



**HAL**  
open science

# Comportement en fissuration d'une colle thermoplastique pour application de joints de pales éoliennes

Arnaud Coq

► **To cite this version:**

Arnaud Coq. Comportement en fissuration d'une colle thermoplastique pour application de joints de pales éoliennes. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut Polytechnique de Paris, 2024. Français. NNT : 2024IPPAX007 . tel-04695910

**HAL Id: tel-04695910**

**<https://theses.hal.science/tel-04695910v1>**

Submitted on 12 Sep 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT  
POLYTECHNIQUE  
DE PARIS

NNT : 2024IPPAX007

Thèse de doctorat



# Comportement en fissuration d'une colle thermoplastique pour application de joints de pales éoliennes

Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Paris  
préparée à l'École polytechnique

École doctorale n°626 Institut Polytechnique de Paris (IPP)  
Spécialité de doctorat : Mécanique des fluides et des solides, acoustique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 06 Février 2024, par

**ARNAUD COQ**

Composition du Jury :

Michel Coret Professeur, Ecole Centrale Nantes (GeM)	Président
Nicolas Carrere Professeur, ENSTA Bretagne (IRDL)	Rapporteur
Laurent Cangemi Directeur de recherche, IFPEN	Rapporteur
Véronique Lazarus Professeur, ENSTA Paris (IMSIA)	Examineur
Julie Diani Directeur de recherche, Ecole polytechnique (LMS)	Directeur de thèse



# Remerciements

---

Réaliser cette thèse a été une aventure aussi exigeante qu'enrichissante, qui m'a permis d'avancer énormément tant sur le plan scientifique que personnel. Il est certain que certains sacrifices personnels doivent être faits pour parvenir à compléter ce travail, mais je suis convaincu que tout cela n'aurait pas été possible sans le soutien des personnes extraordinaires qui m'ont épaulé au cours de ces années. Je tenais donc à leur dédier ces quelques mots pour les remercier.

Je souhaite tout d'abord exprimer toute ma gratitude à mes directrices de thèse, Julie Diani et Stella Brach. Merci sincèrement pour la confiance que vous m'avez accordée ces trois dernières années. Je suis convaincu que c'est ce qui m'a permis d'aller au bout de cette aventure. Julie, je ne saurais comment vous remercier pour votre soutien infailible, votre temps et l'énergie que vous avez apporté à cette thèse. Votre réputation vous précède, et les personnes qui vous connaissent savent déjà à quel point votre investissement et votre passion pour la recherche sont sans limite. Je crois avoir énormément appris à vos côtés, notamment sur le plan scientifique, mais surtout d'un point de vue personnel. Merci également à toi, Stella, pour avoir apporté tes connaissances scientifiques pour faire avancer ce projet, notamment lors de nos nombreuses discussions sur le champ de phase.

Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à l'ensemble des membres de mon jury de thèse pour la valorisation de mes trois années de doctorat. Un remerciement particulier est adressé aux rapporteurs pour avoir dédié leur temps et leur attention à l'analyse de l'ensemble de ma thèse.

Je souhaite également remercier chaleureusement l'équipe d'ARKEMA - Bruno, Nessim, Quentin, Linius et Pierre - avec qui les discussions ont toujours été très intéressantes et constructives pour ce projet. Merci à vous également pour la confiance que vous m'avez accordée dès le départ pour mener à bien ce projet. Mes remerciements s'étendent à l'équipe de Bostik Venette, en particulier à Valentin, pour son aide lors de mon passage à Compiègne. Merci à l'équipe de l'ISAE SUPAERO, Frédéric, Eric et Mario pour vos échanges, votre professionnalisme et vos conseils lors de nos multiples réunions. Mario, je te souhaite une bonne fin de thèse accompagnée de réussite

---

dans tes projets professionnels.

Merci Eric Charkaluk et Véronique Doquet d'avoir accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse et pour vos conseils avisés durant nos différentes discussions. Merci également à tous les autres chercheurs du laboratoire avec qui j'ai eu la chance d'échanger et d'apprendre.

Un remerciement particulier est réservé aux permanents du laboratoire, qui ont considérablement facilité et enrichie mon travail. Merci Hakim pour ton aide sur les différentes machines de traction et sur la corrélation d'images. Je me souviendrai aussi des moments de partage autour de la course à pied et bien sûr du semi-marathon réalisé ensemble. Merci Vincent pour ton aide précieuse et pour toutes les formations sur les logiciels utilisés. Erik et Matthieu, du bureau d'étude, je vous remercie grandement pour votre coup de main pour la réalisation des dessins techniques et la réalisation des multiples pièces en téflon. Merci à Abdelfattah pour tes connaissances en informatique et pour ton aide. Merci à Simon et Alexandre que je suis allé embêter quelques fois mais qui ont toujours répondu avec gentillesse et bienveillance à toutes mes questions. Enfin, merci à l'ensemble des filles de l'administration, Alexandra, Anna, Christiane et Valérie, pour votre aide précieuse et bien sûr pour votre bonne humeur au quotidien !

Un immense merci aux deux stagiaires avec qui j'ai eu la chance de travailler. Volodymyr, thank you for your unwavering commitment, which I believe has given a new dimension to the Stamp project. Even if you won't find a trace of all our work in this manuscript on this subject, know that your creativity and determination have allowed us to progress on this exciting topic, and have paved the way for great prospects and beautiful future projects. Merci Ridwan pour ta curiosité, ta bonne humeur et surtout tes travaux sur le PMMA. Merci pour les essais et la fabrication des éprouvettes que tu as su faire avec application et abnégation. Je vous souhaite à tous les deux de belles perspectives pour l'avenir.

Merci Cyril, Andrea et Thibault du FabLab pour leur aide durant cette dernière année, pendant laquelle je suis allé les solliciter maintes fois, et qui ont toujours su trouver le temps de me conseiller au mieux dans mon projet.

Merci à tous les doctorants et post-doctorants du LMS sans exception que j'ai pu rencontrer au cours de ces trois années. Je ne dresserai pas de liste exhaustive en vous citant un par un, car je serai capable d'en oublier, mais sachez que j'ai passé de très bons moments au laboratoire et en dehors avec vous. Un merci particulier s'adresse à Jean-Michel pour ton aide et l'ensemble de tes conseils sur FEniCS.

Il est important pour moi de me rappeler que cette thèse n'aurait pas pu avoir lieu sans mon expérience précédente, réalisée au centre de recherche de Saint-Gobain Recherche Paris. C'est là-

---

bas que j'ai découvert le monde de la recherche scientifique, accompagné de personnes formidables grâce auxquelles j'ai eu envie de poursuivre l'aventure de la recherche. Je pense notamment à Elena Dunaeva et Julien Beaumont, ainsi qu'à toute l'équipe d'impression 3D, Chloé, Vincent, Émilie et Pauline. Merci à vous ! Un remerciement particulier à Anthony Janin qui a partagé avec moi ses connaissances de la mécanique des matériaux et son expérience de thèse au sein du LMS qui m'a donné envie de poursuivre vers ce choix.

Un grand merci à tous mes amis extérieurs au labo, avec qui j'ai passé de très bons moments en dehors du contexte professionnel et qui m'ont permis d'oublier un peu ma thèse pour mieux y revenir ensuite.

Enfin, le plus important, merci à mes proches de m'avoir toujours soutenu et encouragé. Un immense MERCI à mes parents, ma sœur et ma compagne pour votre amour et votre soutien sans faille.

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Contexte général de l'étude</b>	<b>1</b>
1.1	Généralités sur l'éolien, les pales et les joints adhésifs . . . . .	2
1.1.1	La production d'électricité éolienne en France aujourd'hui et demain . . . . .	2
1.1.2	Les types d'adhésifs et les problématiques actuelles de recyclage . . . . .	4
1.1.3	Adhésif thermoplastique . . . . .	6
1.2	Généralités sur les polymères et les caractéristiques des méthacrylates . . . . .	7
1.2.1	Polymères amorphes et polymères semi-cristallins . . . . .	7
1.2.2	Thermodurcissables vs. thermoplastiques . . . . .	8
1.2.3	Comportement mécanique des polymères thermoplastiques . . . . .	10
1.2.4	Particularités des adhésifs méthacrylates . . . . .	12
1.3	Caractérisation de la fissuration des polymères . . . . .	12
1.3.1	Les différents types de rupture . . . . .	13
1.3.2	Les modes de sollicitation d'une fissure . . . . .	14
1.3.3	Mécanismes d'endommagement et de fissuration dans un polymère amorphe à l'état vitreux . . . . .	15
1.3.4	Caractérisation expérimentale de la fracture en mode d'ouverture des joints	17
1.3.5	Caractérisation expérimentale de la fracture en mode d'ouverture des po- lymères massiques . . . . .	18
1.4	Objectifs et plan de la thèse . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Caractérisations expérimentales</b>	<b>31</b>
2.1	Matériaux étudiés . . . . .	32
2.1.1	Matériau MMA . . . . .	32
2.1.1.1	Caractéristiques d'application . . . . .	32
2.1.1.2	Protocole de fabrication des éprouvettes . . . . .	32

2.1.1.3	Analyse Mécanique Dynamique . . . . .	35
2.1.2	Matériau PMMA . . . . .	36
2.2	Caractérisation du comportement mécanique en petites déformations . . . . .	37
2.2.1	Réponses en traction uniaxiale . . . . .	37
2.2.2	Compression uniaxiale à différentes vitesses . . . . .	40
2.3	Test de fissuration DCDC . . . . .	42
2.3.1	Réalisation des pré-entailles . . . . .	42
2.3.2	Paramètres d'essai et analyse . . . . .	43
2.3.3	Résultats . . . . .	44
2.4	Test de fissuration SENB . . . . .	47
2.4.1	Réalisation des entailles . . . . .	47
2.4.2	Paramètres d'essai et analyse . . . . .	49
2.4.3	Résultats . . . . .	53
2.4.4	Corrélation d'images numériques et intégrale- $J$ . . . . .	57
2.5	Conclusion . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Théorie et implémentation numérique des essais de fissuration</b>	<b>67</b>
3.1	Théories de la fissuration . . . . .	68
3.1.1	Fissuration fragile, principes et théories . . . . .	69
3.1.1.1	Approche locale . . . . .	69
3.1.1.2	Approche globale ou énergétique . . . . .	70
3.1.1.3	Intégrale- $J$ de Rice . . . . .	71
3.1.2	Mécanique élastoplastique de la rupture . . . . .	72
3.2	Approches numériques de l'endommagement . . . . .	73
3.2.1	Approche variationnelle par champ de phase . . . . .	74
3.2.1.1	Principe de l'approche variationnelle . . . . .	75
3.2.1.2	Régularisation et fonctions d'endommagement . . . . .	76
3.2.1.3	Décompositions énergétiques . . . . .	80
3.2.1.4	Extension à l'élastoplasticité pour la rupture ductile . . . . .	82
3.2.1.5	Implémentation numérique . . . . .	83
3.2.2	Modèles de zones cohésives . . . . .	85
3.2.2.1	Principe général . . . . .	85
3.2.2.2	Les différentes lois cohésives . . . . .	87
3.2.2.3	Implémentation numérique . . . . .	87

3.3	Modélisation numérique de l'essai SENB . . . . .	89
3.3.1	Géométries et conditions aux limites . . . . .	90
3.3.2	Spécificités de la modélisation par MZC . . . . .	90
3.3.3	Spécificités de la modélisation par approche champ de phase . . . . .	92
3.4	Modélisation de l'essai DCDC . . . . .	94
3.4.1	Géométries et conditions aux limites . . . . .	95
3.4.2	Spécificités de la modélisation par approche MZC . . . . .	96
3.4.3	Spécificités de la modélisation par approche champ de phase . . . . .	96
3.5	Conclusions . . . . .	98
<b>4</b>	<b>Analyse numérique de l'essai DCDC</b>	<b>105</b>
4.1	Étude de matériaux élastiques fragiles . . . . .	106
4.1.1	Matériau PMMA . . . . .	106
4.1.1.1	Approche champ de phase . . . . .	106
4.1.1.2	Modèle à zones cohésives . . . . .	108
4.1.1.3	Discussion . . . . .	110
4.1.2	Verre de silice . . . . .	110
4.1.2.1	Approche champ de phase . . . . .	111
4.1.2.2	Modèle à zones cohésives . . . . .	114
4.1.2.3	Discussion . . . . .	115
4.2	Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA) . . . . .	116
4.2.1	Approche champ de phase . . . . .	116
4.2.2	Modèle à zones cohésives . . . . .	119
4.2.3	Discussion . . . . .	120
4.3	Conclusion . . . . .	121
<b>5</b>	<b>Analyse numérique de l'essai de fissuration en flexion trois points</b>	<b>127</b>
5.1	Étude d'un matériau élastique fragile (PMMA) . . . . .	128
5.1.1	Échantillons pré-fissurés . . . . .	129
5.1.1.1	Approche champ de phase . . . . .	129
5.1.1.2	Modèle à zones cohésives . . . . .	130
5.1.1.3	Discussion . . . . .	132
5.1.2	Échantillons pré-entailés . . . . .	133
5.1.2.1	Approche champ de phase . . . . .	133

---

5.1.2.2	Modèle à zones cohésives . . . . .	136
5.1.2.3	Discussion . . . . .	136
5.2	Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA) . . . . .	139
5.2.1	Échantillons pré-fissurés . . . . .	139
5.2.1.1	Approche champ de phase . . . . .	140
5.2.1.2	Modèle à zones cohésives . . . . .	142
5.2.1.3	Discussion . . . . .	143
5.2.2	Échantillons pré-entailés . . . . .	144
5.2.2.1	Approche champ de phase . . . . .	144
5.2.2.2	Modèle à zones cohésives . . . . .	144
5.2.2.3	Discussion . . . . .	146
5.3	Conclusion . . . . .	147
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>151</b>
<b>A</b>	<b>Appendice</b>	<b>157</b>

# Table des figures

---

1.1	Augmentation de la hauteur des éoliennes et de la longueur des pales depuis 2010.	3
1.2	Schéma d'une éolienne, d'une section de pale éolienne et d'un joint composite-adhésif.	4
1.3	Éolienne dont les pales ont subi un endommagement provoquant la ruine complète de la structure. . . . .	5
1.4	Pales d'éoliennes enfouies dans le Wyoming . . . . .	6
1.5	Comparaison de l'influence de la température sur l'état d'un polymère (a) amorphe et (b) semi-cristallin. . . . .	8
1.6	Schéma de la configuration macromoléculaire d'un polymère (a) thermodurcissable et (b) thermoplastique. . . . .	9
1.7	Comportement mécanique en traction d'un polymère et effet de la température et de la vitesse de chargement. . . . .	11
1.8	Courbe caractéristique du comportement d'un matériau viscoplastique. . . . .	11
1.9	Composants chimiques des adhésifs à base de méthacrylate de méthyle : (a) monomère de méthacrylate de méthyle et (b) le peroxyde de benzoyle. . . . .	12
1.10	Types de rupture : (a) rupture cohésive ; (b) rupture adhésive ; (c) rupture dans le substrat. . . . .	14
1.11	Modes d'ouverture de fissure. . . . .	15
1.12	Schéma d'une zone de craquelures contenant des fibrilles. . . . .	16
1.13	Fissuration par cavitation juste en avant de la zone plastique cisailée à une entaille : (a) faible grossissement, et (b) grossissement plus important. . . . .	17
1.14	Schéma des essais (a) DCB et (b) TDCB. . . . .	19
1.15	Schéma d'un essai de flexion trois points pré-entaillé (SENB). . . . .	19
1.16	Schéma d'une éprouvette pour l'essai CT (Compact tension). . . . .	20
1.17	Schéma d'une éprouvette pour l'essai DCDC (Double Cleavage Drilled Compression). . . . .	22

2.1	(a) Pistolet à colle et buse mélangeuse, (b) Extrusion de polymère dans un moule.	33
2.2	(a) Moule en PTFE pour la fabrication de plaques de polymère destinées aux essais de traction, (b) Plaque fine de polymère obtenues après démoulage et (c) Géométrie d'une éprouvette de traction et un emporte-pièce de type H2. . . . .	34
2.3	Géométrie d'un échantillon en MMA destiné à un essai de compression. . . . .	34
2.4	(a) Moule en PTFE pour la fabrication d'éprouvettes d'essais DCDC, (b) Éprouvette DCDC après polissage et (c) Outil permettant d'assurer le parallélisme des surfaces pendant le polissage. . . . .	35
2.5	Image d'un essai d'analyse dynamique en torsion. . . . .	36
2.6	Résultats de l'essai d'analyse dynamique sur MMA en torsion. . . . .	36
2.7	Mouchetis sur une éprouvette de traction, direction de chargement, et marqueurs pour suivi des déformations. . . . .	39
2.8	Estimation du coefficient de Poisson en petites déformations. . . . .	39
2.9	Résultats de l'essai de traction sur MMA (a) Courbes contrainte vs. déformation pour trois vitesses de déformation imposées (b) Blanchiment de l'échantillon par plasticité. . . . .	40
2.10	Résultat de compression sur PMMA à 0.1 mm/min : Estimation du module de compression. . . . .	41
2.11	Résultats de compression sur MMA à deux vitesses de déplacement imposées. . . .	42
2.12	(a) Échantillon sans pré-entaille présentant une déformation plastique résiduelle après chargement sinusoïdale, (b) Montage pour la création de pré-fissures sur un échantillon de PMMA pour l'essai DCDC, (c) Lame de rasoir pointue et (d) Zoom sur la lame et l'échantillon. . . . .	43
2.13	Installation d'un essai DCDC sur éprouvette en MMA. . . . .	45
2.14	Propagation d'une fissure dans un échantillon de MMA. . . . .	46
2.15	Propagation d'une fissure dans un échantillon de PMMA. . . . .	46
2.16	Résultats de l'essai de DCDC sur PMMA à 0.1 mm/min (a) Courbes contrainte vs. déformation macroscopique, (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déformation macroscopique, (c) Facteur d'intensité de contrainte en fonction de l'avancée de fissure normalisée. . . . .	48
2.17	Résultats de l'essai de DCDC sur MMA à 0.5 $\mu\text{m/s}$ (a) Courbes contrainte vs. déformation macroscopique et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déformation macroscopique. . . . .	49

---

2.18	Résultats de l'essai de DCDC sur MMA à 5 $\mu\text{m/s}$ (a) Courbes contrainte vs. déformation macroscopique et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déformation macroscopique. . . . .	49
2.19	Image d'un échantillon DCDC post-mortem avec présence de déformation résiduelle et observation de la zone fissurée et blanchie. . . . .	50
2.20	Géométrie d'une éprouvette SENB (a) Pré-entaillée (b) Pré-fissurée. . . . .	50
2.21	(a) Échantillon pré-entaillé au fil diamanté avant pré-fissure (b) Lame de rasoir plate (c) Échantillon pré-fissuré. . . . .	51
2.22	Vérification de l'angle de pré-entaille dans le cas d'un échantillon MMA avant pré-fissure. . . . .	51
2.23	Montage d'un test SENB. . . . .	52
2.24	Résultats du procédé mis en place pour faire apparaître les contours de la fissure pour un échantillon de MMA testé sur un essai de SENB. . . . .	53
2.25	Résultat du suivi de longueur de fissure automatisé pour une série d'images et comparaison à une mesure réalisée manuellement sur 6 images - Éprouvette de MMA pour un essai SENB. . . . .	53
2.26	Résultats de l'essai de SENB sur PMMA pré-entaillé (a) Courbes force vs. déplacement imposé à 0.1 mm/min. . . . .	55
2.27	Résultats de l'essai de SENB sur PMMA pré-fissuré (a) Courbes force vs. déplacement imposé et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déplacement imposé 0.1 mm/min. . . . .	55
2.28	Résultats de l'essai de SENB sur MMA pré-entaillé (a) Courbes force vs. déplacement imposé et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déplacement imposé à 0.1 mm/min. . . . .	56
2.29	Photographies de la pointe de fissure lors d'un essai SENB sur MMA, présentant une avancée discontinue et un amorçage d'une seconde fissure en amont d'une entaille existante. . . . .	56
2.30	Photographies post-mortem d'un échantillon pré-entaillé. . . . .	57
2.31	Résultats de l'essai de SENB sur MMA pré-fissuré (a) Courbes force vs. déplacement imposé et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déplacement imposé à 0.1 mm/min. . . . .	57
2.32	Photographies post-mortem d'un échantillon pré-fissuré. . . . .	58
2.33	Images initiale et déformée pour un échantillon SENB pré-fissuré. . . . .	58

2.34	Résultats de CIN (a) Champ de déplacement $u$ et champ de déformation $\epsilon_{xx}$ (b) Champ de déplacement $u$ estimé pour différents rayons de sous-ensemble le long de l'axe pointillé et (c) Champ de déformation $\epsilon_{xx}$ obtenu pour différents rayons de fenêtre de déformation le long de l'axe pointillé. . . . .	60
2.35	Exemple de contour utilisé pour le calcul de l'intégrale- $J$ . . . . .	62
2.36	Estimation de l'intégrale- $J$ (a) Trois contours sur lesquels $J$ est évaluée pour comparaison et (b) Résultats obtenus pour diverses images pour les trois contours et estimation de $J$ à l'initiation. . . . .	62
3.1	Champ de contrainte d'un point au voisinage d'une pointe de fissure. . . . .	69
3.2	Contour défini pour une intégrale- $J$ autour d'une fissure en deux dimensions. . . . .	72
3.3	Ouverture critique d'une pointe fissure (CTOD). . . . .	74
3.4	Coupe transversale le long d'une zone endommagée de la fonction $d(x)$ pour les modèles AT1 (trait plein) et AT2 (pointillés). . . . .	78
3.5	Champs d'endommagement sur un essai de compression sur éprouvette trouée obtenus par Nguyen et al. avec les décompositions (a) Volumetrique/deviatorique (b) Extensive/compressive et (c) orthogonale. . . . .	82
3.6	Champs de déformations (a) hydrostatique et (b) déviatorique obtenus pour une simulation d'un essai DCDC sur une demi-éprouvette. . . . .	82
3.7	(a) Traction uniaxiale sous hypothèse de déformation plane et de contrainte plane sans endommagement ( $E = 1$ MPa, $\nu = 0.4$ , $\sigma_y = 1$ MPa). . . . .	84
3.8	(a) Traction uniaxiale avec endommagement en contrainte plane et comparaison aux résultats semi-analytiques ( $E = 1$ MPa, $\nu = 0.4$ , $\sigma_y = 1$ MPa, $\sigma_c = \sqrt{3}$ , $\ell = 0.15$ mm) (b) Variation des différentes énergies au cours du chargement de déplacement imposé. . . . .	85
3.9	(a) Illustration d'une zone cohésive associée à la (b) Loi cohésive traction-séparation bilinéaire. . . . .	86
3.10	Autres exemples de lois cohésives : (a) Triangulaire avec adoucissement non-linéaire ; (b) Trapézoïdale ; (c) Exponentielle. . . . .	88
3.11	Illustration d'un élément COH2D4. . . . .	88
3.12	Géométrie et conditions aux limites pour l'essai SENB. . . . .	90
3.13	Maillage d'un essai SENB pré-entaillé pour l'approche MZC. . . . .	92

3.14	Étude de sensibilité à différents paramètres de la modélisation de l'essai SENB via approche MZC en élasticité linéaire : (a) Déplacement à rupture pour différentes tailles d'éléments cohésifs (croix rouges : pas de propagation) (b) Déplacement à rupture pour différentes tailles de maille loin de la fissure, (c) Déplacement à rupture pour différentes surfaces de chargement imposées, (d) Déplacement à rupture pour différentes tailles de pas de chargement. Les valeurs utilisées par la suite sont illustrées par des ronds pleins. . . . .	93
3.15	Illustration d'un maillage d'un échantillon SENB pré-entaillé pour l'approche champ de phase. . . . .	94
3.16	(a) Impact de la condition aux limites sur la variable d'endommagement $d$ à la pointe de fissure pour l'essai SENB pré-entaillé et l'approche champ de phase (b) Évolution de la valeur maximale de la variable d'endommagement dans l'échantillon. . . . .	95
3.17	Géométrie et conditions aux limites pour l'essai DCDC. . . . .	95
3.18	Maillage de l'essai DCDC pour l'approche MZC. . . . .	96
3.19	(a) Illustration d'un maillage de l'essai DCDC pour l'approche par champ de phase, dont la taille des éléments et la largeur de la bande remaillée sont ici augmentées pour une meilleure visualisation, et (b) Définition de la zone d'existence du champ d'endommagement : en gris les zones non-endommageables ( $d = 0$ ) et en noir la zone où la variable $d$ peut évoluer librement entre 0 et 1. . . . .	97
3.20	Impact de la condition aux limites sur la variable d'endommagement à la pointe de fissure pour l'essai DCDC par approche champ de phase - Résultats obtenus avec un modèle AT1. . . . .	98
4.1	(a) Modélisation de l'essai DCDC sur PMMA par approche de champ de phase (CF) en élasticité linéaire avec $\ell = 0.015$ mm, $G_c = 0.123$ MPa.mm ( $\sigma_c = 70$ MPa), et mise en évidence de la contrainte à l'initiation de la propagation. (b) Comparaison entre la contrainte à l'initiation mesurée expérimentalement et les résultats numériques obtenus pour différents taux de restitution d'énergie critique, avec $\sigma_c = 70$ MPa fixé. . . . .	108
4.2	Impact du paramètre de régularisation $\ell$ sur la contrainte à l'initiation pour $G_c = 0.123$ MPa.mm fixé. . . . .	108

4.3	(a) Modélisation de l'essai DCDC sur PMMA grâce à un modèle à zone cohésive en élasticité linéaire avec $T_c = 70$ MPa, $G_c = 0.115$ MPa.mm, illustrant l'initiation de l'endommagement. (b) Comparaison entre la contrainte à l'initiation mesurée expérimentalement et les résultats numériques obtenus pour différents taux de restitution d'énergie critique, avec $T_c = 70$ MPa. . . . .	109
4.4	Impact du paramètre de régularisation $T_c$ sur la contrainte à l'initiation pour $G_c = 0.115$ MPa.mm fixé. . . . .	109
4.5	Contrainte résultante en fonction de l'avancée de fissure normalisée de l'essai DCDC sur du verre de silice. . . . .	111
4.6	(a) Impact de l'endommagement de la pointe de pré-fissure sur le résultat de l'essai DCDC et illustration du saut de fissure pour un pas de chargement (b) avec pré-endommagement et (c) sans pré-endommagement de la pointe de fissure. . . . .	112
4.7	Simulations par approche champ de phase de l'essai DCDC sur un verre de silice et comparaison aux résultats expérimentaux ( $G_c = 7.9 \times 10^{-3}$ MPa.mm, $\ell$ variable).113	
4.8	Simulations par approche champ de phase de l'essai DCDC sur un verre de silice et comparaison aux résultats expérimentaux pour $G_c$ variable et $\sigma_c = 87.5$ MPa. .	114
4.9	Comparaison de la pente élastique pour la modélisation par approche champ de phase et MZC. . . . .	115
4.10	Simulations par approche MZC de l'essai DCDC sur un verre de silice et comparaison aux résultats expérimentaux : (a) Impact de $T_c$ pour $G_c = 7.9 \times 10^{-3}$ MPa.mm (b) Impact de $G_c$ pour $T_c$ fixé à 40 MPa. . . . .	116
4.11	Comparaison des courbes contrainte-déformation du DCDC sur MMA en état de contraintes planes : Résultats expérimentaux vs. Modélisation élasto-plastique. . .	117
4.12	(a) Effet du paramètre de régularisation $\ell$ sur la déformation à l'initiation en modélisation CF avec $G_c = 0.32$ MPa.mm (b) Influence de $G_c$ sur la déformation à l'initiation en modélisation champ de phase avec $\ell = 0.1$ mm. . . . .	118
4.13	Résultats de propagation de l'endommagement obtenus par approche champ de phase et hypothèse de contraintes planes : (a) et (b) Champ d'endommagement diffus en amont de la pointe de fissure et (c) valeur de l'endommagement le long de la zone endommagée. . . . .	118
4.14	Résultats obtenus par approche champ de phase et hypothèse de contraintes planes : (a) et (b) Plasticité cumulée dans l'éprouvette et le long de la fissure lors de sa propagation et (c) variation d'énergies par rapport au déplacement compressif appliqué.119	

4.15	Résultats obtenus par approche champ de phase et hypothèse de déformation plane : (a) et (b) Plasticité cumulée dans l'éprouvette et le long de la fissure lors de sa propagation et (c) comparaison des courbes contrainte-déformation numériques et expérimentales. . . . .	119
4.16	Déformation macroscopique à l'initiation de la fissure obtenue avec le MZC (a) en fonction du taux de libération d'énergie critique $G_c$ pour une contrainte critique $T_c = 34$ MPa et (b) selon la valeur de la contrainte critique $T_c$ pour $G_c = 0.30$ MPa.mm. Les lignes pointillées bleues indiquent la plage d'incertitude expérimentale définie par la valeur moyenne et l'écart type. . . . .	120
5.1	(a) Modélisation de l'essai SENB sur échantillons pré-fissurés de PMMA par approche de champ de phase avec $\ell = 0.066$ mm, $G_c = 0.46$ MPa.mm ( $\sigma_c = 70$ MPa) et (b) Évolution de la longueur de fissure en fonction du chargement. . . . .	129
5.2	Modélisation de l'essai SENB sur échantillons pré-fissurés de PMMA par approche de champ de phase (a) Impact de la variation de $G_c$ et (b) Impact de la variation de $\ell$ , sur l'effort à l'initiation. . . . .	130
5.3	Modélisation de l'essai SENB pour échantillons pré-fissurés de PMMA par modèle à zones cohésives avec $G_c = 0.4$ MPa.mm et $T_c = 70$ MPa. . . . .	131
5.4	Modélisation de l'essai SENB pour échantillons pré-fissurés de PMMA par modèle à zones cohésives (a) Impact de la variation de $G_c$ et (b) Impact de la variation de $T_c$ , sur l'effort à l'initiation. . . . .	131
5.5	Illustration d'un échantillon SENB de PMMA pré-entaillé après la propagation instantanée d'une fissure. . . . .	134
5.6	Impact de l'endommagement appliqué à la pointe de l'entaille lors d'une modélisation par approche champ de phase d'un essai SENB sur échantillons pré-entaillés de PMMA. Simulations réalisées avec $G_c = 1.3$ MPa.mm et $\sigma_c = 70$ MPa. . . . .	134
5.7	Illustrations du champ d'endommagement obtenu par approche champ de phase pour une éprouvette pré-entaillée, (a) avant l'initiation, (b) après l'initiation et (c) pendant la propagation. . . . .	135
5.8	Modélisation de l'essai SENB pré-entaillé sur PMMA par approche de champ de phase (a) Impact de la variation de $G_c$ et (b) Impact de la variation de $\ell$ , sur l'effort à l'initiation. . . . .	135
5.9	Comparaison des courbes expérimentales au résultat numérique pour un modèle à zones cohésives pour les paramètres $G_c = 1.65$ MPa.mm et $T_c = 70$ MPa. . . . .	137

5.10	Modélisation de l'essai SENB pour un échantillon pré-entaillé de PMMA par modèle à zones cohésives (a) Impact sur l'effort à l'initiation de la variation de $G_c$ pour $T_c$ constant (b) Impact de la variation de $T_c$ pour $G_c$ constant. . . . .	137
5.11	Illustration du saut de fissure pour une modélisation par approche champ de phase d'un essai SENB pré-entaillé sur PMMA avec $G_c = 0.48$ MPa.mm et $\ell = 0.0126$ mm (équiv. à $\sigma_c = 155$ MPa). . . . .	138
5.12	Comparaison des champs de déformations obtenus pour un échantillon pré-fissuré ( $a_0/w = 0.43$ ) et un déplacement imposé de 0.8 mm (a) $\epsilon_{xx}$ expérimental obtenue par CIN, (b) $\epsilon_{xx}$ par EF (c) $\epsilon_{yy}$ expérimental obtenue par CIN et (d) $\epsilon_{yy}$ par EF. . . . .	141
5.13	Modélisation champs de phase de l'essai SENB pour échantillons pré-fissurés de MMA obtenue en faisant varier $\ell$ à $G_c = 3$ MPa.mm fixé et comparaison aux résultats expérimentaux. . . . .	141
5.14	Résultats obtenus par approche champ de phase et hypothèse de déformations planes : (a) Déformation plastique cumulée (b) Champ d'endommagement $d$ , et (c) Avancée de fissure par saut, observés pour $G_c = 3$ MPa.mm et $\ell = 0.25$ mm. . . . .	142
5.15	Modélisation MZC de l'essai SENB sur échantillons pré-fissurés de MMA, (a) Impact de la variation de $G_c$ pour $T_c = 34$ MPa (b) Impact de la variation de $T_c$ pour deux valeurs de $G_c$ . . . . .	143
5.16	Comparaison des champs de déformations obtenus pour un échantillon pré-entaillé ( $a_0/w = 0.50$ ) et un déplacement imposé de 0.8 mm (a) $\epsilon_{xx}$ expérimental obtenue par CIN, (b) $\epsilon_{xx}$ par EF ( $E = 1400$ MPa, $\nu = 0.4$ , $\sigma_y = 34$ MPa) (c) $\epsilon_{yy}$ expérimental obtenue par CIN et (d) $\epsilon_{yy}$ par EF. . . . .	145
5.17	Modélisation par approche champ de phase de l'essai SENB pré-entaillé sur MMA : impact du paramètre de régularisation $\ell$ à $G_c$ fixé à 3.5 MPa.mm. . . . .	145
5.18	Modélisation de l'essai SENB pré-entaillé sur MMA par simulation MZC (a) Impact de la variation de $G_c$ pour $T_c = 34$ MPa (b) Impact de la variation de $T_c$ pour deux valeurs de $G_c$ . . . . .	146
6.1	Modélisation du comportement en traction uniaxiale du MMA par une loi viscoplastique de type Johnson-Cook modifiée et endommagement par approche champ de phase. . . . .	153
6.2	Force résultante en fonction de l'ouverture en pointe de fissure pour une éprouvette pré-entaillée de MMA lors d'un essai de flexion trois points. CTOD mesuré à $45^\circ$ de la pointe de fissure. . . . .	154

A.1	Moule échantillon DCDC - vue 3D. . . . .	157
A.2	Moule échantillon DCDC - dessins techniques. . . . .	158
A.3	Courbes contrainte vs. déformation à trois vitesses de déformation différentes, avec plusieurs échantillons analysés pour chaque vitesse. . . . .	159

# Liste des tableaux

---

1.1	Température de transition vitreuse de certains polymères. . . . .	8
2.1	Module de Young, Coefficient de Poisson et plateau plastique obtenus à trois vitesses de déformation en traction uniaxiale pour le MMA. . . . .	39
2.2	Module de Young, Coefficient de Poisson et plateau plastique obtenus à deux vitesses de déplacement en compression uniaxiale pour le MMA. . . . .	41
3.1	Taille des échantillons SENB modélisés (en mm). . . . .	91
3.2	Taille des échantillons DCDC modélisés (en mm). . . . .	95

# Chapitre 1:

## Contexte général de l'étude

---

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Généralités sur l'éolien, les pales et les joints adhésifs . . . . .</b>	<b>2</b>
1.1.1	La production d'électricité éolienne en France aujourd'hui et demain . .	2
1.1.2	Les types d'adhésifs et les problématiques actuelles de recyclage . . . . .	4
1.1.3	Adhésif thermoplastique . . . . .	6
<b>1.2</b>	<b>Généralités sur les polymères et les caractéristiques des méthacrylates</b>	<b>7</b>
1.2.1	Polymères amorphes et polymères semi-cristallins . . . . .	7
1.2.2	Thermodurcissables vs. thermoplastiques . . . . .	8
1.2.3	Comportement mécanique des polymères thermoplastiques . . . . .	10
1.2.4	Particularités des adhésifs méthacrylates . . . . .	12
<b>1.3</b>	<b>Caractérisation de la fissuration des polymères . . . . .</b>	<b>12</b>
1.3.1	Les différents types de rupture . . . . .	13
1.3.2	Les modes de sollicitation d'une fissure . . . . .	14
1.3.3	Mécanismes d'endommagement et de fissuration dans un polymère amorphe à l'état vitreux . . . . .	15
1.3.4	Caractérisation expérimentale de la fracture en mode d'ouverture des joints	17
1.3.5	Caractérisation expérimentale de la fracture en mode d'ouverture des polymères massiques . . . . .	18
<b>1.4</b>	<b>Objectifs et plan de la thèse . . . . .</b>	<b>21</b>

---

Dans un objectif urgent d'améliorer la recyclabilité des structures et assemblages à matrice polymère, Arkema développe des colles et des résines thermoplastiques acrylates recyclables. La facilité de mise en œuvre de ces matériaux couplée à un atout majeur de recyclabilité en fait une alternative sérieuse aux thermodurcissables, comme les époxy, traditionnellement utilisés dans ce domaine. L'assurance de bonnes propriétés mécaniques et notamment d'une bonne tenue à la fissuration en ferait une solution viable au remplacement des colles thermodures. Dans ce contexte, mon travail de recherche vise à explorer les propriétés de fissuration d'un polymère thermoplastique acrylate développé par Bostik pour des applications d'ingénierie telles que le collage d'aubes de pales d'éoliennes.

Ce premier chapitre introductif propose au lecteur un état de l'art permettant de mieux comprendre le contexte et les enjeux de mon travail. J'aborderai dans un premier temps le domaine de l'éolien, tout en mettant un accent particulier sur les composants essentiels que sont les pales et les joints adhésifs. Nous explorerons également la nature et les caractéristiques des polymères utilisés pour ces joints, en se penchant notamment sur les adhésifs méthacrylates. Enfin, nous attarderons sur la caractérisation expérimentale de la fissuration dans les polymères, en rappelant les modes de rupture des joints, le mécanisme de propagation d'une fissure, les essais macroscopiques pertinents en se concentrant sur le mode d'ouverture des fissures ou mode I.

### 1.1 Généralités sur l'éolien, les pales et les joints adhésifs

Dans cette section, nous abordons les enjeux et les défis associés aux matériaux utilisés dans les pales des éoliennes. À l'avenir, les acteurs industriels seront confrontés à un défi de taille : le démantèlement d'un nombre considérable d'éoliennes. Celui-ci est par exemple estimé en France à environ 1500 unités dans les cinq prochaines années. Bien que la majorité des matériaux composant ces éoliennes est recyclée, tels que l'acier et le béton. Toutefois un défi majeur persiste concernant le recyclage des pales, qui sont principalement composées de polymères réticulés et donc très difficilement recyclables. Afin de surmonter cet obstacle, il est impératif pour les industriels du secteur d'innover et de proposer à l'avenir des solutions plus durables pour la conception des pales, notamment en explorant l'utilisation de polymères plus résistants et mieux recyclables.

#### 1.1.1 La production d'électricité éolienne en France aujourd'hui et demain

Le développement durable et la transition énergétique sont des enjeux majeurs du XXI<sup>e</sup> siècle. L'énergie éolienne joue un rôle clé dans cette dynamique, contribuant de manière significative à la diversification du mix énergétique.

En France, depuis le début des années 2000, la production du parc éolien a augmenté avec la mise en place d'une politique favorisant la production d'énergie bas-carbone. En 2022, l'éolien a représenté 9% de la production électrique d'après RTE France [1]. La puissance installée du parc éolien terrestre était de 20.6 GW et elle est amenée à augmenter dans les prochaines années. En effet, atteindre les 33.2GW en 2028 défini comme objectif par les pouvoirs publics (Programmation pluriannuelle de l'énergie 2019-2028 [2]) imposera la construction d'au moins 6500 nouvelles éoliennes dans les conditions actuelles de production.

La viabilité économique de la production éolienne dépend en grande partie de la taille et de la

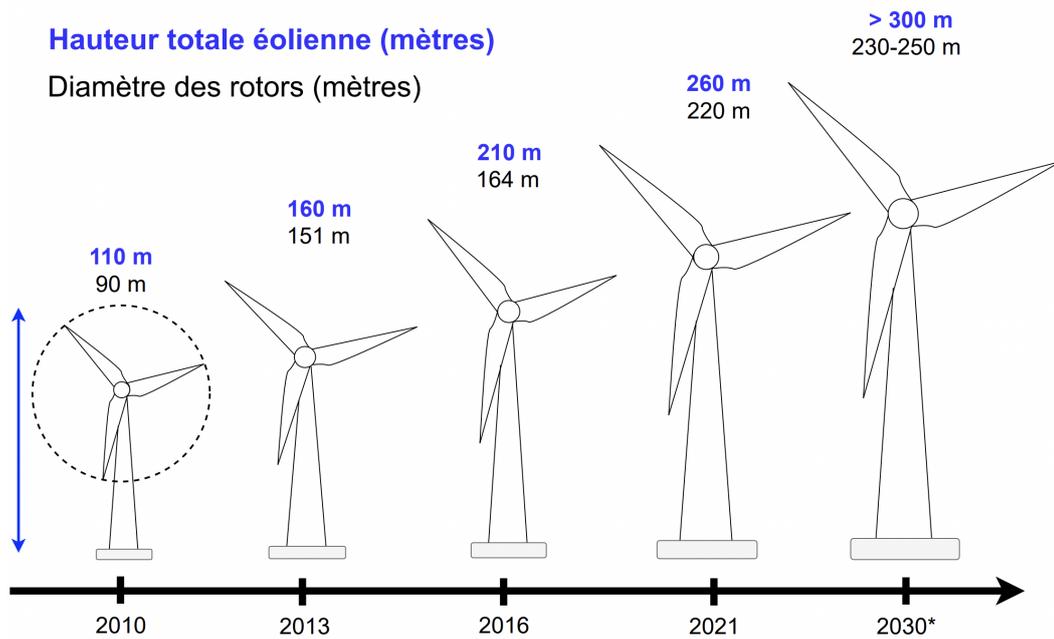


FIGURE 1.1 – Augmentation de la hauteur des éoliennes et de la longueur des pales depuis 2010, d'après les données de l'Agence Internationale de l'Énergie (IAE) [3].

durée de vie des pales. En effet, la production optimale d'électricité est proportionnelle au carré de la longueur des pales, ce qui incite les acteurs industriels du domaine à poursuivre l'augmentation de leur dimension au fil des années, comme présenté en Figure 1.1. Le recours à des structures plus hautes, susceptibles de capter des courants d'air plus puissants et plus stables, favorise une augmentation de la production. Dans des régions autrefois considérées comme peu propices à l'exploitation éolienne, une grande taille est aussi favorable pour capter des vents plus légers grâce à des pales plus longues. Cela permettrait également de produire autant d'électricité avec moins d'éoliennes installées, ce qui entraînerait par conséquent une réduction des frais d'installation.

Les pales sont des composants clés de ces machines et font partie du groupe rotor composé d'un moyeu et de pales. Le rotor constitue le système de conversion d'énergie cinétique en énergie mécanique. Comme cela est décrit en Figure 1.2, les pales sont composées de différentes sous-parties : un extrados et un intrados, collés de part par le joint de bord d'attaque et le joint de bord de fuite. Au cœur des pales, des renforts de cisaillement permettent un maintien structurel de la pale grâce aux joints adhésifs les reliant à l'extrados et l'intrados [4].

Les pales sont principalement composées de matériaux composites (matrice en polymères thermodurcissables ou thermoplastiques, fibres de verre ou de carbone - respectivement 30 à 40 % et 60 à 70% du poids de la pale [5]). Au cœur des pales, on retrouve aussi parfois du bois Balsa et/ou des mousses polymères, et certains métaux tels que l'acier, l'aluminium ou le cuivre.

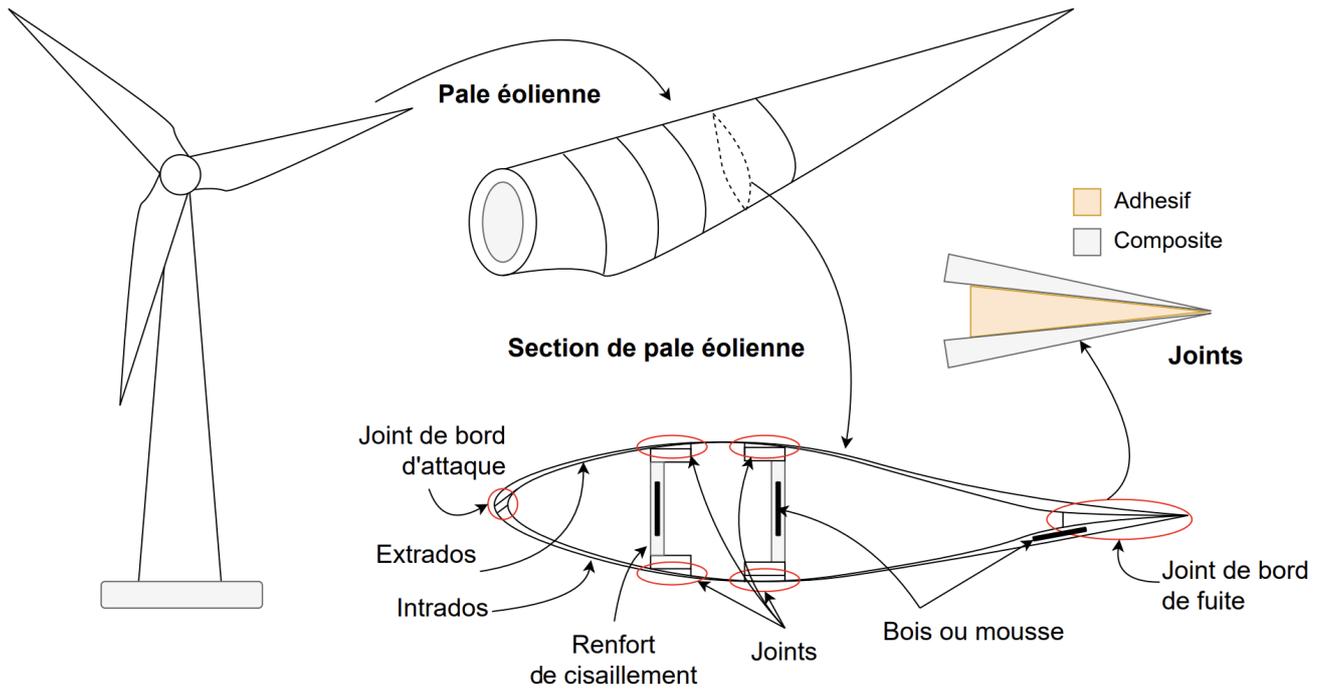


FIGURE 1.2 – Schéma d'une éolienne, d'une section de pale éolienne et d'un joint composite-adhésif.

### 1.1.2 Les types d'adhésifs et les problématiques actuelles de recyclage

Les pales actuelles sont jointes par de la colle qui permet l'assemblage des deux demi-coques et des renforts de cisaillement, comme présenté dans les ovales rouges dans la Figure 1.2. Contrairement aux rivets ou boulons, les joints de colles ne nécessitent pas de trous dans le substrat, et n'engendrent donc pas de concentration de contraintes ou de déchirement des fibres des composites. De plus, ils permettent une répartition des charges sur une plus grande surface, ainsi qu'une réduction de la masse et du coût de production. L'agrandissement des pales, discuté dans la partie précédente, entraîne irrémédiablement une augmentation de leurs masses [6] et donc des exigences mécaniques de plus en plus élevées [7] pour continuer de garantir le bon fonctionnement et la durabilité des structures. En effet, l'accroissement de la masse augmente les sollicitations mécaniques telles que les efforts de flexion, de tension et de compression liés à la gravité, qui sont parmi les efforts principaux appliqués aux pales de grandes tailles [4, 8]. Ceux-ci peuvent entraîner la ruine de la pale (Figure 1.3) de différentes manières, détaillées dans les travaux de Jørgensen [7] ou dans ceux de Mishnaevsky [9]. Parmi les nombreux éléments mécaniques sollicités, les adhésifs servant de joints occupent une place cruciale.

Jusqu'à présent, les joints de pales d'éoliennes étaient majoritairement réalisés avec des thermodurcissables tels que des adhésifs époxy [7, 10] ou polyuréthanes [11, 12]. Si ces matériaux offrent des propriétés mécaniques intéressantes, notamment en fluage, ils présentent un inconvé-



FIGURE 1.3 – Éolienne dont les pales ont subi un endommagement provoquant la ruine complète de la structure.

nient majeur, celui d'être non recyclables. À l'heure d'une prise de conscience de la limite des ressources naturelles favorisant le recours au développement durable, la gestion de fin de vie des pièces composées de thermoset reste un défi [13]. Après leur durée de vie d'environ 20 ans [14], le recyclage des pales est une question critique partout dans le monde. Par exemple, une majorité des pales démantelées au cours des dernières années ont même été enfouies aux États-Unis sans être recyclées [15, 16], comme présenté en Figure 1.4. Cet enfouissement, interdit en Europe, pourrait représenter une pollution irréversible des sols. Dans d'autres régions du globe, notamment en France, des politiques strictes ont été mises en place récemment, notamment via le PPE 2019. Celui-ci, concernant les éoliennes, souhaite "Rendre obligatoire d'ici 2023 le recyclage des matériaux constitutifs des éoliennes lors de leur démantèlement" [2]. Ces dernières années, l'une des principales valorisations était une valorisation énergétique par combustion en cimenterie, et par la suite l'incorporation des résidus (cendres) au clinker [17]. On retrouve aussi l'utilisation des procédés de pyrolyse (décomposition chimique par augmentation importante de la chaleur), de solvolyse (décomposition chimique produite par des solvants) ou de broyage mécanique décrits dans Fonte et al. [18].

C'est dans ce contexte que les polymères thermoplastiques, qui ont l'avantage d'être recyclables, ont été identifiés comme une alternative possible aux thermosets pour la fabrication des pales composites et des matériaux servant de joints [20, 21].



FIGURE 1.4 – Pales d'éoliennes enfouies dans le Wyoming, US. en 2020 ; source : Bloomberg Green [19].

### 1.1.3 Adhésif thermoplastique

Bostik est une société du groupe ARKEMA. Cet acteur majeur dans le domaine des solutions adhésives de pointe a récemment développé un nouveau thermoplastique, nommé "*BOSTIK W47*". Cette colle acrylique bi-composante est spécifique aux applications de joints de pales d'éoliennes, et sa polymérisation peut être obtenue à température ambiante par l'ajout d'un amorceur chimique. Bostik a ainsi développé un adhésif à base de méthacrylate de méthyle (MMA) ayant la même structure chimique que la résine thermoplastique MMA Elium ®, développée par ARKEMA depuis 2014 pour des applications composites [22, 23]. Cette bonne correspondance chimique permet d'améliorer la compatibilité adhésif-substrat et ainsi augmenter la durabilité complète des pales. Les matériaux peuvent être recyclés ensemble par des processus mécaniques ou chimiques, ce qui permet d'améliorer le recyclage des pales. L'étude des propriétés du matériau W47 est cruciale pour évaluer sa réponse mécanique, en particulier pour valider sa bonne résistance à la fissuration, une propriété essentielle pour garantir la durabilité et la fiabilité lors de son utilisation dans des joints de pales d'éoliennes.

## 1.2 Généralités sur les polymères et les caractéristiques des méthacrylates

Dans cette partie nous présentons la structure morphologique des matériaux polymères, famille de matériaux auxquels appartiennent toutes les colles. Les polymères sont des macromolécules formées par des séquences répétitives de monomères, des molécules composées principalement d'atomes de carbone, d'hydrogène, d'oxygène et d'azote. Puisque les monomères qui les constituent sont composés principalement de carbone, on les nomme polymères organiques. On appelle degré de polymérisation du polymère le nombre de motifs de répétition d'une chaîne. Afin de comprendre la spécificité qui les rend recyclable ou non, nous nous attardons ensuite sur la différence entre polymères thermodurcissables et thermoplastiques. Par la suite, nous nous intéressons aux caractéristiques thermomécaniques de ces matériaux, et notamment à l'impact de la température et de la vitesse de chargement sur leur comportement. Enfin, nous concentrerons notre propos sur les méthacrylates puisqu'il s'agit de nos matériaux d'intérêt.

### 1.2.1 Polymères amorphes et polymères semi-cristallins

Les polymères peuvent exister sous deux formes de structures, soit amorphe, soit semi-cristalline. Leur comportement est grandement influencé par la température, qui provoque des changements de comportement engendrés par diverses relaxations moléculaires. À l'échelle macroscopique, cela entraîne des changements de comportement plus radicaux pour certaines plages de température.

Les polymères amorphes possèdent une structure désordonnée, dans laquelle les chaînes polymères sont enchevêtrées de manière irrégulière. La relaxation  $\alpha$  est la relaxation engendrant la plus grande modification de comportement et apparaît dans une plage de température très proche de la température de transition vitreuse ( $T_g$ ). Elle se produit lorsque la chaîne polymère amorphe gagne suffisamment de mobilité pour engendrer des modifications de conformations globales. Cela se manifeste notamment par une chute drastique des modules d'élasticité (voir Figure 1.6), qui peuvent être réduits de 100 à 1000 fois sur une plage de quelques degrés. Cette transition marque le passage de l'état vitreux à basse température, à l'état caoutchoutique à haute température. La définition de basse et haute températures dépend de caractères microstructuraux tels que la longueur des chaînes polymères ou la présence de groupes latéraux. Pour les thermoplastiques, la phase caoutchoutique prend fin lors de l'écoulement du polymère à plus haute température, c'est-à-dire quand il passe à son état liquide 1.5a. Cette phase est aussi appelée phase visqueuse. À l'état vitreux, les mouvements des chaînes polymères sont très limités, ce qui rend les déformations faibles et les modules élastiques élevés, de l'ordre de quelques GPa. Le polycarbonate (PC),

le polystyrène (PS) ou encore le polyméthacrylate de méthyle (PMMA) sont des thermoplastiques amorphes couramment utilisés à l'état vitreux, soit en dessous de leur température de transition vitreuse. Le tableau 1.1 présente cette température pour ces différents polymères.

Les polymères semi-cristallins contiennent des régions cristallines où les chaînes polymères sont organisées de manière ordonnée et régulière. Ces régions sont présentes sous forme de lamelles cristallines qui peuvent être rassemblés en mésostructures sphérolitiques. La phase amorphe se trouve alors répartie entre les lamelles cristallines. Le taux de phases cristallines varie en générale entre 20 et 80%. Les polymères semi-cristallins sont caractérisés par une température de transition vitreuse  $T_g$  associée à leur région amorphe, ainsi qu'une température de fusion  $T_{fus}$  qui correspondant à la fusion des phases cristallines (Figure 1.5b). On peut citer pour exemples des thermoplastiques semi-cristallins le polyéthylène (PE), le polypropylène (PP) ou le Polytétrafluoroéthylène (PTFE ou Teflon)...

TABLE 1.1 – Température de transition vitreuse de certains polymères.

Polymère	( $T_g$ ) (° C)
polycarbonate (PC)	145
polystyrène (PS)	100
polyméthacrylate de méthyle (PMMA)	105
polyéthylène (PE)	-110
Polypropylène (PP)	-20

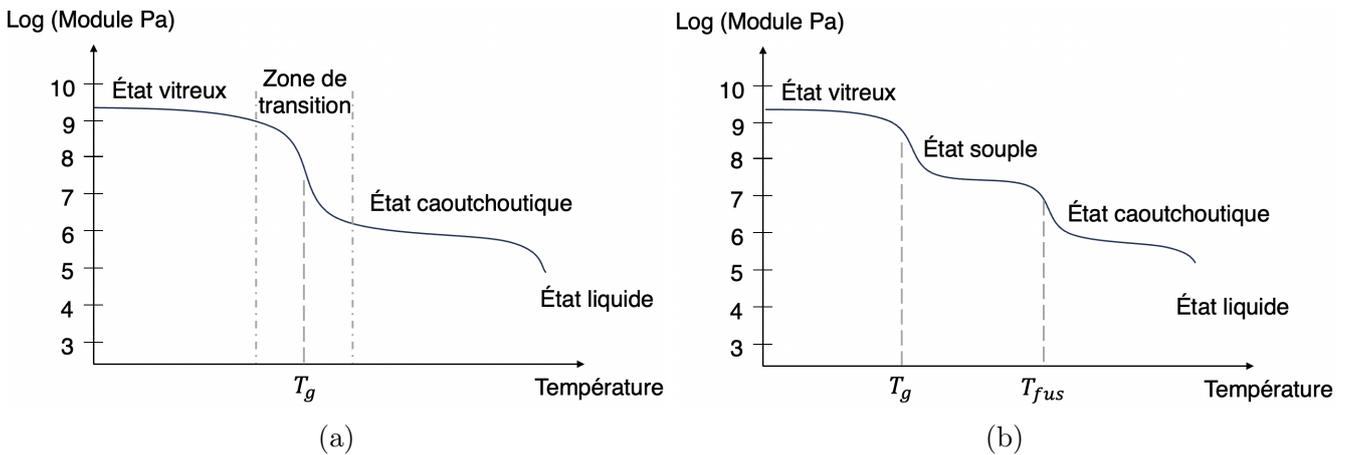


FIGURE 1.5 – Comparaison de l'influence de la température sur l'état d'un polymère (a) amorphe et (b) semi-cristallin.

### 1.2.2 Thermodurcissables vs. thermoplastiques

Les polymères peuvent être classés en deux catégories, thermoplastiques et thermodurcissables [24]. Chacune a ses propres attributs spécifiques et la distinction majeure entre eux repose sur la

configuration de leur réseau.

Les polymères thermodurcissables se caractérisent par un réseau tridimensionnel, résultant de liaisons chimiques, ou points de réticulation, comme illustré en rouge sur la Figure 1.6a. La réticulation est le processus pendant lequel la microstructure du réseau polymère se fige définitivement selon la topologie souhaitée grâce à des liaisons chimiques fortes dites covalentes. Elle peut avoir lieu par apport de chaleur, par UV ou en utilisant un durcisseur. Parmi les familles de thermodurcissables, on peut citer les époxy, les acryliques réticulés, les polyesters, les polyuréthanes et les silicones.

Les polymères thermoplastiques présentent quant à eux une structure de chaînes linéaires ou légèrement ramifiées et enchevêtrées non réticulées (Figure 1.6b). Lors de la polymérisation par chauffage ou lors de l'ajout d'un durcisseur, les macromolécules se replient puis se figent, parfois au cours d'un refroidissement, d'où une solidification. Les liaisons entre macromolécules sont des liaisons physiques faibles de type van der Waals. Cette transformation est réversible. En effet, en appliquant une hausse de température adaptée à un polymère thermoplastique, les chaînes moléculaires deviennent mobiles permettant des changements de conformations trans-gauche et peuvent glisser les unes par rapport aux autres sans restriction du fait de l'absence de points de réticulation.

La réversibilité ou non de cette transformation est le cœur de la problématique de recyclage, puisque dans le cas des thermoplastiques, il est possible de les refondre et de les remettre en forme sans altération significative de leurs propriétés mécaniques [25].

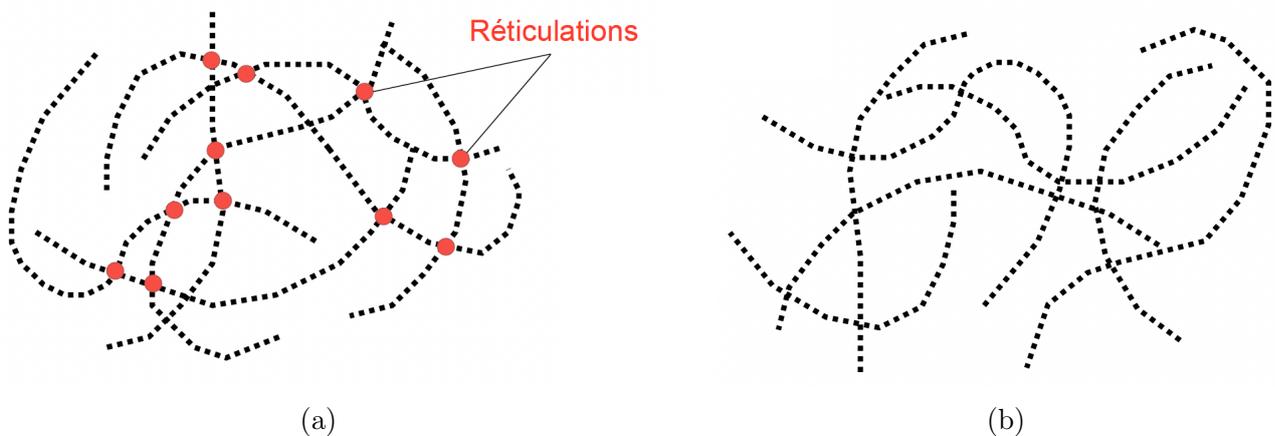


FIGURE 1.6 – Schéma de la configuration macromoléculaire d'un polymère (a) thermodurcissable et (b) thermoplastique.

### 1.2.3 Comportement mécanique des polymères thermoplastiques

Nous venons d'exprimer que la mobilité moléculaire d'un polymère thermoplastique dépendait grandement de la température. Cette propriété physique se traduit directement sur leur comportement mécanique, qui peut varier d'un comportement peu déformable élastique-fragile à basse température, à un comportement élastique-ductile lorsque la température s'élève, puis à un comportement grandement déformable de raideur faible au-delà de la température de transition vitreuse. La Figure 1.7 schématise la réponse d'un polymère thermoplastique à différentes températures lors d'une sollicitation uniaxiale, illustrant ainsi les trois types de comportement pouvant être rencontrés. Nous notons que dans l'état caoutchoutique, au-dessus de la température de transition vitreuse, si un polymère thermoplastique peut grandement se déformer, la déformation issue de glissement de chaînes, n'est pas réversible, contrairement aux cas des polymères thermodurcissables.

Le comportement des polymères n'est pas seulement dépendant de la température mais aussi du temps. Cela peut par exemple être observé par l'impact significatif de la vitesse de déformation sur leur comportement mécanique [26, 27].

Pour une température fixée, à faible vitesse de déformation, le matériau a suffisamment de temps pour réarranger ses chaînes moléculaires, ce qui conduit à un comportement plus déformable, comme celui qu'on observe à haute température. En revanche, à des vitesses de déformation plus élevées, les chaînes n'ont pas le temps pour ce réarrangement, ce qui conduit à un comportement plus fragile, comme on peut l'observer à basse température. Les ressorts physiques de la déformabilité de ces matériaux sont identiques à basses températures et fortes vitesses d'une part, et à hautes températures et vitesses lentes d'autre part. De façon conséquente, en faisant varier la vitesse de chargement à une température donnée, on peut explorer la variété de comportement illustrée en Figure 1.7.

**Remarque.** *Une conséquence importante de cette physique des polymères est l'existence d'une équivalence temps-température pour ces matériaux. Cependant, nous n'explorerons pas cette propriété dans ce travail, puisque nous ne ferons pas varier la température.*

Les polymères thermoplastiques sont viscoélastiques et possiblement en fonction de la température, viscoplastiques [27]. La viscoélasticité est une propriété intrinsèque exhibée par tous les polymères. Il s'agit de déformations réversibles accompagnées par une dissipation d'énergie mécanique qui dépend de la vitesse de sollicitation ou de son temps d'application. D'un point de vue macroscopique, la réponse des matériaux viscoélastiques dépend de l'état de déformation et de l'histoire de chargement, ou autrement dit, de comment cet état de déformation a été atteint.

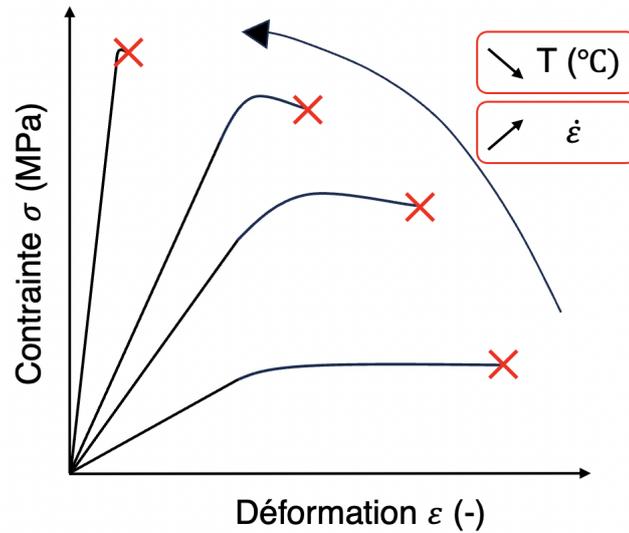


FIGURE 1.7 – Comportement mécanique en traction d'un polymère et effet de la température et de la vitesse de chargement.

La viscoplasticité met en jeu des déformations irréversibles associées à une dissipation d'énergie mécanique en fonction de la vitesse de sollicitation, de son temps d'application ou de la température, comme illustré en Figure 1.8. Contrairement aux matériaux élastiques ou viscoélastiques, une déformation résiduelle persiste après la décharge, laquelle dépend de l'historique du chargement appliqué.

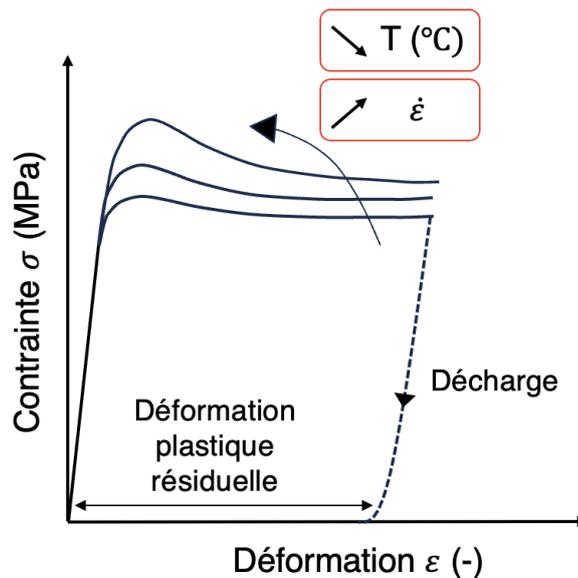


FIGURE 1.8 – Courbe caractéristique du comportement d'un matériau viscoplastique.

### 1.2.4 Particularités des adhésifs méthacrylates

Un matériau adhésif est un polymère appliqué entre deux surfaces et créant une liaison avec chacune de ces surfaces, de sorte que les forces mécaniques peuvent être transférées sur cette interface. La partie sur laquelle est déposé l'adhésif est appelé un substrat. Les forces qui maintiennent ensemble les deux surfaces peuvent provenir des forces de van der Waals, de la liaison chimique, de l'attraction électrostatique et de l'ancrage mécanique (lorsque l'adhésif pénètre dans les interstices de la surface du substrat). Les joints appliqués dans les pales d'éoliennes sont des joints structuraux capables de supporter une charge importante. En l'absence de forces anormalement élevées, les substrats peuvent être considérés comme assemblés de manière permanente. Un matériau adhésif à base de monomère de méthacrylate de méthyle (MMA) se produit suite à une réaction de polymérisation déclenchée par un radical réactif, en général du peroxyde de benzoyle 1.9. Contrairement à d'autres adhésifs structuraux tels que les époxy à deux composants, les MMA ne nécessitent pas de chaleur pour durcir. Contrairement aux adhésifs polyuréthane, ils nécessitent peu de préparation de surface lors de leur application industrielle.

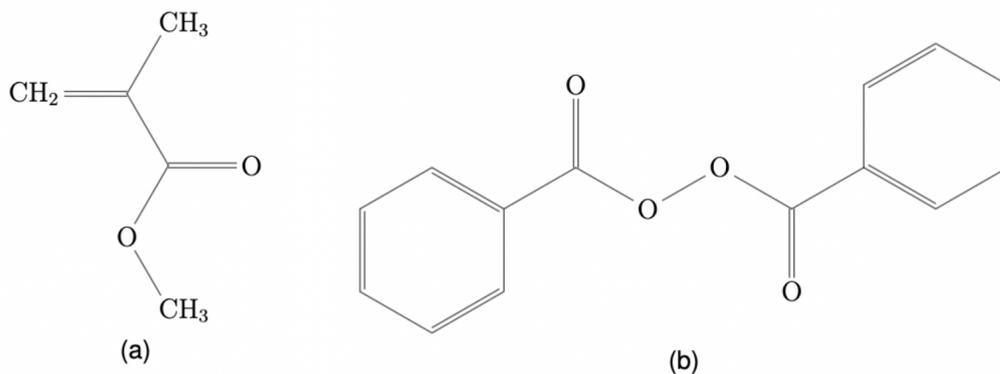


FIGURE 1.9 – Composants chimiques des adhésifs à base de méthacrylate de méthyle : (a) monomère de méthacrylate de méthyle et (b) le peroxyde de benzoyle.

Du point de vue mécanique, ce type d'adhésif est résistant aux contraintes de cisaillement, de pelage et d'impact [28]. De plus, le collage structural au méthacrylate est une solution au collage industriel en fournissant une facilité d'utilisation car il peut être appliqué sur des surfaces non préparées ou nettoyées. Enfin, une bonne maîtrise des temps de durcissement est possible [29, 30].

## 1.3 Caractérisation de la fissuration des polymères

L'un des principaux risques de défaut d'une colle structurale et qui constitue une préoccupation majeure quant à la fiabilité de la structure en service, est sa rupture.

Les pales d'éoliennes ne font pas exception et les joints collés sont souvent les premiers éléments structurels à subir des dégâts qui se manifestent par l'apparition de fissures dans la colle ou à l'interface substrat-adhésif [31]. La quantité d'adhésif est variable en fonction de la taille et du poids de la pale. Il peut représenter une masse de 100 à 500 kg par pale [11] et l'épaisseur du joint d'adhésif dans la structure varie généralement de 10 mm [32], pouvant atteindre jusqu'à 20 à 30 mm pour compenser les tolérances de fabrications [7, 33, 34]. Il est donc important de bien estimer la rupture de ce matériau pour assurer un dimensionnement adapté.

Nous présentons donc les différentes formes de rupture qui peuvent survenir, afin d'identifier la nature de la fissuration la plus critique. Ensuite, nous rappellerons les différents modes de propagation de fissures, ainsi que les mécanismes locaux de fissuration, pour enfin proposer un rapide état de l'art sur la caractérisation expérimentale de la fissuration des polymères en mode d'ouverture.

### 1.3.1 Les différents types de rupture

Quatre modes principaux de rupture peuvent se produire dans les joints : la rupture adhésive, la rupture cohésive, la rupture mixte et la rupture du substrat. Une schématisation est présentée en Figure 1.10 que l'on peut définir ainsi :

- La rupture cohésive se produit à l'intérieur de la couche d'adhésif, indiquant que la résistance de l'adhésif au chargement appliqué est plus faible que les forces d'adhésion entre l'adhésif et les substrats.
- La rupture adhésive correspond à une rupture à l'interface entre les substrats et l'adhésif. Elle est parfois appelée rupture interfaciale. Toutefois, il convient de noter qu'une rupture n'est jamais strictement adhésive, car les observations montrent qu'il y a toujours un résidu d'adhésif sur le substrat après une telle rupture.
- La rupture mixte est caractérisée par une localisation à la fois dans l'adhésif massique mais aussi à l'interface substrat-adhésif.
- La rupture du substrat lui-même est parfois aussi possible. Dans ce cas, ce n'est pas la ténacité de la couche d'adhésif qui est en cause, mais plutôt la capacité du substrat à résister à la sollicitation appliquée.

Selon la forme du joint, l'initiation de la fissure peut être complètement cohésive. C'est notamment le cas pour les joints en forme de U, où les concentrations de contraintes peuvent être importantes [35]. On retrouve également dans la littérature des cas de ruptures adhésives pour les joints collés de pales d'éoliennes [8].

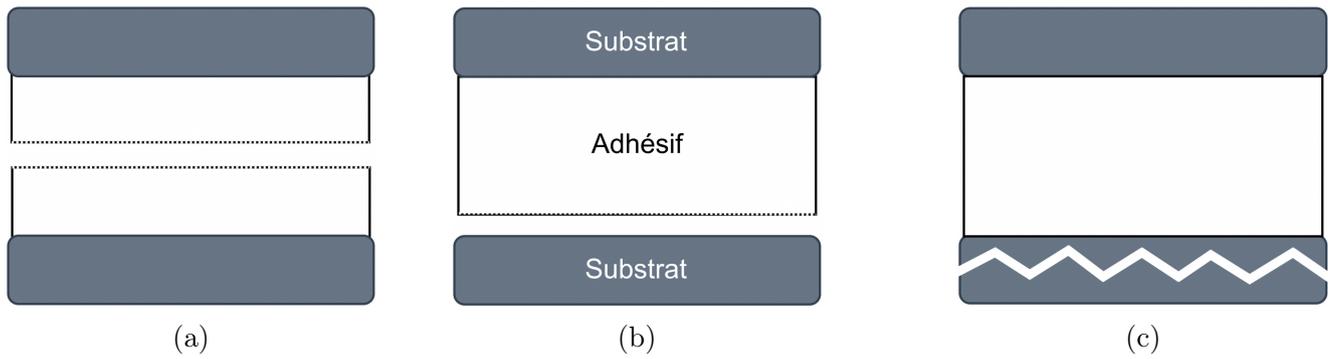


FIGURE 1.10 – Types de rupture : (a) rupture cohésive ; (b) rupture adhésive ; (c) rupture dans le substrat.

L'adhésif de notre étude a été élaboré à partir de la même base chimique que la matrice polymère thermoplastique des composites, ce qui garantit une excellente adhésion, limitant les risques de rupture adhésive. De ce fait, l'étude de la rupture adhésive devient moins pertinente. Par conséquent, mon travail s'est concentré sur l'étude de la rupture cohésive, et notamment sur les propriétés de rupture de l'adhésif massique, car celles-ci vont déterminer le comportement de l'adhésif lors de la propagation d'une fissure dans des conditions d'adhésion colle-substrat optimales.

#### 1.3.2 Les modes de sollicitation d'une fissure

Une fissure peut se propager selon trois modes de sollicitation, dont on retrouve une schématisation en Figure 1.11.

- Le Mode I, ou mode de clivage, est caractérisé par une ouverture de la fissure perpendiculaire à sa face, c'est-à-dire que les lèvres de la fissure sont tirées l'une de l'autre.
- Le Mode II, ou mode de cisaillement en plan, se produit lorsque les surfaces de la fissure glissent l'une contre l'autre dans le plan de la fissure.
- Le Mode III, ou mode de cisaillement hors plan, est un glissement des surfaces de la fissure l'une contre l'autre, mais perpendiculairement au plan de la fissure.

Chacun de ces modes peut se produire indépendamment ou en combinaison avec les autres (mode mixte), selon les sollicitations appliquées. Dans les matériaux homogènes, tels que les adhésifs, les fissures progressent principalement dans la direction la plus favorable, qui coïncide avec le mode I pur. D'après Jorgensen [7], le mode d'ouverture I est prédominant lors de l'analyse de la défaillance des joints collés dans les pales d'éoliennes, ce qui justifie que l'on se concentre sur ce mode d'ouverture. Avant de proposer un état de l'art de la caractérisation expérimentale

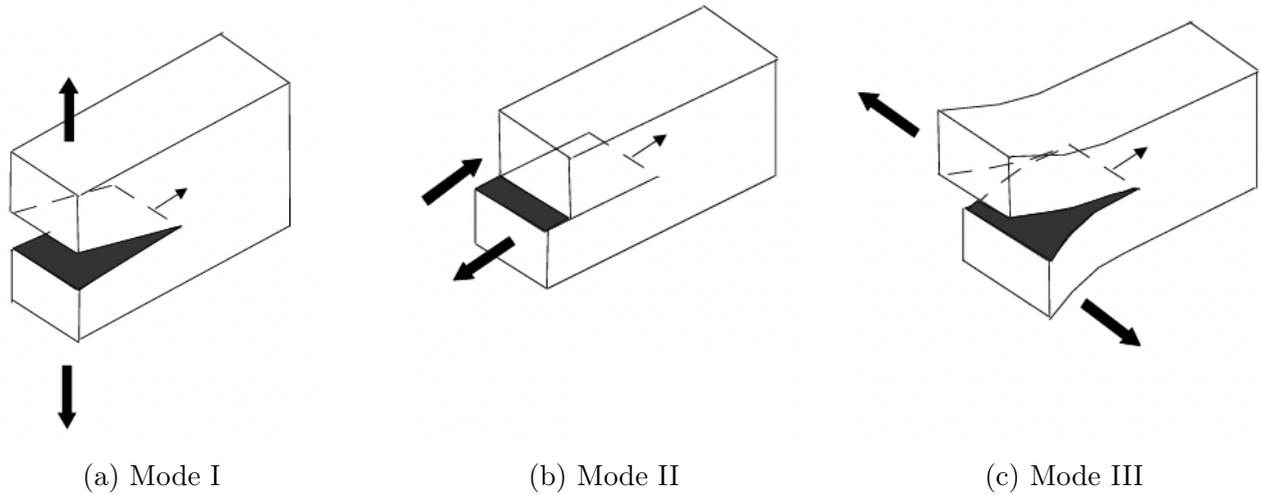


FIGURE 1.11 – Modes d'ouverture de fissure.

de la résistance d'un polymère à une sollicitation de type Mode I, rappelons rapidement comment une fissure se propage à l'échelle microscopique.

### 1.3.3 Mécanismes d'endommagement et de fissuration dans un polymère amorphe à l'état vitreux

Les modes de rupture fragile et ductile sont possibles pour les polymères amorphes à l'état vitreux, et ces matériaux sont capables de subir une transition ductile-fragile. Une baisse de température ou une hausse du taux de déformation tend à favoriser la rupture fragile. En revanche, des conditions inverses encouragent la rupture ductile. Le type d'essais peut aussi favoriser un type de rupture ou l'autre. Nous détaillons ici les deux principaux micro-mécanismes de déformation des polymères, susceptibles de conduire à des phénomènes d'endommagement et de rupture : le craquelage (*crazing* en anglais) et la déformation plastique sous forme de bandes de cisaillement.

Le craquelage est le nom du phénomène souvent précurseur de la fracture dans certains polymères thermoplastiques, notamment le PMMA. Il est associé à la rupture fragile. Il désigne l'apparition de craquelures [36, 37], qui apparaissent en général de manière perpendiculaire à la direction de traction principale, comme présenté en Figure 1.12. Les craquelures naissent toujours d'un défaut, et il est communément admis qu'à la genèse de ces craquelures se trouvent des zones de déformation plastique très localisées suite à une forte dépression hydrostatique, conduisant à la création de micro-vides. Des ponts fibrillaires se forment entre ces cavités, aussi appelés fibrilles. Si la charge de traction appliquée est suffisante, ces ponts s'allongent et se rompent, provoquant la croissance de la craquelure. Une craquelure diffère d'une fissure nette du matériau car elle peut supporter une charge sur sa face, ce qui permet d'augmenter l'énergie absorbée et donc

augmenter efficacement la ténacité à la rupture du polymère. Le développement du craquelage est favorisé par un taux de déformation élevé, des températures relativement basses (bien en dessous de la température de transition vitreuse) et une faible densité d'enchevêtrement des chaînes moléculaires.

La réponse ductile des polymères amorphes est quant à elle manifestée par une déformation plastique sous forme de bandes de cisaillement n'induisant aucune variation de volume. C'est notamment le cas du polycarbonate, qui lors d'une mise en tension uniaxiale présente un adoucissement de la contrainte associé à un écrouissage en cisaillement, suivi par un phénomène de striction et une rupture ductile. Ce type de réponse est favorisé par un taux élevé d'enchevêtrement des chaînes. On observe expérimentalement un blanchiment de la matière. Ces zones plastiques peuvent être suivies par un déchirement de la matière directement dans la zone plastifiée ou dans certains cas, il est possible de voir apparaître une fissuration par cavitation en amont d'une zone plastifiée en cisaillement. Ce phénomène est observable dans ce type de matériau lorsqu'une pré-entaille assez fine est réalisée, comme démontré par Gearing et al. [38] lors d'un test en flexion. Cette cavitation, expliquée par la présence d'une forte tension hydrostatique en amont de la zone plastifiée, est illustrée en Figure 1.13.

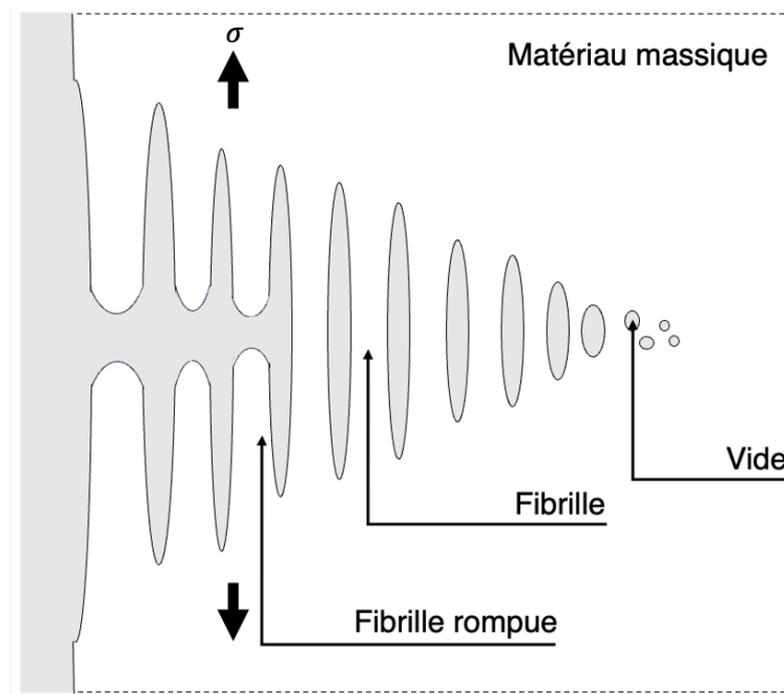


FIGURE 1.12 – Schéma d'une zone de craquelures contenant des fibrilles.

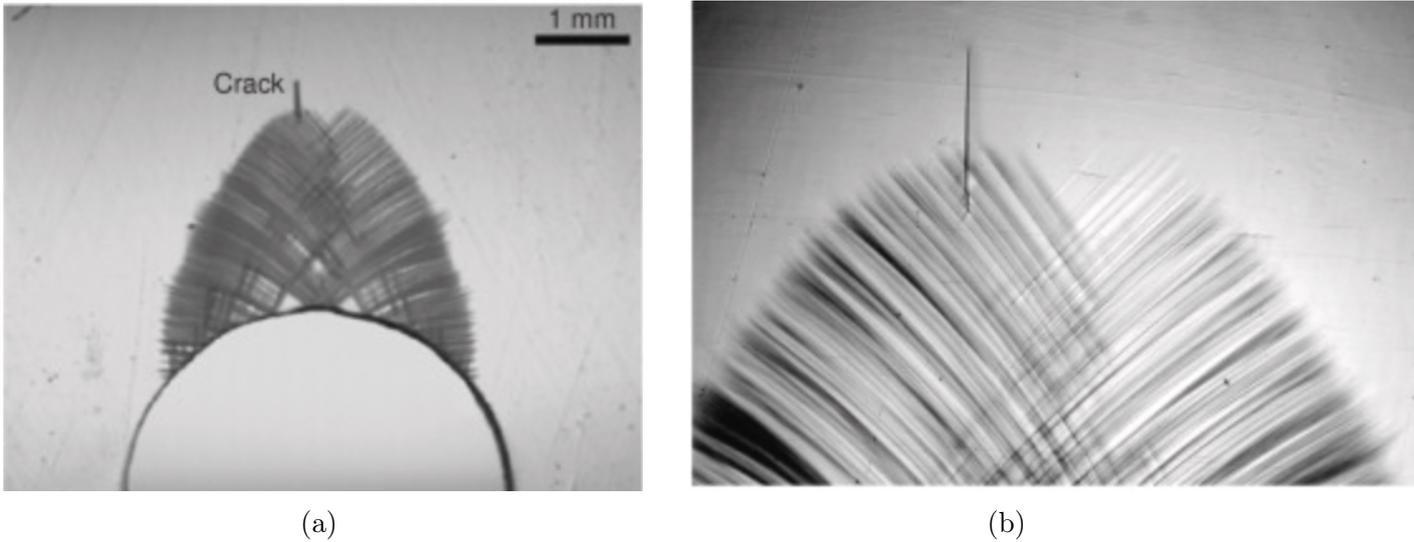


FIGURE 1.13 – Fissuration par cavitation juste en avant de la zone plastique cisailée à une entaille : (a) faible grossissement, et (b) grossissement plus important. Images de Gearing et al. [38].

### 1.3.4 Caractérisation expérimentale de la fracture en mode d'ouverture des joints

Même si mon travail s'est finalement concentré sur la caractérisation de la fissuration en Mode I de l'adhésif à l'état massif, le contexte du joint adhésif m'invite à brièvement rappeler quelques essais propices à leur caractérisation, et sur lesquels nous reviendrons dans les perspectives de ce manuscrit. La fracture d'un joint adhésif en mode I est très largement documentée et il existe même des normes pour régir son application. D'après la revue de littérature réalisée par Chaves et al. [39], l'essai le plus couramment utilisé pour obtenir l'énergie de fracture adhésive en mode d'ouverture I est l'essai DCB (Double Cantilever Beam). Ce test est notamment normalisé pour les matériaux polymères par la norme ISO 25217 [40]. Plusieurs raisons justifient l'utilisation extensive de cet essai dans le monde industriel, notamment le fait que les échantillons soient faciles à fabriquer et à tester, et qu'une grande variété de méthodes de réduction des données soit disponible, que ce soit dans le cadre de la fracture linéaire élastique ou avec des corrections pour par exemple prendre en compte la plasticité des adhésifs. Dans cet essai, illustré par la Figure 1.14a, deux substrats d'épaisseur  $h$  sont assemblés par une couche d'adhésif d'épaisseur  $t$ . Un effort est alors appliqué symétriquement sur ces substrats, ou bien sur des charnières pouvant être collées aux substrats, perpendiculairement à la surface de l'adhésif. Une pré-fissure initiale de longueur  $a_0$ , représente la longueur entre l'axe verticale de chargement et le début de la couche adhésive. Une pré-entaille peut aussi être réalisée dans l'adhésif à l'aide d'un film en PTFE afin d'avantager une fracture cohésive. La sensibilité de l'essai à l'épaisseur de la couche adhésive est

largement détaillée dans la littérature [41, 42, 43, 44]. L'épaisseur modifie ainsi le développement de la zone plastique en pointe de fissure. En effet, lorsque l'épaisseur de la couche adhésive est plus fine, la zone plastique se développe dans un volume plus restreint et entraîne une diminution de la ténacité, illustrée dans [45].

On retrouve également l'essai TDCB (Tapered DCB) dont la géométrie des éprouvettes diffère de celle de l'essai DCB par une épaisseur de substrat non constante (Figure 1.14b). Le spécimen TDCB est conçu de manière à ce que l'énergie de fracture ne dépende pas de la valeur de la longueur de fissure, qu'il n'est donc pas nécessaire de mesurer. Le mode de chargement est le même que celui du DCB. Dans l'étude de Marzi et al. [42], les résultats d'essais DCB sur des joints d'époxy de différentes épaisseurs sont comparés à ceux obtenus par un essai TDCB (Tapered DCB). On observe une bonne comparaison des deux essais pour des épaisseurs fines mais une plus grande dispersion pour des épaisseurs supérieures à 1mm, expliquée par la rigidité des substrats non prise en compte dans la méthode de détermination de la ténacité. L'étude Lopes et al. [46] montre quant à elle que ces deux essais se comparent mieux pour des adhésifs rigides et fragiles que pour des matériaux ductiles pour lesquels les valeurs de  $G_{Ic}$  obtenues par l'essai DCB sont plus importantes. Un désavantage majeur de l'essai TDCB est la complexité de fabrication des substrats due à leur géométrie.

D'autres essais non normalisés permettant l'étude de joints ont été également introduits et étudiés expérimentalement et à l'aide de modèles numériques. On retrouve par exemple l'essai SCARF [47, 48], ou encore l'essai ARCAN modifié proposé par Cognard et al. [49] et largement étudié dans la littérature [50, 51] pour sa capacité à permettre une application d'efforts diversifiées — traction, compression, cisaillement, ou leurs combinaisons — de manière uniforme grâce à un dispositif expérimental qui réduit les singularités aux bords de l'adhésif testé.

De manière générale, les essais sur joints adhésifs tels que le DCB et le TDCB, dépendent de la nature et de la géométrie (largeur, épaisseur) du substrat car ces paramètres impactent les effets de contrainte des adhérents qui influencent les dimensions de la zone plastique en pointe de fissure [52, 43].

#### 1.3.5 Caractérisation expérimentale de la fracture en mode d'ouverture des polymères massiques

Pour la caractérisation de la fissuration en mode I des polymères massiques, de nombreux tests issus de l'étude d'autres matériaux ont été largement utilisés. Si on exclut le cas des élastomères, polymères fortement déformables pour lesquels l'essai de cisaillement pure est le plus pertinent [53, 54], on note que le test probablement le plus appliqué est l'essai de flexion trois points sur

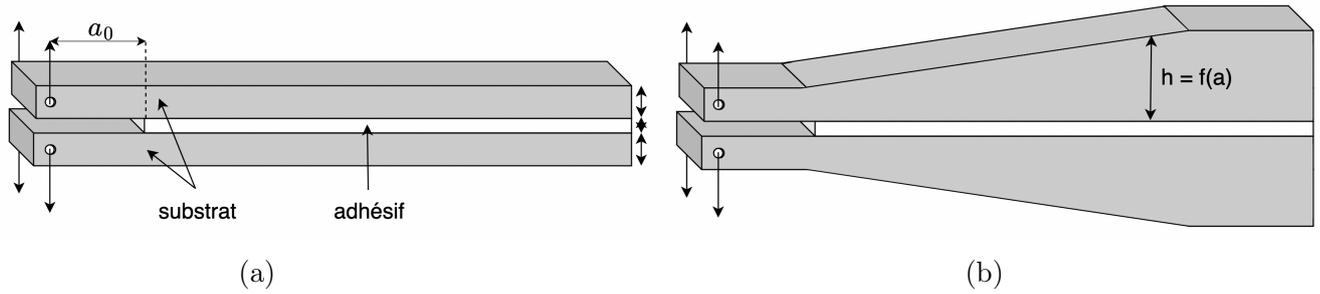


FIGURE 1.14 – Schéma des essais (a) DCB et (b) TDCB.

une éprouvette pré-entailée (aussi nommé SENB pour Single Edge Notched Bending) [55, 56, 57, 58, 45, 59]. Ce test normalisé [60] est choisi principalement pour sa simplicité de mise en place et sa bonne reproductibilité. Une illustration du test est présentée en Figure 1.15.

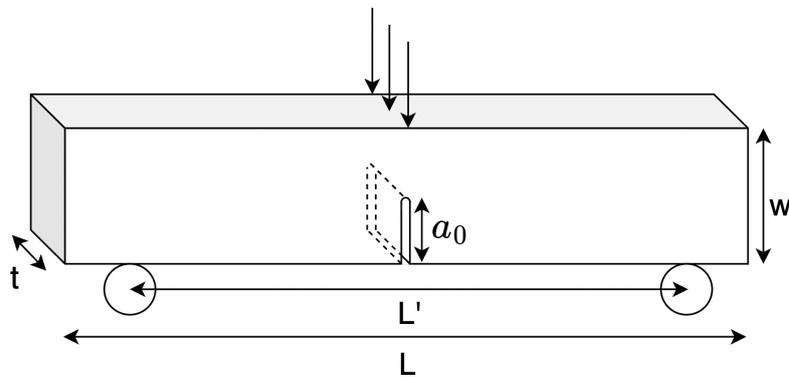


FIGURE 1.15 – Schéma d'un essai de flexion trois points pré-entailée (SENB).

Une large littérature sur cet essai existe déjà, révélant notamment l'impact de différents paramètres, tels que la dimension des éprouvettes ou la nature de la pré-entaille. Ainsi, on remarque que cette dernière peut être une entaille en forme de V ou de U, ou encore une fissure. Les résultats expérimentaux bruts dépendent largement de la nature de cette pré-entaille [61, 62], de sa longueur [63, 62], mais aussi par exemple de son angle dans le cas d'une forme en V [64, 65, 66]. Par conséquent, si cet essai est privilégié pour sa simplicité de mise en œuvre, il doit être analysé avec précaution.

On peut citer aussi les essais SENT (Single Edge Notched Tension) et DENT (Double Edge Notched Tension) qui sont des essais de tension à simple et double entaille, qui ont été positivement comparés à l'essai SENB en termes d'estimation du taux de restitution d'énergie critique lors de l'utilisation de méthodes numériques [63, 67]. Lors de l'essai SENT, une éprouvette préalablement entaillée, présentant une géométrie semblable à celle de l'essai SENB, est soumise à une force de traction dans le sens de sa longueur.

Le test CT (compact tension) est un second test largement répandu pour l'apparition de

fissures en Mode I, et est conforme aux normes [60, 68]. L'observation de l'initiation et de la propagation stable de fissures est possible. Ce test a permis d'étudier la ténacité de différents polymères, en autres les époxy, le polycarbonate, les acryliques et le PMMA [69, 70, 71]. Dans le cadre de notre étude, la mise en place de cet essai pourrait présenter des difficultés, notamment puisque les échantillons qui seront produits doivent être moulés. La présence de deux trous augmente la possibilité d'avoir des défauts dans la géométrie finale. On note que le travail récent [71] montre que ces essais, dont les efforts sont transmis par des goupilles placées dans les trous des échantillons (voir Figure 1.16), sont délicats à analyser du fait de la difficulté à appliquer les conditions aux limites de façon précise lors de la modélisation par éléments finis. Pour la mesure du facteur d'intensité de contrainte, l'utilisation de conditions aux limites de force fournit des valeurs précises, tandis que pour étudier la propagation des fissures, il est essentiel d'utiliser les conditions aux limites réelles.

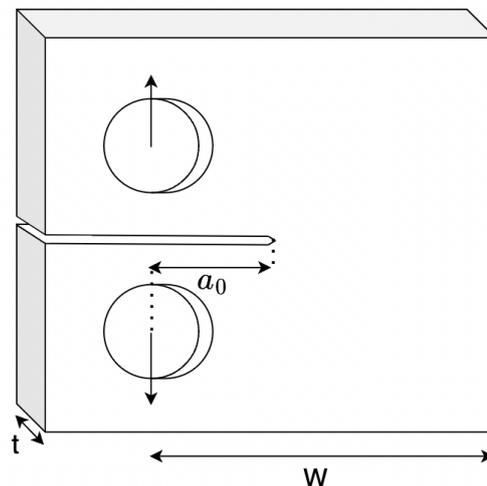


FIGURE 1.16 – Schéma d'une éprouvette pour l'essai CT (Compact tension).

Un autre test intéressant se démarque du fait d'un mode de chargement en compression, c'est l'essai DCDC (Double Cleavage Drilled Compression). Il consiste à soumettre à une compression uniaxiale quasi-statique un parallélépipède élancé avec un trou circulaire en son centre et des pré-fissures verticales aux pôles du trou, comme présenté en Figure 1.17. Deux pré-fissures réalisées aux pôles du trou sont alors soumises à une ouverture de Mode I. En suivant la propagation de la fissure par rapport à la contrainte de compression macroscopique appliquée, il est possible d'estimer le taux de restitution d'énergie critique du matériau en Mode I. De nombreux travaux dans la littérature ont exploré ce sujet dans le cadre de mécanique de la rupture élastique linéaire [72, 73, 74, 75, 76]. D'abord appliqué expérimentalement aux matériaux fragiles tels que les verres [77, 78], ce test a ensuite été étendu à d'autres matériaux tels que les polymères à l'état vitreux

[79, 80, 81]. Il a l'avantage de tester le matériau en compression, mode de chargement présent dans beaucoup d'applications industrielles, et notamment les pales d'éoliennes [4].

Dans le domaine de la rupture élastique linéaire, plusieurs études ont examiné la prédiction du facteur d'intensité de contrainte  $K_{Ic}$  sur des matériaux présentant une fissuration fragile en comparant les essais SENB et DCDC : dans [82], les auteurs ont obtenu des valeurs de facteur d'intensité de contrainte comparables entre les deux essais sur un PMMA. La valeur de  $K_{Ic}$  obtenue par le test SENB étant plus élevée de l'ordre de 15%. Dans [83], plusieurs verres composites ont été étudiés grâce aux deux essais, et il a été constaté que les valeurs de  $K_{Ic}$  obtenues par l'essai DCDC étaient environ deux fois supérieures à celles de l'essai SENB. Cette tendance a été attribuée à la géométrie des échantillons DCDC, qui induit un T-stress (contrainte parallèle à la fissure) significatif. Selon Idonije et al. [84], l'analyse d'un PMMA fragile a révélé des divergences notables dans les estimations du  $K_{Ic}$  en comparant cette fois-ci les résultats de l'essai DCDC avec ceux d'un essai de flexion quatre points. En particulier, l'essai DCDC a produit une valeur qui était environ deux fois supérieure. Bien que ces trois études aient porté sur des matériaux avec une fissuration fragile, il n'y a pas de consensus clair dans les résultats de comparaison des deux essais DCDC et SENB. Il est donc intéressant d'étudier ces deux essais, afin de confirmer ou non, une des tendances observées dans la littérature. On note aussi que selon la littérature actuelle, en dehors de l'essai SENB, l'essai DCDC n'a pas été confronté à d'autres méthodes expérimentales dans le contexte de l'estimation de la ténacité de polymères. Cet essai n'a jamais été appliqué à un matériau présentant un comportement élastoplastique. Une comparaison des deux tests dans un cadre non linéaire sera donc intéressant.

## 1.4 Objectifs et plan de la thèse

L'objectif central de cette thèse est d'explorer la fissuration en mode I d'un adhésif massique thermoplastique à l'état vitreux. La suite de ce manuscrit se décompose en cinq parties :

**Le Chapitre 2 - Caractérisations expérimentales** - se consacre à l'étude expérimentale, détaillant les matériaux analysés ainsi que les méthodes d'essai employées. Les résultats expérimentaux obtenus grâce à différents essais de comportement sont présentés, ainsi que ceux de deux essais de fissuration menés à faible vitesse de déformation, nommément l'essai DCDC et le test SENB.

**Le Chapitre 3 - Théorie et implémentation numérique des essais de fissuration** - présente les méthodes numériques mises en place afin de modéliser le comportement et l'endommagement des matériaux à l'étude. L'implémentation numérique de l'approche à champ de phase

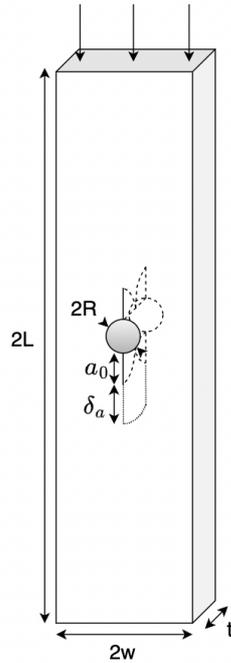


FIGURE 1.17 – Schéma d'une éprouvette pour l'essai DCDC (Double Cleavage Drilled Compression).

de l'endommagement et celle d'un modèle de zones cohésives sont notamment exposées, et les spécificités de modélisation de chaque essai sont présentées.

**Le Chapitre 4 - Analyse numérique de l'essai DCDC** - détaille les résultats obtenus pour l'étude de l'essai DCDC. Dans un premier temps, la modélisation de cet essai est réalisée dans le cadre élastique linéaire afin d'obtenir le taux de restitution d'énergie critique d'un PMMA. Dans un second temps, des simulations sont menées dans le cadre de l'élasto-plasticité pour prédire le taux de restitution d'énergie critique du matériau d'intérêt.

**Le Chapitre 5 - Analyse numérique de l'essai de fissuration en flexion trois points** - montre les résultats numériques obtenus pour la modélisation de ce second test de fissuration caractérisant comme l'essai DCDC le mode d'ouverture. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus par l'essai DCDC et discutés par rapport à ceux généralement obtenus pour des adhésifs de pales éoliennes.

**Le Chapitre 6 - Conclusions et perspectives** - conclut ce manuscrit en précisant les différentes contributions apportées par ce travail et en proposant quelques perspectives.

# Bibliographie

---

- [1] Bilan électrique 2022 - bilan complet. Technical report, RTE (Réseau de transport d'électricité), 2022.
- [2] Synthèse de la programmation pluriannuelle de l'Énergie (2019-2028). Technical report, Ministère de la Transition Énergétique, 2019.
- [3] Offshore wind outlook 2019. Technical report, International Energy Agency, 2019.
- [4] F.M. Jensen, R. Kirt, S.H. Petersen, J.V. Andersen, J.D. Sørensen, L. Damkilde, C. Berggreen, T.J. Larsen, P. Jakobsen, and M. Lübbert. *The Blade Handbook*. Bladena, 2021.
- [5] J.P. Jensen and K. Skelton. Wind turbine blade recycling : Experiences, challenges and possibilities in a circular economy. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 97 :165–176, 2018.
- [6] Curran A Crawford. The path from functional to detailed design of a coning rotor wind turbine concept. *Proceedings of the Canadian Engineering Education Association (CEEA)*, 2007.
- [7] B. H. Jørgensen. *Adhesive Joints in Wind Turbine Blades*. PhD thesis, DTU Wind Energy ; Roskilde, Denmark, 2017.
- [8] Find M. Jensen, Alexander Kling, and John D. Sørensen. Change in failure type when wind turbines blades scale up. Technical report, In Sandia Wind. Turbine Workshop, 2012.
- [9] Leon Mishnaevsky. Root causes and mechanisms of failure of wind turbine blades : Overview. *Materials*, 2022.
- [10] Amrit Shankar Verma, Nils Petter Vedvik, Zhen Gao, Saullo G. P. Castro, and Julie J. E. Teuwen. Bondline thickness effects on damage tolerance of adhesive joints subjected to

- localized impact damages : Application to leading edge of wind turbine blades. *Materials*, 14(24), 2021.
- [11] Pierre Bidaud. *Analysis of the cyclic behavior of an adhesive in an assembly for offshore windmills applications*. PhD thesis, Université de Bretagne Occidentale, 2014.
- [12] K.P. Subrahmanian and Fabrice Dubouloz. Adhesives for bonding wind turbine blades. *Reinforced Plastics*, 53(1) :26–29, 2009.
- [13] Kari Larsen. Recycling wind turbine blades. *Renewable Energy Focus*, 2009.
- [14] M.M. Shokrieh and R. Rafiee. 19 - fatigue life prediction of wind turbine rotor blades. In Anastasios P. Vassilopoulos, editor, *Fatigue Life Prediction of Composites and Composite Structures (Second Edition)*, Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, pages 681–710. Woodhead Publishing, second edition edition, 2020.
- [15] Katerin Ramirez-Tejeda, David Turcotte, and Sarah Pike. Unsustainable wind turbine blade disposal practices in the united states : A case for policy intervention and technological innovation. *New Solutions : A Journal of Environmental and Occupational Health Policy*, 2017.
- [16] Aubryn Cooperman, Annika Eberle, and Eric Lantz. Wind turbine blade material in the united states : Quantities, costs, and end-of-life options. *Resources Conservation and Recycling*, 2021.
- [17] Angela J. Nagle, Emma L. Delaney, Lawrence C. Bank, and Paul G. Leahy. A comparative life cycle assessment between landfilling and co-processing of waste from decommissioned irish wind turbine blades. *Journal of Cleaner Production*, 277 :123321, 2020.
- [18] Rosario Fonte and George Xydis. Wind turbine blade recycling : An evaluation of the european market potential for recycled composite materials. *Journal of Environmental Management*, 287 :112269, 2021.
- [19] Bloomberg, 2020. Accès le 07 sept. 2023.
- [20] Robynne E. Murray, Scott Jenne, David Snowberg, Derek Berry, and Dylan Cousins. Techno-economic analysis of a megawatt-scale thermoplastic resin wind turbine blade. *Renewable Energy*, 131 :111–119, 2019.

- [21] Robynne E. Murray, Ryan Beach, David Barnes, David Snowberg, Derek Berry, Samantha Rooney, Mike Jenks, Bill Gage, Troy Boro, Sara Wallen, and Scott Hughes. Structural validation of a thermoplastic composite wind turbine blade with comparison to a thermoset composite blade. *Renewable Energy*, 164 :1100–1107, 2021.
- [22] Arkema, 2023. Accès le 07 sept. 2023.
- [23] M.E. Kazemi, Logesh Shanmugam, Dong Lu, Xiaogang Wang, Bowei Wang, and Jinglei Yang. Mechanical properties and failure modes of hybrid fiber reinforced polymer composites with a novel liquid thermoplastic resin, elium®. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 125 :105523, 2019.
- [24] Michel Chatain. Comportements physique et thermomécanique des plastiques. *Plastiques et composites*, 1993.
- [25] F. Beltrán, V. Lorenzo, J. Acosta, M. U. de la Orden, and J. Martínez Urreaga. Effect of simulated mechanical recycling processes on the structure and properties of poly(lactic acid). *Journal of environmental management*, 216 :25–31, 2017.
- [26] J Richeton, Guy Schlatter, Kenneth Vecchio, Yves Rémond, and Said Ahzi. A unified model for stiffness modulus of amorphous polymers across transition temperatures and strain rates. *Polymer*, 46 :8194–8201, 09 2005.
- [27] Noëlle Billon and Jean-Luc Bouvard. Propriétés et comportement mécanique des polymères thermoplastiques. *Plastiques et composites*, 2015.
- [28] Philippe Cognard. Collage des composites : Généralités. *Conception et Production*, 2003.
- [29] Crystic composites handbook. Technical report, Scott Bader Company Ltd, Wollaston, UK, 2005.
- [30] Plexus guide to bonding of plastics, composites and metals. Technical report, ITW Plexus, 2017.
- [31] Bent F. Sørensen, John Holmes, Povl Brøndsted, and K. Branner. Blade materials, testing methods and structural design. *WIT Transactions on State-of-the-art in Science and Engineering*, 44 :417–466, 2010.

- [32] Florian Sayer, Alexandros Antoniou, and Arnoldus van Wingerde. Investigation of structural bond lines in wind turbine blades by sub-component tests. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 37 :129–135, 2012. Special Issue on Joint Design 3.
- [33] Dimitrios Zarouchas and Rogier Nijssen. Mechanical behaviour of thick structural adhesives in wind turbine blades under multi-axial loading. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 30(13) :1413–1429, 2016.
- [34] Alexandros Antoniou, Merle Vespermann, Florian Sayer, and Alexander Krimmer. Life prediction analysis of thick adhesive bond lines under variable amplitude fatigue loading. In *18th European Conference on Composite Materials, ECCM 2018*, 06 2018.
- [35] Martin Alexander Eder and Robert Bitsche. Fracture analysis of adhesive joints in wind turbine blades. *Wind Energy*, 2015.
- [36] R. P. Kambour. A review of crazing and fracture in thermoplastics. *Journal of Polymer Science : Macromolecular Reviews*, 7 :1–154, 1973.
- [37] R. Schirrer and C. Fond. Quelques aspects de la rupture des polymères : craquelures, microcisaillements et renforcement aux chocs. *Revue De Metallurgie-cahiers D Informations Techniques*, 1995.
- [38] B.P. Gearing and L. Anand. Notch-sensitive fracture of polycarbonate. *International Journal of Solids and Structures*, 41(3) :827–845, 2004.
- [39] F. Chaves, L.F.M. Silva, Marcelo De Moura, David Dillard, and V. Esteves. Fracture mechanics tests in adhesively bonded joints : A literature review. *The Journal of Adhesion*, 90 :955–992, 11 2014.
- [40] Adhesives — Determination of the mode I adhesive fracture energy of structural adhesive joints using double cantilever beam and tapered double cantilever beam specimens. Standard, ISO, Genève, Suisse, 2009.
- [41] Cheng Yan, Yiu-Wing Mai, and Lin Ye. Effect of bond thickness on fracture behaviour in adhesive joints. *The Journal of Adhesion*, 75(1) :27–44, 2001.
- [42] Stephan Marzi, Anders Biel, and Ulf Stigh. On experimental methods to investigate the effect of layer thickness on the fracture behavior of adhesively bonded joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 31 :840–850, 12 2011.

- [43] R.D.S.G. Campilho, D.C. Moura, M.D. Banea, and L.F.M. da Silva. Adhesive thickness effects of a ductile adhesive by optical measurement techniques. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 57 :125–132, 2015.
- [44] Yasmina Boutar, Sami Naïmi, Salah Mezlini, L.F.M. da Silva, and Moez Ben Sik Ali. Characterization of aluminium one-component polyurethane adhesive joints as a function of bond thickness for the automotive industry : Fracture analysis and behavior. *Engineering Fracture Mechanics*, 2017.
- [45] Agathe Jaillon. *Étude expérimentale et numérique du comportement à rupture des assemblages collés à épaisseur de couche adhésive variable*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2020.
- [46] R.M. Lopes, R.D.S.G. Campilho, F.J.G. da Silva, and T.M.S. Faneco. Comparative evaluation of the double-cantilever beam and tapered double-cantilever beam tests for estimation of the tensile fracture toughness of adhesive joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 67 :103–111, 2016. Special Issue on Adhesion, Surface Preparation and Adhesive Properties.
- [47] Jean-Yves Cognard, D. Leguillon, and Nicolas Carrere. Analysis of the influence of geometric parameters on the stress distributions in adhesively bonded scarf joints using 2d models under elastic assumption. *Journal of Adhesion*, 90, 05 2014.
- [48] Nicolas Carrere, C. Badulescu, Jean-Yves Cognard, and D. Leguillon. 3d models of specimens with a scarf joint to test the adhesive and cohesive behavior of adhesives. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 62, 07 2015.
- [49] J.Y. Cognard, P. Davies, B. Gineste, and L. Sohier. Development of an improved adhesive test method for composite assembly design. *Composites Science and Technology*, 65(3) :359–368, 2005. JNC13-AMAC-Strasbourg.
- [50] Georgios Stamoulis, Nicolas Carrere, J.-Y Cognard, Peter Davies, and C. Badulescu. Investigating the fracture behavior of adhesively bonded metallic joints using the arcan fixture. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 66, 01 2016.
- [51] Leonardo Alfonso, C. Badulescu, and Nicolas Carrere. Use of the modified arcan fixture to study the strength of bonded assemblies for automotive applications. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 80, 11 2017.

- [52] R.D.S.G. Campilho, D.C. Moura, M.D. Banea, and L.F.M. da Silva. Adherend thickness effect on the tensile fracture toughness of a structural adhesive using an optical data acquisition method. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 53 :15–22, 2014. Joint Design.
- [53] R.S. Rivlin and Thomas AG. Rupture of rubber. i. character- istic energy for tearing. *Journal Polymer Sci*, 10 :291–318, 1953.
- [54] Thomas Corre, M. Coret, Erwan Verron, Bruno Leble, and F Lay. Experimental full field analysis for dynamic fracture of elastomer membranes. *International Journal of Fracture*, 223, 07 2020.
- [55] L. Laiarinandrasana, Yannick Nziakou, and J. Halary. Ductile to brittle transition concept on fracture behavior of poly(vinylidene fluoride) / poly(methyl methacrylate) blends. *13th International Conference on Fracture 2013, ICF 2013*, 2, 06 2013.
- [56] K. Allaer, I. De Baere, W. Van Paepegem, and J. Degrieck. Direct fracture toughness determination of a ductile epoxy polymer from digital image correlation measurements on a single edge notched bending sample. *Polymer Testing*, 42 :199–207, 2015.
- [57] Makoto Imanaka, Keisuke Ikeda, Yoshinobu Nakamura, and Masaki Kimoto. Fracture behaviour of epoxy resins modified with liquid rubber and crosslinked rubber particles under mode i loading. *Polymers and Polymer Composites*, 23 :399 – 406, 2015.
- [58] Frederik Van Loock. *Deformation and fracture of PMMA with application to nanofoaming and adhesive joints*. PhD thesis, University of Cambridge, 04 2019.
- [59] Alhotan Abdulaziz, Yates Julian, Zidan Saleh, Haider Julfikar, and Silikas Nikolaos. Assessing fracture toughness and impact strength of pmma reinforced with nano-particles and fibre as advanced denture base materials. *Materials*, 14(15), 2021.
- [60] Standard test methods for plane-strain fracture toughness and strain energy release rate of plastic materials. Standard, ASTM International, West Conshohocken, 2014.
- [61] J.M. de Souza, H. N. Yoshimura, F. M. Peres, and C.G. Schön. Effect of sample pre-cracking method and notch geometry in plane strain fracture toughness tests as applied to a pmma resin. *Polymer Testing*, 21 :834—840, 2012.

- [62] Y. Qiao and M. Salviato. Strength and cohesive behavior of thermoset polymers at the microscale : A size-effect study. *Engineering Fracture Mechanics*, 213 :110–117, 2019.
- [63] M. Elices, G.V. Guinea, J. Gómez, and J. Planas. The cohesive zone model : advantages, limitations and challenges. *Engineering Fracture Mechanics*, 69 :137–163, 2002.
- [64] M. L. Dunn, W. Suwito, and S. Cunningham. Fracture initiation at sharp notches : correlation using critical stress intensities. *International Journal of Solids and Structure*, 34 :3873–3883, 1997.
- [65] J. Gómez and M. Elices. A fracture criterion for sharp v-notched samples. *International Journal of Fracture*, 123 :163–175, 2003.
- [66] J. Yosibah, A. Bussiba, and I. Gilad. Failure criteria for brittle elastic materials. *International Journal of Fracture*, 125 :307–333, 2004.
- [67] J. Gómez, M. Elices, and J. Planas. The cohesive crack concept : application to PMMA at  $-60^{\circ}\text{C}$ . *Engineering Fracture Mechanics*, 123 :1268–1285, 2005.
- [68] Standard test method fo measurement of fracture toughness. Standard, ASTM International, West Conshohocken, 2009.
- [69] Jeffrey A. Hinkley. Small compact tension specimens for polymer toughness screening. *Journal of Applied Polymer Science*, 1986.
- [70] Martin Maier, Volker Alstädt, David Vinckier, and Klaus Thoma. Numerical and experimental analysis of the compact tension test for a group of modified epoxy resins. *Polymer Testing*, 1994.
- [71] J. Triclot, T. Corre, A. Gravouil, and V. Lazarus. Key role of boundary conditions for the 2d modeling of crack propagation in linear elastic compact tension tests. *Engineering Fracture Mechanics*, 2023.
- [72] T.A. Michalske, W.L. Smith, and E.P. Chen. Stress intensity calibration for the double cleavage drilled compression specimen. *Engineering Fracture Mechanics*, 45 :637–642, 1993.
- [73] M.Y. He, M.R. Turner, and A.G. Evans. Analysis of the double cleavage drilled compression specimen for interface fracture energy measurements over a range of mode mixities. *Acta Metallurgica Materialia*, 84 :104070, 1995.

- [74] T. Fett, G. Rizzi, and D. Munz. T-stress solution for DCDC specimens. *Engineering Fracture Mechanics*, 72 :145–149, 2005.
- [75] G. Pallares, L. Ponson, A. Grimaldi, M. George, G. Prevot, and M. Ciccotti. Crack opening profile in dcde specimen. *International Journal of Fracture*, 156 :11–20, 2009.
- [76] Q.Z. Wang, M. Ni, L.Z. Wu, and R.Q. Huang. Scrutinized and revised stress intensity factor formulas for double cleavage drilled compression specimens. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 96 :803–810, 2018.
- [77] C. Janssen. Specimen for fracture mechanics studies on glass. In *Proc. 10th Int. Cong. On Glass*, pages 10.23–10.30. Ceramic Society of Japan, Weinheim, Germany, 1974.
- [78] C. Janssen. Fracture characteristics of DCDC specimen. *Report No. R-8047, Corning Glass Works, Tokyo*, 1980.
- [79] C. G. Sammis. The failure of brittle porous solids under compressive stress states. *Acta Metallurgica Materialia.*, 34 :511–526, 1986.
- [80] T.A. Plaisted, A.V. Amirkhizi, and S. Nemat-Nasser. Compression-induced axial crack propagation in dcde polymer samples : experiments and modeling. *International Journal of Fracture*, 141 :447–457, 2006.
- [81] C. Nielsen, A. V. Amirkhizi, and S. Nemat-Nasser. The effect of geometry on fracture strength measurement using dcde samples. *Engineering Fracture Mechanics*, 91 :1–13, 2012.
- [82] Y. Nziakou. *Analyse multi-échelle des mécanismes d'endommagement des matériaux composites amorphologie complexe destinés à l'aéronautique*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2015.
- [83] T. Lacondemine. *Initiation et propagation d'une fissure dans un composite particulière à matrice verre : expérimentation et analyse numérique*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2019.
- [84] K. Idonije, M. Motuku, d I. Shehata a, and H. Aglan. Evaluation of the stress intensity factor of brittle polymers based on the crack arrest concept. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 12 :778–786, 1993.

# Chapitre 2:

## Caractérisations expérimentales

---

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Matériaux étudiés</b>	<b>32</b>
2.1.1	Matériau MMA	32
2.1.1.1	Caractéristiques d'application	32
2.1.1.2	Protocole de fabrication des éprouvettes	32
2.1.1.3	Analyse Mécanique Dynamique	35
2.1.2	Matériau PMMA	36
<b>2.2</b>	<b>Caractérisation du comportement mécanique en petites déformations</b>	<b>37</b>
2.2.1	Réponses en traction uniaxiale	37
2.2.2	Compression uniaxiale à différentes vitesses	40
<b>2.3</b>	<b>Test de fissuration DCDC</b>	<b>42</b>
2.3.1	Réalisation des pré-entailles	42
2.3.2	Paramètres d'essai et analyse	43
2.3.3	Résultats	44
<b>2.4</b>	<b>Test de fissuration SENB</b>	<b>47</b>
2.4.1	Réalisation des entailles	47
2.4.2	Paramètres d'essai et analyse	49
2.4.3	Résultats	53
2.4.4	Corrélation d'images numériques et intégrale- $J$	57
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>62</b>

---

Le deuxième chapitre de cette thèse présente les matériaux étudiés et détaille les méthodes expérimentales employées pour évaluer leur comportement, en particulier en fissuration. La première section est consacrée aux matériaux, en mettant un accent particulier sur l'adhésif méthacrylate de méthyle (MMA) fourni en masse par Bostik. Un polyméthacrylate de méthyle (PMMA) commercial est également considéré à titre de comparaison. Les protocoles de fabrication et de préparation des éprouvettes sont détaillés à la fois pour le MMA et le PMMA. La section suivante décrit la caractérisation du comportement mécanique en petites déformations. Elle détaille le protocole de l'essai de tension uniaxiale à différentes vitesses de déformation. Cette section couvre également

les essais de compression uniaxiale à différentes vitesses, illustrant la non-linéarité et l'asymétrie traction/compression du comportement de ces matériaux. Enfin, les deux dernières sections décrivent les essais de fissuration DCDC et SENB. Chacun de ces tests est présenté en détail, en commençant par la préparation des échantillons avec pré-entailles, puis la réalisation des essais, les méthodes d'analyse de l'essai, pour finir par la présentation de certains résultats.

## 2.1 Matériaux étudiés

Cette section est dédiée à la présentation des matériaux utilisés dans notre étude. Nous commençons par les propriétés de l'adhésif massique MMA, notamment ses caractéristiques d'application et sa température de transition vitreuse. Ensuite, nous introduisons un matériau supplémentaire de type PMMA, à des fins de comparaison. Enfin, les protocoles de fabrication des éprouvettes en MMA et en PMMA sont détaillés.

### 2.1.1 Matériau MMA

#### 2.1.1.1 Caractéristiques d'application

L'adhésif méthacrylate de méthyle (MMA) qui est le matériau d'intérêt de notre étude, est livré sous forme de cartouches de matériau bi-composants par l'industriel. La proportion entre le durcisseur et le MMA est de 1 pour 10. Un pistolet à colle pneumatique Mixpac <sup>®</sup>DP2X 400 et une buse mélangeuse sont utilisés pour assurer un mélange homogène grâce à un cisaillement approprié des deux composants (2.1a). Le pistolet est connecté à une arrivée d'air comprimé. La pression employée pour la fabrication des éprouvettes est d'environ 6.5 bars. Le matériau est dans un état visqueux à la sortie de la buse d'extrusion (2.1b). La polymérisation est réalisée sous hotte pendant une durée de 24 heures. Le matériau, une fois polymérisé, présente une couleur sombre, oscillant entre le vert foncé et le noir. Nous verrons que ce détail à son importance en rupture lors du suivi de l'avancée des fissures. Il convient de souligner que malgré la réception de deux lots présentant des nuances de couleur différentes, leurs propriétés mécaniques demeuraient identiques.

#### 2.1.1.2 Protocole de fabrication des éprouvettes

Cette section décrit la préparation des échantillons de traction, de compression et de fissuration DCDC et SENB. L'utilisation de moules aux dimensions des échantillons pour la mise en forme des éprouvettes d'un matériau polymère comme le MMA, présente plusieurs avantages par rapport à la fabrication et découpe de plaques. Principalement, l'usinage peut introduire des micro-fissures ou

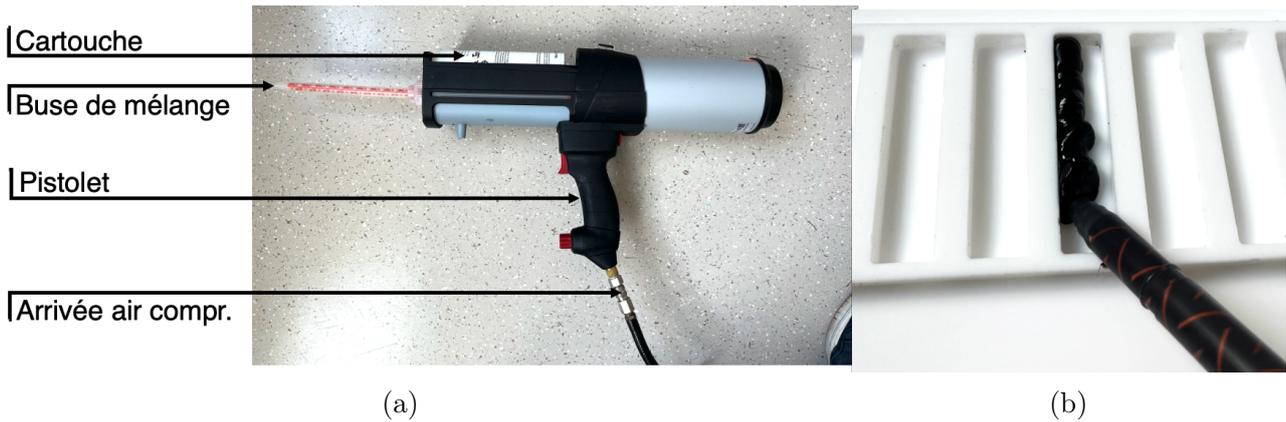


FIGURE 2.1 – (a) Pistolet à colle et buse mélangeuse, (b) Extrusion de polymère dans un moule.

d'autres défauts comme notamment une plasticité localisée. Ces défauts peuvent agir comme des amorces de rupture ou influencer les résultats des essais. Le moulage réduit le risque d'introduire ce type de défauts. Par ailleurs, les économies de matière, de temps et d'énergie sont notables lorsqu'on peut éviter les étapes d'usinage, de perçage et de découpe. Cependant, l'utilisation de moules réutilisables n'est pas sans inconvénient. Parmi les désavantages de cette technique, on note la nécessité de polir certaines surfaces des échantillons. Le polytétrafluoroéthylène (PTFE) a été employé pour réaliser tous les moules de notre étude, notamment pour sa capacité à résister à l'adhérence de la colle permettant un démoulage aisé, et sa facilité de nettoyage. Après avoir été coulé dans le moule, le polymère est ensuite arasé à l'aide d'une spatule métallique sur sa surface exposée à l'air libre afin de garantir des faces lisses et parallèles. Cette surface est ensuite recouverte d'un film en polytéréphtalate d'éthylène (PET) d'épaisseur  $50\ \mu\text{m}$ . Cette étape permet d'éviter tout contact avec l'oxygène qui peut agir comme un inhibiteur de la polymérisation du méthacrylate de méthyle, retardant ou même stoppant la réaction.

Il n'a cependant pas été possible de mouler toutes les éprouvettes, notamment celles de traction et de compression. Pour les éprouvettes destinées aux essais de traction nécessitant une épaisseur de seulement un millimètre, la méthode consistant à mouler des plaques de matériau suivie d'une découpe à l'emporte-pièce de type H2 (Figure 2.2) a été préférée. Cette dernière est simplifiée en plaçant préalablement les plaques quelques secondes dans de l'eau chaude afin de les rendre moins fragiles. La géométrie d'éprouvette choisie est détaillée en Figure 2.2c. Les éprouvettes de compression cylindrique avec méplat ont été obtenus en moulant des pavés transformés en cylindres grâce à un tour d'usinage. Un méplat de 4mm de large a été réalisé en polissant chaque échantillon dans le sens de la longueur. Cette surface plane permet d'observer la déformation locale en utilisant la corrélation d'images. La géométrie finale d'un échantillon est présentée en Figure 2.3.

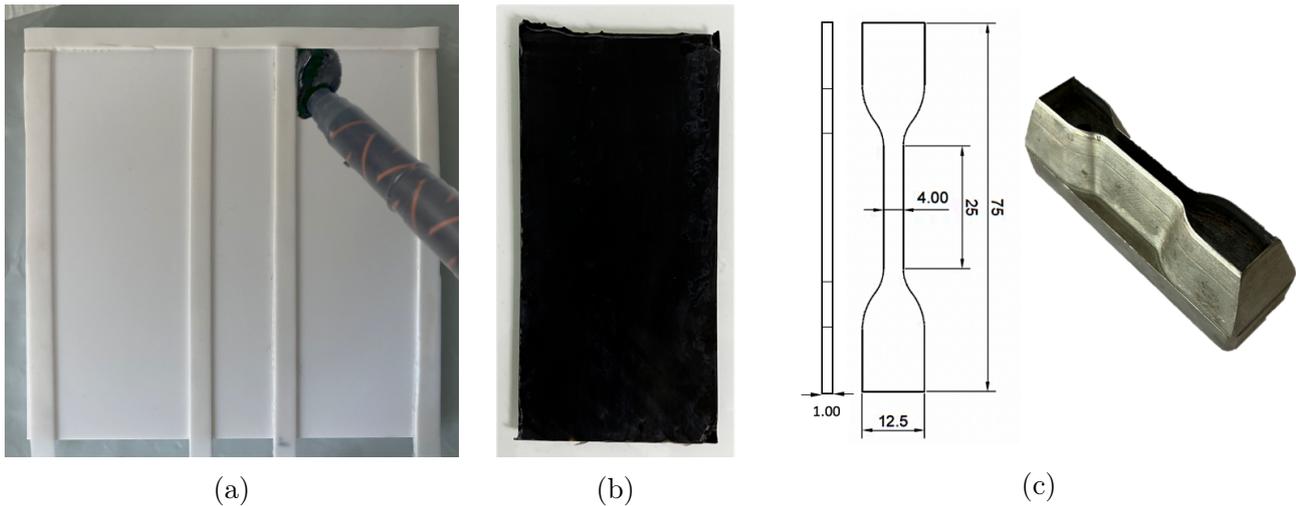


FIGURE 2.2 – (a) Moule en PTFE pour la fabrication de plaques de polymère destinées aux essais de traction, (b) Plaque fine de polymère obtenues après démoulage et (c) Géométrie d’une éprouvette de traction et un emporte-pièce de type H2.

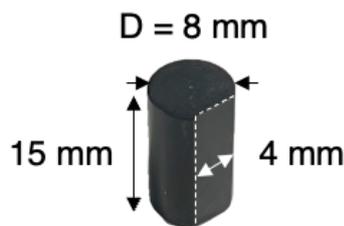


FIGURE 2.3 – Géométrie d’un échantillon en MMA destiné à un essai de compression.

Le moule des échantillons DCDC est présenté en Figure 2.4a. Les échantillons obtenus (Figure 2.4b) ont pour hauteur 50 mm, largeur 12 mm et épaisseur 5.3 mm. Chacun de ces échantillons comporte également un trou central d’un diamètre de 3 mm, réalisé grâce à la présence de tiges dans le moule. L’ensemble des dessins techniques du moule DCDC sont donnés en Annexe A.2 et A.1. Pour la réalisation d’échantillons SENB, le moule réalisé permet d’obtenir des échantillons de longueur 80 mm, largeur 18 mm et épaisseur 9 mm.

Les échantillons des essais DCDC et SENB ont été polis pour améliorer la planéité et le parallélisme de leurs surfaces. Cette étape a été réalisée sur une polisseuse rotative, le grain des papiers abrasifs variant 30 et 14  $\mu\text{m}$  pour la finition. Un outil spécifique a été conçu pour assurer le parallélisme des faces pendant le polissage (Figure 2.4c). Cette étape de polissage engendre une diminution de la taille des échantillons. Ainsi, la taille finale des échantillons rectangulaire de DCDC est de  $47 \pm 1 \text{ mm} \times 11.6 \pm 0.1 \text{ mm} \times 4.2 \pm 0.2 \text{ mm}$ , et celle des échantillons SENB,  $80\text{mm} \times 17 \pm 0.1 \text{ mm} \times 7.6 \pm 0.7 \text{ mm}$ .

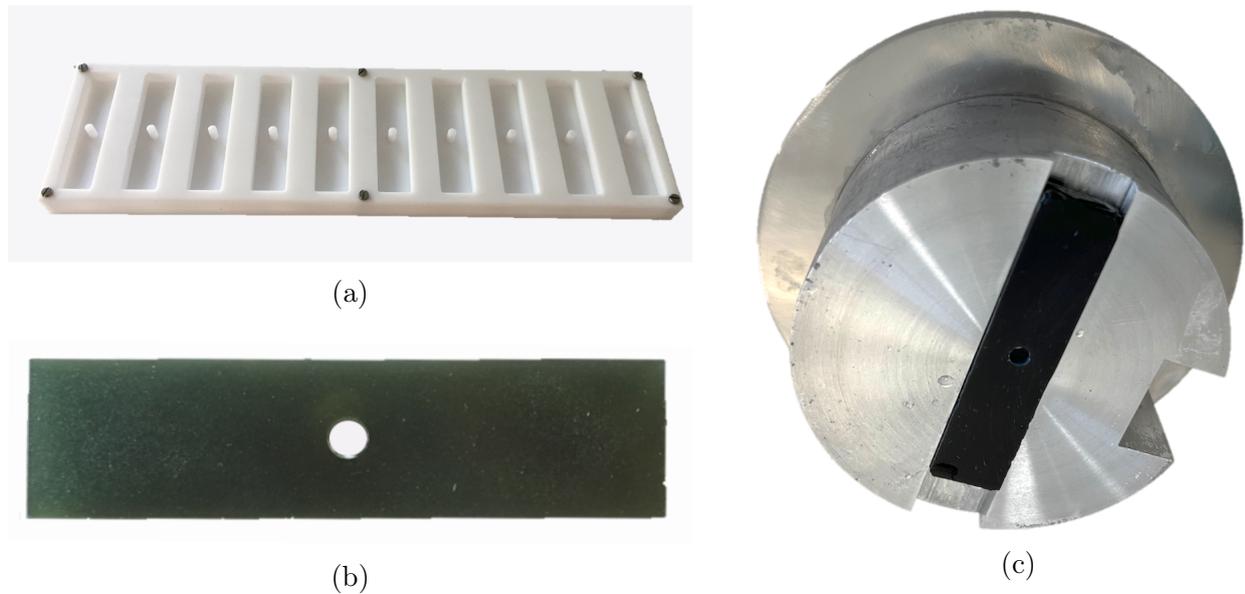


FIGURE 2.4 – (a) Moule en PTFE pour la fabrication d'éprouvettes d'essais DCDC, (b) Éprouvette DCDC après polissage et (c) Outil permettant d'assurer le parallélisme des surfaces pendant le polissage.

### 2.1.1.3 Analyse Mécanique Dynamique

Les polymères ont des propriétés viscoélastiques dépendant significativement de la température. Afin d'estimer qualitativement la viscoélasticité de notre matériau en fonction de la température, nous avons réalisé un test dynamique dans le domaine de comportement linéaire du matériau. Pour cela un barreau élancé a été soumis à une torsion oscillante à une fréquence et un angle de déflexion fixés alors que la température varie. Cette caractérisation a été menée avec le rhéomètre Anton Paar MCR 502 (Figure 2.5). Durant ce test, la mesure de la réponse en contrainte permet d'évaluer le déphasage de la réponse à la sollicitation appliquée et ainsi la viscosité. Si l'on note,  $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$  la déformation appliquée et  $\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta)$  la réponse du matériau, on peut introduire le module de conservation  $G'$  et le module de perte  $G''$  ainsi  $\sigma = \varepsilon_0 G' \sin(\omega t) + \varepsilon_0 G'' \cos(\omega t)$ . Ces quantités dépendent de la fréquence et de la température et caractérisent la viscoélasticité linéaire du matériau tout comme le facteur d'amortissement  $\tan(\delta)$ . A l'état vitreux, comme à l'état caoutchoutique, les polymères sont significativement moins viscoélastiques, ce qui se traduit par un facteur d'amortissement proche de zéro. Nous avons tracé sur la Figure 2.6, les quantités pré-citées en fonction de la température lors d'un essai mené à une fréquence de 1 Hz, une amplitude de déformation de 0.1% et une rampe de température de 1 °C/min. On note que la transition de l'état vitreux vers l'état caoutchoutique de notre matériau se situe entre 80 et environ 130 °C. La conséquence de ce résultat est que pour la suite de notre travail où le matériau sera sollicité à température ambiante et à des vitesses de déformations modérées

## 2.1. Matériaux étudiés

nous pourrons considérer le matériau à l'état vitreux et négliger les effets viscoélastiques.

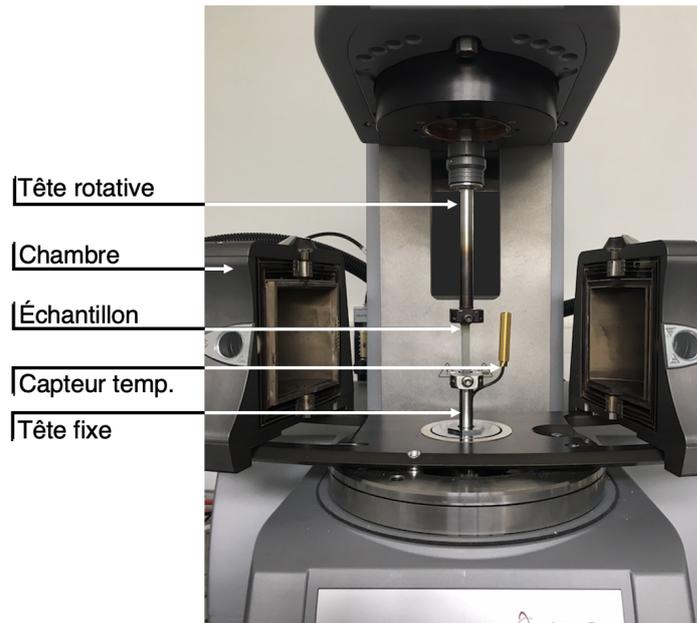


FIGURE 2.5 – Image d'un essai d'analyse dynamique en torsion.

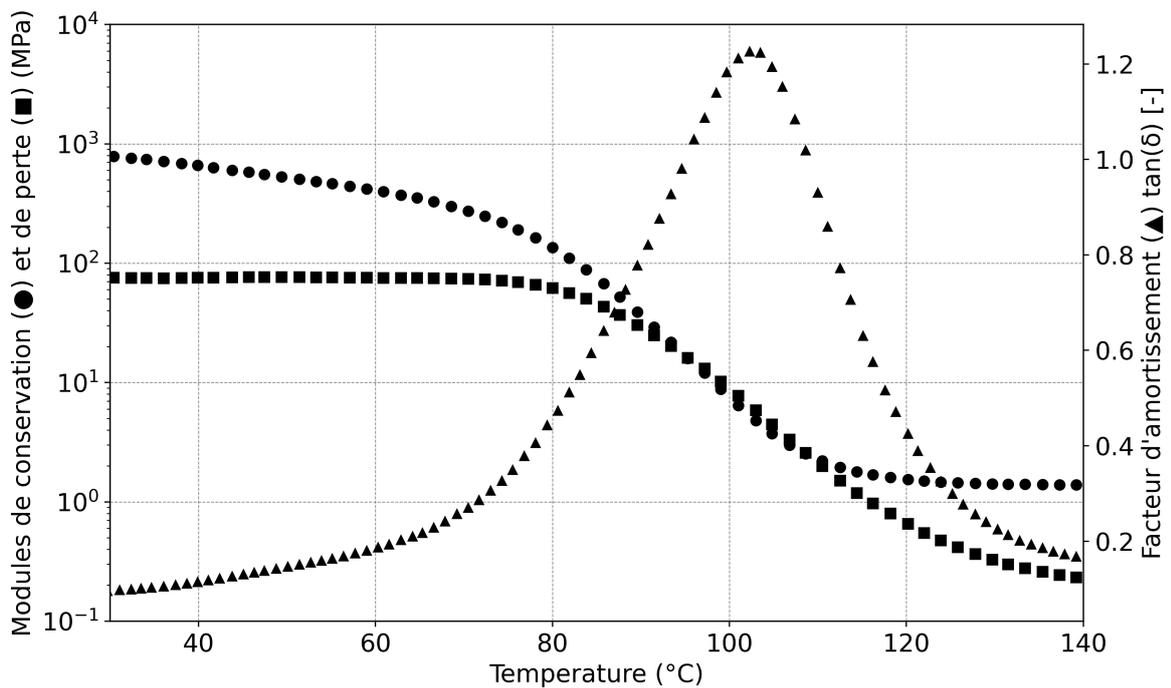


FIGURE 2.6 – Résultats de l'essai d'analyse dynamique sur MMA en torsion.

### 2.1.2 Matériau PMMA

Un polyméthacrylate de méthyle (PMMA) a été ajouté dans notre étude pour permettre la comparaison des deux essais pour un matériau élastique linéaire. Ce matériau présente plusieurs

avantages qui en font un candidat idéal pour notre étude. Son comportement est linéaire et isotrope, avec un module élastique qui est du même ordre de grandeur que celui de notre matériau d'intérêt. La fabrication d'éprouvettes de PMMA est généralement bien maîtrisée, ce qui garantit une bonne reproductibilité des résultats. De plus, il présente également une bonne transparence qui facilite une observation optique directe de la propagation de fissure. Enfin, son faible coût le rend accessible et disponible pour des études expérimentales. Le matériau commandé dans le commerce [1] a été réceptionné sous formes de barreaux rectangulaires coulés de section  $20 \times 20 \text{ mm}^2$  et des barreaux rectangulaires coulés de section  $12 \times 12 \text{ mm}^2$ .

**Remarque.** *La température de transition vitreuse du PMMA étant bien documentée dans la littérature [2, 3]. Elle varie généralement entre 90 et 120 °C, et par conséquent le PMMA est à l'état vitreux à température ambiante. On peut ainsi s'affranchir d'une caractérisation par DMA qui aurait demandé un usinage fastidieux du fait de l'épaisseur des échantillons.*

Trois types d'échantillons ont été préparés pour l'étude du PMMA. D'abord, des pavés, obtenus directement à partir des barreaux de  $12 \times 12 \text{ mm}^2$  reçus prédécoupés de longueur 50 mm. Ces premiers échantillons ont servi à des essais de compression pour déterminer le module de compression et le coefficient de Poisson. Ensuite, pour les essais de fissuration DCDC, des pavés équivalents ont été percés en leur centre avec un forêt de 3 mm de diamètre à une vitesse réduite pour éviter toute surchauffe. Enfin, les échantillons destinés aux essais de fissuration SENB ont été réalisés à partir des barreaux de section  $20 \times 20 \text{ mm}^2$  reçus prédécoupés de longueur 80mm.

## 2.2 Caractérisation du comportement mécanique en petites déformations

L'avantage des essais sur matériaux massiques est qu'ils permettent de s'affranchir des effets de structures et de confinement des assemblages. Tous les essais présentés dans cette section ont été menés à température ambiante.

### 2.2.1 Réponses en traction uniaxiale

Les essais de traction uniaxiale ont été réalisés sur une machine de traction Instron 5967 équipée d'une cellule de force de 10 kN. Le matériel utilisé pour le suivi de marqueur est une caméra JAI SP-20000 (20M pixels) équipée d'un objectif télécentrique de grossissement 1.0 et de taille de pixel  $6.4 \mu\text{m}$ . L'éclairage est assuré avec une lumière LED installée proche de l'échantillon. Afin de réaliser une mesure de la déformation locale, un mouchetis est réalisé à l'aide d'un aérographe

en surface des échantillons (Figure 2.7). Quatre marqueurs virtuels sont placés pour suivre les déformations longitudinale et transversale au centre de l'éprouvette (Figure 2.7). Les essais ont ainsi été réalisés à trois vitesses de déformations constantes  $1E^{-5}$ ,  $1E^{-4}$  et  $1E^{-3} s^{-1}$ . Quatre échantillons ont été testés à chaque vitesse de déformation pour s'assurer de la bonne répétabilité des essais et les courbes sont présentées en Annexe A.3. Une courbe de contrainte-déformation représentative du comportement aux trois vitesses de déformation sont représentées sur la Figure 2.9a. La barre d'erreur sur la contrainte à rupture est notée en rouge sur la dernière valeur des courbes, tandis que la pente initiale pour l'estimation du module de Young est affichée en pointillés rouges.

Le module de Young  $E$  et le coefficient de Poisson sont mesurés pour des déformations longitudinales inférieures à 0.5% afin d'assurer de rester dans le domaine élastique linéaire du matériau. La figure 2.8 présente l'estimation pour un échantillon du coefficient de Poisson. Les modules de Young et coefficient de Poisson obtenus sont donnés dans le tableau 2.1.

Plusieurs observations sont à noter. Tout d'abord, une faible dépendance à la vitesse de chargement est visible dans la partie élastique linéaire, comme on peut le constater sur la Figure 2.9a, ce qui valide l'hypothèse faite précédemment à la lecture des courbes de DMA, à savoir qu'il était raisonnable de négliger la viscoélasticité du matériau. Ensuite, le comportement est visco-plastique c'est-à-dire que le seuil de plasticité dépend de la vitesse de chargement. On observe en effet une forte variation de la valeur atteinte au niveau du plateau plastique, qui varie de 17.2 MPa à 20.5 MPa pour des vitesses respectives de  $1E^{-5}$  et  $1E^{-3} s^{-1}$ . Une ductilité assez importante est également observée, le matériau pouvant se déformer significativement, atteignant une déformation à rupture de l'ordre de 7 à 9 % selon le taux de chargement. On note une variabilité sur la déformation à rupture, notamment lorsque la vitesse de déformation augmente. Durant le chargement, un blanchiment significatif des éprouvettes testées est également observé. Ce changement de couleur est caractéristique de l'apparition de bandes de cisaillement plastique dans les polymères. Ce phénomène se manifeste de manière diffuse sur toute la section la plus fine de l'éprouvette et est particulièrement accentué dans la zone fracturée, comme l'illustre Figure 2.9b. Cependant, on n'observe pas de striction de l'éprouvette.

Du fait de la géométrie épaisse des barreaux de PMMA, ce matériau n'a pas été testé en traction, cependant il l'a été en compression uniaxiale.

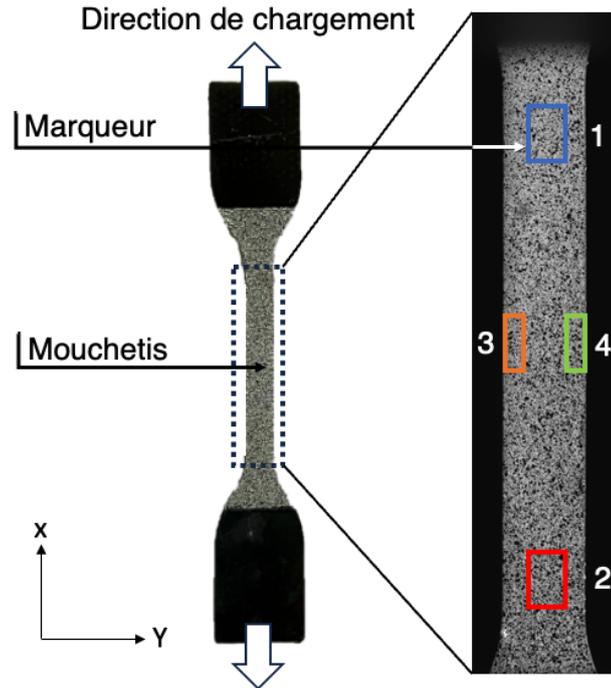


FIGURE 2.7 – Mouchetis sur une éprouvette de traction, direction de chargement, et marqueurs pour suivi des déformations.

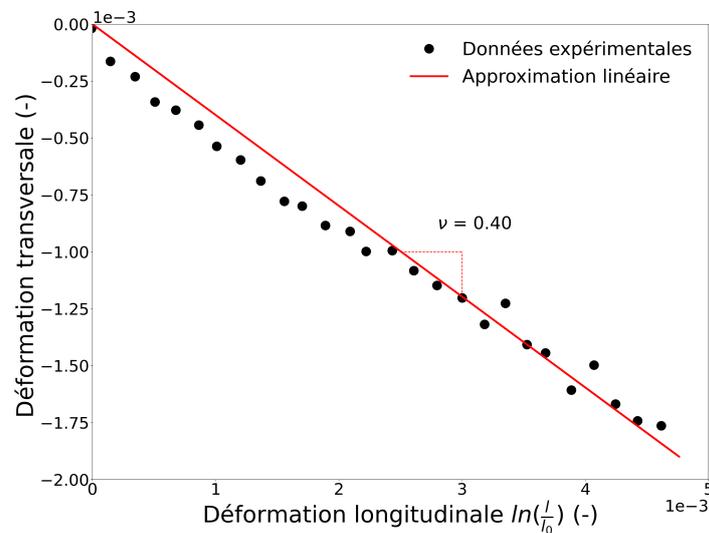


FIGURE 2.8 – Estimation du coefficient de Poisson en petites déformations.

Vitesse de déformation ( $s^{-1}$ )	$1E^{-3}$	$1E^{-4}$	$1E^{-5}$
Module de Young E (MPa)	$1573 \pm 145$	$1506 \pm 82$	$1470 \pm 25$
Coefficient de Poisson $\nu$ (-)	$0.40 \pm 0.02$	$0.38 \pm 0.02$	$0.42 \pm 0.03$
Plateau plastique $\sigma_c$ (MPa)	$17.2 \pm 0.1$	$18.3 \pm 0.4$	$20.5 \pm 0.6$

TABLE 2.1 – Module de Young, Coefficient de Poisson et plateau plastique obtenus à trois vitesses de déformation en traction uniaxiale pour le MMA.

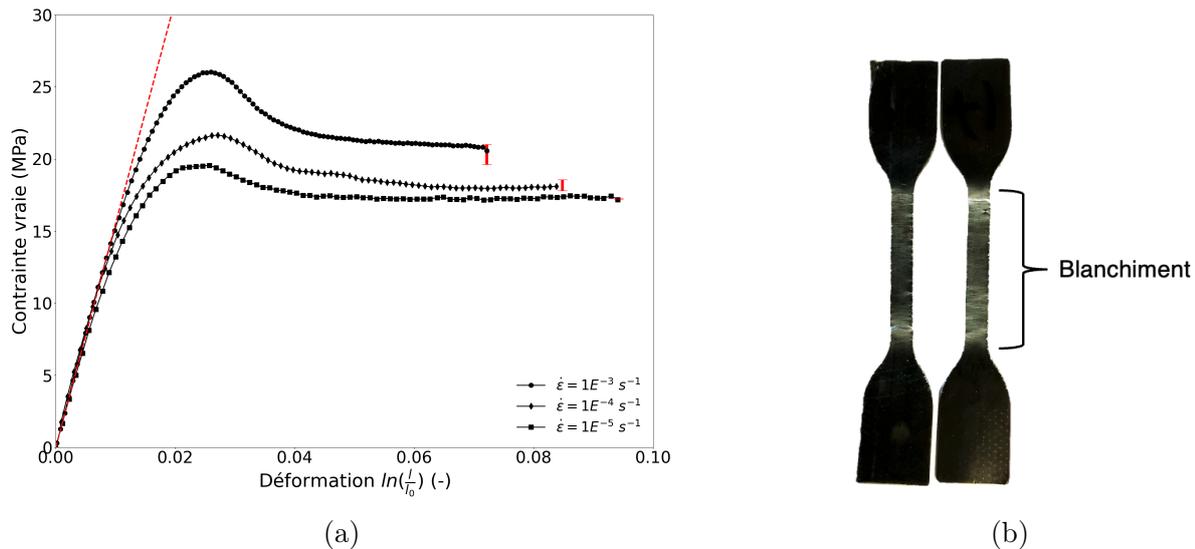


FIGURE 2.9 – Résultats de l’essai de traction sur MMA (a) Courbes contrainte vs. déformation pour trois vitesses de déformation imposées (b) Blanchiment de l’échantillon par plasticité.

### 2.2.2 Compression uniaxiale à différentes vitesses

Les essais de compression uniaxiale ont été réalisés sur les deux matériaux. Les essais sur le PMMA ont été réalisés sur six échantillons rectangulaires de section carrée de dimension  $12 \times 12$  mm<sup>2</sup> à une vitesse de déplacement de traverse constante de 0.1 mm/min en petites déformations pour estimer le module de Young et le coefficient de Poisson. Cet essai a également été mené sur le matériau MMA. De par la faible dimension des éprouvettes, il a été choisi de réaliser cet essai sur une machine différente, apportant un champ d’observation plus précis. Le méplat moucheté a été observé avec une caméra CCD (PROSILICA GX3300 - 3296(h)x2472(v) px) équipée d’un objectif (Mitutoyo - x10) et bénéficiant d’un montage multi-axes. La configuration développée par Hakim Gharbi, ingénieur au LMS est décrite dans les références [4, 5]. Un pixel correspond à une taille de  $0.55 \mu\text{m}$  sur l’objet étudié, permettant d’obtenir une très bonne estimation de la déformation locale. L’un des avantages de cette instrumentation est qu’il est possible de régler la caméra parfaitement perpendiculairement à la surface du méplat lors d’une mise en place automatisée par maximisation de contraste du mouchetis. L’inconvénient majeur est que les essais ne peuvent pas être menés à vitesse de déformation imposée. Une grille de 4x6 marqueurs est placée autour du centre de l’éprouvette et permet d’estimer les déformations longitudinale et transverse. L’essai a donc été mené à deux vitesses de déplacement,  $0.15$  et  $1.5 \mu\text{m s}^{-1}$  qui permettent d’obtenir macroscopiquement des vitesses de déformation proches des  $1E^{-5}$  et  $1E^{-4} s^{-1}$  appliquées en traction. Deux échantillons ont été testés à chaque vitesse. D’après les courbes présentées en Figure 2.10, le module de Young en compression pour le PMMA est estimé à  $1710 \pm 20$  MPa.

Le coefficient de Poisson est quant à lui estimé  $0.40 \pm 0.01$ . La Figure présente la réponse en compression du MMA pour les deux vitesses de compression appliquées. Notons qu'il y a une portion non linéaire au début des courbes de contrainte en fonction de la déformation, due à la mise en place des éprouvettes. Le module de Young et le coefficient de Poisson en compression ont été estimés sur la section linéaire des courbes située entre -1 % et -1.5 % de déformation des courbes présentées en Figure 2.11. Pour les vitesses de 0.15 et 1.5  $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , les modules de Young sont estimés à  $1400 \pm 25$  MPa et 1700 MPa respectivement. Les coefficients de Poisson sont évalués à  $0.42 \pm 0.02$  pour ces deux vitesses. Enfin les contraintes de plasticité sont estimées à la valeur plateau de la contrainte, c'est à  $34 \pm 2$  et  $44 \pm 2$  MPa, respectivement pour les vitesses de 0.15 et 1.5  $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Les données sont récapitulées dans le tableau 2.2. Le comportement observé des courbes de compression de MMA, caractérisé par une phase linéaire élastique suivie d'une phase non linéaire pour finalement atteindre un plateau de contrainte, semble pouvoir être approximé par un comportement de plasticité parfaite. Dans ce cas, le seuil élastique, ou limite d'élasticité, correspondrait au niveau de contrainte représenté par ce plateau.

Vitesse de déplacement ( $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	1.5	0.15
Module de Young E (MPa)	$1700 \pm 30$	$1400 \pm 25$
Coefficient de Poisson $\nu$ (-)	$0.42 \pm 0.02$	$0.42 \pm 0.02$
Seuil de plasticité $\sigma_c$ (MPa)	44	34

TABLE 2.2 – Module de Young, Coefficient de Poisson et plateau plastique obtenus à deux vitesses de déplacement en compression uniaxiale pour le MMA.

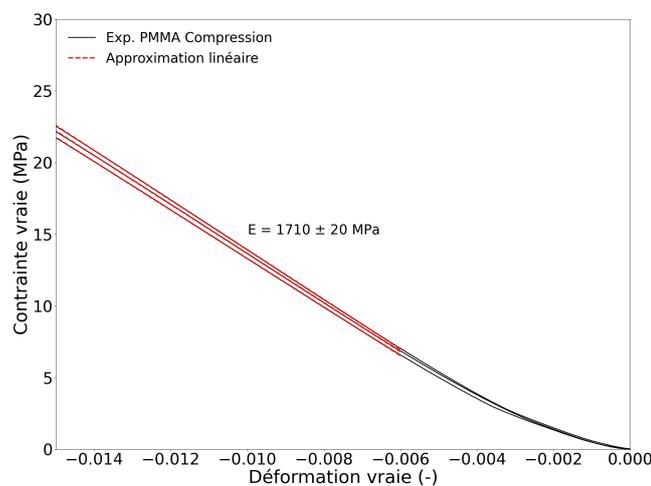


FIGURE 2.10 – Résultat de compression sur PMMA à 0.1 mm/min : Estimation du module de compression.

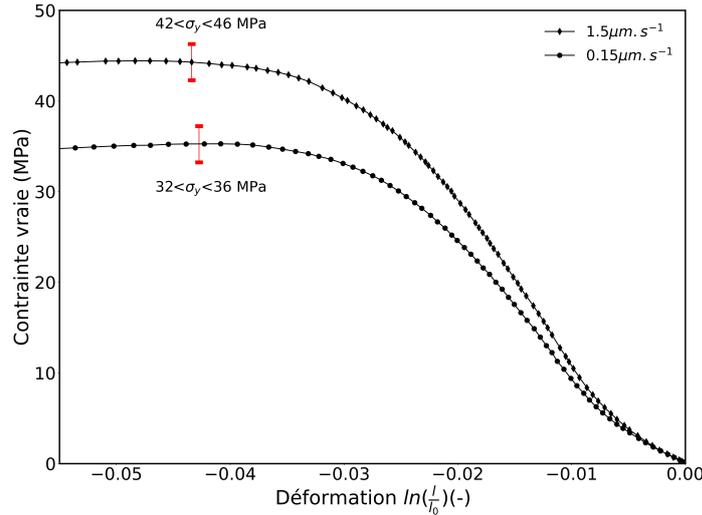


FIGURE 2.11 – Résultats de compression sur MMA à deux vitesses de déplacement imposées.

## 2.3 Test de fissuration DCDC

Cette section se penche sur l’essai de fissuration DCDC appliqué aux deux matériaux de notre étude. Nous explorons d’abord le protocole de réalisation des entailles, élément crucial de la préparation de l’échantillon. Ensuite, la mise en place et les paramètres de l’essai sont présentés. Enfin, les résultats expérimentaux obtenus sont exposés et discutés. Tous les essais présentés dans cette section ont été menés à température ambiante.

### 2.3.1 Réalisation des pré-entailles

Pour l’essai DCDC, l’objectif est de faire une entaille à chaque pôle du trou circulaire au milieu de l’éprouvette. De ce fait, l’utilisation d’une scie à disque ou d’une scie à fil est immédiatement écartée. Nous avons donc testé la méthode proposée par Nielsen et al. [6], consistant à appliquer une faible compression cyclique en augmentant progressivement la charge maximale jusqu’à voir apparaître une pré-fissure. Cette technique n’a toutefois pas permis la création d’une amorce de fissure en raison de la forte déformation plastique localisée autour du trou apparaissant avant toute initiation, et ceci pour le PMMA (Figure 2.12) comme pour le MMA. La pré-entaille peut également être créée avec une lame de rasoir. D’après De Souza et al. [7], il est préférable de taper la lame plutôt que de l’enfoncer lentement, afin de limiter l’apparition de contraintes résiduelles en pointe de pré-fissure. Pour cela, un dispositif spécifique a été élaboré, consistant à fixer une lame de rasoir de coupe-tuyaux (RS PRO 15 mm) triangulaire sur un support métallique, lui-même positionné au-dessus du trou de l’échantillon, illustré en Figure 2.12. La lame est enfoncée instantanément dans l’échantillon grâce à l’effort contrôlé issu de la chute d’une masse de 300

g d'une hauteur de 200 mm sur le support métallique. Ce moyen de création des pré-fissures a été utilisé avec succès pour le matériau PMMA. Malheureusement, il a fallu trouver une autre méthode pour le matériau MMA, du fait de trop grandes déformations plastiques visibles à l'issu de la préparation. Ainsi, les pré-entailles ont été effectuées manuellement en utilisant un fil diamanté de 0.3 mm de diamètre. Enfin, chaque pré-fissure et pré-entaille a été observée au microscope optique afin de s'assurer que l'angle par rapport à la verticale était inférieur à  $2^\circ$  et de mesurer sa longueur.

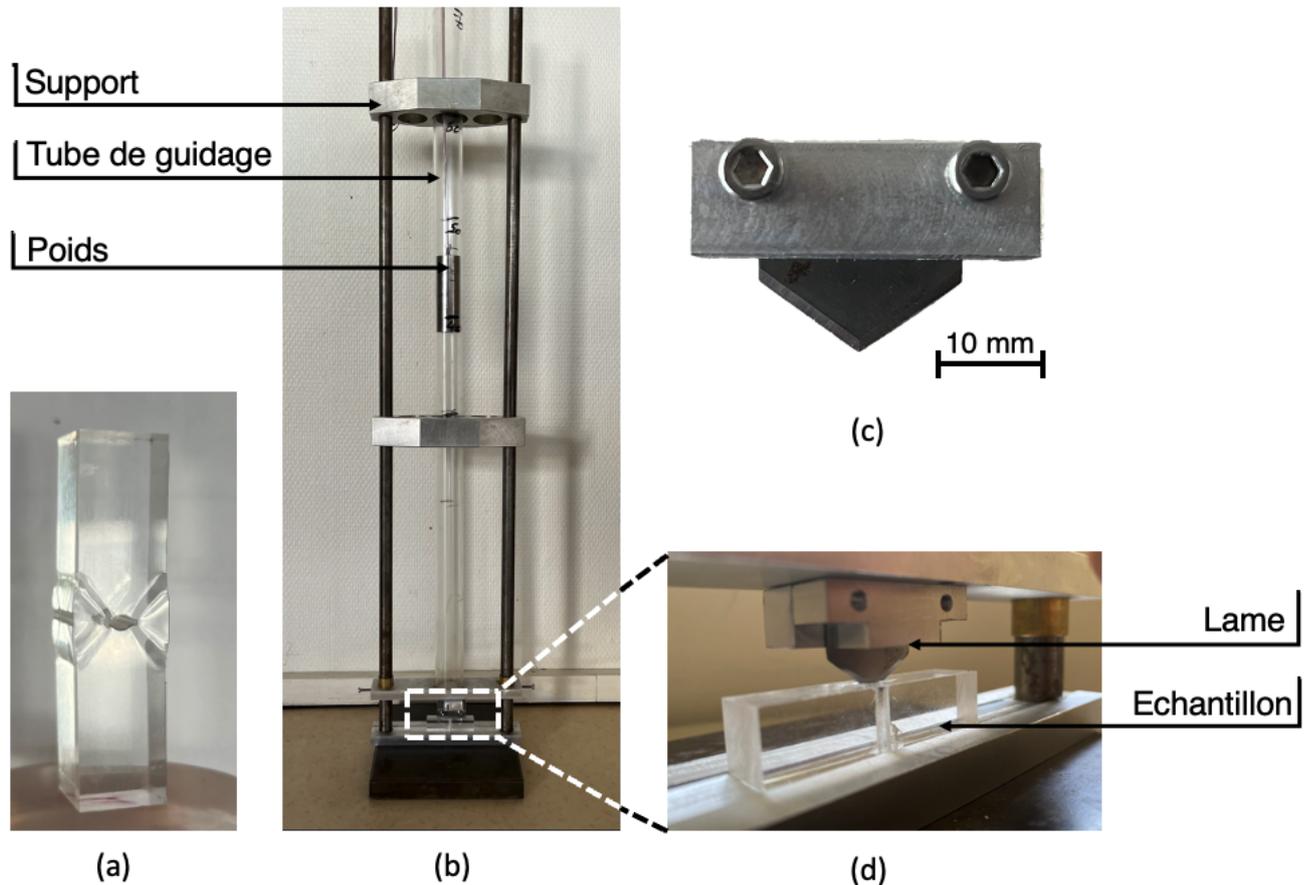


FIGURE 2.12 – (a) Échantillon sans pré-entaille présentant une déformation plastique résiduelle après chargement sinusoïdale, (b) Montage pour la création de pré-fissures sur un échantillon de PMMA pour l'essai DCDC, (c) Lame de rasoir pointue et (d) Zoom sur la lame et l'échantillon.

### 2.3.2 Paramètres d'essai et analyse

Les essais ont été réalisés à vitesse de traverse constante. Le déplacement de la traverse et l'effort de compression sont les quantités macroscopiques enregistrées pendant l'essai. Une caméra JAI SP-20000 (20M pixels) équipée d'un objectif télécentrique de grossissement 1.0 et de taille de pixel  $6.4 \mu\text{m}$ , a été utilisée pour suivre l'avancée de fissure au cours de l'essai. Les essais réalisés sur le PMMA n'ont pas demandé de montage spécifique. En revanche, pour le matériau

MMA, des essais préliminaires ont montré un flambement hors plan des éprouvettes, du fait de la géométrie élancée des éprouvettes. Augmenter l'épaisseur des échantillons n'a pu être réalisé sans accentuer l'opacité des éprouvettes et dégrader l'observation de la propagation de fissures au cœur des échantillons. Par conséquent, comme proposé dans [6, 8], un montage pour éviter le flambement a alors été conçu. Des plaques de PMMA d'épaisseur 10mm ont été placées à l'avant et à l'arrière de l'échantillon (Figure 2.13). Une huile lubrifiante déposée entre les surfaces en contact a permis d'éviter les frottements. Pour permettre le suivi de l'avancée de fissure, une lumière LED a été installée en arrière-plan de l'éprouvette afin d'augmenter sa transparence. L'observation des champs de déformation par corrélation d'images (DIC) n'a pas pu être mise en œuvre. En effet, l'utilisation d'huile lubrifiante a entravé la mise en œuvre de la DIC puisque la présence de gouttes d'huile sur la surface de l'échantillon aurait compromis la fiabilité de la corrélation.

Pour le PMMA, quatre échantillons ont été testés pour un déplacement de traverse de 0.1 mm/min. Pour le MMA, les essais ont été menés à deux vitesses de déplacement, 0.5 et 5  $\mu\text{m/s}$  qui permettent d'obtenir macroscopiquement des vitesses de déformation proches des vitesses  $1\text{E}^{-5}$  et  $1\text{E}^{-4} \text{ s}^{-1}$  appliquées en traction et compression. Quatre échantillons ont été testés avec succès à la vitesse la plus lente et deux à la vitesse la plus rapide. Afin de suivre l'avancée de la fissure, les images prises pendant le chargement (Figures 2.14 et 2.15) ont été analysées à l'aide du logiciel ImageJ [9]. On note ici que la propagation des fissures dans les échantillons MMA a principalement eu lieu au cœur des échantillons. Ainsi pour chaque matériau, nous pouvons extraire de ces essais deux éléments, la réponse macroscopique de l'échantillon que nous tracerons en termes de contrainte en fonction de la déformation et l'avancée de la fissure en termes de la déformation imposée.

### 2.3.3 Résultats

Pour le matériau PMMA, la courbe de contrainte en fonction de la déformation (Figure 2.16a) montre une pente de chargement linéaire puis une chute rapide de la contrainte après l'initiation de la propagation de la fissure matérialisée par une croix rouge. La Figure 2.16b illustre la progression de la fissure en fonction de la déformation appliquée. On observe que la propagation démarre aux alentours de 3.6% de déformation. Après l'initiation, la fissure évolue très rapidement, atteignant une longueur de plus de 10 mm après seulement 0.2% de déformation supplémentaire. Il est cependant intéressant de constater que cet essai permet une propagation plutôt stable de la fissure, comme cela avait été observé par plusieurs auteurs [6, 10]. On observe une bonne reproductibilité des résultats pour les quatre échantillons. Le taux de restitution d'énergie critique a pu être

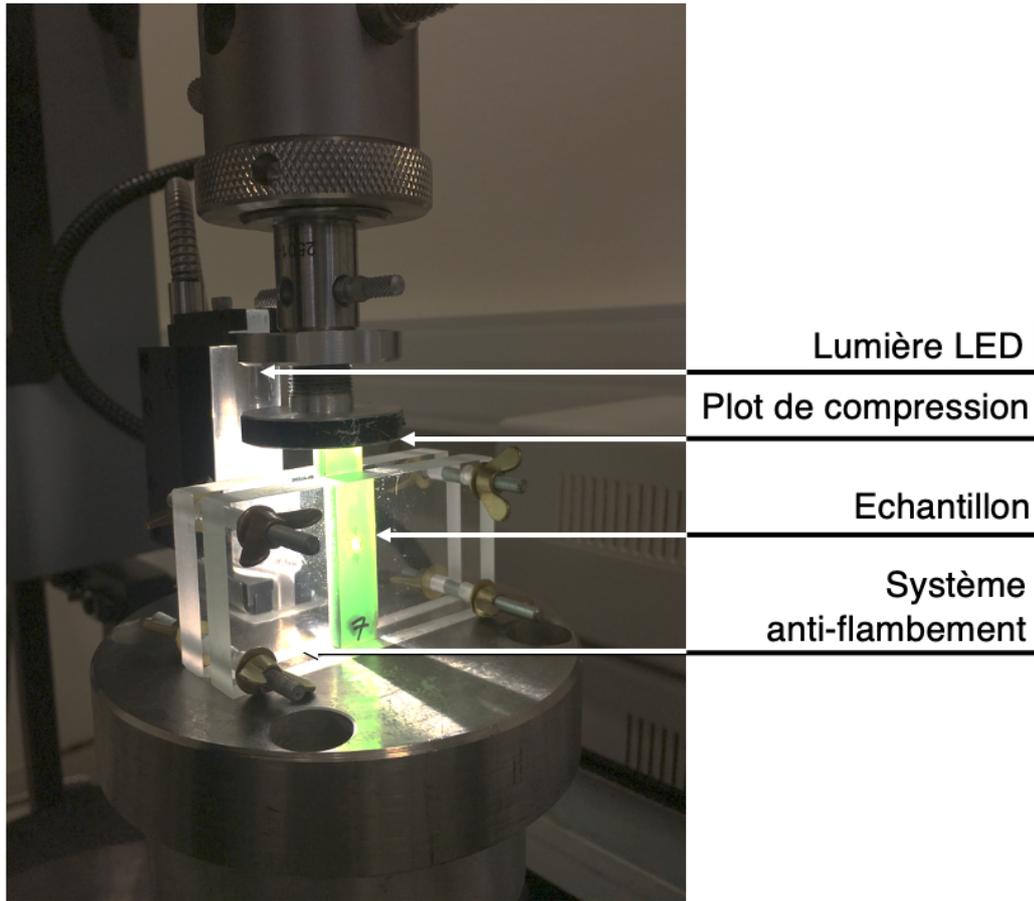


FIGURE 2.13 – Installation d'un essai DCDC sur éprouvette en MMA.

estimé en se plaçant dans le cadre de la mécanique de la rupture fragile. Différentes formules du facteur d'intensité de contrainte, estimées via les éléments finis, sont proposées dans la littérature [11, 12, 13, 14, 15, 16]. Nous avons utilisé dans notre étude la formule analytique (2.1), développée par Wang et al. [16] correspondante à notre géométrie et taille de fissure :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi R} \frac{\left(1 + \frac{a}{R}\right)}{A_1 \left(\frac{w}{R}\right) + \frac{a}{R} B_1 \left(\frac{w}{R}\right)} \quad \left(0.4 \leq \frac{a}{R} \leq \frac{w}{R} \text{ et } 2 \leq \frac{w}{R} \leq 6\right)$$

$$A_1 \left(\frac{w}{R}\right) = 0.034 + 1.332 \frac{w}{R} - 0.234 \left(\frac{w}{R}\right)^2 \quad (2.1)$$

$$B_1 \left(\frac{w}{R}\right) = -1.453 + 1.751 \frac{w}{R} - 0.138 \left(\frac{w}{R}\right)^2$$

où  $K_I$  le facteur d'intensité de contrainte,  $a$  la longueur de fissure,  $R$  le rayon,  $w$  la demi-largeur de l'échantillon, et  $\sigma$  la contrainte mesurée sur la face supérieure. Le facteur d'intensité de contrainte  $K_I$  obtenu à partir de la formule (2.1), est tracé en fonction de  $\delta_a/R$  en Figure 2.16c et atteint une valeur à l'initiation de la propagation  $K_{Ic} = 0.46 \pm 0.05 \text{ MPa}\sqrt{m}$ . Cette valeur est inférieure à celles obtenues dans certains travaux antérieurs, qui rapportent pour ce même essai et sur un PMMA des valeurs comprises entre 0.6 et 1.7  $\text{MPa}\sqrt{m}$  [10, 6, 14], du fait d'une valeur de contrainte à l'initiation inférieure à celles généralement reportées dans la littérature. À la rupture, la formule

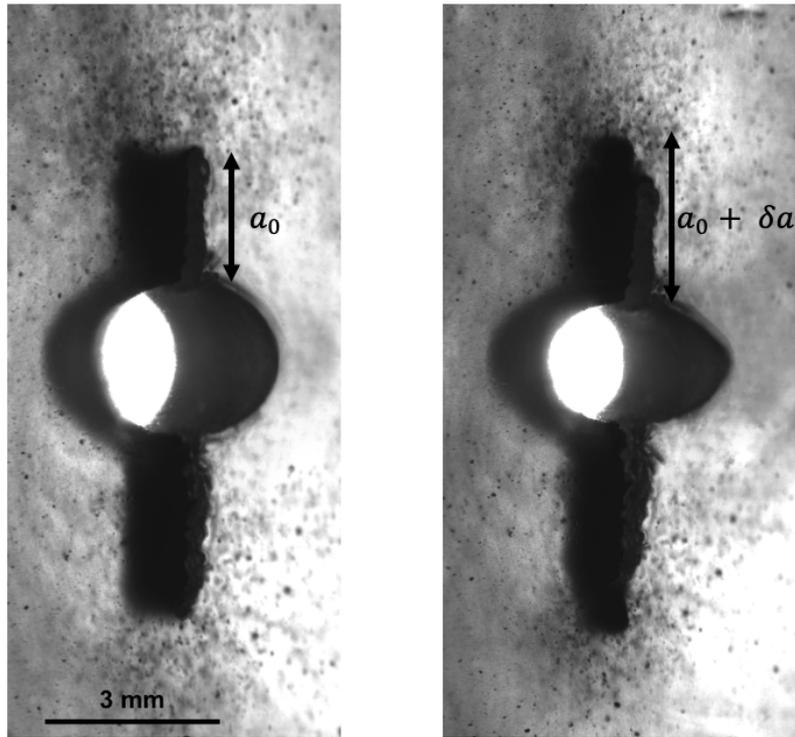


FIGURE 2.14 – Propagation d’une fissure dans un échantillon de MMA.

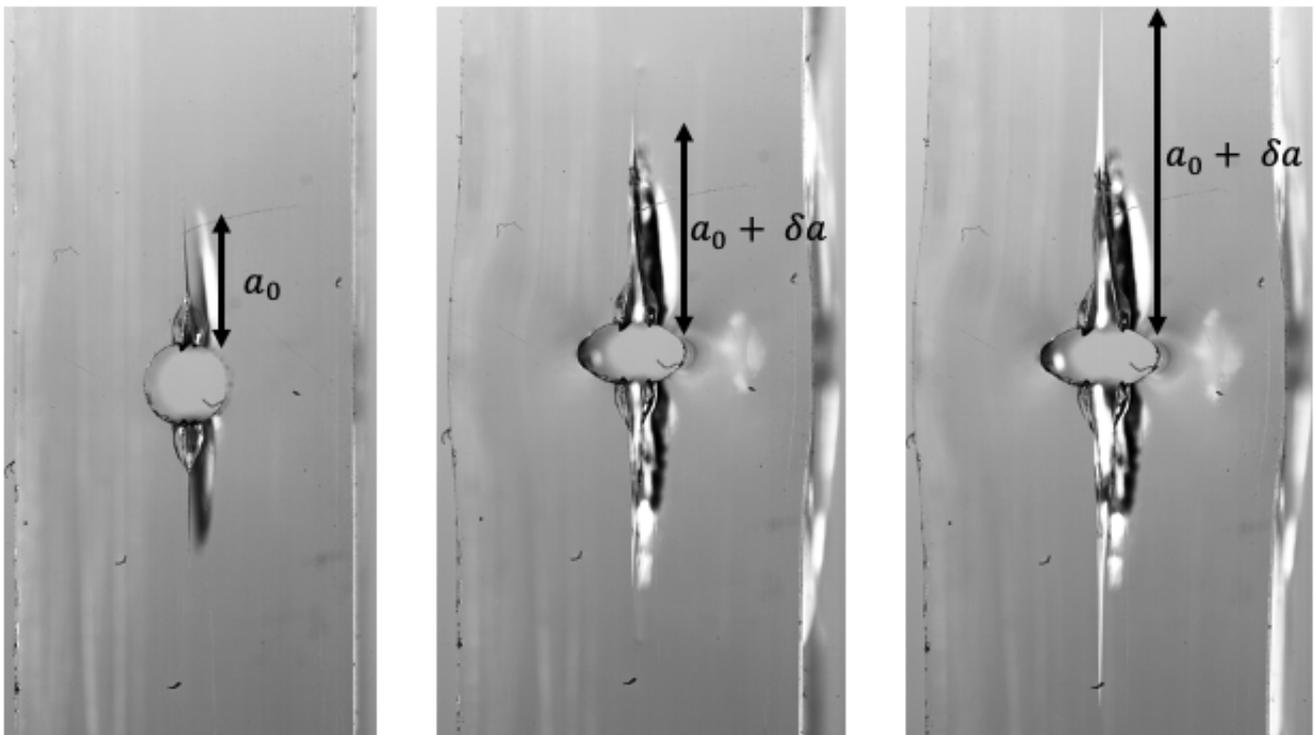


FIGURE 2.15 – Propagation d’une fissure dans un échantillon de PMMA.

$G_c = (K_{Ic})^2/E$  nous permet d’obtenir le taux de restitution d’énergie critique du matériau, égal à  $0.12 \pm 0.01$  MPa.mm. Cette valeur est comprise dans la gamme de valeurs généralement obtenues pour le PMMA, variant de 0.12 à 0.49 MPa.mm [6, 17].

La Figure 2.17a montre les courbes de contrainte en fonction de la déformation pour quatre échantillons de MMA testés à  $0.5 \mu\text{m/s}$ . On remarque une pente initiale quasi-linéaire suivie d'un plateau plastique autour de 25 MPa. On note ici que l'apparition des fissures, notée par une barre rouge sur ce graphique, apparaît au début du plateau plastique. La largeur de cette barre rouge représente l'incertitude de la mesure, qui correspond à une incertitude d'une image. Nous rappelons que les images sont enregistrées toutes les 50 secondes. Après l'initiation de la fissure, on n'observe pas de chute de la contrainte comme pour le PMMA, celle-ci restant constante. Le graphique 2.17b démontre que les fissures se propagent avec une vitesse de propagation quasi constante. On remarque également une bonne répétabilité des résultats. On note ici qu'une cavité est visible en amont de la pointe de fissure uniquement à l'initiation de la propagation pour la majorité des échantillons observés.

La Figure 2.18 montre les courbes de contrainte en fonction de la déformation obtenues à la vitesse de chargement la plus élevée. On remarque que le plateau plastique apparaît à une contrainte plus élevée, autour de 30 MPa, ce qui est en accord avec le caractère viscoplastique observé sur les essais de traction et compression. On observe une initiation de fissure qui apparaît légèrement en amont du plateau plastique. Les pentes des courbes d'avancée de fissure en fonction de la déformation macroscopique appliquée sont relativement proches pour les deux vitesses de chargement si l'on se réfère aux Figures 2.17b et 2.18b.

L'observation post-mortem des échantillons, présentée sur la Figure 2.19, montre une déformation résiduelle importante dans la zone autour du trou et un blanchiment de la zone fissurée. Ce changement de couleur est caractéristique de l'observation d'une rupture ductile.

## 2.4 Test de fissuration SENB

Cette section détaille la réalisation des entailles, les paramètres d'essais et l'analyse des résultats pour l'essai SENB.

### 2.4.1 Réalisation des entailles

La technique de réalisation de l'entaille sur l'essai SENB a prouvé son importance sur l'estimation de la ténacité des polymères observés dans différentes études [18]. Pour chaque matériau, deux techniques d'entaillage ont été réalisées. La première a consisté à réaliser une entaille sur la demi-largeur de l'éprouvette avec une scie à fil diamanté (Figure 2.20a). La longueur moyenne de pré-entaille obtenue est de  $0.48 \times w$  pour les échantillons de PMMA et de  $0.5 \times w$  pour les échantillons de MMA. Pour la seconde méthode, une première pré-entaille a été obtenue avec le fil

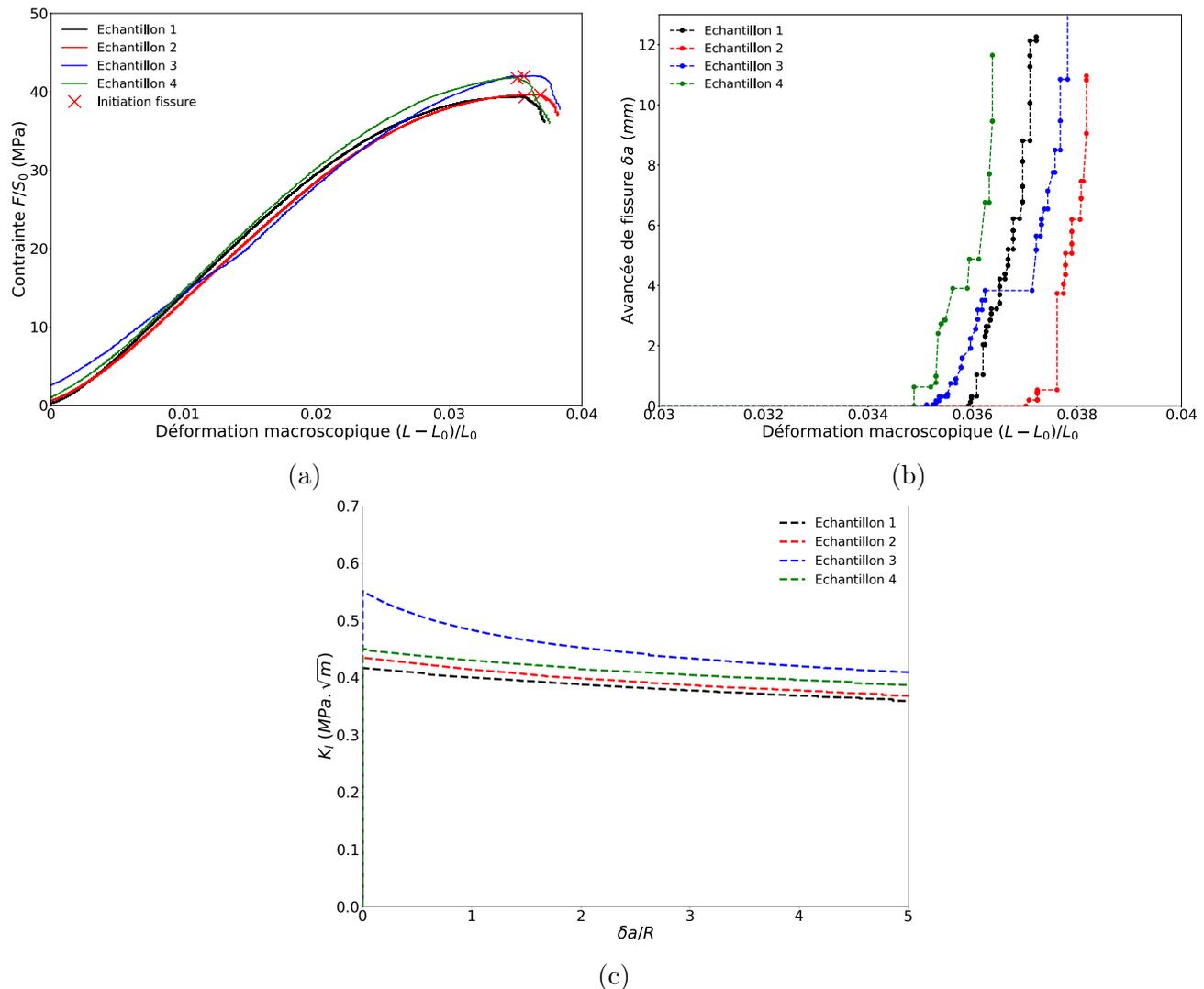


FIGURE 2.16 – Résultats de l’essai de DCDC sur PMMA à 0.1 mm/min (a) Courbes contrainte vs. déformation macroscopique, (b) Courbes d’avancée de fissure vs. déformation macroscopique, (c) Facteur d’intensité de contrainte en fonction de l’avancée de fissure normalisée.

diamanté sur un quart de la largeur de l’éprouvette. Puis, une lame de rasoir plate a été insérée en fond de pré-entaille puis tapée en utilisant le montage de la Figure 2.12.b utilisé pour les échantillons DCDC, afin d’initier une pré-fissure (Figure 2.20b). La pré-entaille servant de guide pour la lame de rasoir, permet d’obtenir simplement des pré-fissures droites. Afin d’obtenir des pré-fissures de quelques millimètres sans observer une fissure complète des échantillons, un poids modéré de 300g est choisi qui est lâché plusieurs fois sur l’échantillon. L’inconvénient de cette technique est une certaine variabilité dans la longueur initiale de la pré-fissure. En effet, on peut lire dans la littérature [19], l’impact non négligeable de la longueur initiale de la pré-fissure sur cet essai. Par conséquent, chaque pré-fissure et pré-entaille a été mesurée au microscope optique et les échantillons dont la pré-entaille ou la pré-fissure déviait de l’alignement vertical d’un angle supérieur à  $2^\circ$  ont été écartés comme dans le cas des essais DCDC. La longueur finale de pré-

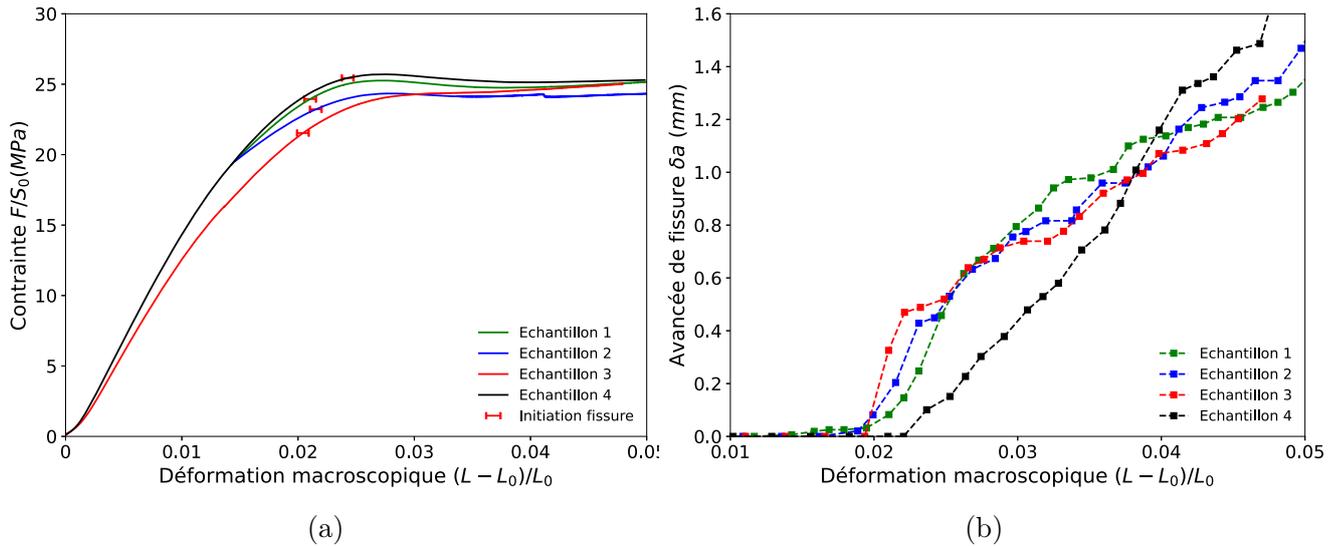


FIGURE 2.17 – Résultats de l'essai de DCDC sur MMA à  $0.5 \mu\text{m/s}$  (a) Courbes contrainte vs. déformation macroscopique et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déformation macroscopique.

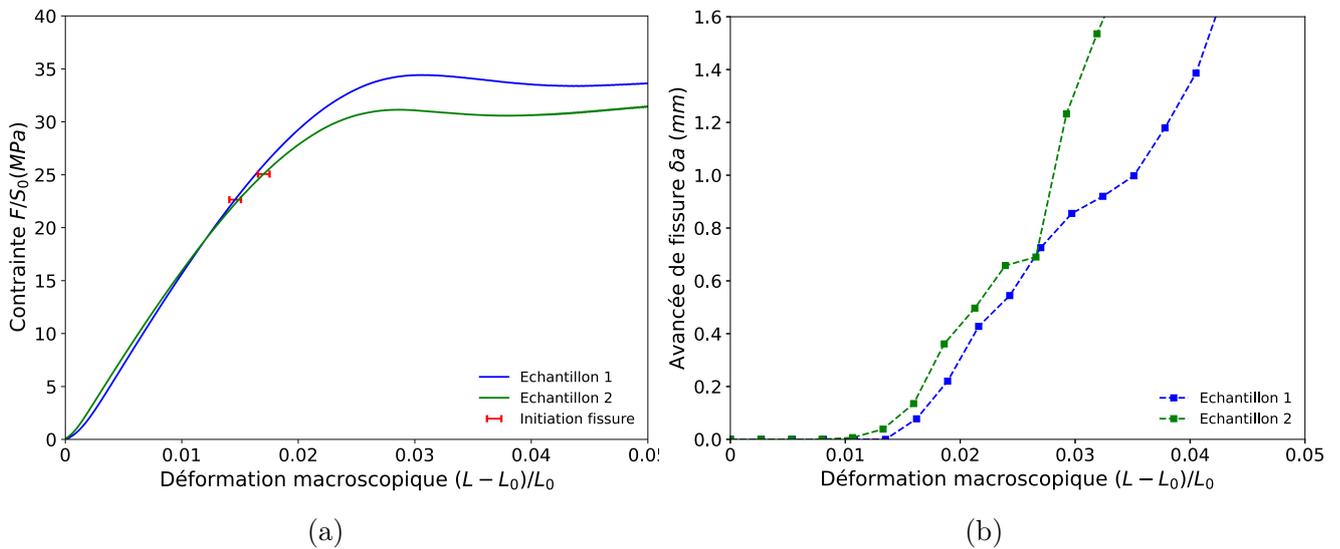


FIGURE 2.18 – Résultats de l'essai de DCDC sur MMA à  $5 \mu\text{m/s}$  (a) Courbes contrainte vs. déformation macroscopique et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déformation macroscopique.

fissure obtenue pour les échantillons de MMA est assez variable, et nous pourrions observer son impact dans la section suivante. Pour les échantillons de PMMA, une bonne répétabilité a été obtenue, pour une longueur moyenne de  $0.56 \times w$ .

## 2.4.2 Paramètres d'essai et analyse

Pour réaliser l'essai SENB, un dispositif illustré dans la Figure 2.23 a été conçu. Ce montage comporte deux appuis inférieurs ajustables pour moduler la distance ( $L'$ ) les séparant. Cette distance a été fixée à 68 mm pour l'essai sur MMA et 70 mm pour l'essai sur PMMA. De plus,

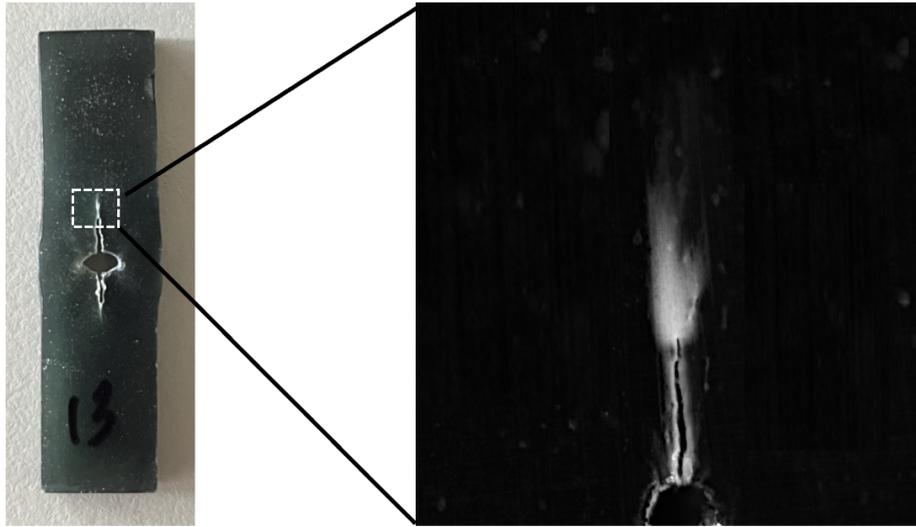


FIGURE 2.19 – Image d’un échantillon DCDC post-mortem avec présence de déformation résiduelle et observation de la zone fissurée et blanchie.

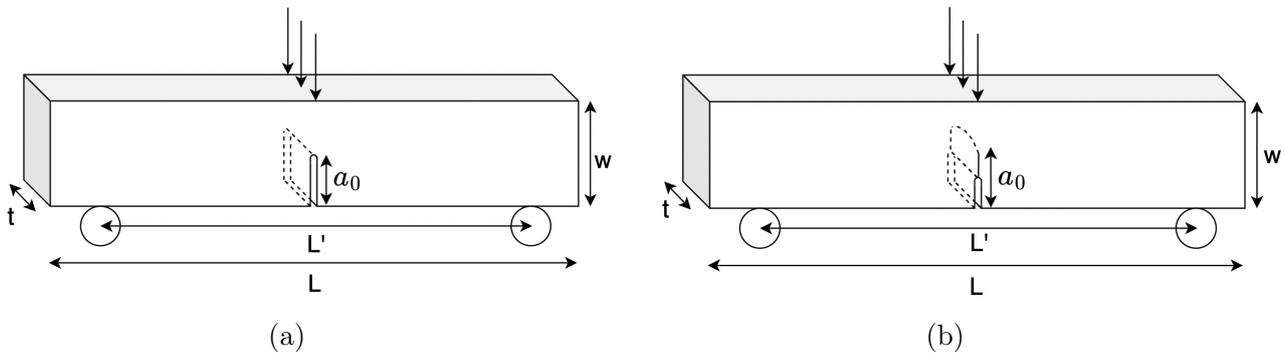


FIGURE 2.20 – Géométrie d’une éprouvette SENB (a) Pré-entaillée (b) Pré-fissurée.

afin de garantir un chargement axial précis, deux rails de guidage ont été intégrés de chaque côté du montage. L’échantillon est centré entre les appuis de manière à ce que la pré-fissure soit dans l’axe de l’appui supérieur. L’essai est réalisé à déplacement imposé, en imposant un déplacement sur l’appui supérieur de 0.1mm/min.

Un mouchetis est appliqué sur la surface des échantillons pour permettre à la fois l’observation de la longueur de fissure, décrit dans la partie suivante, et obtenir les champs de déplacement et déformation par corrélation d’images.

Le PMMA étant naturellement transparent, le suivi de longueur de fissure est facilité et a été réalisé grâce à une règle numérique sur chaque image.

Pour le MMA, le suivi de la longueur a pu être automatisé grâce aux logiciels ImageJ et un script Python. Dans un premier temps, ImageJ est utilisé pour transformer chaque photo avec différentes valeurs de gris en une photo binarisée dont la couleur blanche apparaît seulement sur les contours des lèvres de la fissure 2.24. Les étapes de transformation utilisées dans ImageJ ont

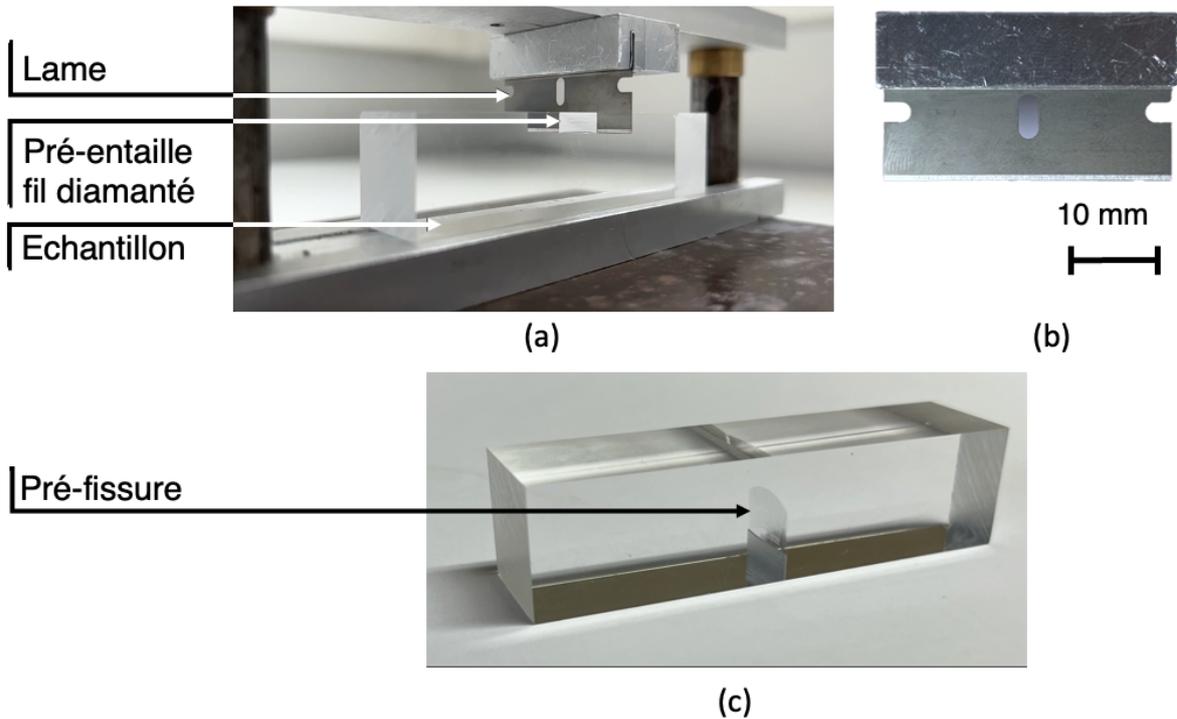


FIGURE 2.21 – (a) Échantillon pré-entailé au fil diamanté avant pré-fissure (b) Lame de rasoir plate (c) Échantillon pré-fissuré.

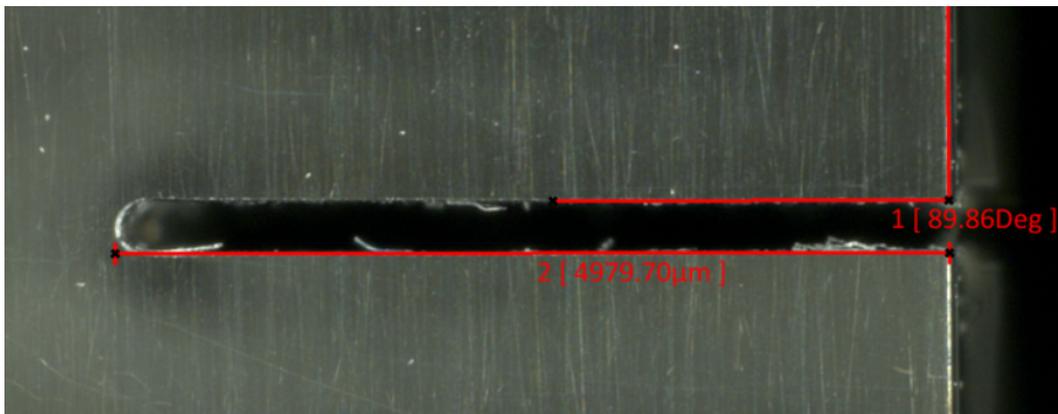


FIGURE 2.22 – Vérification de l'angle de pré-entaille dans le cas d'un échantillon MMA avant pré-fissure.

été les suivantes :

1. Importation de la séquence d'images correspondant à un échantillon donné.
2. Recadrage des images pour se concentrer sur la zone d'intérêt, en l'occurrence la fissure et son chemin de propagation, en utilisant la commande **Crop**.
3. Application d'un floutage via un filtre gaussien pour homogénéiser les nuances de gris du mouchetis sur la surface des échantillons. Cette étape est réalisée avec la commande **Filter -> Gaussian Blur**.

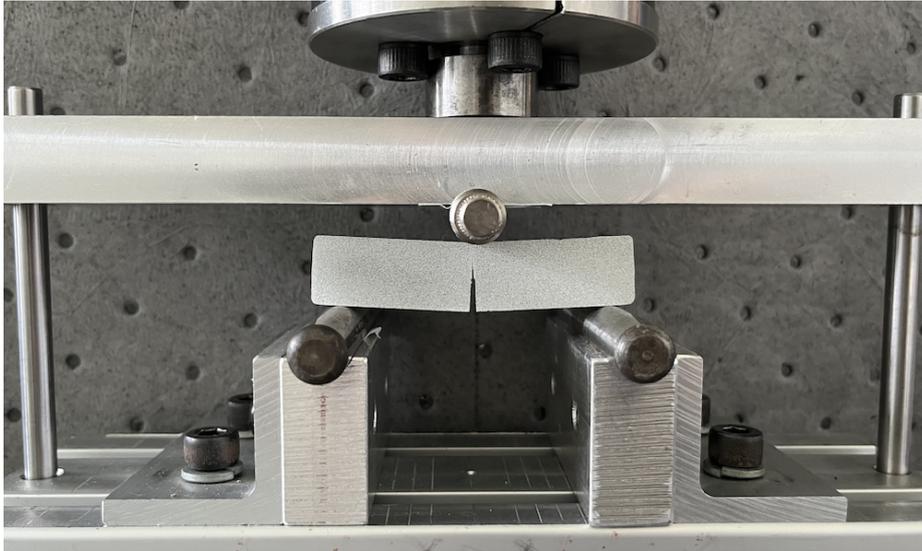


FIGURE 2.23 – Montage d'un test SENB.

4. Binarisation des images afin de colorier en blanc toute la zone de l'échantillon. Cette opération est effectuée grâce à la commande **Make Binary**.
5. Identification et mise en évidence des contours, séparant ainsi les zones blanches (représentant l'échantillon) des zones noires (représentant les fissures). Les contours sont alors convertis en blanc tandis que le reste est en noir. Cette étape est réalisée via la commande **Find edges**.
6. Sauvegarde de la séquence d'images après modifications.

**Remarque.** *Le filtre gaussien doit être appliqué avec précaution, et adapté à chaque échantillon, afin de ne pas trop lisser l'image. Le paramètre  $\sigma$  est généralement utilisé entre 2 et 4 pour cette étude, ce qui permet de ne pas engendrer une estimation trop réduite de la localisation de la pointe de fissure.*

Le script Python extrait à partir des images binarisée, la longueur de la fissure. Ainsi, la longueur de fissure pour chaque image, comme présenté en Figure 2.25 pour un échantillon. La mesure automatisée via le processus précédent a été validée dans ce graphique avec quelques mesures réalisées manuellement directement dans ImageJ. On peut observer une très bonne capacité de notre programme à estimer la longueur de fissure pour une série d'images, avec une légère sous-estimation de cette longueur d'environ 1 à 2% seulement. Cette sous-estimation est probablement due à l'étape de floutage (3) qui lisse légèrement la pointe de fissure.

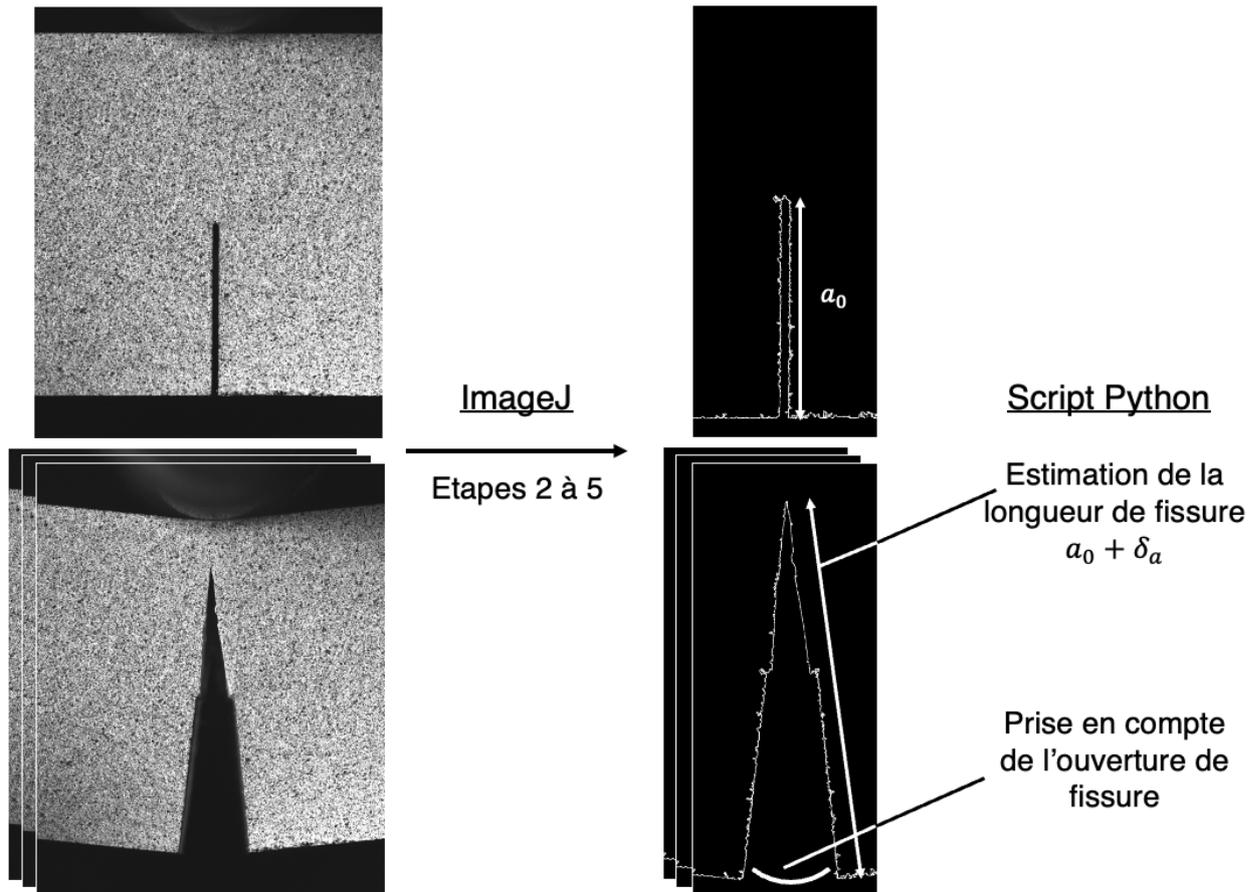


FIGURE 2.24 – Résultats du procédé mis en place pour faire apparaître les contours de la fissure pour un échantillon de MMA testé sur un essai de SENB.

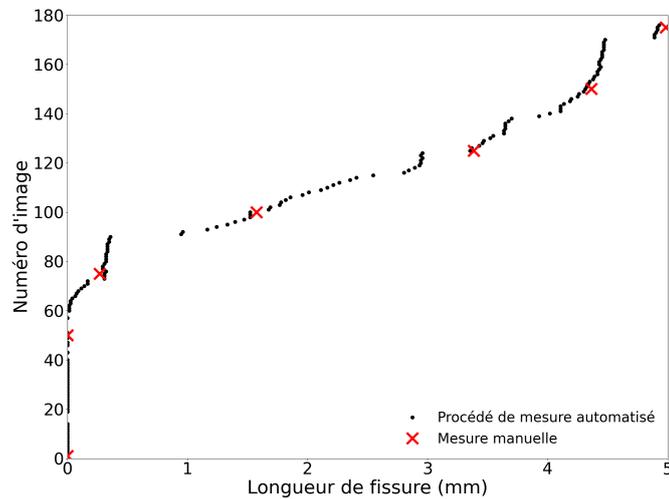


FIGURE 2.25 – Résultat du suivi de longueur de fissure automatisé pour une série d'images et comparaison à une mesure réalisée manuellement sur 6 images - Éprouvette de MMA pour un essai SENB.

### 2.4.3 Résultats

Nous commençons par présenter les résultats pour les échantillons de PMMA pré-entailés. La Figure 2.26 présente la courbe de la force résultante en fonction du déplacement imposé. On

observe un chargement linéaire avant une rupture brutale de l'échantillon, désignée par une croix rouge sur le graphique. Les échantillons sont généralement fissurés sur une largeur complète ou quasi-complète. Il n'a pas été possible de suivre l'avancée de fissure puisque celle-ci est quasi-instantanée. Le comportement des éprouvettes pré-fissurées est différent : après un comportement linéaire, l'amorçage de la propagation est suivi par une diminution progressive de la force résultante, illustrée en Figure 2.27a. L'avancée de fissure en fonction du chargement est observable et présentée en Figure 2.27b. On note une meilleure reproductibilité des essais sur les échantillons pré-fissurés que pré-entaillés, avec notamment une force à rupture plus variable pour les échantillons pré-entaillés. On note également que si la fissuration des échantillons pré-fissurés est moins brutale, elle intervient à une contrainte nettement inférieure. Cette différence peut s'expliquer par le défaut sévère présent lorsqu'une pré-fissure est réalisée, également observé par [7].

L'analyse des données brutes du matériau PMMA peut être effectuée une nouvelle fois en utilisant des formules théoriques, en supposant une fissuration fragile et un régime élastique. Ceci est conforté par l'observation de faciès de rupture lisses et d'aucune déformation plastique sur les échantillons post-mortem.

On note ici que la condition  $L' = 4w$  n'est pas respectée pour les échantillons de PMMA. On devra donc valider les résultats obtenus également au moyen de modélisations numériques. La formule des aires fournit un moyen efficace pour déterminer l'énergie de fracture. On peut estimer  $G_c$  en calculant l'aire  $A$  sous la courbe effort-déplacement. Cette aire représente la quantité d'énergie consommée lorsque la fissure se propage à travers l'échantillon. Ainsi, nous pouvons calculer  $G_c$  grâce à la norme [20] à partir de l'épaisseur et la largeur de l'échantillon respectivement notées  $t$  et  $w$ , et  $a_0$  la longueur initiale de la fissure. Pour les échantillons pré-entaillés, ceci conduit à estimer la différence d'aire sous la courbe lors de la fracture brutale de l'échantillon. Au vu de la linéarité des courbes expérimentales, nous pouvons approximer cette aire comme un triangle. La valeur de  $G_c$  est ainsi déterminée égale à  $1.68 \pm 0.41$  MPa.mm. Pour les échantillons pré-fissurés présentant une propagation stable, la méthode utilisée consiste à calculer la différence d'aire sous la courbe effort-déplacement entre deux étapes de propagation, comme décrit dans [21]. Pour les quatre échantillons pré-fissurés, où la propagation de fissure est facilement observable, la valeur de  $G_c$  obtenue est de  $0.50 \pm 0.06$  MPa.mm.

Pour les échantillons de MMA pré-entaillés, les courbes de force résultante en fonction du déplacement appliqué (Figure 2.28a) ont mis en avant le caractère ductile du matériau, capable d'exprimer une diminution progressive de la charge supportée après initiation de la propagation de fissure. Étant donné que l'épaisseur des échantillons testés ( $t$ ) varie légèrement, la force appliquée

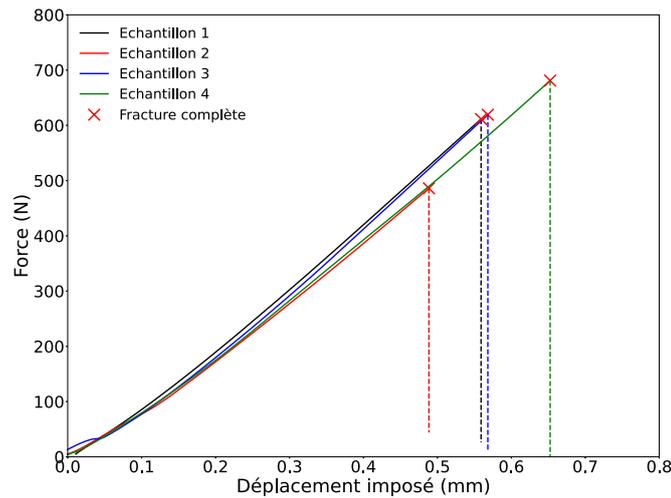


FIGURE 2.26 – Résultats de l'essai de SENB sur PMMA pré-entailé (a) Courbes force vs. déplacement imposé à 0.1 mm/min.

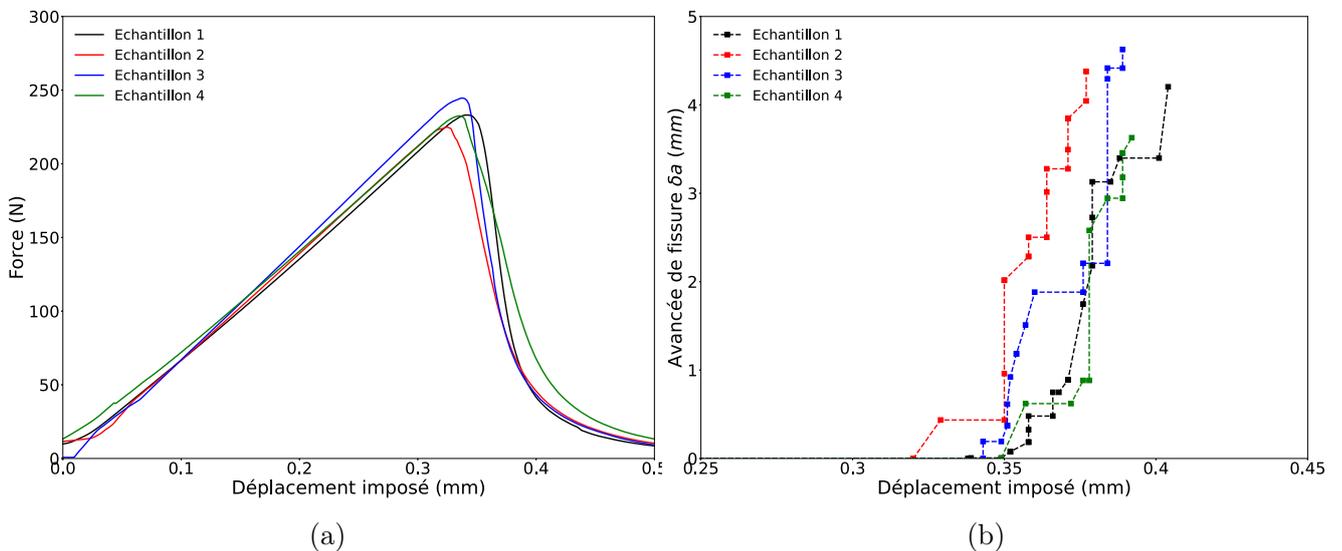


FIGURE 2.27 – Résultats de l'essai de SENB sur PMMA pré-fissuré (a) Courbes force vs. déplacement imposé et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déplacement imposé 0.1 mm/min.

a été normalisée par l'épaisseur. On remarque aussi que malgré la présence d'une entaille arrondie, la fissure ne se propage pas brutalement dans l'échantillon. Parfois, la progression de la fissure est irrégulière, avec une nouvelle initiation en amont de la pointe de la fissure existante, tel qu'illustré sur la Figure 2.29. L'observation du faciès de rupture (Figure 2.30), réalisée grâce au système optique décrit en partie 2.2.1, montre clairement que la rupture qui apparaît au-dessus de la zone pré-entailée, est ductile et caractérisée par la présence d'une zone déformée plastiquement. Ce faciès est peu plan et montre de nombreuses cavités.

Pour les échantillons de MMA pré-fissurés, la force résultante présentée en Figure 2.31a a été normalisée par l'épaisseur de chaque échantillon. On observe une variabilité importante des

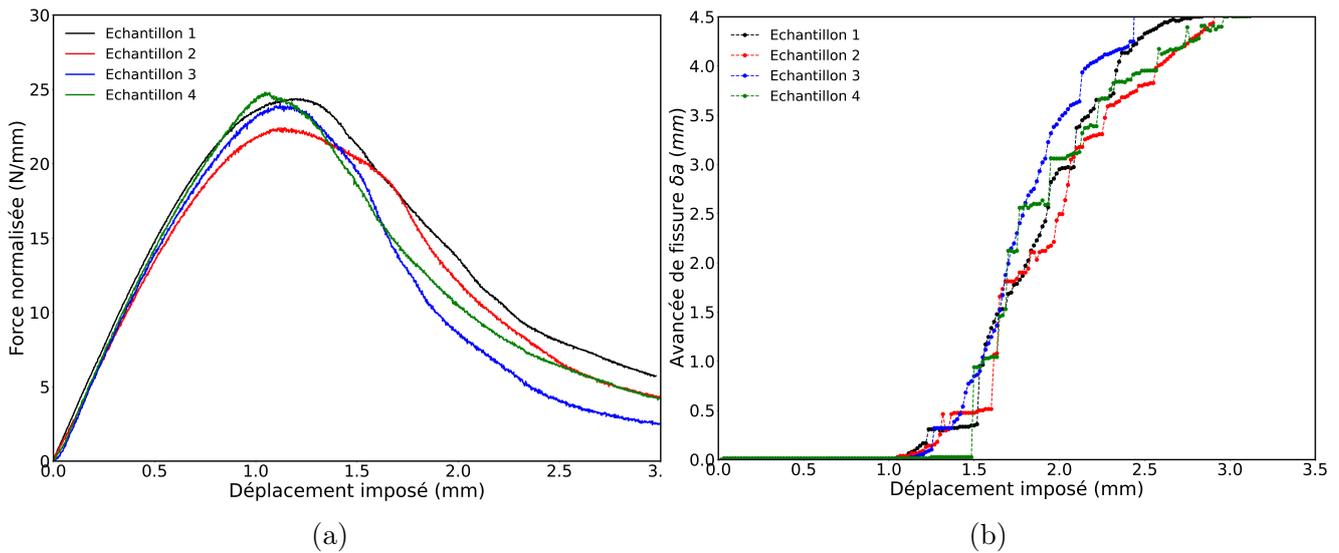


FIGURE 2.28 – Résultats de l’essai de SENB sur MMA pré-entaille (a) Courbes force vs. déplacement imposé et (b) Courbes d’avancée de fissure vs. déplacement imposé à 0.1 mm/min.

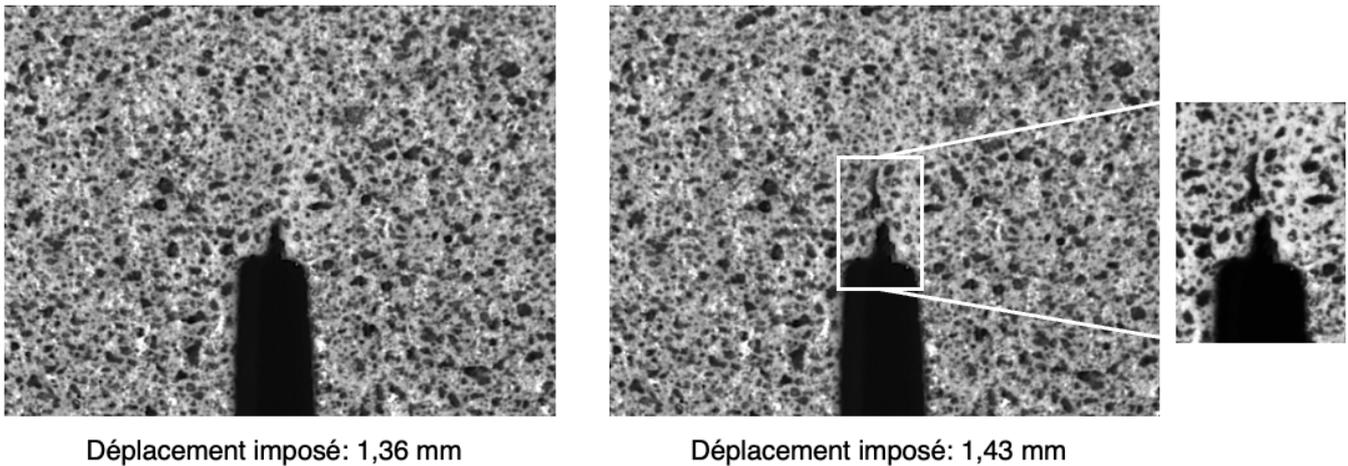


FIGURE 2.29 – Photographies de la pointe de fissure lors d’un essai SENB sur MMA, présentant une avancée discontinue et un amorçage d’une seconde fissure en amont d’une entaille existante.

résultats sur la pente initiale et la force maximale atteinte au moment de l’initiation, expliquée par la différence du facteur  $a_0/w$  et révélant la dépendance structurale de l’essai. Cette variabilité a également été observée dans la littérature [7, 22]. L’initiation de la fissure est également impactée puisque les échantillons présentant un facteur  $a_0/w$  plus faible ont une amorce de fissuration autour d’un déplacement imposé de 1 mm, alors qu’il est autour de 1.4 mm pour les échantillons ayant un  $a_0/w$  plus important. L’initiation et la propagation de la fissure sont présentés en Figure 2.31b. L’observation du faciès de rupture, montre également que la rupture qui apparaît au-dessus de la zone pré-fissurée, est ductile, comme illustré en Figure 2.32. L’observation des zones où la fissure se propage sur différents échantillons montre une rugosité apparente similaire pour les deux types de pré-entailles.

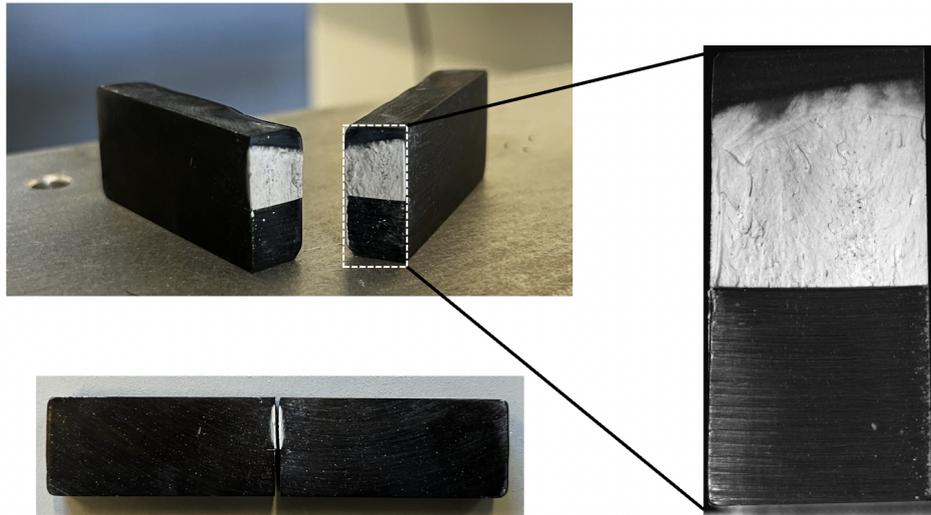


FIGURE 2.30 – Photographies post-mortem d'un échantillon pré-entailé.

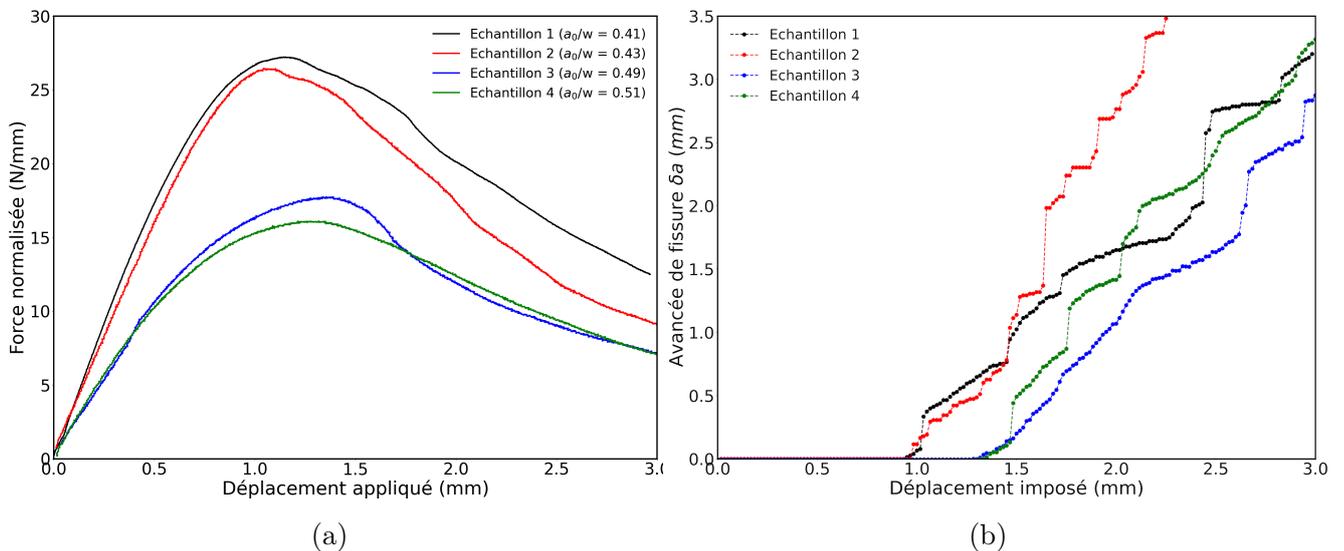


FIGURE 2.31 – Résultats de l'essai de SENB sur MMA pré-fissuré (a) Courbes force vs. déplacement imposé et (b) Courbes d'avancée de fissure vs. déplacement imposé à 0.1 mm/min.

#### 2.4.4 Corrélation d'images numériques et intégrale- $J$

Cette section se concentre sur l'exploitation des résultats du matériau MMA. La Corrélation d'Images Numériques (CIN) est une technique largement adoptée pour mesurer les champs de déformations locaux sans contact. Elle offre une analyse complète et locale sur tout le champ observé, rendant possibles des mesures quantitatives des déplacements et déformations sous des conditions de charge externe. Utilisant un système d'acquisition d'images, des photos de la surface de l'objet sont prises durant tout le processus de déformation, comme illustré dans la Figure 2.33 montrant deux images d'un échantillon pré-fissuré avant et pendant la déformation. Durant la phase de post-traitement, la zone d'intérêt de l'image initiale est divisée en multiples sous-

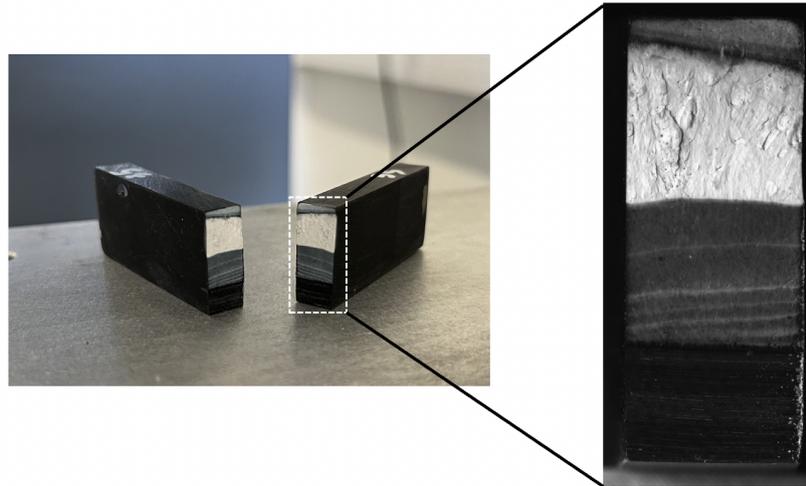


FIGURE 2.32 – Photographies post-mortem d'un échantillon pré-fissuré.

ensembles, constitués de groupes de pixels aux niveaux de gris variables. Cette division permet de suivre les déplacements des sous-ensembles depuis leur position initiale jusqu'à leur état déformé.

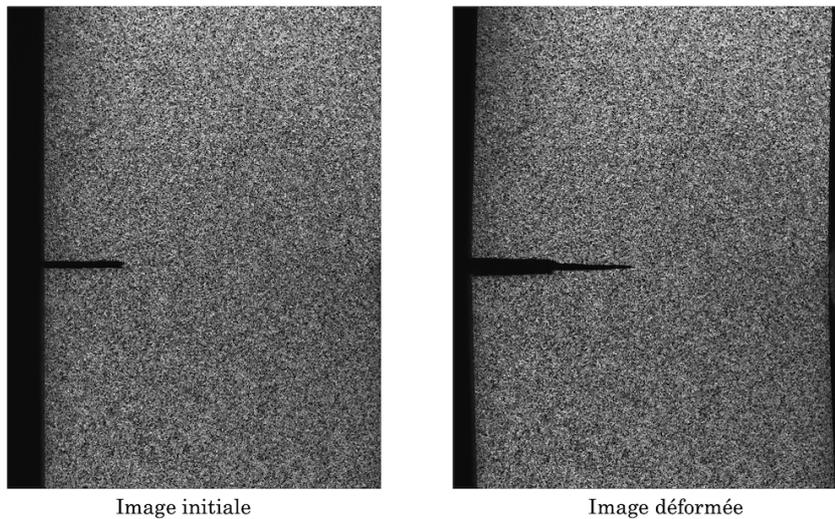


FIGURE 2.33 – Images initiale et déformée pour un échantillon SENB pré-fissuré.

Dans cette étude, le logiciel utilisé pour réaliser la corrélation d'images est `Ncorr` développé par Blaber et al. [23]. Ce logiciel open-source pour la corrélation d'images 2D basé sur une approche locale, est implémenté sur `MATLAB` avec une interface utilisateur et a déjà présenté de très bonnes comparaisons avec des logiciels commerciaux [24]. Pour évaluer le degré de similitude entre le sous-ensemble de référence et le sous-ensemble déformé, un critère de corrélation croisée normalisée (NCC) est utilisé dans `Ncorr`. La fonction de forme des sous-ensembles implémentée est linéaire. Afin de valider la capacité de ce logiciel à mesurer avec précision un champ de déplacement ou de déformation sans présenter une trop forte dépendance au bruit, l'étude 'DIC Challenge 2.0'

[25] a été réalisée avec `Ncorr`. Elle a abouti à une très bonne comparaison avec les autres logiciels utilisant une approche locale proposés dans les résultats de cette étude, validant ainsi le choix de ce logiciel. Une étude similaire est présentée dans l'article de Blaber et al. [23].

Au sujet de la mise en place expérimentale, une attention particulière a été portée à l'alignement de la caméra par rapport à la surface étudiée. Aussi la caméra a été allumée une heure avant le début de l'essai pour assurer une température stable et peu de variation de flux de chaleur. Le post-traitement par corrélation d'images, a débuté par un pré-filtrage des images avec un filtre Gaussien de noyau 1, qui permet de lisser légèrement les contours des tâches de mouchetis [26]. Un masque est ensuite ajouté pour définir la zone d'intérêt. Cette zone peut varier légèrement selon les échantillons et représente environ  $2700 \times 3600$  px<sup>2</sup>. Les paramètres de corrélation tels que la taille des sous-ensembles et la taille des fenêtres pour le calcul du champ de déformation sont choisis après avoir étudié l'influence de chaque paramètre. L'objectif étant de trouver un bon compromis entre une bonne résolution spatiale et une mesure trop bruitée, et ainsi obtenir correctement les valeurs de déformation et déplacement dans des zones à fort gradient. Le pas de corrélation est fixé à 2 (une mesure tous les deux pixels) qui assure une très bonne précision de la mesure sans allonger plus que nécessaire le temps de calcul. Pour le champ de déplacement  $\underline{u}$  et le champ de déformation  $\epsilon_{xx}$ , les valeurs sont calculées le long d'un axe dessiné en Figure 2.34a. On observe en Figure 2.34b le résultat obtenu de l'estimation du champ de déplacement  $u$  pour différents rayons de sous-ensemble. Un choix de rayon trop élevé, tel que 30 pixels et représenté en noir sur la Figure, provoque une sous-estimation du déplacement dans les zones de fort gradient. Il est aussi remarqué une sensibilité accrue au bruit pour un rayon trop faible, comme celui de 10 pixels. En examinant l'impact de la taille de la fenêtre de déformation en Figure 2.34c, il est observé que le champ de déformation est grandement sous-estimé pour une taille de fenêtre trop grande, tels que des rayons de 15 ou 20 pixels. Une valeur de rayon plus faible est donc conseillée pour obtenir une estimation plus précise du déplacement. Néanmoins, une taille de fenêtre trop réduite, comme 5 pixels, induit une sensibilité élevée au bruit. Des observations semblables ont été rapportées par Blaber et al. [23].

Le rayon du sous-ensemble sélectionné est fixé à 15 px, avec un pas de corrélation de 2 px et un rayon de fenêtre de déformation de 7 px. Ceci conduit à une estimation grâce à la formule (2.2) de la taille de la région locale de l'image qui est utilisée pour le calcul de la déformation à un endroit précis nommée 'jauge virtuelle de déformation' à 56 pixels, soit 0.33mm.

$$L_{\text{jauge}} = (L_{\text{fenêtre}} - 1)L_{\text{pas}} + L_{\text{sous-ens.}} \quad (2.2)$$

Avant le début de l'essai, des images statiques d'une zone de  $1000 \times 1000$  px<sup>2</sup> de l'échantillon sont

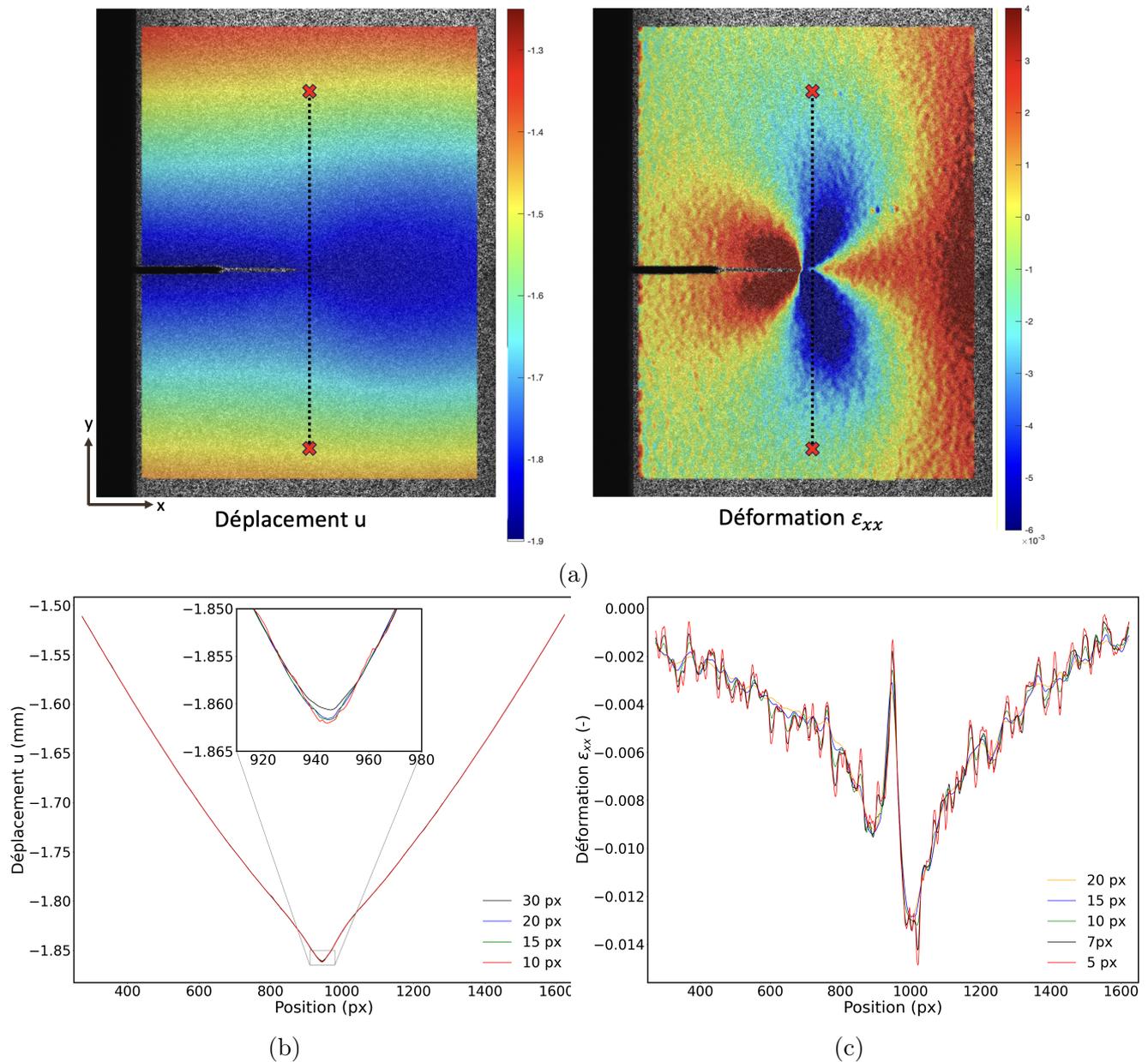


FIGURE 2.34 – Résultats de CIN (a) Champ de déplacement  $u$  et champ de déformation  $\epsilon_{xx}$  (b) Champ de déplacement  $u$  estimé pour différents rayons de sous-ensemble le long de l'axe pointillé et (c) Champ de déformation  $\epsilon_{xx}$  obtenu pour différents rayons de fenêtre de déformation le long de l'axe pointillé.

prises afin d'estimer l'écart-type spatial sur le déplacement et la déformation calculés. L'incertitude standard de déplacement est de  $0.5\mu m$ , et l'incertitude standard de déformation de  $1 \times 10^{-4}$ , calculés sur 20 images statiques.

Les champs de déplacements et de déformations obtenus permettent d'estimer le taux de restitution d'énergie du matériau en utilisant l'intégrale- $J$ . Le lecteur est invité à se rendre en section 3.1 où l'intégrale- $J$  et son interprétation physique sont discutées plus en détail dans le cadre élastique et élasto-plastique. L'équation (2.3) est utilisée pour estimer la loi constitutive

du matériau, supposé élastique avec une déformation plastique concentrée en pointe de fissure. On adopte l'hypothèse de contraintes planes, car les déformations sont observées sur une face de l'échantillon :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

où le Module de Young est donné par  $E = 1400$  MPa et le coefficient de Poisson par  $\nu = 0.4$ . L'intégrale- $J$  a été calculée à l'aide d'un script MATLAB. Pour chaque côté du contour, l'intégrale est estimée en évaluant la contribution de chaque point le long du côté, en procédant dans le sens anti-horaire. La méthode des trapèzes est employée pour calculer la valeur de l'intégrale. La somme des valeurs de  $J$  obtenues pour chaque côté du contour donne la valeur totale de l'intégrale- $J$ , exprimée par  $J = \sum_{i=1}^5 J_i$ , où les bords sont numérotés comme illustré à la Figure 2.35.

$$\begin{aligned} J_1 &= \int_A^B \left( \sigma_{xy} \frac{du}{dx} + \sigma_{yy} \frac{dv}{dx} \right) dx \\ J_3 &= \int_B^C \left( \sigma_{xy} \frac{du}{dx} + \sigma_{yy} \frac{dv}{dx} \right) dx \\ J_2 &= \int_C^D \left( 0.5 (\sigma_{xx}\epsilon_{xx} + \sigma_{yy}\epsilon_{yy} + 2\sigma_{xy}\epsilon_{xy}) - \sigma_{xx} \frac{du}{dx} - \sigma_{xy} \frac{dv}{dx} \right) dy \\ J_4 &= \int_D^E \left( 0.5 (\sigma_{xx}\epsilon_{xx} + \sigma_{yy}\epsilon_{yy} + 2\sigma_{xy}\epsilon_{xy}) - \sigma_{xx} \frac{du}{dx} - \sigma_{xy} \frac{dv}{dx} \right) dy \\ J_5 &= \int_F^A \left( 0.5 (\sigma_{xx}\epsilon_{xx} + \sigma_{yy}\epsilon_{yy} + 2\sigma_{xy}\epsilon_{xy}) - \sigma_{xx} \frac{du}{dx} - \sigma_{xy} \frac{dv}{dx} \right) dy \end{aligned}$$

L'intégrale a ensuite été estimée sur plusieurs contours, comme représenté en Figure 2.36a. Les résultats obtenus et illustrés en Figure 2.36b ont montré une bonne indépendance au contour choisi. La valeur finale est estimée sur le contour le plus large, pour assurer que le contour choisi soit suffisamment éloigné de la pointe de la fissure où se concentrent les déformations plastiques.

Pour déterminer la valeur de  $J$  à l'initiation,  $J$  est estimée sur la première image où la fissure apparaît, concordant à la valeur maximale de la force pendant l'essai. Pour les échantillons pré-fissurés, la valeur finale de  $J$  à l'initiation est estimée à  $2.86 \pm 0.16$  MPa.mm (basée sur 3 échantillons). Pour l'échantillon pré-entaillé,  $J$  est évaluée à  $3.38 \pm 0.48$  MPa.mm (également basée sur 3 échantillons). Puisqu'il y a une équivalence entre  $J$  et le taux de restitution, comme discuté en partie 3.1, à l'initiation ce dernier est donc une nouvelle fois supérieur pour les échantillons pré-entaillés et présente également une plus grande dispersion des résultats.

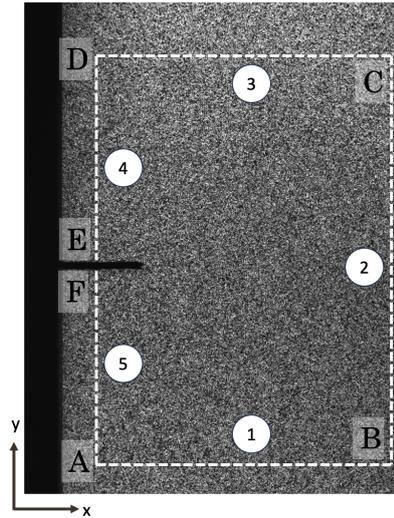


FIGURE 2.35 – Exemple de contour utilisé pour le calcul de l'intégrale- $J$ .

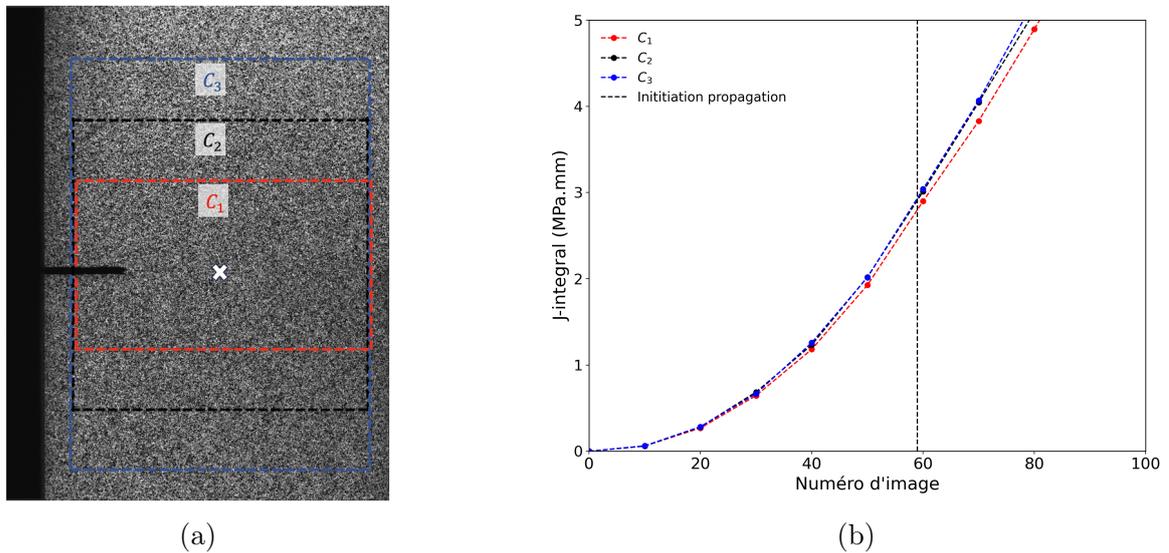


FIGURE 2.36 – Estimation de l'intégrale- $J$  (a) Trois contours sur lesquels  $J$  est évaluée pour comparaison et (b) Résultats obtenus pour diverses images pour les trois contours et estimation de  $J$  à l'initiation.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les matériaux étudiés puis observé leur comportement et leur fissuration à travers les essais de traction, compression, Single Edge Notched Bending (SENB) et Double Cantilever Drilled Compression (DCDC).

Il a tout d'abord été démontré par analyse dynamique que notre matériau d'intérêt (MMA) était à l'état vitreux à température ambiante. Des essais à faibles vitesses de déformation ont également prouvé la faible influence du taux de chargement sur le module élastique, et confirment donc que nous pouvons traiter le matériau en ignorant les effets viscoélastiques. Les modules en

traction et en compression étant relativement proches, nous pouvons postuler que notre matériau ne montre pas d'asymétrie traction-compression en ce qui concerne le module. Néanmoins, la plasticité, qui est fortement présente dans les tests uniaxiaux et dans les essais de fissuration, devra être considérée dans la suite de ce travail. Pour faire simple, le matériau pourra être supposé élasto-plastique pour des essais à vitesses de déformation constantes.

Des études de fissuration, réalisées grâce aux tests DCDC et SENB, ont également mis en lumière la ductilité du MMA et l'impact de la nature de l'entaille (pré-entaille ou une pré-fissure), sur la force maximale atteinte lors de l'initiation à la fissuration. Grâce au mouchetis déposé sur la surface des échantillons en MMA pour l'essai SENB, la corrélation d'images numériques a permis d'obtenir les champs de déplacements et de déformations au cours du chargement. Le post-traitement de ces champs a ensuite permis d'en déduire la valeur de la  $J$ -intégrale à l'initiation de la fissure pour les deux types de pré-entailles.

Du fait du comportement mécanique non linéaire du MMA, la modélisation des essais SENB et DCDC nécessite la mise en place d'une analyse numérique permettant de prendre en compte le comportement élasto-plastique de notre matériau. Ceci est discuté dans la section suivante.

# Bibliographie

---

- [1] "Plastique sur mesure" : <https://plastiquesurmesure.com/barres-plexiglass-decoupe-sur-mesure-pmma-coule/403-barre-carree-en-plexi-pmma-coule-incolore-transparent-brillant-12x12-2000.html>.
- [2] Fa-Ai Zhang, Dong-Keun Lee, and Thomas Pinnavaia. Pmma–mesocellular foam silica nanocomposites prepared through batch emulsion polymerization and compression molding. *Polymer*, 50 :4768–4774, 09 2009.
- [3] Ying Yan, Ping Zhou, Huiping Wang, and Yu Mao. Thermal effect on poly(methyl methacrylate) (pmma) material removal in the micromilling process. *Polymers*, 12, 09 2020.
- [4] D.S. Yang, M. Bornert, S. Chanchole, H. Gharbi, P. Valli, and B. Gatmiri. Dependence of elastic properties of argillaceous rocks on moisture content investigated with optical full-field strain measurement techniques. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 53 :45–55, 2012.
- [5] H. Gharbi, W. Wenlong, C. Giraudet, J.M. Allain, and E. Vennat. Measure of the hygroscopic expansion of human dentin, 2022.
- [6] C. Nielsen, A. V. Amirkhizi, and S. Nemat-Nasser. The effect of geometry on fracture strength measurement using dc/dc samples. *Engineering Fracture Mechanics*, 91 :1–13, 2012.
- [7] J.M. de Souza, H. N. Yoshimura, F. M. Peres, and C.G. Schön. Effect of sample pre-cracking method and notch geometry in plane strain fracture toughness tests as applied to a pmma resin. *Polymer Testing*, 21 :834—840, 2012.
- [8] C. G. Sammis. The failure of brittle porous solids under compressive stress states. *Acta Metallurgica Materialia.*, 34 :511–526, 1986.

- 
- [9] Caroline Schneider, Wayne Rasband, and Kevin Eliceiri. Nih image to imagej : 25 years of image analysis. *Nature Methods*, 9, 07 2012.
- [10] K. Idonije, M. Motuku, d I. Shehata a, and H. Aglan. Evaluation of the stress intensity factor of brittle polymers based on the crack arrest concept. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 12 :778–786, 1993.
- [11] T.A. Michalske, W.L. Smith, and E.P. Chen. Stress intensity calibration for the double cleavage drilled compression specimen. *Engineering Fracture Mechanics*, 45 :637–642, 1993.
- [12] M.Y. He, M.R. Turner, and A.G. Evans. Analysis of the double cleavage drilled compression specimen for interface fracture energy measurements over a range of mode mixities. *Acta Metallurgica Materialia*, 84 :104070, 1995.
- [13] T. Fett, G. Rizzi, and D. Munz. T-stress solution for DCDC specimens. *Engineering Fracture Mechanics*, 72 :145–149, 2005.
- [14] T.A. Plaisted, A.V. Amirkhizi, and S. Nemat-Nasser. Compression-induced axial crack propagation in dcdc polymer samples : experiments and modeling. *International Journal of Fracture*, 141 :447–457, 2006.
- [15] G. Pallares, L. Ponso, A. Grimaldi, M. George, G. Prevot, and M. Ciccotti. Crack opening profile in dcdc specimen. *International Journal of Fracture*, 156 :11–20, 2009.
- [16] Q.Z. Wang, M. Ni, L.Z. Wu, and R.Q. Huang. Scrutinized and revised stress intensity factor formulas for double cleavage drilled compression specimens. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 96 :803–810, 2018.
- [17] F Katsamanis and C. Delides. Fracture surface energy measurements of pmma : a new experimental approach. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 21 :79, 11 2000.
- [18] A.B. Martínez, Noel Leon, Arencón David, Jesus Rodriguez, and A. Salazar. On the effect of the different notching techniques on the fracture toughness of petg. *Polymer Testing*, 32 :1244–1252, 10 2013.
- [19] C. Susanti, T. Nakao, and H. Yoshihara. Examination of the failure behaviour of wood with a short crack in the tangential–radial system by single-edge-notched bending test. *Engineering Fracture Mechanics*, 77 :2527–2536, 09 2010.

- [20] Standard test methods for plane-strain fracture toughness and strain energy release rate of plastic materials. Standard, ASTM International, West Conshohocken, 2014.
- [21] Agathe Jaillon. *Étude expérimentale et numérique du comportement à rupture des assemblages collés à épaisseur de couche adhésive variable*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2020.
- [22] M. Braun, J. Aranda-Ruiz, and J. Fernández-Sáez. Mixed mode crack propagation in polymers using a discrete lattice method., 2021.
- [23] J. Blaber, B. Adair, and A. Antoniou. Ncorr : Open-source 2d digital image correlation matlab software. *Experimental Mechanics*, 55(6) :1105 – 1122, 2015.
- [24] Harilal Remesan and M. Ramji. Adaptation of open source 2d dic software ncorr for solid mechanics applications. 11 2014.
- [25] P. L Reu, B. Blaysat, E. Andò, K. Bhattacharya, C. Couture, V. Couty, D. Deb, S. S. Fayad, M. A Iadicola, S. Jaminion, M. Klein, A. K Landauer, P. Lava, M. Liu, L. K Luan, S. N Olufsen, J. Réthoré, E. Roubin, D. T. Seidl, T. Siebert, O. Stamati, E. Toussaint, D. Turner, C. S. R Vemulapati, T. Weikert, J-F. F Witz, O. Witzel, and J. Yang. DIC Challenge 2.0 : Developing Images and Guidelines for Evaluating Accuracy and Resolution of 2D Analyses Focus on the Metrological Efficiency Indicator. *Strain*, 2022.
- [26] Jones, E.M.C. and Iadicola, M.A. (Eds.). A good practices guide for digital image correlation. *International Digital Image Correlation Society*, 2018.

# Chapitre 3:

## Théorie et implémentation numérique des essais de fissuration

---

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Théories de la fissuration . . . . .</b>	<b>68</b>
3.1.1	Fissuration fragile, principes et théories . . . . .	69
3.1.1.1	Approche locale . . . . .	69
3.1.1.2	Approche globale ou énergétique . . . . .	70
3.1.1.3	Intégrale- $J$ de Rice . . . . .	71
3.1.2	Mécanique élastoplastique de la rupture . . . . .	72
<b>3.2</b>	<b>Approches numériques de l'endommagement . . . . .</b>	<b>73</b>
3.2.1	Approche variationnelle par champ de phase . . . . .	74
3.2.1.1	Principe de l'approche variationnelle . . . . .	75
3.2.1.2	Régularisation et fonctions d'endommagement . . . . .	76
3.2.1.3	Décompositions énergétiques . . . . .	80
3.2.1.4	Extension à l'élastoplasticité pour la rupture ductile . . . . .	82
3.2.1.5	Implémentation numérique . . . . .	83
3.2.2	Modèles de zones cohésives . . . . .	85
3.2.2.1	Principe général . . . . .	85
3.2.2.2	Les différentes lois cohésives . . . . .	87
3.2.2.3	Implémentation numérique . . . . .	87
<b>3.3</b>	<b>Modélisation numérique de l'essai SENB . . . . .</b>	<b>89</b>
3.3.1	Géométries et conditions aux limites . . . . .	90
3.3.2	Spécificités de la modélisation par MZC . . . . .	90
3.3.3	Spécificités de la modélisation par approche champ de phase . . . . .	92
<b>3.4</b>	<b>Modélisation de l'essai DCDC . . . . .</b>	<b>94</b>
3.4.1	Géométries et conditions aux limites . . . . .	95
3.4.2	Spécificités de la modélisation par approche MZC . . . . .	96
3.4.3	Spécificités de la modélisation par approche champ de phase . . . . .	96
<b>3.5</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>98</b>

---

Ce chapitre expose la théorie de la fissuration et certaines approches numériques qui seront utilisées pour simuler et analyser la progression d'une fissure dans le contexte des essais et matériaux précédemment exposés. Dans la **Section 3.1** présentant la théorie de la fissuration, une

attention particulière est portée d'une part à l'approche locale, qui considère la concentration de contraintes, et d'autre part à l'approche globale, de nature énergétique, et également à l'intégrale- $J$ . Ensuite, une présentation de la mécanique élastoplastique de la rupture par deux approches est effectuée. Dans la **Section 3.2**, l'accent est mis sur les approches numériques de l'endommagement, dont l'approche variationnelle par champs de phase, qui offre une méthode pour modéliser l'apparition et la croissance des fissures. La régularisation, les fonctions d'endommagement, ainsi que les décompositions énergétiques y seront détaillées. Cette section présente aussi les modèles de zones cohésives, qui permettent également de simuler la fissuration en incorporant des zones cohésives au sein d'un matériau ou d'une interface. Les **Sections 3.3** et **3.4** définissent la modélisation pour des essais SENB et DCDC. Ces sections s'attacheront à explorer les conditions aux limites, les méthodologies de modélisation, et l'impact de paramètres tels que la taille de maille et le pas de chargement. Enfin, la **Section 3.5** conclura ce chapitre en synthétisant les points clés discutés. Dans ce chapitre, nous nous limitons à l'examen de la propagation quasi-statique des fissures pour un matériau isotrope élastique ou élastoplastique parfait, dans le cadre des petites déformations. Nous invitons le lecteur familier avec la mécanique de la rupture à reprendre sa lecture en section **3.2**.

## 3.1 Théories de la fissuration

La théorie de la fissuration explore le comportement de solides ayant des discontinuités ou présentant des défauts géométriques macroscopiques. Cette théorie est essentielle pour anticiper l'évolution de ces discontinuités, qui peuvent conduire à une défaillance totale de la structure. Il est crucial d'étudier ces discontinuités, car elles altèrent significativement les états de déformations et de contraintes au niveau local mais également les performances des structures. En 1921, Griffith [1] propose une approche basée sur l'équilibre énergétique, selon lequel tout système tend à évoluer de manière à minimiser son énergie potentielle. Il introduit une nouvelle grandeur ultérieurement nommée taux de restitution d'énergie. Il a été admis que les phénomènes clés se manifestent à proximité du front de fissure, en raison des concentrations élevées de contraintes qui, en élasticité linéaire, entraînent des singularités de contraintes. Fin des années 1960, à travers l'analyse de ces singularités dans le champ de contraintes, Irwin [2] introduit le concept de facteur d'intensité des contraintes. Entre ces deux méthodes, dites respectivement globale et locale, les intégrales de contours développées par Rice [3], caractérisent la singularité d'un point de vue énergétique. Ces intégrales offrent une perspective intermédiaire, caractérisant la singularité en termes d'énergie. Pour examiner les matériaux ductiles, comme c'est le cas de la colle MMA de notre étude, il est

indispensable d'intégrer les concepts de plasticité ou de viscoplasticité, ce qui nous conduit ainsi vers le domaine de la mécanique non linéaire de la rupture.

### 3.1.1 Fissuration fragile, principes et théories

#### 3.1.1.1 Approche locale

En présence d'une singularité, comme une pointe de fissure, les champs sont fortement perturbés. La méthode locale proposée par Irwin [2, 4] introduit la notion de facteurs d'intensité de contrainte (FIC), noté  $K$ .

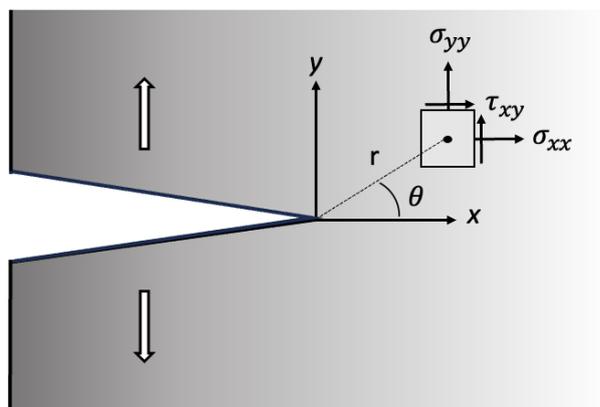


FIGURE 3.1 – Champ de contrainte d'un point au voisinage d'une pointe de fissure.

Au voisinage d'une fissure en mode d'ouverture, comme illustrées en Figure 3.1, les contraintes et les déformations suivent un développement asymptotique, dont le terme singulier s'exprime comme suit :

$$\sigma_{ij} = K_I \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad \epsilon_{ij} = K_I \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} g_{ij}(\theta)$$

où  $K_I$  est le facteur de concentration de contrainte donné généralement en  $\text{MPa}\sqrt{m}$  (qui peut être remplacé par  $K_{II}$  ou  $K_{III}$  dans le cas d'une ouverture en cisaillement plan ou hors plan),  $r$  et  $\theta$  sont les coordonnées polaires, et  $f$  et  $g$  sont des fonctions qui donnent la répartition angulaire (détaillées dans les travaux d'Irwin [4]). La dominance de  $K_I$  est forte dans une région finie autour de la pointe de la fissure avec un rayon  $r_k$  et s'estompe à une plus grande distance  $r > r_k$ . Une zone de processus de rupture de taille  $r_B$  se développe, où la théorie de l'élasticité n'est pas valide et où la singularité  $K$  ne s'applique pas. Cependant, on suppose que  $r_B$  est beaucoup plus petit que  $r_k$ . En mode d'ouverture, Irwin a postulé une valeur critique de  $K$  comme critère de rupture, noté  $K_c$  et appelée ténacité. Cette notion de FIC a été, et est toujours, largement adoptée car elle est facilement utilisable, et les méthodes numériques et analytiques pour déterminer les FIC sont bien établies. Ce concept a cependant ses limites, car il est spécifique à l'élasticité linéaire,

homogène et isotrope et se focalise seulement sur les champs de contraintes en pointe de fissure. Les singularités changent dans d'autres situations, rendant difficile la construction d'une théorie générale basée sur ce concept. Il est également nécessaire d'utiliser des critères arbitraires pour déterminer la direction des fissures pendant la propagation.

### 3.1.1.2 Approche globale ou énergétique

La théorie de Griffith, introduite en 1921, établit un cadre théorique pour comprendre la propagation des fissures en se basant sur une approche énergétique [1]. Cette théorie repose sur deux hypothèses majeures : tout d'abord, l'énergie nécessaire pour générer de nouvelles surfaces de fissuration est proportionnelle à l'étendue de ces surfaces. L'état d'équilibre d'un solide comportant une fissure de surface  $A$  peut être étudié par un principe de minimisation d'énergie totale, ou équilibre énergétique. La conservation de l'énergie totale du système s'exprime ainsi :

$$d\mathcal{E}_{\text{tot}} = d\mathcal{E}_{\text{elast}} + d\mathcal{E}_{\text{ext}} + d\mathcal{E}_s = 0$$

où  $d\mathcal{E}_{\text{elast}}$  est la variation de l'énergie élastique,  $d\mathcal{E}_{\text{ext}}$  est la variation de l'énergie potentielle des forces extérieures,  $d\mathcal{E}_s = 2\gamma dA$  l'énergie de surface, avec  $\gamma$  l'énergie superficielle caractéristique du matériau et  $dA$  l'augmentation de l'aire de la fissure. En exprimant le bilan de la minimisation en termes d'énergie par unité d'aire fissurée  $dA$  tel que :

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{\text{tot}}}{\partial A} = \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{elast}}}{\partial A} + \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{ext}}}{\partial A} + 2\gamma = 0$$

Griffith introduit alors le taux de restitution d'énergie comme suit :

$$G = -\frac{\partial \mathcal{E}_p}{\partial A}$$

avec  $\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_{\text{elast}} + \mathcal{E}_{\text{ext}}$  l'énergie potentielle totale du système (parfois notée  $P$  ou  $U_p$ ). La condition d'équilibre d'une fissure est donnée par  $G = 2\gamma$ . Le critère de propagation dans l'approche énergétique peut être formalisé ainsi :

$$G \geq G_c$$

où  $G_c$  est la ténacité, une propriété matériau intrinsèque exprimée en général en  $\text{J/m}^2$ ,  $\text{N/m}$ , ou encore en  $\text{MPa}\cdot\text{mm}$ . Dans la suite de ce manuscrit, l'unité choisie est  $\text{MPa}\cdot\text{mm}$ . Cette théorie a été reliée à la théorie locale par Irwin, qui a montré le lien possible entre  $K$  et  $G$ , d'abord en mode I, puis étendu à un problème où les trois modes peuvent être activés à travers la formule suivante :

$$G = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad \text{où} \quad E' = \begin{cases} E & \text{en contraintes planes} \\ \frac{E}{(1-\nu^2)} & \text{en déformations planes} \end{cases}$$

Cette théorie a cependant une limite majeure qui est son incapacité à prévoir une nouvelle fissure dans un matériau ne présentant pas de défaut initial. On peut citer ici l'exemple d'une bande horizontale de longueur infinie et de largeur  $2L$ . Cette barre est pré-fissurée en son centre d'une fissure verticale de longueur  $2\ell$ , puis soumise à une contrainte  $\sigma$  à l'infini qui permet d'ouvrir la fissure en mode I. Le facteur d'intensité de contraintes peut être calculé ainsi :

$$K_I = \sigma \sqrt{\frac{\pi\ell}{\cos\frac{\pi\ell}{2L}}}$$

ce qui permet d'écrire le taux de restitution d'énergie en déformations planes grâce à la formule d'Irwin :

$$G = (1 - \nu^2) \frac{\pi\ell}{\cos\frac{\pi\ell}{2L}} \frac{\sigma^2}{E}$$

On voit clairement apparaître que la contrainte nécessaire à la rupture tend vers l'infini lorsque  $\ell$  tend vers 0, ce qui rend impossible de rendre compte de l'apparition d'une fissure dans un matériau sain si on suit le critère de Griffith.

### 3.1.1.3 Intégrale- $J$ de Rice

Autour de la pointe de fissure, il est également possible d'utiliser des intégrales de domaines. On retrouve notamment l'intégrale- $J$  de contour introduites dans [5, 3], l'intégrale de surface [6] et l'approche par perturbation nommée méthode  $G-\theta$  [7]. L'intégrale- $J$ , est très couramment utilisée tant pour l'étude des résultats expérimentaux que numériques, et est basée sur l'étude de la singularité du champ des contraintes. La nature conservatrice de l'élasticité requiert l'existence d'un potentiel élastique noté  $W$ , qui représente la densité d'énergie élastique dans le système, et qui permet le calcul des contraintes par dérivation tel que  $\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}}$ . Il est possible de calculer la quantité d'énergie élastique libérée lors de l'avancement virtuel d'une fissure. Il peut être démontré que la variation d'énergie est donnée par la valeur d'une intégrale de contour, formulée comme suit en deux dimensions  $(x, y)$  :

$$J = \int_{\Gamma} W dy + \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u}{\partial x} dS \quad (3.1)$$

sous l'hypothèse que la fissure se propage en conservant la même direction  $x$ , et où  $\Gamma$  est le contour d'intégration choisi (sens anti-horaire),  $\underline{n}$  une normale externe à ce contour et  $dS$  un élément de contour, illustrés en Figure 3.2. Le champ de déplacement est noté  $\underline{u}$ . On note que cette expression est celle utilisée en section 2.4.4.

Rice [3] a aussi démontré que cette intégrale- $J$  est identique au taux de restitution d'énergie en extension plane de fissure :

$$J = G = -\frac{\partial \mathcal{E}_p}{\partial A}$$

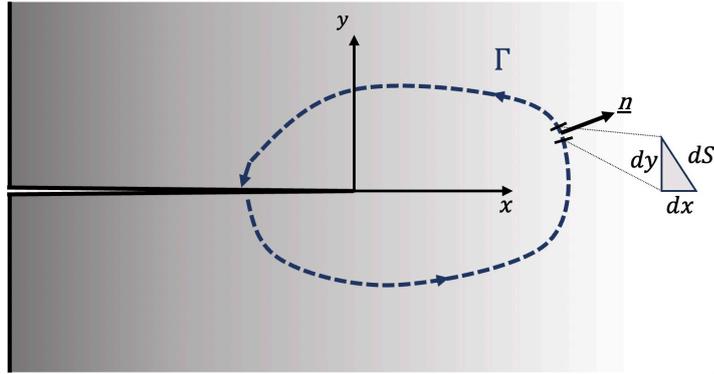


FIGURE 3.2 – Contour défini pour une intégrale- $J$  autour d’une fissure en deux dimensions.

Cette intégrale a été introduite initialement en tenant compte des hypothèses de petites déformations, de contraintes planes et d’un matériau homogène. Elle suppose également que les bords de la fissure, droits et exempts de contraintes, sont parallèles à l’axe  $x$  sur la Figure 3.2. Enfin, on note que cette intégrale est théoriquement indépendante du contour choisi, comme démontré dans [3]. On peut tracer la courbe de  $J$  en fonction de l’avancée de fissure  $\delta a$  et estimer ainsi la ténacité du matériau à l’amorçage et pendant la propagation, comme réalisé pour des polymères ou composites dans différentes études précédentes [8, 9, 10]. En effet, dans le cas des matériaux élasto-plastiques, à plasticité confinée en pointe de fissure, le calcul de l’intégrale- $J$  peut être étendu.

### 3.1.2 Mécanique élastoplastique de la rupture

La mécanique linéaire de la rupture reste une méthode pertinente tant que les matériaux manifestent un comportement élastique et linéaire, ce qui est en réalité très rare. Cette méthode est également pertinente lorsque la non-linéarité du comportement à l’extrémité de la fissure est limitée à une zone de petite taille comparée aux dimensions des fissures et de la structure fissurée. Cependant, pour de nombreux matériaux, notamment les polymères ductiles, il n’est pas possible de satisfaire ces deux conditions préalables et donc d’appliquer cette théorie. La rupture dite ductile est marquée par la présence de déformations plastiques significatives. Deux méthodes sont généralement employées dans ce contexte : l’intégrale- $J$  et l’étude du déplacement de l’ouverture de la pointe de fissure ou CTOD.

L’intégrale- $J$ , présentée précédemment, est applicable aux matériaux élasto-plastiques, tant que les déformations plastiques restent confinées près de la pointe de la fissure. Dans son approche, Rice assimile en effet le comportement élasto-plastique à un comportement élastique non linéaire. Cette méthode basée sur une telle supposition, ne peut pas être appliquée en présence de déchargements mécaniques. Elle a ensuite été étendue de manière analytique pour mieux décrire

la répartition des contraintes dans les zones plastifiées, et ceci pour un matériau élastique non-linéaire dont la loi de comportement est une loi puissance Ramberg-Osgood, simultanément par Hutchison en contrainte plane [11], et en déformation plane par Rice et Rosenberg [12] (champ HRR).

Cette intégrale peut toutefois présenter des limites lors de son application, car elle est soumise à des effets de taille et d'épaisseur et de géométrie de pré-fissure, largement discuté dans [13] dans le cadre des métaux élasto-plastiques. L'influence de la géométrie sur le confinement de la zone plastique et sur le taux de triaxialité des contraintes devant la pointe de fissure est mise en avant. Plus la zone plastique est vaste, plus l'intensité des champs de contraintes diminue devant la pointe de fissure, nécessitant une augmentation des valeurs de  $J$  pour atteindre le même niveau d'endommagement que dans le cas d'une géométrie en plasticité confinée.

Wells [14] a également proposé un paramètre alternatif dans le cas où une plasticité importante est présente. Ce paramètre représente l'ouverture de la pointe de fissure, généralement appelé par son acronyme CTOD (acronyme de Crack Tip Opening Displacement). Un matériau élasto-plastique présente en effet un émoussement de sa pointe de fissure qui la différencie d'une fissure dans un milieu élastique fragile. Wells a tout d'abord noté que l'émoussement à l'extrémité des fissures était proportionnel à la ténacité des matériaux. En utilisant l'estimation de Irwin de la taille de la zone plastique et les solutions de déplacement élastique de la pointe de fissure pour une plaque infinie avec une fissure centrale, le CTOD ( $\delta$ ) peut être exprimé en fonction du taux de restitution d'énergie  $G$  [15] tel que :

$$\delta = \frac{G}{m \sigma_y}$$

où,  $m = 1$  en contrainte plane et  $m = 2$  en déformation plane, et  $\sigma_y$  la limite élastique. Ainsi, cette méthode permet d'estimer  $G$  grâce à une mesure expérimentale de  $\delta$  par exemple en prenant en compte le déplacement au point où se rencontrent les deux côtés d'un angle droit formé depuis le fond de la fissure émoussée, comme présenté en Figure 3.3. Ce paramètre fut relié à la valeur de la  $J$ -intégrale par Shih [16].

## 3.2 Approches numériques de l'endommagement

La modélisation de la rupture d'un matériau peut suivre deux approches différentes. Une première solution consiste à utiliser des modèles qui préservent une description continue du matériau tout au long du processus de rupture. Ces modèles sont basés sur la mécanique de l'endommagement qui vise à représenter de manière continue la dégradation progressive du matériau, résultant

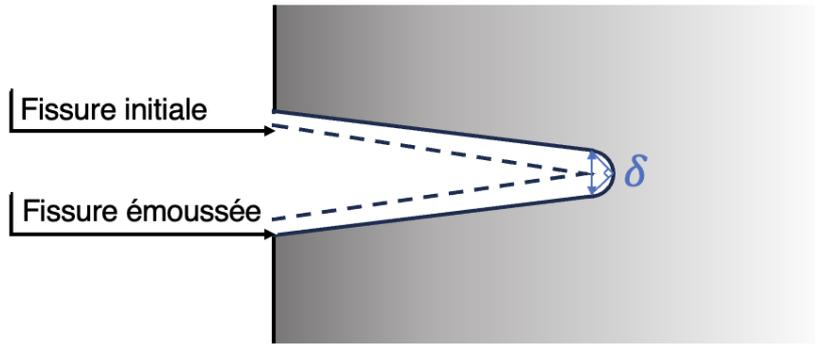


FIGURE 3.3 – Ouverture critique d'une pointe fissure (CTOD).

de l'émergence ou de la croissance de fissures au sein du matériau. Une autre solution consiste à introduire des surfaces de discontinuité dans la structure avec la possibilité de prendre en compte les forces de cohésion entre les deux côtés de la discontinuité. Dans cette section, nous ne présenterons pas de manière exhaustive tous les modèles déjà développés, mais nous nous appuierons sur deux approches qui sont l'approche par champ de phase et les éléments cohésifs. D'une part, l'approche champ de phase de la fracture est particulièrement attrayante en raison de sa facilité de mise en œuvre. Cette méthode, fondée sur des principes thermodynamiques rigoureux, offre une grande flexibilité dans la modélisation de la fracture pour différents types de matériaux. Elle ne nécessite pas de définir des critères de propagation de fissure prédéterminés comme par exemple un chemin de fissuration. En plein essor, elle se manifeste par une augmentation notable du nombre de publications scientifiques chaque année. D'autre part, la méthode des zones cohésives offre un avantage pratique substantiel, notamment sa facilité d'implémentation dans Abaqus, un logiciel largement répandu et utilisé dans l'industrie. Une telle approche nous permettra de réaliser une validation croisée des résultats, en bénéficiant de la robustesse et de la diversité des deux méthodes, pour ainsi obtenir une analyse plus nuancée et complète du comportement en fissuration du matériau élastoplastique étudié. L'utilisation de ces deux méthodes nous donnera l'opportunité d'apprécier la sensibilité de chacune à différents paramètres. Cela enrichira notre étude en permettant une comparaison pertinente qui mettra en lumière les forces et les faiblesses spécifiques de chaque méthode mise en place.

#### 3.2.1 Approche variationnelle par champ de phase

L'approche variationnelle par champ de phase de la rupture fragile a été initialement proposée par Francfort et Marigo en 1998 [17] qui ont formulé de manière variationnelle la rupture fragile quasi-statique. Cette approche offre une théorie mathématique de la mécanique de rupture fragile en reformulant le principe de Griffith de la minimisation d'une fonctionnelle énergétique. La

formulation régularisée apportée par Bourdin et al. [18, 19] a ouvert la voie à la modélisation numérique. En effet, elle propose une approximation de cette fonctionnelle énergétique dans le contexte de la  $\Gamma$ -convergence, facilitant ainsi son traitement numérique.

### 3.2.1.1 Principe de l'approche variationnelle

Considérons un domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  constitué d'un matériau isotrope élastique linéaire caractérisé par un tenseur de rigidité  $\mathbb{C}$ . Considérons un ensemble de fissures noté  $\Gamma$  dans un domaine donné. La mesure de Hausdorff  $\mathcal{H}^{N-1}(\Gamma)$  correspond à la mesure géométrique globale de ces fissures. En deux dimensions, elle représente la longueur totale des fissures, tandis qu'en trois dimensions, elle correspond à l'aire totale de la surface des fissures. Une déplacement externe  $\underline{u}^0(t, x)$  est appliqué sur une portion  $\partial\Omega_u \subseteq \partial\Omega$  de la frontière externe  $\partial\Omega$ , où  $\underline{u}$  et  $x$  représentent respectivement le champ de déplacement et la position spatiale. On peut définir les différentes contributions à l'énergie totale d'un système comme la somme d'une énergie potentielle et d'une énergie de surface, telle que :

$$\mathcal{E}(\underline{u}, \Gamma) = \mathcal{E}^{el} + \mathcal{E}^s \quad (3.2)$$

$$\mathcal{E}^{el} = \int_{\Omega/\Gamma} \frac{1}{2} \underline{\underline{\epsilon}} : \mathbb{C} : \underline{\underline{\epsilon}} d\Omega \quad (3.3)$$

$$\mathcal{E}^s = G_c \mathcal{H}^{N-1}(\Gamma) \quad (3.4)$$

où  $\underline{\underline{\epsilon}}$  est le tenseur des déformations infinitésimales de second ordre tel que  $\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla \underline{u} + \nabla \underline{u}^T)$  et  $\mathbb{C}$  est le tenseur d'élasticité. L'approche variationnelle proposée par Francfort et Marigo [17] consiste à résoudre le problème de fracture en minimisant l'énergie totale  $\mathcal{E}(\underline{u}, \Gamma)$  sur l'ensemble des champs de déplacement cinématiquement admissibles  $\mathcal{U}_{adm} = \{\underline{u} | \underline{u} = \underline{u}^0 \text{ sur } \partial\Omega_u\}$  et des ensembles de fissures  $\Gamma$  sous la condition d'irréversibilité  $\dot{\Gamma} \geq 0$  :

$$(\underline{u}^*, \Gamma^*) = \arg \min_{\substack{\underline{u} \in \mathcal{U}_{adm} \\ \dot{\Gamma} \geq 0}} \mathcal{E}(\underline{u}, \Gamma) \quad (3.5)$$

En raison de la présence de la fissure, le champ de déplacement est discontinu et la minimisation de l'énergie totale soumise à des inégalités représente un problème à discontinuité libre, dont les inconnues sont le champ  $\underline{u}$  et son ensemble de saut  $\Gamma$ . La résolution d'un tel problème est extrêmement délicate car le chemin de la fissure n'est pas connu a priori, ce qui signifie qu'il doit être résolu pour une évolution arbitraire de la fissure qui pourrait inclure des chemins complexes tels que la ramification ou la bifurcation.

### 3.2.1.2 Régularisation et fonctions d'endommagement

L'idée d'une régularisation et la première réalisation de ce type d'approximations ont été introduites par Ambrosio et Tortorelli [20, 21]. Bien que ces méthodes aient été établies dans le contexte de la segmentation d'images, elles ont été adaptées à la rupture, et donc à des problèmes vectoriels avec une dépendance temporelle (en raison de l'irréversibilité de la fissuration). L'approche variationnelle au champ de phase de la fracture, comme présenté dans les travaux de Francfort et Marigo [17] vise à fournir un moyen de résoudre la nucléation et la propagation de fissures via une forme régularisée  $\mathcal{E}_\ell$  de la minimisation de  $\mathcal{E}$ . Cela est permis par l'introduction d'un champ scalaire régularisé  $d$  (parfois aussi noté  $\alpha$  ou  $D$  dans la littérature) compris entre  $[0, 1]$ , qui représente l'état d'endommagement du matériau, avec respectivement  $d = 0$  et  $d = 1$  pour l'état intact et complètement endommagé. Ceci permet de définir une fissure comme un phénomène diffus, facilitant ainsi son intégration. Finalement, cette régularisation consiste à remplacer la fonctionnelle de Griffith (3.2) par une fonctionnelle régularisée et permet également de formuler une expression de l'énergie totale définie sur l'ensemble du domaine  $\Omega$ , au lieu d'avoir deux équations (3.3) et (3.4) chacune définie pour un sous-domaine. Ainsi, on écrit :

$$\mathcal{E}_\ell(\underline{u}, d) = \int_{\Omega} W^{el} + W^{frac} d\Omega \quad (3.6)$$

$$W^{el} = \frac{1}{2} \underline{\underline{\epsilon}} : a(d) \mathbb{C} : \underline{\underline{\epsilon}} \quad (3.7)$$

$$W^{frac} = \frac{G_c}{4c_w} \left( \frac{w(d)}{\ell} + \ell |\nabla d|^2 \right) \quad (3.8)$$

où l'énergie stockée globale est définie en utilisant la densité d'énergie élastique  $W^{el}$ , dont le tenseur de contrainte de Cauchy dérive :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{\epsilon}}, d) = \frac{\partial W^{el}(\underline{\underline{\epsilon}}, d)}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}}. \quad (3.9)$$

On note l'introduction de  $\ell$ , un petit paramètre de régularisation strictement positif,  $a(d)$  et  $w(d)$  qui sont des fonctions lisses à valeurs positives, et  $c_w$  une constante numérique telle que  $c_w = \int_0^1 \sqrt{w(d)} dd$ . La fonction de dégradation  $a(d)$  rend compte de la diminution de l'énergie élastique à mesure que le matériau est endommagé puisque qu'elle affecte le tenseur de rigidité  $\mathbb{C}$ . Ainsi, la variable  $d$  introduite peut être interprétée comme une variable d'endommagement, et son gradient donne lieu à la désignation de la méthode de champ de phase comme modèle à gradients d'endommagement. Ce gradient pénalise une localisation de l'endommagement de telle manière que, si celui-ci se localise sur une bande très fine, cela doit consommer beaucoup d'énergie. Le terme contenant un gradient spatial d'endommagement est introduit dans la densité

d'énergie, faisant en sorte que l'endommagement en un point de la structure dépende également de l'endommagement aux points environnants. Les fonctions  $a(d)$  et  $w(d)$  doivent être bornées pour garder un sens physique, par exemple la fonction d'endommagement  $a(d)$  est strictement décroissante selon  $d$ , telle que  $a(0) = 1$  pour une rigidité du matériau intacte et  $a(1) = 0$  pour une rigidité nulle à endommagement maximale. La fonction de dissipation  $w(d)$ , strictement croissante en  $d$  évolue évidemment différemment, telle que  $w(1) = 1$  et  $w(0) = 0$ . En somme, lorsque  $d = 0$ , l'énergie totale est seulement composée de la composante élastique, tandis que lorsque  $d = 1$  l'unique contribution à l'énergie totale provient de l'énergie dissipée par fissuration. Il est démontrable que la fonctionnelle régularisée tend vers la fonctionnelle de Griffith en terme de  $\Gamma$ -convergence lorsque le paramètre  $\ell$  approche zéro [19]. Cette  $\Gamma$ -convergence implique notamment que les minimiseurs  $(\underline{u}^*, d^*)_\ell$  de la fonctionnelle régularisée  $\mathcal{E}_\ell$  convergent vers ceux de la fonctionnelle de Griffith quand  $\ell$  tend vers zéro. On peut réécrire le problème de minimisation (3.5) dans sa forme régularisée,

$$(\underline{u}^*, d^*)_\ell = \arg \min_{\substack{\underline{u} \in \mathcal{U}_{adm} \\ d \geq 0}} \mathcal{E}_\ell(\underline{u}, d) \quad (3.10)$$

Revenons maintenant aux équations (3.7) et (3.8) pour discuter des différentes formes de fonctions  $w(d)$  et  $a(d)$ . Plusieurs modèles existent pour ces deux fonctions, bien détaillés dans [22]. Nous présentons notamment ici les deux formes très souvent retrouvées dans la littérature : AT1 [23] et AT2 [21, 24] (pour Ambrosio et Tortorelli). Elles définissent les fonctions de dégradation, de dissipation et la variable d'endommagement selon une coordonnée  $x$  définie comme l'axe horizontal sur la section transverse de la zone endommagée, illustrée en Figure 3.4. Pour chaque modèle, ces fonctions sont définies par :

- AT1 :  $w(d) = d$  ( $\Rightarrow c_w = \frac{2}{3}$ ) et  $a(d) = (1 - d)^2$  et  $d(x) = \begin{cases} (1 - \frac{|x|}{2\ell})^2, & |x| \leq 2\ell \\ 0, & |x| \geq 2\ell \end{cases}$
- AT2 :  $w(d) = d^2$  ( $\Rightarrow c_w = \frac{1}{2}$ ) et  $a(d) = (1 - d)^2$  et  $d(x) = e^{-|x|/\ell}$

**Remarque.** On note qu'il est préférable d'implémenter numériquement  $a(d) = (1 - d)^2 + \eta$  où  $\eta$  est un nombre très petit, ajouté afin d'éviter une perte de stabilité numérique lorsque la variable d'endommagement approche 1. Ce paramètre est ainsi nommé rigidité résiduelle.

Le modèle AT2, dont le champ d'endommagement est défini grâce à une fonction exponentielle, a la particularité d'impliquer un endommagement qui n'est jamais nul lorsque le chargement débute, comme représenté en Figure 3.4. Par conséquent, un matériau modélisé avec ce modèle ne peut pas avoir une vraie phase élastique, et sera endommagé au moindre chargement. Dans [25],

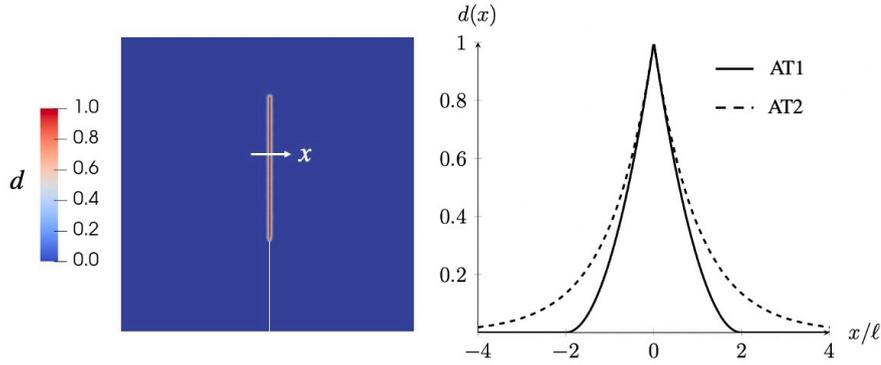


FIGURE 3.4 – Coupe transversale le long d'une zone endommagée de la fonction  $d(x)$  pour les modèles AT1 (trait plein) et AT2 (pointillés).

l'identification inverse du paramètre  $\ell$  et de  $G_c$  d'un ABS est réalisée par un essai SENB avec un modèle AT2. Les valeurs obtenues sont comparées à celles d'un essai de traction uniaxiale. Cette étude conclut qu'une différence notable est observée pour la valeur de  $\ell$  obtenue par l'essai SENB vis à vis de celle estimée par un essai de traction uniaxiale, alors que la valeur de  $G_c$  est proche pour ces deux essais. En effet, la valeur de  $\ell$  estimée par l'essai SENB est environ égale à 0.346 mm (pour  $G_c = 7.5$  MPa.mm) alors que celle obtenue par traction uniaxiale est de 1.336 mm (pour  $G_c = 8.85$  MPa.mm). Cette différence notable lorsque le modèle AT2 est utilisé est également reportée dans [26] pour un PMMA testé sur une éprouvette trouée en compression (DCDC). Dans cette dernière étude, le modèle AT1 offre quant à lui une comparaison raisonnable des résultats expérimentaux lorsque  $\ell$  est déterminée théoriquement comme dans ce qui suit. Nous choisirons dans la suite de ce manuscrit la formulation AT1, pour laquelle l'endommagement apparaît dans une bande délimitée de largeur  $4\ell$ . Avec ce choix, le modèle d'endommagement présente en traction uniaxiale un comportement d'adoucissement de contrainte et reste purement élastique sans endommagement jusqu'à ce que la contrainte atteigne la valeur critique  $\sigma_c$  [27], donnée par :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{3G_c E'}{8\ell}} \quad (3.11)$$

La relation théorique (3.11) peut être utilisée pour déterminer la valeur numérique du paramètre de régularisation  $\ell$  pour un matériau spécifique à partir de la connaissance de ses propriétés élastiques déterminées à partir d'un essai de traction uniaxiale sur un barreau sain : la contrainte critique à la rupture  $\sigma_c$ , le module  $E' = E$  en contrainte plane et  $E' = E/(1 - \nu^2)$  en déformation plane, et de la ténacité à la rupture  $G_c$ . Cette relation a permis dans diverses études d'obtenir de bonnes comparaisons aux résultats expérimentaux comme par exemple dans [22, 28]. Cependant, il y a des situations, discutées dans [29], où l'application pratique de cette relation devient soit impossible, soit extrêmement coûteuse. Par exemple, dans des cas où la valeur estimée de  $\ell$  est

exceptionnellement élevée, de l'ordre de  $10^1$  à  $10^2$  mm, comme observé à partir des propriétés de certains matériaux [30], l'utilisation de cette relation est problématique pour l'étude de pièces de petite taille. À l'inverse, une valeur de  $\ell$  très faible, de l'ordre de  $10^{-2}$  mm comme observée dans [31], entraîne des coûts numériques élevés étant donné que la taille de la maille doit être inférieure à  $\ell$ .

On note aussi que lors de simulations via l'approche champ de phase et le modèle AT1, la ténacité calculée est augmentée par un facteur qui dépend de la discrétisation spatiale  $h$  [19], de telle sorte que le taux de restitution d'énergie critique numérique est donné par la relation

$$G_c^{\text{num}} = G_c \left( 1 + \frac{h}{4c_w \ell} \right) \quad \text{avec } c_w = \frac{2}{3} \text{ pour AT1 (dans notre étude } h = \frac{\ell}{5}) \quad (3.12)$$

Comme discuté dans [32], le problème de minimisation (3.10) incarne un défi numérique majeur, attribuable à plusieurs facteurs. En premier lieu, la non-convexité de la fonctionnelle (3.6) entraîne la présence de multiples minimiseurs locaux, complexifiant ainsi l'identification du minimum global. De surcroît, la nécessité d'éviter l'auto-cicatrisation des zones endommagées, au moyen de l'irréversibilité de l'endommagement, impose des contraintes bornées sur la variable d'endommagement  $d$  et exige de résoudre des inégalités variationnelles, ajoutant ainsi une complexité supplémentaire. En troisième lieu, la taille du problème s'accroît considérablement après discrétisation, en raison des minimiseurs de la fonctionnelle, souvent caractérisés par une localisation de l'endommagement et des déformations élastiques dans des bandes d'une largeur de l'ordre de  $\ell$ , notablement petite par rapport au domaine de simulation, nécessitant parfois ainsi un maillage très fin.

L'énergie totale  $\mathcal{E}_\ell(u, d)$  n'est pas convexe par rapport à la paire  $(u, d)$ , néanmoins, elle est convexe par rapport à  $u$  et  $d$  séparément. Ainsi, un algorithme de minimisation alternée, proposé par Bourdin et al. [18], garantit une convergence vers un point stationnaire de l'énergie, tout en respectant la condition d'irréversibilité. Le principe est le suivant : à chaque intervalle de temps  $t_i$ , le problème est minimisé par rapport à un  $u$  cinématiquement admissible pour un  $d$  fixé. Ensuite, en maintenant  $u$  constant, nous minimisons  $\mathcal{E}_\ell(u, d)$  en fonction de  $d$ , en respectant l'irréversibilité  $d_i \geq d_{i-1}$ , et répétons cette procédure jusqu'à atteindre une variation minimale de l'énergie totale et qu'un critère de convergence soit satisfait. En effet, à chaque itération avant la convergence, le sous-problème d'optimisation a une solution unique avec une énergie inférieure, et ainsi, l'algorithme converge vers un point stationnaire. Cela conduit à l'algorithme suivant :

**Remarque.** *La minimisation en choisissant un critère sur l'énergie totale [33] en étape 6 peut être remplacée par un critère de convergence sur la variable d'endommagement  $d$  [18].*

---

**Algorithm 1** : Algorithme standard de minimisation alternée à l'étape  $i$

---

1: Soit  $j = 0$  et  $d^0 := d^{i-1}$

2: **repeat**

3: Calculer l'équilibre,

$$u^{j+1} := \arg \min_{u \in \mathcal{U}_{adm}} \mathcal{E}_\ell(u; d^j)$$

4: Calculer l'endommagement,

$$d^{j+1} := \arg \min_{d \geq d_{i-1}} \mathcal{E}_\ell(u^{j+1}; d)$$

5:  $j := j + 1$

6: **until**  $\|\mathcal{E}_\ell^j - \mathcal{E}_\ell^{j-1}\|_{L^\infty} < tol$

7: Définir,  $u^i := u^j$  et  $d^i := d^j$

---

Les principaux atouts de l'utilisation de la modélisation par champ de phase pour la fissuration résident tout d'abord dans un modèle intrinsèquement fondé sur la minimisation de l'énergie qui ne requiert aucune hypothèse de trajet de fissures prédéfinies a priori et permettant potentiellement de déterminer la nucléation, la croissance et la coalescence des fissures. Il est également possible de modéliser la multi-fissuration. De plus, grâce à sa structure variationnelle, le modèle permet d'intégrer naturellement plusieurs champs de la physique. Enfin, il peut être généralisé en trois dimensions.

#### 3.2.1.3 Décompositions énergétiques

Comme présenté en équation (3.7), la fonction de dégradation  $a(d)$  pénalise l'énergie élastique lorsque l'endommagement augmente. La manière dont est réalisé ce couplage entre l'endommagement et le reste du potentiel élastique, régulièrement appelée "contact unilatéral" dans la littérature, a un impact significatif sur la solution observée et peut être reliée à la physique du problème. Pour illustrer ce propos, reformulons tout d'abord l'énergie élastique en faisant apparaître les composantes hydrostatique et déviatorique du tenseur de déformation :

$$W^{el} = (1 - d)^2 \left( \frac{K}{2} tr^2(\underline{\underline{\epsilon}}) + \mu (\underline{\underline{\epsilon}}_d : \underline{\underline{\epsilon}}_d) \right) \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{\epsilon}}_d = \underline{\underline{\epsilon}} - \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{1}} \quad (3.13)$$

où  $K$  est le module d'élasticité isostatique (ou module de compressibilité) et  $\mu$  est le module de cisaillement, tel que  $K = \lambda + 2\mu/n$  ( $n$ -dimensions), avec  $\lambda$  le premier coefficient de Lamé. Le tenseur  $\underline{\underline{\epsilon}}_d$  représente la partie déviatorique, avec  $\underline{\underline{1}}$  le tenseur identité de second ordre, et  $tr(\underline{\underline{\epsilon}})$  la partie hydrostatique du tenseur de déformation. On peut observer que dans le couplage (3.13), l'endommagement peut apparaître sous n'importe quel état de chargement local de la matière, indépendamment de la condition d'admissibilité cinématique du problème de fracture. On pourrait donc observer dans ce cas une apparition de l'endommagement sous compression

pure de la matière sur elle-même (partie hydrostatique négative), ce qui n'a pas de sens physique. Pour éviter ce phénomène, on peut par exemple modifier l'écriture de l'énergie élastique selon [34],

$$\begin{aligned}
 W^{el} &= \frac{K}{2} tr^2(\underline{\underline{\epsilon}}^-) + (1-d)^2 \left( \frac{K}{2} tr^2(\underline{\underline{\epsilon}}^+) + \mu (\underline{\underline{\epsilon}}_d : \underline{\underline{\epsilon}}_d) \right), \\
 tr(\underline{\underline{\epsilon}}^+) &= \begin{cases} tr(\underline{\underline{\epsilon}}) & \text{si } tr(\underline{\underline{\epsilon}}) \geq 0, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \\
 tr(\underline{\underline{\epsilon}}^-) &= tr(\underline{\underline{\epsilon}}) - tr(\underline{\underline{\epsilon}}^+),
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Ainsi, de multiples décompositions ont été proposées dans la littérature. Les plus utilisées sont celles de l'équation (3.14) et celle proposée dans [35] qui est une décomposition spectrale dans laquelle seule la partie associée aux valeurs propres positives du tenseur de déformation contribue à l'endommagement. Ces méthodes ont été implémentées numériquement et comparées avec succès à des essais expérimentaux dans le cadre élastique [28, 36].

L'impact de telles décompositions sur les résultats obtenus via un essai SENB a notamment été étudié dans [37]. Il est remarqué que les décompositions pouvaient avoir un impact sur le déplacement imposé à l'initiation, avec notamment une initiation retardée pour la décomposition spectrale en comparaison à la décomposition déviatorique. Cependant, les conditions aux limites appliquées dans cette étude ne semblent pas être exactement les mêmes que dans la nôtre, notamment sur la définition des appuis inférieurs.

Enfin, la modélisation d'un essai de compression sur échantillon troué, comme dans le cas de l'essai DCDC, n'est pas triviale. En effet, l'utilisation de telles décompositions introduit un endommagement irréaliste dans la région de l'équateur du trou avant que la fissure ne commence à se propager le long de l'axe principal de l'éprouvette [38] comme illustré en Figure 3.5. Cela est principalement attribuable aux niveaux élevés des champs de déformation hydrostatique négative et déviatorique observés autour de l'équateur du trou, comme le montre la Figure 3.6.

Ainsi, certains auteurs ont proposé d'utiliser une décomposition énergétique dite orthogonale [38]. Une autre décomposition a été utilisée par [39] pour modéliser le même essai dans le cas d'un matériau anisotrope dans son comportement et sa fracture. Nous discuterons dans la section 3.4 des solutions mises en place dans notre étude pour modéliser cet essai. On note qu'une décomposition de l'énergie élastique en couplant seulement la partie hydrostatique positive à la fonction d'endommagement (sans coupler la partie déviatorique) a été testée mais a apporté des problèmes de convergence. Dans la suite de ce manuscrit la décomposition proposée par [34] sera privilégiée, offrant une mise en place numérique simple, et un sens physique pertinent puisque basé sur la décomposition des parties hydrostatique et déviatorique du tenseur de déformation.

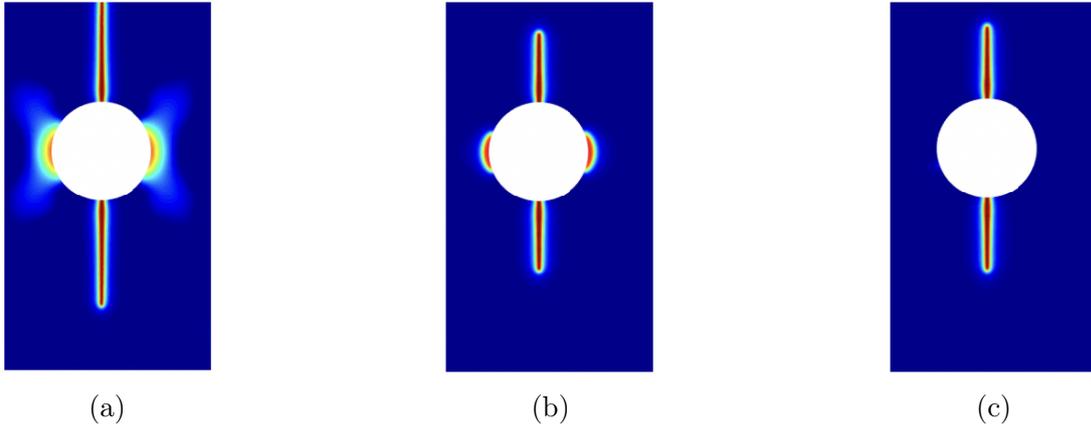


FIGURE 3.5 – Champs d'endommagement sur un essai de compression sur éprouvette trouée obtenus par [38] avec les décompositions (a) Volumétrique/deviatorique [34] (b) Extensive/compressive [35] et (c) orthogonale [38].

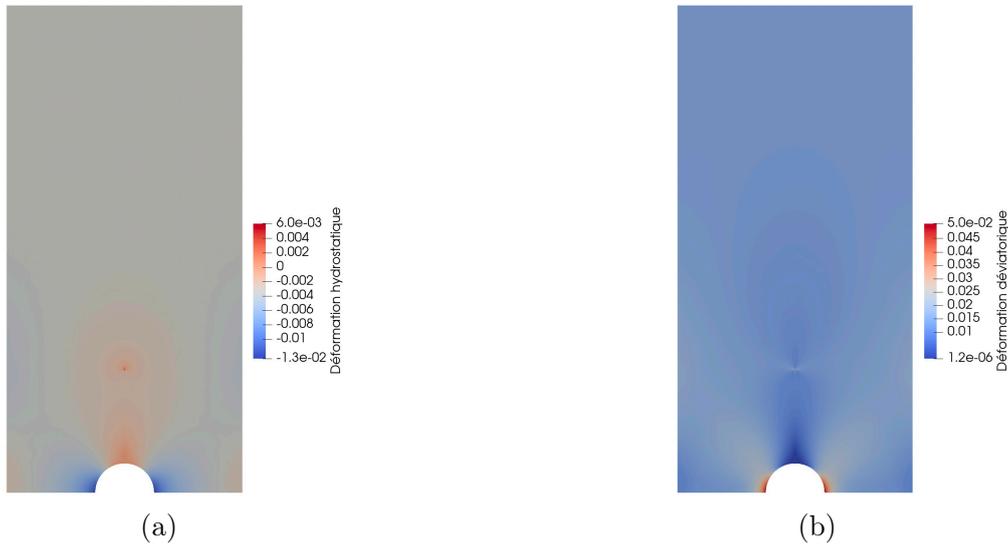


FIGURE 3.6 – Champs de déformations (a) hydrostatique ( $\frac{1}{3}tr(\underline{\underline{\epsilon}})$ ) et (b) déviatorique ( $\underline{\underline{\epsilon}} - \frac{1}{3}tr(\underline{\underline{\epsilon}})\underline{\underline{1}}$ ), obtenus pour une simulation d'un essai DCDC sur une demi-éprouvette.

### 3.2.1.4 Extension à l'élastoplasticité pour la rupture ductile

Le modèle a été présenté en élasticité linéaire. Dans cette section, nous souhaitons l'élargir aux matériaux ductiles. La formulation variationnelle originale en élasticité a été étendue à l'élastoplasticité dans plusieurs études aussi bien en petites déformations [40, 41, 42, 43, 44], qu'en grandes déformations [33, 45]. On utilisera ici l'approche développée par [40, 41, 42, 44]. Le matériau est donc considéré comme élastique parfaitement plastique, satisfaisant au critère de von Mises défini comme  $\sqrt{\frac{3}{2}\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} \leq \sigma_y$ , où  $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{tr(\underline{\underline{\sigma}})}{3}\underline{\underline{1}}$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes de Cauchy. Nous désignerons le tenseur de déformation plastique par  $\underline{\underline{\epsilon}}_p$ . La déformation totale est décomposée en une partie élastique et une partie plastique. La relation

contrainte-déformation est alors donnée par,

$$\underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C}(\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_p).$$

Le problème de minimisation se formule désormais comme suit :

$$(\underline{\underline{u}}^*, \underline{\underline{\epsilon}}_p^*, d^*)_\ell = \arg \min_{\substack{\underline{\underline{u}} \in \mathcal{U}_{ad}, \underline{\underline{\epsilon}}_p \in \mathcal{G}, \\ d \geq 0}} \mathcal{E}_\ell(\underline{\underline{u}}, \underline{\underline{\epsilon}}_p, d) \quad (3.15)$$

où  $\mathcal{G}$  est l'ensemble des taux de déformation plastique incompressibles. L'énergie totale du système est exprimée dans l'équation (3.16), avec la formulation AT1 et sans considérer de décomposition énergétique :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\ell(\underline{\underline{u}}, \underline{\underline{\epsilon}}_p, d) &= \int_{\Omega} W^{el} + W^{plas} + W^{frac} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_p) : (1-d)^2 \mathbb{C} : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_p) d\Omega \\ &+ \int_{\Omega} b(d) \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y \bar{p} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{3G_c}{8} \left( \frac{d}{\ell} + \ell |\nabla d|^2 \right) d\Omega, \end{aligned} \quad (3.16)$$

où  $\bar{p}$  est la plasticité cumulée définie de l'instant 0, jusqu'à l'instant  $t$ , par  $\bar{p}(t) = \int_0^t |\dot{\epsilon}_p| d\tau$ . La fonction  $b(d)$ , généralement définie par  $(1-d)^2$ , est une seconde fonction de dégradation dépendante de l'endommagement. On écrit le tenseur de déformation en trois dimensions afin de permettre une déformation hors-plan dans le cas de l'hypothèse de contrainte plane, mais en forçant la composante  $\epsilon_{zz} = 0$  dans le cadre de l'hypothèse de déformations planes. Enfin, la condition d'incompressibilité plastique  $tr(\underline{\underline{\epsilon}}_p) = 0$ , qui doit être imposée pendant la minimisation [44], est assurée par pénalisation.

À chaque pas de temps  $t^i$ , premièrement, la fonctionnelle  $\mathcal{E}_\ell$  est minimisée en trouvant le déplacement cinématiquement admissible optimal  $\underline{\underline{u}}^i$  et la déformation plastiquement admissible  $\underline{\underline{\epsilon}}_p^i$  tout en maintenant la variable de dommage  $d^{i-1}$  constante. La plasticité cumulée est calculée selon :  $\bar{p}_i = \bar{p}_{i-1} + \|\underline{\underline{\epsilon}}_p^i - \underline{\underline{\epsilon}}_p^{i-1}\|$ , où la norme  $\|\underline{\underline{a}}\| = \sqrt{\underline{\underline{a}} : \underline{\underline{a}}}$ . L'énergie  $\xi_\ell$  est ensuite minimisée par rapport à  $d$  tout en maintenant  $\underline{\underline{u}}^i$  et  $\underline{\underline{\epsilon}}_p^i$  constants. La seconde minimisation prend en compte la contrainte d'irréversibilité de l'endommagement. Ce processus est répété de manière itérative jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. Un autre algorithme détaillé dans [41] présentant une minimisation alternée différente, aboutit à des résultats identiques à celui proposé ici.

### 3.2.1.5 Implémentation numérique

Le modèle a été implémenté en utilisant la méthode des éléments finis et la bibliothèque open-source FeniCS [46] qui permet la résolution d'équations différentielles partielles. La minimisation

de l'énergie par rapport à  $\underline{u}$  est linéaire, et est résolue en utilisant le solveur direct MUMPS. La minimisation sous contrainte de l'énergie par rapport à  $d$  est résolue à l'aide des bibliothèques PETSC TAO. Nous spécifions l'énergie totale du système et calculons sa dérivée directement en utilisant la commande `derivative`. Nous résolvons ensuite le problème de minimisation contraint résultant à l'aide de la classe `OptimisationProblem` avec `NonlinearVariationalSolver`. La minimisation de l'énergie par rapport à  $\underline{\underline{\epsilon}}_p$  est résolue en utilisant le solveur SNES PETSC avec une technique de recherche linéaire.

Une projection des champs de déplacement et d'endommagement est effectuée sur un espace d'éléments finis affines par morceaux (éléments triangulaires P1), en utilisant le même maillage non structuré. Le champ de déformation plastique  $\underline{\underline{\epsilon}}_p$  est quant à lui projeté sur un espace discontinu discret, attribuable à la nature locale du problème de minimisation de la plasticité. Les maillages sont générés par le générateur de maillage Gmsh [47] en utilisant un algorithme Frontal-Delaunay non structuré avec une taille d'élément cible au maximum de  $\ell/5$  dans la zone de propagation (où  $d$  évolue).

Pour s'assurer que l'implémentation de la loi élastoplastique parfaite soit correcte, plusieurs cas test ont été modélisés tels que l'essai de traction uniaxiale avec et sans endommagement. Les résultats obtenus sont présentés en Figures 3.7 et 3.8a et sont comparés aux résultats théoriques dans le cas sans endommagement ou aux résultats semi-analytiques développés dans [48] dans le cas d'un couplage plasticité-endommagement, dont le modèle est nommé dans ce papier comme 'fracture cohésive selon Barenblatt' (Elasto Plastique Plastique-Endommageable). Les conditions initiales sont celles d'un matériau non-déformé, non-plastifié et non-endommagé.

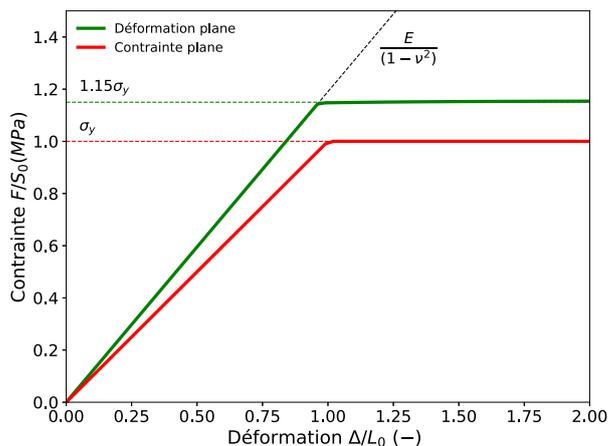


FIGURE 3.7 – (a) Traction uniaxiale sous hypothèse de déformation plane et de contrainte plane sans endommagement ( $E = 1$  MPa,  $\nu = 0.4$ ,  $\sigma_y = 1$  MPa).

On remarque dans la Figure 3.8b que l'énergie plastique dissipée diminue durant la localisa-

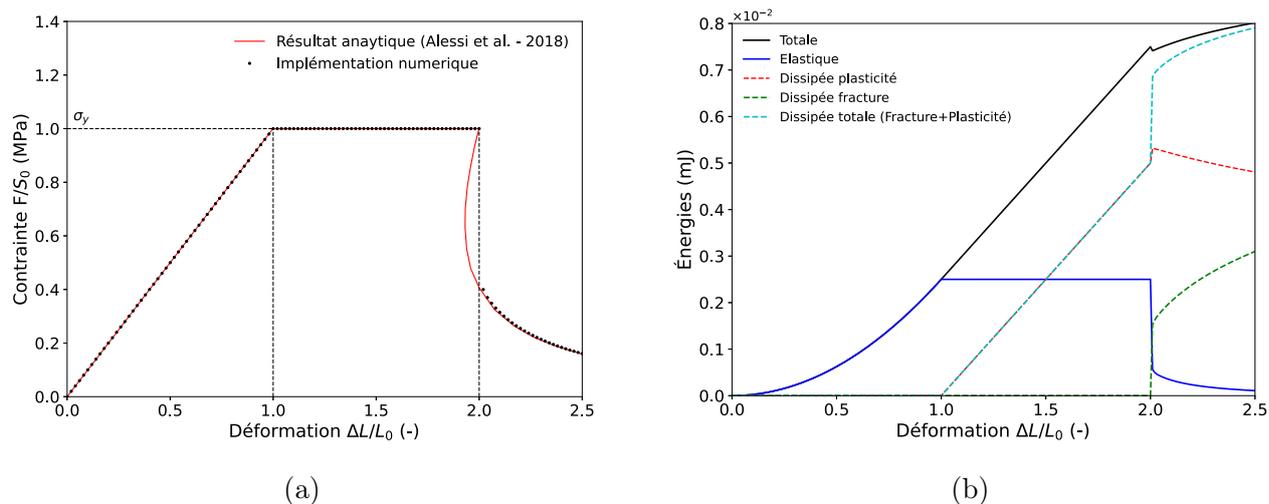


FIGURE 3.8 – (a) Traction uniaxiale avec endommagement en contrainte plane et comparaison aux résultats semi-analytiques ( $E = 1$  MPa,  $\nu = 0.4$ ,  $\sigma_y = 1$  MPa,  $\sigma_c = \sqrt{3}$ ,  $\ell = 0.15$  mm) (b) Variation des différentes énergies au cours du chargement de déplacement imposé.

tion de l'endommagement, ce qui contredirait l'hypothèse d'irréversibilité de l'accumulation de l'énergie plastique dissipée. En réalité, la courbe tracée présente une combinaison de plasticité et d'endommagement puisqu'il y a un couplage entre les deux, comme présenté en équation 3.16, de telle sorte qu'une partie de cette énergie est transformée en une contribution énergétique de fracture.

### 3.2.2 Modèles de zones cohésives

Les modèles de zones cohésives (MZC) s'inspirent du modèle de Dugdale-Barenblatt [49, 50], un modèle où la loi de comportement implique la force et le saut de déplacement entre deux sections d'un domaine. Ils postulent l'existence de zones de processus, où des forces cohésives attractives s'opposent à la séparation des lèvres de la fissure. La loi de comportement au sein de cette zone, de dimension nulle, définit le modèle de la zone cohésive et implique généralement une relation reliant les contraintes d'ouverture à l'ouverture elle-même, signifiant que l'énergie de surface est fonction du saut de déplacement à travers les lèvres de la fissure. Cette méthode très utilisée pour étudier les assemblages collés [51], peut également être pertinente pour déterminer les propriétés de fissuration d'un matériau en masse.

#### 3.2.2.1 Principe général

Comme discuté dans [52, 53], la base de cette théorie est de considérer une loi de traction-séparation entre deux surfaces. Cette loi prend en compte la résistance et la ténacité des forces de cohésion se produisant à l'interface. À mesure que les surfaces se séparent, les forces de cohésion

s'adoucissent et finissent par devenir nulles lorsque l'interface se rompt.

Pour simplifier ici l'explication, nous considérons une loi de traction-séparation triangulaire, où la contrainte  $T$  par rapport au déplacement de séparation de surface,  $\delta$ , est définie par seulement trois paramètres comme illustré en Figure 3.9b. L'élément cohésif a une rigidité initiale de  $K_0$  constante tant que la contrainte reste inférieure à  $T_c$ . Une fois la contrainte critique  $T_c$  atteinte, la rigidité de l'élément cohésif devient  $K_D = (1 - D)K_0$ , avec  $D$  un paramètre d'endommagement. Dans le cas d'un endommagement linéaire (Figure 3.9b),  $D$  peut s'écrire comme,

$$D = \frac{\delta_f(\delta_{\max} - \delta_c)}{\delta_{\max}(\delta_f - \delta_c)}, \tag{3.17}$$

avec  $\delta_c$  le déplacement lors de l'initiation de l'endommagement,  $\delta_f$  le déplacement lors de la rupture et  $\delta_{\max}$  la séparation maximale avant rupture.

La loi de traction-séparation de la Figure 3.9b peut être considérée pour le déplacement normal de la surface (ouverture de la fracture en Mode I) ainsi que pour le déplacement tangentiel, qui prend en compte la séparation de surface due au cisaillement. Lorsque les déplacements tangentiels sont pris en compte,  $\delta$  dans l'équation (3.17) peut s'écrire comme,

$$\delta = \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + \delta_t^2 + \delta_s^2} \tag{3.18}$$

où  $\delta_t$  et  $\delta_s$  sont les déplacements tangentiels (en trois dimensions) et  $\langle . \rangle$  sont les crochets de Macauley permettant de distinguer la séparation normale de la compression normale.

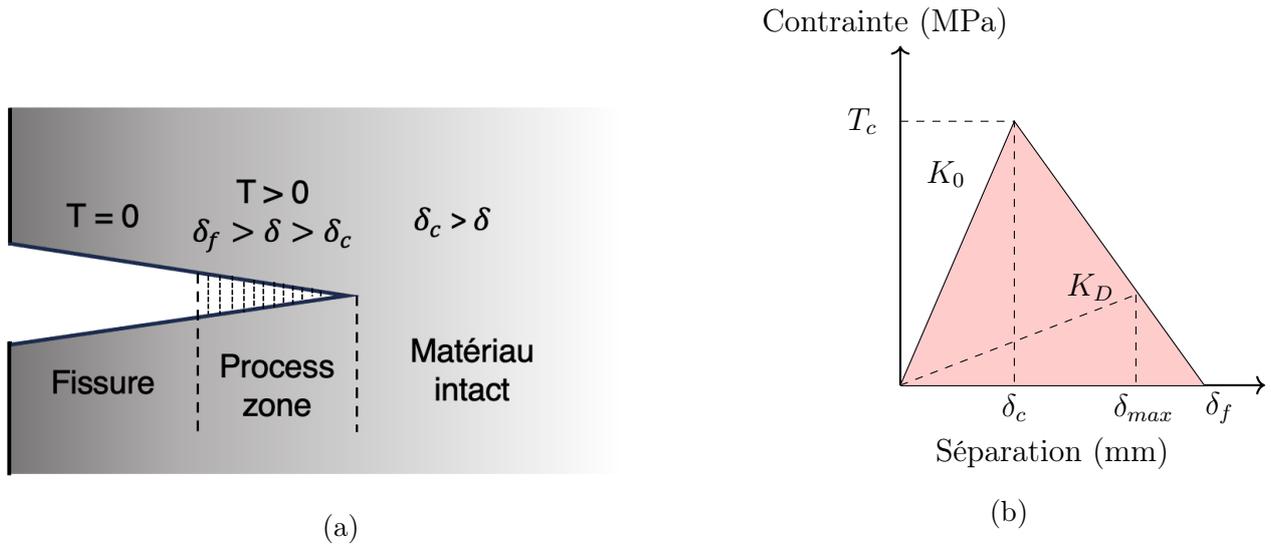


FIGURE 3.9 – (a) Illustration d'une zone cohésive associée à la (b) Loi cohésive traction-séparation bilinéaire.

### 3.2.2.2 Les différentes lois cohésives

La Figure 3.10 montre trois types courants de loi de traction-séparation dans les matériaux fragiles et ductiles : la loi d'adoucissement exponentielle, la loi trapézoïdale et la loi polynomiale. On peut trouver une description complète des équations permettant d'obtenir chaque type de lois dans [54]. En général, les lois trapézoïdales, proposées par [52], sont préférées pour modéliser l'endommagement et la propagation dans les matériaux ductiles. Cependant, dans leur étude sur des adhésifs [54], Costa et al. ont montré que la forme de la loi n'impactait pas de manière significative le résultat de la simulation et qu'une loi bilinéaire simple pouvait très bien se comparer aux résultats d'une loi plus complexe. Cependant, Alfano a comparé plusieurs modèles de lois cohésives [55] et a conclu que le profil d'ouverture de la traction peut influencer la réponse de la configuration étudiée, en fonction du problème de valeur limite. La loi trapézoïdale s'est avérée offrir les résultats les moins satisfaisants, tant en terme de stabilité numérique qu'en terme de convergence de la solution d'éléments finis vers la solution exacte. La loi exponentielle s'est révélée être optimale, tandis que la loi bilinéaire représentait le meilleur compromis entre coût calculatoire et approximation. Dans [56], on retrouve une étude de l'impact de la forme de la fonction de l'endommagement pour un essai de compression sur une éprouvette de PMMA comportant un trou de forme rhomboïdale. Les résultats de cette étude révèlent que la forme de la loi cohésive impacte sur la force à l'initiation, avec une augmentation d'environ 15% pour une loi cohésive trapézoïdale rectangulaire ( $\delta_1 \approx 0$  et  $\delta_2 \approx \delta_f$ ) en comparaison avec une loi bilinéaire. Cette dernière, en particulier, affiche des résultats étroitement alignés sur ceux obtenus via l'application du critère couplé proposé par Leguillon [57]. Toutefois, l'étude ne propose pas de comparaison avec des données expérimentales.

### 3.2.2.3 Implémentation numérique

L'intérêt du MZC est la possibilité de prendre en compte une discontinuité tout en restant dans le cadre conventionnel de la théorie des éléments finis. Ainsi, le code éléments finis Abaqus/Standard [58] a été choisi pour les simulations, et un solveur implicite a donc été utilisé. Étant donné les dimensions de la géométrie et le raffinement généralement nécessaire pour les éléments cohésifs [59], des calculs 2D ont été effectués en utilisant des éléments cohésifs quadrilatéraux COH2D4 sur la surface de propagation. Une illustration de ce type d'éléments est proposée en Figure 3.11. Puisque pour les cas étudiés, le mode d'ouverture est connu et le trajet de propagation est anticipé, l'intégration d'éléments de surface cohésifs est réalisée dans les régions susceptibles de fracture avant même d'initier les simulations. Concrètement, un premier maillage a été réalisé

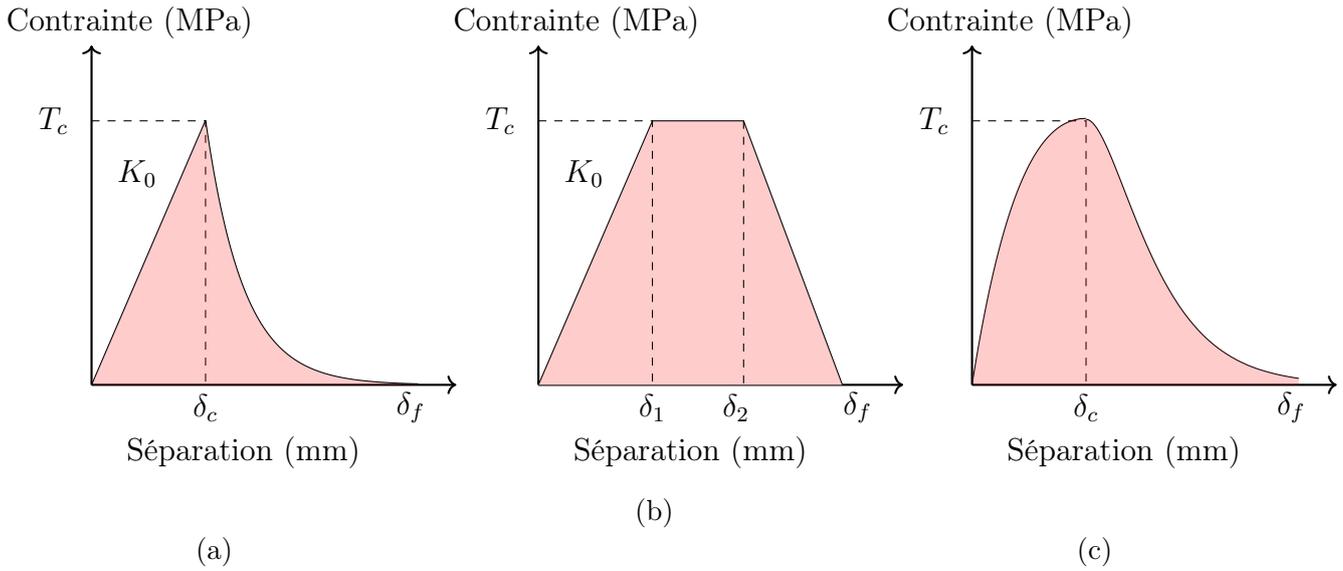


FIGURE 3.10 – Autres exemples de lois cohésives : (a) Triangulaire avec adoucissement non-linéaire; (b) Trapézoïdale; (c) Exponentielle.

à l'aide de Gmsh [47], puis des éléments cohésifs ont été insérés à l'aide d'un script Fortran en dupliquant certains nœuds et éléments pour créer une interface cohésive entre eux.

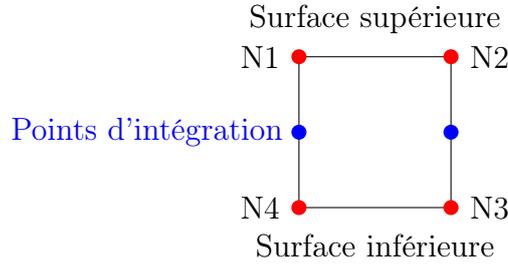


FIGURE 3.11 – Illustration d'un élément COH2D4.

Plusieurs choix d'évolution et de critère d'endommagement sont possibles, comme présenté dans le chapitre précédent. Nous avons considéré à la fois des lois de traction-séparation tangentielles et normales avec les mêmes paramètres. Cependant, dans les cas que nous traiterons, on peut négliger la loi de séparation tangentielle comme dans [56], car comme prévu, l'endommagement est dû à l'ouverture de surface en Mode I pour nos deux essais. Nous avons choisi de déclencher l'endommagement dès que la contrainte normale ou tangentielle atteint ses valeurs critiques,  $T_c$  (critère Abaqus MAXS). L'évolution de l'endommagement linéaire Éq. (3.17) est régie par le déplacement maximal  $\delta_f$ , qui s'écrit `*DAMAGE EVOLUTION, TYPE=DISPLACEMENT, SOFTENING=LINEAR`. Par conséquent, les résultats numériques peuvent être discutés par rapport aux trois paramètres d'élément cohésif  $K_0$ ,  $T_c$  et  $\delta_f$  ou de façon équivalente  $K_0$ ,  $T_c$  et  $G_c$  puisque l'énergie consommée par la rupture d'un élément,  $\frac{T_c \times \delta_f}{2}$ , est le taux d'énergie de rupture critique

libéré  $G_c$ . Dans ce modèle, la partie élastique de la courbe de traction-déplacement d'ouverture (c'est-à-dire pour  $\delta < \delta_c$  et  $T < T_c$ ) introduit une rigidité artificielle de l'élément cohésif  $K_0 = \frac{T_c}{\delta_c}$ . Cependant, le but des éléments de la zone cohésive est de simuler la fracture, ce qui signifie que la rigidité de l'élément cohésif doit être suffisamment élevée pour qu'elle n'affecte pas la rigidité globale du modèle. Après une étude de ce paramètre, nous avons ainsi fixé  $K_0 = 5 \times 10^4$  MPa.mm pour le PMMA et  $1 \times 10^4$  MPa.mm pour le MMA, qui assure une pente élastique inchangée et une valeur de l'effort à l'initiation de la fissure qui est convergée.

Afin d'estimer précisément la charge à l'initiation de la fissure, il est typique de considérer plusieurs éléments cohésifs pour couvrir la longueur de la zone de processus cohésive,  $l_{cz}$ , qui peut être approximée par  $l_{cz} \approx ME \frac{G_c}{T_c^2}$  pour les matériaux élastiques linéaires, avec  $M$  dépendant du modèle et pouvant dépendre de la géométrie de l'échantillon. Les différents modèles sont rappelés dans [59]. À noter que dans notre cas,  $M$  est inconnu et peut être significativement inférieur à un. De plus, il n'y a pas un nombre strict d'éléments requis sur la longueur de la zone cohésive, donc ce nombre devrait être choisi assez grand pour que les résultats restent inchangés par un raffinement supérieur mais assez petit pour limiter la durée des calculs. Enfin, un maillage régulier est recommandé le long des surfaces cohésives pour éviter l'apparition de l'endommagement dans des endroits irréalistes due à des irrégularités de maillage.

Autre point important, d'après [60], lorsque la contrainte nécessaire pour causer une rupture dans la zone cohésive est relativement faible (de l'ordre de trois fois inférieure) par rapport à la contrainte nécessaire pour causer un écoulement plastique dans le matériau massif, le modèle peut ne pas être capable de prédire correctement l'ouverture des fissures. Dans notre cas, la modélisation du matériau présentant une déformation plastique se fera pour des valeurs de contrainte de plateau plastique égales ou proches de  $T_c$ .

### 3.3 Modélisation numérique de l'essai SENB

Dans un souci d'efficacité calculatoire, une approche bi-dimensionnelle (2D) a été adoptée. Dans cette section, nous présentons les géométries des échantillons modélisés et les conditions aux limites appliquées. La taille du maillage et le pas de chargement sont des paramètres importants dans toutes simulations éléments finis, où un équilibre doit être trouvé entre un maillage et un pas de chargement larges, qui peuvent conduire à des calculs plus rapides mais une estimation moins précise, et un maillage et un pas de chargement raffinés, qui à l'inverse prendront plus de temps de calcul mais fourniront une meilleure estimation. À cette fin, divers niveaux de raffinement du maillage et du pas de chargement ont été testés dans cette section pour l'essai SENB.

Les échantillons du matériau PMMA et ceux de MMA ayant des géométries très similaires, les raffinements de maillage loin de la zone de fissuration seront identiques.

#### 3.3.1 Géométries et conditions aux limites

Les conditions aux limites appliquées en déplacement pour l'essai SENB sont représentées en Figure 3.12. Un des appuis inférieurs est fixe, tandis que l'autre est glissant. Le chargement est appliqué sous forme de condition de Dirichlet au niveau de l'appui supérieur. Il a été observé dans [37] que l'utilisation de l'approche par champ de phase peut présenter des difficultés pour détecter l'initiation de la fissure, en particulier lorsque l'application du déplacement est limitée à un seul nœud et que l'énergie est décomposée sous forme hydrostatique et déviatorique. Le déplacement est donc appliqué sur un ensemble nœuds de longueur 1 mm, ce qui semble également plus réaliste vis-à-vis de la réalité expérimentale qu'un effort localisé en un seul point. Pour rappel, deux types de pré-fissure ont été étudiés pour cet essai. D'une part, la pointe de fissure des échantillons pré-entaillés grâce à un fil diamanté est modélisée sous la forme d'une entaille en forme de U. La longueur est donnée dans le Tableau 3.1 pour chaque matériau et la largeur est fixée à 0.3 mm. D'autre part, le maillage des échantillons pré-entaillés puis pré-fissurés prend en compte une première pré-entaille de hauteur égale à un quart de l'échantillon, puis une pré-fissure de longueur égale à celle obtenue expérimentalement et donnée dans le Tableau 3.1. Afin de se rapprocher au plus près des conditions expérimentales, la largeur de la pré-fissure est choisie très fine, c'est-à-dire décalée de part et d'autre de  $0.1^\circ$  sur le bord de la pré-entaille.

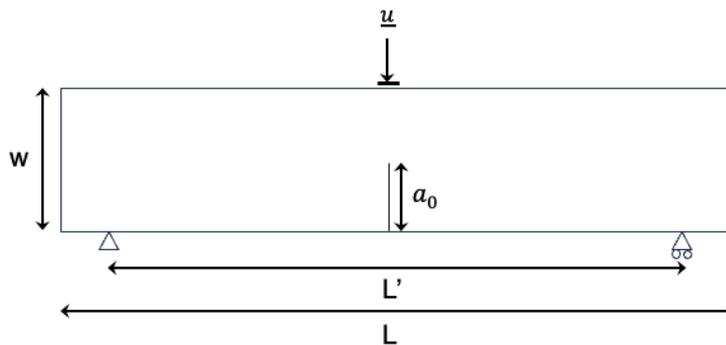


FIGURE 3.12 – Géométrie et conditions aux limites pour l'essai SENB.

#### 3.3.2 Spécificités de la modélisation par MZC

Le maillage utilisé pour modéliser l'essai SENB grâce aux éléments cohésifs comporte deux parties, nommément la zone cohésive située sur l'axe vertical au-dessus de la pré-fissure ou pré-entaille, et le reste des éléments finis représentant le matériau en masse. Une illustration d'un

	L	L'	w	$a_0$
PMMA - pré-entaillé	80	70	20	9.6
PMMA - pré-fissuré	80	70	20	11.2
MMA - pré-entaillé	80	68	17	8.5
MMA - pré-fissuré	80	68	17	7.3

TABLE 3.1 – Taille des échantillons SENB modélisés (en mm).

maillage est proposée en Figure 3.13. Une étude de sensibilité de la réponse mécanique a été réalisée sur plusieurs paramètres pour un matériau élastique linéaire : la taille de maille, la surface d'application de l'effort sur la face supérieure ainsi que le pas de chargement.

Cette étude a été réalisée avec des paramètres matériaux du PMMA ( $E$ ,  $\nu$ ) et de zone cohésives ( $K_0$ ,  $T_c$  et  $G_c$ ) constants. On rappelle que la contrainte  $T_c$  est fixée dans un premier temps égale à  $\sigma_c$  la limite élastique du matériau.

Pour définir la taille de la zone cohésive, il est en général nécessaire de connaître les propriétés des matériaux étudiés. Dans le cas du PMMA, les valeurs de  $E$  et  $T_c$  sont connues. La première ayant été estimée par un essai de compression uniaxiale à 1710 MPa, et la seconde est choisie égale à  $\sigma_c = 70 \text{ MPa}$ , la limite élastique du matériau, comme réalisé dans [56]. La valeur de  $G_c$  est donc la dernière propriété du matériau à obtenir pour l'estimation de  $l_{pz} = \frac{MEG_c}{T_c^2}$ . Les divers essais expérimentaux (DCDC, SENB pré-entaillé et SENB pré-fissuré) sur le PMMA ont fourni différentes valeurs de  $G_c$  à l'aide de formules théoriques ou semi-analytiques. La valeur de  $G_c$  retenue est celle jugée la plus critique pour l'estimation de la process zone, à savoir la plus faible. Ainsi,  $G_c = 0.12 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$ , dérivé de l'essai DCDC, est sélectionné. Cette valeur permet d'estimer  $l_{pz} \approx 0.03 \text{ mm}$  si  $M = 1$ . Cependant, dans certains modèles,  $M$  peut être significativement inférieur à 1, imposant ainsi une taille d'élément cohésif plus fine, avec plusieurs éléments requis dans la zone cohésive. Par conséquent, la taille des éléments cohésifs dans la zone de processus est fixée à  $1 \times 10^{-3} \text{ mm}$ , similaire à celle employée dans [56]. Pour des tailles d'éléments variant entre  $1 \times 10^{-1}$  et  $1 \times 10^{-2} \text{ mm}$ , aucune propagation n'est observée car le calcul diverge après avoir atteint un déplacement à rupture sous-estimé, marqué par une croix rouge dans la Figure 3.14a. Une taille de  $1 \times 10^{-3} \text{ mm}$  garantit, pour tous les cas étudiés, l'initiation et la propagation de la fissure sur plusieurs éléments. Pour ne pas allonger plus que nécessaire les simulations, un maillage plus grossier est adopté loin du centre de l'éprouvette, défini par à 1 mm, comme indiqué dans la Figure 3.13, suite à une étude de convergence illustrée dans la Figure 3.14b. Cependant, un maillage excessivement grossier en dehors de la zone cohésive entraîne une anticipation de l'endommagement, en raison d'une réponse structurale plus rigide. Le raffinement de maillage du matériau MMA a été aligné sur celui du PMMA, montrant également

une convergence satisfaisante pour les paramètres matériau définis. La réponse mécanique est fortement influencée par la largeur de la surface d'application de l'effort, comme le montre la Figure 3.14c. Lorsqu'un effort est appliqué sur seulement 1 noeud, le déplacement imposé à l'initiation de la fissure est supérieur à celui imposé lorsqu'on applique l'effort sur un ensemble de points, puisqu'une concentration de contrainte apparaît en ce point. Le pas de chargement, comme illustré en Figure 3.14d a été fixé à  $1 \times 10^{-3}$  mm suite à une étude convergence. Un tel pas de chargement permet dans tous les cas de capter avec précision l'endommagement sans allonger plus que nécessaire le calcul. Ces paramètres seront gardés pour toutes les modélisations des essais SENB en élasticité et élasto-plasticité.

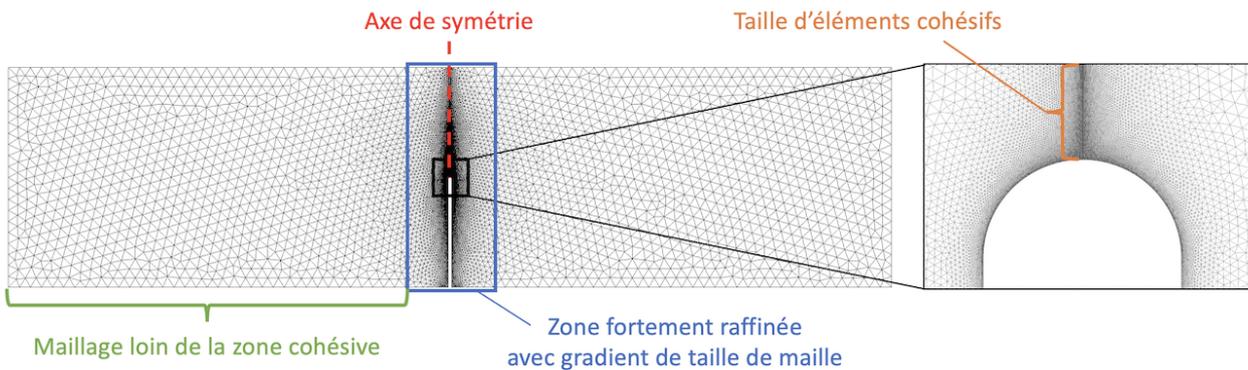


FIGURE 3.13 – Maillage d'un essai SENB pré-entaillé pour l'approche MZC.

### 3.3.3 Spécificités de la modélisation par approche champ de phase

Dans le contexte de notre modélisation de la rupture par l'approche champ de phase, la dimension de la maille ( $h$ ) dans la zone de propagation de la fissure doit être au moins quatre fois inférieure à celle du paramètre  $\ell$ . On rappelle que l'on choisit  $h = \frac{\ell}{5}$ . Cette valeur est imposée dans une bande centrale de l'échantillon où l'endommagement apparaît puisque l'ouverture est en mode I dans un matériau homogène et isotrope. La largeur de cette bande est supérieure à  $4\ell$  afin de permettre au gradient d'endommagement de se développer sur une surface suffisamment grande. En dehors de cette zone, la taille de maille maximale est choisie égale à 1 mm, comme dans la section précédente. Une représentation du maillage est donnée en Figure 3.15. Le pas de chargement est choisi à chaque fois égal  $1 \times 10^{-2}$  mm, puisque les simulations par approche champ de phase sont relativement plus coûteuses que celles par approche MZC, notamment lorsque la plasticité est ajoutée.

Dans [40], l'essai de flexion trois points pré-entaillé a été étudié et comparé à des résultats expérimentaux menés pour des entailles en V de différentes ouvertures. Il a notamment été discuté

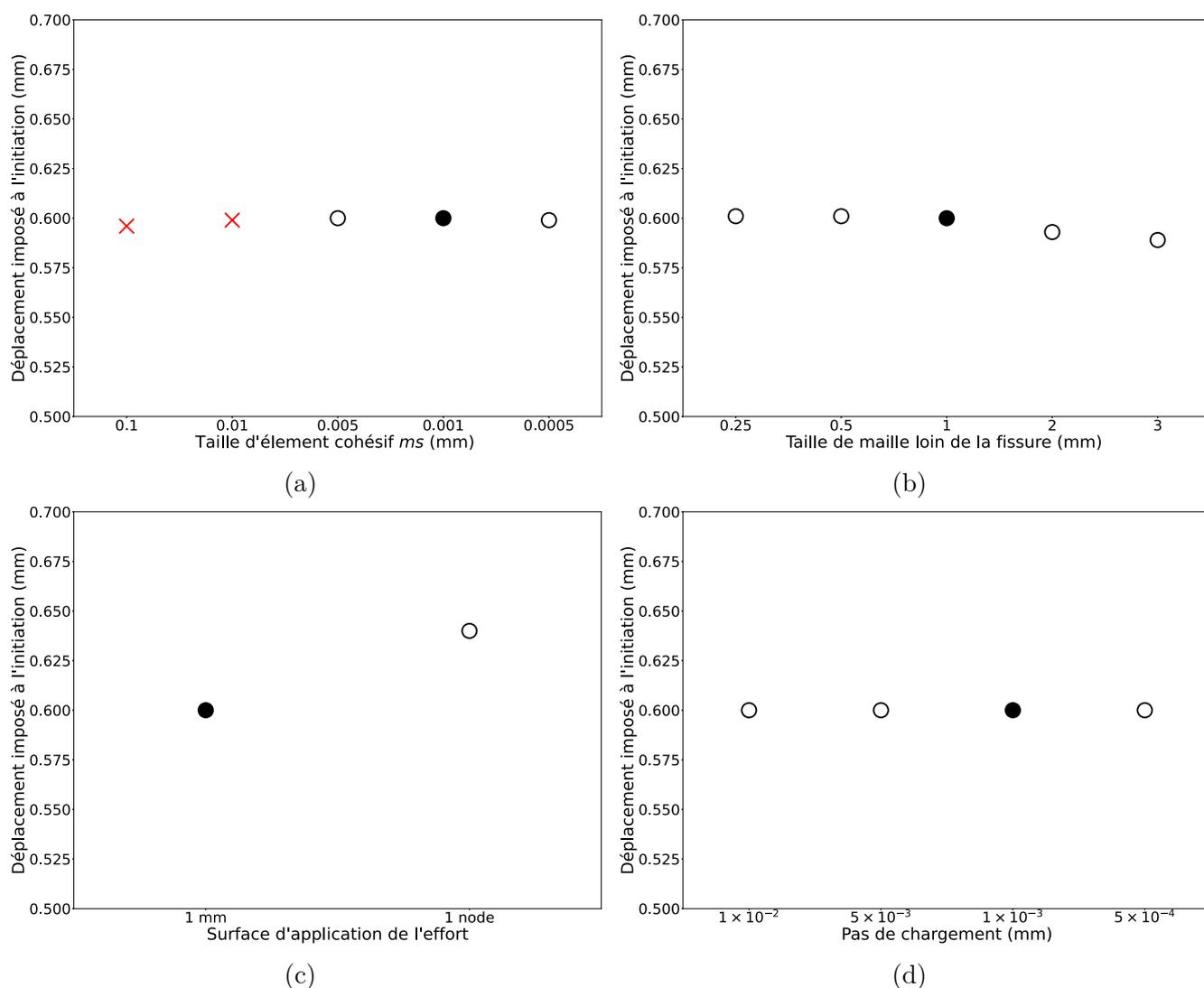


FIGURE 3.14 – Étude de sensibilité à différents paramètres de la modélisation de l'essai SENB via approche MZC en élasticité linéaire : (a) Déplacement à rupture pour différents tailles d'éléments cohésifs (croix rouges : pas de propagation) (b) Déplacement à rupture pour différentes tailles de maille loin de la fissure, (c) Déplacement à rupture pour différentes surfaces de chargement imposées, (d) Déplacement à rupture pour différents tailles de pas de chargement. Les valeurs utilisées par la suite sont illustrées par des ronds pleins.

des effets de l'endommagement de la pointe de pré-entaille et de l'effet des modèles AT1 et AT2. Une pointe de pré-entaille est considérée comme pré-endommagée lorsqu'une condition limite de type Dirichlet est appliquée à la variable d'endommagement ( $d = 1$ ) sur les lèvres de la pré-fissure, cela avant la sollicitation de l'échantillon. Il est discuté dans cet article que la nucléation est mieux représentée si une condition aux limites d'entaille endommagée est utilisée pour une entaille nette et non endommagée pour une entaille plus plate (lorsque l'angle de la pré-entaille est supérieur à  $30^\circ$ ). Il est également démontré que lorsque la pointe de fissure n'est pas endommagée, il y a une tendance à surestimer la charge critique obtenue, aussi reportée dans [61]. Il est proposé que cette

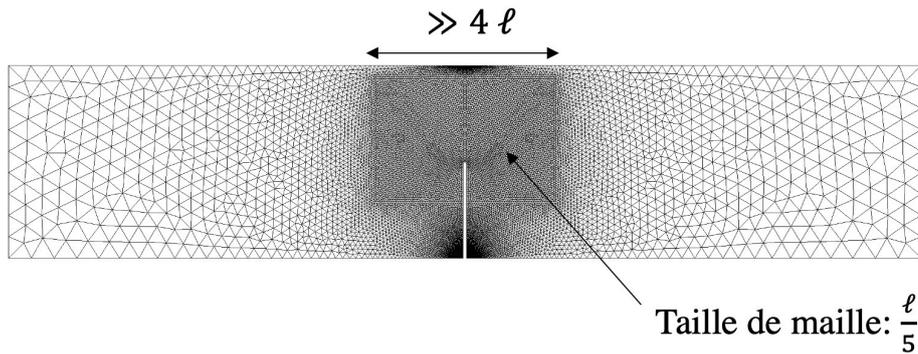


FIGURE 3.15 – Illustration d'un maillage d'un échantillon SENB pré-entaille pour l'approche champ de phase.

surévaluation est due à la nécessité de surmonter une barrière énergétique plus importante lors de la transition d'un état non endommagé vers un état complètement localisé. En particulier, il est observé que cette barrière d'énergie est supérieure dans le cas du modèle AT1 comparé au modèle AT2, pour lequel de vastes zones endommagées se forment en amont de la pointe de l'entaille.

Pour un échantillon pré-fissuré, l'impact du pré-endommagement de la pointe de fissure sur un échantillon SENB pré-entaille est par exemple illustré en Figure 3.16a. L'évolution de la variable d'endommagement dans l'échantillon dans le cas où celle-ci est laissée libre d'évoluer à la pointe de fissure est illustré en Figure 3.16b. Dans notre étude, nous imposerons donc une valeur de un à la variable d'endommagement pour une pré-fissure et laisserons libre l'endommagement dans le cas d'une pré-entaille. D'une part, ces conditions permettront dans le cas de la modélisation du matériau fragile (PMMA) pré-fissuré de modéliser la propagation continue de la fissure sans saut de fissure à l'initiation, et dans le cas d'un échantillon pré-entaille de modéliser le saut important de la fissure à l'initiation, comme observé expérimentalement. D'autre part, lors de la modélisation du matériau élasto-plastique (MMA), l'ajout de la plasticité jouera un rôle supplémentaire sur l'initiation et la propagation qui sera plus largement détaillé dans le dernier chapitre de ce manuscrit.

### 3.4 Modélisation de l'essai DCDC

Pour la modélisation de l'essai DCDC le maillage a également été raffiné dans les zones présentant les plus forts gradients de déformation, c'est-à-dire autour du trou et proche de la pré-fissure. Les échantillons de MMA et de PMMA ayant des géométries très proches, les raffinements de maillages réalisés pour les deux matériaux sont identiques. On présente dans la partie suivante les géométries modélisées pour chaque matériau en fonction des échantillons étudiés expérimentale-

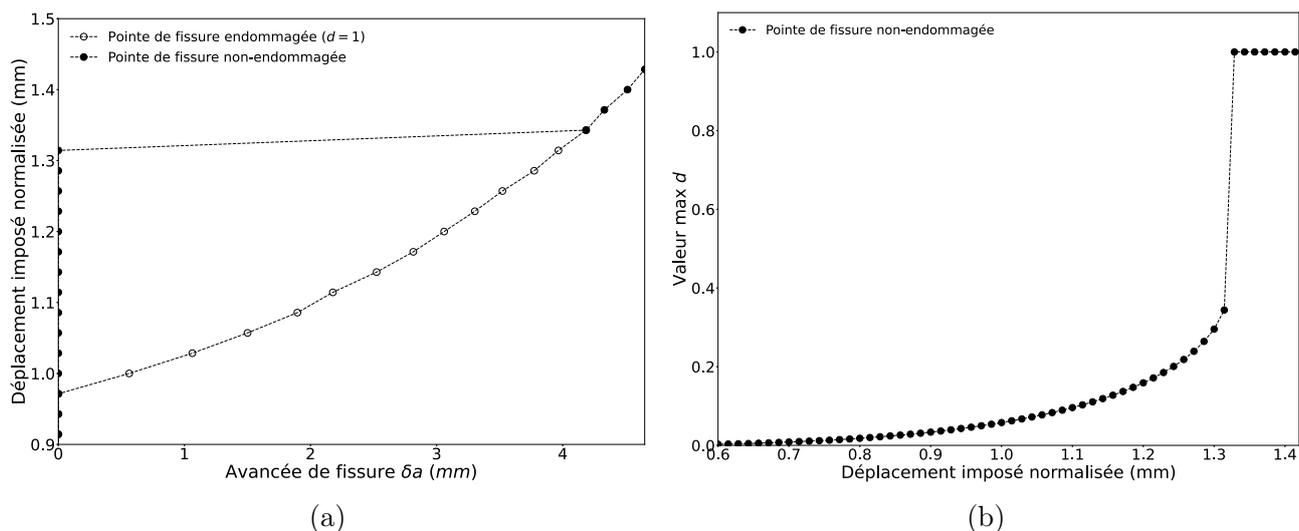
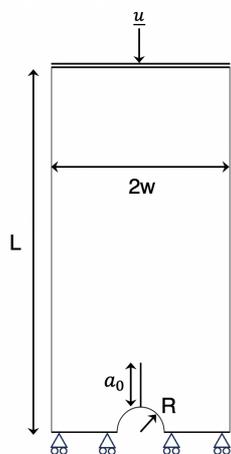


FIGURE 3.16 – (a) Impact de la condition aux limites sur la variable d’endommagement  $d$  à la pointe de fissure pour l’essai SENB pré-entaillé et l’approche champ de phase (b) Évolution de la valeur maximale de la variable d’endommagement dans l’échantillon.

ment. On détaillera les spécificités liées à la modélisation par éléments cohésifs et par approche champ de phase. On note que la contrainte résultante sera estimée sur la face supérieure, là où le déplacement est imposé.

### 3.4.1 Géométries et conditions aux limites

Pour l’essai DCDC, seulement la moitié supérieure d’une éprouvette est modélisée en appliquant une condition de symétrie. Le chargement est appliqué sur la face supérieure, tandis que le bord inférieur de l’éprouvette est en appui glissant, empêchant tout déplacement vertical mais laissant le glissement horizontal libre. La géométrie modélisée pour chaque matériau est donnée en Figure 3.17 ainsi que dans le Tableau 3.2.



	$L$	$2w$	$a_0$	$R$
PMMA	25	12	4.8	1.5
MMA	23.5	11.6	3.15	1.5

FIGURE 3.17 – Géométrie et conditions aux limites pour l’essai DCDC.

TABLE 3.2 – Taille des échantillons DCDC modélisés (en mm).

### 3.4.2 Spécificités de la modélisation par approche MZC

Une attention particulière est de nouveau apportée à la taille de maille. Loin de la zone cohésive, la taille de maille a été fixée à 0.5 mm et un raffinement au bord du trou a été réalisé comme illustré dans la Figure 3.18 avec des éléments de taille  $1 \times 10^{-3}$  mm. Les éléments cohésifs sont fixés à une valeur  $1 \times 10^{-3}$  mm, constante le long de la zone cohésive placée au-dessus de la pointe de pré-fissure. Cette taille d'éléments, choisie identique à celle de la modélisation de l'essai SENB, a permis une bonne convergence des simulations pour les deux types de matériaux. L'ajout d'éléments cohésifs sur toute la hauteur de l'échantillon n'est pas systématiquement requis, car la propagation ne s'étend pas toujours sur l'intégralité de la longueur de l'éprouvette, comme observé dans le cas du MMA. Enfin, le pas de chargement est également fixé à  $1 \times 10^{-3}$  mm dans cette étude.

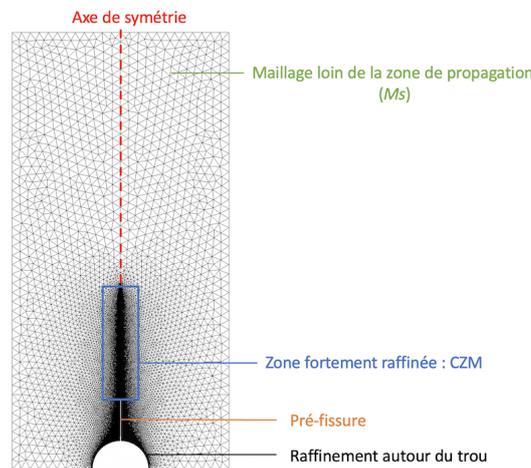


FIGURE 3.18 – Maillage de l'essai DCDC pour l'approche MZC.

### 3.4.3 Spécificités de la modélisation par approche champ de phase

Un maillage de l'essai est illustré en Figure 3.19a, dans lequel les éléments sont agrandis pour une meilleure visualisation. On décide de mailler finement seulement une bande centrale, en anticipant la propagation de la fissure le long de l'axe vertical au-dessus de la pré-fissure. Dans cette zone, le maillage est de nouveau fixé à une taille de  $l/5$ . La zone finement remaillée est de nouveau limitée à une certaine hauteur le long de l'éprouvette, pour la même raison que précédemment. Le maillage autour du contour du trou est également raffiné avec une taille de maille de  $1 \times 10^{-3}$  mm puisque cette zone est fortement déformée pendant le chargement. Loin de la zone endommageable la taille de maille atteint une valeur maximale de 0.5 mm. Nous utilisons également pour les essais numériques un pas de chargement de  $1 \times 10^{-2}$  mm.

Comme détaillé en section 3.2.1.3, la modélisation de l'essai DCDC peut faire apparaître des zones endommagées à l'équateur du trou central avec les décompositions de Amor [34] et Miehe [35], irréalistes vis à vis de l'expérimentation. En effet, aucun des échantillons testés n'ont fait apparaître une fissure dans cette zone. Une manière simple de modéliser cet essai en s'affranchissant de ce problème est de réduire la zone endommageable à une bande centrale, comme illustré dans la Figure 3.19b. Ceci est réalisé en fixant la variable  $d$  égale à zéro dans les zones où l'endommagement ne pourra pas apparaître. L'endommagement de la pointe de fissure est de nouveau discuté ici car la modélisation de cet essai avec le modèle AT1 choisi dans notre étude peut de nouveau faire apparaître une surestimation de la contrainte à l'initiation. Comme illustré à la Figure 3.20, une fissure non pré-endommagée peut faire apparaître une nucléation surestimée et un saut de fissure important par rapport à un pré-endommagement. Une telle condition initiale permet d'observer la nucléation d'une fissure nettement plus petite et une propagation continue. Or, dans les résultats expérimentaux présentés précédemment, aucun saut n'est observé. On ne retrouve pas cette condition aux limites dans la littérature pour l'essai DCDC, comme par exemple dans [26], dans lequel le modèle AT1 avec une pointe de fissure non endommagée semble légèrement surestimer la contrainte à initiation.

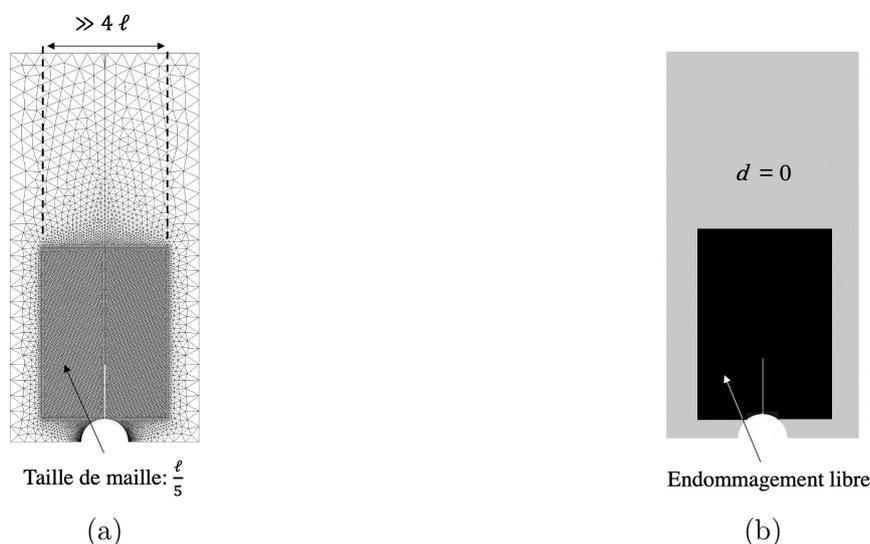


FIGURE 3.19 – (a) Illustration d'un maillage de l'essai DCDC pour l'approche par champ de phase, dont la taille des éléments et la largeur de la bande remaillée sont ici augmentées pour une meilleure visualisation, et (b) Définition de la zone d'existence du champ d'endommagement : en gris les zones non-endommageables ( $d = 0$ ) et en noir la zone où la variable  $d$  peut évoluer librement entre 0 et 1.

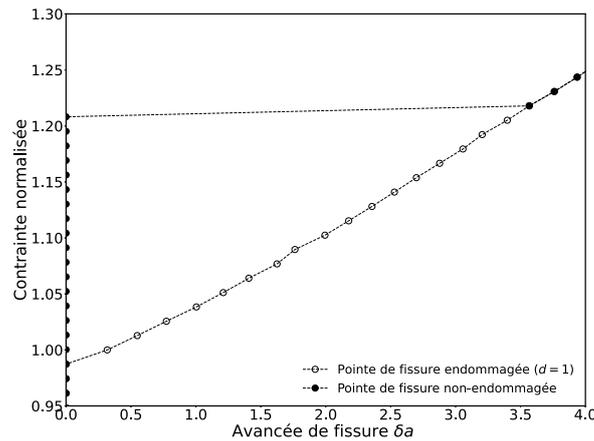


FIGURE 3.20 – Impact de la condition aux limites sur la variable d’endommagement à la pointe de fissure pour l’essai DCDC par approche champ de phase - Résultats obtenus avec un modèle AT1.

### 3.5 Conclusions

Dans le but de reproduire des essais expérimentaux de fissuration réalisés sur notre matériau élasto-plastique et ainsi d’extraire la quantité de taux de restitution d’énergie critique, nous proposons d’utiliser l’approche par champ de phase et la modélisation par éléments cohésifs. Pour l’approche à champs de phase, nous retenons une décomposition des parties hydrostatique et déviatorique du tenseur de déformation. Afin d’éviter la nucléation de fissure dans des zones non réalistes, comme pour l’essai DCDC, nous avons limité la zone possible d’endommagement. Cette modification de condition aux limites sur l’endommagement peut être limitante dans certains cas où la localisation de la nucléation est l’objet de l’étude, mais ce n’est pas le cas ici. Une autre étude a été menée concernant l’effet de la condition limite en endommagement avec  $d = 1$  imposé au niveau de la pointe de la pré-fissure pour les deux essais, révélant une influence marquée sur l’effort requis pour l’initiation. Les modèles développés en élasticité sont étendus à l’élasto-plasticité parfaite, en couplant l’énergie plastique à l’endommagement pour l’approche champ de phase, tandis qu’une loi bilinéaire dans un milieu élasto-plastique sera utilisée pour la modélisation par zones cohésives. La sélection d’une loi cohésive, qui exclut un plateau plastique durant le processus d’endommagement, est justifiée par les tendances observées dans les études comparatives de différents modèles, présentes dans la littérature. De plus l’introduction d’une telle loi aurait ajouté un paramètre supplémentaire inconnu dans les études des chapitres suivants. Grâce aux modèles mis en place, une modélisation des essais expérimentaux peut être réalisée en commençant tout d’abord par l’essai DCDC dans le chapitre suivant.

# Bibliographie

---

- [1] A. A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 221 :163–198, 1921.
- [2] G. R. Irwin. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24(3) :361–364, 1957.
- [3] James Rice. A path integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35 :379–386, 06 1968.
- [4] G. R. Irwin. Fracture. *In Handbuch des Physik*, 6 :551–590, 1958.
- [5] G. Cherepanov. Crack propagation in continuous media PMM vol. 31, no. 3, 1967, pp. 476-488. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 31(3) :503–512, 1967.
- [6] Horst G. Delorenzi. Energy release rate calculations by the finite element method. *Engineering Fracture Mechanics*, 21(1) :129–143, 1985.
- [7] Philippe Destuynder, M. Djaoua, and S. Lescure. Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique (some remarks on elastic fracture mechanics). *Bulletin de la Direction des Études et Recherches. Série C*, 2, 01 1982.
- [8] G. Catalanotti, P.P. Camanho, J. Xavier, C.G. Dávila, and A.T. Marques. Measurement of resistance curves in the longitudinal failure of composites using digital image correlation. *Composites Science and Technology*, 70(13) :1986–1993, 2010. ICCM-17 : Composites In Biomedical Applications.
- [9] K. Allaer, I. De Baere, W. Van Paepegem, and J. Degrieck. Direct fracture toughness determination of a ductile epoxy polymer from digital image correlation measurements on a single edge notched bending sample. *Polymer Testing*, 42 :199–207, 2015.

- [10] Mohamed Ali Bouaziz, Joseph Maraé-Djouda, Zouaoui Marouene, Julien Gardan, and François Hild. Crack growth measurement and j-integral evaluation of additively manufactured polymer using digital image correlation and fe modeling. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, page 1–18, 02 2021.
- [11] J.W. Hutchinson. Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1) :13–31, 1968.
- [12] J.R. Rice and G.F. Rosengren. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16(1) :1–12, 1968.
- [13] Stéphane Marie. *Approche énergétique de la déchirure ductile*. PhD thesis, 01 1999.
- [14] AA Wells. Application of fracture mechanics at and beyond general yielding. *British Welding Journal*, 10, 1963.
- [15] Ted L. Anderson. *Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications*. CRC Press, 1994.
- [16] C.F. Shih. Relationships between the j-integral and the crack opening displacement for stationary and extending cracks. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 29(4) :305–326, 1981.
- [17] G. A. Francfort and J.-J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46 :1319–1342, 1998.
- [18] B. Bourdin, G. A. Francfort, and J.-J. Marigo. Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48 :797–826, 2000.
- [19] B. Bourdin, G. A. Francfort, and J.-J. Marigo. The variational approach to fracture. *Journal of elasticity*, 91 :5–148, 2008.
- [20] Luigi Ambrosio and Vincenzo Maria Tortorelli. Approximation of functional depending on jumps by elliptic functional via t-convergence. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 43 :999–1036, 1990.
- [21] Luigi Ambrosio and Vincenzo Maria Tortorelli. On the approximation of free discontinuity problems. *Bollettinodell’UnioneMatematica Italiana*, 7 :105–123, 1992.
- [22] Erwan Tanne. *Variational phase-field models from brittle to ductile fracture : nucleation and propagation*. PhD thesis, 12 2017.

- [23] Kim Pham, Hanen Amor, J.-J Marigo, and Corrado Maurini. Gradient damage models and their use to approximate brittle fracture. *International Journal of Damage Mechanics*, 20 :618–652, 05 2010.
- [24] B. Bourdin. Implementation of a variational formulation of quasi-static brittle fracture. *Interfaces Free Bound*, page 411–430, 2007.
- [25] Rakesh Kumar Tota and Marco Paggi. A robust identification procedure for phase field fracture mechanics parameters. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 127 :104005, 2023.
- [26] R. Cavuoto, P. Lenarda, D. Misseroni, M. Paggi, and D. Bigoni. Failure through crack propagation in components with holes and notches : An experimental assessment of the phase field model. *International Journal of Solids and Structures*, 257 :111798, 2022.
- [27] J.-J Marigo, Corrado Maurini, and Kim Pham. An overview of the modelling of fracture by gradient damage models. *Meccanica*, 51, 10 2016.
- [28] K. Pham, K. Ravi-Chandar, and Chad Landis. Experimental validation of a phase-field model for fracture. *International Journal of Fracture*, 205, 05 2017.
- [29] Aditya Kumar, Blaise Bourdin, Gilles A. Francfort, and Oscar Lopez-Pamies. Revisiting nucleation in the phase-field approach to brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 142 :104027, 2020.
- [30] A. Di Maio, G. Giaccio, and R. Zerbino. Failure mechanism of concrete, combined effects of coarse aggregates and specimen geometry. *Construction and Building Materials*, 10(8) :571–575, 1996.
- [31] Martin L. Dunn, Wan Suwito, and Shawn Cunningham. Fracture initiation at sharp notches : Correlation using critical stress intensities. *International Journal of Solids and Structures*, 34(29) :3873–3883, 1997.
- [32] Patrick Farrell and Corrado Maurini. Linear and nonlinear solvers for variational phase-field models of brittle fracture. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 109, 11 2015.
- [33] M. Ambati, T. Gerasimov, and L. De Lorenzis. Phase-field modeling of ductile fracture. *Computational Mechanics*, 55 :1017–1040, 2015.

- [34] Hanen Amor, Jean-Jacques Marigo, and Corrado Maurini. Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact : Numerical experiments. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(8) :1209–1229, 2009.
- [35] C. Miehe, F. Welschinger, and M. Hofacker. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field fe implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83(10) :1273–1311, 2010.
- [36] Xue Zhang, Scott W. Sloan, Chet Vignes, and Daichao Sheng. A modification of the phase-field model for mixed mode crack propagation in rock-like materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 322 :123–136, 2017.
- [37] Shuaifang Zhang, Wen Jiang, and Michael Tonks. Assessment of four strain energy decomposition methods for phase field fracture models using quasi-static and dynamic benchmark cases. *Materials Theory*, 6, 01 2022.
- [38] T.T. Nguyen, J. Yvonnet, D. Waldmann, and Q.C. He. Implementation of a new strain split to model unilateral contact within the phase field method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 121 :4717–4733, 2020.
- [39] Z. Luo, L. Chen, N. Wang, and B. Li. A phase-field fracture model for brittle anisotropic materials. *Computational Mechanics*, 70 :931–943, 2022.
- [40] E. Tanné, T. Li, B. Bourdin, J.J. Marigo, and C. Maurini. Crack nucleation in variational phase-field models of brittle fracture. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 10 :80–99, 2018.
- [41] S. Brach, E. Tanné, B. Bourdin, and K. Bhattacharya. Phase-field study of crack nucleation and propagation in elastic–perfectly plastic bodies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 353 :44–65, 2019.
- [42] Stefano Vidoli Roberto Alessi, Jean-Jacques Marigo. Gradient damage models coupled with plasticity and nucleation of cohesive cracks. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 214 (2) :575–615, 2014.
- [43] R. Alessi, M. Ambati, T. Gerasimov, S. Vidoli, and L. De Lorenzis. Comparison of phase-field models of fracture coupled with plasticity. *Advances in Computational Plasticity*, 46 :1–21, 2018.

- 
- [44] Arthur Fischer and J.-J. Marigo. *Gradient damage models coupled with plasticity and their application to dynamic fragmentation*. 01 2019.
- [45] C. Miehe, M. Hofacker, L.-M. Schänzel, and F. Aldakheel. Phase field modeling of fracture in multi-physics problems. part ii. coupled brittle-to-ductile failure criteria and crack propagation in thermo-elastic-plastic solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 294 :486–522, 2015.
- [46] A. Logg, K.-A. Mardal, and G. N. Wells, editors. *Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method*. Springer, 2012.
- [47] C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmsh : a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79 :1309–1331, 2009.
- [48] Roberto Alessi, Jean-Jacques Marigo, Corrado Maurini, and Stefano Vidoli. Coupling damage and plasticity for a phase-field regularisation of brittle, cohesive and ductile fracture : One-dimensional examples. *International Journal of Mechanical Sciences*, 149 :559–576, 2018.
- [49] G.I. Barenblatt. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. volume 7 of *Advances in Applied Mechanics*, pages 55–129. Elsevier, 1962.
- [50] D.S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(2) :100–104, 1960.
- [51] L.F.M. Silva and Raul Campilho. *Advances in numerical modelling of adhesive joints*. 01 2012.
- [52] Viggo Tvergaard and John W. Hutchinson. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40(6) :1377–1397, 1992.
- [53] V. Tvergaard and J. W. Hutchinson. The influence of plasticity on mixed mode interface toughness. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 41, 1993.
- [54] M. Costa, G. Viana, R. Créac’hacdec, L.F.M. da Silva, and R.D.S.G. Campilho. A cohesive zone element for mode i modelling of adhesives degraded by humidity and fatigue. *International Journal of Fatigue*, 112 :173–182, 2018.

- [55] Giulio Alfano. On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models. *Composites Science and Technology*, 66(6) :723–730, 2006. Advances in statics and dynamics of delamination.
- [56] A. Doitrand, R. Estevez, and D. Leguillon. Comparison between cohesive zone and coupled criterion modeling of crack initiation in rhombus hole specimens under quasi-static compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 99 :51–59, 2019.
- [57] Dominique Leguillon. Strength or toughness ? a criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 21(1) :61–72, 2002.
- [58] Abaqus. *SIMULIA Abaqus User Assistance*. Simulia, 2021.
- [59] A.Turon, C.G. Dávila, P.P Camanho, and J. Costa. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Engineering Fracture Mechanics*, 74 :1665–1682, 2007.
- [60] V. Tvergaard and J.W. Hutchinson. Effect of strain-dependent cohesive zone model on predictions of crack growth resistance. *International Journal of Solids and Structures*, 33(20) :3297–3308, 1996.
- [61] Markus Klinsmann, Daniele Rosato, Marc Kamlah, and Robert M. McMeeking. An assessment of the phase field formulation for crack growth. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 294 :313–330, 2015.

# Chapitre 4:

## Analyse numérique de l'essai DCDC

---

### Sommaire

---

<b>4.1 Étude de matériaux élastiques fragiles . . . . .</b>	<b>106</b>
4.1.1 Matériau PMMA . . . . .	106
4.1.1.1 Approche champ de phase . . . . .	106
4.1.1.2 Modèle à zones cohésives . . . . .	108
4.1.1.3 Discussion . . . . .	110
4.1.2 Verre de silice . . . . .	110
4.1.2.1 Approche champ de phase . . . . .	111
4.1.2.2 Modèle à zones cohésives . . . . .	114
4.1.2.3 Discussion . . . . .	115
<b>4.2 Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA) . . . . .</b>	<b>116</b>
4.2.1 Approche champ de phase . . . . .	116
4.2.2 Modèle à zones cohésives . . . . .	119
4.2.3 Discussion . . . . .	120
<b>4.3 Conclusion . . . . .</b>	<b>121</b>

---

L'analyse numérique de l'essai DCDC (Double Cleavage Drilled Compression) faite ici, vise à déterminer le taux de restitution d'énergie critique,  $G_c$ , pour le polyméthacrylate de méthyle commercial (PMMA) et l'adhésif à base de méthacrylate de méthyle (MMA). Il convient de rappeler que le choix du PMMA a été guidé par l'intention de mener une étude comparative en élasticité linéaire pour un matériau fragile, tandis que le MMA constitue le matériau principal de notre recherche. Pour cela, les deux approches numériques de modélisation de l'endommagement présentées dans le chapitre précédent, l'approche par champ de phase de la fissuration et la méthode des zones cohésives (MZC), vont être appliquées. Le présent chapitre se divise en deux sections principales.

Dans la **Section 4.1**, nous nous intéresserons au PMMA. L'objectif consiste à confronter les résultats de la modélisation numérique aux prédictions théoriques issues de la théorie de la

fissuration fragile pour les matériaux élastiques linéaires. Nous réaliserons également une analyse comparative avec des données expérimentales tirées de la littérature, sur un autre matériau élastique fragile, afin de valider notre approche.

La **Section 4.2** se concentrera sur l'estimation de  $G_c$  pour le MMA. Il est important de noter que la détermination de ce paramètre par une simple étude analytique des résultats expérimentaux est impossible. Dès lors, notre étude numérique offre une alternative pour son évaluation, soulignant l'importance des méthodes de simulation dans la détermination du comportement des matériaux.

## 4.1 Étude de matériaux élastiques fragiles

Cette partie est consacrée à la modélisation de l'essai DCDC appliqué au PMMA, avec pour objectif de comparer nos résultats numériques aux prédictions fournies par les formules théoriques établies. Nous porterons une attention particulière à la phase d'initiation de la fissure, un moment déterminant dans l'évaluation de la résistance à la fracture du matériau. En complément à notre étude sur le PMMA, nous examinerons les résultats expérimentaux du verre de silice, tels que rapportés par Michalske [1].

### 4.1.1 Matériau PMMA

Dans le cadre de notre étude, le PMMA est traité en tant que matériau élastique linéaire. Les propriétés élastiques retenues sont celles déterminées à partir des essais de compression uniaxiale. La contrainte critique de rupture, fournie par le fabricant du PMMA, est spécifiée à 70 MPa. Il est pertinent de rappeler que le taux de restitution d'énergie critique estimé grâce aux formules théoriques pour ce matériau est de  $0.12 \pm 0.01$  MPa.mm. Dans les simulations numériques qui seront présentées par la suite, nous adoptons l'hypothèse de contraintes planes, utilisée dans plusieurs études antérieures traitant de l'essai DCDC [1, 2, 3] et justifiée par la géométrie des échantillons.

#### 4.1.1.1 Approche champ de phase

La modélisation de l'essai DCDC par l'approche de champ de phase a été réalisée en considérant une demi-éprouvette, avec l'application des constantes élastiques issues d'un essai de compression uniaxiale, soit un module de Young de 1710 MPa et un coefficient de Poisson de 0.4. L'endommagement a été initialisé à une valeur de un à la pointe des lèvres de la pré-fissure. La valeur du paramètre de régularisation  $\ell$  a dans un premier temps été définie conformément à la

relation,

$$\ell = \frac{3G_c E}{8\sigma_c^2}, \quad (4.1)$$

et le taux de restitution d'énergie critique  $G_c$  a été ensuite modifié, tout en maintenant la contrainte à rupture  $\sigma_c$  constante.

**Remarque.** *Les valeurs de taux de restitution d'énergie critique  $G_c$  discutée dans la suite et relevant des calculs par approche champ de phase correspondent aux valeurs de  $G_c^{num}$ , paramètre introduit au chapitre 3.*

La courbe de contrainte-déformation obtenue pour  $G_c = 0.115$  MPa.mm, est présentée en Figure 4.1a. Elle illustre la fidélité de la représentation de la pente élastique sous l'hypothèse de contraintes planes. Néanmoins, le modèle purement élastique s'avère insuffisant pour capturer la non-linéarité du comportement, mise en évidence par les courbes expérimentales affichées en gris sur cette même Figure. Il semble que l'hypothèse d'élasticité linéaire ne soit pas complètement correcte pourtant la fissure est nette laissant apparaître des surfaces de rupture lisses et aucune déformation plastique n'est détectée après l'essai. On note qu'en utilisant le modèle AT2, un comportement non-linéaire macroscopique de l'échantillon a été obtenu dans [3]. Cependant, la valeur de  $\ell$  obtenue grâce à ce modèle ne permet pas de modéliser une initiation correcte de la fissuration et a dû être choisie arbitrairement. Nous avons donc choisi de rester sur une analyse en élasticité linéaire en gardant le modèle AT1, et de confronter la contrainte prédite par notre modèle, au moment de la progression de la zone endommagée, à celle mesurée expérimentalement à l'initiation de la fissure, soit  $40.7 \pm 1.2$  MPa. Cette valeur représente la moyenne des valeurs illustrées en Figure 4.1a par une croix noire. Cette comparaison met en évidence une excellente corrélation entre la contrainte d'initiation prédite par notre modèle et celle mesurée expérimentalement, comme le démontre la Figure 4.1a. Dans cette Figure, la courbe numérique a été générée avec des valeurs de  $G_c$  fixée à 0.123 MPa.mm et de  $\ell$  égale à 0.015 mm. La Figure 4.1b, illustre l'impact de la variation de  $G_c$ . On représente par un bandeau bleu la plage expérimentale de contrainte à l'initiation, et les résultats numériques obtenus pour  $G_c$  variant dans l'intervalle  $[0.107; 0.134]$  MPa.mm. Au regard des différences dans les déformations imposées au moment de l'initiation, il n'a pas été jugé pertinent de comparer la cinétique de propagation de la fissure.

Pour établir la dépendance de l'étude au paramètre  $\ell$ , on réalise deux modélisations supplémentaires pour lesquelles la valeur  $\sigma_c$  est modifiée. On fixe  $G_c = 0.123$  MPa.mm en faisant varier  $\ell$ . Les résultats montrent une dépendance du paramètre  $\ell$  relativement faible dans ce cas, puisque pour  $\ell$  fixé à 0.03mm, correspondante à une valeur très sous-estimée de la contrainte critique  $\sigma_c = 50$  MPa, la contrainte à l'initiation estimée numériquement reste acceptable en comparaison

## 4.1. Étude de matériaux élastiques fragiles

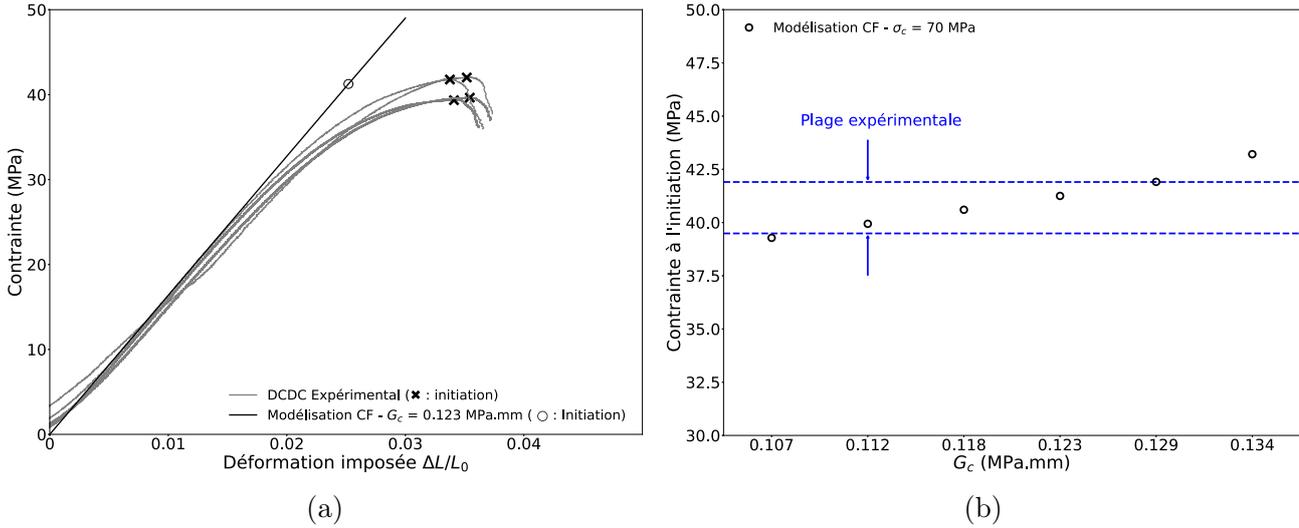


FIGURE 4.1 – (a) Modélisation de l’essai DCDC sur PMMA par approche de champ de phase (CF) en élasticité linéaire avec  $\ell = 0.015$  mm,  $G_c = 0.123$  MPa.mm ( $\sigma_c = 70$  MPa), et mise en évidence de la contrainte à l’initiation de la propagation. (b) Comparaison entre la contrainte à l’initiation mesurée expérimentalement et les résultats numériques obtenus pour différents taux de restitution d’énergie critique, avec  $\sigma_c = 70$  MPa fixé.

aux résultats expérimentaux, comme illustré en Figure 4.2. Cette remarque est également valable pour la simulation réalisée avec  $\ell = 9 \times 10^{-3}$  mm qui correspond à une valeur de  $\sigma_c = 90$  MPa.

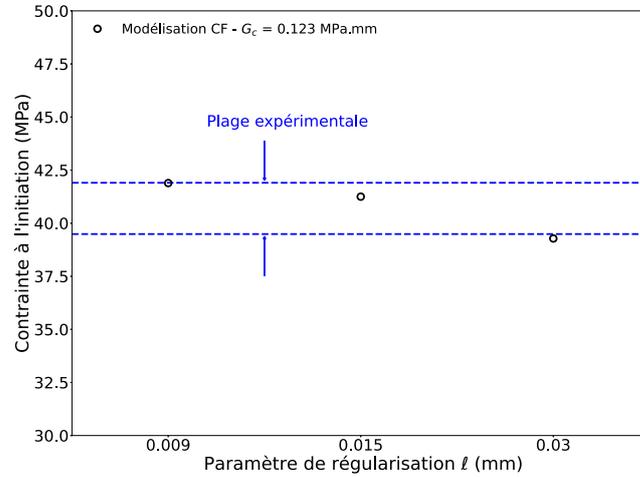


FIGURE 4.2 – Impact du paramètre de régularisation  $\ell$  sur la contrainte à l’initiation pour  $G_c = 0.123$  MPa.mm fixé.

### 4.1.1.2 Modèle à zones cohésives

Pour la modélisation de l’endommagement à l’aide des zones cohésives, nous avons établi la traction critique  $T_c$  équivalente à la limite d’élasticité du matériau, c’est-à-dire 70 MPa, et fixé la rigidité initiale pour assurer une perturbation minimale de la pente élastique avant le début de l’endommagement avec  $K_0$  à  $5 \times 10^{-4}$  MPa.mm. À l’instar de l’approche par champ de

phase, les simulations ont démontré une comparaison satisfaisante avec la pente élastique observée expérimentalement, tout en soulignant l'incapacité du modèle à reproduire la non-linéarité du comportement matériel, illustrée en Figure 4.3a. La contrainte à l'initiation de la fissuration a été de nouveau comparée entre les résultats numériques et les données expérimentales. En faisant varier le taux de restitution d'énergie critique  $G_c$ , cette méthode a permis d'estimer numériquement la ténacité à rupture, avec des valeurs situées entre 0.105 et 0.12 MPa.mm, comme le montre la Figure 4.3b. L'étude de l'impact de  $T_c$  à  $G_c$  fixé, illustré en Figure 4.4, a démontré une dépendance quasi-nulle de l'initiation à la valeur de ce paramètre.

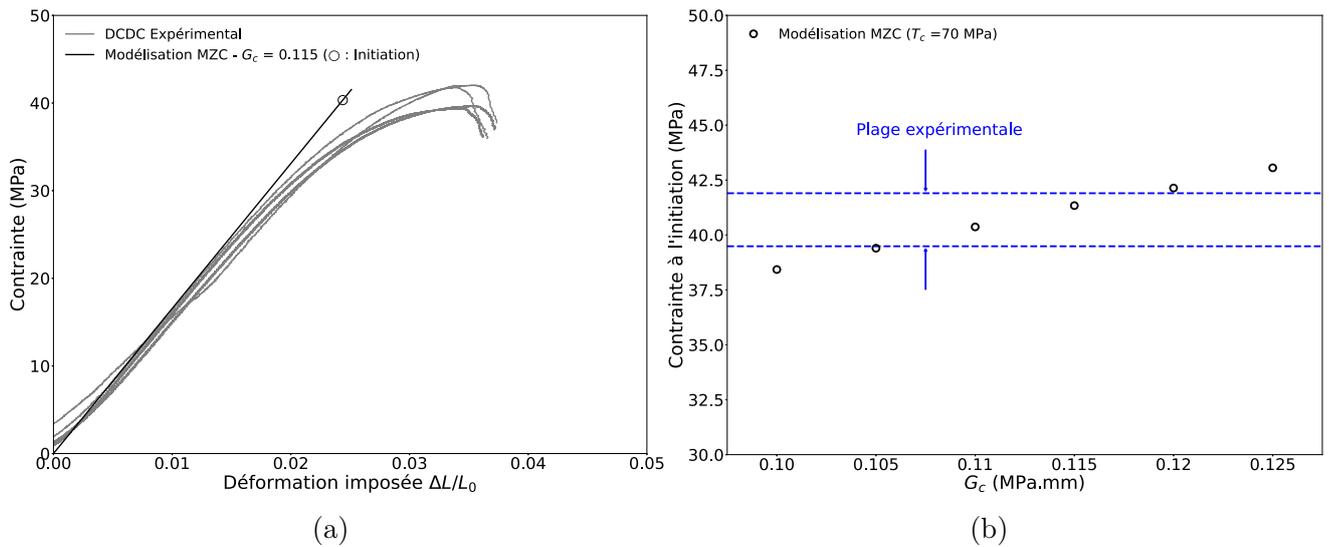


FIGURE 4.3 – (a) Modélisation de l'essai DCDC sur PMMA grâce à un modèle à zone cohésive en élasticité linéaire avec  $T_c = 70$  MPa,  $G_c = 0.115$  MPa.mm, illustrant l'initiation de l'endommagement. (b) Comparaison entre la contrainte à l'initiation mesurée expérimentalement et les résultats numériques obtenus pour différents taux de restitution d'énergie critique, avec  $T_c = 70$  MPa.

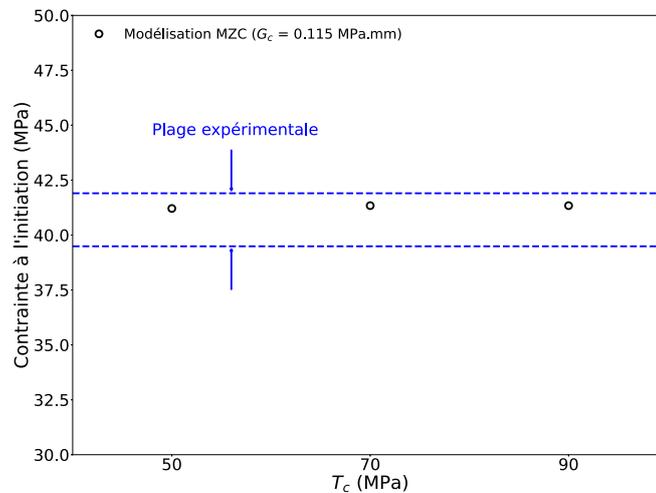


FIGURE 4.4 – Impact du paramètre de régularisation  $T_c$  sur la contrainte à l'initiation pour  $G_c = 0.115$  MPa.mm fixé.

### 4.1.1.3 Discussion

L'analyse du premier matériau a révélé une bonne cohérence entre les valeurs de  $G_c$  déterminées par les deux approches numériques. Néanmoins, la contrainte de se limiter à une loi de comportement élastique linéaire s'est traduite par une incapacité à saisir la non-linéarité manifeste du comportement du matériau lors de la compression. Bien que le PMMA ait été initialement sélectionné en raison de ses caractéristiques de comportement élastique et fragile, il a révélé une non-linéarité en compression qui n'était pas anticipée. De ce fait, notre évaluation pourrait sous-estimer le taux de restitution d'énergie critique en ne prenant pas en compte la déformation totale jusqu'à rupture. On remarque également qu'après l'initiation de la propagation, les courbes numériques ne montrent pas de déclin dans la contrainte résultante, visible après le point d'initiation dans les Figures 4.1a et 4.3a. Ceci contraste avec la chute d'efforts observée dans les données expérimentales. Pour enrichir notre étude avec une comparaison sur un matériau vraiment élastique fragile, nous avons exploré les résultats disponibles dans la littérature, ce qui fera l'objet de la section suivante.

### 4.1.2 Verre de silice [1]

Nous considérons maintenant les résultats expérimentaux des essais DCDC sur un verre de silice, rapportés dans [1]. Des échantillons testés, de dimensions, longueur  $2L = 75$  mm, largeur  $2W = 7.5$  mm, épaisseur  $t = 6.5$  mm, rayon du trou  $R = 1$  mm, et longueur de fissures initiales  $a = 2.0$  mm, ont été soumis à des charges de compression quasi-statiques. Les valeurs de la contrainte de compression en fonction de l'avancement de la fissure,  $\delta a$ , sont détaillées dans la référence [1] et illustrées dans la Figure 4.5. Le module de Young  $E$  est de 68974 MPa et le coefficient de Poisson  $\nu$  est de 0.16. Suivant une étude antérieure [4], le facteur d'intensité des contraintes critique en mode I,  $K_{Ic}$ , pour le verre de silice a été déterminé à  $0.74 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$  à partir de l'essai DCB (Double Cantilever Beam). En conséquence, le taux de restitution d'énergie critique  $G_c$  est estimé à  $7.9 \times 10^{-3} \text{ MPa}\cdot\text{mm}$  en se basant sur l'hypothèse de la fissuration fragile dans un milieu élastique linéaire. Dans [1], les auteurs ont ensuite procédé à une analyse par éléments finis en contraintes planes pour reproduire l'essai DCDC, ajustant la longueur de la fissure dans le maillage conformément à la géométrie réelle. La valeur de  $K_{Ic}$  résultante est cohérente avec celle reportée par [4], bien qu'une légère déviation soit observée, de l'ordre de 7 à 10%. Les résultats des modélisations via l'approche champ de phase de l'endommagement et par zones cohésives sont discutés dans les sections suivantes.

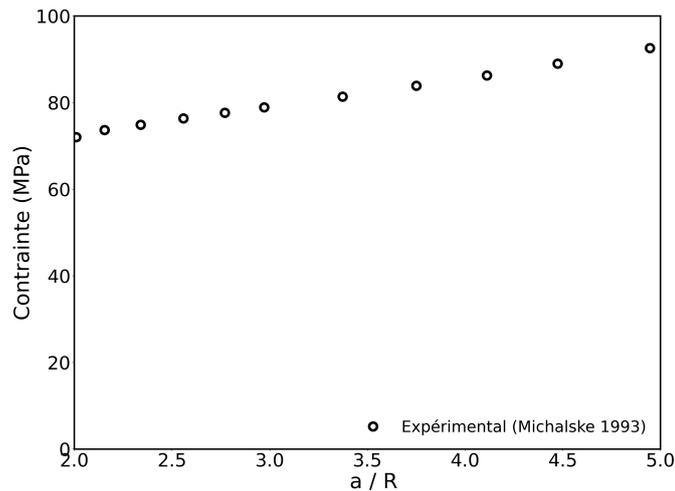


FIGURE 4.5 – Contrainte résultante en fonction de l'avancée de fissure normalisée de l'essai DCDC sur du verre de silice (extrait de [1]).

#### 4.1.2.1 Approche champ de phase

La longueur de fissure initiale correspond de nouveau à celle de la pré-fissure existante. Elle est ensuite déterminée en mesurant la plus grande distance depuis le pôle du trou où l'endommagement  $d$  atteint la valeur de un. Nous illustrons ici de nouveau pourquoi un pré-endommagement en fixant  $d = 1$  en pointe de fissure avant le chargement est indispensable dans le cadre de cette étude. Avec cette condition appliquée, une fois une certaine contrainte atteinte, l'accroissement linéaire de la longueur de la fissure en fonction de la contrainte sur la surface supérieure de l'échantillon est observé, comme le montre la Figure 4.6a et conformément aux résultats observés expérimentalement en Figure 4.5. L'absence de pré-endommagement à cet emplacement entraînerait une surestimation notable de la contrainte d'amorçage de la fissure et une augmentation abrupte de la longueur de la zone endommagée en un unique incrément de charge, comme illustré dans les Figures 4.6a et 4.6c. Ces calculs préliminaires ont été effectués en utilisant les paramètres élastiques spécifiés dans la section antérieure et en adoptant une longueur de régularisation  $\ell$  de 0.025 mm. Cette valeur correspond à une contrainte de rupture en traction uniaxiale de 90 MPa, selon l'équation théorique (4.1) qui relie  $\ell$  et  $\sigma_c$  dans les conditions considérées (AT1, état de contraintes planes).

L'application de la formule (4.1) exige la connaissance préalable de la contrainte critique de rupture en traction du verre de silice, hors celle-ci n'est pas donnée dans [1]. La particularité de ce matériau réside dans l'impact significatif que peuvent avoir des micro-défauts de surface sur cette contrainte critique [5]. Les valeurs reportées fluctuent généralement entre 45 et 80 MPa, dépendant des conditions d'étude et des normes utilisées [6]. On note tout de même aussi que

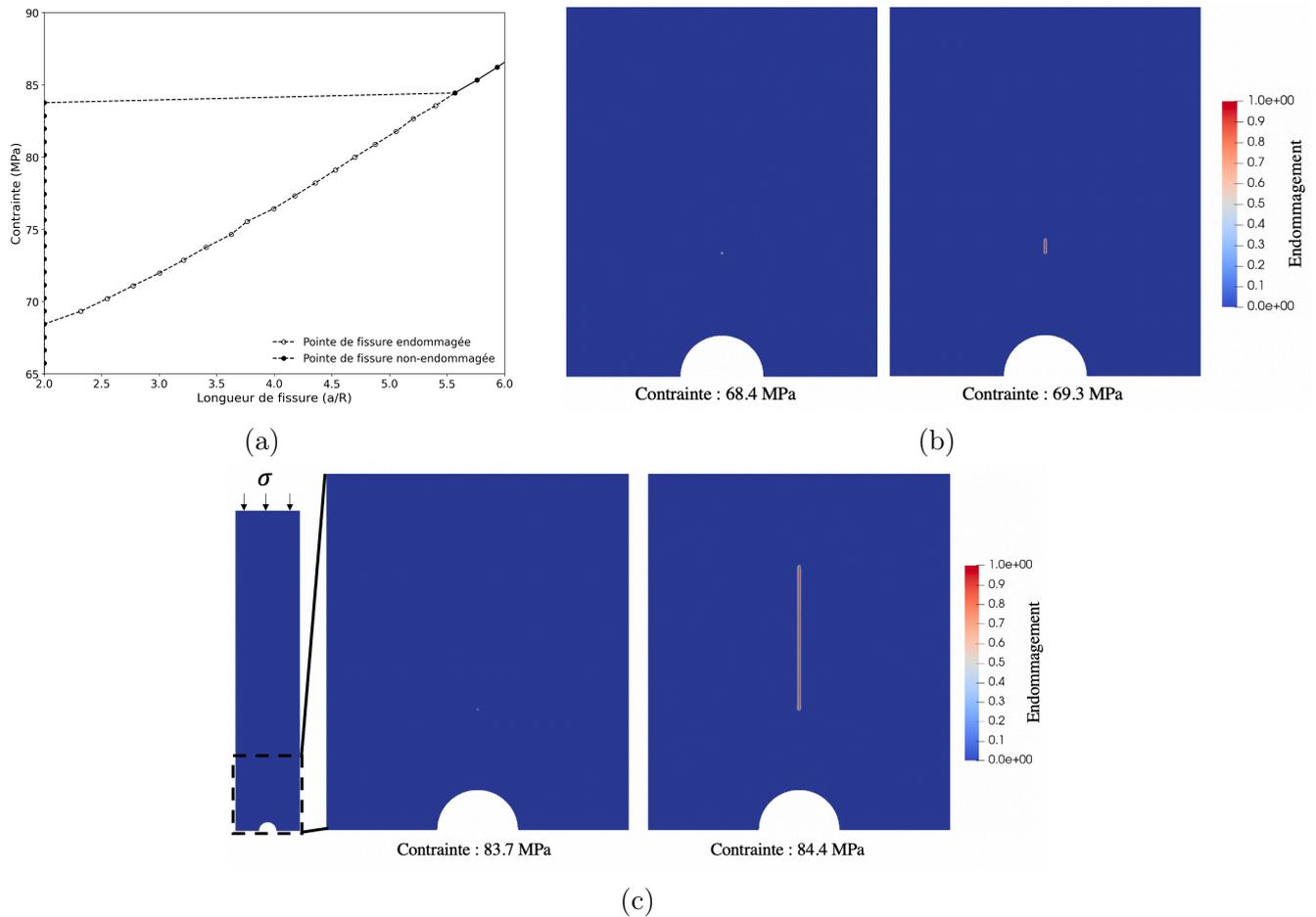


FIGURE 4.6 – (a) Impact de l’endommagement de la pointe de pré-fissure sur le résultat de l’essai DCDC et illustration du saut de fissure pour un pas de chargement (b) avec pré-endommagement et (c) sans pré-endommagement de la pointe de fissure.

des valeurs supérieures à 100 MPa ont été reportées [5, 7]. Cet intervalle de valeurs de contrainte critique conduit à une vaste gamme de longueur de régularisation qui varie par exemple de 0.1 mm à 0.015 mm respectivement pour  $\sigma_c = 43$  MPa et  $\sigma_c = 112$  MPa. La valeur de cette longueur de régularisation varie de manière significative pour le verre de silice dans la littérature selon les études [8, 9, 10]. Compte tenu que la valeur de  $G_c$  est connue a priori dans cette étude, plusieurs simulations ont été conduites en variant la longueur de régularisation  $\ell$ . Afin d’assurer une correspondance entre la ténacité numérique et celle obtenue expérimentalement,  $G_c^{\text{num}}$  a été fixée à  $7.9 \times 10^{-3}$  MPa.mm dans les simulations ultérieures. Nous rappelons que la discrétisation spatiale au sein de la zone de propagation de la fissure ( $h$ ) est systématiquement fixée à  $\ell/5$  dans l’ensemble des simulations, et la taille de maille loin de la zone endommageable vaut 0.5 mm. Le pas de chargement est ajusté à  $5 \times 10^{-4}$  mm.

Représentés en Figure 4.7, les résultats de ces simulations pour les premières phases de chargement, où la propagation de la fissure est apparente, montrent une sous-estimation de la contrainte

à l'initiation ainsi que lors de la progression initiale de la fissure pour des longueurs de régularisation  $\ell$  dans l'intervalle estimé auparavant. Il est à noter que pour la valeur de  $\ell = 0.1$  mm, équivalente à  $\sigma_c = 43.5$  MPa, la convergence des calculs n'a pas été atteinte. Nous avons donc débuté les simulations pour  $\ell = 0.05$  mm, équivalent à  $\sigma_c = 61.5$  MPa. La convergence vers les données expérimentales de propagation de fissure s'affirme avec la réduction de  $\ell$ , atteignant un écart inférieur à 5% à l'initiation pour  $\ell = 0.002$  mm. Cependant, cette dernière valeur implique une contrainte critique en traction uniaxiale estimée à 300 MPa, ce qui excède largement les mesures communément observées dans la littérature et qui pose question de l'utilisation de l'équation (4.1) pour ce cas.

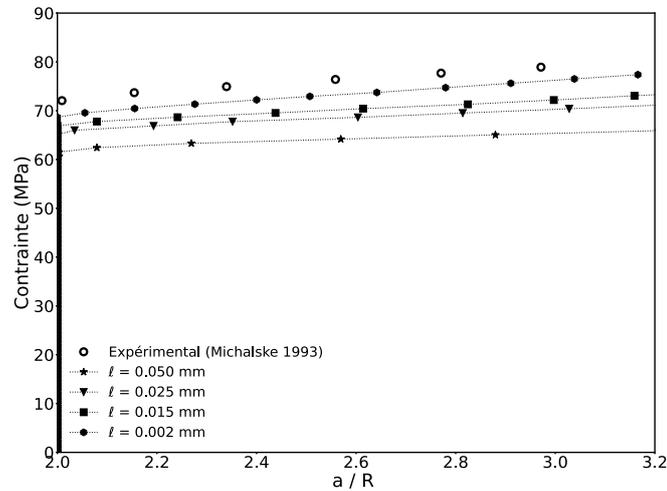


FIGURE 4.7 – Simulations par approche champ de phase de l'essai DCDC sur un verre de silice et comparaison aux résultats expérimentaux ( $G_c = 7.9 \times 10^{-3}$  MPa.mm,  $\ell$  variable).

Les calculs pour  $\ell = 0.002$  mm implique un maillage extrêmement raffiné ( $h = 4 \times 10^{-4}$  mm) dans la zone de propagation. Le maillage global de l'échantillon présente près de 2.2 millions d'éléments pour plus de 3 millions de degrés de libertés, malgré une bande raffinée limitée à  $20 \mu\text{m}$  de largeur au centre de l'échantillon. Dans ce sens, les calculs sont relativement longs pour observer une propagation, durant environ 30 heures sur 10 noeuds de cluster (Intel Xeon CPU Gold 6230 20 cores @ 2.1 Ghz). Nous nous sommes donc arrêté à cette valeur de  $\ell$ .

Afin d'évaluer quelle est la valeur de  $G_c$  estimée par cette méthode qui permettrait d'obtenir la contrainte à l'initiation, nous avons fait varier  $G_c$  à  $\sigma_c = 87$  MPa constant. Les résultats obtenus sont donnés en Figure 4.8. On remarque que la valeur de la contrainte à l'initiation et durant la propagation est bien estimée pour une valeur de  $G_c$  augmentée de 25%, soit une augmentation de  $K_{Ic}$  d'environ 10%, ce qui est cohérent avec la variation observée dans [1].

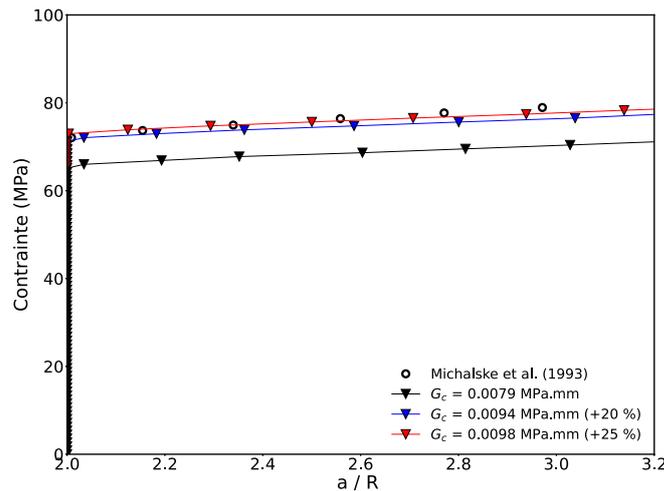


FIGURE 4.8 – Simulations par approche champ de phase de l’essai DCDC sur un verre de silice et comparaison aux résultats expérimentaux pour  $G_c$  variable et  $\sigma_c = 87.5$  MPa.

#### 4.1.2.2 Modèle à zones cohésives

Des analyses de la taille de maillage cohésive requise et de la rigidité initiale  $K_0$ , ont été réalisées. La moitié supérieure de la géométrie 2D a été maillée en ajoutant des éléments cohésifs de 0,3 à 5 microns le long du chemin anticipé de la fissure. Il a été constaté qu’un micron était de nouveau suffisant pour observer la rupture des éléments cohésifs pour les gammes de paramètres de matériaux qui ont été explorées. Pour modéliser l’endommagement, une loi d’endommagement bilinéaire a été choisie. La rigidité initiale des éléments cohésifs,  $K_0$ , ne doit pas modifier la réponse du matériau avant l’apparition de l’endommagement. À cette fin, nous avons adopté l’approche empirique suggérée par Turon et al. [11], formulée pour notre cas comme  $WK_0/E \gg 1$ . Cette recommandation a servi de première ligne directrice. En complément, des résultats de compression sur une géométrie élastique linéaire sans éléments cohésifs ont été utilisés comme référence pour évaluer les valeurs de  $K_0$ . Plusieurs essais avec  $K_0$  variant de  $7 \times 10^6$  à  $7 \times 10^8$  MPa/mm ont été réalisés, tous répondant convenablement au critère initial. Cependant, suivant les observations de Doitrand et al. [12], une augmentation de  $K_0$  entraîne une réduction de la contrainte macroscopique à l’initiation de la fissure, qui se stabilise ensuite. Il a également été noté qu’un  $K_0$  plus élevé exigeait un nombre croissant de pas de temps pour atteindre la convergence durant l’endommagement. Pour ces raisons, une rigidité intermédiaire de  $K_0 = 7 \times 10^7$  MPa/mm a été retenue pour allier précision des résultats et flexibilité dans le test de divers paramètres matériaux. On vérifie ainsi que l’ajout de la zone cohésive ne modifie pas la raideur initiale de la structure en comparant les courbes contrainte-déformation obtenues par les deux méthodes en Figure 4.9.

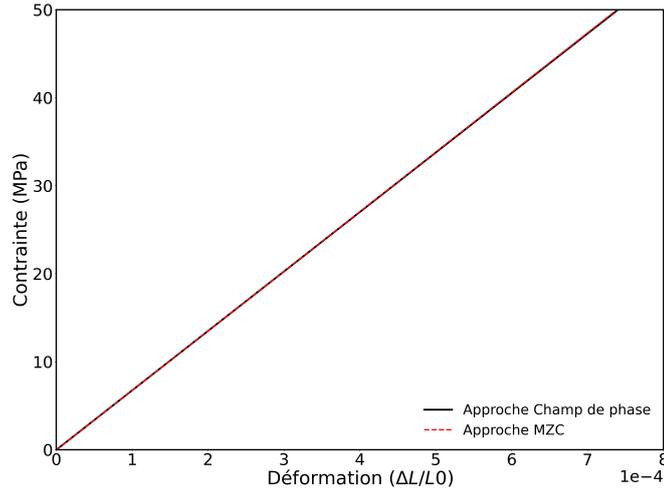


FIGURE 4.9 – Comparaison de la pente élastique pour la modélisation par approche champ de phase et MZC.

Les effets des paramètres  $T_c$  et  $G_c$ , avec  $G_c$  défini par la relation  $G_c = \frac{T_c \times \delta_f}{2}$ , sont exposés dans les Figures 4.10a pour  $T_c$  et 4.10b pour  $G_c$ . Les simulations initiales, menées avec une valeur de  $G_c$  fixée à  $7.9 \times 10^{-3}$  MPa.mm et une contrainte critique  $T_c$  variable, ont donné des résultats en étroite concordance avec les données expérimentales de [1]. Ces résultats coïncident avec les intervalles de contraintes critiques rapportés dans les références bibliographiques citées précédemment. On remarque le très faible impact de ce paramètre. En conséquence, l'avancement de la fissure est principalement dirigé par  $G_c$ . En effet, la Figure 4.10b montre que la contrainte à la propagation varie significativement avec  $G_c$ , comme cela est prouvé pour des valeurs de  $G_c$  variant de  $\pm 50\%$ . On conclut cette partie en mentionnant que le taux de restitution d'énergie critique peut être évalué précisément par cette méthode.

#### 4.1.2.3 Discussion

Comme pour l'exemple précédent, les deux modèles utilisés ont été capables de reproduire l'endommagement observé expérimentalement dans [1], c'est à dire une propagation verticale dans l'axe de la pré-fissure. La spécificité de cette étude réside dans la forte dépendance des résultats à champ de phase au paramètre  $\ell$  qui questionne la pertinence de la relation théorique du modèle reliant  $\ell$ ,  $\sigma_c$  et  $G_c$ , et ce malgré la présence d'un macro-défaut de type pré-entaille. Nous pouvons remarquer que si inconnu, le taux de restitution d'énergie critique pourrait être évalué correctement uniquement par le modèle MZC avec les paramètres utilisés dans cette étude. En effet, l'approche champ de phase de l'endommagement prédit des contraintes à l'initiation moins importantes que celle observée expérimentalement pour un large intervalle de valeur de  $\ell$ .

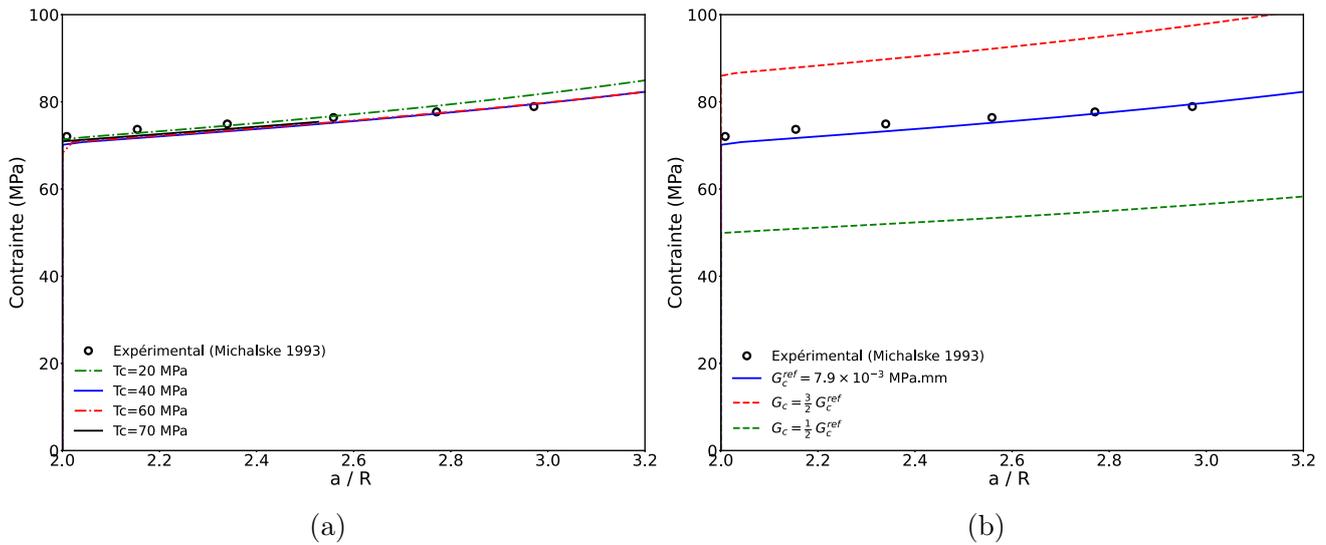


FIGURE 4.10 – Simulations par approche MZC de l'essai DCDC sur un verre de silice et comparaison aux résultats expérimentaux : (a) Impact de  $T_c$  pour  $G_c = 7.9 \times 10^{-3}$  MPa.mm (b) Impact de  $G_c$  pour  $T_c$  fixé à 40 MPa.

## 4.2 Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA)

La réponse à la compression du MMA peut être considérée approximativement comme un comportement élasto-parfaitement plastique avec un module de Young de 1400 MPa, un coefficient de Poisson de 0.4 et une contrainte au plateau plastique de 34 MPa. La géométrie exacte de l'un des échantillons DCDC a été reproduite avec  $L = 23.5$  mm,  $W = 5.8$  mm,  $R = 1.5$  mm, et  $a = 3.15$  mm. Des simulations 2D en état de contraintes planes ont été effectuées pour les deux approches de modélisation. La courbe macroscopique de contrainte-déformation des éléments finis se compare bien aux résultats expérimentaux comme le montre la Figure 4.11. En raison du plateau plastique, l'initiation de la fissure est repérée par la déformation appliquée. Dans les deux sections suivantes, la comparaison aux résultats expérimentaux se fera donc à partir de la plage de déformation à initiation expérimentale estimée à  $0.215 \pm 0.015$ .

### 4.2.1 Approche champ de phase

Le maillage loin de la zone de propagation, plus grossier, a été fixé à 0.5 mm, tandis que celui dans la zone où l'endommagement peut évoluer est fixé à  $h = l/5$ . Un endommagement initial a été appliqué à la pointe de la fissure en imposant  $d = 1$ . La déformation à l'initiation de la fissure est déterminée selon les paramètres de minimisation  $l$  et  $G_c$ . Premièrement, l'impact du paramètre de régularisation  $l$ , tout en gardant  $G_c$  constant, est présenté dans la Figure 4.12a. Pour les valeurs de  $l$  testées, la propagation de l'endommagement commence pour la même déformation

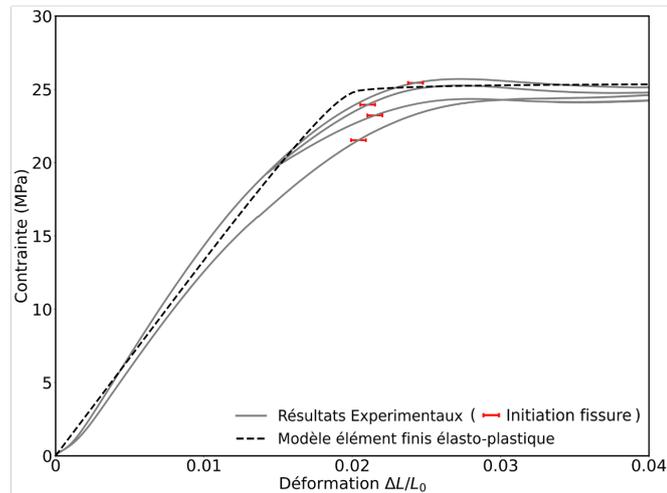


FIGURE 4.11 – Comparaison des courbes contrainte-déformation du DCDC sur MMA en état de contraintes planes : Résultats expérimentaux vs. Modélisation élasto-plastique.

macroscopique. Par conséquent, une valeur fixe de  $l = 0.1$  mm a été choisie pour explorer l'effet de  $G_c$ . Lorsque  $G_c$  augmente, la déformation macroscopique requise pour observer l'initiation de la fissure augmente (Figure 4.12b). De plus, le test expérimental est bien reproduit lorsque  $G_c$  varie entre 0.30 et 0.35 MPa.mm. Une barre d'erreur accompagne les résultats numériques présentés ici car la propagation de l'endommagement lors de la phase d'initiation n'est pas soudaine. En effet, la Figure 4.13a montre la localisation de l'endommagement dans l'échantillon pendant la propagation. Parallèlement, la Figure 4.13c illustre que l'endommagement progresse le long d'une ligne verticale sans atteindre la valeur critique  $d = 1$ , indicateur habituel de la rupture complète du matériau. Dans ce cadre, estimer un seuil de chargement précis où la fissure progresse est complexe. En conséquence, l'analyse de l'initiation s'est orientée sur l'étude de l'évolution de l'énergie de fracture, présentée en Figure 4.14c. Le point d'inflexion dans cette évolution est alors considéré comme indicateur du début de la propagation de la fissure.

En parallèle, la plasticité qui se développe le long du chemin d'endommagement reste localisée dans une zone étroite, illustrée en Figures 4.14a et 4.14b. Les changements globaux des énergies élastiques, plastiques et de fracture par rapport à la déformation macroscopique appliquée sont exposés en Figure 4.14c. On remarque que l'augmentation régulière de l'énergie de fissuration met en évidence un taux de propagation constant. Ce résultat est en bon accord qualitatif avec nos observations expérimentales, une fois que l'entaille préalable devient une fissure nette. Cependant, une comparaison avec le taux de propagation expérimental ne peut être obtenue car la rupture n'est pas complète. Les caractéristiques du processus d'endommagement incomplet, de la plasticité localisée, et de l'augmentation régulière de l'énergie de fracture sont en accord avec les travaux théoriques [13] lorsque l'hypothèse de contraintes planes est utilisée. Il est important de noter

## 4.2. Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA)

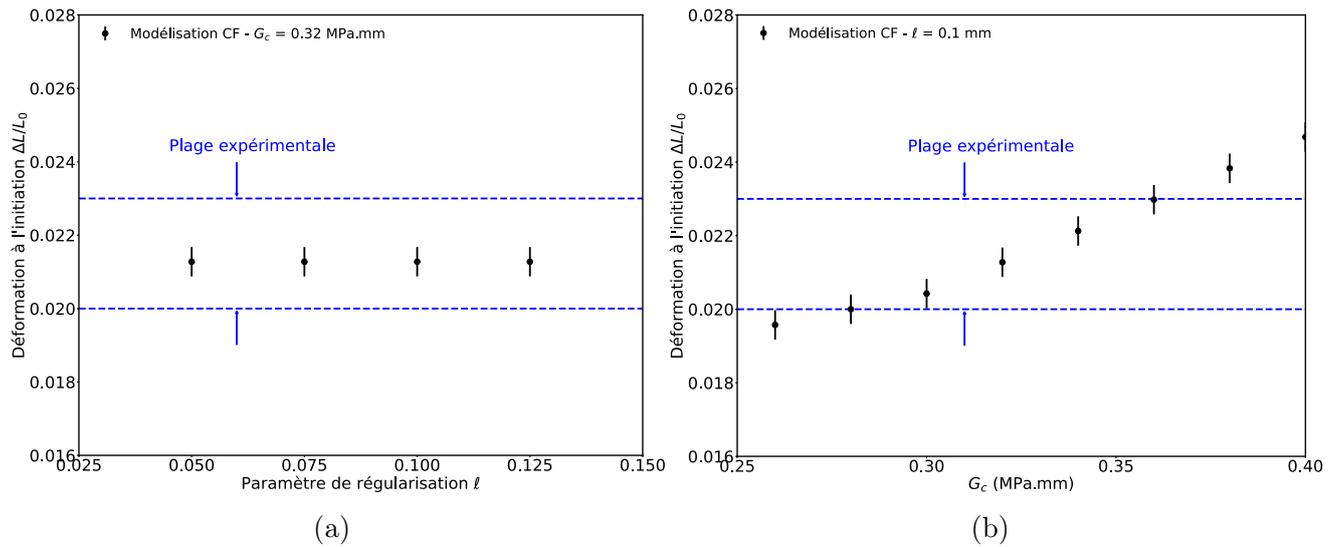


FIGURE 4.12 – (a) Effet du paramètre de régularisation  $\ell$  sur la déformation à l'initiation en modélisation CF avec  $G_c = 0.32$  MPa.mm (b) Influence de  $G_c$  sur la déformation à l'initiation en modélisation champ de phase avec  $\ell = 0.1$  mm.

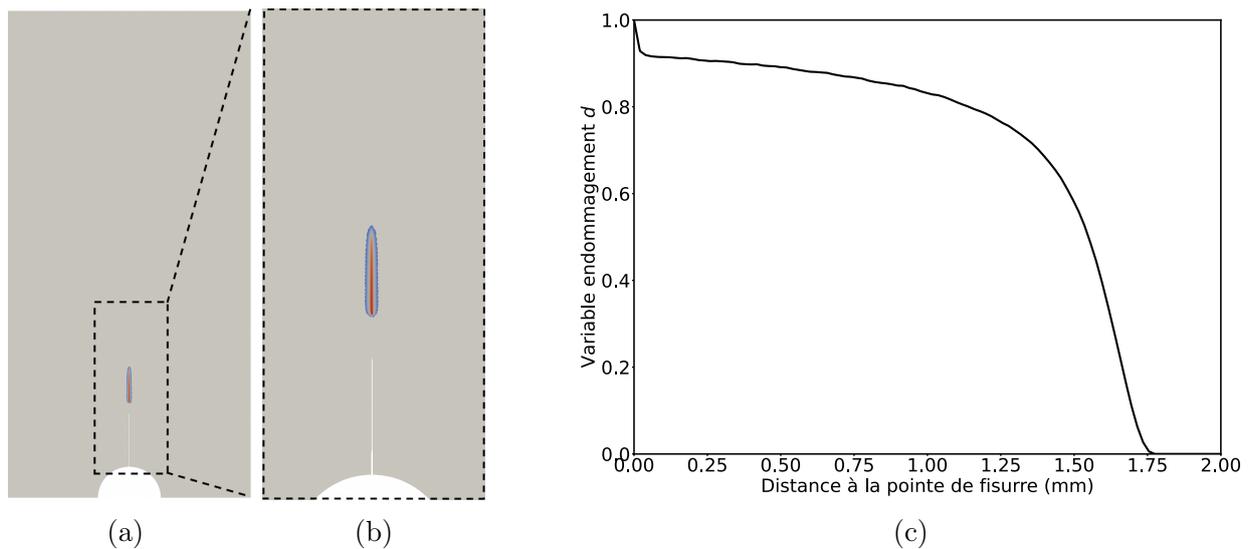


FIGURE 4.13 – Résultats de propagation de l'endommagement obtenus par approche champ de phase et hypothèse de contraintes planes : (a) et (b) Champ d'endommagement diffus en amont de la pointe de fissure et (c) valeur de l'endommagement le long de la zone endommagée.

que lorsque l'état de déformations planes a été imposé, nous avons été capables de reproduire les caractéristiques montrées par [13, 14], avec une fissure progressant par sauts et une plasticité se localisant en pointe de fissure, illustré en Figure 4.15a et 4.15b, ce qui est moins représentatif de la réalité expérimentale. De plus, on remarque que la courbe expérimentale de contrainte-déformation appliquée est plus éloignée de la courbe expérimentale comme illustré en Figure 4.15c.

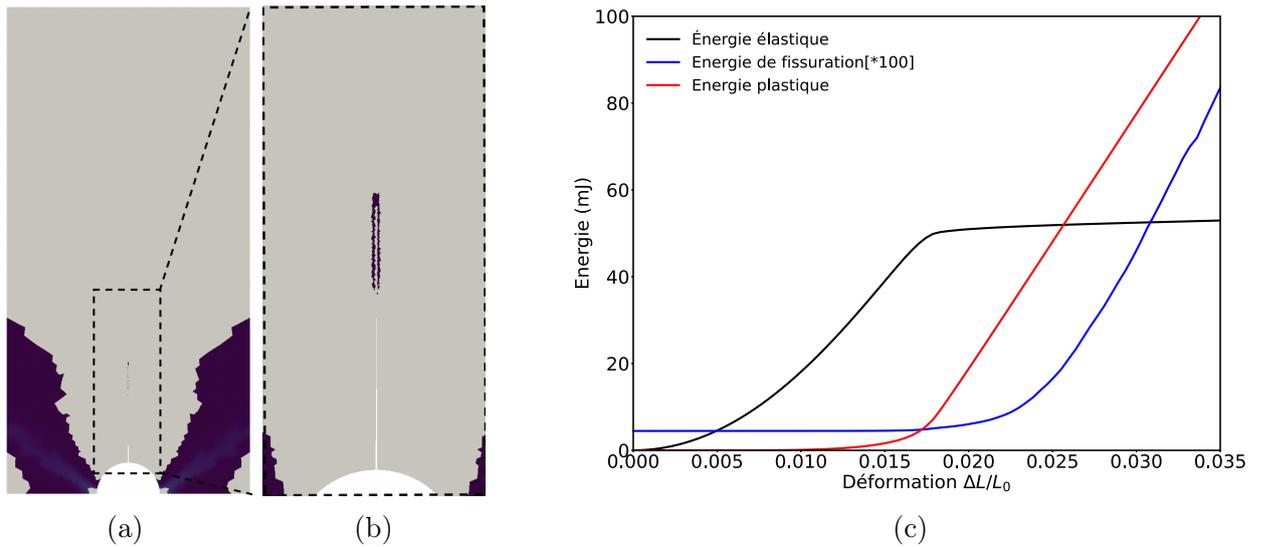


FIGURE 4.14 – Résultats obtenus par approche champ de phase et hypothèse de contraintes planes : (a) et (b) Plasticité cumulée dans l'éprouvette et le long de la fissure lors de sa propagation et (c) variation d'énergies par rapport au déplacement compressif appliqué.

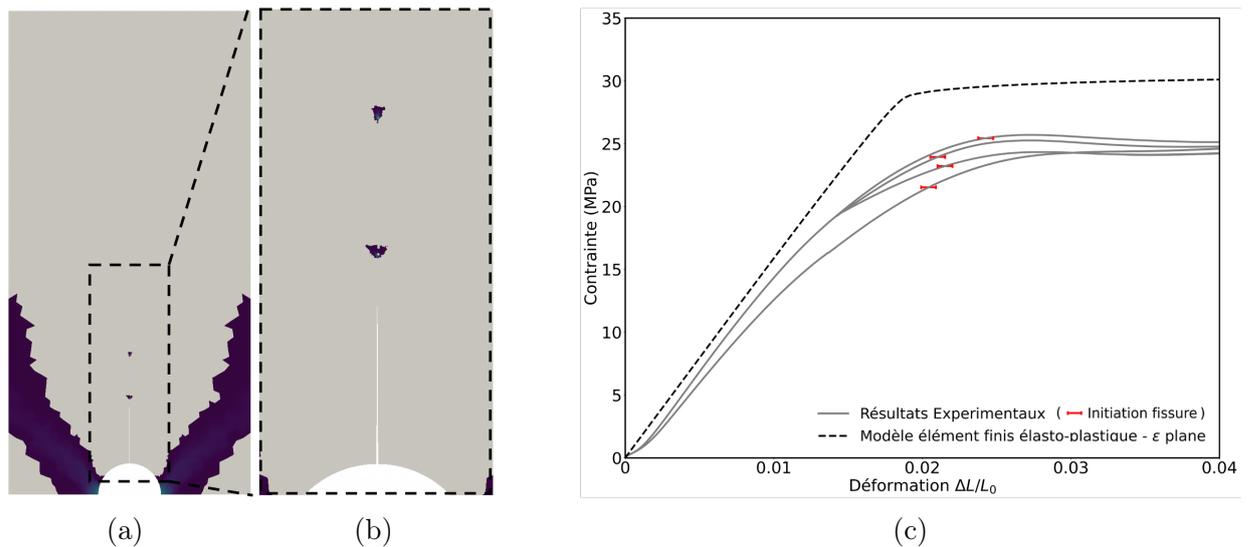


FIGURE 4.15 – Résultats obtenus par approche champ de phase et hypothèse de déformation plane : (a) et (b) Plasticité cumulée dans l'éprouvette et le long de la fissure lors de sa propagation et (c) comparaison des courbes contrainte-déformation numériques et expérimentales.

## 4.2.2 Modèle à zones cohésives

Nous avons appliqué les mêmes étapes que celles utilisées pour le cas élastique pour déterminer la taille des éléments cohésifs et leur raideur initiale  $K_0$ , et finalement, des valeurs de 10 microns et  $K_0 = 10000$  MPa/mm ont été retenues. Contrairement au cas purement élastique, le modèle élasto-plastique a produit des difficultés de convergence. Ces difficultés pourraient résulter de la nécessité d'utiliser de petits éléments et de petits pas de temps avec les éléments cohésifs combinés aux déformations plus importantes engendrées par la plasticité. Cependant, il est important de

## 4.2. Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA)

noter que selon les paramètres de l'élément cohésif  $T_c$  et  $G_c$ , la propagation de la fissure peut être observée ou non, en raison de la divergence numérique se produisant lors d'une défaillance précoce. Par conséquent, la comparaison avec la propagation expérimentale de la fissure n'a pas pu être effectuée et seulement la valeur du chargement en déformation à l'initiation a été comparée. La gamme de valeurs testées pour  $T_c$  et  $G_c$  a été choisie afin de toujours observer le plateau plastique sur la courbe contrainte-déformation macroscopique avant l'initiation de la fissure, conformément aux résultats expérimentaux. La Figure 4.16a montre la déformation à la rupture par rapport au taux de restitution d'énergie critique  $G_c$  pour une contrainte critique  $T_c$  égale à la contrainte limite plastique. Les expériences sont bien reproduites pour une gamme de valeurs de  $G_c$  raisonnable et plutôt étroite  $G_c \in [0.26, 0.32]$  MPa.mm. En fixant  $G_c$  à 0.30 MPa.mm et en variant la contrainte critique à l'initiation de la fissure, on note que  $T_c$  n'a pas d'impact pour les valeurs  $T_c \in [29, 34]$  MPa, comme illustré en Figure 4.16b. Par conséquent, la méthode semble adéquate pour reproduire le test DCDC et estimer le taux de restitution d'énergie critique d'un matériau élastoplastique.

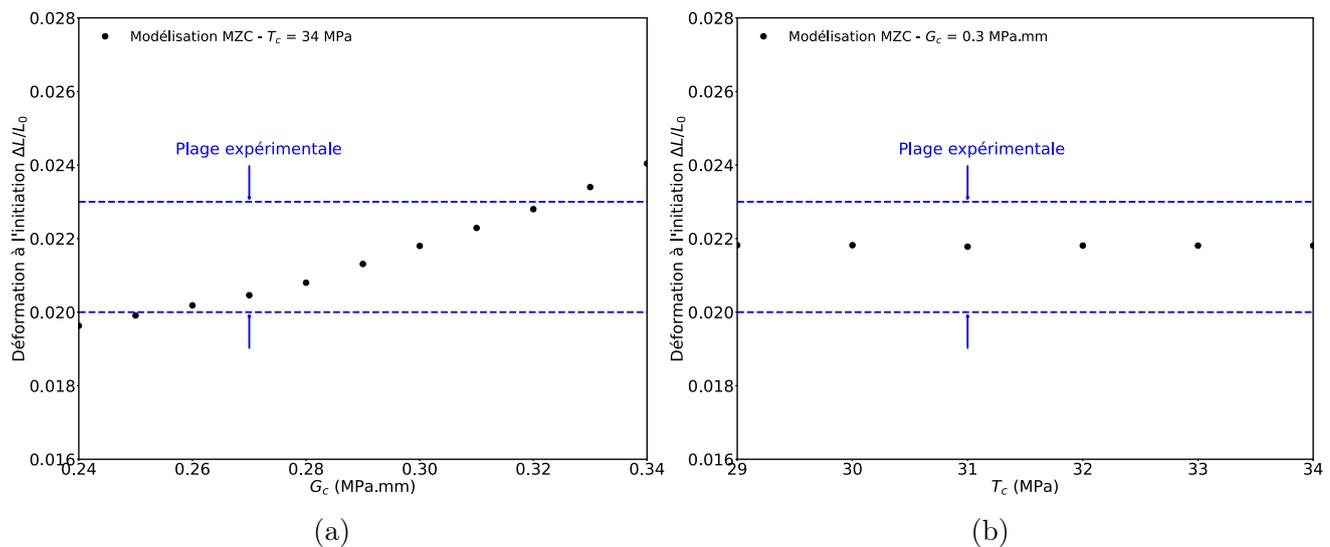


FIGURE 4.16 – Déformation macroscopique à l'initiation de la fissure obtenue avec le MZC (a) en fonction du taux de libération d'énergie critique  $G_c$  pour une contrainte critique  $T_c = 34$  MPa et (b) selon la valeur de la contrainte critique  $T_c$  pour  $G_c = 0.30$  MPa.mm. Les lignes pointillées bleues indiquent la plage d'incertitude expérimentale définie par la valeur moyenne et l'écart type.

### 4.2.3 Discussion

Tout d'abord, le comportement macroscopique d'un échantillon de MMA soumis à un essai DCDC est bien reproduit en prenant en compte un comportement élasto-plastique. Les deux modèles ont été capables de reproduire l'initiation de l'endommagement à la déformation macro-

scopique observée expérimentalement pour des intervalles de valeurs de  $G_c$  qui se chevauchent. Il n'a cependant pas été possible de comparer quantitativement la propagation de l'endommagement ou la longueur de fissure expérimentale. Par conséquent, nous pouvons estimer avec confiance la valeur de  $G_c$  à l'initiation à une valeur de  $0.31 \pm 0.03$  MPa.mm. Lors de la reproduction de nos données expérimentales, la dépendance des résultats du champ de phase à  $l$  était négligeable, ce qui a placé toute la dépendance du modèle sur le paramètre  $G_c$  et explique probablement que des valeurs similaires de  $G_c$  ont été obtenues pour la modélisation du champ de phase et de la zone cohésive. La signification de  $l$  dans le cadre élasto-plastique parfait est rarement discutée dans la littérature. Par exemple, dans [15, 16, 17], cette grandeur semble être fixée arbitrairement. Aussi, dans [18], l'auteur propose de fixer  $\sigma_c$  de manière à reproduire la déformation à rupture lors d'un essai de traction uniaxiale. La valeur de  $\sigma_c$  est ainsi choisie largement supérieure à  $\sigma_y$  pour étudier la rupture ductile. On note d'ailleurs qu'un ratio de ductilité est introduit dans plusieurs études portant sur un matériau élasto-plastique parfait [13, 18], tel que  $r_y = \sigma_c/\sigma_y$ . Enfin, la valeur du taux de restitution d'énergie critique déterminée pour le MMA est faible en comparaison des résultats obtenus en général pour ce type d'adhésif qui sont en général de l'ordre de quelques MPa.mm [19]. Cependant, on note que la ténacité obtenue via le même essai dans le cadre élastique pour le PMMA est elle aussi relativement basse en comparaison des valeurs généralement reportées et discutées précédemment.

### 4.3 Conclusion

Ce chapitre a permis la modélisation de l'essai DCDC pour deux types de matériaux : élastique et élasto-plastique. L'étude en élasticité linéaire du matériau PMMA s'est confrontée à la non-linéarité du comportement du matériau qui a empêché une estimation de la déformation à rupture avec simplement une hypothèse d'un comportement élastique linéaire. Cependant, grâce aux deux approches utilisées pour prédire l'endommagement, nous avons pu obtenir des valeurs de la ténacité à la rupture,  $G_c$ , qui concordent étroitement par rapport aux données expérimentales, particulièrement lorsque la contrainte à l'initiation est employée comme critère de comparaison. Ces valeurs se trouvent également en adéquation avec les prédictions théoriques. Afin de modéliser un matériau purement élastique et fragile, les résultats d'un essai DCDC mené sur du verre de silice ont été extraits de la littérature et comparés aux résultats des modèles numériques. La contrainte à rupture en traction uniaxiale n'étant cette fois-ci pas précisée pour le matériau étudié, la modélisation de l'endommagement par approche champ de phase a cette fois montré une dépendance de la contrainte à l'initiation au paramètre de régularisation  $l$ , et les résultats

expérimentaux n'ont finalement pas pu être modélisés en gardant une ténacité numérique égale à la ténacité expérimentale. Cependant, des résultats cohérents sont obtenus en faisant varier  $G_c$  de 11%, ce qui reste raisonnable. L'approche de l'endommagement par zones cohésives a quant à elle permis une très bonne correspondance avec les résultats expérimentaux en présentant une très faible dépendance au paramètre de loi cohésive  $T_c$ . De plus, cette modélisation a montré qu'elle pouvait être utile pour prédire la valeur de  $G_c$  à partir de données expérimentales.

Pour l'adhésif MMA testé, dont la réponse à l'essai DCDC est bien approchée par une loi élasto-plastique et un état de contraintes planes, le champ de phase montre une déformation macroscopique à l'initiation de la fissure indépendante de  $\ell$  (encore une fois dans des variations raisonnables), ce qui a reporté la dépendance du modèle sur le paramètre  $G_c$  uniquement. Les deux modèles ont reproduit la déformation expérimentale à la rupture pour des plages de valeurs similaires pour  $G_c$ .

Finalement, ce travail a fourni deux modèles de rupture possibles pour extraire la valeur du taux de libération d'énergie critique résultant d'un essai DCDC effectué sur un matériau élastique-parfaitement plastique, étendant ledit essai au-delà du cas des matériaux linéairement élastiques.

# Bibliographie

---

- [1] T.A. Michalske, W.L. Smith, and E.P. Chen. Stress intensity calibration for the double cleavage drilled compression specimen. *Engineering Fracture Mechanics*, 45(5) :637–642, 1993.
- [2] C. Nielsen, A. V. Amirkhizi, and S. Nemat-Nasser. The effect of geometry on fracture strength measurement using dc/dc samples. *Engineering Fracture Mechanics*, 91 :1–13, 2012.
- [3] R. Cavuoto, P. Lenarda, D. Misseroni, M. Paggi, and D. Bigoni. Failure through crack propagation in components with holes and notches : An experimental assessment of the phase field model. *International Journal of Solids and Structures*, 257 :111798, 2022.
- [4] SM Wiederhorn, H Johnson, AM Diness, and AH Heuer. Fracture of glass in vacuum. *Journal of the American Ceramic Society*, 57(8) :336–341, 1974.
- [5] M. Lindqvist and J.-P. Lebet. Strength of glass determined by the relation of the critical flaw to the fracture mirror. *Engineering Fracture Mechanics*, 119 :43–52, 2014.
- [6] Martin J. Meyland, Jens H. Nielsen, and Cenk Kocer. Tensile behaviour of soda-lime-silica glass and the significance of load duration – a literature review. *Journal of Building Engineering*, 44 :102966, 2021.
- [7] M. Lindqvist and C. Louter. Experimental study on glass edge machining flaw characterization. *Engineering Fracture Mechanics*, 127 :56–70, 2014.
- [8] Jaroslav Schmidt, Alena Zemanová, Jan Zeman, and Michal Sejnoha. Phase-field fracture modelling of thin monolithic and laminated glass plates under quasi-static bending. *Materials*, 13 :5153, 11 2020.
- [9] Zoran Tomić, Krešimir Jukić, Tomislav Jarak, Tamara Aleksandrov Fabijanić, and Zdenko

- Tonković. Phase-field modeling of fused silica cone-crack vickers indentation. *Nanomaterials*, 12(14), 2022.
- [10] Lingyue Ma, Mostafa Mollaali, and Roberto Dugnani. Phase-field simulation of fractographic features formation in soda–lime glass beams fractured in bending. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 127 :103997, 2023.
- [11] A.Turon, C.G. Dávila, P.P Camanho, and J. Costa. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Engineering Fracture Mechanics*, 74 :1665–1682, 2007.
- [12] A. Doitrand, R. Estevez, and D. Leguillon. Comparison between cohesive zone and coupled criterion modeling of crack initiation in rhombus hole specimens under quasi-static compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 99 :51–59, 2019.
- [13] S. Brach, E. Tanné, B. Bourdin, and K. Bhattacharya. Phase-field study of crack nucleation and propagation in elastic–perfectly plastic bodies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 353 :44–65, 2019.
- [14] G. Dal Maso and R. Toader. On the jerky crack growth in elastoplastic materials. *Calculus of Variations and Partial Differential Equations*, 59 :1–40, 2020.
- [15] M. Ambati, T. Gerasimov, and L.De Lorenzis. Phase-field modeling of ductile fracture. *Computational Mechanics*, 55 :1017–1040, 2015.
- [16] Jianguang Fang, Chengqing Wu, Jun Li, Qiang Liu, Chi Wu, Guangyong Sun, and Qing Li. Phase field fracture in elasto-plastic solids : Variational formulation for multi-surface plasticity and effects of plastic yield surfaces and hardening. *International Journal of Mechanical Sciences*, 156 :382–396, 2019.
- [17] Pengfei Li, Julien Yvonnet, Christelle Combescure, Hamid Makich, and Mohammed Nouari. Anisotropic elastoplastic phase field fracture modeling of 3d printed materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 386 :114086, 2021.
- [18] Erwan Tanne. *Variational phase-field models from brittle to ductile fracture : nucleation and propagation*. PhD thesis, 12 2017.
- [19] Mohamed Nasr Saleh, Michal K. Budzik, Milad Saeedifar, Dimitrios Zarouchas, and Sofia Teixeira De Freitas. On the influence of the adhesive and the adherend ductility on mode I

fracture characterization of thick adhesively-bonded joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 115 :103123, 2022.



# Chapitre 5:

## Analyse numérique de l'essai de fissuration en flexion trois points

---

### Sommaire

---

<b>5.1 Étude d'un matériau élastique fragile (PMMA)</b>	<b>128</b>
5.1.1 Échantillons pré-fissurés	129
5.1.1.1 Approche champ de phase	129
5.1.1.2 Modèle à zones cohésives	130
5.1.1.3 Discussion	132
5.1.2 Échantillons pré-entaillés	133
5.1.2.1 Approche champ de phase	133
5.1.2.2 Modèle à zones cohésives	136
5.1.2.3 Discussion	136
<b>5.2 Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA)</b>	<b>139</b>
5.2.1 Échantillons pré-fissurés	139
5.2.1.1 Approche champ de phase	140
5.2.1.2 Modèle à zones cohésives	142
5.2.1.3 Discussion	143
5.2.2 Échantillons pré-entaillés	144
5.2.2.1 Approche champ de phase	144
5.2.2.2 Modèle à zones cohésives	144
5.2.2.3 Discussion	146
<b>5.3 Conclusion</b>	<b>147</b>

---

Dans ce chapitre nous réalisons une analyse numérique de l'essai de fissuration en flexion trois points, aussi désigné dans la littérature par l'acronyme SENB pour Single Edge Notched Bending. Cette étude est menée afin de déterminer le taux de restitution d'énergie critique  $G_c$  pour nos deux matériaux qui sont, on le rappelle, un polyméthacrylate de méthyle commercial (PMMA) à l'état vitreux, choisi pour son comportement élastique et fragile, et un adhésif à base de méthacrylate de méthyle (MMA) qui est notre matériau d'intérêt et aux résultats obtenus au chapitre précédent dans le cas du test DCDC. Les résultats de simulations obtenus pour ces deux

matériaux seront comparés aux résultats expérimentaux. La simulation de la fracture nous a été rendue possible grâce aux approches numériques de l'endommagement introduites précédemment, à savoir l'approche champ de phase et le modèle à zones cohésives. On examinera dans chaque cas l'impact sur l'estimation de  $G_c$ , du type d'entaille, qui est soit une pré-entaille en forme de U réalisée au fil diamanté, ou bien une pré-fissure réalisée en tapant une lame de rasoir.

Dans la **Section 5.1** notre attention se porte sur le matériau PMMA. Nous avons pour but de comparer les résultats obtenus par modélisation numérique avec ceux prédits par la théorie sur la fissuration fragile dans des matériaux élastiques linéaires.

La **Section 5.2** traitera de l'estimation de  $G_c$  pour le MMA. Une étude expérimentale préalable de l'intégrale- $J$  a permis une première estimation de  $G_c$ . Celle-ci a été calculée à partir des champs de déplacement et de déformation obtenus par corrélation d'images numériques. On rappelle que cette première estimation a été réalisée en supposant que la plasticité est confinée à la pointe de fissure. Notre étude numérique permettra donc de discuter cette estimation en utilisant un modèle élasto-plastique.

## 5.1 Étude d'un matériau élastique fragile (PMMA)

Dans cette section, nous nous intéressons à la modélisation de l'essai SENB appliqué au PMMA. L'objectif est de comparer les résultats numériques obtenus avec les prédictions préalables. Pour rappel, une analyse des résultats expérimentaux a montré que pour des échantillons pré-entailés, le taux de restitution d'énergie critique  $G_c$  peut être estimé à  $1.68 \pm 0.4$  MPa.mm. Concernant les échantillons pré-fissurés,  $G_c$  a été évalué à  $0.51 \pm 0.06$  MPa.mm. Cette section se concentrera sur l'analyse de la force résultante au moment de l'initiation de la rupture du matériau. On comparera ainsi la force maximale en utilisant un intervalle centré sur la valeur moyenne de la force de rupture pour tous les échantillons testés. Cet intervalle est déterminé à partir de l'écart-type associé à ces mesures et est représenté par des pointillés bleus dans les figures de cette section. Il est rappelé au lecteur que la géométrie des éprouvettes et les spécificités associées à chaque modèle ont été données en Section 3.3. Toutes les simulations seront effectuées en considérant un état de déformations planes, une condition couramment adoptée pour ce type d'essai, conformément à la norme [1]. Cette approche se justifie en particulier par l'épaisseur des échantillons de PMMA, qui est de 20 mm. Une telle épaisseur est largement suffisante pour valider l'utilisation de l'hypothèse de déformation plane, tel que spécifié par la norme mentionnée.

### 5.1.1 Échantillons pré-fissurés

Les résultats de simulations de l'essai SENB sur des échantillons de PMMA pré-fissurés sont présentés dans cette section pour les deux approches de simulation de l'endommagement. La démarche est identique à l'étude de l'essai DCDC du chapitre précédent, à savoir la détermination de  $G_c$  par comparaison aux résultats expérimentaux et une validation vis-à-vis des résultats théoriques. Une discussion des résultats sera ajoutée par la suite.

#### 5.1.1.1 Approche champ de phase

Afin de représenter aux mieux l'initiation non brutale observée expérimentalement, la condition aux limites  $d = 1$  est appliquée aux lèvres de la pré-fissure pour tous les résultats de simulations qui suivent. Comme présenté en Section 3.3, on obtient ainsi une propagation continue de la fissure sans observer de saut de fissure important à l'initiation. L'estimation numérique par approche champ de phase (CP) du comportement est en assez bon accord quantitatif avec les résultats expérimentaux, tant sur la pente élastique affichée en Figure 5.1a, que sur les premiers pas de propagation, illustrés par la Figure 5.1b. La comparaison de la cinétique de propagation montre cependant une limitation, avec une propagation plus rapide dans les simulations numériques, notamment lorsque la longueur de fissure augmente au-delà d'une longueur de 2.5 mm.

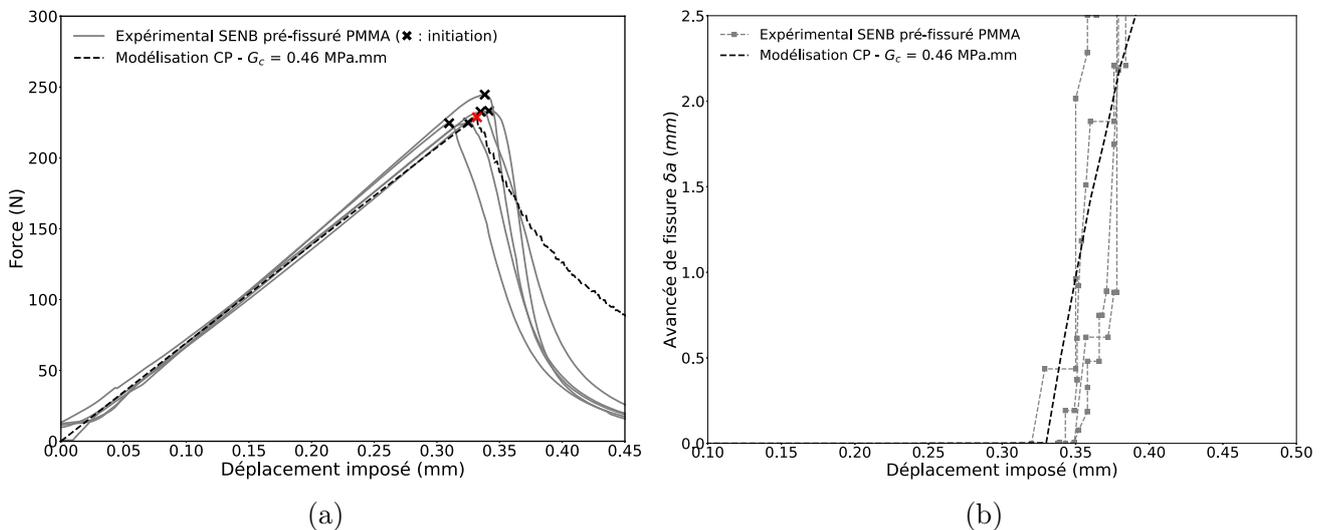


FIGURE 5.1 – (a) Modélisation de l'essai SENB sur échantillons pré-fissurés de PMMA par approche de champ de phase avec  $\ell = 0.066$  mm,  $G_c = 0.46$  MPa.mm ( $\sigma_c = 70$  MPa) et (b) Évolution de la longueur de fissure en fonction du chargement.

**Remarque.** On rappelle au lecteur que les valeurs de  $G_c$  données pour l'approche champ de phase sont égales au  $G_{c_{num}}$  introduit précédemment. Toutes les simulations ont été menées avec un ratio  $h/\ell=5$  constant. Étant donné que l'analyse est désormais conduite dans un état de déformations

## 5.1. Étude d'un matériau élastique fragile (PMMA)

planes, la formule initialement employée pour calculer  $\ell$  se présente désormais de la manière suivante :

$$\ell = \frac{3EG_c}{8\sigma_c^2(1-\nu^2)} \quad (5.1)$$

Nous procédons dans un premier temps à la variation de  $G_c$  à  $\sigma_c$  fixe (70 MPa). Ainsi nous observons en Figure 5.2a qu'une bonne estimation de la force résultante est observée pour des valeurs de  $G_c$  estimée dans l'intervalle [0.45, 0.51] MPa.mm. On note que cet intervalle de valeurs est très proche de celui estimé expérimentalement, les valeurs étant comprises dans l'intervalle d'incertitude. Dans un second temps, l'étude de l'impact du paramètre de régularisation  $\ell$  est réalisée à  $G_c = 0.48$  MPa.mm fixé. Pour des valeurs de  $\ell = 0.137$  et 0.042 mm (resp.  $\sigma_c = 50$  et 90 MPa), on observe un impact faible de cette grandeur sur la force à l'initiation, comme représenté en Figure 5.2b. En effet, les valeurs de forces maximales atteintes à l'initiation restent dans la plage expérimentale comprise entre 235 et 250 N.

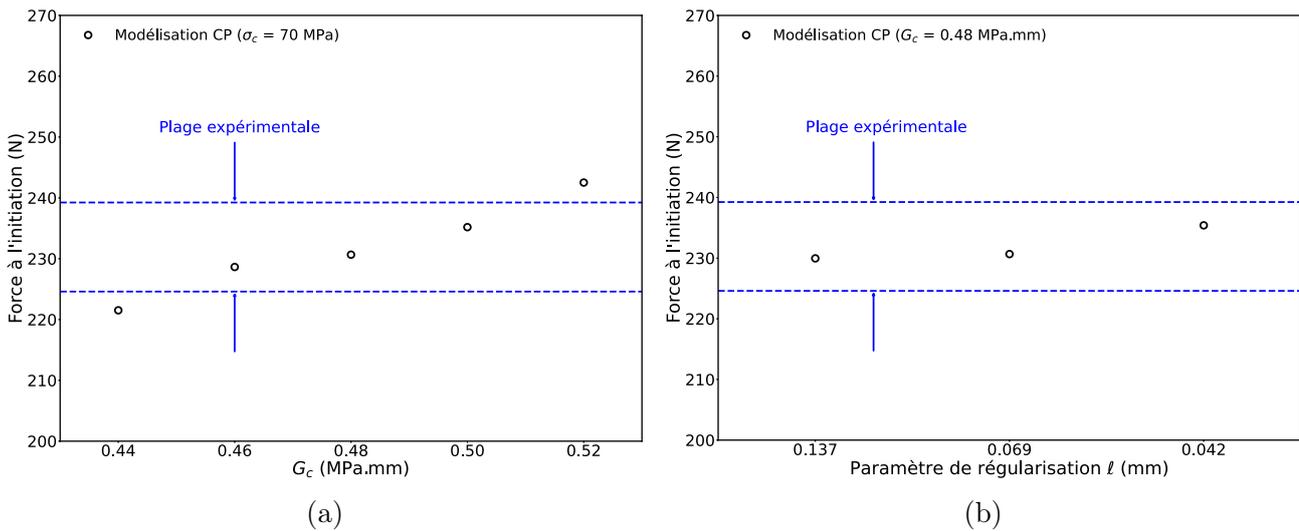


FIGURE 5.2 – Modélisation de l'essai SENB sur échantillons pré-fissurés de PMMA par approche de champ de phase (a) Impact de la variation de  $G_c$  et (b) Impact de la variation de  $\ell$ , sur l'effort à l'initiation.

### 5.1.1.2 Modèle à zones cohésives

La modélisation par un modèle de zones cohésives bilinéaire donne un comportement macroscopique très semblable à celui obtenu précédemment par l'approche champ de phase. La Figure 5.3 illustre, pour  $G_c = 0.4$  MPa.mm, une bonne comparaison quantitative à l'ensemble des résultats expérimentaux sur la pente élastique. On observe tout de même encore une divergence durant la propagation, notamment présente à mesure que le déplacement imposé s'accroît.

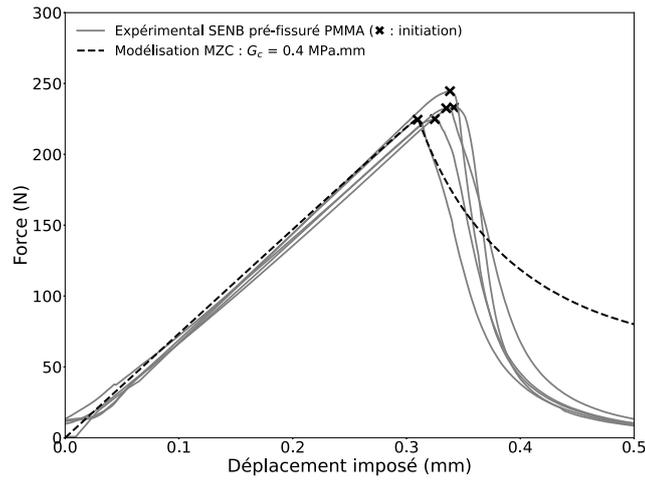


FIGURE 5.3 – Modélisation de l'essai SENB pour échantillons pré-fissurés de PMMA par modèle à zones cohésives avec  $G_c = 0.4 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$  et  $T_c = 70 \text{ MPa}$ .

Lorsqu'on examine l'initiation de la fracture, en se référant à la force maximale de rupture, on constate que les résultats sont très similaires à ceux expérimentaux, et ce pour des variations de  $G_c$  dans l'intervalle de  $0.425 \pm 0.025 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$ . Ce résultat est présenté en Figure 5.4a. On rappelle que ces simulations ont été menées pour une valeur de contrainte critique  $T_c$  égale à la valeur  $\sigma_c$  correspondant au PMMA. Il est intéressant de noter que les valeurs de  $G_c$  sont cette fois-ci inférieures à celles obtenues précédemment. Par ailleurs, en faisant varier  $T_c$  dans une plage allant de 50 à 90 MPa, comme illustré en Figure 5.4b, on observe une légère variation de la force au moment de l'initiation de la fracture. Cet effort maximal tend à diminuer avec la réduction de  $T_c$  en restant cependant dans l'intervalle obtenu expérimentalement pour les valeurs testées.

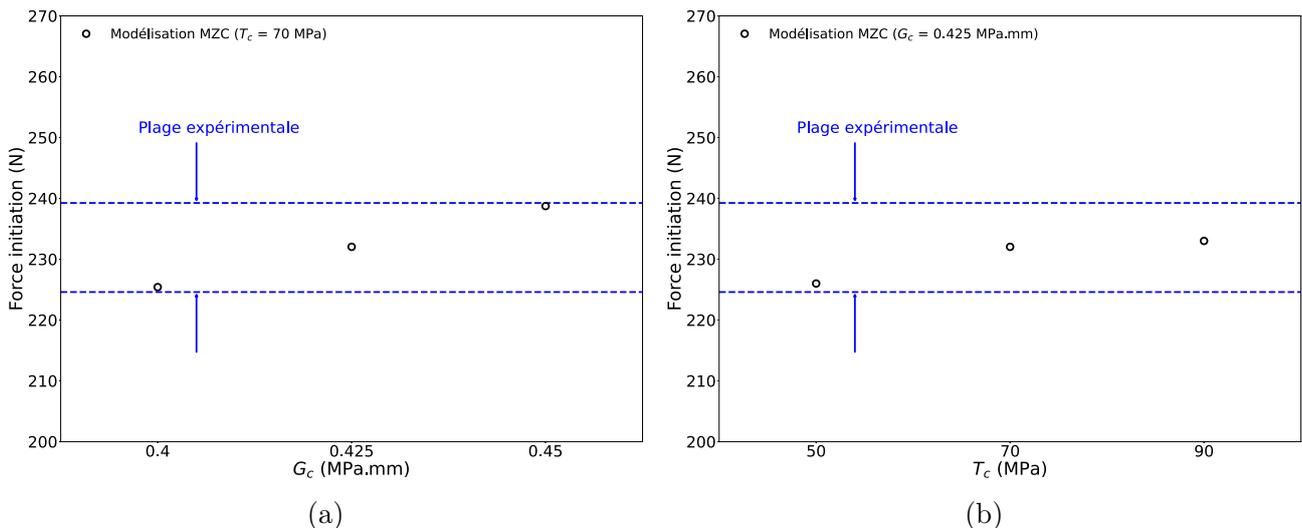


FIGURE 5.4 – Modélisation de l'essai SENB pour échantillons pré-fissurés de PMMA par modèle à zones cohésives (a) Impact de la variation de  $G_c$  et (b) Impact de la variation de  $T_c$ , sur l'effort à l'initiation.

### 5.1.1.3 Discussion

Les deux modèles numériques permettent une estimation de  $G_c$  proche de celle obtenue directement à partir des résultats expérimentaux en Chapitre 2. On observe toutefois une déviation de l'ordre de 11% entre les estimations de  $G_c$  de chaque modèle, avec une valeur plus importante et plus proche de celle obtenue expérimentalement pour une modélisation par approche champ de phase. Nous pouvons aussi observer que le comportement après l'initiation de la fissure est très similaire pour les deux approches, présentant une estimation assez bonne de la cinétique de propagation juste après l'initiation, puis une déviation assez nette des résultats expérimentaux à mesure que le chargement augmente. La modélisation à champ de phase de l'endommagement présente une faible dépendance en  $\ell$ , pour une variation raisonnable de ce paramètre. Le modèle à zones cohésives présente quant à lui également une faible dépendance dans le paramètre  $T_c$ . Il est important de souligner que la présence d'un macro-défaut de taille significative, telle que la pré-fissure analysée dans notre étude, oriente l'analyse de l'initiation de la fracture vers un modèle dominé par la dynamique de compétition décrite par Griffith. Ce modèle met en balance l'énergie potentielle élastique et l'énergie de surface.

On remarque une différence notable de l'estimation du taux de restitution d'énergie critique lorsqu'elle est réalisée à travers l'essai de flexion trois points sur éprouvettes pré-fissurées (SENB), ou avec l'essai DCDC (Double Cleavage Drilled Compression) également réalisé sur des éprouvettes pré-fissurées. Il est important de noter que ces deux essais ont été réalisés sur le même polyméthacrylate de méthyle (PMMA) et à une vitesse de déformation faible. Les résultats indiquent que les valeurs obtenues par l'essai SENB sont environ quatre fois supérieures. Des comparaisons antérieures de ces deux méthodes d'essais [2, 3], qui se concentraient sur l'étude du facteur d'intensité des contraintes  $K_{Ic}$ , avaient déjà révélé des écarts, mais pas aussi élevés. Dans [2], l'essai SENB a permis d'estimer une valeur de  $K_{Ic}$  environ 15 % supérieure à l'essai DCDC, tandis que [3] a obtenu des valeurs deux fois plus élevées pour l'essai DCDC. Il est également intéressant de noter qu'on retrouve dans la littérature différentes études [4, 5] qui se sont intéressées à la détermination de  $G_c$  pour un PMMA par un autre essai de clivage (géométrie proche d'un essai DCB). Ils ont ainsi estimé des valeurs de  $G_c$  qui sont inférieures de 3 à 4 fois par rapport à celles obtenues dans d'autres essais. Ces autres essais sont détaillés dans [5] et incluent des méthodes telles que la rupture de fendage par coin et la traction sur des éprouvettes pré-entaillées, comme décrit dans les travaux [6, 7, 8]. Toutes ces évaluations ont été effectuées sur le même type de PMMA. Comme reporté dans [5], on remarque également que les résultats de ces études sont cohérents avec ceux obtenus dans notre étude actuelle, c'est à dire un taux de restitution d'énergie

critique estimé par des essais de clivage estimé entre 0.125 et 0.14 MPa.mm, et variant entre 0.3 et 0.49 MPa.mm pour les autres essais. Enfin, il est intéressant de noter que les valeurs du facteur d'intensité de contrainte estimées par l'essai SENB sur des échantillons pré-fissurés de PMMA ont été rapportées dans [9] avec un écart d'environ 10 % par rapport à celles obtenues via l'essai de Compact Tension (CT), très régulièrement utilisé pour l'étude de la fracture des polymères.

## 5.1.2 Échantillons pré-entailés

Dans cette partie nous nous intéresserons aux résultats obtenus via les échantillons pré-entailés (entaille en forme de U). Les résultats de simulations sont d'abord présentés pour l'approche champ de phase de l'endommagement, puis pour le modèle à zones cohésives. Une discussion des résultats obtenus conclura cette partie.

### 5.1.2.1 Approche champ de phase

Comme discuté dans les deux chapitres précédents, appliquer une condition limite de pré-endommagement  $d = 1$  sur la pointe de fissure peut avoir un impact non négligeable sur la force atteinte lors de la rupture ainsi que sur la propagation de celle-ci. Dans le cas d'une pré-entaille en forme de U, cette sensibilité est de nouveau remarquable, comme illustré en Figure 5.6a. Ce premier résultat permet de mettre en évidence que pour les mêmes paramètres matériaux utilisés, la force critique à rupture est de nouveau largement plus élevée pour une pointe de pré-entaille non-endommagée. On remarque également que la pente élastique est légèrement impactée par le pré-endommagement qui diminue localement la rigidité du matériau. Il est également pertinent d'observer le comportement à l'initiation, c'est à dire ici le saut de fissure. Dans le cas expérimental, il se traduit par une rupture instantanée et complète ou quasi-complète de l'échantillon. La plupart des échantillons expérimentaux présentaient en effet soit une fracture complète, ou bien une zone non fracturée d'environ 1 mm sous l'appui central comme le présente la Figure 5.5.

Le choix de conditions aux limites qui permet d'obtenir un résultat le plus en adéquation avec cette observation est celui où l'endommagement en pointe d'entaille est initialement nul. En effet, pour des valeurs de  $G_c$  et  $\sigma_c$  fixées respectivement à 1.3 MPa.mm et 70 MPa, on observe lors d'un incrément de chargement, un saut de fissure qui se propage à travers l'échantillon sur plus de 3.5 mm, illustré en Figures 5.6b, 5.7b. Lorsqu'un pré-endommagement ( $d=1$ ) est imposé sur la pointe de pré-entaille, le saut de fissure à l'initiation observé est seulement d'environ 0.8 mm. Même si la fissure ne traverse pas toute la largeur de l'échantillon à l'initiation, comme démontrée en Figures 5.7b et 5.7c, l'implémentation d'un endommagement nul avant chargement

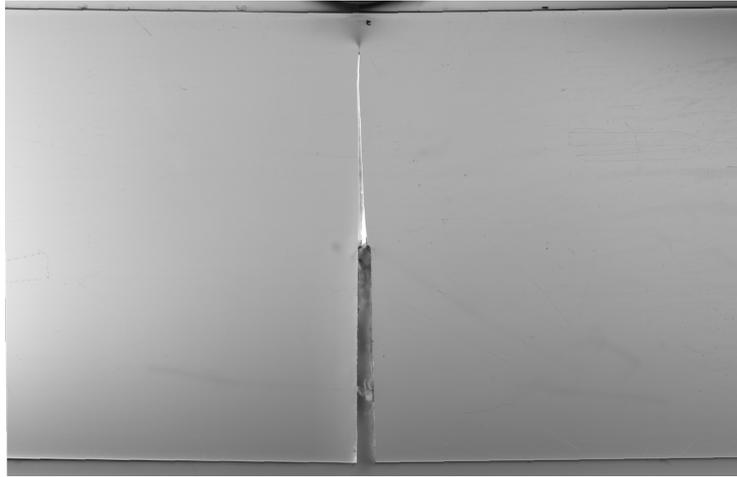


FIGURE 5.5 – Illustration d'un échantillon SENB de PMMA pré-entaille après la propagation instantanée d'une fissure.

semble plus représentative pour ce cas d'étude. On rappelle que cette observation se rapproche de ce qui fut présenté dans [10] pour les angles de pré-entailles les plus larges. On remarque également que la pente élastique, initialement très comparable entre les résultats expérimentaux et numériques, dévie légèrement lorsque la force appliquée augmente, entraînant un déplacement à rupture légèrement surestimé par notre modèle.

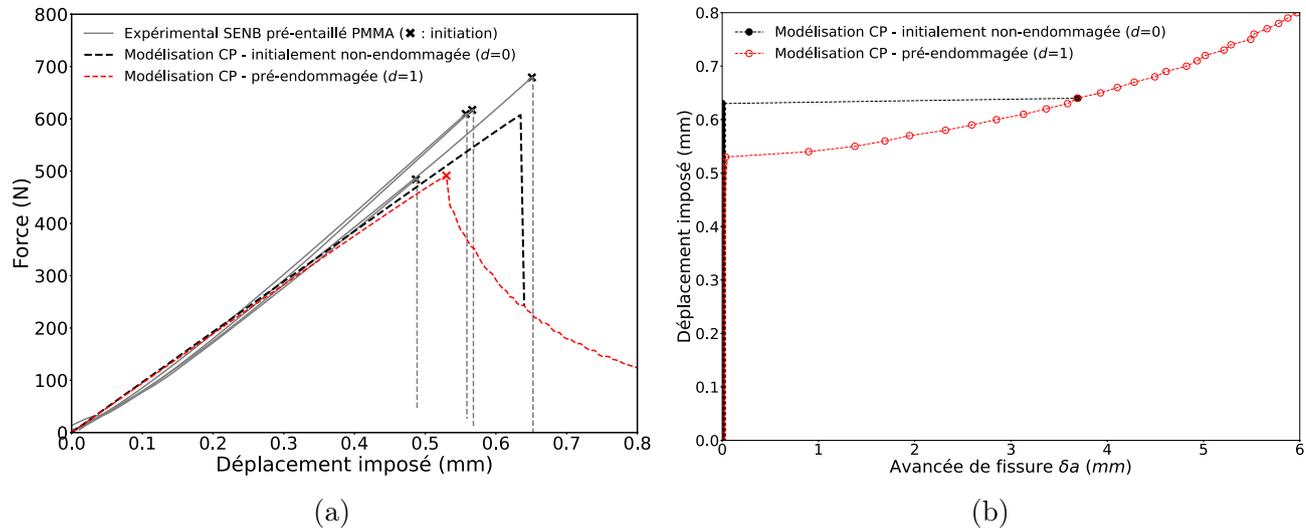


FIGURE 5.6 – Impact de l'endommagement appliqué à la pointe de l'entaille lors d'une modélisation par approche champ de phase d'un essai SENB sur échantillons pré-entailles de PMMA. Simulations réalisées avec  $G_c = 1.3 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$  et  $\sigma_c = 70 \text{ MPa}$ .

Dans ce contexte, on fait varier la valeur du taux de restitution d'énergie critique  $G_c$  et la force maximale atteinte lors de la fracture est comparée à celle obtenue expérimentalement. De nouveau, les valeurs de  $\ell$  sont estimées en se basant sur la formule théorique (5.1), en fixant la contrainte critique en traction d'un barreau sain,  $\sigma_c$ , égale à 70 MPa. On remarque alors que le

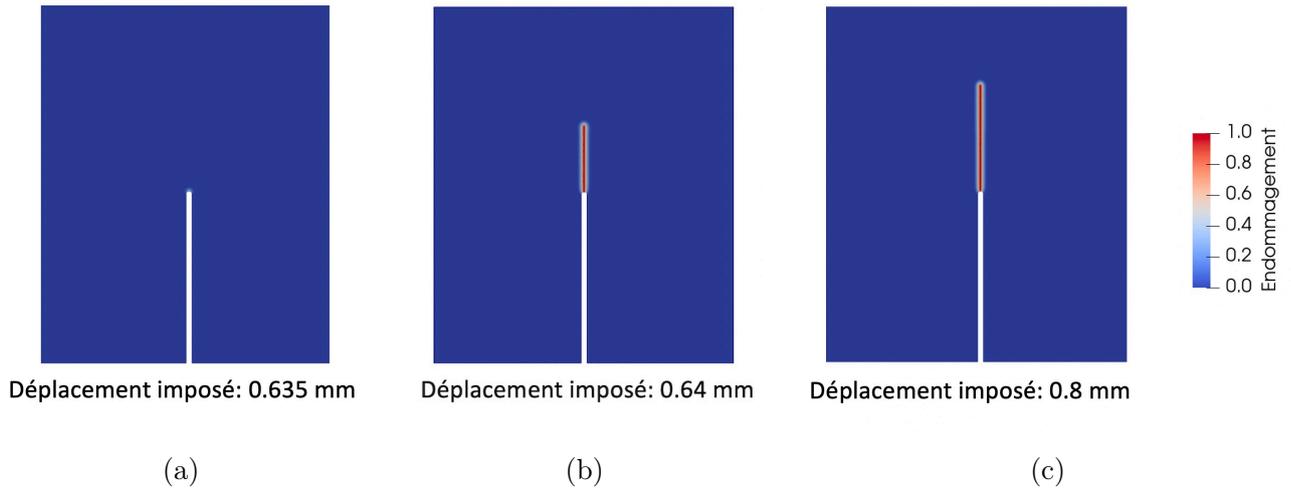


FIGURE 5.7 – Illustrations du champ d'endommagement obtenu par approche champ de phase pour une éprouvette pré-entaillée, (a) avant l'initiation, (b) après l'initiation et (c) pendant la propagation.

taux de restitution d'énergie critique  $G_c$ , qui permet d'estimer au mieux la force à la rupture se situe dans l'intervalle  $G_c = 1.3 \pm 0.3$  MPa.mm, comme présenté en Figure 5.8a. On retrouve une variabilité conséquente dans l'estimation de  $G_c$ , expliquée par l'incertitude relativement grande associée aux valeurs de forces à rupture expérimentales. En Figure 5.8b, nous illustrons de nouveau un impact faible du paramètre de régularisation  $\ell$ , ou de manière équivalente de la contrainte  $\sigma_c$  associée. Cette longueur est modifiée de manière à modifier des valeurs de  $\sigma_c$  entre 60 et 90 MPa.

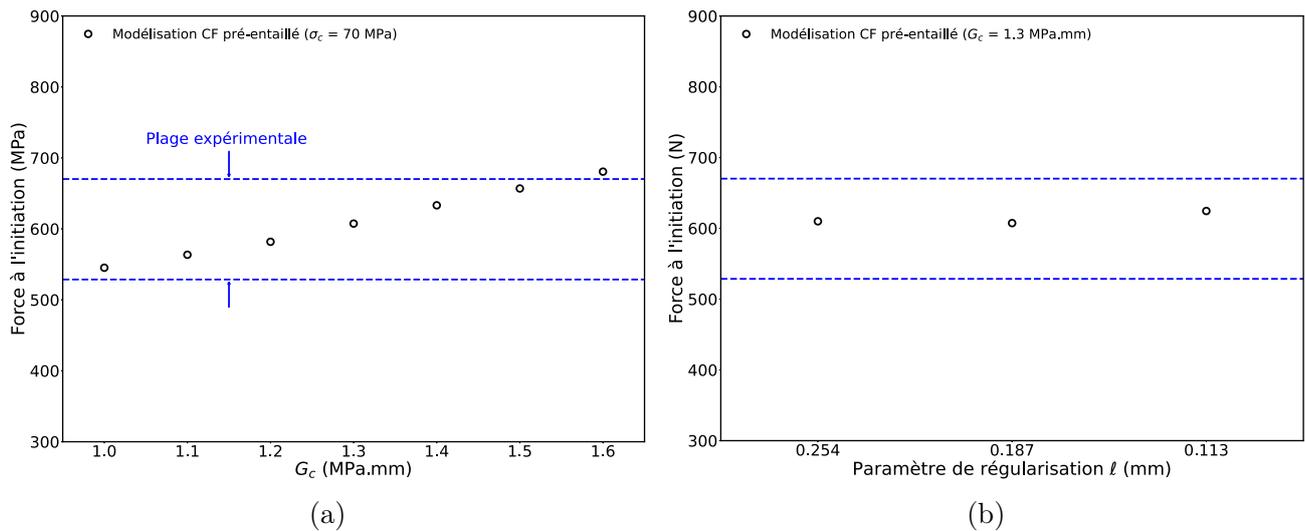


FIGURE 5.8 – Modélisation de l'essai SENB pré-entaillé sur PMMA par approche de champ de phase (a) Impact de la variation de  $G_c$  et (b) Impact de la variation de  $\ell$ , sur l'effort à l'initiation.

### 5.1.2.2 Modèle à zones cohésives

De manière similaire, le modèle à zones cohésives a permis d'obtenir une estimation assez bonne de la pente élastique, observable en Figure 5.9. Cependant, une légère déviation des résultats par rapport à la courbe expérimentale est de nouveau observée pour un déplacement imposé plus élevé (au-delà de 0.5mm). Le post-traitement de la variable d'endommagement  $D$  a permis de discerner le premier pas de chargement à partir duquel des éléments cohésifs totalement endommagés apparaissent. Ce point est matérialisé par une croix rouge dans la Figure 5.9. La rupture complète de plusieurs éléments cohésifs conduit ainsi à une baisse soudaine de la force. Cependant, notre modèle n'est pas capable de prédire la rupture totale de l'échantillon avec les paramètres de loi cohésive utilisés. En effet, la loi bilinéaire introduite permet l'apparition d'un endommagement progressif des éléments, ce qui entraîne une propagation stable de la fissure dans l'échantillon. Afin d'observer une rupture soudaine de tout l'échantillon, il faudrait que la différence  $\delta_c - \delta_f$  de la loi soit très petite. La diminution de ce paramètre permettrait de faire passer les éléments de la zone cohésive d'un état non endommagé lorsque  $\delta = \delta_c$ , à un état complètement endommagé lorsque  $\delta = \delta_f$ , et ce pour un incrément de séparation des lèvres de fissure très faible. Pour cela, une diminution de la raideur initiale  $K_0$  pourrait être envisagée en gardant  $G_c$  et  $T_c$  fixes. Ce faisant, la valeur estimée de  $K_0$  serait d'environ 1500 MPa.mm. Ce changement conséquent de raideur initiale entraîne une diminution de raideur macroscopique de l'échantillon, ce qui n'est pas envisageable. En effet, la zone cohésive est introduite pour modéliser l'endommagement et ne peut pas modifier la raideur de la structure. Une autre solution serait d'augmenter  $T_c$  à une valeur qui permettrait de diminuer considérablement  $\delta_c - \delta_f$ . Ce faisant, la valeur de  $T_c$  devrait alors être augmentée d'un facteur d'environ 6.5 avec les paramètres utilisés précédemment. Si l'on considère dans cette étude seulement l'amorçage de la fissure, nous pouvons ensuite observer l'effet de  $G_c$  sur la force critique, comme présenté en Figure 5.10a. L'initiation de la fracture dans l'intervalle de force observée expérimentalement se traduit par un taux de restitution d'énergie critique de  $1.7 \pm 0.4$  MPa.mm. L'effet de  $T_c$  est quant à lui représenté en Figure 5.10b, avec un effet restreint, qui se traduit par une variation relativement faible de la force à l'initiation lorsque la contrainte  $T_c$  est modifiée de plus ou moins 20 MPa.

### 5.1.2.3 Discussion

Il a été montré que les deux approches apportent une estimation différente de  $G_c$ , avec une valeur obtenue par l'approche champ de phase 25% inférieure à celle obtenue par le modèle à zones cohésives. Bien que cette différence soit relativement importante, il est à noter que les deux

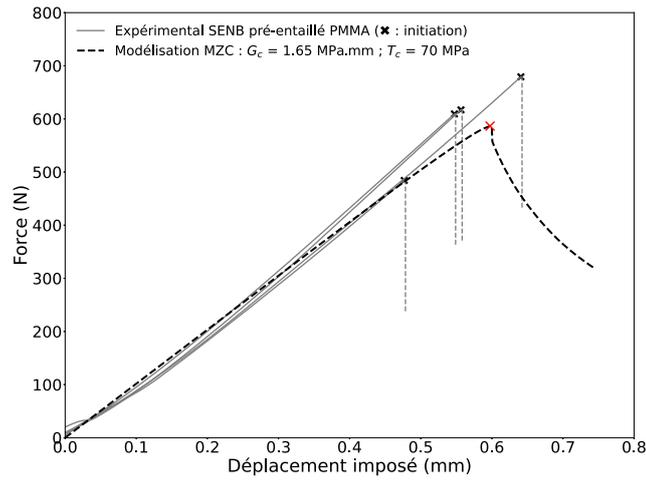


FIGURE 5.9 – Comparaison des courbes expérimentales au résultat numérique pour un modèle à zones cohésives pour les paramètres  $G_c = 1.65 \text{ MPa.mm}$  et  $T_c = 70 \text{ MPa}$ .

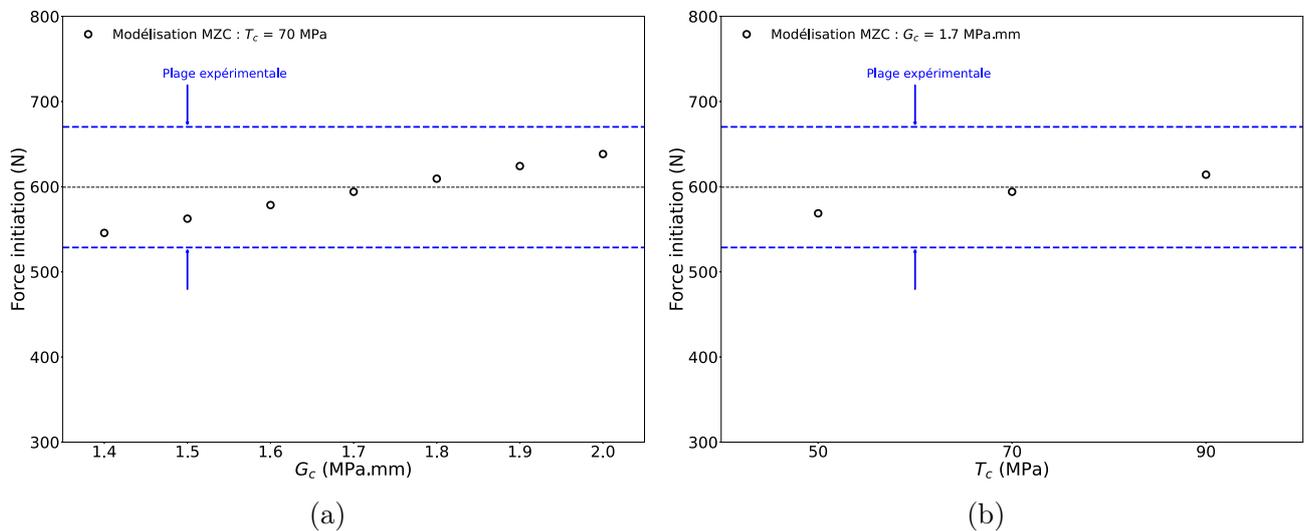


FIGURE 5.10 – Modélisation de l'essai SENB pour un échantillon pré-entailé de PMMA par modèle à zones cohésives (a) Impact sur l'effort à l'initiation de la variation de  $G_c$  pour  $T_c$  constant (b) Impact de la variation de  $T_c$  pour  $G_c$  constant.

valeurs moyennes obtenues sont comprises dans l'intervalle de valeurs estimées théoriquement à partir des données expérimentales.

Pour l'approche champ de phase, nous observons encore une fois l'impact significatif de la condition aux limites imposée sur la variable d'endommagement, spécifiquement localisée à la pointe de la fissure. Cette condition entraîne deux effets majeurs : lorsqu'elle est mise en œuvre, elle diminue le saut de fissure au moment de la rupture partielle de l'échantillon. En revanche, lorsqu'elle n'est pas appliquée, la force requise pour initier la rupture est considérablement augmentée, et le saut de fissure à l'initiation se rapproche des résultats expérimentaux. Cependant, en fixant la valeur  $\ell$  à partir de la contrainte critique d'un barreau sain en traction  $\sigma_c$ , la rupture

## 5.1. Étude d'un matériau élastique fragile (PMMA)

instantanée et quasi-complète de l'échantillon n'est pas modélisée. On remarque tout de même que différents couples  $(G_c, \ell)$  sont en mesure de modéliser l'initiation de la rupture pour un même chargement, comme illustré en Figure 5.11a. Ce qui différencie leur comportement est la longueur du saut de fissure. En effet, on observe par exemple que pour les valeurs de  $G_c = 0.48 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$  et  $\ell = 0.0126 \text{ mm}$  (équivalent à  $\sigma_c = 155 \text{ MPa}$ ), un saut de fissure bien plus grand à l'initiation est observé, comme illustré en Figure 5.11b. Ce comportement se rapproche plus de la réalité expérimentale.

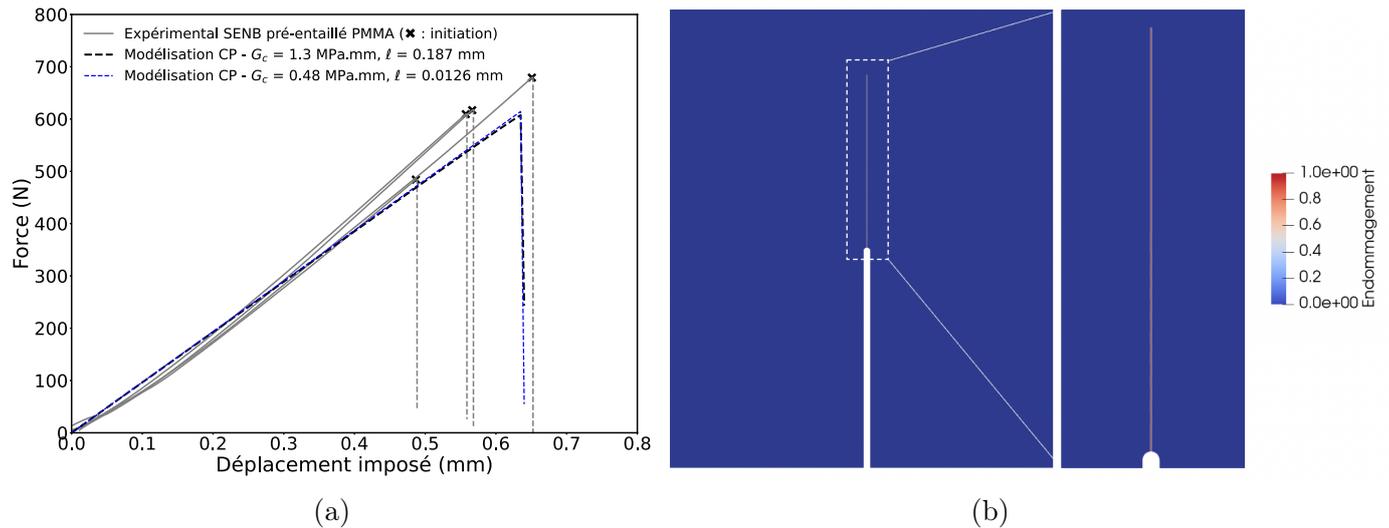


FIGURE 5.11 – Illustration du saut de fissure pour une modélisation par approche champ de phase d'un essai SENB pré-entaillé sur PMMA avec  $G_c = 0.48 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$  et  $\ell = 0.0126 \text{ mm}$  (équivalent à  $\sigma_c = 155 \text{ MPa}$ ).

Au sujet de la modélisation par modèle à zones cohésives, il a été possible d'obtenir un taux de restitution d'énergie critique très proche de celui obtenu de manière théorique. Cependant, l'utilisation d'une loi bilinéaire simple ne permet pas, avec les paramètres initialement introduits, de modéliser avec précision une rupture soudaine de l'échantillon sur la quasi-totalité de son épaisseur. Dans [11], il est remarqué qu'une loi cohésive bilinéaire est capable de modéliser de manière assez représentative l'initiation dans le cas d'une pré-fissure. Cependant, la modélisation d'un échantillon pré-entaillé n'est pas réalisée. Une loi cohésive plus complexe, que l'on pourrait appeler "multi-linéaire", a notamment été introduite dans l'article précédent pour palier ce problème. L'objectif de l'étude était d'obtenir une initiation correcte pour chacune des deux méthodes de pré-entaillage, et ce pour un unique  $G_c$ . Cette étude a été menée dans le cadre d'un essai SENB sur un époxy fragile. La valeur de  $G_c$  retenue est celle obtenue avec des échantillons pré-fissurés. Plusieurs nouveaux paramètres sont introduits dans la loi : pour des ouvertures de fissures submicroniques, la résistance cohésive est significativement plus élevée que  $T_c$  (environ 6 fois), et les contraintes diminuent rapidement avec l'augmentation des ouvertures de fissure.

L'implémentation numérique de ce nouveau modèle leur a ainsi permis d'obtenir une initiation similaire à l'expérimentale, pour les deux techniques d'entailage. Nous n'avons pas souhaité implémenter cette méthode qui aurait nécessité l'estimation de paramètres difficiles à identifier et à interpréter mécaniquement.

Plus globalement, l'essai SENB sur éprouvettes pré-entaillées permet d'estimer une énergie de rupture bien supérieure à celle obtenue pour un échantillon fissuré. Ce taux de restitution d'énergie est généralement désigné sous le terme de ténacité à la rupture "apparente". Cette différence, notée à de nombreuses reprises dans la littérature, ne peut être expliquée par la mécanique de la rupture élastique linéaire, car selon cette théorie, les échantillons entaillés étudiés devraient céder sous la même charge que ceux fissurés pour une longueur de défaut équivalente. Or l'énergie de fracture devrait être une propriété matérielle non affectée par toute caractéristique géométrique. Dans le cadre d'un essai SENB, ceci a également été retrouvé dans différentes études [11, 12, 13]. De manière plus surprenante, une telle différence n'a pas été observée dans [14]. Nous ne retenons donc pas la valeur de  $G_c$  estimée avec une pré-entaille pour le PMMA mais plutôt celle obtenue via les échantillons pré-fissurés.

## 5.2 Étude d'un matériau élasto-plastique (MMA)

Les résultats de modélisation de l'essai SENB sur les échantillons de MMA sont maintenant présentés. Il est primordial de rappeler que dans cette section, le matériau est traité comme ayant un comportement élasto-plastique parfait, et que l'hypothèse de déformations planes est également adoptée. Comme dans les sections précédentes, les résultats seront discutés séparément pour chaque type de pré-entaille ainsi que pour chaque méthode numérique utilisée pour modéliser l'endommagement. Les résultats numériques présentés dans les sections suivantes seront comparés aux courbes de forces normalisées par l'épaisseur des échantillons puisque celle-ci a été amenée à légèrement varier suite à l'étape de polissage, impactant ainsi l'effort résultant. Les détails concernant les géométries et les caractéristiques spécifiques de chaque modèle ont été définis dans le Chapitre 3.

### 5.2.1 Échantillons pré-fissurés

Comme il a été exposé dans le Chapitre 2, la longueur des pré-fissures qui résultent de l'utilisation de la technique de pré-fissuration par lame de rasoir, présente des variations assez importantes. Dans ce chapitre, nous modéliserons donc une géométrie unique qui est choisie pour un ratio  $a_0/w = 0.43$ , avec  $a_0$  la longueur initiale de pré-fissure et  $w$  la largeur de l'éprouvette.

### 5.2.1.1 Approche champ de phase

Nous pouvons dans un premier temps comparer les champs de déformations obtenus pour un déplacement imposé égal. Ceci a été réalisé en comparant les champs  $\epsilon_{xx}$  et  $\epsilon_{yy}$  obtenus expérimentalement par corrélation d'images numériques (CIN) et numériquement pour un déplacement vertical imposé de 0.8mm, illustrés en Figure 5.12. Les champs de déformations expérimentaux présentés ci-dessous sont obtenus avec les mêmes paramètres de corrélation que présentés en Chapitre 2. Les champs de déformation simulés par éléments finis (EF) sont quant à eux obtenus en appliquant les propriétés suivantes :  $E = 1400$  MPa,  $\nu = 0.4$  et  $\sigma_y = 34$  MPa. On note que l'échelle associée aux champs de déformation expérimentaux et numériques est identique, et ce pour le champ  $\epsilon_{xx}$  (Figures 5.12a et 5.16b) et le champ  $\epsilon_{yy}$  (Figures 5.16c et 5.12d) distinctement. On observe que les champs de déformations  $\epsilon_{xx}$  et  $\epsilon_{yy}$  sont comparables, tant sur les intensités de déformation observées que sur les formes de la zone plastique en pointe de fissure dans chaque cas. Ceci conforte ainsi le choix de ces paramètres pour nos simulations futures. L'analyse des différentes formes d'énergie dissipées dans le système a facilité l'estimation de la proportion d'énergie dissipée par plasticité par rapport à l'énergie totale au moment de l'initiation de la rupture. Cette proportion est d'environ 2.5%, ce qui est considérablement faible. Cette donnée nous permet d'affirmer que la plasticité joue un rôle mineur avant la rupture.

Comme discuté précédemment, la valeur de  $\ell$  peut être fixée pour retrouver la valeur de déformation à rupture dans le cas d'un essai de traction uniaxiale. Dans ce contexte, une étude préliminaire a consisté à modéliser un barreau soumis à une traction uniaxiale et à observer la déformation à rupture. En fixant par exemple la valeur de  $G_c$  à 3 MPa.mm, nous avons constaté que l'initiation de la rupture se produit à une déformation similaire à celle observée expérimentalement, lorsque la valeur de  $\ell$  varie entre 0.15 et 0.35 mm. L'apparition de la rupture est retardée pour une valeur de  $\ell$  de plus en plus faible. Ainsi, des premiers résultats sont présentés en Figure 5.17, obtenus en appliquant  $d = 1$  en pointe de fissure.

On observe que pour  $G_c$  fixé à 3 MPa.mm, très proche de celui estimé expérimentalement grâce au calcul de l'intégrale- $J$ , la propagation est retardée lorsque  $\ell$  diminue, ce qui est cohérent par rapport à la remarque précédente. L'impact de ce paramètre est également non négligeable durant la propagation, puisque les sauts de fissures observés sont plus importants lorsque  $\ell$  diminue, entraînant des chutes de force plus importantes. Ceci peut être directement relié au ratio de ductilité  $\sigma_c/\sigma_y$ , plus important lorsque  $\ell$  diminue. La phase de propagation est une nouvelle fois mal représentée par les modélisations, qui sous-estiment la force résultante. On observe que pour les échantillons expérimentaux et contrairement aux résultats numériques, l'initiation n'entraîne

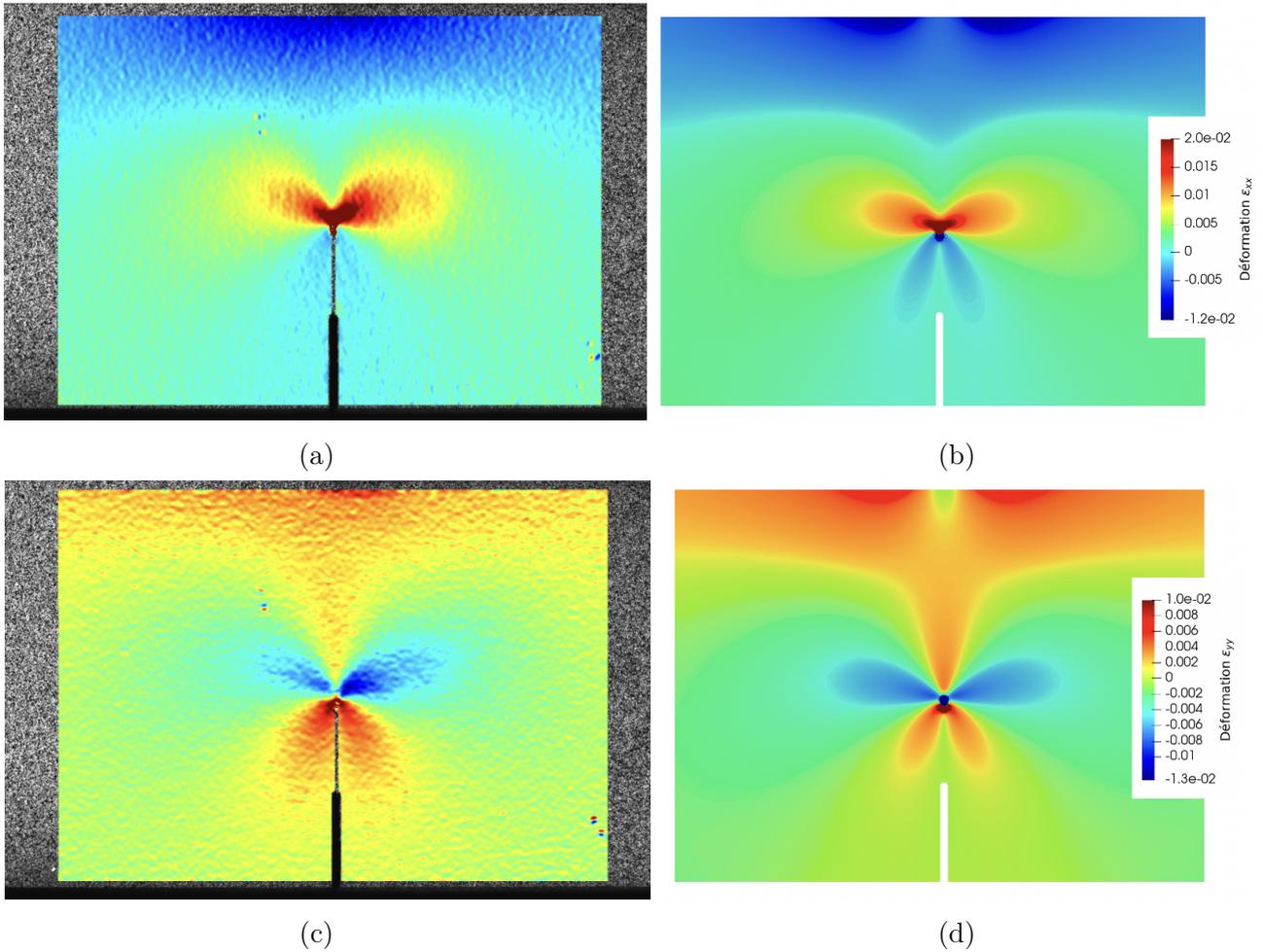


FIGURE 5.12 – Comparaison des champs de déformations obtenus pour un échantillon pré-fissuré ( $a_0/w = 0.43$ ) et un déplacement imposé de 0.8 mm (a)  $\epsilon_{xx}$  expérimental obtenue par CIN, (b)  $\epsilon_{xx}$  par EF (c)  $\epsilon_{yy}$  expérimental obtenue par CIN et (d)  $\epsilon_{yy}$  par EF.

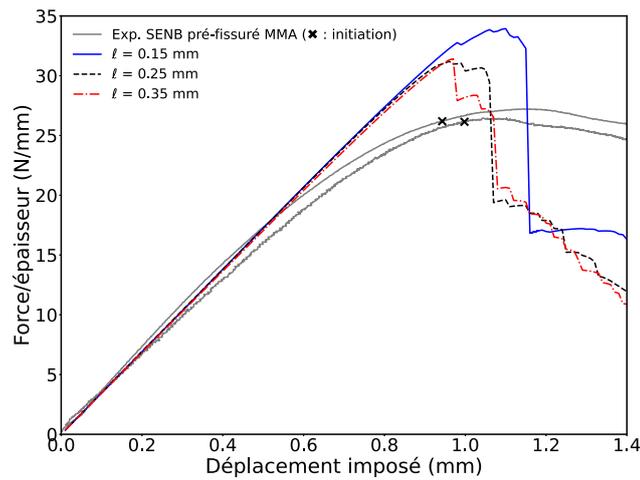


FIGURE 5.13 – Modélisation champs de phase de l'essai SENB pour échantillons pré-fissurés de MMA obtenue en faisant varier  $\ell$  à  $G_c = 3$  MPa.mm fixé et comparaison aux résultats expérimentaux.

pas de chute brutale de l'effort mais plutôt une valeur plutôt stable de l'effort. En effet, comme reporté dans [15], l'état de déformations planes pour un modèle à champ de phase élasto-plastique, implique une propagation par saut et un endommagement complet ( $d=1$ ) dans la zone endommagée, notamment lorsque le ratio de ductilité augmente. La plasticité accumulée en pointe de fissure implique dans ce cas un saut de fissure au-delà de cette zone. En Figure 5.14a, on illustre la plasticité cumulée pendant la propagation, pour un déplacement imposé de 1.4 mm. Pour le même pas de chargement, la zone endommagée est illustrée en Figure 5.14b. L'avancée de la longueur de fissure en fonction du déplacement imposé est quant à elle illustrée en Figure 5.14c. On note que ces résultats ont été obtenus avec les paramètres  $G_c = 3 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$  et  $\ell = 0.25 \text{ mm}$ . On observe ainsi une plasticité cumulée dans la zone de propagation de la fissure, avec zone plastifiée moins prononcée dans la zone où le saut de fissure à eu lieu. Cette observation n'est pas en accord avec les zones plastifiées observées sur les échantillons de MMA testés, puisque la largeur de la bande blanchie semblait être constante tout au long de la zone fissurée. Dans des proportions moins importantes, de la plasticité apparaît également sous l'appui central.

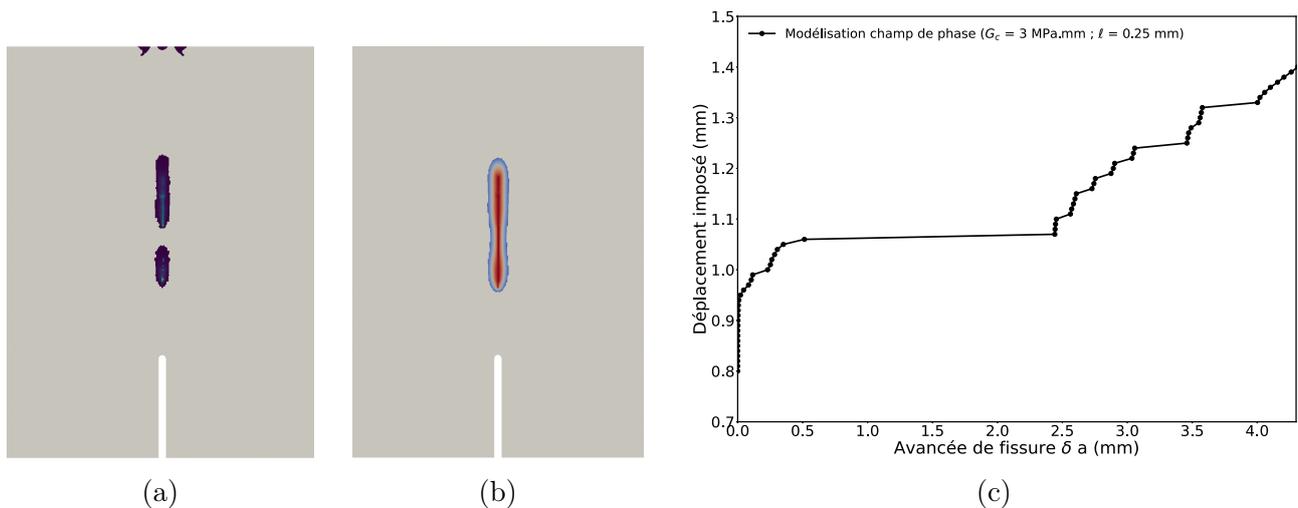


FIGURE 5.14 – Résultats obtenus par approche champ de phase et hypothèse de déformations planes : (a) Déformation plastique cumulée (b) Champ d'endommagement  $d$ , et (c) Avancée de fissure par saut, observés pour  $G_c = 3 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$  et  $\ell = 0.25\text{mm}$ .

### 5.2.1.2 Modèle à zones cohésives

Les premiers résultats de modélisation par zones cohésives (MZC) présentés ci-dessous ont été réalisés en prenant  $T_c = 34 \text{ MPa}$ , soit la valeur la contrainte au plateau plastique en compression. On observe que le déplacement et l'effort imposé à l'initiation de la fracture, notée par une croix rouge pour les résultats numériques, sont relativement bien retrouvés pour une valeur de  $G_c$  proche de  $3 \text{ MPa}\cdot\text{mm}$ , comme illustré en Figure 5.15a. Cependant, on observe de nouveau un

effort largement sous-estimé lorsque l'initiation est dépassée. Ce phénomène est accompagné d'une propagation de la fissure plus rapide que celle observée expérimentalement. Enfin, on remarque que la courbe d'efforts obtenue dans les simulations ne présente pas de saut de fissure. L'effet de  $T_c$  est ensuite étudié et illustré pour deux valeurs supplémentaires, 24 et 44 MPa, et à chaque fois deux valeurs de  $G_c$ . On observe en Figure 5.15b, que  $T_c$  impacte de manière assez significative l'effort lors de d'initiation, mais pas pendant la phase de propagation.

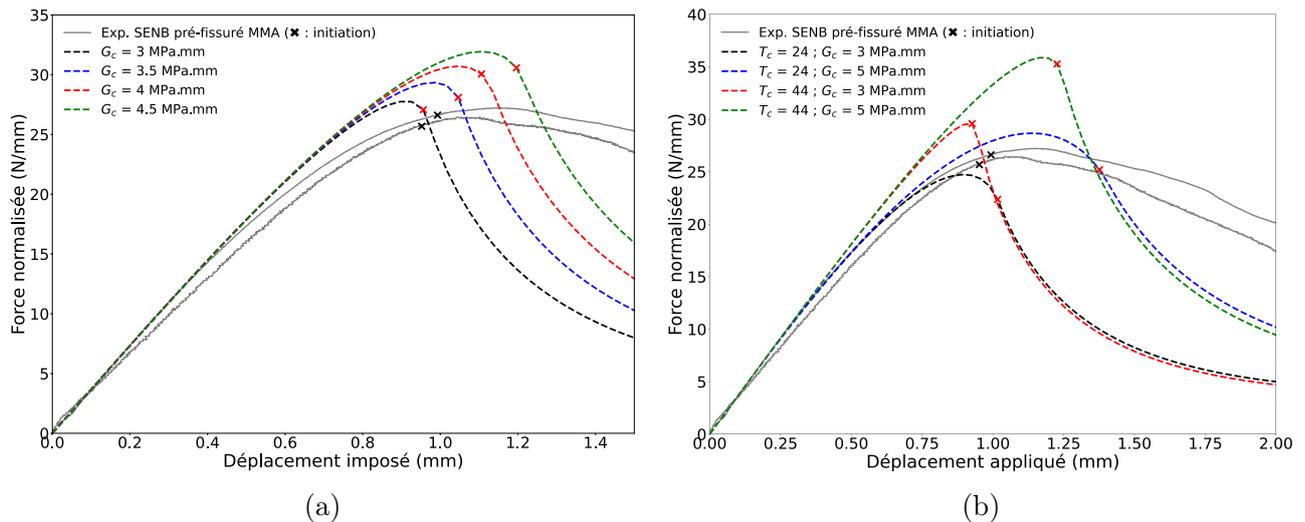


FIGURE 5.15 – Modélisation MZC de l'essai SENB sur échantillons pré-fissurés de MMA, (a) Impact de la variation de  $G_c$  pour  $T_c = 34$  MPa (b) Impact de la variation de  $T_c$  pour deux valeurs de  $G_c$ .

### 5.2.1.3 Discussion

Pour une valeur de  $G_c = 3$  MPa.mm, on observe pour chaque modèle une initiation de la propagation proche de celui observé expérimentalement. Cependant aucun modèle n'est capable, avec les paramètres utilisés, de prédire avec précision la phase de propagation. Nous pouvons discuter des solutions envisageables pour pallier ce problème. Dans un premier temps, l'approche champ de phase laisse apparaître des chutes de force trop importantes pour l'intervalle de valeurs de  $\ell$  estimé. On en déduit que le ratio de ductilité est trop élevé. On pourrait alors augmenter la valeur de  $\ell$  et celle de  $G_c$ . Dans un second temps, la loi cohésive choisie ne semble pas être en mesure de bien représenter la diminution très progressive de l'effort après l'initiation de la fissure, puisque comme on peut le voir sur les deux Figures 5.15a et 5.15b, une inflexion nette des courbes de comportement numérique est observable après l'initiation quelle que soit la valeur de  $G_c$  et  $T_c$ . Plus globalement, la valeur à l'initiation estimée par la corrélation d'image, de 2.86 MPa.mm est très comparable à celle obtenue dans notre étude numérique.

## 5.2.2 Échantillons pré-entailés

On rappelle au lecteur, que les échantillons pré-entailés présentent en moyenne une entaille de longueur  $a_0/w = 0.5$ .

### 5.2.2.1 Approche champ de phase

L'analyse présentée en Figure 5.16 montre la comparaison des champs de déformations  $\epsilon_{xx}$  et  $\epsilon_{yy}$  pour un échantillon pré-entailé sous un déplacement imposé de 0.8 mm. Les images (a) et (c) représentent les déformations expérimentales obtenues par CIN, tandis que les images (b) et (d) illustrent les déformations prédites par une modélisation éléments finis avec les mêmes paramètres qu'en partie 5.2.1.1. On note que l'échelle associée aux champs de déformation expérimentaux et numériques est identique pour chacune des composantes du champ de déformations. Les champs de déformation simulés semblent une nouvelle fois reproduire de manière satisfaisante la distribution et l'intensité des déformations observées expérimentalement, ce qui suggère de nouveau une bonne adéquation entre le modèle numérique et le comportement de l'échantillon. À noter qu'à l'initiation, l'énergie dissipée par plasticité représente une part plus importante que dans le cas d'un échantillon pré-fissuré, atteignant environ 5 % de l'énergie totale, suggérant une plasticité accumulée plus importante en pointe de pré-entaille.

De manière similaire à ce qui a été présenté dans la section précédente, des valeurs de  $\ell$  comprises entre 0.25 et 0.45 mm permettent d'obtenir une déformation à rupture cohérente pour un barreau en traction uniaxiale pour  $G_c = 3.5$  MPa.mm, valeur légèrement supérieure à celle obtenue par le moyen de l'intégrale- $J$ . Les simulations pour deux valeurs de  $\ell$  illustrées en Figure 5.17 montrent une chute brutale de la force après avoir atteint une valeur trop importante en comparaison aux résultats expérimentaux. L'impact de  $\ell$  est de nouveau remarquable, retardant l'initiation lorsqu'il augmente.

### 5.2.2.2 Modèle à zones cohésives

Les résultats obtenus via une modélisation de l'endommagement par zones cohésives de l'essai SENB pré-entailé sont présentés par des traits en pointillés en Figure 5.18a. De nouveau, ces simulations nous permettent d'obtenir une estimation du taux de restitution d'énergie critique assez précise de la tendance expérimentale, en gardant  $T_c = 34$  MPa et en faisant varier la valeur de  $G_c$ . En effet, on observe que pour une valeur de  $G_c$  d'environ 3.5 MPa.mm, l'effort et le déplacement imposé à rupture sont estimés avec précision. Néanmoins, l'effort est de nouveau sous-estimé avec cette valeur de  $G_c$  pendant la phase de propagation. On remarque que pour

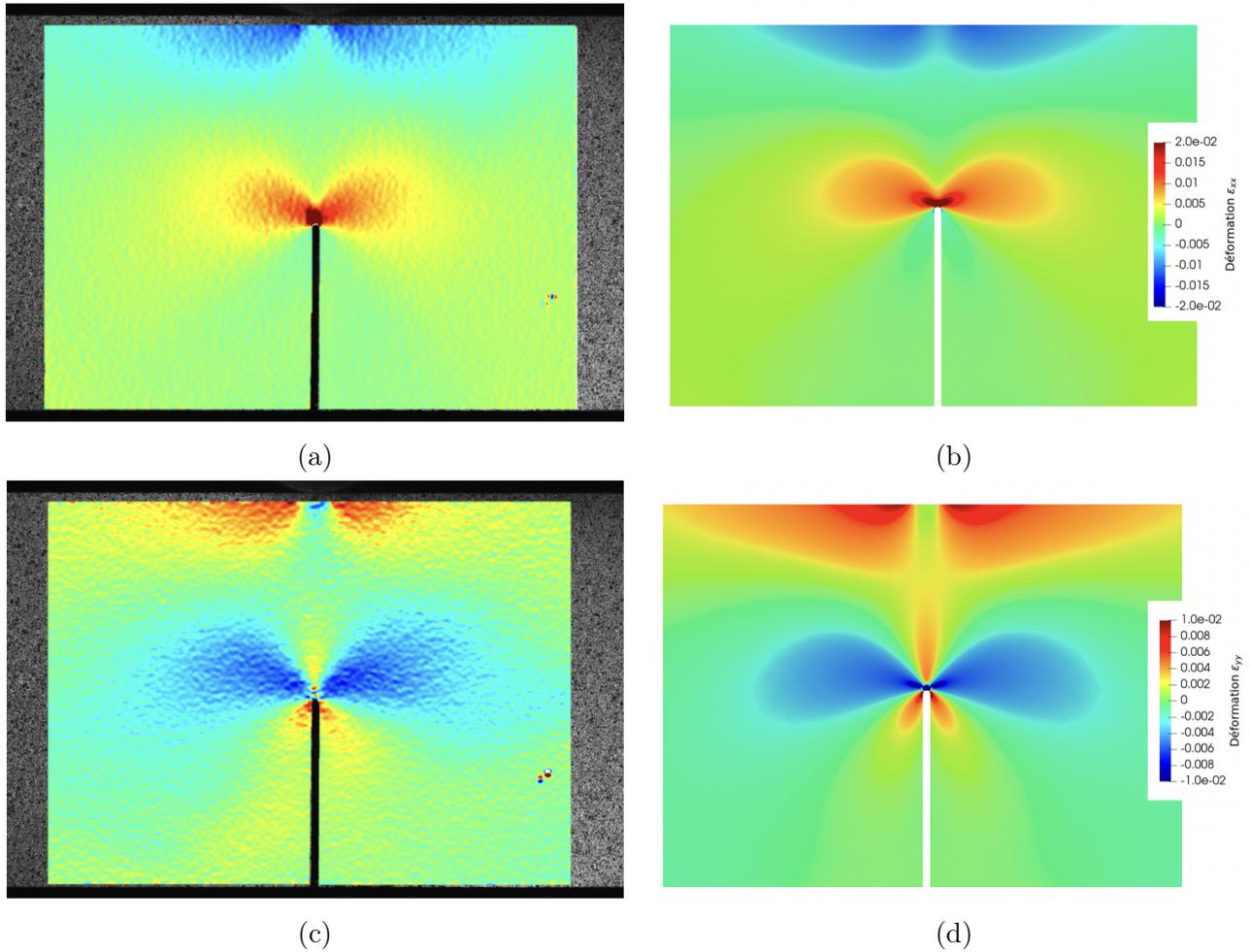


FIGURE 5.16 – Comparaison des champs de déformations obtenus pour un échantillon pré-entaille ( $a_0/w = 0.50$ ) et un déplacement imposé de 0.8 mm (a)  $\epsilon_{xx}$  expérimental obtenue par CIN, (b)  $\epsilon_{xx}$  par EF ( $E = 1400$  MPa,  $\nu = 0.4$ ,  $\sigma_y = 34$  MPa) (c)  $\epsilon_{yy}$  expérimental obtenue par CIN et (d)  $\epsilon_{yy}$  par EF.

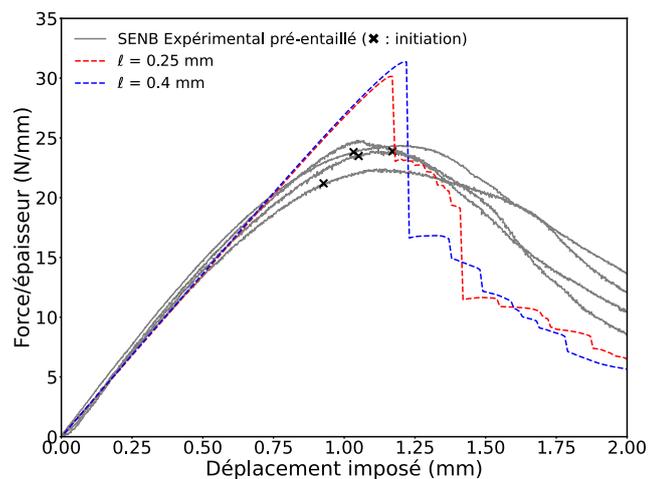


FIGURE 5.17 – Modélisation par approche champ de phase de l'essai SENB pré-entaille sur MMA : impact du paramètre de régularisation  $\ell$  à  $G_c$  fixé à 3.5 MPa.mm.

l'ensemble des courbes numériques, la cinétique de propagation semble similaire à celle des courbes expérimentales. Cependant, on observe sur les courbes expérimentales un effort qui ne diminue pas brutalement après l'initiation de la fissure. De nouveau, des valeurs de  $T_c$  égales à 24 et 44 MPa ont été testées pour deux valeurs de  $G_c$  et les résultats sont présentés en Figure 5.18b. On remarque qu'avec un couple de valeur  $G_c = 5$  MPa.mm et  $T_c = 24$  MPa.mm, la tendance générale de la courbe est bien reproduite. Toutefois, on observe une initiation de la rupture largement retardée par rapport à ce qui fut observé expérimentalement.

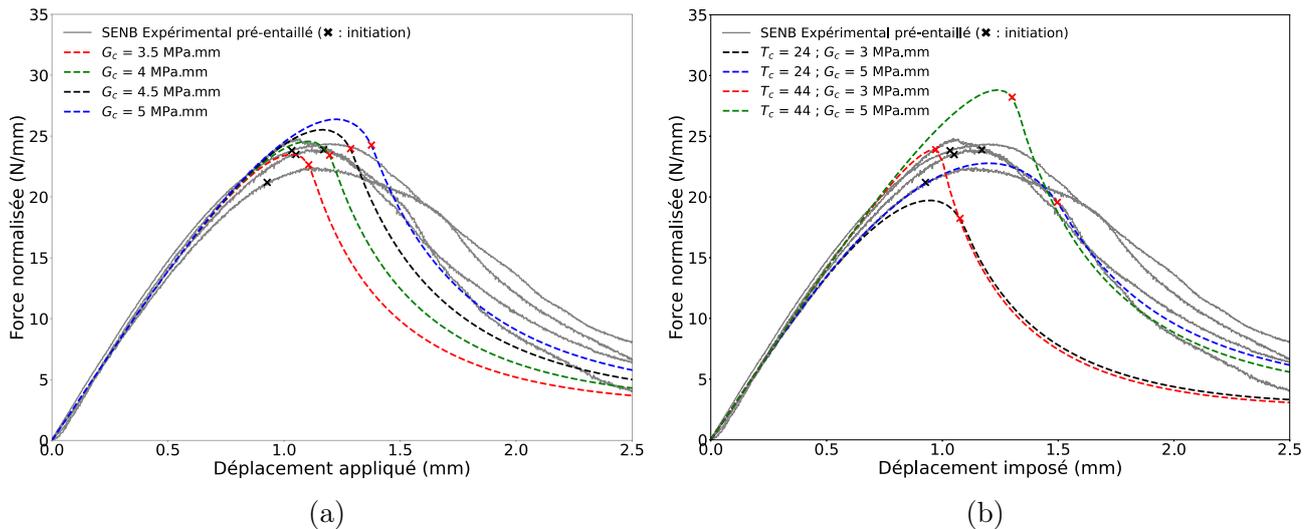


FIGURE 5.18 – Modélisation de l'essai SENB pré-entaille sur MMA par simulation MZC (a) Impact de la variation de  $G_c$  pour  $T_c = 34$  MPa (b) Impact de la variation de  $T_c$  pour deux valeurs de  $G_c$ .

### 5.2.2.3 Discussion

L'essai SENB pré-entaille avec une entaille en forme de U pour le matériau MMA fait apparaître une propagation continue qui pourrait s'apparenter à une déchirure ductile. Nous n'observons pas de saut de fissure comme pour le matériau élastique fragile, mais plutôt une propagation stable. Le modèle à zones cohésives permet d'estimer une valeur de  $G_c$  proche de celle obtenue grâce à la J-intégrale à l'initiation, c'est à dire 3.5 MPa.mm. Il est intéressant de noter la différence assez faible avec le résultat précédemment obtenu pour une pré-fissure. Cependant cette valeur ne permet pas de reproduire avec précision la phase de propagation. Des valeurs de  $G_c$  plus élevées comme par exemple égale à 5 MPa.mm permettent une meilleure estimation de cette phase mais sans estimer la phase d'initiation correctement. L'approche champ de phase a de nouveau laissé apparaître une propagation par saut pour des valeurs de force trop importantes, laissant l'estimation de  $G_c$  complexe.

### 5.3 Conclusion

Dans ce chapitre, une analyse numérique de l'essai de fissuration par flexion trois points a été réalisée pour deux matériaux spécifiques, un polyméthacrylate de méthyle (PMMA) et un adhésif à base de méthacrylate de méthyle (MMA). Cette étude visait à déterminer le taux de restitution d'énergie critique ( $G_c$ ) pour ces matériaux, en se basant sur des simulations numériques et des comparaisons avec des résultats expérimentaux. Pour le PMMA, l'analyse a révélé des différences significatives entre le taux de restitution d'énergie critique évalué par les essais SENB et celui déterminé par l'essai DCDC. En effet, les valeurs de  $G_c$  se sont avérées être environ quatre fois plus élevées que celles dérivées des essais DCDC. Les simulations SENB sur des échantillons de PMMA pré-fissurés ont permis de comparer les résultats obtenus avec ceux directement estimés expérimentalement. Il a été constaté que les deux modèles numériques fournissaient des estimations de  $G_c$  proches des valeurs expérimentales, bien qu'une déviation d'environ 11% ait été observée. Pour les échantillons pré-entaillés, les approches champ de phase et zones cohésives ont de nouveau été utilisées. Les résultats ont montré une influence significative de la condition aux limites imposée sur la variable d'endommagement, en particulier sur la force atteinte lors de la rupture et la propagation de la fissure. L'approche champ de phase a notamment démontré un impact sur le saut de fissure au moment de la rupture partielle de l'échantillon. La section 5.2 s'est concentrée sur l'estimation de  $G_c$  pour le MMA, en partant de la base d'une étude expérimentale préalable de l'intégrale- $J$ . Cette première estimation a été calculée à partir des champs de déplacement et de déformation obtenus par corrélation d'images numériques, en supposant que la plasticité était confinée à la pointe de fissure. Les valeurs numériques obtenues pour chaque type de pré-entaille sont relativement proches de celles obtenues par cette méthode, confirmant ainsi le résultat et l'hypothèse de déformation plastique confinée. On note qu'il serait intéressant de prendre en compte l'asymétrie entre traction et compression pour le plateau plastique, puisque l'on remarque une plasticité avant et après initiation plus importante pour les résultats expérimentaux. Pour cela, il serait possible d'utiliser un modèle de loi plastique plus complexe tel que le modèle Drucker-Prager, qui permettrait également de prendre en compte l'influence de la pression hydrostatique. La valeur de  $G_c$  obtenue est en bon accord avec les valeurs généralement reportées dans la littérature pour des adhésifs époxy utilisés dans les pales éoliennes [16, 17, 18, 19] qui varient généralement entre 2 et 4 MPa.mm. Certaines études [20, 21] ont également reporté des valeurs sensiblement inférieures pour d'autres résines époxy, de l'ordre de 0.5 MPa.mm. En conclusion, cette étude a fourni une compréhension approfondie du comportement de fissuration des matériaux PMMA et MMA à travers des méthodes numériques avancées. Les résultats obte-

nus ont non seulement confirmé des observations expérimentales précédentes mais ont également révélé des détails nuancés sur le comportement de fissuration sous différentes conditions de test et de modélisation.

# Bibliographie

---

- [1] Standard test methods for plane-strain fracture toughness and strain energy release rate of plastic materials. Standard, ASTM International, West Conshohocken, 2014.
- [2] Y. Nziakou. *Analyse multi-échelle des mécanismes d'endommagement des matériaux composites amorphologie complexe destinés à l'aéronautique*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2015.
- [3] T. Lacondemine. *Initiation et propagation d'une fissure dans un composite particulaire à matrice verre : expérimentation et analyse numérique*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2019.
- [4] J.P. Berry. Determination of fracture surface energies by the cleavage technique. *Journal of Applied Physics*, 34(1) :62–68, 1963.
- [5] L. J. Broutman and F. J. McGarry. Fracture surface work measurements on glassy polymers by a cleavage technique. i. effects of temperature. *Journal of Applied Polymer Science*, 9(2) :589–608, 1965.
- [6] GR Irwin and JA Kies. Fracturing and fracture dynamics. *Welding Journal*, 31(2) :95–100, 1952.
- [7] J. J. Benbow and F. C. Roesler. *Proc. Phys. Soc.*, 70B(201), 1956.
- [8] N. L. Svensson. *Proc. Phys. Soc.*, 77, 1961.
- [9] S. R. Choi and Jonathan A. Salem. Fracture toughness of pmma as measured with indentation cracks. *Journal of Materials Research*, 8 :3210–3217, 1993.
- [10] E. Tanné, T. Li, B. Bourdin, J.J. Marigo, and C. Maurini. Crack nucleation in variational phase-field models of brittle fracture. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 10 :80–99, 2018.

- [11] Yao Qiao and Marco Salviato. Strength and cohesive behavior of thermoset polymers at the microscale : A size-effect study. *Engineering Fracture Mechanics*, 213 :100–117, 03 2019.
- [12] Sergio Cicero, Virginia Madrazo, Isidro Carrascal, and Roman Cicero. Assessment of notched structural components using failure assessment diagrams and the theory of critical distances. *Engineering Fracture Mechanics*, 78 :2809–2825, 11 2011.
- [13] A. Salazar, Yatish Patel, and J. Williams. Influence of crack sharpness on the fracture toughness of epoxy resins. 13th International Conference on Fracture, 06 2013.
- [14] J.M. de Souza, H. N. Yoshimura, F. M. Peres, and C.G. Schön. Effect of sample pre-cracking method and notch geometry in plane strain fracture toughness tests as applied to a pmma resin. *Polymer Testing*, 21 :834—840, 2012.
- [15] S. Brach, E. Tanné, B. Bourdin, and K. Bhattacharya. Phase-field study of crack nucleation and propagation in elastic–perfectly plastic bodies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 353 :44–65, 2019.
- [16] Yi Hua, Ananth Ram Mahanth Kasavajhala, and Linxia Gu. Elastic–plastic analysis and strength evaluation of adhesive joints in wind turbine blades. *Composites Part B : Engineering*, 44(1) :650–656, 2013.
- [17] Martin Alexander Eder and Robert Bitsche. Fracture analysis of adhesive joints in wind turbine blades. *Wind Energy*, 2015.
- [18] Sika Industry. SikaPower ®- 1280. Accès : 03/11/2023.
- [19] 3M. 3M™ Wind Blade Bonding Adhesive W1101. Accès : 03/11/2023.
- [20] Iñaki Nuin, Carlos Amézqueta, Daniel Trias, Javier Estarriaga, Marcos del Río, and Ana Belén Fariñas. Fracture mechanics techniques for the design of structural components with adhesive joints for wind turbines. *FM Paper*, 461, 2009.
- [21] Mohamad Droubi, C. Fosbrooke, J. McConnachie, and Nadimul Faisal. Indentation based strength analysis of adhesively bonded leading-edge composite joints in wind turbine blades. *SN Applied Sciences*, 1 :691, 06 2019.

# Chapitre 6:

## Conclusion et perspectives

---

L'objectif de ce travail de thèse était d'apporter une compréhension du comportement d'un adhésif à base de méthacrylate de méthyle (MMA) pour application dans des joints de pâles éoliennes. Faisant partie de la famille des thermoplastiques, ce matériau a l'avantage d'être recyclable. Cette propriété fait de ce polymère une solution viable pour le marché, en recherche constante de durabilité. Cet avantage considérable doit cependant être accompagné de propriétés mécaniques performantes pour pouvoir être applicable. En effet, cet adhésif doit également présenter une bonne tenue mécanique à l'effort et avoir une résistance à la fissuration comparable à celle des solutions existantes. L'étude mécanique de ce matériau a été réalisée grâce à plusieurs essais de caractérisation du comportement et de fissuration. L'approche par champ de phase et le modèle à zones cohésives ont été utilisés pour modéliser l'endommagement. Les points saillants de ce travail de recherche sont les suivants :

Une analyse approfondie de l'essai Double Cleavage Drilled Compression (DCDC) a été réalisée. Cette étude, généralement menée dans la littérature dans le cadre élastique linéaire, a ici été réalisée également dans le cadre élasto-plastique. La modélisation de l'essai a été réalisée en ajoutant des conditions aux limites pertinentes sur la variable d'endommagement, permettant l'observation d'une zone d'initiation de l'endommagement en accord avec l'expérimental, tout en conservant une décomposition de l'énergie couramment utilisée.

L'essai de flexion trois points pré-entaillé (SENB) a mis en évidence l'impact du type de pré-entaille, pouvant laisser apparaître une surestimation du taux de restitution d'énergie pour une pré-entaille vis-à-vis d'une pré-fissure, notamment dans le cadre de l'élasticité linéaire. Cette différence est toutefois moins importante dans le cadre de l'élasto-plasticité, ce qui semble indiquer que le type de pré-entaille a moins d'importance lorsqu'un matériau ductile est étudié. Les conditions aux limites initiales sur la variable d'endommagement, notamment en pointe d'entaille, ont révélé être d'une importance capitale pour modéliser correctement l'initiation de la fissure, notamment dans le cadre élastique.

---

La caractérisation du taux de restitution d'énergie critique a mis en évidence des divergences notables dans l'estimation ce paramètre en utilisant les essais DCDC et SENB. Bien que les deux essais aient tous deux été menés à de très faibles vitesses de déformation, l'étude a mis en lumière la complexité inhérente à la mesure de  $G_c$  en fonction des conditions d'essai. De plus, il a été démontré que cette différence se retrouvait également lorsque ces deux essais sont menés sur un même matériau élastique et fragile. Les valeurs obtenues pour l'essai DCDC sont en effet largement inférieures à celles estimées par l'essai SENB, environ quatre fois pour le matériau élastique et d'un ordre de grandeur pour le matériau élasto-plastique. Pour le matériau MMA, la valeur estimée de  $G_c$  via l'essai SENB est de l'ordre de 3 MPa.mm, ce qui est en accord avec les valeurs généralement reportées dans la littérature pour les adhésifs à base époxy jusqu'alors utilisés pour le collage structurel des pales éoliennes.

L'étude a également permis la comparaison de deux méthodes numériques pour modéliser l'endommagement, et ce dans les contextes élastique linéaire et élasto-plastique. En effet l'approche champ de phase et un modèle à zones cohésives ont été implémentés et utilisés pour modéliser chaque essai. Cette comparaison a démontré des similitudes dans les résultats de  $G_c$  obtenus, soulignant la robustesse et la fiabilité des méthodes employées. Toutefois, il a été observé que la dépendance des résultats par approche champ de phase au paramètre de régularisation  $\ell$  peut parfois être problématique, en particulier pour une prédiction précise de  $G_c$ .

Pour étendre les travaux de cette thèse, de nombreuses perspectives et pistes de recherche prometteuses ont été identifiées. :

**Exploration approfondie du comportement viscoplastique :** Nos observations ont révélé que le matériau étudié manifeste un comportement viscoplastique, comme démontré dans les essais uniaxiaux présentés dans la deuxième partie du manuscrit. Ceci suggère l'intérêt d'incorporer la dépendance vis-à-vis de la vitesse de déformation afin de raffiner la loi viscoplastique actuellement utilisée. Une première tentative d'intégrer cette dépendance en termes de vitesse de chargement a été réalisée pour mieux représenter le comportement du matériau sous traction uniaxiale. Cette intégration a été réalisée en s'appuyant sur une version modifiée de la loi de Johnson-Cook [1]. Elle met notamment en œuvre un terme prenant en compte la vitesse de déformation locale du matériau  $\dot{\epsilon}$  dans le ratio  $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ , avec  $\dot{\epsilon}_0$  choisie comme étant la vitesse de déformation de référence. Bien que cette loi phénoménologique ait été incorporée avec succès dans notre modèle pour modéliser un comportement élasto-viscoplastique, illustré en Figure 6.1, l'association avec l'approche à champ de phase de l'endommagement a présenté des difficultés de convergence. En effet, la présence de paramètres négatifs dans l'écriture de la loi, nécessaires pour

modéliser l'adoucissement après le pic de contrainte, s'est traduite par une non-convergence lors de la minimisation, illustrée par une croix rouge dans cette dernière Figure. Si à l'avenir cette loi est choisie, il serait alors plus pertinent de modéliser un comportement sans adoucissement et plus proche de la tendance observée lors du comportement en compression, ceci permettant de ne pas obtenir de paramètres négatifs. Des essais complémentaires à une vitesse de déformation plus élevée ont été menés pour le test DCDC et présentés au chapitre 2. Une même loi permettrait ainsi de modéliser l'essai aux deux vitesses et d'évaluer l'impact potentiel de la vitesse de déformation sur l'estimation de  $G_c$ .

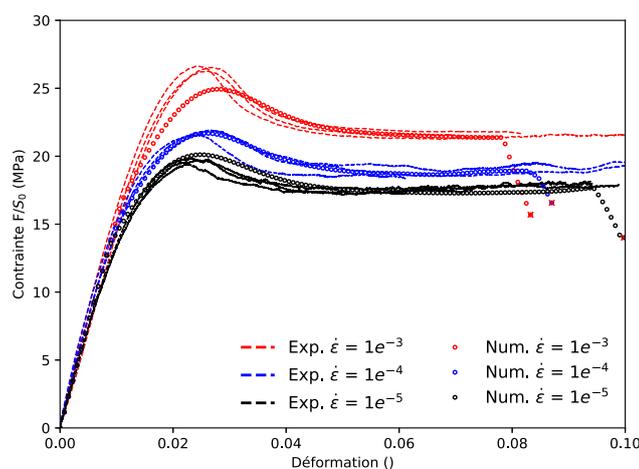


FIGURE 6.1 – Modélisation du comportement en traction uniaxiale du MMA par une loi viscoplastique de type Johnson-Cook modifiée et endommagement par approche champ de phase.

**Ajout de l'asymétrie dans la surface de plasticité :** La prise en compte de l'asymétrie dans la modélisation de la plasticité semble importante, notamment pour être capable de modéliser avec plus de précision à la fois des essais de fissuration où le matériau serait en traction pure, type SENT, ou des chargements plus complexes. Il serait judicieux d'explorer diverses lois qui pourraient mieux représenter ce phénomène, comme le modèle de Drucker-Prager, introduit par exemple récemment pour l'approche champ de phase, ou encore des modèles plus complexes permettant de prendre à la fois en compte l'asymétrie et la viscoplasticité, comme le modèle à trois réseaux développé dans [2]. On note que ces modèles pourraient aussi permettre de prendre en compte la dépendance à la pression hydrostatique ce qui serait un avantage pour la modélisation de joints de colle.

**Précision de la loi cohésive :** À travers l'étude de l'ouverture de la pointe de fissure (CTOD), il est également possible d'obtenir la loi traction-séparation. Bien que l'étude du CTOD semble facilement réalisable dans le cas d'une pré-entaille au rayon assez large, comme illustré en Figure 6.2, notamment via la corrélation d'images numériques, elle devient plus complexe avec

---

des pré-fissures dont la largeur est en général très fine. Compte tenu des moyens expérimentaux en notre possession, cette méthode n'avait donc pas été envisagée. L'impact de l'intégration d'une composante plastique, par exemple lorsqu'une loi trapézoïdale est utilisée, sur l'estimation de  $G_c$  pourrait par exemple être évalué.

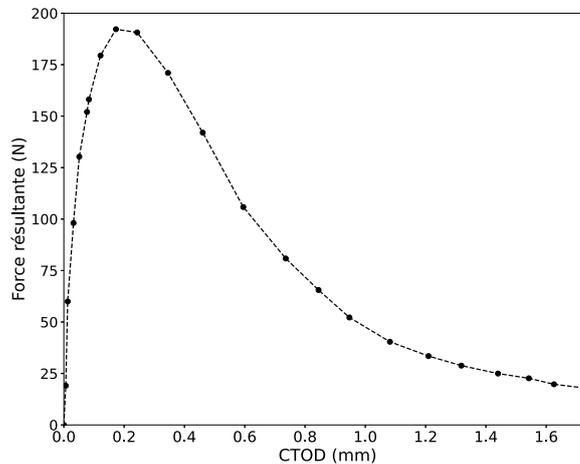


FIGURE 6.2 – Force résultante en fonction de l'ouverture en pointe de fissure pour une éprouvette pré-entallée de MMA lors d'un essai de flexion trois points. CTOD mesuré à  $45^\circ$  de la pointe de fissure.

**Transition vers la modélisation 3D :** Bien que les modélisations en 2D fournissent des informations robustes et permettent d'obtenir une estimation correcte du comportement, il serait pertinent de réaliser des simulations en trois dimensions. En effet, l'étude en contraintes planes pour l'approche champ de phase est par exemple limitée dans sa capacité à représenter de manière réaliste un endommagement complet. Le passage à la modélisation 3D promet d'offrir une meilleure compréhension des mécanismes d'endommagement et de propagation des fissures. Cependant, on note que certaines difficultés peuvent apparaître au vue de la finesse des maillages utilisés dans cette étude.

**Application à d'autres essais :** Il serait aussi pertinent de valider les modèles mis en place sur des essais où l'adhésif est associé à un substrat pour former un joint, comme par exemple l'essai DCB. Cet essai permet en effet l'étude de l'adhésif en mode I et permettrait de se rapprocher de l'application finale du matériau.

# Bibliographie

---

- [1] Bing Zhang, Xiaodi Shang, Su Yao, Qiuyu Wang, Zhijuan Zhang, Xiaokang Yang, Jun Cai, and Kuaishe Wang. A Comparative Study on Johnson-Cook, Modified Johnson-Cook, Modified Zerilli-Armstrong and Arrhenius-Type Constitutive Models to Predict Hot Deformation Behavior of TA2. *High Temperature Materials and Processes*, 38(2019) :699–714, February 2019.
  
- [2] J. Bergström. Mechanics of solid polymers : Theory and computational modeling. *Mechanics of Solid Polymers : Theory and Computational Modeling*, pages 1–509, 01 2015.



# Annexe A: Appendice

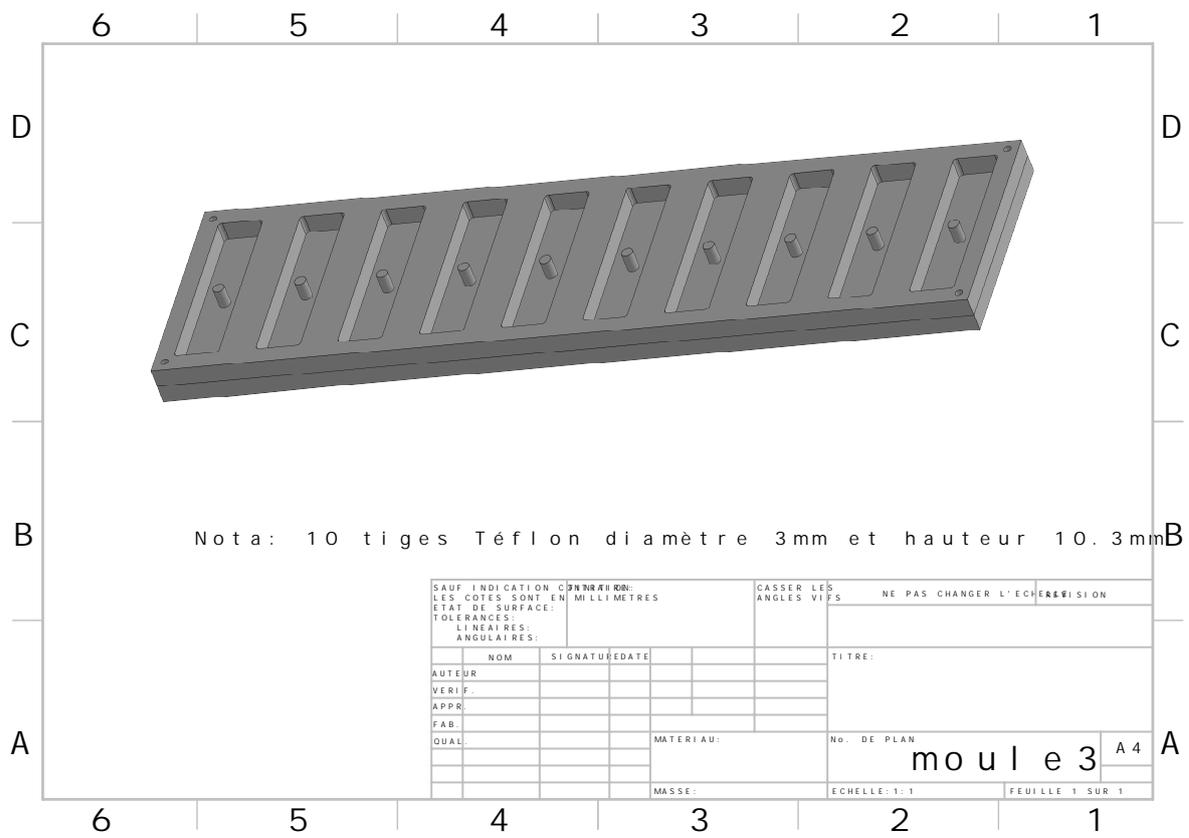


FIGURE A.1 – Moule échantillon DCDC - vue 3D.

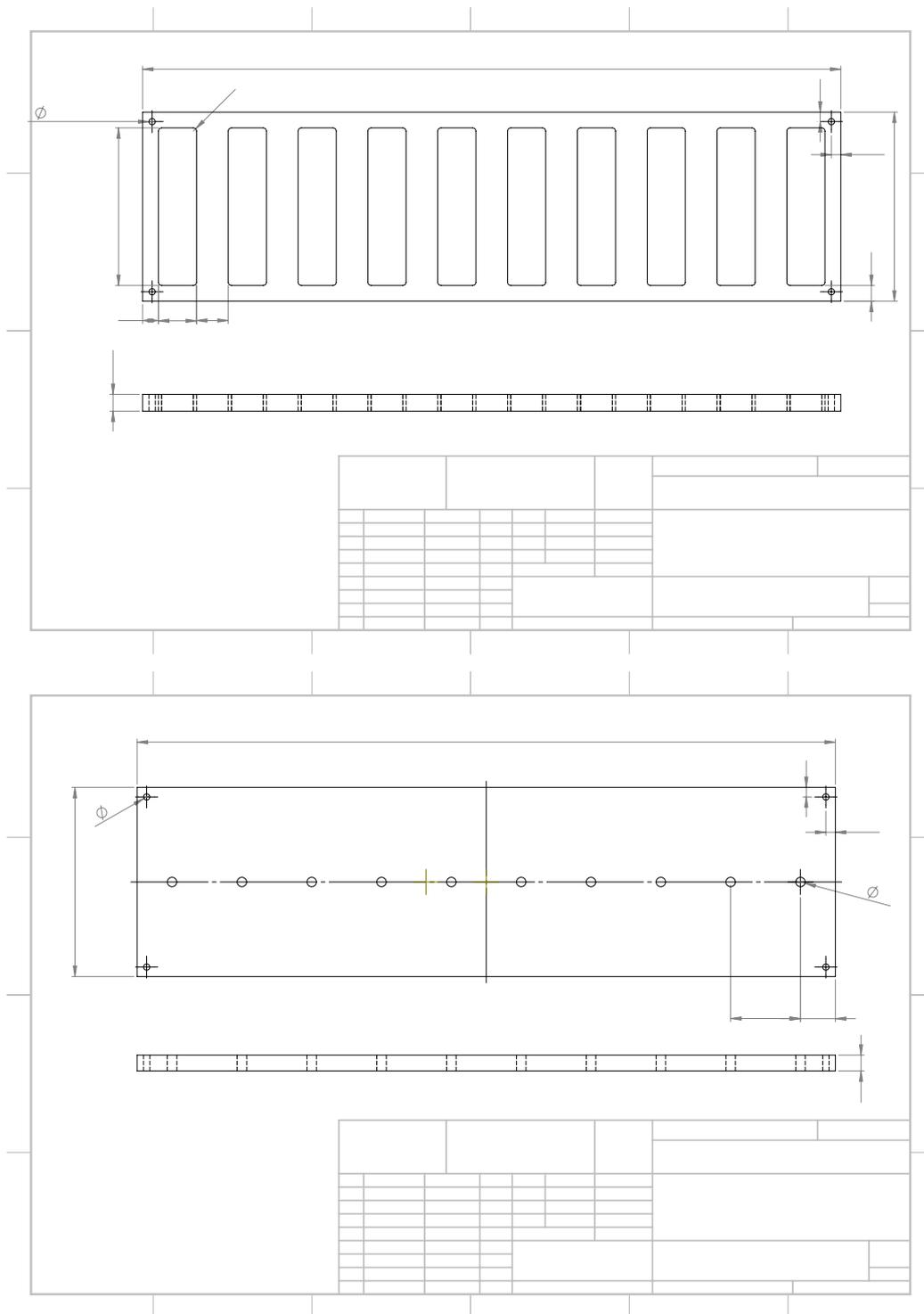


FIGURE A.2 – Moule échantillon DCDC - dessins techniques.

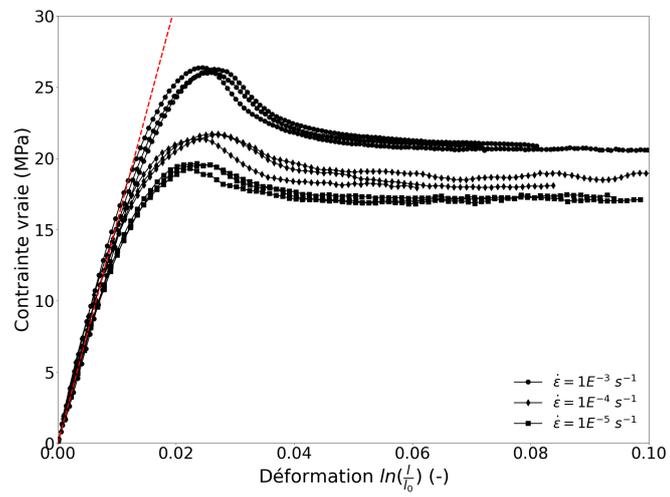


FIGURE A.3 – Courbes contrainte vs. déformation à trois vitesses de déformation différentes, avec plusieurs échantillons analysés pour chaque vitesse.

**Titre :** Comportement en fissuration d'une colle thermoplastique pour application de joints de pales éoliennes

**Mots clés :** Mécanique des milieux continus, approche variationnelle, simulations par éléments finis, mécanique de la rupture.

**Résumé :** Pour optimiser l'efficacité des éoliennes, les acteurs de l'industrie favorisent l'utilisation de pales de plus grande envergure, conçues avec des matériaux composites à la fois légers et robustes. Dans un contexte qui requiert une durabilité et une modération des ressources, il est essentiel de recycler intégralement les structures arrivées en fin de vie. Alors que des solutions de recyclage existent pour la majeure partie de l'éolienne (98% de celle-ci, à l'exception des pales, est recyclable), les pales restent majoritairement fabriquées à partir de matériaux non recyclables. Historiquement élaborés à partir de résines thermodurcissables, les composites ainsi que les colles structurales associées ne permettent pas le recyclage des pales. Face à ce défi, Arkema a développé Elium, une nouvelle résine thermoplastique recyclable, ainsi qu'un adhésif compatible élaboré à partir de méthacrylate de méthyle (MMA) pour l'assemblage des pales. Dans ce contexte, l'objectif du travail développé ici a été de caractériser expérimentalement la fissuration de l'adhésif en masse et d'en

proposer une modélisation numérique pour extraire un critère objectif de fissuration en mode d'ouverture. La démarche scientifique s'articule donc autour de deux axes principaux. Premièrement, une étude expérimentale a été menée pour déterminer le comportement de la colle et sa fissuration en mode d'ouverture par des essais DCDC (Double Cantilever Beam Test) et SENB (Single Edge Notch Bending) correspondant à des états de chargements différents. Deuxièmement, une modélisation numérique a été mise en place pour simuler l'endommagement de la colle en utilisant un comportement élasto-plastique. Deux approches d'endommagement ont été envisagées, l'une basée sur la théorie du champ de phase et l'autre sur les éléments cohésifs. Les résultats obtenus grâce à ces deux approches ont été confrontés aux résultats expérimentaux afin de déterminer les propriétés de fissuration du matériau. Cette recherche permet d'évaluer quantitativement la fissuration de la colle étudiée et plus largement d'étudier la caractérisation de la fissuration des polymères amorphes à l'état vitreux.

**Title :** Fracture behavior of a thermoplastic adhesive for wind turbine blade joint applications

**Keywords :** Continuum Mechanics, Variational Approach, Finite Element Simulations, Fracture Mechanics.

**Abstract :** To optimize the efficiency of wind turbines, industry stakeholders promote the use of larger blades constructed from composite materials that are both lightweight and strong. In a context that demands sustainability and resource moderation, comprehensive recycling of structures at the end of their lifecycle is critical. Although recycling solutions are available for the majority of the turbine (98%, excluding blades), the blades are primarily made from non-recyclable materials. Historically made from thermosetting resins, composites and associated structural adhesives do not allow for blade recycling. In response to this challenge, Arkema has developed Elium, a new recyclable thermoplastic resin, along with a compatible adhesive made from methyl methacrylate (MMA) for blade assembly. This work aimed to experimentally characterize the bulk adhesive fracture and develop a numerical model to derive an objective

fracture criterion in opening mode. The scientific approach is structured around two main axes. First, an experimental study was conducted to determine the behavior of the adhesive and its fracture in opening mode using DCDC (Double Cantilever Beam Test) and SENB (Single Edge Notch Bending) tests under different loading conditions. Second, a numerical model was established to simulate the adhesive damage using an elastoplastic behavior. Two damage approaches were considered, one based on phase field theory and the other on cohesive elements. The findings from these strategies were compared with experimental data to determine the fracture properties of the material. This research enables a quantitative evaluation of the adhesive's fracture and a broader study into the fracture characterization of amorphous polymers in the vitreous state.