



**HAL**  
open science

# Perturbation du champ magnétique dans un écoulement de liquide conducteur à bulles

Antoine Afflard

► **To cite this version:**

Antoine Afflard. Perturbation du champ magnétique dans un écoulement de liquide conducteur à bulles. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université de Toulouse, 2024. Français. NNT : 2024TLSEP067 . tel-04702412

**HAL Id: tel-04702412**

**<https://theses.hal.science/tel-04702412v1>**

Submitted on 19 Sep 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Doctorat de l'Université de Toulouse

préparé à Toulouse INP

---

Perturbation du champ magnétique dans un écoulement de  
liquide conducteur à bulles

---

Thèse présentée et soutenue, le 10 juillet 2024 par

**Antoine AFFLARD**

## École doctorale

MEGEP - Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés

## Spécialité

Dynamique des fluides

## Unité de recherche

IMFT - Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse

## Thèse dirigée par

Philippe TORDJEMAN et Wladimir BERGEZ

## Composition du jury

M. Nicolas PLIHON, Président et rapporteur, ENS Lyon

Mme Olga BUDENKOVA, Rapporteuse, Université Grenoble Alpes

M. Sven ECKERT, Examineur, Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf

M. Kévin PAUMEL, Examineur, CEA Cadarache

M. Philippe TORDJEMAN, Directeur de thèse, Toulouse INP

M. Wladimir BERGEZ, Co-directeur de thèse, Toulouse INP

## Membres invités

M. Remi ZAMANSKY, Toulouse INP



*À mes parents,*



# Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le projet TECNA du CEA dont l'un des objectifs est le développement d'instruments de détection et de quantification de la présence de bulles dans des écoulements de sodium liquide. Ces instruments doivent repérer d'éventuelles fuites de gaz dans les circuits des réacteurs nucléaires à neutrons rapides refroidis au sodium afin de garantir la sûreté de l'opération. L'une des techniques de mesure envisagée consiste à induire des courants de Foucault dans le liquide en écoulement à partir d'un champ magnétique alternatif. Des travaux précédents ont montré que les débitmètres à distorsion de flux, ou *Eddy-Current Flow Meters* (ECFM), utilisant cette technique, permettent non seulement de mesurer le débit d'un liquide métallique dans une conduite, mais aussi de détecter le passage d'inclusions électriquement isolantes (bulles ou particules).

En effet, l'interaction entre le champ magnétique oscillant généré par l'ECFM et le passage d'inclusions dans un fluide conducteur produit une perturbation du champ magnétique qui est détectée par l'ECFM. Le signal mesuré dépend alors des propriétés des inclusions (positions, tailles). Ce travail traite de la détection d'inclusions électriquement isolantes dans un écoulement de métal liquide par la perturbation des courants de Foucault. L'objectif de cette thèse est la mise au point d'une boucle d'écoulement diphasique afin d'étudier le comportement des bulles de gaz dans un métal liquide en écoulement turbulent. L'objectif est aussi de mieux comprendre et de modéliser les signaux mesurés par l'ECFM liés à la perturbation des courants de Foucault par la présence des bulles.

Des simulations et un modèle analytique sont développés afin de mieux appréhender l'influence de la taille et de la position des inclusions sur le signal. Une méthode inverse est mise au point pour déterminer la position radiale et le diamètre d'une inclusion à partir de l'amplitude et du déphasage de la perturbation qu'elle induit sur le signal de l'ECFM. Afin de valider la modélisation et la méthode inverse, des expériences sont menées en utilisant des particules solides en mouvement dans un métal liquide immobile. Par la suite, cette méthode est appliquée à la caractérisation de trains de bulles en ascension dans un métal statique. Une boucle expérimentale est spécialement conçue pour étudier le passage de bulles dont le diamètre est contrôlé dans un écoulement turbulent de métal liquide. Les essais réalisés permettent de valider la modélisation de l'interaction électromagnétique entre l'écoulement turbulent et les bulles, ainsi que la réponse induite dans l'ECFM. La réponse de l'ECFM induite au passage de multiples inclusions est également modélisée. Pour les taux de vide faibles, les perturbations induites par le passage de plusieurs inclusions sont obtenues par la superposition des réponses individuelles des inclusions. Les résultats obtenus révèlent l'existence de configurations d'ECFM plus sensibles à l'écoulement et d'autres plus sensibles à la présence d'inclusions. Ces modèles ouvrent des perspectives prometteuses pour le développement d'une méthode inverse permettant de mesurer le taux de vide dans un écoulement de sodium.

**Mots-clés :** Courants de Foucault, détection de bulle, écoulement diphasique, métal liquide.



# Abstract

This thesis is part of CEA's TECNA project, the aim of which is to develop instruments for detecting and quantifying the presence of bubbles in liquid sodium flows. These instruments are designed to detect any gas leaks in the circuits of sodium-cooled fast breeder reactors, in order to guarantee the safety of the operation. One of the measurement techniques considered involves inducing eddy currents in the flowing liquid, using an alternating magnetic field. Previous work has shown that Eddy-Current Flow Meters (ECFM), using this technique, can not only measure the flow of a metallic liquid in a pipe, but also detect the passage of electrically insulating inclusions (bubbles or particles).

The interaction between the oscillating magnetic field generated by the ECFM and the passage of inclusions in a conductive fluid produces a disturbance in the magnetic field, which is detected by the ECFM. The measured signal then depends on the properties of the inclusions (positions, sizes). This work deals with the detection of electrically insulating inclusions in a liquid metal flow using eddy current perturbation. The aim of this thesis is to develop a two-phase flow loop to study the behavior of gas bubbles in liquid metal in turbulent flow. The aim is also to better understand and model the signals measured by the ECFM linked to the disturbance of eddy currents by the presence of bubbles.

Simulations and an analytical model are developed to better understand the influence of inclusion size and position on the signal. An inverse method is developed to determine the radial position and diameter of an inclusion from the amplitude and phase shift of the perturbation it induces on the ECFM signal. In order to validate the modeling and the inverse method, experiments are carried out using solid particles in motion in a quiescent liquid metal. Subsequently, this method is applied to the characterization of ascending bubble trains in static metal. An experimental loop is specially designed to study the passage of bubbles of controlled diameter in a turbulent flow of liquid metal. The tests carried out validate the modeling of the electromagnetic interaction between the turbulent flow and the bubbles, as well as the response induced in the ECFM. The ECFM response induced by the passage of multiple inclusions is also modeled. For low void fractions, the disturbances induced by the passage of multiple inclusions are obtained by superimposing the individual responses of the inclusions. The results reveal the existence of ECFM configurations that are more sensitive to flow and others that are more sensitive to the presence of inclusions. These models open up promising prospects for the development of an inverse method for measuring the void fraction in a liquid sodium flow.

**Keywords :** Eddy currents, bubble detection, two-phase flow, liquid metal.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Contexte et objectifs</b>	<b>1</b>
1.1	Réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium (RNR-Na)	2
1.2	Présence de gaz dans le circuit sodium	3
1.2.1	Origine et conséquences	3
1.2.2	Méthodes de mesure de taux du vide	5
1.3	Objectifs de la thèse	6
<b>2</b>	<b>Équations de la magnétohydrodynamique</b>	<b>9</b>
2.1	Électrodynamique	10
2.1.1	Équations de Maxwell	10
2.1.2	Conditions aux interfaces	11
2.1.3	Loi d'Ohm pour un conducteur en mouvement	12
2.1.4	ARQS magnétique	13
2.1.5	Formulation en potentiels	14
2.1.6	Force de Laplace dans un milieu continu	15
2.1.7	Effet de peau	17
2.1.8	Courants de Foucault	19
2.2	Couplage avec la mécanique des fluides	19
2.2.1	Équations de conservation	19
2.3	Adimensionnement	20
<b>3</b>	<b>État de l'art</b>	<b>23</b>
3.1	Débitmétrie par ECFM	24
3.1.1	Principe de fonctionnement	24
3.1.2	Grandeurs mesurées	27
3.1.3	Modèle théorique	29
3.1.4	Résultats expérimentaux	30
3.1.5	Pistes de recherche pour l'utilisation d'un ECFM en débitmétrie	36
3.2	Détection de bulles par ECFM	38
3.2.1	Principe de fonctionnement	38
3.2.2	Mesure du taux de vide par les fluctuations	41
3.2.3	Effet d'une seule bulle	43
3.2.4	Contrôle non destructif par courants de Foucault	47
3.3	L'alliage Ga-In-Sn (Galinstan)	52
3.3.1	Propriétés physiques	52
3.3.2	Usage en laboratoire	55
3.4	Dynamique des bulles en ascension dans un métal liquide	56
3.4.1	Généralités sur les bulles	56
3.4.2	Déformation de l'interface des bulles	57
3.4.3	Dilatation d'une bulle en ascension	58
3.4.4	Forces et trajectoires	59
3.5	Conclusion	63

<b>4</b>	<b>Modélisation de la perturbation induite par une inclusion isolée</b>	<b>65</b>
4.1	Introduction . . . . .	66
4.2	Description du système et équations . . . . .	66
4.3	Modèle analytique . . . . .	68
4.3.1	Équations du potentiel vecteur . . . . .	68
4.3.2	Équations des fonctions de Green . . . . .	71
4.3.3	Conditions aux limites et aux interfaces . . . . .	73
4.3.4	Solution analytique de la perturbation de l'ECFM . . . . .	75
4.3.5	Intégration numérique de la perturbation et convergence . . . . .	78
4.4	Résolution numérique . . . . .	81
4.4.1	Paramètres du modèle numérique . . . . .	81
4.4.2	Calcul de la perturbation et convergence . . . . .	82
4.5	Résultats et méthode inverse . . . . .	83
4.5.1	Modèle ponctuel de l'inclusion . . . . .	84
4.5.2	Modélisation par les éléments finis . . . . .	86
4.5.3	Limites de la méthode inverse . . . . .	89
4.6	Conclusion . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Détection et caractérisation expérimentale des inclusions isolées</b>	<b>93</b>
5.1	Introduction . . . . .	94
5.2	Expériences avec des inclusions solides . . . . .	94
5.2.1	Montage expérimental . . . . .	94
5.2.2	Méthodologie de la mesure et calage du modèle . . . . .	98
5.2.3	Résultats . . . . .	100
5.3	Expériences avec des bulles isolées . . . . .	103
5.3.1	Montage expérimental . . . . .	103
5.3.2	Résultats . . . . .	105
5.4	Conclusion . . . . .	110
<b>6</b>	<b>Détection de bulles isolées dans les écoulements</b>	<b>111</b>
6.1	Introduction . . . . .	112
6.2	Expériences en écoulements monophasiques . . . . .	112
6.2.1	Montage et protocole expérimental . . . . .	112
6.2.2	Modélisation par la méthode des éléments finis . . . . .	115
6.2.3	Résultats . . . . .	117
6.3	Expériences en écoulements diphasiques . . . . .	121
6.3.1	Montage expérimental . . . . .	121
6.3.2	Résultats . . . . .	122
6.4	Conclusion . . . . .	125
<b>7</b>	<b>Influence d'un grand nombre de bulles</b>	<b>127</b>
7.1	Introduction . . . . .	128
7.2	Hypothèse de superposition et domaine de validité . . . . .	128
7.3	Adaptation de l'ECFM à la détection du vide . . . . .	134
7.3.1	Sommer les fém des deux bobines secondaires . . . . .	134
7.4	Calcul des signaux induits par de nombreuses inclusions . . . . .	140
7.4.1	Méthode de construction des signaux . . . . .	140
7.4.2	$S_1 - S_2$ : Influence du taux de vide lors d'une mesure de débit . . . . .	143
7.4.3	$S_1 + S_2$ : Vers une mesure du taux de vide en régime dilué . . . . .	144
7.5	Conclusion . . . . .	150
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>152</b>

<b>A</b>	<b>Méthodes de débitmétrie et de détection de bulles pour les métaux liquides</b>	<b>156</b>
A.1	Méthodes de débitmétrie pour les métaux liquide . . . . .	156
A.2	Méthodes de détection de bulles dans les métaux liquides . . . . .	158
<b>B</b>	<b>Écoulements turbulents</b>	<b>162</b>
B.1	Équations moyennées pour les écoulements turbulents . . . . .	162
B.2	Le modèle $k - \varepsilon$ . . . . .	163
<b>C</b>	<b>Effet du débit sur le signal de l'ECFM</b>	<b>166</b>
C.1	Signal complexe d'un ECFM « symétrique » . . . . .	166
C.2	Signal complexe d'un ECFM « asymétrique » . . . . .	168
<b>D</b>	<b>Publication dans le <i>Journal of Applied Physics</i></b>	<b>170</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>185</b>



# Chapitre 1

## Contexte et objectifs

*Ce chapitre présente la technologie des réacteurs à neutrons rapides dits de IVème génération, qui constitue le contexte dans lequel s'inscrit le travail de cette thèse. Les avantages de l'utilisation du sodium en tant que fluide caloporteur sont introduits, ainsi que les défis inhérents à ce changement par rapport aux réacteurs à eau pressurisée. L'origine et les conséquences de la présence de bulles de gaz dans un circuit sodium sont discutées en lien avec les méthodes envisagées pour les détecter. Enfin les objectifs de la thèse sont définis.*

### Sommaire

---

<b>1.1 Réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium (RNR-Na)</b>	<b>2</b>
<b>1.2 Présence de gaz dans le circuit sodium</b>	<b>3</b>
1.2.1 Origine et conséquences	3
1.2.2 Méthodes de mesure de taux du vide	5
<b>1.3 Objectifs de la thèse</b>	<b>6</b>

---

## 1.1 Réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium (RNR-Na)

Les objectifs fixés par le Forum international Génération IV en 2000 pour le développement des futurs réacteurs nucléaires visent à renforcer la sûreté nucléaire, à économiser les matières fissiles, à minimiser les déchets nucléaires et à rendre cette technologie économiquement compétitive. Six concepts jugés prometteurs ont été retenus, parmi lesquels figurent les réacteurs à neutrons rapides à caloporteur plomb (RNR-Pb) ou à caloporteur sodium (RNR-Na). C'est sur cette dernière technologie, dont les éléments constitutifs sont illustrés sur la figure 1.1, que le Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) travaille depuis les années 1960.

Les réacteurs à eau pressurisée (REP), qui sont la filière de réacteurs nucléaires la plus répandue, nécessitent chaque année dans le monde plus de 50 000 tonnes d'uranium naturel [1]. Cependant, cet uranium naturel contient seulement 0,7% d'uranium 235, qui est fissile dans les REP, tandis que les 99,3% restants sont composés d'uranium 238 qui n'intervient pas directement dans la réaction de fission nucléaire. Une fois irradié, le combustible utilisé est composé de plutonium, d'uranium non consommé, de produits de fission et d'actinides mineurs. Lors du retraitement des combustibles usés à la sortie du réacteur, certains de ces éléments peuvent être séparés et récupérés. Les réacteurs à neutrons rapides (RNR) présentent trois avantages par rapport aux réacteurs à eau pressurisée. Tout d'abord, ils ont la capacité de fissionner tous les isotopes du plutonium, y compris ceux provenant des REP, ce qui améliore le recyclage des déchets nucléaires. Deuxièmement, les RNR ont la capacité d'exploiter l'uranium 238 extrait grâce à un processus de surgénération qui le transforme en plutonium 239 par irradiation. Enfin, le troisième avantage offert par les RNR est la possibilité de transmuter certains actinides mineurs, qui sont des déchets de haute activité à vie longue, en éléments à vie plus courte, contribuant ainsi à réduire la radiotoxicité des déchets finaux.

Le sodium liquide présente plusieurs avantages qui motivent son utilisation comme fluide caloporteur dans les circuits primaire et secondaire des réacteurs à neutrons rapides. Tout d'abord, le sodium ralentit peu les neutrons, ce qui est essentiel pour le fonctionnement d'un RNR. Le sodium présente également des propriétés thermophysiques avantageuses en tant que fluide caloporteur, telles qu'une haute conductivité thermique, une faible viscosité, un état liquide sur une large plage de températures et une faible corrosivité envers les conduites. De plus, le sodium offre une

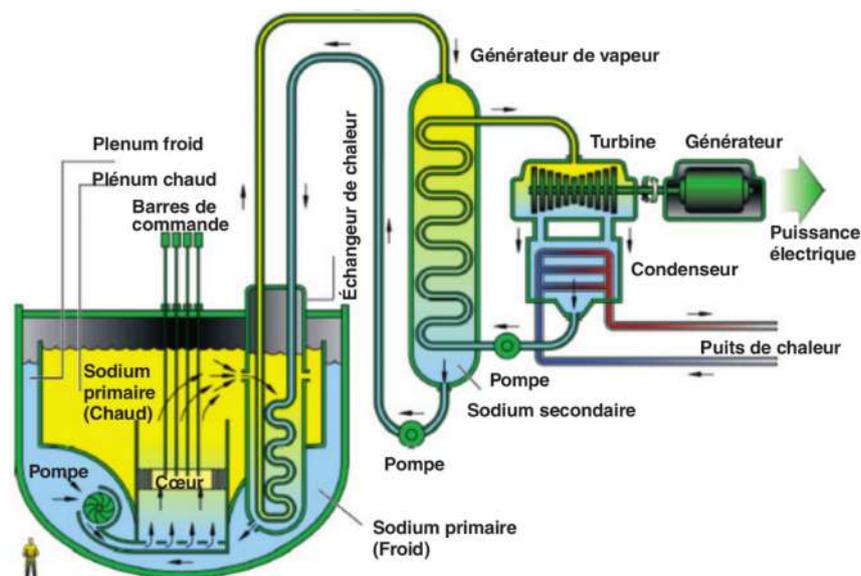


FIGURE 1.1: Éléments constitutifs d'un RNR-Na [1].

capacité thermique intéressante, permettant une absorption, un stockage ainsi qu'une dissipation progressive et contrôlée de la chaleur générée par la réaction nucléaire. Cela permet de maintenir la température du réacteur à des niveaux sûrs et stables, en évitant les fluctuations thermiques brusques et, dans les pires cas, la vaporisation du fluide caloporteur [1]. Cependant, le sodium présente un inconvénient majeur lié à sa réactivité élevée en présence d'eau et au contact de l'air, qu'il soit sec ou humide. Cette réactivité pose problème lorsqu'une fuite de sodium vers l'air extérieur se produit ou lorsque de l'eau atteint un circuit de sodium à cause d'une fuite dans un échangeur de chaleur.

Le fonctionnement d'un réacteur à neutrons rapides implique une réaction nucléaire qui se déroule dans le cœur du réacteur, où les atomes du combustible nucléaire subissent une fission, libérant une grande quantité de chaleur. Le sodium circule à travers le cœur du réacteur pour absorber cette chaleur, puis la transporte vers un premier échangeur de chaleur situé dans la cuve du réacteur (figure 1.1). À cet endroit, la chaleur est transférée au circuit secondaire, qui contient également du sodium. Cette chaleur est ensuite transférée à un troisième fluide, généralement à de l'eau pour la vaporiser ou à un gaz pour augmenter sa pression. La détente de ce gaz dans une turbine permet ensuite la production d'électricité. L'utilisation d'un circuit intermédiaire est nécessaire pour éviter toute fuite d'eau ou de gaz provenant d'un échangeur de chaleur vers le circuit primaire. De plus, en cas de fuite vers l'environnement, le sodium réactif n'est pas radioactif, ce qui permet d'éviter de combiner un risque chimique à un risque radioactif [1].

L'utilisation du sodium en tant que fluide caloporteur nécessite une adaptation des instruments conçus pour une utilisation avec de l'eau. Certains instruments optiques deviennent inopérants en raison de l'opacité du sodium. Cependant, les propriétés telles que la conductivité électrique élevée et la capacité à transmettre les ondes sonores du sodium sont largement exploitées dans des applications telles que le pompage électromagnétique, la mesure de niveau, la mesure de débit, la visualisation, la télémétrie, et bien d'autres [1]. Dans le cadre de cette thèse, l'attention est portée sur la détection et à la quantification des fuites de gaz dans une conduite de sodium.

## 1.2 Présence de gaz dans le circuit sodium

### 1.2.1 Origine et conséquences

Dans chaque circuit sodium, il existe des sources d'engazement continu (en régime de fonctionnement normal) ainsi que des causes incidentelles d'engazement. La présence de gaz dans la boucle primaire d'un réacteur sodium peut avoir différentes origines, telles que la nucléation de gaz dissous ou des fuites. L'entraînement de gaz depuis la couverture d'argon au niveau de la surface libre (en raison de l'agitation ou des pompes) est également une préoccupation majeure en termes de sécurité, et les mécanismes associés peuvent varier considérablement en fonction du fluide étudié (sodium ou eau) [2]. Des mesures indiquent que le diamètre des bulles générées par ce mécanisme dans le circuit primaire est de l'ordre de 10 à 100  $\mu\text{m}$  [3]. Dans le circuit secondaire, les principales sources de gaz à surveiller sont les éventuelles fuites dans l'échangeur de chaleur sodium-gaz (ECSG) à azote. Une brèche dans la paroi séparant le sodium à 5 bars de l'azote à 180 bars entraînerait la formation d'un jet de gaz. Différents régimes ont été identifiés, tels que le bullage, le jet subsonique, le jet supersonique et le jet de gaz dans du gaz [4]. Les bulles interagissent ensuite entre elles et avec l'écoulement, ce qui peut entraîner des phénomènes de coalescence ou de fragmentation. L'estimation du diamètre des bulles émises dans ces situations est de l'ordre du millimètre [5]. La présence de gaz dans un écoulement peut être quantifiée par le taux de vide, défini dans un mélange de liquide et de gaz comme le rapport du volume occupé par le gaz au volume total.

Lorsque le taux de vide dépasse un certain seuil dans le circuit primaire, les échanges thermiques dans le cœur du réacteur peuvent être affectés [6]. Bien que ce seuil de taux de vide ne soit généralement pas atteint dans des conditions normales de fonctionnement, la présence de bulles dans le circuit primaire constitue un risque pour deux raisons. Premièrement, les bulles perturbent considérablement les diagnostics acoustiques et électromagnétiques dans le circuit, ainsi que les mesures de l'activité radioactive dans la couverture gazeuse, compromettant ainsi plusieurs instruments de mesure. Deuxièmement, les bulles augmentent le risque de formation de poches de gaz et de cavitation [7]. Dans le cas du circuit secondaire, des fuites peuvent se produire dans un échangeur de chaleur sodium/gaz ou sodium/eau. Ces fuites entraîneraient une production de chaleur élevée et des réactions corrosives, aggravant ainsi les fuites déjà présentes. Pour toutes ces raisons, les réacteurs utilisant du sodium sont conçus de manière à éliminer au maximum les sources de gaz. Cependant, étant donné qu'il est impossible de réduire complètement la présence de bulles, il est nécessaire de pouvoir les détecter et les quantifier rapidement. Il convient également de noter que dans le cas d'échangeurs de chaleur sodium-gaz à plusieurs modules, il est important de localiser les fuites afin d'intervenir de manière plus efficace. Enfin, pour d'autres technologies telles que les réacteurs refroidis au plomb liquide, du gaz peut être intentionnellement introduit et le taux de vide doit être surveillé [8].

En fonction de la quantité de gaz présente dans une conduite, différents régimes d'écoulement peuvent être observés, comme l'illustre la figure 1.2. Tout d'abord, pour un écoulement vertical ascendant avec un taux de vide très faible, on observe un écoulement à bulles. Les dimensions des bulles varient considérablement, mais elles sont généralement petites par rapport au diamètre du tube. À mesure que le taux de vide augmente, des poches de gaz se forment, qui peuvent être séparées par des régions où le liquide est présent avec une dispersion de petites bulles, ce qui correspond au régime des écoulements à bouchons. Ensuite, on rencontre les écoulements à forte coalescence, où les poches de gaz grossissent et ont tendance à se fragmenter, ce qui entraîne un écoulement plus irrégulier et instable. Enfin, pour les taux de vide les plus élevés, on observe que la fine pellicule de liquide s'écoule le long de la paroi intérieure du tube, tandis que le noyau central de l'écoulement est constitué de la phase gazeuse. Dans le but de détecter les fuites de gaz dès les premiers instants, une attention particulière est portée à la mesure du taux de vide dans le régime d'écoulement à bulles.

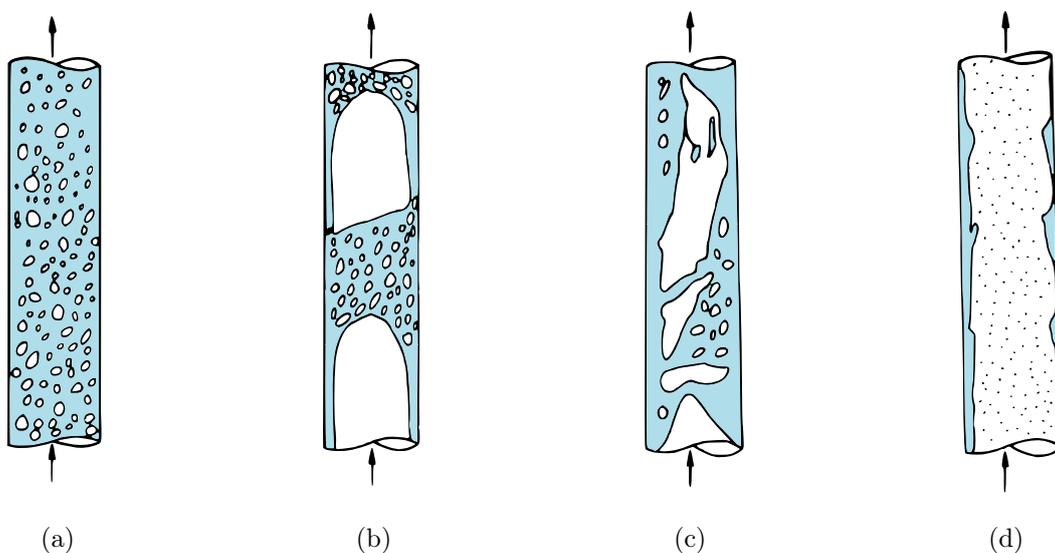


FIGURE 1.2: Régimes d'écoulements diphasique dans le cas d'un écoulement vertical ascendant : (a) écoulement à bulles, (b) écoulement à bouchons, (c) écoulement à forte coalescence et (d) écoulement annulaire [9].

### 1.2.2 Méthodes de mesure de taux de vide

La mesure du taux de vide est un besoin récurrent dans l'étude des écoulements diphasiques, en particulier les écoulements liquide-gaz qui sont courants dans la nature et dans l'industrie. Les techniques de mesure du taux de vide sont basées sur des principes physiques variés, regroupés ici selon la classification proposée par Gardenghi [10]. Les méthodes mécaniques comprennent la fermeture rapide des vannes, les corrélations entre le taux de vide et la chute de pression dans une conduite, ainsi que l'utilisation de sondes ultrasonores. Les méthodes optiques incluent la visualisation directe, comme l'utilisation de fibres optiques ou encore la *Particle Image Velocimetry* (PIV) en laboratoire. Les méthodes électriques utilisent par exemple des mesures de résistance ou de capacité électrique. Enfin, les méthodes radiatives font appel aux rayons X, aux rayons  $\gamma$  ou à l'émission de neutrons.

Pour mesurer le taux de vide dans un réacteur à caloporteur sodium (RNR-Na), plusieurs contraintes doivent être prises en compte. D'abord, les propriétés physico-chimiques du sodium limitent les méthodes envisageables. Étant donné que le sodium est opaque, la plupart des techniques optiques ne peuvent pas être utilisées. La conductivité électrique élevée du sodium restreint l'utilisation des techniques de mesure basées sur la mesure de l'impédance [8]. Bien que la radiographie par rayons X se soit révélée être un outil efficace pour visualiser les écoulements diphasiques de métaux liquides en laboratoire, elle présente des limites en termes de résolution [11]. Par ailleurs, effectuer une mesure du taux de vide dans l'environnement d'un réacteur entraîne que l'instrumentation doit être capable de fonctionner dans un environnement corrosif, avec des températures dépassant les 400°C, et éventuellement avec une exposition à l'irradiation du circuit primaire. Enfin, des considérations liées à la sûreté nucléaire entrent en jeu. Les capteurs doivent fournir des mesures stables dans le temps, être faciles à remplacer et à étalonner. Dans la mesure du possible, ils doivent également être non intrusifs et compacts.

Actuellement, des analyses chimiques sont réalisées en temps réel sur les circuits de sodium pour détecter d'éventuelles fuites d'eau et les réactions chimiques qui en résultent. Une fraction de l'hydrogène dissous dans le sodium, formé par la réaction entre le sodium et l'eau, est capté à travers une membrane en nickel. Sa concentration est ensuite mesurée afin de déterminer si elle dépasse le seuil indiquant une fuite [1]. Cependant, l'utilisation de ces analyses présente des difficultés telles que des temps de réponse prolongés, des perturbations des signaux liées à l'environnement et la nécessité fréquente de recalibrage [12]. Afin d'améliorer la surveillance en temps réel, d'obtenir des mesures redondantes et diversifiées, ainsi que de faciliter la maintenance, il est nécessaire d'utiliser d'autres capteurs.

D'autres méthodes de détection peuvent être explorées parmi les techniques de contrôle non destructif, qui se répartissent en différentes catégories telles que les méthodes radiatives, optiques, acoustiques et électromagnétiques. Dans le contexte de la surveillance des réacteurs nucléaires, des études sont en cours sur l'utilisation de méthodes acoustiques résistantes aux conditions chaudes et irradiantes du milieu pour mesurer l'engazement du sodium. Cependant, en raison de la conductivité électrique élevée du sodium, les méthodes électromagnétiques suscitent également un grand intérêt. Les techniques électromagnétiques peuvent varier en fonction du matériau étudié, mais en ce qui concerne les matériaux conducteurs, les courants de Foucault sont souvent utilisés [13]. Ces courants, générés par induction électromagnétique, permettent de détecter et de caractériser les défauts présents sur (et sous) des surfaces métalliques. Souvent, deux méthodes complémentaires sont utilisées : les fissures présentes à la surface de l'acier sont localisées par l'inspection par particules magnétiques, puis leur profondeur est déterminée à l'aide des courants de Foucault [13]. Les bulles présentes dans un écoulement de liquide conducteur peuvent être assimilées à des défauts internes d'un solide conducteur non ferromagnétique. Ainsi, les courants de Foucault représentent un outil potentiel pour leur détection.

### 1.3 Objectifs de la thèse

Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet TECNA mené par le CEA, dont l'objectif est d'améliorer les instrumentations pour le suivi et la sûreté des futurs réacteurs à neutrons rapides. Les courants de Foucault sont déjà exploités dans le cadre de la débitmètrie des écoulements de métaux liquides. Ces capteurs sont appelés débitmètres électromagnétiques (DEM) lorsque le champ magnétique est constant, et débitmètres à distorsion de flux (DDF) ou *Eddy-Current Flow Meters* (ECFM) lorsque le champ est oscillant. Lors de l'utilisation des ECFM, il a été constaté que la mesure du débit est perturbée par la présence de bulles dans le métal. Face à ces observations, il est intéressant d'explorer l'utilisation des courants de Foucault pour détecter et caractériser la présence de gaz dans un écoulement de sodium. Des éléments de réponse ont été apportés par deux thèses réalisées précédemment en collaboration entre le CEA et l'IMFT, par Mitlesh Kumar (2016) et Rafael Guichou (2019).

Cette thèse a pour objectif d'étudier l'interaction entre un champ magnétique oscillant et un écoulement de métal liquide contenant des inclusions isolantes à l'aide d'un ECFM. Pour cela, les équations de l'électromagnétisme et du couplage magnétohydrodynamique sont rappelées, et une revue de la littérature sur l'utilisation des ECFM est réalisée. Afin d'interpréter les signaux mesurés en présence de bulles, une modélisation du capteur est nécessaire. Des simulations numériques Comsol ainsi qu'un modèle analytique sont développés, ce dernier étant moins coûteux et permettant de comprendre l'influence des différents paramètres physiques. Une méthode inverse est élaborée pour déterminer la position et le diamètre d'une bulle traversant un ECFM à partir de la perturbation qu'elle induit sur le signal. Des expériences sont réalisées dans un métal liquide statique afin de valider précisément la modélisation et la méthode inverse pour des billes solides en mouvement. Par la suite, la méthode est appliquée à la caractérisation de trains de bulles en ascension dans un métal liquide au repos. Une boucle expérimentale a été mise en place et munie de plusieurs instrumentations dont un ECFM pour étudier l'effet du passage de bulles de diamètre contrôlé dans un écoulement turbulent de métal liquide. Les premiers essais réalisés ont permis de valider la modélisation de l'interaction électromagnétique entre l'écoulement et les bulles. Ensuite, une attention particulière a été accordée à la modélisation de la réponse de l'ECFM en présence d'un grand nombre de bulles. Cette modélisation a été guidée par des expériences de lâcher de bulles effectuées dans un métal liquide au repos. Les résultats montrent qu'il existe des configurations d'ECFM plus sensibles à l'écoulement, à ses fluctuations et aux sillages, tandis que d'autres configurations sont plus sensibles au taux de vide dans la conduite. Ces observations ouvrent des perspectives intéressantes pour l'utilisation de cette modélisation dans le développement d'une méthode inverse permettant de mesurer le taux de vide.

Les travaux présentés ici dépassent le cadre de la détection de bulles dans les réacteurs nucléaires refroidis au sodium. Les métaux liquides constituent un domaine de recherche actif, et de nouvelles applications sont régulièrement explorées. Par exemple, les métaux liquides sont utilisés comme fluide caloporteur dans les centrales solaires thermiques à concentration [14]. En métallurgie, l'injection de bulles d'argon dans le processus de coulée continue de l'acier permet d'éviter le colmatage des buses d'injection et de remonter les impuretés à la surface, réduisant ainsi leur présence dans les pièces moulées [15]. Les métaux liquides à basse température offrent de nombreuses applications en médecine (matériaux bioélectriques, administration de médicaments), en électronique (impression 3D, refroidissement) et en chimie (catalyse) [16]. Les courants de Foucault sont aussi utilisés pour le contrôle de la qualité des matériaux, notamment pour détecter les fissures, les inclusions ou les variations d'épaisseur dans les pièces métalliques [13]. Enfin, les techniques inductives sont couramment employées pour évaluer les propriétés géologiques des formations rocheuses et la sonde utilisée est parfois très similaire à un ECFM [17].

À la suite de ce chapitre introductif, le manuscrit est organisé de la façon suivante :

- Le chapitre 2 présente les équations de l'électromagnétisme et les simplifications préliminaires à leur utilisation pour le problème de l'ECFM. Il introduit quelques effets physiques présents dans le cadre de l'approximation des régimes quasi stationnaires tel que l'effet de peau, dont la compréhension est nécessaire pour aborder la détection de bulles. Le couplage qui a lieu entre l'électrodynamique et la mécanique des fluides est discuté en seconde partie, résumant ainsi les équations et les nombres adimensionnels clés de la magnétohydrodynamique incompressible.
- Le chapitre 3 présente une revue de la littérature sur les débitmètres à courants de Foucault. Leur principe de fonctionnement est détaillé et un bilan des modélisations théoriques et des résultats expérimentaux est réalisé. La sensibilité de ce capteur lorsqu'il est traversé par des bulles est démontrée et les travaux effectués sur le sujet sont introduits. Pour mieux appréhender les aspects expérimentaux de cette thèse, la dynamique des bulles dans un métal liquide est également discutée, ainsi que les caractéristiques d'un métal liquide facilement utilisable en laboratoire : le galinstan.
- Le chapitre 4 présente un modèle analytique de la perturbation du champ magnétique générée par le passage d'une inclusion isolante dans un ECFM. Sous certaines hypothèses, ce modèle permet de calculer rapidement la réponse d'un ECFM lorsqu'une bulle de taille et de position connue traverse l'ECFM. Les résultats obtenus sont ensuite comparés à une résolution numérique réalisée à l'aide de la méthode des éléments finis. De plus, une méthode inverse est développée, permettant de déterminer les caractéristiques géométriques de l'inclusion à partir du signal mesuré.
- Le chapitre 5 présente diverses vérifications expérimentales des observations issues de la modélisation analytique et numérique. Le passage d'une inclusion de diamètre et de position connus dans un ECFM permet de vérifier avec précision les prédictions du modèle. Des trains de bulles sont ensuite injectés dans une colonne de métal liquide statique afin de démontrer la possibilité de prédire un débit de gaz à partir de la méthode inverse élaborée précédemment.
- Le chapitre 6 présente le dispositif expérimental développé au cours de la thèse pour étudier le passage de bulles dans un écoulement de métal liquide. Les différentes caractéristiques et les composants de la boucle de circulation expérimentale sont présentés en détail. L'utilisation de l'ECFM est d'abord validée avec des écoulements monophasiques, puis l'injection de trains de bulles est réalisée afin de vérifier la capacité du montage expérimental à détecter le passage des bulles ainsi qu'à quantifier leur volume et leur position radiale.
- Le chapitre 7 présente une méthode permettant de calculer le signal généré par le passage de plusieurs inclusions dans la section de l'ECFM à partir du modèle analytique développé précédemment. La validité de cette méthode est démontrée pour les faibles taux de vide. Le modèle analytique permet d'évaluer l'influence du taux de vide, des diamètres et des positions des inclusions sur le signal. De nouvelles géométries d'ECFM sont introduites pour améliorer le rapport signal sur bruit lors d'une mesure du taux de vide. Enfin, un premier développement de méthode inverse permettant de déterminer le taux de vide dans un écoulement diphasique est présenté.



## Chapitre 2

# Équations de la magnétohydrodynamique

*Ce chapitre présente les équations de l'électromagnétisme et les simplifications préliminaires à leur utilisation pour le problème de l'ECFM. Il introduit quelques effets physiques présents dans le cadre de l'approximation des régimes quasi stationnaires tel que l'effet de peau, dont la compréhension est nécessaire pour aborder la détection de bulles. Le couplage qui a lieu entre l'électrodynamique et la mécanique des fluides est discuté en seconde partie, résumant ainsi les équations et les nombres adimensionnels clés de la magnétohydrodynamique incompressible.*

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Électrodynamique</b>	<b>10</b>
2.1.1	Équations de Maxwell	10
2.1.2	Conditions aux interfaces	11
2.1.3	Loi d'Ohm pour un conducteur en mouvement	12
2.1.4	ARQS magnétique	13
2.1.5	Formulation en potentiels	14
2.1.6	Force de Laplace dans un milieu continu	15
2.1.7	Effet de peau	17
2.1.8	Courants de Foucault	19
<b>2.2</b>	<b>Couplage avec la mécanique des fluides</b>	<b>19</b>
2.2.1	Équations de conservation	19
<b>2.3</b>	<b>Adimensionnement</b>	<b>20</b>

---

## 2.1 Électrodynamique

Les équations de l'électrodynamique sont nécessaires à la compréhension du fonctionnement d'un ECFM. Dans ce dispositif, on observe la diffusion d'un champ magnétique oscillant à travers un milieu conducteur. Ce champ magnétique engendre un champ électrique qui, à son tour, induit l'apparition de courants électriques, communément appelés courants de Foucault. Lorsque des bulles de gaz, qui sont des milieux électriquement isolants, traversent ce milieu conducteur, elles perturbent ces courants électriques ainsi que le flux du champ magnétique qui en résulte.

### 2.1.1 Équations de Maxwell

Les équations de Maxwell décrivent l'évolution, à l'échelle microscopique, des champs électrique  $\mathbf{e}$  et magnétique  $\mathbf{b}$  en fonction des distributions et des charges électriques dans le vide et de leurs mouvements. Moyennées à l'échelle d'un milieu continu, elle décrivent l'évolution macroscopique des champs électrique  $\mathbf{E}$  et magnétique  $\mathbf{B}$  en fonction des densités de charges  $\rho_e$  et des courants électriques  $\mathbf{J}$  qui les génèrent [18]. La résolution de ces équations nécessite la connaissance des conditions aux limites spécifiques au problème posé. Associées la loi de force de Lorentz  $\mathbf{F}_{\text{lor}} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ , qui décrit la force subie par une charge électrique  $q$  se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{u}$  dans un champ électromagnétique, les équations de Maxwell résument le contenu théorique de l'électrodynamique classique.

L'équation de Maxwell-Gauss établit une relation entre le flux du champ électrique sortant d'une surface fermée et la charge électrique contenue à l'intérieur de ce volume. Cette équation peut être exprimée à la fois sous forme intégrale et locale :

$$\oiint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}. \quad (2.1)$$

Dans cette équation,  $Q_{\text{int}}$  représente la charge contenue à l'intérieur du volume délimité par l'intégrale fermée, et  $\varepsilon_0 \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$  correspond à la permittivité diélectrique du vide. D'autre part, l'équation de Maxwell-Faraday établit une relation entre les variations du champ magnétique dans le temps et la circulation du champ électrique le long d'un contour fermé :

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{et} \quad \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (2.2)$$

L'équation de Maxwell-Thomson, également connue sous le nom de loi de Gauss pour le magnétisme, énonce le fait qu'il n'existe pas de monopôles magnétiques. Cette équation stipule que le flux magnétique total à travers une surface fermée est toujours nul :

$$\oiint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.3)$$

Enfin, l'équation de Maxwell-Ampère établit une relation entre la circulation du champ magnétique autour d'un contour fermé, la somme des courants électriques traversant ce contour et la variation du champ électrique dans le temps :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \iint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \iint \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{et} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Dans la relation (2.4), le second terme du membre de droite est également connu sous le nom de terme de courant de déplacement. La constante  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$  correspond à la perméabilité magnétique du vide. Cette constante est liée à la permittivité diélectrique du vide  $\varepsilon_0$  et à la vitesse de la lumière  $c$  par la relation  $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$ .

### 2.1.2 Conditions aux interfaces

Au niveau des interfaces entre deux milieux, les champs électrique et magnétique peuvent présenter des discontinuités lorsque ces surfaces portent des charges ou des courants électriques. Les relations décrivant ces discontinuités peuvent être déduites en intégrant les équations de Maxwell à proximité de l'interface [18]. Pour le champ électrique  $\mathbf{E}$ , les relations de sauts entre deux milieux indicés 1 et 2 prennent la forme :

$$\hat{\mathbf{n}}_{21} \cdot [\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2] = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{n}}_{21} \times [\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2] = \mathbf{0}, \quad (2.5)$$

où  $\hat{\mathbf{n}}_{21}$  est un vecteur unitaire normal à l'interface dirigé du milieu 2 vers le milieu 1. Ces conditions traduisent la continuité de la composante parallèle à la surface  $\mathbf{E}^{\parallel}$ , tandis que la composante perpendiculaire  $\mathbf{E}^{\perp}$  présente une discontinuité liée à la densité surfacique de charges électriques  $\sigma_f$ . Cette relation de saut est illustrée sur la figure 2.1a. En procédant de la même manière pour le champ magnétique  $\mathbf{B}$ , on obtient :

$$\hat{\mathbf{n}}_{21} \cdot [\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2] = 0 \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{n}}_{21} \times [\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2] = \mu_0 \mathbf{K}_f. \quad (2.6)$$

Cette fois-ci, la composante perpendiculaire  $\mathbf{B}^{\perp}$  du champ magnétique est continue à travers l'interface, tandis que la composante parallèle  $\mathbf{B}^{\parallel}$  présente une discontinuité liée à la densité surfacique de courants électriques  $\mathbf{K}_f$ . Cette relation de saut est illustrée sur la figure 2.1b.

Notons que si l'interface se déplace à la vitesse  $\mathbf{v}$  dans le référentiel où les champs sont mesurés, les conditions aux limites sur les composantes parallèles doivent être modifiées selon les relations suivantes [19] :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{n}}_{21} \times [\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2] - (\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}}_{21}) [\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2] = \mathbf{0}, \\ \hat{\mathbf{n}}_{21} \times [\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2] - \frac{(\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}}_{21})}{c^2} [\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2] = \mu_0 \mathbf{K}_f. \end{cases} \quad (2.7)$$

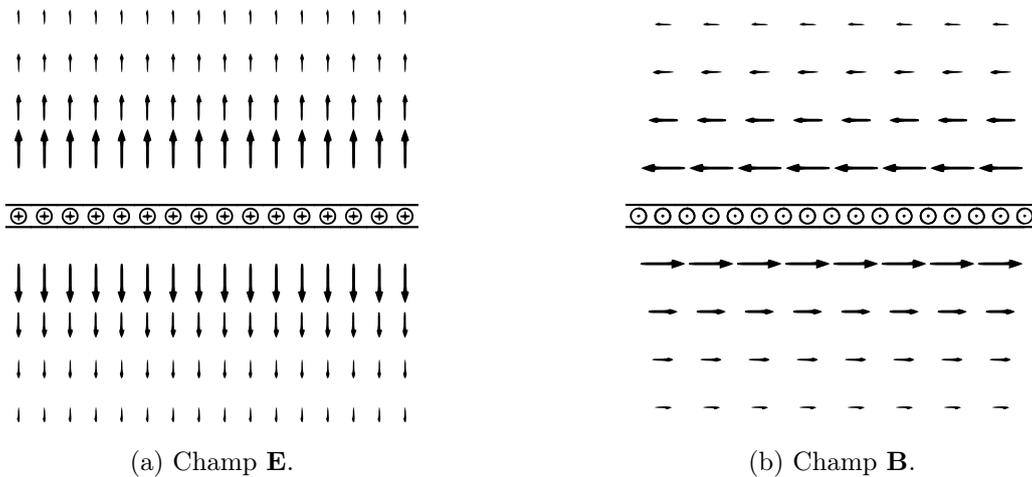


FIGURE 2.1: Illustration des relations de saut pour le champ électromagnétique au passage d'une interface : (a) pour la composante normale du champ électrique au niveau d'une interface chargée et (b) pour la composante perpendiculaire du champ magnétique au niveau d'une interface parcourue par un courant.

### 2.1.3 Loi d'Ohm pour un conducteur en mouvement

Pour la plupart des matériaux, il a été observé expérimentalement qu'une densité de courant électrique  $\mathbf{J}$  est induite proportionnellement à la force électrique exercée par unité de charge  $\mathbf{f}_{\text{el}}$ . Cela peut être exprimé par la relation suivante :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{f}_{\text{el}}, \quad (2.8)$$

où le coefficient  $\sigma$  représente la conductivité électrique, une constante empirique qui varie en fonction du matériau. Pour les matériaux considérés ici, nous supposons que la conductivité est isotrope et ne dépend pas de la direction des courants électriques. Considérons maintenant un milieu conducteur se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{u}$  dans un champ électrique  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique  $\mathbf{B}$ . Dans le référentiel de ce milieu conducteur, les charges peuvent se mouvoir à une vitesse non nulle  $\mathbf{v}$ , par exemple sous l'effet d'une différence de potentiel. Dans le référentiel du laboratoire, la force résultante par unité de charge, déduite de l'expression de la force de Lorentz, se note alors :

$$\mathbf{f}_{\text{el}} = \frac{\mathbf{F}_{\text{lor}}}{q} = [\mathbf{E} + (\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times \mathbf{B}]. \quad (2.9)$$

Si la vitesse des charges dans le référentiel du milieu conducteur,  $\mathbf{v}$ , est négligeable par rapport à la vitesse du conducteur dans le référentiel du laboratoire,  $\mathbf{u}$ , alors le terme lié à l'effet Hall,  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , peut être négligé. Cette hypothèse est valide pour les courants électriques dans les milieux conducteurs, car les porteurs de charge sont nombreux et sont capables de maintenir un courant important malgré une vitesse individuelle faible [20]. En considérant cette approximation, la loi d'Ohm décrivant la densité de courant induite peut être déduite des équations précédentes :

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (2.10)$$

Une illustration de l'application de la loi d'Ohm aux métaux liquides est la débitmétrie électromagnétique. Cette technique consiste à appliquer un champ magnétique  $\mathbf{B}$  perpendiculaire au champ de vitesse  $\mathbf{u}$  du fluide à l'intérieur d'une conduite, afin d'induire un courant électrique dans la direction orthogonale aux champs magnétique et de vitesse. Le courant est ensuite mesuré à l'aide d'électrodes fixées sur la conduite, et est théoriquement relié à la vitesse d'écoulement. Ce principe est illustré dans la figure 2.2. Il existe différents modèles de débitmètres électromagnétiques (DEM) qui utilisent des champs magnétiques statiques ou alternatifs [21].

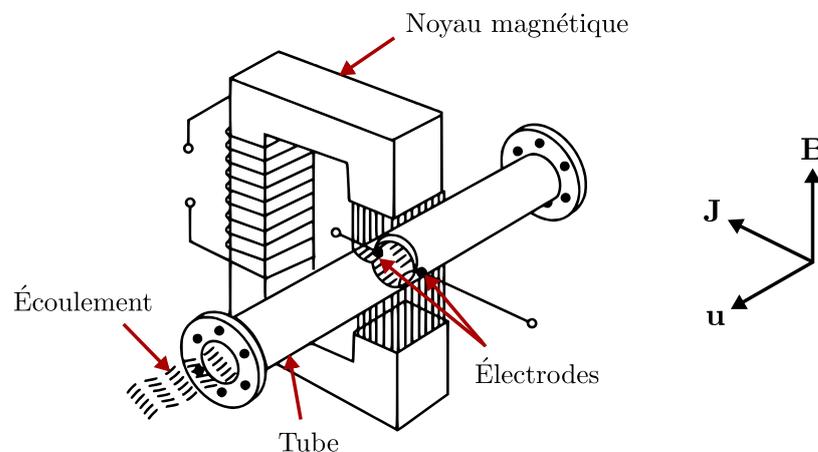


FIGURE 2.2: Schéma d'un débitmètre électromagnétique où un courant électrique est généré par le déplacement d'un fluide conducteur dans un champ magnétique. Les vecteurs densité de courant électrique  $\mathbf{J}$ , champ magnétique  $\mathbf{B}$  et champ de vitesse  $\mathbf{u}$  sont tous orthogonaux deux à deux. Image : electricalworkbook.com.

### 2.1.4 ARQS magnétique

Dans l'équation de Maxwell-Ampère (2.4) et dans le cadre d'un forçage périodique, la contribution de chacun des termes peut être analysée en fonction de la pulsation du forçage  $\omega$ . Pour effectuer cette analyse, des ordres de grandeurs caractéristiques des systèmes étudiés par la suite sont choisis : une longueur  $d \approx 0.1$  m, une pulsation  $\omega \approx 10000$  rad.s<sup>-1</sup>, une conductivité électrique typique des matériaux métalliques  $\sigma \approx 10^6$  S.m<sup>-1</sup> et une vitesse de déplacement  $u \approx 1$  m.s<sup>-1</sup>.

En notant  $E$  et  $B$  les amplitudes caractéristiques des champs électriques et magnétiques et en utilisant l'équation de Maxwell-Faraday (2.2) pour déterminer l'ordre de grandeur  $E/B \approx \omega d$ , le rapport entre le terme de courant de déplacement et le rotationnel du champ magnétique  $\nabla \times \mathbf{B}$  est estimé :

$$\frac{\left\| \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right\|}{\left\| \nabla \times \mathbf{B} \right\|} \approx \frac{\omega d E}{c^2 B} \approx \frac{\omega^2 d^2}{c^2} \approx 10^{-11} \ll 1. \quad (2.11)$$

La condition  $\omega d/c \ll 1$  implique que le temps nécessaire à la propagation des signaux électromagnétiques est très petit devant le temps caractéristique d'évolution de ces signaux : le phénomène de propagation peut être considéré comme instantané. De la même manière, le rapport entre le terme de courant de déplacement et les courants électriques est calculé :

$$\frac{\left\| \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right\|}{\left\| \mu_0 \mathbf{J} \right\|} \approx \frac{\varepsilon_0 \omega E}{\sigma(E + uB)} \approx \frac{\varepsilon_0 \omega^2 d}{\sigma(\omega d + u)} \approx 10^{-13} \ll 1. \quad (2.12)$$

Dans ces conditions que l'on appelle l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétiques (ARQS), le terme de courant de déplacement est négligé dans l'équation (2.4). Ainsi, l'équation peut être simplifiée et s'écrit alors :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (2.13)$$

La forme générale de l'équation de conservation de la charge électrique est la suivante :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t}. \quad (2.14)$$

Sous l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétique, cette équation de conservation se déduit maintenant de la divergence de l'équation (2.13) et le champ  $\mathbf{J}$  devient solénoïdal :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (2.15)$$

Cette relation est caractéristique des milieux fortement conducteurs où les charges électriques se répartissent très rapidement sur leurs surfaces. Ce phénomène peut être mis en évidence en prenant la divergence de la loi d'Ohm (2.10) et en la combinant avec la loi de Maxwell-Gauss (2.1) ainsi que la conservation de la charge (2.14). Cela permet d'obtenir une équation d'évolution pour la densité de charge électrique  $\rho_e$  :

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \rho_e + \sigma \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = 0. \quad (2.16)$$

Pour une situation statique où  $\mathbf{u} = 0$ , l'équation précédente est simplifiée et la densité de charge décroît exponentiellement :

$$\rho_e(t) = \rho_e(0) \exp(-t/\tau), \quad (2.17)$$

avec  $\tau = \varepsilon_0/\sigma$  le temps caractéristique de réorganisation ou de disparition des charges électriques.

Ce temps caractéristique est d'environ  $10^{-18}$  s dans des milieux métalliques [22]. Ainsi, après un court régime transitoire, la densité volumique de charge devient approximativement nulle dans les conducteurs stationnaires et les charges se sont déplacées, par exemple, sur les surfaces du milieu conducteur. Dans le cas d'un conducteur en mouvement, la solution de l'équation (2.16) pour des temps caractéristiques supérieurs à  $\tau = \varepsilon_0/\sigma$  est donnée par :

$$\rho_e = -\varepsilon_0 \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (2.18)$$

Il sera démontré ultérieurement que cette densité volumique de charge est très faible et engendre une force électrique et des courants qui sont négligeables. En combinant l'équation de Maxwell-Ampère dans l'ARQS (2.13) ainsi que la loi de Maxwell-Faraday et la loi d'Ohm, on obtient une équation d'évolution du champ magnétique :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \left( \frac{\mathbf{J}}{\sigma} - \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right) = \nabla \times \left( \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu_0 \sigma} \right). \quad (2.19)$$

En utilisant l'identité vectorielle  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$  et en sachant que le champ magnétique est à divergence nulle, l'équation d'évolution du champ magnétique peut être réécrite de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \lambda \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (2.20)$$

où  $\lambda = (\mu_0 \sigma)^{-1}$  est la diffusivité magnétique. Cette équation, qui est une équation de transport du champ  $\mathbf{B}$ , est connue sous le nom d'équation d'induction [22].

### 2.1.5 Formulation en potentiels

Les équations de Maxwell peuvent être reformulées à l'aide du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  et du potentiel électrique  $V$ . Les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  sont définis à partir de ces potentiels :

$$\begin{cases} \mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \\ \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \end{cases} \quad (2.21)$$

Ces potentiels vérifient les équations de Maxwell-Faraday (2.2) et de Maxwell-Thomson (2.3). En substituant ces définitions dans (2.1) et (2.4), la formulation en potentiel des équations de Maxwell est obtenue sous la forme d'une équation scalaire et d'une équation vectorielle :

$$\nabla^2 V + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{A}) = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0}, \quad (2.22)$$

$$\left( \nabla^2 \mathbf{A} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} \right) - \nabla \left( \nabla \cdot \mathbf{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mathbf{J}. \quad (2.23)$$

Selon le théorème de Helmholtz, il est nécessaire d'imposer à la fois la divergence et le rotationnel d'un champ vectoriel pour le définir de manière unique. Le potentiel vecteur est indéterminé puisque seule son rotationnel est contraint par une équation physique. Dans ce cas, il faut lui imposer de façon artificielle une contrainte supplémentaire pour en sélectionner une configuration parmi les solutions physiquement équivalentes. Ce choix « libre » de contrainte pour le potentiel vecteur est appelé choix de jauge et c'est la jauge de Coulomb,  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ , qui sera utilisée par la suite [18]. Ce choix de jauge, combiné à la forme de l'équation de Maxwell-Ampère dans l'ARQS (2.13), simplifie largement la formulation en potentiel des équations de Maxwell, qui se réduisent

à une équation de Poisson scalaire et une équation de Poisson vectorielle. Ces équations font apparaître quatre termes sources  $(\rho, \mathbf{J})$  :

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0}, \quad (2.24)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}. \quad (2.25)$$

Pour les milieux conducteurs considérés, il est possible d'exprimer la densité volumique de charge en fonction du potentiel vecteur en utilisant l'équation (2.18) :

$$\rho_e = -\varepsilon_0 \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = -\varepsilon_0 \nabla \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})]. \quad (2.26)$$

De la même manière, la densité volumique de courant électrique  $\mathbf{J}$  est une fonction des potentiels  $V$  et  $\mathbf{A}$ . Cette fonction est déterminée à partir de la loi d'Ohm (2.10) définie précédemment :

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) = \sigma \left[ -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right]. \quad (2.27)$$

Les équations d'évolution du potentiel électrique  $V$  et du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  sont alors obtenues en substituant les deux expressions précédentes dans les équations de Poisson (2.24) et (2.25) :

$$\nabla^2 V = \nabla \cdot [\mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})], \quad (2.28)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \sigma \left[ \nabla V + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right]. \quad (2.29)$$

L'intérêt de cette formulation réside dans le fait qu'elle réduit le nombre d'inconnues de 6 ( $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ ) à 4 ( $\mathbf{A}$  et  $V$ ) tout en simplifiant les équations ainsi que le traitement des termes sources et des conditions aux limites.

Les conditions aux limites sur les champs  $\mathbf{E}$  (2.5) et  $\mathbf{B}$  (2.6) établies précédemment peuvent également être formulées en terme de potentiels. Le potentiel électrique  $V$  est continu à travers une interface et cela entraîne, avec le choix de jauge de Coulomb, que le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  est lui aussi continu :

$$V_1 = V_2 \quad \text{et} \quad \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2. \quad (2.30)$$

Néanmoins, les gradients des potentiels héritent des discontinuités des champs :

$$\hat{\mathbf{n}}_{21} \cdot [\nabla V_1 - \nabla V_2] = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{n}}_{21} \times [\nabla \times \mathbf{A}_1 - \nabla \times \mathbf{A}_2] = \mu_0 \mathbf{K}_f, \quad (2.31)$$

où  $\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla V = \partial V / \partial n$  représente la dérivée d'un champ scalaire dans la direction normale à la surface et  $\hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \mathbf{A}$  représente la dérivée de la composante tangentielle à la surface d'un champ vectoriel dans la direction normale à la surface.

### 2.1.6 Force de Laplace dans un milieu continu

Lorsqu'il y a des courants électriques dans un conducteur immergé dans un champ magnétique, cela entraîne l'apparition d'une force volumique qui peut être déterminée à partir de l'expression de la force de Lorentz. Considérons par exemple un conducteur de volume  $\mathcal{V}$  se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{u}$  dans le référentiel du laboratoire, qui contient des charges  $q_i$  se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{v}_i$  dans le référentiel du conducteur. Les charges se déplacent alors à la vitesse  $\mathbf{u} + \mathbf{v}_i$  dans le référentiel du laboratoire, et cette vitesse peut être différente pour chaque charge (par exemple, si les électrons se déplacent sous l'effet d'une différence de potentiel électrique mais pas les protons).

La force résultante s'exerçant sur tout le volume peut être exprimée en sommant les forces agissant sur toutes les charges du volume :

$$\mathbf{F} = \sum_i q_i [\mathbf{E} + (\mathbf{u} + \mathbf{v}_i) \times \mathbf{B}]. \quad (2.32)$$

La densité volumique de charge  $\rho_e$  et la densité de courant électrique  $\mathbf{J}$  sont définis par les sommes suivantes :

$$\rho_e = \frac{\sum_i q_i}{\mathcal{V}} \quad \text{et} \quad \mathbf{J} = \frac{\sum_i q_i \mathbf{v}_i}{\mathcal{V}}. \quad (2.33)$$

À l'aide de ces définitions, la force de Laplace par unité de volume, qui est la résultante de l'action de la force de Lorentz sur les particules chargées dans un conducteur, est notée  $\mathbf{f}_{\text{lap}}$  et s'écrit :

$$\mathbf{f}_{\text{lap}} = \rho_e(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (2.34)$$

Les ordres de grandeurs des deux termes du membre de droite sont comparés pour les valeurs de conductivité et de pulsation utilisées précédemment, en utilisant la relation (2.18) pour estimer la densité de charges électriques. Il apparaît que le premier terme du membre de droite est négligeable :

$$\frac{\|\rho_e(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})\|}{\|\mathbf{J} \times \mathbf{B}\|} \approx \frac{\|\rho_e(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})\|}{\|\sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}\|} \approx \frac{\rho_e}{\sigma B} \approx \frac{\varepsilon_0 u}{\sigma d} \approx 10^{-16} \ll 1. \quad (2.35)$$

Cela indique que la densité de charge dans le milieu conducteur est très faible, ce qui entraîne une force négligeable. Par conséquent, la force volumique exercée sur le conducteur par unité de volume peut être approximée par :

$$\mathbf{f}_{\text{lap}} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (2.36)$$

Le pompage électromagnétique est une application courante de la force de Laplace aux métaux liquides. Par exemple, dans une pompe à conduction à courant continu, un courant électrique est imposé en même temps qu'un champ magnétique transversal, ce qui induit une force dans la direction souhaitée pour l'écoulement. Ce principe est illustré dans la figure 2.3. D'autres modèles de pompes existent, où les courants électriques sont induits par un champ magnétique alternatif [23].

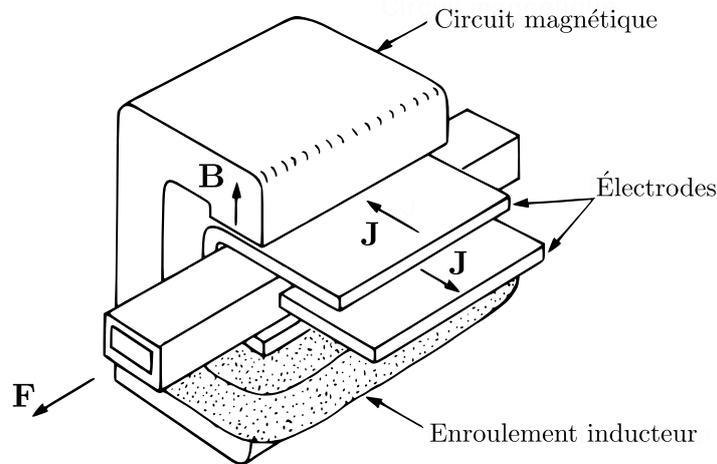


FIGURE 2.3: Schéma d'une pompe à conduction à courant continu où un écoulement est généré par un courant électrique circulant dans un champ magnétique. Les vecteurs densité de courant électrique  $\mathbf{J}$ , champ magnétique  $\mathbf{B}$  et force de Laplace  $\mathbf{F}$  sont tous orthogonaux deux à deux [23].

### 2.1.7 Effet de peau

La pénétration des ondes électromagnétiques à l'intérieur d'un conducteur est atténuée par la formation de courants électriques en surface du conducteur. Ces courants sont confinés dans une fine épaisseur dite « de peau », dont la dimension caractéristique est notée  $\delta$ . Pour comprendre l'origine de ces courants et déterminer l'ordre de grandeur de cette épaisseur de peau, on considère les équations de Maxwell-Faraday (2.2) et de Maxwell-Ampère (2.4). Pour un milieu conducteur au repos et en utilisant la loi d'Ohm correspondante  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ , ces deux équations deviennent :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \sigma \mathbf{E}. \quad (2.37)$$

En prenant le rotationnel de chacune de ces équations, deux équations de propagation pour les champs électrique et magnétique sont obtenues :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (2.38)$$

Dans le cas d'un milieu isolant ( $\sigma \rightarrow 0$ ) tel que l'air ou le vide, les dérivées premières par rapport au temps disparaissent et deux équations d'onde sont obtenues, avec pour vitesse de propagation la vitesse de la lumière  $c$ . Cependant, sous l'approximation des régimes quasi-stationnaires et pour un milieu conducteur, ce sont les dérivées secondes par rapport au temps qui deviennent négligeables. Ainsi, ces équations de propagation se réduisent dans les conducteurs à deux équations de diffusion :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (2.39)$$

Ces relations admettent des solutions sous la forme d'onde planes sinusoïdales amorties se propageant dans un milieu semi-infini [13, 24]. Par exemple, un champ magnétique orienté le long de l'axe  $x$  et se propageant dans la direction  $z$  peut être représenté par l'expression suivante :

$$B_x(z, t) = B_0 e^{-\beta z} e^{j(\omega t - kz)}, \quad (2.40)$$

avec  $j^2 = -1$ ,  $\beta$  un coefficient positif d'amortissement et  $k$  le nombre d'onde. En injectant cette solution dans chaque terme de l'équation de diffusion du champ magnétique, il vient :

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = j\omega B_x \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} = (\beta + jk)^2 B_x. \quad (2.41)$$

En substituant chacune de ces quantités dans (2.39), on obtient une relation entre la pulsation, le nombre d'onde et le coefficient d'amortissement de l'onde plane :

$$j\omega \mu_0 \sigma = (\beta + jk)^2 = \beta^2 + 2jk\beta - k^2. \quad (2.42)$$

L'égalité entre les parties réelles et imaginaires impose les deux égalités suivantes :

$$\beta^2 = k^2 \quad \text{et} \quad \omega \mu_0 \sigma = 2k\beta. \quad (2.43)$$

Le coefficient d'amortissement étant positif, cela implique l'égalité entre le nombre d'onde et le coefficient d'amortissement  $\beta = k$ . Le champ magnétique s'écrit finalement :

$$B_x(z, t) = B_0 e^{-z/\delta} e^{j(\omega t - z/\delta)}. \quad (2.44)$$

Une expression pour  $\delta$  et  $k$  est déduite :

$$\delta = \frac{1}{k} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f\sigma\mu_0}}. \quad (2.45)$$

Dans le cas de la propagation d'une onde plane sinusoïdale amortie, l'expression (2.44) montre que la longueur  $\delta$  correspond exactement à la longueur pour laquelle le champ magnétique est atténué d'un facteur  $1/e$  ( $\approx 65\%$ ). Cette longueur est appelée épaisseur de peau et elle est inversement proportionnelle à la racine carrée de la pulsation  $\omega$ . Cela explique pourquoi la pénétration du champ magnétique diminue dans les conducteurs à mesure que la fréquence  $f$  augmente. De plus, la vitesse de propagation de l'onde, notée  $v_\phi = \omega/k$ , est bien inférieure à la vitesse de la lumière  $c$ . Cela signifie que même si le champ magnétique oscille à la même fréquence dans tout le milieu semi-infini, il y a un retard de phase qui dépend de la profondeur  $z$ . Ce retard de phase est exprimé par l'équation :

$$\arg[B_x(z)] - \arg B_0 = \left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right) - \omega t = -\frac{z}{\delta}, \quad (2.46)$$

et est proportionnel à la profondeur  $z$ . Une illustration de cet amortissement et du déphasage du champ magnétique est présentée dans la figure 2.4 pour différentes épaisseurs de peau. Ces épaisseurs peuvent correspondre à différentes fréquences d'oscillation ou à des milieux ayant des conductivités électriques différentes.

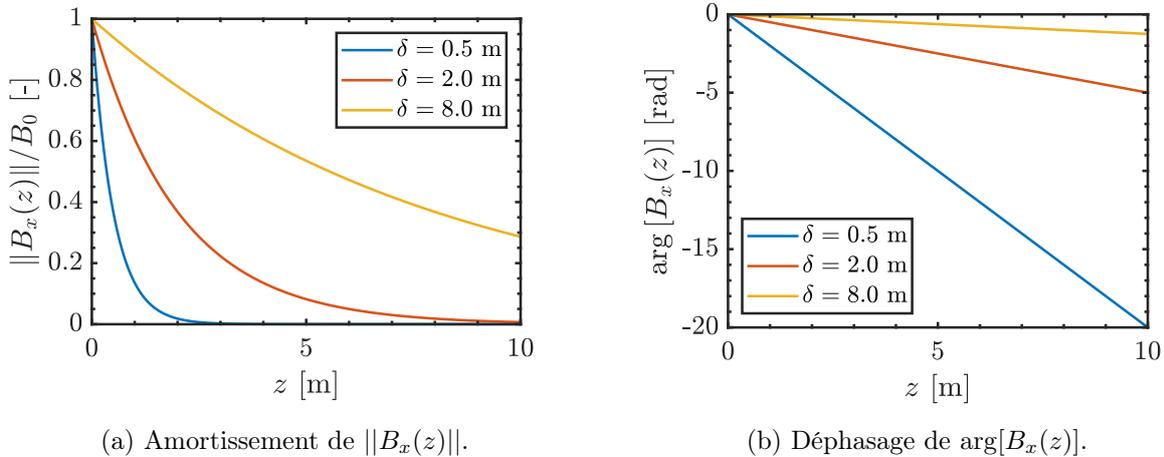


FIGURE 2.4: Propagation dans la direction  $z$  et dans un milieu conducteur semi-infini d'un champ magnétique oscillant et orienté selon l'axe  $x$ . L'atténuation de l'amplitude de l'onde plane sinusoïdale amortie ainsi que son déphasage sont représentées pour différentes épaisseurs de peau  $\delta$ .

Une fois que l'expression pour la propagation du champ magnétique a été obtenue, il est possible de déduire la propagation du champ électrique à partir de l'équation de Maxwell-Faraday (2.2) :

$$E_y(z, t) = \frac{J_y(z, t)}{\sigma} = B_x(z, t) \frac{1+j}{\mu_0\sigma\delta}. \quad (2.47)$$

Ce champ électrique oscillant, déphasé par rapport au champ magnétique, induit des courants qui à leur tour génèrent un champ magnétique. L'effet global de ces interactions conduit à une atténuation progressive des champs magnétique ( $\mathbf{B}$ ), électrique ( $\mathbf{E}$ ) et de courant ( $\mathbf{J}$ ), comme décrit dans l'équation (2.44) et illustré dans la figure 2.4.

### 2.1.8 Courants de Foucault

Lorsqu'un circuit électrique immobile, défini par un contour  $C$  qui entoure une surface  $S$ , est exposé à un flux magnétique variable  $\Phi$  provenant d'un champ magnétique variable  $\mathbf{B}$ , cela entraîne une induction électromagnétique. Cette induction électromagnétique peut aussi avoir lieu lorsque un circuit indéformable se déplace dans un champ magnétique inhomogène ou lorsque un circuit se déforme dans un champ magnétique quelconque. La loi de Lenz, qui découle de l'équation de Maxwell-Faraday (2.2), stipule qu'une force électromotrice est induite dans un conducteur dès que le flux du champ magnétique varie, et que cette force s'oppose au changement du flux magnétique qui en est à l'origine :

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2.48)$$

À l'intérieur d'un matériau conducteur, cette force électromotrice induit des courants électriques, connus sous le nom de courants de Foucault. Les courants de Foucault créent à leur tour un champ magnétique qui s'oppose à la cause de la variation du champ magnétique externe. Par exemple, si une bobine primaire génère un champ magnétique oscillant à proximité d'un milieu conducteur, des courants de Foucault apparaîtront dans le milieu conducteur. Ces courants réduisent l'amplitude du champ magnétique dans le matériau conducteur, ce qui entraîne une réduction du flux du champ magnétique. En conséquence, l'inductance  $L$  de la bobine source, définie comme le rapport entre le flux magnétique  $\Phi$  et le courant source  $I$  :  $L = \Phi/I$ , s'en retrouve réduite. Les courants de Foucault dissipent aussi de l'énergie par effet Joule dans le milieu conducteur et cet effet augmente la résistance effective  $R$  de la bobine primaire. Enfin, les courants de Foucault induits dans un matériau conducteur sont affectés par des variations de la conductivité électrique du matériau ou de sa composition. Il est possible d'utiliser cette dépendance pour mesurer une variation de conductivité ou la présence d'un défaut dans le matériau conducteur à partir des fluctuations de l'impédance d'une bobine primaire.

## 2.2 Couplage avec la mécanique des fluides

Il a été établi précédemment que les champs électrique  $\mathbf{E}$ , magnétique  $\mathbf{B}$ , et la densité de courant  $\mathbf{J}$  dans un matériau conducteur sont influencés par la vitesse  $\mathbf{u}$  du matériau conducteur. On dit alors que ces trois champs sont couplés au champ de vitesse. À l'inverse, les champs électromagnétiques ont une influence sur le champ de vitesse par l'intermédiaire de la force de Laplace. Pour étudier l'influence du mouvement d'un fluide sur le champ magnétique, comme c'est le cas pour l'ECFM, il est nécessaire de connaître le champ de vitesse  $\mathbf{u}$  de l'écoulement. Les équations de la mécanique des fluides permettant de déterminer ce champ de vitesse sont présentées ici pour le cas d'un liquide incompressible.

### 2.2.1 Équations de conservation

Les équations de la mécanique des fluides sont basées sur les principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, du moment cinétique et de l'énergie [25]. L'équation de continuité est la première équation fondamentale et décrit la conservation de la masse :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.49)$$

où  $\rho$  représente la masse volumique du fluide et l'opérateur  $D/Dt$  correspond à la dérivée particulaire,  $\partial/\partial t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)$ , qui est utilisée dans une description lagrangienne du mouvement. Un écoulement est considéré comme incompressible lorsque la masse volumique de chaque particule

de fluide reste constante pendant son déplacement. Par conséquent,  $D\rho/Dt = 0$  et l'équation de continuité devient :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2.50)$$

Le champ de vitesse est solution des équations de Navier-Stokes, qui décrivent l'évolution de la quantité de mouvement d'une particule fluide en fonction des différentes forces extérieures qu'elle subit telles que les gradients de pression, les frottements visqueux et autres densités volumiques de force  $\mathbf{f}$ . Cette équation s'écrit :

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (2.51)$$

où  $\eta$  représente la viscosité dynamique du fluide. Dans le cas d'un écoulement de liquide électriquement conducteur et incompressible, dont la densité de charges électriques est nulle ( $\rho_e = 0$ ) mais qui est soumis à un champ magnétique, l'équation d'évolution des champs de vitesse  $\mathbf{u}$  et de pression  $p$  intègre la force de Laplace et prend la forme :

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (2.52)$$

Cette équation traduit le principe de conservation de la quantité de mouvement. Pour être résolue, elle nécessite également la spécification de conditions aux limites appropriées.

## 2.3 Adimensionnement

Pour simplifier les équations de la magnétohydrodynamique en utilisant des considérations d'ordre de grandeur, l'écriture adimensionnelle est utilisée pour déterminer les nombres sans dimension qui comparent le poids relatif des différents termes de ces équations. Des échelles de référence sont choisies pour l'étude de l'ECFM : la pulsation des champs oscillants  $\omega$ , la longueur caractéristique du système  $\mathcal{L}$ , une vitesse caractéristique  $\mathcal{U}$  et l'amplitude de la densité de courant dans la bobine primaire de l'ECFM  $\mathcal{J}$ .<sup>†</sup> En utilisant les constantes associées à la conductivité électrique  $\sigma$  du métal liquide et à la permittivité du vide  $\mu_0$ , les grandeurs adimensionnelles suivantes peuvent être construites [26] :

$$t^* = \omega t, \quad \mathbf{r}^* = \frac{\mathbf{r}}{\mathcal{L}}, \quad \mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{\mathcal{U}}, \quad \mathbf{J}^* = \frac{\mathbf{J}}{\mathcal{J}}, \quad V^* = \frac{V}{\mu_0 \mathcal{U} \mathcal{J} \mathcal{L}^2}, \quad \mathbf{A}^* = \frac{\mathbf{A}}{\mu_0 \mathcal{J} \mathcal{L}^2}.$$

Le potentiel électrique adimensionnel  $V^*$  est construit à partir de l'équation (2.28) munie de la loi correspondante sur la densité de charge électrique dans un milieu en mouvement (2.18). Le potentiel vecteur adimensionnel  $\mathbf{A}^*$  est construit à partir de l'équation (2.25). En substituant ces expressions dans la relation (2.29) et en abandonnant les astérisques pour faciliter la lecture, on obtient l'équation adimensionnelle d'évolution du potentiel vecteur :

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mathcal{S}_\omega \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{R}_m \left[ \nabla V - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right] = \mathbf{0} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathcal{S}_\omega = \mu_0 \sigma \omega \mathcal{L}^2 = 2 \frac{\mathcal{L}^2}{\delta^2} \\ \text{R}_m = \mu_0 \sigma \mathcal{U} \mathcal{L}. \end{cases} \quad (2.53)$$

<sup>†</sup>Lorsque cette analyse sera effectuée sur la géométrie d'un ECFM, le rapport entre le diamètre de la conduite  $\mathcal{D}$  et la longueur de l'ECFM  $\mathcal{L}$  sera supposé constant. Si ce n'est pas le cas, le théorème de Vaschy-Buckingham indique qu'un troisième nombre adimensionnel  $\Pi_3 = \mathcal{D}/\mathcal{L}$  doit apparaître.

L'adimensionnement conduit à l'apparition de deux nombres adimensionnels. Le premier est le paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$ , qui est le carré du rapport entre la longueur caractéristique du système  $\mathcal{L}$  et l'épaisseur de peau  $\delta$ . Quand  $\mathcal{S}_\omega \gg 1$ , cela signifie que le champ électromagnétique pénètre peu dans le conducteur : il y a donc une atténuation du champ par les courants induits. Le second nombre adimensionnel est le nombre de Reynolds magnétique  $R_m$  qui représente le rapport entre le temps de diffusion du champ électromagnétique  $\mu_0\sigma\mathcal{L}^2$  et le temps d'advection caractéristique  $\mathcal{L}/\mathcal{U}$ . Dans la limite où  $R_m \rightarrow 0$ , la vitesse du milieu n'a plus d'influence sur les champs électromagnétiques et ces derniers peuvent être calculés comme dans un milieu au repos.

Pour un écoulement de métal liquide dont la conductivité électrique vaut  $\sigma = 3.5 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$ , de vitesse débitante  $\mathcal{U} = 1 \text{ m.s}^{-1}$  et soumis à un champ magnétique oscillant à la pulsation  $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$  dans une conduite de diamètre  $\mathcal{L} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$ , il vient :

$$\mathcal{S}_\omega \approx 10 \quad \text{et} \quad R_m \approx 0.01.$$

Dans ces conditions expérimentales spécifiques à notre étude, le terme proportionnel à  $R_m$  apporte une contribution faible à l'équation d'évolution du potentiel vecteur, mais c'est cette contribution qui permet de réaliser la débitmétrie par courants de Foucault.

De la même façon, ces échelles caractéristiques sont utilisées pour adimensionner l'équation de conservation de la quantité de mouvement. En notant  $\mathcal{B}$  l'amplitude caractéristique du champ magnétique, les grandeurs adimensionnelles suivantes sont construites [26] :

$$t^* = \frac{\mathcal{U}t}{\mathcal{L}}, \quad p^* = \frac{p}{\rho\mathcal{U}^2}, \quad \mathbf{B}^* = \frac{\mathbf{B}}{\mathcal{B}}, \quad \mathbf{J}^* = \frac{\mathbf{J}}{\sigma\mathcal{U}\mathcal{B}}.$$

Un nouveau temps caractéristique basé sur le temps advectif est choisi. Dans la suite, le temps caractéristique de l'écoulement  $\mathcal{L}/\mathcal{U}$  sera toujours plusieurs ordres de grandeurs supérieur au temps caractéristique des phénomènes électromagnétiques,  $1/\omega$ . En injectant ces identités dans l'équation de Navier-Stokes avec la force de Laplace (2.52) et en abandonnant les astérisques pour faciliter la lecture, on obtient l'équation adimensionnelle d'évolution des champs de vitesse et de pression :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}}\nabla^2\mathbf{u} + N(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{Re} = \rho\mathcal{U}\mathcal{L}/\eta \\ N = \sigma\mathcal{B}^2\mathcal{L}/\rho\mathcal{U}. \end{cases} \quad (2.54)$$

Le premier nombre adimensionnel est le nombre de Reynolds  $\text{Re}$ . Il traduit le rapport entre le temps de diffusion de la quantité de mouvement  $\rho\mathcal{L}^2/\eta$  et le temps d'advection caractéristique  $\mathcal{L}/\mathcal{U}$ . Il caractérise aussi les différents régimes d'écoulement : laminaire à bas nombre de Reynolds, transitoires, puis turbulent à grand nombre de Reynolds. Le second nombre adimensionnel est le nombre de Stuart  $N$ , aussi nommé paramètre d'interaction. C'est le rapport entre la densité de la force de Laplace  $\sigma\mathcal{U}\mathcal{B}^2$  et les forces inertielles du fluide  $\rho\mathcal{U}^2/\mathcal{L}$ . Dans la limite où  $N \rightarrow 0$ , la force de Laplace n'a que très peu d'influence sur l'évolution de la quantité de mouvement d'une particule fluide et l'équation de Navier-Stokes reprend sa forme usuelle pour un fluide non conducteur.

Notons que dans le cas d'un écoulement à faible nombre de Reynolds où les forces de viscosité sont dominantes, il est plus pertinent de choisir des échelles de temps et de pression liées au temps de diffusion visqueuse et aux contraintes visqueuses [27] :

$$t^* = \frac{\eta t}{\rho\mathcal{L}^2}, \quad p^* = \frac{p\mathcal{L}}{\eta\mathcal{U}}.$$

En injectant ces identités dans (2.52) et en abandonnant les astérisques pour faciliter la lecture, on obtient une nouvelle équation adimensionnelle d'évolution des champs de vitesse et de pression :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \text{Re}(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + \text{Ha}^2(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{Re} = \rho \mathcal{U} \mathcal{L} / \eta \\ \text{Ha} = \mathcal{B} \mathcal{L} (\sigma / \eta)^{1/2}. \end{cases} \quad (2.55)$$

Ce choix d'échelles entraîne l'apparition du nombre de Hartmann  $\text{Ha}$  en préfacteur du terme lié à la force de Laplace. Ce nombre caractérise alors le rapport entre la force de Laplace  $\sigma \mathcal{U} \mathcal{B}^2$  et les forces visqueuses dans l'écoulement  $\eta \mathcal{U} / \mathcal{L}^2$ .

Pour un écoulement de métal liquide dont la conductivité électrique vaut  $\sigma = 3.5 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$ , la masse volumique  $\rho = 6320 \text{ kg.m}^{-3}$ , la viscosité dynamique  $\eta = 2.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ , de vitesse débitante  $\mathcal{U} = 1 \text{ m.s}^{-1}$  et soumis à un champ magnétique oscillant  $\mathcal{B} = 10^{-3} \text{ T}$  dans une conduite de diamètre  $\mathcal{L} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$ , il vient :

$$\text{Re} \approx 50000, \quad \text{N} \approx 10^{-5} \quad \text{et} \quad \text{Ha} \approx 1.$$

Dans les conditions expérimentales spécifiques à notre étude, les effets de la force de Laplace sont faibles, se produisent sur une section très courte de l'écoulement et évoluent sinusoidalement à la pulsation  $\omega$ . Pour ces raisons, le couplage du champ électromagnétique vers le champ de vitesse sera négligé et seul le couplage du champ de vitesse sur le champ électromagnétique, par l'intermédiaire de la loi d'Ohm, sera pris en compte. Le tableau 2.1 récapitule la liste des paramètres adimensionnels apparaissant dans les équations (2.53), (2.54) et (2.55) ainsi que leur définition et leur signification.

TABLEAU 2.1: Nombres adimensionnels liés aux équations de Maxwell et de Navier-Stokes ainsi qu'à leur couplage.

Nombre adimensionnel	Symbole	Définition	Signification
Paramètre d'écrantage	$\mathcal{S}_\omega$	$\mu_0 \sigma \omega \mathcal{L}^2$	Longueur caract. / Épaisseur de peau
Reynolds magnétique	$\text{R}_m$	$\mu_0 \sigma \mathcal{U} \mathcal{L}$	Advection / Diffusion du champ magn.
Reynolds	$\text{Re}$	$\rho \mathcal{U} \mathcal{L} / \eta$	Inertie / Forces visqueuses
Paramètre d'interaction	$\text{N}$	$\sigma \mathcal{B}^2 \mathcal{L} / \rho \mathcal{U}$	Forces de Lorentz / Inertie
Hartmann	$\text{Ha}$	$\mathcal{B} \mathcal{L} (\sigma / \eta)^{1/2}$	Forces de Lorentz / Forces visqueuses

## Chapitre 3

# État de l'art

*Ce chapitre présente une revue de la littérature sur les débitmètres à courants de Foucault. Leur principe de fonctionnement est détaillé et un bilan des modélisations théoriques et des résultats expérimentaux est réalisé. La sensibilité de ce capteur lorsqu'il est traversé par des bulles est démontrée et les travaux effectués sur le sujet sont introduits. Pour mieux appréhender les aspects expérimentaux de cette thèse, la dynamique des bulles dans un métal liquide est également discutée, ainsi que les caractéristiques d'un métal liquide facilement utilisable en laboratoire : le galinstan.*

### Sommaire

---

<b>3.1 Débitmétrie par ECFM</b> . . . . .	<b>24</b>
3.1.1 Principe de fonctionnement . . . . .	24
3.1.2 Grandeurs mesurées . . . . .	27
3.1.3 Modèle théorique . . . . .	29
3.1.4 Résultats expérimentaux . . . . .	30
3.1.5 Pistes de recherche pour l'utilisation d'un ECFM en débitmétrie . . . . .	36
<b>3.2 Détection de bulles par ECFM</b> . . . . .	<b>38</b>
3.2.1 Principe de fonctionnement . . . . .	38
3.2.2 Mesure du taux de vide par les fluctuations . . . . .	41
3.2.3 Effet d'une seule bulle . . . . .	43
3.2.4 Contrôle non destructif par courants de Foucault . . . . .	47
<b>3.3 L'alliage Ga-In-Sn (Galinstan)</b> . . . . .	<b>52</b>
3.3.1 Propriétés physiques . . . . .	52
3.3.2 Usage en laboratoire . . . . .	55
<b>3.4 Dynamique des bulles en ascension dans un métal liquide</b> . . . . .	<b>56</b>
3.4.1 Généralités sur les bulles . . . . .	56
3.4.2 Déformation de l'interface des bulles . . . . .	57
3.4.3 Dilatation d'une bulle en ascension . . . . .	58
3.4.4 Forces et trajectoires . . . . .	59
<b>3.5 Conclusion</b> . . . . .	<b>63</b>

---

### 3.1 Débitmétrie par ECFM

Les débitmètres à distorsion de flux (DDF) ou *Eddy Current Flow Meters* (ECFM) ont été développés dans les années 1940 pour mesurer le débit de différents écoulements de métaux liquides [28]. Ces dispositifs sont principalement utilisés dans les réacteurs nucléaires refroidis par des liquides conducteurs, mais ils ont également trouvé des applications dans l'industrie métallurgique. Des capteurs très similaires sont utilisés pour évaluer la conductivité des roches environnant les forages ou encore comme transducteurs électromécaniques [17]. Dans les sections suivantes, nous expliquons comment un fluide en mouvement génère un signal dans un ECFM, quelles sont les grandeurs mesurées et comment il est possible de corrélérer ces mesures avec la vitesse du fluide. Les limites de ces mesures sont aussi abordées. Ces informations sont essentielles pour comprendre la détection de bulles dans des situations d'écoulement.

#### 3.1.1 Principe de fonctionnement

Un ECFM est typiquement composé de trois bobines : une bobine excitatrice entourée de deux bobines réceptrices, toutes enroulées autour d'une conduite dans laquelle circule un liquide conducteur. La bobine centrale, également appelée bobine primaire, est alimentée par un courant sinusoïdal. Les deux bobines secondaires ( $S_1$  et  $S_2$ ) sont reliées l'une à l'autre en circuit ouvert de manière à mesurer la différence de tension entre  $S_1$  et  $S_2$ . Le fonctionnement de l'ECFM peut être compris en représentant schématiquement les courants électriques et les champs magnétiques impliqués. La figure 3.1a illustre un ECFM placé autour d'une conduite non conductrice qui ne contient dans un premier temps que de l'air ou tout autre milieu non conducteur. Le courant circulant dans la bobine primaire (P) génère un champ magnétique variable  $\mathbf{B}$  dans la conduite, conformément aux équations de Maxwell. Le flux du champ magnétique à travers chacune des bobines secondaires  $S_1$  et  $S_2$  varie dans le temps et entraîne l'apparition, d'après la loi de Lenz, d'une force électromotrice (fém) :

$$\mathcal{E}_{\text{air}} = -\frac{d\Phi_{\text{air}}}{dt}, \quad (3.1)$$

où  $\Phi_{\text{air}}$  représente le flux du champ magnétique à travers une bobine secondaire en absence de liquide conducteur dans la conduite. En raison de la symétrie entre les deux bobines secondaires, la fém induite dans chacune d'elles est identique. Par conséquent, la différence de tension entre les deux bobines est idéalement nulle.

Lorsque la conduite est remplie d'un fluide conducteur au repos, la situation diffère (figure 3.1b). Il a été montré dans le chapitre 2 que le champ magnétique est atténué et déphasé lorsqu'il

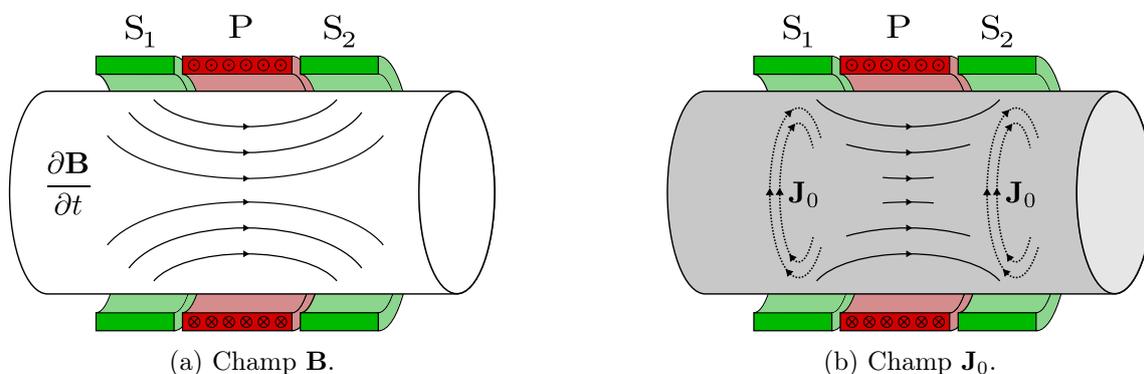


FIGURE 3.1: Schéma des champs magnétiques et densités de courant électrique illustrant le fonctionnement d'un ECFM pour la débitmétrie. Ces deux situations sont représentées en l'absence d'écoulement : (a) dans l'air et (b) en présence d'un liquide conducteur statique.

est diffusé à travers un milieu conducteur. Cela est dû à l'apparition de courants induits  $\mathbf{J}_0$ , qui génèrent à leur tour un champ magnétique dans la direction opposé du champ source. Par conséquent, le flux du champ magnétique est réduit et la force électromotrice mesurée dans chaque bobine secondaire en présence d'un métal dans la conduite est également réduite :

$$\mathcal{E}_{\text{métal}} = -\frac{d\Phi_{\text{métal}}}{dt} < \mathcal{E}_{\text{air}}. \quad (3.2)$$

Cependant, en absence de défaut, la situation physique est toujours symétrique par rapport à la bobine primaire et la différence de tension entre les deux bobines secondaires reste nulle. La tension mesurée aux bornes de chaque bobine dépend de la capacité du milieu à conduire les courants électriques. Dans le cas d'un milieu qui ne comporte qu'une seule phase, la conductivité électrique suffit à caractériser le milieu.

Lorsque le fluide est mis en mouvement, de nouveaux courants induits apparaissent conformément à la loi d'Ohm pour un conducteur en mouvement, et sont donnés par l'équation  $\mathbf{J}_u = \sigma \mathbf{u} \times \mathbf{B}$  (figure 3.2a). Si la vitesse du fluide dans la conduite est orientée dans la direction axiale et que la composante orthoradiale du champ magnétique est nulle par symétrie, alors seule la composante radiale du champ magnétique contribue à la génération de ces courants électriques. La situation peut alors être illustrée, sans perte de généralité, à un moment où le champ magnétique axial généré par la bobine primaire  $B_z$  et sa dérivée temporelle  $\partial B_z / \partial t$  sont positifs (orientés vers la droite). La composante radiale du champ magnétique est alors dans la direction  $-\mathbf{e}_r$  au niveau de la bobine  $S_1$  et dans la direction  $+\mathbf{e}_r$  au niveau de la bobine  $S_2$ . La figure 3.2a montre que les courants induits par le mouvement du fluide circulent dans le même sens que les courants  $\mathbf{J}_0$  en amont de la bobine primaire, et dans le sens opposé aux courants  $\mathbf{J}_0$  en aval. Ainsi, les premiers compensent davantage les fluctuations du champ magnétique, ce qui diminue encore la force électromotrice induite dans la bobine  $S_1$  (les courants induits sont additifs). Les seconds réduisent l'atténuation provoquée par les courants  $\mathbf{J}_0$  et entraînent une augmentation de la force électromotrice dans la bobine  $S_2$  (les courants induits sont soustractifs). Cette asymétrie est illustrée sur la figure 3.2b, en notant  $\mathbf{J}_{\text{tot}} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_u$  la somme des courants induits. Ainsi, la tension mesurée dans chaque bobine secondaire dépend de l'écoulement du fluide dans la conduite, et l'effet est opposé pour chaque bobine. Mesurer la différence de tension entre les deux bobines secondaires présente un premier avantage : celui de doubler la sensibilité du capteur au débit du fluide dans la conduite. Notons dès à présent qu'il sera impossible, expérimentalement, d'obtenir une symétrie suffisante pour que le signal soit strictement nul en absence d'écoulement. Une composante constante apparaîtra et générera un *offset* du signal [29].

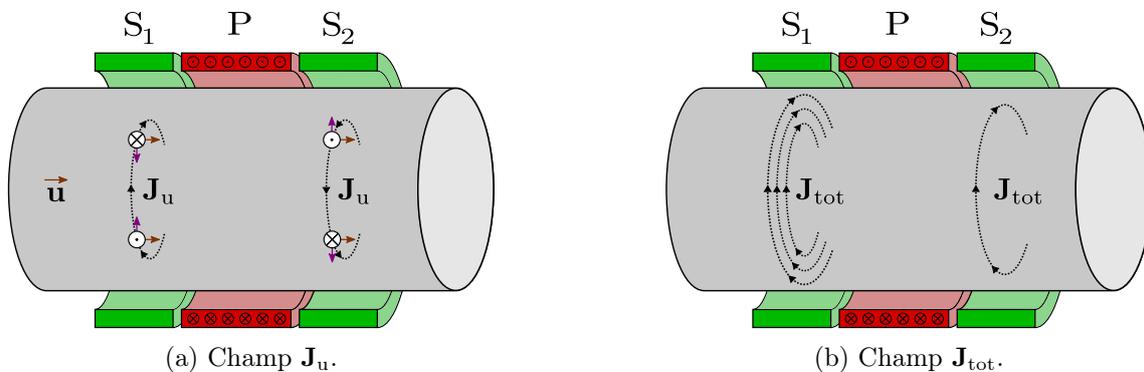


FIGURE 3.2: Schéma des champs magnétiques et densités de courant électrique illustrant le fonctionnement d'un ECFM pour la débitmétrie. Ces deux situations sont représentées en présence d'un d'écoulement de liquide conducteur : (a) pour le champ induit par la vitesse du fluide et (b) pour le champ résultant.

Bien que le principe de fonctionnement reste le même, plusieurs géométries d'ECFM ont été développées et étudiées. Lehde et Lang ont réalisé l'une des premières configurations d'ECFM, qui était composée de trois bobines coaxiales [28]. Cet ECFM était de type interne, inséré dans une capsule immergée dans le fluide. Shercliff a modifié l'ECFM en une configuration externe, c'est-à-dire enroulée autour de la conduite [30]. De plus, il a utilisé la configuration des bobines primaires et secondaires introduite précédemment en plaçant deux bobines secondaires de part et d'autre d'une bobine primaire (figure 3.1). Cette géométrie présente l'avantage d'être moins sensible aux perturbations électromagnétiques externes et aux dérives des capteurs. En effet, si la tension aux bornes de chaque bobine est affectée par une perturbation ou une dérive identique  $\varepsilon$ , la différence entre les tensions  $V_1 + \varepsilon$  et  $V_2 + \varepsilon$  reste indépendante de  $\varepsilon$ , c'est-à-dire que  $\Delta V = V_1 - V_2$ . C'est cette géométrie qui sera utilisée dans la suite de ce travail. D'autres géométries, comme celle proposée par Feng, répètent l'alternance de bobines primaires et secondaires pour augmenter la sensibilité du capteur (figure 3.3a) [31]. Les ECFM actuellement étudiés pour la débitmètrie dans les réacteurs nucléaires refroidis au sodium utilisent principalement des configurations internes qui permettent de retirer un ECFM défaillant sans toucher au circuit (figure 3.3b).

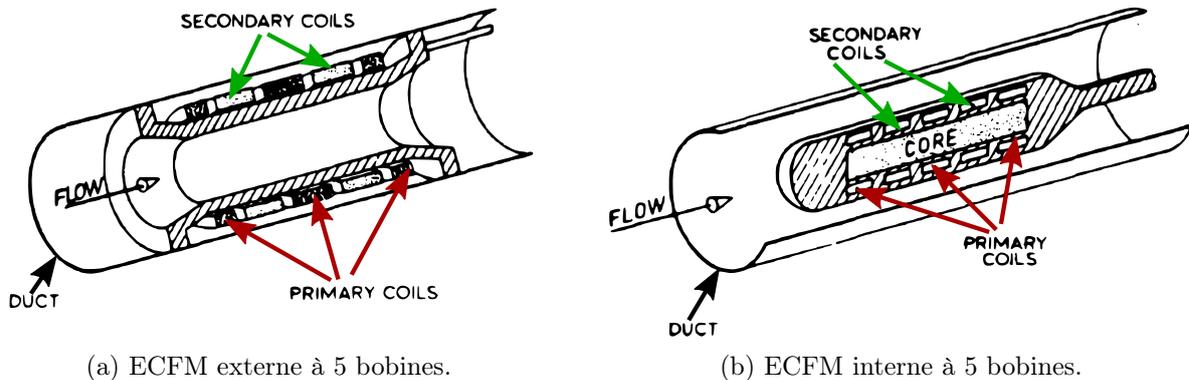


FIGURE 3.3: Schéma de deux géométries différentes d'ECFM à 5 bobines dont deux bobines secondaires : (a) externe et (b) interne. L'ECFM interne est ici inséré dans une capsule qui évite le contact entre les bobines et le fluide et qui permet de retirer facilement le capteur de l'installation [32].

Les débitmètres à distorsion de flux présentent plusieurs avantages. Tout d'abord, ils sont non intrusifs et ne nécessitent pas d'électrodes en contact direct avec le fluide, ce qui élimine tout besoin d'entretien du capteur, contrairement aux débitmètres électromagnétiques à aimants permanents [21]. Dans ces derniers, le champ magnétique est généré par un aimant permanent dont l'aimantation peut varier avec le temps et l'exposition thermique. Lorsque la température de Curie est atteinte, les matériaux ferromagnétiques perdent complètement leur aimantation permanente et deviennent paramagnétiques. De plus, l'utilisation d'électrodes dans les métaux liquides, bien que courante pour les fluides de conductivité électrique plus faible, peut entraîner des problèmes de corrosion et la présence de potentiels parasites d'origine électrochimique ou thermoélectrique [33]. En utilisant une bobine pour générer le champ magnétique, les ECFM permettent un contrôle précis de son amplitude. Des tests effectués sur des ECFM spécialement conçus pour supporter des températures élevées n'ont pas montré de déviation de mesure après de nombreuses expositions [34]. La mesure du capteur est intrinsèquement électrique, éliminant ainsi le besoin de transducteurs et offrant un temps de réponse très rapide. De plus, ces capteurs sont résistants aux changements brusques de température et aux radiations  $\gamma$ . Enfin, leur faible encombrement et leur facilité de remplacement en font des candidats idéaux. Par exemple, il était prévu d'installer un ECFM de ce type dans chacune des 336 cannes thermo-débitmétriques en sortie des assemblages du cœur du réacteur Astrid [35].

### 3.1.2 Grandeurs mesurées

Cette section introduit les différentes grandeurs physiques que l'on mesure avec un ECFM à trois bobines tel que présenté sur la figure 3.1. D'abord, le courant imposé dans la bobine primaire est alternatif et est décrit par son amplitude  $I$  et sa pulsation  $\omega$ . Ce courant est utilisé comme référence pour la phase et, par convention, sa phase est définie comme étant zéro :

$$i(t) = I \cos(\omega t). \quad (3.3)$$

Dans les deux bobines secondaires ( $S_1$  ou  $S_2$ ), les tensions varient également sinusoïdalement à la pulsation  $\omega$ . Ces tensions sont déphasées par rapport au courant électrique de la bobine primaire en raison du déphasage que subit le champ magnétique lors de la diffusion dans le milieu conducteur. Les tensions mesurées aux bornes des bobines  $S_1$  et  $S_2$  sont notées  $s_1$  et  $s_2$  :

$$s_1(t) = S_1(t) \cos(\omega t + \phi_1) \quad \text{et} \quad s_2(t) = S_2(t) \cos(\omega t + \phi_2), \quad (3.4)$$

où  $S_1$  et  $S_2$  sont les amplitudes et  $\phi_1$  et  $\phi_2$  les déphasages de ces tensions. En utilisant l'identité trigonométrique  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$  et en remarquant que  $-\sin a = \cos(a + \pi/2)$ , il est possible de décomposer les tensions  $s_1$  ou  $s_2$  en deux composantes orthogonales :

$$s_1(t) = S_1 \cos(\omega t + \phi_1) = S_1 \cos(\phi_1) \cos(\omega t) + S_1 \sin(\phi_1) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.5)$$

La première composante est toujours proportionnelle au courant dans la bobine primaire en raison du terme  $\cos(\omega t)$  et est appelée tension en phase. La seconde composante est déphasée de  $\pi/2$  et est appelée tension en quadrature de phase. Pour simplifier les expressions, les abréviations suivantes seront utilisées par la suite :

$$S_1^{\parallel} = S_1 \cos(\phi_1) \quad \text{et} \quad S_1^{\perp} = S_1 \sin(\phi_1). \quad (3.6)$$

Lors de la résolution d'un système d'équations différentielles linéaires en régime sinusoïdal établi, l'utilisation des grandeurs complexes permet de le remplacer par un système d'équations algébriques complexes. La notation complexe permet également de représenter graphiquement la somme de deux signaux sinusoïdaux comme une somme vectorielle dans le plan complexe. Pour ces raisons, la notation complexe est introduite pour exprimer les tensions mesurées aux bornes des bobines secondaires :

$$s_1(t) = \Re\left(S_1 e^{j\omega t} e^{j\phi_1}\right) = \Re\left(\hat{S}_1 e^{j\omega t}\right). \quad (3.7)$$

Le terme  $\hat{S}_1$  est un nombre complexe appelé phaseur. Sa norme correspond à l'amplitude complexe du signal et son argument correspond au déphasage du signal. Il peut également être décomposé en une partie réelle et une partie imaginaire, qui sont respectivement identiques aux tensions en phase et en quadrature de phase définies précédemment :

$$\hat{S}_1 = S_1 e^{j\phi_1} = S_1 \cos(\phi_1) + j S_1 \sin(\phi_1) = S_1^{\parallel} + j S_1^{\perp}. \quad (3.8)$$

Le lien entre l'amplitude et la phase de la tension d'une bobine secondaire et ses composantes en phase et en quadrature de phase est donné par les opérations usuelles :

$$\begin{cases} S_1 = \sqrt{S_1^{\parallel 2} + S_1^{\perp 2}} \\ \phi_1 = \arctan\left(\frac{S_1^{\perp}}{S_1^{\parallel}}\right). \end{cases} \quad (3.9)$$

Bien que les fém dans chaque bobine dépendent de la présence d'un écoulement dans l'ECFM, elles sont influencées de façon opposée comme l'a illustré la figure 3.2. La différence de tension entre les deux bobines secondaires est mesurée puisqu'elle permet de doubler l'influence de l'écoulement sur le signal tout en réduisant le niveau de bruit. Elle est notée  $s(t)$  et est définie par la relation suivante :

$$s(t) = s_1(t) - s_2(t) = S_1 \cos(\omega t + \phi_1) - S_2 \cos(\omega t + \phi_2). \quad (3.10)$$

Cette différence de tension peut également être exprimée en utilisant les composantes en phase et en quadrature de chaque bobine secondaire :

$$s(t) = (S_1^{\parallel} - S_2^{\parallel}) \cos(\omega t) + (S_1^{\perp} - S_2^{\perp}) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.11)$$

Ce signal est toujours sinusoïdal et oscille à la pulsation  $\omega$ . Les composantes en phase et en quadrature de  $s(t)$  sont identifiées par leurs relations avec  $s_1$  et  $s_2$  :

$$s_{\parallel} = S_1^{\parallel} - S_2^{\parallel} \quad \text{et} \quad s_{\perp} = S_1^{\perp} - S_2^{\perp}. \quad (3.12)$$

La notation complexe est également utilisée pour décrire cette différence de tension. L'amplitude du signal ainsi que son déphasage sont explicitement exprimés en fonction du temps puisqu'ils varieront en fonction de l'écoulement ou du passage de bulles :

$$s(t) = \Re\left(S(t)e^{j\phi(t)}e^{j\omega t}\right) = \Re\left(\hat{S}(t)e^{j\omega t}\right). \quad (3.13)$$

Finalement, à partir des expressions précédentes, on peut déduire que le phaseur associé au signal  $s(t)$  est égal à la différence des phaseurs  $\hat{S}_1$  et  $\hat{S}_2$  :

$$\hat{S} = \hat{S}_1 - \hat{S}_2 \quad \text{et} \quad \hat{S} = s_{\parallel} + js_{\perp}. \quad (3.14)$$

Le lien entre l'amplitude et la phase de la différence de tension entre les deux bobines et ses composantes en phase et en quadrature de phase est établi par les opérations usuelles :

$$\begin{cases} S &= \sqrt{s_{\parallel}^2 + s_{\perp}^2} & \neq S_1 - S_2 \\ \phi &= \arctan\left(\frac{s_{\perp}}{s_{\parallel}}\right) & \neq \phi_1 - \phi_2. \end{cases} \quad (3.15)$$

Les inégalités de la relation (3.15) sont illustrées dans le plan complexe sur la figure 3.4.

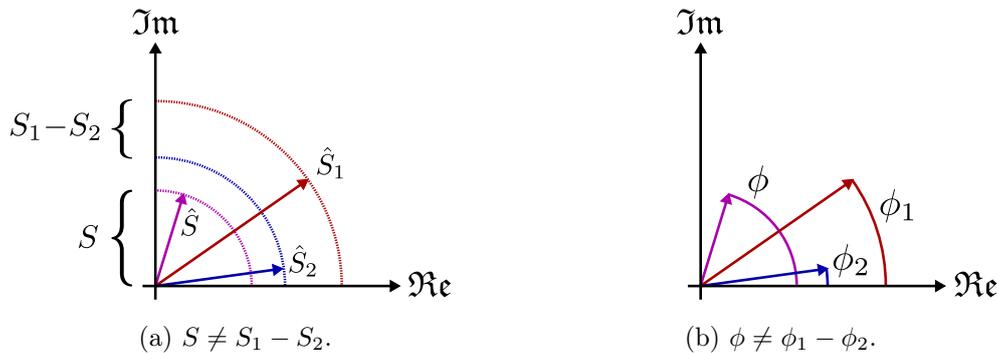


FIGURE 3.4: Illustration dans le plan complexe des inégalités des relations (3.15) : (a) inégalité relative aux amplitudes des phaseurs et (b) inégalité relative à leur phases.

### 3.1.3 Modèle théorique

Les premières approches visant à résoudre analytiquement un problème similaire à celui de l'ECFM consistaient à modéliser la diffusion du champ magnétique généré par une bobine infinie à l'intérieur d'un cylindre conducteur infini [24]. Dodd a généralisé cette approche en considérant une bobine de dimension finie pour caractériser la variation d'impédance d'une seule bobine primaire en fonction de la conductivité et du diamètre du cylindre métallique placé à l'intérieur de la bobine [36]. En faisant l'hypothèse d'un milieu isotrope et homogène, la solution est obtenue à partir de l'équation d'évolution du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  (2.29). Si le milieu conducteur est immobile et présente une symétrie axiale, seules les composantes azimutales du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  et de la densité de courant  $\mathbf{J}$  sont non nulles. En se plaçant dans le régime sinusoïdal établi, l'équation du potentiel vecteur prend la forme dimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} - \frac{A_\theta}{r^2} - j\omega\mu_0\sigma A_\theta + \mu_0 I \delta(r - r_0) \delta(z - z_0) = 0, \quad (3.16)$$

avec  $I$  le courant dans la bobine et  $\delta(r - r_0)$  et  $\delta(z - z_0)$  les distributions de Dirac qui sont nulles lorsque leur argument vaut 0. Dans les milieux diélectriques qui environnent les bobines, tel que l'air par exemple, les deux derniers termes du membre de gauche deviennent nuls. Le dernier terme du membre de gauche n'intervient que dans les spires de la bobine primaire, qui est ici considérée comme étant constituée d'un seul enroulement infiniment fin et situé en  $(r, z) = (r_0, z_0)$ . La méthode de séparation des variables permet de développer le potentiel vecteur sous la forme  $A_\theta(r, z) = R(r)Z(z)$ , puis d'écrire la solution sous la forme d'intégrales de fonctions de Bessel du premier ordre [36]. En utilisant les conditions aux limites appropriées, le potentiel vecteur peut être calculé en chaque point de l'espace. La densité de courant induite dans le milieu conducteur au repos est ensuite exprimée à partir du potentiel vecteur par l'intermédiaire de la loi d'Ohm :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -j\omega\sigma \mathbf{A}. \quad (3.17)$$

La tension induite le long d'un contour  $\Gamma$  est donnée par la circulation du potentiel vecteur :

$$V = - \int_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = j\omega \int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}. \quad (3.18)$$

Enfin, pour calculer la tension induite aux bornes d'une bobine secondaire, il faut sommer les fém induites dans chaque enroulement. Pour une bobine constituée de  $N_s$  spires et de  $N_c$  couches d'enroulements (figure 3.5), la tension vaut :

$$V = \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_s} j\omega \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = j2\pi\omega \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_s} r_i A_\theta(r_i, z_j), \quad (3.19)$$

où l'intégrale est effectuée sur un enroulement d'une bobine secondaire. La variation d'impédance  $Z = V/I$  d'une bobine secondaire peut alors être déterminée en fonction des paramètres géométriques ainsi que des propriétés physiques des matériaux.

Hirayama a étendu la description précédente en l'appliquant au cas d'un métal en écoulement et à un ECFM externe comprenant trois bobines [37]. Cette fois-ci, le cylindre conducteur est discrétisé en  $N$  cylindres coaxiaux, chacun ayant une vitesse axiale  $v(r)$  et une conductivité électrique  $\sigma(r)$  différente. Le potentiel vecteur satisfait désormais l'équation suivante, obtenue à partir de la relation (2.29) :

$$\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} - \frac{A_\theta}{r^2} - j\omega\mu_0\sigma A_\theta - \mu_0\sigma v \frac{\partial A_\theta}{\partial z} + \mu_0 I \delta(r - r_0) \delta(z - z_0) = 0. \quad (3.20)$$

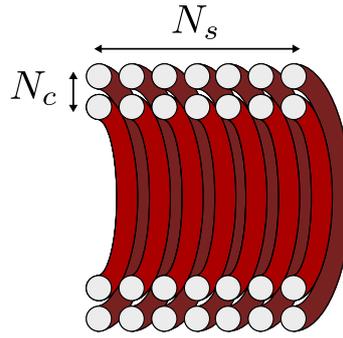


FIGURE 3.5: Exemple d'une bobine constituée de deux couches ( $N_c = 2$ ) dont chacune est composée de sept spires ( $N_s = 7$ ) et pour laquelle le nombre total d'enroulements est donnée par le produit  $N_e = N_s \times N_c = 14$ .

La solution de cette équation peut être exprimée en termes de fonctions de Bessel modifiées du premier ordre [37]. La force électromotrice générée dans chacune des bobines secondaires peut ensuite être calculée en utilisant la même méthode que celle introduite précédemment par Dodd. Ainsi, il est possible de calculer analytiquement la réponse d'un ECFM externe à un écoulement axisymétrique de métal liquide présentant n'importe quel profil de vitesse  $v(r)$  et de conductivité électrique  $\sigma(r)$ . Ces modèles théoriques sont fréquemment utilisés dans la littérature pour interpréter et comparer les résultats expérimentaux [26].

### 3.1.4 Résultats expérimentaux

L'objectif principal de l'ECFM est d'établir une corrélation entre la vitesse débitante du fluide et la différence de tension mesurée entre les bobines secondaires. Cette section présente les résultats de simulations et d'expériences qui mettent en évidence la relation entre la vitesse du fluide et les signaux mesurés, ainsi que tous les autres facteurs qui affectent cette mesure.

#### Effet de la géométrie

Même en l'absence d'écoulement dans la conduite, un ECFM produit un signal non nul. Cet effet est dû à l'asymétrie de la géométrie et des bobines secondaires qui est liée à la fabrication du capteur. Lors de la réalisation d'un ECFM, il existe toujours des variations dans les positions relatives et dans le nombre d'enroulements des bobines secondaires, ce qui entraîne une différence dans le flux du champ magnétique à travers chacune d'entre elles [38]. Ainsi, le signal  $s(t)$  est non nul mais reste constant. Pour une géométrie et des conditions aux limites identiques, la forme adimensionnelle de l'équation d'évolution du potentiel vecteur (2.53) indique que sa solution est une fonction du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  et du nombre de Reynolds magnétique  $R_m$ . Dans la limite où  $R_m \rightarrow 0$ , un développement asymptotique permet d'écrire le potentiel vecteur sous la forme suivante [26] :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0(\mathcal{S}_\omega) + R_m \mathbf{A}_u(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*) + \mathcal{O}(R_m^2), \quad (3.21)$$

où  $\mathbf{u}^*$  représente la dépendance de la réponse de l'ECFM au profil de vitesse adimensionné par la vitesse débitante  $\mathcal{U}$ . Aux faibles nombres de Reynolds magnétique, la tension complexe induite dans l'une des bobines secondaires (3.19) devient la somme des deux termes :

$$\hat{V} = \omega \underbrace{\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_s} j \int \mathbf{A}_0 \cdot d\mathbf{l}}_{f(\mathcal{S}_\omega)} + \omega R_m \underbrace{\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_s} j \int \mathbf{A}_u \cdot d\mathbf{l}}_{g(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*)} + \mathcal{O}(R_m^2). \quad (3.22)$$

Pour une géométrie fixée, le premier terme ne dépend pas de la vitesse de l'écoulement, mais seulement de la conductivité électrique du fluide et de la fréquence d'excitation de la bobine primaire à travers le paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$ . Le deuxième terme, quand à lui, est proportionnel au nombre de Reynolds magnétique  $R_m$  et est une fonction du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  et du champ de vitesse adimensionné  $\mathbf{u}^*$ . En utilisant les notations introduites précédemment, le phaseur associé à la différence de tension entre les deux bobines secondaires peut à nouveau être exprimé comme la somme de deux fonctions :

$$\hat{S} = \hat{S}_1 - \hat{S}_2 \approx \underbrace{\omega [f_1(\mathcal{S}_\omega) - f_2(\mathcal{S}_\omega)]}_{\hat{S}_0} + \underbrace{\omega R_m [g_1(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*) - g_2(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*)]}_{\hat{S}_u}. \quad (3.23)$$

Lors d'une mesure de débit avec un ECFM réel, c'est-à-dire présentant des imperfections liées à sa fabrication, il est nécessaire de procéder à une étape d'étalonnage pour déterminer  $\hat{S}_0$ . Par la suite, le signal temporel  $s(t)$  sera décomposé en une fonction indépendante de l'écoulement, liée seulement à la géométrie du capteur, et une fonction dépendante du profil d'écoulement, de manière similaire aux phaseurs établis dans l'équation (3.23) :

$$s(t) = s_0(t) + s_u(t) = \Re \left( \hat{S}_0 e^{j\omega t} + \hat{S}_u e^{j\omega t} \right) = \Re \left[ \left( S_0 e^{j\phi_0} + S_u e^{j\phi_u} \right) e^{j\omega t} \right]. \quad (3.24)$$

Le découplage du signal sous la forme  $s(t) = s_0(t) + s_u(t)$  entraîne l'égalité des phaseurs correspondant  $\hat{S} = \hat{S}_0 + \hat{S}_u$ . Plusieurs paramètres ont été étudiés pour optimiser la géométrie d'un ECFM afin d'améliorer sa sensibilité à l'écoulement. Feng a mené des recherches sur un ECFM à 5 bobines, dont 3 bobines primaires orientées en opposition de phase afin d'accroître la composante radiale du champ magnétique dans le fluide [31]. Son analyse théorique a également montré que plus le nombre d'enroulements dans les bobines est élevé, plus la sensibilité théorique du capteur est élevée. Wiegand a également démontré que l'espacement entre les bobines joue un rôle important dans la sensibilité du capteur [39]. Ces résultats ont été validés expérimentalement dans des configurations « sèches », c'est-à-dire avec des barres métalliques se déplaçant à travers un ECFM, ainsi que dans des écoulements de sodium ou de mercure [37].

### Effet de la vitesse débitante

L'observation la plus courante et la plus utile pour l'application des ECFM à la débitmètre est la linéarité entre  $S_u$ , l'amplitude du signal  $s_u$ , et la vitesse débitante du fluide (figure 3.6a).<sup>†</sup> D'après le développement asymptotique (3.22), cette linéarité est valide tant que le nombre de Reynolds magnétique vérifie  $R_m \ll 1$ . La linéarité a été observée dans des expériences « sèches » avec des barreaux métalliques solides en translation ainsi que dans des expériences avec des métaux liquides tels que le sodium, le mercure, ou le galinstan [31]. Des vérifications à l'échelle d'un RNR-Na ont montré que cette linéarité est vérifiée sur toutes les gammes de vitesse étudiées, avec des fluctuations du signal inférieures à 5% autour du débit moyen [40]. Les effets de la vitesse du fluide sur la phase  $\phi_u$  sont plus rarement étudiés. Guichou a démontré, grâce à une analyse théorique et des expériences réalisées avec du galinstan, que  $\phi_u$  ne dépend pas de la vitesse débitante [26]. De nouvelles expériences pourraient affiner ces observations (figure 3.6b), en particulier en optimisant le rapport signal/bruit de l'ECFM.

<sup>†</sup>Dans la suite de ce chapitre, les figures provenant d'autres auteurs sont reproduites sans altérer les notations utilisées. Ces notations peuvent différer de celles adoptées dans ce manuscrit, mais les notations correspondantes seront toutefois indiquées dans les légendes des figures correspondantes.

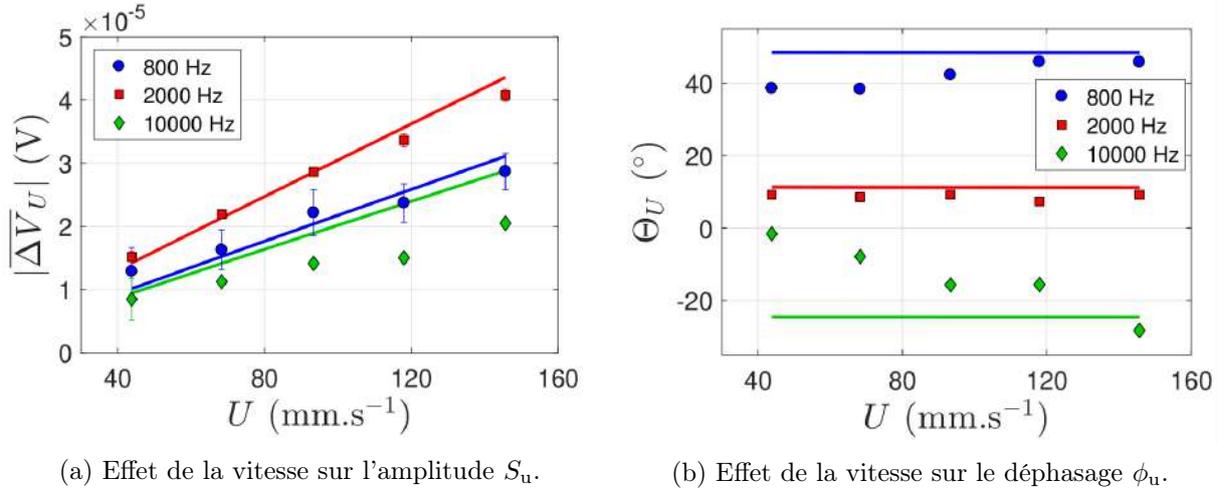


FIGURE 3.6: Effet de la vitesse moyenne d'un écoulement de galinstan : (a) sur l'amplitude et (b) sur le déphasage du signal induit par l'écoulement  $s_u$ . Il est supposé ici que la procédure d'étalonnage consistant à soustraire la composante  $s_0$  du signal total a été effectuée. Les mesures expérimentales sont représentées par les marqueurs et les résultats du modèle théorique par les lignes [26].

### Effet de la fréquence d'excitation

La fréquence d'excitation de la bobine primaire joue un rôle essentiel dans la débitmétrie par courants de Foucault. D'après la loi de Lenz en régime sinusoïdal, la fém induite dans une bobine est liée au flux du champ magnétique  $\Phi(t) = \Re(\hat{\Phi} e^{j\omega t})$  par la relation suivante :

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \Re(-j\omega\hat{\Phi} e^{j\omega t}). \quad (3.25)$$

Tant que la fréquence est suffisamment faible pour que l'effet de peau soit négligeable, la tension mesurée est proportionnelle à la pulsation  $\omega$ . Dans la limite où  $\omega \rightarrow 0$ , alors les variations de flux magnétique deviennent très lentes et aucun courant n'est induit dans le conducteur. Dans cette situation l'ECFM ne produit aucun signal. En revanche, lorsque  $\omega \rightarrow \infty$ , l'effet de peau illustré par l'équation (2.40) empêche la pénétration du champ magnétique au cœur du conducteur. Les courants induits par le fluide en mouvement ne sont présents qu'à proximité de la bobine, dans la couche limite visqueuse. Dans cette couche limite, la vitesse du fluide est bien inférieure à la vitesse moyenne de l'écoulement et l'amplitude du signal diminue à mesure que la fréquence augmente. Les barreaux solides en translation ne présentant pas de couche limite sont moins sensibles à cette limitation. Par ailleurs, les effets d'auto-inductance et d'inductance mutuelle entre les bobines restreignent également, pour des raisons pratiques, l'utilisation des fréquences élevées [31, 33].

Il faut donc utiliser une fréquence d'excitation qui permette la pénétration des courants de Foucault au cœur de l'écoulement. Des études numériques réalisées par Wiegand ont montré l'existence d'une fréquence optimale pour l'utilisation de l'ECFM [39]. La valeur de cette fréquence dépend largement de la géométrie de l'ECFM, de la dimension et du matériau de la conduite ainsi que des propriétés thermophysiques du fluide. Le coefficient directeur de la relation tension/vitesse, également appelé sensibilité, atteint alors son maximum. Des expériences menées par Guichou confirment cet effet et mettent également en évidence que la phase  $\phi_u$  diminue avec la fréquence (figure 3.7) [26].

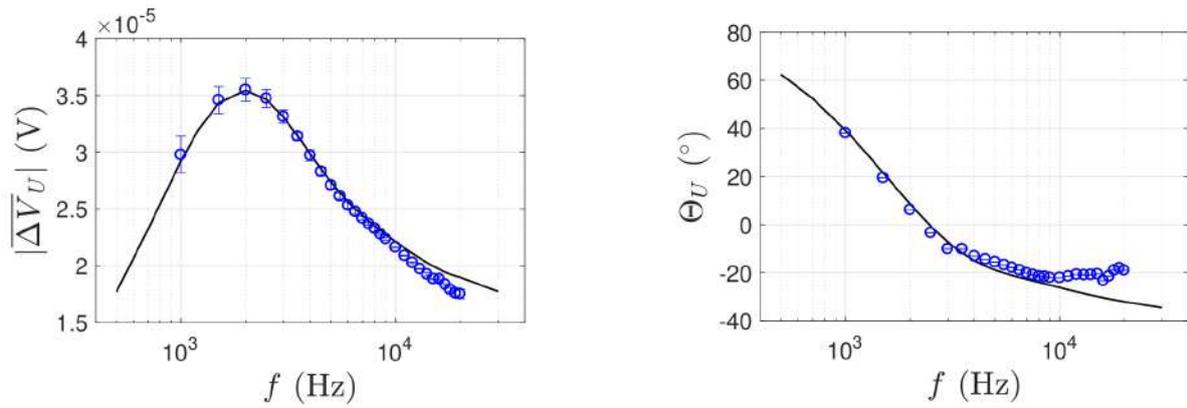
(a) Effet de la fréquence sur l'amplitude  $S_u$ .(b) Effet de la fréquence sur le déphasage  $\phi_u$ .

FIGURE 3.7: Effet de la fréquence d'excitation de la bobine primaire : (a) sur l'amplitude et (b) sur le déphasage du signal induit par l'écoulement  $s_u$  dans le cas d'un ECFM en translation à la vitesse  $u = 100 \text{ mm.s}^{-1}$  autour d'une conduite remplie de galinstan. Les mesures expérimentales sont représentées par les marqueurs et les résultats du modèle théorique par les courbes [26].

### Effet de la conductivité électrique et méthodes de compensation

Les modèles analytiques et les expériences montrent que la tension  $s(t)$  dépend de la conductivité électrique du métal liquide. Étant donné que la conductivité électrique d'un fluide varie en fonction de sa température, l'ECFM est donc sensible aux fluctuations de température du fluide en écoulement. La figure 3.8a présente différentes mesures de tension effectuées sur une large gamme de débits de sodium et à des températures différentes. La figure 3.8b illustre la variation du signal de l'ECFM lors d'une variation de température à débit constant.

À basse fréquence, l'augmentation de la conductivité électrique du fluide entraîne une augmentation des courants induits par les fluctuations du champ magnétique. En revanche, à haute fréquence, l'épaisseur de peau diminue avec la conductivité du métal, ce qui conduit à une atténuation du flux du champ magnétique d'après la relation (2.45). De plus, si la conduite sur laquelle est enroulé un ECFM externe ou la capsule contenant un ECFM interne est composée d'un matériau conducteur, les variations de température de cette conduite ou de cette capsule affecteront la mesure par courants de Foucault [39, 43]. De même, les propriétés thermophysiques des bobines primaire et secondaires (résistance, inductance) varient avec la température [44].

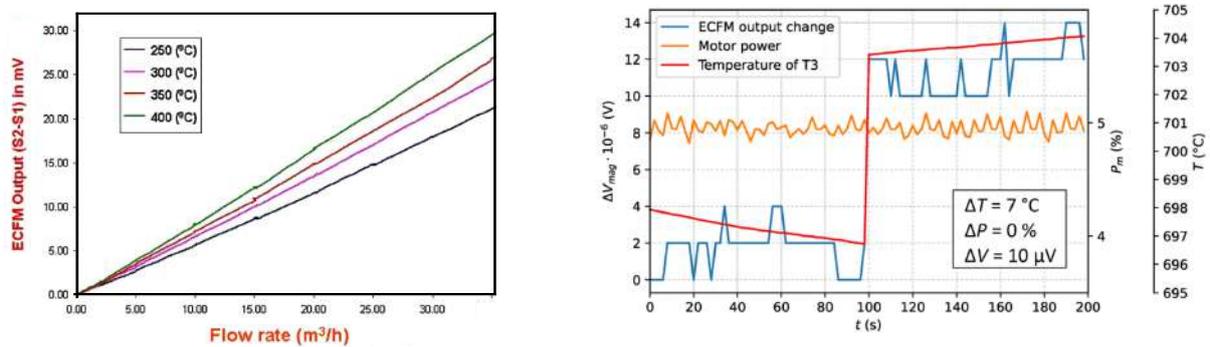
(a) Effet des variations de température sur  $S_u$ .(b) Effet des variations de température sur  $S_u$ .

FIGURE 3.8: Effet d'une variation de la température du sodium en écoulement sur l'amplitude de la différence tension  $s_1 - s_2$  : (a) [41] et (b) [42]. Une variation de température peut être faussement interprétée comme une variation de débit si aucune compensation du signal n'est prévue.

Pour toutes ces raisons, si la température du fluide, de la conduite et des bobines change, la mesure de  $S_u$  peut ne plus être représentative du débit. Ces variations de conductivité électrique ne doivent pas être négligées, car en prenant l'exemple du sodium, on observe une variation de conductivité électrique de  $8.9 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$  à  $150^\circ\text{C}$  à  $2.6 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$  à  $700^\circ\text{C}$  [45]. Afin de compenser cet effet, Sharma et Sureshkumar ont remarqué empiriquement que la grandeur  $(S_2 - S_1)/(S_2 + S_1)$  devient indépendante, à une certaine fréquence, de la conductivité du métal liquide [41, 46]. Cette fréquence et l'utilisation de la mesure de  $(S_2 - S_1)/(S_2 + S_1)$  est donc recommandée pour effectuer les mesures de débit. Notons que ces résultats n'ont pas pu être reproduits lors d'essais en sodium réalisés au CEA [47].

L'analyse dimensionnelle suggère une autre méthode pour compenser les variations de conductivité électrique du fluide [39]. D'après la relation (3.23), la composante du signal de l'ECFM induite par l'écoulement est donnée par :

$$\hat{S}_u = \omega R_m \times \text{fct}(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*), \quad (3.26)$$

où  $\text{fct}(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*)$  est une fonction à déterminer. Cette équation peut être reformulée pour faire apparaître le paramètre d'écrantage plutôt que le nombre de Reynolds magnétique :

$$\hat{S}_u = \frac{\mu_0 \sigma \omega \mathcal{L}^2 \mathcal{U}}{\mathcal{L}} \times \text{fct}(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*) = \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{L}} \mathcal{S}_\omega \times \text{fct}(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*) = \mathcal{U} \times \text{fct}(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*). \quad (3.27)$$

Le rapport entre le signal  $\hat{S}_u$  et la vitesse débitante  $\mathcal{U}$ , qui représente la sensibilité du capteur, dépend du profil de vitesse et du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$ . Cette dépendance est illustrée sur la figure 3.9 dans le cas d'écoulements de type « piston » où la vitesse est uniforme sur toute la section. Si la température du fluide en écoulement fluctue sans modification du profil de vitesse ou de la vitesse débitante, il est possible de conserver le paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  afin de maintenir une sensibilité constante en faisant varier la fréquence d'excitation de la bobine primaire. Une fréquence intéressante pour effectuer la mesure de débit correspond au maximum de la fonction  $\hat{S}_u/\mathcal{U} = \text{fct}(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u})$ . C'est à cette fréquence que la sensibilité maximale et que  $\partial \hat{S}_u / \partial \mathcal{S}_\omega = 0$ , c'est-à-dire que la mesure est peu perturbée par de petites fluctuations de conductivité électrique. Krauter propose également de compenser les variations de conductivité en ajustant le courant dans la bobine primaire afin de maintenir la même sensibilité du capteur [42].

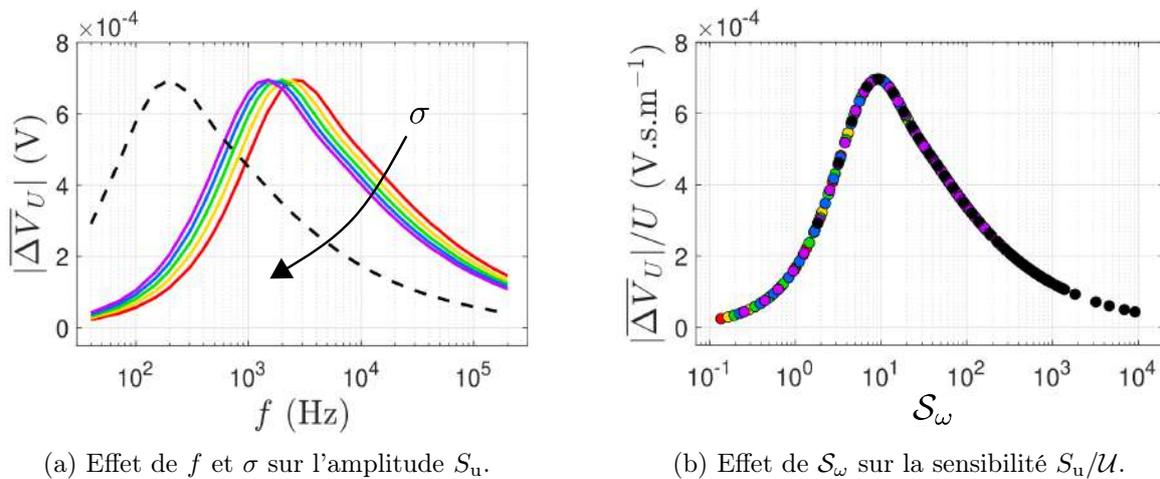


FIGURE 3.9: (a) Effet de la fréquence d'excitation de la bobine primaire sur l'amplitude du signal lié à l'écoulement  $S_u$  à nombre de Reynolds magnétique constant. (b) Effet du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  sur la sensibilité du capteur  $S_u/\mathcal{U}$ , indépendante du nombre de Reynolds magnétique. En passant à la représentation en fonction de  $\mathcal{S}_\omega = \mu_0 \sigma \omega \mathcal{L}^2$  est conservée [26].

### Effet du profil de vitesse

D'après l'équation (3.23), la forme du profil de vitesse dans la conduite influence la mesure de l'ECFM, même pour un débit identique. En effet, en raison de l'atténuation progressive du champ magnétique dans le milieu conducteur, la détection par courants de Foucault est principalement sensible à l'écoulement à proximité de la bobine primaire, c'est-à-dire à proximité de la paroi de la conduite pour un ECFM externe. Ainsi, les vitesses mesurées sont représentatives des vitesses dans l'épaisseur de peau qui contient la couche limite, qui sont beaucoup plus faibles que la vitesse débitante [26]. Plus la fréquence augmente, plus l'épaisseur de peau diminue, ce qui accentue cet effet. Wiegand démontre que la sensibilité du capteur augmente à mesure que la vitesse du fluide près de la paroi augmente, c'est-à-dire que le nombre de Reynolds augmente. Cette relation est établie pour des écoulements laminaires, turbulents et de type « piston », où la vitesse est uniforme sur toute la section [39]. Les résultats obtenus pour différents profils de vitesse, en termes de sensibilité  $S_u/U$  et de déphasage  $\phi_u$ , sont présentés en fonction du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  dans la figure 3.10.

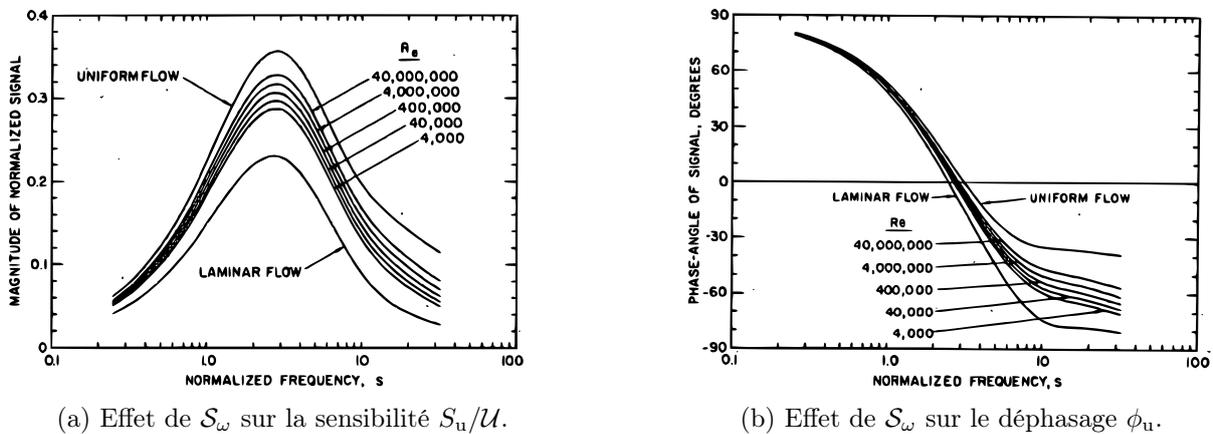


FIGURE 3.10: Effet du profil de vitesse et du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  : (a) sur la sensibilité  $S_u/U$  et (b) sur le déphasage  $\phi_u$  du signal lié à l'écoulement. Différents profils de vitesse correspondant à différents nombres de Reynolds sont utilisés pour ce calcul numérique [39].

L'utilisation de différentes fréquences est justement exploitée pour déterminer la forme du profil de vitesse en sondant l'écoulement sur différentes épaisseurs de peau. Pour cela, des réseaux de neurones sont entraînés à partir de résultats issus de simulations numériques, ce qui permet de mesurer le profil de façon plus précise qu'avec une seule fréquence, tout en étant moins sensible au bruit [48].

Si l'écoulement ne se produit pas dans une conduite cylindrique, mais par exemple au-dessus des assemblages de combustible dans un volume plus large, alors l'écoulement est tridimensionnel et des effets d'inclinaison doivent être pris en compte sur la sensibilité du capteur. Krauter montre grâce à une analyse expérimentale et numérique que la mesure de la vitesse moyenne ne dévie sensiblement que lorsque l'inclinaison dépasse environ  $30^\circ$  [49].

Enfin, la conduite qui sépare l'ECFM de l'écoulement présente deux inconvénients : premièrement, elle éloigne les zones de vitesse élevées des zones où le champ magnétique est fort et elle est souvent fabriquée à partir d'un matériau conducteur tel que l'acier inoxydable qui atténue les courants de Foucault générés par la bobine primaire. Pour éviter ces effets, certains capteurs ont été conçus pour être directement placés dans l'écoulement, sans capsule de protection. Costello rapporte une augmentation de la sensibilité de capteur de plus de 60% en l'absence de capsule, pour un ECFM dit « *wet type* » en opposition à l'ECFM encapsulé dit « *dry type* » [50].

### Effet des fluctuations de vitesse turbulentes

En étudiant les différents facteurs qui influencent la mesure de débit d'un ECFM, Nakamoto a observé que l'ECFM est sensible aux fluctuations de vitesse turbulentes qui se produisent autour d'un capteur immergé [51]. Pour un écoulement monophasique, ces fluctuations de vitesse font osciller le signal de l'ECFM autour d'une valeur moyenne qui caractérise l'écoulement moyen. Observées dans le plan complexe, ces fluctuations se produisent dans une direction privilégiée qui indique un déphasage préférentiel. Dans la section 3.2, ces résultats seront illustrés en relation avec les perturbations générées par le passage de bulles.

#### 3.1.5 Pistes de recherche pour l'utilisation d'un ECFM en débitmétrie

Pour conclure sur l'application des l'ECFM en débitmétrie, les principales contraintes liées à son utilisation ainsi que certaines pistes de recherche explorées pour les résoudre sont présentées.

#### Contraintes de conception

D'abord, la sensibilité des ECFM est généralement assez faible puisque l'amplitude de la composante du signal induite par l'écoulement est de l'ordre du nombre de Reynolds magnétique, qui vérifie  $R_m \lesssim 1$ . De plus, dans les conditions d'un RNR-Na, le fil utilisé pour les bobines de l'ECFM doit être capable de résister à des températures élevées (plus de 500°C) et à l'irradiation du circuit primaire pendant plus de 10 ans. Ce fil doit également présenter de bonnes propriétés mécaniques, notamment une résistance aux frottements, aux vibrations et une flexibilité suffisante pour faciliter son enroulement [52]. Pour répondre à ces exigences, le fil est souvent entouré d'une protection minérale et d'une gaine, ce qui réduit la section efficace du fil. Le nombre d'enroulements dans les bobines est alors considérablement réduit, ce qui entraîne une diminution de l'intensité du champ magnétique produit et de la sensibilité du capteur. Le choix du matériau constituant l'âme du fil est également crucial en raison des contraintes de température, d'absorption des neutrons et de résistance mécanique. Par exemple, l'utilisation de cuivre pur est déconseillée en raison de son oxydation à haute température qui réduit sa durée de vie [42]. Tous ces choix limitent le courant maximal acceptable par la bobine primaire, et donc la sensibilité du capteur. Les contraintes sont légèrement différentes pour les bobines secondaires qui ne sont traversées par aucun courant et ne sont pas soumises à l'effet Joule associé [52].

#### Utilisation d'un noyau magnétique

Afin de compenser la faible densité de courant qui peut être imposée dans la bobine primaire, des matériaux ferromagnétiques sont utilisés pour constituer le cœur des ECFM internes [41]. Dans ces matériaux, des dipôles magnétiques à l'échelle microscopique s'alignent dans une parallèlement au champ magnétique sous l'influence d'un champ magnétique externe. L'utilisation d'un matériau ferromagnétique comme noyau dans un ECFM interne permet ainsi d'amplifier le champ magnétique [41]. Par exemple, Paumel a décrit une multiplication de la sensibilité du capteur par un facteur 35 en utilisant un noyau en fer doux [47, 52]. Krauter a également mentionné l'utilisation de nickel, un autre matériau ferromagnétique, dans les fils des différentes bobines pour augmenter la sensibilité du capteur en dessous de la température de Curie associée [42]. Malgré la présence de fil ferromagnétique et de la capsule en acier conducteur de l'ECFM, la relation affine entre la vitesse débitante et la tension mesurée aux bornes du capteur reste valable. La sensibilité de l'ECFM dépend toujours de la fréquence et des propriétés des matériaux. Notons que ces coefficients ne sont valables que lorsque le sodium a complètement mouillé la paroi (c'est-à-dire à des températures supérieures à 300°C après un écoulement prolongé) et que l'ECFM a subi plusieurs cycles de chauffage/refroidissement (afin d'éviter toute modification des propriétés des bobines due à la migration des différents matériaux) [42].

### Persistance des problèmes d'étalonnage

Malgré les améliorations citées précédemment, l'étalonnage du capteur reste un défi majeur. Il est essentiel de séparer la composante du signal liée à la géométrie du capteur  $s_0(t)$  de la composante du signal induite par l'écoulement  $s_u(t)$  pour conserver la linéarité de l'amplitude avec le débit. Cependant, la méthode de compensation qui repose sur l'ajustement du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$ , est limitée aux cas où il n'y a pas de noyau ferromagnétique et où l'influence de la paroi sur laquelle le capteur est bobiné, souvent conductrice, est négligée [47]. Lorsque ces paramètres sont pris en compte, la compensation devient insuffisante, et de nouveaux paramètres tels que la susceptibilité magnétique du noyau, les variations d'impédance des bobines et la conductivité électrique de la paroi entrent en jeu [53]. L'utilisation de la grandeur  $(S_2 - S_1)/(S_2 + S_1)$ , proposée par Sharma [41], vient d'une méthode de compensation des variations de susceptibilité magnétique du noyau magnétique introduite par Ara dans le cadre des transformateurs différentiels composant les *Linear Variable Differential Transformers* (LVDT) [54]. Paumel montre que l'utilisation de cette grandeur, conjointement à la méthode de compensation de  $\mathcal{S}_\omega$ , permet de réduire la dépendance en température de la mesure mais sans l'éliminer complètement [47]. Dans son modèle analytique, Wiegand prend en compte l'effet de la conductivité électrique de la conduite, ce qui entraîne une atténuation et un déphasage supplémentaire du champ magnétique [39]. Cette pratique rend néanmoins l'étalonnage plus laborieux car il faut comparer les mesures de débit de l'ECFM à celles d'un deuxième débitmètre de référence pour de nombreuses températures et fréquences de fonctionnement, ainsi que sur des profils de vitesse réalistes afin de minimiser les erreurs de mesure.

### Compensation sur d'autres géométries

Enfin, d'autres configurations de débitmètres à courants de Foucault ont été proposées pour limiter l'influence des variations de température. Dans le *phase-shift flowmeter* introduit par Priede (figure 3.11), la mesure de la phase du signal est directement proportionnelle à la vitesse de débit [55]. Cette méthode de mesure est apparemment plus robuste que la mesure de l'amplitude car la phase est déterminée par le rapport de deux amplitudes et reste constante même si les amplitudes sont perturbées de manière similaire [56].

Looney a montré qu'il est possible de réduire la sensibilité de ce capteur aux fluctuations de la conductivité électrique [56]. L'analyse du débitmètre révèle que la différence de phase entre les deux bobines secondaires est proportionnelle au paramètre d'écrantage et au nombre de Reynolds magnétique, à condition que ceux-ci respectent les conditions  $\mathcal{S}_\omega \ll 1$  et  $R_m \ll 1$ . Étant donné



FIGURE 3.11: (a) Schéma et (b) modèle expérimental du concept de *phase-shift flowmeter* utilisé pour compenser les effets de la conductivité électrique du fluide sur la mesure de débit [55].

que la conductivité électrique apparaît dans chacun de ces nombres adimensionnels, la différence de phase est donc proportionnelle au carré de la conductivité électrique :

$$\phi_1 - \phi_2 \propto \mathcal{S}_\omega R_m \propto \sigma^2. \quad (3.28)$$

La phase mesurée dans une seule des bobines secondaires, c'est-à-dire le déphasage par rapport à la bobine primaire considérée comme une référence de phase nulle, est directement proportionnelle au paramètre d'écrantage :

$$\phi_{1,2} \propto \mathcal{S}_\omega \propto \sigma. \quad (3.29)$$

En divisant la différence de phase  $\phi_1 - \phi_2$  par le carré de l'une des phases  $\phi_1$  ou  $\phi_2$ , il est possible de construire une grandeur qui devient théoriquement indépendante de la conductivité électrique. Les résultats théoriques de Looney suggèrent que cette méthode permet effectivement de réduire cette dépendance.

Un aperçu des autres techniques de débitmétrie en métaux liquides est donné dans l'annexe A.1 pour comprendre la contribution que peuvent apporter les ECFM dans ce domaine.

## 3.2 Détection de bulles par ECFM

Dans les écoulements de sodium, il a été observé que la présence de bulles altère la mesure du débit par ECFM mais aussi les mesures réalisées par d'autres capteurs. Cette observation soulève la possibilité de réaliser un capteur utilisant les courants de Foucault qui soit très sensible au passage des bulles pour obtenir des informations sur la phase gazeuse. Les sections suivantes expliquent comment le passage de bulles perturbe le signal dans un ECFM et abordent les travaux qui ont été réalisés à ce sujet. Ces travaux se distinguent d'une part par des études sur les effets associés au passage d'un nuage de bulles et d'autre part par les effets associés au passage d'une seule inclusion (qu'il s'agisse d'une bulle de gaz ou d'une particule solide).

### 3.2.1 Principe de fonctionnement

Le passage d'une bulle à travers un ECFM provoque une perturbation de la différence de tension entre les bobines secondaires  $s(t)$ . Pour comprendre cet effet, une représentation schématique des courants électriques et des champs magnétiques impliqués est présentée dans la figure 3.12. La configuration de référence, illustrée dans la figure 3.12a, correspond à un ECFM où la section est remplie d'un liquide conducteur statique, et où les courants induits  $\mathbf{J}_0$  sont identiques en aval et en amont de la bobine primaire. Cette symétrie des courants de Foucault se traduit par une différence de tension nulle entre les bobines  $S_1$  et  $S_2$ . Cependant, lorsque qu'une bulle est présente dans le fluide, elle crée une cavité non conductrice où aucun courant de Foucault ne circule. Si cette bulle se trouve à proximité d'une bobine secondaire, elle perturbe les courants induits, désormais notés  $\mathbf{J}_\alpha$  (figure 3.12b). Les variations du flux magnétique sont alors moins compensées par les courants induits dans le fluide, ce qui entraîne une augmentation de la force électromotrice (fém) dans la bobine secondaire la plus proche. La différence de tension  $s(t)$  évolue donc selon la répartition du gaz dans la conduite, c'est-à-dire du nombre de bulles, de leur taille et de leur position dans la conduite.

Dans la description précédente, aucun effet lié à la vitesse du fluide n'a été pris en compte. Si un écoulement est présent, le passage d'une bulle perturbera également les courants de Foucault induits par l'écoulement du métal. Ainsi, le développement asymptotique introduit dans l'équation (3.21) doit désormais tenir compte de l'influence des bulles sur le signal.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0^\alpha(\mathcal{S}_\omega, \alpha) + R_m \mathbf{A}_u^\alpha(\mathcal{S}_\omega, \alpha, \mathbf{u}^*) + \mathcal{O}(R_m^2). \quad (3.30)$$

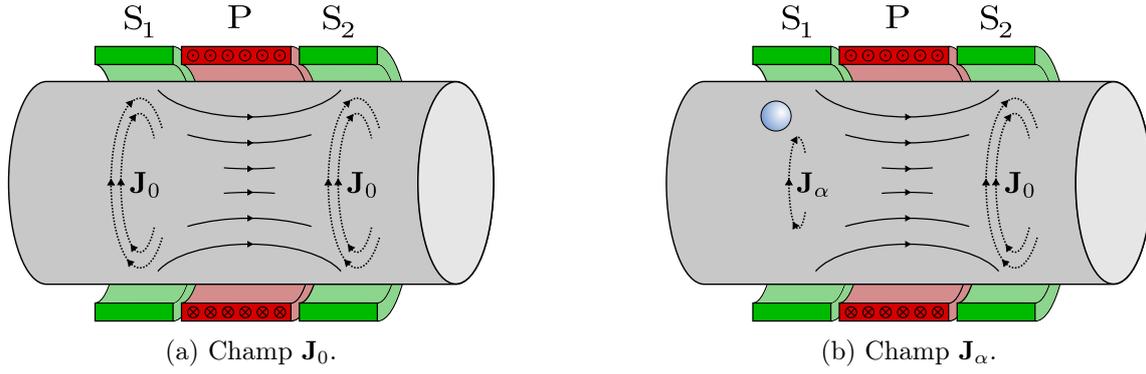


FIGURE 3.12: Schéma des champs magnétiques et densités de courant électrique illustrant : (a) les champs non perturbés dans le métal liquide et (b) la perturbation de ces champs par le passage d'une bulle. Les situations sont représentées pour un liquide conducteur statique.

Dans cette équation,  $\mathbf{A}_0^\alpha$  représente la composante du potentiel vecteur dans une bobine secondaire associée à la géométrie (bobines et bulles) en l'absence d'écoulement et  $\alpha$  représente le taux de vide dans la section de l'ECFM. Le terme  $\mathbf{A}_u^\alpha$  tient compte de la perturbation au premier ordre induite par l'écoulement ainsi que de l'effet des bulles sur cette perturbation. L'hypothèse d'une dépendance au taux de vide effectuée par Kumar peut s'écrire plus complètement sous la forme d'une dépendance au nombre de bulles  $N_b$ , à leur diamètre  $d_{b,i}$  et à leur positions respectives  $(r_i, \theta_i, z_i)$ . Cette approche sera discutée dans le chapitre 7. Dans la limite où le taux de vide  $\alpha \rightarrow 0$ , Kumar montre qu'un développement asymptotique permet de décomposer les signaux induits dans l'ECFM par la géométrie et par l'écoulement [57] :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_0^\alpha(\mathcal{S}_\omega, \alpha) = \mathbf{A}_0(\mathcal{S}_\omega) + \alpha \mathbf{A}_{\alpha \rightarrow 0}(\mathcal{S}_\omega, \alpha) + \mathcal{O}(\alpha^2), \\ \mathbf{A}_u^\alpha(\mathcal{S}_\omega, \alpha, \mathbf{u}^*) = \mathbf{A}_u(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*) + \alpha \mathbf{A}_{\alpha \rightarrow u}(\mathcal{S}_\omega, \alpha, \mathbf{u}^*) + \mathcal{O}(\alpha^2). \end{cases} \quad (3.31)$$

Cette décomposition isole les signaux induits par la géométrie  $\mathbf{A}_0$  et par l'écoulement  $\mathbf{A}_u$  en absence de bulles. L'influence des bulles sur le signal géométrique est notée  $\mathbf{A}_{\alpha \rightarrow 0}$  et l'influence sur le signal de l'écoulement est notée  $\mathbf{A}_{\alpha \rightarrow u}$ . Pour les faibles nombres de Reynolds magnétique et les faibles taux de vide, les termes d'ordre  $R_m^2$ ,  $\alpha^2$  et  $\alpha R_m$  deviennent négligeables :

$$\mathbf{A} \approx \mathbf{A}_0(\mathcal{S}_\omega) + R_m \mathbf{A}_u(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*) + \alpha \mathbf{A}_\alpha(\mathcal{S}_\omega, \alpha). \quad (3.32)$$

Le terme  $\mathbf{A}_{\alpha \rightarrow 0}$  est désormais noté  $\mathbf{A}_\alpha$  pour simplifier la notation. Cela montre que l'influence des bulles sur le potentiel vecteur est principalement due à la perturbation du signal géométrique. La tension complexe induite dans l'une des bobines secondaires, donnée par la relation (3.19), devient la somme de trois termes prédominants :

$$\hat{V} \approx \underbrace{\omega \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_s} j \int \mathbf{A}_0 \cdot d\mathbf{l}}_{f(\mathcal{S}_\omega)} + \underbrace{\omega R_m \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_s} j \int \mathbf{A}_u \cdot d\mathbf{l}}_{g(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*)} + \underbrace{\omega \alpha \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_s} j \int \mathbf{A}_\alpha \cdot d\mathbf{l}}_{h(\mathcal{S}_\omega, \alpha)}. \quad (3.33)$$

Le potentiel vecteur lié à l'écoulement est proportionnel au nombre de Reynolds magnétique (et donc à la vitesse débitante  $\mathcal{U}$ ), et dépend toujours du profil de vitesse adimensionnel  $\mathbf{u}^*$ . La perturbation du potentiel vecteur induite par la présence des bulles est proportionnelle au taux de vide  $\alpha$  pour une distribution de bulles dans la section de l'ECFM donnée.

En utilisant les notations introduites précédemment, la différence de tension complexe entre les deux bobines secondaires peut être exprimée comme la somme de trois fonctions :

$$\hat{S} \approx \underbrace{\omega [f_1(\mathcal{S}_\omega) - f_2(\mathcal{S}_\omega)]}_{\hat{S}_0} + \underbrace{\omega R_m [g_1(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*) - g_2(\mathcal{S}_\omega, \mathbf{u}^*)]}_{\hat{S}_u} + \underbrace{\omega \alpha [h_1(\mathcal{S}_\omega, \alpha) - h_2(\mathcal{S}_\omega, \alpha)]}_{\hat{S}_\alpha}. \quad (3.34)$$

Ainsi, il est possible d'étudier les effets du taux de vide sur le signal indépendamment des effets de l'écoulement. Par la suite, le signal temporel  $s(t)$  sera souvent décomposé en une fonction associée uniquement à la géométrie du capteur, une fonction liée à l'écoulement sans couplage avec les bulles, et enfin une fonction liée uniquement au passage des bulles. Cette décomposition est une extension de la formulation des phaseurs établie dans l'équation (3.23) :

$$s(t) = s_0(t) + s_u(t) + s_\alpha(t) = \Re \left( \hat{S}_0 e^{j\omega t} + \hat{S}_u e^{j\omega t} + \hat{S}_\alpha e^{j\omega t} \right). \quad (3.35)$$

Ce découplage des différents signaux conduit à l'égalité des phaseurs correspondants, c'est-à-dire  $\hat{S} = \hat{S}_0 + \hat{S}_u + \hat{S}_\alpha$ . Afin de valider cette décomposition, Kumar a réalisé une expérience « sèche » en utilisant des barreaux d'aluminium [29]. Des trous représentant des bulles ou des cannelures représentant des nuages de bulles ont été percés dans le barreau, et un ECFM externe a été translaté le long de ce dernier (figure 3.13). Les mesures de tension  $s(t)$  ont confirmé la décomposition (3.34) lorsque le nombre de Reynolds magnétique vérifie  $R_m \ll 1$  et que le taux de vide  $\alpha$  est inférieur à 4%. De plus, il a été observé que la validité de cette décomposition ne dépend pas de la géométrie des usinages, c'est-à-dire de la distribution spatiale du gaz [57].

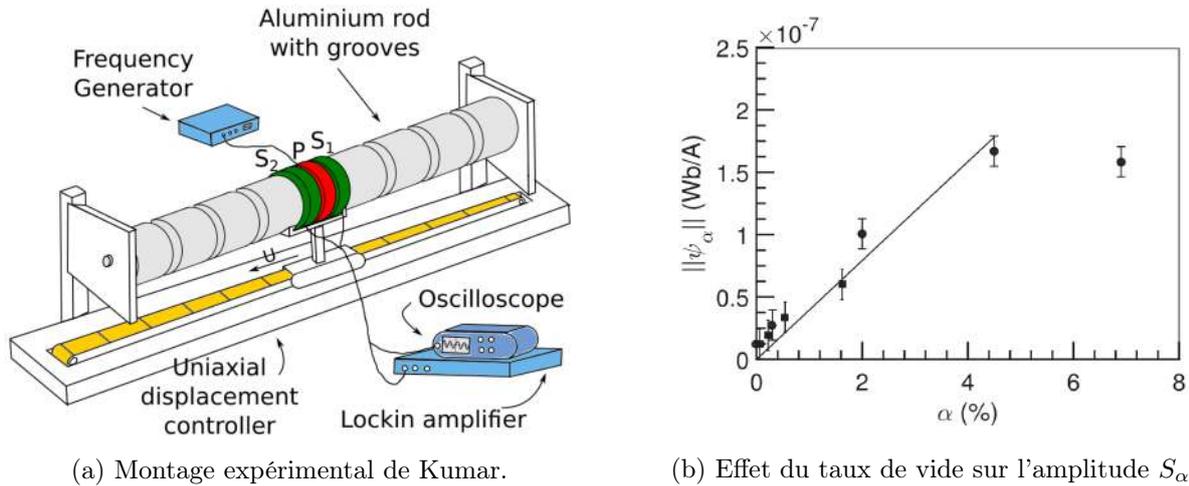


FIGURE 3.13: (a) Schéma du dispositif expérimental de Kumar montrant un ECFM externe à trois bobines en translation autour d'un barreau d'aluminium usiné de cannelures, simulant un écoulement « piston » diphasique. (b) Effet du taux de vide  $\alpha$  sur l'amplitude du signal lié au vide  $S_\alpha$  pour (■) des trous et (●) des cannelures [29].

Lors de l'utilisation de débitmètres électromagnétiques, Cha observe que l'amplitude du signal pour un écoulement à bulles est plus élevée que pour un écoulement monophasique, malgré un débit de métal liquide identique. Afin de tenir compte de l'accélération du fluide engendrée par la présence des bulles qui réduit de la section du passage du liquide, un facteur correctif égal à  $1/(1 - \alpha)$  doit être appliqué à la tension mesurée [58].

### 3.2.2 Mesure du taux de vide par les fluctuations

Après avoir étudié les fluctuations du signal d'un ECFM en l'absence de bulles dans l'écoulement, Ogino a réalisé une injection de bulles dans un circuit de sodium pour simuler l'ébullition du fluide caloporteur [59]. Le passage de ces bulles a entraîné des variations du signal de l'ECFM. Ces fluctuations se sont superposées aux fluctuations déjà présentes, générées par exemple par l'écoulement ou résultant de bruits de mesure. Kumar et Ogino ont aussi observé, lors d'expériences avec des barreaux d'aluminium (figure 3.13b) et lors du passage de bulles dans du sodium liquide, l'apparition d'un effet de saturation lorsque le taux de vide dépasse un certain seuil [57, 59].

Nakamoto a approfondi cette étude expérimentale, en se concentrant notamment sur la distinction entre les fluctuations dues à l'écoulement turbulent et celles causées par le passage de bulles (figure 3.14a). En traçant ces deux contributions dans le plan complexe, il a observé que chaque fluctuation se produisait dans une direction privilégiée, ce qui signifie que chaque perturbation possède un déphasage propre approximativement constant [51]. La figure 3.14b présente le signal de l'ECFM sous forme vectorielle dans le plan complexe, montrant à la fois l'amplitude et la phase du signal correspondant dans différentes situations. La composante  $\mathbf{E}_0$  représente le signal mesuré par une bobine secondaire en l'absence d'écoulement et de bulles. Les composantes  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  correspondent aux signaux mesurés par les bobines  $S_1$  et  $S_2$  en présence d'un écoulement. La différence de tension entre les bobines secondaires induite par l'écoulement est donnée par le vecteur  $\mathbf{E}_F = \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1$ . Une perturbation du signal due à une fluctuation de vitesse est représentée par le vecteur  $\mathbf{e}_F$  et modifie l'amplitude du vecteur  $\mathbf{E}_F$ . Enfin, le passage de bulles est d'abord détecté par la bobine  $S_1$ , ce qui augmente la tension mesurée aux bornes de cette bobine  $\mathbf{E}_1 + \mathbf{AA}'$ , sans perturber la bobine secondaire. Ensuite, la situation s'inverse et la tension mesurée aux bornes de la bobine  $S_2$  devient  $\mathbf{E}_2 + \mathbf{BB}'$ . La différence de tension passe successivement par les états  $\mathbf{AB}$ ,  $\mathbf{A'B}$ , puis  $\mathbf{AB}'$ , et revient enfin à  $\mathbf{AB}$ . Sur ce schéma illustratif, Nakamoto montre clairement que la phase d'une perturbation liée à l'écoulement diffère de celle d'une perturbation due au passage de bulles. En choisissant judicieusement une phase de référence lors de la détection synchrone, il est possible de réduire le « bruit » induit par l'écoulement, ce qui facilite la détection de la présence de bulles, ou *vice versa*.

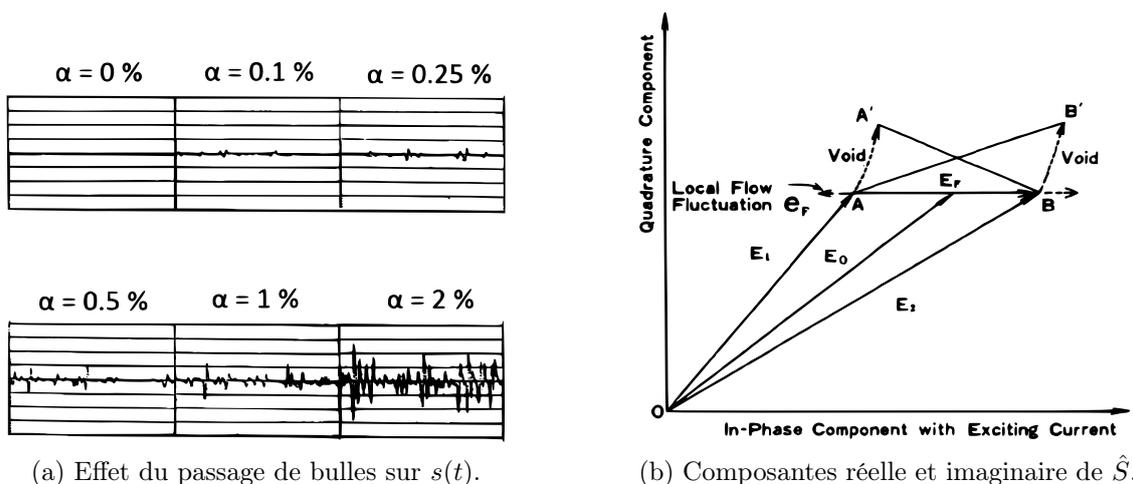
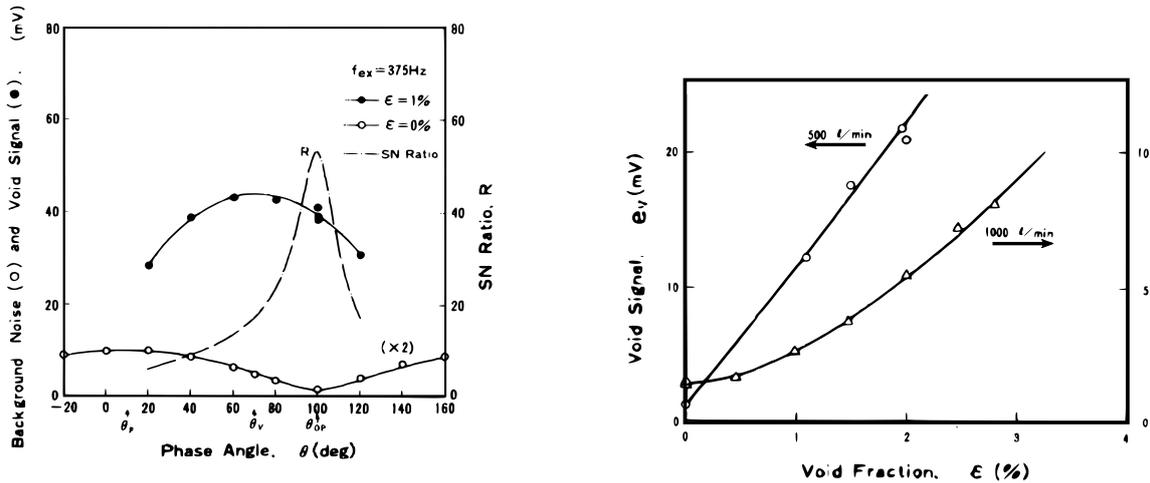


FIGURE 3.14: (a) Effet du passage de bulles sur le signal de l'ECFM. Les fluctuations du signal augmentent avec le taux de vide. Des fluctuations sont induites par l'écoulement turbulent, même à  $\alpha = 0\%$ , mais la phase de référence et l'échelle choisie par l'auteur rendent ces fluctuations indiscernables. (b) Illustration dans le plan complexe des différents phaseurs associés à l'écoulement et ses perturbations ainsi qu'au passage de bulles [51].

La figure 3.15a illustre l'évolution de la valeur efficace des fluctuations en fonction de la phase choisie lors de la démodulation du signal, donc de la direction de projection du signal, pour un écoulement sans bulles et pour un écoulement avec un taux de vide de 1%. La valeur efficace du signal associé à l'écoulement sans bulles correspond à la valeur efficace d'une composante unidirectionnelle dans le plan complexe, à laquelle se superpose un léger bruit isotrope dont l'origine peut être attribuée aux perturbations électromagnétiques environnantes ou aux dispositifs de mesure :

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{A^2 \sin^2(\theta) + B^2} \approx |A \sin(\theta)|. \quad (3.36)$$

La valeur efficace des fluctuations en présence de bulles avec un taux de vide de 1% se distingue nettement des fluctuations générées par l'écoulement turbulent et dépend également de l'angle choisi pour la projection, c'est-à-dire de la phase choisie pour la démodulation du signal. Elle présente également un maximum, ce qui suggère que cette perturbation se fait également selon une direction privilégiée dans le plan complexe. Cette perturbation s'effectue dans une direction différente des perturbations liées à l'écoulement (mais pas orthogonale). Afin d'obtenir le meilleur rapport signal sur bruit (SNR) pour la détection des bulles, il est donc nécessaire de choisir la phase où le bruit lié à l'écoulement est le plus faible.



(a) Phase des perturbations du signal  $\hat{S}$ .

(b) Effet du taux de vide sur  $\hat{S}$ .

FIGURE 3.15: (a) Influence de l'angle de projection du signal sur la mesure de la valeur efficace des fluctuations du signal mesuré par l'ECFM dans le cas d'un écoulement monophasique et d'un écoulement diphasique avec un taux de vide de 1%. (b) Effet du taux de vide sur la valeur efficace des fluctuations projetée dans la direction favorable à la détection des bulles [51].

Après avoir effectué ce choix optimal de phase, il devient possible d'étudier avec une plus grande sensibilité l'influence du passage de bulles sur le signal de l'ECFM. Nakamoto n'a pas observé l'existence d'une relation simple entre la valeur efficace du signal induit par le passage des bulles et le taux de vide [51]. La figure 3.15b montre qu'avec un débit de sodium de 500 L/min, la relation entre le taux de vide et la valeur efficace du signal est linéaire. En revanche, lorsque le débit est de 1000 L/min, la sensibilité est plus faible et suit plutôt une loi quadratique. Les auteurs soupçonnent que la fragmentation des bulles, en réduisant leur taille et en homogénéisant leur distribution, soit à l'origine de cette baisse de sensibilité du capteur. Une autre explication possible est que la bande passante est trop étroite lors de la démodulation, ce qui empêcherait de détecter le passage des bulles lorsque leur fréquence de passage augmente en raison de la fragmentation. Des résultats similaires, montrant une relation linéaire entre les fluctuations du signal lié aux bulles et le taux de vide, ont été obtenus plus récemment par Pandey et Ramakrishna [60, 61].

### 3.2.3 Effet d'une seule bulle

D'autres travaux ont été menés sur l'effet du passage d'une seule bulle ou d'une seule inclusion sur le signal d'un ECFM. Gundrum a détecté le passage d'une bulle dans un tube contenant du galinstan liquide immobile et dans un écoulement de sodium liquide en utilisant un ECFM de géométrie différente (figure 3.16a) [62]. Un algorithme de détection permet de localiser la signature d'une bulle tant que les signatures respectives des différentes bulles ne se superposent pas. Lorsque les réponses interfèrent, il est toujours possible de réaliser des corrélations entre les fluctuations du signal et le débit de gaz injecté lors d'une expérience contrôlée. Les auteurs ont constaté une dépendance quadratique entre l'écart-type du signal et le débit d'argon dans la conduite de sodium (figure 3.16b). De plus, en traçant la réponse du capteur dans le plan complexe (figure 3.16c), Gundrum a observé que la perturbation générée par une bulle isolée se produisait selon une direction privilégiée correspondant au déphasage de la perturbation. Cependant, l'analyse n'a pas permis de déterminer les caractéristiques géométriques telles que la taille, la position ou la trajectoire des bulles à partir des données mesurées.

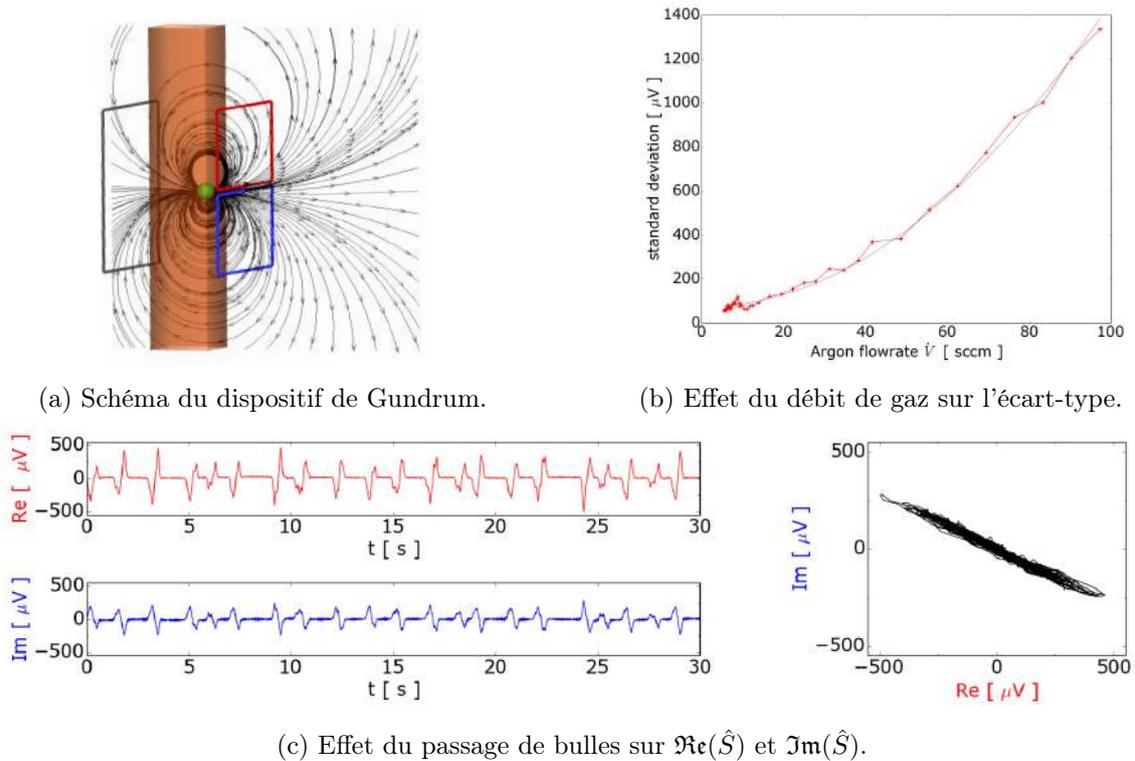


FIGURE 3.16: (a) Schéma du dispositif expérimental de Gundrum. Le capteur est constitué d'une large bobine primaire rectangulaire placée face à deux bobines secondaires carrées plus petites. (b) Dépendance quadratique de l'écart-type du signal induit  $s(t)$  avec le débit d'argon dans l'écoulement de sodium liquide. (c) Mesure des composantes en phase et en quadrature du signal  $\hat{S}(t)$  lors du passage successif de bulles isolées [62].

Afin de mieux comprendre les phénomènes physiques à l'origine de ces perturbations, Guichou a développé un modèle analytique permettant, sous certaines hypothèses, de calculer la réponse générée par une inclusion diélectrique sphérique dans un ECFM externe à trois bobines [26]. En utilisant la solution analytique du potentiel vecteur dans le métal liquide sans inclusion  $\mathbf{A}_0$  (présentée dans la section 3.1.3), une équation est obtenue pour la perturbation  $\mathbf{A}_\alpha$  générée par la présence d'une bulle, définie par la relation :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_\alpha. \quad (3.37)$$

L'équation vérifiée par le potentiel vecteur adimensionnel dans le métal liquide est donnée par la relation (2.53), qui est réécrite ici :

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mathcal{S}_\omega \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{R}_m \left[ \nabla V - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right] = \mathbf{0}. \quad (3.38)$$

Dans un premier temps, la situation est analysée sans écoulement ou lorsque le nombre de Reynolds magnétique vérifie  $\text{R}_m \ll \mathcal{S}_\omega$ . Sous cette hypothèse, qui est vérifiée dans les travaux de Guichou, le potentiel vecteur satisfait, dans chacun des milieux en présence, les équations suivantes :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathcal{S}_\omega \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \text{dans le métal liquide}, \quad (3.39)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_c, \quad \text{dans la bobine primaire}, \quad (3.40)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0, \quad \text{dans la bulle}, \quad (3.41)$$

où  $\mathbf{J}_c$  représente la densité de courant dans la bobine primaire, qui est une donnée du problème. Ces trois équations sont regroupées à l'aide de différentes fonctions indicatrices qui prennent la valeur 1 dans une région spécifique de l'espace et 0 ailleurs :

$$\mathbb{1}_\sigma = 1, \quad \text{dans le métal liquide}, \quad (3.42)$$

$$\mathbb{1}_c = 1, \quad \text{dans la bobine primaire}, \quad (3.43)$$

$$\mathbb{1}_b = 1, \quad \text{dans la bulle}. \quad (3.44)$$

En l'absence de bulles, la solution du potentiel vecteur est notée  $\mathbf{A}_0$  et le domaine occupé par le métal liquide est un cylindre dont la fonction indicatrice est notée  $\mathbb{1}_{\sigma_0}$ . L'équation différentielle vérifiée par  $\mathbf{A}_0$  s'écrit alors, en régime sinusoïdal :

$$\nabla^2 \mathbf{A}_0 - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0 = -\mathbb{1}_c \mathbf{J}_c. \quad (3.45)$$

La résolution de cette équation munie de conditions aux limites homogènes loin de l'ECFM, qui correspond à la résolution présentée dans la section 3.1.3, permet de déterminer le champ  $\mathbf{A}_0$  en tout point de l'espace. Lorsqu'une bulle est présente, le domaine où se trouve le métal liquide n'est plus un cylindre mais un cylindre auquel est soustrait le volume occupé par la bulle. Ce domaine est désigné par  $\mathbb{1}_\sigma$ , et le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  satisfait maintenant l'équation suivante :

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mathbb{1}_\sigma j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A} = -\mathbb{1}_c \mathbf{J}_c. \quad (3.46)$$

La différence entre les équations (3.45) et (3.46) permet d'obtenir une relation sur le champ perturbé par la présence de l'inclusion  $\mathbf{A}_\alpha$ . En remarquant que  $\mathbb{1}_{\sigma_0} - \mathbb{1}_\sigma = \mathbb{1}_b$ , il vient :

$$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha - \mathbb{1}_\sigma j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_\alpha = -\mathbb{1}_b j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0. \quad (3.47)$$

Le champ perturbé obéit donc à une équation de Helmholtz avec un terme source qui n'est pas donné par la densité de courant dans la bobine primaire, mais plutôt par les courants induits par le champ non perturbé. Guichou propose de résoudre cette équation lorsque le paramètre d'écrantage vérifie  $\mathcal{S}_\omega \ll 1$ . Dans ces conditions,  $\mathbf{A}_\alpha \ll \mathbf{A}_0$  et l'équation (4.17) peut être approximée par :

$$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha \approx -\mathbb{1}_b j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0. \quad (3.48)$$

Lorsque le champ  $\mathbf{A}_0$  tend vers zéro à l'infini, la solution de cette équation de Poisson vectorielle est donnée par l'intégrale :

$$\mathbf{A}_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{j\mathcal{S}_\omega}{4\pi} \iiint_b \frac{\mathbf{A}_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\tau', \quad (3.49)$$

où  $d\tau'$  représente un élément de volume infinitésimal au sein de la bulle. Pour les petites bulles, Guichou propose d'approximer le potentiel vecteur non-perturbé par un champ constant dans la bulle qui prendrait la valeur de  $\mathbf{A}_0$  du centre de la bulle, au point  $\mathbf{r}_\alpha$  [26] :

$$\mathbf{A}_\alpha(\mathbf{r}) \approx \frac{j\mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0(\mathbf{r}_\alpha)}{3|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (3.50)$$

Pour valider ce modèle perturbatif, Guichou a réalisé une série d'expériences où une bille solide et isolante a été placée dans un tube de galinstan. Un ECFM a été translaté le long de ce cylindre pour simuler le passage d'une bulle dans un écoulement uniforme. La composante du signal liée à l'écoulement, c'est-à-dire à la translation du métal, a été soustraite de la mesure grâce à des expériences préliminaires réalisées sans la bille. La figure 3.17 présente le dispositif expérimental utilisé ainsi que les signaux mesurés lors de la translation de l'ECFM autour du tube contenant une bille de 3 mm de diamètre, placée à différentes positions radiales. Ces signaux sont comparés aux résultats du modèle analytique exact (3.49) et du modèle approché (3.50). Pour ces configurations, le modèle approché est très proche du modèle exact, et les deux solutions décrivent correctement les mesures expérimentales. Cependant, des écarts apparaissent entre les résultats expérimentaux et les modèles lorsque la fréquence d'excitation de la bobine primaire augmente, lorsque la taille des billes augmente ou lorsque la position radiale des billes diminue [26]. Les mesures révèlent également que la tension maximale mesurée est proportionnelle au volume de la bille. Dans la limite des hypothèses formulées, la tension maximale mesurée aux bornes de l'ECFM pendant le passage de la bille, notée  $\max(|\dot{S}|) = S_{\max}$ , est liée au rayon de la bille  $r_b$ , à sa position radiale  $\rho$  et à la pulsation  $\omega$  par l'équation suivante :

$$S_{\max} = r_b^3 \times \text{fct}(\rho, \omega). \quad (3.51)$$

Guichou montre que la mesure de la tension maximale permet de déterminer, à une fréquence donnée, des couples de valeurs probables  $(r_b, \rho)$  pour la taille et la position radiale de la bille,

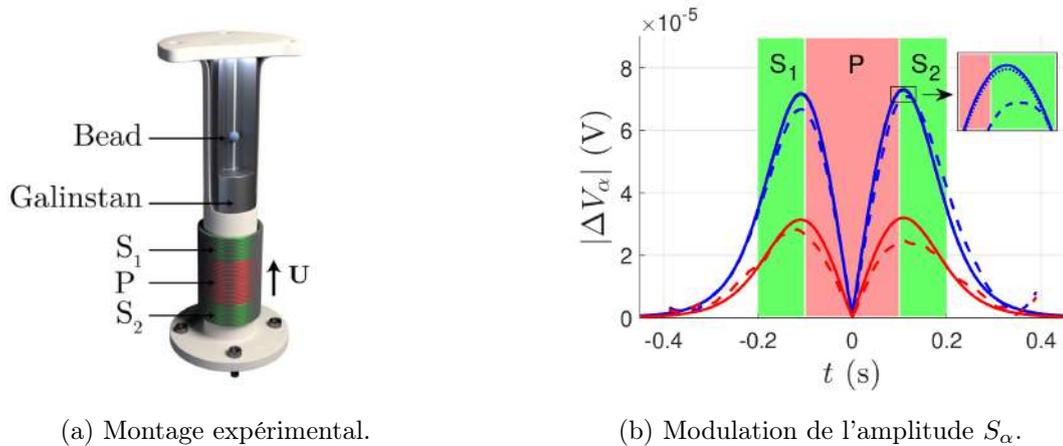


FIGURE 3.17: (a) Schéma du montage expérimental montrant une bille isolante fixée dans un tube de galinstan grâce à un fil ainsi qu'un ECFM mis en translation autour de ce tube. (b) Comparaison entre les signaux expérimentaux (tirets) et les signaux analytiques exacts (traits pointillés) et approchés (traits pleins). La bille possède un diamètre de 3 mm et sa position radiale est fixée à 7 mm (rouge) et 10 mm (bleu) [63].

sans possibilité de déterminer ces deux grandeurs simultanément. Pour déterminer le volume de la bille lors du passage de l'ECFM, il est nécessaire de connaître sa position radiale et de déterminer analytiquement ou numériquement la fonction introduite dans l'équation (3.51). Pour aller plus loin dans la mise en place d'une méthode inverse, Guichou réalise ces expériences à différentes fréquences et étudie l'évolution des composantes en phase et en quadrature de l'amplitude maximale  $S_{\max}$ . Lorsqu'une bulle passe à travers un ECFM, les composantes en phase et en quadrature du signal présentent une oscillation caractéristique, comme illustré dans la figure 3.18 pour la composante en phase et pour différentes fréquences. À mesure que la fréquence augmente, l'oscillation s'inverse, passant d'un premier pic négatif à un premier pic positif et inversement pour le second pic. Entre ces deux régimes, l'oscillation est atténuée et atteint un minimum. Les fréquences auxquelles ces inversions se produisent n'ont pas été corrélées à la taille ou à la position de la bulle.

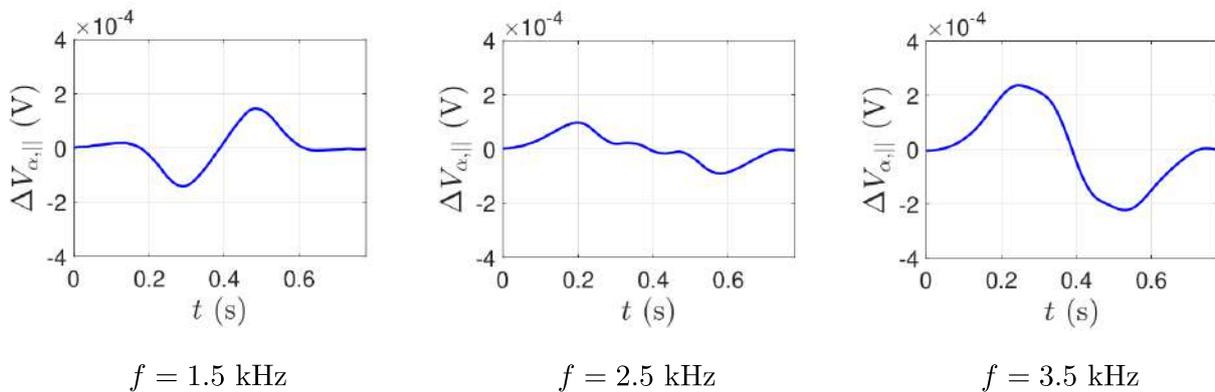


FIGURE 3.18: Inversion de l'oscillation de la composante en phase du signal  $s_{||}$  générée dans un ECFM par le passage d'une bulle ou d'une bille. Ici le rayon de la bille vaut 2.5 mm et sa position radiale est fixée à 10 mm pour un tube de diamètre 13 mm. La fréquence d'inversion correspond au minimum d'amplitude l'oscillation [26].

L'effet de la fréquence sur l'amplitude maximale des oscillations des composantes en phase et en quadrature est illustré sur la figure 3.19. Les « rebonds » caractéristiques apparaissent aux fréquences où les oscillations s'inversent. Ces évolutions avec la fréquence sont difficilement reproduites par le modèle analytique et n'ont pas permis de développer une méthode inverse permettant de retrouver simultanément la taille et la position de la bulle.

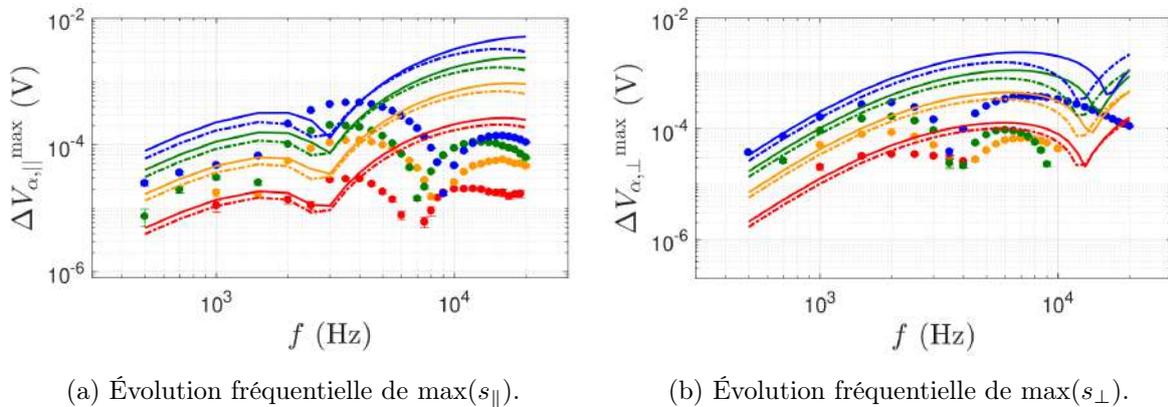


FIGURE 3.19: Effet de la fréquence d'excitation de la bobine primaire : (a) sur le maximum de la composante en phase et (b) en quadrature de phase du signal induit par le passage de la bille sur les signaux expérimentaux (tirets) et les signaux analytiques exacts (traits pointillés) et approchés (traits pleins). Le rayon des billes vaut de 1 mm (rouge), 1.5 mm (orange), 2.0 mm (vert) et 2.5 mm (bleu) et la position radiale est fixée à 7 mm [63].

### 3.2.4 Contrôle non destructif par courants de Foucault

Bien que le nombre d'études portant spécifiquement sur l'effet des bulles sur le signal d'un ECFM soit limité, il existe de nombreux travaux de recherche dans le domaine du contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault. Ces travaux sont utiles pour notre étude car la perturbation du champ électromagnétique causée par la présence d'une bulle est physiquement similaire à celle d'un défaut dans une pièce métallique, à l'exception des effets hydrodynamiques. Dans les deux cas, c'est la nature diélectrique de la bulle ou du défaut qui est responsable de la perturbation des courants de Foucault, et donc du signal mesuré aux bornes de l'ECFM.

Lors d'un contrôle non destructif par courants de Foucault, le matériau conducteur à tester est exposé à un champ magnétique variable généré par une bobine primaire. Les perturbations du champ magnétique causées par la présence d'une ou plusieurs hétérogénéités dans le conducteur sont ensuite mesurées en observant les variations d'impédance de la bobine primaire ou les variations du flux du champ magnétique engendrées sur d'autres bobines situées à proximité. Si la différence de tension entre deux bobines est mesurée, on parle alors de mesure différentielle. Dans la littérature, deux approches sont couramment utilisées. La première consiste à caractériser les propriétés moyennes d'un milieu tandis que la seconde est une approche locale, où l'objectif est de caractériser précisément un seul défaut.

#### Approche par un milieu équivalent

Lorsque des petites hétérogénéités sont distribuées uniformément dans un composant métallique solide, le milieu peut être considéré comme un milieu monophasique équivalent. Par exemple, une variation du taux de vide dans ce milieu entraîne une variation de la conductivité électrique équivalente du milieu. Afin de caractériser le taux de vide dans ce type de composants, il faut d'abord déterminer la relation entre le taux de vide et la conductivité équivalente du milieu. Ensuite, il faut calculer l'influence de la conductivité électrique du milieu sur la variation d'impédance d'une bobine primaire ou sur la tension induite dans des bobines secondaires. Maxwell a analysé la conductivité électrique équivalente d'une suspension diluée et statique d'inclusions sphériques dont le rayon  $r_b$  est petit devant la longueur caractéristique du volume considéré et à la distance moyenne entre les inclusions. Dans l'approximation d'un faible taux de vide  $\alpha \ll 1$ , la résolution de l'équation de Laplace permet d'obtenir une relation entre la conductivité du matériau métallique  $\sigma$  et la conductivité équivalente  $\sigma_{eq}$  [64] :

$$\sigma_{eq}(\alpha) = \sigma \left( 1 - \frac{3}{2}\alpha \right). \quad (3.52)$$

Cette approche a été étendue à différents types de milieux solides, notamment pour des inclusions de géométrie ellipsoïdale avec ou sans orientation préférentielle [64]. Cependant, au-delà d'un certain taux de vide, l'approximation du régime dilué  $\alpha \ll 1$  n'est plus valide et les interactions entre les inclusions et le champ électromagnétique doivent être prises en compte. Dans ce cas, d'autres approches théoriques et empiriques sont utilisées, par exemple pour caractériser les mousses métalliques et les matériaux composites qui présentent une grande diversité de structures poreuses et de propriétés physiques (figure 3.20) [65].

Petrick a notamment utilisé cette approche pour caractériser la conductivité électrique équivalente d'un écoulement diphasique de sodium liquide contenant des bulles d'azote en fonction du taux de vide [66]. Les mesures expérimentales réalisées avec un débitmètre à électrodes montrent que pour des taux de vide variant de 0 à 70%, la conductivité électrique équivalente est liée au taux de vide par une relation empirique de la forme :

$$\sigma_{eq}(\alpha) = \sigma \exp(-3.8\alpha). \quad (3.53)$$

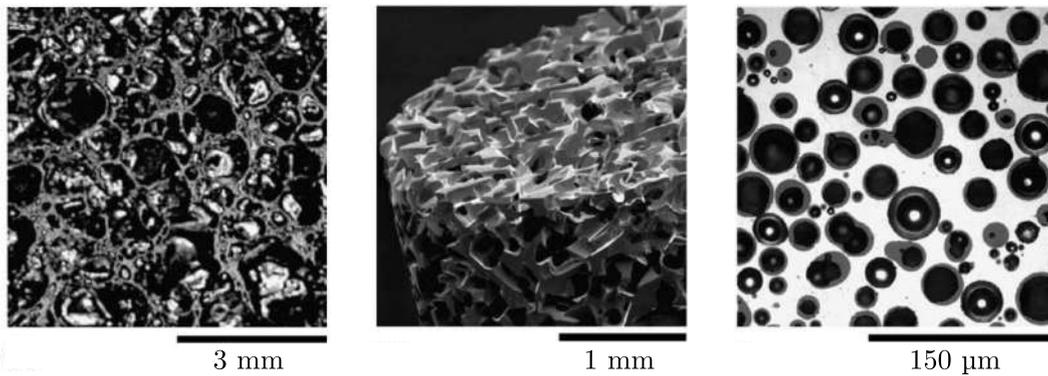


FIGURE 3.20: Images de mousses métalliques. Les métaux utilisés et les technique de production peuvent beaucoup varier selon les mousses. L'intégration d'une seconde phase peut se faire par l'injection de gaz, la précipitation de gaz dissout ou encore l'insertion de verre ou de billes de carbone dans le métal [65].

### Caractérisation d'un défaut local

Les courants de Foucault sont également utilisés pour la détection et la caractérisation de défauts localisés à la surface d'un conducteur. Les sondes utilisées dans ce cas sont généralement de plus petite taille afin de mesurer les variations locales du champ magnétique induites par des fissures ou par une variation de l'épaisseur d'un revêtement conducteur. La détection de défauts sur les surfaces internes ou externes de tubes métalliques à l'aide de courants de Foucault est couramment réalisée en mesurant les variations d'impédance d'une ou plusieurs bobines (figure 3.21). L'impédance d'une bobine est généralement composée d'une partie résistive réelle et d'une partie inductive imaginaire :

$$\hat{Z} = R + j\omega L. \quad (3.54)$$

Lorsqu'une bobine est placée à proximité d'une pièce métallique sans défaut, la composante résistive de l'impédance augmente en raison de la génération de courants de Foucault dans le matériau métallique qui dissipe de l'énergie. En parallèle, la composante inductive de l'impédance diminue puisque que le champ magnétique créé par les courants de Foucault s'oppose au champ magnétique de la bobine. Si un défaut est présent dans le milieu conducteur à proximité de la bobine, cela empêche la formation de courants de Foucault, ce qui se traduit par une diminution de la résistance et une augmentation de l'inductance mesurée. Pour la mesure différentielle illustrée sur la figure 3.21, c'est la différence d'impédance  $\Delta\hat{Z}$  entre deux bobines placées sur le même axe et parcourues par un courant électrique qui est mesurée.

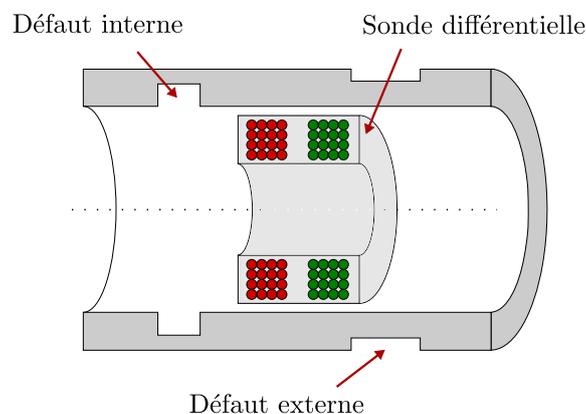


FIGURE 3.21: Montage pour la détection et la caractérisation de défauts internes ou externes dans un tube conducteur à l'aide d'une mesure différentielle d'impédance réalisée par une sonde intrusive [67].

Lorsque la sonde avance dans le tube, le défaut perturbe successivement l'impédance d'une bobine puis de la seconde. En l'absence de défaut, ce signal est nul et une fluctuation est observée quand l'une des bobines se trouve à proximité d'un défaut tandis que la seconde se trouve dans le milieu de référence. La figure 3.22a illustre les oscillations typiques des composantes réelle et imaginaire lorsque une sonde différentielle traverse un défaut interne ou externe d'une conduite cylindrique. Dans le plan complexe (figure 3.22b), la variation d'impédance suit une trajectoire caractéristique souvent interprétée comme une courbe de Lissajous [67]. Certaines caractéristiques d'un défaut peuvent être déterminées à partir des variations de la différence d'impédance des bobines observée dans le plan complexe. Il est néanmoins plus courant d'étudier seulement les variations des coordonnées du point d'amplitude maximale dans le plan complexe en fonction de la géométrie du défaut (point M dans la figure 3.22b).

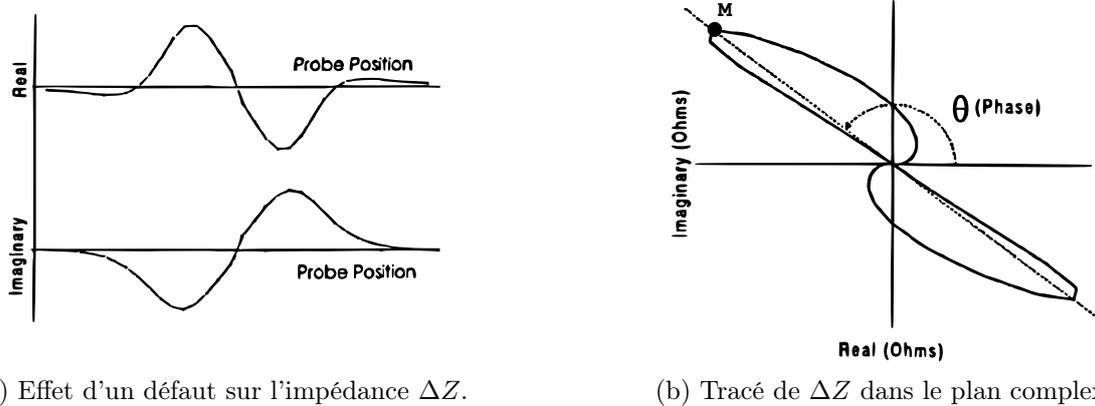


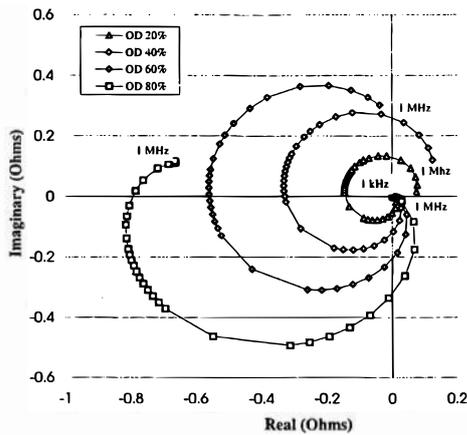
FIGURE 3.22: (a) Effet de la position de la sonde par rapport à un défaut sur les parties réelle et imaginaire de la différence d'impédance et (b) tracé correspondant dans le plan complexe [67].

Les graphiques de la figure 3.23 montrent les coordonnées de ce point obtenues par Nguyen pour des défauts internes et externes axisymétriques, dont la profondeur varie de 20% à 80% de l'épaisseur de la conduite métallique [67]. Ces coordonnées sont tracées pour des fréquences d'excitation des bobines allant de 1 kHz à 1 MHz et suivent une trajectoire dont la forme permet d'identifier le type de défaut, tandis que l'amplitude permet d'estimer la profondeur du défaut. Pour utiliser cette technique, il est nécessaire de disposer d'abaques et d'analyser, pour chaque défaut, la trajectoire dans le plan complexe pour différentes fréquences. Il convient de noter que cette technique est présentée seulement pour défauts axisymétriques, pour lesquels le rapport entre la profondeur et la largeur est connu à l'avance. Pour élargir le domaine d'application de la méthode, il est nécessaire d'obtenir des abaques correspondantes ou de mettre au point une nouvelle méthode.

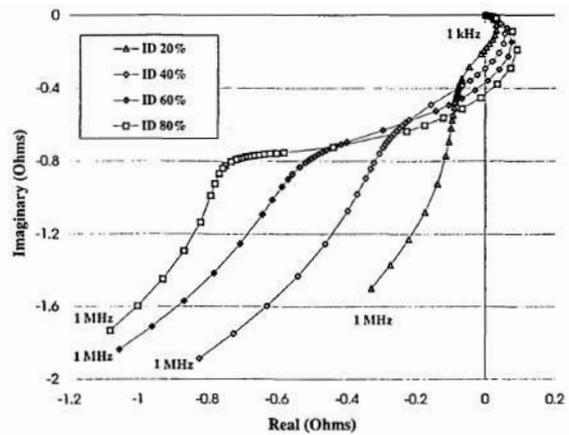
Malgré les limitations liées à l'épaisseur de peau, certaines techniques parviennent aussi à détecter des défauts présents sous la surface du matériau. Zaman a étudié théoriquement la perturbation induite par un défaut dans un cylindre conducteur sur l'impédance d'une bobine composée d'un unique enroulement [68]. La variation d'impédance est donnée par la relation :

$$\Delta \hat{Z} \propto \sigma V_b \omega^2 F_d F_a, \quad (3.55)$$

où  $V_b$  représente le volume du défaut,  $F_d$  est une fonction de sa position radiale et  $F_a$  est une fonction de sa position axiale. Les différentes dépendances géométriques sont clairement identifiées, et la perturbation est proportionnelle au volume du défaut. De plus, Zaman montre que la position axiale influence seulement l'amplitude de la variation d'impédance tandis que la position radiale influence à la fois l'amplitude et la phase de l'impédance de la bobine [68].



(a) Défauts internes.



(b) Défauts externes.

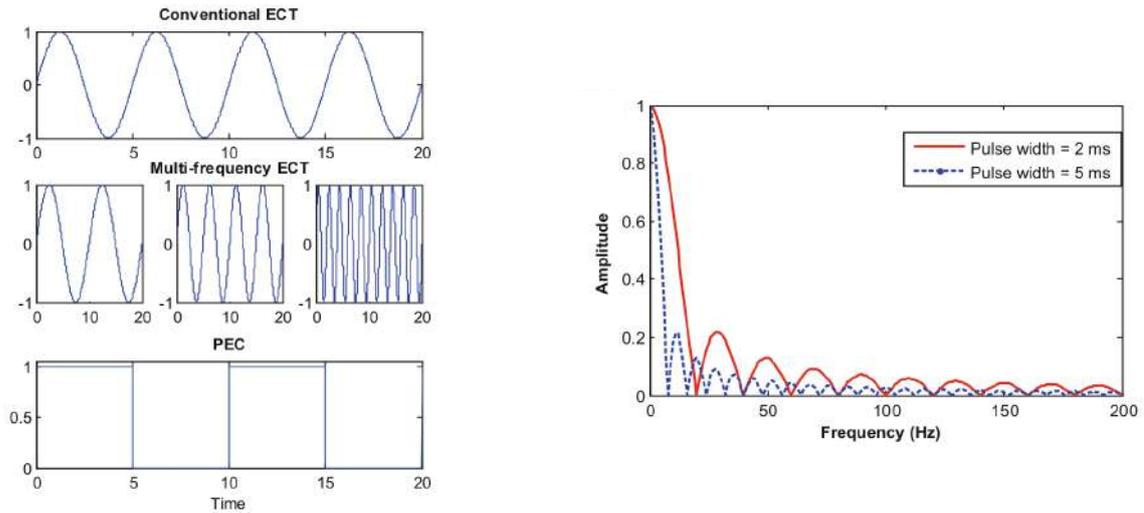
FIGURE 3.23: Effet de la fréquence d'excitation de la bobine primaire et de la taille d'un défaut axisymétrique : (a) sur le maximum de la variation d'impédance liée à un défaut interne et (b) à un défaut externe [67].

L'utilisation d'une bobine primaire pour générer le champ magnétique et de bobines secondaires pour mesurer les variations de ce champ permet d'optimiser la géométrie de chaque bobine en fonction de son rôle spécifique. La bobine primaire est conçue pour produire un champ magnétique fort et homogène en ajustant des paramètres tels que la taille de la bobine, le diamètre du fil, le nombre d'enroulements et éventuellement la présence d'un noyau ferromagnétique. D'autre part, la bobine secondaire est optimisée pour capturer au maximum le champ perturbé par le défaut, tout en minimisant les sources de bruit. Sa taille et sa forme sont adaptées à la taille des défauts recherchés [69]. Dans le cadre d'une mesure différentielle, il est possible d'utiliser deux bobines secondaires, comme dans l'utilisation d'un ECFM. Cette configuration présente plusieurs avantages, notamment une mesure nulle en l'absence de défaut et une réduction de la sensibilité aux perturbations électromagnétiques.

### Méthodes multi-fréquences et pulsées

Les méthodes conventionnelles de métrologie par courants de Foucault (ECT) utilisent un champ magnétique oscillant à une fréquence unique. La fréquence d'utilisation et la conductivité électrique du matériau sondé fixent l'épaisseur de peau et la profondeur maximale qui peut être sondée. D'autres méthodes ont été proposées pour exploiter des informations obtenues à différentes fréquences (figure 3.24). La technique multi-fréquence consiste à effectuer des mesures successives à différentes fréquences pour explorer le matériau sur différentes épaisseurs de peau. Cette approche fournit un ensemble de données plus complet que la méthode conventionnelle. La technique pulsée consiste à envoyer un seul signal bref (impulsion) contenant un large spectre de fréquences. Elle permet de réduire le temps de mesure par rapport à la méthode multi-fréquence. Avec ces méthodes, les signaux pulsés sont généralement plus faciles à interpréter, tandis que l'interprétation des signaux conventionnels présentés dans le plan complexe de l'impédance requiert une expertise spécifique de la part des opérateurs et des abaques [70].

Dharmasena a utilisé la technique de mesure multi-fréquence pour quantifier la porosité d'une mousse métallique et la taille moyenne des pores qui la composent [71]. Les observations expérimentales ont révélé que la variation d'impédance à basse fréquence dépend uniquement de la porosité du matériau, tandis qu'elle est insensible à la taille moyenne des pores. En revanche, les mesures à haute fréquence sont sensibles à la fois à la porosité et à la taille moyenne des pores (figure 3.25a). La combinaison de ces mesures permet de déterminer d'abord la porosité, puis la taille des pores par une méthode inverse.



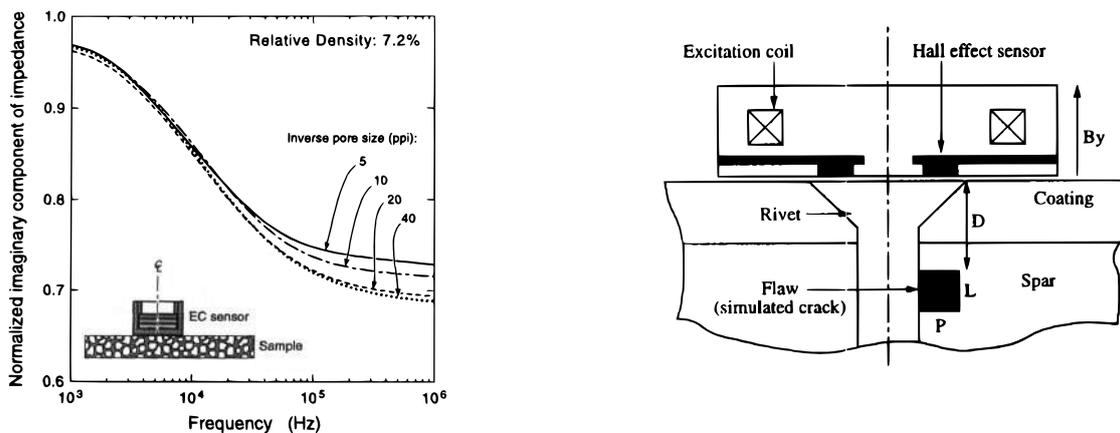
(a) Excitations pour différentes ECT.

(b) Densité spectrale de puissance d'un pulse.

FIGURE 3.24: (a) Illustration des types d'onde d'excitation utilisés pour différentes techniques de courants de Foucault : la méthode à une fréquence, la méthode multi-fréquences et la méthode pulsée. (b) Densité spectrale de puissance d'un pulse utilisé dans la méthode de courants de Foucault pulsés [70].

La technique pulsée est exploitée par Lebrun pour déterminer la profondeur ( $D$ ), la longueur ( $L$ ) et l'extension radiale ( $P$ ) d'un défaut situé sous une couche conductrice (figure 3.25b). Pour cela, Lebrun analyse trois grandeurs : l'amplitude maximale du champ magnétique induit, le temps caractéristique nécessaire pour atteindre cette valeur ainsi que la fréquence caractéristique présente dans la réponse fréquentielle [72]. Cette technique offre plus de paramètres à utiliser pour la méthode inverse que simplement l'amplitude et la phase de la variation d'impédance.

Un aperçu des autres techniques de détection de bulles dans les métaux liquides est donné dans l'annexe A.2 pour comprendre la contribution que peuvent apporter les ECFM dans ce domaine.



(a) Caractérisation globale d'un matériau.

(b) Caractérisation locale d'un défaut.

FIGURE 3.25: (a) Effet de la fréquence d'excitation du capteur et de la taille des pores à taux de vide constant sur la variation d'impédance des bobines constituant le capteur. (b) Montage expérimental avec une bobine primaire et un capteur à effet Hall pour mesurer le champ magnétique permettant la caractérisation d'un défaut sous une surface métallique au niveau d'un rivet [72].

### 3.3 L'alliage Ga-In-Sn (Galinstan)

Les expériences impliquant des métaux liquides sont souvent réalisées à des températures élevées en raison de leur point de fusion élevé. Cela demande des efforts considérables de mise en place, de sécurité, de coûts et d'expertise, en particulier lorsqu'il s'agit de fluides chimiquement réactifs comme le sodium. En revanche, les métaux liquides à basse température offrent plus de flexibilité et sont généralement compatibles avec de nombreux matériaux tels que le verre, les métaux, les plastiques et les caoutchoucs. Leur température et leur compatibilité chimique permettent également l'utilisation d'une large gamme d'instruments existants. Cependant, le choix de ces métaux liquides est limité, et pendant longtemps, le mercure (Hg) a été principalement utilisé. Malheureusement, en raison de sa forte toxicité et de sa pression de vapeur saturante élevée, son utilisation présente des risques.

Le gallium (Ga) est une alternative intéressante pour remplacer le mercure dans de nombreuses applications. Il est liquide d'environ 30°C à 2400°C et présente une faible réactivité chimique. En formant des alliages, il est possible de réduire encore davantage sa température de fusion, assurant ainsi que l'alliage reste liquide à température ambiante. Un exemple d'alliage intéressant est le galinstan, composé de gallium (Ga), d'étain (Sn) et d'indium (In). Ce mélange peut être eutectique, ce qui signifie qu'il est composé de plusieurs corps purs qui fondent et se solidifient à une température constante de manière homogène. Dans des proportions massiques spécifiques Ga(66.5) Sn(20.5) In(13.0), cet alliage a une température de fusion autour de 10°C [73].

Le galinstan est devenu un matériau largement utilisé dans la recherche en raison de ses propriétés physiques uniques. Il offre de nombreuses possibilités dans la création de dispositifs à mémoire de forme, de contrôle et de commande électrique, d'instruments de mesure et d'équipements pliables [74]. Les alliages de gallium suscitent un intérêt considérable dans divers domaines tels que la biomédecine, l'électronique, la chimie et la technologie nucléaire. Certains des résultats présentés précédemment ont été obtenus en utilisant cet alliage, et il sera largement utilisé dans la suite de cette étude. Les propriétés physiques du galinstan sont présentées dans les sections suivantes, ainsi que certaines pratiques dont la connaissance est nécessaire à sa manipulation en laboratoire.

#### 3.3.1 Propriétés physiques

L'utilisation du galinstan est limitée par sa réactivité avec l'oxygène de l'air. Lorsque sa surface est exposée à l'air, une fine couche d'oxydes de gallium se forme, créant une couche solide qui modifie les propriétés physiques de l'alliage. Même en présence de très faibles concentrations d'oxygène, cette oxydation peut se produire en moins d'une seconde, ce qui perturbe les mesures. Des photographies ont été prises pour illustrer la progression de l'oxydation lorsque des gouttes de galinstan sont en contact avec l'air (figure 3.26a). Initialement, la goutte de galinstan présente une forme arrondie uniquement déterminée par les effets de tension de surface, puis très vite il devient possible de la déformer. La couche d'oxydes permet à la goutte de conserver ces déformations, qui prennent un aspect granuleux après une exposition prolongée à l'air. La dernière photographie illustre la fragmentation du galinstan en de nombreuses petites gouttelettes lorsqu'il est en contact avec de l'eau. Cette extrême sensibilité à l'oxydation, ainsi que les différentes proportions massiques de l'alliage existantes, expliquent la dispersion des données sur les propriétés physiques disponibles dans la littérature.

L'oxydation de surface n'a que peu d'impact sur la masse volumique du métal et celle-ci peut donc être mesurée facilement. De plus, l'évolution de la masse volumique du galinstan avec la température peut être approximée par une relation linéaire entre la température de fusion  $T_m$  et

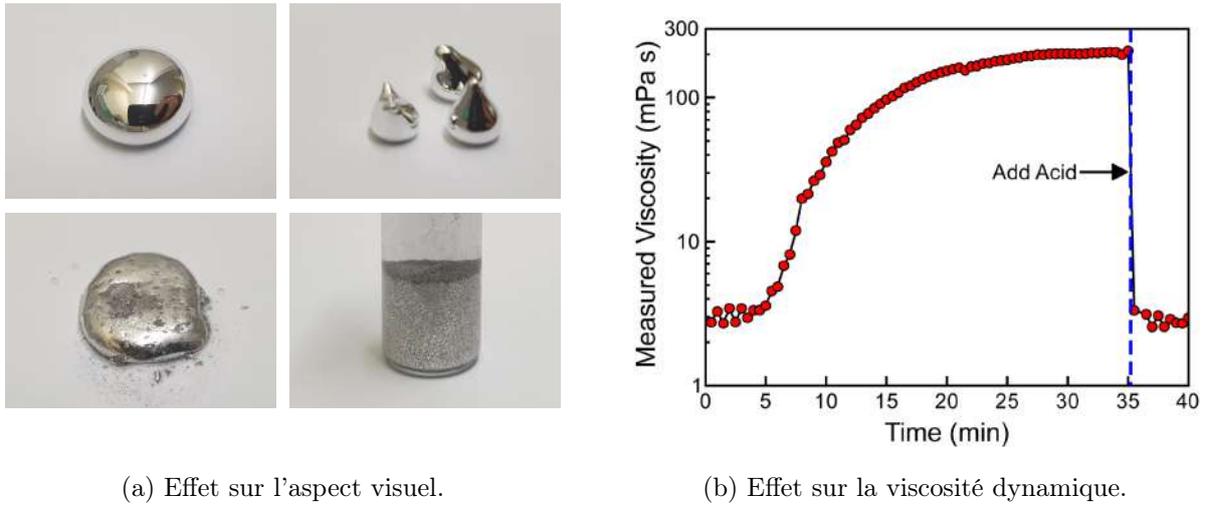


FIGURE 3.26: Effet de l'oxydation sur les propriétés physiques du galinstan. (a) Photographies de gouttes de galinstan à température ambiante dont l'état d'oxydation augmente au cours du temps. La dernière photographie représente les petites gouttelettes qui se forment lors d'un contact prolongé avec de l'eau. (b) Effets de l'oxydation progressive puis de l'ajout d'une solution d'acide chlorhydrique sur la viscosité dynamique du galinstan mesurée lors d'une expérience de rhéologie [75].

500 K [76]. Cette relation est donnée par :

$$\rho_{\text{gal}}(T) = \rho_0 + \frac{d\rho_{\text{gal}}}{dT}(T - T_m), \quad (3.56)$$

où  $\rho_0$  est la densité du galinstan à la température de fusion. La masse volumique du galinstan utilisé dans le laboratoire à 20°C est mesurée à l'aide d'une fiole jaugée et d'un bain marie. Elle est estimée à  $6330 \pm 20 \text{ kg.m}^{-3}$  et sa dérivée  $d\rho_{\text{gal}}/dT$  est évaluée à  $-0.68 \text{ kg.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$ . Ces valeurs sont cohérentes avec les ordres de grandeurs présents dans la littérature [76]. La masse volumique donnée par le fabricant à 20°C de  $6320 \text{ kg.m}^{-3}$  sera retenue.

La dispersion importante des données sur la conductivité électrique suggère que cette propriété est sensible à l'état d'oxydation et aux proportions du mélange de l'alliage [74]. L'évolution de la conductivité électrique du galinstan avec la température peut être approximée par une relation polynomiale entre la température de fusion  $T_m$  et 700 K [76] :

$$\sigma_{\text{gal}}(T) = \sigma_0 + a(T - T_m) + b(T - T_m)^2, \quad (3.57)$$

où  $\sigma_0$  est la conductivité électrique du galinstan à la température de fusion et  $a$  et  $b$  sont deux constantes à déterminer. La conductivité électrique fournie par le fabricant à 20°C de  $3.46 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$  sera retenue.<sup>†</sup> Les coefficients  $a$  et  $b$  sont estimés dans la littérature pour un alliage dont la composition est légèrement différente du galinstan utilisé dans cette thèse. En ordre de grandeur, les valeurs attendues sont  $a \approx -5 \times 10^3 \text{ S.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et  $b \approx 5 \text{ S.m}^{-1}.\text{K}^{-2}$ .

L'état d'oxydation du galinstan a une influence significative sur sa viscosité dynamique qui peut alors varier en fonction de son utilisation et de son exposition à l'air [74]. En général, plus le fluide est exposé à l'air, à l'eau ou à l'humidité, plus sa viscosité augmente. En revanche, si le fluide est en contact avec un milieu acide, les oxydes disparaissent et la viscosité diminue.

<sup>†</sup>Une vérification de cette valeur pour la conductivité électrique a été réalisée avec l'ECFM et est exposée plus loin. Elle permet de vérifier cette valeur à 20°C à deux chiffres significatifs près :  $\sigma_{\text{gal}} = 3.5 \pm 0.1 \text{ S.m}^{-1}$ .

Cette variation de viscosité est illustrée dans la figure 3.26b qui présente une mesure de la viscosité équivalente d'un alliage de gallium et d'indium réalisée avec un rhéomètre très sensible à l'oxydation de surface [75]. L'oxydation entraîne une variation considérable de la viscosité, même en présence d'une atmosphère contrôlée en oxygène avec une concentration inférieure à 0.25 ppm. Cependant, l'ajout d'une couche d'acide chlorhydrique (HCl) permet de rétablir rapidement la viscosité mesurée pour le galinstan non oxydé. Notons que la viscosité d'un métal oxydé dépend de l'historique des déformations en raison de la reformation continue de la couche d'oxydes [75]. En l'absence de cette couche, le matériau présente un comportement newtonien [75]. L'évolution de la viscosité dynamique du galinstan avec la température entre la température de fusion  $T_m$  et 600 K [76] est donnée par la relation :

$$\eta_{\text{gal}}(T) = \eta_0 \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right), \quad (3.58)$$

où  $\eta_0$  est la viscosité dynamique du galinstan à la température de fusion,  $R$  est la constante des gaz parfaits et  $E_a$  est une constante à déterminer. En l'absence de mesures sur le galinstan utilisé dans ces travaux, une viscosité représentative des données présentes dans la littérature pour un fluide non oxydé ou en présence d'acide,  $2.2 \times 10^{-3}$  Pa.s, est choisie comme référence à 20°C.

La tension de surface des métaux liquides est souvent très élevée et il existe une grande dispersion des données en raison des différents degrés de pureté, des techniques de mesure et de l'état d'oxydation de l'échantillon. Cette dispersion est particulièrement prononcée pour les alliages du gallium. Lors de l'expérience de la goutte pendante visant à mesurer la tension de surface du fluide, il est nécessaire d'atteindre des concentrations en oxygène inférieures à 1 ppm pour conserver un comportement liquide sans déformations irréversibles liées à la présence de la couche d'oxydes [77]. L'évolution de la tension de surface avec la température peut être approximée par une relation linéaire entre la température de fusion  $T_m$  et 550 K [76] :

$$\gamma_{\text{gal}}(T) = \gamma_0 + \frac{d\gamma_{\text{gal}}}{dT}(T - T_m), \quad (3.59)$$

où  $\gamma_0$  est la tension de surface du galinstan à la température de fusion. En l'absence de mesures sur le galinstan utilisé dans ces travaux, une tension de surface représentative des données présentes dans la littérature pour un fluide non oxydé ou en présence d'acide,  $0.6 \text{ N.s}^{-1}$ , est choisie comme référence à 20°C.

La masse volumique, la conductivité électrique, la viscosité dynamique et la tension de surface du galinstan diminue lorsque la température augmente sur les plages de température étudiées. Enfin, le galinstan est paramagnétique mais sa susceptibilité magnétique est si faible ( $\chi_{\text{gal}} \ll 10^{-6}$ ) que le champ d'aimantation induit par un champ magnétique est considéré comme négligeable [78]. Les différentes propriétés du galinstan à 20°C, qui seront utilisées dans la suite de ce travail, sont récapitulées dans le tableau 3.1.

TABLEAU 3.1: Propriétés physiques de l'alliage Ga(66.5) Sn(20.5) In(13.0) à 20°C utilisées dans la suite du manuscrit. Les valeurs de la masse volumique et de la conductivité électrique ont été vérifiées au laboratoire tandis que la viscosité dynamique est estimée à partir des données de la littérature et la tension de surface n'est donnée qu'à titre indicatif [74, 76].

$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$\sigma$ (S.m <sup>-1</sup> )	$\eta$ (Pa.s)	$\gamma$ (N.m <sup>-1</sup> )
6320	$3.46 \times 10^6$	$2.2 \times 10^{-3}$	0.6

### 3.3.2 Usage en laboratoire

Pour prévenir l'oxydation du galinstan, il est courant de le recouvrir d'un gaz tel que l'azote ou l'argon pour prévenir le contact de la surface libre avec l'oxygène. Ces gaz sont également utilisés pour effectuer le remplissage et la vidange des différents réservoirs expérimentaux par des moyens pneumatiques. Certaines expériences à petite échelle sur des gouttes sont parfois réalisées dans des bains d'acide chlorhydrique ou en présence de vapeurs d'acide, ce qui permet à la fois de prévenir l'oxydation et de réduire partiellement les dépôts déjà présents à la surface de l'alliage [79, 80]. Si le galinstan est trop oxydé, il peut être régulièrement purifié en y ajoutant une solution d'acide chlorhydrique et d'éthanol [81]. Il est alors recommandé de chauffer le mélange tout en évacuant les vapeurs d'acide. La contenance en gallium peut diminuer au cours des purifications successives [81].

En raison de sa très faible pression de vapeur saturante, un déversement accidentel de galinstan ne produit pas de vapeur comme cela serait le cas avec le mercure [73]. Cependant, par mesure de sécurité, il est recommandé de placer des bacs ou des plateaux de récupération en matériaux isolants sous les dispositifs expérimentaux afin d'éviter toute conduction accidentelle de l'électricité. Le gallium et ses alliages sont considérés comme très peu toxiques, y compris dans le cadre des études *in vivo* de plus en plus poussées pour les nombreuses applications biomédicales envisagées [82]. Les effets d'une ingestion prolongée ainsi que la dégradation dans l'organisme sont toujours sujets à recherches. Le gallium n'est pas soluble dans l'eau, ce qui rend son absorption à travers la peau difficile [73]. L'inhalation d'oxydes de gallium présente une faible toxicité, mais elle est assez rare car les oxydes restent à la surface du métal. Les procédures de nettoyage répétées et les projections doivent tout de même être minimisées. Il est recommandé de porter des gants lors de la manipulation du galinstan pour éviter les blessures perforantes qui pourraient entraîner une pénétration directe du galinstan sous la peau. Le port de lunettes est également recommandé, car la présence de gallium dans les yeux peut être douloureuse. Une ventilation adéquate est toujours préférable au cas où des oxydes de gallium seraient projetés dans l'air [81].

Le galinstan ne réagit généralement pas chimiquement avec la plupart des matériaux plastiques, des métaux, des verres et des caoutchoucs. Les matériaux couramment utilisés pour les expériences comprennent le PMMA, l'acier inoxydable (jusqu'à 300°C) et le PVC (jusqu'à 50°C) [81]. Cependant, une réaction se produit avec l'aluminium, ce qui peut entraîner une défaillance des structures solides en aluminium en cas de contact prolongé. Une réaction se produit également avec le cuivre, en particulier au-dessus de 100°C [73]. Il est donc important d'éviter le contact entre le galinstan et ces métaux.

En cas de déversement de galinstan, il peut être récupéré à l'aide d'une seringue ou d'une pipette par aspiration. L'utilisation d'un bac de récupération sous le dispositif expérimental permet également d'éviter les pertes et facilite la récupération du fluide. Lors du nettoyage des surfaces, il peut rester des résidus tenaces d'oxydes de gallium, qui nécessitent l'utilisation d'un nettoyant multi-usage faiblement acide.

Enfin, d'un point de vue pratique, le galinstan et ses oxydes adhèrent fortement aux parois (verre, plastiques) et les rendent complètement opaques si elles ne l'étaient pas déjà. Pour éviter cet effet, il est possible de mouiller les parois au préalable avec une fine couche d'acide chlorhydrique dilué [83]. Cela crée une couche de lubrification qui empêche le contact direct entre le métal et la paroi tout en évitant l'oxydation du métal. Certaines huiles peuvent également être utilisées comme alternative à la solution d'acide chlorhydrique [84].

### 3.4 Dynamique des bulles en ascension dans un métal liquide

Cette section présente quelques généralités sur la dynamique des bulles en ascension dans un liquide au repos ou en écoulement. Certains phénomènes clés pour l'interprétation des études expérimentales sont abordés brièvement, tels que les vitesses terminales, la déformation, les trajectoires et la dilatation des bulles lors de leur ascension. Les nombres adimensionnels qui décrivent l'influence de divers phénomènes physiques sur la dynamique des bulles sont introduits. Une attention particulière sera accordée aux situations où les bulles sont en ascension dans un liquide métallique.

#### 3.4.1 Généralités sur les bulles

L'écriture des équations de Navier-Stokes dans les phases liquide et gazeuse ainsi que des conditions aux limites à l'interface entre le gaz contenu dans une bulle et le liquide environnant permet d'identifier les différents phénomènes physiques impliqués et les grandeurs qui les caractérisent. À partir des masses volumiques  $\rho_l$  et  $\rho_g$ , des viscosités dynamiques  $\eta_l$  et  $\eta_g$ , de la tension de surface  $\gamma$ , du diamètre de la bulle  $d_b$ , de la vitesse caractéristique de la bulle par rapport au liquide  $u_c$ , et de l'accélération due à la pesanteur  $g$ , le théorème de Vaschy-Buckingham indique qu'il est possible de décrire le problème à l'aide des cinq premiers nombres adimensionnels définis dans le tableau 3.2.

Dans le cas d'une bulle sphérique se déplaçant dans un liquide, les rapports des densités et des viscosités,  $\Phi_\rho$  et  $\Phi_\eta$ , vérifient  $\Phi_\rho \ll 1$  et  $\Phi_\eta \ll 1$ . Cela signifie que la densité et la viscosité du gaz sont négligeables par rapport à celles du liquide. À partir des nombres adimensionnels de Reynolds, d'Eötvös et de Weber, dont la signification est indiquée dans le tableau 3.2, il est possible de construire d'autres nombres adimensionnels. Par exemple, le nombre capillaire exprime le rapport entre les effets visqueux et la tension de surface, tandis que le nombre de Galilée traduit le rapport entre la force de flottabilité et les forces visqueuses. En combinant les effets de flottabilité, de viscosité, de tension interfaciale et d'inertie, on peut introduire un

TABLEAU 3.2: Nombres adimensionnels liés aux équations de Navier-Stokes et à leurs conditions limites pour la description de la dynamique d'une bulle en ascension dans un liquide.

Nombre adimensionnel	Symbole	Définition	Signification
Rapport des densités	$\Phi_\rho$	$\rho_g/\rho_l$	Densité gaz / Densité liquide
Rapport des viscosités	$\Phi_\eta$	$\eta_g/\eta_l$	Viscosité gaz / Viscosité liquide
Reynolds (bulle)	$Re_b$	$\rho_l u_c d_b / \eta_l$	Inertie / Viscosité
Eötvös	$Eo$	$g(\rho_l - \rho_g)d_b^2/\gamma$	Flottabilité / Tension de surface
Weber	$We$	$\rho_l u_c^2 d_b / \gamma$	Inertie / Tension de surface
Capillaire	$Ca$	$\eta_l u_c / \gamma$	Viscosité / Tension de surface
Galilée	$Ga$	$(g d_b^3 \rho_l^2 / \eta_l^2)^{-1/2}$	Flottabilité / Viscosité
Morton	$Mo$	$g \eta_l^4 / \rho_l \gamma^3$	- / -

nombre sans dimension, indépendant des conditions d'écoulement et qui dépend uniquement des propriétés des deux fluides : le nombre de Morton. Pour des bulles en ascension dans le galinstan sous l'effet de la gravité, une estimation de la vitesse terminale présentée dans les sections suivantes permet de calculer ces nombres adimensionnels en fonction des tailles de bulles envisagées. Pour les bulles étudiées dans le galinstan dont le diamètre varie du millimètre à la dizaine de millimètre, les nombres de Reynolds, d'Eötvös et de Weber sont compris dans les intervalles suivants :

$$\text{Re}_b \in [400, 8000], \quad \text{Eo} \in [0.1, 10], \quad \text{We} \in [0.2, 7] \quad \text{avec} \quad \text{Mo} = 1.68 \times 10^{-13}.$$

Les métaux liquides sont caractérisés par une tension de surface et une masse volumique élevées. Ils couvrent donc des plages de nombres adimensionnels qui ne sont pas atteintes avec des liquides tels que l'eau, notamment des nombres de Morton très petits et des Reynolds assez grands. De plus, en raison de l'opacité des métaux, les données expérimentales sur le comportement des bulles dans ces systèmes sont rares.

### 3.4.2 Déformation de l'interface des bulles

Contrairement aux particules solides, les contraintes à l'interface d'une bulle peuvent entraîner sa déformation, ce qui engendre une interaction complexe entre les deux phases. Ces contraintes ont un impact sur la forme de la bulle, ainsi que sur les caractéristiques de l'écoulement autour d'elle, les forces exercées sur la bulle et la formation du sillage. Pour les petites bulles, la tension de surface prédomine et elles conservent une forme sphérique. Cependant, lorsque la taille des bulles augmente, les effets de l'inertie, de la flottabilité et de la viscosité entrent en jeu et déforment l'interface. La notion de diamètre équivalent est utilisée pour les bulles déformées et correspond au diamètre d'une bulle sphérique de même volume. La figure 3.27 illustre les différentes formes que peuvent prendre les bulles en fonction des nombres de Reynolds, d'Eötvös et de Morton.

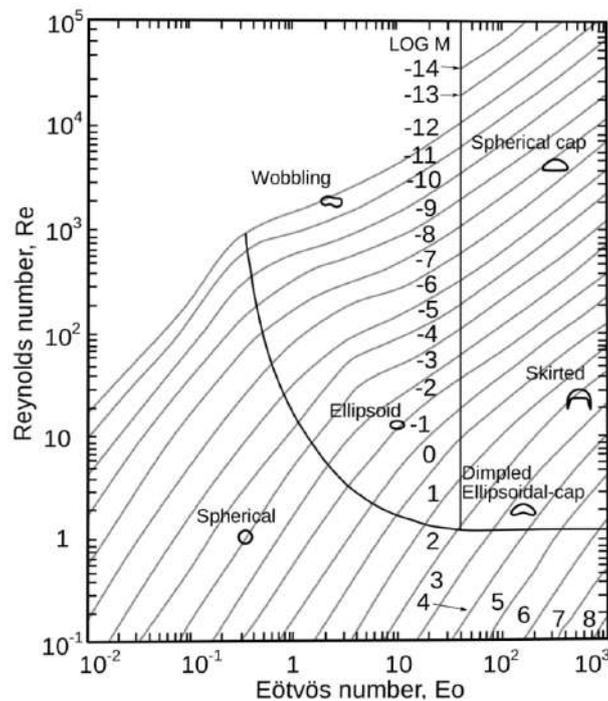


FIGURE 3.27: Diagramme de Grace donnant une approximation de la forme de la bulle en ascension libre par effet de flottabilité dans un liquide en fonction des nombres de Reynolds, d'Eötvös et de Morton [85].

Dans le cas des métaux liquides présentant une tension de surface élevée et pour des bulles ayant un diamètre équivalent inférieur à environ 10 mm, l'attention est principalement portée sur les bulles qui subissent une faible déformation. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les premières déformations subies par une bulle la font adopter la forme d'un ellipsoïde de révolution autour de son petit axe, qui est aligné avec la direction de son mouvement ascendant [86]. La géométrie de la bulle est alors caractérisée par un nombre adimensionnel supplémentaire, son excentricité, qui est le rapport entre la longueur de son petit axe et celle de son grand axe :

$$E = \frac{d_{\min}}{d_{\max}}. \quad (3.60)$$

Tant que la déformation de la bulle reste faible, sa forme ne dépend que de ce paramètre adimensionnel [86]. Cependant, cette déformation est également influencée par le degré de contamination de l'interface par des tensioactifs. Ces impuretés altèrent la nature de l'interface en la « rigidifiant », c'est-à-dire en faisant tendre la vitesse tangentielle à l'interface vers zéro. Pour des petites bulles dont la surface est contaminée, la corrélation de Wellek, qui relie l'excentricité de la bulle au nombre d'Eötvös, est assez bien vérifiée par les bulles en ascension dans de l'acier liquide ou du galinstan [87] :

$$E = \frac{1}{1 + 0.163 E_o^{0.757}}. \quad (3.61)$$

Cette corrélation a été vérifiée par radiographie à rayons X lors de l'ascension de bulles de gaz dans du galinstan au repos pour des diamètres de bulle allant de 4 à 8 mm [11]. Il est suggéré d'utiliser les corrélations établies pour les fluides contaminés notamment en raison de la présence d'oxydes dans le galinstan. L'excentricité attendue d'après la relation (3.61) pour des bulles en ascension dans le galinstan dont le diamètre équivalent est compris entre 1 et 10 mm varie entre 0.98 et 0.51.

Les contraintes hydrodynamiques ont tendance à déformer l'interface d'une bulle tandis que la tension de surface tend à maintenir une surface minimale. C'est la compétition entre ces contraintes qui détermine si la rupture, qui consiste en la fragmentation d'une bulle en plusieurs bulles plus petites, se produira ou non [88]. À l'inverse, la coalescence des bulles est un processus au cours duquel deux (ou plusieurs) bulles de gaz dans un milieu liquide entrent en collision et forment une bulle plus grande. On s'intéresse ici aux régimes des faibles taux de vide et où les bulles sont suffisamment petites pour que les phénomènes de coalescence et de rupture soient négligeables [89, 90].

### 3.4.3 Dilatation d'une bulle en ascension

Une bulle en ascension dans un liquide subit une dilatation en raison de la diminution de la pression hydrostatique. Pour une bulle de rayon initial  $R_1$  dans un liquide où la pression au niveau de la bulle est  $P_1$  qui subit une élévation de hauteur  $\Delta h$ , la pression du gaz dans la bulle passe de  $P'_1$  à  $P'_2$  et son rayon de  $R_1$  à  $R_2$ . Les relations de sauts de pression dus à la tension de surface et à la pression hydrostatique ainsi que la conservation de la masse de gaz dans la bulle à température constante s'écrivent alors :

$$\begin{cases} P'_1 = P_1 + \frac{2\gamma}{R_1}, \\ P'_2 = P_1 - \rho_1 g \Delta h + \frac{2\gamma}{R_2} \end{cases} \quad \text{et} \quad P'_1 R_1^3 = P'_2 R_2^3. \quad (3.62)$$

Ces équations donnent le rayon final de la bulle par la résolution d'un polynôme d'ordre 3 (ou d'ordre  $3\gamma$  pour une transformation isentropique) en  $R_2$  qui dépend de la pression et de la taille initiale de la bulle ainsi que de la hauteur parcourue  $R_2 = \text{fct}(R_1, P_1, \Delta h)$ . Pour des bulles suffisamment grandes pour que l'effet de la tension de surface soit négligeable devant l'effet de la pression hydrostatique, cette relation devient :

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 = \frac{1}{1 + \frac{\rho_1 g \Delta h}{P_1}}. \quad (3.63)$$

Cet effet est négligeable lors de l'ascension de bulles d'air dans de l'eau mais devient plus prononcé dans le cas des métaux liquides en raison de leur densité plus élevée. Des ordres de grandeurs de la dilatation de bulles d'air en ascension dans du galinstan sont illustrés sur la figure 3.28 pour différentes pressions de départ  $P_1$ .

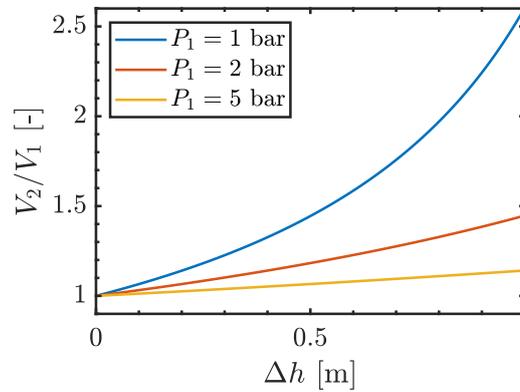


FIGURE 3.28: Dilatation d'une bulle de gaz lors de son ascension dans un volume de galinstan. La dilatation dépend à la fois de la hauteur parcourue mais aussi de la pression absolue dans le fluide au moment de l'ascension.

### 3.4.4 Forces et trajectoires

L'équation de la trajectoire d'une bulle est aussi formulée à partir de la deuxième loi de Newton appliquée au volume de la bulle :

$$m_g \frac{d\mathbf{V}}{dt} = m_g \mathbf{g} + \mathbf{F}_f. \quad (3.64)$$

Dans cette équation, la résultante des forces appliquées à la particule est composée du poids de la bulle de gaz  $m_g \mathbf{g}$  et des forces exercées par le fluide à la surface de la particule  $\mathbf{F}_f$ . Cette dernière dépend du champ de vitesse et de pression dans le fluide par l'intermédiaire du tenseur des contraintes  $\bar{\sigma}$  et nécessite la résolution des équations de Navier-Stokes pour être déterminées :

$$\mathbf{F}_f = \iint_{S_g} (\bar{\sigma} \cdot \mathbf{n}) dS_g. \quad (3.65)$$

Les effets du fluide sur la particule sont généralement modélisés par plusieurs forces, et des simplifications sont faites en fonction du type de particule (solide ou gazeuse, par exemple) et de l'écoulement considéré. Parmi ces forces, on trouve la force de flottabilité (en l'absence d'écoulement), la traînée stationnaire (pour les écoulements permanents et stationnaires), la force d'histoire (qui représente les effets visqueux des écoulements uniformes instationnaires), la force de masse ajoutée (qui tient compte des effets inertiels des écoulements non-uniformes et instationnaires), ainsi que la force de Tchen et la force de portance (pour les effets visqueux des écoulements non-uniformes et instationnaires) [86].

### Force de traînée et vitesse terminale

La vitesse d'une bulle en mouvement sous l'effet de la flottabilité dans un fluide au repos en régime établi est appelée vitesse terminale  $V_t$ . Elle est atteinte lorsqu'il y a équilibre entre la traînée visqueuse et la force de flottabilité :

$$\rho_l C_D \frac{\pi d_{eq}^2}{8} V_t^2 = (m_l - m_g)g, \quad (3.66)$$

avec  $\rho_l$  la masse volumique du liquide,  $C_D$  le coefficient de traînée,  $d_{eq}$  le diamètre équivalent de la bulle,  $V_t$  sa vitesse terminale,  $m_l$  la masse de liquide correspondant au volume occupé par la bulle et  $m_g$  la masse de la bulle. Dans le cas d'une bulle sphérique évoluant dans un fluide au repos et pour des nombres de Reynolds vérifiant  $Re_b = \rho_l d_{eq} V_t / \eta_l \gg 1$ , la force de traînée visqueuse est donnée par l'expression de Levich issue de la théorie potentielle [91] :

$$F_D = 6\pi\eta_l d_{eq} V_t \quad \text{soit} \quad C_D = \frac{48}{Re_b} \quad \text{et} \quad V_t = \frac{d_{eq}^2 g}{36 \nu_l}. \quad (3.67)$$

Cette vitesse terminale est valable dans le cas d'une bulle sphérique et propre, c'est-à-dire où il n'y a pas eu d'adsorption de tensioactifs à son interface. Cependant, si l'interface de la bulle est contaminée, une correction doit être appliquée. Lorsque la contamination est totale, le comportement de l'interface peut être assimilé à celui d'une particule solide, et le coefficient de traînée dépend alors du nombre de Reynolds selon la corrélation suivante [86] :

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_b} (1 + 0.15 Re_b^{0.687}) & \text{si } Re_b < 800 \\ 0.45 & \text{si } 800 < Re_b < 3.7 \times 10^5. \end{cases} \quad (3.68)$$

Lorsqu'une bulle commence à se déformer, elle adopte une forme ellipsoïdale dont l'excentricité est décrite par le nombre de Weber ou d'Eötvös, comme par exemple avec la relation (3.61). Le coefficient de traînée d'une bulle ellipsoïdale est souvent corrélé au nombre de Reynolds ainsi qu'à l'un de ces nombres adimensionnels. On peut par exemple mentionner la corrélation de Tomiyama, qui s'applique aux interfaces propres [92] :

$$C_D(Re_b, Eo) = \max \left[ \min \left[ \frac{16}{Re_b} (1 + 0.15 Re_b^{0.687}), \frac{48}{Re_b} \right], \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right]. \quad (3.69)$$

Pour prendre en compte la rigidification de l'interface des bulles ellipsoïdales par la contamination, Tomiyama propose des corrélations qui dépendent du degré de contamination de l'interface. Lorsque la contamination est complète, la corrélation suivante est proposée [92] :

$$C_D(Re_b, Eo) = \max \left[ \frac{24}{Re_b} (1 + 0.15 Re_b^{0.687}), \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right]. \quad (3.70)$$

Les vitesses terminales obtenues à l'aide des corrélations (3.69) et (3.70) sont tracées sur la figure 3.29a. Elles sont calculées pour des bulles en ascension dans du galinstan dont les propriétés sont présentées dans le tableau 3.1. La contamination n'influence la vitesse terminale que pour les petites bulles dont le diamètre équivalent est inférieur à environ 2 mm. L'estimation des vitesses terminales permet ensuite de calculer déterminer les nombres de Reynolds et d'Eötvös associés aux différents diamètres équivalents des bulles dans le galinstan (figure 3.29b).

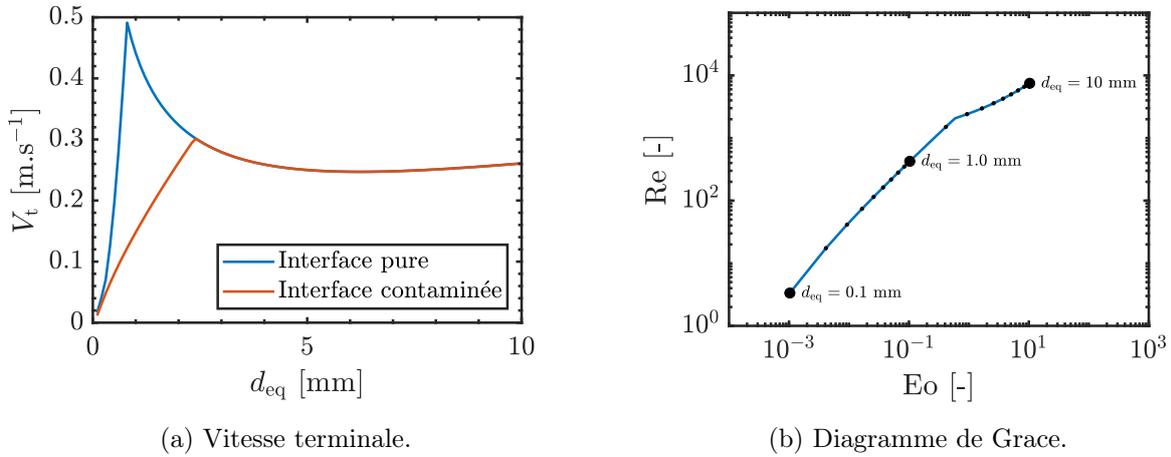


FIGURE 3.29: (a) Vitesses terminales des bulles en ascension dans du galinstan calculées pour une interface pure (3.69) et une interface totalement contaminée (3.70) [92]. (b) Diagramme de Grace associé à des bulles de gaz contaminées en ascension dans du galinstan dont le diamètre équivalent varie entre 0.1 et 10 mm.

Les observations expérimentales révèlent également qu'au-delà d'un certain nombre de Weber, appelé Weber critique, la trajectoire d'une bulle cesse d'être rectiligne. La déformation de la bulle entraîne un détachement tourbillonnaire dans son sillage, ce qui perturbe sa trajectoire. Initialement, la bulle adopte des mouvements en zigzag dans un plan, puis elle effectue un mouvement hélicoïdal. L'oscillation de la vitesse d'ascension qui résulte du mouvement en zigzag est illustrée dans la figure 3.30a dans le cas d'une bulle d'argon de diamètre  $d_b = 4.6$  mm en mouvement dans du galinstan [93]. Le nombre de Weber critique pour les liquides purs se situe généralement entre 2.3 et 3.3, et plus le liquide est contaminé, plus le déclenchement de l'instabilité est précoce [91]. Tripathi propose un diagramme des régimes de formes et de comportements pour une bulle en ascension dans un liquide au repos (figure 3.30b) [94]. Sur la figure 3.30b, la région I correspond au régime axisymétrique, les régions II et III au régime asymétrique et les régions IV et V au régime de rupture. Le déclenchement des instabilités de la trajectoire vers un mouvement en zigzag se produit lors de la transition entre les régimes axisymétrique et asymétrique.

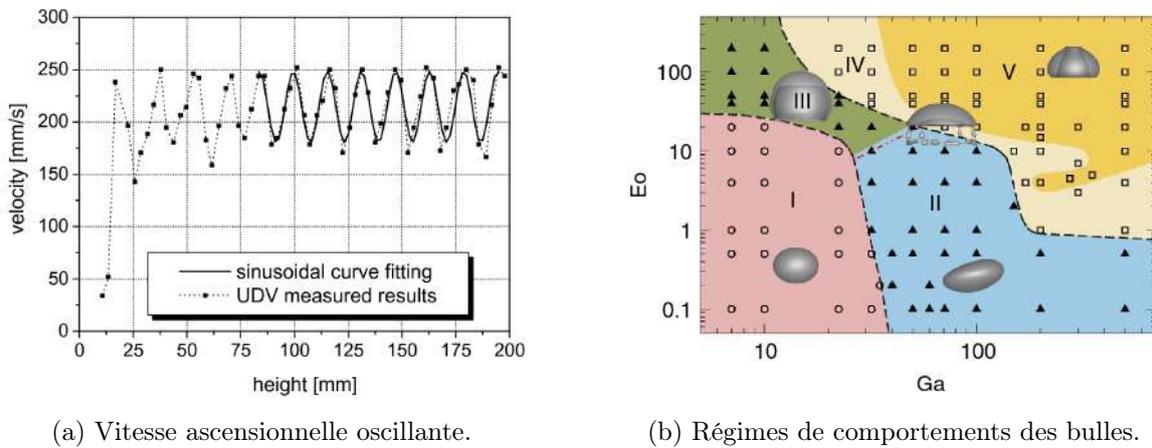


FIGURE 3.30: (a) Exemple de vitesse verticale d'une bulle de diamètre  $d_b = 4.6$  mm en ascension dans une colonne de galinstan au repos [93]. (b) Différents régimes de formes et de comportements des bulles sont observés en fonction du nombre d'Eötvös et de Galilée. Les différentes régions sont : axisymétrique (I), asymétrique non-oscillatoire (II), asymétrique oscillatoire (III), rupture périphérique (IV) et rupture centrale (V) [94].

### Écoulements non-uniformes et force de portance

Lorsque des bulles sont en ascension dans un écoulement non-uniforme, de nouvelles forces apparaissent et la distribution radiale des bulles est fortement influencée par le profil moyen de l'écoulement. Par exemple, la force de portance dépend du rotationnel du champ de vitesse selon la relation [95] :

$$\mathbf{F}_L = C_L \rho_l \frac{\pi d_{eq}^3}{6} (\mathbf{u} - \mathbf{V}) \times (\nabla \times \mathbf{u}), \quad (3.71)$$

où  $\mathbf{V}$  est la vitesse de la bulle,  $\mathbf{u}$  est la vitesse du liquide et  $C_L$  est le coefficient de portance. Si la force de portance moyenne peut s'exprimer en fonction du champ de vitesse moyen non perturbé par la présence de la bulle, alors la direction de la force de portance peut être déterminée à partir de la forme du profil de vitesse moyen. Ainsi, dans un écoulement ascendant en conduite, les bulles auront tendance à se déplacer vers la paroi sous l'effet de la force de portance tandis que dans un écoulement descendant, les bulles occuperont plutôt le centre de la conduite [91]. De plus, le mouvement de chaque bulle est fortement contrôlé par l'agitation turbulente. Ces effets sont illustrés sur la figure 3.31 dans le cas d'écoulements ascendants et descendants dans un champ de pesanteur et pour un écoulement en microgravité où la différence de vitesse entre la bulle et le fluide est négligeable.

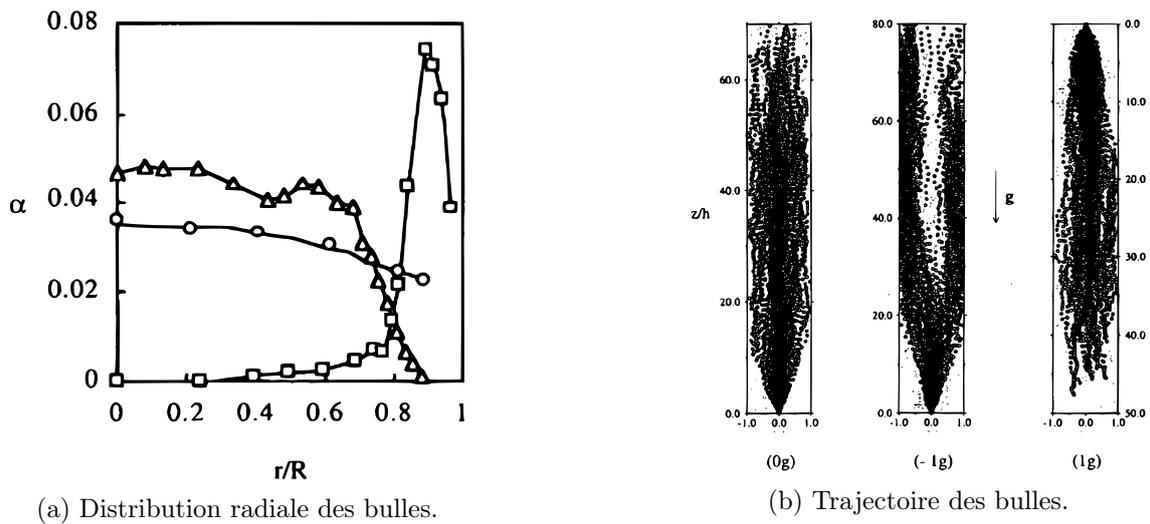


FIGURE 3.31: (a) Distribution radiale des bulles dans une conduite verticale : (○) en écoulement en microgravité, (□) en écoulement ascendant, et (△) en écoulement descendant. (b) Superposition de la trajectoire de nombreuses bulles dont le diamètre est fixé dans un écoulement turbulent en conduite : de gauche à droite en écoulement en microgravité, en écoulement ascendant, et en écoulement descendant [91].

### Effets collectifs

Enfin, lorsque plusieurs bulles sont en ascension simultanément, des effets collectifs se produisent, notamment par l'influence des sillages. Ces effets de groupe modifient l'écoulement et, par conséquent, les différentes forces subies par les bulles (traînée, portance, etc.) ainsi que leur vitesse terminale. Par exemple, des corrélations ont été établies pour tenir compte de ces effets sur le coefficient de traînée effectif pour un nuage de bulles  $C_{D, \text{swarm}}$ , en utilisant à la fois le coefficient de traînée d'une bulle individuelle  $C_{D, \text{single}}$  et le taux de vide  $\alpha$  :

$$C_{D, \text{swarm}} = C_{D, \text{single}} \times \text{fct}(\alpha). \quad (3.72)$$

### 3.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté une revue de la littérature sur l'utilisation des ECFM pour la débitmétrie et la détection de bulles. Il a également introduit les méthodes de contrôle non destructif par courants de Foucault utilisées pour les matériaux solides, ainsi que l'utilisation du galinstan en laboratoire et certains phénomènes associés à la dynamique des bulles en ascension dans un liquide. À partir des différentes études précédemment mentionnées, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Lorsqu'un liquide conducteur traverse un ECFM, des courants électriques sont générés dans le fluide, ce qui entraîne une perturbation du champ magnétique. La réponse de l'ECFM à un écoulement a été étudiée à la fois analytiquement et expérimentalement, et l'amplitude de la différence de tension entre les bobines secondaires est proportionnelle au débit.
- Le signal mesuré par l'ECFM est influencé par la conductivité électrique du fluide ainsi que par les différents éléments conducteurs à proximité de l'ECFM. Il est également sensible au profil de vitesse de l'écoulement et à l'utilisation d'un noyau magnétique. Tous ces facteurs contribuent à rendre l'utilisation de l'ECFM plus complexe, notamment lorsque la température des milieux et donc leurs propriétés physiques varient.
- Le passage de bulles ou d'inclusions isolantes à travers un ECFM perturbe les courants de Foucault induits et influence le flux du champ magnétique. Il est possible d'effectuer un découplage des différents effets liés à la géométrie, à l'écoulement et au passage des bulles, en particulier pour les faibles taux de vide et les faibles nombres de Reynolds magnétique.
- L'effet du passage de bulles dans un ECFM a été étudié sous deux points de vue. Le premier consiste à observer les effets statistiques résultant du passage de nombreuses bulles et à tenter d'établir une corrélation avec le taux de vide. Le second consiste à étudier les effets d'une seule inclusion afin de comprendre les phénomènes physiques impliqués. À ce jour, aucune méthode inverse n'a été développée pour caractériser le taux de vide.
- Les méthodes de contrôle non destructif par courants de Foucault abordent des problèmes similaires à la détection de bulles par ECFM, mais pour des matériaux solides. Certaines études démontrent la possibilité d'établir une relation entre la conductivité équivalente d'un milieu et un taux de vide moyen, ainsi que de caractériser des défauts en analysant le signal mesuré dans le plan complexe. Ces approches offrent des pistes intéressantes pour développer des méthodes inverses spécifiques à la détection de bulles par ECFM.
- Le galinstan est un alliage très pratique pour étudier expérimentalement le passage de bulles dans un liquide métallique puisqu'il est liquide à température ambiante. Ses propriétés physiques sont connues mais des précautions doivent être prises pour éviter son oxydation au contact de l'air.
- La dynamique des bulles en ascension dans un liquide est influencée par divers phénomènes physiques, qui sont principalement caractérisés par les nombres de Reynolds, d'Eötvös et de Weber. Les effets de déformation, de dilatation lors de l'ascension, ainsi que l'influence d'un écoulement non uniforme sur la trajectoire ont été présentés et seront pris en compte pour interpréter les travaux présentés dans les chapitres suivants.



## Chapitre 4

# Modélisation de la perturbation induite par une inclusion isolée

*Ce chapitre présente un modèle analytique de la perturbation du champ magnétique générée par le passage d'une inclusion isolante dans un ECFM. Sous certaines hypothèses, ce modèle permet de calculer rapidement la réponse d'un ECFM lorsqu'une bulle de taille et de position connue traverse l'ECFM. Les résultats obtenus sont ensuite comparés à une résolution numérique réalisée à l'aide de la méthode des éléments finis. De plus, une méthode inverse est développée, permettant de déterminer les caractéristiques géométriques de l'inclusion à partir du signal mesuré.*

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>66</b>
<b>4.2</b>	<b>Description du système et équations</b>	<b>66</b>
<b>4.3</b>	<b>Modèle analytique</b>	<b>68</b>
4.3.1	Équations du potentiel vecteur	68
4.3.2	Équations des fonctions de Green	71
4.3.3	Conditions aux limites et aux interfaces	73
4.3.4	Solution analytique de la perturbation de l'ECFM	75
4.3.5	Intégration numérique de la perturbation et convergence	78
<b>4.4</b>	<b>Résolution numérique</b>	<b>81</b>
4.4.1	Paramètres du modèle numérique	81
4.4.2	Calcul de la perturbation et convergence	82
<b>4.5</b>	<b>Résultats et méthode inverse</b>	<b>83</b>
4.5.1	Modèle ponctuel de l'inclusion	84
4.5.2	Modélisation par les éléments finis	86
4.5.3	Limites de la méthode inverse	89
<b>4.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>92</b>

---

## 4.1 Introduction

Le passage d'une bulle dans un ECFM provoque une perturbation des courants de Foucault induits par le champ magnétique oscillant. Ces courants perturbent le flux du champ magnétique dont les variations sont mesurées par les bobines secondaires. Ce chapitre présente différentes modélisations de la perturbation du champ magnétique générée par le passage d'une seule inclusion diélectrique dans un ECFM. Le premier objectif est de prédire précisément la variation de tension en fonction des paramètres géométriques qui caractérisent l'inclusion et sa trajectoire, tels que la taille et la position de la bulle. Le second objectif est de développer une méthode inverse permettant de retrouver ces paramètres à partir du signal mesuré.

L'analyse du signal induit dans un ECFM par le passage d'une unique bulle présente deux intérêts. D'abord, cela permet d'étudier les régimes où le taux de vide est très faible et où les bulles sont suffisamment éloignées les unes des autres, de sorte que le signal enregistré se compose d'une série de signaux générés par des bulles individuelles. Ensuite, une meilleure compréhension des phénomènes physiques associés au passage d'une seule bulle est une condition préalable à l'étude des signaux induits par le passage de nombreuses bulles, plus complexes à analyser.

La section 4.2 détaille la description du système physique, y compris sa géométrie, ainsi que les équations et conditions limites qui sont utilisées lors des étapes de modélisation. Dans la section 4.3, un modèle analytique prenant en compte les effets inductifs est présenté pour résoudre le potentiel vecteur et en déduire la fém induite dans l'ECFM. Une autre approche possible est la modélisation par la méthode des éléments finis, qui est introduite dans la section 4.4. Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont comparés et analysés dans la section 4.5 et une méthode inverse permettant de retrouver les caractéristiques géométriques de la bulle est également développée. Enfin, les conclusions de ce chapitre sont présentées dans la section 4.6.

## 4.2 Description du système et équations

L'objectif de la modélisation est de calculer la tension induite dans les bobines secondaires d'un ECFM lorsque celui-ci est traversé par une inclusion isolante. Cette modélisation doit permettre de déterminer le champ magnétique dans la conduite remplie de métal liquide, dans l'inclusion et dans l'air environnant. L'inclusion peut prendre la forme d'une bulle ou d'une inclusion solide non conductrice. La conduite est constituée d'un matériau non conducteur, et l'ECFM qui entoure la conduite est composé de trois bobines : une bobine primaire entourée de deux bobines secondaires. La bobine primaire est alimentée par un courant sinusoïdal de fréquence  $f$ , tandis que les bobines secondaires sont en circuit ouvert. Chaque bobine est caractérisée par sa position par rapport à la conduite, sa longueur, son épaisseur, le nombre de spires et de couches de fil qui la composent, ainsi que le diamètre du fil utilisé.

L'inclusion est caractérisée par sa forme, qui est dans un premier temps considérée comme sphérique. Elle est caractérisée par son diamètre  $d_b$  et sa trajectoire  $\mathbf{r}_b(t)$  à l'intérieur de la conduite. En raison de la symétrie axiale du problème, la trajectoire d'une seule bulle est déterminée uniquement par la donnée des coordonnées radiale  $\rho_b$  et axiale  $z_b$  du centre de la bulle. Il a été démontré que pour les faibles nombres de Reynolds magnétique et pour les faibles taux de vide, le signal généré dans un ECFM peut être décomposé en une composante liée au champ de vitesse du fluide et une composante liée au passage d'une inclusion. Pour cette raison, on suppose que le fluide est immobile à l'intérieur de la conduite. Dans le cas où une inclusion se déplace dans un liquide métallique immobile, l'effet du sillage généré en aval de la particule peut contribuer au signal mesuré. Cependant, il sera montré que cet effet est négligeable par rapport à la perturbation générée par la présence d'une inclusion dans la conduite. La configuration physique est représentée sur la figure 4.1.

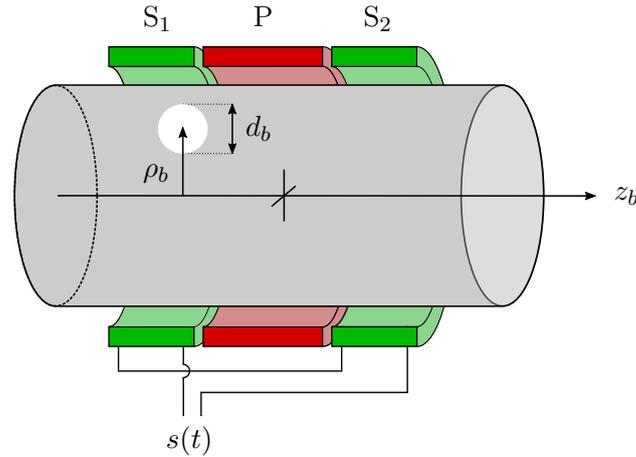


FIGURE 4.1: Inclusion sphérique isolante de diamètre  $d_b$  dans le métal liquide traversant un ECFM externe. P représente la bobine primaire. L'inclusion traverse l'ECFM et induit une différence de tension  $s(t)$  entre les bobines secondaires S1 et S2. La position radiale de l'inclusion, notée  $\rho_b$ , est la distance entre son centre et l'axe de révolution de la conduite. ■ Métal liquide □ Milieu diélectrique ■ Bobine primaire ■ Bobines secondaires.

Les valeurs des différents paramètres physiques nécessaires à la modélisation ainsi que leurs notations sont répertoriées dans le tableau 4.1. Les valeurs de ces paramètres sont choisies afin de correspondre au modèle expérimental qui sera présenté dans le chapitre suivant. En ce qui concerne les propriétés du fluide utilisé, on suppose que les inclusions se déplacent dans du galinstan à température ambiante, dont les propriétés ont été présentées dans le tableau 3.1.

TABLEAU 4.1: Paramètres intervenant dans la modélisation de l'ECFM. Les symboles associés et les valeurs utilisées dans ce chapitre sont également indiqués. Pour les propriétés du fluide, on se reporte au tableau 3.1.

Paramètre	Symbole	Valeur
Rayon de la conduite	$R_{\text{pipe}}$	13 mm
Vitesse du fluide	$U$	0 m.s <sup>-1</sup>
Courant bobine primaire	$I_p$	0.2 A
Courant bobines secondaires	$I_s$	0.0 A
Fréquence	$f$	500-10000 Hz
Diamètre du fil de cuivre	$d_{\text{fil}}$	0.28 mm
Longueur bobine primaire	$L_p$	19.6 mm
Longueur bobines secondaires	$L_s$	11.2 mm
Épaisseur bobines	$e$	1.2 mm
Nombre de couches de fils	$N_c$	4
Nombre de spires primaire	$N_{s,p}$	63±1
Nombre de spires secondaires	$N_{s,s}$	35±1
Écartement entre les bobines	$e_{\text{gap},1}$	1.0 mm
Écartement bobine/conduite	$e_{\text{gap},2}$	1.8 mm

Le potentiel vecteur vérifie les équations présentées dans le chapitre 2. Dans la bobine primaire, où la densité de courant est fixée lors de l'utilisation de l'ECFM, le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  est directement donné en fonction de la densité de courants imposée dans la bobine,  $\mathbf{J}_c$ , par la relation (2.25) :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}_c. \quad (4.1)$$

Dans le métal liquide, l'équation sur le potentiel vecteur (2.29) a été écrite uniquement en fonction des potentiels. En l'absence de charges électriques et pour un milieu au repos, cette équation devient :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (4.2)$$

Enfin, dans les milieux diélectriques, c'est-à-dire dans l'inclusion, dans la conduite ainsi que dans l'air qui environne la conduite, la conductivité électrique ainsi que la densité de courants sont nulles, ce qui réduit l'équation précédente à une équation de Laplace :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0. \quad (4.3)$$

Étant donné l'absence de densités de courant surfaciques aux interfaces entre chaque milieu, les relations de saut sur les champs vectoriels  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  données par les relations (2.30) et (2.31) montrent que ces champs sont continus. Ces conditions sont valables à la fois à l'interface entre l'air de la bulle et le métal liquide, ainsi qu'à l'interface entre le métal liquide et la conduite :

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 \quad \text{et} \quad \nabla \times \mathbf{A}_1 = \nabla \times \mathbf{A}_2. \quad (4.4)$$

Enfin, à mesure que l'on s'éloigne de la bobine primaire l'ECFM, le champ magnétique et le potentiel vecteur tendent vers zéro.

### 4.3 Modèle analytique

Dans cette section, on détermine analytiquement la réponse de l'ECFM au passage d'une inclusion. Les fonctions de Green sont utilisées pour résoudre l'équation différentielle linéaire vérifiée par le potentiel vecteur. Cette approche permet d'identifier la dépendance de la réponse à la fréquence, au volume ou à la position de l'inclusion. L'objectif est d'étendre le modèle analytique réalisé précédemment par Guichou où les effets inductifs n'étaient pas pris en considération [63]. Cette modélisation est le résultat d'un travail de groupe [96, 97].

#### 4.3.1 Équations du potentiel vecteur

Afin de réduire le nombre de paramètres, de permettre l'étude des équations à différentes échelles et de faciliter l'interprétation de l'importance relative des différents paramètres, les équations précédentes sont adimensionnalisées. Dans un premier temps, l'analyse se concentre sur une situation sans écoulement ou une situation où l'effet de l'écoulement et du sillage de l'inclusion sur le potentiel vecteur est négligeable. Cela signifie que le nombre de Reynolds magnétique vérifie  $R_m \ll 1$ . Sous cette hypothèse, le potentiel vecteur adimensionnel satisfait les équations suivantes dans chacun des milieux en présence :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathcal{S}_\omega \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \text{dans le métal liquide,} \quad (4.5)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_c, \quad \text{dans la bobine primaire,} \quad (4.6)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{0}, \quad \text{dans les milieux diélectriques.} \quad (4.7)$$

L'adimensionnalisation est réalisée avec  $1/\omega$  comme temps caractéristique, le rayon de la conduite  $R_{\text{pipe}}$  comme échelle de longueur et la densité de courant imposée dans la bobine primaire comme densité de courant caractéristique. La densité de courants adimensionnelle  $\mathbf{J}_c$  est ici une donnée du problème. En utilisant les notations proposées par Guichou, ces trois équations sont combinées à l'aide de différentes fonctions indicatrices qui prennent la valeur 1 dans une région spécifique de l'espace et 0 ailleurs [26] :

$$\mathbb{1}_\sigma = 1, \quad \text{dans le métal liquide,} \quad (4.8)$$

$$\mathbb{1}_c = 1, \quad \text{dans la bobine primaire,} \quad (4.9)$$

$$\mathbb{1}_b = 1, \quad \text{dans l'inclusion.} \quad (4.10)$$

En adoptant ces notations, les trois relations (4.77) à (4.79) s'écrivent :

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mathbb{1}_\sigma \mathcal{S}_\omega \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\mathbb{1}_c \mathbf{J}_c. \quad (4.11)$$

Une autre hypothèse est faite dans le modèle : la vitesse de l'inclusion est faible, c'est-à-dire  $T_d \ll T_a$ , où  $T_d = \mu_0 \sigma R_{\text{pipe}}^2$  et  $T_a = R_{\text{pipe}}/U_b$  sont respectivement les temps de diffusion magnétique et d'advection de l'inclusion, et  $U_b$  est l'échelle de vitesse de l'inclusion. Avec ces deux hypothèses, les trois temps caractéristiques sont ordonnés comme suit :  $1/\omega \leq T_d \ll T_a$ . Par conséquent, l'évolution temporelle du potentiel vectoriel due au mouvement de l'inclusion peut être traitée comme un changement quasi-statique. L'évolution du potentiel vecteur devient périodique si la géométrie du problème est fixée et la pulsation en régime sinusoïdale établi correspond à la pulsation  $\omega$  du courant dans la bobine primaire. La solution périodique en temps peut s'écrire comme une série de Fourier adimensionnelle :

$$\mathbf{A}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{\mathbf{A}}_n e^{jnt}. \quad (4.12)$$

Étant donné que l'équation différentielle (4.11) est linéaire, si le terme source ne contient qu'une seule fréquence, cela signifie qu'il n'y a qu'un seul coefficient de Fourier non nul dans la série correspondante en régime stationnaire. Dans ce cas, les champs  $\mathbf{J}_c(t)$  et  $\mathbf{A}(t)$  peuvent être exprimés de la manière suivante :

$$\mathbf{J}_c(t) = \hat{\mathbf{J}}_c e^{jt} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}(t) = \hat{\mathbf{A}} e^{jt}. \quad (4.13)$$

En substituant les expressions précédentes dans l'équation différentielle pour  $\mathbf{A}$  (4.11) et en divisant par  $e^{jt}$ , on obtient l'équation vérifiée par  $\hat{\mathbf{A}}$ . Cette opération permet de réduire le nombre de variables indépendantes, puisque la dépendance temporelle est maintenant exprimée par une relation algébrique :

$$\nabla^2 \hat{\mathbf{A}} - \mathbb{1}_\sigma j \mathcal{S}_\omega \hat{\mathbf{A}} = -\mathbb{1}_c \hat{\mathbf{J}}_c. \quad (4.14)$$

Afin de simplifier la notation, le champ complexe  $\hat{\mathbf{A}}$  sera désigné par  $\mathbf{A}$  en gardant à l'esprit qu'une multiplication par le facteur  $e^{jt}$  est nécessaire pour retrouver l'évolution sinusoïdale du potentiel vecteur. Pour résoudre cette équation, le potentiel vecteur complexe est d'abord exprimé comme la somme de deux composantes. La première composante,  $\mathbf{A}_0$ , est liée à la géométrie de l'ECFM en l'absence d'inclusion et la seconde,  $\mathbf{A}_\alpha$ , est liée à la présence d'une inclusion :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_\alpha. \quad (4.15)$$

Dans le cas où il n'y a pas d'inclusion, la solution du potentiel vecteur complexe est donc notée  $\mathbf{A}_0$ , tandis que le domaine occupé par le métal liquide est représenté par un cylindre dont la fonction indicatrice est notée  $\mathbb{1}_{\sigma_0}$  :

$$\nabla^2 \mathbf{A}_0 - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0 = -\mathbb{1}_c \mathbf{J}_c. \quad (4.16)$$

La résolution de cette équation permet de déterminer le champ  $\mathbf{A}_0$  et a été présentée dans la section 3.1.3. Pour obtenir la solution complète du potentiel vecteur, il est nécessaire de déterminer le champ  $\mathbf{A}_\alpha = \mathbf{A} - \mathbf{A}_0$ . En présence d'une inclusion, le domaine occupé par le métal liquide est altéré, formant un cylindre duquel est soustrait le volume occupé par la sphère représentant l'inclusion. Ce domaine est associé à la fonction indicatrice  $\mathbb{1}_\sigma$ . En soustrayant l'équation vérifiée par  $\mathbf{A}_0$  (4.16) à l'équation vérifiée par le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  (4.14), on obtient une relation sur le champ perturbé par la présence de l'inclusion  $\mathbf{A}_\alpha$ . En remarquant que  $\mathbb{1}_{\sigma_0} - \mathbb{1}_\sigma = \mathbb{1}_b$ , il vient :

$$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_\alpha = -\mathbb{1}_b j \mathcal{S}_\omega (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_\alpha). \quad (4.17)$$

Tout comme la relation (4.11), cette équation est une équation de Helmholtz avec un terme source. Cependant, le terme source n'est plus lié au courant dans la bobine primaire mais est linéaire par rapport au champ de base  $\mathbf{A}_0$ . La forme du champ  $\mathbf{A}_0$ , qui joue ici le rôle du terme source, peut être déduite de l'invariance par rotation autour de l'axe de la conduite du problème sans inclusion. Cela entraîne que le champ  $\mathbf{A}_0$  est orthoradial et peut être s'écrire :

$$\mathbf{A}_0 = A_0(r, z) \mathbf{e}_\theta. \quad (4.18)$$

Les trois composantes du champ vectoriel perturbé par l'inclusion  $\mathbf{A}_\alpha$  sont notées dans le repère cylindrique :

$$\mathbf{A}_\alpha = A_\alpha^r \mathbf{e}_r + A_\alpha^\theta \mathbf{e}_\theta + A_\alpha^z \mathbf{e}_z. \quad (4.19)$$

L'équation vectorielle satisfaite par le champ perturbé (4.17) peut être décomposée en trois équations de Helmholtz. Les deux premières équations relient les composantes radiale et orthoradiale du potentiel vecteur, tandis que la troisième équation qui concerne la composante axiale est indépendante de  $A_\alpha^r$  et  $A_\alpha^\theta$  :

$$\nabla^2 A_\alpha^r - \frac{A_\alpha^r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\alpha^\theta}{\partial \theta} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega A_\alpha^r = -\mathbb{1}_b j \mathcal{S}_\omega A_\alpha^r, \quad (4.20)$$

$$\nabla^2 A_\alpha^\theta - \frac{A_\alpha^\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\alpha^r}{\partial \theta} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega A_\alpha^\theta = -\mathbb{1}_b j \mathcal{S}_\omega (A_0 + A_\alpha^\theta), \quad (4.21)$$

$$\nabla^2 A_\alpha^z - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega A_\alpha^z = -\mathbb{1}_b j \mathcal{S}_\omega A_\alpha^z. \quad (4.22)$$

L'opérateur laplacien, agissant sur un scalaire, est défini dans le repère cylindrique par :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (4.23)$$

L'équation (4.22) concernant la composante  $A_\alpha^z$  est homogène, ce qui signifie qu'elle ne contient aucun terme source lié au champ de base  $\mathbf{A}_0$ . De plus, cette équation est soumise à la condition aux limites  $A_\alpha^z \rightarrow 0$  à une distance suffisamment éloignée de l'ECFM. Par conséquent, on peut conclure que la composante  $A_\alpha^z$  est identiquement nulle dans tout l'espace :

$$A_\alpha^z = 0. \quad (4.24)$$

L'équation sur la composante radiale  $A_\alpha^r$  est couplée à l'équation sur la composante orthoradiale  $A_\alpha^\theta$  qui contient le terme source et est donc également influencée par le champ de base  $\mathbf{A}_0$ . Pour découpler les équations (4.20) et (4.21), on peut appliquer le changement de variables suivant, proposé par Gottlieb [98] :

$$A^+ = A_\alpha^r + jA_\alpha^\theta \quad \text{et} \quad A^- = A_\alpha^r - jA_\alpha^\theta. \quad (4.25)$$

Les équations aux dérivées partielles inhomogènes alors vérifiées par les champs  $A^+$  et  $A^-$  sont :

$$\nabla^2 A^+ - \frac{A^+}{r^2} + \frac{2j}{r^2} \frac{\partial A^+}{\partial \theta} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega A^+ = -\mathbb{1}_{bj} \mathcal{S}_\omega (A^+ + jA_0), \quad (4.26)$$

$$\nabla^2 A^- - \frac{A^-}{r^2} - \frac{2j}{r^2} \frac{\partial A^-}{\partial \theta} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega A^- = -\mathbb{1}_{bj} \mathcal{S}_\omega (A^- - jA_0). \quad (4.27)$$

### 4.3.2 Équations des fonctions de Green

L'opérateur différentiel linéaire agissant sur le champ  $A^+$  dans la relation (4.26) est symbolisé  $\mathcal{L}$ , ce qui permet d'écrire :

$$\mathcal{L}A^+(\mathbf{r}) = k_1 A^+(\mathbf{r}) + k_2 A_0(\mathbf{r}), \quad (4.28)$$

où les coefficients  $k_1$  et  $k_2$  sont identifiés à partir de l'équation différentielle (4.26) correspondante. Si il existe une fonction  $G^+$  telle que le champ  $A^+$ , solution de l'équation précédente avec les conditions aux limites appropriées, peut être exprimé par l'intégrale suivante :

$$A^+(\mathbf{r}) = \iiint G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [k_1 A^+(\mathbf{r}') + k_2 A_0(\mathbf{r}')] dV', \quad (4.29)$$

alors en appliquant l'opérateur linéaire  $\mathcal{L}$ , dont les dérivées sont effectuées par rapport aux coordonnées non primées à la fonction  $A^+$ , on obtient :

$$\mathcal{L}A^+(\mathbf{r}) = \iiint [\mathcal{L}G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] [k_1 A^+(\mathbf{r}') + k_2 A_0(\mathbf{r}')] dV'. \quad (4.30)$$

La comparaison entre la relation (4.30) et la propriété standard de la fonction delta de Dirac :

$$f(\mathbf{r}) = \iiint \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') f(\mathbf{r}') dV', \quad (4.31)$$

permet d'identifier l'opérateur linéaire appliqué à la fonction  $G^+$  à la fonction de Dirac :

$$\mathcal{L}G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (4.32)$$

La relation précédente définit les fonctions de Green  $G^+$  qui permettent de déterminer la solution d'une équation aux dérivées partielles linéaire à coefficients constants par la superposition de solutions élémentaires. En généralisant cette analyse à la fonction  $A^-$ , il est possible d'obtenir les deux équations différentielles vérifiées par les fonctions de Green  $G^+$  et  $G^-$ , et qui s'écrivent :

$$\nabla^2 G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \frac{G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{r^2} - \frac{2j}{r^2} \frac{\partial G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \theta} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (4.33)$$

$$\nabla^2 G^-(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \frac{G^-(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{r^2} + \frac{2j}{r^2} \frac{\partial G^-(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \theta} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega G^-(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (4.34)$$

Ces fonctions de Green peuvent être considérées comme la réponse du système à une source ponctuelle localisée en  $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ . D'autres contraintes doivent être imposées aux fonctions  $G^+$  et  $G^-$ . Par exemple les fonctions  $A^+$  et  $A^-$  doivent satisfaire les conditions aux limites du problème. Pour des conditions aux limites homogènes, il faut donc s'assurer que les fonctions de Green associées vérifient également des conditions homogènes. Une deuxième condition concerne les relations de saut des fonctions  $G^+$  et  $G^-$  ainsi que de leurs dérivées qui seront développées plus loin. Notons qu'avec les coordonnées cylindriques, la fonction delta de Dirac est définie par la relation suivante, qui garantit que son intégrale sur tout l'espace est égale à 1 :

$$\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\delta(r - r')\delta(\theta - \theta')\delta(z - z')}{2\pi r'} \quad \text{tel que} \quad \iiint_{\mathcal{D}} \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') r' dr' d\theta' dz' = 1. \quad (4.35)$$

Les relations définissant les fonctions  $G^+$  et  $G^-$ , telle que (4.29), peuvent être réécrites en explicitant les différentes constantes et en prenant en compte les fonctions indicatrices dans les domaines d'intégration. Ces formes intégrales correspondent à des équations intégrales de Fredholm du second type, dans lesquelles la fonction inconnue (ici  $A^+$  ou  $A^-$ ) apparaît à la fois à l'intérieur et à l'extérieur de l'intégrale :

$$A^+(\mathbf{r}) = +\mathcal{S}_\omega \iiint_b G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') A_0(\mathbf{r}') dV' - j\mathcal{S}_\omega \iiint_b G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') A^+(\mathbf{r}') dV', \quad (4.36)$$

$$A^-(\mathbf{r}) = -\mathcal{S}_\omega \iiint_b G^-(\mathbf{r}, \mathbf{r}') A_0(\mathbf{r}') dV' - j\mathcal{S}_\omega \iiint_b G^-(\mathbf{r}, \mathbf{r}') A^-(\mathbf{r}') dV'. \quad (4.37)$$

Si les fonctions de Green satisfaisant les équations aux dérivées partielles (4.33) et (4.34) sont obtenues, il sera alors possible de déterminer les fonctions  $A^+$  et  $A^-$  en résolvant ces équations intégrales de Fredholm du second type.

Les équations (4.33) et (4.34) sont des équations aux dérivées partielles qui contiennent des dérivées par rapport aux trois coordonnées d'espace  $r$ ,  $\theta$  et  $z$ . Ces équations sont ici transformées en équations différentielles ordinaires. Pour cela, une première transformation de Fourier est appliquée à la variable  $z$ . La transformée de Fourier de la fonction de Green,  $\hat{G}^\pm$ , ainsi que sa transformée inverse sont définies par les relations suivantes :

$$\hat{G}^\pm(r, \theta, \zeta, r', \theta', z') = \int_{-\infty}^{+\infty} G^\pm(r, \theta, z, r', \theta', z') e^{-j2\pi\zeta z} dz, \quad (4.38)$$

$$G^\pm(r, \theta, z, r', \theta', z') = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^\pm(r, \theta, \zeta, r', \theta', z') e^{j2\pi\zeta z} d\zeta, \quad (4.39)$$

où  $\zeta$  est un nombre d'onde adimensionnel. Les équations aux dérivées partielles sur  $r$  et  $\theta$  vérifiées par les transformée  $\hat{G}^\pm$  sont obtenues en intégrant le produit des relations (4.33) ou (4.34) avec  $e^{-j2\pi\zeta z}$  par rapport à  $z$ . Étant donné que la fonction caractéristique  $\mathbb{1}_{\sigma_0}$  est indépendante de  $z$ , ces équations sont données par :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - (2\pi\zeta)^2 - \frac{1}{r^2} \mp \frac{2j}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j\mathcal{S}_\omega \right] \hat{G}^\pm = \frac{\delta(r - r')\delta(\theta - \theta')}{r'} e^{-j2\pi\zeta z'}.$$

La dépendance en  $\theta$  des fonctions  $\hat{G}^\pm$  est  $2\pi$ -périodique, ce qui permet de décomposer chacune d'entre elles en une série de Fourier. La forme exponentielle complexe de la série de Fourier est utilisée et les coefficients de ces séries sont notés  $\hat{\hat{G}}^\pm$ .

Les doubles transformées de la fonction de Green,  $\hat{G}^\pm$ , et leurs transformées inverses vérifient les relations suivantes :

$$\hat{G}^\pm(r, n, \zeta, r', \theta', z') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \hat{G}^\pm(r, \theta, \zeta, r', \theta', z') e^{-jn\theta} d\theta, \quad (4.40)$$

$$\hat{G}^\pm(r, \theta, \zeta, r', \theta', z') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{G}^\pm(r, n, \zeta, r', \theta', z') e^{jn\theta}, \quad (4.41)$$

où  $n$  est un entier relatif qui indexe les différentes composantes de la série de Fourier. Les équations aux dérivées ordinaires sur  $r$  vérifiées par les doubles transformées  $\hat{G}^\pm$  sont obtenues en intégrant le produit des équations vérifiées par  $\hat{G}^\pm$  avec  $e^{-jn\theta}/2\pi$  par rapport à  $\theta$ . Étant donné que la fonction caractéristique  $\mathbb{1}_{\sigma_0}$  est indépendante de  $\theta$ , les équations vérifiées par les doubles transformées  $\hat{G}^+$  et  $\hat{G}^-$  sont données par :

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left( (2\pi\zeta)^2 + \mathbb{1}_{\sigma_0} j\mathcal{S}_\omega + \frac{(n \mp 1)^2}{r^2} \right) \right] \hat{G}^\pm = \frac{\delta(r - r')}{2\pi r'} e^{-j(n\theta' + 2\pi\zeta z')}. \quad (4.42)$$

### 4.3.3 Conditions aux limites et aux interfaces

Les deux équations (4.42) doivent être résolues dans tout l'espace. La source élémentaire ponctuelle qui représente le milieu diélectrique est située en  $r = r'$ , et localisée en  $\theta = \theta'$ . Le milieu conducteur du fluide métallique est compris entre  $r = 0$  et  $r = 1$ . Les bobines sont placées au delà du fluide, en  $r > 1$ . La solution des équations (4.42) est calculée par morceaux dans trois régions de l'espace délimitées par les rayons  $r < r'$  inférieurs au rayon où se situe la source (région 1 : métal liquide), les rayons  $r' > r > 1$  situés entre la source et la limite extérieure du métal liquide (région 2 : métal liquide) et les rayons  $r > 1$  en dehors du milieu conducteur (région 3 : milieu diélectrique). Ces régions sont représentées sur la figure 4.2. Notons que si les fonctions  $\hat{G}^\pm$  étaient discontinues en  $r = r'$  ou en  $r = 1$ , leurs dérivées secondes feraient apparaître un doublet de Dirac. Cependant, comme le membre de droite de l'équation (4.42) ne contient que la fonction delta de Dirac et non le doublet, cela implique que les fonctions  $\hat{G}^\pm$  sont continues.

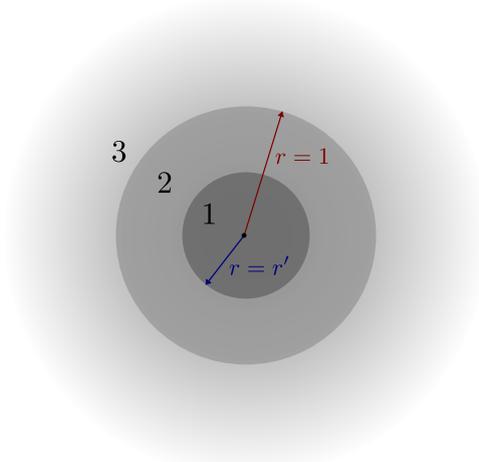


FIGURE 4.2: Trois domaines de l'espace où les deux équations différentielles (4.42) doivent être résolues. Les régions 1 et 2 sont occupées par le métal liquide et le milieu 3 par l'air et les bobines. La source ponctuelle est localisée en  $r = r'$ . Des conditions de saut sont données par l'intégration des équations (4.42) sur des volumes infinitésimaux situés en  $r = r'$  et en  $r = 1$ .

Une discontinuité sur une dérivée première fait intervenir la fonction delta de Dirac dans une équation différentielle d'ordre 2. Puisque le second membre des équations (4.42) est non nul uniquement au niveau de la source ponctuelle ( $r = r'$ ), cela signifie que les dérivées de  $\hat{G}^\pm$  présentent une discontinuité avec un saut égal au facteur qui précède la fonction delta de Dirac. De plus, à l'interface entre le métal liquide et la conduite ( $r = 1$ ), il y a continuité des fonctions  $\hat{G}^+$  et  $\hat{G}^-$  ainsi que de leurs dérivées :

$$r = r' \quad \hat{G}_1^\pm - \hat{G}_2^\pm = 0, \quad (4.43)$$

$$r = r' \quad \frac{\partial \hat{G}_1^\pm}{\partial r} - \frac{\partial \hat{G}_2^\pm}{\partial r} = \frac{-e^{-j(n\theta' + 2\pi\zeta z')}}{r'}, \quad (4.44)$$

$$r = 1 \quad \hat{G}_2^\pm - \hat{G}_3^\pm = 0, \quad (4.45)$$

$$r = 1' \quad \frac{\partial \hat{G}_2^\pm}{\partial r} - \frac{\partial \hat{G}_3^\pm}{\partial r} = 0, \quad (4.46)$$

$$r \gg 1 \quad \hat{G}_3^\pm = 0. \quad (4.47)$$

Les discontinuités n'étant présentes qu'aux interfaces, le système d'équations différentielles ordinaires à résoudre dans chacun des domaines, dont la solution est indiquée  $\hat{G}_i^\pm$ , est finalement donné par :

$$\frac{\partial^2 \hat{G}_i^\pm}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{G}_i^\pm}{\partial r} - \left( \lambda_i^2 + \frac{(n \mp 1)^2}{r^2} \right) \hat{G}_i^\pm = 0, \quad (4.48)$$

où les coefficients  $\lambda_i^2$  dépendent de la nature du milieu, conducteur ou diélectrique et sont définis par :

$$\lambda_i^2 = \begin{cases} (2\pi\zeta)^2 + j\mathcal{S}_\omega & \text{si } i = 1, 2 \text{ (conducteur)} \\ (2\pi\zeta)^2 & \text{si } i = 3 \text{ (non-conducteur)}. \end{cases} \quad (4.49)$$

Ces équations sont des équations modifiées de Bessel d'ordre  $m^\pm = (n \mp 1)^2$ , et leur solution peut être exprimée à l'aide des fonctions de Bessel modifiées :

$$\hat{G}_i^\pm = a_i^\pm I_{m^\pm}(\lambda_i r) + b_i^\pm K_{m^\pm}(\lambda_i r). \quad (4.50)$$

Les fonctions de Bessel modifiées de première espèce  $I_m$  et de deuxième espèce  $K_m$  sont définies par :

$$I_m(\lambda_i r) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!(p+m)!} \left( \frac{\lambda_i r}{2} \right)^{2p+m}, \quad (4.51)$$

$$K_m(\lambda_i r) = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-m}(\lambda_i r) - I_m(\lambda_i r)}{\sin(m\pi)}. \quad (4.52)$$

La solution générale (4.50) se décline en trois équations pour chacune des trois zones, avec deux fonctions  $\hat{G}_i^+$  et  $\hat{G}_i^-$  impliquant chacune deux constantes. Cela donne un total de 12 constantes à déterminer à partir des conditions aux limites et des relations de saut. Les fonctions  $K_m$  divergent à l'origine pour toutes les valeurs de  $m$ , tandis que les fonctions  $I_m$  divergent lorsque  $r$  tend vers l'infini. Cependant, les conditions aux limites imposent  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{0}$  lorsque l'on se trouve suffisamment loin de l'ECFM.

En tenant compte de ces propriétés et pour assurer que les solutions  $\hat{G}_i^\pm$  soient finies, il est possible d'éliminer 4 constantes :

$$K_m(r \rightarrow 0) \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad b_1^+ = b_1^- = 0 \quad (4.53)$$

$$I_m(r \rightarrow \infty) \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad a_3^+ = a_3^- = 0 \quad (4.54)$$

En écrivant les conditions de saut sur  $\hat{G}^\pm$  et ses dérivées entre les domaines 1 et 2, ainsi qu'entre les domaines 2 et 3, on obtient 8 équations algébriques qui font intervenir les 8 constantes restantes à déterminer. Ces équations peuvent être écrites sous la forme matricielle  $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$ , où  $\mathbf{x}$  est le vecteur contenant les constantes à déterminer et  $\mathbf{y}$  est le vecteur contenant les valeurs des discontinuités :

$$\begin{bmatrix} I_{m^+}(\lambda_1 r') & -I_{m^+}(\lambda_2 r') & -K_{m^+}(\lambda_2 r') & 0 \\ \lambda_1 I'_{m^+}(\lambda_1 r') & -\lambda_2 I'_{m^+}(\lambda_2 r') & -\lambda_2 K'_{m^+}(\lambda_2 r') & 0 \\ 0 & I_{m^+}(\lambda_2) & K_{m^+}(\lambda_2) & -K_{m^+}(\lambda_3) \\ 0 & \lambda_2 I'_{m^+}(\lambda_2) & \lambda_2 K'_{m^+}(\lambda_2) & -\lambda_3 K'_{m^+}(\lambda_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^+ \\ a_2^+ \\ b_2^+ \\ b_3^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

Le coefficient  $\beta$  est associé à la valeur de la discontinuité en  $r = r'$  et vaut  $\beta = -e^{-j(n\theta' + 2\pi\zeta z')}/r'$ . La règle de Cramer peut être utilisée pour calculer chacun des coefficients en prenant le rapport des déterminants suivants :

$$x_k = \frac{\det(A_k)}{\det(A)}, \quad (4.56)$$

où  $A_k$  est la matrice carrée formée en remplaçant la  $k$ -ième colonne de la matrice  $A$  par le vecteur colonne  $\mathbf{y}$  :

$$A_k = (a_{k,ij}) \quad \text{avec} \quad a_{k,ij} = \begin{cases} a_{ij} & \text{si } j \neq k \\ y_i & \text{si } j = k. \end{cases} \quad (4.57)$$

#### 4.3.4 Solution analytique de la perturbation de l'ECFM

Une fois que les différentes constantes ont été déterminées, les coefficients de Fourier  $\hat{G}^\pm$  sont connus dans chaque domaine. Les fonctions de Green  $G^+$  et  $G^-$  peuvent alors être retrouvées à partir des transformées inverses. Le lien entre les fonctions de Green et les doubles transformées est donné par les deux relations suivantes :

$$\hat{G}^\pm(r, n, \zeta, r', \theta', z') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G^\pm(r, \theta, z, r', \theta', z') e^{-j2\pi\zeta z} dz e^{-jn\theta} d\theta, \quad (4.58)$$

$$G^\pm(r, \theta, z, r', \theta', z') = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{G}^\pm(r, n, \zeta, r', \theta', z') e^{jn\theta} e^{j2\pi\zeta z} d\zeta. \quad (4.59)$$

À partir des équations (4.33) et (4.34), on peut observer qu'un changement de variable  $\theta \rightarrow -\theta$  dans l'équation pour  $G^+$  la transforme en l'équation vérifiée par  $G^-$ . Cela implique l'existence de la relation de symétrie suivante entre les deux fonctions de Green :

$$G^+(r, -\theta, z, r', 0, 0) = G^-(r, \theta, z, r', 0, 0). \quad (4.60)$$

Cela signifie qu'il est possible, au lieu de résoudre une équation pour  $G^-$  en fonction de  $\theta$ , de résoudre l'équation pour  $G^+$  en utilisant la coordonnée  $-\theta$ .

Par conséquent, nous nous concentrerons sur la résolution d'une seule des deux fonctions de Green, par exemple la fonction  $G^+$ . À partir de l'équation différentielle vérifiée par  $G^+$ , il apparaît que cette fonction présente les propriétés d'être invariante sous une translation selon  $\theta$  ou  $z$  :

$$G^+(r, \theta, z, r', \theta', z') = G^+(r, \theta + \theta_0, z + z_0, r', \theta' + \theta_0, z' + z_0). \quad (4.61)$$

Enfin, notons que la fonction de Green  $G^+$  est paire par rapport à la variable  $z$  :

$$G^+(r, \theta, z, r', 0, 0) = G^+(r, \theta, -z, r', 0, 0). \quad (4.62)$$

Cette propriété de parité est également vérifiée par la transformée de Fourier  $\hat{G}^\pm$  par rapport à la variable  $\zeta$ , ce qui permet de calculer l'intégrale dans l'équation (4.58) en effectuant seulement une intégration de 0 à  $+\infty$ . Le champ  $A^+$  est ensuite déterminé à partir de la fonction de Green en utilisant la relation (4.36), qui est réécrite ici :

$$A^+(\mathbf{r}) = +\mathcal{S}_\omega \iiint_b G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') A_0(\mathbf{r}') dV' - j\mathcal{S}_\omega \iiint_b G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') A^+(\mathbf{r}') dV'. \quad (4.63)$$

Il est possible de résoudre cette équation en utilisant une méthode d'intégration numérique et en discrétisant le volume de l'inclusion en  $N$  plus petits volumes, chacun caractérisé par une position  $\mathbf{r}_i$  et un volume  $V_i$  :

$$A^+(\mathbf{r}) \approx +\mathcal{S}_\omega \sum_{i=1}^N G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) A_0(\mathbf{r}_i) V_i - j\mathcal{S}_\omega \sum_{i=1}^N G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) A^+(\mathbf{r}_i) V_i. \quad (4.64)$$

Il est alors nécessaire de calculer autant de fonctions de Green  $G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$  qu'il y a d'éléments de volume dans le maillage de l'inclusion.

### Modèle ponctuel de l'inclusion

Pour les inclusions suffisamment petites pour que l'on puisse considérer que les fonctions  $G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$ ,  $A_0(\mathbf{r}_i)$  et  $A^+(\mathbf{r}_i)$  varient peu dans le volume d'intégration, les champs peuvent être approximés comme constants dans l'inclusion ou la bulle en prenant la valeur calculée au centre de la bulle, à la position  $\mathbf{r}_b = (\rho_b, \theta_b, z_b)$  :

$$A^+(\mathbf{r}) \approx +\mathcal{S}_\omega G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}_b) A_0(\mathbf{r}_b) V_b - j\mathcal{S}_\omega G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}_b) A^+(\mathbf{r}_b) V_b. \quad (4.65)$$

On parlera alors d'approximation ponctuelle du modèle analytique. Le champ  $A^+$  à la position  $\mathbf{r}_b$  est obtenu en utilisant la même approximation :

$$A^+(\mathbf{r}_b) \approx +\mathcal{S}_\omega G^+(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b) A_0(\mathbf{r}_b) V_b - j\mathcal{S}_\omega G^+(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b) A^+(\mathbf{r}_b) V_b. \quad (4.66)$$

En effectuant une manipulation algébrique, les champs  $A^\pm$  en tout point de l'espace  $\mathbf{r}$  peuvent alors être écrits à partir des fonctions de Green  $G^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}_b)$  et  $G^\pm(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b)$ , ainsi que du champ non perturbé  $A_0(\mathbf{r}_b)$  :

$$A^\pm(\mathbf{r}) \approx \pm \frac{\mathcal{S}_\omega V_b G^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}_b)}{1 + j\mathcal{S}_\omega V_b G^\pm(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b)} A_0(\mathbf{r}_b). \quad (4.67)$$

Sous ces hypothèses, le champ perturbé est proportionnel au champ non perturbé  $A_0$ . De plus, tant que  $\mathcal{S}_\omega V_b G^\pm(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b) \ll 1$ , la réponse est approximativement proportionnelle au volume de l'inclusion. De même, si le champ perturbé est beaucoup plus petit que le champ  $A_0$ , alors la seconde intégrale de l'équation (4.63) peut être négligée par rapport à l'intégrale qui implique  $A_0$ .

Dans ce cas, et en supposant que les bulles sont suffisamment petites, un développement limité à l'ordre zéro sur le champ perturbé (4.67) donne l'approximation :

$$A^\pm(\mathbf{r}) \approx \mathcal{S}_\omega V_b G^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}_b) A_0(\mathbf{r}_b). \quad (4.68)$$

Dans cette situation, il faut calculer une seule fonction de Green pour approximer l'un des champs perturbés  $A^+$  ou  $A^-$ . À partir des champs perturbés, les différentes composantes du potentiel vecteur complexe peuvent être retrouvées en inversant les changements de variables décrits par l'équation (4.25) :

$$A_\alpha^r(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} (A^+ + A^-) \quad \text{et} \quad A_\alpha^\theta(\mathbf{r}) = \frac{-j}{2} (A^+ - A^-). \quad (4.69)$$

La perturbation de la force électromotrice induite par le passage de l'inclusion est ensuite déterminée dans un enroulement de bobine en calculant la circulation du champ électrique le long d'un enroulement caractérisé par sa position  $(r, z)$  :

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha(r, z, t) &= - \oint \frac{\partial \mathbf{A}_\alpha e^{jt}}{\partial t} \cdot d\mathbf{r} = -j \oint \mathbf{A}_\alpha e^{jt} \cdot d\mathbf{r}, \\ &= -jr \int_0^{2\pi} A_\alpha^\theta(r, \theta, z) e^{jt} d\theta, \\ &= -\frac{r}{2} \int_0^{2\pi} [A^+(r, \theta, z) - A^-(r, \theta, z)] e^{jt} d\theta. \end{aligned} \quad (4.70)$$

En utilisant la relation (4.67) et la propriété de symétrie entre  $G^+$  et  $G^-$  (4.60), on peut constater que le terme entre crochets ne dépend que de la fonction de Green  $G^+$  :

$$A^+(r, \theta, z) - A^-(r, \theta, z) \approx \frac{\mathcal{S}_\omega V_b A_0(\mathbf{r}_b)}{1 + j\mathcal{S}_\omega V_b G^+(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b)} [G^+(r, \theta, z, \mathbf{r}_b) + G^+(r, -\theta, z, \mathbf{r}_b)]. \quad (4.71)$$

La somme des fonctions de Green  $G^+$  dans l'équation (4.71) est développée pour mettre en évidence les simplifications qui peuvent être effectuées lors du calcul des transformées de Fourier. En intervertissant les symboles de somme et d'intégrale, en faisant apparaître le terme  $\cos(n\theta)$  et en divisant la somme en un premier terme associé à l'indice  $n = 0$  et un second terme pour  $n \in [1, \infty]$ , il vient :

$$\begin{aligned} G^+(r, \theta, z, \mathbf{r}_b) + G^+(r, -\theta, z, \mathbf{r}_b) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{G}^+(r, n, \zeta, \mathbf{r}_b) e^{j2\pi\zeta z} (e^{jn\theta} + e^{-jn\theta}) d\zeta, \\ &= 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^+(r, n, \zeta, \mathbf{r}_b) e^{j2\pi\zeta z} d\zeta \cos(n\theta), \\ &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^+(r, 0, \zeta, \mathbf{r}_b) e^{j2\pi\zeta z} d\zeta \\ &\quad + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^+(r, n, \zeta, \mathbf{r}_b) e^{j2\pi\zeta z} d\zeta \cos(n\theta). \end{aligned} \quad (4.72)$$

Lors du calcul de la fém le long d'un enroulement complet, l'intégrale par rapport à la variable  $\theta$  entre 0 et  $2\pi$  fait disparaître chaque terme proportionnel à  $\cos(n\theta)$  pour  $n \in [1, \infty]$ . La fém est donc donnée par la première intégrale du membre de droite :

$$\varepsilon_\alpha(r, z, t) = -2\pi r \frac{\mathcal{S}_\omega V_b A_0(\mathbf{r}_b)}{1 + j\mathcal{S}_\omega V_b G^\pm(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b)} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^+(r, 0, \zeta, \mathbf{r}_b) e^{j2\pi\zeta z} d\zeta e^{jt}. \quad (4.73)$$

Lorsque les bulles sont suffisamment petites, la fém peut être approximée à partir de la relation (4.68). Cela permet de déterminer la réponse de l'ECFM sans avoir à calculer la fonction de Green  $G^\pm(\mathbf{r}_b, \mathbf{r}_b)$  :

$$\varepsilon_\alpha(r, z, t) \approx -2\pi r \mathcal{S}_\omega V_b A_0(\mathbf{r}_b) \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^+(r, 0, \zeta, \mathbf{r}_b) e^{j2\pi\zeta z} d\zeta e^{jt}. \quad (4.74)$$

La fonction  $\hat{G}^+(r, 0, \zeta, \mathbf{r}_b)$  présente dans l'intégrale précédente doit être calculée dans le domaine occupé par les bobines dont l'indice est  $i = 3$ , et uniquement pour le coefficient de Fourier d'indice  $n = 0$ , tous les autres termes produisant une intégrale nulle. La solution de l'équation différentielle vérifiée par  $\hat{G}_3^+(r, 0, \zeta, \mathbf{r}_b)$  est donc d'ordre  $m = 1$  et s'écrit, d'après la relation (4.50) :

$$\hat{G}_3^+(r, 0, \zeta, \mathbf{r}_b) = b_3^+ K_{1+}(|2\pi\zeta|r). \quad (4.75)$$

Enfin, la tension mesurée dans chacune des bobines secondaires est la somme des fém calculées dans chacun des enroulements de ces bobines, dont le nombre est le produit du nombre de spires et du nombre de couches de la bobine :

$$V_{\alpha,1} = \sum_{i=1}^{N_{c,1}} \sum_{j=1}^{N_{s,1}} \varepsilon_\alpha(r_i, z_j, t) \quad \text{et} \quad V_{\alpha,2} = \sum_{i=1}^{N_{c,2}} \sum_{j=1}^{N_{s,2}} \varepsilon_\alpha(r_i, z_j, t). \quad (4.76)$$

### 4.3.5 Intégration numérique de la perturbation et convergence

Les tensions induites par le passage d'inclusions de diamètre et de positions variables sont calculées par intégration numérique de la relation (4.73) pour des bobines secondaires symétriques. Les propriétés de l'ECFM utilisées pour le calcul sont fournies dans le tableau 4.1. L'amplitude et la phase du signal le long d'une trajectoire quelconque sont déterminées en effectuant un calcul pour chaque point de la trajectoire que l'on souhaite résoudre. Il est ainsi possible de faire varier n'importe quelle coordonnée de la position de l'inclusion mais aussi sa taille, par exemple pour tenir compte des effets de dilatation décrits dans le chapitre 3. Le calcul ne prend pas en compte les effets de déformation de l'interface de l'inclusion en raison du modèle ponctuel présenté précédemment.

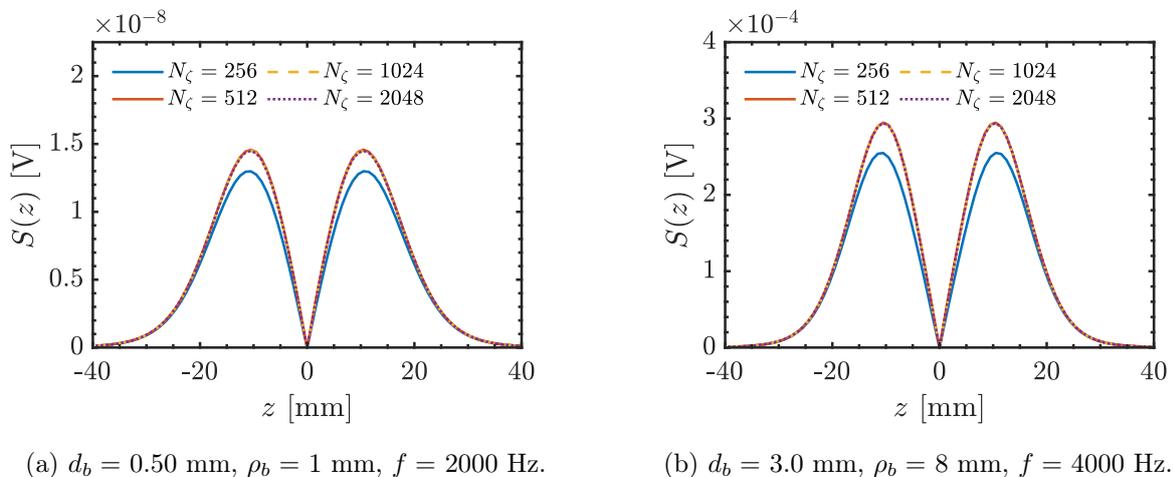


FIGURE 4.3: Convergence de l'amplitude de la fém induite en fonction du nombre de points utilisés pour calculer l'intégrale par rapport à  $\zeta$  dans le cas du modèle analytique ponctuel avec : (a) une petite inclusion située proche du centre de la conduite à  $f = 2000$  Hz et (b) une plus grande inclusion située proche de la paroi à  $f = 4000$  Hz.

Le calcul numérique de l'intégrale dans l'équation (4.73) nécessite de choisir un domaine d'intégration ainsi qu'une discrétisation de la variable  $\zeta$  en un nombre de points,  $N_\zeta$ , pour estimer la fém  $\varepsilon_\alpha(r, z, t)$  dans un enroulement d'une bobine secondaire. Les limites d'intégration sont fixées à  $\zeta \in [-6, 6]$  (sous forme adimensionnelle), ce qui suffit pour assurer la convergence de l'intégrale. La convergence est analysée sur l'ensemble d'une trajectoire rectiligne ( $\rho_b$  fixé) et pour un diamètre constant en fonction de  $N_\zeta$ . La figure 4.3 illustre l'évolution de l'amplitude du signal le long de la trajectoire d'une inclusion dans deux situations différentes :  $d_b = 0.5$  mm,  $\rho_b = 1$  mm et  $f = 2000$  Hz (figure 4.3a) ainsi que  $d_b = 3.0$  mm,  $\rho_b = 8$  mm et  $f = 4000$  Hz (figure 4.3b). La convergence est vérifiée dans diverses situations car l'amplitude des signaux varie considérablement en fonction des paramètres géométriques de l'inclusion. Le nombre de points choisis pour vérifier la convergence de la fém varie de  $N_\zeta = 256$  à  $N_\zeta = 2048$ . En utilisant l'amplitude du signal de l'ECFM comme critère de convergence, et en prenant le signal calculé avec  $N_\zeta = 2048$  comme référence, l'écart relatif sur l'amplitude est toujours inférieure à 1% lorsque l'intégrale est calculée avec  $N_\zeta = 512$  points, et toujours inférieur à 0.3% avec  $N_\zeta = 1024$  :

$$\frac{S(z, N_\zeta = 512) - S(z, 2048)}{S(z, 2048)} < 1.0\% \quad \text{et} \quad \frac{S(z, N_\zeta = 1024) - S(z, 2048)}{S(z, 2048)} < 0.3\%.$$

La convergence est également vérifiée pour la phase, comme l'illustre la figure 4.4 qui montre la convergence pour les diamètres et positions choisis précédemment. En prenant la phase du signal de l'ECFM calculé avec  $N_\zeta = 2048$  comme référence, l'écart sur la phase est toujours inférieur à  $0.1^\circ$  lorsque  $N_\zeta = 512$ , et toujours inférieur à  $0.03^\circ$  avec  $N_\zeta = 1024$  :

$$\phi(z, N_\zeta = 512) - \phi(z, 2048) < 0.1^\circ \quad \text{et} \quad \phi(z, N_\zeta = 1024) - \phi(z, 2048) < 0.03^\circ.$$

Dans la suite, les réponses de l'ECFM seront calculées en utilisant  $N_\zeta = 1024$ . L'ordre de grandeur du temps de calcul CPU nécessaire pour déterminer la réponse de l'ECFM pour une position d'inclusion est d'environ 8 secondes avec  $N_\zeta = 1024$ . La réponse du modèle analytique introduit précédemment est comparée au modèle développé par Guichou [26]. Le modèle de Guichou néglige le terme inductif dans l'équation du potentiel vecteur dans le métal liquide  $\mathbf{A}_\alpha$ , ce qui est valable lorsque le paramètre d'écrantage vérifie  $\mathcal{S}_\omega \ll 1$ . Les équations vérifiées par ce modèle non-inductif dans chacun des milieux sont rappelées dans le tableau 4.2.

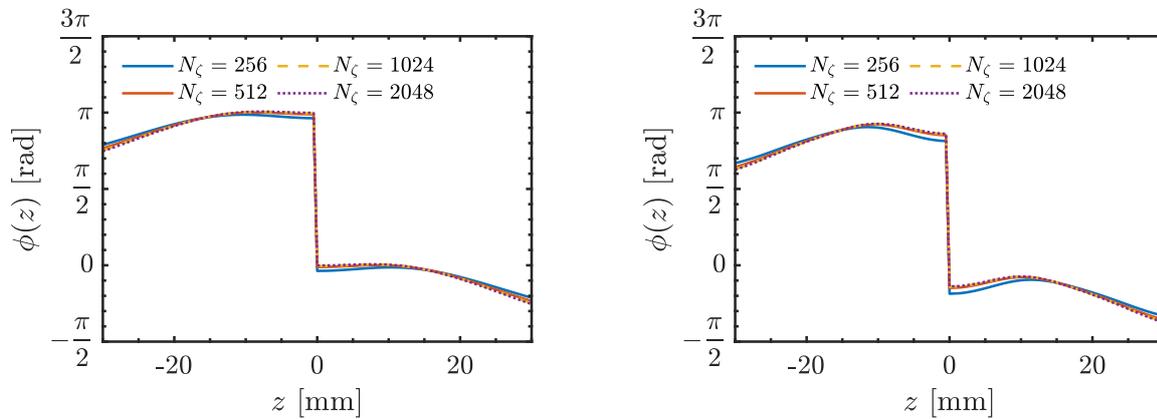
(a)  $d_b = 0.50$  mm,  $\rho_b = 1$  mm,  $f = 2000$  Hz.(b)  $d_b = 3.0$  mm,  $\rho_b = 8$  mm,  $f = 4000$  Hz.

FIGURE 4.4: Convergence de la phase de la fém induite en fonction du nombre de points utilisés pour calculer l'intégrale par rapport à  $\zeta$  dans le cas du modèle analytique ponctuel avec : (a) une petite inclusion située proche du centre de la conduite à  $f = 2000$  Hz et (b) une plus grande inclusion située proche de la paroi à  $f = 4000$  Hz.

TABLEAU 4.2: Équations sur le potentiel vecteur perturbé  $\mathbf{A}_\alpha$  vérifiées dans chacun des milieux matériels (métal, air extérieur, conduite non-conductrice, bobines et inclusion). Les équations sont données pour le modèle inductif prenant en compte les effets de  $\mathbf{A}_\alpha$  uniquement dans le métal liquide, pour le modèle inductif avec l'hypothèse  $v_b^* \mathcal{S}_\omega \ll 1$  ainsi que pour le modèle non-inductif proposé par Guichou avec l'hypothèse  $\mathcal{S}_\omega \ll 1$  [63].

	Inductif	Inductif ( $v_b^* \mathcal{S}_\omega \ll 1$ )	Non-inductif ( $\mathcal{S}_\omega \ll 1$ )
Métal liquide	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_\alpha$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_\alpha$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = \mathbf{0}$
Air et conduite	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = \mathbf{0}$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = \mathbf{0}$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = \mathbf{0}$
Bobines	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = \mathbf{0}$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = \mathbf{0}$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = \mathbf{0}$
Inclusion	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = -j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = -j \mathcal{S}_\omega (\mathbf{A}_0 - \mathbf{A}_\alpha)$	$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha = -j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0$

Dans le modèle présenté ici, le terme inductif est pris en compte dans le métal liquide afin d'étendre le domaine de validité du modèle de Guichou aux fréquences plus élevées. Lorsque l'hypothèse  $\mathbf{A}_\alpha \ll \mathbf{A}_0$  est vérifiée, les secondes intégrales du membre de droite des équations de Fredholm (4.36) et (4.37) peuvent être négligées. Cela revient à résoudre les équations du modèle inductif présentées dans la colonne du milieu du tableau 4.2. Ces équations diffèrent du modèle inductif par la présence du terme source supplémentaire  $j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_\alpha$  dans l'équation vérifiée dans l'inclusion. Les résultats de Kumar suggèrent que le potentiel perturbé est d'ordre  $|\mathbf{A}_\alpha| \sim \alpha$ . Pour une seule inclusion, on peut écrire  $|\mathbf{A}_\alpha| \sim 4/3\pi r_b^3/R^3 = v_b^*$  avec  $v_b^*$  le volume adimensionnel de l'inclusion. Le terme source est alors d'ordre  $v_b^* \mathcal{S}_\omega$  et la validité du modèle est limitée aux régimes vérifiant  $v_b^* \mathcal{S}_\omega \ll 1$ . Cette contrainte est moins forte que la contrainte du modèle non-inductif puisque dans les situations étudiées, le volume des inclusions vérifie  $v_b^* \ll 1$ . Cette hypothèse permet de simplifier la résolution analytique puisqu'il suffit alors de calculer l'intégrale (4.74) et la fonction indicatrice associée à l'espace occupé par le métal liquide ne dépend pas de  $\theta$  et de  $z$ . La figure 4.5 présente l'écart relatif calculé sur l'amplitude maximale  $S_{\max}$  lors du passage d'une inclusion dans l'ECFM. Lorsque la trajectoire est rectiligne, l'amplitude maximale est généralement atteinte lorsque le centre de l'inclusion se trouve entre la bobine primaire et l'une des bobines secondaires. En utilisant les résultats du modèle inductif comme référence, il se trouve que l'écart sur  $S_{\max}$  calculé par le modèle non-inductif dépasse 10% dès que  $\mathcal{S}_\omega \gtrsim 1$ . De plus, l'écart dépend également de la position radiale de l'inclusion : plus l'inclusion est proche du centre de la conduite, plus l'écart introduit par le modèle non-inductif est important.

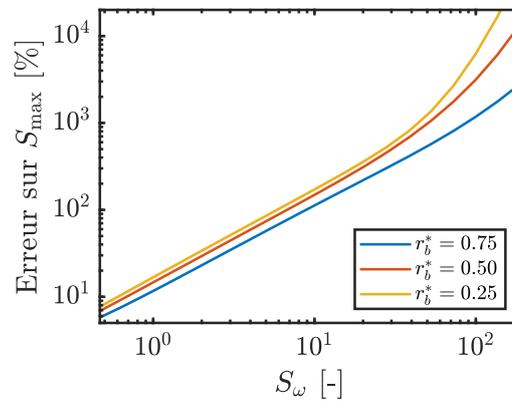


FIGURE 4.5: Écart relatif entre l'amplitude de la fém donnée par le modèle inductif avec l'hypothèse d'une inclusion ponctuelle et le modèle non-inductif présenté par Guichou [26]. L'erreur relative dépend de la position radiale de l'inclusion, notée  $r_b^*$  sous forme adimensionnelle, mais pas de son volume et dépasse 10% dès que  $\mathcal{S}_\omega \gtrsim 1$ .

## 4.4 Résolution numérique

Dans cette section, la réponse de l'ECFM au passage d'une inclusion est calculée par la méthode des éléments finis. L'équation différentielle linéaire vérifiée par le potentiel vecteur est résolue dans tous les volumes, ce qui permet de prendre en compte les effets de la forme et de l'étendue spatiale de l'inclusion. Cette approche permet de réaliser des calculs sans faire d'hypothèses sur les différents champs, ce qui permet d'étudier le passage d'une inclusion en dehors du domaine d'applicabilité du modèle analytique présenté précédemment.

### 4.4.1 Paramètres du modèle numérique

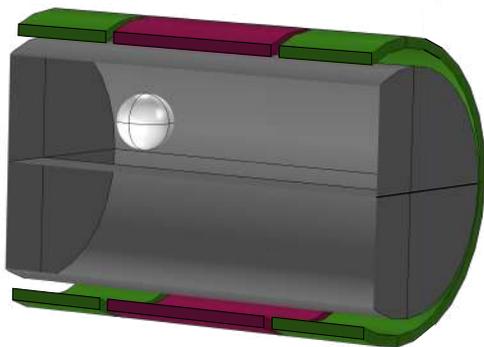
Le problème est résolu en utilisant la méthode des éléments finis avec le logiciel Comsol Multiphysics 6.2 [99]. L'interface de résolution du champ magnétique dans le domaine fréquentiel est utilisée. Une géométrie tridimensionnelle est créée, comprenant chaque bobine de l'ECFM, une inclusion de forme, de taille et de position fixées, ainsi que le métal liquide et l'air environnant (figure 4.6a). La décomposition du signal est exploitée pour simuler uniquement la perturbation générée par l'inclusion en imposant une vitesse nulle au fluide. Les équations sont résolues numériquement afin de déterminer le potentiel vecteur complexe qui satisfait les relations dimensionnelles :

$$\nabla^2 \hat{\mathbf{A}} = j\mu_0\omega\sigma\hat{\mathbf{A}}, \quad \text{dans le métal liquide,} \quad (4.77)$$

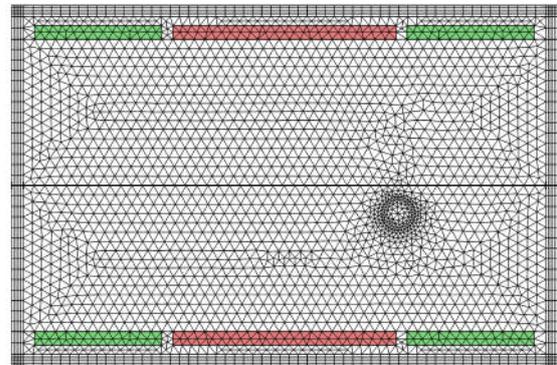
$$\nabla^2 \hat{\mathbf{A}} = -\mu_0\hat{\mathbf{J}}_c, \quad \text{dans la bobine primaire,} \quad (4.78)$$

$$\nabla^2 \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{0}, \quad \text{dans les milieux diélectriques.} \quad (4.79)$$

Une condition de continuité est appliquée au potentiel vecteur à l'interface entre chaque milieu. À une distance suffisamment éloignée de l'ECFM, le potentiel vecteur tend vers zéro. Pour implémenter cette condition de manière numérique, une condition aux limites de Dirichlet homogène est appliquée aux bords du domaine. Afin de garantir que cette condition aux limites se trouve suffisamment loin de l'ECFM, des domaines étendus sont positionnés aux limites du domaine numérique. L'utilisation de ces domaines permet d'étendre les coordonnées réelles d'une couche de maillage entourant la région physique d'intérêt. Cela permet d'étendre considérablement le maillage loin de la région d'intérêt, où le potentiel vecteur varie lentement avec la distance radiale, tout en utilisant un nombre réduit de mailles.



(a) Géométrie 3D.



(b) Coupe du maillage.

FIGURE 4.6: (a) Géométrie en trois dimensions utilisée dans les simulations par la méthode des éléments finis. Une fenêtre de découpe permet de visualiser l'intérieur de la conduite et la particule qui s'y trouve. (b) Section en deux dimensions d'un maillage typique utilisé pour les simulations des inclusions isolées ( $\approx 2 \times 10^6$  cellules).

Lorsque la forme, la taille ou la position de l'inclusion change, une nouvelle simulation est effectuée avec un nouveau maillage correspondant à la nouvelle géométrie. Afin de déterminer le signal généré lors du passage de l'inclusion, sa trajectoire est discrétisée et une simulation est réalisée pour chaque point de la trajectoire. Les propriétés des matériaux et les paramètres géométriques spécifiés dans le tableau 4.1 sont utilisés dans les simulations ultérieures.

### Modélisation des bobines

Les différentes bobines peuvent être simulées de deux manières différentes. La première consiste à mailler chaque enroulement de fil et à résoudre le potentiel vecteur à l'intérieur de chaque bobine. La deuxième méthode utilise un modèle de bobine où la densité de courant est uniformément répartie dans le volume occupé par la bobine primaire :

$$J_c = \frac{N_e I_p}{A} = \frac{N_c N_s I_p}{L_p e}. \quad (4.80)$$

Les deux approches ont été comparées dans des simulations axisymétriques, car la résolution du potentiel vecteur dans chaque enroulement de chaque bobine en trois dimensions entraîne des temps de calcul considérables. Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont identiques, ce qui permet d'utiliser le modèle de bobine continue dans toutes les simulations ultérieures en deux et trois dimensions. Le nombre d'enroulements devient un paramètre de la simulation permettant de calculer la densité de courant selon la relation (4.80). Les nombres d'enroulements dans la bobine primaire et les deux bobines secondaires sont fixés dans les simulations afin de correspondre au modèle expérimental qui sera présenté dans le chapitre suivant :

$$N_{e,p} = N_{s,p} \times N_c = 250.25 \quad \text{et} \quad N_{e,s} = N_{s,s} \times N_c = 139.92. \quad (4.81)$$

#### 4.4.2 Calcul de la perturbation et convergence

Tout comme pour la résolution du modèle analytique, les tensions induites par le passage d'inclusions sont calculées par intégration numérique pour des bobines secondaires symétriques. Néanmoins, ici, la forme de l'inclusion est prise en compte et dans un premier temps les inclusions seront considérées comme sphériques. L'influence des déformations conduisant à des bulles de forme ellipsoïdale sera discutée ultérieurement. De plus, dans le modèle numérique, il est possible de prédire les perturbations dues au signal de l'ECFM lorsque plusieurs inclusions sont présentes simultanément dans la conduite. Ce sujet sera abordé dans le chapitre 7.

Lors de la simulation numérique du passage d'une inclusion, l'évolution de l'amplitude et de la phase du signal est calculée pour une large gamme de diamètres d'inclusion  $d_b$ , de positions radiales  $\rho_b$  et de fréquences d'excitation de la bobine primaire  $f$ . Dans chaque cas, la convergence du maillage est vérifiée en utilisant l'amplitude et la phase du signal de l'ECFM comme critères de convergence. La convergence dépend de la perturbation qu'induit l'inclusion sur le signal de l'ECFM. Par exemple, une convergence à 3% près est atteinte avec un maillage de 2 millions d'éléments pour une inclusion produisant une perturbation d'amplitude  $1 \times 10^{-5}$  V, tandis qu'un maillage de 100 000 éléments est suffisant pour obtenir une convergence à 0.2% près pour une inclusion générant une perturbation d'amplitude  $3 \times 10^{-3}$  V. Par conséquent, tout changement d'un paramètre influençant l'amplitude de la perturbation (fréquence du courant dans la bobine primaire, volume et position de l'inclusion) affecte le maillage nécessaire pour atteindre la convergence. Ainsi, le maillage à utiliser dépend de la position de l'inclusion le long de sa trajectoire. Une section en deux dimensions d'un maillage de 2 millions d'éléments, typique des maillages utilisés par la suite, est présentée dans la figure 4.6b. Ces maillages garantissent une erreur de l'ordre du microvolt sur les amplitudes calculées.

La convergence est illustrée sur la figure 4.7 dans le cas d'une inclusion de diamètre  $d_b = 3.0$  mm située à  $\rho_b = 1$  mm et  $z_b = 10$  mm, avec une fréquence du courant fixée à  $f = 1000$  Hz. La convergence est atteinte pour l'amplitude et la phase du signal avec environ 2 millions d'éléments. Le temps de calcul CPU nécessaire pour déterminer la réponse de l'ECFM pour une position d'inclusion est d'environ 40 heures avec ce maillage. Cependant, en parallélisant le code de calcul sur 64 cœurs, le calcul peut être réalisé en 40 minutes environ. Lorsqu'une inclusion est située au centre de la conduite, la géométrie devient axisymétrique, ce qui permet de réaliser la simulation en deux dimensions et réduit considérablement le nombre d'éléments nécessaires pour atteindre la convergence. Ces simulations en deux dimensions permettent également de vérifier le niveau de convergence des simulations en trois dimensions qui produisent un signal faible.

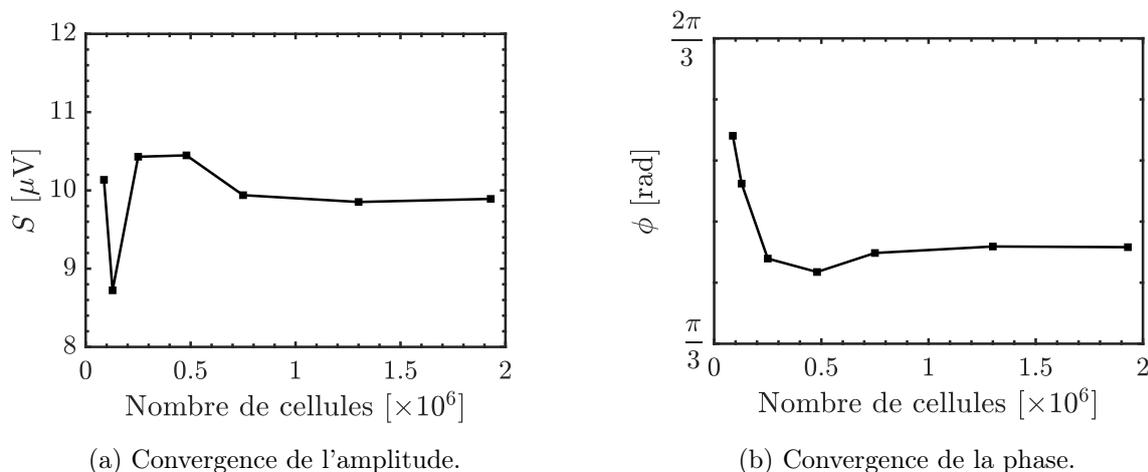


FIGURE 4.7: Vérification de la convergence en maillage d'une simulation par la méthode des éléments finis dans le cas d'une inclusion sphérique de diamètre  $d_b = 3.0$  mm située en  $\rho_b = 1$  mm et en  $z_b = 10$  mm à la fréquence  $f = 1000$  Hz en utilisant : (a) l'amplitude et (b) la phase du signal de l'ECFM comme critères de convergence.

Notons que la convergence a également été vérifiée pour les conditions aux limites, afin de s'assurer que la condition de Dirichlet homogène sur le potentiel vecteur est appliquée suffisamment loin de l'ECFM pour ne pas affecter la perturbation du signal. Pour cela, le volume extérieur à l'ECFM a été étendu jusqu'à obtenir une variation du signal inférieur à 0.5%. Les simulations montrent que cette condition n'a pas besoin d'être appliquée très loin des bobines pour attendre la convergence. Les maillages utilisés par la suite sont semblables au maillage présenté sur la figure 4.6b, où une distance de quelques millimètres au-delà des bobines est effectivement résolue.

## 4.5 Résultats et méthode inverse

Les résultats obtenus à partir du modèle analytique avec l'hypothèse d'une inclusion ponctuelle ainsi que les simulations réalisées par la méthode des éléments finis sont analysés dans cette section. Les grandeurs analysées sont l'amplitude et la phase de la différence de tension entre les deux bobines secondaires de l'ECFM. Dans cette étude, l'influence des différents paramètres sur le signal est examinée pour chacun des modèles. Les avantages et les limites de chaque modèle sont également détaillés. De plus, une méthode inverse est mise en place pour déterminer les caractéristiques géométriques de l'inclusion à partir du signal de l'ECFM. Les limites de cette méthode inverse sont également discutées.

### 4.5.1 Modèle ponctuel de l'inclusion

En utilisant l'approche présentée dans la littérature pour la caractérisation des défauts sur les surfaces métalliques (figure 3.22), le signal obtenu lors du passage d'une inclusion est représenté dans le plan complexe. À chaque position de la trajectoire de l'inclusion correspond un point dans ce plan complexe. Deux exemples de ces signaux tracés dans le plan complexe sont illustrés sur la figure 4.8. Pour simplifier l'analyse, on s'intéresse seulement au point caractéristique où l'amplitude du signal est maximale [67]. L'amplitude et la phase de ce point constituent les deux paramètres introduits pour simplifier l'étude de ces signaux et décrire la réponse induite dans l'ECFM par le passage d'une inclusion :

$$\begin{cases} S_{\max} = \max |s(t)| = \max[S(t)] \\ \phi_{\max} = \phi(S_{\max}). \end{cases} \quad (4.82)$$

Les coordonnées de ce point sont ensuite étudiées en fonction des différents paramètres qui influencent le signal. Étant donné que l'évolution de l'amplitude pour une trajectoire rectiligne présente deux pics égaux (4.3), n'importe lequel de ces pics peut être choisi. Dans ce cas, la phase  $\phi_{\max}$  est définie à  $\pi$  près. Les deux paramètres  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  dépendent de la forme de l'inclusion, de son diamètre équivalent  $d_b$ , et de sa position radiale  $\rho_b$ . De plus, pour une géométrie d'ECFM donnée, ils dépendent également de la fréquence  $f$  et de l'intensité  $I_p$  du courant dans la bobine primaire.

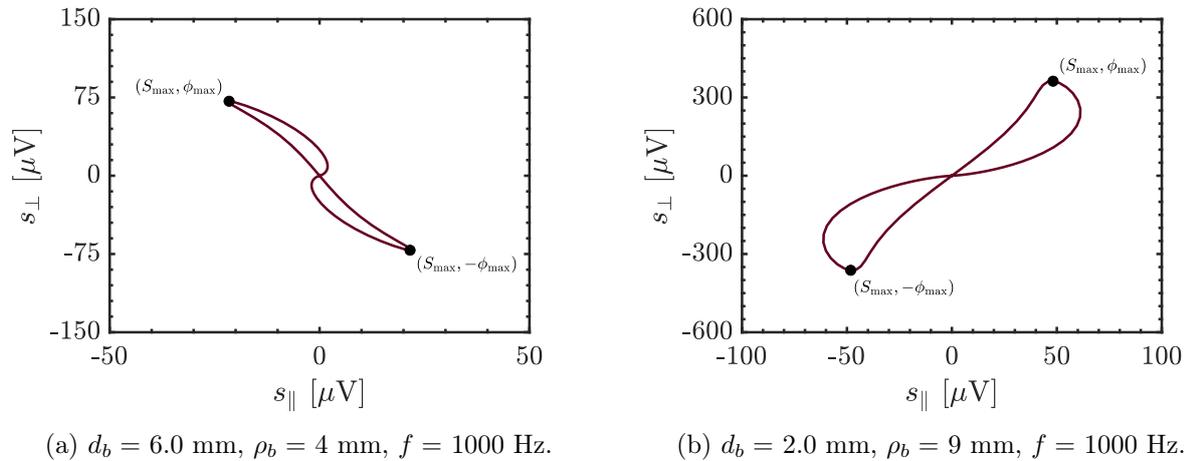


FIGURE 4.8: Tracé effectué dans le plan complexe pour une trajectoire rectiligne dans le cas : (a) d'une petite inclusion située proche de la paroi à  $f = 1000$  Hz et (b) d'une plus grande inclusion située proche du centre de la conduite à  $f = 1000$  Hz. Les points où l'amplitude maximale est atteinte sont indiqués pour chaque trajectoire.

Dans le cas du modèle analytique, les coordonnées  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  ne contiennent aucune dépendance à la forme de l'inclusion en raison des hypothèses du modèle. De plus, la géométrie axisymétrique en absence d'inclusion implique que la perturbation du signal par l'inclusion est indépendante de la position angulaire de l'inclusion. Par ailleurs, il a été observé en étudiant des trajectoires rectilignes que la position axiale  $z_b$  de l'inclusion pour laquelle l'amplitude est maximale se situe toujours entre la bobine primaire et l'une des bobines secondaires, en  $z_b \approx 10$  mm. Enfin, les hypothèses du modèle ont montré que l'amplitude du signal est proportionnelle au volume de l'inclusion d'après la relation (4.74), tandis que la phase est indépendante du volume. Ainsi seules les dépendances à la position radiale, ainsi qu'à la fréquence d'excitation du courant dans la bobine primaire subsistent (pour une géométrie d'ECFM donnée et pour une amplitude de courant électrique fixée).

Ces dépendances sont calculées avec le modèle analytique et illustrées dans la figure 4.9 pour l'amplitude maximale atteinte  $S_{\max}$  par unité de volume de l'inclusion, ainsi que pour la phase correspondante  $\phi_{\max}$ . La figure 4.9a montre que l'amplitude de la perturbation décroît rapidement lorsque le paramètre d'écrantage vérifie  $\mathcal{S}_\omega \lesssim 5$ , car lorsque la conductivité électrique ou la fréquence d'excitation sont faibles, les courants de Foucault induits sont également très faibles. Par ailleurs, l'amplitude atteint un maximum dans la gamme  $\mathcal{S}_\omega \approx 10 - 20$ , où la sensibilité de l'ECFM est optimale, avant de décroître lentement à mesure que l'épaisseur de peau devient très petite et que le champ magnétique est écranté à l'intérieur du conducteur. L'influence de la position radiale est significative car plusieurs décades séparent le signal produit par une inclusion au centre de la conduite ( $\rho_b = 0$  mm) d'une inclusion de même taille mais très proche de la paroi ( $\rho_b = 13$  mm). Enfin, comme cela a été illustré dans la figure 2.4 pour le champ magnétique, le déphasage de la réponse au passage d'une inclusion augmente avec le paramètre d'écrantage et avec la profondeur de l'inclusion. Lorsque le déphasage dépasse  $\pm\pi$  à une fréquence donnée, des inclusions dont la position radiale est différente peuvent produire le même déphasage  $\phi_{\max}$ .

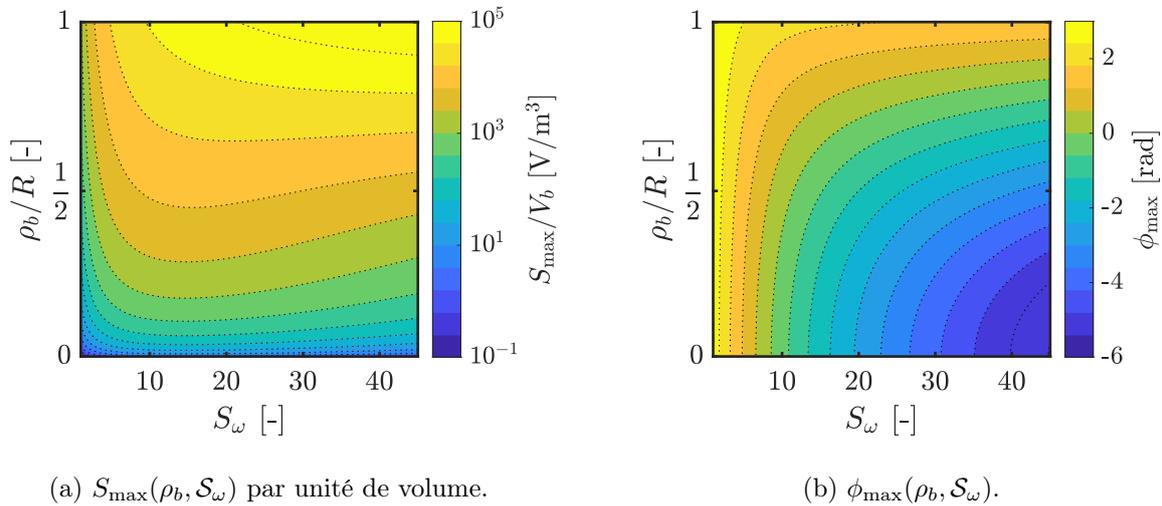


FIGURE 4.9: Résultats du modèle analytique avec effets inductifs sous l'hypothèse d'une inclusion ponctuelle avec : (a) l'amplitude maximale par unité de volume de l'inclusion et (b) la phase correspondante. Les coordonnées  $(S_{\max}, \phi_{\max})$  sont tracées en fonction du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega = \mu_0 \sigma \omega \mathcal{L}^2$  et de la position radiale  $\rho_b$  adimensionnée par le rayon de la conduite  $R_{\text{pipe}}$ .

À partir de ces résultats, il est possible d'estimer le volume d'une inclusion à partir d'une mesure de  $S_{\max}$  et de  $\phi_{\max}$ . La phase au maximum d'amplitude ne dépend pas du volume de l'inclusion, ce qui permet de l'utiliser, pour un paramètre d'écrantage donné, afin de déterminer la position radiale de l'inclusion. Ensuite, connaissant l'amplitude  $S_{\max}$  par la mesure expérimentale, et connaissant la position radiale, il est possible de déterminer le volume de l'inclusion. Cette procédure d'inversion basée sur le modèle analytique ponctuel est régie par les relations suivantes :

$$\begin{cases} S_{\max} = V_b \times \text{fct}(\rho_b), \\ \phi_{\max} = \text{fct}(\rho_b), \end{cases} \quad \text{à } \mathcal{S}_\omega \text{ fixé.} \quad (4.83)$$

Les équations précédentes sont basées sur les fonctions  $S_{\max}$  et de  $\phi_{\max}$  calculées avec le modèle analytique. Il est important de noter qu'il est nécessaire de mesurer à la fois la phase et l'amplitude maximales, car l'amplitude peut prendre la même valeur pour deux inclusions de diamètres différents et de positions différentes.

### 4.5.2 Modélisation par les éléments finis

Les fluctuations de la fém obtenues à l'aide de la méthode des éléments finis, en prenant en compte à la fois le volume et la forme des inclusions, peuvent être comparées aux résultats obtenus avec le modèle analytique pour des inclusions ponctuelles. La figure 4.10 illustre l'évolution typique de l'amplitude  $S$  et de la phase  $\phi$  du signal de l'ECFM le long de la trajectoire rectiligne de deux inclusions sphériques de volumes différents et de positions radiales différentes. Conformément aux observations de Guichou [26], l'amplitude présente un maximum lorsque l'inclusion se trouve entre la bobine primaire et une bobine secondaire, et elle passe par zéro lorsque l'inclusion est dans le plan de symétrie de l'ECFM. La phase présente une discontinuité de  $\pi$  radians en  $z_b = 0$ , puisque le signal est une fonction impaire de la variable  $z$  :  $s(z) = -s(-z)$ . Des différences sont observées entre le modèle analytique et les calculs par éléments finis, notamment pour les inclusions de grand diamètre situées à proximité du centre de la conduite.

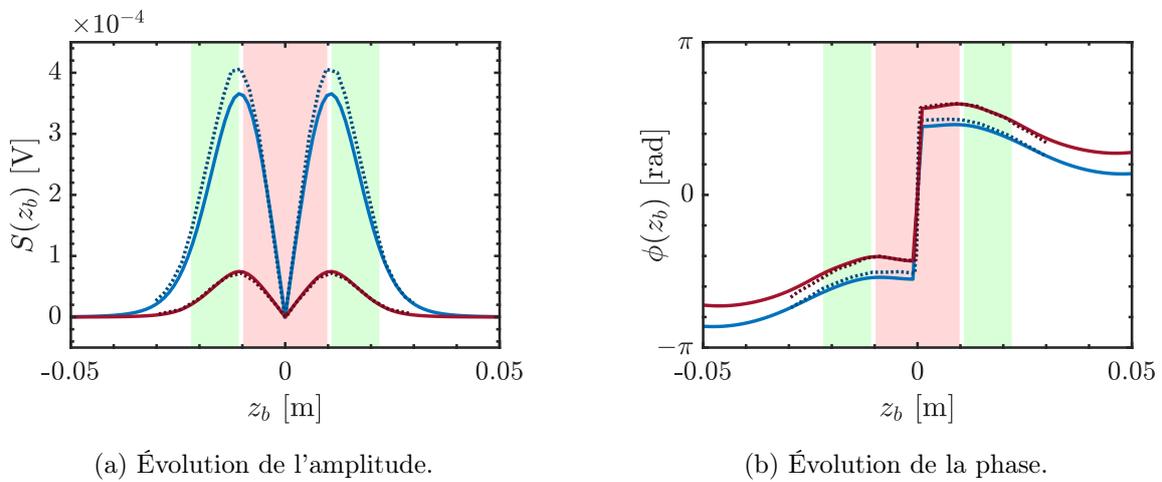


FIGURE 4.10: Évolution du signal généré dans l'ECFM par le passage d'une inclusion sphérique dont la trajectoire est rectiligne avec : (a) l'amplitude et (b) la phase du signal en fonction de la position axiale  $z_b$ . (—) Modèle et (.....) simulation pour  $d_b = 6$  mm,  $\rho_b = 4$  mm et (—) modèle et (.....) simulation pour  $d_b = 2$  mm,  $\rho_b = 9$  mm.

Pour évaluer les différences entre ces deux approches, le rapport entre l'amplitude maximale  $S_{\max}$  et le volume de l'inclusion  $V_b$  est tracé en fonction de la position radiale de l'inclusion sur la figure 4.11. La courbe pleine correspond à la réponse du modèle, qui est indépendante du volume de la particule. Les prédictions de l'amplitude par la méthode des éléments finis (marqueurs) montrent que le modèle analytique est de moins en moins précis lorsque l'inclusion se rapproche du centre de la conduite ou lorsque le diamètre de l'inclusion augmente. Une limite semble être atteinte lorsque la position radiale d'une inclusion devient approximativement égale ou inférieure au diamètre de l'inclusion  $\rho_b \approx d_b$ . Dans ces conditions, les fonctions de Green calculées dans le modèle ont des valeurs extrêmement faibles au centre de l'inclusion, ce qui n'est pas représentatif de leur valeur dans le volume de l'inclusion. Par conséquent, le modèle aura tendance à sous-estimer le signal dans ces situations. Une solution envisageable pour améliorer la précision du modèle consisterait à calculer l'intégrale en discrétisant le volume de l'inclusion.

Les inclusions pour lesquelles le modèle analytique est moins précis sont également celles qui produisent un signal plus faible, avec parfois plusieurs ordres de grandeur de différence. Cette propriété sera exploitée dans le cas du passage d'un nuage de bulles dans le chapitre 7. De plus, contrairement aux prédictions du modèle analytique, les simulations numériques ont montré que la phase du signal dépend également du volume de la bulle, bien que la position radiale reste le facteur le plus influent.

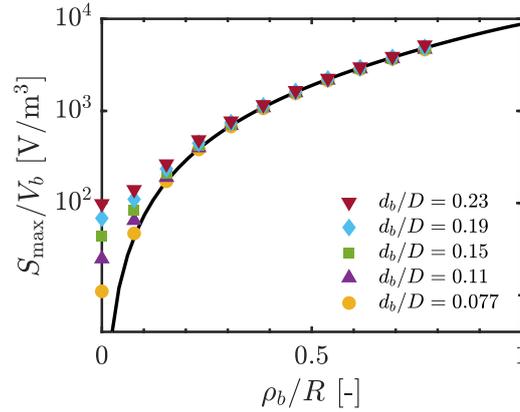


FIGURE 4.11: Amplitude maximale et par unité de volume de l'inclusion de la perturbation induite dans l'ECFM au passage d'une inclusion sphérique calculée par le modèle analytique avec hypothèse d'une inclusion ponctuelle (—) et par la méthode des éléments finis pour différents diamètres d'inclusions (marqueurs) à une fréquence de 1000 Hz. Le diamètre intérieur de la conduite contenant le liquide métallique vaut  $D = 2R = 26$  mm.

Les dépendances de l'amplitude maximale  $S_{\max}$  et de la phase correspondante  $\phi_{\max}$  sont tracées en fonction de la position radiale et du diamètre de l'inclusion dans la figure 4.12. Les calculs sont effectués avec la conductivité électrique du galinstan à température ambiante, ainsi que pour une fréquence d'excitation fixée à 4000 Hz. Il convient de noter que ces résultats sont spécifiques à une valeur particulière du paramètre d'écrantage, ici égal à  $\mathcal{S}_{\omega} \approx 18.5$ . Ces résultats confirment la possibilité de déterminer le volume d'une bulle à partir d'une mesure de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  tant que la phase reste comprise dans un intervalle de  $2\pi$ . L'amplitude maximale et la phase correspondante dépendent toutes deux du volume et de la position radiale de l'inclusion, et il est possible de déterminer ces deux grandeurs simultanément pour un paramètre d'écrantage donné. En effet, les mesures d'amplitude et de phase déterminent chacune une isoligne sur chacune des cartes figures 4.12a et 4.12b. Chacune de ces conditions doit être satisfaite, et l'intersection de ces deux courbes correspond à un unique point dont les coordonnées indiquent à la fois le diamètre et la position radiale de l'inclusion.

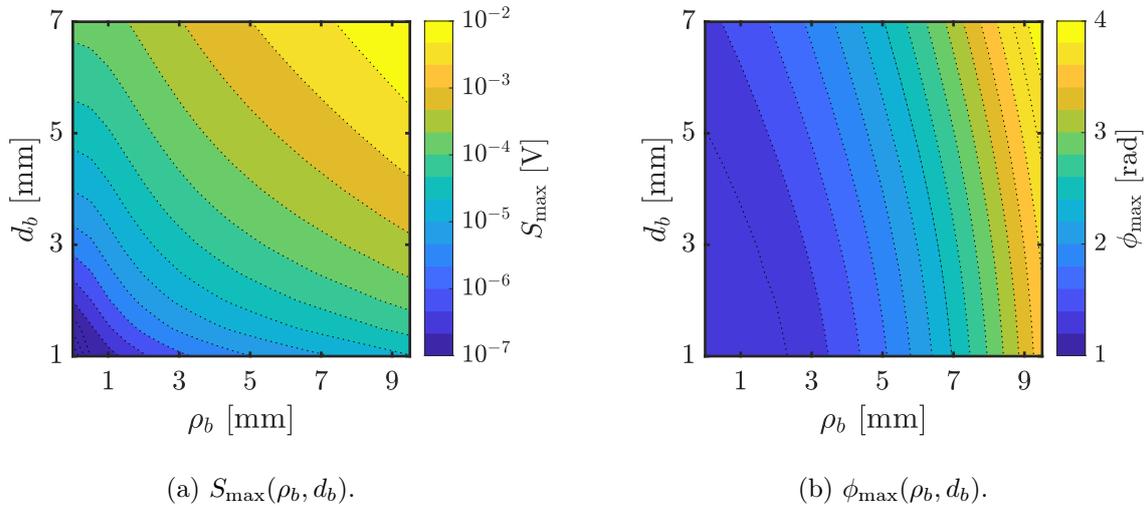


FIGURE 4.12: Résultats des calculs par la méthode des éléments finis avec : (a) l'amplitude maximale du signal généré dans l'ECFM et (b) la phase correspondante. Les coordonnées  $(S_{\max}, \phi_{\max})$  sont tracées en fonction du diamètre de l'inclusion  $d_b$  et de la position radiale  $\rho_b$  pour un paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_{\omega}$  fixé à environ 18.5.

Cette procédure d'inversion basée sur les calculs par les éléments finis est décrite par les relations suivantes :

$$\begin{cases} S_{\max} = \text{fct}(\rho_b, d_b), \\ \phi_{\max} = \text{fct}(\rho_b, d_b), \end{cases} \quad \text{à } \mathcal{S}_\omega \text{ fixé.} \quad (4.84)$$

Une autre façon de représenter ces résultats consiste à tracer les points de coordonnées  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  dans le plan complexe pour des inclusions de même diamètre à toutes les positions radiales possibles. La fréquence, le fluide utilisé ainsi que sa conductivité sont fixés, autrement dit le paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  est constant. Le tracé de ces coordonnées à diamètre d'inclusion constant et pour de nombreuses positions radiales forme des isolignes dans le plan complexe (figure 4.13). Ces courbes distinctes correspondent à chaque diamètre d'inclusion étudié. Cette représentation permet de mettre en évidence des courbes iso-volume ou iso-diamètre utilisables à une fréquence donnée.

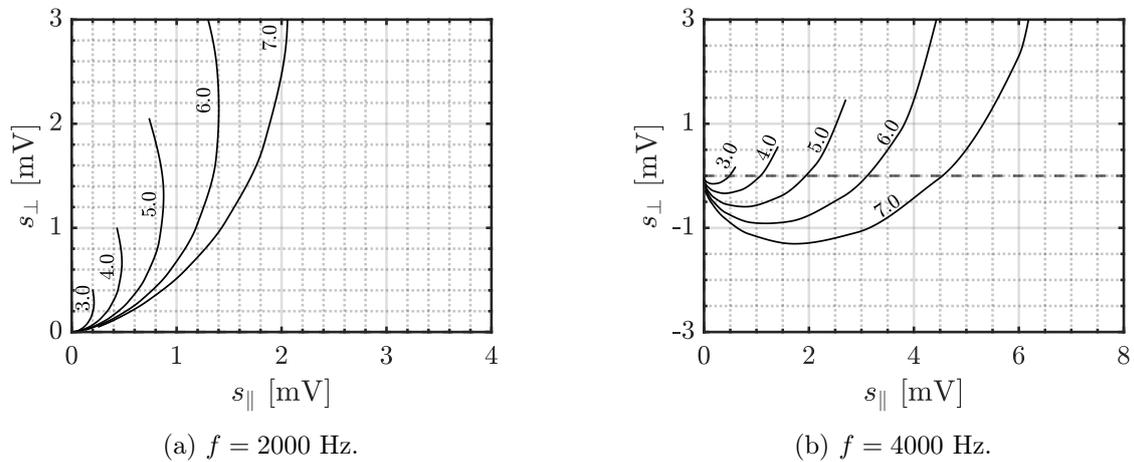


FIGURE 4.13: Lignes iso-diamètre dans le plan complexe caractérisant les coordonnées  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  atteintes pour des inclusions sphériques dont le diamètre varie entre 3 à 7 mm : (a) à  $f = 2000$  Hz et (b) à  $f = 4000$  Hz. La position radiale de l'inclusion augmente le long de ces isolignes en s'éloignant de l'origine.

Dans le modèle analytique, la dépendance du diamètre de l'inclusion était simple, avec une relation de proportionnalité pour l'amplitude et une absence de dépendance pour la phase. Cependant, les simulations numériques révèlent une dépendance plus complexe, ce qui justifie la nécessité des cartes présentées dans les figures 4.12 et 4.13. La dépendance en fréquence n'est plus immédiatement visualisable sur des représentations en deux dimensions, et il est donc nécessaire de générer une carte spécifique pour chaque valeur du paramètre d'écrantage que l'on souhaite étudier.

Afin de déterminer les meilleures conditions expérimentales pour mesurer le volume des inclusions, l'étude numérique précédente a été réalisée à plusieurs fréquences. La fréquence à laquelle la valeur de  $S_{\max}$  est maximale est particulièrement intéressante, car c'est à cette fréquence que la sensibilité de l'ECFM au passage d'une inclusion est maximale, et c'est potentiellement à cette fréquence que le rapport signal/bruit est le plus élevé. La figure 4.14 illustre cette évolution pour la géométrie étudiée, d'abord pour une inclusion avec un diamètre fixe mais une position radiale variable, puis pour une inclusion avec une position radiale fixe mais un diamètre variable. Pour la géométrie de l'ECFM étudiée, il existe une plage de fréquences optimales. En effet, le signal est proche de son maximum autour de 3000 Hz pour toutes les inclusions, indépendamment de leur position et de leur diamètre.

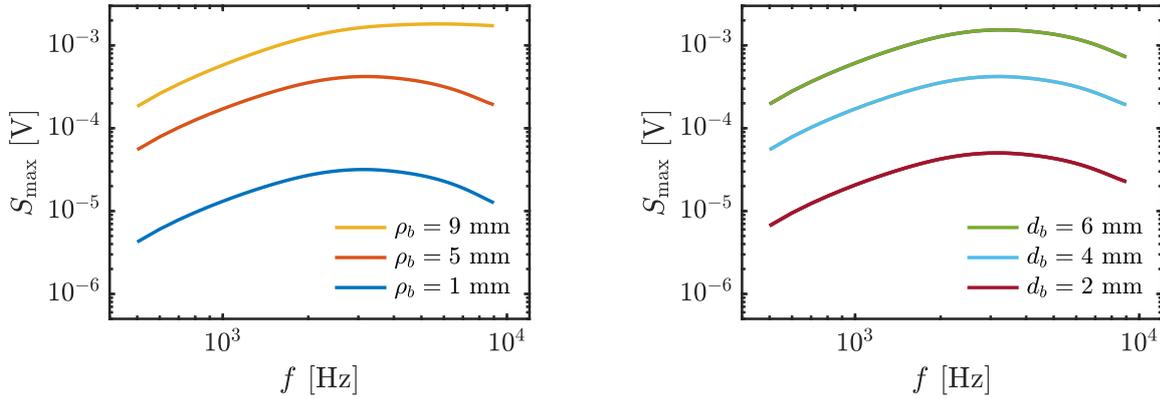
(a)  $S_{\max}(f)$  pour différentes positions radiales.(b)  $S_{\max}(f)$  pour différents diamètres d'inclusions.

FIGURE 4.14: Évolution du maximum de l'amplitude  $S_{\max}$  en fonction de la fréquence d'excitation du courant de la bobine primaire : (a) pour une inclusion de diamètre  $d_b = 4$  mm à différentes positions radiales et (b) : pour des inclusions de différents diamètres situées à  $\rho_b = 5$  mm.

### 4.5.3 Limites de la méthode inverse

Dans cette dernière section, les hypothèses concernant la trajectoire rectiligne de l'inclusion, sa forme sphérique et la conduite diélectrique sur laquelle l'ECFM est enroulé sont discutées afin d'illustrer quelles peuvent être les limites de la méthode inverse.

#### Trajectoires non-rectilignes

La méthode inverse a été développée pour des inclusions dont la trajectoire est rectiligne et parallèle à la conduite. Dans ce cas, la valeur maximale de  $S_{\max}$  est toujours atteinte lorsque le centre de l'inclusion se trouve entre la bobine primaire et l'une des deux bobines secondaires. Ce plan est situé en  $z \approx 10$  mm pour la géométrie de l'ECFM choisie. Cependant, si la trajectoire de l'inclusion n'est pas parallèle à la conduite, la valeur maximale de la modulation d'amplitude peut être atteinte à une position différente. La figure 4.15 illustre cette situation dans le cas

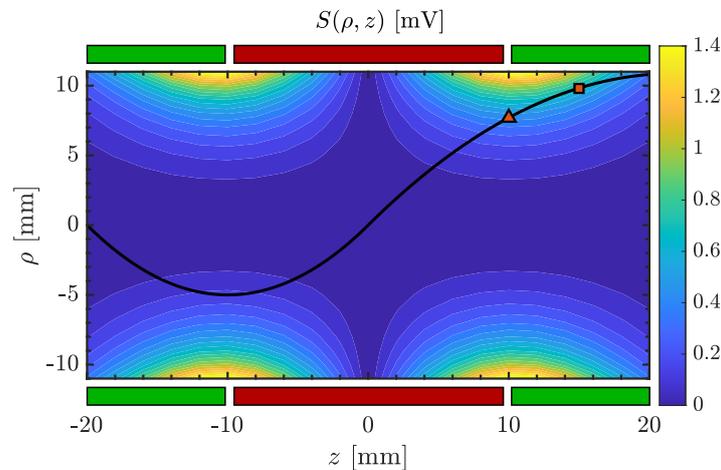


FIGURE 4.15: Modulation d'amplitude mesurée par l'ECFM à  $f = 4000$  Hz pour chacune des positions  $(\rho, z)$  que peut occuper une inclusion de diamètre  $d_b = 3.0$  mm. (—) Exemple de trajectoire suivie par une inclusion pour laquelle ( $\blacktriangle$ ) représente la position à laquelle  $S_{\max}$  est attendue dans le cas d'une trajectoire rectiligne et ( $\blacksquare$ ) représente la position à laquelle  $S_{\max}$  est effectivement atteinte. ■ Bobine primaire ■ Bobines secondaires.

d'une trajectoire sinusoïdale, où l'amplitude maximale est mesurée en  $z \approx 15$  mm. Cette figure montre la modulation d'amplitude  $S$  mesurée dans l'ECFM à la fréquence  $f = 4000$  Hz pour chaque position  $(\rho_b, z_b)$  qu'une bulle de diamètre  $d_b = 3.0$  mm peut occuper. Dans le cas de la trajectoire représentée, l'amplitude maximale  $S_{\max}$  est atteinte lorsque l'inclusion a dépassé la jonction entre la bobine primaire et la bobine secondaire  $S_2$ . Pour que la méthode inverse puisse être appliquée, il est nécessaire que la nouvelle paire de valeurs de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  atteinte corresponde à une paire de valeurs existante à la jonction entre la bobine primaire et l'une des bobines secondaires, là où les abaques de la figure 4.12 et 4.13 ont été établies. Le signal obtenu dans le cas de cette trajectoire sinusoïdale est illustré sur la figure 4.16. En appliquant à ce signal la méthode inverse conçue pour des trajectoires rectilignes, on obtient un diamètre d'inclusion de  $d_b = 2.9$  mm, très proche du véritable diamètre  $d_b = 3.0$  mm. Cette différence est due aux variations conjointes des valeurs de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$ . Par la suite, il sera considéré que la vitesse axiale des bulles est plus grande que leur vitesse radiale ( $u_r/u_z < 1$ ), et que la courbure des trajectoires peut être négligée.

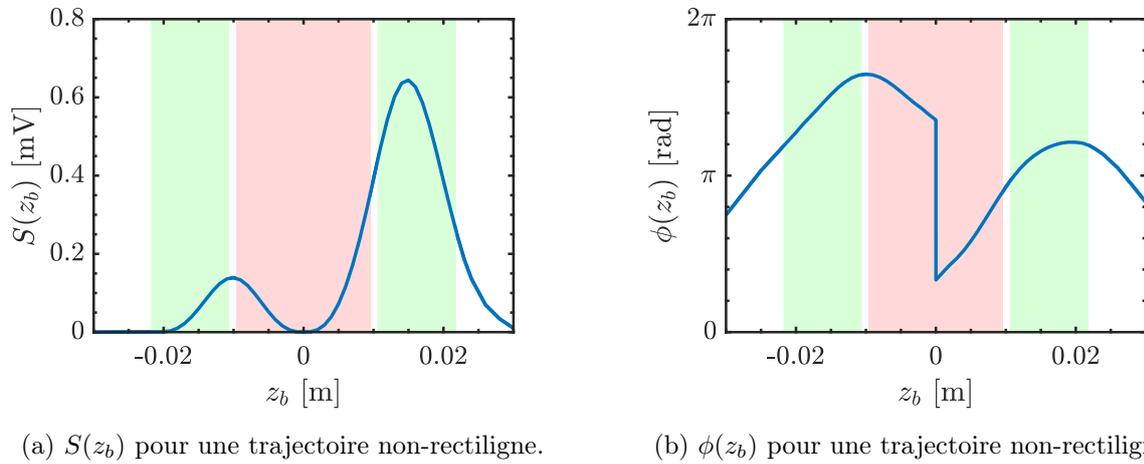


FIGURE 4.16: Évolution du signal généré dans l'ECFM par le passage d'une inclusion sphérique dont la trajectoire est sinusoïdale avec : (a) l'amplitude et (b) la phase du signal en fonction de la position axiale  $z_b$ . La diamètre de l'inclusion est fixé à  $d_b = 3.0$  mm et la fréquence à  $f = 4000$  Hz.

### Formes non-sphériques

La méthode inverse présentée précédemment a été appliquée uniquement à des inclusions de forme sphérique. Cependant, dans le cas de bulles en mouvement, une déformation de l'interface se produit. Il a été montré dans le chapitre 3 que, dans les conditions expérimentales envisagées, les bulles adoptent une forme ellipsoïdale avec une excentricité pouvant varier de 0.5 à 1. À partir de ces valeurs, il est possible d'explorer, par la simulation numérique, les limites d'applicabilité d'une méthode inverse qui présuppose une forme sphérique des inclusions. La figure 4.17a illustre l'évolution de l'amplitude maximale mesurée lors du passage d'une bulle déformée dans l'ECFM en fonction de l'excentricité de l'ellipsoïde. La trajectoire est rectiligne et la déformation appliquée à la bulle est réalisée de manière à conserver son volume. Dans cet exemple, une excentricité de 0.6 entraîne une diminution de 10% de l'amplitude maximale. Notons que cette diminution dépend de la fréquence ainsi que de la taille et de la position radiale de l'inclusion. La phase correspondant au maximum d'amplitude est également affectée par la déformation, comme le montre la figure 4.17b. En utilisant les abaques de la méthode inverse obtenus pour des bulles sphériques et présentés dans la figure 4.12, l'effet de la déformation de l'interface sur l'amplitude et la phase du signal de l'ECFM conduirait à sous-estimer le volume d'une bulle déformée.

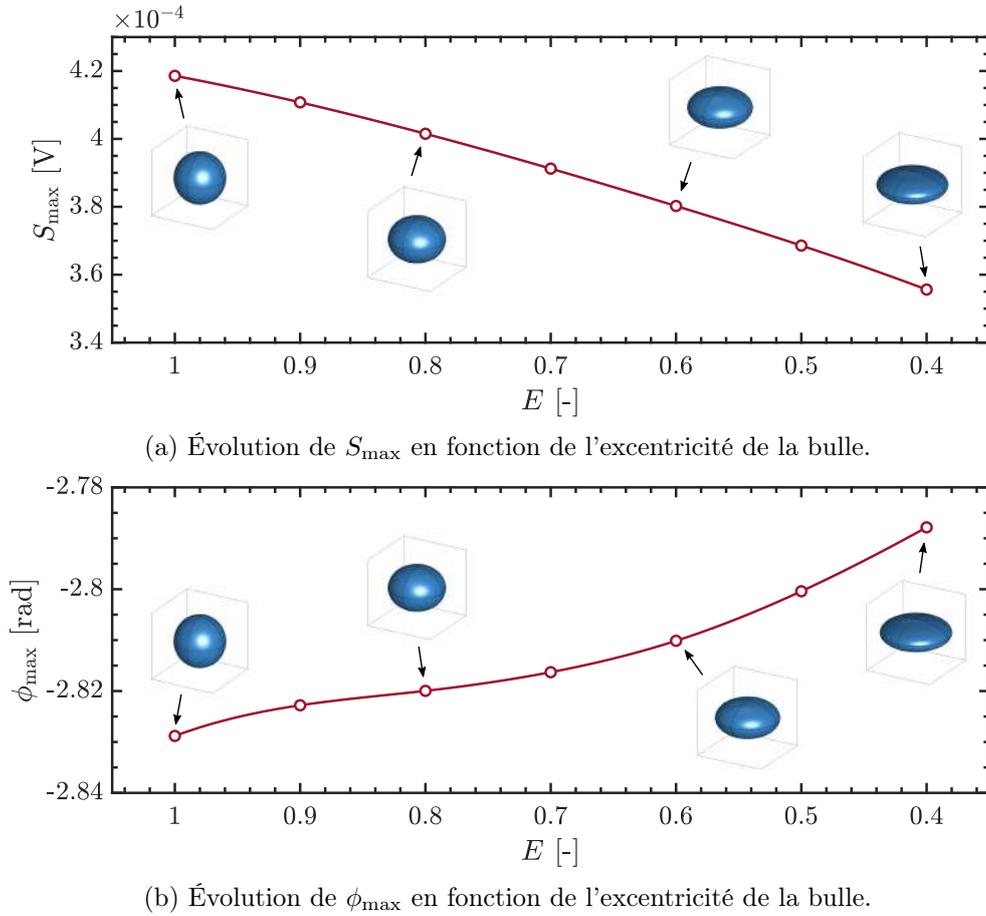


FIGURE 4.17: Illustration de l'effet de l'excentricité d'une bulle sur : (a) l'amplitude maximale  $S_{\max}$  et (b) la phase correspondante  $\phi_{\max}$  du signal. Le plus petit diamètre de la bulle est orienté dans la direction du déplacement qui est aussi l'axe de la conduite. Le volume de chaque bulle est conservé lors de la déformation et le diamètre équivalent de la bulle vaut  $d_b = 3.0$  mm, la position radiale  $\rho_b = 8.0$  mm et la fréquence  $f = 3000$  Hz.

### Conduites non-diélectriques

Un autre effet qui n'a pas été pris en compte est la présence d'une conduite fabriquée à partir d'un matériau électriquement conducteur. Si la conduite est en métal, alors l'équation vérifiée par le potentiel vecteur complexe dépendra de la conductivité électrique du métal. L'équation adimensionnelle correspondante est alors donnée dans la conduite par :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = j\mathcal{S}_{\omega,c} \mathbf{A}, \quad (4.85)$$

où  $\mathcal{S}_{\omega,c} = \mu_0 \sigma_c \omega \mathcal{L}^2$  est le paramètre d'écrantage construit à partir de la conductivité électrique de la conduite  $\sigma_c$ . Des conditions de continuités pour le potentiel vecteur doivent être satisfaites entre la conduite et le métal liquide ainsi qu'entre la conduite et l'air extérieur. La relation (4.85) montre que pour prendre en compte l'atténuation du champ magnétique dans la conduite conductrice, un nouveau nombre adimensionnel doit être introduit. La figure 4.18 illustre l'enroulement d'un ECFM sur un support conducteur et montre comment l'amplitude de la réponse au passage d'une inclusion diminue en fonction de la conductivité électrique du matériau constituant la conduite. La sensibilité du capteur diminue fortement lorsque la conductivité électrique de la conduite augmente et que l'épaisseur de peau tend vers l'épaisseur de la conduite conductrice. L'utilisation de conduites conductrices pousse à utiliser des fréquences plus faibles pour limiter la diminution de l'épaisseur de peau.

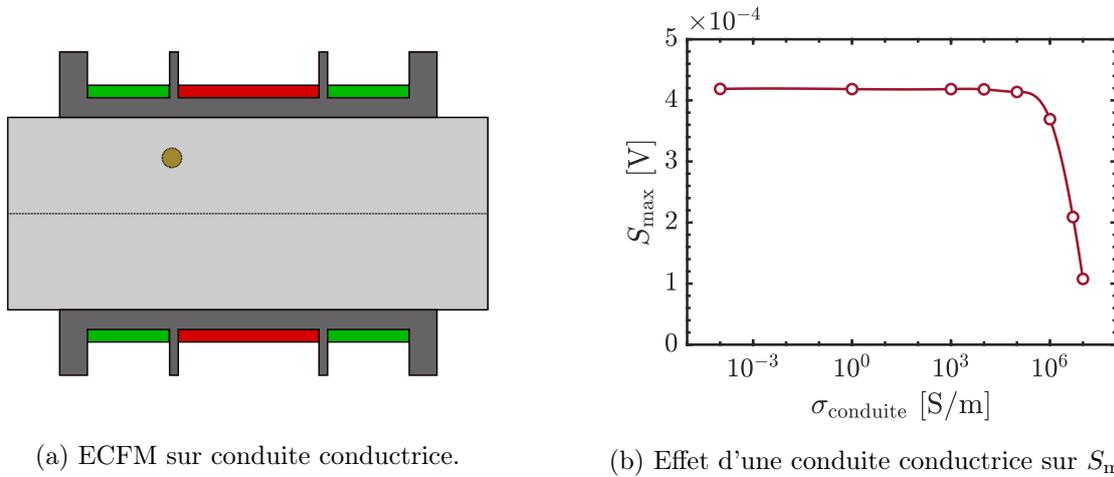


FIGURE 4.18: (a) Schéma d'un ECFM externe enroulé sur une conduite métallique de conductivité électrique non-nulle. (b) Effet de la conductivité électrique de la conduite sur  $S_{\max}$  lors du passage d'une inclusion sphérique ayant une trajectoire rectiligne ( $d_b = 3.0$  mm,  $\rho_b = 8.0$  mm et  $f = 3000$  Hz).

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, deux modélisations du signal induit par le passage d'une inclusion dans un ECFM ont été présentées. La première méthode est une approche analytique, tandis que la seconde repose sur la discrétisation des équations différentielles à l'aide de la méthode des éléments finis. À partir de ces modélisations, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- La réponse de l'ECFM au passage d'une inclusion de taille et de position connue peut être calculée rapidement en utilisant un modèle analytique et une intégration numérique. L'hypothèse de la bulle ponctuelle a permis de simplifier son utilisation. Ce modèle tient compte du terme inductif dans l'équation d'évolution du potentiel vecteur et permet d'étendre le domaine d'application du modèle proposé par Guichou [63]. Il n'est plus limité pour les paramètres d'écrantage vérifiant  $\mathcal{S}_\omega \ll 1$  mais par la condition  $v_b^* \mathcal{S}_\omega \ll 1$ .
- La résolution numérique par la méthode des éléments finis offre également la possibilité de calculer la réponse à une inclusion de taille et de position connue en tenant compte de son étendue spatiale. Les temps de calcul sont plus longs mais les résultats obtenus sont différents de ceux du modèle analytique, en particulier dans le cas des plus grandes bulles situées près du centre de la conduite.
- L'amplitude de la perturbation du signal est approximativement proportionnelle au volume de l'inclusion et varie en fonction de la position radiale de la bulle ainsi que de sa position axiale. Les valeurs d'amplitude peuvent varier de  $10^{-7}$  V à  $10^{-2}$  V pour des bulles de taille millimétrique. Il existe par ailleurs des fréquences (ou paramètres d'écrantage) qui permettent d'obtenir une sensibilité maximale pour la détection des bulles isolées.
- Il est possible de développer une méthode inverse permettant de déterminer le volume d'une inclusion isolée pour chacune des deux approches de modélisation étudiées. Cette inversion nécessite la mesure de l'amplitude maximale  $S_{\max}$  et de la phase correspondante  $\phi_{\max}$ , et permet également de déterminer la position radiale de l'inclusion.
- Les effets associés aux trajectoires non-rectilignes et aux déformations ellipsoïdales des bulles en mouvement peuvent limiter la précision de la méthode inverse. Cependant, tant que les déformations sont faibles ( $E \gtrsim 0,7$ ) et que la vitesse axiale de la bulle est beaucoup plus grande que sa vitesse radiale ( $u_z \gg u_r$ ), ces effets demeurent négligeables.

## Chapitre 5

# Détection et caractérisation expérimentale des inclusions isolées

*Ce chapitre présente diverses vérifications expérimentales des observations issues de la modélisation analytique et numérique. Le passage d'une inclusion de diamètre et de position connus dans un ECFM permet de valider avec précision les prédictions du modèle. Des trains de bulles sont ensuite injectés dans une colonne de métal liquide statique afin de démontrer la possibilité de prédire un débit de gaz à partir de la méthode inverse élaborée précédemment.*

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>94</b>
<b>5.2</b>	<b>Expériences avec des inclusions solides</b>	<b>94</b>
5.2.1	Montage expérimental	94
5.2.2	Méthodologie de la mesure et calage du modèle	98
5.2.3	Résultats	100
<b>5.3</b>	<b>Expériences avec des bulles isolées</b>	<b>103</b>
5.3.1	Montage expérimental	103
5.3.2	Résultats	105
<b>5.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>110</b>

---

## 5.1 Introduction

D'après les modélisations analytique et numérique présentées dans le chapitre précédent, il est possible de déterminer le diamètre et la position radiale d'une inclusion sphérique isolée se déplaçant en ligne droite à l'intérieur d'une conduite remplie de métal liquide. Pour cela, il est nécessaire de mesurer l'amplitude et le déphasage de la perturbation induite dans un *Eddy Current Flow Meter* (ECFM). Ce chapitre présente la mise en œuvre expérimentale de ces méthodes inverses dans deux situations distinctes. Le premier objectif est de valider les résultats précédents en effectuant des expériences avec des particules rigides dont la position est contrôlée. Le second objectif est d'évaluer la capacité de l'ECFM à détecter des bulles isolées ou des trains de bulles en ascension, ainsi qu'à quantifier le volume de gaz injecté dans la conduite.

Pour comparer des résultats expérimentaux aux résultats des modélisations, il est nécessaire de contrôler au mieux tous les paramètres de l'étude. Cela implique de contrôler les caractéristiques liées à la géométrie de l'ECFM et à son excitation en courant, ainsi que les paramètres relatifs à l'inclusion, tels que son excentricité, son diamètre, sa position radiale et sa trajectoire. Pour cela, des billes solides de diamètre connu sont déplacées dans une section d'ECFM à une position radiale déterminée. Des expériences sont ensuite réalisées avec des bulles en ascension pour lesquelles les interfaces pourront subir des déformations et où les trajectoires ne seront pas nécessairement rectilignes. Le volume des bulles obtenu par la méthode inverse pourra ensuite être comparé au volume de gaz qui a été injecté dans la conduite.

La section 5.2 fournit des informations détaillées sur les expériences menées avec des billes solides en translation, ainsi que sur les caractéristiques du montage expérimental utilisé. La section 5.3 présente les modifications apportées au montage expérimental précédent afin de réaliser les expériences sur des bulles en ascension, ainsi que les résultats des expériences associées. Enfin, les conclusions de ce chapitre sont exposées dans la section 5.4.

## 5.2 Expériences avec des inclusions solides

Dans ces expériences, des billes solides sont déplacées dans un liquide métallique dans la direction parallèle à la conduite. À partir des mesures du signal de l'ECFM, les valeurs de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  permettent de déterminer le diamètre de la particule  $d_b$  et sa position radiale  $\rho_b$ . Pour établir cette correspondance, il est envisageable d'utiliser des abaques dérivées d'expériences ou de l'une des modélisations analytique ou numérique. Il sera examiné si la méthode inverse peut être directement appliquée en se basant sur les abaques de  $S_{\max}(d_b, \rho_b, f)$  et  $\phi_{\max}(d_b, \rho_b, f)$  obtenues par ces modélisations.

### 5.2.1 Montage expérimental

Les expériences sont menées dans un tube vertical en PMMA d'une hauteur de 30 cm, avec un diamètre interne de 26 mm et un diamètre externe de 32 mm (figure 5.1). Pour maximiser l'amplitude du signal, les expériences sont réalisées avec un tube diélectrique. Des simulations numériques ont été utilisées pour optimiser la géométrie de l'ECFM afin d'assurer la meilleure sensibilité au passage des bulles. Ces simulations ont montré que le nombre d'enroulements des bobines secondaires doit être aussi élevé que possible, que l'écart entre les bobines doit être réduit au minimum, et que l'espace entre le fluide et les bobines doit également être minimisé. Par conséquent, le tube en PMMA d'une épaisseur de 3 mm est usiné sur une profondeur de 1.2 mm afin de pouvoir enrouler les trois bobines de l'ECFM aussi près que possible du fluide. Un espacement de 1 mm est maintenu entre chaque bobine afin de faciliter leur maintien sur le tube. Le tube est fixé verticalement sur un plateau percé qui permet l'insertion d'un dispositif

de translation des billes, ou ultérieurement, d'injection de bulles. Des inclusions isolantes solides sont utilisées afin de pouvoir contrôler facilement le diamètre, la forme et la trajectoire des particules. Les billes sont fabriquées en utilisant une imprimante 3D et un matériau polymère (Visijet<sup>®</sup> M2R-TN). Elles sont dotées d'un trou central traversant de 0.3 mm de diamètre qui permet d'y faire passer un fil en nylon fin de 0.08 mm de diamètre. Les billes ont un diamètre variant de 1 mm à 8 mm. Pour fixer la position radiale du fil et de la bille, différents guides inclinés sont fabriqués par impression 3D. Ces guides sont placés à la base de la colonne afin de forcer la position du fil au fond de la colonne. Chaque guide possède une inclinaison spécifique, ce qui permet de sélectionner différentes positions radiales pour la translation de la bille. Le fil est aussi attaché à un crochet situé au-dessus du tube et qui peut être déplacé dans les deux directions horizontales grâce à des platines de translation. Cela permet d'ajuster l'alignement du fil dans le tube afin d'effectuer des translations verticales à l'intérieur du tube. En-dessous de la colonne, le fil est tendu à l'aide d'un poids. La figure 5.1 présente un schéma du dispositif expérimental ainsi que de ses différents composants.

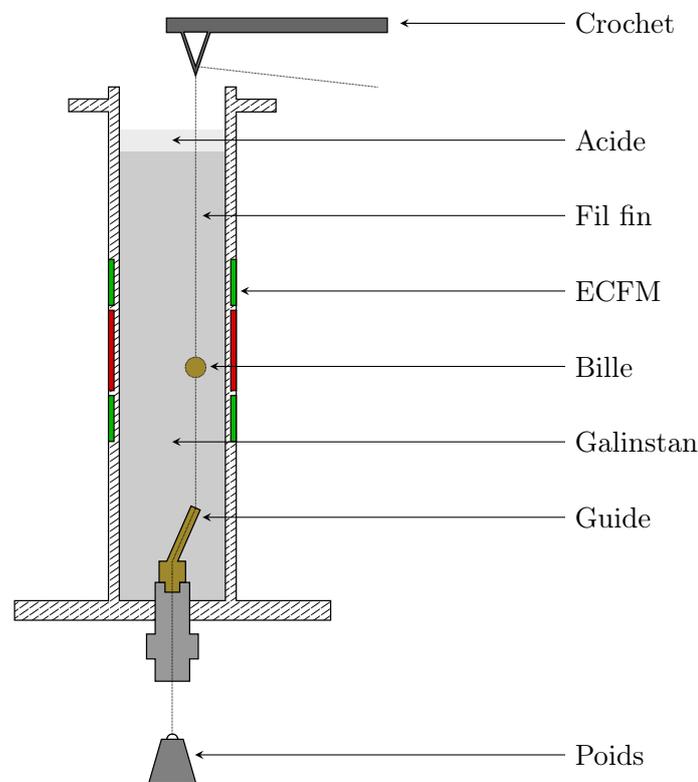


FIGURE 5.1: Schéma du dispositif expérimental permettant de réaliser la translation rectiligne d'une bille solide diélectrique dans un tube rempli de galinstan autour duquel est enroulé un ECFM.

Une fois que l'inclusion est en place, le tube est rempli de galinstan provenant d'un réservoir sous pression d'argon. Les propriétés physiques du galinstan à température ambiante sont indiquées dans le tableau 3.1. Afin de prévenir l'oxydation du métal, une fine couche de solution d'acide chlorhydrique à 3% en masse est déposée en haut de la colonne pour éviter tout contact avec l'air. La figure 5.2 présente quelques photographies du montage expérimental, à la fois sans galinstan dans le tube et avec le galinstan remplissant le tube, ainsi qu'une vue de la bille positionnée à l'intérieur du tube sans galinstan. Notons que plusieurs points d'accroche permettent de s'assurer de la verticalité du tube en PMMA et qu'après avoir enroulé les différentes bobines, celles-ci ont été entourées de ruban adhésif afin de maintenir la cohésion des enroulements.

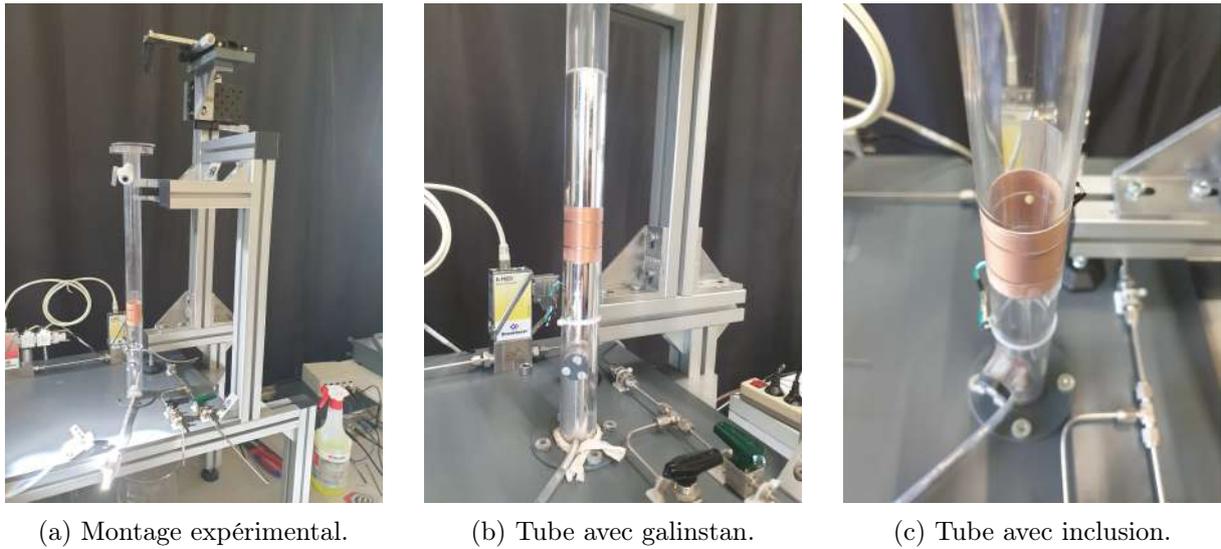


FIGURE 5.2: Photographies du montage expérimental permettant la translation de billes solides dans un tube rempli de galinstan. (a) Montage montrant le plateau et les différents éléments permettant l'utilisation et le maintien du dispositif. (b) Vue du tube et de l'ECFM lorsque le dispositif est rempli de métal liquide. (c) Vue du tube vide contenant une bille solide maintenue grâce au fil fin fixé à la base et au sommet du tube.

### Eddy Current Flow Meter

L'ECFM réalisé expérimentalement est similaire à celui décrit précédemment pour la modélisation analytique et les simulations numériques. Il est positionné à mi-hauteur du tube et se compose de deux bobines secondaires placées de part et d'autre de la bobine primaire. Les bobines secondaires forment un circuit électrique ouvert dans lequel aucun courant ne circule. Les trois bobines sont fabriquées à partir d'un fil de cuivre de diamètre de 0.28 mm et sont enroulées en quatre couches. Le nombre de spires varie en fonction du type de bobine (primaire ou secondaire). Les résistances et les inductances des trois bobines sont mesurées à l'aide d'un RLC mètre (ORMELABS MW1008P) et sont données dans le tableau 5.1 avec les dimensions géométriques de chaque bobine.

TABLEAU 5.1: Propriétés des trois bobines constituant l'ECFM du premier montage expérimental où le métal liquide est statique. Les propriétés moyennes  $\bar{S}$  des bobines secondaires sont utilisées lors de la modélisation de l'ECFM par la méthode des éléments finis.

	P	S1	S2	$\bar{S}$
Résistance	7.123 $\Omega$	4.088 $\Omega$	4.141 $\Omega$	4.115 $\Omega$
Inductance	1678 $\mu\text{H}$	689.4 $\mu\text{H}$	706.1 $\mu\text{H}$	697.8 $\mu\text{H}$
Épaisseur	1.2 mm	1.2 mm	1.2 mm	1.2 mm
Longueur	19.6 mm	11.2 mm	11.2 mm	11.2 mm

La bobine primaire est alimentée par un courant alternatif  $i_p(t) = I_p \sin(\omega t)$  d'amplitude constante  $I_p = 0.2$  A oscillant à la pulsation  $\omega$ . La phase du courant dans la bobine primaire est utilisée comme référence de phase. Pour générer ce courant, deux outils sont utilisés. Dans un premier temps, un amplificateur à détection synchrone HF2LI-MF de Zurich Instruments (*lock-in amplifier*) est utilisé pour générer une consigne de tension  $u_c(t) = U_c \sin(\omega t)$  (figure 5.3b). Ensuite, cette tension est envoyée à un amplificateur à transconductance (*operational transconductance amplifier*) qui produit un courant en sortie proportionnel à la tension d'entrée.



(a) Guides et billes.



(b) Amplificateur à détection synchrone.

FIGURE 5.3: (a) Photographies de différents guides et de différentes billes réalisés par impression 3D et utilisés dans le dispositif de translation dans la section de l'ECFM. (b) Images de l'amplificateur à détection synchrone HF2LI-MF de Zurich Instruments utilisé pour réaliser la démodulation du signal de l'ECFM.

Le rapport entre le courant de sortie et la tension d'entrée est noté  $g_m$  et est appelé transconductance. Pour un ECFM, ce coefficient peut varier en fonction de la fréquence du courant et de l'inductance de la bobine primaire située en sortie. Par conséquent, une mesure directe du courant dans la bobine primaire  $I_p$  est effectuée en permanence à l'aide d'un ampèremètre. Les différents éléments constituant le dispositif d'excitation de la bobine primaire sont représentés dans la figure 5.4.

Le signal induit dans les bobines secondaires de l'ECFM comprend une composante principale oscillant à la fréquence  $\omega$ , ainsi que des composantes parasites à de nombreuses autres fréquences. Afin d'extraire uniquement la composante associée à l'excitation par la bobine primaire, le signal est renvoyé vers l'amplificateur à détection synchrone. Dans cet amplificateur, le signal est d'abord multiplié par un signal de référence  $s_{\text{ref}}(t) = \sqrt{2} \sin(\omega t)$  qui oscille à la pulsation  $\omega$ . Si l'on note  $s(t) = S \sin(\omega_m t + \phi)$  la composante oscillant à la pulsation  $\omega_m$  du signal initialement mesuré au niveau des bobines secondaires, le multiplieur produit en retour le signal :

$$s \times s_{\text{ref}} = \sqrt{2} S \sin(\omega_m t + \phi) \sin(\omega t) = \frac{S}{\sqrt{2}} \cos[(\omega_m - \omega)t + \phi] - \frac{S}{\sqrt{2}} \cos[(\omega_m + \omega)t + \phi]. \quad (5.1)$$

Ce nouveau signal contient une composante qui évolue à la fréquence  $(\omega_m - \omega)$  et une autre à la fréquence  $(\omega_m + \omega)$ . Pour éliminer le terme oscillant le plus rapidement, une opération de filtrage est effectuée. Après l'application d'un filtre passe-bas avec une bande passante choisie, le signal devient :

$$\langle s \times s_{\text{ref}} \rangle = F(\omega_m - \omega) \frac{S}{\sqrt{2}} \cos[(\omega_m - \omega)t + \phi] \approx \frac{S}{\sqrt{2}} \cos(\phi). \quad (5.2)$$

Dans l'équation précédente, la fonction  $F(\omega_m - \omega)$  décrit la réponse du filtre et éventuellement l'atténuation du signal restant. Lorsque la fréquence de démodulation est égale à la fréquence d'excitation ( $\omega_m = \omega$ ) et que l'atténuation de la composante continue par le filtre est négligeable, cette opération permet de mesurer les modulations d'amplitude et de phase dans le temps. Ces deux traitements sont particulièrement utiles car ils permettent de mesurer des signaux faibles même dans un environnement très bruité. Dans nos expériences, la présence d'un bruit résiduel d'amplitude d'environ  $5 \mu\text{V}$  limite les mesures pour les petites inclusions proches de l'axe du tube, lorsque  $S_{\text{max}}$  se rapproche de cette valeur. Les fréquences du courant dans la bobine primaire étudiées varient entre 500 et 10000 Hz. La plage correspondante pour le paramètre d'écrantage est de l'ordre de  $2.5 \lesssim S_\omega \lesssim 46$  qui correspond au domaine optimal de sensibilité du capteur (figure 4.9). Les différents éléments constituant le dispositif de mesure et de traitement du signal généré par les bobines secondaires sont représentés dans la figure 5.4.

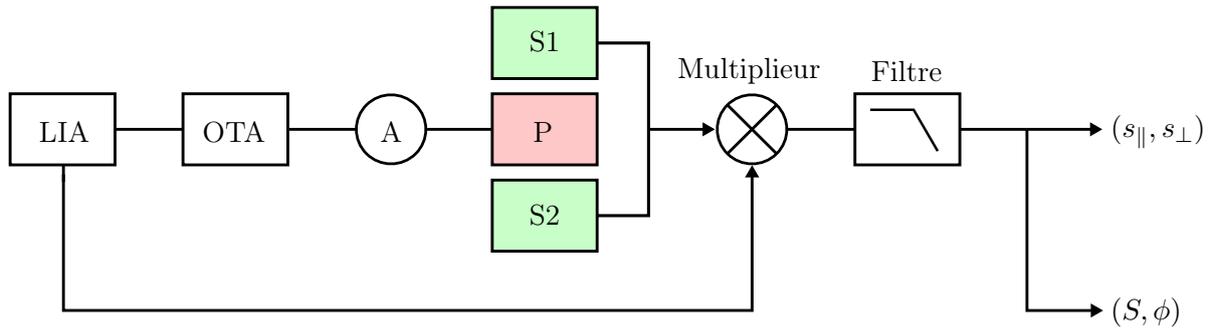


FIGURE 5.4: Schéma du dispositif d'excitation de la bobine primaire, de mesure et de traitement du signal généré par les bobines secondaires. LIA : lock-in amplifier, OTA : operational transconductance amplifier, A : ampèremètre, P : bobine primaire, S1 et S2 : bobines secondaires.

### 5.2.2 Méthodologie de la mesure et calage du modèle

Les valeurs de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  sont mesurées lors du passage de billes de positions et de diamètres variables. Pour vérifier la validité de la méthode de la méthode inverse, il est nécessaire de connaître précisément la position des billes dans la conduite  $\rho_b$  et leur diamètre  $d_b$ . L'utilisation d'inclusions solides permet de mesurer avec précision leur diamètre, mais il reste à mesurer leur position radiale dans la colonne. La première étape de cette mesure consiste à fixer le fil fin au centre de la colonne, où  $\rho_b = 0$  mm. Pour cela, un premier guide de fil droit est installé, ce qui impose la position radiale  $\rho_b = 0$  mm au fond de la colonne. Pour trouver la position correspondante du crochet et ainsi placer le fil tout entier à la position  $\rho_b = 0$  mm, deux platines de translation permettent de déplacer le fil dans les deux directions horizontales  $x$  et  $y$ . Les résultats précédents ont montré que la plus petite valeur de  $S_{\max}$  est atteinte lorsque l'inclusion est exactement au centre de la colonne. En parcourant différentes positions dans le tube et en recherchant ce minimum, il est possible de déterminer la position centrale.

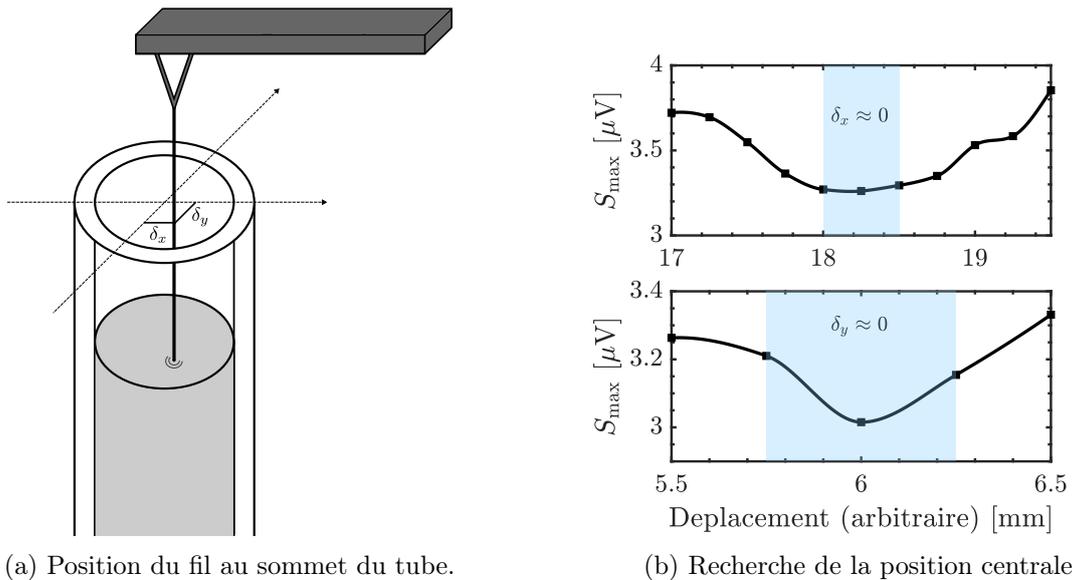


FIGURE 5.5: (a) Procédure permettant de positionner le fil et l'inclusion au centre de la colonne par déplacements du crochet fixé aux platines de translation. (b) Amplitude maximale du signal mesurée lors d'une translation complète de l'inclusion en fonction du déplacement de la platine par rapport à une position d'origine arbitraire. Les fonds colorés représentent les positions horizontales des platines pour lesquelles le fil est au centre de la conduite, c'est-à-dire  $\delta_x \approx 0$  et  $\delta_y \approx 0$  avec une incertitude de  $\pm 0.25$  mm.

Cette procédure est illustrée dans la figure 5.5. Une première platine est déplacée dans la direction  $x$ , et la valeur de  $S_{\max}$  est mesurée tous les 0.25 mm, ce qui permet d'obtenir une première estimation de la position pour laquelle  $\delta_x \approx 0$  (figure 5.5b). La même opération est réalisée avec la seconde platine, ce qui permet d'estimer la position pour laquelle  $\delta_y \approx 0$ . Une deuxième itération permet d'affiner cette mesure. La figure 5.5b montre l'évolution de l'amplitude maximale mesurée en fonction du déplacement affiché sur chaque platine. Les valeurs de déplacement affichées sont arbitraires, et il existe une position pour laquelle la condition  $\delta_x \approx \delta_y \approx 0$  est satisfaite, pouvant être déterminée avec une précision de l'ordre de  $\pm 0.25$  mm. Une fois que la position des platines pour laquelle  $\rho_b = 0$  mm est connue, il est ensuite nécessaire de changer le guide du fil au fond de la colonne et de déplacer l'une des platines dans la direction radiale de la colonne afin de générer un déplacement  $\rho_b$  correspondant au déplacement radial imposé par la forme du guide.

### Calage du modèle numérique

Pour comparer les résultats expérimentaux aux simulations numériques, il est nécessaire d'ajuster certains paramètres. En particulier, les bobines utilisées dans l'expérience présentent des défauts d'enroulement, et leur inductance diffère de celle d'une bobine dont l'enroulement serait parfaitement compact. Les dimensions des usinages réalisés dans le tube de PMMA, qui déterminent l'encombrement de chaque bobine, sont connues. De plus, le diamètre du fil est également connu. Le seul paramètre qui diffère entre les expériences et le modèle numérique est le nombre d'enroulements. Bien qu'une inspection visuelle des bobines permette d'estimer approximativement le nombre d'enroulements à quelques enroulements près, il est possible de réduire cette incertitude qui introduit une imprécision trop grande dans les simulations numériques. Pour déterminer précisément le nombre d'enroulements de chaque bobine, l'inductance de la bobine primaire  $L_p$  et l'inductance moyenne des bobines secondaires  $\bar{L}_s$  sont calculées numériquement en fonction du nombre d'enroulements utilisé dans la simulation par la méthode des éléments finis (figure 5.6). Ensuite, les inductances de chaque bobine sont mesurées expérimentalement en l'absence de galinstan dans la conduite, à l'aide d'un RLC mètre (tableau 5.1). Les nombres d'enroulements qui permettent d'égaliser les inductances des bobines dans le modèle numérique avec celles dans l'expérience sont choisis pour les simulations ultérieures :  $n_p = 250.4$  pour la bobine primaire et  $\bar{n}_s = 140.1$  pour les bobines secondaires (figure 5.6) [100].

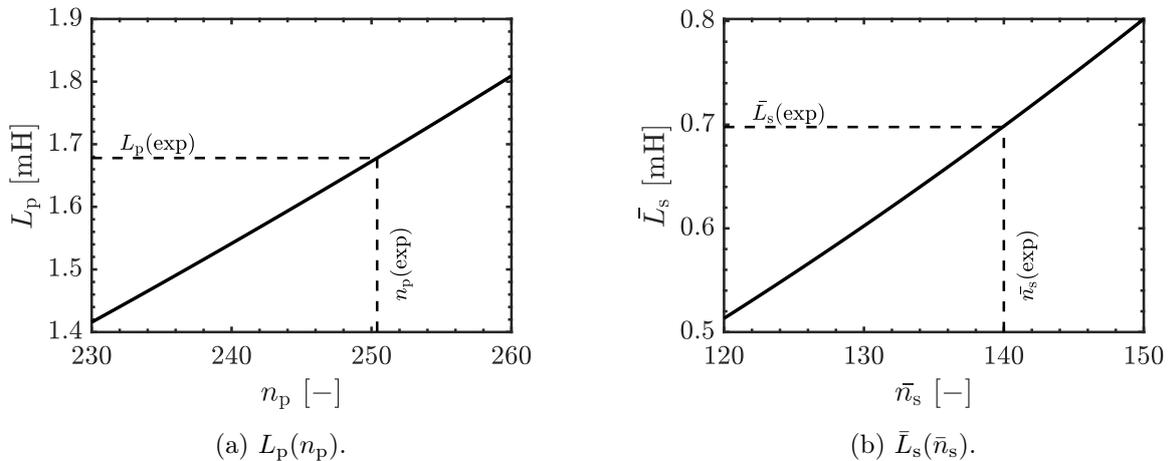


FIGURE 5.6: Évolution : (a) de l'inductance de la bobine primaire  $L_p$  en fonction du nombre total d'enroulements  $n_p$  et (b) de l'inductance moyenne des bobines secondaires  $\bar{L}_s$  en fonction du nombre moyen d'enroulements  $\bar{n}_s$ . (—) Inductances calculées avec Comsol Multiphysics. (---) Lorsque (a)  $n_p = 250.4$  et (b)  $\bar{n}_s = 140.1$ , les inductances du modèle sont égales aux inductances mesurées en l'absence de galinstan dans le tube.

### Vérification de la conductivité électrique du galinstan

La résistance et l'inductance d'une bobine est influencée par la conductivité électrique des milieux environnants. Cette propriété peut être exploitée pour mesurer expérimentalement la conductivité électrique du galinstan en comparant des mesures expérimentales de la résistance ou de l'inductance de la bobine primaire avec les valeurs obtenues par la simulation numérique en présence de galinstan dans le tube. Une fois que le nombre d'enroulements est fixé dans les simulations à partir de la procédure décrite précédemment, un liquide conducteur est introduit à l'intérieur de l'ECFM en utilisant les dimensions correspondant au tube du montage expérimental. L'inductance et la résistance sont calculées numériquement en fonction de la conductivité électrique du galinstan qui est choisie dans la simulation. Les courbes obtenues sont représentées sur la figure 5.7. Ensuite, les mesures expérimentales de l'inductance en présence de galinstan sont reportées sur ces graphiques, avec les incertitudes correspondantes. Ces mesures permettent de montrer que la conductivité du galinstan donnée par le fabricant à 20°C de  $3.46 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$  est bien comprise dans la marge d'erreur des mesures. Cependant, cette méthode ne permet pas de déterminer la conductivité avec une précision supérieure à deux chiffres significatifs.

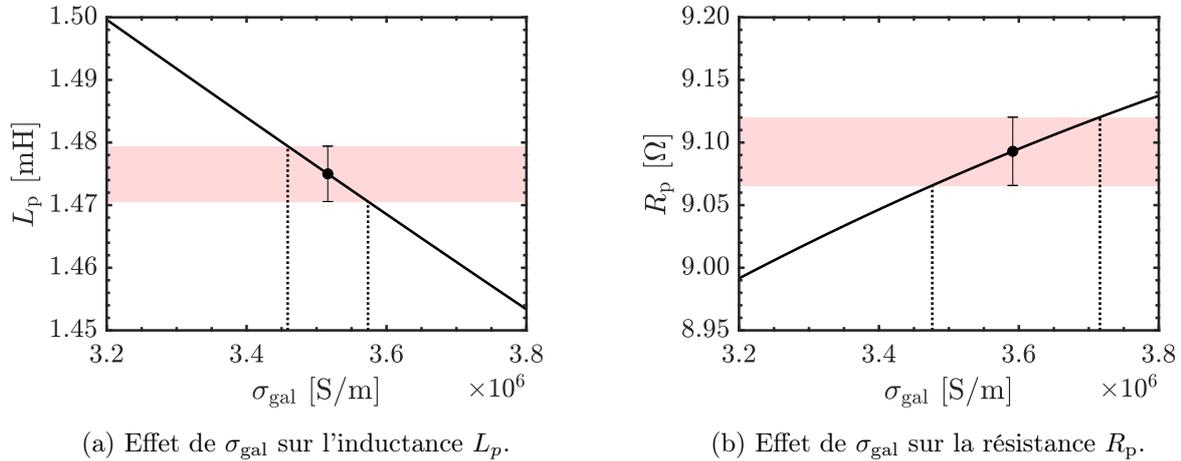


FIGURE 5.7: Estimation de la conductivité électrique du galinstan à partir de (a) la mesure de la résistance de la bobine primaire et de (b) la mesure de l'inductance de la bobine primaire. (—) Inductances et résistances calculées avec Comsol Multiphysics. Le marqueur indique les mesures de  $R_p$  et  $L_p$  effectuées avec le galinstan à 1000 Hz et à 20°C ainsi que les incertitudes correspondantes.

### 5.2.3 Résultats

Pour illustrer les résultats obtenus lors de la translation de billes dans du galinstan au repos, la figure 5.8a présente l'évolution des composantes en phase  $s_{\parallel}$  et en quadrature de phase  $s_{\perp}$  du signal  $s(t)$  mesurée lors de la translation d'une bille de diamètre  $d_b = 6.0$  mm à la position radiale  $\rho_b = 8.6$  mm et à 4000 Hz. Ces résultats sont obtenus après la démodulation effectuée par l'amplificateur à détection synchrone. Une autre représentation utilisant l'amplitude et le déphasage de ce signal est tracée sur la figure 5.8b. En l'absence d'écoulement, le signal démodulé  $s(t)$  mesuré lors de la translation de chaque bille est la somme de deux composantes. La première est due à la géométrie des bobines en l'absence de bulle et la seconde est induite par le passage de la bille. Cette décomposition a été effectuée pour les composantes en phase et en quadrature de phase de la tension mesurée aux bornes des bobines secondaires constituant l'ECFM :

$$\begin{cases} s_{\parallel}(t) = s_{0,\parallel} + s_{\alpha,\parallel}(t) \\ s_{\perp}(t) = s_{0,\perp} + s_{\alpha,\perp}(t). \end{cases} \quad (5.3)$$

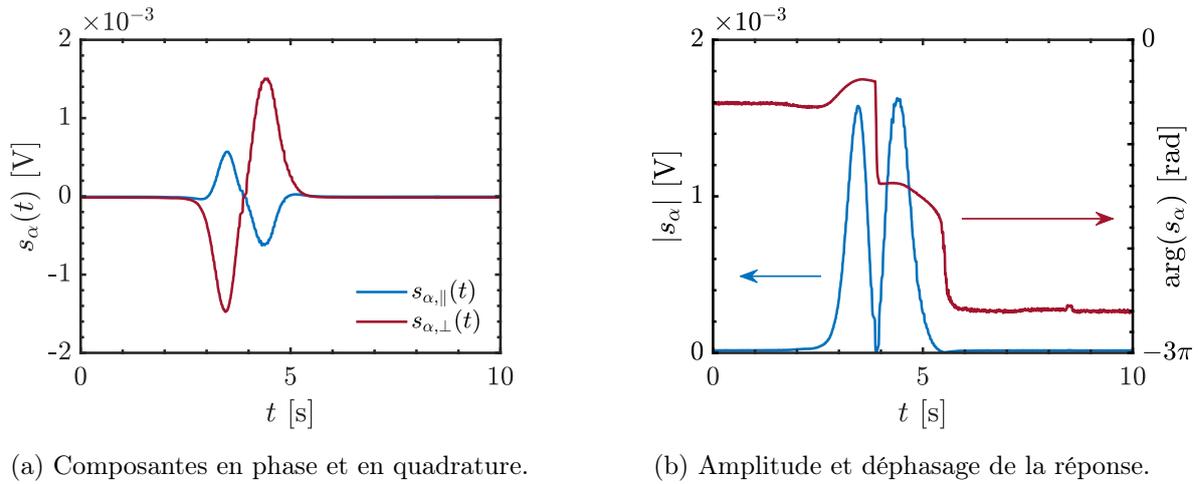


FIGURE 5.8: Réponse de l'ECFM au passage d'une bille de diamètre  $d_b = 6.0$  mm à la position radiale constante  $\rho_b = 8.6$  mm et à la fréquence  $f = 1000$  Hz. (a) Composantes en phase et en quadrature de phase de la fém (ou composantes réelles et imaginaire de la tension complexe). (b) Amplitude et déphasage de la perturbation induite dans l'ECFM.

La contribution liée à la géométrie des bobines et à leur différence de bobinage est constante dans le temps. Elle est mesurée lorsqu'il n'y a pas de bille dans la section de l'ECFM et est retranchée au signal  $s(t)$  afin d'étudier uniquement l'influence du passage de la bille. Les illustrations sur la figure 5.8 montrent l'évolution du signal  $s_{\alpha}(t)$  après cette décomposition du signal. L'indice  $\alpha$  est omis dans la suite de ce chapitre.

Des mesures expérimentales sont effectuées lors de la translation rectiligne d'une bille de diamètre  $d_b = 6.0$  mm aux positions radiales  $\rho_b = 0.0, 4.8$  et  $8.6$  mm. Les translations sont effectuées très lentement (hypothèse de déplacement quasi-statique) pour éviter d'éventuels effets du sillage de la bille et utiliser un filtre passe-bas à faible bande passante. Chaque mesure est répétée à sept fréquences (500 Hz, 1000 Hz, 2000 Hz, 4000 Hz, 6000 Hz, 8000 Hz et 10000 Hz). Pour chaque translation, une valeur de l'amplitude maximale  $S_{\max}$  et de la phase correspondante  $\phi_{\max}$  (modulo  $\pi$ ) est obtenue pour chacun des deux pics d'amplitude. Quatre translations sont réalisées pour chaque paire de paramètres géométriques étudiés ( $d_b, \rho_b$ ) et à chaque fréquence d'excitation de la bobine primaire. Une excellente reproductibilité a été observée pour toutes ces mesures, et les valeurs expérimentales de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  présentées par la suite correspondent à la moyenne des huit valeurs (deux pics et quatre translations) expérimentales obtenues. Les valeurs moyennes de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  mesurées sont représentées sur la figure 5.9 par des marqueurs, tandis que les valeurs correspondantes obtenues à partir du modèle analytique ponctuel sont représentées en trait plein et celles obtenues par la simulation numérique sont représentées en trait pointillé. Les mesures expérimentales sont en très bon accord avec les résultats de la simulation numérique, ce qui confirme la précision du positionnement de la bille dans le montage expérimental. Le modèle analytique est en accord avec les mesures expérimentales pour les fréquences inférieures à 2000 Hz, mais il présente une variation importante au-delà de cette limite. Dans ces expériences avec une inclusion de diamètre  $d_b = 6.0$  mm, la limite de validité du modèle,  $v_b^* \mathcal{S}_{\omega} \ll 1$  est atteinte à 4200 Hz. Dans le cas d'une inclusion située au centre de la conduite, la prédiction du modèle est strictement nulle en raison de l'approximation ponctuelle du modèle.

Dans une deuxième série de mesures, les billes ont été déplacées le long d'une trajectoire rectiligne (le fil reste tendu), mais avec une inclinaison variant de 0 à  $5^\circ$  dans la conduite. Pour réaliser ces expériences, le guide du fil est maintenu fixe au fond du tube, tandis que les platines de translation auxquelles le crochet supérieur est fixé sont déplacées.

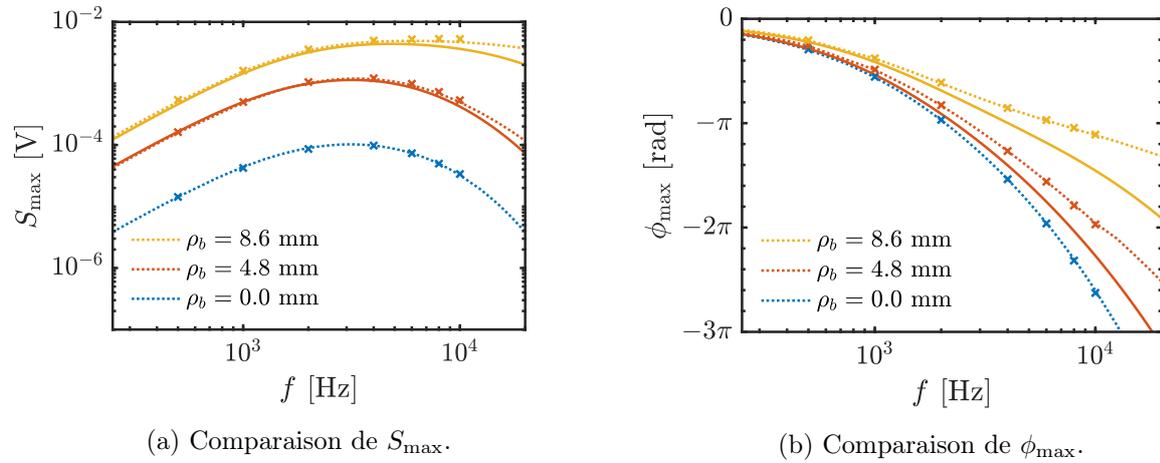


FIGURE 5.9: Effet de la fréquence sur : (a) l'amplitude et (b) le déphasage de la réponse de l'ECFM au passage d'une inclusion de diamètre  $d_b = 6.0$  mm dont la position radiale est constante. Les résultats sont indiqués pour trois positions radiales différentes. (—) Résultats obtenus par le modèle analytique ponctuel, (.....) résultats obtenus par la méthode des éléments finis et (★) résultats expérimentaux.

Cela permet d'observer le signal obtenu pour de nombreuses positions radiales sans modifier de manière significative le dispositif expérimental. Ces mesures ont été effectuées pour des inclusions de diamètres  $d_b = 3.0$  mm,  $5.0$  mm et  $7.0$  mm. Les coordonnées  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  ainsi obtenues dans le plan  $(s_{\parallel}, s_{\perp})$  pour  $f = 2000$  Hz et  $4000$  Hz sont tracées sur la figure 5.10, mettant en évidence les lignes iso-diamètre obtenues par la simulation et déjà présentées sur la figure 4.13. Chaque valeur expérimentale dans le plan complexe correspond à une inclinaison différente du fil dans le tube, et donc à une position radiale différente. L'accord entre les mesures expérimentales et les simulations par la méthode des éléments finis est à nouveau très bon.

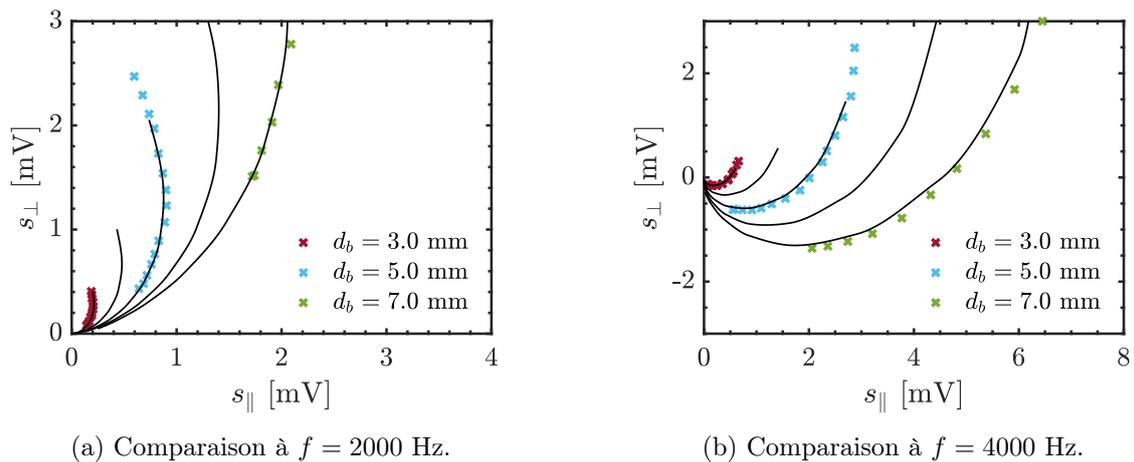


FIGURE 5.10: Comparaison entre les résultats numériques (—) et expérimentaux (★) des lignes iso-diamètre atteintes dans le plan  $(s_{\parallel}, s_{\perp})$  par le vecteur de coordonnées polaires  $(S_{\max}, \phi_{\max})$  pour différents diamètres de billes translattées dans le tube de façon non-rectiligne à : (a)  $f = 2000$  Hz et (b)  $f = 4000$  Hz.

Concernant le modèle analytique, il est possible de déterminer le diamètre d'inclusion qui minimise l'écart entre les points expérimentaux de la figure 5.10 et la prédiction du modèle. Les diamètres obtenus de cette façon à l'aide du modèle analytique sont récapitulés dans le tableau 5.2. Comme prévu, l'écart introduit par le modèle augmente à la fois avec la fréquence et avec la taille de l'inclusion.

TABLEAU 5.2: Comparaison entre les diamètres des billes utilisées dans l'expérience de translation inclinée dans la section de l'ECFM et les diamètres estimés à l'aide du modèle analytique. L'écart relatif sur l'estimation du volume est indiqué pour des expériences effectuées à 2000 et à 4000 Hz.

2000 Hz			4000 Hz		
$d_b$ expé.	$d_b$ modèle	Écart volume	$d_b$ expé.	$d_b$ modèle	Écart volume
3.0 mm	2.96 mm	-4%	3.0 mm	2.93 mm	-7%
5.0 mm	4.83 mm	-10%	5.0 mm	4.68 mm	-17%
7.0 mm	6.42 mm	-23%	7.0 mm	6.22 mm	-30%

Les mesures réalisées démontrent que la réponse de l'ECFM est très bien prédite par les simulations numériques et par le modèle analytique. Un excellent accord est observé entre les résultats des simulations et les données expérimentales, ce qui permet de valider la méthode inverse développée au chapitre 4. Toutefois, le modèle analytique présente des limitations lorsque la fréquence et le diamètre de la bille deviennent trop élevés. Ces limitations sont quantifiées à l'aide du paramètre d'écrantage et du volume adimensionnel de la bille par la condition  $v_b^* \mathcal{S}_\omega \ll 1$ .

### 5.3 Expériences avec des bulles isolées

Dans ces expériences, des bulles d'argon de différentes tailles sont injectées à la base d'un tube rempli de galinstan. En utilisant le signal de l'ECFM, il est possible d'exploiter les mesures de  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  afin de déterminer le diamètre équivalent de chaque bulle  $d_b$  ainsi que leur position radiale  $\rho_b$ . Cette correspondance est établie en se référant aux abaques dérivés des modélisations précédentes. L'objectif est d'évaluer si la méthode inverse permet de déterminer le volume de gaz qui a traversé l'ECFM sous forme de bulles isolées pendant une durée d'injection donnée.

#### 5.3.1 Montage expérimental

Le montage expérimental décrit précédemment est adapté pour permettre l'injection de bulles d'argon (figure 5.11). Le dispositif de translation des billes solides est retiré et une tige métallique est placée au fond du tube pour y attacher différents capillaires. L'injection des bulles est réalisée à l'aide de différentes aiguilles Nordson Optimum comportant une buse en plastique surmontée d'un capillaire en acier inoxydable. Les capillaires ont des diamètres internes variant entre 0.10 et 0.61 mm, et des diamètres externes variant entre 0.24 et 0.91 mm. Pour injecter les plus petites bulles possibles avec ces capillaires, des bouchons poreux en papier sont insérés en amont du capillaire, dans la buse en plastique. Cela réduit le volume libre en amont du capillaire et augmente la perte de charge, évitant ainsi les injections groupées de bulles et permettant de mieux contrôler la fréquence d'injection. Pour les bulles de plus petite taille, certains des capillaires les plus fins sont pincés ou coupés à l'aide d'une pince afin de réduire davantage la section efficace et d'augmenter les pertes de charge. Pour les bulles de plus grande taille, afin de contrôler la fréquence d'injection, certains capillaires équipés d'un bouchon poreux sont surmontés d'un court morceau de tube en silicone durci au peroxyde, ce qui élargit la section au sommet du capillaire et permet de maintenir une plus grande quantité de gaz en équilibre avant le détachement de la bulle (figure 5.12a). Ces différents tubes en silicone ont des diamètres internes variant entre 0.5 et 4.1 mm, et des diamètres externes variant entre 2.1 et 6.4 mm.

Le débit d'argon et sa pression d'injection sont contrôlés à l'aide de deux appareils électroniques de Bronkhorst : un régulateur de débit EL-FLOW Select F-200-CV et un régulateur de pression EL-PRESS P-502-C (figure 5.12b). Le régulateur de débit a une plage de mesure allant de 0.02 à 6.00 ml<sub>n</sub>/min, tandis que le régulateur de pression a une plage de mesure allant de 1.6 à 6.0 bars.

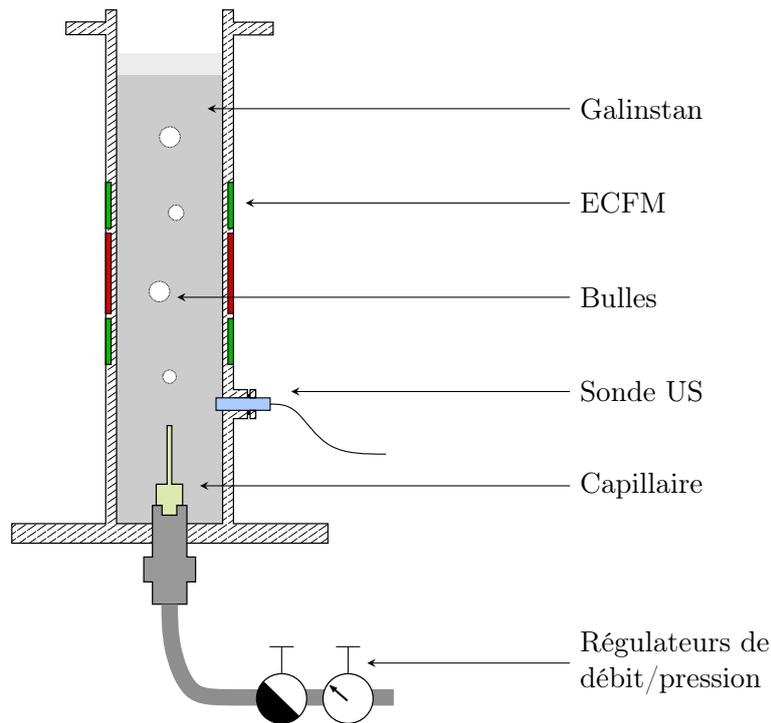


FIGURE 5.11: Schéma du dispositif expérimental permettant de réaliser une injection de bulles dans un tube rempli de galinstan autour duquel est enroulé un ECFM. Chaque bulle du train de bulles est suffisamment éloignée de ses voisines pour éviter un recouvrement des signaux induits dans l'ECFM.

Les mesures sont effectuées lorsque le débit de gaz, la fréquence d'injection des bulles et la pression se sont stabilisés après une période transitoire. Des précautions sont prises pour protéger les instruments de régulation de pression et de débit : un filtre à particules est placé en amont pour éviter les particules indésirables, et un clapet anti-retour est utilisé en aval pour empêcher toute remontée de galinstan dans la veine d'injection.

Les bulles subissent une dilatation lors de leur ascension dans la conduite, c'est pourquoi les masses de gaz injectées et détectées par l'ECFM sont comparées entre elles plutôt que les volumes injectés. La masse totale de gaz injectée dans le galinstan liquide est obtenue en intégrant le débit de gaz dans les conditions de pression et de température expérimentales. La masse de gaz injectée, telle que mesurée par le débitmètre sur une période donnée, est ensuite comparée à la masse de gaz mesurée par l'ECFM. Pour obtenir cette masse, les masses de chaque bulle doivent être sommées. Les bulles sont identifiées grâce aux pics successifs d'amplitude observés dans le signal de l'ECFM, en utilisant la méthode inverse. La masse d'argon dans chaque bulle est déterminée à partir du volume équivalent obtenu avec la méthode inverse, puis en utilisant la loi des gaz parfaits et en tenant compte de la pression hydrostatique à la hauteur de la bulle :

$$m_{\text{gaz}} = (P_{\text{atm}} + \rho_{\text{gal}}gh) \times V_b \frac{M}{\mathcal{R}T} \quad (5.4)$$

où  $\mathcal{R} = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$  est la constante des gaz parfaits et  $M = 39.948 \text{ g.mol}^{-1}$  est la masse molaire de l'argon. L'effet de la tension de surface sur la pression dans chaque bulle est négligé devant les effets hydrostatiques du galinstan.

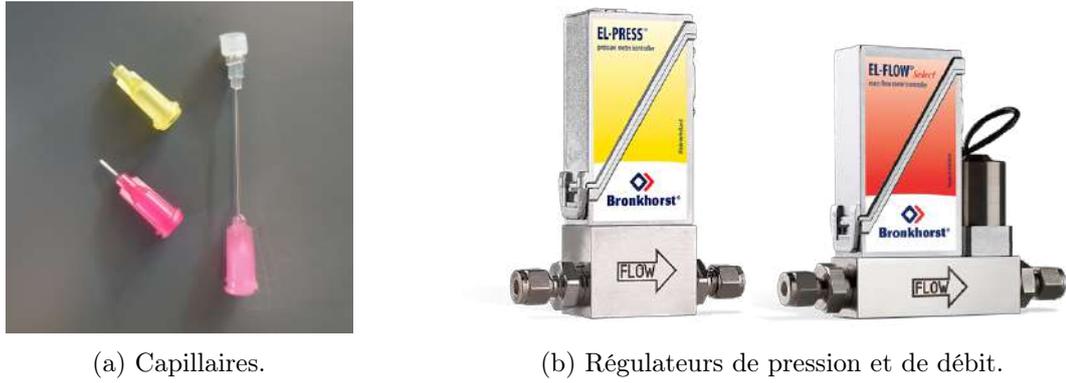


FIGURE 5.12: (a) Photographies de différents capillaires utilisés dans le dispositif d'injection de bulles dans la section de l'ECFM. (b) Images des régulateurs de débit F-200-CV et de pression P-502-C de Bronkhorst utilisés pour réaliser l'injection de bulles isolées.

### 5.3.2 Résultats

Les modélisations analytique et numérique de la perturbation du signal de l'ECFM par le passage d'une inclusion sont utilisées pour estimer la distribution des tailles de bulles lors de leur ascension dans le tube de galinstan au repos. Le tableau 5.3 présente les caractéristiques des six tests réalisés, notés A à F. Au cours de ces tests, différents capillaires, débits de gaz et fréquences de bullage ont été utilisés. Les différentes conditions expérimentales permettent de générer des trains de bulles dont les diamètres varient d'environ 1 mm à 7 mm. La fréquence du courant dans la bobine primaire est fixée à 4000 Hz pour tous les tests présentés, ce qui implique que la valeur de  $v_b^* \mathcal{S}_\omega$  se situe entre 0.01 et 1.

TABLEAU 5.3: Caractéristiques des expériences d'injection de bulles d'argon :  $d_i$  et  $d_o$  sont les diamètres internes et externes des capillaires en acier inoxydable pour les tests A à C ou les diamètres internes et externes des tubes en silicone durci au peroxyde pour les tests D à F;  $Q$  est le débit moyen d'argon mesuré par le régulateur de débit dans les conditions normales (0 °C et 1013.25 hPa) ;  $f_b$  est la fréquence moyenne d'injection des bulles;  $N_b$  est le nombre total de bulles détectées lors d'un test;  $\bar{d}_b$  est le diamètre moyen des bulles et  $|\delta m/m|$  est l'erreur relative sur la masse de gaz injectée mesurée par l'ECFM en prenant comme référence la masse mesurée par le régulateur de débit. Deux valeurs sont données pour le diamètre moyen et l'erreur relative sur la masse injectée : les premières correspondent aux estimations réalisées à partir des simulations numériques et les secondes à partir du modèle analytique.

Test	A	B	C	D	E	F
$d_i$ (mm)	coupé	0.10	0.25	0.50	2.40	4.10
$d_o$ (mm)	coupé	0.24	0.52	2.10	4.00	6.40
$Q$ (ml <sub>n</sub> /min)	0.12	0.98	3.00	2.20	6.00	6.00
$f_b$ (Hz)	0.88	1.27	1.80	0.70	1.14	0.67
$N_b$ (-)	109	185	95	103	94	82
$\bar{v}_b \mathcal{S}_\omega$ (-)	0.018	0.10	0.22	0.40	0.67	1.00
$\bar{d}_{b, \text{comsol}}$ (mm)	1.62	2.82	3.68	4.48	5.35	6.12
$\bar{d}_{b, \text{modèle}}$ (mm)	1.62	2.72	3.46	4.20	4.90	5.52
$ \delta m/m _{\text{comsol}}$ (%)	5.8	3.4	3.2	6.8	6.2	7.3
$ \delta m/m _{\text{modèle}}$ (%)	5.8	16	19	23	27	32

La figure 5.13 présente une réponse typique de l'ECFM lors du passage d'un train de bulles, obtenue lors du test C qui est décrit dans le tableau 5.3. La figure 5.13a illustre l'évolution temporelle de l'amplitude du signal de l'ECFM, où les doubles pics caractéristiques sont la signature du passage d'une bulle. Il est important de souligner que les amplitudes des deux pics successifs sont généralement différentes, ce qui indique un changement de position radiale de la bulle lors de son déplacement à travers la section de l'ECFM. Les doubles pics diffèrent également d'une bulle à l'autre en raison des variations de taille des bulles injectées et de leurs trajectoires distinctes à travers le tube rempli de métal liquide. Bien qu'il soit suffisant de connaître les coordonnées  $S_{\max}$  et  $\phi_{\max}$  pour un seul des deux pics d'amplitude pour déterminer le diamètre d'une bulle par méthode inverse, il est possible d'utiliser la moyenne des diamètres obtenues à partir des deux pics d'amplitude. Cela permet aussi de vérifier la cohérence des diamètres obtenus par la méthode inverse. L'absence de signal dès que la bulle disparaît suggère que l'influence du sillage d'une seule bulle sur le signal est négligeable. De plus, cette même réponse est représentée dans le plan complexe dans la figure 5.13b. Lorsqu'un train de bulles traverse l'ECFM, le signal trace une double boucle caractéristique dans le plan complexe pour chaque bulle détectée et dont l'amplitude correspond au signal tracé sur la figure 5.13a.

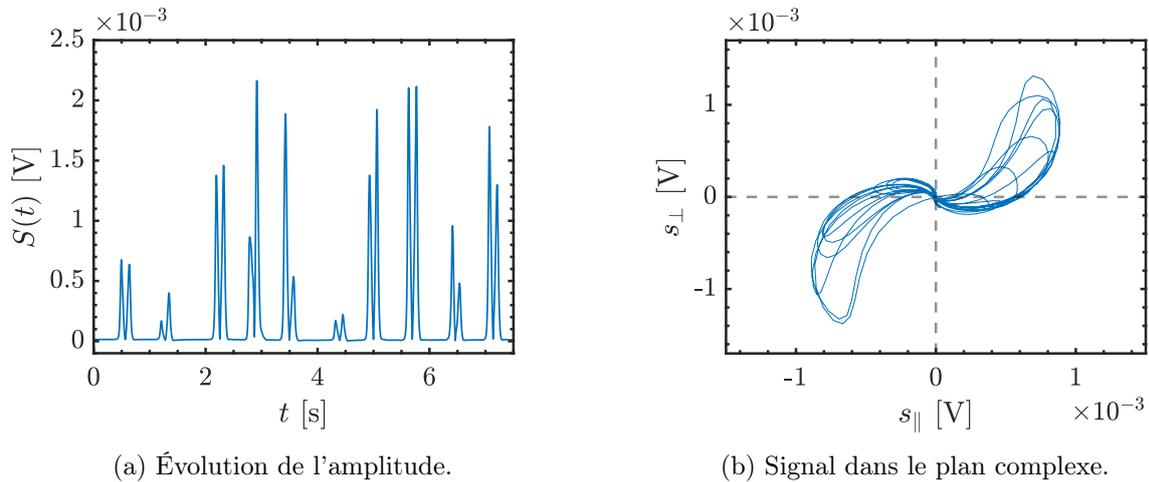


FIGURE 5.13: Réponse de l'ECFM au passage d'un train de bulles à une fréquence d'excitation de 4000 Hz. Illustration du passage de 10 bulles successives sur les 95 mesurées lors du test C avec : (a) l'amplitude du signal en fonction du temps et (b) le signal correspondant tracé dans le plan complexe ( $s_{\parallel}$ ,  $s_{\perp}$ ).

Un exemple de comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle analytique est présenté dans la figure 5.14 pour le test B. Pour chaque bulle détectée, les valeurs extrêmes de l'amplitude sont identifiées à partir du signal temporel, puis les coordonnées de chaque point ( $S_{\max}$ ,  $\phi_{\max}$ ) sont tracées dans le plan complexe. Les deux pics générés par chaque bulle sont indiqués sur le graphique, et à chaque point correspond un diamètre  $d_b$  et une position radiale  $\rho_b$  de inclusion. Dans la suite, le diamètre moyen des bulles  $\bar{d}_b$  ne correspond pas à la moyenne des diamètres individuels, mais plutôt au diamètre équivalent calculé à partir du volume moyen des bulles qui ont traversé la section de l'ECFM lors d'un test :

$$\bar{d}_b = (6 \bar{V}_b / \pi)^{1/3}, \quad (5.5)$$

où le volume moyen  $\bar{V}_b$  est obtenu à partir de la méthode inverse. La figure 5.14 montre que les prédictions du modèle analytique, obtenus en utilisant un diamètre moyen  $\bar{d}_b = 2.72$  mm, correspondent bien aux mesures expérimentales.

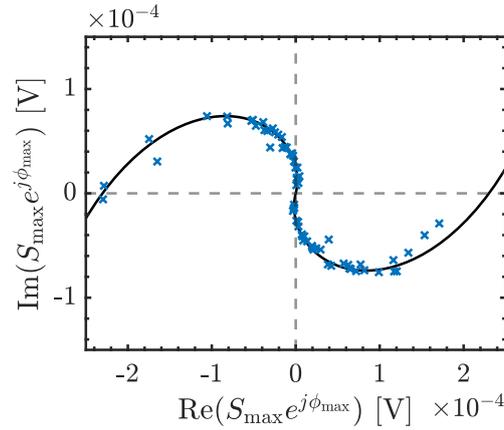


FIGURE 5.14: Représentation des coordonnées  $(S_{\max}, \phi_{\max})$  atteintes dans le plan complexe (★) à 4000 Hz pour chaque bulle du train de bulles injecté lors du test B. La prédiction du modèle linéaire (—) qui minimise l'écart avec les données expérimentales correspond à un diamètre moyen de bulle  $\bar{d}_b = 2.72$  mm.

À présent, le volume de chaque bulle de chacun des tests A à F est déterminé à l'aide des deux méthodes inverses dont les données sont issues des simulations par la méthode des éléments finis ou du modèle analytique. Les diamètres moyens ainsi obtenus sont présentés dans le tableau 5.3. L'écart entre les prédictions des diamètres augmente à mesure que le diamètre équivalent des bulles augmente, c'est-à-dire à mesure que l'hypothèse  $v_b^* \mathcal{S}_\omega \ll 1$  est de moins en moins bien vérifiée. La masse de gaz injectée étant directement accessible grâce au débitmètre d'argon, il est possible de calculer l'erreur relative sur la masse injectée entre les prédictions des méthodes inverses et la mesure expérimentale. Ces valeurs sont également répertoriées dans le tableau 5.3 pour les deux modélisations disponibles.

Un bon accord est obtenu entre la prédiction théorique du modèle numérique et les expériences, avec une erreur relative maximale inférieure à 8%. Lorsque le modèle analytique est utilisé pour déterminer le diamètres des bulles, les résultats restent proches des simulations numériques tant que  $v_b^* \mathcal{S}_\omega \leq 0.1$ . Pour les plus grandes bulles, l'erreur relative sur la masse injectée atteint des valeurs plus élevées mais reste raisonnable (tableau 5.3). La figure 5.15 présente les fonctions de densité de probabilité des diamètres des bulles pour chacun des trains de bulles des tests A à F. Ces diamètres sont obtenus par la méthode inverse qui est basée sur les données des simulations numériques.

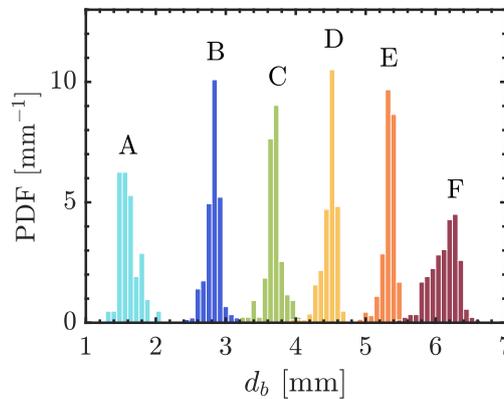


FIGURE 5.15: Fonctions de densité de probabilité (PDF) des diamètres de bulles  $d_b$  pour les tests A à F obtenues par la méthode inverse basée sur les simulations numériques. Les tests ont été réalisés à une fréquence de 4000 Hz.

En calculant le temps qui sépare les deux pics d'amplitude, et en considérant que les maximums d'amplitude se produisent lorsque la bulle se trouve entre la bobine primaire et une bobine secondaire, il est possible d'estimer les vitesses d'ascension des bulles dans la section de l'ECFM. Les vitesses d'ascension moyennes  $\bar{U}$  calculées à partir de toutes les bulles pour chaque test sont indiquées dans le tableau 5.4. Une comparaison est effectuée avec les vitesses terminales  $U_\infty$  calculées pour des bulles contaminées et déformées en utilisant les corrélations présentées dans le chapitre 3. Les vitesses mesurées sont généralement inférieures aux vitesses prédites, à l'exception du test F. Ce comportement a déjà été observé dans des expériences d'ascension de bulles dans le galinstan [16]. Les causes hydrodynamiques de ces écarts peuvent être le niveau d'oxydation du fluide et, par conséquent, le degré de contamination de l'interface, ainsi que l'interaction avec le sillage et le confinement de l'écoulement lié à la proximité du tube. Une incertitude existe aussi sur la position axiale des bulles dans le tube si la trajectoire n'est pas tout à fait rectiligne (figure 4.16). De plus, le temps de relaxation, qui indique le temps qu'une bulle met pour atteindre sa vitesse terminale, varie de quelques dizaines de millisecondes à quelques secondes et la vitesse terminale n'est pas toujours atteinte lors du passage dans l'ECFM. Enfin, les expériences ont été réalisées avec un nombre de Morton et des nombres de Reynolds qui sont peu fréquents dans la littérature et rarement utilisés dans les corrélations sur le coefficient de traînée.

TABLEAU 5.4: Caractéristiques des expériences d'injection de bulles d'argon :  $\bar{d}_b$  est le diamètre moyen des bulles;  $\bar{U}$  est la vitesse d'ascension moyenne des bulles mesurée dans la section de l'ECFM;  $U_\infty$  est la vitesse terminale des bulles déterminée à partir de la corrélation de Tomiyama pour des bulles contaminées et déformées [92]. Les nombres adimensionnels calculés sont les nombres de Reynolds, Eötvös, Weber et Galilée. L'excentricité des bulles est calculée à partir de la corrélation de Wellek (3.61).

Test	A	B	C	D	E	F
$\bar{d}_b$ , comsol (mm)	1.62	2.82	3.68	4.48	5.35	6.12
$\bar{U}$ (cm/s)	16	13	14	19	22	28
$U_\infty$ (cm/s)	22.1	28.5	26.4	25.4	24.8	24.7
$Re_b$	745	1053	1480	2445	3375	4923
$Eo$	0.27	0.82	1.40	2.07	2.96	3.87
$We$	0.44	0.50	0.76	1.70	2.72	5.05
$Ga$	587	1347	2009	2698	3521	4308
$E$ (-)	0.94	0.88	0.83	0.78	0.73	0.69

Avec une bonne estimation des vitesses d'ascension et des diamètres des bulles, il est possible de déterminer les différents nombres adimensionnels de Reynolds, Eötvös, Weber et Galilée tels qu'ils ont été présentés dans le chapitre 3. Ces nombres sont répertoriés dans le tableau 5.4, en utilisant la vitesse d'ascension moyenne  $\bar{U}$  comme vitesse caractéristique et le diamètre moyen  $\bar{d}_b$  défini précédemment comme diamètre caractéristique. Ces nombres adimensionnels suggèrent que les bulles injectées dans ces tests ont une forme qui évolue d'une forme sphérique (test A) vers une forme ellipsoïdale avec une excentricité de plus en plus marquée (test F). Ces conclusions sont confirmées par des expériences de visualisation de l'interface des bulles qui ont été réalisées par rayons X lors de l'ascension de bulles d'argon dans du galinstan [90]. À partir des nombres d'Eötvös, il est possible d'estimer l'excentricité des bulles en utilisant la corrélation de Wellek (3.61) introduite dans le chapitre 3. Ces valeurs sont répertoriées dans le tableau 5.4.

Malgré la forme sphérique des bulles qui est imposée dans la modélisation numérique, l'accord entre la masse de gaz détectée avec l'ECFM et la masse injectée avec le débitmètre d'argon concordent très bien. L'effet des petites déformations de l'interface, c'est-à-dire de l'excentricité des bulles, sur la précision de la méthode inverse semblent être négligeable en première approximation. La réponse de l'ECFM au passage d'une bulle dépend principalement du volume de la bulle et non de sa forme tant que  $Eo \lesssim 4$ , ce qui correspond à une excentricité vérifiant  $E \gtrsim 0.7$ . Une étude plus systématique de l'effet des déformations de l'interface sur la méthode inverse pourrait permettre de quantifier l'erreur induite sur la mesure de la masse de gaz injectée.

La position radiale d'une bulle et son diamètre peut être identifiée pour chacun des deux pics d'amplitude, ce qui permet d'étudier la relation entre ces deux grandeurs en calculant la densité de probabilité conjointe. La figure 5.16a représente cette densité pour illustrer que, dans le test B, les plus grandes bulles ont tendances à se déplacer plus proches de la paroi du tube.

De plus, la position radiale des bulles peut être déterminée à chaque pic, à l'entrée et à la sortie de la bobine primaire. À partir de ces données, la distribution des déplacements radiaux  $\Delta\rho_b = \rho_b(L_p/2) - \rho_b(z = -L_p/2)$  peut être calculée pour chaque test. La figure 5.16b indique l'intensité moyenne des déplacements radiaux en fonction du diamètre des bulles pour chaque test, ainsi que l'écart-type des déplacements radiaux. Pour le test A ( $\bar{d}_b = 1.62$  mm), la distribution de  $\Delta\rho_b$  est étroite et presque centrée sur zéro, ce qui suggère que le mouvement de la bulle est presque vertical. Pour les bulles isolées, d'après Tripathi, les nombres d'Eötvös et de Galilée pour le test A correspondent au régime axisymétrique d'ascension sans oscillations [94]. Ce résultat semble également s'appliquer aux trains de bulles du test A. Pour les autres tests, les nombres d'Eötvös et de Galilée se situent dans le régime asymétrique avec une forme ellipsoïdale et des trajectoires en zigzag, ce qui devrait entraîner une grande dispersion de  $\Delta\rho_b$ , comme cela a été observé lors des expériences des tests B à F. En l'absence d'écoulement, des déplacements radiaux de plusieurs millimètres sont observés sur la trajectoire des bulles lors de leur ascension des 2 centimètres de la bobine primaire de l'ECFM.

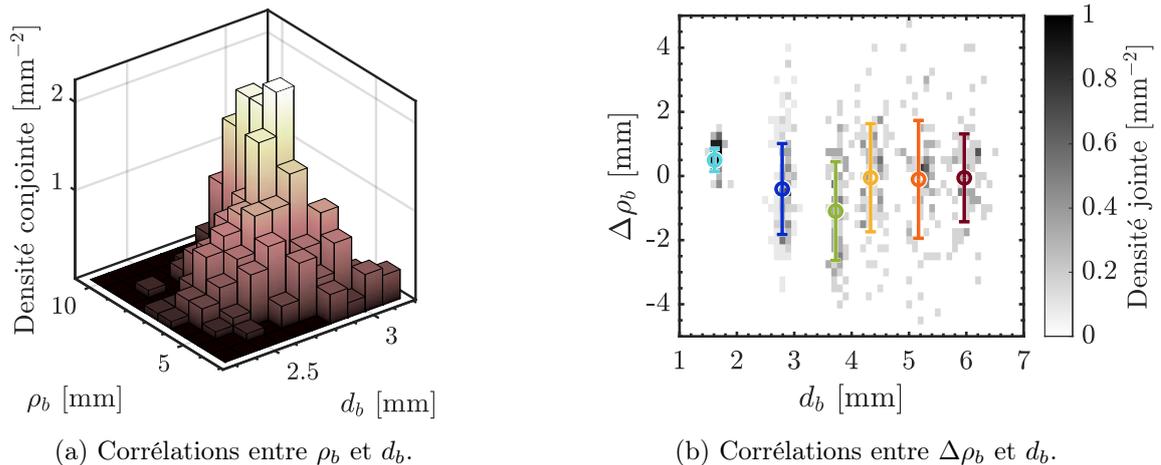


FIGURE 5.16: (a) Fonction de densité de probabilité jointe du diamètre des bulles  $d_b$  et de leur position radiale  $\rho_b$  correspondant au premier pic (test B). (b) Fonctions de densité de probabilité des déviations radiales  $\Delta\rho_b$  et du diamètre des bulles  $d_b$  pour les tests A à F. Les marqueurs et les barres d'erreur correspondent, pour chaque test, aux valeurs moyennes de  $d_b$  et  $\Delta\rho_b$  ainsi qu'à l'écart-type de  $\Delta\rho_b$ .

Ces résultats expérimentaux illustrent toutes les informations qui peuvent être obtenues à partir de l'analyse du signal de l'ECFM afin de détecter, quantifier ou étudier l'ascension des bulles isolées dans un métal liquide.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, deux montages expérimentaux ont été présentés afin d'étudier la réponse d'un ECFM externe au passage d'une inclusion isolante solide ou gazeuse. Le premier montage consiste à translater des billes solides dont la position et la taille sont connues. Le second montage a pour objectif d'étudier la réponse d'un ECFM au passage de trains de bulles. À partir de ces expériences, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Dans le premier montage expérimental, la position et le diamètre des billes ont été soigneusement contrôlés à l'aide d'un système de translation, ce qui a permis de vérifier précisément la validité des résultats issus des modélisations antérieures. Un ajustement a été effectué pour faire correspondre les bobines du montage expérimental aux bobines des modèles.
- Une excellente concordance a été obtenue en utilisant la méthode inverse sur les résultats des translations de billes pour déterminer les diamètres et les positions des billes à partir des résultats des simulations numériques. Ces expériences permettent de valider la méthode inverse développée au chapitre 4. Un très bon accord a également été obtenu avec le modèle analytique pour les faibles fréquences et les plus petites bulles, lorsque  $v_b^* \mathcal{S}_\omega \lesssim 0.1$ .
- Dans le deuxième montage expérimental, l'injection de trains de bulles suffisamment espacées les unes des autres a été réalisée sur une large gamme de diamètres (1 à 7 mm), ce qui a permis d'étudier la détection par l'ECFM pour des inclusions déformables dont la trajectoire est libre.
- L'ECFM a montré pour la première fois une très bonne capacité à détecter et quantifier la masse de gaz traversant sa section sous la forme de trains de bulles. Les déformations et les trajectoires des bulles n'ont pas empêché d'obtenir de très bonnes prédictions à partir des simulations numériques.
- Enfin, ces expériences ont montré que la mesure par ECFM offre la possibilité d'étudier les vitesses d'ascension des bulles, leurs déplacements radiaux ainsi que les corrélations entre les tailles des bulles et leur position radiale dans le tube.

## Chapitre 6

# Détection de bulles isolées dans les écoulements

*Ce chapitre présente le dispositif expérimental développé au cours de la thèse pour étudier le passage de bulles dans un écoulement de métal liquide. Les différentes caractéristiques et les composants de la boucle de circulation expérimentale sont présentés en détail. L'utilisation de l'ECFM est d'abord validée avec des écoulements monophasiques, puis l'injection de trains de bulles est réalisée afin de vérifier la capacité du montage expérimental à détecter le passage des bulles ainsi qu'à quantifier leur volume et leur position radiale.*

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>112</b>
<b>6.2</b>	<b>Expériences en écoulements monophasiques</b>	<b>112</b>
6.2.1	Montage et protocole expérimental	112
6.2.2	Modélisation par la méthode des éléments finis	115
6.2.3	Résultats	117
<b>6.3</b>	<b>Expériences en écoulements diphasiques</b>	<b>121</b>
6.3.1	Montage expérimental	121
6.3.2	Résultats	122
<b>6.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>125</b>

---

## 6.1 Introduction

Les chapitres précédents ont examiné en détail l'effet du passage d'une seule inclusion ou d'une seule bulle dans une section d'ECFM remplie de liquide métallique au repos. Pour faciliter l'étude, ces situations ont été étudiées sans écoulement, car il a été démontré que pour des faibles nombres de Reynolds magnétique et des faibles taux de vide, le signal total est la somme d'une composante induite par l'écoulement et d'une composante induite par le passage des inclusions (en tenant compte également d'une composante géométrique liée aux différences entre les bobines). Toutefois, mesurer le passage des bulles en présence d'un écoulement représente un défi supplémentaire, car il est nécessaire de séparer l'influence de ces deux phénomènes dans les signaux mesurés. De plus, ce découplage peut être particulièrement difficile lorsque l'écoulement est turbulent, car la turbulence constitue une seconde source de fluctuations du signal de l'ECFM. Ce chapitre présente la mise en œuvre d'une boucle expérimentale permettant la circulation de galinstan, dans laquelle il est possible d'injecter des bulles. L'objectif principal est d'étudier expérimentalement l'influence d'un écoulement sur la détection des bulles par ECFM présentée dans le chapitre 5. Le deuxième objectif est de tester la capacité de la méthode inverse à quantifier la masse de gaz traversant l'ECFM dans des conditions plus représentatives d'un écoulement de métal liquide.

Afin d'établir une comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats issus des simulations, il est essentiel de contrôler le débit de galinstan sur le dispositif expérimental. La mesure du débit de métal liquide à l'aide d'un ECFM, présentée dans le chapitre 3, sera utilisée sur le montage expérimental avec pour objectif d'atteindre la plus grande précision possible dans les conditions expérimentales du laboratoire. En ce qui concerne l'injection de bulles, la première étape de l'étude consiste à vérifier si les résultats expérimentaux obtenus dans le chapitre 5 peuvent être reproduits dans un écoulement de galinstan.

La section 6.2 détaille les différentes composantes du montage expérimental qui a été réalisé pendant la thèse ainsi que les résultats des expériences réalisées avec un écoulement monophasique. Dans la section 6.3, les modifications apportées au montage expérimental pour réaliser des expériences avec des écoulements diphasiques sont présentées avec les résultats préliminaires qui ont été obtenus. Enfin, les conclusions de ce chapitre sont exposées dans la section 6.4.

## 6.2 Expériences en écoulements monophasiques

Dans les expériences d'écoulements monophasiques, la circulation de galinstan dans la boucle est réalisée grâce à une pompe électromagnétique. En utilisant le signal de l'ECFM, il est possible de déterminer le débit de l'écoulement et de le comparer au débit de référence fourni par un débitmètre électromagnétique à électrode calibré spécifiquement pour le galinstan. Ces mesures permettent d'étudier l'effet du débit moyen, du profil de vitesse ou encore des fluctuations de l'écoulement turbulent sur le signal de l'ECFM.

### 6.2.1 Montage et protocole expérimental

La figure 6.1 présente un schéma du montage expérimental réalisé pendant la thèse. La boucle de circulation est construite à partir de tubes en PVC-U d'un diamètre externe de 32 mm et d'un diamètre interne de 26 mm, certains étant opaques et d'autres transparents. La hauteur maximale du montage est de 3.3 m et sa largeur est de 1.5 m. Le volume total de galinstan dans la boucle est d'environ 5 L. Le galinstan est stocké dans un réservoir en PVC, et le remplissage de la boucle est effectué en pressurant le réservoir avec de l'azote. Avant le remplissage, la boucle est vidée à deux reprises à l'aide d'une pompe à vide Vacubrand RZ 2.5 qui permet d'imposer

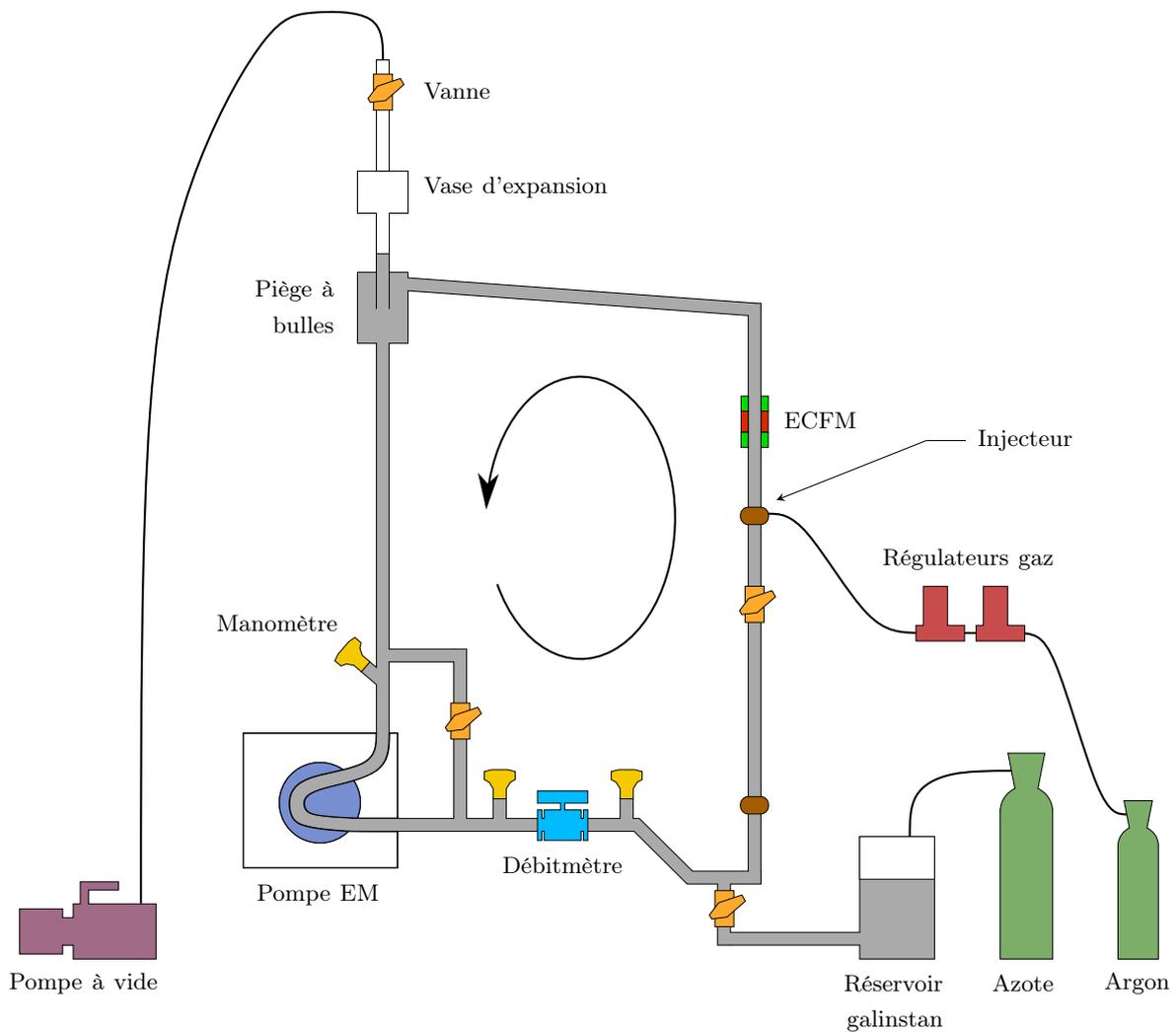
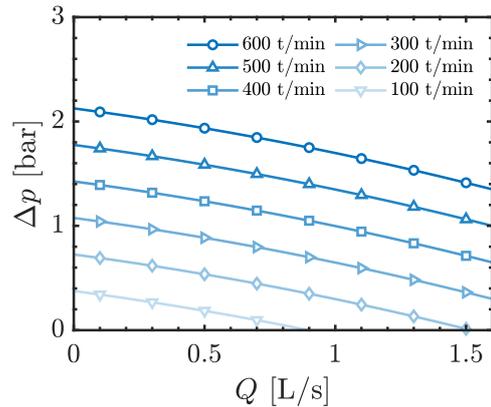


FIGURE 6.1: Schéma de la boucle de circulation utilisée pour réaliser les expériences avec du galinstan en écoulement. Les différents éléments de la boucle permettant le remplissage, la vidange, la mise en mouvement du liquide, l'injection de bulles de gaz et la sécurité ainsi que les différents capteurs sont identifiés sur le schéma.

une pression inférieure à 0.1 bar, avec une injection d'azote entre les deux vidanges pour réduire la présence d'oxygène dans la boucle et éviter tout risque d'oxydation du galinstan. Dans le même but, le galinstan dans le réservoir est recouvert d'une couche d'acide chlorhydrique pour le protéger de l'oxydation lors de l'ouverture du réservoir. Une petite quantité de solution d'acide chlorhydrique peut être introduite dans la boucle lors du remplissage, mais la différence de densité fait rapidement remonter cet acide dans le case d'expansion. Néanmoins, nous suspectons qu'une fine couche d'acide reste présente en paroi. Pour mettre le galinstan en mouvement, une pompe électromagnétique PMP 250-InGaSn de SAAS est utilisée. Cette pompe génère une force de Laplace dans le fluide lorsque des aimants permanents, placés sur deux disques, sont entraînés en rotation autour d'un canal en acier inoxydable en forme de demi-cercle (figure 6.2a). Les disques sont entraînés en rotation par un moteur triphasé asynchrone VEM Motors, contrôlé par un variateur de fréquence VLT HVAC Drive FC 102 de Danfoss. La vitesse de rotation des disques peut varier entre 30 et 750 tours par minute et permet de régler le débit de l'écoulement. Les courbes caractéristiques de la pompe fournies par SAAS sont présentées dans la figure 6.2b. Notons que les courants électriques induits par les aimants en rotation entraînent des pertes thermiques dans le canal en demi-cercle ainsi que dans le fluide.



(a) Pompe électromagnétique (PEM).



(b) Courbes caractéristiques de la PEM.

FIGURE 6.2: (a) Photographie de la pompe électromagnétique PMP 250-InGaSn de SAAS présentant deux disques munis d'aimants permanents placés autour d'une conduite demi-circulaire et mis en rotation à l'aide d'un moteur. (b) Courbes caractéristiques pression-débit de la pompe électromagnétique en fonction de la vitesse de rotation des disques munis d'aimants permanents.

Une dérivation équipée d'une vanne est installée entre l'amont et l'aval de la pompe pour permettre d'adapter le débit par *bypass*. Le débit de galinstan est mesuré à l'aide d'un débitmètre électromagnétique Krohne Optiflux 4100, qui est un débitmètre à électrodes. Ce débitmètre a été calibré spécifiquement pour le galinstan par SAAS. Les conduites en amont et en aval du débitmètre ont une longueur de 17 et de 6 diamètres respectivement afin de réduire les erreurs de mesure entraînées par les écoulements non établis. Deux capteurs de pression à diaphragme 2450 de GF sont positionnés en amont et en aval de la pompe électromagnétique. Ces capteurs ont une plage de mesure allant de 0 à 17 bars, une précision de  $\pm 0.17$  bars et peuvent supporter des températures allant de  $15^{\circ}\text{C}$  à  $85^{\circ}\text{C}$ . Le matériau en contact avec le fluide est le PVDF, un matériau isolant et résistant aux agents chimiques corrosifs, notamment pour résister à l'acide chlorhydrique pouvant être présent dans la boucle. Un capteur de température basé sur une mesure de résistance de platine 2350 de GF est placé en aval du débitmètre électromagnétique. Ce capteur peut mesurer des températures dans une plage allant de  $-10^{\circ}\text{C}$  à  $100^{\circ}\text{C}$  avec une précision de  $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$  et peut supporter des pressions allant jusqu'à 16 bars. Le matériau en contact avec le fluide est également le PVDF. Un système d'acquisition de données composé d'un châssis NI-DAQ-9174 avec un module d'entrée de courant NI-9208  $\pm 20$  mA et un module d'entrée de tension NI-9205  $\pm 10$  V est utilisé pour collecter les données des capteurs de débit, de pression et de température. Grâce à une interface, le module d'acquisition permet également de visualiser ou d'enregistrer en temps réel l'évolution de ces données au cours d'une expérience.

Un ECFM est enroulé directement sur la conduite après qu'un espacement a été réalisé par un usinage similaire à celui décrit dans le chapitre 5. Cet ECFM est semblable à celui utilisé pour la modélisation analytique et les simulations numériques décrites précédemment. Il est positionné sur une conduite verticale à une hauteur de 1.4 m en aval du coude lorsque l'écoulement est ascendant afin de garantir une longueur d'établissement de l'écoulement supérieure à 50 diamètres (figure 6.1). Les trois bobines sont fabriquées à partir d'un fil de cuivre d'un diamètre de 0.28 mm et sont enroulées en quatre couches. Les caractéristiques des bobines réalisées, ainsi que les spécifications moyennes des bobines secondaires, sont fournies dans le tableau 6.1. La bobine primaire est alimentée en courant alternatif par l'intermédiaire de l'amplificateur à détection synchrone et de l'amplificateur à transconductance présentés dans le chapitre précédent. La démodulation du signal de l'ECFM suit également la méthodologie présentée dans la figure 5.4. Les dispositifs d'injection des bulles seront introduits dans la section suivante.

TABLEAU 6.1: Propriétés des trois bobines constituant l'ECFM du second montage expérimental où le métal liquide est en écoulement. Les propriétés moyennes  $\bar{S}$  des bobines secondaires sont utilisées lors de la modélisation de l'ECFM par la méthode des éléments finis.

	P	S1	S2	$\bar{S}$
Résistance	6.939 $\Omega$	4.035 $\Omega$	4.067 $\Omega$	4.051 $\Omega$
Inductance	1676 $\mu\text{H}$	725.8 $\mu\text{H}$	722.4 $\mu\text{H}$	724.1 $\mu\text{H}$
Épaisseur	1.2 mm	1.2 mm	1.2 mm	1.2 mm
Longueur	19.6 mm	11.2 mm	11.2 mm	11.2 mm

### 6.2.2 Modélisation par la méthode des éléments finis

La réponse de l'ECFM à un écoulement peut être déterminée analytiquement. Par exemple, pour les écoulements laminaires dans des conduites cylindriques, le profil de vitesse théorique est connu et peut être appliqué à un modèle axisymétrique pour calculer directement les fém induites par l'écoulement dans les bobines secondaires de l'ECFM en négligeant la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement. Lorsque la géométrie d'un écoulement laminaire est plus complexe, il reste possible d'utiliser la modélisation numérique pour obtenir le profil de vitesse à proximité de l'ECFM et déterminer sa réponse [26]. Lorsque l'écoulement est turbulent, le champ de vitesse et le potentiel vecteur présentent des fluctuations. Ces deux champs peuvent être décomposés en un champ moyen (la moyenne est effectuée sur un grand nombre de réalisations) ainsi que des fluctuations dont les moyennes d'ensemble sont nulles :

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' \quad \text{et} \quad \mathbf{A} = \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{A}'. \quad (6.1)$$

Dans la relation précédente, le potentiel vecteur moyen  $\bar{\mathbf{A}}$  ne correspond pas forcément au potentiel vecteur induit uniquement en présence de l'écoulement moyen  $\bar{\mathbf{u}}$ . Pour déterminer l'équation vérifiée par le potentiel vecteur moyen, l'équation (2.53) vérifiée par le potentiel vecteur total  $\mathbf{A}$  sous forme adimensionnelle est réécrite ici :

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mathcal{S}_\omega \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - R_m \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{0}. \quad (6.2)$$

En introduisant la décomposition (6.1) dans la relation précédente, on trouve l'équation suivante faisant intervenir distinctement les termes moyens et les termes des fluctuations :

$$\nabla^2 (\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{A}') - \mathcal{S}_\omega \frac{\partial (\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{A}')}{\partial t} - R_m (\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}') \times [\nabla \times (\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{A}')] = \mathbf{0}. \quad (6.3)$$

En appliquant l'opérateur de moyenne d'ensemble sur l'équation (6.3), l'équation différentielle vérifiée par le potentiel vecteur moyen est obtenue. Cette équation contient le produit des champs moyens mais aussi la contribution moyenne du produit des fluctuations :

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{A}} - \mathcal{S}_\omega \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t} - R_m \bar{\mathbf{u}} \times (\nabla \times \bar{\mathbf{A}}) - R_m \overline{\mathbf{u}' \times (\nabla \times \mathbf{A}')} = \mathbf{0}. \quad (6.4)$$

Lorsque l'écoulement est turbulent, il n'est donc pas possible de calculer le potentiel vecteur moyen uniquement à partir du champ de vitesse moyen. L'approche utilisée dans la littérature consiste à utiliser des profils moyens expérimentaux obtenus pour les nombres de Reynolds appropriés ou à résoudre le champ de vitesse moyen à l'aide d'une simulation numérique, puis à calculer le potentiel vecteur résultant en négligeant l'effet du terme croisé  $\mathbf{u}' \times (\nabla \times \mathbf{A}')$  [49]. Les équations moyennées alors utilisées pour résoudre les champs moyens des écoulements turbulents sont décrites dans l'annexe C.1.

Dans notre étude, la même approche sera suivie puisqu'elle évite la résolution numérique complète de l'écoulement qui est très coûteuse pour les nombres de Reynolds envisagés. Le calcul du terme croisé des fluctuations à partir d'un champ de vitesse résolu permettrait de conclure sur l'effet des fluctuations sur le potentiel vecteur moyen. L'écoulement moyen est ici résolu en utilisant la méthode des éléments finis avec le logiciel Comsol Multiphysics 6.2. L'interface de résolution des équations moyennées de Navier-Stokes pour les écoulements monophasiques incompressibles, stationnaires et turbulents permet d'utiliser le modèle de turbulence  $k - \varepsilon$  dans une géométrie en deux dimensions axisymétrique correspondant à la conduite remplie de galinstan. Une description du modèle  $k - \varepsilon$  est fournie dans l'annexe B.2. Concernant la résolution du champ magnétique, le calcul du potentiel vecteur est similaire à l'approche présentée dans le chapitre 4, à l'exception de l'équation résolue pour le potentiel vecteur dans le fluide en mouvement qui correspond à l'équation (6.4) en négligeant l'effet moyen des fluctuations. Le phaseur associé au potentiel vecteur moyen résolu par la simulation satisfait les relations dimensionnelles suivantes :

$$\nabla^2 \hat{\mathbf{A}} = \mu_0 \sigma \left[ j\omega \hat{\mathbf{A}} - \bar{\mathbf{u}} \times (\nabla \times \hat{\mathbf{A}}) \right], \quad \text{dans le métal liquide,} \quad (6.5)$$

$$\nabla^2 \hat{\mathbf{A}} = -\mu_0 \hat{\mathbf{J}}_c, \quad \text{dans la bobine primaire,} \quad (6.6)$$

$$\nabla^2 \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{0}, \quad \text{dans les milieux diélectriques.} \quad (6.7)$$

Dans les équations précédentes, la moyenne d'ensemble du potentiel vecteur complexe est simplement notée  $\hat{\mathbf{A}}$  pour alléger les notations. Le champ de vitesse  $\bar{\mathbf{u}}$  présent dans la relation (6.5) correspond à la moyenne du champ de vitesse effectuée sur un grand nombre de réalisations. À nouveau, les effets de la force de Laplace sont faibles ( $N \sim 10^{-5}$ ), se produisent sur une section très courte de l'écoulement et évoluent sinusoïdalement à la pulsation  $\omega$ . Pour ces raisons, le couplage du champ électromagnétique vers le champ de vitesse sera négligé.

Pour résoudre l'écoulement moyen avec le modèle  $k - \varepsilon$ , des conditions aux limites périodiques sont appliquées à l'entrée et à la sortie de la conduite. Le débit de galinstan dans la conduite est imposé. L'utilisation d'une loi de paroi permet d'approximer le comportement de l'écoulement près de la paroi sans résoudre explicitement l'écoulement dans cette région, ce qui serait trop coûteux en temps de calcul. Ces lois de paroi font le lien entre la distance à la paroi adimensionnée  $y^+$  et la vitesse adimensionnée  $u^+$  à la distance  $y^+$  :

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = \text{fct} \left( y^+ = \frac{y \rho u_\tau}{\eta} \right), \quad (6.8)$$

où  $u_\tau$  est une échelle caractéristique de vitesse dans la couche limite près de la paroi. La loi de paroi utilisée dans Comsol détermine les différentes grandeurs  $y^+$ ,  $u^+$  et  $u_\tau$  afin de prendre en compte les effets proches paroi dans les équations de la quantité de mouvement, de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et du taux de dissipation d'énergie turbulente  $\epsilon$  [99, 101]. Les conditions aux limites pour la vitesse à la paroi sont une condition de non-pénétration  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$  et une condition sur les contraintes de cisaillement :

$$\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\sigma}} - (\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} = -\rho u_\tau \frac{\mathbf{u}}{u^+}, \quad (6.9)$$

où  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  est le tenseur des contraintes et  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal à la paroi. Le nombre de Reynolds dans les simulations varie entre 5000 et  $6 \times 10^5$ . Pour toutes ces simulations, la convergence du maillage est atteinte avec un million d'éléments sur un volume résolu de de 140 mL dans la conduite de diamètre  $D = 26$  mm.

Le signal induit par un écoulement dans l'ECFM est proportionnel à la vitesse débitante, mais dépend aussi de la forme du profil de vitesse, comme cela a été illustré dans le chapitre 3 par les travaux de Guichou [26]. Pour comparer les mesures expérimentales aux résultats des simulations, il faut prendre en compte cette influence du profil. Les profils de vitesse calculés numériquement par éléments finis sont illustrés dans la figure 6.3a pour des écoulements laminaires et turbulents et sont adimensionnés par la vitesse débitante  $\mathcal{U}$ . La forme du profil évolue peu une fois que la transition laminaire-turbulent est dépassée. Pour cette raison, la sensibilité de l'ECFM, définie comme le rapport entre le signal induit par l'écoulement moyen  $\hat{s}_{\bar{u}}$  et la vitesse débitante  $\mathcal{U}$ , évolue peu en fonction du profil turbulent. Cette dépendance est illustrée sur la figure 6.3b, où la sensibilité est calculée numériquement pour différents nombres de Reynolds et à 500 Hz et 2000 Hz. Notons que l'influence de la forme du profil est faible mais augmente avec la fréquence, lorsque l'épaisseur de peau est plus faible et que la sensibilité à l'écoulement proche de la paroi est accrue.

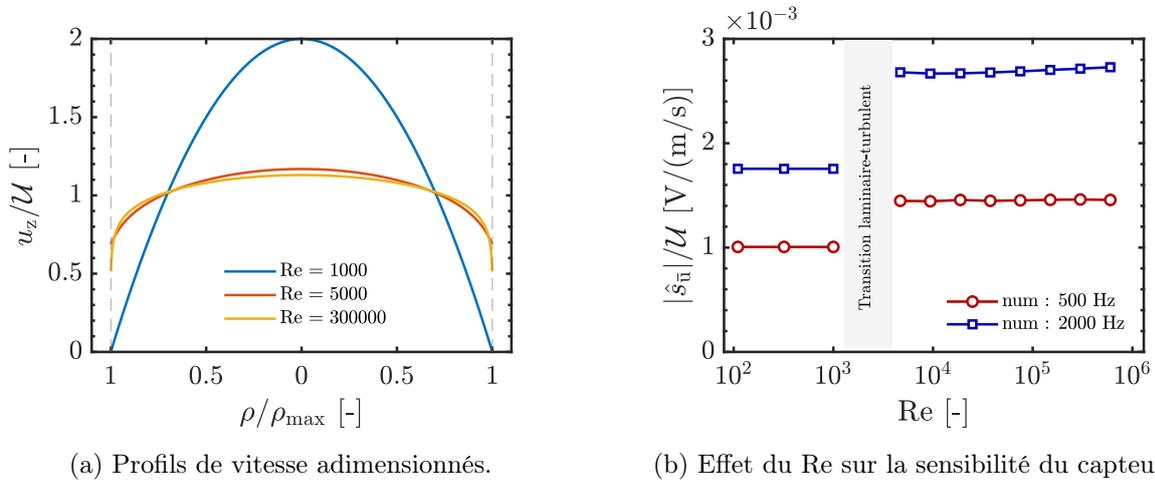


FIGURE 6.3: (a) Profils de vitesse adimensionnés par la vitesse débitante  $\mathcal{U}$  calculés pour différents nombres de Reynolds. Le profil laminaire se distingue des profils turbulents qui évoluent assez peu en fonction du nombre de Reynolds. (b) Sensibilité de l'ECFM (fém induite par unité de vitesse débitante) en fonction du nombre de Reynolds. L'influence de la forme du profil se traduit par un saut à la transition laminaire-turbulent.

### 6.2.3 Résultats

#### Mesures de références : débit, pression et température

Les expériences d'écoulements monophasiques sont réalisées pour différents débits de galinstan. La figure 6.4a présente les mesures enregistrées par le débitmètre électromagnétique (DEM) de référence lors de six expériences différentes avec des débits moyens variant de 0.26 à 1.72 m<sup>3</sup>/h. Le débit est réglé en faisant varier la vitesse de rotation de la pompe et/ou en fermant plus ou moins les vannes placées en série dans la boucle ou dans la dérivation. Lors de l'utilisation de la pompe, l'échauffement du galinstan par la dissipation des courants électriques induits par la rotation des aimants est mesuré à l'aide du capteur de température placé en aval du débitmètre de référence. La figure 6.4b montre l'évolution de la température du galinstan (et de sa dérivée) mesurée lorsque le débit est augmenté successivement uniquement en changeant la vitesse de rotation de la pompe. De courts arrêts, non illustrés sur la figure, sont parfois réalisés pour faire redescendre la température du galinstan. Cela permet d'éviter de dépasser les températures limites de fonctionnement des composants de la boucle mais aussi d'éviter de trop grandes variations de la conductivité électrique du liquide. La vitesse à laquelle la température du galinstan augmente s'accroît avec la vitesse de rotation des disques de la pompe électromagnétique.

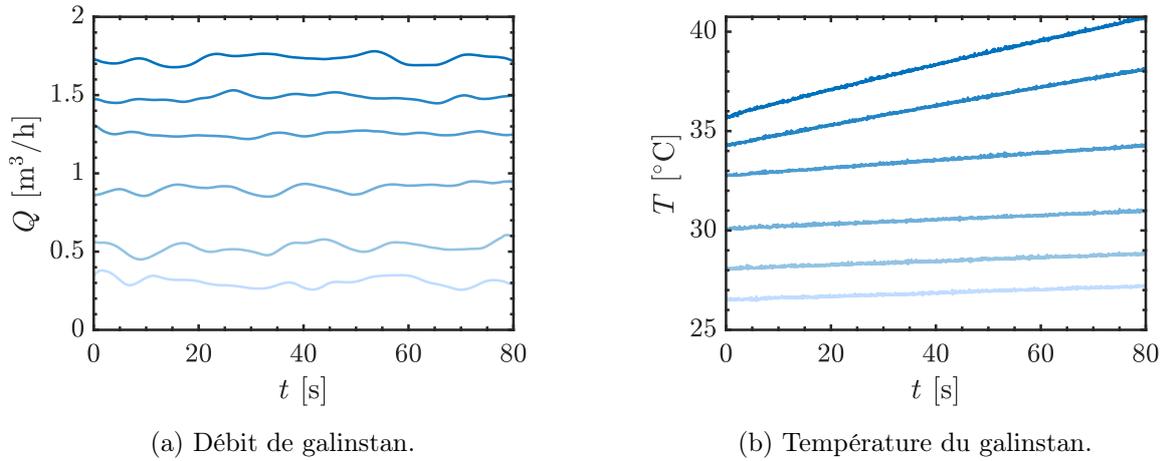


FIGURE 6.4: (a) Évolution du débit de galinstan dans la boucle expérimentale pour six tests différents correspondant à six débits moyens différents. (b) Évolution de la température correspondante au cours du test. Dans ces deux figures, les courbes de couleurs identiques décrivent la même expérience.

Les débits volumiques de galinstan typiquement obtenus dans la boucle expérimentale sont présentés dans le tableau 6.2 avec les vitesses débitantes et les nombres de Reynolds correspondants. Le nombre de Reynolds dans la boucle expérimentale dépasse toujours 8000 et l'écoulement dans la boucle sera considéré turbulent.

TABLEAU 6.2: Correspondance entre les vitesses débitantes, les nombre de Reynolds et les débits volumiques typiquement obtenus dans les expériences d'écoulements monophasiques avec le galinstan.

$\mathcal{U}$ [m/s]	Re [-]	$Q$ [m <sup>3</sup> /h]
0.05	8300	0.1
0.26	41600	0.5
0.52	83000	1.0
1.30	208000	2.5

### Mesures avec l'ECFM

Les mesures de débit réalisées avec l'ECFM en écoulement monophasique ont été effectuées sur une période d'une minute lorsque le débit de référence est approximativement constant. Les mesures de la différence de tension entre les bobines secondaires de l'ECFM contiennent à la fois l'amplitude et la phase du signal total, qui sont notées sous forme complexe. Ce signal est constitué, une fois démodulé et filtré : du bruit ambiant, noté  $\hat{s}_n$  et dont la moyenne temporelle est nulle, d'un *offset* lié à la géométrie des bobines  $\hat{s}_0$  ainsi que du signal induit par l'écoulement  $\hat{s}_u$ . Cette décomposition s'écrit, à un instant  $t$  :

$$\hat{s}(t) = \hat{s}_1(t) - \hat{s}_2(t) = \hat{s}_n(t) + \hat{s}_0(t) + \hat{s}_u(t). \quad (6.10)$$

Le signal induit par un écoulement turbulent étant fluctuant dans le temps, le signal mesuré par l'ECFM peut être décomposé en une composante moyenne et une composante fluctuante dont la moyenne est nulle :

$$\hat{s}_u = \overline{\hat{s}_u} + \hat{s}'_u \quad \text{tel que} \quad \overline{\hat{s}'_u} = 0. \quad (6.11)$$

Dans la relation (6.11), le signal  $\overline{\hat{s}_u}$  ne correspond pas nécessairement au signal qui serait induit par l'écoulement moyen en raison de la présence du terme en  $\mathbf{u}' \times (\nabla \times \mathbf{A}')$  dans l'équation (6.4).

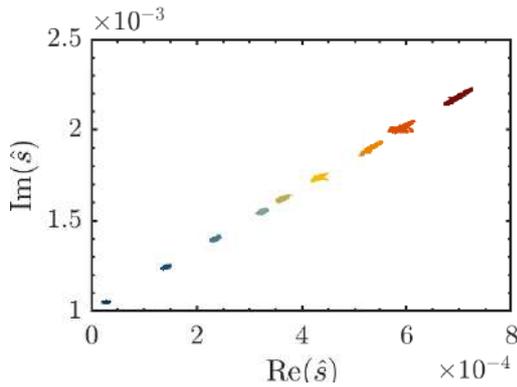
La décomposition du signal mesuré par l'ECFM en présence d'un écoulement monophasique turbulent s'écrit alors :

$$\hat{s} = \hat{s}_n + \hat{s}_0 + \overline{\hat{s}_u} + \hat{s}'_u. \quad (6.12)$$

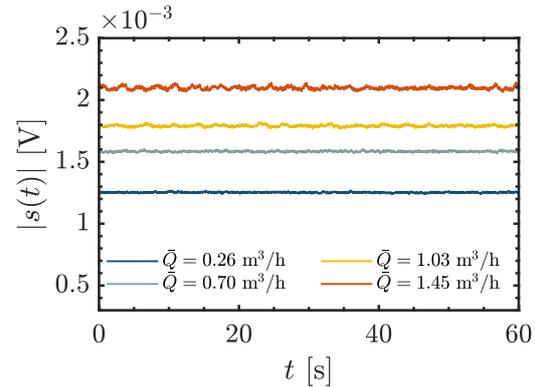
Si la conductivité électrique du galinstan est constante pendant la mesure, alors la composante géométrique du signal est constante :  $\overline{\hat{s}_0} = \hat{s}_0$ . De plus, puisque le bruit et les fluctuations de l'écoulement sont de moyenne nulle, alors la moyenne temporelle du signal complexe devient :

$$\overline{\hat{s}} = \hat{s}_0 + \overline{\hat{s}_u}. \quad (6.13)$$

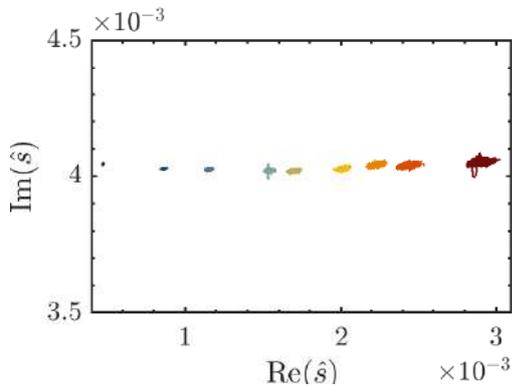
La figure 6.5 présente les signaux bruts  $\hat{s}(t)$  mesurés expérimentalement pour 9 débits différents allant de 0 à 1.72 m<sup>3</sup>/h et pour deux acquisitions réalisées à 500 et à 2000 Hz. Ces signaux sont d'abord présentés dans le plan complexe, sur toute la durée de l'acquisition, résultant graphiquement en plusieurs nuages de points (figures 6.5a et 6.5c). L'amplitude de ces signaux bruts est ensuite tracée en fonction du temps dans les figures 6.5b et 6.5d. Lorsque la vitesse débitante est nulle, le nuage de points dans le plan complexe est centré sur la composante géométrique du signal  $\hat{s}_0$  et les seules perturbations sont dues au bruit électromagnétique  $\hat{s}_n$  (la pompe est maintenue allumée mais la totalité du débit circule à travers le *bypass*).



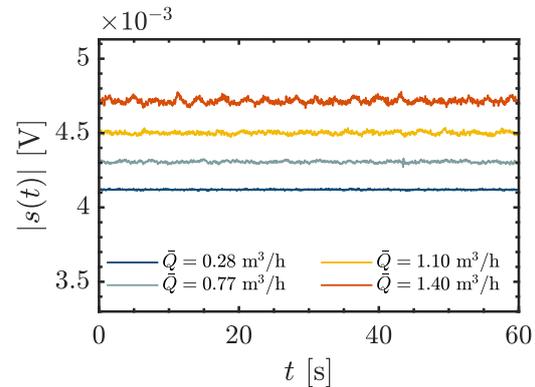
(a) Signaux complexes à 500 Hz.



(b) Évolution des amplitudes à 500 Hz.



(c) Signaux complexes à 2000 Hz.



(d) Évolution des amplitudes à 2000 Hz.

FIGURE 6.5: (a) Signaux bruts  $\hat{s}(t)$  dans le plan complexe à 500 Hz pour des débits de galinstan de 0.00, 0.26, 0.48, 0.70, 0.84, 1.03, 1.27, 1.45 et 1.72 m<sup>3</sup>/h. (b) Évolution de l'amplitude du signal brut  $|\hat{s}(t)|$  à 500 Hz en fonction du temps pour quatre mesures de débit. (c) Signaux bruts  $\hat{s}(t)$  dans le plan complexe à 2000 Hz pour des débits de galinstan de 0.00, 0.28, 0.48, 0.77, 0.87, 1.10, 1.27, 1.40 et 1.72 m<sup>3</sup>/h. (d) Évolution de l'amplitude du signal brut  $|\hat{s}(t)|$  à 2000 Hz en fonction du temps pour quatre mesures de débit.

La composante  $\hat{s}_0$  est une fonction du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  et diffère entre les expériences à 500 Hz et à 2000 Hz. Lorsque le débit de galinstan augmente dans la section de l'ECFM, la figure 6.5 montre que le signal est translaté dans le plan complexe d'une valeur moyenne  $\overline{\hat{s}_u}$ . Cette translation du signal moyen dans le plan complexe se fait dans une direction constante pour tous les débits, ce qui valide l'observation de Guichou selon laquelle la phase du signal  $\overline{\hat{s}_u}$  ne dépend pas de la vitesse débitante. Les fluctuations autour des nouvelles coordonnées moyennes  $\overline{\hat{s}}$  sont la superposition à la fois du bruit électromagnétique  $\hat{s}_n$  et aussi des fluctuations de l'écoulement  $\hat{s}'_u$ . Pour les expériences où le débit dépasse environ 1.3 m<sup>3</sup>/h, les fluctuations liées à l'écoulement dominent le bruit électromagnétique. Ces fluctuations se produisent dans une direction privilégiée du plan complexe, qui est aussi la direction du signal  $\overline{\hat{s}_u}$  et leur amplitude augmente avec le débit.

Les mesures présentées dans la figure 6.5 sont moyennées sur la durée de l'expérience et comparées aux résultats issus de la modélisation par la méthode des éléments finis. Les paramètres physiques de l'ECFM modélisé numériquement sont ajustés sur l'ECFM réalisé expérimentalement à partir d'une mesure de l'inductance selon la méthode discutée dans le chapitre 5. La composante liée à la géométrie des bobines est connue grâce à une mesure effectuée avec un débit nul et est retranchée au signal moyenné pour obtenir la composante moyenne du signal induit par l'écoulement turbulent  $\overline{\hat{s}_u}$ . La figure 6.6 montre la relation entre l'amplitude et la phase de ce signal en fonction de la vitesse débitante dans la conduite. Les courbes pleines correspondent aux résultats de la simulation numérique tandis que les marqueurs illustrent la relation entre le signal mesuré par l'ECFM et la vitesse débitante moyenne donnée par le débitmètre. La linéarité entre l'amplitude du signal et le débit est très bien vérifiée, tout comme l'invariance de la phase du signal. L'erreur relative sur l'amplitude du signal entre les données expérimentales et la modélisation avec le modèle  $k - \varepsilon$  est inférieure à 4% pour les résultats à 500 Hz et inférieure à 2% pour les résultats à 2000 Hz. L'écart sur la phase est inférieur à 0.9° sur toutes les mesures réalisées. L'accord entre les données expérimentales et les résultats des simulations suggèrent que l'influence du terme croisé  $\mathbf{u}' \times (\nabla \times \mathbf{A}')$  joue un rôle de second ordre sur le calcul de la fém moyenne dans les bobines secondaires de l'ECFM. Des simulations numériques ont aussi été réalisées avec des profils « piston » mais cette simplification entraîne une erreur relative avec les données expérimentales supérieure à 10% sur la prédiction de l'amplitude  $|\overline{\hat{s}_u}|$ .

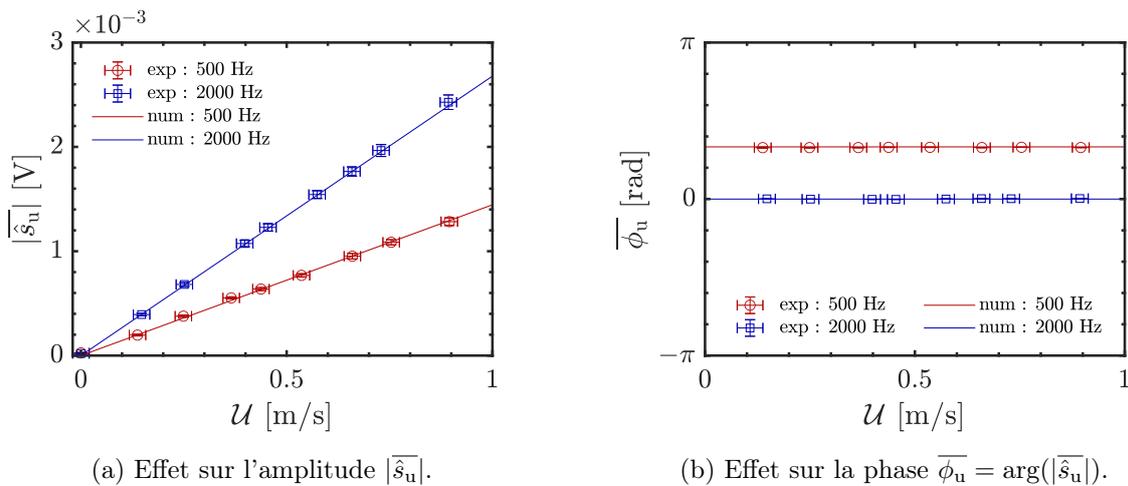


FIGURE 6.6: Effet de la vitesse moyenne d'un écoulement de galinstan : (a) sur l'amplitude  $|\overline{\hat{s}_u}|$  et (b) sur la phase  $\overline{\phi_u}$  du signal induit par l'écoulement moyen à 500 et à 2000 Hz. La procédure d'étalonnage consistant à soustraire la composante  $\hat{s}_0$  a été effectuée. Les mesures expérimentales sont représentées par les marqueurs et les résultats des simulations par les lignes.

L'évolution des fluctuations du signal avec le débit de galinstan peut être quantifiée en calculant l'écart-type de l'amplitude signal  $|\hat{s}_u|$ . La figure 6.7 indique l'évolution de l'écart-type en fonction de la vitesse débitante pour les expériences effectuées à 500 et à 2000 Hz. L'écart-type contient aussi les fluctuations liées au bruit mais ces dernières deviennent rapidement négligeables devant les fluctuations induites par l'écoulement dès que la vitesse débitante augmente. Une augmentation de l'écart-type avec la vitesse débitante apparaît pour les deux fréquences étudiées. Comprendre l'origine de ces fluctuations et les caractériser sur un échantillon plus grand d'essais expérimentaux pourrait permettre d'utiliser ces informations pour déterminer certaines caractéristiques de l'écoulement (par exemple le nombre de Reynolds). Ces fluctuations donnent aussi une indication sur le bruit que représente le signal induit par les fluctuations de l'écoulement lorsque l'ECFM est utilisé pour la détection de bulles. La détection des bulles produisant un signal d'amplitude proche des écarts-types observés dans la figure 6.7 sera limitée et le rapport signal/bruit sera d'autant plus dégradé que la vitesse débitante est grande. Un choix de fréquence optimale permettant de maximiser le rapport signal/bruit comme l'a présenté Nakamoto serait alors nécessaire [51].

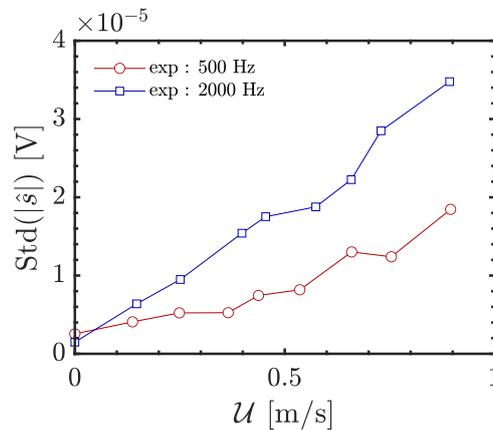


FIGURE 6.7: Écart-types de l'amplitude du signal total mesuré par l'ECFM en fonction de la vitesse débitante du galinstan pour les expériences réalisées à 500 et à 2000 Hz. Les fluctuations du signal sont induites à la fois par le bruit électromagnétique et par l'écoulement turbulent.

## 6.3 Expériences en écoulements diphasiques

Le signal induit par l'écoulement et ses fluctuations a été caractérisé dans la section précédente. Un système d'injection de trains de bulles est maintenant mis en place sur la boucle expérimentale afin de vérifier si l'ECFM est capable de réaliser la détection de bulles dans l'environnement plus bruité d'un écoulement turbulent de galinstan.

### 6.3.1 Montage expérimental

La figure 6.1 qui présente le schéma du montage expérimental illustre aussi les différents éléments ajoutés à la boucle pour réaliser l'injection de bulles et les mesures associées. Un injecteur de bulles est réalisé à partir d'un manchon fabriqué par impression 3D dans lequel est vissé une tige creuse surmontée d'un fin capillaire par lequel les bulles sont injectées (figure 6.8a). Cet injecteur peut être placé à différentes positions en amont de l'ECFM. Les capillaires correspondent aux aiguilles Nordson Optimum présentées dans le chapitre 5, consistant en une buse en plastique coloré surmontée d'un capillaire en acier inoxydable dont le diamètre peut être modifié. Le débit d'argon et sa pression d'injection peuvent être contrôlés à l'aide de plusieurs appareils

électroniques de Bronkhorst : un premier régulateur de débit EL-FLOW F-200-CV pour les débits de gaz allant de 0.02 à 6.00 ml<sub>n</sub>/min, un second régulateur EL-FLOW F-201-CV pour les débits allant de 5.4 à 300 ml<sub>n</sub>/min et un régulateur de pression EL-PRESS P-502-C pour les pressions allant de 1.6 à 6.0 bars. Le procédé d'injection des bulles est similaire à ce qui a été réalisé précédemment dans la colonne de galinstan statique.

Pour que la mesure de référence du débitmètre gaz puisse être comparée aux volumes mesurés avec l'ECFM, il est nécessaire de connaître à tout moment la quantité de gaz qui traverse la section d'essai. Si les bulles, une fois injectées et après leur premier passage à travers l'ECFM, reviennent dans la section, alors la comparaison ne peut pas avoir lieu. Pour cela, un piège à bulle a été réalisé afin d'éviter que les bulles ne fassent un tour complet de la boucle et ne repassent dans l'ECFM une seconde fois. Le principe de fonctionnement du piège à bulle est double. D'abord, il contient un volume de 1.5 L de galinstan pour une section de 80 cm<sup>2</sup> qui permet de réduire la vitesse débitante du galinstan et laisse les bulles remonter sous l'effet de la force de flottabilité (figure 6.8b). De plus, le fluide est mis en rotation dans le piège à bulle grâce à une entrée déportée sur le coté du réservoir cylindrique, ce qui regroupe les bulles au centre du réservoir par effet centrifuge (figure 6.8c). Un tube est disposé au centre du piège pour laisser les bulles remonter vers le haut du montage expérimental où le gaz est alors envoyé vers l'atmosphère. Un vase d'expansion est ajouté au montage expérimental pour compenser les élévations de niveau du galinstan engendrées par les injections de gaz dans le montage expérimental.

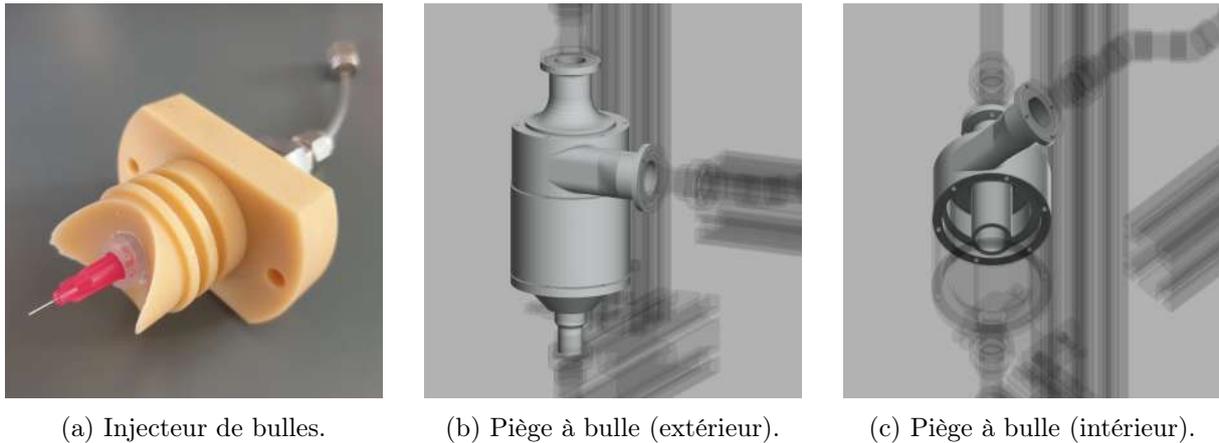


FIGURE 6.8: (a) Photographie de l'injecteur de bulles pour la boucle expérimentale de circulation de galinstan (manchon polymère, tige et capillaire en acier inoxydable). (b) Vue schématique extérieur en 3D du piège à bulle positionné sur la boucle pour éviter que des bulles ne passent plusieurs fois à travers la section de l'ECFM. (c) Vue schématique intérieur en 3D du piège à bulle montrant la structure permettant de regrouper les bulles au centre du réservoir pour les faire coalescer et remonter vers l'atmosphère. Schémas : Alexandre Brenner.

### 6.3.2 Résultats

Des mesures de la différence de tension  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  ont été réalisées lorsqu'un train de bulles traverse l'ECFM dans un écoulement turbulent. Ces mesures contiennent l'amplitude et la phase du signal total, qui sont notées sous forme complexe et qui sont constituées : du bruit ambiant, noté  $\hat{s}_n$  et dont la moyenne temporelle est nulle, d'un *offset* lié à la géométrie des bobines  $\hat{s}_0$ , du signal moyen induit par l'écoulement turbulent  $\hat{s}_u$ , des fluctuations du signal induit par l'écoulement  $\hat{s}'_u$  ainsi que du signal induit par le passage d'une bulle  $\hat{s}_\alpha$ . Cette décomposition s'écrit :

$$\hat{s} = \hat{s}_n + \hat{s}_0 + \overline{\hat{s}_u} + \hat{s}'_u + \hat{s}_\alpha. \quad (6.14)$$

Dans cette décomposition, l'hypothèse que la présence des bulles n'influence pas les signaux induits par l'écoulement turbulent est faite pour les faibles taux de vide ( $\alpha < 4\%$ ) et les faibles nombres de Reynolds magnétique ( $R_m \ll 1$ ) [29]. Dans ces conditions, le sillage induit par le passage d'une bulle perturbe peu l'écoulement turbulent.

Les expériences de passage de trains de bulles dans un écoulement de galinstan sont réalisées selon la méthodologie suivante : la vitesse de rotation de la pompe est sélectionnée en fonction du débit de galinstan que l'on souhaite imposer pour le test en question. La vanne qui est placée en série avec l'ECFM est fermée de façon à faire passer tout le débit dans la dérivation et ainsi faire une première mesure avec l'ECFM sans débit et sans bulle. Cette vanne est ensuite ouverte pour effectuer une mesure avec l'écoulement de galinstan mais toujours sans bulle. Puis la troisième mesure est réalisée lorsque des trains de bulles sont injectés. Un exemple de ces trois signaux bruts obtenus selon ce protocole est illustré sur la figure 6.9 pour un écoulement de galinstan dont la vitesse débitante vaut  $U = 0.4$  m/s ( $Re = 66400$ ), à 4000 Hz, et avec un débit de gaz constant fixé à 6.0 ml<sub>n</sub>/min. Les trois signaux sont tracés dans le plan complexe sur la figure 6.9a, ce qui permet d'observer l'*offset* du signal en l'absence de bulle et d'écoulement (en bleu), la translation dans le plan complexe du signal lorsqu'il y a un écoulement (en jaune) et le signal à la fois translaté et perturbé par la passage successif des bulles (en vert). L'amplitude de ces signaux en fonction du temps est tracée dans la figure 6.9b.

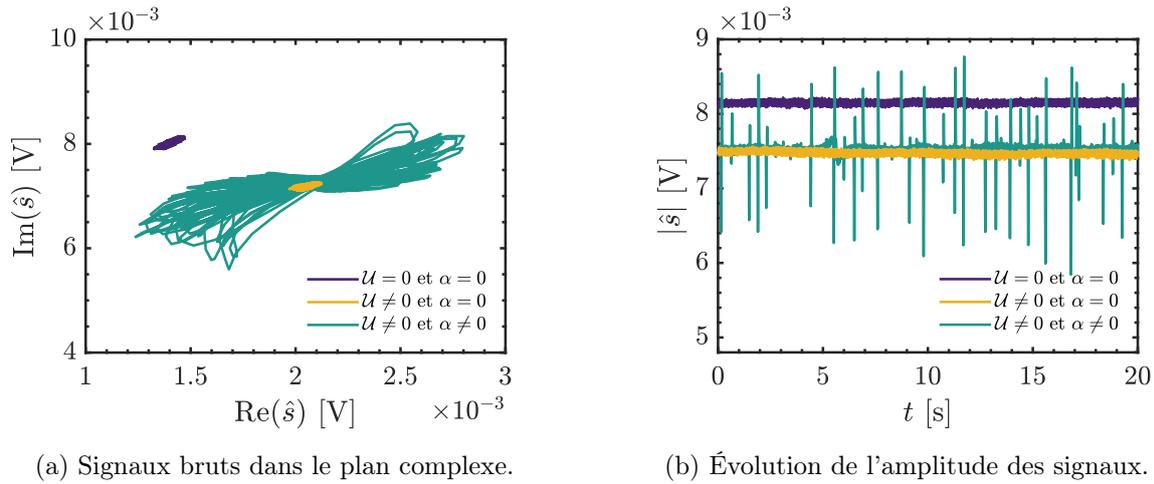


FIGURE 6.9: (a) Signaux bruts  $\hat{s}(t)$  dans le plan complexe à 4000 Hz pour les expériences sans écoulement ni bulles, avec écoulement sans bulle et avec écoulement et bulles. (b) Évolution de l'amplitude du signal brut  $|\hat{s}(t)|$  à 4000 Hz en fonction du temps pour les trois expériences réalisées. La vitesse débitante du galinstan vaut 0.4 m/s et le débit d'injection d'argon sous forme de bulles vaut 6.0 ml<sub>n</sub>/min.

À partir du signal mesuré pendant l'injection d'un train de bulles dans l'écoulement de galinstan, la moyenne temporelle est effectuée pour soustraire la composante  $\bar{\hat{s}} = \hat{s}_0 + \bar{\hat{s}}_u$  du signal total. L'amplitude du signal restant, qui contient les fluctuations induites par le bruit électromagnétique, l'écoulement turbulent et le passage des bulles, est tracée dans la figure 6.10. Dans la configuration étudiée, le tracé des signaux dans le plan complexe indique que les amplitudes de ces différentes fluctuations vérifient, au niveau des pics d'amplitude de  $\hat{s}_\alpha$  :

$$|\hat{s}_n| \ll |\hat{s}_\alpha| \quad \text{et} \quad |\hat{s}'_u| \ll |\hat{s}_\alpha|. \quad (6.15)$$

Si les fluctuations induites par le bruit et par l'écoulement sont négligeables, alors le rapport signal sur bruit est suffisamment élevé pour appliquer directement la méthode inverse à ce signal, sans autre traitement que le retrait de la valeur complexe moyenne. Le diamètre et la position radiale des bulles sont estimés pour le test illustré sur la figure 6.9 à partir des résultats obtenus par la

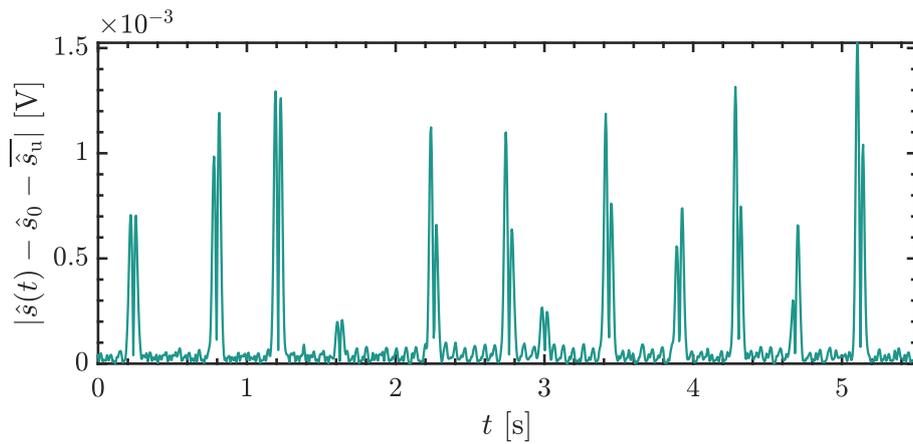


FIGURE 6.10: Amplitude du signal associé au passage de 12 bulles dans la section de l'ECFM. Ce signal contient aussi les fluctuations induites par le bruit électromagnétique et par l'écoulement. La méthode inverse est appliquée aux doubles pics caractéristiques sans autre traitement.

méthode des éléments finis dans le cas d'une inclusion sphérique en mouvement dans un fluide au repos. Les distributions des diamètres et des positions radiales pour les 43 bulles détectées sont présentées dans la figure 6.11. La distribution des diamètres est centrée sur un diamètre moyen  $\bar{d}_b = 3.34$  mm tandis que la distribution de la position radiale des bulles montre que la plupart des bulles sont localisées à proximité de la paroi de la conduite. Ce résultat est en accord avec les observations de la littérature pour l'ascension des bulles d'air dans l'eau comme l'indique la distribution radiale des bulles dans les écoulements ascendants présentés dans le chapitre 3. La masse totale d'argon qui a traversé l'ECFM pendant la durée du test est obtenue en sommant le volume de chacune des bulles détectées et en appliquant une correction de la pression du gaz à partir du capteur de pression et de la pression hydrostatique dans la conduite donnée par l'équation (5.4). Ce calcul donne une masse de 8.5 mg contre une valeur de référence donnée par le débitmètre d'argon de 10.7 mg, soit un écart relatif d'environ 20%. L'une des causes de cet écart est la diminution du rapport signal/bruit engendré par l'écoulement et le bruit électromagnétique. Ces résultats montrent que l'ECFM permet à la fois de d'estimer le volume de gaz qui traverse sa section sous la forme de bulles isolées mais aussi d'étudier les distributions radiales des bulles dans un écoulement de métal liquide.

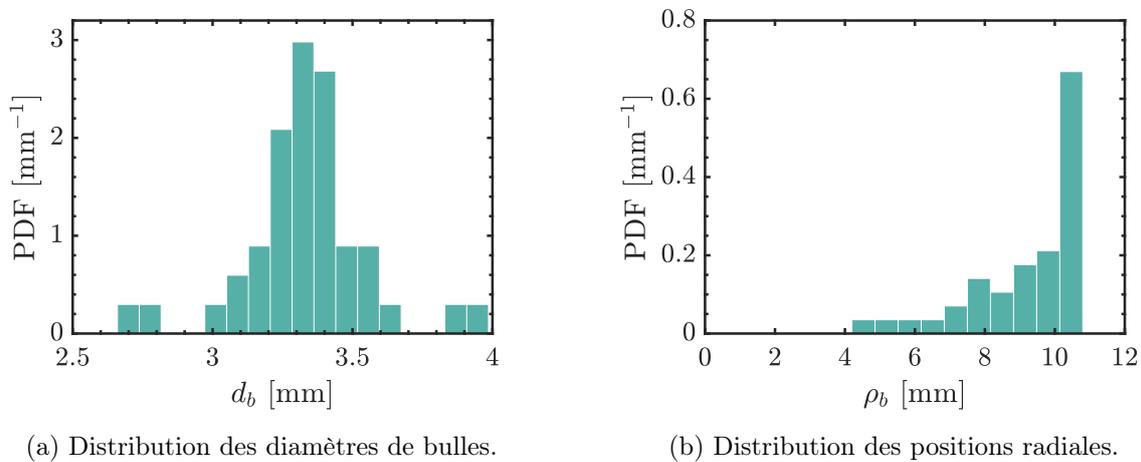


FIGURE 6.11: Fonctions de densités de probabilité (PDF) : (a) des diamètres et (b) des positions radiales des bulles pour une vitesse débitante du galinstan de 0.4 m/s et un débit d'injection d'argon de 6.0 ml<sub>n</sub>/min. Ces grandeurs sont obtenues par la méthode inverse basée sur les simulations numériques.

## 6.4 Conclusion

Ce chapitre a introduit le dispositif expérimental monté et exploité au cours de la thèse afin d'étudier la réponse d'un ECFM à un écoulement diphasique de métal liquide. Des premières expériences ont été réalisées avec un écoulement monophasique de galinstan de débit variable. Les expériences suivantes ont été réalisées en injectant des trains de bulles d'argon dans ces écoulements. À partir de ces expériences, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Les expériences monophasiques ont permis de mesurer avec précision le débit de métal liquide avec l'ECFM. Une très bonne correspondance est obtenue entre les relations signal/débit calculées par la simulation numérique pour un profil moyen et les mesures expérimentales effectuées avec l'ECFM et le débitmètre de référence. La linéarité de l'amplitude du signal et l'indépendance de la phase avec la vitesse sont vérifiées avec une très bonne précision. En régime turbulent, la forme du profil influence très peu la sensibilité de l'ECFM au débit de galinstan.
- Il est possible d'observer les fluctuations engendrées dans le signal par l'écoulement turbulent et leur dépendance avec la vitesse du liquide. Dans les situations où le bruit électromagnétique est faible, ces fluctuations constituent, en plus des valeurs moyennes, une nouvelle information exploitable pour déterminer les caractéristiques de l'écoulement.
- Les expériences diphasiques permettent d'injecter des trains de bulles dans un écoulement tout en évitant un retour des bulles après leur premier passage dans la section de l'ECFM. Ces expériences valident la séparation du signal en différentes composantes ayant des causes distinctes (bruit, géométrie, écoulement moyen, fluctuations turbulentes et bulles).
- Lorsque les fluctuations du signal dues au bruit électromagnétique et à l'écoulement turbulent sont petites devant les pics d'amplitude engendrés par le passage des bulles, il est possible d'appliquer la méthode inverse au signal en lui ôtant seulement sa valeur moyenne. La méthode inverse permet alors de déterminer la position radiale et le diamètre de chacune des bulles du train de bulles et de calculer les densités de probabilité associées.



## Chapitre 7

# Influence d'un grand nombre de bulles

*Ce chapitre présente une méthode permettant de calculer le signal généré par le passage de plusieurs inclusions dans la section de l'ECFM à partir du modèle analytique développé précédemment. La validité de cette méthode est démontrée pour les faibles taux de vide. Le modèle analytique permet d'évaluer l'influence du taux de vide, des diamètres et des positions des inclusions sur le signal. De nouvelles géométries d'ECFM sont introduites pour améliorer le rapport signal sur bruit lors d'une mesure du taux de vide. Enfin, un premier développement de méthode inverse permettant de déterminer le taux de vide dans un écoulement diphasique est présenté.*

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>128</b>
<b>7.2</b>	<b>Hypothèse de superposition et domaine de validité</b>	<b>128</b>
<b>7.3</b>	<b>Adaptation de l'ECFM à la détection du vide</b>	<b>134</b>
7.3.1	Sommer les fém des deux bobines secondaires	134
<b>7.4</b>	<b>Calcul des signaux induits par de nombreuses inclusions</b>	<b>140</b>
7.4.1	Méthode de construction des signaux	140
7.4.2	$S_1 - S_2$ : Influence du taux de vide lors d'une mesure de débit	143
7.4.3	$S_1 + S_2$ : Vers une mesure du taux de vide en régime dilué	144
<b>7.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>150</b>

---

## 7.1 Introduction

Lorsqu'une ou plusieurs bulles passent à travers la section d'un ECFM, cela modifie la distribution des courants de Foucault et du champ magnétique dans le métal liquide. Le passage d'une seule bulle dans un ECFM produit une perturbation du signal qui a été caractérisée dans les chapitres précédents. Lorsque de nombreuses bulles sont présentes, le signal est déterminé par l'effet collectif des bulles sur le champ électromagnétique. Ce chapitre présente une modélisation du signal de l'ECFM lorsque celui-ci est traversé par un grand nombre de bulles. L'objectif est d'utiliser cette modélisation pour tenter d'établir une corrélation entre le taux de vide dans un écoulement diphasique de métal liquide et le signal mesuré par l'ECFM.

Bien que la méthode des éléments finis permette de calculer la réponse pour n'importe quelle configuration d'écoulement diphasique, les coûts des calculs associés sont lourds. Cette méthode ne permet pas d'effectuer un grand nombre de simulations pour comprendre l'influence des tailles, des distributions radiales des bulles, de la fréquence ou encore du taux de vide. Toutefois, lorsque le taux de vide est suffisamment faible, l'interaction entre les bulles devient négligeable et la perturbation totale du signal peut être estimée en sommant les perturbations individuelles de chaque bulle. Cependant, l'effet des bulles sur l'amplitude du signal mesuré par un ECFM reste généralement faible par rapport à l'effet de l'écoulement lui-même. Afin d'augmenter la sensibilité du capteur à la présence des bulles tout en réduisant sa sensibilité aux fluctuations de vitesse et à la vitesse moyenne (qui perturbent le signal généré par le passage des bulles), d'autres géométries d'ECFM sont envisagées.

La section 7.2 détaille l'hypothèse de superposition des perturbations générées par chacune des inclusions présentes dans la section de l'ECFM ainsi que son domaine de validité. Dans la section 7.3, des géométries et des utilisations différentes de l'ECFM qui promettent une meilleure sensibilité au taux de vide sont présentées. Les premiers résultats permettant de relier le taux de vide au signal induit dans l'ECFM sont introduits dans la section 7.4. Enfin, les conclusions de ce chapitre sont exposées dans la section 7.5.

## 7.2 Hypothèse de superposition et domaine de validité

Chaque inclusion présente dans la section d'un ECFM perturbe les courants de Foucault induits dans le métal liquide, ce qui affecte le flux du champ magnétique à travers les bobines secondaires. Afin d'observer l'influence de chaque inclusion, il est possible de comparer la distribution des courants de Foucault dans le métal liquide en l'absence et en présence d'inclusions. La figure 7.1 montre une vue en coupe de la distribution des courants électriques dans la section d'un ECFM à 4000 Hz. Ces résultats proviennent d'une simulation en trois dimensions comprenant trois inclusions de tailles et de positions différentes dont les centres sont dans le même plan. La simulation a été réalisée à l'aide de la méthode des éléments finis, selon la méthodologie présentée dans le chapitre 4. La figure 7.1 met aussi en évidence les zones d'influence des inclusions en comparant les courants induits en présence des inclusions aux courants induits en l'absence des inclusions. Dans cette figure, il apparaît que les régions où les courants de Foucault sont significativement perturbés (avec une variation de 10% ou plus par rapport au champ non perturbé) sont confinées à environ deux diamètres du centre des inclusions dans lesquelles les courants induits sont nuls. La perturbation du champ magnétique induite par chaque inclusion ne dépend pas, dans la situation de la figure 7.1, de la présence des autres inclusions dans la conduite. À partir de cette observation, la réponse de l'ECFM a été calculée dans trois autres situations distinctes : trois simulations ont été réalisées où chaque inclusion illustrée dans la figure 7.1 est seule dans l'ECFM.

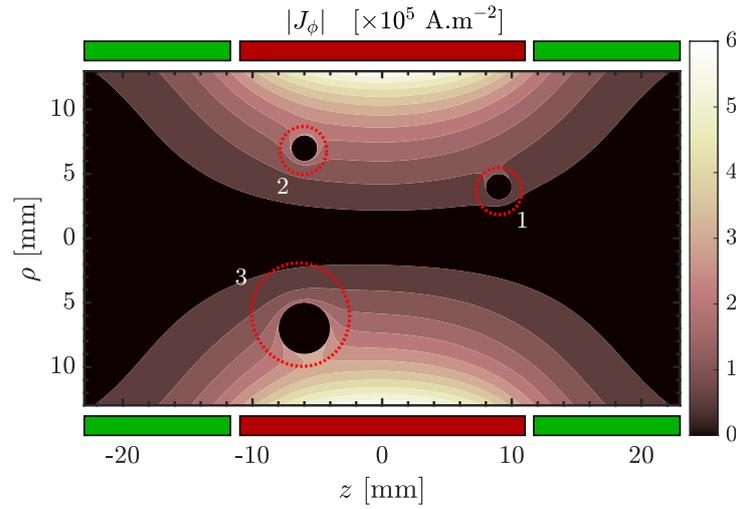


FIGURE 7.1: Distribution perturbée de la densité de courant pour trois inclusions sphériques dont le centre est placé dans le même plan ( $d_{b,1} = 2$  mm,  $\rho_{b,1} = 4$  mm,  $z_{b,1} = 9$  mm,  $d_{b,2} = 2$  mm,  $\rho_{b,2} = 7$  mm,  $z_{b,2} = -6$  mm,  $d_{b,3} = 4$  mm,  $\rho_{b,3} = 7$  mm,  $z_{b,3} = -6$  mm). La simulation est effectuée à 4000 Hz, soit  $S_\omega \approx 18.5$ . (.....) : zones présentant des variations de 10% ou plus sur les courants  $J_\phi$  par rapport au champ non perturbé. Dans les inclusions,  $J_\phi = 0$  A.m<sup>-2</sup>. ■ Bobine primaire ■ Bobines secondaires.

Les réponses individuelles de ces trois simulations à un instant donné ont ensuite été sommées, permettant ainsi de comparer la réponse générée par l'ensemble des inclusions avec la somme des réponses des inclusions prises individuellement. La figure 7.2 présente, dans le plan complexe, le signal de l'ECFM à un instant donné induit par chacune des inclusions représentées dans la figure 7.1, ainsi que le signal induit lorsque les trois inclusions sont présentes simultanément. On y trouve également la somme (vectorielle dans le plan complexe) des signaux associés aux inclusions prises individuellement. Ces signaux ont été calculés à deux fréquences différentes : à 700 et à 5000 Hz. Les simulations montrent l'erreur relative sur les composantes réelle et imaginaire entre les signaux obtenus par superposition et les signaux calculés avec toutes les inclusions est inférieure à 0.2% malgré les différentes épaisseurs de peau étudiées.

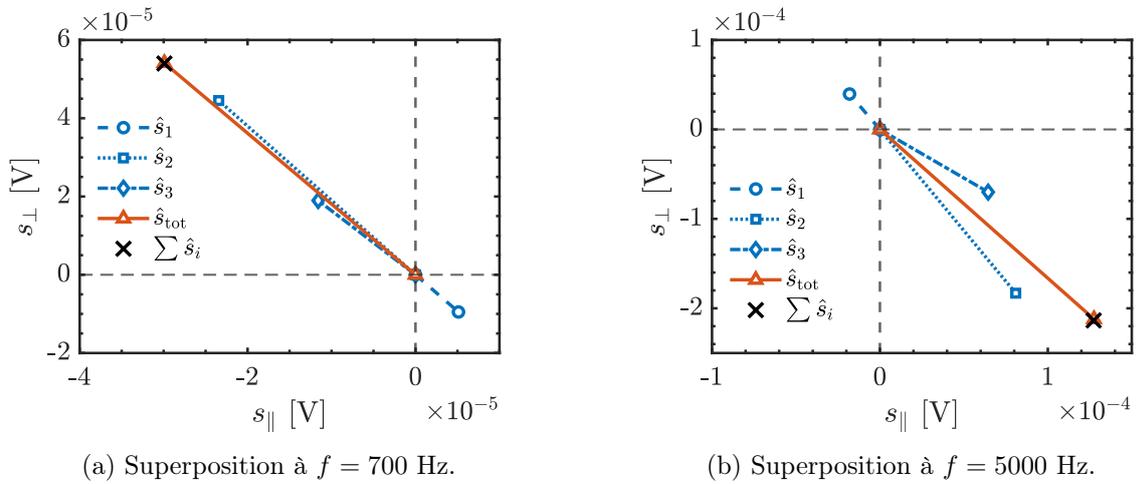
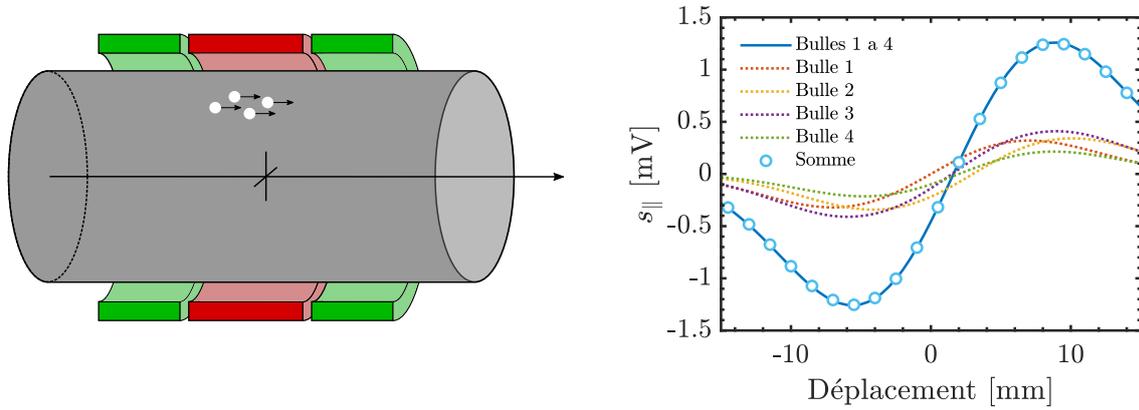


FIGURE 7.2: Coordonnées dans le plan complexe (composantes en phase et en quadrature de phase) du signal de l'ECFM pour trois inclusions seules dans l'ECFM ( $\hat{s}_1, \hat{s}_2, \hat{s}_3$ ), coordonnées du signal calculé lorsque les trois inclusions sont présentes simultanément dans la section de l'ECFM ( $\hat{s}_{tot}$ ) et coordonnées de la somme vectorielle des trois signaux associés aux inclusions isolées ( $\sum \hat{s}_i$ ) pour : (a)  $f = 700$  Hz et (b)  $f = 5000$  Hz.

Cette propriété de superposition est également vérifiée lors du passage de plusieurs petites inclusions proches qui sont translatées dans la section d'un ECFM. Quatre inclusions ayant un diamètre  $d_b = 1$  mm sont positionnées à des distances variant entre 2 à 4 mm entre leurs centres respectifs, comme l'illustre la figure 7.3a. Le signal induit dans l'ECFM est ensuite calculé le long de la trajectoire de ces inclusions. Cette procédure est répétée individuellement pour chaque inclusion. La figure 7.3b présente la comparaison entre la composante en phase obtenue par superposition des signaux individuels et la composante en phase obtenue par la simulation des quatre inclusions, en fonction du déplacement longitudinal du groupe d'inclusions dans la conduite. Une erreur relative inférieure à 0.7% est obtenue tout le long de la trajectoire.



(a) Groupe d'inclusion en mouvement.

(b) Superposition le long de la trajectoire.

FIGURE 7.3: (a) Schéma d'un groupe de quatre inclusions de diamètre  $d_b = 1$  mm en mouvement rectiligne uniforme dans la section de l'ECFM. (b) Composantes en phase des signaux associés aux quatre inclusions seules ainsi qu'à l'ensemble des inclusions et au signal obtenu par superposition.

Pour comprendre ce qui différencie d'une part le potentiel vecteur perturbé par l'ensemble des inclusions et d'autre part la somme des potentiels vecteurs perturbés par chacune des inclusions, l'équation (4.17), est réécrite dans trois situations. D'abord, le champ perturbé total  $\mathbf{A}_{\alpha_{tot}}$ , qui résulte de la présence de deux inclusions dans la section de l'ECFM, vérifie la relation :

$$\nabla^2 \mathbf{A}_{\alpha_{tot}} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_{tot}} = -\mathbb{1}_{b_{tot}} j \mathcal{S}_\omega (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_{\alpha_{tot}}), \quad (7.1)$$

où  $\mathbb{1}_{\sigma_0}$  est la fonction indicatrice associée à l'intérieur de la conduite et  $\mathbb{1}_{b_{tot}}$  est la fonction indicatrice associée au volume occupé par la totalité des inclusions, qui s'écrit  $\mathbb{1}_{b_{tot}} = \mathbb{1}_{b_1} + \mathbb{1}_{b_2}$  dans le cas de deux inclusions. Ensuite, les potentiels vecteurs perturbés par la présence d'une seule inclusion (inclusion 1 ou inclusion 2) s'écrivent :

$$\nabla^2 \mathbf{A}_{\alpha_1} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_1} = -\mathbb{1}_{b_1} j \mathcal{S}_\omega (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_{\alpha_1}), \quad (7.2)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}_{\alpha_2} - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_2} = -\mathbb{1}_{b_2} j \mathcal{S}_\omega (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_{\alpha_2}). \quad (7.3)$$

L'équation différentielle alors vérifiée par la somme des potentiels perturbés est obtenue en sommant les relations (7.2) et (7.3) et s'écrit :

$$\begin{aligned} \nabla^2 (\mathbf{A}_{\alpha_1} + \mathbf{A}_{\alpha_2}) - \mathbb{1}_{\sigma_0} j \mathcal{S}_\omega (\mathbf{A}_{\alpha_1} + \mathbf{A}_{\alpha_2}) = \\ -\mathbb{1}_{b_{tot}} j \mathcal{S}_\omega (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_{\alpha_1} + \mathbf{A}_{\alpha_2}) + \mathbb{1}_{b_1} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_2} + \mathbb{1}_{b_2} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_1}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

L'apparition des termes non-linéaires  $\mathbb{1}_{b_1} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_2}$  et  $\mathbb{1}_{b_2} j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_1}$  montre que les champs  $\mathbf{A}_{\alpha_{\text{tot}}}$  et  $(\mathbf{A}_{\alpha_1} + \mathbf{A}_{\alpha_2})$  vérifient des équations différentielles. Ces termes ont pour origine les interactions entre les inclusions dans la section de l'ECFM et traduisent la modification du champ magnétique qu'engendre la présence d'une première inclusion à la position d'une seconde inclusion. La linéarité est retrouvée lorsque chaque inclusion se trouve largement en dehors de toutes les zones d'influence des autres inclusions. Avec deux inclusions dans la conduite, la linéarité est vérifiée lorsque les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} |j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_2}| \ll |j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0| & \text{dans l'inclusion 1,} \\ |j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_{\alpha_1}| \ll |j \mathcal{S}_\omega \mathbf{A}_0| & \text{dans l'inclusion 2.} \end{cases} \quad (7.5)$$

Les champs  $\mathbf{A}_{\alpha_{\text{tot}}}$  et  $(\mathbf{A}_{\alpha_1} + \mathbf{A}_{\alpha_2})$  vérifient alors les mêmes équations différentielles. L'épaisseur de peau, qui caractérise la profondeur de pénétration du champ et des courants dans le milieu conducteur et le volume des inclusions, qui caractérise l'intensité de la perturbation du potentiel vecteur sont les paramètres qui contrôlent l'étendue des zones d'influence de chacune des inclusions. L'hypothèse de superposition des potentiels perturbés, et donc des réponses de l'ECFM sera d'autant plus valide que les inclusions sont petites et que le taux de vide dans la conduite est faible. Cette superposition des signaux induits pour un nombre de bulles ou d'inclusions  $N_b$  peut être exprimée pour les phaseurs associés à chaque signal sinusoïdal de la manière suivante :

$$\hat{s}_{\text{tot}}(t) = \sum_{i=1}^{N_b} \hat{s}_i(t) \Leftrightarrow S(t) e^{j\phi(t)} = \sum_{i=1}^{N_b} S_i(t) e^{j\phi_i(t)} \Leftrightarrow \begin{cases} s_{\parallel}(t) = \sum_{i=1}^{N_b} s_{\parallel,i}(t), \\ s_{\perp}(t) = \sum_{i=1}^{N_b} s_{\perp,i}(t). \end{cases} \quad (7.6)$$

Au-delà des exemples présentés dans les figures 7.2 et 7.3, il est souhaitable de vérifier plus généralement l'hypothèse de superposition et de déterminer dans quelles limites elle peut être appliquée. Pour vérifier cette hypothèse, des données de références sont d'abord obtenues en simulant, par la méthode des éléments finis, le signal induit par la présence d'une seule inclusion de diamètre fixé dans de nombreuses positions dans la conduite. Ces données de référence serviront ensuite à calculer les signaux par superposition. Ensuite, de nombreuses simulations sont réalisées avec un nombre d'inclusions  $N_b$  fixé et pour des inclusions ayant le même diamètre que celui des données de référence. Pour chacune de ces simulations, la comparaison est ensuite effectuée entre le signal calculé par la méthode des éléments finis en présence de toutes les inclusions et le signal calculé par la superposition des données pour les inclusions isolées, également obtenues par la méthode des éléments finis.

Dans les exemples qui suivent, le diamètre des inclusions est fixé à  $d_b = 2$  mm et la fréquence d'excitation de la bobine primaire est de 4000 Hz. Le nombre d'inclusions dans la section de l'ECFM varie entre 50 et 300 et un critère de distance minimale entre les inclusions supérieure à  $1.1 \times d_b$  permet d'éviter que les inclusions ne se chevauchent. Le taux de vide, calculé comme le rapport entre le volume occupé par les inclusions et le volume total de la conduite, varie entre 0.6% et 3.4%. Pour chaque taux de vide, 30 simulations sont réalisées. Au lieu de calculer l'évolution d'un seul ensemble d'inclusions le long d'une trajectoire rectiligne, les positions de toutes les inclusions sont tirées de manière aléatoire à chaque simulation selon une distribution homogène dans le volume du métal liquide. Cette approche permet de tester un plus grand nombre de configurations pour lesquelles les positions des inclusions sont peu corrélées d'une simulation à l'autre.

La figure 7.4a illustre l'accord obtenu entre l'amplitude du signal obtenu lors de la simulation de la totalité des inclusions (en abscisse) et le signal obtenu par superposition (en ordonnée). Toutes ces données sont obtenues sur des maillages d'environ 5 millions d'éléments qui permettent de garantir la convergence en maillage sur l'ensemble des simulations. Un très bon accord est obtenu puisque pour tous les taux de vide étudiés, chaque marqueur qui correspond à une simulation reste très proche de la ligne  $|\sum \hat{s}_i| = |\hat{s}_{\text{tot}}|$  qui indique l'équivalence entre les deux méthodes.

L'écart relatif moyen sur l'amplitude en fonction du nombre d'inclusions est quantifié sur la figure 7.4b en prenant comme référence les amplitudes obtenues par le calcul contenant toutes les inclusions. L'écart-type de ce décalage entre les deux méthodes pour les 30 simulations effectuées à chaque taux de vide est également indiqué par les barres d'erreur. Plus le taux de vide augmente, plus les configurations où les inclusions influencent leurs voisines deviennent probables et plus cette influence est grande. L'hypothèse de superposition est de moins en moins vérifiée et l'écart relatif entre les méthodes augmente avec le taux de vide. Cette influence reste néanmoins très faible puisque pour les paramètres choisis (4000 Hz et des inclusions de diamètre 2 mm distribuées uniformément), l'écart relatif moyen sur un échantillon de 30 configurations reste inférieur à 2.5% tant que le taux de vide est inférieur ou égal à 3.4%. Pour un taux de vide de 3.4%, la distance inter-particulaire moyenne qui sépare l'interface de deux inclusions de diamètre  $d_b = 2$  mm vaut environ 3.6 mm et reste supérieure au diamètre des inclusions.

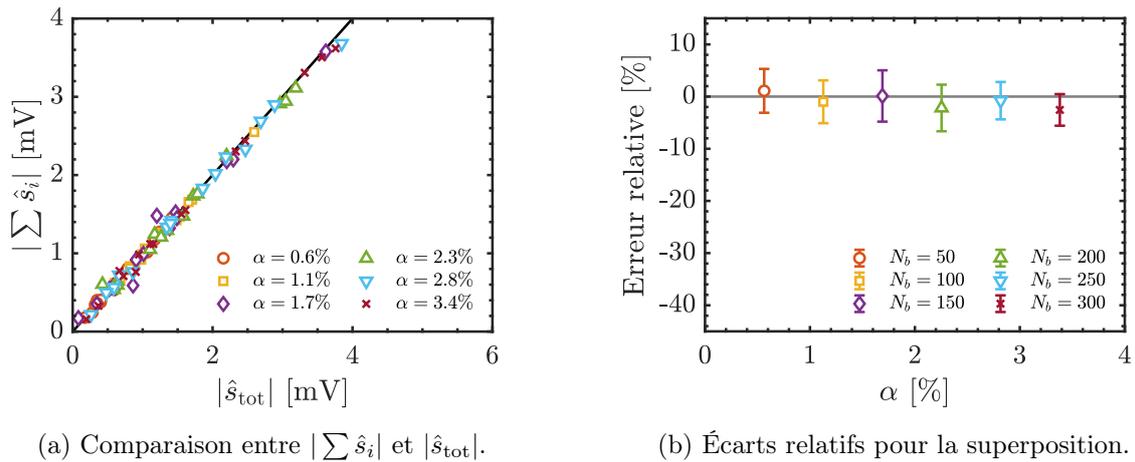


FIGURE 7.4: (a) Comparaison de l'amplitude des signaux  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  obtenus par la méthode des éléments finis avec toutes les inclusions résolues ( $|\hat{s}_{\text{tot}}|$ ) et obtenus par superposition ( $|\sum \hat{s}_i|$ ) en fonction du taux de vide dans la conduite ( $d_b = 2.0$  mm,  $f = 4000$  Hz). (b) Écarts relatifs moyens sur l'amplitude et écarts-types correspondants pour 30 simulations en fonction du taux de vide. L'amplitude obtenue avec la simulation résolvant l'ensemble des inclusions est utilisée comme référence.

La méthode de superposition est donc un bon outil pour calculer la réponse de l'ECFM aux faibles taux de vide. Néanmoins, il est toujours nécessaire de générer des données de référence par la méthode des éléments finis, ce qui est coûteux en temps de calcul. Le modèle analytique introduit dans le chapitre 4 peut être utilisé pour calculer les réponses des inclusions isolées. Les réponses peuvent être calculées beaucoup plus rapidement, ce qui permet de réaliser un grand nombre de tests avec des trajectoires quelconques, des diamètres d'inclusions et des fréquences variables. Le domaine de validité du modèle analytique correspondant plutôt aux inclusions de petit diamètre ( $v_b^* \mathcal{S}_\omega \ll 1$ ), cette méthode est particulièrement intéressante pour étudier les situations où les faibles taux de vides résultent de la présence d'un grand nombre de petites inclusions. La figure 7.5a présente la comparaison entre le signal calculé par la méthode des éléments finis lorsque le modèle contient toutes les inclusions et le signal obtenu par superposition à partir des réponses

données par le modèle analytique ponctuel. À nouveau, l'écart entre les deux approches augmente avec le taux de vide. La figure 7.5b quantifie l'écart relatif moyen sur l'amplitude en fonction du taux de vide, en prenant comme référence l'amplitude obtenue par la simulation contenant toutes les inclusions. Pour les paramètres choisis (4000 Hz et des inclusions de diamètre 2 mm distribuées uniformément), l'écart relatif moyen sur un échantillon de 30 configurations passe de 6% à 10% lorsque le taux de vide passe de 0.6% à 3.4%. L'utilisation du modèle ponctuel génère un écart supplémentaire qui ne tend pas vers zéro lorsque  $\alpha \rightarrow 0$ . L'écart-type de ce décalage entre les deux méthodes est aussi plus grand lorsque le modèle ponctuel est utilisé : 9.5% en moyenne contre 3.9% lorsque les perturbations de chaque inclusion sont déterminées par la méthode des éléments finis.

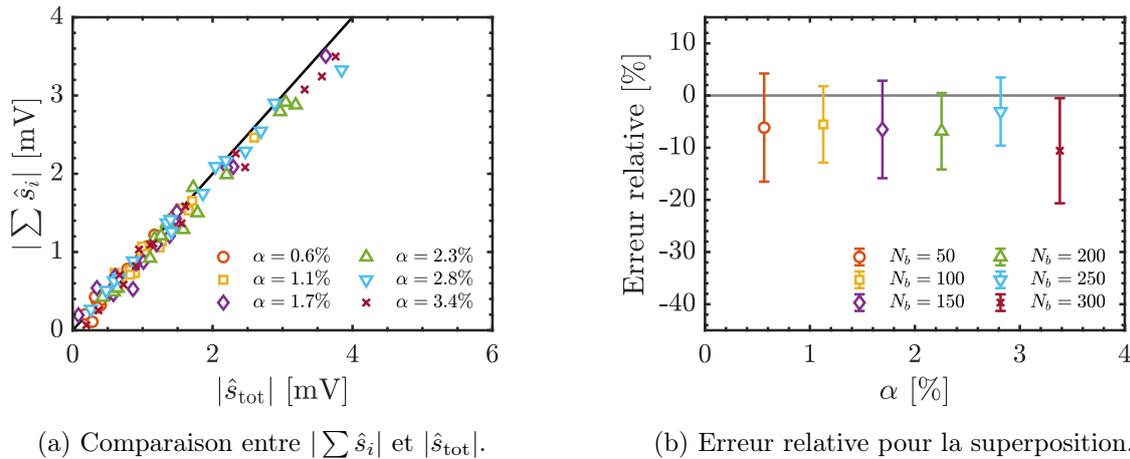


FIGURE 7.5: (a) Comparaison de l'amplitude des signaux  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  obtenus par la méthode des éléments finis avec toutes les inclusions résolues ( $|\hat{s}_{tot}|$ ) et obtenus par superposition avec le modèle analytique ( $|\sum \hat{s}_i|$ ) en fonction du taux de vide dans la conduite ( $d_b = 2.0$  mm,  $f = 4000$  Hz). (b) Écarts relatifs moyens sur l'amplitude et écarts-types correspondants pour 30 simulations en fonction du taux de vide. L'amplitude obtenue avec la simulation résolvant l'ensemble des inclusions est utilisée comme référence.

Ces résultats montrent que la superposition a tendance à sous estimer l'amplitude de la perturbation qui résulte de la présence de toutes les inclusions. La distribution des courants induits en présence de bulle présentée sur la figure 7.1 permet de comprendre cette tendance. Lorsqu'une inclusion se trouve dans la section de l'ECFM, les courants de Foucault dans le volume de l'inclusion sont nuls, mais une partie de ces courants « contournent » l'inclusion. Si une seconde inclusion se trouve dans le voisinage d'une autre, elle perturbe alors une densité de courant de Foucault qui est plus grande que si elle était seule dans la conduite, d'où une sous-estimation de la perturbation en utilisant la superposition de signaux induits par des inclusions isolées. Les comparaisons n'ont été effectuées que pour une seule configuration ( $\mathcal{S}_\omega = 18.5$  et  $d_b/D = 0.08$ ) en raison des temps de calculs élevés des simulations contenant l'ensemble des inclusions. La configuration a été choisie de façon à représenter des faibles taux de vide qui sont engendrés par la présence d'un grand nombre d'inclusions. La fréquence a été sélectionnée afin d'obtenir une sensibilité élevée au passage des inclusions. L'utilisation des signaux calculés par superposition à l'aide du modèle analytique ponctuel permet de déterminer les réponses très rapidement et d'étudier l'influence de nombreux paramètres sur des temps de passage longs. Pour calculer la réponse de l'ECFM à un taux de vide fixé, il est alors nécessaire d'assigner des distributions de probabilité de tailles et de positions aux inclusions dans le métal liquide. Avant de réaliser cela, l'utilisation de l'ECFM pour la détection d'un grand nombre de bulles est discutée dans la section suivante.

### 7.3 Adaptation de l'ECFM à la détection du vide

Jusqu'à présent, l'amplitude et le déphasage du signal de l'ECFM ont été obtenus en effectuant la différence de tension entre les deux bobines secondaires. La différence de tension est historiquement utilisé pour la mesure de débit et est un excellent choix lorsque la fonction de l'ECFM désirée est celle d'un débitmètre. Néanmoins, d'autres choix peuvent s'avérer plus pertinents pour réaliser un capteur de taux de vide.

#### 7.3.1 Sommer les fém des deux bobines secondaires

Le premier avantage de la différence des tensions pour la débitmétrie est qu'elle double le signal induit par l'écoulement du métal liquide. En effet, les courants induits par le champ magnétique sont décrits par la loi d'Ohm (2.10) qui entraîne que, pour un champ de vitesse principalement orienté dans la direction axiale, alors seule la composante radiale du champ magnétique contribue aux courants induits. Le champ magnétique radial étant antisymétrique entre l'amont et l'aval de la bobine primaire, mesurer la différence de tension double l'effet de l'écoulement. Le deuxième avantage est la réduction du bruit électromagnétique, puisque si un bruit vient perturber les deux bobines secondaires de façon similaire, la différence de tension n'est pas ou peu affectée par cette perturbation.

Cependant, si deux bulles sont présentes simultanément dans la section de la bobine  $S_1$  et dans la section de la bobine  $S_2$ , chacune de ces bobines voit sa fém augmenter d'une quantité similaire, et la différence des fém est alors aveugle à la présence de ces deux bulles. Cette limitation est négligeable dans le cas du passage d'une seule inclusion, mais devient significative lorsque le nombre d'inclusions augmente. Dans le cas limite où le taux de vide est constant mais où le diamètre des bulles tend vers zéro (et que le nombre de bulles augmente en conséquence), alors le milieu peut être considéré comme un milieu homogène équivalent dont la conductivité électrique est différente. La différence de tension entre les bobines secondaires est alors strictement nulle (figure 7.6). De plus, si l'objectif est de mesurer précisément le taux de vide, alors la composante du signal lié au débit du métal liquide constitue un bruit sur la mesure, à la fois par l'influence de sa composante moyenne mais aussi par ses fluctuations qui peuvent être induites par la turbulence dans l'écoulement. Notons enfin que l'amplitude du signal lié à la vitesse du liquide est souvent supérieure, en ordre de grandeur, au signal induit par les inclusions, ce qui rend également la mesure difficile en situation d'écoulement. Il semble donc moins pertinent d'effectuer la différence des tensions entre les bobines secondaires lorsque un grand nombre de bulles parcourt la section de l'ECFM.



$$\alpha = \text{cste} : d_{b,i} \rightarrow 0 \text{ et } N_b \rightarrow \infty$$

$$\text{Milieu homogène} : \sigma_{\text{eq}} = \text{fct}(N_b, \mathbf{x}_{b,i}, d_{b,i})$$

FIGURE 7.6: Équivalence, lors d'une mesure de  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$ , entre un fluide transportant un grand nombre de petites inclusions dans la situation limite où le taux de vide est constant avec un nombre d'inclusions  $N_b \rightarrow \infty$  et des diamètres d'inclusions de plus en plus petits  $d_{b,i} \rightarrow 0$  et un fluide homogène de conductivité électrique différente.

Une première approche ne nécessitant aucune modification de l'ECFM consiste à sommer les fém des deux bobines secondaires. Cela permet de sommer les perturbations des inclusions présentes dans les sections des deux bobines, au prix d'une perte sur l'atténuation du bruit ambiant. Cette approche a aussi pour effet d'annuler les fém induites par l'écoulement si ces dernières sont égales de part et d'autre de la bobine primaire, ce qui peut être avantageux pour la mesure du taux de vide. Afin de visualiser comment évolue la somme ou la différence des tensions des bobines secondaires au passage de plusieurs bulles, des expériences sont réalisées dans du galinstan au repos à partir du montage expérimental présenté dans le chapitre 5. Un capillaire de diamètre intérieur  $d_i = 0.10$  mm est fixé au fond du tube et un débit d'argon  $Q = 6.0$  ml<sub>n</sub>/min est imposé. Ce montage permet de réaliser des injections successives de nuages de bulles, parfois entrecoupés par l'injection d'une bulle isolée plus volumineuse. Ces nuages de bulles peuvent être visualisés lorsqu'ils traversent l'interface entre le galinstan et la solution d'acide chlorhydrique qui surplombe le galinstan pour éviter son oxydation. La figure 7.7 montre des photographies de deux nuages de bulles entrecoupés par l'injection d'une bulle isolée. Les bulles sont entourées sur l'image afin de permettre leur visualisation malgré la qualité des images.

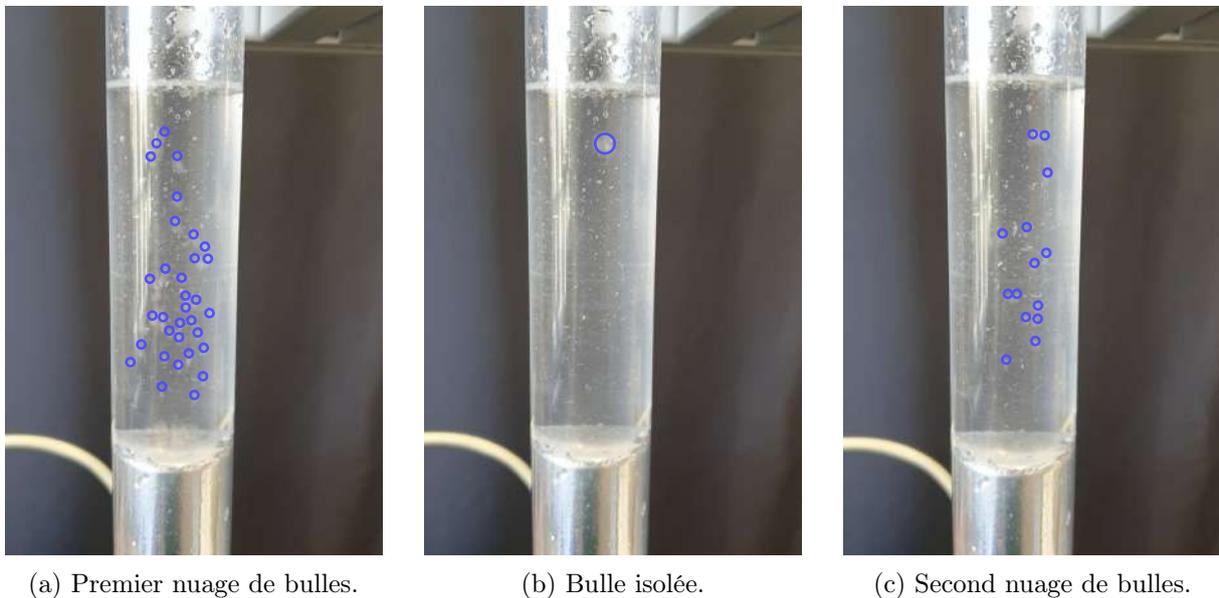


FIGURE 7.7: Photographies du tube rempli de galinstan et surplombé d'une couche de solution d'acide chlorhydrique dans laquelle les bulles qui ont traversé l'interface peuvent être visualisées : (a) premier nuage de bulles, (b) bulle isolée qui est parfois injectée entre deux nuages de bulles successifs et (c) second nuage de bulles. Les bulles sont entourées afin d'améliorer leur visibilité malgré la qualité des images.

L'évolution dans le temps de la différence des tensions des bobines secondaires,  $\hat{s} = \hat{s}_1 - \hat{s}_2$ , mesurée lors des injections successives des nuages de bulles est présentée dans la figure 7.8. Lors de l'expérience qu'illustre cette figure, deux nuages de bulles sont injectés et sont précédés par l'injection d'une bulle isolée. L'échelle logarithmique permet de mieux visualiser l'amplitude du bruit et les phénomènes de faible amplitude. Les bulles isolées produisent un signal similaire aux signaux étudiés dans les chapitres précédents, et l'utilisation de la méthode inverse permet de déterminer leur diamètre et leur position radiale. Les nuages de bulles, quant à eux, produisent un signal d'amplitude plus élevée qui correspond à la somme des perturbations de chacune des bulles et éventuellement de leurs interactions. Ces mesures mettent en évidence la présence d'un signal résiduel et décroissant exponentiellement lorsque toutes les bulles du nuage ont dépassé l'ECFM. Ce signal est attribué au sillage et à l'écoulement engendré par le nuage de bulles lorsqu'il traverse le tube. Ces effets sont trop faibles pour être observés lorsqu'il s'agit du sillage d'une bulle unique.

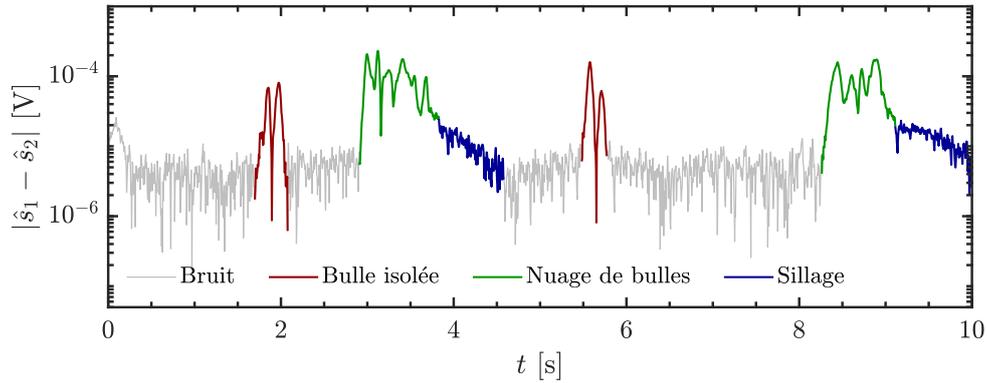
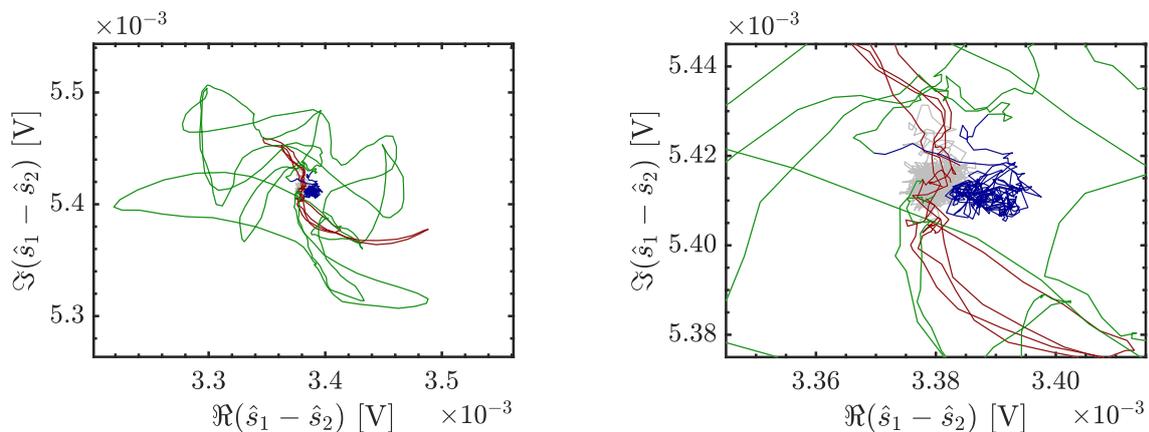


FIGURE 7.8: Évolution de l'amplitude de la différence des tensions  $\hat{s} = \hat{s}_1 - \hat{s}_2$  en fonction du régime d'injection dans le tube de galinstan. Il est possible d'identifier les zones correspondant uniquement à du bruit, au passage d'une bulle isolée, au passage d'un nuage de bulles ou au sillage et à l'écoulement engendré par le passage d'un nuage de bulles.

L'observation du signal  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  dans le plan complexe permet d'analyser l'effet des différents phénomènes physiques (figure 7.9). Il est possible de distinguer les boucles caractéristiques que tracent les signaux associés à des bulles isolées dans le plan complexe (en rouge) malgré le faible rapport signal sur bruit. Le bruit (en gris) est isotrope, c'est-à-dire qu'il n'est pas dirigé selon une phase préférentielle. Le bruit est centré sur une valeur complexe qui correspond à l'*offset* lié à la géométrie de l'ECFM et noté  $\hat{s}_0$ . Lorsqu'un nuage de bulles traverse l'ECFM, l'amplitude du signal (en vert) augmente mais conserve (qualitativement) une valeur moyenne nulle dans le plan complexe. Cette observation s'explique par le fait qu'une bulle présente dans la bobine  $S_1$  peut compenser le signal induit par la présence d'une bulle dans la bobine  $S_2$  ou encore par le fait que toute perturbation qui passe à travers une bobine secondaire passe ensuite à travers la suivante et produit un signal approximativement identique mais avec un déphasage de  $180^\circ$ . Enfin, lorsque les bulles ont quitté la section de l'ECFM, le niveau de bruit initial est retrouvé, mais décalé dans le plan complexe (en bleu) en raison du sillage et de l'écoulement généré au passage des bulles et qui induit un signal supplémentaire noté  $\hat{s}_u$ .



(a) Évolution de  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  dans le plan complexe.

(b) Zoom sur le bruit et le signal du sillage.

FIGURE 7.9: (a) Évolution dans le plan complexe de la différence des tensions  $\hat{s} = \hat{s}_1 - \hat{s}_2$  illustrée dans la figure 7.8 en fonction du régime d'injection dans le tube de galinstan. Il est possible d'identifier les zones correspondant uniquement à du bruit, au passage d'une bulle isolée, au passage d'un nuage de bulles ou au sillage et à l'écoulement engendré par le passage d'un nuage de bulles. (b) Zoom sur les signaux correspondant au bruit ou au sillage généré par le passage des nuages de bulles.

La figure 7.10 illustre l'évolution de l'amplitude de la somme des tensions,  $\hat{s} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$ , mesurée lors du passage de plusieurs nuages de bulles. Lors de cet essai, il n'y a pas de bulles isolées qui ont été injectées entre les nuages successifs. Comme cela était attendu, le niveau de bruit est beaucoup plus élevé que lorsque la différence des tensions était effectuée : de l'ordre de  $10^{-4}$  V contre  $10^{-5}$  V en faisant la différence des fém. On peut aussi remarquer que le signal  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  produit par le passage d'un nuage de bulles possède une amplitude environ trois fois plus grande que le signal  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$ . Il n'y a pas de signal induit par le sillage et l'écoulement engendré par les nuages de bulles, ce qui confirme que les perturbations induites par l'écoulement s'annulent lorsque la somme des fém est effectuée. Notons que les amplitudes sont calculées en prenant comme origine les coordonnées moyennes du bruit électromagnétique lors d'une mesure sans bulles dans le plan complexe afin d'annuler l'*offset* lié à la géométrie des bobines.

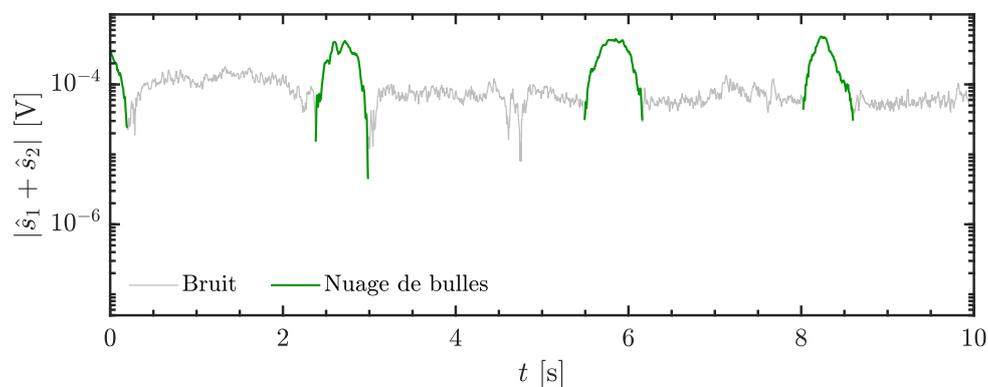


FIGURE 7.10: Évolution de l'amplitude de la somme des tensions  $\hat{s} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$  en fonction du régime d'injection dans le tube de galinstan. Il est possible d'identifier les zones correspondant uniquement à du bruit ou au passage d'un nuage de bulles. Il n'y a pas d'injection de bulle isolée dans ce signal ni de perturbations induites par le sillage ou par l'écoulement engendré par le passage d'un nuage de bulles.

Le signal  $\hat{s} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$  est tracé dans le plan complexe sur la figure 7.11a. L'amplitude du bruit électromagnétique est non seulement beaucoup plus grande que lorsque c'est la différence qui est mesurée, mais il est aussi orienté dans une direction précise qui traduit un déphasage non-aléatoire avec le courant de la bobine primaire. La cause expérimentale de ce bruit n'a pas été identifiée. L'observation remarquable est que le signal produit par le passage d'un nuage de bulles est unidirectionnel, bien qu'il est toujours superposé au bruit. Cela est une conséquence de la somme des perturbations dans le plan complexe qui résulte de la mesure du signal  $\hat{s} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$ . Cette mesure entraîne que la présence de deux inclusions génère un signal deux fois plus fort et non pas un signal atténué comme avec la mesure de  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$ . La phase moyenne de cette perturbation est approximativement constante et dépend de la distribution des bulles dans la section de l'ECFM ainsi que de la fréquence du courant électrique.

Les signaux correspondant à la somme et à la différence des tensions  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$  sont tracés côte à côte dans le plan complexe sur la figure 7.11b. Cette représentation permet de comparer, en termes d'amplitudes et de direction, les différences entre ces deux modes d'acquisition. Les signaux sont positionnés arbitrairement dans le plan complexe mais leurs amplitudes sont conservées. Ces expériences montrent que dans le plan complexe, la position moyenne du signal  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  change en fonction du taux de vide, ce qui n'est pas le cas du signal  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  dont la valeur moyenne reste nulle. L'amplitude du signal est aussi plus élevée et l'influence du sillage et de l'écoulement induit par le passage de nombreuses bulles est très largement atténué. Néanmoins, l'atténuation du bruit électromagnétique est beaucoup moins efficace.

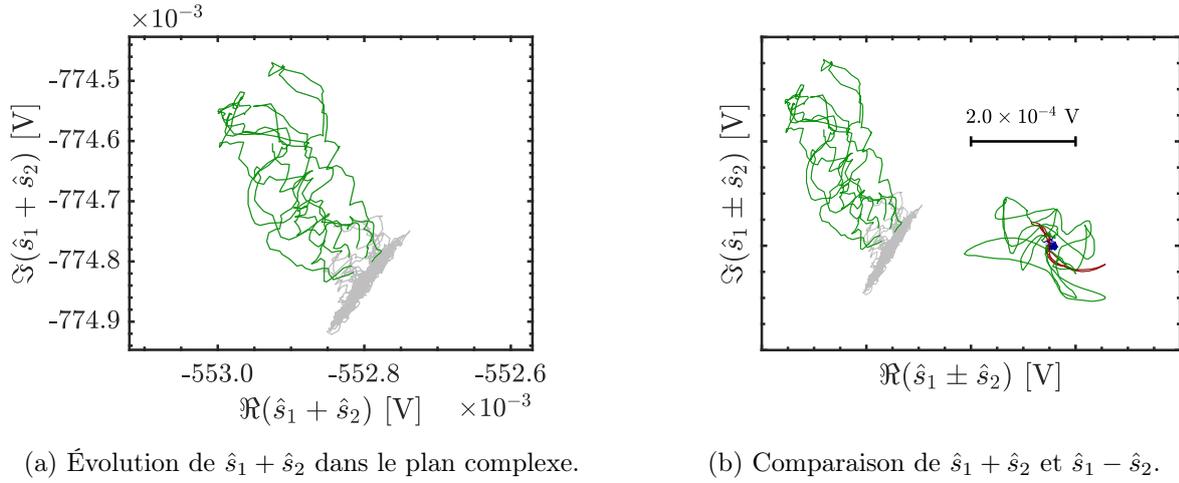


FIGURE 7.11: (a) Évolution dans le plan complexe de la somme des tensions  $\hat{s} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$  illustrée dans la figure 7.10 en fonction du régime d'injection dans le tube de galinstan. Il est possible d'identifier les zones correspondant uniquement à du bruit ou au passage d'un nuage de bulles. (b) Comparaison dans le plan complexe des signaux  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  et  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$ . Les positions sont arbitraires mais les amplitudes sont conservées.

Étant donné l'intérêt de mesurer la somme des fém, on montre ici que le modèle analytique utilisé dans le chapitre 4 pour prédire la différence des tensions mesurée au passage d'une bulle isolée peut aussi être utilisé pour calculer leur somme. La figure 7.12 présente la réponse  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  au passage d'une inclusion isolée dont la trajectoire est rectiligne. Le diamètre de l'inclusion vaut  $d_b = 2.0$  mm et la fréquence d'excitation de la bobine primaire est fixée à  $f = 4000$  Hz. Une comparaison est effectuée entre les résultats issus des simulations par la méthode des éléments finis (marqueurs) et les résultats obtenus à l'aide du modèle analytique ponctuel (lignes). Pour l'amplitude comme pour la phase du signal, un excellent accord est obtenu pour toutes les positions radiales étudiées, avec une erreur qui augmente lorsque l'inclusion se rapproche du centre de la conduite. Cet accord est aussi vérifié pour des inclusions de diamètres différents et des fréquences différentes. Ces données peuvent à leur tour être utilisées pour reconstruire les signaux induits par le passage de plusieurs inclusions en superposant leurs réponses individuelles.

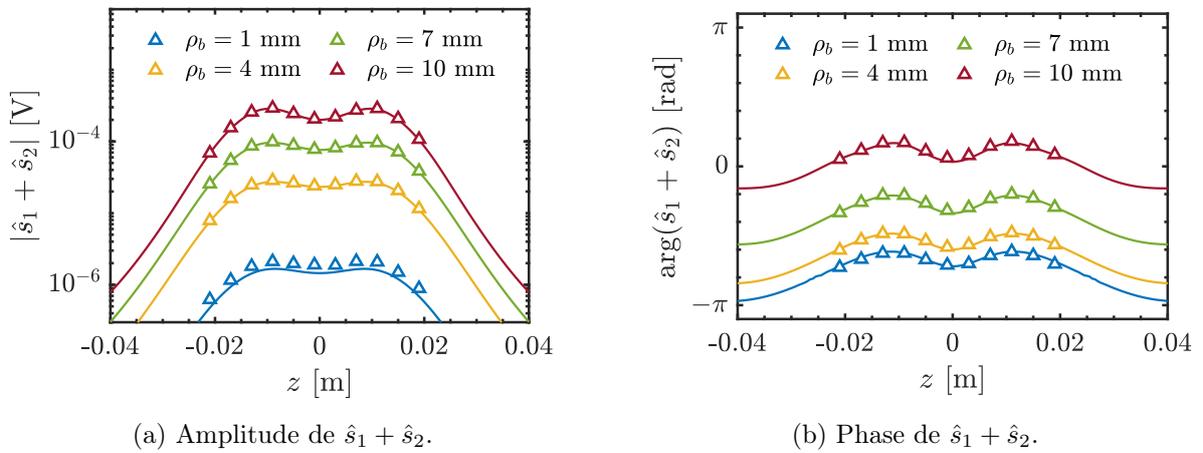


FIGURE 7.12: Signal correspondant à la somme des tensions des bobines secondaires  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  lors du passage d'une inclusion isolée dans la section de l'ECFM avec : (a) l'amplitude et (b) la phase du signal. Le diamètre de l'inclusion est fixé à 2 mm et la fréquence vaut  $f = 4000$  Hz. Les marqueurs correspondent aux résultats issus de simulations par la méthode des éléments finis et les courbes correspondent aux résultats du modèle analytique.

L'hypothèse de superposition est vérifiée pour le calcul du signal  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  selon la méthode présentée dans la section précédente : des données de références sont d'abord obtenues en simulant, avec le modèle analytique, le signal induit par la présence d'une seule inclusion. À partir de ces données et d'un tirage des positions d'un nombre  $N_b$  d'inclusions, le signal est obtenu par superposition des réponses individuelles. Le signal est alors comparé aux résultats des calculs par la méthode des éléments finis qui contiennent la totalité des inclusions. Les nombreux tirages qui ont été introduits dans la section précédente avec des inclusions de 2 mm de diamètre et à 4000 Hz sont réutilisés. Le taux de vide dans la section de l'ECFM varie de 0.6% et 3.4% et pour chaque taux de vide étudié, 30 configurations aléatoires sont étudiées. La figure 7.13a présente l'accord obtenu entre les simulations contenant l'ensemble des inclusions et la superposition des réponses obtenues à l'aide du modèle analytique ponctuel. À nouveau, les simulations sont réalisées avec un maillage contenant plus de 5 millions d'éléments afin de garantir la convergence en maillage. Le signal obtenu par superposition prédit très bien le signal mesuré pour les taux de vide étudiés. L'écart relatif moyen entre l'amplitude prédite par la superposition et l'amplitude calculée par la simulation contenant toutes les inclusions est indiqué sur la figure 7.13b en fonction du taux de vide. L'écart-type est également indiqué par les barres d'erreur. Pour les paramètres choisis (4000 Hz et des inclusions de diamètre 2 mm distribuées uniformément), l'écart relatif moyen sur un échantillon de 30 configurations reste inférieure à 4.5% tant que le taux de vide est inférieur ou égal à 3.4%. L'utilisation du modèle ponctuel génère une erreur relative supplémentaire qui ne tend pas vers zéro lorsque  $\alpha \rightarrow 0$ . L'écart-type de ce décalage entre les deux méthodes est beaucoup plus faible que lorsque la différence des fém est calculée : 0.6% en moyenne pour la somme contre 9.5% pour la différence. Cet accord s'explique par le fait que l'erreur entre le signal calculé par superposition et par la simulation contenant toutes les inclusions est du même ordre de grandeur pour les signaux  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  et  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  :

$$|\hat{s}_1 + \hat{s}_2|_{\Sigma} - |\hat{s}_1 + \hat{s}_2|_{\text{comsol}} \sim |\hat{s}_1 - \hat{s}_2|_{\Sigma} - |\hat{s}_1 - \hat{s}_2|_{\text{comsol}}. \quad (7.7)$$

De plus, les figures 7.5 et 7.13 montrent que les amplitudes de ces signaux vérifient :

$$|\hat{s}_1 + \hat{s}_2| \gg |\hat{s}_1 - \hat{s}_2|, \quad (7.8)$$

ce qui entraîne que l'écart relatif est plus petit lorsque la somme des fém  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  est calculée.

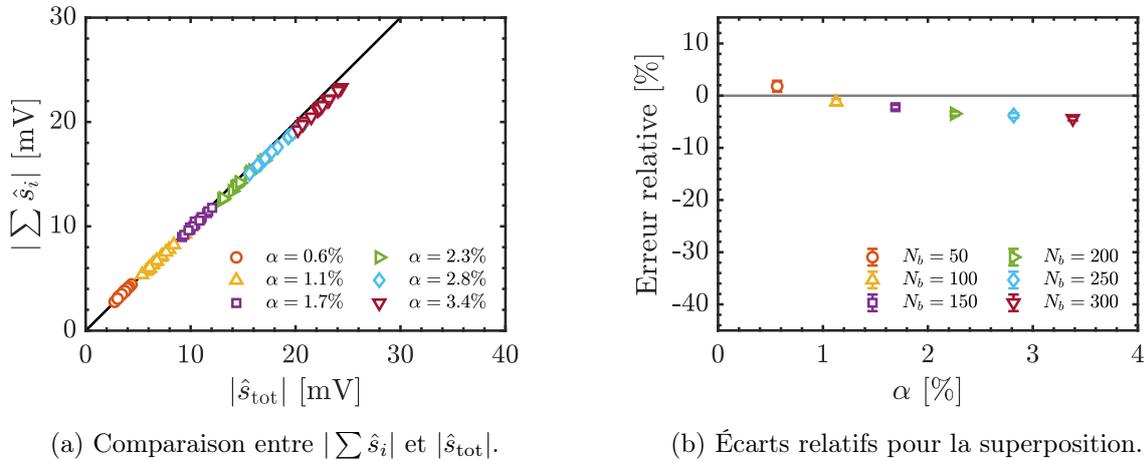


FIGURE 7.13: (a) Comparaison de l'amplitude des signaux  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$  obtenus par la méthode des éléments finis avec toutes les inclusions résolues ( $|\hat{s}_{\text{tot}}|$ ) et obtenus par superposition avec le modèle analytique ( $|\sum \hat{s}_i|$ ) en fonction du taux de vide dans la conduite ( $d_b = 2.0$  mm,  $f = 4000$  Hz). (b) Écart relatif moyen sur l'amplitude et écarts-types correspondants pour 30 simulations en fonction du taux de vide. L'amplitude obtenue avec la simulation résolvant l'ensemble des inclusions est utilisée comme référence.

## 7.4 Calcul des signaux induits par de nombreuses inclusions

À partir de l'hypothèse de superposition et du modèle analytique, il est possible d'étudier théoriquement l'effet du taux de vide sur la perturbation du signal de l'ECFM pour les différentes géométries présentées précédemment. Dans tout ce qui suit, on a fait l'hypothèse que les effets induits par les inclusions sont découplés de ceux dus à l'écoulement : les modélisations sont alors effectuées sans écoulement. Des signaux sont générés par superposition pour les faibles taux de vide qui représentent les situations d'intérêt pour la détection précoce des fuites de gaz dans les RNR-Na, dans la limite de validité de la superposition ( $\alpha < 3.5\%$ ). L'influence du diamètre des inclusions, de leur distribution radiale, ainsi que de la fréquence peut être quantifiée grâce au modèle analytique. Les deux géométries qui seront utilisées dans cette section correspondent aux ECFM à trois bobines en réalisant la somme ( $\text{SPS}^\ominus$ ) ou la différence ( $\text{SPS}^\oplus$ ) des tensions des bobines secondaires. La modélisation montrera plus en détail pourquoi la première géométrie est peu adaptée à la mesure du taux de vide, mais permettra de comprendre comment le passage de bulles perturbe la mesure de débit par ECFM. La seconde géométrie, plus sensible au passage des bulles, mènera à de premiers résultats permettant d'envisager une mesure du taux de vide.

### 7.4.1 Méthode de construction des signaux

Pour construire les signaux par superposition, le rayon des inclusions qui perturberont le signal doit être fixé. Les distributions seront monodisperses, c'est-à-dire que le diamètre des inclusions dans un test donné sera constant. Le diamètre des inclusions pourra varier d'un test à l'autre. Les positions des  $N_b$  inclusions dans la conduite sont ensuite déterminées. La distribution en  $z$  est uniforme pour simuler un taux de vide statistiquement stationnaire. La distribution en  $\theta$  n'a aucune influence sur le calcul de la perturbation par la méthode de superposition et est aussi choisie uniforme. Il a été montré dans la figure 3.31 que la distribution des positions radiales des inclusions ( $\rho_b$ ) dépend des conditions d'écoulement. Pour simuler différentes situations et en l'absence de données concernant la distribution des inclusions dans un écoulement de métal liquide, trois distributions sont choisies afin de représenter les tendances observées sur les trois situations introduites dans la figure 3.31. Ces trois distributions (figure 7.14) représentent les distributions des inclusions dans les écoulements descendants, en microgravité et ascendants. Elles représentent des situations où les inclusions tendent à se regrouper fortement au centre de la conduite ( $f_{\rho,A}$ ), légèrement au centre de la conduite ( $f_{\rho,B}$ ) ou bien sur les bords de la conduite ( $f_{\rho,C}$ ).

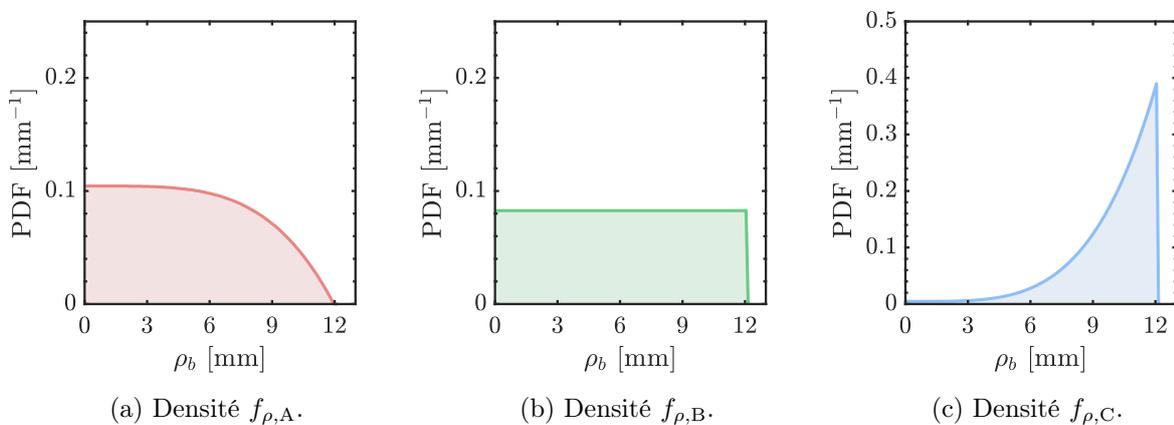


FIGURE 7.14: Distributions radiales des inclusions dans la conduite choisies pour générer les signaux à taux de vide constant par superposition des perturbations individuelles des inclusions. Ces distributions représentent des situations où les inclusions tendent à se regrouper au centre, uniformément ou bien sur les bords de la conduite.

Ces distributions servent à illustrer les tendances des distributions radiales de bulles mesurées expérimentalement dans l'eau. La loi de probabilité suivante a été utilisée pour les distributions  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$  :

$$f_{\rho} = \Lambda \rho^4 + K \quad \text{avec} \quad K = \frac{1}{\rho_{\max}} - \frac{\Lambda \rho_{\max}^4}{5}, \quad (7.9)$$

avec  $\Lambda_A = -5.2 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-5}$ ,  $\Lambda_B = 0 \text{ mm}^{-5}$  et  $\Lambda_C = +1.9 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-5}$ . Pour illustrer les positions des inclusions correspondant aux trois distributions radiales, la figure 7.15 présente une vue en coupe de la section de la conduite avec la position de 150 inclusions. La coordonnée  $z$  de chaque inclusion doit ensuite être tirée aléatoirement pour obtenir la configuration simulée.

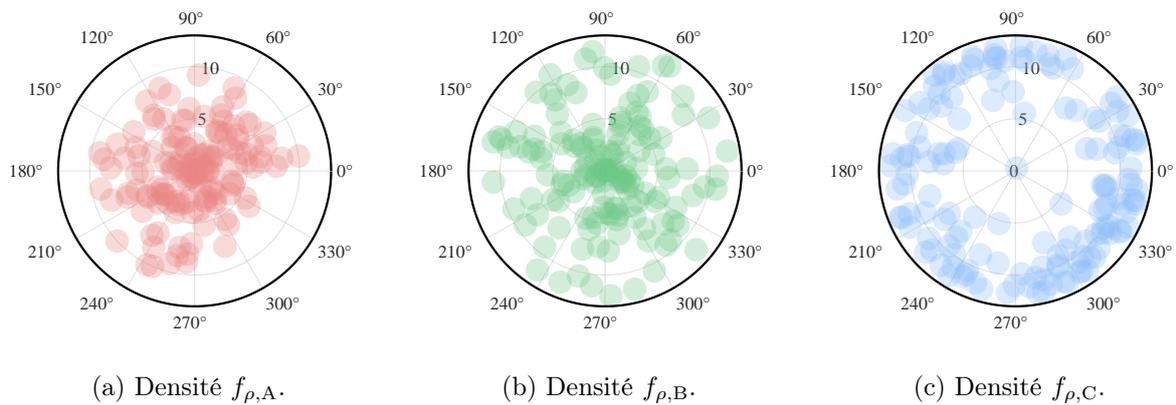


FIGURE 7.15: Illustration de 3 tirages aléatoires des positions radiales et angulaires de 150 inclusions selon les trois distributions  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$  illustrées sur la figure 7.14. Les diamètres des inclusions (2 mm) et de la conduite (26 mm) sont à l'échelle.

Les coordonnées de toutes les inclusions sont donc tirées aléatoirement selon la distribution imposée, puis la réponse complexe de la première inclusion est déterminée à partir des données issues du modèle analytique ponctuel. La réponse de la seconde inclusion est alors ajoutée à ce signal et l'opération est répétée pour toutes les inclusions. Cette méthode de construction du signal revient à fixer les positions de toutes les inclusions, puis à translater l'ECFM le long de la conduite. Le signal obtenu est alors une fonction de la position de l'ECFM le long de la conduite. La figure 7.16 illustre la construction du signal obtenu de cette manière. Si une vitesse de translation du milieu matériel ou de l'ECFM  $V$  est fixée, alors la coordonnée  $L$  de l'ECFM peut être remplacée par la coordonnée temporelle  $t$  vérifiant  $V = L/t$ .

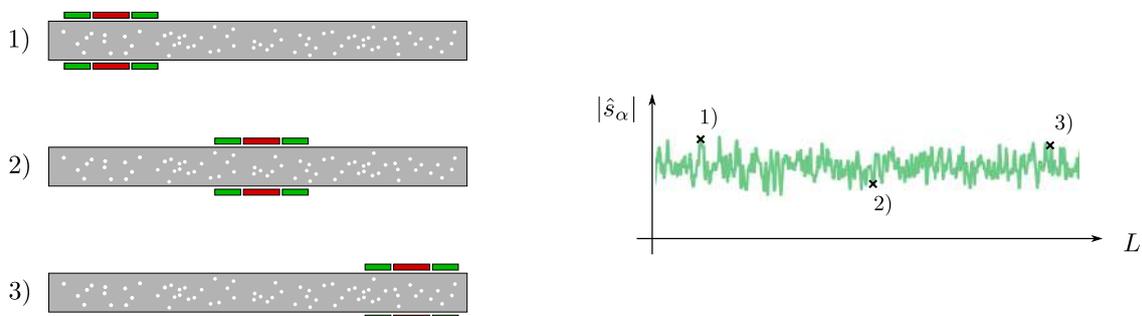


FIGURE 7.16: Construction du signal mesuré par l'ECFM lorsqu'une configuration statique d'inclusion traverse la section de l'ECFM. Les inclusions sont positionnées dans la conduite, leur signal est ajouté à un vecteur complexe nul pour former le signal total qui dépend de la position de l'ECFM.

Deux signaux obtenus de cette façon pour des distributions identiques seront différents en raison de la différence entre les deux tirages aléatoires qui les auront générés. Pour obtenir des grandeurs statistiques qui ne dépendent pas d'un tirage aléatoire particulier, il est nécessaire de faire un grand nombre de tirage ou de choisir une longueur suffisamment grande, notée  $L_{\text{num}}$ , qui permette de faire converger toutes les grandeurs statistiques (moyennes, écarts-types, etc.). En prenant l'exemple de l'amplitude moyenne du signal, cette propriété se caractérise par la relation suivante :

$$\overline{|\hat{s}_\alpha|}(L_{\text{num}}) = \frac{1}{L_{\text{num}}} \int_0^{L_{\text{num}}} |\hat{s}_\alpha|(x) dx \quad \text{avec} \quad L_{\text{num}} \quad \text{tel que} \quad \left. \frac{\partial \overline{|\hat{s}_\alpha|}}{\partial L} \right|_{L_{\text{num}}} \approx 0. \quad (7.10)$$

Une longueur  $L_{\text{num}}$  de 10 m est choisie, soit environ 250 fois la longueur de l'ECFM. La figure 7.17 illustre la convergence des grandeurs statistiques avec la configuration SPS $\oplus$  pour les moyennes et les écarts-types de l'amplitude et de la phase du signal. La configuration correspond à un taux de vide  $\alpha = 1.5\%$  avec des inclusions de diamètre  $d_b = 1$  mm distribuées selon la densité de probabilité  $f_{\rho,B}$  et à la fréquence  $f = 4000$  Hz. La moyenne est tracée en fonction de la longueur  $L$  sur laquelle elle est calculée. Pour ces quatre grandeurs statistiques, les évolutions deviennent négligeables à partir de  $L \approx 8$  m.

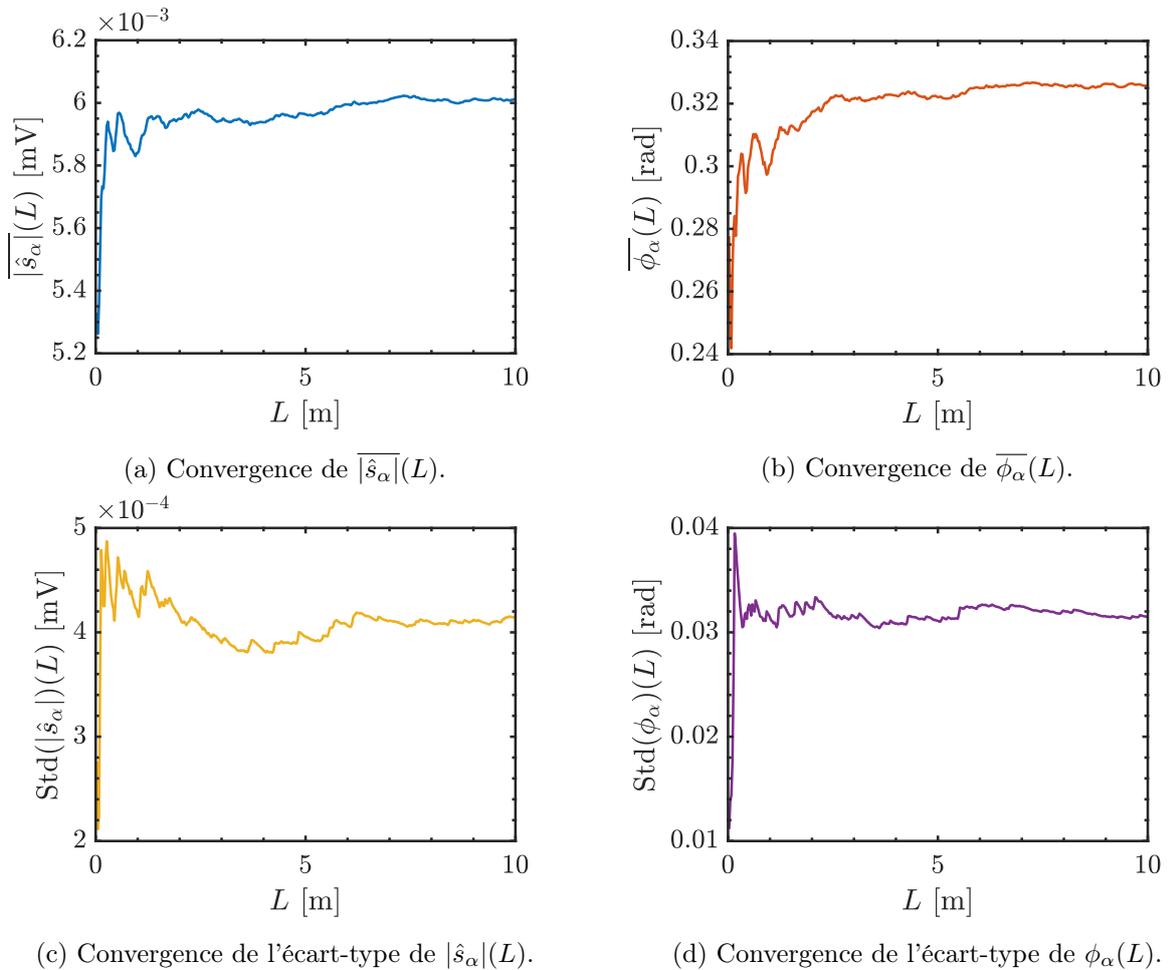


FIGURE 7.17: Évolution des moyennes et des écarts-types de l'amplitude et de la phase du signal induit par le passage d'inclusions dans la section de l'ECFM en fonction de la longueur de conduite  $L$  sur laquelle les grandeurs statistiques sont calculées. La configuration correspond à un taux de vide de  $\alpha = 1.5\%$  avec des inclusions de diamètre  $d_b = 1$  mm distribuées selon la densité de probabilité  $f_{\rho,B}$  et à la fréquence  $f = 4000$  Hz.

Dans les sections suivantes, les simulations sont effectuées pour les configurations  $\text{SPS}\ominus$  et  $\text{SPS}\oplus$  pour des taux de vide allant de 0.1% à 4%. La fréquence d'excitation de la bobine primaire varie entre 800 et 10000 Hz, le diamètre des inclusions varie entre 0.2 mm et 2.0 mm et les trois distributions  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$  seront utilisées.

### 7.4.2 $S_1 - S_2$ : Influence du taux de vide lors d'une mesure de débit

L'étude des signaux générés par superposition en utilisant la configuration  $\text{SPS}\ominus$  permet de comprendre comment une mesure de débit est affectée par le passage d'inclusions. L'objectif de ces mesures n'est pas de quantifier le taux de vide puisqu'il a été montré que la sensibilité de la configuration  $\text{SPS}\oplus$  est meilleure pour cette tâche (ce qui sera l'objet de la section suivante). La figure 7.18 illustre, dans le plan complexe, le signal calculé pour un taux de vide de  $\alpha = 1.5\%$  avec des inclusions de diamètre  $d_b = 1$  mm à la fréquence  $f = 8000$  Hz (chaque point représente le signal à un moment différent de la translation des inclusions). Les trois figures représentent les résultats obtenus lorsque les positions radiales sont distribuées selon les trois densités de probabilité modèle  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$ . Dans le plan complexe, on retrouve bien un signal qui est en moyenne centré sur l'origine du repère. Lors de la mesure du débit, le passage des inclusions aura pour effet d'augmenter les fluctuations du signal mais sans modifier sa valeur moyenne. Par ailleurs, les fluctuations sont orientées selon une phase préférentielle qui résulte de la superposition des boucles caractéristiques tracée dans le plan complexe lors du passage d'inclusions isolées. Cette direction dépend donc de la fréquence du courant dans la bobine primaire, ainsi que de la distribution radiale des inclusions.

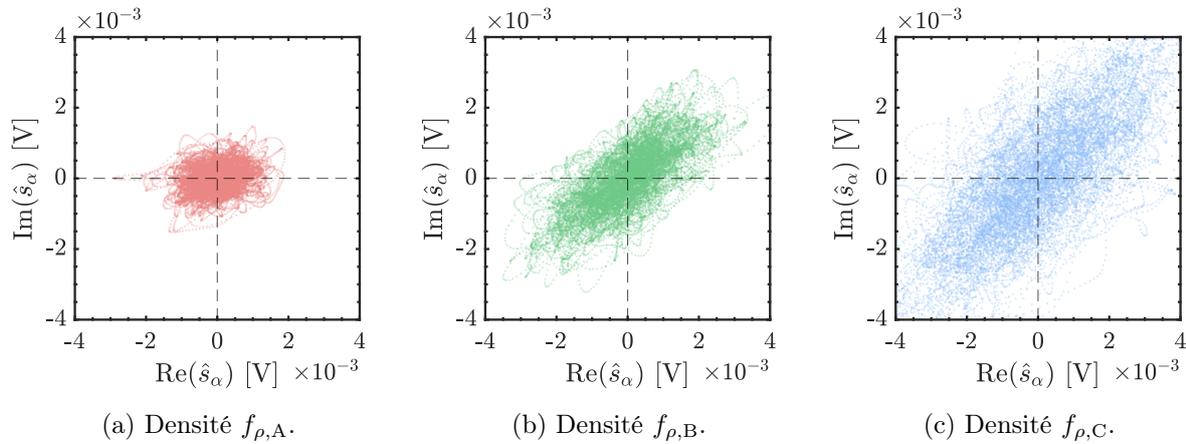


FIGURE 7.18: Évolution dans le plan complexe du signal calculé par superposition pour la configuration  $\text{SPS}\ominus$  et pour les trois distributions  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$  illustrées sur la figure 7.14. Les signaux sont calculés pour un taux de vide de  $\alpha = 1.5\%$  avec des inclusions de diamètre  $d_b = 1$  mm à la fréquence  $f = 8000$  Hz.

La valeur moyenne de l'amplitude dans le plan complexe est nulle pour tous les paramètres étudiés mais il est possible d'étudier comment varient les fluctuations du signal en fonction des distributions de positions des inclusions, de leur diamètre ainsi que du taux de vide et de la fréquence. La figure 7.19a illustre l'effet du volume des inclusions sur l'écart-type de l'amplitude du signal à 2500 Hz pour un taux de vide fixé à 3% et pour les trois distributions modèles. La figure 7.19b illustre l'effet du taux de vide sur l'écart-type de l'amplitude du signal à 800 Hz pour un diamètre d'inclusion fixé à  $d_b = 1.8$  mm et pour les trois distributions modèles. Ces deux figures permettent d'identifier une dépendance de l'écart-type du signal de la forme :

$$\text{Std}(|\hat{s}_\alpha|) = \sqrt{\alpha} \sqrt{V_b} \times \text{fct}(f_\rho, \mathcal{S}_\omega) = V_b \sqrt{N_b} \times \text{fct}(f_\rho, \mathcal{S}_\omega). \quad (7.11)$$

Cette relation est analogue à un processus de marche aléatoire dont la longueur d'un pas est proportionnelle à la quantité  $V_b$  et dont le nombre de pas est donné par  $N_b$ . La direction de la marche aléatoire n'est cependant pas isotrope en raison de l'influence de la distribution radiale des inclusions et de l'effet du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$ . Ces résultats montrent que le signal utilisé pour une mesure de débit sera d'autant plus perturbé que les inclusions ou les bulles sont volumineuses, nombreuses et positionnées à proximité de la paroi de la conduite et de l'ECFM.

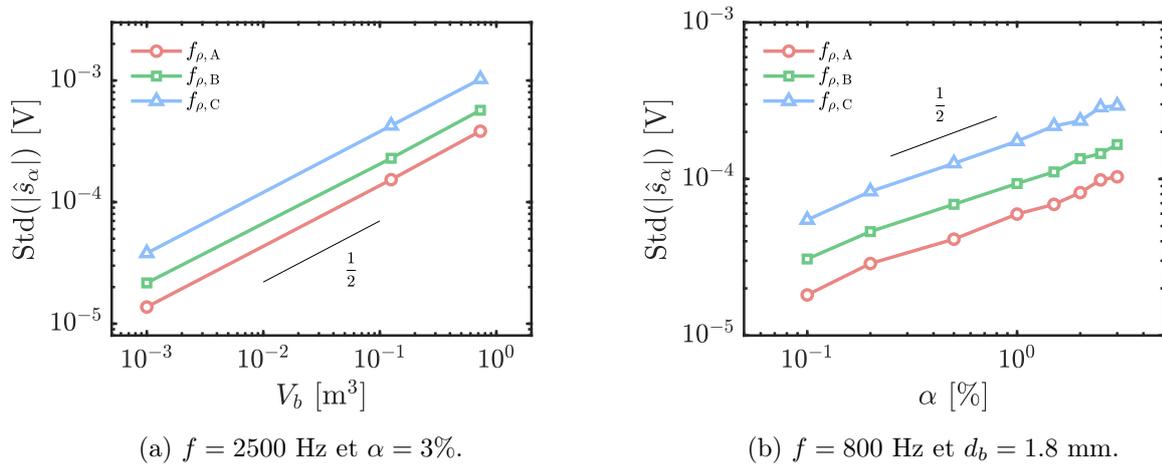


FIGURE 7.19: (a) Effet du volume des inclusions et (b) du taux de vide sur l'écart-type de l'amplitude du signal induit par le passage d'inclusions dans la configuration  $\text{SPS}\ominus$  pour les distributions  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$ .

### 7.4.3 $S_1 + S_2$ : Vers une mesure du taux de vide en régime dilué

L'intérêt est maintenant porté sur la configuration  $\text{SPS}\oplus$  pour comprendre l'effet du passage d'un grand nombre d'inclusions sur le signal généré (taux de vide, distribution des inclusions, fréquence, etc). L'objectif est aussi de tenter d'obtenir un maximum d'informations sur les inclusions à partir d'un signal mesuré et ainsi tenter de construire une méthode inverse. La figure 7.20 illustre un signal obtenu par superposition à partir du modèle analytique ponctuel. Dans le plan complexe, la position moyenne du nuage de points n'est plus centrée sur l'origine du repère comme cela était le cas avec la configuration  $\text{SPS}\ominus$ , et dépend de la présence des bulles.

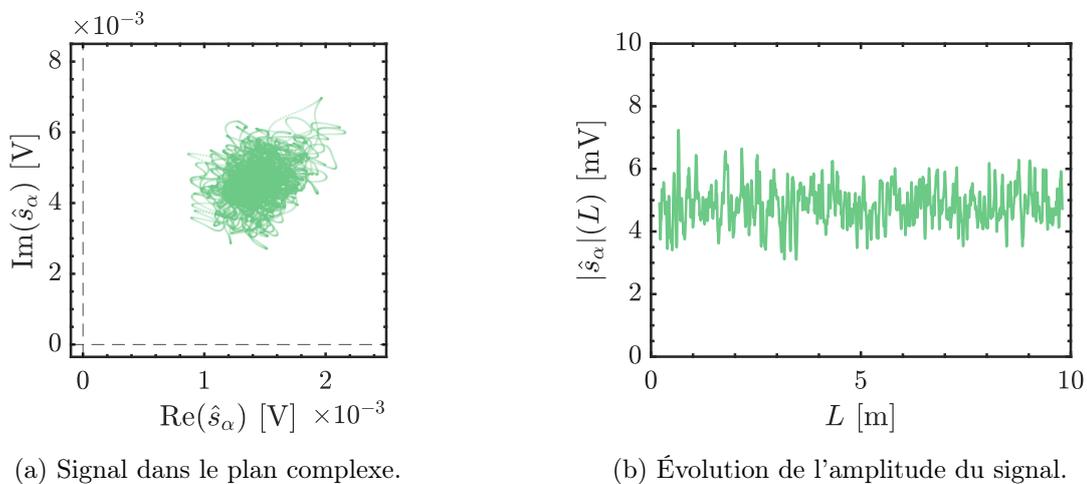


FIGURE 7.20: (a) Tracé dans le plan complexe du signal calculé par superposition pour la configuration  $\text{SPS}\oplus$  et pour la distribution  $f_{\rho,B}$  et (b) évolution de l'amplitude du signal lors de la translation des inclusions dans la section de l'ECFM ( $\alpha = 1.5\%$ ,  $d_b = 1.8$  mm et  $f = 1500$  Hz).

Pour identifier l'influence des différents paramètres sur le signal  $\hat{s}_1 + \hat{s}_2$ , les signaux induits dans l'ECFM par le passage d'un grand nombre d'inclusions sont tracés sur la figure 7.21 pour différentes configurations. Les perturbations sont calculées par superposition pour la configuration SPS $\oplus$  pour trois taux de vide :  $\alpha = 0.5\%$ ,  $1.5\%$  et  $2.5\%$ . Les signaux sont tracés pour les trois distributions radiales d'inclusions :  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$ . Enfin les 9 figures représentent les données obtenues pour les trois diamètres d'inclusions :  $d_b = 0.2, 0.6$  et  $1.0$  mm et pour les trois fréquences :  $f = 800, 1500$  et  $8000$  Hz.

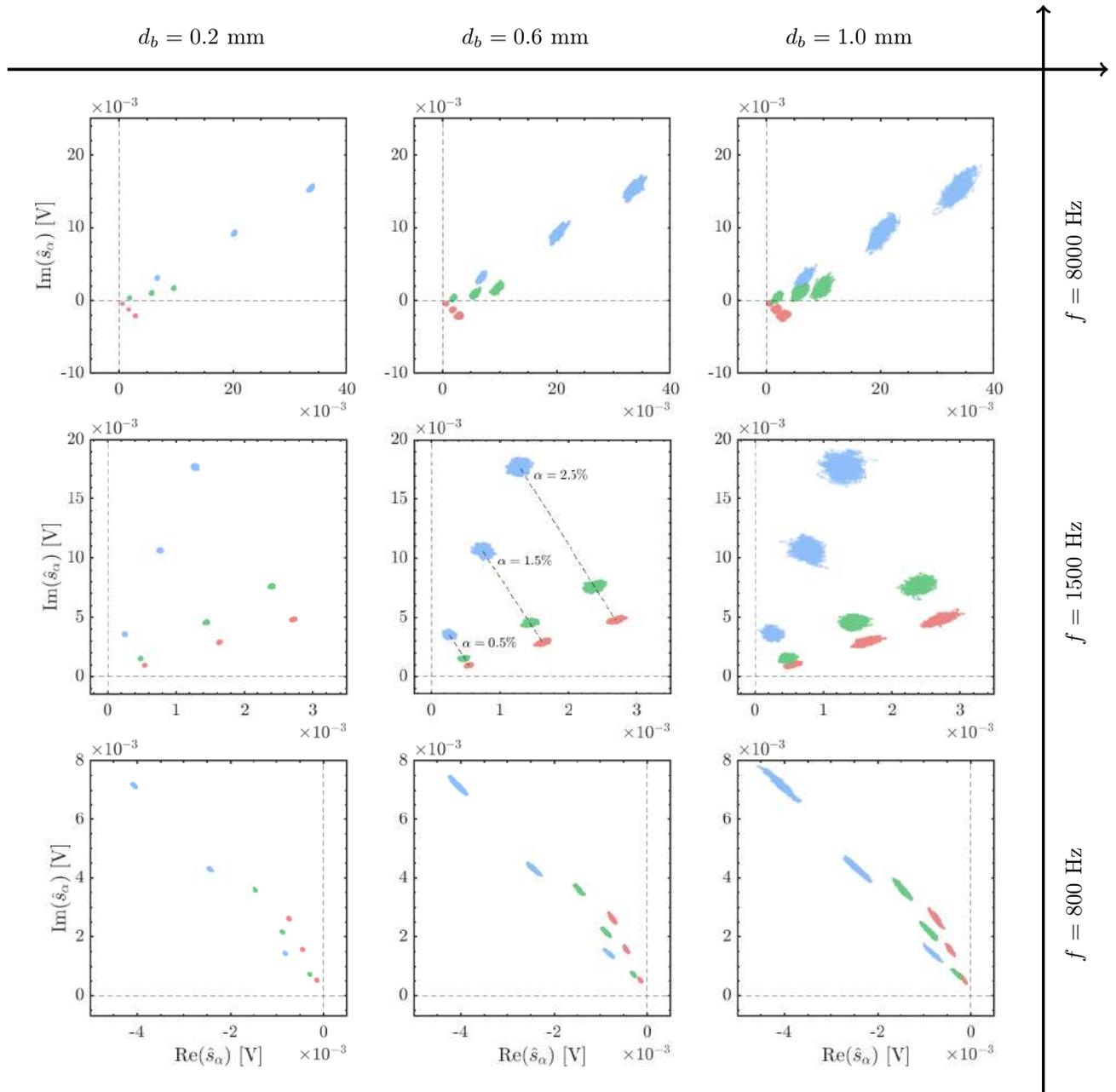


FIGURE 7.21: Évolution dans le plan complexe des signaux induits dans l'ECFM par le passage de nombreuses inclusions. Les perturbations sont calculées par superposition pour la configuration SPS $\oplus$  et leur amplitude augmente avec le taux de vide. Trois taux de vide sont tracés :  $\alpha = 0.5\%$ ,  $1.5\%$  et  $2.5\%$  et les trois distributions radiales sont identifiées par leur couleur :  $f_{\rho,A}$  (rouge),  $f_{\rho,B}$  (vert) et  $f_{\rho,C}$  (bleu). Enfin les 9 figures représentent les données obtenues pour les trois diamètres d'inclusions :  $d_b = 0.2, 0.6$  et  $1.0$  mm et pour les trois fréquences  $f = 800, 1500$  et  $8000$  Hz.

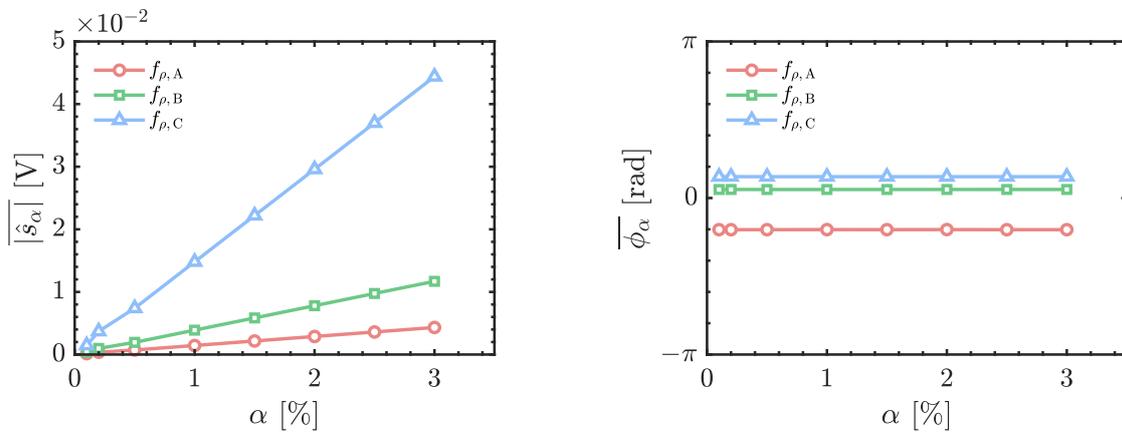
Les données présentées dans la figure précédente montrent que les valeurs moyennes des signaux calculés pour une distribution radiale, un taux de vide et une fréquence donnée ne sont pas influencées par le diamètre des inclusions. La position moyenne dans le plan complexe est donc indépendante de la grandeur  $d_b$ , qui n'influence que les fluctuations de ces signaux. Ces fluctuations sont d'autant plus grandes que le diamètre des inclusions, et donc leur volume, est grand. Ensuite, pour une distribution radiale et une fréquence fixée, la phase du signal ne dépend pas du taux de vide. En effet, une augmentation du taux de vide se traduit graphiquement par une augmentation de l'amplitude moyenne du signal complexe. Enfin, l'amplitude et la phase moyenne de la somme des fém induite dépendent tous les deux fortement de la fréquence ainsi que de la distribution radiale des inclusions dans la conduite. Ces observations permettent d'écrire les relations suivantes pour les valeurs moyennes :

$$\frac{\partial \overline{|\hat{s}_\alpha|}}{\partial d_b} = 0 \quad \text{soit} \quad \overline{|\hat{s}_\alpha|} = \text{fct}(\alpha, f_\rho, \mathcal{S}_\omega), \quad (7.12)$$

$$\frac{\partial \overline{\phi_\alpha}}{\partial d_b} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \overline{\phi_\alpha}}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{soit} \quad \overline{\phi_\alpha} = \text{fct}(f_\rho, \mathcal{S}_\omega). \quad (7.13)$$

La relation (7.12) montre qu'il n'est pas possible d'écrire une relation simple entre la fém mesurée et le taux de vide, par exemple de la forme (3.52) ou (3.53), sans informations sur la distribution radiale des inclusions dans la conduite. Cette relation devrait également dépendre de la fréquence et de la conductivité électrique du fluide. L'amplitude moyenne et la phase moyenne des signaux sont tracées en fonction du taux de vide sur la figure 7.22 pour les différentes distributions radiales étudiées à la fréquence  $f = 6000$  Hz. La figure permet de mettre en évidence la linéarité de l'amplitude du signal avec le taux de vide et l'invariance de la phase. L'ECFM étudié ici est un ECFM externe, et les calculs montrent une plus grande sensibilité lorsque les inclusions sont proches de la bobine, là où les champs perturbés sont plus forts. À l'inverse, un ECFM interne serait davantage sensible aux inclusions si ces dernières se regroupaient au centre, ce qui est par exemple le cas pour les écoulements descendants (3.31). Ces observations permettent de préciser la relation (7.12) pour l'amplitude moyenne :

$$\overline{|\hat{s}_\alpha|} = \alpha \times \text{fct}(f_\rho, \mathcal{S}_\omega). \quad (7.14)$$



(a) Effet du taux de vide sur l'amplitude moyenne. (b) Effet du taux de vide sur la phase moyenne.

FIGURE 7.22: Effet du taux de vide sur : (a) l'amplitude moyenne et (b) la phase moyenne du signal induit par le passage des inclusions calculé avec l'hypothèse de superposition et le modèle analytique pour la configuration SPS $\oplus$ . Les résultats ont été obtenus à 6000 Hz et sont les mêmes pour tous les diamètres d'inclusions.

La dépendance en fréquence correspond, comme pour l'étude des inclusions isolées, à une dépendance au paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$ . Cette dépendance signifie qu'une augmentation de la fréquence ou de la conductivité électrique du métal liquide a le même effet sur la réponse de l'ECFM. Les dépendances en fréquence de l'amplitude moyenne et de la phase moyenne du signal complexe sont illustrées sur la figure 7.23. Ces courbes permettent de déterminer une fréquence optimale d'utilisation pour obtenir une sensibilité élevée au taux de vide et de voir l'influence de la distribution radiale des inclusions sur la sensibilité du capteur. Pour les hautes fréquences, lorsque l'épaisseur de peau devient petite, l'ECFM est plus sensible aux distributions ayant une plus grande proportion d'inclusions à proximité des bobines, dans cette épaisseur de peau. Cet effet serait inversé pour un ECFM interne.

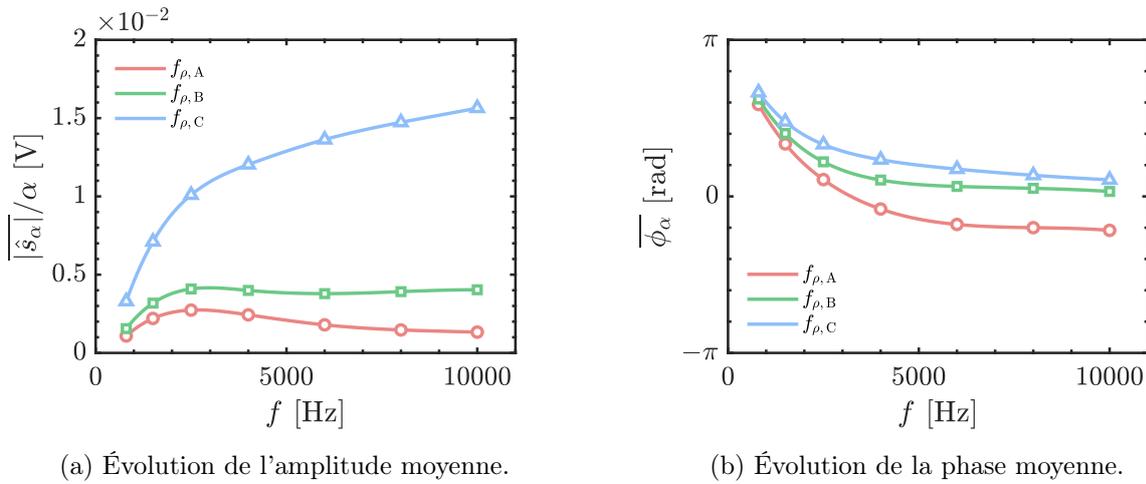


FIGURE 7.23: Évolution : (a) de l'amplitude moyenne par unité de taux de vide et (b) de la phase moyenne du signal complexe induit par le passage des inclusions en fonction de la fréquence d'excitation de la bobine primaire pour la configuration SPS⊕. La réponse est calculée pour les distributions  $f_{\rho,A}$  (rouge),  $f_{\rho,B}$  (vert) et  $f_{\rho,C}$  (bleu). Les courbes concernant différents taux de vide et diamètres d'inclusions sont ici toutes superposées.

Enfin, tout comme pour la configuration SPS⊖, on cherche à identifier la dépendance des fluctuations avec le volume des inclusions et le taux de vide. La figure 7.24a illustre l'effet du volume des inclusions sur l'écart-type de l'amplitude du signal à 6000 Hz pour un taux de vide fixé à 1% et pour les trois distributions modèles. La figure 7.24b illustre l'effet du taux de vide sur l'écart-type de l'amplitude du signal à 6000 Hz pour un diamètre d'inclusion fixé à  $d_b = 0.2$  mm et pour les trois distributions modèles. Ces deux figures permettent à nouveau d'identifier une dépendance de l'écart type du signal de la forme :

$$\text{Std}(|\hat{s}_\alpha|) = \sqrt{\alpha} \sqrt{V_b} \times \text{fct}(f_\rho, \mathcal{S}_\omega) = V_b \sqrt{N_b} \times \text{fct}(f_\rho, \mathcal{S}_\omega). \quad (7.15)$$

Cette relation est à nouveau analogue à un processus de marche aléatoire dont la longueur d'un pas est proportionnelle à la quantité  $V_b$  et dont le nombre de pas est donné par  $N_b$ . La direction de la marche aléatoire n'est cependant pas isotrope en raison de l'influence de la distribution radiale des inclusions et de l'effet du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$ . Le signal utilisé pour une mesure du taux de vide sera d'autant plus perturbé que les inclusions ou les bulles sont volumineuses et nombreuses.

Ces fluctuations de l'amplitude sont liées aux variations aléatoires de la position radiale des inclusions dans la conduite, mais pas seulement. Bien que la distribution axiale utilisée pour construire les signaux soit uniforme, des inhomogénéités de taux de vide apparaissent lors d'un tirage aléatoire, et ces fluctuations sont d'autant plus fortes que le nombre d'inclusions est faible. Pour illustrer cet effet, la figure 7.25 présente l'évolution du taux de vide local, c'est-à-dire centré

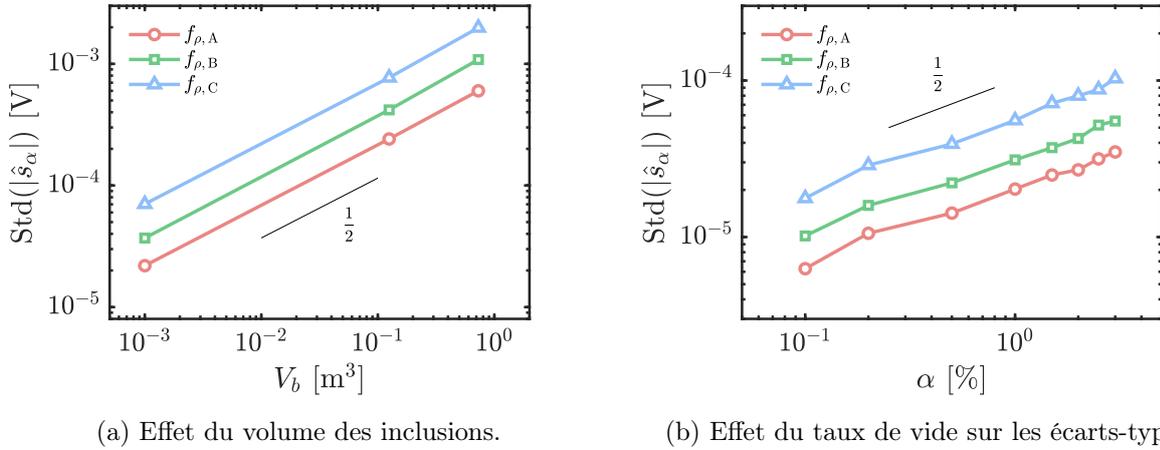


FIGURE 7.24: (a) Effet du volume et (b) effet du taux de vide des inclusions sur l'écart-type de l'amplitude du signal induit par le passage d'inclusions dans la configuration  $\text{SPS}\oplus$ . L'effet est tracé pour les trois distributions radiales  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$  dans les conditions (a)  $f = 6000$  Hz et  $\alpha = 1\%$  et (b)  $f = 6000$  Hz et  $d_b = 0.2$  mm.

sur une position  $L$ , en traçant la densité de probabilité de présence des inclusions en fonction de la coordonnée  $L$  pour un tirage aléatoire. L'amplitude du signal correspondant est également tracée lors de la translation du milieu conducteur transportant les inclusions isolantes dans la conduite. Cette figure suggère l'existence d'une corrélation entre ces deux grandeurs qui explique en partie l'origine des fluctuations du signal de l'ECFM lors du passage d'un grand nombre d'inclusions.

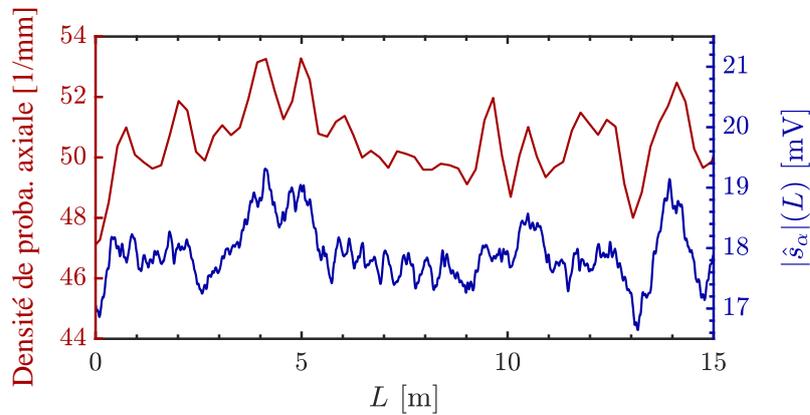


FIGURE 7.25: Densité de probabilité de présence des inclusions en fonction de la coordonnée  $L$  pour un tirage aléatoire effectué avec les paramètres :  $f = 4000$  Hz,  $f_{\rho,C}$ ,  $d_b = 1.8$  mm et  $\alpha = 1.5\%$  et évolution de l'amplitude de la somme des tensions  $\hat{s} = \hat{s}_1 + \hat{s}_2$  lors de la translation des inclusions dans la conduite.

### Méthode inverse

Dans les équations (7.11) à (7.15),  $f_\rho$  représente la densité de probabilité qui caractérise la distribution radiale des inclusions. Les relations sont donc des fonctionnelles puisqu'elles ne dépendent pas seulement de scalaires mais aussi d'une autre fonction,  $f_\rho$ . Sans connaissances préalables et sans faire d'hypothèses supplémentaires sur la forme des distributions radiales, il n'est pas possible de simplifier les expressions (7.12) et (7.13). Cette dépendance compromet l'utilisation de ces relations pour mettre en oeuvre une méthode inverse, puisque la relation fonctionnelle qui existe entre  $\overline{\phi_\alpha}$  et  $f_\rho$  empêche une inversion triviale, comme cela était possible dans le cas d'une inclusion ou d'une bulle isolée.

S'il est possible de paramétrer les distributions  $f_\rho$  avec un unique paramètre scalaire, alors une inversion univoque de la relation  $\overline{\phi_\alpha} = \text{fct}(f_\rho, \mathcal{S}_\omega)$  est envisageable. La mesure de la phase moyenne permet alors de déterminer  $f_\rho$ , puis la mesure de l'amplitude moyenne permet de déterminer le taux de vide à partir des relations (7.12) et (7.13) et à l'aide d'abaques obtenues expérimentalement ou par la simulation. Pour illustrer cette approche, il faut choisir des distributions  $f_\rho$  qui peuvent être entièrement caractérisées par une seule grandeur scalaire. La fonction  $f_\rho$  doit avoir une intégrale égale à 1 mais également être positive ou nulle. Par exemple, dans le but d'imiter les tendances des distributions radiales de bulles mesurées expérimentalement dans l'eau, la loi de probabilité suivante a été utilisée pour les distributions  $f_{\rho,A}$ ,  $f_{\rho,B}$  et  $f_{\rho,C}$  :

$$f_\rho = \Lambda \rho^4 + K \quad \text{avec} \quad K = \frac{1}{\rho_{\max}} - \frac{\Lambda \rho_{\max}^4}{5}, \quad (7.16)$$

avec  $\Lambda_A = -5.2 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-5}$ ,  $\Lambda_B = 0 \text{ mm}^{-5}$  et  $\Lambda_C = +1.9 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-5}$ . En faisant l'hypothèse que la distribution radiale des inclusions suit cette loi, alors il n'y a que deux grandeurs qui influencent la réponse de l'ECFM au passage des inclusions,  $\Lambda$  et le taux de vide  $\alpha$ . Les relations précédentes s'écrivent alors sous une forme qui peut être inversée pour déterminer  $\Lambda$  et  $\alpha$  à partir d'une mesure de l'amplitude et de la phase moyenne :

$$\begin{cases} |\overline{\hat{s}_\alpha}| &= \alpha \times \text{fct}(\Lambda), \\ \overline{\phi_\alpha} &= \text{fct}(\Lambda), \end{cases} \quad \text{à } \mathcal{S}_\omega \text{ fixé.} \quad (7.17)$$

La figure 7.26 montre ces dépendances et peut être utilisée pour caractériser la phase dispersée à partir de mesures expérimentales en sélectionnant une isoligne sur chaque surface  $|\overline{\hat{s}_\alpha}|$  et  $\overline{\phi_\alpha}$ , puis en trouvant le point de fonctionnement correspondant à leur intersection. Cette méthode d'inversion, si elle est possible, est simple à mettre en oeuvre. S'il n'est pas possible de paramétrer les distributions de cette façon, une autre approche pourrait consister à utiliser l'une des méthodes multi-fréquences présentées au chapitre 3 pour sonder l'écoulement sur différentes épaisseurs de peau et déduire plus d'informations sur la configuration de l'écoulement.

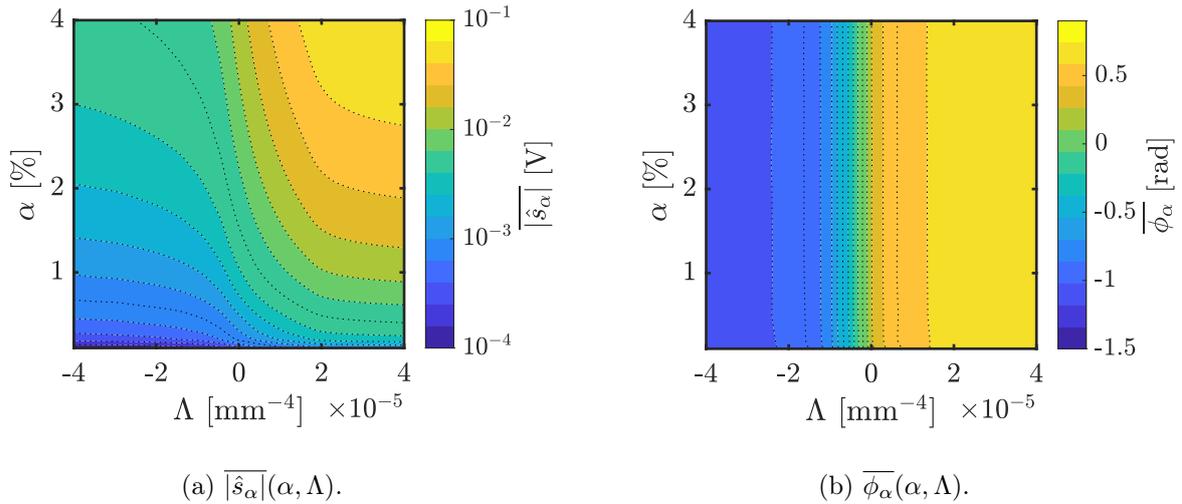


FIGURE 7.26: Dépendance de l'amplitude et de la phase moyenne du signal induit dans l'ECFM par le passage de nombreuses inclusions en fonction du taux de vide  $\alpha$  et du paramètre  $\Lambda$  qui caractérise la distribution radiale des inclusions dans la conduite. Les résultats ont été obtenus par la superposition des perturbations calculées avec le modèle analytique pour la configuration SPS $\oplus$  et pour un paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  fixé à environ 18.5.

## 7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode des éléments finis et la modélisation analytique ont permis d'étudier l'effet d'un grand nombre d'inclusions sur le signal de l'ECFM. La première étape a été la mise au point d'une méthode permettant de calculer le signal généré par un grand nombre d'inclusions pour des faibles taux de vide ( $< 4\%$ ). Cette méthode a ensuite été utilisée afin de trouver une géométrie d'ECFM efficace pour la mesure du taux de vide puis pour tenter d'établir un lien entre le taux de vide et le signal de l'ECFM. À partir de ces modélisations, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Tant que le taux de vide est inférieur à  $3.5\%$ , la perturbation du signal de l'ECFM au passage de nombreuses inclusions correspond à la superposition des perturbations engendrées par chaque inclusion. Cette technique est valable pour les configurations  $\text{SPS}\ominus$  et  $\text{SPS}\oplus$  ainsi que pour des données obtenues à l'aide des simulations par la méthode des éléments finis ou bien à l'aide du modèle analytique. L'erreur relative effectuée sur l'amplitude lorsque le signal est déterminé par superposition plutôt que par un calcul prenant en compte toutes les inclusions est inférieure à  $10\%$ .
- La configuration  $\text{SPS}\ominus$  est principalement utilisée pour la mesure de débit. Lorsqu'un grand nombre de bulles traverse un ECFM dans cette configuration, cela perturbe la mesure de débit. Le calcul des signaux par superposition permet de prédire ces perturbations en fonction du taux de vide ou du diamètre des inclusions. La valeur moyenne complexe du signal induit par l'écoulement est inchangée lors du passage des inclusions, mais des fluctuations apparaissent. Ces fluctuations sont d'autant plus grandes que le nombre d'inclusions et leur volume augmente.
- La configuration  $\text{SPS}\oplus$  produit un signal particulièrement sensible au passage d'inclusions. Le calcul des signaux par superposition permet de prédire l'influence du taux de vide, de la distribution radiale et du diamètre des inclusions sur le signal. Les simulations indiquent que l'amplitude moyenne du signal évolue linéairement avec le taux de vide et dépend de la distribution radiale des inclusions, mais qu'elle ne dépend pas directement du diamètre des inclusions. La phase moyenne du signal dépend quant à elle uniquement de la distribution radiale des inclusions.
- Les relations obtenues entre le signal complexe moyen de l'ECFM et le taux de vide ne peuvent pas être inversées de façon triviale, comme dans le cas des inclusions isolées. Cette impossibilité résulte de la dépendance fonctionnelle qui existe entre le signal complexe et la distribution radiale des inclusions. Pour réaliser cette inversion, une première piste consiste à paramétrer les distributions radiales à l'aide d'une seule grandeur scalaire (par exemple avec des lois de probabilités à un paramètre). Dans ce cas, une mesure expérimentale permettrait de déterminer à la fois le taux de vide mais aussi la distribution radiale des inclusions. Si cette paramétrisation n'est pas envisageable, une autre piste pourrait consister à effectuer des mesures à plusieurs fréquences pour obtenir plus d'informations sur la distribution du taux de vide dans la conduite.



## Conclusion générale et perspectives

L'objectif de cette thèse est d'étudier l'interaction entre un champ magnétique oscillant et un écoulement de métal liquide transportant des inclusions isolantes telles que des particules ou des bulles. Cette étude répond au besoin de détecter et de quantifier la présence de bulles dans les écoulements de sodium, afin de garantir la sûreté des circuits primaires ou secondaires des réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium (RNR-Na). Les débitmètres à distorsion de flux, également appelés *Eddy-Current Flow Meters* (ECFM), sont couramment utilisés pour mesurer les débits dans les écoulements de métaux liquides. Cependant, les mesures de débit réalisées avec ces ECFM ont montré une sensibilité à la présence de bulles dans ces écoulements. Ces observations soulèvent alors la question de l'utilisation de techniques inductives pour réaliser des mesures du taux de vide. Ainsi, cette thèse se concentre sur l'utilisation des ECFM pour la caractérisation des inclusions isolantes transportées par un écoulement de liquide électriquement conducteur. Une boucle expérimentale a été mise en place afin de mettre en circulation du galinstan, un métal liquide à température ambiante, et d'y injecter des bulles d'argon. Cette boucle expérimentale est utilisée pour étudier l'effet du passage d'une ou plusieurs inclusions/bulles, en l'absence ou en présence d'un écoulement. En complément des données obtenues à partir de cette boucle expérimentale, différentes modélisations analytiques ou numériques et d'autres dispositifs expérimentaux sont utilisés pour compléter et interpréter les résultats.

Après avoir rappelé les équations de la magnétohydrodynamique et présenté les nombres adimensionnels qui caractérisent les phénomènes physiques d'intérêt dans cette étude, la revue de la littérature effectuée au chapitre 3 a permis de faire un bilan sur l'utilisation des ECFM pour la mesure de débits et la détection des bulles. Deux approches existent dans la littérature pour étudier les perturbations induites par la présence d'inclusions isolante. La première est statistique, sur des temps longs et pour un grand nombre de bulles. La seconde approche consiste à étudier en détail l'effet du passage d'une seule inclusion afin de comprendre les phénomènes physiques associés. Dans ces deux situations, il est possible de décomposer les perturbations du signal de l'ECFM en trois composantes : une composante géométrique mesurée en présence d'un liquide statique, une composante induite par l'écoulement du liquide et une composante induite par le passage de bulles. Le couplage entre ces effets est négligeable tant que le nombre de Reynolds magnétique est très inférieur à 1 et que le taux de vide reste inférieur à environ 4%.

L'étude se concentre initialement sur l'analyse théorique du passage d'une seule inclusion. Afin de déterminer le signal induit par une inclusion en fonction de sa position et de sa taille, le modèle analytique développé par Guichou a été étendu pour couvrir une plus large gamme de fréquences et de diamètres d'inclusions. De plus, la réponse induite par une inclusion a été modélisée par la méthode des éléments finis afin de prendre en compte son extension spatiale. En exploitant les données obtenues grâce à ces approches, une méthode inverse a été développée pour estimer le diamètre et la position radiale d'une inclusion à partir de l'amplitude et de la phase du signal de l'ECFM.

La validation expérimentale de la méthode inverse est ensuite réalisée pour des inclusions isolées dans un métal liquide statique. Un premier dispositif expérimental permet de translater des inclusions solides dont le diamètre et la position radiale sont contrôlés, à l'intérieur d'un tube contenant du galinstan immobile. Un excellent accord est constaté entre les prédictions obtenues par les modélisations et les mesures expérimentales. Par la suite, le dispositif expérimental est modifié afin de permettre l'injection de trains de bulles dans le tube de galinstan. La méthode inverse est utilisée pour déterminer le diamètre des bulles injectées et démontre une excellente précision. De plus, grâce à l'ECFM, il est possible de caractériser les distributions de position radiale des bulles, leur vitesse d'ascension et leur déplacement radial dans la section de l'ECFM.

La caractérisation des inclusions isolées par la méthode inverse est également vérifiée expérimentalement dans un métal liquide en écoulement. Un deuxième dispositif expérimental a été mis en place pour permettre la circulation du galinstan liquide dans une boucle où des trains de bulles d'argon sont injectés. Malgré un rapport signal/bruit plus faible que pour la configuration statique, la méthode inverse permet de déterminer la masse de gaz qui traverse la section de l'ECFM, ainsi que la distribution des positions radiales des bulles. Ces expérimentations démontrent la faisabilité de la caractérisation des inclusions isolées à l'aide d'un ECFM, même dans des conditions d'écoulement turbulent.

La présence d'un grand nombre d'inclusions dans la section de l'ECFM est modélisée théoriquement. Pour les faibles taux de vide, le calcul des signaux peut être calculé par la superposition des perturbations induites par chaque inclusion. La validité de cette méthode est vérifiée pour des taux de vides inférieurs à environ 4%. Cette méthode est appliquée à différentes géométries d'ECFM afin de proposer une configuration optimale pour la détection du taux de vide. Des perspectives sont présentées pour développer une méthode inverse permettant la détection et la quantification du taux de vide dans un écoulement diphasique de métal liquide.

### **Perspectives de la thèse**

L'ECFM peut être utilisé comme un outil pour étudier la dynamique des bulles, notamment dans le but d'obtenir davantage d'informations sur les distributions des positions radiales des bulles isolées dans l'écoulement. Cette étape serait un premier pas vers la caractérisation des distributions lorsque un grand nombre de bulles sont présentes dans la conduite. Des expériences doivent être réalisées pour déterminer si les distributions radiales de bulles peuvent être paramétrées à l'aide d'un seul paramètre scalaire, et si tel est le cas, déterminer sous quelle forme. Si ce n'est pas possible, il sera nécessaire de développer une autre méthode d'inversion du problème, par exemple avec une approche multi-fréquentielle. Des expérimentations supplémentaires pourraient ensuite être réalisées sur le même dispositif expérimental, en injectant un grand nombre de bulles afin de confirmer les observations réalisées dans le chapitre 7 concernant la mesure du taux de vide à partir du signal moyen induit dans l'ECFM. Par ailleurs, la problématique de la mesure du taux de vide dans des régimes où la superposition n'est plus possible n'a pas été étudiée au cours de cette thèse. Il serait donc intéressant de se pencher sur cette question et de développer des approches spécifiques. Ces caractérisations des inclusions par la méthode inverse pourraient être effectuées avec une configuration d'ECFM plus sensible afin d'augmenter la sensibilité et la précision du capteur mais aussi de réduire l'influence de l'écoulement et du bruit. Enfin, concernant les mesures de débit, l'étude des fluctuations du signal dans le cas d'un écoulement monophasique pourrait permettre de déterminer certaines caractéristiques de l'écoulement, telles que le nombre de Reynolds. Ces informations pourraient potentiellement être utilisées pour mesurer des profils de vitesse ou pour des applications de débitmétrie.

# Nomenclature

## Constantes physiques

$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide [H/m]
$\epsilon_0$	Permittivité diélectrique du vide [F/m]
$c$	Vitesse de la lumière dans le vide [m/s]
$g$	Accélération de la pesanteur [m/s <sup>2</sup> ]

## Nombres adimensionnels

$\mathcal{S}_\omega$	Paramètre d'écrantage
$\Phi_\eta$	Rapport des viscosités
$\Phi_\rho$	Rapport des densités
$Re_b$	Nombre de Reynolds (bulle)
$R_m$	Nombre de Reynolds magnétique
$Ca$	Nombre capillaire
$Eo$	Nombre de Eötvös
$Ga$	Nombre de Galilée
$Ha$	Nombre de Hartmann
$Mo$	Nombre de Morton
$N$	Paramètre d'interaction
$Re$	Nombre de Reynolds
$We$	Nombre de Weber

## Symboles

$\alpha$	Taux de vide [-]
$\beta$	Coefficient d'amortissement [1/m]
$\chi_m$	Susceptibilité magnétique [-]
$\delta$	Épaisseur de peau [m]
$\delta_{i,j}$	Symbole delta de Kronecker [-]
$\eta$	Viscosité dynamique [Pa.s]
$\gamma$	Tension de surface [N/m]
$\hat{s}_1$	Tension complexe de la bobine $S_1$ [V]
$\hat{s}_2$	Tension complexe de la bobine $S_2$ [V]
$\hat{Z}$	Impédance complexe [ $\Omega$ ]
$\lambda$	Diffusivité magnétique [m <sup>2</sup> /s]
$\mathbb{1}$	Fonction indicatrice [-]
$\mathcal{B}$	Champ magnétique caractéristique [T]
$\mathcal{E}$	Force électromotrice [V]
$\mathcal{J}$	Densité de courant caractéristique [A/m <sup>2</sup> ]
$\mathcal{L}$	Longueur caractéristique [m]
$\mathcal{U}$	Vitesse caractéristique [m/s]
$\Im m$	Partie imaginaire [-]
$\Re$	Partie réelle [-]
$\nu_t$	Viscosité turbulente [m <sup>2</sup> /s]
$\omega$	Pulsation [rad/s]
$\Phi$	Flux du champ magnétique [T.m <sup>2</sup> ]

$\phi_1$	Phase de la tension $s_1$ [rad]
$\phi_2$	Phase de la tension $s_2$ [rad]
$\rho$	Masse volumique [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_b$	Position radiale [m]
$\rho_e$	Densité volumique de charge électrique [C/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Conductivité électrique [S/m]
$\sigma_{eq}$	Conductivité électrique équivalente [S/m]
$\sigma_f$	Densité surfacique de charge électrique [C/m <sup>2</sup> ]
$\mathbf{A}$	Potentiel vecteur [T.m]
$\mathbf{B}$	Champ magnétique [T]
$\mathbf{E}$	Champ électrique [V/m]
$\mathbf{f}$	Densité volumique de force [N/m <sup>3</sup> ]
$\mathbf{f}_{el}$	Force électrique par unité de charge [N/C]
$\mathbf{f}_{lap}$	Force de Laplace par unité de volume [N/m <sup>3</sup> ]
$\mathbf{F}_{lor}$	Force de Lorentz [N]
$\mathbf{H}$	Excitation magnétique [A/m]
$\mathbf{J}$	Densité vol. de courant électrique [A/m <sup>2</sup> ]
$\mathbf{K}_f$	Densité surfacique de courant électrique [A/m]
$\mathbf{M}$	Aimantation [A/m]
$\mathbf{u}$	Vecteur vitesse [m/s]
$\mathbf{x}$	Vecteur position [m]
$\theta$	Coordonnée angulaire [rad]
$\zeta$	Nombre d'onde adimensionnel [-]
$C_D$	Coefficient de traînée [-]
$C_L$	Coefficient de portance [-]
$d_{eq}$	Diamètre équivalent [m]
$d_b$	Diamètre de la bulle ou inclusion [m]
$E$	Excentricité [-]
$f$	Fréquence [Hz]
$G$	Fonction de Green [-]
$H$	Courbure locale moyenne [1/m]
$h$	Hauteur [m]
$I$	Amplitude du courant électrique [A]
$i$	Courant électrique [A]
$j$	Unité imaginaire [-]
$k$	Nombre d'onde [1/m]
$L$	Inductance [H]
$N_c$	Nombre de couches de fil [-]
$N_e$	Nombre total d'enroulements [-]
$N_s$	Nombre de spires de fil [-]
$p$	Pression [Pa]
$P_G$	Fonction caractéristique de phase [-]
$q$	Charge électrique [C]
$R$	Résistance [ $\Omega$ ]
$S_1$	Amplitude de la tension de la bobine $S_1$ [V]
$s_1$	Tension de la bobine $S_1$ [V]
$S_2$	Amplitude de la tension de la bobine $S_2$ [V]
$s_2$	Tension de la bobine $S_2$ [V]
$T$	Température [K]
$t$	Temps [s]
$V$	Potentiel électrique [V]
$V_t$	Vitesse terminale [m/s]
$V_b$	Volume de la bulle ou inclusion [m <sup>3</sup> ]



## Annexe A

# Méthodes de débitmétrie et de détection de bulles pour les métaux liquides

### A.1 Méthodes de débitmétrie pour les métaux liquide

L'utilisation des ECFM pour la débitmétrie est limitée en raison des problèmes de sensibilité, d'étalonnage et de fluctuations du signal avec la température du fluide. Dans le cas du (*British Prototype Fast Reactor*), les ECFM ont été utilisés pour détecter l'arrêt de l'écoulement en cas de blocage éventuel dans les assemblages combustibles, mais pas pour mesurer le débit du fluide caloporteur [39]. D'autres approches existent, mais elles ne permettent pas de surmonter toutes les contraintes imposées par le milieu du réacteur. Il convient toutefois de souligner la diversité des méthodes actuellement étudiées pour mesurer le le débit des écoulements de métaux liquides afin de comprendre la contribution des ECFM dans ce domaine. Ces recherches se concentrent principalement sur deux axes : les techniques inductives et les techniques acoustiques [102].

Parmi les méthodes basées sur l'induction magnétique, la *Lorentz Force Velocimetry* (LFV) consiste à appliquer un champ magnétique transversal à l'écoulement, ce qui génère des courants électriques et une force de Laplace qui s'oppose à l'écoulement du liquide [103]. Une force de réaction équivalente est induite sur les aimants et peut être reliée à la vitesse d'écoulement du fluide (figure A.1a). Cependant, cette approche nécessite l'utilisation d'aimants permanents à l'extérieur de la conduite, et l'influence de la température et des différentes conductivités électriques en jeu reste problématique. Une autre application de la force de Laplace pour la débitmétrie consiste à mettre un élément de capteur en rotation, tels que pour les débitmètres rotatifs et les volants magnétiques. Sous certaines conditions géométriques, la vitesse de rotation des aimants permanents peut devenir indépendante de la conductivité électrique du liquide en écoulement [104]. Malheureusement, les inconvénients tels que le temps de réponse, l'encombrement, la présence d'aimants permanents et de pièces mobiles limitent l'application de ces méthodes aux réacteurs nucléaires refroidis au sodium (RNR-Na) [42]. Une autre technique consiste à générer une rangée de tourbillons de Von Karman, c'est-à-dire une série de tourbillons contrarotatifs qui perturbent périodiquement le champ magnétique externe. La période d'oscillation est détectée à l'aide d'un *Electromagnetic Vortex Flow Meter* (EVFM), qui peut par exemple être composé d'une bobine associée à un aimant permanent (figure A.1b). La fréquence mesurée dépend alors des paramètres adimensionnels du problème, ce qui permet de mesurer la vitesse d'écoulement [105].

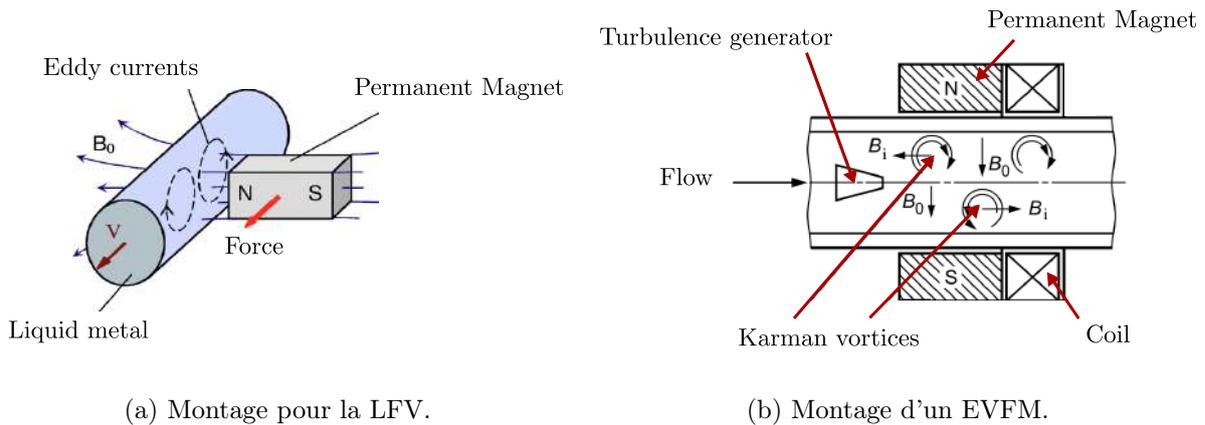


FIGURE A.1: Schémas de principe : (a) pour la vélocimétrie par force de Lorentz, montrant l'action d'un aimant permanent sur l'écoulement d'un fluide conducteur [103] et (b) pour la vélocimétrie par induction électromagnétique de vortex, montrant la génération de vortex et la perturbation du champ magnétique qui en résulte [105].

Enfin, une autre idée originale pour se débarrasser de la dépendance à la température du fluide consiste à générer des courants de Foucault dans le fluide et à les laisser se faire transporter par l'écoulement. Ces courants sont ensuite détectés en aval de leur lieu de production [106]. Le *Transient Eddy-Current Flow Meter* (TECFM) est basé sur ce principe et permet d'éviter les étapes fastidieuses d'étalonnage qui sont nécessaires à l'utilisation d'un ECFM. Leur principal inconvénient est la diffusion rapide des courants dans le fluide conducteur qui empêche leur traçabilité sur de longues périodes [107]. Cette technologie est actuellement étudiée pour les boucles de sodium [108].

Les méthodes acoustiques de débitmétrie par temps de transit utilisent l'émission et la réception d'ondes acoustiques émises par sondes piézoélectriques. La vitesse d'écoulement est déterminée à partir du temps de parcours de différents signaux acoustiques émis depuis des sondes en contact direct avec l'écoulement ou placées de manière non intrusive sur la paroi externe de la conduite. Cependant, cette méthode est aussi très sensible aux fluctuations de température du fluide, de la conduite et des sondes, ainsi qu'aux rayonnements ionisants et à l'état, pleinement développé ou non, de l'écoulement [109]. Jusqu'à présent, ces méthodes ne sont pas applicables aux écoulements dont la température dépasse environ  $400^{\circ}\text{C}$ , en raison de la température de Curie des matériaux piézoélectriques et des contraintes de tenue en température du milieu couplant entre la sonde et la conduite. Une autre méthode, l'*Ultrasound Doppler Velocimetry* (UDV), repose sur la reconstruction de profils de vitesse à partir de l'émission et de la réception d'échos acoustiques. Cette technique nécessite la présence d'inhomogénéités acoustiques dans le fluide agissant comme des réflecteurs, mais il est préférable d'éviter la présence de ce type d'inclusions dans les environnements nucléaires. De plus, la plage de température d'utilisation de ces sondes est aussi limitée et l'intensité du signal et la précision de la mesure sont très dégradées au-delà [42]. Le CEA a développé le TUSHT (Transducteurs Ultra Son Haute Température) afin de réaliser de l'imagerie acoustique dans des environnements opaques et extrêmes (température, environnement chimique), mais précision de la mesure du débit d'un écoulement de sodium avec cette sonde est limitée à 20%.

Finalement, l'ECFM reste une méthode prometteuse pour la débitmétrie dans les réacteurs nucléaires refroidis au sodium (RNR-Na), et les principaux défis pour son utilisation que sont l'étalonnage et la compensation des effets liés aux variations de température restent un domaine de recherche actif à ce jour.

## A.2 Méthodes de détection de bulles dans les métaux liquides

Il existe diverses approches pour tenter de déterminer le taux de vide ou caractériser une bulle unique dans un écoulement de liquide métallique en utilisant un ECFM mais aucune méthode inverse robuste n'a été identifiée dans la littérature. De plus, ces méthodes présentent les mêmes limitations que pour la mesure de débit : une faible sensibilité, la nécessité d'un étalonnage régulier et des fluctuations liées à la température. D'autres approches existent, mais elles ne permettent pas de surmonter toutes les contraintes imposées par le milieu du réacteur. Il convient toutefois de souligner la diversité des méthodes actuellement étudiées pour détecter les bulles dans les métaux liquides afin de comprendre la contribution des ECFM dans ce domaine. Ces recherches se concentrent sur trois axes principaux : les techniques inductives, les techniques acoustiques et les techniques d'imagerie.

Parmi les méthodes inductives, la *Lorentz Force Velocimetry* (LFV) est utilisée pour détecter les variations de force lors du passage d'une inclusion dans une conduite de métal liquide (figure A.2a). Cette technique a été mise en œuvre avec succès par Lyu, et les résultats sont raisonnablement bien prédits à l'aide d'un modèle numérique [110]. Cependant, cette méthode repose toujours sur l'utilisation d'aimants permanents, et aucune méthode inverse permettant de retrouver les caractéristiques géométriques de l'inclusion en ascension n'a été proposée. Une autre technique consiste à détecter les perturbations des allées de Von Karman induites par le passage de bulles en utilisant un *Electromagnetic Vortex Flow Meter* (EVFM). Les bulles génèrent un bruit qui semble pouvoir être corrélé avec le taux de vide dans l'écoulement [112, 113]. Cependant, cette méthode nécessite l'utilisation d'un promoteur de turbulence et d'électrodes. Enfin, une étude de faisabilité utilisant la *Magnetic Induction Tomography* (MIT) a montré que cette technique pourrait distinguer différents régimes d'écoulement diphasiques [111]. Le capteur consiste en plusieurs bobines placées à l'extérieur de la conduite (figure A.2b). Lorsqu'une des bobines est excitée par un courant alternatif, le couplage inductif avec chaque autre bobine peut être mesuré en fonction de la structure de l'écoulement dans la conduite. Cependant, deux problèmes doivent être résolus : le problème direct, qui consiste à connaître les signaux mesurés pour un écoulement et un taux de vide donnés, et le problème inverse pour déterminer le taux de vide à partir des mesures. Des études plus approfondies sont nécessaires pour déterminer s'il est possible d'en déduire le taux de vide, en particulier pour les régimes de faible engazement.

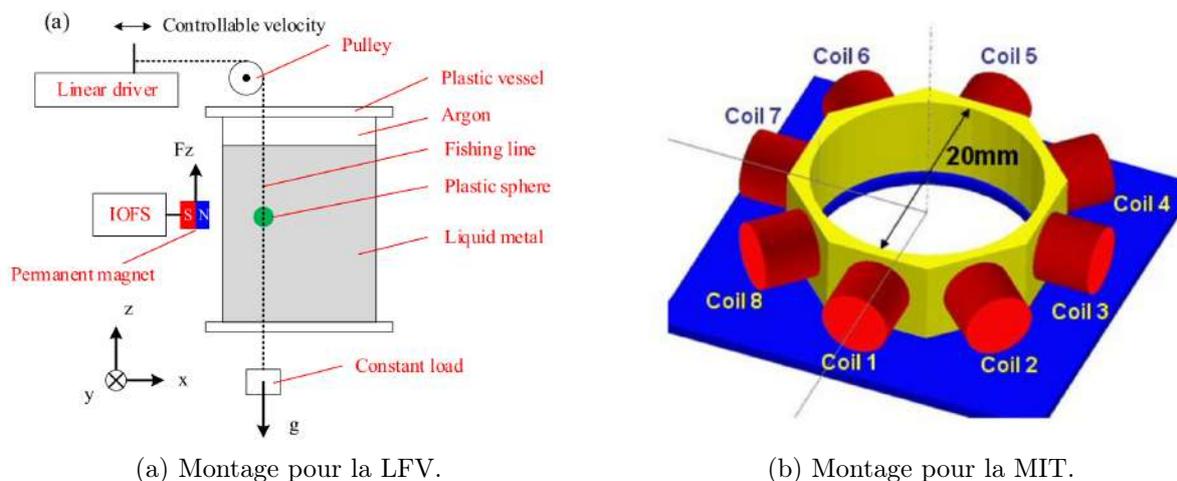


FIGURE A.2: Schémas de principe : (a) pour la détection de bulle par la technique de vélocimétrie par force de Lorentz, montrant l'action d'un aimant sur un liquide conducteur dans lequel passe une inclusion isolante [110] et (b) pour la technique de tomographie par induction magnétique, montrant les différentes bobines placées autour de la conduite dans laquelle le passage d'une bulle influence les inductances mutuelles [111].

Les méthodes acoustiques pour la détection de bulles peuvent être divisées en deux catégories : les méthodes acoustiques passives et les méthodes acoustiques actives. Les méthodes passives exploitent les signaux acoustiques existants sans perturber l'environnement acoustique. Elles se basent sur la réception et l'analyse des signaux acoustiques émis par des sources externes. Par exemple, lorsqu'une bulle est soumise à un bruit acoustique généré par les perturbations naturelles présentes dans le milieu (injection, turbulence), elle tend à retrouver son rayon d'équilibre. Cela se manifeste par des vibrations amorties qui se produisent à une fréquence de résonance caractéristique de la taille de la bulle. L'analyse passive de ces fréquences peut permettre de mesurer le volume d'une bulle. Cependant, cette méthode est difficile à appliquer à un nuage de bulles et en dehors des conditions faiblement bruitées d'un laboratoire [114]. Les méthodes acoustiques actives impliquent l'émission d'un signal acoustique dans l'environnement, puis l'analyse du signal reçu après son interaction avec des objets ou des structures environnantes. Par exemple, la méthode *Ultrasound Transit-Time-Technique* (UTTT) permet de suivre la trajectoire d'une bulle dans un tube de métal liquide en utilisant une série de capteurs qui émettent une impulsion ultrasonore et mesurent le temps entre l'émission et la réception d'un écho pour déduire la distance entre le capteur et la bulle (figure A.3a) [115]. D'autre part, la célérité acoustique et l'atténuation d'un milieu diphasique dépend fortement du taux de vide, car les interfaces entre les phases peuvent réfléchir, réfracter ou absorber une partie de l'énergie sonore. Une approche active peut permettre de déterminer le taux de vide en mesurant la variation de la vitesse de propagation induite par la présence de bulles. Cependant, cette technique nécessite une connaissance préalable de la distribution des tailles de bulles, car le choix de la fréquence d'excitation doit éviter les fréquences de résonance propres aux bulles qui dépendent de leur rayon. Cette méthode est envisagée pour la mesure du taux de vide dans le sodium. D'autres méthodes de mesure de l'atténuation des signaux acoustiques à différentes fréquences semblent permettre de déterminer à la fois le taux de vide et la distribution de tailles des bulles dans la conduite [116]. Ces méthodes acoustiques sont soumises à trois limitations. La première difficulté, similaire à celle rencontrée dans la mesure de débit, est de mettre au point des capteurs pouvant supporter des températures supérieures à 400°C. Ensuite, le bruit de fond peut limiter la qualité des mesures et introduire des perturbations qui évoluent dans le temps. Enfin, des hypothèses doivent être faites sur l'écoulement et la distribution des bulles pour sélectionner les fréquences des signaux acoustiques. Cela conduit souvent à privilégier les fréquences basses, ce qui rend la détection des bulles de petit volume difficile. Malgré ces limites, des mesures du taux de vide ont été réalisées sur une boucle de sodium jusqu'à 300°C en utilisant une mesure d'atténuation grâce aux capteurs TUSHT développés par le CEA [117].

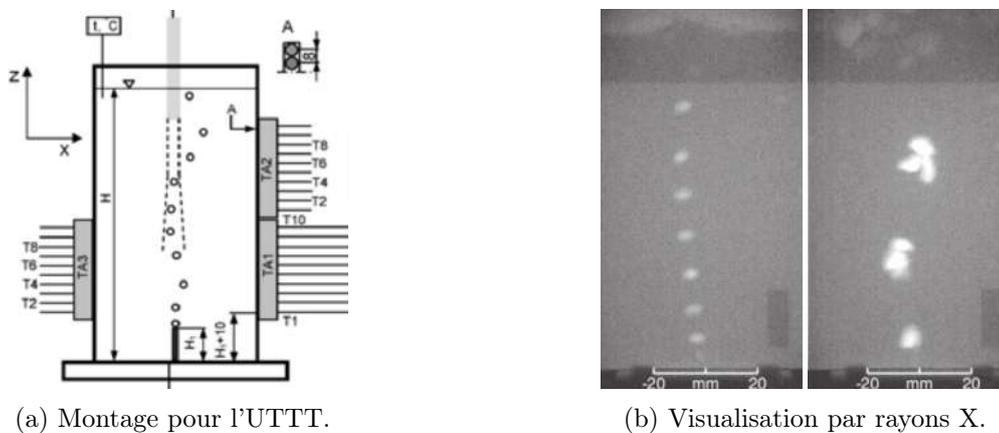


FIGURE A.3: (a) Schéma du dispositif expérimental ultrasonore pour réaliser le suivi de la trajectoire de bulles en ascension dans le métal liquide [115]. (b) Images obtenues par radiographie à rayons X de l'ascension d'un train de bulles dans du galinstan ainsi que de phénomènes de coalescence [118].

Pour les métaux liquides opaques, les méthodes d'imagerie disponibles sont principalement la radiographie à neutrons et la radiographie à rayons X. Ces techniques non invasives offrent une précision qui permet de visualiser les interactions entre les bulles. Par exemple, des études ont utilisé la radiographie à rayons X pour observer des phénomènes de coalescence de bulles (figure A.3b) [118]. Cependant, cette technique est limitée par l'absorption significative des métaux liquides qui empêche de sonder des profondeurs supérieures à quelques centimètres. La radiographie à neutrons permet de sonder des profondeurs plus importantes, mais au détriment d'une résolution plus faible, de mesures plus bruitées et d'un contraste moins élevé [119]. Malheureusement, l'utilisation de ces techniques dans le cadre de la détection de bulles dans un réacteur nucléaire à sodium est difficile en raison des faibles épaisseurs sondables et de la taille de l'équipement nécessaire, ce qui limite leur utilisation au cadre du laboratoire [111].

Chacune de ces techniques présente des inconvénients spécifiques. Certaines ne permettent pas un remplacement facile de l'instrumentation en cas de dysfonctionnement tandis que d'autres sont invasives ou nécessitent l'utilisation d'aimants permanents. Finalement, l'ECFM reste une alternative intéressante pour la mesure du taux de vide dans les réacteurs nucléaires refroidis au sodium (RNR-Na).



## Annexe B

# Écoulements turbulents

### B.1 Équations moyennées pour les écoulements turbulents

Un écoulement turbulent est entièrement décrit par les équations de Navier-Stokes. Néanmoins, il est pratiquement impossible de prédire en détail l'écoulement à des nombres de Reynolds élevés car il existe une vaste gamme d'échelles de longueur à résoudre à chaque instant. De plus, il n'est pas toujours nécessaire d'avoir une connaissance approfondie de toutes les fluctuations turbulentes de la vitesse. Pour ces raisons, chaque composante  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) du champ de vitesse  $\mathbf{u}$  peut être décomposé en un champ moyen  $\bar{u}_i$  ainsi qu'une fluctuation qui est liée à la turbulence  $u'_i$  et dont la valeur moyenne est nulle :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i. \quad (\text{B.1})$$

Cette décomposition permet de séparer l'écoulement moyen des fluctuations turbulentes, ce qui simplifie l'étude de la turbulence tout en conservant les informations essentielles sur l'écoulement global. Dans cette équation, l'opérateur de moyenne est effectué sur un grand nombre de réalisations d'une même expérience qui peut être instationnaire. Sous l'hypothèse d'ergodicité et pour des écoulements statistiquement stationnaires, cette moyenne peut être assimilée à une moyenne temporelle sur une période  $T$  donnée [27]. Si l'échelle de temps des variations des grandeurs statistiquement moyennées est lente par rapport à l'échelle de temps des fluctuations turbulentes, alors une moyenne basée sur le temps peut être conservée même dans les écoulements instationnaires [120]. Ces opérations de moyenne sont présentées sur la figure B.1. En appliquant cet opérateur de moyenne sur chaque composante de l'équation de Navier-Stokes (2.51), il vient :

$$\rho \frac{\bar{D}\bar{u}_j}{\bar{D}t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \eta \nabla^2 \bar{u}_j - \rho \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_i} + f_i, \quad (\text{B.2})$$

où  $\bar{D}/\bar{D}t$  est l'opérateur moyen de dérivation particulaire défini par  $\partial/\partial t + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla)$ . Un nouveau terme apparaît dans cette équation sur la vitesse moyenne qui fait intervenir la quantité  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ , appelée tenseur de Reynolds. Ce tenseur traduit le couplage qui existe entre l'écoulement moyen et la turbulence. L'effet des fluctuations turbulentes se traduit par la présence d'un terme de contrainte supplémentaire qui représente le flux de quantité de mouvement causé par la turbulence et joue un rôle essentiel dans la description de ces écoulements. Lorsqu'on s'intéresse uniquement à l'écoulement moyen, c'est cette équation qui doit être résolue, souvent numériquement. Les effets de la turbulence sur l'écoulement moyen doivent impérativement être pris en compte et des modèles de turbulence sont généralement développés pour décrire l'effet du tenseur de Reynolds.

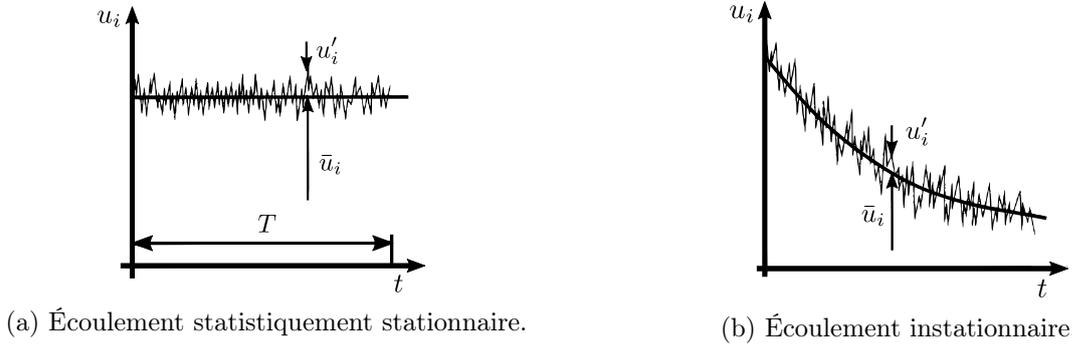


FIGURE B.1: Décomposition de la vitesse  $u_i$  en un champ moyen  $\bar{u}_i$  ainsi que des fluctuations qui sont liées à la turbulence  $u'_i$  et dont la valeur moyenne est nulle. Une moyenne temporelle peut permettre de déterminer  $\bar{u}_i$  pour un écoulement statistiquement stationnaire tandis qu'une moyenne d'ensemble peut être nécessaire pour un écoulement instationnaire [121].

En effet, il est impossible d'obtenir une équation de transport pour le tenseur de Reynolds sans introduire de nouvelles inconnues, ce qui constitue le problème de fermeture en turbulence. Afin de fermer le système, il faut introduire des informations supplémentaires qui seront nécessairement de nature *ad hoc*. Une approche couramment utilisée dans les équations moyennées consiste à supposer que le déviateur du tenseur de Reynolds est proportionnel au taux moyen de déformation :

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \rho \nu_t \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \rho \overline{u'_k u'_k} \delta_{ij}, \quad (\text{B.3})$$

où  $\nu_t(\mathbf{x}, t)$  représente la viscosité turbulente, qui est une propriété de l'écoulement plutôt que du fluide lui-même. L'idée sous-jacente est que les effets du mélange turbulent sont similaires aux effets du transport diffusif, ce qui augmente la viscosité effective du fluide [120]. Une modélisation de cette viscosité turbulente est alors nécessaire.

## B.2 Le modèle $k - \varepsilon$

La résolution des équations de Navier-Stokes moyennées peut être réalisée numériquement pour toutes sortes de géométries, et en particulier pour des ECFM internes, externes ou immergés au-dessus d'assemblages de combustibles [49]. Pour résoudre l'équation (B.2), avec l'hypothèse (B.3) sur le tenseur de Reynolds, il est nécessaire d'inclure une modélisation de la viscosité turbulente. Une approche courante, basée sur une analogie avec la théorie cinétique des gaz, consiste à exprimer cette viscosité turbulente comme le produit d'une longueur de mélange  $l_t$  et d'une vitesse caractéristique des fluctuations turbulentes  $u_t$  :

$$\nu_t = l_t u_t. \quad (\text{B.4})$$

La détermination de  $\nu_t$  se divise alors en deux problèmes sous-jacents : la détermination de  $l_t$  et de  $u_t$ . Une proposition pour estimer la vitesse  $u_t$  consiste à utiliser l'énergie cinétique turbulente  $k$ , définie comme :

$$k = \frac{1}{2} \overline{\mathbf{u}'^2}, \quad (\text{B.5})$$

où  $\mathbf{u}'$  est la fluctuation des composantes de vitesse par rapport à leur valeur moyenne. L'échelle choisie pour la vitesse caractéristique peut être approximée par  $u_t \sim \sqrt{k}$ , en supposant que plus les fluctuations turbulentes ont d'énergie, plus le transfert de quantité de mouvement est élevé [122]. À partir d'une estimation phénoménologique du taux de dissipation d'énergie turbulente  $\varepsilon$ , qui est lié à  $u_t$  et  $l_t$  par  $\varepsilon \sim u_t^3/l_t$  pour les grands nombres de Reynolds, il est possible d'aboutir à

une approximation de la viscosité turbulente :

$$\nu_t(\mathbf{x}, t) = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (\text{B.6})$$

où  $C_\mu$  est une constante empirique. Il existe plusieurs modèles de turbulence, parmi lesquels le modèle  $k - \varepsilon$  est l'un des plus couramment utilisés. C'est un modèle à deux équations qui permet d'estimer séparément l'évolution des deux quantités apparaissant dans l'expression de la viscosité turbulente (B.6) : la longueur de mélange  $l_t$  et la vitesse caractéristique  $u_t$ . Ce modèle est largement utilisé car il est robuste, économique et raisonnablement précis pour une large gamme d'écoulements turbulents. Cependant, les simulations basées sur le modèle  $k - \varepsilon$  ne sont pas adaptées aux écoulements soumis à des gradients de pression inversés, aux zones de recirculation et aux écoulements rotatifs. L'écoulement turbulent près d'une paroi solide présente des caractéristiques significativement différentes de celles de l'écoulement moyen. Par conséquent, les hypothèses utilisées pour développer le modèle  $k - \varepsilon$  ne sont pas applicables près des parois. Bien qu'il soit possible de modifier le modèle afin qu'il décrive l'écoulement dans les régions proches des parois, cela n'est pas toujours souhaitable en raison des exigences en termes de résolution qui en découlent. À la place, des expressions analytiques appelées lois de paroi sont utilisées pour décrire l'écoulement près des parois [123].

Une équation de transport exacte pour l'énergie cinétique turbulente  $k$  peut être obtenue. Elle fait intervenir des termes de flux, de production et de dissipation :

$$\frac{\bar{D}k}{\bar{D}t} = -\nabla \cdot \mathbf{T} + \mathcal{P} - \varepsilon, \quad (\text{B.7})$$

ou le flux  $\mathbf{T}$  fait intervenir les champs fluctuants non résolus [120]. Le terme de production d'énergie cinétique turbulente s'écrit  $\mathcal{P} = -\overline{u'_i u'_j S_{ij}}$  et dépend uniquement le tenseur de Reynolds et des grandeurs résolues. En supposant que le flux d'énergie cinétique turbulente est orienté selon le gradient de  $k$ , ce qui correspond à une loi de Fourier ou de Fick appliquée aux champs fluctuants, le flux  $\mathbf{T}$  est modélisé par :

$$\mathbf{T} = -\frac{\nu_t}{\sigma_k} \nabla k, \quad (\text{B.8})$$

avec  $\sigma_k$  une nouvelle constante empirique qui permet de paramétrer cette nouvelle conductivité équivalente. En revanche, l'équation de transport sur le taux de dissipation de l'énergie turbulente est entièrement empirique et fait intervenir trois nouveaux coefficients [122] :

$$\frac{\bar{D}\varepsilon}{\bar{D}t} = \nabla \cdot \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\mathcal{P}\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (\text{B.9})$$

La résolution de ces équations nécessite la spécification de conditions aux limites appropriées ainsi que les valeurs des cinq coefficients empiriques introduits dans la formulation. Ces coefficients ont été déterminés à partir d'expériences sur des écoulements types et sont généralement fixés aux valeurs suivantes :

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0 \quad \text{et} \quad \sigma_\varepsilon = 1.3. \quad (\text{B.10})$$

Des contraintes de réalisabilité sont souvent ajoutées au modèle. Le terme « réalisable » fait référence au fait que le modèle respecte certaines contraintes mathématiques sur la contrainte de Reynolds, lesquelles sont cohérentes avec la physique des écoulements turbulents. Par exemple, les éléments diagonaux du tenseur de Reynolds doivent être positifs ou nuls, ce qui n'est pas garanti par la seule relation (B.6) mais peut être imposé lors de la résolution numérique [123].



## Annexe C

# Effet du débit sur le signal de l'ECFM

### C.1 Signal complexe d'un ECFM « symétrique »

La mesure du débit d'un écoulement de métal liquide avec un ECFM est principalement caractérisée par la linéarité de l'amplitude du signal avec la vitesse débitante. Le signal mesuré correspond à la différence de tension entre les deux bobines secondaires d'un ECFM à 3 bobines et est noté :

$$s(t) = s_1(t) - s_2(t) = \Re \left[ S(t) e^{j\phi(t)} e^{j\omega t} \right] = \Re \left[ \hat{s}(t) e^{j\omega t} \right]. \quad (\text{C.1})$$

Pour étudier l'effet de l'écoulement moyen sur les tensions  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$  mesurées aux bornes de chacune des bobines secondaires, celles-ci sont calculées par simulation numérique dans le cas de bobines secondaires symétriques et pour un profil de vitesse plat. Les tensions sont d'abord représentées en absence d'écoulement dans le plan complexe sur la figure C.1a pour de nombreuses pulsations  $\omega$  du courant dans la bobine primaire. Les tensions induites dans les bobines secondaires par la présence du milieu conducteur sont identiques et le signal de l'ECFM  $\hat{s} = \hat{s}_1 - \hat{s}_2$  est donc nul. Deux pulsations arbitraires,  $\omega_a$  et  $\omega_b$ , sont choisies pour illustrer l'effet de l'écoulement sur les signaux complexes  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$  (figure C.1b). Lorsque la vitesse débitante augmente ( $\mathcal{U} > 0$ ), le signal de chaque bobine secondaire est translaté dans le plan complexe en raison de la perturbation du champ magnétique par les courants de Foucault induits par l'écoulement.

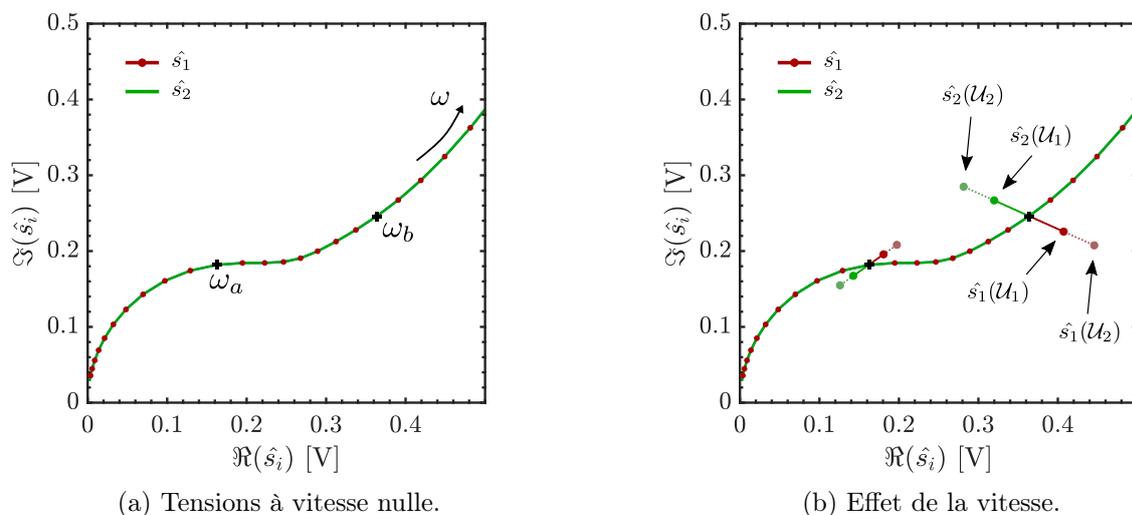


FIGURE C.1: Signaux complexes des bobines  $S_1$  et  $S_2$  calculés à différentes pulsations pour des bobines secondaires symétriques : (a) sans écoulement et (b) avec des vitesses débitantes  $\mathcal{U}_1$  et  $\mathcal{U}_2 = 2 \times \mathcal{U}_1$ . Les déplacements des signaux en présence d'un écoulement sont représentés à  $\omega_1$  et  $\omega_2$  en rouge pour la bobine  $S_1$  et en vert pour la bobine  $S_2$ . Notons que l'effet de l'écoulement sur le signal est très faible et a dû être amplifié pour être observable.

Ces courants induits par l'écoulement sont antisymétriques de part et d'autre de la bobine primaire, ce qui entraîne que les perturbations des bobines secondaires sont de signes opposés. De plus, la perturbation induite par l'écoulement sur les tensions  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$  est proportionnelle à la vitesse débitante pour les faibles nombres de Reynolds magnétique :

$$\hat{s}_{u,1} = -\hat{s}_{u,2} \propto R_m. \quad (\text{C.2})$$

Pour un ECFM symétrique, la différence de tension entre les bobines secondaires se compose seulement des perturbations induites par l'écoulement et elle est donc également proportionnelle à la vitesse débitante. La phase du signal ne varie pas lorsque la vitesse augmente mais dépend de la pulsation  $\omega$ .

Enfin, certains expérimentateurs mesurent la différence des amplitudes  $\Delta S = S_1 - S_2$  ou la différence des phases  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ . Ces deux grandeurs sont représentées sur la figure C.2. Une analyse géométrique permet de montrer que  $\Delta S$  évoluent linéairement avec la vitesse débitante, par exemple à partir de la composante réelle du signal :

$$\Re(\hat{s}) = \Re(\hat{s}_1 - \hat{s}_2) = \Re(S_1 e^{j\phi_1}) - \Re(S_2 e^{j\phi_2}). \quad (\text{C.3})$$

Le signal  $\hat{s}$  est proportionnel à la vitesse débitante et sa partie réelle peut s'écrire sous la forme  $\Re(\hat{s}) = k\mathcal{U}$  avec  $k$  une constante de proportionnalité, soit :

$$k\mathcal{U} = S_1 \cos \phi_1 - S_2 \cos \phi_2 \quad \text{avec} \quad \phi_2 = \phi_1 + \Delta\phi \quad \text{et} \quad \Delta\phi \ll \phi_1. \quad (\text{C.4})$$

Finalement, tant que le nombre de Reynolds magnétique vérifie  $R_m \ll 1$ , alors le signal induit par l'écoulement constitue une petite perturbation du signal de chaque bobine et la différence des amplitudes évolue linéairement avec la vitesse :

$$\Delta S = S_1 - S_2 = \frac{k\mathcal{U}}{\cos \phi_1} + \mathcal{O}(\Delta\phi). \quad (\text{C.5})$$

Une analyse sur la norme peut aussi être réalisée pour montrer que la différence des phases  $\Delta\phi$  évolue linéairement avec la vitesse débitante pour les faibles nombres de Reynolds magnétique.

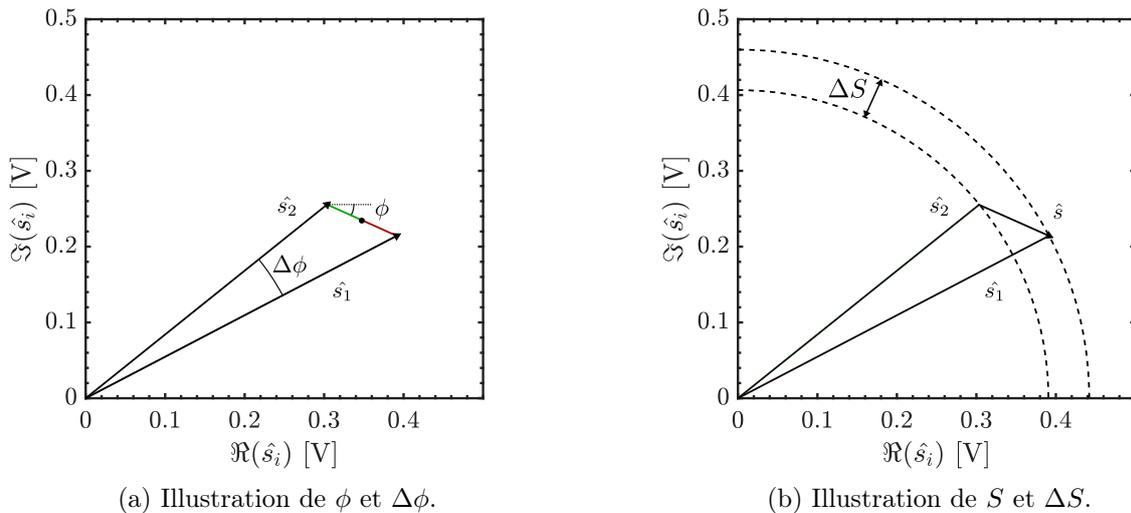


FIGURE C.2: Signaux  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$  et leur différence  $\hat{s}$  calculés pour une pulsation et un débit fixés. Les bobines secondaires sont symétriques. Les figures illustrent l'amplitude  $S$  et la phase  $\phi$  du signal  $\hat{s}$  ainsi que la différence des amplitudes  $\Delta S = S_1 - S_2$  et des phases  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$  qui évoluent aussi linéairement avec la vitesse aux faibles  $R_m$ . À nouveau, l'effet de l'écoulement sur le signal a été amplifié pour être observable.

## C.2 Signal complexe d'un ECFM « asymétrique »

L'analyse précédente dans le plan complexe est répétée pour un ECFM dont les bobines secondaires ne sont pas symétriques (nombre de spires et dimensions différentes). Cette situation est plus proche de l'expérience où le bobinage n'est jamais identique entre les deux bobines secondaires. Les tensions en absence d'écoulement sont représentées dans le plan complexe sur la figure C.3a pour de nombreuses pulsations  $\omega$  du courant la bobine primaire. Les tensions dans les bobines ne sont plus identiques en raison de leur différences géométriques et le signal de l'ECFM n'est donc plus nul en absence d'écoulement. Cette composante du signal  $\hat{s}$  constitue un *offset* géométrique du signal complexe. L'effet de l'écoulement sur les signaux complexes  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$

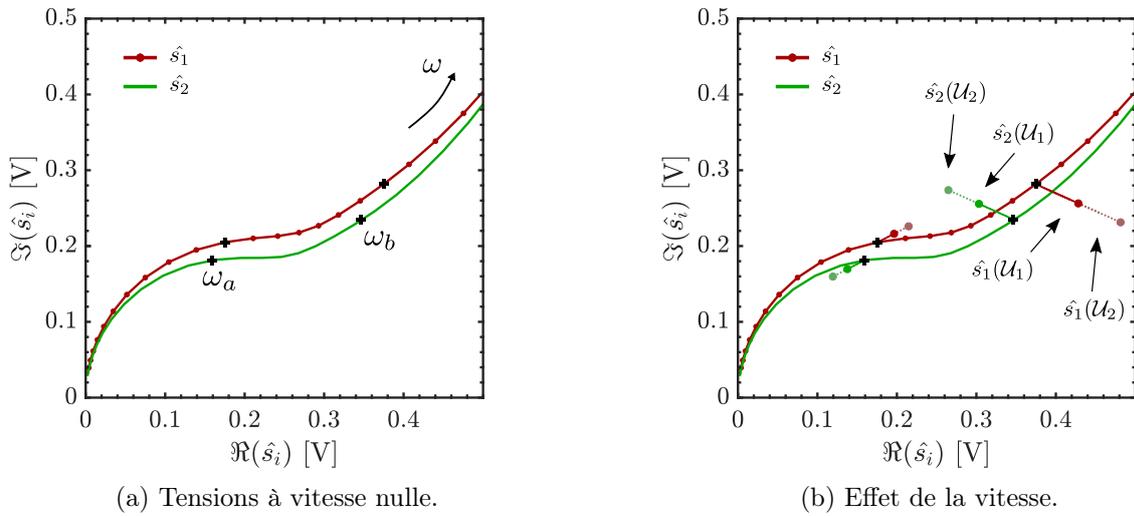


FIGURE C.3: Signaux complexes des bobines  $S_1$  et  $S_2$  calculés à différentes pulsations pour des bobines secondaires asymétriques : (a) sans écoulement et (b) avec des vitesses débitantes  $\mathcal{U}_1$  et  $\mathcal{U}_2 = 2 \times \mathcal{U}_1$ . Les déplacements des signaux en présence d'un écoulement sont représentés à  $\omega_1$  et  $\omega_2$  en rouge pour la bobine  $S_1$  et en vert pour la bobine  $S_2$ . Notons que l'effet de l'écoulement sur le signal est très faible et a dû être amplifié pour être observable.

est illustré pour deux pulsations arbitraires  $\omega_a$  et  $\omega_b$  (figure C.3b). Lorsque la vitesse débitante augmente ( $\mathcal{U} > 0$ ), le signal de chaque bobine est à nouveau translaté dans le plan complexe. Les perturbations des bobines secondaires sont toujours de signes opposés mais l'asymétrie des bobines secondaires entraîne que les amplitudes ne sont plus égales. La perturbation induite par l'écoulement sur les tensions  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$  est toujours proportionnelle à la vitesse débitante pour les faibles nombres de Reynolds magnétique. Néanmoins, à cause de l'*offset*, l'amplitude  $S$  du signal  $\hat{s}_1 - \hat{s}_2$  ne dépend plus linéairement de la vitesse débitante et la phase devient dépendante de cette vitesse. Comme les composantes réelle et imaginaire du signal  $\hat{s}$  évoluent désormais selon une loi affine avec la vitesse débitante  $\mathcal{U}$ , la norme de ce vecteur et la phase correspondante s'écrivent alors :

$$|\hat{s}| = \sqrt{(a\mathcal{U} + b)^2 + (c\mathcal{U} + d)^2} \quad \text{et} \quad \phi = \arctan\left(\frac{c\mathcal{U} + d}{a\mathcal{U} + b}\right). \quad (\text{C.6})$$

Le cas d'un ECFM dont les bobines secondaires sont symétriques est retrouvé en imposant  $b = d = 0$  dans les relations précédentes. La différence des amplitudes  $\Delta S = S_1 - S_2$  et la différence des phases  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$  pour un ECFM asymétrique sont représentées sur la figure C.4. Une analyse géométrique permet de montrer que  $\Delta S$  évolue selon une relation affine avec la vitesse débitante pour les faibles nombres de Reynolds magnétique.

Par exemple, à partir de la composante réelle du signal  $\Re(\hat{s}) = a\mathcal{U} + b$  où  $a$  et  $b$  sont deux constantes :

$$a\mathcal{U} + b = S_1 \cos \phi_1 - S_2 \cos \phi_2 \quad \text{avec} \quad \phi_2 = \phi_1 + \Delta\phi \quad \text{et} \quad \Delta\phi \ll \phi_1. \quad (\text{C.7})$$

À nouveau, tant que le nombre de Reynolds magnétique vérifie  $R_m \ll 1$ , alors le signal induit par l'écoulement constitue une petite perturbation du signal de chaque bobine et la différence des amplitudes évolue selon une relation affine avec la vitesse :

$$\Delta S = S_1 - S_2 = \frac{a\mathcal{U} + b}{\cos \phi_1} + \mathcal{O}(\Delta\phi). \quad (\text{C.8})$$

Une analyse sur le module du signal  $\hat{s}$  peut aussi être réalisée pour montrer que la différence des phases  $\Delta\phi$  évolue selon une relation affine avec la vitesse débitante pour les faibles nombres de Reynolds magnétique.

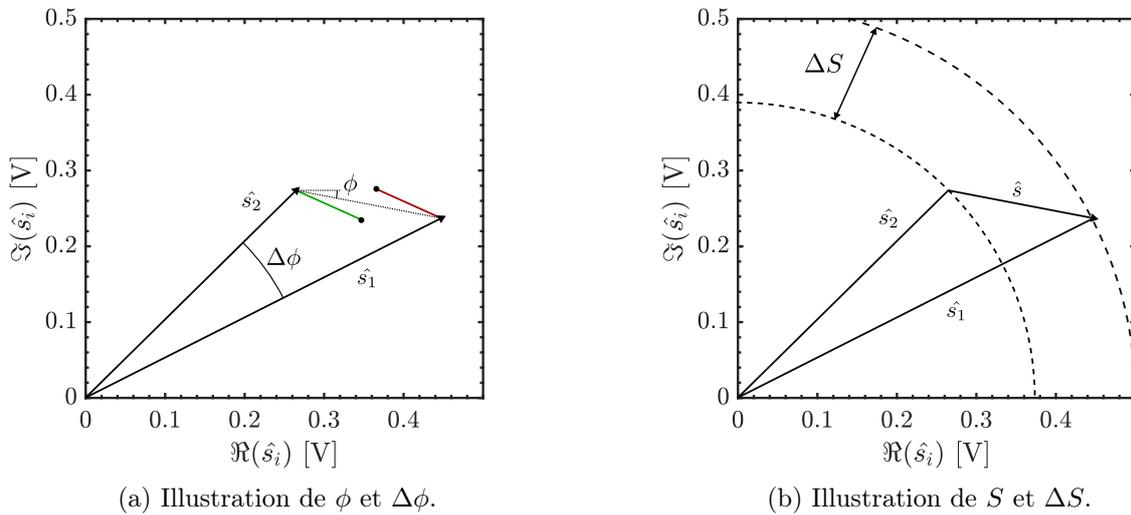


FIGURE C.4: Signaux  $\hat{s}_1$  et  $\hat{s}_2$  et leur différence  $\hat{s}$  calculés pour une pulsation et un débit fixés. Les bobines secondaires sont asymétriques. Les figures illustrent l'amplitude  $S$  et la phase  $\phi$  du signal  $\hat{s}$  ainsi que la différence des amplitudes  $\Delta S = S_1 - S_2$  et des phases  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$  qui évoluent aussi linéairement avec la vitesse aux faibles  $R_m$ . À nouveau, l'effet de l'écoulement sur le signal a été amplifié pour être observable.

Il est possible d'obtenir les mêmes propriétés de linéarité de l'amplitude et d'indépendance de la phase avec le débit pour un ECFM asymétrique et effectuant un étalonnage qui consiste à retirer l'*offset* géométrique du signal complexe en effectuant une mesure à débit nul. Ce signal corrigé mesuré avec une vitesse débitante  $\mathcal{U}$  s'écrit alors :

$$\hat{s}_c(\mathcal{U}) = [\hat{s}_1(\mathcal{U}) - \hat{s}_1(0)] - [\hat{s}_2(\mathcal{U}) - \hat{s}_2(0)] = \hat{s}(\mathcal{U}) - \hat{s}(0) \quad (\text{C.9})$$

Si cet étalonnage peut être effectué, alors on retrouve les propriétés :

$$\begin{cases} S_c &= |\hat{s}_c| &= f_1(\mathcal{S}_\omega)\mathcal{U} \\ \phi_c &= \arg(\hat{s}_c) &= f_2(\mathcal{S}_\omega). \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

Notons que dans les relations précédentes, le signal mesuré à vitesse nulle et le coefficient de proportionnalité entre l'amplitude du signal et le débit dépendent du paramètre d'écrantage  $\mathcal{S}_\omega$  et donc de la température du métal liquide.

## Annexe D

Publication dans le *Journal of Applied Physics*

# Bubble detection in liquid metal by perturbation of eddy currents: Model and experiments

Cite as: J. Appl. Phys. 134, 134502 (2023); doi: 10.1063/5.0169208

Submitted: 24 July 2023 · Accepted: 15 September 2023 ·

Published Online: 3 October 2023



A. Afflard,<sup>1,2</sup> R. Zamansky,<sup>1</sup> K. Paumel,<sup>2</sup> W. Bergez,<sup>1,a)</sup> and P. Tordjeman<sup>1</sup>

## AFFILIATIONS

<sup>1</sup>Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, CNRS INPT UPS, Toulouse, France

<sup>2</sup>CEA, DES, IRESNE, DTN Cadarache, Saint Paul lez Durance, France

<sup>a)</sup>Author to whom correspondence should be addressed: [wladimir.bergez@imft.fr](mailto:wladimir.bergez@imft.fr)

## ABSTRACT

A model has been developed to predict the response of an eddy current flow meter (ECFM) to the passage of a non-conductive inclusion moving in a cylindrical tube filled with a liquid metal. The model can be solved analytically for small inclusion diameters and moderate AC frequencies of the excitation signal. This condition is expressed as  $v_b S_\omega \ll 1$ , where  $v_b$  is the dimensionless inclusion volume and  $S_\omega$  is a function of the ratio between the characteristic length of the system and the penetration depth of the magnetic field. The magnetic induction equation for this problem has also been solved numerically. A very good agreement between the analytical model and numerical solutions has been found for  $v_b S_\omega \ll 1$ . Two experimental setups have been designed. First, the ECFM model has been validated by comparing the response due to the passage of traveling beads of known diameters in a low melting point alloy. In a second experiment, the diameters of ascending argon bubbles have been estimated with the ECFM model. The numerical model predicts the gas volume with very good accuracy in the range of bubble diameters studied, between 1.5 and 6 mm, while the analytical model only deviates significantly from the experimental data when  $v_b S_\omega \geq 0.1$ . Moreover, we establish that the ECFM can also measure the radial deviation of the bubble trajectory, and the results are consistent with the theoretical limit for isolated bubbles between the regimes of oscillating/zigzag motion of ellipsoidal bubbles and non-oscillating motion of spherical bubbles. Another observation is that the dependence of the ECFM response on the shape of the bubble is negligible; indeed, the ECFM response is well approximated by a linear relation with the bubble volume as is assumed in the analytical model. Finally, an estimation of the terminal rising velocity of bubbles was also carried out.

19 April 2024 14:04:06

Published under an exclusive license by AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/5.0169208>

## I. INTRODUCTION

Liquid-metal two-phase flows are present in many applications, such as continuous steel casting or liquid-metal fast breeder reactors.<sup>1</sup> Measuring quantities related to the dispersed phase in these flows, such as the void fraction, the characteristic size of particles or bubbles, or their velocity, remains a difficult task because of their opacity. In addition to acoustic methods<sup>2</sup> and x-ray imagery,<sup>3</sup> the use of electromagnetic interaction between the two-phase flow and an external magnetic field has been proposed in various devices, such as the Lorentz force velocimetry<sup>4,5</sup> or the electromagnetic vortex flow meter.<sup>1</sup>

One of these methods consists of using an eddy current flow meter (ECFM) to detect the presence of inclusions.<sup>6–12</sup> The ECFM was originally designed to measure the flow rate of liquid-metal flows in pipes.<sup>13</sup> In this device, an alternating magnetic field is generated in the flow by a primary coil. The fluid motion induces small

eddy currents that perturb the magnetic field. These perturbations are measured by secondary coils and are a function of the fluid velocity. Several geometries of ECFM have been considered to study two-phase flows in pipes. Among them, the ECFM with external coils has the advantage of being non-intrusive. It consists of three coils wound onto the pipe in which the liquid-metal circulates. A primary coil generates an alternating magnetic field in the flow, and two secondary coils measure the change of the magnetic flux through two flow cross sections, one located upstream of the primary coil, and one located downstream. The ECFM signal is a function of three dimensionless parameters, namely, the volume void fraction  $\alpha$ , the magnetic Reynolds number  $R_m$ , which is the ratio of the magnetic diffusion time and the advection time, as well as the shielding parameter  $S_\omega$ , defined as the product of the primary AC pulsation with the magnetic diffusion time. It was shown experimentally that for moderate void fractions ( $\alpha < 4\%$ ) and small

magnetic Reynolds numbers ( $R_m \lesssim 1$ ), the ECFM response can be well approximated by a linear dependence on  $\alpha$  and  $R_m$ , and the effects of the inclusion and the velocity on the ECFM voltage signal are decoupled and can be studied independently.<sup>8</sup> The perturbation of the magnetic flux by the presence of an electrically non-conductive spherical particle in the liquid metal has been studied theoretically and experimentally.<sup>10</sup> In that study, the particle and the liquid metal were at rest, and the ECFM was moving along the pipe at constant velocity. It was shown that for moderate shielding parameter  $S_\omega$  and for millimetric particles, the perturbation of the magnetic vector potential due to the inclusion satisfies a Poisson equation. An explicit relation has been established between the voltage in the secondary coils, the particle diameter, its radial position in the pipe, and the AC frequency. A good agreement between the theoretical model and the experimental results was observed as long as the particle diameter is small compared to the penetration depth of the magnetic field in the liquid metal, also called skin depth. The ECFM technique has also been applied to detect ascending gas bubbles in a column of a liquid-metal eutectic GaInSn alloy at rest and bubbles injected in a liquid sodium flow.<sup>9</sup> In that study, the axial velocity of the bubbles along the pipe was also estimated. However, the authors do not address the problem of predicting the volume and radial position of the bubbles in the liquid metal. The average diameter of the bubbles could only be estimated by measuring the gas flow rate in the injection system and was of the order of 6 mm. Indeed, the prediction of the gas content in a liquid-metal flow remains an open question, especially when bubbles have Eötvös numbers, defined in Sec. IV, less than one.

The objectives of this paper are twofold. First, it presents a new model, more general than the one developed by Guichou *et al.*,<sup>10</sup> of the ECFM response when an isolated non-conductive inclusion embedded in a liquid metal passes through it. The second objective is to show that the ECFM response provides reasonable estimates of the size and position of isolated ascending bubbles in a column of liquid GaInSn, for bubble diameters in the range of 1.5–6 mm. This paper is organized as follows. In Sec. II, the physical problem is introduced and an analytical model is proposed. To analyze the validity of the approximation used in this analytical model, numerical solutions of the magnetic induction equation have also been computed. In Sec. III, an experimental setup designed to validate the model is described. Comparisons between experimental data and theoretical results with an application to the case of ascending bubbles in a column of GaInSn are addressed in Sec. IV.

## II. PHYSICAL MODEL FOR THE ECFM RESPONSE

In this paper, we focus on the response of an ECFM positioned around a tube when an inclusion (non-conductive solid particle or bubble) passes through it (Fig. 1). The inclusion is spherical with radius  $R_b$  and travels along an infinite cylindrical tube filled with a liquid metal. The tube internal radius is  $R$ , and it is made of an electrically non-conductive material. The ECFM is made of three external coils, one primary (P) and two secondary ( $S_1$  and  $S_2$ ). The primary coil is characterized by its inner radius,  $R_i$ , its length,  $L_p$ , the wire diameter,  $D$ , and its number of turns,  $\mathcal{N}_p$ . An alternating electric current of pulsation  $\omega$  (rad/s) is applied to P and generates a magnetic field in the liquid metal. The measured signal,  $\Delta V(t)$ , is the

difference of the induced voltages between secondary coils  $S_1$  and  $S_2$ . These coils are characterized by their inner radii,  $R_i$ , their lengths,  $L_s$ , the wire diameter, the same as for the primary coil, the number of turns,  $\mathcal{N}_s$ , and their positions relative to the primary coil. Due to the symmetry of the system, the particle trajectory is given by its axial position  $Z_c(t)$  and its radial position  $R_c$ . For clarity,  $R_c$  is assumed in the model to be constant in time during the motion of the particle, but this assumption can be relaxed (see Sec. IV).

It has been shown that, when an inclusion is advected by the liquid metal, the perturbation of the ECFM response due to the inclusion does not depend at first order on the velocity of the liquid metal if  $R_m = \mu_0 \sigma UR \ll 1$ , where  $\mu_0$  is the vacuum magnetic permeability,  $\sigma$  is the electrical conductivity of the liquid metal, and  $U$  is the average velocity of the liquid metal in the absence of particle.<sup>10</sup> For this reason, the liquid metal is considered to be at rest. In the case of an inclusion moving through a liquid metal at rest, the wake flow may participate in the perturbation of the ECFM response. This effect is also considered negligible compared to the effect of the inclusion in the liquid metal; this assumption will be confirmed experimentally in Sec. IV.

When a particle passes through the primary coil, the ECFM measures the change in the magnetic flux through the secondary coils that can be expressed as the time change of the circulation of the magnetic vector potential along these coils. It is then convenient to solve the Maxwell equations in the electromagnetic potential formulation. The two equations verified by the dimensionless vector potential  $biA(t)$  and scalar potential  $\varphi(t)$ , satisfying the gauge condition  $\nabla \cdot \mathbf{A}(t) = 0$ , are

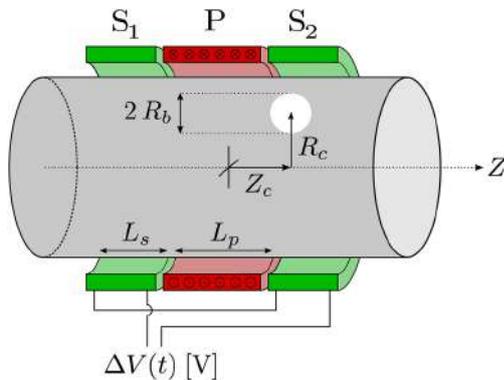
$$\nabla^2 \mathbf{A} = n(t) S_\omega \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + n(t) \nabla \varphi - \mathbf{j}_e, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad (2)$$

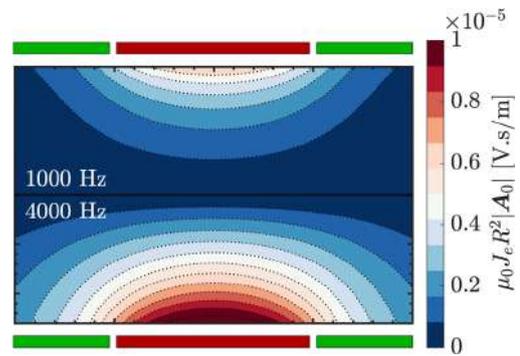
and the ECFM response,  $\Delta V$  (volts), is

$$\frac{\Delta V}{I_e R / \sigma} = S_\omega \frac{d}{dt} \left\{ \oint_{S_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} - \oint_{S_1} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \right\}, \quad (3)$$

where the integration paths follow the turns of the coils wire. In Eq. (1),  $n(t)$  is the spatial function equal to 1 in the liquid metal and 0 elsewhere, and  $\mathbf{j}_e$  is the dimensionless external electric current density applied in the primary coil modeled here as a uniform distribution. In this paper, all phases are referenced to the phase of the alternating current  $\mathbf{j}_e$ . The scales used in Eqs. (1) and (2) are the pipe radius for the lengths,  $R$ , the inverse of the AC pulsation in the primary coil for the time,  $\omega^{-1}$ , and  $J_e = \mathcal{N}_p I_0 / (4DL_p)$  for the electric current density, where  $I_0$  is the amplitude of the applied AC intensity. With these scales, the vector and scalar potentials units are  $\mu_0 J_e R^2$  and  $\sigma^{-1} J_e R$ , respectively. The shielding parameter is defined as  $S_\omega = \mu_0 \sigma \omega R^2$ . It is also related to the skin depth,  $\delta$ , by  $S_\omega = 2R^2 \delta^{-2}$ , and, thus, characterizes the penetration of the magnetic field in the liquid metal. Continuity conditions at the interfaces between the different media must be added to Eqs. (1)–(2). These conditions are derived from the continuity of the magnetic and electric fields and the gauge condition. It results that the vector and scalar potentials are continuous at the various



**FIG. 1.** Sketch of the physical system: a spherical particle (white) is advected by a liquid-metal flow (gray) and passes through an ECFM, P is the primary coil, and S<sub>1</sub> and S<sub>2</sub> are the secondary coils.



**FIG. 2.** Magnetic vector potential in GaInSn without inclusion due to an AC excitation delivered in the ECFM at two different frequencies: upper part, 1000 Hz and lower part, 4000 Hz. The tube internal radius is  $R = 13$  mm, and the aspect ratio (length to radius) is respected in the figure. The ECFM primary coil and secondary coils correspond to the red and green domains. The field is only displayed in the region inside the ECFM occupied by the GaInSn alloy.

interfaces. The condition at infinity is that of vanishing fields,  $|\mathbf{A}|, \varphi \rightarrow 0$ .

Without any electric charge source, the electric potential is uniformly distributed and constant in time.<sup>14</sup> Two further assumptions are made in the model: (i)  $S_\omega \geq 1$ , which means that the magnetic field penetrates only partially in the liquid metal and (ii) the velocity of the inclusion is small:  $T^d \ll T^a$ , where  $T^d = \mu_0 \sigma_0 R^2$  and  $T^a = R/U_b$  are the magnetic diffusion and inclusion advection times, respectively, and  $U_b$  is the inclusion velocity scale. With these two assumptions, the three characteristic times are ordered as  $\omega^{-1} \leq T^d \ll T^a$ . Consequently, the change in time of the vector potential due to the motion of the inclusion can be treated as a quasi-static change, and  $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \approx i\mathbf{A}$  in Eq. (1), with  $i^2 = -1$ .

In the following, we denote by lower-case letters the dimensionless lengths

$$r_b = \frac{R_b}{R}, \quad r_c = \frac{R_c}{R}, \quad z_c = \frac{Z_c}{R}.$$

### A. Linear approximation of the ECFM response to small inclusions

With the above assumptions, and following Kumar *et al.*,<sup>7</sup> the vector potential can be decomposed into two terms:  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_\alpha$ , where  $\mathbf{A}_0$  is the vector potential in the absence of inclusion and  $\mathbf{A}_\alpha$  is the perturbation due to the motion of the inclusion (without any effect of the resulting wake flow perturbation). The equations satisfied by these two fields are

$$\nabla^2 \mathbf{A}_0 - in_0 S_\omega \mathbf{A}_0 = \mathbf{j}_e, \quad (4)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha - in(t) S_\omega \mathbf{A}_\alpha = -in_b(t) S_\omega \mathbf{A}_0, \quad (5)$$

where  $n_0$  equals 1 in the pipe (when occupied by the liquid metal without any inclusion) and 0 elsewhere, and  $n_b(t) = n_0 - n(t)$  equals 1 in the inclusion and 0 elsewhere. According to the quasi-static hypothesis, when the inclusion moves, one has to consider that  $n(t)$  and  $n_b(t)$  in Eq. (5) are two slowly varying functions of time, and thus, time plays

the role of a parameter. Due to the axial symmetry of the ECFM geometry, the field  $\mathbf{A}_0$  is azimuthal, and Eq. (4) can be solved exactly.<sup>10,15</sup>

As this field plays the role of a source term in Eq. (5), it is interesting to know how it varies with position and frequency. Its amplitude is displayed in Fig. 2 for two different frequencies. The numerical values correspond to liquid GaInSn and to the geometry of the experimental setup presented below where the liquid metal fills a tube of radius 13 mm. The values of the skin depth are 8.56 and 4.28 mm for 1000 and 4000 Hz, respectively. We observe that despite the lower value of  $\delta$  at 4000 Hz, the magnitude of the vector potential is on the whole larger at this frequency. Indeed, its maximum value and the skin depths vary inversely. This results in the existence of an optimal frequency for which the sensitivity of the ECFM is maximum.<sup>16</sup>

When the induction term,  $in S_\omega \mathbf{A}_\alpha$ , is neglected, Eq. (5) leads to a Poisson equation that can be solved exactly.<sup>10</sup> This case corresponds to low frequency values of the AC source. Bowler *et al.*<sup>17</sup> have solved Eq. (5) for a semi-infinite electrically conductive medium. Their method is based on Green's tensor and consists of transforming Eq. (5) into a Fredholm integral equation, which is solved numerically. In the present problem, due to its symmetry, the Green's tensor takes a much simpler form with only two non-zero components (see Appendix A).

It has been shown<sup>7</sup> that for small void fractions  $\alpha$ , the perturbation is of order  $|\mathbf{A}_\alpha| \sim \alpha$ . For a single small inclusion, this can be expressed as  $|\mathbf{A}_\alpha| \sim (R_b/R)^3$ . Equation (5) can then be written by taking into account the induction term as

$$\nabla^2 \mathbf{A}_\alpha - in_0 S_\omega \mathbf{A}_\alpha = -in_b(t) S_\omega \mathbf{A}_0 + \mathcal{O}(v_b S_\omega), \quad (6)$$

where  $v_b$  is the dimensionless inclusion volume. Equation (6) corresponds to a Helmholtz equation when  $v_b S_\omega \ll 1$ . Its solution can

19 April 2024 14:04:06

be expressed as

$$\mathbf{A}_\alpha(\mathbf{r}) = -iS_\omega \int n_b(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{A}_0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'^3, \quad (7)$$

where  $\mathbf{r}$  is the dimensionless position vector and  $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  is Green's tensor for the Helmholtz equation (details of its calculation are given in Appendix A). Noting that  $n_b$  is localized, a linear approximation of Eq. (7) can be obtained by expanding at first order the field vector in the integral around the inclusion center,

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{A}_0(\mathbf{r}') &= \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c) \cdot \mathbf{A}_0(\mathbf{r}_c) \\ &+ \nabla[\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c) \cdot \mathbf{A}_0(\mathbf{r}_c)] \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_c) + \mathcal{O}(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_c|^2), \end{aligned} \quad (8)$$

where  $\mathbf{r}_c$  is the dimensionless position of the center of the inclusion. Applying this approximation in Eq. (7) leads to

$$\mathbf{A}_\alpha(\mathbf{r}) = -iv_b S_\omega \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c) \cdot \mathbf{A}_0(\mathbf{r}_c) + \mathcal{O}(v_b^{5/3} S_\omega). \quad (9)$$

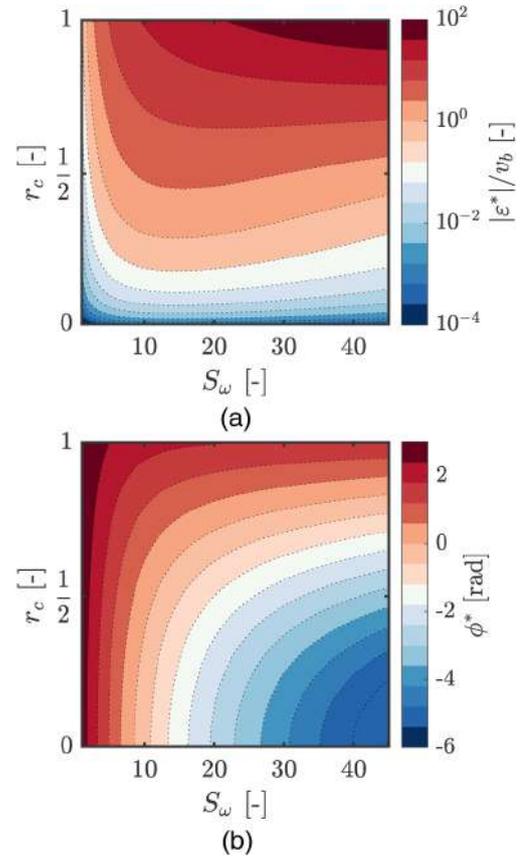
Equation (9) shows that, in the linear approximation, the perturbation of the vector potential due to the passage of the inclusion varies linearly with  $v_b$  and  $A_0$  at  $\mathbf{r}_c$ , as has already been found for small particles at low frequencies.<sup>8,10</sup> It also shows the effect of the geometry and the frequency on the perturbation of the vector potential.

The ECFM response to the passage of a single inclusion is then given by applying Eq. (9) in Eq. (3). Recalling that  $\mathbf{A}_0$  is azimuthal, we obtain

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \frac{\Delta V(t)}{J_c R / \sigma} = v_b S_\omega^2 A_0(\mathbf{r}_c(t)) \\ &\times \left\{ \oint_{S_2} G_{\theta\theta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c(t)) dl - \oint_{S_1} G_{\theta\theta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c(t)) dl \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

where  $\varepsilon$  is the dimensionless ECFM response,  $A_0$  is the dimensionless amplitude of the unperturbed vector potential, and  $G_{\theta\theta}$  is Green's function component on the azimuth for an azimuthal source. Equation (10) can be written as  $\varepsilon/v_b = f(S_\omega, \mathbf{r}_c)$ , which shows the general dependence of the ECFM response on the frequency as well as on the inclusion radius and position in the frame of the approximation of Eq. (8).

We introduce  $\varepsilon^*$ , the value of the dimensionless ECFM response, when the axial position of the inclusion  $z_c(t)$  corresponds to the instant where  $|\varepsilon|$  reaches its maximum value. Figure 3 displays the modulus and the phase angle,  $\phi^*$ , of  $\varepsilon^*/v_b$  as a function of  $S_\omega$  and  $r_c$ . The figure shows that the sensitivity of  $\varepsilon^*/v_b$  becomes rapidly small for  $S_\omega \leq 5$ . Indeed, at low frequencies, the intensity of the eddy currents becomes very low. On the other hand, the amplitude of the response reaches a maximum value in the range  $S_\omega \approx 10 - 20$  depending on the value of  $r_c$  as long as  $r_c \leq 0.8$ . For  $r_c > 0.8$ , the ECFM is very sensitive as soon as  $S_\omega > 5$ . Finally, for  $S_\omega > 40$ , the skin depth becomes very thin, and the perturbations induced by the inclusions outside this zone decrease with increasing frequencies. With these observations, we can conclude that a rational use of the ECFM is for values of  $S_\omega$  in the range of 10–20.



**FIG. 3.** Response of the ECFM to the passage of a single inclusion given by the linear model, Eq. (10). (a) Maximum dimensionless modulus divided by the inclusion volume. (b) Corresponding phase angle of  $\varepsilon^*$ .

Figure 3(b) shows that the phase angle is a continuous function of  $S_\omega$  and  $r_c$ . The map of the phase angle  $\phi^*$  shows that as frequency increases, so does the range of  $\phi^*$  variations, and again, the sensitivity of the ECFM response is weaker for  $S_\omega < 5$ . It is also possible to build a one-to-one correspondence between the principal value of  $\phi^*$  and  $r_c$  for  $S_\omega \leq 37$ . When  $S_\omega \geq 37$ , it is found that the width of the variation range of  $\phi^*$  with  $r_c$  becomes larger than  $2\pi$ , and this one-to-one correspondence is lost. For the ECFM used in this study,  $S_\omega = 37$  corresponds to the AC frequency limit  $\approx 8700$  Hz.

The solution given by Eq. (10) has been compared with the low frequency approach of a previous work.<sup>10</sup> As expected, the two solutions give very close values of the ECFM response at low frequency ( $S_\omega \leq 1$ ). When  $S_\omega > 5$ , the relative difference between the two solutions becomes greater than 10% (see Appendix B).

## B. Numerical simulations of the ECFM response

The analytical model has been compared to numerical simulations of the ECFM response. The induced voltage in the secondary

**TABLE I.** Physical properties of the GaInSn alloy (66.5 Ga, 20.5 In, 13.0 Sn) used in this study at 20 C.  $\rho$  and  $\sigma$  are the density and electrical conductivity given by the manufacturer.  $\mu$  and  $\gamma$  are the dynamic viscosity and the surface tension obtained from Ref. 19.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma$ (S/m)	$\mu$ (Pa s)	$\gamma$ (N/m)
6320	$3.46 \times 10^6$	$2.2 \times 10^{-3}$	0.59

coils given by Eq. (3) has been computed with COMSOL Multiphysics® for various positions of a spherical particle along its trajectory. The computations have been conducted for liquid GaInSn, a low melting point alloy whose physical properties are given in Table I. The ECFM geometry is given in Fig. 1, and all geometrical parameters are listed in the experimental setup description given in Sec. III. The tube, the surrounding air, and the particle were considered to be perfectly electrically insulating media. The primary coil is modeled as a continuous medium, and the electric current density crossing it is assumed uniformly distributed like in the linear model. The code computes the complex amplitude  $A$ , which, according to Eq. (1) and the above assumptions, satisfies the following equations:

$$\nabla^2 A = iS_\omega A, \quad \text{in the liquid metal,} \quad (11)$$

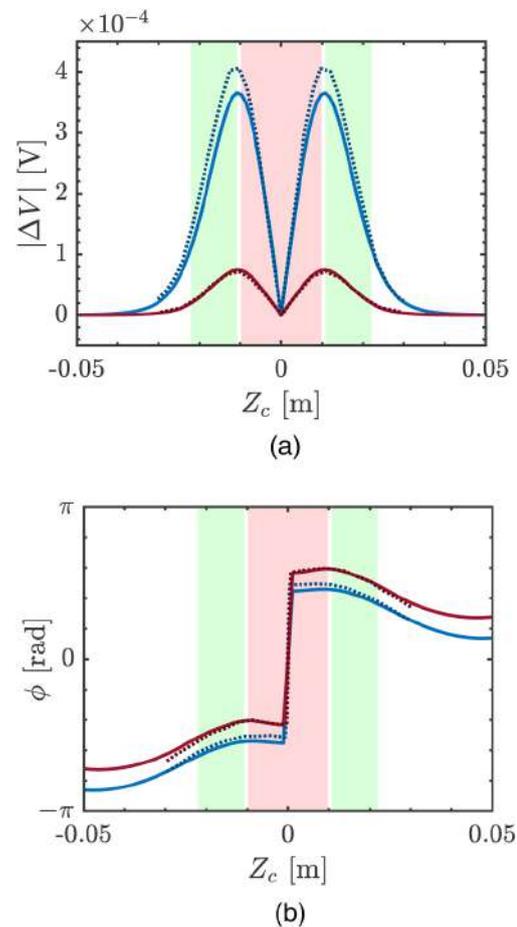
$$\nabla^2 A = -j_e, \quad \text{in the primary coil,} \quad (12)$$

$$\nabla^2 A = 0, \quad \text{elsewhere.} \quad (13)$$

These equations are completed by continuity conditions at the interfaces between each medium. The condition of vanishing vector potential at infinity is of homogeneous Dirichlet type and is treated numerically with stretched elements using the infinite element method.<sup>18</sup> To simulate the time signal when the particle passes through the ECFM, Eqs. (11)–(13) are solved for successive positions of the static particle along the tube. The voltage difference between the two secondary coils is computed from Eq. (3) where the coil turns are modeled by a continuous and uniform distribution in the volume occupied by the coils. Simulated bubble radii  $R_b$  range from 0.5 to 3.5 mm, corresponding to  $r_b = 0.04$ –0.27. When the particle center is on the tube axis, the problem becomes invariant with the angular coordinate. This case was also simulated with a two-dimensional grid in order to verify the mesh convergence of the 3D simulations. The numerical convergence is achieved for all 3D simulations with  $2 \times 10^6$  elements.

### C. Results

Comparisons between the numerical solution and the analytical model have been realized in order to validate the linear approximation. The electric current density is  $J_e = 2.2 \times 10^2$  A/m<sup>2</sup> and the frequency 1000 Hz ( $S_\omega = 4.62$ ). Figure 4 gives the ECFM response as a function of the particle position  $Z_c$  obtained by the linear model and by the numerical simulation. The particles follow a rectilinear motion with constant radial position  $R_c$ . Two cases were considered: (i)  $R_c = 9$  mm,  $R_b = 1$  mm ( $r_c = 0.7$ ,  $r_b = 0.077$ ,



**FIG. 4.** Theoretical ECFM response at 1000 Hz. Solid lines: linear model; dotted lines: numerical solution. (a) Modulus of the complex amplitude of the ECFM response. (b) Its phase angle. Blue:  $R_b = 3$  mm,  $R_c = 4$  mm; red:  $R_b = 1$  mm,  $R_c = 9$  mm.  $Z_c$  corresponds to the axial position of the particle. The pink and green areas show the position ranges inside the primary and secondary coils, respectively.

$v_b S_\omega = 8.8 \times 10^{-3}$ ) and (ii)  $R_c = 4$  mm,  $R_b = 3$  mm ( $r_c = 0.3$ ,  $r_b = 0.23$ ,  $v_b S_\omega = 0.23$ ), corresponding to a small particle close to the wall and a larger particle close to the tube axis. The origin of the  $Z$  axis corresponds to the center of the primary coil. The region where the particle generates a signal corresponds to the ECFM interior volume. When the particle is passing through the ECFM, the response  $\Delta V$  experiences a single oscillation that results in two peaks for its modulus.<sup>10</sup> The amplitude of this oscillation is given, with a good approximation, by the values of the signal when the particle enters or exits the primary coil ( $z_c = \pm l_p/2$ ). In the following, we label  $\Delta V^*$  the value of the voltage at his position. For the smallest particle, the linear model approximates very well  $|\Delta V|$ ; however, we observe a deviation for the large one with a relative error close to 10% at the two peaks.

19 April 2024 14:04:06

The phase angle of  $\Delta V$  presented in Fig. 4 also appears to be very well approximated by the linear model for the small bubble. For the larger one, a slight difference appears between the simulation and the linear approximation. The phase angle jump of  $\pi$  characterizes the instant when the particle passes through the position  $Z_c = 0$ . It corresponds to a change of sign of both the real and imaginary parts of  $\Delta V$ . Detecting this jump in the ECFM time signal is a practical way of detecting the passage of a particle of any size and position.

According to Eq. (10), we have  $\varepsilon^* \propto v_b$ . Figure 5 displays the variations of  $|\varepsilon^*|/v_b$  as a function of  $r_b$  and  $r_c$  for  $S_\omega = 4.62$  (1000 Hz). In the linear model, this quantity depends only on  $r_c$ . We observe that this property is also well followed by the numerical solution when  $r_c \geq 0.3$  for radii in the range  $0.08 \leq r_b \leq 0.23$ . For these values of  $r_c$ , the ECFM response varies linearly with the volume of the particle, which is consistent with the linear approximation of the integrals in Eq. (7). However, for smaller values of  $r_c$ , the ECFM response obtained with the numerical simulations deviates from this behavior. As can be seen in Fig. 5, this deviation is significant when  $r_c \lesssim r_b$ . This effect can be related to a geometrical origin: when the particle is getting closer to the center, it overlaps the axis of the tube ( $r = 0$ ) where  $A_0$  is singular. Consequently the Taylor expansion in Eq. (8) is not valid for a volume crossing this axis.

#### D. Inverse problem

In order to measure the size of a particle or a bubble crossing the ECFM, it is necessary to solve the inverse problem, which consists of finding  $r_b$  and  $r_c$  from the measurement of  $\varepsilon^*$ . This can be done directly when there is a one-to-one correspondence between the complex value  $\varepsilon^*$  and  $(r_b, r_c)$ , which is verified for  $S_\omega \approx 37$  (8700 Hz) for the present ECFM. When using the linear model, this can be achieved in two steps: (i) by measuring the phase angle when  $|\varepsilon|$  is maximum, we can get  $r_c$  as we have a bijective function  $\phi^*(r_c)$  and (ii) then, from the knowledge of  $r_c$ , the volume of the particle is directly given by  $v_b = \varepsilon/f(S_\omega, r_c, z_c = \pm l_p/2)$ . A similar approach has been derived with the help of the numerical

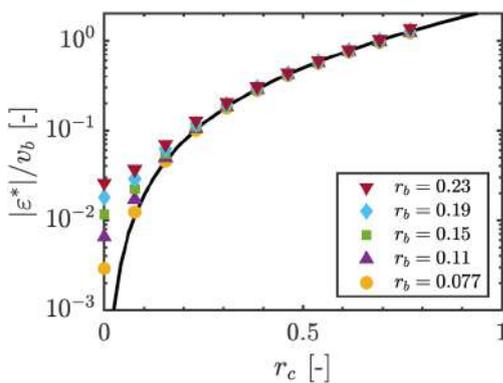


FIG. 5. Dimensionless ECFM response at  $S_\omega = 4.62$  (1000 Hz): effect of the size and position of the particle. Solid line: linear model; markers: numerical solution.

simulations.<sup>16</sup> It consists first of building, for a given ECFM geometry, a discrete mapping  $(R_b, R_c) \rightarrow (|\Delta V^*|, \phi^*)$  by a series of numerical simulations and then inverting this mapping to find the size and position of the inclusion for a given  $\Delta V^*$ . Contrary to the analytical model, the phase angle computed by the numerical model depends not only on  $r_c$ , but also weakly on  $r_b$ . Figure 6 is an illustration of the mapping at AC frequency 4000 Hz ( $S_\omega = 18.5$ ) for a grid size  $20 \times 13$ . On the two graphs, several isolines of constant  $|\Delta V^*|$  and  $\phi^*$  are plotted. A measurement would identify one isoline on each of these graphs. The values of  $R_b$  and  $R_c$  correspond to the coordinates of the intersection point between these two isolines. Both methods, analytical model and numerical simulation, will be used to estimate the inclusion size and radial position from the ECFM measurements.

#### III. EXPERIMENTAL SETUP

The possibility to detect an inclusion and measure its size with an ECFM has been verified experimentally. Two setups have

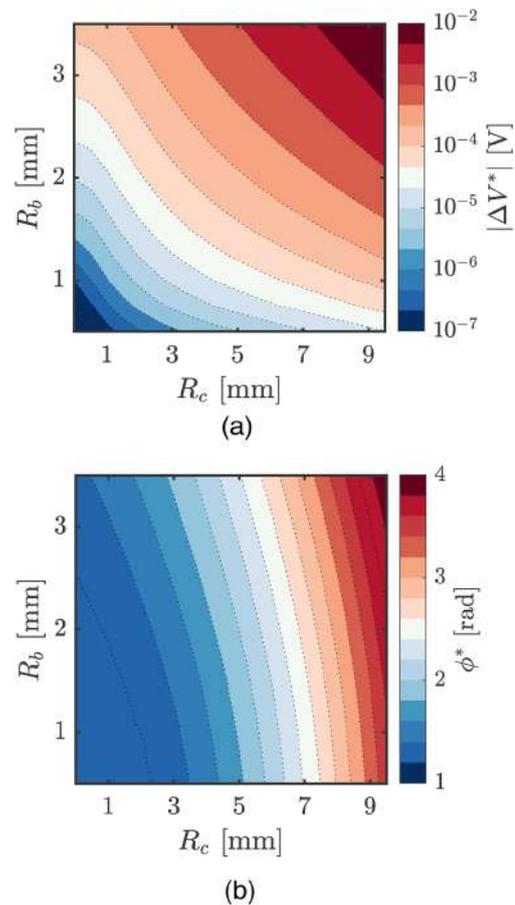
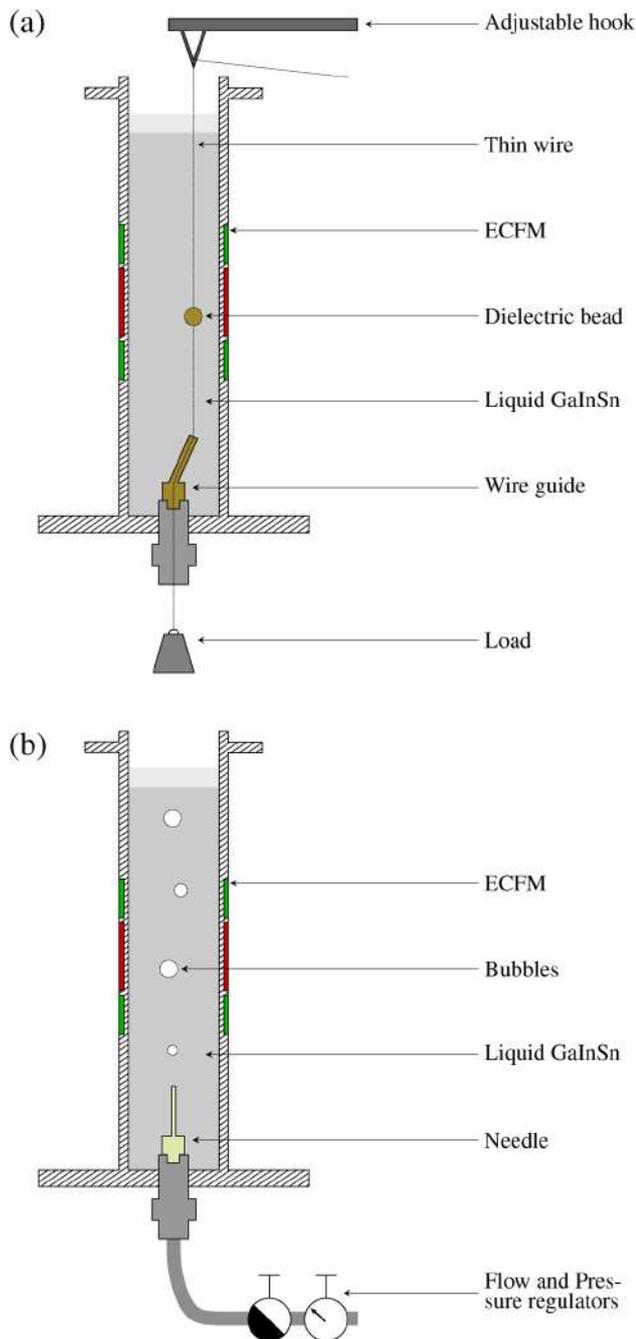


FIG. 6. ECFM response at 4000 Hz to a single particle given by the numerical simulations, Eqs. (11)–(13). (a) Maximum modulus  $|\Delta V^*|$ . (b) Corresponding phase angle  $\phi^*$ .

19 April 2024 14:04:06



**FIG. 7.** Sketches of the two experimental setups. (a) Design of the traveling device where the bead is moved by pulling on the fine wire; vertical alignment is obtained with the help of the wire guide and the adjustable hook. (b) Bubble column with bottom injection using thin capillary tubes, control devices for the gas flow rate and pressure, and an argon gas reservoir. In each experiment, a thin layer of hydrochloric acid protects the liquid GaInSn alloy from oxidation.

been designed: one to validate the model by the detection of small beads of known diameters; and one to prove the capability of bubble detection with an ECFM. In both setups, the tube geometry and the ECFM are the same.

The tube is a cylinder in PMMA of 30 cm in height, with an inner diameter of 26 mm and a thickness of 3 mm (see Fig. 7). It is filled with GaInSn from a reservoir pressurized with argon gas. A thin layer of 3% hydrochloric acid covers the liquid-metal free surface in order to limit oxidation. The physical properties of GaInSn are listed in Table I.

The ECFM is positioned on the tube at the middle height (15 cm from the bottom). It is characterized by primary coil length  $L_p = 19.2$  mm and secondary coil length  $L_s = 11.2$  mm (Fig. 7). The inner radius of the coils is  $R_i = 14.8$  mm. A 1 mm gap separates the primary and secondary coils. Each coil is made with a wire of diameter  $D = 0.125$  mm, has four rows of turns, and is directly wound on the tube wall. The number of turns of each coil has been determined by measuring their inductance and is  $N_p = 250$  for the primary coil and  $N_s = 140$  for the two secondary coils. In each experiment, an alternating electric current of amplitude 0.2 A has been applied to the primary coil. An operational transconductance amplifier is used to keep constant the AC phase and amplitude of the primary coil with respect to a reference. The frequency has been varied from  $5 \times 10^2$  to  $10^4$  Hz. The corresponding range for the shielding parameter is  $2.5 \leq S_\omega \leq 46$ . Thus, at  $S_\omega = 46$ , the condition  $v_b S_\omega \leq 0.1$  is only met for inclusions with a radius less than 1 mm.

The voltage difference between the two secondary coils is demodulated with a lock-in amplifier HF2LI-MF Zurich Instruments. The phase reference corresponds to the phase of the electric current in the primary coil. A low pass filter (5–30 Hz) was used to obtain the modulation of the voltage difference between the two secondary coils. The perturbed part of the signal due to the passage of the inclusion through the ECFM is obtained by removing the unperturbed value of the complex amplitude of the signal as in the procedure described in previous studies.<sup>8,10</sup> In our experiments, a residual background noise of order of magnitude 5 V limits the range of applicability of this method for small inclusions close to the tube axis when  $|\Delta V^*|$  approaches this value (see Fig. 6).

In the first experimental setup [see Fig. 7(a)], the particles are 3D printed polymer beads (Visijet® M2R-TN) of diameters ranging from 1 to 8 mm. Each bead has a hole of 0.3 mm diameter through which a thin fishing wire of 0.08 mm diameter is passed. As shown in Fig. 7, the wire is passed through a 3D printed guide at the base of the tube. Then, the tube is filled with GaInSn, while tension is applied by a weight to keep the wire straight. In a first series of experiments, the direction of the wire is aligned vertically with the help of a hook whose position is adjustable. Three wire guides were designed in order to vary the distance of the bead from the tube axis and correspond to  $R_c = 0.0, 4.8,$  and  $8.6$  mm. The verticality of the wire is obtained in two steps: first, for  $R_c = 0.0$  mm, the hook is moved to place the wire along the axis of the tube. This position is achieved when the ECFM signal is minimum. Then,  $R_c$  can be changed and the hook is displaced to the required distance from the center. With this system, the precision of the radial position of the bead has been estimated to be  $\pm 0.25$  mm. When the position is fixed, the vertical displacement of the bead is obtained

19 April 2024 14:04:06

by pulling the wire at low speed (of order 0.05–0.1 m/s). For each bead, several forward and backward travelings were realized. A very good repeatability in the measurements has been observed. In a second series of measurements, the wire is tilted a few degrees from the vertical direction to study the effect of non-vertical trajectories. For this purpose, a wire guide is fixed at the bottom of the tube and the hook is moved step by step to obtain angles of inclination up to 5.

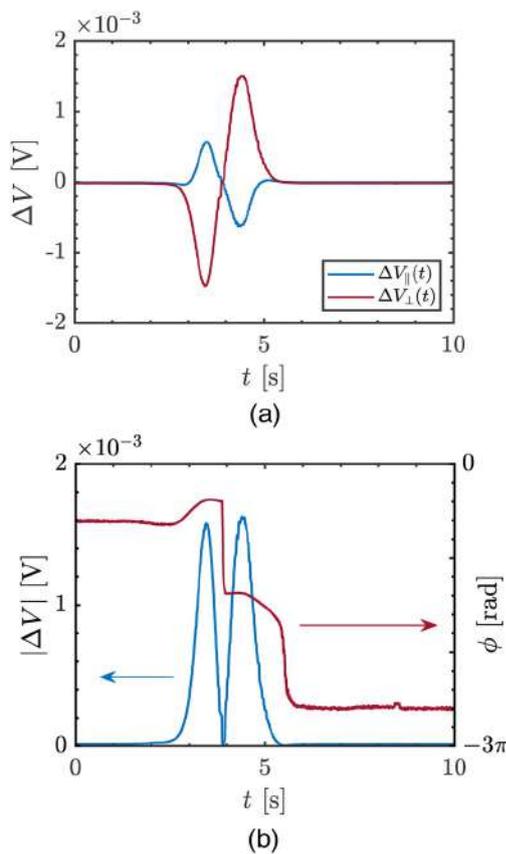
In the second experimental setup [see Fig. 7(b)], argon bubbles are injected at the bottom of the tube. The tube and the ECFM are the same as previously, and the displacement system for the beads is removed. The injection of bubbles is realized using Nordson Optimum® stainless steel capillary tubes. Their inner and outer diameters vary between 0.10 and 0.61 mm and between 0.24 and 0.91 mm, respectively. To inject small diameter bubbles one by one, the capillaries were equipped with a porous paper plug in order to reduce the free volume upstream of the capillary and to increase the pressure drop. For the smallest bubbles, the capillaries were pinched and cut with wire cutters to further reduce their

effective cross section. For the largest bubbles, the capillaries were surmounted by a short plastic tube with inner and outer diameters ranging from 0.5 to 4.1 mm and from 2.1 to 6.4 mm, respectively. The gas flow rate and pressure are controlled by two digital electronic devices from Bronkhorst®, a EL-FLOW® Select F 200-CV flow meter, and a EL-PRESS® P-502 C pressure meter. Their range of variations are 0.02–1.00 ml<sub>n</sub>/min and 1.6–6.0 bars, respectively. The total mass of gas injected in the liquid GaInSn is obtained by time integration of the gas flow rate at the corresponding pressure-temperature conditions. It is always measured after the injection frequency, the flow rate, and the pressure have been stabilized.

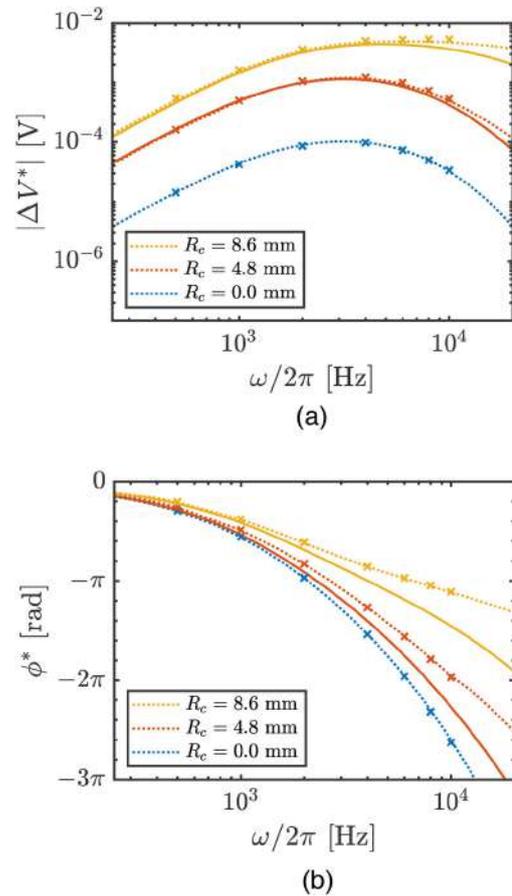
#### IV. RESULTS AND DISCUSSION

##### A. Validation of the ECFM model

In order to validate the ECFM model, two types of experiments have been conducted for various frequencies and sizes of the

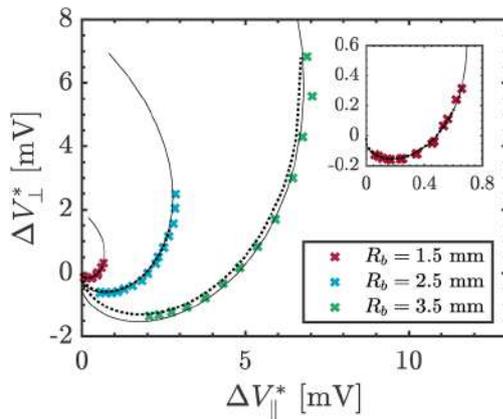


**FIG. 8.** ECFM response at 1000 Hz to the passage of a bead of radius  $R_b = 3$  mm and at a constant radial position  $R_c = 8.6$  mm. (a) Real and imaginary parts. (b) Modulus and phase angle of the perturbation.



**FIG. 9.** Effect of the frequency on the ECFM response for a particle of radius  $R_b = 3$  mm at constant  $R_c$ . Solid lines: linear model; dotted lines: numerical simulations; and markers: experimental data. (a) Maximum modulus  $|\Delta V^*|$ . (b) Corresponding phase angle  $\phi^*$ . Three different radial positions are depicted.

19 April 2024 14:04:06



**FIG. 10.** Comparison of the experimental and theoretical ECFM responses at 4000 Hz for beads traveling with an angle to the vertical up to 5. The values of  $\Delta V_{\parallel}^*$  and  $\Delta V_{\perp}^*$  correspond to the first peak of  $\Delta V(t)$ . Solid lines: linear model; dotted lines: numerical simulations; markers: experimental data. The linear model predictions that match the experimental data correspond to  $R_b = 1.45, 2.30,$  and  $3.10$  mm. The graph inset corresponds to a zoom of the smaller particle data.

beads: (i) for a bead traveling vertically at different radial positions and (ii) for a bead still moving in a straight line but at different angles to the vertical.

An illustration of the experimental ECFM response is given in Fig. 8 for a particle of radius  $R_b = 3$  mm, positioned at  $R_c = 8.6$  mm from the tube axis and for an AC frequency of 1000 Hz. The real and imaginary parts of the voltage difference between the two secondary coils, noted  $\Delta V_{\parallel}$  and  $\Delta V_{\perp}$ , show a single oscillation as was found in previous studies.<sup>8,10</sup> The modulus of the complex amplitude and the phase angle are also given. For trajectories perfectly aligned with the tube axis and identical secondary coils, the amplitudes of the peaks are the same. Experimentally, these conditions are not fulfilled and a small difference is observed, most likely due to a slight difference between the windings of the two secondary coils. The  $\pi$  jump of the phase angle is characteristic of the inclusion passage at the center of the

primary coil. Note that the phase angle is given within  $2\pi$ , and thus, it jumps back to its original value after the bubble has passed the ECFM.

The effect of the primary coil AC frequency on the ECFM response is shown in Fig. 9 for a bead of size  $R_b = 3$  mm and positioned at three different distances from the tube axis,  $R_c = 0.0, 4.8,$  and  $8.6$  mm. The variations of the modulus and the phase of  $\Delta V^*$  with the frequency have been measured and are presented along with the linear model prediction and the numerical simulations. Here, the experimental value is the mean value of the amplitudes of the two peaks. For each value of  $R_c$ , the experiment has been conducted four times and an excellent repeatability has been observed. We see that the numerical simulation matches almost exactly the experimental data, which shows again that the experiment is very well controlled. The linear approximation also agrees with the experiment for moderate frequencies (up to 2000 Hz) but deviates for larger values. In these experiments, the condition  $v_b S_{\omega} = 1$  is reached at 4200 Hz. The main cause of error at this frequency is likely due to the narrowness of the skin depth ( $R/\delta \approx 3$ ), which implies strong vector potential gradients in the liquid metal (see Fig. 2). As in the case of a particle close to the tube axis, an increase in the frequency causes the linear approximation of the integral in Eq. (7) to fail sooner as the particle size becomes larger.

A second series of measures have been conducted when the bead trajectory follows a straight line with various angles to the vertical. The ECFM response has been measured at 4000 Hz AC frequency and for three bead radii,  $R_b = 1.5, 2.5,$  and  $3.5$  mm. Figure 10 corresponds to the different values of  $\Delta V^*$  in the complex plane for the first peak of  $\Delta V(t)$ . Each experimental value corresponds to a different slope of the bead trajectory and, thus, to a different radial position  $R_c$ . The numerical simulations still fit the experiments very well. Following an inverse approach, the values of  $R_b$  for the linear model have been chosen to match the experimental data and are 1.45, 2.30, and 3.10 mm, which correspond to relative errors equal to 3.3, 8.0, and 11.4%, respectively. Again, as expected, the analytical model deviates significantly for the larger particle. Moreover, we find that the lines of constant  $R_b$  in the  $(\Delta V_{\parallel}^*, \Delta V_{\perp}^*)$  plane are homotetic to each other, which is a property predicted by the linear model. This is also a confirmation that the ECFM response follows a power law regarding the particle radius,  $\Delta V^* \propto R_b^3$ .

In conclusion, the global behavior of the ECFM response is well predicted by the simulations and the linear model. Excellent

**TABLE II.** Characteristics of the bubble experiments:  $d_i$  and  $d_o$  are the inner and outer diameters of the stainless steel needle (tests A–C) or the peroxide-cured silicone tube (D–F);  $Q$  is the average flow rate measured by the gas flow meter;  $f_b$  is the average frequency of the bubble injection;  $N_b$  is the number of bubbles injected during the test;  $\bar{R}_b$  is the average bubble radius;  $|\delta m/m|$  is the relative error on the total injected gas mass measured by the gas flow meter and the ECFM. Two values are given for  $\bar{R}_b$  and  $|\delta m/m|$ , the first one corresponds to the numerical model and the second one to the analytical model.

Test	$d_i$ (mm)	$d_o$ (mm)	$Q$ (ml <sub>n</sub> /min)	$f_b$ (Hz)	$N_b$ (-)	$\bar{v}_b S_{\omega}$ (-)	$\bar{R}_b$ (mm)	$ \delta m/m $ (%)
A	Cut	Cut	0.12	0.88	109	0.018	0.81/0.81	5.8/4.9
B	0.10	0.24	0.98	1.27	185	0.10	1.41/1.36	3.4/16
C	0.25	0.52	3.0	1.80	95	0.22	1.84/1.73	3.2/19
D	0.50	2.10	2.2	0.70	103	0.40	2.24/2.10	6.8/23
E	2.40	4.00	6.0	1.14	94	0.67	2.67/2.45	6.2/27
F	4.10	6.40	6.0	0.67	82	1.0	3.06/2.76	7.3/32

19 April 2024 14:04:06

agreement between the numerical simulations and the experimental data has been found. Limitations of the linear model appear when a large particle overlaps the tube axis or when the frequency approaches the condition  $\nu_b S_{\omega} = 1$ . However, the values of  $R_b$  predicted by this model for the configurations studied remain in a range of error smaller than 15% even for the largest particle ( $r_b \approx 0.25$ ).

### B. Measurements of bubble size

The ECFM model has been used to estimate the size distribution of ascending bubbles in a stagnant liquid-metal column. Table II gives the characteristics of the six tests performed (tests A–F). In these tests, the injection needle size and the gas flow rates have been varied in order to obtain that regular bubbles trains with

diameters in the range  $\approx 1\text{--}7$  mm. The average bubbling frequency  $f_b$  has been determined from the first peaks in the ECFM signal due to each bubble passage. The ECFM AC frequency is 4000 Hz in all experiments, which gives  $0.01 \lesssim \nu_b S_{\omega} \lesssim 1$ .

Figure 11 presents a typical ECFM response (obtained for test C of Table II). The first graph shows the time signal of the amplitude of the measured voltage difference between the secondary coils. Each pair of peaks is the signature of the passage of one bubble. For each bubble, the amplitude of the first peak is generally different from that of the second, meaning that the bubble's radial position changes as it travels through the primary coil. In addition, the amplitude of the peaks differs from one bubble to another, which may be due to variations in the size or position. The absence of signal after the passage of one bubble indicates the absence of significant perturbations of the magnetic field due to the bubble wake. In the second graph, the curve  $(\Delta V_{\parallel}(t), \Delta V_{\perp}(t))$  is plotted. When one bubble moves through the ECFM, the curve makes a double loop.

Comparison with the linear model is shown in Fig. 12 for test B. Here are plotted the pair of extremum values of the voltage amplitude,  $\Delta V^*$ , when each bubble of the train passes through the ECFM. Each cross corresponds to a couple  $(R_b, R_c)$ . We can then define the average bubble radius  $\bar{R}_b = (3\bar{V}_b/4\pi)^{1/3}$ , where  $\bar{V}_b$  is the average volume of the bubbles obtained from the inverse method. Figure 12 points out that the linear model calculated with  $\bar{R}_b$  fits the experimental data very well. Hence, each test produces a narrow distribution of bubble radii with a large dispersion of  $R_c$  as detailed below.

Figure 13 displays the resulting probability density functions for the bubbles radii of tests A–F obtained by the inverse method based on the numerical simulations data. The value of the voltage used in the inverse method corresponds to the first peak. For each test, it has been possible to compute the total argon mass flowing

19 April 2024 14:04:06

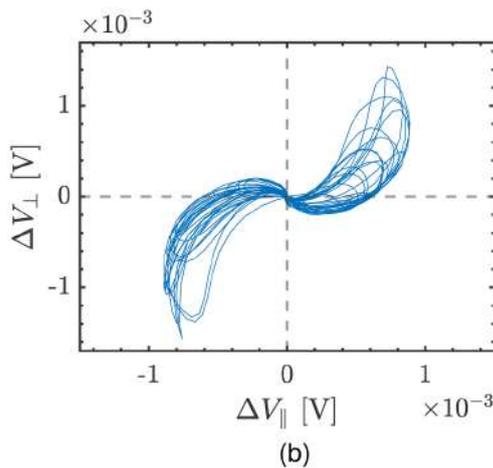
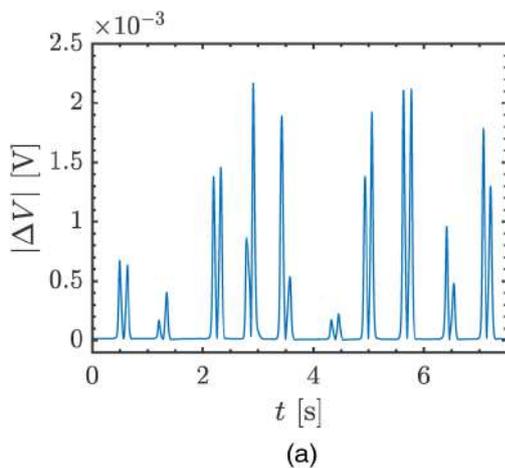


FIG. 11. ECFM response at 4000 Hz due to the passage of a bubble train (test C). (a) Modulus of the signal amplitude as a function of time. (b) Curve of the complex amplitude  $\Delta V(t)$  in the  $(\Delta V_{\parallel}, \Delta V_{\perp})$  plane.

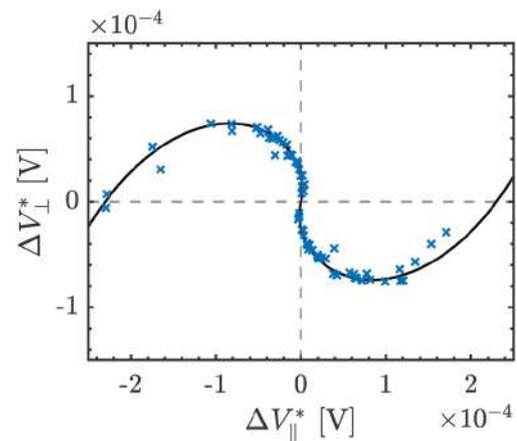
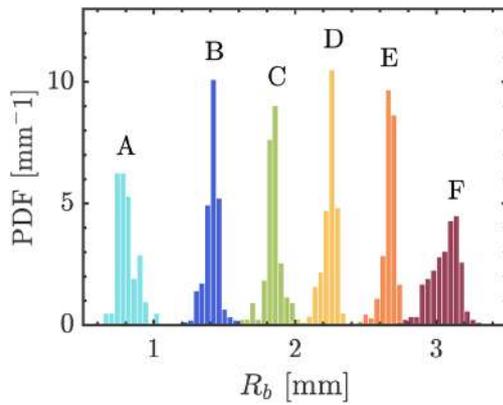


FIG. 12. Comparison of the experimental and theoretical ECFM responses at 4000 Hz due to the passage of a bubble train (test B). Solid line: linear model; markers: experimental data. The prediction of the linear model that matches the experimental data corresponds to  $\bar{R}_b = 1.36$  mm.



**FIG. 13.** Probability density functions of the bubble radii  $R_b$  for tests A–F obtained by the inverse method based on the numerical simulations. The tests were carried out at an AC frequency of 4000 Hz.

through the ECFM and predicted by the model. This mass was compared with the mass measured by the gas flow meter in the argon injection circuit. The results of the relative error are given in Table II. Good agreement is obtained between the theoretical prediction of the numerical model and experiments, with a maximum relative error of less than 8%.

Concerning the results obtained with the analytical model, they remain close to the numerical simulations for  $v_b S_0 \leq 0.1$ , as expected. For larger bubbles, the relative error on the radius reaches higher values but remains reasonable. Except for bubbles of test A, the average bubble Reynolds number,  $Re_b = \rho 2 \bar{R}_b \bar{U} / \mu$ , where  $\bar{U}$  is the average velocity measured with the ECFM (as explained below), would correspond to ellipsoidal bubbles<sup>20</sup> (see Table III). This is also confirmed by the values of the Eötvös and Galilei numbers<sup>21</sup> and was observed experimentally by X-ray imagery<sup>3</sup> for  $Re_b \approx 6000$ . Recalling that the numerical model considers a spherical bubble shape, we can conclude that the effect of the shape can be neglected at first order. This result validates the linear approximation of the analytical model, and we can consider that the ECFM response depends mainly on the volume of the bubble and not on its shape for  $Eo < 1$ .

Figure 14 gives an illustration for test B of the joint probability density function of the radius and the radial position of the

bubbles when they are located at the first peak. We observe that the distribution is rather concentrated around the average value of  $R_b$ , while the values of  $R_c$  are more dispersed.

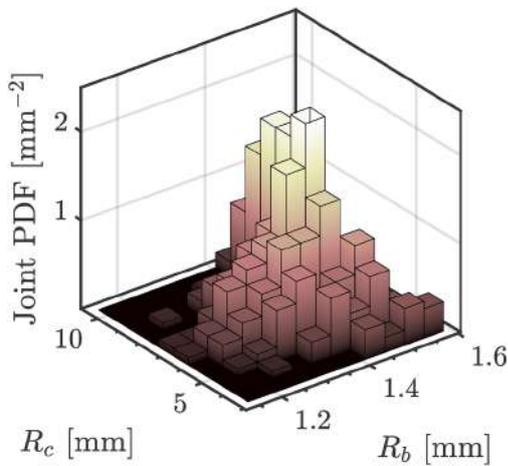
So far, we have only used the information provided by the first peak of the ECFM signal. From the second peak of  $|\Delta V(t)|$ , we can also estimate the radial position of the bubbles when they pass through the cross section  $Z_c = L_p/2$  separating the primary coil  $P_1$  and the secondary coil  $S_2$  (see Fig. 1). We then obtain two values of  $R_c$ , and we can deduce the variation,  $\Delta R_c$ , of the bubble radial position between  $Z_c = -L_p/2$  and  $Z_c = L_p/2$ . Figure 15 represents the measured distributions of  $\Delta R_c$  for each test as a function of  $R_b$  for average bubble radii varying from 0.81 to 3.06 mm. The dispersion of  $\Delta R_c$  is much larger for bubbles of radius  $R_b \geq 1$  mm. For test A ( $R_b = 0.81$  mm), the distribution is narrow and almost centered on zero, which suggests that the bubble motion is almost vertical. For isolated bubbles, according to Ref. 21, the Eötvös and Galilei numbers for test A correspond to the axisymmetric regime of ascension without oscillations. This result seems to apply also to the bubble trains of test A. For the other tests, the  $Eo$  and  $Ga$  lie in the asymmetric regime with an ellipsoidal shape and zigzag trajectories, which should result in large dispersion of  $\Delta R_c$  as observed. However, collective effects at high Reynolds numbers could also be responsible for the dispersion of this quantity, and further experiments investigating the effect of bubble frequency (see Table II) are needed to conclude on this aspect.<sup>23</sup>

By measuring the time separating the two peaks of  $|\Delta V(t)|$ , it is possible to estimate the vertical velocity of the bubbles. The corresponding average velocity  $\bar{U}$  is given for tests A–F in Table III. For  $Re_b \geq 1000$  and for an isolated bubble in an unbounded domain with a clean interface, the terminal velocity can be estimated from a balance between inertia, capillary, and buoyancy forces.<sup>22</sup> Using the Eötvös number,  $Eo = \rho g \bar{R}_b^2 / \gamma$ , which is the ratio of buoyancy force to capillary force, and the Weber number,  $We = \rho \bar{R}_b \bar{U}^2 / \gamma$ , which is the ratio of liquid inertia force to capillary force, this balance writes  $We = 1 + Eo$  and the corresponding terminal velocity is  $U_\infty = \sqrt{\gamma / \rho \bar{R}_b + g \bar{R}_b}$ . The corresponding values are given in Table III. We observe that the velocities measured are smaller than the predicted ones except for test F. This behavior has been found in previous experimental studies for bubbles rising in liquid GaInSn.<sup>24,25</sup> A possible cause of deviation from the theoretical prediction that has been put forward is the contamination of the bubble interface by oxides present in GaInSn. Another possible source of velocity diminution is an increase in the

19 April 2024 14:04:06

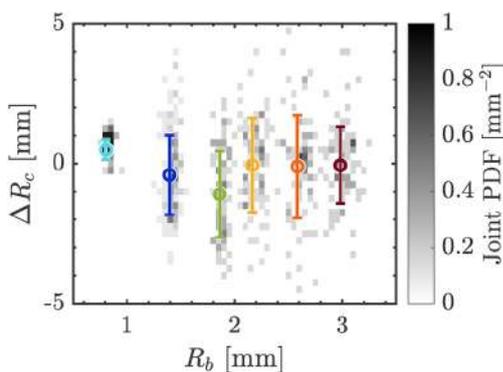
**TABLE III.** Average characteristics of bubble hydrodynamics in tests A–F.  $Re_b = \rho 2 \bar{R}_b \bar{U} / \mu$ ,  $Eo = \rho g \bar{R}_b^2 / \gamma$ ,  $We = \rho \bar{R}_b \bar{U}^2 / \gamma$ ,  $Ga = \rho \sqrt{g \bar{R}_b} \bar{R}_b / \mu$  are the Reynolds, Eötvös, Weber, and Galilei numbers, respectively.  $\bar{U}$  is the bubble average velocity measured with the ECFM, and  $U_\infty$  is the theoretical bubble terminal velocity obtained from Ref. 22.

Test	$\bar{R}_b$ (mm)	$\bar{U}$ (cm/s)	$U_\infty$ (cm/s)	$Re_b$	$Eo$	$We$	$Ga$
A	0.81	16	35.1	745	0.07	0.22	207
B	1.41	13	28.3	1053	0.21	0.26	476
C	1.84	14	26.2	1480	0.36	0.39	710
D	2.24	19	25.2	2445	0.53	0.87	954
E	2.67	22	24.7	3375	0.75	1.38	1241
F	3.06	28	24.6	4923	0.98	2.57	1523



**FIG. 14.** Joint probability density function of the bubble radius  $R_b$  and the radial position  $R_c$  of the bubbles corresponding to the first peak (test B).

liquid drag due to the tube confinement. Finally, the wake interaction may also alter the bubble motion. In our experiments, the bubble confinement  $r_b^{-1}$  was larger than 4; numerical studies at high Morton number ( $Mo = Eo^3/Ga^4 > 0.001$ ) and moderate Reynolds number ( $Re_b < 100$ ) have shown that, for this value of confinement, no significant effect should be expected on bubble motion.<sup>26</sup> However, one can hardly conclude on its effect for a much smaller Morton number ( $Mo = 2.13 \times 10^{-13}$  for the GaInSn alloy properties used in this study), and larger Reynolds numbers,  $Re_b > 1000$ , which correspond to our experiments. Note that there was no confinement in the two experimental studies cited before.<sup>24,25</sup> Again, further studies would be needed to clarify these issues, which lay well beyond the scope of the present paper.



**FIG. 15.** Probability density functions of the radial deviation  $\Delta R_c$  and the bubble radius  $R_b$  for tests A–F. The circles and the error bars correspond for each test to the average values of  $R_b$  and  $\Delta R_c$  and the standard deviation of  $\Delta R_c$ , respectively.

## V. CONCLUSION

A model has been proposed to measure the size and position of a non-conductive inclusion traveling through a liquid metal at rest and crossing an ECFM. The main model assumption is that the perturbation of the magnetic field is only due to the hole in the electrical conductivity of the fluid medium and any MHD effect can be neglected (small  $R_m$ ). A second assumption is that, at sufficiently high AC frequencies, the variation of the ECFM response can be treated in the frame of quasistatic displacement of the inclusion. Numerical simulations have been realized along with the resolution of an approximated analytical model for small bubbles ( $v_b S_o \ll 1$ ). An experimental setup has been designed to validate the model. For bead particles of known sizes, the comparisons between the measurements and the numerical simulations have shown excellent agreement. Moreover, the analytical model still gives results with reasonable accuracy (15% uncertainty) up to beads of 3 mm radius at 1000 Hz ( $v_b S_o = 0.25$ ). In a second experiment, the model has been tested to measure the size of bubbles injected in liquid GaInSn with diameters in the range of 1.5–6 mm. The total mass of several bubble trains measured by the ECFM has been compared with the gas mass injected, and again, we found a good agreement between experiments and theory. It is also possible to measure two radial positions of the bubble when it enters and when it leaves the primary coil. The results have been compared with the predictions of isolated bubble trajectory theory. For diameters larger than 2 mm, the bubble shapes predicted from their Eötvös and Galilei numbers are ellipsoidal and the trajectory is oscillating (zigzag motion), while for smaller diameters, the trajectory is linear. The experiments with bubble trains seem to be consistent with this theoretical limit between non-oscillating and zigzag bubble trajectory regimes. Moreover, it has also been confirmed that, as is assumed by the analytical model, the ECFM response depends at first order only on the volume of the bubble and not on its shape. Finally, the bubble rising velocity has also been measured with the ECFM, and the values found agree with previous experimental studies. Additional investigations could focus, for instance, on the bubble shape characterization using ECFM measurement, on the measurement of bubble characteristics in turbulent liquid-metal flows, or on gas volume fraction and bubble collective effects in two-phase flow. The effects of non-uniform liquid properties, such as variations in conductivity resulting from non-isothermal conditions, could also be of particular interest.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank Hervé Ayroles, Sylvain Franiatte, Ilyass Loukili, and Frédéric Bergame for their help in setting up the experimental apparatus.

## AUTHOR DECLARATIONS

### Conflict of Interest

The authors have no conflicts to disclose.

## Author Contributions

**A. Afflard:** Conceptualization (equal); Formal analysis (equal); Methodology (equal); Validation (equal); Writing – original draft

19 April 2024 14:04:06

(equal). **R. Zamansky:** Conceptualization (equal); Formal analysis (equal); Methodology (equal); Validation (equal); Writing – original draft (equal). **K. Paumel:** Conceptualization (equal); Funding acquisition (equal); Methodology (equal); Validation (equal). **W. Bergez:** Conceptualization (equal); Formal analysis (equal); Methodology (equal); Validation (equal); Writing – original draft (equal). **P. Tordjeman:** Conceptualization (equal); Formal analysis (equal); Methodology (equal); Validation (equal); Writing – original draft (equal).

#### DATA AVAILABILITY

The data that support the findings of this study are available from the corresponding author upon reasonable request.

#### APPENDIX A: DETAILS OF GREEN'S FUNCTION CALCULUS

The Green's tensor components  $G_{r\theta}$  and  $G_{\theta\theta}$  associated with the first order approximation of Eq. (6) where the source term is azimuthal satisfy the two coupled (dimensionless) PDEs,

$$\nabla^2 G_{r\theta} - \frac{G_{r\theta}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial G_{\theta\theta}}{\partial \theta} - n_0 i S_\omega G_{r\theta} = 0, \quad (\text{A1})$$

$$\nabla^2 G_{\theta\theta} - \frac{G_{\theta\theta}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial G_{r\theta}}{\partial \theta} - n_0 i S_\omega G_{\theta\theta} = \delta(r - r_c), \quad (\text{A2})$$

where  $\nabla^2 \{ \cdot \}$  is the scalar Laplacian in cylindrical coordinates. This system of equations can be transformed into a diagonal system by the change of variables  $G^+ = G_{r\theta} + iG_{\theta\theta}$  and  $G^- = G_{r\theta} - iG_{\theta\theta}$ .<sup>27</sup> The equations verified by  $G^+$  and  $G^-$  are

$$\nabla^2 G^\pm(r, r_c) - \frac{G^\pm(r, r_c)}{r^2} \mp \frac{2i}{r^2} \frac{\partial G^\pm(r, r_c)}{\partial \theta} - n_0 i S_\omega G^\pm(r, r_c) = \delta(r - r_c). \quad (\text{A3})$$

By symmetry, we have  $G^\pm(r, \theta, z; r', \theta', z') = G^\pm(r, \theta - \theta', z - z'; r', 0, 0)$  and  $G^+(r, \theta, z; r', 0, 0) = G^-(r, -\theta, z; r', 0, 0)$ . Therefore, we can choose the position of the particle for the origin of  $\theta$  and  $z$  coordinates and only look for  $G^+$ .

Equation (A3) can be solved by a Fourier transform (FT) on  $z$  and  $\theta$  defined by

$$G^+(r, \theta, z; r', \theta', z') = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}^+(r, k, \zeta; r', \theta', z') e^{i2\pi\zeta z} d\zeta e^{ik\theta}, \quad (\text{A4})$$

$$\begin{aligned} &\tilde{G}^+(r, k, \zeta; r', \theta', z') \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G^+(r, \theta, z; r', \theta', z') e^{-i2\pi\zeta z} e^{-ik\theta} dz d\theta. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

Transforming Eq. (A3) by applying Eq. (A4) and (A5), one can

find that  $\tilde{G}^+$  is a solution of a Bessel equation,

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left( (2\pi\zeta)^2 + n_0 i S_\omega + \frac{(k-1)^2}{r^2} \right) \right] \tilde{G}^+ = \frac{\delta(r - r_c)}{2\pi r_c}, \quad (\text{A6})$$

where we have fixed  $\theta_c = z_c = 0$ , i.e., the particle position is taken as the reference for the azimuth and the axial coordinate, and  $n_0$  is 1 when  $r < 1$  and 0 otherwise. Only the mode  $k = 0$  must be kept if one needs only the emf of the secondary coils given by Eq. (10). Equation (A6) has to be solved in each of the three zones:  $r < r_c$ ,  $r_c < r < 1$ , and  $1 < r$ , with jump conditions at  $r = r_c$  and  $r = 1$  given by

$$r = r_c, \quad [\tilde{G}^+] = 0, \quad \left[ \frac{\partial \tilde{G}^+}{\partial r} \right] = \frac{1}{2\pi r_c}, \quad (\text{A7})$$

$$r = 1, \quad [\tilde{G}^+] = 0, \quad \left[ \frac{\partial \tilde{G}^+}{\partial r} \right] = 0. \quad (\text{A8})$$

The general solution of Eq. (A6) for  $k = 0$ , finite at  $r = 0$  and vanishing at infinity, is

$$\tilde{G}^+ = \begin{cases} a_1 I_1(\lambda r), & r < r_c, \\ a_2 I_1(\lambda r) + b_2 K_1(\lambda r), & r_c < r < 1, \\ b_3 K_1(\lambda' r), & 1 < r, \end{cases} \quad (\text{A9})$$

where  $I_1$  and  $K_1$  are the modified Bessel functions of first and second kinds,  $\lambda = 4\pi^2 \zeta^2 + iS_\omega$  and  $\lambda' = 4\pi^2 \zeta^2$ . The constants  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$ , and  $b_3$  are determined by the jump conditions (note that only  $b_3$  is necessary to compute the emf in the secondary coils), i.e., the following algebraic system:

$$\begin{bmatrix} I_1(\lambda_c) & -I_1(\lambda_c) & -K_1(\lambda_c) & 0 \\ -\lambda I_1'(\lambda_c) & \lambda I_1'(\lambda_c) & \lambda K_1'(\lambda_c) & 0 \\ 0 & I_1(\lambda) & K_1(\lambda) & -K_1(\lambda') \\ 0 & -\lambda I_1'(\lambda) & -\lambda K_1'(\lambda) & \lambda' K_1'(\lambda') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2\pi r_c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A10})$$

where  $\lambda_c = \lambda r_c$ . Equation (A10) is solved exactly for  $b_3$  by Cramer's rule. For a point  $\tilde{G}^+$  belonging to a turn of the secondary coils, the Green's function  $\tilde{G}^+$  in Eq. (10) is

$$\tilde{G}^+(r_s, 0, \zeta; r_c, 0, 0) = b_3(|\zeta|; r_s, r_c, S_\omega) K_1(2\pi|\zeta|r_s), \quad (\text{A11})$$

where  $r_s$  is the dimensionless radius of the considered turn. The dimensionless induced voltage in one turn of a secondary coil located at  $(r_s, z_s)$ ,  $e'$ , is then given by

$$e' = 2\pi r_s S_\omega v_b A_0(r_c) \times \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}^+(r_s, 0, \zeta; r_c, 0, 0) e^{i2\pi\zeta(z_s - z_c)} d\zeta. \quad (\text{A12})$$

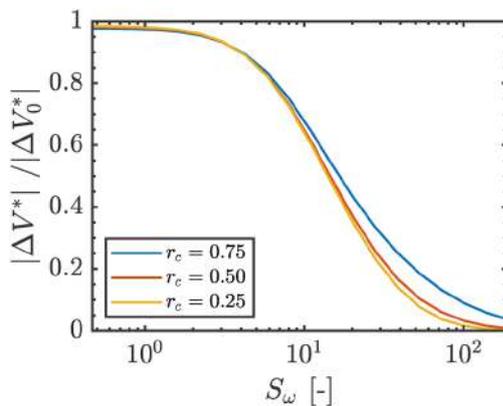
The integral in Eq. (A12) is a one-dimensional inverse FT. It has been computed by the FFT algorithm with 512 points. In order to obtain the ECFM response of Eq. (10), one has to sum  $\varepsilon'$  over all the turns of the two secondary coils, i.e.,

$$\frac{\Delta V(z_c, r_c)}{J_e R / \sigma} = \frac{N_s S_\omega}{l_s} \times \left\{ \int_{-l_p/2}^{-l_s/2} \varepsilon'(z_s, z_c) dz_s - \int_{l_p/2}^{l_s/2} \varepsilon'(z_s, z_c) dz_s \right\}, \quad (\text{A13})$$

where  $l_p$  and  $l_s$  are the primary and secondary coil length scaled by  $R$ , respectively.

## APPENDIX B: COMPARISON OF THE LINEAR APPROXIMATION WITH THE LOW FREQUENCY APPROACH OF REF. 10

In a precedent paper, an ECFM model was developed in which the magnetic induction of the perturbed field was neglected.<sup>10</sup> Figure 16 shows a comparison between the response of this previous model and the one presented here. Here,  $\Delta V_0^*$  is the response obtained from Ref. 10, and  $\Delta V^*$  is the response obtained from the present model. Both ECFM responses are linear with the inclusion volume: the differences between the two models are, therefore, related to their dependencies on frequency and radial



**FIG. 16.** Comparison of the linear approximation of the ECFM response with the low frequency model of Ref. 10 for three different radial positions of the inclusion.

position of the inclusion. We observe in Fig. 16 that the relative difference between the two solutions remains smaller than 10% as long as  $S_\omega < 5$  whatever  $r_c$  and  $|\Delta V_0^*| \simeq |\Delta V^*|$  for  $S_\omega < 1$ .

## REFERENCES

- <sup>1</sup>W. Xu, K. J. Xu, J. P. Wu, and C. C. Wang, *Ann. Nucl. Energy* **129**, 472–481 (2019).
- <sup>2</sup>S. Eckert and G. Gerbeth, *Exp. Fluids* **32**, 542–546 (2002).
- <sup>3</sup>O. Keplinger, N. Shevchenko, and S. Eckert, *Int. J. Multiph. Flow* **121**, 103–111 (2019).
- <sup>4</sup>T. Zürner, T. Vogt, C. Resagk, S. Eckert, and J. Schumacher, *Exp. Fluids* **59**, 3 (2018).
- <sup>5</sup>Z. Lyu, T. Boeck, and C. Karcher, *Exp. Fluids* **62**, 109 (2021).
- <sup>6</sup>K. Nakamoto, S. Tamura, K. Ishii, H. Kuwahara, N. Ohya, and T. Muramatsu, *Nucl. Eng. Des.* **82**, 393–404 (1984).
- <sup>7</sup>M. Kumar, P. Tordjeman, W. Bergez, and M. Cavaro, *Rev. Sci. Instrum.* **86**, 106104 (2015).
- <sup>8</sup>M. Kumar, W. Bergez, P. Tordjeman, R. Arinero, and K. Paumel, *J. Appl. Phys.* **119**, 185105 (2016).
- <sup>9</sup>T. Gundrum, P. Büttner, B. Dekdouk, A. Peyton, T. Wondrak, V. Galindo, and S. Eckert, *Sensors* **16**, 63 (2016).
- <sup>10</sup>R. Guichou, H. Ayroles, R. Zamansky, W. Bergez, P. Tordjeman, and K. Paumel, *J. Appl. Phys.* **125**, 094504 (2019).
- <sup>11</sup>C. Lau, K. Oleksak, S. M. Cetiner, P. Groth, C. Mauer, D. Ottinger, M. J. Roberts, B. Warmack, and A. Fathy, *Meas. Sci. Technol.* **33**, 075301 (2022).
- <sup>12</sup>G. Gall, C. Lau, V. Varma, S. Cetiner, and D. Ottinger, *Meas. Sci. Technol.* **34**, 045302 (2023).
- <sup>13</sup>J. A. Shercliff, *The Theory of Electromagnetic Flow-Measurement* (Cambridge University Press, 1962).
- <sup>14</sup>R. Guichou, Ph.D. thesis, Toulouse INP, 2019.
- <sup>15</sup>C. Dodd and W. Deeds, *J. Appl. Phys.* **39**, 2829 (1968).
- <sup>16</sup>A. Afflard, R. Zamansky, W. Bergez, P. Tordjeman, and K. Paumel, *Magnetohydrodynamics* **58**, 339–346 (2022).
- <sup>17</sup>J. R. Bowler, S. A. Jenkins, L. D. Sabbagh, and H. A. Sabbagh, *J. Appl. Phys.* **70**, 1107–1114 (1991).
- <sup>18</sup>K. Gerdes, *J. Comput. Acoust.* **8**, 43–62 (2000).
- <sup>19</sup>S. Handschuh-Wang, F. J. Stadler, and X. Zhou, *J. Phys. Chem. C* **125**, 20113–20142 (2021).
- <sup>20</sup>V. G. Levich, *Physicochemical Hydrodynamics* (Prentice-Hall, 1962).
- <sup>21</sup>M. K. Tripathi, K. C. Sahu, and R. Govindarajan, *Nat. Commun.* **6**, 6268 (2015).
- <sup>22</sup>H. D. Mendelson, *AIChE J.* **13**, 250–253 (1967).
- <sup>23</sup>F. Risso, V. Roig, Z. Amoura, G. Riboux, and A. Billet, *Philos. Trans. R. Soc. A* **366**, 2177–2190 (2008).
- <sup>24</sup>Z. H. Wang, S. D. Wang, X. Meng, and M. J. Ni, *Int. J. Multiph. Flow* **94**, 201–208 (2017).
- <sup>25</sup>C. Zhang, S. Eckert, and G. Gerbeth, *Int. J. Multiph. Flow* **31**, 824–842 (2005).
- <sup>26</sup>P. Kumar and S. P. Vanka, *Int. J. Multiph. Flow* **77**, 32–47 (2015).
- <sup>27</sup>H. P. W. Gottlieb, *J. Acoust. Soc. Am.* **81**, 1628–1629 (1987).



# Bibliographie

- [1] GUIDEZ J. & BONIN B. Réacteurs nucléaires à caloporteur sodium. *Une monographie de la Direction de l'énergie nucléaire, CEA* (2014), pp. 11–23 (cité pages 2, 3, 5).
- [2] VOGT T., BODEN S., ANDRUSZKIEWICZ A., ECKERT K., ECKERT S., & GERBETH G. Detection of gas entrainment into liquid metals. *Nuclear Engineering and Design* 294 (2015), pp. 16–23 (cité page 3).
- [3] CAVARO M., PAYAN C., & JEANNOT J.P. Towards the characterization of the bubble presence in liquid sodium of sodium cooled fast reactors. *Proceedings of the 3rd International Conference ANIMMA 1* (2013), pp. 1–11 (cité page 3).
- [4] CHEN F. Modélisation d'un jet de gaz dans le collecteur sodium des échangeurs à plaques compacts sodium gaz des réacteurs nucléaires de la filière RNR-Na. *Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille* (2019) (cité page 3).
- [5] MICHEL F. Synthèse 2016 de l'instrumentation pour la surveillance de l'ECSG. *Note technique CEA-DES* (2016), pp. 1–40 (cité page 3).
- [6] MOCHIZUKI H. Study on start-up of molten salt fast modular reactor from shutdown based on two-phase flow CFD analysis. *Nuclear Engineering and Design* 414 (2023), pp. 1–16 (cité page 4).
- [7] TENCHINE D., FOURNIER C., & DOLIAS Y. Gas entrainment issues in sodium cooled fast reactors. *Nuclear Engineering and Design* 270 (2014), pp. 302–311 (cité page 4).
- [8] CORAZZA C., ROSSEEL K., LEYSEN W., & GLADINEZ K. Optical fibre void fraction detection for liquid metal fast neutron reactors. *Experimental Thermal and Fluid Science* 113 (2020), pp. 1–11 (cité pages 4, 5).
- [9] TAITEL Y., BARNEA D., & DUKLER A.E. Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. *AiChE Journal* 26 (1980), pp. 345–354 (cité page 4).
- [10] GARDENGI Á., SANTOS E., CHAGAS D., & SCAGNOLATTO G. Overview of void fraction measurement techniques, databases and correlations for two-phase flow in small diameter channels. *Fluids* 5 (2020), pp. 1–26 (cité page 5).
- [11] KEPLINGER O., SHEVCHENKO N., & ECKERT S. Validation of X-ray radiography for characterization of gas bubbles in liquid metals. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 228 (2017), pp. 1–9 (cité pages 5, 58).
- [12] JEANNOT J.P., GNANASEKARAN T., LATGE C., SRIDHARAN R., MARTIN L., GANESAN R., AUGEM J.M., COUROUAV J.L., & GOBILLOT G. In-sodium hydrogen detection in the phenix fast reactor steam generator: a comparison between two detection methods. *International Conference on Advancements in Nuclear Instrumentation, Measurement Methods and Their Applications 1* (2009), pp. 1–8 (cité page 5).
- [13] BLITZ J. Electrical and magnetic methods of non-destructive testing. *Springer Non Destructive Evaluation Series* 3 (1997), pp. 94–131 (cité pages 5, 6, 17).
- [14] HEINZEL A., HERING W., KONYS J., MAROCCO L., LITFIN K., MÜLLER G., PACIO J., SCHROER C., STIEGLITZ R., STOPPEL L., WEISENBURGER A., & WETZEL T. Liquid

- metals as efficient high-temperature heat-transport fluids. *Energy Technology* 5 (2017), pp. 1026–1036 (cité page 6).
- [15] TIMMEL K., SHEVCHENKO N., RÖDER M., ANDERHUBER M., GARDIN P., ECKERT S., & GERBETH G. Visualization of liquid metal two-phase flows in a physical model of the continuous casting process of steel. *Metallurgical and Materials Transactions B* 46 (2014), pp. 700–710 (cité page 6).
- [16] WANG Q., YU Y., & LIU J. Preparations, characteristics and applications of the functional liquid metal materials. *Advanced Engineering Materials* 20 (2018), pp. 1–21 (cité pages 6, 108).
- [17] KAUFMAN A.A. & DASHEVSKY Y.A. Principles of induction logging. *Methods in Geochemistry and Geophysics* 38 (2003), pp. 143–186 (cité pages 6, 24).
- [18] GRIFFITHS D.J. Introduction to electrodynamics, 4th edition. *Cambridge University Press* (2017) (cité pages 10, 11, 14).
- [19] ZANGWILL A. Modern Electrodynamics. *Cambridge University Press* (2012) (cité page 11).
- [20] SHERCLIFF J.A. A textbook of magnetohydrodynamics. *Pergamon Press* (1965) (cité page 12).
- [21] MONTEL J.M. Débitmètres électromagnétiques. *Techniques de l'ingénieur* R2275 V2 (2011), pp. 1–28 (cité pages 12, 26).
- [22] DAVIDSON P.A. Introduction to magnetohydrodynamics, 2nd edition. *Cambridge Texts in Applied Mathematics* (2017) (cité page 14).
- [23] BERTON R. Magnétohydrodynamique. *Elsevier* (1997) (cité page 16).
- [24] LANDAU L.D., LIFSHITZ E.M., & PITAEVSKII L.P. Electrodynamics of continuous media, Vol. 8. *Elsevier* (2013) (cité pages 17, 29).
- [25] KUNDU P.K., COHEN I.M., & DOWLING D.R. Fluid mechanics, 6th edition. *Academic Press* (2016) (cité page 19).
- [26] GUICHOU R. Étude des perturbations du champ électromagnétique par un écoulement de métal liquide contenant une inclusion isolante. *Thèse de doctorat, Université de Toulouse* (2019) (cité pages 20, 21, 30–35, 43, 45, 46, 69, 79, 80, 86, 115, 117).
- [27] GUYON E., HULIN J.P., & PETIT L. Hydrodynamique physique, 3ème édition. *EDP sciences* (2012) (cité pages 21, 162).
- [28] LEHDE H. & LANG W. Device for measuring rate of fluid flow. *US patent 2 435 043* (1948) (cité pages 24, 26).
- [29] KUMAR M. Magnetic flux distortion in two-phase liquid metal flow. *Thèse de doctorat, Université de Toulouse* (2016) (cité pages 25, 40, 123).
- [30] SHERCLIFF J.A. The theory of electromagnetic flow-measurement. *Cambridge University Press* (1962) (cité page 26).
- [31] FENG C.C., DEEDS W.E., & DODD C.V. Analysis of eddy-current flowmeters. *Journal of Applied Physics* 46 (1975), pp. 2935–2940 (cité pages 26, 31, 32).
- [32] BAKER R.C. Electromagnetic flowmeters for fast reactors. *Progress in Nuclear Energy* 1 (1977), pp. 41–61 (cité page 26).
- [33] SCHULENBERG T. & STIEGLITZ R. Flow measurement techniques in heavy liquid metals. *Nuclear Engineering and Design* 240 (2010), pp. 2077–2087 (cité pages 26, 32).
- [34] FACHE J. Compte rendu d'essai d'endurance thermique d'un DDF en air à 600°C. *Note technique CEA-DES* (2022), p. 26 (cité page 26).
- [35] PAUMEL K., GIRARD M., & BONNIN J. Eddy current flowmeters at core outlet in french sodium fast reactors. *PAMIR International Conference Fundamental and Applied MHD* 10 (2016), pp. 1–5 (cité page 26).
- [36] DODD C.V. & DEEDS W.E. Analytical solutions to eddy-current probe-coil problems. *Journal of Applied Physics* 39 (1968), pp. 2829–2838 (cité page 29).

- [37] HIRAYAMA M. Theoretical model of an eddy-current flowsensor. *IEEE Transactions on Nuclear Science* 24 (1977), pp. 2021–2030 (cité pages 29–31).
- [38] NIELSEN D.L., POLZIN D.L., OMBERG R.P., & MAKENAS B.J. Eddy current flow measurements in the FFTF. *Pacific Northwest National Lab. 1979 Technical Report* 26202 (2017), pp. 1–60 (cité page 30).
- [39] WIEGAND D.E. The eddy-current flowmeter : an analysis giving performance characteristics and preferred operating conditions. *Argonne National Laboratory Technical Report* 7554 (1969), pp. 1–34 (cité pages 31–35, 37, 156).
- [40] AIZAWA K., CHIKAZAWA Y., & MOROHASHI Y. Performance evaluation of eddy-current flowmeter in Monju. *Journal of Nuclear Science and Technology* 55 (2018), pp. 1393–1401 (cité page 31).
- [41] SHARMA P., SURESHKUMAR S., NASHINE B.K., & VEERASAMY R. Development, computer simulation and performance testing in sodium of an eddy current flowmeter. *Annals of Nuclear Energy* 37 (2010), pp. 332–338 (cité pages 33, 34, 36, 37).
- [42] KRAUTER N., ONEA A.A., GERBETH G., & ECKERT S. Eddy current flow meter measurements in liquid sodium at high temperatures. *Journal of Nuclear Engineering and Radiation Science* 9 (2023), pp. 1–8 (cité pages 33, 34, 36, 156, 157).
- [43] BUCHENAU D., ECKERT S., GERBETH G., STIEGLITZ R., & DIERCKX M. Measurement technique developments for LBE flows. *Journal of Nuclear Materials* 415 (2011), pp. 396–403 (cité page 33).
- [44] VEERASAMY R., SURESHKUMAR S., & ASOKANE C. Eddy current flow sensor development and testing for LMFBR sodium pumps. *International Conference on Nuclear Engineering* 15 (2007), pp. 1–11 (cité page 33).
- [45] SOBOLEV V. Database of thermophysical properties of liquid metal coolants for GEN-IV. *BLG Open Report Series of the Belgian Nuclear Research Centre* (2011), pp. 1–175 (cité page 34).
- [46] SURESHKUMAR S., SABIH M., NARMADHA S., & RAVICHANDRAN N. Utilization of eddy current flow meter for sodium flow measurement in FBRs. *Nuclear Engineering and Design* 265 (2013), pp. 1223–1231 (cité page 34).
- [47] PAUMEL K. Nouvelle méthode de compensation de l’effet de température sur la réponse d’un DDF. *Note technique CEA-DES* (2022), p. 25 (cité pages 34, 36, 37).
- [48] GALL G., LAU C., VARMA V., CETINER S., & OTTINGER D. Measurement of a radial flow profile with eddy current flow meters and deep neural networks. *Measurement Science and Technology* 34 (2023), pp. 1–12 (cité page 35).
- [49] KRAUTER N., GALINDO V., WONDRAK T., ECKERT S., & GERBETH G. Eddy current flow meter performance in liquid metal flows inclined to the sensor axis. *Journal of Nuclear Engineering and Radiation Science* 8 (2022), pp. 1–6 (cité pages 35, 115, 163).
- [50] COSTELLO T.J., LAUBHAM R.L., MILLER W.R., & SMITH C.R. FFTF probe-type eddy-current flowmeter: wet versus dry performance evaluation in sodium. *Nuclear technology* 19 (1973), pp. 174–180 (cité page 35).
- [51] NAKAMOTO K., TAMURA S., ISHII K., KUWAHARA H., OHYAMA N., & MURAMATSU T. Application of an eddy-current type flowmeter to void detection at the LMFBR core exit. *Nuclear Engineering and Design* 82 (1984), pp. 393–404 (cité pages 36, 41, 42, 121).
- [52] PAUMEL K. Synthèse des études sur le DDF : perspectives et propositions d’amélioration. *Note technique CEA-DES* (2020), pp. 1–55 (cité page 36).
- [53] LAU C., CETINER S., VARMA V., FOUNTAIN E., GROTH P., MAUER C., OTTINGER D., & WARMACK B. Eddy current flow meter measurement and modelling validation. *Oak Ridge National Laboratory Report* 2486 (2022), pp. 1–12 (cité page 37).

- [54] ARA K. A differential transformer with temperature and excitation-independent output. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 21 (1972), pp. 249–255 (cité page 37).
- [55] PRIEDE J., BUCHENAU D., & GERBETH G. Contactless electromagnetic phase-shift flowmeter for liquid metals. *Measurement Science and Technology* 22 (2011), pp. 1–11 (cité page 37).
- [56] LOONEY R. & PRIEDE J. Concept of a next-generation electromagnetic phase-shift flowmeter for liquid metals. *Flow Measurement and Instrumentation* 65 (2019), pp. 128–135 (cité page 37).
- [57] KUMAR M., BERGEZ W., TORDJEMAN P., ARINERO R., & PAUMEL K. Magnetic flux distortion in two-phase liquid metal flow: Model experiment. *Journal of Applied Physics* 119 (2016), pp. 1–7 (cité pages 39–41).
- [58] CHA J.E., AHN Y.C., SEO K.W., NAM H.Y., CHOI J.H., & KIM M.H. The performance of electromagnetic flowmeters in a liquid metal two-phase flow. *Journal of Nuclear Science and Technology* 40 (2003), pp. 744–753 (cité page 40).
- [59] OGINO T., INUJIMA H., & HAGA K. Feasibility study of LMFBR local core anomaly detection by use of temperature and flow fluctuations. *Journal of Nuclear Science and Technology* 21 (1984), pp. 172–186 (cité page 41).
- [60] PANDEY G.K., RAMAKRISHNA R., KUMAR P.A., CHANDRAMOULI S., ASOKANE C., ANITHA P., PADMAKUMAR G., PRAKESH V., VEERASAMY R., KALYANASUNDARAM P., & VAIDYANATHAN G. Detection of gas entrainment in sodium using ECFM. *National Symposium on Nuclear Instrumentation* (2010), pp. 1–4 (cité page 42).
- [61] RAMAKRISHNA R., PANDEY G.K., RAVI P., & SURESHKUMAR S. Detection of void in sodium cooled fast reactors using eddy current based technique. *Proceedings of the 25th national seminar and international exhibition on non destructive evaluation-NDE* (2015), pp. 1–6 (cité page 42).
- [62] GUNDRUM T., BÜTTNER P., DEKDOUK B., PEYTON A., WONDRAK T., GALINDO V., & ECKERT S. Contactless inductive bubble detection in a liquid metal flow. *Sensors* 16 (2016), pp. 1–11 (cité page 43).
- [63] GUICHOU R., AYROLES H., ZAMANSKY R., BERGEZ W., TORDJEMAN P., & PAUMEL K. Perturbation of eddy-currents by one inclusion in liquid metal. *Journal of Applied Physics* 125 (2019), pp. 1–5 (cité pages 45, 46, 68, 80, 92).
- [64] MCLACHLAN D.S., BLASZKIEWICZ M., & NEWNHAM R.E. Electrical resistivity of composites. *Journal of the American Ceramic Society* 73 (1990), pp. 2187–2203 (cité page 47).
- [65] BROTHERS A.H. & DUNAND D.C. Amorphous metal foams. *Scripta Materialia* 54 (2006), pp. 513–520 (cité pages 47, 48).
- [66] PETRICK M. & LEE K.Y. Performance characteristics of a liquid metal MHD generator. *Argonne National Laboratory Technical Report* 6870 (1964), pp. 1–70 (cité page 47).
- [67] NGUYEN Q., PHILIPP L., & LYNCH D. Steam tube defect characterization using eddy current Z-parameters. *Research in Nondestructive Evaluation* 10 (1998), pp. 227–252 (cité pages 48–50, 84).
- [68] ZAMAN A.J.M., LONG S.A., GARDNER C.G., & RICHARDS W.F. The change in impedance of a single-turn coil due to a flaw in a coaxial conducting cylinder. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 33 (1984), pp. 5–10 (cité page 49).
- [69] GARCÍA-MARTÍN J., GÓMEZ-GIL J., & VÁZQUEZ-SÁNCHEZ E. Non-destructive techniques based on eddy current testing. *Sensors* 11 (2011), pp. 2525–2565 (cité page 50).
- [70] SOPHIAN A., TIAN G., & FAN M. Pulsed eddy current non-destructive testing and evaluation: a review. *Chinese Journal of Mechanical Engineering* 30 (2017), pp. 500–514 (cité pages 50, 51).

- [71] DHARMASENA K.P. & WADLEY H.N.G. Eddy current characterization of metal foams. *MRS Online Proceedings Library* 521 (1998), pp. 171–176 (cit  page 50).
- [72] LEBRUN B., JAYET Y., & BABOUX J.C. Pulsed eddy current signal analysis: application to the experimental detection and characterization of deep flaws in highly conductive materials. *NDT & E International* 30 (1997), pp. 500–514 (cit  page 51).
- [73] CADWALLADER L.C. Gallium safety in the laboratory. *Idaho National Laboratory Reports* (2003), pp. 1–9 (cit  pages 52, 55).
- [74] HANDSCHUH-WANG S., STADLER F.J., & ZHOU X. Critical review on the physical properties of gallium-based liquid metals and selected pathways for their alteration. *The Journal of Physical Chemistry C* 125 (2021), pp. 20113–20142 (cit  pages 52–54).
- [75] ELTON E.S., REEVE T.C., THORNLEY L.E., JOSHIPURA I.D., PAUL P.H., PASCALL A.J., & JEFFRIES J.R. Dramatic effect of oxide on measured liquid metal rheology. *Journal of Rheology* 64 (2020), pp. 119–128 (cit  pages 53, 54).
- [76] PLEVACHUK Y., SKLYARCHUK V., ECKERT S., GERBETH G., & NOVAKOVIC R. Thermophysical properties of the liquid Ga–In–Sn eutectic alloy. *Journal of Chemical and Engineering Data* 59 (2014), pp. 757–763 (cit  pages 53, 54).
- [77] LIU T., SEN P., & KIM C.J. Characterization of nontoxic liquid-metal alloy galinstan for applications in microdevices. *Journal of Microelectromechanical Systems* 21 (2012), pp. 443–450 (cit  page 54).
- [78] SCARPA F. & SLIMANI S. Galinstan liquid metal as the heat transfer fluid in magnetic refrigeration. *Applied Thermal Engineering* 232 (2023), pp. 1–15 (cit  page 54).
- [79] KOCOUREK V., KARCHER C., CONRATH M., & SCHULZE D. Stability of liquid metal drops affected by a high-frequency magnetic field. *Physical Review E* 74 (2006), pp. 1–7 (cit  page 55).
- [80] KIM D., THISSEN P., VINER G., LEE D.W., CHOI W., CHABAL Y.J., & LEE J.B. Recovery of nonwetting characteristics by surface modification of gallium-based liquid metal droplets using hydrochloric acid vapor. *Applied Materials & Interfaces* 5 (2013), pp. 179–185 (cit  page 55).
- [81] MORLEY N.B., BURRIS J., CADWALLADER L.C., & NORBERG M.D. GaInSn usage in the research laboratory. *Review of Scientific Instruments* 79 (2008), pp. 1–3 (cit  page 55).
- [82] CHEN S., ZHAO R., SUN X., WANG H., LI L., & LIU J. Toxicity and biocompatibility of liquid metals. *Advanced Healthcare Materials* 12 (2023), pp. 1–18 (cit  page 55).
- [83] KHAN M.R., TRLICA C., SO J.H., VALERI M., & DICKEY M.D. Influence of water on the interfacial behavior of gallium liquid metal alloys. *Applied Materials and Interfaces* 6 (2014), pp. 22467–22473 (cit  page 55).
- [84] LAPPAN T., SARMA M., TRTIK P., ECKERT K., & ECKERT S. Neutron radiography of liquid drops ascending in a liquid metal. *12th PAMIR International Conference* 12 (2022), pp. 1–6 (cit  page 55).
- [85] CLIFT R., GRACE J.R., & WEBER M.E. Bubbles, Drops and Particles. *Academic Press* (1978) (cit  page 57).
- [86] FABRE J. & LEGENDRE D.  coulement dipahsiques. *ENSEEIH*T (2000) (cit  pages 58–60).
- [87] HAAS T., SCHUBERT C., EICKHOFF M., & PFEIFER H. A review of bubble dynamics in liquid metals. *Metals* 11 (2021), pp. 1–46 (cit  page 58).
- [88] CHU P., FINCH J., BOURNIVAL G., ATA S., HAMLETT C., & PUGH R.J. A review of bubble break-up. *Advances in Colloid and Interface Science* 270 (2019), pp. 108–122 (cit  page 58).
- [89] KEPLINGER O., SHEVCHENKO N., & ECKERT S. Visualization of bubble coalescence in bubble chains rising in a liquid metal. *International Journal of Multiphase Flow* 105 (2018), pp. 159–169 (cit  page 58).

- [90] KEPLINGER O., SHEVCHENKO N., & ECKERT S. Experimental investigation of bubble breakup in bubble chains rising in a liquid metal. *International Journal of Multiphase Flow* 116 (2019), pp. 39–50 (cit e pages 58, 108).
- [91] LEGENDRE D., COLIN C., FABRE J., & MAGNAUDET J. Influence of gravity upon the bubble distribution in a turbulent pipe flow: Comparison between numerical simulations and experimental data. *Journal de Chimie Physique et de Physico-Chimie Biologique* 96 (1999), pp. 951–957 (cit e pages 60–62).
- [92] TOMIYAMA A., KATAOKA I., ZUN I., & SAKAGUCHI T. Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions. *JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering* 41 (1998), pp. 472–479 (cit e pages 60, 61, 108).
- [93] ZHANG C., ECKERT S., & GERBETH G. Experimental study of single bubble motion in a liquid metal column exposed to a DC magnetic field. *International Journal of Multiphase Flow* 31 (2005), pp. 824–842 (cit e page 61).
- [94] TRIPATHI M.K., SAHU K.C., & GOVINDARAJAN R. Dynamics of an initially spherical bubble rising in quiescent liquid. *Nature communications* 6 (2015), pp. 1–9 (cit e pages 61, 109).
- [95] AOYAMA S., HAYASHI K., HOSOKAWA S., LUCAS D., & TOMIYAMA A. Lift force acting on single bubbles in linear shear flows. *International Journal of Multiphase Flow* 96 (2017), pp. 113–122 (cit e page 62).
- [96] NASRO-ALLAH Y., BERGEZ W., TORDJEMAN P., & ZAMANSKY R. Electromagnetic induction in a liquid metal flow in presence of non-conducting inclusion. *Rapport final de projet IMFT-CEA* (2020), pp. 1–56 (cit e page 68).
- [97] AFFLARD A., ZAMANSKY R., PAUMEL K., BERGEZ W., & TORDJEMAN P. Bubble detection in liquid metal by perturbation of eddy currents: Model and experiments. *Journal of Applied Physics* 134 (2023), pp. 1–14 (cit e page 68).
- [98] GOTTLIEB H.P.W. On the general solution of the vector Helmholtz equation in cylindrical polar coordinates. *The Journal of the Acoustical Society of America* 81 (1987), pp. 1628–1629 (cit e page 71).
- [99] AC/DC Module User’s Guide. *COMSOL Multiphysics Reference Manual Version 6.2* (2023) (cit e pages 81, 116).
- [100] KRAUTER N. & STEFANI F. Simultaneous measurement of flow velocity and electrical conductivity of a liquid metal using an eddy current flow meter in combination with a look-up-table method. *Sensors* 23 (2023), pp. 1–14 (cit e page 99).
- [101] VERSTEEG H.K. & MALALASEKERA W. An introduction to computational fluid dynamics, 2nd edition. *Pearson* (2007) (cit e page 116).
- [102] RATAJCZAK M., HERNÁNDEZ D., RICHTER T., OTTE D., BUCHENAU D., KRAUTER N., & WONDRAK T. Measurement techniques for liquid metals. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 228 (2017), pp. 1–26 (cit e page 156).
- [103] THESS A., VOTYAKOV E.V., & KOLESNIKOV Y. Lorentz force velocimetry. *Physical Review Letters* 96 (2006), pp. 1–4 (cit e pages 156, 157).
- [104] PRIEDE J., BUCHENAU D., & GERBETH G. Single-magnet rotary flowmeter for liquid metals. *Journal of Applied Physics* 110 (2011), pp. 1–10 (cit e page 156).
- [105] ADAMOVSKII L.A. Vortex electromagnetic flow meters for liquid metal coolants. *Measurement Techniques* 50 (2007), pp. 58–65 (cit e pages 156, 157).
- [106] KRAUTER N. & STEFANI F. Transient eddy current flow metering : a calibration free velocity measurement technique for liquid metals. *Materials Science and Engineering* 424 (2018), pp. 1–4 (cit e page 157).
- [107] LOONEY R. & PRIEDE J. Alternative transient eddy-current flowmetering methods for liquid metals. *Flow Measurement and Instrumentation* 65 (2019), pp. 150–157 (cit e page 157).

- [108] HERING W., BULIGINS L., PLATACIS E., ZIKS A., & ECKERT S. Standard procedures for Na loop operation and measurement treatment methodologies. *ESFR Smart Deliverable D8.2* (2020), pp. 1–43 (cité page 157).
- [109] THIBERT E. Mesure de débit par ultrasons - Mesure en conduite pleine. *Techniques de l'ingénieur R2265 V3* (2022), pp. 1–27 (cité page 157).
- [110] LYU Z., BOECK T., & KARCHER C. Electromagnetic interaction between a permanent magnet and a sphere moving in liquid metal. *Experiments in Fluids* 62 (2021), pp. 1–16 (cité page 158).
- [111] TERZIJA N., YIN W., GERBETH G., STEFANI F., TIMMEL K., WONDRAK T., & PEYTON A. Electromagnetic inspection of a two-phase flow of GaInSn and argon. *Flow Measurement and Instrumentation* 22 (2011), pp. 10–16 (cité pages 158, 160).
- [112] XU W., XU K.J., WU J.P., & WANG C.C. Bubble detection in sodium flow using EVFM and correlation coefficient calculation. *Annals of Nuclear Energy* 129 (2019), pp. 472–481 (cité page 158).
- [113] XU W., XU K.J., YU X.L., WU W.K., & YAN X.X. Frequency fluctuation coefficient based bubbles detection method in sodium flow with electromagnetic vortex flowmeter. *Nuclear Engineering and Design* 365 (2020), pp. 1–17 (cité page 158).
- [114] CAVARO M. Apport de l'acoustique non linéaire à la caractérisation de l'engagement du sodium liquide : application aux réacteurs nucléaires de quatrième génération. *Thèse de doctorat, Université de Aix-Marseille* (2010) (cité page 159).
- [115] ANDRUSZKIEWICZ A., ECKERT K., ECKERT S., & ODENBACH S. Gas bubble detection in liquid metals by means of the ultrasound transit-time-technique. *The European Physical Journal Special Topics* 220 (2013), pp. 53–62 (cité page 159).
- [116] D'HONDT L., CAVARO M., PAYAN C., & MENSAH S. Acoustical characterisation and monitoring of microbubble clouds. *Ultrasonics* 96 (2019), pp. 10–17 (cité page 159).
- [117] CAVARO M. Acoustical experiments on two-phase liquid sodium. *Note technique CEA-DES* (2016), pp. 1–56 (cité page 159).
- [118] KEPLINGER O., SHEVCHENKO N., & ECKERT S. Experimental investigations of bubble chains in a liquid metal under the influence of a horizontal magnetic field. *International Journal of Multiphase Flow* 121 (2019), pp. 1–11 (cité pages 159, 160).
- [119] SAITO Y., K. MISHIMA A d Y. Tobita, SUZUKI T., & MATSUBAYASHI M. Measurements of liquid-metal two-phase flow by using neutron radiography and electrical conductivity probe. *Experimental thermal and fluid science* 29 (2005), pp. 323–330 (cité page 160).
- [120] DAVIDSON P.A. Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers, 2nd edition. *Oxford Academic* (2015) (cité pages 162–164).
- [121] FERZIGER J.H., PERIĆ M., & STREET R.L. Computational methods for fluid dynamics, 4th edition. *Springer International Publishing* (2020) (cité page 163).
- [122] POPE S. Turbulent Flows. *Cambridge University Press* (2000) (cité pages 163, 164).
- [123] CFD Module User's Guide. *COMSOL Multiphysics Reference Manual Version 6.2* (2023) (cité page 164).

**Titre :** Perturbation du champ magnétique dans un écoulement de liquide conducteur à bulles

**Mots clés :** Métal liquide, Courant de Foucault, Détection de bulles, Écoulement diphasiques

**Résumé :** Cette thèse s'inscrit dans le projet TECNA du CEA dont l'un des objectifs est le développement d'instruments de détection et de quantification de la présence de bulles dans des écoulements de sodium liquide. Ces instruments doivent repérer d'éventuelles fuites de gaz dans les circuits des réacteurs nucléaires à neutrons rapides refroidis au sodium afin de garantir la sûreté de l'opération. L'une des techniques de mesure envisagée consiste à induire des courants de Foucault dans le liquide en écoulement à partir d'un champ magnétique alternatif. Des travaux précédents ont montré que les débitmètres à distorsion de flux, ou Eddy-Current Flow Meters (ECFM), utilisant cette technique, permettent non seulement de mesurer le débit d'un liquide métallique dans une conduite, mais aussi de détecter le passage d'inclusions électriquement isolantes (bulles ou particules).

En effet, l'interaction entre le champ magnétique oscillant généré par l'ECFM et le passage d'inclusions dans un fluide conducteur produit une perturbation du champ magnétique qui est détectée par l'ECFM. Le signal mesuré dépend alors des propriétés des inclusions (positions, tailles). Ce travail traite de la détection d'inclusions électriquement isolantes dans un écoulement de métal liquide par la perturbation des courants de Foucault. L'objectif de cette thèse est la mise au point d'une boucle d'écoulement diphasique afin d'étudier le comportement des bulles de gaz dans un métal liquide en écoulement turbulent. L'objectif est aussi de mieux comprendre et de modéliser les signaux mesurés par l'ECFM liés à la perturbation des courants de Foucault par la présence des bulles.

Des simulations et un modèle analytique sont développés afin de mieux appréhender l'influence de la taille et de la position des inclusions sur le signal. Une méthode inverse est mise au point pour déterminer la position radiale et le diamètre d'une inclusion à partir de l'amplitude et du déphasage de la perturbation qu'elle induit sur le signal de l'ECFM. Afin de valider la modélisation et la méthode inverse, des expériences sont menées en utilisant des particules solides en mouvement dans un métal liquide immobile. Par la suite, cette méthode est appliquée à la caractérisation de trains de bulles en ascension dans un métal statique. Une boucle expérimentale est spécialement conçue pour étudier le passage de bulles dont le diamètre est contrôlé dans un écoulement turbulent de métal liquide. Les essais réalisés permettent de valider la modélisation de l'interaction électromagnétique entre l'écoulement turbulent et les bulles, ainsi que la réponse induite dans l'ECFM. La réponse de l'ECFM induite au passage de multiples inclusions est également modélisée. Pour les taux de vide faibles, les perturbations induites par le passage de plusieurs inclusions sont obtenues par la superposition des réponses individuelles des inclusions. Les résultats obtenus révèlent l'existence de configurations d'ECFM plus sensibles à l'écoulement et d'autres plus sensibles à la présence d'inclusions. Ces modèles ouvrent des perspectives prometteuses pour le développement d'une méthode inverse permettant de mesurer le taux de vide dans un écoulement de sodium.

**Title:** Magnetic flux distortion in two-phase liquid metal flow

**Key words:** Eddy-current, Bubble detection, Liquid metal, Two-phase flow

**Abstract:** This thesis is part of CEA's TECNA project, the aim of which is to develop instruments for detecting and quantifying the presence of bubbles in liquid sodium flows. These instruments are designed to detect any gas leaks in the circuits of sodium-cooled fast breeder reactors, in order to guarantee the safety of the operation. One of the measurement techniques considered involves inducing eddy currents in the flowing liquid, using an alternating magnetic field. Previous work has shown that Eddy-Current Flow Meters (ECFM), using this technique, can not only measure the flow of a metallic liquid in a pipe, but also detect the passage of electrically insulating inclusions (bubbles or particles).

The interaction between the oscillating magnetic field generated by the ECFM and the passage of inclusions in a conductive fluid produces a disturbance in the magnetic field, which is detected by the ECFM. The measured signal then depends on the properties of the inclusions (positions, sizes). This work deals with the detection of electrically insulating inclusions in a liquid metal flow using eddy current perturbation. The aim of this thesis is to develop a two-phase flow loop to study the behavior of gas bubbles in liquid metal in turbulent flow. The aim is also to better understand and model the signals measured by the ECFM linked to the disturbance of eddy currents by the presence of bubbles.

Simulations and an analytical model are developed to better understand the influence of inclusion size and position on the signal. An inverse method is developed to determine the radial position and diameter of an inclusion from the amplitude and phase shift of the perturbation it induces on the ECFM signal. In order to validate the modeling and the inverse method, experiments are carried out using solid particles in motion in a quiescent liquid metal. Subsequently, this method is applied to the characterization of ascending bubble trains in static metal. An experimental loop is specially designed to study the passage of bubbles of controlled diameter in a turbulent flow of liquid metal. The tests carried out validate the modeling of the electromagnetic interaction between the turbulent flow and the bubbles, as well as the response induced in the ECFM. The ECFM response induced by the passage of multiple inclusions is also modeled. For low void fractions, the disturbances induced by the passage of multiple inclusions are obtained by superimposing the individual responses of the inclusions. The results reveal the existence of ECFM configurations that are more sensitive to flow and others that are more sensitive to the presence of inclusions. These models open up promising prospects for the development of an inverse method for measuring the void fraction in a liquid sodium flow.