



HAL
open science

Couplage de modèles mathématiques et informatiques pour l'étude de la transhumance sahélienne: cas du Sénégal

Cheick Amed Diloma Gabriel Traore

► **To cite this version:**

Cheick Amed Diloma Gabriel Traore. Couplage de modèles mathématiques et informatiques pour l'étude de la transhumance sahélienne: cas du Sénégal. Système multi-agents [cs.MA]. Université Cheikh Anta DIOP, 2024. Français. NNT: . tel-04691908

HAL Id: tel-04691908

<https://theses.hal.science/tel-04691908>

Submitted on 9 Sep 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain



UNIVERSITE
CHEIKH ANTA DIOP
DE DAKAR

ECOLE DOCTORALE
DE MATHÉMATIQUES
ET INFORMATIQUE (ED-MI)

ANNEE : 2023-2024

N°d'ordre : 228

THESE DE DOCTORAT UNIQUE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP

MENTION : Informatique et Télécommunications

SPÉCIALITÉ : Informatique

PRÉSENTÉE PAR :

NOM : TRAORÉ

PRÉNOM : Cheick Amed Diloma Gabriel

**SUJET : Couplage de modèles mathématiques et informatiques pour l'étude de la
transhumance sahélienne : cas du Sénégal**

SOUTENUE PUBLIQUEMENT LE : 12 avril 2024

DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

| | | | |
|-----------------------------|--------------------|----------------------|---|
| PRÉSIDENT DU JURY : | DATHE Hamidou | Professeur Titulaire | Université Cheikh Anta DIOP - UCAD |
| RAPPORTEUR : | TEWA Jean-Jules | Professeur Titulaire | Université Yaoundé I |
| | LE PAGE Christophe | Cadre de Recherche | Centre de coopération internationale en recherche agronomique pour le développement - Cirad |
| EXAMINATEURS : | DIOP Idy | Professeur Assimilé | Université Cheikh Anta DIOP - UCAD |
| ENCADRANTS : | DELAY Etienne | Cadre de Recherche | Centre de coopération internationale en recherche agronomique pour le développement - Cirad |
| | JAHEL Camille | Cadre de Recherche | Centre de coopération internationale en recherche agronomique pour le développement - Cirad |
| DIRECTEUR DE THÈSE : | BAH Alassane | Professeur Titulaire | Université Cheikh Anta DIOP - UCAD |

SIGLES ET ACRONYMES

- ABM** Agent Based Modeling. x, 14, 85
- AE** Algorithmes Evolutionnaires. 29, 40, 42, 43
- BAME** Bureau d'Analyse Macro-Economique. vi, vii
- BDI** Believe Desire Intention. 16, 150, 154
- CaSSECS** Carbon Sequestration and greenhouse gas emissions in (agro) Sylvopastoral Ecosystems in the sahelian CILSS States. vii, 1
- ED-MI** Ecole Doctorale Mathématiques et Informatique. vii
- GES** Gaz à Effet de Serre. iii, 1, 53, 105, 124, 150, 153, 154
- GPS** Global Positioning System. 46, 56, 66, 67, 78, 144, 148, 149
- GSM** Global System for Mobile communications. 66
- IRD** Institut de Recherche pour le Developpement. vii
- ISRA** Institut Sénégalais de Recherches Agricoles. vi, vii
- MODIS** Moderate-Resolution Imaging Spectroradiometer. 118
- MSTRANS** Mindset of the Sahelian TRANShumant. 127, 144–148, 150, 151
- ONG** Organisation Non Gouvernementale. 128
- PGCD** Plus Grand commun diviseur. 26
- PPZS** Pôle Pastoralisme et Zones sèches. vii
- SIG** Système d'Information Géographique. 5, 25, 27, 92, 115, 135
- SMA** Systèmes multi-agents. 8, 14, 15, 27, 40, 82, 127, 132
- UCAD** Université Cheikh Anta DIOP. vii

UML Unified Modeling Langage. 3, 5, 14, 87, 110, 128, 152

UMMISCO Unité de Modélisation Mathématique et Informatique des Systèmes COM-
plexes. vii

UNB Université Nazi BONI. vii

RÉSUMÉ

La transhumance est une mobilité pastorale, socio-économique et environnementale, très pratiquée au Sahel. Elle est un ensemble de déplacements saisonniers de troupeaux conduits par des transhumants de leur terroir d'origine vers un ou plusieurs terroirs d'accueil, en passant par des campements de transit. Ces déplacements satisfont d'une part, la subsistance efficiente des troupeaux et des transhumants dans des écosystèmes soumis à de fortes variabilités saisonnières et climatiques. D'autre part, ils doivent satisfaire à la vie communautaire des transhumants. Sans tenir compte des interactions des troupeaux transhumants avec leur écosystème, les troupeaux sont considérés comme fortement émetteurs de Gaz à Effet de Serre (GES). De ce fait, établir le bilan de GES lié aux troupeaux sahéliens en considérant leurs interactions avec les éléments de l'écosystème pastoral est un enjeu pour la réduction du réchauffement planétaire. Afin d'estimer un bilan des émissions de GES issus des troupeaux transhumants tout en considérant leur écosystème, nous formalisons et simulons la transhumance sahélienne, particulièrement celle du Sénégal, en tant que système complexe adaptatif. Notre objectif est de déterminer les espaces utilisés par les troupeaux transhumants. Afin de considérer un maximum de complexité socio-économique et environnementale, nous effectuons des couplages de modèles mathématiques et informatiques basés sur une analyse systémique des déplacements des troupeaux transhumants. De cette analyse systémique, nous avons formalisé la transhumance comme un système complexe adaptatif. Puis, les mathématiques nous ont permis de : (1) Caractériser la transhumance en tant que fonction vectorielle de plusieurs variables ; (2) Formaliser les déplacements de troupeaux sous forme de graphes orientés multivalués, dont les valuations résultent d'un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes. Les sommets des graphes représentent les lieux où les troupeaux sont conduits. Les arêtes résultent des processus de prise de décision rationnelle des transhumants. De plus, la formalisation mathématique des déplacements de troupeaux a permis de concevoir :

1. Un système de suivi et d'alerte en temps réel pour les transhumants, basé sur des mathématiques discrètes et sur la transformée de Hough.
2. Trois modèles à base d'agent :
 - Le premier modèle hiérarchise l'impact de chaque facteur de déplacement de troupeaux sur leur répartition spatio-temporelle.
 - Le deuxième modèle détermine la répartition spatio-temporelle des troupeaux évaluée leur impact sur la végétation à l'échelle macroscopique.
 - Le troisième modèle simule une transhumance artificielle, déterminant l'espace utilisé par les troupeaux grâce à un couplage de modèles. Ce couplage intègre le problème d'optimisation multiobjectif dans un modèle à base d'agent, considérant la majorité des agents et des interactions impliquées dans la transhumance.

Au terme de cette étude, nous avons simulé la transhumance annuelle et déterminé les espaces utilisés par les troupeaux. De plus, nous avons conçu une application de suivi de troupeaux et de signalement de problèmes survenant sur les parcours. En perspectives nous souhaitons simuler des transhumances pluriannuelles et déployer notre application.

Mots clés : Système complexe ; graphe ; optimisation multiobjectif ; modélisation à base d'agent ; couplage de modèles ; transhumance ; théorie du choix rationnel

ABSTRACT

Transhumance is a pastoral, socio-economic, and environmental mobility widely practiced in the Sahel. It involves a set of seasonal herd movements led by transhumants from their terroir of origin to one or more host terroirs, passing through transit camps. On the one hand, these movements fulfill the need for efficient subsistence of herds and transhumants in ecosystems subject to high seasonal and climatic variability. On the other hand, they must also support the community life of transhumants. Without considering the interactions of transhumant herds with their ecosystem, herds are perceived as significant greenhouse gas (GHG) emitters. As a result, establishing the balance of GHG emissions from Sahelian herds, taking into account their interactions with elements of the pastoral ecosystem, is a major challenge for strategies to reduce global warming.

To estimate a balance sheet of emissions from transhumant herds while considering their ecosystem, we formalize and simulate Sahelian transhumance, particularly that of Senegal, as a complex adaptive system. Our objective is to determine the spaces used by transhumant herds. To account for the maximum level of socio-economic and environmental complexity, we integrate mathematical and computational formalisms based on a systemic analysis of transhumant herd movements. A systemic analysis allows us to formalize transhumance as a complex adaptive system. Mathematics then enabled us to :

1. Characterize transhumance as a vector function of several variables.
2. Formalize herd movements as multivalued oriented graphs, whose valuations result from a constrained multi-objective optimization problem.

The vertices of these graphs represent the places where the herds are moved, while the edges symbolize the rational decision-making processes of the transhumants. Additionally, the mathematical formalization of herd movements facilitated the design of the following :

1. A real-time transhumant monitoring and warning system, which draws on discrete mathematics (topology and geometry) and the Hough transform.
2. Three agent-based models :
 - The first model prioritizes the impact of each herd movement factor on its spatio-temporal distribution.
 - The second model determines the spatio-temporal distribution of herds and assesses their impact on vegetation at a macroscopic scale.
 - The third model simulates an artificial transhumance, determining the space used by herds through a coupling of models. This coupling involves a multi-objective optimization problem integrated into an agent-based model, considering the majority of agents and interactions involved in transhumance.

At the end of this study, we simulated annual transhumance and determined the spaces used by the herds. Additionally, we designed an application for monitoring herds and warning of problems on the rangelands. Looking ahead, we aim to simulate multi-year transhumance and deploy our application.

Keywords : Complex system ; graph ; multi-objective optimization ; agent-based modeling ; model coupling ; transhumance ; rational choice theory

REMERCIEMENTS

Je suis à la fin de la thèse de doctorat unique car j'ai étudié mais aussi écouté des conseils et recommandations de certaines personnes. A l'issue de la rédaction de cette thèse, je tiens à montrer ma gratitude tous ceux qui m'ont épaulé. En effet, je n'aurai sûrement pas pu réaliser ce travail sans le soutien de certaines personnes dont la générosité et l'intérêt manifestés à l'égard de mes travaux de recherches m'ont permis de progresser. Certains seront nommé ci-dessous et d'autres pas, mais vous êtes dans mes pensées.

Merci aux membres du jury d'avoir accepté de lire ce travail et de l'évaluer.

Je remercie mon Directeur de thèse Alassane BAH pour la confiance qu'il a placé en moi et pour son soutient durant les périodes les plus difficiles de la thèse. Humainement, j'ai beaucoup appris à ses côtés. Ce fut un honneur de vous rencontrer et de vous côtoyer.

Merci à Etienne DELAY pour la confiance qu'il a placé en moi et pour son soutien. Etienne est l'une des personnes des plus humbles et aimables que j'ai rencontré. Ce fut celui avec lequel j'ai le plus discuté et interagit durant la thèse. Humainement, j'ai beaucoup appris à ses côtés. Ce fut un plaisir de vous rencontrer et de vous côtoyer, merci Etienne.

Merci à Djibril DIOP pour ses conseils et son accompagnement au sein de l'ISRA-BAME.

Merci à Camille JAHEL avec qui j'ai abattue un grand travail de recherche sur la thématique et qui m'a relu au détail près durant toute la thèse.

Merci à Ibra TOURE pour la confiance qu'il a placé en moi et pour son soutien. Ce fut un plaisir de vous rencontrer et de vous côtoyer. Aussi pour le temps que vous avez consacré à me conseiller, à m'envoyer des données, à discuter avec moi malgré votre emploi de temps chargé.

Merci au projet CaSSECS de m'avoir recruté en tant qu'allocataire de recherche en thèse au compte de l'ISRA-BAME et accueilli au sein de ISRA-PPZS et de UMMISCO. Merci à Djiby DIA qui m'a accueilli au sein de cette institution.

Je remercie Paulo SALGADO pour m'avoir accueilli à l'ISRA-PPZS. Christophe CAMBIER et Timothée BROCHIER pour m'avoir accueilli à l'IRD-UMMISCO. En plus de m'offrir un cadre de travail, ils m'ont fait confiance et conseillé. Je remercie chaleureusement les membres de mes laboratoires d'accueil avec qui j'ai passé de nombreuses journées. Merci à Harouna TRAORÉ, Alpha Oumar BAH, Papa Massar NIANE, Arthur SCRIBAN, Koki BA, Djigo Abu MUSA, Hamza MBATHIE, Hervé OLOU et tous les autres.

Je remercie le personnel de l'Ecole Doctorale Mathématiques et Informatique (ED-MI) de l'Université Cheikh Anta DIOP (UCAD) pour leurs contributions à ma formation.

Je remercie Abdoulaye SERE qui m'accompagne depuis ma deuxième année et m'a soutenu lorsque j'ai voulu quitter l'UNB afin de vivre d'autres expériences hors du Burkina. C'est l'une des personnes des plus humble, droite et intègre que j'ai rencontré.

Merci à Habibou ASSOUMA, Boureïma SANGARÉ, Idy DIOP, Hamidou DATHE, Mane Nahe DIOUF pour leurs soutiens et conseils.

Je remercie Théodore NIKIEMA et Abdoulaye KABORÉ avec lesquels j'ai partagé beaucoup de choses durant mes premières années à l'UNB puis pendant la thèse.

J'ai pu compter sur le soutien d'ainés de différents laboratoires de mathématiques et d'informatique du Burkina et du Sénégal, que je remercie. En particulier Satapha SANOGO, Abdoulaye MENDY, Ousman KOUTOU.

Hors du cadre académique, je remercie ma famille au BURKINA FASO et ici au SENEGAL. Je remercie mes oncles et tantes Youssou SILLA, ELhadj TRAORÉ, Carmen OUEDRAOGO/YAMEOGO, Basile YAMEOGO.

Je remercie ma marraine Fatima MBODJ/DEMBÉLÉ et à son époux Landry, Blaise DIAGNE qui m'a accompagné.

Je remercie mes aînés Ulrich ADOMBI, François BADO et son épouse Laeticia, Mathias HADINKO, William HAOUHAKAN et à son épouse Déborah, Fiacre KONKOEN, Justin KOUASSI, Chérif Syaka Assembene MANE et à son épouse, Zacharia SOULI, Rassoul SY.

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|------------|
| Sigles et acronymes | i |
| Résumé | iii |
| Abstract | iv |
| Liste des tableaux | x |
| Liste des algorithmes | xi |
| Table des figures | xiv |
| Introduction générale | 1 |
| 1 Modélisation de systèmes complexes | 6 |
| 1.1 Représentation de l'objet d'étude | 8 |
| 1.1.1 Epistémologie de représentation de l'objet d'étude | 8 |
| 1.1.2 Systémique | 10 |
| 1.1.3 Autres outils de formalisation de systèmes complexes | 14 |
| 1.2 Modélisation | 18 |
| 1.2.1 Modèle et simulation : de l'opposition au rapprochement | 18 |
| 1.2.2 Objectifs de modélisation | 21 |
| 1.2.3 Couplage de modèles | 21 |
| 1.3 Modélisation spatio-temporelle | 24 |
| 1.3.1 Représentation de l'espace dans un modèle | 24 |
| 1.3.2 Représentation du temps dans un modèle | 26 |
| 1.3.3 Plateforme de simulation d'un modèle | 26 |
| 2 Théories, modèles et réalités | 28 |
| 2.1 Réalisme | 29 |
| 2.1.1 Types de réalismes non scientifiques | 30 |
| 2.1.2 Types de réalismes scientifiques | 31 |
| 2.2 Théorie et réalité | 33 |
| 2.2.1 Descriptivisme | 34 |
| 2.2.2 Instrumentalisme | 35 |
| 2.2.3 Réalisme | 35 |
| 2.3 Modèle et réalité | 36 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2.3.1 | Fiabilité et validité d'un modèle (non couplé) | 36 |
| 2.3.2 | Validation de modèles couplés | 39 |
| 2.3.3 | Exploration de modèle | 39 |
| 3 | Formalisation systémique et processus de prise de décision de transhumants | 44 |
| 3.1 | Formalisation systémique | 45 |
| 3.1.1 | Déplacements de troupeaux et rationalité des transhumants | 45 |
| 3.1.2 | Formalisation systémique hiérarchique | 51 |
| 3.2 | Formalisations mathématiques | 55 |
| 3.2.1 | Caractérisation de la transhumance sahélienne | 55 |
| 3.2.2 | Graphe de déplacements d'un troupeau transhumant | 57 |
| 3.2.3 | Optimisation et transhumance | 59 |
| 3.3 | Validation des théorisations du chapitre | 64 |
| 4 | Système de suivi et d'alerte de transhumants | 66 |
| 4.1 | Mathématiques discrètes et informatique | 68 |
| 4.1.1 | Mot, code et programmation parallèle | 68 |
| 4.1.2 | Espace et objet discret | 69 |
| 4.1.3 | Reconnaissance de primitives discrètes | 74 |
| 4.2 | Codage et choix d'un parcours de transhumance | 77 |
| 4.2.1 | Codage d'un parcours de transhumance | 77 |
| 4.2.2 | Choix d'un parcours de transhumance | 79 |
| 4.3 | Programme de suivi et d'alerte de transhumants | 80 |
| 4.3.1 | Exemples d'indicateurs | 80 |
| 4.3.2 | Algorithmes de suivi et d'alerte des transhumants | 81 |
| 5 | Analyse de l'influence de facteurs de mobilité des troupeaux transhumants sahéliens | 84 |
| 5.1 | Description des microsimulations | 86 |
| 5.1.1 | Zone d'étude | 86 |
| 5.1.2 | Overview (vue d'ensemble) | 86 |
| 5.1.3 | Conceptualisation | 90 |
| 5.1.4 | Détails | 92 |
| 5.2 | Exploration des microsimulations | 97 |
| 5.2.1 | Déplacements des troupeaux en fonction de la végétation de qualité | 98 |
| 5.2.2 | Déplacement des troupeaux en fonction des points d'eau | 99 |
| 5.2.3 | Déplacements des troupeaux en fonction des vétérinaires et des marchés | 101 |
| 5.2.4 | Déplacements des troupeaux en fonction de perturbateurs | 102 |
| 5.2.5 | Déplacements des troupeaux en fonction du réseau socio-économique | 102 |
| 5.3 | Validation des microsimulations | 104 |
| 5.3.1 | Auto-corrélation spatiale de Moran | 104 |
| 5.3.2 | Validation et interprétation des résultats | 104 |
| 6 | Répartition spatio-temporelle et impact sur la végétation de troupeaux transhumants sahéliens | 108 |
| 6.1 | Transhumance sahélienne et zone d'étude | 109 |
| 6.1.1 | Déplacements de troupeaux transhumants sahéliens et interactions avec la végétation | 109 |
| 6.1.2 | Zone de simulation | 110 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.2 | Méthode | 111 |
| 6.2.1 | Overview (vue d'ensemble) | 111 |
| 6.2.2 | Conceptualisation | 113 |
| 6.2.3 | Détails | 115 |
| 6.3 | Résultats | 119 |
| 6.3.1 | Validation | 119 |
| 6.3.2 | Exploration | 120 |
| 6.3.3 | Interprétation des résultats | 124 |
| 7 | Modèle couplé ABM-optimisation des processus de prise de décision des transhumants au Sénégal | 127 |
| 7.1 | Modèle à base d'agent | 128 |
| 7.1.1 | Zone d'étude | 128 |
| 7.1.2 | Overview (vue d'ensemble) | 128 |
| 7.1.3 | Conceptualisation | 132 |
| 7.1.4 | Détails | 136 |
| 7.2 | Résultats | 145 |
| 7.2.1 | Validation | 146 |
| 7.2.2 | Exploration | 147 |
| 7.2.3 | Limites et perspectives du modèle | 150 |
| | Conclusions et perspectives | 153 |
| A | Topologie | 157 |
| A.1 | Espace topologique | 157 |
| A.1.1 | Topologie et notions ensemblistes associées | 157 |
| A.1.2 | Exemple fondamental : topologie naturelle d'un espace métrique | 160 |
| A.1.3 | Voisinages, espaces topologiques séparés | 161 |
| A.2 | Continuité, homéomorphisme et compacité | 162 |
| A.2.1 | Continuité | 162 |
| A.2.2 | Homéomorphisme | 164 |
| A.3 | Espace topologique connexe | 164 |
| A.3.1 | Composante connexe d'un espace topologique | 166 |
| A.3.2 | Connexité et continuité | 166 |
| A.3.3 | Connexité par arcs | 168 |
| A.3.4 | Connexité locale | 169 |
| B | Fonctions de plusieurs variables et optimisation convexe | 170 |
| B.1 | Fonction de plusieurs variables | 170 |
| B.2 | Analyse convexe | 171 |
| B.2.1 | Continuité des fonctions convexes | 172 |
| B.2.2 | Différentiabilité des fonctions convexes | 172 |
| B.3 | Optimisation : minimisation avec contraintes | 173 |
| | Bibliographie | 175 |

LISTE DES TABLEAUX

| | | |
|-----|---|-----|
| 5.1 | Paramètres d'initialisation $\mathcal{N}(a, b)$: loi normale de moyenne a , d'écart type b | 93 |
| 5.2 | Exploration scenarios | 98 |
| 6.1 | Effectifs, taux d'accroissement et ration alimentaire des espèces d'herbivores | 117 |
| 6.2 | Scénarios d'exploration | 120 |
| 7.1 | Paramètres d'initialisation | 137 |
| 7.2 | Effectifs moyens d'herbivore des troupeaux transhumants | 137 |
| 7.3 | Paramètres d'initialisation du sous modèle 6 | 144 |
| 7.4 | Scénarios d'exploration | 147 |

LISTE DES ALGORITHMES

| | | |
|----|---|-----|
| 1 | Suggestion de parcours optimaux | 82 |
| 2 | Alerte et enregistrement de problèmes | 83 |
| 3 | Initialisation du modèle | 93 |
| 4 | Déplacements du troupeau en fonction de la végétation de qualité | 94 |
| 5 | Déplacements du troupeau en fonction des points d'eau | 94 |
| 6 | Déplacements du troupeau en fonction des vétérinaires | 95 |
| 7 | Déplacements du troupeau en fonction des marchés | 95 |
| 8 | Déplacements du troupeau en fonction de perturbateurs | 96 |
| 9 | Création des éléments de réseau socio-économique | 96 |
| 10 | Déplacements du troupeau en fonction du réseau socio-économique | 97 |
| 11 | Initialisation du modèle | 116 |
| 12 | Création du réseau social des transhumants | 117 |
| 13 | Mise à jour du taux d'accroissement de la population d'herbivore en fonction de la pluviométrie | 118 |
| 14 | Initialisation du modèle | 137 |
| 15 | Dynamique des points d'eau de surface | 138 |
| 16 | Dynamique de la végétation | 139 |
| 17 | Saison des pluies | 139 |
| 18 | Zone d'influence du forage, du marché et du vétérinaire | 140 |
| 19 | Validation du modèle | 146 |

TABLE DES FIGURES

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | Structure des modèles du manuscrit | 5 |
| 1.1 | Exemples de graphes | 17 |
| 1.2 | Arbre de décision pour le choix d'une approche de modélisation | 22 |
| 1.3 | Typologies de couplage de modèle | 23 |
| 1.4 | Description de notre épistémologie de modélisation [118] | 27 |
| 2.1 | Fiabilité ou validité d'un modèle | 37 |
| 2.2 | Validation de modèle | 37 |
| 3.1 | Déplacements d'un troupeau transhumant bovin au Sénégal | 46 |
| 3.2 | Graphe initial de déplacement de troupeaux transhumants (G^0) | 47 |
| 3.3 | Exemple de calendrier pastoral utilisé au Ferlo [16] | 48 |
| 3.4 | Graphe de déplacement de troupeaux transhumants à la date t_{j_1} , $t_{j_1} \in]t_0, t_f[$ | 48 |
| 3.5 | Graphe de déplacements d'un troupeau transhumant bovin aux dates t_{j_2}, t_{j_3} | 49 |
| 3.6 | Interactions entre éléments de la transhumance sahélienne | 53 |
| 3.7 | Formalisation systémique hiérarchique de la transhumance | 54 |
| 4.1 | Composant du système et leurs liens | 68 |
| 4.2 | Architectures de calculs parallèles | 69 |
| 4.3 | Différents types de grilles [96] | 71 |
| 4.4 | Voisinages | 71 |
| 4.5 | Exemple d'objet 1-séparant | 72 |
| 4.6 | Exemples de k -tunnels | 72 |
| 4.7 | Code de Freeman [50] | 73 |
| 4.8 | Droite discrète arithmétique analytique | 74 |
| 4.9 | Parcours de transhumance d'un troupeau | 78 |
| 5.1 | Zone d'étude et données d'entrées | 87 |
| 5.2 | Diagramme de classe des entités du modèle | 88 |
| 5.3 | Grille de l'espace de simulation munie de zone(s) interdite(s) aux troupeaux [114] | 88 |
| 5.4 | Diagramme d'activité des déplacements des troupeaux transhumants [114] | 89 |
| 5.5 | Parcours de transhumance (réel) de neuf troupeaux bovins au Sénégal | 97 |
| 5.6 | Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé en fonction de la qualité de la végétation | 98 |
| 5.7 | Répartition spatiale des troupeaux en fonction de la qualité de la végétation dans l'espace complet | 99 |

| | | |
|------|--|-----|
| 5.8 | Répartition spatiale des troupeaux en fonction de la qualité de la végétation avec des zones interdites | 99 |
| 5.9 | Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction des points d'eau | 100 |
| 5.10 | Répartition spatiale de troupeaux en fonction de points d'eau dans l'espace complet | 100 |
| 5.11 | Répartition spatiale de troupeaux en fonction des points d'eau et de zones interdites | 100 |
| 5.12 | Répartition spatiale de troupeaux en fonction des points d'eau dans une autre répartition de points d'eau | 101 |
| 5.13 | Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction des vétérinaires | 101 |
| 5.14 | Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction des marchés | 101 |
| 5.15 | Impact des jours d'attente sur la durée des phases de transhumance | 102 |
| 5.16 | Répartition spatiale des troupeaux en fonction des vétérinaires et des marchés dans l'espace complet | 102 |
| 5.17 | Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction de perturbateurs d_p : distance maximale entre le troupeau et un perturbateur | 103 |
| 5.18 | Répartition spatiale de troupeaux en fonction de perturbateurs | 103 |
| 5.19 | Durée moyenne et proportion d'espace utilisé par les troupeaux en fonction des paramètres d'éléments du réseau socio-économique | 103 |
| 5.20 | Répartition spatiale des troupeaux en fonction du réseau socio-économique | 104 |
| 5.21 | Indices de Moran des résultats des stratégies de déplacements des troupeaux. αP signifie α zone(s) interdite(s) | 105 |
| 6.1 | Exemple de calendrier pastoral (adapté de [16]) | 110 |
| 6.2 | Zone d'étude | 110 |
| 6.3 | Diagramme de classe des entités du modèle | 111 |
| 6.4 | Diagramme d'activité (quotidien) des transhumants | 113 |
| 6.5 | Données d'entrée | 116 |
| 6.6 | Répartition spatio-temporel des troupeaux durant la phase aller | 119 |
| 6.7 | Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 150 \text{ mm}$ | 119 |
| 6.8 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 70\%$ [113] | 120 |
| 6.9 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 50\%$ [113] | 121 |
| 6.10 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 30\%$ [113] | 121 |
| 6.11 | Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 500 \text{ mm}$ [113] | 121 |
| 6.12 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 70\%$ | 122 |
| 6.13 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 50\%$ | 122 |
| 6.14 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 30\%$ | 122 |
| 6.15 | Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 375 \text{ mm}$ | 123 |
| 6.16 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 70\%$ | 123 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.17 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 50\%$ [113] | 124 |
| 6.18 | Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 30\%$ [113] | 124 |
| 6.19 | Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 150\text{ mm}$ [113] | 124 |
| 7.1 | Zone d'étude | 129 |
| 7.2 | Diagramme de classes des entités du modèle | 130 |
| 7.3 | Zones d'influence des forages et données d'entrée | 131 |
| 7.4 | Exemple de transhumance de troupeaux après considération de différents facteurs pour chaque déplacement | 132 |
| 7.5 | Calendrier pastoral [16] | 133 |
| 7.6 | Processus de prise de décision d'un transhumant | 134 |
| 7.7 | Diagramme d'activité de déplacements quotidiens du troupeau | 145 |
| 7.8 | Validation des résultats du modèle pour $18\text{ km} \times 18\text{ km}$ | 147 |
| 7.9 | Impact de variations de vitesses sur la précision des résultats | 148 |
| 7.10 | Impact de réduction des ressources pastorales sur la précision des résultats | 148 |
| 7.11 | Précision des résultats du modèle | 149 |
| 7.12 | Espace utilisé par les troupeaux transhumants pour $3\text{ km} \times 3\text{ km}$ et $15\text{ km} \times 15\text{ km}$ | 149 |
| 7.13 | Entretien sur les modèles du manuscrit et restitution de données d'un parcours de transhumance | 150 |
| A.1 | Trois arcs reliant deux points | 168 |

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Cette thèse est réalisée dans le cadre du projet Carbon Sequestration and greenhouse gas emissions in (agro) Sylvopastoral Ecosystems in the sahelian CILSS States (CaSSECS) dont les zones d'études sont situées au Burkina Faso, au Niger et au Sénégal. L'objectif de CaSSECS est d'étudier la contribution des systèmes d'élevage pastoraux sahéliens aux émissions de Gaz à Effet de Serre (GES) à des échelles régionales ou nationales tout en tenant compte des écosystèmes locaux. Afin d'atteindre son objectif CaSSECS étudie les déplacements de troupeaux dans leurs écosystèmes, la dynamique fourragère pastorale, la capacité de stockage de carbone par les sols et la végétation, etc. La transhumance est la mobilité pastorale retenue dans CaSSECS car elle est très pratiquée dans les états sahéliens où l'élevage contribue à environ 18% du produit intérieur brut. L'un des objectifs de CaSSECS et qui est l'objectif de cette thèse est de modéliser la transhumance dans une zone pastorale au Sénégal et dans toute sa complexité afin que la démarche de modélisation puisse être reproduite ailleurs au Sahel. De ce fait, pour ce travail de modélisation, nous sommes partis du point de vue selon lequel si nous savons où se trouvent les troupeaux durant leur transhumance, nous pouvons concevoir des scénarios d'aménagement de l'espace pastoral pour optimiser le bilan carbone dû aux herbivores des troupeaux transhumants.

La transhumance sahélienne est un ensemble de déplacements saisonniers de troupeaux d'herbivores domestiques conduits par des transhumants de leur terroir d'origine vers un ou plusieurs terroirs d'accueil, en passant par des campements de transit [65, 105, 109]. Ces déplacements répondent en premier lieu à la recherche d'un équilibre entre la valorisation de l'herbe à un stade optimal et la quête d'eau (forages, puits, fleuves, mares) [36, 93]. Ces déplacements répondent ensuite aux désagréments, aux risques dûs aux insectes (mouches, taons, glossines) et à l'évitement de conflits avec des perturbateurs (agriculteurs mécontents, braqueurs, voleurs de bétails, etc.) [34, 106]. Ces déplacements répondent enfin à un besoin socio-économique du transhumant [31, 131]. En fait, les transhumants planifient leurs déplacements à différentes échelles spatio-temporelles à l'aide de processus de prise de décisions rationnelles. Ces processus considèrent l'expé-

rience des transhumants, sur des informations concernant l'état des ressources pastorales sur les parcours et en fonction de zones d'influence de personnes avec lesquelles ils entretiennent des relations socio-économiques. Ils déterminent d'abord leurs zones d'accueil et des itinéraires à une échelle spatio-temporelle macroscopique. Les trajets déterminés à des échelles macroscopiques peuvent être modifiés afin de tenir compte de conditions écosystémiques ou d'actions d'autres agents (vétérinaires, agriculteurs, etc.).

Du paragraphe ci-dessus, nous observons que la transhumance : (1) est une mobilité multi-échelle spatiale et temporelle dans laquelle il y a un grand nombre d'acteurs et d'interactions ; (2) fait interagir à la fois des éléments de systèmes socio-économiques et environnementaux aussi bien dans les processus de prise de décision des transhumants que dans les déplacements des troupeaux ; (3) le transhumant modifie le parcours de son troupeau afin de s'adapter à des avantages ou contraintes. La transhumance peut donc être considérée comme un système complexe adaptatif. Une modélisation de la transhumance devra considérer les processus liés à la prise de décision des transhumants et ceux liés aux déplacements des troupeaux en tenant compte des facteurs socio-économiques et environnementaux. En effet, afin d'étudier un système complexe un ou plusieurs aspects de celui-ci peut être modélisé par une ou plusieurs approches. Par l'exemple, l'étude d'un système complexe lié au comportement humain ou à l'évolution de société doit faire si possible l'objet d'une analyse systémique ou de théorisation(s) avant d'être simulé. Effectuer une analyse systémique et théoriser un système complexe permet de le décomplexifier et de le formaliser à l'aide d'une ou de plusieurs lois. La formalisation d'un système complexe peut faire appel à des concepts ou outils systémiques, mathématiques, informatiques. Un formalisme ou un ensemble de formalismes d'un système complexe est un modèle. Lorsque le modèle est constitué de plusieurs formalismes nous parlons de couplage de formalismes ou de modèles [49, 83]. Un système complexe peut être étudié en formalisant, modélisant séparément ses processus puis en effectuant un couplage de ses formalisations ou de ses modèles. L'objectif d'un couplage de modèles est de faire coopérer différents modèles spécialisés dans un modèle unique. Le couplage permet de réduire les faiblesses de certains modèles en utilisant les forces d'autres modèles.

Un couplage d'approches mathématiques et informatiques basé sur un paradigme systémique fournit une formalisation rigoureuse du système qui devrait permettre de concevoir des modèles informatiques reproductibles du système cible [24, 69, 124]. En effet, quand le couplage est basé sur une analyse systémique, nous pouvons considérer le système dans toute sa complexité c'est à dire considérer la majorité des acteurs et interactions en son sein. Pour plus de détail, l'analyse systémique décrit puis délimite un système en formalisant ses éléments structurels et les interactions « jugées pertinentes » à considérer dans l'étude de ce système complexe. A la fin d'une analyse systémique, il est plus facile d'identifier les échelles et approches de modélisation à utiliser par la suite. En effet, pour

ce système complexe : (1) les éléments structurels et leurs interactions considérés sont explicités ; (2) le contexte des formalisations mathématiques ou informatiques à utiliser à l'issue de celle systémique est plus facilement compréhensible, explicité [24, 69].

Les outils mathématiques au travers d'analogies permettent de formaliser, théoriser le système étudié [69, 118, 123]. Les outils informatiques, basés sur la puissance computationnelle des ordinateurs, permettent d'explorer le système ou ses formalisations mathématiques [69, 121]. Au lieu d'utiliser séparément ces approches, il est recommandé de les coupler, en particulier pour des systèmes complexes socio-économiques et environnementaux tel que la transhumance sahélienne [24, 70, 123].

Dans cette thèse, nous effectuons une analyse systémique de la transhumance sahélienne avant d'effectuer des formalisations mathématiques qui seront couplées à des modèles informatiques. A terme, ce travail de modélisation doit permettre de déterminer (sous certaines conditions) les espaces utilisés par des troupeaux afin de proposer des scénarios d'aménagement de l'espace pastoral qui permettraient d'optimiser le bilan carbone issus des troupeaux dans leurs écosystèmes.

L'analyse systémique de la transhumance sahélienne a décrit –formellement– et explicité :

- les échelles spatio-temporelles permettant de délimiter les frontières du système ;
- les interactions à considérer ;
- les processus de prises de décisions des transhumants ;

Ensuite, la formalisation mathématique de déplacements de troupeaux transhumants a : (1) caractérisé la transhumance comme une fonction vectorielle de plusieurs variables ; (2) représenté le déplacement des troupeaux sous forme de graphes orientés multivalués. L'étude des propriétés topologiques de ces graphes a permis de définir la transhumance transfrontalière puis de formaliser les processus de prise de décision des transhumants par un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes. En effet, la compréhension des processus de prise de décision des transhumants au Sénégal permettra de comprendre pourquoi des troupeaux sont à certains endroits mais pas à d'autres. Si nous pouvons déterminer où des troupeaux seront conduits ainsi que les espaces qu'ils utiliseront.

Pour terminer, l'approche informatique basée sur la modélisation à base d'agent nous a permis de simuler les interactions spatio-temporelles de nombreux agents tout en incluant de formalismes mathématiques et Unified Modeling Language (UML). Elle est très adaptée à la simulation de systèmes complexes multi-échelles spatio-temporelles telle que la transhumance [24, 64, 94]. Cependant, il subsiste des discussions épistémologiques et philosophiques dans la manière de concevoir un modèle à base d'agent. Les discussions épistémologiques portent sur : construire un modèle en tant que représentation subjective de la réalité ou concevoir un modèle en tant que laboratoire virtuel afin de tester des hypothèses même supposées « irréalistes » [121, 126]. Les discussions philosophiques concernent les concepts de rationalisme et d'empirisme [123, 126]. Les modèles à base

d'agent du manuscrit sont basés sur ces deux postures épistémiques et sur le rationalisme.

Le manuscrit est subdivisé en sept chapitres dont les premiers (Chapitres 1 et 2) abordent succinctement la modélisation de systèmes complexes et les questions de réalismes ou de validité des théories, des modèles. Cette partie définit les concepts de systèmes, systèmes complexes adaptatifs, modèles, simulations, réalisme, validité et fiabilité d'un modèle ou d'une théorie tout en abordant les aspects épistémologiques et philosophiques qui leurs sont propres.

Ensuite les chapitres 3 et 4 formalisent ou théorisent les déplacements de troupeaux transhumants (voir Figure. 1). Le chapitre 3 décrit et analyse les déplacements de troupeaux transhumants sahéliens par une approche systémique. De cette analyse, la transhumance est caractérisée en une fonction vectorielle de plusieurs variables. De plus, les déplacements de troupeaux sont représentés par des graphes orientés multivalués et les stratégies de déplacements par un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes.

Le chapitre 4 présente un système de suivi de troupeaux transhumants et de signalement de problèmes survenus sur les parcours en temps réel. Ce chapitre est basé sur la topologie discrète, la géométrie discrète et le traitement d'image. Le système conçu est un outil interactif permettant aux transhumants, vétérinaires, etc. de déterminer leurs trajets en fonction d'informations collectées en temps réel. Par ailleurs, le système permet aux chercheurs, politiques, etc de connaître l'effectif des troupeaux se trouvant en un lieu en un temps donné.

Enfin, les chapitres 5, 6 et 7 sont des modèles à base d'agent basés sur les formalisations du chapitre 3. Le chapitre 5 analyse l'impact qu'a chaque facteur (végétation, point d'eau, etc.) de déplacements de troupeaux dans le processus de prise de décision des transhumants. Dans ce chapitre nous effectuons des microsimulations de déplacements de troupeaux en fonction d'un facteur. Les résultats des simulations sont comparés entre eux mais aussi avec des données réelles sur la proportion d'espace utilisé, sur les durées des phases d'aller et de retour entre les terroirs d'accueil et d'origine. Le chapitre 6 étudie la dispersion des troupeaux durant les phases d'aller et de retour de la transhumance. De plus ce chapitre détermine l'impact de troupeaux transhumants sur la végétation à une échelle spatiale macroscopique, en fonction du climat et de la proportion de végétation pâturable. Le chapitre 7 simule les processus de prise de décision des transhumants à travers le problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes. Ce problème d'optimisation permet de modéliser les déplacements de troupeaux transhumants en considérant la majorité des interactions socio-économique et environnementale liées aux déplacements de troupeaux. Ce chapitre permet ainsi de construire une société artificielle d'acteurs et d'éléments du monde pastoral.

La Figure.1 présente la structure des différents modèles du manuscrit.

Deux annexes, l'une abordant la topologie (Annexe A) et l'autre des fonctions à plusieurs variables et l'analyse convexe (Annexe B) sont présentées à la fin du manuscrit.

| | Objectifs | Outils (Formalismes) | Facteurs | Résultats |
|---|---|---|---|---|
| Stratégies de déplacements des troupeaux (voir Chapitre 3) | <ul style="list-style-type: none"> Comprendre les processus de prise de décision des transhumants et les formaliser Formaliser les déplacements des transhumants | <ul style="list-style-type: none"> Systémique Théorie du choix rationnelle Graphes Analyse convexe Topologie Optimisation multiobjectif | <ul style="list-style-type: none"> Végétation Points d'eau réseaux sociaux et économiques Vétérinaires Marchés à bétail Perturbateurs Agents de sécurité | Formalisation mathématiques des processus de prise de décision des transhumants sahéliens |
| Système de suivi et d'alerte de transhumants (avec leur troupeau) (voir Chapitre 4) | <ul style="list-style-type: none"> Suivre les déplacements de chaque troupeau Suggérer des parcours de transhumance en fonction de la disponibilité des ressources et infrastructures pastorales Signaler et enregistrer les problèmes ou difficultés de transhumants sur les parcours | <ul style="list-style-type: none"> Géométrie discrète Code de Friemann Optimisation multiobjectif programmation parallèle | <ul style="list-style-type: none"> Végétation Points d'eau réseaux sociaux et économiques Vétérinaires Marchés à bétail Perturbateurs Agents de sécurité | Suivi en temps réel des troupeaux et de la disponibilité des ressources pastorales |
| Analyse spatio-temporelle de l'impact de chaque facteurs de déplacements de troupeaux (voir Chapitre 5) | Déterminer les impacts spatiales et temporels de chaque facteur de déplacement et de zones interdites aux troupeaux sur la distribution spatio-temporelle des troupeau | <ul style="list-style-type: none"> Microsimulation Système multi-agents | <ul style="list-style-type: none"> Végétation (qualité) Points d'eau réseaux sociaux et économiques Vétérinaires Marchés à bétail Perturbateurs (Facteurs considérés un à un) | <ul style="list-style-type: none"> Le réseau social et économique des transhumants et les points d'eau impactent significativement la répartition spatiale et temporelles des troupeaux Propositions d'aménagement et de sécurisation de l'espace pastoral sahélien |
| Répartition spatio-temporelle des troupeaux et leur impact sur la végétation à une échelle macroscopique (voir Chapitre 6) | <ul style="list-style-type: none"> Etudier la répartition spatiale et temporelle des troupeaux Déterminer l'impact des troupeaux sur la végétation | Système multi-agents | <ul style="list-style-type: none"> Réseaux sociaux et économiques Vétérinaire proportion de végétation pâturable | <ul style="list-style-type: none"> Large répartition spatiale des troupeaux durant les phases aller et retour L'arrivée des pluies crée une inégale répartition spatiale des troupeaux en phase retour A une échelle macro, les troupeaux ont un faible impact sur la végétation |
| Transhumance virtuelle (voir Chapitre 7) | <ul style="list-style-type: none"> Reproduire numériquement la transhumance Déterminer les espaces utilisés par les troupeaux | <ul style="list-style-type: none"> Théorie du choix rationnelle Couplage de modèles Optimisation multiobjectif Système multi-agents | <ul style="list-style-type: none"> Végétation Points d'eau réseaux sociaux et économiques Vétérinaires Marchés à bétail Perturbateurs Agents de sécurité | <ul style="list-style-type: none"> La transhumance peut être reproduite numériquement via des couplages de modèles Espaces utilisés par les troupeaux lors de leur transhumance |

FIGURE 1 – Structure des modèles du manuscrit

Dans les modèles multi-agents, les facteurs sont considérés grâce à des Système d'Information Géographique (SIG) traités dans QGIS. Ces modèles à base d'agent sont simulés dans la plateforme multi-agents GAMA, les interactions entre agents ou entre agents et d'autres éléments des l'écosystème pastorale sont représentés à l'aide de diagramme Unified Modeling Language (UML). Les résultats des modèles sont analysés par des scripts Python.

CHAPITRE 1

MODÉLISATION DE SYSTÈMES COMPLEXES

Sommaire du chapitre

| | | |
|-------|---|----|
| 1.1 | Représentation de l'objet d'étude | 8 |
| 1.1.1 | Epistémologie de représentation de l'objet d'étude | 8 |
| 1.1.2 | Systémique | 10 |
| 1.1.3 | Autres outils de formalisation de systèmes complexes | 14 |
| 1.2 | Modélisation | 18 |
| 1.2.1 | Modèle et simulation : de l'opposition au rapprochement | 18 |
| 1.2.2 | Objectifs de modélisation | 21 |
| 1.2.3 | Couplage de modèles | 21 |
| 1.3 | Modélisation spatio-temporelle | 24 |
| 1.3.1 | Représentation de l'espace dans un modèle | 24 |
| 1.3.2 | Représentation du temps dans un modèle | 26 |
| 1.3.3 | Plateforme de simulation d'un modèle | 26 |

Introduction

La philosophie des sciences, au sens large, étudie les interrogations, cherche à comprendre les faits et phénomènes appréhendés et interrogés par l'esprit l'humain sous forme de problèmes. Des savants philosophes, mathématiciens, physiciens, biologistes ont représenté l'univers et les interactions qui y demeurent afin de les étudier. L'épistémologie et l'histoire des sciences nous enseignent que depuis l'ancienne Egypte, cette représentation de l'univers fut d'abord faite sous forme de lois, de théories essentiellement mathématiques, physique, astronomique ou biologiste qui aboutirent aux modèles en tant que construit formel [118, 124, 125]. Les avancées continues des mathématiques, de la physique ainsi que de la biologie ont permis aux premiers savants contemporains (1900 – 1960) de théoriser, puis de modéliser des faits sociaux ou des organismes vivants. Durant cette période, les premières théories mathématiques, physique, biométrique issues en science du vivant

furent améliorées en modèles abstraits afin de reproduire le fonctionnement de leur objet d'étude dans la globalité de leur environnement. Ils eurent des résultats mitigés ou controversés du fait du nombre important d'éléments ou d'interactions considérés [124].

Dans les sciences du vivant, la plupart des théories (Définition 2.2) et modèles abstraits de cette époque ne fonctionnaient pas correctement car n'arrivaient pas à expliquer ou à reproduire le fonctionnement de leur objet d'étude. De ce fait, ces modèles et leur mode de conception furent critiqués par une importante frange de savants [124]. Pour eux le vivant étant trop complexe, ne pouvait pas être formalisé, la morphogenèse d'une plante ne pouvait pas être réduite à une formule mathématique tant ces idées semblaient provocantes et contre nature [124]. Pour Goethe : « *Le vivant est bien décomposé en ses éléments, mais à partir de ceux-ci on ne peut le reconstituer et lui rendre la vie. Ceci est vrai déjà pour de nombreux corps inorganiques, et à plus forte raison pour les corps organiques* » [124, (Goethe, 1975, p. 75 traduit par H. Bideau)].

La difficulté d'utilisation de théorie ou de modèle abstrait fut d'abord contournée par des modèles issus d'analyses statistiques ou stochastiques de données de terrain [119, 124]. Ces modèles conçus à l'aide de données empiriques collectées sont assez représentatifs de la réalité, et donc satisfaisants, mais ils peuvent changer pour d'autres données collectées sur le même objet d'étude et ne sont pas efficaces pour la recherche des causes de faits observés [124, 125].

Ensuite, en écologie et en économie, des formalisations telles que les équations aux différences ou la théorie des jeux ont modélisé de manière abstraite des systèmes de science du vivant. Ces modèles abstraits furent simulés avec les premiers ordinateurs afin de leur inclure les effets de variations temporelles [124]. Ces simulations ayant de meilleurs résultats ont légitimé le modèle pour l'étude d'objets abstraits mais pas pour des objets en science du vivant ou en science sociale. En effet, les variables des premiers modèles informatiques étaient quantitatives, à l'échelle de la population, mono-échelle temporelle et représentaient très difficilement l'espace [124]. Pourtant dans les sciences du vivant les processus sont généralement multi-échelles spatio-temporelles, très souvent munis de variables qualitatives et toute perturbation du système à un niveau très locale, individuel par exemple, peut fortement impacter le comportement global du système [47]. Le développement de la systémique (Section 1.1.2) de l'informatique légitimera le modèle en science du vivant et en science sociale au tour des années 1960 avec l'utilisation d'ordinateurs très puissants qui permirent de simuler les interactions spatio-temporelles entre les entités du système étudié.

Ce chapitre aborde des paradigmes épistémologiques et philosophiques inhérents à la conception de modèle dans les sciences du vivant et sociales. Ce chapitre nous permettra d'établir notre épistémologie de modélisation de système complexe appliquée à la trans-

humance sahéenne, dans l'espace sénégalais. Pour y arriver la section suivante aborde les paradigmes épistémologiques ou philosophiques de représentation d'un objet d'étude. Dans cette section nous étudierons des méthodes de formalisation de l'objet d'étude ou système tels que l'approche systémique, les Systèmes multi-agents (SMA), les graphes, l'optimisation. La section 1.2 définit et caractérise ce qu'est un modèle et un couplage de modèles afin de lever toute ambiguïté lors de nos réflexions ultérieures. La section 1.3 présente des modes de représentation de l'espace et du temps dans un modèle. Enfin, cette section définit ce qu'est un simulateur et nous éclaire dans le choix de celui à utiliser.

1.1 Représentation de l'objet d'étude

Lorsque nous souhaitons résoudre un problème, c'est-à-dire étudier un objet, il pourrait être nécessaire de le représenter. Il existe diverses méthodes de représentation d'un objet d'étude dont l'épistémologie se situe dans des paradigmes philosophiques ou méthodologiques (mathématique, informatique, physique, etc.)[74]. Cependant, il est possible d'étudier un objet sans devoir passer par la construction d'une représentation : la méthode scientifique la plus répandue consiste en effet à étudier un objet par son observation/analyse directe. Dans les lignes suivantes de cette section nous aborderons les principaux concepts épistémiques de représentation de l'objet en science du vivant. En outre nous aborderons les méthodes d'étude de ces objets complexes. La première méthode est la systémique qui est un mélange de philosophie et d'informatique qui permet de décrire rigoureusement et d'analyser un objet complexe tant à l'échelle macroscopique que microscopique. L'avantage de la systémique est de permettre une décomplexification à posteriori de l'objet d'étude. En second lieu nous présentons des méthodes mathématiques et les SMA qui permettent une formalisation abstraite et une modélisation de l'objet ou du problème étudié.

1.1.1 Epistémologie de représentation de l'objet d'étude

En science du vivant, un problème représenté sous forme d'objet d'étude peut-être différemment perçu en fonction de l'échelle à laquelle il est étudié. A l'échelle macroscopique le problème peut être perçu comme un ensemble unique. A l'échelle microscopique l'objet d'étude peut être perçu comme une unité constituée d'un ensemble d'éléments distincts interagissant. La représentation d'un objet d'étude à ces échelles se fait en fonction de paradigmes philosophiques et épistémiques.

1.1.1.1 Holisme

Holisme est un terme introduit dans les années 1920¹. Ce mot désigne à l'origine des doctrines appelées aussi « organicistes » visant à échapper à la fois au déterminisme et au finalisme, ou peut-être à les concilier, en insistant sur le caractère spécifique d'organisme, dénué de toute conception interne. L'holisme prétend qu'un objet d'étude est une totalité et qu'il ne doit être décomposé : le tout qu'il forme est davantage (ou autre chose) que la simple somme des composants qui s'y trouvent [40, 125]. Pour un objet d'étude quelconque, le tout est plus qu'un simple agrégat de ses parties. L'holisme prône une formalisation descendante (*top-down en anglais*) de l'objet d'étude, c'est-à-dire des éléments aux structures macroscopiques vers ceux aux structures microscopiques. En modélisation, ce paradigme est adapté à la formalisation de modèles hypothétiques à l'échelle des populations tels que les systèmes dynamiques ou des approches à base d'agent quand un agent est considéré comme un agrégat d'autres agents en interaction.

1.1.1.2 Réductionnisme

Le réductionnisme est un concept philosophique opposé à l'holisme. Il prétend qu'un objet doit être étudié à travers sa décomposition en ses composants. Pour le réductionnisme une théorie, un concept ou un domaine de discours peut être défini, expliqué ou inclut dans un autre. Il prône une formalisation ascendante (*bottom-up en anglais*) de l'objet d'étude c'est-à-dire en partant des éléments aux structures microscopiques vers ceux aux structures macroscopiques favorisant l'apparition de phénomène d'émergence² ou d'organisation hiérarchique d'éléments du système d'étude. En modélisation, le réductionnisme est très utilisé pour étudier les phénomènes d'organisation ou d'évolution dans les approches à base d'agent ou dans les algorithmes à base de règle à des échelles fines. Un agent y est considéré comme un individu ayant ses comportements, ses règles décisionnelles dont l'interaction avec les autres individus crée l'organisation de (dans) l'objet étudié ainsi que les émergences [47].

L'holisme et le réductionnisme sont utilisés dans différentes paradigmes de modélisation (KIDS, KISS, KILT) présentées dans [39, 40].

Remarque 1.1. *Le holisme consiste à étudier des objets à travers leurs structures, leurs dynamiques globales décrites et « comprises » à leurs échelles propres [29, p.V]. Le réductionnisme, par contre, « explique » un phénomène macroscopique par sa décomposition en phénomènes élémentaires s'additionnant [29, p.V]. En considérant que le microscopique d'une échelle d'observation est le macroscopique d'une autre, nous observons alors un dualisme holisme/réductionnisme qui est à reformuler à chaque échelle d'observation. Un troisième paradigme de représentation de l'objet d'étude existe : du globalisme. Le*

1. Par le sud-africain Jan Christiaan Smuts pour son ouvrage : *Holism and Evolution*

2. On parle d'émergence lorsqu'une propriété d'un système d'étude ne peut être décrite ou prédite à partir de ses éléments microscopiques constitutifs [125].

globalisme explore des modes d'organisation des échelles microscopiques à celles macroscopiques. Avec le globalisme nous pouvons observer des phénomènes élémentaires tout en tenant compte de l'émergence d'une totalité pilotée de l'intérieur à son échelle propre, mais aussi de l'extérieur par un environnement, lequel « perçoit » cette totalité en tant que telle.

1.1.1.3 Globalisme

Le globalisme est un concept philosophique qui tente de concilier holisme et réductionnisme. Le globalisme vise à « *considérer l'objet à connaître par notre intelligence comme une partie immergée et active au sein d'un plus grand tout. Le percevoir d'abord globalement, dans sa relation fonctionnelle avec son environnement sans se soucier outre mesure d'établir une image fidèle de sa structure interne, dont l'existence et l'unicité ne seront jamais tenues pour acquises* » [74, p.49]. Le globalisme rapproche ainsi l'holisme et le réductionnisme même si dans le globalisme nous ne nous soucierons pas, de prime abord, d'une description détaillée des phénomènes microscopiques du fait d'éventuelles émergences.

Il nous semble qu'en modélisation de système complexe, le paradigme du globalisme soit le plus adapté du fait que tout objet d'étude soit « tout et partie à la fois ». Pascal avait d'ailleurs écrit : « *Je tiens pour impossible de connaître les parties sans connaître le tout, non plus que de connaître le tout sans connaître particulièrement les parties* » [38, p.11].

Remarque 1.2. *Le réductionnisme et l'holisme simplifient la complexité de l'objet d'étude suivant une construction ascendante ou descendante. Le globalisme par contre résume la complexité de l'objet étudié par une étude de l'organisation et des relations entre les éléments de cet objet. Elle est fondamentale en systémique.*

1.1.2 Systémique

Dans les sciences du vivant, l'étape initiale d'étude d'un système complexe est l'appréhension de sa complexité à travers sa description (formelle ou non). Cette étape est appelée : formalisation du système. L'objectif d'une formalisation est l'émergence de formes invariantes du système étudié sous forme de lois ou de théories qui permettront l'émergence d'un modèle (au sens de la définition 1.7) [24, 124]. Toute formalisation d'un système complexe est basée sur une description puis une analyse systémique de celui-ci. La systémique étudie des objets selon des objectifs spécifiés, dans leur environnement et dans toute leur complexité avec une épistémologie basée sur le globalisme. La systémique formalise les interactions "jugées utiles", l'objet d'étude est appelé système [27, 38]. Cette section définit et distingue les différents types de systèmes.

1.1.2.1 Système

Le mot système englobe une grande variété d'objets : système naturel, système d'équations, système mécanique, système chimique, etc. Le mot « système » est donc polysémique, la définition 1.1 propose deux définitions complémentaires de ce mot.

Définition 1.1 (Système). • *Pour de Saussure, le système est : « une totalité organisée, faite d'éléments solidaires ne pouvant être définis que les uns par rapport aux autres en fonction de leur place dans cette totalité » (de Saussure via [38, p.9]).*

• *Pour E. Morin, le système est une : « unité globale organisée d'interrelation entre éléments, actions ou individus. » (E. Morin cité par [38, p.10]).*

La définitions 1.1 met en évidence les notions de globalité, d'interrelation, d'organisation et de complexité qui sont fondamentales à toute approche systémique.

L'interaction permet d'étudier les relations causales entre deux éléments. Ces relations sont généralement réciproques car si un élément A d'un système agit sur un élément B du même système alors l'élément B pourra agir par réaction d'une manière ou une autre sur A [38].

La notion de globalité renvoie au concept de globalisme évoqué plus haut.

L'organisation est un agencement de relations entre composants ou individus qui produit une nouvelle unité que n'ont pas ses composants. L'organisation comporte un aspect structurel et un aspect fonctionnel. L'aspect structurel étudie les interactions entre les éléments de l'écosystème du système à travers l'espace et l'aspect fonctionnel à travers le temps. Les principaux traits structurels de tout système sont sa frontière, ses éléments constitutifs, les réservoirs ou stocks, et les (principaux) réseaux qui peuvent être de communications [27, 38]. Les traits fonctionnels d'un système sont les flux (d'énergie, de matière ou d'information), les vannes contrôlant les débits des différents flux, les délais et les boucles de réaction [27, 38]. L'aspect fonctionnel peut être programmé [27, 38]. Nous pouvons dessiner l'organisation d'un système sous forme d'organigramme à un ou plusieurs niveaux appelé niveaux hiérarchiques du système [38]. Chaque échelle représentera des aspects structurels et fonctionnels de ce système à différentes échelles ou différents objectifs.

La complexité est l'« incapacité que nous avons à décrire tout le système et d'en déduire son comportement à partir de la connaissance des comportements de ses parties » (Mélèze, 1972 cité par [67]). Inhérente à tout système, la complexité doit être conservée dans l'étude du système, quitte à admettre que nous ne puissions pas en saisir et comprendre toute l'étendue. Selon De Rosnay la complexité d'un système est caractérisée par :

- Une grande variété de composants possédant des fonctions spécialisées ;
- des éléments organisés en niveaux hiérarchiques internes ;
- des interactions non-linéaires ;

- la difficulté, voir l'impossibilité, de dénombrer de façon exhaustive les éléments qui constituent ce système ;
- une grande variété de liaisons possibles dont la plupart sont non linéaires.

Tout système peut faire l'objet d'une analyse systémique de ces aspects structurels et fonctionnels afin de déterminer les entités et interactions nécessaires à l'étude des dynamiques des données. Il est recommandé de représenter les résultats d'analyse systémique dans un schéma afin d'illustrer l'organisation du système subsister puis synthétiser l'analyse effectuée [38, 71]. Les notions de globalité, d'interrelation, d'organisation et de complexité déterminent le degré simple, compliqué ou complexe d'un système.

1.1.2.2 Degré d'un système

Un système est communément considéré *simple* si étant donné un ensemble de causes et de conditions initiales nous pouvons prédire avec exactitude l'état du système à un instant donné. Par exemple, une équation de droite est un système simple.

Un système est communément considéré *compliqué* si étant donné un ensemble de causes et de conditions initiales il est difficile de prédire avec exactitude l'état du système à un instant donné malgré la connaissance de tous les états possibles du système. Par exemple, le plan de vol d'un avion est un système compliqué car au décollage de l'avion on ne peut dire avec exactitude à quel moment il atterrira. En effet dans le but d'atterrir à l'endroit prévu, l'avion peut changer de plan de vol après son décollage. Dans les systèmes simples et compliqués le changement est prévisible ou linéaire. Leur structure peut être reproduite dans un plan, nous pouvons suivre et prévoir leur évolution au travers d'indicateurs quantifiés. Cependant s'il existe des boucles de rétroaction entre les sorties et les entrées d'un système simple ou compliqué, ce système devient complexe.

Un système est communément considéré *complexe* si étant donné un ensemble de causes et de conditions initiales nous ne pouvons pas prédire l'état de ce système à un instant donné. Les états d'un système complexe sont plus difficiles à prévoir car ils sont non linéaires. Nous distinguons les systèmes complexes adaptatifs et non adaptatifs. Un système complexe adaptatif est un système complexe dans lequel l'action d'une entité change le contexte pour les autres entités amenant ces dernières à s'adapter.

1.1.2.3 Systèmes complexes adaptatifs

En sciences du vivant tout comme en science sociale, les systèmes complexes adaptatifs sont les plus nombreux. En effet ils catégorisent les systèmes proie-prédateur, les systèmes sociaux pour lesquels tout changement dans l'environnement ou dans le comportement d'acteur(s) nécessite une adaptation de ces mêmes acteurs. Les changements dans ces systèmes complexes font qu'il est difficile de les représenter structurellement afin d'observer leur évolution d'une manière globale. Nous pouvons tout au plus, soit les observer dans le temps, soit « mimer » leur comportement au cours du temps [38, 70].

L'étude de tel système a pour finalité la compréhension de dynamiques observées pour apprendre à s'y adapter. Pour y arriver nous allons chercher à observer des actions typiques et à les expliquer au travers de caractéristiques récurrentes de ces systèmes. Les actions typiques sont soit celles liées au changement de dynamique tels que l'apparition de structure émergente ou d'organisation hiérarchique, soit celles responsables de passages d'état d'équilibre vers des états de transition du système et vice-versa.

Pour les systèmes complexes adaptatifs les relations causes-effet ne sont pas linéaires et doivent être pensées différemment par rapport à celles des systèmes simples ou compliqués [71, 74]. Un plan et des indicateurs objectivement vérifiables ne seront donc pas judicieux, il faut plutôt explorer des indicateurs d'un autre ordre par les effets des dynamiques observés dans ces systèmes [38, 71]. En effet les dynamiques, ordre émergent, apparition d'organisation hiérarchique peuvent s'expliquer par des caractéristiques de ces systèmes complexes adaptatifs qui sont [71] :

- La dépendance du chemin³ des systèmes complexes adaptatifs. Partant d'un même point de départ avec les mêmes ressources, le même système peut aboutir à des résultats variables en fonction du chemin spécifique c'est-à-dire des processus. En effet les actions des agents étant interdépendantes et changeant le contexte, les processus ne seront pas toujours les mêmes pour des simulations différentes ;
- Leur architecture de réseau, dit : « de réseau invariant d'échelle », se différencie des réseaux aléatoires par la distribution des liens entre les nœuds du réseau. Dans les réseaux invariants d'échelle, nous avons quelques super-nœuds qui sont connectés avec un grand nombre d'autres nœuds moins connectés ;
- la causalité circulaire ou boucle de rétroaction entre des variables descriptives du système peut expliquer des dynamiques du système ;
- la co-évolution dans le contexte, l'évolution d'un système complexe adaptatif influencera l'évolution du contexte et vice versa.

Remarque 1.3. *Les rétroactions et adaptations d'éléments dans un système complexe adaptatif donnent parfois de fausses impressions de survenues d'états aléatoires en son sein. Dans un tel système il n'y a pas d'aléatoire. L'aléatoire étant la survenue d'interaction dont nous ne comprenons pas les processus élémentaires.*

NB. *L'analyse systémique est une formalisation effectuée par un thématicien avec l'aide d'un théoricien, afin que ce dernier puisse parvenir à la connaissance détaillée d'un système à travers la connaissance de sa structure et des relations qui lient ses éléments. Le thématicien doit cependant garder à l'esprit qu'une analyse systémique ne doit se focaliser ni sur un aspect particulier du système, ni sur un objectif donné de modélisation. Au contraire une analyse systémique doit être globale et réductionniste afin de révéler des*

3. une séquence de processus qui amèneront le système à un résultat donné

aspects « masqués » du système. C'est après l'analyse systémique que le théoricien choisit des formalismes plus abstraits et restrictifs afin d'aborder des objectifs de modélisation particulier.

1.1.3 Autres outils de formalisation de systèmes complexes

En plus de l'analyse systémique d'autres outils peuvent être mobilisés afin d'étudier un système complexe. Ces outils peuvent être mobilisés en association d'une analyse systémique ou sans faire appel à une analyse systémique préalable. Cependant formaliser mathématiquement ou informatiquement un système complexe après une analyse systémique de celui-ci est recommandé. Les outils mathématiques les plus utilisés dans les systèmes complexes sont : les graphes, l'optimisation, les systèmes dynamiques ou à base d'équation aux différentielles. Les outils informatiques les plus utilisés dans les systèmes complexes sont : diagrammes UML, SMA. Ci-dessous nous décrivons ces formalismes mathématiques et informatiques.

1.1.3.1 Systèmes dynamiques

Un système dynamique est la donnée d'un système et d'une loi décrivant son évolution. Un système dynamique est causal et déterministe. Causal car l'avenir d'un tel système ne dépend que du passé ou du présent. Déterministe car à une condition initiale donnée (à un instant présent) correspond un et un seul état futur possible (à chaque instant ultérieur). Nous distinguons les systèmes dynamiques à temps discret (programme informatique) et les systèmes dynamiques à temps continu (équations aux différences).

Un système dynamique peut être utilisé pour identifier les attracteurs (point d'équilibre) du système et les propriétés du système au voisinage de ces points [29, 24].

Remarque 1.4. *Dans la pratique, les domaines (systèmes) dynamiques permettent de simuler pour des échelles temporelles imbriquées des processus et leur changements (évolutions) [104]. Les dynamiques au sein de systèmes peuvent être formalisées l'aide de diverses approches : graphes, optimisation, équations aux différences, équations (statistiques) issues d'observations empiriques.*

Dans l'étude du développement cognitif, des systèmes dynamiques, issus principalement de données empiriques, ont permis de formaliser et de simuler l'état cognitif d'enfants [104]. Dans le cas de la transhumance, des systèmes dynamiques, issus d'équations aux différences, ont établi les conditions de coexistence (croissance, décroissance ou extinction) de populations de bovins, d'ovins et de caprins [73].

1.1.3.2 Systèmes multi-agents (SMA)

Les SMA⁴ sont une branche de l'intelligence artificielle distribuée. Un SMA est un environnement informatique composé de plusieurs agents intelligents en interaction. Les

4. En anglais nous utilisons communément le terme Agent Based Modeling (ABM)

SMA sont utilisés pour résoudre des problèmes dans lesquels il y a de nombreux agents interagissant [47]. En effet, les SMA mettent l'accent sur les interactions et plus exactement dans l'analyse des systèmes d'interactions qui existent entre les agents [47, 87]. Les SMA prennent comme point de départ non pas le raisonnement (comme c'est le cas en systémique) mais les actions des agents et les interactions qui en découlent. Cela permet de programmer les phénomènes du micro vers le macro tout en tenant compte des boucles de rétroactions du macro vers le micro [47]. Dans le contexte des systèmes complexes où l'univers n'est pas seulement modifié sous l'influence des agents, l'action ne doit pas être envisagée comme le résultat de ce que font les agents mais comme le résultat des réactions de l'univers aux influences des agents.

L'intérêt des SMA tient au fait que nous puissions expérimenter directement sur des modèles réduits les théories que nous désirons mettre à jour ou tester [47, 70]. Toutes les théories concernant l'évolution sociale ou biologique ont droit d'exister dans de tels univers, puisqu'elles n'ont plus à être validées par une expérience sur le terrain : seul le fait que cette théorie soit ou non « calculatoire », c'est-à-dire réalisable dans le cadre d'un programme informatique, détermine si oui ou non une théorie est valable. Une théorie irrecevable dans le cadre de la nature peut très bien trouver son compte dans le cadre d'un SMA [47, 121]. Cette théorie ne pourra pas servir à prendre une décision dans l'immédiat mais plutôt à faire de la prospective, particulièrement dans les sciences sociales [47, 70].

Remarque 1.5. *Concevoir un SMA après une analyse systémique du système étudié permet d'utiliser judicieusement les éléments structurels et fonctionnels (les identifier lors de l'analyse systémique) nécessaires à l'atteinte d'objectif(s) spécifique(s) de modélisation mais aussi une interprétation plus aisée des résultats [69, 118].*

Les SMA lors de leur conception ne considèrent pas que les questions en liens avec les échelles spatiales ou temporelles, ils tiennent également compte des échelles individuelles ou collectives des entités étudiées. Nous distinguons ainsi les SMA individu centré et population centré. Les SMA individu centré formalisent les comportements d'individus et les interactions entre individus afin d'observer des dynamiques émergentes à l'échelle de la population. Les SMA population centré formalisent les comportements de groupes d'individus et les interactions entre ces groupes afin d'observer des dynamiques émergentes à l'échelle du système. Les SMA sont formalisés à l'aide de deux grandes familles de méthodes :

Les méthodes opératoires (de structuration informatique) : ces méthodes sont basées sur les concepts de programmation orienté objet. Elles décrivent le comportement des entités (ou objets) par de simples règles ⁵ si-alors. Comme exemple de

5. Ces règles ne sont généralement pas issues de théorisation (définition 2.2). Elles sont principalement utilisées par des modélisateurs ayant des bagages mathématiques limités.

méthodes opératoires nous avons : les réseaux de pétrie, les architectures BDI, les machines à états finis ;

les méthodes mathématiques algébriques : elles sont essentiels car elles déterminent tous les développements ultérieurs en définissant les fondements à partir desquels ceux-ci seront rendus possibles, qu'il s'agisse d'architectures, de modèles opératoires, d'état mentaux d'agents ou de la définition des interactions entre agents. Comme exemples de méthodes algébriques nous avons : les graphes, l'optimisation, les systèmes dynamiques ou à bases d'équation aux différences. Dans la pratique, les déplacements de troupeaux transhumants sahéliens, par exemple, peuvent être représentés sous forme de graphes. Les processus de détermination des lieux à visiter par les troupeaux peuvent être formalisés par un problème d'optimisation (chapitre 3).

a. Graphe Les graphes constituent un outil des mathématiques discrètes pour définir, représenter et modéliser bon nombre de systèmes, en particulier des problèmes des systèmes complexes spatio-temporels. Les graphes donnent une vision pratique du système étudié et facilitent la théorisation des interactions entre les entités du système et ceux à diverses échelles spatio-temporelles [135]. Il existe deux types de graphes : les graphes orientés et les graphes non orientés.

Définition 1.2 (Graphe). • *Un graphe orienté est un quadruplet $G = (S, A, \alpha, \beta)$ où :*

S est un ensemble de sommets, non nécessairement fini ;

A est un ensemble d'arêtes, disjoint de S ;

α et β sont deux applications de A dans S qui à chaque arcs $a \in A$ associe son sommet origine $\alpha(a)$ et son sommet but $\beta(a)$

Dans un graphe non orienté les arêtes sont aussi appelées arcs et représentés graphiquement par des flèches.

- *Un graphe non orienté est un graphe dans lequel on ne peut ni distinguer l'origine ni le but d'une arête. C'est un triplet $G = (S, A, \delta)$ où δ associe à chaque arête deux sommets non nécessairement distincts.*

Définition 1.3. • *Un graphe orienté ou non orienté est dit fini s'il a un nombre fini de sommets et d'arêtes, i.e. si les deux ensembles S et A sont finis ;*

- *Dans un graphe non orienté, si l'arête $\{S_i, S_j\}$ existe, les deux sommets sont dits adjacents et l'arête est dite adjacente aux sommets S_i et S_j .*

Exemple 1.1. *Soit G_1 un graphe orienté à deux sommets s et s' et à trois arêtes a_1, a_2 et a_3 tels que : $\alpha(a_1) = \alpha(a_2) = s$, $\beta(a_1) = \beta(a_2) = s'$, $\alpha(a_3) = s'$, $\beta(a_3) = s$.*

Soit G_2 un graphe non orienté à deux sommets, s et s' , et à deux arêtes, a_1 et a_2 , tels que : $\delta(a_1) = \{s, s'\}$ et $\delta(a_2) = \{s\}$.

Remarque 1.6. Nous pouvons transformer un graphe orienté en un graphe non orienté en « omettant » le sens des arêtes. Ainsi si $G = (S, A, \alpha, \beta)$ est un graphe orienté nous pouvons déduire que (S, A, δ) , où $\forall a \in A, \delta(a) = \{\alpha(a), \beta(a)\}$ est un graphe non orienté.

Remarque 1.7. Aux arêtes d'un graphe, nous pouvons associer un ou plusieurs nombres appelés *valuations*. Dans le premier cas le graphe est dit *valué* et dans le second cas, le graphe est dit *multivalué*. Généralement, les valuations des arêtes d'un graphe sont issus d'algorithmes d'optimisation ou servent à de tels algorithmes. Lorsqu'au moins deux méthodes de formalisation sont utilisés dans la théorisation ou la modélisation d'un système, nous parlons de *couplages* ou d'*ajustement de théories* ou de *modèles* [24, 62, 83]. Nous avons l'exemple de la recherche opérationnelle qui combine la théorie des graphes et l'optimisation.

Un graphe se représente graphiquement à l'aide de points ou cercles pour les sommets et de segments ou de flèches pour les arêtes (Figure 6 1.1).

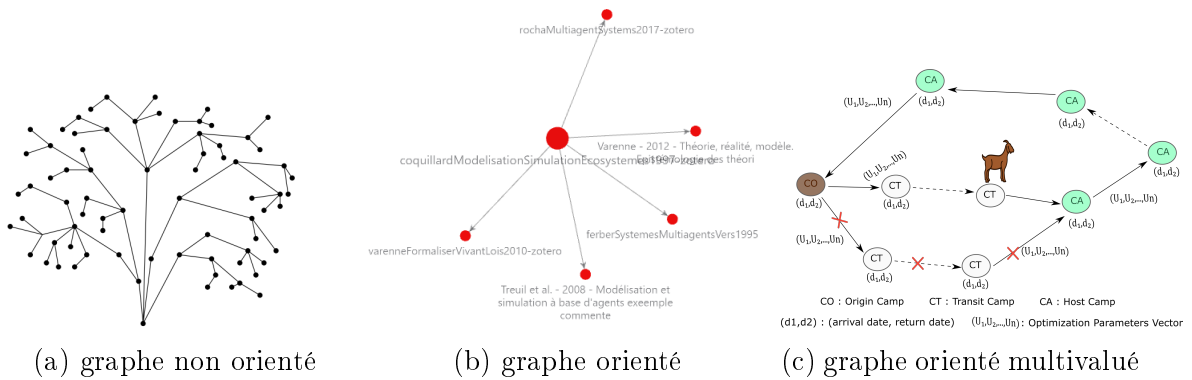


FIGURE 1.1 – Exemples de graphes

Nous constatons de la Figure 1.1c que les sommets ou les arêtes d'un graphe peuvent avoir des noms. Dans certains cas, le nom particulier donné à un sommet ou à une arête d'un graphe n'a pas vraiment d'importance et nous pouvons considérer que deux graphes qui ne diffèrent que par les noms de leurs sommets ou de leurs arêtes sont en fait identiques, c'est-à-dire isomorphes.

Définition 1.4 (Isomorphisme de graphe). Deux graphes orientés $G = (S, A, \alpha, \beta)$ et $G' = (S', A', \alpha', \beta')$ sont dits isomorphes s'il existe une bijection $h_{som} : S \rightarrow S'$ et une bijection $h_{ar} : A \rightarrow A'$ telles que :

$$\forall a \in A, \alpha'(h_{ar}(a)) = h_{som}(\alpha(a)) \text{ et } \beta'(h_{ar}(a)) = h_{som}(\beta(a)) \quad ;$$

Deux graphes non orientés $G = (S, A, \delta)$ et $G' = (S', A', \delta')$ sont dits isomorphes s'il existe une bijection $h_{som} : S \rightarrow S'$ et une bijection $h_{ar} : A \rightarrow A'$ telles que :

$$\begin{aligned} \forall a \in A, \delta(h_{ar}(a)) &= \{h_{som}(s)\} \text{ si } \delta(a) = \{s\} \text{ et} \\ \delta'(h_{ar}(a)) &= \{h_{som}(s), h_{som}(s')\} \text{ si } \delta(a) = \{s, s'\}. \end{aligned}$$

6. (a) est issu du cours de théorie des graphes de Michel Rigo à l'université de Liège en 2009 – 2010



Graphes et mobilité

Des problèmes de mobilités urbains, interurbains ou pastoraux peuvent être illustrés par des graphes [14, 48, 63].

b. Optimisation L'optimisation est une branche des mathématiques⁷ dont l'objectif est d'analyser, de modéliser et de résoudre analytiquement ou numériquement des problèmes de minimisation ou de maximisation d'une fonction sur un ensemble. De nombreux systèmes susceptibles d'être théorisés mathématiquement sont optimisés [56, 79]. Lorsque la théorie d'optimisation est élaborée après une analyse systémique, elle peut servir à formaliser les processus de prise de décision d'éléments du système. La qualité des résultats dépend de la pertinence de la théorie, du choix des variables que nous cherchons à optimiser, de l'efficacité de l'algorithme et des moyens de traitement numérique.

1.2 Modélisation

Généralement dans l'étude de systèmes complexes la phase de modélisation suit celle de formalisation. Le modèle permet de mettre en œuvre le formalisme, d'assurer que le formalisme atteint les objectifs d'études fixés, d'observer (prédire) l'évolution du système. Afin qu'un modèle remplisse sa mission il doit être conçu avec des objectifs spécifiés, selon une méthodologie explicite et avec des outils dont nous avons l'appréhension philosophique et épistémologique. Par exemple, dans le cas des systèmes complexes en science du vivant nous avons les paradigmes de modélisation et de simulation. Chacun de ces paradigmes est en mesure de dérouler un modèle. Cependant, selon certains auteurs, ces paradigmes n'ont pas les mêmes niveaux d'abstraction [117, 121]. Vu les controverses conceptuelles liées à l'activité de modélisation, dans cette section nous discuterons des concepts de modèle, de simulation, d'objectif de modélisation afin d'aboutir aux concepts de couplage, de modèle spatio-temporel. La présentation de simulateurs informatiques met fin à cette section.

1.2.1 Modèle et simulation : de l'opposition au rapprochement

Du Moyen Age à l'époque Contemporaine et au travers des disciplines, l'activité de modélisation a connu diverses épistémologies rendant parfois difficile la définition d'un modèle et la compréhension de sa fonction technique. En effet l'apparition du terme de simulation en informatique a créé des controverses, des confusions, des amalgames en modélisation de systèmes complexes.

1.2.1.1 Modèle

Considérons d'abord la définition 1.5 d'un modèle.

7. L'annexe B présente des concepts mathématiques d'optimisation.

Définition 1.5 ([117]). *Un modèle est une construction abstraite qui permet de comprendre le fonctionnement d'un système de référence en répondant à une question qui le concerne. Représentation simplifiée de ce système, un modèle s'appuie sur une théorie (générale) et il est exprimé dans un langage spécifique appelé langage de modélisation.*

La modélisation conçoit des modèles à partir de lois, de théories, de formalismes. L'arrivée de l'ordinateur et le développement des sciences computationnelles ont permis d'étendre les possibilités des modèles grâce aux simulations. En effet les premières simulations informatiques, effectuées dans les années 1960, permirent de dérouler (simuler) des formalisations ayant de nombreux éléments interagissant.

1.2.1.2 Simulation

Une *computation* est une opération pas à pas sur un ensemble de symboles avec ou sans un ordinateur. La simulation peut être effectuée sans un ordinateur et est incluse dans la notion de computation.

Définition 1.6 (Simulation [125]). *Une simulation est un calcul approché et pas à pas d'un modèle, d'un système ou d'une méthode. La simulation permet d'observer l'évolution du modèle, du système ou de la méthode à travers le temps.*

L'épistémologie nous apprend qu'il y a eu une séparation des concepts de modèle et de simulation. Pour certains auteurs tel que Boudon le développement de l'informatique aurait amené la simulation à remplacer la modélisation, particulièrement en science sociale [118, 125]. Ce courant de pensée a entraîné une séparation épistémologique qui a permis de distinguer les concepts de simulation de modèle et de modèle de simulation.

Une « simulation de modèle » est la simulation d'un modèle formel préétabli. La simulation rend le modèle dynamique. Dans la simulation de modèle, la simulation est utilisée pour ordonnancer les processus du modèle dans le temps. Par exemple, pour les systèmes dynamiques à base d'équations qui ne peuvent illustrer des dynamiques temporelle ou spatiale, le temps machine est utilisé pour l'illustrer les dynamiques d'un instant de temps t à un instant $t + 1$.

Un « modèle de simulation » est un modèle issu de la simulation de processus. Les processus peuvent être issus de traitement de données, d'observation du système traduit en règles sous forme d'algorithme [117, 124]. Le modèle est un outil de la simulation et le temps y évolue implicitement. Par ailleurs, le modèle est déduit à la fin de la simulation et présenté sous diverses formes : graphe, figure, etc. Comme exemples nous avons les modèles algorithmiques à base de règles, les réseaux de neurones, etc. [63, 68].

Remarque 1.8. *Pour le moment, les modèles abstraits correspondent aux simulations de modèle et les modèles de simulation correspondent aux simulations (informatiques). Ci-dessous, nous verrons que ces deux notions représentent la même chose.*

Historiquement, les simulations étaient conçues pour permettre une représentation visuelle du déroulement dans le temps puis dans l'espace de modèles abstraits. Cependant avant les années 2000, les inquiétudes qu'avaient formulées certains quant à la place des simulations vis-à-vis des modèles et le développement rapide des sciences computationnelles dû à celui des langages de programmations ont vite opposé modèle et simulation tant d'un point de vue technique, qu'épistémologique [125]. En effet en plus des inquiétudes de Boudon, Ostrom effectue une classification dans laquelle les modèles sont dans sa deuxième catégorie de symbole et les simulations dans sa troisième [119, 125].

1.2.1.3 Rapprochement des termes de modèle et de simulation

Concernant la représentation formelle des simulations, au début des années 2000, Moigne écrit : « *Ne nous faut-il pas admettre aujourd'hui, [...], la nécessaire pluralité, non seulement idéologique, mais aussi méthodologique, des processus de représentation des connaissances* » [74, p.38]. A cet effet, les dessins architecturaux, les peintures, les algorithmes ne sont t'ils pas des modes de représentation de la connaissance, des méthodes de modélisation ? Epstein y répond en ces termes : « *Anyone who ventures a projection, or imagines how a social dynamic –an epidemic, war, or migration– would unfold is running some model* » [43]. Pour Treuil, modèle et simulation permettent de spécifier des calculs, il n'y a donc pas de différence de nature entre eux [118].

L'argument de la représentation formelle distinguant modèle et simulation ne tient donc plus. L'évolution du temps et de l'espace dans les modèles tels que ceux mathématiques ne sont certes pas visible à l'œil humain mais existe bel et bien dans ces modèles.

Remarque 1.9. *Comprenons qu'un modèle est une formalisation d'un système et que la simulation en est un calcul informatique ou non informatique d'une représentation d'un système. La simulation prolonge donc le modèle en tant que représentation formel et l'un ne peut remplacer l'autre. Pour synthétiser cette partie, nous redéfinissons un modèle.*

Définition 1.7 (Modèle). *Un modèle est un construit (subjectif) qui permet de comprendre le fonctionnement d'un système en répondant à un questionnement qui le concerne. Un modèle est basé sur une théorie générale et sur un (ou plusieurs) langage(s) spécifique(s) appelé langage(s) de modélisation. Lorsque le modèle est implémenté que ce soit de manière informatique ou non, nous appelons cette implémentation : simulation.*

Dû à la subjectivité du modélisateur, le modèle peut représenter un système de diverses manières.

Définition 1.8 (Métamodèle). *un métamodèle est un modèle de modèle c'est-à-dire un modèle constitué d'autres modèles à des niveaux inférieurs et considérés comme instances.*

La méta-modélisation permet une représentation à hiérarchique facilitant l'appréhension de la complexité du système étudié et explicitant la structure du modèle [11]. Les interactions au sein des différentes entités peuvent être modélisées au sein de modules (à

un niveau inférieur) et les interactions existantes entre entités modélisées dans le méta-modèle (à un niveau supérieur). Les sous modèles d'un métamodèle sont communément appelés modules, auquel cas le métamodèle est appelé modèle.

Remarque 1.10. *Un modèle reproduit, selon des objectifs fixés, le comportement d'un système réel décrit dans ses dimensions structurelle, spatiale ou temporelle. Notons que les choix de représentation effectués dans une dimension ne doivent pas affecter ceux effectués dans une autre. En effet, le choix d'une représentation structurelle d'un système (en tant qu'entité, attribut, agrégation ou association) doit pouvoir être fait librement, que ce système ait des caractéristiques spatio-temporelles ou non [80].*

Dans la pratique, la conception d'un modèle s'appuie sur les deux contraintes ci-dessous qu'il convient de ne pas perdre de vue au cours du processus de modélisation [29] :

- Les objectifs de modélisation (quels résultats attendons-nous) ;
- l'état des connaissances sur le système et les données à disposition (ou du moins qu'il est raisonnable d'espérer acquérir dans le temps imparti).

Ces deux contraintes vont définir le niveau d'abstraction du modèle mais aussi les formalismes ou approches de modélisation à utiliser.

1.2.2 Objectifs de modélisation

Un modèle de sa phase de formalisation à la simulation peut être impacté par le vécu du modélisateur (personnalité, éducation, formation). La définition concise des objectifs et de la finalité du modèle limite l'influence du vécu du modélisateur et lui permet d'être mieux situé par rapport aux choix méthodologiques et conceptuels. Elle permet par ailleurs une reproduction du modèle [39]. Des auteurs ont catégorisé les objectifs qu'un modèle pourrait avoir. Par exemple, dans le cas particulier des sciences sociales, Edmonds et al. dans [39], proposent huit objectifs pour un modèle : prédiction, explication, description, exploration théorique, illustration, analogie et apprentissage social. En se basant sur les objectifs de modélisation et les types qualitatif ou quantitatif des données à utiliser dans le modèle, Kelly (Letcher) et al. dans [64] ont déterminé les cinq approches de modélisation les plus utilisées dans les modèles de gestion des ressources environnementales ayant des aspects sociaux (Figure 1.2).

1.2.3 Couplage de modèles

Le couplage de modèles est une technique de modélisation qui fait interagir au moins deux modèles issus d'une même approche de modélisation ou non. Un système complexe peut être étudié en formalisant, modélisant séparément ses processus puis en effectuant un couplage ou un ajustement de ces formalisations ou de ces modèles. L'objectif de coupler est de faire coopérer différents modèles spécialisés dans un modèle unique. Cela réduit les faiblesses de certaines modèles en utilisant les forces d'autres modèles.

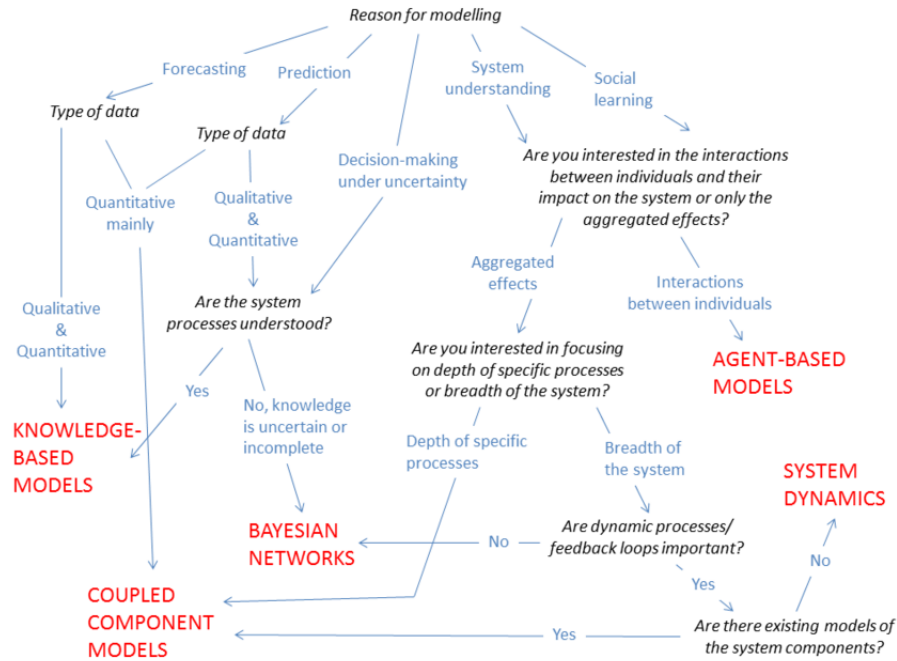


FIGURE 1.2 – Arbre de décision pour le choix d’une approche de modélisation en gestion des ressources environnementales [64]

1.2.3.1 Définition et typologie de couplage de modèles

En fonction du mode d’interaction entre les modèles pris deux à deux, nous distinguons le couplage de modèle et l’ajustement de modèle.

Définition 1.9 (Couplage-ajustement de modèle [83]). Soient \mathbb{K} un anneau, $(\theta, \eta) \in \mathbb{K}^n$ avec $n \in \mathbb{N}$, $(x_i, y_i, u_i, v_i) \in \mathbb{K}^4$. Soient f et g deux modèles ayant θ et η pour paramètres d’entrées. Soient $x = (x_i, y_i), u = (u_i, v_i)$ les observations nécessaires à l’estimation des paramètres θ et η . Il y a couplage de modèle entre f et g lorsque :

- (i) Les paramètres θ de f sont estimés indépendamment de g à l’aide des observations (x_i, y_i) , pour tout $i \geq 0$;
- (ii) les paramètres η de g sont estimés indépendamment de f à l’aide des observations (u_i, v_i) , pour tout $i \geq 0$;
- (iii) il existe une fonction h combinant f et g qui prédit $z = h((x_i, y_i), (u_i, v_i), \theta, \eta)$ ou les estimations de θ et η sont celles prédites en (i) et (ii).

A l’inverse si les paramètres θ et η de h sont conjointement estimés à partir de l’ensemble des observations $\{(x_i, y_i), (u_i, v_i)\}$ nous considérerons qu’il n’y a pas de couplage mais ajustement du modèle h .

De la définition 1.9 effectuer un couplage de modèles revient à faire de la méta-modélisation avec des contraintes particulières lors de la liaison des modules. De ce fait en plus du modèle couplé qui résout un gros problème, le modélisateur résout d’autres problèmes

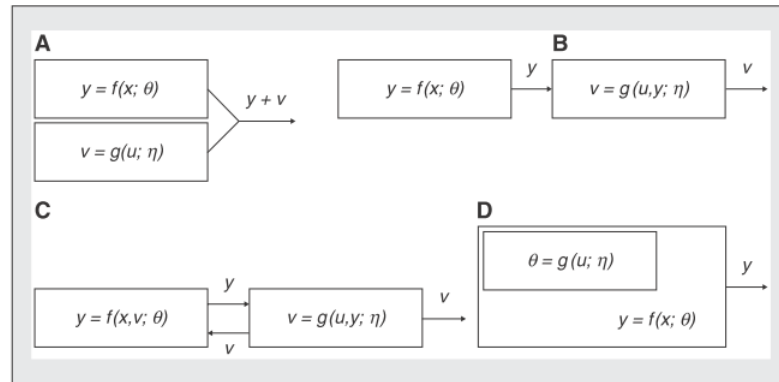


FIGURE 1.3 – Typologies de couplage de modèle [83]

A : Couplage additif ; *B* : composition de modèle ; *C* : couplage à rebours (backward) ;
D : couplage hiérarchique

au travers des sous-modèles. Selon Picard dans [83] il existe quatre types de couplages de modèles (Figure 1.3) :

- A-** Additif lorsque la variable de sortie du couplage est la somme des variables d'entrée des modèles couplés ;
- B-** composition de modèle lorsque la variable de sortie du premier modèle sert comme variable d'entrée du second modèle et la variable de sortie du second modèle constitue alors la variable de sortie du couplage ;
- C-** rétroactif lorsque la variable de sortie de chaque modèle couplé est variable d'entrée de l'autre modèle en plus du fait que la variable de sortie du second modèle soit celle du couplage ;
- D-** hiérarchique quand il y a un effet aléatoire sur le paramètre du premier modèle et que cet effet aléatoire est modélisé grâce au second modèle, la sortie du couplage s'identifie à la variable de sortie du premier modèle.

Remarque 1.11. *Il existe d'autres typologies de couplage de modèles avec des différences plus ou moins grandes. Nous distinguons, par exemple, les couplages faibles et forts [49, 64]. Le couplage est faible lorsque les modèles couplés sont indépendants mais les échanges de données entre modèles couplés s'effectuent par transfert de données. Le couplage est fort lorsque les modèles couplés sont indépendants mais partagent des bases de données communes. Dans la suite de ce chapitre nous ne considérerons que la typologie de couplage proposée par Picard [83].*

1.2.3.2 Avantages et inconvénients de couplage de modèle

Les modèles couplés ont une rapidité de construction et une grande utilité dans les industries et en modélisation de systèmes complexes tel que la gestion des ressources environnementales [24, 38]. Selon Fianyo : « le couplage de modèles est une démarche

a priori séduisante : elle vise à réutiliser et valoriser des connaissances déjà validées, en espérant à la fois un moindre risque d'erreur et une construction plus rapide du modèle de simulation. C'est pourquoi le couplage de modèles est une problématique que nous rencontrons à la fois dans les milieux industriels (où la rapidité de conception de nouveaux produits est une question importante) et dans les milieux de recherche où nous devons traiter des questions de plus en plus complexes » [49]. D'autre part un modèle couplé peut explorer les rétroactions dynamiques multi-échelles, par exemple entre les changements socio-économiques et les perturbations écologiques ; ce type de modèle peut intégrer des représentations très détaillées des composants du système et de leurs liens à travers les sous modèles spécialisés [13, 64].

Le couplage de modèles n'est pas toujours évident et pose d'énormes difficultés lors de computations informatiques. Cet inconvénient peut être traité en amont par un choix judicieux d'approches ou de plateformes de modélisation. En effet, le choix d'effectuer un couplage de modèle doit être fait et assumer dès la détermination des objectifs de modélisation. Cela peut être déterminant dans le choix des outils (graphe, optimisation, etc.) lors de la formalisation du système.

1.3 Modélisation spatio-temporelle

La connaissance de l'évolution temporelle ou spatiale d'un système est parfois indispensable à la compréhension de la dynamique des phénomènes qu'il représente dans le monde réel [80]. De plus, l'évolution spatio-temporelle permet la prospective ou la mise en évidence de processus émergents.

Définition 1.10 (Modèle spatio-temporel). *C'est un modèle qui évolue dans l'espace et dans le temps de manière semblable à l'évolution dans l'espace et dans le temps du système qu'il représente.*

Les modèles spatio-temporels peuvent posséder plusieurs échelles spatiales ou temporelles. Ces échelles peuvent être représentées de diverses façons et soumises à des opérations algébriques. L'évolution spatio-temporel, multi-échelle ou non de systèmes est surtout observable lors de simulations computationnelles. D'après la remarque 1.10, la structure d'un modèle spatio-temporel évoluera dans le temps et dans l'espace sans tenir compte de la manière dont le temps et l'espace sont représentés dans la simulation. Une évolution spatiale du modèle spatio-temporel correspond à une évolution du modèle dans l'espace pour un temps constant. De même une évolution temporelle du modèle correspond à une évolution du modèle dans le temps pour un espace invariant.

1.3.1 Représentation de l'espace dans un modèle

En fonction des objectifs d'un modèle, l'espace peut y être représenté de diverses manières. Selon Kelly Letcher et al. dans [64], il y a quatre modes de représentation de

l'espace dans un modèle :

1. L'espace peut être localement représenté. Dans ce cas le modélisateur s'intéresse à une zone délimitée en ne tenant pas explicitement compte des interactions que peut avoir cette zone avec le milieu extérieur. Pour une telle représentation de l'espace, le modèle détermine l'état interne des processus qui ont lieu dans son espace et retourne un ensemble unique de sortie pour la zone modélisée. Comme exemple nous pouvons considérer un modèle qui étudie la dynamique d'une population de chèvre d'un troupeau non transhumant de petits ruminants.
2. L'espace étudié peut être subdivisé en compartiments. Dans ce cas, le modélisateur définit une zone d'étude (comme en 1) puis subdivise cette zone en plus petites unités appelés compartiments. Les modèles spatiaux compartimentaux d'une zone fournissent des sorties (et calculent des états internes) pour des compartiments homogènes de la zone totale modélisée puis génère les impacts des compartiments (qui pourront être utilisés dans un modèle à une autre échelle spatiale). Les compartiments sont définis comme homogènes dans une (des) caractéristique(s) clé(s) ou pertinente(s) pour le modèle. Comme exemple nous avons le modèle de l'atome de Borh dans lequel l'atome est constitué d'électrons, de protons et de neutrons.
3. L'espace peut être représenté par une collection d'objet. Les modèles spatiaux à bases d'objets tels que des grilles, des cellules, des graphes fournissent des sorties (et calculent des états internes) sur une grille uniforme ou non uniforme ou une représentation vectorielle. Des objets tels que des grilles ou ses cellules voisines peuvent avoir certaines des mêmes caractéristiques mais seront toujours modélisés séparément, par opposition aux modèles spatiaux compartimentaux où ces zones seraient regroupées. Ces objets peuvent ensuite être modélisées soit indépendamment, soit comme une série connexe selon la conceptualisation du modèle.
4. L'espace peut être représenté de manière continue. Les modèles spatiaux continus, en particulier ceux d'équation différentielles sont généralement discrétisés dans l'une des méthodes précédentes pour être simulées car leur simulateur intègre rarement une gestion continue du temps.

Remarque 1.12. *Dans un modèle, le choix du mode de représentation de l'espace ne doit pas être que conceptuel mais doit aussi tenir compte de la perception que ses entités se font de l'espace. Dans un simulateur le permettant, nous pouvons associer un des quatre modes de représentation de l'espace avec un Système d'Information Géographique (SIG).*

1.3.2 Représentation du temps dans un modèle

Les aspects de temporalité d'un modèle⁸ dépendent d'une part du point de vue des intervenants (modélisateurs ou utilisateurs) qui définissent les instants de début, de fin et la durée des événements. D'autre part, des échelles temporelles (macro ou micro) ou des pas de temps des différents processus. Dans un modèle le temps peut être discret, dense ou continu selon que l'axe temporel soit isomorphe à l'ensemble des entiers, des rationnels ou des réels. Le pas de temps d'un modèle ou chronon doit être le PGCD des pas de temps de ses processus [49]. En effet, pour qu'un processus puisse être exécuté le pas de temps nécessaire à l'exécution de ce processus doit être supérieur à celui du modèle. Dans un modèle multi-échelle temporel, une unité temporelle commune peut être le chronon car il est indivisible [111].

1.3.3 Plateforme de simulation d'un modèle

Définition 1.11. *Une plateforme de simulation est un environnement d'interprétation et d'exécution de modèle dynamique. En modélisation, à l'exception de la modélisation participative où la plateforme peut-être le lieu de déroulement du jeu de rôle, les plateformes de simulation sont des logiciels informatiques encore appelés simulateurs.*

Les plateformes ont étendu les possibilités des modèles abstraits grâce à l'utilisation d'ordinateurs [66, 124]. Les premières simulations étaient le fait de mathématiciens spécialistes du fonctionnement et des premiers usages de l'ordinateur [29, 124]. Ils faisaient appelle à la simulation lorsque la complexité du problème était irréductible sous forme d'algèbre ou d'équation [124]. La simulation leur permettait d'étudier les problèmes en considérant l'hétérogénéité des parties, la spatialité irréductible des règles de mise en forme et du caractère aléatoire de certaines règles. Naquit alors un souhait de représentation et de visualisation de l'espace dans les modèles. Ce souhait fut présent dans la volonté d'utilisation de plateforme(s). En effet dans une représentation formelle, l'espace et les interactions qui s'y déroulent ne sont pas visualisables. Ce souhait se réalise avec la conception d'un grand nombre de plateforme à travers le développement des sciences computationnelles. La floraison des plateformes impose aux modélisateurs un choix judicieux de leur plateforme en fonction du type de leur modèle [47, 66]. En particulier, pour des couplages de modèles mathématiques et à base d'agent.

Les plateformes permettant le couplage de modèle, utilisent généralement des langages orientés objets ou à base d'agents [47, 66]. Les plateformes orientées objets telles que python ou java permettent au coût d'une programmation ardue de faire interagir des agents (vue comme des objets) mais ne permettent pas de représentation continue de l'espace comme le font des plateformes à base d'agent [47, 107]. Les plateformes à base

8. Durant la phase de simulation, rappelons que la phase de formalisation est une phase statique.

d'agent telles que GAMA, Netlogo ou Cormas représentent l'espace sous forme de topologie continue, de grille, de graphe, de données géographiques à l'aide de SIG, etc [21, 107, 134]. Les modèles à base d'agent de ce manuscrit sont simulés dans GAMA. GAMA est dédié à la simulation de gros modèles.

Conclusion

Cette thèse se doit de concevoir un modèle de système complexe adaptatif qui puisse être appliqué à la transhumance sahélienne. Pour atteindre cet objectif nous décrirons et formaliserons les déplacements de troupeaux et les processus de prise de décision des transhumants par la systémique et des couplages d'approches mathématiques et informatique : graphes, optimisation, SMA. Afin d'explicitier notre philosophie et notre épistémologie de modélisation il nous est paru nécessaire d'aborder, avec assez de détail, les outils et concepts inhérents la modélisation des systèmes complexes. En effet, lors

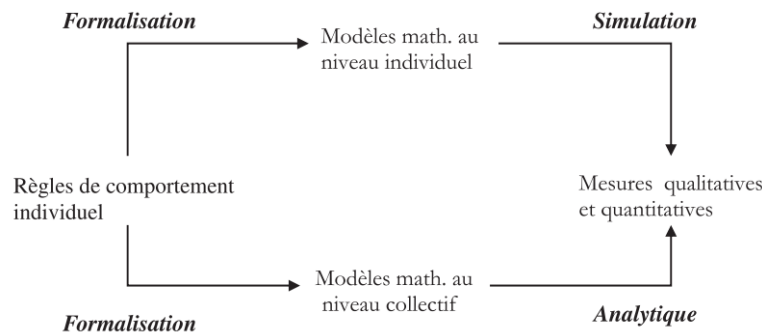


FIGURE 1.4 – Description de notre épistémologie de modélisation [118]

de l'étude d'un système complexe en science du vivant ou en science sociale, un modélisateur doit décrire le système étudié afin d'appréhender sa complexité. Cette description encore appelée formalisation fait appel aux paradigmes de réductionnisme, d'holisme ou du globalisme. En modélisation de systèmes complexes, dans les sciences du vivant, le paradigme du globalisme rapprochant les deux autres est le plus utilisé. Décrire un système à l'aide du paradigme du globalisme nécessite une analyse systémique qui peut mobiliser des formalismes mathématiques ou informatiques. L'analyse systémique définit les entités et interactions à considérer. Les formalismes mathématiques permettent d'identifier les invariants du système ou des sous-système ainsi que leurs propriétés invariantes. Puis les formalismes et simulateurs informatiques prendront la relève pour les simulations. Puis, viennent les phases de mesure quantitatives ou qualitatives des résultats de modélisation qualifiées de validation du modèle (Figure 1.4). La phase de validation, faisant l'objet du chapitre suivant, permet au modélisateur de déterminer si son modèle a atteint les objectifs escomptés. Durant la phase de validation la modélisation doit mesurer la distance (le réalisme) entre les résultats de son modèle et les observations du monde réelle. Cette mesure de distance nécessite l'utilisation d'outils et de concepts que nous abordons dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 2

THÉORIES, MODÈLES ET RÉALITÉS : CAS DES SYSTÈMES COMPLEXES EN SCIENCE DU VIVANT OU EN SCIENCE SOCIALE

Sommaire du chapitre

| | | |
|-------|--|----|
| 2.1 | Réalisme | 29 |
| 2.1.1 | Types de réalismes non scientifiques | 30 |
| 2.1.2 | Types de réalismes scientifiques | 31 |
| 2.2 | Théorie et réalité | 33 |
| 2.2.1 | Descriptivisme | 34 |
| 2.2.2 | Instrumentalisme | 35 |
| 2.2.3 | Réalisme | 35 |
| 2.3 | Modèle et réalité | 36 |
| 2.3.1 | Fiabilité et validité d'un modèle (non couplé) | 36 |
| 2.3.2 | Validation de modèles couplés | 39 |
| 2.3.3 | Exploration de modèle | 39 |

Introduction

L'étude d'un système complexe, dans les sciences du vivant ou sociale, peut aboutir à une compréhension plus ou moins approfondie de ce système ou à une étude des états futurs de ce système. Dans tous les cas le système sera théorisé puis modélisé [124]. Par ailleurs avant de tirer des conclusions relatives aux théories ou modèles du système étudié s'impose une phase d'évaluation de leur réalisme ou de leur fiabilité. Evaluer une théorie ou un modèle c'est déterminer les conditions d'utilisation de celui-ci en tenant compte des différents niveaux de subjectivité et de simplifications introduites dès le début de la théorisation ou de la modélisation. Cette évaluation s'effectue au travers de métriques confrontant la structure et les résultats des théories ou des modèles

à la réalité donc au réalisme scientifique. Le réalisme scientifique, Selon F. Varenne, est :« *une thèse philosophique qui porte sur le statut cognitif des produits de la science. Elle ne porte pas prioritairement sur la méthode de la science, ni sur ses normes, ni sur ses autres fonctions éventuellement extra-cognitives, même si elle peut avoir une incidence sur ces questions. Elle n'est donc pas purement épistémologique. Il s'agit bien d'une question plus large de philosophie de la connaissance, et qui concerne la portée de la connaissance, mais appliquée au cas particulier de la connaissance scientifique. Elle touche notamment à la question de la vérité de la science* » [126]. De ce fait, pour le réalisme scientifique une recherche scientifique validée produit des représentations ou des jugements qui sont d'authentiques connaissances, au moins approchées, des systèmes [126]. Ces systèmes subsistant comme des réalités indépendamment : (1) de la théorie scientifique elle-même ; (2) de l'observation ainsi que ; (3) des procédures de construction des représentations de ces systèmes ou des procédures de preuves des jugements portant sur ces systèmes [126]. La phase d'évaluation du niveau de réalisme d'une théorie ou d'un modèle issus d'un système est communément appelée *validation*. Les théories ou modèles validés servent à comprendre ou à déterminer des états futurs du système en fonction d'hypothèses. Ce dernier procédé est appelé l'exploration.

Ce chapitre fournir des outils et éléments nécessaire à la validation et à l'exploration de théories et de modèles dans les sciences du vivant. A terme, ce chapitre servira de référence dans la validation de la théorisation de la transhumance sahélienne (chapitre 3) et dans la validation des modèles à base d'agent des chapitres 5 à 7.

Ce chapitre comporte trois sections. La première, aborde le concept de réalisme. La deuxième traite de la validation des théories. La troisième de la validation et de l'exploration des modèles : analyse de sensibilité et d'Algorithmes Evolutionnaires (AE).

2.1 Réalisme

La question du réalisme de la connaissance fut posée très tôt, dès l'apparition des premiers types de théorisation puis de formalisation de la connaissance humaine [126]. A ce sujet, par exemple, un débat a eu lieu entre Platon et Aristote au sujet de la réalité des espèces telles qu'elles sont définies à la suite d'une opération de division en deux ou dichotomie. Pour Platon des espèces issus d'une telle division sont réelles (Le Politique, p.262 – 267). Cependant, selon Aristote elles sont artificielles, car :« *"la division est un syllogisme impuissant" dès lors que la division en deux, quand elle est imposée a priori à n'importe quelle essence, ne s'attache pas à exhiber la cause expliquant la division. Une telle division n'est pas fondée en nature selon Aristote et n'est donc pas réaliste* » (Premiers analytiques, 31, 46a, p.30 – 34 via [126]).

Auparavant la question du réalisme touchait donc la nature existentielle des objets d'étude. De nos jours la question du réalisme se situe dans un contexte de compréhension de la science c'est à dire de ce que fait la science. Cette évolution de la compréhension du réalisme n'est pas prioritairement un défaut de compréhension de la science par la philosophie, mais de compréhension de la science par la science elle-même [126]. En effet, les définitions contemporaines du réalisme désignent ce qui a une existence indépendamment de l'esprit, c'est-à-dire indépendamment : de son existence, de son contenu ou de ses opérations [84, 126]. Cette définition du réalisme ne concerne pas que les entités ayant une existence physique mais aussi les idées au sens de Platon ou des propriétés pouvant appartenir à plusieurs choses particulières. L'ambiguïté de définition du réalisme due à la nature de l'objet nous amène à distinguer plusieurs types de réalismes qualifiés de scientifique ou non¹.

2.1.1 Types de réalismes non scientifiques

En philosophie la problématique du réalisme concerne les domaines ontologique, métaphysique, sémantique, éthique.

2.1.1.1 Réalisme ontologique ou réalisme métaphysique

Le réalisme ontologique ou métaphysique questionne le réalisme des entités. Il questionne directement l'ensemble des entités candidates à la réalité, et pas seulement celles qui sont visées ou mises en œuvre par la science [126]. C'est en ce sens que c'est une question d'ontologie. Ce réalisme d'entité, qui peut être dit naïf ou de première intention s'oppose en général à l'idéalisme pour qui le monde n'est qu'une représentation des sujets humains (idéalisme subjectif) ou de sujets supra-humains (idéalisme objectif) [126].

2.1.1.2 Réalisme sémantique

Ce réalisme questionne la réalité de signification des mots, des expressions au travers de leur nature et de leur lieu de subsistance. Il questionne où se loge la signification des termes ou des propositions du langage ? Dans notre tête (selon les théories des idées), dans les mots seuls (selon les thèses nominalistes), dans les choses (selon les théories de la référence directe) ou bien nulle part, c'est-à-dire dans aucun lieu à proprement parler mais dans des usages, des pratiques (pour différents pragmatismes) ?

Selon Varenne dans [126], en focalisant par ailleurs le questionnement non pas tant sur la nature, la teneur ou le lieu de la signification, nous pouvons poser une question proche, en ce qu'elle interroge aussi ce qui fonde la valeur ou la validité des productions linguistiques, mais distincte en ce qu'elle recherche le fondement de cette valeur du langage dans ce qui caractérise la vérité d'une proposition. La question de réalisme sémantique peut alors être : (1) la propriété de vérité pour une proposition consiste-t-elle en sa capacité à

1. Par Franck Varenne et Ilkka Niiniluoto, voir [126, p.14]

établir une relation de correspondance objective, réaliste en ce sens, entre elle et le monde (correspondantisme); (2) en une relation de cohérence entre elle et d'autres propositions (cohérentisme); (3) en une capacité à produire des résultats utiles et/ou féconds (pragmatisme) ou encore; (4) la capacité à être assertée (vérificationnisme)? Selon Michael Dummett, par exemple, le réalisme sémantique soutient précisément que « *les conditions de vérité des phrases d'un langage transcendent leurs conditions de vérification* ».

2.1.1.3 Réalisme éthique

En philosophie morale, nous pouvons questionner la nature des règles éthiques ou des valeurs morales et donc ce qui les fonde. La question est de déterminer, si les règles éthiques ou les valeurs morales existent indépendamment des hommes qui les formulent à un moment ou à un autre de leur histoire? Préexistent elles à l'esprit qui les conçoit et qui se sent obligé par elles? Ou est-ce l'esprit de l'homme qui les construit comme des fictions moralement obligeantes mais qui ont en fait une fonction tout autre?

Dans certaines versions du positivisme moral, par exemple, nous supposons que les normes éthiques ou morales sont conçues pour répondre à des contraintes d'un autre ordre, tels des contraintes de type sociale ou biologique [70]. Ainsi pouvons-nous imaginer qu'elles sont autant de fictions se révélant simplement utiles à la coopération et donc à la survie ou à l'évolution d'une population donnée?

2.1.2 Types de réalismes scientifiques

Dans la vision standard de la recherche, des conjonctions constantes d'événements sont nécessaires et suffisantes pour établir une cause. Dans la vision réaliste, les conjonctions constantes ne sont ni nécessaires, ni suffisantes. Même si nous établissons de telles conjonctions constantes, une explication scientifique n'est pas satisfaisante tant que nous ne connaissons pas les processus sous-jacents qui produisent les conjonctions [61]. De ce fait, en science, sur quoi peut porter la question de la réalité? Sur quelles productions scientifiques, à quel niveau de la production scientifique, le doute peut-il s'installer? De l'existence de plusieurs réponses à ces questions, le réalisme scientifique peut être classé en deux grandes catégories qui dépendent de la nature formelle ou empirique de la science.

2.1.2.1 Réalisme dans les sciences formelles

En sciences formelles nous distinguons principalement les notions de réalismes en mathématique et en logique.

a. Réalisme en mathématique ou "platonisme"

A partir du milieu du *XIX^e* siècle, le développement de la géométrie non-euclidienne a remis en question l'existence de la réalité des objets mathématiques [126]. Ces objets

existent t-ils indépendamment du fait que nous les pensons ? Existent t-ils eux mêmes indépendamment de la manière dont nous les appréhendons comme indépendamment des symboles ponctuellement utilisés dans la pratique mathématicienne (platonisme) ? Tiennent-ils leur existence des règles formelles ou formalismes utilisés pour les saisir ?

b. Réalisme en logique

Le réalisme en logique a des positions intuitionniste et relativiste tendant à s'opposer. Selon la position intuitionniste, nous acceptons un énoncé logique que si nous possédons une procédure effective (dotée d'un nombre fini d'étapes) pour déduire cet énoncé à partir des axiomes et des théorèmes dont nous disposons déjà [84, 126]. Parfois, l'applicabilité du principe du tiers exclus² se trouve contesté. Cette position du réalisme en logique avoisine étroitement celle du réalisme en mathématique, notamment lorsque nous nous concentrons sur le caractère propositionnel, « logique » au sens large des productions mathématiques. Par contre, selon les relativistes il n'y a pas de lois logiques absolues et notre choix en faveur du caractère de primauté de telle ou telle loi dépend de considérations pragmatiques (simplicité, compréhensibilité, etc.) liées aux domaines d'application de la logique [126]. Dès que la réflexion sur le réalisme en logique ou en mathématique sort des seules considérations sur l'esprit humain et sur ses capacités à appréhender des concepts ou à construire de lui même des propositions dans des procédures effectives de preuves, cette réflexion finit par s'appuyer sur l'applicabilité de la logique hors des sciences formelles, à savoir dans les sciences empiriques [126].

2.1.2.2 Réalisme dans les sciences empiriques

Selon House : « dans la vision réaliste de la science, les sujets propres de l'investigation scientifique sont les entités et les structures causales qui produisent des événements. Les événements eux-mêmes sont considérés comme des produits de l'interaction de ces entités et structures causales multiples, qui opèrent à différents niveaux » [61]. Conduisant ainsi à questionner la réalité des types de représentations ou d'objets posés ou construits³ par les sciences empiriques. En sciences empiriques nous distinguons principalement les notions de réalisme : des théories, des entités, structurel et des espèces.

a. Réalisme des théories

Définition 2.1 (Théorie [126]). *C'est un système de connaissances (concepts, principes, règles de déduction, axiomes, postulats, etc.) qui permet d'interpréter mais aussi de coordonner et de combiner dans un langage (formel ou non) des phénomènes⁴ jugés*

2. Le tiers exclus assure qu'une propriété est soit vraie, soit fausse, mais qu'il ne peut pas y avoir d'état intermédiaire.

3. Il existe les épistémologies positiviste et constructiviste de représentation d'un problème sous forme d'objet d'étude [70, p.104].

4. Ce terme inclus les entités matériels et immatériels tels que les interactions

élémentaires ou fondamentaux appartenant à un champ donné, cela de manière à permettre de comprendre, d'expliquer ou de prédire, par raisonnement, par déduction ou par calcul procédant à partir des axiomes ou des postulats, l'ensemble (ou tout un secteur) des phénomènes se manifestant dans ce champ.

Une théorie est vraie ou fausse, provisoire et révisable [84, 126]. Une théorie est valide/vraie si ses conséquences observables sont vraies ou au moins corroborées ou non réfutées. La théorie pourrait en même temps être dite fausse dans la mesure où elle supposerait des entités inobservables non recevables (car fictives, ou fausses car contradictoires avec d'autres théories mieux fondées) ou bien des structures de relations non recevables par ailleurs [84, 126].

b. Réalisme des entités et des structures

Pour le réalisme des entités, seules ces dernières existant dans la nature puis posées par les théories ou les lois existent [126].

Le réalisme des structures vise les structures des théories ou des lois. Pour ce réalisme seules les structures invariantes de lois ont une certaine permanence par-delà l'évolution des termes de ces mêmes lois. Elles sont probablement plus réalistes que les théories ou les entités postulées par les théories [126]. De plus, selon le réalisme de structure un même objet (mathématique, logique) peut avoir plusieurs représentations réelles en fonction de diverses conditions (espace, dimension, etc.).

c. Réalisme des espèces

Le réalisme des espèces est une forme de réalisme des universaux appliqué aux concepts taxinomiques des sciences descriptives et de classification. Il concerne notamment les théories de la classification dite « naturelle » des espèces. Notons qu'un « universel » (au pluriel : universaux) est une propriété qui appartient à plusieurs choses particulières : elle passe pour quelque chose qui leur est commun [126].

2.2 Théorie et réalité

A la fin du *XIX*^e siècle, d'après Varenne dans [126], il y a eu des débats sur le statut cognitif et le mode de validation des théories. Deux points de vue issus de mathématiciens et de physiciens s'opposèrent :

- Pour le mathématicien Kepler (1571 – 1630), il faut faire un ensemble d'hypothèses puis passer à l'expérimentation afin d'identifier la vraie hypothèse ;
- pour le physicien Newton (1643 – 1727), il faudrait expérimenter puis déduire des lois à partir d'hypothèses (issues de l'expérimentation). C'est à ce moment que ces théories (lois ou hypothèses) seraient réalistes.

La question du réalisme des théories se ramène alors à déterminer si les théories sont des descriptions/prédictions ou des explications de phénomènes. Newton avait uni ces aspects dans la mécanique classique au milieu du *XIX*^e siècle, le reste de la physique les a désuni. La science moderne quant à elle, a tendance à unir prédiction et explication au travers d'hypothèses réunificatrices conduisant à la définition 2.2.

Définition 2.2 (Théorie (bis) [126]). *Les théories sont des ensembles d'énoncés articulés logiquement et qui peuvent porter sur des choses qui ne sont pas observables. Mais également et surtout, contrairement aux lois expérimentales, les théories ne sont jamais le fruit d'inductions directes. Elles sont de l'ordre des principes à partir desquels on déduit et explique les lois expérimentales.*

Remarque 2.1. *Les lois expérimentales sont distinctes des théories car elles énoncent des relations entre des phénomènes observables empiriquement mais pas les seuls sense-data (données élémentaires des sens) considérés fugitifs [117, 127]. Les sense-data sont des généralisations inductives vérifiables par les expériences et les mesures.*

Des définitions 2.1 et 2.2 une théorie peut avoir l'un des statuts épistémiques suivants :

- un statut de révélateur d'une réalité sous-jacente de type mathématique ;
- un statut de pure convention ayant pour simple fonction d'organiser économiquement les lois expérimentales qui sont quant à elles mesurées et prélevées sur les observables par induction.

Afin de déterminer le niveau de correspondance entre théorie et réalité, Nagel établit trois statuts cognitifs pour les théories : le descriptivisme, l'instrumentalisme et le réalisme [126]. Avant d'aborder ces statuts cognitifs des théories, il convient de définir ce qu'est une « description ».

Définition 2.3 (Description [126]). *Une description est un ensemble d'énoncés portant sur un objet hypothétique. Ces énoncés doivent être définissables en termes de données immédiates de l'expérience sensible.*

De la définition 2.3 nous déduisons qu'une description n'a rien de réel, c'est une caractérisation d'un objet hypothétique. Dans les parties suivantes de cette section nous abordons les statuts cognitifs pour les théories (descriptivisme, instrumentalisme et réalisme) tel que défini dans [126].

2.2.1 Descriptivisme

Pour le descriptivisme, les théories sont des descriptions et non des explications. Les théories sont des descriptions d'hypothèses fictives mais pas de la réalité [126]. Selon le descriptivisme, la notion de réalité est non pertinente. En effet, pour Mach, la réalité n'est pas commune et elle n'est pas non plus soutenue par des croisements d'informations

hétérogènes. Pour lui : « une chose est une, sous ses divers caractères » [126]. Mach démontre son point de vue en partant du fait que les approches globales et locales ne peuvent coexister dans l'esprit, dans une seule et même appréhension intégrative d'une chose. En effet, l'objectif pratique d'une étude forme et limite l'appréhension de l'objet étudié. En ce sens, les théories sont des manières économiques de décrire la succession et la concomitance d'événements ou d'interactions. Nous pouvons alors mettre en place un langage dit langage protocolaire ou de l'observation. Ce type de langage permet de mettre à l'œuvre les deux significations extrêmes de la notion de description : loi de la nature ou énoncé universalisé de relations, d'un côté, et récit de procédés pratiques et techniques, de l'autre. De ce fait, la généralisation passe par le caractère générique des actes intervenant dans le protocole. Le langage-cible pour la traduction/description n'est plus un hypothétique langage analytique et primitif des sensations [126, 127]. Il est un langage opératoire qui combine la description d'actions directement effectuées à l'échelle des objets et des perceptions d'objets en rapport avec ces opérations.

2.2.2 Instrumentalisme

L'instrumentalisme est la thèse selon laquelle, d'après Nagel : « *une théorie n'est ni une description sommaire (au sens d'une définition/traduction), ni un énoncé généralisé de relations entre des données observables* » [126]. Une théorie par la nature d'un énoncé, c'est une structure de déduction qui ne se réfère pas spécifiquement ni exclusivement à un domaine de réalité. La théorie n'a pas d'import ontologique ni même phénoménologique. Une théorie peut avoir une fonction prédictive dans certains contextes et explicatives dans d'autres contextes.

2.2.3 Réalisme

A la fin du XX^e siècle la science est de plus en plus abstraite et le réalisme dans une position défensive [126, 127]. Pour les scientifiques les hypothèses qu'ils proposent de confronter à l'expérience sont réelles. Ainsi ils développent un certain nombre d'arguments afin de soutenir la thèse du réalisme de leurs théories :

1. La non mesurabilité d'un phénomène ou d'une grandeur lors d'expériences n'implique pas sa non existence. Si une théorie corroborée montre l'existence de ce phénomène ou de cette grandeur alors cette théorie est vraie ;
2. des théories contradictoires peuvent représenter une même réalité. Un même phénomène peut être représenté par une théorie discrète et une théorie continue ;
3. L'évidence de la picturabilité d'une théorie dépendrait du milieu culturel et technique du scientifique qui émet cette théorie.

De notre formation en sciences abstraites et des objectifs de formalisation de ce manuscrit, le statut cognitif du réalisme sera notre cadre de pensée dans la suite de ce manuscrit.

Remarque 2.2. *Les mobilités pastorales sahéliennes sont des systèmes complexes adaptatifs décrits de manière non formelle par de nombreux auteurs [2, 30, 109]. Des définitions 2.1 et 2.3 (des théories et des descriptions empiriques), les mobilités pastorales sont des théories non formelles et la question de leur réalité est d'ordre structurelle et plus largement d'ordre ontologique, sémantique et éthique. La réalité de ces descriptions repose en effet sur les éléments structurels considérés, sur la compréhension linguistique des chercheurs. Sur l'éthique des chercheurs à ne pas omettre des éléments caractéristiques de ces mobilités mais surtout à ne pas rapprocher ces mobilités sahéliennes à celles d'autres régions du monde.*

2.3 Modèle et réalité

Une fois une théorie validée en tant que construit formel, comment établir que la computation de celle-ci est un état possible du système? Cette section aborde les liens qui existent entre modèle et réalité.

2.3.1 Fiabilité et validité d'un modèle (non couplé)

Avant de débiter la mesure de la fiabilité et de la validité du modèle, le modélisateur doit s'assurer que celui-ci est reproductible. Utiliser en effet un modèle dit fiable ou valide mais non reproductible revient à accorder une confiance aveugle en une parole donnée, ce qui est contraire aux principes de base d'une démarche scientifique [20, 122].

Définition 2.4 (Fiabilité, validation d'un modèle). • *La fiabilité d'un modèle concerne la mesure ou les conditions dans laquelle le modèle donne les mêmes résultats sur des utilisations répétées, soit par le même opérateur (fiabilité intra-observateur) soit par des opérateurs différents (fiabilité inter-observateur) [103].*

- *La validation d'un modèle mesure la distance ou l'incertitude d'un point de vue structurelle entre la concordance des résultats du modèle avec la réalité ou avec les attentes [29, 103]. Moins cette distance mesurée est grande, plus le modèle est précis donc valide. La validité n'a de sens qu'au sein d'un contexte spécifique et n'est pas une propriété inhérente du modèle, un modèle non valide n'est pas inexploitable [29].*

La fiabilité et la validité d'un modèle évaluent la portée du modèle même si celle-ci est limitée car il n'existe pas de mesure de fiabilité ou de validation parfaite ou définitive [20]. Les définitions de la fiabilité et de la validité peuvent être clarifiées en les contrastant, cela est illustré à la Figure 2.1 avec un exemple de tir sur une cible.

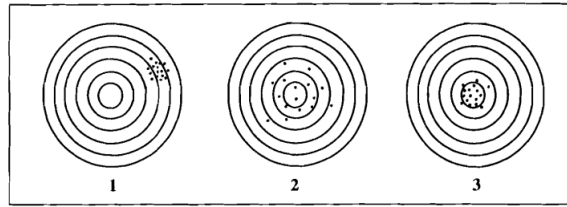


FIGURE 2.1 – Illustration de tirs sur une cible pour la validité et la fiabilité [103]

(1) Les scores (c'est-à-dire les sorties du modèle de tir) peuvent être très faibles, mais pas nécessairement valides ; (2) les scores peuvent être quelque peu valides, mais avoir une faible fiabilité ; (3) les scores peuvent être à la fois très valides et fiables

La Figure 2.1 indique que la fiabilité concerne la reproductibilité des mesures, tandis que la validité traite de l'exactitude (correction) des inférences tirées de ces mesures. Il est à noter que fiabilité ne présuppose pas la validité (cas (1)). En statistique une « bonne » fiabilité peut être caractérisée par un faible écart type pour des valeurs numériques.

En outre, la Figure 2.1 met en évidence la relation entre le concept de validité, de fiabilité et celui d'erreur. Une erreur systématique est une erreur pour laquelle les sorties du modèle peuvent être loin de la cible (réalité souhaitée) mais groupé les uns par rapport aux autres comme présenté au cas (1), ce type d'erreur engendre le biais. Une erreur aléatoire est une erreur pour laquelle les sorties du modèle sont proches de la cible mais aussi assez éloignés les unes des autres. Ce type d'erreur est auto compensateur, l'effet d'une erreur tend à annuler celle de l'erreur précédente. L'erreur aléatoire n'engendre pas de biais. Cependant, l'erreur aléatoire rend l'inférence difficile en obscurcissant (lissant) les formes ou les relations et peut donc nécessiter un échantillon plus important afin de les révéler [103].

En modélisation computationnelle, il existe la validation répliquative, interne et externe (Figure 2.2) [78, 103].

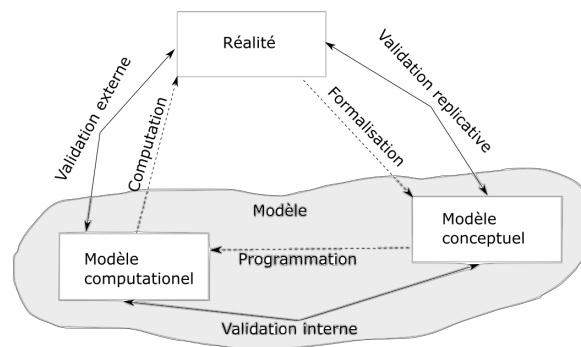


FIGURE 2.2 – Validation de modèle

La validation répliquative est effectuée après la formalisation du système étudié. C'est durant celle-ci que nous pouvons déterminer si le modèle (la formalisation) représente de manière acceptable les dynamiques ou données de l'objet d'étude [78, 119]. Pour des modèles issus des données (collectées par exemple), cette validation peut être effectuée en présentant le modèle à ses utilisateurs afin d'obtenir leur avis. Pour les approches à

base d'agent elle peut être effectuée par une analyse collaborative du système étudié.

La validation interne parfois appelée vérification consiste à déterminer la conformité entre la formalisation et le programme implémenté [29, 103]. Elle justifie qu'une computation représente la formalisation du système dans un programme informatique et dans une limite de précision spécifiée [78]. En fonction des approches de modélisation utilisées la validation interne peut être effectuée par des preuves de propositions, par des langages de vérification formel ou la logique de Hoare, des analyses de sensibilité ou de robustesse. Pour des simulations multi-agents, des preuves logiques ne pouvant être obtenues les modélisateurs valident leur modèle à partir de la robustesse et d'étude de sensibilité [26, 29]. Les approches beaucoup plus déterministes telles que les systèmes dynamiques privilégient des tests unitaires pour certaines valeurs remarquables et utilisent plus rarement les langages de vérification formel appréciés par les modèles à base de règles.

La validation externe évalue l'adéquation entre les résultats du modèle et le phénomène réel [29, 78]. Selon Oberkampff et Roy : « *external validation is substantiation that a computerized model within its domain of applicability possesses a satisfactory range of accuracy consistent with the intended application of the model* » [78]. Elle justifie que la computation du modèle atteint les objectifs de modélisation escomptés. Dans la pratique, lors de cette phase, le modélisateur compare les sorties du modèle simulé aux données ou observations empiriques. Le modèle doit être capable d'exhiber des faits particuliers identifiés sur le système modélisé tout en étant robuste [29]. Il existe quatre sous types de validité externe : validité apparente, validité liée aux critères, validité de contenu et validité de structure ou de construit.

La *validité apparente* concerne la mesure dans laquelle un modèle semble mesurer ce qu'il est censé mesurer. Ainsi, il est « vraiment basé sur les opinions personnelles de ceux qui utilisent le modèle à moins qu'il n'existe une métrique [103].

Pour la *validité de contenu*, il est nécessaire de définir les limites de l'objet d'étude puis de déterminer si ces limites sont suffisamment couvertes par le modèle. Plus il y a d'éléments de l'objet d'étude qui sont réellement représentés par le modèle, plus la validité de contenu du modèle est grande. Cette forme de validité est de ce fait très intéressante pour évaluer les résultats computationnels d'un objet formalisé avec une approche systématique. Certains auteurs identifient la validité apparente avec celle de contenu mais Sim and Arnell dans [103] recommandent de les séparer car la validité apparente se prête peu au test scientifique contrairement à celle de contenu.

La *validité liée aux critères* est le type de validité qui sous-tend fréquemment la recherche quantitative. La preuve de la validité liée aux critères est obtenue en comparant les résultats du modèle avec un critère mesurable⁵ accepté comme indicateur standard d'un

5. Ce critère mesurable peut être un autre modèle dont les résultats sont acceptés dans la communauté scientifique. En science sociale, les résultats d'un modèle de modélisation participative se prêtent bien à cette forme de validation. En écologie, les modèles à base d'équations différentielles ou de compartiments

concept ou d'une variable. Si le modèle donne une représentation précise du concept ou de la variable, la validité liée au critère a été démontrée [29, 103]. Cette méthode de validation est difficilement applicable dans les recherches qualitatives car il n'est pas évident d'identifier une mesure de critère (un indicateur) appropriée [122]. Un moyen de tenter de valider une interprétation de données recueillies est de présenter cette interprétation aux individus qui ont fait l'objet de l'étude afin de déterminer s'ils l'approuvent.

La *validité de structure*⁶ ou de construit est peut-être la plus applicable à la recherche en science sociale. Pour cette validité, des relations théoriques sont établies entre le concept principal à mesurer et un ou plusieurs autres concepts [7]. Le chercheur teste ensuite le modèle pour déterminer s'il confirme ces relations au niveau de l'observation empirique systématique [103]. La preuve de la validité de construit peut être obtenue en recherchant une corrélation positive entre les observations empiriques et les sorties du modèle d'une part. D'autre part, entre les observations empiriques et des faits particuliers issus du modèle [122].

2.3.2 Validation de modèles couplés

La validation d'un modèle couplé nécessite celles de l'unité couplée mais aussi de chaque sous-modèles ou modules. Pour des modèles couplés les concepts de validation sont à rapprocher de celui d'erreur ou de précision (complémentaire de l'erreur). Le modélisateur parlera alors de mesure de l'incertitude⁷ du modèle en précisant quelle incertitude il détermine. Il déterminera ensuite une fonction d'erreur pour chaque module, qu'il pondère et combine avec les autres fonctions d'erreur pondérées des autres modules. Sa fonction de pondération et de combinaison des fonctions d'erreur pondérées dépend de ses objectifs. Par exemple, pour effectuer la validation externe d'un modèle couplé en hydrologie, Velázquez et al. dans [129], ont effectué la validation externe sur les sorties de chaque module. Ce résultat fut ensuite pondéré et combiné aux incertitudes pondérées des autres modèles afin de fournir l'incertitude totale du modèle hydrologique.

2.3.3 Exploration de modèle

Après la validation d'une théorie ou d'un modèle vient la phase d'exploration qui consiste à rechercher les états possibles du système, par variation de paramètres [18, 29]. Un état possible du système, pour un ensemble de paramètres donnés, est appelé un scénario. En effet, selon Bishop et al. : « *a scenario is a product that describes some possible future state and/or that tells the story about how such a state might come about* » [18].

L'exploration de modèle regroupe un ensemble de techniques d'étude de scénarios qui permet de déterminer :

- (i) Des relations cause-effets entre paramètre(s) d'entrée et de sortie du modèle ;

sont ceux recommandés pour cette forme de validation.

6. Voir le réalisme de structure, plus haut (Section 2.1.2.1).

7. Il existe plusieurs types d'incertitude [103, 129].

- (ii) les optima du modèle ;
- (iii) l'incertitude relative à la réalisation d'un scénario dans le monde réel. L'analyse d'incertitude questionne le niveau d'incertitude en sortie du modèle induite par une incertitude en entrée. L'analyse d'incertitude permet au modélisateur ou à l'utilisateur d'un modèle d'obtenir des informations sur l'incertitude associée aux résultats du modèle. De telles informations permettent d'estimer la pertinence des résultats du modèle ou d'optimiser des variables décisionnelles [45].

Bien que l'exploration puisse permettre de comprendre des liens entre scénario(s) et paramètre(s), fiabilité-validité notons qu'elle sert principalement à estimer l'incertitude structurelle ou de réalisation de scénario. Il existe plusieurs méthodes et techniques de mise en œuvre d'un scénario. Le choix d'une ou de techniques à utiliser est fonction de la nature computationnelle ou théorique du modèle, des outils computationnels disponibles, des objectifs du modélisateur et enfin de la nature qualitative ou quantitative du scénario. Les méthodes et techniques les plus utilisées sont : l'exploration de l'espace des paramètres⁸, les Algorithmes Evolutionnaires (AE) ou d'optimisation (méthode des moindres carrés, min, max), l'analyse de sensibilité, la théorie mathématique du contrôle. Par exemple, pour explorer des SMA, il pourrait être efficient d'effectuer de : l'exploration de l'espace des paramètres, l'analyse de sensibilité, des AE, de l'optimisation avec des fonctions min ou max. Pour explorer des systèmes dynamiques, il pourrait être efficient d'effectuer : de l'analyse de sensibilité, la théorie mathématique du contrôle, de l'optimisation avec des fonctions min ou max.

Remarque 2.3. *L'exploration doit être distinguée de la validation (externe) car l'exploration mesure l'incertitude issue de la confrontation entre les résultats du modèle et des observations de la réalité sans considérer la structure interne du modèle. Cependant, lorsque l'exploration fait appelle à une analyse de sensibilité, à l'utilisation d'algorithmes évolutionnaires (algorithmes génétiques) il devient de la validation externe.*

NB. *Les interactions, les rétroactions au sein d'un système complexe sont à l'origine d'effets qui peuvent paraître stochastiques et qui font que deux simulations d'un même modèle, avec les mêmes valeurs initiales de paramètres, peuvent aboutir à des résultats différents. La validation et l'exploration nécessitent alors la mise en place de répliques. Les répliques consistent à simuler le modèle plusieurs fois avec les mêmes valeurs de paramètres afin d'éliminer les effets aléatoires [20, 29]. Généralement, l'utilisation de répliques conduit le modélisateur à exprimer les résultats à l'aide de moyennes et d'intervalle(s) de confiance [29].*

8. C'est une variation de paramètres et de variables du modèle sur des ensembles ou intervalles définis. L'analyse des résultats obtenus peut révéler des états futurs du système parfois méconnus ou des sensibilités du modèle par rapport à certaines valeur de paramètres et de variables. De ce fait, la méthodes d'exploration de l'espace des paramètres, dans une étape intermédiaire, fait appelle à l'analyse de sensibilité ou à l'utilisation d'algorithmes évolutionnaires ou d'optimisation.

Dans les lignes suivantes, nous abordons l'analyse de sensibilité l'autocorrélation et des techniques d'optimisation qui permettent d'explorer des systèmes complexes simulés numériquement ou algorithmiquement.

2.3.3.1 Analyse de sensibilité

Dans un modèle, l'analyse de sensibilité répond à la question : « quelles sont les principales sources d'incertitude(s) parmi les différents facteurs incertains ? » [45]. L'analyse de sensibilité permet au modélisateur d'identifier les paramètres et les variables d'entrées qui ont au moins une incidence forte ou moindre sur les sorties/résultats du modèles. En effet, l'exploration de la sensibilité de la sortie du modèle aux changements de paramètres, nous apprend l'importance relative de divers mécanismes représentés dans le modèle et la robustesse de la sortie du modèle à l'incertitude des paramètres [110]. Ces connaissances favorisent la compréhension du modèle et son utilisation ultérieure dans des cadres théoriques ou empiriques. De ce fait, les résultats d'une analyse de sensibilité peuvent d'une part aider un modélisateur à identifier les facteurs à connaître de manière plus précise. D'autre part, permettre au modélisateur, à travers le calcul d'un indice de sensibilité, de hiérarchiser l'importance des différents facteurs incertains d'un modèle. Il existe deux formes d'analyse de sensibilité : l'analyse de sensibilité locale et celle globale.

L'analyse de sensibilité locale étudie la variabilité du modèle causée par une variation de paramètres ou de variables d'entrée incertaines autour d'une valeur de référence ou d'une direction (un vecteur) [45]. En effet, nous pouvons affirmer qu'une analyse de sensibilité locale est basée sur des calculs de dérivées⁹ de $f(x)$ par rapport à x . Ce type d'analyse est utile pour appréhender le fonctionnement du modèle autour de certaines valeurs de paramètres ou de variables d'entrées. Cependant, ce type d'analyse ne permet pas au modélisateur d'étudier facilement les effets de facteurs incertains lorsqu'ils peuvent varier sur un important domaine d'incertitude.

L'analyse de sensibilité globale étudie la variabilité des incertitudes des sorties du modèle induite par l'incertitude des paramètres ou variables d'entrée sur l'ensemble de leurs domaines d'incertitude [45].

2.3.3.2 Analyse d'autocorrélation spatiale

« L'autocorrélation (ou l'autocovariance) d'une série fait référence au fait que dans une série temporelle ou spatiale, la mesure d'un phénomène à un instant t peut être corrélée aux mesures précédentes (au temps $t - 1$, $t - 2$, $t - 3$, ...) ou aux mesures suivantes (à $t + 1$, $t + 2$, $t + 3$, ...). Une série autocorrélée est ainsi corrélée à elle-même, avec un décalage (lag) donné. » [128]. Bref, l'autocorrélation détermine si une série suit une loi de probabilité ou des processus définis par le modélisateur. Ainsi, dans le cas de la

9. $f(x)$ représente les résultats du modèle et x représente les paramètres ou variables sujets aux variations.

transhumance, l'autocorrélation peut servir à l'analyse (de sensibilité dans un voisinage) et à l'exploration de la répartition spatiotemporelle de troupeaux. C'est-à-dire, à déterminer si la répartition est aléatoire ou non. De nombreux tests d'autocorrélation spatiale existent : Moran, Morris, Sobol, etc. [51, 107, 130].

2.3.3.3 Exploration à l'aide de techniques d'optimisation

Les techniques d'exploration par optimisation déterminent les états futurs du système en résolvant des problèmes d'optimisation. Lors de la résolution d'un problème d'optimisation, nous explorons un espace de recherche afin de maximiser (ou minimiser) une fonction donnée. Les complexités (en taille ou en structure) relatives de l'espace de recherche et de la fonction à maximiser ou à minimiser conduisent à utiliser des techniques de résolutions déterministes ou stochastiques [17]. D'emblée, disons qu'une technique déterministe (satisfaction des contraintes, minimisation, ...) est adaptée à un espace de recherche petit et complexe et qu'un espace de recherche grand nécessite plutôt une technique de recherche stochastique (recuit simulé, AE, ...). Généralement, la résolution d'un problème d'optimisation comporte deux phases : la recherche des solutions admissibles puis la recherche de solution(s) à coût optimal parmi celles admissibles. Suivant la technique employée, ce découpage est plus ou moins apparent lors de la mise en œuvre de la technique.

Une technique de satisfaction de contraintes (voir annexe B.3) est adaptée aux problèmes très contraints où une exploration exhaustive de l'espace de recherche est envisageable [17]. Cette technique fournit naturellement des solutions admissibles. En ajoutant une contrainte (dynamique) portant sur le coût d'une solution, la résolution peut rapidement converger vers une solution optimale.

Les AE sont adaptés à une exploration rapide et globale d'un espace de recherche de taille importante et peuvent fournir plusieurs solutions. Les AE sont des algorithmes d'optimisation inspirés du paradigme de l'évolution darwinienne des populations dans un environnement. Dans ce paradigme, ce sont les individus les plus aptes qui survivent à la sélection naturelle et se reproduisent. Le processus de reproduction se répète d'une génération à l'autre, conduisant à l'adaptation de la population à l'environnement. En termes d'optimisation, l'évolution est caractérisée par un processus itératif de recherche d'optimum(s) dans l'espace de décisions. Le critère de définition d'individus *les plus aptes* parmi tous les individus correspond à l'objectif d'optimisation. L'adaptation à l'environnement est réalisée par la trouvaille à chaque itération suivante de solution(s) admissible(s) meilleure(s) [17, 90]. Selon O. Roudenko dans [90], les AE se classent en quatre catégories : les algorithmes génétiques, les stratégies d'évolution, la programmation évolutionnaire, la programmation génétique. L'avantage des AE par rapport aux algorithmes d'optimisation traditionnels (par exemple, satisfaction de contraintes) découle du fait que les AE « se contentent » de connaître les valeurs de la fonction objectif

sans exiger son expression analytique et sans faire appel à la dérivée de cette fonction même si l'expression analytique est connue. Cependant, contrairement aux algorithmes d'optimisation traditionnels, en cas d'existence d'optimum(s) la convergence des AE n'est pas garantie [26, 90]. Si cette convergence a lieu, c'est grâce aux étapes darwinistes qui éliminent les valeurs de la fonction objectif ayant les performances les moins efficaces (c'est à dire les individus les moins aptes) avec une probabilité plus grande que celles qui sont plus performantes (mieux adaptés à l'environnement). L'AE peut s'arrêter au bout d'un nombre d'itérations fixé à priori, à un état donné du système ou quand la fonction objectif atteint une certaine performance [26, 90].

Le choix d'une technique d'optimisation n'est pas évidente, de nombreux problèmes sont fortement contraints et possèdent un vaste espace de recherche. Ces deux caractéristiques excluent l'usage direct d'un algorithme traditionnel d'optimisation ou d'un AE. Afin de contourner cette difficulté, nous pouvons hybrider ces deux méthodes afin de profiter de leurs avantages. Par exemple, les solutions admissibles peuvent être calculées par un algorithme basé sur une technique de satisfaction de contraintes sur un sous-espace de l'espace de recherche. Puis, l'ensemble des solutions admissibles intégré à un algorithme génétique explorant cet espace [17].

Conclusion

Ce chapitre a abordé les questions de validation de théorie et de modèle. Ce chapitre n'a pas présenté de méthode de validation de modèle car son objectif est plutôt thématique et pas technique. Ce chapitre termine la présentation des étapes de modélisation de systèmes complexes. Dans les chapitres suivants nous décrirons, formaliserons, puis simulerons la transhumance sahélienne.

CHAPITRE 3

FORMALISATION SYSTÉMIQUE ET PROCESSUS DE PRISE DE DÉCISION DE TRANSHUMANTS SAHÉLIENS

Sommaire du chapitre

| | | |
|-------|--|----|
| 3.1 | Formalisation systémique | 45 |
| 3.1.1 | Déplacements de troupeaux et rationalité des transhumants | 45 |
| 3.1.2 | Formalisation systémique hiérarchique | 51 |
| 3.2 | Formalisations mathématiques | 55 |
| 3.2.1 | Caractérisation de la transhumance sahélienne | 55 |
| 3.2.2 | Graphe de déplacements d'un troupeau transhumant | 57 |
| 3.2.3 | Optimisation et transhumance | 59 |
| 3.3 | Validation des théorisations du chapitre | 64 |

Introduction

L'étude d'un système complexe, dans les sciences du vivant ou sociale, peut aboutir à une compréhension plus ou moins approfondie de ce système ou à une étude des états futurs de ce système précédemment théorisé puis sûrement modélisé [23, 124, 135]. Comme toutes les théories, la théorie des systèmes n'aspire qu'à représenter partiellement¹ des réalités, qu'elles soient concrètes ou abstraites mais en mettant l'accent sur leur caractère global [70, 135]. En effet, la démarche systémique consiste à isoler un certain nombre d'éléments n , en privilégiant certains types de relations qui vont conférer à ce système une relative autonomie par rapport à un ensemble d'éléments plus vaste N . Après la description et l'analyse systémique, le système peut être mathématiquement théorisé ou formalisé.

1. Partiellement car représenté en fonction d'objectifs spécifiques [39, 64].

Dans ce chapitre, nous formalisons la transhumance sahélienne sous forme systémique et mathématiques. La systémique est utilisée pour d'appréhender structurellement et fonctionnellement la transhumance mais aussi afin d'étudier la transhumance à l'aide d'analogies. En effet, les analogies permettent d'identifier les déplacements de troupeaux transhumants à des graphes orientés multivalués, donc à des structures mathématiques. Les analogies nous ont également permis : (1) de caractériser la transhumance comme une fonction vectorielle de plusieurs variables ; (2) d'établir des propriétés topologiques des parcours de transhumance ; (3) de rapprocher les processus de prise de décision des transhumants à un problème d'optimisation multi-objectif sous-contraintes. La construction de ces analogies mobilisera la théorie du choix rationnel, l'étude des fonctions de plusieurs variables, la topologie et l'analyse convexe. Un rappel de notions mathématiques est fait dans les annexes [A](#) et [B](#).

Les deux premières sections de ce chapitre sont consacrées aux formalisations systémique et mathématiques de la transhumance. Nous choisissons de focaliser une partie des formalisations mathématiques de ce chapitre sur le transhumant afin de théoriser ses processus de prise de décision. La troisième section discute et établit la validité de nos formalisations. Une conclusion clos ce chapitre tout en précisant notre réflexion sur la conception d'un modèle à base d'agent de la transhumance sahélienne. Ce modèle devra être une transhumance artificielle tout en étant reproductible et basé sur les processus de prise de décision des transhumants.

3.1 Formalisation systémique de la transhumance

Dans cette section, nous formalisons la transhumance sahélienne sous forme de système complexe adaptatif hiérarchique.

3.1.1 Déplacements de troupeaux et rationalité des transhumants

Dans cette partie nous décrivons les déplacements de troupeaux transhumants sahéliens en fonctions des stratégies des transhumants. En outre, nous abordons la question de la rationalité des transhumants dans une perspective de modéliser les processus de prise de décision des transhumants.

3.1.1.1 Déplacements de troupeaux transhumants

La transhumance sahélienne est un ensemble de déplacements saisonniers de troupeaux d'herbivores domestiques conduits par des transhumants (bergers ou éleveurs) de leur terroir d'origine vers un ou plusieurs terroirs d'accueil, en passant par des campements de transits (Figure [3.1](#)) [65, 105, 109]. Nous distinguons principalement deux types de troupeaux transhumants : les troupeaux de gros et de petits ruminants. Les troupeaux

de gros ruminants ont des effectifs considérables de bovins, camelins comparés à ceux de petits ruminants (ovins et caprins). Les troupeaux de petits ruminants ont de grands effectifs d'ovins et de caprins par rapport à ceux de gros ruminants.

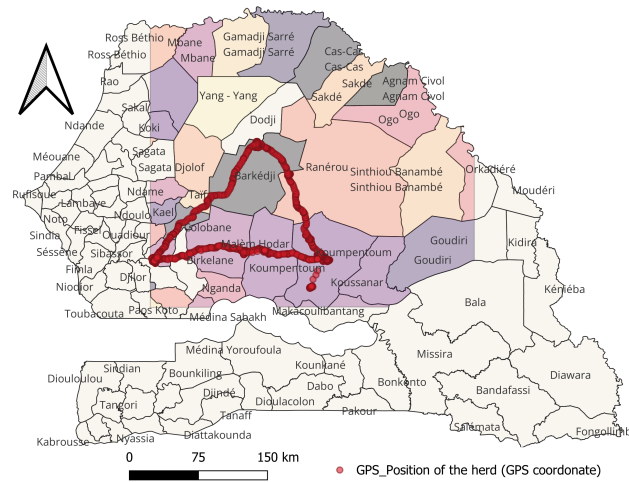


FIGURE 3.1 – Déplacements d’un troupeau transhumant bovin au Sénégal issus de données GPS enregistrées chaque 15 minutes

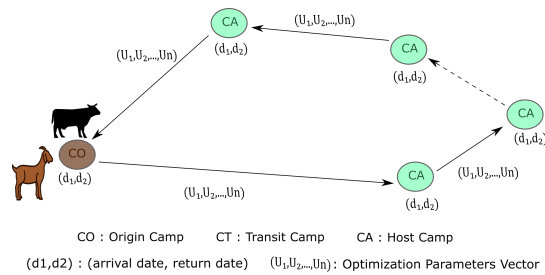
Les campements en terroirs d’accueil et de transit sont ceux ayant un grand nombre de points, les terroirs d’accueil ayant plus de points que les terroirs de transits.

Les déplacements de troupeaux transhumants répondent en premier lieu à la recherche d’un équilibre entre l’exploitation de l’herbe – à un stade optimale – et la quête d’eau – forages, puits, fleuves, mares – [36, 93]. Ces déplacements répondent ensuite aux désagréments, aux risques dus aux insectes (mouches, taons, glossines) et à l’évitement de conflits avec des « perturbateurs » (agriculteurs, braqueurs, voleurs de bétail, etc.) [34, 106]. Les déplacements de troupeaux transhumants répondent enfin à un besoin économique de l’éleveur [31, 131].

Les transhumants décident du début de la transhumance en se basant sur leur vécu² mais aussi après s’être informés de l’état des ressources pastorales sur le trajet et sur le départ d’autres transhumants. Ils déterminent ainsi leurs zones d’accueil et des itinéraires à des échelles spatio-temporelles macroscopiques. Les zones d’accueil sont choisies en fonction de la disponibilité à long terme de pâturages ainsi que de leur qualité. D’un point de vue formel, les transhumants construisent un graphe initial G^0 de déplacement de leur troupeau. Ce graphe initial est établi à des échelles spatiales et temporelles macroscopiques. La Figure 3.2 illustre un exemple de graphe G^0 .

Les besoins socio-économiques des transhumants et l’évitement de déplacements conflictuels sont impactés par le réseau social des transhumants [30, 34, 109]. Le réseau social d’un transhumant est un ensemble de personnes avec lesquelles celui-ci entretient des

2. Si les années précédentes des transhumants ou leur troupeau ont vécu des situations difficiles sur certains trajets, ils peuvent de ne pas prendre ces trajets.

FIGURE 3.2 – Graphe initial de déplacement de troupeaux transhumants (G^0)

relations sociales ou économiques, dans les zones d'accueil et sur les parcours de transhumance. Le réseau social est un élément structurant de la transhumance, il informe les transhumants et leur évite, autant que possible, des conflits avec les populations locales ou des bandits [34, 109]. De plus, il permet aux transhumants d'acheter de l'eau à moindre coût pour eux et leur troupeau, de vendre des animaux à un prix avantageux, leur garanti plus de sécurité dans leur zone d'influence et leur permet de séjourner facilement dans des zones abritant des vétérinaires [5, 106, 109].

Les transhumants gagnent de l'argent, au cours du déplacement, au travers de la vente de leur bétail. Les ventes de bétail s'effectuent sur les parcours de transhumance ou dans des marchés non loin de leur parcours. Les acheteurs de bétail sont en contact avec les transhumants à travers leur réseau social ou par téléphone [132]. Les dépenses des transhumants sont principalement liées à leurs besoins de subsistance, au frais de soin du bétail ou aux taxes à payer dans les marchés ou aux frontières dans le cas de la transhumance transfrontalière [30, 31].

En fonction des besoins, des contraintes ou de leur réseau social les transhumants modifient les déplacements de leur troupeau en choisissant de nouveaux parcours. D'un point de vue formel, les transhumants affinent le graphe de déplacements de leur troupeau par ajout de nœuds et d'arêtes (Figures 3.4 à 3.5).

Les transhumants déterminent leurs parcours à des échelles spatio-temporelles très fines en considérant un calendrier pastoral (Figure 3.3) et des informations collectées par leur réseau social ou par des éclaireurs. Les saisons du calendrier pastoral illustrent des variations significatives du niveau des ressources pastorales d'un terroir et leur permettent de tenir compte d'événements sociaux tels que les mariages, etc. [16, 34]. Le temps est un facteur non négligeable des stratégies de déplacements des troupeaux transhumants, il conditionne la durée du troupeau sur les parcours ou dans un terroir. Par exemple, la durée d'un troupeau dans un campement de « transit » ou dans un terroir d'accueil est conditionnée par la disponibilité en eau et en végétation à une distance d'environ 5 km de ce campement. Cette durée peut être déterminée à priori par l'utilisation d'un calendrier qui permettra de déterminer les dates d'arrivée au plus tôt et de départ au plus tard du troupeau dans un lieu.

Dans un premier temps les transhumants déterminent les dates probables d'arrivée et

de départ de troupeaux en se basant sur leur expérience et sur leur calendrier pastoral. Généralement, le calendrier pastoral est utilisé avant le départ en transhumance. Les informations collectées par le réseau social ou les éclaireurs interviennent en second lieu pour informer les transhumants afin de leur permettre de modifier le parcours de transhumance [34, 65]. D'un point de vue formel, cela conduit les transhumants (1) à considérer les dates de départ au plus tôt ou au plus tard des différents terroirs ; (2) à entrevoir l'espace en fonction des ressources et infrastructures³ pastorales et de la disponibilité de celles-ci pour leur troupeau (Figure 3.2 à 3.5).

| Mois | Juillet | Août | Septembre | Octobre | Novembre | Décembre | Janvier | Février | Mars | Avril | Mai | Juin |
|------------------|---------|------|-----------|---------|----------|-----------|---------|---------|-------|-------|-----|-----------|
| Saison en poular | Duungu | | | Kawle | | Dabbuunde | | | Ceedu | | | Ceetcelde |

FIGURE 3.3 – Exemple de calendrier pastoral utilisé au Ferlo [16]

Afin de minimiser les coûts d'achat d'eau, les troupeaux sont préférentiellement conduits aux points d'eaux de surface (dont l'accès est gratuit) puis au niveau des points d'eau payants (forages, puits) sous influence d'un élément du réseau social de leur transhumant. Un troupeau n'est conduit à un point d'eau payant hors influence d'un élément du réseau social du transhumant que s'il n'y a pas d'autres options. Par exemple, dans la Figure 3.4 le transhumant du troupeau bovin sélectionne le parcours du bas tandis que celui du troupeau de petits ruminants sélectionne le parcours du haut où le tarif d'accès à l'eau est moins coûteux, lui permettant de minimiser les coûts de déplacements. Ces décisions induisent aux graphes G^{j_1} des troupeaux bovins et de petits ruminants représentés dans les Figures 3.4a et 3.4b.

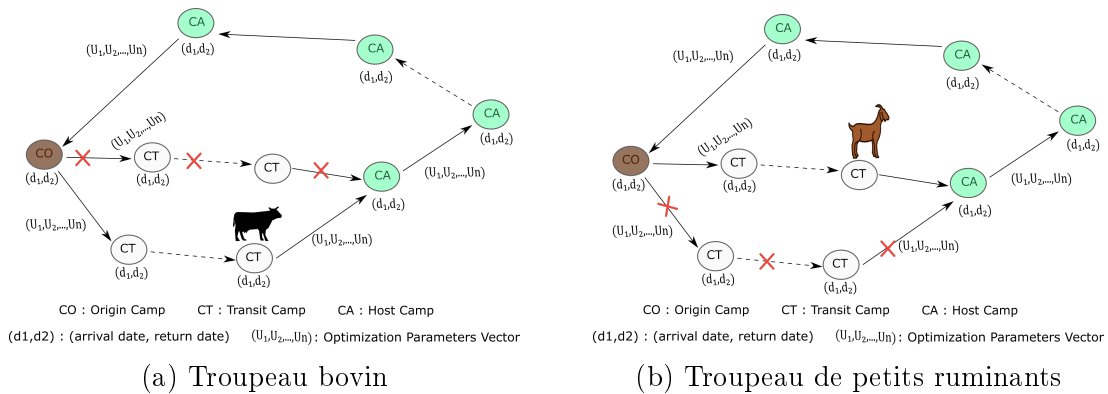


FIGURE 3.4 – Graphe de déplacement de troupeaux transhumants à la date t_{j_1} , $t_{j_1} \in]t_0, t_f[$

Les transhumants vendent des animaux de leur troupeau lorsqu'ils ont besoin d'argent. La vente d'animaux permet de couvrir des besoins familiaux ou des frais sanitaires du troupeau. Un transhumant conduit son troupeau dans un centre vétérinaire s'il a des animaux blessés ou si les animaux n'ont pas été vaccinés l'année précédente.

3. centres vétérinaires, marché, etc.

La complétion alimentaire de troupeaux pendant la période de soudure est parfois obligatoire sinon des animaux risquent de mourir. Par exemple, dans la Figure 3.5a, les nécessités de conduire le troupeau transhumant dans un centre vétérinaire et d'évitement d'achat de la complétion alimentaire peuvent amener un transhumant à conduire son troupeau sur le parcours du haut dans le graphe G^{j_2} .

La transhumance prend fin dès le début des premières pluies. Les troupeaux doivent

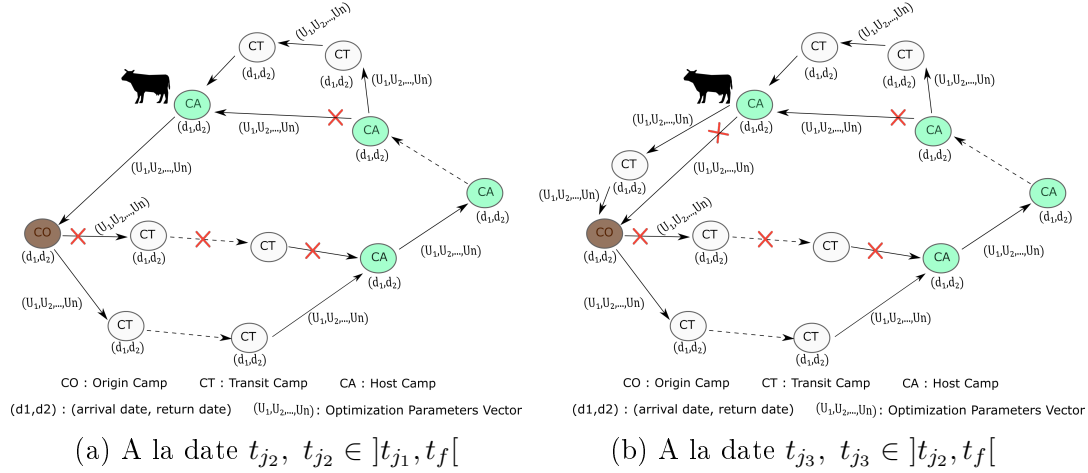


FIGURE 3.5 – Graphe de déplacements d'un troupeau transhumant bovin aux dates t_{j_2}, t_{j_3}

rejoindre au plus vite leur campement en terroir d'origine tout en profitant de la repousse de l'herbe. Cela minimise les dépenses des transhumants et prévient d'éventuels conflits avec des agriculteurs. Par exemple dans la Figure 3.5b, un troupeau emprunte le parcours du haut afin de vite rejoindre son campement en terroir d'origine.

3.1.1.2 Rationalité et modélisation de la rationalité

La rationalité d'un acteur est une relation entre l'action, les croyances, les désires de l'acteur ainsi que les contraintes sociales ou environnementales soumises à celui-ci [42]. Une action observée est rationnelle si elle constitue le meilleur moyen d'atteindre les objectifs de l'acteur tout en considérant ses croyances sur les questions factuelles pertinentes [42, 60]. L'action est rationnelle si elle est, en un mot, optimale [42]. L'action doit être optimale par rapport aux croyances et aux désirs. Les croyances doivent être optimales par rapport aux faits ou aux données. La quantité de données recueillies doit être optimale par rapport aux désirs de l'agent et à ses autres croyances [42]. La recherche de l'optimum, permet de considérer, au même niveau, des facteurs ou objectifs quantitatifs (pris de vente d'animaux, etc.) et qualitatifs (normes sociales, émotions). Cependant, des transformations géométriques, algébriques ou analytiques sont nécessaires afin de considérer l'impact des facteurs sociaux dans la formalisation.

Les processus rationnels de prise de décision d'un individu ou d'un groupe d'individus peuvent être modélisés [56, 91]. L'acteur connaît généralement :

- l'ensemble des possibilités ouvertes à son choix et des contraintes auxquelles il est soumis ;
- les relations qui déterminent les gains (satisfactions, atteinte de l'objectif) en fonction de la possibilité choisie ;
- l'ordre des préférences entre les gains.

Par ailleurs, la sélection ou le rejet de contraintes dans un modèle de comportement rationnel impliquent des hypothèses quant aux variables que l'acteur rationnel contrôle et celles qu'il ne contrôle pas. Les contraintes peuvent être quantitatives ou qualitatives telles que des normes sociales ou des émotions [19, 42, 60]. L'acteur rationnel peut donc construire un modèle (d'optimisation, par exemple) comme moyen d'adaptation. Selon S. Herbert dans [56], la saveur des modèles de choix rationnel découle principalement des types spécifiques d'hypothèses introduites quant aux données et contraintes parmi lesquelles l'acteur doit effectuer sa rationalité.

Remarque 3.1. *La rationalité est un mode d'action utilitariste ou tout se pose en terme de moyen et de fin [56, 1, 91]. En effet, la rationalité ne s'attache pas à la nature de la décision mais à la procédure de délibération par laquelle on est arrivé à la décision.*

Trois axiomes caractérisent la rationalité.

Axiome 3.1 ([1]). *Les préférences du décideur sont représentées par un préordre complet. Les préférences du décideur sont transitives, exhaustives.*

Dans la rationalité un projet est défini par tout ce qu'il rapporte en fonction des scénarios possibles de maintenant jusqu'à l'infini. La rationalité est une capacité de classement dans une vision de l'avenir qui suppose énormément d'information mais qui exclut toute surprise. Ce qui arrive peut ne pas avoir été prévu mais était prévisible, c'était dans la liste des scénarios possibles [1, 91].

Axiome 3.2 (Axiome de la chose sûre [1]). *Quand vous comparer deux projets, vous pouvez éliminer tous les scénarios ou les deux projets donnent des résultats identiques et vous pouvez vous concentrer sur les autres scénarios.*

L'axiome 3.2 permet le passage de la rationalité à la moyenne (des coûts). Il est à l'origine de l'économie expérimentale qui a donné naissance au *modèle du satisficing* et à la *rationalité procédurale*. En fait, le modèle du satisficing est bien plus qu'une théorie de la décision. C'est un modèle de l'exploration d'avenir(s) inconnu(s) car le décideur bouge ses niveaux d'aspiration en fonction de la plus ou moins grande facilité à obtenir une solution qu'il espère. La rationalité procédurale c'est à dire la construction des options est une conception de la rationalité ou l'on construit (le processus conduisant) la rationalité afin de choisir la première solution satisfaisante. On passe de la rationalité de l'homo

œconomicus⁴ (homme économique) à une rationalité créatrice : créatrice de la démarche conduisant à la rationalité.

NB. *Dans ce manuscrit nous formalisons mathématiquement les processus de prise de décision des transhumants à l'aide de la rationalité procédurale, notamment pour simuler informatiquement leurs processus de prise de décision.*

3.1.1.3 Rationalité des prises de décision des transhumants

De la section 3.1.1.1, les troupeaux et leurs transhumants interagissent avec différents éléments de l'écosystème pastoral tels que la végétation, des points d'eau, des marchés, des centres vétérinaires, des commerçants, des perturbateurs. Ces interactions surviennent dans l'objectif d'atteindre un « optimum » pour les troupeaux ou pour leurs transhumants. En effet, les décisions de déplacements de troupeaux doivent assurer l'alimentation convenable des troupeaux, la non déstabilisation de l'écosystème, la subsistance des transhumants, l'évitement de conflits, etc. Les transhumants dans leurs processus de prise de décision sont amenés à être rationnels dans le sens où ils recherchent des optima en considérant des normes sociales [19, 42, 56, 89]. L'optimum ou la rationalité recherché par les transhumants lors d'une prise de décision vise à :

- Minimiser les prix d'achat d'eau, de complément alimentaire, de vaccination puis garantir l'accès à la végétation de bonne qualité pour le troupeau ;
- maximiser le coût de vente des herbivores de son troupeau ;
- minimiser les risques de sinistres – maladies, blessures – ou de vol d'herbivores ;
- rendre visite à des proches et participer à des événements communautaires (mariage, baptême, etc.).

Par conséquent, de la section précédente, les choix des emplacements d'intérêts des troupeaux pourraient être effectués par un processus d'optimisation. De plus, les déplacements de troupeaux transhumants pourraient être formalisés par un graphe. Dans ce graphe chaque nœud représente un emplacement d'intérêt.

La section 3.2 présente une formalisation mathématique des déplacements des troupeaux ainsi que des processus de prise de décision des transhumants sahéliens. En prélude de la formalisation mathématique, celle systémique est effectuée dans la section suivante.

3.1.2 Formalisation systémique hiérarchique de la transhumance

De la description ci-dessus, nous observons que les déplacements de troupeaux transhumants dans leur écosystème forment un système complexe adaptatif. En effet, une

4. on passe de la démarche positiviste à celle constructiviste [125, p.32 – 33]

action ou un état d'une entité de ce système peut modifier l'état du système pour les autres entités, qui devront alors s'adapter. Par exemple, l'assèchement d'un point d'eau peut modifier le parcours d'un troupeau 'X'. La modification du parcours de ce troupeau peut modifier le parcours d'autres troupeaux parce que sévit une épidémie dans le troupeau 'X'. De ce fait, la transhumance peut-être formalisée par une organisation hiérarchique si nous considérons les processus de prise de décision des transhumants et les déplacements des troupeaux dans l'espace (graphes de déplacements). Les éléments structurels et fonctionnels que nous considérons pour ce système complexe adaptatif de transhumance sont décrits et schématisés ci-dessous (Figure 3.7).

La frontière du système de transhumance est constituée des espaces⁵ utilisés par les troupeaux transhumants. Les entités de ce système sont : l'éleveur, le berger, le réseau social, le troupeau, le vétérinaire, le commerçant, le perturbateur, le campement et l'environnement. Nous avons scindé le transhumant en les entités éleveur et berger afin d'explicitier dans notre description certains éléments structurels de la transhumance.

L'entité éleveur représente le propriétaire du troupeau transhumant. Il peut transhumer ou non avec son troupeau. C'est lui qui prend les grandes décisions relatives au troupeau. L'entité berger représente les individus qui conduisent le troupeau sur les parcours durant la transhumance. L'éleveur, lorsqu'il transhume avec son troupeau est un berger. Le berger exécute les décisions de l'éleveur et prend les décisions relatives au troupeau à des échelles microscopiques.

L'entité troupeau est constituée d'herbivores domestiques (Définition 3.1).

Le réseau social interagit avec le perturbateur, le commerçant, le vétérinaire ainsi que l'environnement afin de recueillir des informations qu'il transmet à l'éleveur et au berger. Le vétérinaire représente les centres de soins de bétail ou des individus qui soignent le bétail. Soit il est installé dans un endroit et le troupeau le rejoint, soit il rejoint le troupeau pendant sa transhumance.

L'entité commerçant représente les marchés ou des acheteurs de bétail pouvant amener l'éleveur à déterminer ou à modifier son parcours de transhumance en fonction de lui.

Le perturbateur représente tout individu pouvant être cause d'insécurité ou de gêne pour les transhumants ou leur bétail. Il peut amener l'éleveur ou le berger à modifier le parcours de transhumance ou à mettre fin à la transhumance.

Les campements sont les lieux d'intérêt où les troupeaux passent une ou plusieurs nuits. Nous distinguons trois types de campements : le campement en terroir d'origine (CO), le campement de transit (CT) et le campement en terroir d'accueil (CA). Un campement de transit est un lieu sur le parcours de transhumance où le troupeau passe une nuit ou plus. Le transhumant passe plus d'une nuit dans un CT afin de faire vacciner le bétail ou de faire face à un imprévu.

L'entité environnement représente l'espace géographique dans lequel le troupeau effectue

5. réglementaires et non réglementaires

sa transhumance. Cette entité contient la végétation, les points d'eau payants et gratuits. Les aspects fonctionnels de la transhumance sont liés aux flux :

- d'informations entre le réseau social et les éleveurs ou les bergers ;
- de disponibilité, de coût d'accès aux ressources pastorales (eau, végétation) ;
- de troupeaux vers des ressources ou infrastructures pastorales ;
- d'argent du à la vente ou au soin de bétail ;
- de matières dans l'environnement dues aux excréments du bétail qui produisent des GES.

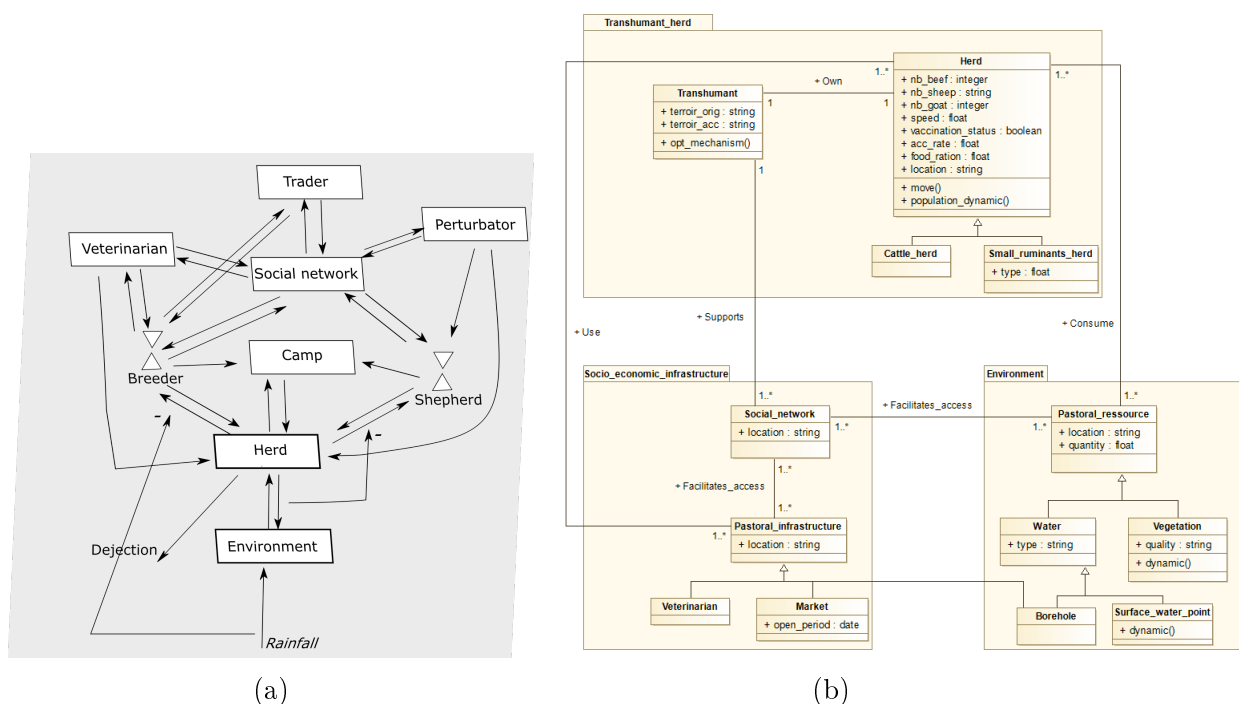


FIGURE 3.6 – Interactions entre éléments de la transhumance sahélienne

(a) Interaction systémique

(b) Composantes : infrastructurelles, socio-économiques et environnementales

Dans la Figure 3.6a, nous avons deux rétroactions négatives. La rétroaction négative entre l'entité éleveur et celle troupeau liée à l'environnement est observée lors d'épidémie animale ou d'une sévère sécheresse. Elle se caractérise par une perte considérable d'animaux sans que l'éleveur n'ait pour autant un gain monétaire conséquent. La rétroaction négative entre les entités berger et troupeau liée à l'environnement est observée lorsque la végétation de qualité est épuisée dans un lieu de pâture du troupeau. Cette rétroaction se caractérise par un comportement anormal des troupeaux à la pâture, obligeant le berger à changer d'aire de pâture.

3.1. FORMALISATION SYSTÉMIQUE

La Figure 3.7 illustre notre formalisation systémique en trois niveaux. Le niveau macroscopique, le plus bas en abstraction, schématise les interactions et rétroactions impliquant les transhumants ou leur troupeau (Figure 3.6a). Le niveau intermédiaire ou niveau mésoscopique organise les entités du système transhumance en modules (Figure 3.6b). Ce niveau permet aux décideurs et pastoralistes d’appréhender les interactions entre les transhumants, les composants socio-économiques, les infrastructures pasto-

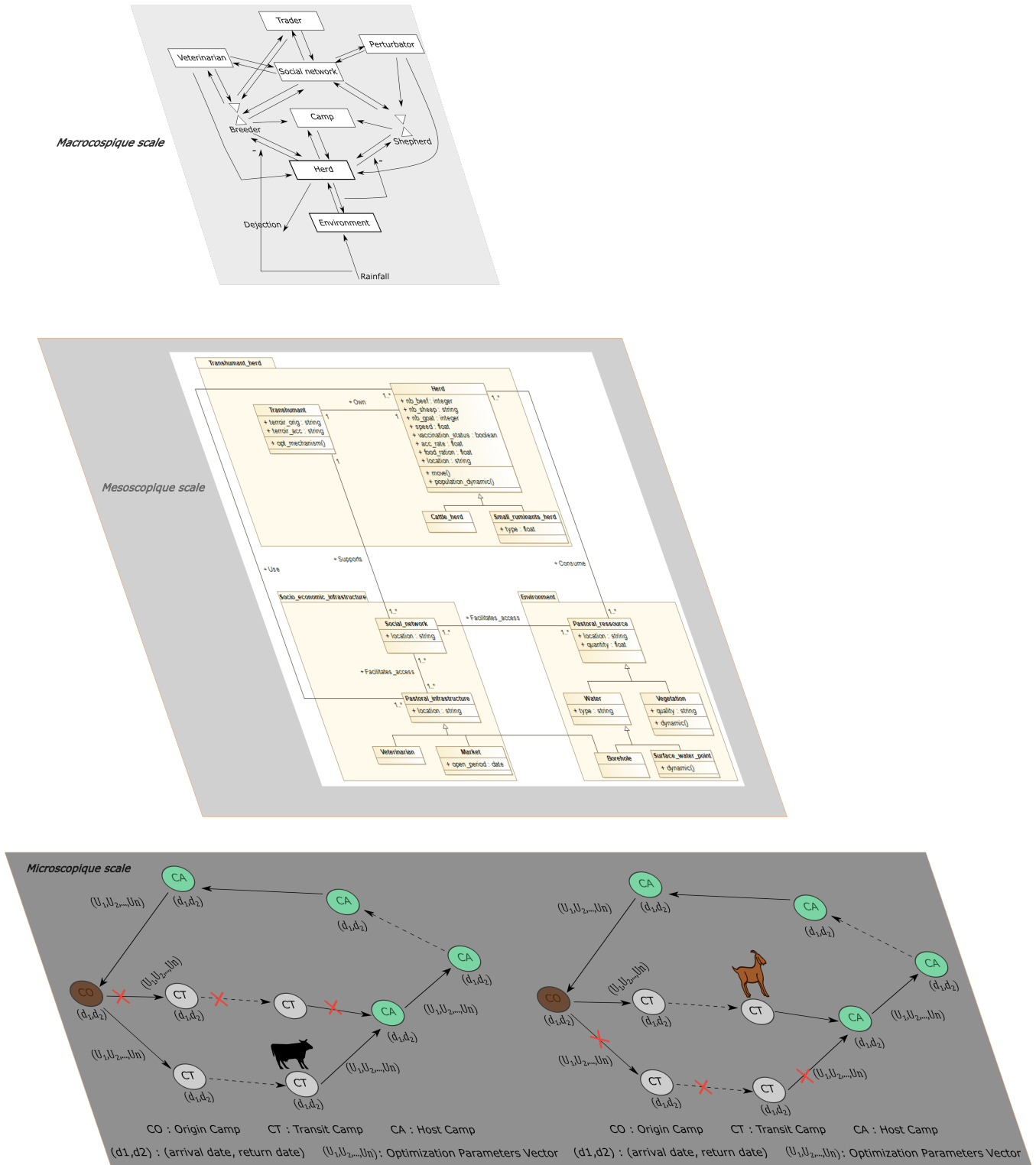


FIGURE 3.7 – Formalisation systémique hiérarchique de la transhumance sahélienne

rales et l'environnement. Le niveau microscopique, le plus élevé en abstraction, met en exergue les principales entités et interactions observées dans les déplacements de troupeaux transhumants. Ce niveau est constitué de graphes orientés de déplacements de troupeaux transhumants qui ont émergés de la réunion des lieux utilisés par chaque troupeau transhumant. Ces graphes seront un pis-aller vers une formalisation mathématique de la transhumance sahélienne à diverses échelles.

3.2 Formalisations mathématiques

Dans cette section nous formalisons mathématiquement la transhumance. Pour ce faire, nous caractérisons la transhumance, puis le parcours de transhumance, comme des fonctions de plusieurs variables. Ensuite, nous formalisons les parcours de transhumance sous forme de graphe et nous étudions des propriétés topologiques de ces graphes. Suite aux caractérisations mathématiques et des propriétés des graphes de déplacements de troupeaux transhumants, nous aboutissons à la mise en place d'un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes représentant le processus de prise de décision des transhumants.

3.2.1 Caractérisation de la transhumance sahélienne

Définition 3.1 (Troupeau, berger). *Un troupeau est un ensemble d'herbivores qui sont déplacés par un groupe d'individus appelé berger.*

Définition 3.2 (Parcours de transhumance). *C'est un chemin emprunté ou à emprunter par un troupeau transhumant à un instant t .*

Définition 3.3. (i) *Une région pastorale sahélienne est une région sahélienne parcourue par des troupeaux transhumants à un instant donnée. Une région pastorale est transfrontalière lorsqu'elle s'étend sur au moins deux pays.*

(ii) *La transhumance d'un troupeau sahélien est transfrontalière lorsque son parcours s'étend sur au moins deux régions pastorales séparées l'une de l'autre par (au moins) une frontière de pays.*

Soient $n \in \mathbb{N}^*$, T_1, \dots, T_n des troupeaux, $\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket$, \mathcal{A}_i l'ensemble des herbivores du troupeau T_i . Soit $c_a = (x_a, y_a, z_a) \in \mathbb{R}^3$ le centre d'inertie d'un herbivore a avec $a \in \mathcal{A}_i$. Soit ψ_i le centre d'inertie moyen des herbivores d'un troupeau i .

Définition 3.4. *Nous définissons à tout instant t .*

(i) *La distance entre deux herbivores par :*

$$d(a, b) = \|(c_a, c_b)\|_2 \text{ avec } \forall (i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2, a \in \mathcal{A}_i, b \in \mathcal{A}_j. \quad (3.1)$$

(ii) La distance entre deux troupeaux i_1 et i_2 par :

$$d(T_{i_1}, T_{i_2}) = \|(\psi_{i_1}, \psi_{i_2})\|_2. \quad (3.2)$$

Remarque 3.2. Moritz et al. (2012) établissent au travers d'analyses de données GPS, que le parcours de transhumance d'un troupeau peut être représenté par le parcours d'un seul animal de ce troupeau [75]. Nous déduisons que la distance entre des troupeaux est celle qui sépare des herbivores de ces troupeaux. L'équation 3.2 devient :

$$d(T_{i_1}, T_{i_2}) = \min_{\substack{a \in \mathcal{A}_{i_1} \\ b \in \mathcal{A}_{i_2}}} \{d(a, b)\} \text{ avec } i_1 \neq i_2. \quad (3.3)$$

Définition 3.5 (Transhumance sahélienne). C'est le déplacement d'un troupeau, dans ou depuis le Sahel, en fonction de l'écosystème des zones traversées ou de facteurs socio-économiques. La transhumance sahélienne est effectuée du campement d'origine du troupeau vers une ou plusieurs localités qui accueillent le troupeau. Le campement de début d'une transhumance correspond au campement d'achèvement de celle-ci.

De la définition 3.5 nous déduisons que les déplacements en aller-retour de troupeaux des pays sahéliens vers les pays côtiers d'Afrique Subsaharienne sont des *transhumances sahéliennes*.

Caractérisation 3.1 (Transhumance sahélienne). La transhumance sahélienne est une fonction vectorielle de plusieurs variables (définition B.1). Les variables de la fonction transhumance sahélienne sont les facteurs considérés par le transhumant afin de prendre une décision liée à la transhumance. Les fonctions coordonnées sont les résultantes de prises de décision du transhumant. En effet si f est la fonction transhumance d'un troupeau sahélien au temps t tel que $t \in E_1 = \mathbb{R}^+$, nous avons :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^+ \times E_2 \times \cdots \times E_n &\longrightarrow F_1 \times \cdots \times F_k \\ (t, x_2, \dots, x_n) &\longmapsto (f_1(t, x_2, \dots, x_n), \dots, f_k(t, x_2, \dots, x_n)). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Preuve. La fonction f de (3.4) est bien définie. En effet ses variables sont connues au temps t par le transhumant ; elles peuvent être la quantité ou la qualité de végétation, la position d'un point d'eau, la qualité de l'eau en un point d'eau, etc. L'image par f d'un ensemble de variables est un ou plusieurs objectifs (connus) du transhumant.

Proposition 3.1. Le parcours de transhumance p d'un troupeau est une fonction coordonnée de sa fonction transhumance c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^+ \times E_2 \times \cdots \times E_n &\longrightarrow F_1 \times \cdots \times F_k \\ (t, x_2, \dots, x_n) &\longmapsto (p(t, x_2, \dots, x_n), f_2(t, x_2, \dots, x_n), \dots, f_k(t, x_2, \dots, x_n)). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Preuve. Le transhumant déplace son troupeau en fonction d'objectifs « bénéfiques » pour lui ou pour son troupeau (Section 3.1.1). De ce fait, il quantifie les objectifs de déplacements [42, 56, 1]. Certaines quantifications permettront alors de déterminer, pour des échelles spatio-temporelles données, des emplacements où conduire son troupeau. Par suite un parcours à un temps t donné. \square

Dans la suite du manuscrit nous restreignons la fonction transhumance d'un troupeau à son parcours $f_{|p}$ tel que :

$$\begin{aligned} f_{|p} : \mathbb{R}^+ \times E_2 \times \cdots \times E_n &\longrightarrow F_1 \subseteq \mathbb{R}^j \\ (t, x_2, \dots, x_n) &\longmapsto p(t, x_2, \dots, x_n). \end{aligned} \quad (3.6)$$

La définition analytique du graphe de la fonction parcours de transhumance $f_{|p}$ est :

$$\mathcal{G}(f_{|p}) = \{(t, x_2, \dots, x_n, G_p) \in \mathbb{R}^{n+j} \mid (t, x_2, \dots, x_n) \in D_{f_{|p}}, G_p = p(t, x_2, \dots, x_n)\}. \quad (3.7)$$

Ci-dessous nous associons à $\mathcal{G}(f_{|p})$ une structure algébrique afin de faciliter l'étude de certaines de ses propriétés topologiques.

3.2.2 Graphe de déplacements d'un troupeau transhumant

Le graphe de déplacements d'un troupeau transhumant est représenté, à différentes échelles spatio-temporelles, par une structure de graphe orienté multivalué G .

3.2.2.1 Structure algébrique et topologie du graphe de déplacements

Définition 3.6 (Graphe de déplacements d'un troupeau transhumant). *C'est le graphe qui représente le parcours de transhumance du troupeau si la transhumance est terminée. Sinon⁶ le graphe qui représente la réunion du parcours effectué et de l'ensemble des parcours envisagés par le transhumant.*

Les sommets du graphe G de déplacement d'un troupeau transhumant représentent les campements du troupeau. Les arcs du graphe représentent les parcours de transhumance du troupeau. C'est à partir des valuations des arcs que le transhumant choisie le parcours en fonction de facteurs socio-économiques et environnementaux. De plus, ce graphe est muni de dates d_1 d'arrivées au plus tôt et de dates d_2 de retour au plus tard du troupeau transhumant à un sommet x_i (Figures 3.2 - 3.5b). Le graphe de déplacements d'un troupeau est représenté formellement par :

$$\begin{aligned} G = (X, U) \quad \text{avec} \quad X &= \{x_i \mid x_i \in \{CO, CT, CA\}, \forall i \in \mathbb{N}\} \\ U &= \{u_i \mid u_i = \text{vect}(u_{i_1}, \dots, u_{i_n}), \forall i \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}^*\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

6. La transhumance a débutée ou n'a pas encore débutée

Corollaire 3.1. *Un sommet du graphe de déplacement d'un troupeau a les degrés entrants d_e et sortants d_s selon les équations 3.9 et 3.10.*

$$d_e = \begin{cases} 1 & \text{si le troupeau à atteint ce sommet} \\ n, n \geq 1 & \text{si le troupeau n'a pas encore atteint ce sommet.} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$d_s = \begin{cases} 1 & \text{si le troupeau a quitté ce sommet} \\ n, n \geq 1 & \text{si le troupeau n'a pas encore quitté ce sommet.} \end{cases} \quad (3.10)$$

Remarque 3.3. *Le graphe de déplacements est une représentation formelle des parcours de transhumance ($P \equiv G$). Cette représentation peut être élaborée pour diverses échelles spatio-temporelles : macroscopiques, mésoscopiques ou microscopiques. Au moment de la planification de la transhumance, G est à une échelle spatio-temporelle macroscopique (Figure 3.2). Pendant la transhumance G est à une échelle microscopique pour les dates passées et à une échelle macroscopique pour les dates à venir (Figure 3.4).*

Corollaire 3.2. *Pour des lieux déjà fréquentés, le graphe de déplacement du troupeau ou, le parcours est constitué de la réunion des centres d'inertie (ψ) du troupeau à des temps consécutifs. C'est-à-dire :*

$$G \equiv P = \bigcup_{t \geq 0} p(t, x_2, \dots, x_n) = \bigcup_{t \geq 0} \psi(t). \quad (3.11)$$

Soit \preceq une relation d'ordre sur G tel que pour tout $(O_1, O_2) \in G^2 : O_1 \preceq O_2 \iff O_1$ vient avant O_2 avec O_1, O_2 adjacents.

Proposition 3.2. *Soit $\mathcal{O} \in \mathcal{P}(G)$ un ensemble ordonné par la relation \preceq . Le couple (G, \mathcal{O}) est un espace topologique. La topologie \mathcal{O} est séparée pour des temps discrets et non séparée pour des temps continus.*

Preuve. Avant le départ en transhumance, $\mathcal{O} = \emptyset$ car il y a un seul sommet qui est le campement en terroir d'origine. De ce fait il n'existe pas de parcours, G non plus n'existe pas. A la fin de la transhumance, nous avons évidemment $\mathcal{O} = G$. D'où $\{\emptyset, G\} \in \mathcal{O}$.

La réunion quelconque d'éléments de \mathcal{O} est un parcours car \mathcal{O} est un ordonné.

L'intersection de deux éléments de \mathcal{O} est un sommet de G c'est-à-dires un point du parcours. L'intersection de plus de deux éléments de \mathcal{O} est l'ensemble vide.

A temps discret, le parcours de transhumance G est constitué de points isolés (Figure 3.1), la topologie \mathcal{O} est donc séparée. Cependant, à temps continue, il n'y a pas de séparation entre les positions du troupeau, la topologie \mathcal{O} est donc non séparée. \square

Axiome 3.3. *Le graphe de déplacement d'un troupeau est élément de toutes les régions pastorales traversées par ce troupeau.*

Proposition 3.3. *Soit \mathcal{G} l'ensemble des graphes de déplacements de troupeaux transhumants de régions pastorales sahéliennes données et soit $\mathcal{U} \in \mathcal{P}(\mathcal{G})$. Nous avons que : $(\mathcal{G}, \mathcal{U})$ est un espace topologique non séparé.*

Preuve. Nous avons $\phi \in \mathcal{U}$ car pendant la saison pluvieuse les troupeaux transhumants sont dans leurs campements et n'ont donc pas encore de graphe de déplacements. A la fin de la transhumance des différents troupeaux, nous avons $\mathcal{G} \in \mathcal{U}$.

Soit I un ensemble d'indices et $(\mathcal{G}_i)_{i \in I}$ une famille de graphes de déplacements de troupeaux transhumants de régions sahéliennes quelconques. Nous avons : $\forall i \in I, \mathcal{G}_i \in \mathcal{U}$, par suite : d'où $\bigcup_{i \in I} \mathcal{G}_i \in \mathcal{U}$.

Soit $j \in \mathbb{N}^*$ et $(\mathcal{G}_k)_{1 \leq k \leq j}$ une famille finie de graphes de déplacements de troupeaux transhumants de régions pastorales sahéliennes. Nous savons que $\forall k \in \llbracket 1, j \rrbracket, \mathcal{G}_k \in \mathcal{U}$ d'où $\bigcap_{k=1}^j \mathcal{G}_k \in \mathcal{U}$. En effet $\mathcal{G}_{k_1} \cap \mathcal{G}_{k_2} = \phi \in \mathcal{U}$ s'il n'existe pas de transhumance transfrontalière entre les régions k_1 et k_2 . Sinon, il existe $i \in \mathbb{N}^*, \{G_1, \dots, G_i\}$ tel que $\mathcal{G}_{k_1} \cap \mathcal{G}_{k_2} = \{G_1, \dots, G_i\} \in \mathcal{U}$.

Cette topologie est non séparée sinon deux troupeaux transhumants distincts d'une même région pastorale ne pourraient pas se retrouver au même lieu au même moment.

3.2.2.2 Connexité du graphe de déplacements

L'espace topologique $(G, \mathcal{O}) \equiv (P, \mathcal{O})$ est considéré à des temps continus.

Lemme 3.1. *Dans l'espace topologique $(G, \mathcal{O}) \equiv (P, \mathcal{O})$, toute partie du parcours de transhumance c'est à dire du graphe de déplacement d'un troupeau est connexe par arc donc connexe.*

Preuve. Pour deux points distincts (sommets) de G il existe un chemin les reliant.

Proposition 3.4. *Le parcours de transhumance c'est à dire le graphe de déplacement d'un troupeau est une partie connexe de l'espace topologique $(G, \mathcal{O}) \equiv (P, \mathcal{O})$.*

Preuve. Soient $n > 1$ et C_0, \dots, C_n la suite finie des parties consécutives du parcours de transhumance c'est à dire du graphe de déplacement d'un troupeau. Nous savons que pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ il existe un sommet x_i tel que $C_i \cap C_{i+1} = \{x_i\} \neq \emptyset$ de ce fait $\bigcup_{i=1}^n C_i = G$ est connexe (Proposition A.16).

Remarque 3.4. *Pour des temps discrets, les définitions et propriétés de connexité locale établissent que le parcours de transhumance d'un troupeau est localement connexe mais pas connexe (Définition A.25, Exemple A.3.4).*

3.2.3 Processus de construction du parcours de transhumance

L'étude des propriétés topologiques du parcours de transhumance ont révélé que c'est un ensemble connexe. Cette connexité par arc assure l'existence d'un chemin entre deux points quelconques du graphe de déplacement d'un troupeau. L'unicité de chemin n'étant

pas garantie et vu la rationalité dont le transhumant fait preuve dans l'établissement du parcours, nous proposons de construire ce parcours de proche en proche à l'aide d'un problème d'optimisation multiobjectif. Une optimisation multiobjectif afin de considérer tous les objectifs du transhumant. L'objectif du problème d'optimisation est de permettre à un transhumant de choisir un emplacement « efficient » – entre sa position et son campement cible – à une distance d . L'ensemble ordonné (par la relation \preceq) des emplacements optimaux obtenus constituera le parcours de transhumance du troupeau.

Dans la suite de cette section, nous désignons par \mathcal{D} les emplacements situées au plus à une distance d entre la position du troupeau transhumant et son campement cible ; n le nombre d'emplacements où le troupeau peut aller et par \mathcal{S} la zone d'influence d'un élément de réseau social.

3.2.3.1 Minimisation des coûts d'accès aux ressources pastorales et sanitaires

Le transhumant recherche les emplacements où les coûts d'accès aux ressources pastorales (végétation, points d'eau) sont moindres et où il y a des vétérinaires pour vacciner les herbivores du troupeau.

Soit α_{i_1} la disponibilité de points d'eau gratuits à l'emplacement i tel que :

$$\alpha_{i_1} = \begin{cases} 1 & \text{s'il y a des points d'eau gratuits à l'emplacement } i \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.12)$$

A α_{i_1} on associe β_{i_1} représentant le risque pour le troupeau de contracter une maladie à un point d'eau gratuit à l'emplacement i .

Soit α_{i_2} la disponibilité de forages pour le troupeau à l'emplacement i tel que :

$$\alpha_{i_2} = \begin{cases} 0 & \text{s'il y a des points d'eau payants à l'emplacement } i \text{ et } \alpha_{i_1} = 1 \\ 1 & \text{s'il y a des points d'eau payants à l'emplacement } i \text{ et } \alpha_{i_1} = 100 \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.13)$$

$\alpha_{i_2} = 0$ si $\alpha_{i_1} = 1$ car nous supposons que lorsque au moins un point d'eau gratuit est disponible à l'emplacement i , le troupeau sera conduit à un point d'eau de surface (qui est non payant). A α_{i_2} nous associons β_{i_2} représentant le risque pour le troupeau de contracter une maladie au niveau d'un forage. Nous posons :

$$\beta_{i_2} = \begin{cases} 1 & \text{si le point d'eau est sans risque de maladie} \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.14)$$

Soit E un ensemble, la fonction indicatrice $\mathbb{1}_E$ sur E est tel que :

$$\begin{aligned} \mathbb{1}_E : E &\rightarrow \{0, 1\} \\ x &\mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \in E \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Soit α_{i_3} un indicateur de la quantité de végétation à l'emplacement i . α_{i_3} permet au transhumant de prédire si le fourrage sera en quantité suffisante pour son troupeau à l'instant $t + \Delta t$. A l'emplacement i , la végétation est disponible pour le troupeau si la quantité de végétation $r(t)$ est supérieure à la ration journalière $\gamma(t)$ du troupeau. Nous posons :

$$\alpha_{i_3} = \begin{cases} 1 & \text{si } r(t + \Delta t) > \gamma(t + \Delta t) \\ \frac{\gamma(t + \Delta t)}{10 + r(t + \Delta t) \cdot \mathbb{1}_{\{r(t + \Delta t) \neq 0\}}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.16)$$

où : $r(t)$ vient de l'algorithme 16.

Nous avons $\alpha_{i_3} = 1$ pour une quantité de végétation suffisante pour le troupeau et $\alpha_{i_3} < \gamma(t)$ pour une quantité de végétation insuffisante. A α_{i_3} nous associons β_{i_3} représentant la qualité de végétation à l'emplacement i tel que :

$$\beta_{i_3} = \begin{cases} -100 & \text{si la végétation est de bonne qualité} \\ 1 & \text{si la végétation est de qualité moyenne} \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.17)$$

Soit α_{i_4} la variable représentant la présence de vétérinaire à l'emplacement i .

$$\alpha_{i_4} = \begin{cases} 0 & \text{s'il n'y a pas de vétérinaire} \\ -100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.18)$$

A α_{i_4} on associe β_{i_4} représentant la décision de conduire le troupeau chez le vétérinaire tel que :

$$\beta_{i_4} = \begin{cases} 0 & \text{si le troupeau ne doit pas aller chez un vétérinaire} \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.19)$$

Soit α_{i_5} la quantité de complément alimentaire à acheter à l'emplacement i .

Soient $x_{i_l}, \forall l \in \{1, \dots, 5\}$ le coût moyen à payer par le transhumant afin de disposer de la ressource α_{i_l} à l'emplacement i et d_e la valeur du processus de diffusion marquant l'influence du forage à l'emplacement i . Nous posons :

$$x_{i_2} = x_{i_2} + d_e \cdot x_{i_2} \quad \text{avec } d_e \leq 1,1. \quad (3.20)$$

En considérant les zones d'influence des éléments de réseau social du transhumant, le

prix d'achat d'eau devient :

$$x_{i_2} = x_{i_2} - \frac{x_{i_2}}{2} \cdot \mathbb{1}_{\{self.location \in \mathcal{S}\}}. \quad (3.21)$$

Soit $f_i : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction minimisant les objectifs représentant les coûts d'accès à la végétation (sur pâturage ou en complément), aux points d'eau et à la vaccination pour le troupeau à l'emplacement i . Nous définissons le problème d'optimisation (\mathcal{O}_1) par :

$$(\mathcal{O}_1) : \begin{cases} f_i(x_{i_1}, \dots, x_{i_5}) = \min_{i \in \mathcal{D}} \{ \beta_{i_1} \alpha_{i_1} + \beta_{i_2} \alpha_{i_2} x_{i_2} + \beta_{i_3} \alpha_{i_3} x_{i_3} + \beta_{i_4} \alpha_{i_4} x_{i_4} + \alpha_{i_5} x_{i_5} \} \\ \forall l \in \{2, \dots, 5\}, \quad x_{i_l} \geq 1, \quad x_{i_1} = 1. \end{cases} \quad (3.22)$$

Pour toute étape i , la fonction objectif de (\mathcal{O}_1) est convexe, son ensemble de contraintes borné. Donc pour toute étape i , (\mathcal{O}_1) admet au moins une solution (Proposition B.6).

3.2.3.2 Maximisation du coût de vente d'herbivores

Pendant la transhumance, le transhumant vend des herbivores afin de gagner de l'argent. Lors de la vente d'animaux, il recherche un gain maximal.

Soient p le nombre d'espèces d'herbivores du troupeau et $e_j, j \in \{1, \dots, p\}$ l'effectif d'herbivores de l'espèce j . Soient $\gamma_{i_j}^M, \gamma_{i_j}^F$ les effectifs de mâles et de femelles de l'espèce d'herbivore j pouvant être vendus à l'emplacement i respectivement. Soit $x_{i_j}^M$ et $x_{i_j}^F$ les coûts moyens d'herbivore mâle et femelle de l'espèce j à l'emplacement i respectivement. Nous posons :

$$\begin{cases} x_{i_j}^M = x_{i_j}^M + d_m \cdot x_{i_j}^M \\ x_{i_j}^F = x_{i_j}^F + d_m \cdot x_{i_j}^F \\ d_m \leq 1, 1 \end{cases} \quad (3.23)$$

où : d_m représente la valeur du processus de diffusion marquant l'influence d'un marché à l'emplacement i .

Soit z_{i_j} le prix moyenne d'un herbivore de l'espèce j à l'emplacement i . Nous avons :

$$z_{i_j} = \frac{\sum_{j=1}^p (x_{i_j}^M + x_{i_j}^F)}{\gamma_{i_j}^M + \gamma_{i_j}^F}. \quad (3.24)$$

En considérant les zones d'influence des éléments de réseau social, le prix moyen de vente d'un herbivore devient :

$$z_{i_j} = z_{i_j} + z_{i_j} \cdot \mathbb{1}_{\{self.location \in \mathcal{S}\}}, \forall j \in \{1, \dots, p\}. \quad (3.25)$$

Soit $g_i : \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction maximisant les coûts de vente d'herbivores dans l'emplacement i . Nous définissons le problème d'optimisation (\mathcal{O}_2) par :

$$(\mathcal{O}_2) : \begin{cases} g_i(x_{i_1}^M, \dots, x_{i_p}^M, x_{i_1}^F, \dots, x_{i_p}^F) = \max_{i \in \mathcal{D}} \left\{ \sum_{j=1}^p z_{i_j} \right\} \\ \forall j \in \{1, \dots, p\}, \gamma_{i_j}^M \geq 0, \gamma_{i_j}^F \geq 0, x_{i_j}^M \geq 0, x_{i_j}^F \geq 0, z_{i_j} \geq 0. \end{cases} \quad (3.26)$$

Pour toute étape i , la fonction objectif de (\mathcal{O}_2) est convexe, son ensemble de contraintes borné. Donc pour toute étape i , (\mathcal{O}_2) admet au moins une solution (Proposition B.6).

3.2.3.3 Minimisation des coûts dus à un sinistre

En transhumance des herbivores peuvent être blessés, volés et le transhumant peut être braqué. Le transhumant cherche à éviter les endroits où des malheurs peuvent survenir, il va minimiser sa perte d'argent.

Soit $\lambda_{i_j}^b, \lambda_{i_j}^v$ les effectifs d'herbivore de l'espèce j pouvant être respectivement blessés et volés à l'emplacement i .

Soit y_{i_j} le coût moyen à payer pour soigner un herbivore de l'espèce j .

Soit z_{i_j} le prix moyenne d'un herbivore de l'espèce j . Lorsqu'un transhumant perd un herbivore de l'espèce j à un emplacement i , il perd le montant z_{i_j} . Soit x_i la somme d'argent pouvant être volée à un transhumant à l'emplacement i .

Soit $h_i : \mathbb{R}^{2p+1} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction minimisant la perte éventuelle du transhumant à l'emplacement i . Nous définissons le problème d'optimisation (\mathcal{O}_3) par :

$$(\mathcal{O}_3) : \begin{cases} h_i(x_i, y_{i_1}, \dots, y_{i_p}, z_{i_1}, \dots, z_{i_p}) = \min_{i \in \mathcal{D}} \left\{ x_i + \sum_{j=1}^p (\lambda_{i_j}^b \cdot y_{i_j} + \lambda_{i_j}^v \cdot z_{i_j}) \right\} \\ \forall j \in \{1, \dots, p\}, 0 \leq \lambda_{i_j}^b \leq e_j, 0 \leq \lambda_{i_j}^v \leq e_j, x_i \geq 0, y_{i_j} \geq 0, z_{i_j} \geq 0. \end{cases} \quad (3.27)$$

Pour toute étape i , la fonction objectif de (\mathcal{O}_3) est convexe et son ensemble de contraintes borné. Donc pour toute étape i , (\mathcal{O}_3) admet au moins une solution (Proposition B.6).

3.2.3.4 Choix de l'emplacement optimal

Après évaluation des objectifs de déplacements, le transhumant déterminera avant chaque déplacement l'emplacement optimal pour son troupeau au travers du problème 3.30. La résolution du problème 3.30 à diverses périodes de la transhumance confère aux transhumants leur faculté d'adaptation.

Soit la fonction $target_i$, la combinaison linéaire des minimisations et maximisation effectuées ci-dessus. Nous posons :

$$\begin{aligned} target_i : \mathbb{R}^5 \times \mathbb{R}^{2p} \times \mathbb{R}^{2p+1} &\rightarrow \mathbb{R} \\ (f_i, g_i, h_i) &\mapsto f_i(x_{i_1}, \dots, x_{i_5}) - a \cdot g_i(-x_{i_1}, \dots, -x_{i_{2p}}) + \\ &h_i(x_i, y_1, \dots, y_p, z_1, \dots, z_p). \end{aligned} \quad (3.28)$$

où a est la volonté du transhumant de vendre des herbivores. Nous posons :

$$a = \begin{cases} 1 & \text{si le transhumant veut vendre des herbivores} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.29)$$

L'emplacement optimal est déterminé en résolvant le problème (\mathcal{P}) tel que :

$$(\mathcal{P}) : \min_{i \in \mathcal{D}} \{target_i\} . \quad (3.30)$$

L'existence de solutions des problèmes $(\mathcal{O}_i)_{1 \leq i \leq 3}$ assure l'existence de solution(s) du problème (\mathcal{P}) .

Remarque 3.5. *Dans une zone pastorale donnée, les variables des problèmes 3.22, 3.26, 3.27 sont valables pour tous les transhumants dans cette zone pastorale mais varient en fonction de l'emplacement et de la période de l'année. Néanmoins leurs valeurs sont connues à l'avance par les transhumants. De ce fait pour une zone pastorale donnée et pour une période donnée nous pouvons considérer ces variables comme des paramètres. Par ailleurs pour un emplacement et une période donnée deux transhumants peuvent être différemment impactés par la qualité de végétation, par la présence de maladies dans des pâturages ou des points d'eau. Par suite, pour une zone pastorale donnée, les variables du problème d'optimisation sont $\beta_{i_1}, \beta_{i_2}, \beta_{i_3}$, nous conduisant à un problème d'optimisation à trois variables si nous omettons que nous ne savons pas où se situe les éléments de réseau social de chaque transhumant. La non homogénéité de perception des transhumants et de la distribution spatiale des éléments de réseau social des transhumants nous empêche d'utiliser la méthode du simplexe pour résoudre le problème d'optimisation dans le cas d'un ensemble de transhumants. Dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons des modèles à base d'agent (individus centrés) afin de simuler les processus de prise de décision des transhumants c'est à dire reproduire les déplacements des troupeaux.*

3.3 Validation des théorisations du chapitre

De par le chapitre 2, les théorisations développées dans ce chapitre sont valides. D'un point de vue philosophique, la description systémique de la transhumance, le graphe de déplacement de troupeaux et le problème d'optimisation multiobjectif sont à notre sens réelles et valides de par le statut cognitif de réalisme des théories (Section 2.2). D'un point de vue épistémique (réalisme étique, logique, des entités, des structures), ces théories sont réelles et valides. En effet, elles conservent la structure globale de la transhumance mais considèrent en fonction d'objectifs spécifiques, des éléments et interactions liés aux déplacements de troupeaux.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons théorisé (décrit formellement et formalisé) les déplacements de troupeaux transhumants sahéliens mais aussi le processus de prise de décision des transhumants. La première étape de cette théorisation fut la description de la transhumance sahélienne qui permis de déterminer les aspects structurels et fonctionnelles de cette mobilité. Les aspects structurels concernent principalement les espaces utilisés par les troupeaux lors de leur transhumance et les aspects fonctionnelles concernent les flux d'information ou financiers entre les transhumants et d'autres personnes mais aussi les flux de matière entre les troupeaux et l'écosystème pastorale. Les aspects structurels et fonctionnels de la transhumance nous ont permis de les formaliser mathématiquement comme une fonction vectorielle de plusieurs variables. Puis, de rapprocher les processus de prise de décision de déplacements des troupeaux transhumants à un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes. Les déplacements de troupeaux transhumants n'étant que la résultante du problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes. Nous avons alors relié les différents emplacements visités par ces troupeaux afin d'obtenir des graphes orientés multivalués de déplacements de troupeaux transhumants. Le problème d'optimisation fut formalisé mais les valeurs de certains de ses paramètres sont inconnus. La méthode du simplexe très utilisée dans la résolution de problèmes d'optimisation multiobjectif ne pouvant être utilisée du fait de la différence de valeurs de chaque paramètre pour chaque transhumant.

La théorisation de la transhumance effectuée dans ce chapitre étant validée, nous effectuerons des microsimulations à base d'agent dans la zone sylvo-pastorale du Ferlo afin d'estimer la valeur des paramètres du problème d'optimisation. Une fois les valeurs des paramètres estimées nous construirons un modèle à base d'agent couplé au problème d'optimisation multiobjectif de ce chapitre.

CHAPITRE 4

SYSTÈME DE SUIVI ET D'ALERTE DE TRANSHUMANTS

Sommaire du chapitre

| | | |
|-------|---|----|
| 4.1 | Mathématiques discrètes et informatique | 68 |
| 4.1.1 | Mot, code et programmation parallèle | 68 |
| 4.1.2 | Espace et objet discret | 69 |
| 4.1.3 | Reconnaissance de primitives discrètes | 74 |
| 4.2 | Codage et choix d'un parcours de transhumance | 77 |
| 4.2.1 | Codage d'un parcours de transhumance | 77 |
| 4.2.2 | Choix d'un parcours de transhumance | 79 |
| 4.3 | Programme de suivi et d'alerte de transhumants | 80 |
| 4.3.1 | Exemples d'indicateurs | 80 |
| 4.3.2 | Algorithmes de suivi et d'alerte des transhumants | 81 |

Introduction

Le déplacement de troupeaux transhumants est un système complexe adaptatif dans lequel interagit un grand nombre d'acteurs (Chapitre 3). Pour planifier les déplacements de leurs troupeaux les transhumants communiquent entre eux mais aussi avec d'autres acteurs (vétérinaires, commerçants, etc.). Les vétérinaires qui ne sont pas toujours dans des structures sanitaires figés communiquent avec les transhumants afin de planifier leurs déplacements, notamment pour traiter un grand nombre de ruminants. Les communications des différents acteurs s'effectuent grâce à des téléphones (GSM, smart phone) où par des radios (via l'écoute de chaînes locales). Ces outils de communication sont des objets connectés qui occupent une place croissante dans nos sociétés sahéniennes urbaines mais aussi rurales [100, 132]. Ces objets connectés peuvent être géoréférencés à l'aide des capteurs GPS qu'ils contiennent.

Le géoréférencement d'objets connectés ainsi que la technologie associée à ces objets participent à la transformation numérique des villes et à la fluidification des transports urbains. Ces technologies sont basées sur des sciences abstraites et appliquées telles que les mathématiques et l'informatique. Les mathématiques discrètes, la géométrie discrète et le traitement d'images fournissent les outils nécessaires à la conception de systèmes interactifs de surveillance et de planification des déplacements [50, 54, 100]. Le code de Freeman permet de décrire un chemin du point d'origine au point final à l'aide d'une séquence de valeurs allant de 0 à 7 [50]. Cependant, ce code fait des approximations pour les parties curvilignes des formes géométriques (Figure 4.7). Ce code est une application des mathématiques discrètes au traitement d'image et à la théorie de l'information. Weymann et al., dans [133], conçoivent un algorithme qui minimise le temps de parcours des véhicules guidés à l'aide de graphiques et de l'algorithme du simplexe. Cet algorithme prend en compte le respect ou non des conducteurs en fonction de l'intensité du trafic. Frederik et al., dans [37], utilisent une évaluation des modèles de réseaux neuronaux graphiques pour prédire le trafic dans un environnement réel. Séré et al., dans [100], déterminent en temps réel le taux de saturation dans le trafic urbain. Leur méthode utilise la transformée de Hough et des objets connectés pouvant transmettre les coordonnées GPS du véhicule. La mise en œuvre de ces méthodes nécessite une importante puissance de calcul afin de réduire la complexité temporelle des algorithmes ou des calculs, particulièrement la transformée de Hough. Grâce aux méthodes de calcul parallèle nous pouvons réduire le temps de calcul et utiliser au mieux les capacités de nos ordinateurs (personnels) multicœurs.

En milieu rural les objets connectés et leur technologie pourraient permettre de mieux aménager ou répartir les troupeaux dans l'espace pastoral. Cependant, il n'y a pas de telles applications pour le contexte pastoral. Afin de combler ce vide, dans ce chapitre, nous concevons un système¹ permettant à un transhumant voulant se déplacer vers un point B de déterminer une liste de trajets optimaux et de lui signaler des problèmes ou difficultés existant sur ses possibles trajets (Figure 4.1). Les trajets optimaux sont déterminés à l'aide de processus de traitement d'image, d'indicateurs et sur des préférences que peut avoir l'utilisateur vis-à-vis des indicateurs. Les processus de traitement d'image permettent d'extraire et de coder les chemins pouvant être empruntés par les usagers. Les indicateurs sont déterminés en temps réels ou calculés par des méthodes statistiques.

L'implémentation du système est basée sur la formalisation mathématique de déplacements des troupeaux transhumants du chapitre 3 ; sur des concepts de géométries, de topologies discrètes et de calculs parallèles (Section 4.1) ; enfin sur des indicateurs de déplacements de troupeaux transhumants (Section 4.3).

1. Nous utilisons le terme « système » car nous ne l'avons pas encore programmé.

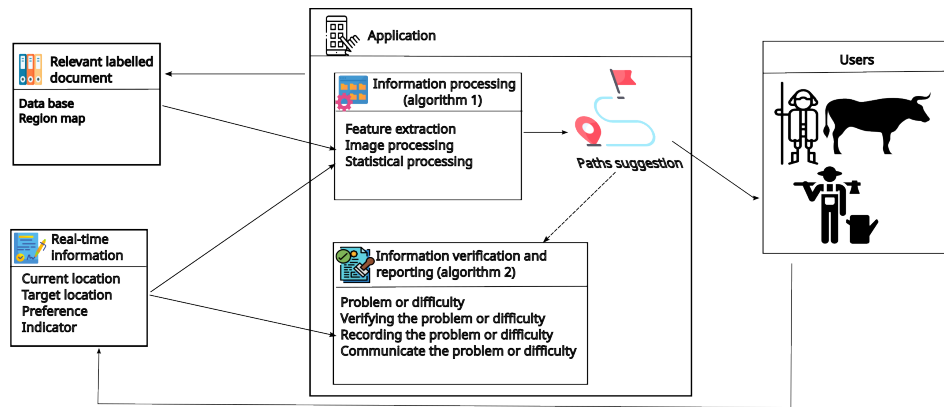


FIGURE 4.1 – Composant du système et leurs liens

4.1 Mathématiques discrètes et informatique

Dans la conception du système de suivi de troupeaux transhumants nous utilisons des concepts de géométrie et de topologies discrètes mais aussi de calculs parallèles. Ces concepts sont présentés dans les lignes ci-dessous.

4.1.1 Mot, code et programmation parallèle

La théorie de l'information est basée sur la manipulation de mots et de codes. Les codes sont composés de mots qui sont eux même composés de lettres. Dans diverses technologies de différents secteurs d'activité (aviation, télécommunication, etc.) les communications se font par des codes [102]. Ces technologies comportent des processus de codages et de décodage de l'information nécessitant généralement d'énormes temps de calcul. La programmation parallèle permet une réduction du temps de calcul [98].

4.1.1.1 Mot et code

Définition 4.1 (Alphabet, lettre). *Un alphabet est un ensemble non vide de symbole(s). Par exemples, les ensembles $\{a, b, \dots, z\}$, $\{0, 1\}$, $\{\triangleleft, \diamond, \ast\}$ sont des alphabets. Un élément d'un alphabet est appelé une lettre.*

Définition 4.2 (Mot, code). *Une séquence de symbole sur un alphabet est un mot. Un code est une application injective d'un alphabet vers un autre. Par exemple, pour \mathcal{A} un alphabet, $k \geq 1, n \geq 1$, nous avons que l'application $\Phi : \mathcal{A}^k \longrightarrow \mathcal{A}^n$ est un code. Plus simplement, un code est un ensemble de règles qui converties une information (une lettre, un mot, un son, une image) en une autre information.*

4.1.1.2 Programmation parallèle

Dans l'exécution informatique de processus, nous distinguons l'exécution séquentielle et celle concourante. Une exécution séquentielle contient un seul *threads* c'est à dire un seul fil d'exécution. Une exécution concourante contient plusieurs threads exécutés

simultanément. Un programme concurrent peut être multi-contexte (les threads peuvent ou non s'exécuter en même temps), parallèle (chaque thread s'exécute sur un cœur) ou distribué (contient plusieurs processus qui communiquent avec des réseaux). La Figure 4.2 illustre des architectures de calculs parallèles dépendant des flux de données ou d'instructions.

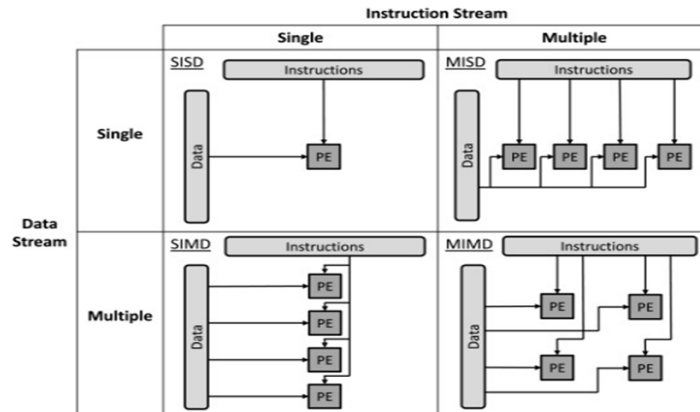


FIGURE 4.2 – Architectures de calculs parallèles
I : Instruction, D : Data, S : Single, M : Multiple

L'exécution de nombreux processus sur un ordinateur peut nécessiter un temps de calcul considérable, en particulier lors d'exécution séquentielle. Le temps de calcul peut être réduit grâce à la programmation parallèle de processus subdivisés en threads. Un processus est un programme en cours d'exécution, qui dispose de son propre espace mémoire, indépendant de celui des autres. Deux processus ne peuvent partager simultanément le même espace mémoire sans l'intermédiaire d'un processus de messagerie. Le contexte d'un processus est lourd : code, registre, fichiers, vecteurs d'interruption, changement de contexte du processus, etc. L'exécution d'un processus est donc coûteux en temps et en mémoire.

Le thread représente une fonction, une méthode d'un processus en cours d'exécution. De ce fait, plusieurs threads peuvent constituer un processus. Par rapport aux processus, l'exécution d'un thread est moins coûteuse en temps et en espace. En effet, les threads peuvent partager le même espace mémoire et communiquer à l'aide de variables.

4.1.2 Espace et objet discret

Cette partie énumère des notions élémentaires de traitement mathématiques d'image. En effet, nous y définissons les concepts d'objets discrets, d'espaces discrets et de maillages. Le résultat-phare de cette partie établi qu'une route ou une trajectoire est un ensemble fini de primitives discrètes.

4.1.2.1 Éléments de géométrie discrète

La géométrie discrète est une branche des mathématiques permet de définir et de manipuler les objets discrets. Une image est constituée de points formant des structures qui permettant de distinguer des sous ensembles d'images ou objets discrets. Un point (lumineux) dans une image est un point discret dans l'espace de l'image qui est discret.

Définition 4.3 (β -Hypercube [33]). *L'hypercube (ou cube de dimension n) de centre $(c_1, \dots, c_n) \in \mathbb{R}^n$ et de taille $\beta \in \mathbb{R}_+$ est l'ensemble des points $p = (p_1, \dots, p_n) \in \mathbb{R}^n$ vérifiant les inégalités de 4.1.*

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, c_i - \frac{\beta}{2} \leq p_i \leq c_i + \frac{\beta}{2} \quad (4.1)$$

Un hypervoxel est un hypercube de taille unitaire ($\beta = 1$). En particulier un pixel est un hypervoxel de dimension 2. Un pixel p de centre $(p_1, p_2) \in \mathbb{Z}^2$ est l'ensemble de points : $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x - p_1| \leq \frac{1}{2}, |y - p_2| \leq \frac{1}{2}\}$. Un voxel est un hypervoxel de dimension 3.

Définition 4.4 (Point discret [115]). *Soit d une distance sur \mathbb{R}^n . Les points d'un ensemble $X \subseteq \mathbb{R}^n$ sont dits isolés si pour tout point $x \in X$, il existe $\epsilon \in \mathbb{R}_+^*$ tel que la boule fermée $B_d^1(x, \epsilon)$ ne contient que x . Un point isolé de \mathbb{Z}^n est appelé point discret de dimension n .*

Définition 4.5. *La discrétisation est le processus de décomposition d'un espace continu (une image) en objets discrets (pavés, points). Nous définissons ainsi :*

- (i) *Un pavage comme une partition dénombrable de compactes (pavés) d'intérieurs non vides dans un espace euclidien ;*
- (ii) *un espace discret comme un ensemble de pavages de l'espace euclidien \mathbb{R}^n ;*
- (iii) *un pavé comme une cellule (composant élémentaire) d'un espace discret ;*
- (iv) *un objet discret comme un ensemble de pavés.*

Les formes ou tailles des pavés d'un espace discret conduit à la distinction des grilles régulières et irrégulières (Figure 4.3b). Une grille régulière est un espace discret où les pavés sont tous identiques et équidistants pour préserver la régularité. Dans ce type de grille, nous pouvons concevoir un point discret comme un élément de \mathbb{Z}^n . Une grille irrégulière est un espace discret où les pavés ne sont pas de tailles ou de formes identiques.

Remarque 4.1. *In fine, la discrétisation consiste à paver un espace euclidien contenant, ou non, des objets discrets. Dans la pratique, la discrétisation se fait principalement de deux manières :*

1. *Nous effectuons le pavage de l'espace sans considérer l'existence, ou non d'objet discret. Ce type de pavage permet d'étudier les propriétés (géométrique et topologique) de divers objets de natures ou de tailles différentes ;*

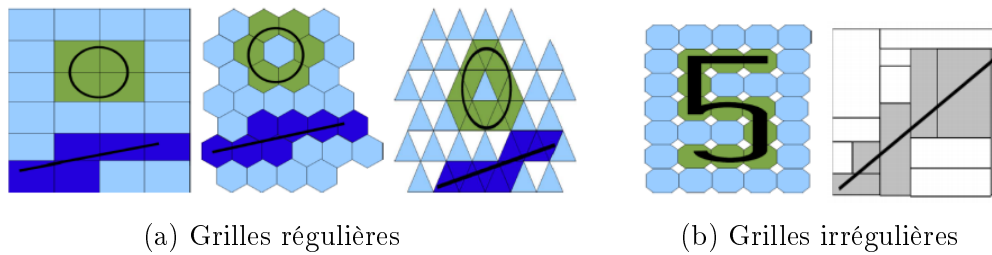


FIGURE 4.3 – Différents types de grilles [96]

2. nous effectuons le pavage en fonction d'un objet dont nous connaissons l'existence. L'objectif d'un tel pavage est généralement d'étudier des propriétés (géométriques et topologiques) discrètes spécifiques de l'objet considéré.

Dans ce manuscrit nous nous situons dans un espace euclidien et nous nous intéressons au pavage avec des grilles régulières.

4.1.2.2 Eléments de topologie discrète

La topologie discrète présentée dans cette section nous donnera les outils nécessaires à l'étude des propriétés d'un objet discret et de ces éléments.

Définition 4.6 (*k*-voisinage [33]). Soit $n \geq 1, k \in \llbracket 0, n - 1 \rrbracket$. Deux points discrets p et q d'un espace discret \mathbb{D}^n sont dits *k*-voisins si leurs pavés associés P et Q sont adjacents par au moins une cellule topologique de dimension k .

En dimension 2 deux points discrets p, q sont :

- 0-voisins si les pixels P, Q de centre p, q ont au moins un sommet en commun ;
- 1-voisins si P, Q ont au moins une arête commune.

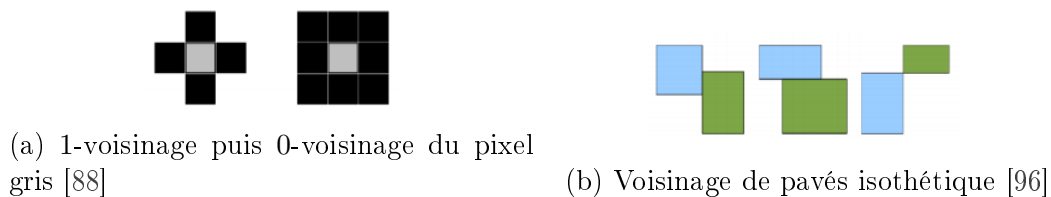


FIGURE 4.4 – Voisinages

Remarque 4.2. Deux points discrets *k*-voisins sont aussi *k*-adjacents d'où l'équivalence des notions de *k*-voisinage et de *k*-adjacence. Par exemple ,en dimension 2, si deux points p et q sont 0-voisins alors $d(p, q) = 1$ unité ; s'ils sont 0-voisins sans être 1-voisin alors $d(p, q) = \sqrt{2}$ unité.

La définition 4.6 permet de définir les notions de courbes, de connexité et d'objets dans un espace discret de dimension $n \in \mathbb{N}^*$.

Définition 4.7. Soient $n \geq 1, k \in \llbracket 0, n - 1 \rrbracket$.

- Une séquence de pavés adjacents c'est-à-dire k -voisins forment un k -chemin.
- Soient $m \in \mathbb{N}^*, \mathcal{C} = \{p_1, \dots, p_m\} \subset \mathbb{D}^n$ une séquence de points discrets, \mathcal{C} est un k -arc si \mathcal{C} est un k -chemin tel que $\forall i \in \llbracket 2, m - 2 \rrbracket, p_i$ a exactement deux k -voisins. Si p_1 et p_m sont k -voisins alors \mathcal{C} est une k -courbe.
- Soit O un ensemble de points discrets. O est dit k -connexe si et seulement si il existe un k -chemin entre deux éléments quelconques de O , dans ce cas O est un k -objet.

Les objets discrets ont des propriétés de connexité permettant de déterminer s'ils sont en un ou plusieurs « morceaux » appelés k -composants (ensembles maximaux k -connexes).

Définition 4.8 (Objet k -séparant [88, 96]). Soient O_1 et O_2 deux objets discrets tels que $O_2 \subset O_1$. Si $O_1 \setminus O_2$ n'est pas k -connexe alors O_2 est un k -séparant de O_1 . Un objet 0-séparant sera simplement dit séparant.

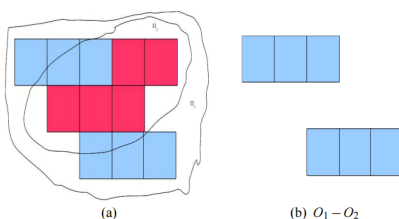


FIGURE 4.5 – Exemple d'objet 1-séparant [96]

(a) Composante connexe des deux objets ; (b) $O_1 \setminus O_2$ et présence du 1-tunnel

Définition 4.9 (k -tunnel). Soient O_1 et O_2 deux objets discrets avec $O_2 \subseteq O_1$ et O_2 non k -séparant de O_1 . S'il existe un point discret $p \in O_1$ tel que $O_2 \cup \{p\}$ soit un k -séparant de O_1 le décomposant en deux composantes connexes, il existe alors un k -chemin reliant ces deux composantes passant par p . Nous disons que O_2 présente un k -tunnel.

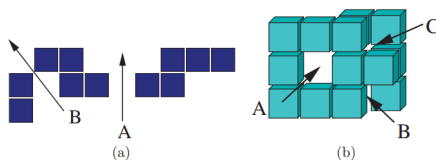


FIGURE 4.6 – Exemples de k -tunnels [88]

(a) En dimension 2 : un 1-tunnel (A) et un 0-tunnel (B)

(b) En dimension 3 : un 2-tunnel (A), un 1-tunnel (B) et un 0-tunnel (C)

Définition 4.10 (Point k -simple, objet k -minimal [88]). Soit O_2 un k -séparant de O_1 tel que $O_1 \setminus O_2$ a exactement deux k -composantes. Un point discret $p \in O_2$ est dit k -simple si $O_2 \setminus \{p\}$ est un k -séparant de O_1 . Un objet discret k -séparant est k -minimal s'il ne possède aucun point k -simple.

Définition 4.11 (Image discrète, résolution [115]). Une image discrète est une fonction totale (fonction dont le domaine de définition est l'ensemble de départ) entre un espace discret quelconque et un ensemble de valeurs (appelées couleurs).

La résolution définit le nombre de pixels par unité de longueur (pouce ou centimètre) et s'exprime en PPI (Pixel Per Inch).

NB : un pixel n'a pas de taille bien définie, elle dépend de la résolution de l'image.

4.1.2.3 Discrétisation d'espace et d'objet continu

A partir d'un objet continu nous pouvons construire un objet discret afin de résoudre certains problèmes. Pour ce faire, il est nécessaire de discrétiser cet objet continu en déterminant sa région *offset* dans un espace discret. Cette description peut se faire par une représentation en extension, par énumération des pavés constituant l'objet continu ou par une représentation analytique en décrivant l'objet continu par un système d'inéquations qui doit être vérifié par tous les points de l'objet discret. Dans ce manuscrit nous nous intéresserons particulièrement à une variante du code de Freeman [50].

Définition 4.12 (Code de Freeman). C'est un mot de longueur fini qui code et représente un k -chemin dans un espace muni d'un repère à huit directions. Avec un minimum d'information, il permet de discrétiser un k -chemin et de le parcourir de manière ordonnée (Figure 4.7).

Le code de Freeman évite une lourde description d'un k -chemin par un ensemble de n -uplets (coordonnées des hyperplans le constituant). Il est facilement implémentable dans un formalisme informatique, de ce fait favorable à des développements logiciels.

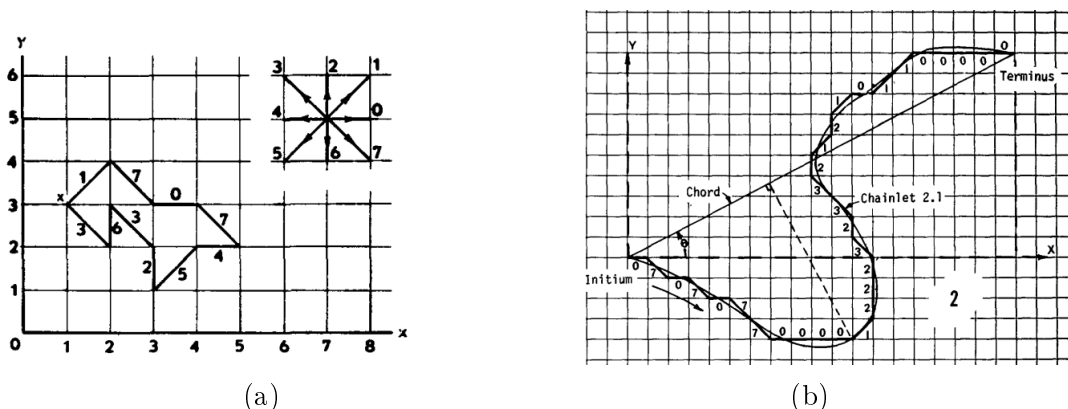


FIGURE 4.7 – Code de Freeman [50]
 (a) " 1707452363 " d'un circuit avec x comme origine ; (b) D'un chemin doublement curviligne

Définition 4.13 (Droite arithmétique analytique discrète [86]). Une droite discrète de paramètres (a, b, μ) et d'épaisseur w est définie comme l'ensemble des points entiers (x, y) vérifiant la double inégalité $\mu \leq ax + by < \mu + w$, $(a, b, \mu, w) \in \mathbb{Z}^4$, $\text{pgcd}(a, b) = 1$. La droite est notée $\mathcal{D}(a, b, \mu, w)$ et $\frac{a}{b}$ en est la pente (Figure 4.8).

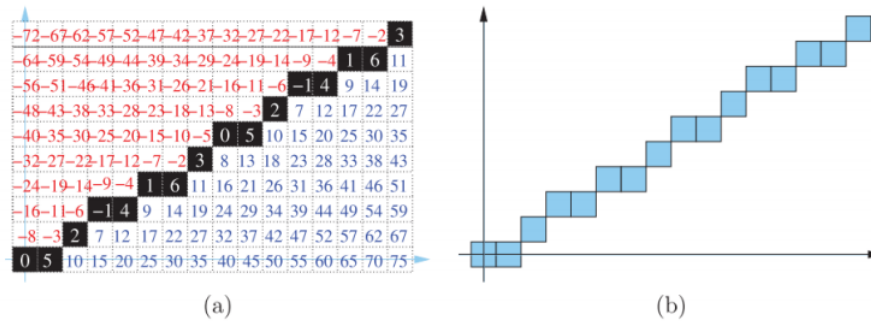


FIGURE 4.8 – Droite discrète arithmétique analytique $\mathcal{D}(5, -8, -1, 8)$ les inégalités sont $-1 \leq 5x - 8y < 7$ [88]

(a) Chaque point discret (x, y) est étiqueté par $5x - 8y$; (b) La droite discrète obtenue.

En géométrie euclidienne, un segment de droite ou une droite est constitué d'une infinité de points tandis qu'une droite discrète (autre que verticale ou horizontale) en dimension 2, dans un espace discret, ressemble à un escalier dont les marches (paliers) non pas nécessairement la même longueur (Figure 4.8) [88].

Définition 4.14 (Hypersphère analytique discrète [6]). *Soit $n \geq 2$ la dimension de l'espace. Soit $r \in \mathbb{R}_+$, $A = (a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ et $w \in \mathbb{R}_+$. L'hypersphère analytique discrète $S(A, r, w)$ de centre A de rayon r et d'épaisseur arithmétique w est l'ensemble des points $X = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}^n$ vérifiant les inégalités 4.2.*

$$\left(r - \frac{w}{2}\right)^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - a_i)^2 \leq \left(r + \frac{w}{2}\right)^2 \quad (4.2)$$

Exemple 4.1. Soient $r \in \mathbb{R}_+$, $w \in \mathbb{R}$.

- Pour $n = 2$ nous avons le cercle analytique discret $\mathcal{C}((x_1, x_2), r, w)$;
- Pour $n = 3$ nous avons la sphère analytique discrète $\mathcal{S}((x_1, x_2, x_3), r, w)$.

4.1.3 Reconnaissance de primitives discrètes

Les méthodes de reconnaissance des primitives discrètes (droites, cercles, etc.) peuvent être classées en deux grandes catégories : celles déterminant si des points discrets appartiennent à un hyperplan discret et celles fournissant en sus les paramètres des primitives reconnues. Ces méthodes sont d'abord basées sur les propriétés topologiques et géométriques des primitives discrètes. La mise en œuvre de ces méthodes a conduit à la définition d'un espace de paramètre en plus de l'espace image. Les méthodes de reconnaissances de primitives discrètes sont ensuite basées sur des algorithmes et méthodes informatiques tel que la transformée de Hough. Elles permettent de déterminer les paramètres mais surtout d'informatiser le processus de reconnaissance des primitives.

4.1.3.1 Espaces duaux : espaces image et de paramètres

L'espace image est défini comme l'ensemble des valeurs de luminance ou de couleur associées à chaque pixel d'une image. D'un point de vue mathématique, notons $\mathcal{I}(x, y)$ la valeur de l'intensité lumineuse (ou de la couleur) au point de coordonnées (x, y) dans l'image. La luminance d'un pixel peut être représentée par une fonction $\mathcal{I} : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ pour une image en niveau de gris ; par $\mathcal{I} : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dans le cas d'une image couleur. Différents espaces colorimétriques sont utilisés pour analyser et manipuler les informations contenues dans une image. Par exemple, les espaces RGB (Rouge, Vert, Bleu) et HSV (Hue, Saturation, Value) sont couramment utilisés. Ainsi les primitives discrètes d'une image numérique ont des luminances non nuls ($\mathcal{I}_n \neq 0$, où n est le nombre de pixels de la primitive discrète).

L'espace de paramètres sert à reconnaître des formes paramétriques présentes dans une image. Cet espace est défini à partir de transformations associant un point P de l'espace image à un objet géométrique O (droite, courbe, sphère, etc.) dans l'espace de paramètres appelé préimage de P . Chaque point de l'objet considéré est alors associé par le biais d'une deuxième transformation à une primitive de l'espace image.

Notons $\mathcal{P}_n = (0_{\mathcal{P}}, Y_1, \dots, Y_n) \subseteq \mathbb{R}^n$ l'espace de paramètres et $\mathcal{I}_n = (0_{\mathcal{I}}, X_1, \dots, X_n) \subseteq \mathbb{R}^n$ l'espace image (euclidien). \mathcal{P}_n et \mathcal{I}_n sont des espaces duaux. Notons $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties d'un ensemble E . Dans la suite du chapitre, nous travaillerons en dimension 2 afin de mieux expliciter nos manipulations.

Définition 4.15 (Dual d'un point [33]).

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mathcal{I}} : \quad \mathcal{I}_2 &\longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{P}_2) \\ (x_1, x_2) &\longmapsto \{(y_1, y_2) \in \mathcal{P}_2 \mid y_2 = x_2 + x_1 y_1\}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

La fonction $\mathcal{D}_{\mathcal{I}}$ associe un point de \mathcal{I}_2 à un hyperplan de \mathcal{P}_2 .

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mathcal{P}} : \quad \mathcal{P}_2 &\longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{I}_2) \\ (y_1, y_2) &\longmapsto \{(x_1, x_2) \in \mathcal{I}_2 \mid x_2 = y_2 - x_1 y_1\}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

La fonction $\mathcal{D}_{\mathcal{P}}$ associe un point de \mathcal{P}_2 à un hyperplan de \mathcal{I}_2 , c'est la transformation inverse de $\mathcal{D}_{\mathcal{I}}$. Lorsqu'il n'y aura pas d'ambiguïté nous les noterons indifféremment Dual.

Proposition 4.1. Soient p un point de \mathcal{I}_2 ou \mathcal{P}_2 , et p' un point de $Dual(p)$. Alors $Dual(p')$ est un hyperplan contenant p .

Preuve. Soit $p = (p_1, p_2) \in \mathcal{I}_2$ (la démonstration est analogue pour $p \in \mathcal{P}_2$). Soit $p' = (p'_1, p'_2) \in Dual(p) = \mathcal{D}_{\mathcal{I}}(p)$, nous avons $p'_2 = p_2 - p_1 p'_1 \implies p_2 = p'_2 + p_1 p'_1$ et $p \in Dual(p')$.

Définition 4.16 (Dual d'un objet, préimage généralisée [33]). (i) Soit O un ensemble de point de \mathcal{I}_2 (resp. \mathcal{P}_2). Le dual de O , noté $Dual(O)$ est un objet de l'espace de

paramètres \mathcal{P}_2 (resp. de l'espace image \mathcal{I}_2) défini par :

$$\text{Dual}(O) = \bigcup_{p \in O} \text{Dual}(p). \quad (4.5)$$

(ii) Soit $\mathcal{P} = P_1, \dots, P_k, k \in \mathbb{N}^*$ un ensemble de k n -polytopes (pixels). La préimage généralisée $\mathbb{G}_p(\mathcal{P})$ de l'ensemble de polytopes (pixels) \mathcal{P} est définie par :

$$\mathbb{G}_p(\mathcal{P}) = \bigcap_{i=1}^n \text{Dual}(P_i). \quad (4.6)$$

La préimage est un objet de l'espace de paramètres tel que chaque point de cet objet est associé à un hyperplan coupant tous les polytopes données.

Proposition 4.2 (énoncé et preuve dans [33]). Soient O_1 et O_2 deux objets de \mathcal{I}_2 ou \mathcal{P}_2 :

- (i) $O_1 \subseteq O_2 \implies \text{Dual}(O_1) \subseteq \text{Dual}(O_2)$
- (ii) $\text{Dual}(O_1 \cup O_2) = \text{Dual}(O_1) \cup \text{Dual}(O_2)$
- (iii) $\text{Dual}(O_1 \cap O_2) \subseteq \text{Dual}(O_1) \cap \text{Dual}(O_2)$

Proposition 4.3. Un k -chemin est un ensemble de primitives discrètes. Il peut être caractérisés par un système d'inéquations issues de primitives discrètes (droite ou cercle).

Preuve. • Si le k -chemin est vide alors le résultat est évident.

• Si le k -chemin est constitué de droites ou de cercles alors (ii) la proposition 4.2 prouve ce résultat. \square

4.1.3.2 Transformée de Hough standard étendue

La transformée de Hough permet de détecter des points, des droites, des cercles ainsi que d'autres formes paramétriques ou non paramétriques discrètes. Elle a l'avantage d'être directement applicable dans des espaces images continus et mise en œuvre via des algorithmes [54, 96].

Définition 4.17 (Transformée de Hough standard [96]). Soient $\mathcal{I}_2 \subset \mathbb{R}^2$ l'espace image c'est à dire une image de largeur l , de hauteur h et (x, y) un point de \mathcal{I}_2 de paramètres (θ, r) dans \mathcal{P}_2 . La transformée de Hough standard de (x, y) est la courbe sinusoïdale $S(x, y)$ dans \mathcal{P} définie par la relation 4.7.

$$S(x, y) = \{(\theta, r) \in [0, \pi] \times [-\sqrt{l^2 + h^2}, \sqrt{l^2 + h^2}] \mid r = x \cos \theta + y \sin \theta\}. \quad (4.7)$$

De la définition 4.17 la transformées de Hough d'un point est une courbe sinusoïdale.

Dans la définition suivante, le terme dual désigne la transformée de Hough standard (définition 4.17) et diffère de celui de la définition 4.15. Nous conservons cependant la définition 4.16 du dual d'un objet et les propriétés qui en découlent (propriété 4.2).

Définition 4.18 (Dual d'un pixel [99]). *Soit une image de largeur l , de hauteur h et p un pixel de centre (p_1, p_2) dans l'espace image \mathcal{I}_2 . Le Dual de p est l'ensemble des points dans l'espace de paramètre \mathcal{P}_2 défini par la relation 4.8.*

$$Dual(p) = \left\{ (\theta, r) \in [0, \pi] \times [0, \sqrt{l^2 + h^2}] \mid \forall (\alpha, \beta) \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]^2, r = (p_1 + \alpha) \cos \theta + (p_2 + \beta) \sin \theta \right\}. \quad (4.8)$$

Rappelons nous que de la définition 4.3, un pixel p de centre $(p_1, p_2) \in \mathbb{Z}^2$ est un ensemble de couples de points $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tel que $|x - p_1| \leq \frac{1}{2}$, $|y - p_2| \leq \frac{1}{2}$.

Théorème 4.1 (Dual d'un segment, d'un pixel [99]). *Le dual d'un pixel est l'union du dual de ses diagonales. Le dual d'un segment est l'aire délimité par le dual de ses extrémités.*

Récapitulons notre démarche

Sachant qu'une image (numérique ou non) contient un ensemble d'objets continus et dont l'étude des propriétés topologiques et géométriques nécessite leur discrétisation. De ce fait, nous avons énuméré des propriétés géométriques et topologiques d'objets inclus dans une image. Puis, nous avons défini un hyperplan analytique discret et énuméré des méthodes de discrétisation (code de Freeman). Enfin, nous avons énuméré des méthodes de reconnaissance d'objets inclus dans une image via des espaces duaux (image-préimage) ou la transformée de Hough.

4.2 Codage et choix d'un parcours de transhumance

Dans cette section nous établirons qu'un parcours de transhumance est un ensemble de primitives discrètes pouvant être représenté par un mot.

4.2.1 Codage d'un parcours de transhumance

Lemme 4.1. *Un parcours de transhumance est une k -courbe connexe.*

Preuve. La discrétisation d'un parcours de transhumance étant constitué de pavés adjacents pour lesquels le pavé initial correspond à celui final. Par suite le parcours de transhumance est une k -courbe.

Raisonnons par l'absurde en supposant qu'un parcours de transhumance ne soit pas connexe. Si le parcours de transhumance n'est pas connexe, il est constitué d'au moins deux k -composantes (morceaux distincts). De ce fait, il existe au moins deux points du parcours non reliés dans l'espace image, ce qui est absurde.

Corollaire 4.1. *Un parcours de transhumance est une union finie de primitives discrètes (Figure 4.9). Il peut être caractérisé par un mot fini, par un système d'inéquations issu de ses primitives discrètes (droites ou cercles).*

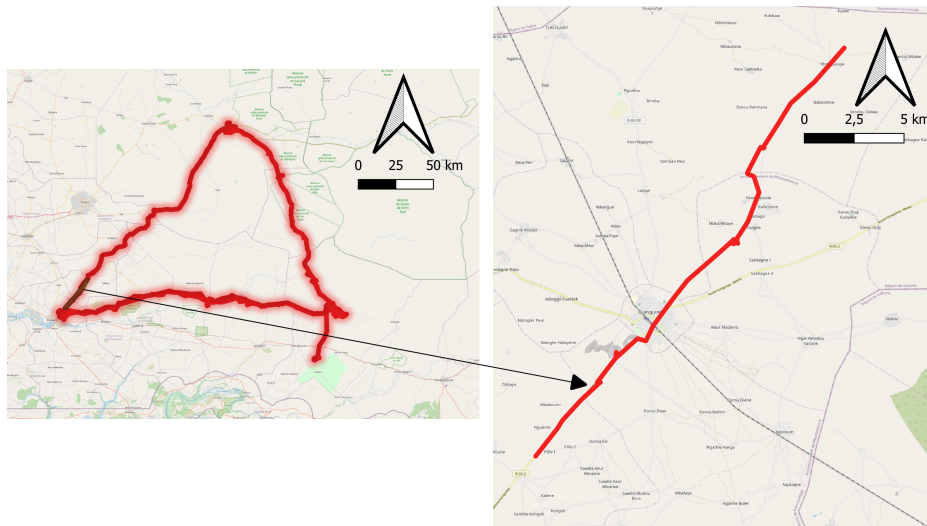


FIGURE 4.9 – Parcours de transhumance d'un troupeau au Sénégal

Code d'une partie du parcours (du nord au sud) : Yarou_Gouye – 7.63 – Keur_Daouda – 2 – Malka_Mboye – 6.74 – Guinguineo – 7.42 – Ngueme

Preuve. Elle s'établit facilement à partir de la proposition 4.2.

★ Lien avec la réalité

Le parcours de transhumance est une courbe qui passe dans des lieux choisis antérieurement en fonction de plusieurs objectifs (intérêts) pour le transhumant ou son troupeau. A une échelle assez grande, ces lieux peuvent représenter des villages. A une échelle assez fine, ces lieux peuvent représenter des points d'eau, des zones de pâturage, des centres vétérinaires, des points de ventes de bétails, etc. Le choix de ces lieux est dû à une combinaison de multiples objectifs ou contraintes (Chapitre 3.2.3).

La numérisation² du parcours de transhumance d'un troupeau (d'un point A à un point B) permet de le discrétiser. Soit l'alphabet $\mathcal{A} = \{c, h, o, v, 1, 2, \dots, 9\}$. Les lettres latines de l'alphabet \mathcal{A} indique l'orientation curviligne (c), horizontale (h), oblique (o) ou verticale (v) du parcours de transhumance entre deux lieux d'intérêt. Les lettres arabes seront combinées entre elles afin de représenter un indicateur de la portion considérée du parcours. Dans l'exemple ci-dessous, la distance³ est l'indicateur utilisé. Dans ce chapitre, nous proposons une discrétisation du parcours de transhumant constituée soit :

- Du point initial du parcours suivi d'une partie constituée des lettres de \mathcal{A} ;
- d'une partie constituée des lettres de \mathcal{A} suivi du point final du parcours.

La partie du code de parcours constituée des lettres de \mathcal{A} est bien entendue inspirée du code de Freeman.

Exemple 4.2. Soit $Ac12o18h46$ un code de parcours. Ce code traduit un parcours de transhumance constitué du point initial, puis d'une portion curviligne de 12 km, puis d'une portion oblique de 18 km et enfin d'une portion horizontale de 46 km.

2. à partir de coordonnées GPS, issues de troupeaux transhumants du Sénégal

3. Dans ce chapitre les distances sont en km

Remarque 4.3. L'alphabet $\mathcal{A} = \{c, h, o, v, 1, 2, \dots, 9\}$ est ainsi construit afin de renforcer la sécurité et l'anonymisation du parcours suivi par chaque transhumant. Nous aurions également pu poser $\mathcal{A} = \mathcal{B} = \{a, b, \dots, y, z, 0, 1, \dots, 9, _ , -\}$ afin que le code du parcours puisse contenir les noms des villages traversés et la valeur d'un indicateur donné. Afin d'illustrer nos propos, considérons le parcours de la Figure 4.9. En prenant la localité Yârou Gouye comme lieu de départ et celle de Nguémé comme localité d'arrivée. Le code de parcours du troupeau sera : Yarou_Gouye – 7.63 – Keur_Daouda – 2 – Malka_Mboye – 6.74 – Guinguineo – 7.42 – Ngueme. Les valeurs numérique de ce code représentent la distance en kilomètre entre les localités énumérées à ses extrémités. Avec l'alphabet \mathcal{B} nous n'avons pas besoin de codages particuliers pour préciser les extrémités du parcours.

4.2.2 Choix d'un parcours de transhumance

Les paragraphes précédents ayant atteint les objectifs d'identification des possibles parcours qu'un troupeau transhumant pourrait emprunter de sa position (au point A) pour se rendre en un lieu d'intérêt (au point B). Ci-dessous nous décrivons une méthode de détermination du parcours optimal et en fonction des préférences des transhumants.

Soit $\{traj_k\}_{k \geq 1}$ des parcours de transhumances ayant n facteurs ou variables $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Soit β_i , avec $i \in \{1, \dots, n\}$ des coefficients d'ajustements des paramètres qui vise à réduire la distance entre la valeur d'un paramètre lorsqu'il est déterminé en temps réel par rapport à quand il l'est par des méthodes statistiques. De ce fait :

$$\begin{cases} \beta_i \in \mathbb{Z}^* \setminus \{1\} & \text{si } \alpha_i \text{ est déterminée par des méthodes statistiques} \\ \beta_i = 1 & \text{si } \alpha_i \text{ est déterminée en temps réel.} \end{cases} \quad (4.9)$$

Soit $\gamma_i \in [0, 1], i \in \{1, \dots, n\}$ le coefficient de préférence d'un paramètre α_i . Ces coefficients traduisent les préférences des transhumants dans le choix du parcours. Le premier paramètre ayant la plus grande préférence dans le choix de la trajectoire à prendre aura une valeur plus grande que le deuxième, qui sera également plus grand que le troisième et ainsi de suite.

Si d'un point A à un point B , il existe $k \geq 1$ parcours possibles que nous définissons par les fonctions f_k en 4.10 alors le parcours optimal est déterminé par $traj_{op}$ ci-dessous.

$$\begin{aligned} f_k : \quad \mathbb{R}^n & \longrightarrow \mathbb{R} \\ (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n) & \longmapsto \sum_{i=1}^n \gamma_i \beta_i \alpha_i. \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$traj_{op} = \min_{k \geq 1} \left(f_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n) = \sum_{i=1}^n \gamma_i \beta_i \alpha_i \right). \quad (4.11)$$

4.3 Programme de suivi et d'alerte de transhumants

Dans cette section nous concevons un système permettant à un transhumant voulant se déplacer vers un point B de déterminer une liste de trajets optimaux et de lui signaler des problèmes ou difficultés existant sur ses possibles trajets (Figure 4.1). Les trajets optimaux sont déterminés à l'aide de processus de traitement d'image, d'indicateurs et sur des préférences que peut avoir l'utilisateur vis-à-vis des indicateurs. Les processus de traitement d'image permettent d'extraire et de coder les chemins pouvant être empruntés par les usagers (Figure 4.1). Les indicateurs sont déterminés en temps réels ou calculés par des méthodes statistiques. Le système est basé sur les algorithmes 1 et 2 qui considèrent les hypothèses suivantes :

- la position du point cible est connue
- les transhumants ont des téléphones (qui fonctionnent) sur eux. Cela permettra de connaître leur position en temps réel et de les contacter au besoin ;
- les distances entre la position courante du troupeau et ses lieux d'intérêt susceptibles sont connues.

4.3.1 Exemples d'indicateurs

Du suivi de certains troupeaux et dans l'objectif de déterminer des parcours « efficaces », ci-dessous, nous présentons des exemples d'indicateurs qui pourraient être utilisés.

4.3.1.1 Présence de pâturage , d'eau ou de vétérinaire

Soit α_1 la disponibilité de végétation en un lieu. Nous posons :

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1 & \text{s'il y a assez de végétation} \\ 2 & \text{s'il n'y a pas assez de végétation} \\ 3 & \text{s'il n'y a pas de végétation.} \end{cases} \quad (4.12)$$

Soit α_2 la disponibilité de points d'eau en un lieu. Nous posons :

$$\alpha_2 = \begin{cases} 1 & \text{s'il y a que des points d'eau gratuits} \\ 2 & \text{s'il y a des points d'eau payants} \\ 3 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.13)$$

Généralement, $\beta_1 = \beta_2 = 1$ car le transhumant a une connaissance assez claire de la disponibilité en eau et en pâturage.

Soit α_3 représentant la présence d'un vétérinaire à un lieu d'intérêt.

$$\alpha_3 = \begin{cases} 1 & \text{s'il y a un vétérinaire} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.14)$$

4.3.1.2 Distance entre troupeau et lieu d'intérêt, présence de perturbateur

Soit α_4 la distance entre la position du troupeau et un lieu d'intérêt susceptible. Généralement, $\beta_4 > 1$ car le troupeau ne se déplace pas en ligne droite. Le coefficient β_4 permet de corriger la valeur de la longueur d'un trajet car en profondeur dans les milieux ruraux, les distances ne sont pas connues avec précision.

Soit α_5 représentant la présence d'un perturbateur à un lieu d'intérêt. Nous posons :

$$\alpha_5 = \begin{cases} -2 & \text{s'il y a un braqueur ou un voleur de bétail} \\ -1 & \text{s'il y a un agriculteur mécontent} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.15)$$

4.3.1.3 Taux de saturation

Le taux de saturation α_6 indique la concentration de troupeaux en un lieu. Plus il est élevé, plus il y a de troupeaux en un lieu. S'il existe plusieurs portions de parcours entre la position du troupeau et le point B où il veut se rendre, nous définissons le taux de saturation par l'égalité 4.16.

$$\alpha_6 = t_{sat} = \max_{i \in \{1, \dots, k\}} t_{sat}^i . \quad (4.16)$$

Ce taux pourrait, dans un premier temps, être déterminé par le comptage du nombre de transhumants présent en lieu, via la détection de leur téléphone et de la transformée de Hough [100]. Si le troupeau est stationnaire à un endroit, sa trajectoire est un point. Sinon sa trajectoire est un chemin discret. Dans un second temps, ce taux peut être déterminé par des méthodes statistiques ou de machine *learning* basées sur des données d'années précédentes.

4.3.1.4 Risque d'épidémie

En un lieu subsiste pour le troupeau, le risque α_7 de contracter une épidémie. Ce risque est dû à présence ou au passage d'un troupeau au sein duquel sévit une épidémie. S'il existe plusieurs portions ($i \in \llbracket 1, k \rrbracket$) de parcours entre la position du troupeau et le point B où il veut se rendre, le risque d'épidémie est définie par l'égalité 4.17.

$$\alpha_7 = \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{k-1} + \lambda_k}{k} . \quad (4.17)$$

Une fois déterminé, le risque d'épidémie en un lieu peut être sauvegarder dans une base de données puis réutiliser, via des traitements statistiques, à des périodes ultérieures.

4.3.2 Algorithmes de suivi et d'alerte des transhumants

L'algorithme 1 détermine les parcours pouvant être pris par des troupeaux et classent ses parcours du plus au moins optimal. Les parcours sont déterminés en tenant compte

des préférences des transhumants puis les parcours et les données ayant servies à leur détermination sont enregistrés dans une base de données.

Algorithme 1 : Suggestion de parcours optimaux

Pré-condition : Knowing the herd's location and difficulties at all times
Variables : $\mathcal{T} = \{t_1, \dots, t_k\}_{k \in \mathbb{N}^*}$: the set of trajectories from point A to point B;
 $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$: the set of trajectories codes associate to \mathcal{T} ;
 $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$: n -tuple of float
 i, j : int; β, γ, f : float; tab, L : list;
begin
 for each transhumant do % Create threads
 Compute $\mathcal{T} = \{t_1, \dots, t_k\}_{k \in \mathbb{N}^*}$; /* by image processing */
 write("Choose the preference coefficients, tap 'echap' key to stop inputing");
 for i from 0 to n do
 read(γ); /* preference coefficient */
 if $\gamma = \text{float}('echap')$ then
 break;
 while $\gamma > 1$ do
 write(" Input good value of γ ");
 read(γ);
 $L[i] \leftarrow \gamma$;
 $j \leftarrow 0$;
 for $t_j \in \mathcal{T}$ do
 $f \leftarrow 0$;
 for i from 1 to n do % Create threads
 $c_i \leftarrow \text{compute}(c_i)$; /* computing the factor, uses algo.2 also */
 compute(β_i); /* adjustment coefficient i */
 if $\alpha_i = L$ then
 compute(c_j); /* trajectory code */
 $f \leftarrow f + L[i] \times \beta_i \times \alpha_i$; /* $\gamma_i = L[i]$ */
 add($\text{tab}, (t_j, f)$); /* add couple (t_j, f) in tab */
 sort(tab); /* Sort paths from most to least optimal */
 Store variables and path in databases;

L'algorithme 2 permet aux transhumants de signaler les problèmes existant en un lieu. Une fois le problème signalé, il est vérifié par un agent que celui qui l'a signalé. Puis le problème ou le fait anormal de ce lieu est enregistré dans une base de données et signalé aux transhumants ou à d'autres acteurs à qui l'information pourrait être utile.

NB. • *Les algorithmes du système de suivi peuvent être intégrés dans des Systèmes multi-agents (SMA) afin d'obtenir lors de la première année d'utilisation, par exploration de l'espace des paramètres, des valeurs des coefficients de préférence qui pourront être suggérées aux utilisateurs lors des années suivantes. Les données collectées et stockées d'année en année permettront au système de faire des suggestions plus précises et personnalisées via des traitements statistiques ou d'apprentissage machine.*

• *Un modèle à base d'agent peut intégrer le problème d'optimisation multiobjectif sous contrainte de choix du parcours de transhumance (Section 3.2.3), le tout intégré dans le système de ce chapitre afin de faire de la prospective de scénarios d'aménagement de*

Algorithme 2 : Alerte et enregistrement de problèmes

```
Data : L : list ;          /* list of suggested paths computed from algorithm 1 */
Variables : l, t : list;   Pb : string;
begin
  for each transhumant do          % Create threads
  | Record the localisation of herd and problem or difficulties at this place;
  % Join threads
  for each transhumant do          % Create threads
  | Read the data stored in the database ;          /* from algorithm 1 */
  | for t ∈ L do
  | | % We have (t = (tj, f))
  | | if there is a problem : tap 'P' key then
  | | | read(Pb) ;
  | | | add(L, (tj, f, Pb)) ;
  | | | Treat information and alert other persons (transhumant, trader, veterinarian,
  | | | security agents, etc.) by a call or text ;
  | | else
  | | | add(L, (tj, f, nul)) ;
  | | Store L in database and clean the database ;
```

l'espace pastoral, de politique agricole, etc. Nous avons discuté de cette perspective avec les éleveurs de notre zone d'étude, ceux-ci apprécient et attendent impatiemment la mise en l'œuvre d'une telle application (Section 7.2.2.3).

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons conçu un système basé sur des concepts de traitement mathématiques d'image, de calcul informatique parallèle et de connaissances sur la transhumance. Ce système génère des parcours optimaux pour les transhumants et informe d'autres acteurs (vétérinaires, commerçants, agents de sécurité, etc.) des problèmes ou difficultés rencontrés par des transhumants sur les parcours. Une utilité évidente de ce programme est la connaissance d'effectifs de troupeaux transhumants à diverses échelles spatiales temporelles. La principale limite du programme de ce chapitre est de ne pas avoir considéré les aspects sociaux relatifs à la transhumance. Une autre limite du programme pourrait être liée à la qualité des données collectées et traitées en temps réel. Dépasser cette limite pourrait conduire à employer, les premières années, une personne chargée du contrôle des données. A partir d'un certain nombre d'années le contrôle pourrait être automatisé à partir du traitement statistique des données antérieurement collectées.

Dans le chapitre suivant, nous concevons un modèle à base d'agent pour déterminer l'impact de chaque facteur de déplacements du troupeau dans le processus de prise de décision du transhumant. Nous quantifierons ainsi l'influence des facteurs sociaux.

CHAPITRE 5

ANALYSE DE L'INFLUENCE DE FACTEURS DE MOBILITÉ DES TROUPEAUX TRANSHUMANTS SAHÉLIENS

Sommaire du chapitre

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.1 | Description des microsimulations | 86 |
| 5.1.1 | Zone d'étude | 86 |
| 5.1.2 | Overview (vue d'ensemble) | 86 |
| 5.1.3 | Conceptualisation | 90 |
| 5.1.4 | Détails | 92 |
| 5.2 | Exploration des microsimulations | 97 |
| 5.2.1 | Déplacements des troupeaux en fonction de la végétation de qualité | 98 |
| 5.2.2 | Déplacement des troupeaux en fonction des points d'eau | 99 |
| 5.2.3 | Déplacements des troupeaux en fonction des vétérinaires et des marchés | 101 |
| 5.2.4 | Déplacements des troupeaux en fonction de perturbateurs | 102 |
| 5.2.5 | Déplacements des troupeaux en fonction du réseau socio- économique | 102 |
| 5.3 | Validation des microsimulations | 104 |
| 5.3.1 | Auto-corrélation spatiale de Moran | 104 |
| 5.3.2 | Validation et interprétation des résultats | 104 |

Introduction

Le chapitre 1 établissait que des études empiriques (non reproductible et coûteuses) seulement ne permettaient pas une étude complète de systèmes complexes. Dans le chapitre 3 nous avons décrit les déplacements de troupeaux transhumants sahéliennes en nous basant sur la systémique et des mathématiques. Cette description a permis de décomplexifier les processus de déplacements des troupeaux transhumants. Dans l'étude

d'un système, l'étape de modélisation suit celle(s) de description ou de décomplexification [70, 124]. Un système complexe décomplexifié pourrait être modélisé au travers de simulation analytique (numérique) ou de modèle à base d'agent (ABM) [24, 70, 95]. La simulation analytique permet de considérer qu'il existe des évidences indépendantes de l'observateur, auxquelles nous accédons par décompositions successives, c'est à dire par analyse. Ces évidences sont reliées par des relations de type cause à effet, que nous pouvons identifier dès lors que nous avons procédé à un recensement supposé exhaustif, en fermant le modèle [70]. Cependant lorsque nous ne sommes pas certains de ne pas avoir oublié une variable ou un élément important, que nous ne sommes pas certains que les effets s'expliquent régulièrement par des causes clairement identifiables, que les évidences objectives ne sont évidence que dans le cadre d'une idéologie donnée, alors nous sommes en droit de penser que le phénomène à expliquer n'est pas simplement compliqué mais complexe, il faut alors faire appel à des ABM.

Un ABM peut être holiste ou réductionniste. Un ABM holiste considère un grand nombre de facteurs interagissant entre eux dans le problème étudié. Par exemple, Bah et al., dans [15], modélisent le multiusage des ressources pastorales autour du forage de Thieul. Ce modèle considère les pasteurs, les agriculteurs, les agropasteurs et leur interactions avec les champs de culture, les pâturages naturels, les points d'eau (forages, lacs, marres, etc.) situés autour du forage de Thieul. Généralement, la multitude des facteurs pris en compte dans les ABM masque l'impact individuel de chaque facteur [81, 121]. Ce type de modèle fourni difficilement (avec une incertitude élevée quand elle peut être estimée) aux décideurs des scénarios d'aménagement de l'espace pastoral en fonction de facteur(s) précis de déplacements de troupeaux.

Un ABM est dit réductionniste lorsqu'il est conçu à partir d'un sous ensemble stricte d'entités ou d'interactions jugées importantes par le modélisateur. Une telle construction¹ lui permet de tester des hypothèses virtuelles, qu'il pourra ensuite confronter aux données ou résultats empiriques afin de tirer des conclusions [47, 81, 121]. Pour chaque hypothèse le modélisateur effectue une ou plusieurs microsimulations. Une microsimulation est réductionniste mais garantie l'absence de bruit causé par des facteurs non considérés ou non significatifs.

Dans le cas de la transhumance sahélienne des connaissances empiriques prétendent que les points d'eau et la végétation seraient les principaux facteurs de déplacements des troupeaux. De même pour certains la transhumance ne serait pas une mobilité avec de fort aspect socio-économique. Nous pourrions nous servir de microsimulations afin d'affirmer ou de contester ces appréhensions.

Ce chapitre basé sur des microsimulations, a une double finalité. D'une part, déterminer qualitativement l'influence que peut avoir chaque facteur de déplacement du troupeau

1. Communément appelée vie artificielle.

dans la prise de décision du transhumant. D'autre part fournir aux décideurs sahéliens des scénarios d'aménagement de l'espace pastoral en fonction d'un facteur précis de déplacement des troupeaux transhumants. A terme, ce chapitre dira où est ce qu'il serait efficient d'installer des forages, des marchés, des centres vétérinaires ou des zones interdites d'accès aux troupeaux, comment sécuriser les déplacements des transhumants. Afin d'atteindre cette finalité, des microsimulations à base d'agent conceptualisent et simulent les stratégies de déplacements de troupeaux transhumants. Ces stratégies sont basées sur un unique facteur de déplacement : végétation de qualité, points d'eau (forages, antennes), vétérinaires, marchés, perturbateurs (voleurs, bandits, perturbateurs), personnes aidant le transhumants (réseau socio-économique). Ce chapitre est conceptualisé avec un niveau d'abstraction élevé afin d'assurer sa reproductibilité.

Ce chapitre est organisé comme suit : la section 5.1 présente la zone d'étude puis décrit le modèle à base d'agent. La section 5.2 présente, analyse et discute les résultats des simulations. Ce chapitre se termine par une conclusion et des perspectives.

5.1 Modèle à base d'agent

Dans cette section nous présentons la zone d'étude et les microsimulations du chapitre à l'aide du protocole ODD+D [76].

5.1.1 Zone d'étude

La zone d'étude (Figure 5.1) est la région du Sénégal qui s'étend d'une partie de la zone sylvo-pastorale du Ferlo (au Nord) au bassin arachidier (au centre) sur une superficie de 121 000 km^2 .

5.1.2 Overview (vue d'ensemble)

Dans cette section nous décrivons les objectifs, les entités et les processus globaux de nos microsimulations.

5.1.2.1 Objectif

Le modèle formalise et simule des stratégies de déplacements des troupeaux transhumants. Ces stratégies sont basées sur un unique facteur de déplacement : végétation de qualité, points d'eau (forages, antennes), vétérinaires, marchés, perturbateurs (voleurs, bandits), personnes aidant le transhumants (réseau socio-économique).

A terme, le modèle permettra de : (1) de déterminer qualitativement l'influence du facteur de déplacement considéré sur la distribution spatio-temporelle de troupeaux transhumants ; (2) de déterminer l'influence du facteur considéré dans le processus de prise de décision du transhumant.

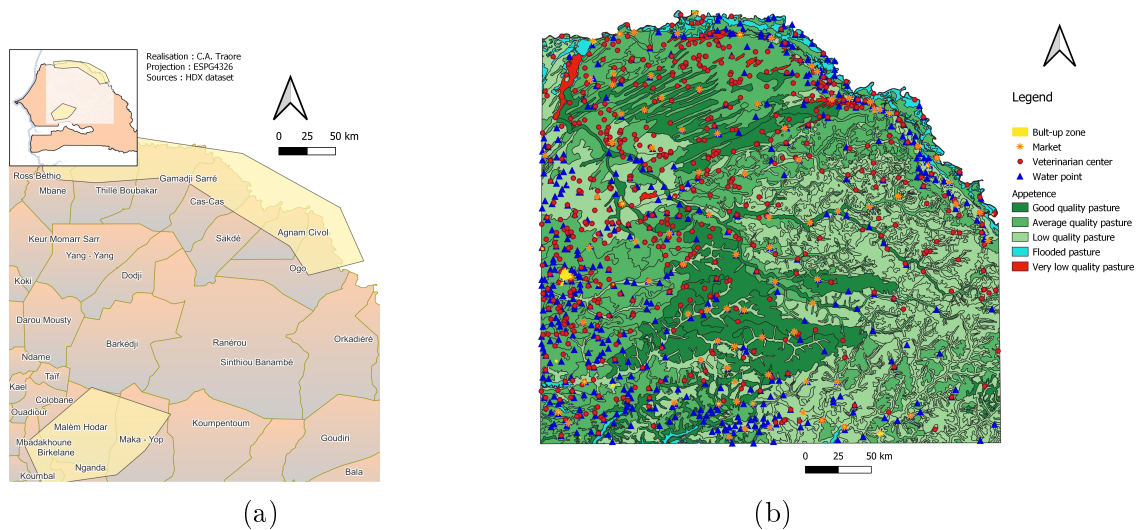


FIGURE 5.1 – Zone d'étude

(a) Le terroir d'origine des transhumants est représenté par le polygone orange du haut, le terroir d'accueil par le polygone orange du bas [114]

(b) Données d'entrée

Le modèle est destiné aux modélisateurs dans le but de leur fournir un outil de test d'hypothèses de déplacements de troupeaux transhumants. Le modèle est aussi destiné aux pastoralistes et décideurs afin d'orienter leurs discussions et prises de décisions environnementales ou socio-économiques.

5.1.2.2 Entités, variables d'état et échelle

Les entités du modèle sont regroupées dans les modules : 'Transhumant_herd', 'Socio_ecosystem', 'Environment' et 'Infrastructure'. Ces modules et leurs relations sont représentés dans la Figure 5.2 dans un diagramme de classe UML.

Le module 'Transhumant_herd' contient l'entité "Transhumant_herd" qui représente le transhumant accompagné de son troupeau. Le troupeau est constitué de bovins, d'ovins et de caprins. Les variables d'état de cette entité sont : la position du troupeau, la position des campements en terroir d'origine et d'accueil, les effectifs des espèces d'herbivores, la vitesse de déplacement.

Le module 'Socio-ecosystem' contient les entités "Perturbator" et "Socio_economic_network".

L'entité "Perturbator" représente tout individu entravant la transhumance d'un troupeau. Il peut s'agir d'un agriculteur qui ne souhaite pas qu'un troupeau traverse ou passe près de son champ. Dans ce cas la vitesse de cette entité est nulle et sa position est considérée comme une zone interdite aux troupeaux. Le perturbateur peut aussi être un voleur de bétail ou un bandit qui se déplace. L'entité "Socio_economic_network" représente le réseau socio-économique du transhumant. Cette entité à sa position comme unique variable d'état.

Le module 'Infrastructure' contient l'entité "Pastoral_Infrastructure" qui est une gé-

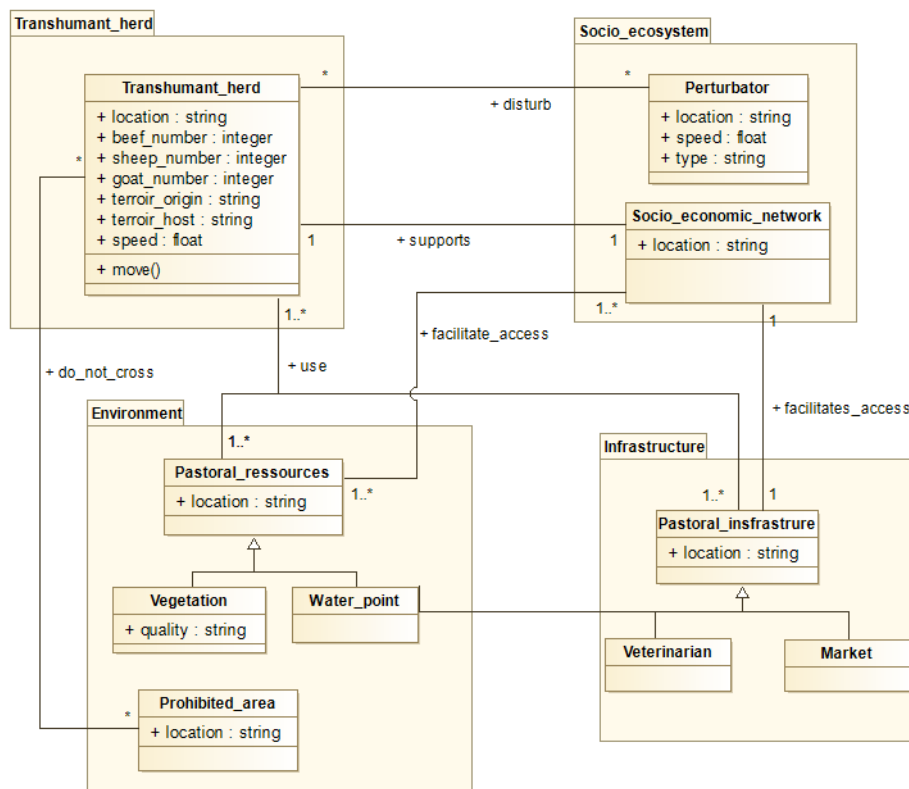
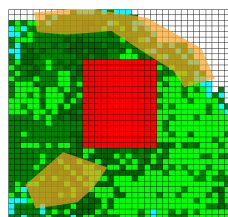


FIGURE 5.2 – Diagramme de classe des entités du modèle

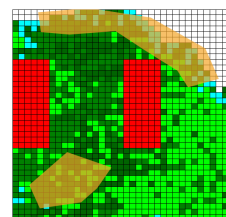
néralisation des entités "Veterinarian", "Market" et "Water_point" qui représentent les centres vétérinaires, marchés et les points d'eau utilisés par les pasteurs. Ces entités ont leur position comme unique variable d'état.

Le module 'Environment' contient les entités "Pastoral_ressources" et "Prohibited_area". L'entité "Pastoral_ressources" est une généralisation des entités "Vegetation" et "Water_point". L'entité "Vegetation" représente la végétation nécessaire à l'alimentation des troupeaux transhumants. Cette entité a pour variables d'état sa qualité représenté par l'appétence. L'entité "Water_point" représente les points d'eau pérennes : forage ou antenne. L'entité "Prohibited_area" représente des parties de l'espace interdites aux troupeaux (Figure 5.3). Dans les espaces interdits aux troupeaux, il n'y a pas de point d'eau, de vétérinaire et de marché à bétail.

Notons que toutes les entités du modèle ont leur position comme variable d'état.



(a) Une zone interdite en rouge



(b) Deux zones interdites en rouge

FIGURE 5.3 – Grille de l'espace de simulation munie de zone(s) interdite(s) aux troupeaux [114]

Le modèle de ce chapitre est formalisé à l'échelle du Sahel et simulé à l'échelle de la zone d'étude (Figure 5.1). L'espace est discrétisé en cellules de grille de $9,6 \text{ km} \times 9,6 \text{ km}$ muni de la topologie de Moore [4, 94]. La mesure du côté du carré est proche de la distance minimale ($8 - 12 \text{ km/jour}$) pouvant être effectuée par un troupeau transhumant en une demi-journée [28, 65, 105]. De plus, cette taille de cellule de grille permet de rester dans la zone d'impact du troupeau, malgré les imprévus auxquels le transhumant pourrait être confronté.

Le pas de temps du modèle est de six heures afin de considérer les déplacements effectués le matin et ceux effectués l'après midi [2, 34]. Ce pas de temps nous permet de suivre la présence des troupeaux aux pâturages ou aux points d'eau pendant la matinée et l'après-midi. Le modèle à un horizon temporel de 10 mois afin de tenir compte de la phase aller des troupeaux transhumants dans leur terroir d'accueil et de leur phase retour dans leur terroir d'origine.

5.1.2.3 Vue générale des processus et ordonnancement

Les troupeaux du modèle se déplacent du terroir d'origine vers le terroir d'accueil et vice-versa en fonction d'une stratégie basée sur un facteur de déplacements et des zones interdites aux troupeaux (Figure 5.4). Un facteur de déplacement peut être : la végétation de qualité, les points d'eau, les vétérinaires, les marchés, le réseau socio-économique du transhumant. Un troupeau ne peut quitter le terroir d'accueil que lorsque tous les autres troupeaux y sont arrivés. Lorsque qu'un troupeau est dans une zone interdite, il met en œuvre un processus pour la quitter. Les stratégies de déplacements des troupeaux sont formalisées et décrites en détail dans la section des sous-modèles. La conception

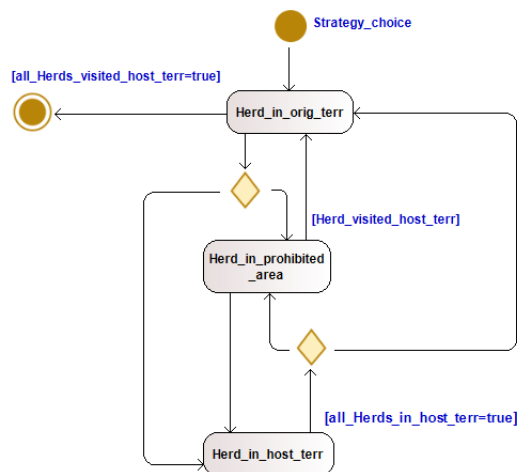


FIGURE 5.4 – Diagramme d'activité des déplacements des troupeaux transhumants [114]

du modèle suppose qu'il y a assez de végétation et d'eau sur les parcours. En effet les transhumants se renseignent quotidiennement avant de déterminer le trajet du troupeau. De plus, dans un territoire pastoral d'au moins 20 km de rayon et sur l'année complète, les troupeaux transhumants constitués de bovins, d'ovins et de caprins mangent moins du

tiers de la biomasse herbacée, moins de 5% des feuilles des arbres et arbustes disponibles à la fin de la saison des pluies [9, 35, 113].

5.1.3 Conceptualisation

Dans cette section, nous énumérons les connaissances empiriques et théoriques mais aussi les concepts sous-jacents à ces connaissances qui ont été implémentés dans le modèle.

5.1.3.1 Connaissances théoriques et empiriques

Les déplacements des troupeaux transhumants sont fortement dépendants de l'écosystème pastoral, c'est à dire de l'espace pastoral et de son aménagement. Dans la zone d'étude, la phase aller de transhumance s'étend sur 40 – 70 jours, la phase retour sur 30 – 50 jours. Les troupeaux transhumants parcourent environs 15 *km* par jour durant la phase aller et 17.5 *km* par jour durant la phase retour [2, 9]. Le transhumant conduit son troupeau dans des endroits sûrs où les ressources pastorales (végétation de qualité, eau) sont disponibles et aussi où il peut soigner ou vendre des animaux sans parcourir de grandes distances supplémentaires donc assez proche du trajet prévu [106, 109, 120].

Le transhumant détermine le parcours de transhumance après s'être informé sur l'état des ressources pastorales, sur la disponibilité des marchés et des vétérinaires et enfin sur les conditions sécuritaires. De plus, il construit et entretient des relations socio-économiques avec des individus vivant dans les zones qu'ils traversent. Ces individus constituent son réseau socio-économique. En effet le réseau socio-économique facilite l'accès du troupeau aux ressources pastorales. Dans certaines zones où un transhumant n'a pas de réseau socio-économique, le transhumant peut être amené à payer des montants exorbitants afin d'accéder aux ressources pastorales, parfois à quitter ces zones [34, 109]. Selon Dia et Duponnois dans [34], la transhumance serait impossible sans l'existence de réseau socio-économique. Par ailleurs, les transhumants sont parfois confrontés à des braquages, des vols d'animaux dans les zones qu'ils traversent.

Dans de nombreux pays sahéliens les troupeaux transhumant dans des espaces définis ou non par la législation [46, 109]. L'utilisation d'espaces non définis par la législation lors de transhumance est essentiellement due à l'accroissement des terres cultivables et à une faible représentativité des communautés d'éleveurs lors de réglementations étatiques ou de conventions locales d'usage des terres [15, 85]. Cependant, la très bonne qualité de certains pâturages, hors espace réglementaire, conduit les transhumants à utiliser des espaces non pastoraux tels que des aires protégées, interdites aux troupeaux [34].

La majorité des modèles abordant les questions de mobilité des troupeaux et d'aménagement de l'espace s'intéressent à la dynamique des ressources pastorales autour des infrastructures pastorales [65, 92, 105]. Cependant bien qu'on connaisse les facteurs

utilisés par les transhumants dans la conception de leurs stratégies de déplacements, il est difficile de savoir où se trouve un ensemble de troupeaux durant leurs phases aller ou retour de transhumance [41, 113]. Il est de ce fait difficile pour les décideurs, ONG, vétérinaires de savoir dans quelle espace intervenir afin d'aménager l'espace pastoral ou fournir des services aux pasteurs.

5.1.3.2 Prise de décision individuelle

La prise de décision est basée sur une stratégie dépendant d'un unique facteur de déplacements de troupeaux.

5.1.3.3 Sensibilité individuelle

Le troupeau est sensible sur une distance d ($d \in \{d_{veg}, d_w, d_v, d_m, d_{rs}\}$) au facteur de déplacement considéré. Le troupeau est aussi sensible aux zones interdites aux troupeaux.

5.1.3.4 Interaction

Les troupeaux transhumants interagissent avec l'espace mais aussi avec les ressources et infrastructures pastorales. Les pâturages, les points d'eau, les centres vétérinaires, les marchés sont des lieux d'attroupement de troupeaux [93, 131]. De plus les troupeaux interagissent avec les perturbateurs au travers de l'évitement de ceux-ci.

5.1.3.5 Collectivité

Tous les troupeaux se déplacent selon la même stratégie et ont les mêmes terroirs d'origine et d'accueil. Les vitesses minimales des phases aller et retour du troupeau sont respectivement de 13.5 km.day^{-1} et 15 km.day^{-1} .

5.1.3.6 Hétérogénéité

Les troupeaux diffèrent par leur statut vaccinal, l'intervalle de temps auquel ils vont dans les marchés. Les cellules de l'espace diffèrent par la qualité de leur végétation, par la présence de points d'eau, de marchés ou de vétérinaires.

5.1.3.7 Stochasticité

Un troupeau transhumant a une probabilité de 70% d'être vacciné. Les vitesses de déplacement des troupeaux durant les phases aller et retour suivent les lois normales. En phase aller et retour les vitesses minimales des troupeaux sont de 13.5 km.day^{-1} et de 15 km.day^{-1} [2, 105]. La durée entre deux ventes d'animaux suit une loi uniforme sur l'intervalle 1 à 14 jours.

5.1.3.8 Observation

La distribution spatio-temporelle de troupeaux transhumants émerge du facteur et de la stratégie de déplacements considérée. Pour chaque stratégie de déplacements nous observons :

- les durées des phases aller et retour de la transhumance ;
- la proportion d'espace utilisée par les troupeaux ;
- l'impact spatio-temporel des zones interdites sur les déplacements de troupeaux.

De la distribution spatio-temporelle des troupeaux transhumants des couloirs de transhumances peuvent éventuellement émerger. Cette émergence est caractéristique d'une auto-corrélation spatiale des positions des troupeaux. Nous observons à l'aide des indices de Moran s'il y a auto-corrélation spatiale ou non dans les positions des troupeaux. Les indices de Moran sont de trois types : I, z-score et p-value. L'indice I de Moran répond aux hypothèses H_0 et H_1 . L'hypothèse H_0 pour $I = 0$: les formes spatiales sont aléatoires. H_1 pour $I \neq 0$: les formes spatiales sont constituées de clusters. Le z-score et la p-value de Moran accompagnent l'indice I de Moran pour faciliter son interprétation. Par exemple, pour $I \neq 0$ et un z-score élevé, nous avons une forte concentration spatiale. La p-value de Moran détermine si une signification ou une importance particulière doit être accordée à la formation de clusters. Par exemple, une p-value nulle indique qu'il n'y a pas de phénomène particulier, dans le voisinage considéré, inhérent à la formation des clusters.

5.1.4 Détails

Cette section aborde en détails les données d'entrée, l'implémentation, l'initialisation et les sous-modèles du modèle de ce chapitre.

5.1.4.1 Détails d'implémentation

Le modèle est implémenté dans le simulateur Gama [107]. Les données et les scripts du modèle sont disponibles à l'adresse <https://www.comses.net/codebase-release/f0ad8a58-acc9-414b-b7e7-4ff279a48bcb/>

5.1.4.2 Données d'entrée

Le modèle prend en entrée des SIG (Figure 5.1b). Les emplacements de points d'eau, de vétérinaires, de marchés sont des points géolocalisés contenus dans des shapefiles. La couche de la qualité de végétation et des zones bâties sont géoréférencées sous forme de polygones dans un shapefile.

5.1.4.3 Initialisation

Le modèle est initialisé selon l'algorithme 3 et le tableau 5.1.

Algorithme 3 : Initialisation du modèle

```

begin
  To read the input data;
  To create a grid that covers the simulation space;
  To create the entities of the model except the "Social_network" entity;
  To Initialize the parameters of the transhuman_herd entity;
  To determine the location of the camps of the transhuman_herd in the terroir of origin
    and in the host terroir;
  To determine the beginning date of the herd's transhumance;
  To determine the time of stay with a veterinarian or a social network element;

```

TABLE 5.1 – Paramètres d'initialisation

$\mathcal{N}(a, b)$: loi normale de moyenne a , d'écart type b

| Description | Value | Reference |
|-----------------------------------|---|----------------|
| Number of herds | 200 | Empirical |
| Percentage of herds vaccinated | $\simeq 70\%$ | [109] |
| Herd speed | $\mathcal{N}(15.5, 2) \text{ km.day}^{-1}$ (Outward phase) $\mathcal{N}(17.5, 2) \text{ km.day}^{-1}$ (Return phase) | [2] [2, 34] |
| Number of perturbators | 20 | Empirical |
| Percentage of mobile perturbators | $\simeq 35\%$ | Empirical |

5.1.4.4 Sous modèles

Ici nous formalisons, à l'aide d'algorithmes et pour chaque facteur de déplacements du troupeau, la stratégie ou processus mise en place par le transhumant.

a. Sous-modèle 1 : déplacements du troupeau en fonction de la végétation de qualité

Le processus de déplacement du troupeau transhumant en fonction de la végétation de qualité est basé sur l'algorithme 4. Dans cet algorithme, le troupeau cherche une cellule de grille située à au plus une distance d_{veg} dans la direction de son terroir cible et contenant la végétation de meilleur qualité (appétibilité) possible. Ainsi le troupeau cherchera : (1) une cellule contenant de la végétation de bonne qualité, (2) une cellule contenant de la végétation de moyenne qualité, (3) une cellule contenant de la végétation de mauvaise qualité et enfin durant la phase retour, les cellules de grille contenant de la végétation inondable (première boucle 'while'). Lorsque le troupeau est dans une zone interdite $-P_{area}$ aux troupeaux (Figure 5.3), il se dirige vers la cellule la plus proche de sa position, en direction du terroir cible et où la végétation est pâturable.

Algorithme 4 : Déplacements du troupeau en fonction de la végétation de qualité

```

Input :
point : target_terroir ;                               /* location of target terroir */
grid :  $G$ ,  $P_{area} \subset G$  ;                          /* set of cells, set of prohibited cells */
float :  $d_{veg}$  ;
Variables :
point : location, target_location ;                   /* current and target location of the herd */
point : cell_location ;
string : cell_veg_quality  $\in$  {'good', 'average', 'low', 'flooded', 'not grazeable'} ;
string : phase  $\in$  {'alley', 'return'} ;              /* the herd transhumance phase */
begin
  while location  $\neq$  target_location and location  $\notin$   $P_{area}$  do
    if one of cell_veg_quality='good' and distance(cell_location, location)  $\leq$   $d_{veg}$  then
      | target_location  $\leftarrow$  cell_location ;
    else if one of cell_veg_quality='average' and distance(cell_location, location)  $\leq$   $d_{veg}$  then
      | target_location  $\leftarrow$  cell_location ;
    else if one of cell_veg_quality='low' and distance(cell_location, location)  $\leq$   $d_{veg}$  then
      | target_location  $\leftarrow$  cell_location ;
    else
      if phase='alley' then
        | target_location  $\leftarrow$  target_terroir ;
      else
        if one of cell_veg_quality='flooded' and distance(cell_location, location)  $\leq$   $d_{veg}$  then
          | target_location  $\leftarrow$  cell_location ;
        else
          | target_location  $\leftarrow$  target_terroir ;
    while location  $\in$   $P_{area}$  do
      | if one of nearest cells with cell_veg_quality != 'not grazeable' then
        | target_location  $\leftarrow$  cell_location ;

```

b. Sous-modèle 2 : déplacements du troupeau en fonction des points d'eau

Ce processus de déplacement est basé sur l'algorithme 5. Dans cet algorithme, le troupeau se déplace de point d'eau en point d'eau jusqu'à son terroir cible. Plus précisément, le troupeau se déplace au niveau des points d'eau situés à au plus une distance d_w de sa position (première boucle 'while'). Lorsqu'un troupeau est dans une zone interdite, il se dirige vers le point d'eau le plus proche situé à l'extérieur de cette zone (deuxième boucle 'while'). Il n'y a pas de points d'eau dans les zones interdites aux troupeaux.

Algorithme 5 : Déplacements du troupeau en fonction des points d'eau

```

Pré-condition : This algorithm does not consider water points located in areas where houses are built
Input :
point : target_terroir ;                               /* location of herd target terroir */
grid :  $G$ ,  $P_{area} \subset G$  ;                          /* set of cells, set of prohibited cells */
water point :  $W$  ;                                   /* set of water points */
float :  $d_w$  ;                                       /* herd distance to water point */
Variables :
point : location, target_location ;                   /* current and target location of the herd */
water point :  $w$  ;                                   /* such as  $w \in W$  */
point :  $w\_location$  ;                               /* water point location */
begin
  while location  $\neq$  target_terroir and location  $\notin$   $P_{area}$  do
    if distance(location,  $w$ )  $\leq$   $d_w$  then
      | target_location  $\leftarrow$   $w\_location$  ;
    else
      | target_location  $\leftarrow$  target_terroir ;
  while location  $\in$   $P_{area}$  do
    | target_location  $\leftarrow$  nearest  $w\_location$  ;          /* nearest water point location */

```

c. Sous-modèle 3 : déplacements du troupeau en fonction des vétérinaires et des marchés

Le processus de déplacement en fonction des vétérinaires est basé sur l'algorithme 6. Dans cet algorithme, le troupeau se déplace d'un terroir à un autre. Si le vétérinaire est à au plus une distance d_v alors il va chez ce vétérinaire. Le troupeau reste j_v jours à l'emplacement du vétérinaire puis il reprend son chemin vers son terroir cible.

Le processus de déplacement en fonction des marchés est basé sur l'algorithme 7. Chaque j_m jours, le troupeau s'arrête dans un marché situé à au plus une distance d_m .

Algorithme 6 : Déplacements du troupeau en fonction des vétérinaires

Pré-condition : This algorithm does not consider veterinarians located in areas where houses are built

Input :

```

point : target_terroir ;                               /* location of herd target terroir */
V = {v} ;                                             /* set of veterinarians */
float : d_v ;                                         /* herd distance to veterinarian */
int : j_v ← rand(1,7) ;                               /* number of waiting days for each herd */
bool : vac_status ;                                  /* herd vaccination status */
Variables :
point : location, target_location ;                  /* current and target location of the herd */
veterinarian : v ;                                  /* such as v ∈ V */
point : v_location ;                                 /* veterinarian location */
begin
  while location ≠ target_terroir do
    if there is a veterinarian at a maximum distance d_v and vac_status=false and phase='outward'
    then
      while distance(location,v_location) ≠ 0 do
        target_location ← v_location ;
        if target_location=v_location then
          stay j_v day at this location ;
          vac_status← true ;
          target_location ← target_terroir ;

```

Algorithme 7 : Déplacements du troupeau en fonction des marchés

Pré-condition : This algorithm does not consider markets located in areas where houses are built

Input :

```

point : target_terroir ;                               /* location of herd target terroir */
M = {m} ;                                             /* set of pastoral market */
float : d_m ;                                         /* herd distance to market 0 ≤ d_m ≤ one day of walking */
int : j_m ← rand(1,14) ;                              /* time between two sales */
Variables :
point : location, target_location, m_location ;      /* current and target location of the herd, market location */
begin
  while location ≠ target_terroir do
    if there is a market at a maximum distance d_m then
      target_location ← m_location ;
      while distance(location,m_location) ≠ 0 do
        if J_m ≡ 0[j_m] then
          target_location ← m_location ;
          J_m ← J_m + 1 ;
          if target_location = m_location then
            target_location ← target_terroir ;

```

d. Sous-modèle 4 : déplacements du troupeau en fonction de perturbateurs

Ce processus de déplacement est basé sur l'algorithme 8. Le troupeau se déplace d'un

terroir à un autre. Lorsque le troupeau est à une distance d_p d'un perturbateur 'mobile' il reste à sa position pendant j_p jours. Lorsque le perturbateur est sédentaire, le troupeau va dans une cellule voisine de celle contenant ce perturbateur.

Algorithme 8 : Déplacements du troupeau en fonction de perturbateurs

```

Input :
point : target_terroir, perturb_location ;
string : type_perturb ∈ {'mobile', 'sedentary'} ;                               /* type of perturbator */
float : dp ;                                                                    /* distance between herd and perturbator */
int : jp ;                                                                      /* 0 < nb_day < 3, number of waiting days */
Variables :
point : location, target_location ;                                           /* current and target location of the herd */
begin
  while location ≠ target_terroir do
    if distance(location, perturb_location) ≤ dp and type_perturb='mobile' then
      | wait jp day at this location;
    if distance(location, location_perturb) ≤ dp and type_perturb='sedentary' then
      | target_location ← neighbors_of perturb_location ; /* herd will go into a neighborhood of
      | the perturbator */
  
```

e. Sous-modèle 5 : Création des éléments de réseau socio-économique

La création des éléments de réseau socio-économique est basée sur l'algorithme 9. Chaque troupeau crée $N'_{rs} = 10$ éléments de réseau socio-économique afin que ces éléments soient distants d'environ 20 km. Les abscisses des éléments de réseau socio-économique sont situées à au plus une distance d_{rs} de l'abscisse de la position initiale de leur troupeau transhumant.

Algorithme 9 : Création des éléments de réseau socio-économique

```

Input :
S = {s} set of socioeconomical elements with |S| = N'_{rs};
grid : G, Parea ⊂ G ;                                                            /* set of cells, set of prohibited cells */
float : drs ;                                                                    /* drs ∈ [75km, 125km], creation distance from the herd's initial position */
Variables :
point : s_location ;                                                            /* socio-economic element location */
point : init_location ;                                                         /* initial location of the herd */
bool : creation ← true;
int : k;
begin
  if creation=true then
    for k=0 to |S| do
      | create s in G \ Parea and s_location ∈ [init_location.x - drs, init_location.x + drs];
      | creation ← false;
  
```

f. Sous-modèle 6 : déplacements du troupeau en fonction du réseau socio-économique

Ce processus de déplacement est basé sur l'algorithme 10. Dans cet algorithme, le troupeau se déplace d'élément de réseau socio-économique en élément de réseau socio-économique jusqu'à ce qu'il soit au terroir cible. Chez un élément de réseau socio-économique, il reste j_{rs} jours (première boucle 'while'). Lorsque le troupeau se retrouve dans une zone interdite, il se dirige vers une cellule de grille située hors de la zone interdite et proche de sa position (deuxième boucle 'while').

Algorithme 10 : Déplacements du troupeau en fonction du réseau socio-économique

```

Input :
S = {s} set of socioeconomic elements with |S| = N'_{rs};
grid : G, P_{area} \subset G; /* set of cells, set of prohibited cells */
point : init_location, target_terroir; /* herd's initial location and target terroir location */
float : d_{rs}; /* d_{rs} \in [75km, 125km], creation distance from the herd's initial position */
int : J_{rs}; /* 0 < J_{rs} \le 6, length of stay in days */
Variables :
point : s_location; /* socio-economic element location */
point : location, target_location; /* current and target location of the herd */
bool : creation \leftarrow true;
list : V; /* elements of the socio-economic network visited */
int : k, j_{rs} \leftarrow rand(0, J_{rs}); /* j_{rs} herd's length of stay in days */
begin
  while location \neq target_terroir and location \notin P_{area} do
    if location = s_location then
      | wait n_{rs} days at this location
    else if nearest s \notin V and |V| \le |S| then
      | target_location \leftarrow nearest s_location;
      | V \leftarrow V \cup \{s\};
    else
      | target_location \leftarrow terroir_location;
  while location \in P_{area} do
    | target_location \leftarrow near cell_location where cell \notin P_{area};

```

5.2 Exploration des microsimulations à l'aide de scénarios

Là nous effectuons des simulations informatiques des stratégies de déplacements des troupeaux transhumants. Le Table 5.2 présente nos scénarios d'exploration. Les résultats sont issus de 50 réplifications de chaque stratégie de déplacements. La Figure 5.5 et la durée des phases de transhumance de la section 5.1.3 nous serviront de valeurs de référence pour estimer l'efficacité des scénarios. Dans l'analyse des résultats des scénarios, un gradient temporel strictement inférieur à trois jours est supposé faible, et élevé sinon. Un gradient spatial strictement inférieur à 10% est supposé faible, et élevé sinon. La Figure 5.5 présente les parcours de transhumance de neuf troupeaux au Sénégal. Ces parcours sont issus de données GPS collectées tout au long de leur transhumance.

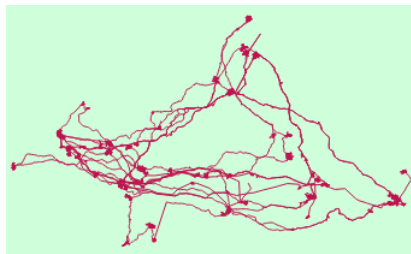


FIGURE 5.5 – Parcours de transhumance (réel) de neuf troupeaux bovins au Sénégal

TABLE 5.2 – Exploration scenarios

| Facteur | Paramètre(s) | Référence |
|--------------------------|---|------------------------|
| Qualité de la végétation | $d_{veg} \in [12, 26] km$ (distance troupeau-végétation) | [2, 114] |
| Point d'eau | $d_w \in [10, 25] km$ (distance troupeau-point d'eau) | [2, 5] |
| Vétérinaires | $d_v \in [14, 26] km$ (distance troupeau-vétérinaire) $j_v \in \llbracket 0, 6 \rrbracket$ (durée du séjour) | Empirique [34, 114] |
| Marchés | $d_m \in [1, 25] km$ (distance troupeau-marché) $j_m \in \llbracket 1, 14 \rrbracket$ jours (temps entre les ventes d'animaux) | [131, 114] [8] |
| Perturbateurs | $d_p \in [0, 19] km$ (distance troupeau-perturbateur) $j_p \in \llbracket 0, 4 \rrbracket$ (nombre de jour d'attente) | Empirique Empirique |
| Réseau socio-économique | $j_{rs} \in \llbracket 2, 6 \rrbracket$ (durée du séjour en jours) | [34, 114] |
| | $N_{rs} \in \llbracket 5, 11 \rrbracket$ (Nombre d'éléments) | [113] |
| | $d_{rs} \in [75, 125] km$ (distance élément de réseau social- position initial du troupeau) | Empirique |

5.2.1 Déplacements des troupeaux en fonction de la végétation de qualité

La Figure 5.6a montre des gradients élevés dans la durée des phases aller et retour de transhumance. Ces gradients sont nuls lorsque le transhumant se dirige dans les lieux où la végétation est située à plus de 20 km de sa position. De plus une zone interdite aux troupeaux réduit la durée des phases de la transhumance. Alors que deux zones interdites aux troupeaux augmentent la durée des phases de la transhumance.

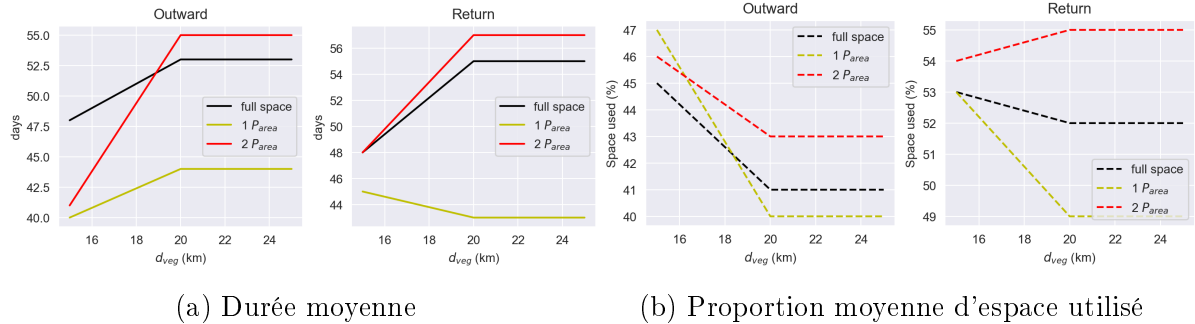


FIGURE 5.6 – Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction de la qualité de la végétation *full_space* : espace entier ; *1 P_area* : espace muni d'une zone interdite ; *2 P_area* : espace muni de deux zones interdites ; d_{veg} : distance maximale entre le troupeau et la végétation de qualité

La Figure 5.6b montre de faibles gradients dans l'utilisation de l'espace par les troupeaux transhumants et cela en présence ou non de zones interdites aux troupeaux. Ce gradient est plus élevé en phase aller qu'en phase retour. Les Figures 5.7 et 5.8 illustrent la répartition spatiale des troupeaux (en blanc). Les troupeaux respectent les zones interdites en phase retour mais pas en phase aller de la transhumance². De plus, nous observons une

2. la vitesse de déplacement traduisant une planification long terme a dû exclure les zones interdites afin de ne pas avoir à faire face à des imprévus de dernières minutes.

tendance des troupeaux à emprunter une même zone pour leurs déplacements, ce qui déstabilisera l'écosystème (surpâturage, etc.) et est non conforme aux études empiriques réalisées dans [34, 41, 109]. L'accès à la végétation de qualité n'est donc pas un facteur significatif du déplacement des troupeaux transhumants.

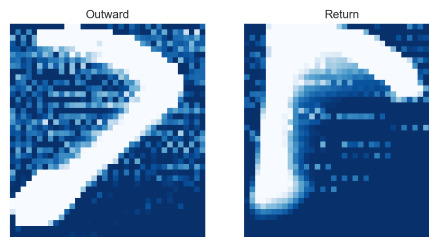


FIGURE 5.7 – Répartition spatiale des troupeaux en fonction de la qualité de la végétation dans l'espace complet ($d_{veg} = 25 \text{ km}$)

d_{veg} : distance maximale entre le troupeau et la végétation de qualité



FIGURE 5.8 – Répartition spatiale des troupeaux en fonction de la qualité de la végétation, avec des zones interdites aux troupeaux ($d_{veg} = 25 \text{ km}$)

d_{veg} : distance maximale entre le troupeau et la végétation de qualité

5.2.2 Déplacement des troupeaux en fonction des points d'eau

La Figure 5.9a montre des gradients élevés dans la durée des phases aller et retour de transhumance. Ces gradients sont plus élevés lorsque le transhumant se dirige aux points d'eau situés à moins de 20 km de sa position. De plus les zones interdites aux troupeaux augmentent la durée des phases de transhumance. Une zone interdite aux troupeaux située en plein milieu de la zone pastorale augmente la durée de la phase retour par rapport à deux zones interdites aux troupeaux.

La Figure 5.9b montre de faibles gradients dans l'utilisation de l'espace par les troupeaux transhumants. Ces gradients sont plus élevés en phase aller que retour et lorsque les points d'eau sont situés à une distance inférieure à 20 km .

Les zones interdites aux troupeaux et dans lesquelles il n'y a pas de points d'eau réduisent significativement la proportion d'espace utilisé par les troupeaux transhumants. Cependant, lors de la phase aller et lorsque les transhumants se déplacent au niveau des points d'eau situés entre 18 km et 22 km de leur position, les zones interdites aux troupeaux entraînent une plus grande utilisation de l'espace.

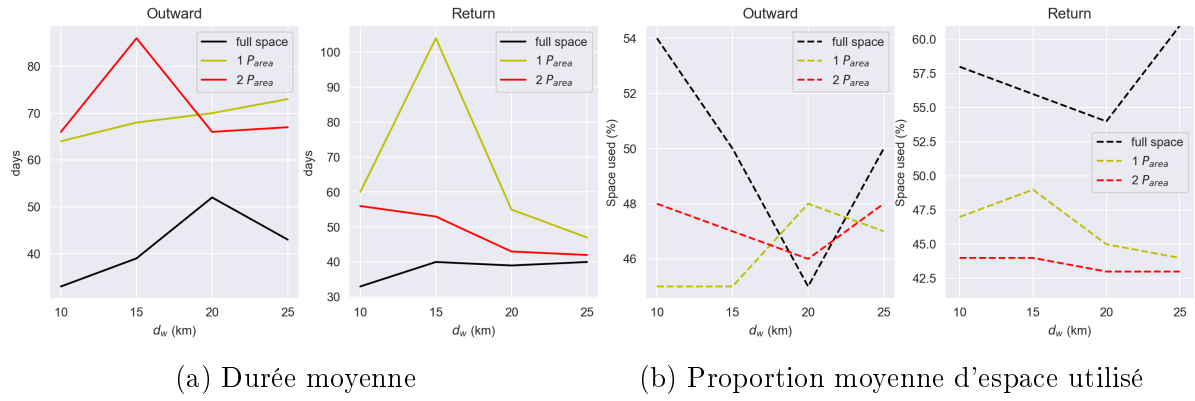


FIGURE 5.9 – Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction des points d'eau [114]
full_space : espace entier ; 1 P_{area} : espace muni d'une zone interdite ; 2 P_{area} : espace muni de deux zones interdites ; d_w : distance maximale entre le troupeau et un point d'eau

Les Figures 5.10 et 5.11 montrent la répartition spatiale des troupeaux transhumants. La forte distribution des troupeaux dans l'espace et dans les zones contenant de nombreux points d'eau est conforme à la réalité. Les points d'eau sont donc un facteur significatif dans le déplacement de troupeaux transhumants.

La Figure 5.12 est obtenue en changeant l'emplacement des points d'eau. En comparant les Figures 5.10 et 5.12 nous observons une sensibilité de la distribution spatiale des troupeaux par rapport à l'emplacement des points d'eau.

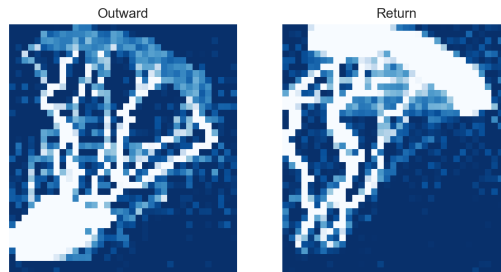


FIGURE 5.10 – Répartition spatiale de troupeaux en fonction de points d'eau dans l'espace complet [114]. $d_w = 20\text{ km}$: distance maximale entre le troupeau et un point d'eau

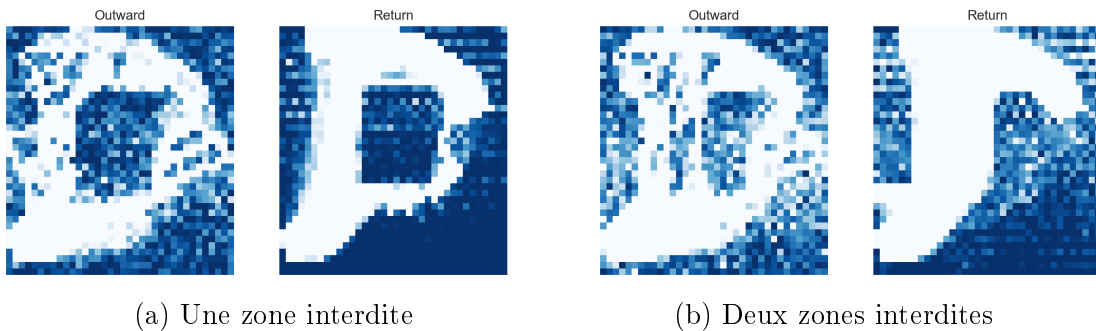
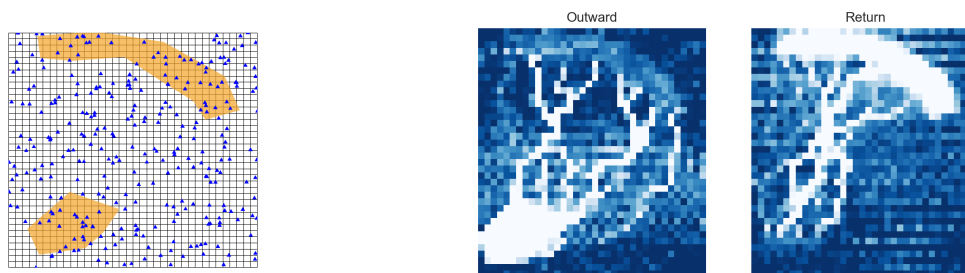


FIGURE 5.11 – Répartition spatiale de troupeaux en fonction des points d'eau et de zones interdites [114]. $d_w = 20\text{ km}$: distance maximale entre le troupeau et un point d'eau

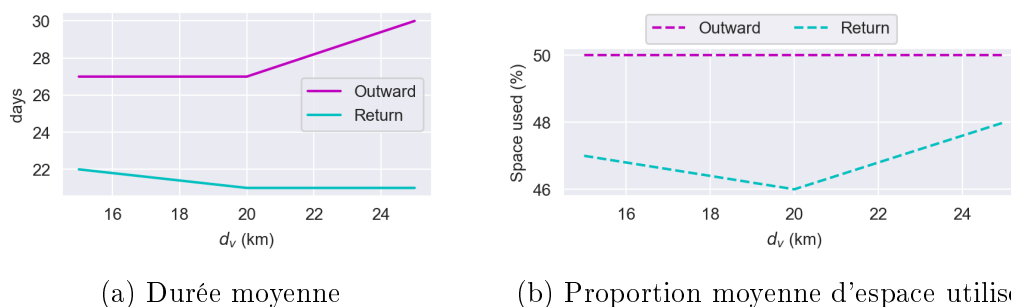


(a) Nouvelle distribution de points d'eau (b) Répartition spatiale de troupeaux ($d_w = 20 \text{ km}$)

FIGURE 5.12 – Répartition spatiale de troupeaux en fonction des points d'eau dans une autre répartition de points d'eau. d_w : distance maximale entre le troupeau et un point d'eau

5.2.3 Déplacements des troupeaux en fonction des vétérinaires et des marchés

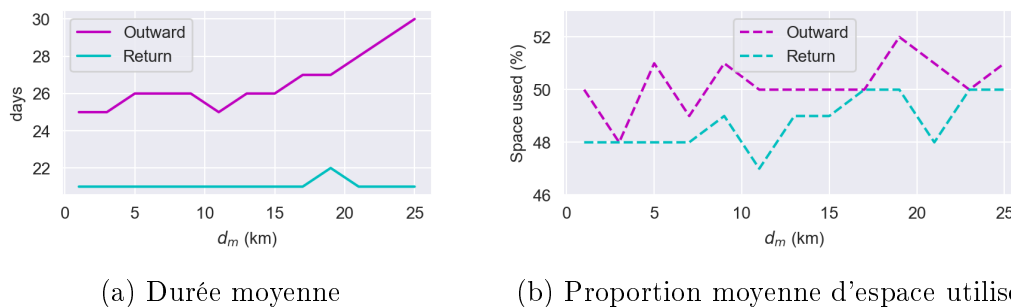
Les Figures 5.13, 5.14 et 5.15a montrent de faibles gradients dans la distribution spatio-temporelle des troupeaux transhumants lorsqu'ils se déplacent en fonction des vétérinaires et des marchés. Leurs déplacements sont similaires à des déplacements sans contraintes de leur terroir d'origine à leur terroir d'accueil et vice-versa (Figure 5.16). Les centres vétérinaires et les marchés ne sont donc pas des facteurs significatifs dans la répartition spatio-temporelle de troupeaux transhumants.



(a) Durée moyenne

(b) Proportion moyenne d'espace utilisé

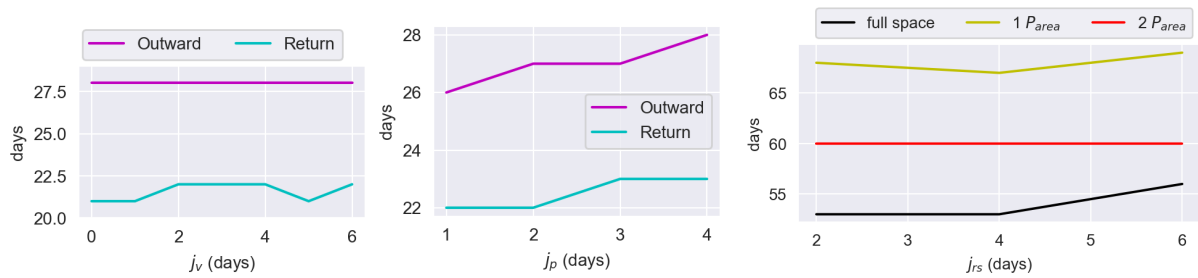
FIGURE 5.13 – Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction des vétérinaires. d_v : distance maximale entre le troupeau et le vétérinaire



(a) Durée moyenne

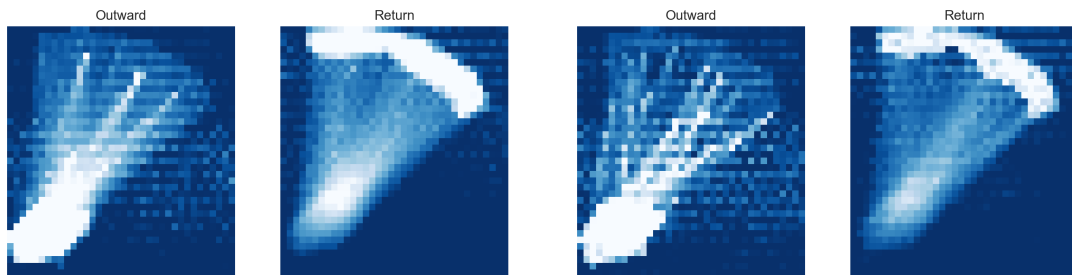
(b) Proportion moyenne d'espace utilisé

FIGURE 5.14 – Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction des marchés d_m : distance maximale entre le troupeau et un marché



(a) Dû aux vétérinaires (b) Dû aux perturbateurs (c) Dû au réseau socio-économique

FIGURE 5.15 – Impact des jours d’attente sur la durée des phases de transhumance
 full_space : espace entier ; 1 P_{area} : espace muni d’une zone interdite ; 2 P_{area} : espace muni de deux zones interdites



(a) En fonction des vétérinaires

(b) En fonction des marchés

FIGURE 5.16 – Répartition spatiale des troupeaux en fonction des vétérinaires et des marchés dans l’espace complet ($d_v = d_m = 25 \text{ km}$)
 d_m : distance maximale entre le troupeau et un marché ; d_v : distance maximale entre le troupeau et un vétérinaire

5.2.4 Déplacements des troupeaux en fonction de perturbateurs

La Figure 5.17 montre de faibles gradients dans la distribution spatio-temporelle des troupeaux transhumants lorsque la stratégie de déplacement est basée sur des perturbateurs. Lorsque les perturbateurs se situent à moins de 7 km (respectivement de 10 km), ils n’impactent pas la durée de la phase aller (respectivement de la phase retour) de la transhumance (Figure 5.17a).

La Figure 5.15b montre que le nombre de jours d’attente dû à un perturbateur a un faible impact sur la distribution temporelle des troupeaux transhumants. La présence de perturbateurs (agriculteurs mécontents, braqueurs) n’est pas un facteur significatif de la répartition spatio-temporelle de troupeaux transhumants. Leurs déplacements sont similaires à des déplacements sans contraintes de leur terroir d’origine à leur terroir d’accueil et vice-versa (Figure 5.18).

5.2.5 Déplacements des troupeaux en fonction du réseau socio-économique

Les Figures 5.15c et 5.19 montrent de faibles gradients dans la distribution spatio-temporelle. La distribution spatio-temporelle de troupeaux est peu impactée par :

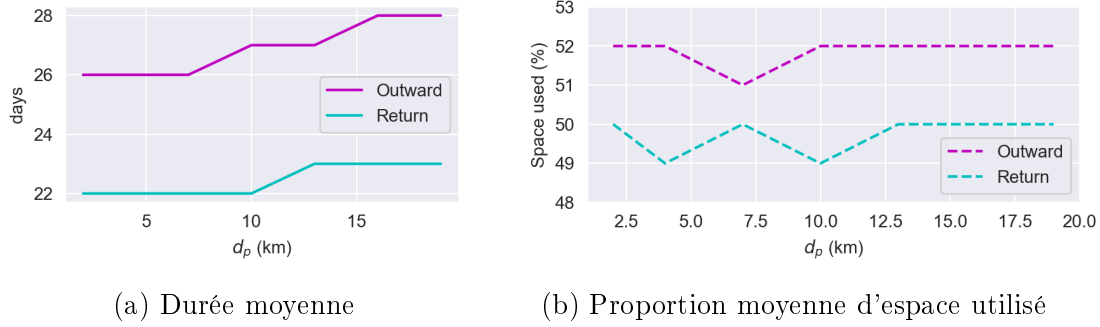


FIGURE 5.17 – Durée moyenne des phases de transhumance et proportion d'espace utilisé par les troupeaux lors de leurs déplacements en fonction de perturbateurs d_p : distance maximale entre le troupeau et un perturbateur

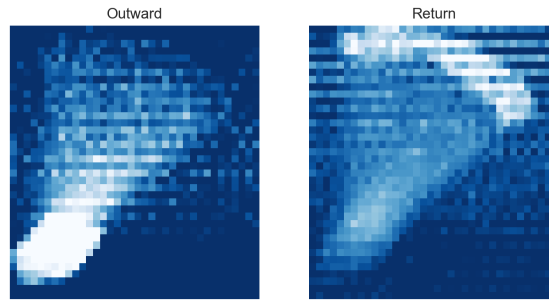


FIGURE 5.18 – Répartition spatiale de troupeaux en fonction de perturbateurs ($d_p = 10 \text{ km}$). d_p : distance maximale entre le troupeau et un perturbateur

nombre d'éléments du réseau socio-économique (Figure 5.19a), la manière dont il est créé (Figure 5.19b), le nombre de jours d'attente chez un élément du réseau (Figure 5.15c). La Figure 5.20 montre des troupeaux transhumants très distribués dans l'espace et qui ne traversent pas les zones interdites. La forte distribution des troupeaux dans l'espace est conforme à la réalité. L'existence d'un réseau socio-économique est donc un élément significatif du déplacement des troupeaux transhumants. Par conséquent dans le processus de prise de décision des transhumants sahéliens. Ces résultats vont dans le même sens que les études empiriques dans [34, 109] mettant en lien le réseau socio-économique des transhumants et leurs déplacements.

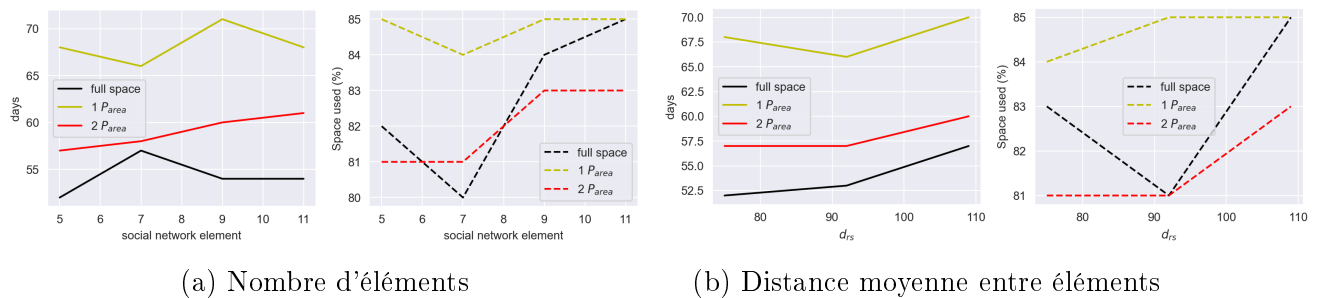
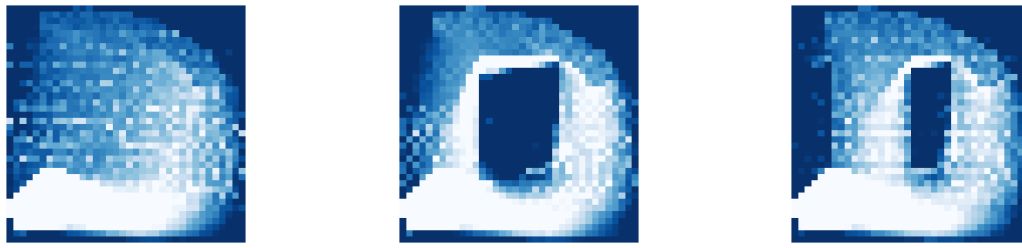


FIGURE 5.19 – Durée moyenne et proportion d'espace utilisé par les troupeaux en fonction des paramètres d'éléments du réseau socio-économique
 full_space : espace entier ; 1 P_{area} : espace muni d'une zone interdite ; 2 P_{area} : espace muni de deux zones interdites ; d_{rs} : distance maximale entre le troupeau et un élément du réseau socio-économique



(a) Sans zone interdite

(b) Une zone interdite

(c) Deux zones interdites

FIGURE 5.20 – Répartition spatiale des troupeaux en fonction du réseau socio-économique ($d_{rs} = 100 \text{ km}$, $nb_{rs} = 10$). nb_{rs} : nombre d'élément du réseau socio-économique ; d_{rs} : distance maximale entre le troupeau et un élément du réseau socio-économique

5.3 Validation des microsimulations

Dans cette section, à l'aide des indices de Moran, nous analysons les répartitions spatio-temporelles des troupeaux transhumants en fonction des scénarios de la section précédente. Notre objectif est de déterminer si ces répartitions sont aléatoires ou non. Cette analyse traduira l'efficacité de notre formalisation. De plus, nous renforcerons cette efficacité grâce à la sous-section : « validation et interprétation ». Dans cette dernière, nous validerons et interpréterons les résultats du chapitre afin de fournir un simulateur aux décideurs et acteurs du pastoralisme.

5.3.1 Auto-corrélation spatiale de Moran

La Figure 5.21 montre que les positions des troupeaux sont spatialement auto-corrélées. Cette auto-corrélation conduit à l'émergence de couloirs de transhumance ou de clusters car $I \neq 0$ et $z\text{-score} > 2,58$ (Figures 5.7, 5.8, 5.10, 5.12, 5.11, 5.16, 5.18, 5.20). Comme la $p\text{-value} = 0 < 0,05$ les positions des troupeaux ne sont pas aléatoires. Ces valeurs de $p\text{-value}$ traduisent que les troupeaux se déplacent en fonction des scénarios du modèle.

5.3.2 Validation et interprétation des résultats

Les ressources pastorales situées à au plus 20 km de la position des troupeaux peuvent impacter significativement la distribution spatio-temporelle de ceux-ci (Figures 5.6 et 5.9). Les résultats liés aux ressources pastorales justifient par modélisation le fait que les transhumants recherchent ces ressources sur des distances de 10 à 20 km .

L'impact non significatif de la végétation de qualité sur les longs déplacements des troupeaux s'explique par le fait que les transhumants évitent d'utiliser les mêmes parcours que leurs prédécesseurs. Les parcours très empruntés sont souvent surpâturés et favorables aux contagions de maladies.

La distribution spatio-temporelle de troupeaux transhumants est peu impactée par les

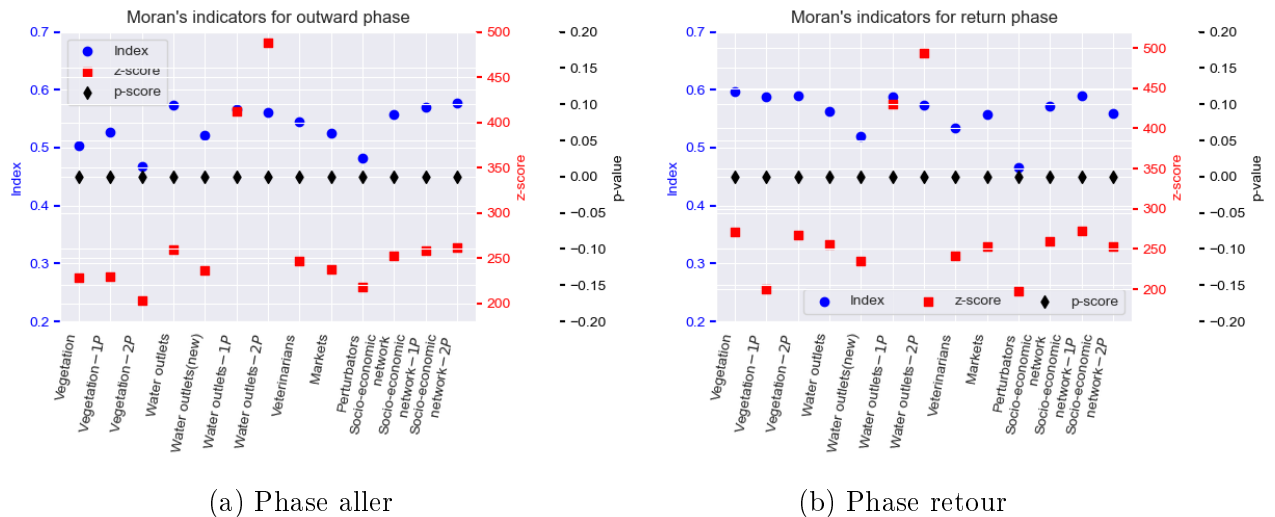


FIGURE 5.21 – Indices de Moran des résultats des stratégies de déplacements des troupeaux. αP signifie α zone(s) interdite(s)

vétérinaires, les marchés et les perturbateurs. Ceci s'explique par le fait que les transhumants changent peu leur trajet initial afin de se rendre chez un vétérinaire, dans un marché ou pour éviter un perturbateur [30, 109]. La construction des infrastructures pastorales et la sécurisation des déplacements des transhumants doit se faire au plus près de leurs parcours habituels.

Les points d'eau et les réseaux socio-économiques des transhumants sont des facteurs significatifs du déplacement de leur troupeau. Les déplacements des troupeaux transhumants sont contrôlables lorsqu'ils se déplacent en fonction des points d'eau. Les couloirs de transhumance qui émergent de leur déplacement indiquent les espaces utilisés et non utilisés par les troupeaux (Figures 5.10 - 5.12). Les décideurs peuvent alors implanter des points d'eau dans les espaces moins utilisés afin de mieux répartir les troupeaux dans l'espace. L'implantation d'un nouveau point d'eau (forage ou antenne) doit tenir compte de l'existence des autres points d'eau. Une concentration de points d'eau dans une zone pourrait entraîner une concentration des troupeaux dans celle-ci (Figure 5.10-Return-). Par contre, un maillage assez régulier de l'espace permet une plus grande répartition des troupeaux dans l'espace (Figure 5.12).

Les zones interdites aux troupeaux ont un impact plus ou moins important sur la distribution spatio-temporelle des troupeaux transhumants. De ce fait, l'emplacement ou le nombre de zones interdites aux troupeaux devraient être minutieusement choisie aux risques de ne pas atteindre leurs objectifs. Elles pourraient aussi être à l'origine de concentration de troupeaux à certains endroits. Cette concentration de troupeaux entraînerait du surpâturage ou le développement de nouvelles stratégies de déplacements (Figures 5.8a, 5.8b, 5.11a et 5.11b). De préférence, de telle zones devraient être situées dans des endroits où il n'y a pas de points d'eau et où les transhumants ont peu de relations socio-économiques.

Dans le contexte actuel de présence de groupes armés au Sahel, qui occupent et chassent les populations de leur espaces, les zones interdites aux troupeaux peuvent être perçues comme des zones occupées et vidées de leur population par des groupes armés. D'après les résultats, à moins que ces zones ne soient les seuls à contenir des points d'eau dans leur voisinage, les transhumants ne devraient pas les traverser.

Dans le contexte des émissions de Gaz à Effet de Serre (GES), les animaux des troupeaux transhumants émettent des GES lors de leurs digestions et au travers de leurs déjections. La végétation, les sols des parcours de transhumance séquestrent une partie des GES. La microfaune consomme une partie des déjections des animaux. Distribuer les troupeaux transhumants sur une large échelle spatiale en agissant sur la distribution des points d'eau permettra à plus de végétation, de sols et de microfaune d'interagir sur une plus grande échelle spatiale avec les GES émis par les animaux. Par exemple, si un grand nombre de troupeaux utilisent un petit espace, une quantité moins importante de leurs déjections sera enfouie dans les sols par rapport à si l'espace était plus grand ou si l'effectif d'animaux était plus réduit.

D'une comparaison des résultats de ce chapitre et des parcours de la Figure 5.5, nous déduisons qu'un transhumant ne peut déplacer son troupeau en fonction d'un seul facteur. Ce facteur ne lui permettra pas de conduire son troupeau d'un terroir à un autre en le nourrissant, en le gardant en bonne santé, en sécurité, tout en vendant des animaux. Cela conduit le transhumant à effectuer (\mathcal{H}_1) : une combinaison de facteurs de déplacements dans ses stratégies afin d'obtenir le meilleur pour le troupeau ou pour lui-même. Cette conclusion valide le choix de formalisation de déplacements de troupeaux transhumants par la théorie du choix rationnelle et l'optimisation multi-objectif sous contraintes de la section 3.2.3. Dans les chapitres suivants nous construiront des modèles afin de vérifier (\mathcal{H}_1). La validation de (\mathcal{H}_1) permettra, par validation croisée, de valider les microsimulations de ce chapitre.

Conclusion

Ce chapitre effectue des microsimulations basées sur chaque facteur de déplacement des troupeaux transhumants. Les résultats de ce chapitre comparés aux parcours réels de transhumance montrent que la transhumance ne peut être effectuée en fonction d'un seul facteur. Cependant ces résultats mettent en exergue l'impact de chaque facteur de déplacements dans les processus de prise de décision du transhumant mais aussi de faire des propositions d'aménagement de l'espace pastoral.

Les ressources pastorales (végétation, point d'eau) et le réseau socio-économique du transhumant ont un impact temporelle significatif sur la transhumance. Les points d'eau et le réseau socio-économique ont un impact spatial significatif. Les infrastructures pastorales (vétérinaires, marchés) ont un impact spatio-temporel non significatif sur la trans-

humance. Cependant, ils jouent un rôle économique significatif pour les transhumants. Les transhumants voulant minimiser la distance parcourue par leur troupeau, vendent leurs animaux au plus près de leur parcours de transhumance et à l'aide de leur réseau socio-économique.

L'activité de modélisation de ce chapitre établit des résultats d'aménagement pastoral qui pourraient être utiles aux responsables politiques. Par exemple, un aménagement judicieux de l'espace pastoral, qui augmenterait les interactions entre l'écosystème pastoral et les troupeaux transhumants, disposerait les points d'eau à au plus 15 *km* les uns des autres. Les infrastructures pastorales et la sécurisation de l'espace pastorale devrait se faire au plus près des parcours de transhumance.

Dans une perspective de modélisation des processus de prise de décision des transhumants sahéliens, ce chapitre permet : (1) de considérer pour le troupeau un besoin d'eau deux fois plus important que celui de végétation ; (2) de matérialiser l'impact du réseau social du transhumant à travers la réduction du coût d'achat d'eau, de vente des herbivores dans les marchés et d'évitement de perturbateurs. Dans le prochain chapitre, en nous basant sur les résultats de celui-ci, nous étudierons la distribution spatiale des troupeaux transhumants ainsi que leur impact sur la végétation à une échelle macroscopique en fonction du réseau socio-économique et des centres vétérinaires.

CHAPITRE 6

RÉPARTITION SPATIO-TEMPORELLE ET IMPACT SUR LA VÉGÉTATION DE TROUPEAUX TRANSHUMANTS SAHÉLIENS

Sommaire du chapitre

| | | |
|-------|---|-----|
| 6.1 | Transhumance sahélienne et zone d'étude | 109 |
| 6.1.1 | Déplacements de troupeaux transhumants sahéliens et interactions avec la végétation | 109 |
| 6.1.2 | Zone de simulation | 110 |
| 6.2 | Méthode | 111 |
| 6.2.1 | Overview (vue d'ensemble) | 111 |
| 6.2.2 | Conceptualisation | 113 |
| 6.2.3 | Détails | 115 |
| 6.3 | Résultats | 119 |
| 6.3.1 | Validation | 119 |
| 6.3.2 | Exploration | 120 |
| 6.3.3 | Interprétation des résultats | 124 |

Introduction

Le chapitre 3 a formalisé les déplacements de troupeaux transhumants sahéliens à l'aide d'analyse systémique, de graphe, de topologie, d'optimisation multiobjectif sous contraintes. Ces formalisations ont permis de décomplexifier les déplacements des troupeaux mais aussi d'appréhender les processus de prise de décision des transhumants. Les processus de prise de décision des transhumants sont influencés par des facteurs liés à l'environnement (végétation, point d'eau), à d'autres entités tels que des commerçants, des vétérinaires, des voleurs de bétails. Le chapitre 5 a permis d'évaluer (qualitativement) l'influence de chaque facteur de déplacements de troupeaux dans le processus de prise de décision du

transhumant. De ce chapitre il est ressorti que le réseau social du transhumant est le facteur influençant le plus les transhumants dans leur prise de décision s'il n'a pas besoin de conduire son troupeau chez le vétérinaire. Ce chapitre 5 ne s'est cependant pas intéressé à la répartition spatio-temporelle des troupeaux transhumants ainsi qu'à l'impact des troupeaux sur la végétation à l'échelle macroscopique.

A travers un modèle à base d'agent, ce chapitre étudie la répartition spatio-temporelle de troupeaux transhumants sahéliens et leur impact sur la végétation à une échelle spatiale macroscopique et en fonction de la pluviométrie annuelle et de la proportion de végétation pâturable en fin de saison des pluies. Dans ce modèle, les troupeaux se déplaceront en fonction de leur réseau social (ou socio-économique) et de centres vétérinaires. Les éléments du réseau social sont situés dans des lieux où il y a des point d'eau et où la qualité de la végétation est appréciable. Ce chapitre met ainsi en avant les aspects socioculturels et d'infrastructures de la transhumance. La proportion de végétation pâturable en fin de saison des pluies est à notre sens un élément primordial car il permet de considérer l'avènement de ravageurs, etc.

Ce chapitre est organisé comme suit. La section 6.1 décrit la transhumance sahélienne et la zone d'étude du modèle. La section 6.2 décrit le modèle de ce chapitre. La section 6.3 valide et explore le modèle. Ce chapitre termine par une conclusion et des perspectives.

6.1 Transhumance sahélienne et zone d'étude

Dans cette section nous décrivons les interactions entre la végétation sahélienne et les troupeaux transhumants mais aussi la zone de simulation du modèle conceptuel.

6.1.1 Déplacements de troupeaux transhumants sahéliens et interactions avec la végétation

Les déplacements de troupeaux transhumants sahéliens aux échelles spatio-temporelles macroscopique ou microscopique sont fonction de stratégies pastorales de leur transhumant. Ces stratégies sont adaptatives afin de permettre une résilience des transhumants face à la variabilité climatique du Sahel [41, 65, 106]. Les stratégies pastorales sont principalement élaborés en fonction du réseau social du transhumant, ou de l'accès du troupeau aux soins vétérinaires, possibilité de vente d'herbivores sur le parcours de transhumance. Ces stratégies pastorales considèrent des calendriers pastoraux (Figure 6.1) dont les saisons traduisent des variations significatives du niveau des ressources pastorales mais aussi les périodes d'événements socioculturels [16, 34].

Lors de leurs déplacements, les troupeaux interagissent avec l'environnement en pâturant, en piétinant les herbes et arbustes, en déféquant et en urinant [10, 41, 58]. Au Sénégal, les

| Month | July | August | September | October | November | December | January | February | March | April | May | June |
|---------------|--------|--------|-----------|---------|----------|-----------|---------|----------|-------|-------|-----|------------|
| Fulani season | Duungu | | | Kawle | | Dabbuunde | | | Ceedu | | | Ceetceelde |

FIGURE 6.1 – Exemple de calendrier pastoral (adapté de [16])

stratégies pastorales assurent plus de 90% de l'alimentation annuelle du troupeau grâce à la biomasse disponible sur les parcours [109]. Sur une année complète, les troupeaux transhumants constitués de bovins, d'ovins et de caprins mangent moins du tiers de la biomasse herbacée disponible et moins de 5% des feuilles des arbres et arbustes d'un territoire pastoral d'au plus 20 km de rayon [10, 35]. Les herbivores restituent par leurs excréments à peu près la moitié de la matière organique ingérée sur l'année, et 70 – 90% des minéraux ingérés [57]. La moitié de l'azote excrétée par voie urinaire est largement perdue par volatilisation ammoniacale mais le dépôt des urines relève le PH des sols acides [57].

La proportion de végétation pâturable par les troupeaux et la démographie des herbivores sont sensibles aux variations de la pluviométrie [41]. Durant les années à bonne pluviométrie et en absence d'épidémie l'effectif des herbivores croît. Durant une année de sécheresse (faible pluviométrie), le cheptel peut croître car les transhumants conduisent leur troupeau dans d'autres lieux après les avoir conduits dans leurs terroirs d'accueil habituels [41, 93]. Par contre, lors de périodes pluriannuelles de sécheresse nous constatons une forte baisse du cheptel [41, 85].

6.1.2 Zone de simulation

Les simulations sont effectuées au Sénégal (Figure 6.2). Les cheptels sénégalais sont estimés à environ trois millions de bovins et onze millions de petits ruminants [12]. La zone de simulation s'étend d'une partie de la zone sylvo-pastorale du Ferlo au bassin arachidier sur une superficie de $\approx 121\,084\text{ km}^2$. De plus, cette zone est traversée du nord au sud par les isohyètes 300 mm et 500 mm de précipitation annuelle [77].

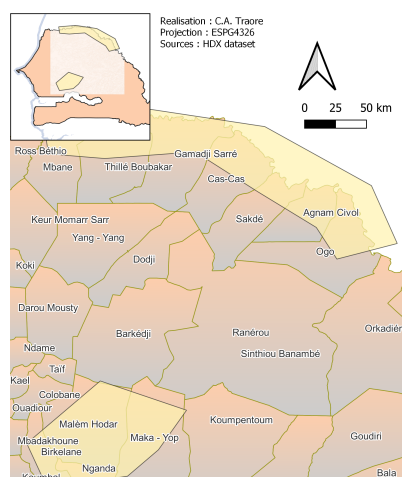


FIGURE 6.2 – Zone d'étude

6.2 Méthode

Dans cette section nous décrivons le modèle à base d'agent avec le protocole ODD [53].

6.2.1 Overview (vue d'ensemble)

Cette section décrit les objectifs, les entités puis les processus de simulations.

6.2.1.1 Objectif

L'objectif du modèle est d'étudier la répartition spatio-temporelle de troupeaux transhumants sahéliens et leur l'impact sur la végétation, à une échelle spatiale macroscopique, en tenant compte de la pluviométrie et de la proportion de végétation pâturable en fin de saison des pluies. Le modèle est destiné aux pasteurs, aux scientifiques et aux décideurs afin de les informer et d'appuyer leurs décisions.

6.2.1.2 Entités, variables d'état et échelle

Les entités du modèle sont regroupées dans les modules : 'Transhumant_herd', 'Socio_ecosystem', 'Environment' et 'Infrastructure'. Ces modules et leurs relations sont représentés dans la Figure 6.3 à l'aide d'un diagramme de classe UML.

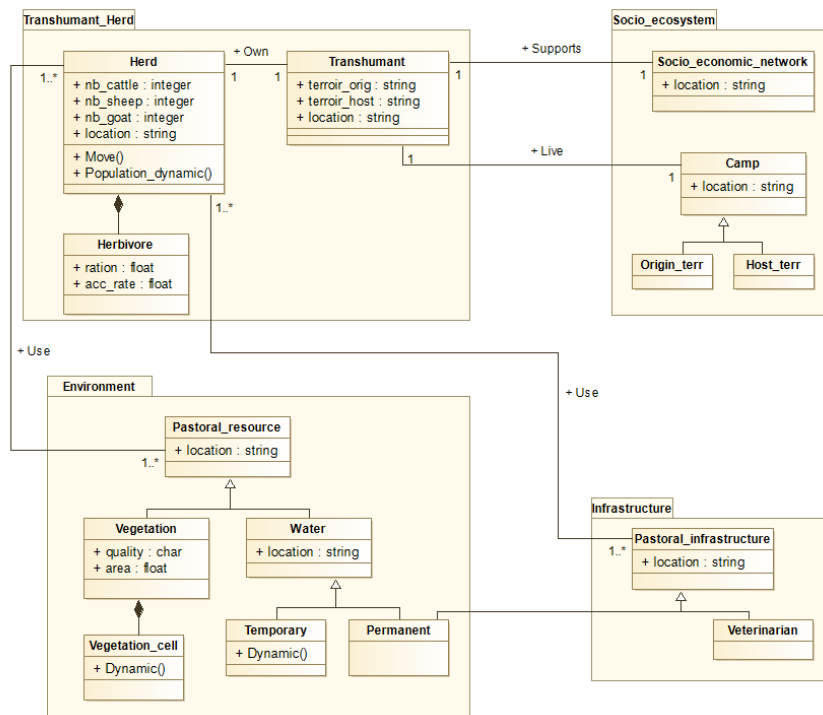


FIGURE 6.3 – Diagramme de classe des entités du modèle

Le module 'Transhumant_herd' contient les entités "Transhumant" et "Herd". L'entité "Transhumant" représente le transhumant, qui peut être l'éleveur ou les bergers. Le

transhumant prend toutes les décisions concernant le troupeau. Dans ce modèle, le transhumant est toujours avec son troupeau. L'entité "Herd" représente le troupeau qui est un ensemble d'herbivores (bovins, ovins et caprins) qui pâturent et se déplacent. Cette entité a pour variables l'effectif, les taux d'accroissement de la population de chaque espèce d'herbivore et la ration alimentaire de chaque espèce d'herbivore qui le compose. Le module 'Environment' contient l'entité "Pastoral_ressource". Cette entité représente les ressources pastorales et généralise les entités "Water" et "Vegetation". L'entité "Water" représente les points d'eau qui peuvent être permanents (forages, cours d'eau intarissables) ou temporaires (lacs, marres, étangs). Le volume d'eau disponible dans les points d'eau temporaires suit l'équation 6.2. L'entité "Vegetation" représente la végétation constituée de cellules de diverses tailles. Chaque cellule de végétation est caractérisée par son aire, la qualité et la quantité de végétation qu'elle contient. La quantité de végétation de chaque cellule évolue selon l'équation 6.3.

Le module 'Infrastructure' contient l'entité "Pastoral_Infrastructure" qui est une généralisation des entités "Veterinarian" et "Permanent". L'entité "Veterinarian" représente les centres vétérinaires. L'entité "Permanent" représente les points d'eau permanent.

Le module 'Socio_ecosystem' contient les entités "Socio_economic_network" et "Camp". L'entité "Socio_economic_network" représente les individus du réseau social du transhumant. Les individus du réseau social facilitent la transhumance en rendant de multiples services aux transhumants. L'entité "Camp" représente les campements du troupeau transhumant en terroir d'origine ou d'accueil et les campements de transit créés afin de séjourner dans un lieu.

Notons que toutes les entités du modèle ont leur position comme variable d'état.

Le modèle a pour paramètres exogènes : la pluviométrie annuelle moyenne et une proportion de végétation pâturable (en fin de saison de pluies) par les troupeaux.

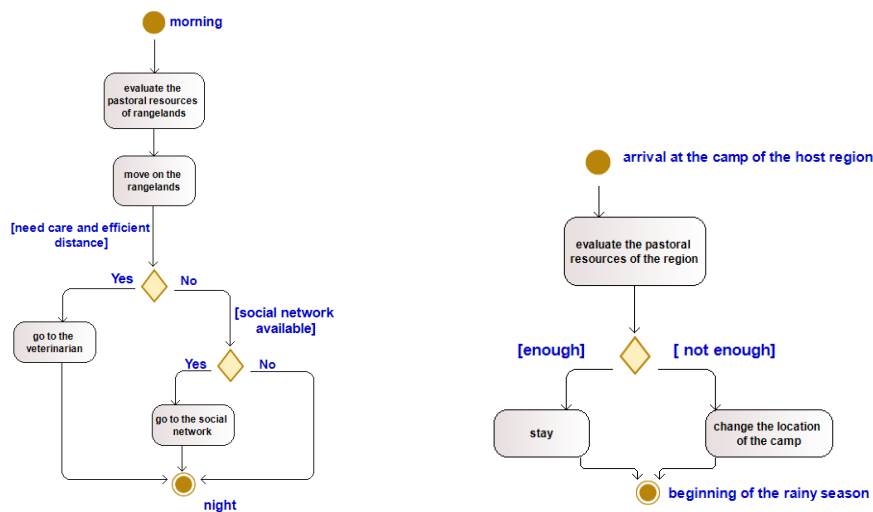
Le modèle est conçu à l'échelle spatiale du Sahel et simulé dans la zone de simulation. Le modèle a un pas de temps journalier et un horizon temporel de 330 cycles soit 10 mois. La transhumance sahélienne dure au plus 10 mois et pendant la saison des pluies la repousse de la végétation masque l'impact des troupeaux sur elle. De ce fait, et pour nos objectifs, il n'est pas judicieux d'avoir un horizon temporel excédant 330 cycles. Le pas de temps est journalier afin de ne pas tenir compte des mobilité quotidienne infra-journalière.

6.2.1.3 Vue générale des processus et ordonnancement

Le troupeau se déplace de son campement en terroir d'origine vers son campement en terroir d'accueil, en fonction du réseau social et de la présence de vétérinaires (Figure 6.4). Le troupeau transhumant va chez chaque élément de son réseau social où il séjourne un à quatre jours. Si le transhumant a un élément de réseau social dans le terroir d'accueil, l'emplacement de cet élément de réseau social est l'emplacement du campement

du troupeau en terroir d'accueil [109]. Sinon, il s'installe dans une zone de ce terroir où la végétation est en quantité suffisante et de bonne qualité. Un troupeau non vacciné va chez le premier vétérinaire situé à au plus 30 km de sa position. En terroir d'accueil, le transhumant peut être amené à changer de campement lorsque la végétation est épuisée autour de son campement initiale. La transhumance prend fin dès le début de la pluie dans un voisinage de son campement en terroir d'accueil.

Au premier cycle (et uniquement à ce cycle) le sous-modèle 1, puis le sous-modèle 6 sont ordonnancés par l'entité "Herd", puis sont ordonnancés dans l'ordre indiqué, et durant tous les autres cycles de la simulation : (1) le sous-modèle 2 par l'entité "Herd" ; (2) le sous-modèle 4 par l'entité "Vegetation" ; (3) le sous-modèle 5 par l'entité "Herd".



(a) Entre les terroirs d'origine et d'accueil

(b) En terroir d'accueil

FIGURE 6.4 – Diagramme d'activité (quotidien) des transhumants

6.2.2 Conceptualisation

Dans cette section nous présentons les principes de conceptualisation du modèle.

6.2.2.1 Principes de base

Nous avons conceptualisé ce modèle en supposant que :

- (H1) Sur le chemin de transhumance, entre les terroirs d'origine et d'accueil, il ne manque pas de végétation ;
- (H2) une proportion p_{veg} de la biomasse, disponible en fin de saison des pluies, est pâturable par les troupeaux.

L'hypothèse (H1) est une conséquence des stratégies pastorales. Selon ces stratégies les troupeaux transhumants ne prennent un trajet que si les ressources pastorales y sont

disponibles. L'hypothèse (H2) est due à l'occupation des terres par d'autres activités. Dans ce modèle les herbivores mangent convenablement chaque jour et se reproduisent le moment venu. Afin d'obtenir des résultats de l'impact du troupeau sur la végétation robuste, nous avons considéré que chaque herbivore ingère la ration journalière d'une femelle allaitante de son espèce. Un bovin ingère quotidiennement 18 g.kg^{-1} (grammes de matière sèche végétale par kilogramme de poids vif animal) et le petit ruminant (ovin, caprin) ingère quotidiennement 34 g.kg^{-1} [10]. Ce modèle ne tient pas compte de l'impact que peut avoir la micro-faune (termites, bouviers, etc.) et les feux de brousse sur la végétation.

6.2.2.2 Emergence

La répartition spatio-temporelle des troupeaux transhumants émerge de la répartition spatiale du réseau social et des vétérinaires.

L'impact des troupeaux sur la végétation émerge de la pluviométrie, de la proportion de végétation pâturable et des effectifs d'herbivores des troupeaux.

6.2.2.3 Adaptation

Les transhumants adaptent leurs déplacements en fonction de stratégies d'autres transhumants, de facteurs quantitatifs (effectifs du troupeau, quantité de végétation, etc.) et de leur réseau social. Répétons qu'en terroir d'accueil, si le transhumant n'a pas d'élément de réseau social, il s'installe dans une zone de ce terroir où la végétation est de qualité et en quantité suffisante.

6.2.2.4 Hétérogénéité

Les troupeaux transhumants diffèrent par leur statut vaccinal, le nombre et la position de leurs éléments de réseau social. Un troupeau vacciné ne part pas chez un vétérinaire. Les différences dans l'emplacement des vétérinaires (pour plusieurs répliques du modèle) et dans le réseau social des transhumants permet d'inclure une hétérogénéité dans la répartition spatio-temporelle des troupeaux [4].

Les espaces diffèrent par la qualité, la quantité de végétation, la présence de point d'eau, la présence de vétérinaire et la présence d'un élément de réseau social d'un troupeau transhumant.

6.2.2.5 Sensation

A travers une réduction du taux d'accroissement des populations d'herbivores (algorithme 13), ce modèle tient compte de l'impact des années à faibles pluviométries sur la démographie des troupeaux.

6.2.2.6 Interaction

Les troupeaux transhumants interagissent d'une part avec les ressources pastorales et d'autre part entre eux via une compétition indirecte pour les ressources pastorales [32]. En effet, lorsqu'un troupeau pâture en un lieu, la quantité de végétation de ce lieu diminue.

6.2.2.7 Stochasticité

Un troupeau du modèle a une probabilité de 70% d'être vacciné [109].

Les vétérinaires sont créés à des emplacements aléatoires dans l'espace de simulation. Le nombre d'éléments du réseau social est un entier compris entre 5 et 10 et déterminé par la loi uniforme. Les éléments de réseau social sont créés à des emplacements aléatoires à proximité des espaces où il y a des points d'eau et de la végétation de qualité. D'autre part, ils sont situés entre les campements du troupeau en terroir d'origine et d'accueil. Un troupeau transhumant a une probabilité de 43% d'avoir un élément de réseau social dans son terroir d'accueil [109].

La durée du séjour d'un troupeau transhumant chez un vétérinaire ou un élément de réseau social est un entier aléatoire compris entre 1 et 4.

La date de début de transhumance de chaque troupeau est déterminée aléatoirement entre le 15 octobre et le 15 novembre. La date de fin de transhumance de chaque troupeau est déterminée aléatoirement entre le 15 mai et le 1^{er} juillet (Figure 6.1).

6.2.2.8 Collectivité

Tous les troupeaux ont le Ferlo (polygone du haut dans la Figure 6.2) comme terroir d'origine, le polygone du bas (dans la Figure 6.2) comme terroir d'accueil et le même calendrier pastoral de la Figure 6.1. De plus, les bovins et petits ruminants (ovins et caprins) du modèle ont un poids-vif d'environ 250 *kg* et 40 *kg* respectivement [28].

6.2.2.9 Observation

Nous observons la distribution spatio-temporelle des troupeaux transhumants lors des phases aller et retour de la transhumance. Nous observons également l'impact des troupeaux transhumants sur la végétation tout au long de la transhumance et en fonction de la proportion de végétation pâturable ou de la pluviométrie. Les résultats de simulations sont observés et analysés aux mêmes dates afin d'être comparables.

6.2.3 Détails

Cette section fournit de amples informations sur les données d'entrée, l'implémentation, l'initialisation et les sous-modèles du modèle de ce chapitre.

6.2.3.1 Détail d'implémentation

Le modèle de ce chapitre est implémenté dans le simulateur Gama. Le transhumant et son troupeau étant toujours ensemble, dans le modèle, nous n'implémentons que l'entité "Herd" [75, 94]. Les données et les scripts du modèle sont disponibles l'adresse <https://www.comses.net/codebase-release/f524ed59-48ae-405d-8de9-27d22891d457/>

6.2.3.2 Données d'entrée

Le modèle prend en entrée des SIG (Figure 6.5). Les emplacements des points d'eau permanents sont des points géolocalisés contenus dans des shapefiles. La couche des points d'eau temporaires est un shapefile constitué de polygones. La couche de la qualité de végétation est géoréférencée sous forme de polygones dans un shapefile. La couche de végétation contient l'aire de chaque cellule de végétation ainsi que la qualité de végétation qui y est contenue.

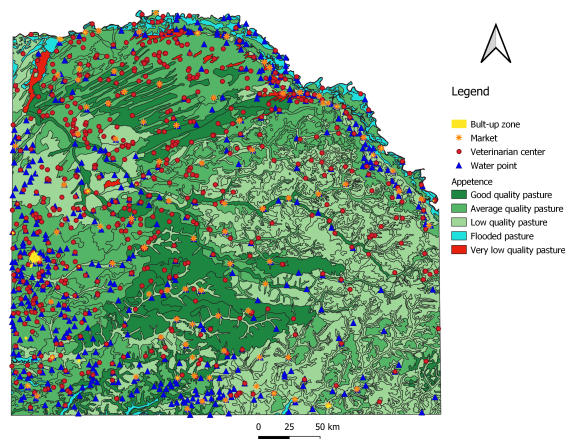


FIGURE 6.5 – Données d'entrée

6.2.3.3 Initialisation

Le modèle est initialisé, selon l'algorithme 11, le 15 octobre avec 20 vétérinaires et 200 troupeaux transhumants. Les agents troupeaux sont initialisés avec les valeurs de la Table 6.1. La quantité de végétation est initialisée par l'équation 6.3.

Algorithme 11 : Initialisation du modèle

begin

- To read the input data;
 - To initialize the rainfall parameter P and vegetation quantity of "Vegetation" entity;
 - To create the entities of the model except the "Social_network" entity;
 - To Initialize the parameters of the entity "Herd";
 - To determine the location of the camps of the "Herd" entity in the terroir of origin and in the host terroir;
 - To determine the beginning date of the herd's transhumance;
 - To determine the time of stay with a veterinarian or a social network element ;
-

TABLE 6.1 – Effectifs, taux d’accroissement et rations alimentaires des espèces d’herbivores

| Parameter | Cattle | Sheep | Goat | Source |
|---|--------------------|--------------------|-------------------|--------|
| Number | $\mathcal{P}(111)$ | $\mathcal{P}(257)$ | $\mathcal{P}(69)$ | [109] |
| Growth rate | 1,1% | 3,2% | 2,8% | [3] |
| Daily food ration (in kg of dry matter) | 4,5 | 1,5 | 1,5 | [10] |

6.2.3.4 Sous-modèle

Cette section formalise à l’aide d’équations ou d’algorithmes, les processus des entités du modèle.

a. Sous-modèle 1 : création des éléments du réseau social

La création d’éléments du réseau social est basée sur l’algorithme 12. Chaque troupeau crée nb_{rs} éléments du réseau social. Du fait de la large distribution spatiale de points d’eau (permanents et temporaires) et de la taille des cellules de végétation, nous avons créé les éléments du réseau social du transhumant n’importe où dans l’espace.

Algorithme 12 : Création du réseau social des transhumants

```

Input :  $nb_{rs}$  such as  $|S| = nb_{rs}$  with  $S = \{s\}$  the set of social elements;
 $p_{rs_h}$  : Probability of having a social network element in host terroir
Variables : bool : creation ← true;
int : k;
begin
  if creation = true then
    if  $p_{rs_h}$  then                                %The herd has a social network element in the host terroir
      for  $k=0$  to  $|S| - 1$  do
        create s at any location in space;
      else
        for  $k=0$  to  $|S|$  do
          create s at any location in space;
        creation ← false;
  
```

b. Sous-modèle 2 : dynamique de population des espèces du troupeau

Chaque trois mois, la population E_i de chaque espèce de ruminant du troupeau évolue selon l’équation 6.1. Ce pas de temps tient compte de la lente évolution des populations d’herbivore et des caractéristiques animales, particulièrement des nouveaux nées. En effet à partir de l’âge de 3 semaines, un veau commence à manger un peu d’herbe et dès l’âge de 3 mois il peut manger des plantes et ruminer [108]. Un agneau ou un cabri mangera pleinement les plantes vertes entre 3–4 mois mais commencent à manger un peu d’herbe dès l’âge de 3 semaines [108].

$$E_i(t+k) = E_i(t) + \frac{a_i}{4} \cdot E_i(t) \cdot k, \quad t \geq 0, k \geq 0 \quad [113] \quad (6.1)$$

où a_i représente le taux d’accroissement de la population de ruminants de l’espèce i .

c. Sous-modèle 3 : dynamique des points d'eau non permanents

La dynamique de point d'eau non permanent (marre, étang) suit l'équation 6.2.

$$\dot{w}(t) = p(t)a(t) - r_0(t) + r_i(t) - [c + e_r(t) + i_r(t)].w(t) \quad [82] \quad (6.2)$$

d. Sous-modèle 4 : dynamique de végétation

La dynamique de végétation dépend des troupeaux et de la pluviométrie. Elle est représentée par l'équation 6.3.

$$r(t + \Delta t) = r(t) - \gamma(t).r(t).\Delta t \quad [113] \quad (6.3)$$

r : quantité de matière sèche en kg/ha avec $r(t_0) = (\alpha.P + \beta).a$ représentant l'équation de Boudet décrite dans [22]. Nous avons $\alpha = 4.1$, $\beta = -515$ pour la zone d'étude [16].
 P : pluviométrie annuelle en mm ; a : aire de la cellule de végétation ; γ : quantité de végétation ingérée par les herbivores du troupeau.

e. Sous-modèle 5 : impact des troupeaux transhumants sur la végétation

C'est le quotient de la consommation totale de végétation des herbivores transhumants par la quantité initiale de végétation (équation 6.4).

$$i(t) = \frac{Q_{cons}}{r(t_0)} \times 100 \quad [113] \quad (6.4)$$

f. Sous-modèle 6 : impact de la pluviométrie sur les taux d'accroissement des populations d'herbivores

Cet impact est basé sur l'algorithme 13 qui ajuste la dynamique de la population d'herbivores en fonction de la pluviométrie annuelle moyenne. Pendant les années de sécheresse les populations d'herbivores du troupeau peuvent diminuer notamment à cause de ventes plus fréquentes ou à une plus grande mortalité des animaux.

La pluviométrie annuelle moyenne (P) peut servir d'indicateur de sécheresse. En fonction de sa valeur nous distinguons l'année à bonne pluviométrie $P \geq 450 \text{ mm}$, l'année à moyenne pluviométrie $300 \text{ mm} \leq P < 450 \text{ mm}$, l'année à faible pluviométrie ou année de sécheresse $P < 300 \text{ mm}$ [16].

Algorithme 13 : Mise à jour du taux d'accroissement de la population d'herbivore en fonction de la pluviométrie

```

Input : Rainfall :  $P$ ;
Cattle growth rate :  $g_c$ , sheep rowth rate :  $g_s$ , goat rowth rate :  $g_g$ ;
Variables : float :  $g \in \{g_c, g_s, g_g\}$ 
begin
  if  $P \geq 300 \text{ mm}$  then                                     % Good rainfall year
     $g \leftarrow \mathcal{N}(g, 1)$ ;
  else
     $g \leftarrow \mathcal{N}(-g, 10)$ ;                               % Growth rate may be negative due to population reduction
  return  $g$ ;

```

6.3 Résultats

Dans cette section, nous validons et explorons le modèle.

6.3.1 Validation

La Figure 6.6 illustre que les déplacements réels des troupeaux transhumants (Figure 6.6a) sont semblables aux résultats du modèle de ce chapitre (Figure 6.6b) et aux résultats de Turner et Schlecht (2019) dans [120]. Ils affirment qu'il existe de fortes dispersions spatiale et temporelle des troupeaux transhumants durant leur déplacement d'un terroir à un autre. De plus, la Figure 6.7, pour laquelle la quantité de végétation est initialisée à partir de données MODIS, montre que des impacts d'herbivores dans la zone de simulation sont en accord avec les résultats d'Assouma et al. dans [10] et de Diawara et al. dans [34] (voir section 6.1.1).



(a) Parcours (issus de données réelles) de neuf troupeaux transhumants (b) Résultat du modèle au 15 novembre pour $P = 375 \text{ mm}$, $p_{veg} = 70\%$

FIGURE 6.6 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant la phase aller

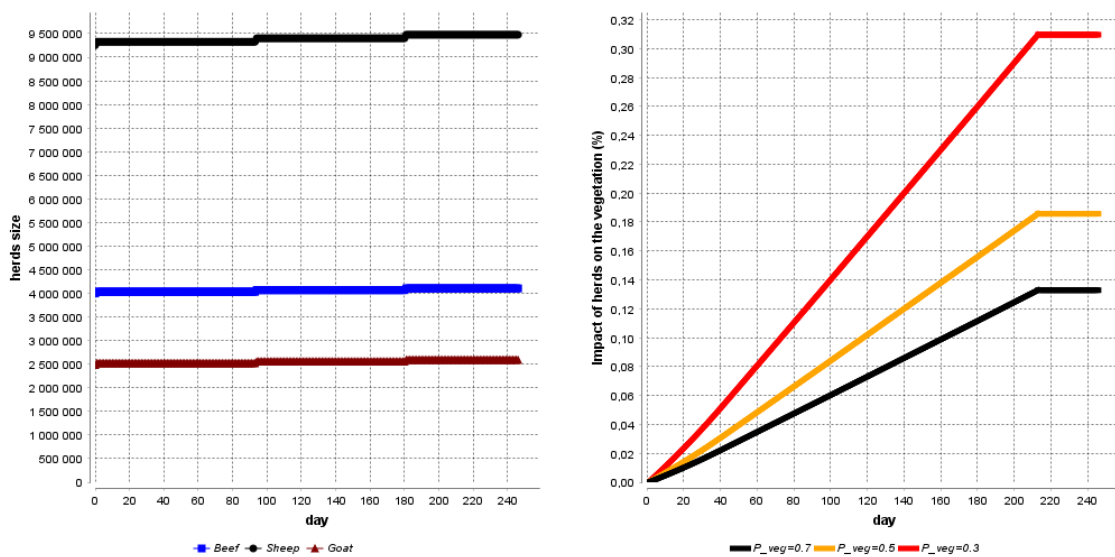


FIGURE 6.7 – Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 150 \text{ mm}$

6.3.2 Exploration

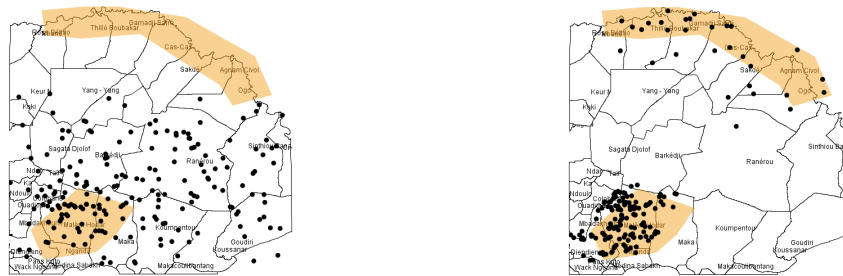
L'exploration du modèle est fonction de scénarios illustrés dans la Table 6.2.

TABLE 6.2 – Scénarios d'exploration

| N° | Rainfall (P) | Grazable vegetation (p_{veg}) | Possible interpretation |
|----|------------------|-----------------------------------|---|
| 1 | 500 mm | 70 % | Year with good rainfall and no or non-significant pest impact |
| | | 50 % | Year with good rainfall and average pest impact |
| | | 30 % | Year with good rainfall and a significant impact of pests |
| 2 | 375 mm | 70 % | Average rainfall year with no or non-significant pest impact |
| | | 50 % | Average rainfall year and average pest impact |
| | | 30 % | Average rainfall year and a significant impact of pests |
| 3 | 150 mm | 70 % | Drought year with no or insignificant pest impact |
| | | 50 % | Drought year and average pest impact |
| | | 30 % | Drought year and a significant impact of pests |

6.3.2.1 Scénario 1

Pour ce scénario, la pluviométrie annuelle a une valeur de $P = 500$ mm. Les Figures 6.8, 6.9, 6.10, 6.11 illustrent les résultats de ce scénario.



(a) 15 novembre (phase aller)

(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.8 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 70\%$ [113]

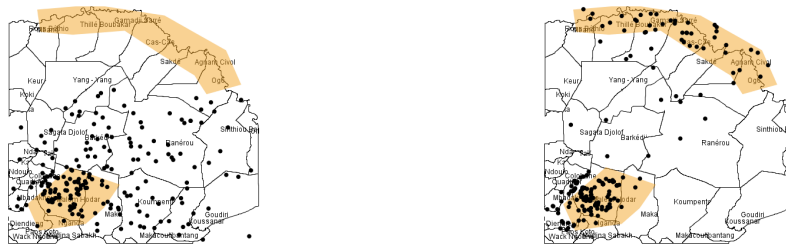
Les Figures 6.8, 6.9, 6.10 montrent que pour une année à bonne pluviométrie la proportion de végétation pâturable influence peu la répartition spatio-temporelle des troupeaux transhumants.



(a) 15 novembre (phase aller)

(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.9 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 50\%$ [113]



(a) 15 novembre (phase aller)

(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.10 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 30\%$ [113]

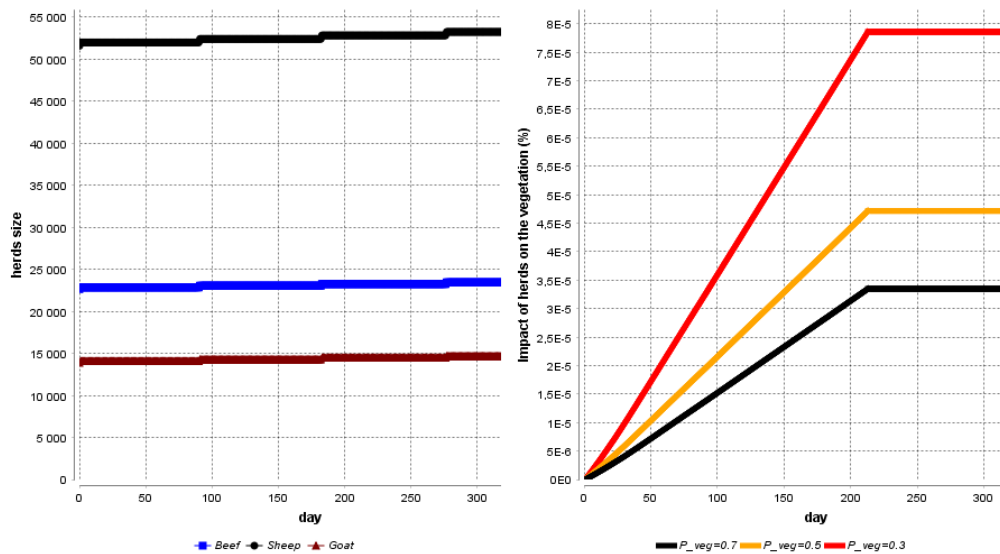


FIGURE 6.11 – Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 500 \text{ mm}$ [113]

6.3.2.2 Scénario 2

Pour ce scénario, la pluviométrie annuelle est bonne et a une valeur de $P = 375 \text{ mm}$. Les Figures 6.12, 6.13, 6.14, 6.15 illustrent les résultats de ce scénario.



(a) 15 novembre (phase aller)

(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.12 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 70\%$



(a) 15 novembre (phase aller)

(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.13 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 50\%$



(a) 15 novembre (phase aller)

(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.14 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 30\%$

Les Figures 6.12, 6.13, 6.14 montrent que pour une année à pluviométrie moyenne la proportion de végétation pâturable influence peu (mais quand même un peu plus que

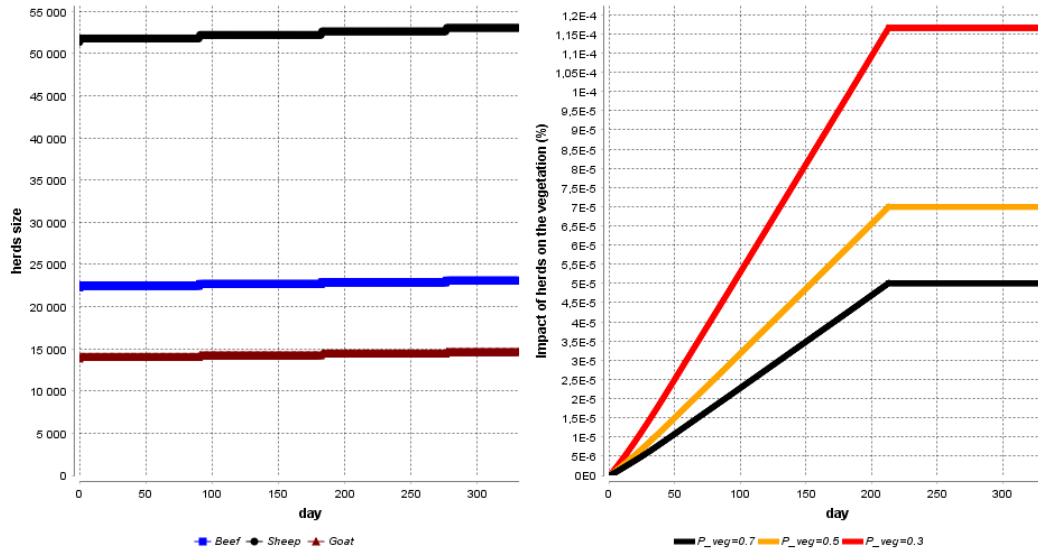


FIGURE 6.15 – Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 375 \text{ mm}$

pour une année à bonne pluviométrie) la répartition spatio-temporelle des troupeaux transhumants.

6.3.2.3 Scénario 3

Pour ce scénario, la pluviométrie annuelle est bonne et a une valeur de $P = 150 \text{ mm}$. Figures 6.16, 6.17, 6.18, 6.19 illustrent les résultats de ce scénario.

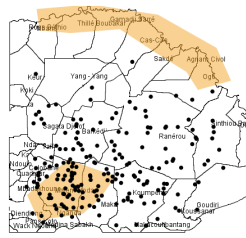


(a) 15 novembre (phase aller)

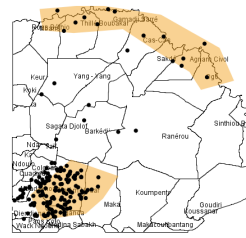
(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.16 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 70\%$

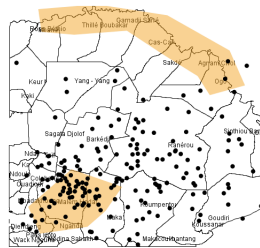
Les Figures 6.16, 6.17, 6.18 montrent que pour une année à mauvaise pluviométrie (sécheresse) la proportion de végétation pâturable influence significativement la répartition spatio-temporelle des troupeaux transhumants. Nous constatons que moins il y a de végétation pâturable moins les troupeaux sont distribués dans l'espace et ils se déplacent en bloc. De plus, lorsque la proportion de végétation pâturable est élevée, les troupeaux ont tendance à se déplacer très vite dans leur terroir d'accueil. Cependant lorsque la proportion de végétation pâturable est assez faible ($\leq 50\%$) les troupeaux se répartissent sur une grande étendue spatiale ce qui retarde leur arrivée en terroir d'accueil.



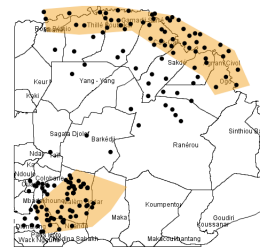
(a) 15 novembre (phase aller)



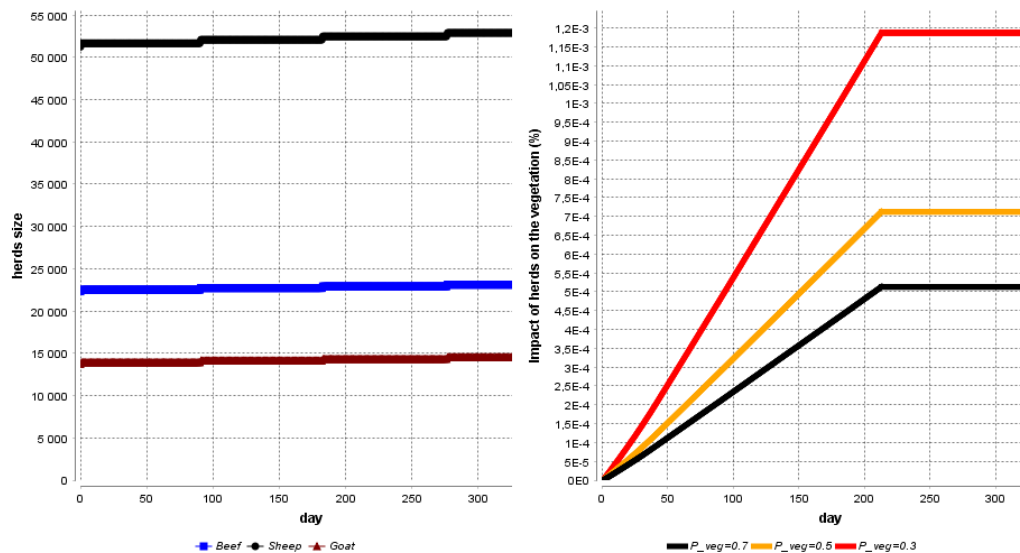
(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.17 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 50\%$ [113]

(a) 15 novembre (phase aller)



(b) 30 juin (phase retour)

FIGURE 6.18 – Répartition spatio-temporelle des troupeaux durant les phases aller et retour de transhumance pour $p_{veg} = 30\%$ [113]FIGURE 6.19 – Impact des troupeaux sur la végétation pour $P = 150 \text{ mm}$ [113]

6.3.3 Interprétation des résultats

L'existence de points d'eau et de végétation pâturable pour les troupeaux, nous a permis de créer les réseaux sociaux des transhumants dans toute la zone d'étude. Nous avons préféré représenter la répartition spatio-temporelle des troupeaux transhumants à l'aide de la carte de la zone d'étude et de points afin d'illustrer leur répartition spatiale

des instants donnés. Cela permet d'observer les fluctuations dans la répartition spatio-temporelle des troupeaux.

La phase allée de transhumance est caractérisée par une forte répartition spatiale et temporelle des troupeaux transhumants. Cette forte répartition spatiale est indépendante de la pluviométrie et due au réseau social du transhumant chez qui les troupeaux partent nécessairement. Nous remarquons que des troupeaux peuvent être arrivées dans leur campement en terroir d'accueil pendant que d'autres sont toujours dans le terroir d'origine.

La phase retour de transhumance est caractérisée par une répartition spatiale assez homogène mais par une inégale répartition temporelle des troupeaux transhumants dans l'espace. Certains troupeaux peuvent être arrivées dans leur campement en terroir d'origine pendant que d'autres sont toujours en terroir d'accueil. Cet impact temporel inégal est dû au début non homogène de la saison pluvieuse. La difficulté de connaître la répartition de la pluviométrie à une échelle fine (cellule de végétation) ne nous a pas permis de simuler la repousse de l'herbe. Nous n'avons par conséquent pas pu simuler l'impact des troupeaux sur la végétation pour la période de *Ceetcelde* (mi-mai à fin juin). Ce fait ainsi que la méconnaissance de l'impact de la microfaune sur la végétation (pour une échelle spatiale autre qu'une parcelle expérimentale) sont des facteurs limitant l'étude très précise ou à des horizons temporelles excédant l'année de la répartition spatio-temporelle des troupeaux transhumants. L'impact de la micro-faune n'étant pas nulle des termites pourraient accélérer l'épuisement de la végétation présente dans une zone. De ce fait, accentuer la distribution spatiale des troupeaux ainsi que leur émission de GES (Section 6.1.1).

L'impact des troupeaux transhumants sur la végétation est fonction du taux de précipitation et de la proportion de végétation pâturable (Figures 6.11, 6.15, 6.19). Pendant la saison sèche nous constatons un impact croissant des troupeaux sur la végétation. L'impact des troupeaux sur la végétation est de moins en moins significatif au fur et à mesure qu'il pleut. La pluie entraîne une repousse de la végétation. Pour des années à même pluviométrie, une réduction de la valeur de la proportion de végétation pâturable entraîne une augmentation de l'impact des troupeaux sur la végétation indépendamment des effectifs de ruminants. Pour une même proportion de végétation pâturable nous constatons une augmentation de l'impact des troupeaux transhumants sur la végétation lorsque la pluviométrie diminue et ceux indépendamment des effectifs de ruminants.

Des différents scénarios d'exploration, les troupeaux transhumants sont très distribués dans l'espace pastoral et impactent peu la végétation à une échelle macroscopique. Cette distribution spatiale des troupeaux permet, d'une part, une meilleure distribution des déjections et de l'urine des herbivores sur les sols. D'autre part, elle permet aux herbivores de participer à une amélioration locale de la biodiversité végétale. De ce fait,

les déplacements de troupeaux transhumants participent à une optimisation du bilan carbone.

La conception du modèle à une échelle spatiale macroscopique et sa computation dans une zone d'étude réduite ont permis de valider le modèle et d'assurer sa reproductibilité ou sa transposabilité dans d'autres zones sahéliennes.

Conclusion

La transhumance sahélienne est une mobilité pastorale dans laquelle les troupeaux interagissent avec un grand nombre d'entités tels que la végétation, des vétérinaires, des commerçants. Dans ce chapitre, les transhumants déplacent leur troupeau principalement en fonction de leur réseau social et des centres vétérinaires. Ce choix met en évidence les aspects socioculturels, économiques et sanitaires de la transhumance, qui sont rationnels et en accords avec les normes sociales des transhumants.

Le modèle de ce chapitre permet de comprendre comment s'effectue la répartition spatiale et temporelle de troupeaux transhumants tout en mettant en évidence un impact quantitatif de ceux-ci sur la végétation. En effet, ce modèle permet de comprendre et de prédire la distribution spatiale de troupeaux transhumants en fonction du réseau social des transhumants. En outre, ce modèle permet de dire qu'à une grande échelle spatiale les troupeaux transhumants ont un effet insignifiant sur la végétation. Enfin le modèle prouve qu'il y a des possibilités d'optimiser le bilan carbone par une amélioration du stockage de carbone dans les sols lors des déplacements des troupeaux transhumants sahéliens.

Partant de la rationalité des transhumants dans la conception de leurs stratégies de déplacements, le prochain chapitre présentera un modèle couplé à base d'agent et d'optimisation multiobjectif sous contraintes de déplacements de troupeaux.

CHAPITRE 7

MODÈLE COUPLÉ ABM ET OPTIMISATION MULTIOBJECTIF SOUS CONTRAINTES DES PROCESSUS DE PRISE DE DÉCISION DES TRANSHUMANTS AU SÉNÉGAL

Sommaire du chapitre

| | | |
|-------|---|-----|
| 7.1 | Modèle à base d'agent | 128 |
| 7.1.1 | Zone d'étude | 128 |
| 7.1.2 | Overview (vue d'ensemble) | 128 |
| 7.1.3 | Conceptualisation | 132 |
| 7.1.4 | Détails | 136 |
| 7.2 | Résultats | 145 |
| 7.2.1 | Validation | 146 |
| 7.2.2 | Exploration | 147 |
| 7.2.3 | Limites et perspectives du modèle | 150 |

Introduction

Les précédents chapitres de ce manuscrit ont permis de comprendre les déplacements des troupeaux transhumants ainsi que les processus de prise de décision des transhumants. Cette compréhension fut possible grâce à des formalisation systémique et mathématique (graphe, optimisation) de la transhumance. Les graphes et l'optimisation ont, en outre, permis une construction mathématique des invariants des déplacements de troupeaux et des processus de prise de décision des transhumants. Cette construction a ouvert la porte à des modèles à base d'agent qui ont permis de comprendre ou d'évaluer l'influence des facteurs considérés par les transhumants dans leur prise de décision ainsi que l'impact des troupeaux sur la végétation en fonction de la pluviométrie et de la proportion de végétation pâturable. Ces modèles à base d'agent étaient des microsimulations basées sur

des représentations simplifiées de l'écosystème pastorale ou du transhumant afin d'atteindre les objectifs escomptés. Cependant, selon Heppenstall et al. dans [55] et Herbert Simon dans [56], la modélisation du comportement humain – trop complexe et adaptative – devrait être basée sur des invariants du comportement, sur la rationalité et pas uniquement sur des représentations simplifiées de l'écosystème du transhumant. Un tel modèle devra alors coupler diverses approches ou formalismes plus ou moins abstraits. Nous sommes d'avis avec Heppenstall et al. et Herbert Simon.

Dans ce chapitre nous concevons un modèle à base d'agent appelé *Mindset of the Sahelian TRANShumant (MSTRANS)* qui simule les processus de prise de décision rationnels des transhumants sénégalais tel que formalisé au chapitre 3.2.3. Ce modèle couple des SMA, des algorithmes et de l'optimisation multiobjectif sous contraintes. À terme, le modèle MSTRANS déterminera les espaces occupés par des troupeaux transhumants en fonctions de la distribution spatiale de la végétation, des points d'eau, des centres vétérinaires et des marchés.

Ce chapitre est organisé comme suit. La section 7.1 présente la zone d'étude puis décrit le modèle du chapitre. La section 7.2 présente la validation et l'exploration de scénarios du modèle. Le chapitre se termine par une conclusion qui discute les résultats du modèle et présente des perspectives.

7.1 Modèle à base d'agent : MSTRANS

Cette section présente la zone d'étude puis décrit les processus de déplacements de troupeaux transhumants. Les différentes parties du modèle couplé sont décrites à l'aide du protocole ODD+D [76]. Ce protocole permet la description de modèle à base d'agent axé sur les processus de prise de décisions.

7.1.1 Zone d'étude

La zone d'étude (Figure 7.1) est celle des chapitres 5 et 6 avec cette fois-ci une distinction entre les terroirs d'accueil des troupeaux des types bovins et petits ruminants. De plus, nous considérons les isohyètes. En effet, la zone d'étude est traversée du nord au sud par les isohyètes 300 mm et 500 mm de précipitation annuelle [77].

7.1.2 Overview (vue d'ensemble)

7.1.2.1 Objectif

L'objectif du modèle est de formaliser, puis de simuler, les processus de prise de décision des transhumants effectués pour déplacer leur troupeau. La finalité du modèle est de déterminer l'espace occupé par des troupeaux à travers la détermination des parcours de

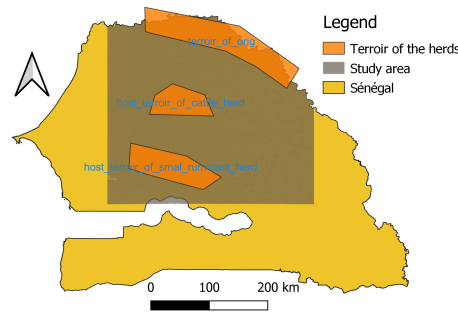


FIGURE 7.1 – Zone d'étude

ces troupeaux transhumants. Les parcours de transhumance sont déterminés à partir de la connaissance de l'emplacement des campements de troupeaux et de la configuration paysagère des espaces à traverser.

Le modèle est destiné aux pasteurs, commerçants, chercheurs en pastoralisme, décideurs (politique, ONG) afin d'orienter leurs discussions et leurs prises de décisions environnementales ou socio-économiques.

7.1.2.2 Entités, variables d'état et échelle

Les entités environnemental et socio-économique du modèle sont regroupées dans les modules 'Transhumant_herd', 'Environment' et 'Socio_economic_infrastructure'. Ces modules et leurs relations sont représentés dans la Figure 7.2 à l'aide d'un diagramme de classe UML.

Le module 'Transhumant_herd' contient les entités "Transhumant" et "Herd". L'entité "Transhumant" représente le transhumant, qui peut être l'éleveur ou les bergers. Le transhumant prend toutes les décisions concernant le troupeau. Dans ce modèle, le transhumant est toujours avec son troupeau. L'entité "Herd" représente le troupeau transhumant qui est composée d'herbivores – bovin, ovin, caprin –. L'entité "Herd" généralise les entités "Beef_herd" et "Small_ruminants_herd" qui représentent respectivement les troupeaux des types bovins et petits ruminants. Les attributs de l'entité "Herd" sont le statut vaccinal, la vitesse de déplacement, l'effectif, le taux d'accroissement, la ration alimentaire et les paramètres du sous modèle 6.

Le module 'Environment' contient l'entité "Pastoral_ressource". Cette entité représente les ressources pastorales et généralise les entités "Water" et "Vegetation". L'entité "Water" représente les points d'eau, elle à un attribut type. Cette entité généralise les entités "Borehole" et "Surface_water_point". L'entité "Borehole" représente les forages qui sont permanents et payants. L'entité "Surface_water_point" représente les points d'eau

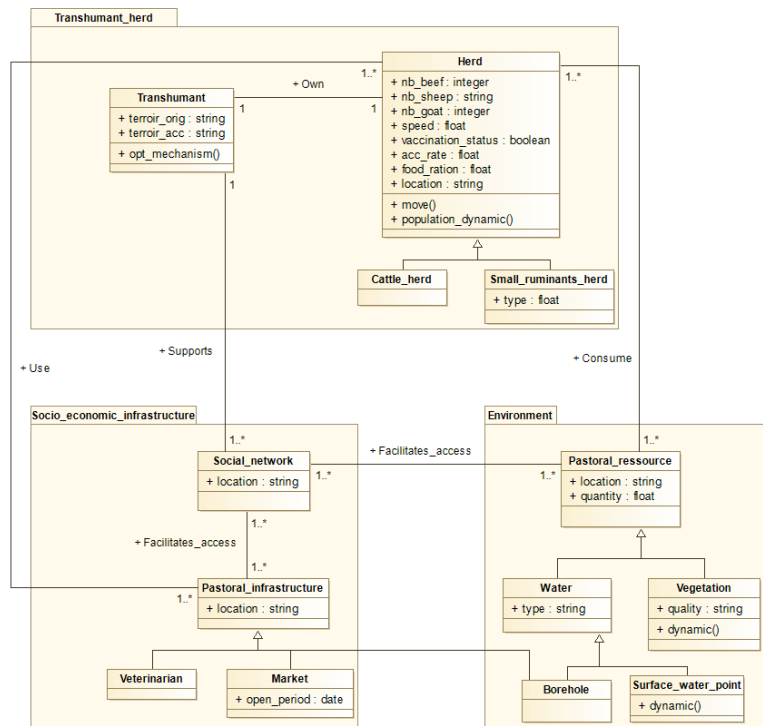


FIGURE 7.2 – Diagramme de classes des entités du modèle

de surface – marre, étang, lac, etc. – qui sont non permanents et gratuits. La présence ou non d'eau dans les points d'eau de surface suit l'algorithme 15. L'entité "Vegetation" représente la végétation. Les attributs de l'entité végétation sont sa qualité représenté par l'appétence, et sa quantité, évoluant selon l'algorithme 16.

Le module 'Socio_economic_infrastructure' contient les entités "Social_network" et "Pastoral_infrastructure". L'entité "Social_network" représente les individus du réseau social du transhumant. Le transhumant a un lien social ou économique avec ces individus et ceux-ci facilitent l'accès du troupeau aux ressources et infrastructures pastorales. L'entité "Pastoral_infrastructure" généralise les entités "Veterinarian", "Market" et 'Borehole' qui sont des lieux où il est possible de soigner, de vendre et d'abreuver les herbivores, respectivement.

Le modèle prend en entrée des paramètres exogènes tels que la pluviométrie annuelle et la quantité moyenne de végétation disponible à la fin de la saison des pluies.

Le modèle est conçu et simulé à l'échelle de la zone d'étude (Figure 7.1). L'espace est discrétisé en cellules de grille [94]. Chaque cellule de grille est un carré de $d_g \times d_g \text{ km}^2$ tel que $d_g = 3k$, $k \in \{1, \dots, 12\}$ munit de la topologie de Moore.

Le modèle a un horizon temporel de 10 mois et un pas de temps journalier. L'horizon temporel dépend de divers facteurs environnementaux, socio-économiques variant d'une année à l'autre [34, 65]. Le pas de temps est journalier pour ne pas considérer les mobilités infra-journalières non étudiées.

7.1.2.3 Vue générale des processus et ordonnancement

Le troupeau transhumant se déplace dans des cellules de l'espace discrétisé, de son campement en terroir d'origine vers son campement en terroir d'accueil et inversement. Les déplacements du troupeau considèrent des zones d'influence de forages, de marchés, de vétérinaires et des endroits où il y a de la végétation en qualité et en quantité (Figure 7.3a).

Au premier pas de temps (uniquement) est effectué dans l'ordre ci-dessous :

1. Sous modèle 5 par les entités "Borehole", "Market" et "Veterinarian" ;
2. Création par l'entité "Herd" de dix éléments de l'entité "Social_network". Ce nombre afin que le troupeau ait des éléments de réseau social distant d'environ 20 km.

Puis, à chaque pas de temps, les processus ci-dessous sont ordonnancés dans l'ordre suivant :

3. Sous modèle 3 : dynamique de végétation par chaque cellule de grille ;
4. Sous modèle 2 : dynamique des points d'eau de surface par l'entité "Surface_water_point"
5. Sous modèle 6 : processus de prise de décision par l'entité "Herd" ;
6. Sous modèle 7 : déplacement du troupeau vers la cellule cible par l'entité "Herd" ;
7. Sous modèle 1 : reproduction des herbivores du troupeau par l'entité "Herd" ;
8. Sous modèle 4 : tombée des pluies par chaque cellule de grille.

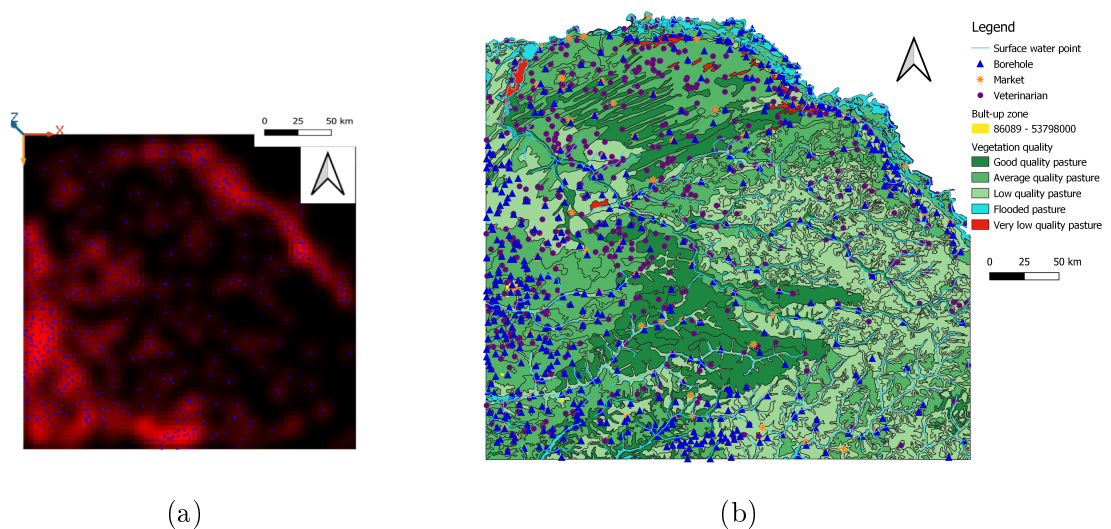


FIGURE 7.3 – Zones d'influence des forages et données d'entrée dans la zone d'étude
 (a) Zones d'influence (en clair) des forages (triangles bleus)
 (b) Données d'entrée : ressources et infrastructures pastorales

7.1.3 Conceptualisation

Cette section présente des connaissances empiriques et théoriques relatifs à la transhumance et à la conception du modèle intégré du processus de prise de décision du transhumant sahélien au Sénégal.

7.1.3.1 Connaissances empiriques et théoriques

La transhumance sahélienne est une mobilité saisonnière, socio-économique et environnementale de troupeaux sur parcours ou pâturages [25, 34, 109]. Elle est effectuée d'un terroir d'origine vers un ou plusieurs terroirs d'accueil en passant par des lieux d'intérêt (Figure 7.4). Lorsqu'un troupeau passe plusieurs nuits dans un lieu d'intérêt, ce lieu peut être considéré comme un terroir d'accueil pour ce troupeau.

Les besoins socio-économiques et l'évitement de déplacements conflictuels sont influencés

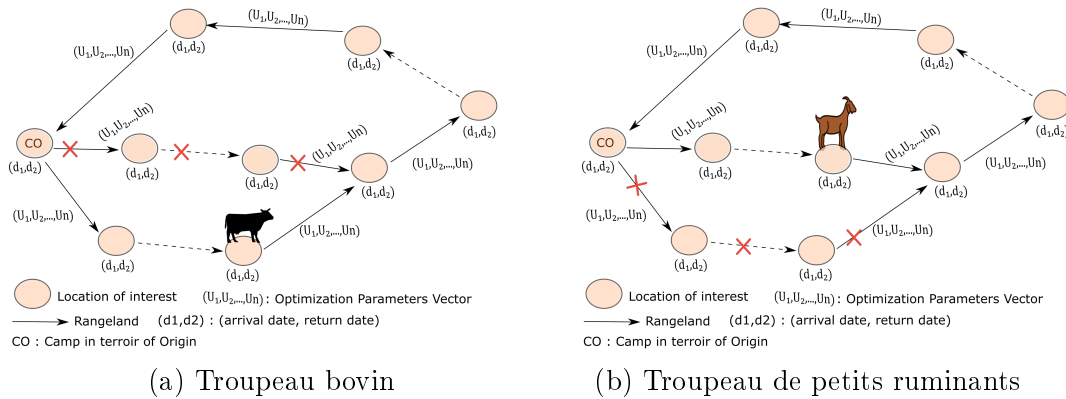


FIGURE 7.4 – Exemple de transhumance de troupeaux après considération de différents facteurs pour chaque déplacement

par le réseau social [34, 109]. Le réseau social est un élément structurant de la transhumance, il permet au transhumant d'éviter des conflits avec les populations locales ou des bandits [34, 109]. De plus, il permet au transhumant d'acheter de l'eau à un coût réduit pour lui-même et pour son troupeau, de vendre des animaux à un prix intéressant, de séjourner facilement dans des zones abritant des vétérinaires [5, 65]. Par exemple dans la Figure 7.4a le transhumant de troupeau bovin choisit le parcours du bas où son réseau social lui permet d'avoir un accès à bas prix à l'eau. Cependant le transhumant du troupeau de petits ruminants prend le parcours du haut pour éviter des voleurs de bétails. Le transhumant tient également compte d'un calendrier pastoral (Figures 7.5 et 7.4) [16, 34]. Les saisons du calendrier pastoral illustrent des variations significatives du niveau des ressources pastorales et permettent au transhumant de tenir compte d'évènements sociaux tels que des mariages ou des baptêmes.

Un troupeau transhumant parcourt quotidiennement 12 – 35 km [2, 9]. La distance quotidienne moyenne est de 12 – 15 km lorsque les ressources pastorales sont abondantes sur leurs trajets et qu'ils vont vers un terroir d'accueil. La distance quotidienne moyenne

| Month | July | August | September | October | November | December | January | February | March | April | May | June |
|---------------|--------|--------|-----------|---------|----------|-----------|---------|----------|-------|-------|-----------|------|
| Fulani season | Duungu | | | Kawle | | Dabbuunde | | | Ceedu | | Ceetcelde | |

FIGURE 7.5 – Calendrier pastoral [16]

est de 15 – 20 *km* lorsqu'il y a peu de ressources pastorales sur leurs trajets et qu'ils vont vers un terroir d'accueil. La distance quotidienne moyenne est supérieure à 20 *km* – parfois approximativement 35 *km* – lors du retour en terroir d'origine.

Lors des déplacements, les troupeaux interagissent avec l'environnement en pâturant, en piétinant les herbes et arbustes, en déféquant et en urinant [10, 58].

Durant une année de sécheresse, le cheptel peut croître car les transhumants conduisent leur troupeau dans d'autres lieux après les avoir conduits dans leurs terroirs d'accueil habituels [41, 93]. Par contre, lors de périodes pluriannuelles de sécheresse nous constatons une forte baisse du cheptel [41, 52].

Sané et al. dans [94] mettent en lien les objectifs de modélisation avec le formalisme retenu pour représenter l'environnement dans lequel les herbivores se déplacent, la distinction entre les différents agents qui constituent le troupeau, leurs capacités et les règles qui guident les déplacements des animaux. Ils concluent que si l'objectif est d'étudier le comportement spatial des troupeaux à une échelle spatiale large, l'environnement peut être représenté par une grille, les herbivores et leurs bergers du troupeau peuvent être représentés par un unique agent troupeau.

Bourgais et al. dans [23] énumèrent, au travers un état de l'art, que les processus d'adaptation des agents ou de perception d'influence sociale entre agent d'un SMA peuvent être formalisés à l'aide de valeurs numériques dans un espace à deux ou trois dimensions. De ce fait, par des processus de diffusion dans une grille munie de la topologie de Moore.

Des paragraphes précédents de ce chapitre, nous déduisons que le déplacement de troupeaux transhumants peut être formalisé comme un problème de recherche opérationnelle dans une grille. Dans ce problème, le troupeau est déplacé d'un emplacement d'intérêt vers un autre dans l'objectif d'atteindre un "optimum" pour le troupeau ou pour le transhumant (Figure 7.4). Le transhumant dans son processus de prise de décision se doit d'être rationnel tout en considérant des normes sociales. De ce fait, le choix d'un emplacement d'intérêt ou cible peut-être formalisé par la théorie du choix rationnelle via un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes dans les sections 3.1.1.2 et 3.1.1.3.

7.1.3.2 Prise de décision individuel

Le sous-modèle 6 formalise les processus de prise de décision du transhumant par un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes¹. Le transhumant sahélien déplace son troupeau dans l'objectif de (Figure 7.6) :

- Minimiser les prix d'achat d'eau, de complément alimentaire, de vaccination puis garantir l'accès à la végétation de bonne qualité pour le troupeau ;
- maximiser le coût de vente des herbivores de son troupeau ;
- minimiser les risques de sinistres – maladies, blessures – ou de vol d'herbivores ;
- aller dans les zones d'influence de ses éléments du réseau social.

Pour se déplacer, le transhumant détermine un emplacement cible et optimal a , au plus, une journée de marche entre sa position et son campement cible – en terroir d'accueil ou d'origine –.

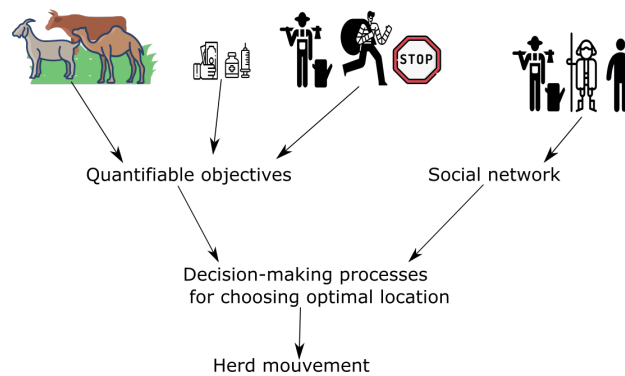


FIGURE 7.6 – Processus de prise de décision d'un transhumant

7.1.3.3 Sensibilité individuelle

Le troupeau transhumant est sensible, sur une distance d'une journée de marche, à la présence de point d'eau de surface, à la qualité de la végétation, aux prix d'achat d'eau et de vente des herbivores. Plus un transhumant est proche d'un marché ou d'un forage, plus avantageux sera le prix d'achat d'eau et de vente de ses animaux (équations 7.14, 7.11). Un troupeau non vacciné tient compte des vétérinaires pour ses déplacements. Plus il est proche d'un vétérinaire, plus probable est le fait qu'il aille à l'emplacement de ce vétérinaire.

La quantité de végétation de chaque cellule de grille est sensible à la présence de troupeau et à d'autres facteurs tel que la microfaune, etc. (algorithme 16). La disponibilité d'eau dans les points d'eau de surface dépend de la position géographique de ceux-ci et du mois en cours (algorithme 15).

1. Le choix de cette approche est justifiée mathématiquement (connexité du parcours) et empiriquement (acteur rationnel) au chapitre 3.

7.1.3.4 Interaction

Les troupeaux interagissent entre eux via une compétition indirecte pour l'accès à la végétation. Le troupeau interagit aussi avec les forages, les marchés et le réseau social à travers les zones d'influence de ces derniers [5, 31]. Chaque transhumant a son propre réseau social dont les éléments ne peuvent appartenir à aucun autre. Dans leur zone d'influence, les éléments de réseau social réduisent le prix d'achat d'eau aux forages et augmentent le prix de vente d'herbivores dans les marchés (équations 7.12 et 7.16).

7.1.3.5 Hétérogénéité

Les troupeaux transhumants diffèrent par leur type –bovin ou de petits ruminants – et par leur statut vaccinal. Un troupeau de bovin a un effectif élevé de bovins par rapport à celui de petits ruminants. Un troupeau de petit ruminant a un effectif élevé de petits ruminants par rapport à celui de bovins.

Les cellules de grille diffèrent par la qualité et la quantité de végétation qu'elles contiennent.

7.1.3.6 Collectivité

Tous les troupeaux ont le Ferlo (polygone du haut dans la Figure 7.1) comme terroir d'origine et le même calendrier pastoral de la Figure 7.5. Le terroir d'accueil des troupeaux bovins est le polygone au milieu dans la Figure 7.1 et le terroir d'accueil des troupeaux de petits ruminants est le polygone du bas dans la Figure 7.1.

7.1.3.7 Stochasticité

Un troupeau transhumant a une probabilité de 70% d'être un troupeau bovin sinon il est un troupeau de petits ruminants. Un troupeau a une probabilité de 70% d'être vacciné [109]. Les effectifs de ruminants d'un troupeau suivent des lois de Poisson (Table 7.2). Les vitesses de déplacements du troupeau en phase aller ou retour suivent des lois normale (Table 7.1). Les campements en terroir d'origine et d'accueil du troupeau sont créés à des emplacements aléatoires dans ces terroirs. Les coûts d'achat d'eau, de complément alimentaire, de soin pour le troupeau sont aléatoires. Il en est de même du prix de vente des animaux.

Les éléments du réseau social sont créés aléatoirement dans des cellules situées d'une part à l'intersection des zones d'influence des points d'eau, des marchés et de végétation de qualité. D'autre part situées entre les campements du troupeau en terroir d'origine et d'accueil. Le troupeau transhumant a une probabilité de 43% d'avoir un élément de réseau social dans son terroir d'accueil [109].

La durée du séjour d'un troupeau transhumant chez un vétérinaire ou un élément du réseau social est un entier aléatoire compris entre 1 et 4.

La date de début de transhumance de chaque troupeau est déterminée aléatoirement entre le 15 octobre et le 15 novembre. La date de fin de transhumance de chaque troupeau

est déterminée aléatoirement entre le 15 mai et le 1^{er} juillet (Figure 7.5). La saison pluvieuse débute à une date aléatoire après le 15 mai.

7.1.3.8 Observation

Nous observons les parcours d'un ensemble de troupeaux transhumants. Ces parcours permettent de représenter l'occupation de l'espace faite par des troupeaux transhumants à différentes échelles spatio-temporelles et pour des scénarios donnés.

L'occupation de l'espace par les troupeaux émerge principalement de la résolution spatiale (d_g), de la vitesse de déplacement des troupeaux, de la distribution spatiale de la végétation – qualité et quantité – et des points d'eau.

7.1.4 Détails

Cette section détaille les données d'entrée, l'implémentation, l'initialisation et les sous-modèles de MSTRANS.

7.1.4.1 Détails d'implémentation

MSTRANS est implémenté dans le simulateur Gama. Le transhumant et son troupeau étant toujours ensemble, dans le modèle nous implémentons que l'entité "Herd" [75, 94]. Les données et le code du modèle sont disponibles à l'adresse dans la branche "master" de ce dépôt Git-hub².

7.1.4.2 Données d'entrée

Le modèle prend en entrée des SIG (Figure 7.3b) [44]. Les emplacements des forages, des centres vétérinaires, des marchés sont géoréférencés sous forme de points dans des shapefiles. Les points d'eau de surface sont géoréférencés sous forme de lignes. La couche de la qualité de végétation et des zones bâties sont géoréférencées sous forme de polygones dans un shapefile. La couche de quantité de végétation est une image raster obtenue par des traitements dans Google Earth Engine. Les traitements de cette couche ont utilisé des rasters issus de MODIS (MODerate resolution Imaging Spectroradiometer) couvrant la période du 1^{er} octobre au 31 novembre 2020.

7.1.4.3 Initialisation

MSTRANS est initialisé à la date du 15 octobre et selon l'algorithme 14 qui tient compte des Tables 7.1 et 7.2. Dans ces Tables, ci-dessous, \mathcal{N} et \mathcal{P} représentent respectivement les lois normale et de Poisson.

2. <https://github.com/cheickamed/MSTRANS.git>

Algorithme 14 : Initialisation du modèle**begin**

To read the input data;
 To initialize the rainfall parameter P and water in surface water points;
 To create a grid that covers the simulation space;
 To create the entities of the model except the "Social_network" entity;
 To initialize the parameters of the entity "Herd";
 To determine the location of the camps of the "Herd" entity in the terroir of origin and in the host terroir;
 To determine the beginning date of the herd's transhumance;
 To determine the time of stay with a veterinarian or a social network element ;

TABLE 7.1 – Paramètres d'initialisation

| Description | Valeur | Source |
|--|--|--------|
| Vitesse de déplacement phase aller | $\mathcal{N}(15,5; 2) \text{ km.day}^{-1}$ | Mesure |
| Vitesse de déplacement phase retour | $\mathcal{N}(17,5; 2) \text{ km.day}^{-1}$ | Mesure |
| Taux d'accroissement des bovins | 1,1 % | [3] |
| Taux d'accroissement des ovins | 3,2 % | [3] |
| Taux d'accroissement des caprins | 2,8 % | [3] |
| Ration alimentaire d'un bovin | 4,5 kg.day^{-1} | [9] |
| Ration alimentaire d'un petit ruminant | 1,5 kg.day^{-1} | [9] |

TABLE 7.2 – Effectifs moyens d'herbivore des troupeaux transhumants

| Type du troupeau | Effectif de bovins | Effectif d'ovins | Effectif de caprins |
|------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| Bovin | $\mathcal{P}(110)$ | $\mathcal{P}(30)$ | $\mathcal{P}(20)$ |
| Petit ruminant | $\mathcal{P}(8)$ | $\mathcal{P}(150)$ | $\mathcal{P}(80)$ |

7.1.4.4 Sous modèles

Cette section formalise les processus des entités de MSTRANS à l'aide d'algorithmes et d'un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes.

a. Sous modèle 1 : dynamique de populations

La population E_i de l'espèce i d'herbivore du troupeau évolue selon l'équation 7.1. Ce pas de temps tient compte de la lente évolution des populations d'herbivore et des caractéristiques animales, particulièrement des nouveaux nés. En effet, à partir de l'âge de trois semaines, un veau commence à manger un peu d'herbe et dès l'âge de trois mois il peut manger des plantes et ruminer [108]. Un agneau ou un cabri mangeront pleinement les plantes vertes entre trois à quatre mois mais commencent à manger un peu d'herbe dès l'âge de trois semaines [108].

$$E_i(t + \Delta t) = E_i(t) + \frac{a_i}{4} \cdot E_i(t) \cdot \Delta t, \quad t \geq 0 \quad (7.1)$$

où E_i : population de l'espèce d'herbivore i du troupeau.

a_i : taux d'accroissement annuel de la population d'herbivore de l'espèce i .

b. Sous modèle 2 : dynamique des points d'eau de surface

La dynamique de point d'eau non permanent (mare, étang, etc.) suit l'algorithme 15. Un point d'eau de surface peut être rempli ou sec. L'algorithme 15 tient compte des isohyètes de la zone d'étude. Ces isohyètes sont représentées par les points $X_1(x_1, y_1)$, $X_2(x_2, y_2)$. Les points d'eau de surface situés au dessus de l'isohyète 300 mm ont une ordonnée $y_w \leq y_1$. Ces points d'eau s'assèchent le 31 novembre et se remplissent le 1^{er} août. Les points d'eau de surface situés au dessus de l'isohyète 500 mm (et en dessous de l'isohyète 300) ont une ordonnée $y_1 \leq y_w \leq y_2$. Ces points d'eau s'assèchent le 31 janvier et se remplissent le premier juillet. Les points d'eau de surface situés en dessous de l'isohyète 500 mm ont une ordonnée $y_2 \leq y_w$. Ces points d'eau s'assèchent le 1^{er} avril et se remplissent le 1^{er} juin.

Algorithme 15 : Dynamique des points d'eau de surface

Pré-condition : Coordinates of the $X_1(x_1, y_1)$, $X_2(x_2, y_2)$ reference points of the isohyet lines of the study area

Data :

List of surface water points Ω with they cordinates (x, y) ;
vector $X_1(x_1, y_1)$, $X_2(x_2, y_2)$, $w(x_w, y_w)$;

Variables :

bool : water \leftarrow true;
string : m; % current month

```

begin
  for each  $w(x_w, y_w) \in \Omega$  do
    for  $m \in \{\text{october, november, december, january, february, march, april, june, july, august, september}\}$  with a step of one month do
      % Drying up of surface water points
      if  $y_w \leq y_1$  and  $m \geq \text{december}$  then
        | water  $\leftarrow$  false;
      if  $(y_1 \leq y_w$  and  $y_w \leq y_2)$  and  $m \geq \text{february}$  then
        | water  $\leftarrow$  false;
      if  $y_2 \leq y_w$  and  $m \geq \text{april 1}^{\text{st}}$  then
        | water  $\leftarrow$  false;
      % Filling of surface water points
      if  $y_2 \leq y_w$  and  $m \geq \text{june 1}^{\text{st}}$  then
        | water  $\leftarrow$  true;
      if  $(y_1 \leq y_w$  and  $y_w \leq y_2)$  and  $m \geq \text{july 1}^{\text{st}}$  then
        | water  $\leftarrow$  true;
      if  $y_w \leq y_1$  and  $m \geq \text{august 1}^{\text{st}}$  then
        | water  $\leftarrow$  true;

```

c. Sous modèle 3 : dynamique de végétation

La dynamique de végétation de chaque cellule de grille suit l'algorithme 16. La quantité de végétation $r(t)$ de chaque cellule est initialisée par l'équation de Boudet [22]. Puis évolue quotidiennement selon l'équation (**) en fonction de l'impact des troupeaux et d'autres facteurs écosystémiques [35].

Soit : r la quantité de végétation en $kg.ha^{-1}$ de matière sèche [22]; $r(t_0)$: quantité initiale de végétation. Soit $\alpha.P + \beta$ l'équation de Boudet avec $\alpha = 4,1$, $\beta = -515$ dans le Ferlo issues de [16, 22]; P : pluviométrie moyenne annuelle en mm [16]. Soit a l'aire de la cellule de grille; $\gamma(t)$: ration quotidienne de tous les herbivores du troupeau.

Soit $\delta(t)$ la dégradation quotidienne de la végétation en absence de troupeau [35].

Algorithme 16 : Dynamique de la végétation

```

Pré-condition : Knowledge of the number of herbivores in the herd and and the rainfall rate (P);
Data : Grid G={g} % a set grid cell covering space
Variables :
float :  $\delta(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $r(t)$ ,  $r_0(t)$ ,  $\alpha, P, \beta, a$ ; %  $\forall t > 0$ 
string : m; % current month
begin
  for each cell of grid do
    % Initialization of the quantity of vegetation ;
     $r(t_0) \leftarrow (\alpha.P + \beta).a$ ; %  $(\alpha, P, \beta, a) \in \mathbb{R}^4$ ,  $\delta(t_0) = 0$  [22]
    % rate of vegetation degradation without herd impact;
    for  $m \in \{\text{october, november, december, january, february, march, april, june, july, august, september}\}$  with a step of one day do
      if  $m \in \{\text{october, november, december, january}\}$  then
         $\delta(t) \leftarrow \frac{0.092}{30}$ ; %  $\forall t > 0$  [35]
      else if  $m \in \{\text{february, march, april, june, july}\}$  then
         $\delta(t) \leftarrow \frac{0.031}{30}$ ;
      else
         $\delta(t) \leftarrow 0$ ; % in august, september due to vegetation regrowth
      % Beginning of the rainy season;
      if  $m \geq \text{july}$  and  $\text{rand}(0.004)$  with a step of one day then
         $P \leftarrow \text{rain} (*)$  % rainfall simulation see algorithm 17;
    % Evolution of vegetation according to transhumant herds and other factors ;
     $r(t + \Delta t) \leftarrow r(t) - [\gamma(t) + \delta(t)].r(t).\Delta t$ ; (**) %  $\forall t > 0$  [22]
  
```

d. Sous modèle 4 : saison de pluie

L'algorithme 17 simule quotidiennement les pluies dans chaque cellule de grille. La pluie entre en considération dans les sous-modèle 3 et 7.

Algorithme 17 : Saison des pluies

```

Pré-condition : Know the daily rainfall amount
Variables :
float :  $\text{rain} \leftarrow 0$ ,  $s\_rain \leftarrow 0$ ; % daily rainfall and sum of rainfall amount
date : d; % current date
begin
  for each cell of grid do
    for  $d \geq \text{may } 15$  and  $d \leq \text{september } 30$  do % Rainy saison
      if  $\text{rand}(0.01)$  then
         $\text{rain} \leftarrow \text{rand}(0.2, 10.0)$ ;
         $s\_rain \leftarrow \text{rain} + s\_rain$ ;
        return ( $\text{rain}$ ,  $s\_rain$ );
      else
         $\text{rain} \leftarrow 0$ ;
        return ( $\text{rain}$ ,  $s\_rain$ );
    
```

e. Sous modèle 5 : processus de diffusion

L'algorithme 18 présente les processus de diffusion des forages, des marchés et des vétérinaires. Les zones d'influence des forages, des marchés, des vétérinaires s'étendent respectivement sur un rayon de 16 km, 8 km, 4 km autour du forage, du marché, du vétérinaire [5, 112]. Les processus de diffusion entrent en considération dans le sous-modèle 6. La Figure 7.3a montre le résultat de l'algorithme 18 dans le cas des forages.

Algorithme 18 : Zone d'influence du forage, du marché et du vétérinaire

```

Result : Returns the diffusion value of each grid cell
Data :
float inf ← 1.1, r;           % influence of diffusion and radius of the diffusion
list : L ← {borehole, market, veterinarian}, Lr ← {16 km, 8 km, 4 km};
Grid G = {g};                % a set grid cell covering space
Variables :
float : vd ← 0;             % diffusion value inside g ∈ G
Fonction diffusion(float : inf, r, rval ∈ Lr)
  for l ∈ L do
    if distance(g, l) ≤ r then
      vd ← diffuse(inf in g); % simulator has an internal diffusion process
    return vd;

```

f. Sous modèle 6 : processus de prise de décision

L'objectif du transhumant est de choisir un emplacement "efficient" – entre sa position et son campement cible – à une distance d .

Nous désignons par : \mathcal{D} les cellules de grilles situées au plus à une distance d entre la position du troupeau transhumant et son campement cible ; n le nombre d'emplacements – cellules de grille – où le troupeau peut aller et par \mathcal{S} la zone d'influence d'un élément du réseau social.

Soit E un ensemble, la fonction indicatrice $\mathbb{1}_E$ sur E est telle que :

$$\mathbb{1}_E : E \rightarrow \{0, 1\}$$

$$x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \in E \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.2)$$

Dans la suite de cette section, nous construisons, à partir des connaissances empiriques et théoriques sur la transhumance, un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes. Ce problème formalise les processus de prise de décision du transhumant à l'aide de variables et de fonctions d'utilités.

Minimisation des coûts d'accès aux ressources pastorales et aux vétérinaires

Le transhumant recherche les emplacements où les coûts d'accès aux ressources pastorales (végétation, points d'eau) sont moindres et où il y a des vétérinaires pour vacciner les herbivores du troupeau.

Soit α_{i_1} la disponibilité de points d'eau gratuits à l'emplacement i . Nous posons :

$$\alpha_{i_1} = \begin{cases} 1 & \text{s'il y a des points d'eau gratuits à l'emplacement } i \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.3)$$

A α_{i_1} nous associons β_{i_1} représentant le risque pour le troupeau de contracter une maladie à un point d'eau gratuit à l'emplacement i . Nous posons :

$$\beta_{i_1} = \begin{cases} 1 & \text{si le point d'eau est sans risque de maladie} \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.4)$$

Soit α_{i_2} la disponibilité de forages pour le troupeau à l'emplacement i . Nous posons :

$$\alpha_{i_2} = \begin{cases} 0 & \text{s'il y a des points d'eau payants à l'emplacement } i \text{ et } \alpha_{i_1} = 1 \\ 1 & \text{s'il y a des points d'eau payants à l'emplacement } i \text{ et } \alpha_{i_1} = 100 \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.5)$$

$\alpha_{i_2} = 0$ si $\alpha_{i_1} = 1$ car nous supposons que lorsque au moins un point d'eau gratuit est disponible à l'emplacement i , le troupeau sera conduit a un point d'eau de surface (qui est non payant).

A α_{i_2} on associe β_{i_2} représentant le risque pour le troupeau de contracter une maladie au niveau d'un forage. Nous posons :

$$\beta_{i_2} = \begin{cases} 1 & \text{si le point d'eau est sans risque de maladie} \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.6)$$

Soit α_{i_3} un indicateur de la quantité de végétation à l'emplacement i . α_{i_3} permet au transhumant de prédire si le fourrage sera en quantité suffisante pour son troupeau à l'instant $t + \Delta t$. A l'emplacement i , la végétation est disponible pour le troupeau si la quantité de végétation est supérieure à la ration journalière $\gamma(t)$ du troupeau. Nous posons :

$$\alpha_{i_3} = \begin{cases} 1 & \text{si } r(t + \Delta t) > \gamma(t + \Delta t) \\ \frac{\gamma(t + \Delta t)}{10 + r(t + \Delta t) \cdot \mathbb{1}_{\{r(t + \Delta t) \neq 0\}}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (7.7)$$

où : $r(t)$ vient de l'algorithme 16.

On a $\alpha_{i_3} = 1$ pour une quantité de végétation suffisante pour le troupeau et $\alpha_{i_3} < \gamma(t)$ pour une quantité de végétation insuffisante.

A α_{i_3} on associe β_{i_3} représentant la qualité de végétation à l'emplacement i . Nous posons :

$$\beta_{i_3} = \begin{cases} -100 & \text{si la végétation est de bonne qualité} \\ 1 & \text{si la végétation est de qualité moyenne} \\ 100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.8)$$

Soit α_{i_4} la variable représentant la présence de vétérinaire à l'emplacement i . Nous posons :

$$\alpha_{i_4} = \begin{cases} 0 & \text{s'il n'y a pas de vétérinaire} \\ -100 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.9)$$

A α_{i_4} on associe β_{i_4} représentant la décision de conduire le troupeau chez le vétérinaire. Nous posons :

$$\beta_{i_4} = \begin{cases} 0 & \text{si le troupeau ne doit pas aller chez un vétérinaire} \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.10)$$

Soit α_{i_5} la quantité de complément alimentaire à acheter à l'emplacement i .

Soit $x_{i_l}, \forall l \in \{1, \dots, 5\}$ le coût moyen à payer par le transhumant afin de disposer de la ressource α_{i_l} à l'emplacement i . Nous posons :

$$x_{i_2} = x_{i_2} + d_e \cdot x_{i_2} \quad \text{avec } d_e \leq 1,1 \quad (7.11)$$

où : d_e représente la valeur du processus de diffusion marquant l'influence du forage à l'emplacement i .

En tenant compte des zones d'influence des éléments de réseau social du transhumant, le prix d'achat d'eau devient :

$$x_{i_2} = x_{i_2} - \frac{x_{i_2}}{2} \cdot \mathbb{1}_{\{self.location \in \mathcal{S}\}}. \quad (7.12)$$

Soit $f_i : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction minimisant les objectifs représentant les coûts d'accès à la végétation (sur pâturage ou en complément), aux points d'eau et à la vaccination pour le troupeau à l'emplacement i . Nous posons :

$$(\mathcal{O}_1) : \begin{cases} f_i(x_{i_1}, \dots, x_{i_5}) = \min_{i \in \mathcal{D}} \{ \beta_{i_1} \alpha_{i_1} + \beta_{i_2} \alpha_{i_2} x_{i_2} + \beta_{i_3} \alpha_{i_3} x_{i_3} + \beta_{i_4} \alpha_{i_4} x_{i_4} + \alpha_{i_5} x_{i_5} \} \\ \forall l \in \{2, \dots, 5\}, \quad x_{i_l} \geq 1, \quad x_{i_1} = 1. \end{cases} \quad (7.13)$$

Pour toute étape i , la fonction objectif de (\mathcal{O}_1) est convexe, son ensemble de contraintes borné. Donc pour toute étape i , (\mathcal{O}_1) admet au moins une solution (voir proposition B.6).

Maximisation du coût de vente d'herbivores

Pendant la transhumance, le transhumant vend des herbivores afin de gagner de l'argent. Lors de la vente d'animaux, il recherche un gain maximale.

Soient p le nombre d'espèces du troupeau et $e_j, j \in \{1, \dots, p\}$ l'effectif d'herbivores de l'espèce j . Soient $\gamma_{i_j}^M, \gamma_{i_j}^F$ les effectifs de mâles et de femelles de l'espèce d'herbivore j pouvant être vendus à l'emplacement i respectivement. Soit $x_{i_j}^M$ et $x_{i_j}^F$ les coûts moyens d'herbivore mâle et femelle de l'espèce j à l'emplacement i respectivement. Nous posons :

$$\begin{cases} x_{i_j}^M = x_{i_j}^M + d_m \cdot x_{i_j}^M \\ x_{i_j}^F = x_{i_j}^F + d_m \cdot x_{i_j}^F \\ d_m \leq 1,1 \end{cases} \quad (7.14)$$

où : d_m représente la valeur du processus de diffusion marquant l'influence d'un marché à l'emplacement i .

Soit z_{ij} le prix moyenne d'un herbivore de l'espèce j à l'emplacement i . Nous avons :

$$z_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^p (x_{ij}^M + x_{ij}^F)}{\gamma_{ij}^M + \gamma_{ij}^F}. \quad (7.15)$$

En tenant compte des zones d'influence des éléments de réseau social, le prix moyen de vente d'un herbivore devient :

$$z_{ij} = z_{ij} + z_{ij} \cdot \mathbb{1}_{\{self.location \in \mathcal{S}\}}, \forall j \in \{1, \dots, p\}. \quad (7.16)$$

Soit $g_i : \mathbb{R}^{2p} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction maximisant les coûts de vente d'herbivores dans l'emplacement i . Nous posons :

$$(\mathcal{O}_2) : \begin{cases} g_i(x_{i_1}^M, \dots, x_{i_p}^M, x_{i_1}^F, \dots, x_{i_p}^F) = \max_{i \in \mathcal{D}} \left\{ \sum_{j=1}^p z_{ij} \right\} \\ \forall j \in \{1, \dots, p\}, \gamma_{ij}^M \geq 0, \gamma_{ij}^F \geq 0, x_{ij}^M \geq 0, x_{ij}^F \geq 0, z_{ij} \geq 0. \end{cases} \quad (7.17)$$

Pour toute étape i , la fonction objectif de (\mathcal{O}_2) est convexe, son ensemble de contraintes borné. Donc pour toute étape i , (\mathcal{O}_2) admet au moins une solution (proposition B.6).

Minimisation des coûts dus à un malheur

En transhumance des herbivores peuvent être blessés, volés et le transhumant peut être braqué. Le transhumant cherche éviter les endroits où des malheurs peuvent survenir, il va minimiser sa perte d'argent.

Soit $\lambda_{ij}^b, \lambda_{ij}^v$ les effectifs d'herbivore de l'espèce j pouvant être respectivement blessés et volés à l'emplacement i .

Soit y_{ij} le coût moyen à payer pour soigner un herbivore de l'espèce j .

Soit z_{ij} le prix moyenne d'un herbivore de l'espèce j . Lorsqu'un transhumant perd un herbivore de l'espèce j à un emplacement i , il perd le montant z_{ij} . Soit x_i la somme d'argent pouvant être volée à un transhumant à l'emplacement i .

Soit $h_i : \mathbb{R}^{2p+1} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction minimisant la perte éventuelle du transhumant à l'emplacement i . Nous posons :

$$(\mathcal{O}_3) : \begin{cases} h_i(x_i, y_{i_1}, \dots, y_{i_p}, z_{i_1}, \dots, z_{i_p}) = \min_{i \in \mathcal{D}} \left\{ x_i + \sum_{j=1}^p (\lambda_{ij}^b \cdot y_{ij} + \lambda_{ij}^v \cdot z_{ij}) \right\} \\ \forall j \in \{1, \dots, p\}, 0 \leq \lambda_{ij}^b \leq e_j, 0 \leq \lambda_{ij}^v \leq e_j, x_i \geq 0, y_{ij} \geq 0, z_{ij} \geq 0. \end{cases} \quad (7.18)$$

Pour toute étape i , la fonction objectif de (\mathcal{O}_3) est convexe et son ensemble de contraintes borné. Donc pour toute étape i , (\mathcal{O}_3) admet au moins une solution (voir proposition B.6).

Choix de l'emplacement optimal

Après avoir évalué ses objectifs de déplacements, le transhumant déterminera au travers de l'équation 7.21 l'emplacement optimal pour son troupeau.

Soit la fonction $target_i$, la combinaison linéaire des minimisations et maximisation effectuées ci-dessus. Nous avons :

$$target_i: \mathbb{R}^5 \times \mathbb{R}^{2p} \times \mathbb{R}^{2p+1} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(f_i, g_i, h_i) \mapsto f_i(x_{i_1}, \dots, x_{i_5}) - a.g_i(-x_{i_1}, \dots, -x_{i_{2p}}) + h_i(x_i, y_1, \dots, y_p, z_1, \dots, z_p) . \quad (7.19)$$

où a is la volonté du transhumant de vendre des herbivores. Nous posons :

$$a = \begin{cases} 1 & \text{si le transhumant veut vendre des herbivores} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.20)$$

L'emplacement optimal est déterminé en résolvant le problème (\mathcal{P}) tel que :

$$(\mathcal{P}) : \min_{i \in \mathcal{D}} \{target_i\} . \quad (7.21)$$

L'existence de solutions pour les problèmes $(\mathcal{O}_i)_{1 \leq i \leq 3}$ assure l'existence de solution du problème (\mathcal{P}).

La Table 7.3 présente les paramètres d'initialisation du sous-modèle 6.

TABLE 7.3 – Paramètres d'initialisation du sous modèle 6

| Symbole | Désignation | Valeur | Source |
|-----------|-----------------------------------|--------------------------------|--------|
| x_{i_1} | Coût accès point d'eau de surface | 1 | |
| x_{i_2} | Coût accès forage | $\mathcal{N}(3\ 250; 1\ 000)$ | [5] |
| x_{i_3} | Coût d'accès aux pâturages | 1 | |
| x_{i_4} | Coût sanitaire | $\mathcal{N}(89\ 000; 1\ 000)$ | [109] |
| x_{i_5} | Coût complément alimentaire | 150 FCFA par kg | [101] |
| z_{i_j} | Coût vente d'herbivore | $\mathcal{N}(50\ 000; 5\ 000)$ | [109] |
| h_i | Coût vol ou blessure | $\mathcal{N}(10\ 000; 1\ 000)$ | [109] |

g. Sous modèle 7 : opérationnalisation du déplacement

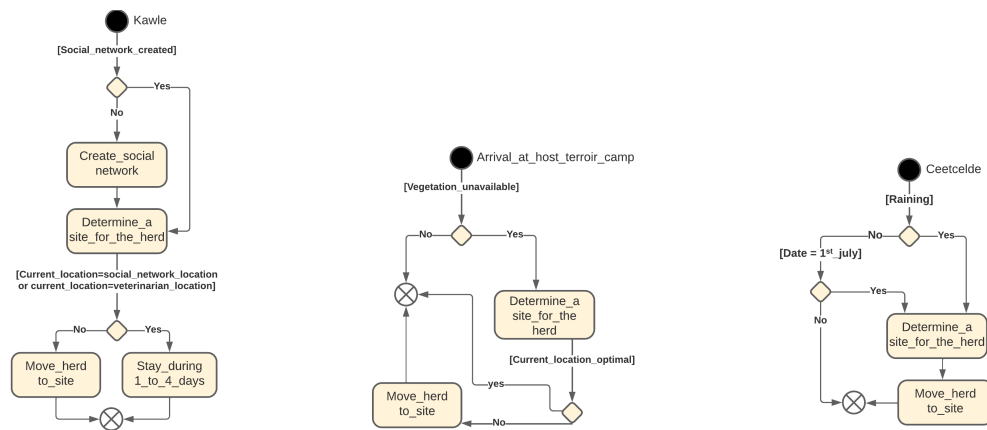
Une fois l'emplacement cible déterminé, le troupeau est déplacé vers cet emplacement. Les déplacements sont fonction du terroir cible (Figure 7.7).

Les déplacements vers le terroir d'accueil débutent en Kawle – du 15 octobre au 15 novembre – (Figure 7.7a). Pour chaque déplacement, le transhumant détermine une cellule efficiente où le troupeau sera conduit. Durant le déplacement si le troupeau se retrouve dans une cellule de grille contenant un élément du réseau social ou un vétérinaire alors il reste dans cette cellule pendant 1 à 4 jours. Cette phase s'achève lorsque le

troupeau atteint son campement en terroir d'accueil. Si le transhumant a plusieurs terroir d'accueil, il reprendra ce processus en quittant le terroir d'accueil où il a séjourné et jusqu'à ce que son troupeau soit dans le dernier terroir d'accueil.

Une fois en terroir d'accueil les déplacements du troupeau suivent les processus de la Figure 7.7b. Lorsque la végétation est indisponible dans la cellule où se situe le troupeau, une cellule efficiente où déplacer le troupeau est déterminée. Pour que le troupeau soit déplacé vers cette cellule, celle-ci doit avoir une valeur plus optimale après évaluation du sous modèle 6. En outre, cette cellule doit contenir de la végétation en quantité suffisante pour nourrir le troupeau pendant au moins une journée.

La phase de déplacement du troupeau vers le terroir d'origine débute en *Ceetcelde* – 15 mai au 30 juin – et le lendemain d'une pluie dans la cellule du troupeau (Figure 7.7c). La date au plus tard de début de cette phase est le 1^{er} juillet. Durant cette phase le troupeau ne passe plus d'une nuit ni chez un élément de son réseau social, ni chez un vétérinaire. Cette phase s'achève lorsque le troupeau atteint son campement en terroir d'origine.



(a) Vers le terroir d'accueil (b) En terroir d'accueil (c) Vers le terroir d'origine

FIGURE 7.7 – Diagramme d'activité de déplacements quotidiens du troupeau

7.2 Résultats

Cette section valide MSTRANS puis explore l'impact de facteurs environnementaux sur les déplacements de troupeaux transhumants. La section est basée sur des données GPS collectées dans neuf troupeaux transhumants bovins au Sénégal durant la transhumance 2020-2021. Chaque 30 minutes, des colliers munis d'un GPS enregistreraient les coordonnées géographiques de l'animal qui le portait. Moritz et al. dans [75] ayant établi, à l'aide de colliers GPS, que la position d'un troupeau pouvait se résumer à celle d'un animal de celui-ci.

7.2.1 Validation

Pour valider MSTRANS, les parcours issus des colliers GPS sont subdivisés en trois périodes consécutives t_1, t_2, t_3 dont la somme est la transhumance complète. De plus à chaque parcours issu des colliers GPS est associé un troupeau du modèle. La validation devra déterminer la proportion de cellules communes touchées par le parcours d'un troupeau du modèle et par le chemin venant des colliers GPS. Cette validation du modèle est basée sur l'algorithme 19. L'algorithme 19 retourne la précision du modèle c'est à dire la proportion moyenne de cellules communes touchées par les troupeaux du modèle et par leur colliers GPS correspondant. Dans cet algorithme nous supposons rationnels les chemins des colliers GPS.

Algorithme 19 : Validation du modèle

Pré-condition : Each path cominf from GPS collar path corresponds to a herd in the model.
 The social network of transhumants is created in the cells overlapping the path of the corresponding GPS collar

Result : frequency or accuracy with which one herd cross into GPS collar cells

Data :

- matrix $G = \{g\}$; % grid covering the simulation space
- list P_c ; % cells overlapping the paths of the GPS collars
- list H_T ; % herd host terroirs obtained from the GPS collar paths
- point $terr_{orig}$; % herd terroir of origin

Variables :

- list $P_T \leftarrow \emptyset$; % set of cells overlap by the herd paths in the simulation
- point $terr_{acc}, the_target, location$; % herd host terroir, target place and location

Fonction $validation(d_g : int, P_c : list) : float$

```

for each herd do
  %the herd start its transhumance at his starting date
  while  $H_T \neq \emptyset$  do
     $terr_{acc} \leftarrow H_T[0]$ ;
     $the\_target \leftarrow terr_{acc}$    % the herd moves towards its host terroir
    if  $location \in g$  then
       $P_T \leftarrow P_T + [g]$ ;
    if  $location = terr_{acc}$  then
      remove  $H_T[0]$  from  $H_T$ ;
  the_ $target \leftarrow terr_{orig}$ ; The herd moves to its camp in the terroir of origin when %its return date has arrived
  if  $location \in g$  then
     $P_T \leftarrow P_T + [g]$ ;
  if  $location = terr_{orig}$  then
     $p \leftarrow \frac{card(\overline{P_c} \cap P_T)}{card(P_c)}$ ; % frequency of herd's movements outside the GPS %collar path cells
     $p \rightarrow 1 - p$ ;
  return  $mean(p)$ ;

```

La taille des cellules de grille et les vitesses de déplacement des troupeaux du modèles peuvent avoir une influence sur les résultats. Nous avons donc étudié l'influence de ces variables sur les résultats de MSTRANS (Figure 7.8).

La Figure 7.8 montre des résultats satisfaisants. En effet, les valeurs de précisions établissent que les cellules de grilles touchées par les troupeaux du modèle sont similaires aux cellules touchées par les trajets des colliers GPS. Les résultats des périodes t_2 et t_3 s'expliquent par l'impact des mobilités quotidiennes très fréquentes à ces périodes.

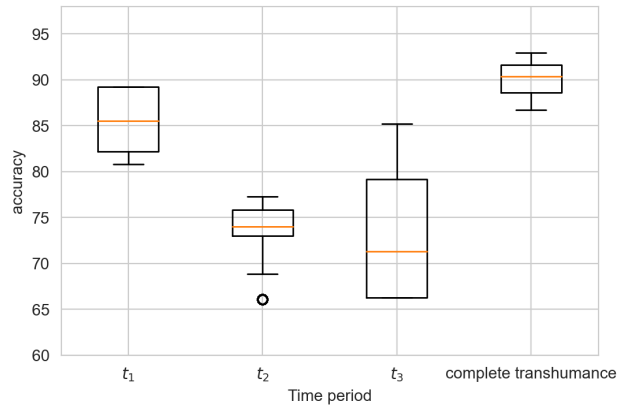


FIGURE 7.8 – Validation des résultats du modèle pour $18 \text{ km} \times 18 \text{ km}$ cellules de la grille avec des vitesses du troupeau pendant les périodes t_1 , t_2 allant de 12 km.day^{-1} à 22 km.day^{-1} et des vitesses du troupeau pendant la période t_3 allant de 14 km.day^{-1} à 30 km.day^{-1}

7.2.2 Exploration

Cette section est basée sur les scénarios de la Table 7.4 simulés pour une transhumance complète et pour des cellules de grille de $3 \text{ km} \times 3 \text{ km}$. Cette taille de cellule permet d’observer, plus facilement, des changements dans les parcours de transhumance. Cette section est constituée de deux paragraphes. Le premier paragraphe détermine l’impact d’une variation de la vitesse de déplacement des troupeaux sur les résultats de MSTRANS. Le dernier paragraphe établit le comportement spatial d’un troupeau transhumant lors d’une réduction de la quantité de végétation ou du nombre de forages.

TABLE 7.4 – Scénarios d’exploration

| Symbol | Scenario | Values |
|-------------|--|-------------------------------------|
| S_a | Variation in the speed of the herd during the outward phase (km.day^{-1}) | min : 12 max : 22 step : 3 |
| S_r | Variation in the speed of the herd during the return phase (km.day^{-1}) | min : 15 max : 30 step : 3 |
| λ_1 | Reduction of vegetation quantity | $\lambda_1 \in \{0.25, 0.5, 0.75\}$ |
| λ_2 | Reduction in the number of water point (surface water points (λ_2), boreholes ($\frac{\lambda_2}{2}$)) | $\lambda_2 \in \{0.25, 0.5, 0.75\}$ |

7.2.2.1 Variation des vitesses de déplacement en phase aller et retour

La Figure 7.9 illustre l’impact de variation des vitesses de déplacement des troupeaux transhumants. Nous constatons que la vitesse de déplacement impacte peu sur le choix du parcours de transhumance, les troupeaux ont tendance à ne pas changer leurs parcours.

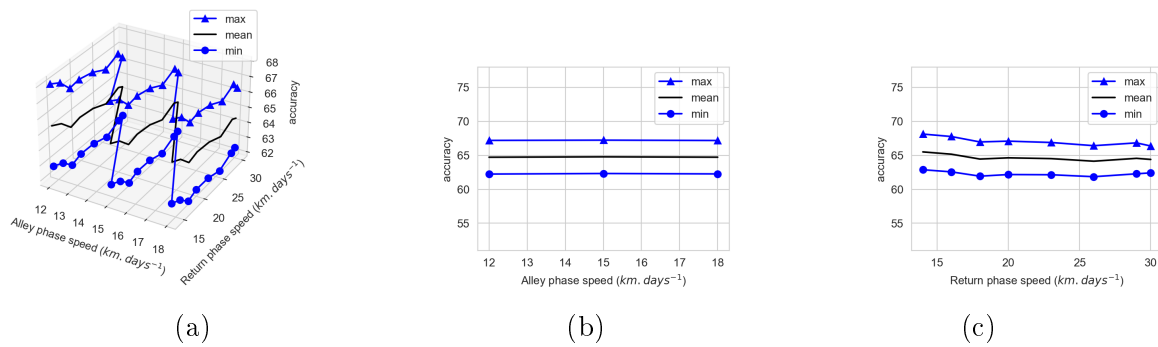


FIGURE 7.9 – Impact de variations de vitesses sur la précision des résultats
 (a) Vitesses phases aller et retour ; (b) Vitesse phase aller ; (c) Vitesse phase retour

7.2.2.2 Impact de réduction de la quantité des ressources pastorales

La Figure 7.10 montre un faible impact des réductions des ressources pastorales sur le choix des couloirs de transhumance. Pour une réduction de la quantité de végétation - sécheresse, ravageurs, etc. - Figures 7.10 et 7.10a montrent que les transhumants ont tendance à ne pas changer leurs couloirs. Ces résultats sont cohérents avec le déplacement des troupeaux transhumants d'abord vers leurs emplacements habituels, puis vers d'autres terroirs pendant les années de sécheresse.

La diminution non significative pour $\lambda_2 \geq 0,5$ de la précision des résultats de la Figure 7.10c illustrerait les déplacements des troupeaux vers d'autres points d'eau situés à proximité de ceux qu'ils utilisent habituellement mais qui sont inaccessibles.

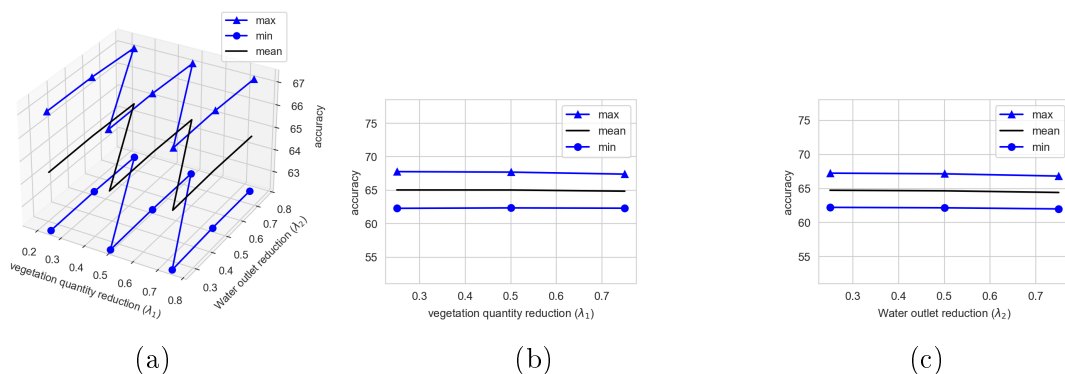


FIGURE 7.10 – Impact de réduction des ressources pastorales sur la précision des résultats
 (a) Réduction de la quantité de végétation et du nombre de points d'eau
 (b) Réduction de la quantité de végétation
 (c) Réduction du nombre de points d'eau (forages et points d'eau de surface)

7.2.2.3 Robustesse

En faisant varier tous les paramètres de la Table 7.4, la Figure 7.11 montre de faibles variations de précision au sein de chaque boîte de cette même Figure mais aussi avec la boîte de la Figure 7.8 pour les cellules de $18 \text{ km} \times 18 \text{ km}$. Cela établit la robustesse de MSTRANS et que la modélisation des déplacements de troupeaux transhumants par un

couplage ABM et optimisation multiobjectif sous contraintes est efficace.

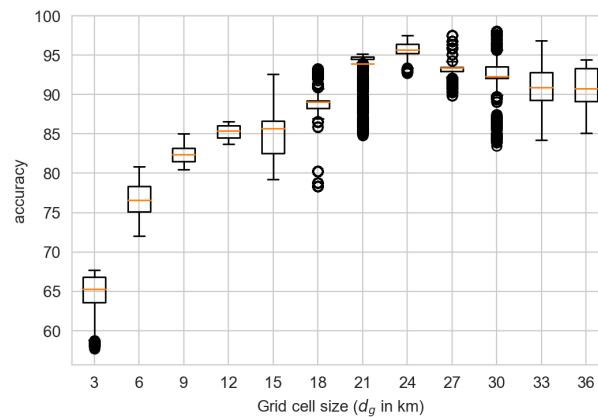


FIGURE 7.11 – Précision des résultats du modèle en considérant une variation de tous les paramètres et variables

La Figure 7.12 illustre, pour différentes dimensions de cellules, l'espace utilisé par les troupeaux des colliers GPS et les troupeaux de MSTRANS. Nous y constatons que les troupeaux du modèle utilisent, très souvent, les mêmes espaces que ceux des colliers GPS.

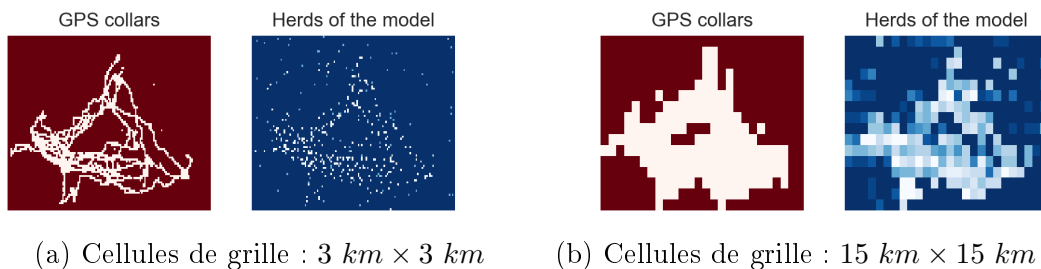


FIGURE 7.12 – Espace utilisé par les troupeaux transhumants

Vitesse phase aller : $\mathcal{N}(17, 2) \text{ km.day}^{-1}$, vitesse phase retour : $\mathcal{N}(19, 2) \text{ km.day}^{-1}$

Usage opérationnel de MSTRANS pour l'aide à la décision

Ci-dessus, MSTRANS est validé et sa robustesse établit. Cependant, il peut subsister des questions ou réticences à l'utilisation opérationnel du modèle en tant qu'outil d'aide à la décision tel que présenté dans ce chapitre ou intégré dans l'application du chapitre 4 pour ordonner les parcours de transhumance. Nous avons présenté MSTRANS et l'application du chapitre 4 à des chercheurs d'autres équipes, à des éleveurs transhumants et non transhumants de la zone d'accueil du modèle (Figure 7.13a). Les chercheurs tout comme les éleveurs ont favorablement accueilli MSTRANS et approuvé l'idée de l'intégrer dans une application qui pourrait être dans des téléphones portables. Durant les entretiens avec les transhumants qui ont accepté que leur animal porte un collier GPS, nous leur avons restitué, au travers d'une carte, les parcours de leur troupeau pour l'année 2021 – 2022 (Figure 7.13b). Cette carte

précise les parcours et la distance parcourue en fonction des saisons mais aussi la distance totale parcourue.



(a) Entretien avec un transhumant



(b) Restitution de données et retrait du collier GPS

FIGURE 7.13 – Entretien sur les modèles du manuscrit et restitution de données d'un parcours de transhumance

7.2.3 Limites et perspectives du modèle

Les connaissances théoriques et empiriques sur la transhumance permettent de représenter la transhumance comme une mobilité rationnelle. Mobilité rationnelle car les déplacements des troupeaux sont dus à une gestion efficiente – quantité des ressources et normes sociales – des mouvements par le transhumant. Le transhumant est considéré comme un acteur rationnel car ses processus de prise de décision sont basés sur l'atteinte d'un optimum pour son troupeau ou pour lui-même. Les processus de prise de décision du transhumant sont étudiés à travers un problème d'optimisation grâce aux réflexions d'Elster et de Herbert Simon (Sections 3.1.1.2 et 3.1.1.3). En effet, Elster définit la rationalité comme une relation entre l'action, les croyances (normes sociales, religieuses, etc.),

le désir et l'évidence [19, 42]. Une action observée est rationnelle si elle est le meilleur moyen de réaliser le désir de l'agent, compte tenu de ses croyances sur les questions factuelles pertinentes. Elle est, en un mot, optimale [42]. Herbert Simon fut l'un des premiers à établir que la recherche de l'action optimale pouvait être formalisée par un problème d'optimisation. Les problèmes d'optimisation qui résultent de la rationalité des transhumants ouvrent la voie à l'étude de la transhumance à l'aide d'outils mathématiques plus abstraits qu'auparavant. Plus abstrait car satisfaisant plusieurs objectifs et considérant, au même niveau, des facteurs quantitatifs et qualitatifs.

Déterminer l'espace occupé par un ensemble de troupeaux transhumants sans avoir à monitorer leurs déplacements permet aux décideurs d'avoir un outil d'aide à la décision peut coûteux et réutilisable. Les décideurs sont mieux outillés pour prendre des décisions d'aménagement environnemental et socio-économique de l'espace pastoral. Ils pourraient se servir de MSTRANS pour déterminer où concentrer des efforts de traitements d'effluents des troupeaux, installer des forages ou des marchés. De ce fait, les décideurs ainsi que les chercheurs pourraient utiliser MSTRANS pour optimiser l'emprunte carbone liée aux troupeaux transhumants. Cette optimisation pourrait également consister à agir afin que certains transhumants conduisent leurs troupeaux dans des espaces non utilisés. Cette stratégie permettra à la végétation, aux sols et à la microfaune des espaces non utilisés de séquestrer des GES émis par les animaux des troupeaux (Section 6.1.1).

MSTRANS a deux limites majeures. Le processus de choix de l'emplacement optimal est focalisé sur la transhumance au Sénégal et ne tient pas compte de facteurs tels que les cures salées importants pour les transhumants d'autres régions sahéliennes. Dans le cas où de tels facteurs seraient d'intérêt pour des transhumants, le modélisateur devra intégrer ces facteurs dans son processus de choix de l'emplacement optimal. Les valeurs des paramètres α_i et $\beta_i, \forall i, \forall l$ utilisées dans ce chapitre ont été choisies en fonction de la zone d'étude. Ces paramètres pourraient être changés selon les réalités d'autres zones. Une autre limite du modèle est de ne pas formaliser les émotions et les évolutions du comportement du transhumant. Une formalisation tenant compte des émotions et évolution du comportement du transhumant permettrait de simuler des transhumances pluriannuelles. Nous pourrions, en particulier, nous interroger sur la possibilité de formaliser les émotions dans un cadre d'analyse centré sur la rationalité. Notamment à l'aide des architectures Believe Desire Intention (BDI). De plus, des dispositifs de mise en situation des transhumants intégrant les outils de simulation comme supports des interactions entre participants pourraient être intéressants à tester aux travers d'ateliers de modélisation participative.

Aux approches à base d'agent et d'optimisation implémentées dans MSTRANS nous pourrions implémenter des approches mathématiques de traitements d'images telles que

la transformée de Hough (Chapitre 4) [97, 100, 116]. Séré et al., dans [100], utilisent la transformée de Hough et des données GPS collectées en temps réelle sur des entités en déplacement. Le traitement en temps réel des données collectées par la transformée rectangulaire de Hough indique les endroits saturés c'est -à-dire où il y a la foule. Sachant qu'il est commun qu'un transhumant (un berger) possède un téléphone portable, nous pourrions ainsi effectuer un suivi en temps réel des troupeaux transhumants. Intégrer la transformée de Hough dans MSTRANS permettrait, en plus du suivi en temps réel, de prédire les trajets susceptibles de troupeaux. Un modèle intégrant ces trois approches permettrait (1) aux décideurs de faire des économies d'argent ; (2) aux services vétérinaires de suivre les troupeaux dans lesquels sévit une maladie ; (3) aux pasteurs d'éviter les endroits où se trouvent des troupeaux malades ; (4) aux commerçants de savoir où trouver du bétail ; (5) aux agents de l'environnement de mieux surveiller les espaces protégés.

Conclusion

La modélisation des processus de prise de décision de transhumants pris individuellement étant communément rationnelle, nous avons opté pour un couplage de modèle à base d'agent, d'optimisation basé sur une analyse systémique des processus de déplacements des troupeaux. Le couplage de modèle permet de combiner plusieurs approches de modélisation dans un modèle. Dans le cas de la transhumance, le couplage de modèle nous a permis de concevoir MSTRANS qui combine un modèle à base d'agent, un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes et des algorithmes. La combinaison de ces approches assurent un niveau d'abstraction élevé et la considération de la majorité des facteurs socio-économiques et environnementaux impliqués dans la transhumance. Le niveau d'abstraction élevé permet une reproductibilité de MSTRANS dans d'autres zones pastorales sahéniennes. La validation et l'exploration de MSTRANS permet de fournir un outil pouvant aider les éleveurs, pastoralistes, décideurs dans leurs discussions, projet d'aménagement de l'espace pastoral et de suivi des déplacements des troupeaux. Cependant, MSTRANS a deux principales limites qui sont d'avoir été focalisé sur le Sénégal et sa non-pluriannualité qui ne permet pas de considérer les changements de comportement des transhumants.

En perspective, nous espérons formaliser les changements dans les processus de prise de décision des transhumants afin de modéliser des transhumances pluriannuelles. De plus, nous souhaitons intégrer à MSTRANS la transformée de Hough, une approche de traitement mathématique d'image. Cela permettra, avec peu de moyens financiers, un suivi en temps réel des déplacements des troupeaux et la mise en place de système d'alerte précoce pour éviter la propagation d'épidémies par exemple.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cette thèse, nous modélisons la transhumance sahélienne en tant que système complexe adaptatif à partir de couplages d’approches basés sur des graphes, la topologie générale et discrète, l’optimisation, la modélisation à base d’agent, UML. En effet, la transhumance est une mobilité saisonnière de troupeaux dans laquelle interagit un grand nombre d’acteurs. Par ailleurs, les déplacements des troupeaux sont basés sur des aspects socio-économiques et environnementaux dans des écosystèmes changeant en fonction du climat et des actions des acteurs.

Ce travail de modélisation nous a permis de déterminer les espaces occupés par les troupeaux transhumants afin de proposer des solutions d’aménagement de l’espace pastoral qui permettraient d’optimiser le bilan carbone dû aux troupeaux dans leurs écosystèmes. La finalité de notre activité de modélisation était de reproduire, à travers des approches mathématiques et informatiques, une transhumance annuelle artificielle au Sénégal. De plus, le modèle de transhumance devrait être pouvoir être reproduit dans d’autres régions sahéliennes avec un minimum d’effort dans : l’adaptation du comportements des acteurs, l’adaptation des données d’entrées de simulation, etc. Pour ce faire, nous avons formalisé et simulé les déplacements des troupeaux transhumants ainsi que les processus de prise de décision des transhumants en prenant en compte un maximum de complexité socio-économique et environnemental. De ce fait, nous avons :

- Présenté les systèmes complexes en prenant le soin de définir et expliciter notre conception épistémique sur les concepts de modélisation, de simulation, de modèle, de théorie. Cette étape du manuscrit c’est achevé par le chapitre 2 portant sur la réalité et la validation des théories ou des modèles ;
- décrit les stratégies de déplacements des transhumants sahéliens avec leur troupeau dans le chapitre 3. Effectuer cette description a nécessité l’utilisation d’une approche systémique qui a dû considérer la majorité des facteurs impliqués : la végétation, les points d’eau, les vétérinaires, les marchés, les agriculteurs, les voleurs de bétail. Cette description systémique conduit à : (1) une formalisation systémique hiérarchique de la transhumance ; (2) des théorisations mathématiques relative à

la transhumance qui nous ont permis d'établir :

- que la transhumance est une fonction vectorielle de plusieurs variables, que les déplacements de troupeaux étaient résolus à des structures de graphes orientés multivalués dont les arêtes représentaient les processus de prise de décision de chaque transhumant par un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes. La nécessité de la construction du problème d'optimisation fut rendue possible grâce aux propriétés topologiques de connexités et aux propriétés d'analyse convexe ;
- la nécessité de suivre les déplacements des troupeaux transhumants en temps réel et d'alerter les transhumants mais aussi d'autres acteurs impliqués dans la transhumance de problèmes sur les parcours (Chapitre 4). Lever cette nécessité nous a conduit à mobiliser nos connaissances en mathématiques discrètes et en traitement d'image afin de concevoir un système de suivi des troupeaux transhumants et d'alerte des transhumants, des vétérinaires, d'agents de sécurité, etc.
- conçu trois modèles à base d'agent qui nous ont permis de comprendre qu'une optimisation de l'emprunte carbone des troupeaux nécessite de les répartir sur une plus grande échelle spatiale. En effet les troupeaux occupent les mêmes espaces et laisse de grande superficie vide. Conduire plus de troupeaux dans des espaces non utilisés permettra à la végétation, aux sols ainsi qu'à la microfaune de séquestrer plus de GES émis par les animaux des troupeaux. Conceptuellement :
 - Le premier modèle est construit à partir d'hypothèses abstraites cherchant à estimer l'impact que chaque facteur de déplacements de troupeaux a dans le processus de prise de décision de transhumants au Sénégal (Chapitre 5). Ce modèle a établi que les facteurs clés de prise de décision étaient points d'eau et le réseau de personnes avec lesquels les transhumants entretiennent des relations socio-économiques. Les autres facteurs bien que non négligés sont secondaires ;
 - le second modèle, construit à partir des conclusions du premier, permet de comprendre la répartition spatio-temporelle des troupeaux et de déterminer l'impact des troupeaux sur la végétation à une échelle spatiale macroscopique en fonction (de paramètres) de la pluviométrie annuelle et de la proportion de végétation pâturable à la fin de la saison des pluies (Chapitre 6). Dans ce modèle les troupeaux se déplacent en fonction d'un facteur prioritaire (le réseau socio-économique) et de deux facteurs secondaires (la végétation de qualité et les centres vétérinaires) ;
 - le troisième modèle utilise les résultats des deux autres modèles à base d'agent mais aussi les formalisations mathématiques des déplacements des troupeaux

transhumants par des graphes et un problème d'optimisation multiobjectif sous contraintes (Chapitre 7). Ce modèle est un couplage d'approches mathématiques et informatique qui a permis de modéliser la transhumance à travers les processus de prise de décision des transhumants mais aussi de la majorité des entités et des interactions relatives à la transhumance. Ce modèle est ainsi une représentation artificielle de la transhumance qui permet de déterminer l'espace utilisé par des troupeaux transhumants à diverses échelles spatio-temporelles. D'un point de vue thématique, la transhumance sahélienne peut à présent être représentée, avec une grande complexité, via notre modèle à base d'agent.

Ces successions d'étapes, de formalisations et de simulations effectuées pendant la thèse, nous permirent d'étudier la transhumance sahélienne afin de fournir des modèles reproductibles (transposables ailleurs au Sahel) aux pastoralistes et aux décideurs. De plus, ces modèles ont en eux les essences socio-économiques, environnementales de la transhumance car conçus par un sahélien qui est sensible aux us et coutumes de la région. L'aspect social de la transhumance, par exemple, peu d'auteurs l'ont abordé malgré la pléthore de papiers disponibles sur la transhumance. Cela est sans doute dû au fait que la majorité des auteurs (modélisateurs, thématiciens) qui travaillent sur les mobilités pastorales ne sont pas d'origine sahélienne. Pour ces derniers, l'élevage transhumant est plutôt économique et ensuite environnementale (dans une moindre mesure) car effectuer pour nourrir les animaux à moindre coût sans se soucier parfois de l'environnement. De cette perception, de la transhumance, il découle que l'animal a une fonction économique et pas sociale ou culturelle conduisant à des erreurs d'estimation de la prix value des systèmes d'élevage pastoraux dont l'une d'elle est le calcul des émissions de GES issus du bétail sahélien.

Nos différents modèles à base d'agent ne s'intéressent qu'à des transhumances annuelles, nous aurions également apprécié qu'ils puissent s'intéresser à des transhumances pluri-annuelles, notamment à l'aide de l'architecture Believe Desire Intention (BDI). Des modèles de transhumances pluriannuelles permettraient aux décideurs, aux pastoralistes, aux transhumants et à bien d'autres acteurs de faire de la prospectives sur le moyen ou le long terme afin de planifier leurs actions. Pour nos futurs travaux, en plus de nous intéresser à la modélisation de transhumances pluriannuelles, nous souhaiterions :

- Coupler des théories et modèles de ce manuscrit avec des approches d'apprentissage automatique ou profond ;
- modéliser les courts déplacements de troupeaux par un paradigme de système complexe et par des approches à base d'agent et de graphes de Voronoï flous. En effet, les graphes de Voronoï ont la particularité de permettre l'appréhension d'espace, de manière dynamique, en fonction de l'existence ou la disparition d'entités atomiques.

Une fois un tel modèle existant, il sera possible de modéliser la transhumance sahé-lienne à l'aide d'entité atomique. Cela établira qu'un système complexe adaptatif hiérarchique peut être modélisé en considérant des entités et des structures atomiques ;

- modéliser d'autres mobilités pastorales (nomadisme, convoyage, mobilité journalière) à partir de la démarche de ce manuscrit c'est-à-dire de couplages de modèles mathématiques et informatiques.

ANNEXE A

TOPOLOGIE

Sommaire de l'annexe

| | | |
|-------|--|-----|
| A.1 | Espace topologique | 157 |
| A.1.1 | Topologie et notions ensemblistes associées | 157 |
| A.1.2 | Exemple fondamental : topologie naturelle d'un espace métrique | 160 |
| A.1.3 | Voisinages, espaces topologiques séparés | 161 |
| A.2 | Continuité, homéomorphisme et compacité | 162 |
| A.2.1 | Continuité | 162 |
| A.2.2 | Homéomorphisme | 164 |
| A.3 | Espace topologique connexe | 164 |
| A.3.1 | Composante connexe d'un espace topologique | 166 |
| A.3.2 | Connexité et continuité | 166 |
| A.3.3 | Connexité par arcs | 168 |
| A.3.4 | Connexité locale | 169 |

Dans cette annexe nous présentons des concepts de topologie afin de définir les notions et constructions usuelles d'espaces topologiques. L'objectif de cette annexe est de fournir les outils nécessaires à l'identification de la transhumance, plus précisément du parcours de transhumance d'un troupeau par des propriétés topologiques puis par des invariants algébriques ou analytiques.

Ce chapitre est inspiré de nos notes de cours mais aussi de [72].

A.1 Espace topologique

A.1.1 Topologie et notions ensemblistes associées

Dans cette section, nous définissons la structure d'espace topologique, obtenue en adjoignant à un ensemble X donné un ensemble de parties de X vérifiant certaines propriétés.

Définition A.1 (Topologie, ouvert). *Soit X un ensemble, on appelle topologie sur X la donnée d'un ensemble \mathcal{O} de partie de X ($\mathcal{O} \in \mathcal{P}(X)$) possédant les propriétés suivantes :*

- (i) \mathcal{O} contient \emptyset et X ;

(ii) la réunion quelconque d'éléments de \mathcal{O} est encore dans \mathcal{O} . Si $U_1, U_2, \dots, U_p, \dots \in \mathcal{O}$ alors $\bigcup_{i \geq 1} U_i \in \mathcal{O}$;

(iii) l'intersection finie d'éléments de \mathcal{O} est encore un élément de \mathcal{O} . On parle de stabilité par l'intersection finie. Si $U_1, U_2, \dots, U_p \in \mathcal{O}$ alors $\bigcap_{i=1}^p U_i \in \mathcal{O}$.

Un espace topologique est un couple (X, \mathcal{O}) où X est un ensemble et \mathcal{O} est une topologie sur X . Les éléments de \mathcal{O} sont appelés les ouverts, ou les parties ouvertes de X .

Exemple A.1.[[72, p.24]]

1. Sur un ensemble X , il existe toujours deux topologies « extrêmes » : la topologie discrète $\mathcal{O}_d = \mathcal{P}(X)$ et la topologie grossière $\mathcal{O} = \{\emptyset, X\}$. Un espace muni de la topologie discrète (respectivement grossière) est dit discret (respectivement grossier).
2. Sur \mathbb{R} , l'ensemble à deux éléments $X = \{a, b\}$ peut être muni de quatre topologies différentes :

$$\mathcal{O}_g = \{\emptyset, X\}; \mathcal{O}_1 = \{\emptyset, \{a\}, X\}; \mathcal{O}_2 = \{\emptyset, \{b\}, X\}; \mathcal{O}_d = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, X\} = \mathcal{P}(X)$$

3. Sur \mathbb{R} l'ensemble formé de \emptyset, \mathbb{R} et des intervalles de la forme $]a, b[$ n'est pas une topologie car la propriété 2 de la définition A.1 n'est pas vérifiée. En revanche, l'ensemble formé de \emptyset, \mathbb{R} et des réunions quelconques d'intervalles de la forme $]a, b[$ est une topologie sur \mathbb{R} . Notons cette topologie \mathcal{T}_u et donnons lui le nom de topologie usuelle.

Définition A.2 (Fermé). *Un fermé (ou une partie fermée) de (X, \mathcal{O}) est une partie de X dont le complémentaire dans X est un ouvert de l'espace topologique (X, \mathcal{O}) .*

Exemple A.2.

1. Pour la topologie grossière, les fermés sont \emptyset et X . Pour la topologie discrète, toute partie de X est à la fois ouverte et fermée.
2. Avec les notations de l'exemple A.1.1, les fermés de \mathcal{O}_1 sont les éléments de \mathcal{O}_2 et inversement.
3. Sur $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_u)$, les fermés sont \mathbb{R}, \emptyset et les réunions d'intervalles $]a, b[$. En particulier, les singletons sont fermés.

Remarque A.1 (Être ou ne pas être ouvert ou fermé?). *Une erreur grossière mais malheureusement fréquente est de dire qu'une partie est fermée car elle n'est pas ouverte, ou réciproquement. C'est faux : tous les cas sont possibles ! Toute partie d'un espace topologique discret est à la fois ouverte et fermée. Par exemple sur $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_u)$, $]0, 1[$ est ouvert et non fermé ; $[0, 1]$ est fermé et non ouvert et $]0, 1]$ n'est ni ouvert, ni fermé. Dans un espace topologique (X, \mathcal{O}) quelconque, X est à la fois ouvert et fermé.*

Remarque A.2. *Une topologie peut aussi être définie par l'intermédiaire de ses fermés. En effet, on vérifie facilement que, pour qu'une partie \mathcal{F} de $\mathcal{P}(X)$ soit l'ensemble des fermés d'une topologie, il faut et il suffit qu'elle vérifie les conditions suivantes :*

1. $\emptyset \in \mathcal{F}$, $X \in \mathcal{F}$;
2. l'intersection quelconque d'une famille d'éléments de \mathcal{F} est un élément de \mathcal{F} ;
3. la réunion de deux éléments de \mathcal{F} est un élément de \mathcal{F} .

La topologie, c'est-à-dire l'ensemble des ouverts, est alors l'ensemble des complémentaires des éléments de \mathcal{F} .

Remarque A.3 (Intersection d'ouverts et réunions de fermés). De la définition A.1 nous savons que les ouverts sont stables par réunion quelconque et par intersection finie. De la remarque A.2 on sait que les fermés sont stables par intersection quelconque et par réunion finie. Cependant, une intersection quelconque d'ouverts n'est pas toujours ouverte et une réunion quelconque de fermés n'est pas toujours fermée. En guise de preuve nous donnons les exemples suivants sur $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_u)$:

$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left] -\frac{1}{n}; \frac{1}{n} \right[= \{0\} \quad \text{et} \quad \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[\frac{1}{n}, 1 \right[=]0, 1[$$

Si (X, \mathcal{O}) est un espace topologique la définition suivante montre comment définir une topologie sur une partie de X .

Définition A.3 (Topologie induite). Soient (X, \mathcal{O}) un espace topologique et \mathcal{A} une partie de X . L'ensemble $\mathcal{O}_{\mathcal{A}} = \{O \cap \mathcal{A} \mid O \in \mathcal{O}\}$ est une topologie sur \mathcal{A} . On l'appelle topologie induite sur \mathcal{A} par \mathcal{O} .

Lorsqu'aucune précision n'est donnée, on considère toujours qu'une partie d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) est munie de la topologie induite par \mathcal{O} .

Remarque A.4. Les ouverts de la topologie induite sur \mathcal{A} par la topologie de X sont les intersections des ouverts de X avec \mathcal{A} . Par passage au complémentaire, on vérifie que les fermés de \mathcal{A} sont aussi les intersections des fermés de X avec \mathcal{A} .

Exemple A.3. L'intervalle $]0, 1[$ est un ouvert de $]0, 2[$ muni de la topologie induite par \mathcal{T}_u car $]0, 1[=]-1, 1[\cap]0, 2[$ et $]0, 1[\in \mathcal{T}_u$. Notons que $]0, 1[$ est un fermé de $]0, 1[$ muni de la topologie induite par \mathcal{T}_u car $]0, 1[=]0, 4[\cap]0, 1[$ avec $]0, 4[$ fermé de $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_u)$. En revanche, $]0, 1[$ n'est ni ouvert ni fermé dans $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_u)$.

Définition A.4 (Partie discrète). Une partie \mathcal{A} de X est dite discrète lorsque la topologie induite sur \mathcal{A} est celle discrète.

Il peut s'avérer utile de comparer deux topologies d'un même ensemble. La définition suivante permet d'établir une relation d'ordre partielle entre des espaces topologiques.

Définition A.5 (Topologie plus ou moins fine). Soient X un ensemble, \mathcal{O} et \mathcal{O}' deux topologies sur X . La topologie \mathcal{O} est dite plus fine que \mathcal{O}' lorsque $\mathcal{O}' \subset \mathcal{O}$ et moins fine que \mathcal{O}' lorsque $\mathcal{O} \subset \mathcal{O}'$.

Remarque A.5. La topologie la plus fine est la plus grosse du point de vue de l'inclusion mais elle décrit plus finement les propriétés de l'espace considéré car elle a plus d'ouverts.

Exemple A.4. La topologie discrète est la topologie la plus fine que l'on puisse définir sur un ensemble et la topologie grossière la moins fine.

Une application peut transporter une structure topologique de son ensemble d'arrivée à son ensemble de départ.

Proposition A.1. Soient X un ensemble non vide, (X', \mathcal{O}') un espace topologique et f une application de X dans X' . L'ensemble $\mathcal{O} = \{f^{-1}(O') \mid O' \in \mathcal{O}'\}$ est une topologie sur X , appelée l'image réciproque de \mathcal{O}' par f . On note $\mathcal{O} = f^{-1}(\mathcal{O}')$.

A.1.2 Exemple fondamental : topologie naturelle d'un espace métrique

Les espaces métriques sont un cas particulier très important d'espaces topologiques. Ce sont des espaces topologiques avec des propriétés assez intuitives dont on a l'habitude de manipuler car le modèle le plus simple est \mathbb{R} muni de la distance usuelle.

Définition A.6 (Distance, espace métrique). *Soit X un ensemble non vide. Une distance sur X est une application $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}_+$ qui vérifie, pour tout $(x, y, z) \in X^3$*

$$(i) \quad d(x, y) = 0 \iff x = y;$$

$$(ii) \quad d(x, y) = d(y, x);$$

$$(iii) \quad d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z);$$

Si d est une distance sur X , le couple (X, d) est appelé espace métrique.

Exemple A.5. Soient X un ensemble non vide.

1. L'application d définie $X \times X$ dans \mathbb{R}^+ telle que $d(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \neq y \\ 0 & \text{si } x = y \end{cases}$ est la distance discrète sur X .
2. Sur \mathbb{R} la distance usuelle entre deux réelles x et y est donnée par $d_{|\cdot|}(x, y) = |x - y|$. L'espace métrique $(\mathbb{R}, d_{|\cdot|})$ est souvent noté $(\mathbb{R}, |\cdot|)$.

Définition A.7 (Partie bornée). *On dit qu'une partie \mathcal{A} d'un espace métrique (X, d) est bornée s'il existe $x \in X$ et M un réel positif tel que : $\forall a \in \mathcal{A}, d(a, x) \leq M$. On dira aussi que \mathcal{A} est bornée si $\delta(\mathcal{A}) = \sup\{d(x, y) \mid (x, y) \in \mathcal{A}^2\}$ est finie, $\delta(\mathcal{A})$ est le diamètre de \mathcal{A} .*

Définition A.8. *Soient \mathcal{A} et \mathcal{B} deux parties non vides de l'espace métrique (X, d) et $x \in X$ alors le réel positif $d(x, \mathcal{A}) := \inf_{y \in \mathcal{A}} d(x, y)$ est appelée distance de x à l'ensemble \mathcal{A} . Le réel positif $d(\mathcal{A}, \mathcal{B}) := \inf_{\substack{x \in \mathcal{A} \\ y \in \mathcal{B}}} d(x, y)$ est appelé distance de \mathcal{A} à \mathcal{B} .*

Sur un espace métrique, la donnée d'une distance permet de définir naturellement une topologie qui est engendrée par des parties particulières de l'espace : les boules.

Définition A.9 (Boules et sphères). *Soient (X, \mathcal{O}) un espace métrique, $a \in X$ et $r \in \mathbb{R}^+$.*

- $B(a, r) = \{x \in X \mid d(x, a) < r\}$ est la boule ouverte de centre a et de rayon r .
- $B_f(a, r) = \{x \in X \mid d(x, a) \leq r\}$ est la boule fermée de centre a et de rayon r .
- $S(a, r) = \{x \in X \mid d(x, a) = r\}$ est la sphère de centre a et de rayon r .

Exemple A.6. Sur $(\mathbb{R}, |\cdot|)$ la boule ouverte de centre $a \in \mathbb{R}$ et de rayon $r > 0$ est l'intervalle $]a - r, a + r[$.

D'après la définition A.9 les boules sont les pièces élémentaires permettant de définir une topologie sur les espaces métriques. Ainsi la topologie associée à un espace métrique est la topologie engendrée par les boules ouvertes c'est-à-dire la plus petite topologie contenant toutes les boules ouvertes de cet espace. On dira qu'un sous-ensemble Ω d'un espace métrique (X, d) est un ouvert si : $\forall x \in \Omega, \exists r > 0$ tel que $B(x, r) \subset \Omega$.

Définition A.10 (Norme, espace vectorielle normé). Soit X un espace vectoriel sur un corps $\mathbb{K}(\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R})$. Une fonction $\|\cdot\| : X \rightarrow \mathbb{R}^+$ est appelée norme sur X si elle vérifie les conditions suivantes :

- (i) $\|x\| = 0 \iff x = 0, \forall x \in X$;
- (ii) $\forall \lambda \in \mathbb{K}, \forall x \in X, \|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$;
- (iii) $\forall x \in X, \forall y \in X, \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$;

Le couple $(X, \|\cdot\|)$ est appelé espace vectoriel normé.

Remarque A.6. Soient X un espace topologique et $r \in \mathbb{R}^+$.

- Sur $X \times X$ la fonction d définie par $d(x, y) = \|x - y\|$ est une distance appelée : distance associée à la norme $\|\cdot\|$.
- Si $(X, \|\cdot\|)$ est un espace vectoriel normé, la topologie associée à X est celle de la distance associée à la norme $\|\cdot\|$. On a :

$$B(a, r) = \{x \in X \mid d(x, a) < r\} = \{x \in X \mid \|x - a\| < r\}.$$

A.1.3 Voisinages, espaces topologiques séparés

La donnée d'une topologie sur X conduit à la relation de voisinage sur $\mathcal{P}(X)$ qui raffine l'inclusion usuelle.

Définition A.11 (Voisinage). Soient \mathcal{A} et \mathcal{B} des parties de X . On dit que \mathcal{B} est un voisinage de \mathcal{A} lorsqu'il existe un ouvert O de X tel que $\mathcal{A} \subset O \subset \mathcal{B}$, ou, ce qui est équivalent, lorsque $\mathcal{A} \subset \overset{\circ}{\mathcal{B}}$. Si $\mathcal{A} = \{x\}$, on dit simplement que \mathcal{B} est un voisinage de x . On note $\mathcal{V}(x)$ l'ensemble des voisinages de x .

Remarque A.7. La notion de voisinage n'est pas reliée à la notion de proximité. En effet, dans \mathbb{R} , l'intervalle $]0, 1]$ est un voisinage de tout point de $]0, 1[$ mais pas de 0 . En fait, une partie est un voisinage d'un point si ce point est entouré par cette partie. En particulier, l'ensemble X est un voisinage de chacun de ses points.

Proposition A.2. Soient (X, \mathcal{O}) un espace topologique et \mathcal{A} une partie de X .

1. \mathcal{A} est ouverte si et seulement si \mathcal{A} est un voisinage de chacun de ses points.
2. un point x de X est intérieur à \mathcal{A} si et seulement si \mathcal{A} est un voisinage de x .
3. Un point x est adhérent à \mathcal{A} si et seulement si tout voisinage \mathcal{V} de x rencontre \mathcal{A} .
4. Un point x est un point frontière pour \mathcal{A} si et seulement si tout voisinage de x rencontre à la fois \mathcal{A} et $\mathcal{C}_X(\mathcal{A})$.

La notion de voisinage permet de définir les notions de points isolé et d'accumulation.

Définition A.12. Soient (X, \mathcal{O}) un espace topologique et \mathcal{A} une partie de X .

1. Un point x de \mathcal{A} est dit isolé dans \mathcal{A} s'il existe un voisinage \mathcal{V} de x dans X tel que $\mathcal{V} \cap \mathcal{A} = \{x\}$.
2. Un point x de X est dit point d'accumulation de \mathcal{A} si tout voisinage de x dans X rencontre \mathcal{A} en un point autre que x .

Proposition A.3. Soient (X, \mathcal{O}) un espace topologique et \mathcal{A} une partie de X . Notons $Ac(\mathcal{A})$ l'ensemble des points d'accumulation de \mathcal{A} et $Is(\mathcal{A})$ l'ensemble des points isolés de \mathcal{A} . Alors, $Ac(\mathcal{A}) \cap Is(\mathcal{A}) = \emptyset$ et $\overline{\mathcal{A}} = Ac(\mathcal{A}) \cup Is(\mathcal{A})$.

La proposition suivante montre que la topologie induite respecte la notion de voisinage.

Proposition A.4. Soient (X, \mathcal{O}) un espace topologique, $\mathcal{A} \subset X$ et $\mathcal{B} \subset \mathcal{A}$. Une partie $C \subset \mathcal{A}$ est un voisinage de \mathcal{B} dans \mathcal{A} si et seulement s'il existe un voisinage C' de \mathcal{B} dans X tel que $C = C' \cap \mathcal{A}$.

La notion suivante, de système fondamental de voisinages, est importante.

Définition A.13 (Système fondamental de voisinages). Soient \mathcal{A} une partie de X . Un système fondamental de voisinage de \mathcal{A} est un ensemble \mathcal{U} de voisinages de \mathcal{A} tel que tout voisinage de \mathcal{A} contient un élément de l'ensemble \mathcal{U} .

Exemple A.7.

1. Sur \mathbb{R} , les ensembles $\mathcal{U} = \{]a - \alpha, a + \alpha[; \alpha \in \mathbb{Q}^*\}$ et $\mathcal{V} = \{]a - \frac{1}{n}, a + \frac{1}{n}[; n \in \mathbb{N}^*\}$ sont des systèmes fondamentaux de voisinages du point $a \in \mathbb{R}$.
2. De manière plus générale, dans un espace métrique, l'ensemble des boules centrées en un point est un système fondamental de voisinages de ce point.

Définition A.14. Un espace topologique (X, \mathcal{O}) est dit séparé si pour tout couple (x, y) de point distincts de X , il existe des voisinages disjoints \mathcal{V}_x de x et \mathcal{V}_y de y .

Exemple A.8.

1. Si X est un ensemble contenant au moins deux points et muni de la topologie grossière \mathcal{O} alors l'espace topologique (X, \mathcal{O}) n'est pas séparé.
2. Un ensemble non vide muni de la topologie discrète est toujours séparé. Pour la topologie discrète tout singleton est un voisinage du point qu'il contient.
3. Sur $X = \{0, 1\}$ la topologie $\{\emptyset, \{0\}, X\}$ est non séparée car le seul ouvert contenant 1 est X et que $0 \in X$.

Proposition A.5. Tout espace métrique est un espace topologique séparé.

Dans un espace séparé, on peut isoler deux singletons au sens où il existe deux ouverts disjoints contenant chacun un des singletons. On peut aussi isoler un singleton $\{x\}$ et un ferme F si $x \notin F$ ou isoler deux fermés disjoints.

A.2 Continuité, homéomorphisme et compacité

A.2.1 Continuité

Cette partie généralise la notion de continuité aux fonctions définies sur un espace topologique. En effet sans notion de distance ou de norme il n'est plus question de donner une définition à l'aide de ε ou de η . L'utilisation de voisinage (ou d'ouvert) est un substitut.

Définition A.15 (Continuité globale). Soient (X, \mathcal{O}) et (X', \mathcal{O}') deux espaces topologiques. Une application f de X dans X' est dite continue sur X si l'image réciproque par f d'un ouvert quelconque de X' est un ouvert de X .

Exemple A.9.

1. Si X est un espace discret toute application de X dans un espace topologique est continue. Si X' est un espace grossier toute application d'un espace topologique dans X' est continue.
2. Toute application constante d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) dans un autre est continue : l'image réciproque d'une partie quelconque (en particulier ouverte) est \emptyset ou X .
3. La fonction caractéristique d'une partie $\mathcal{A} \subset X$ n'est pas continue. Par exemple la fonction caractéristique $\mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}$ n'est pas continue. En effet l'image réciproque de l'ouvert $]\frac{1}{2}, \frac{3}{2}[$ est \mathbb{R}^+ , ce n'est pas un ouvert de \mathbb{R} .

Proposition A.6. Soient (X, \mathcal{O}) et (X', \mathcal{O}') deux espaces topologiques et f une application de X dans X' . Les assertions suivantes sont équivalentes :

- (i) f est continue ;
- (ii) l'image réciproque par f de tout fermé de X' est un fermé de X ;
- (iii) pour toute partie \mathcal{A} de X , $f(\overline{\mathcal{A}}) \subset \overline{f(\mathcal{A})}$.

Définition A.16 (Continuité en un point). Soient (X, \mathcal{O}) et (X', \mathcal{O}') deux espaces topologiques, f une application de X dans X' et x un point de X . On dit que f est continue au point x si pour tout voisinage \mathcal{V} de $f(x)$, il existe un voisinage \mathcal{U} de x tel que $f(\mathcal{U}) \subset \mathcal{V}$. De manière équivalente, f est continue au point x si pour tout voisinage \mathcal{V} de $f(x)$, $f^{-1}(\mathcal{V})$ est un voisinage de x .

Exemple A.10. La fonction $\mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}$ est continue en tout point $x \in \mathbb{R}^*$ mais pas continue en 0.

Proposition A.7. Soient (X, \mathcal{O}) et (X', \mathcal{O}') deux espaces topologiques, f une application de X dans X' et x un point de X . L'application f est continue au point x si et seulement si pour tout élément d'un système fondamental de voisinages \mathcal{V} de $f(x)$ l'image réciproque $f^{-1}(\mathcal{V})$ est un voisinage de x .

Le corollaire suivant donne la caractérisation de la continuité locale dans les espaces métriques. Il provient du fait que l'ensemble des boules centrées en un point soit un système fondamental de voisinages de ce point.

Proposition A.8. Soient (X, \mathcal{O}) et (X', \mathcal{O}') deux espaces topologiques, f une application de X dans X' et x un point de X . Les assertions suivantes sont équivalentes :

- (i) f est continue au point x ;
- (ii) $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^{*+}, \exists \alpha \in \mathbb{R}^{*+}$ tel que $f(B(x, \alpha)) \subset B(f(x), \varepsilon)$;
- (iii) $\forall \varepsilon > 0, \exists \alpha > 0, \forall y \in X, d_X(x, y) < \alpha \implies d_{X'}(f(x), f(y)) < \varepsilon$.

La proposition suivante établit le lien entre continuité globale et locale.

Proposition A.9. Soient (X, \mathcal{O}) et (X', \mathcal{O}') deux espaces topologiques et f une application de X dans X' . Alors f est continue sur X si et seulement si elle est continue en tout point de X .

Remarque A.8 (Image directe d'un ouvert ou d'un fermé). Pour une application, il n'y a pas de lien entre les notions : ouvert, fermé et continue. En général, l'image directe d'un ouvert (resp. d'un fermé) par une application continue n'est pas ouverte (resp. fermée). Par exemple, dans $(\mathbb{R}, \mathcal{T}_u)$, l'image de l'ouvert $]0, 1[$ par application constante égale à 0 est le singleton $\{0\}$, donc elle n'est pas ouverte ; et l'image du fermé \mathbb{R} par l'application exponentielle est \mathbb{R}^{*+} , donc elle n'est pas fermée.

Définition A.17 (Application ouverte, application fermée). Soit f une application définie sur un espace topologique :

- f est ouverte si l'image directe de tout ouvert par f est un ouvert.
- f est fermée si l'image directe de tout fermé par f est un fermé.

A.2.2 Homéomorphisme

Les homéomorphismes sont les isomorphismes de la structure topologique. Ils permettent d'identifier deux espaces topologiques a priori distincts.

Définition A.18. Soient (X, \mathcal{O}_X) et (F, \mathcal{O}_F) deux espaces topologiques. Un homéomorphisme de X dans F est une application bijective, continue et dont la réciproque est continue. On dit que deux espaces sont homéomorphes s'il existe un homéomorphisme entre eux.

Exemple A.11.

1. Une bijection continue n'est pas toujours d'inverse continue. Par exemple, l'application $f : [0, 1[\cup \{2\} \rightarrow [0, 1]$ définie par $f|_{[0, 1[} = Id_{[0, 1[}$ et $f(2) = 1$ est continue bijective mais son inverse n'est pas continue en 1.
2. Une bijection est un homéomorphisme si et seulement si elle est continue et ouverte, ou encore continue et fermée.

Une propriété importante des homéomorphismes est qu'ils préservent les notions définies grâce à des ouverts. Pour formaliser cette idée, on introduit la définition suivante.

Définition A.19 (Notion topologique). Soit un ensemble \mathcal{A} vérifiant une propriété \mathcal{P} . On dit que cette propriété est une notion topologique si l'image de \mathcal{A} par un homéomorphisme quelconque vérifie encore cette propriété \mathcal{P} .

Proposition A.10. Les propriétés suivantes sont des notions topologiques : être ouvert, fermé au voisinage d'un point ; être séparé ; être l'adhérence ou la frontière d'un ensemble

A.3 Espace topologique connexe

Définition A.20 (Connexité). Soit (X, \mathcal{O}) un espace topologique.

1. L'espace topologique (X, \mathcal{O}) est connexe lorsque le seul recouvrement de X en deux ouverts disjoints de X est $\{\emptyset, X\}$.

2. Une partie \mathcal{A} d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) est connexe lorsque le sous-espace \mathcal{A} muni de la topologie induite par \mathcal{O} est connexe.

Deux ensembles sont disjoints si leur intersection est vide. Ainsi \emptyset est disjoint de tout ensemble y compris de lui-même, et alors \emptyset est connexe.

Proposition A.11. *Les trois propositions suivantes sont équivalentes :*

- (i) *Un espace topologique X est connexe ;*
- (ii) *le seul recouvrement de X en deux fermés de X disjoints est $\{\emptyset, X\}$;*
- (iii) *les seules parties à la fois ouvertes et fermées de X sont \emptyset et X .*

Remarque A.9. • *Soit (X, \mathcal{O}) un espace topologique séparé et \mathcal{A} une partie finie de X ayant au moins deux éléments. Tous les singletons de \mathcal{A} sont à la fois fermés et ouverts. Par conséquent \mathcal{A} n'est pas connexe.*

- *Tout espace vectoriel normé est connexe.*

Proposition A.12. *un espace topologique homéomorphe à un espace connexe est connexe.*

Proposition A.13. *Soit \mathcal{A} une partie connexe d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) alors toute partie B de X tel que $\mathcal{A} \subset B \subset \overline{\mathcal{A}}$ est connexe. Ainsi si X contient une partie connexe dense alors X est connexe.*

La réunion de deux parties connexes disjointes n'est pas connexe, par exemple $[0, 1] \cup [2, 3]$ n'est pas connexe. Les propositions suivantes donnent des conditions pour que la réunion de connexes le soit.

Proposition A.14. *Soit $(C_i)_{i \in I}$ une famille de parties connexes d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) , telle que l'intersection $\bigcap_{i \in I} C_i$ soit non vide. Alors, la réunion $C = \bigcup_{i \in I} C_i$ est connexe.*

Preuve. Soient U et V deux ouverts disjoints de C , de réunion C . Pour $i \in I$, notons $U_i = C_i \cap U$ et $V_i = C_i \cap V$. Pour chaque i , U_i et V_i forment un recouvrement de C_i en deux ouverts disjoints, et la connexité de C_i entraîne que l'un des deux soit vide. Supposons par exemple que l'intersection $\bigcap_{i \in I} C_i$ rencontre U , alors nécessairement, pour tout $i \in I$, $U_i \neq \emptyset$, donc $V_i = \emptyset$, donc $C \subset U$ et $V = \emptyset$. Il existe donc pas de recouvrement de C en deux ouverts disjoints non vides, C est connexe.

Proposition A.15. *Soit $(C_i)_{i \in I}$ une famille de parties connexes d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) . On suppose qu'il existe $i_0 \in I$ tel que, pour tout $i \in I$, $C_i \cap C_{i_0} \neq \emptyset$. Alors, la réunion $C = \bigcup_{i \in I} C_i$ est connexe.*

Preuve. D'après la proposition A.14, pour tout $i \in I$, $C_i \cup C_{i_0}$ est connexe. Or, $C = \bigcup_{i \in I} C_i = \bigcup_{i \in I} (C_i \cup C_{i_0})$ et, comme l'intersection $\bigcap_{i \in I} (C_i \cup C_{i_0})$ n'est pas vide car contenant C_{i_0} , la proposition A.14 montre que $\bigcup_{i \in I} (C_i \cup C_{i_0})$ est connexe, et donc que C est connexe.

Proposition A.16. Soit $C_0, C_1, \dots, C_n, \dots$ une suite finie ou non de parties connexe d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) , telles que $C_{i+1} \cap C_i \neq \emptyset$. Alors, la réunion $\bigcup_{i \in I} C_i$ est connexe.

Preuve. Une récurrence évidente montre que, pour tout $k \in \mathbb{N}$, $P_k = \bigcup_{i=0}^k C_i$ est connexe d'après la proposition précédente. On considère la famille $\left(P_k = \bigcup_{i=0}^k C_i \right)_{k \in \mathbb{N}}$. Chaque P_k est alors connexe; de plus l'intersection $\bigcap_{k \in \mathbb{N}} P_k \neq \emptyset$, car $C_0 \subset \bigcap_{k \in \mathbb{N}} P_k$. La réunion des $\bigcup_{k \in \mathbb{N}} P_k$ est connexe d'après la proposition précédente et, comme $\bigcup_{k \in \mathbb{N}} P_k = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} C_i$, on en déduit le résultat de la proposition. \square

La première classe importante d'espaces connexes est données par le théorème simple et fondamental suivant, qui caractérise les parties connexes de \mathbb{R} .

Proposition A.17. Les parties connexes de \mathbb{R} sont les intervalles.

A.3.1 Composante connexe d'un espace topologique

Dans cette section (X, \mathcal{O}) désigne un espace topologique.

Définition A.21 (Points connectés). Deux points x et y de X sont connectés, et on note xCy , si x et y appartiennent à une même partie connexe de X . La relation \mathcal{C} ainsi définie est une relation d'équivalence dans X .

Définition A.22 (Composante connexe). Les classes d'équivalence par \mathcal{C} sont appelées composantes connexes de X .

Proposition A.18. La composante connexe d'un point x de X est la plus grande partie connexe de X qui contient x . C'est la réunion de toutes les parties connexes de X qui contiennent x .

Exemple A.12.

1. Soient \mathcal{O}_1 et \mathcal{O}_2 deux ouverts connexes disjoints d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) . La réunion $\mathcal{O} = \mathcal{O}_1 \cup \mathcal{O}_2$ est non connexe et ses composantes connexes sont les \mathcal{O}_i . Par exemple, la partie $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ a deux composantes connexes : $C_+ = \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(z) > 0\}$ et $C_- = \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(z) < 0\}$;
2. avec les mêmes hypothèses, si \mathcal{A} est une partie de X contenue dans \mathcal{O} , les composantes connexes de \mathcal{A} sont contenues dans les \mathcal{O}_i .

Proposition A.19. Les composantes connexes de l'espace X sont fermées dans X .

A.3.2 Connexité et continuité

L'intérêt principal de la notion de connexité provient des propriétés des fonctions continues définies sur des espaces connexes. Le théorème A.1 est fondamental.

Théorème A.1. L'image d'une partie connexe par une application continue est connexe.

Exemple A.13.

1. Un exemple immédiat d'espace connexe est celui du singleton $X = a$, muni de son unique topologie. Plus généralement, tout espace topologique muni de la topologie grossière est connexe.
2. Un espace topologique discret non réduit à un point est non connexe. Les ensembles \mathbb{N}, \mathbb{Z} sont donc des parties non connexes de \mathbb{R} .
3. Toute partie \mathcal{A} d'un espace topologique X contenue dans la réunion de deux ouverts non vides et disjoints O_1 et O_2 est non connexe. EN effet $\mathcal{A} \cap O_1$ et $\mathcal{A} \cap O_2$ forment alors un recouvrement de \mathcal{A} en deux ouverts non vides et disjoints. Par exemple, toute partie connexe de \mathbb{R} est un intervalle. EN effet si $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}$ n'est pas un intervalle, il existe deux points distincts x et y de \mathcal{A} tels que $]x, y[\not\subset \mathcal{A}$. Alors si $t \in]x, y[\setminus \mathcal{A}$, \mathcal{A} est contenu dans la réunion de $O_1 =]-\infty, t[$ et $O_2 =]t, +\infty[$ et rencontre chacun des deux ouverts. La proposition A.17 montre que les connexes de \mathbb{R} sont exactement les intervalles.

La première application du théorème A.1 est le célèbre théorème des valeurs intermédiaires, valable pour les fonctions numériques d'une variable réelle.

Théorème A.2 (Valeurs intermédiaires). *Soit f une fonction continue d'un intervalle I de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . Si α et β sont dans $f(I)$, l'intervalle $[\alpha, \beta]$ est contenu dans $f(I)$. De manière équivalente, $f(I)$ est un intervalle de \mathbb{R} .*

Donnons à présent une caractérisation des espaces connexes au moyen d'applications continues.

Proposition A.20. *Une partie \mathcal{A} d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) est connexe si et seulement si toute application continue de \mathcal{A} dans l'espace discret $\{0, 1\}$ muni de la topologie discrète est constante.*

Proposition A.21. *Soit \mathcal{A} une partie connexe d'un espace topologique (X, \mathcal{O}) et f une application continue de $\mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ alors $f(\mathcal{A})$ est un intervalle de \mathbb{R} .*

Proposition A.22 (Connexité d'espace produit). *Soient $(X_i, \mathcal{O}_i)_{i \in I}$ une famille d'espace topologiques. Le produit $X = \prod_{i \in I} X_i$, muni de la topologie produit, est connexe si et seulement si chacun des facteurs X_i est connexe.*

Exemple A.14.

1. L'espace \mathbb{R}^n est connexe pour $n \geq 1$, comme produit d'espace connexes.
2. Le graphe \mathcal{G} d'une application continue f d'un espace connexe X dans un espace topologique F est connexe (comme partie de $X \times F$ muni de la topologie produit). L'application de X dans $X \times F$ définie par $\gamma(t) = (t, f(t))$ est en effet un homéomorphisme de X sur \mathcal{G} .

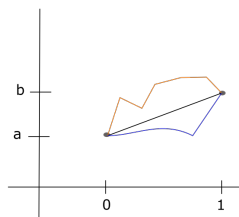


FIGURE A.1 – Trois arcs reliant deux points

A.3.3 Connexité par arcs

Introduisons la notion de connexité par arcs basée sur la connexité des images des arcs.

Définition A.23 (Arc ou chemin). *Soit (X, \mathcal{O}) un espace topologique. On appelle arc ou chemin à valeurs dans X toute application continue du $[0, 1]$ dans X .*

Exemple A.15.

1. Soit E un espace vectoriel muni d'une topologie pour laquelle l'addition vectorielle et la multiplication par un scalaire sont des opérations continues. A tout segment fermé $[a, b] = \{(1-t).a+t.b \mid t \in [0, 1]\}$ de E on peut associer un chemin allant de a vers b . Il suffit de considérer l'application continue $\gamma : t \mapsto (1-t).a+t.b, t \in [0, 1]$.
2. L'image d'un arc est connexe. Les courbes paramétrées sont les images d'applications continues d'un intervalle de \mathbb{R} dans $\mathbb{R}^n, n \geq 2$. Elles sont donc des connexes. C'est le cas par exemple des ellipses, de la cycloïde, des courbes de Lissajous. Les courbes définies par des équations en coordonnées polaires sont des cas particuliers de courbes paramétrées : elles sont donc connexes.
3. Les surfaces paramétrées, images d'une partie connexe de \mathbb{R}^2 par une application continue à valeurs dans $\mathbb{R}^n, n \geq 3$ sont connexes.

Définition A.24 (Connexité par arcs). *Soit (X, \mathcal{O}) un espace topologique. Soit \mathcal{A} une partie de X tel que $\mathcal{A} \neq \emptyset$. La partie \mathcal{A} est connexe par arc si, pour tout couple de points (a, b) de \mathcal{A} , il existe un arc (un chemin) γ de $[0, 1]$ dans \mathcal{A} tel que $\gamma(0) = a$ et $\gamma(1) = b$. On dit que γ joint les point a et b .*

Remarque A.10. • *Il ne faut pas confondre un arc (application) et son image (partie de l'espace). A une même image correspondent une infinité d'arcs distincts (figure A.1).*
 • *Les courbes paramétrées définies sur un intervalles sont connexes par arcs. Cependant il faut reparamétriser ses courbes pour obtenir des arcs bien définis sur $[0, 1]$.*

Proposition A.23. *Tout espace topologique (X, \mathcal{O}) connexe par arc est connexe.*

Preuve. Soient f une fonction continue de X dans l'espace discret $\{0, 1\}$ et $a \in X$. Pour $x \in X$ donné. Considérons un arc γ joignant a et x . Par continuité de f et de γ on a $f \circ \gamma$ continue de $I = [0, 1]$ dans $\{0, 1\}$. Comme I est connexe, elle est constante, d'où $f(x) = f(a)$. Comme x est arbitraire, f est constante et X est connexe selon la proposition A.20.

Corollaire A.1. *L'espace \mathbb{R} n'est pas homéomorphe à l'espace \mathbb{R}^n , lorsque $n \geq 2$.*

Le raisonnement de la preuve précédente est très utilisé pour montrer que deux ensemble ne sont pas homéomorphes. D'autre part, de manière plus générale les espaces \mathbb{R}^m et \mathbb{R}^n avec $m \neq n$ ne sont pas homéomorphes.

Exemple A.16.

1. Un cercle de \mathbb{R}^2 n'est pas homéomorphe à \mathbb{R} . En effet le cercle de \mathbb{R}^2 privé d'un de ses point est connexe alors que \mathbb{R} privé d'un point n'est pas connexe.
2. L'intervalle $[0, 1]$ n'est pas homéomorphe à $]0, 1[$. Car $[0, 1] \setminus \{0\}$ est connexe alors que $]0, 1[$ privé de n'importe lequel de ses points n'est pas connexe.

Remarque A.11. *La connexité n'implique pas nécessairement la connexité par arc.*

Proposition A.24. *Pour les parties ouvertes des espaces vectoriels normés la connexité est équivalente à la connexité par arcs.*

A.3.4 Connexité locale

Les résultats de connexité locale, permettent de donner des informations supplémentaires sur l'espace, même dans le cas où celui-ci est supposé connexe. Il existe des espaces connexes non localement connexes.

Définition A.25 (Espace localement connexe). *Un espace topologique (X, \mathcal{O}) est localement connexe si tout point de X possède un système fondamental de voisinages connexes.*

Exemple A.17.

1. Tout intervalle de \mathbb{R} est localement connexe.
2. Tout espace discret est localement connexe. Il est non connexe s'il a au moins deux éléments.
3. Un espace homéomorphe à un espace localement connexe est aussi localement connexe.

La propriété de connexité locale impose de nouvelles contraintes aux composantes connexes des parties ouvertes d'un espace.

Proposition A.25. *Un espace topologique (X, \mathcal{O}) est localement connexe si et seulement si les composantes connexes de tout ouvert O de X sont ouvertes dans X .*

Définition A.26 (Espace localement connexe par arcs). *Un espace topologique (X, \mathcal{O}) est localement connexe par arcs si tout point de X possède un système fondamental de voisinages connexes par arcs.*

La notion de connexité locale par arcs donne un critère simple de connexité par arcs.

Proposition A.26. *Soit (X, \mathcal{O}) un espace topologique connexe et localement connexe par arcs. Alors (X, \mathcal{O}) est connexe par arcs.*

Exemple A.18. Les espaces \mathbb{R}^n et les sphères \mathbb{S}^n sont localement connexes par arcs et connexes. Ils sont donc aussi connexes par arcs.

ANNEXE B

FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES ET OPTIMISATION CONVEXE

Sommaire de l'annexe

| | | |
|-------|--|-----|
| B.1 | Fonction de plusieurs variables | 170 |
| B.2 | Analyse convexe | 171 |
| B.2.1 | Continuité des fonctions convexes | 172 |
| B.2.2 | Différentiabilité des fonctions convexes | 172 |
| B.3 | Optimisation : minimisation avec contraintes | 173 |

L'objectif de ce chapitre est d'énumérer des définitions ou résultats mathématiques préliminaire à différents chapitres de ce manuscrit. De ce fait nous énonçons, sans faire de preuves, des résultats d'analyse convexe et d'optimisation.

B.1 Fonction de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans cette section sont définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n et à valeurs dans un ouvert de \mathbb{R}^p , avec $n \geq 1$ et $p \geq 1$. Les espaces \mathbb{R}^n et \mathbb{R}^p sont munis d'une norme notée $\|\cdot\|$ dans les deux cas.

Définition B.1. Soit $n \geq 2, p \geq 2$ et $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n$ un domaine de \mathbb{R}^n .

- On appelle fonction numérique de plusieurs variables toute fonction

$$\begin{aligned} f : \quad \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x_1, \dots, x_n) &\longmapsto f(x_1, \dots, x_n) \end{aligned}$$

- On appelle fonction vectorielle de plusieurs variables toute fonction

$$\begin{aligned} f : \quad \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R}^p \\ (x_1, \dots, x_n) &\longmapsto (f_1(x_1, \dots, x_n), \dots, f_p(x_1, \dots, x_n)) \end{aligned}$$

Les fonctions f_1, \dots, f_p définies sur \mathcal{U} et à valeurs réelles sont appelées fonctions coordonnées de f .

Définition B.2. Soit $f : \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de n variables.

- Le domaine de définition de f , noté D_f , est l'ensemble de tous les n -uplets qui ont une image par f . On a : $D_f = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{U} \mid f(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}\}$;
- l'ensemble $Im(f) = \{f(x_1, \dots, x_n) \mid (x_1, \dots, x_n) \in D_f\}$ des valeurs prises par f est l'image de f ;
- Si f est décrite par l'équation $z = f(x_1, \dots, x_n)$ alors
 - x_1, \dots, x_{n-1} et x_n sont les variables dépendantes ;
 - z est la variable indépendante.
- le graphe de f est :

$$\mathcal{G}(f) = \{(x_1, \dots, x_n, z) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid (x_1, \dots, x_n) \in D_f, z = f(x_1, \dots, x_n)\} \quad (\text{B.1})$$

Remarque B.1. Si f est une fonction vectorielle de $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ définie par $f = (f_1, \dots, f_p)$. L'ensemble de définition de f est l'intersection des ensembles de définition des $f_i, \forall i \in \llbracket 1, p \rrbracket$.

Définition B.3 (Fonctions partielles). Soit $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ d'ensemble de définition D_f . Etant donnée le point $m = (m_1, \dots, m_n)$ élément de D_f et $u = (\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ un vecteur non nul de \mathbb{R}^p . L'application partielle de f au point m suivant le vecteur u est

$$\begin{aligned} \varphi : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}^p \\ t &\longmapsto f(m + tu) = (f_1(m + t.u), \dots, f_p(m + t.u)) \end{aligned}$$

Remarque B.2. L'ensemble de définition de ϕ est $D_\varphi = \{t \in \mathbb{R} \mid m + t.u \in D_f\}$. D_φ est définie sur un ouvert de \mathbb{R} contenant 0.

Si $u = (e_i)_{1 \leq i \leq n}$, la base canonique de \mathbb{R}^n alors $\forall j \in \{1, \dots, p\}$ chaque $f_j(m + tu)$ est appelée application partielle de f au point m . On a :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_1(m + t.e_1) &= f(m_1 + t, m_2, \dots, m_n) \\ f_2(m + t.e_2) &= f(m_1, m_2 + t, \dots, m_n) \\ \vdots &\vdots \\ f_j(m + t.e_{n-1}) &= f(m_1, m_2, \dots, m_{n-1} + t, m_n) \\ f_j(m + t.e_n) &= f(m_1, m_2, \dots, m_n + t) \end{array} \right.$$

B.2 Analyse convexe

Dans cette section H est un espace de Hilbert et on désigne par $\|\cdot\|$ la norme de H et par $\langle \cdot, \cdot \rangle$ son produit scalaire.

Définition B.4. Soit H un espace vectoriel muni du produit scalaire euclidien. Soient E, C deux sous ensembles de H .

- E est convexe si : $\forall (x, y) \in E^2, \forall t \in [0, 1], tx + (1-t)y \in E$. Autrement dit $E \subset \mathbb{R}^n$ est convexe si $\forall (x, y) \in E^2, [x, y] \subset E$.
- Une fonction $J : C \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ est convexe si C est convexe et si $\forall (x, y) \in C^2, \forall t \in [0, 1], J(tx + (1-t)y) \leq tJ(x) + (1-t)J(y)$.
- Une fonction $J : C \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ est strictement convexe si C est convexe et si $\forall (x, y) \in C^2, x \neq y, \forall t \in [0, 1], J(tx + (1-t)y) < tJ(x) + (1-t)J(y)$.

Si $J : H \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ est une fonction convexe, on appelle domaine de J l'ensemble : $\text{dom}J = \{x \in H \mid J(x) < +\infty\}$. Lorsque $\text{dom}J \neq \emptyset$ on dit que J est propre.

Exemple B.1. Les ensembles \mathbb{R} et $\mathbb{R}^n, n > 1$ sont convexes.

Proposition B.1. Dans un espace vectoriel topologique tout ensemble convexe est connexe par arcs.

Proposition B.2. Soit E un convexe. Pour tout n -uplet (x_1, x_2, \dots, x_n) d'éléments de E^n et tout n -uplet $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in [0, 1]^n$ vérifiant $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ on a : $\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \in E$.

B.2.1 Continuité des fonctions convexes

Soit $J : H \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ tel que $\text{dom}J \neq \emptyset$.

Théorème B.1 (Continuité). Soit $J : H \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ une fonction convexe. Les assertions suivantes sont équivalentes :

- (i) Il existe un ouvert non vide Ω sur lequel J est majorée par une constante réelle a ;
- (ii) J est propre, $\text{dom}J$ est d'intérieur non vide et J est continue sur l'intérieur de son domaine.

Lemme B.1. Si au voisinage d'un point U_0 , une fonction convexe J est majorée par une constante finie alors J est continue en u_0 .

Proposition B.3. Toute fonction convexe sur un espace vectoriel de dimension finie est continue sur l'intérieur de son domaine.

B.2.2 Différentiabilité des fonctions convexes

Définition B.5. Soit $J : H \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ une fonction. On dit que J est Gâteaux-différentiable en $u \in \text{dom}J$ si la dérivée directionnelle

$$J'(u, v) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{J(u + tv) - J(u)}{t} = \langle \nabla J(u), v \rangle$$

existe dans toutes les directions $v \in H$ et si l'application $v \in H \mapsto J'(u, v)$ est linéaire.

Par le théorème de représentation de Riez, en identifiant H à son dual, on note $J'(u, v) = \langle \nabla J(u), v \rangle$ où $\nabla J(\cdot)$ est le gradient de J .

Remarque B.3. Si J est différentiable au sens classique en u (on dit alors Fréchet-différentiable) alors J est Gâteaux-différentiable en u et les dérivées coïncident. La réciproque est fautive, par exemple $J(x, y) = \begin{cases} x & \text{si } x = y^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ est continue et Gâteaux-différentiable en $(0, 0)$ mais pas Fréchet différentiable.

Théorème B.2. Soit C un convexe. Soit $J : C \subset H \rightarrow \mathbb{R}$ Gâteaux-différentiable sur C . J est convexe si et seulement si

$$\forall (u, v) \in C \times C, J(v) \geq J(u) + \langle \nabla J(u), v - u \rangle$$

Proposition B.4. Soit C un convexe. Soit $J : C \subset H \rightarrow \mathbb{R}$ Gâteaux-différentiable sur C . J est convexe si et seulement si ∇J est un opérateur monotone sur C c'est à dire

$$\forall (u, v) \in C \times C, \langle \nabla J(u) - \nabla J(v), u - v \rangle \geq 0$$

Proposition B.5. Supposons ∇J strictement monotone :

$$\forall (u, v) \in C \times C, u \neq v, \langle \nabla J(u) - \nabla J(v), u - v \rangle > 0$$

alors J est strictement convexe.

Des propositions B.4 et B.5 toute application affine (en particulier linéaire) est convexe mais pas strictement convexe.

Remarque B.4. Si J est de classe C^2 alors on peut aussi définir $D^2J(u) = \nabla^2J(u)$ la matrice hessienne de J qui est une matrice carrée symétrique de taille $n \times n$. Si cette matrice est semi-définie (resp. définie) positive alors J est convexe (resp. strictement convexe).

Si J est définie de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ alors J est convexe si sa dérivée seconde est nulle et strictement convexe si sa dérivée seconde est strictement positive.

B.3 Optimisation : minimisation avec contraintes

Soient $(m, n, p) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$; $\forall i \in \{1, \dots, m\}, g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, a_i \in \mathbb{R}$; $\forall j \in \{1, \dots, p\}, h_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, b_j \in \mathbb{R}$ et $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

Un problème d'optimisation avec contraintes à la forme :

$$(\mathcal{O}) : \begin{cases} \min J(x) \\ g_i(x) \leq a_i, i \in \{1, \dots, m\} \\ h_j(x) = b_j, j \in \{1, \dots, p\} \\ x \in \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Remarque B.5. Plus généralement \mathbb{R}^n peut être remplacé par un espace vectoriel topologique sur \mathbb{R} ou par un espace de Hilbert.

Le vecteur $x = (x_1, \dots, x_n)$ est la variable du problème d'optimisation (\mathcal{O}) . J est appelée fonction coût, objectif ou critère. Les fonctions g_i et h_j sont les contraintes du problème (\mathcal{O}) . Les constantes a_i et b_j sont les limites ou les bords des contraintes.

Proposition B.6 ([59]). Soit le problème (\mathcal{O}) avec J continue et $C \subset \mathbb{R}^n \setminus \emptyset$ et l'une des conditions suivantes réalisées :

- soit C est bornée;
- soit $\lim_{\|x\| \rightarrow +\infty} J(x) = +\infty$, on dit que J est coercive.

Alors le problème (\mathcal{O}) admet au moins une solution. De plus, si J est strictement convexe et si C est convexe alors le problème (\mathcal{O}) admet une unique solution.

Proposition B.7. Soit le problème (\mathcal{O}) avec J strictement convexe et $C \subset \mathbb{R}^n \setminus \emptyset$ un ensemble convexe et l'une des conditions suivantes réalisées :

- soit C est bornée;

- soit $\lim_{\|x\| \rightarrow +\infty} J(x) = +\infty$, on dit que J est coercive.

Alors le problème (\mathcal{O}) admet une unique solution.

Soit C l'ensemble des solutions admissibles ou réalisables de (\mathcal{O}) . On a :

$$C = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) - a_i \leq 0, h_j(x) - b_j = 0, \forall i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, p\}\} \quad (\text{B.3})$$

Si $\forall i \in \{1, \dots, m\}$ les g_i et $\forall j \in \{1, \dots, p\}$ les h_j sont continues alors C est fermé.

Définition B.6. Un vecteur $x^* \in C$ est optimal ou solution local du problème (\mathcal{O}) s'il existe un voisinage¹ V de x^* tel que : $\forall x \in V \cap C, J(x^*) \leq J(x)$.

Un vecteur $x^* \in C$ est optimal ou solution global du problème (\mathcal{O}) si : $\forall x \in C, J(x^*) \geq J(x)$.

Proposition B.8 ([59]). Si x^* réalise un maximum (local ou global) de J sur C alors x^* réalise un minimum (local ou global) de $-J$ sur C . on a :

$$\max\{J(x) \mid x \in C\} = -\min\{-J(x) \mid x \in C\} \quad (\text{B.4})$$

1. boule ouverte ou fermée de centre x^* et de rayon $r > 0$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] La rationalité limitée depuis Herbert Simon? Jéco 2020.
- [2] H. K. Adriansen and T. T. Nielsen. The geography of pastoral mobility : A spatio-temporal analysis of GPS data from Sahelian Senegal. *GeoJournal*, 64(3) :177–188, Nov. 2005.
- [3] Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie (Sénégal. Situation économique et sociale du Sénégal 2017-2018. Technical Report 11, Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie, Sénégal, 2020.
- [4] F. Amblard and W. Quattrociocchi. Social Networks and Spatial Distribution. In B. Edmonds and R. Meyer, editors, *Simulating Social Complexity : A Handbook*, Understanding Complex Systems, pages 401–430. Springer, Berlin, Heidelberg, springer edition, 2013.
- [5] V. Ancey, A. Wane, A. Müller, D. André, and G. Leclerc. Payer l’eau au Ferlo Stratégies pastorales de gestion communautaire de l’eau. *Autrepart*, n° 46(2) :51–66, 2008.
- [6] E. Andres and M.-A. Jacob. The discrete analytical hyperspheres. In *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, volume 3 :75–86, 1997.
- [7] F. M. Andrews. Construct Validity and Error Components of Survey Measures : A Structural Modeling Approach. *The Public Opinion Quarterly*, 48(2) :409–442, 1984. Publisher : [Oxford University Press, American Association for Public Opinion Research].
- [8] A. Apolloni, C. Corniaux, C. Coste, R. Lancelot, and I. Touré. Livestock Mobility in West Africa and Sahel and Transboundary Animal Diseases. In M. Kardjadj, A. Diallo, and R. Lancelot, editors, *Transboundary Animal Diseases in Sahelian Africa and Connected Regions*, pages 31–52. Springer International Publishing, Cham, springer edition, 2019.
- [9] M. H. Assouma. *Approche écosystémique du bilan des gaz à effet de serre d’un territoire sylvo-pastoral sahélien : contribution de l’élevage*. thesis, AgroParisTech, 2016.
- [10] M. H. Assouma, P. Lecomte, C. Corniaux, P. Hiernaux, A. Ickowicz, and J. Vayssières. Pastoral landscapes in the Sahel : a carbon balance with unexpected potential for climate change mitigation. *Perspective*, (52) :1–4, 2019.
- [11] C. Atkinson and T. Kuhne. Model-driven development : a metamodeling foundation. *IEEE Software*, 20(5) :36–41, Sept. 2003. Conference Name : IEEE Software.
- [12] S. Aubague, B. Bonnet, C. Corniaux, F. Arnaud, T. Brigitte, and V. Hélène. Pastoral livestock farming in Sahel and west Africa. Technical report, 2017.
- [13] D. Augustine and J. Derner. Assessing Herbivore Foraging Behavior with GPS Collars in a Semiarid Grassland. *Sensors*, 13(3) :3711–3723, mar 2013.
- [14] R. Baggio. Complex tourism systems : a visibility graph approach. *Kybernetes*, 43(3/4) :445–461, apr 2014.
- [15] A. Bah, T. Ibra, C. Le Page, F. Bousquet, and A. Diouf. Un outil de simulation multi-agents pour comprendre le multi-usage de l’espace et des ressources autour d’un forage au Sahel : le cas de Thieul au Sénégal. In *Journées Cassini*, pages 105–117, Montpellier, France, sep 2001. Libourel Thérèse.

- [16] A. Bah, I. Touré, C. Le Page, A. Ickowicz, and A. T. Diop. An agent-based model to understand the multiple uses of land and resources around drillings in Sahel. *Mathematical and Computer Modelling*, 44(5) :513–534, 2006.
- [17] N. Barnier and P. Brisset. Optimisation par algorithme génétique sous contraintes. *Revue des Sciences et Technologies de l'Information - Série TSI : Technique et Science Informatiques*, 18(1) :pp 1–29, 1999.
- [18] P. Bishop, A. Hines, and T. Collins. The current state of scenario development : an overview of techniques. *Foresight*, 9(1) :5–25, Jan. 2007. Publisher : Emerald Group Publishing Limited.
- [19] P. M. Blau. On limitations of rational choice theory for sociology. *The American Sociologist*, 28(2) :16–21, June 1997.
- [20] P. Bommel. *Définition d'un cadre méthodologique pour la conception de modèles multi-agents adaptée à la gestion des ressources renouvelables*. phdthesis, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, France, May 2009.
- [21] P. Bommel, N. Becu, C. Le Page, and F. Bousquet. Cormas : An Agent-Based Simulation Platform for Coupling Human Decisions with Computerized Dynamics. In T. Kaneda, H. Kanegae, Y. Toyoda, and P. Rizzi, editors, *Simulation and Gaming in the Network Society*, volume 9, pages 387–410. Springer Singapore, Singapore, 2016. Series Title : Translational Systems Sciences.
- [22] G. Boudet. *Manuel sur les pâturages tropicaux et les cultures fourragères*. Number 4 in Manuels et précis d'élevage. la Documentation française, Paris, 4e éd edition, 1985.
- [23] M. Bourgeois, P. Taillandier, L. Vercoeur, and C. Adam. Emotion modeling in social simulation : A survey. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 21(2) :5, 2018.
- [24] F. Bousquet and C. Le Page. Multi-agent simulations and ecosystem management : a review. *Ecological Modelling*, 176(3) :313–332, sep 2004.
- [25] M.-C. Brulhardt and M. Bassand. La mobilité spatiale en tant que système. *Swiss Journal of Economics and Statistics (SJES)*, 117(3) :505–519, 1981. Publisher : Swiss Society of Economics and Statistics (SSES).
- [26] B. Calvez and G. Hutzler. Parameter Space Exploration of Agent-Based Models. In *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems : 9th International Conference (KES 2005)*, volume 3684 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 633–639, Australia, 2005.
- [27] A. Cambien. Une introduction à l'approche systémique : appréhender la complexité. Research Report 13029 (01), Centre d'études sur les réseaux, les transports, l'urbanisme et les constructions publiques (CERTU), Lyon, 2008.
- [28] CIRAD, GRET, and Ministère des affaires étrangères (France). *Mémento de l'agronome*. Ed. Quae, 2009.
- [29] P. Coquillard and D. R. C. Hill. *Modélisation et simulation d'écosystèmes : des modèles déterministes aux simulations à événements discrets*. Recherche en écologie. Masson, Paris, 1997. OCLC : ocm36521472.
- [30] C. Corniaux, B. Thébaud, Powell, Annabelle, Apolloni, Andrea, and Touré, Ibra. Cross-border livestock mobility : Challenge for west Africa. *CIRAD*, 2018.
- [31] C. Corniaux, B. Thébaud, and D. Gautier. La Mobilité Commerciale du Bétail entre le Sahel et les pays Côtiers : L'avenir du Convoyage à Pied. *Nomadic Peoples*, 16 :6–25, 2012.
- [32] E. Delay and C. Piou. Mutual aid : When does resource scarcity favour group cooperation? *Ecological Complexity*, 40 :100790, Dec. 2019.
- [33] M. Dexet. *Architecture d'un modèleur géométrique à base topologique d'objets discrets et méthodes de reconstruction en dimensions 2 et 3*. Thèse en informatique et applications, Université de Poitiers (France), décembre 2006.
- [34] A. Dia and R. Duponnois. Le pastoralisme en Afrique subsaharienne. In *La Grande Muraille Verte : Capitalisation des recherches et valorisation des savoirs locaux*, Synthèses, pages 12–31. IRD Editions, Marseille, 2013. Code : La Grande Muraille Verte : Capitalisation des recherches et valorisation des savoirs locaux.

- [35] M. O. Diawara, P. Hiernaux, E. Mougin, M. Grippa, C. Delon, and H. S. Diakit . Effets de la pâture sur la dynamique de la végétation herbacée au Sahel (Gourma, Mali) : une approche par modélisation. *Cah. Agric.*, 27(1) :15010, 2018. Number : 1 Publisher : EDP Sciences.
- [36] A. Dicko. *Rôle des informations et communications dans la pratique de la transhumance pour une gestion durable des ressources pastorales au Sahel :  tude de cas au Burkina, Mali et Sénégal*. Thesis, Université Cheikh Anta Diop, Dakar, Sénégal, 2003.
- [37] F. Diehl, T. Brunner, M. T. Le, and A. Knoll. Graph neural networks for modelling traffic participant interaction. *IEE*, 2019.
- [38] D. Durand. *La systémique*, volume 13 of *Que sais-je*. Presses Universitaires de France, Paris, 13e  dition edition, 2017.
- [39] B. Edmonds, C. Le Page, M. Bithell, E. Chattoe-Brown, V. Grimm, R. Meyer, C. Mont nola-Sales, P. Ormerod, H. Root, and F. Squazzoni. Different Modelling Purposes. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 22(3) :22, 2019.
- [40] B. Edmonds and S. Moss. From KISS to KIDS An Anti-simplistic Modelling Approach. In P. Davidsson, B. Logan, and K. Takadama, editors, *Multi-Agent and Multi-Agent-Based Simulation*, volume 3415 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 130–144, Berlin, Heidelberg, 2005. Springer.
- [41] J. E. ELLIS. Stability of African pastoral ecosystems : Alternate paradigms and implications for development. *Journal of Range Management*, 41 :450–459, 1988.
- [42] J. Elster. Rationality and Social Norms. In *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, volume 126, pages 531–552. Elsevier, 1989.
- [43] J. M. Epstein. Why Model? *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 11(4) :12, 2008.
- [44] P. P. et Zones sèches. <https://www.ppzs.org>.
- [45] R. Faivre, B. Iooss, S. Mahévas, D. Makowski, and H. Monod. *Analyse de sensibilité et exploration de modèles*. Collection Savoir-Faire. Editions Quae, 2013.
- [46] D. B. Faso. Burkina Faso - Suivi des mouvements de transhumance - Alertes 1 (Octobre - Décembre 2020) | Flow monitoring. Technical report, DTM Burkina Faso, Burkina Faso, 2020.
- [47] J. Ferber. *Les Systèmes multi-agents : vers une intelligence collective*. 1995.
- [48] J. A. Fernandes, P. Kauppila, L. Uusitalo, V. Fleming-Lehtinen, S. Kuikka, and H. Pitkänen. Evaluation of Reaching the Targets of the Water Framework Directive in the Gulf of Finland. *Environmental Science & Technology*, 46(15) :8220–8228, Aug. 2012.
- [49] Y. E. Fianyo. *Couplage de modèles   l’aide d’agents : le système OSIRIS*. These de doctorat, Paris 9, Paris, Jan. 2001.
- [50] H. Freeman. Computer processing of line-drawing images. In *Computing Surveys*, vol 6(1), march 1974.
- [51] Geographic Information Systems. Interpretation of Global Moran I values using pysal, 2022.
- [52] A. Gonin. Le foncier pastoral au Sahel, des mobilités fragilis es. *Bulletin de l’association de g ographes français. G ographies*, 95(2) :175–186, 2018.
- [53] V. Grimm, S. F. Railsback, C. E. Vincenot, U. Berger, C. Gallagher, D. L. DeAngelis, B. Edmonds, J. Ge, J. Giske, J. Groeneveld, A. S. A. Johnston, A. Milles, J. Nabe-Nielsen, J. G. Polhill, V. Radchuk, M.-S. Rohw der, R. A. Stillman, J. C. Thiele, and D. Ayll n. The ODD Protocol for Describing Agent-Based and Other Simulation Models : A Second Update to Improve Clarity, Replication, and Structural Realism. *JASSS*, 23(2) :7, 2020.
- [54] A. S. Hassanein, M. S. S. Mohammad, and M. E. Ragab. A survey on hough transform, theory, techniques and applications. *International Journal of Computer Science Issues*, 12, Issue 1, No 2, 2015.
- [55] A. Heppenstall, N. Malleson, and A. Crooks. “Space, the Final Frontier” : How Good are Agent-Based Models at Simulating Individuals and Space in Cities? *Systems*, 4(1) :9, Jan. 2016.
- [56] A. S. Herbert. A Behavioral Model of Rational Choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 69(1) :99, Feb. 1955.

- [57] P. Hiernaux, M. Diawara, and F. Gangneron. Quelle accessibilité aux ressources pastorales du Sahel? *Afrique contemporaine*, n° 249(1) :21–35, 2014. Publisher : De Boeck Supérieur.
- [58] P. Hiernaux, M. O. Diawara, and M. H. Assouma. Au Sahel, maintenir l'élevage pastoral pour s'adapter au changement climatique. 2018. Publisher : The Conversation France.
- [59] J.-B. Hiriart-Urruty. *Optimisation et analyse convexe : exercices et problèmes corrigés, avec rappels de cours*. Collection Enseignement sup. EDP sciences, Les Ulis, 2009.
- [60] R. J. Holton. Rational Choice Theory in Sociology. *Critical Review*, 9(4) :519–537, 1995. Publisher : Routledge.
- [61] E. R. House. Realism in research. *Educational Researcher*, 20(6) :2–9, 1991.
- [62] L. R. Izquierdo, S. S. Izquierdo, J. M. Galán, and J. I. Santos. Combining mathematical and simulation approaches to understand the dynamics of computer models. In B. Edmonds and R. Meyer, editors, *Simulating social complexity : A handbook*, pages 235–271. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2013.
- [63] C. Jahel, M. Lenormand, I. Seck, A. Apolloni, I. Toure, C. Faye, B. Sall, M. Lo, C. S. Diaw, R. Lancelot, and C. Coste. Mapping livestock movements in Sahelian Africa. *Scientific Reports*, 10(1) :8339, 2020. Publisher : Nature Publishing Group.
- [64] R. A. Kelly (Letcher), A. J. Jakeman, O. Barreteau, M. E. Borsuk, S. ElSawah, S. H. Hamilton, H. J. Henriksen, S. Kuikka, H. R. Maier, A. E. Rizzoli, H. van Delden, and A. A. Voinov. Selecting among five common modelling approaches for integrated environmental assessment and management. *Environmental Modelling & Software*, 47 :159–181, Sept. 2013.
- [65] A. Kiema, G. B. Tontibomma, and N. Zampaligré. Transhumance et gestion des ressources naturelles au Sahel : contraintes et perspectives face aux mutations des systèmes de productions pastorales. *VertigO - la revue électronique en sciences de l'environnement*, 14(3) :16, Jan. 2015. Publisher : Les éditions en environnements VertigO.
- [66] K. Kravari and N. Bassiliades. A survey of agent platforms. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 18(1) :11, 2015.
- [67] J. Lapointe. Systémique. In *L'approche systémique et la technologie de l'éducation*, page 17. Faculté des sciences de l'éducation, Université Laval, Montreal, 1993.
- [68] G. Leclerc and O. Sy. Des indicateurs spatialisés des transhumances pastorales au Ferlo. *Cybergeog : European Journal of Geography [En ligne]*, page 24, 2011. document 532.
- [69] C. Lobry. Modèles mathématiques et modèles informatiques. *Annales des Ponts et Chaussées*, 2003(107-108) :10–18, July 2003.
- [70] J.-C. Lukan. *La systémique sociale*. Number N°2738 in Que sais-je? Presses universitaires de France, Paris, 5e éd. mise à jour edition, 2009.
- [71] J. Macq. Approche systémique pour la gouvernance des systèmes de santé, september 2021.
- [72] J.-P. Marco. *Mathématiques, L3 : cours complet avec 600 tests et exercices corrigés*. Education. Pearson, Paris, 2009.
- [73] A. Mendy, M. Lam, and J. J. Tewa. Hopf Bifurcation in a Delayed Herd Harvesting Model and Herbivory Optimization Hypothesis. In R. P. Mondaini, editor, *Trends in Biomathematics : Mathematical Modeling for Health, Harvesting, and Population Dynamics : Selected works presented at the BIOMAT Consortium Lectures, Morocco 2018*, pages 331–358. Springer International Publishing, Cham, 2019.
- [74] J.-L. L. Moigne. *La théorie du système général*. Les classiques du réseaux intelligence de la complexité. Presses Universitaires de France, Paris, 1985. Publication de l'édition 1994. Nouvelle présentation, 2006.
- [75] M. Moritz, Z. Galehouse, Q. Hao, and R. B. Garabed. Can One Animal Represent an Entire Herd? Modeling Pastoral Mobility Using GPS/GIS Technology. *Human Ecology*, 40(4) :623–630, Aug. 2012.
- [76] B. Müller, F. Bohn, G. Dreßler, J. Groeneveld, C. Klassert, R. Martin, M. Schlüter, J. Schulze, H. Weise, and N. Schwarz. Describing human decisions in agent-based models – ODD + D, an extension of the ODD protocol. *Environmental Modelling & Software*, 48 :37–48, Oct. 2013.

- [77] J.-B. Ndong. L'évolution de la pluviométrie au Sénégal et les incidences de la sécheresse récente sur l'environnement / The evolution of rainfall in Senegal and the consequences of the recent drought on the environment. *Géocarrefour*, 70(3) :193–198, 1995. Publisher : Persée - Portail des revues scientifiques en SHS.
- [78] W. L. Oberkampf and C. J. Roy. *Verification and Validation in Scientific Computing*. Cambridge University Press, USA, cambridge edition, 2010.
- [79] M. Ouedraogo, A. Sere, B. M. J. Some, and C. A. D. G. Traore. Straight-Line Recognition Using a Triangular Grid. In K. Arai, editor, *Advances in Information and Communication*, volume 438, pages 628–644. Springer International Publishing, Cham, 2022. Series Title : Lecture Notes in Networks and Systems.
- [80] C. Parent, S. Spaccapietra, E. Zimanyi, P. Donini, C. Plazanet, C. Vangenot, N. Rognon, J. Pouliot, and P.-A. Crausaz. MADS : un modèle conceptuel pour des applications spatio-temporelles. *Revue Internationale de Geomatique*, 7(3-4) :317–352, 1997.
- [81] Parker, D. C., Berger, T., and Manson, S. M., (eds.). Agent-based Models of Land Use / Land Cover Change. Report and Review of an International Workshop 6, LUCR Report Series, Irvine, Caifornie,USA, Oct. 2001.
- [82] P. N. T. Paul, A. Bah, P. I. Ndiaye, and J. A. Dione. Coupling of an agent-based model with a mathematical model of water pond dynamics for studying the impact of animal herd mobility on the Aedes vexans mosquito populations. *International Journal of Mosquito Research*, 4(3) :132–141, 2017.
- [83] N. Picard. Couplage de modèles en foresterie : quels sont les pièges? *Cahiers Agricultures*, 22(2) :104–111, 2013.
- [84] H. Putnam. X-What Is "Realism". *Proceedings of the Aristotelian Society*, 76(1) :177–194, 09 2015.
- [85] C. Rangé. *Jeunes pasteurs en ville : Réseaux et trajectoires migratoires des jeunes d'origine pastorale - Tchad, Burkina Faso*. FAO, Rome, Italy, 2020.
- [86] J.-P. Reveilles. Structures des droites discrètes. Journées mathématique et informatique. Marseille-Luminy, 1989.
- [87] J. Rocha, editor. *Multi-agent Systems*. InTech, Sept. 2017.
- [88] M. Rodriguez. *Redimensionnement adaptatif et reconnaissance de primitives discr ?tes*. Thèse en informatique & applications, Université de Poitiers (France), décembre 2011.
- [89] J. Rouchier, F. Bousquet, M. Requier-Desjardins, and M. Antona. A multi-agent model for describing transhumance in North Cameroon : Comparison of different rationality to develop a routine. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25(3-4) :527–559, Mar. 2001.
- [90] O. Roudenko. *Application des algorithmes évolutionnaires aux problèmes d'optimisation multiobjectif avec contraintes*. Theses, Ecole Polytechnique X, France, mar 2004.
- [91] A. Rubinstein. *Modeling bounded rationality*. Zeuthen lecture book series. MIT Press, Cambridge, Mass., 1998. OCLC : 42855025.
- [92] T. Sakamoto. Computational Research on Mobile Pastoralism Using Agent-Based Modeling and Satellite Imagery. *PLoS ONE*, 11(3) :e0151157, Mar. 2016.
- [93] A. Sall. Quel aménagement pastoral pour le Sahel? *Revue Tiers Monde*, 19(73) :161–169, 1978. Publisher : Persée - Portail des revues scientifiques en SHS.
- [94] M. Sané, J. Vayssières, M. Grillot, A. Bah, and A. Ickowicz. État de l'art de l'approche multi-agents pour modéliser le comportement spatial des troupeaux en systèmes d'élevage extensif. In *Mobilité pastorale et développement au Sahel*, AGRIS. l'harmattan edition, 2017. Publisher : L'Harmattan.
- [95] M. Schlüter, J. Hinkel, P. W. G. Bots, and R. Arlinghaus. Application of the SES Framework for Model-based Analysis of the Dynamics of Social-Ecological Systems. *Ecology and Society*, 19(1) :art36, 2014.
- [96] A. Sere. *Transformations Analytiques appliquées aux Images multi-échelles et bruitées*. Thèse en informatique, Université de Ouagadougou (Burkina Faso), juin 2013.

- [97] A. Sere. Extensions of standard hough transform based on object dual and application. *Journal of Emerging Trends in Computing and Information Sciences*, 6 :20–24, 01 2015.
- [98] A. SERE, M. OUEDRAOGO, and A. K. ATIAMPO. Parallel hough transform based on object dual and pypm library. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 13(10), 2022.
- [99] A. Sere, O. Sie, and E. Andres. Extended standard hough transform for analytical line recognition. (*IJACSA*) *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 4(3) :256–266, 2013.
- [100] A. Sere, C. A. D. G. Traore, Y. Traore, and O. Sie. Towards Traffic Saturation Detection Based on the Hough Transform Method. In K. Arai, S. Kapoor, and R. Bhatia, editors, *Proceedings of the Future Technologies Conference (FTC) 2020, Volume 2*, volume 1289 of *Advances in Intelligent Systems and Computing*, pages 263–270. Springer International Publishing, Cham, 2021. Series Title : Advances in Intelligent Systems and Computing.
- [101] Sergio Magnani. Améliorer l'accès des éleveurs à une alimentation du bétail de qualité pour augmenter la production laitière dans les Pays sahéliens d'Afrique de l'Ouest. NOTE THEMATIQUE, IRAM, Sahel, 2020.
- [102] C. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical*, volume 27 :379–423, july 1948.
- [103] J. Sim and P. Arnell. Measurement validity in physical therapy research. *Physical Therapy*, 73(2) :102–110; discussion 110–115, Feb. 1993.
- [104] L. B. Smith and E. Thelen. Development as a dynamic system. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(8) :343–348, Aug. 2003.
- [105] O. Sy. La transhumance transfrontalière, source de conflits au Ferlo (Sénégal). *Mappemonde*, (98), 2010.
- [106] O. Sy. Dynamique de la transhumance et perspectives d'un développement intégré dans les régions agro-sylvo-pastorales du Ferlo (Sénégal). 2011.
- [107] P. Taillandier, B. Gaudou, A. Grignard, Q.-N. Huynh, N. Marilleau, P. Caillou, D. Philippon, and A. Drogoul. Building, composing and experimenting complex spatial models with the GAMA platform. *Geoinformatica*, 23(2) :299–322, Apr. 2019.
- [108] M. A. Talib and G. Morosetti. *Manuel pour les agents vétérinaires communautaires : guide pratique, recommandations aux moniteurs, principes directeurs pour l'adaptation*. FAO, Rome, 1995.
- [109] B. THEBAUD. Résiliences pastorales et agropastorales au Sahel : Portraits de la transhumance 2014-2015 et 2015-2016. (Sénégal, Mauritanie, Mali, Burkina Faso, Niger) - Inter-réseaux. Report, Nordic Consulting Group ,ISRA, CIRAD, Dakar, Sénégal, 2017.
- [110] J. C. Thiele, W. Kurth, and V. Grimm. Facilitating Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Agent-Based Models : A Cookbook Using NetLogo and R. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 17(3) :11, 2014.
- [111] C. Tissot, M. Le Tixerant, M. Rouan, and F. Cuq. Modélisation spatio-temporelle d'activités humaines à fort impact environnemental. *Cybergeog : European Journal of Geography*, June 2005. Publisher : CNRS-UMR Géographie-cités 8504.
- [112] J. D. Tracey-White. Manuel de Planification des Marchés de Vente au Détail. Chapitre 2, 1997.
- [113] C. A. D. G. Traore, E. Delay, A. Bah, and D. Diop. Agent-Based Modeling of the Spatio-temporal Distribution of Sahelian Transhumant Herds. In K. Arai, editor, *Intelligent Systems and Applications*, volume 543, pages 630–645. Springer International Publishing, Cham, arai k. edition, 2023. Series Title : Lecture Notes in Networks and Systems.
- [114] C. A. D. G. Traore, E. Delay, D. Diop, and A. Bah. Sahelian transhumance simulator (STS). *Software Impacts*, 19 :100627, Mar. 2024.
- [115] C. A. D. G. Traoré. *Application de la transformée de Hough rectangulaire à la détection de droites discrètes*. Mémoire de master, Nazi BONI, Burkina Faso, 2019. Publisher : Unpublished.

- [116] C. A. D. G. Traoré and A. Séré. Straight-Line Detection with the Hough Transform Method Based on a Rectangular Grid. In A. Joshi, M. Mahmud, R. G. Ragel, and N. V. Thakur, editors, *Information and Communication Technology for Competitive Strategies (ICTCS 2020)*, volume 191 of *Networks and Systems*, pages 599–610. Springer Singapore, Singapore, 2022. Series Title : Lecture Notes in Networks and Systems.
- [117] J.-P. Treuil, A. Drogoul, and J.-D. Zucker. *Modélisation et simulation à base d’agents : exemples commentés, outils informatiques et questions théoriques*. Dunod : IRD, Paris, 2008. OCLC : 336456105.
- [118] J.-P. Treuil, C. Lobry, C. Millier, J. P. Müller, and D. Hervé. De l’équation mathématique au programme informatique, dialogue entre mathématiciens et informaticiens. *Natures Sciences Sociétés*, page 11, 2007.
- [119] K. G. Troitzsch. Social Science Simulation? Origins, Prospects, Purposes. In R. Conte, R. Hegselmann, and P. Terna, editors, *Simulating Social Phenomena*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, pages 41–54, Berlin, Heidelberg, 1997. Springer.
- [120] M. D. Turner and E. Schlecht. Livestock mobility in sub-Saharan Africa : A critical review. *Pastoralism*, 9(1) :13, Aug. 2019.
- [121] F. Varenne. La simulation conçue comme expérience concrète. In J. M. (dir.), editor, *10èmes journées de rencontres interdisciplinaires sur les systèmes complexes naturels et artificiels*, volume ENST Editions, pages 299–313, Paris, Feb. 2003.
- [122] F. Varenne. Evaluation et validation de modèles multi-agents. In *Modélisation et simulation multi-agents : applications aux Sciences de l’Homme et de la Société*, Science informatique et SHS, pages 103–140. Hermes Science Publications, Paris, amblard Frédéric, phan denis edition, 2006.
- [123] F. Varenne. *Les notions de métaphore et d’analogie dans les épistémologies des modèles et des simulations*. Acta STOICA. Éd. Pétra, Paris, présenté par anne-françoise schmid edition, 2006.
- [124] F. Varenne. *Formaliser le vivant : Lois, théories, modèles ?* Hermann, Paris, 2010.
- [125] F. Varenne. *Modéliser le social - Méthodes fondatrices et évolutions récentes*. 2011.
- [126] F. Varenne. *Théorie, réalité, modèle. Epistémologie des théories et des modèles face au réalisme dans les sciences*. Sciences & Philosophie. Matériologiques (Editions), Paris (France), 2012.
- [127] F. Varenne and M. Silberstein. *Modéliser & simuler : épistémologies et pratiques de la modélisation et de la simulation. Tome 1*, volume 1 of *Sciences & Philosophie*. Editions Matériologiques, Paris, 2021. OCLC : 1389426467.
- [128] L. Vaudor. Autocorrélation de séries temporelles ou spatiales, 2015.
- [129] J. A. Velázquez, F. Anctil, M. H. Ramos, and C. Perrin. Can a multi-model approach improve hydrological ensemble forecasting? A study on 29 French catchments using 16 hydrological model structures. *Advances in Geosciences*, 29 :33–42, Feb. 2011.
- [130] Vincent LOONIS and Marie-Pierre de BELLEFON. Manuel d’analyse spatiale Théorie et mise en oeuvre pratique avec R, 2018.
- [131] A. Wane, V. Ancey, and I. Touré. Pastoralisme et recours aux marchés : Cas du Sahel sénégalais (Ferlo). *Cahiers Agricultures*, 19(1) :14–20, Jan. 2010.
- [132] A. Waters-Bayer. Book review of ‘Media culture in nomadic communities?’ by Allison Hahn. *Pastoralism*, 13(1) :3, s13570–023–00271–x, Feb. 2023.
- [133] J. Weymann, J. L. Farges, and J. J. Henry. Optimization of Traffic Dynamic Route Guidance with Drivers, Reactions. *IFAC Proceedings Volumes*, 26(2, Part 3) :149–152, July 1993.
- [134] U. Wilensky. Netlogo. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>, Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL, 1999.
- [135] F. M. Windsor, D. Armenteras, A. P. A. Assis, J. Astegiano, P. C. Santana, L. Cagnolo, L. G. Carvalheiro, C. Emary, H. Fort, X. I. Gonzalez, J. J. Kitson, A. C. Lacerda, M. Lois, V. Márquez-Velásquez, K. E. Miller, M. Monasterolo, M. Omacini, K. P. Maia, T. P. Palacios, M. J. Pocock, S. L. Poggio, I. G. Varassin, D. P. Vázquez, J. Tavella, D. C. Rother, M. Devoto, P. R. Guimarães, and D. M. Evans. Network science : Applications for sustainable agroecosystems and food security. *Perspectives in Ecology and Conservation*, 20(2) :79–90, Apr. 2022.