ces analogies, le *terme source aérodynamique*, est estimé par des calculs LES. Le cas d'application étudié ici est le bruit de jet d'un écoulement dans un conduit obstrué par un diaphragme. Les ondes acoustiques se propageant dans un domaine fermé, les éléments finis sont une méthode adaptée pour l'étape de résolution acoustique. Ce cas d'application a été choisi car il correspond à un banc d'essai présent à l'UTC. Les résultats numériques peuvent ainsi être comparés à des résultats expérimentaux pour validation.

Les formulations FEM sont établies à partir de deux analogies différentes, celle de Lighthill (1.12) et celle de Ribner (1.17). Pour l'analogie de Ribner, la méthode employée correspond donc à celle dont les résultats sont présentés dans [24]. L'objectif de ce chapitre est d'étudier les résultats obtenus via ces deux formulations et de comparer leurs avantages et inconvénients.

2.1 Description de la méthode utilisée

Dans le cas présent, le chaînage aéroacoustique est fait de la manière suivante :

1. L'écoulement et les grandes échelles de turbulence sont simulées dans un calcul LES avec la méthode des volumes finis, ou Finite Volume Method (FVM).

2. Un terme source aérodynamique est calculé à partir des résultats CFD.
3. Ce terme source est interpolé sur le maillage acoustique.
4. Résolution acoustique par FEM de l'analogie choisie.

Les deux calculs numériques successifs s'appuient sur des maillages très différents. Les éléments du maillage CFD, des polyèdres quelconques, doivent être particulièrement fins dans les zones de cisaillement, ou proche des obstacles où les structures turbulentes sont générées et dans leur sillage. De plus, la résolution correcte des couches limites proches des parois nécessite des éléments de très faible épaisseur, classiquement des couches de prismes d'épaisseur croissante. Les éléments du maillage FEM quant à eux doivent appartenir à une certaine typologie (tétraèdre à quatre ou dix nœuds, triangles à trois ou six nœuds, etc). Un maillage acoustique est généralement construit avec un certain nombre d'éléments par longueur d'onde, en fonction du type d'éléments choisis et de l'objectif de précision. La grande différence de taille des éléments CFD et acoustiques peut mener à une distorsion du terme source lors de l'étape d'interpolation, et la qualité des résultats dépend grandement de l'algorithme employé. L'utilisation d'un algorithme conservatif, c'est à dire préservant l'intégrale du champ calculée sur les deux maillages, est nécessaire afin de préserver l'énergie de la source [117]. Dans cette thèse, l'algorithme utilisé pour cette interpolation est *cellVolumeWeight*, implémenté dans OpenFOAM. Cet algorithme fait notamment parti de ceux comparés dans [116], et donne de bons résultats tant que les éléments acoustiques restent plus grand que les éléments CFD (ce qui est toujours le cas dans la zone source). L'importance de cette étape est étudié dans la section 2.3.4, en faisant varier la taille des éléments FEM dans la zone source.

Le terme source à calculer dépend de l'analogie choisie, et de la formulation faible établie. En particulier, les opérations de dérivations peuvent être effectuées en s'appuyant sur le maillage CFD, ou bien lors de la résolution acoustique sur le maillage FEM. Si les dérivations sont faites sur le maillage CFD (plus raffiné que le second maillage, notamment dans la zone source), celles-ci sont approximées via les schémas numériques comme lors de la résolution. Si elles sont faites sur le maillage FEM, les dérivations portent sur les fonctions de forme correspondantes au type d'éléments utilisé.

Dans cette thèse, la plupart des systèmes étudiés sont constitués d'obstacles rigides et de conduits supposés infinis, comme illustré en Fig. 2.1. Dans cette configuration, les conditions limites imposées sur le bord du domaine de calcul sont soit une condition de vitesse nulle $\partial_n p = 0$ sur les parois du conduit (Γ^w) et l'obstacle (Γ^o), soit une condition de rayonnement sur les sections d'entrée et de sortie (Γ^e et Γ^s). Cette dernière, de type Dirichlet to Neumann (DtN), s'écrit :

$$\partial_n p = T(p), \quad (2.1)$$

avec T un opérateur faisant intervenir l'expression des modes normalisés du conduit. Plus de détails sur cette condition sont donnés en annexe A.1.

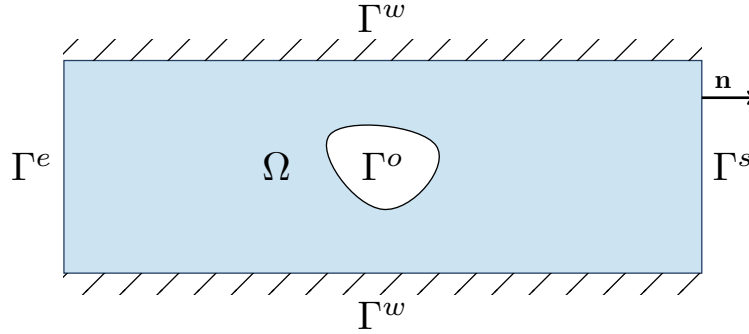


FIGURE 2.1 – Domaine d'étude FEM.

2.1.1 Formulation avec source basée sur le tenseur de Lighthill

Le point de départ est la transformée de Fourier de l'analogie de Lighthill avec le terme source simplifié $T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j$ (1.12), avec $k = \omega/c$:

$$(\Delta + k^2)p = -\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (2.2)$$

Afin de simplifier les notations, on notera désormais p la composante acoustique de la fluctuation de pression, dans le domaine fréquentiel. En pondérant par une fonction test ϕ , intégrant sur le domaine de calcul et en intégrant par parties, on peut obtenir la formulation faible suivante :

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega} \nabla \phi \nabla p \, d\Omega + k^2 \int_{\Omega} \phi p \, d\Omega + \int_{\Gamma} \phi \partial_n p \, d\Gamma = \\ \int_{\Omega} \nabla \phi \cdot \nabla T_{ij} \, d\Omega - \int_{\Gamma} \phi \nabla \cdot T_{ij} \cdot n \, d\Gamma. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Comme indiqué sur la Fig. 2.1 le domaine Ω est délimité par un bord contenant les parois du conduit, l'obstacle ainsi que des sections d'entrée et de sortie du conduit : $\Gamma = \Gamma^w \cup \Gamma^o \cup \Gamma^e \cup \Gamma^s$. Avec la méthode des éléments finis, les intégrales sont discrétisées sur un maillage, et sur un élément l'inconnue est remplacée par une approximation polynomiale $p(\mathbf{x}) = \sum_j N_j(\mathbf{x})p_j$, avec p_j la valeur de p au nœud j et N_j la fonction de forme associée. L'intégrale surfacique du terme source peut être négligée : l'intégrande est nulle sur les parois rigides et les sections de sorties sont supposées suffisamment éloignées de la zone source pour que la source y soit négligeable (ne pas remplir cette condition remettrait en cause la qualité du calcul

de source ainsi que la validité de la condition limite employée). Avec les conditions limites, la première intégrale surfacique se résume à

$$\int_{\Gamma} \phi \partial_n p \, d\Gamma = \int_{\Gamma^e \cup \Gamma^s} \phi T(p) \, d\Gamma. \quad (2.4)$$

Après discrétisation, le système matriciel obtenu peut s'écrire de la manière suivante :

$$(\mathbf{K} - k^2 \mathbf{M} + \mathbf{T}) \mathbf{p} = \mathbf{f}, \quad (2.5)$$

où \mathbf{K} et \mathbf{M} sont les matrices FEM classiques de raideur et masse, et \mathbf{T} correspond à la condition limite (l'expression de cette dernière est détaillée dans l'annexe A). Avec cette formulation, le terme source à calculer en amont de la résolution acoustique est donc le tenseur de Lighthill T_{ij} . À chaque pas de temps, cette grandeur est calculée à partir du champ de vitesse sur le maillage CFD, puis interpolée sur les nœuds du maillage FEM. Comme il s'agit d'un tenseur symétrique, il est nécessaire d'enregistrer six composantes par élément. Aucune dérivation n'est faite sur le maillage CFD, toutes les dérivées sont portées par les fonctions de forme FEM.

2.1.2 Formulation avec source basée sur la pression incompressible

La seconde formulation étudiée ici est basée sur l'analogie de Ribner (1.17) : la pression est décomposée en $p = p_0 + p_c$, où p_0 est la pression incompressible, solution des équations (1.4) et (1.5). L'erreur commise avec cette approximation est p_c , contenant la fluctuation acoustique. q représente le membre de droite de l'équation de Lighthill (2.2) :

$$\begin{cases} (\Delta + k^2)p = q, \\ \Delta p_0 = q. \end{cases} \quad (2.6)$$

Deux équations peuvent en être déduites, avec comme inconnue la pression corrective ou bien la pression statique :

$$(\Delta + k^2)p_c = -k^2 p_0, \quad (2.7)$$

$$\Leftrightarrow (\Delta + k^2)p = \Delta p_0. \quad (2.8)$$

Pression incompressible

En partant de l'équation (2.7), l'inconnue est la pression corrective p_c et le terme source $k^2 p_0$. La formulation faible associée est la suivante :

$$-\int_{\Omega} \nabla \phi \cdot \nabla p_c \, d\Omega + k^2 \int_{\Omega} \phi p_c \, d\Omega + \int_{\Gamma} \phi \partial_n p_c \, d\Gamma = -k^2 \int_{\Omega} \phi p_0 \, d\Omega. \quad (2.9)$$

Là encore, la condition DtN est appliquée aux entrées et sorties du conduit. Avec la décomposition de Ribner,

$$\partial_n p_c = T(p_c) + T(p_0) - \partial_n p_0. \quad (2.10)$$

Après discrétisation des intégrales, le système peut d'écrire de la manière suivante :

$$(-\mathbf{K} + k^2 \mathbf{M} + \mathbf{T}) \mathbf{p}_c = -(k^2 \mathbf{M} + \mathbf{T}) \mathbf{p}_0 + \mathbf{M}_s \partial_n \mathbf{p}_0. \quad (2.11)$$

Là encore, la section de sortie est supposée suffisamment éloignée de la zone source pour que p_0 y soit nulle. En pratique, on négligera donc les termes correspondants et le membre de droite se réduit à $-k^2 \mathbf{M} \mathbf{p}_0$. Cette formulation présente plusieurs avantages :

- (i) Le terme source ne requiert pas de calcul de dérivées.
- (ii) La grandeur devant être exportée de la CFD et interpolée sur le maillage FEM est directement une des inconnues de la simulation fluide. Aucun post-traitement intermédiaire n'est nécessaire.
- (iii) La pression incompressible est une grandeur scalaire, il ne faut donc enregistrer qu'une seule variable par nœud. Comparée à la formulation précédente impliquant le tenseur de Lighthill, l'espace de stockage nécessaire est donc divisé par six.

Laplacien de la pression incompressible

En partant de l'équation (2.8), l'inconnue est cette fois la pression statique, et le terme source le laplacien de la pression incompressible. Après la résolution FEM, il faut donc retrancher le vecteur source \mathbf{p}_0 au vecteur solution \mathbf{p} afin d'obtenir la pression acoustique. La formulation faible devient :

$$-\int_{\Omega} \nabla \phi \nabla p \, d\Omega + k^2 \int_{\Omega} \phi p \, d\Omega + \int_{\Gamma} \phi \partial_n p \, d\Gamma = -\int_{\Omega} \nabla \phi \nabla p_0 \, d\Omega + \int_{\Gamma} \phi \partial_n p_0 \, d\Gamma. \quad (2.12)$$

Sous forme matricielle, on a :

$$(-\mathbf{K} + k^2 \mathbf{M} + \mathbf{T}) \mathbf{p} = -\mathbf{K} \mathbf{p}_0 + \mathbf{M}_s \partial_n \mathbf{p}_0. \quad (2.13)$$

Le terme source est donc construit à partir de la même quantité que pour (2.11). La différence entre ces deux formulations réside dans la présence de dérivées spatiales, portées par les fonctions de forme FEM. Cependant, malgré cette différence, ces deux dernières formulations sont équivalentes numériquement. En effet, on peut retrouver (2.11) en utilisant la décomposition $p = p_0 + p_c$ dans (2.13) :

$$\begin{aligned} (-\mathbf{K} + k^2\mathbf{M} + \mathbf{T})(\mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_c) &= -\mathbf{K}\mathbf{p}_0 + \mathbf{M}_s\partial_n\mathbf{p}_0, \\ \Leftrightarrow (-\mathbf{K} + k^2\mathbf{M} + \mathbf{T})\mathbf{p}_c &= (\mathbf{K} - k^2\mathbf{M} - \mathbf{T})\mathbf{p}_0 - \mathbf{K}\mathbf{p}_0 + \mathbf{M}_s\partial_n\mathbf{p}_0, \\ \Leftrightarrow (-\mathbf{K} + k^2\mathbf{M} + \mathbf{T})\mathbf{p}_c &= (-k^2\mathbf{M} - \mathbf{T})\mathbf{p}_0 + \mathbf{M}_s\partial_n\mathbf{p}_0. \end{aligned}$$

En pratique, on retrouve bien les mêmes résultats en résolvant (2.11) ou bien (2.13), et seuls les résultats obtenus avec (2.11) sont présentés ici.

2.2 Application : simple diaphragme

Pour comparer formulations (2.5) et (2.11), le cas d'application choisi correspond à un banc d'essai à l'UTC pour lequel des résultats numériques et expérimentaux existent [93, 122, 123, 94, 6]. Il s'agit de l'écoulement dans un conduit obstrué par un diaphragme, comme montré en Fig. 2.2. La section du conduit un rectangle de dimension 20 cm par 10 cm. L'ouverture du diaphragme, elle aussi rectangulaire, est de 10 cm par 5 cm.

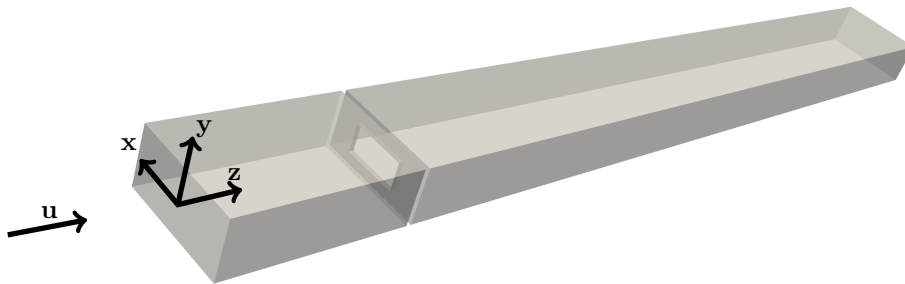


FIGURE 2.2 – Géométrie du système numérique.

Les résultats expérimentaux utilisés comme élément de comparaison ici sont issus des travaux présentés dans [6]. Le banc d'essai permet de mettre en œuvre la méthode 2N-Ports, proposée par Lavrentjev et Åbom [60] et mis en œuvre à l'UTC par Trabelsi [122]. Cette méthode permet de mesurer le bruit produit par une source en conduit au-delà de la première fréquence de coupure du conduit. Elle s'appuie sur une caractérisation de la matrice de diffusion S du système étudié pour isoler

le bruit produit par le système lui-même des autres sources de bruit. Les notations sont indiquées sur la Fig. 2.3 : en amont (noté 1) et en aval (2) du système étudié, p^+ désigne l'amplitude de l'onde se déplaçant dans le sens de l'écoulement, p^- celle de l'onde se déplaçant en sens inverse. Les ondes créées dans le système et rayonnées en amont et en aval sont notées p_s^+ et p_s^- respectivement.

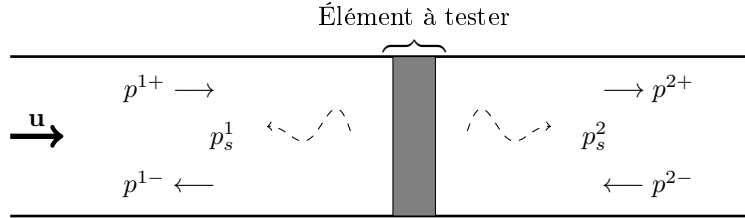


FIGURE 2.3 – Ondes acoustiques en conduit.

En ne tenant compte que du mode plan, la relation entre ces composantes s'écrit

$$\begin{pmatrix} p^{1-} \\ p^{2+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S^{11} & S^{12} \\ S^{21} & S^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p^{1+} \\ p^{2-} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_s^1 \\ p_s^2 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

La matrice S est tout d'abord identifiée en mesurant la réponse acoustique à plusieurs excitations externes. Dans un second temps, à partir d'une mesure sans excitation externe, l'équation (2.14) est utilisée pour identifier p_s^+ et p_s^- (au-delà de la première fréquence de coupure, un système similaire de taille $2N \times 2N$ peut être construit afin de déterminer les amplitudes modales de N modes propagatifs). Cette procédure et le montage expérimental sont décrits plus en détails dans l'annexe C.

2.2.1 Paramètres pour le calcul de source

Pour l'estimation du terme source, le calcul aérodynamique a été fait avec le solveur *pimpleFoam* du logiciel OpenFOAM. Après initialisation par un calcul RANS ($k - \omega$ SST), un calcul LES (WALE) a été effectué sur des maillages structurés. Les schémas utilisés sont d'ordre 2 en espace (*linear*) et en temps (*backward*). Deux maillages différents ont été utilisés, leurs paramètres sont rassemblés dans le Tableau 2.1 et des détails en sont montrés sur la Fig. 2.4. Le pas de temps a été fixé à $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$. Sur les maillages C1 et C2, ce pas de temps mène à un nombre de Courant maximal de 6 et 8 respectivement. Puisqu'il s'agit de maillages structurés, le raffinement est effectué de manière globale. En effet, un raffinement local s'accompagnerait d'une dégradation de la qualité des éléments éloignés de cette zone. Le champ proche de l'obstacle (Fig. 2.6 par exemple) permet de constater que autour de la première arête de l'obstacle, à l'emplacement où les structures turbulentes sont générées, l'écoulement ne correspond pas à une couche limite turbulente pour

laquelle l'usage de couches de prismes est adaptée. Les maillages utilisés sont donc dépourvus de couches prismatiques.

Une pression relative nulle est imposée comme condition limite sur la section de sortie, et la vitesse sur la section d'entrée est fixée à 7 m/s. Cette valeur mène à un débit légèrement supérieur à celui de la configuration 5 dans [6] : si le débit dans la simulation est de 604.8 kg/h celui relevé expérimentalement est de 600 kg/h. Avec le diamètre hydraulique du conduit $D_h = 0.1333$, le nombre de Reynolds est de l'ordre de 6.10^4 . Dans le jet, le nombre de Mach maximal est autour de 0.16.

Pour toutes les courbes présentées ici, les signaux temporels sont découpés en échantillons de 0.025 s, échantillonnés à la fréquence $F_s = 1.10^{-4}$ s. La zone source s'étendant sur une longueur d'environ 70 cm, avec le débit choisi la durée nécessaire au renouvellement du fluide dans cette zone correspond à environ 0.1 seconde. Avec un recouvrement de 50 %, sept échantillons sont donc nécessaires afin de couvrir cette durée.

Les calculs ont été effectués sur les calculateurs Cedar et Niagara, tous deux faisant parti des ressources de Compute Canada. À titre d'exemple, en utilisant 200 cœurs de calcul sur Niagara, la simulation sur le maillage C1 prend environ 12 h pour obtenir 7 échantillons, soit un signal de 0.1 sec. L'espace de stockage requis pour mener à bien ce calcul est lui aussi conséquent : avec le maillage le plus relâché (F1), l'espace occupé par la pression incompressible et le tenseur de Lighthill sont respectivement d'environ 8 Go et 48 Go. Avec le maillage acoustique le plus fin (F3), l'espace nécessaire s'approcherait de 400 Go.

	C1	C2
nb d'éléments	7M	14M
Courant Number max	6.3	8.5
nombre d'éléments sur l'épaisseur de l'obstacle	10	15

Tableau 2.1 – Paramètres des maillages CFD.

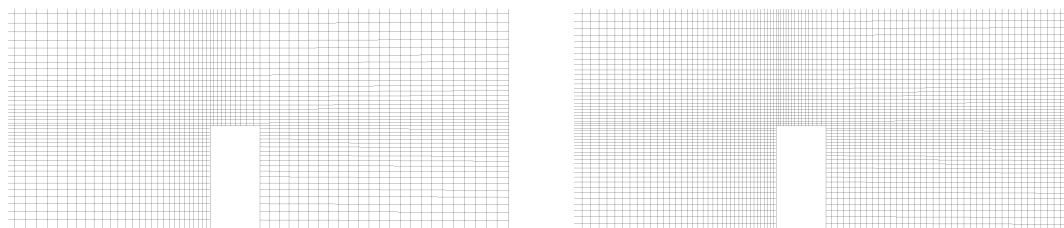


FIGURE 2.4 – Coupes en $x = 0$ des maillages C1 (à gauche) et C2 (à droite), en gros plan sur l'extrémité du diaphragme.

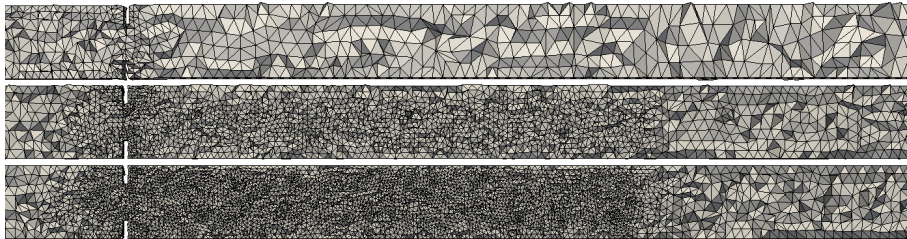
	F1	F2	F3
nb dofs	22k	64k	160k
nb elts/ λ	4	6	9

Tableau 2.2 – Paramètres des maillages acoustiques.

2.2.2 Paramètres pour la résolution acoustique

Une fois les sources aérodynamiques calculées (respectivement T_{ij} et p_0 ici), il est nécessaire de les interpoler sur le maillage utilisé lors de la résolution acoustique. Ces maillages ne doivent donc pas être construits uniquement avec le critère classique du nombre d'éléments par longueur d'onde : une interpolation du terme source sur un maillage trop relâché risque de modifier le terme source.

Trois différents maillages ont été utilisés ici, composés d'éléments volumiques T10 et surfaciques T6 (tétraèdres et triangles quadratiques [21]). Tous comportent au moins 4 éléments par longueur d'onde à 3.5 kHz, et la taille des éléments a été réduite dans la zone source. Ce raffinement local n'a donc pas pour objectif d'améliorer la qualité de la propagation des ondes mais de mieux représenter le terme source (la totalité de la zone source est incluse dans cette région plus raffinée). Les paramètres de ces maillages sont rassemblés dans le Tableau 2.2, et des coupes en $\mathbf{x} = 0$ d'une portion de ces maillages centrées sur la zone raffinée sont données sur la Fig. 2.5. La condition limite imposée aux sorties du conduit est de type, comme évoqué plus haut.

FIGURE 2.5 – Coupes en $x = 0$ des maillages pour la résolution acoustique. De haut en bas : F1, F2 et F3.

2.3 Comparaison des formulations

2.3.1 Résultats aérodynamiques

Des coupes des champs de vitesse et de pression dans la zone source sont présentées sur la Fig. 2.6. Il s'agit des champs instantanés sur le maillage CFD, avant transformée de Fourier. Le tenseur de Lighthill est illustré sur la Fig. 2.7. Cette

figure montre également l'effet de l'étape d'interpolation : ce terme source est présenté tout d'abord sur le maillage CFD C1, puis sur les trois maillages FEM, de haut en bas du plus fin au plus relâché. La coupe du haut correspond donc au champ calculé après chaque pas de temps de la résolution CFD, avant son interpolation. Les coupes en-dessous correspondent au résultat de l'interpolation sur les maillages acoustiques.

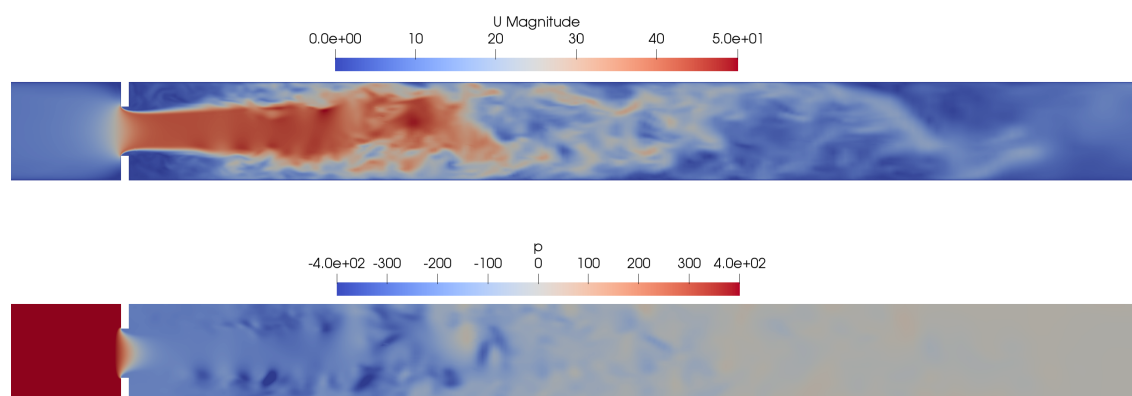


FIGURE 2.6 – Champs de vitesse et de pression instantanées.

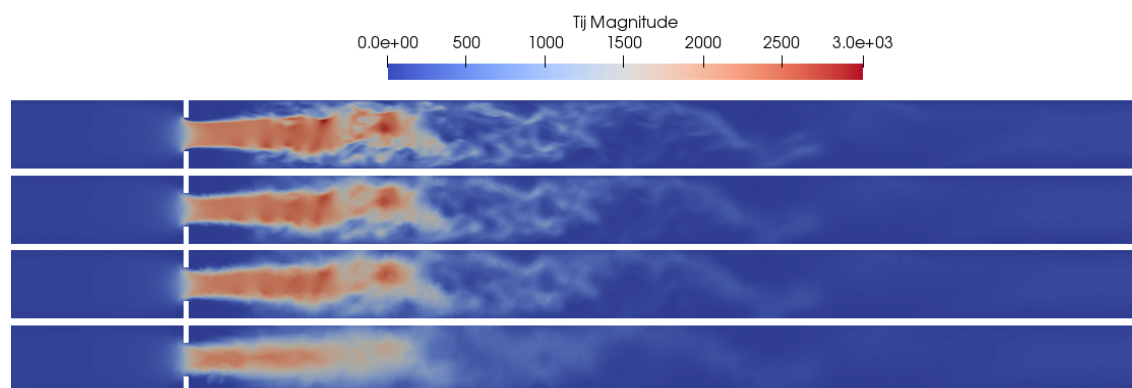


FIGURE 2.7 – Tenseur de Lighthill sur le maillage CFD C1 et les trois maillages FEM.

La perte de charge due à l'obstacle est estimée à partir de la différence de pression entre les sections d'entrée et de sortie, en retranchant les pertes de charges régulières dues au conduit : la condition limite en sortie du conduit est une pression relative nulle, et sur la section d'entrée la pression relevée est de 680 Pa. Avec un diamètre hydraulique de 0.1333 et un coefficient de perte de charge $\Lambda = 0.02$, l'équation de Darcy-Weisbach donne une perte de charge régulière de 9 Pa [45]. La perte de charge singulière due à l'obstacle est donc de 671 Pa. Cette valeur numérique est cohérente comparée à la valeur expérimentale de 651 Pa, mesurée pour la configuration cor-

respondante dans [6] (la différence entre les valeurs expérimentales et numériques peut notamment être expliquée par la différence de débit).

2.3.2 Résultats acoustique

Le coût numérique du calcul de rayonnement est négligeable devant celui du calcul de source : sur le maillage F1, le temps nécessaire à la résolution est de l'ordre d'une seconde par fréquence. De plus, le code utilisé pour cette étape est un code prototype dont les performances sont loin de celles attendues d'un code industriel.

L'opérateur DtN utilisé comme condition limite est réutilisé afin de calculer la puissance acoustique rayonnée en amont ou en aval au niveau des sections de sortie : la puissance peut s'exprimer comme

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \Re \left\{ \int_{\Gamma} p v_n^* d\Gamma \right\}, \quad (2.15)$$

Dans un conduit rigide, la vitesse acoustique normale est nulle sur les parois, seules les surfaces d'entrée Γ^e et de sortie Γ^s sont prises en compte. La vitesse normale s'écrit

$$v_n = \frac{\partial_n p}{i \rho_0 \omega}, \quad (2.16)$$

et on peut réécrire la puissance de la manière suivante :

$$\mathcal{P}_{e/s} = \frac{1}{2} \Re \left\{ \frac{i}{\rho_0 \omega} \int_{\Gamma^e/\Gamma^s} p T(p^*) d\Gamma \right\}. \quad (2.17)$$

La puissance rayonnée en aval avec les deux formulations sont présentées sur la Fig. 2.8. Ces courbes ont été obtenues avec les maillages C1 pour le calcul de source et F1 pour le rayonnement acoustique. Les résultats acoustiques ont été moyennés en utilisant 7 échantillons. La courbe rouge a été obtenue en résolvant l'équation (2.5), la bleue en résolvant l'équation (2.11) (les lignes grises verticales en arrière plan indiquent les fréquences de coupure du conduit). On constate qu'avec ces maillages l'analogie de Ribner donne de bien meilleurs résultats : la tendance et le niveau de la courbe bleue suit bien celle de la courbe expérimentale sur la bande de fréquences étudiée, avec toutefois un écart de quelques dB aux plus hautes fréquences. En revanche, les résultats obtenus avec l'analogie de Lighthill sont jusqu'à 15 dB au dessus du résultat attendu et leur tendance n'est pas correcte.

La Fig. 2.9 montre une vue en coupe des termes source et résultats pour chacune des deux analogies. De haut en bas, cette figure montre la norme du tenseur de Lighthill, la pression acoustique calculée avec l'analogie correspondante, la pression incompressible et le résultat donné par l'analogie de Ribner. Tous les résultats sont

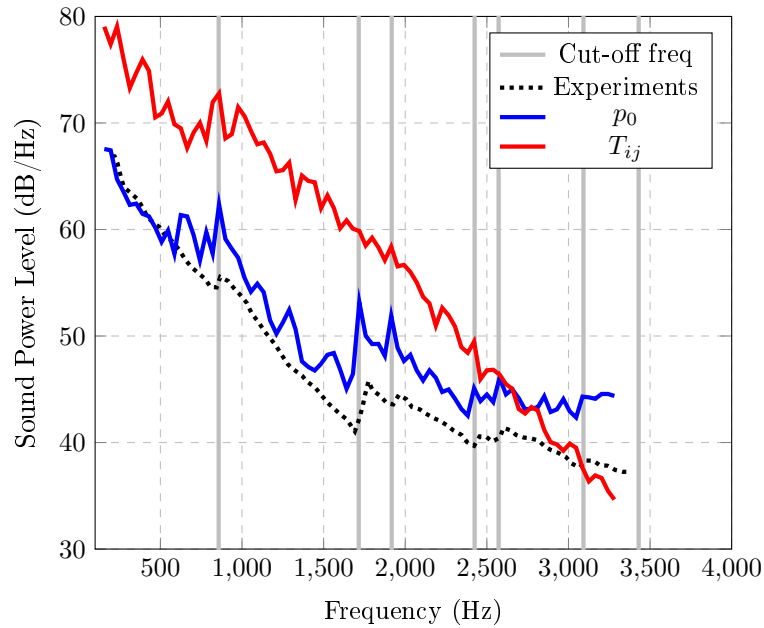


FIGURE 2.8 – Comparaison des formulations.

montrés en partie réelle et à la même fréquence de 1 kHz.

Dans le cas de l'analogie de Lighthill, la pression statique correspond directement au résultat du calcul FEM. Avec l'analogie de Ribner en revanche, selon la décomposition (1.15) cette pression correspond à la somme du terme source et du résultat du calcul FEM. Comme constaté sur le spectre sur la Fig. 2.8, l'amplitude des ondes acoustiques calculée à partir du tenseur de Lighthill est plus grande que celle calculée avec l'analogie de Ribner. Dans les deux cas, la zone source à cette fréquence s'étend sur la même distance.

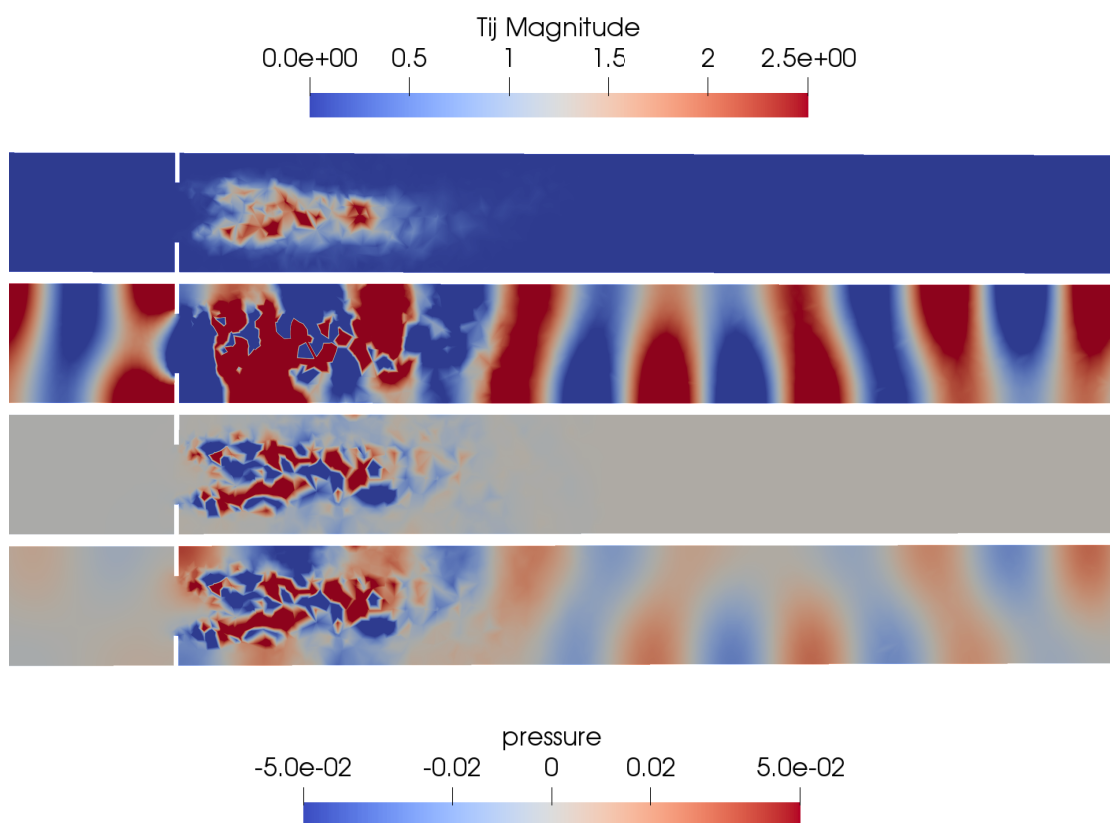


FIGURE 2.9 – De haut en bas, à 1406 Hz : tenseur de Lighthill, pression statique calculée avec l'analogie de Lighthill, pression incompressible et pression statique calculée avec l'analogie de Ribner.

2.3.4 Raffinement du maillage acoustique

Si l'écart entre les résultats de la formulation (2.5) et les résultats expérimentaux ne peuvent s'expliquer par un terme source incorrect, le problème peut résider dans résolution acoustique.

Comme mentionné plus haut, à l'issue du calcul CFD le terme source calculé est interpolé de manière conservative sur le maillage acoustique. Si le maillage acoustique n'est pas suffisamment fin, bien que l'énergie soit conservée le terme source risque d'être substantiellement modifié. Afin d'observer l'effet de cette étape, les termes sources calculés sur le maillage C1 sont interpolés sur les trois maillages acoustiques F1 F2 et F3. Le premier est maillé uniformément, les deux autres sont raffinés localement, avec respectivement 6 et 9 éléments par longueur d'onde à 3.5 kHz dans la zone source. Les résultats obtenus sont présentés sur la Fig. 2.11, les courbes les plus épaisses correspondent aux maillages acoustiques les plus raffinés.

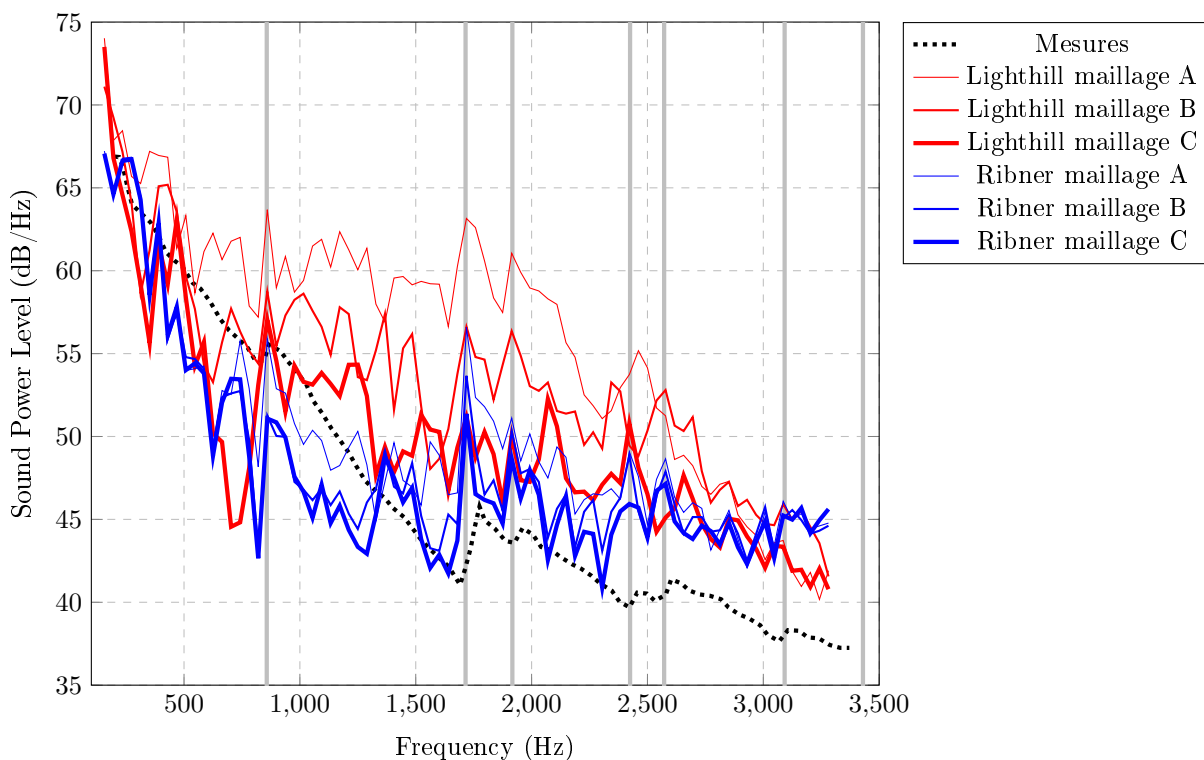


FIGURE 2.11 – Sensibilité au maillage FEM.

Dans le cas de l'analogie de Ribner, on observe peu d'écarts entre les trois courbes. On en déduit que raffiner le maillage acoustique n'a qu'un faible impact sur la puissance acoustique calculée. L'étape d'interpolation ne perturbe pas la source de manière significative et la règle d'usage de construction de maillage acoustique (au moins 4 éléments quadratiques par longueur d'onde) est suffisant. En revanche, les résultats issus de l'analogie de Lighthill sont grandement améliorés lorsque le maillage acoustique est plus fin dans la zone source.

Ainsi, l'étape intermédiaire d'interpolation n'a pas le même effet sur les deux formulations : il est fondamental d'utiliser un maillage suffisamment fin pour représenter correctement la source lorsque l'on utilise l'analogie de Lighthill. Ceci implique l'utilisation d'un maillage conséquent pour la résolution acoustique (sur la Fig. 2.11 on ne peut pas conclure sur la convergence avec des tailles de mailles allant jusqu'à $\lambda/9$). En revanche, l'analogie de Ribner y est beaucoup moins sensible et la source est suffisamment bien représentée lorsque le critère acoustique est respecté.

La Fig. 2.12 montre les termes sources et champs de pression à 1406 Hz obtenus sur le maillage F3 pour les deux formulations.

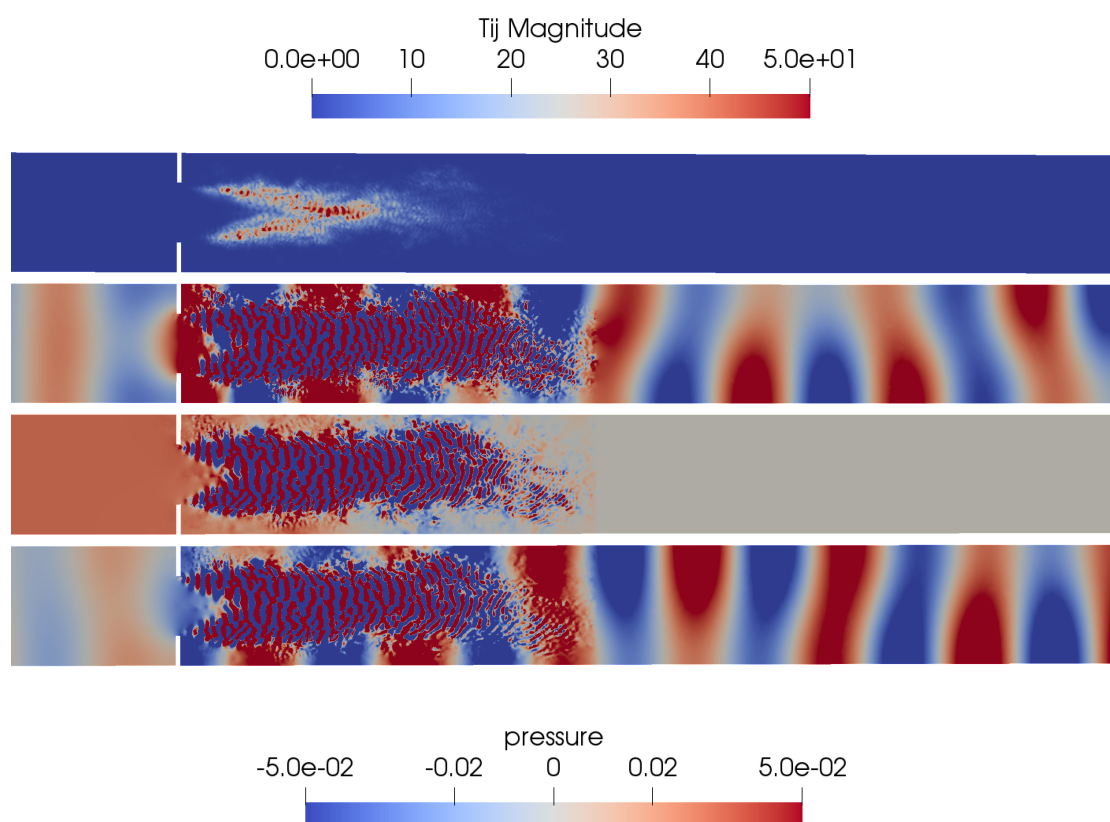


FIGURE 2.12 – De haut en bas, à 1406 Hz : tenseur de Lighthill, pression statique calculée avec l'analogie de Lighthill, pression incompressible et pression statique calculée avec l'analogie de Ribner.

2.4 Conclusions

Dans ce chapitre, on a comparé les résultats obtenus en résolvant par éléments finis deux analogies différentes. La première formulation fait intervenir le tenseur de Lighthill comme terme source et la seconde la pression incompressible (il est à noter que contrairement à la pression incompressible, le tenseur de Lighthill n'est

pas une grandeur calculée par le solveur et doit faire l'objet d'un post-traitement supplémentaire à chaque pas de temps).

S'il est possible d'obtenir des résultats cohérents avec ces deux formulations, elles ne se comportent pas de la même manière. En particulier, elle n'ont pas la même sensibilité au maillage acoustique : l'utilisation d'un maillage trop relâché avec l'analogie de Lighthill ne permet pas de représenter fidèlement le terme source et le niveau acoustique est surestimé, et raffiner fortement le maillage acoustique tend à mitiger ce problème. Cependant, l'analogie de Ribner donne des résultats consistants quel que soit le maillage FEM utilisé. Une autre différence réside dans l'espace de stockage nécessaire entre les calculs de source et de rayonnement : avec l'analogie de Lighthill le terme source est un tenseur symétrique alors qu'avec celle de Ribner il s'agit d'un scalaire. L'analogie de Ribner permet donc une économie substantielle d'espace mémoire : à maillage égal, la taille des résultats intermédiaires est six fois moindre que pour l'analogie de Lighthill.

L'objectif de cette thèse est de mettre en place une démarche similaire applicable au bruit large bande de ventilateur. Ceci implique une plus grande complexité du calcul : les obstacles sont en rotation ainsi que la plupart des sources de bruit. Avec l'approche utilisée jusqu'ici, la prise en compte d'obstacles et sources mobiles n'est pas envisageable. En effet, seules des méthodes s'appuyant sur des résolutions temporelles sont disponibles dans la littérature et les équations utilisées jusque là sont dans l'espace des fréquences. La démarche présentée dans ce chapitre n'est donc pas directement applicable aux ventilateurs.

Méthode hybride poreuse pour des obstacles mobiles

Le système étudié jusqu'à présent ne comporte que des obstacles fixes, et les méthodes présentées dans le chapitre 2 ne peuvent pas être directement étendues à l'étude d'obstacles mobiles. Pour étudier des systèmes tournants, plusieurs approches sont disponibles dans la littérature. La première approche est de s'appuyer sur une résolution temporelle : c'est le cas de la méthode détaillée dans [49] par exemple. Le domaine est partitionné en une zone tournante cylindrique incluse dans une zone fixe. À chaque pas de temps, le maillage de la zone mobile est tourné physiquement, et à l'interface entre les deux régions un opérateur de couplage est calculé. De plus, dans la zone tournante le formalisme ALE permet de prendre en compte l'effet de la vitesse relative du fluide due à la rotation. Lorsque l'on souhaite conserver une résolution fréquentielle, une seconde approche, présentée dans [13], consiste à tronquer du domaine de calcul une portion contenant les obstacles tournants (voir Fig. 3.1). Une formulation dite "poreuse" est établie dans un domaine fixe mais tronqué. Ces méthodes poreuses ne tiennent pas compte à proprement parler du mouvement de rotation des obstacles et des sources, mais se contentent d'un domaine de calcul les excluant. Enfin, il est également possible de déterminer une expression analytique fréquentielle du terme source modélisant des sources tournantes. Dans [105] par exemple, une distribution circulaire continue de dipôles déphasés permet de représenter une source compacte en rotation. Ainsi, aucune méthode basée sur une résolution fréquentielle valable pour toutes les fréquences et tenant compte de la rotation d'une portion du domaine de façon générale n'est disponible dans la littérature.

L'usage de solveurs fréquentiel est généralement préféré en acoustique pour de multiples raisons, comme la facilité de modélisation de matériaux poreux, la pos-

sibilité d'effectuer plus aisément certains couplages multiphysiques ou l'existence de solveurs adaptés. De plus la plupart des logiciels commerciaux, dont VAOne, contiennent des solveurs fréquentiels. L'objectif de ce chapitre est d'étendre la formulation de Ribner au cas des obstacles mobiles en établissant une formulation poreuse. Seule cette formulation a été conservée au vu de la différence de qualité des résultats et de facilité d'usage constatées dans le chapitre précédent.

Pour faciliter notre étude, le cas d'application choisi ne contient pas d'obstacles mobiles, mais des sources de bruit bien localisées. Ces sources sont tronquées et entourées par des surfaces fictives. Comme ce chapitre porte sur l'effet de la troncature de source via des formulations poreuses, une éventuelle rotation du contenu de la zone tronquée n'est de toute façon pas prise en compte. Ce choix d'obstacles fixes pour illustrer la méthode présente plusieurs avantages :

- (i) Le calcul de source est simplifié. L'absence d'obstacles mobile réduit la complexité du calcul CFD, réduit son coût numérique et permet d'obtenir un terme source de meilleure qualité.
- (ii) Une solution de référence peut être obtenue en résolvant les formulations classiques sans troncature de domaine, comme dans le chapitre précédent. Cet élément de comparaison permet de conclure sur l'effet de cette troncature.

Évidemment, bien qu'elles ne soient illustrées que dans le cas d'obstacles fixes, les formulations présentées ici sont applicables à un système tournant.

3.1 Formulation "poreuse"

Dans [13], Caro *et al.* introduisent la notion de formulation poreuses : le bruit aérodynamique produit par un ventilateur radial est simulé par une méthode hybride fréquentielle. Afin de s'affranchir de la prise en compte de la rotation de l'obstacle, le domaine de calcul acoustique est tronqué par une surface fictive dite "poreuse" (en pointillés sur la Fig. 3.1), entourant le ventilateur . Toutes les parties mobiles sont donc hors du domaine de calcul FEM. Le domaine de calcul Ω est délimité par un bord Γ . Ce bord est constitué de murs rigides, de surfaces sur lesquelles une condition de rayonnement est appliquée, ainsi que de la surface fictive. À partir de l'analogie de Lighthill exprimée en densité acoustique (1.10), les auteurs obtiennent une formulation de la forme suivante [13] :

$$\int_{\Omega} \left(k^2 \rho \phi - \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} d\Omega - \int_{\Gamma} \frac{\partial \Sigma_{ij}}{\partial x_j} n_i \phi d\Gamma. \quad (3.1)$$

Dans le membre de droite, T_{ij} correspond au tenseur de Lightill, et un nouveau

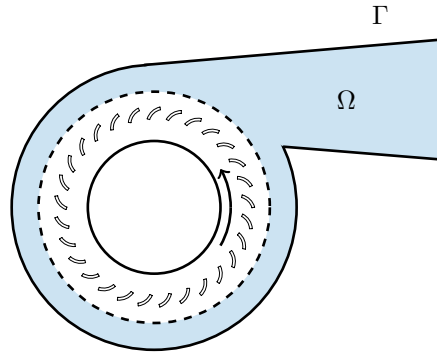


FIGURE 3.1 – Domaine de calcul avec une surface poreuse entourant un ventilateur centrifuge.

terme source surfacique apparaît :

$$n_i \frac{\partial \Sigma_{ij}}{\partial x_j} = n_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \sigma_{ij}). \quad (3.2)$$

Ce nouveau terme source est non nul uniquement sur la surface poreuse. On note en revanche que le traitement du terme $\partial_n \rho$ sur cette même surface n'est pas discuté dans cet article. Ignorer ce terme revient à imposer la condition limite naturelle de paroi rigide. Une autre interprétation est de considérer que les fluctuations de pression acoustique sont négligeables devant les fluctuations de pression hydrodynamique à cet endroit.

3.1.1 Formulation poreuse I - domaine tronqué

Afin d'étendre l'analogie de Ribner aux systèmes tournants, on peut appliquer la même procédure que celle présentée ci-dessus et établir une formulation poreuse : comme représenté en Fig. 3.2, l'obstacle mobile Γ^o est entouré par une surface poreuse fictive Γ^p fixe. Le domaine de calcul acoustique est restreint à Ω' , avec comme frontière interne Γ^p au lieu de Γ^r . Aucune contrainte n'est imposée sur la forme de cette surface poreuse. Dans le cas présent, le domaine étudié reste un conduit : sa frontière externe est constituée de sections d'entrée et sortie Γ^e et Γ^s , et de murs rigides Γ^w .

La formulation faible devient, avec $\int_{\Gamma^w} \partial_n p_c \phi \, d\Gamma = 0$:

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega'} \nabla p_c \cdot \nabla \phi \, d\Omega + k^2 \int_{\Omega'} p_c \phi \, d\Omega + \int_{\Gamma^p} \partial_n p_c \phi \, d\Gamma \\ + \int_{\Gamma^e \cup \Gamma^s} \partial_n p_c \phi \, d\Gamma = k^2 \int_{\Omega'} p_0 \phi \, d\Omega. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Contrairement à la formulation poreuse (3.1), aucun terme source surfacique n'intervient (ce terme apparaît lors de l'intégration par parties du membre de droite

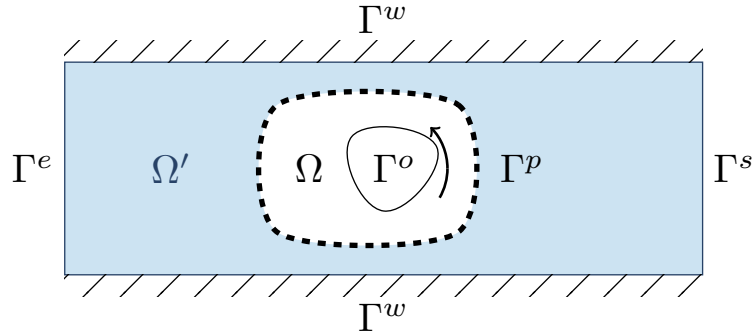


FIGURE 3.2 – Domaine d'étude FEM avec surface poreuse.

dans [13]). Par rapport à la formulation faible classique de cette analogie (2.9), un terme supplémentaire apparaît sur la surface poreuse, $\int_{\Gamma^p} \partial_n p_c \phi \, d\Gamma$. La question de la condition à utiliser pour traiter ce terme se pose donc là encore. Si l'on choisit de négliger ce terme comme dans [13], cela revient à imposer une condition limite de mur rigide à la place de la surface fictive. Le calcul "poreux" s'apparente alors à un calcul identique à celui présenté dans le chapitre 2, dans un domaine Ω' tronqué et délimité uniquement par des parois rigides. On peut donc s'attendre à une altération du résultat en raison de la troncature de la source, ainsi qu'à une modification de la propagation des ondes autour de la zone tronquée puisque la géométrie se trouve modifiée.

3.1.2 Formulation poreuse II - source tronquée

Au lieu de tronquer le domaine pour en ôter les parties mobiles, une autre approche possible est la suivante : la zone contenant les obstacles en mouvement peut être immobilisée et la troncature appliquée uniquement au terme source. Avec une telle approche, l'effet de la rotation de l'obstacle sur la diffraction des ondes est là encore négligée. Cependant, la diffraction des ondes sur un obstacle fixe peut conduire à des résultats moins éloignés de la réalité qu'une modification substantielle de la géométrie. L'effet de la rotation sur la diffraction est discuté plus en détails dans les chapitres 4 et 5.

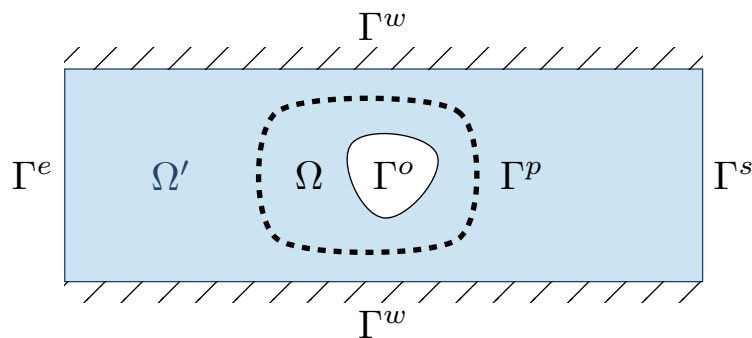


FIGURE 3.3 – Domaine d'étude FEM avec surface poreuse.

Avec cette seconde formulation poreuse, la formulation faible est similaire à (2.9), la seule différence résidant dans la restriction du terme source au domaine tronqué Ω' . Avec $\int_{\Gamma_w} \phi \partial_n p_c \, d\Gamma = \int_{\Gamma_o} \phi \partial_n p_c \, d\Gamma = 0$, on a :

$$-\int_{\Omega} \nabla \phi \nabla p_c \, d\Omega + k^2 \int_{\Omega} \phi p_c \, d\Omega + \int_{\Gamma^e \cup \Gamma^s} \phi \partial_n p_c \, d\Gamma = -k^2 \int_{\Omega'} \phi p_0 \, d\Omega. \quad (3.4)$$

En utilisant cette seconde formulation, on peut là encore s'attendre à une modification du niveau de bruit prédit en raison de la troncature de la source.

3.2 Application : profil aérodynamique en conduit

3.2.1 Description du système

Profil CD en conduit

Comme évoqué précédemment, le cas d'application choisi ne comporte pas d'obstacles mobiles afin de réduire la difficulté du calcul de source : le système étudié est constitué d'un profil aérodynamique inséré dans un conduit rectangulaire similaire à celui décrit dans le chapitre 2. Ce système est illustré sur la Fig. 3.4. Le profil sélectionné, de type *controlled diffusion* (CD), est utilisé dans la conception de nombreuses turbomachines, dont des ventilateurs de refroidissement de moteurs thermiques. Ce profil a déjà été étudié par de nombreux auteurs, tant expérimentalement que numériquement, en espace libre. Des essais ont été effectués pour différents angles d'attaque et vitesses d'écoulement dans la soufflerie de la Michigan State University, ainsi que dans les souffleries anéchoïques de l'École Centrale de Lyon et de l'Université de Sherbrooke [87, 81, 46]. Numériquement, des résultats de simulation sont également présents dans la littérature : des études des fluctuations de pression dans les couches limites et du bruit propre du profil par LES pour différents angles d'attaque sont par exemple disponibles dans [16, 129]. Dans [85], des résultats de simulation de ce profil par DNS en utilisant la LBM sont présentés. Deux configurations sont étudiées : dans la première le profil est placé en espace libre et la deuxième tient compte de la géométrie du montage expérimental. Dans [133] une simulation DNS Navier-Stokes de cette seconde configuration, dans le cœur potentiel du jet de la soufflerie anéchoïque, est réalisée.

Comme dans les références mentionnées, la corde est fixée à 13.56 cm. L'envergure correspond à la largeur du conduit, soit 20 cm. La vitesse d'écoulement en entrée du conduit est là encore identique à celle utilisée par les auteurs cités plus haut, $U_e = 16$ m/s, afin de conserver le même nombre de Reynolds (environ 140 000). Le nombre de Mach maximal étant de l'ordre de 0.08, l'hypothèse d'incompressibilité requise pour l'utilisation de la méthode hybride étudiée ici est valide. Par rapport aux

configurations numériques évoquées ici, le choix de l'angle d'attaque a été modifié. En effet, comme il s'agit ici d'un écoulement en conduit en non pas en espace libre, conserver l'angle d'attaque mènerait à une répartition de pression différente. Le choix de cet angle est discuté dans la section 3.2.1, l'objectif étant d'avoir un écoulement proche de celui décrit dans les études DNS mentionnées (notamment dans les couches limites et la bulle de séparation laminaire).

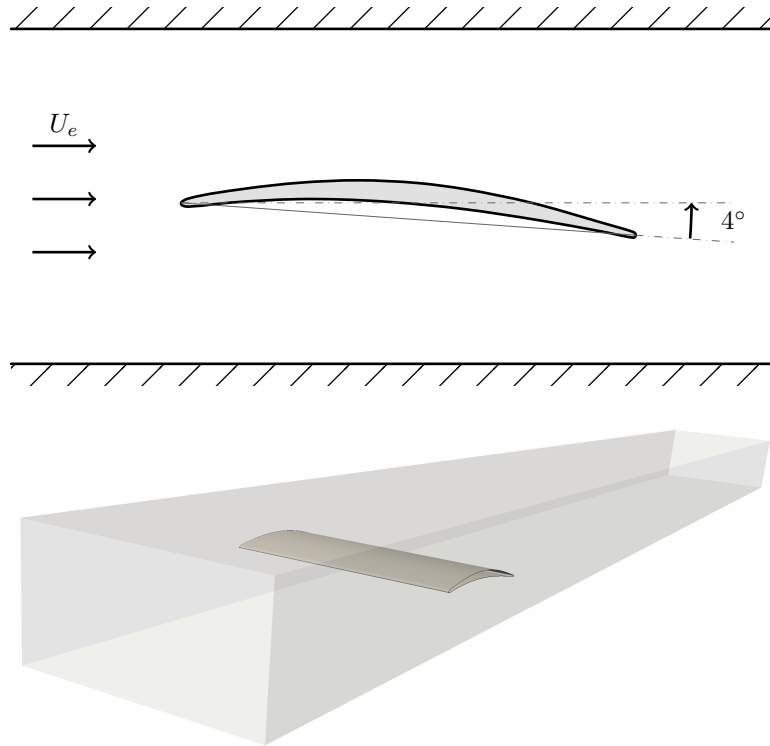


FIGURE 3.4 – Profil CD en conduit.

Le bruit généré par ce système est principalement le bruit propre du profil. Celui-ci, défini par l'interaction du profil avec l'ensemble des structures turbulentes dans ses couches limites et son sillage [9] dans un écoulement uniforme, peut être détaillé en plusieurs composantes. En particulier, dans le cas d'un écoulement subsonique il contient :

- (i) l'interaction des couches limites turbulentes au bord de fuite,
- (ii) le bruit de décrochage,
- (iii) le bruit lié à l'écoulement de jeu,
- (iv) le détachement tourbillonnaire au bord de fuite,
- (v) le bruit lié aux instabilités de la couche limite laminaire.

Dans notre cas, comme l'envergure du profil correspond à la largeur du conduit, il n'y a pas d'écoulement de jeu ni le bruit associé. De plus, l'angle d'attaque est choisi suffisamment faible afin que l'écoulement ne soit pas décollé. Les mécanismes

restants sont donc le bruit de bord de fuite, un éventuel détachement tourbillonnaire ainsi que les instabilités de la couche limite laminaire.

Afin de garantir que seules ces sources de bruit soient présentes ici, des conditions limites de murs glissants sont appliquées sur les parois du conduit. Ceci évite l'existence de couches limites sur ces parois et nous permet de limiter la présence de structures turbulentes autour du profil. Ainsi, la définition de la zone source, et donc de la zone qui sera tronquée dans les formulation poreuses, est plus aisée (lorsque des conditions limites de murs non glissants sont imposées, un décollement de la couche limite supérieure pourrait se produire, ce qui mènerait à la génération de bruit ailleurs que dans la zone ciblée). En outre, ce choix de condition limite permet de limiter la taille des maillages, qui n'incluent de couches prismatiques que sur le profil et non pas sur la totalité du conduit.

Choix de l'angle d'attaque

Dans [133], la distribution de pression sur l'extrados montre un gradient de pression favorable après la bulle de séparation, un gradient de pression nul aux alentours de la moitié de la corde puis un gradient adverse. Afin d'obtenir dans le cas du profil en conduit un écoulement similaire à celui observé en espace libre, des simulations RANS avec le modèle $k - \omega$ *SST* ont été effectuées pour déterminer le coefficient de pression autour du profil pour différents angles d'attaque. Les maillages utilisés sont de type *trimmé*, construits avec environ 3.5 millions de cellules. 8 couches de prismes sont construites autour du profil, avec une épaisseur initiale de 5.10^{-5} m et un taux d'accroissement de 1.3. Le domaine est similaire à celui décrit en Figure 3.8, avec des zones de raffinement réduites de 20 cm à droite par rapport à celles indiquées. Une coupe transversale du maillage proche du bord d'attaque pour un des angles choisi est montrée en Figure 3.5.

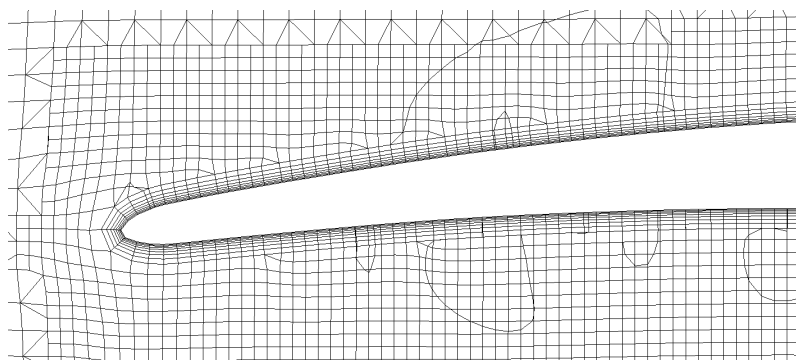


FIGURE 3.5 – Détails du maillage CFD proche du bord d'attaque pour un angle d'attaque de 4° .

La Figure 3.6 montre le coefficient de pression obtenu pour différents angles d'attaque. Sur l'intrados, la différence entre les résultats en conduit et en espace

libre peut s'expliquer par la proximité de la paroi inférieure du conduit. La valeur de 4° conduit à une évolution de la pression autour du profil similaire à celle obtenue en espace libre : cet angle d'attaque a été conservé pour tous les résultats présentés dans la suite de ce chapitre.

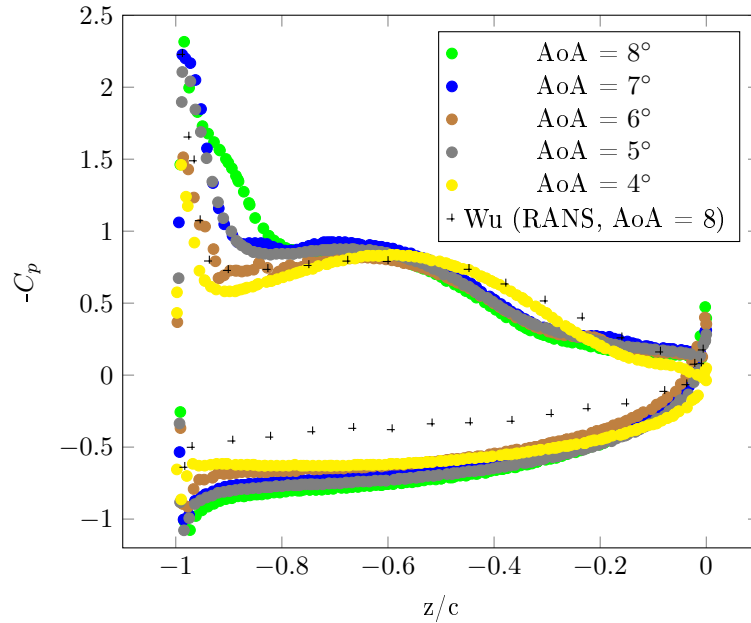


FIGURE 3.6 – Coefficients de pression C_p pour différents angles d'attaque.

3.2.2 Résultats aérodynamiques

Définition des maillages et points de mesure

Des points de mesures sont placés à 5 endroits différents à mi-envergure sur l'extrados, respectivement à 10%, 25%, 50%, 75% et 90% de la corde. La localisation des points de mesure est donnée dans le tableau 3.1 et représentée sur la Fig. 3.7.

micro	1	2	3	4	5
corde	0.1	0.25	0.5	0.75	0.9
x	0	0	0	0	0
y	0.00265413	0.00517985	0.00523177	-0.000310742	-0.00587028
z	-0.0553884	-0.0348056	-0.000416862	0.0327102	0.0530196

Tableau 3.1 – Position des points de mesure.

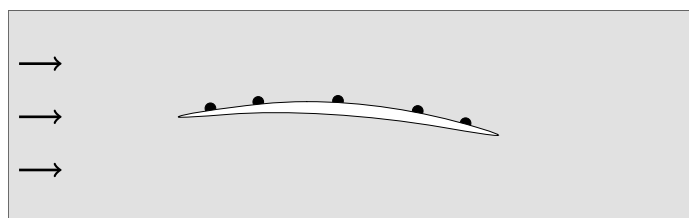


FIGURE 3.7 – Position des points de mesure.

Afin d'évaluer la convergence au maillage, deux différents maillages CFD ont été utilisés. Il s'agit cette fois de maillages *trimmés*. La Figure 3.8 montre la position des zones de raffinement ainsi que des détails proches du bord d'attaque, le cadre rouge y indique l'emplacement de la vue montrée sur la Figure 3.9 (sur cette dernière figure, les lignes courbes noires ne sont qu'une production du logiciel de visualisation lors de la coupe du maillage). Les paramètres de ces maillages sont rassemblés dans le Tableau 3.2.

	M1	M2
nombre total d'éléments	31 M	103 M
y^+	~ 3	~ 2
$\min(\Delta_x)$ ($\cdot 10^{-4}\text{m}$)	3.9063	2.6042
nombre de couches de prismes	10	12
épaisseur de la première couche ($\cdot 10^{-5}\text{m}$)	5	3.3
accroissement de l'épaisseur des prismes	1.2	1.2

Tableau 3.2 – Paramètres des maillages CFD.

Un problème connu associé à ce type de maillages est que le raffinement ne se fait pas de manière progressive mais via des interfaces de raffinement : à ces endroits, la taille de éléments change d'un facteur 2 (une de ces interfaces est visible sur la

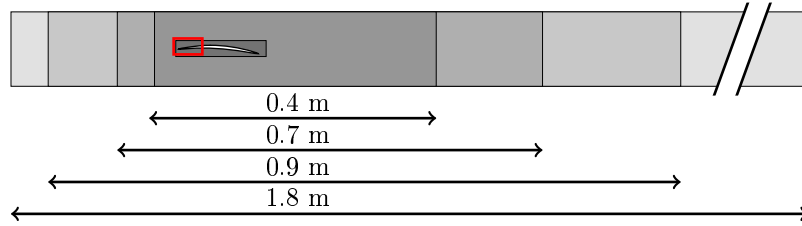


FIGURE 3.8 – Domaine de calcul et zones de raffinement.

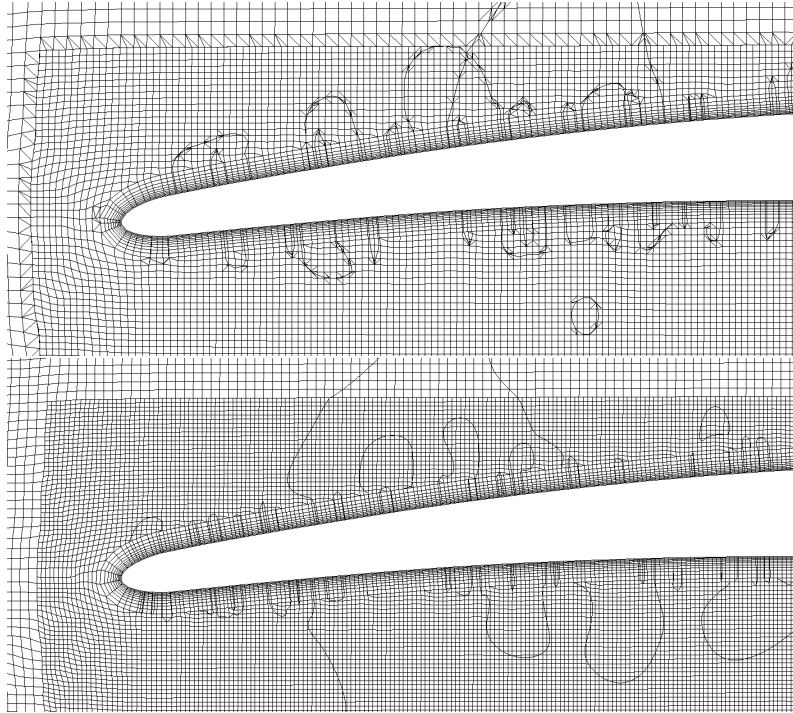


FIGURE 3.9 – Détails des maillages CFD proche du bord d'attaque, M1 (haut) et M2 (bas).

Fig. 3.9). Cette discontinuité de résolution a été identifiée comme étant à l'origine d'un bruit parasite, notamment lorsque des structures turbulentes franchissent une interface. Dans [1] et [80], des résultats de simulations LES du profil CD en espace libre sont présentés, avec des maillages présentant de telles interfaces de raffinement. Le problème est contourné par l'utilisation de schémas numériques décentrés et par la modification du ratio entre les tailles de mailles de part et d'autre de l'interface. Les auteurs constatent la disparition des oscillations non physiques sur ces interfaces, mais également la suppression d'une partie des petites structures turbulentes dans le sillage et une modification de l'évolution de la couche limite. Ce phénomène a notamment été étudié avec OpenFOAM par Dawi et Akkermans : dans [19] le bruit issu du sillage turbulent derrière un rétroviseur est calculé avec une méthode directe afin de mettre en évidence la présence sources parasites.

Dans notre cas, cette distorsion du champ aux interfaces introduirait des sources

de bruit éloignées du profil et donc hors de la zone source identifiée. Pour garantir que les seules sources présentes soient liées au bruit propre du profil, le terme source dans le sillage est progressivement atténué avant la première interface de raffinement franchie par le sillage du profil : le vecteur source FEM est multiplié par une fenêtre d'apodisation spatiale w représentée en Figure 3.10. La pente de cette fenêtre correspond à la partie positive de la fonction de Hann, avec une demi-longueur de 10 cm.

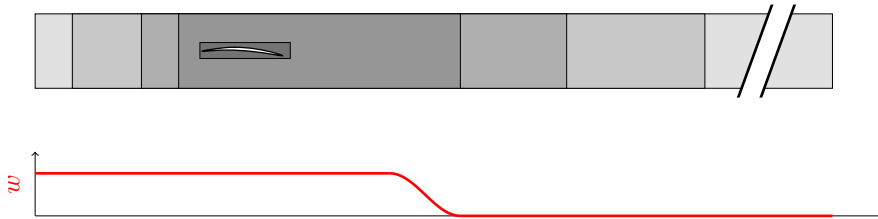


FIGURE 3.10 – Atténuation du terme source avant l'interface de raffinement.

Convergence

La méthode proposée par Mockett *et al.* [70] pour la détection de la durée du transitoire initial a été utilisée. La Figure 3.11 montre en haut l'évolution du coefficient de portance C_z , et en bas l'évolution du produit des erreurs statistiques sur la moyenne μ et l'écart-type σ de C_z lorsque le temps initial considéré t_0 est déplacé. La détection du minimum de ce produit indique la fin de la durée d'établissement de l'écoulement t^* . Ce transitoire initial est ici de $t^* = 0.03525s$, soit environ 4 temps de convection basé sur la corde.

Évolution des couches limites

Les résultats présentés dans cette section ont été obtenus avec le maillage M2. La Figure 3.12 montre les champs de vitesse moyenne et instantanée à mi-envergure. L'évolution des couches limites est proche de celles observées dans [133] et la configuration *lips* de [85] : sur l'intrados, la couche limite reste laminaire et attachée. Sur l'extrados, proche du bord d'attaque, une bulle de séparation laminaire mène à la création de structures tourbillonnaires. La Figure 3.13 illustre ce phénomène avec un champ de vitesse instantanée proche du bord d'attaque ainsi qu'une iso-surface du critère Q : après leur formation et dans la zone de gradient de pression adverse, la taille de ces structures se réduit progressivement. De nouvelles structures turbulentes apparaissent après la moitié de la corde.

Pour chaque point de mesure, la Figure 3.14 montre la vitesse réduite $u^+ = \frac{u}{u_*}$, $u_* = \sqrt{\frac{\tau_{yw}}{\rho}}$, en fonction de la distance au profil $y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$.

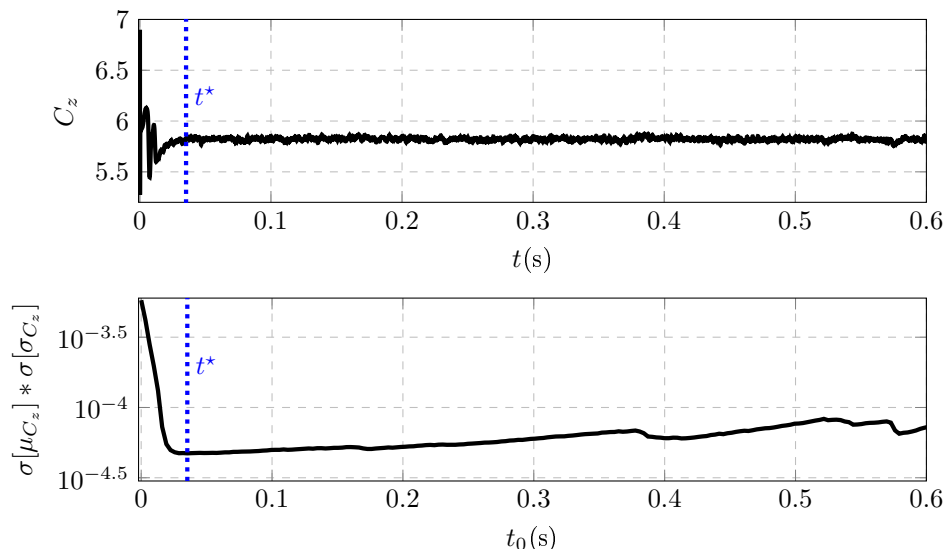


FIGURE 3.11 – Évolution temporelle du coefficient de portance (haut), et variation du produit $\sigma[\mu_{C_z}] * \sigma[\sigma_{C_z}]$ avec la variation de t_0 , illustrant la détection de t^* (bas).

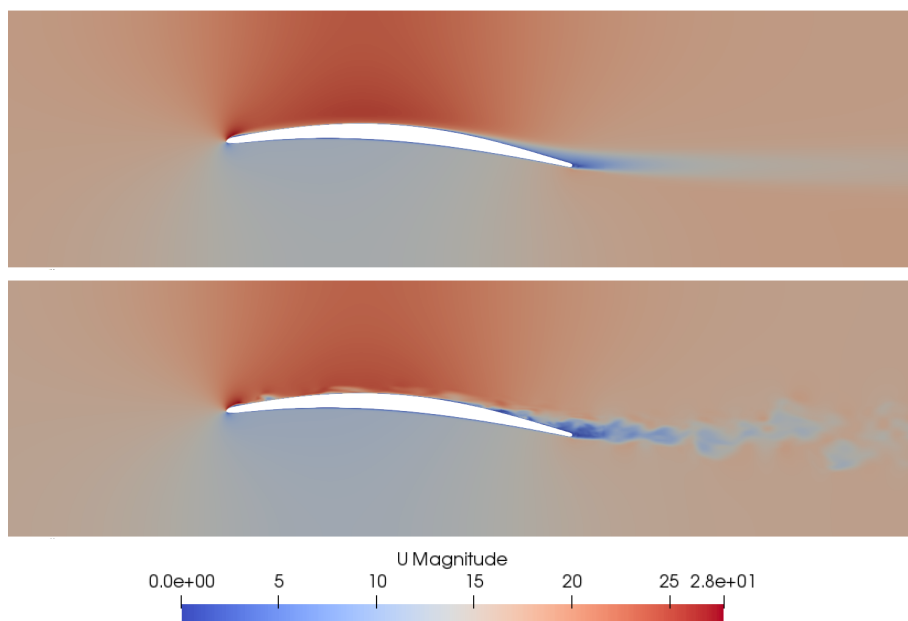


FIGURE 3.12 – Champ de vitesse moyenne (haut) et instantanée à mi-envergure (bas).

À partir de ces profils de vitesse, différentes mesures peuvent être effectuées afin de caractériser la couche limite. Les valeurs de ces paramètres sont rassemblés dans le Tableau 3.3. δ est l'épaisseur de la couche limite, déterminée avec la méthode des moments [130]. δ^* et Θ sont respectivement l'épaisseur de déplacement et l'épaisseur de quantité de mouvement : $\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy$ et $\Theta = \int_0^\infty \frac{u}{U_e} \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy$. U_e est la vitesse de l'écoulement au bord de la couche limite. τ_w est la contrainte de cisaillement en paroi (avec les maillages utilisés, les valeurs de y^+ sont suffisamment

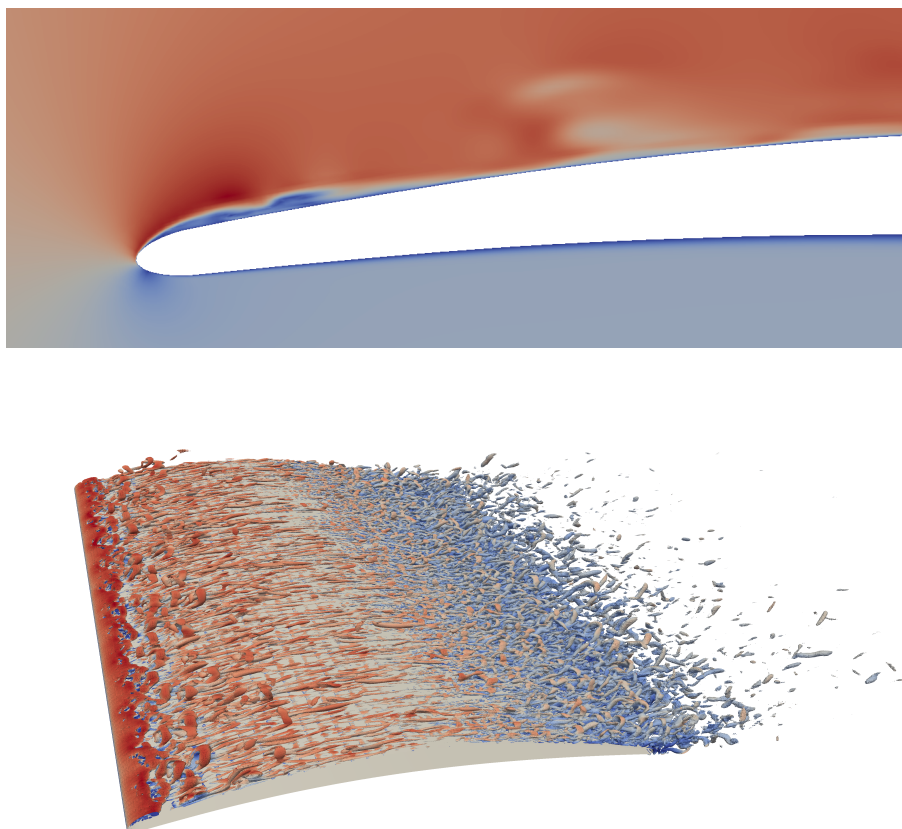


FIGURE 3.13 – Structures turbulentes sur l'extrados : vitesse instantanée proche du bord d'attaque (haut) et isosurface de critère Q coloré selon la vitesse (bas).

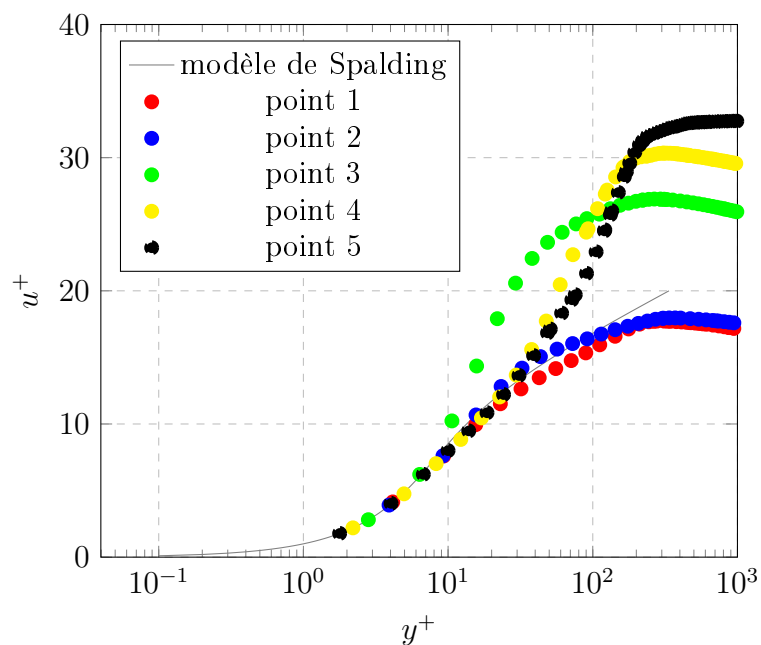


FIGURE 3.14 – Profils de vitesse aux points de mesure.

petites pour que cette contrainte soit calculée à partir de schémas différences finies). $H = \delta^*/\Theta$ donne le facteur de forme. Enfin, dp/dx est le gradient de pression.

Les fluctuations de pression aux différents points de mesure sont montrées en

micro	1	2	3	4	5
U_e	22.3905	23.2506	23.2547	20.3047	17.9411
δ	0.0028331	0.0030629	0.00335695	0.00469677	0.0107759
δ^*	0.000452762	0.000359709	0.000464432	0.00114928	0.0020286
Θ	0.000289594	0.000226849	0.000244482	0.00057315	0.00106777
τ_w	1.31076	1.44621	0.887331	0.517665	0.374305
H	1.56344	1.58568	1.89966	2.0052	1.89986
dp/dx	-579.367	-1325.11	709.678	2204.8	2109.4

Tableau 3.3 – Paramètres de couche limite aux points de mesure.

Fig. 3.15. Conformément à ce qui a été observé précédemment, on constate que les amplitudes de fluctuations sont plus importantes au niveau de la bulle de décollement laminaire (point 1) et dans la zone de gradient de pression adverse (points 4 et 5).

Le résultat donné par le modèle empirique de Rozenberg, calculé avec les paramètres mesurés au point 5, est également représenté sur la Fig. 3.15. Ce point de mesure, proche du bord de fuite se situe dans une zone de fort gradient de pression adverse et où la couche limite est turbulente. Ce modèle donne une valeur maximale proche de celle obtenue numériquement. Cependant, les pentes théoriques et numériques ne correspondent pas. Ceci peut-être dû à l'utilisation d'un maillage trop grossier ou au choix des schémas numériques (avec OpenFOAM, le schéma temporel est implicite, et l'usage d'un maillage trimmé implique l'utilisation de schémas spatiaux décentrés).

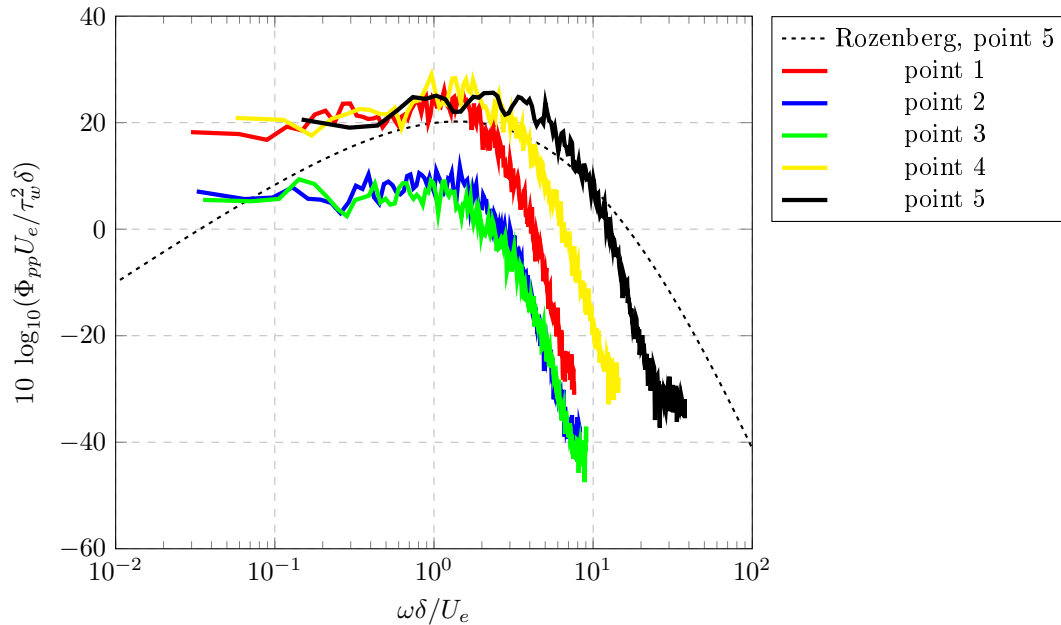
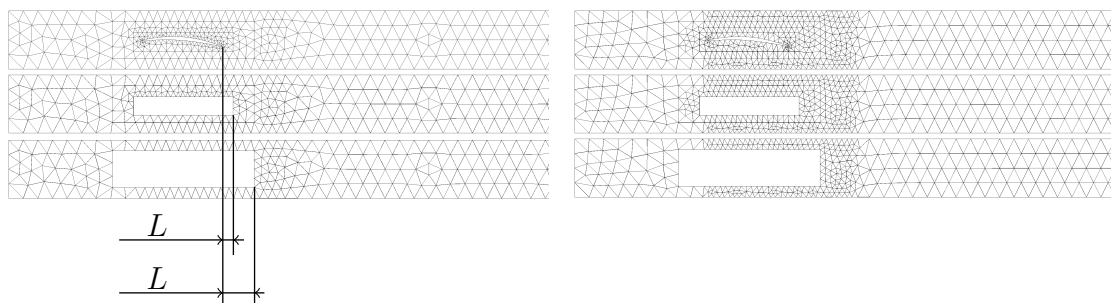


FIGURE 3.15 – Fluctuations de pression pariétale aux points de mesure.

3.2.3 Résultats acoustiques

Domaines de propagation acoustique et surfaces poreuses

Les modèles CFD présentés dans la section précédente permettent de calculer un terme source aérodynamique. Cette source est interpolée sur deux maillages acoustiques différents, A1 et A2. Des vues de ces maillages sont présentées respectivement sur les Fig. 3.16(a) et 3.16(b), en haut. Loin de la zone source, ces maillages comportent quatre éléments quadratiques par longueur d'onde. Dans la zone source, ces maillages sont légèrement raffinés, et comptent respectivement 6 et 9 éléments par longueur d'onde. Comme illustré sur la Fig. 3.16, ces maillages sont construits de telle sorte qu'il est possible d'en tronquer une partie plus ou moins importante dans la zone source. Trois configurations sont possibles pour chaque maillage : la première (en haut) correspond au cas sans troncature du domaine Ω . La seconde (au milieu) Ω' , correspond à la troncature d'une petite zone parallélépipédique entourant le profil. Dans la troisième (en bas), notée Ω'' , une zone de plus grande taille est retirée du domaine. Afin d'observer l'effet de la troncature du domaine ou de la source, les configurations complètes, A1 et A2, donnent un résultat de référence. Pour les configurations tronquées, la distance L entre le bord de fuite du profil et le bord de la surface poreuse correspond respectivement à 15% et 40% de la corde.



(a) Configurations A1, A1' et A1''.

(b) Configurations A2, A2' et A2''.

FIGURE 3.16 – Maillages acoustiques et leurs différentes configurations : maillage relâché A1 (a) et maillage raffiné A2 (b).

Formulation I, en domaine tronqué

Avec la source calculée sur le maillage M1, la Fig. 3.17 montre les résultats acoustiques calculés avec le maillage A1 dans les trois configurations. La courbe noire correspond à la configuration non tronquée A1, qui donne donc le résultat de référence. Les courbes bleue et rouge correspondent respectivement aux configurations tronquées A1' et A1''.

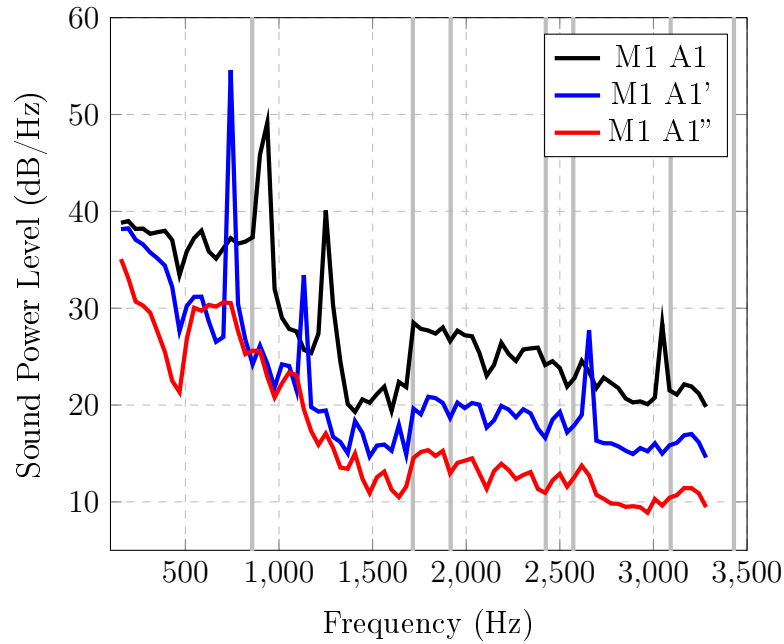


FIGURE 3.17 – Formulations poreuses "domaine tronqué", configurations A1, A1' et A1''.

On constate tout d'abord que l'utilisation d'un domaine tronqué mène à une sous-estimation du niveau sonore sur toute la bande de fréquence observée. Cette baisse du niveau peut être attribuée à la troncature de la source puisqu'une partie non négligeable du sillage et des couches limites sont exclues du domaine (voir les termes sources en Fig. 3.18). De plus, au-delà de 1700 Hz, on note que la courbe rouge obtenue avec la configuration A1'' est plus de 5 dB en dessous de la courbe associée à la configuration A1'. Ainsi, conformément à ce qui était attendu, tronquer une portion plus grande de la zone source mène à une plus grande sous-estimation du niveau. On peut également remarquer que les pics présents dans la configuration A1 à 937 Hz et 1250 Hz n'apparaissent pas dans les configurations tronquées. Des pics d'amplitude différentes apparaissent à 742 Hz et 1132 Hz dans la configurations A1'. Une observation du champ de pression à ces fréquences peut aider à déterminer la provenance de ces pics : la Fig. 3.18 montre le terme source et le champ acoustique correspondant pour ces premiers pics, à gauche pour la configuration A1, et à droite la configuration A1'. On constate que ces pics correspondent à des résonances acoustiques autour des obstacles. La troncature du domaine s'apparentant à une modification de la géométrie, la fréquence d'apparition de ces résonances s'en trouve également modifiée. Le même raisonnement permet d'expliquer les pics présents à 3 kHz dans la configuration A1 et à 2.6 kHz Hz dans la configuration A1'.

Ainsi, l'utilisation de la formulation (3.3) présente deux inconvénients majeurs : (i) l'amplitude des ondes acoustiques est sous-estimée, et (ii) la modification de la géométrie de l'obstacle peut se traduire par l'existence de résonances à des fréquences

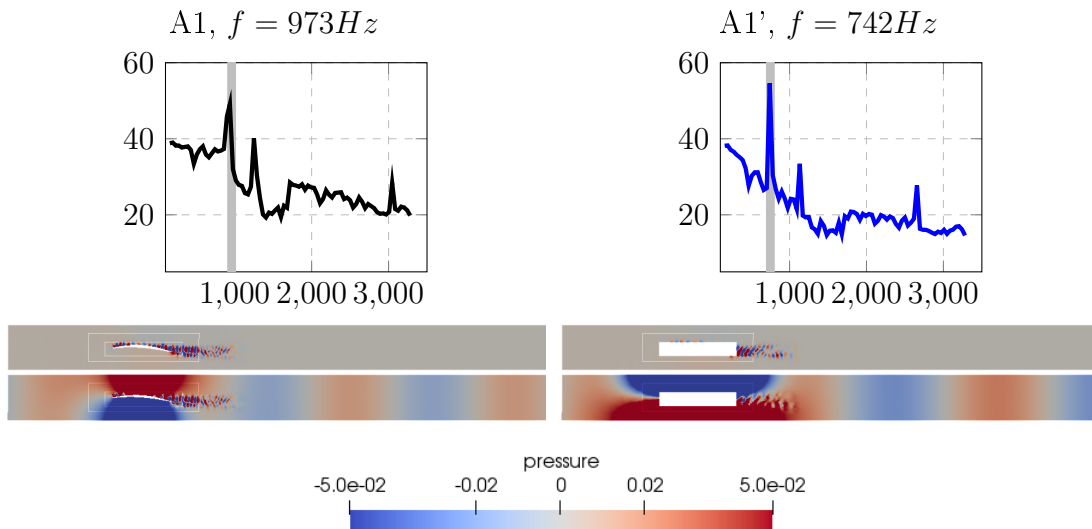


FIGURE 3.18 – Coupes à mi-envergure des champs de pression incompressible (haut) et statique (bas) pour les configurations A1 (gauche) et A1' (droite) aux fréquences associées aux premiers pics.

non attendues.

La Fig. 3.19 montre ces mêmes résultats obtenus avec les différents maillages CFD M1 et M2 (a) et avec les différents maillages FEM A1 et A2 (b). La variation du maillage source, Fig. 3.19(a), met en évidence qu'un raffinement du maillage modifie fortement le niveau acoustique au-delà de 1700 Hz. L'écart entre ces résultats suppose que les maillages utilisés ne sont pas assez fins pour conclure sur la convergence. Ainsi, le terme source utilisé ici est peut-être loin de la réalité. Cependant, l'objectif étant de constater l'effet de la troncature du terme source, l'utilisation d'une source sans réalité physique ne nuit pas aux conclusions tirées ici. En-dessous de 1700 Hz en revanche, le résultat ne semble que très peu modifié. Ceci peut être expliqué par le fait qu'en-dessous de 1715 Hz, seuls des modes symétriques selon le plan $y = 0$ sont propagatifs. On peut donc s'attendre à ce que ces modes soient faiblement excités par le dipôle de portance instationnaire du profil.

En revanche, la variation du maillage acoustique, Fig. 3.19(b), ne conduit à aucune différence et les courbes se superposent sur toute la bande de fréquence pour chaque configuration. On peut en déduire que le maillage acoustique utilisé est suffisamment raffiné pour représenter correctement le terme source, et l'étape d'interpolation conservative est réalisée convenablement. Cette conclusion rejoint celle établie dans le chapitre 2 sur le nombre d'éléments par longueur d'onde nécessaires pour représenter fidèlement le terme source avec l'analogie de Ribner.

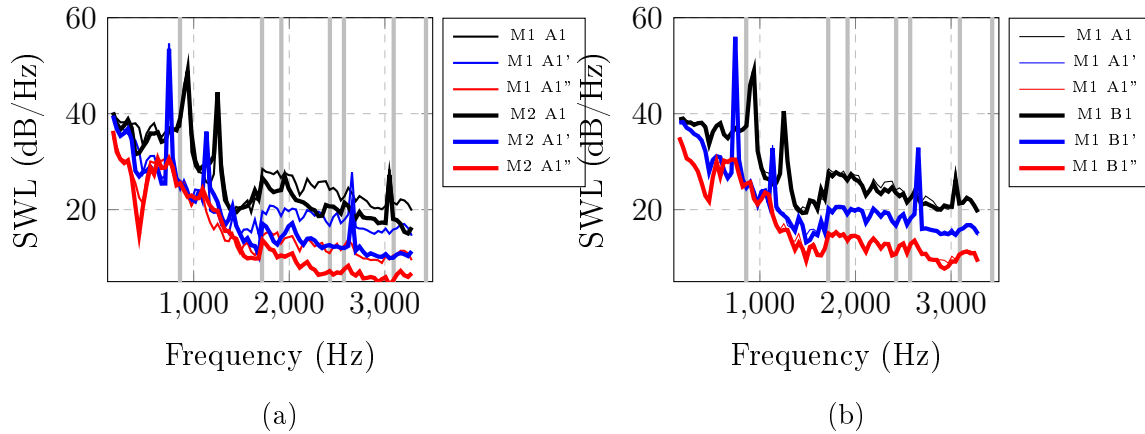


FIGURE 3.19 – Formulation poreuse "domaine tronqué", sensibilité aux maillages CFD (a) et acoustique (b).

Formulation II, source tronquée

Sur la Figure 3.20, on compare cette fois les résultats obtenus avec la formulation (3.4) : dans tous les cas, la propagation acoustique se fait dans le domaine complet avec les mêmes maillages A1 et A2 que précédemment. Dans les configurations A1' A2', A1'' et A2'', seul le terme source est restreint aux domaines tronqués correspondants.

Là encore, conformément à ce qui était attendu, supprimer une partie du terme source donne lieu à une baisse du niveau de puissance calculé. Cependant, la baisse d'amplitude est légèrement moins importante que dans le cas des formulations en domaine tronqué. Quant aux pics émergeant du bruit de fond, ils apparaissent cette fois aux bonnes fréquences quelle que soit la configuration.

La Fig. 3.22 montre ces mêmes résultats obtenus avec les deux maillages CFD M1 et M2 (a) et avec les deux maillages FEM A1 et A2 (b). Dans les deux cas, les observations restent les mêmes que pour les formulations en domaine tronqué : les maillages CFD ne permettent pas d'observer une convergence après 1700 Hz. Les maillages acoustiques sont quant à eux suffisamment fins pour que l'étape d'interpolation soit effectuée correctement et aucune variation n'apparaît lorsqu'un maillage acoustique plus fin est utilisé.

3.3 Conclusions

Le concept de formulation poreuse proposé par Caro *et al.* [13] et appliqué initialement à l'analogie de Lighthill a été étendu à l'analogie de Ribner dans ce chapitre. Dans la formulation originale, la dérivée normale de la pression sur la surface poreuse est négligée, ce qui peut être interprété comme l'imposition d'une condition limite de mur rigide autour de l'obstacle. Cette redéfinition de la géométrie modifie la pro-

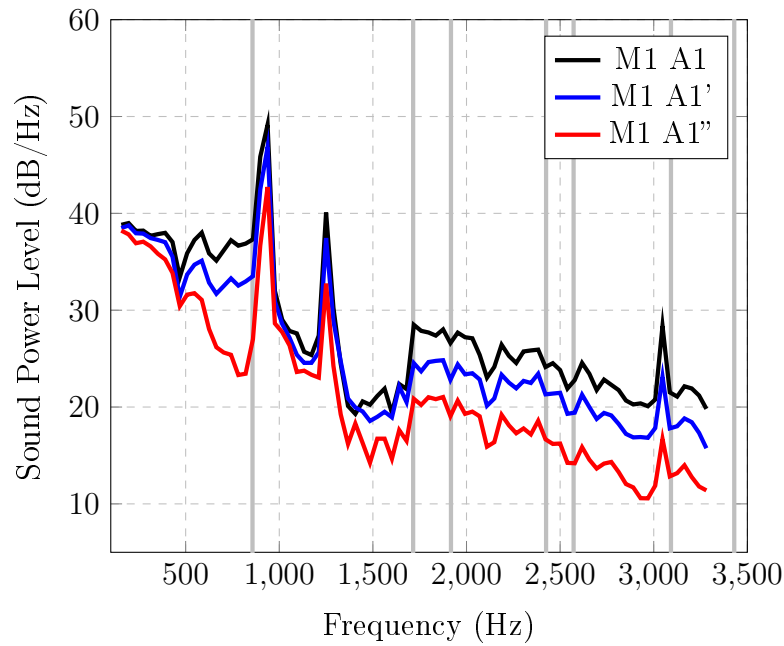


FIGURE 3.20 – Formulations poreuses "source tronquée", configurations A1, A1' et A1''.

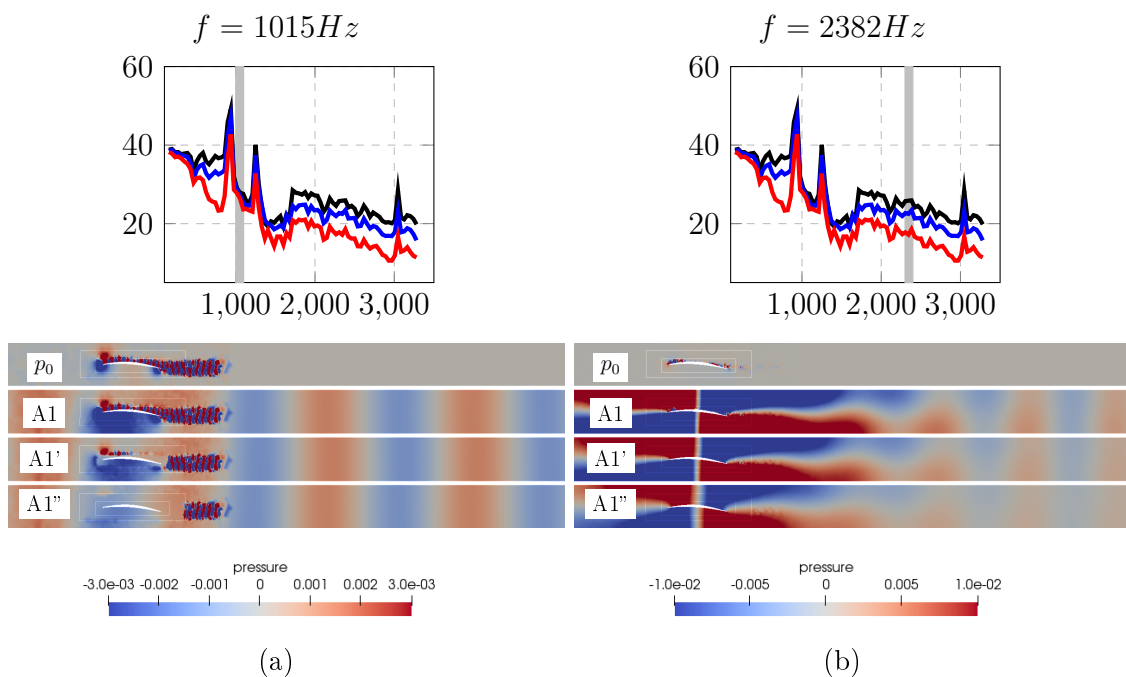


FIGURE 3.21 – De haut en bas, coupes à mi-envergure des champs de pression incompressible et statique pour les configurations A1, A1' et A1'', à 1015 Hz (a), et 2382 Hz (b).

pagation des ondes autour de l'obstacle et des résonances acoustiques sans réalité physique peuvent survenir. C'est notamment le cas pour le profil aérodynamique en conduit étudié ici. De plus, contrairement à la formulation originale, l'établissement de la formulation faible ne fait pas apparaître de terme source surfacique supplémen-

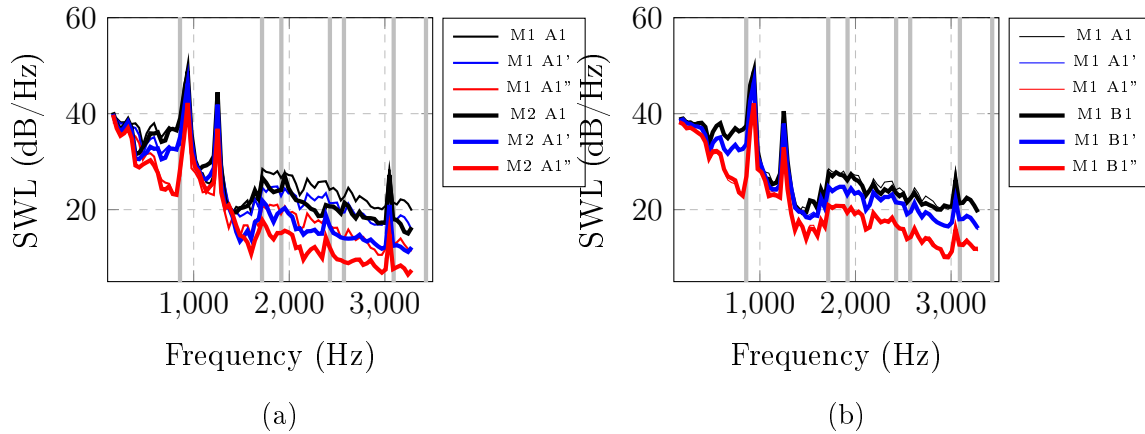


FIGURE 3.22 – Formulations poreuses "source tronquée", sensibilité aux maillages source (a) et acoustique (b).

taire sur la surface poreuse. Cette formulation "poreuse" (I) s'apparente donc à la formulation classique telle qu'étudiée dans le chapitre 2 dans un domaine partiellement tronqué. Une seconde formulation (II) consistant à immobiliser l'obstacle pour utiliser le domaine complet lors du calcul acoustique a été proposée. Dans celle-ci, seul le terme source est tronqué. Si cette seconde formulation pallie le problème des réflexions non physiques, deux faiblesses persistent : (i) les formulations I et II mènent toutes deux à une sous-estimation du niveau de puissance rayonné par le système étudié en raison de la troncature de la source, et (ii) l'effet de la rotation de l'obstacle sur la diffraction des ondes est négligé.

Ces formulations ont été appliquées au cas d'un profil aérodynamique fixe en conduit, qui a pour avantage, outre sa simplicité, d'avoir des sources de bruit similaires à celles présentes dans le cas d'un ventilateur. L'application de ces formulations à un modèle de ventilateur requerrait plusieurs ajustements :

- Lors du calcul du terme source, la simulation CFD doit évidemment tenir compte de la rotation de l'obstacle, avec une technique de mobilité de maillage telle que les *sliding mesh interfaces* par exemple, en isolant le ventilateur dans une zone tournante. La définition de cette interface entre zones tournantes et fixes dépend de la géométrie du ventilateur et de son environnement et est souvent choisie cylindrique.
- Dans le calcul acoustique, la surface poreuse entourant le ventilateur peut être choisie identique à celle utilisée en CFD.
- Puisque tronquer une plus grande portion du domaine mène à une plus grande erreur lors du calcul acoustique, cette zone tournante doit être choisie la plus petite possible. Cependant, dans le cas d'un ventilateur d'ordinateur tel que celui montré sur la Fig. 1.1 ou celui modélisé dans la section 5, les bras supports et le jeu périphérique ne laissent que peu de marge pour la définition de cette

surface. À titre d'exemple, pour le système utilisé dans la suite et illustré en Figure 5.10 et 5.11, la distance l entre le bord de fuite des pales et la base du cylindre correspond à environ 40% de la corde (cet ordre de grandeur correspond à la configuration Ω'' étudiée dans ce chapitre).

- Dans le cas de la formulation II, une position "d'origine" doit être choisie arbitrairement afin de figer l'obstacle.

Ainsi, les approches en formulations poreuses sont applicables dans le cas d'un ventilateur axial à basse vitesse. Néanmoins, elles comportent deux inconvénients majeurs : l'effet de la rotation n'est pas pris en compte et l'amplitude des ondes est sous évaluée. Afin de corriger ces problèmes, l'utilisation d'une autre méthode doit être envisagée. Cette méthode doit pouvoir permettre de considérer la zone tournante dans le domaine de calcul, tant pour la propagation acoustique que pour le terme source.

Résolution acoustique dans un domaine tournant 2D

Il a été montré dans le chapitre précédent que l'on ne peut s'affranchir de prendre en compte la région proche des obstacles tournants. Tronquer le domaine ou la source proche de ceux-ci mène à des erreurs substantielles tant sur la propagation que sur le niveau acoustique. L'objectif de ce chapitre est d'établir une nouvelle formulation palliant les lacunes de la méthode étudiée dans le chapitre précédent. Cette formulation tient compte (i) de la source aérodynamique proche de l'obstacle tournant sans troncature de domaine ou de source, et (ii) de la diffraction des ondes sur un obstacle mobile.

4.1 Avant-propos

Le contenu de ce chapitre a fait l'objet d'une publication, intitulée *A 2D frequency domain finite element formulation for solving the wave equation in the presence of rotating obstacles*, soumise le 02/08/2022 dans le journal *Wave Motion* [20].

Les auteurs de cette publication sont :

- Silouane de Reboul, Université de Technologie de Compiègne, Université de Sherbrooke, ESI-Group,
- Emmanuel Perrey-Debain, Université de Technologie de Compiègne,
- Nicolas Zerbib, ESI-Group,
- Stéphane Moreau, Université de Sherbrooke.

En français, le titre de l'article est *Une formulation éléments finis 2D dans le domaine des fréquences pour la résolution d'une équation d'onde en présence d'obstacles tournants*.

Son contenu peut se résumer ainsi : Une méthode numérique est présentée pour calculer la propagation d'ondes acoustiques en deux dimensions en présence d'obstacles tournants. Elle s'appuie sur une décomposition du domaine en une zone tournante circulaire contenant les obstacles mobiles, incluse dans une zone fixe. La rotation du domaine tournant est prise en compte à l'aide du formalisme ALE. La condition de transmission à l'interface entre les deux régions est accomplie par une condition de couplage fréquentiel qui, après discrétisation FEM, mène à l'écriture d'un système couplant toutes les fréquences. Les performances de cette méthode sont illustrées à travers plusieurs cas tests de complexité croissante.

4.2 Introduction

Accurately computing numerically the noise emerging from rotating objects remains a challenge today despite the number of applications, among which helicopter, boat propellers, VTOL, car engine or battery cooling fans, HVAC, wind turbines, to name but a few.

For the computation of sound originating from such moving surfaces, several recent reviews have provided an exhaustive overview of the possible methods for both open and ducted rotating machines [71, 76, 77]. Even though direct noise predictions are now possible with the Lattice Boltzmann Method [75, 78] especially for low-speed fans, such methods are still computationally intensive and hybrid methods are often preferred. As shown in [75] for instance, they provide a compromise between fully analytical methods that can be used at the design stage [112] and in an optimisation loop [10, 58], and fully compressible direct noise predictions [59, 72, 136]. The most popular approach is then to couple a detailed high-fidelity simulation of the noise sources with an acoustic analogy that computes the far-field acoustic pressure in the whole space in a single integral. At low Mach number, the former is often an incompressible turbulent scaled-resolved simulation but it does not account for the scattering of the solid surfaces. The latter is often the Ffowcs Williams and Hawkings' analogy [131], which relies on the free-field Green's functions. Several solutions have been derived for rotating surfaces, both in time domain [27, 99, 15, 86] and in frequency domain [42]. This acoustic analogy is particularly suited to open rotors in free field. It has been generalized to configurations in infinite circular [34] and annular [95] ducts. Yet, these analytical integral formulations are limited to geometrically simple domains, with at most uniform axial flow. To take into account the scattering of the emitted sound in a more complex propagation region, numerical methods have to be employed.

In the general case of geometry motion, the Time Domain FEM (TD-FEM) may be used with an *Arbitrary Lagrangian Eulerian* (ALE) frame of reference. For instance, Guasch *et al.* [38] set the acoustics equations in an ALE framework before deriving a FEM variational formulation. At each time step, the mesh is deformed according to the motion of the boundaries. The application targeted by the authors is the simulation of the human phonation. In the more specific case of rotating objects, it is possible to use TD-FEM as well [48]. Kaltenbacher *et al.* present a methodology to solve the so-called *Perturbed Convective Wave Equation* in rotating domains. The domain is partitioned into a circular rotating zone enclosing all moving parts, and a fixed one. Again, in the rotating zone the ALE formalism is used. At each time step, the mesh of the rotating zone is moved without deformation by the corresponding angle. A projection operator is then built to express the continuity

at the interface between both zones. This method is usable for the computation of sound produced by rotating machinery, as described for instance in [49]. A similar approach is used by Mincu *et al.* [69]: the Euler equations are solved by taking into account the rotation of a portion of the domain and interpolating the fields on both sides of the interface. This method is used in a two-dimensional (2D) case for validation purposes and in a 3D case to investigate the scattering of acoustic waves impinging a simplified fan in a duct.

Both approaches mentioned above therefore require a time domain resolution. In acoustics the use of frequency domain equations is generally preferred, for multiple reasons. The computational cost may be lower, some boundary conditions are straightforward to implement, the modeling of porous materials is easier, as well as the coupling with other physics, to name but a few. Furthermore, most aero-vibro-acoustics commercial softwares contain frequency domain solvers [135, 54]. Recently, Kucukcoskun and Kierkegaard [54] compared a hybrid solution where incompressible flow results were coupled with a frequency domain acoustic propagation with direct compressible noise results and time-domain hybrid formulations on an axial fan in free-field. Yet, this formulation represents the fan as a ring of compact dipoles, the strength of which is obtained by integrating the transient pressure field over the compact blade segment. To the authors' knowledge, no frequency domain numerical method for acoustics with general non-compact rotating geometries is available in the literature.

The aim of this paper is to propose a new way of computing acoustic wave propagation problems accounting for rotating obstacles using classical frequency domain solvers, without any of the limitations mentioned above. The key point for the analysis is the decomposition of the acoustic velocity potential as a Fourier series

$$\psi^\alpha(\mathbf{x}^\alpha, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \psi_m^\alpha(\mathbf{x}^\alpha) e^{i\omega_m t} \quad (4.1)$$

where index $\alpha = r, f$ refers either to the fixed domain (f) or the rotating domain (r) and \mathbf{x}^α are the spatial coordinates in each domain. The frequency step is chosen in accordance with the period T of the rotating domain, i.e. $\omega_m = m2\pi\Delta f$ with $\Delta f = (CT)^{-1}$ where $C = 1, 2, 3, \dots$ is a positive integer which is used here in order to allow arbitrary frequency refinement. The transmission conditions at the interface between both domains is accomplished via the *Frequency Scattering Boundary Conditions* which combines azimuthal modes and the set of frequencies involved in the truncated Fourier series (4.1). The technique avoids the need to rotate the moving domain, which would be the case if time domain formulations were employed, thus avoiding the use of specific interpolation operators [48]. Furthermore, the mesh compatibility between both regions is not mandatory and both compatible and non compatible

meshes may be used equally.

Note that the decomposition shares common features with the Harmonic Balance Technique, whose foundations have been laid in [43]. This quasi steady state method was designed to model a transient 2D Navier Stokes problem, in which the time resolution is replaced by the coupling of several steady-state instants. This technique combined with a finite element resolution of time-harmonic problems has already been used by Yamada and Bessho [134] in the case of a time-periodic magnetic field incorporating saturation characteristics, and by Gasperini *et al.* [29] for the scattering of a wave on a smoothly oscillating boundary in a one-dimensional case.

The paper is organised as follows: in section 4.3, the wave equation for the acoustic velocity potential in both domains is written in the frequency domain and transmission conditions across the interface are presented. The application of classical FEM discretization gives rise to coupled problems associated with the set of frequencies of the truncated Fourier series. The performance of the method is described in section 4.4: four different test cases are studied and the influence of the method parameters are shown. Finally, in section 4.5 the benefits and drawbacks of this method are discussed.

4.3 Finite element discretization of the wave equations in the frequency domain with the presence of a rotating domain

The region of interest is divided into a circular domain with radius a , Ω^r embedded in the outer domain Ω^f , as shown in Fig. 4.1. The latter is delimited by an exterior boundary Γ^f and separated from Ω^r via the fixed circular interface Γ^{fi} as opposed to the rotating interface Γ^{ri} . In Ω^r , the boundary Γ^r accounts for the presence of rotating rigid obstacles. The spatial coordinates \mathbf{x}^α ($\alpha = r, f$) are associated with each domain. The rotation of the circular domain implies that $\mathbf{x}^r = \mathbf{R}(\Theta)\mathbf{x}^f$ in which \mathbf{R} is a rotation matrix. Here the angle of rotation $\Theta = \Omega t$ is defined with respect to the center of the circular domain O and $\Omega = 2\pi/T$ is the rotational velocity. In order to ease the presentation, the effect of the flow, which would normally be generated from the rotating surfaces, is assumed to be negligible in the wave equation. Thus, in the fixed domain, the velocity potential ψ^f must satisfy

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi^f}{\partial t^2} - \Delta \psi^f = s^f. \quad (4.2)$$

Here, the source term s^f is rather arbitrary although following classical aeroacoustical analogy, it can take the general form written in terms of monopoles, dipoles

and quadrupoles. The wave equation in the rotating domain must include the grid velocity defined in the classical polar coordinate system (r, φ) as $\mathbf{v}_g = \Omega r \mathbf{e}_\varphi$. Following the ALE formalism used in [48], the velocity potential ψ^r must satisfy the wave equation

$$\frac{1}{c^2} \frac{D^2 \psi^r}{Dt^2} - \Delta \psi^r = s^r. \quad (4.3)$$

where

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{v}_g \cdot \nabla \quad (4.4)$$

and s^r is an arbitrary source term. It should be noted that (4.3) has the same form as the convected wave equation although the medium is at rest and the convective terms arise only from the grid rotational velocity. In the present case, the boundary condition at the outer boundary is chosen as to simulate outgoing waves:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \psi^f}{\partial t} - \frac{\partial \psi^f}{\partial n} = 0 \quad (4.5)$$

where, by convention, all normal vectors, i.e. \mathbf{n} , are pointing inward. The boundary condition (4.5) is a fair approximation, except at low frequency but this is not an issue as it is used here for purely illustrative purposes.

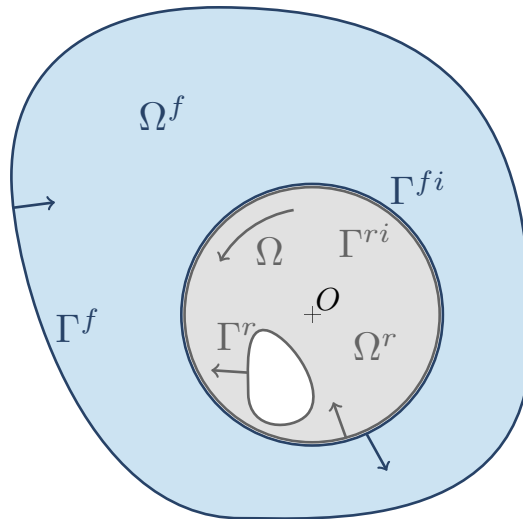


Figure 4.1 – Sketch of the problem.

4.3.1 Finite Element formulation

Applying the Fourier decomposition (4.1) in (4.3) and (4.2) for both the velocity potential and the source allows us to construct the classical weak formulations in

the frequency domain at $\omega = \omega_m$. In the fixed domain Ω^f , this gives

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^f} \nabla \phi \cdot \nabla \psi_m^f d\Omega - k_m^2 \int_{\Omega^f} \phi \psi_m^f d\Omega + i k_m \int_{\Gamma^f} \phi \psi_m^f d\Gamma \\ + \int_{\Gamma^{fi}} \phi \partial_n \psi_m^f d\Gamma = \int_{\Omega^r} \phi s_m^f d\Omega. \end{aligned} \quad (4.6)$$

where ϕ stands for the test function and the low order radiation boundary condition (4.5) which is equivalent to $\partial_n \psi_m^f = i k_m \psi_m^f$ is applied here. In the rotating domain, the weak formulation is a little more complex and (see a similar derivation in [48] in the time-domain)

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^r} \nabla \phi \cdot \nabla \psi_m^r d\Omega - k_m^2 \int_{\Omega^r} \phi \psi_m^r d\Omega - \frac{2i k_m}{c} \int_{\Omega^r} \phi (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \psi_m^r d\Omega \\ - \frac{1}{c^2} \int_{\Omega^r} (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \phi (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \psi_m^r d\Omega + \int_{\Gamma^{ri}} \phi \partial_n \psi_m^r d\Gamma \\ - \frac{1}{c^2} \int_{\Gamma^r} \phi (\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n}) (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \psi_m^r d\Gamma = \int_{\Omega^r} \phi s_m^r d\Omega \end{aligned} \quad (4.7)$$

where the condition $\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n} = 0$ on Γ^{ri} and the rigid-wall boundary condition $\partial_n \psi_m^r = 0$ on Γ^r have been used. Using the explicit expression for the grid velocity, we arrive at the alternative form

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^r} \nabla \phi \cdot \nabla \psi_m^r d\Omega - k_m^2 \int_{\Omega^r} \phi \psi_m^r d\Omega - 2i k_m k_\Omega \int_{\Omega^r} \phi \partial_\varphi \psi_m^r d\Omega \\ - k_\Omega^2 \int_{\Omega^r} \partial_\varphi \phi \partial_\varphi \psi_m^r d\Omega + \int_{\Gamma^{ri}} \phi \partial_n \psi_m^r d\Gamma \\ - k_\Omega^2 \int_{\Gamma^r} \phi (r \mathbf{e}_\varphi \cdot \mathbf{n}) \partial_\varphi \psi_m^r d\Gamma = \int_{\Omega^r} \phi s_m^r d\Omega \end{aligned} \quad (4.8)$$

where $k_\Omega = \Omega/c$ is the wave number associated with the rotational speed. Following classical finite element discretization, the domain is partitioned. By introducing the vector \mathbf{X}_m^α that contains the nodal values of ψ_m^α and \mathbf{Y}_m^α the nodal values of $\partial_n \psi_m^\alpha$ on both sides of the interface, the problem, in the fixed and rotating domain, is conveniently recast in the matrix form

$$(\mathbf{K}^f - k_m^2 \mathbf{M}^f + i k_m \mathbf{\Gamma}^f) \mathbf{X}_m^f + \mathbf{\Gamma}^{fi} \mathbf{Y}_m^f = \mathbf{s}_m^f, \quad (4.9)$$

$$(\mathbf{K}^r - k_m^2 \mathbf{M}^r - 2i k_m k_\Omega \mathbf{R}^r - k_\Omega^2 (\mathbf{S}^r + \mathbf{\Gamma}^r)) \mathbf{X}_m^r + \mathbf{\Gamma}^{ri} \mathbf{Y}_m^r = \mathbf{s}_m^r, \quad (4.10)$$

where \mathbf{K}^α and \mathbf{M}^α correspond to classical stiffness and mass matrices respectively, and $\mathbf{R}^r, \mathbf{S}^r$ and $\mathbf{\Gamma}^r$ arise from the convective terms. While the computation of \mathbf{R}^r and \mathbf{S}^r does not raise any particular issue, the computation of $\mathbf{\Gamma}^r$, corresponding to the boundary terms on the rotating obstacle(s) Γ^r is more subtle: it involves the gradient of the acoustic velocity potential which must be calculated via the finite

element approximation within each element adjacent to the boundary wall. It should also be noted that some matrices are not symmetrical which is a known consequence of the convective effects in the wave equation. For the sake of compactness, the system is rewritten as follows:

$$\mathbf{H}_m^\alpha \bar{\mathbf{X}}_m^\alpha + \mathbf{G}_m^\alpha \mathbf{Z}_m^\alpha = \mathbf{s}_m^\alpha, \text{ where } \mathbf{Z}_m^\alpha = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_m^{\alpha i} \\ \mathbf{Y}_m^\alpha \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

$\mathbf{X}_m^{\alpha i}$ corresponds to the nodal values on the interface and the bar symbol signifies that only inner nodal values (i.e. interface excluded) are retained.

4.3.2 Frequency Scattering Boundary Condition

The continuity of the acoustic potential and its normal derivative at the interface ($r = a$) may be expressed in the polar coordinate system as follows:

$$\psi^f(a, \theta, t) = \psi^r(a, \varphi = \theta - \Omega t, t), \quad (4.12)$$

$$\partial_n \psi^f(a, \theta, t) = -\partial_n \psi^r(a, \varphi = \theta - \Omega t, t). \quad (4.13)$$

Note the normal vector has not the same definition in both regions (see Fig. 4.1) and this explains the negative sign in (4.13). The first step for the treatment of the transmission condition is to apply the Fourier series decomposition (4.1) to yield:

$$\psi^\alpha(a, \theta, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \psi_m^\alpha(a, \theta) e^{i\omega_m t}, \quad (4.14)$$

$$\partial_n \psi^\alpha(a, \theta, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \partial_n \psi_m^\alpha(a, \theta) e^{i\omega_m t}, \quad (4.15)$$

and

$$\psi_m^\alpha(a, \theta) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} A_{m,n}^\alpha e^{in\theta}, \quad (4.16)$$

$$\partial_n \psi_m^\alpha(a, \theta) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} B_{m,n}^\alpha e^{in\theta} \quad (4.17)$$

taking advantage of the spatial periodicity. Gathering equations (4.12) (4.14) (4.16) and (4.13) (4.15) (4.17), further yields:

$$\sum_{(m,n) \in \mathbb{Z}^2} A_{m,n}^f e^{i(n\theta + m\Omega t/C)} = \sum_{(m',n') \in \mathbb{Z}^2} A_{m',n'}^r e^{i(n'\theta - n'\Omega t + m'\Omega t/C)}, \quad (4.18)$$

$$\sum_{(m,n) \in \mathbb{Z}^2} B_{m,n}^f e^{i(n\theta + m\Omega t/C)} = - \sum_{(m',n') \in \mathbb{Z}^2} B_{m',n'}^r e^{i(n'\theta - n'\Omega t + m'\Omega t/C)}, \quad (4.19)$$

which, after identification leads to the selection rules

$$A_{m,n}^f = A_{m+nC,n}^r \quad \forall (m,n) \in \mathbb{Z}^2, \quad (4.20)$$

$$B_{m,n}^f = -B_{m+nC,n}^r \quad \forall (m,n) \in \mathbb{Z}^2, \quad (4.21)$$

which reflect the coupling between the discrete frequencies (index m) and the azimuthal index n . In order to apply these conditions in the FE matrix system, equations (4.16) and (4.17) are evaluated at each node of the FEM mesh belonging to the outer 'fi' and inner interface 'ri':

$$\mathbf{X}_m^{fi} = \Phi^f \mathbf{A}_m^f, \quad \mathbf{X}_m^{ri} = \Phi^r \mathbf{A}_m^r \quad \text{and} \quad \mathbf{Y}_m^f = \Phi^f \mathbf{B}_m^f, \quad \mathbf{Y}_m^r = \Phi^r \mathbf{B}_m^r \quad (4.22)$$

where Φ^α bears resemblance with discrete Fourier transform matrices, i.e.

$$(\Phi^r)_{j,n} = e^{in\varphi_j}, \quad (\Phi^f)_{j,n} = e^{in\theta_j}, \quad (4.23)$$

where φ_j and θ_j are the angular position of node j belonging respectively to the rotating or the fixed domain. This is illustrated in Figure 4.2. In each region, j ranges from 1 to J^α where J^α is the number of nodes on each side of interface and n ranges from $-N$ to N . The number of Fourier coefficients must be chosen in accordance with the number of nodes and $N < J^\alpha/2$. Practically, the number of coefficients can be much smaller and choosing $N \approx J^\alpha/8$ was shown to be sufficient. Finally, Φ^α is a rectangular matrix of size J^α by $2N + 1$.

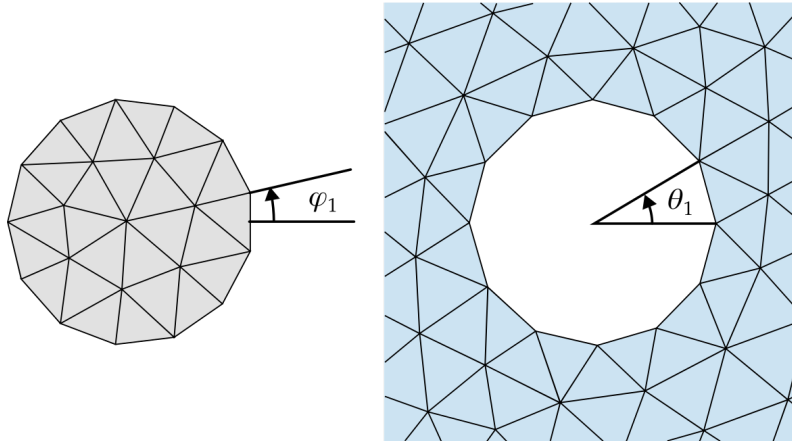


Figure 4.2 – FEM mesh of the rotating (left) and the fixed domain (right) showing nodes location on the interface (note that the meshes are not compatible here).

After projection with the Fourier matrix (4.23), equation (4.11) becomes

$$\tilde{\mathbf{H}}_m^\alpha \bar{\mathbf{X}}_m^\alpha + \tilde{\mathbf{G}}_m^\alpha \tilde{\mathbf{Z}}_m^\alpha = \tilde{\mathbf{s}}_m^\alpha, \quad \text{where} \quad \tilde{\mathbf{Z}}_m^\alpha = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_m^\alpha \\ \mathbf{B}_m^\alpha \end{pmatrix}, \quad (4.24)$$

which contains the Fourier coefficients (symbol tilde refers to vectors and matrices modified by the projection in the Fourier basis). Note that at the interface, compatible or incompatible meshes may equally be used and the use of compatible meshes corresponds to the specific case $\tilde{\Phi}^f = \tilde{\Phi}^r$.

4.3.3 Global system

Applying selection rules (4.20) and (4.21) signifies that the matrices are coupled as follows (recall that indice m refers to frequency ω_m):

$$\mathbf{Q}_m \mathbf{V}_m + \sum_{n=-\eta}^{\eta} \mathbf{C}_n \mathbf{V}_{m+nC} = \tilde{\mathbf{s}}_m, \quad (4.25)$$

in which

$$\mathbf{Q}_m \mathbf{V}_m = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_m^f & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_m^f & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{H}}_m^r & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_m^r \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{X}}_m^f \\ \tilde{\mathbf{X}}_m^r \\ \tilde{\mathbf{Z}}_m^f \\ \tilde{\mathbf{Z}}_m^r \end{pmatrix}, \quad (4.26)$$

and coupling matrices have the simple form

$$\mathbf{C}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{J}_n \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Here, \mathbf{I} corresponds to the identity matrix, and \mathbf{J}_n is a diagonal matrix with diagonal entries containing -1, 0 or 1 in order to satisfy the selection rules (4.20) and (4.21). The *coupling parameter* η is introduced so that no coupling is performed beyond this value. The practical effect of this truncation is discussed in more details in section 4.4.5. The solution is computed for a finite number of frequencies $m_{min} \leq m \leq m_{max}$. Therefore, the coupling cannot be performed correctly for the first and last ones: the lowest ηC frequencies may be coupled only with higher ones, and the highest ηC frequencies only with lower ones. The results related to these incorrectly coupled frequencies are non physical and should be ignored in the post-processing. It is noted that (i) m_{min} may be negative and (ii) the limit case $\eta = 0$ means there is no rotation and the system (4.25) corresponds to two subdomains classically coupled via Lagrange multipliers expressed in the Fourier basis. For the incorrectly coupled frequencies and the values of $|n|$ above the coupling parameter,

the frequency coupling conditions are replaced with standard continuity conditions, in other words we put $\psi_{m,n}^f = \psi_{m,n}^r$ and $\partial_n \psi_{m,n}^f = -\partial_n \psi_{m,n}^r$ whenever $|n| > \eta$, $m - |n|C < m_{min}$, $m + |n|C > m_{max}$.

4.4 Results

In this section, the method is applied in four different test cases of increasing complexity. The first one corresponds to a wave propagating through an empty rotating region. The second one aims at computing the sound produced by a rotating source. The third one shows the scattering of a wave impinging on a rotating obstacle. In the last test case, the rotating region contains both the source and an obstacle. The impact of several parameters will then be illustrated and quantified: the frequency refinement factor C and the coupling parameter η . In all cases, the computational domain is a unit circle with a rotating region of radius a placed at the center. Its rotation speed is fixed at $\Omega = 523.6$ rad/s (5000 rpm). This value is chosen as it corresponds to the order of magnitude of a typical computer fan. The meshes used are made of quadratic triangular elements (see [21]). In all examples, the acoustic waves are generated by a monopole sound source located at \mathbf{x}_s^α , which frequency spectrum corresponds to a tonal component ω_{m_0} and a broadband noise of smaller amplitude, i.e.

$$s_m^\alpha = A_m \delta(\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_s^\alpha), \quad (4.28)$$

where $A_{m_0} = 1$ and $A_m = 10^{-2}$ otherwise. The tonal component $\omega_{m_0} = m_0 \Omega C^{-1}$ corresponds to the exciting frequency $f_0 = 1500$ Hz, here the indice m_0 depends on the refinement factor and $m_0 = 18C$. In order to illustrate graphically the wave field in both regions, the map of the Sound Pressure Level (SPL) is defined as follows:

$$\text{SPL}(\mathbf{x}^\alpha, t) = 10 \log(|\psi^\alpha(\mathbf{x}^\alpha, t)|). \quad (4.29)$$

4.4.1 Test case 1: empty rotating region

This first test case concerns a wave propagating through an empty rotating region. This case, somewhat artificial, allows us to validate the approach when no obstacle is present. The domain Ω^r is a circle of radius $a = 0.1$. The source is located in Ω^f , at $(r_s = 0.5, \theta_s = \pi)$. In the fixed region, the acoustic field should not be impacted by the presence of this fictitious rotating region and no numerical artefacts should appear. The mesh size is chosen so that there are at least four (quadratic) elements per wavelength at 2 kHz, and is refined around the interface, as shown in Fig. 4.3(a). For this test case, the coupling parameter η has been set to

5. The reference solution is computed using the same mesh with classical continuity boundary conditions at the interface.

The field displayed in Fig. 4.3(b) is a snapshot at $t = T/4$ reconstructed by applying (4.1). This corresponds to the instant at which the rotating domain is rotated by a quarter turn. The mesh of the rotating domain has been moved by a quarter turn to match with the time. As expected, the field is not perturbed by the presence of the rotating zone. The velocity potential at the observation point ($r = 0.8, \theta = 0$) for both the computed and the reference solutions are shown in Fig. 4.3(c) (the hat symbol signifies the Fourier transform of ψ , which corresponds to the discrete value of ψ_m for $m_{min} \leq m \leq m_{max}$). Note the curve exhibits small oscillations caused by the impedance boundary condition which is not an exact radiation condition. Both results are in perfect agreement.

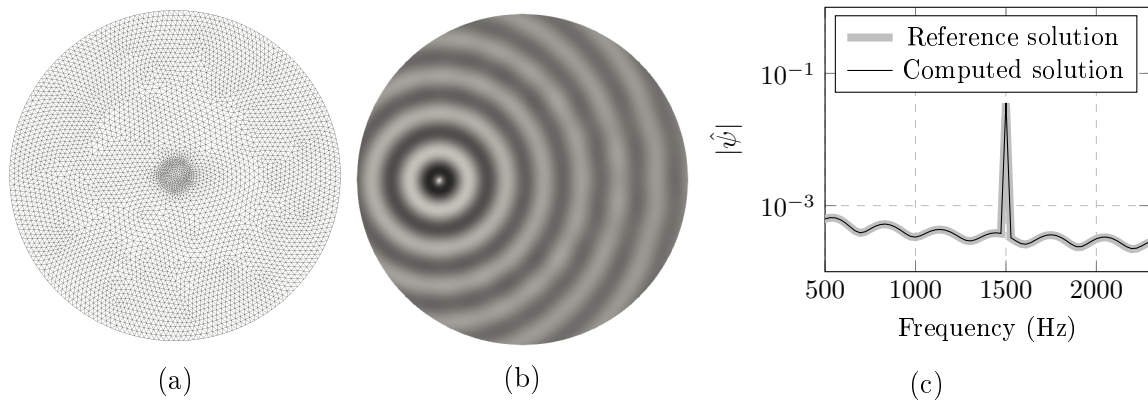


Figure 4.3 – Test case 1, mesh (a), real part of ψ at $t = T/4$ (b) and $|\hat{\psi}|$ for reference and test solution (c).

In order to identify the convergence of the solution with respect to η , a close-up view is given in Fig 4.4. The real part of ψ at $t = T/4$ obtained with different values of η is shown, with isolines in white. The black circle indicates the location of the interface. It is observed that the quality of the computed field in the outer domain is much less sensitive than the one in the rotating domain.

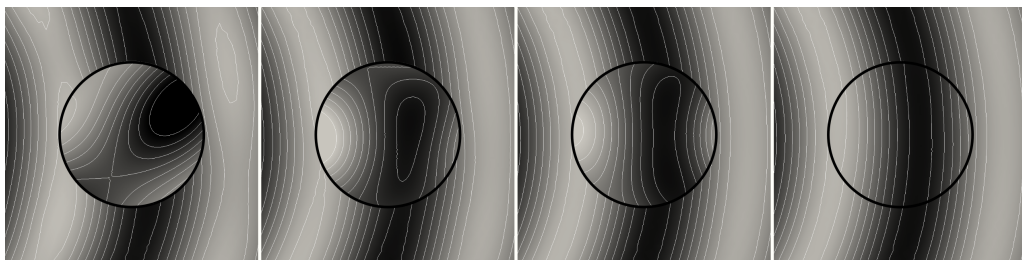


Figure 4.4 – Test case 1, real part of ψ at $t = T/4$. From left to right, $\eta = 1, 2, 3, 4$.

4.4.2 Test case 2: the rotating source

For this second test case, the same mesh and setup as for the previous case are used, the only difference is that the source is located inside the rotating region, at $r_s \approx 0.025$. As in the previous case, the coupling parameter η equals to 5. The quality of the numerical solution is assessed thanks to the reference solution (4.44). This reference solution also serves to understand, via the explicit expressions (4.47) and (4.48), the impact of the rotation on the tonal and broadband noise components. The effects of the rotating speed and the position of the source are also illustrated in Fig. 4.14.

Fig. 4.5 shows the real part of the velocity potential at different moments in the rotating zone and its vicinity. The position of the interface is indicated with the white circle (as before, the mesh of the rotating region is rotated by the angle $\Theta = \Omega t$). The velocity potential measured at $(r = 0.8, \theta = 0)$ is compared to the analytical solution in Fig. 4.6(a). In the frequency domain, both curves show very good agreement. As discussed in section 4.6, the rotation of the source results in the presence of additional peaks around the excitation frequency ($f_0 = 1500$ Hz). These additional peaks emerge at frequencies ω_{m_0+nC} and the frequency interval between two consecutive peaks correspond to $T^{-1} \approx 83$ Hz. The amplitude of the peaks are given explicitly by the closed-form expression (4.48). In order to quantify the difference between the computed and reference solutions more accurately, the \mathcal{L}_2 error is computed in the fixed region and displayed in Fig. 4.6(b). This error (its dependence on the frequency ω_m is omitted for clarity) is defined as follows:

$$\epsilon_2(\Omega_f) = \sqrt{\frac{\int_{\Omega_f} |\psi_m - \psi_{m,ref}|^2 d\Omega}{\int_{\Omega_f} |\psi_{m,ref}|^2 d\Omega}}. \quad (4.30)$$

where $\psi_{m,ref}$ is computed via (4.44). This figure shows that the error level increases with the frequency and reaches approximately 1% when 4 quadratic elements are used per wavelength. The same error analysis conducted without the rotation with classical continuity boundary condition at the interface, also shown in Fig. 4.6(b), exhibits the exact same trend.

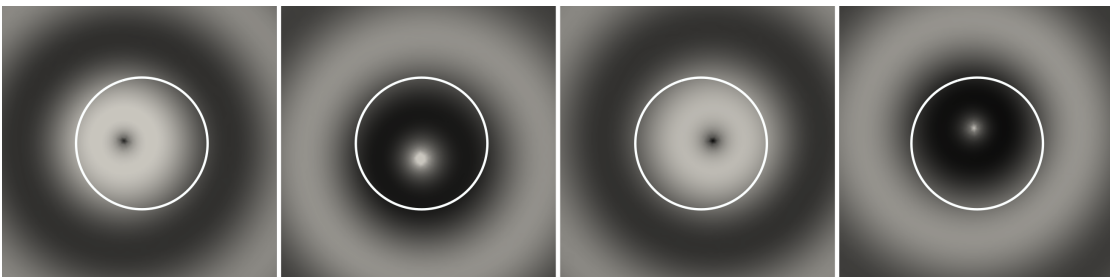


Figure 4.5 – Test case 2, real part of the acoustic velocity potential at different times.

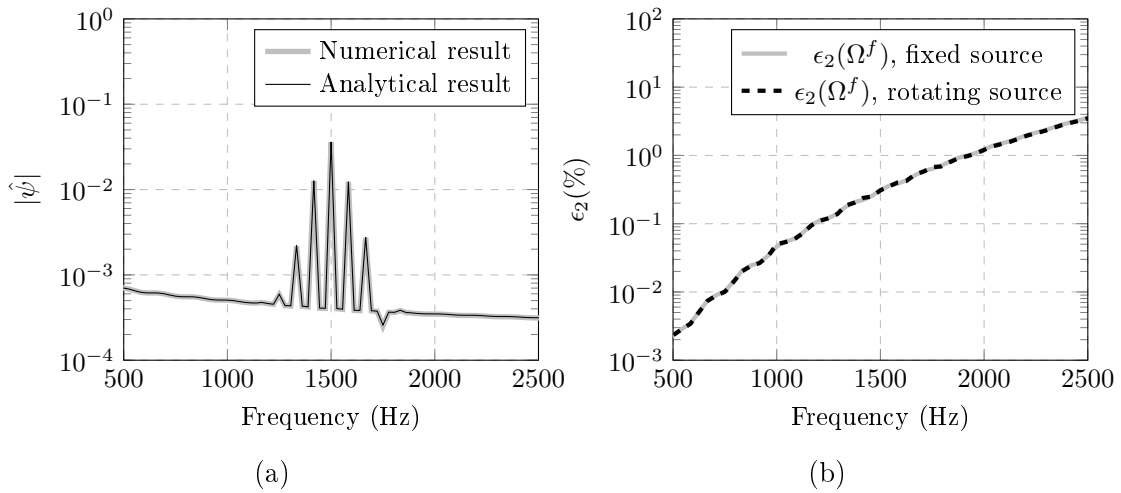


Figure 4.6 – Test case 2, frequency spectrum computed at the observation point (a) and the \mathcal{L}_2 error in the fixed domain (b).

4.4.3 Test case 3: scattering by a rotating cylinder

The aim of this test case is to compute the scattering of an incident acoustic field impinging on a rotating obstacle which consists of a disk of radius 0.05, centered around $r = 0.05$. This case brings into play the boundary terms on the rigid obstacles inside the rotating domain in equation (4.8), which was null in the previous cases. The coupling parameter η has been set to 5. The source is located in the fixed domain with $(r_s = 0.5, \theta_s = \pi)$.

The map of the sound pressure level at $t = 0$ in the whole domain is depicted in Fig. 4.7(a) (the black circle indicates the location of the interface). The concentric circles visible next to the external border are due to the reflection on the external boundary and this is attributed to the fact that the approximate boundary condition is not exact. Note that the SPL visualization allows identifying the presence of the rigid disk more clearly. Fig. 4.8 displays the same field in the proximity of the disk, at four different instants. The velocity potential measured at $(r = 0.5, \theta = -\pi/4)$ when the obstacle is fixed or moving is shown in Fig. 4.7(b).

4.4.4 Test case 4: rotating blades

This last test case is an illustration of a potential perspective of the method presented here, the scatterer corresponds to the cross-section of a squirrel-cage blower. The domain is meshed with at least four quadratic elements per wavelength at 3 kHz and refined next to the blades in order to describe the geometry properly. A close-up of the mesh is displayed in Fig. 4.9(a), with the black circle indicating the location of the interface. The coupling parameter η has been increased to 10 and

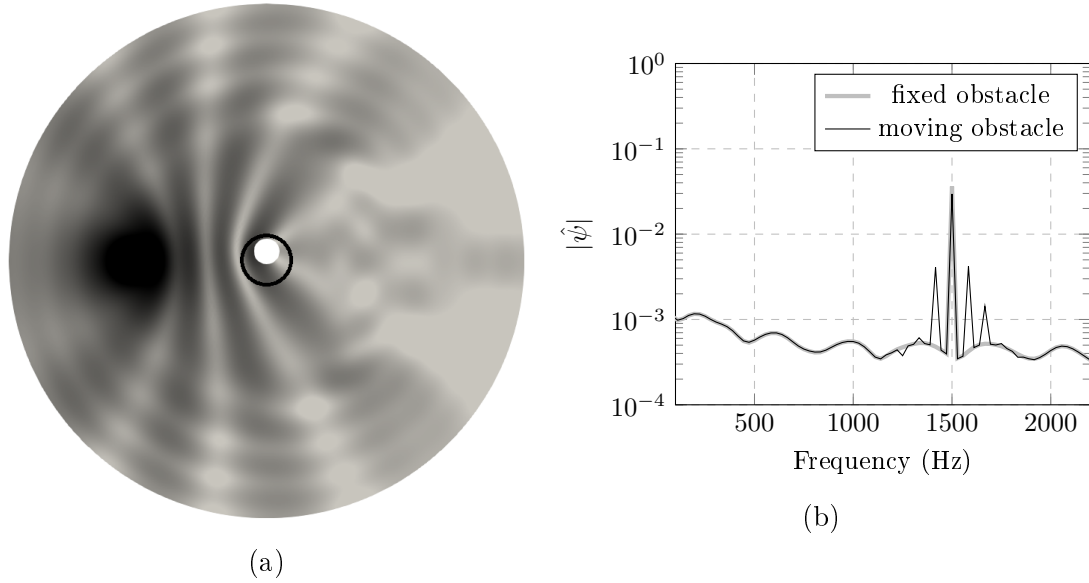


Figure 4.7 – Map of the sound pressure level (a) and the frequency spectrum for fixed and rotating obstacle (b).

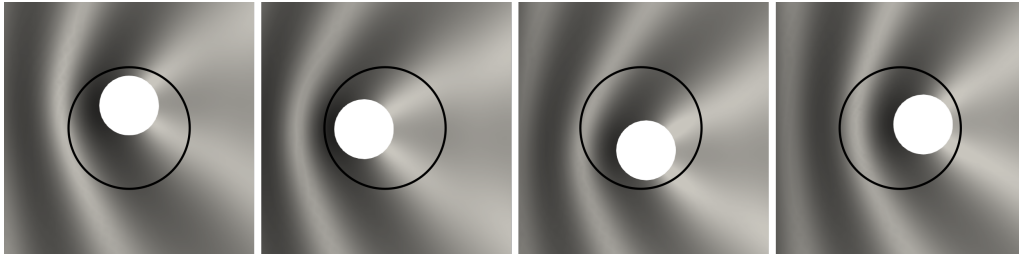


Figure 4.8 – Map of the sound pressure level at $t = T/4, T/2, 3T/4, T$.

the source is located next to the suction side of a blade.

The spatial representation of the real part of the pressure is depicted in Fig. 4.9(b) at $t = \frac{T}{4}$. The velocity potential measured at $(r = 0.5, \theta = -\pi/4)$ when Ω^r is fixed or rotating is shown in Fig. 4.9(c). Similarly to the previous cases, the rotation of the obstacles can be seen to result in a reduction of the sound perceived at the excitation frequency, but additional peaks emerge at frequencies ω_{m_0+nC} . However, these peaks are more numerous and higher than the ones observed in test cases 2 and 3. This is mostly due to the fact that the source is located further from the center compared to the test case 2 ($r_s = 0.11$).

4.4.5 Parameter sensitivity analysis

Frequency refinement factor

The refinement factor C has been introduced in order to enrich the frequency spectrum of the solution in (4.1). This is illustrated in Fig. 4.10 for test case 2. Note there is no significant effect here since the source is made of a single tonal component

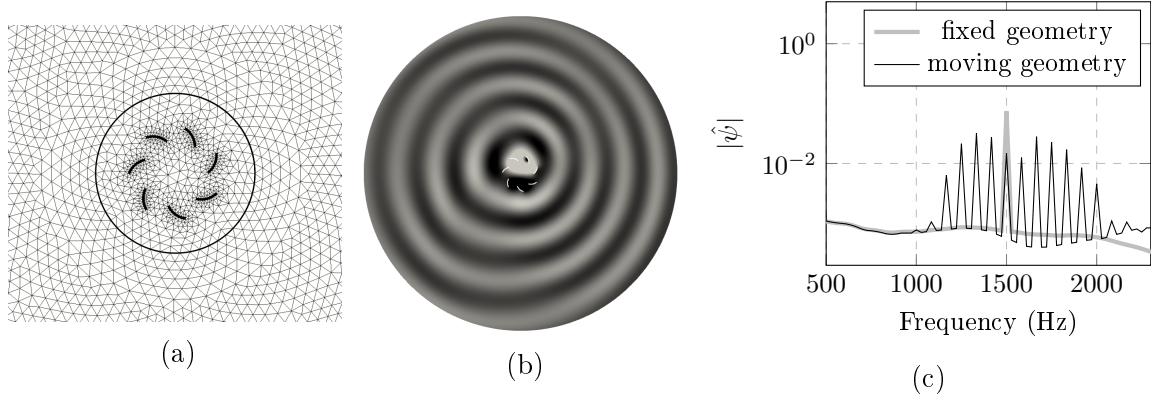


Figure 4.9 – Test case 4: close-up view of the mesh (a), real part of ψ at $t = T/4$ (b) and frequency spectrum at the observation point (c).

the frequency of which coincides with a multiple of the rotational frequency. As for the background noise, the effect of the rotation is barely discernible (as discussed in 4.6). The purpose of the numerical tests shown here is to show the robustness of the proposed method. More importantly the refinement factor has a direct effect on the computational cost as doubling this factor doubles the size of the global system.

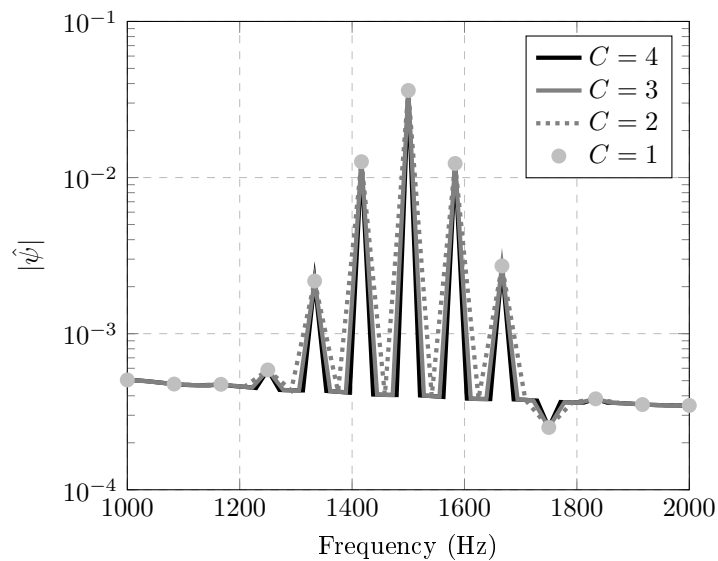


Figure 4.10 – Test case 2, frequency spectrum for different values of the refinement factor.

Coupling parameter

The parameter η introduced in section 4.3.2 signifies that each block matrix corresponding to frequency ω_m is only coupled up to frequencies $\omega_{m \pm \eta C}$ and, depending on the situation, this parameter can have a strong effect on the quality of the solution, especially for tonal components. However, it should be recalled that the global system (4.25) contains $2\eta C$ incorrectly coupled frequencies and choosing

a high value increases to some extent the size of the global system, and thus the computational cost. In order to illustrate the effect of this parameter, test case 2 is first considered: Fig. 4.11 shows the acoustic potential at the observation point for different values of η . The curves obtained with $\eta = 1$ or $\eta = 2$ show that at most $2\eta + 1$ peaks emerge. In this particular case, as shown with the case $\eta = 10$, seven peaks, including the excitation frequency, emerge from the background noise. We may conclude that choosing $\eta = 3$ is sufficient here.

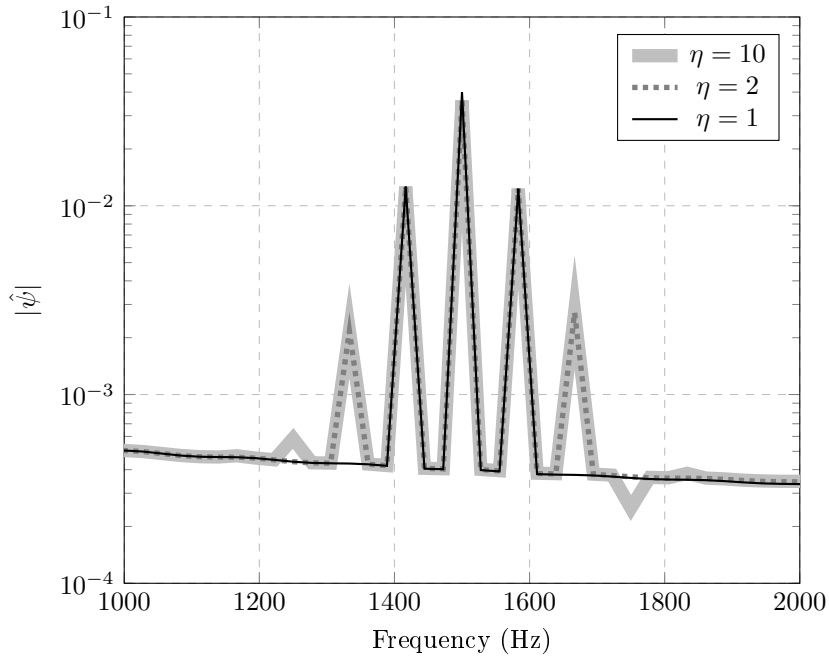


Figure 4.11 – Test case 2, frequency spectrum for different values of the coupling parameter.

With test case 4, η has to be increased since more peaks appear on both sides of the excitation frequency as shown in Fig. 4.9. In order to illustrate this graphically, the wave field computed with respectively $\eta = 2$, 4 and 6 is illustrated in Fig. 4.12. It is clear, at least visually, that $\eta \geq 6$ is required in order to reach convergence.

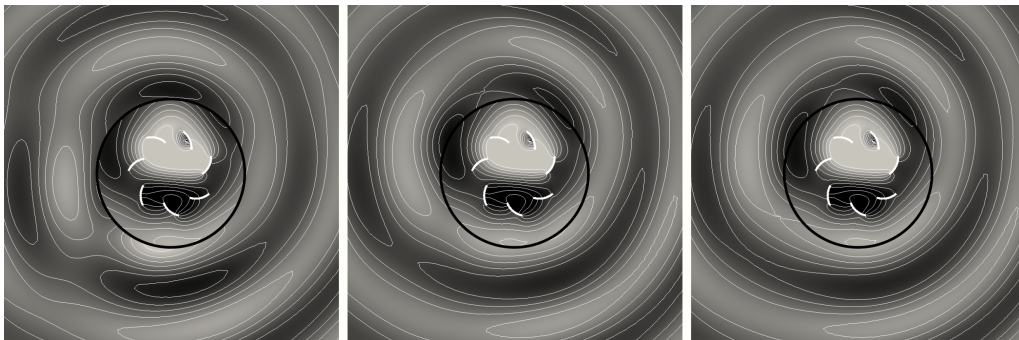


Figure 4.12 – SPL map for test case 4, $\eta = 2$ (left), $\eta = 4$ (middle), $\eta = 6$ (right).

4.5 Conclusions

A new method has been presented to numerically solve the propagation of sound waves in a two-dimensional domain in presence of rotating obstacles. It relies on (i) a domain decomposition whereby rotating components are all embedded in a circular domain and (ii) the ALE framework which consists in writing the wave equation in the rotating reference frame. The key point for the analysis is the decomposition of the acoustic velocity potential as a truncated Fourier series with a frequency step chosen in accordance with the period of the rotating domain. This allows to transform the time-dependent problem into a series of coupled Helmholtz-type equations which are amenable to numerical treatment via standard finite element discretization. The coupling, which stems from the transmission conditions at the interface between both domains, is accomplished via the Frequency Scattering Boundary Conditions which combines azimuthal modes and the set of frequencies involved in the truncated Fourier series.

The method has been applied in four different test cases of increasing complexity. The first two cases, which consist of a single monopole source, either fixed or moving, have been considered as exact analytical solutions are available. An error analysis showed that, once transmission conditions at the interface are satisfied, errors follow classical trends which depends on the quality of the finite element discretization of the wave equation with respect to the frequency. The third case concerns the scattering of an incident wave on a moving obstacle of circular shape. The last test case, which consists of a moving source in a rotating squirrel-cage blower, serves to illustrate the potential perspective of the method. In the last subsection of the paper, the two main parameters of the model which are the coupling parameter, i.e. the number of frequencies which are coupled to a specific one, and the refinement factor (which allows to consider an arbitrary number of frequencies in addition to the harmonic frequencies of the rotating domain) are investigated.

The present work can be seen as an alternative to the Time Domain Finite Element Method approach as described in [48]. From a numerical point of view, the main interest for the frequency approach is (i) the treatment of the transmission conditions, via Fourier decomposition, at the circular interface thus allowing using incompatible meshes on both sides of the interfaces, (ii) the use of frequency domain solvers that could allow considering in the future dedicated algorithms in order to tackle high frequency waves scattering. In this regard, there is room for improvement aimed at solving efficiently the coupled system (4.25) the size of which can become prohibitive depending on the number of frequency components used in the calculation.

The method could be developed further for addressing realistic applications by

modelling a random aerodynamic source arising from a turbulent flow. For instance, the use of an aeroacoustic analogy corresponding to the Fourier transform of the Perturbed Convective Wave Equation [48] could be investigated.

4.6 Analytical solution for the rotating source

An analytical solution corresponding to test case 2 is derived. Following somewhat a different approach, a closed-form expression which bears resemblance with the one given by Lewis and Joseph in [63] is obtained. We consider a source radiating with amplitude $A(t)$, located at position $\mathbf{x}_s(t) = (r_s, \theta_s(t))$. This source is rotating with angular velocity Ω around the origin: $\theta_s(t) = \theta_s(0) + \Omega t$. To simplify the notations, we take $\theta_s(0) = 0$ and we call S the circular domain of radius b . We

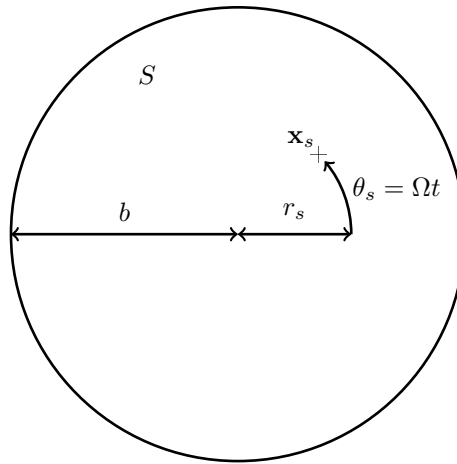


Figure 4.13 – Domain and notations for the analytical solution.

search the expression for the acoustic velocity potential verifying

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \Delta \psi = A(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s(t)) \text{ in } S \quad (4.31)$$

with the boundary condition

$$\frac{\partial \psi}{\partial |\mathbf{x}|} + \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0, \text{ at } |\mathbf{x}| = b. \quad (4.32)$$

The problem can be solved elegantly in the Fourier domain by introducing the Fourier transform:

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\mathbf{x}, t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.33)$$

and consequently $\hat{\psi}$ must satisfy the Helmholtz-type equation:

$$\Delta \hat{\psi} + k^2 \hat{\psi} = \hat{F}(\mathbf{x}, \omega) \text{ in } S, \quad (4.34)$$

with $(\partial_{|\mathbf{x}|} + ik)\hat{\psi} = 0$ at $|\mathbf{x}| = b$ and

$$\hat{F}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s(t))e^{-i\omega t}dt. \quad (4.35)$$

The Green's function $\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ associated with (4.34) verifies

$$\Delta\hat{G} + k^2\hat{G} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (4.36)$$

with $(\partial_{|\mathbf{x}|} + ik)\hat{G} = 0$ at $|\mathbf{x}| = b$. The solution $\hat{\psi}$ is given explicitly via the convolution integral

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \int_S \hat{F}(\mathbf{y}, \omega)\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)dS_y \quad (4.37)$$

giving

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \int_S \int_{-\infty}^{\infty} A(t)\delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}_s(t))e^{-i\omega t}\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)dt dS_y \quad (4.38)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} A(t)e^{-i\omega t}\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s(t), \omega)dt. \quad (4.39)$$

Now, using polar coordinates, a solution for \hat{G} can be derived in the spirit of [104] and

$$\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{G}_n(r_x, r_y, \omega) e^{-in(\theta_x - \theta_y)} \quad (4.40)$$

where

$$\hat{G}_n(r_x, r_y, \omega) = a_n J_n(kr_x) + g_n(r_x, r_y, \omega) \quad (4.41)$$

and

$$g_n(r_x, r_y, \omega) = \frac{1}{4}H(r_x - r_y)[J_n(kr_y)Y_n(kr_x) - Y_n(kr_y)J_n(kr_x)]. \quad (4.42)$$

Here, J_n and Y_n are Bessel functions of the first and second kind and H is the Heaviside step function. Coefficients a_n may be determined via the boundary condition at $r_x = b$:

$$a_n = -\frac{g'_n(kb, r_y, \omega) - i g_n(kb, r_y, \omega)}{J'_n(kb) - i J_n(kb)}, \quad (4.43)$$

where the prime symbol signifies the derivative with respect to r_x . Thanks to the separable form (4.40) and by using $\theta_s(t) = \Omega t$, we find the closed-form expression

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{A}(\omega - n\Omega) \hat{G}_n(r_x, r_s, \omega) e^{-in\theta_x} \quad (4.44)$$

where \hat{A} is the Fourier transform of the signal emitted by the source:

$$\hat{A}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (4.45)$$

To be in line with the numerical examples treated in the paper, the source is chosen as the discrete Fourier spectrum

$$\hat{A}(\omega) = 2\pi \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_m \delta(\omega - \omega_m). \quad (4.46)$$

Now, it is instructive to apply formulation (4.44) in the ideal scenario corresponding to a uniform background noise solely, that is we put $A_m = A$ for all m . In this case, one finds

$$\psi_m(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-1} \hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega_m) = A \hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s(0), \omega_m), \quad (4.47)$$

which signifies that the wave field is simply due to a fixed source located at $\mathbf{x}_s(0)$ and is therefore not affected by the rotation. On the other hand, the case of a single frequency with $A_{m_0} = A$ and $A_m = 0$ otherwise gives

$$\psi_{m_0+nC}(\mathbf{x}) = A \hat{G}_n(r_x, r_s, \omega_{m_0+nC}) e^{-in\theta_x}. \quad (4.48)$$

Thus, the wave field perceived at a fixed location displays a "comb shape", with a central peak at ω_{m_0} and additional peaks at frequencies $m_0 + nC$, with amplitudes decreasing as $|\hat{G}_n|$.

In order to illustrate the effect of the source location and its rotational speed, Fig. 4.14 shows the results given by (4.44) for different values of r_s and Ω . The spectrum corresponds to the sum of the two scenarios mentioned above: it can be seen that (i) the background noise is not affected by the rotation and (ii) around the excitation frequency ω_{m_0} , additional peaks appear at ω_{m_0+nC} (since a background noise is added here, only a finite number of them emerge). The amplitude of these peaks depend on the radius of the source and the frequency gap between two consecutive peaks is given by the rotation period $\Delta f = T^{-1}$.

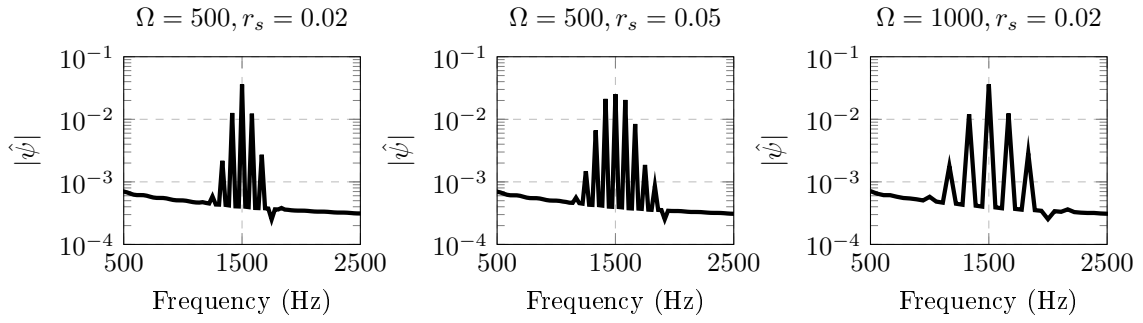


Figure 4.14 – Sound produced by a rotating source, effect of the source location and rotational speed.

4.7 Compléments à l'article

4.7.1 Expressions des nouvelles matrices élémentaires

En plus des méthodes FEM classiques, la méthode proposée ici fait intervenir des matrices appelées \mathbf{R} , \mathbf{S} et $\mathbf{\Gamma}$, dépendantes de la vitesse de rotation. L'implémentation des matrices élémentaires \mathbf{R}_e , \mathbf{S}_e ne pose pas de difficulté, leurs expressions sont les suivantes :

$$\mathbf{R}_e = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}_t^T \mathbf{v} \mathbf{B}_t \, d\Omega, \quad (4.49)$$

$$\mathbf{S}_e = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_t^T \mathbf{v}^T \mathbf{v} \mathbf{B}_t \, d\Omega \quad (4.50)$$

avec $\mathbf{v} = \langle v_x \ v_y \ v_z \rangle \Omega^{-1}$ un vecteur normalisé colinéaire à la vitesse de rotation locale, \mathbf{N}_t le vecteur des fonctions de forme de l'élément triangulaire, de taille 1×6 et \mathbf{B}_t la matrice des gradients de ce même élément, de taille 3×6 . La matrice $\mathbf{\Gamma}_e$, en revanche, est moins triviale : dans le cas présent, en deux dimensions, les éléments de bords sont des segments quadratiques (en rouge sur la Figure 4.15). Le terme correspondant dans la formulation faible fait intervenir le gradient de l'inconnue ψ , et doit donc être calculé en tenant compte de toutes les valeurs nodales sur l'élément de surface rattaché (en l'occurrence un triangle quadratique, en bleu sur la Figure 4.15). La matrice élémentaire peut donc s'écrire de la manière suivante

$$\mathbf{\Gamma}_e = \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}_s^T \mathbf{v} \mathbf{n}^T \mathbf{v} \mathbf{B}_t \, d\Gamma, \quad (4.51)$$

avec \mathbf{n} la normale au segment, \mathbf{N}_s le vecteur des fonctions de forme de l'élément segment, de taille 1×3 , et \mathbf{B}_t la matrice des gradients de l'éléments triangle attaché au segment, de taille 3×6 . La matrice élémentaire associée est donc rectangulaire.

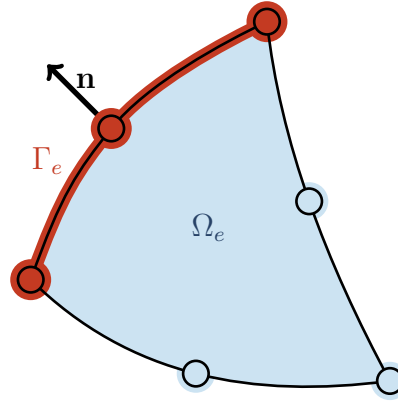


FIGURE 4.15 – Éléments quadratiques, triangle et segment.

4.7.2 Seconde approche pour l'obtention d'une solution analytique

La méthode présentée ici est basée sur une partition du domaine similaire à celle utilisée plus haut, en une zone circulaire "tournante" rattachée à un référentiel tournant, inclus dans une région fixe. La zone tournante Ω^r est définie par $r < a$, et la région fixe annulaire Ω^f est définie par $a < r < b$. La même condition limite d'impédance que dans la première solution analytique et les quatre cas tests est imposée en $r = b$. La source est située dans Ω^r , au point $\mathbf{x}_s = (x_s, 0)$ à $t = 0$ et rayonne un signal à la fréquence $s\Omega/2\pi C$.

Dans le référentiel tournant, on a :

$$\frac{1}{c^2} \frac{D^2 \psi^r}{Dt^2} - \Delta \psi^r = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) e^{-i s \Omega / C t}, \quad (4.52)$$

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{v}_g \cdot \nabla. \quad (4.53)$$

Avec $\Omega' = \Omega/C$ et $\omega' = m\Omega'$, la périodicité temporelle permet d'écrire :

$$\psi^r = \sum_m \psi_m^r(\hat{r}, \hat{\theta}) e^{i \omega_m t}. \quad (4.54)$$

La vitesse de rotation peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\mathbf{v}_g \cdot \nabla \equiv \Omega \hat{r} \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{\theta}}, \quad (4.55)$$

et on a

$$\frac{D \psi^r}{Dt} = \sum_m \left(i \omega_m - \Omega \frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} \right) \psi_m^r(\hat{r}, \hat{\theta}) e^{i \omega_m t}. \quad (4.56)$$

Avec $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) = \frac{\delta(\hat{r} - \hat{r}_s)}{\hat{r}} \delta(\hat{\theta})$, l'équation (4.52) devient :

$$\sum_m \left[\frac{1}{c^2} \left(i\omega_m - \Omega \frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} \right)^2 - \Delta \right] \psi_m^r e^{-i\omega_m t} = \frac{\delta(\hat{r} - \hat{r}_s)}{\hat{r}} \delta(\hat{\theta}) e^{-i\omega_s t}. \quad (4.57)$$

On cherche une solution de la forme $\psi_m^r = \sum_n C_{m,n}(\hat{r}) e^{in\hat{\theta}}$. En utilisant $\delta(\hat{\theta}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{in\hat{\theta}}$ on obtient une équation de Bessel inhomogène où la fréquence m correspond à la fréquence de la source s :

$$\left(\frac{\omega_m - n\Omega}{c} \right)^2 C_{m,n} + C_{m,n}'' + \frac{1}{\hat{r}} C_{m,n}' - \frac{n^2}{\hat{r}^2} C_{m,n} = \begin{cases} 0, m \neq s \\ \frac{1}{2\pi} \frac{\delta(\hat{r} - \hat{r}_s)}{\hat{r}}, m = s \end{cases}. \quad (4.58)$$

La solution telle que donnée dans [104] est la suivante, avec $k_{m,n} = \frac{\omega_m - n\Omega}{c}$:

$$C_{m,n}(\hat{r}) = \begin{cases} c_{m,n} J_n(k_{m,n} \hat{r}), m \neq s \\ c_{s,n} J_n(k_{s,n} \hat{r}) + g(k_{s,n} \hat{r}), m = s \end{cases}, \quad (4.59)$$

$$g(k_{s,n} \hat{r}) = \frac{1}{4} H(\hat{r} - \hat{r}_s) [J_n(k_{s,n} \hat{r}_s) Y_n(k_{s,n} \hat{r}) - Y_n(k_{s,n} \hat{r}_s) J_n(k_{s,n} \hat{r})]. \quad (4.60)$$

Avec un raisonnement similaire dans Ω^f :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi^f}{\partial t^2} - \Delta \psi^f = 0. \quad (4.61)$$

Avec la même périodicité $\psi^r = \sum_m \psi_{m'}^r(r, \theta) e^{i\omega_{m'} t}$, quand on cherche une solution de la forme $\psi_{m'}^f = \sum_n D_{m',n}(r) e^{in\theta}$, on arrive à l'équation suivante :

$$k_{m',n}^2 D_{m',n} + D_{m',n}'' + \frac{1}{r} D_{m',n}' - \frac{n^2}{r^2} D_{m',n} = 0, \quad (4.62)$$

dont la solution est :

$$D_{m',n} = d_{m',n} J_n(k_{m',n} r) + e_{m',n} Y_n(k_{m',n} r). \quad (4.63)$$

En $r = b$, on impose la condition limite d'impédance $\frac{\partial D_{m',n}}{\partial r} = ik_{m'} D_{m',n}$, qui mène à :

$$d_{m',n} J_n'(k_{m',n} b) + e_{m',n} Y_n'(k_{m',n} b) = i(d_{m',n} J_n(k_{m',n} b) + e_{m',n} Y_n(k_{m',n} b)). \quad (4.64)$$

Enfin, on exprime la continuité du potentiel et de sa dérivée normale à l'interface $r = a$. On rappelle que $\hat{\theta} = \theta - \Omega t = \theta - C\Omega' t$. Ces dernières étapes peuvent être résumées de la manière suivante pour ψ :

$$\psi^r(\hat{r}, \theta, t) = \sum_{m,n} C_{m,n}(\hat{r}) e^{in\theta} e^{i(m-nC)\Omega' t}, \quad (4.65)$$

$$\psi^f(r, \theta, t) = \sum_{m',n} D_{m',n}(r) e^{in\theta} e^{im'\Omega' t}. \quad (4.66)$$

On en déduit que $m' = m - nC$. Dans le cas $m = s$, la continuité en $r = a$ donne :

$$c_{s,n} J_n(k_{s,n}a) + g(k_{s,n}a) = d_{s-nC,n} J_n(k_{s-nC,n}a) + e_{s-nC,n} Y_n(k_{s-nC,n}a), \quad (4.67)$$

$$c_{s,n} J'_n(k_{s,n}a) + g'(k_{s,n}a) = d_{s-nC,n} J'_n(k_{s-nC,n}a) + e_{s-nC,n} Y'_n(k_{s-nC,n}a). \quad (4.68)$$

Avec la condition limite en $r = b$ (4.64), on obtient le système (4.69), et les coefficients $c_{s,n}$, $d_{s-nC,n}$ et $e_{s-nC,n}$ peuvent être déterminés en résolvant le système linéaire

$$\mathbf{A}\xi = \zeta, \quad (4.69)$$

avec

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -J_n(k_{s,n}a) & J_n(k_{s,n}a) & Y_n(k_{s,n}a) \\ -J'_n(k_{s,n}a) & J'_n(k_{s,n}a) & Y'_n(k_{s,n}a) \\ 0 & J'_n(k_{s,n}b) - iJ_n(k_{s,n}b) & Y'_n(k_{s,n}b) - iY_n(k_{s,n}b) \end{bmatrix}, \quad (4.70)$$

$$\xi = \langle c_{s,n} \ d_{s-nC,n} \ e_{s-nC,n} \rangle^T, \quad (4.71)$$

$$\zeta = \langle g(k_{s,n}a) \ g'(k_{s,n}a) \ 0 \rangle^T. \quad (4.72)$$

Dans le cas $m \neq s$, on obtient un système similaire avec un vecteur nul à la place du membre de droite. La seule solution possible est alors $c_{m,n} = d_{m',n} = e_{m',n} = 0$. Pour implémenter numériquement cette méthode, la somme sur n est tronquée pour ne conserver que $-n_0 \leq n \leq n_0$. Bien que les résultats soient cohérents, ce système devient mal conditionné pour des grandes valeurs de n_0 et des faibles valeurs de s . Ceci est illustré sur la Fig 4.16 : l'évolution du conditionnement $\kappa = \|A\| \|A^{-1}\|$ y est montrée en fonction de ces paramètres (en prenant comme dans les cas tests ci-dessus $a = 0.1$ et $b = 1$). Avec les paramètres de notre problème, il n'est pas possible d'atteindre une convergence suffisante pour valider les résultats numériques.

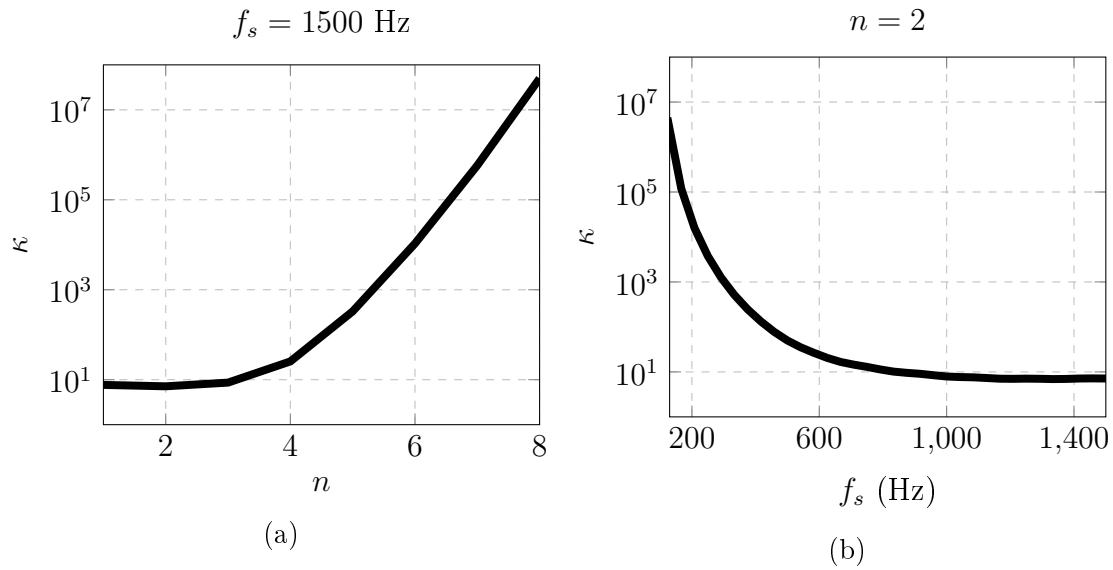


FIGURE 4.16 – Évolution du conditionnement de la matrice \mathbf{A} en fonction de l'ordre n (a) et de la fréquence de la source f_s (b).

4.7.3 Système global

L'un des avantages de la FEM en acoustique est que le système matriciel construit présente des caractéristiques numériques intéressantes. En particulier, la matrice est creuse, a une structure de bande, et lorsque l'écoulement moyen est négligé, est symétrique. Avec la méthode proposée ici, le système global n'est pas symétrique en raison des termes convectifs et la prise en compte des conditions de couplage. Il présente toutefois une structure de bande, dont la largeur dépend du nombre de degrés de liberté, du paramètre de couplage η et du facteur de raffinement C . Une représentation sous forme matricielle de la relation (4.25) permet d'illustrer cette structure : le système global

$$\mathbf{QV} = \mathbf{F}, \quad (4.73)$$

avec par exemple $m_{min} = 0$, $m_{max} = M$, $\eta = 1$ et $C = 1$, s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0 & \mathbf{C}_1 & 0 & 0 & & & \\ \mathbf{C}_{-1} & \mathbf{Q}_1 & \mathbf{C}_1 & 0 & & & \\ 0 & \mathbf{C}_{-1} & \mathbf{Q}_2 & \mathbf{C}_1 & \ddots & & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{-1} & \mathbf{Q}_3 & \ddots & & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \mathbf{C}_1 \\ & & 0 & 0 & \mathbf{C}_{-1} & \mathbf{Q}_M & \end{bmatrix}, \quad (4.74)$$

$$\mathbf{V} = \langle \mathbf{V}_0 \ \mathbf{V}_1 \ \dots \ \mathbf{V}_M \rangle^T, \quad (4.75)$$

$$\mathbf{F} = \langle \bar{\mathbf{s}}_0 \ \bar{\mathbf{s}}_1 \ \dots \ \bar{\mathbf{s}}_M \rangle^T. \quad (4.76)$$

En prenant $\eta = 2$ et $C = 2$, ce système devient :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0 & 0 & \mathbf{C}_1 & 0 & \mathbf{C}_2 & 0 & & \\ 0 & \mathbf{Q}_1 & 0 & \mathbf{C}_1 & 0 & \mathbf{C}_2 & & \\ \mathbf{C}_{-1} & 0 & \mathbf{Q}_2 & 0 & \mathbf{C}_1 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{-1} & 0 & \mathbf{Q}_3 & 0 & \mathbf{C}_1 & & \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_{-2} & 0 & \mathbf{C}_{-1} & 0 & \mathbf{Q}_4 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{-2} & 0 & \mathbf{C}_{-1} & 0 & \mathbf{Q}_5 & & \mathbf{C}_1 \\ & & \ddots & & \ddots & & \ddots & 0 \\ & & 0 & \mathbf{C}_{-2} & 0 & \mathbf{C}_{-1} & 0 & \mathbf{Q}_M \end{bmatrix}, \quad (4.77)$$

Résolution acoustique dans un domaine tournant 3D

Contrairement aux formulations poreuses décrites dans le chapitre 3, la méthode proposée dans le chapitre 4 permet de tenir compte de la rotation de sources et d'obstacles. Cependant, elle n'est utilisable qu'en deux dimensions. En effet, la condition limite exprimant la continuité entre les régions fixes et tournantes du domaine, appelée *Frequency Scattering Boundary Condition*, s'appuie sur des règles de sélection, (4.20) et (4.21), construites à partir d'une transformée de Fourier azimutale à l'interface circulaire entre les deux régions.

L'objectif de ce chapitre est d'étendre cette méthode aux domaines en trois dimensions. Cette fois, l'interface entre les deux régions n'est plus un cercle mais une surface de révolution. Dans ce chapitre, une autre manière de construire ces règles de sélection est donc proposée : les inconnues à l'interface sont projetées sur des modes dont l'expression contient une exponentielle complexe azimutale. La construction de ces modes est possible numériquement dans le cas général, et est détaillée analytiquement dans le cas particulier d'une interface cylindrique. Ce choix d'interface est couramment employé avec les méthodes temporelles pour la rotation d'obstacles : c'est ce qui est utilisé par exemple par Kaltenbacher *et al.* [48] pour résoudre la PCWE avec le formalisme ALE, ou bien par Mincu *et al.* [69] pour résoudre les équations d'Euler avec une méthode similaire.

Tout d'abord, le principe de la méthode adaptée au cas 3D est réécrit dans la section 5.1, et les nouvelles règles de sélection y sont introduites. Quatre nouveaux cas tests sont ensuite définis dans la section 5.2 afin de vérifier la cohérence des résultats. Ces derniers sont discutés dans la section 5.3. En complément, une expression analytique pour l'un des cas test ainsi que la méthode de construction des modes pour une interface cylindrique sont donnés dans les sections 5.4.1 et 5.4.2

respectivement.

5.1 Formulation dans le domaine des fréquences

Le domaine est partitionné en une région tournante Ω^r incluse dans une région fixe Ω^f (comme illustré sur la Fig. 5.1). Cette dernière est délimitée par la frontière extérieure Γ^f et séparée de Ω^r par une interface fixe Γ^{fi} et une interface tournante Γ^{ri} . La frontière Γ^r tient compte de la présence d'objets en rotation, inclus dans Ω^r . Toutes les normales sont orientées vers l'extérieur.

La forme de la région tournante doit être telle que l'interface est une surface de révolution. Dans les applications présentées ici, l'interface choisie est un cylindre, comme discuté en section 5.1.2. Cette région Ω^r tourne à la vitesse angulaire Ω .

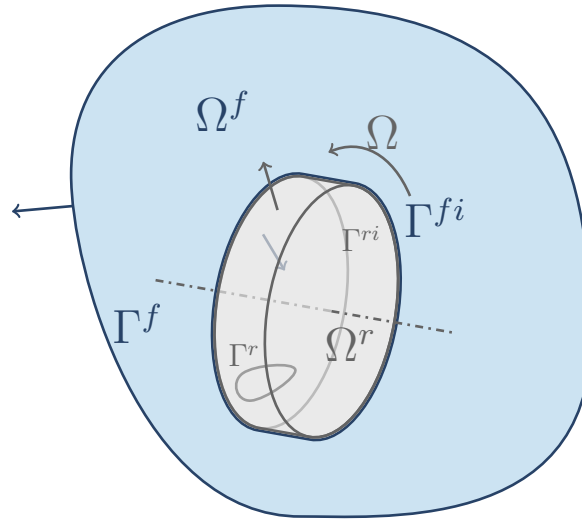


FIGURE 5.1 – Domaine de calcul.

Afin d'alléger les notations, la vitesse du fluide est négligée dans l'équation d'onde. Dans le domaine fixe, le potentiel des vitesses acoustique vérifie

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi^f}{\partial t^2} - \Delta \psi^f = s^f. \quad (5.1)$$

Le terme source s^f est choisi arbitrairement ici, bien que selon les analogies aéroacoustiques une forme générale composée de monopoles, dipôles et quadrupôles pourrait être utilisée. L'équation d'onde dans le domaine tournant fait apparaître la vitesse de rotation de la grille dans le système de coordonnées cylindriques (r, φ) : $\mathbf{v}_g = \Omega r \mathbf{e}_\varphi$. Avec le formalisme ALE, comme détaillé dans [48], le potentiel des vitesses doit vérifier l'équation d'onde convectée suivante :

$$\frac{1}{c^2} \frac{D^2 \psi^r}{Dt^2} - \Delta \psi^r = s^r. \quad (5.2)$$

où

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{v}_g \cdot \nabla \quad (5.3)$$

et s^r est un terme source arbitraire. Dans les applications choisies ici, les ondes se propagent en conduit : les parois sont modélisées par une condition limite de murs rigides $\partial_n \psi = 0$ et des conditions de rayonnement sont utilisées sur les sections d'entrée et de sortie du domaine pour représenter des conduits infinis.

5.1.1 Formulation éléments finis

La même décomposition en série de Fourier que dans le chapitre précédent est utilisée,

$$\psi^\alpha(\mathbf{x}^\alpha, t) = \sum_m \psi_m^\alpha(\mathbf{x}^\alpha) e^{i\omega_m t} \quad (5.4)$$

où $\alpha = r, f$ se réfère au domaine fixe (f) ou tournant (r), et \mathbf{x}^α est le vecteur position dans chaque domaine. Le pas fréquentiel est choisi en fonction de la période de rotation T du domaine tournant, $\omega_m = m2\pi\Delta f$ avec $\Delta f = (CT)^{-1}$ où $C = 1, 2, 3, \dots$ est un entier positif, introduit ici pour permettre un raffinement fréquentiel arbitraire.

Cette décomposition est injectée dans les équations (5.2) et (5.1), pour le potentiel des vitesses, sa dérivée normale, et le terme source. Une formulation faible FEM est ensuite établie pour $\omega = \omega_m$. Dans le domaine fixe Ω^f , on obtient

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^f} \nabla \phi \cdot \nabla \psi_m^f d\Omega - k_m^2 \int_{\Omega^f} \phi \psi_m^f d\Omega - \int_{\Gamma^f} \phi \partial_n \psi_m^f d\Gamma \\ - \int_{\Gamma^{fi}} \phi \partial_n \psi_m^f d\Gamma = \int_{\Omega_r} \phi s_m^f d\Omega. \end{aligned} \quad (5.5)$$

où ϕ est une fonction test. Comme évoqué précédemment, la surface Γ^f est constituée de murs rigides et de sections d'entrée et de sortie. Sur ces dernières, une condition limite similaire à celle utilisée dans les chapitres 2 et 3 est utilisée :

$$\partial_n \psi_m^f(\mathbf{x}) = T(\psi_m^f(\mathbf{x})) = -i \sum_{\mu, \nu} k_{\mu\nu} \Phi_{\mu\nu}(\mathbf{x}) \int_{\Gamma} \psi_m^f(\mathbf{y}) \Phi_{\mu\nu}^*(\mathbf{y}) dS(\mathbf{y}), \quad (5.6)$$

où μ, ν est un jeu d'indices, les fonctions $\Phi_{\mu\nu}$ correspondent aux modes normalisés du conduit et $k_{\mu\nu}$ sont les nombres d'onde associés. Dans le domaine tournant, la formulation faible contient des termes supplémentaires faisant apparaître la vitesse de rotation de la grille (cette formulation correspond à la transformée de Fourier de

celle utilisée dans [48]).

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^r} \nabla \phi \cdot \nabla \psi_m^r d\Omega - k_m^2 \int_{\Omega^r} \phi \psi_m^r d\Omega - \frac{2i k_m}{c} \int_{\Omega^r} \phi (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \psi_m^r d\Omega \\ - \frac{1}{c^2} \int_{\Omega^r} (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \phi (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \psi_m^r d\Omega - \int_{\Gamma^{ri}} \phi \partial_n \psi_m^r d\Gamma \\ + \frac{1}{c^2} \int_{\Gamma^r} \phi (\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n}) (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) \psi_m^r d\Gamma = \int_{\Omega^r} \phi s_m^r d\Omega \end{aligned} \quad (5.7)$$

où les conditions limites $\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n} = 0$ sur Γ^{ri} et la condition de mur rigide $\partial_n \psi = 0$ sur Γ^r ont été utilisées. Avec l'expression de la vitesse de rotation, on arrive à la forme suivante :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^r} \nabla \phi \cdot \nabla \psi_m^r d\Omega - k_m^2 \int_{\Omega^r} \phi \psi_m^r d\Omega - 2i k_m k_\Omega \int_{\Omega^r} \phi \partial_\varphi \psi_m^r d\Omega \\ - k_\Omega^2 \int_{\Omega^r} \partial_\varphi \phi \partial_\varphi \psi_m^r d\Omega - \int_{\Gamma^{ri}} \phi \partial_n \psi_m^r d\Gamma \\ + k_\Omega^2 \int_{\Gamma^r} \phi (r \mathbf{e}_\varphi \cdot \mathbf{n}) \partial_\varphi \psi_m^r d\Gamma = \int_{\Omega^r} \phi s_m^r d\Omega \end{aligned} \quad (5.8)$$

où $k_\Omega = \Omega/c$ est le nombre d'onde associé à la vitesse de rotation. Le système est ensuite discrétisé avec la FEM comme dans les chapitres précédents. Les vecteurs \mathbf{X}_m^α et \mathbf{Y}_m^α contiennent les valeurs nodales de ψ_m^α et $\partial_n \psi_m^\alpha$ respectivement, de part et d'autre de l'interface. On obtient une forme matricielle similaire à celle obtenue au chapitre 4, la seule différence portant sur les conditions limites.

$$(\mathbf{K}^f - k_m^2 \mathbf{M}^f - \mathbf{T}^f) \mathbf{X}_m^f - \Gamma^{fi} \mathbf{Y}_m^{fi} = \mathbf{s}_m^f \quad (5.9)$$

$$(\mathbf{K}^r - k_m^2 \mathbf{M}^r - 2i k_m k_\Omega \mathbf{R}^r - k_\Omega^2 (\mathbf{S}^r - \Gamma^r)) \mathbf{X}_m^r - \Gamma^{ri} \mathbf{Y}_m^{ri} = \mathbf{s}_m^r. \quad (5.10)$$

\mathbf{K}^α et \mathbf{M}^α sont les matrices de rigidité et de masse, \mathbf{T}^f correspond à la condition limite DtN, et \mathbf{R}^r , \mathbf{S}^r et Γ^r sont liés aux termes convectifs. Là encore, l'expression de la matrice relative aux surfaces rigides tournantes Γ^r n'est pas triviale : celle-ci doit être calculée comme en 4.7.1, en faisant intervenir le vecteur des fonctions de forme de l'élément de bord ainsi que la matrice de leurs gradients sur l'élément volumique associé.

Comme précédemment, afin d'alléger les notations, le système est réécrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{H}_m^\alpha \bar{\mathbf{X}}_m^\alpha + \mathbf{G}_m^\alpha \mathbf{Z}_m^\alpha = \mathbf{s}_m^\alpha, \text{ où } \mathbf{Z}_m^\alpha = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_m^{\alpha i} \\ \mathbf{Y}_m^{\alpha i} \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

5.1.2 Condition limite à l'interface

Cette section représente la majeure différence théorique par rapport à la méthode présentée dans le chapitre précédent. En deux dimensions, la règle de sélection est construite via l'utilisation d'une transformée de Fourier azimuthale sur l'interface circulaire. En trois dimensions, l'interface entre Ω^r et Ω^f est une surface de révolution pour laquelle on suppose qu'une base orthogonale de la forme $S(r, z)e^{in\theta}$ est connue. Cette surface tridimensionnelle est projetée sur un plan, comme illustré sur la Fig. 5.2, ce qui permet de paramétrer la position d'un point de $\Gamma^{\alpha i}$ avec uniquement deux coordonnées, (s, θ) . Pour un cylindre de rayon R et de hauteur H , les projections des centres des bases correspondent respectivement au point $s = 0$ et au cercle $s = 2R + H = a$.

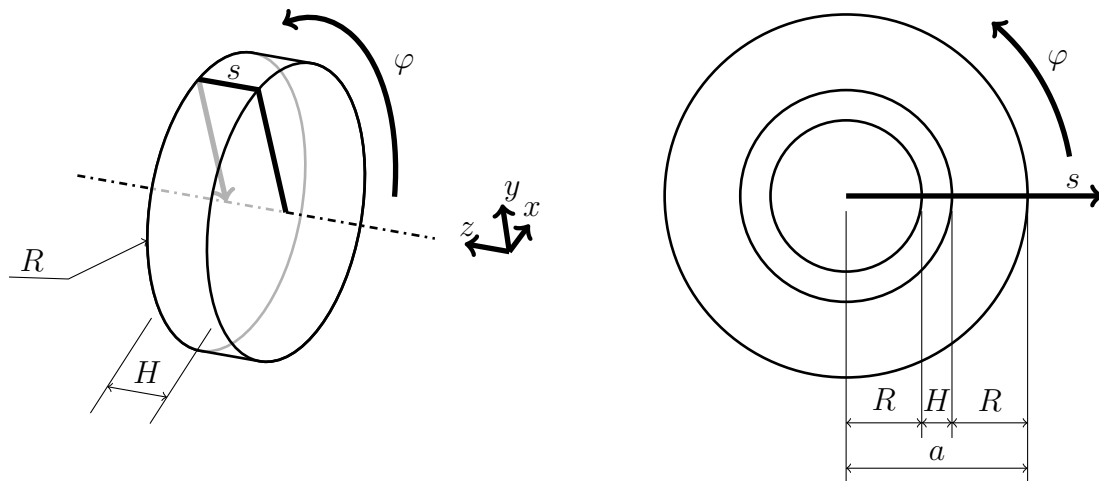


FIGURE 5.2 – Définition des paramètres et projection de l'interface.

La continuité de l'inconnue et de sa dérivée normale à l'interface s'écrit de la manière suivante :

$$\psi^f(s, \theta, t) = \psi^r(s, \varphi = \theta - \Omega t, t), \quad (5.12)$$

$$\partial_n \psi^f(s, \theta, t) = -\partial_n \psi^r(s, \varphi = \theta - \Omega t, t). \quad (5.13)$$

On rappelle que le vecteur normal n'a pas la même définition dans les deux régions (voir la Fig. 5.1), ce qui explique la présence du signe négatif dans l'expression (5.13). Comme dans le chapitre 4, on utilise ensuite (5.4) pour obtenir

$$\psi^\alpha(s, \theta, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \psi_m^\alpha(s, \theta) e^{im\Omega t/C}, \quad (5.14)$$

$$\partial_n \psi^\alpha(s, \theta, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \partial_n \psi_m^\alpha(s, \theta) e^{im\Omega t/C}. \quad (5.15)$$

On suppose connu une décomposition de la forme

$$f(s, \theta) = \sum_{n,l} A_{n,l} S_{l,n}(s) e^{in\theta}. \quad (5.16)$$

Pour le cas présent d'une interface cylindrique, une méthode pour calculer les valeurs nodales de $S_{l,n}(s)$ est donnée dans la section 5.4.2. Cette décomposition est utilisée dans (5.14) et (5.15) :

$$\psi_m^\alpha(s, \theta) = \sum_{n,l} A_{m,n,l}^\alpha S_{l,n}(s) e^{in\theta}, \quad (5.17)$$

$$\partial_n \psi_m^\alpha(s, \theta) = \sum_{n,l} B_{m,n,l}^\alpha S_{l,n}(s) e^{in\theta}. \quad (5.18)$$

En rassemblant (5.12) (5.14) (5.17) et (5.13) (5.15) (5.18), on obtient :

$$\sum_{m,n,l} A_{m,n,l}^f S_{l,n}(s) e^{i(n\theta+m\Omega t/C)} = \sum_{m',n',l'} A_{m',n',l'}^r S_{l,n}(s) e^{i(n'\theta-n'\Omega t+m'\Omega t/C)}, \quad (5.19)$$

$$\sum_{m,n,l} B_{m,n,l}^f S_{l,n}(s) e^{i(n\theta+m\Omega t/C)} = - \sum_{m',n',l'} B_{m',n',l'}^r S_{l,n}(s) e^{i(n'\theta-n'\Omega t+m'\Omega t/C)} \quad (5.20)$$

qui, en utilisant l'orthogonalité des modes sur le cylindre, mène à une nouvelle règle de sélection :

$$A_{m,n,l}^f = A_{m+nC,n,l}^r \text{ et } B_{m,n,l}^f = -B_{m+nC,n,l}^r. \quad (5.21)$$

Comme précédemment, cette règle traduit un couplage entre les fréquences, et implique l'indice azimutal n . Afin d'appliquer ces conditions dans le système éléments finis, les équations (5.17) et (5.18) sont tronquées en choisissant arbitrairement une paire (N, L) :

$$\psi_m^\alpha(s, \theta) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L A_{m,n,l}^\alpha S_{l,n}(s) e^{in\theta}, \quad (5.22)$$

et

$$\partial_n \psi_m^\alpha(s, \theta) = \sum_{n=-N}^N \sum_{l=0}^L B_{m,n,l}^\alpha S_{l,n}(s) e^{in\theta}, \quad (5.23)$$

puis écrites en chaque nœud du maillage des interfaces :

$$\mathbf{X}_m^{fi} = \Phi^f \mathbf{A}_m^f, \quad \mathbf{X}_m^{ri} = \Phi^r \mathbf{A}_m^r \quad \text{et} \quad \mathbf{Y}_m^f = \Phi^f \mathbf{B}_m^f, \quad \mathbf{Y}_m^r = \Phi^r \mathbf{B}_m^r \quad (5.24)$$

où la p -ième colonne de Φ^α est associée à la paire (n, l) et contient l'expression du mode correspondant aux nœuds de la surface $\Gamma^{\alpha i}$:

$$(\Phi^r)_{j,p} = S_{l,n}(s_j^r) e^{in\varphi_j^r}, \quad (\Phi^f)_{j,p} = S_{l,n}(s_j^f) e^{in\theta_j^f}, \quad (5.25)$$

où s_j^α est la position radiale du nœud j de l'interface tournante ($\alpha = 'r'$) ou fixe ($\alpha = 'f'$), et θ_j, φ_j sa position angulaire. Ceci est illustré sur la Figure 5.3 avec un exemple de maillage non conforme.

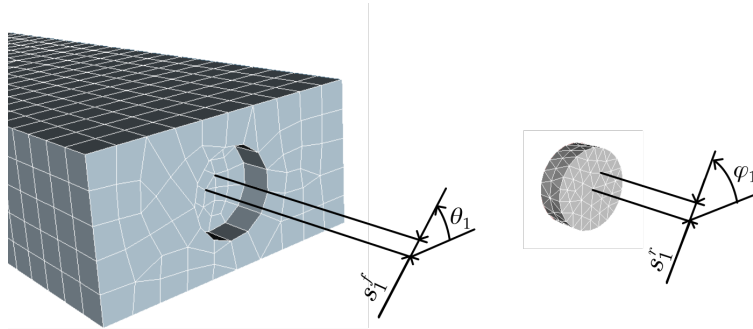


FIGURE 5.3 – maillages FEM d'une région fixe (gauche) et d'une région tournante (droite).

Après projection avec la matrice Φ^α , l'équation (5.11) prend la même forme que dans le chapitre précédent :

$$\tilde{\mathbf{H}}_m^\alpha \bar{\mathbf{X}}_m^\alpha + \tilde{\mathbf{G}}_m^\alpha \tilde{\mathbf{Z}}_m^\alpha = \tilde{\mathbf{s}}_m^\alpha, \quad \text{où} \quad \tilde{\mathbf{Z}}_m^\alpha = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_m^\alpha \\ \mathbf{B}_m^\alpha \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

5.1.3 Méthode de résolution

L'indice supplémentaire l n'intervient pas dans la règle de sélection, et le couplage des systèmes construits pour chaque fréquence ω_m se fait de la même manière que dans le chapitre précédent :

$$\mathbf{Q}_m \mathbf{V}_m + \sum_{n=-\eta}^{\eta} \mathbf{C}_n \mathbf{V}_{m+nC} = \tilde{\mathbf{S}}_m, \quad (5.27)$$

où l'on rappelle que

$$\mathbf{Q}_m \mathbf{V}_m = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_m^f & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_m^f & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{H}}_m^r & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_m^r \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{X}}_m^f \\ \tilde{\mathbf{X}}_m^r \\ \tilde{\mathbf{Z}}_m^f \\ \tilde{\mathbf{Z}}_m^r \end{pmatrix}, \quad (5.28)$$

et

$$\mathbf{C}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{J}_n \end{bmatrix}. \quad (5.29)$$

Le paramètre de couplage η introduit dans le chapitre précédent reste utilisable dans le cas 3D, on notera simplement que ce couplage n'est techniquement possible que si $\eta \leq N$.

5.2 Résultats

Quatre cas tests ont été choisis pour illustrer cette méthode. Dans tous les cas les ondes se propagent en conduits infinis : dans les deux premiers cas, il s'agit un conduit cylindrique de rayon 0.1 m. Dans les deux derniers cas, le même conduit rectangulaire que dans les chapitres 2 et 3 est utilisé.

De manière similaire à ce qui a été fait en 4.4, les deux premiers cas représentent respectivement une source fixe à proximité d'une région tournante vide, et à une source tournante. Dans le troisième cas test, les bruits rayonnés par deux sources placées à des positions initiales différentes sont comparés. Enfin, le dernier cas test correspond à un ventilateur axial similaire à celui utilisé en Fig. 1.1, avec une géométrie simplifiée.

La vitesse de rotation de la zone tournante est la même que dans le chapitre 4, $\Omega = 5000$ rpm. Les sources sont également similaires à celles utilisées en 2D, à l'exception du troisième cas pour lequel un bruit blanc est utilisé. Pour les trois autres cas tests, le spectre correspond donc à la somme d'un bruit tonal à la fréquence ω_{m_0} et d'un bruit de fond,

$$S_m^\alpha(\mathbf{x}) = A_m \delta(\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}_s^\alpha), \quad (5.30)$$

avec $A_{m_0} = 1$ et $A_m = 0.01$ sinon. Le choix de $C = 2$ et $m_0 = 36$ permet de conserver la même fréquence que précédemment pour le bruit tonal, $f_0 = 1500$ Hz.

Les niveaux de puissance montrés ci-dessous correspondent à la puissance rayonnée en aval, comme dans les chapitres 2 et 3.

5.2.1 Cas test 1 : région tournante vide

Dans ce premier cas test, comme dans 4.4.1, la source est placée hors de la zone tournante afin de vérifier que la propagation des ondes n'est pas perturbée par la présence de la zone tournante. La source est placée en $(r_s, z_s) = (0.06, 0.03)$ et la puissance acoustique est calculée sur la face opposée, en $z = 0.7$. La zone tournante est donc placée entre la source et la section de mesure. Cette dernière est un cylindre de rayon 0.04 m et de hauteur 0.02 m, et les axes du conduit et du cylindre sont confondus.

Le maillage est composé d'au moins quatre tétraèdres quadratiques par longueur d'onde à 2 kHz, et est raffiné autour de la zone tournante, comme montré sur la Fig. 5.4(a). Le paramètre de couplage η est fixé à 3, et les matrices de projection Φ^α sont construites avec $N = 5$ et $L = 4$. Le résultat est comparé à la solution numérique obtenue avec le même maillage et une condition limite de continuité à l'interface entre les deux régions.

En bas de la Fig. 5.4, la partie réelle du potentiel à $t = T/4$ est représentée, pour la solution de référence sans rotation (b) et pour la solution avec rotation (c). Le résultat est cohérent et le champ acoustique ne semble pas perturbé par la présence de la zone tournante.

On rappelle l'expression des modes d'un conduit cylindrique orienté selon l'axe z :

$$\Phi_{\mu\nu}(r, \Theta, z) = \frac{1}{\Lambda_{\mu\nu}} J_\mu(\alpha_{\mu\nu} r) e^{-i\nu\Theta \pm ik_{\mu\nu} z}, \quad (5.31)$$

avec J_μ la fonction de Bessel de première espèce, $\alpha_{\mu\nu} = \frac{j'_{\mu\nu}}{a}$, $j'_{\mu\nu}$ le ν -ième zéro de la dérivée première de J_μ et $\Lambda_{\mu\nu}$ un facteur de normalisation. Les fréquences de coupure associées avec $c = 340$ m/s (indiquées par les barres verticales grises sur les prochaines figures) sont données dans le Tableau 5.1 pour la bande de fréquence considérée ici.

Les niveaux de puissance rayonnée pour le cas test et la référence sont montrés sur la Fig 5.5. Comme attendu, le bruit de fond montre bien des sauts aux fréquences de coupure, et un pic à ω_{m_0} . Les deux résultats concordent bien, l'erreur causée par

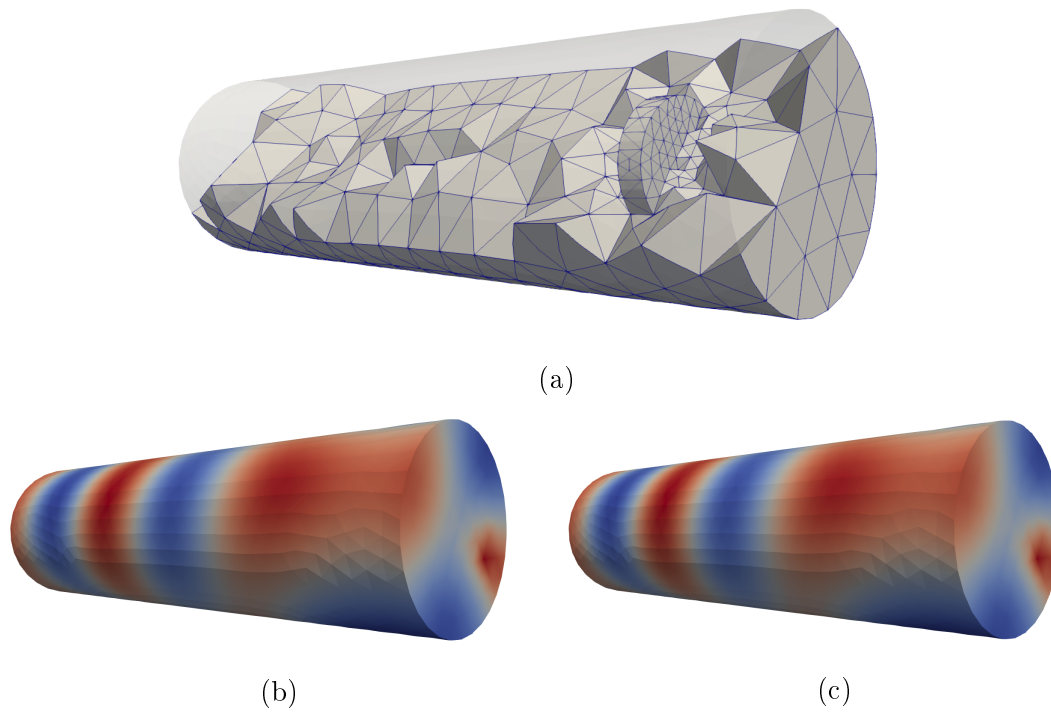


FIGURE 5.4 – Cas test 1, maillage (a) et partie réelle du potentiel pour la solution sans rotation (b) et avec rotation (c).

Ordres (ν, μ)	$(\pm 1, 1)$	$(\pm 2, 1)$	$(0, 1)$	$(\pm 3, 1)$	$(\pm 1, 2)$	$(\pm 4, 1)$
Coupures (Hz)	997	1653	2074	2274	2878	2885

Tableau 5.1 – Fréquences de coupure pour le conduit cylindrique.

la rotation n'est pas visible sur ce résultat.

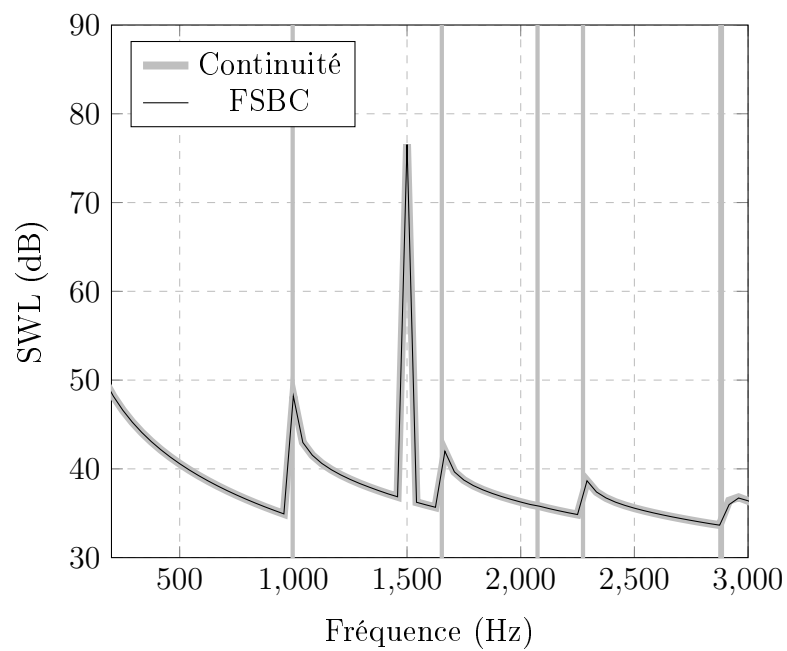


FIGURE 5.5 – Cas test 1, SWL rayonné en aval.

5.2.2 Cas test 2 : source tournante

Dans ce second cas test, le même maillage et les mêmes paramètres que dans le cas précédent sont utilisés (en particulier, les valeurs de η , N et L sont conservés). La seule différence porte sur la localisation de la source, située dans la zone tournante en $(r_s = 0.036, z_s = 0.11)$. La solution de référence pour vérifier le résultat est la solution analytique dont l'établissement est détaillé dans la section 5.4.1.

La Fig. 5.6 montre la représentation spatiale du potentiel des vitesses, pour la solution analytique (a) et la solution numérique (b). Là encore, ces résultats sont calculés à $t = T/4$. Sur cette figure, aucune différence n'est visible entre ces deux solutions.

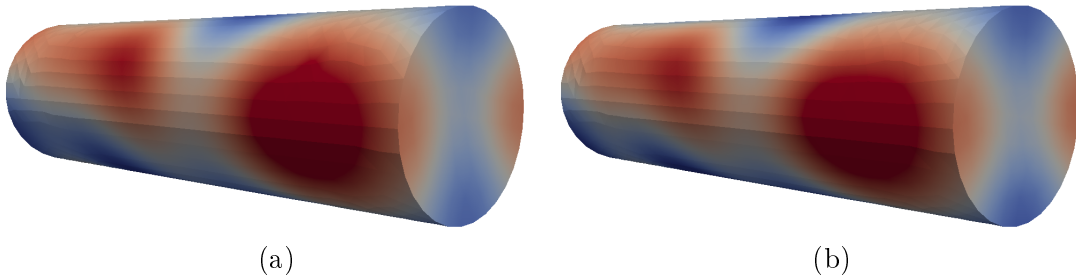


FIGURE 5.6 – Cas test 2, partie réelle du potentiel des vitesses, solution analytique (a) et numérique (b).

Les niveaux de puissance rayonnés en aval pour la solution numérique et la solution de référence sont comparés sur la Fig. 5.7. Ces deux courbes sont bien confondues. On remarque que lorsque la source est en rotation, un pic supplémentaire apparaît à gauche de la fréquence d'excitation ($m = m_0 - C$) et deux autres apparaissent à droite ($m = m_0 + C$ et $m = m_0 + 2C$). Ceci est dû au fait que (i) l'indice n dans l'expression des modes et dans (5.43) sont les mêmes, et que (ii) puisqu'il s'agit d'un niveau de puissance, seuls les modes propagatifs y contribuent.

Selon le Tableau 5.1, à $\omega_{m_0-C} \approx 1417$ Hz, un mode d'ordre azimutal $+1$ est propagatif, ce qui explique la présence du pic à gauche de la fréquence d'excitation. Cependant, à $\omega_{m_0-2C} \approx 1333$ Hz, tous les modes d'ordre $n = +2$ sont évanescents et il ne peut donc pas y avoir de second pic supplémentaire à gauche. Le même raisonnement permet d'expliquer l'existence des pics à droite : à $\omega_{m=m_0+C} \approx 1583$ Hz un mode d'ordre $n = -1$ est propagatif, et à $\omega_{m=m_0+2C} \approx 1667$ Hz, un mode d'ordre $n = -2$ l'est également. À $\omega_{m_0+3C} = 1750$ Hz, tous les modes d'ordre $n = -3$ sont évanescents et il ne peut pas y avoir plus de deux pics supplémentaires à droite. D'autres illustrations de ceci pour différentes fréquences d'excitation et vitesses de rotation sont données dans la section 5.4.1.

Comme montré dans le chapitre 4 et puisque au plus deux pics supplémentaires émergent du bruit de fond, il suffit de choisir $\eta \geq 2$ pour les prédire correctement. Le

choix des valeurs de N et L repose quant à lui sur deux critères : (i) comme mentionné plus haut, afin de pouvoir exprimer la règle de sélection (5.21), N doit être supérieur à η , et (ii) N, L doivent être suffisamment grands pour que l'approximation (5.16) ait un sens physique. On note également que les maillages de l'interface doivent être suffisamment fins pour représenter correctement les modes d'ordres les plus élevés.

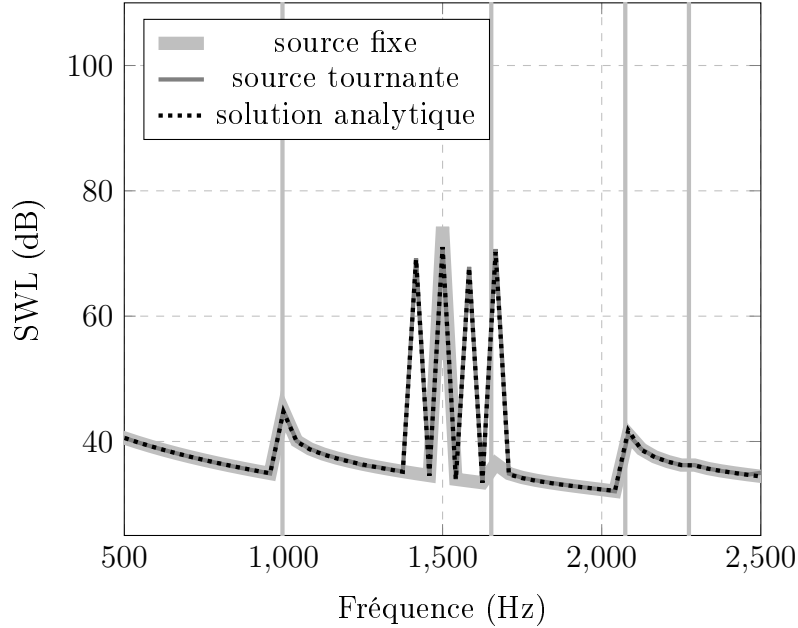


FIGURE 5.7 – Case test 2, SWL rayonné en aval.

5.2.3 Cas test 3 : sources tournantes dans un conduit rectangulaire

Dans ce cas test, le conduit cylindrique est remplacé par un conduit rectangulaire de côté $a*b = 0.2*0.1$, comme dans les premiers chapitres de cette thèse. Le domaine de calcul fait 0.5 m de long et les sources sont placées dans le cylindre tournant. L'expression des modes de ce conduit est rappelée ici :

$$\Phi_{pq}(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{(2 - \delta_{p0})(2 - \delta_{q0})}{ab}} \cos\left(\frac{p\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{q\pi}{b}y\right) e^{\pm ik_m z}. \quad (5.32)$$

Le maillage est constitué d'au moins quatre tétraèdres quadratiques par longueur d'onde à 3 kHz, et est raffiné autour de la zone tournante, comme montré sur la Fig. 5.8. Les valeurs de η , N et L sont les mêmes. Contrairement aux autres cas, l'amplitude de la source est constante sur toutes les fréquences. Deux positions de source différentes, s_1 et s_2 , sont comparées. Ces positions sont respectivement $(r_{s_1} = 0.028, \theta_{s_1} = 0, z_{s_1} = 0.11)$ et $(r_{s_2} = 0.028, \theta_{s_2} = \pi/2, z_{s_2} = 0.11)$. Pour la source s_2 , un déphasage de $\frac{\pi}{2\Omega}$ est imposé dans le membre de droite.

Puisque ces deux sources sont placées à différentes positions lorsqu'elles ne sont pas en rotation, elles n'excitent pas les mêmes modes et l'on peut s'attendre à des puissances rayonnées différentes. Pour la bande de fréquence étudiée, s_1 est située sur des lignes nodales des modes (0, 1), (1, 1), (2, 1) et (3, 1). La source s_2 est placée sur des lignes nodales des modes (1, 0), (1, 1), (3, 0) et (3, 1). Ceci explique pourquoi les sauts sur la Fig. 5.9(a) ne sont pas situés aux mêmes fréquences (le Tableau 5.2 indique les ordres des premiers modes et leurs fréquences de coupure avec $c = 340 \text{ m/s}$ [7]). Cependant, les deux sources sont placées au même rayon et le déphasage correspond au retard entre les deux sources lorsque celles-ci sont en rotation. Par conséquent, le bruit rayonné par ces deux sources tournantes doit être le même. Sur la Fig. 5.9(b), on vérifie que les deux résultats sont bien identiques.

Ordres (p, q)	(1, 0)	(2, 0)	(0, 1)	(1, 1)	(2, 1)	(3, 0)	(3, 1)
Coupures (Hz)	850	1700	1700	1900	2404	2550	3064

Tableau 5.2 – Fréquences de coupure pour le conduit rectangulaire.

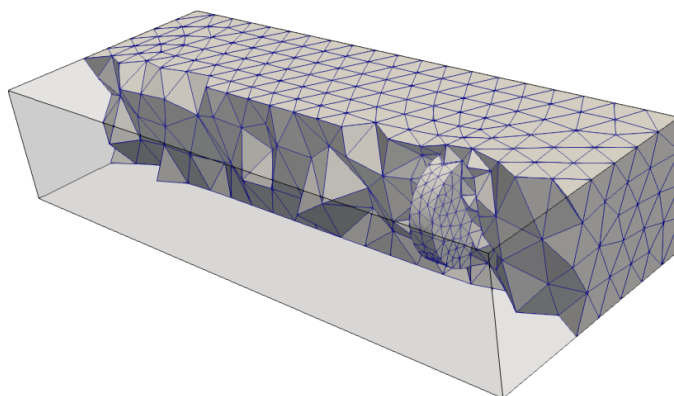


FIGURE 5.8 – Cas test 3, domaine et maillage.

5.2.4 Cas test 4 : ventilateur axial en rotation

Ce dernier cas test, toujours dans le même conduit rectangulaire, correspond à l'objet d'étude de cette thèse : un ventilateur axial. Celui-ci correspond à un ventilateur d'ordinateur simplifié, à sept pales. Les pales sont modélisées par des plaques planes d'envergure 0.013 m, de corde 0.02 m et d'épaisseur 0.003 m. Celles-ci sont inclinées à 45° et le rayon en bout de pale est de 0.03 m. Le ventilateur tourne à 5000 rpm, ce qui correspond à un nombre de Mach en bout de pale inférieur à 0.06. La Fig. 5.10 donne un aperçu du domaine et du maillage (a) ainsi qu'un gros plan de la géométrie du ventilateur et de l'interface (b). Pour ce cas test, η est fixé à

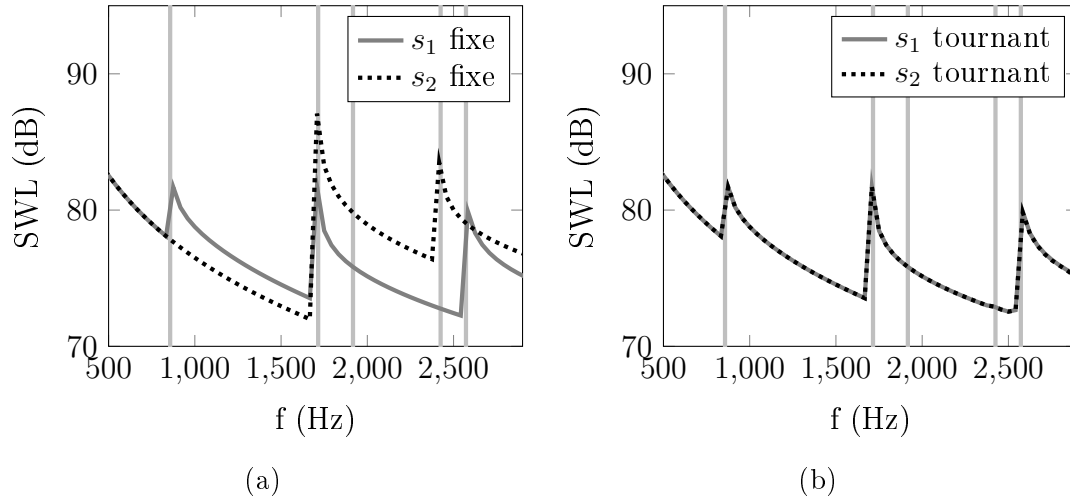


FIGURE 5.9 – Cas test 3, SWL pour les sources fixes (a) et tournantes (b).

4. Le maillage de l'interface a été raffiné afin d'être en mesure de construire Φ^α avec $N = 7$ et $L = 6$. Une source est placée dans la région tournante, entre deux pales, en $(r_s, \theta_s, s) \approx (0.5, \pi)$. Le même spectre d'excitation que dans les deux premiers cas tests est utilisé.

Des coupes du potentiel acoustique à $t = T/2$ sont montrées sur la Fig. 5.11(a). Sur cette représentation, le rectangle noir indique la position de l'interface. Les puissances rayonnées lorsque le cylindre est fixe ou en mouvement sont montrées sur la Fig. 5.11(b).

Une perspective évidente de ce cas test serait d'introduire dans l'équation de départ un terme source aérodynamique comme dans la PCWE, afin de modéliser fidèlement le bruit produit par un tel système.

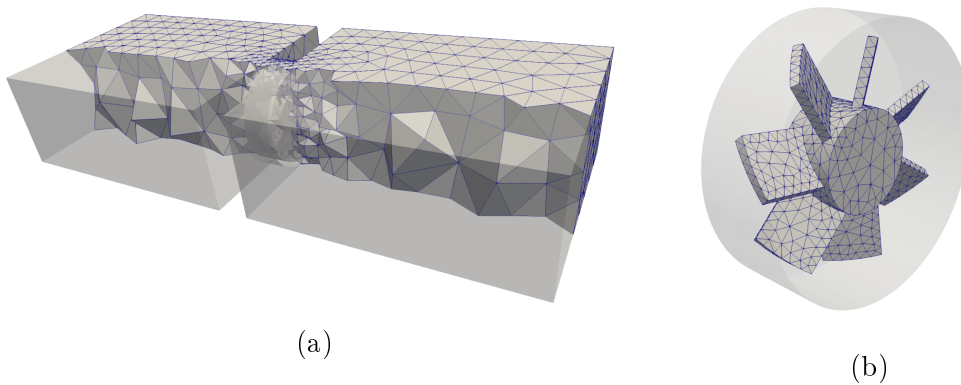


FIGURE 5.10 – Cas test 4, domaine de calcul et coupe du maillage (a), et région tournante contenant le ventilateur (b).

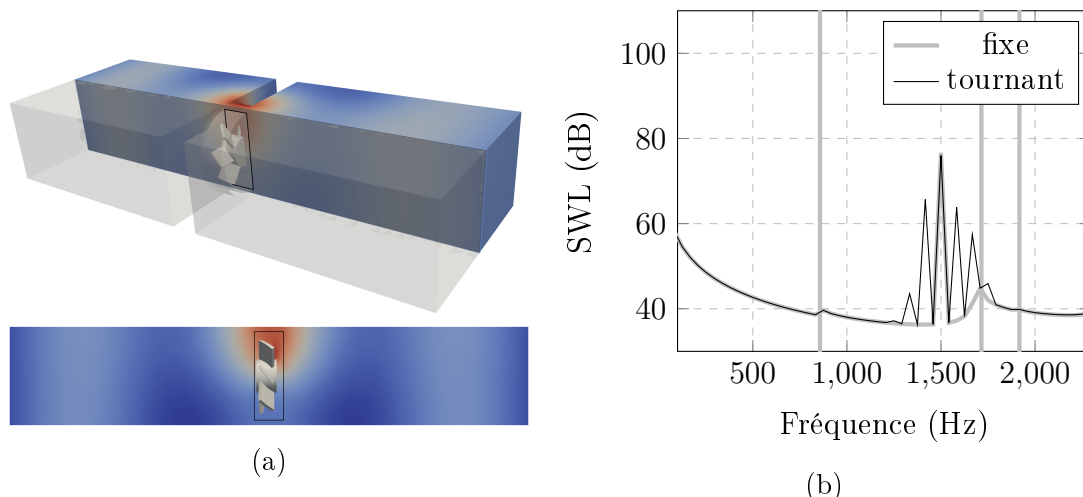


FIGURE 5.11 – Cas test 4, représentation spatiale du potentiel (a) et niveau de puissance (b).

5.3 Conclusions

Dans le chapitre précédent, la méthode proposée n'était utilisable qu'en deux dimensions puisque la règle de sélection impliquait une interface circulaire entre la zone fixe et la zone tournante du domaine. Dans ce chapitre, une règle de sélection en trois dimensions est établie et employée de la même manière dans un calcul FEM. Afin de construire celle-ci, il est nécessaire de déterminer des fonctions orthogonales sur l'interface permettant d'approximer les inconnues. Pour le cas d'une interface cylindrique, une méthode pour construire la matrice de projection est détaillée. Une fois cette matrice de projection construite, le reste de la méthode reste sensiblement identique.

Quatre cas tests sont utilisés pour appliquer cette méthode : dans le premier, une source est placée hors de la zone tournante, dans un conduit cylindrique, afin de vérifier que la propagation des ondes n'est pas perturbée par la présence de la région mobile. Dans le second cas, la source est placée dans la région tournante et le résultat numérique obtenu est comparé à une solution analytique. Le troisième cas test, dans un conduit rectangulaire, compare le bruit rayonné par deux sources placées à deux positions différentes. Enfin, le dernier cas test montre l'applicabilité de cette méthode pour répondre à l'objectif de cette thèse et s'intéresse au bruit rayonné par une source proche des pales d'un ventilateur axial.

Pour que la méthode présentée ici puisse servir d'alternative aux approches temporelles telles que celle décrite par Kaltenbacher [48], plusieurs extensions et améliorations sont encore nécessaires. En particulier, cette méthode conduit à la construction d'un système résolvant toutes les fréquences simultanément, et le coût numérique d'une telle stratégie peut rapidement devenir conséquent. Le développement d'une méthode alternative pour la résolution du système couplé doit donc être

envisagé pour rendre possible l'utilisation de maillages plus conséquents, ou un plus grand nombre de fréquences. De plus, l'application de ce formalisme à une analogie aéroacoustique comme celle de Ribner permettrait d'utiliser un terme source représentant les sources aérodynamique et ferait de cette méthode une bonne candidate pour la prédiction du bruit de machines tournantes.

5.4 Compléments

5.4.1 Solution analytique pour une source tournante en conduit cylindrique

Dans cette section, une solution analytique correspondant au cas test 2 est établie, avec la même approche qu'en 4.6. On considère un conduit cylindrique infini de rayon a et une source ponctuelle rayonnant un signal $A(t)$, placée en $\mathbf{x}_s(t) = (r_s, \Theta_s(t), z_s)$. Cette source tourne autour de l'axe du conduit à la vitesse angulaire Ω : $\Theta_s(t) = \Theta_s(0) + \Omega t$. On choisit $\Theta_s(0) = 0$ arbitrairement afin d'alléger les notations.

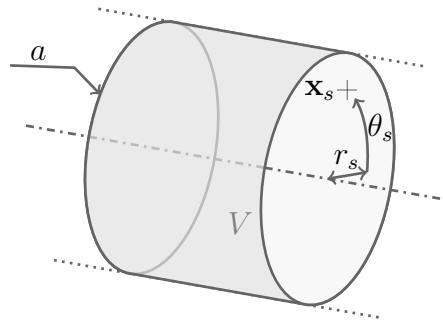


FIGURE 5.12 – Domaine et notations pour la solution analytique 3D.

On cherche l'expression du potentiel des vitesses vérifiant

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \Delta \psi = A(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s(t)) \text{ dans } V \quad (5.33)$$

avec une condition limite de paroi rigide sur les murs du conduit. On introduit la transformée de Fourier :

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\mathbf{x}, t) e^{-i\omega t} dt \quad (5.34)$$

et l'on obtient une équation de Helmholtz sur $\hat{\psi}$:

$$\Delta \hat{\psi} + k^2 \hat{\psi} = \hat{F}(\mathbf{x}, \omega) \text{ dans } V, \quad (5.35)$$

avec

$$\hat{F}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s(t)) e^{-i\omega t} dt. \quad (5.36)$$

La fonction de Green $\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$ associée à (5.35) vérifie

$$\Delta \hat{G} + k^2 \hat{G} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (5.37)$$

La solution $\hat{\psi}$ est donnée explicitement par

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \int_V \hat{F}(\mathbf{y}, \omega) \hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) dV_y, \quad (5.38)$$

ce qui donne

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \int_V \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}_s(t)) e^{-i\omega t} \hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) dt dV_y \quad (5.39)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} A(t) e^{-i\omega t} \hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s(t), \omega) dt. \quad (5.40)$$

La fonction de Green cylindrique est donnée par exemple par Glegg et Devenport en coordonnées polaires [30] :

$$\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \hat{G}_{\nu}(r_x, z_x, r_y, z_y, \omega) e^{-i\nu(\Theta_x - \Theta_y)}, \quad (5.41)$$

$$\hat{G}_{\nu}(r_x, z_x, r_y, z_y, \omega) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{i}{2k_{\mu\nu} \Lambda_{\mu\nu}} J_{\nu}(\alpha_{\mu\nu} a) J_n(\alpha_{\mu\nu} r_s) e^{ik(z_x - z_y)}, \quad (5.42)$$

avec J_{ν} la fonction de Bessel de première espèce, $\alpha_{\mu\nu} = \frac{j'_{\mu\nu}}{a}$, $j'_{\mu\nu}$ le μ -ième zéro de la dérivée première de J_{ν} et $\Lambda_{\mu\nu}$ un facteur de normalisation. En utilisant $\Theta_s(t) = \Omega t$, on obtient l'expression suivante

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{\nu \in \mathbb{Z}} \hat{A}(\omega - \nu\Omega) \hat{G}_{\nu}(r_x, r_s, \omega) e^{-i\nu\Theta_x} \quad (5.43)$$

où \hat{A} est la transformée de Fourier de $A(t)$:

$$\hat{A}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (5.44)$$

Cette amplitude est choisie comme dans les cas tests ci-dessus,

$$\hat{A}(\omega) = 2\pi \sum_{m \in \mathbb{Z}} A_m \delta(\omega - \omega_m). \quad (5.45)$$

Avec le cas idéal d'un bruit tonal ($A_{m_0} = A$ et $A_m = 0$ sinon), on obtient :

$$\psi_{m_0+\nu C}(\mathbf{x}) = A\hat{G}_\nu(r_x, r_s, \omega_{m_0+\nu C})e^{-i\nu\Theta_x}. \quad (5.46)$$

Ainsi, de manière similaire à ce qui a été montré dans le chapitre précédent, le bruit perçu a la forme d'un peigne avec une fréquence centrale à ω_{m_0} et des pics additionnels aux fréquences $m_0 + \nu C$, dont les amplitudes dépendent de $|\hat{G}_\nu|$. Dans le cas test 2, la fréquence d'excitation est fixée à $f_0 = 1500$ Hz et avec la valeur choisie de Ω , un seul pic apparaît à gauche de ω_{m_0} , et deux à droite. Comme expliqué en 5.2.2, ceci s'explique par le fait que les contributions à $f_0 \pm \nu C$ sont portées par les modes d'ordre azimutal $\pm\nu$. Si ces modes sont évanescents à $f_0 \pm \nu C$, ils ne contribuent pas au niveau de puissance. Afin d'illustrer ceci, la Fig. 5.13 montre des résultats obtenus pour différentes fréquences d'excitation.

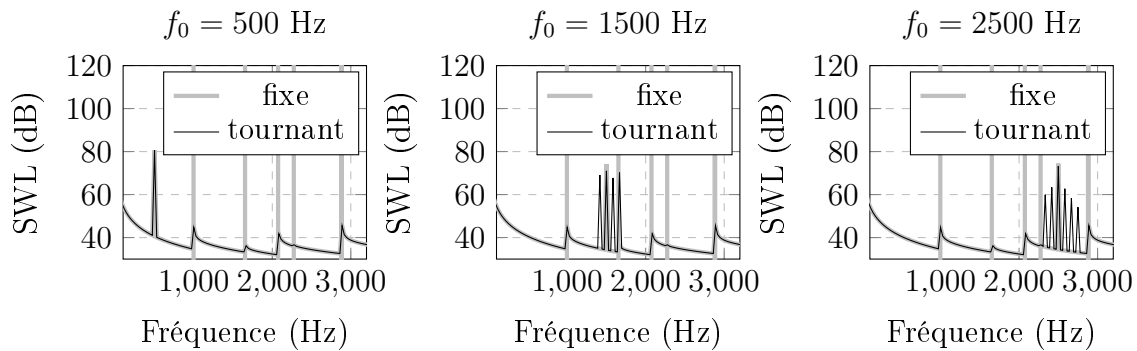


FIGURE 5.13 – Solution analytique pour le cas test 2, pour différentes fréquences d'excitation.

De plus, comme en deux dimensions, l'écart entre les pics dépend de la vitesse de rotation : le nombre de pics additionnels dépend donc aussi de Ω . Ceci est illustré sur la Fig 5.14.

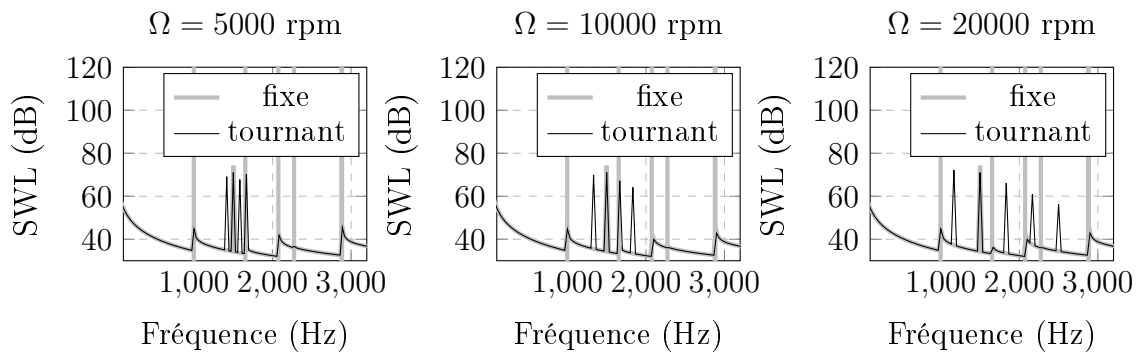


FIGURE 5.14 – Solution analytique pour le cas test 2, influence de la vitesse de rotation.

5.4.2 Vecteurs orthogonaux sur l'interface

On utilise le même système de coordonnées que dans la section 5.1.2 : l'interface cylindrique est projetée en deux dimensions et définie par $0 \leq s \leq 2R + H$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, comme montré sur la Fig. 5.2. On définit le produit scalaire $\langle u|v \rangle = \int_S uv^* ds$, avec S la surface du cylindre. Afin de construire la règle de sélection (5.21), une décomposition $f(s, \theta) = \sum_{n,l} A_{n,l} S_{l,n}(s) e^{in\theta}$ est nécessaire. On cherche donc $S_{l,n}(s)$ tel que $\langle S_{l,n} e^{in\theta} | S_{l',n'} e^{in'\theta} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{nn'}$. Pour éviter une discontinuité lorsque $n \neq 0$, il est nécessaire d'avoir $S_{l,n}(0) = S_{l,n}(a) = 0$.

Soit $f(s, \theta) = \sum_{n,l} \beta_{n,l} \Psi_{l,n}(s) e^{in\theta}$ avec

$$\Psi_{n,l}(s) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cos\left(\frac{l\pi s}{a}\right), & n = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sin\left(\frac{l\pi s}{a}\right), & n \neq 0. \end{cases} \quad (5.47)$$

Le produit scalaire $I = \langle S_{l,n} e^{in\theta} | S_{l',n'} e^{in'\theta} \rangle$ peut être déterminé analytiquement :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \Psi_{ln}(s) e^{in\theta} \Psi_{l'n'}^*(s) e^{-in'\theta} s ds d\theta \\ &+ \int_0^R \int_0^{2\pi} \Psi_{ln}(a-s) e^{in\theta} \Psi_{l'n'}^*(a-s) e^{-in'\theta} s ds d\theta \\ &+ R \int_R^{R+H} \int_0^{2\pi} \Psi_{ln}(s) e^{in\theta} \Psi_{l'n'}^*(s) e^{-in'\theta} ds d\theta \end{aligned} \quad (5.48)$$

Où $n = n' = 0$, l et $l' \in \mathbb{N}$

$$I = 2 \int_0^R \cos(l\pi s/a) \cos(l'\pi s/a) s ds + \int_R^{R+H} \cos(l\pi s/a) \cos(l'\pi s/a) ds \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^R \cos\left(\frac{(l+l')\pi s}{a}\right) s ds + \int_0^R \cos\left(\frac{(l-l')\pi s}{a}\right) s ds \\ &+ \frac{R}{2} \int_R^{R+H} \cos\left(\frac{(l+l')\pi s}{a}\right) ds + \frac{R}{2} \int_R^{R+H} \cos\left(\frac{(l-l')\pi s}{a}\right) ds \end{aligned} \quad (5.50)$$

$$= A + B + C + D. \quad (5.51)$$

Si $l \neq l'$

$$\begin{cases} A = \frac{a}{(l+l')\pi} \left[R \sin\left(\frac{(l+l')\pi R}{a}\right) - \frac{a}{(l+l')\pi} \left(1 - \cos\left(\frac{(l+l')\pi R}{a}\right)\right) \right] \\ B = \frac{a}{(l-l')\pi} \left[R \sin\left(\frac{(l-l')\pi R}{a}\right) - \frac{a}{(l-l')\pi} \left(1 - \cos\left(\frac{(l-l')\pi R}{a}\right)\right) \right] \\ C = \frac{Ra}{2(l+l')\pi} \left[\sin\left(\frac{(l+l')\pi(R+H)}{a}\right) - \sin\left(\frac{(l+l')\pi R}{a}\right) \right] \\ D = \frac{Ra}{2(l-l')\pi} \left[\sin\left(\frac{(l-l')\pi(R+H)}{a}\right) - \sin\left(\frac{(l-l')\pi R}{a}\right) \right] \end{cases} \quad (5.52)$$

On note que lorsque l est pair et l' impair, $I = 0$. Sinon, si $l = l' = 0$,

$$\begin{cases} A = R^2/2 \\ B = R^2/2 \\ C = RH/2 \\ D = RH/2 \end{cases} \quad (5.53)$$

Sinon, $l = l' \neq 0$ et

$$\begin{cases} A = \frac{a}{(l+l')\pi} \left[R \sin \left(\frac{(l+l')\pi R}{a} \right) - \frac{a}{(l+l')\pi} \left(1 - \cos \left(\frac{(l+l')\pi R}{a} \right) \right) \right] \\ B = \frac{R^2}{2} \\ C = \frac{Ra}{2(l+l')\pi} \left[\sin \left(\frac{(l+l')\pi(R+H)}{a} \right) - \sin \left(\frac{(l+l')\pi R}{a} \right) \right] \\ D = \frac{RH}{2} \end{cases} \quad (5.54)$$

Où $n \neq 0$ et $n' \neq 0$, $l \in \mathbb{N}^*$

$$\begin{aligned} I &= \delta_{nn'} 2 \int_0^R \sin \left(\frac{l\pi s}{a} \right) \sin \left(\frac{l'\pi s}{a} \right) s \, ds \\ &\quad + \delta_{nn'} \int_R^{R+H} \sin \left(\frac{l\pi s}{a} \right) \sin \left(\frac{l'\pi s}{a} \right) ds \end{aligned} \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned} &= \delta_{nn'} \int_0^R -\cos \left(\frac{(l+l')\pi s}{a} \right) s \, ds + \delta_{nn'} \int_0^R \cos \left(\frac{(l-l')\pi s}{a} \right) s \, ds \\ &\quad + \delta_{nn'} \frac{R}{2} \int_R^{R+H} -\cos \left(\frac{(l+l')\pi s}{a} \right) ds \\ &\quad + \delta_{nn'} \frac{R}{2} \int_R^{R+H} \cos \left(\frac{(l-l')\pi s}{a} \right) ds \end{aligned} \quad (5.56)$$

$$= \delta_{nn'} (-A + B - C + D). \quad (5.57)$$

Ensuite, pour une valeur fixée de n , on cherche $S_{n,l} e^{in\theta}$ sous la forme d'une combinaison linéaire de $\Psi_{n,k} e^{in\theta}$: il faut alors déterminer les coefficients D_{lk} tels que

$$S_{l,n}(s) e^{in\theta} = \sum_k D_{lk} \Psi_{n,k}(s) e^{in\theta} \quad (5.58)$$

et

$$\langle S_{l,n} e^{in\theta} | S_{l',n'} e^{in'\theta} \rangle = \delta_{l'l'} \delta_{nn'}. \quad (5.59)$$

Cette relation exprimée pour l et $l' \leq L$ est écrite sous forme matricielle :

$$\mathbf{D}^T \mathbf{\Pi} \mathbf{D} = \mathbf{I}, \quad (5.60)$$

avec \mathbf{I} la matrice identité de taille L , $\{D_l\} = \langle \tilde{D}_{l1} \ \tilde{D}_{l2} \ \dots \ \tilde{D}_{lL} \rangle^T$ la l -ième colonne de \mathbf{D} et $(\mathbf{\Pi})_{kk'} = \langle S_{k,n} \Theta_n | S_{k',n} \Theta_n \rangle$. La matrice des produits scalaires $\mathbf{\Pi}$ peut être déterminée analytiquement comme détaillé ci-dessus, ou bien numériquement (un calcul numérique de $\mathbf{\Pi}$ permettrait d'utiliser des interfaces géométriquement plus complexes, mais avec une précision moindre). Le calcul des valeurs et vecteurs propres de $\mathbf{\Pi}$ donne $\mathbf{\Pi} \{ \hat{D}_l \} = \lambda_l \{ \hat{D}_l \}$ et on déduit les expressions de $\{D_l\}$:

$$\{D_l\} = \frac{\{ \hat{D}_l \}}{\| \hat{D}_l \| \lambda_l}. \quad (5.61)$$

À titre d'exemple, les vecteurs obtenus pour $n = 1$ et $L = 4$ sont montrés sur la Fig. 5.15, avec le maillage de l'interface utilisé pour les cas tests 1 et 2.

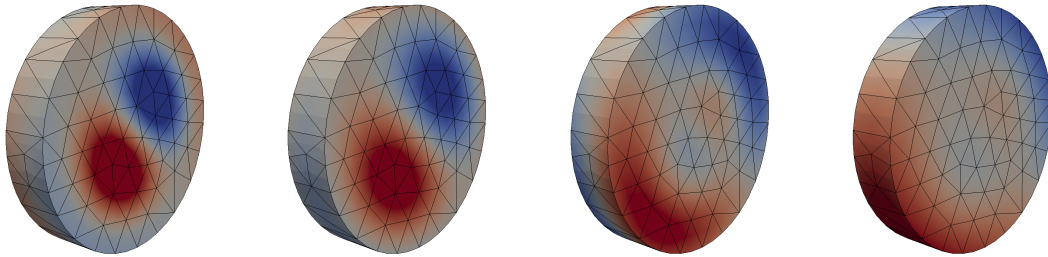


FIGURE 5.15 – Vecteurs orthogonaux obtenus pour $n = 1$ et $L = 4$. De gauche à droite, $l = 1, 2, 3, 4$.

Conclusions et perspectives

L'objectif de cette thèse était de proposer une méthode hybride de simulation du bruit aérodynamique applicable aux machines tournantes. Les méthodes hybrides s'appuient sur un découplage de la génération du bruit et de sa propagation, réalisées en deux étapes successives. Les premiers chapitres se concentrent sur l'étude du terme source : plusieurs méthodes sont comparées, tout d'abord dans le cas d'obstacles mobiles puis une extension applicable à des systèmes mobiles est étudiée. Les derniers chapitres se focalisent sur la propagation des ondes acoustiques, et une nouvelle méthode pour prendre en compte la rotation d'une portion du domaine y est proposée.

Dans le Chapitre 2, deux formulations éléments finis établies à partir des analogies de Lighthill et Ribner sont comparées. Le terme source de ces analogies est obtenu via un calcul LES puis interpolé sur un second maillage en vue d'une résolution acoustique par éléments finis. Si les deux formulations donnent des résultats cohérents, l'analogie de Ribner présente plusieurs avantages : l'espace de stockage occupé par les résultats intermédiaires est moindre que dans le cas de l'analogie de Lighthill, et le maillage acoustique n'a pas besoin d'être aussi raffiné. Afin de comparer ces méthodes et valider les résultats numériques, le cas d'application choisi, correspondant à un banc d'essai à l'UTC, est l'écoulement dans un conduit rectangulaire obstrué par un diaphragme. Des versions dites "poreuses" de la formulation de Ribner sont ensuite établies dans le Chapitre 3 : dans une première formulation, la région contenant les obstacles mobiles est entourée d'une surface fictive et n'est pas prise en compte lors du calcul acoustique. Une seconde formulation est proposée, dans laquelle le contenu de la zone mobile est figé. Ces formulations ont été appliquées au cas d'un profil aérodynamique fixe en conduit, qui a pour avantage, outre sa simplicité, d'avoir des sources de bruit similaires à celles présentes dans le cas d'un ventilateur. Ces deux variantes négligent l'effet de la rotation de l'obstacle sur

la diffraction des ondes, et mènent à une sous-estimation de la puissance rayonnée par le système étudié.

Le Chapitre 4 est consacré à l'établissement d'une nouvelle méthode en deux dimensions palliant les lacunes des formulations poreuses : tout en restant dans l'espace des fréquences, la rotation d'une portion cylindrique du domaine est prise en compte et il n'est pas nécessaire de négliger une partie la zone source. L'inconnue est décomposée sous la forme d'une série de Fourier dont le pas fréquentiel dépend de la période de rotation de la zone mobile. À l'interface entre les régions fixes et tournantes, la relation de continuité est réécrite après transformée de Fourier en temps et en azimut et l'équation temporelle est remplacée par une *règle de sélection*. La méthode des éléments finis est ensuite employée pour construire une série de systèmes fréquentiels couplés. Avec une telle méthode, des sources et obstacles peuvent être placés dans la zone tournante et l'effet de leur rotation est correctement pris en compte. Le Chapitre 5 présente une extension de cette méthode à des domaines en trois dimensions : les obstacles tournants sont cette fois inclus dans une région cylindrique et les inconnues à l'interface sont projetées sur des fonctions orthogonales. L'étude de plusieurs cas test simples et des comparaisons avec des solutions analytiques ont montré que cette nouvelle méthode donne de très bons résultats. Cependant, elle manque de maturité et de nombreux développements doivent être envisagés afin de la rendre utilisable dans un contexte industriel. Les premières extensions possibles seraient (i) d'y inclure un membre de droite représentatif de sources aérodynamiques, et (ii) de traiter le couplage fréquentiel par une approche itérative afin de réduire le coût de calcul. Ensuite, des couplages avec d'autres physiques (vibration, électromagnétisme) modèles (matériaux poreux) ou méthodes (BEM) peuvent être imaginés. En trois dimensions, cette méthode n'a en outre été testée que dans le cas de conduits, avec des systèmes de petite envergure et pour de faibles nombres de Mach. Il serait utile de la tester dans le cas de systèmes en espace libre, de plus grandes dimensions ou tournant à plus grande vitesse.

Condition limite et calcul de puissance en FEM

A.1 Condition limite DtN pour la propagation d'onde en conduit

Pour imposer une condition de non-réflexion des ondes en sortie de notre conduit, on écrit la valeur analytique de pression sous forme d'une somme de modes :

$$p(\mathbf{x}) = \sum_m A_m \Phi_m(\mathbf{x}). \quad (\text{A.1})$$

Dans le cas sans écoulement d'un conduit rectangulaire rigide de section $a \times b$ et orienté selon l'axe z , m est un indice double (p, q) et le mode normalisé Φ_m peut s'écrire analytiquement :

$$\Phi_m(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{(2 - \delta_{p0})(2 - \delta_{q0})}{A}} \cos\left(\frac{p\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{q\pi}{b}y\right) e^{\pm i k_m z}. \quad (\text{A.2})$$

Dans le cas sans écoulement d'un conduit cylindrique rigide de rayon a et orienté selon l'axe z , l'expression des modes normalisés au point $\mathbf{x} = (r, \theta, z)$ est la suivante, avec m un indice double (μ, ν) :

$$\Phi_{\mu\nu}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{\Lambda_{\mu\nu}}} J_\mu(\alpha_{\mu\nu} r) e^{-i\mu\theta \pm i k_{\mu\nu} z} \quad (\text{A.3})$$

où J_μ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre μ , $\alpha_{\mu\nu} = \frac{j'_{\mu\nu}}{a}$, $j'_{\mu\nu}$ est le ν -ième zéro de la dérivée première de J_μ .

Les modes Φ_m sont tels qu'ils forment une base orthonormée, $\int_\Gamma \Phi_m \Phi_{m'}^* d\Gamma = \delta_{mm'}$ avec Γ une section du conduit. Cette orthogonalité est utilisée pour déterminer les amplitudes modales $A_{m'}$:

$$\begin{aligned}
\int_{\Gamma} p \Phi_{m'}^* d\Gamma &= \int_{\Gamma} \sum_m A_m \Phi_m \Phi_{m'}^* d\Gamma \\
&= \sum_m A_m \int_{\Gamma} \Phi_m \Phi_{m'}^* d\Gamma = \sum_m A_m \delta_{mm'} \\
&= A_{m'}.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Avec la convention temporelle $e^{-i\omega t}$ et en dérivant par rapport à $\pm z$, on obtient la relation suivante de type DtN qui peut être utilisée comme condition limite aux extrémités du conduit :

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x) = +i \sum_m k_m \Phi_m(x) \int_{\Gamma} p(y) \Phi_m^*(y) dS(y). \tag{A.5}$$

Le terme de bord dans la formulation faible est le suivant : $\int_{\Gamma} \partial_n p \phi dS$. Si on développe cette expression en remplaçant $\partial_n p$ par son expression (A.5), on obtient :

$$\int_{\Gamma} \phi \cdot \partial_n p dS = \int_{\Gamma} \phi(x) \left(i \sum_m k_m \Phi_m(x) \int_{\Gamma} p(y) \Phi_m^*(y) dS(y) \right) dSx, \tag{A.6}$$

$$= \sum_m i k_m \int_{\Gamma} \phi(x) \Phi_m(x) dSx \int_{\Gamma} p(y) \Phi_m^*(y) dSy. \tag{A.7}$$

Après discrétisation sur un maillage et avec l'interpolation polynomiale FEM, on peut exprimer la matrice $\mathbf{\Gamma}$ correspondante à cette condition limite à l'aide des vecteurs contenant l'expression des modes aux nœuds de la surface concernée $\mathbf{\Phi}_m$ et de la matrice de masse \mathbf{M} de cette surface.

$$\mathbf{\Gamma} = \sum_m i k_m (\mathbf{M} \mathbf{\Phi}_m) (\mathbf{M} \mathbf{\Phi}_m^*)^T. \tag{A.8}$$

A.2 Calcul de puissance à partir de la condition DtN

Lorsque la condition DtN (A.8) est utilisée, le calcul de la puissance rayonnée amont ou aval peut s'appuyer sur celle-ci.

La puissance acoustique \mathcal{P} d'un système est définie de la manière suivante :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \Re \left\{ \int_S p v_n^* dS \right\} \tag{A.9}$$

où S est une surface fermée contenant le système étudié. Dans un conduit rigide, la vitesse acoustique normale est nulle sur les parois. On peut donc choisir $S = \Gamma_e \cup \Gamma_s$, avec Γ_e et Γ_s les surfaces des sections d'entrée et de sortie.

L'expression de la vitesse normale $v_n = \frac{\partial_n p}{i \rho_0 \omega}$ injectée dans l'expression de la

puissance donne

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \Re \left\{ \frac{i}{\rho_0 \omega} \int_{\Gamma} p \cdot \partial_n p^* dS \right\}. \quad (\text{A.10})$$

De manière similaire à ce qui est fait dans la section A.1, avec le formalisme FEM on trouve

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2\rho_0\omega} \Re \left\{ \mathbf{p}^T \sum_m k_m (\mathbf{M}\Phi_m) (\mathbf{M}\Phi_m^*)^T \mathbf{p}^* \right\}. \quad (\text{A.11})$$

Étude des conditions de non réflexion des ondes OpenFOAM

Les méthodes directes de calcul de bruit aérodynamique sont celles s'appuyant sur une simulation CFD compressible suffisamment précise pour résoudre les fluctuations acoustiques en même temps que les composantes aérodynamiques. Dans un tel calcul, l'utilisation de certaines conditions limites peut mener à une réflexion des ondes non physique. Afin de pallier ce problème, OpenFOAM propose l'emploi d'une condition limite *waveTransmissive* ou bien d'ajouter une zone dans laquelle un amortissement artificiel est progressivement imposé via une *acousticDampingSource*. Afin de mieux comprendre cette réflexion et le rôle des conditions limites, cette section présente une étude de ces différentes options dans le cas d'un conduit en deux dimensions.

B.1 Détermination du coefficient de réflexion

B.1.1 Cas d'une onde en incidence normale par rapport au bord

En conduit, ce cas de figure correspond au cas où seul le mode plan est présent dans le domaine (en-dessous de la première fréquence de coupure ou lorsque seul celui-ci est généré).

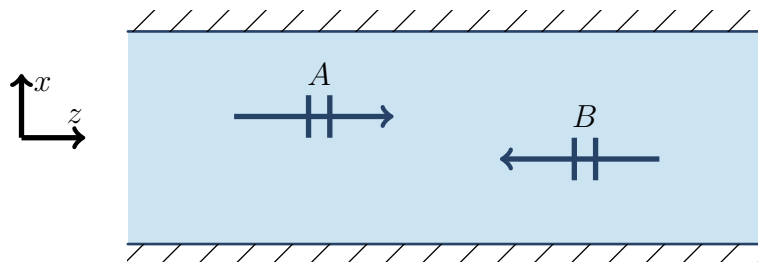


FIGURE B.1 – Ondes acoustiques dans un barreau 1D.

Avec l'expression de la pression au point $\mathbf{x}(x, z)$ comme la somme d'ondes se

propageant selon $\pm \mathbf{z}$,

$$p(\mathbf{x}) = Ae^{ikz} + Be^{-ikz}. \quad (\text{B.1})$$

Les signaux relevés en trois points micros distincts (x_1, z_1) , (x_2, z_2) et (x_3, z_3) permettent de déterminer les amplitudes A et B :

$$\begin{bmatrix} e^{ikz_1} & e^{-ikz_1} \\ e^{ikz_2} & e^{-ikz_2} \\ e^{ikz_3} & e^{-ikz_3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

L'utilisation de trois points micros permet d'éviter la singularité du système à certaines fréquences. On en déduit le coefficient de réflexion à droite :

$$R = \frac{B}{A}. \quad (\text{B.3})$$

B.1.2 En présence de modes d'ordre élevé

Lorsque des modes non plans existent, le système linéaire doit être construit avec des micros distribués sur n plans de mesure différents, en tenant compte cette fois de l'expression des modes. Lorsque n modes sont propagatifs, $3n$ points de mesure permettent de déterminer leurs amplitudes modales. En un point \mathbf{x} , on a

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^n A_k \Psi_k(x) e^{ikz} + B_k \Psi_k(x) e^{-ikz}. \quad (\text{B.4})$$

L'écriture de cette expression en chaque point donne

$$\Psi \mathbf{A} = \mathbf{p}, \quad (\text{B.5})$$

où Ψ est une matrice de taille $3n$ par $2n$, $(\Psi)_{i,j} = \Psi(x_i) e^{ikz_i}$ pour $j \in [1, n]$ et $(\Psi)_{i,j} = \Psi(x_i) e^{-ikz_i}$ pour $j \in [n+1, 2n]$. $\mathbf{A} = \langle A_1 \dots A_n B_1 \dots B_n \rangle^T$ et $(\mathbf{p})_i = p(\mathbf{x}_i)$. On peut cette fois définir les coefficients de réflexion de chaque mode sur chaque mode, $R_{pq} = \frac{B_p}{A_q}$.

B.2 Application 1D

On calcule la propagation d'ondes dans un conduit 2D de 20 cm par 2m avec le solveur *rhoPimpleFoam* d'OpenFOAM. La condition limite à gauche est imposée via une *coded boundary condition* : la vitesse imposée est un bruit blanc en onde plane. La taille de la zone éponge est fixée à 1 m. Les points micros sont situés respectivement en $(0.001, 1.5)$, $(0.001, 1.7)$ et $(0.001, 1.72)$. Les schémas numériques sont d'ordre 2 en temps (*backward*) et en espace (*linear*). À 3.4 kHz, 15 pas de temps correspondent à une période et le maillage est tel qu'une longueur d'onde correspond à 25 cellules. Aucun écoulement moyen n'est imposé ni aucune modélisation de la turbulence, seule la propagation des ondes acoustiques est simulée. Après établissement du signal, la durée de simulation est d'environ 1 s (cette durée correspond à 68 ou 85 temps acoustiques en fonction de la longueur du domaine, 2 m ou 3 m). Le signal est échantillonné à $f_s = 50$ kHz et les résultats sont moyennés sur 11 échantillons.

Un instantané de la pression est montré sur la Fig. B.2 et le coefficient de réflexion est montré sur la Fig. B.3.

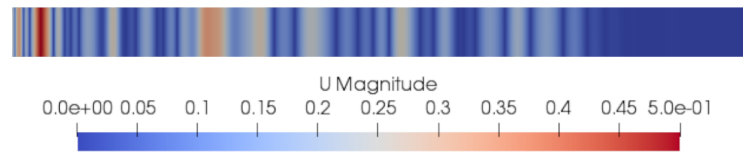


FIGURE B.2 – Bruit blanc en onde plane dans un domaine terminé à droite par une zone éponge.

Les trois conditions limites imposées sur le bord droit sont les suivantes :

- $p(z = 2m) = \bar{p}$ et *zeroGradient* pour la vitesse. Cette condition correspond à un mur acoustique et devrait réfléchir totalement les ondes R 1.
- *waveTransmissive* pour la pression et *zeroGradient* pour la vitesse.
- $p(z = 3m) = \bar{p}$ et *zeroGradient* comme dans le premier cas, après une zone éponge *Acoustic damping* entre $z = 2$ et $z = 3$.
- Combinaison de la condition *waveTransmissive* pour la pression et de la zone éponge.

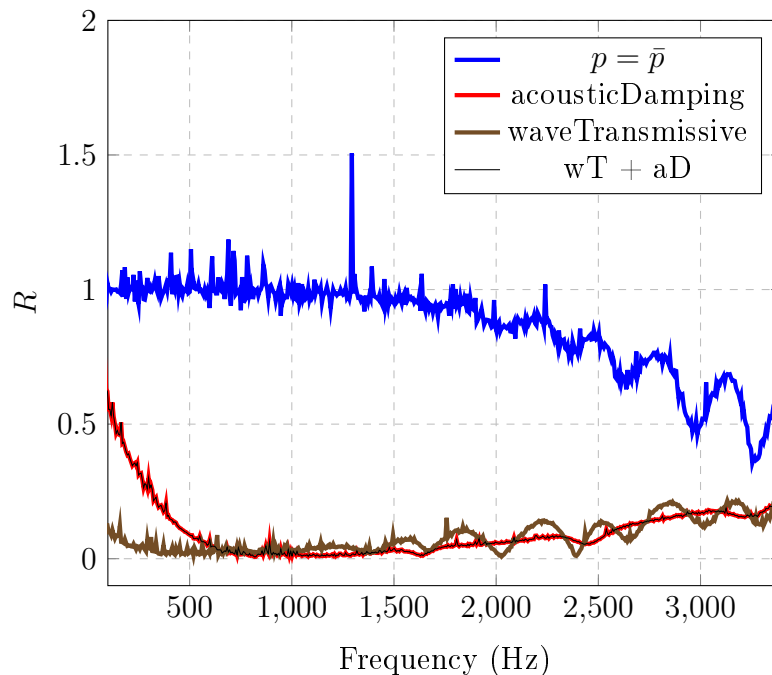


FIGURE B.3 – Coefficient de Réflexion.

Plusieurs observations peuvent être faites à partir de ces résultats :

- Jusqu'à 1.5 kHz, la courbe bleue est proche de 1. Au-delà, R diminue progressivement. Ce comportement montre la dissipation numérique de l'onde, un raffinement du maillage et du pas de temps pourraient réduire ce problème. Ainsi, avec ces paramètres numériques, la propagation d'ondes sur de longues distances nécessite au moins 40 cellules par longueur d'onde.

- L'utilisation de la zone éponge donne de très bons résultats entre 600 et 2500 Hz. Comme attendu, cette zone nécessite d'être au moins aussi grande que la longueur d'onde pour fonctionner correctement.
- La condition limite *waveTransmissive* donne également de très bons résultats, au moins jusqu'à 1.5 kHz. Pour des fréquences plus élevées, le coefficient de réflexion augmente progressivement. Pour les plus basses fréquences, cette condition *waveTransmissive* est la seule à même de prévenir efficacement les réflexions.
- La combinaison d'une zone éponge et de la condition *waveTransmissive* n'apporte aucun avantage par rapport à la zone éponge seule.

B.3 Application 2D

La condition limite en vitesse à gauche est cette fois telle que le mode plan et le premier mode non plan sont tous deux générés. Trois rangées de trois micros sont utilisés pour déterminer les coefficients de réflexion. Les mêmes conditions limites que dans le cas 1D sont comparées, à l'exception de l'association de *waveTransmissive* et de la zone éponge. Avec la même durée de signal et fréquence d'échantillonnage, les résultats sont moyennés avec 47 échantillons. Le Tableau B.1 indique les positions des points de mesure. Un instantané de la pression est montré en Fig. B.4 et les coefficients de réflexion R_{00} et R_{11} sont montrés en Fig. B.5. Sur cette figure, les lignes verticales grises indiquent les fréquences de coupure du conduit.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	0.1	0.15	0.199	0.1	0.15	0.199	0.1	0.15	0.199
y	1.5	1.5	1.5	1.7	1.7	1.7	1.72	1.72	1.72

Tableau B.1 – Positions microphoniques.

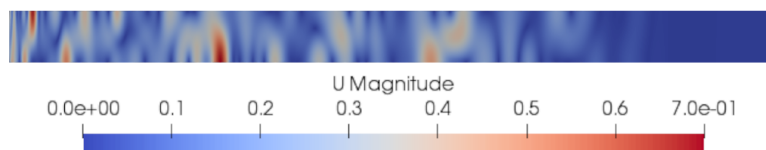
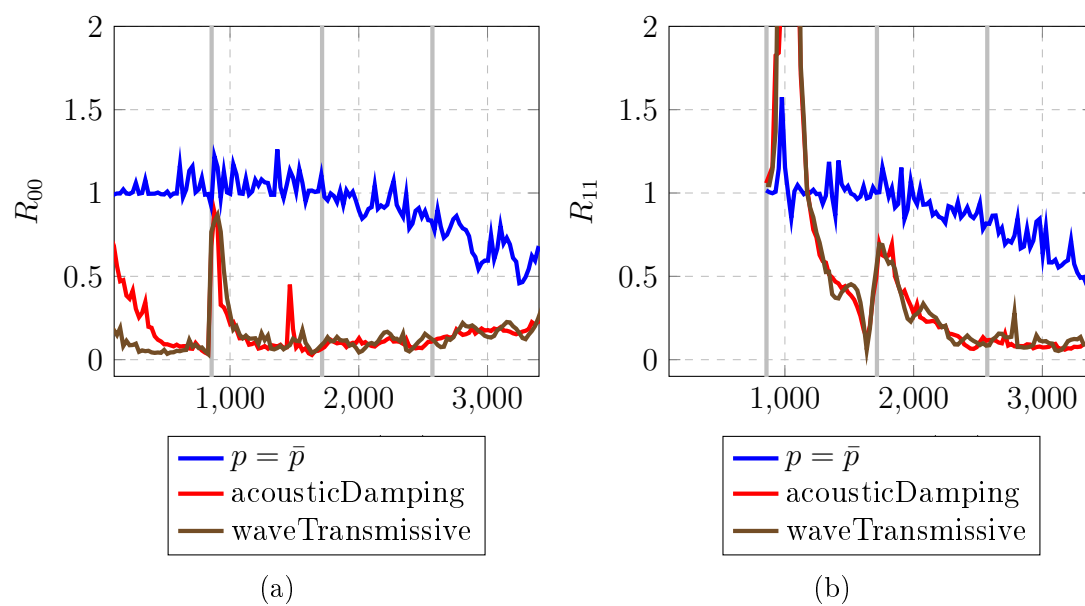


FIGURE B.4 – Premier mode non plan dans un domaine délimité à droite par une zone éponge.

Le coefficient de réflexion du mode plan sur lui-même R_{00} , Fig B.5(a), indique une forte réflexion au niveau de la première fréquence de coupure. À cette fréquence, R_{00} est de l'ordre de 1, la réflexion est totale. Cependant, ce pic n'apparaît pas aux coupures suivantes.

R_{11} , Fig B.5(b) a une amplitude bien plus importante après la première fréquence de coupure, l'amplitude de l'onde se propageant de la droite vers la gauche est plus grande que celle se propageant de la gauche vers la droite. Un saut apparaît également à la seconde fréquence de coupure, mais pas aux suivantes.

FIGURE B.5 – Coefficients de réflexion R_{00} (a) et R_{11} (b).

Calcul direct du bruit rayonné par une paire de diaphragmes

C.1 Avant-propos

Le contenu de ce chapitre fera l'objet d'une publication, intitulée *Experimental and numerical observation of flow-acoustics feedback phenomena due to two diaphragms in tandem inserted in a rectangular duct*.

Les auteurs de cette publication sont :

- Silouane de Reboul, Université de Technologie de Compiègne, Université de Sherbrooke, ESI-Group,
- Emmanuel Perrey-Debain, Université de Technologie de Compiègne,
- Jean-Michel Ville, Université de Technologie de Compiègne,
- Nicolas Zerbib, ESI-Group,
- Stéphane Moreau, Université de Sherbrooke.
- Florian Hugues, Naval Group.

En français, le titre de l'article est *Observation expérimentale et numérique d'un phénomène de rétroaction acoustique dû à la présence d'une paire de diaphragmes dans un conduit rectangulaire*.

Son contenu peut se résumer ainsi :

Dans un réseau de ventilation, la proximité entre les obstacles peut augmenter significativement le bruit produit. Dans cet article, une configuration avec une paire de diaphragmes est étudiée et comparée avec un simple diaphragme. L'écoulement turbulent atteignant le second obstacle produit une amplification du bruit rayonné allant au-delà d'un simple doublement du niveau. Des résultats expérimentaux obtenus avec plusieurs écartements différents entre les diaphragmes et plusieurs valeurs de débits permettent d'identifier la nature des nouvelles perturbations par rapport au cas du simple diaphragme. Selon la configuration, l'élévation de niveau sonore peut dépasser 10 dB et un phénomène de rétroaction acoustique peut apparaître en basses fréquences. Des explications et illustrations de ces perturbations sont fournies à partir de résultats de simulations directes.

C.2 Introduction

The Heating Ventilation and Air Conditioning (HVAC) system of a car has to provide airflow to ensure the passengers comfort regarding the temperature inside the vehicle cabin without damaging the acoustic environment. To obtain a satisfactory indoor environment, the acoustical design of a ventilation system is as important as its thermal design and becomes even more significant since the development of the electrical and hybrid electric vehicles. In a HVAC, the noise is caused by the complicated acoustic and turbulent flow interactions with multiple discontinuities located in a compact housing duct at a low mean velocity interacting mainly with a moving element (the blower) but also with fixed elements such as the heat exchanger, the mixing and distributing flaps, the filter, bends, constrictions and finally with the register before radiating into the car cabin. Because of the compactness of the HVAC housing required by the car manufacturers, high amplification and whistling can be produced by the interaction between sources [40, 55]. To avoid this noise annoyance during the HVAC design process, it is very important to understand the physical phenomenon which causes these amplifications. The prediction of the aero-acoustic sound power spectra (SWL) of single elements in ducts [92, 56] such as spoilers, bends, orifices is usually based on the Nelson-Morfey's theory [88]. This formulation assumes a dipole source distribution resulting of the drag fluctuating forces arising from the turbulent flow near the element and that the ratio between these forces and the static drag force depends on the Strouhal number. This approach is very convenient from an industrial point of view because the SWL can be easily predicted for a wide range of configurations thanks to similarity considerations [91]. The prediction of noise due to the presence of multiple elements in air ducts have also been the subject of research in the past. The theory, which is also based on the Nelson and Morfey's formulation, relies on the cross-spectra between the fluctuating forces between each element [41, ?]. These predictive models are however based on the fluctuations of the aerodynamic forces on the obstacles and the scattering of acoustic waves as well as possible resonance effects are usually ignored in the analysis. Depending on the situation, these resonances can be purely acoustical [?] or can result from a more complex flow-acoustic phenomena whereby a vortex shedding mechanism and the resonant acoustic frequencies are locked together [?]. Although this is not the place for a complete survey on this difficult matter, one can cite the work of Ziada et al.[138] in the field of industrial aero-acoustics. The authors identified three different mechanisms which generate upstream feedback of disturbance: (1) structural vibrations, (2) fluid-resonant mechanism triggered when the frequency of vorticity shedding becomes close to that of an acoustic resonator and (3) the fluid-dynamic mechanism caused by flow impingement on a downstream object.

The aim of this paper is twofold: to show that mechanism (3) can be responsible for the production of high level sound power around specific frequencies because of the closeness of the HVAC elements and also to give all necessary details allowing to capture correctly these fluid-acoustic interaction via the use of a commercial CFD software. The academic study consists of two identical diaphragms with rectangular openings inserted in a duct of rectangular cross-section and separated by three different distances which are comparable with the transverse dimensions of the duct. It is interesting to note that similar configurations, mainly conducted with circular

geometries both for the duct and the orifice, have been the subject of many papers in the recent years and we can cite the work of Sovardi et al. [121], Karban & Schram [50], Karban et al. [51] or Martinez-Lera et al. [67]. In a somewhat more industrial context, other research work investigated the ability for CFD softwares to predict broadband noise and the presence of tonal noise, see [118, 68]. In this paper, both experimental and numerical aspects are presented. The paper is organized as follows: in section 2, experimental results are shown in terms of power spectra for the sound power radiated downstream by the obstacle which consists either of a single diaphragm or two diaphragms in tandem. It is shown that the latter configuration can result in a significant increase of the noise production with the presence of peaks which are typical of flow-acoustics feedback phenomena. In the third section, numerical calculation using LES simulation are performed, analyzed and compared with experimental results. The paper ends with a conclusion and some discussion.

C.3 Experimental results

C.3.1 Experimental setup and measurement procedure

The test rig is made of two main parts described in details in Ref. [124]. The flow generation part is composed of a fan, mufflers, a plenum chamber and a hot wire air flow meter. The measurement part (visible in Fig. C.1) includes a total of 96 flush mounted microphones located upstream and downstream the test section. Fig. C.1 also shows two anechoic terminations placed on both sides of the duct.

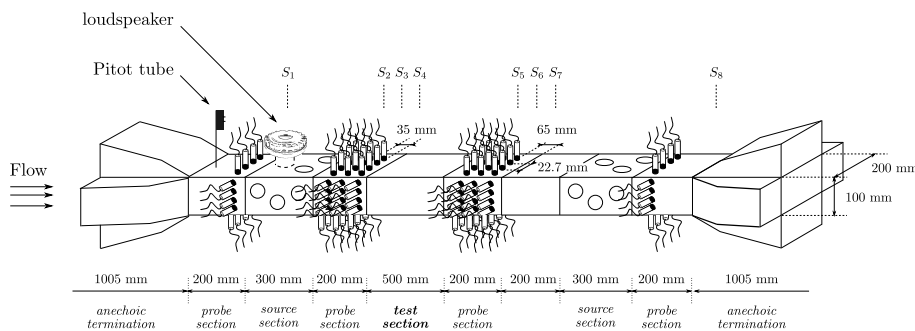


Figure C.1 – Sketch of the Aero-Acoustics test rig.

Acoustic measurements are based on the so-called 2-N port method [61]. The acoustic scattering matrix of the obstructed duct and the impedance of the surrounding environment are first identified by measuring the acoustic response to given external excitations. In a second step, the aeroacoustic noise produced by the flow-obstacle interaction can be measured. The 2-N port formulation takes the form of a matrix system (here ports 1/2 correspond to the left/right part of the test section)

$$\begin{pmatrix} P^{1+} \\ P^{2-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S^{11} & S^{12} \\ S^{21} & S^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P^{1-} \\ P^{2+} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_s^{1+} \\ P_s^{2-} \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

where S the scattering matrix and the source vectors P_s^{1-} and P_s^{2+} contain the amplitudes of the duct acoustic modes propagating downstream (+) and upstream (-). The convection of the propagating waves due to the flow can be neglected and

the sound power radiated downstream by the obstacle is estimated via

$$W^{I+} = \frac{\langle (\mathbf{P}_s^{1+})^\dagger \mathbf{K} \mathbf{P}_s^{1+} \rangle}{2\rho\omega} = \sum W_{mn}^{I+} \quad (\text{C.2})$$

where the diagonal matrix \mathbf{K} contains the longitudinal wavenumbers associated with mode (m, n) , i.e.

$$k_{mn} = \sqrt{k^2 - (m\pi/a)^2 - (n\pi/b)^2}. \quad (\text{C.3})$$

where $k = \omega/c$ and the summation is restricted to propagating modes, i.e. k_{mn} is a positive quantity. Here $a = 20\text{cm}$ and $b = 10\text{cm}$ correspond to the dimensions of the cross section of the duct. The geometry of the diaphragm inserted in the test section consists of a constriction of rectangular shape with dimension $100\text{mm} \times 50\text{mm} \times 8\text{mm}$ centered in the rectangular duct (Fig. C.2). In the case of two identical diaphragms in tandem, three separation distances with $L = 60\text{mm}$, 133mm and 210mm are considered.

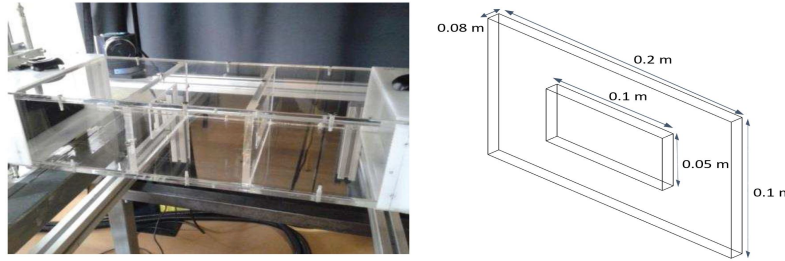


Figure C.2 – Two diaphragms in tandem and dimensions of a single diaphragm.

C.3.2 Case of a single diaphragm and scaling law for the fundamental mode

The hypothesis used in Nelson & Morphey paper is that the root mean square fluctuating drag force on the obstacle is proportional to the steady drag force \bar{F} at a certain frequency band and the expression for the sound power carried by the fundamental mode travelling in one direction is given by

$$W_{00}^{2+} = \frac{S_{FF}}{4\rho c A} \quad \text{with} \quad S_{FF} = \bar{F}^2 K^2. \quad (\text{C.4})$$

In the case of a diaphragm, we follow the recent development of Kårekull *et al* [52] who revisited the Nelson-Morfeys semi-empirical scaling law by suggesting that the dynamic force is assumed to scale with the momentum flux:

$$\bar{F} = \rho A U U_d \quad (\text{C.5})$$

where U_d is a characteristic velocity taken as the velocity in the vena contracta evaluated from the formula presented by Durrieu *et al.* [22] and given by $U_c = U/\sigma$ and

$$\sigma = \frac{\frac{A_o}{A}}{1 + \sqrt{0.5 \left(1 - \frac{A_o}{A}\right)}}. \quad (\text{C.6})$$

The key result in the analysis is to view the source strength spectrum $K^2(St)$ as function of the Strouhal number

$$St = \frac{fD_h}{U_d} \quad (C.7)$$

where the characteristic length is taken as $D_h = \sqrt{4A/\pi}$ which corresponds to the hydraulic diameter of the rectangular duct. Experimental results are scaled following the previous model and are given Fig. C.3 for a diaphragm whose area orifice is $A_0 = 0.005 \text{ m}^2$ and a vena contracta ratio $\sigma = 0.16$ (evaluated using Eq. (C.6)). A good collapse is found for all velocities over the majority of the frequency range (up to around 3000 Hz) and results are somewhat consistent with experimental investigations reviewed in [56] and in [88]. Note that these results are restricted to the contribution of the plane wave mode only and the change in inclination which appears when $St \approx 2.2$ correspond to the cut-on frequency, around 860 Hz, of the duct. Generalization to the multimodal context could be made following the original work [88] but this is not investigated here.

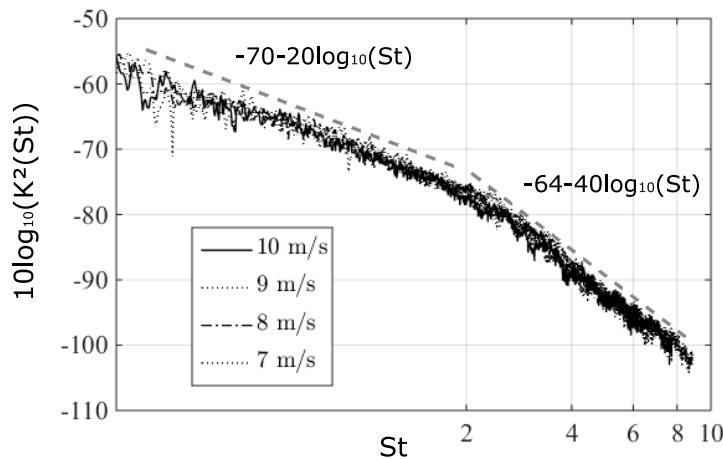


Figure C.3 – Dimensionless source strength spectra for a single diaphragm.

C.3.3 Case of two diaphragms in tandem

The prediction of noise due to the presence of multiple elements in air ducts have been the subject of intensive research in the past and we can cite (refs). The theory relies on the interaction factor which is a function of frequency, distance between the various duct elements and geometries (Mak2018). Depending on the cross-spectra between the fluctuating forces on both diaphragms, which are identical, it is anticipated that the radiated acoustic power should increase by 3 dB up to a maximum of 6 dB. A series of measurements has been conducted for 3 separation distances. Results are shown in Fig. C.4 where the sound power levels are compared with the case of a single diaphragm for a mean flow velocity $U=7\text{m/s}$.

Clearly the broadband noise is increased by 10 to 20 dB with the presence of peaks at low frequencies. We also observe that the increase in power decreases with frequency and peaks are less pronounced when the distance separation is large. Two

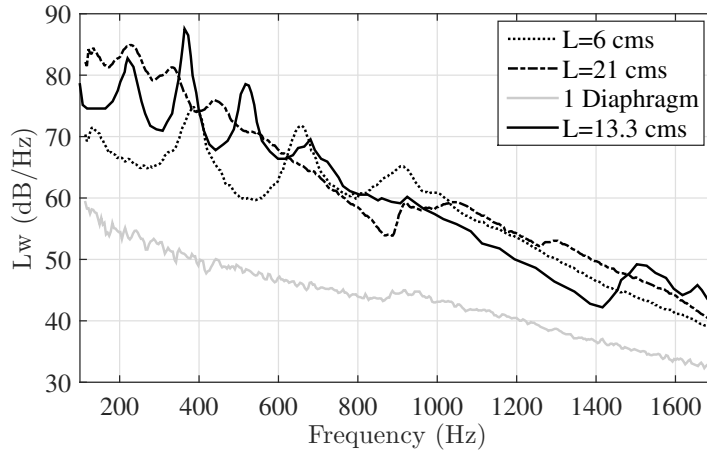


Figure C.4 – Total sound power measured downstream for two diaphragms in tandem with $U=7$ m/s.

additional peaks can be identified, the first one appears at the cut-on frequency of the duct and the second one, around 1500 Hz, corresponds to an acoustic resonance due to the cavity made by the two diaphragms. The peaks at low frequencies are due to high amplitude acoustic waves and this suggests the presence of flow-acoustic feedback mechanisms as described in (ziada). This is further investigated in Fig. C.5 where the effect of the flow velocity is now shown. Again, a series of low frequency peaks can be identified, except when the flow velocity is too low. At this stage, it is instructive to report these resonant frequencies with respect to the mode number n corresponding to the n th identified peak in Figures C.4 and C.5. This is illustrated in Fig. C.6. For each configuration, it is observed that peak frequencies behaves like an affine function with respect to mode number. This is typical of the Rossiter formula [108] which originates from the study of feedback mechanisms of flows past open cavities. The frequential peaks depends upon the flow velocity and the separation distance as

$$f_n = \frac{n + \gamma}{L \left(\frac{1}{U_c} + \frac{1}{c} \right)} \quad (\text{C.8})$$

The physical interpretation for this formula is that these tones are the result of a feedback effect produced by the vortices impingement on the second diaphragm causing acoustic waves propagating upstream and triggering a new set of vortices. Here n is the number of vortices located between both diaphragms and γ is an empirical constant. In the original paper [108] the convection velocity of the vortices is usually estimated as $U_c = \kappa U_\infty$ and in our situation, the flow velocity U_∞ should be replaced by the velocity U_d in the vena contracta. In Table C.1 are reported the values of the empirical constants γ and κ which yield a fairly good collapse with the experimental data. Despite the fact that the present configuration notably differs from the more classical cavity flow, the values are somewhat in line with those reported in the scientific literature and formula (C.8) is representative of the flow mechanisms. We may notice that the empirical constant γ is found to be positive here (as in the experimental data in [114]) though most studies report a negative value [33].

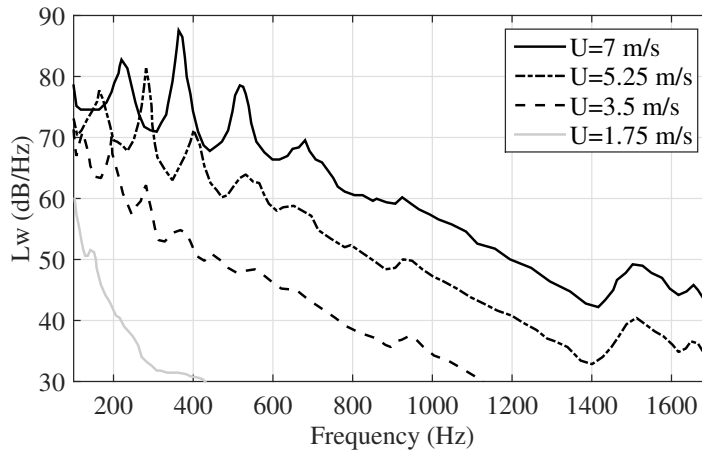


Figure C.5 – Total sound power measured downstream for two diaphragms in tandem with $L=13$ cm.

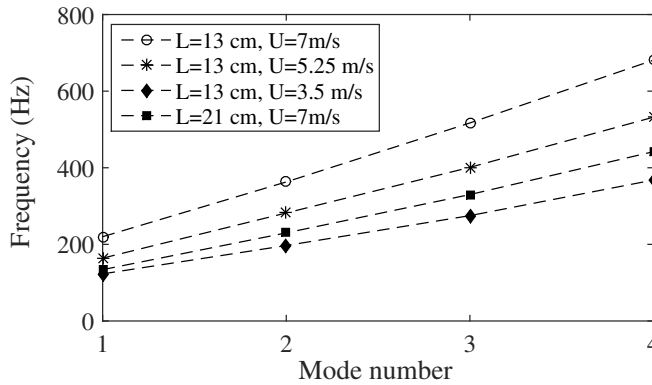


Figure C.6 – Peak frequencies for all configurations.

C.4 Numerical results

The aim of this section is to offer a better understanding of the flow oscillations and the radiated acoustic power by means of numerical simulations. It also shows some useful guidelines which permits to capture correctly the physical mechanisms taking place in the duct.

C.4.1 Numerical set-up and parameters

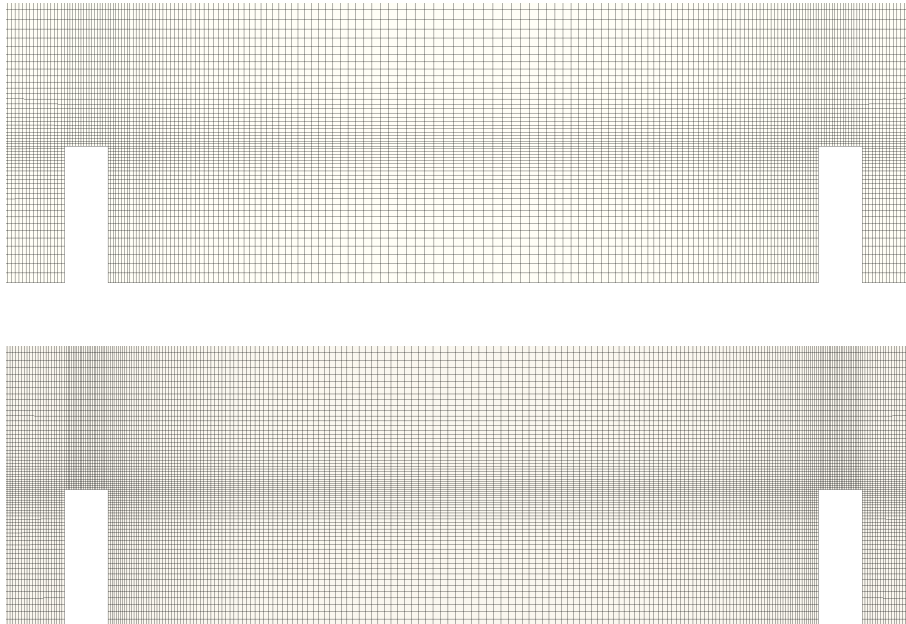
The numerical results are obtained with the $L = 13$ cm configuration and an inlet velocity of 7 m/s. To prevent the acoustic waves to bounce off the boundaries, two different solutions have been tried: the first one (called LES1 in the following results) is the use of acoustic damping zones at both ends. The length of these zones should be enough to cover a full wavelength in order to damp the wave efficiently. In this configuration, the first peak in the experimental results appears after 200 Hz, the damping zone length has therefore been set to 1.7 m, the corresponding wavelength. In the second setup (named LES2), the acoustic damping is used only upstream, and non-reflexion is ensure via a *wave Transmissive* pressure boundary condition on

L [cm]	U [m/s]	U_d [m/s]	κ	γ
13	7	43.8	0.49	0.4
13	5.25	32.8	0.51	0.32
13	3.5	21.8	0.50	0.46
21	7	43.8	0.5	0.27

Table C.1 – Empirical constants of Rossiter’s model.

the downstream exit. For both LES1 and LES2, the same computational domain has been used and the duct length on both sides of the diaphragm pair is 3 m long. On the duct walls and obstacles, a no slip wall condition is applied. The boundary conditions at the inlet and outlet are a fixed velocity value and a fixed pressure value respectively. The symmetry planes of the geometry have not been exploited, the full domain section has been simulated.

The computation has been performed with the compressible solver of OpenFOAM *rhoPimpleFoam*. In order to assess the convergence, two different meshes have been used. The first mesh G1 consists of a structured hexahedral grid containing 14 millions cells. The size of the elements has been chosen so that the acoustic waves can propagate accurately until the microphone locations, with approximately 30 cells per wavelength at 1 kHz. The cells are stretched to be finer near the shear layer location, and larger far from the obstacles and in the damping zone. The size of the smallest cells at the vortex generation location around the edges of the obstacle is $5 \cdot 10^{-4}$ m. A finer mesh, G2, has been built with the same refinement strategy and contains 33 millions hexahedral cells and the smallest cell size around the obstacle is $3.2 \cdot 10^{-4}$ m. Fig. C.7 shows a planar cut of both meshes.

Figure C.7 – Planar cuts in the $x = 0$ plane of the meshes G1 (top) and G2 (bottom), centered around the edges of the diaphragms.

After a RANS $k - \omega$ SST computation to obtain an initial state, LES compu-

tations have been performed. The *WALE* subgrid-scale model has been used, and second order schemes in space and time are employed, respectively *linear* and *backwards*. Since the time scheme is implicit, the maximum Courant number has been kept around 5 for both meshes, which corresponds to a time step of $3 \cdot 10^{-5}$ s and $2.3 \cdot 10^{-5}$ s respectively.

In order to highlight the importance of the role played by the acoustic waves, an incompressible LES (LES3) has been performed as well with a mesh similar to G1 and the same schemes and subgrid-scale model. Since no acoustic wave may exist in this second setup, the length of the simulated domain has been reduced to remove the damping zones. The incompressible solver *pimpleFoam* has been used.

For all results shown here, the simulation time is around 1 s. As a comparison, the flow-through time, the amount of time required for the fluid to cross the gap between the obstacles is around 0.05 s.

C.4.2 Convergence check

The post-processing of the results has been performed after establishing the flow during 0.54 s. This value corresponds to 11 flow-through times and has been determined using the procedure proposed by Mockett *et al.* [70] to detect the presence of initial transient content. The drag force exerted on the second obstacle F_2 is shown in Fig. C.8 to illustrate the presence of this initial transient.

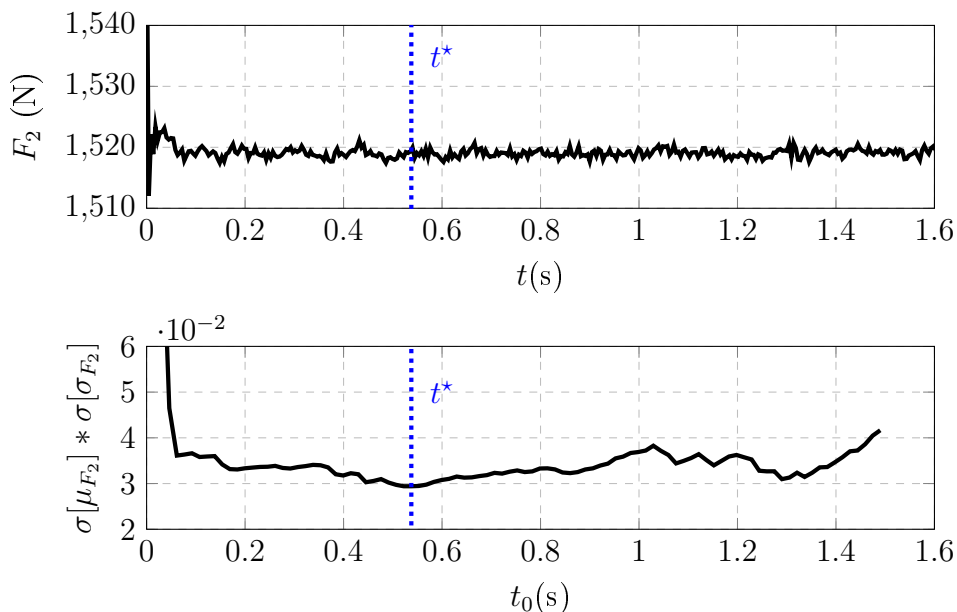


Figure C.8 – Time history of the force exerted on the second obstacle (top), and variation of the product $\sigma[\mu_{F_2}] * \sigma[\sigma_{F_2}]$ with t_0 , illustrating the detection of t^* (bottom).

C.4.3 Aerodynamic predictions

Fig. C.9 shows the instantaneous velocity (b) and pressure (c) in the planes $y = 0$ and $x = 0$. While the geometry and boundary conditions are symmetrical according to both these planes, the computed flow is not, as shown in the planar

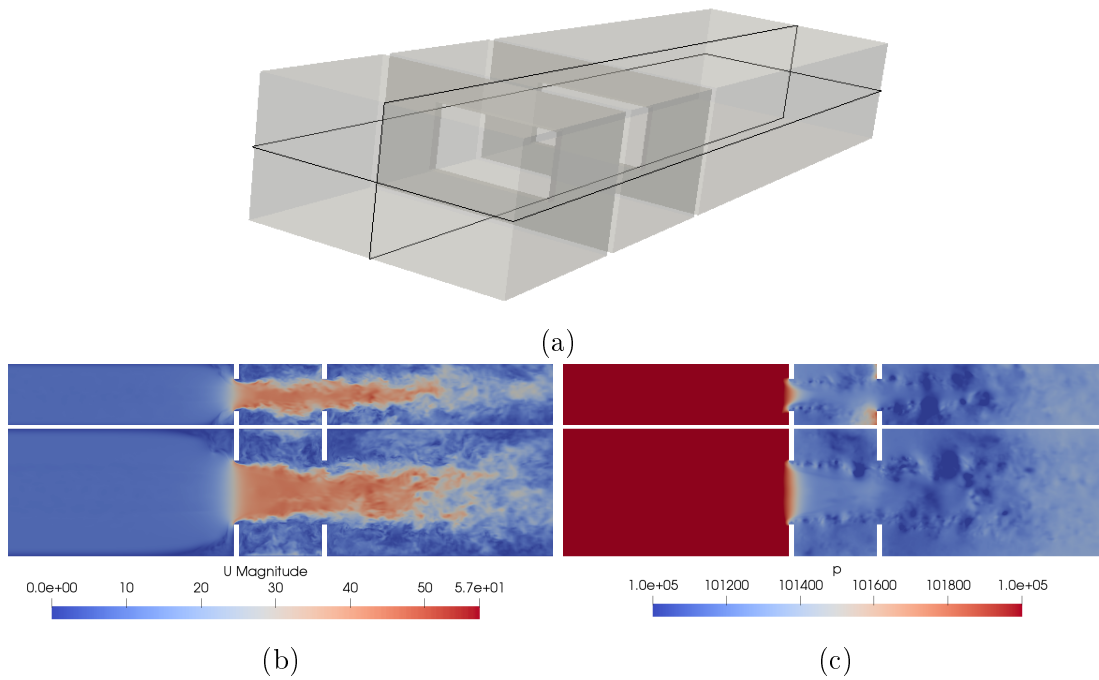


Figure C.9 – Location of the field cuts (a), and instantaneous velocity (b) and pressure fields (c).

streamlines representation in Fig C.10(a). These streamlines have been obtained from a velocity field averaged on a period of $\Delta t \approx 0.3$ s (approximately 6 flow-through times). Furthermore, these planar representations do not give insight on the normal velocity component : the 3D streamlines in Fig. C.10(b) show a strong swirl movement inside the cavity.

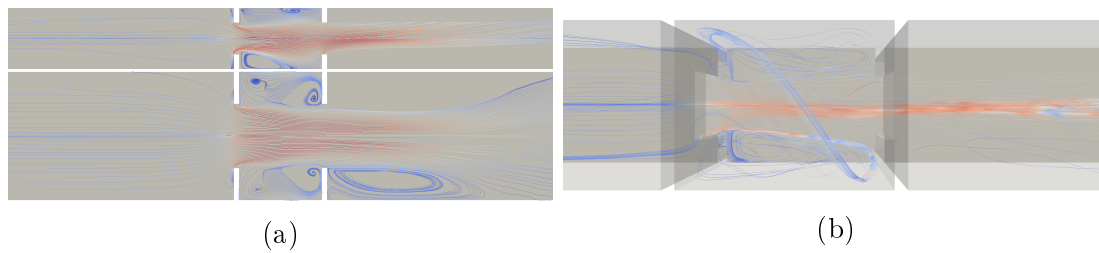


Figure C.10 – Planar (a) and three dimensional (b) streamlines.

Isosurfaces of the Q -criterion ($Q = 2.10^7$) of the instantaneous flow colored by velocity magnitude is shown in Fig C.11. In the side view (a), ring vortices (flagged with black arrows) are clearly identifiable after the first obstacle. Another type of coherent structure is more visible in the axial view (b). These streamwise structures, flagged with red arrows, seem to break apart the ring vortices as they travel past the first obstacle.

In order to distinguish the flow features corresponding to different frequencies, Figure C.12 shows the instantaneous dilatation field, $\rho_0 \frac{\partial p}{\partial t}$, filtered at different frequencies. The top picture shows the unfiltered field, and the pictures below show the same field filtered at the emerging frequencies identified in Fig C.13. In the filtered fields, a pattern appears, a succession of white and black spots. The length of the cavity corresponds to an integer number of patterns, depending on the frequency.

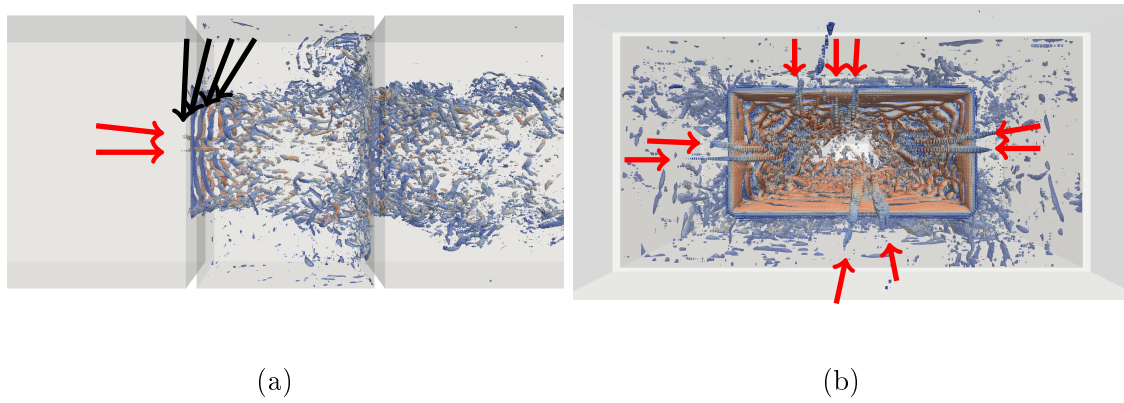


Figure C.11 – Q -criterion, top view (a) and axial view (b).

Note that the same filtering procedure at another random frequency would lead to a uniform grey zone in the cavity and no particular pattern would emerge. The fields shown here have been obtained with LES2, but processing the LES1 results lead to the same observations. Contrary to the cavity theories and models, in the present duct vortices are also shed after the second obstacle. Furthermore, at the frequency of the first peak f_1 , the pattern is even more clearly distinguishable after the second diaphragm.

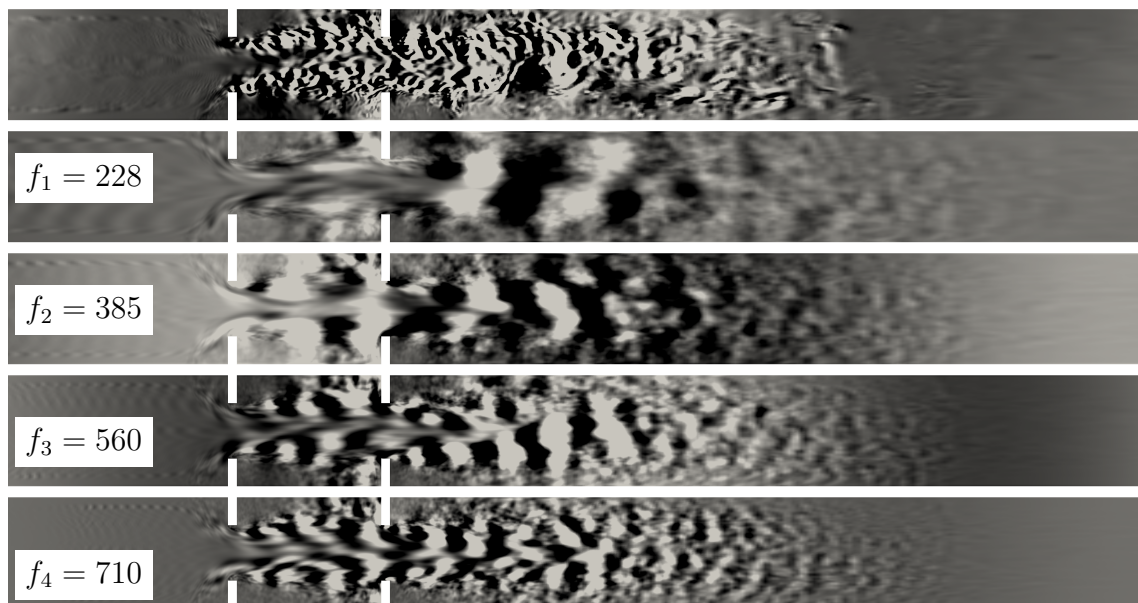


Figure C.12 – Dilatation field at an arbitrary time step: unfiltered field (top) and filtered at the resonance frequencies f_n .

C.4.4 Acoustic predictions

In the compressible simulation domain, microphones have been placed similarly to the experimental setup, and equation (C.2) has been used to compute the acoustic power radiated downstream. Contrary to the experimental procedure, it is supposed that no acoustic wave travel toward the test section ($P^{1-} = P^{2-} = 0$). In doing so, no scattering matrix is needed to extract the sound produced in the test section.

The sound power spectra obtained with LES1 for both meshes are compared with the experimental one in Fig. C.13(a). The grey curves correspond to the numerical results: the solid one has been obtained with the coarsest mesh G1 and the dotted one with the finest mesh G2. One can see that both numerical results are in good agreement and this implies that the mesh convergence has been reached. Furthermore, the numerical results show similar trend with the experimental ones, which suggests that the feedback phenomenon is indeed involved in the simulation. However, two main differences with the experimental result may be observed: (i) the numerical results exhibit an overall underestimation of the level and (ii) the frequencies at which the peaks appear is not exactly the same. Regarding the frequency difference, the explanation lies in a geometrical detail: the gap between both obstacles corresponds to 130 mm in the numerical domain whereas in the experimental test section this gap is slightly larger (133 mm).

The influence of the downstream boundary condition is shown in Fig C.13(b). Recall that the LES1 result (solid curve) corresponds to the use of the acoustic damping region whereas the LES2 one (dash-dotted) has been obtained with the *waveTransmissive* boundary condition. While both results show the same trend, the acoustic power level computed with LES2 is higher by a few dB up to 600 Hz, and the peaks seem slightly sharper. Even though the exit section is located approximately three meters downstream, the boundary condition applied has a non negligible influence.

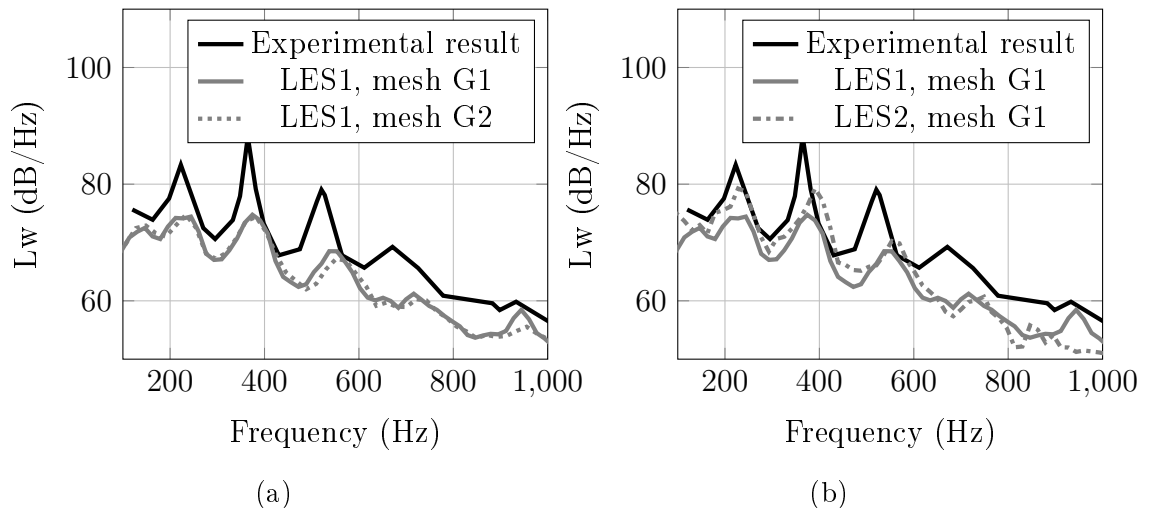


Figure C.13 – Acoustic power radiated downstream: mesh convergence (a) and influence of the boundary condition (b).

The procedure described above to compute the acoustic power requires the knowledge of acoustic fluctuations at microphone location, it is therefore not possible to employ it with the incompressible fields computed with LES3, in which no

acoustic waves are present. The formulation of Nelson and Morfey [88], which allows us to compute the acoustic power from the pressure fluctuations on the obstacle has been used to compare the compressible and incompressible results. Around the obstacles, the acoustic pressure fluctuations are negligible compared to the hydrodynamic ones, and this is why the incompressible pressure is sufficient to compute the radiated noise. Since all the peaks appear below the first cut-off frequency, the expression for the acoustic power has been simplified with the plane wave hypothesis, as in [94]. As several obstacles are present here, three different terms appear in the final expression: the first two terms relate to the drag fluctuations on both obstacles and the last one takes into account the phase difference between them:

$$W_{00} = \frac{1}{4A\rho_0c_0} (S_{F_1F_1} + S_{F_2F_2} + 2\Re\{S_{F_1F_2}\}), \quad (\text{C.9})$$

with F_1 and F_2 the axial forces exerted on the first and second diaphragms and A the surface of the obstacles. In the present case, most of the noise is generated by the vortices impinging on the second obstacle and the corresponding term is predominant over the whole bandwidth. The comparison between the results obtained with and without the compressibility (LES2 and LES3 respectively) is shown in Fig. C.14. It can be seen that although the sound power level predicted with LES3 is coherent, no peak emerge. Thus, compressibility seems to be essential in this feedback phenomenon.

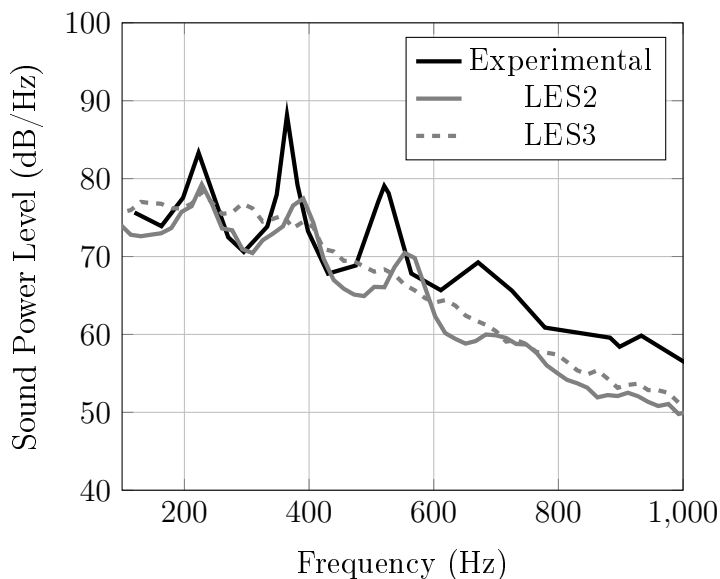


Figure C.14 – Comparison between compressible and incompressible results

C.5 Discussion and conclusions

In this paper, the fluid-acoustic interactions caused by flow impingement on two identical diaphragms with rectangular openings inserted in a duct of rectangular cross-section are investigated both experimentally and numerically. It is shown that the presence of the second diaphragm can increase the broadband noise by 10 to 20 dB with the presence of additional peaks at low frequencies. It is also observed

that the location of the peak frequencies fits well with the Rossiter's formula which originates from the study of feedback mechanisms of flows past open cavities. This phenomenon is highlighted using Direct Noise Computation algorithms performed with the commercial software OpenFOAM. In particular, the dilatation field filtered at the resonant frequencies shows a distinct pattern corresponding to the Rossiter modes. It is also shown that, although broadband noise spectral density are in good agreement, no peaks are identifiable if the fluid is assumed incompressible.

The Rossiter model described above is quite useful to interpret the feedback mechanism, but the comparison has its limits: this model is built from empirical observations on cavity flows and the present flow is not entirely similar, for several reasons: in the present setup, vortices are also shed after the second obstacle and may contribute to the radiated noise. Furthermore, the vortices created in the shear layer of cavity flows are highly dependent on the boundary layer upstream, before the backward facing step. In the present case, the boundary layer on the duct walls upstream is not directly connected with the cavity.

Bibliographie

- [1] Yacine Addad, R. Prosser, Dominique Laurence, Stéphane Moreau, and F. Mendonca. On the use of embedded meshes in the LES of external flows. *Flow Turbulence and Combustion*, 80 :393–403, 04 2008.
- [2] R.K. Amiet. Noise due to turbulent flow past a trailing edge. *Journal of Sound and Vibration*, 47(3) :387 – 393, 1976.
- [3] Elias Arcondoulis, Con Doolan, A Zander, and Laura Brooks. A review of trailing edge noise generated by airfoils at low to moderate Reynolds number. *Acoustics Australia / Australian Acoustical Society*, 36, 03 2011.
- [4] Christophe Bailly. *Modélisation du rayonnement acoustique des écoulements turbulents libres subsoniques et supersoniques*. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris, Paris, France, 1994.
- [5] Paul Batten, Uriel Goldberg, and Sukumar Chakravarthy. Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation. *AIAA Journal*, 42(3) :485–492, 2004.
- [6] Saad Bennouna. *Aeroacoustics characterization of elements and associations of automobile air ventilation systems*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne, France, 2016.
- [7] Aimé Bergassoli. Chapter 7 - introduction to guided waves. In Paul Filippi, Dominique Habault, Jean-Pierre Lefebvre, and Aimé Bergassoli, editors, *Acoustics*, pages 203–246. Academic Press, London, 1999.
- [8] M. Boltezar, M. Mesaric, and A. Kuhelj. The influence of uneven blade spacing on the SPL and noise spectra radiated from radial fans. *Journal of Sound and Vibration*, 216(4) :697 – 711, 1998.
- [9] Thomas F. Brooks, D. Stuart Pope, and Michael A. Marcolini. Airfoil self-noise and prediction. Technical report, NASA, 1989.
- [10] M. Buisson, P. Ferrrand, L. Soulat, S. Aubert, S. Moreau, C. Rambeau, and M. Henner. Optimal design of an automotive fan using the turb’opty meta-model. *Computers & Fluids*, 80 :207–213, 2013.
- [11] Hadrien Bériot, Albert Prinn, and Gwénaél Gabard. Efficient implementation of high-order finite elements for helmholtz problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 106(3) :213–240, 2016.

-
- [12] Stephane Caro, Yves Detandt, Julien Manera, Fred Mendonça, and Reinier Toppinga. Validation of a New Hybrid CAA Strategy and Application to the Noise Generated by a Flap in a Simplified HVAC Duct. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 05 2009.
- [13] Stéphane Caro, Paul Ploumhans, Xavier Gallez, Robert Sandboge, Farzin Sahkib, and Marcus Matthes. A New CAA Formulation Based on Lighthill's Analogy Applied to an Idealized Automotive HVAC Blower Using AcuSolve and ACTRAN/LA. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, May 2005.
- [14] Stéphane Caro, Robert Sandboge, Jayanthi Iyer, and Yoshiyuki Nishio. Presentation of a CAA Formulation based on Lighthill's Analogy for fan noise. In *Proceedings of the Conference on Fan Noise*, 2007.
- [15] D. Casalino. An advanced time approach for acoustic analogy predictions. *Journal of Sound and Vibration*, 261 :583–612, 2003.
- [16] Julien Christophe and Stéphane Moreau. LES of the trailing-edge flow and noise of a controlled-diffusion airfoil at high angle of attack. In *Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, Stanford University .*, pages 305–316, 05 2009.
- [17] B. T. Chu and L. S. G. Kovasznay. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *Journal of Fluid Mechanics*, 3 :494–514, January 1957.
- [18] N. Curle. The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 231(1187) :505–514, Sep 1955.
- [19] Ali H. Dawi and Rinie A.D. Akkermans. Spurious noise in direct noise computation with a finite volume method for automotive applications. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 72 :243–256, 2018.
- [20] Silouane de Reboul, Emmanuel Perrey-Debain, Nicolas Zerbib, and Stéphane Moreau. A 2D frequency domain finite element formulation for solving the wave equation in the presence of rotating obstacles. *Wave Motion*, 09 2022.
- [21] Gouri Dhatt, Gilbert Touzot, and Emmanuel Lefrançois. *Méthode des Éléments Finis*. Hermes Science Publications, 01 2015.
- [22] P Durrieu, G Hofmans, G Ajello, R Boot, Yves Aurégan, Avraham Hirschberg, and M.C.A.M. Peters. Quasisteady aero-acoustic response of orifices. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110 :1859–72, 11 2001.
- [23] Edmane Envia, Alexander Wilson, and Dennis Huff. Fan noise : A challenge to CAA. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 18 :471–480, 08 2004.
- [24] Marie Escoufflaire, Nicolas Zerbib, David Mas, Nicolas Papaxanthos, Saad Benouna, Emmanuel Perrey-Debain, Boureima Ouedraogo, Solène Moreau, and Jean Michel Ville. Numerical Aeroacoustics Prediction of a Ducted Diaphragm Chaining RANS-LES and DES Results to a Parallel Boundary Element Method. In *SAE Technical Paper*. SAE International, 06 2016.
- [25] R. Ewert and W. Schröder. Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. *Journal of Computational Physics*, 188(2) :365–398, 2003.
-

-
- [26] Roland Ewert. RPM - the fast Random Particle-Mesh method to realize unsteady turbulent sound sources and velocity fields for CAA applications. In *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (28th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2007.
- [27] Fereidou Farassat. Linear acoustic formulas for calculation of rotating blade noise. *AIAA Journal*, 19 :1122–1130, 1981.
- [28] Nicoud Franck and Frédéric Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow Turbulence and Combustion*, 62 :183–200, 09 1999.
- [29] D. Gasperini, H.P. Beise, U. Schroeder, X. Antoine, and C. Geuzaine. A frequency domain method for scattering problems with moving boundaries. *Wave Motion*, 102 :102717, 2021.
- [30] Stewart Glegg and William Devenport. Chapter 17 - Duct acoustics. In *Aeroacoustics of Low Mach Number Flows*, pages 437 – 462. Academic Press, 2017.
- [31] Stewart Glegg and William Devenport. Chapter 2 - The Equations of fluid motion. In *Aeroacoustics of Low Mach Number Flows*, page 9–48. Academic Press, 2017.
- [32] Stewart Glegg and William Devenport. Chapter 7 - Vortex sound. In *Aeroacoustics of Low Mach Number Flows*, pages 137 – 162. Academic Press, 2017.
- [33] Xavier Gloerfelt. Noise from automotive components. *Aerodynamic noise from wall-bounded flows, coll. VKI Lectures*, 01 2009.
- [34] M. E. Goldstein. *Aeroacoustics*. Mc Graw-Hill, 1976.
- [35] M. E. Goldstein. Unsteady vortical and entropic distortions of potential flows round arbitrary obstacles. *Journal of Fluid Mechanics*, 89(3) :433–468, 1978.
- [36] M.E. Goldstein. *Aeroacoustics*. McGraw-Hill International Book Company, New York, 1976.
- [37] Julien Grilliat. *Contribution à l'étude aéroacoustique des écoulements de jeu*. Theses, Ecole Centrale de Lyon, Lyon, France, December 2009.
- [38] Oriol Guasch, Marc Arnela, Ramon Codina, and Hector Espinoza. A stabilized finite element method for the mixed wave equation in an ALE framework with application to diphthong production. *Acta Acust.*, 102(1) :94–106, 2016.
- [39] Alain Guédel. Bruit des ventilateurs partie 2. *Acoustique : mesures, contrôle, applications*, TIB423DUO(ref. article : bm4178), 2002.
- [40] S. Guérin, E. Thomy, and M.C.M. Wright. Aeroacoustics of automotive vents. *Journal of Sound and Vibration*, 285(4) :859–875, 2005.
- [41] Ning Han and C.M. Mak. Prediction of flow-generated noise produced by acoustic and aerodynamic interactions of multiple in-duct elements. *Applied Acoustics*, 69(6) :566–573, 2008.
- [42] Donald B. Hanson. Helicoidal surface theory for harmonic noise of propellers in the far field. *AIAA Journal*, 18(10) :1213–1220, 1980.
- [43] Li He and Wei Ning. Efficient approach for analysis of unsteady viscous flows in turbomachines. *AIAA Journal*, 36(11) :2005–2012, 1998.
-

-
- [44] Andreas Hüppe, Jens Grabinger, Manfred Kaltenbacher, Aaron Reppenhagen, Gerhard Dutzler, and Wolfram Kühnel. A non-conforming finite element method for computational aeroacoustics in rotating systems. In *20th AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, page 2739, 2014.
- [45] Isaak Evseevic Idel’Cik. Memento des pertes de charge. *Collection de la Direction des Etudes et Recherches d’Electricité de France*, 1969.
- [46] Prateek Jaiswal. *Experimental investigation of airfoil self-noise*. PhD thesis, Université de Sherbrooke, 2020.
- [47] Boyan Jiang, Jun Wang, Xiaopei Yang, Wei Wang, and Yanyan Ding. Tonal noise reduction by unevenly spaced blades in a forward-curved-blades centrifugal fan. *Applied Acoustics*, 146 :172 – 183, 2019.
- [48] Manfred Kaltenbacher, Andreas Hüppe, Jens Grabinger, and Barbara Wohlmuth. Modeling and finite element formulation for acoustic problems including rotating domains. *AIAA Journal*, 54(12) :3768–3777, 2016.
- [49] Manfred Kaltenbacher, Andreas Hüppe, Aaron Reppenhagen, Florian Zenger, and Stefan Becker. Computational aeroacoustics for rotating systems with application to an axial fan. *AIAA Journal*, 55(11) :3831–3838, 2017.
- [50] U. Karban and C. Schram. Modal identification of aeroacoustic systems using passive and active approaches. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 142(6) :3804–3812, 2017.
- [51] Ugur Karban, Guven Ogus, Korcan Kucukcoskun, Christophe F. Schram, Carlo Sovardi, and Wolfgang Polifke. Noise produced by a tandem diaphragm : Experimental and numerical investigations. In *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2014.
- [52] Oscar Kårekull, Gunilla Efraimsson, and Mats Åbom. Revisiting the Nelson-Morfey scaling law for flow noise from duct constrictions. *Journal of Sound and Vibration*, 357 :233–244, 2015.
- [53] Regis Koch, Marlene Sanjosé, and Stephane Moreau. Numerical investigation of noise sources in a single airfoil tip-leakage flow. In *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2019.
- [54] K. Kucukcoskun and A. Kierkegaard. Accuracy and advantages of hybrid solutions compared to direct noise calculations for low-speed fan noise. In *Fan 2022 Conference*, Lyon, France, March 2022.
- [55] Darius Kurniawan and Eric Rogers. Investigation of airflow induced whistle noise by HVAC control doors utilizing a ‘V-Shape’ rubber seal. *SAE Technical Paper*, 05 2011.
- [56] Oscar Kårekull, Gunilla Efraimsson, and Mats Åbom. Prediction model of flow duct constriction noise. *Applied Acoustics*, 82 :45–52, 2014.
- [57] Emmanuel Labourasse and Pierre Sagaut. Reconstruction of turbulent fluctuations using a hybrid RANS/LES approach. *Journal of Computational Physics*, 182 :301–336, 10 2002.
- [58] Dominic Lallier-Daniels, François Bolduc-Teasdale, David Rancourt, and Stéphane Moreau. Fast Multi-Objective Aeroacoustic Optimization of Propeller Blades. In *Vertical Flight Society’s 77th Annual Forum & Technology Display*, San Antonio, Texas, June 2021.
-

-
- [59] Dominic Lallier-Daniels, Marlène Sanjosé, Stéphane Moreau, and Mélanie Pielard. Aeroacoustic study of an axial engine cooling module using lattice-Boltzmann simulations and the Ffowcs Williams and Hawkings' analogy. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 61 :244–254, 2017.
- [60] J. Lavrentjev and M. Åbom. Characterization of fluid machines as acoustic multi-port sources. *Journal of Sound and Vibration*, 197(1) :1–16, 1996.
- [61] J. Lavrentjev and M. Åbom. Characterization of fluid machines as acoustic multi-port sources. *Journal of Sound and Vibration*, 197(1) :1–16, 1996.
- [62] Maxime Legros, Yvon Goth, and Alain Guédel. Fan Noise Prediction From Local Experimental Source Term And Numerical Sound Propagation. In *Fan 2015*, 2015.
- [63] C.R. Lowis and P.F. Joseph. Determining the strength of rotating broadband sources in ducts by inverse methods. *Journal of Sound and Vibration*, 295(3) :614–632, 2006.
- [64] Stephan Magne, Stéphane Moreau, and Alain Berry. Subharmonic tonal noise from backflow vortices radiated by a low-speed ring fan in uniform inlet flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 137 :228, 01 2015.
- [65] Simon Marié, Denis Ricot, and Pierre Sagaut. Comparison between lattice Boltzmann method and Navier–Stokes high order schemes for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, 228(4) :1056 – 1070, 2009.
- [66] Sylvain Martin and Olivier Bonnefoy. Méthode de Boltzmann sur réseau - Application à la mécanique des fluides. ref. article : bm5220, 2019.
- [67] Paula Martinez-Lera, Korcan Kucukcoskun, Michael Shur, Andrey Travin, and Michel Tournour. Hybrid aeroacoustic computations for flows in ducts with single and tandem diaphragms. In *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2016.
- [68] Fred Mendonca, Alex Read, Stephane Caro, Klaus Debatin, and Bastien Caruelle. Aeroacoustic simulation of double diaphragm orifices in an aircraft climate control system. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.
- [69] Daniel-Ciprian Mincu, C. Polacsek, Eric Manoha, and Vincent Clair. Acoustic transmission through a 3D rotating fan using computational aeroacoustics. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*, 06 2012.
- [70] Charles Mockett, Thilo Knacke, and Frank Thiele. Detection of initial transient and estimation of statistical error in time-resolved turbulent flow data. In *Proceedings of the 8th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements*, pages 9–11, 06 2010.
- [71] S. Moreau and M. Roger. Advanced noise modeling for future propulsion systems. *International Journal of Aeroacoustics*, 17(6-8) :576–599, 2018.
- [72] S. Moreau, M. Sanjosé, and S. Magne. Optimization of tonal noise control with flow obstruction. *Journal of Sound and Vibration*, 437 :264–275, 2018.
- [73] Stéphane Moreau. Toward the prediction of fan noise : From low-speed to high-speed turbomachineries. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(3) :1837–1837, 2010.
-

-
- [74] Stéphane Moreau. Direct noise computation of low-speed ring fans. *Acta Acustica united with Acustica*, 09 2018.
- [75] Stéphane Moreau. Direct noise computation of low-speed ring fans. *Acta Acustica united with Acustica*, 105(1) :1–13, November 2019.
- [76] Stéphane Moreau. Turbomachinery Noise Predictions : Present and Future. *Acoustics*, 1 :92–116, November 2019.
- [77] Stéphane Moreau. *A review of turbomachinery noise : from analytical models to high-fidelity simulations*, volume Fundamentals of High Lift for Future Civil Aircraft. Springer Nature Switzerland AG, November 2020.
- [78] Stéphane Moreau. The third golden age of aeroacoustics. *Physics of Fluids*, 34(3) :031301 :1–15, 2022.
- [79] Stéphane Moreau. The third golden age of aeroacoustics. *Physics of Fluids*, 34(3) :031301, 2022.
- [80] Stéphane Moreau, Fred Mendonca, Omar Qazi, Robert Prosser, and Dominique Laurence. Influence of turbulence modeling on airfoil unsteady simulations of broadband noise sources. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2012.
- [81] Stéphane Moreau, Douglas Neal, and John Foss. Hot-wire measurements around a controlled diffusion airfoil in an open-jet anechoic wind tunnel. *Journal of Fluids Engineering-transactions of The Asme - J FLUID ENG*, 128, 07 2006.
- [82] Stéphane Moreau and Michel Roger. Competing broadband noise mechanisms in low-speed axial fans. *AIAA Journal*, 45(1) :48–57, 2007.
- [83] Stéphane Moreau and Michel Roger. Competing broadband noise mechanisms in low-speed axial fans. *AIAA Journal*, 45 :48–57, 01 2007.
- [84] Stéphane Moreau and Marlène Sanjose. Sub-harmonic broadband humps and tip noise in low-speed ring fans. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(1) :118–127, 2016.
- [85] Stéphane Moreau, Marlène Sanjosé, Franck Perot, and Min-Suk Kim. Direct self-noise simulation of the installed controlled diffusion airfoil. In *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2019.
- [86] A. Najafi-Yazdi, G. A. Brès, and L. Mongeau. An acoustic analogy formulation for moving sources in uniformly moving media. *Proceedings of the Royal Society Series A*, 467(2125) :144–165, 2011.
- [87] Douglas Neal. *The effects of rotation on the flow field over a controlled-diffusion airfoil*. PhD thesis, Michigan State University, 2010.
- [88] P.A. Nelson and C.L. Morfey. Aerodynamic sound production in low speed flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 79(2) :263–289, 1981.
- [89] Assad A. Oberai, Farzam Roknaldin, and Thomas J Hughes. Computational procedures for determining structural-acoustic response due to hydrodynamic sources. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(3-4) :345–361, 10 2000.
- [90] F. Obermeier. Aerodynamic sound generation caused by viscous processes. *Journal of Sound and Vibration*, 99(1) :111 – 120, 1985.
-

-
- [91] David Joseph Oldham and David C. Waddington. The prediction of airflow-generated noise in ducts from considerations of similarity. *Journal of Sound and Vibration*, 248 :780–787, 2001.
- [92] D.J. Oldham and A.U. Ukpoho. A pressure-based technique for predicting re-generated noise levels in ventilation systems. *Journal of Sound and Vibration*, 140(2) :259–272, 1990.
- [93] Nicolas Papaxanthos. *Integral methods for the calculation of the air flow noise in ducts in the presence of fixed obstacles*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne, France, November 2016.
- [94] Nicolas Papaxanthos, Emmanuel Perrey-Debain, Saad Bennouna, BBoureïma Ouedraogo, Solène Moreau, and Jean-Michel Ville. Pressure-based integral formulations of Lighthill–Curle’s analogy for internal aeroacoustics at low Mach numbers. *Journal of Sound and Vibration*, 393 :176–186, April 2017.
- [95] C. Pérez Arroyo, T. Leonard, M. Sanjosé, S. Moreau, and F. Duchaine. Large Eddy Simulation of a Scale-model Turbofan for Fan Noise Source Diagnostic. *Journal of Sound and Vibration*, 445 :64–76, 2019.
- [96] Franck Perot, Min-Suk Kim, Stéphane Moreau, and M. Henner. Axial fan noise aeroacoustics predictions and inflow effect on tonal noise using LBM. In *Proceedings of 21st Annual Conference of the CFD Society of Canada*, 05 2013.
- [97] Stephen B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.
- [98] Eric Premat. *Prise en compte d’effets météorologiques dans une méthode d’éléments finis de frontière*. PhD thesis, INSA Lyon, Lyon, France, 2000.
- [99] J. Prieur and G. Rahier. Aeroacoustic integral methods, formulation and efficient numerical implementation. *Aerospace Science Technology*, 5 :457–468, 2001.
- [100] Carlos Pérez Arroyo, Thomas Leonard, Marlène Sanjosé, Stéphane Moreau, and Florent Duchaine. Large eddy simulation of a scale-model turbofan for fan noise source diagnostic. *Journal of Sound and Vibration*, 445 :64–76, 2019.
- [101] Patrick Quéméré and Pierre Sagaut. Zonal multi-domain RANS/LES simulations of turbulent flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 40 :903 – 925, 11 2002.
- [102] Herbert S. Ribner. *Aerodynamic sound from fluid dilatation : a theory of the sound from jets and other flows*. University of Toronto, Institute of Aerophysics, Toronto, Ontario, 1962.
- [103] Túlio R. Ricciardi, Walter Arias-Ramirez, and William R. Wolf. On secondary tones arising in trailing-edge noise at moderate Reynolds numbers. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 79 :54–66, 2020.
- [104] Sjoerd W. Rienstra and Brian J. Tester. An analytic green’s function for a lined circular duct containing uniform mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, 317(3) :994–1016, 2008.
- [105] Michel Roger and Korcan Kucukcoskun. Near-and-far field modeling of advanced tail-rotor noise using source-mode expansions. *Journal of Sound and Vibration*, 453 :328–354, 2019.
-

-
- [106] Michel Roger and Stéphane Moreau. Back-scattering correction and further extensions of amiet's trailing-edge noise model. part 1 : theory. *Journal of Sound and Vibration*, 286(3) :477 – 506, 2005.
- [107] Michel Roger, Stéphane Moreau, and Alain Guedel. Broadband fan noise prediction using single-airfoil theory. *Noise Control Engineering Journal - NOISE CONTR ENG J*, 54, 01 2006.
- [108] JE Rossiter. Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. *Aeronautical research council report and memorandum*, 3438, 1964.
- [109] Yannick Rozenberg, Michel Roger, and Stéphane Moreau. Rotating blade trailing-edge noise : Experimental validation of analytical model. *AIAA Journal*, 48(5) :951–962, 2010.
- [110] Robert Sandboge, Stéphane Caro, Paul Ploumhans, Raymond Ambs, Balthasar Schillemeit, Karl Washburn, and Farzin Shakib. Validation of a CAA formulation based on Lighthill's Analogy using AcuSolve and ACTRAN/LA on an Idealized Automotive HVAC Blower and on an axial fan. In *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*, May 2006.
- [111] Marlène Sanjosé, Pavel Kholodov, Carlos Pérez Arroyo, and Stéphane Moreau. CFD Modeling of a Realistic Turbofan Blade for Noise Prediction. Part 2 : Analytical Acoustic Predictions. In *GPPS Beijing19 Proceedings*, 09 2019.
- [112] Marlène Sanjosé and Stéphane Moreau. Fast and accurate analytical modeling of broadband noise for a low-speed fan. *Journal of the Acoustical Society of America*, 143(5) :3103–3113, 2018.
- [113] Marlène Sanjosé, Aaron Towne, Prateek Jaiswal, Stéphane Moreau, Sanjiva Lele, and Adrien Mann. Modal analysis of the laminar boundary layer instability and tonal noise of an airfoil at reynolds number 150,000. *International Journal of Aeroacoustics*, 17, 06 2018.
- [114] Virendra Sarohia. Experimental investigation of oscillations in flows over shallow cavities. *AIAA Journal*, 15(7) :984–991, 1977.
- [115] Alexander Schell and Vincent Cotoni. Flow induced interior noise prediction of a passenger car. *SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.*, 9 :1053–1062, 06 2016.
- [116] Stefan Schoder, Clemens Junger, Michael Weitz, and Manfred Kaltenbacher. Conservative source term interpolation for hybrid aeroacoustic computations. In *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2019.
- [117] Stefan Schoder and Manfred Kaltenbacher. Hybrid aeroacoustic computations : State of art and new achievements. *Journal of Theoretical and Computational Acoustics*, 27(04) :1950020, 2019.
- [118] Alois Sengissen, Bastien Caruelle, Pascal Souchotte, Emmanuel Jondeau, and Thierry Poinsot. LES of Noise Induced by Flow Through a Double Diaphragm System. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2009.
- [119] Koushik Sengupta and Swati Saxena. Numerical Simulation For Marine Propeller Hydroacoustics Using OpenFOAM. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2018*, 2018.
-

-
- [120] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–164, 1963.
- [121] C. Sovardi, Y. Aurégan, and W. Polifke. Parametric les/si based aeroacoustic characterization of tandem orifices in low mach number flows. *Acta Acustica united with Acustica*, 102(5) :793–803, 2016.
- [122] Hassen Trabelsi. *Banc d’essai et procédure pour la caractérisation des éléments d’un SCA par un système 2N-ports avec écoulement : validation et application à des sources aéroacoustiques*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne, France, 2011.
- [123] Hassen Trabelsi, Nicolas Zerbib, Jean-Michel Ville, and Félix Foucart. Méthode de mesure de la matrice de diffusion multimodale d’obstacles complexes en présence d’écoulement uniforme. In *10ème Congrès Français d’Acoustique*, Lyon, France, April 2010. SFA.
- [124] Hassen Trabelsi, Nicolas Zerbib, Jean-michel Ville, and Félix Foucart. Passive and active acoustic properties of a diaphragm at low mach number : Experimental procedure and numerical simulation. *European Journal of Computational Mechanics*, pages 49–71, 11 2011.
- [125] Olivier Verhoeven. Trailing Edge Noise Simulations using IDDES in OpenFOAM. Essai de maîtrise, Delft University of Technology, 2011.
- [126] Claus Albrecht Wagner, Thomas Hüttl, and Pierre Sagaut. Chapter 6 - Applications and Results of Large-Eddy Simulations for Acoustics. In *Large-Eddy Simulation for Acoustics*, Cambridge Aerospace Series, pages 238–376. Cambridge University Press, 2007.
- [127] Claus Albrecht Wagner, Thomas Hüttl, and Pierre Sagaut. *Large-Eddy Simulation for Acoustics*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, 2007.
- [128] Meng Wang, Sanjiva K. Lele, and Parviz Moin. Computation of quadrupole noise using acoustic analogy. *AIAA Journal*, 34(11) :2247–2254, 1996.
- [129] Meng Wang, Stéphane Moreau, Gianluca Iaccarino, and Michel Roger. LES prediction of wall-pressure fluctuations and noise of a low-speed airfoil. *International Journal of Aeroacoustics*, 8(3) :177–197, 2009.
- [130] David W. Weyburne. New thickness and shape parameters for the boundary layer velocity profile. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 54 :22–28, 2014.
- [131] J. E. Ffowcs Williams and D. L. Hawkings. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 264 :321 – 342, 1969.
- [132] Julian Winkler, Hao Wu, Stéphane Moreau, Thomas Carolus, and Richard D. Sandberg. Trailing-edge broadband noise prediction of an airfoil with boundary-layer tripping. *Journal of Sound and Vibration*, 482 :115450, 2020.
- [133] Hao Wu. *Simulation Directe du Bruit Propre de Profil à Haut Nombre de Reynolds*. PhD thesis, Université de Sherbrooke, 2019.
- [134] S. Yamada and K. Bessho. Harmonic field calculation by the combination of finite element analysis and harmonic balance method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 24(6) :2588–2590, 1988.
-

-
- [135] N. Zerbib, L. Mabarek, A. Heather, and D. Mas. Use of OpenFOAM coupled with a Hybridization of Finite Element-Boundary Element Methods using an Adaptive Absorbing Boundary Condition for Wind Noise Simulation. In *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, Denver, CO*, AIAA 2017-3508 Paper, Denver, CO, June 2017.
- [136] T. Zhu, D. Lallier-Daniels, M. Sanjosé, S. Moreau, and T. Carolus. Rotating coherent flow structures as a source for narrow band tip clearance noise from axial fans. *Journal of Sound and Vibration*, 418 :198–215, 2018.
- [137] Tao Zhu, Dominic Lallier-Daniels, Marlène Sanjosé, Stéphane Moreau, and Thomas Carolus. Rotating coherent flow structures as a source for narrowband tip clearance noise from axial fans. *Journal of Sound and Vibration*, 417 :198 – 215, 2018.
- [138] Samir Ziada and Philippe Lafon. Flow-Excited Acoustic Resonance Excitation Mechanism, Design Guidelines, and Counter Measures. *Applied Mechanics Reviews*, 66(1), 12 2013.
-