



HAL
open science

Réduction du bruit de fréquence de diodes laser InGaN par asservissement sur des résonateurs à haut facteur de qualité

Georges Perin

► **To cite this version:**

Georges Perin. Réduction du bruit de fréquence de diodes laser InGaN par asservissement sur des résonateurs à haut facteur de qualité. Optique / photonique. Université de Rennes, 2023. Français. NNT : 2023URENS143 . tel-04705463v2

HAL Id: tel-04705463

<https://theses.hal.science/tel-04705463v2>

Submitted on 27 Sep 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

ÉCOLE DOCTORALE N° 601
*M*athématiques, *T*élécommunications, *I*nformatique,
*S*ignal, *S*ystèmes, *É*lectronique
Spécialité : *P*hotonique

Par

Georges Perin

Réduction du bruit de fréquence de diodes laser InGaN par asservissement sur des résonateurs à haut facteur de qualité

Thèse présentée et soutenue à Lannion, le 13 avril 2023
Unité de recherche : Institut FOTON - CNRS UMR 6082

Rapporteurs avant soutenance :

Stéphane GUERANDEL Chargé de recherche HDR CNRS , SYRTE
Gualtiero NUNZI CONTI Directeur de recherche CNR , IFAC, Firenze

Composition du Jury :

Président :	François BONDU	Directeur de recherche CNRS, Institut Foton
Examineurs :	Roberta RAMPONI	Professeur, Dipartimento di Fisica – Politecnico di Milano,
	Rodolphe BOUDOT	Chargé de recherche CNRS, Institut Femto-ST
	Stéphane GUERANDEL	Chargé de recherche HDR CNRS , SYRTE
	Gualtiero NUNZI CONTI	Directeur de recherche CNR , IFAC, Firenze
Dir. de thèse :	Patrice FERON	Professeur, Institut FOTON, Université de Rennes
Co-dir. de thèse :	Stéphane TREBAOL	Maitre de conférences Institut FOTON, Université de Rennes

Remerciements

Je tiens à remercier tout naturellement Patrice Féron et Stéphane Trebaol, respectivement mon directeur et mon encadrant de thèse, qui m'ont soutenu durant ces années de thèses. Merci beaucoup à Stéphane d'avoir pris de son temps pour m'aider et me soutenir dans des moments difficiles durant ces quelques années. Merci à Patrice pour sa patience et ses conseils, particulièrement lors de mes dernières étapes de rédaction qui ont été particulièrement complexes.

J'aimerais également remercier Stéphane Guerandel et Gualtiero Nuzi Conti d'avoir accepté d'être mes rapporteurs. Merci pour leur grande réactivité ainsi que leurs remarques et questions qui m'ont permis d'améliorer la qualité de ce manuscrit.

Je remercie chaleureusement Roberta Ramponi, Rodolphe Boudot et François Bondu d'avoir fait partie de mon jury de thèse et d'avoir contribué grâce à leurs questions et remarques à améliorer mon travail.

Mes collègues Dominique Mammez, Antoine Congar et Louis Ruel m'ont permis une prise en main rapide des différents bancs et une intégration rapide dans l'équipe et pour cela je les en remercie grandement.

Un grand merci à nos collègues du LPL et tout particulièrement à Karim Mammani pour avoir pris une semaine au début de ma thèse pour me transmettre un grand nombre de compétences expérimentales concernant l'asservissement en fréquence de lasers. Merci également à Frédéric Du Burck et Vincent Roncin pour leurs aides précieuses sur les aspects théoriques concernant les asservissements.

Tous mes travaux expérimentaux ont été rendus plus simples grâce aux partages de compétences de mes collègues de l'institut, ainsi qu'avec l'aide du service technique de l'ENSSAT et du service support à la recherche de l'institut FOTON.

Je souhaite ensuite adresser mes remerciements à mes camarades doctorant de l'institut FOTON et tout particulièrement à Valentine Gaudillat qui à, je pense, écouté et aidé un bon nombre d'entre nous notamment durant les pauses café.

J'aimerais également remercier mes amis et camarades du lycée Anthony Kam et Younes Traoré pour m'avoir supporté depuis le Burkina Faso et qui même s'ils ne comprenaient pas tout ont eu la patience de m'écouter parler de mes travaux. Ces mots vont également à mes camarades de l'ENSSAT, Bertrand Dudoux, Sébastien Lamy, Alexandre Picognia, Gabriel Dubernet (Gabelin) et Kevin Poulet grâce à qui j'ai pu relâcher un peu de la pression due à mes travaux.

Enfin mon arrivé en France pour la prépa à pour moi été un choc assez important

tant au niveau météorologique qu'idéologique et sans ma famille d'accueil, les Fouquet, François, Julie et leurs enfants Arthur, Alix et Lucie, j'aurais eu beaucoup de mal à m'adapter. Merci beaucoup à François et Julie qui m'ont chaleureusement accueilli chez eux, m'ont fait confiance et même traité comme un fils.

Bien entendu, je remercie également Lily Wadoux pour avoir partagé ma vie durant toutes ces années de thèse. Tu m'as toujours accompagné durant mes nuits de travail et durant tous mes moments difficiles tu m'as soutenue. Sans toi je n'aurais jamais réussi, merci.

Je dédie ce travail à mon père que la crise sanitaire n'a pas épargné. J'aurais aimé partager ce moment avec toi, j'espère que j'aurais su te rendre fier.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
I Affinement spectral d'une diode laser semi-conductrice émettant à 420 nm	5
1 Instrumentation pour la métrologie des lasers	6
1.1 Laser semi-conducteur	6
1.1.1 Structures des lasers semi-conducteurs	6
1.1.2 Bruit de fréquence et spectre optique	11
1.1.3 Caractérisation du bruit de fréquence	23
1.2 Asservissement en fréquence d'un laser semi-conducteur	35
1.2.1 Principe de l'asservissement optoélectronique	36
1.2.2 Étude de la fonction de transfert	38
1.2.3 Dimensionnement du correcteur	42
1.2.4 Les différentes méthodes de génération du signal d'erreur	45
2 Asservissement d'une diode laser InGaN à cavité externe sur une référence de fréquence	48
2.1 Le laser ECDL : DL pro Toptica	48
2.2 La référence de fréquence	49
2.2.1 L'anneau de fibre	50
2.2.2 Modélisation	50
2.2.3 Réalisation de l'anneau	53
2.2.4 Caractérisation de l'anneau de fibre	54
2.3 Asservissement de la diode laser	55
2.3.1 Méthode de l'asservissement	55
2.3.2 Modélisation	59
2.3.3 Analyse et conclusion	71
2.3.4 Optimisation de la référence	72

II Sources cohérentes de lumière à base de microrésonateurs à modes de galerie	81
3 Fabrication et description de résonateurs à modes de galerie de haut facteur de qualité	82
3.1 Résonateurs à modes de galerie	82
3.1.1 Approche géométrique	82
3.1.2 Résonances pour une sphère parfaite	84
3.1.3 Facteur de qualité intrinsèque	88
3.1.4 Fabrication	94
3.1.5 Dispositif d'insertion/extraction du signal dans le résonateur	99
3.1.6 Fabrication des fibres biseautées	101
3.2 Microsphère à haut facteur de qualité dans le proche UV	104
3.2.1 Approche classique	104
3.2.2 Contributions non linéaires	115
4 Caractérisation expérimentale et premiers résultats d'applications de résonateur à mode de galerie	122
4.1 Caractérisation des facteurs de qualité	122
4.1.1 Méthode de caractérisation hybride spectrale/temporelle	122
4.1.2 Montage expérimental	123
4.1.3 Étude des régimes de couplage	127
4.1.4 Effets non linéaires	130
4.1.5 Remarques	134
4.2 Asservissement	135
4.2.1 Asservissement en <i>top-of-fringe</i>	135
4.2.2 Asservissement thermique	140
4.3 Effet Raman	142
4.3.1 Montage expérimental	142
4.3.2 Résultat et discussion	143
Conclusion	145
A Bruit du discriminateur	148
B Publications et conférences relatives à ce travail de thèse	155

Bibliographie

157

TABLE DES FIGURES

1.1	Spectre d'émission d'une diode GaN Fabry-Perot	7
1.2	Schéma de principe du fonctionnement des structures monolithiques	8
1.3	Comparaison de différentes structures monolithiques	8
1.4	Comparaison entre les spectres optiques d'une diode laser FP et DFB	9
1.5	Schéma de principe du fonctionnement des structures à cavité étendue	10
1.6	Décomposition des bruits du laser	12
1.7	Comparaison entre un spectre bilatéral et un spectre unilatéral	13
1.8	Représentation de la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence	15
1.9	Spectre lorentzien d'un bruit blanc de fréquence et sa DSP	17
1.10	Représentation du bruit de fréquence de scintillation	20
1.11	Bruit de fréquence d'un laser ayant un bruit de fréquence décrit par l'expression $S_\nu(f) = h_0 + h_1/f$	21
1.12	Évolution de la largeur de raie d'un laser en fonction du temps d'observation	22
1.13	Montage d'un banc de mesure de fréquence par la méthode auto-homodyne	23
1.14	Transformation d'une modulation de fréquence en modulation d'intensité par l'intermédiaire d'un MZ	25
1.15	Évolution du gain et de la bande passante du banc homodyne en fonction de la longueur de fibre de la bobine	27
1.16	Montage expérimental de caractérisation du bruit de fréquence	28
1.17	Montage de caractérisation du facteur de discrimination K du MZ	29
1.18	Acquisition de la sortie du MZ	29
1.19	Comparaison entre le bruit de fréquence du laser en fonctionnement libre, la fonction de transfert du banc homodyne et le bruit du laser normalisé	31
1.20	Comparaison de différents bancs d'acquisition de bruit de fréquence dans la gamme du BV.	32
1.21	Comparaison entre la mesure effectuée et l'approximation par la loi des puissances	34
1.22	Comparaison entre le spectre du laser en fonctionnement libre et le spectre du laser sans bruit technique.	35

1.23	Schéma de l'asservissement du laser sur une référence	36
1.24	Schéma bloc d'un asservissement idéal sur un signal de référence $s_{ref}(t)$	36
1.25	Schéma bloc d'un asservissement, prenant en compte des perturbations, sur un signal de référence $s_{ref}(t)$	37
1.26	Diagrammes de Bode d'amplitude et de phase d'un correcteur PID	42
1.27	Schéma bloc de réduction du bruit de fréquence.	43
1.28	Réduction d'un bruit de fréquence théorique d'équation : $S_\nu(f) = h_0 + h_1/f^2$ par un correcteur PI	44
1.29	Présentation de la génération du signal d'erreur par la méthode du <i>side-of-fringe</i>	46
1.30	Schéma de principe de l'asservissement en <i>top of fringe</i>	47
2.1	Schéma de l'architecture du laser DLpro utilisé	49
2.2	Schéma d'une cavité couplée avec son guide d'accès	51
2.3	Exemple de l'intensité normalisée en sorti de l'anneau de fibre (I_{out}) et du facteur d'exaltation \mathcal{E}	53
2.4	Caractérisation de l'anneau de fibre à l'aide du laser à cavité externe	54
2.5	Comparaison entre la fonction de transfert théorique de l'anneau de fibre et l'acquisition expérimentale	55
2.6	Fonction de transfert de la cavité fibrée et sa dérivée le signal d'erreur	57
2.7	Montage expérimental de l'asservissement d'un laser ECDL sur un anneau de fibre	57
2.8	Comparaison entre le bruit de fréquence du laser en fonctionnement libre et asservi	58
2.9	Schéma bloc idéal de l'asservissement d'un laser de fréquence libre ν_{ECDL} sur une référence stable de fréquence ν_{ref}	60
2.10	Schéma de principe d'une mesure de la fonction de transfert $h(t)$ d'un système	61
2.11	Diagramme de Bode reconstruit à partir de la sortie d'un filtre passe-bas d'ordre 1 avec une fréquence de coupure de 10 Hz.	63
2.12	Conversion des variations de fréquence d'un laser en variations d'amplitude par l'intermédiaire d'un discriminateur de fréquence de pente D	64
2.13	Montage expérimental de la mesure de la fonction de transfert du laser	64
2.14	Comparaison entre le diagramme de Bode du $K1$ extrait grâce à la méthode du <i>sweep sine</i> et la concaténation de deux filtres du premier ordre	65

TABLE DES FIGURES

2.15	Comparaison entre le bruit de fréquence du laser non asservi, du laser asservi et de la simulation idéale du laser asservi	67
2.16	Schéma bloc de l'asservissement d'un laser sur une référence stable de fréquence avec ajout du bruit du discriminateur	68
2.17	Schéma de la conversion des variations de fréquence en variation d'amplitude par le biais du discriminateur K2	69
2.18	Comparaison entre le bruit de fréquence du laser non asservi, du laser asservi, et des deux simulations	72
2.19	Comparaison entre les spectres du laser en fonctionnement libre, lorentzien et du laser asservi	73
2.20	Évolution de $S_{dis}(\omega)$ et du contraste en fonction des pertes du coupleur γ pour $\kappa = 0.24$	74
2.21	Évolution de $S_{dis}(\omega)$ et du contraste en fonction de la transmission du coupleur κ pour $\gamma = 0.7$	75
2.22	Évolution de $S_{dis}(\omega)$ en fonction de la largeur de raie pour des transmissions comprises entre 0.02 et 0.03	76
2.23	Comparaison de la conversion des variations de fréquence par le discriminateur K2 pour deux références	77
2.24	Comparaison de la conversion des variations de fréquence par le discriminateur K2 pour deux références	77
3.1	Schéma de la propagation d'un mode de galerie dans un résonateur sphérique	83
3.2	Absorption de la F300 en fonction de la longueur d'onde extraite de Humbach <i>et al.</i> [1]	90
3.3	Schématisation et représentation des deux paramètres caractérisant la rugosité d'une surface	91
3.4	Comparaison des différentes contributions des facteurs de qualité intrinsèques	93
3.5	Comparaison des différentes contributions des facteurs de qualité intrinsèques en fonction de la taille du résonateur	94
3.6	Sphère obtenue par la méthode de fusion par arc électrique	96
3.7	Sphère couplée avec une fibre biseautée révélant une structure de couche à la surface de la sphère	97
3.8	Schéma des différentes étapes de fabrication d'une sphère de silice à partir d'une fibre amincie	98
3.9	Image d'une sphère réalisée à l'aide d'une fibre amincie	98

3.10	Schéma de trois différentes méthodes de couplage évanescent	99
3.11	Indice effectif des modes d'ordre radial $n = 1$ et $n = 2$ en fonction de la taille du résonateur	102
3.12	Schéma du profil d'une fibre biseautée avec un second biseau pour récupérer le signal	103
3.13	Schéma de la propagation d'un champ $u(t)$ dans une cavité isolée possédant des pertes intrinsèques	104
3.14	Schéma d'une cavité couplée avec un guide d'accès amenant un signal s_{in} et extrayant un signal s_{out}	106
3.15	Spectre de transmission du résonateur en fonction de différents couples τ_0 et τ_e et transmission à résonance en fonction de différentes valeurs de τ_0 .	110
3.16	Transmission d'un résonateur en régime critique pour différentes vitesses de balayage	113
3.17	Transmission en régime stationnaire et en régime dynamique pour deux résonateurs dont le rôle de τ_0 et τ_e est inversé	115
3.18	Spectre d'une résonance avec des temps caractéristiques $\tau_0 = \tau_e = 0.1 \mu s$ à 420 nm	118
3.19	Simulation de transmission d'un résonateur à modes de galerie avec un balayage en fréquence décroissant et croissant	119
3.20	Comparaison entre les simulations de scan d'une résonance ayant un facteur de qualité de 1.1×10^8 et 5×10^7	120
3.21	Comparaison entre les simulations du scan d'une cavité avec des matériaux ayant différentes absorptions	120
4.1	Schéma d'un montage de caractérisation de résonateur à mode de galerie par la méthode de balayage hybride spectrale/temporelle	123
4.2	Dispositif de maintien de la sphère sur une plaque métallique	124
4.3	Représentation 3D du dispositif d'ajustement de la position de la fibre biseautée	125
4.4	Schéma du montage de caractérisation des sphères	126
4.5	Trois vues permettant de régler les déplacements de la fibre biseautée . . .	127
4.6	Résultat d'un balayage en fréquence lent de la sphère	128
4.7	Simulation d'une résonance avec les temps de vie, $\tau_0 = 98 ns$ et $\tau_e = 101 ns$	129
4.8	Résultat d'un balayage en fréquence rapide ($\tilde{V}_s = 800 MHz/\mu s$ de la sphère	130

TABLE DES FIGURES

4.9	Évolution des temps de vie en fonction de la distance entre le résonateur et la sphère	131
4.10	Contribution des différents facteurs de qualité intrinsèques en fonction de la longueur d'onde	132
4.11	Résultat d'un balayage en fréquence rapide de la sphère	132
4.12	Résultat d'un balayage en fréquence rapide de la sphère superposée avec deux modèles théoriques	133
4.13	Simulation du signal de <i>ringing</i> d'une sphère avec une vitesse de balayage de 80 MHz/ μ s	134
4.14	Vue du dessus de deux sphères couplées à l'aide d'une fibre biseautée . . .	135
4.15	Montage expérimental de l'asservissement d'un laser ECDL en <i>top-of-fringe</i> sur une sphère	136
4.16	Comparaison des effets de l'asservissement du laser Toptica sur deux références	137
4.17	Comparaison entre la résonance calculée avec la méthode matricielle et la résonance calculée avec la méthode hybride spectrale/temporelle	139
4.18	Transmission de la sphère et signal d'erreur après démodulation en fonction du sens de balayage	140
4.19	Schéma explicatif d'un asservissement thermique	141
4.20	Comparaison entre le bruit de fréquence du laser en fonctionnement libre et lorsque la sphère est asservie	141
4.21	Schéma du montage pour l'observation de l'effet Raman	142
4.22	Comparaison entre le spectre mesuré en sortie de la sphère et le spectre Raman	143
A.1	Comparaison entre la simulation du signal d'erreur et la mesure expérimentale	151

INTRODUCTION

Les diodes laser émettant dans la gamme du bleu/violet (380-480 nm) offrent aujourd'hui des puissances optiques suffisantes pour devenir incontournables dans de nombreuses applications telles que l'éclairage, les communications en espace libre [2] et sous-marines [3], l'imagerie de fluorescence [4] ou encore plus récemment comme source d'activation neuronale en optogénétique [5]. Par ailleurs les applications dans le domaine de la métrologie et notamment des capteurs [6], des horloges optiques [7, 8], de l'optique quantique [9] et de la physique des atomes froids [10, 11] nécessitent des lasers à bas bruit de fréquence dans cette gamme du bleu/violet (BV). En effet, il est nécessaire de disposer de lasers finement accordables, sur une gamme de quelques GHz, et présentant une largeur de raie intrinsèque de quelques kHz pour adresser les transitions atomiques ou optiques présentant des largeurs de raie très souvent inférieures à quelques MHz [12]. De fait ces applications de spectroscopie sont exigeantes en termes de performances des lasers mobilisés en particulier concernant le bruits de fréquence et d'intensité, de stabilité, de puissance optique et de faible consommation énergétique. De plus, le transfert technologique des expériences de laboratoire vers des dispositifs « commerciaux » doit s'accompagner d'une réduction drastique de l'encombrement de ces sources de lumières cohérentes bleu/violet pour faciliter leur intégration.

Aux longueurs d'onde proche infrarouge (NIR), la maturité des diodes laser monomodes longitudinales, notamment DFB (distributed feedback laser), permet d'adresser les performances recherchées pour les applications métrologiques [7]. Aux courtes longueurs d'onde, seules les diodes laser multimodes sont disponibles commercialement n'offrant pas les performances requises. Récemment, les premières démonstrations de diodes de type DFB en nitrure de gallium ont été rapportées [13, 14]. Les solutions laser actuelles pour des applications métrologiques dans la gamme BV reposent sur l'utilisation d'architectures de type diode laser en cavité externe (ECDL) [15]. En effet ce type d'approches permet d'obtenir un fonctionnement monomode longitudinal, dont la largeur de raie dépend de la finesse de la cavité externe. De nombreuses architectures ECDL existent aujourd'hui telles que les cavités en espace libre [16, 17], fibrée [18] ou intégrée [19, 20]. Néanmoins, les instabilités opto-mécaniques de la cavité externe contribuent à augmenter le bruit aux basses

fréquences (<100 kHz) de l'émission laser limitant la largeur de raie à quelques MHz pour des temps d'intégration de quelques ms. De nombreuses méthodes d'asservissement ont été développées dans le proche infrarouge pour réduire le bruit de fréquence et ainsi atteindre de faibles largeurs de raie [21]. Ces méthodes reposent sur l'utilisation d'une référence de fréquence bas bruit dont on transfère la stabilité en fréquence à la source laser par contre réaction opto-électronique. Il existe principalement deux types de références : les transitions atomiques ou les transitions optiques. Les transitions atomiques [22, 23] permettent d'atteindre des stabilités long terme et court terme mais limitent l'asservissement des lasers aux longueurs d'onde d'absorption. Par contre, l'utilisation de transitions optiques basées sur des interféromètres [24] ou des cavités optiques [25] offre une plus grande versatilité, la référence de fréquence étant dans ce cas accessible pour une large gamme de longueurs d'onde. Cependant la mise en œuvre des schémas d'asservissement impliquent régulièrement de nombreux composants fibrés comme les modulateurs acousto-optiques, les isolateurs ou encore les atténuateurs qui n'existent pas, ou au mieux, présentent des performances médiocres dans le BV. Ces techniques usuelles dans le NIR ne sont donc pas simplement transposables à courtes longueurs d'onde.

Ce travail de thèse concerne l'étude de sources laser bas bruit émettant à 420 nm. Cette étude rapporte en particulier la mise en œuvre d'un asservissement d'une diode ECDL sur des cavités optiques de haut facteur de qualité. Dans un premier temps, le schéma d'asservissement proposé est étudié sur une cavité en anneau à fibre. Les performances et limitations de cette référence de fréquence dans la gamme BV sont modélisées et discutées afin d'établir des lignes directrices pour la conception de futures références de fréquences basées sur des cavités optiques. Dans un second temps, une cavité optique de type microsphère à modes de galerie (*Whispering Gallery Mode* : WGM) à facteur de qualité élevé ($Q \geq 10^8$) est étudiée. En particulier les limitations au facteur de qualité sont discutées par une confrontation entre nos données expérimentales et des modèles issues de travaux antérieurs. Cette cavité est ensuite utilisée comme référence de fréquence compacte et des premiers résultats de réduction du bruit de fréquence sont rapportés. Une discussion est également menée sur l'impact de l'absorption optique de la silice dans le BV impliquant des pertes mais surtout des dérives thermiques qui peuvent limiter les performances de cette référence de fréquence. Par ailleurs, ce résonateur à modes de galerie, d'un diamètre de l'ordre de 250 μm , est caractérisé par une finesse supérieure à 10^4 impliquant une densité optique intra-cavité conséquente de l'ordre du GW/cm^2 pour une puissance incidente de l'ordre du mW. Ainsi, ce type de résonateurs est un dispositif

idoine pour étudier l'apparition d'effets non linéaires. Nous rapportons dans ce cadre, un premier résultat d'observation de l'effet Raman à 420 nm.

L'étude des sources lasers bas bruit et des résonateurs à modes de galerie sont des sujets de recherche établis à l'institut Foton notamment aux longueurs d'onde télécoms [26–29]. Depuis quelques années, la thématique des lasers BV bas bruit s'inscrit dans les activités de l'institut. La thèse d'Antoine Congar [30] aborde le développement de diodes laser In-GaN/GaN monomodes compactes à partir d'une approche monolithique (inscription d'un réseau aperiodique sur la diode laser) et d'une approche par cavité étendue à l'aide de réseaux de Bragg fibrés [18]. Cette thèse apporte une contribution supplémentaire à ce sujet d'étude en abordant l'asservissement de la diode laser sur une cavité externe, à savoir, tour à tour un résonateur en anneau fibré puis un résonateur à modes de galerie. Ainsi le travail de cette thèse s'est scindé naturellement en quatre parties qui correspondent aux quatre chapitres de ce document. En premier, il fallut développer un banc de caractérisation du bruit de fréquence et définir l'asservissement le plus adapté aux cavités externes utilisées par la suite pour réaliser l'affinement spectral. Cette partie est développée au chapitre I, nous pouvons noter qu'une diode laser ECDL Toptica fut utilisée à titre de validation du banc de mesure de bruit de fréquence développé. La seconde tâche a consisté en la réalisation d'un premier asservissement sur un anneau de fibre. Ce premier dispositif complet a permis un affinement de la raie émise de 850 à 20 kHz pour un temps d'intégration de 10 ms. La conception de la référence de fréquence et l'asservissement du laser sont présentés au chapitre II. Les deux dernières parties correspondent aux chapitres III et IV. Le chapitre III rappelle les grandes caractéristiques et propriétés des modes de galerie, la fabrication des résonateurs et la conception du dispositif d'insertion/extraction du signal dans le résonateur à modes de galerie ; dans le cadre de ce travail de thèse nous avons utilisé des fibres biseautées. Le dernier chapitre est consacré aux expériences menées avec des résonateurs micro-sphériques. Les résonances y sont étudiées en utilisant la méthode de cavity-ringdown développée au laboratoire lors de travaux de thèse précédents [31,32]. Ce procédé d'investigation des caractéristiques des résonateurs de hauts facteurs de qualité permet (1) l'optimisation de la distance sphère/biseau via la caractérisation des régimes de couplage (2) la mise en évidence de phénomènes non-linéaires inattendus compte tenu des vitesses de balayage en fréquence élevées (typiquement 10 fois la vitesse dite de référence [33]). La comparaison théorie/expérience montre qu'il faut, même dans ce cas, tenir compte des effets thermiques et Kerr dans un résonateur de facteur de surtension de l'ordre de 10^8 . L'exposé s'achève sur nos premières réalisations de sources à microcavité

externe à modes de galerie dans le BV. Nous obtenons sans précaution particulière une source de 91 kHz de largeur de raie pour un temps d'intégration de 10 ms et montrons un effet Raman à ces longueurs d'onde avec une puissance à l'entrée du résonateur de l'ordre de 5 mW. Cette dernière partie permet une synthèse sur l'asservissement de la source et une discussion sur l'asservissement thermique.

PREMIÈRE PARTIE

Affinement spectral d'une diode laser semi-conductrice émettant à 420 nm

INSTRUMENTATION POUR LA MÉTROLOGIE DES LASERS

1.1 Laser semi-conducteur

Les travaux de recherche présentés dans ce manuscrit concernent la conception et la mise en œuvre de dispositifs photoniques dans la gamme des courtes longueurs d'onde visibles entre 380 et 480 nm. Par abus de langage, dans la suite du manuscrit, nous parlerons d'émission dans le bleu ou le proche UV.

Plusieurs technologies laser permettent une émission dans cette gamme de longueurs d'ondes : les lasers à gaz, à doublement de fréquence et les lasers à semi-conducteurs. Nous utiliserons exclusivement les lasers à semi-conducteurs, car ils autorisent un ajustement de leur fréquence d'émission par différents leviers de contre-réaction optique ou électrique. Cette propriété est essentielle pour nos travaux, autant pour l'asservissement que la caractérisation de résonateurs de haut facteur de qualité.

L'objectif ici n'est pas la description complète du comportement d'un laser semi-conducteur dans le bleu, telle qu'elle peut être faite dans la thèse de A. Congar [30], mais de donner une simple description du fonctionnement et quelques propriétés nécessaires pour la suite du manuscrit.

1.1.1 Structures des lasers semi-conducteurs

Les diodes laser à semi-conducteurs de type cavité Fabry-Perot (FP) sont naturellement multimode longitudinal comme l'illustre le spectre d'une diode laser Fabry-Perot (FP) présenté figure 1.1.

Pour les applications envisagées, les lasers doivent présenter un fonctionnement monomode longitudinal et transverse. Le caractère monomode transverse est obtenu par un dimensionnement approprié de la largeur du ruban de la diode. Pour obtenir un fonction-

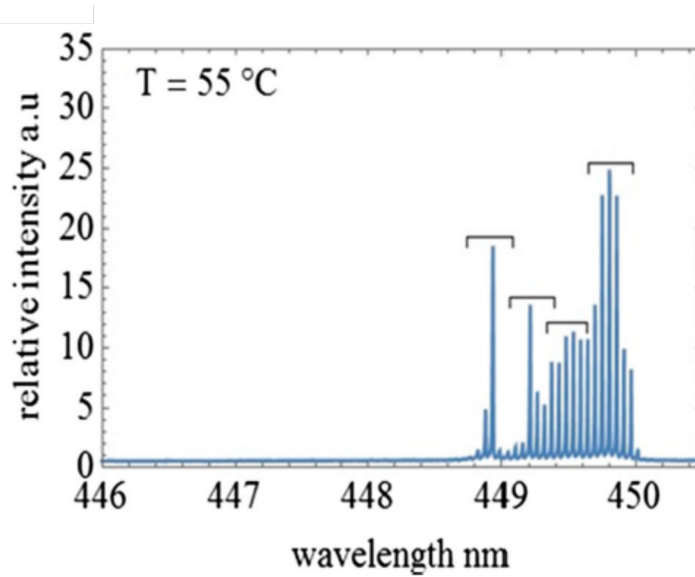


FIGURE 1.1 – Spectre d’émission d’une diode laser GaN avec un courant d’injection de 100 mA à une température de 55°C. Les crochets représentent 4 sous-bandes d’émission. Cette figure est extraite d’un article de Basheer *et al.* [34]

nement monomode longitudinal il existe plusieurs approches. Les approches dites monolithiques où l’on agit directement sur la diode laser et les approches par cavité externe. Nous proposons ici une description de ces différentes architectures.

1.1.1.1 Approches monolithiques

Le principe des approches monolithiques est présenté figure 1.2.

On considère une diode laser Fabry-Perot où plusieurs modes peuvent laser sous la courbe de gain (cf. figure 1.2 a)). Le but est de modifier les pertes pour favoriser un mode en particulier. On grave donc un réseau de diffraction pour diminuer les pertes du mode visé. Il existe trois architectures en fonction de la position du réseau.

La figure 1.3 représente ces trois architectures. Nous avons les lasers à pertes réparties (Distributed FeedBack (DFB) [35]) où le réseau est inscrit sur la totalité de la cavité en a). Les lasers à réseau de Bragg (Distributed Bragg reflector (DBR)) où le réseau a été inscrit sur une des facettes du laser représenté en b). Les lasers à émission verticale émettant par la surface (Vertical Cavity Surface Emitting Laser (VCSEL) [36]) où les réseaux ont été inscrits dans les zones dopées de la diode laser comme le présente la figure c).

Ces trois méthodes sont usuellement utilisées pour les diodes laser cependant dans les

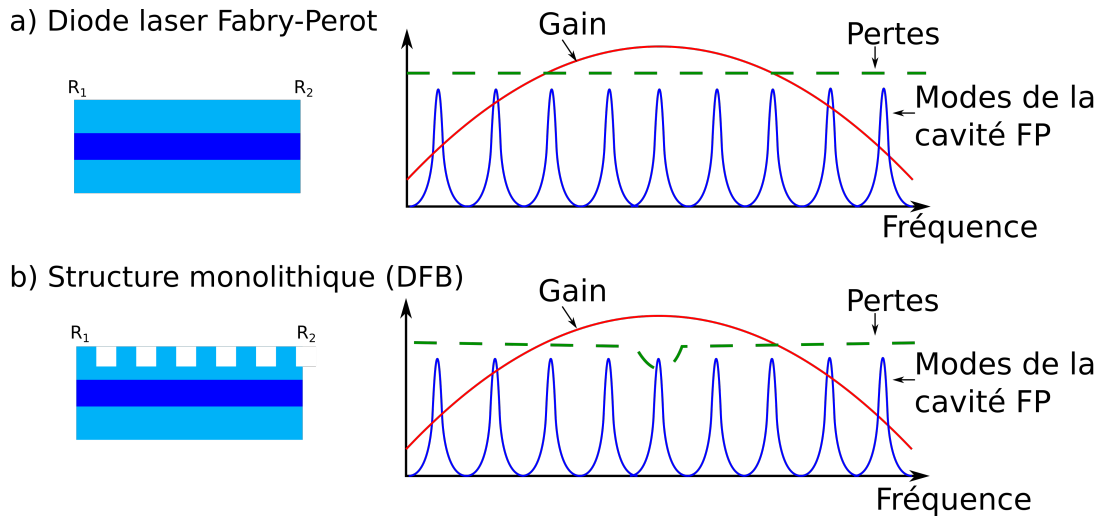


FIGURE 1.2 – Schéma de principe du fonctionnement des structures monolithiques. a) Une diode laser FP ayant un fonctionnement multimode. b) Une structure monolithique (ici pour l'exemple nous représentons un DFB, mais le principe est le même pour les autres structures) où les pertes de la cavité ont été modifiées pour favoriser un mode.

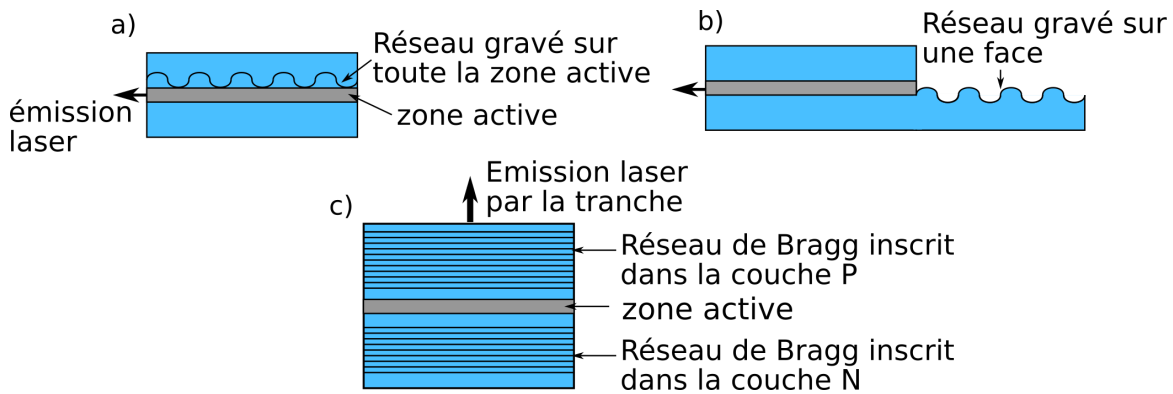


FIGURE 1.3 – Comparaison de différentes structures monolithiques pour l'obtention d'un fonctionnement monomode à partir d'une diode laser FP. a) lasers à pertes réparties (DFB), b) lasers à réseau de Bragg (DBR) et c) lasers à émission verticale émettant par la surface (VCSEL).

gammes de longueurs d'onde que nous considérons, aucune version commerciale n'est disponible. Il s'agit cependant d'un important sujet de recherche et actuellement les meilleures structures en termes de largeur de raie sont les structures DFB. La structure DFB de T.J. Slight *et al.* [13] dont le spectre est représenté figure 1.4 est un bon exemple. Le fonctionnement monomode est bien atteint et l'on obtient un laser avec une largeur de raie de 6.5 pm soit 11 GHz .

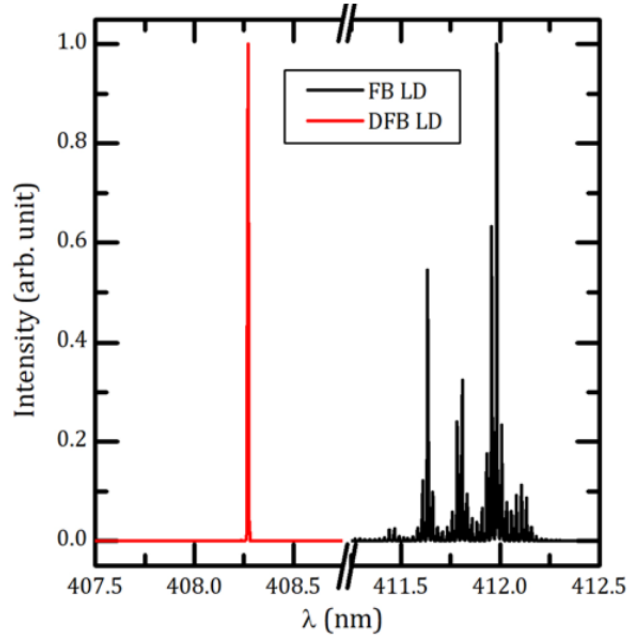


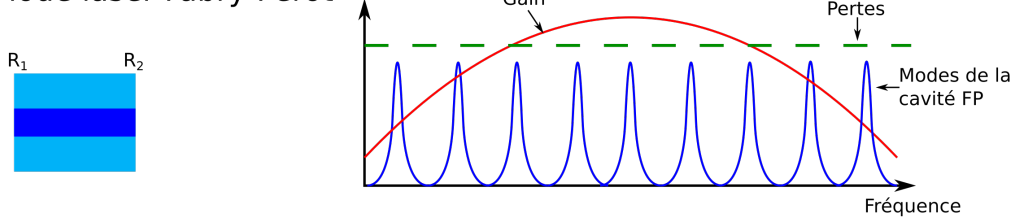
FIGURE 1.4 – Comparaison des spectres optiques d’une diode laser FP (courbe noire) et d’une diode laser DFB (courbe rouge). Figure extraite d’un article de T.J. Slight *et al.* [13]

1.1.1.2 Les lasers à cavité externe (External Cavity Diode Lasers (ECDL))

Pour obtenir un fonctionnement monomode, une autre approche consiste à ajouter une cavité externe à la cavité FP. La figure 1.5 schématise cette méthode, la nouvelle cavité est formée par les miroirs R_2 et R_3 . Elle est généralement plus grande que la cavité FP, les modes de cette cavité (représentés en noir sur la figure 1.5 b)) sont plus fins et ont un ISL plus court. Les seuls modes pouvant laser sont les modes coïncidant des deux cavités (représentés en bleu foncé). On obtient un laser multimode, mais avec des modes affinés.

Pour obtenir un laser monomode, le miroir R_3 doit être suffisamment sélectif en longueur d’onde pour filtrer un seul mode de la diode laser. Le miroir R_3 peut prendre la forme d’un réseau de diffraction [17], d’un résonateur à modes de galerie [19] ou encore d’un réseau de Bragg fibré comme récemment démontré dans notre équipe [18]. Les performances en termes de largeur de raie sont meilleures que pour les structures monolithiques. Les largeurs de raie sont de l’ordre du MHz, comme on peut le retrouver dans la table 1.1. Cette table donne les largeurs de raie des lasers monomodes bleus que l’on peut retrouver dans la littérature.

a) Diode laser Fabry-Perot



b) Structure à cavité externe (ECDL)

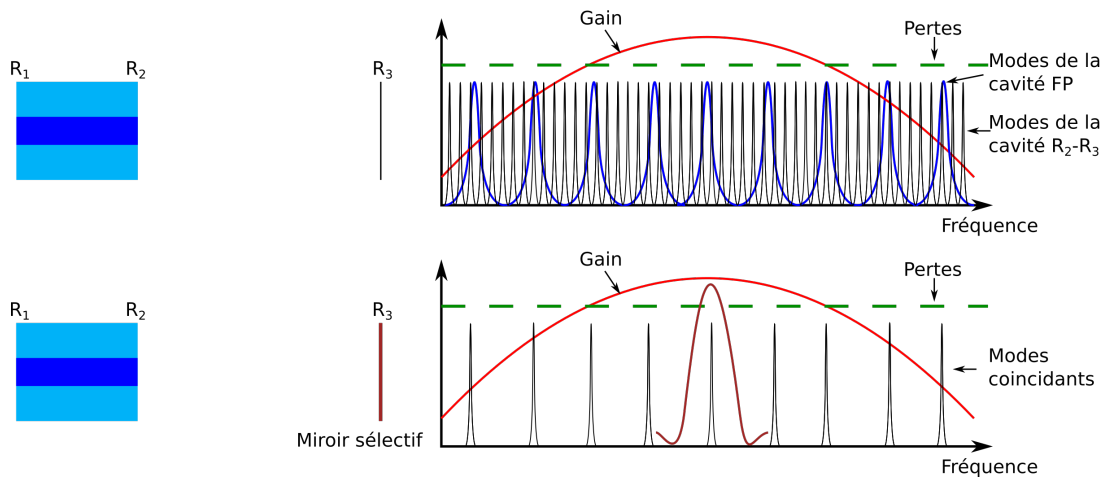


FIGURE 1.5 – Schéma de principe du fonctionnement des structures à cavité étendue. a) Diode laser FP ayant un fonctionnement multimode. b) Structure ECDL avec un miroir R_3 formant la seconde cavité. R_3 est ensuite choisi sélectif en longueur d’onde pour assurer un fonctionnement monomode.

Les lasers ECDL étant disponibles commercialement et présentant de bonnes performances, nous utiliserons ce type de structure par la suite.

Le caractère que nous utilisons pour distinguer les différentes structures est le spectre optique. La partie suivante a pour but d’explicitier son origine et sa signification.

Référence	Longueur d'onde	Technologie	Largeur de raie
Sligth <i>et al.</i> [37] 2016	434 nm	DFB	27 GHz
Sligth <i>et al.</i> [38] 2017	428 nm	DFB	>30 GHz
Sligth <i>et al.</i> [13] 2018	408 nm	DFB	11 GHz
Zhang <i>et al.</i> [39] 2019	443 nm	DFB	7.6 GHz
Kang <i>et al.</i> [14] 2020	408 nm	DFB	36 GHz
Corato-Zanarella <i>et al.</i> [20] 2022	455 nm	ECDL (résonateur intégré)	350 kHz
Donvalkar <i>et al.</i> [19] 2018	446 nm	ECDL (WGM)	<1 MHz (estimé)
Siddharth <i>et al.</i> [40] 2022	461 nm	ECDL (résonateur intégré)	1.1 MHz
Corato-Zanarella <i>et al.</i> [20] 2022	404 nm	ECDL (résonateur intégré)	<3.3 MHz
Congar <i>et al.</i> [18] 2021	404 nm	ECDL (réseau de Bragg fibré)	950 kHz
Zeng <i>et al.</i> [17] 2014	420 nm	ECDL (réseau de diffraction)	870 kHz

TABLE 1.1 – Comparaison des différentes largeurs de raie laser obtenues en fonction des technologies utilisées pour les longueurs d'onde bleues

1.1.2 Bruit de fréquence et spectre optique

Le bruit de fréquence ainsi que le spectre sont des outils très importants utilisés pour décrire le comportement d'un laser. Cette section a pour but de fournir des éléments nécessaires à leur description théorique. Nous commencerons par décrire le bruit de fréquence à travers sa densité spectrale de puissance, nous ferons ensuite le lien entre cette représentation et le spectre du laser au travers de trois cas d'étude.

Pour ce faire prenons l'expression idéale du champ d'un laser monomode $E(t) = \sqrt{P}e^{i(2\pi\nu_0 t)}$ et ajoutons les différents bruits de phase et d'amplitude :

$$E(t) = \sqrt{P + \delta_P(t)}e^{i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))} \quad (1.1)$$

La fréquence instantanée $\nu(t)$ d'un laser est directement liée à sa phase par l'expression suivante :

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt}(2\pi\nu_0 t + \phi(t)) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt}(\phi(t)) = \nu_0 + \delta\nu(t) \quad (1.2)$$

$\delta\nu(t)$ représente les fluctuations aléatoires de la fréquence du laser autrement dit son bruit de fréquence.

La figure 1.6 représente la puissance en fonction du temps du champ $E(t)$ et le spectre optique associé.

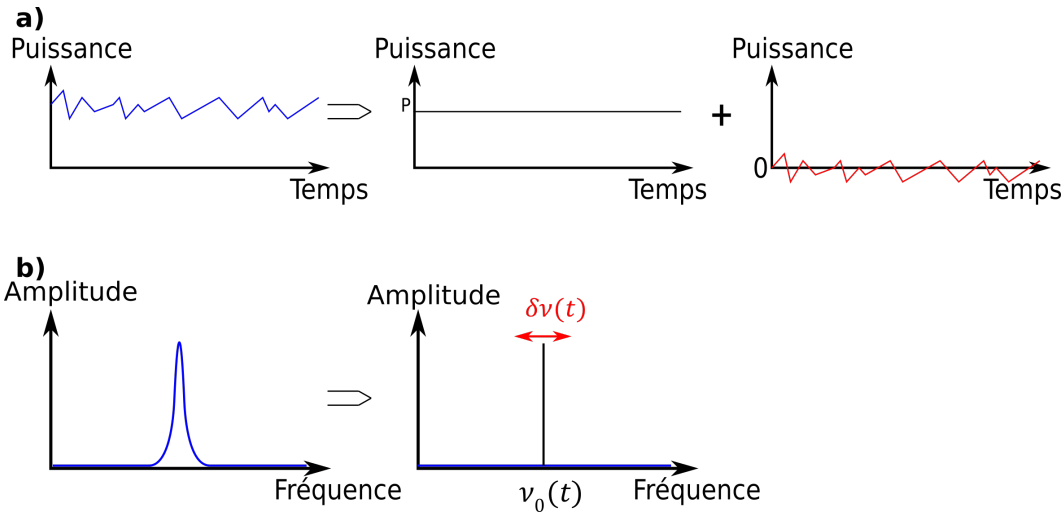


FIGURE 1.6 – Décomposition des différents bruits du laser en une contribution constante et une contribution aléatoire. a) puissance optique du laser b) spectre du laser.

La puissance du laser peut être considérée comme étant une moyenne P à laquelle sont ajoutées des fluctuations aléatoires $\delta_P(t)$, comme l'illustre la figure 1.6 a). Ici $\delta_P(t)$ représente donc le bruit d'intensité.

Le spectre optique est quant à lui vu comme ν_0 la fréquence centrale d'émission du laser, auquel sont ajoutées les variations aléatoires $\delta\nu(t)$ de la fréquence du laser (cf. figure 1.6 b)). Ces variations représentent ainsi le bruit de fréquence du laser.

Dans la suite de nos travaux, nous nous intéresserons exclusivement au bruit de fréquence du laser responsable de sa largeur de raie.

Pour analyser le bruit de fréquence, plusieurs représentations peuvent être utilisées. Dans la suite de cette section, nous analyserons deux représentations du bruit dans le domaine fréquentiel, la densité spectrale de puissance et le spectre du laser.

1.1.2.1 Densité spectrale du bruit de fréquence

La densité spectrale de puissance (DSP) est un outil très utilisé lorsque l'on traite de signaux aléatoires. La densité spectrale d'une grandeur A est la transformée de Fourier de l'autocorrélation de cette grandeur. Elle s'exprime en A^2/Hz .

Une manière de représenter le bruit de fréquence d'un laser et d'en faire la DSP. C'est ce que nous appellerons par abus de langage le bruit de fréquence du laser dans le chapitre 2. Cette DSP est définie comme suit :

$$S_{\nu}^{bl}(f) = TF[R_{\delta\nu}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\delta\nu}(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau \quad (1.3)$$

Avec :

$$R_{\delta\nu}(\tau) = E[\delta\nu(t)\delta\nu(t - \tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta\nu(t)\delta\nu(t - \tau) dt \quad (1.4)$$

Il est important de noter que l'on fait ici l'hypothèse que $\delta\nu(t)$ est stationnaire impliquant que l'autocorrélation est indépendante du temps.

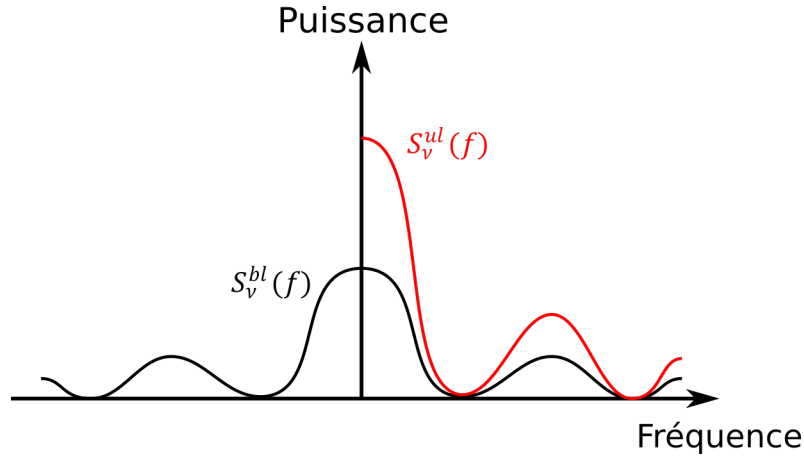


FIGURE 1.7 – Comparaison entre un spectre bilatéral (courbe noire) et un spectre unilatéral (courbe rouge).

La DSP définie par l'équation 1.3 est bilatérale. Cependant expérimentalement la DSP est unilatérale, définie uniquement sur les fréquences de Fourier positives. Comme le montre la figure 1.7, $S_{\nu}^{ul}(f) = 2S_{\nu}^{bl}(f)$. Par la suite, on utilisera exclusivement la DSP unilatérale $S_{\nu}^{ul}(f)$ et par souci de simplicité nous l'appellerons $S_{\nu}(f)$.

La DSP du bruit de phase est directement relié à la DSP du bruit de fréquence par :

$$S_{\phi}(f) = \frac{S_{\nu}(f)}{f^2} \quad (1.5)$$

1.1.2.2 Modèle du bruit de fréquence d'un laser par la loi des puissances

Lorsque l'on caractérise le bruit de fréquence d'un laser, on utilise souvent un modèle appelé "la loi des puissances". Dans ce modèle, le bruit de fréquence d'un laser suit l'expression :

$$S_\nu(f) = \sum_{\alpha=0}^n \frac{h_\alpha}{f^\alpha} \quad (1.6)$$

Généralement, on ne considère que les termes jusqu'à $n=2$. On a donc trois termes avec différentes pentes que l'on peut classer en deux groupes :

- Le terme constant, h_0 qui traduit un bruit blanc de fréquence. Ce type de bruit est causé par l'émission spontanée dans le milieu à gain. Une fraction des photons émis de manière spontanée (ayant une phase aléatoire) vont se mêler à l'émission stimulée et la perturber. Ce bruit est qualifié de bruit de grenaille et est à l'origine d'une largeur de raie ayant un profil lorentzien.
- Le terme avec une pente en $1/f$ caractérisé par un coefficient h_1 traduit un bruit de scintillement en fréquence. Le bruit de marche aléatoire est quant à lui représenté par une pente en $1/f^2$ et un coefficient h_2 . Ces deux termes sont associés à des bruits dits techniques. Il s'agit de bruits causés par les vibrations acoustiques, mécaniques ou encore les variations thermiques de la cavité laser impactant sa longueur. Ils englobent également des variations aléatoires des paramètres du milieu à gain telles que la modification de l'indice, pouvant être induite par une pompe de mauvaise qualité. Ces différents bruits ont pour effet une modulation ou gigue aléatoire du profil lorentzien du laser. Cette gigue suit une loi gaussienne. Les bruits techniques sont généralement prédominants dans un laser.

La figure 1.8 représente un bruit de fréquence suivant la loi des puissances. La représentation du bruit de fréquence par sa DSP nous donne des informations sur le fonctionnement du laser sur des temps courts. Lorsque l'on considère le bruit de fréquence et la stabilité du laser sur des temps longs, la représentation fréquentielle n'est pas la plus avisée. Une représentation temporelle est généralement utilisée pour observer la stabilité de la fréquence du laser sur des temps longs. La thèse de Karim Manamanni [41] expose l'utilisation de la variance d'Allan pour de telles représentations.

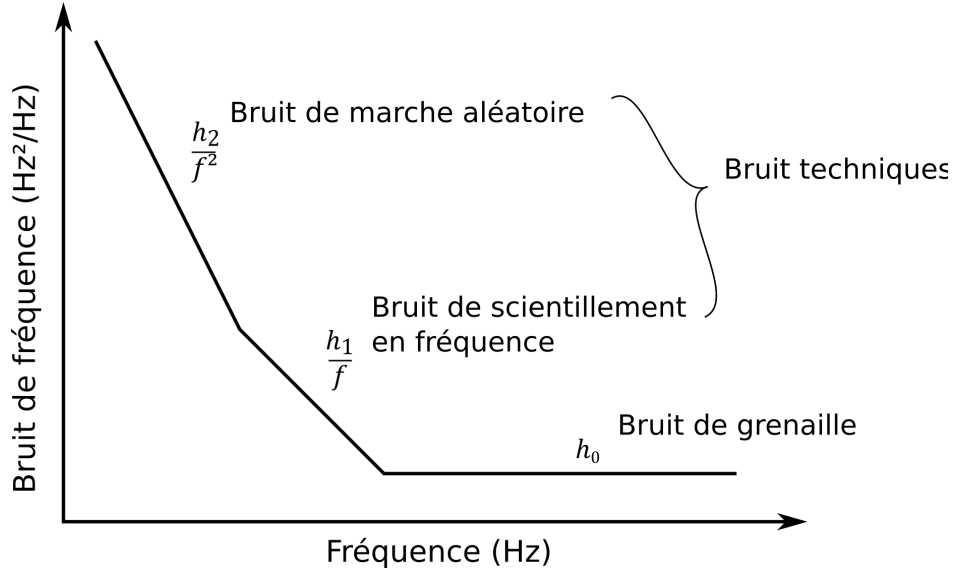


FIGURE 1.8 – Représentation de la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence suivant la loi des puissances.

1.1.2.3 La DSP du bruit de fréquence et le spectre optique

Nous utiliserons la DSP du bruit de fréquence comme méthode de caractérisation tout au long de cette thèse, car elle contient plus d'information que le spectre du laser. Cependant, il est intéressant de connaître la forme de son spectre, car c'est une donnée souvent fournie dans la littérature et la largeur de raie du spectre est une grandeur caractéristique utilisée classiquement pour décrire un laser.

Spectre laser

Commençons par définir ce qu'est le spectre laser. Il s'agit de la DSP de son champ électrique $E(t)$ comme représenté par l'équation 1.7 :

$$S_E^{bl}(\nu) = TF[R_E(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_E(\tau) e^{-2\pi i \nu \tau} d\tau \quad (1.7)$$

Avec $R_E(\tau)$ l'autocorrélation de $E(t)$ définie comme étant :

$$R_E(\tau) = \mathbf{E}[E(t)E(t-\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)E(t-\tau)dt \quad (1.8)$$

Généralement, et dans la suite de ce manuscrit, on utilise le logarithme décimal du spectre référencé en mW pour exprimer ce dernier en dBm/Hz.

Pour un champ ou le bruit serait uniquement porté par la phase : $E(t) = \sqrt{P}e^{i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))}$ l'autocorrélation vaut :

$$R_E(\tau) = P e^{i(2\pi\nu_0\tau)} e^{-\frac{1}{2}\langle\phi(t,\tau)^2\rangle} \quad (1.9)$$

Dans le cas d'un champ purement déterministe, $\phi(t)$ est nul et le spectre que l'on obtient est un Dirac centré à la fréquence optique ν_0 et de puissance P . Si un bruit de fréquence est ajouté au champ, cette puissance P est distribuée sur un continuum de fréquences formant ce que l'on appelle la raie laser.

Formule d'Elliott

Il est possible de passer de la DSP du bruit de fréquence au spectre du laser par une formule d'intégration. L'inverse n'est cependant pas possible, car le spectre du laser ne contient pas assez d'information. Le lien entre le bruit de fréquence et le spectre du laser a été théorisé dans les travaux d'Elliott [42]. Il y est fait un lien entre la fonction d'autocorrélation du champ laser et le bruit de fréquence :

$$R_E(\tau) = P^2 e^{-2i\pi\nu_0\tau} e^{\int_0^\infty S_\nu(f) \frac{\sin^2(f\pi\tau)}{f^2} df} \quad (1.10)$$

En reprenant le modèle de loi de puissance, on peut extraire trois cas particuliers.

1.1.2.4 Cas du bruit blanc

Dans le cas d'un bruit blanc, la DSP du bruit de fréquence se résume à une constante h_0 . C'est un bruit qui est bien connu et quantifié [43]. En utilisant les équations 1.10 et 1.7, il est possible de calculer le spectre du laser. Le spectre obtenu est une lorentzienne comme le montre l'équation 1.11 :

$$S_E(\nu) = P^2 \frac{2\pi^2 h_0}{(\pi^2 h_0)^2 + 4\pi^2 (\nu - \nu_0)^2} \quad (1.11)$$

La largeur de raie extraite est donc :

$$\Delta\nu_I = \pi h_0 \quad (1.12)$$

Cette largeur de raie est appelée la largeur de raie intrinsèque du laser du fait qu'elle provient exclusivement du bruit de grenaille. Pour un laser réel soumis à différents bruits, il sera possible d'extraire sa largeur de raie intrinsèque en mesurant la valeur de son bruit blanc. Un exemple est donné avec la figure 1.9, où l'on représente la raie du laser obtenue à partir d'un bruit blanc de fréquence $h_0 = 41000 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ (cette valeur est proche de la

valeur théorique donnée par le constructeur du laser de test que nous utilisons).

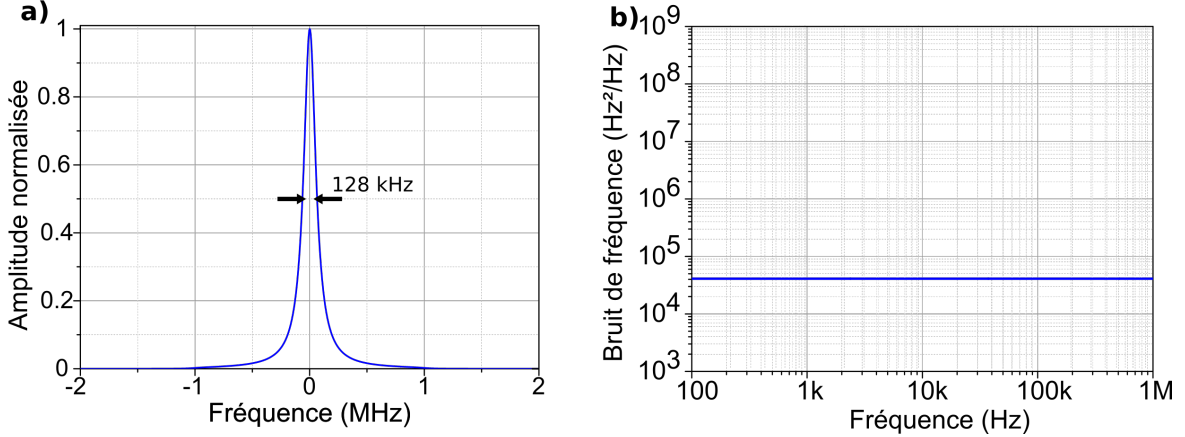


FIGURE 1.9 – a) Spectre lorentzien du laser obtenu par la formule d’Elliott à partir d’un bruit de fréquence blanc. b) Densité spectrale de puissance d’un bruit de fréquence blanc avec $h_0 = 41000 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$

Largeur de raie minimale

La largeur de raie de cette lorentzienne est la largeur de raie minimale atteignable par un laser semi-conducteur, car elle provient de l’émission spontanée, élément essentiel de l’émission laser. Une expression de cette largeur de raie minimale a été développée par Schawlow et Townes en 1958 [44] :

$$\Delta\nu_{laser} = \frac{h\nu}{4\pi P\tau_{cav}^2} \quad (1.13)$$

Avec ν la fréquence du laser, P la puissance d’émission et τ_{cav} le temps de vie des photons dans la cavité.

On constate que la largeur de raie du laser est inversement proportionnelle à la puissance du laser, on a donc intérêt à fonctionner à haute puissance.

De plus, on constate une forte dépendance en fonction du temps de vie des photons. Plus la cavité sera grande (plus le temps de vie des photons sera important) plus la largeur de raie sera affinée. Ce qui renforce l’utilisation d’architectures de type cavité externe.

Cependant, cette expression ne parvient pas à décrire les largeurs de raie obtenues pour des lasers à semi-conducteurs comme le montrent Mark W. Fleming et A. Mooradian en 1981 [45]. Il existe donc un phénomène responsable de l’élargissement de la raie laser.

Couplage phase-amplitude

Il existe dans les lasers semi-conducteurs un fort couplage entre le gain et l'indice du milieu. Ce phénomène a été formulé par Henry *et al.* [46] au travers de l'équation :

$$\alpha_h = -\frac{4\pi}{\lambda} \frac{dn/dN}{dg/dN} \quad (1.14)$$

Avec n l'indice du milieu, N le nombre de porteurs dans le milieu actif, λ la longueur d'onde du laser et g le gain du matériau. α_h est le coefficient de couplage phase-amplitude également appelé facteur de Henry. Il exprime le fait qu'une variation du nombre de porteurs implique une variation de l'amplitude du gain et de l'indice du milieu actif. Ainsi, une variation du courant de polarisation de la diode implique une dérive de la fréquence d'émission du laser. On ajoute une nouvelle contribution au bruit de fréquence. De fait, les fluctuations du courant de pompe peuvent introduire des fluctuations d'amplitude et de fréquence sur le faisceau laser.

La valeur de ce coefficient dépend de l'ingénierie du laser. Pour les lasers à puits quantiques, α_h varie entre 2 et 5 [47]. Pour les lasers à boîtes quantiques, il évolue entre 0 et plus de 10 [48–50].

Correction de l'expression de Schawlow-Townes

En prenant en compte le facteur de Henry, une correction de la largeur de raie de Schawlow-Townes est proposée [51] :

$$\Delta\nu_{laser} = \frac{h\nu\eta}{4\pi P\tau_{cav}^2} (1 + \alpha_h^2) \quad (1.15)$$

Avec η le rapport entre le taux d'émission spontanée et stimulée.

On constate que le facteur de Henry impacte fortement la largeur de raie. Un facteur de Henry de 10 signifie une augmentation d'un facteur 100 de la largeur de raie.

Cependant, ce n'est généralement pas le bruit majoritaire responsable de la largeur de raie dans un laser semi-conducteur.

1.1.2.5 Cas du bruit de scintillation

Le cas du bruit de scintillation, bruit en $1/f$ est également traité dans la littérature [52]. C'est un bruit qui se manifeste majoritairement en basses fréquences. Il met en lumière une limitation de la formule d'Elliott que le bruit blanc ne soulève pas. En effet, dans le cas d'un bruit de scintillation (h_1/f), en substituant son expression dans l'équation 1.10

on obtient :

$$R_E(\tau) = P^2 e^{-2i\pi\nu_0\tau} \int_0^\infty \frac{h_1 \sin^2(f\pi\tau)}{f^3} df \quad (1.16)$$

Dans cette expression, l'intégrale $J = \int_0^\infty \frac{\sin^2(f\pi\tau)}{f^3} df$ n'est pas définie pour $f = 0$.

On introduit la notion de temps d'observation pour répondre à ce problème. En effet, en pratique, la DSP du bruit de fréquence ne peut être définie pour une fréquence nulle, car cela implique un temps d'observation infini. Le temps d'observation T_{obs} est défini comme l'inverse de la fréquence minimale de la DSP du bruit de fréquence du laser. L'intégrale J devient donc : $J = \int_{1/T_{obs}}^\infty \frac{\sin^2(f\pi\tau)}{f^3} df$.

En ayant défini cette borne, on peut calculer J comme étant égale à $a(\pi\tau)^2$ [53] (avec $a \approx 0.0226$). On obtient donc comme fonction d'autocorrélation :

$$R_E(\tau) = P^2 e^{-2i\pi\nu_0\tau} e^{h_1 a (\pi\tau)^2} \quad (1.17)$$

Le calcul du spectre du laser revient donc à la transformée de Fourier de $R_E(\tau)$. On obtient alors l'expression d'une fonction gaussienne :

$$S_E(\nu) = P^2 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma} e^{-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.18)$$

Avec $\sigma^2 = ah_1$. On peut donc extraire la largeur de raie gaussienne $\Delta\nu_g = 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma$. Cette largeur de raie considère que le bruit du laser est purement un bruit de scintillation.

Un exemple est donné sur la figure 1.10.

Le résultat de la combinaison des deux bruits précédents $S_\nu = (f) = h_0 + h_1/f$, décrivant un comportement plus réaliste, aboutit à la convolution d'une gaussienne et d'une lorentzienne que l'on appelle un profil de Voigt.

Nous ne traiterons pas le cas de la marche aléatoire, car il est similaire au cas du bruit de scintillation.

1.1.2.6 Cas général

Dans le cas général, la combinaison des trois différents types de bruit rend le calcul impossible. Une méthode a donc été mise en place pour déterminer la largeur de raie du laser en fonction du temps d'observation.

La méthode de la β -line

Une méthode alternative à la méthode de Elliott a été proposée par Di Domenico *et al.* [54]. Cette méthode permet d'estimer la largeur de raie d'un laser à partir de son bruit

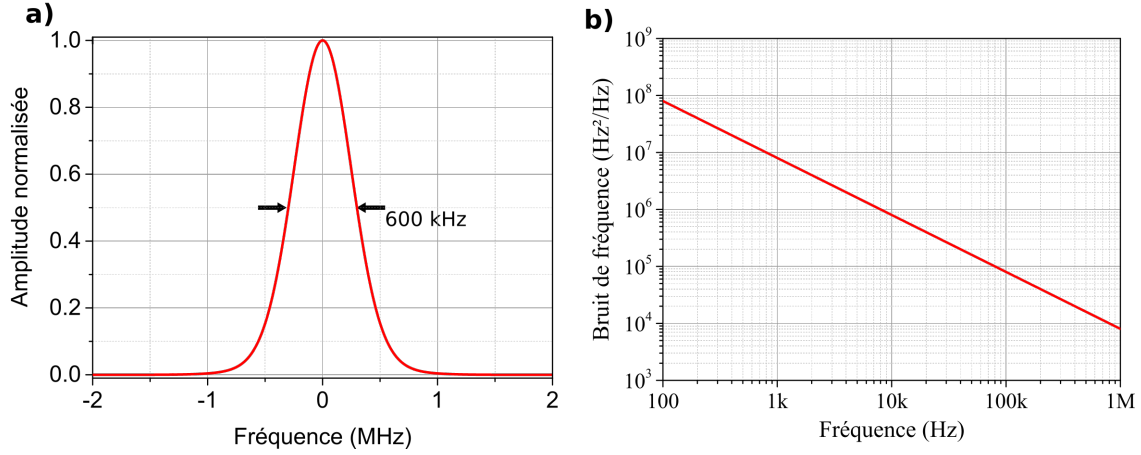


FIGURE 1.10 – a) Spectre gaussien du laser obtenu par la formule d’Elliott à partir d’un bruit de fréquence de scintillation. b) Densité spectrale de puissance d’un bruit de fréquence de scintillation h_1/f avec $h_1 = 8 \times 10^9 \text{ Hz}^3/\text{Hz}$

de fréquence et du temps d’observation. La figure 1.11 présente un exemple d’application de la méthode. Cette dernière est basée sur le constat que le bruit de fréquence d’un laser peut être séparé en deux régions distinctes par une droite appelée β -line, définie par $S_{\beta\text{-line}} = \frac{8\ln(2)}{\pi^2} f$. f_β est défini comme étant la fréquence où la β -line et le bruit de fréquence du laser se croisent.

La méthode énonce :

- Le bruit de fréquence situé au-dessus de la β -line contribue à la largeur de raie du laser pour des temps d’observation supérieurs à $1/f_\beta$.
- Pour les temps supérieurs à $1/f_\beta$, le bruit situé sous la β -line n’affecte pas les ailes du spectre.
- La largeur de raie du spectre optique peut alors être donnée avec une marge de 10 % d’erreur par la formule 1.19 avec A l’aire sous la DSP du bruit de fréquence entre le temps d’observation et f_β .

$$\Delta\nu_\beta = \sqrt{8\ln(2)A} = \sqrt{8\ln(2) \int_{1/T_{Obs}}^{f_\beta} S_\nu(f) df} \quad (1.19)$$

À titre d’exemple, appliquons la méthode de la β -line dans le cas d’un laser avec un bruit de fréquence tel que : $S_\nu(f) = h_0 + h_1/f$. Nous prenons la combinaison des deux bruits présentés précédemment. Cette DSP est représentée sur la figure 1.11. Pour des temps d’observation inférieurs à $1/f_\beta$ la largeur de raie du laser est dominée par la

contribution lorentzienne et est donc donnée par la formule 1.12, on obtient ici : 128 kHz. Pour des temps d'observation supérieurs à $1/f_\beta$ (ici 265 kHz), la largeur de raie est imposée par la contribution gaussienne due au bruit technique en $1/f$.

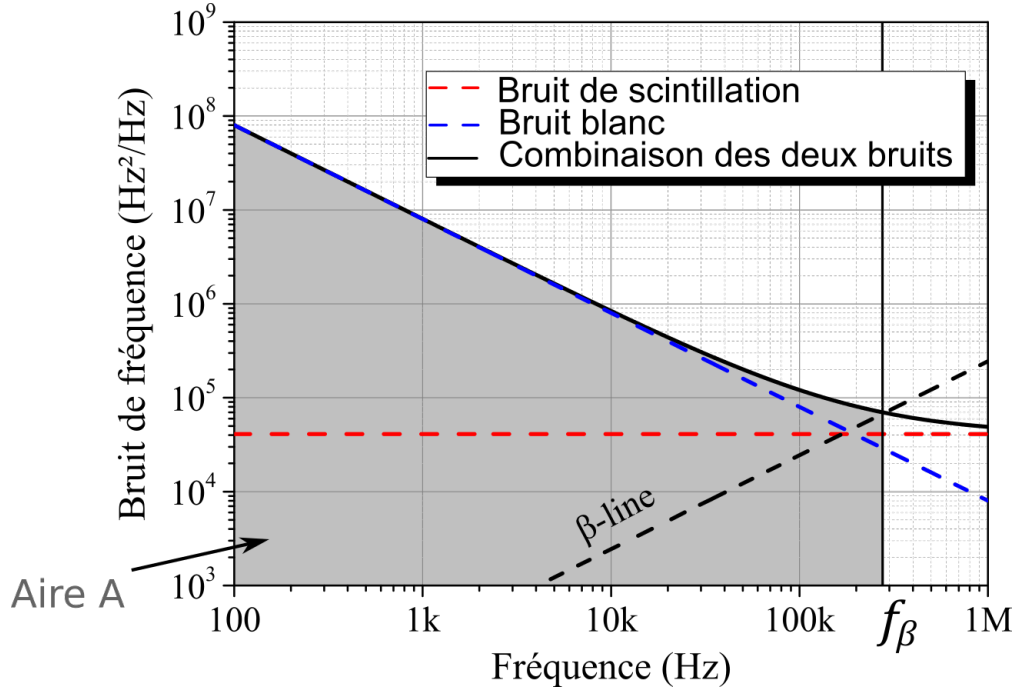


FIGURE 1.11 – Bruit de fréquence d'un laser ayant un bruit de fréquence décrit par l'expression $S_\nu(f) = h_0 + h_1/f$ avec $h_0 = 41000 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ et $h_1 = 8 \times 10^9 \text{ Hz}^3/\text{Hz}$. La β -line croise la DSP du bruit de fréquence en f_β . L'aire A représentée par la zone grisée permet d'estimer par la méthode de la β -line la largeur de raie à 10 ms.

La méthode de la β – line dépend du temps d'observation, il est intéressant de suivre l'évolution de la largeur de raie estimée en fonction du temps d'observation, ce qui est représenté sur la figure 1.12.

Plusieurs remarques peuvent être faites sur cette figure :

- Pour des temps d'observation infinis, la largeur de raie semble tendre vers une valeur finie. Le spectre laser tend vers un profil de Voigt dont la largeur est déterminée par la contribution gaussienne.
- La mesure de la largeur de raie pour des temps d'observation courts est inférieure à la largeur de raie lorentzienne du laser, ce qui n'a pas de sens physique. Cela met en lumière un temps d'observation minimal pour déterminer la largeur de raie d'un laser. En effet, si $1/T_{obs}$ tend vers f_β , la largeur de raie calculée tend vers 0. Il

convient donc de déterminer pour chaque mesure un temps d'observation minimal à partir duquel la méthode est valable.

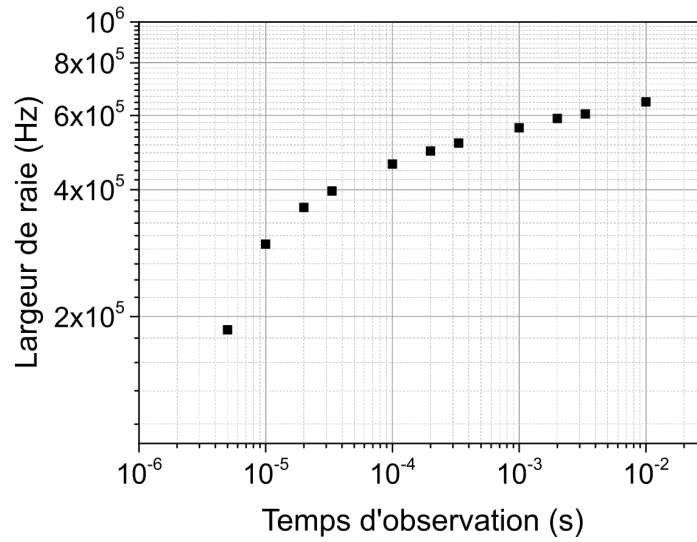


FIGURE 1.12 – Évolution de la largeur de raie d'un laser en fonction du temps d'observation. L'estimation de la largeur de raie est obtenue par la méthode de la β -line. Ces valeurs sont extraites à partir de la simulation de la figure 1.11

1.1.3 Caractérisation du bruit de fréquence

Nous avons pu constater que la DSP du bruit de fréquence est un outil très intéressant pour la compréhension et la caractérisation des lasers. Il faut néanmoins pouvoir mesurer cette DSP. Des bancs de caractérisation permettant cette mesure existent dans le laboratoire, mais uniquement aux longueurs d'onde des télécommunications autour de 1,55 μm . L'objectif de cette partie est la mise en place d'un banc de mesure de bruit de fréquence dans le visible. Trois méthodes sont usuellement utilisées.

- La méthode hétérodyne où le battement du laser d'étude avec un laser ultra-stable permet d'extraire le bruit de fréquence. Cette méthode nécessite l'utilisation d'un laser ayant un bruit de fréquence inférieure au laser d'étude et émettant à la même fréquence [40].
- L'utilisation d'une référence de fréquence (Fabry-Perot d'analyse [55] ou résonance atomique [17]) en tant que discriminateur de fréquence pour effectuer la mesure du bruit de fréquence. Cette méthode nécessite souvent l'asservissement du laser.
- La méthode homodyne où l'on utilise le battement du laser avec lui-même décalé temporellement pour extraire le bruit de fréquence [56].

Nous choisissons d'utiliser la méthode homodyne, une comparaison avec les autres types de bancs présents dans la littérature sera faite.

1.1.3.1 Mesure du bruit de fréquence par une méthode auto-homodyne

Le montage utilisé pour nos mesures est un banc dit auto-homodyne. Ce banc joue le rôle de discriminateur de fréquence. Son but est de transcrire le bruit de fréquence en un bruit d'amplitude mesurable sans altérer les propriétés du signal. La figure 1.13 présente un montage possible pour une mesure auto-homodyne.

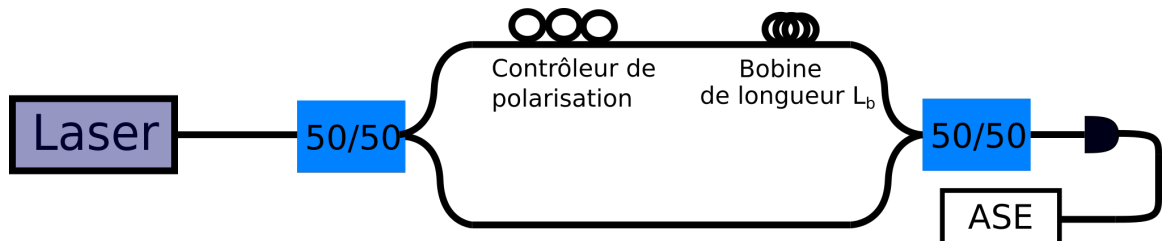


FIGURE 1.13 – Montage d'un banc de mesure de fréquence par la méthode auto-homodyne. Les signaux dans les bras de l'interféromètre sont déphasés de τ_b

Le montage de la figure 1.13 correspond à un interféromètre de Mach-Zehnder (MZ) déséquilibré. Le signal laser est séparé en deux bras. Sur un des bras, une bobine de longueur L_b induit un retard temporel $\tau_b = \frac{c}{nL_b}$. Notons qu'il s'agit d'un interféromètre il faut donc que L_b soit inférieur à la longueur de cohérence du laser. Le battement entre les deux bras est collecté par une photodiode puis envoyé à un analyseur de spectre électrique qui détermine la densité spectrale du battement dont est extrait le bruit de fréquence.

1.1.3.2 Fonction de transfert du banc

Pour obtenir la fonction de transfert de l'interféromètre, nous commençons par une approche classique du MZ comme elle peut être faite dans la thèse de K. Hey Tow [57]. On considère le champ en sortie des deux bras du MZ juste avant recombinaison :

$$E_1(t) = \sqrt{\frac{P}{2}} e^{2i\pi\nu_0(t-\tau_b)} \quad (1.20)$$

$$E_2(t) = \sqrt{\frac{P}{2}} e^{2i\pi\nu_0 t} \quad (1.21)$$

Notons $\varphi = 2\pi\nu_0\tau_b$, la sortie de l'interféromètre est :

$$I(\varphi) = S \left(\frac{P}{2} + \frac{P}{2} \cos(\varphi) \right) \quad (1.22)$$

Avec ν_0 la fréquence du laser, τ_b le délai entre chaque bras introduit par la bobine de fibre et S la sensibilité de la photodiode. La fonction de transfert du MZ est représentée par la courbe $I(\varphi)$ de la figure 1.14. Nous souhaitons utiliser cette fonction de transfert comme discriminateur de fréquence.

Pour cela nous utilisons une approche plus complexe présentée par Llopis *et al.* [56] que nous développons. Dans cette approche nous considérons que la fonction de transfert de résonateur est linéaire. En première approximation, le bruit de fréquence du laser peut être décomposé en une somme de sinusoïdes. Considérons une des composantes du bruit de fréquence oscillant à la fréquence f_b et d'amplitude Δb représentée en bleu sur la figure 1.14.

Le champ dans chacun des bras est modifié et peut être décrit par les équations 1.23 et 1.24 :

$$E_1(t) = \sqrt{\frac{P}{2}} e^{i(2\pi\nu_0(t-\tau_b) + \frac{\Delta b}{f_b} \cos(2\pi f_b(t-\tau_b)))} \quad (1.23)$$

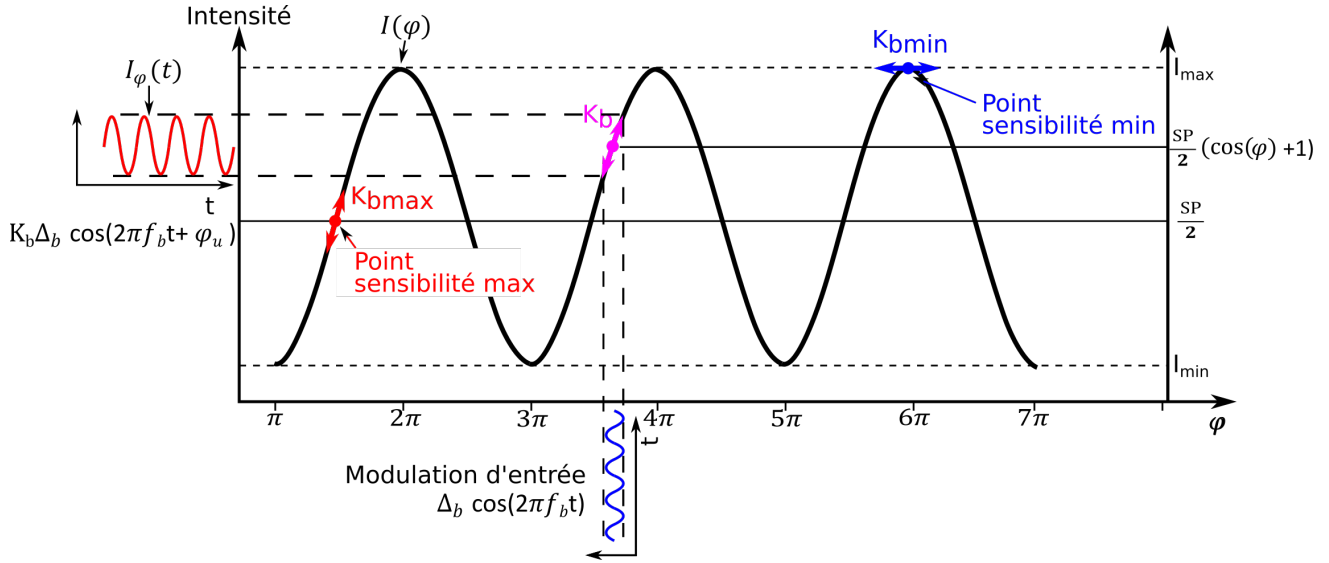


FIGURE 1.14 – Fonction de transfert d'un interféromètre de MZ. Une modulation sinusoïdale de la fréquence du laser est transformée en une modulation d'intensité à travers la pente K_b

$$E_2(t) = \sqrt{\frac{P}{2}} e^{i(2\pi\nu_0 t + \frac{\Delta_b}{f_b} \cos(2\pi f_b t))} \quad (1.24)$$

Le signal collecté par la détection est donné par l'équation 1.25 :

$$I(t) = S \left[\frac{P}{2} + \frac{P}{2} \cos \left(2\pi\nu_0\tau_b - \frac{2\Delta_b}{f_b} \sin(\pi f_b \tau_b) \sin \left(2\pi f_b \left(t - \frac{\tau_b}{2} \right) \right) \right) \right] \quad (1.25)$$

En ne s'intéressant qu'aux termes croisés, l'équation 1.25 peut être réécrite comme suit :

$$I(\varphi, t) = S \frac{P}{2} \cos(\varphi - x(t)) \quad (1.26)$$

Avec $x(t)$ une variable dépendant du bruit. On s'intéresse ici à la pente du signal en une phase φ particulière à τ_b et ν_0 fixe.

x est une variable proche de 0, car elle représente le bruit et son amplitude Δ_b est faible devant 1, on peut donc réaliser un développement limité de 1.26 :

$$I_\varphi(t) = S \left(\frac{P}{2} (\cos(\varphi) + \sin(\varphi)x(t)) \right) \quad (1.27)$$

Lorsque l'on remplace $x(t)$ par son expression, on obtient :

$$I_\varphi(t) = S \frac{P}{2} \left(\cos(\varphi) + \sin(\varphi) \frac{2\Delta_b}{f_b} \sin(\pi f_b \tau_b) \sin \left(2\pi f_b \left(t - \frac{\tau_b}{2} \right) \right) \right) \quad (1.28)$$

La phase du signal de sortie n'est pas importante pour la détermination de la DSP du bruit, seule l'amplitude compte. Nous pouvons donc réécrire l'équation 1.28 :

$$I_\varphi(t) = S \frac{P}{2} \left(\cos(\varphi) + \sin(\varphi) \frac{2\Delta_b}{f_b} \sin(\pi f_b \tau_b) \cos(2\pi f_b t - \phi_u) \right) \quad (1.29)$$

On représente cette expression par la courbe en rouge sur la figure 1.14. On constate alors qu'il y a une dépendance linéaire entre la sortie du détecteur et un signal sinusoïdal à f_b , qui est la pente en φ du signal $I(\varphi)$. On en déduit donc un rapport entre l'amplitude de la sinusoïde d'entrée (Δ_b) et l'amplitude de la sinusoïde de sortie :

$$K_b = S \frac{P}{2} \sin(\varphi) 2\pi \tau_b \frac{\sin(\pi f_b \tau_b)}{\pi f_b \tau_b} \quad (1.30)$$

Ce rapport que l'on nomme K_b est bien la pente de la fonction de transfert en un point de phase φ et est représenté sur la figure 1.14. On constate que la pente K_b est maximale pour des valeurs de φ multiples de π , et nulle pour des valeurs multiples de 2π comme le prévoit l'équation 1.30.

En résumé pour une modulation sinusoïdale en entrée on retrouve en sortie le signal déphasé et pondéré par la pente K_b au point de fonctionnement φ , centrée autour de $SP/2(\cos(\varphi) + 1)$.

Lors d'une mesure de bruit de fréquence, il serait idéal d'ajuster la phase φ à $\pi/2$, pour maximiser K_b et ainsi maximiser le signal de sortie. Cependant, la bobine de fibre utilisée n'est pas isolée de tous les bruits techniques. τ_b et donc la phase φ varient aléatoirement et le signal de sortie parcourt aléatoirement la fonction de transfert de l'interféromètre.

Ces variations de phase sont néanmoins rapides, la phase tourne de 2π en quelques centaines de millisecondes. Dans notre configuration expérimentale, l'acquisition de 250 mesures permet de moyennner la réponse du signal équitablement pour toutes les valeurs de φ .

Il faut donc moyennner la pente sur 2π . Nous travaillons avec des densités spectrales de puissance, le coefficient utile est par conséquent K_b^2 . On effectue donc sa moyenne sur 2π pour déterminer un coefficient de discrimination K moyennné donné par l'équation 1.31.

$$K = \sqrt{\frac{\int_0^{2\pi} K_b^2(\varphi) d\varphi}{2\pi}} = \frac{K_{bmax}}{\sqrt{2}} = \frac{SP}{2\sqrt{2}} 2\pi \tau_b \frac{\sin(\pi f_b \tau_b)}{\pi f_b \tau_b} \quad (1.31)$$

Ce coefficient de discrimination a une forme de sinus cardinal, un exemple est donné sur la figure 1.19 (courbe grise). La bande passante du banc est déterminée par τ_b et diminue quand τ_b augmente comme présenté sur la figure 1.15.

On constate également que K , le gain du banc est directement proportionnel à τ_b . Une augmentation de la longueur de la bobine de fibre se traduit par un gain optique du discriminateur plus élevé comme présenté sur la figure 1.15.

Dans une première approximation, nous ne considérerons que la partie constante du sinus cardinal. L'expression de K sera prise comme dans l'équation 1.32.

$$K = \frac{SP}{2\sqrt{2}} 2\pi\tau_b \quad (1.32)$$

Lors d'une mesure de bruit de fréquence, le signal de sortie de la photodiode $V_{out}(t)$ ($V_{out}(t) = R \times I(\varphi, t)$ avec R la résistance de la photodiode) est directement envoyé à un analyseur de spectre électrique qui réalise une autocorrélation du signal et sa transformée de Fourier, fournissant ainsi la DSP du signal $S_{V_{out}}(f)$. On peut relier cette DSP au bruit de fréquence du laser $S_{\Delta\nu}(f)$ par l'équation 1.33 :

$$S_{V_{out}}(f) = K^2 S_{\Delta\nu}(f) \quad (1.33)$$

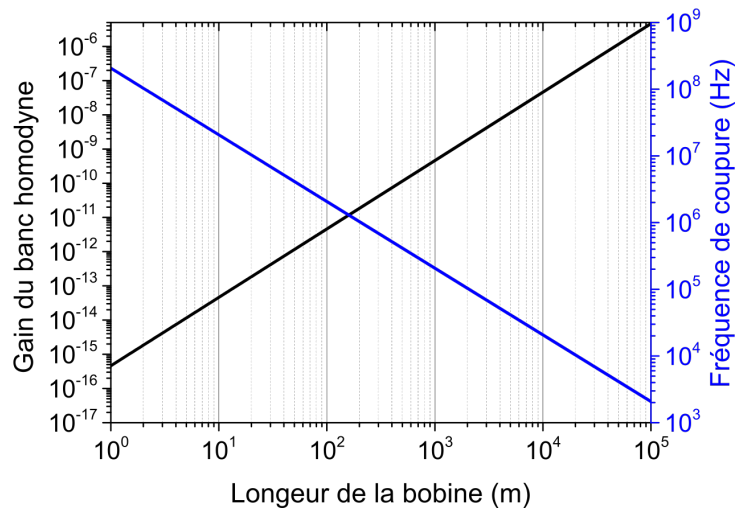


FIGURE 1.15 – Évolution du gain et de la bande passante du banc homodyne en fonction de la longueur de fibre de la bobine

1.1.3.3 Cas particulier de l'étude

Montage expérimental

Pour réaliser les mesures de bruit de fréquence du laser, le banc de la figure 1.16 est mis en place. La longueur de la bobine est choisie à 100 m, car il faut réaliser un compromis entre le gain du banc et la fréquence de coupure comme présenté sur la figure 1.15. La longueur de 100 m nous permet d'avoir une bande passante théorique de 2 MHz qui se retrouve bien sur la figure 1.15. Cependant, la bande passante "utile" est inférieure, car, proche de la résonance, la mesure est modifiée par la fonction de transfert du banc comme le montre la courbe rouge sur la figure 1.19. On réduit donc notre bande passante à 1 MHz.

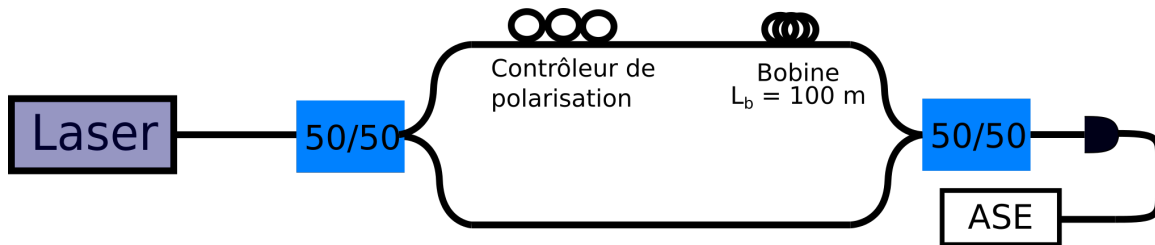


FIGURE 1.16 – Montage expérimental de caractérisation du bruit de fréquence mis en place. La bobine de 100 m fixe la bande passante de mesure à 2 MHz.

La bobine de fibre est isolée pour réduire l'impact des perturbations extérieures. Cependant, le coffrage ne permet pas une isolation totale du bruit comme cela peut être mentionné dans la littérature [56]. Cela concerne notamment le bruit technique (dû aux perturbations acoustiques et mécaniques) pour des fréquences inférieures à 100 Hz.

La bande passante du banc de caractérisation est réduite à 100Hz – 1 MHz comme le montre la figure 1.19.

Mesure du gain

Pour déterminer le gain K de l'interféromètre, le banc de la figure 1.17 est mis en place.

La fréquence du laser est modulée à une fréquence de 1kHz, le signal laser est envoyé au le banc MZ. La sortie observée à l'oscilloscope est le signal présenté sur la figure 1.18.

Il s'agit de la fonction de transfert du banc MZ semblable à celle présentée sur la figure 1.14. Nous avons maintenant deux possibilités pour mesurer K :

- La première consiste à mesurer la valeur pic-pic du signal en sortie du banc ΔU et à appliquer la formule 1.32 ce qui nous donne $K = 2.42 \pm 0.07$ V.s. Cette méthode

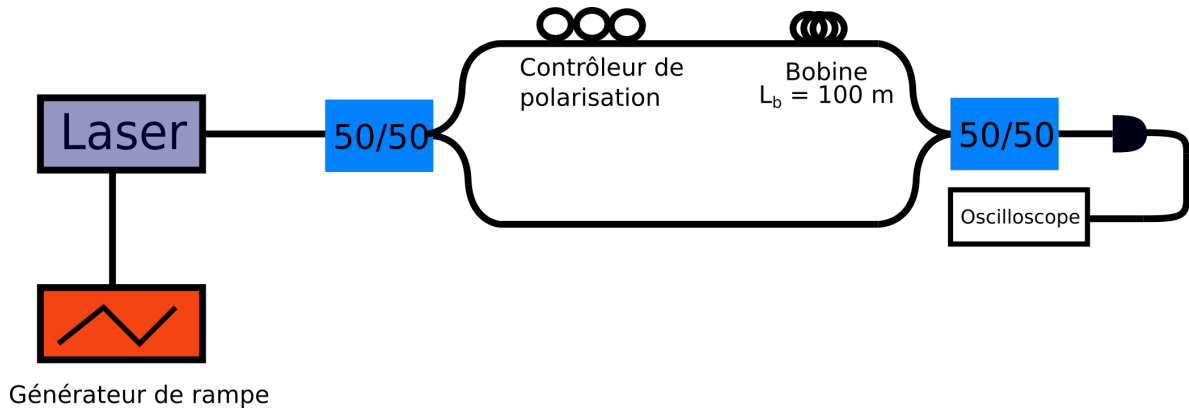


FIGURE 1.17 – Montage de caractérisation du facteur de discrimination K du MZ. Le laser est modulé à une fréquence de 1 kHz et la fonction de transfert du MZ est observée à l’oscilloscope.

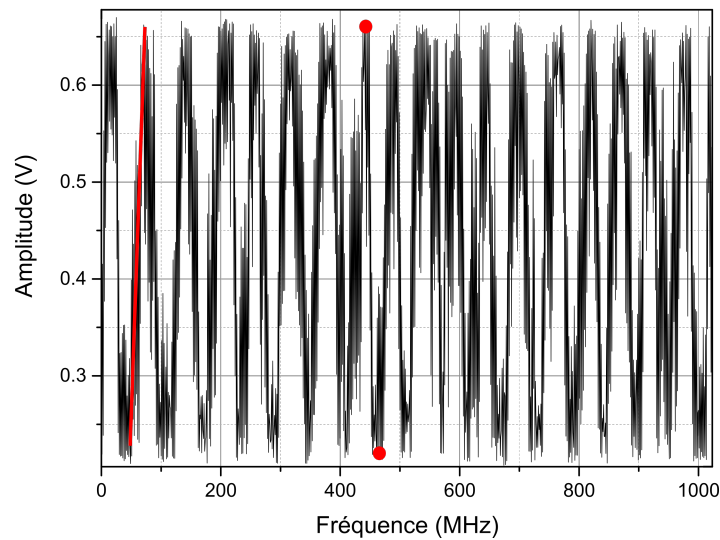


FIGURE 1.18 – Acquisition de la sortie du MZ lorsque le laser est modulé avec une fréquence de 1 kHz.

est représentée sur la figure 1.18 par les points rouges. On réalise 40 acquisitions de ce genre pour obtenir la marge d’erreur.

- La seconde consiste à mesurer directement la pente K_{bmax} et à utiliser la formule 1.31 ce qui nous donne $K = 2.4 \pm 0.2 \text{ V.s}$. Cette méthode est représentée par la courbe rouge de la figure 1.18. L’incertitude est calculée en réalisant une série de 40 mesures de pente.

Nous utiliserons la première méthode, car elle est plus rapide à mettre en place et elle est plus fiable. La plus grande incertitude sur la seconde méthode provient du fait que les bruits techniques altèrent la pente du signal sur des dynamiques fréquentielles supérieures au kHz, c'est à dire au delà de la fréquence de modulation du laser (1 kHz).

Résultats

Pour tester le banc, une mesure du bruit de fréquence du laser Toptica utilisé en fonctionnement libre est effectuée. Elle est représentée par la courbe rose de la figure 1.19. On trace également la courbe de la fonction de transfert de l'interféromètre équation 1.30 (courbe grise). Au-delà de 100 kHz, la courbe de bruit de fréquence se superpose à la fonction de transfert du MZ, une normalisation par cette dernière est donc nécessaire pour obtenir le bruit de fréquence réel du laser libre. La courbe rouge de la figure 1.19 représente cette normalisation.

Il nous faut également considérer que ce banc ne permet pas d'isoler le bruit de fréquence du bruit d'intensité. En effet une modification de l'intensité du laser induit une variation de l'amplitude de sortie du MZ qui ne sera pas dissocié d'une variation due à un bruit de fréquence. La mesure de bruit de fréquence sera donc limitée par le bruit d'intensité du laser. Une mesure du bruit d'intensité est réalisée grâce à la méthode présentée dans la thèse de A.Congar [30]. Cette mesure est ensuite normalisée par K pour être considérée comme un bruit de fréquence. Elle est représentée par la courbe verte sur la figure 1.19. On constate que le bruit d'intensité est nettement inférieur au bruit de fréquence mesuré et ne présente pas une limitation pour nos mesures.

Les capacités de mesure de notre banc sont à mettre en regard avec les autres bancs de caractérisation évoquer dans la littérature à nos longueurs d'onde. La figure 1.20 présente les mesures effectuées par différentes techniques.

La courbe noire représente un mesure extraite de Savchenkov *et al.* [55] où un Fabry-Perot d'analyse (FPA) a été utilisé pour obtenir le bruit de fréquence. Lors de la mesure, le laser n'est pas asservi sur le Fabry-Perot d'analyse ce qui limite la possibilité de réaliser une moyenne sur les mesures, comme on le constate sur la courbe noire. Cette méthode a néanmoins l'avantage d'être achromatique sur la gamme de longueurs d'onde du Fabry-Perot.

La courbe rouge est extraite de Boiko *et al.* [17], le discriminateur de fréquence utilisé pour la mesure est une résonance du Rubidium centrée à 420 nm. Encore une fois le laser n'est pas asservi ce qui limite la possibilité de moyennage de la DSP. De plus la largeur d'une résonance atomique est souvent de l'ordre du GHz résultant en un faible gain optique

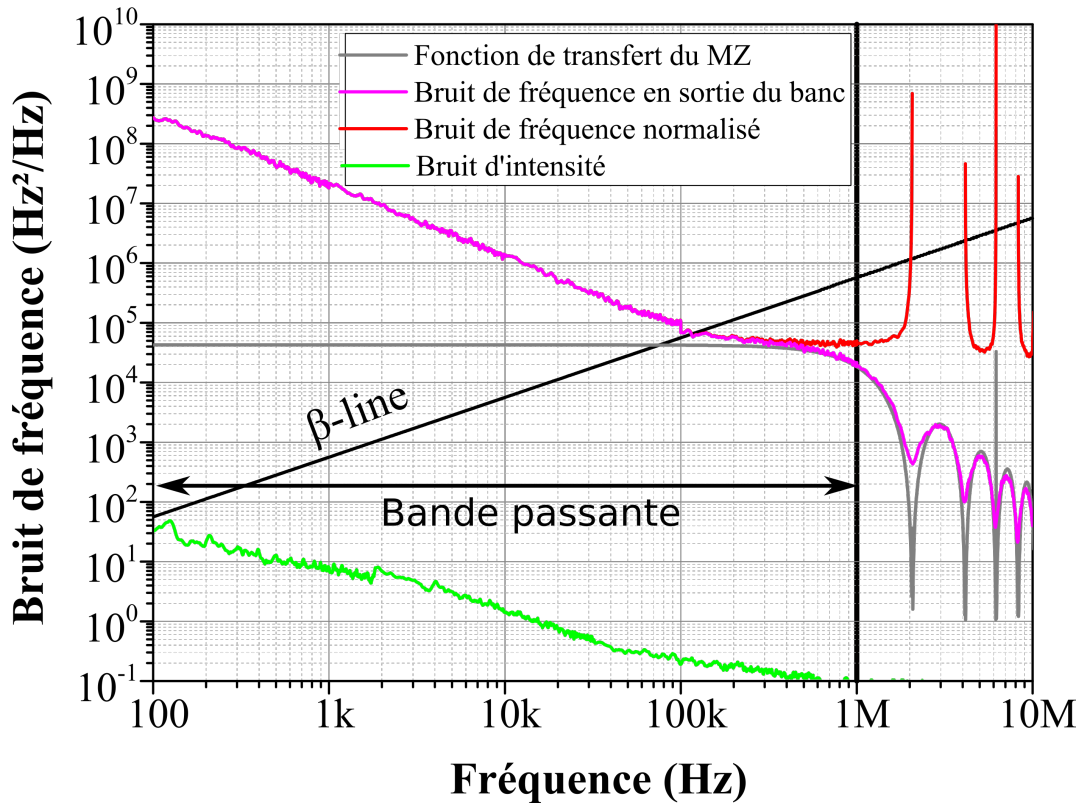


FIGURE 1.19 – Comparaison entre le bruit de fréquence du laser en fonctionnement libre (courbe rose), la fonction de transfert du banc homodyne (courbe grise) et le bruit du laser normalisé (courbe rouge). La courbe verte représente le bruit d'intensité normalisé par K considéré comme du bruit de fréquence par le banc.

(K). Enfin cette méthode n'est possible qu'à la longueur d'onde de la résonance atomique.

La courbe bleue est extraite de Siddharth *et al.* [40]. C'est une mesure hétérodyne réalisée par le battement entre le laser test et un laser de référence. Cette méthode impose une hypothèse forte : le laser de référence est ultrastable. Ce qui n'est pas toujours le cas surtout en basse fréquence, ce qui limite donc la bande passante de la mesure comme on le retrouve sur la courbe bleue de la figure 1.20. Cette méthode n'est également possible que si le laser sous test et le laser de référence sont à la même longueur d'onde.

Le tableau 1.1.3.3 récapitule les différents avantages et inconvénients des bancs de caractérisation de bruit de fréquence.

On constate que notre méthode possède un meilleur rapport de signal à bruit, car nous réalisons une moyenne sur les mesures. De plus notre banc permet la mesure de

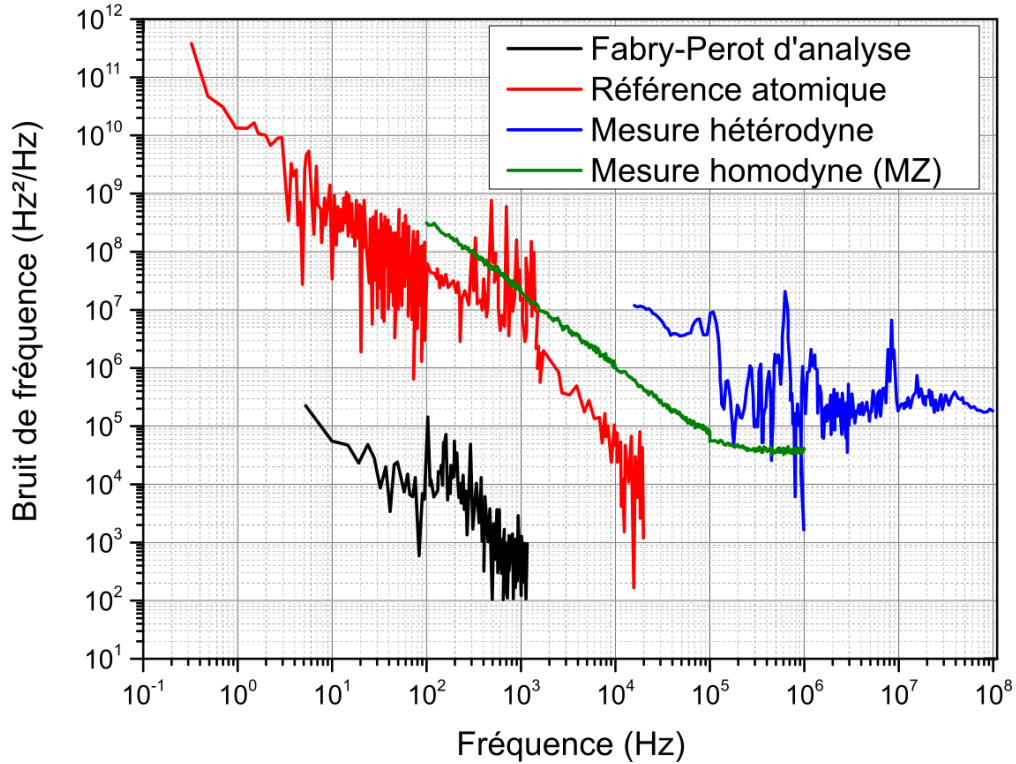


FIGURE 1.20 – Comparaison entre une mesure effectuée sur différents bancs d’acquisition de bruit de fréquence. La courbe noire est extraite de Savchenkov *et al.* [55] et utilise un Fabry-Perot d’analyse. La courbe rouge est extraite de Boiko *et al.* [17] et utilise une résonance atomique (rubidium). La courbe bleue est extraite de Siddharth *et al.* [40] et utilise le battement avec un laser. La courbe verte présente le bruit de fréquence d’un laser Toptica DL Pro 420 nm caractérisé avec notre banc de caractérisation homodyne.

bruit de fréquence sur une large plage de longueurs d’onde (bande passante de la fibre) et sur 4 décades. Pour augmenter notre intervalle de mesure, il nous faudrait une meilleure isolation de l’anneau pour accéder à des fréquences inférieures à 100 Hz.

Cependant notre méthode ne présente pas que des avantages et nécessite une puissance minimale de 1 mW du fait des nombreuses pertes des éléments fibrés dans le bleu (cela sera discuté en partie 2.2.3).

Concentrons-nous à présent sur le bruit de fréquence, présenté par la courbe rouge figure 1.21. Il présente une forme classique : une pente proche de $1/f$ aux fréquences basses (<100 kHz), suivie par un bruit blanc. Le bruit de fréquence peut être modélisé dans la gamme 100 Hz - 1.3 MHz par l’équation : $S_{\Delta\nu} = \frac{h_1}{f^{1.2}} + h_0$ avec $h_1 = 144.10^9 Hz^3/Hz$ et

Méthode	rapport signal/bruit	puissance nécessaire	bande passante	achromatique
Référence de fréquence (FPA) [55]	-	+	-	+
Référence de fréquence (absorption atomique) [17]	-	-	+	-
Hétérodyne [40]	-	+	-	-
Homodyne (notre configuration)	+	-	+	+

TABLE 1.2 – Comparaison entre les différents bancs de mesure de bruit de fréquence dans le bleu

$h_0 = 40.10^3 Hz^2/Hz$ représenté sur la figure 1.21 en vert (les asymptotes ont été tracées en pointillés).

Nous en déduisons la largeur de raie intrinsèque à 125kHz grâce à l'expression : πh_0 . Le constructeur annonce une largeur de raie intrinsèque de moins de 150 kHz, valeur confirmée par la mesure avec le banc, justifiant ainsi la validation de ce dernier en tant que banc de caractérisation du bruit de fréquence.

La largeur de raie intégrée du laser est obtenue grâce à la méthode de la β -line [54]. Pour un temps d'intégration de 10 ms (correspondant à l'intégration à partir de 100Hz, partie grisée sur le graphique), la largeur de raie obtenue est de 850 ± 146 kHz.

On constate que le bruit de fréquence est principalement dominé par le bruit technique en $1/f^{1.2}$ sur la plage 100 Hz - 1 MHz. Notre objectif est d'obtenir des lasers avec des largeurs de raie plus fines. Il faut donc réduire ce bruit technique. Dans le cas de figure où le bruit technique est suffisamment réduit, la DSP du bruit fréquence du laser est uniquement impactée par l'émission spontanée et prend la forme d'un bruit blanc semblable à la courbe bleue présenté sur la figure 1.21. La figure 1.22 présente le spectre du bruit de fréquence en fonctionnement libre et celui du laser limité par le bruit de grenaille et le facteur de Henry. Les spectres ont été calculés par la formule d'Elliott. Ces spectres donne une valeur plus précise de la largeur de raie que l'estimation de la β -line car elle intègre le bruit sur toute la gamme 100 Hz - 1 MHz. On constate que l'estimation de 887 kHz de largeur de

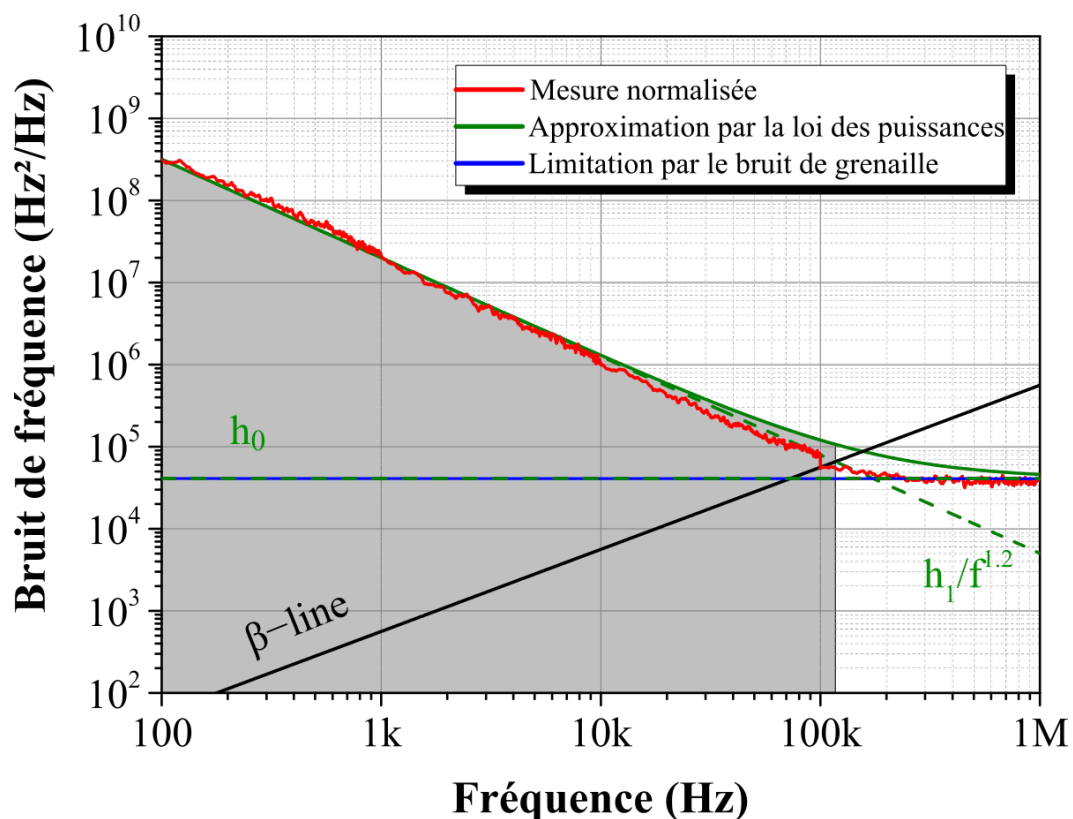


FIGURE 1.21 – Comparaison entre la mesure effectuée (en rouge) et l’approximation par la loi des puissances (en vert). Les asymptotes sont représentées par les pointillés verts. Le bruit de fréquence sans les effets du bruit technique est représenté en bleu.

raie est bien dans la plage d’erreur de l’estimation précédente. La réduction de la largeur de raie est d’un facteur 7 dans ce cas.

La méthode choisie afin de compenser les bruit techniques est l’asservissement opto-électronique.

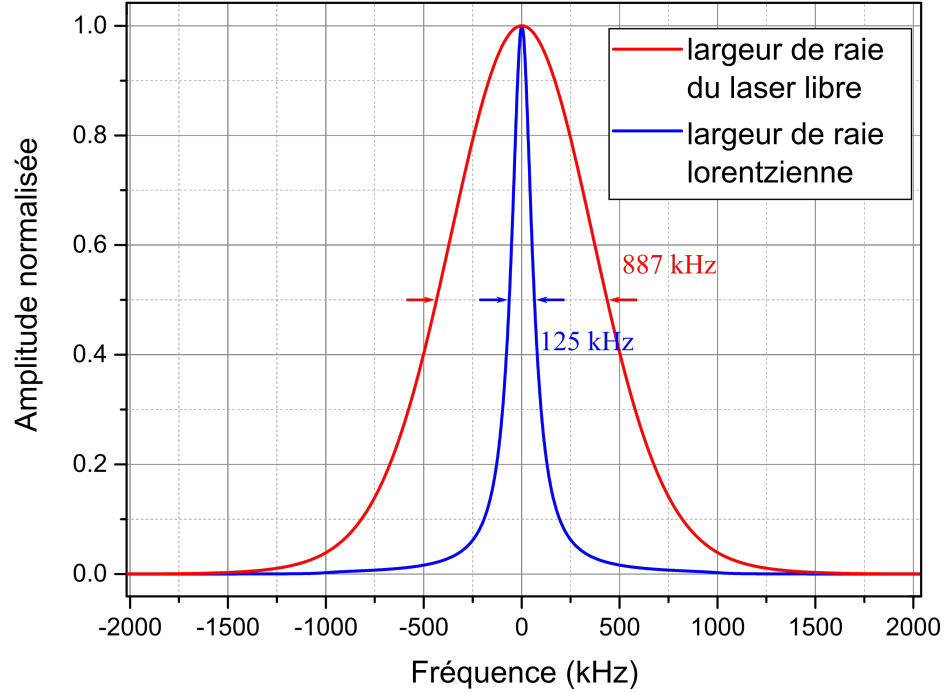


FIGURE 1.22 – Comparaison entre le spectre du laser en fonctionnement libre (extrait du bruit de fréquence par la formule d’Elliott) et le spectre du laser sans bruit technique.

1.2 Asservissement en fréquence d’un laser semi-conducteur

Pour réduire le bruit de fréquence du laser, nous avons décidé de mettre en place un asservissement optoélectronique. C’est une méthode qui est bien connue et utilisée aux longueurs d’onde des télécommunications [58–61].

Cette méthode présente de bonnes performances avec d’importantes réduction de la largeur de raie (réduction d’un facteur 200 présenté par Lee *et al.* [21]).

Une représentation schématique de l’asservissement opto-électronique en fréquence d’un laser est présenté sur la figure 1.23.

La fréquence du laser est comparée avec une référence, l’écart en fréquence est transformé en différence de tension à l’aide d’une détection. Cette détection fournit un signal d’erreur. Ce signal peut être généré avec trois méthodes différentes. Ses différentes méthodes vont définir la technique d’asservissement, *side-of-fringe*, *top-of-fringe* ou Pound-

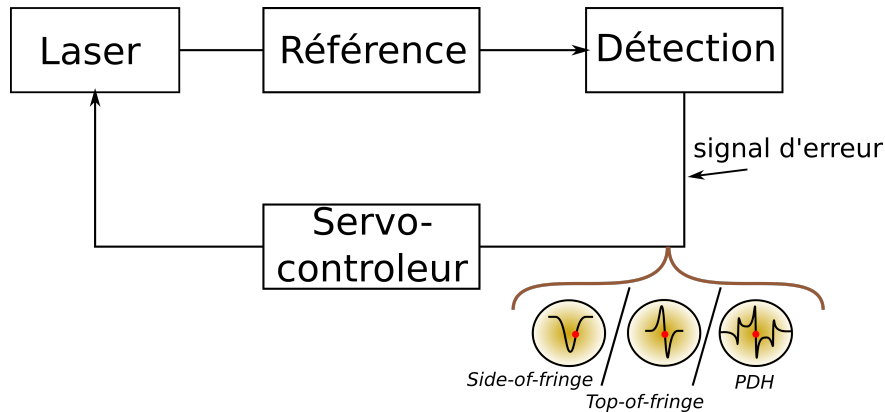


FIGURE 1.23 – Schéma de l'asservissement du laser sur une référence avec la présentation des différents signaux d'erreur possible.

Drever-Hall (PDH). Le signal d'erreur est ensuite traité par un servo-contrôleur qui ensuite corrige la fréquence du laser.

L'objectif ici est de présenter le principe de l'asservissement, l'étude de sa fonction de transfert et enfin de présenter les différentes techniques d'asservissement.

1.2.1 Principe de l'asservissement optoélectronique

Le but d'un asservissement est d'imposer une valeur (la référence) à une grandeur (la sortie). Pour ce faire, l'une des méthodes est la mise en place d'une boucle de contre-réaction. C'est une méthode d'asservissement très utilisée et qui peut être représentée par le schéma bloc sur la figure 1.24. Le signal de référence à atteindre est situé en entrée du schéma bloc, il est désigné comme étant la consigne ou commande de l'asservissement ($s_{ref}(t)$). Le signal asservi $s_{out}(t)$ doit reproduire le plus fidèlement possible le signal $s_{ref}(t)$.

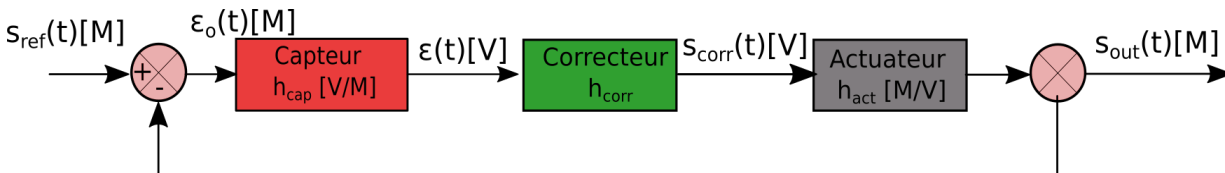


FIGURE 1.24 – Schéma bloc d'un asservissement idéal sur un signal de référence $s_{ref}(t)$. Les différents blocs sont caractérisés par leurs réponses impulsionnelles.

Pour réaliser un asservissement, il est nécessaire de faire une comparaison entre la sortie et le signal de consigne pour obtenir un signal d'erreur ϵ_o . Le but de l'asservissement est

d'annuler ce signal d'erreur. On réalise ici l'hypothèse que le signal de commande et le signal de sortie sont exprimés dans la même grandeur [M]. Dans le cas général, il est nécessaire de convertir dans la même unité les signaux d'entrée et de sortie en utilisant un ou deux capteurs. Dans le cas des asservissements électroniques, il est nécessaire que ce signal d'erreur soit un signal de tension. Cela implique, le cas échéant, la conversion du signal d'erreur à l'aide d'un capteur $[h_{cap}]$.

Le correcteur (h_{corr}) sera développé par la suite, car il s'agit de l'élément central de l'asservissement. Le signal de correction doit être transformé en la grandeur de sortie [M], cela est fait par l'intermédiaire de l'actuateur (h_{act}).

Le schéma bloc présenté sur la figure 1.24 est idéal, or tout système réel est soumis à des perturbations. Il convient donc d'ajouter certaines perturbations au schéma bloc idéal pour obtenir le schéma bloc plus réaliste de la figure 1.25.

Les perturbations peuvent être présentes à plusieurs endroits du montage, mais elles peuvent être catégorisées en deux groupes, celles situées avant, $p_{ava}(t)$, ou après, $p_{apr}(t)$, le correcteur. Toutes les perturbations peuvent être ramenées à ces groupes à l'aide d'une normalisation par le capteur ou l'actuateur.

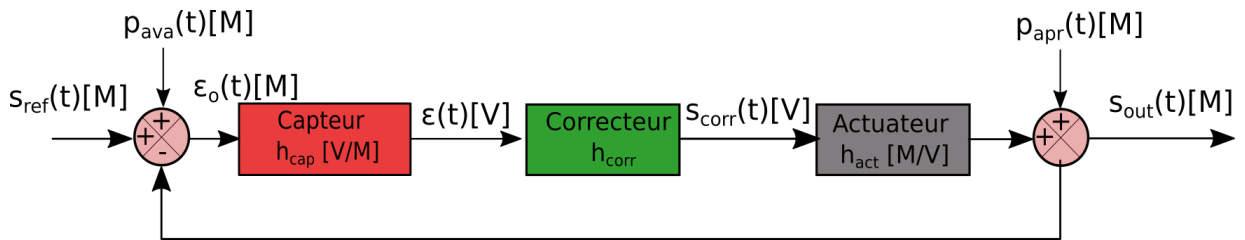


FIGURE 1.25 – Schéma bloc d'un asservissement, prenant en compte des perturbations, sur un signal de référence $s_{ref}(t)$.

Les performances d'une boucle de contre-réaction sont généralement décrites en termes d'asservissement et de régulation.

L'asservissement (qui est utilisé par abus de langage pour désigner les boucles de contre-réaction) est la capacité du système à suivre les variations de la consigne $s_{ref}(t)$. Dans ce cas, le système n'est pas soumis à des perturbations extérieures.

La régulation est la capacité du système à répondre aux perturbations, en considérant une consigne dont la valeur n'évolue pas dans le temps. Dans le cadre de notre étude, c'est cette capacité de régulation qui est importante.

Par conséquent, nous développerons les équations décrivant la régulation du système. De plus, les équations décrivant l'asservissement se résument au cas particulier d'une

régulation sans perturbations.

1.2.2 Étude de la fonction de transfert

Pour estimer la capacité de régulation de notre système, il faut déterminer sa fonction de transfert. Le système est considéré comme linéaire. Pour simplifier les expressions, le système est modélisé dans le domaine de Fourier.

La transformée du signal de sortie $S_{out}(f)$ est donc exprimée comme :

$$S_{out}(f) = P_{apr}(f) + H_{cap}(f)H_C(f)H_{act}(f) (s_{ref}(f) + P_{ava}(f) - S_{out}(f)) \quad (1.34)$$

Pour simplifier les équations, introduisons le gain de la boucle ouverte $G_{BO}(f)$ qui est défini comme :

$$G_{BO}(f) = H_{cap}(f)H_C(f)H_{act}(f) \quad (1.35)$$

L'équation 1.34 est donc réécrite pour obtenir les équations :

$$S_{out}(f) = P_{apr}(f) + G_{BO}(f) (s_{ref}(f) + P_{ava}(f) - S_{out}(f)) \quad (1.36)$$

$$S_{out}(f) = \frac{P_{apr}(f)}{1 + G_{BO}(f)} + \frac{G_{BO}(f)}{1 + G_{BO}(f)}(P_{ava}(f) + S_{ref}(f)) \quad (1.37)$$

1.2.2.1 Cas des signaux aléatoires

L'équation 1.37 est adaptée pour l'analyse de systèmes déterministes. Cependant, dans notre cas, nous avons de nombreuses variables aléatoires rentrant en compte. Ceci justifie l'introduction de densités spectrales de puissance dans ces équations. Dans la suite, nous détaillons les étapes de calcul permettant, à partir de l'expression 1.34, d'exprimer la DSP du signal de sortie en fonction des DSP de la consigne et des différentes perturbations.

Exprimons dans un premier temps l'expression 1.37 dans le domaine temporel, on obtient :

$$s_{out}(t) = h_1(t) \otimes p_{apr}(t) + h_2(t) \otimes p_{ava}(t) + h_2(t) \otimes s_{ref}(t) \quad (1.38)$$

Avec $h_1(t)$ la transformée de Fourier inverse de $1/(1+G_{BO}(f))$ et h_2 celle de $G_{BO}(f)/(1+G_{BO}(f))$.

On cherche ensuite à déterminer l'expression de la fonction d'autocorrélation du signal de sortie $s_{out}(t)$. En effet, la fonction d'autocorrélation donnera, dans le domaine de

Fourier, la DSP du signal de sortie que nous cherchons à déterminer. Le système étant considéré comme linéaire, les contributions des perturbations et de la consigne peuvent être traitées séparément. Traitons dans un premier temps la contribution de la consigne $s_{ref}(t)$, le cas où les perturbations sont nulles. L'autocorrélation du signal de sortie est :

$$R_{s_{out}}(\tau) = E[s_{out}(t)s_{out}(t + \tau)] \quad (1.39)$$

Avec :

$$s_{out}(t)s_{out}(t + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)s_{ref}(t - t_1)dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_2)s_{ref}(t - t_2 + \tau)dt_2 \quad (1.40)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)h_2(t_2)s_{ref}(t - t_1)s_{ref}(t - t_2 + \tau)dt_2dt_1 \quad (1.41)$$

Ici, notons que les fonctions de transfert du capteur, du correcteur et de l'actuateur sont purement déterministes. Le gain de boucle ouverte est donc aussi déterministe. On peut en conclure que la fonction de transfert h_2 est déterministe, son espérance est donc égale à h_2 , d'où :

$$R_{s_{out}}(\tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)h_2(t_2)E[s_{ref}(t - t_1)s_{ref}(t - t_2 + \tau)]dt_2dt_1 \quad (1.42)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)h_2(t_2)E[s_{ref}(t)s_{ref}(t + t_1 - t_2 + \tau)]dt_2dt_1 \quad (1.43)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)h_2(t_2)R_{s_{ref}}(t_1 - t_2 + \tau)dt_2dt_1 \quad (1.44)$$

$$S_{s_{out}}(f) = TF[R_{s_{out}}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2i\pi f\tau} d\tau \iint_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)h_2(t_2)R_{s_{ref}}(t_1 - t_2 + \tau)dt_2dt_1 \quad (1.45)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_2)dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{s_{ref}}(t_1 - t_2 + \tau)e^{-2i\pi f\tau} d\tau \quad (1.46)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_2)dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{s_{ref}}(\tau)e^{-2i\pi f\tau} e^{-2i\pi f(t_1-t_2)} d\tau \quad (1.47)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1)e^{-2i\pi ft_1} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_2)e^{2i\pi ft_2} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{s_{ref}}(\tau)e^{-2i\pi f\tau} d\tau \quad (1.48)$$

$$= H_2 H_2^* S_{s_{ref}} = |H_2|^2 S_{s_{ref}} \quad (1.49)$$

Ce calcul est le même lorsque l'on considère les termes de perturbation. L'équation

1.37 réécrite en fonction des DSP est :

$$S_{sout}(f) = \left| \frac{1}{1 + G_{BO}(f)} \right|^2 S_{papr}(f) + \left| \frac{G_{BO}(f)}{1 + G_{BO}(f)} \right|^2 (S_{pava}(f) + S_{sref}(f)) \quad (1.50)$$

De l'équation 1.50, on peut tirer plusieurs conclusions :

- Dans un objectif de régulation (donc de suppression de bruit), le gain de boucle ouverte doit être maximisé.
- Les perturbations arrivant après le correcteur ($S_{papr}(f)$) sont effectivement réduites par la boucle de contre-réaction.
- Le signal de sortie suit effectivement le signal de référence ($G_{BO}(f)$ étant $\gg 1$ donc $\frac{G_{BO}(f)}{1+G_{BO}(f)} \approx 1$)
- Les perturbations arrivant avant le correcteur ne sont pas réduites. Ces perturbations sont traitées comme étant une variation du signal de consigne et sont donc suivies par la boucle. Il faut donc chercher à les minimiser en amont.

La fonction de transfert de la boucle ouverte est un outil important pour la compréhension du fonctionnement de la boucle.

1.2.2.2 Gain de boucle ouverte et stabilité

La fonction de transfert en boucle ouverte (cf. équation 1.35) est composée de trois termes :

- La fonction de transfert du capteur que l'on appelle aussi discriminateur.
- La fonction de transfert du correcteur qui est souvent un correcteur proportionnel, intégral, dérivé (PID).
- La fonction de transfert de l'actionneur.

Généralement, un capteur utilisé dans sa bande passante est représenté par une constante. Le but d'un actionneur est de convertir le signal de correction en la grandeur de sortie du système sans modifications, on le considère donc généralement par une constante.

La fonction de transfert du correcteur (PID) peut être représentée par l'équation 1.51 :

$$H_C(f) = g \times \left(P + \frac{I}{2i\pi f} + \frac{1}{D} 2i\pi f \right) \quad (1.51)$$

Le PID est réglé avec quatre paramètres :

- g : un gain global permettant de régler l'impact du PID dans la fonction de transfert de la boucle ouverte.
- P : fixe la valeur de gain nécessaire pour atteindre la consigne.
- I : détermine la bande passante de la régulation. Une valeur importante du coefficient I augmente la bande passante dont découle une plus grande dynamique de correction au détriment d'une stabilité dégradée. I est efficace pour la suppression de perturbations basses fréquences.
- D : anticipe la dynamique du système. Ainsi, une augmentation de la valeur de D implique un suivi plus rapide de la consigne, mais de la même manière induit une plus grande sensibilité aux perturbations. La bande passante est d'autant plus grande que la valeur de D est élevée. D est efficace pour la suppression de perturbations hautes fréquences.

Il est d'usage de représenter les fonctions de transfert en asservissement par les diagrammes de Bode : le module et la phase de la fonction de transfert en fonction de la fréquence. La figure 1.26 représente les diagrammes de Bode d'un exemple de fonction de transfert d'un PID avec des valeurs arbitraires. Cette fonction de transfert est proportionnelle au gain de boucle ouverte, plus sa valeur est élevée, plus grand est l'effet de la correction.

On constate bien que l'ajout de l'intégrateur I permet de corriger plus efficacement les perturbations en basses fréquences et que son augmentation autorise une bande passante plus importante (figure 1.26). De même il est visible que l'ajout d'un élément dérivateur D permet la suppression des bruits hautes fréquences (figure 1.26). L'élément proportionnel P permet d'ajuster le niveau minimal de la correction et le gain global g permet d'ajuster le niveau global de la correction.

Pour nos applications, il nous faut un système robuste aux bruits ainsi qu'une correction efficace en basses fréquences sur la plus grande bande passante possible. Le correcteur PI nous semble donc un bon choix. Cependant, ce correcteur apporte de l'instabilité au système. Il s'agit de caractériser et de déterminer la stabilité de la fonction de transfert. Il est mis en évidence dans l'équation 1.37 que le signal de sortie diverge si $G_{BO} = -1$. Il faut donc que la phase de la boucle ouverte soit supérieure à -180° . On constate qu'un système avec un seul intégrateur à une phase minimum de -90° . Un système avec un seul intégrateur est donc stable.

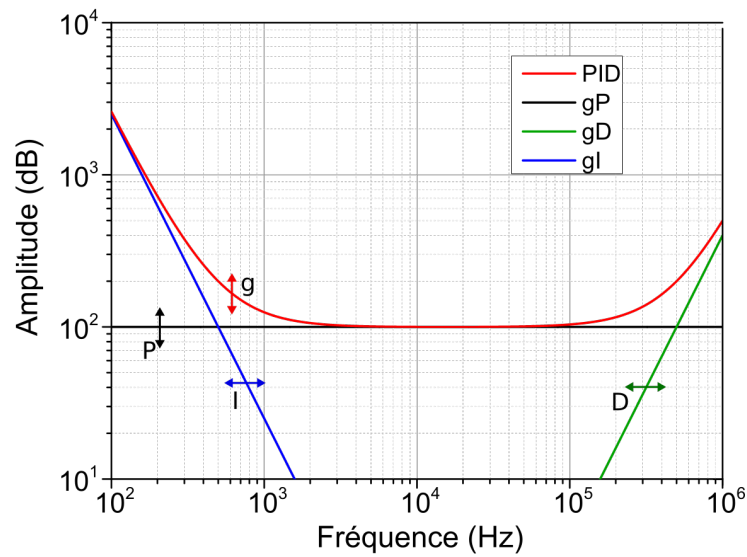


Diagramme de Bode d'amplitude

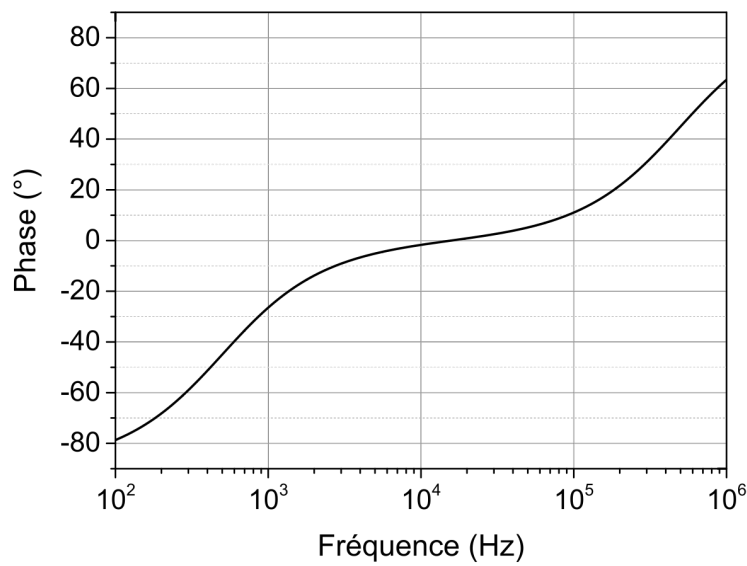


Diagramme de Bode de phase

FIGURE 1.26 – Diagrammes de Bode d'amplitude et de phase d'un correcteur PID avec $g=1$, $P=10$, $I= 5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$ et $D = 5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$.

1.2.3 Dimensionnement du correcteur

Nous allons déterminer si un correcteur à un seul intégrateur est suffisant la réduction visée et quelles valeurs d'intégration sont nécessaires. Pour cela considérons le schéma

bloc de la figure 1.27.

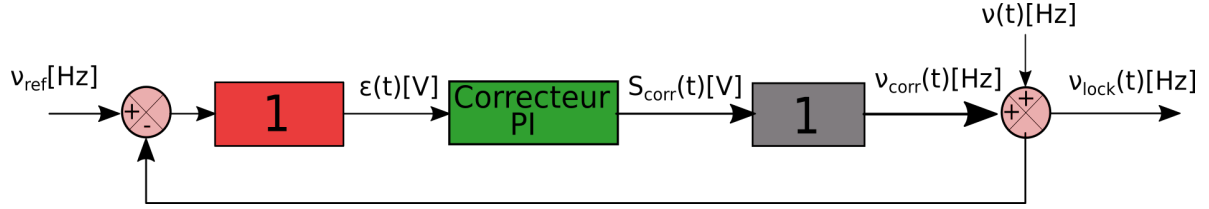


FIGURE 1.27 – Schéma bloc de réduction du bruit de fréquence. Pour cet exemple, la référence est considérée constante et sans bruit. De plus l'amplitude des fonctions de transfert du discriminateur et de l'actionneur est unitaire.

On considère ici que les fonctions de transfert du capteur et de l'actuateur sont égales à 1 pour n'estimer que les effets du correcteur. On considère également un signal de référence (ν_{ref}) constant et sans bruit. Dans les faits, pour corriger la fréquence du laser, on ajoute le signal de correction à la fréquence du laser pour obtenir la fréquence de sortie. La fréquence du laser en fonctionnement libre ($\nu(t)$) est donc ajoutée au schéma bloc juste après l'actuateur. On considère pour son bruit de fréquence l'approximation par la loi des puissances de la partie 1.1.3.3 (représenté par la courbe rouge sur la figure 1.28) :

$$S_\nu(f) = \frac{h_1}{f^{1.2}} + h_0 \quad (1.52)$$

Avec $h_1 = 144.10^9 \text{ Hz}^3/\text{Hz}$ et $h_0 = 40.10^3 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$.

Lorsque l'on fait le rapprochement avec le schéma bloc complet de la partie 1.2.1, la fréquence du laser en fonctionnement libre est équivalente à une perturbation arrivant après le correcteur, $p_{apr}(f)$. A partir de l'équation 1.50, on en déduit que le bruit de fréquence du laser va être réduit d'un facteur $|\frac{1}{1+G_{BO}(f)}|^2$.

On représente ce terme par la courbe noire de la figure 1.28. Cette courbe est donnée pour un correcteur PI avec $g=1$, $P = 1$ et $I = 1.10^5 \text{ Hz}$. Ces valeurs ont été choisies, car elles correspondent aux valeurs moyennes des correcteurs que nous possédons. On constate que, même si la bande passante de réduction est fixée (par I) à 1.10^5 , la correction n'est réellement effective que sur la bande 100 Hz - 50 kHz. Sur cette bande, on a bien une pente de correction en $1/f^2$ (dans le diagramme de Bode, cela correspond à une pente de 40 dB/décade).

Pour les représentations logarithmiques, les produits se traduisent par des sommes de pentes. C'est ce que l'on constate lorsque l'on représente la correction sur la figure 1.28. L'action de l'intégrateur est une pente en f^2 qui, combinée avec la pente en $1/f^{1.2}$ du

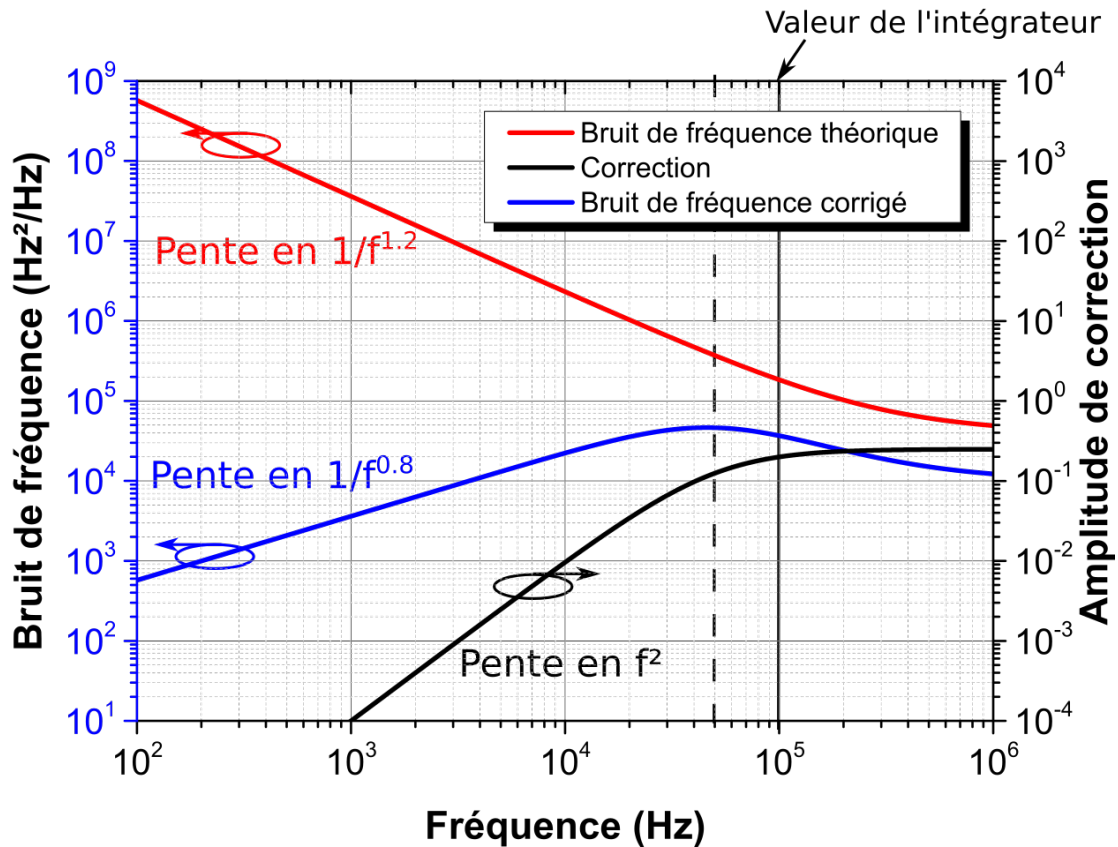


FIGURE 1.28 – Réduction d'un bruit de fréquence théorique d'équation : $S_\nu(f) = h_0 + h_1/f^2$ avec $h_0 = 40000 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$, $h_1 = 144 \cdot 10^9 \text{ Hz}^3/\text{Hz}$ (courbe rouge) par un correcteur PI (courbe noire) avec $g=1$, $P=1$, et $I = 1 \cdot 10^5 \text{ Hz}$. La courbe bleue présente le résultat de cette correction.

laser, donne une pente en $1/f^{-0.8}$ sur la bande 100 Hz - 50 kHz.

Pour les fréquences supérieures, il n'y a plus d'effet intégrateur, seulement une correction proportionnelle par un facteur 0.25, ce que l'on retrouve bien lorsque l'on compare les courbes rouge et bleue de la figure 1.28.

Nous cherchons à compenser une pente en $1/f^{1.2}$ pour obtenir un bruit blanc donc une pente nulle. À travers cet exemple nous avons pu constater que l'intégrateur simple fournit une correction avec une pente de f^2 . Un intégrateur unique est donc suffisant pour compenser les bruits techniques. De plus pour une certaine bande de correction, il est nécessaire d'utiliser une valeur d'intégrateur (I) supérieure.

Cependant, cet exemple est simpliste et sert uniquement à donner une idée de l'ordre de l'intégrateur nécessaire. En effet, nous avons fait des hypothèses fortes : le discriminateur

est simplement égal à 1 et le signal d'erreur est généré directement. Or pour le cas des lasers, l'obtention et la transformation de ce signal d'erreur ne sont pas triviales.

En effet, il est nécessaire d'utiliser un discriminateur de fréquence comme vu pour le cas du banc auto-homodyne (cf. partie 1.1.3). Il faut également noter que les discriminateurs sont également la source du signal de commande dans la majorité des asservissements laser [61, 62]. On peut caractériser les techniques d'asservissement laser en fonction des différentes méthodes de génération du signal d'erreur.

1.2.4 Les différentes méthodes de génération du signal d'erreur

On s'intéresse maintenant au discriminateur de fréquence et plus précisément à la génération du signal d'erreur. Pour l'asservissement de lasers, la référence choisie a souvent comme fonction de transfert une ou plusieurs résonances. Nous étudierons donc la génération d'un signal d'erreur à partir d'une résonance optique.

1.2.4.1 Asservissement *side-of-fringe*

Lorsque l'on utilise la méthode d'asservissement en *side of fringe* [63], la référence que l'on choisit est une fréquence située sur le côté d'une résonance comme l'illustre la figure 1.29. Généralement, on choisit le point de fonctionnement à mi-hauteur. Comme le présente la figure 1.29, la pente de la résonance joue le rôle de discriminateur de fréquence. On approxime la fonction de transfert du résonateur à une droite proche du point de l'asservissement.

Cette technique présente l'avantage d'être simple à mettre en place, mais a un important désavantage : sa sensibilité au bruit d'intensité du laser. En effet, une variation de la puissance du laser entraîne une variation du signal d'erreur. Il s'agit donc d'une perturbation sur le système arrivant avant le correcteur, et comme vu avec l'équation 1.50, le système considère cette perturbation comme un signal de référence. Le système imposera donc à la fréquence du laser les fluctuations de la puissance du laser, augmentant potentiellement le bruit de fréquence.

Pour contrer ce problème, la méthode de *top of fringe* peut être mise en place.

1.2.4.2 Asservissement *top-of-fringe* et Pound-Drever-Hall

La méthode de *top of fringe* est plus complexe à mettre en place. Le but ici est d'asservir non pas sur un côté d'une résonance, mais sur un minimum ou un maximum de

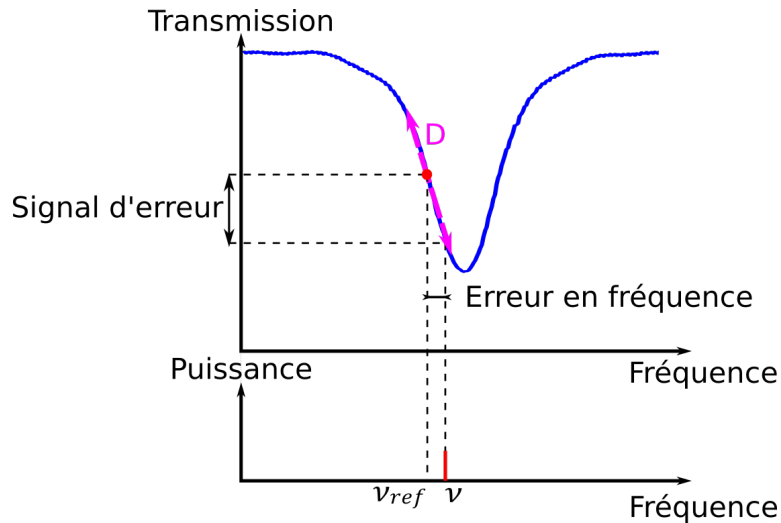


FIGURE 1.29 – Présentation de la génération du signal d’erreur par la méthode du *side-of-fringe*. Dans cet exemple La fréquence du laser ν est supérieure à la fréquence de référence ν_{ref} . Le signal d’erreur de fréquence est transformé en un signal d’erreur de tension par l’intermédiaire de la pente D du discriminateur.

la résonance (comme présenté par le point rouge sur la figure 1.30) cependant les variations de part et d’autre d’un sommet sont du même signe et ne peuvent être distinguées. La méthode est d’utiliser comme signal d’erreur la dérivée du signal de sortie. Le signal obtenu est la courbe en vert sur la figure 1.30. Ce signal d’erreur est centré autour de zéro et la référence qu’il fournit est insensible aux variations de puissance du laser. On retrouve toujours la fonction de discrimination, mais avec une pente plus importante que pour la méthode de *side-of fringe*.

La méthode de Pound-Drever-Hall (PDH) [64] est sensiblement identique à la méthode de *top of fringe*, mais la génération du signal d’erreur nécessite une électronique rapide. En effet pour mettre en place cette méthode nous avons besoin de moduler la fréquence du laser à une fréquence supérieure à la largeur de raie de la référence (généralement de l’ordre de quelques MHz). Le signal généré présente une forme avec bandes latérales augmentant ainsi la bande de correction comparé à la méthode de *top of fringe*. Une description plus complète de la génération du signal d’erreur par la méthode de PDH peut être retrouvée ici [65,66].

Nous avons discuté de la mise en place d’un asservissement dans cette partie. Le servocontrôleur qui, dans notre cas, sera un correcteur proportionnel intégral. Les différents signaux d’erreur possibles correspondant aux trois méthodes *side-of-fringe*, *top-of-fringe*

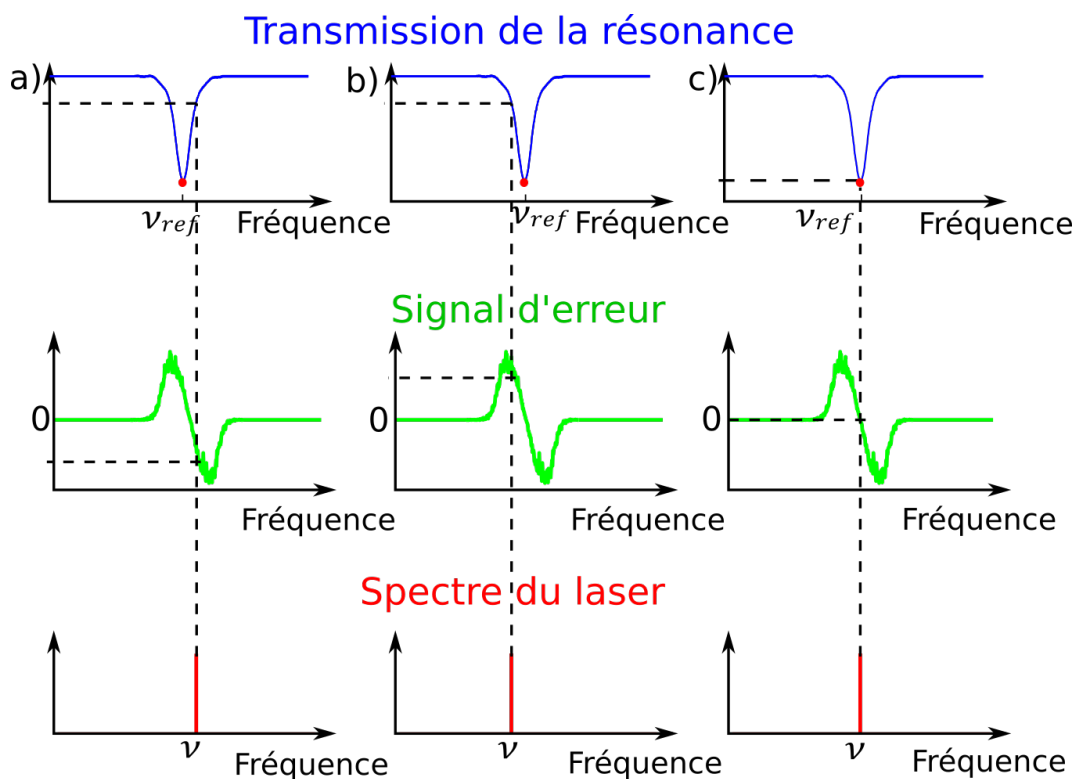


FIGURE 1.30 – Schéma de principe de l'asservissement en *top of fringe*. a) Si la fréquence du laser ν est supérieure à la fréquence de la référence ν_{ref} , le signal d'erreur est négatif, b) si la fréquence du laser est inférieure à la fréquence de la référence, le signal d'erreur est positif. Lorsque la fréquence du laser atteint la référence c), le signal d'erreur est nul et la transmission de la résonance est minimale.

et PDH. Il manque quelques éléments dont nous n'avons pas encore discuté. Ils sont spécifiques à notre asservissement, il s'agit de la référence et du laser. Nous avons cependant suffisamment d'éléments théoriques pour mettre en place un asservissement.

ASSERVISSEMENT D'UNE DIODE LASER INGAN À CAVITÉ EXTERNE SUR UNE RÉFÉRENCE DE FRÉQUENCE

Nous allons à présent mettre en pratique un asservissement optoélectronique dans le but de réduire le bruit de fréquence d'un laser ECDL. Pour ce faire, le laser sera verrouillé sur une référence de fréquence. Dans cette partie, nous allons commencer par présenter le laser puis la référence que l'on utilise. Ensuite, nous discuterons de l'asservissement réalisé ainsi que de ses limitations. Nous terminerons par proposer une méthode d'optimisation de la référence, indépendante de la longueur d'onde, pour l'amélioration de l'asservissement en *top-of-fringe*.

2.1 Le laser ECDL : DL pro Toptica

Le laser mis en œuvre dans le cadre de ces travaux est un laser Toptica DL Pro. C'est un laser ECDL avec une structure Littrow semblable à celle présentée par Hildebrant *et al.* [67] ou encore Zeng *et al.* [17] avec un réseau de diffraction, comme présenté par la figure 2.1.

L'angle que réalise le réseau avec la diode laser peut être ajusté à l'aide d'un contrôleur piézoélectrique. Cela permet l'accord de la longueur d'onde entre 420 et 425 nm.

Le faisceau laser est ensuite mis en forme et envoyé à un dispositif de couplage entre espace libre et fibre.

L'alimentation du laser et son contrôle se font à l'aide d'un module DLC Toptica. Ce module permet le contrôle du courant du laser, de la tension du piézoélectrique du réseau ainsi que le contrôle de la température du laser. Un schéma du laser et de son alimentation est présenté sur la figure 2.1.

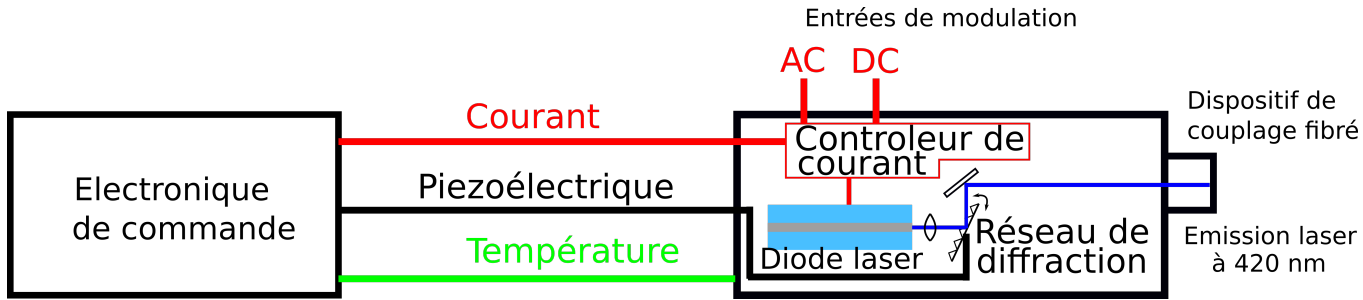


FIGURE 2.1 – Schéma de l’architecture du laser DLpro utilisé. L’électronique de commande (module Toptica DLC) permet de contrôler le courant du laser, la tension du piézoélectrique du réseau ainsi que la température du laser. Des entrées de modulation de courant AC et DC sont disponibles.

En supplément du contrôle par le module externe, il existe deux ports d’entrée permettant de moduler le courant du laser. Le premier est un port DC fonctionnant de 1 Hz à 1 MHz qui permettra d’apporter le signal de correction pour ajuster la longueur d’onde d’émission du laser (de par l’effet du couplage phase-amplitude comme vu dans la section 1.1.2.4). Le second est un port AC permettant d’apporter une modulation haute fréquence au courant du laser : 100 kHz- 100 MHz. C’est cette entrée de modulation qui sera utilisée pour la mise en place d’un asservissement *top of fringe* en section 2.3.

2.2 La référence de fréquence

L’élément central de notre asservissement est la référence. Il existe de nombreuses références possibles que l’on peut catégoriser en deux groupes :

- Les références utilisées pour la stabilisation à long terme. Elles sont usuellement à des longueurs d’onde fixes. Il s’agit là d’asservir un laser et de réduire son bruit pour des temps de l’ordre de la dizaine de secondes et plus. Ces stabilisations se font principalement à l’aide de transitions moléculaires ou atomiques et présentent de bons résultats, notamment dans l’infrarouge, où l’on atteint des largeurs de raie de l’ordre du kHz [22,23,25]. A notre connaissance, ce sont les références présentant les meilleurs résultats dans les longueurs d’onde bleues avec des largeurs de raie inférieures au kHz [68]. Cependant, elles nécessitent des cellules de gaz ainsi qu’une électronique coûteuses.
- Les références utilisées pour la stabilisation court terme. L’objectif est la réduction du bruit de fréquence sur des plages allant de 1Hz à quelques MHz. Ce sont

généralement des interféromètres en espace libre [69, 70] ou fibrés [24, 71] tels des anneaux de fibre [72–74]. Ces références sont généralement peu coûteuses et présentent l’avantage de ne pas nécessiter une longueur d’onde précise, cependant leur transposition dans le bleu n’est pas simple. En effet, la technologie fibrée dans le bleu n’est pas encore mature et les performances des éléments fibrés ne sont pas encore équivalentes aux performances que l’on peut atteindre dans l’infrarouge. En effet, les pertes dans les fibres monomodes dans le bleu sont de l’ordre de 30 dB/km ce qui impacte fortement les performances des interféromètres utilisant des longueurs de fibre pouvant aller jusqu’au kilomètre. Il en va de même pour la plupart des composants fibre allant du coupleur au modulateur acousto-optique.

Notre objectif est la réduction à court terme du bruit de fréquence du laser, nous choisissons donc comme référence un anneau de fibre.

L’anneau de fibre est choisi aux autres types d’interféromètre, car les anneaux de fibre nécessitent une longueur de fibre moins importante et présentent des résultats similaires.

2.2.1 L’anneau de fibre

Nous allons dans un premier temps chercher à dimensionner l’anneau pour obtenir un contraste maximal comme cela est usuellement fait dans la littérature.

2.2.2 Modélisation

La méthode utilisée pour la modélisation est une approche fréquentielle (ou approche harmonique) introduite par A. Yariv en 2000 [75]. Elle est basée sur l’utilisation de matrices de transfert et permet une extraction simple de la fonction de transfert du résonateur.

La cavité résonante est présentée sur la figure 2.2. Elle est formée à partir d’un guide d’accès et d’un résonateur en anneau.

Le couplage entre la cavité et le guide d’accès est caractérisé par le coefficient de couplage $1 - \kappa$ qui traduit la fraction de puissance transmise du guide à la cavité. La fraction de puissance directement transmise par le guide est κ comme l’illustre la figure 2.2. Le couplage ne se fait pas sans pertes, on note ses pertes γ .

La cavité quant à elle peut être caractérisée par les pertes subies par la puissance optique sur un tour de la cavité κ_c . Ce coefficient prend en compte les pertes du guide

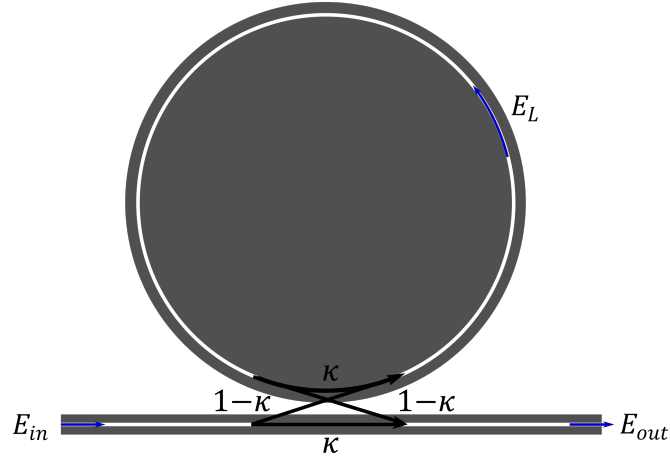


FIGURE 2.2 – Schéma d'une cavité couplée avec son guide d'accès par l'intermédiaire d'un coupleur ayant une transmission κ

d'accès au point de couplage, les pertes de propagation dans la cavité α_f , ainsi que diverses pertes ponctuelles telles que les soudures s .

$$\kappa_c = (1 - \gamma)(1 - s)e^{-\alpha_f L} \quad (2.1)$$

Avec L la longueur de la cavité. Notons E_{in} le champ en entrée, E_{out} le champ en sortie et E_L le champ se propageant dans l'anneau. Ces divers champs sont reliés entre eux par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} E_{out} \\ E_L(0) \end{bmatrix} = \sqrt{1 - \gamma} \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \kappa} & i\sqrt{\kappa} \\ i\sqrt{\kappa} & \sqrt{1 - \kappa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{in} \\ E_L(L) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Ce système se réécrit avec les deux équations suivantes :

$$E_{out} = \sqrt{1 - \gamma}(i\sqrt{\kappa}E_{in} + \sqrt{(1 - \kappa)}E_{in}) \quad (2.3)$$

$$E_L(0) = \sqrt{1 - \gamma}(\sqrt{(1 - \kappa)}E_{in} + i\sqrt{\kappa}E_{in}) \quad (2.4)$$

On peut également relier $E_L(0)$ et $E_L(L)$ par l'équation :

$$E_L(L) = \sqrt{1 - s}e^{\frac{\alpha_f}{2}} e^{i\beta L} E_L(0) \quad (2.5)$$

avec $\beta(\nu) = \frac{2\pi\nu n}{c}$ où c est la vitesse de la lumière et n l'indice de réfraction de la fibre.

A partir des équations 2.3, 2.4 et 2.5, on peut exprimer E_{out} en fonction de E_{in} et on

obtient ainsi la fonction de transfert de la cavité :

$$C(\nu) = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \sqrt{1-\gamma} \frac{\sqrt{\kappa} - \sqrt{\kappa_c} e^{i\beta(\nu)L}}{(1 - \sqrt{\kappa\kappa_c}) e^{i\beta(\nu)L}} \quad (2.6)$$

on en déduit la transmission en intensité :

$$TF_C(\nu) = \left| \frac{E_{out}}{E_{in}} \right|^2 = (1-\gamma) \frac{\kappa + \kappa_c - 2\kappa\kappa_c \cos(\beta(\nu))}{1 + \kappa\kappa_c - 2\sqrt{\kappa\kappa_c} \cos(\beta(\nu))} \quad (2.7)$$

De l'équation 2.6, on déduit que les résonances ont lieu lorsque $e^{i\beta(\nu)L} = 1$, soit aux fréquences $\nu_q = q \frac{c}{nL}$. L'intervalle spectral libre fréquentiel est donc : $\nu_{ISL} = \frac{c}{nL}$. Aux fréquences de résonances, l'intensité en sortie de guide est minimale et s'exprime par :

$$T_{min} = (1-\gamma) \left(\frac{\sqrt{\kappa} - \sqrt{\kappa_c}}{1 - \sqrt{\kappa\kappa_c}} \right)^2 \quad (2.8)$$

A l'inverse, aux fréquences $\nu_{q+1/2} = (q + 1/2)\nu_{ISL}$, l'intensité en sortie est maximale et s'exprime par :

$$T_{max} = (1-\gamma) \left(\frac{\sqrt{\kappa} + \sqrt{\kappa_c}}{1 + \sqrt{\kappa\kappa_c}} \right)^2 \quad (2.9)$$

L'intensité minimale est nulle lorsque le résonateur satisfait la condition $\kappa = \kappa_c$, soit lorsque les pertes d'un tour de la cavité sont égales à la fraction de puissance transmise dans le guide. On appelle ce cas particulier le couplage critique. Il permet d'avoir un contraste maximal entre T_{min} et T_{max} . L'intensité normalisée en sortie du résonateur est représentée en bleu sur la figure 2.3.

Le champ circulant dans le résonateur peut s'exprimer comme :

$$E_L(0) = \sqrt{1-\gamma} \frac{i\sqrt{1-\kappa}}{1 - \sqrt{\kappa\kappa_c} e^{i\beta(\nu)L}} E_{in} \quad (2.10)$$

L'intensité correspondante est :

$$|E_L(0)|^2 = \frac{(1-\gamma)(1-\kappa)}{1 + \kappa\kappa_c - 2\sqrt{\kappa\kappa_c} \cos(\beta(\nu))} |E_{in}|^2 \quad (2.11)$$

L'équation 2.11 montre que l'intensité intra-cavité est maximale pour les fréquences de résonance ν_q . On constate également que l'intensité peut être exaltée par rapport à l'intensité en entrée de la cavité. On appellera "facteur d'exaltation" (\mathcal{E}) le rapport

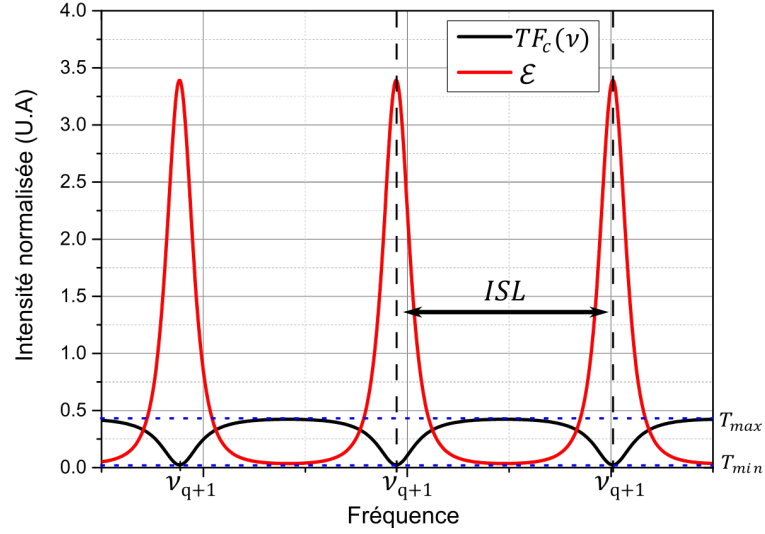


FIGURE 2.3 – Exemple de l'intensité normalisée en sorti de l'anneau de fibre (I_{out}) et du facteur d'exaltation ϵ . Cet exemple a été calculé pour un coupleur 60/40 avec des pertes d'insertion γ de 2.5 dB

$|E_L(0)|^2/|E_{in}|^2$. Ce facteur d'exaltation est représenté sur la figure 2.3. Pour maximiser ce facteur d'exaltation, les pertes sur un tour de la cavité doivent être minimales et le coefficient de transmission doit être lui aussi maximal.

Parmi les coupleurs dont nous disposons, celui présentant le moins de pertes et permettant d'atteindre une transmission proche de 0 en résonance est un coupleur 60/40. Nous réaliserons l'anneau à partir de ce coupleur.

2.2.3 Réalisation de l'anneau

La figure 2.4 présente la mise en place de l'anneau. Le coupleur a été réalisé avec de la fibre nufern 405 XP monomode à 420 nm présentant des pertes de l'ordre de 30 dB/km. L'anneau est réalisé en soudant ensemble les deux bras de 1 m du coupleur 60/40 (avec 60 % de transmission) présentant des pertes d'insertion γ de 2,7 dB. Ces valeurs permettent bien un contraste maximum en ayant une transmission proche de 0 comme le montre la modélisation présentée par la courbe noire sur la figure 2.5.

L'anneau est utilisé en tant que référence, cependant comme indiqué plus haut la fibre présente une grande sensibilité aux perturbations acoustiques et thermiques. Pour réduire ces effets, le résonateur est isolé pour limiter au maximum les effets des perturbations

extérieures. Il est placé entre deux couches de mousse dans une boîte en carton tapissée de mousse. Cette boîte est alors mise dans une enceinte en bois elle aussi tapissée de mousse. L'ensemble est positionné sur une table anti-vibration (table minus K) réduisant l'impact des vibrations du sol.

La référence réalisée, il est important de vérifier la correspondance entre la transmission théorique et la transmission réelle. Il est aussi important de déterminer si l'isolation est effective ou non.

2.2.4 Caractérisation de l'anneau de fibre

Pour caractériser la réponse fréquentielle de la référence, le montage de la figure 2.4 est réalisé. Le signal laser est directement transmis à l'anneau de fibre et est collecté par une photodiode.

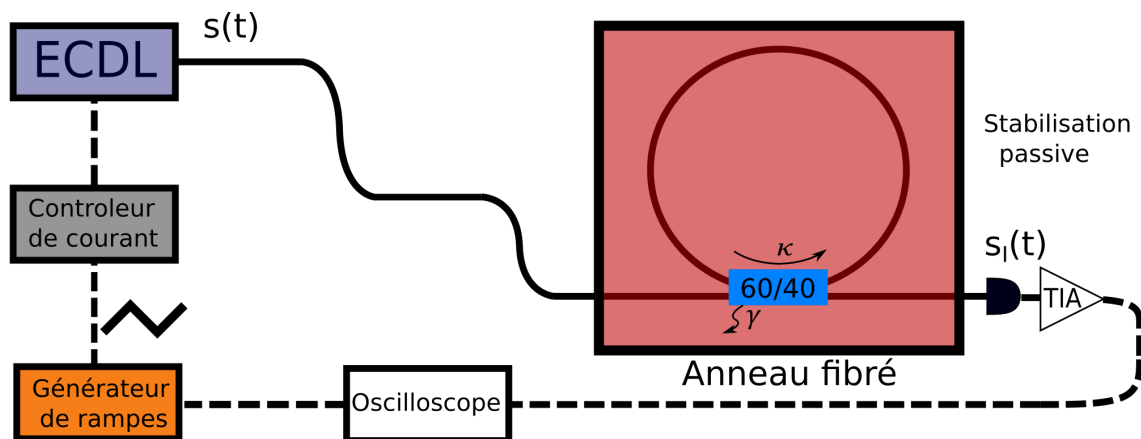


FIGURE 2.4 – Caractérisation de l'anneau de fibre à l'aide du laser à cavité externe

Une modulation sous la forme d'une rampe de 100 Hz et d'amplitude 1 V est envoyée à l'entrée DC du laser d'étude présenté en 2.1. Elle permet la modulation de la fréquence du laser sur une plage de quelques centaines de MHz. Le signal de sortie de la photodiode représente la fonction d'Airy de la référence de fréquence que l'on observe sur un oscilloscope.

La figure 2.5 présente la fonction de transfert de la cavité ainsi obtenue. En ajustant les paramètres le modèle se superpose correctement à la mesure. La référence est caractérisée par un ISL de 106 MHz, une largeur de résonance $\Delta\nu$ de 18 MHz et une transmission à résonance (T_{min}) de 0.06 (proche du couplage critique). On peut déterminer son facteur de qualité $Q = \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 3.10^7$. C'est une donnée permettant la comparaison des cavités

indépendamment des longueurs d'onde. Dans les travaux à 1550 nm, ce facteur de qualité peut atteindre 10^9 [76] soit deux ordres de grandeur supérieurs au nôtre. Cela est majoritairement dû aux pertes importantes des différents composants fibrés.

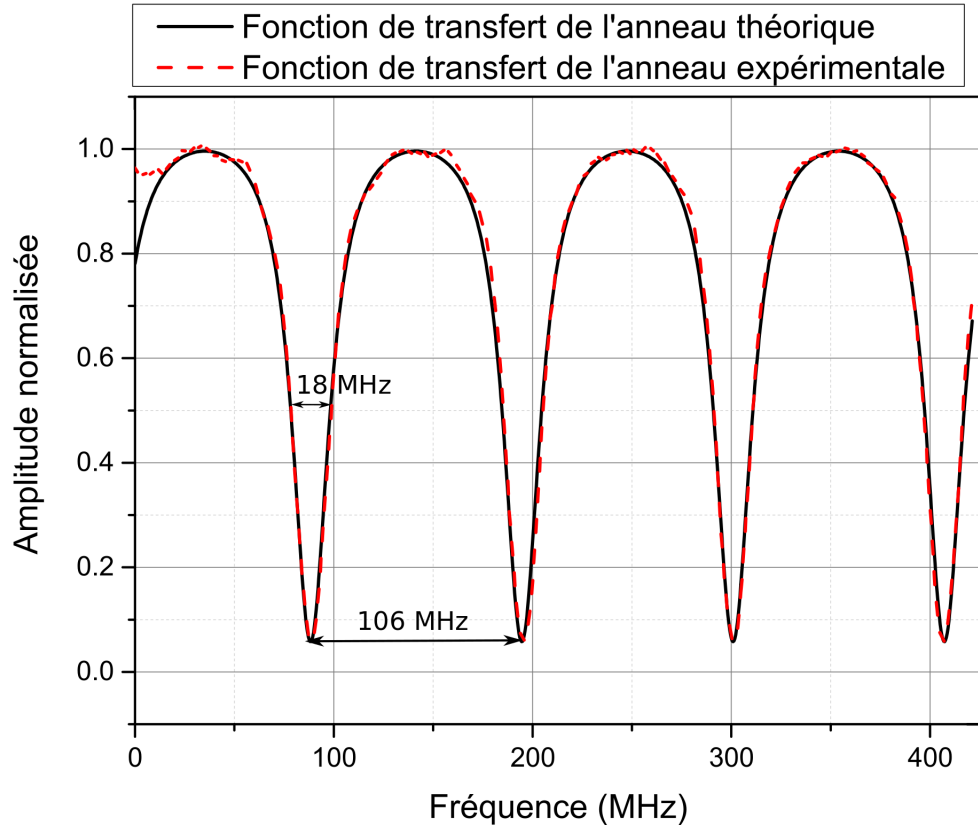


FIGURE 2.5 – Comparaison entre la fonction de transfert théorique de l'anneau de fibre et l'acquisition expérimentale par le montage de la figure 2.4

Nous avons déterminé la transmission de la référence, il nous faut maintenant choisir une méthode d'asservissement.

2.3 Asservissement de la diode laser

2.3.1 Méthode de l'asservissement

Nous avons choisi comme méthode d'asservissement la méthode de *top-of-fringe*, car celle-ci présente de meilleures performances que l'asservissement en *side-of-fringe* (cf. partie 1.2.4).

Bien que l’asservissement en PDH présente des avantages (meilleure bande passante et un coefficient de discrimination plus important), il nécessite une modulation de la fréquence du laser bien supérieure à la largeur d’une résonance. Dans notre cas, avec des résonances de l’ordre de la dizaine de MHz, cela nécessite l’ajout d’éléments électroniques coûteux.

2.3.1.1 Génération du signal d’erreur

Pour générer le signal d’erreur d’un asservissement en top-of-fringe (ou PDH) deux solutions sont possibles. Utiliser une dérivation numérique, ou une modulation et démodulation du signal. La dérivation numérique ajoute de la phase négative à la fonction de transfert, ce qui peut rendre instable l’asservissement. Nous utiliserons donc la méthode de modulation et démodulation [77, 78].

La première étape consiste à moduler la fréquence du laser. Un signal sinusoïdal de fréquence de modulation 25 MHz et de faible amplitude (-20 dBm) est envoyé à l’entrée AC de la tête du laser. On obtient ainsi un signal laser dont la fréquence est modulée à 25 MHz. Ce signal est ensuite envoyé à l’anneau de fibre. La photodiode détecte le signal et le transfère à une détection synchrone. Le but de la détection synchrone est de démoduler le signal. Pour ce faire, elle le multiplie avec une sinusoïde de même fréquence que la modulation soit 25 MHz. Elle applique ensuite un filtre passe-bas pour fournir le signal d’erreur présenté en rouge sur la figure 2.6. Les équations décrivant le rôle de démodulation de la détection synchrone sont détaillées dans l’annexe A.

Nous avons un signal d’erreur avec une pente de discrimination K^2 (7 V/kHz) nécessaire pour mettre en place un asservissement en *top-of-fringe*. C’est un coefficient important, car il fait partie du gain de la boucle ouverte. Cette pente peut être considéré comme une constante sur 12 MHz ce qui est bien supérieur à la bande passante du banc de correction.

2.3.1.2 Montage d’asservissement du laser

Pour asservir le laser, il faut maintenant rajouter l’élément correcteur. Nous avons choisi dans notre cas une carte Proportionnel Intégrale (PI) (carte Kohéron (PI 200)). Le schéma figure 2.7 présente le montage de l’asservissement. Le correcteur est placé en sortie de la détection synchrone et fournit le signal de correction à l’entrée DC du contrôleur de courant pour corriger la fréquence du laser. La boucle de contre-réaction est réalisée.

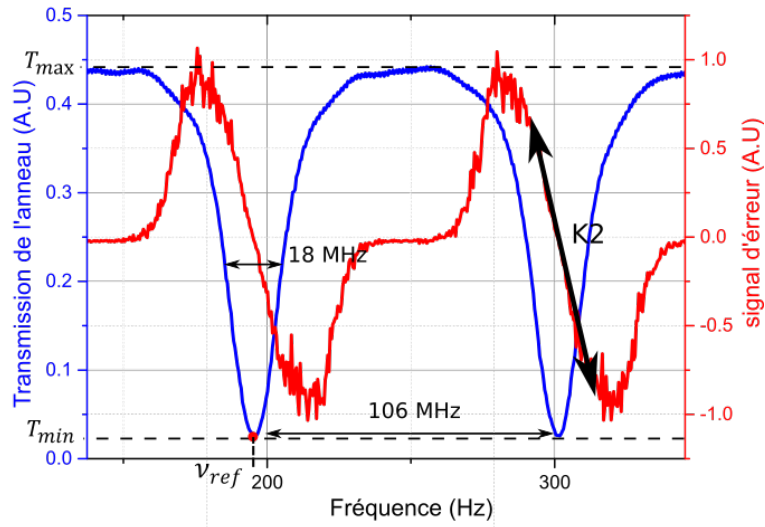


FIGURE 2.6 – Fonction de transfert de la cavité fibrée (courbe bleue) et sa dérivée le signal d’erreur (courbe rouge) présentant une pente de discrimination $K2$

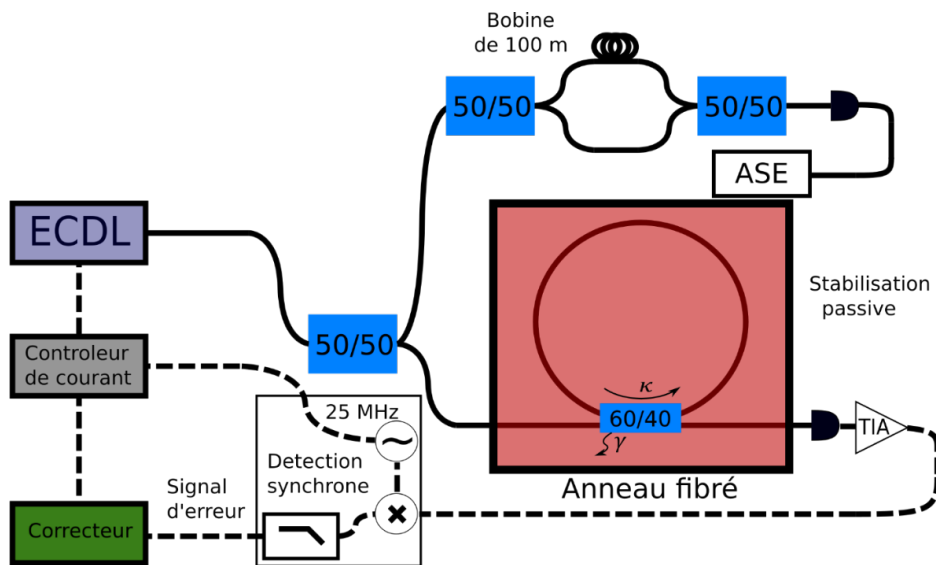


FIGURE 2.7 – Montage expérimental de l’asservissement d’un laser ECDL sur un anneau de fibre de 2 m de long isolée des perturbations acoustiques et des vibrations. 50 % du signal laser est utilisé pour la mesure de bruit de fréquence par le banc hétérodyne présenté au paragraphe 1.1.3.1

2.3.1.3 Résultats

Deux mesures du bruit de fréquence du laser asservi sont réalisées grâce au banc de caractérisation présenté en partie 1.1.3.3. La première mesure (courbe verte figure 2.8) est obtenue avec l'anneau de fibre en dehors de la boîte en bois et sans table de stabilisation et la seconde (courbe bleue figure 2.8) avec ces différents éléments isolant.

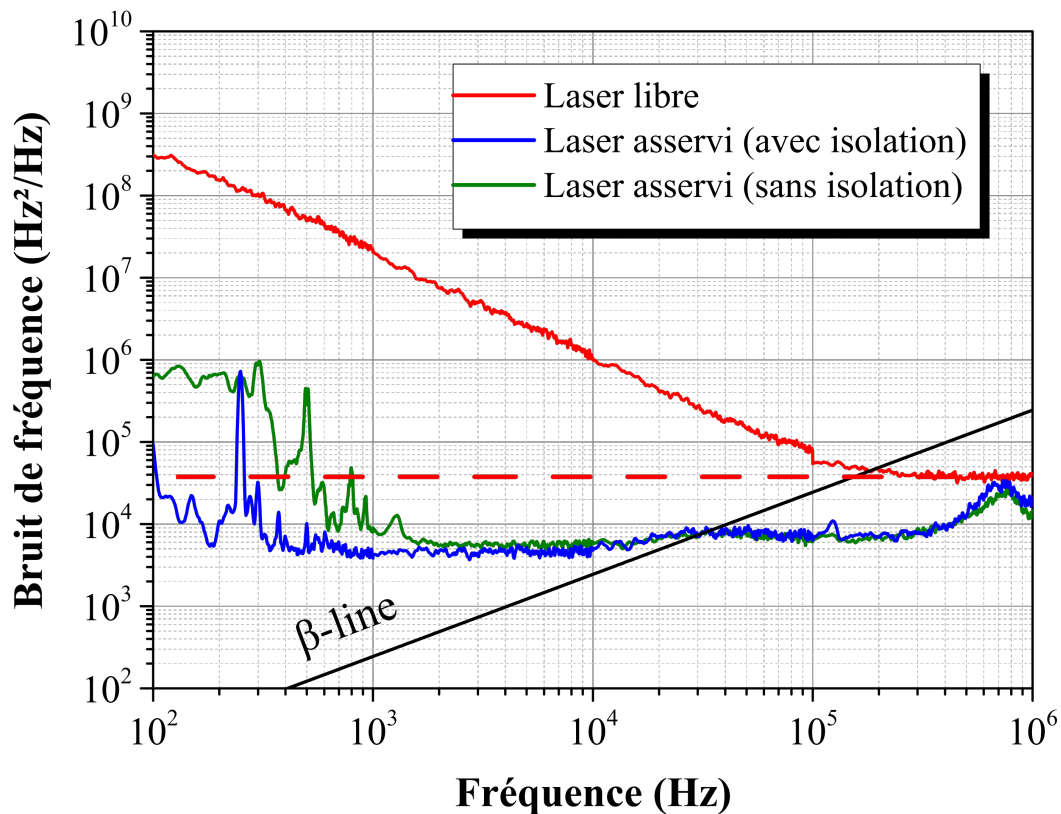


FIGURE 2.8 – Comparaison entre le bruit de fréquence du laser en fonctionnement libre (courbe rouge) et asservi (courbes bleue et verte). La référence est isolée des perturbations extérieures pour la courbe bleue. La courbe pointillée rouge représente le bruit de grenaille prenant en compte les fluctuations dues au facteur de Henry

La première mesure est présentée par la courbe verte de la figure 2.8. Entre 100 Hz et 1 kHz, le bruit de fréquence est assez élevé ($700 \cdot 10^3 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$), mais diminue progressivement jusqu'à atteindre $50 \cdot 10^3 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$, ce qui correspond à une réduction de plus de 30 dB à 1 kHz comparé au laser en fonctionnement libre (courbe rouge figure 2.8). Le bruit de fréquence présente ensuite un niveau constant de 1 kHz à 300 kHz. Il augmente ensuite progressivement jusqu'à rattraper le bruit de fréquence du laser non asservi à 800 kHz.

Cela correspond à la fin de la bande passante de correction de l'asservissement.

La seconde mesure a fait l'objet d'une publication [79] et montre l'importance de l'isolation. En effet, le bruit de fréquence est sensiblement identique à la mesure précédente sur la bande de fréquence 1 kHz-1 MHz, mais le bruit est drastiquement réduit sous 1 kHz. Il subsiste une remontée de bruit centrée en 250 Hz. Ce pic est principalement dû à la ventilation de l'alimentation de la carte PI générant un bruit acoustique. Nous pouvons de nouveau estimer la largeur de raie à l'aide de la β -line et l'on obtient 20 ± 3 kHz pour le laser asservi, soit une réduction de plus d'un facteur 40 par rapport à la largeur de raie de 850 ± 146 kHz du laser en fonctionnement libre. On constate que les résultats que nous avons obtenus sont supérieurs à la simple compensation du bruit technique (courbe pointillée rouge sur la figure 2.8) discutée en partie 1.1.3.3. En effet une partie du bruit blanc a été réduite. Nous supposons qu'une partie du bruit dû au facteur de Henry est compensée.

Considérant nos premières estimations (partie 1.2.3), nous aurions dû observer une pente approximative en $1/f^{-0,8}$ sur la gamme 100 Hz - 100 kHz à la place du plateau. Cette différence souligne d'éventuelles limitations. Afin de les déterminer nous allons réaliser une modélisation de la boucle de contre-réaction.

2.3.2 Modélisation

Dans cette section, nous allons réaliser une modélisation de l'asservissement pour comprendre les résultats que nous avons obtenus. Pour ce faire, nous allons commencer par réaliser une modélisation idéale (sans perturbation et avec une référence parfaitement stable), puis une modélisation plus complète (tenant compte des perturbations, mais toujours avec une référence sans bruit).

2.3.2.1 Modélisation idéale

Nous commençons avec une modélisation simple ce basant sur le schéma bloc présenté partie 1.2.1

Ce schéma bloc figure 2.9 reprend le schéma bloc général en identifiant les différents éléments en fonction de notre configuration.

La commande d'entrée est la fréquence d'une résonance de l'anneau ν_{ref} sur laquelle on souhaite asservir le laser. Le signal que l'on a en sortie est la fréquence du laser après asservissement $\nu_{lock}(t)$.

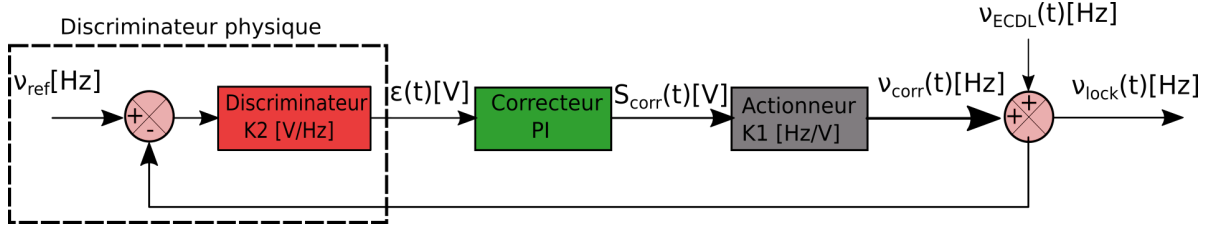


FIGURE 2.9 – Schéma bloc idéal de l'asservissement d'un laser de fréquence libre ν_{ECDL} sur une référence stable de fréquence ν_{ref} .

La comparaison est faite entre les deux signaux grâce au discriminateur de fréquence. Il est important de rappeler qu'il joue 3 rôles. Il fournit la fréquence de référence, l'écart en fréquence du laser asservi à cette référence et transforme cette différence de fréquence en tension à travers le coefficient de discrimination $K2$ en $[V/Hz]$. Ce discriminateur réel que nous appelons discriminateur physique sur la figure 2.9 est détaillé en différents éléments pour réaliser le parallèle avec les équations développées en partie 1.2.1.

Le signal d'erreur en tension $\epsilon(t)$ est ensuite converti en un signal de correction $s_{corr}(t)$ par le bloc de correction qui est ici le correcteur PI.

Le signal de correction en tension est ensuite transmis à un actionneur $K1$, ce dernier représente la capacité de transduction d'une modulation de tension en entrée du laser en modulation de fréquence. La correction $\epsilon(t)$ est ainsi transformée en $\nu_{corr}(t)$. Cette correction vient s'additionner à la fréquence du laser libre $\nu_{ECDL}(t)$ pour donner la fréquence du laser asservi $\nu_{lock}(t)$. Le bruit du laser en fonctionnement libre apparaît comme une perturbation.

Intéressons-nous à la capacité de régulation du système. Pour ce faire, déterminons le gain de boucle ouverte : G_{BO} . Procédons comme dans le chapitre précédent et effectuons le calcul dans le domaine de Fourier. $N_{lock}(\omega)$ et N_{ref} sont donc respectivement la transformée de Fourier de $\nu_{lock}(\omega)$ et ν_{ref} .

$$N_{lock}(\omega) = \frac{K2 C_o(\omega) K1(\omega)}{1 + K2 C_o(\omega) K1(\omega)} N_{ref} + \frac{1}{1 + K2 C_o(\omega) K1(\omega)} N_{ECDL} \quad (2.12)$$

$$G_{BO}(\omega) = K2 C_o(\omega) K1(\omega) \quad (2.13)$$

Avec $C_o(\omega)$ la fonction de transfert du correcteur PI :

$$C_o(\omega) = g \left(P + \frac{1}{Ij\omega} \right) \quad (2.14)$$

Avec g le gain du correcteur, P la valeur du coefficient proportionnel et I la valeur de l'intégrateur. Les valeurs de g , P et I ont été choisies pour obtenir une bande passante de correction de 1 MHz correspondant à la bande passante de notre banc de mesure de bruit de fréquence. Le coefficient K_2 est obtenu grâce à la pente du signal d'erreur comme précisé précédemment.

En première approximation, le coefficient K_1 est une constante, mais lors de la mise en place de l'asservissement il est apparu que cela n'était pas le cas. Nous allons donc dans un premier temps caractériser le coefficient K_1 .

2.3.2.2 Mesure du coefficient K_1 à l'aide de la méthode de sweep-sine

Le K_1 représente la capacité du laser et son alimentation à transformer une variation de tension en une variation de la fréquence du laser. Il est important de connaître sa réponse fréquentielle. Pour ce faire, nous utiliserons une méthode appelée *sweep sine*.

Méthode du *Sweep sine*

Cette méthode permet en une seule acquisition de déterminer la fonction de transfert d'un système. Elle est principalement utilisée en traitement des signaux acoustiques [80,81], mais est également présente dans le domaine optique [82]. La figure 2.10 présente le schéma bloc d'une mesure de la fonction de transfert d'un système de réponse impulsionnelle $h(t)$. Pour cet exemple et sans perte de généralité, le système $h(t)$ est un filtre passe-bas avec 10 Hz de fréquence de coupure.

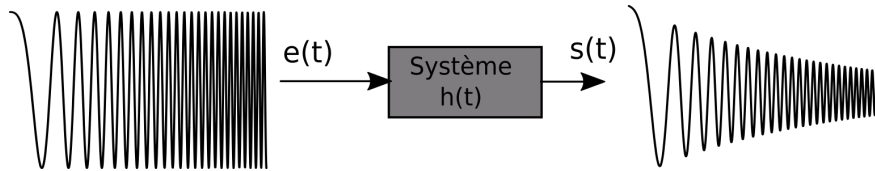


FIGURE 2.10 – Schéma de principe d'une mesure de la fonction de transfert $h(t)$ d'un système

On présente en entrée un signal sinusoïdal $e(t)$ dont la fréquence évolue avec le temps. Différents profils de modulation de la fréquence sont possibles : linéaire, logarithmique, etc. Ce type de signal est appelé *chirped sine*. Le signal en sortie $s(t)$ est la convolution entre la réponse impulsionnelle $h(t)$ et le signal d'entrée $e(t)$ comme défini dans l'équation 2.15. Le passage dans le domaine de Fourier simplifie le calcul.

$$s(t) = h(t) \otimes e(t) \quad (2.15)$$

$$S(\omega) = H(\omega)E(\omega) \quad (2.16)$$

La détermination de la fonction de transfert peut se faire à travers l’équation 2.17

$$H(\omega) = \frac{S(\omega)}{E(\omega)} \quad (2.17)$$

Pour obtenir la fonction de transfert en toutes les fréquences, il faut répéter cette opération pour chaque fréquence que l’on souhaite adresser. Là est l’utilité de la méthode de *sweep sine* car le *chirped sine* contient toutes les fréquences que l’on souhaite adresser. La fonction de transfert du système $H(\omega)$ peut directement être reconstruite à partir des signaux d’entrée et de sortie présentés en figure 2.10. On représente la fonction de transfert obtenue par le diagramme de Bode de la figure 2.11. On retrouve bien la fonction de transfert d’un filtre passe-bas de 10 Hz de fréquence de coupure.

2.3.2.3 Mesure de la réponse fréquentielle du laser à une modulation par l’entrée DC

Pour déterminer la fonction de transfert du laser $K1(f)$, il faut mesurer les variations de fréquence du laser en réponse à une modulation de tension externe. Pour ce faire, nous utiliserons l’anneau comme un discriminateur de fréquence. L’un des flancs d’une résonance de l’anneau de fibre servira de pente D au discriminateur comme le présente la figure 2.12.

Le montage de mesure de la réponse fréquentielle du laser est représenté sur la figure 2.13.

K1 représente le fonctionnement des blocs contrôleur de courant et laser. Un générateur de *chirped sine* envoie un signal en entrée du bloc K1. En sortie du bloc K1, on observe un signal laser modulé en fréquence. Ce signal modulé en fréquence est converti, au passage de l’anneau, en signal modulé en amplitude dont les variations sont directement proportionnelles aux variations de fréquence du laser avec un coefficient D . On peut décrire la sortie du montage comme il suit :

$$S(\omega) = E(\omega) K1(\omega) D \quad (2.18)$$

On peut finalement caractériser $K1(\omega)$ par une mesure de D et une comparaison entre

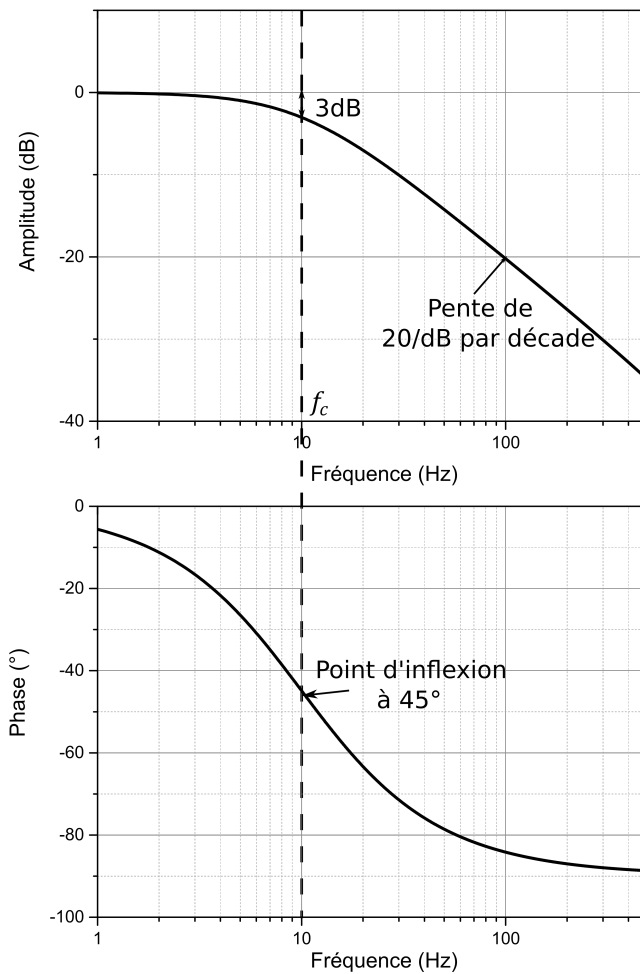


FIGURE 2.11 – Diagramme de Bode reconstruit à partir de la sortie d'un filtre passe-bas d'ordre 1 avec une fréquence de coupure de 10 Hz.

le signal de sortie et le signal d'entrée.

Cependant, ce protocole fonctionne si la fréquence centrale du laser est maintenu en quadrature avec l'anneau de fibre, or le laser est laissé libre pour ne pas influencer la mesure. Le laser est en quadrature avec une résonance de l'anneau sur un intervalle de temps de l'ordre de la seconde. Cela limite le temps d'acquisition et donc la bande de fréquence que l'on peut couvrir avec un seul *chirped sine*. Pour réaliser la mesure sur la bande 100 Hz - 1MHz, nous réalisons une acquisition par décade que nous concaténons.

Le résultat est présenté par les courbes noires sur le diagramme de Bode de la figure 2.14. Grâce au diagramme de Bode, on constate que la réponse en fréquence n'est pas

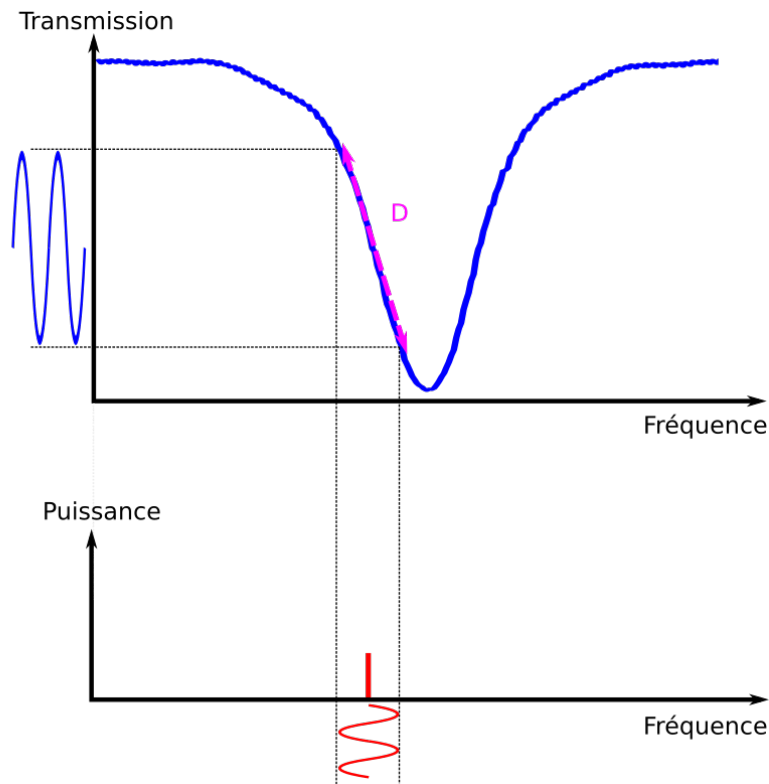


FIGURE 2.12 – Conversion des variations de fréquence d'un laser en variations d'amplitude par l'intermédiaire d'un discriminateur de fréquence de pente D

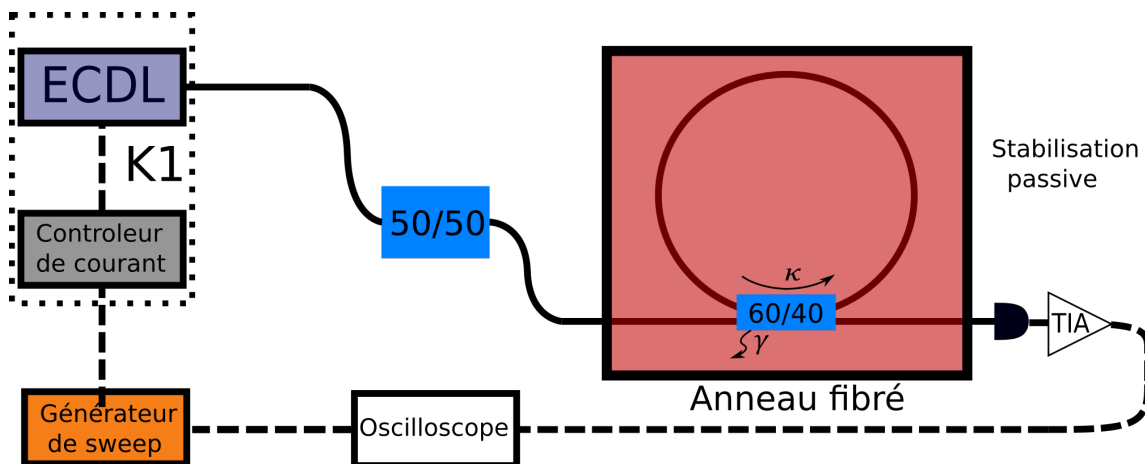


FIGURE 2.13 – Montage expérimental de la mesure de la fonction de transfert du laser

linéaire, mais plutôt un filtre décrit par l'expression 2.19.

Prenons la concaténation de deux filtres agissant sur deux gammes différentes. Le premier agissant sur la plage 100 Hz - 20 kHz avec une fréquence de coupure de 1200 Hz,

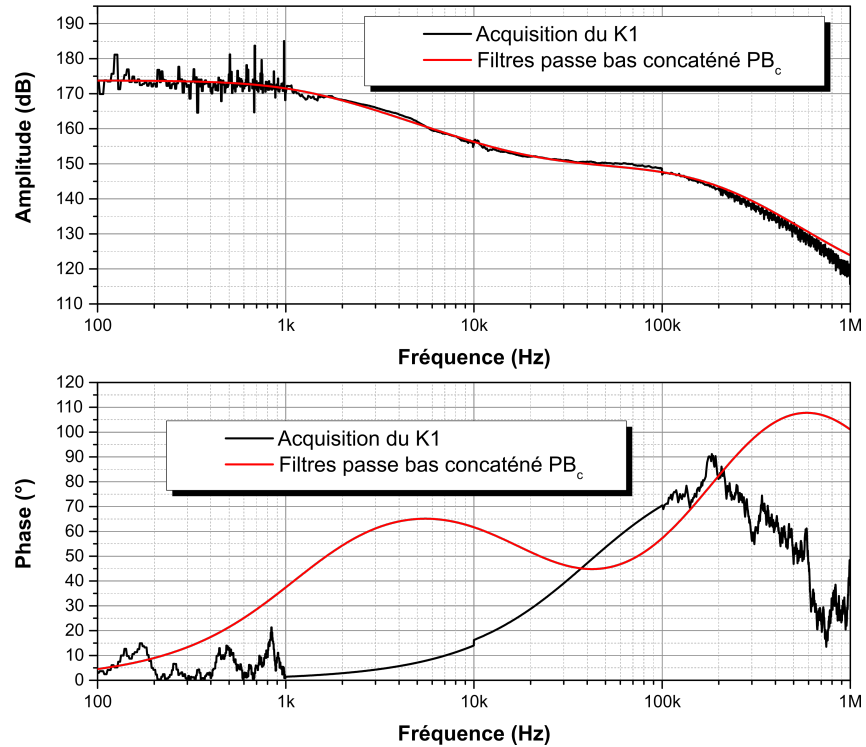


FIGURE 2.14 – Comparaison entre le diagramme de Bode du $K1$ extrait grâce à la méthode du *sweep sine* (courbe noire) et la concaténation de deux filtres du premier ordre $PB_c(\omega)$

$PB_1(\omega)$. Le second agissant sur la plage 20 kHz - 2 MHz avec une fréquence de coupure de 200 kHz, $PB_2(\omega)$. L'expression du filtre concaténé est :

$$PB_c(\omega) = PB_1(\omega) \times PB_2(\omega) = \frac{1 + j\omega/(2\pi \times 20000)}{1 + j\omega/(2\pi \times 1200)} \times \frac{1 + j\omega/(2\pi \times 2000000)}{1 + j\omega/(2\pi \times 20000)} \quad (2.19)$$

Lorsque l'on rajoute ce filtre sur le diagramme de Bode en amplitude (courbe rouge figure 2.14) on observe qu'il y a effectivement un bon accord avec l'acquisition expérimental.

Par contre la phase ne coïncide pas avec la phase expérimentale obtenue. Cela peut être expliqué par la présence d'éléments dans le circuit électrique du laser qui sont purement déphaseurs.

Nous avons maintenant la fonction de transfert de tous les éléments du gain de boucle ouverte $G_{BO}(\omega) = K2 C_o(\omega) K1(\omega)$. Nous pouvons à présent déterminer l'effet de régu-

lation de l'asservissement.

2.3.2.4 Capacité de régulation

Les grandeurs étudiées ici sont des variables aléatoires donc conformément à l'expression 1.49 de la partie 1.2.1 il est possible d'extraire l'expression du bruit de fréquence du laser asservi $S_{\nu_{lock}}(\omega)$ en fonction du bruit de fréquence de la référence $s_{ref}(\omega)$ et du laser non asservi $S_{ECDL}(\omega)$:

$$S_{\nu_{lock}}(\omega) = \left| \frac{G_{BO}}{1 + G_{BO}} \right|^2 s_{ref}(\omega) + \left| \frac{1}{1 + G_{BO}} \right|^2 S_{ECDL}(\omega) \quad (2.20)$$

Deux remarques peuvent être faites suite à l'équation 2.20

- Le terme du bruit de fréquence du laser est pondéré par $|\frac{1}{1+G_{BO}}|^2$. On réduira d'autant plus le bruit de fréquence que le gain de boucle ouverte sera important. Si l'on fait le parallèle avec la partie 1.2.2.1, on remarque que le bruit de fréquence agit comme une perturbation après le correcteur p_{apr} et sera donc corrigé.
- Le terme $s_{ref}(\omega)$ est pondéré par $|\frac{G_{BO}}{1+G_{BO}}|^2$ qui tend vers 1 lorsque le gain de boucle ouverte augmente. Cela implique que le bruit de la référence n'est pas impacté par la boucle de contre-réaction. Le bruit de fréquence du laser ne peut donc pas être inférieur au bruit de la référence. Dans le meilleur des cas, ce dernier est appliqué au laser asservi.

Dans un premier temps, nous considérons le bruit de la référence comme étant négligeable devant le bruit de fréquence, car il s'agit de la référence isolée. L'équation 2.20 se réduit à :

$$S_{\nu_{lock}}(\omega) = \left| \frac{1}{1 + G_{BO}} \right|^2 S_{ECDL}(\omega) \quad (2.21)$$

A partir de cette expression et en utilisant pour $S_{ECDL}(\omega)$ le bruit de fréquence non asservi, la courbe violette de la figure 2.15 est obtenue.

On observe une grande différence entre la courbe théorique en violet et la courbe du laser asservi en bleu.

La fonction de transfert du laser $K1$ se comporte en amplitude comme deux intégrateur du premier ordre. L'intégrateur total que nous obtenons avec la correction est donc un intégrateur d'ordre 2. Nous devrions donc nous attendre à obtenir un pente supérieur à $f^{0.8}$ (cf. partie 1.2.3). Comme le montre la courbe violette et non le plateau que nous observons

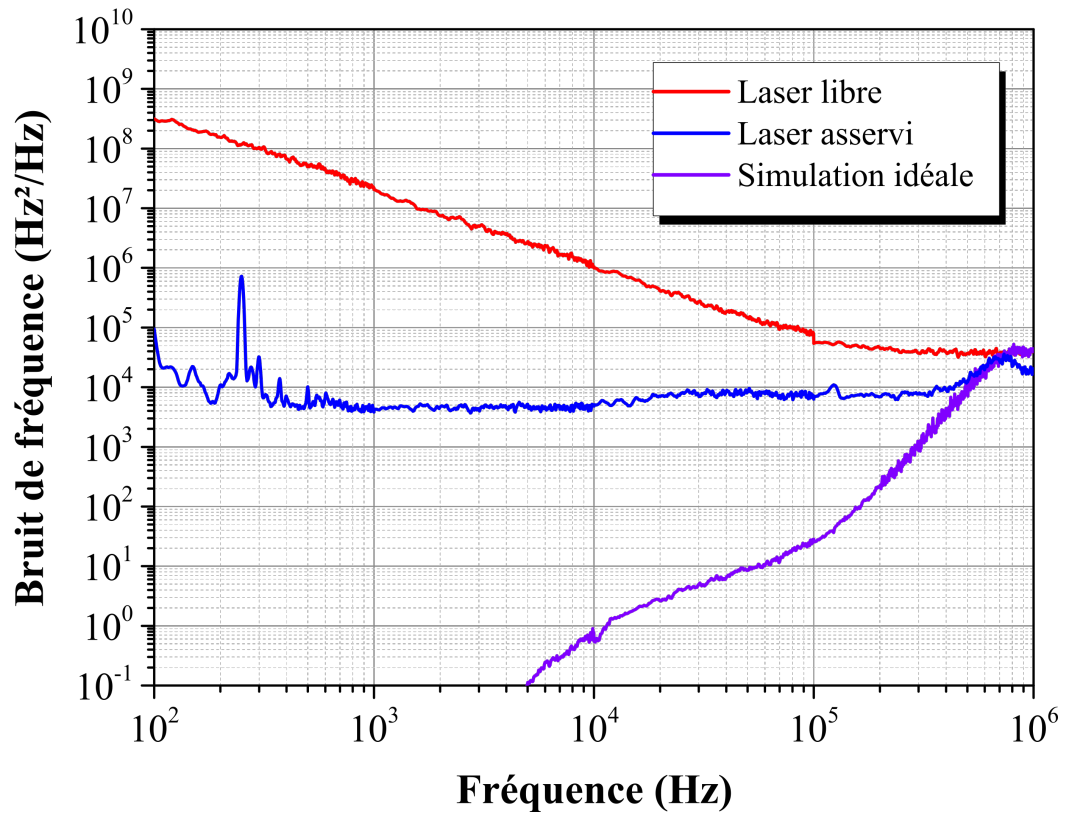


FIGURE 2.15 – Comparaison entre le bruit de fréquence du laser non asservi (courbe rouge), du laser asservi (courbe bleue) et de la simulation idéale du laser asservi (courbe violette)

expérimentalement. Cette différence indique donc l'existence de sources de bruits et de limitations qu'il convient d'identifier.

2.3.2.5 Modélisation de l'asservissement : sources de bruits et limitations

Le schéma bloc de la figure 2.9 considère un fonctionnement idéal. Il faut ajouter différentes sources de bruits et limitations pour le rendre plus réel et expliquer la différence entre la courbe théorique et la mesure. Dans un premier temps, il convient de considérer les limitations des différents éléments électroniques, en effet ils possèdent tous une bande passante de fonctionnement dont il convient de tenir compte. On considère que tous les éléments se comportent comme des filtres passe-bas du premier ordre.

On rajoute également un bruit connu et quantifiable qui est le bruit de grenaille sur la photodiode [83]. Le schéma de la figure 2.16 représente le nouveau schéma bloc de

l'asservissement avec l'ajout du bruit de grenaille juste après le discriminateur.

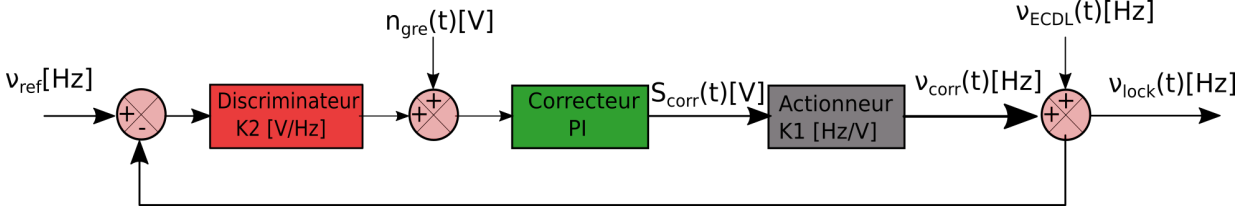


FIGURE 2.16 – . Schéma bloc de l'asservissement d'un laser de fréquence libre ν_{ECDL} sur une référence stable de fréquence ν_{ref} avec ajout du bruit du discriminateur n_{gre}

L'équation décrivant l'asservissement 2.12 devient donc :

$$N_{lock}(\omega) = G_{BO}(\omega)(N_{ref}(\omega) - N_{lock}(\omega)) + \frac{G_{BO}(\omega)}{K2} N_{gre}(\omega) + N_{ECDL}(\omega) \quad (2.22)$$

$$N_{lock}(\omega) = \frac{G_{BO}(\omega)}{1 + G_{BO}(\omega)} \left(N_{ref}(\omega) + \frac{1}{K2} N_{gre}(\omega) \right) + \frac{1}{1 + G_{BO}(\omega)} N_{ECDL}(\omega) \quad (2.23)$$

En considérant les DSP des signaux, l'expression 2.23 se réécrit comme suit :

$$S_{lock}(\omega) = \left| \frac{G_{BO}(\omega)}{1 + G_{BO}(\omega)} \right|^2 \left(s_{ref}(\omega) + \left| \frac{1}{K2} \right|^2 S_{gre}(\omega) \right) + \left| \frac{1}{1 + G_{BO}(\omega)} \right|^2 S_{ECDL}(\omega) \quad (2.24)$$

Les termes $s_{ref}(\omega)$ et $S_{ECDL}(\omega)$ représentent respectivement la DSP du bruit de fréquence de la référence et du laser en fonctionnement libre. Ils sont toujours pondérés par la même quantité que précédemment. Cependant, on remarque qu'identiquement au terme en $s_{ref}(\omega)$ le terme $|1/K2|^2 S_{gre}(\omega)$ n'est pas affecté par la boucle de contre-réaction. Il s'agit d'une perturbation qui intervient avant la correction (P_{ava}), elle sera donc considérée comme une variation de la référence et ne sera pas corrigée. Cela met en lumière une limitation de l'asservissement due au discriminateur de fréquence, que nous détaillerons dans la suite.

2.3.2.6 Bruit du discriminateur

Le schéma 2.17 permet de comprendre l'origine de cette limitation due au discriminateur.

Pour de faibles fluctuations de fréquence, la pente du signal d'erreur (le coefficient K2) n'est pas suffisamment raide pour traduire les fluctuations de fréquence en fluctuations

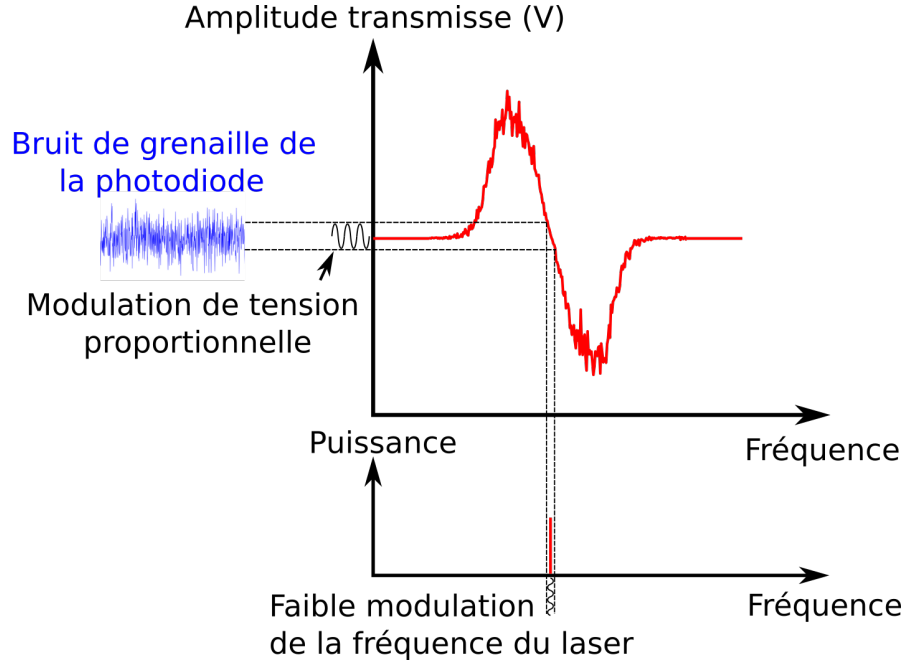


FIGURE 2.17 – . Schéma de la conversion des variations de fréquence en variation d'amplitude par le biais du discriminateur K2. On remarque que pour de faibles variations la conversion aura la même amplitude que le bruit de grenaille de la photodiode.

d'intensité d'amplitude supérieure au bruit de grenaille de la photodiode comme on le montre sur la figure 2.17.

Le bruit du discriminateur $S_{dis}(\omega)$ est décrit par le terme $|1/K2|^2 S_{gre}(\omega)$, composé de deux termes $S_{gre}(\omega)$ qui est la densité spectrale du bruit de grenaille et $|1/K2|^2$ qui représente la fonction de transfert du discriminateur de fréquence. Nous allons dans cette partie expliciter ces termes. Pour comprendre l'origine de ce bruit du discriminateur, il faut suivre les équations du signal en partant du début de la chaîne d'asservissement du signal laser jusqu'au signal d'erreur en entrée du correcteur. Ce développement est fait dans l'annexe A.

L'expression finale du bruit du discriminateur est :

$$S_{dis} = \frac{q\Delta\nu^2}{16SPB_{cav}^2} \left[\frac{1}{T_{max}\beta^2} + \frac{2}{T_{min}} \right] \quad (2.25)$$

Avec un terme dépendant des coefficients de couplage et de perte de la cavité $B_{cav} = ((1 - \kappa) \frac{\sqrt{\kappa_c}}{\sqrt{\kappa - \sqrt{\kappa_c}}})$, $\Delta\nu^2$ la largeur d'une résonance, S la sensibilité de la photodiode, P la puissance en entrée de l'anneau et β l'indice de modulation de la fréquence du laser.

On constate que S_{dis} dépend de la puissance d'entrée de l'anneau, plus la puissance

Variable	Nos travaux	Bailly <i>et al.</i> [76]	Unités
Pertes de la fibres α_f	30	0.15	dB/km
Coefficient de couplage κ	0.6	0.92	-
Pertes du coupleur γ	2.75	0.15	dB
Pertes ponctuelles de l’anneau s	0.2dB	0.6	dB
Sensibilité de la photodiode S	0.15	-	A/W
Indice de modulation β	0.002	-	-

TABLE 2.1 – Comparaison entre les valeurs utilisées pour nos simulations et les valeurs supposées de l’article de Bailly *et al.* [76]

d’entrée sera importante, plus S_{dis} sera faible. Il en va de même avec l’indice de modulation β . Cependant pour ce dernier il est limité par notre détection synchrone et par l’impact de la modulation de courant sur la puissance du laser.

Les autres termes ($\Delta\nu$, B_{cav} , T_{max} et T_{min}) dépendent entièrement de 4 grandeurs caractéristiques de l’anneau que sont :

- κ le coefficient de transmission du coupleur
- γ les pertes du coupleur
- α_f les pertes de la fibre
- s les pertes dues aux soudures dans l’anneau

Les limitations des éléments fibrés dans le bleu se manifestent donc à travers le bruit du discriminateur. En effet, les pertes de coupleur et les pertes de la fibre nous imposent un facteur de qualité de l’ordre de 10^7 , contre des facteurs de qualité de l’ordre de 10^9 qui sont communs à 1550 nm pour de telles applications.

Les valeurs expérimentales (cf. tableau 2.3.2.6) sont donc fournies au modèle donnant $S_{dis} = 4070 \pm 1267 Hz^2 / Hz$. L’erreur ici est majoritairement due à la détermination de l’indice de modulation β .

Il est important de noter que bien que cette limitation soit mentionnée dans la littérature [84–86], elle est souvent ignorée du fait des facteurs de qualité élevés classiquement utilisés pour les références de fréquence.

Prenons par exemple la cavité utilisée par Bailly *et al.* [76]. Elle est fabriquée avec un coupleur 92/8 (92 % de transmission), nous supposons que les pertes de ce coupleur sont comparables aux pertes des coupleurs commerciaux : 0.15 dB. Les pertes ponctuelles internes seront supérieures du fait des différents éléments de la cavité, si l’on prend $s = 0.6$

dB on retrouve le facteur de qualité de 2×10^9 annoncé. Toutes ces valeurs sont comparées dans le tableau 2.3.2.6.

On obtient alors un bruit de fréquence limité par S_{dis} de $0.1 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ que l'on représente par la courbe verte de la figure 2.18. Avant d'atteindre cette limitation, d'autres sources de bruit interviennent dans la boucle de contre réaction telles que les divers bruits électroniques. Lorsque l'on réalise la modélisation en rajoutant le bruit du discriminateur, on obtient la courbe noire de la figure 2.18. La comparaison sur cette même figure des courbes du laser asservi et de la modélisation entre 1kHz et 300 kHz montre une quasi-superposition des deux courbes ce qui indique que dans cette gamme de fréquences, le bruit du discriminateur semble bien être le bruit limitant notre montage d'asservissement. Sous 1kHz nous avons une différence entre la modélisation et la courbe théorique, car le bruit limitant dans cette région est le bruit acoustique dans la fibre [24, 71].

2.3.3 Analyse et conclusion

L'asservissement a réduit le bruit de fréquence de 40 dB aux basses fréquences, comparable aux performances obtenues dans ce type de configuration [76]. Nous avons réussi à produire un laser ayant une largeur de raie estimée à 20 kHz à 10 ms de temps d'intégration. Cette estimation est effectuée en utilisant la méthode de la β -line. L'utilisation de la formule d'Elliot, en intégrant le bruit sur la gamme 100 Hz- 1 MHz, permet d'obtenir un spectre laser (courbe verte figure 2.19) ayant une largeur de raie de 18 kHz, valeur confirmant bien l'estimation faite par la méthode de la β -line.

La figure 2.19 permet la comparaison entre la largeur de raie du spectre lorentzien du laser libre et le spectre du laser asservi. La réduction obtenue, grâce à l'asservissement, est supérieure à celle obtenue par la suppression du bruit technique présenté au paragraphe 1.1.3.3.

Nous avons déterminé deux limitations majeures. La première, aux basses fréquences (inférieures à 1kHz), est une limitation par les perturbations acoustiques et thermiques. Pour réduire cette contribution, la mise en place d'une meilleure isolation de l'anneau de fibre est nécessaire.

Pour des fréquences supérieures à 1kHz, la limitation est liée au discriminateur. Pour réduire cette limitation, une approche simple est l'augmentation de la pente K2 du discriminateur.

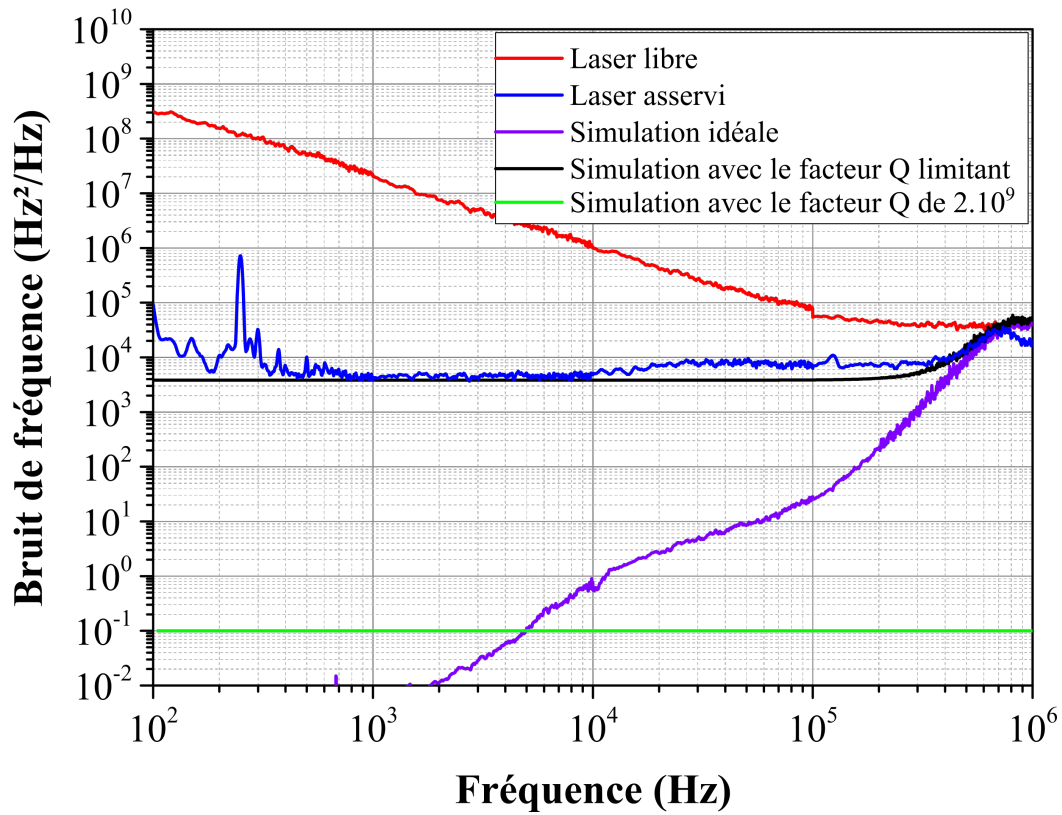


FIGURE 2.18 – Comparaison entre le bruit de fréquence du laser non asservi (courbe rouge), du laser asservi (courbe bleue), de la simulation idéale du laser asservi (courbe violette) et de la simulation tenant compte du bruit du discriminateur (courbe noire). La courbe verte représente le bruit du discriminateur dans le cas de la référence présentée par Bailly *et al.* [76].

2.3.4 Optimisation de la référence

L'objectif est de déterminer quelles sont les variables les plus influentes sur le bruit du discriminateur afin d'optimiser les performances de la référence de fréquence. Pour ce faire, nous allons observer les variations de S_{dis} en fonctions de deux paramètres de la cavité κ , le coefficient de transmission et γ , le coefficient de pertes du coupleur. Nous avons choisi ces deux paramètres, car ce sont ceux qui décrivent le coupleur utilisé pour la réalisation de l'anneau.

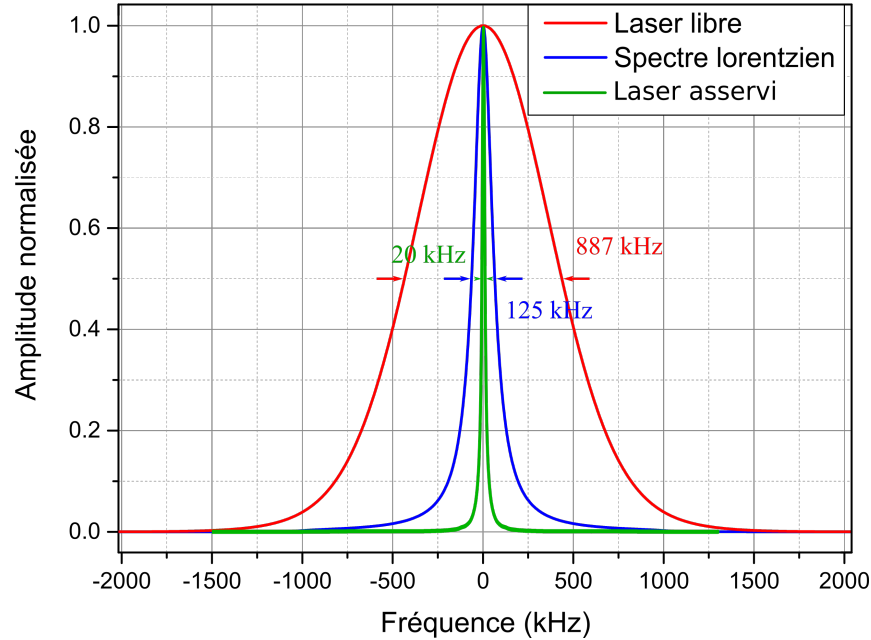


FIGURE 2.19 – Comparaison entre les spectres du laser en fonctionnement libre (rouge), lorentzien (bleue) et du laser asservi (vert)

2.3.4.1 Dépendance en fonction du coefficient des pertes

Nous allons donc observer dans un premier temps la variation de $S_{dis}(\omega)$ en fonction de γ .

La figure 2.20 représente la variation de $S_{dis}(\omega)$ en fonction de γ pour une valeur de κ de 0.24. La valeur de 0.24 a été choisie arbitrairement pour permettre une bonne visualisation graphique, d'autres valeurs apportent les mêmes conclusions que celle que l'on présentera par la suite. Les valeurs des autres paramètres sont celles du tableau 2.3.2.6. La courbe du bruit du discriminateur (courbe bleue) n'est pas croissante, mais présente un minimum en $\gamma = 0.678$ correspondant à $\kappa_c = 0.24$.

Pour comprendre l'origine de ce minimum, nous traçons sur la même figure le contraste $(T_{max} - T_{min})/T_{max}$ (courbe noire). On constate alors que lorsque $S_{dis}(\omega)$ est minimal le contraste est maximal. Ce cas s'exprime également par la condition $\kappa = \kappa_c$ soit le couplage critique.

Il semblerait que la condition de couplage critique soit la plus importante pour obtenir un bruit de discriminateur le plus faible possible.

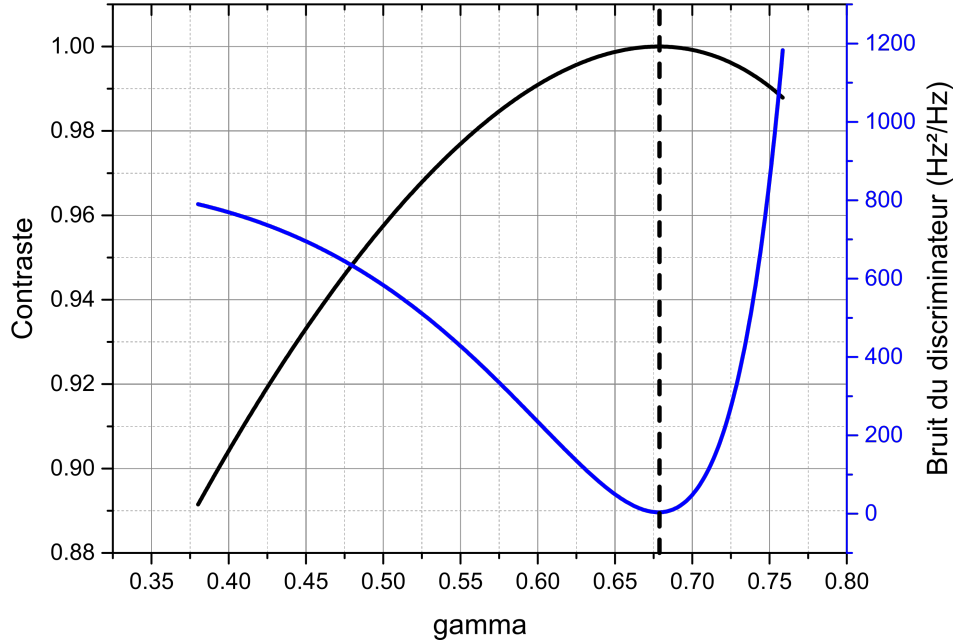


FIGURE 2.20 – Évolution de $S_{dis}(\omega)$ (courbe bleue) et du contraste (courbe noire) en fonction des pertes du coupleur γ pour $\kappa = 0.24$. La délimitation en pointillée signale la valeur où les extrema des courbes coïncident, $\gamma = 0.678$ soit $\kappa_c = 0.24$

2.3.4.2 Dépendance en fonction du coefficient de transmission

Pour vérifier l'hypothèse sur le couplage critique, on trace à présent le contraste et $S_{dis}(\omega)$ en fonction de κ pour $\gamma = 0.7$ ($\kappa_c = 0.22$). Le résultat est présenté sur la figure 2.21. On constate alors qu'il y a bien une coïncidence entre le minimum de $S_{dis}(\omega)$ et le maximum du contraste en $\kappa = 0.22$.

On peut conclure de ces observations que l'optimisation de la référence se fait en atteignant en priorité le couplage critique. Ce qui amène des constatations pouvant sembler contre-intuitives. En effet, dans le cas où l'on a $\kappa > \kappa_c$ il faut augmenter les pertes dans la cavité.

Pour des cavités étant quasiment au couplage critique, il nous faut un autre paramètre de discrimination.

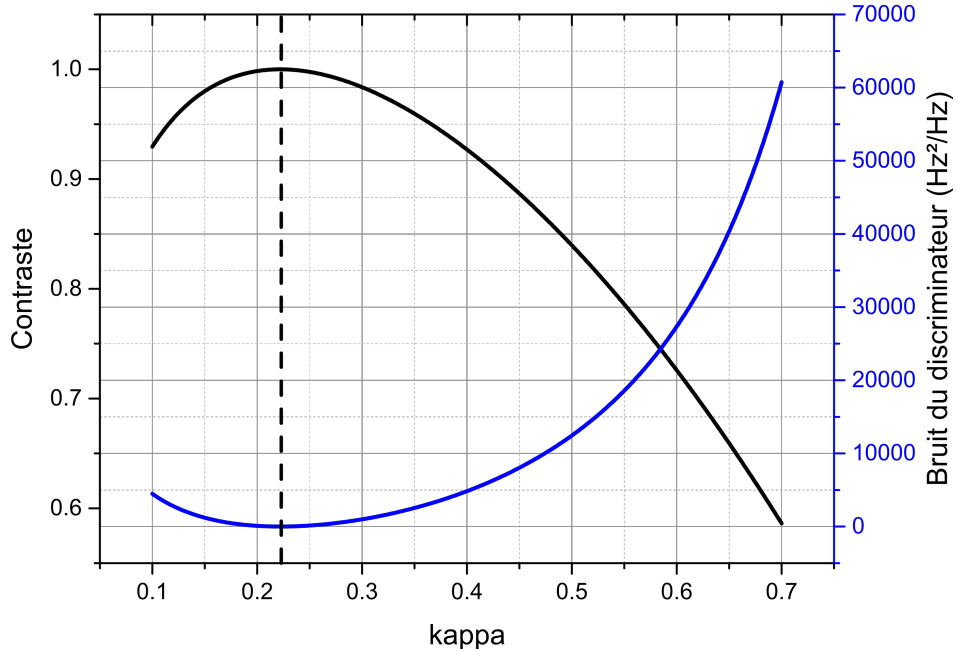


FIGURE 2.21 – Évolution de $S_{dis}(\omega)$ (courbe bleue) et du contraste (courbe noire) en fonction de la transmission du coupleur κ pour $\gamma = 0.7$ ($\kappa_c = 0.22$). La délimitation en pointillée représente la valeur pour laquelle les extrema des courbes coïncident, $\kappa = 0.22$.

2.3.4.3 Dépendance en fonction du facteur de qualité

Lorsque l'on possède plusieurs références avec des transmissions minimums comparables, il faut pouvoir les différencier. Pour ce faire, nous choisissons de représenter le bruit du discriminateur en fonction de la largeur de raie d'une résonance pour des transmissions comprises entre 0.02 et 0.03. Il s'agit de la courbe présentée sur la figure 2.22.

On constate que la limitation augmente lorsque la largeur de raie augmente. Il faut donc privilégier une référence avec de faible largeur de raie pour minimiser la limitation du bruit de fréquence.

Lorsque l'on choisit une référence pour effectuer un asservissement, il faut donc commencer par privilégier les références les plus proches du couplage critique et ensuite sélectionner celles qui possèdent le facteur de qualité le plus élevé.

En effet, l'augmentation du contraste a pour effet d'augmenter l'écart entre le maximum et le minimum du signal d'erreur comme le présente la figure 2.23. Cette augmentation se répercute directement sur la pente qui devient plus importante et permet à des

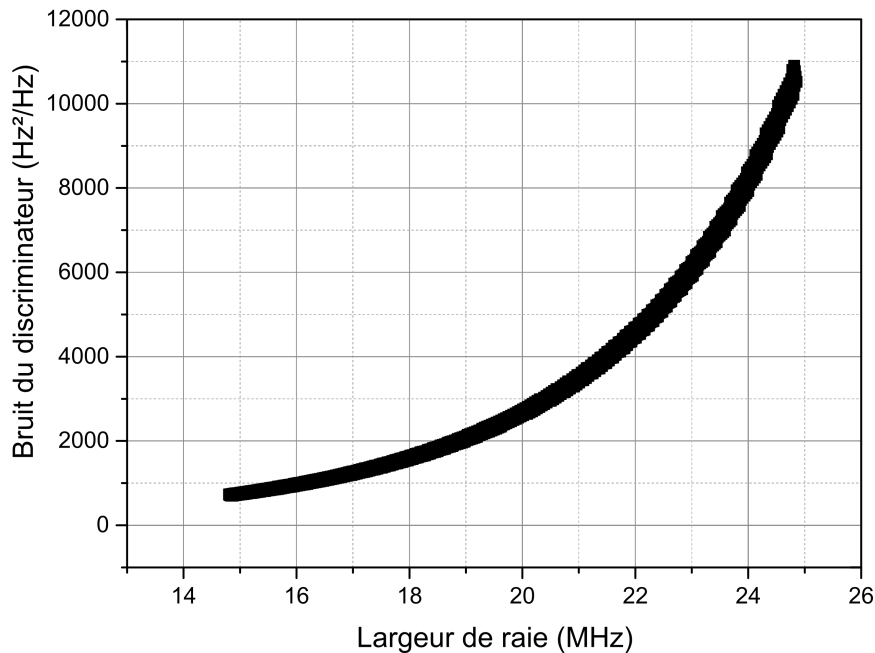


FIGURE 2.22 – Évolution de $S_{dis}(\omega)$ en fonction de la largeur de raie pour des transmissions comprises entre 0.02 et 0.03

variations plus faibles de sortir du bruit de grenaille de la photodiode comme le présente la figure 2.23.

L'augmentation du facteur de qualité a pour effet de réduire la largeur de raie de la référence et donc de diminuer l'écart fréquentiel entre le minimum et le maximum du signal d'erreur comme le présente la figure 2.24. Cela a également pour effet d'augmenter la pente du discriminateur.

Pour améliorer les performances de notre asservissement, il nous faudrait des composants présentant moins de pertes ou un contrôle fin des pertes dans la cavité. Ne possédant pas les éléments nécessaires, il nous faut une autre référence. Or nous avons vu que la limitation réside principalement dans l'obtention d'un couplage critique. Il est possible, mais complexe de créer un nouvel anneau avec le protocole mis en place. Cependant, il existe un type de résonateur qui permet un contrôle fin sur le régime de couplage et qui présente des facteurs de qualité importants dans nos fréquences d'intérêt (jusqu'à 10^9 à 446.5 nm [19]) et permettant une intégration. Il s'agit des résonateurs à modes de galerie.

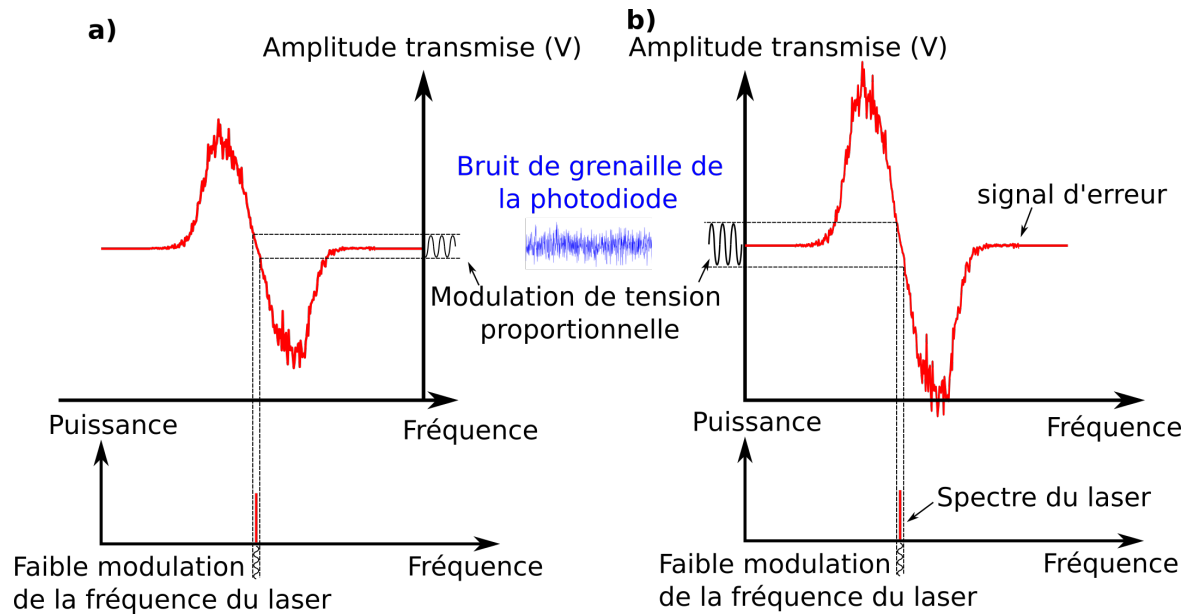


FIGURE 2.23 – Comparaison de la conversion des variations de fréquence par le discriminateur K2 pour deux références. La référence a) présente un contraste inférieur à la référence b)

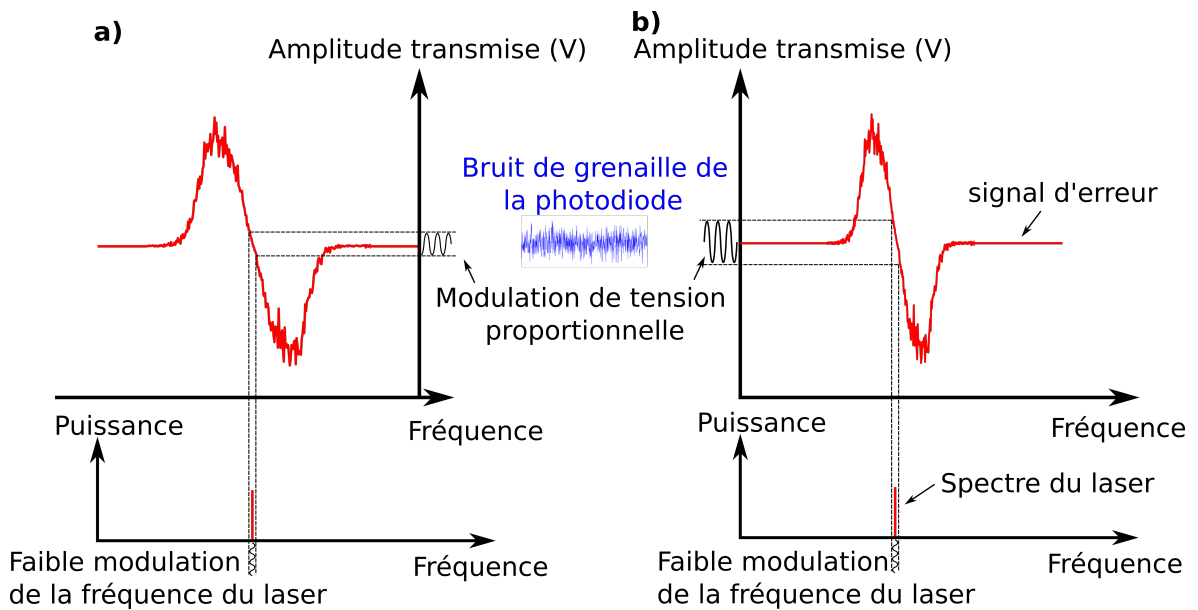


FIGURE 2.24 – Comparaison de la conversion des variations de fréquence par le discriminateur K2 pour deux références. La référence a) présente un facteur de qualité inférieur à la référence b)

Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons introduit plusieurs notions importantes sur le bruit de fréquence des lasers. En particulier, nous avons mis l'accent sur la représentation spectrale du bruit et de l'importance des bruits d'origines techniques ($1/f$ et $1/f^2$) dans la limitation de la largeur de raie.

Nous avons ensuite mis en place un banc homodyne basé sur un interféromètre de Mach-Zehnder permettant la caractérisation du bruit de fréquence d'un laser dans la gamme 400-680 nm. Ce banc présente de nombreux avantages comparés aux bancs présentés dans la littérature. Le rapport signal à bruit est supérieur grâce à une moyenne des mesures. De plus sa bande passante (de 100 Hz à 1 MHz) est parmi les plus importantes. Une optimisation de sa bande passante aux basses fréquences est possible en améliorant l'isolation de la bobine de fibre. Ce banc de caractérisation a bien confirmé que le bruit d'origine technique est responsable de la majorité du bruit en basse fréquence (<100 kHz) et donc de la largeur de raie, que nous estimons à 887 kHz à 10 ms. Nous nous sommes fixés comme objectif de réduire ce bruit d'origine technique afin d'obtenir la largeur de raie intrinsèque du laser soit de réduire la largeur de raie à 125 kHz.

Pour réaliser cela nous avons décidé d'utiliser l'asservissement opto-électronique en *top-of-fringe* sur une référence de fréquence. La référence que nous avons choisie est un anneau de fibre ayant des résonances de 18 MHz de large et un ISL de 103 MHz avec une transmission minimale de 0.03. L'asservissement que nous avons mis en place nous a permis de compenser les bruit techniques. En effet, nous obtenons une largeur de raie laser de 20 kHz soit une réduction d'un facteur 40. Nous avons réduit une partie du bruit blanc dans la gamme 100 Hz - 800 kHz obtenant ainsi une largeur de raie inférieur à la largeur de raie lorentzienne du laser en fonctionnement libre (125 kHz). Cependant, la forme du bruit de fréquence obtenue avec l'asservissement ne correspond pas aux prévisions que nous avons faites et présente un bruit blanc important sur la zone 100 Hz - 100 kHz. Nous avons déterminé, à l'aide d'une modélisation complète de la boucle d'asservissement, que la correction du bruit de fréquence est limitée par le bruit du discriminateur. Plus précisément par le bruit de grenaille de la photodiode. Nous avons déterminé l'expression du bruit du discriminateur et à l'aide d'une analyse sur cette expression nous avons déterminé une méthode d'optimisation de la référence de fréquence pour un asservissement en *top-of-fringe* ou PDH.

Pour obtenir les meilleures performances en termes de réduction de bruit, il est important pour la référence d'atteindre le couplage critique. Une fois le couplage critique

atteint, il faut favoriser les références ayant le plus haut facteur de qualité.

Dans notre étude, il est complexe de sa rapprocher davantage du couplage critique, car cela demande un contrôle fin des pertes de la cavité. Il est également complexe au vu des pertes des composants fibrés dans le bleu d'augmenter le facteur de qualité.

DEUXIÈME PARTIE

**Sources cohérentes de lumière à base
de microrésonateurs à modes de
galerie**

FABRICATION ET DESCRIPTION DE RÉSONATEURS À MODES DE GALERIE DE HAUT FACTEUR DE QUALITÉ

Parmi les différentes morphologies de résonateurs supportant des modes de galerie, nous avons choisi de travailler avec les résonateurs emblématiques que sont les microsphères [87, 88]. Leur fabrication est simple et permet d'obtenir des résonateurs à partir d'un échantillon de verre ou de fibre. Elle permet également un choix de matériaux vaste nous permettant ainsi de tirer profit des développements des fibres industrielles. Nous traiterons de résonateurs non intégrés pour avoir une liberté dans le couplage des modes de galeries. Enfin, les équations décrivant la propagation des modes dans les sphères sont bien connues depuis des décennies [89] et sont complètes.

Ce travail de recherche est complémentaire avec les résonateurs intégrés tels que des tores [90, 91] ou les goulots de bouteille [92]. Il en va de même pour les résonateurs nécessitant une importante étape de polissage tels que les disques [87, 88].

Après quelques éléments théoriques, nous aborderons la fabrication et la caractérisation des sphères.

3.1 Résonateurs à modes de galerie

3.1.1 Approche géométrique

Une première approche simple permet de donner une bonne intuition de la propagation des modes de galerie dans les sphères. On se place dans le cadre de l'approximation géométrique : le rayon de la sphère r est donc supposé grand devant la longueur d'onde. Cette approche simple permet de déduire quelques propriétés intéressantes des résonateurs à modes de galerie. Une description complète et rigoureuse nécessite la résolution du

problème électromagnétique en partant des équations de Maxwell. Ce n'est pas l'objectif ici, pour une description plus complète, le lecteur consultera les références [32, 93, 94].

Considérons une sphère d'un matériau d'indice N et de rayon r placé dans l'air. Supposons un rayon lumineux se propageant à l'intérieur de la sphère par réflexions totales internes successives comme décrit sur la figure 3.1(a). Du fait de la symétrie sphérique, tous les angles de réflexion i sont les mêmes et obéissent à la condition $i > i_c = \arcsin(1/N)$. Tous les faisceaux ayant un angle d'incidence compris entre i_c et $\pi/2$ seront piégés dans la sphère. La propagation des ondes est donc confinée entre la surface de la sphère et une "surface interne" (formée par la caustique) de rayon $r_c = r \cos(\pi/2 - i)$ en pointillés sur la figure 3.1(a).

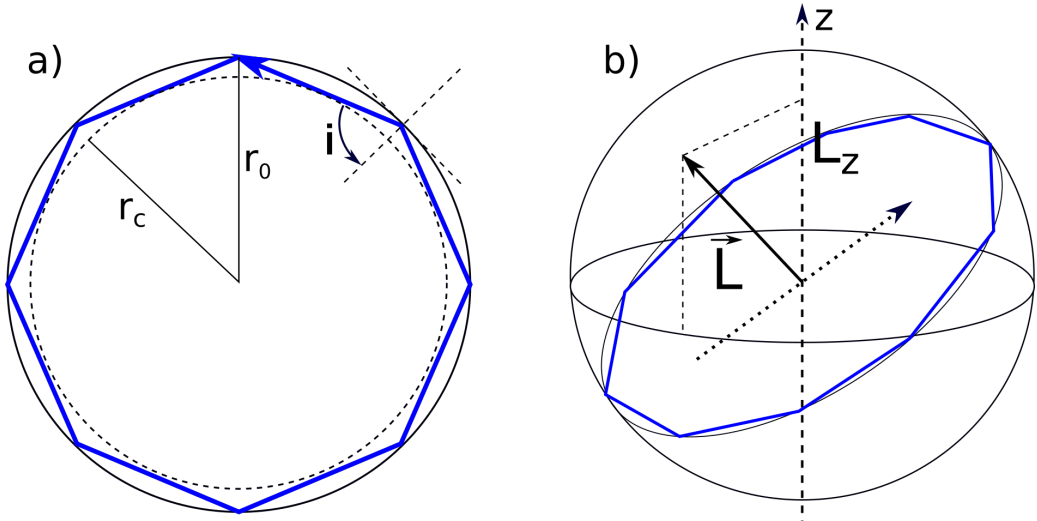


FIGURE 3.1 – Schéma de la propagation d'un mode de galerie dans un résonateur sphérique. a) Rayon lumineux se propageant par réflexion totale entre la surface de la sphère (de rayon r) et une caustique (de rayon r_c), b) Moment angulaire L associé au champ se propageant dans un mode de galerie.

En considérant une incidence rasante ($i \approx \pi/2$), la distance parcourue par le rayon lumineux sur un tour est équivalente au périmètre de la sphère. Pour qu'il y ait interférence constructive sur un tour de la cavité, il faut que le chemin optique comporte un nombre entier de longueurs d'onde. Une condition sur la longueur d'onde apparaît :

$$2\pi r \approx \frac{\ell \lambda_0}{N} \quad (3.1)$$

Avec ℓ un nombre entier positif représentant le nombre de réflexions subies par le rayon lumineux sur un tour. On peut introduire le paramètre de taille x défini comme étant le

rapport entre le périmètre de la sphère et la longueur d'onde :

$$x = \frac{2\pi r}{\lambda_0} \quad (3.2)$$

l'expression 3.1 peut ainsi être réécrite : $x = \frac{\ell}{N}$.

Si l'on considère maintenant une approche corpusculaire, un photon d'un mode de galerie possède un mouvement circulaire à une distance r du centre de la sphère. Son mouvement angulaire \vec{L} est perpendiculaire au plan de propagation du mode, comme montré sur la figure 3.1(b). Ce mouvement s'exprime comme le produit du rayon r par l'impulsion du photon $p = \hbar k$.

$$|\vec{L}| = \hbar \frac{2\pi N r}{\lambda_0} = \hbar x N \quad (3.3)$$

Par identification entre les équations 3.2 et 3.3 on constate que, au facteur \hbar près, ℓ n'est pas simplement le nombre de réflexions, mais peut également être vu comme la norme du mouvement angulaire. Ce moment angulaire est donc nécessairement quantifié.

De cette approche simple, on peut tirer plusieurs propriétés importantes :

- Les modes optiques seront fortement confinés spatialement.
- Le confinement étant dû au phénomène de réflexion totale interne, les seules pertes seront dues à l'absorption du matériau, à l'état de surface ainsi qu'à la diffraction. Dans le cas d'une sphère parfaite fabriquée avec un matériau transparent, les pertes seraient limitées uniquement par la diffraction (ce sont des pertes très faibles comme nous le verrons par la suite 3.1.3). On peut donc s'attendre à obtenir des résonances fines spectralement.
- À une différence de valeur de ℓ , l'ISL d'une famille de modes est environ : $\frac{c}{2\pi N r}$, pour de petites sphères cela signifie un très grand ISL (pour une sphère de 100 μm de rayon, on obtient un ISL de plus de 300 GHz). Notons également qu'un grand ISL et une faible largeur de raie impliquent une grande finesse.

3.1.2 Résonances pour une sphère parfaite

Pour nos applications, il est nécessaire de connaître la position des résonances dans les sphères. Nous nous appuyerons sur l'approximation dite de l'eikonale développée dans ces références [32, 93, 94]. Cette approximation est faite pour des paramètres de taille

supérieure à 100. Nous travaillons avec des sphères ayant un diamètre de 275 μm de diamètre à 420 nm. Cela amène un paramètre de taille supérieur à 2000, l'approximation est donc valable. Elle décrit la propagation du champ dans la sphère.

Le champ a un mouvement angulaire caractérisé par ℓ . Les projections de ce mouvement angulaire sur l'axe z définissent un nombre quantique m qui est donc compris en $-\ell$ et ℓ .

Le champ a également un mouvement radial d'oscillation entre deux surfaces : une caustique interne (de rayon r_c) et la surface de la sphère (r). Le nombre quantique n représente le nombre de maxima de cette oscillation. Pour être plus complet, il faut considérer que la réflexion totale se fait à une distance $r_{eff} = r + \delta_p$ avec δ_p une correction apportée par l'effet Goos-Hänchen [95]. Pour une sphère plongée dans l'air, δ_p est donné par l'équation suivante :

$$Nk_0\delta_p\cos(i) = \frac{\pi}{2} - \Theta_p \quad (3.4)$$

Où Θ_p est défini à partir de l'expression 3.5.

$$\tan(\Theta_p) = \frac{\sqrt{N^2\sin(i)^2 - 1}}{P\cos(i)} \quad (3.5)$$

Avec $P = 1/N$ pour une polarisation TE et $P = N$ pour une polarisation TM.

Tous les modes sont caractérisés par une polarisation (TE ou TM) et 3 nombres : n le nombre radial, ℓ le moment angulaire orbital et m sa projection. Dans les sphères parfaites, il n'y a pas d'axe de symétrie privilégié, le nombre quantique m n'a alors pas d'influence sur la position des résonances.

De par la condition de réflexion totale interne, le rayon de la caustique varie de r_{eff} à r_{eff}/N . Cela limite les valeurs possibles pour ℓ :

$$x_{eff} - \frac{1}{2} < \ell < Nx_{eff} - \frac{1}{2} \quad (3.6)$$

Dans notre cas, ℓ varie entre 2055 et 3003. On peut également remarquer que n est encadré :

$$0 < n - \frac{1}{4} < \frac{1}{\pi}(\ell + 1) \left(\sqrt{N^2 - 1} - \arccos\left(\frac{1}{N}\right) \right) \quad (3.7)$$

Pour notre étude, n sera compris entre 1 et 237. Pour des modes fortement confinés (n faible, ℓ important), la fréquence du mode n, ℓ , $\nu_{n,\ell}$ peut être approximée par :

$$\frac{2\pi N r \nu_{n,\ell}}{c} \approx \ell + 1/2 + \left(\frac{\ell + 1/2}{2}\right)^{1/3} \left[\frac{3\pi}{2}\left(n - \frac{1}{4}\right)\right] - \frac{P}{\sqrt{N^2 - 1}} + \dots \quad (3.8)$$

Cette fréquence permet de calculer l'indice effectif des modes, utile par la suite pour réaliser l'accord de phase entre le mode de propagation du guide d'accès et le mode que l'on souhaite exciter.

Finesse et facteur d'exaltation

L'expression précédente 3.8 permet de faire quelques remarques sur le spectre des modes de galerie.

Par analogie avec une cavité Fabry-Perot, on définit un ISL qui correspond à la différence entre deux résonances ℓ et $\ell + 1$, pour la même polarisation et la même valeur de n . Cet $ISL_{n,\ell}^{TE,TM}$ s'exprime comme il suit :

$$ISL_{n,\ell}^{TE,TM} = \nu_{n,\ell+1}^{TE,TM} - \nu_{n,\ell}^{TE,TM} = 1 + \frac{3\pi}{2}\left(n - \frac{1}{4}\right)^{2/3} \left[\left(\frac{\ell + 3/2}{2}\right)^{1/3} - \left(\frac{\ell + 1/2}{2}\right)^{1/3} \right] \quad (3.9)$$

On constate qu'il ne s'agit pas d'un simple ISL, mais d'un pseudo-ISL qui varie en fonction de la valeur de ℓ et n . Cependant, compte tenu des valeurs importantes de ℓ en première approximation, nous prendrons le pseudo-ISL comme étant :

$$ISL = \nu_{n,\ell+1} - \nu_{n,\ell} \approx \frac{c}{2\pi N r} \quad (3.10)$$

La finesse d'un résonateur est définie comme le rapport entre l'intervalle spectral libre (ISL) de la cavité et la largeur de raie d'une résonance. J.B Ceppe [94] exprime la largeur de raie pour des résonateurs à modes de galerie par l'expression 3.11.

$$\delta_\nu = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (3.11)$$

Avec τ le temps de vie des photons dans la cavité. Cette expression sera également démontrée par la suite dans la partie 3.2.1.

L'expression de la finesse à laquelle nous aboutissons est :

$$\mathcal{F} = \frac{c\tau}{2Nr} = \frac{\lambda}{2\pi Nr} Q \quad (3.12)$$

Le facteur d'exaltation peut s'exprimer en fonction de la finesse comme cela est fait par J.B Ceppe [94] :

$$\mathcal{E} = \frac{2}{\pi} \mathcal{F} \quad (3.13)$$

En considérant des résonateurs avec des facteurs de qualités de l'ordre de 10^8 (un ordre de grandeur de plus que la cavité fibrée traitée dans le chapitre précédent 2.2.3), les finesesses sont de l'ordre de 10^5 , bien supérieures à la valeur de finesse de 5 de la cavité en anneau. Cette valeur de finesse est très intéressante pour plusieurs raisons. La première est que le facteur d'exaltation est directement proportionnel à la finesse, donc la puissance à l'intérieur de la sphère peut être très importante même avec de faibles puissances d'entrée.

L'autre concerne l'utilisation de la sphère en tant que référence, la méthode PDH (présenté en partie 1.2.4) nécessite des finesesses importante [64] pour être mise en place.

Volume de modes

Le volume de mode permet de quantifier le confinement de la lumière à l'intérieur de la sphère. Il est défini comme le rapport entre la densité d'énergie $w(r)$ intégrée sur tout l'espace et son maximum dans la sphère :

$$\frac{\iiint w(r) d^3r}{w_{max}} \quad (3.14)$$

Pour une onde caractérisée par les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} , la densité énergétique $w(r)$ est exprimée par :

$$w(r) = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon(r)}{2} |E(r)|^2 + \frac{1}{2\mu_0} |B(r)|^2 \right) \quad (3.15)$$

F.Treussart [93] a montré qu'une bonne évaluation du mode volume du mode fondamental ($n=1, \ell=m$) était donnée par :

$$V_{eff} = \left(\frac{\lambda}{2\pi N} \right)^3 2\pi^2 \ell^{11/6} \times 0.8086 \quad (3.16)$$

Pour une sphère de $275 \mu m$ de diamètre à $420 nm$, on trouve un volume de $3590 \mu m^3$ pour le mode fondamental. Ce qui, comparé avec le volume de la sphère ($11 \times 10^6 \mu m^3$), représente 0.03%. L'intuition que nous avons sur le fort confinement de la lumière est donc bien vérifiée. Cela, couplé avec le facteur d'exaltation important, mène à de fortes densités de puissance à l'intérieur de la sphère.

3.1.3 Facteur de qualité intrinsèque

Le champ se propageant dans la sphère est obligatoirement soumis à des pertes. Pour qualifier ces pertes, nous introduisons le facteur de qualité :

$$Q = \omega_0 \frac{\text{énergie stockée}}{\text{puissance dissipée}} \quad (3.17)$$

Pour des résonateurs à hautes finesses (supérieures à 10), on peut séparer ce facteur de qualité en une contribution intrinsèque (uniquement lié à la sphère isolée) et une contribution du coupleur. Le facteur de qualité du coupleur (externe) peut être modifié par l'ajustement du couplage. Nous nous intéressons donc au facteur de qualité intrinsèque.

Ce facteur de qualité est composé de différentes contributions. Au cours de sa propagation, l'énergie du champ est atténuée, d'où l'équation suivante : $I(L_{att}) = I(0)e^{-\alpha L_{att}}$ avec L_{att} la longueur caractéristique de l'atténuation et α les pertes en nepers par mètre. À partir de cette expression, introduisons le temps caractéristique d'atténuation τ_{att} défini par $\tau_{att} = L_{att}/(c/N)$. Le facteur de qualité peut être réécrit par :

$$Q_0 = \omega_0 \tau_{att} = \frac{2\pi N}{\lambda_0 \alpha} \quad (3.18)$$

Le terme d'atténuation α est la somme de plusieurs contributions :

$$\alpha = \alpha_{diff} + \alpha_{eau} + \alpha_{mat} + \alpha_{surf} \quad (3.19)$$

On obtient, des deux équations précédentes 3.18 et 3.19, une expression du facteur de qualité intrinsèque en fonctions de divers facteurs de qualité :

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{diff}} + \frac{1}{Q_{eau}} + \frac{1}{Q_{mat}} + \frac{1}{Q_{surf}} \quad (3.20)$$

Nous allons par la suite chercher à déterminer l'impact quantitatif qu'ont ces différentes contributions au facteur de qualité de la sphère isolée. Notre cas d'étude est une sphère de silice d'environ 275 μm de diamètre.

Pertes par diffraction : Q_{diff}

α_{diff} est le terme de pertes liées à la courbure de la sphère. Il correspond à la fuite d'énergie à travers la barrière de potentiel due à la différence entre l'indice de la sphère

et le milieu environnant. C'est le facteur de qualité qui représente le cas d'une sphère "idéale" : faite d'un matériau parfaitement transparent et sans aucune imperfection de surface. Toujours dans le cadre de l'approximation eikonale F.Treussart [93], exprime le facteur de qualité de diffraction, en fonction de l'amortissement de la partie évanescente du champ dans la barrière de potentiel. En fonction du paramètre de taille x , Q_{diff} s'estime comme :

$$Q_{diff} = x \exp \left[2 \left(\ell + \frac{1}{2} \right) g \left(\frac{x}{\ell + \frac{1}{2}} \right) \right] \quad (3.21)$$

Avec $g(y) = -\sqrt{1-y^2} + \operatorname{argch}(1/y)$. Pour les ordres radiaux faibles ($x/\ell \approx 1/N$) la fonction g peut être approximée par sa tangente, l'équation précédente devient :

$$Q_{diff} = \frac{\ell}{N} \exp \left[2 \left(\ell g \left(\frac{1}{N} \right) - \sqrt{N^2 - 1} \frac{Nx - \ell}{N} \right) \right] \quad (3.22)$$

À la longueur d'onde de 420 nm avec des sphères en silice, $N = 1.4681$, pour des diamètres compris entre $2r = 250\mu m$ ($\ell=2745$) et $2r = 300\mu m$ ($\ell=3294$) le facteur de qualité de diffraction est supérieur à 10^{400} .

Il apparaît clairement que le facteur de qualité ne sera pas limité par cette contribution dans notre étude. Pour qu'il ait un impact, on considère qu'il faut que le paramètre de taille soit inférieur à 5 [96]. Dans ce cas, Q_{diff} est de l'ordre de 10^{11} .

Pertes dues à l'absorption par l'eau : Q_{eau}

Lors de la fabrication des sphères, des ions OH^- se fixent à la surface. Au cours du temps, ses ions attirent des molécules d'eau et une couche d'eau se forme et s'épaissit au cours du temps. Elle est alors responsable d'une absorption du champ circulant dans le résonateur. De nombreux constats de chute de facteur de qualité ont été faits dans la littérature [96,97]. Pour une "couche d'eau" d'épaisseur δ_{eau} faisant une fraction du volume de mode : $\delta_{eau} \ll \lambda/2$ Vernooy *et al.* [97] proposent une expression du facteur de qualité limité par l'absorption par l'eau :

$$Q_{eau} \approx \sqrt{\frac{\pi}{8N^3}} \frac{(2r)^{1/2}}{\delta_{eau} \lambda^{1/2} \beta_{eau}} \quad (3.23)$$

Avec β_{eau} l'absorption de l'eau à la longueur d'onde considérée. Considérons une couche de 0.1 nm d'épaisseur comme ont pu le mesurer Ganta *et al.* [98] et une absorption de

l'eau à 420 nm de $\beta_{eau} = 4.54 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ (valeur extraite de Pope *et al.* [99]), on obtient :

$$Q_{eau} = 1 \times 10^{13} \quad (3.24)$$

En considérant une couche 10 fois supérieure à celle mesurée par Ganta *et al.*, ce facteur de qualité est supérieur aux facteurs de qualité records mesurés dans les sphères. À la longueur d'onde de travail, ce facteur de qualité ne semble pas limitant.

Pertes dues au matériau : Q_{mat}

Nous travaillons avec de la silice, un matériau relativement transparent sur une large gamme de fréquences dans le visible et le proche infrarouge. Bien que son absorption augmente grandement aux courtes longueurs d'onde, elle demeure faible par rapport à celle de la silice dopée. Pour les barreaux de verre Heraeus F300 que nous avons utilisés, l'absorption en fonction de la longueur d'onde a été mesurée par Humbach *et al.* [1] (figure 3.2).

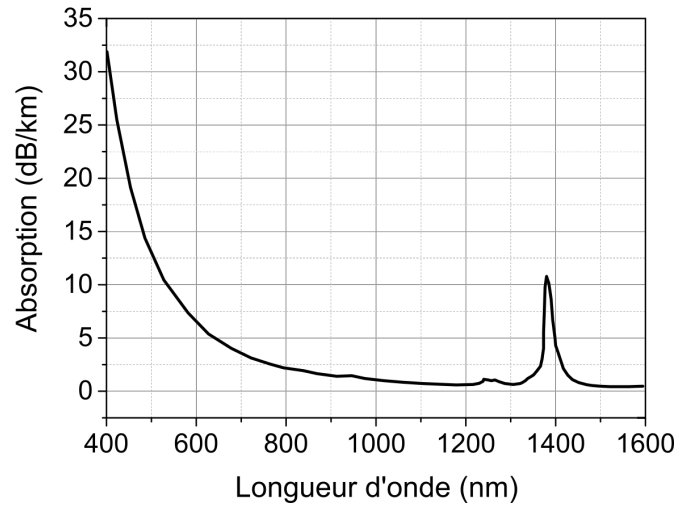


FIGURE 3.2 – Absorption de la F300 en fonction de la longueur d'onde extraite de Humbach *et al.* [1]

À notre longueur d'onde de travail, α_{mat} est de 30 dB/km. Le facteur de qualité matériaux résultant est :

$$Q_{mat} = \frac{2\pi N}{\lambda_0 \alpha_{mat}} = 3.1 \times 10^9 \quad (3.25)$$

Pertes par diffusion de surface : Q_{surf}

Les sphères produites ne sont jamais parfaitement lisses, il existe une certaine rugosité de surface. Il est d'usage (figure 3.3) de caractériser la rugosité par deux paramètres σ et B . Ces deux paramètres représentent respectivement la hauteur des diffuseurs et la longueur de corrélation.

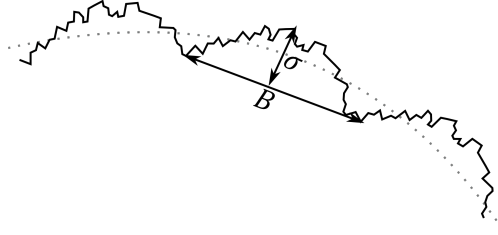


FIGURE 3.3 – Schématisation et représentation des deux paramètres caractérisant la rugosité d'une surface. Avec σ la hauteur des diffuseurs et B leur longueur.

La rugosité de la sphère dépend de la méthode utilisée pour sa réalisation. Nous utilisons une fusion par arc pour notre étape de fabrication (détaillée dans la partie suivante). Inga *et al.* [100] utilisent la même méthode de fabrication pour réaliser des sphères de silice et effectuent une mesure expérimentale des paramètres σ et B . Les valeurs extraites de cet article sont $\sigma = 0.4 \text{ nm}$ et $B = 90.6 \text{ nm}$.

De nombreux modèles ont été développés pour estimer les pertes induites par l'état de surface [87, 97, 101]. Nous utiliserons le modèle développé par Gorodetsky *et al.* [101] car il s'agit du modèle historique. Il se base sur la perte d'énergie et sur le rapport volumétrique entre le volume de mode et la couche composée des diffuseurs :

$$Q_{surf} \approx \frac{3\lambda^3 r}{8N\pi^2\sigma^2 B^2} \quad (3.26)$$

Toujours avec notre configuration d'une sphère de $275 \mu\text{m}$ de diamètre à 420 nm , nous obtenons un facteur de qualité de surface de 2×10^8 . Ce facteur de qualité est estimé avec les mesures effectuées par Inga *et al.* [100]. Pour plus de précision, il nous faudrait réaliser ces mesures sur nos sphères.

Commentaires

Les valeurs des différents facteurs de qualité sont calculées à l'aide de paramètres extraits de la littérature comme nous le rappelons dans la table 3.1.

Paramètre	valeur	Références
Rayon r	137 μm	
Longueur d'onde λ	420 nm	
Indice N	1.4681	Malitson [102]
Hauteur des diffuseurs σ	0.4 nm	Inga <i>et al.</i> [100]
Largeur des diffuseurs B	90.6 nm	Inga <i>et al.</i> [100]
Pertes du matériau α_{mat}	30 dB/km	Humbach <i>et al.</i> [1]
Absorption de l'eau β_{eau}	4.45×10^{-5}	Pope <i>et al.</i> [99]
Couche d'eau δ_{eau}	0.1 nm	Ganta <i>et al.</i> [98]
Q_{diff}	∞	
Q_{eau}	1×10^{13}	
Q_{mat}	3.1×10^9	
Q_{surf}	2.0×10^8	

TABLE 3.1 – Valeur des paramètres utilisés pour la détermination des facteurs de qualité et les valeurs de ces derniers

Le paramètre limitant le facteur de qualité des sphères que nous étudierons semble être l'état de surface.

Nous pouvons comparer ces résultats et ceux obtenus avec d'autres longueurs d'onde. Pour cela, nous traçons les différents facteurs de qualité en fonction de la longueur d'onde sur la figure 3.4. On constate qu'entre 400 nm et 950 nm l'état de surface est le paramètre limitant. Au-delà, il apparaît que l'absorption de l'eau est le paramètre limitant du facteur de qualité. Ce qui signifie que travailler avec des sphères de silice à 1550 nm présente de nombreuses contraintes de contrôle de l'environnement sur la fabrication, le stockage et l'utilisation des sphères pour obtenir le facteur de qualité le plus élevé possible et éviter sa dégradation. Il est possible par exemple d'utiliser des boîtes remplies de gaz neutre comme mentionné par Gorodetsky [96] dès 1996.

Un paramètre que nous pouvons facilement ajuster est la taille de la sphère. Son impact sur les différents facteurs de qualité, à 420 nm, est représenté sur la figure 3.5b). On constate que la variable limitante est toujours l'état de surface, mais que plus la sphère est grande, plus le facteur de qualité sera élevé.

Dans la suite, nous caractérisons les facteurs de qualité de sphères en silice (cf. partie 4.1) et espérons donc obtenir des facteurs de qualités de l'ordre de 10^8 . Mais pour cela, il faut mettre en place une méthode de fabrication permettant d'obtenir des sphères ayant le moins de défauts de surface possible tout en restant simple pour nous permettre de

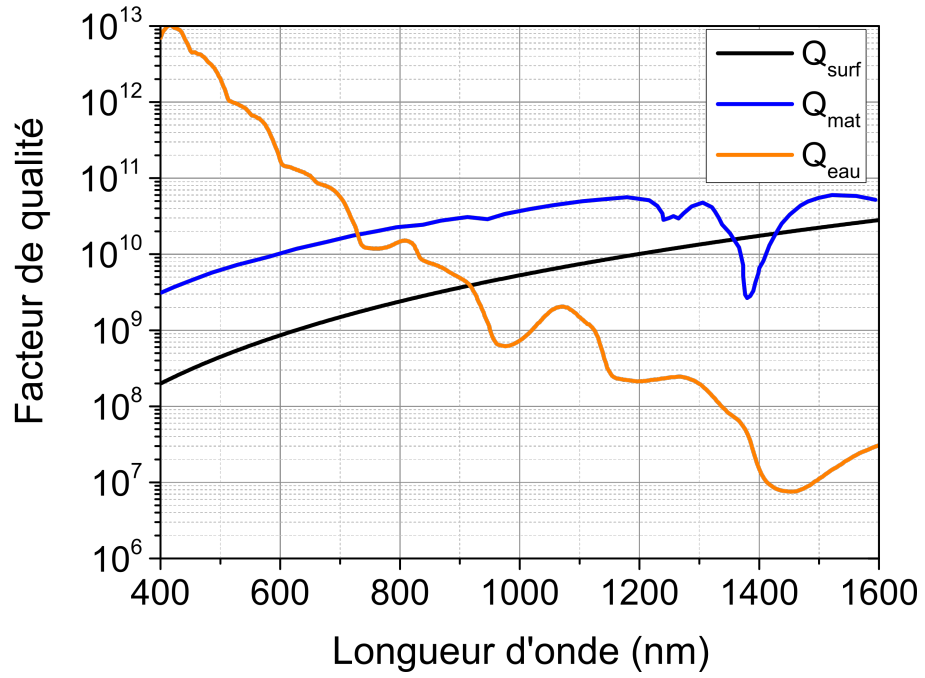


FIGURE 3.4 – Détermination du facteur de qualité limite, par la comparaison des différentes contributions des facteurs de qualité intrinsèques en fonction de la longueur d'onde. Les paramètres utilisés sont ceux de la table 3.1

tester de nombreuses sphères.

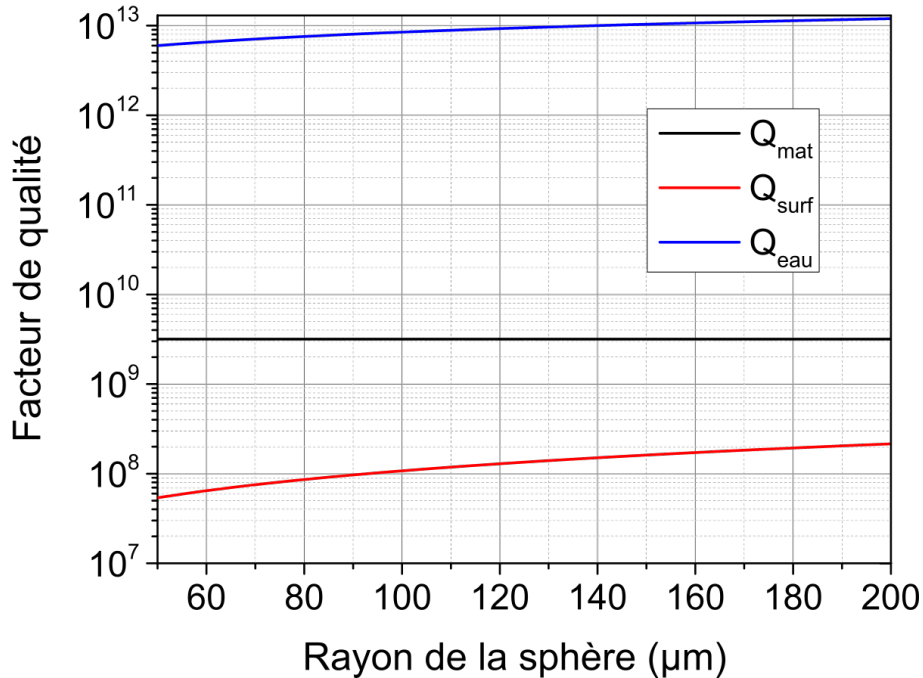


FIGURE 3.5 – Comparaison des différentes contributions des facteurs de qualité intrinsèques à 420 nm en fonction de la taille du résonateur. Les paramètres utilisés sont ceux de la table 3.1

3.1.4 Fabrication

Comme précisé plus haut, nous avons choisi d'utiliser de la silice, plus précisément de la F300 de chez Heraeus. Ce matériau a été choisi, car ses propriétés sont bien connues et il présente une pureté assez importante (concentration en OH^- de 0.2 ppm). À partir d'une préforme de F300, le Cluster Photonics Bretagne nous a gracieusement fabriqué un barreau de 125 μm de diamètre protégé par un polymère. Ce barreau a été fabriqué et conditionné comme une fibre optique. Par la suite, il sera également appelé tige. Contrairement aux fibres optiques classiques, ce barreau n'est pas composé d'un cœur et d'une gaine, mais d'un bloc uniforme. On évite ainsi l'apparition d'inhomogénéités d'indice due au cœur lors de la fabrication.

Pour des matériaux vitreux tels que la silice, la fabrication de sphères nécessite une fusion. Plusieurs technologies sont possibles, nous pouvons en citer 3 principales : fusion à l'aide d'un arc électrique [100], fusion à l'aide d'une torche [97] et fusion à l'aide d'un laser CO_2 [103]. Pour cette thèse, nous avons utilisé la fusion à l'aide d'un arc électrique.

En effet, compte tenu de la forme du barreau de silice fourni, l'utilisation d'une soudeuse est tout indiquée.

3.1.4.1 Protocole de fusion par arc électrique

La première étape consiste à retirer le coating de polymère protégeant la tige. Il est ensuite nécessaire de faire une clive droite, car des défauts en bout de tige peuvent mener à l'apparition de bulles dans le processus de fusion.

Nettoyage

La deuxième étape consiste à nettoyer la tige à l'aide d'un mélange d'acétone et d'éthanol pour retirer tous les dépôts ou résidus sur la surface de la tige pouvant être apparue lors de la manipulation du barreau. Cette étape est critique, car le moindre dépôt peut se traduire par la formation d'inhomogénéités dans la sphère et/ou à la surface de cette dernière, réduisant dramatiquement son facteur de qualité.

Réalisation de la sphère

La dernière étape est la fusion à l'aide d'un arc électrique. Pour ce faire, nous utilisons une soudeuse à fibre optique programmable (ERICSSON FSU 925). Cette soudeuse permet un contrôle précis sur le courant de la décharge électrique et donc de la température appliquée à la silice, sur la durée de l'arc, ainsi qu'un contrôle fin sur le positionnement des barreaux. Tous ces contrôles permettant d'obtenir des résultats reproductibles.

Le bout du barreau est soumis à l'arc électrique et lorsque la température de fusion de la silice est atteinte les forces de tension superficielle donnent une forme sphéroïdale au matériau. Lorsque l'arc est arrêté, le refroidissement est quasiment instantané (on réalise une trempe à l'air). À l'issue d'une fusion du fait de la gravité, la goutte formée à l'extrémité de la tige est fortement déformée et fait environ 200 μm de diamètre (cf. figure 3.6a)). Pour obtenir des sphères plus grandes et surtout pour améliorer la sphéricité des résonateurs, d'autres fusions sont réalisées en tournant la sphère entre chaque opération pour contrer la déformation. On réalise ainsi une à deux fusions ayant pour but d'obtenir un résonateur de taille souhaitée et ensuite une à deux autres fusions à températures plus basses (le courant est passé de 18 mA à 12 mA) et durées plus courtes (de 1 s à 0.5 s) pour obtenir un résonateur le plus sphérique possible comme présenté sur la figure 3.6b). En superposant un cercle de 250 μm de diamètre, par l'interface du logiciel Dinocapture,

on constate une différence importante entre le cercle et le profil de la sphère impliquant une certaine ellipticité.

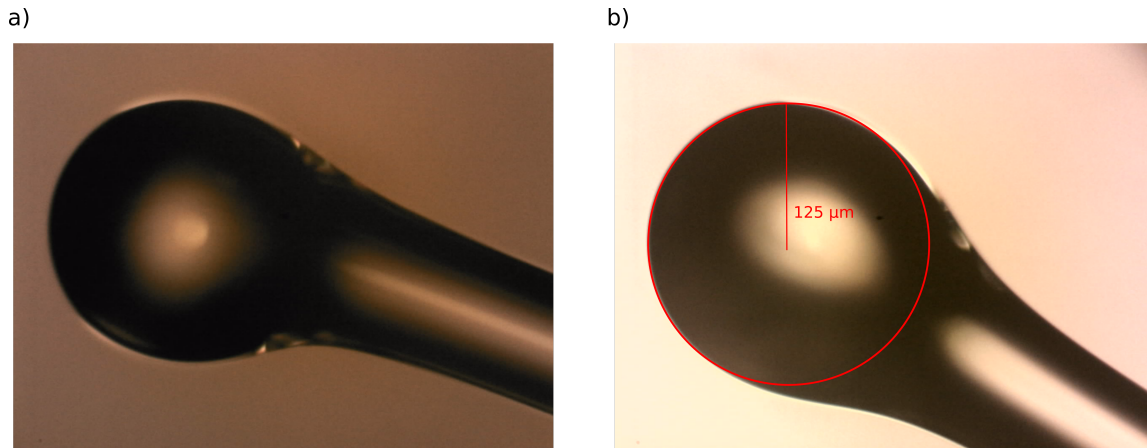


FIGURE 3.6 – Sphère obtenue par la méthode de fusion par arc électrique. a) Goutte obtenue après une étape de fusion. b) Sphère obtenue après une série de rotation et de fusions. On constate une différence assez importante avec un cercle de $250 \mu\text{m}$ de diamètre (cercle rouge). Cela implique une certaine ellipticité.

3.1.4.2 Remarques et précautions

- ★ L'obtention de sphères ayant un diamètre supérieur à $300 \mu\text{m}$ est complexe du fait des dimensions initiales du barreau utilisé. En effet, en augmentant le nombre de fusions, il apparaît une structuration en couches à la surface du résonateur visible sur la figure 3.7.
- ★ Il est important de ne pas nettoyer la sphère finale, car cela ne ferait qu'ajouter des impuretés à la surface. Au moindre défaut sur une sphère, il est plutôt conseillé de refaire une nouvelle sphère que de la nettoyer.
- ★ Entre chaque utilisation de la soudeuse, les électrodes se recouvrent d'un certain dépôt et lorsque la quantité de dépôt est trop importante, il y a un risque qu'une petite quantité se retrouve mélangée à la sphère, réduisant le facteur de qualité. Pour éviter ce phénomène, il est conseillé de nettoyer les électrodes de la soudeuse régulièrement. En outre, la taille des sphères dépend grandement de l'état des électrodes.

Un moyen pour obtenir des résonateurs plus sphériques ainsi qu'un meilleur contrôle sur la taille est de réaliser une fibre amincie avant la fusion.

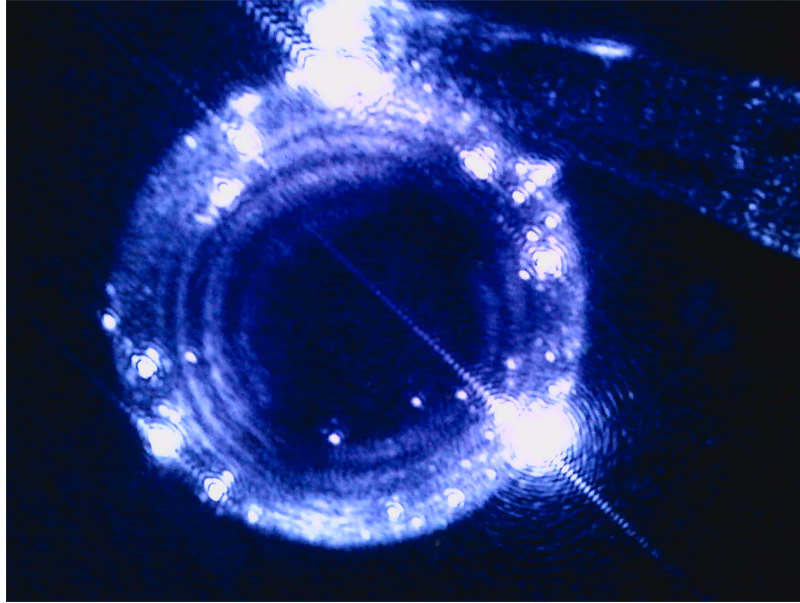


FIGURE 3.7 – Sphère couplée avec une fibre biseautée révélant une structure de couche à la surface de la sphère. Structure probablement due aux multiples fusions

Amélioration

Une amélioration de la méthode de fabrication est, après avoir nettoyé le barreau, de réaliser une tige amincie. Le barreau est placé en entier dans la soudeuse et une partie du tronçon est soumis à l'arc électrique. Dans le même temps, les deux extrémités de la fibre sont tirées dans des directions opposées comme indiqué sur la figure 3.8(a). On obtient un tronçon où la fibre est amincie ($\approx 50 \mu\text{m}$ de diamètre à la partie la plus fine). La suite consiste à prendre cette fibre amincie et à la cliver à une certaine distance D de la zone au diamètre minimum 3.8(b). Cette distance va déterminer le volume apporté et donc le volume de la sphère que l'on obtiendra. On a donc un contrôle relativement précis et répétable sur la taille des sphères. Il est conseillé de nettoyer cette nouvelle ébauche de sphère avant d'entamer le processus final de fusion.

On obtient des résonateurs comme celui présenté sur la figure 3.9 qui sont plus proches de sphères que les résonateurs précédemment obtenus. De plus avec cette modification du protocole, la taille de ces derniers est uniquement dépendante de la longueur D .

Cette amélioration permet également d'obtenir des résonateurs ayant des diamètres inférieurs à $125 \mu\text{m}$. Pour cela, lorsque l'on réalise une fibre amincie, la clive est effectuée dans la zone étirée. On obtient ainsi un barreau avec un diamètre inférieur à celui de la fibre. En répétant les mêmes opérations que précédemment on peut obtenir des réso-

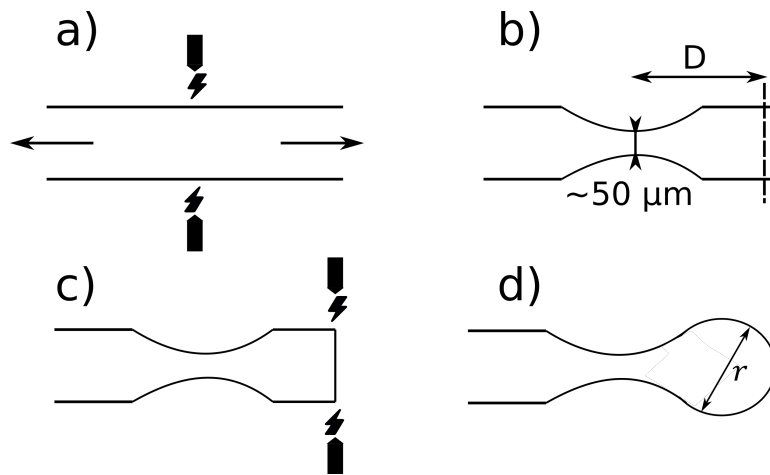


FIGURE 3.8 – Schéma des différentes étapes de fabrication d'une sphère de silice à partir d'une fibre amincie. a) création d'une fibre amincie, b) clive d'un tronçon de longueur D fusion du tronçon, d) obtention d'une sphère de taille r

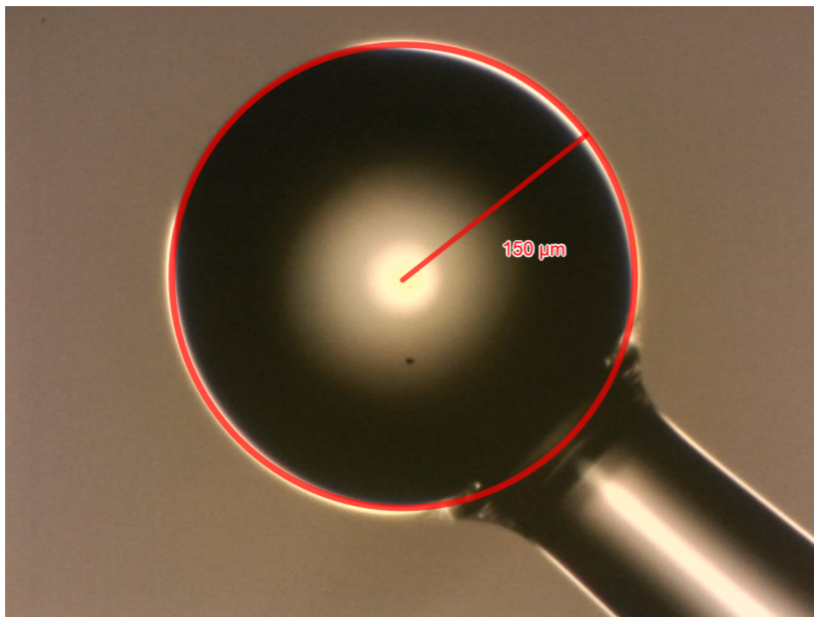


FIGURE 3.9 – Image d'une sphère réalisée à l'aide d'une fibre amincie

nateurs de $60 \mu\text{m}$ de diamètre. La fabrication de résonateurs ayant un faible diamètre est intéressante dans le cas où l'on souhaite observer des effets non linéaires. En effet, le volume de mode sera plus petit, l'ISL plus grand et donc le facteur d'exaltation plus grand.

3.1.5 Dispositif d'insertion/extraction du signal dans le résonateur

Le couplage de la lumière dans les résonateurs à modes de galerie ne peut se faire que par couplage évanescent si l'on souhaite obtenir de forts facteurs de qualité. Associés aux modes les plus confinés (n faible et ℓ grand et $\ell - m \ll \ell$). Pour cela, il faut qu'il y ait un recouvrement entre le champ évanescent d'un mode du guide d'accès et celui d'un mode du résonateur.

Il y a 3 techniques majoritairement utilisées : le prisme [87], [104], la fibre amincie [105] et la fibre biseautée [106].

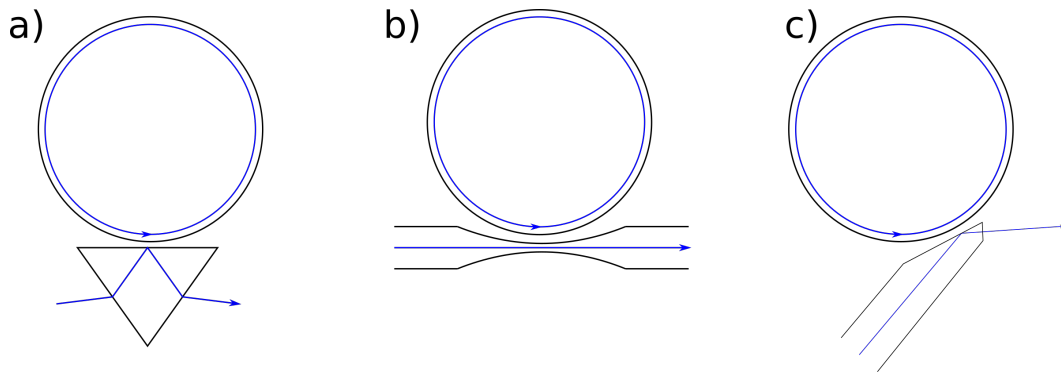


FIGURE 3.10 – Schéma de trois différentes méthodes de couplage évanescent : a) couplage par prisme, b) couplage par fibre amincie, c) couplage par fibre biseautée

Le prisme

Le couplage par prisme est décrit sur la figure 3.10(a). Un prisme d'indice plus important que celui du résonateur est placé de manière tangente à la surface. Un faisceau est injecté dans le prisme de sorte qu'il y ait une réflexion totale à l'interface proche de la surface de la sphère. De plus, le faisceau doit être focalisé sur cette même surface. Un contrôle d'une grande précision sur le faisceau est nécessaire pour obtenir un couplage. En contrepartie de la complexité de réglage du faisceau, une sélection modale fine est possible, en effet le réglage de l'angle d'incidence permet de favoriser un mode par rapport à un autre. Cette méthode est complexe à mettre en place : il faut maîtriser deux translations pour le prisme, et trois translations et deux rotations pour le faisceau. Le système est également relativement encombrant (résonateur/prisme/mise en forme du faisceau),

cependant il est robuste aux vibrations et permet un bon taux de couplage ($> 80\%$ [107]) ainsi qu'une bonne sélectivité modale comme l'a montré F.Lissillour dans sa thèse [108].

3.1.5.1 La fibre amincie

La fibre amincie est l'une des premières méthodes de couplage. Elle peut être considérée comme la méthode de couplage la plus efficace. Contrairement au prisme, cette technique ne repose pas sur une réflexion totale pour obtenir une onde évanescente, mais sur un fort déconfinement du champ lors de la propagation dans le guide d'accès. Pour ce faire, une partie de la fibre d'accès est affinée comme cela est montré sur la figure 3.10(b). Pour ce faire, une partie de la fibre est chauffée et étirée jusqu'à obtenir le diamètre désiré. La fabrication de telles structures peut être relativement bas coût, car elles sont réalisables à l'aide de simples soudeuses comme présenté lors de la fabrication des sphères. Les fibres amincies obtenues à l'aide de soudeuses sont utilisables pour coupler des structures micrométriques, car la partie amincie est petite ($\sim \mu m$). Pour obtenir des fibres amincies avec des dimensions plus grandes (de l'ordre du mm [94]) il est possible d'utiliser un dispositif de fusion étirage à l'aide d'un chalumeau.

La mise en place et le réglage de la fibre amincie sont plutôt simples, car il y a deux translations à ajuster pour obtenir un couplage. Des taux de couplage de plus de 90% du signal ont été rapportés par [105]. Cependant, ce couplage n'est pas sélectif. Cette méthode est également beaucoup plus sensible aux vibrations, car la partie amincie de la fibre est une poutre de quelques μm de diamètre sur quelques mm.

La fibre amincie présente également un défaut qui est rarement évoqué dans la littérature : la limite du diamètre de la partie amincie. En effet pour obtenir un champ évanescent il faut que le diamètre obtenu soit de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde utilisée. Dans le cas des longueurs d'onde pour les télécommunications, les diamètres des fibres amincies font généralement entre 1 et 3 μm [94]. Dans la gamme où nous travaillons, cela signifie des diamètres entre 300 et 800 nm. Bien que la réalisation de fibres de diamètre submicrométrique soit possible [109], elle est complexe et onéreuse. À cela s'ajoute le fait que la fibre devient encore plus sensible aux vibrations et est également bien plus fragile.

3.1.5.2 La fibre biseautée

La fibre biseautée est une combinaison entre la fibre amincie et le prisme présenté par V.Ilchenko *et al.* [106]. Le principe pour obtenir le champ évanescent est la réflexion

totale. Une fibre classique est polie jusqu'au cœur avec un certain angle pour obtenir la fibre biseautée comme présentée sur la figure 3.10(c). L'angle de la fibre dépend de la taille de résonateur et permet de sélectionner une famille de modes particulière, on a donc une certaine sélectivité modale. La difficulté comme dans le cas du prisme reste dans la mise en place et l'ajustement du couplage. Les degrés de liberté à ajuster sont cependant moins nombreux que dans le cas du prisme, car il n'y a que la fibre à aligner. Pour réaliser le couplage, il faut pouvoir contrôler les trois translations et deux rotations.

Bien que le taux de couplage soit inférieur aux deux autres méthodes ($\approx 60\%$ [106]), cette méthode présente également un coût réduit, car il s'agit uniquement de polir une fibre classique monomode à la longueur d'onde de travail.

Comparaison et choix de la méthode de couplage

Le tableau 3.2 ci-dessous résume les différents avantages et inconvénients des trois méthodes présentées précédemment :

	Prisme	Fibre amincie	Fibre biseautée
Fabrication/coût	+	- -	+
Encombrement du système	+ +	+ +	+ +
Mise en place	- -	+	-
Ajustement du couplage	-	+ +	-
Résistance aux vibrations	+	- -	+
Sélectivité modale	+ +	- -	+
Récupération du signal	+	+ +	+

TABLE 3.2 – Avantages et inconvénients de trois méthodes de couplage par onde évanescente

Pour nos applications, la fibre amincie a été tout de suite écartée de par la complexité de réalisation et de manipulation des fibres ayant un diamètre submicrométrique.

La fibre biseautée a été la méthode de couplage qui a été retenue, car bien qu'elle présente une moins bonne sélectivité modale que le prisme elle est équivalente ou meilleure sur les autres points, notamment sur la mise en place et l'ajustement du couplage.

3.1.6 Fabrication des fibres biseautées

L'angle des fibres biseautées doit être ajusté en fonction de la taille du résonateur et de la famille de modes visée. Pour sélectionner une famille de modes n, ℓ d'une sphère de

rayon r comme représenté sur la figure 3.12. La condition d'accord de phase à respecter sur l'angle Φ_1 est formulée par Ilchenko *et al.* [106] :

$$\Phi_1 = \arcsin \left(\frac{N_{n,\ell}^{TE/TM}}{N_{fibre}} \right) \quad (3.27)$$

Avec $N_{n,\ell}^{TE/TM}$ l'indice effectif du mode n, ℓ de polarisation TE ou TM et N_{fibre} l'indice effectif de la fibre biseautée. N_{fibre} est une donnée fournie par le constructeur, $N_{n,\ell}^{TE/TM}$ reste à calculer.

Pour calculer l'indice effectif d'un mode, nous allons utiliser l'expression suivante :

$$N_{n,\ell}^{TE/TM} = \frac{c \ell}{2\pi r \nu_{n,\ell}^{TE/TM}} \quad (3.28)$$

Avec $\nu_{n,\ell}^{TE/TM}$, la fréquence du mode n, ℓ de polarisation TE ou TM . Cette fréquence peut être calculée à partir de l'équation 3.8.

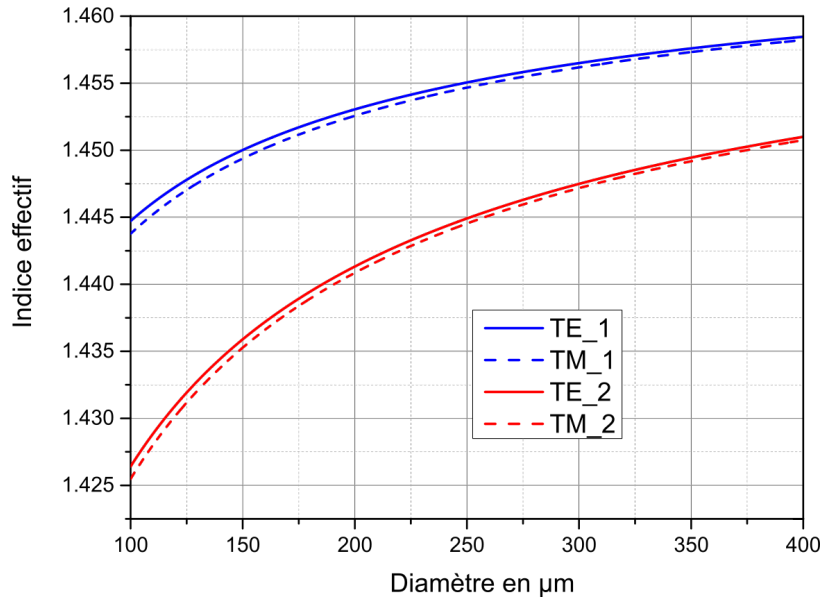


FIGURE 3.11 – Indice effectif des modes d'ordre radial $n = 1$ et $n = 2$ en fonction de la taille du résonateur

La figure 3.11 présente les différents indices effectifs obtenus pour les familles de modes $n = 1, 2$ pour des sphères ayant un diamètre allant de 100 µm à 400 µm. Pour nos

applications, nous ne considérerons que les modes TE (modes présentant le moins de pertes).

Avec des sphères de $275\ \mu\text{m}$ de diamètre, on obtient un indice effectif de 1.4556 pour le mode fondamental ($n=1$) et de 1.4460 pour le mode d'ordre radial 2 ($n=2$). Cela correspond respectivement à des angles Φ_1 de 82.7° et 80.2° .

Les fibres sont réalisées par l'entreprise Idil et cette dernière nous garantit une précision de $\pm 1^\circ$. Compte tenu de l'incertitude, l'angle choisi pour les fibres est de $81 \pm 1^\circ$. Nous devrions donc être en mesure d'exciter en fonction du couplage les modes d'ordre radial 1 et/ou 2.

En supplément du biseau de la fibre, un polissage de la pointe est ajouté pour permettre la collecte du signal, on réalise ainsi une face de sortie, comme le montre la figure 3.12. Cet angle Φ_2 est calculé pour que le faisceau réfléchi sur la surface du biseau soit en incidence normale :

$$\Phi_2 = -\Phi_1 + 180^\circ \quad (3.29)$$

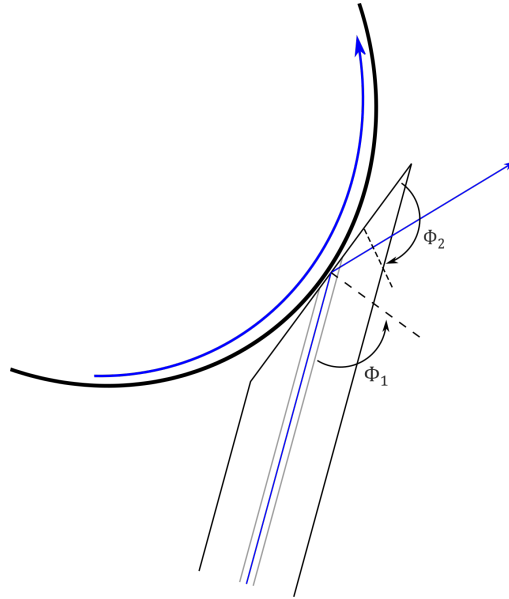


FIGURE 3.12 – Schéma du profil d'une fibre biseautée avec un second biseau pour récupérer le signal

3.2 Microsphère à haut facteur de qualité dans le proche UV

Maintenant que nous disposons de résonateurs à modes de galerie et d'un dispositif de couplage, nous devons les caractériser. L'approche fréquentielle développée en partie 2.2.2 ne peut être appliquée dans le cas des résonateurs à modes de galerie, car nous n'avons pas la connaissance des coefficients de couplages. Pour caractériser les résonateurs, nous utiliserons une approche temporelle basée sur un modèle d'oscillateur harmonique amorti introduit par H.Hauss [110]. Nous commencerons par présenter l'approche classique de H.Hauss, puis nous compléterons cette approche avec l'ajout d'effets non linéaires et enfin nous présenterons le montage expérimental utilisé.

3.2.1 Approche classique

L'objectif dans cette sous-partie est de décrire le comportement du résonateur en régime transitoire et stationnaire grâce à l'analyse temporelle.

3.2.1.1 Cavité isolée

Considérons un champ $u(t)$ se propageant dans un mode de fréquence ω_0 d'un résonateur sphérique (une analogie avec une cavité en espace libre est montrée sur la figure 3.13).

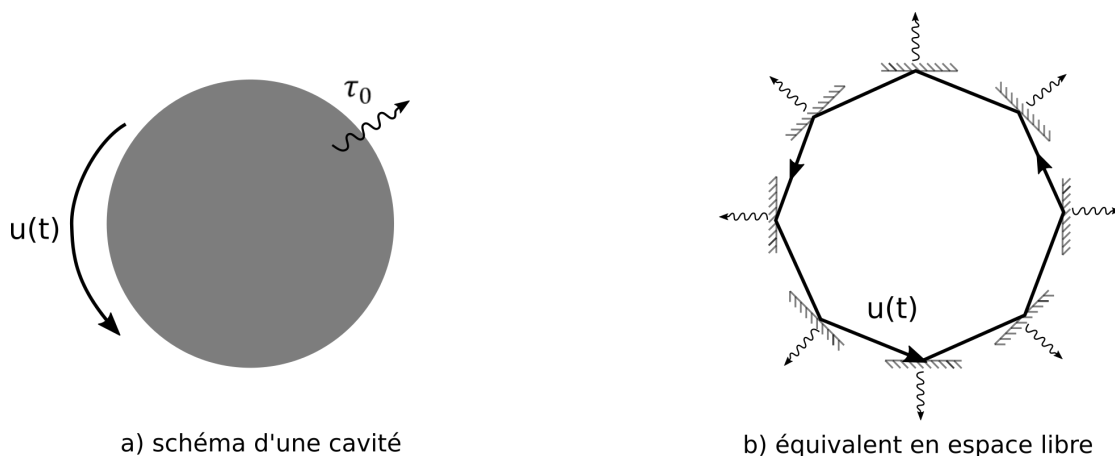


FIGURE 3.13 – Schéma de la propagation d'un champ $u(t)$ dans une cavité isolée possédant des pertes intrinsèques définies par le temps de vie des photons τ_0 dans la cavité

Le résonateur n'étant pas parfait, il présente des pertes (cf. § 3.1.3). Le champ $u(t)$ se propageant dans la cavité obéit à l'équation d'évolution temporelle suivante :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_0 u(t) - \frac{1}{\tau_0} u(t) \quad (3.30)$$

Avec τ_0 le temps de décroissance dû aux pertes du résonateur, $\tau_0/2$ représente donc le temps de vie des photons dans la cavité. L'équation précédente permet de déduire la puissance dissipée P_d .

$$\frac{d|u|^2}{dt} = u \frac{du^*(t)}{dt} + u^* \frac{du(t)}{dt} = -\frac{2}{\tau_0} |u|^2 = P_d \quad (3.31)$$

À partir de cette puissance dissipée par unité de temps. Nous définissons la puissance dissipée P_c sur un cycle comme étant $P_c = P_d/\nu_0$. Le facteur de qualité étant par définition le rapport entre la puissance du système et la puissance dissipée par cycle, le facteur de qualité intrinsèque (ou interne) s'exprime comme :

$$Q_0 = \frac{2\pi|u|^2}{P_c} = \frac{\omega_0\tau_0}{2} \quad (3.32)$$

3.2.1.2 Cavité couplée

La cavité est maintenant couplée à un guide d'accès permettant l'insertion et l'extraction de la lumière. L'analogie avec une cavité formée par des miroirs peut être maintenue comme le montre la figure 3.14. Sans perte de généralités, le couplage est supposé ponctuel et sans perte, il est caractérisé par un terme relatif à la fuite d'énergie entre le résonateur et le guide l'accès via le temps caractéristique τ_e . L'équation à laquelle le champ obéit est donc modifiée :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_0 u(t) - \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e} \right) u(t) \quad (3.33)$$

On en déduit la puissance dissipée :

$$\frac{d|u|^2}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e} \right) |u|^2 = P_{de} + P_{d0} = P_d \quad (3.34)$$

Avec P_{de} la puissance dissipée due au guide d'accès et P_{d0} la puissance dissipée due aux pertes intrinsèques. De la même manière qu'avec le résonateur isolé on peut définir un facteur de qualité externe :

$$Q_e = \frac{2\pi\nu_0|u|^2}{P_{de}} = \frac{\omega_0\tau_e}{2} \quad (3.35)$$

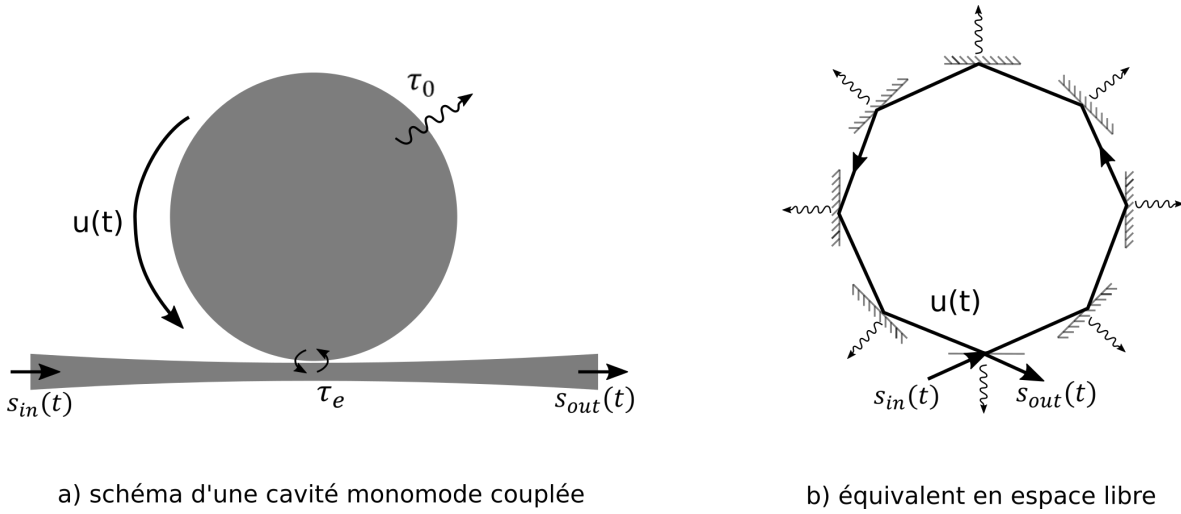


FIGURE 3.14 – Schéma d'une cavité couplée avec un guide d'accès amenant un signal s_{in} et extrayant un signal s_{out} . Le système est caractérisé par ses pertes intrinsèques et externes τ_0 et τ_e

Le temps de vie global des photons dans la cavité est défini comme :

$$\frac{1}{\tau} = \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e} \right) \quad (3.36)$$

Le facteur de qualité global d'une cavité couplée obéit à :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_0} \quad (3.37)$$

Et :

$$Q = \frac{\omega\tau}{2} \quad (3.38)$$

3.2.1.3 Détermination du champ interne

L'avantage de l'approche temporelle est la détermination du champ interne du résonateur et du champ sortant du guide en fonction du signal d'entrée. Considérons dans un premier temps le champ interne.

Une partie ζ du champ du signal d'entrée est couplée dans le résonateur. On rajoute donc un terme source à l'équation 3.33 :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_0 u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \zeta s_{in}(t) \quad (3.39)$$

En considérant que $u(t)$ est de la forme $u(t) = U \exp(j\omega t)$, l'équation 3.39 peut être intégrée en :

$$u(t) = \frac{\zeta s_{in}}{j(\omega - \omega_0) + [(1/\tau_e) + (1/\tau_0)]} \quad (3.40)$$

Pour déterminer la valeur de ζ , nous allons nous appuyer sur le principe de conservation de l'énergie. Considérons un résonateur sans perte, soit $1/\tau_0 = 0$. L'équation 3.33 peut se réécrire :

$$\frac{du(t)}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{1}{\tau_e} \right) u(t) + \zeta s_{in}(t) \quad (3.41)$$

Cette équation impose donc que la fréquence angulaire du champ $u(t)$ soit :

$$j\omega = j\omega_0 - \frac{1}{\tau_e} \quad (3.42)$$

L'équation 3.40 devient :

$$u(t) = \frac{\zeta s_{in}}{2/\tau_e} \quad (3.43)$$

À un instant $t = t_0$, on y injecte le champ s_{in} dans la cavité, son énergie va évoluer en suivant l'équation suivante :

$$\frac{d|u|^2}{dt} = \frac{2}{\tau_e} |u|^2 \quad (3.44)$$

Le régime stationnaire est atteint à $t_0 + \tau_e/2$. Une fois ce régime atteint, si nous coupons le signal d'entrée. L'énergie du résonateur se déchargera de la même manière qu'elle a été chargée :

$$\frac{d|u|^2}{dt} = -\frac{2}{\tau_e} |u|^2 = -|s_{out}|^2 \quad (3.45)$$

Le système est considéré comme sans perte $|s_{out}|^2 = |s_{in}|^2$ d'où :

$$|s_{in}|^2 = \frac{2}{\tau_e} |u|^2 \quad (3.46)$$

En combinant cette équation avec 3.43 on détermine $|\zeta| = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}$. La phase de ζ sera choisie arbitrairement nulle. L'équation décrivant l'évolution du champ interne au réso-

nateur est :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_0 u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t) \quad (3.47)$$

3.2.1.4 Détermination du champ en sortie du guide d'accès

Considérons le système linéaire, le signal de sortie est une combinaison du signal d'entrée et du signal intracavité :

$$s_{out} = c_{in} s_{in} + c_u u \quad (3.48)$$

L'objectif ici est de déterminer les constantes c_{in} et c_u . La détermination de c_u se fait à partir des équations développées dans le cas d'un résonateur sans pertes :

$$|s_{in}|^2 = \frac{2}{\tau_e} |u|^2 = |c_u|^2 |u|^2 \quad (3.49)$$

$$|c_u| = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \quad (3.50)$$

Comme pour ζ , la phase de c_u sera choisie nulle. La différence de phase sera intégrée dans le terme c_{in} . Pour la détermination de c_{in} , le principe de conservation de l'énergie sera encore une fois utilisé, mais cette fois le résonateur ne sera pas considéré sans pertes. Dans ce cas, la différence de puissance entre l'entrée et la sortie est égale à la puissance stockée dans le résonateur ainsi que la puissance dissipée par les pertes intrinsèques :

$$|s_{in}|^2 - |s_{out}|^2 = \frac{d|u|^2}{dt} + 2\frac{1}{\tau_e} |u|^2 \quad (3.51)$$

À partir de l'équation de l'évolution du champ 3.47 on en déduit l'équation d'évolution de l'énergie :

$$\frac{d|u(t)|^2}{dt} = -2\frac{1}{\tau} |u(t)|^2 + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} (u^* s_{in}(t) + u s_{in}^*(t)) \quad (3.52)$$

L'équation 3.51 se simplifie en :

$$|s_{in}|^2 - |s_{out}|^2 = -2\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e}\right) |u(t)|^2 + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \left(u^* s_{in}(t) + u s_{in}^*(t) + 2\frac{1}{\tau_0} |u|^2\right) \quad (3.53)$$

$$|s_{in}|^2 - |s_{out}|^2 = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \left(u^* s_{in}(t) + u s_{in}^*(t) - 2\frac{1}{\tau_e} |u(t)|^2\right) \quad (3.54)$$

Nous pouvons y intégrer l'expression de s_{out} :

$$|s_{in}|^2 - \left| c_{in}s_{in} + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}u \right|^2 = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \left(u^* s_{in}(t) + u s_{in}^*(t) - 2\frac{1}{\tau_e}|u(t)|^2 \right) \quad (3.55)$$

$$|s_{in}|^2(1 - c_{in}^2) = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} (u^* s_{in}(t) + u s_{in}^*(t) + c_{in}s_{in}u^* + c_{in}^*s_{in}^*u) \quad (3.56)$$

Nous obtenons ainsi $c_{in} = e^{j\pi} = -1$ et le champ de sortie a l'expression suivante :

$$s_{out} = -s_{in} + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}u \quad (3.57)$$

3.2.1.5 Détermination de la fonction de transfert en régime stationnaire

L'approche temporelle permet d'étudier les différents régimes de fonctionnement du système. Commençons par étudier le régime stationnaire du résonateur excité par une onde monochromatique, $s_{in}(t) = A \exp j\omega t$. La fonction de transfert H_r s'exprime comme suit :

$$H_r = \frac{s_{out}}{s_{in}} = -1 + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \frac{u}{s_{in}} \quad (3.58)$$

En exprimant la fréquence de l'onde monochromatique comme une différence à la fréquence de résonance $\omega = \omega_0 + 2\pi\delta$, la fonction de transfert en amplitude s'écrit :

$$|H_r(\delta)| = \frac{|s_{out}|}{|s_{in}|} = \frac{1/\tau_e - 1/\tau_0 - 2j\pi\delta}{1/\tau_e + 1/\tau_0 + 2j\pi\delta} \quad (3.59)$$

La transmission du système T est définie par :

$$T = |H_r(\delta)|^2 = \frac{(1/\tau_e - 1/\tau_0)^2 + 4\pi^2\delta^2}{(1/\tau_e + 1/\tau_0)^2 + 4\pi^2\delta^2} \quad (3.60)$$

À partir de cette expression, il est possible d'étudier la dépendance de la transmission en fonction de l'écart δ ainsi qu'en fonction des deux temps caractéristiques τ_0 et τ_e .

La transmission en fonction de δ suit un profil lorentzien atteignant son minimum en $\delta = 0$, avec une largeur de raie $\delta_{1/2} = 1/\pi\tau$ (rappelons que $1/\tau = 1/\tau_0 + 1/\tau_e$). La figure 3.15 a) représente la transmission en fonction de la différence de fréquence pour différentes valeurs de τ_0 et τ_e . Nous remarquons sur cette figure que pour $1/\tau_0 = 0$, ce qui correspond à un résonateur "transparent", la transmission est uniformément égale à 1, quel que soit

le δ considéré.

Maintenant plaçons-nous au minimum de la transmission lorentzienne, autrement dit à résonance. La transmission $T(0)$ prend pour expression :

$$T(0) = \frac{(1/\tau_e - 1/\tau_0)^2}{(1/\tau_e + 1/\tau_0)^2} \quad (3.61)$$

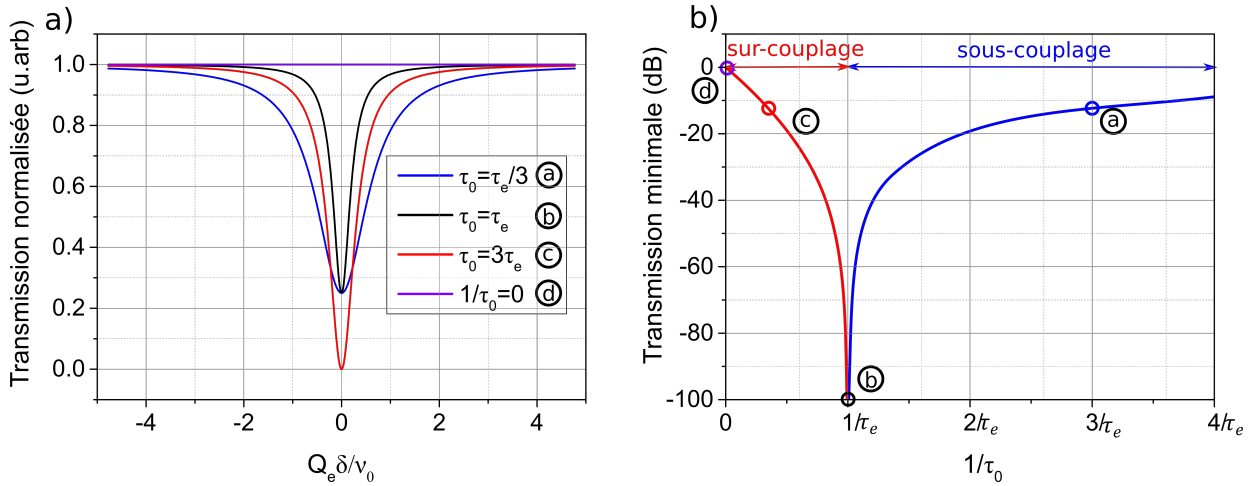


FIGURE 3.15 – a) Spectre de transmission du résonateur en fonction de différents couples τ_0 et τ_e . b) Transmission à résonance en fonction de différentes valeurs de τ_0

La grandeur importante ici est la valeur relative de τ_0 par rapport à τ_e . La figure 3.15 b) représente la variation de la fonction de transfert à résonance, $T(0)$, en fonction de $1/\tau_0$. Cette courbe permet l'identification de plusieurs régimes de fonctionnement.

- Le régime de sous-couplage [$\tau_0 < \tau_e$] Dans ce régime de couplage, les pertes dues au couplage avec le guide d'accès sont inférieures aux pertes intrinsèques du résonateur. Le temps de vie externe τ_e est plus important que le temps de vie intrinsèque τ_0 . Comme on le remarque sur la figure 3.15 b) (partie bleue - point (a)) la transmission à résonance est comprise entre 0 et 1. Par exemple et sans perte de généralité on trace la transmission en fonction de l'écart en fréquences δ pour $3\tau_0 = \tau_e$ sur la figure 3.15 a) (courbe bleue (a)).
- Le point de couplage critique [$\tau_0 = \tau_e$]

Dans ce régime de couplage les pertes dues au couplage avec le guide et les pertes intrinsèques sont égales. Il y a une interférence destructive entre le champ sortant du résonateur et le champ transmis directement par le guide d'accès, la transmission

à résonance est ainsi nulle. Ce point est visible à travers l'asymptote de la figure 3.15 b) en $\tau_0 = \tau_e$ et il est représenté sur la figure 3.15 a) par la courbe noire (b).

— Le régime de surcouplage [$\tau_0 > \tau_e$]

Ce cas de figure est l'inverse du sous couplage. Les pertes de couplage avec la ligne extérieur sont supérieures aux pertes intrinsèques du résonateur. Cependant, comme dans le cas du sous-couplage, la transmission à résonance reste comprise entre 0 et 1. Sur la figure 3.15 le point (c) et la courbe rouge représentent un tel cas pour $\tau_0 = 3\tau_e$.

— Le point de transparence [$\tau_0 \Rightarrow \infty$]

Le point de transparence représente le cas où le résonateur ne possède pas de perte intrinsèque : $1/\tau_0 = 0$. Ce point est celui où la transmission est égale à 1 (point violet (d) sur la figure 3.15 b)). Dans ce cas, le résonateur se comporte comme un simple filtre déphaseur. La transmission en amplitude est donc constante comme le montre la courbe violette (d) de la figure 3.15 a).

L'obtention du facteur de qualité se fait par la caractérisation de la largeur à mi-hauteur $\delta_{1/2}$ des courbes de transmission en régime stationnaire. Le facteur de qualité global est alors donné par :

$$Q = \frac{\nu_0}{\delta_{1/2}} \quad (3.62)$$

En observant l'équation de la transmission 3.60 il est possible de remarquer que τ_0 et τ_e jouent des rôles similaires. Il est donc impossible de déterminer ces derniers par l'analyse du régime stationnaire. L'analyse de ce régime ne permet pas l'étude du régime de couplage. Il existe cependant un autre régime où cette distinction peut être faite et la détermination des temps de vie est possible, il s'agit du régime dynamique.

3.2.1.6 Détermination du signal de sortie en régime dynamique

Le régime dynamique se distingue du régime stationnaire par la forme de l'onde à l'entrée du résonateur. En effet, cette dernière n'est plus une constante, mais varie temporellement. L'équation du champ imposé au résonateur est :

$$s_{in}(t) = A \exp j\omega(t)t = A \exp j(\omega_i + \frac{\Omega}{2T_s}t)t \quad (3.63)$$

Avec ω_i la pulsation initiale du signal d'entrée à $t = t_0$, Ω la plage de fréquence angulaire décrite en un intervalle de temps T_s . La fréquence du signal d'entrée peut donc

être définie comme :

$$\frac{d\omega(t)t}{dt} = \omega_i + \frac{\Omega}{2T_s}t = \omega_i + V_s t \quad (3.64)$$

Avec V_s la vitesse de balayage de la fréquence angulaire. Par la suite, nous serons amenés à utiliser la vitesse fréquentielle \tilde{V}_s qui est reliée à la vitesse angulaire par $\tilde{V}_s = V_s/2\pi$. En insérant la nouvelle expression de $s_{in}(t)$ dans l'expression de $u(t)$ et en utilisant la méthode de la variation de la constante pour résoudre l'équation différentielle on obtient une expression du champ à l'intérieur de la cavité :

$$u(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} A \exp[(j\omega_0 - 1/\tau)t] \left[f(t) - f(0) + \frac{1}{j(\omega_i - \omega_0) + 1/\tau} \right] \quad (3.65)$$

Avec :

$$f(t) - f(0) = \int_0^t \exp[j\omega(t')t' + (j\omega_0 - 1/\tau)t'] dt' \quad (3.66)$$

Cette expression peut être réécrite en utilisant la fonction d'erreur $erf(z)$:

$$f(t) = -\sqrt{\frac{j^2\pi}{2V_s}} \exp\left[\frac{-j(2\pi\delta_i - j/\tau)^2}{2V_s}\right] erf\left(\frac{j/\tau - 2\pi\delta_i - V_s t}{\sqrt{2j^2V_s}}\right) \quad (3.67)$$

Avec $\delta_i = \omega_0 - \omega_i$ le désaccord fréquentiel à l'instant $t=0$.

L'expression de $u(t)$ est réinjectée dans l'équation 3.57 pour obtenir une expression du signal de sortie et finalement de la fonction de transfert $T(t)$. Contrairement au régime stationnaire, ici τ_0 et τ_e ne jouent pas le même rôle dans l'expression de $u(t)$ et pourront donc être dissociés par l'analyse du signal de transmission. La détermination du régime de couplage pourra donc être faite.

La transmission a également une dépendance temporelle qui est fonction de la vitesse de balayage V_s . Ainsi pour un même couple de valeurs τ_0 et τ_e l'allure de la transmission sera différente et ne dépendra que de V_s .

Pour illustrer notre propos, nous représentons figure 3.16 différentes transmissions en fonction de différentes vitesses pour un résonateur au couplage critique. Les vitesses seront normalisées par $\tilde{V}_0 = 2/(\pi\tau^2)$ qui représente la vitesse de balayage en fréquence pour laquelle une résonance de largeur $1/\pi\tau$ est balayée en un temps $\tau/2$. Il y a 3 cas de figure :

- (a), la vitesse de balayage est lente, très inférieure à \tilde{V}_0 , dans ce cas la transmission est identique à celle d'un régime stationnaire comme étudié précédemment. La figure 3.16 a) représente ce cas de figure avec $\tilde{V}_s = 0.01\tilde{V}_0$. Il est impossible de dissocier τ_0

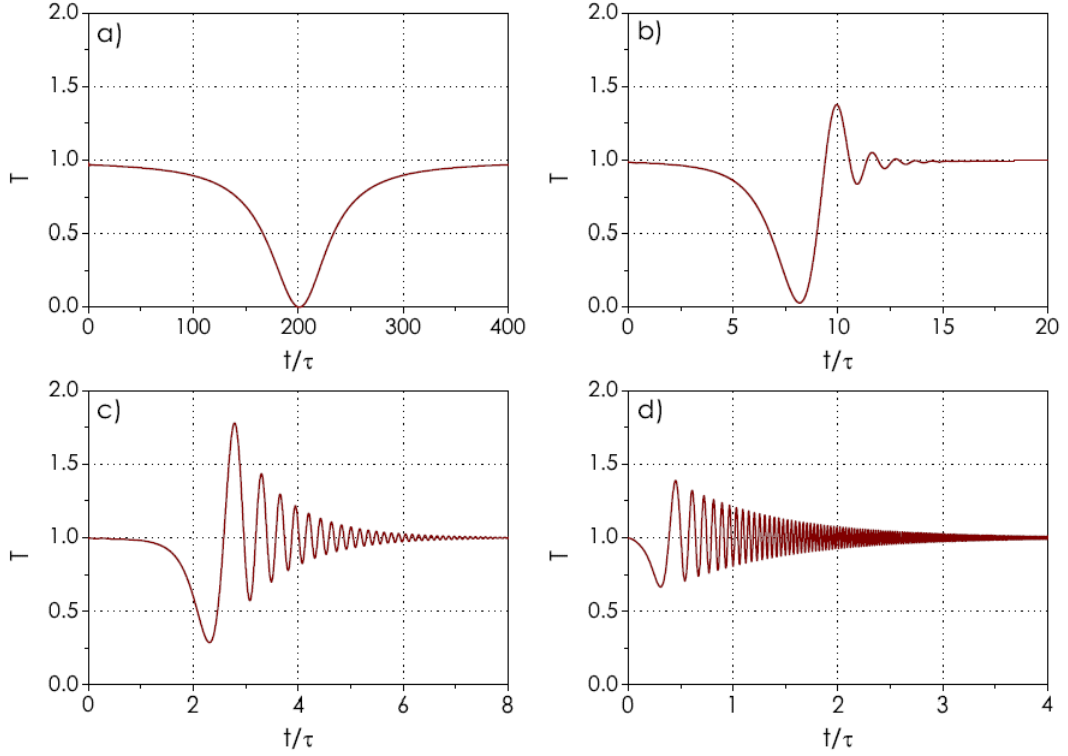


FIGURE 3.16 – Transmission d'un résonateur en régime critique pour différentes vitesses de balayage. a) $\tilde{V}_s = 0,0075 \tilde{V}_0$, b) $\tilde{V}_s = 0,3 \tilde{V}_0$, c) $\tilde{V}_s = 3 \tilde{V}_0$, d) $V_s = 30 V_0$ avec $\tilde{V}_0 = 2/(\pi\tau^2)$. L'axe des abscisses est normalisé par rapport au temps de vie global τ . Figure extraite de la thèse de S. Trebaol [32].

et τ_e dans ce régime.

- (b), en augmentant la vitesse de balayage pour atteindre des valeurs proches de \tilde{V}_0 des oscillations amorties apparaissent et on observe ce que l'on appelle un signal de *ringing* où il y a des interférences constructives et destructives entre le signal s'échappant du résonateur par le guide d'accès et le signal transmis par ce même le guide d'accès. Ce signal est représenté par la figure 3.16 (b) où $\tilde{V}_s = \tilde{V}_0$.
- (c), lorsque la vitesse de balayage augmente encore, le nombre d'oscillations augmente, comme représenté sur les figures 3.16 (c) et (d). L'étude de ces oscillations et de leur amortissement permet la caractérisation unique de τ_0 et τ_e . Cette étude est réalisée dans la suite du manuscrit.

Dans un premier temps, intéressons-nous à la période des oscillations. Les oscillations sont le résultat du battement entre le champ d'entrée s_{in} et le champ $u(t)$. Notons respectivement I_{in} et I_u les intensités correspondantes. La pulsation du champ entrant est

définie comme étant égale à ω_0 à $t=0$ et évolue ensuite en fonction de V_s : $\omega_{in} = \omega_0 + V_s$. Le champ intracavité est à la pulsation de résonance ω_0 . Le battement de ces deux champs est :

$$I = I_{in} + I_u + 2\sqrt{I_{in}I_u}\cos[(\omega_{in} - \omega_0)t] \quad (3.68)$$

$$I = I_{in} + I_u + 2\sqrt{I_{in}I_u}\cos[V_s t^2] \quad (3.69)$$

La période des oscillations Λ_{CRDM} peut être extraite :

$$\Lambda_{CRDM} = \frac{2\pi}{V_s t} \quad (3.70)$$

La période des oscillations dépend uniquement de la vitesse de balayage. Ainsi, plus la vitesse de balayage augmente, plus la période des oscillations diminue. Cette tendance est confirmée par les simulations des figures 3.16 (b), (c) et (d). La période des oscillations n'est pas fixée pour une même valeur de V_s , en effet la période diminue avec le temps ce qui est visible sur les figures (b), (c) et (d). La mesure de quelques oscillations permet donc par l'intermédiaire de l'expression 3.70 d'obtenir la vitesse de balayage.

Maintenant, intéressons-nous à l'enveloppe du signal d'interférence. Le signal en sortie du guide est :

$$s_{out}(t) = -s_{in}(t) + \frac{2}{\tau_e} A \exp[(j\omega_0 - 1/\tau)t] \left[f(t) - f(0) + \frac{1}{j(\omega_i - \omega_0) + 1/\tau} \right] \quad (3.71)$$

On remarque une enveloppe décroissante en $1/\tau$. La mesure de ce temps permet donc la détermination du facteur de qualité global.

L'étude en régime stationnaire ne permet pas de faire la distinction entre τ_0 et τ_e . Ils jouent des rôles similaires dans l'expression 3.60, supposons que nous sommes dans le cas de surcouplage tel que $\tau_0 = \alpha_+ \tau_e$ l'équation 3.60 devient :

$$T = \frac{(\tau_0(\alpha_+ - 1))^2 + 4\pi^2\delta^2}{(\tau_0(\alpha_+ + 1))^2 + 4\pi^2\delta^2} \quad (3.72)$$

Supposons maintenant que le résonateur est dans un régime de sous-couplage tel que : $\alpha_- \tau_0 = \tau_e$ l'équation, 3.60 devient cette fois :

$$T = \frac{(\tau_0(1/\alpha_- - 1))^2 + 4\pi^2\delta^2}{(\tau_0(1/\alpha_- + 1))^2 + 4\pi^2\delta^2} \quad (3.73)$$

On remarque donc que pour toutes valeurs $\alpha_+ = \alpha_-$ les transmissions sont les mêmes. Pour illustrer ce propos on prend le cas $\alpha_+ = \alpha_- = 3$ et on trace les transmissions sur la figure 3.17 (a) on constate que les courbes se superposent parfaitement.

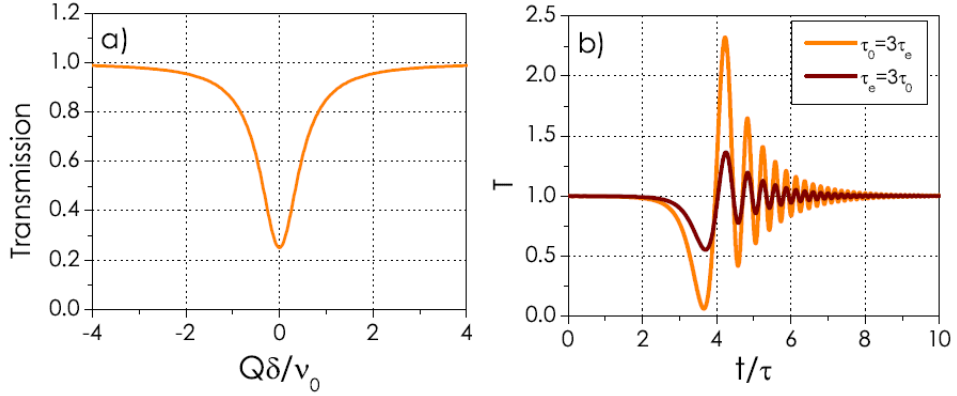


FIGURE 3.17 – Transmission en régime stationnaire (a) et en régime dynamique (b) pour deux résonateurs dont le rôle de τ_0 et τ_e est inversé. La vitesse de balayage rapide est de $\tilde{V}_s = 2,25\tilde{V}_0$. Figure extraite de la thèse de S. Trebaol [32].

Prenons ce même cas, mais en considérant un régime dynamique c'est à dire avec une vitesse de balayage supérieur à \tilde{V}_0 . Pour notre exemple, prenons $\tilde{V}_s = 3\tilde{V}_0$, les signaux de transmission sont représentés sur la figure 3.17 (b). On constate que les signaux sont amplement différents, ce qui permet la discrimination de τ_0 et τ_e . Par la suite, cette discrimination en régime dynamique permettra de dissocier les facteurs de qualité intrinsèque et extrinsèque et donc d'étudier le facteur limitant de la cavité.

3.2.2 Contributions non linéaires

La fonction de transfert développée dans la partie précédente peut être considérée comme idéale. En effet, les effets non linéaires n'ont pas été pris en compte. Des travaux précédents dans l'équipe [33] nous amènent à considérer que la fréquence de résonance subit une variation $\Delta\omega(t)$ due aux effets non linéaires. Ainsi l'équation d'évolution se réécrit sous la forme :

$$\frac{du}{dt} = \left(j[\omega_0 + \Delta\omega(t)] - \frac{1}{\tau} \right) u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t) \quad (3.74)$$

En effet, l'apport d'énergie dans la cavité modifie les paramètres de cette dernière. On

isole ici deux contributions : les effets thermiques et les effets Kerr :

$$\Delta\omega(t) = \Delta\omega_{ther}(t) + \Delta\omega_{Kerr}(t) \quad (3.75)$$

Effets thermiques

Lorsque de l'énergie est apportée dans la cavité, celle-ci chauffe et cela a deux conséquences : une variation de sa taille ainsi qu'une variation de son indice. Pour une petite variation de l'indice ΔN et du rayon Δr , on obtient une variation de la fréquence de résonance $\Delta\omega$ telle que :

$$-\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta r}{r} \quad (3.76)$$

Considérons maintenant une variation $\Delta\Theta$ de la température Θ du résonateur, le décalage de fréquence dû aux effets thermiques s'exprime alors :

$$-\frac{\Delta\omega_{ther}}{\omega_0} = \left(\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial \Theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial \Theta} \right) \Delta\Theta = \beta_{ther} \Delta\Theta \quad (3.77)$$

β_{ther} peut être vu comme la sensibilité thermique du résonateur en K^{-1} . C'est une donnée qui dépend du matériau et de la taille de la sphère.

La détermination de l'évolution de la température dans le résonateur en fonction du temps est nécessaire pour l'utilisation des expressions précédentes. On suppose pour cela que tout l'échauffement du résonateur provient de l'absorption du matériau α_{mat} . L'augmentation temporelle de la température du résonateur peut alors s'exprimer par :

$$\rho V_{eff} C_p \left(\frac{d\Theta}{dt} \right)_+ = \frac{\alpha_{mat} c}{N} (|u(t)|^2) \quad (3.78)$$

Avec ρ et C_p la densité et la capacité thermique du matériau.

De même, on peut définir un temps caractéristique $1/\gamma_{ther}$ de diminution de la température. Cette diminution s'exprime alors :

$$\left(\frac{d\Theta}{dt} \right)_- = -\gamma_{ther} \Delta\Theta \quad (3.79)$$

La combinaison des équations précédentes nous permet de décrire l'évolution thermique par :

$$\frac{d\Theta}{dt} = -\gamma_{ther} \Delta\Theta + \alpha_{mat} c \left(\frac{|u(t)|^2}{N \rho V_{eff} C_p} \right) \quad (3.80)$$

Effets Kerr

Les effets Kerr induisent un changement de l'indice du matériau en fonction de la puissance, tel que : $\Delta N = N_2 I$, avec I l'intensité à l'intérieur du résonateur. L'intensité est directement reliée au volume et au champ présent dans la cavité :

$$I = \frac{c}{NV_{Kerr}} |u|^2 \quad (3.81)$$

Le volume Kerr utilisé ici nécessite un développement particulier que le lecteur pourra retrouver ici : [111] . En première approximation nous supposons que $V_{Kerr} \approx V_{eff}$ Le décalage fréquentiel dû à l'effet Kerr est exprimé par [33] :

$$-\frac{\Delta\omega_{Kerr}}{\omega_0} = \frac{N_2 c}{NV_{Kerr}} |u(t)|^2 \quad (3.82)$$

Les équations 3.82,3.80 et 3.75 sont couplées. En effet, les décalages $\Delta\omega$ dépendent de la puissance du champ $u(t)$. On ne peut donc pas résoudre ce système analytiquement. On peut néanmoins réaliser des simulations et avoir une intuition de ce qu'il se passera pour les signaux de sortie.

Simulations

Prenons à présent comme exemple une résonance au couplage critique avec $\tau_0 = \tau_e = 0.1 \mu s$. À 420 nm on obtient un profil lorentzien tel que présenté en figure 3.18 avec une largeur de raie de 6.4 MHz soit un facteur de qualité de 1.1×10^8 .

Lorsque l'on veut caractériser cette résonance expérimentalement, nous allons devoir la balayer à l'aide d'un laser de sonde. Deux cas de figure sont alors possibles. Si la fréquence du laser est supérieure à la fréquence de la résonance (cas a) sur la figure 3.18), elle doit être diminuée. Il s'agit du "balayage de fréquence décroissant". À l'inverse, si la fréquence du laser est inférieure à la fréquence de la résonance (cas b) sur la figure 3.18), elle doit être augmentée. Nous appelons cela le "balayage de fréquence croissant".

Nous simulons le balayage de cette résonance par un laser de sonde injectant 0.1 mW. Les paramètres nécessaires à la simulation sont reportés dans le tableau 3.3.

La figure 3.19 présente le résultat pour une vitesse de balayage $V_s = 0.01 \times V_0$.

Quel que soit le sens du balayage en fréquence, nous observons une déformation de la forme de raie. Pour un balayage dans le sens décroissant, la déformation s'accompagne d'un élargissement. À l'inverse, pour le sens croissant, la déformation s'accompagne d'un

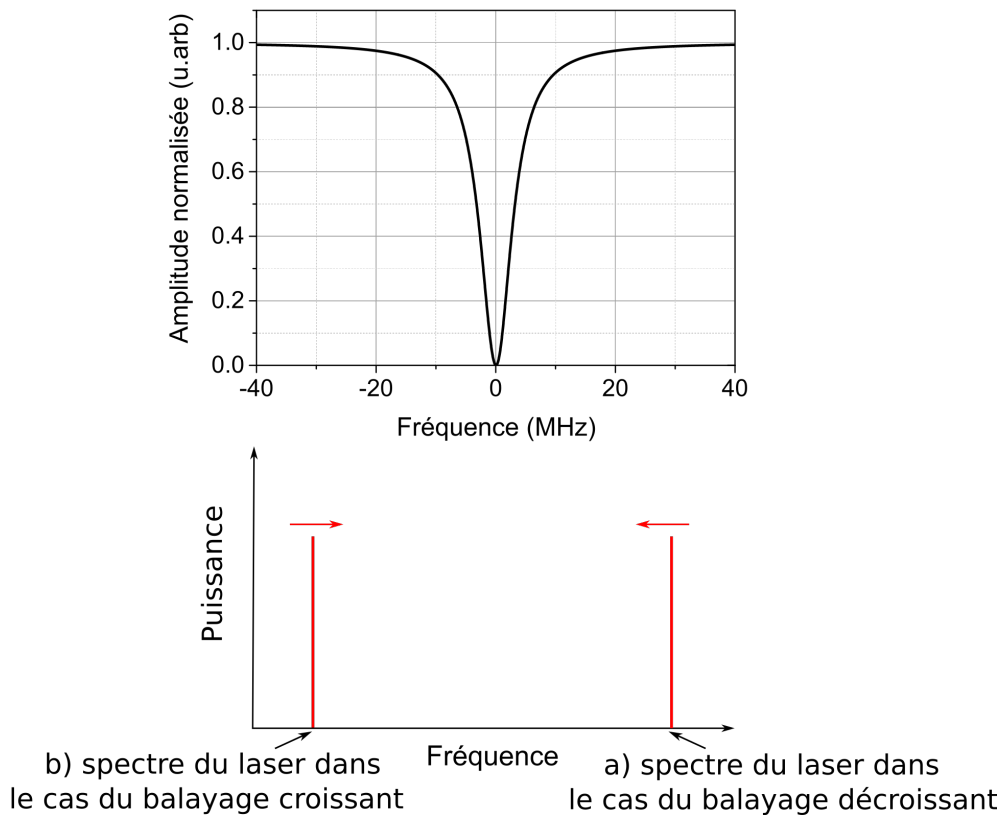


FIGURE 3.18 – Spectre d’une résonance avec des temps caractéristiques $\tau_0 = \tau_e = 0.1 \mu s$ à 420 nm. Le spectre du laser de sonde est représenté dans le cas d’un balayage en fréquence décroissant (a) et dans le cas inverse du balayage en fréquence croissant (b)

rétrécissement apparent.

Il y a de nombreux paramètres rentrant en compte dans la déformation des résonances. On se rend compte dans un premier temps que l’élargissement est principalement dû à l’effet thermique. En effet, lorsque l’on supprime les effets Kerr ($n_2 = 0$), l’apparence de la largeur de raie change peu, comme le montrent les courbes en pointillé rouge figure 3.19.

De nombreux paramètres interviennent dans la manifestation des effets thermiques. Parmi ces paramètres, la sensibilité thermique, la densité et la capacité thermique sont directement liées aux matériaux et sont insensibles aux longueurs d’onde. Nos paramètres ajustables sont la longueur d’onde du laser ainsi que la résonance étudiée.

Nous pouvons donc faire varier le facteur de qualité en fonction de la référence obser-

Paramètre	valeur
V_{eff}	$3590 \mu m^3$
ρ	2.2×10^3
α_{mat}	30 dB/km
β_{th}	1.3×10^{-5}
γ_{ther}	5.5×10^5
N	0.1 nm
C_p	670
n_2	2.5×10^{-20}
$\tau_0 = \tau_e$	0.1 μs
P	0.1 mW

TABLE 3.3 – Paramètres utiles pour réaliser les simulations de transmission d’un résonateur à modes de galerie. Ces valeurs sont données pour une sphère réalisée en F300 présentant un facteur de qualité de 1×10^8

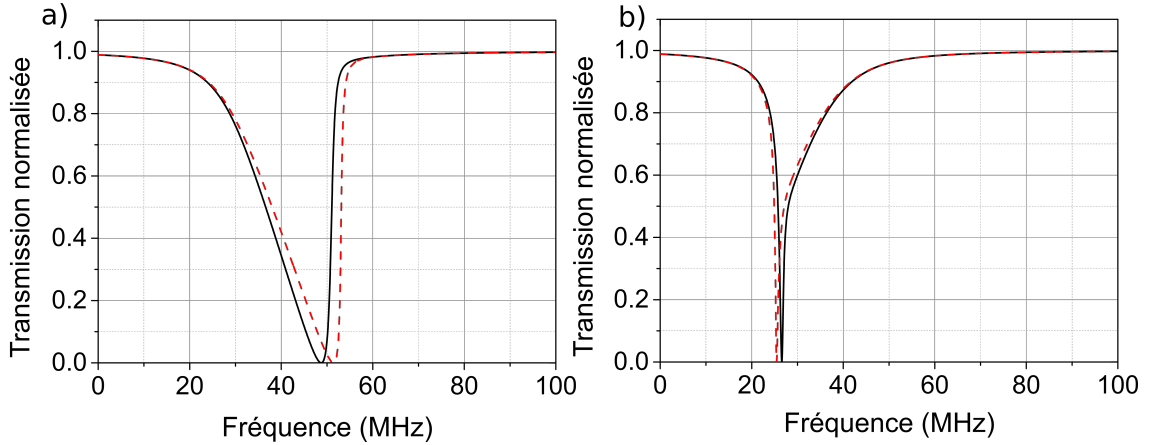


FIGURE 3.19 – Simulation de transmission d’un résonateur à modes de galerie avec un balayage en fréquence décroissant a) et croissant b). Le résonateur présente un facteur de qualité de 1.1×10^8 ainsi que de forts effets non linéaires déformant les résonances. Les paramètres de la simulation sont exprimés dans le tableau 3.3. La courbe noire prend en compte l’effet Kerr et la courbe en pointillé rouge considère un n_2 nul.

vée. On constate par les courbes en pointillées vertes de la figure 3.20 qu’une variation du facteur de qualité (pour l’exemple, la diminution d’un facteur 2) à une forte influence sur l’élargissement de la résonance. Plus le facteur de qualité est élevé, plus les effets thermiques seront importants. Cela est dû au facteur d’exaltation en effet, il est directement proportionnel à la finesse et donc au facteur de qualité. Plus le facteur de qualité est

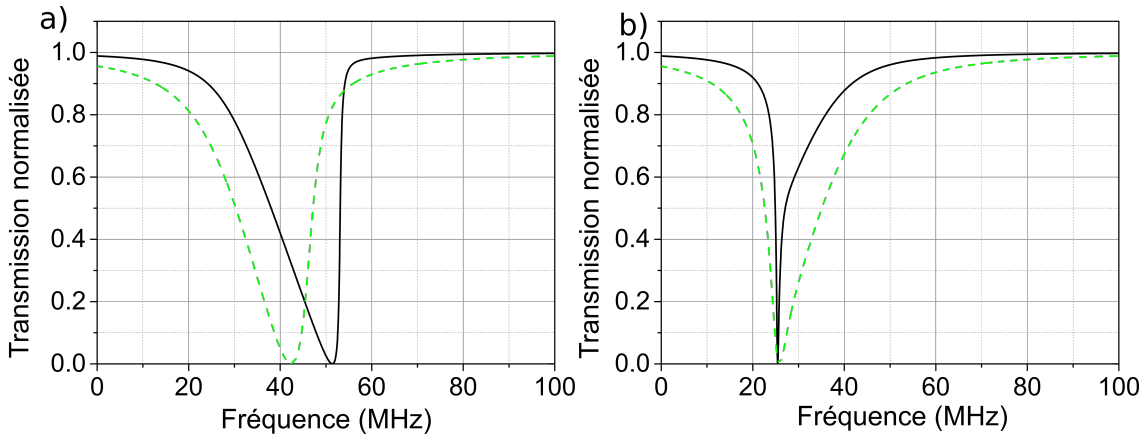


FIGURE 3.20 – Comparaison entre les simulations de scan d’une résonance ayant un facteur de qualité de 1.1×10^8 (courbe noire) et 5×10^7 (courbe pointillée verte). Les autres paramètres étant ceux du tableau 3.3

important et plus la puissance circulant dans le résonateur sera importante.

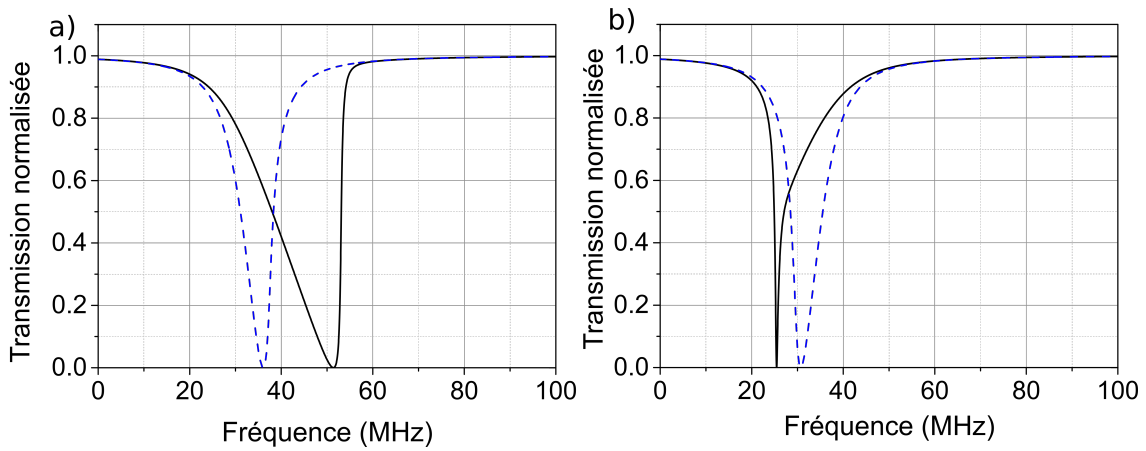


FIGURE 3.21 – Comparaison entre les simulations du scan d’une cavité avec un matériau ayant une absorption de 30 dB/km (courbe noire) et une cavité d’absorption 0.17 dB/km (courbe pointillée bleue). Les autres paramètres étant ceux du tableau 3.3

L’absorption est un autre paramètre qui est grandement dépendant de la longueur d’onde. En effet, nous avons considéré que les pertes du matériau étaient directement traduites en absorption. Si l’on prend le cas des pertes à 1550 nm, on obtient les courbes pointillées bleues de la figure 3.21 où nous n’avons quasiment pas de déformation des résonances. Cela souligne le fait que les importantes pertes dans le bleu impliquent des

déformations importantes des résonances.

Par des méthodes de balayage classiques, il est simple d'identifier le sens de balayage en fonction de la forme des résonances, mais il est impossible d'extraire le facteur de qualité. Pour répondre à cette problématique, nous présentons dans la suite la méthode de caractérisation hybride spectrale/temporelle. Nous présenterons ensuite un premier résultat d'asservissement utilisant une sphère et nous finirons par des résultats préliminaires sur l'observation de l'effet Raman à 420 nm dans les résonateurs.

CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE ET PREMIERS RÉSULTATS D'APPLICATIONS DE RÉSONATEUR À MODE DE GALERIE

4.1 Caractérisation des facteurs de qualité

4.1.1 Méthode de caractérisation hybride spectrale/temporelle

La mise en place de cette méthode est illustrée par le schéma 4.1. La fréquence d'un laser est modulée à l'aide d'un signal triangulaire par l'intermédiaire d'un générateur basse fréquence. Le signal ainsi obtenu est envoyé à l'intérieur du résonateur et récupéré par une fibre de collecte pour être transmis à un oscilloscope par l'intermédiaire d'une photodiode. Notons qu'il est nécessaire pour cette méthode que la vitesse de balayage V_s soit "rapide". Rapide signifie ici que le temps nécessaire pour balayer une résonance doit être inférieur au temps caractéristique τ de la cavité. Cette condition se résume à $V_s > V_0$ si l'on reprend le formalisme développé précédemment (cf. §3.1).

Comme indiqué dans la figure 4.1, à cette vitesse des interférences entre deux signaux se créent entre le signal résonant dans la cavité à la pulsation ω_0 qui est réémise vers le port de sortie avec un temps de décroissance τ et le signal qui passe directement par le guide d'accès dont la fréquence a évolué $\nu_0 + \Delta\nu$. Ces interférences apparaissent sous la forme d'oscillations comme le montre la figure 4.1.

Comme expliqué dans la partie 3.2.1, cette figure d'interférence, usuellement appelée signal de ringdown est caractéristique d'un unique couple τ_0 et τ_e . Il faut donc déterminer ce couple unique en fonction de la vitesse du balayage. Ceci est fait à l'aide d'un ajustement numérique au signal expérimental par le modèle théorique. Un exemple de cette méthode est donné dans la figure 4.11 où l'on a pu extraire le couple τ_0 et τ_e , déterminer le régime de couplage ainsi que la vitesse de balayage.

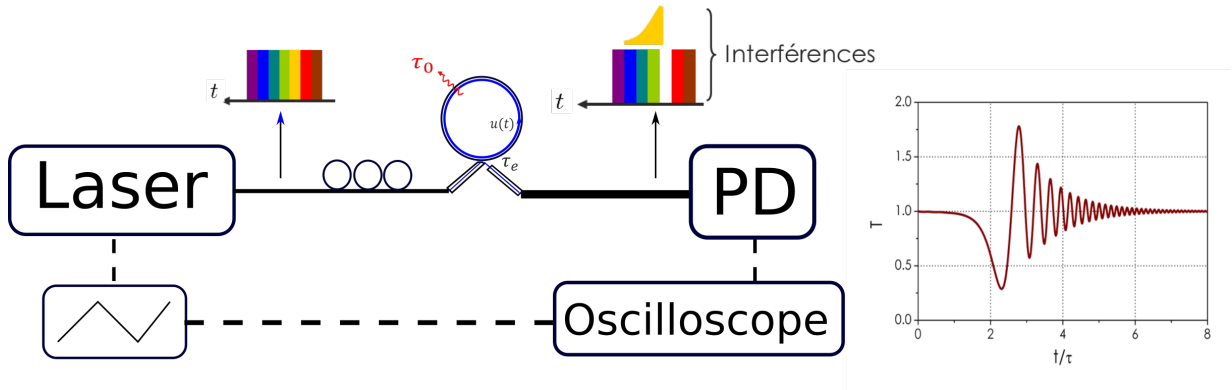


FIGURE 4.1 – Schéma d'un montage de caractérisation de résonateur à mode de galerie par la méthode de balayage hybride spectrale/temporelle

Cette méthode présente deux principaux avantages pour les résonateurs à modes de galerie :

- Extraction du couple τ_0 , τ_e et détermination du régime de couplage.
- Possibilité de prendre en compte les effets thermiques et autres effets non linéaires.

4.1.2 Montage expérimental

Les seuls bancs de caractérisation existant à l'institut sont des bancs de couplage par fibres amincies. Il faut donc créer un nouveau banc de couplage par fibre biseautée. Pour cela, il nous faut monter les résonateurs et la fibre biseautée sur des supports, mettre en place un banc d'insertion et de collecte du signal optique et enfin différents systèmes de visualisation du dispositif sous test pour ajuster le couplage.

Résonateurs à modes de galerie

Les résonateurs à modes de galerie que nous avons caractérisés sont des sphères en silice réalisées par la méthode présentée partie 3.1.4. Les sphères font un diamètre d'environ $275 \mu\text{m}$ et sont collées à l'aide d'une colle UV sur une plaque métallique comme indiqué sur la figure 4.2. Les sphères sont collées avec le minimum de fibre dépassant de la plaque métallique pour éviter qu'elle agisse comme une "poutre" sensible aux vibrations mécaniques et autres perturbations.

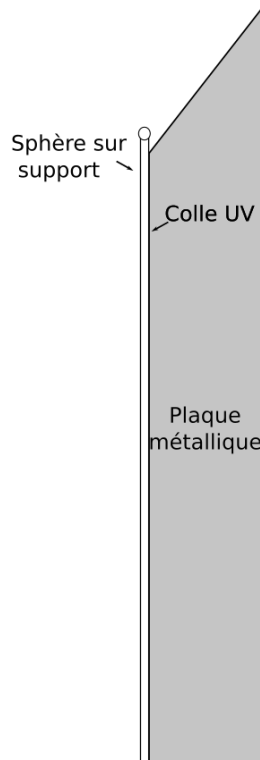


FIGURE 4.2 – Dispositif de maintien de la sphère sur une plaque métallique. La sphère et sa tige sont collées au support métallique à l'aide d'une colle UV.

Montage de la fibre biseautée

Pour réaliser le couplage et l'ajuster, il faut que la fibre biseautée ait 5 degrés de liberté (trois translations et deux rotations), pouvant être contrôlés finement. Pour ce faire, le dispositif de la figure 4.3 a été mis en place.

La fibre est fixée à l'intérieur d'une férule et cette dernière est encastrée dans un dispositif (1) permettant la rotation selon l'axe x (le roulis δ) avec une précision de 0.25° (figure 4.3(a)). Cette rotation permet d'avoir la surface de la fibre biseautée tangente à la sphère. Pour éviter un autre effet de "poutre", seule l'extrémité de la fibre est placée hors de la férule puis y est collée.

Le dispositif (1) est fixé sur une plateforme permettant le tilt (2) selon l'axe y (tangage θ) et selon l'axe z (lacet). Ces tilts agissent comme des rotations avec de faibles excursions, cependant suffisantes pour nos applications. Nous avons accès aux trois rotations, cependant le lacet pouvant être réalisé via les translations selon x et y , sa rotation ne sera pas utilisée. Dans le cas de résonateurs parfaitement sphériques, l'ajustement du tangage est également inutile, car il permet d'aligner la fibre biseautée avec l'équateur, comme on

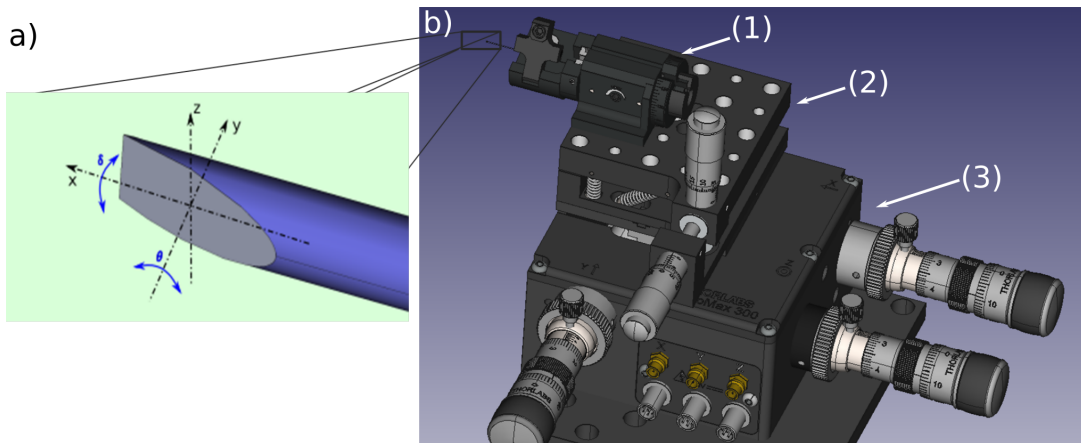


FIGURE 4.3 – Représentation 3D du dispositif d’ajustement de la position de la fibre biseautée. La fibre est insérée dans un dispositif de rotation (1), positionné sur une plateforme (2) permettant un tilt selon l’axe y . Le tout est fixé sur une plateforme trois-axes (3)

le constate sur la figure 4.3(a). Cependant, nos sphères ne sont pas parfaites et présentent une légère ellipticité, justifiant la nécessité de cette plateforme.

Enfin, les trois translations sont assurées par une plateforme (3) trois-axes (MAX302/M). Chaque axe peut être contrôlé par un élément piézo-électrique avec une boucle de contre-réaction. Cette boucle de contre-réaction assure une précision théorique de 5 nm sur une excursion de 20 μm . Ces translations permettent d’ajuster la position de la fibre pour que son cœur soit au point de couplage.

Montage d’insertion et de collecte du signal optique

Le montage expérimental est présenté sur la figure 4.4. Le laser accordable utilisé est le laser Toptica utilisé au chapitre 2. Un signal triangulaire est envoyé au contrôleur de courant du laser afin de moduler sa fréquence. Le signal modulé est transmis à la fibre biseautée en passant par un contrôleur de polarisation. Une fibre multimode est placée à proximité de la face de sortie de la fibre biseautée pour assurer la collecte du signal extrait du résonateur. Nous avons choisi une fibre à grand cœur (200 μm de diamètre de cœur) pour assurer une collecte optimale du signal de sortie tout en présentant une bonne tolérance au placement vis-à-vis de cette dernière.

Le système composé de la fibre biseautée, la sphère et la fibre de collecte est placé sur une table antivibrations dans une boîte tapissée de mousse, dans le but de réduire les perturbations sur le couplage. Le signal de sortie est ensuite séparé à l’aide d’une

densité, permettant d'envoyer une partie du signal à une photodiode et une autre à un puissance-mètre ou un analyseur de spectre optique (OSA).

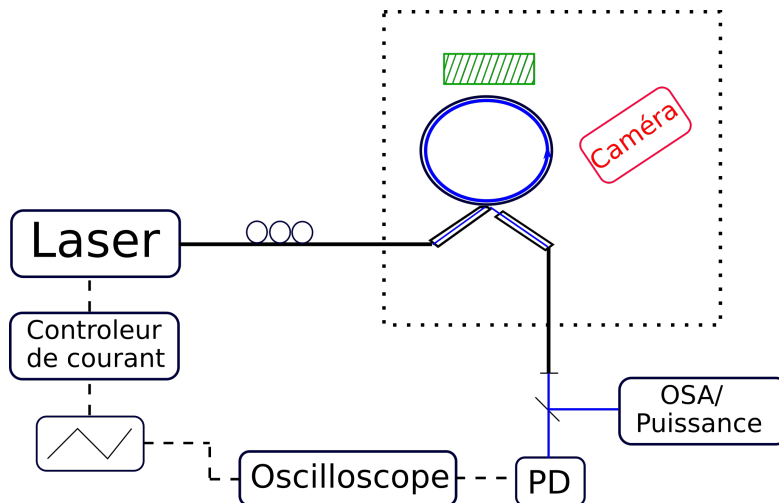


FIGURE 4.4 – Schéma du montage de caractérisation des sphères. L'insertion se fait à l'aide d'une fibre biseautée. Une fibre multimode proche de la face de sortie de la fibre biseautée permet la collecte du signal.

4.1.2.1 Ajustement du couplage

Pour pouvoir ajuster le couplage, trois vues sont nécessaires. Ces vues sont fournies par deux caméras.

La vue (a) (selon l'axe x) est fournie par la caméra représentée sur la figure 4.4. Cette vue permet le réglage des axes y et z ainsi que du roulis comme l'illustre la figure 4.5.

La vue (b) (selon l'axe z) est permise par une caméra qui n'est pas représentée sur le schéma 4.4 qui est suspendu par une arche au-dessus du montage. Cette vue permet le réglage des axes x et y comme le représente la figure 4.5.

La vue (c) (selon l'axe y) est obtenue en plaçant un miroir à 45° (cf. figure 4.4) et en utilisant la caméra du dessus. Cette vue permet de régler uniquement le tangage comme montré sur la figure 4.5.

Nous présentons dans la suite la caractérisation de sphères à travers l'étude du régime de couplage ainsi que des phénomènes non linéaires observés.

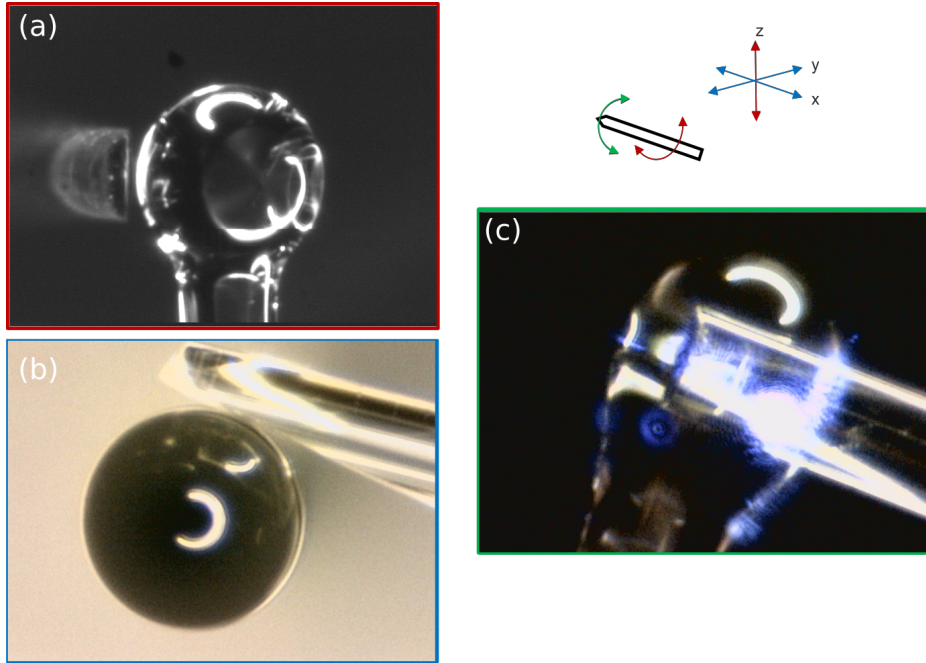


FIGURE 4.5 – Trois vues permettant de régler les déplacements de la fibre biseautée. En rouge (a) la vue de la caméra de face pour l’ajustement des axes y et z ainsi que du roulis. En bleu (b) la vue de la caméra du dessus, permettant de régler les axes x et y . En vert (c) la vue de côté permettant le réglage du tangage

4.1.3 Étude des régimes de couplage

La méthode classique, utilisée pour l’anneau de fibre (balayage en fréquence lent), donne la transmission de la figure 4.6. Nous auscultons ici une seule résonance à une faible vitesse de balayage en fréquence ($\tilde{V}_s < \tilde{V}_0$), dans le sens des fréquences décroissantes (partie a) puis dans le sens des fréquences croissantes (partie b). Comme attendu, les effets thermiques ne permettent pas la mesure directe du facteur de qualité. Nous observons un profil tel qu’annoncé au paragraphe 3.2.2. La figure 4.6 présente bien un profil tel qu’annoncé 3.2.2 (figure 3.19) avec une forme de raie non lorentzienne dépendante du sens de balayage. Même si ce n’est pas le but de l’étude, nous remarquons que cette figure (zone entourée en pointillé) présente un comportement d’oscillation dû à une bistabilité thermique tel que présenté dans les récents travaux de Fu *et al.* [112].

La méthode hybride spectrale/temporelle présentée permet d’obtenir un signal de ringdown comme présenté sur la figure 4.8. Dans un premier temps, la formule utilisée est celle présentée en partie 3.2.1 où l’on ne tenait pas compte des effets thermiques, car c’est une formule explicite. Compte tenu de la vitesse de balayage utilisée ($\tilde{V}_s = 800 \text{ MHz}/\mu\text{s}$

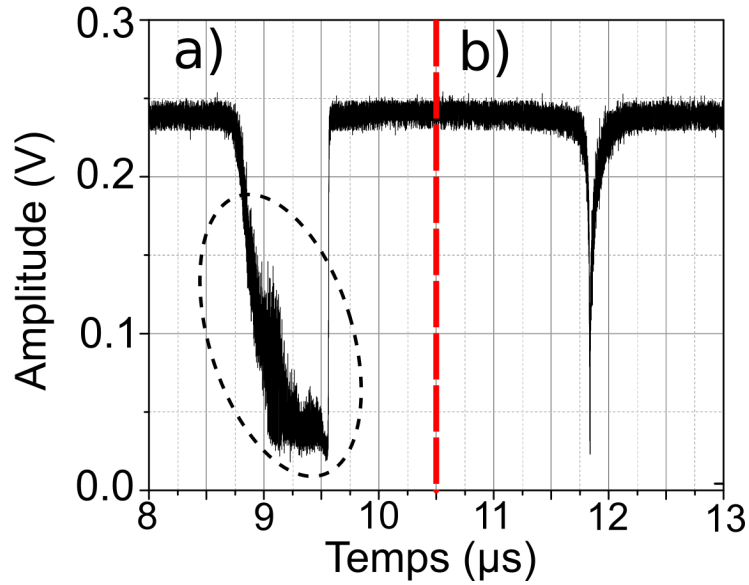


FIGURE 4.6 – Résultat d'un balayage en fréquence lent de la sphère. a) sens de balayage des fréquences décroissant, b) sens de balayage des fréquences croissant

soit environ $4 \times \tilde{V}_0$), on suppose également que les effets non linéaires n'ont pas le temps de s'installer. Un ajustement du modèle, par la méthode des moindres carrés, permet d'obtenir un accord avec la mesure expérimentale comme présenté sur la figure 4.8. Cela nous permet d'extraire les temps de vie caractéristiques, $\tau_0 = 98 \text{ ns}$ et $\tau_e = 101 \text{ ns}$. À partir de ces derniers, nous pouvons déduire un facteur de qualité de 1.1×10^8 et tracer la résonance lorentzienne (figure 4.7). De plus, on remarque que la résonance sondée est légèrement en sous couplage car $\tau_0 < \tau_e$. Cependant, cette différence est minime, le minimum de transmission est de 0.0004, nous considérons qu'il s'agit d'une résonance au couplage critique.

On réalise une série de mesures en partant de la fibre biseautée collée à la sphère et en l'éloignant progressivement. On observe ainsi les différents régimes de couplage en passant du surcouplage à un fort sous couplage. Les résultats obtenus ont été synthétisés sur la figure 4.9. On y représente les temps de vie du système en fonction de la distance entre la fibre et le résonateur. Comme attendu, le temps de vie intrinsèque est constant $\tau_0 = 98 \text{ ns}$. Nous constatons que le couplage critique correspond à une distance sphère fibre biseautée d d'environ 40 nm. En dessous, nous sommes dans un régime de sur couplage et au-dessus dans un régime de sous couplage.

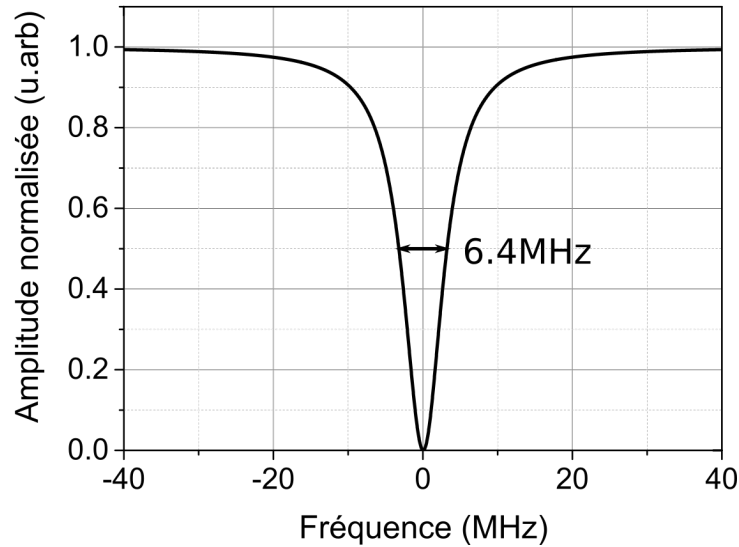


FIGURE 4.7 – Simulation d’une résonance avec les temps de vie, $\tau_0 = 98 \text{ ns}$ et $\tau_e = 101 \text{ ns}$. La largeur de raie est de 6.4 MHz soit un facteur de qualité de 1.1×10^8

On constate ici l’importance d’avoir une précision sur le positionnement de l’ordre de 5 nm.

Le facteur de qualité intrinsèque est $Q_0 = \omega_0 \tau_0 / 2 = 2.2 \times 10^8$. Lorsque l’on place cette valeur sur la figure des facteurs de qualité limitants en fonction de la longueur d’onde (point rouge figure 4.10) on constate que le facteur de qualité expérimental correspond bien avec le facteur de qualité limité par l’état de surface.

Ainsi pour améliorer le facteur de qualité il faudra mener une étude plus approfondie des états de surfaces et choisir une autre méthode de fabrication ou améliorer la méthode actuelle.

Le couplage critique est atteint pour une distance de 40 nm et le facteur de qualité est $Q = 1.1 \times 10^8$ ce qui correspond à une largeur de raie de 6.4 MHz.

Remarques

Lors d’une mesure, deux signaux de ringdown sont acquis : en balayant le laser d’abord dans le sens des longueurs d’onde croissantes puis décroissantes. Les temps de vie extraits dans les deux sens de balayage sont synthétisés sur la figure 4.9. On constate un désaccord entre les deux sens de parcours en longueurs d’onde. Cela traduit certainement un effet

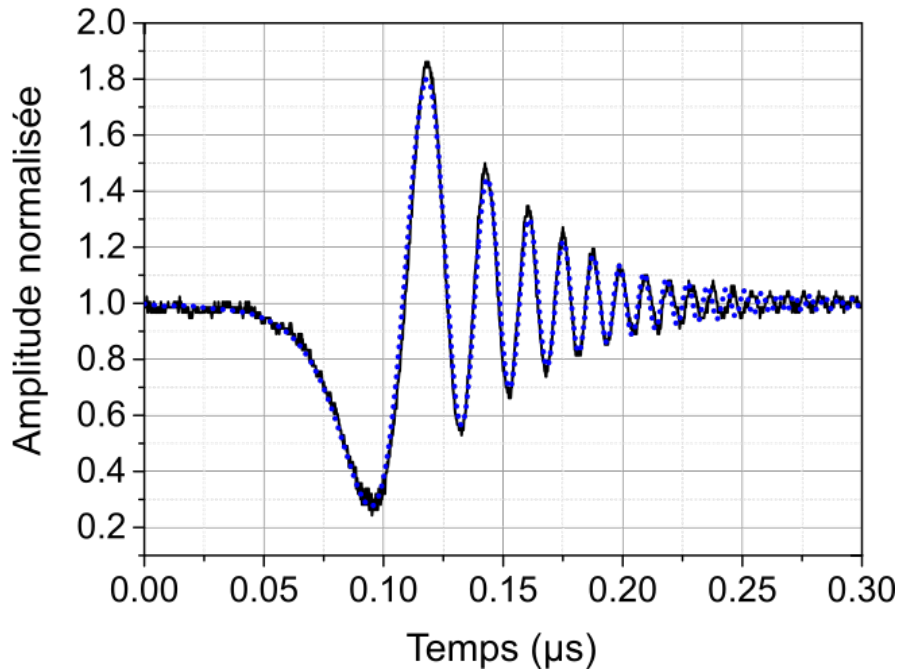


FIGURE 4.8 – Résultat d'un balayage en fréquence rapide ($\tilde{V}_s = 800 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ soit environ $4 \times \tilde{V}_0$) de la sphère. L'acquisition expérimentale est représentée par la courbe noire et le modèle est représenté par la courbe pointillée bleue. Le modèle est ajusté pour extraire les temps de vie, $\tau_0 = 98 \text{ ns}$ et $\tau_e = 101 \text{ ns}$.

non linéaire, car lorsque l'on observe la vitesse de balayage extraite de la superposition, elle est plus élevée lorsque l'on balaye dans le sens des fréquences croissantes ($780 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ vs $810 \text{ MHz}/\mu\text{s}$).

La présence d'effets non linéaires amène à se poser une question importante. Les effets non linéaires impactent-ils la mesure du facteur de qualité ?

4.1.4 Effets non linéaires

Lorsque l'on considère un agrandissement de l'ajustement entre la courbe théorique et la courbe expérimentale, pour la résonance en couplage critique (présenté sur la figure 4.11b)), il y a un désaccord sur la seconde partie des oscillations.

Ce désaccord entre les oscillations signifie un changement de la vitesse relative entre la fréquence du laser de sonde et la fréquence de la résonance. Deux explications sont possibles soit la vitesse de balayage de fréquence du laser n'est pas linéaire soit les effets

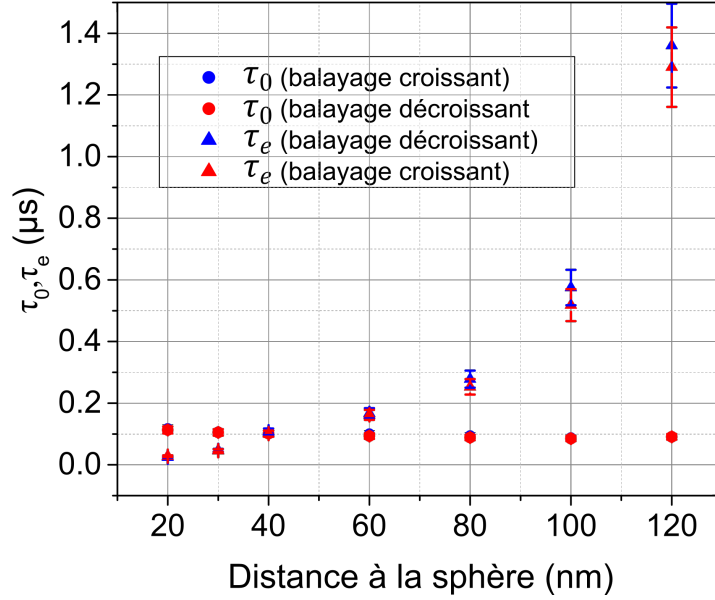


FIGURE 4.9 – Évolution des temps de vie en fonction de la distance entre le résonateur et la sphère. Les points bleus sont obtenus à partir d’un balayage croissant en fréquence et les points rouges pour un balayage décroissant.

thermiques changent la fréquence de résonance et donc la vitesse relative de balayage.

Lorsque l’on considère le temps nécessaire pour sonder une résonance de $0.3 \mu s$, il est petit devant le temps total du balayage. Nous pouvons supposer la vitesse constante sur ce court laps de temps. De plus, un balayage simultané de l’anneau de fibre présenté au paragraphe 2.2.3 permet d’assurer une vitesse constante.

Pour explorer la présence d’effets thermiques, nous prenons à présent pour la courbe théorique l’équation du champ de sortie développée en partie 3.2.2 avec les effets thermiques. Le résultat de ce nouvel ajustement est présenté sur la figure 4.12b).

On constate qu’avec les effets non linéaires pris en compte, le modèle théorique est en très bon accord avec la trace expérimentale. Cependant, l’impact de la prise en compte des phénomènes non linéaires sur le facteur de qualité est faible, car on obtient $\tau_0 = 95 ns$ et $\tau_e = 98 ns$.

Notons que cet ajustement nous permet si l’on connaît les paramètres de notre résonance de déterminer les propriétés thermiques et/ou le paramètre n_2 du matériau utilisé pour réaliser les sphères. Pour cela, l’idéal est une vitesse de balayage \tilde{V}_s proche de \tilde{V}_0 . À cette vitesse, la figure de *ringing* apparaît et la vitesse est suffisamment faible pour que

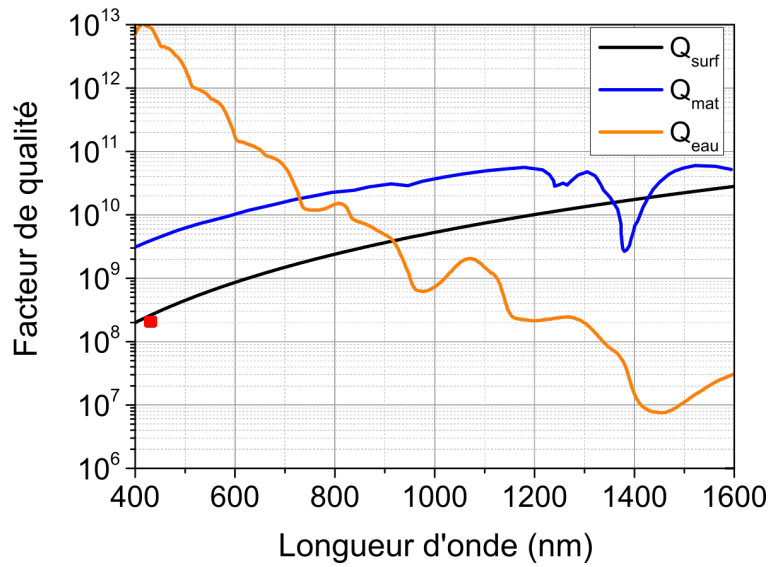


FIGURE 4.10 – Contribution des différents facteurs de qualité intrinsèques en fonction de la longueur d'onde. Le point rouge est le facteur de qualité maximal que nous avons pu atteindre.

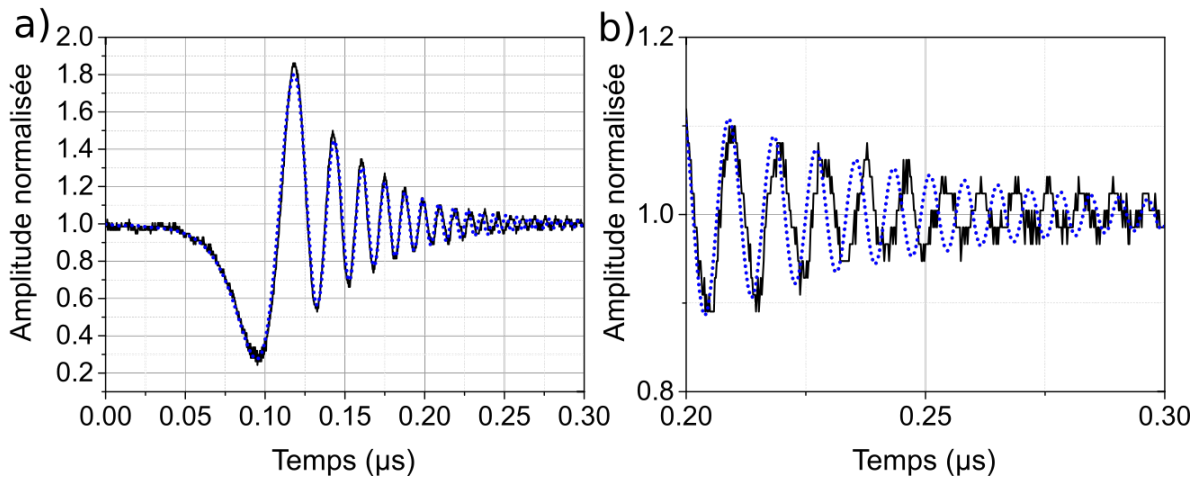


FIGURE 4.11 – Résultat d'un balayage en fréquence rapide de la sphère. L'acquisition expérimentale est représentée par la courbe noire et le modèle est représenté par la courbe pointillée bleue. a) Le modèle est ajusté pour extraire les temps de vie. Ici $\tau_0 = 98 \text{ ns}$ et $\tau_e = 101 \text{ ns}$. b) Zoom sur la partie où l'accord entre le signal théorique et expérimental n'est plus respecté.

l'on puisse constater l'impact des phénomènes non linéaires. La figure 4.13 est un exemple

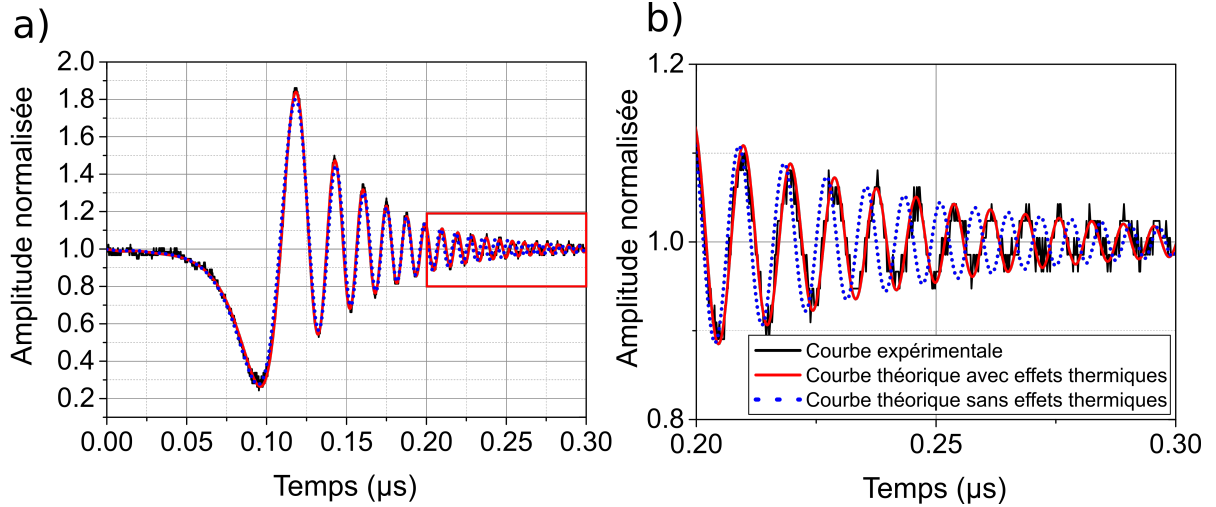


FIGURE 4.12 – Résultat d’un balayage en fréquence rapide de la sphère (courbe noire) superposée avec un modèle théorique ne prenant pas en compte les effets thermiques (courbe bleue) et un autre modèle prenant en compte ces effets (courbe rouge). b) Zoom sur la partie où il existe un désaccord entre la courbe théorique sans effet thermique et la courbe expérimentale

calculé avec les paramètres de la sphère en silice pour une résonance avec $\tau_0 = 100 \text{ ns}$ et $\tau_e = 100 \text{ ns}$ et à une vitesse de $80 \text{ MHz}/\mu\text{s}$. Le signal de *ringing* est bien observé même lorsque l’on ne considère pas les effets non linéaires (courbes bleues). L’ajout des effets non linéaires (Kerr pour les courbes rouges et thermiques pour les courbes noires) change complètement la forme du signal d’interférence. La modification est d’autant plus visible dans le sens de balayage décroissant.

On peut ainsi déterminer les valeurs de n_2 ou des paramètres thermiques de la sphère. C’est une étude qui pourra être menée par la suite.

On peut également penser à l’opération inverse, en effet si les matériaux sont bien connus, avec cette méthode on peut extraire plus d’information de la résonance que les temps de vies. En effet, le volume du mode intervient et ce dernier est dépendant de l’ordre radial n et du nombre ℓ .

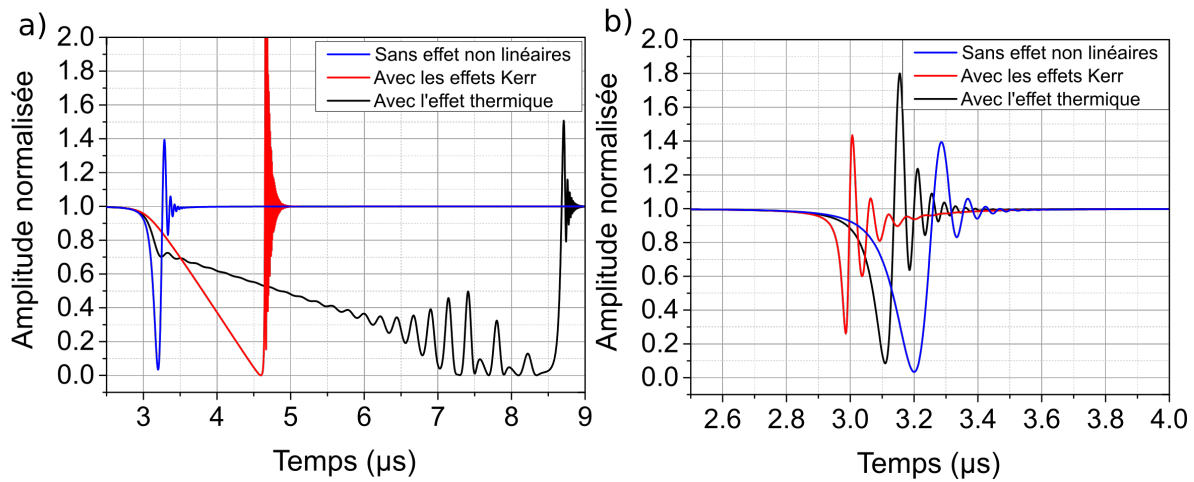


FIGURE 4.13 – Simulation du signal de *ringing* d’une sphère avec une vitesse de balayage de $80 \text{ MHz}/\mu\text{s}$, les autres paramètres étant ceux du tableau 3.3. a) balayage dans le sens des fréquences décroissantes, b) balayage dans le sens des fréquences croissantes.

4.1.5 Remarques

De nombreuses sphères ont été réalisées pour obtenir des états de surface satisfaisants et des facteurs de qualité supérieurs à celui de la cavité fibrée (3×10^7). En effet lorsque le couplage est réalisé et que nous observons une image semblable à celle de la figure 4.14a) où toute la sphère est illuminée, le facteur de qualité mesuré est inférieur à 10^6 . En effet, la sphère est illuminée à cause de nombreux diffuseurs sur sa surface, dégradant le facteur de qualité.

Les sphères d’intérêt sont celles où la lumière se propage sur la périphérie comme celle de la figure 4.14b). Sur ces sphères, des facteurs de qualité supérieurs à 10^6 peuvent être attendus.

Les résonateurs que nous possédons présentent des résonances avec des facteurs de qualité de l’ordre de 10^8 ainsi qu’un couplage critique. Nous présentons dans la suite l’utilisation de ces résonateurs pour réaliser un asservissement opto-électronique comme celui présenté dans le chapitre 2. Nous présenterons également un résultat préliminaire sur l’observation d’un effet Raman dans les sphères.

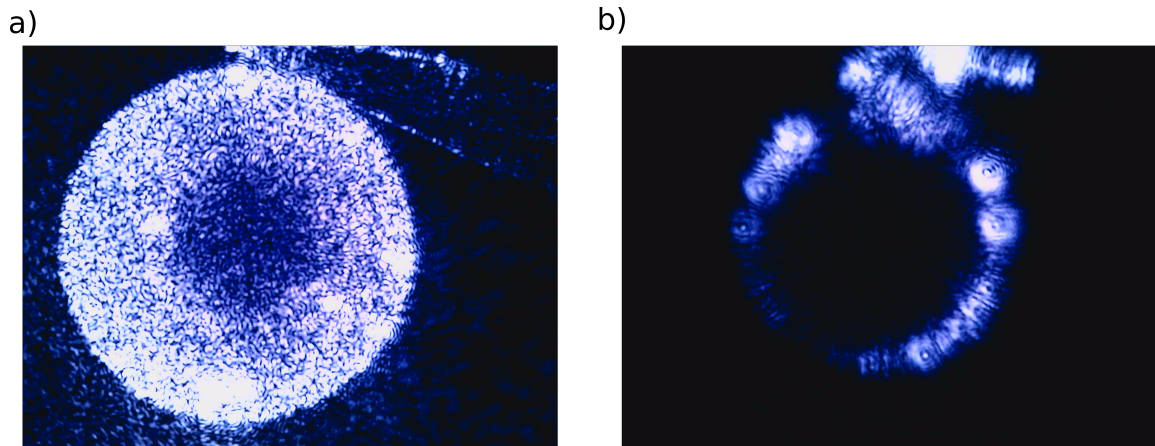


FIGURE 4.14 – Vue du dessus de deux sphères couplées à l’aide d’une fibre biseautée. a) De nombreux diffuseurs sont responsables de l’illumination de la sphère, $Q < 10^6$. b) Le mode est bien confiné sur le pourtour de la sphère, $Q > 10^6$

4.2 Asservissement

Le but est maintenant d’utiliser le résonateur à modes de galerie en tant que référence de fréquence. Nous avons donc une référence possédant un facteur de qualité de 10^8 avec un couplage très proche du couplage critique. Cela rend possible, théoriquement, une meilleure réduction du bruit de fréquence comme discuté dans la partie 1.2.

4.2.1 Asservissement en *top-of-fringe*

La même méthode d’asservissement que pour l’anneau de fibre (cf. §2.3) est mise en place pour la sphère.

4.2.1.1 Montage expérimental

Le montage utilisé est présenté sur la figure 4.15. Le montage est identique à celui utilisé dans la section 1.2.1, seul l’anneau de fibre a été remplacé par une sphère.

La fréquence du laser est modulée par un signal sinusoïdal à 25 MHz de faible amplitude (-20dBm). Le signal laser est ensuite couplé dans la sphère à l’aide d’une fibre biseautée. Le signal de sortie est collecté par une fibre placée à la face de sortie de la fibre biseautée. Ce signal est ensuite détecté par une photodiode puis démodulé par une détection synchrone. Le signal d’erreur ainsi obtenu est envoyé à la carte PI qui corrige la fréquence du laser au travers de son contrôleur de courant.

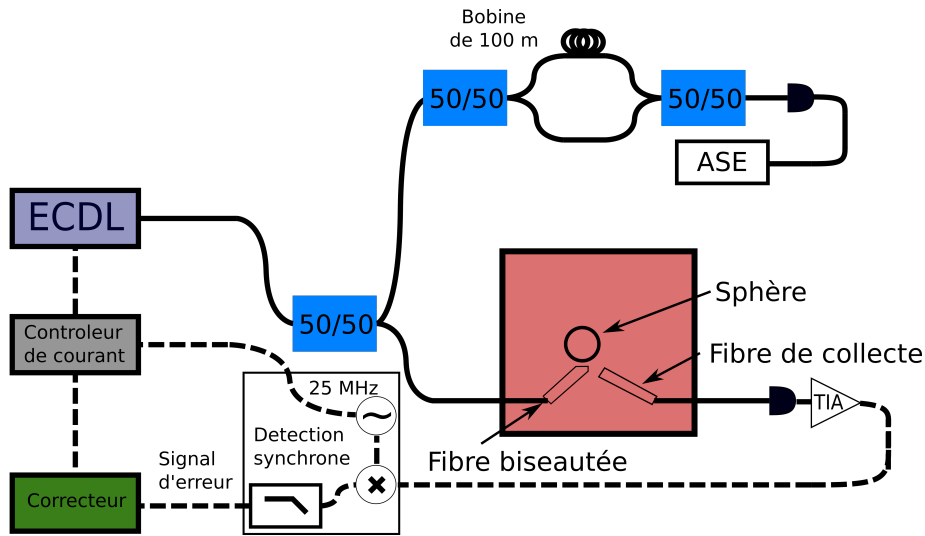


FIGURE 4.15 – Montage expérimental de l’asservissement d’un laser ECDL en *top-of-fringe* sur une sphère de 275 μm de diamètre.

La résonance que nous avons choisie pour le couplage est caractérisée par des temps de vie $\tau_e = 0.13 \mu\text{s}$ et $\tau_0 = 0.04 \mu\text{s}$. Cela correspond à une résonance en fort sous couplage avec 10 MHz de largeur de raie, soit un facteur de qualité de 6.9×10^7 . La transmission minimale est de 0.28.

A priori, cette configuration de couplage n’est pas optimale pour minimiser le bruit du discriminateur. En effet, comme discuté en section 2.3.4, le couplage critique est le régime de fonctionnement à privilégier. Pour autant, les fortes non linéarités thermiques présentent à 420 nm rendent instables l’asservissement en ce point de fonctionnement. Une explication à ce problème sera discutée dans la partie suivante.

4.2.1.2 Résultats et discussions

Une acquisition du bruit de fréquence du laser ainsi stabilisé est faite et comparée avec la mesure réalisée avec l’anneau de fibre sur la figure 4.16.

La courbe de bruit de fréquence du laser asservi sur la sphère présente des similarités avec la courbe représentant l’asservissement sur l’anneau. En effet, on constate que pour des fréquences inférieures à 1 kHz le bruit de fréquence du laser présente un pic de bruit centré à 250 Hz. Le niveau du signal diminue et atteint un plateau d’environ $10 \text{ kHz}^2/\text{Hz}$ sur la décade 1kHz - 10 kHz. Le bruit de fréquence augmente ensuite pour atteindre le bruit de fréquence du laser libre vers 400 kHz signifiant la fin de l’asservissement. En

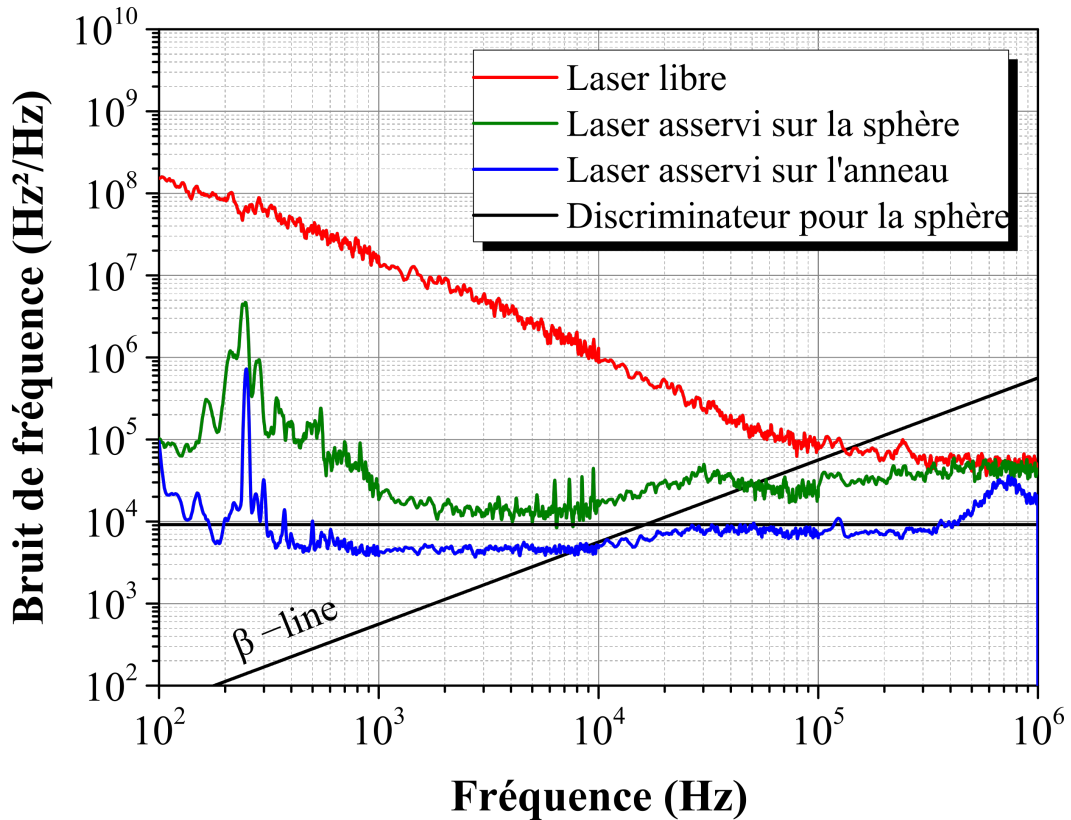


FIGURE 4.16 – Comparaison des effets de l’asservissement du laser Toptica sur deux références. La courbe rouge représente le laser en fonctionnement libre, l’asservissement sur l’anneau de fibre par la courbe bleue et l’asservissement sur la sphère par la courbe verte. La limitation du discriminateur calculé à partir de la résonance de la sphère est représentée par la courbe noire.

utilisant la méthode de la β -line, la largeur de raie à 10 ms est estimée à 91 ± 15 kHz. On constate une réduction de la largeur de raie par rapport au laser libre de près d’un facteur 10. Avec cet asservissement, nous avons également réduit une partie de la gigue due au facteur de Henry.

Maintenant si l’on compare le résultat de l’asservissement de la sphère et celui de l’anneau de fibre. On constate que pour les fréquences en dessous de 1 kHz le bruit de fréquence est plus élevé et forme un pic plus large. Cette remontée de bruit est certainement due aux diverses alimentations nécessaires pour réaliser le couplage entre la fibre biseautée et la sphère. Le couplage étant réalisé sur des distances de l’ordre de la dizaine de nanomètres et l’enceinte ne permettant pas de l’isoler complètement des bruits acous-

tiques, il est naturel que le bruit de fréquence soit impacté. Sur la décade suivante, on constate un plancher de bruit semblable à celui observé sur l'asservissement avec l'anneau de fibre. Ce plancher de bruit est néanmoins plus important. Il faut déterminer s'il s'agit du bruit blanc imposé par le bruit du discriminateur. Rappelons la formule de ce bruit :

$$S_{dis} = \frac{q\Delta\nu^2}{16SPB_{cav}^2} \left[\frac{1}{T_{max}\beta^2} + \frac{2}{T_{min}} \right] \quad (4.1)$$

Avec un terme dépendant des coefficients de couplage et de perte de la cavité $B_{cav} = ((1 - \kappa) \frac{\sqrt{\kappa_c}}{\sqrt{\kappa - \sqrt{\kappa_c}}})$, $\Delta\nu^2$ la largeur d'une résonance, S la sensibilité de la photodiode, P la puissance en entrée du résonateur et β l'indice de modulation de la fréquence du laser. Cette formule étant exprimée par les coefficients de transmission et de perte de la cavité, il est nécessaire de réaliser une conversion des temps de vie caractéristiques. Cette conversion est possible et est illustrée au paragraphe 1.1.1 de la thèse de J.B Ceppe [94]. Il faut néanmoins ajuster les coefficients que l'on obtient à partir de cette méthode pour introduire les pertes d'insertion γ que l'on considère de 0.4 (cf. §3.1.5.2). En prenant $\kappa = 0.999908$, $\kappa_c = 0.999704$, on obtient à partir de l'équation de transmission de l'anneau de fibre la courbe rouge de la figure 4.17.

On obtient donc une résonance avec une transmission minimale de 0.28, et une largeur de raie de 11 MHz soit un facteur de qualité de 6.5×10^7 . Lorsque l'on compare cette résonance à celle calculée à partir des temps de vie (en pointillés bleus sur la figure 4.17), on constate qu'il y a un bon accord entre les deux. En utilisant ces paramètres, le bruit du discriminateur est de $9200 Hz^2/Hz$. Cette limitation est représentée par la courbe noire sur la figure 4.16, on constate alors que cette limitation semble bien correspondre au bruit blanc de fréquence du laser asservi sur la sphère. Cette limitation est plus élevée que celle de l'anneau malgré un facteur de qualité plus important, ce qui montre bien l'importance d'utiliser des références ayant des résonances avec un couplage critique.

La raison pour laquelle nous n'avons pas pu mettre en place un asservissement avec un couplage critique sur la sphère est l'instabilité des résonances. En effet plus la transmission en résonance est proche de 0, plus l'énergie fournie à la cavité est importante. De forts effets non linéaires s'en suivent, déformant la résonance ainsi que le signal d'erreur comme le montre la figure 4.18.

L'apparition de bandes latérales sur la figure 4.18 suggère que le régime de PDH est atteint. Cependant, lorsque les déformations du signal d'erreur deviennent trop importantes, l'asservissement n'est plus possible.

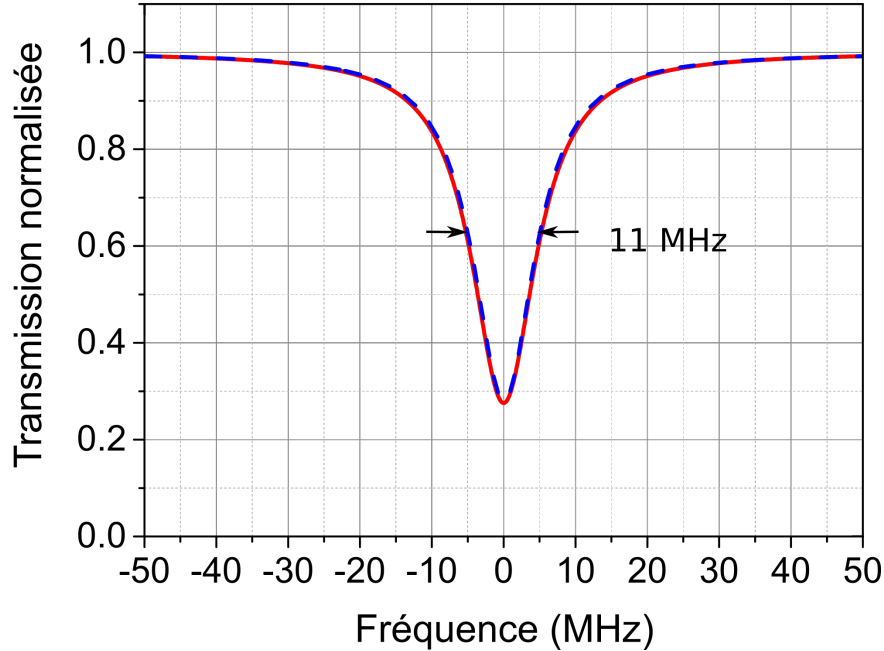


FIGURE 4.17 – Comparaison entre la résonance calculée avec la méthode matricielle présentée en partie 2.2.2, pour $\kappa = 0.999908$, $\kappa_c = 0.999704$ (courbe rouge). Et la résonance calculée avec la méthode hybride spectrale/temporelle présentée en partie 3.2.1, pour $\tau_e = 0.13 \mu s$ et $\tau_0 = 0.04 \mu s$ (courbe pointillée bleue).

Si l'on souhaite utiliser des résonances ayant un couplage critique, il faut réduire les effets non linéaires dans la sphère. Plusieurs méthodes sont à notre disposition. La réduction de la puissance injectée dans le résonateur est possible. Cependant, le taux de collecte en sortie de fibre biseautée est faible ($<20\%$) et diminuer la puissance injectée compliquerait la détection et augmenterait également le bruit de la discrimination comme le montre l'expression 4.1.

Une autre méthode est l'utilisation d'autres matériaux ayant une absorption plus faible tels que des verres fluorés. En effet, l'effet thermique est le principal effet non linéaire responsable de l'instabilité des résonances, une diminution de l'absorption réduirait son impact comme nous l'avons présenté en partie 3.2.2.

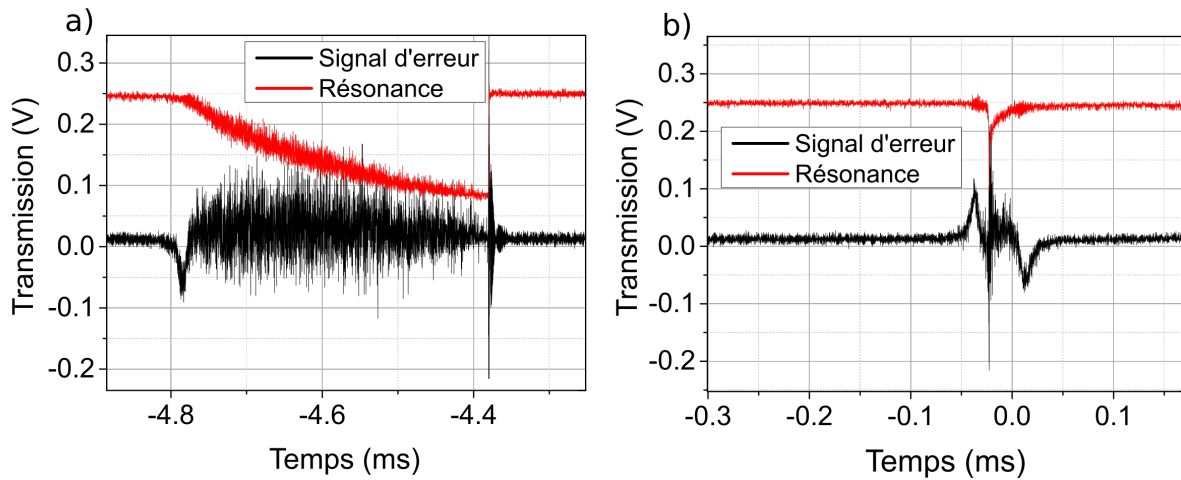


FIGURE 4.18 – Transmission de la sphère (courbe rouge) et signal d'erreur après démodulation (courbe noire) en fonction du sens de balayage. a) Balayage dans le sens des fréquences décroissantes, b) Balayage dans le sens des fréquences croissantes.

4.2.2 Asservissement thermique

Le fait que la longueur d'onde de résonance dépende de la puissance à l'intérieur du résonateur a des conséquences négatives telles que la modification du signal de sortie. Cependant, ce phénomène présente aussi quelques avantages.

En effet, on peut remarquer qu'il y a une possibilité de stabilisation de la cavité lorsque la fréquence du laser est supérieure à la fréquence de résonance. Dans ce cas, où la fréquence du laser se situe à droite dans la résonance, le résonateur sera verrouillé sur le laser comme l'explique le schéma 4.19.

Si la fréquence du laser diminue, l'énergie à l'intérieur de la cavité augmente et donc la fréquence de résonance diminue pour compenser la variation. Si la fréquence du laser augmente, il y a moins d'énergie dans la cavité et la fréquence de résonance augmentera donc pour compenser cette variation.

Cet asservissement n'a pas pour but de réduire le bruit de fréquence du laser contrairement aux asservissements précédents. Cependant lorsque nous avons réalisé une mesure de bruit de fréquence (présenté sur la figure 4.20) on constate qu'il y a une légère réduction du bruit de fréquence et cela sur toute la gamme 100 Hz- 1 MHz. Cette réduction s'explique certainement par une rétrodiffusion de la lumière dans le résonateur et qui malgré l'isolateur du laser vient perturber son fonctionnement.

Le but de ce genre d'asservissement est d'obtenir des lasers à cavité étendue en limitant

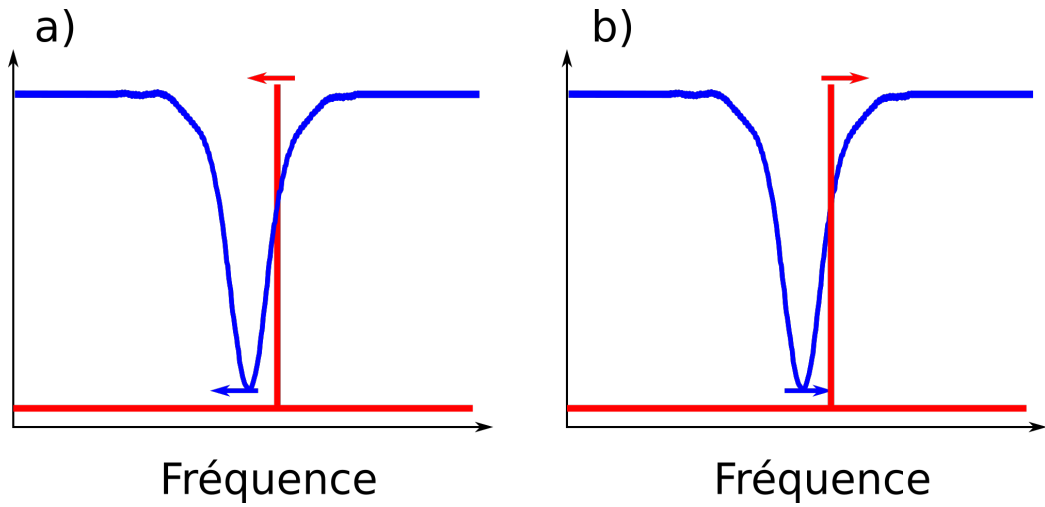


FIGURE 4.19 – Schéma explicatif d'un asservissement thermique. a) lorsque la fréquence du laser diminue la fréquence de résonance diminue également, b) lorsque la fréquence du laser augmente la fréquence de résonance augmente pour compenser la variation

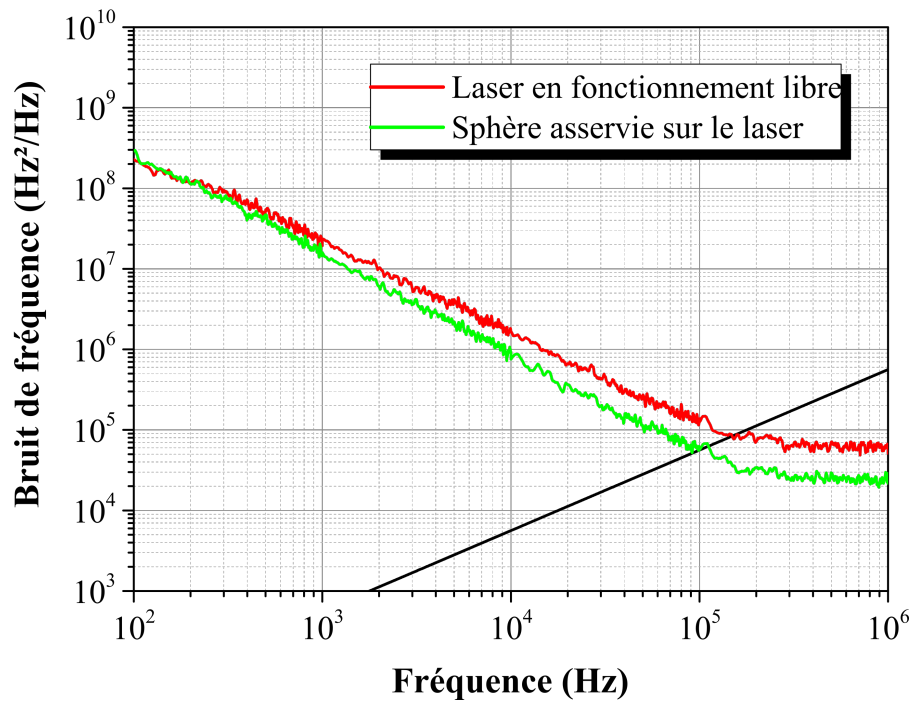


FIGURE 4.20 – Comparaison entre le bruit de fréquence du laser en fonctionnement libre (courbe rouge) et le bruit de fréquence du laser lorsque la sphère est asservie (courbe verte).

les sauts de modes, comme a pu le montrer Kondratiev *et al.* [113]. Il est également utile pour pouvoir observer des phénomènes non linéaires plus aisément. Nous présentons par la suite un exemple de ses phénomènes.

4.3 Effet Raman

De par le facteur d'exaltation élevé, la puissance intracavité dans les résonateurs à modes de galerie peut être suffisante pour que l'on puisse observer l'apparition de certains phénomènes non linéaires tels que l'effet Raman [114] ou le mélange à 4 ondes [109]. Nous avons tenté d'observer l'apparition de tels effets.

4.3.1 Montage expérimental

Nous avons repris le banc de caractérisation de sphères que nous rappelons sur la figure 4.21.

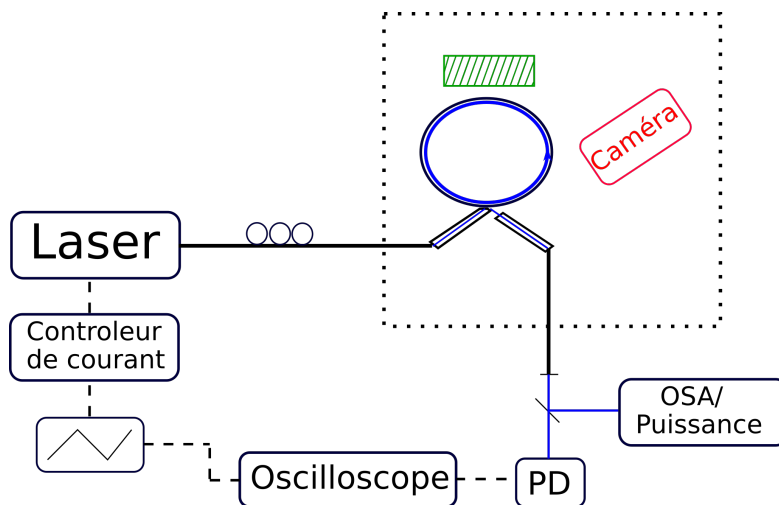


FIGURE 4.21 – Schéma du montage pour l'observation de l'effet Raman

La fréquence du laser est balayée par un générateur de signaux électriques. Le faisceau laser est couplé dans le résonateur. Une fibre multimode à grand cœur récupère le signal en sortie du second biseau de la fibre. Le signal est ensuite couplé en espace libre puis séparé en deux par l'intermédiaire d'une densité. Une partie est envoyée à une photodiode pour l'observation des résonances sur un oscilloscope et l'autre partie est directement réinjectée dans une fibre identique à la fibre de collecte pour être envoyée à un analyseur de spectre optique (OSA).

4.3.2 Résultat et discussion

Pour une même puissance, plusieurs résonances sont sondées et pour certaines le spectre optique observé en sortie de sphère est similaire à la courbe rouge représentée sur la figure 4.22.

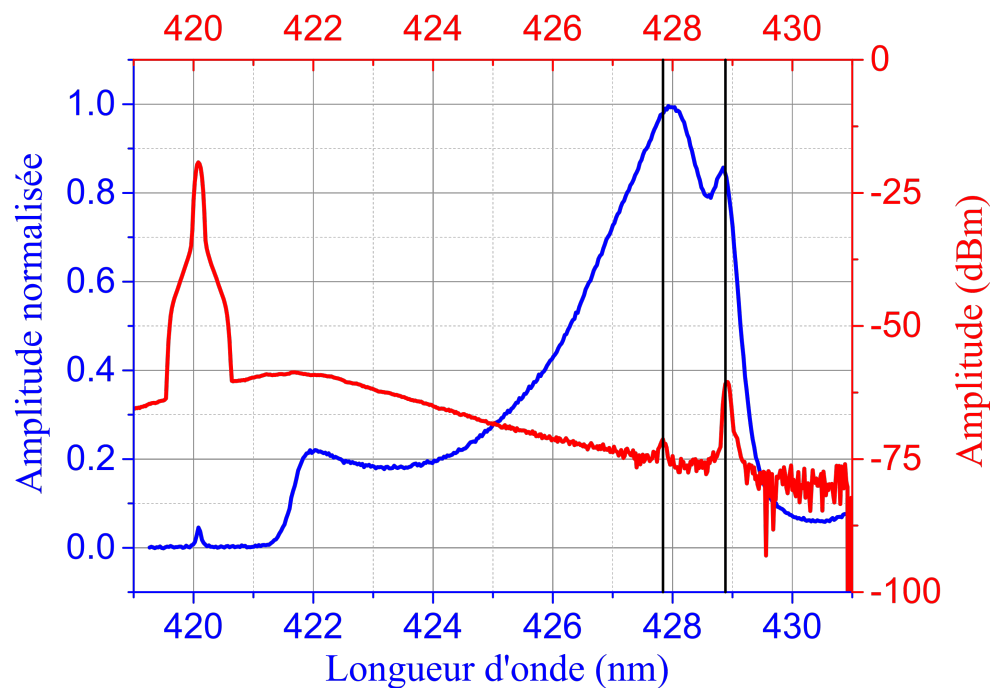


FIGURE 4.22 – Comparaison entre le spectre mesuré en sortie de la sphère pour une puissance d’entrée de 5 mW (courbe rouge) et le spectre Raman mesuré à 1480 et transposé à 420 nm (courbe bleue).

Deux nouvelles longueurs d’onde à 427.8 nm et 428.9 nm apparaissent dans le spectre laser. Le spectre Raman de la silice (courbe bleue figure 4.22) est superposé au spectre en sortie de la sphère. Nous constatons alors que les nouvelles longueurs d’onde coïncident avec les pics du spectre Raman.

Pour optimiser la puissance de ces deux pics, nous pouvons diminuer l’amplitude de balayage en fréquence pour ne balayer que la résonance responsable de l’apparition de l’effet Raman.

Conclusion

Dans cette seconde partie, nous avons réalisé un résumé des propriétés des modes de galerie. Nous avons ensuite discuté des différents composants du facteur de qualité intrinsèque des résonateurs sphériques. L'état de surface a été identifié comme étant l'élément qui limiterait les facteurs de qualité à 420 nm.

Nous avons vu la fabrication des résonateurs sphériques à partir d'un barreau de silice (verre Heraeus F300) par fusion par arc électrique. Une fois les sphères produites, une méthode de couplage par fibre biseautée a été développée. Cette méthode de couplage étant nouvelle au laboratoire, un banc de caractérisation de résonateurs à modes de galerie a été mis en place.

Une méthode de balayage hybride spectrale/temporelle (analyse du signal de *ringing*) est utilisée pour caractériser les sphères. Nous parvenons grâce à cette méthode à observer les différents régimes de couplage en fonction de la distance entre le résonateur et la fibre biseautée. Les facteurs de qualité sont de l'ordre de 2×10^8 en couplage critique, valeur correspondant à l'estimation de la limitation par l'état de surface. On constate également la présence d'effets non linéaires dans le signal de ringdown.

Par la suite, nous avons montré des premiers résultats sur les applications possibles à partir de tels résonateurs. Dans un premier temps, nous avons réalisé un asservissement en *top-of-fringe* permettant de réduire le bruit de fréquence du laser en supprimant les bruits techniques ainsi qu'une partie des bruits dus au facteur de Henry. La largeur de raie du laser est réduite à 91 kHz. Cette valeur est supérieure à la valeur de 20 kHz obtenue avec l'anneau de fibre, car les forts effets non linéaires empêchent l'utilisation d'une résonance avec un contraste plus important.

Le second résultat préliminaire que nous présentons est l'observation d'un effet Raman avec une puissance d'entrée de 5 mW.

CONCLUSION

Les travaux présentés dans ce manuscrit avaient pour but la réduction du bruit de fréquence de diodes laser ECDL dans le bleu/violet (380 nm - 480 nm), avec à terme l'objectif de réaliser des sources compactes et bas bruit. Cette réduction a été réalisée à l'aide d'un asservissement optoélectronique sur deux références de fréquence, un anneau de fibre puis un résonateur à modes de galerie sphérique.

Le bruit de fréquence des diodes laser est un élément central de ce manuscrit. Nous avons commencé par la description des origines du bruit ainsi qu'une discussion sur la représentation de ce dernier sous la forme d'un spectre optique ou d'une densité spectrale de puissance (DSP). La représentation à l'aide de la densité spectrale permet le calcul du spectre optique. Cependant, l'opération inverse est impossible, nous choisissons donc de caractériser le bruit de fréquence par sa DSP, qui offre de plus une description complète de la dynamique du laser en fréquence. Le banc de caractérisation du bruit de fréquence dans le bleu/violet (BV) que nous avons mis en place est un banc homodyne où l'analyse du battement entre le signal laser et ce dernier décalé temporellement, permet l'extraction de la DSP du bruit de fréquence. Ce banc permet la mesure du bruit de fréquence dans la gamme 100 Hz – 1 MHz avec une puissance optique d'entrée minimale d'une centaine de μW . La réalisation d'un grand nombre d'acquisitions (250) aboutit à l'obtention d'un bruit de fréquence moyenné de faible bruit de mesure comparé aux autres bancs présentés dans la littérature dans cette gamme de longueurs d'onde [17, 40, 55] (cf. figure 1.20 §1.1.3.3). La mesure du bruit de fréquence d'un laser ECDL (Toptica DL pro) permet de confirmer la prédominance du bruit de fréquence aux basses fréquences (<100 kHz). Elle permet également une estimation de la largeur de raie du laser à 850 kHz à 10 ms de temps d'intégration. Cette mesure, comparée aux données du constructeur, nous permet de valider les performances de ce banc de caractérisation.

Un premier asservissement, utilisant une cavité en anneau fibré pour référence, a été mis en place. Cet asservissement permet la suppression du bruit de fréquence sur la gamme 100 Hz – 800 kHz, avec une réduction allant jusqu'à 40 dB à 100 Hz. La largeur de raie intégrée à 10 ms est grandement réduite et est estimée à 20 kHz soit une réduction d'un facteur 40.

Nous réalisons ensuite une modélisation de la boucle de contre-réaction pour identifier les sources de bruits limitant les performances de l'asservissement. Nous avons ainsi identifié la transposition du bruit de grenaille de la photodiode par le discriminateur de fréquence (que nous appelons plus simplement le bruit du discriminateur) comme la limitation principale de cet asservissement. Afin de la réduire, un protocole d'optimisation des références a été développé. Pour minimiser cette contribution, il faut avant tout privilégier les références les plus proches possibles du couplage critique (0 de transmission à résonance) et ensuite celles présentant les facteurs de qualité les plus élevés. Cependant, bien que les résonateurs fibrés permettent d'obtenir un couplage critique, les performances actuelles des dispositifs fibrés dans la gamme BV, pertes des fibres (30 dB/km) et des coupleurs (2.7 dB de pertes d'insertion), limitent les facteurs de qualité atteignables à quelques 10^7 . Les résonateurs à modes de galeries pourraient être une alternative aux résonateurs fibrés dans le BV.

En effet, les résonateurs à modes de galerie présentent des résonances avec une transmission à résonance ajustable et de haut facteur de qualité dans le BV ($10^8 - 10^9$) [55, 115]. Ainsi, ils présentent de sérieux atouts pour minimiser la contribution de bruit du discriminateur. Couplé à leur compacité plus importante que les interféromètres fibrés, ces résonateurs sont naturellement l'objet de la seconde partie de mon étude. Ils ont été étudiés sous la forme de sphères de silice (verre Heraeus F300) de 250 à 300 μm de diamètre. Pour les caractériser, un banc de couplage par fibre biseautée a été mis en place.

Ce banc a permis la caractérisation, par une méthode hybride/spectrale (Cavity Ring-down), de résonances au couplage critique avec des facteurs de qualité de 1×10^8 . Cette valeur a été identifiée comme étant la limitation par l'état de surface des sphères. L'état de surface étant dépendant de la méthode de fusion, une étude de la surface de sphères obtenues par différentes méthodes (torches plasma [97], laser CO2 [103]) permettrait l'obtention de meilleurs facteurs de qualité.

Un asservissement en top-of-fringe sur une sphère a permis une réduction importante du bruit de fréquence allant jusqu'à 30 dB à 1 kHz. La largeur de raie intégrée à 10 ms passe de 850 kHz à 91 kHz, soit une réduction de près d'un facteur 10. Cet asservissement est principalement limité par les bruits acoustiques et mécaniques (aucun soin particulier n'a été porté à l'isolation), et par les effets thermiques, dus à l'importante absorption de la silice dans le BV, apportant au même titre des instabilités. De plus, lorsque que la fréquence du laser sonde s'approche du minimum de transmission d'une résonance en couplage critique, l'énergie injectée dans le résonateur est maximum. Les instabilités dues

aux effets thermiques deviennent alors trop importantes et empêchent l'asservissement du laser dans ce régime de couplage. Les performances du banc d'asservissement sur les sphères pourraient être améliorées par l'utilisation d'un autre matériau. En effet, l'utilisation de verres ayant une plus faible absorption dans le bleu réduirait l'importance des effets thermiques et rendrait possible l'asservissement sur des résonances à haut facteur de qualité ($\approx 10^8$) au couplage critique.

Cependant, ces effets thermiques permettent également un asservissement passif de la sphère sur le laser. Cet asservissement a permis de remarquer une contre-réaction du signal optique dans la sphère à travers l'observation d'une faible réduction du bruit de fréquence du laser sur la gamme 100 Hz – 1 MHz. Nous avons également pu observer un effet Raman dans le BV avec une faible puissance de pompe injectée dans la sphère. Le coefficient d'exaltation élevé des sphères ($> 10^4$) permet l'apparition de phénomènes non linéaires avec une puissance de 5 mW en entrée de la sphère. L'observation de l'effet Raman signifie que la puissance intracavité des sphères est suffisante pour l'observation d'autres effets non linéaires tels que le mélange à quatre ondes. Une ingénierie de la dispersion des résonateurs [92] permettrait la réalisation de peignes de fréquence dans le BV.

Les deux bancs d'asservissement ont montré de bonnes performances de réduction du bruit de fréquence sur le laser ECDL d'étude. Par ailleurs, en parallèle de ma thèse s'est déroulé à l'institut FOTON le projet UV4life, en collaboration avec les industriels Oxxius et Ixblue, visant à réaliser des sources laser compactes à partir de réseaux de Bragg fibrée pour des applications en spectroscopie Raman. Les sources obtenues possèdent des largeurs de raie intégrée à 10 ms de 950 kHz et une largeur de raie intrinsèque de 16 kHz [18]. L'association de ces sources et des bancs d'asservissement permettrait d'obtenir des sources compactes avec des largeurs de raie intégrée de l'ordre de la dizaine de kHz à 10 ms de temps d'intégration.

Enfin, dans le cadre de ce manuscrit, le banc de couplage par fibre biseautée n'a été utilisé que pour l'étude de sphères passives. Ce dernier permet également l'étude de sphères actives, notamment à travers la réalisation de microlasers à l'aide de verre dopé avec des ions terre rare émettant dans le visible par pompage optique direct dans le BV [116].

BRUIT DU DISCRIMINATEUR

Le but ici est de détailler l'obtention de l'expression du bruit du discriminateur. Pour cela nous allons suivre les équations du signal en partant du début de la chaîne d'asservissement, le signal du laser, jusqu'au signal d'erreur en entrée du correcteur :

Le signal du laser : La fréquence du laser est modulé à une fréquence F . L'expression complexe du champ modulé est :

$$m(t) = M_0 e^{j[2\pi\nu_L t + \beta \sin(2\pi F t)]} \quad (\text{A.1})$$

où M_0 est l'amplitude du champ laser, ν_L est la fréquence de la porteuse laser non modulée et β est l'indice de modulation. β est donc le rapport entre l'amplitude de modulation en fréquence et la fréquence de la modulation du laser . On peut développer l'expression de $m(t)$ en série de Fourier :

$$m(t) = M_0 e^{j2\pi\nu_L t} e^{j\beta \sin(2\pi F t)} \quad (\text{A.2})$$

$$= M_0 e^{j2\pi\nu_L t} \sum_n J_n(\beta) e^{j2\pi n F t} \quad (\text{A.3})$$

$$= M_0 \sum_n J_n(\beta) e^{j2\pi(\nu_L + nF)t} \quad (\text{A.4})$$

où $J_n(\beta)$ représente la fonction de Bessel d'ordre n . La somme sur n s'étend de $-\infty$ à $+\infty$. La transformée de Fourier de $m(t)$ est :

$$M(\nu) = M_0 \sum_n J_n(\beta) \delta(\nu - (\nu_L + nF)) \quad (\text{A.5})$$

La cavité : Le signal passe ensuite par la cavité, la fonction de transfert de la cavité est rappelée par l'équation A.6.

$$C(\nu) = \sqrt{(1 - \gamma)} \frac{\sqrt{\kappa} - \sqrt{\kappa_c e^{-i\beta(\nu)L}}}{1 - \sqrt{(\kappa)\kappa_c e^{-i\beta(\nu)L}}} \quad (\text{A.6})$$

Avec γ les pertes de puissance du coupleur, κ le coefficient de transmission du coupleur, les pertes linéique de puissance lors d'un tour de la cavité $\kappa_c = s(1 - \gamma)e^{-\alpha L}$, α les pertes de la fibre, L la longueur de la cavité, s les pertes dues aux soudures et $\beta(\nu) = 2\pi\nu n/c$ la constante de propagation. Pour la suite les valeurs de transmission hors (maximum de transmission) et en résonance (minimum de transmission) nous serons également utiles :

$$T_{min} = (1 - \gamma) \left(\frac{\sqrt{\kappa} - \sqrt{\kappa_c}}{1 - \sqrt{(\kappa)\kappa_c}} \right)^2 \quad (\text{A.7})$$

$$T_{max} = (1 - \gamma) \left(\frac{\sqrt{\kappa} + \sqrt{\kappa_c}}{1 + \sqrt{(\kappa)\kappa_c}} \right)^2 \quad (\text{A.8})$$

La transformée de Fourier du champ complexe en sortie de la cavité $R(\nu)$ est donc donnée par l'équation suivante :

$$R(\nu) = C(\nu)M_0 \sum_n J_n(\beta)\delta(\nu - (\nu_L + nF)) \quad (\text{A.9})$$

$$R(\nu) = M_0 \sum_n C(\nu_L + nF)J_n(\beta)\delta(\nu - (\nu_L + nF)) \quad (\text{A.10})$$

On en déduit l'expression du champ complexe en sortie de la cavité $r(t) = TF^{-1}R(\nu)$:

$$r(t) = M_0 \sum_n C(\nu_L + nF)J_n(\beta)e^{j2\pi(\nu_L + nF)t} \quad (\text{A.11})$$

La photodiode : Ensuite le signal en sorti de la cavité est détecté par la photodiode. Le photocourant généré par la photodiode est proportionnel à $r^*(t)r(t)$: $i(t) = Kr^*(t)r(t) + n_g(t)$ avec $n_g(t)$ le bruit de grenaille de la photodiode. Le photocourant est ensuite appliqué à l'entrée de la transimpédance Z_r pour délivrer le signal $v(t) = Z_r i(t)$:

$$v(t) = Z_r K M_0 \sum_p J_p(\beta)C^*(\nu_L + pF)e^{j2\pi(\nu_L + pF)t} \quad (\text{A.12})$$

$$M_0 \sum_q J_q(\beta)C^*(\nu_L + qF)e^{j2\pi(\nu_L + qF)t} + Z_r n_g(t) \quad (\text{A.13})$$

$$= Z_r K M_0^2 \sum_q \sum_p J_p(\beta)J_q(\beta)C_p^* C_q^* e^{j2\pi(\nu_L + (q-p)F)t} + Z_r n_g(t) \quad (\text{A.14})$$

Avec $C_n = C(\nu_L + nF)$.

La detection synchrone : Pour obtenir le signal d'erreur, on applique $v(t)$ à l'entrée

d'une détection synchrone dans laquelle il est multiplié avec l'oscillateur local $l(t) = L_0 \sin(2\pi Ft + \phi)$, puis filtré par un filtre passe-bas de réponse impulsionnelle $g(t)$ et de gain complexe $G(f) = TFg(t)$ (L_0 représente l'amplitude de modulation de l'oscillateur local ainsi que le gain apporté par la démodulation). Le signal de sortie du mélangeur est :

$$v(t) = Z_r K M_0^2 \sum_q \sum_p J_p(\beta) J_q(\beta) C_p^* C_q^* e^{j2\pi(\nu_L + (q-p)F)t} + Z_r n_g(t) \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{L_0}{2} (e^{j(2\pi Ft + \phi)} + e^{-j(2\pi Ft + \phi)}) \quad (\text{A.16})$$

$$= \frac{L_0}{2} Z_r K M_0^2 \left(\sum_q \sum_p J_p(\beta) J_q(\beta) C_p^* C_q^* e^{j2\pi(\nu_L + (q-p+1)F)t + \phi} + \right. \quad (\text{A.17})$$

$$\left. \sum_q \sum_p J_p(\beta) J_q(\beta) C_p^* C_q^* e^{j2\pi(\nu_L + (q-p-1)F)t - \phi} \right) + L_0 \sin(2\pi Ft) Z_r n_g(t) \quad (\text{A.18})$$

Pour simplifier les expressions, le filtre $g(t)$ est considéré comme étant parfait, ce qui implique que le signal de sortie $x(t)$ de la détection synchrone correspond au terme de fréquence nulle de la sortie du mélangeur. Dans l'expression A.18, sont retenus les termes pour lesquels $q-p+1=0$ et $q-p-1=0$, soit $p=q+1$ et $p=q-1$ on obtient donc l'équation A.19 :

$$x(t) = \frac{L_0}{2} Z_r K M_0^2 \sum_q (J_{q+1}(\beta) J_q(\beta) C_{q+1}^* C_q^* e^{j\phi} + J_{q-1}(\beta) J_q(\beta) C_{q-1}^* C_q^* e^{-j\phi}) \quad (\text{A.19})$$

La phase peut être choisie expérimentalement pour optimiser le signal de correction et le maximiser. Dans ce calcul nous prendrons donc $\phi = 0$ ce qui maximise le signal de sorti.

Pour simplifier cette somme infinie nous réalisons des simulations avec différentes bornes pour constater si tous les termes sont essentiel :

La simulation avec $-1 \leq n \leq 1$, et $-10 \leq n \leq 10$ de la figure A.1a) montre que la pente en 0 est identique. Il n'est donc pas nécessaire de prendre les termes supérieur à $n = \pm 1$. Pour la suite nous prendrons donc les composantes $n=0$ et $n = \pm 1$. L'équation A.4 devient :

$$m(t) = M_0 (J_0(\beta) e^{j2\pi\nu_L t} + J_1(\beta) e^{j2\pi(\nu_L + F)t} - J_1(\beta) e^{j2\pi(\nu_L - F)t}) \quad (\text{A.20})$$

Le laser étant asservi, la fréquence ν_L est proche de la fréquence d'une résonance ν_0 . Pour ν proche de ν_0 l'expression de la fonction de transfert de la cavité peut se réduire

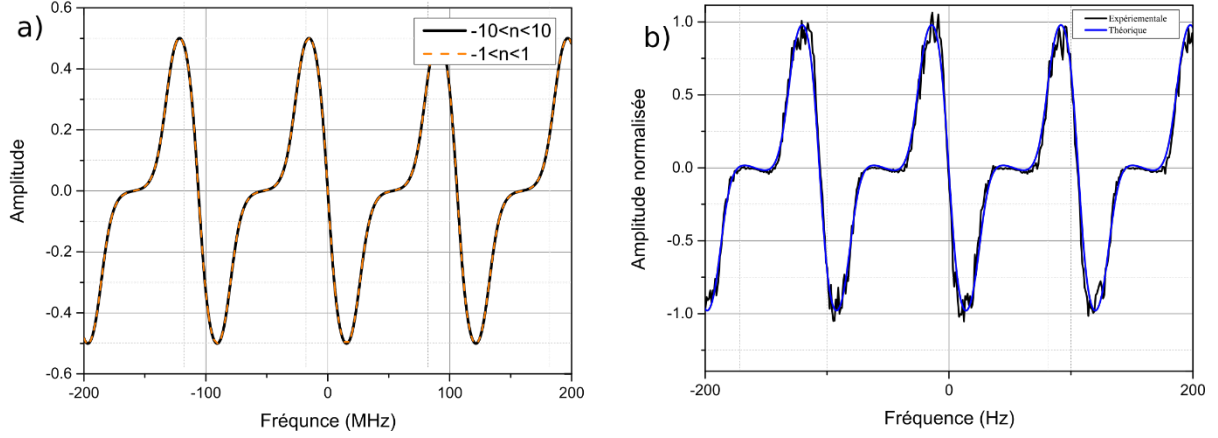


FIGURE A.1 – a) Comparaison entre la simulation du signal d’erreur en sortie de la détection synchrone en considérant les termes pour $-1 \leq n \leq 1$ (courbe bleue) et les termes pour $-10 \leq n \leq 10$ (courbe en rouge), b) Comparaison entre la simulation et la courbe expérimentale

à :

$$C(\nu) = \sqrt{T_{min}}(1 + ib(\nu - \nu_0)) \quad (\text{A.21})$$

Avec $b = \frac{(1-\kappa)\sqrt{\kappa_c}}{[\sqrt{\kappa}-\sqrt{\kappa_c}][1-\sqrt{\kappa\kappa_c}]} \frac{2\pi}{\nu_{ISL}}$ où $\nu_{ISL} = c/(nL)$ est l’intervalle spectrale libre de la cavité.

L’équation en sortie de cavité A.10 est donc réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} r(t) = & M_0(J_0(\beta)C(\nu_L)e^{j2\pi\nu_L t} \\ & + J_1(\beta)C(\nu_L + F)e^{j2\pi(\nu_L + F)t} \\ & - J_1(\beta)C(\nu_L - F)e^{j2\pi(\nu_L - F)t}) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

La fréquence de modulation F est suffisante pour considérer $C(\nu_L - F) = C(\nu_L + F) = \sqrt{T_{max}}$. L’équation A.22 devient donc :

$$r(t) = M_0(X + jY)e^{j2\pi\nu_L t} \quad (\text{A.23})$$

Avec $X = \sqrt{T_{min}}J_0(\beta)$ et $Y = b\sqrt{T_{min}}J_0(\beta)(\nu_L - \nu_0) + 2\sqrt{T_{max}}J_1(\beta)\sin(2\pi Ft)$. L’équation de sortie de la photodiode devient $v(t) = KZ_R M_0^2(X^2 + Y^2) + Z_R n(t)$ avec :

$$\begin{aligned}
X^2 + Y^2 &= J_0(\beta)^2 T_{min} + [J_0(\beta)\sqrt{T_{min}}(\nu_L - \nu_0) + 2\sqrt{T_{max}}J_1(\beta)\sin(2\pi Ft)]^2 \\
&= T_{min}J_0(\beta)^2 + b^2T_{min}J_0(\beta)^2(\nu_L - \nu_0) + 2T_{max}J_1^2(\beta) \\
&\quad 4b\sqrt{T_{min}T_{max}}J_0(\beta)J_1(\beta)(\nu_L - \nu_0)\sin(2\pi Ft) \\
&\quad - 2T_{max}J_1^2(\beta)\cos(4\pi Ft)
\end{aligned} \tag{A.24}$$

$$v(t) = V_0 + V_1\sin(2\pi Ft) + V_2\cos(4\pi Ft) + Z_r n_g \tag{A.25}$$

avec

$$\begin{aligned}
V_0 &= (KZ_r M_0)^2 [T_{min}J_0(\beta)^2 + b^2T_{min}J_0(\beta)^2(\nu_L - \nu_0) + 2T_{max}J_1^2(\beta)] \\
V_1 &= 4(KZ_r M_0)^2 b\sqrt{T_{min}T_{max}}J_0(\beta)J_1(\beta)(\nu_L - \nu_0) \\
V_2 &= -2(KZ_r M_0)^2 T_{max}J_1^2(\beta)
\end{aligned} \tag{A.26}$$

La sortie du mélangeur devient :

$$\begin{aligned}
v(t)l(t) &= [V_0 + V_1\sin(2\pi Ft) + V_2\cos(4\pi Ft) + Z_r n_g(t)]L_0\sin(2\pi Ft) \\
&= \frac{L_0V_1}{2} + (L_0V_0 - \frac{L_0V_2}{2})\sin(2\pi Ft) - \frac{L_0V_1}{2}\cos(4\pi Ft) \\
&\quad \frac{L_0V_2}{2}\sin(6\pi Ft) + L_0\sin(2\pi Ft)Z_r n_g(t)
\end{aligned} \tag{A.27}$$

Le signal d'erreur en sortie de la détection synchrone après le filtre devient donc :

$$x(t) = \frac{L_0V_1}{2} + n''_g(t) \tag{A.28}$$

où $n''_g(t)$ est le résultat du filtrage de $n'_g(t) = L_0Z_r n(t)\sin(2\pi Ft)$ par le filtre $g(t)$ de la détection synchrone. On remarque ici que nous avons deux contributions, la première $\frac{L_0V_1}{2}$ correspond à la discrimination de la fréquence du laser dont il été tenu compte dans le fonctionnement parfait de la boucle et nous avons ensuite un deuxième terme de perturbation que nous avons rajouté en tant que N_{dis} que nous retrouvons ici sous le nom de $n''_g(t)$.

Le signal détecté est donc :

$$\frac{L_0V_1}{2} = 2L_0(KZ_r M_0)^2 b\sqrt{T_{min}T_{max}}J_0(\beta)J_1(\beta)(\nu_L - \nu_0) = K_2(\nu_L - \nu_0) \tag{A.29}$$

On identifie donc $K2 = 2L_0(KZ_rM_0)^2b\sqrt{T_{min}T_{max}}J_0(\beta)J_1(\beta)$.

Il faut donc identifier la DSP du bruit de grenaille $S_{gre}(\omega)$ de l'équation 2.24, soit la transformée de Fourier de l'autocorrélation de $n''_g(t)$. Pour calculer l'autocorrélation de $n''_g(t)$ commençons par celle de $n'_g(t)$:

$$R_{n'_g}(\tau) = E[n'_g(t)n'_g(t+\tau)] = E[L_0Z_r n_g(t)\sin(2\pi Ft)L_0Z_r n_g(t+\tau)\sin(2\pi F(t+\tau))] \quad (\text{A.30})$$

$n_g(t)$ et $\sin(2\pi Ft)$ sont décorréliées, leurs espérances peuvent être séparées et 2.36 devient :

$$R_{n'_g}(\tau) = (L_0Z_r)^2 E[n_g(t)n_g(t+\tau)] E[\sin(2\pi Ft)\sin(2\pi F(t+\tau))] \quad (\text{A.31})$$

$$= (L_0Z_r)^2 R_{n_g}(\tau) \cos(2\pi F\tau) \quad (\text{A.32})$$

$R_{n_g}(\tau) = 2qI_P\delta(\tau)$, avec I_P le photocourant moyen en sortie de la photodiode lorsque le laser est asservi. 2.39 est donc équivalente à :

$$R_{n'_g}(\tau) = (L_0Z_r)^2 2qI_P\delta(\tau) \cos(2\pi F\tau) = (L_0Z_r)^2 2qI_P\delta(\tau) \quad (\text{A.33})$$

Comme $n''_g(t) = n'_g(t) \otimes g(t)$, $R_{n''_g}(\tau)$ peut être calculé par l'équation suivante :

$$R_{n''_g}(\tau) = R_{n'_g g}(\tau) = R_{n'_g}(\tau) \otimes R_g(\tau) = (L_0Z_r)^2 2qI_P\delta(\tau) \otimes R_g(\tau) = (L_0Z_r)^2 2qI_P R_g(\tau) \quad (\text{A.34})$$

La DSP du bruit de grenaille détecté est donc la transformée de Fourier de $R_{n''_g}(\tau)$:

$$S_{gre}(f) = S_{n''_g}(f) = TF[R_{n''_g}(\tau)] = (L_0Z_r)^2 2qI_P |G(f)|^2 \quad (\text{A.35})$$

$G(f)$ est considéré comme étant un filtre parfait donc étant égal à 1 sur sa bande passante. L'équation devient donc :

$$S_{gre}(f) = (L_0Z_r)^2 2qI_P \quad (\text{A.36})$$

Il est maintenant nécessaire de calculer I_P le courant moyen en sortie de la photodiode lorsque le laser est asservi, ce qui est équivalent à V_0/Z_R quand $\nu_L = \nu_0$:

$$I_P = (KM_0)^2 [T_{min}J_0(\beta) + 2T_{max}J_1(\beta)] \quad (\text{A.37})$$

Le bruit apporté par le discriminateur $S_{dis}(f) = |1/K2|^2 S_{gre}(f)$ peut donc être calculé :

$$S_{dis}(f) = \left| \frac{1}{2L_0 K Z_r M_0^2 b \sqrt{T_{min} T_{max}} J_0(\beta) J_1(\beta)} \right|^2 (L_0 Z_r)^2 2q I_P \quad (\text{A.38})$$

$$= \frac{1}{4K M_0^4 b^2 J_0^2(\beta) J_1^2(\beta) T_{min} T_{max}} q (K M_0)^2 [T_{min} J_0(\beta) + 2T_{max} J_1(\beta)] \quad (\text{A.39})$$

$$= \frac{q}{4K M_0^2 b^2} \left[\frac{1}{T_{max} J_1^2(\beta)} \frac{2}{T_{min} J_0^2(\beta)} \right] \quad (\text{A.40})$$

Il est possible de faire apparaître la largeur de raie d'une résonance $\Delta\nu = \nu_{ISL}(1 - \sqrt{\kappa\kappa_c})/\pi$ à partir de b. Pour utiliser des données mesurables notons $K M_0^2 = SP$ avec S la sensibilité de la photodiode et P la puissance en entrée de la cavité. De plus dans notre cas $\beta \ll 1$ donc $J_0 \simeq 1$ et $J_1 \simeq \beta/2$. L'équation A.40 est donc réécrite :

$$S_{dis}(f) = \frac{q\Delta^2}{16SPB^2} \left[\frac{1}{T_{max}\beta^2} + \frac{2}{T_{min}} \right] \quad (\text{A.41})$$

Avec $B = \left(\kappa \frac{\sqrt{\kappa_c}}{\sqrt{1-\kappa-\sqrt{\kappa_c}}} \right)$.

PUBLICATIONS ET CONFÉRENCES RELATIVES À CE TRAVAIL DE THÈSE

Articles dans des revues internationales à comité de lecture

A. “Compact fiber-ring resonator for blue external cavity diode laser stabilization ”, G. Perin, D. Mammez, A. Congar, P. Besnard, K. Manamanni, V. Roncin, F. Du Burck, et S. Trebaol, Optics Express 29, pp 37200-37210 (2021).

B. “Narrow Linewidth near-UV InGaN Laser Diode based on External Cavity Fiber Bragg Grating”, A. Congar, M. Gay, G. Perin, D. Mammez, J.-C. Simon, P. Besnard, J. Rouvillain, T. Georges, L. Lablonde, T. Robin, et S. Trebaol, Optics Letters 46 (5), pp 1077-1080 (2021)

Conférences internationales

A. “Low frequency noise blue external cavity diode laser”, G. Perin, D. Mammez, A. Congar, P. Besnard, K. Manamanni, V. Roncin, F. Du Burck, et S. Trebaol SPIE Photonics Europe 12141, Semiconductor lasers and laser dynamics, 121410D Strasbourg (France) (2022). **Oral**

B. “Assessment of a sub-MHz linewidth fiber Bragg grating external-cavity InGaN laser diode”, L. Lablonde, C. Le Rouzic, T. Robin, A. Congar, S. Trebaol, M. Gay, G. Perin, D. Mammez, J.-C. Simon, P. Besnard, J. Rouvillain, et T. Georges, Gallium Nitride Materials and Devices XVI, International Society for Optics and Photonics, SPIE OPTO, 2021, Online Only **Oral**

Conférences nationales

A. “Caractérisation de résonateurs à modes de galerie de haut facteur de qualité dans le proche ultraviolet à l’aide de fibres biseautées”,

G. Perin, P. Féron, et S. Trebaol,
JNOG, Optique 2022 Nice **Oral**

B. “Caractérisation de résonateurs à modes de galerie de haut facteur de qualité dans le proche ultraviolet à l’aide de fibres biseautées”,

G. Perin, P. Féron, et S. Trebaol,
JCOM 2022 Besançon **Poster**

C. “Stabilisation d’une diode laser à cavité externe émettant à 420 nm sur un anneau de fibre ”,

G. Perin, D. Mammez, A. Congar, P. Besnard, K. Manamanni, V. Roncin, F. Du Burck,
et S. Trebaol,
JCOM 2021 (Paris) **Poster**

D. “Stabilisation d’une diode laser à cavité externe émettant à 420 nm sur un anneau de fibre ”,

G. Perin, D. Mammez, A. Congar, P. Besnard, K. Manamanni, V. Roncin, F. Du Burck,
et S. Trebaol,
JNOG 2021 (Dijon) **Poster**

BIBLIOGRAPHIE

- [1] O. Humbach, H. Fabian, U. Grzesik, U. Haken, and W. Heitmann, “Analysis of oh absorption bands in synthetic silica,” *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 203, pp. 19–26, 1996.
- [2] W.-C. Wang, H.-Y. Wang, and G.-R. Lin, “Ultrahigh-speed violet laser diode based free-space optical communication beyond 25 Gbit/s,” *Scientific Reports*, vol. 8(1), p. 13142, Sep 2018.
- [3] K. Nakamura, I. Mizukoshi, and M. Hanawa, “Optical wireless transmission of 405 nm, 1.45 Gbit/s optical IM/DD-OFDM signals through a 4.8 m underwater channel,” *Opt. Express*, vol. 23, pp. 1558–1566, Jan 2015.
- [4] C. Buschmann and H. K. Lichtenthaler, “Principles and characteristics of multi-colour fluorescence imaging of plants,” *Journal of Plant Physiology*, vol. 152, no. 2, pp. 297–314, 1998.
- [5] A. Mohanty, Q. Li, S. Roberts, G. Bhatt, E. Shim, X. Ji, J. Cardenas, S. Miller, A. Kepecs, and M. Lipson, “Reconfigurable nanophotonic silicon probes for sub-millisecond deep-brain optical stimulation,” *Nature Biomedical Engineering*, vol. 4, p. 223–231, Feb 2020.
- [6] I. Courtyllo, J. Morville, V. Motto-Ros, and D. Romanini, “Sub-ppb NO₂ Detection by Optical Feedback Cavity-enhanced Absorption Spectroscopy with a Blue Diode Laser,” *Applied Physics B*, vol. 85, pp. 407–412, Nov 2006.
- [7] V. Maurice, Z. L. Newman, S. Dickerson, M. Rivers, J. Hsiao, P. Greene, M. Mescher, J. Kitching, M. T. Hummon, and C. Johnson, “Miniaturized optical frequency reference for next-generation portable optical clocks,” *Opt. Express*, vol. 28, pp. 24708–24720, Aug 2020.
- [8] G. Campbell, A. Ludlow, S. Blatt, J. Thomsen, M. Martin, M. de Miranda, T. Zelevinsky, M. Boyd, J. Ye, S. Diddams, T. Heavner, T. Parker, and S. Jefferts, “The absolute frequency of the 87Sr optical clock transition,” *Metrologia*, vol. 45, p. 539–548, Apr 2008.

-
- [9] R. Niffenegger, J. Stuart, C. Sorace-Agaskar, D. Kharas, S. Bramhavar, C. Bruzewicz, W. Loh, R. Maxson, R. McConnell, D. Reens, G. West, J. Sage, and J. Chiaverini, “Integrated multi-wavelength control of an ion qubit,” *Nature*, vol. 586, pp. 538–542, 10 2020.
- [10] Y. N. M. Martinez de Escobar, P. G. Mickelson, M. Yan, B. J. DeSalvo, S. B. Nagel, and T. C. Killian, “Bose-Einstein Condensation of ^{84}Sr ,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, L200402, Nov 2009.
- [11] S. Stellmer, B. Pasquiou, R. Grimm, and F. Schreck, “Laser Cooling to Quantum Degeneracy,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, p. 263003, Jun 2013.
- [12] H. Leinen, D. Glässner, H. Metcalf, R. Wynands, D. Haubrich, and D. Meschede, “GaN blue diode lasers : a spectroscopist’s view,” *Applied Physics B : Lasers and Optics*, vol. 70, pp. 567–571, Jan 2000.
- [13] T. J. Slight, S. Stanczyk, S. Watson, A. Yadav, S. Grzanka, E. Rafailov, P. Perlin, S. P. Najda, M. Leszczyński, S. Gwyn, and A. E. Kelly, “Continuous-wave operation of (Al,In)GaN distributed-feedback laser diodes with high-order notched gratings,” *Applied Physics Express*, vol. 11, L112701, Oct 2018.
- [14] J. H. Kang, H. Wenzel, E. Freier, V. Hoffmann, O. Brox, J. Fricke, L. Sulmoni, M. Matalla, C. Stölmacker, M. Kneissl, M. Weyers, and S. Einfeldt, “Continuous-wave operation of DFB laser diodes based on GaN using 10th-order laterally coupled surface gratings,” *Optics Letters*, vol. 45, pp. 935–938, Feb 2020.
- [15] F. Favre, D. L. Guen, J. Simon, and B. Landousies, “External-cavity semiconductor laser with 15 nm continuous tuning range,” *Electronics Letters*, vol. 22, pp. 795–796, 1986.
- [16] M. Horstjann, V. Nenakhov, and J. P. Burrows, “Frequency stabilization of blue extended cavity diode lasers by external cavity optical feedback,” *Applied Physics B*, vol. 106, pp. 261–266, 2012.
- [17] X. Zeng and D. Boiko, “ $1/f$ noise in external-cavity InGaN diode laser at 420 nm wavelength for atomic spectroscopy,” *Optics letters*, vol. 39, pp. 1685–8, Mar 2014.
- [18] A. Congar, M. Gay, G. Perin, D. Mammez, J. Simon, P. Besnard, J. Rouvillain, T. Georges, L. Lablonde, T. Robin, and S. Trebaol, “Narrow linewidth near-uv InGaN laser diode based on external cavity fiber Bragg grating,” *Optics Letters*, vol. 46, pp. 1077–1080, Mar 2021.

-
- [19] P. S. Donvalkar, A. Savchenkov, and A. Matsko, “Self-injection locked blue laser,” *Journal of Optics*, vol. 20, L045801, Feb 2018.
- [20] M. Corato-Zanarella, A. Molina, X. Ji, M. Shin, A. Mohanty, and M. Lipson, “Widely tunable and narrow-linewidth chip-scale lasers from near-ultraviolet to near-infrared wavelengths,” *Nature Photonics*, pp. 1–8, Dec 2022.
- [21] W. Lee, C. Park, J. Mun, and D. Yu, “Linewidth reduction of a distributed-feedback diode laser using an all-fiber interferometer with short path imbalance,” *The Review of scientific instruments*, vol. 82, L073105, Jul 2011.
- [22] G. Galzerano, E. Fasci, A. Castrillo, N. Coluccelli, L. Gianfrani, and P. Laporta, “Absolute frequency stabilization of an extended-cavity diode laser against doppler-free H₂¹⁷O absorption lines at 1384 μm ,” *Optics Letters*, vol. 34, pp. 3107–3109, Oct 2009.
- [23] J. Morville, S. Kassi, M. Chenevier, and D. Romanini, “Fast, low-noise, mode-by-mode, cavity-enhanced absorption spectroscopy by diode-laser self-locking,” *Applied Physics B*, vol. 80, pp. 1027–1038, Jun 2005.
- [24] F. Kéfélian, H. Jiang, P. Lemonde, and G. Santarelli, “Ultralow-frequency-noise stabilization of a laser by locking to an optical fiber-delay line,” *Optics Letters*, vol. 34, p. 914, Mar 2009.
- [25] A. C. Ramdane, P. Grüning, V. Roncin, and F. Du-Burck, “Stability transfer at 1.5 μm for metrological applications using a commercial optical cavity,” *Applied Optics*, vol. 56, pp. 8–14, Dec 2016.
- [26] M. O. Sahni, S. Trebaol, L. Bramerie, M. Joindot, S. P. O. Dúill, S. G. Murdoch, L. P. Barry, and P. Besnard, “Frequency noise reduction performance of a feed-forward heterodyne technique : application to an actively mode-locked laser diode,” *Opt. Lett.*, vol. 42, pp. 4000–4003, Oct 2017.
- [27] A. Sebastian, I. V. Balakireva, S. Fresnel, S. Trebaol, and P. Besnard, “Relative intensity noise in a multi-Stokes Brillouin laser,” *Opt. Express*, vol. 26, pp. 33700–33711, Dec 2018.
- [28] F. Lissillour, R. Gabet, P. Féron, P. Besnard, and G. Stéphan, “Linewidth narrowing of a DFB semiconductor laser at 1.55 μm by optical injection of an Er :ZBLAN microspherical laser,” *Europhysics Letters*, vol. 55, p. 499, Aug 2001.

-
- [29] J.-B. Ceppe, P. Féron, M. Mortier, and Y. Dumeige, “Dynamical Analysis of Modal Coupling in Rare-Earth Whispering-Gallery-Mode Microlasers,” *Phys. Rev. Appl.*, vol. 11, L064028, Jun 2019.
- [30] A. Congar, *Affinement spectral et bruit d'intensité de sources cohérentes de lumière à base de diodes laser en nitrure de gallium émettant dans le bleu*. Thèse, Université de Rennes 1, 2019.
- [31] L. Ghisa, *Couplage de micro résonateurs. Applications aux fonctions optiques de traitement du signal*. Thèse, University of Rennes 1, France, 2008.
- [32] S. Trebaol, *Etudes expérimentales des propriétés dispersives de structures photoniques à base de micro-résonateurs pour la réalisation de fonctions optiques*. Thèse, Université Rennes 1, 2010.
- [33] A. Rasoloniaina, V. Huet, M. Thual, S. Balac, P. Féron, and Y. Dumeige, “Analysis of third-order nonlinearity effects in very high-q WGM resonator cavity ringdown spectroscopy,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 32, pp. 370–378, Mar 2015.
- [34] W. Al-Basheer, T. Adigun, A. Aljalal, and K. Gasmi, “Spectral and spatial dynamics of a multimode GaN-based blue laser diode,” *Journal of Modern Optics*, vol. 67, pp. 1–6, Feb 2020.
- [35] S. Masui, K. Tsukayama, T. Yanamoto, T. Kozaki, S. ichi Nagahama, and T. Mukai, “CW operation of the first-order AlInGaN 405 nm distributed feedback laser diodes,” *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 45, L1223, Nov 2006.
- [36] C. Zhang, R. ElAfandy, and J. Han, “Distributed bragg reflectors for GaN-based vertical-cavity surface-emitting lasers,” *Applied Sciences*, vol. 9, no. 8, 2019.
- [37] T. J. Slight, O. Odedina, W. Meredith, K. E. Docherty, and A. E. Kelly, “InGaN/GaN distributed feedback laser diodes with deeply etched sidewall gratings,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 28, no. 24, pp. 2886–2888, 2016.
- [38] T. J. Slight, A. Yadav, O. A. Odedina, W. Meredith, K. E. Docherty, E. U. Rafailov, and A. E. Kelly, “InGaN/GaN laser diodes with high order notched gratings,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 29, pp. 2020–2022, 2017.
- [39] H. Zhang, D. A. Cohen, P. Chan, M. S. Wong, S. Mehari, D. L. Becerra, S. Nakamura, and S. P. DenBaars, “Continuous-wave operation of a semipolar InGaN distributed-feedback blue laser diode with a first-order indium tin oxide surface grating,” *Optics Letters*, vol. 44, pp. 3106–3109, Jun 2019.

-
- [40] A. Siddharth, T. Wunderer, G. Lihachev, A. S. Voloshin, C. Haller, R. N. Wang, M. Teepe, Z. Yang, J. Liu, J. Riemensberger, N. Grandjean, N. Johnson, and T. J. Kippenberg, “Near ultraviolet photonic integrated lasers based on silicon nitride,” *APL Photonics*, vol. 7, L046108, no. 4, 2022.
- [41] K. Manamanni, *Référence de fréquence à 1.5 μm et transfert de stabilité pour l’étude de l’injection optique d’un laser à semi-conducteur*. Thèse, Université de Paris 13, 2021.
- [42] D. Elliott, R. Roy, and S. Smith, “Extracavity laser band-shape and bandwidth modification,” *Physical Review A*, vol. 26, pp. 12–18, Jul 1982.
- [43] P. Gallion and G. Debarge, “Quantum phase noise and field correlation in single frequency semiconductor laser systems,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 20, no. 4, pp. 343–349, 1984.
- [44] A. L. Schawlow and C. H. Townes, “Infrared and optical masers,” *Phys. Rev.*, vol. 112, pp. 1940–1949, Dec 1958.
- [45] M. W. Fleming and A. Mooradian, “Fundamental line broadening of single-mode (GaAl)As diode lasers,” *Applied Physics Letters*, vol. 38, no. 7, pp. 511–513, 1981.
- [46] C. H. Henry, “Theory of the linewidth of semiconductor lasers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 18, no. 2, pp. 259–264, 1982.
- [47] L. A. Coldren and S. W. Corzine, *Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits*. Wiley, 2012.
- [48] D. Goulding, S. P. Hegarty, and G. Huyet, “Phase amplitude coupling of semiconductor lasers,” in *Semiconductor Lasers and Laser Dynamics II* (D. Lenstra, M. Pessa, and I. H. White, eds.), vol. 6184, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 2006.
- [49] A. Martinez, K. Merghem, S. Bouchoule, G. Moreau, A. Ramdane, J.-G. Provost, F. Alexandre, F. Grillot, O. Dehaese, R. Piron, and S. Loualiche, “Dynamic properties of InAs/InP (311)B quantum dot Fabry–Perot lasers emitting at 1.52 μm ,” *Applied Physics Letters*, vol. 93, L021101, no. 2, 2008.
- [50] T. C. Newell, D. J. Bossert, A. Stintz, B. Fuchs, K. Malloy, and L. F. Lester, “Gain and linewidth enhancement factor in InAs quantum-dot laser diodes,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, no. 12, pp. 1527–1529, 1999.
- [51] G. Agrawal and N. Dutta, *Semiconductor Lasers, 2nd Edition*. Van Nostrand Reinhold, 1993.

-
- [52] K. Kikuchi, “Effect of 1/f-type fm noise on semiconductor-laser linewidth residual in high-power limit,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 25, no. 4, pp. 684–688, 1989.
- [53] G. Stéphan, T. T. Tam, S. Blin, P. Besnard, and M. Têtù, “Laser line shape and spectral density of frequency noise,” *Physical Review A*, vol. 71, L043809, Apr 2005.
- [54] G. D. Domenico, S. Schilt, and P. Thomann, “Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape,” *Applied Optics*, vol. 49, pp. 4801–4807, Sep 2010.
- [55] A. A. Savchenkov, S.-W. Chiow, M. Ghasemkhani, S. Williams, N. Yu, R. C. Stirbl, and A. B. Matsko, “Self-injection locking efficiency of a UV Fabry-Perot laser diode,” *Optics Letters*, vol. 44, pp. 4175–4178, Sep 2019.
- [56] O. Llopis, P. H. Merrer, H. Brahim, K. Saleh, and P. Lacroix, “Phase noise measurement of a narrow linewidth cw laser using delay line approaches,” *Optics letters*, vol. 36(14), pp. 2713–5, 2011.
- [57] K. Hey Tow, *Laser Brillouin à fibre microstructurée en verre de chalcogénure*. Thèse, Université de Rennes 1, 2013.
- [58] A. Spencer, B. Barr, A. Bell, J. Briggs, A. Minty, B. Sorazu, J. Wright, and K. Strain, “Frequency noise stabilisation of a 1550 nm external cavity diode laser with hybrid feedback for next generation gravitational wave interferometry,” *Opt. Express*, vol. 30, pp. 22687–22699, Jun 2022.
- [59] K. Takahashi, M. Ando, and K. Tsubono, “Stabilization of laser intensity and frequency using optical fiber,” *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 122, L012016, Jul 2008.
- [60] A. Bruner, A. Arie, M. A. Arbore, and M. M. Fejer, “Frequency stabilization of a diode laser at 1540 nm by locking to sub-doppler lines of potassium at 770 nm,” *Applied Optics*, vol. 37, pp. 1049–1052, Feb 1998.
- [61] Y. Huang, D. Hu, M. Ye, Y. Wang, Y. Li, M. Li, Y. Chen, Q. Qu, L. Wang, L. Liu, and T. Li, “All-fiber-based ultrastable laser with long-term frequency stability of 1.1×10^{-14} ,” *Chin. Optics Letters*, vol. 21, L031404, Mar 2023.
- [62] R. Matthey, C. Affolderbach, G. Milet, S. Schilt, D. Werner, S. Chin, L. Abrardi, and L. Thévenaz, “Frequency-stabilised laser reference system for trace-gas sensing applications from space,” in *International Conference on Space Optics — ICSSO*

-
- 2006 (E. Armandillo, J. Costeraste, and N. Karafolas, eds.), vol. 10567, p. 105671G, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 2017.
- [63] N. Coluccelli, M. Cassinero, A. Gambetta, P. Laporta, and G. Galzerano, “Frequency-noise measurements of optical frequency combs by multiple fringe-side discriminator,” *Scientific Reports*, vol. 5, L16338, Nov 2015.
- [64] R. Drever, J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Appl. Phys. B*, vol. 31, pp. 97–105, Jun 1983.
- [65] M. Nickerson, “A review of pound-drever-hall laser frequency locking,” *JILA, University of Colorado and NIST*, 2019.
- [66] E. D. Black, “An introduction to pound–drever–hall laser frequency stabilization,” *American Journal of Physics*, vol. 69, no. 1, pp. 79–87, 2001.
- [67] L. Hildebrandt, R. Knispel, S. Stry, J. R. Sacher, and F. Schael, “Antireflection-coated blue GaN laser diodes in an external cavity and doppler-free indium absorption spectroscopy,” *Applied optics*, vol. 42, pp. 2110–2118, May 2003.
- [68] P. Chang, S. Zhang, H. Shang, and J. Chen, “Stabilizing diode laser to 1 Hz-level allan deviation with atomic spectroscopy for Rb four-level active optical frequency standard,” *Applied Physics B*, vol. 125, 10 2019.
- [69] J. I. Thorpe, K. Numata, and J. Livas, “Laser frequency stabilization and control through offset sideband locking to optical cavities,” *Opt. Express*, vol. 16, pp. 15980–15990, Sep 2008.
- [70] I. Outumuro, J. L. Valencia, J. Diz-Bugarin, I. Estevez-Caride, J. Blanco, and B. V. Dorrió, “Stabilization and calibration of an ECDL system with a Michelson interferometer,” *Proc. SPIE 8785*, Jan 2015.
- [71] O. Llopis, Z. Abdallah, V. Auroux, and A. Fernandez, “High spectral purity laser characterization with a self-heterodyne frequency discriminator,” *In Proceedings of the 2015 IEEE International Frequency Control Symposium and European Frequency and Time Forum (joint conferences) (IEEE, 2015)*, pp. 602–605, Apr 2015.
- [72] P.-H. Merrer, O. Llopis, and G. Cibiél, “Laser Stabilization on a Fiber Ring Resonator and Application to RF Filtering,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 20, pp. 1399–1401, Aug. 2008.

-
- [73] P. Grüning, A. Chaouche-Ramdane, K. Manamanni, T. Aoudjit, V. Roncin, and F. Du-Burck, “All-fiber ring-cavity for frequency stability transfer at 1.55 μm ,” *Applied Optics*, vol. 58, pp. 1502–1507, Feb 2019.
- [74] B. Merkel, D. Repp, and A. Reiserer, “Laser stabilization to a cryogenic fiber ring resonator,” *Optics Letters*, vol. 46, pp. 444–447, Jan 2021.
- [75] A. Yariv, “Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides,” *Electronics Letters*, vol. 36, pp. 321 – 322, Mar 2000.
- [76] G. Bailly, O. Llopis, and A. Fernandez, “High spectral purity optical source stabilized on a fiber ring resonator,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 32, no. 5, pp. 255–258, 2020.
- [77] Y. Zeng, Z. Fu, Y.-Y. Liu, X.-D. He, M. Liu, P. Xu, X.-H. Sun, and J. Wang, “Stabilizing a laser frequency by the pound–drever–hall technique with an acousto-optic modulator,” *Applied Optics*, vol. 60, pp. 1159–1163, Feb 2021.
- [78] D. Mandridis, I. Ozdur, M. Bagnell, and P. Delfyett, “Free spectral range measurement of a fiberized fabry–perot etalon with sub-hz accuracy,” *Optics express*, vol. 18, pp. 11264–9, May 2010.
- [79] G. Perin, D. Mammez, A. Congar, P. Besnard, K. Manamanni, V. Roncin, F. D. Burck, and S. Trebaol, “Compact fiber-ring resonator for blue external cavity diode laser stabilization,” *Optics Express*, vol. 29, pp. 37200–37210, Sep 2021.
- [80] A. Novak, L. Simon, and P. Lotton, “Synchronized Swept-Sine : Theory, Application, and Implementation,” *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 63, pp. 786–798, Nov. 2015.
- [81] A. Farina, “Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique,” *Journal of The Audio Engineering Society*, Feb 2000.
- [82] M. C. Bellini, L. Collini, A. Farina, D. Pinardi, and K. Riabova, “Measurement of loudspeakers with a laser doppler vibrometer and the exponential sine sweep excitation technique,” *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 65, pp. 600–612, Aug 2017.
- [83] Y. Blanter and M. Büttiker, “Shot noise in mesoscopic conductors,” *Physics Reports*, vol. 336, no. 1, pp. 1–166, 2000.
- [84] H. Lee, M.-G. Suh, T. Chen, J. Li, S. Diddams, and K. Vahala, “Spiral resonators for on-chip laser frequency stabilization,” *Nature communications*, vol. 4, p. 2468, Sep 2013.

-
- [85] J. Helmcke, S. A. Lee, and J. L. Hall, “Dye laser spectrometer for ultrahigh spectral resolution : design and performance,” *Applied Optics*, vol. 21, pp. 1686–1694, May 1982.
- [86] C. Salomon, D. Hils, and J. L. Hall, “Laser stabilization at the millihertz level,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 5, pp. 1576–1587, Aug 1988.
- [87] V. Braginsky, M. Gorodetsky, and V. Ilchenko, “Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes,” *Physics Letters A*, vol. 137, no. 7, pp. 393–397, 1989.
- [88] L. Collot, V. Lefèvre-Seguin, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, “Very high-q whispering-gallery mode resonances observed on fused silica microspheres,” *Europhysics Letters*, vol. 23, p. 327, Aug 1993.
- [89] W. W. Hansen, “A new type of expansion in radiation problems,” *Phys. Rev.*, vol. 47, pp. 139–143, Jan 1935.
- [90] T. Kippenberg, D. Armani, S. Spillane, and K. Vahala, “Ultra-high-q toroid microcavities on a chip,” in *Conference on Lasers and Electro-Optics, 2003. CLEO '03.*, p. 3, 2003.
- [91] K. Knapper, K. Heylman, E. Horak, and R. Goldsmith, “Chip-scale fabrication of high-q all-glass toroidal microresonators for single-particle label-free imaging,” *Advanced materials (Deerfield Beach, Fla.)*, vol. 28, Feb 2016.
- [92] A. A. Savchenkov, I. S. Grudinin, A. B. Matsko, D. Strekalov, M. Mohageg, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, “Morphology-dependent photonic circuit elements,” *Opt. Lett.*, vol. 31, pp. 1313–1315, May 2006.
- [93] F. Treussart, *Etude expérimentale de l’effet laser dans des microsphères de silice dopées avec des ions neodyme*. Thèse, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1997.
- [94] J.-B. Ceppe, *Eléments de dynamique du laser pour l’élaboration d’une source micro-onde miniaturisée sur la base de la double émission monomode d’un laser à mode de galerie*. Thèse, Université de Rennes 1 2018, 2018.
- [95] F. Goos and H. Hänchen, “Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion,” *Annalen der Physik*, vol. 436, no. 7-8, pp. 333–346, 1947.
- [96] M. L. Gorodetsky, A. Savchenkov, and V. Ilchenko, “Ultimate q of optical microsphere resonators,” *Optics letters*, vol. 21(7), pp. 453–5, 1996.

-
- [97] D. W. Vernooy, V. S. Ilchenko, H. Mabuchi, E. W. Streed, and H. J. Kimble, “High-q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared,” *Optics Letters*, vol. 23, pp. 247–249, Feb 1998.
- [98] D. GaNta, E. B. Dale, and A. T. Rosenberger, “Measuring sub-nm adsorbed water layer thickness and desorption rate using a fused-silica whispering-gallery microresonator,” *Measurement Science and Technology*, vol. 25, p. 055206, Apr 2014.
- [99] R. M. Pope and E. S. Fry, “Absorption spectrum (380–700 nm) of pure water. ii. integrating cavity measurements,” *Applied Optics*, vol. 36, pp. 8710–8723, Nov 1997.
- [100] M. Inga, L. Fujii, J. M. C. da Silva Filho, J. H. Quintino Palhares, A. S. Ferlauto, F. C. Marques, T. P. Mayer Alegre, and G. Wiederhecker, “Alumina coating for dispersion management in ultra-high q microresonators,” *APL Photonics*, vol. 5, no. 11, p. 116107, 2020.
- [101] M. Gorodetsky, A. Pryamikov, and V. Ilchenko, “Rayleigh scattering in high-q microspheres,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 17, Jun 2000.
- [102] I. H. Malitson, “Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica*,†,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 55, pp. 1205–1209, Oct 1965.
- [103] G. Lin, *Fabrication and characterization of optical microcavities functionalized by rare-earth oxide nanocrystals : realization of a single-mode ultra low threshold laser*. Thèse, Ecole Normale Supérieure de Paris - ENS Paris ; Xiamen University, 2010.
- [104] D. S. Weiss, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Splitting of high-q mie modes induced by light backscattering in silica microspheres,” *Optics Letters*, vol. 20, pp. 1835–1837, Sep 1995.
- [105] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. A. Birks, “Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper,” *Optics Letters*, vol. 22, pp. 1129–1131, Aug 1997.
- [106] V. Ilchenko, S. Yao, and L. Maleki, “Pigtailing the high-q microsphere cavity : A simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes,” *Optics letters*, vol. 24, pp. 723–5, Jul 1999.
- [107] M. L. Gorodetsky and V. S. Ilchenko, “Optical microsphere resonators : optimal coupling to high-q whispering-gallery modes,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 16, p. 147, Jan 1999.

-
- [108] F. Lissillour, *L'effet laser dans des microsphères de verre fluoré dopées néodyme et erbium : étude expérimentale de différents couplages et de largeur de raie*. Thèse, Université de Rennes I, 2000.
- [109] K. Tian, J. Yu, F. Lei, J. Ward, A. Li, P. Wang, and S. N. Chormaic, “Blue band nonlinear optics and photodarkening in silica microdevices,” *Photon. Res.*, vol. 10, pp. 2073–2080, Sep 2022.
- [110] H. A. Haus, *Waves and fields in optoelectronics*. Prentice-Hall, 1984.
- [111] C. Schmidt, A. Chipouline, T. Pertsch, A. Tünnermann, O. Egorov, F. Lederer, and L. Deych, “Nonlinear thermal effects in optical microspheres at different wavelength sweeping speeds,” *Optics express*, vol. 16, pp. 6285–301, May 2008.
- [112] Z. Fu and L. Yang, “Optomechanically induced thermal bistability in an optical microresonator,” *Physical Review A*, vol. 105, Jun 2022.
- [113] N. M. Kondratiev, V. E. Lobanov, A. V. Cherenkov, A. S. Voloshin, N. G. Pavlov, S. Koptyaev, and M. L. Gorodetsky, “Self-injection locking of a laser diode to a high-q wgm microresonator,” *Opt. Express*, vol. 25, pp. 28167–28178, Nov 2017.
- [114] S. Spillane, T. Kippenberg, and K. Vahala, “Ultralow-threshold raman laser using a spherical dielectric microcavity,” *Nature*, vol. 415, pp. 621–3, Mar 2002.
- [115] G. Lin, J. Fürst, D. V. Strekalov, I. S. Grudinin, and N. Yu, “High-q uv whispering gallery mode resonators made of angle-cut bbo crystals,” *Opt. Express*, vol. 20, pp. 21372–21378, Sep 2012.
- [116] M. R. Majewski and S. D. Jackson, “Diode pumped silicate fiber for yellow laser emission,” *OSA Continuum*, vol. 4, pp. 2845–2851, Nov 2021.

Titre : Réduction du bruit de fréquence de diodes laser InGaN par asservissement sur des résonateurs à haut facteur de qualité

Mot clés : Diode laser InGaN monomode, Asservissement opto-électronique, Bruit de fréquence, Résonateurs à modes de galerie

Résumé : Les diodes laser accordables émettant dans le spectre bleu/violet (380 nm – 480 nm) trouvent de nombreuses applications dans des domaines scientifiques et techniques tels que les capteurs optiques, les technologies quantiques, ou encore la spectroscopie et la métrologie. Les applications les plus avancées exigent une émission laser de haute pureté spectrale, avec une largeur de raie de l'ordre du kHz, et accordable sur une plage de plusieurs GHz. L'objectif de cette thèse est la réalisation de telles sources. Pour ce faire, nous avons choisi de réaliser un asservissement optoélectronique d'un laser ECDL sur deux références de fréquence différentes. Dans un premier temps nous avons

réalisé l'asservissement du laser sur une résonance d'un anneau fibré, et mesuré le bruit de fréquence du laser asservi dont la largeur de raie est ainsi réduite de 850 kHz à 20 kHz pour une intégration de 10 ms, avec une réjection de 40 dB du bruit aux basses fréquences. Les expériences suivantes ont été menées sur un résonateur sphérique à modes de galerie. Le couplage par fibre biseautée du résonateur sphérique est étudié par une méthode hybride spectrale/temporelle. En reprenant le même montage et la même méthode que pour l'anneau fibré, l'étude de l'asservissement du laser sur cette microsphère montre une largeur de raie réduite à 91 kHz pour une intégration de 10 ms.

Title: InGaN laser diodes frequency noise reduction by locking on high quality factor resonators

Keywords: Single-mode InGaN laser diodes, Laser stabilisation, Frequency noise, Whispering gallery mode

Abstract: Numerous applications in the metrology field – optical clocks, sensors, quantum physics, and cold atoms physics - need low frequency noise tunable laser diodes in the blue/violet range (380 – 480 nm). This corresponds to lasers with a linewidth smaller than the MHz. In this thesis manuscript, we present the realisation of such sources by frequency locking of a commercial ECDL on two different frequency references. The first reference is a 2 m long fibre ring with a quality factor of 3×10^7 and a minimum transmission of 0.06. We achieve a reduction of the fre-

quency noise of more than 40 dB at 100 Hz. For the laser, it means a reduction from 850 kHz at 10 ms of integration time to 40 kHz, corresponding to a reduction by 20. We also used a mode compact reference: a spherical whispering gallery mode resonator with a diameter of $275 \mu\text{m}$. The locking resonance has a quality factor of 7×10^7 and a minimum transmission of 0.28. The lock laser has a linewidth of 91 kHz, meaning a reduction by 10. We determine the limitation of the two locking schemes to be the shot noise of the photodiode transposed by the discriminator.