



**HAL**  
open science

# Somme de fréquences sélective en mode pour l'imagerie infrarouge

Maxime Mertens

► **To cite this version:**

Maxime Mertens. Somme de fréquences sélective en mode pour l'imagerie infrarouge. Optique [physics.optics]. Sorbonne Université, 2024. Français. NNT: . tel-04708362v2

**HAL Id: tel-04708362**

**<https://theses.hal.science/tel-04708362v2>**

Submitted on 24 Sep 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

# Sorbonne Université

École doctorale : « Physique en Île de France »

*Laboratoire Kastler Brossel/ Thales Research & Technology*

## **Somme de fréquences sélective en mode pour l'imagerie infrarouge**

Par Maxime Mertens

Thèse de doctorat de Physique

Dirigée par Nicolas Treps

Devant un jury composé de :

Dr. Demur Romain

Dr. Godard Antoine

Pr. Segonds Patricia

Pr. Tessier Gilles

Pr. Treps Nicolas

Invité

Rapporteur

Rapporteuse

Président du Jury

Directeur de thèse





## Remerciements

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont le fruit des contributions de nombreuses personnes à qui je suis profondément reconnaissant. Je souhaite les remercier chaleureusement :

Tout d'abord, je remercie les membres du jury pour l'intérêt porté à mes travaux. Patricia Segonds et Antoine Godard, merci pour vos rapports enrichissants. Merci à vous deux et à Gilles Tessier, président du jury, d'avoir fait le déplacement à Thales Research and Technology (TRT) pour écouter et évaluer mes recherches, vos questions ont permis d'affiner mes connaissances. Un merci spécial à Patricia Segonds qui, avec Benoit Boulanger, m'a introduit aux expériences d'optique non linéaire, une passion qui a animé mes travaux de ces trois dernières années.

J'ai pu réaliser ces travaux à TRT grâce à l'aval de Daniel Dolfi et Loïc Morvan qui m'ont accueilli dans le groupe de physique, dans le laboratoire Onde et Traitement du Signal, d'abord en stage puis en thèse. Je tiens à vous remercier de m'avoir donné cette dernière opportunité inestimable.

Merci à mon directeur de thèse au Laboratoire Kastler Brossel (LKB), Nicolas Treps, pour ces discussions qui ont permis de débloquer la situation à plusieurs reprises. Merci pour ton écoute et ta bienveillance.

A mes encadrants du quotidien à TRT, à mes mentors :

A Romain Demur. Tu as mis en place une superbe manip ainsi qu'un code numérique unique et incontournable pour étudier la SFG dont j'ai eu la chance de profiter. Merci pour tes idées qui ont fait l'originalité des travaux présentés dans ce manuscrit.

A Luc Leviandier. Sans toi je crois que l'on se serait égaré sur les sujets les plus techniques.

A Arnaud Grisard. Ta rigueur et ton sens de l'organisation m'ont permis de rester sur la bonne voie à maintes reprises. Merci pour tes conseils précieux.

C'est un honneur d'avoir pu travailler avec vous Messieurs. J'ai une reconnaissance éternelle pour tous vos enseignements.

Je me dois de remercier aussi ceux, rares aujourd'hui, qui font encore de l'optique en espace libre. Merci à Eric Lallier, Christian Larat et à Vincent Billault de m'avoir laissé emprunter quelques-unes de vos optiques, caméras ou supports ...

Merci à Ghaya Baili et François Gutty pour m'avoir encadré lors de mon stage à TRT sur l'horloge atomique. Je vous suis reconnaissant sachant les défis posés par la situation sanitaire de l'époque.

Les travaux sur l'estimation des séparations n'auraient pas vu le jour sans l'expertise de plusieurs personnes au LKB.

Merci à Ilya Karuseichyk pour ta contribution sur la dernière manip et tes multiples remarques très pertinentes sur la physique en général.

Merci à Giacomo Sorelli pour les discussions que l'on a eues avant ton départ pour l'Allemagne.

Merci à Clémentine Rouvière pour m'avoir donné quelques astuces expérimentales.

Venir au LKB à toujours été très agréable, peut-être parce que c'était un très bon moyen pour éviter le RER B.

Mais prendre le RER B c'est aussi aller retrouver ces personnes formidables de TRT avec qui j'ai partagé des moments inoubliables. Merci aux plus vieux et aux plus jeunes permanents. Merci aux anciens et aux nouveaux doctorants. A bientôt pour de nouvelles aventures nocturnes. Spéciale dédicace à mes colocataires du A0-70. Merci à Coralie Piszzeck pour ton aide administrative !

Je remercie également mes anciens enseignants, notamment Quentin Rafhay à Phelma, Jean-Baptiste Paire au Lycée du Parc, Isabelle Colombier et Julien Segala au lycée Jean Perrin, pour avoir partagé avec moi leur passion de la physique.

Enfin, je tiens à remercier mes amis, ma belle-famille, ma sœur Cécile, mes frères Alexandre et Sébastien, mon père Patrick et ma mère Brigitte. A l'équation du bonheur ces dernières personnes se trouvent être ma solution...

Bonne lecture et bon courage à tous les aventuriers qui se retrouvent ici.

# Sommaire

Remerciements .....	2
Introduction .....	6
Chapitre 1 : Architectures d’imageurs à somme de fréquences .....	9
I. Généralités sur les systèmes d’imagerie .....	11
I. 1. Propagation d’une image .....	11
I. 2. Système d’imagerie .....	15
II. Système d’imagerie à somme de fréquences .....	22
II. 1. Conversion par somme de fréquences : Théorie .....	22
II. 2. Etude numérique .....	33
II. 3. Bref état de l’art des architectures d’imageurs à somme de fréquences .....	39
III. Synthèse .....	46
Chapitre 2 : Estimation du nombre de modes convertis .....	47
I. Conversion d’images avec un laser de pompe gaussien ou <i>flat-top</i> .....	49
I. 1. Description du système d’imagerie .....	49
I. 2. Efficacité de conversion .....	61
I. 3. Propriétés spatiales du système .....	63
I. 4. Nombres de modes standard et effectif .....	70
II. Autres méthodes pour estimer le nombre de modes convertis .....	73
II. 1. Nombre de Schmidt du système d’imagerie .....	73
II. 2. Estimation du nombre de modes standard cohérent par conversion d’un <i>speckle</i> .....	80
III. Synthèse .....	94
III. 1. Méthodes de caractérisations d’un imageur à somme de fréquences .....	94
III. 2. Comparaison de l’utilisation d’un faisceau de pompe gaussien et <i>flat-top</i> .....	94
Chapitre 3 : Démultiplexage spatial par somme de fréquences et application à l’estimation de paramètres .....	97
I. Estimation de la séparation entre deux points sources incohérents .....	99
I. 1. Stratégie de mesure .....	99
I. 2. Techniques de démultiplexage spatial .....	102
II. Démonstration expérimentale du démultiplexage spatial par somme de fréquences .....	106
II. 1. Mise en place de l’expérience .....	106
II. 2. Estimation de la sélectivité .....	112
III. Estimation de la séparation de sources incohérentes .....	117
III. 1. Mise en place de l’expérience .....	117
III. 2. Mesure de la séparation et de la sensibilité de mesure .....	120
IV. Synthèse .....	128
Conclusion .....	129
Communications scientifiques .....	131
Bibliographie .....	132
Résumé et abstract .....	139



## Introduction

Images, polarisation, amplitude, phase, impulsions lumineuses, longueur d'onde, cohérence, Laser, LED, photonique intégrée, fibre optique, intrication... La lumière, grâce à ses nombreux degrés de liberté [1], grâce aux innombrables sources disponibles, grâce aux multiples moyens pour la contrôler et enfin grâce à ses propriétés quantiques, est au cœur de nombreuses technologies importantes du XXI<sup>ème</sup> siècle [2]. Comprendre et maîtriser ne serait-ce que quelques-unes de ses propriétés promet de bénéficier à l'ensemble de la société.

Ainsi, tout un pan d'applications nécessite l'utilisation et souvent la détection de signaux infrarouges, pour de multiples raisons. Premièrement, tout objet rayonne spontanément de la lumière dont la longueur d'onde dépend de la température. Typiquement l'émission du corps humain est dans l'infrarouge moyen autour de 10  $\mu\text{m}$ , invisible à l'œil. La détection de ces signaux est alors utile pour des applications médicales [3] ou pour des applications de défense comme par exemple la vision nocturne. Si un objet rayonne de la lumière il en absorbe tout autant. Ainsi il est possible d'étudier certains types de matériaux en fonction des spectres d'absorption qui leur sont propres [4]. Cette méthode permet, dans le moyen infrarouge, d'estimer la présence d'un grand nombre de molécules clés dans des secteurs tel que l'agriculture [5] ou la sécurité environnementale. Connaître les bandes d'absorption infrarouges de l'atmosphère c'est aussi pouvoir les éviter. Employer des sources lumineuses dans les bandes de transmission de l'atmosphère permet d'envisager des liens de communications optique sol-satellite [6], en vogue en ce moment pour augmenter les débits d'informations ou sécuriser les canaux de communication. Il est aussi prometteur d'exploiter ces fenêtres de transmission dans le but de pouvoir faire de l'imagerie active, pour des applications de défense, ou passive, en astronomie. En plus de l'émission et de l'absorption, la lumière peut être aussi diffusée par un objet. Ce phénomène est utilisé pour l'imagerie médicale. La lumière infrarouge peut pénétrer dans certaines parties du corps humain et être réfléchi sur des zones d'intérêt. C'est ce qu'exploitent les imageurs à tomographie en cohérence optique [7].

De nombreuses innovations ont été nécessaires avant que certaines de ces idées ne deviennent compétitives. Il a fallu par exemple prendre en compte que les milieux dans lesquels se propagent la lumière ne sont pas statiques et peuvent être complexes. Les turbulences de l'atmosphère ou même la structure d'un morceau de sucre déforment par diffusion l'information contenue dans la structure spatiale de la lumière, sans la détruire. Des techniques dites d'optique adaptative ou de contrôle de front d'onde ont permis de braver ces difficultés et d'augmenter la qualité des images en astronomie [8] ou de focaliser la lumière à travers un milieu diffusant [9]. La maîtrise de sources laser infrarouges puissantes grâce par exemple au dopage de milieu à gain avec des terres rares ou la conception de lasers à cascade quantique [10] ont permis d'augmenter la portée de systèmes actifs comme les LIDAR. Nous citerons enfin le développement de sources d'états quantiques qui en théorie peut permettre d'augmenter la sensibilité de détection (*quantum advantage*<sup>1</sup>) par exemple pour la détection des ondes gravitationnelles [12] (états comprimés).

De nombreux autres défis subsistent. L'un et pas des moindres concerne la détection de la lumière infrarouge au-delà du micromètre. Il existe une multitude de technologies permettant la détection de ces signaux mais toutes ces techniques souffrent soit de performances moindres, soit de conditions

---

<sup>1</sup> Toutes les expressions communément employées en anglais seront rappelées en italique.



d'utilisation restrictives, en comparaison aux détecteurs sensibles au spectre visible. Par exemple, la taille et le nombre de pixels des détecteurs matriciels infrarouge sont généralement limités. De plus ces mêmes capteurs ont généralement une réponse non uniforme sur l'ensemble de la matrice de pixels. Enfin, pour que ces détecteurs soient performants, il est souvent nécessaire de les refroidir à des températures cryogéniques inadaptées aux applications où la gestion de la puissance est problématique.

Il est important de noter que le nombre de technologies différentes est grand et que le nombre de figures de mérite l'est aussi, rendant alors la comparaison rigoureuse entre les performances des détecteurs infrarouges et des détecteurs visibles compliquée et spécifique à l'application visée. Les travaux présentés dans ce manuscrit, qui se focalisent sur la détection d'images infrarouges donc sur l'emploi de détecteurs matriciels, sont motivés par le postulat que la détection dans le visible est plus efficace. Le lecteur pourra se référer aux revues [12–15] pour plus de détails.

Afin de justifier plus clairement nos motivations, nous rappelons ici deux effets importants imposés par le bruit de détection. Le bruit de détection est un signal mesuré non prédictible, sans information, souvent indiscernable du signal d'intérêt et qui se somme au signal à mesurer. Ce bruit perturbe la quantité d'information mesurée. L'intensité du signal à mesurer doit être alors suffisamment importante afin qu'elle puisse être discernable de l'intensité du signal bruité. Généralement cette intensité diminue avec la distance d'observation ce qui signifie finalement que le bruit de détection limitera la portée des systèmes. Ce bruit affecte aussi la résolution spatiale du système. Sur la figure 0-1, tirée de la référence [16], nous constatons qu'il est plus facile de distinguer les deux points lumineux, issus de deux étoiles, sur la figure de droite que sur la figure de gauche notamment parce que le bruit y est plus faible. La quantification rigoureuse de la séparation minimale pouvant être mesurée, connaissant le bruit de détection, n'est pas triviale. Cette étude spécifique fait partie du champ de recherche de l'équipe Optique quantique du laboratoire Kastler Brossel (LKB) dont la maîtrise [17–20] profite aux travaux présentés dans ce manuscrit. Ces deux effets sont plus importants dans le cas de l'étude de signaux infrarouges pour lesquels le bruit de détection est plus important.

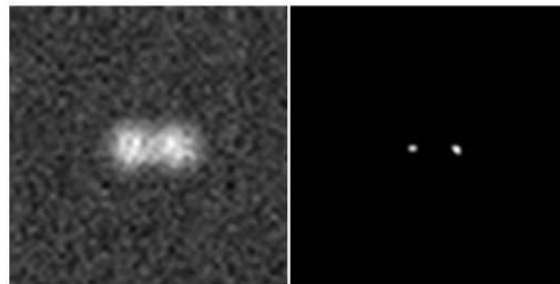


Figure 3. The blurred and noisy image of a binary star (left) and the corresponding minimizer of the KL divergence (right). Both images are represented in a log scale.

Figure 0-1 : Images de deux étoiles tirés de [16].

L'idée principale de mes travaux est de convertir une image infrarouge vers le visible afin d'utiliser des détecteurs plus performants. Cette idée était envisagée avant même la conception du premier laser mais son intérêt s'est révélé dans la dernière dizaine d'année. Romain Demur, mon prédécesseur sur cette expérience à Thales et aujourd'hui encadrant mes travaux, a démontré, durant sa thèse [21] en collaboration avec le LKB, l'intérêt de cette conversion pour des applications d'imagerie active. Un des enjeux de ce type de système est d'assurer une efficacité de conversion suffisante tout en convertissant le maximum d'information spatiale, afin que ce processus puisse être avantageux par rapport à une détection d'image directe dans l'infrarouge.

Ce phénomène, que nous détaillerons tout au long du manuscrit, est rendu possible en superposant le signal infrarouge avec un laser annexe appelé laser de pompe, dans un cristal non linéaire qui réalise la somme des deux fréquences. Les performances d'un tel système, en terme d'efficacité de conversion, de champ de vue (ou taille de l'image) et de résolution spatiale, sont en grande partie contrôlées par le laser de pompe annexe. L'utilisation d'un laser puissant par exemple permet d'augmenter l'efficacité de conversion et donc d'augmenter la sensibilité de détection. L'élargissement spectral de ce laser de pompe, étudié pour la première fois par R. Demur [22], peut permettre d'augmenter le champ de vue final et de faciliter la détection d'objet plus complexes. Dans mon cas, je me suis concentré sur les possibilités offertes par le contrôle du profil modal transverse du faisceau de pompe qui, nous le verrons, permet de contrôler la résolution spatiale de l'imageur à somme de fréquences.

Les travaux présentés dans ce manuscrit se séparent en trois chapitres :

L'objectif du chapitre 1 est de mettre en évidence les paramètres permettant l'optimisation des performances des imageurs à somme de fréquences. Nous commencerons par rappeler les principes de l'imagerie qui seront ensuite utilisés pour modéliser l'imageur à somme de fréquences. Les équations décrivant le processus non linéaire sont non intégrables. Nous présentons pour les résoudre un modèle numérique dédié. Enfin nous présentons quelques solutions proposées dans la littérature permettant l'optimisation de l'efficacité de conversion, du champ de vue et de la résolution.

Les travaux présentés dans le chapitre 2 traitent de deux problématiques simultanément. Nous cherchons à augmenter la résolution spatiale par le contrôle du profil transverse du faisceau de pompe et par sa puissance. Nous comparons les performances obtenues expérimentalement et numériquement avec un faisceau de pompe gaussien et avec un faisceau *flat-top* (faisceau dont l'intensité est idéalement uniforme dans le plan transverse, sur un domaine de l'espace fini), en imagerie cohérente et incohérente. La technique communément employée pour caractériser les performances globales de ce type d'imageur est fastidieuse. Un deuxième axe d'étude dans ce chapitre se concentre sur la mise au point de nouvelles méthodes de caractérisation.

Enfin dans le chapitre 3, nous présentons nos travaux concernant l'utilisation de la somme de fréquences pour l'estimation de séparation entre deux points sources incohérents comme ceux illustrés sur la figure 0-1. Un schéma de mesure permettant d'obtenir des précisions optimales nécessite le démultiplexage spatial du signal, c'est-à-dire sa projection sur une base de modes appropriée. Nous étudierons expérimentalement comment adapter la somme de fréquences à cette mesure via la mise en forme spatiale du faisceau de pompe. Une deuxième expérience fondée sur la première a pour objectif d'estimer des séparations en dessous de la limite prévue par le critère de Raleigh grâce à la somme de fréquences.

# Chapitre 1 : Architectures d’imageurs à somme de fréquences

I.	Généralités sur les systèmes d’imagerie .....	11
I. 1.	Propagation d’une image.....	11
I. 1. 1.	Equation d’onde paraxiale.....	11
I. 1. 2.	Modes spatiaux.....	11
I. 2.	Système d’imagerie .....	15
I. 2. 1.	Système linéaire et invariant par translation.....	15
I. 2. 2.	Imagerie incohérente .....	16
I. 2. 3.	Mesure de la fonction de transfert de modulation .....	16
I. 2. 4.	Exemples de systèmes .....	17
II.	Système d’imagerie à somme de fréquence.....	22
II. 1.	Conversion par somme de fréquences : Théorie .....	22
II. 1. 1.	Optique non linéaire d’ordre 2 .....	22
II. 1. 2.	Evolution du champ converti.....	24
II. 1. 3.	Quelques exemples de solutions.....	25
II. 1. 4.	Quasi-accord de phase colinéaire et non colinéaire.....	26
II. 1. 5.	Architecture d’imageur.....	29
II. 2.	Etude numérique.....	33
II. 2. 1.	Equations couplées .....	33
II. 2. 2.	Décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert .....	35
II. 3.	Bref état de l’art des architectures d’imageurs à somme de fréquences.....	39
II. 3. 1.	Optimisation de l’efficacité de conversion.....	40
II. 3. 2.	Optimisation du champ de vue .....	42
II. 3. 3.	Optimisation de la résolution.....	44
III.	Synthèse .....	46

Ce premier chapitre vise à détailler le fonctionnement et les limites d'un système d'imagerie reposant sur le processus non linéaire de somme de fréquences.

Une première partie s'articule autour de deux problématiques de l'imagerie : qu'est-ce qu'une image et comment modéliser un système d'imagerie ?

La seconde partie se concentre sur l'intégration du processus de somme de fréquences dans les systèmes d'imagerie. Après avoir établi l'équation d'évolution du champ converti, nous explorerons les possibilités offertes par la somme de fréquences pour la détection d'images. Nous présenterons également un modèle numérique permettant l'étude approfondie du système dans un cadre plus large que celui établi analytiquement et facilitant la quantification des performances des imageurs, notamment à travers le calcul du nombre de Schmidt. Enfin, nous examinerons plusieurs solutions d'améliorations proposées dans la littérature.

Certaines problématiques abordées dans ce chapitre seront au cœur des deux suivants : la caractérisation simplifiée des imageurs à somme de fréquences et l'amélioration de la résolution spatiale dans ces systèmes.

## I. Généralités sur les systèmes d'imagerie

La lumière est une onde dont les variables couplées sont le champ électrique et le champ magnétique. Le couplage entre ces deux champs est décrit par les équations de Maxwell. Dans ce manuscrit nous nous intéressons spécifiquement aux milieux sans charges ni courants et non magnétiques. Dans un premier temps, nous étudions l'évolution d'ondes électromagnétiques dans un milieu linéaire isotrope et transparent. Un milieu linéaire est un milieu où la polarisation induite et l'onde excitatrice sont proportionnelles. La polarisation s'écrit  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$  avec  $\vec{E}$  le champ électrique de l'onde excitatrice,  $\chi$  la susceptibilité électrique du milieu qui est ici un scalaire réel et  $\epsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide. Dans ce cas, l'équation d'onde, écrite en fonction du champ électrique est :

$$\Delta \vec{E} - \left(\frac{n}{c}\right)^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (1-1)$$

avec  $\Delta$  l'opérateur laplacien et  $n = \sqrt{1 + \chi}$  l'indice de réfraction du milieu.

### I. 1. Propagation d'une image

#### I. 1. 1. Equation d'onde paraxiale

Dans toute la suite, nous allons nous intéresser à un type de solution particulière. Nous considérons des champs dont la direction de la polarisation  $\vec{u}$  est linéaire, indépendante du temps et de l'espace. Nous travaillons avec des champs monochromatiques de pulsation  $\omega$  et d'amplitude complexe  $A$  indépendante du temps. Nous fixons un repère orthonormé  $(x, y, z)$ . Les champs considérés se propagent suivant une direction privilégiée :  $z$ . Dans toute la suite, nous supposons que les composantes du vecteur d'onde font un angle faible avec l'axe de propagation  $z$ . C'est l'approximation paraxiale. Il est alors intéressant d'effectuer le changement de variable suivant :

$$\vec{E}(x, y, z, t) = A(x, y, z) e^{-i(\omega t - kz)} \vec{u} \quad (1-2)$$

avec  $k = 2\pi n/\lambda$  le nombre d'onde. Cela signifie que les longueurs caractéristiques des variations transverses sont grandes devant la longueur d'onde, c'est-à-dire  $\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial A}{\partial z}, \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}$  (approximation de l'enveloppe lentement variable) [1], alors l'équation (1-1) se simplifie et s'écrit :

$$\Delta_{\perp} A(x, y, z) + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (1-3)$$

avec  $\Delta_{\perp}$  l'opérateur laplacien transverse. Les solutions élémentaires orthogonales de cette équation sont appelées modes spatiaux de la lumière.

#### I. 1. 2. Modes spatiaux

Nous rappelons ici quelques exemples de familles de solutions qui nous seront utiles dans la suite du manuscrit.

##### Fonction harmonique :

La famille des ondes planes est une base complète orthonormée du plan transverse. Cependant une onde plane n'a pas de réalité physique car son énergie est infinie.

Pour décrire une image dans le plan transverse il est utile de fixer une position  $z$ , par exemple  $z_1$ . Nous appelons image la distribution de l'amplitude dans le plan transverse :  $A_1(x, y) = A(x, y, z_1)$ . L'objectif dans les sections suivantes est de décrire l'effet de la diffraction de l'image  $A_1$  à travers un système linéaire quelconque. Pour cela il est utile de définir le spectre  $\tilde{A}(v_x, v_y)$  de l'image donné par :

$$\tilde{A}_1(v_x, v_y) = \iint A_1(x, y) e^{-2i\pi(v_x x + v_y y)} dx dy \quad (1-4)$$

qui est la transformée de Fourier 2D de l'image, avec  $v_x = k_x/2\pi$ ,  $v_y = k_y/2\pi$  les fréquences spatiales. Une telle décomposition est illustrée sur la figure 1-1.

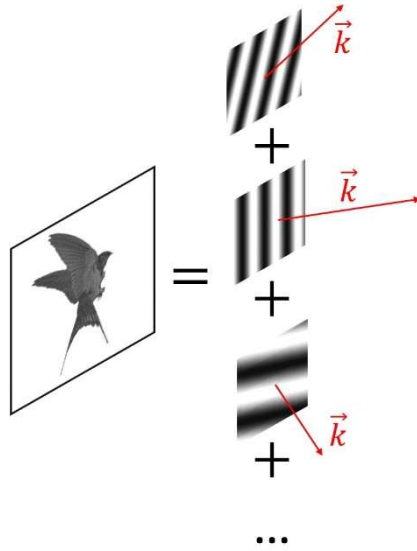


Figure 1-1 : Illustration des fonctions harmoniques permettant la description de l'image de gauche. Chaque fonction harmonique est associée à une onde plane qui se propage selon la direction  $\vec{k}$

Pour tous les systèmes linéaires étudiés dans la suite, il suffira de calculer la propagation de chaque composante de l'image. Ce formalisme est détaillé dans [23] à la section 3.10.1.

### Faisceau gaussien

Le faisceau gaussien est une solution particulière de l'équation (1-3) dont l'expression est :

$$A_G(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(ik \frac{r^2}{2R(z)}\right) \exp(i\psi_G(z)) \quad (1-5)$$

avec  $(r, \theta)$  les coordonnées polaires du plan transverse ;  $w(z)$  le rayon du faisceau quand l'intensité normalisée est égale à  $1/e^2$ . Le rayon est donné par l'expression :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (1-6)$$

avec  $w_0$  le rayon au point de focalisation (en anglais *waist*) (ici quand  $z = 0$ ). Sans mention contraire, nous parlerons simplement du rayon.  $z_R$  est la longueur de Rayleigh dans le milieu d'indice  $n$  qui est un paramètre décrivant la longueur pour laquelle le rayon du faisceau a augmenté d'un facteur  $\sqrt{2}$  après s'être propagé depuis le *waist*. Son expression est donnée par :

$$z_R = \frac{n\pi w_0^2}{\lambda} \quad (1-7)$$

$R(z)$  est le rayon de courbure du faisceau donné par l'expression :

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z} \quad (1-8)$$

et  $\psi_G(z)$  est la phase de Gouy qui est la phase supplémentaire acquise autour du point de focalisation du faisceau [24] et s'écrit :

$$\psi_G(z) = \text{atan}\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (1-9)$$

### Modes de Hermite-Gauss

Les modes de Hermite-Gauss (ou  $\text{TEM}_{n,m}$ ) sont des solutions de l'équation paraxiale lorsque l'on considère des amplitudes spatiales à variables séparées en coordonnées cartésiennes :  $A_{n,m}(x, y, z) = A_n(x, z)A_m(y, z)$ . L'expression générale est :

$$A_{n,m}(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w(z)} C_n C_m H_n\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}x\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}y\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2}\right) \times \exp\left(ik\frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right) \exp(i(n + m + 1)\psi_G(z)) \quad (1-10)$$

avec  $C_n$  et  $C_m$  des constantes vérifiant  $C_n C_m = \sqrt{\frac{1}{2^n n!} \frac{1}{2^m m!}}$ ,  $\{H_N\}_N$  les polynômes d'Hermite qui sont définis par :

$$H_n(X) = (-1)^n e^{X^2} \frac{d^n}{dX^n} e^{-X^2}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} H_n(x) H_m(x) e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} 2^n n! \delta_{n,m} \quad (1-11)$$

avec  $\delta_{n,m}$  le delta de Kronecker. L'intensité et la phase des premiers modes sont représentées en figure 1-2.

Pour  $z$  fixé, l'ensemble  $\{A_{n,m}(x, y, z)\}_{n,m}$  est une base complète orthonormée du plan transverse et donc vérifie l'égalité :

$$\forall z, \iint A_{n,m}(x, y, z) A_{n',m'}^*(x, y, z) dx dy = \delta_{nn'} \delta_{mm'} \quad (1-12)$$

Le mode fondamental de cette base est le faisceau gaussien. Les modes d'ordres supérieurs sont composés de lobes et nous mentionnons le fait que l'extension spatiale d'un de ces modes peut être évaluée par [25] :

$$w_{q,0} = w_0 \sqrt{2q + 1} \tag{1-13}$$

avec  $q = n$  ou  $m$ . Pour plus de détails sur cette base, se référer à [26], section 3.3.

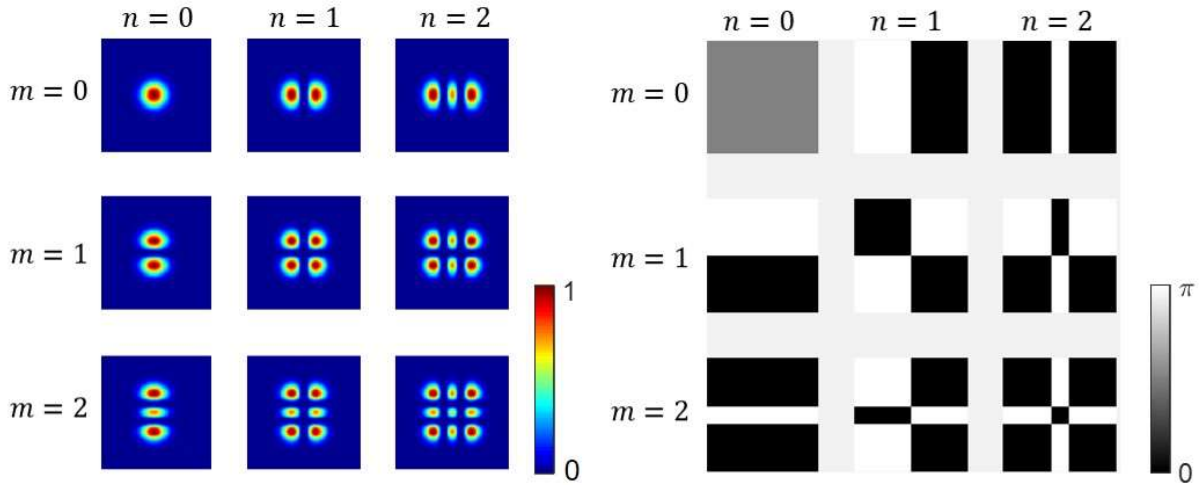


Figure 1-2 : Intensités (à gauche) et phases (à droite) des premiers modes  $(n, m)$  d'Hermite-Gauss.

**Modes de Laguerre-Gauss :**

Les modes de Laguerre-Gauss sont des solutions de l'équation paraxiale lorsque l'on considère des amplitudes à variables séparées en coordonnées polaires :  $A_{p,l}(\rho, \theta, z) = A_p(\rho, z)A_l(\theta, z)$ . L'intensité et la phase des premiers modes sont représentées en figure 1-3.

C'est aussi une base orthonormée du plan transverse. L'index  $l$  est appelé charge azimutale et décrit le nombre de fois que la phase fait un tour complet de  $0$  à  $2\pi$  sur une section radiale. Les modes de Laguerre-Gauss sont un exemple de modes portant un moment angulaire orbital. Ce type de mode est très étudié pour les communications optiques en espace libre [27].

Une multitude de bases de modes transverses existent, parmi lesquelles certaines sont examinées dans [28]. Toute image peut être décrite par ses projections sur une base orthonormée du plan transverse.

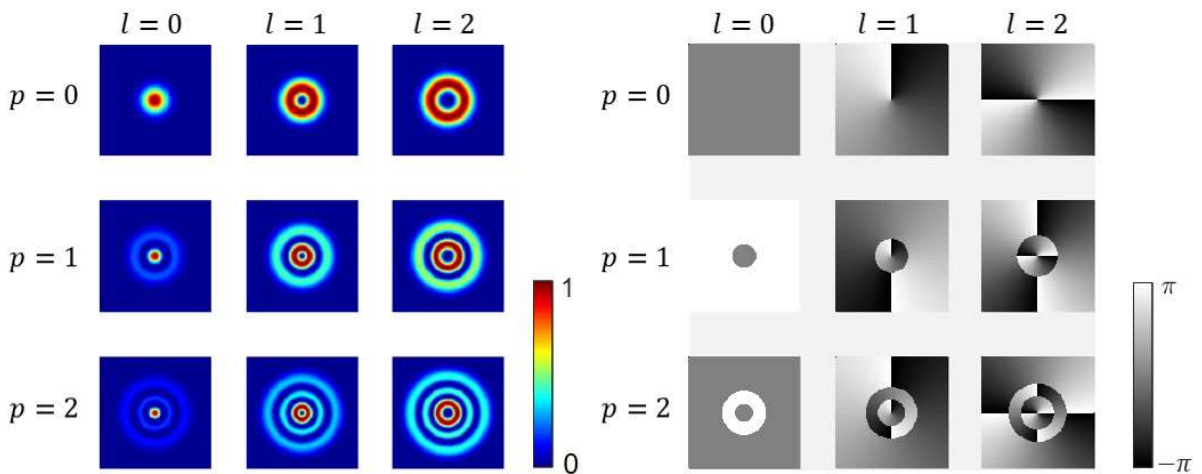


Figure 1-3: Intensités (à gauche) et phases (à droite) des premiers modes  $(p, l)$  de Laguerre-Gauss.



## I. 2. Système d'imagerie

Nous avons établi l'équation de propagation d'une image dans un milieu linéaire. En pratique, une image qui se propage va diffracter. Il est nécessaire de corriger ce phénomène afin de pouvoir détecter l'image correctement. A cette fin, l'image passe par un ou plusieurs éléments optiques -tels que des lentilles ou cristaux liquides- et se propage entre chacun de ces éléments. L'ensemble des éléments optiques est appelé système d'imagerie (ou imageur) et réalise la transformation d'une image  $A_1(x, y)$  en une image  $A_2(x, y)$ . Nous définissons le plan objet comme étant le plan dans lequel est définie  $A_1$  et plan image comme étant le plan dans lequel est définie  $A_2$ .

Un système d'imagerie idéal est un système optique qui permet de reconstituer l'image  $A_1(x, y)$  parfaitement dans le plan image.

### I. 2. 1. Système linéaire et invariant par translation

Une propriété fondamentale des systèmes d'imagerie que nous considérons est la linéarité. Cela signifie que l'image en sortie du système peut être écrite comme une intégrale de superposition de l'image en entrée :

$$A_2(x, y) = \iint h(x, y, x', y') A_1(x', y') dx' dy' \quad (1-14)$$

avec  $h$  la réponse impulsionnelle du système (ou fonction de Green). En particulier si l'image dans le plan objet est un point source  $A_1(x', y') = \delta(x' - x_0, y' - y_0)$ , alors l'image en sortie est  $A_2(x, y) = h(x, x_0, y, y_0)$ .

Une autre propriété, qui permet de simplifier grandement les calculs analytiques, est le principe d'invariance par translation. Dans ce cas la réponse impulsionnelle s'écrit :

$$h(x, y, x', y') = h(x - x', y - y') \quad (1-15)$$

Dans ce cadre, nous négligeons les effets de vignettage causés par les ouvertures finies des optiques.

En connaissant la réponse du système pour un point source positionné en  $(x', y')$  dans le plan objet, nous connaissons complètement le système. Ainsi, l'amplitude de sortie s'écrit comme le produit de convolution  $*$  de la fonction impulsionnelle du système avec l'image d'entrée.

$$A_2(x, y) = h(x, y) * A_1(x, y) \quad (1-16)$$

En utilisant la propriété de la transformée de Fourier, le spectre de l'image en sortie est proportionnel au spectre de l'image en entrée :

$$\tilde{A}_2(v_x, v_y) = H(v_x, v_y) \tilde{A}_1(v_x, v_y) \quad (1-17)$$

avec  $H(v_x, v_y)$  la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle appelée fonction de transfert du système.

Un système d'imagerie est idéal lorsque la réponse impulsionnelle est une distribution de Dirac  $h(x, y) = \delta(x, y)$ . Dans ce cas la fonction de transfert est égale à l'unité  $H(v_x, v_y) = 1$  et l'image en sortie reproduit parfaitement l'image en entrée.

Il est important de noter que nous avons considéré le système comme linéaire en champ. Cela n'est valable que dans le cas où l'image en entrée est dite cohérente. Une démonstration rigoureuse est donnée par exemple dans [29] au chapitre 7.

### I. 2. 2. Imagerie incohérente

Un système d'imagerie est dit incohérent lorsque le système est linéaire en intensité. Nous rappelons ici les résultats qui nous seront utiles. Une description plus approfondie est faite dans [23,29]. Dans ce cas, nous considérons que le système est linéaire en intensité et vérifie donc dans le domaine de Fourier l'équation :

$$\tilde{I}_2(v_x, v_y) = H_i(v_x, v_y)\tilde{I}_1(v_x, v_y) \quad (1-18)$$

avec  $H_i(v_x, v_y)$  la fonction de transfert incohérente du système qui est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle incohérente  $h_i(x, y)$ . Cette dernière se calcule à partir de la réponse impulsionnelle cohérente par l'équation :

$$h_i(x, y) = |h(x, y)|^2 \quad (1-19)$$

Il en est de même pour la fonction de transfert incohérente qui peut s'exprimer en fonction de la fonction de transfert cohérente par l'expression :

$$H_i(v_x, v_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} H(v'_x, v'_y)H^*(v'_x - v_x, v'_y - v_y)dv'_x dv'_y}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |H(v'_x, v'_y)|^2 dv'_x dv'_y} \quad (1-20)$$

La fonction de transfert incohérente est le produit d'autocorrélation normalisé de la fonction transfert cohérente.

Le module de cette fonction  $|H_i|$  est appelé fonction de transfert de modulation du système (FTM). L'argument de cette fonction  $\arg(H_i)$  est la fonction de transfert en phase. Cette dernière caractérise les aberrations du système optique. Quand cette fonction est uniforme alors l'image en sortie est simplement déphasée et cela n'affecte pas la qualité de l'image mesurée en intensité. Si la phase varie linéairement dans une direction, cela correspond à une translation de l'image en sortie et cela n'a pas d'effet non plus sur la qualité finale. Dans ces deux cas, le système est considéré sans aberration c'est-à-dire qu'il est limité seulement par la diffraction. La connaissance de la FTM permet alors de caractériser complètement le système.

### I. 2. 3. Mesure de la fonction de transfert de modulation

D'après les équations précédentes, le système d'imagerie, lorsqu'il est linéaire et invariant par translation, peut être complètement caractérisé par sa réponse impulsionnelle ou de manière équivalente, par sa fonction de transfert que ce soit dans le cas cohérent ou dans le cas incohérent.

Pour mesurer la réponse impulsionnelle du système, il faut pouvoir générer un point source dans le plan objet. En pratique, cette méthode de caractérisation est délicate. Il est préférable de mesurer la fonction de transfert du système. Dans le cas d'un système sans aberration, un moyen simple pour évaluer la fonction de transfert de modulation est de mesurer le contraste de l'image pour un éclairement sinusoïdal dans le plan objet [30,31]. Pour cela il faut éclairer uniformément un objet dont la transmission  $t(x, y)$  s'écrit :

$$t(x, y) = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi v_x x + 2\pi v_y y))} \quad (1-21)$$

avec  $v_x$  et  $v_y$  les fréquences spatiales de l'objet éclairé. Dans ce cas, l'intensité en sortie du système est :

$$I_2(x, y) = \frac{1}{2}(1 + |H_i(v_x, v_y)| \cos(2\pi v_x x + 2\pi v_y y)) \quad (1-22)$$

Finalement, en mesurant le contraste de l'image en sortie nous évaluons directement la FTM du système [32]. Un exemple de l'évaluation de la FTM est illustré en figure 1-4.

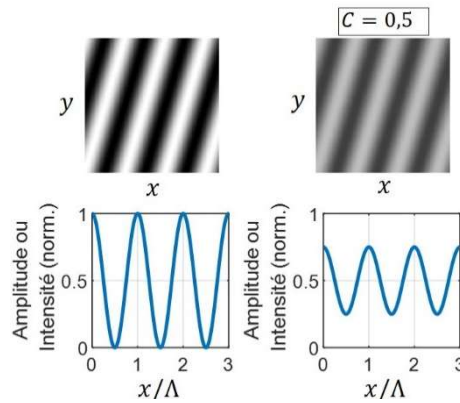


Figure 1-4 : Exemple de la mesure de contraste d'une image sinusoïdale en intensité après sa propagation dans un système d'imagerie caractérisé par sa fonction de transfert.  $\Lambda_x$  est la période spatiale de l'image dans la direction  $x$  et  $C$  est le contraste de l'image en sortie.

La mesure de la FTM permet en particulier d'évaluer la résolution du système d'imagerie. Elle se calcule à partir de la plus grande fréquence spatiale pouvant être résolue dite fréquence de coupure  $v_{lim}$ , dans une direction donnée. Il en existe plusieurs définitions possibles. Par exemple, cette fréquence peut être définie par [33,34,22] :

$$|H_i(v_{lim})| = H_{lim} \quad (1-23)$$

avec  $H_{lim}$  un paramètre fixe et peut prendre différentes valeurs suivant les cas d'applications [34].

La définition de la résolution, que ce soit à partir de la FTM ou de la réponse impulsionnelle du système est subjective. Elle dépend entre autres du rapport signal à bruit de la détection, qui varie d'une expérience à une autre. Nous reviendrons au chapitre 2 sur cette définition.

#### I. 2. 4. Exemples de systèmes

Nous utilisons le formalisme développé précédemment pour étudier quelques systèmes d'imagerie simples.

##### Propagation en espace libre :

Le système le plus simple est la propagation de l'image en espace libre sur une distance  $d$ . Pour simplifier les équations, nous nous plaçons dans le cas où l'approximation de Fresnel s'applique. Cette approximation est valide pour des distances de propagations telles que l'approximation paraxiale reste valide (voir [23] pour plus de détails). La fonction de transfert est alors donnée par :

$$H(v_x, v_y) = e^{-\frac{i\pi\lambda d}{n}(v_x^2 + v_y^2)} \quad (1-24)$$

Cette équation nous permettra de modéliser numériquement la propagation et nous l'appelons propagateur de Fresnel.

**Remarque :**

Le profil d'un mode spatial, solution de l'équation de propagation paraxiale, conserve son enveloppe après diffraction. Par exemple, le mode de Hermite-Gauss  $A_{n,m}$  reste le mode  $A_{n,m}$  après propagation à une dilatation indépendante de l'onde près. Or une image peut être décomposée sur une base de modes mais elle n'est pourtant pas invariante par propagation. Cela s'explique par le fait que la phase de Gouy est une fonction de l'ordre du mode. Par exemple, un mode de Hermite-Gauss d'ordre  $(n, m)$  accumule une phase autour du point de focalisation de  $(n + m + 1)\psi_G(z)$ . Les modes utilisés pour décrire une image en  $z = 0$  vont diffracter et l'image ne conservera pas sa forme en se diffractant.

**Montage f-f: Transformée de Fourier optique**

Une lentille permet de collecter et de traiter l'information contenue dans une image. Nous rappelons ici les propriétés principales d'un système optique composé d'une seule lentille décrit en figure 1-5.

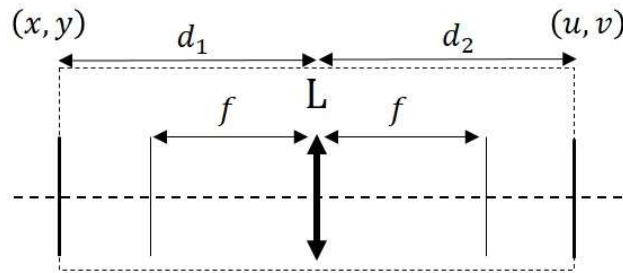


Figure 1-5 : Système d'imagerie constitué d'une seule lentille.  $(x, y)$  est le plan objet,  $(u, v)$  est le plan image

L'image initialement dans le plan objet  $(x, y)$  se propage dans le vide sur une distance  $d_1$ , puis est transmise par une lentille mince de focale  $f$  dont la transmission complexe  $t_L(x, y)$  s'écrit :

$$t_L(x, y) = p(x, y)e^{-\frac{i\pi}{\lambda f}(x^2 + y^2)} \quad (1-25)$$

avec  $p(x, y)$  la fonction pupille qui décrit la transmission en amplitude de la lentille. L'image se propage ensuite sur une distance  $d_2$ . Nous nous plaçons dans le cas particulier où  $d_2 = f$ . L'expression de l'enveloppe spatiale dans le plan image est donnée par :

$$A_2(u, v) = \frac{e^{i\frac{\pi}{2\lambda f}(1-\frac{d_1}{f})(u^2 + v^2)}}{i\lambda f} \times \iint A_1(x, y) p\left(x + \frac{d_1}{f}u, y + \frac{d_1}{f}v\right) e^{-2i\pi\left(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y\right)} dx dy \quad (1-26)$$

Nous utilisons cette expression pour calculer l'effet d'une lentille sur une image située à une distance  $d_1$ . A noter, dans le cas où la taille de l'image en entrée de la lentille est très petite devant la taille de la pupille, l'équation (1-26) se simplifie et l'image en sortie est donnée par :

$$A_2(u, v) = \frac{e^{i\frac{\pi}{2\lambda f}(1-\frac{d_1}{f})(u^2+v^2)}}{i\lambda f} \widetilde{A}_1\left(\frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f}\right) \quad (1-27)$$

L'image en sortie se calcule par la transformée de Fourier de l'image en entrée. Ce plan, appelé plan de Fourier, est décrit par les coordonnées  $(u, v)$  qui codent le spectre de l'image en entrée. C'est-à-dire que si le champ dans le plan objet est une onde plane de fréquences spatiales  $(v_x, v_y)$ , l'image en sortie sera un point de coordonnées  $(u, v) = (\lambda f v_x, \lambda f v_y)$ .

A noter, si  $d_1 = f$ , alors le terme de phase quadratique disparaît. La phase accumulée sur la propagation  $d_1$  compense parfaitement la phase de la lentille. L'image en sortie est égale à la transformée de Fourier de l'image en entrée.

### **Montage 2f-2f : Formation d'images (1)**

A proprement parler, ce système n'est pas un système d'imagerie. Il ne permet pas de reconstruire l'image en entrée mais sa transformée de Fourier. De manière générale, un système reproduit parfaitement l'image en entrée si sa réponse impulsionnelle est une fonction de Dirac. Il est possible de montrer qu'avec une seule lentille, le système doit vérifier la condition  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f} = 0$  afin de se rapprocher du cas idéal. Si nous nous plaçons dans la configuration où  $d_1 = d_2 = 2f$  et que nous négligeons les termes de phases, alors la réponse impulsionnelle du système est donnée par l'expression [23] :

$$h(x, y) = \frac{1}{4\lambda^2 f^2} \tilde{p}\left(\frac{x}{2\lambda f}, \frac{y}{2\lambda f}\right) \quad (1-28)$$

Le choix de la géométrie de la pupille déterminera donc la capacité du système à restituer l'image en entrée. La pupille devrait avoir une extension infinie et une transmission en amplitude égale à l'unité afin que le système soit idéal. En pratique, les lentilles utilisées ont une taille de pupille finie et sont usuellement d'ouverture circulaire de diamètre  $D$ . Dans ce cas la réponse impulsionnelle du système est :

$$h(x, y) = 2h_0 \frac{J_1\left(\frac{\pi D}{2\lambda f} \sqrt{x^2 + y^2}\right)}{\frac{\pi D}{2\lambda f} \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (1-29)$$

avec  $h_0$  une constante réelle et  $J_1$  la fonction de Bessel du premier ordre. L'image d'une source ponctuelle par ce système n'est pas un point idéal mais une tâche dite d'Airy, illustrée en intensité en figure 1-6 (a).

Deux sources ponctuelles séparées d'une certaine distance  $\Delta x$  pourront donc se chevaucher dans le plan image si la séparation est suffisamment faible. Si ces sources sont cohérentes, l'image en intensité sera l'interférence des deux. Si elles sont incohérentes, les intensités se somment et nous obtenons une image du même type que celle illustrée en figure 1-6 (b).

Dans ce dernier cas, la résolution est définie par la séparation minimale nécessaire permettant de distinguer les deux sources. Il existe différents critères et nous citerons le plus connu qui est le critère de Rayleigh. Il stipule que la séparation minimale pour résoudre deux points incohérents est la séparation

lorsque le premier minimum de l'une des taches d'Airy se superpose avec le maximum de la deuxième tâche (c'est la configuration de la figure 1-6 (b)). Analytiquement cela correspond à la distance  $\Delta x_{min}$  :

$$\Delta x_{min} \approx 1,22 \frac{2\lambda f}{D} = 1,22 \frac{\lambda}{O.N.} \quad (1-30)$$

avec  $O.N. = D/2f$  l'angle maximal sous l'approximation paraxiale permettant la réception de la lumière sur la lentille, appelé ouverture numérique. Cette définition de la résolution est aussi arbitraire et ne permet pas de conclure sur la limite fondamentale du système à restituer l'information de l'image.

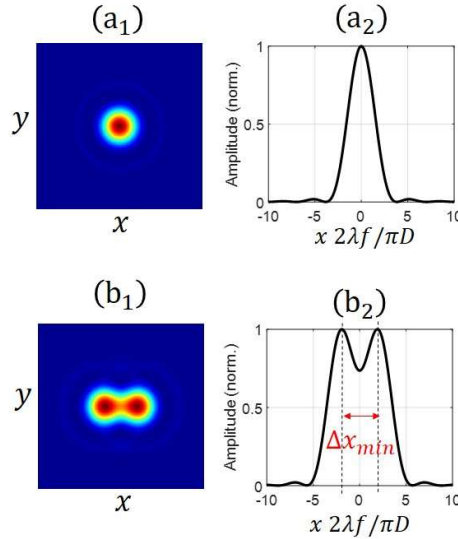


Figure 1-6 : (a<sub>1</sub>) Intensité dans le plan image lorsqu'un point source est placé en entrée. (b<sub>1</sub>) Intensité dans le plan image lorsqu'on place deux points sources incohérents en entrée. (a<sub>2</sub>, b<sub>2</sub>) Coupes des intensités selon la droite  $(x, y = 0)$ .

La fonction de transfert est donnée par :

$$H(v_x, v_y) = p(\lambda f v_x, \lambda f v_y) \quad (1-31)$$

En considérant la même pupille circulaire de diamètre  $D$ , la fréquence limite est donnée par la position dans le plan  $(u, v) = (\lambda f v_x, \lambda f v_y)$  où la lumière est bloquée par la lentille c'est-à-dire  $(\lambda f v_{x,lim}, \lambda f v_{y,lim}) = (\frac{D}{2}, \frac{D}{2})$ . Dans ce cas la résolution vaut :

$$\Delta x_{min} = \frac{\lambda f}{D} = \frac{\lambda}{2 O.N.} \quad (1-32)$$

Cette définition diffère de la précédente. Nous reviendrons à plusieurs reprises sur cette notion que nous clarifierons.

### **Montage 4f : Formation d'images (2)**

Nous considérons maintenant un système constitué de deux lentilles qui est illustré en figure 1-7. Nous supposons leurs ouvertures de taille infinie.

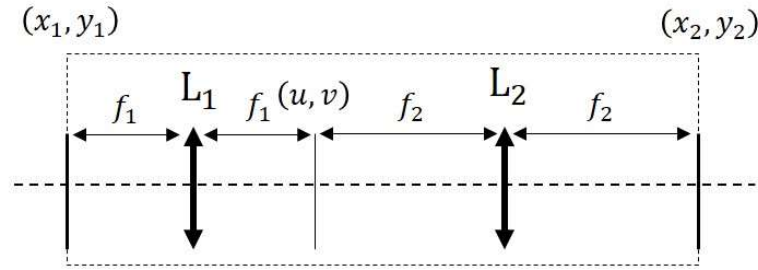


Figure 1-7 : Système d'imagerie constitué de deux lentilles.  $(x_1, y_1)$  est le plan objet,  $(u, v)$  est le plan de Fourier intermédiaire et  $(x_2, y_2)$  est le plan image.

Nous nous plaçons directement dans le cas où les distances de propagations sont égales aux longueurs focales (comme indiqué sur la figure 1-7). L'équation (1-27) s'applique à l'image intermédiaire formée dans le plan  $(u, v)$  et l'expression analytique de l'image dans le plan  $(x_2, y_2)$  est donc donnée par l'équation:

$$A_2(x_2, y_2) = \frac{1}{G} A_1 \left( -\frac{1}{G} x_2, -\frac{1}{G} y_2 \right) \quad (1-33)$$

avec  $G = f_2/f_1$  le grandissement du système. Finalement, l'image en sortie de système représente l'image renversée et dilatée d'un facteur  $G$ . Cette propriété est utile par exemple pour construire un télescope. Ce système idéal permet de reconstruire parfaitement l'information de l'image en entrée. Or nous l'avons montré précédemment, il n'est physiquement pas réalisable dans la mesure où les lentilles sont de tailles finies. L'image d'un point source par ce système résultera aussi en une tache d'Airy.

De plus, ce système permet de réaliser un filtrage du spectre des fréquences spatiales de l'image  $A_1$ , utile par exemple pour le traitement d'images instantané. Pour cela il suffit d'insérer un filtre de transmission complexe  $t(x, y)$  dans le plan de Fourier  $(u, v)$ . La réponse impulsionnelle et la fonction de transfert du système, dans le cas où les lentilles sont identiques ( $f = f_1 = f_2$ ) sont données par :

$$h(x_2, y_2) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \tilde{t} \left( \frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f} \right) \Leftrightarrow H(v_x, v_y) = t(\lambda f v_x, \lambda f v_y) \quad (1-34)$$

En dernier lieu, une fois la conception du système d'imagerie achevée, un détecteur est positionné en sortie du système afin de convertir l'information lumineuse en données exploitables. Comme souligné dans l'introduction de ce manuscrit, la détection d'images infrarouges est nettement moins performante que celle des images visibles. Par la suite, nous nous penchons sur une solution visant à atténuer cette disparité de performance.

## II. Système d'imagerie à somme de fréquences

Dans ce manuscrit, nous nous intéressons spécifiquement à la détection d'images infrarouges. Or nous avons vu en introduction que les détecteurs à cette longueur d'onde sont bien moins performants que ceux fonctionnant dans le visible.

Une idée, étudiée depuis l'émergence du laser, est de convertir ce signal infrarouge dans une gamme de longueur d'onde où l'utilisation de meilleurs détecteurs est possible. Comme nous nous intéressons à la détection d'images, ce processus doit conserver au mieux l'information spatiale de l'image initiale. Durant sa thèse, R. Demur [21] a entre autres démontré les performances intéressantes de la somme de fréquences appliquée à l'imagerie active. Les travaux de ma thèse s'inscrivent dans la continuité de ses travaux. Je vais en particulier m'intéresser à la manipulation du profil transverse du faisceau de pompe.

Cette partie a pour objectif de rappeler les bases théoriques du processus de somme de fréquences permettant la conception d'un système d'imagerie basé sur ce phénomène. Les résultats sont reproduits majoritairement de [35]. Nous présentons ensuite le modèle numérique original qui nous a permis de quantifier les performances de l'imageur. Enfin, nous présenterons trois voies permettant l'optimisation des performances de celui-ci.

### II. 1. Conversion par somme de fréquences : Théorie

Nous avons considéré dans la première partie la propagation d'ondes dans des milieux linéaires. Il existe des milieux pour lesquels la polarisation induite par le champ électromagnétique incident est non linéaire et s'écrit :

$$\vec{P}^{(NL)}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} : \vec{E}(\vec{r}, t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t) + \epsilon_0 \chi^{(3)} :: \vec{E}(\vec{r}, t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t) + \dots \quad (1-35)$$

avec  $(\cdot, \cdot, ::)$  les produits contractés,  $\otimes$  le produit tensoriel et  $\chi^{(j)}$  la susceptibilité électrique d'ordre  $j$ . La polarisation totale est la somme de la contribution linéaire et non linéaire :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(NL)}(\vec{r}, t) \quad (1-36)$$

Les valeurs de  $\chi^{(j)}$  décroissent rapidement avec l'ordre. Les effets non linéaires nécessitent donc des champs électriques importants afin de pouvoir être observés.

L'équation d'onde dans ce cas s'écrit :

$$\Delta \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}^{(NL)}}{\partial t^2} \quad (1-37)$$

avec  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide. Nous rappelons que  $n$  est l'indice de réfraction du milieu. Dans un milieu anisotrope l'indice de réfraction est décrit par une matrice 3x3.

L'équation (1-37) ne se résout pas facilement à cause des termes non linéaires. Nous allons simplifier le cadre de notre étude.

#### II. 1. 1. Optique non linéaire d'ordre 2

Nous considérons dans la suite seulement les processus non linéaires d'ordre 2 :



$$\vec{P}^{(NL)}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} : \vec{E}(\vec{r}, t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (1-38)$$

avec  $\chi^{(2)} = (\chi_{ijk}^{(2)})_{ijk}$  le tenseur d'ordre 3 ( $3 \times 9$ ) de la susceptibilité électrique.

Pour simplifier les équations, il est préférable de travailler avec les décompositions de Fourier temporelles du champ et de la polarisation dont nous rappelons les expressions :

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \sum_j \vec{E}(\vec{r}, \omega_j) e^{-i\omega_j t} + c. c \\ \vec{P}(\vec{r}, t) &= \sum_j \vec{P}(\vec{r}, \omega_j) e^{-i\omega_j t} + c. c \end{aligned} \quad (1-39)$$

avec  $c. c$  le diminutif de « complexe conjugué ».

Nous nous plaçons dans le cas où le champ incident est la superposition de deux champs appelés champ signal  $\vec{E}_s = \vec{E}(\vec{r}, \omega_s)$  et champ pompe  $\vec{E}_p = \vec{E}(\vec{r}, \omega_p)$  respectivement aux pulsations  $\omega_s$  et  $\omega_p$ , de polarisations linéaires et se propageant selon les directions  $\vec{k}_s$  et  $\vec{k}_p$  :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_s e^{-i\omega_s t} + \vec{E}_p e^{-i\omega_p t} + c. c \quad (1-40)$$

Ce champ électrique créera donc dans le milieu une polarisation non linéaire donnée par l'expression :

$$\begin{aligned} \vec{P}^{(NL)}(\vec{r}, t) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} : (2\vec{E}_s \vec{E}_s^* + 2\vec{E}_p \vec{E}_p^* + \\ &\quad \vec{E}_s \vec{E}_s e^{-2i\omega_s t} + \vec{E}_p \vec{E}_p e^{-2i\omega_p t} + \\ &\quad 2\vec{E}_s \vec{E}_p^* e^{-i(\omega_s - \omega_p)t} + 2\vec{E}_s \vec{E}_p e^{-2i(\omega_s + \omega_p)t}) \end{aligned} \quad (1-41)$$

Cette polarisation induite est la source de nouveaux champs. Chacun de ces champs a une pulsation qui lui est propre et est issu de processus non linéaires différents :

- $\omega_p - \omega_p$  ou  $\omega_s - \omega_s$  : redressement optique
- $\omega_p + \omega_p$  ou  $\omega_s + \omega_s$  : doublage de fréquence
- $\omega_p - \omega_s$  : différence de fréquences
- $\omega_p + \omega_s$  : somme de fréquences

Le cas qui nous intéresse est le processus de somme de fréquences qui permet de générer un champ dit converti à la pulsation  $\omega_c = \omega_p + \omega_s$ , plus grande que les pulsations des champs initiaux. Nous négligeons dans la suite tous les autres effets non linéaires.

De plus, en considérant un milieu transparent, non dispersif, alors le milieu possède des symétries intrinsèques (entres autres les symétries de Kleinman) qui permettent de réduire le nombre d'éléments indépendants du tenseur de susceptibilité électrique. Dans ce contexte on introduit souvent le tenseur dont les coefficients sont :

$$d_{ijk} = \frac{1}{2} \chi_{ijk}^{(2)} \quad (1-42)$$

avec  $(i, j, k)$  le repère diélectrique du cristal. Lorsque les symétries de Kleinman s'appliquent alors les indices  $j$  et  $k$  peuvent être permutés. Il est utile d'introduire une notation contractée du tenseur  $d_{ijl} = d_{ijk}$  avec  $l$  un indice qui décrit tous l'ensemble des couples  $\{(j, k) \text{ avec } (j, k) = (k, j)\}$ .

La polarisation induite pour le processus de somme de fréquences s'écrit :

$$\begin{bmatrix} P_x^{(NL)}(\omega_c) \\ P_y^{(NL)}(\omega_c) \\ P_z^{(NL)}(\omega_c) \end{bmatrix} = 4\epsilon_0 \times \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x(\omega_s)E_x(\omega_p) \\ E_y(\omega_s)E_y(\omega_p) \\ E_z(\omega_s)E_z(\omega_p) \\ E_y(\omega_s)E_z(\omega_p) + E_z(\omega_s)E_y(\omega_p) \\ E_x(\omega_s)E_z(\omega_p) + E_z(\omega_s)E_x(\omega_p) \\ E_x(\omega_s)E_y(\omega_p) + E_y(\omega_s)E_x(\omega_p) \end{bmatrix} \quad (1-43)$$

Cette expression pourra être simplifiée davantage en considérant les symétries extrinsèques (cristallines) du milieu. Notons, que pour une direction et une polarisation fixée, la polarisation s'écrit simplement par la relation :

$$P^{(NL)}(\omega_c) = 4\epsilon_0 d E(\omega_s)E(\omega_p) \quad (1-44)$$

avec  $d$  le coefficient dans la direction considérée.

## II. 1. 2. Evolution du champ converti

Nous considérons que chaque composante fréquentielle du champ dans le milieu se propage dans la direction  $z$  dans les conditions de l'optique paraxiale. Les champs signal, pompe et converti sont de la forme :

$$\vec{E}_a(x, y, z, t) = A_a(x, y, z) e^{-i(\omega_a t - k_{z,a} z)} \vec{u}_a \quad (1-45)$$

avec  $a = \{s, p, c\}$  respectivement pour signal, pompe et converti. Le vecteur d'onde est  $k_{z,a} = \frac{2\pi}{\lambda_j}(\omega_a)$ .

Chaque composante fréquentielle du champ vérifie l'équation d'onde (1-37). En développant nous obtenons le système d'équations couplées suivant :

$$\begin{aligned} \Delta_{\perp} A_s + 2ik_s \frac{\partial A_s}{\partial z} &= -\frac{4d\omega_s^2}{c^2} A_c A_p^* e^{-i\Delta k_z z} \\ \Delta_{\perp} A_p + 2ik_s \frac{\partial A_p}{\partial z} &= -\frac{4d\omega_p^2}{c^2} A_c A_s^* e^{-i\Delta k_z z} \\ \Delta_{\perp} A_c + 2ik_c \frac{\partial A_c}{\partial z} &= -\frac{4d\omega_c^2}{c^2} A_s A_p e^{i\Delta k_z z} \end{aligned} \quad (1-46)$$

avec  $\Delta k_z = k_{z,p}(T, \lambda_p) + k_{z,s}(T, \lambda_s) - k_{z,c}(T, \lambda_c)$  le désaccord de phase entre la polarisation non linéaire et l'onde rayonnée.  $T$  est la température du milieu. Nous retrouvons la structure de l'équation d'onde paraxiale dans un milieu linéaire (1-3) auquel est rajoutée un terme source complexe.

L'objectif à présent est d'étudier la possibilité de concevoir un système d'imagerie à partir de ces équations. Pour aborder ce problème analytiquement nous allons devoir nous placer dans des conditions simplificatrices. Cette approche nous permettra de cibler les paramètres clefs de ce type d'imageur.

### II. 1. 3. Quelques exemples de solutions

Les deux exemples de solutions abordés dans cette partie ne traitent pas de la conversion d'images. Ils permettent cependant d'introduire la notion d'efficacité de conversion qui est nécessaire pour justifier de l'intérêt de la somme de fréquences.

#### Pompe et signal non dépeuplés et ondes planes :

Nous considérons dans un premier temps que les champs pompe et signal sont des ondes planes monochromatiques se propageant selon la direction  $z$ . Nous supposons que ces deux champs sont non dépeuplés c'est-à-dire que l'interaction non linéaire est faible. Leurs amplitudes complexes peuvent être considérées constantes :  $A_p(x, y, z) = A_{p,0}$  et  $A_s(x, y, z) = A_{s,0}$ . Le système d'équation se simplifie grandement et l'expression de l'amplitude convertie à une distance  $L$  dans le milieu non linéaire s'exprime par :

$$A_c(L) = K_c A_{p,0} A_{s,0} L \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) e^{\frac{i\Delta k L}{2}} \quad (1-47)$$

avec  $K_c = \frac{4\pi n d}{n_c \lambda_c}$  une constante. Nous quantifions l'efficacité du processus à convertir le champ signal par le rapport entre le nombre de photons convertis sur une distance d'interaction  $L$  et le nombre de photons signaux initial. Cette quantité est appelée efficacité de conversion  $\eta$  et s'exprime dans cette configuration par :

$$\eta = \frac{\lambda_c I_c(L)}{\lambda_s I_{s,0}} = \frac{I_{p,0}}{I_{p,max}} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \quad (1-48)$$

avec  $I$  l'intensité du champ défini par  $I = 2\epsilon_0 c |A|^2$  et avec  $I_{p,max} = \frac{\epsilon_0 c n_s n_p n_c \lambda_s \lambda_c}{8\pi^2 d^2 L^2}$  une constante. L'efficacité de conversion dépend entre autres du désaccord de phase  $\Delta k$  qui doit être nul afin que le processus soit efficace. En d'autres termes, l'interférence entre le champ incident et le champ rayonné doit être constructive. Nous parlons de condition d'accord de phase. Nous revenons sur cette notion dans la partie suivante.

Ici l'efficacité de conversion peut être supérieure à l'unité ce qui est en contradiction avec la loi de conservation de l'énergie. En réalité, quand le champ de pompe est très intense et que son intensité tend vers  $I_{p,max}$ , le nombre de photons signaux diminue. Le signal se dépeuple et l'hypothèse de départ n'est plus valable.

**Pompe non dépeuplée, onde plane, sans diffraction et condition d'accord de phase vérifiée :**

Nous considérons maintenant que seul le champ pompe est une onde plane non dépeuplée, soit  $A_p(x, y, z) = A_{p,0} \in \mathbb{R}$ . Nous supposons aussi que la longueur d'interaction est très faible. Cela permet de négliger les termes de diffractions :  $\Delta_{\perp} A=0$ . Nous supposons enfin que la condition d'accord de phase est vérifiée ( $\Delta k = 0$ ). Dans ce cas, le système d'équations se résout analytiquement. Tout calcul fait, l'efficacité de conversion est donnée par :

$$\eta = \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{I_p}{I_{p,max}}} \right) \quad (1-49)$$

où nous avons considéré le cas où le champ converti est initialement nul. Cette expression respecte la loi de conservation d'énergie. Pour que l'efficacité de conversion soit totale, l'intensité de pompe doit alors être égale à  $I_{p,max}$ .

Les deux configurations que nous venons de traiter ne permettent pas de rendre compte de la capacité du système à convertir l'information spatiale d'une image. Elles mettent en lumière les premiers paramètres importants afin d'optimiser l'efficacité de conversion qui est nécessaire pour augmenter la sensibilité de détection par rapport à une détection directe. Nous avons mentionné la condition d'accord de phase que nous détaillons à présent.

#### II. 1. 4. Quasi-accord de phase colinéaire et non colinéaire

Il est important de vérifier la condition d'accord de phase afin que l'interaction non linéaire soit efficace et utile pour faire un système d'imagerie mais la dispersion dans les milieux ne permet pas l'obtention de cette condition simplement. Il existe différentes solutions pour compenser la dispersion comme par exemple l'utilisation de milieux biréfringents. Cependant, la biréfringence d'un matériau peut ne pas être suffisante. Le coefficient de susceptibilité peut aussi n'être pas assez grand dans les directions d'interactions possibles. Une autre solution, qui permet entre autres d'utiliser le coefficient non linéaire le plus grand du matériau, est le quasi-accord de phase. Cette méthode est largement utilisée aujourd'hui grâce aux progrès de fabrications de tels milieux.

##### **Quasi-accord de phase**

D'après l'équation (1-47), lorsque la condition d'accord de phase est vérifiée, l'amplitude du champ converti croît linéairement avec la longueur d'interaction. Lorsque celle-ci n'est pas vérifiée, l'amplitude oscille sur une période de  $4\pi/\Delta k$  résultant en une faible efficacité de conversion. Le désaccord de phase peut être compensé en inversant le signe du coefficient non linéaire  $d$ . Si cette inversion est faite périodiquement tous les  $\pi/\Delta k$ , alors le désaccord de phase est compensé durant toute l'interaction. Ceci est illustré en figure 1-8 (a).

La modulation périodique de la susceptibilité du matériau peut être modélisée par une fonction créneau de période  $\Lambda$  schématisée en figure 1-8 (b). En considérant donc le coefficient non linéaire comme une fonction de  $z$ , le système d'équation en (1-46) est modifié. La décomposition de Fourier de cette fonction est :

$$d(z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} dG_m e^{ik_{QAP}^m} \quad (1-50)$$

avec  $G_m = \frac{2}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right)$  et  $k_{QAP}^m = \frac{2\pi m}{\Lambda}$ . Cette expression est à injecter dans le système d'équations. Finalement l'ordre  $m = 1$  est l'ordre qui permet de maximiser le coefficient non linéaire et le désaccord de phase total est :

$$\Delta k_{QAP} = k_p(T, \lambda_p) + k_s(T, \lambda_s) - k_c(T, \lambda_c) + k_{QAP} \quad (1-51)$$

où  $k_{QAP} = k_{QAP}^1$ . Cette nouvelle expression doit s'annuler pour que la conversion soit efficace. Nous parlons de condition de quasi-accord de phase. La relation est illustrée en figure 1-8 (c). Le choix de la période d'inversion permettra de compenser le désaccord de phase. Cette approche permet de choisir n'importe quelle direction dans le cristal ou n'importe quel état de polarisation des champs, qui sera naturellement choisi dans la configuration où le coefficient non linéaire est le plus grand. En revanche celui-ci sera atténué par l'amplitude de l'ordre 1 de la décomposition de Fourier et doit être remplacé par :

$$d_{eff} = d \frac{2}{\pi} \quad (1-52)$$

avec  $2/\pi \approx 0,64$ . Malgré la diminution du coefficient cette approche sera dans certain cas la plus efficace. Ces matériaux sont des cristaux dits à orientation périodique.

Nous n'avons jusqu'ici pas pris en compte le fait que nous voulons convertir des images. Or une image est multimode. Cela signifie que les composantes du champ signal ne seront pas forcément colinéaires à l'axe de propagation  $z$ . Nous allons en étudier les conséquences.

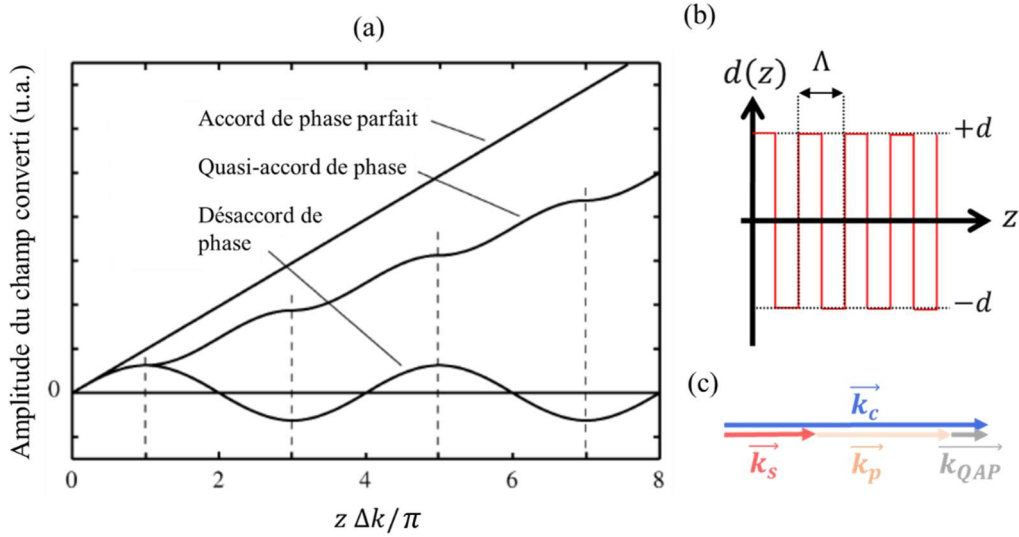


Figure 1-8 : (a) Amplitude du champ converti dans le cas de l'interaction d'ondes planes pompe et signal non dépeuplées pour trois configurations de désaccord de phase : condition d'accord de phase vérifiée, condition de quasi accord de phase vérifiée et condition d'accord de phase non vérifiée. (figure adaptée de [19] section 2.4) (b) Dépendance du coefficient non linéaire avec la distance de propagation  $z$  dans un milieu à quasi-accord de phase. (c) Schématisation de la condition de quasi-accord de phase.

### Quasi-accord de phase non colinéaire

Afin d'étudier la conversion d'image, nous considérons le cas où le vecteur d'onde signal fait un angle avec l'axe  $z$ . Cette configuration est illustrée en figure 1-9 (a, b) et le désaccord de phase vectoriel est donné par :

$$\Delta \vec{k} = \vec{k}_p(T, \lambda_p) + \vec{k}_s(T, \lambda_s) - \vec{k}_c(T, \lambda_c) + \frac{2\pi}{\Lambda} \vec{u}_z \quad (1-53)$$

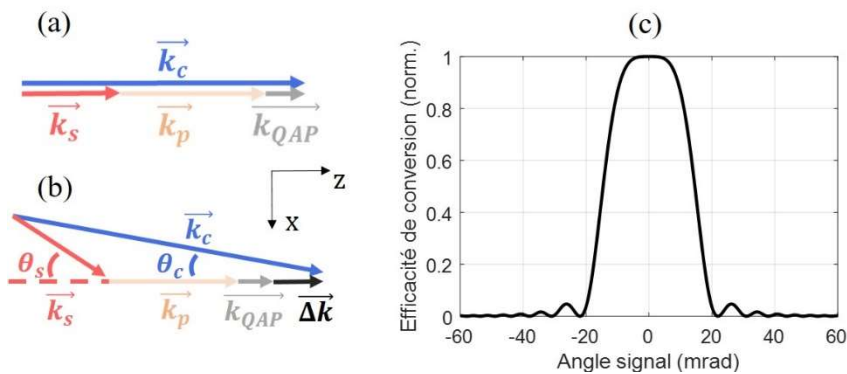


Figure 1-9 : Schémas de la condition de quasi-accord de phase colinéaire vérifiée (a) et de la condition de quasi-accord de phase non colinéaire non vérifiée (b). (c) Calcul de l'acceptance angulaire en angle signal  $\theta_s$  dans une configuration typique dans le cas de l'interaction d'ondes planes pompe et signal non dépeuplées. Dans cette configuration le pas d'inversion est  $\Lambda = 11,7 \mu\text{m}$ , ce qui permet de convertir un signal de 1550 nm à 631 nm via un laser de pompe à 1064 nm.

En projetant cette équation sur le plan transverse  $(x, y)$  et sur l'axe longitudinal  $z$ , nous obtenons le système d'équation :

$$\begin{aligned} \Delta k_x &= \sin(\theta_s) k_s(T, \lambda_s) - \sin(\theta_c) k_c(T, \lambda_c) \\ \Delta k_z &= k_p(T, \lambda_p) + \cos(\theta_s) k_s(T, \lambda_s) - \cos(\theta_c) k_c(T, \lambda_c) + \frac{2\pi}{\Lambda} \end{aligned} \quad (1-54)$$

avec  $\theta_s$  et  $\theta_c$  les angles entre l'axe longitudinal  $z$  et les vecteurs d'ondes du champ signal et du champ converti. Nous avons considéré que les vecteurs d'ondes sont dans le plan  $(x, z)$ . Ces deux relations doivent s'annuler afin que la conversion soit efficace. Nous supposons que nous sommes dans le cas où la condition de quasi-accord de phase colinéaire est vérifiée (configuration de la figure 1-9 (a)). De plus, la continuité du champ dans un plan transverse lors de la conversion garantit que l'accord de phase transverse  $\Delta k_x$  est annulé. Enfin, dans le contexte de l'optique paraxiale, les angles sont très petits, ce qui simplifie les équations et nous permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} \theta_c &= \frac{k_s}{k_c} \theta_s \\ \Delta k_z &= \frac{k_s}{2} \left( \frac{k_s}{k_c} - 1 \right) \theta_s^2 \end{aligned} \quad (1-55)$$

où nous avons omis les dépendance en température et en longueur d'onde. En remplaçant le désaccord de phase dans l'expression de l'efficacité de conversion (1-48), nous étudions l'acceptance angulaire de la somme de fréquences. La courbe de la figure 1-9 (c) (calculée dans une configuration utilisée dans la suite) permet de conclure que la condition de quasi-accord de phase agit comme un filtre spatial. L'efficacité de conversion est uniforme pour les angles autour de l'axe longitudinal puis chute brutalement à partir d'une certaine valeur de l'angle signal.

Nous allons à présent étudier un système d'imagerie à somme de fréquences complet afin de comprendre l'effet de la condition de quasi-accord de phase sur ses performances.

## II. 1. 5. Architecture d'imageur

Nous cherchons à convertir une image de longueur d'onde  $\lambda_s = 1550$  nm. Il est judicieux de la convertir à la longueur d'onde pour laquelle l'efficacité quantique  $\eta_Q$  des caméra CMOS est la meilleure. Idéalement cette longueur d'onde est autour de 600 nm pour laquelle  $\eta_Q \approx 80$  %. Cependant, ce choix est limité par les multiples contraintes imposées par la somme de fréquences.

### Choix du laser de pompe :

Tout d'abord nous devons nous attarder sur le choix du champ de pompe à employer. Celui-ci doit être à une longueur d'onde qui permet de convertir le signal à la longueur d'onde recherchée. La longueur d'onde est fixée par la conservation d'énergie :

$$\hbar\omega_p + \hbar\omega_s = \hbar\omega_c \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda_p} + \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{\lambda_c} \quad (1-56)$$

Le champ de pompe doit aussi être intense afin d'obtenir une efficacité de conversion intéressante.

Nous choisissons une longueur d'onde de pompe de 1064 nm car ces lasers sont disponibles commercialement, les puissances optiques atteintes sont les plus grandes et leur utilisation est en accord avec la longueur d'onde convertie cible. Dans cette configuration celle-ci est de 631 nm pour laquelle l'efficacité quantique des caméras CMOS est  $\eta_Q \approx 75\%$ . Encore faut-il disposer d'un cristal non linéaire permettant cette conversion.

### Choix du milieu non linéaire :

Dans un premier temps, il faut chercher un cristal transparent aux longueurs d'ondes retenues et dont le seuil de dommage optique est suffisamment élevé pour tolérer la propagation des trois ondes. Si de tels milieux sont identifiés il faut ensuite chercher celui qui possède le plus grand coefficient de susceptibilité électrique d'ordre 2, cela dans le but de maximiser l'efficacité de conversion finale. Suivant les directions imposées par le coefficient non linéaire, il faut étudier le type d'accord de phase possible.

Nous allons appliquer ce raisonnement au cristal de niobate de lithium  $\text{LiNbO}_3$  largement employé pour ce type d'application. Ce cristal est transparent sur l'intervalle spectral 0,4-4,5  $\mu\text{m}$ . Son spectre de transmission est illustré en figure 1-10 (tirée de [36]). A noter, si la transmission n'est pas de cent pour cent sur la figure, cela n'est dû qu'aux réflexions de Fresnel sur les surfaces du cristal rencontrées expérimentalement. L'utilisation de couches anti-réflexions aux longueurs d'ondes considérées est possible et permet d'obtenir des transmissions proches de cent pour cent.

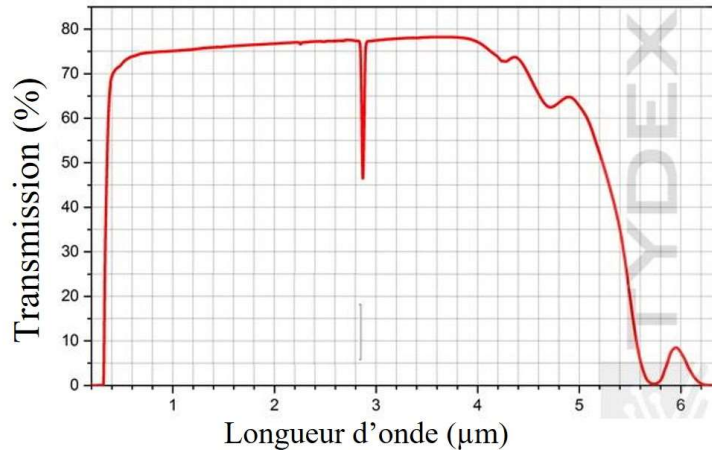


Figure 1-10 : Courbe expérimentale du spectre en transmission d'un cristal de Niobate de Lithium  $\text{LiNbO}_3$  de 1,72 mm de longueur, adaptée de [36].

Le seuil de dommage optique du cristal de  $\text{LiNbO}_3$  peut-être critique (dû aux effets photoréfractifs [37]). Une solution pour diminuer cet effet est de doper le cristal avec 5 % d'oxyde de magnésium  $\text{MgO}$  (composition notée  $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ ).

Ce cristal uniaxe fait partie de la classe de symétrie trigonale  $3m$ . Son tenseur de susceptibilité électrique est :

$$(d_{il}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{31} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-57)$$

avec  $d_{33} = 25,2 \text{ pm} \cdot \text{V}^{-1}$ ,  $d_{22} = 2,1 \text{ pm} \cdot \text{V}^{-1}$ ,  $d_{31} = 4,4 \text{ pm} \cdot \text{V}^{-1}$  (valeurs données à 532 nm [38]). Le coefficient  $d_{33}$  est particulièrement élevé en comparaison à l'ensemble des cristaux disponibles. Dans la direction associée à ce coefficient, un accord de phase par biréfringence n'est pas possible. Il faut



alors utiliser un cristal de  $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$  à polarisation périodique (noté PPLN dans toute la suite), permettant de réaliser la condition de quasi-accord de phase. La fabrication de tels cristaux à ces longueurs d'ondes est maîtrisée. Le coefficient non linéaire effectif est  $d_{eff} = 2d_{33}/\pi \approx 16 \text{ pm/V}$ .

Dans cette configuration, les trois ondes doivent avoir la même direction de polarisation. Elles sont sensibles à l'indice de réfraction de la nappe extraordinaire  $n_e(T, \lambda)$  de ce cristal uniaxe qui sera évalué en fonction de la température et des longueurs d'ondes par l'équation de Sellmeier donnée dans [39]. Son graphe est donné en figure 1-11. L'angle de double réfraction (*walk-off*) est nul dans cette configuration.

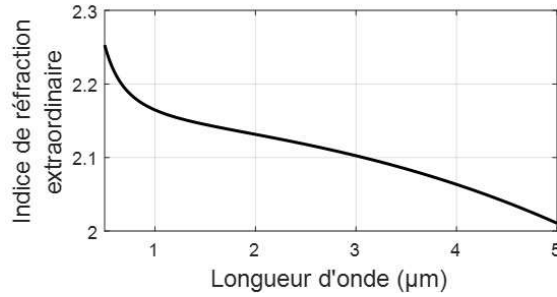


Figure 1-11 : Indice de réfraction extraordinaire en fonction de la longueur d'onde, calculé à une température de 20°C à partir de l'équation de Sellmeier [39].

### Choix du système d'imagerie :

Un système d'imagerie à somme de fréquences typique est illustré sur la figure 1-12. Dans cette configuration, le milieu non linéaire est placé au centre d'un montage 4f. Comme nous l'avons vu à la section I. 2. 4. un système 4f permet dans le cas idéal de restituer parfaitement l'image en entrée, avec un certain grandissement  $G$ . L'interaction non linéaire est dans le plan de Fourier de l'image et de ce fait, la somme de fréquences effectue un filtrage spatial.

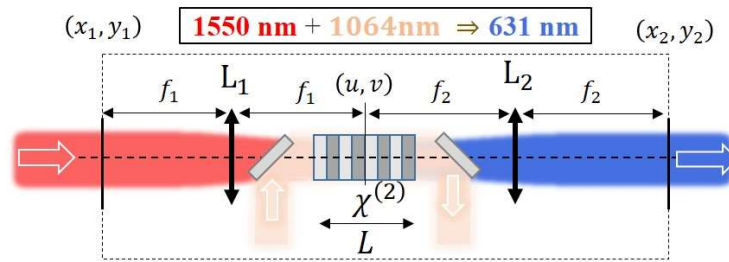


Figure 1-12 : Schéma d'un système d'imagerie à somme de fréquences. Le cristal non linéaire de longueur  $L$  est positionné dans le plan de Fourier du montage 4f constitué des lentilles  $L_1$  et  $L_2$ . Il est pompé par un laser à 1064 nm et permet de convertir une image infrarouge de 1550 nm à 631 nm.

Il est possible d'obtenir une expression analytique de l'image convertie en sortie. Une démonstration est donnée dans [40]. Les auteurs se placent dans le cas d'un cristal fin et en faible régime de conversion. Dans ce cas, l'amplitude complexe du champ converti est donnée par l'expression :

$$A_2(x_2, y_2) = \frac{K_c}{G} A_{s,0} A_{p,0} L \operatorname{sinc} \left( \frac{L}{2} \Delta k_z \left( \frac{x_2}{f_2}, \frac{y_2}{f_2} \right) \right) A_1 \left( -\frac{x_2}{G}, \frac{y_2}{G} \right) * h(x_2, y_2) \quad (1-58)$$

avec  $K_c = \frac{4\pi d_{eff}}{n_c \lambda_c}$  un scalaire,  $G = \frac{\lambda_c f_2}{\lambda_s f_1}$  le grandissement,  $A_{p,0}$  le maximum de l'amplitude réelle de pompe,  $\Delta k_z \left( \frac{x_2}{f_2}, \frac{y_2}{f_2} \right)$  le désaccord de phase évalué en angle,  $A_1$  l'image en entrée normalisée par  $A_{s,0}$ , \* le produit de convolution et  $h$  la réponse impulsionnelle du système d'imagerie. Cette équation est similaire à celle trouvée dans le cas d'un montage 4f avec un filtrage de Fourier. Cependant un terme de modulation d'amplitude est ajouté. La fonction sinus cardinal va agir comme un masque en amplitude. Ce terme limite la taille de l'image pouvant être convertie appelée taille de champ et est déterminée par le quasi-accord de phase et la longueur du cristal. Nous pouvons exprimer la taille de champ total  $\Delta x$  dans une direction dans le plan objet, défini par la largeur à mi-hauteur de la fonction sinus cardinal au carré, selon l'expression :

$$\Delta x \approx 2f_1 \sqrt{\frac{4 \times 5,76}{k_s \left(1 - \frac{k_s}{k_c}\right) L}} \quad (1-59)$$

avec 5,76 la valeur approchée de la largeur à mi-hauteur de la fonction  $\text{sinc}(x)^2$ . Cette formule nous indique que l'utilisation d'un cristal court ou d'une focale  $f_1$  longue, augmente la taille de l'image pouvant être convertie. Dans le cas d'un montage où la focale  $f_1$  est de 100 mm et que la longueur du cristal est de 20 mm, la taille de champ est de quelques millimètres. Il est parfois préférable de parler de champ de vue (*field of view Fov*) qui correspond à l'angle maximal (c'est-à-dire le demi-angle) pouvant être détecté et se déduit simplement de la taille de champ par  $Fov = \Delta x / 2f_1$ .

Finalement, c'est la réponse impulsionnelle du système qui va pouvoir nous indiquer si un système d'imagerie basé sur la somme de fréquences est envisageable. Pour rappel, cette fonction est dans le cas idéal une fonction de Dirac. Dans cette configuration la réponse impulsionnelle est donnée par l'expression :

$$h(x_2, y_2) = \frac{1}{\lambda_c^2 f_2^2} \widetilde{A}_p \left( \frac{x_2}{\lambda_c f_2}, \frac{y_2}{\lambda_c f_2} \right) \quad (1-60)$$

avec  $A_p$  l'amplitude du champ de pompe complexe normalisée par  $A_{p,0}$ . Celle-ci agit comme un filtre dans le plan de Fourier de l'image. Il est plus simple de s'en rendre compte à partir la fonction de transfert :

$$H(v_x, v_y) = A_p(\lambda_c f_2 v_x, \lambda_c f_2 v_y) \quad (1-61)$$

Le choix du faisceau de pompe sera donc déterminant dans la conception du système d'imagerie. Idéalement, celui-ci devrait être uniforme en amplitude et en phase et devrait avoir une extension spatiale infinie : il devrait être une onde plane. Cependant les cristaux disponibles (exemples de fournisseurs : HCP, Tydex, ...) ont des dimensions finies, limitées par les technologies de fabrications.

Typiquement, le faisceau de pompe est un faisceau gaussien focalisé au centre du cristal de waist  $w_p$  adapté aux dimensions transverses du cristal. Dans ce cas, la résolution dans une direction, définie dans le plan objet, à partir de la largeur à mi-hauteur de la fonction de transfert en intensité, est

$$d_x = \frac{\lambda_s f_1}{\sqrt{2 \ln(2)} w_p} \quad (1-62)$$

Dans le cas d'un montage où la focale  $f_1$  est de 100 mm et que le waist de pompe est de 330  $\mu\text{m}$ , la résolution estimée est de 400  $\mu\text{m}$ . Rappelons que la définition de la résolution est subjective. En pratique des éléments plus petit que  $d_x$  peuvent être imagés. Cette notion sera détaillée dans les chapitres 2 et 3.

Pour simplifier la quantification des performances en imagerie il est utile de se référer au nombre d'éléments spatialement résolus  $N^{res}$ . L'idée est d'estimer la quantité d'information pouvant être détectée connaissant la taille maximale de l'image pouvant être convertie et connaissant la taille du plus petit détail observable. Ce nombre est estimé en faisant le rapport entre la taille de champ et la résolution. Nous constatons que ce nombre est indépendant de la focale  $f_1$ . Dans notre configuration nous estimons  $N^{res} \sim 10 \times 10$ .

Les estimations des différents paramètres faites ci-dessus ne sont valides que dans le cadre du modèle venant d'être présenté. Or celui-ci se place dans le cas d'un cristal fin et ne prend pas en compte les effets de diffraction des faisceaux. De plus, ce modèle n'est valide que dans le cas d'une faible interaction non linéaire. Il ne prend donc pas en compte les effets de la puissance de pompe sur les performances en imagerie. Afin d'envisager l'optimisation de ce type d'imageur, nous nous devons d'améliorer le modèle. La résolution analytique des équations n'étant plus possible, nous optons alors pour une résolution numérique.

### **Remarques :**

D'autres configurations de montages optiques que celle décrite ici sont envisageables. Une alternative consiste à utiliser un montage 2f-2f pour former l'image du signal au centre du cristal [41]. Cependant, dans cette disposition, une imperfection locale significative dans le plan image peut considérablement détériorer la qualité de l'image finale. En revanche, dans une configuration f-f, une imperfection locale notable dans le plan de Fourier au centre du cristal aura un effet relativement faible sur l'image dans son ensemble. Les cristaux utilisés expérimentalement présentent des défauts qui rendent la configuration 2f-2f [20,25] moins attrayante.

## **II. 2. Etude numérique**

Nous présentons dans cette section le modèle numérique permettant le calcul de la propagation d'une image dans le système optique décrit plus haut. Le développement de ce modèle a été initié par R. Demur durant sa thèse. A partir de ce modèle, il sera possible d'estimer le nombre d'éléments résolus  $N^{res}$  permettant la comparaison simple entre différentes architectures d'imageur.

Dans un second temps, nous présentons le calcul de la matrice de transfert du système. La décomposition en valeurs singulières (*singular value decomposition, SVD*) de celle-ci permettra de compléter l'analyse des performances du système. En effet, le nombre de Schmidt associé à la décomposition permettra de quantifier aussi les performances globales de l'imageur.

### **II. 2. 1. Equations couplées**

La description suivante est extraite de la thèse de R. Demur [21]. Nous rappelons brièvement le principe de fonctionnement du modèle. Pour une analyse détaillée de celui-ci, se référer à [21,22]. A noter, les résultats de simulation obtenue dans le cadre des travaux de R. Demur et ceux présentés dans ce manuscrit sont en concordance avec les résultats expérimentaux.

La propagation d'une image dans le système d'imagerie à somme de fréquences est séparée en plusieurs étapes. L'étape critique est la résolution du système d'équations couplées (1-46) prenant en compte la diffraction des faisceaux et la déplétion du champ signal. L'algorithme choisi pour résoudre ce problème est l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4 dans la représentation d'interaction (*Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture* noté *RK4IP*). La base du fonctionnement de ce modèle repose sur la méthode de *split-step Fourier* [42]. Cela consiste à calculer les termes linéaires et non linéaires indépendamment, tous les pas d'intégration  $dz$ . Les termes linéaires décrivent la diffraction des faisceaux dans le cristal et les termes non linéaires décrivent le couplage entre les champs et gouvernent la somme de fréquences. L'algorithme *RK4IP* est une version améliorée de cette méthode. Un calcul explicite est fourni dans [21,43,44] et offre une précision en  $\Theta(dz^4)$ .

Après avoir démontré la convergence du calcul de la conversion de fréquence, il faut ensuite prendre en compte le système optique pour les trois champs. Le centre du cristal non linéaire est positionné au centre d'un montage 4f. Nous modélisons la propagation dans un milieu d'indice  $n$  et l'effet d'une lentille par les fonctions de transfert données respectivement par les équations (1-24) et (1-27). Les étapes du calcul de la conversion d'images, illustrées en figure 1-13, sont les suivantes :

- (0) Initialisation des paramètres de calcul (pas d'intégration, longueurs d'onde, milieu non linéaire, ... etc.), initialisation du champ signal dans le plan objet de la lentille  $L_1$  et initialisation du champ pompe au centre du cristal.
- (1) Effet de la lentille  $L_1$  sur l'image signal.
- (2) Retro-propagation dans le vide des champs signal et pompe jusqu'à l'entrée du cristal.
- (3) Prise en compte du changement d'indice du milieu (vide au cristal) et calcul de l'interaction non linéaire à partir de l'algorithme *RK4IP* sur la longueur du cristal.
- (4) Prise en compte du changement d'indice du milieu (cristal au vide) et retro-propagation des champs signal, pompe et converti jusqu'au centre du cristal.
- (5) Effet de la lentille  $L_2$  sur l'image signal et converti.

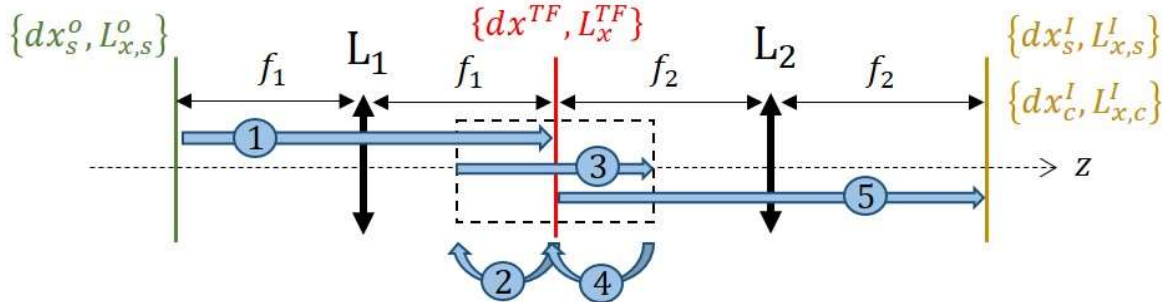


Figure 1-13 : Schématisation du fonctionnement de l'algorithme. Respectivement en vert, rouge et jaune les plans objet, de Fourier et image.  $\{dx_s^o, L_{x,s}^o\}$ ,  $\{dx^{TF}, L_x^{TF}\}$ ,  $\{dx_s^I, L_{x,s}^I\}$  et  $\{dx_c^I, L_{x,c}^I\}$  sont les grilles de calcul {taille pixel, longueur grille} respectivement pour le signal dans le plan objet, pour les trois champs en interaction dans le cristal, pour le signal dans le plan image et pour le converti dans le plan image. Le milieu non linéaire est représenté par les pointillés épais. La description des différentes étapes est faite dans le texte.

En pratique nous utilisons un cristal de PPLN de 20 mm de longueur et d'ouverture transverse de  $1,5 \times 1 \text{ mm}^2$ . La grille transverse de calcul utilisée dans le plan de Fourier a des pixels carrés de  $5 \mu\text{m}$  de cotés (300 x 200 pixels au total). Le pas d'intégration  $dz$  est égal à  $100 \mu\text{m}$ . Finalement le calcul de la conversion d'une image prend quelques secondes avec un ordinateur classique. Les résultats simulés sont en accord avec les résultats expérimentaux dans [21,22] et seront une nouvelle fois confrontés aux expériences présentées dans ce manuscrit.

Ce modèle numérique peut être employé pour faciliter la conception de nouvelles architectures d'imageurs à somme de fréquences. La problématique à cette étape est de construire une figure de mérite permettant l'optimisation simultanée de la résolution spatiale, la taille du champ et l'efficacité de conversion du système. Il existe de nombreuses stratégies. Nous présentons dans la section suivante le calcul de la matrice de transfert de l'imageur et de sa décomposition en valeurs singulières. Nous allons voir en quoi cette analyse peut aider à la conception de nouvelles architectures.

## II. 2. 2. Décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert

### Principe :

Nous simplifions le problème en ne nous intéressant qu'à l'interaction non linéaire sur la longueur du cristal. Nous omettons le reste du système optique pour l'instant. L'interaction non linéaire dans le cristal peut être modélisée par un opérateur  $H$  qui agit sur un champ signal  $|S\rangle$  pour donner un champ converti  $|C\rangle$  :

$$|C\rangle = H|S\rangle \quad (1-63)$$

Cet opérateur est complètement déterminé par le choix du milieu non linéaire et du champ de pompe. Dans une configuration donnée, nous construisons la matrice  $H$  en calculant ses coefficients  $\langle s_j|H|e_i\rangle$ , avec  $\{|e_k\rangle\}$  et  $\{|s_k\rangle\}$  deux bases orthogonales de modes transverses respectivement d'entrée et de sortie. En pratique nous choisissons la base de Hermite-Gauss pour décrire les deux espaces. A priori l'espace d'arrivée est plus grand que l'espace d'entrée. La matrice  $H$  que nous construisons est donc rectangulaire de dimension  $M \times N$  et décrit l'interaction au centre du cristal. Sa décomposition en valeurs singulières [45] permet de simplifier la description de cette matrice :

$$H = \sum_k \sigma_k |k\rangle_c \langle k|_s \quad (1-64)$$

avec  $\{|k\rangle_s\}$  et  $\{|k\rangle_c\}$  qui sont respectivement les modes singuliers signal et converti au centre du cristal, deux bases complètes orthogonales de modes transverses et avec  $\{\sigma_k \in \mathbb{R}^+\}$  l'ensemble des valeurs singulières (ou spectre). Cette décomposition, dans le cas du processus non linéaire étudié, est aussi appelée décomposition de Schmidt. Elle est très utilisée par exemple pour caractériser des systèmes à deux photons générés par conversion paramétrique descendante spontanée (*spontaneous parametric down-conversion, SPDC*) [46–50].

Dans le cas de la conception d'un système d'imagerie, l'objectif est de chercher la configuration qui permet de convertir le plus grand nombre de modes. Pour quantifier le nombre de modes  $|k\rangle_s$  convertis en modes  $|k\rangle_c$ , il est commun d'introduire le nombre de Schmidt  $N^{Sch}$  :

$$N^{Sch}(\{\sigma_k\}) = \frac{(\sum_k \sigma_k^2)^2}{\sum_k \sigma_k^4} \quad (1-65)$$

Nous cherchons donc à construire un système d'imagerie qui maximise le nombre de Schmidt. Nous illustrons dans le chapitre 2 l'utilité de ce nombre de Schmidt pour quantifier les performances de notre imageur.

### Intégration numérique :

La mise en œuvre de cette méthode nécessite de prendre quelques précautions. Le choix de la base de modes  $\{|e_k\rangle\}$  doit être adapté au problème afin de rapidement converger (en terme de nombre de conversions à effectuer). Le choix d'une base de type Hermite-Gauss ou Laguerre-Gauss n'est pas critique dans la mesure où la transformation de l'une à l'autre est simple [51]. Nous choisissons la base de Hermite-Gauss car les coordonnées cartésiennes sont plus adaptées à la géométrie transverse rectangulaire du cristal. Le nombre de modes à convertir doit être choisi dans le but de limiter le temps de calcul tout en permettant une description précise du système. Cette étape se scinde en deux sous étapes : le choix de l'ensemble  $\{(0,0), \dots, (N,M)\}$  de modes à convertir et le choix du rayon au *waist*  $w_0$  du mode fondamental.

Une idée est de choisir les indices  $(N, M)$  du mode d'ordre le plus élevé tel que celui-ci se propage sans être diffracté en dehors du cristal. Tous les modes d'ordre supérieurs, donc diffractés en dehors du cristal, sont considérés comme étant inefficacement convertis donc inutiles pour la description de la matrice. Plus précisément, l'énergie d'un mode d'ordre élevé de Hermite-Gauss est principalement localisée dans les lobes extérieurs. La figure 1-14 nous indique que 60 % de l'énergie du mode  $(35,35)$  est contenue dans les lobes extérieurs. D'autre part, la diffraction augmente avec l'ordre du mode. En considérant la condition de quasi-accord de phase, l'efficacité de conversion sera d'autant plus faible que le mode sera d'ordre élevé. Pour rappel, les extensions spatiales  $w_n$  et  $w_m$  dans les directions  $x$  et  $y$  d'un mode de Hermite-Gauss  $(n, m)$  sont données par la formule (1-13). Nous supposons alors que les modes vérifiant la condition suivante sont utiles pour la description de la matrice de transfert :

$$(n, m) \text{ tel que } w_n \leq \frac{e}{2} \text{ et } w_m \leq \frac{l}{2} \quad (1-66)$$

avec  $e$  et  $l$  les dimensions transverses du cristal dans les directions  $x$  et  $y$ .

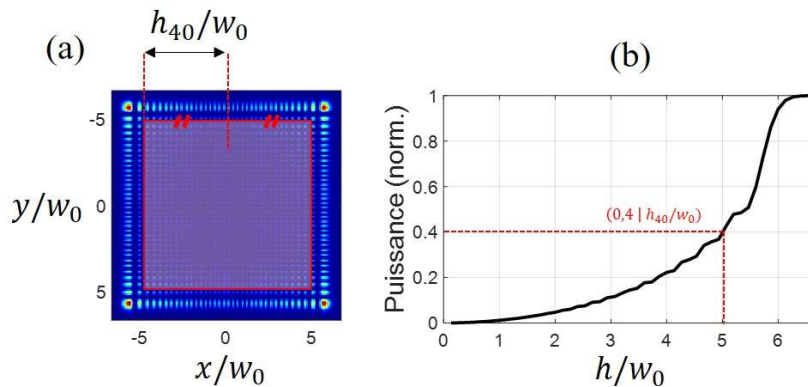


Figure 1-14 : Etude de la distribution de l'énergie du mode  $(35,35)$  de Hermite-Gauss. (a) Image en intensité du mode. Le carré rouge représente la zone où nous intégrons l'intensité. (b) Puissance normalisée contenue dans le carré en fonction de la côte. Le point  $(0,4 | h_{40}/w_0)$  correspond au carré représenté à gauche.

Le choix du rayon au *waist*  $w_0$  du mode fondamental déterminera finalement le nombre total de modes à convertir. Le rayon est choisi de manière à minimiser le nombre de modes nécessaire pour décrire le champ converti sur la base choisie. Dit autrement, nous calculons  $w_0$  à partir de l'équation :

$$w_0 = \underset{w_0}{\operatorname{argmin}} \left( N^{Sch}(\{\alpha_i^{w_0}\}) \right), \quad (1-67)$$

$$\text{avec } \{\alpha_i^{w_0}\} \text{ défini par : } H|e_0\rangle = \sum_i \alpha_i^{w_0}|s_i\rangle$$

avec  $\{|e_k\rangle\}$  et  $\{|s_k\rangle\}$  la base de mode de Hermite-Gauss et  $\{\alpha_i^{w_0}\}$  les coefficients du mode fondamental converti. L'estimation de ce rayon nécessite peu de conversions (convergence rapide).

**Exemple et vérification :**

Nous présentons un exemple pratique. Pour un faisceau de pompe gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et de 1 mW de puissance et pour un cristal de PPLN de 20 mm de long et d'ouverture 1,5 x 1  $\text{mm}^2$ , nous estimons que le rayon  $w_0$  doit être de  $\sim 70 \mu\text{m}$ . D'après la condition établie à l'équation (1-66), le mode le plus élevé est  $(N, M) = (57, 25)$  ce qui correspond à  $58 \times 26 = 1508$  modes  $|e_k\rangle$  à convertir au total pour construire avec précision la matrice de transfert. Chaque mode converti est décrit à cette étape sur la base de pixel et est projeté sur l'espace d'arrivée formée par l'ensemble des modes  $\{|s_k\rangle\}$   $\{(0,0), \dots, (58,26)\}$ . La matrice de transfert  $\{\langle s_j|H|e_i\rangle\}$  a  $1508 \times 1593$  éléments complexes. A partir de la SVD, nous reconstruisons les modes singuliers sur la base de pixel. Le spectre et les premiers modes singuliers signal sont illustrés en figure 1-15. Nous évitons de représenter les modes singuliers convertis afin d'éviter les redondances, car ils sont identiques aux modes singuliers signal. Cela signifie par ailleurs que l'organisation de l'information spatiale convertie n'est pas perturbée par la conversion du moins dans cette configuration.

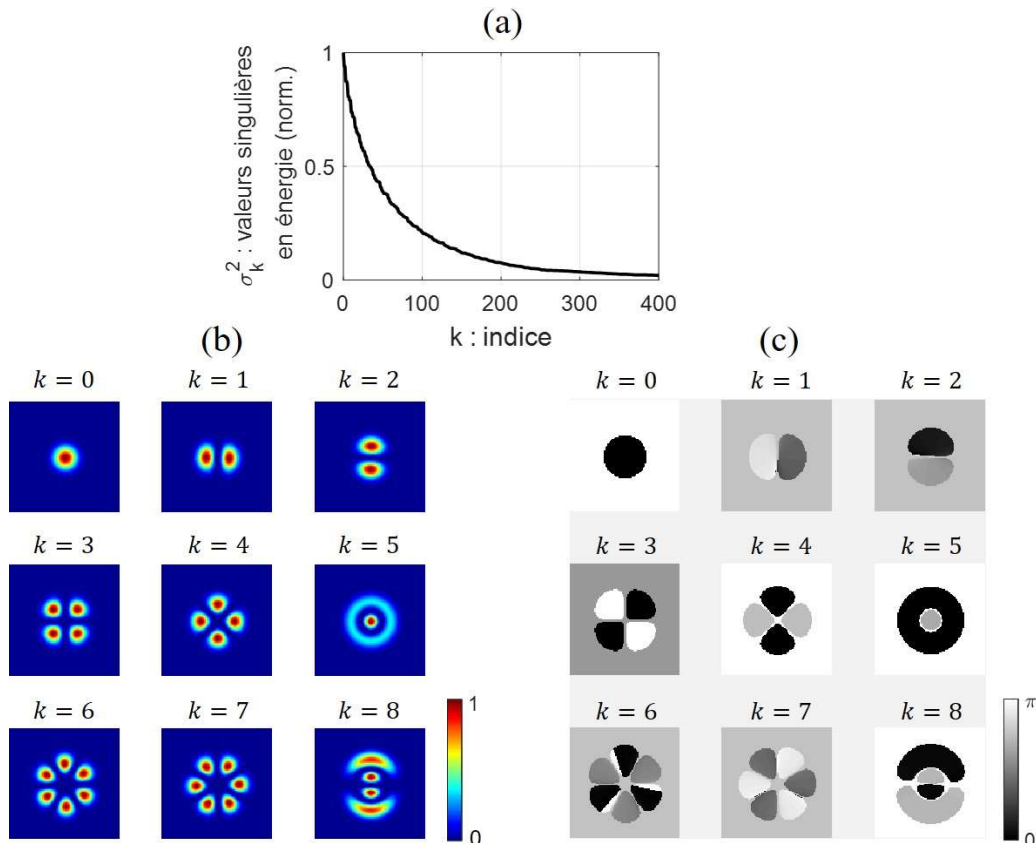


Figure 1-15 : (a) Spectre (normalisé), (b) amplitude et (c) phase des modes singuliers signal calculés numériquement avec un faisceau de pompe gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et de 1 mW de puissance et avec un cristal de PPLN de 20 mm de longueur et de  $1 \times 1,5 \text{ mm}^2$  d'ouverture.

Nous constatons que ces modes sont semblables aux modes polarisés linéairement (connus sous le nom de modes *LP* pour *linear polarized*) dans les fibres optiques [52]. Cela peut se comprendre en considérant les symétries du faisceau de pompe (qui est un faisceau gaussien ici). D'autres part, les valeurs singulières présentent une décroissance exponentielle en fonction de l'ordre. Nous calculons dans ces conditions un nombre de Schmidt  $N^{Sch}(\{\sigma_k\}) \approx 190 \approx 13,8 \times 13,8$ . A titre de comparaison, R. Demur dans des conditions similaires trouvait expérimentalement  $16 \times 19$  modes convertis [22].

Finalement, pour calculer la propagation d'un champ signal  $|S_o\rangle$ , défini dans le plan objet du système d'imagerie, il suffit de remplacer les étapes 2,3 et 4 de la figure 1-13 par le calcul suivant :

$$|C_{TF}\rangle = \sum_{k=0}^{N \times M} \sigma_k \langle k | S_{TF} \rangle |k\rangle_c \quad (1-68)$$

avec  $|S_{TF}\rangle$  et  $|C_{TF}\rangle$  les champs signal et converti au centre du cristal. Ce calcul se ramène simplement au calcul de la projection du champ signal sur la base singulière.

Nous quantifions la précision de cette méthode en calculant l'erreur  $\epsilon$  entre une image de référence  $I^{ref}$  issue du calcul effectué par intégration numérique directe et une image  $I^{Sch}$  issue du calcul de la SVD :

$$\epsilon = \frac{1}{N_{pix}} \sum_{k=1}^{N_{pix}} \epsilon_k, \quad avec \quad \epsilon_k = \frac{|I_k^{Sch} - I_k^{ref}|}{\max(I_k^{ref})} \quad (1-69)$$

avec  $k$  représentant la numérotation des pixels de l'image,  $\epsilon_k$  l'erreur relative par pixels et  $N_{pix}$  le nombre de pixels de la grille. Nous illustrons ce calcul à partir de la conversion d'une mire radiale définie dans le plan objet de la première lentille et présentée en figure 1-16 (a). Ce type de champ est riche en composantes de Fourier ce qui permet d'assurer l'objectivité de ce test. Nous pouvons constater que les deux images converties en figure 1-16 (b, c) sont très similaires à l'œil. L'erreur relative par pixels  $\epsilon_k$  présentée en figure 1-16 (d) témoigne de cet accord. Dans cet exemple, l'erreur est de  $\epsilon \approx 9 \cdot 10^{-5}$  ce qui valide la paramétrisation de la SVD. Les résultats présentés dans le chapitre 2 permettront de consolider cette conclusion.

Le calcul par SVD est plus rapide que celui réalisé par intégration directe. La conversion de l'image dans l'exemple ci-dessus est de 12,2 secondes avec la SVD contre 26,9 seconde par intégration directe. Cependant il requiert au préalable d'avoir calculé la matrice de transfert. Cette étape nécessite la conversion de 1508 modes dans l'exemple ci-dessus. Le calcul de la SVD prend environ 10 minutes sur 56 CPU en parallèles.

L'intérêt de cette méthode est de pouvoir calculer le nombre de Schmidt du système. Notons que ce calcul est valable en fort régime de conversion pour lequel le champ signal est dépeuplé. A notre connaissance, le calcul du nombre de Schmidt en fort régime d'interaction est nouveau. Par ailleurs, cette démarche peut être adaptée facilement à d'autres processus d'interaction.



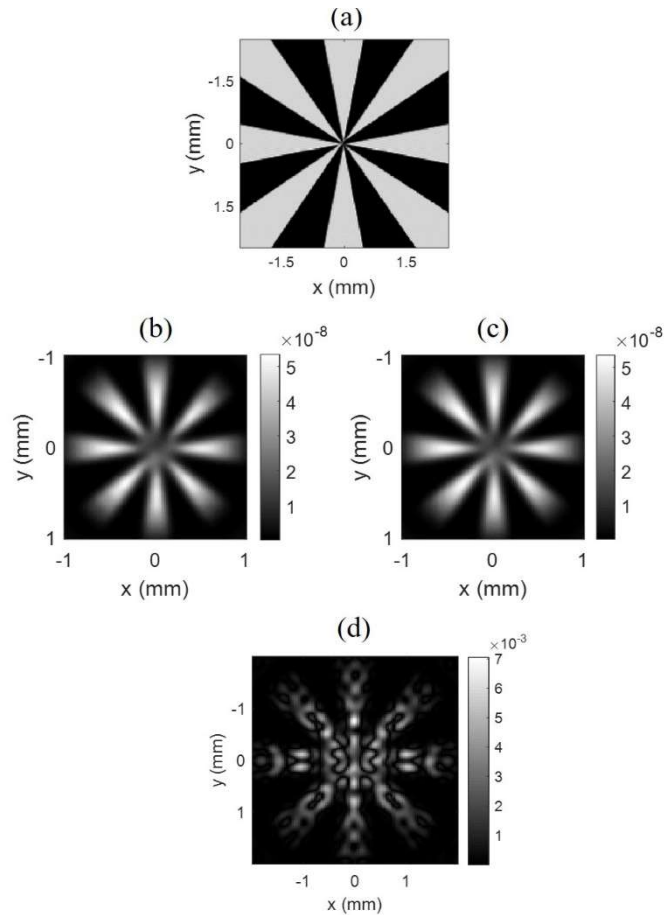


Figure 1-16 : (a) Intensité du champ signal défini dans le plan objet de la première lentille. L'intensité représente une mire radiale. (b, c) Intensités des champs convertis définis dans le plan image de la deuxième lentille calculées respectivement par intégration directe et par le calcul de la *SVD* de la matrice de transfert. (d) Différence relative  $\epsilon_k$  des deux images.

### II. 3. Bref état de l'art des architectures d'imageurs à somme de fréquences

Dans la première expérience de conversion d'images réalisée en 1968 par J.E. Midwinter [53], l'auteur rapporte une résolution spatiale limitée par la divergence du faisceau de pompe et une efficacité de conversion de l'ordre de  $10^{-5}$ . Les performances atteignables à cette époque n'ont pas pu justifier l'intérêt de ce type d'imageur. La progression de ce domaine a pu se faire grâce à des progrès technologiques transverses. Par exemple les technologies de capteurs *CCD* (*charge-coupled device*) apparues en 1970 [54] ont connu une forte croissance au début des années 2000 [55] permettant notamment l'augmentation de la sensibilité de détection dans le visible. Il a fallu aussi attendre que la conception de lasers ou de cristaux non linéaires soit maîtrisée par l'industrie. La conception de sources lasers puissantes et spatialement monomodes ainsi que la fabrication de cristaux à quasi-accord de phase ont pu permettre l'obtention de meilleures efficacités de conversion ainsi que de meilleures résolutions.

Depuis, de nombreuses expériences d'imagerie à somme de fréquences ont démontré l'intérêt de tels systèmes. Une liste exhaustive est donnée dans [40] et recense les différents travaux réalisés jusqu'en 2019. L'objectif de cette partie est de détailler certaines méthodes employées pour augmenter

les performances en imagerie de ces systèmes. Nous résumons dans trois parties indépendantes les idées principales permettant d'optimiser l'efficacité de conversion, la taille de champ et la résolution.

Dans ce qui suit, le lecteur pourra se référer aux performances obtenues avec l'imageur de [22] résumées dans la tableau 1-1. Sauf mention contraire, le profil spatial du faisceau de pompe utilisé dans toutes les architectures mentionnées est gaussien. Le cas échéant, le calcul de la puissance de pompe est donné par  $P_p = \frac{\pi}{2} w_p^2 I_p$ . Avec 1,4 kW de puissance de pompe crête, une efficacité de cent pour cent est attendue. Toutefois, l'utilisation d'un laser multimode longitudinalement limite l'efficacité maximale atteignable à 63 %.

**Tableau 1-1 : Configuration de référence. Les performances sont quantifiées par l'efficacité de conversion  $\eta$ , le champ de vue FoV et la résolution  $d_x$  donnée dans une direction.**

Réf.	Cristal	Signal	Pompe	Converti	$\eta$ (%)	FoV (mrad)	$d_x$ ( $\mu\text{m}$ )
[22]	PPLN 20x1,5x1 mm <sup>3</sup>	$\lambda_s$ :1563 nm	$\lambda_p$ : 1064 nm $P_p$ : 1,4 kW (crête) $w_p$ : 330 $\mu\text{m}$	$\lambda_c$ : 633 nm	63	32	200

### II. 3. 1. Optimisation de l'efficacité de conversion

L'efficacité de conversion est le premier paramètre déterminant de ce type de système, l'objectif principal étant d'augmenter la sensibilité de détection par rapport à d'autres schémas de détection. Par ailleurs, la résolution et le champ de vue sont généralement meilleurs par détection directe que ce qui peut être obtenu avec un imageur à somme de fréquences. L'efficacité de conversion devra donc être d'autant plus intéressante. Nous rappelons l'expression (Cf. II. 1. 3. ) de celle-ci dans le cas simplifié où le champ pompe est une onde plane et que la condition d'accord de phase colinéaire est vérifiée :

$$\eta = \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{I_p}{I_{p,max}}} \right), \quad \text{avec : } I_{p,max} = \frac{\epsilon_0 c n_s n_p n_c \lambda_s \lambda_c}{8 \pi^2 d^2 L^2} \quad (1-70)$$

où  $I_{p,max}$  est l'intensité du champ pompe nécessaire afin d'obtenir une efficacité de cent pour cent. Dans la configuration de référence décrite dans la tableau 1-1, l'intensité de pompe nécessaire est de 330 kW/cm<sup>2</sup>, ce qui correspond à une puissance de 1,4 kW avec un faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. Ce régime de puissance est inenvisageable en fonctionnement continu. Un des objectifs est donc de concevoir un système où la puissance nécessaire est raisonnable.

Comme nous l'avons déjà mentionné à la section II.1.5 le choix du matériau non linéaire est limité. Idéalement celui-ci devrait être choisi pour son grand coefficient non linéaire  $d$  et pour ses faibles pertes aux longueurs d'ondes et à la température données. De plus, ce choix doit être compatible avec la condition d'accord de phase et avec les états de polarisations disponibles et à détecter. Par exemple, dans [56] les auteurs utilisent un cristal d'arséniure de gallium à orientation périodique OP-GaAs pour convertir un signal à 10,6  $\mu\text{m}$ . Dans leur cas le laser de pompe est non polarisé, le coefficient linéaire effectif varie d'un facteur 2 selon que la polarisation du signal est horizontale ou verticale.

Généralement, le choix du matériau est fait en fonction des disponibilités et doit être adapté à la nature du signal à détecter. Une revue complète des matériaux non linéaires est faite dans [38].

Le choix de la longueur du milieu est plus souple mais est tout de même limité par les techniques de fabrication. Par exemple, dans le cas du cristal de PPLN de période  $\Lambda$  de 11,7  $\mu\text{m}$ , le fournisseur HCP propose des cristaux allant jusqu'à 50 mm de longueur. Pour que cette méthode soit utile, il faut que la diffraction du faisceau de pompe le long du cristal soit limitée. Cela revient à limiter le rayon du faisceau de pompe de sorte que la longueur de Rayleigh soit supérieure à la longueur du cristal. Par exemple, pour un cristal de 50 mm de longueur, le rayon  $w$  devra être au moins égal à  $w = \sqrt{L\lambda/2\pi n}$  qui correspond à  $\sim 100 \mu\text{m}$  ce qui n'est pas restrictif. Dans la configuration du tableau 1-1, l'intensité pompe nécessaire serait réduite à 530 W/cm<sup>2</sup>, ce qui correspond à une puissance de 180 W avec le même faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon.

Dès lors que l'expérimentateur a choisi le matériau, il peut optimiser l'intensité ou la puissance de pompe utilisée en pratique. Pour ce faire, il existe plusieurs techniques proposées dans la littérature.

Une première idée pour confiner la puissance et d'atteindre de fortes intensités de pompage est d'utiliser un cristal en configuration guidée. La fabrication de tels guides d'ondes est possible et de nombreuses équipes ont démontré leur efficacité [57–60]. La puissance de pompe nécessaire est de l'ordre de la centaine de milliwatts. Cependant, cette technique ne permet pas la détection d'images car les guides ne supportent que quelques modes spatiaux.

Une alternative est d'utiliser un laser de pompe impulsif, offrant des puissances crêtes suffisantes pour atteindre l'efficacité de conversion maximale. Cependant, l'utilisation de ce type de laser implique souvent qu'il soit multimode longitudinalement. En considérant la statistique de la puissance de pompe instantanée, les auteurs dans [61] montrent que l'efficacité de conversion crête maximale est abaissée. Cet effet s'observe par exemple dans la configuration détaillée au tableau 1-1. Cet effet s'observe aussi dans l'article [56] où les auteurs convertissent un signal de 10,6  $\mu\text{m}$  à 1680 nm avec un laser de pompe impulsif à 2  $\mu\text{m}$  et de 2 kW crête. Ils atteignent 20 % d'efficacité de conversion. Cette valeur en dessous de celle attendue, s'explique en partie par ce phénomène. Notons que l'utilisation d'un laser de pompe impulsif n'est pas a priori adaptée à la conversion de signaux continus. Cela permet néanmoins de réaliser un crénelage temporel utile pour l'imagerie dans les milieux diffusants [62] donc utile pour les applications d'imagerie active [21].

Pour des applications où un pompage continu est nécessaire, une idée est de placer le cristal directement dans la cavité laser de pompe. Cela permet de profiter d'une puissance intracavité pouvant atteindre la centaine de Watts. Deux exemples de configurations sont décrits dans la tableau 1-2. En se basant sur cette technique, les auteurs dans [63] construisent un imageur à tomographie optique cohérente (*optical coherent tomography, OCT*) fonctionnant avec un éclairage autour de 4  $\mu\text{m}$ . Ils comparent les performances obtenues avec un imageur *OCT* industriel et obtiennent de meilleures performances malgré une efficacité de conversion autour du pourcent. Dans [64], cette configuration permet aux auteurs de réaliser un *LIDAR* à photon unique fonctionnant à 3  $\mu\text{m}$ . Ils obtiennent une résolution axiale de l'ordre du millimètre pour des temps d'intégration de l'ordre de la dizaine de milliseconde.

**Tableau 1-2 : (1) Quelques exemples de configurations d’imageurs à somme de fréquences. NC signifie non communiqué. est. signifie estimation.**

Ref.	Cristal	Signal	Pompe	Converti	$\eta$ (%)	FoV (mrad)	$d_x$ ( $\mu\text{m}$ )
[56]	OP-GaAs 22x0,4x0,4 mm <sup>3</sup>	$\lambda_s$ : 10,6 $\mu\text{m}$	$\lambda_p$ : 2 $\mu\text{m}$ $P_p$ : 2 kW (Crête) $w_p$ : 130 $\mu\text{m}$	$\lambda_c$ : 1680 nm	20	NC	NC
[63]	PPLN (intra cavité) 20x1x1 mm <sup>3</sup>	$\lambda_s$ : 4,1 $\mu\text{m}$ $\Delta\lambda_s$ : 0,6 $\mu\text{m}$	$\lambda_p$ : 1064 nm $P_p$ : 30 W $w_p$ : 180 $\mu\text{m}$	$\lambda_c$ : 840 m $\Delta\lambda_c$ : 20 $\mu\text{m}$	$\sim 1$	100	15
[65]	PPLN (intra cavité) 40x10x1 mm <sup>3</sup> $\Lambda$ : 21 à 23 $\mu\text{m}$	$\lambda_s$ : 1,7 $\mu\text{m}$ à 3,5 $\mu\text{m}$ (incohérent)	$\lambda_p$ : 1064 nm $P_p$ : 70 W $w_p = 160 \mu\text{m}$	$\lambda_c$ : 785 nm à 880 nm	28 à 17	NC est. 330	NC est. 910

Ces quelques exemples représentatifs des performances obtenues dans la littérature mettent en évidence les difficultés pour obtenir le maximum d’efficacité de conversion. Nous retenons que l’utilisation d’un laser de pompe impulsif permet d’obtenir des efficacités de conversion de plusieurs dizaines de pourcents (Cf. tableau 1-1), permettant ainsi d’étudier les performances du système d’imagerie en fort régime d’interaction. De plus cette configuration est compatible avec notre objectif de conversion d’images.

### **Remarque :**

L’efficacité de détection finale doit prendre en compte l’efficacité quantique du détecteur et les différentes sources de pertes. Dans le cas d’un imageur à somme de fréquences, des pertes peuvent être causées par le filtrage spectral nécessaire pour isoler le champ converti. Dans le cas d’une configuration guidée, des pertes de couplage peuvent être très élevées.

## **II. 3. 2. Optimisation du champ de vue**

Pour rappel, dans la configuration où le milieu non linéaire est positionné au centre d’un montage 4f et que l’interaction est faible, le champ de vue est donné par la largeur à mi-hauteur de la fonction  $\text{sinc}^2\left(\frac{L}{2}\Delta k_z\right)$ . La longueur du cristal ne fait généralement pas l’objet de l’optimisation du champ de vue. D’autre part, d’après l’équation (1-54), l’expression du quasi-accord de phase non colinéaire dans le cas où l’angle du signal  $\theta_s$  est faible s’écrit :

$$\Delta k_z = k_p(T, \lambda_p) + k_s(T, \lambda_s) - k_c(T, \lambda_c) + \frac{2\pi}{\Lambda(z)} + \frac{k_s(T, \lambda_s)}{2} \left( \frac{k_s(T, \lambda_s)}{k_c(T, \lambda_s)} - 1 \right) \theta_s^2 \quad (1-71)$$

L’objectif est donc de trouver un moyen de compenser le terme en  $\theta_s^2$  afin de vérifier la condition de quasi-accord de phase ( $\Delta k_z = 0$ ) en supposant que la condition d’accord de phase colinéaire est réalisée. Nous détaillons ici trois solutions possibles.

Une première idée se fonde sur l'utilisation d'une pompe à spectre large [21,22]. Le principe est illustré sur la figure 1-17. A un angle signal donné correspond une longueur d'onde de pompe permettant de vérifier la condition de quasi-accord de phase non colinéaire. Cette idée a été démontrée expérimentalement dans les mêmes conditions que celles décrites dans la tableau 1-1. Les résultats sont résumés dans la tableau 1-3. Le champ de vue initialement de 30 mrad a été élevé à 111 mrad avec une largeur spectrale de 2,7 nm. De plus, cela a pour effet d'uniformiser l'efficacité de conversion dans le plan image, ce qui est plus adéquat pour un imageur. Etant donné que la puissance de pompe est répartie sur les différentes composantes spectrales, l'efficacité de conversion pour un angle signal donné est plus faible en comparaison avec l'utilisation d'un laser de pompe fin spectralement et de même puissance. Les auteurs obtiennent tout de même 7 % d'efficacité de conversion permettant une sensibilité de détection meilleure que celle pouvant être obtenue avec une détection directe sur une caméra InGaAs. Notons que cette idée n'affecte pas la résolution estimée. Ce principe est à la base de la conception d'un imageur à somme de fréquences développé dans le cadre d'un projet ANR, COSMIC, sur lequel nous reviendrons au chapitre 2.

La dépendance du quasi-accord de phase avec la température telle qu'elle apparaît dans l'équation (1-71), permet aussi d'augmenter le champ de vue. Par exemple dans [66], les auteurs montrent qu'à un angle signal donné correspond une température à laquelle la condition de quasi-accord de phase non colinéaire est vérifiée. Leur idée est de mettre en place un gradient de température tout le long du cristal. Même si la variation de l'indice de réfraction avec la température (coefficient thermo-optique) est faible, ils parviennent à obtenir un champ de vue de 140 mrad avec un gradient de température de 50°C. Ils ne spécifient pas la résolution qu'ils obtiennent et cette idée n'a depuis pas été reprise dans d'autres travaux, probablement à cause de la complexité de mise en œuvre.

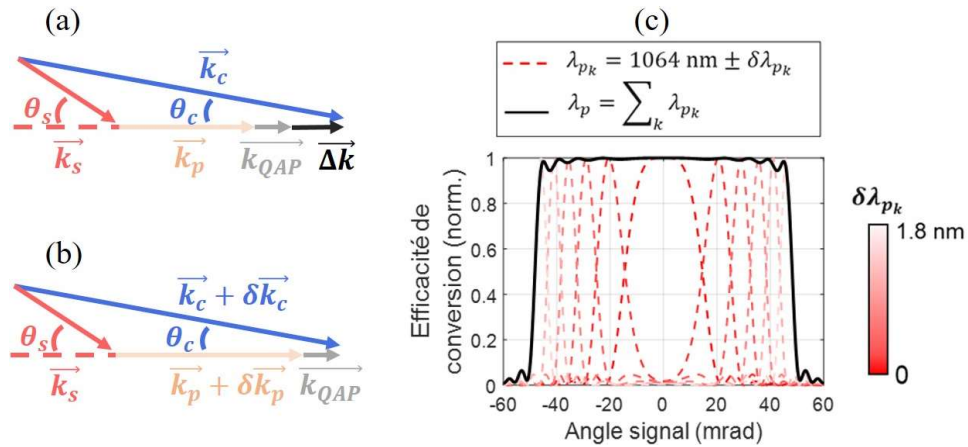


Figure 1-17 : Illustration de l'augmentation du champ de vue par l'utilisation d'un laser de pompe élargi spectralement. (a) condition de quasi accord de phase non colinéaire non vérifiée pour le vecteur d'onde pompe  $\vec{k}_p$ . (b) condition de quasi accord de phase non colinéaire vérifiée pour le vecteur d'onde pompe  $\vec{k}_p + \delta \vec{k}_p$ . (c) Efficacité de conversion normalisée en fonction de l'angle du signal pour une pompe large spectralement.

Enfin une autre méthode, plus couramment employée, est l'utilisation de cristaux à orientation non périodique avec une période d'inversion  $\Lambda$  non constante aussi bien dans le plan transverse que suivant l'axe de propagation. La variation de la période peut prendre plusieurs formes. Dans [67], la période varie linéairement de 5  $\mu\text{m}$  sur une longueur de cristal de 10 mm. A un angle signal donné correspond une période d'inversion pour laquelle la condition de quasi-accord de phase est vérifiée. Dans leur configuration les auteurs obtiennent un champ de vue de 540 mrad contre 60 mrad avec une période

constante. Cette augmentation est significative dans leur expérience mais ils sont dans une configuration où l'efficacité de conversion, non spécifiée, est estimée très inférieure au pourcent. Cette idée est aussi employée dans [63,68] mais dans le but de convertir différentes composantes spectrales du signal pour lesquels le quasi-accord de phase est colinéaire.

Il existe d'autres solutions comme par exemple l'utilisation de sources d'éclairage (signal) larges spectralement type *ASE* (*Amplified Spontaneous Emission*) [69,70] ou l'utilisation de cristaux biréfringents où l'axe optique du cristal est en mouvement [71]. Nous retenons qu'il existe une grande diversité de solutions possibles. Dans tous les cas, la solution retenue doit être en adéquation avec le type de signaux à détecter.

**Tableau 1-3 : (2) Quelques exemples de configurations d'imageurs à somme de fréquences. est. signifie estimation.**

Ref.	Cristal	Signal	Pompe	Converti	$\eta$ (%)	FoV (mrad)	$d_x$ ( $\mu\text{m}$ )
[22]	PPLN 20x1,5x1 mm <sup>3</sup>	$\lambda_s$ : 1561 nm	$\lambda_p$ : 1064 nm $\Delta\lambda_p$ : 2,7 $\mu\text{m}$ $P_p$ : 320 W (Crête) $w_p$ : 330 $\mu\text{m}$	$\lambda_c$ : 633 nm	7	111	200
[66]	PPLN (intra cavité) 5x3x1 mm <sup>3</sup> $\Delta T = 50^\circ\text{C}$	$\lambda_s$ : 1561 nm	$\lambda_p$ : 1064 nm $P_p$ : 40 W $w_p$ : 500 $\mu\text{m}$	$\lambda_c$ : 631 nm	NC est. $\ll 1$	140	NC
[67]	PPLN ( <i>chirped</i> ) 10x3x1 mm <sup>3</sup> $\Lambda$ de 19 à 24 $\mu\text{m}$	$\lambda_s$ de 3015 nm à 3170 nm	$\lambda_p$ : 1030 nm $P_p$ : 14 W $w_p$ : 700 $\mu\text{m}$	$\lambda_c$ : 771 nm	NC est. $\ll 1$	540	125

### II. 3. 3. Optimisation de la résolution

Dans tous les articles mentionnés précédemment, les résolutions peuvent avoir été estimées par des méthodes différentes, parfois sans avoir été rigoureusement définies. Les valeurs expérimentales données sont estimées à partir du plus petit élément visible sur les images de mires converties. Néanmoins, en considérant la définition (1-23) de la résolution basée sur la fonction de transfert du système optique, il est possible de cibler les paramètres clefs. Dans le cas où le cristal est au centre d'un montage 4f, nous rappelons que lorsque l'interaction non linéaire est faible, la fonction de transfert<sup>2</sup>  $H(\nu_x, \nu_y)$  est directement égale à l'amplitude complexe du champ pompe  $A_p(\lambda_c f_2 \nu_x, \lambda_c f_2 \nu_y)$ .

On en déduit qu'un grand rayon de faisceau pompe favorise une meilleure résolution. Cependant, le choix du rayon doit être compatible avec les dimensions transverses finies du cristal. La technique de fabrication des cristaux à quasi-accord de phase limite l'épaisseur maximum atteignable. Par exemple,

<sup>2</sup> Il est utile de rappeler que le terme de fonction de transfert fait référence à l'imagerie cohérente et que le terme de fonction de transfert de modulation fait référence à l'imagerie incohérente.

le fournisseur HCP propose des cristaux de PPLN d'ouvertures transverses de  $9,6 \times 1 \text{ mm}^2$  pour une période d'inversion de  $11,8 \text{ }\mu\text{m}$ . Pour cette période il est difficile d'obtenir des cristaux dont l'épaisseur dépasse le millimètre. Dans ce cas, le rayon maximal du faisceau de pompe gaussien est de  $330 \text{ }\mu\text{m}$  avant que celui-ci ne soit sévèrement coupé par les bords du cristal.

L'étude de l'effet du profil spatial du faisceau de pompe sur la résolution a été rarement abordée. Nous pouvons citer les travaux dans [72] où les auteurs convertissent une image à partir d'un faisceau de pompe de type Hermite-Gauss (0,1). Ils concluent que cela pourrait être utile pour la détection de contours sans résultats quantitatifs.

Une équipe s'est intéressée à la conversion d'images avec une pompe *flat-top* [73] (profil d'intensité idéalement uniforme) et conclut que l'utilisation d'un tel profil permet d'obtenir une image plus uniforme. Cependant ils ne font pas mention de la limite de résolution de l'imageur et nous pouvons constater que le profil *flat-top* utilisé dans leur expérience n'est pas parfait, laissant penser qu'ils n'ont pas pu étudier en profondeur l'utilité d'un tel profil.

D'autre part, une puissance de pompe élevée peut augmenter la résolution du système d'imagerie. Cette idée n'a pas été citée à notre connaissance. Nous la développons au chapitre 2.

Une autre idée se base sur la différence entre l'imagerie cohérente et incohérente. Etant donné que la fonction de transfert de modulation se calcule par le produit d'auto-convolution de la fonction transfert, alors pour un faisceau gaussien, la résolution en imagerie incohérente est multipliée par un facteur  $\sqrt{2}$ . Les travaux de [72] confirment ce résultat.

Toutes les techniques communément employées qui ne se basent pas sur le contrôle de l'interaction non linéaire peuvent être aussi utilisées. Pour obtenir une résolution de  $15 \text{ }\mu\text{m}$  dans [63], les auteurs scannent latéralement l'objet à détecter afin d'augmenter la quantité d'information spatiale par temps d'intégration de la caméra. La vitesse du scan limite alors le nombre d'images par seconde pouvant être détectées. La même méthode est employée dans [74] pour de l'imagerie hyper-spectrale.

Toutes les techniques de post-traitement sont aussi utilisables pour améliorer la résolution.

Peu de travaux se concentrent sur l'amélioration de la résolution de ce type d'imageur par le contrôle du processus de conversion. Dans ce manuscrit, nous allons étudier au chapitre 2 comment la puissance de pompe et l'utilisation d'un faisceau *flat-top* permettent d'améliorer la résolution. Dans le chapitre 3, nous utiliserons la somme de fréquences pour réaliser le démultiplexage spatial du signal utile pour obtenir des résolutions spatiales potentiellement inférieures à la limite classique en imagerie directe.

### III. Synthèse

Dans ce chapitre nous avons étudié dans une première partie les problématiques générales liées à l'obtention d'une image. Un système d'imagerie (linéaire et invariant par translation) est complètement caractérisé par sa réponse impulsionnelle ou de manière équivalente par sa fonction de transfert. A partir de cette fonction il est possible de définir une résolution.

Dans une deuxième partie, nous avons détaillé progressivement le fonctionnement d'un système d'imagerie à somme de fréquences dont le but premier est de réaliser la conversion d'un signal infra-rouge vers le visible afin de potentiellement augmenter la sensibilité de détection. Un modèle simplifié a permis de rendre compte des paramètres clefs permettant le contrôle de l'efficacité de conversion, du champ de vue et de la résolution.

Nous avons présenté notre modèle nous permettant de simuler la conversion d'image en fort régime de conversion et prenant en compte la diffraction des faisceaux. Nous avons notamment introduit le nombre de Schmidt, calculé à partir de la décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert, permettant de quantifier simplement les performances de l'imageur.

Enfin une brève description des solutions proposées dans la littérature a permis de montrer l'intérêt de tels systèmes. Nous concluons à ce stade, qu'une difficulté de ce type de système est l'optimisation simultanée de l'efficacité de conversion, du champ de vue et de la résolution.

Nous allons nous intéresser dans toute la suite de ce manuscrit au contrôle du profil spatial du faisceau de pompe dans le but d'améliorer la résolution spatiale.



## Chapitre 2 : Estimation du nombre de modes convertis

I.	Conversion d'images avec un laser de pompe gaussien et <i>flat-top</i> .....	49
I. 1.	Description du système d'imagerie .....	49
I. 1. 1.	Aperçu global de l'expérience.....	49
I. 1. 2.	Laser de pompe : mise en forme spatiale .....	51
I. 1. 3.	Laser de pompe impulsionnel : effet du caractère multimode longitudinal .....	60
I. 2.	Efficacité de conversion .....	61
I. 3.	Propriétés spatiales du système .....	63
I. 3. 1.	Champ de vue .....	63
I. 3. 1.	Fonction transfert de modulation.....	64
I. 3. 2.	Résolution.....	69
I. 4.	Nombre de modes standard et effectif.....	70
II.	Autres méthodes pour estimer le nombre de modes convertis .....	73
II. 1.	Nombre de Schmidt du système d'imagerie.....	73
II. 1. 1.	Modes singuliers et valeurs singulières du système .....	73
II. 1. 2.	Nombre de Schmidt cohérent .....	77
II. 1. 3.	Proposition du calcul du nombre de Schmidt dans le cas incohérent.....	79
II. 2.	Estimation du nombre de modes standard cohérent par conversion d'un <i>speckle</i> .....	80
II. 2. 1.	Propriétés statistiques d'un <i>speckle</i> pleinement développé .....	81
II. 2. 2.	Vérification numérique avec un <i>speckle</i> de référence .....	83
II. 2. 3.	Application à l'imageur à somme de fréquences.....	85
II. 2. 4.	Application expérimentale à l'imageur COSMIC .....	89
III.	Synthèse .....	94
III. 1.	Méthodes de caractérisations d'un imageur à somme de fréquences .....	94
III. 2.	Comparaison de l'utilisation d'un faisceau de pompe gaussien et <i>flat-top</i> .....	94

Nous l'avons vu au chapitre 1, il existe de nombreux systèmes d'imagerie à somme de fréquences et un résumé des leurs caractéristiques a été fait dans [40] jusqu'en 2019. L'efficacité de conversion, la résolution et le champ de vue y sont répertoriés. Cependant, dans chacun des travaux mentionnés, la définition de la résolution varie et cela nuit à la comparaison des performances de ces systèmes, quantifiés par le nombre d'éléments spatialement résolus.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux performances d'un système d'imagerie à somme de fréquences offertes par l'utilisation d'un faisceau de pompe de profil transverse uniforme et compact qui sera nommé dans la suite profil *flat-top*. Ce type de profil s'ajuste mieux aux dimensions finies du cristal non linéaire en comparaison à un faisceau gaussien dont l'extension spatiale est plus étendue. Nous mesurons l'efficacité de conversion, la résolution et le champ de vue des images converties en utilisant ces deux profils de pompe en imagerie cohérente et incohérente. La comparaison des valeurs obtenues dans les deux cas ne permet pas de conclure clairement quant aux bénéfices globaux apportés par un faisceau *flat-top* par rapport à un faisceau gaussien. Nous introduisons un nombre de modes permettant de lever cette ambiguïté.

Nous étayons notre précédente étude par le calcul du nombre de Schmidt du système d'imagerie. Nous proposons aussi une nouvelle méthode expérimentale pour mesurer plus facilement ce nombre de modes à partir de la conversion d'un *speckle*.

# I. Conversion d'images avec un laser de pompe gaussien ou *flat-top*

## I. 1. Description du système d'imagerie

### I. 1. 1. Aperçu global de l'expérience

Le système d'imagerie à somme de fréquences étudié dans ce chapitre est représenté en figure 2-1. Un signal de longueur d'onde de 1550 nm superposé au laser de pompe de longueur d'onde de 1064 nm dans un cristal de niobate de lithium à polarisation périodique (PPLN) dopé à 5 % avec du MgO. Il est converti par somme de fréquences à une longueur d'onde de 631 nm.

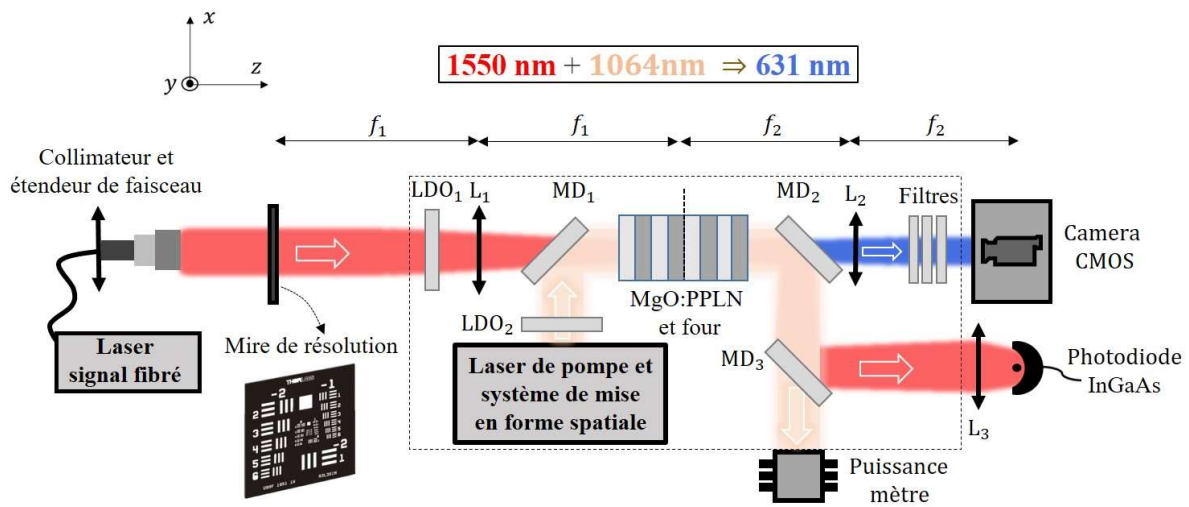


Figure 2-1 : Schéma de l'expérience de conversion d'images. LDO<sub>1</sub>, LDO<sub>2</sub>, lames demi-onde ; MD<sub>1</sub>, MD<sub>2</sub>, MD<sub>3</sub>, miroirs dichroïques ; L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, L<sub>3</sub>, lentilles de focales 100 mm, 125 mm, 20 mm. Le système d'imagerie est délimité par les pointillés en noir.

### Génération des signaux à convertir

Nous nous intéressons en particulier à la conversion de signaux spatialement gaussiens ou d'images cohérentes et incohérentes, de quelques milliwatts de puissance optique.

Le collimateur et la lentille L<sub>1</sub> placés à la sortie du laser fibré permettent de générer un faisceau gaussien de 100 μm de rayon au *waist* au centre du cristal.

Un étendeur de faisceau directement inséré à la sortie du collimateur permet de générer un faisceau gaussien collimaté. Celui-ci est très large (~ 10 mm de rayon) devant la taille du champ pouvant être converti (~ 1 mm à 1/e<sup>2</sup>) préalablement estimée (Cf. chapitre 1:II.1.5). Ce faisceau éclaire une mire de résolution USAF 1951 en transmission placée dans le plan objet de la lentille L<sub>1</sub>. Cette configuration permet de générer des images cohérentes en entrée du système.

Afin de générer des images incohérentes, nous insérons un milieu diffusant avant la mire de résolution. Le milieu diffusant est une feuille de papier classique, dont la structure est suffisamment désordonnée pour que l'image cohérente générée soit un *speckle* pleinement développé. Ce *speckle* est stationnaire tant que le milieu diffusant est fixe. En mettant en vibration le milieu diffusant (amplitude de déplacement de l'ordre de ~1 mm), la figure de *speckle* varie. Dans ce cas, lorsque nous choisissons

un temps d'exposition de l'ordre de la période des vibrations ( $\sim 200$  ms), la caméra intègre en intensité un nombre suffisant de figures de *speckles* développées indépendantes pour moyenniser ces effets et obtenir une image incohérente. La description complète de ce phénomène n'est pas faite dans cette partie mais le lecteur pourra se référer à [75] pour une discussion plus en profondeur sur la manière dont le *speckle* est supprimé (c'est-à-dire moyenné) par cette méthode.

### Cristal non linéaire

Le système d'imagerie à somme de fréquences est composé en partie d'un montage optique 4-f formé par les lentilles  $L_1$  et  $L_2$ . Le cristal non linéaire est placé au centre du montage 4-f, c'est-à-dire dans le plan de Fourier du signal incident. L'ouverture du cristal étant de dimension finie, les fréquences spatiales hautes du signal seront filtrées.

Le PPLN choisi a une ouverture de  $1 \times 1,5$  mm<sup>2</sup> et une longueur de 20 mm. La période de quasi-accord de phase est de  $11,77$   $\mu\text{m}$  et le coefficient non-linéaire effectif est de  $16$  pm/V. L'interaction est de type 0 donc toutes les ondes en interaction doivent être polarisées verticalement. Le contrôle de la polarisation est fait avec les lames demi-onde représentées sur le schéma. Le cristal est traité antireflets aux longueurs d'onde considérées. Le cristal est aussi maintenu à  $69^\circ\text{C}$  afin de vérifier la condition de quasi-accord de phase colinéaire aux longueurs d'onde utilisées. Cette vérification est réalisée en mesurant l'acceptance en température présentée en figure 2-2 où nous constatons que les points expérimentaux sont en très bon accord avec la courbe théorique calculée à partir des données expérimentales. Les longueurs d'onde ont été préalablement mesurées avec un analyseur de spectre optique ce qui nous permet d'affirmer que le signal et la pompe sont colinéaires.

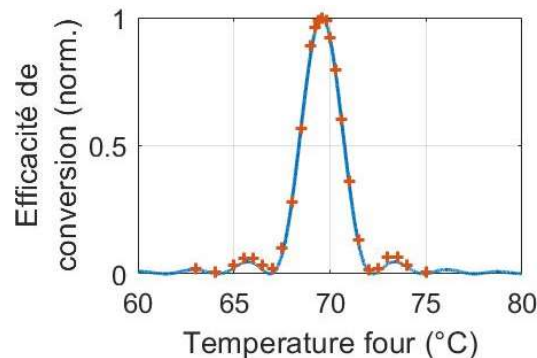


Figure 2-2 : Acceptance en température. La courbe bleue a été calculée à partir des paramètres de l'expérience. Les croix oranges correspondent aux résultats expérimentaux.

### Laser de pompe

Le laser de pompe est ensuite aligné avec l'axe optique du système à l'aide d'un miroir dichroïque ( $\text{MD}_1$ , HR@1064 nm, HT@1550 nm). Le faisceau est préalablement mis en forme spatialement en faisceau gaussien ou en faisceau *flat-top*. Les caractéristiques spatiales et temporelles sont décrites dans les prochaines sous-sections.

En sortie de cristal, le faisceau de pompe résiduel est évacué à l'aide de miroirs dichroïques ( $\text{MD}_2$ , HT@631 nm, HR@1064 nm et  $\text{MD}_3$ , HT@1064 nm, HR@1550 nm) et une mesure de la puissance moyenne est effectuée avec un puissance-mètre à tête thermique.

## Détection

Dans ces conditions, le signal est converti le long de sa propagation dans le cristal. Un ensemble de filtres, composé d'un filtre passe-bas (HT en-dessous de 750 nm) et de deux passe-bandes (@635 nm FWHM 10 nm et @633 nm FWHM 5 nm), sont positionnés après la lentille  $L_2$  afin de supprimer d'éventuels photons parasites.

En sortie de système, nous mesurons le profil temporel du signal avec une photodiode InGaAs et nous mesurons le profil d'intensité du faisceau converti à l'aide d'une caméra CMOS (PCO edge 4.2). Des exemples d'images converties, cohérentes et incohérentes, sont présentées en figure 2-3 en utilisant un profil de pompe gaussien. Le grandissement observé entre les images converties et l'image en entrée du système est dicté par le grandissement du système 4-f et la conversion de longueur d'onde. Le grandissement final est de  $\frac{f_2 \lambda_c}{f_1 \lambda_s} \sim 0,5$ .

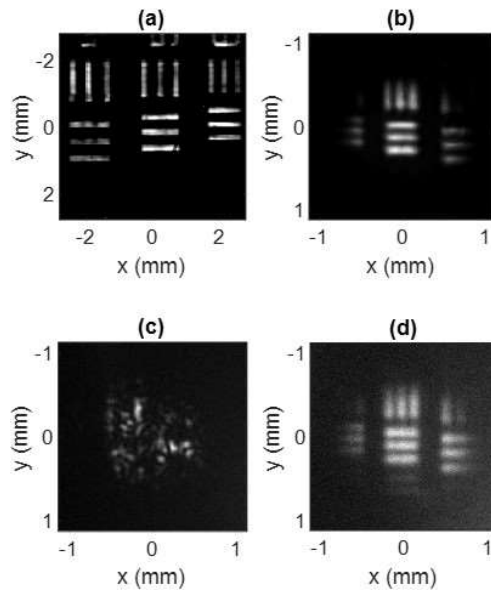


Figure 2-3 : Exemple de résultats expérimentaux. (a) image cohérente non convertie en entrée de système. (b) image cohérente convertie. (c) image convertie lorsque nous mettons le milieu diffusant, sans vibration. (d) image convertie lorsque nous mettons le milieu diffusant en vibration et que nous adaptons le temps d'intégration de la caméra.

### I. 1. 2. Laser de pompe : mise en forme spatiale

#### Discussion de l'intérêt d'un faisceau de pompe *flat-top*

La plupart des systèmes d'imagerie à somme de fréquences utilisent un laser de pompe d'enveloppe spatialement gaussienne. Or nous avons établi au chapitre 1, que la fonction de transfert du système d'imagerie est complètement déterminée par le champ du faisceau pompe. Une première idée pour optimiser les performances en imagerie est d'augmenter le rayon du faisceau. Or l'extension spatiale d'un faisceau gaussien est importante et le choix du rayon sera limité par les dimensions transverses disponibles des cristaux non linéaires.

Nous nous intéressons donc à l'utilisation d'un laser de pompe d'enveloppe spatiale plus compacte de type *flat-top*. La comparaison d'une coupe d'un faisceau gaussien avec une coupe d'un faisceau *flat-top* de même énergie (modélisé par une fonction super-gaussienne d'ordre  $n = 20$ ) est représentée en

figure 2-4 et met en évidence l'intérêt d'un tel profil spatial. Ce type de faisceau optimise la répartition de l'énergie de pompe qui rentre dans le cristal permettant par exemple d'améliorer la conversion des hautes fréquences spatiales.

Ses applications en imagerie ont pourtant été peu étudiées [73] en termes de résolution, d'efficacité de conversion et de l'influence de la puissance de pompe. Le cristal non linéaire utilisé dans l'article est long de 20 mm et le laser de pompe est en régime continu. Dans cette configuration, la diffraction le long du cristal est négligeable mais l'efficacité de conversion est faible ( $\ll 1\%$ ). Les auteurs concluent, avec peu d'arguments, qu'un faisceau *flat-top* permet de convertir des images avec plus de contraste. Pour d'autres applications que l'imagerie, l'intérêt d'un profil spatialement *flat-top* a été noté dans [76–78].

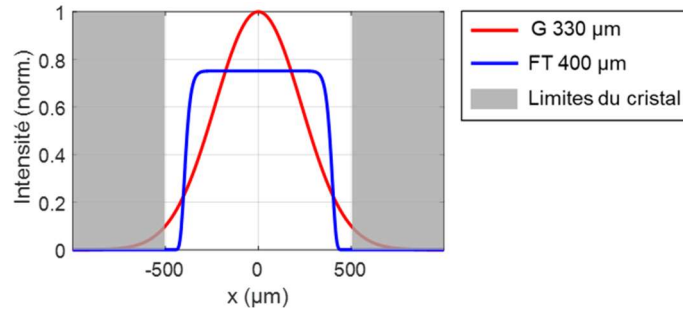


Figure 2-4 : Comparaison d'une fonction gaussienne et d'une fonction super gaussienne d'ordre  $n = 20$  et de mêmes surfaces.

Ce raisonnement simple se limite à la comparaison des deux profils au centre du cristal. Or dans notre configuration où nous utilisons un cristal long de 20 mm, il est impératif de prendre en considération les effets de la diffraction du faisceau de pompe. La diffraction se traduit par une modification de l'amplitude et de la phase transverse du faisceau. Si cette phase n'est pas uniforme alors la condition d'accord de phase n'est pas réalisée parfaitement. Cela implique une baisse de l'efficacité de conversion ou un brouillage de l'information du signal converti si la phase est non uniforme.

La diffraction d'un faisceau gaussien est caractérisée par sa longueur de Rayleigh. Le rayon au *waist* du faisceau gaussien dans notre cas est choisi à  $330\ \mu\text{m}$  ce qui correspond à la taille limite avant que le faisceau ne soit diffracté sévèrement par les bords du cristal représenté en figure 2-4. En prenant en compte l'indice de réfraction du cristal de PPLN à la longueur d'onde du laser de pompe, nous calculons une longueur de Rayleigh dans le cristal de 70 cm. La diffraction du faisceau gaussien le long du cristal est alors négligeable et le profil transverse est considéré comme invariant selon l'axe optique dans le cristal.

L'équation du champ d'un faisceau de profil *flat-top* dans un plan transverse où la phase est uniforme est approximée par l'équation d'un champ super-gaussien :

$$E_{FT}(r) = E_0 e^{-\left(\frac{r}{w}\right)^n} \quad (2-1)$$

avec  $E_0$  le champ électrique sur l'axe,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  la coordonnée radiale,  $w$  le rayon au *waist* (le rayon pour lequel l'intensité est égale à  $1/e^2$  de l'intensité maximale) et  $n = 20$  dans toute la suite. A noter, pour un faisceau *flat-top* parfait  $n = \infty$ . Un faisceau *flat-top* n'est pas une solution de l'équation de propagation paraxiale en espace libre. Cela signifie que la forme de l'enveloppe transverse ne se conserve pas lors de la propagation. Cet effet est particulièrement important pour ce type de profil qui

possède des composantes de Fourier d'ordre élevé pour lesquelles les effets de diffraction sont importants.

Nous comparons la diffraction d'un faisceau gaussien et celle d'un faisceau *flat-top* en figure 2-5. Les résultats sont obtenus en propageant les champs numériquement à partir du propagateur de Fresnel décrit au chapitre 1. Nous constatons que les bords du faisceau *flat-top* se dégradent rapidement sous l'effet de la diffraction. Effectivement, les bords correspondent aux fréquences spatiales hautes. A première vue, un faisceau *flat-top* n'est donc pas adapté à nos applications en raison de la diffraction. Cependant, nous étudions les performances du système d'imagerie avec une pompe *flat-top* de rayon de  $330\ \mu\text{m}$  et de  $400\ \mu\text{m}$  et avec une pompe gaussienne de référence de  $330\ \mu\text{m}$  de rayon au waist. Par la suite,  $z/z_R = 0$  correspond au centre du cristal. Dans ces conditions, la diffraction jusqu'à la sortie du cristal,  $z/z_R \sim 0,03$ , semble négligeable pour ces trois faisceaux et l'utilisation d'un faisceau *flat-top* conserve donc tout son sens.

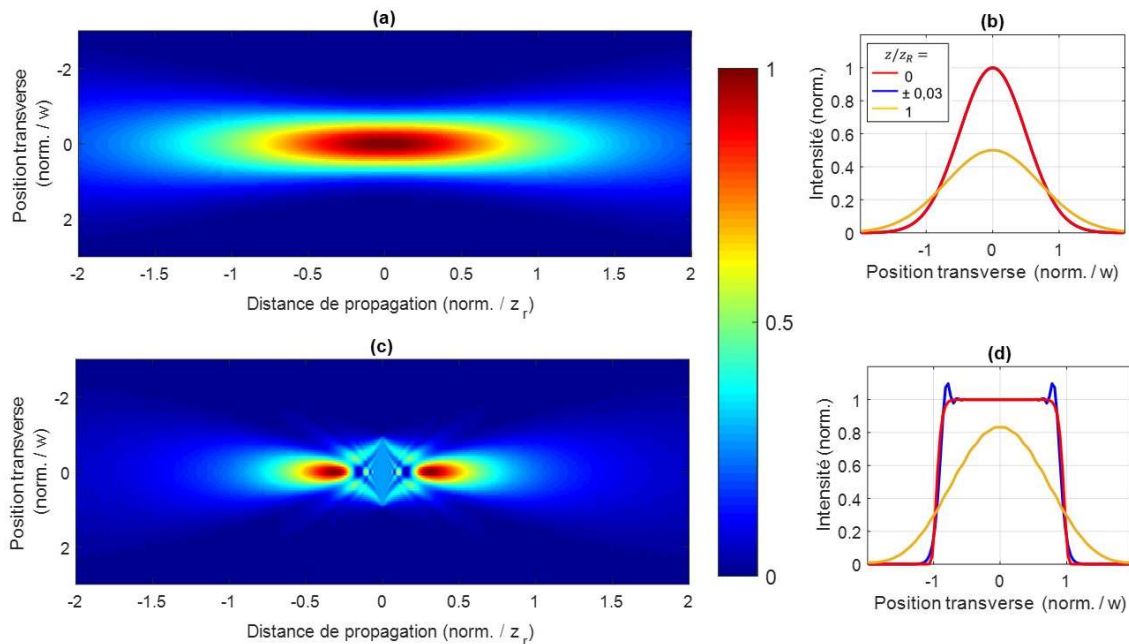


Figure 2-5 : Intensités  $I(x/w)$  en fonction de la distance de propagation  $z$  normalisée par la longueur de Rayleigh  $z_R$ . (a, b) faisceau gaussien. (c, d) faisceau *flat-top*. (b, d) coupes des profils au centre du cristal en rouge ( $z/z_R = 0$ ), en entrée et sortie du cristal en bleu ( $z/z_R = \pm 0,03$ ) et coupes à une distance éloignée de la sortie du cristal en jaune ( $z/z_R = 1$ ).

### Mise en forme spatiale du laser de pompe

Un faisceau laser gaussien, ou  $\text{TEM}_{00}$ , est le mode fondamental de propagation en espace libre. Il peut être généré facilement dans les fibres optiques monomodes ou les cavités laser. Le contrôle du rayon et de la position du *waist* se fait facilement à l'aide d'une lentille bien choisie.

Un faisceau *flat-top* ne se forme pas si simplement. Pourtant ce type de profil est recherché pour des applications industrielles, par exemple pour l'ablation laser [79] ou toutes applications qui requièrent une illumination uniforme. Des systèmes optiques permettant d'obtenir ce type de profil ont été mis au point [80–85]. Dans certains de ces systèmes, le profil est mis en forme seulement en amplitude dans un plan donné. La phase n'est donc pas contrôlée dans ce plan et le champ ainsi généré n'est pas adapté à nos applications.

Dans ce manuscrit nous étudions en profondeur les effets d'un laser de pompe mis en forme spatialement. Nos besoins de mise en forme spatiale ne se cantonnent pas au cas du *flat-top* et du gaussien précédemment décrits mais à plusieurs autres profils. Nous privilégions donc un système reconfigurable pour générer les faisceaux. L'utilisation d'un modulateur spatial de lumière (SLM) semble donc être la meilleure option.

Nous travaillons avec le LCOS-SLM X15213-03 (Hamamatsu,  $1272 \times 1024$  pixels de  $12,5 \mu\text{m}$ ) dont un schéma simplifié de la structure est donné en figure 2-6 (a). Ce SLM est une matrice de cristaux liquides biréfringents permettant le contrôle localisé de la phase du faisceau incident. Nous étudierons dans les prochains paragraphes comment le contrôle de la phase peut permettre la mise en forme en amplitude et phase d'un champ cible.

Nous détaillons dans un premier temps le principe de fonctionnement du SLM. Selon la polarisation de l'onde électromagnétique incidente sur les cristaux liquides, l'interaction diffère et est représentée en figure 2-6 (b). Les axes optiques (AO) des cristaux sont préalablement fixés de manière à ce qu'ils soient orthogonaux avec l'axe vertical  $y$ . Les cristaux sont piégés entre les électrodes en aluminium (pixels) et l'électrode transparente. Ainsi, si un champ électrique est appliqué entre les électrodes, les molécules de cristaux liquides s'inclinent dans le plan  $(x, z)$  et leurs axes optiques restent orthogonaux à l'axe vertical. Dans ces conditions, une onde incidente polarisée verticalement sera sensible à la nappe ordinaire dont l'indice de réfraction est  $n_o$  et cela indépendamment de la tension appliquée. Une onde incidente polarisée horizontalement sera elle sensible à la nappe extraordinaire et verra un indice effectif  $n_{eff}$  donné par l'équation [86] :

$$\frac{1}{n_{eff}^2(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_e^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_o^2} \quad (2-2)$$

avec l'inclinaison  $\theta$  qui dépend de la tension appliquée et  $n_e$  l'indice extraordinaire. Il est alors possible de contrôler localement à l'échelle d'un pixel le déphasage de l'onde incidente polarisée horizontalement par le biais de la tension. Le déphasage  $\phi_{SLM}(x, y)$  que nous voulons appliquer à l'onde est codé par une matrice appelée masque de phase. Chaque élément de cette matrice code la tension  $V_{pix}$  à appliquer aux pixels du SLM sur 8 bits.

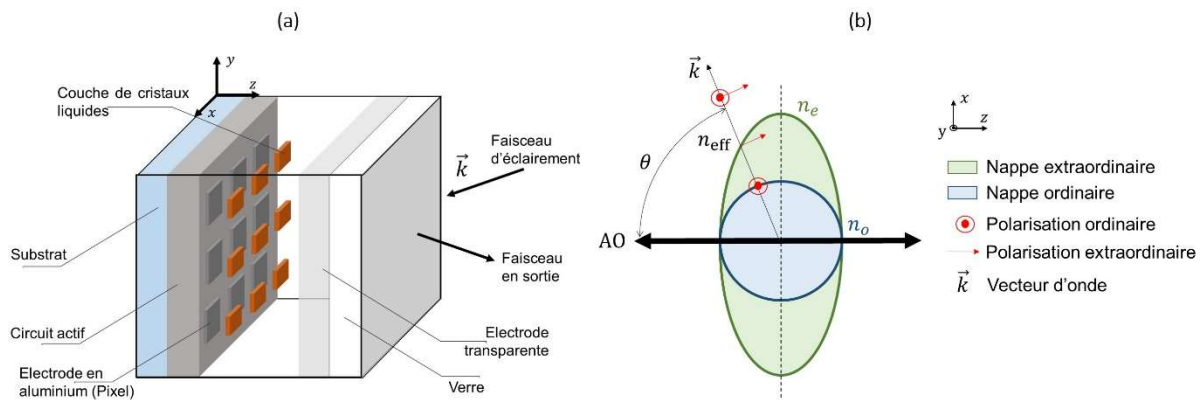


Figure 2-6 : Principe de fonctionnement d'un SLM à cristaux liquides. (a) schéma du SLM. (b) surfaces d'indices des cristaux liquides uniaxes.

Il est important de noter que la phase vue par l'onde incidente sur le SLM dépend de la longueur d'onde. Il est donc nécessaire de caractériser la réponse en phase du SLM à la longueur d'onde



d'utilisation et en fonction de la tension appliquée aux pixels. Pour cela, nous mettons en place l'expérience schématisée en figure 2-7 (a). Le principe est le suivant : Nous mesurons à la caméra les figures d'interférences issues de la superposition d'une onde de référence avec une onde déphasée par le SLM de  $\phi_{SLM}(x, y)$ . Les interférences sont obtenues en manipulant les états de polarisations d'une onde incidente sur le SLM. L'intensité mesurée s'écrit sous la forme :

$$I(x, y) = \frac{|E|^2}{2} (1 + \cos(\phi_{SLM}(x, y))) \quad (2-3)$$

avec  $|E|$  l'amplitude du champ équireparti entre les polarisations verticale et horizontale. Nous envoyons un masque de phase au SLM uniforme  $\phi_{SLM}(x, y) = V_{pix}$  et nous mesurons l'intensité moyenne  $I_{SP_i} = \sum_{SP_i} I(x, y)$  sur des groupes de pixels  $SP_i$ . Des exemples de mesure de  $I(x, y)$  et de  $I_{SP_i}(V_{pix})$  sont présentés en figure 2-7 (b) et (c). Cette démarche nous permet de connaître la tension à appliquer pour un déphasage cible. La courbe de calibration est donnée en figure 2-7 (d). Nous constatons que tous les pixels ont le même comportement. Finalement, nous pouvons coder un déphasage de  $2\pi$  avec une valeur de 219 sur 8 *bits* pour chaque pixel. A noter, cette valeur est donnée par le constructeur. Il est cependant utile de vérifier le bon fonctionnement du SLM.

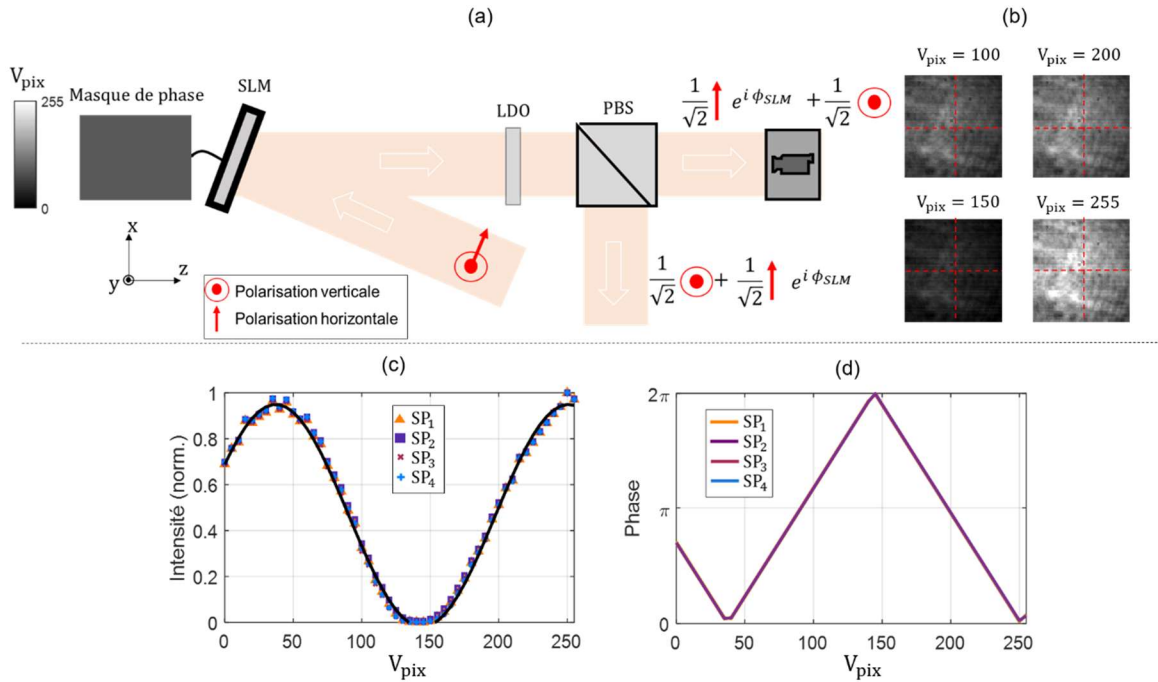


Figure 2-7 : Calibration de la réponse en phase du SLM par rapport à la tension appliquée aux pixels du SLM. (a) Schéma du principe de la caractérisation de la tension.  $V_{pix}$  du SLM donnée en valeur numérique; LDO, lame demi onde ; *PBS* ; séparateur de faisceaux polarisés. (b) Exemples d'images d'interférences. Les traits en pointillés délimitent des super-pixels  $SP_i$ . (c) Les symboles représentent l'intensité expérimentale moyenne des super-pixels  $SP_i$  en fonction de la tension  $V_{pix}$ . La courbe en trait plein représente le *fit* d'une fonction cosinus. (d) Valeur de la phase appliquée par le SLM sur le faisceau incident en fonction de  $V_{pix}$ .

A partir du SLM, nous cherchons à mettre en forme les profils gaussiens et *flat-top* recherchés. En particulier nous voulons contrôler l'amplitude et la phase de ces faisceaux qui doit être uniforme au centre du cristal afin de limiter la diffraction. Nous optons pour la méthode proposée par l'équipe de R. W. Boyd [87] qui propose au moyen d'un seul élément de phase, de mettre en forme en amplitude et en phase un champ et cela avec une très bonne fidélité [88]. Pour mettre en forme le champ cible

$E_{cible}(x, y) = A_{cible}(x, y)e^{i\Phi_{cible}(x, y)}$  à partir d'un éclairage uniforme du SLM, il faut calculer le masque de phase à l'aide de l'équation :

$$\phi_{SLM}(x, y) = M(x, y) \bmod \left( F(x, y) + \frac{2\pi x}{\Lambda}, 2\pi \right) \quad (2-4)$$

avec  $\Lambda$  la période d'un réseau blazé et  $M$  et  $F$  deux fonctions données par les équations :

$$\begin{cases} M(x, y) = 1 + \frac{1}{\pi} \text{sinc}^{-1}(A_{cible}(x, y)) \\ F(x, y) = \Phi_{cible}(x, y) - \pi M(x, y) \end{cases} \quad (2-5)$$

La modulation visible dans l'équation (2-4) simule un réseau blazé. Ce type de réseau de diffraction fait d'échelettes, à la différence des réseaux binaires plus communs, permet de diffracter la quasi-totalité de la puissance incidente dans un ordre de diffraction unique, sous conditions que l'onde incidente soit monochromatique et que la géométrie des échelettes soit bien choisie [89]. Le champ cible est codé dans l'ordre 1 de diffraction. L'amplitude résiduelle, qui n'a pas été diffractée, se retrouve dans l'ordre 0. En pratique, la puissance dans l'ordre 2 et les ordres supérieurs est négligeable. L'ordre d'intérêt est finalement séparé de l'ordre 0 par un filtrage en champ lointain du SLM.

Rappelons qu'une de nos conditions expérimentales impose de s'assurer que nous avons une puissance de pompe suffisante afin d'obtenir une bonne efficacité de conversion. Or l'utilisation d'un SLM et qui plus est, dans ces conditions, implique des pertes non négligeables. Il y a plusieurs mécanismes qui impliquent des pertes et nous devons les maîtriser au mieux.

Les premières causes inéluctables des pertes optiques sont liées à la diffusion de la lumière dans les cristaux liquides, à l'absorption résiduelle dans les différentes couches transparentes et à la pixellisation du SLM (figure 2-6 (a)) qui implique une diffraction parasite. Ces différents mécanismes impliquent moins de dix pour cent de pertes avec notre SLM.

Une autre cause de pertes est due à l'efficacité de diffraction du SLM. La diffraction du faisceau cible dans l'ordre 1 est réalisée grâce au réseau blazé contrôlé par la période  $\Lambda$ . La pixellisation du SLM ne permet pas de créer un réseau blazé parfait. Le réseau final n'est pas parfaitement résolu spatialement entraînant une diffraction partielle dans l'ordre 1. Cela est d'autant plus significatif lorsque la période du réseau est proche de la taille d'un pixel du SLM qui est de 12,5  $\mu\text{m}$ . La figure 2-8 illustre ce problème. Dans le cas limite où la période du réseau  $\Lambda$  est égale à la taille d'un pixel, alors nous pouvons seulement coder un réseau binaire. L'efficacité maximale dans l'ordre 1 de diffraction est dans ce cas de 10 %. La période du réseau doit être largement plus grande que la taille d'un pixel du SLM afin de maximiser l'efficacité de diffraction.

Cependant, il est aussi nécessaire que la séparation spatiale des ordres de diffraction dans le plan de Fourier du SLM soit suffisante pour pouvoir isoler l'ordre 1. Nous utilisons une lentille de 1000 mm de distance focale en sortie du SLM. Les tailles caractéristiques des ordres 0 et 1 peuvent être estimées dans le plan de Fourier par l'expression  $\lambda_p f_3 / \pi w_{ordre}$  en prenant  $w_{ordre}$  la taille du faisceau d'éclairage pour l'ordre 0 et la taille du faisceau à mettre en forme pour l'ordre 1. Nous choisirons finalement un pas de réseau de 200  $\mu\text{m}$  (de fréquence spatiale 5  $\text{mm}^{-1}$ ) nous permettant une séparation de quelques millimètres largement suffisante. Cette résolution du réseau permet d'avoir plus de 80 % d'efficacité de diffraction dans l'ordre 1.

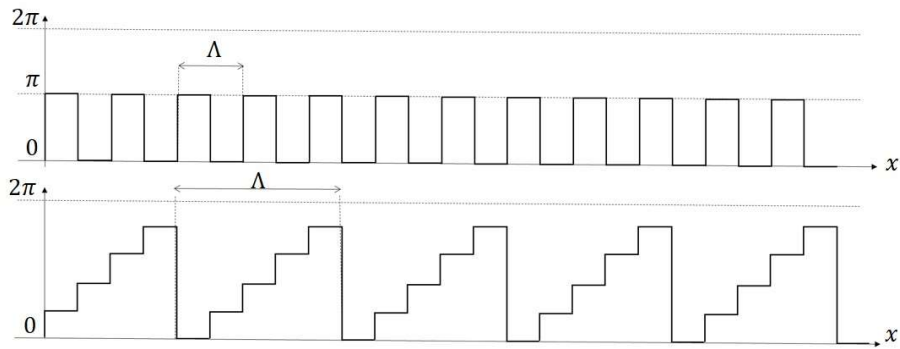


Figure 2-8 : Illustration de réseaux de phase en 1D de période  $\Lambda$ .

Les pertes les plus significatives découlent de la méthode de mise en forme. La transformation simultanée en phase et en amplitude faite à partir d'un seul élément de phase ne peut pas être unitaire si l'on garde seulement l'ordre 1. Des pertes sont donc introduites. Le profil d'intensité pouvant être mis en forme dépend de l'éclairement qui sera diffracté après le SLM. Pour les applications peu exigeantes en puissance, on opte souvent pour un éclairement uniforme reproduit par un faisceau gaussien très large par rapport à la taille du SLM. Les pertes sont donc très importantes et cette méthode d'éclairement ne peut pas être retenue pour nos applications. Une idée est donc de chercher le rayon du faisceau gaussien d'éclairement  $w_{ecl}$  qui minimise les pertes. Ce problème n'est pas trivial et il n'existe pas de solution analytique dans le cas où l'amplitude cible est de forme *flat-top*. La complexité découle du fait que l'intensité diffractée ne peut pas être supérieure à l'intensité incidente (localement). Les courbes en figure 2-9 illustrent ce problème. Le profil cible en figure 2-9 (a) ne pourra pas parfaitement être mis en forme du fait de la conservation d'énergie. Les profils en figure 2-9 (b, c) peuvent eux être mis en forme mais les pertes totales ne sont pas optimisées. Nous cherchons donc une solution numérique qui minimise les pertes représentées par les zones en bleu.

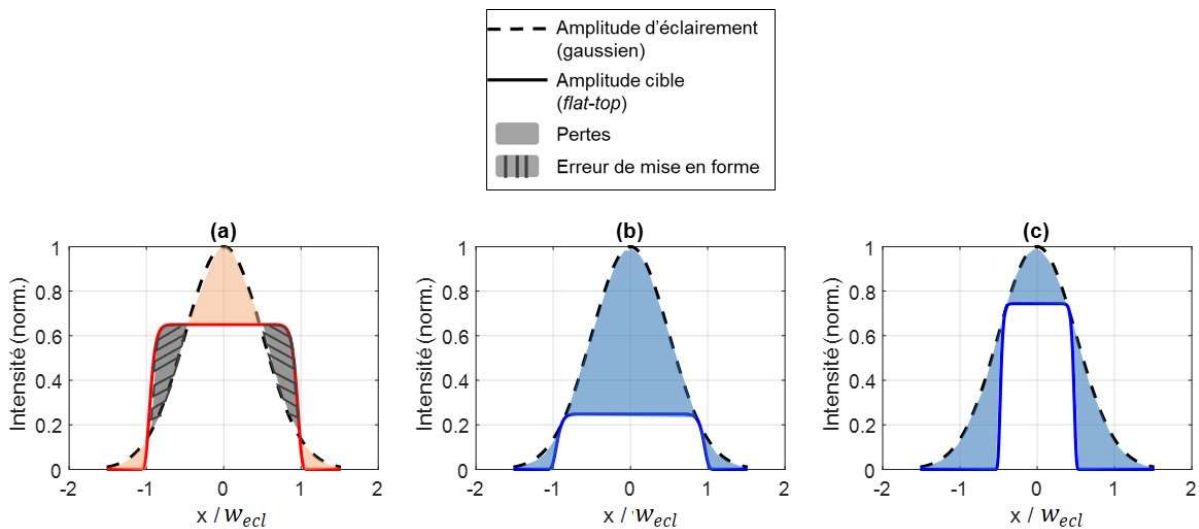


Figure 2-9 : Illustration des pertes (zones colorées) issues de la correction de l'éclairement gaussien (traits en pointillés) dans le but de mettre en forme l'amplitude cible (traits plein). En rouge (a), le profil cible ne pourra pas être mis en forme. En bleu (b, c), les profils peuvent être obtenus. Il reste à savoir lequel minimise les pertes.

Somme toute, lorsque le profil d'éclairement  $A_{ecl}$  n'est pas uniforme, la forme de l'amplitude à diffracter n'est pas égale à la forme de l'amplitude cible. Le calcul du masque de phase se déduit toujours des équations (2-4) et (2-5) mais en remplaçant l'amplitude  $A_{cible}$  par l'amplitude  $A_{dif}$  donnée par :

$$A_{dif}(x, y) = \frac{A_{cible}(x, y)}{A_{ecl}(x, y)} \quad (2-6)$$

Des exemples de profils  $A_{dif}$  sont représentés par les courbes jaunes de la figure 2-10 (a, b). Par exemple, lorsque les courbes en trait plein et en pointillés, représentées en figure 2-9, coïncident alors l'efficacité de diffraction doit être maximale. Des exemples de masques sont représentés en figure 2-10 (c-f).

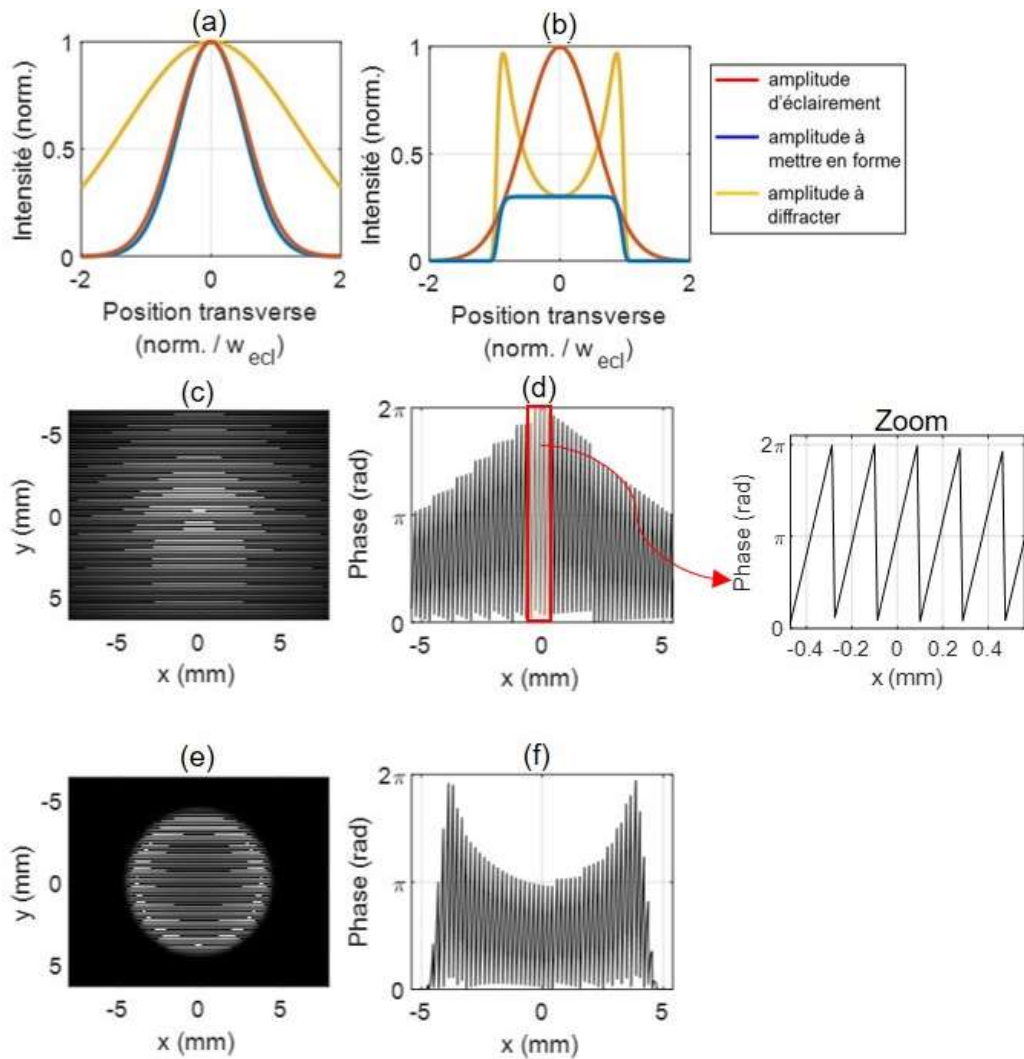


Figure 2-10 : (a, b) Représentation des amplitudes : incidente sur le SLM (en rouge) ; à diffracter (en jaune) calculée en fonction de l'amplitude cible (en bleu). (a) faisceau de pompe gaussien. (b) faisceau de pompe *flat-top*. (c-f) Exemples de masques de phase appliqués au SLM pour mettre en forme un faisceau gaussien (c, d) et un faisceau *flat-top* (e, f) tous les deux de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. Le zoom permet de rendre compte de la modulation de phase.

La transmission du système en fonction du rayon d'éclairement est représentée en figure 2-11. Toutes les pertes précédemment décrites sont prises en compte. Les points expérimentaux ont été réalisés

seulement dans le cas du *flat-top*. Nous faisons varier le rayon du *flat-top* à mettre en forme et nous mesurons la puissance dans l'ordre 1. Le schéma expérimental est en figure 2-12 et est décrit dans la section suivante. Finalement, en choisissant un rayon d'éclairage de 5,3 mm, nous limitons les pertes totales dans les trois cas : 45 % de pertes pour mettre en forme la pompe gaussienne de 330  $\mu\text{m}$  et autour de 60 % de pertes pour mettre en forme les pompes *flat-top*. Ces valeurs nous permettent d'atteindre des puissances crêtes de plusieurs kilowatts avec le laser que nous allons décrire dans la partie suivante.

A noter, sans ces corrections qui permettent de minimiser les pertes, les puissances atteignables dans notre configuration auraient été trop faibles pour obtenir les maximums d'efficacité de conversion.

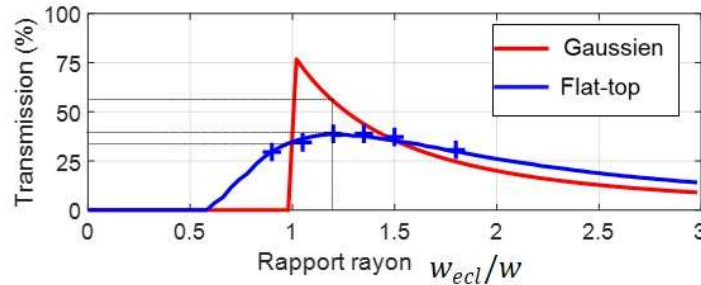


Figure 2-11 : Transmission totale après la mise en forme du faisceau de pompe en fonction du rapport entre le rayon du faisceau gaussien d'éclairage et le rayon du faisceau cible : faisceau cible gaussien en rouge et faisceau cible *flat-top* en bleu. Les symboles « plus » sont des points expérimentaux.

Le schéma expérimental réalisant la mise en forme du faisceau est représenté en figure 2-12. Une lame demi-onde ( $\text{LDO}_2$ ) permet de fixer la polarisation horizontale afin que le faisceau soit sensible à la nappe extraordinaire des cristaux liquides décrite dans le paragraphe précédent. Le rayon du faisceau de pompe qui éclaire le SLM est fixé par le système 4-f ( $L_1 - L_2$ ) et est de 5,3 mm permettant ainsi d'optimiser la transmission (Cf. paragraphe précédent). Un masque de phase calculé à partir des équations (2-4) et (2-5) est envoyé au SLM depuis Matlab. Après réflexion du faisceau incident sur le SLM, un filtrage dans le plan de Fourier permet de ne garder que l'ordre 1 d'intérêt. La puissance dans l'ordre 0 est de l'ordre de 50 % de la puissance incidente et est mesurée avec un puissance-mètre à tête thermique. L'ordre 2 résiduel est bloqué par un cache noir. La lentille  $L_4$  permet à la fin de ré-imager le champ cible défini dans le plan du SLM.

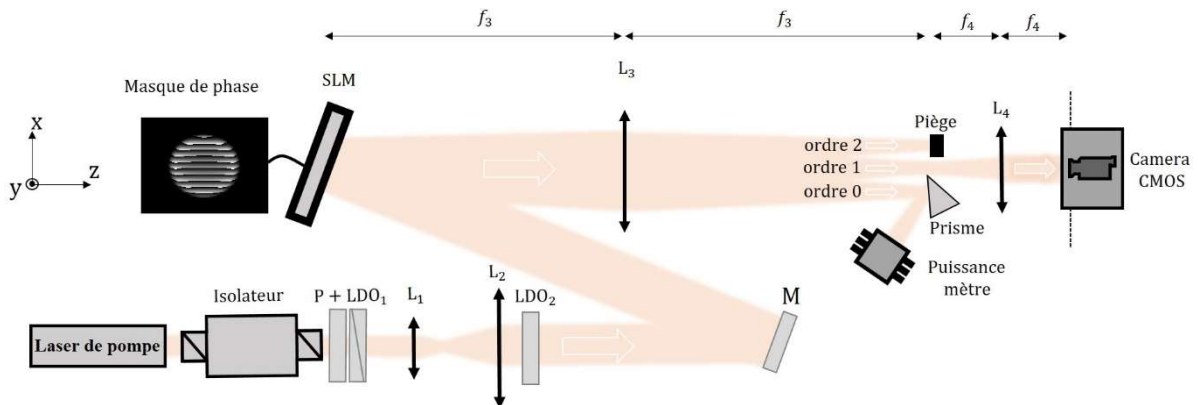


Figure 2-12 : Schéma de l'expérience de mise en forme en amplitude et en phase du faisceau de pompe. P, polariseur ;  $\text{LDO}_1$ ,  $\text{LDO}_2$ , lames demi-onde,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ , lentilles de focales 50 mm, 300 mm, 1000 nm, 75 mm.

Finalement, nous avons pu mettre en forme les profils présentés en intensité en figure 2-13. Les ajustements (en anglais *fits*) ont été calculés en minimisant la norme  $L^2$  entre les données et les fonctions de référence. Les erreurs relatives sont dans les trois cas inférieures à 10 %.

Nous ne montrons ici les profils en intensité que dans un plan donné qui est le plan où le centre du cristal sera positionné. Nous vérifions expérimentalement avec la caméra CMOS que la diffraction est bien négligeable sur la longueur du cristal ce qui permet de valider aussi l'uniformité de la phase de ces champs au centre du cristal.

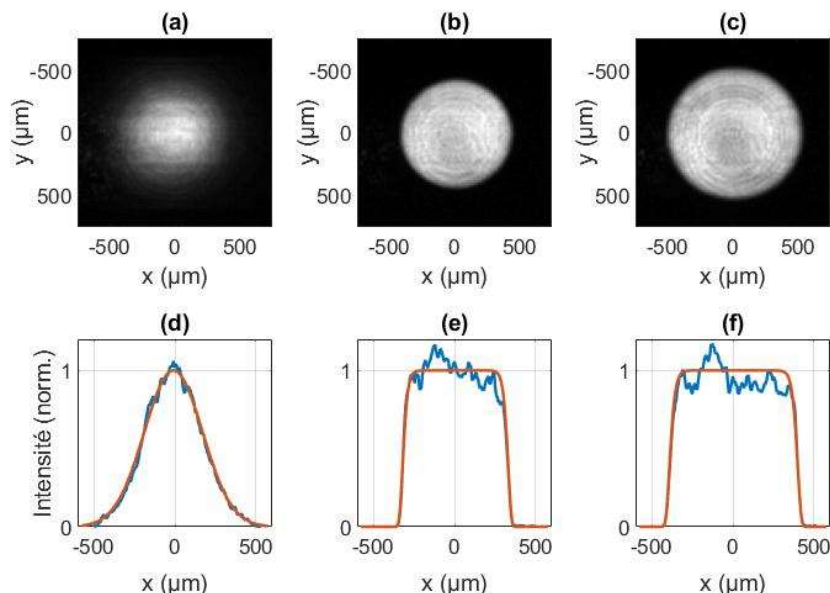


Figure 2-13 : (a-c) Profils d'intensité obtenus dans le plan image de la lentille  $L_4$  représentée en figure 2-12 avec en (d-f) une coupe transverse dans la direction  $(x, y = 0)$ . Les courbes oranges correspondent aux ajustements et les courbes bleues correspondent aux points expérimentaux. (a, d) faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. (b, e) faisceau flat-top de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. (c, f) faisceau flat-top de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

### I. 1. 3. Laser de pompe impulsif : effet du caractère multimode longitudinal

Pour rappel, la puissance de pompe nécessaire pour maximiser l'efficacité de conversion est estimée à 1,4 kW avec une pompe gaussienne de 330  $\mu\text{m}$  de rayon (Cf. chapitre 1:II.1.3).

Ce régime de puissance laser n'est pas envisageable en continu. Nous optons donc pour un laser impulsif qui nous permet d'obtenir des puissances crêtes de cet ordre de grandeur. Nous choisissons un laser à état solide commercial Spectra-Physics qui, en fonctionnement *Q-switch*, peut générer des trains d'impulsions quasi gaussiennes, d'énergie de 235  $\mu\text{J}$ , de largeurs à mi-hauteur de 19 ns et à une fréquence de répétition de 20 kHz. Les puissances crêtes ainsi atteintes sont de l'ordre de la dizaine de kilowatt. En pratique, en tenant comptes des différentes sources de pertes de puissance optique, nous sommes capables de générer plus de trois kilowatts de puissance crête pour chacun des faisceaux de pompe étudiés ce qui est suffisant pour obtenir le maximum d'efficacité de conversion.

Cependant, nous devons prendre en compte les effets de l'utilisation d'une pompe multimode longitudinale qui s'appliquent dans notre cas. La largeur spectrale du laser est de l'ordre de la dizaine de GHz (ou de la dizaine de picomètre) et l'intervalle spectral libre est de l'ordre du GHz. Cela signifie qu'il y a une dizaine de modes longitudinaux. Ce nombre est suffisant pour considérer la théorie

développée en [61,90]. La probabilité que la puissance instantanée soit  $P$  quand on mesure la valeur moyenne  $\bar{P}$  peut être représentée par la fonction de densité de probabilité (noté PDF pour *probability density function*) exponentielle donnée par :

$$\mathbb{P}_{\bar{P}}(P) = \begin{cases} 1/\bar{P} \exp(-P/\bar{P}) & \text{si } P \geq 0, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2-7)$$

Dans la suite de ce chapitre, toutes les mesures qui ont été réalisées ont été faites avec des détecteurs plus lents que le temps caractéristique des fluctuations de la puissance de pompe instantanée. La moyenne de la mesure  $X$  tient ainsi compte de la précédente PDF et se calcule par :

$$\langle X(\bar{P}) \rangle = \int_0^{P_{lim}} \mathbb{P}_{\bar{P}}(P) X(P) dP \quad (2-8)$$

avec  $P_{lim} \rightarrow +\infty$  théoriquement.

Dans les calculs numériques  $P_{lim}$  est fini. Cela implique que nous omettons les valeurs de  $X$  au-dessus de cette puissance, induisant une erreur. La fonction de répartition  $\mathbb{P}_{\bar{P}}(P > P_{lim})$  permet de quantifier la quantité qui n'est pas prise en compte et son graphe est représenté en figure 2-14. En pratique, le choix de  $P_{lim}$  est fait de manière à limiter l'erreur tout en contrôlant le nombre de points à calculer pour maintenir des temps de calcul acceptables. Toutes les variables  $X$  auxquelles nous allons nous intéresser (efficacité de conversion, résolution, etc...) auront des fluctuations assez lentes afin que nous puissions fixer  $P_{lim} = 9 \text{ kW}$  et avoir une erreur en dessous de 5 % lorsque nous calculons  $\langle X(\bar{P} = 3 \text{ kW}) \rangle$ .

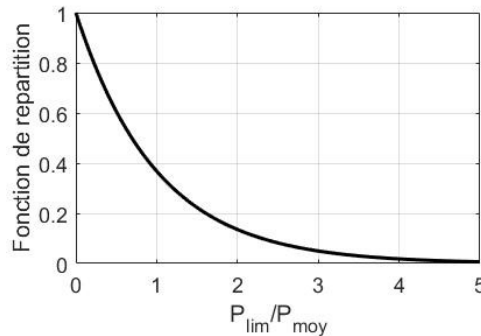


Figure 2-14 : Graphe de la fonction de répartition normalisée par  $1/\bar{P}$

Nous avons décrit complètement notre système d'imagerie. Les performances de celui-ci sont déterminées par les propriétés spatiales et temporelles du laser de pompe que nous venons de détailler. Nous analysons dans la suite les caractéristiques de notre imageur.

## I. 2. Efficacité de conversion

L'efficacité de conversion est le premier paramètre important de ce type d'imageur. En effet, il permet de justifier si la détection par somme de fréquences permet potentiellement d'augmenter la sensibilité par rapport à une détection directe du signal infrarouge.

Nous allons nous intéresser en particulier au maximum de l'efficacité de conversion que notre système est capable d'atteindre. Nous savons que l'efficacité de conversion est maximale lorsque la condition de quasi-accord de phase colinéaire est réalisée. Afin de simplifier la mesure, nous nous



plaçons dans le cas où le signal est un faisceau gaussien collimaté le long du cristal. Une première étude numérique nous permet de trouver un rayon de faisceau gaussien adéquat. Nous optons pour un faisceau de 100  $\mu\text{m}$  de rayon. La conversion maximale théorique s'obtient au centre et peut être de 100 %. De plus, la longueur de Rayleigh dans le vide est de 20 mm. La diffraction du faisceau après le cristal est raisonnable et son rayon atteint au maximum le millimètre, bien inférieur aux ouvertures des optiques. La détection du faisceau est donc facile à réaliser.

Nous estimons l'efficacité de conversion à partir du profil temporel du signal mesuré à l'aide d'une photodiode InGaAs placée au centre du plan image de la lentille  $L_3$  représentée en figure 2-1. Un exemple de mesure est donné en figure 2-15. Le dépeuplement visible sur la courbe correspond à la conversion et le rapport entre la tension maximale  $V_{\text{max}}$  et la tension de la déplétion  $\Delta V$  permet d'estimer l'efficacité de conversion directement. La précision attribuée à cette mesure est de 5 %, qui est plus précise en comparaison à l'évaluation de l'efficacité de conversion à partir des mesures des puissances moyennes. Cette dernière méthode nécessiterait d'estimer la puissance moyenne du signal dans le cristal, la puissance moyenne convertie ainsi que les transmissions de toutes les optiques requises.

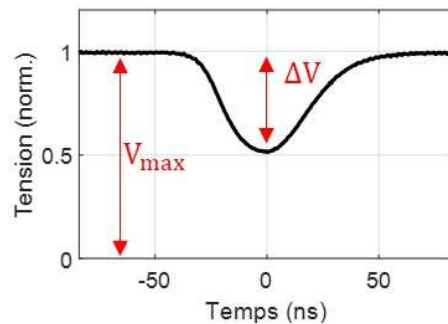


Figure 2-15 : Exemple d'un profil temporel du signal en sortie de cristal mesuré avec une photodiode InGaAs.

Les résultats expérimentaux sont résumés en figure 2-16 et sont accompagnés des incertitudes de mesure estimées à partir du bruit de la photodiode. Les courbes théoriques ont été calculées à partir du modèle numérique décrit au chapitre 1 et prennent en compte les effets de la statistique de la puissance de pompe décrits dans la section précédente. Dans les trois cas, l'accord entre les données expérimentales et les courbes de simulation est bon. L'efficacité de conversion maximale atteignable est de 63 % avec les trois profils de pompe utilisés. L'utilisation d'une pompe multimode longitudinal abaisse l'efficacité de conversion maximale qui dans le cas monomode est de cent pour cent. Ce maximum est obtenu avec 1,4 kW de puissance crête pour le faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, 2,1 kW pour le faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et de  $\sim 3\text{kW}$  pour le faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon. L'intensité au centre, sur l'axe optique, est plus grande avec un faisceau gaussien qu'avec un faisceau *flat-top* de même rayon et de même énergie, comme il est visible en figure 2-4. Il faudra donc augmenter la puissance du faisceau *flat-top* pour égaler la densité de puissance maximale du faisceau gaussien et ainsi obtenir la même efficacité de conversion maximale. L'utilisation d'un faisceau gaussien est donc préférable car il permet d'obtenir une meilleure efficacité de conversion pour une même puissance crête de pompe. Ce résultat est vrai pour un faisceau signal fin et tant que l'efficacité de conversion en figure 2-16 est croissante. Quand la courbe est décroissante, nous sommes en régime de retro-conversion.



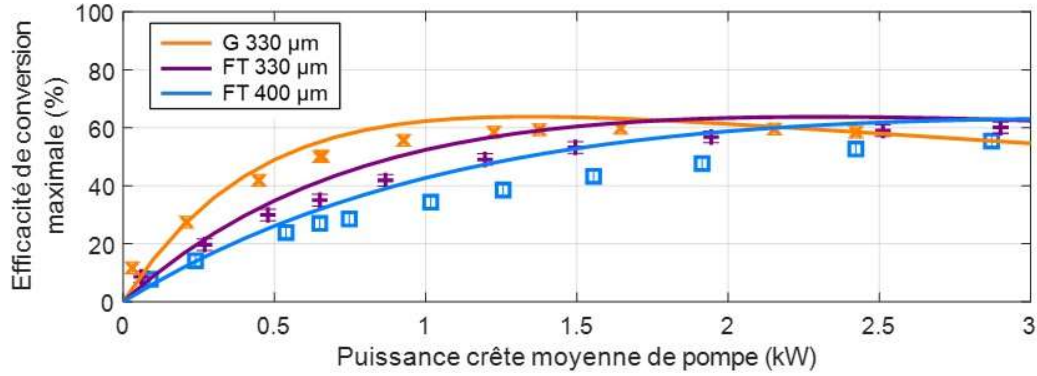


Figure 2-16 : Efficacité de conversion maximale en fonction de la puissance crête de pompe. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement aux efficacités de conversions obtenues avec la pompe gaussienne (G) de rayon 330 μm, avec la pompe *flat-top* (FT) de rayon 330 μm et avec la pompe *flat-top* de rayon 400 μm. Les courbes correspondent aux résultats simulés avec une pompe multimode longitudinale dont la statistique est donné par l'équation (2-7). Les symboles plus, croix et carrés correspondent aux valeurs expérimentales.

### I. 3. Propriétés spatiales du système

A ce stade, nous avons démontré que l'efficacité de conversion maximale atteinte au centre s'obtient préférentiellement avec un faisceau de pompe gaussien. Nous nous intéressons dans cette section aux propriétés spatiales du système en imagerie cohérente et incohérente donc au champ de vue, à la réponse impulsionnelle et à la résolution du système.

#### I. 3. 1. Champ de vue

La première propriété spatiale à laquelle nous nous intéressons est le champ de vue du système d'imagerie.

Il est nécessaire de rappeler que les dimensions du cristal vont limiter une première fois le champ de vue. Avec notre cristal de 20 mm de longueur et de 1 mm d'épaisseur dans la direction  $y$ , le champ de vue est de 50 mrad ce qui correspond à une taille de champ dans le plan objet de la lentille  $L_1$  de 5 mm (Cf. figure 2-1).

Pour évaluer numériquement et expérimentalement le champ de vue (ou FOV), nous choisissons un champ signal uniforme en amplitude et en phase en entrée du système d'imagerie. Nous mesurons l'intensité du champ converti dans le plan image du système et nous obtenons avec une puissance crête de pompe de 650 W les images de la figure 2-17 (b-f). Une estimation du champ de vue peut être obtenue en mesurant la largeur à mi-hauteur des images converties. Nous choisissons une définition plus générale, donnée par l'expression :

$$\text{FOV} = \frac{2}{Gf_1} \sqrt{\frac{1}{\pi} \iint \frac{\eta(x,y)}{\max(\eta(x,y))} dx dy} \quad (2-9)$$

avec  $\eta(x,y)$  l'efficacité de conversion locale dans le plan image et  $G$  le grandissement du système (nous estimons le champ de vue dans le plan objet du signal). Cette définition est plus pertinente que la mesure à mi-hauteur lorsque le champ de vue n'est pas uniforme ce qui est le cas dans notre configuration.

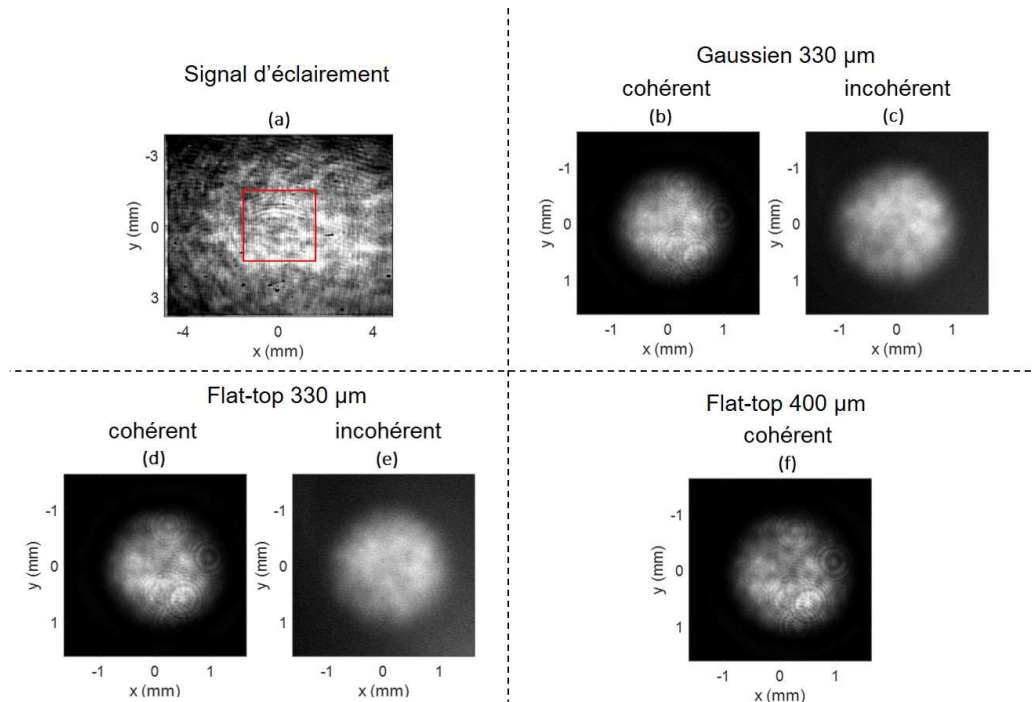


Figure 2-17 : (a) Image uniforme en entrée de système capturée avec une caméra InGaAs. Le rectangle rouge délimite la taille de champ théorique ( $1,5 \times 1,5 \text{ mm}^2$ ). (b-f) Même image convertie et capturée dans le plan image avec une caméra CMOS. (b, c) avec un faisceau de pompe gaussien de  $330 \text{ }\mu\text{m}$  de rayon ; (d, e) *flat-top* de  $330 \text{ }\mu\text{m}$  de rayon ; (f) *flat-top* de  $400 \text{ }\mu\text{m}$  de rayon. (b, d, f) en imagerie cohérente ; (c, e) en imagerie incohérente.

Le champ de vue est une conséquence directe de l'accord de phase non colinéaire de la conversion. Nos simulations révèlent que la puissance de pompe, le profil du faisceau de pompe utilisé, ou la cohérence du signal modifie au maximum de 3 % la valeur finale du champ de vue (au moins jusqu'à 3 kW de puissance crête). Le champ de vue estimé numériquement est de 31 mrad, comparé à la valeur expérimentale de 29 mrad.

L'évaluation du champ de vue se restreint à l'analyse de la conversion d'images uniformes. Pour une analyse complète des performances en imagerie, il est nécessaire d'analyser les performances pour des images spatialement plus complexes.

### I. 3. 1. Fonction transfert de modulation

Pour aller plus loin, nous étudions la réponse en fréquence (spatiale) de notre système. Nous négligeons dans la suite toutes les aberrations et nous supposons que notre système d'imagerie est en limite de diffraction. Dans ce cas nous pouvons complètement le caractériser par sa fonction de transfert de modulation (FTM) introduite au chapitre 1. Il est important de noter que cette affirmation est valide dans la mesure où le système est linéaire et invariant par translation. Nous ignorons le fait que ces propriétés puissent ne plus être vérifiées à haute puissance de pompe.

Le principe de la méthode utilisée pour mesurer la FTM a été décrit à la section 1:I.2.3. Les lignes d'intensités sinusoïdales sont générées avec le montage déjà présenté en figure 2-1. En pratique, la transmission de la mire que nous éclairons (USAF-1951) ne varie pas sinusoïdalement et a une extension spatiale finie comme il est possible de le constater en figure 2-18. Il faudrait tenir compte des fréquences

supplémentaires qui composent ces lignes. Les composantes associées à ces fréquences sont supposées suffisamment faibles, de sorte que nous ignorerons ces défauts.

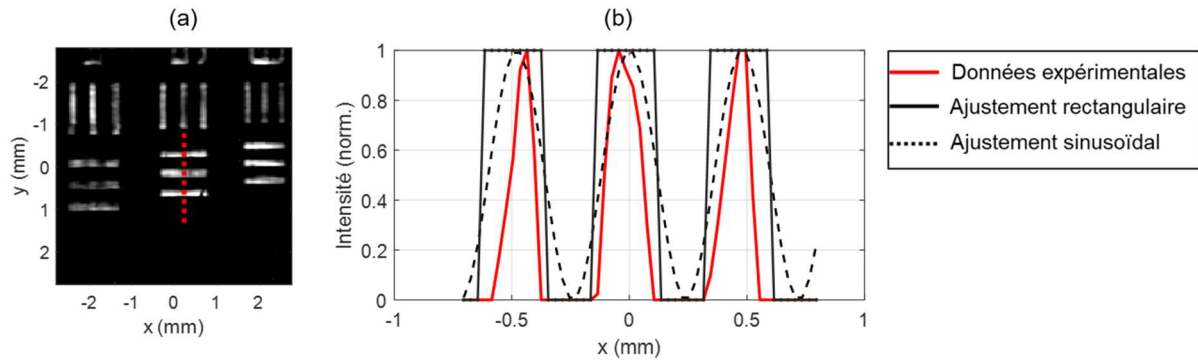


Figure 2-18 : (a) Intensité directement en sortie de la mire de résolution. (b) Intensité selon la droite en pointillés représentée en (a).

Nous nous intéresserons à la conversion d'images de orientées selon les directions  $x$  et  $y$  qui correspondent respectivement aux directions où le cristal est le plus épais (1,5 mm) et le plus fin (1 mm). Nous fixons la puissance crête de pompe à 650 W afin d'obtenir des images cohérentes et incohérentes avec suffisamment de puissance. Des exemples de figures de lignes converties avec les trois faisceaux de pompe sont présentés en figure 2-19. Les lignes sont résolues avec différents niveaux de contraste. En particulier, en figure 2-19 (e, g), le système n'est pas capable de résoudre les lignes ; le contraste est considéré comme nul. En pratique l'éclairement de la mire n'est pas parfaitement uniforme impliquant que les lignes converties ne le sont pas non plus. Pour une fréquence spatiale donnée, nous mesurons le contraste en différent points afin de calculer une moyenne et une incertitude de mesure. Les résultats expérimentaux en imagerie cohérente et incohérente sont présentés en figure 2-20 accompagnés des barres d'erreurs. Les courbes théoriques dans le cas cohérent sont calculées à partir de notre modèle présenté au chapitre 1 et prennent en compte les effets de l'utilisation d'un laser de pompe multimode longitudinal.

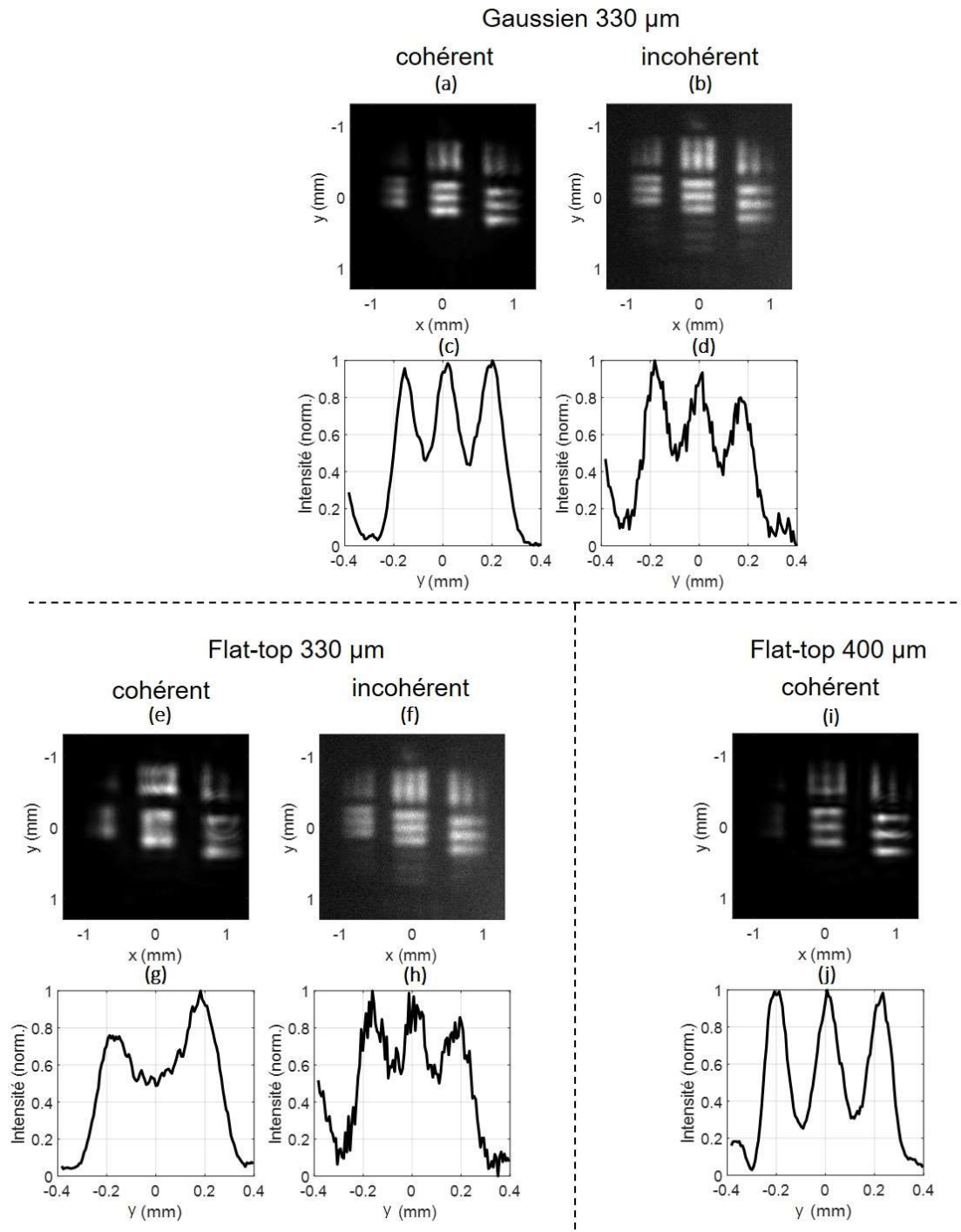


Figure 2-19 : (a, b, e, f, i) Images converties d'une mire USAF 1951 où la fréquence spatiale des lignes au centre est  $\nu_y = 2,58 \text{ mm}^{-1}$ . Ces images ont été obtenues avec les faisceaux de pompe gaussien et *flat-top* en imagerie cohérente (a, e, i) et incohérente (b, f). Exemples de coupes transverses (c, d, g, h, j) des lignes aux centres des images.

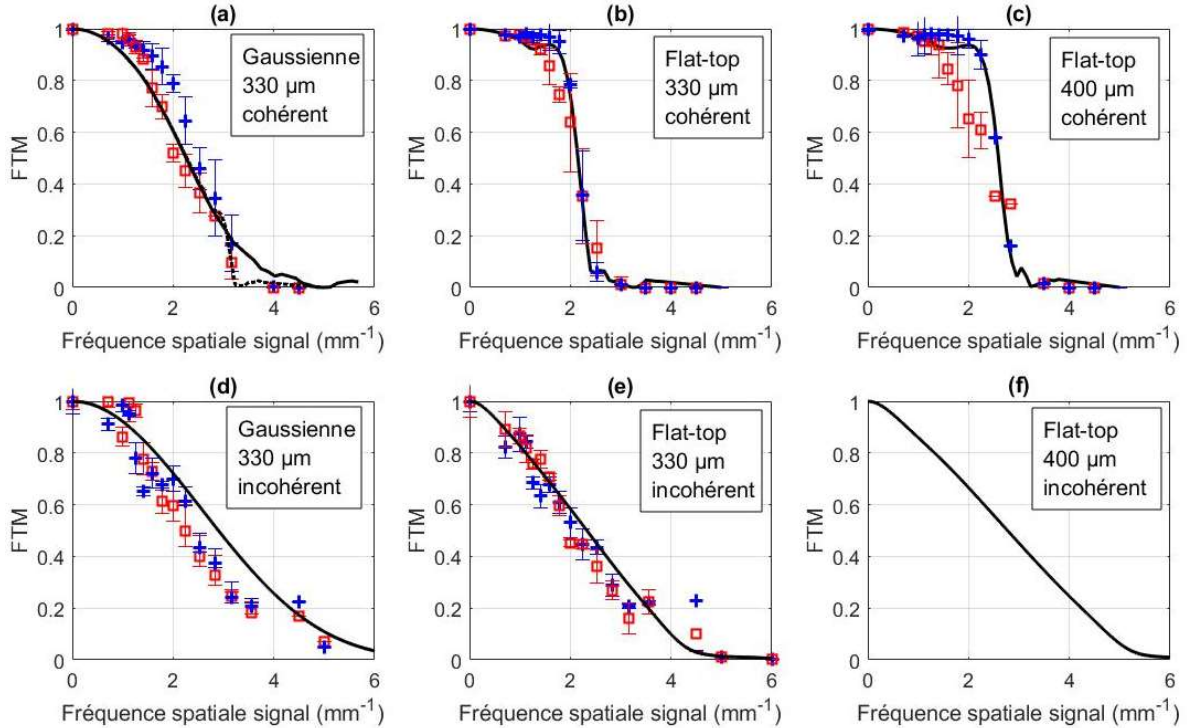


Figure 2-20 : (a-c) FTM cohérentes  $|H_c(v)|$  et (d-f) incohérentes  $H_i(v)$  obtenues avec 650 W de puissance crête de pompe. Les croix bleues et les carrés rouges correspondent aux valeurs expérimentales respectivement dans la direction horizontale  $x$  et verticale  $y$ . (a) la courbe en trait plein et la courbe en pointillés correspondent aux résultats simulés obtenus respectivement dans la direction  $x$  et la direction  $y$ . (b-f) les courbes en traits pleins correspondent aux résultats simulés obtenus dans les deux directions. (a, d) FTM pour la pompe gaussienne de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, (b, e) FTM pour la pompe *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et (c, f) FTM pour la pompe *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

En imagerie cohérente, nous confirmons expérimentalement que la fonction de transfert est très proche du profil spatial de pompe alors que le cristal n'est pas infiniment fin (Cf. équation (1-62)). Cependant, nous avons noté précédemment que les bords des faisceaux *flat-top* diffractent rapidement ce qui peut expliquer que les FTM ne sont pas parfaitement uniformes mais décroissent au bord du faisceau. Nous notons une légère déviation des résultats expérimentaux avec les résultats simulés dans le cas du faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon à partir de la fréquence spatiale de  $v_x = 1,5 \text{ mm}^{-1}$  dans la direction  $x$ . Cette fréquence spatiale correspond à une position radiale dans le cristal de  $\lambda_s f_1 v_x \sim 272 \mu\text{m}$ . Il est difficile de faire un lien avec un défaut du faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon mis en forme (figure 2-13 (c)). Nous justifions plutôt cette déviation par une erreur d'alignement car dans cette direction le cristal est le plus fin donc l'alignement est le plus sensible.

Nous pouvons conclure qu'un faisceau *flat-top* en imagerie cohérente permet de convertir uniformément les plus basses fréquences spatiales du signal tandis qu'un faisceau gaussien permet de convertir de plus hautes fréquences spatiales mais avec un moins bon contraste. Ce résultat est suggéré par le très bon accord entre les résultats expérimentaux et simulés.

En imagerie incohérente, la FTM théorique est calculée à partir du produit d'auto-convolution normalisé de la fonction transfert. Le bon accord entre l'expérience et la théorie nous conforte dans l'idée que cette approche est valide et que le système est en limite de diffraction. Nous pouvons alors faire les observations suivantes.

Le produit d'auto-convolution d'une fonction gaussienne, qui s'apparente à la fonction de transfert obtenue avec le faisceau de pompe gaussien, est une fonction gaussienne dont la largeur est multipliée par un facteur  $\sqrt{2}$ . Deuxièmement, le support de la FTM incohérente est plus grand que le support de la fonction de transfert cohérente. Cela signifie qu'il existe des situations pour lesquelles le contraste en imagerie cohérente est nul mais non nul en imagerie incohérente. Plus particulièrement, le produit d'auto-convolution d'une fonction créneau, qui s'apparente aux fonctions de transfert obtenues avec les faisceaux de pompes *flat-top*, est une fonction triangulaire dont la base a été multipliée par 2. Cela signifie en pratique, que des fréquences spatiales non résolues en imagerie cohérente, sont résolues en imagerie incohérente. Ce résultat est mis en évidence par les images converties en figure 2-19 (e-h).

Les descriptions des profils de FTM présentés sur la figure 2-20, qui viennent d'être dressées sont simplificatrices. Par exemple, la FTM cohérente dans le cas d'un faisceau de pompe gaussien n'est pas strictement équivalente à une fonction gaussienne. Nous constatons numériquement que cette approximation devient d'autant plus inexacte que la puissance de pompe augmente comme nous l'illustrons en figure 2-21. En régime de faible conversion (1 mW), la FTM présente un profil très similaire à un profil gaussien. À mesure que la puissance de pompe augmente, le contraste obtenu aux fréquences spatiales les plus basses augmente (1 kW) jusqu'à saturer à l'unité (3 kW). Si la puissance de pompe continue d'augmenter (> 3 kW), le contraste commence à diminuer pour les fréquences spatiales basses tout en continuant d'augmenter pour les fréquences plus élevées.

Ces observations se comprennent bien en considérant le phénomène de rétro-conversion. Les coordonnées au centre du cristal dans le plan de Fourier de l'image sont  $(u, v) = (\lambda_s f_1/x, \lambda_s f_1/y) = (\lambda_c f_2/x, \lambda_c f_2/y)$ . Cela signifie que les fréquences spatiales ont des positions séparées dans le cristal. La puissance de pompe vue par chacune de ces fréquences est différente. En augmentant la puissance de pompe, la fréquence spatiale nulle au centre du cristal verra une puissance de pompe plus importante par rapport aux fréquences plus élevées, c'est-à-dire celles plus éloignées de l'axe optique. Les photons codant pour la fréquence nulle se retroconvertissent avant ceux qui codent les fréquences plus élevées. Le contraste se retrouve donc amélioré aux fréquences spatiales plus hautes. Toujours en augmentant la puissance, les photons codant pour les fréquences non nulles se retroconvertissent à leur tour et le contraste dans le plan image diminue.

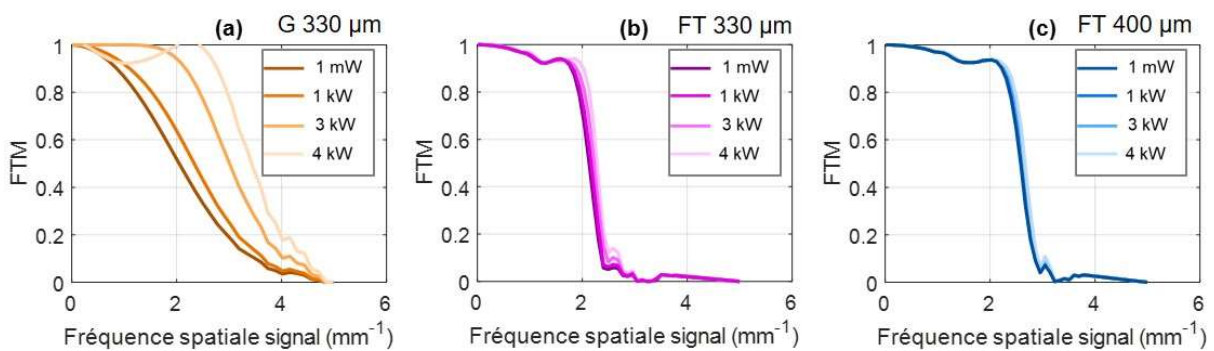


Figure 2-21 : FTMs cohérentes obtenues numériquement pour différentes puissances de pompes. (a) faisceau gaussien (G) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et dans la direction  $x$ . (b) faisceau *flat-top* (FT) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. (c) faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Finalement, un faisceau de pompe *flat-top* permet en imagerie cohérente d'obtenir un contraste plus uniforme en fonction des fréquences spatiales du signal. Le contraste est aussi plus stable lorsque nous



augmentons la puissance de pompe en comparaison de l'utilisation d'un faisceau gaussien. En imagerie incohérente, il est difficile de dire quel scénario est le plus favorable. Nous introduisons donc une grandeur qui prend en compte le comportement global de la FTM : la résolution.

### I. 3. 2. Résolution

Pour rappel, il existe de nombreuses définitions de la résolution qui ont toutes pour objectifs d'estimer la taille du plus petit élément spatial pouvant être observé par l'imageur. Nous choisissons une définition qui prend en compte la forme globale de la fonction de transfert permettant de révéler les différences entre l'utilisation d'un faisceau gaussien ou *flat-top*. En utilisant la normalisation de la fonction transfert,  $H(0) = 1$ , nous définissons la fréquence limite par :

$$v_{lim} = \int_0^{+\infty} H(v) dv \quad (2-10)$$

La résolution se calcule par  $d = \frac{1}{2 v_{lim}}$ . A partir des données expérimentales que nous interpolons par des fonctions *spline* avec un pas de  $0,1 \text{ mm}^{-1}$ , nous calculons l'intégrale par la méthode des trapèzes et nous obtenons des résolutions comprises entre  $230 \text{ }\mu\text{m}$  et  $190 \text{ }\mu\text{m}$ .

Les valeurs théoriques n'ont pas été calculées directement à partir des FTM en figure 2-20. Pour rappel, celles-ci prennent en compte les effets multimodaux de la pompe décrits à la section I. 1. 3. de ce chapitre. Nous calculons  $\langle d_i(\bar{P}) \rangle$  à partir de l'équation (2-8) avec  $i = x, y$ ,  $\bar{P} = 650 \text{ W}$  (valeur expérimentale) et  $P_{lim} = 9 \text{ kW}$ . Les résultats expérimentaux résumés sur la figure 2-22 (c) sont en accord avec les valeurs calculées en imagerie cohérente. Les déviations observées dans la direction  $x$  sont attribuées à un problème d'alignement, comme cela a déjà été mentionné. Dans le cas incohérent, en figure 2-22 (d), l'écart entre l'expérience et la théorie est plus grand mais reste acceptable dans la mesure où l'expérience est très sensible aux défauts d'alignements. Nous observons une erreur systématique qui préserve tout de même les comportements relatifs entre les résolutions mesurées avec un faisceau de pompe gaussien et *flat-top*.

En imagerie cohérente, nous avons pu obtenir une meilleure résolution avec l'utilisation d'un faisceau de pompe *flat-top* à  $650 \text{ W}$  de puissance crête. La résolution est améliorée de vingt pour cent par rapport au faisceau gaussien, dans la direction  $x$  où le faisceau est légèrement diffracté par les bordures du cristal (Cf. figure 2-4). Le calcul de la résolution en fonction de la puissance crête de pompe met en évidence le fait que cette amélioration n'est pas constante comme il est possible de le constater en figure 2-22 (a). Dans tous les cas, la résolution est meilleure en augmentant la puissance de pompe. Cette évolution est relativement plus importante dans le cas gaussien. Cela fait suite à la remarque faite en fin de section précédente. Cependant, la résolution est toujours meilleure avec un faisceau *flat-top*, au moins jusqu'à la puissance crête maximale de  $3 \text{ kW}$ .

A partir du calcul de la FTM nous pouvons affirmer que la résolution en imagerie incohérente sera théoriquement toujours meilleure que la résolution en imagerie cohérente, à profil de pompe fixé et à puissance crête fixée. En particulier, nous retrouvons le facteur multiplicatif  $\sqrt{2}$  dans le cas gaussien à basse puissance qui a déjà été noté par exemple dans [91]. Cependant les conclusions diffèrent par rapport au cas cohérent quand nous comparons les résultats obtenus avec un faisceau gaussien et *flat-top*. La résolution obtenue dans la direction  $x$  avec le faisceau *flat-top* de  $400 \text{ }\mu\text{m}$  de rayon est très similaire à celle calculée avec le faisceau gaussien de  $330 \text{ }\mu\text{m}$  de rayon. Nous notons que le faisceau gaussien dans cette direction permet d'obtenir une meilleure résolution à partir de  $800 \text{ W}$  de puissance

crête. Les avantages apportés ne justifient pas la complexité supplémentaire induite par l'utilisation d'un faisceau *flat-top* en imagerie incohérente.

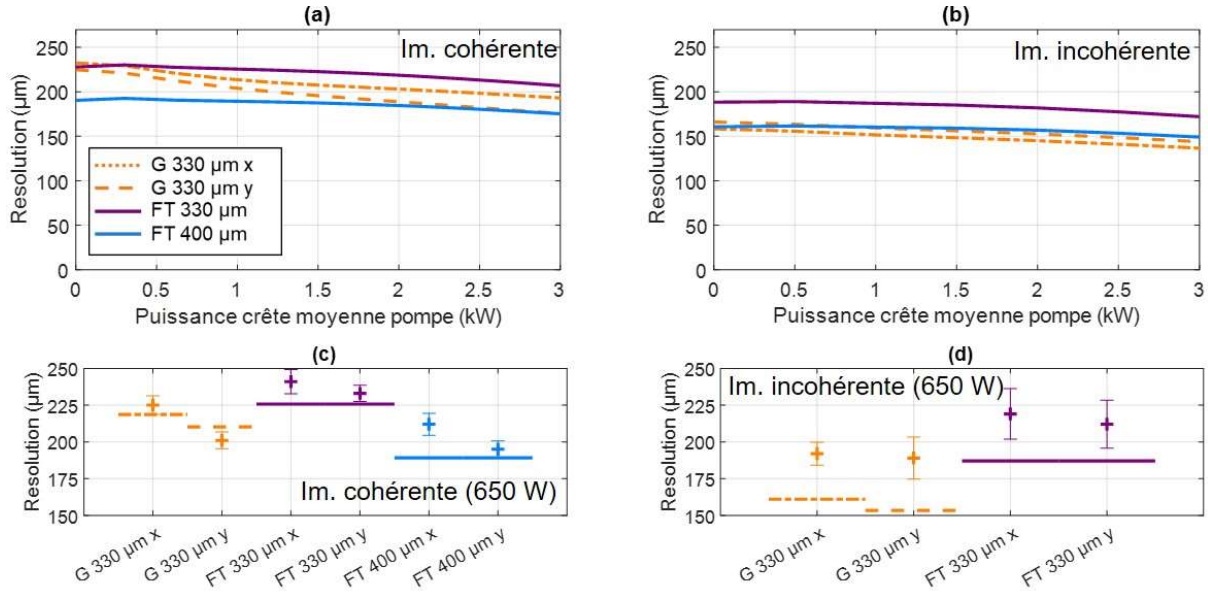


Figure 2-22 : Résolution (a) cohérente et (b) incohérente simulée en fonction de la puissance crête de pompe. Résultats expérimentaux en imagerie (c) cohérente et (d) incohérente représentés par les symboles plus. Les courbes en traits pleins correspondent aux résultats simulés pour les faisceaux *flat-top* (FT) et les courbes mixtes et interrompues correspondent aux résultats simulés pour le faisceau gaussien (G) dans les directions *x* et *y*. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien de 330 µm de rayon, au faisceau *flat-top* de 330 µm de rayon et au faisceau *flat-top* de 400 µm de rayon.

Le calcul de la résolution a permis de révéler l'intérêt de l'utilisation d'un faisceau de pompe *flat-top*. Il permet en imagerie cohérente d'obtenir une meilleure résolution et permet en imagerie incohérente d'obtenir au moins des performances similaires. Dans la section suivante, nous revenons sur la définition du nombre d'éléments résolus, nommé nombre de modes, dans le but de synthétiser les performances de l'imager.

#### I. 4. Nombres de modes standard et effectif

Dans cette section, nous présentons deux grandeurs représentant le nombre de modes spatiaux convertis, afin de tirer des conclusions sur les performances globales du système d'imagerie. La comparaison entre un faisceau de pompe gaussien ou *flat-top* sera ainsi facilitée.

Nous définissons un nombre de modes dit standard par l'équation :

$$N_1^{FTM} = \frac{1}{d_x d_y} \iint \frac{\eta(x, y)}{\max(\eta(x, y))} dx dy \quad (2-11)$$

Cette expression décrit le ratio entre la taille de champ (en terme de surface), donnée par la double intégrale, et celle du plus petit élément résolu  $d_x d_y$ , toutes deux définies dans le plan objet du signal. En d'autres termes, nous estimons la quantité d'information maximale pouvant être contenue dans une image convertie.

En imagerie cohérente, les résultats numériques présentés en figure 2-23 (a) démontrent que l'utilisation d'un faisceau de pompe *flat-top* de 400 µm permet de convertir plus de modes standard pour



des puissances crête inférieures à 1,6 kW. Expérimentalement nous confirmons ce résultat (figure 2-23 (c)) à 650 W. Nous avons converti 170 modes avec le faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon contre 156 avec le faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, correspondant à une augmentation de dix pour cent. Nous nous attendions théoriquement à convertir 245 modes contre 178, soit une augmentation de 40 pour cent. La différence observée est attribuée à une erreur d'alignement qui défavorise particulièrement le cas du faisceau *flat-top*.

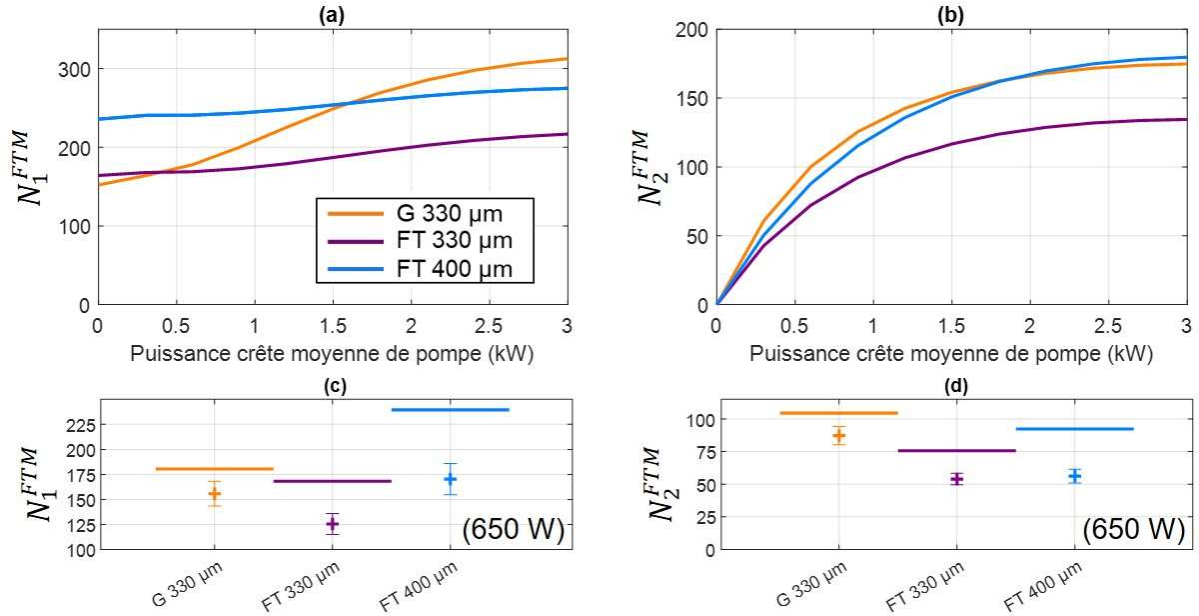


Figure 2-23 : Nombre de modes standard  $N_1^{FTM}$  (a) et effectif  $N_2^{FTM}$  (b) en fonction de la puissance crête de pompe, en imagerie cohérente. Les symboles plus en (c, d) correspondent aux résultats expérimentaux à 650 W de puissance crête. Les courbes en traits pleins correspondent aux résultats simulés. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Ce système d'imagerie a la particularité d'avoir une transmission potentiellement faible en comparaison aux optiques habituelles car elle est gouvernée par l'efficacité de conversion. Nous introduisons donc un nombre de modes dit effectif qui permet de prendre en compte cet aspect et est donné par :

$$N_2^{FTM} = \frac{1}{d_x d_y} \iint \eta(x, y) dx dy = \max(\eta(x, y)) N_1^{FTM} \quad (2-12)$$

avec  $\max(\eta(x, y))$  l'efficacité de conversion maximale. Cette quantité permet de quantifier l'efficacité du système à transmettre l'information spatiale. Elle est donc pertinente pour des applications de détection de signaux de faible puissance.

En imagerie cohérente, nous montrons numériquement en figure 2-23 (b) que les deux types de profils donnent des performances similaires avec un léger avantage en faveur du faisceau gaussien jusqu'à 2 kW de puissance crête. Nous vérifions expérimentalement cette conclusion à 650 W. Dans tous les cas, ce nombre de modes augmente avec la puissance crête en dépit du fait que nous puissions être en régime de rétroconversion. Cela signifie que même si le nombre de photons convertis diminue dans ce régime, l'augmentation de la résolution est telle, que la sensibilité spatiale continue d'augmenter.

Nous calculons aussi ces quantités en imagerie incohérente. Pour rappel, nous avons vu que la cohérence du signal modifie la résolution du système mais pas la taille de champ. Nous supposons aussi que la cohérence du signal n’influe pas sur l’efficacité de conversion maximale qui ne dépend que de l’accord de phase. Les résultats numériques et expérimentaux sont dans ce cas résumés en figure 2-24. Nous pouvons directement conclure sur l’intérêt plus marqué de l’utilisation d’un faisceau de pompe gaussien. De plus nous observons que le nombre de modes convertis en imagerie incohérente est nettement supérieur par rapport au cas cohérent.

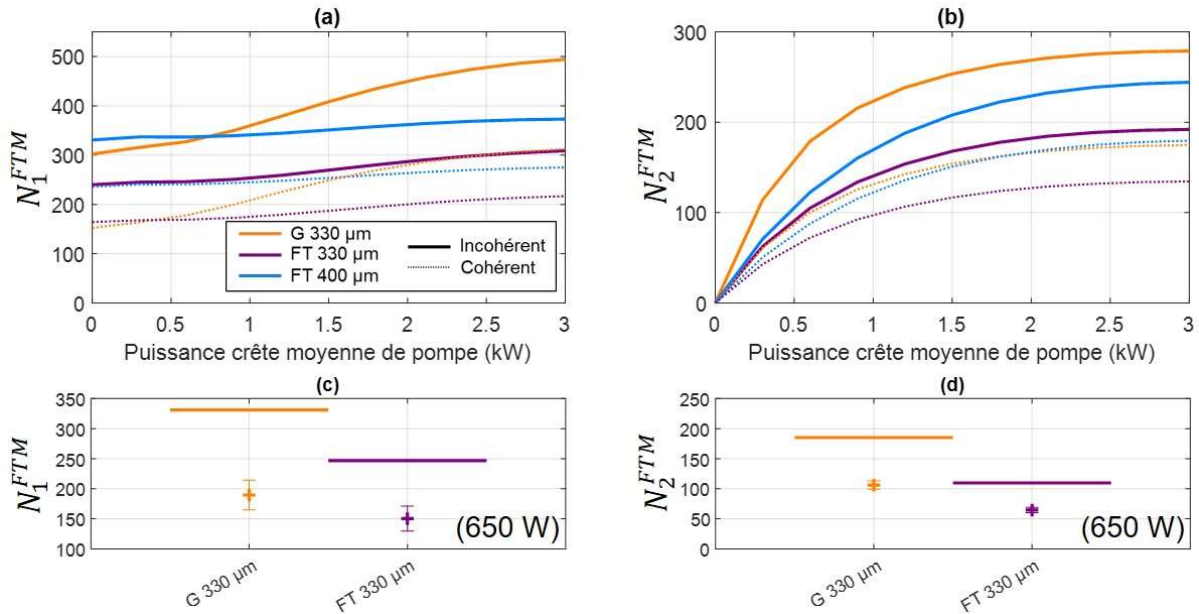


Figure 2-24 : Nombre de modes standard  $N_1^{FTM}$  (a) et effectif  $N_2^{FTM}$  (b) en fonction de la puissance crête moyenne de pompe, en imagerie cohérente et incohérente. Les symboles plus en (c, d) correspondent aux résultats expérimentaux à 650 W de puissance crête. Les courbes en traits pleins correspondent aux résultats simulés. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien (G) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* (FT) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Finalement, nous avons démontré au travers de l’évaluation des nombres de modes standard et effectif, l’intérêt d’un faisceau de pompe *flat-top*. En imagerie cohérente, l’utilisation de ce type de faisceau permet de convertir plus de modes spatiaux en absolu, par rapport à un faisceau de pompe gaussien, avant 1,5 kW de puissance crête. Ce résultat, qui a été démontré dans un contexte précis, pourrait sûrement être généralisé à d’autres architectures d’imageurs à somme de fréquences. Par ailleurs, la sensibilité de détection vis-à-vis de l’information spatiale, quantifiée par le nombre de modes effectif, est la même que ce soit avec un faisceau gaussien ou *flat-top*. La complexité ajoutée au système par l’utilisation d’un faisceau de pompe *flat-top* n’est donc pas justifiée dans le cas où la sensibilité de détection n’est pas déterminante, d’autant plus que le faisceau gaussien est plus adapté à la détection d’images incohérentes. Davantage de résultats expérimentaux seraient nécessaires pour consolider ces conclusions, notamment dans le cas incohérent pour lequel les déviations entre les résultats expérimentaux et simulés sont plus importantes.

Nous proposons dans la section suivante, deux autres méthodes pour estimer le nombre de modes.

## II. Autres méthodes pour estimer le nombre de modes convertis

La méthode précédente nous a permis de conclure quant à l'intérêt apporté par un faisceau de pompe *flat-top* par rapport à un faisceau gaussien. Les grandeurs caractéristiques proposées ne sont pas arbitraires mais leur pertinence pourrait être discutée. Afin de consolider notre étude, nous calculons le nombre de Schmidt du système d'imagerie. Cette méthode, entièrement numérique, nous permet d'avoir accès à l'information des champs en amplitude et en phase et ainsi de dresser une conclusion plus fondamentale.

De plus, la méthode basée sur la mesure de la FTM s'avère laborieuse en pratique. Elle requiert du temps, en plus de nécessiter l'utilisation d'une mire de résolution translatable. Cette méthode n'est donc pas adaptée à un environnement réel où la rapidité peut être exigée et où l'utilisation de mires de résolutions peut-être limitée. Nous proposons dans une deuxième partie un nouveau moyen expérimental pour estimer le nombre de modes convertis standard en imagerie cohérente. Cette nouvelle méthode se base sur la conversion de *speckles*.

### II. 1. Nombre de Schmidt du système d'imagerie

Tous les résultats numériques sont issus du calcul de la décomposition en valeurs singulières (*SVD*) de la matrice de transfert présenté à la section 1:II.2.2 du chapitre 1. Tous les paramètres permettant le calcul de la matrice sont adaptés pour chaque configuration.

#### II. 1. 1. Modes singuliers et valeurs singulières du système

Nous présentons en figure 2-25 le profil d'amplitude des 10 premiers modes singuliers du signal, obtenu avec les deux différents faisceaux de pompe étudiés, gaussien et *flat-top* et en faible régime de pompage. L'enveloppe des modes obtenue avec les faisceaux de pompe gaussien et *flat-top* diffère peu. Nous notons toutefois que le rayon du mode fondamental est plus grand avec un faisceau de pompe *flat-top*. Dans le cas du faisceau de pompe gaussien, le *waist*  $w_0$  du mode fondamental, assimilable à un faisceau gaussien, est de 64  $\mu\text{m}$  contre 120  $\mu\text{m}$  avec le faisceau de pompe *flat-top*. Dans le cas du faisceau de pompe *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon, les enveloppes des modes sont équivalentes à celles obtenues avec le faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. Par conséquent nous ne les représentons pas.

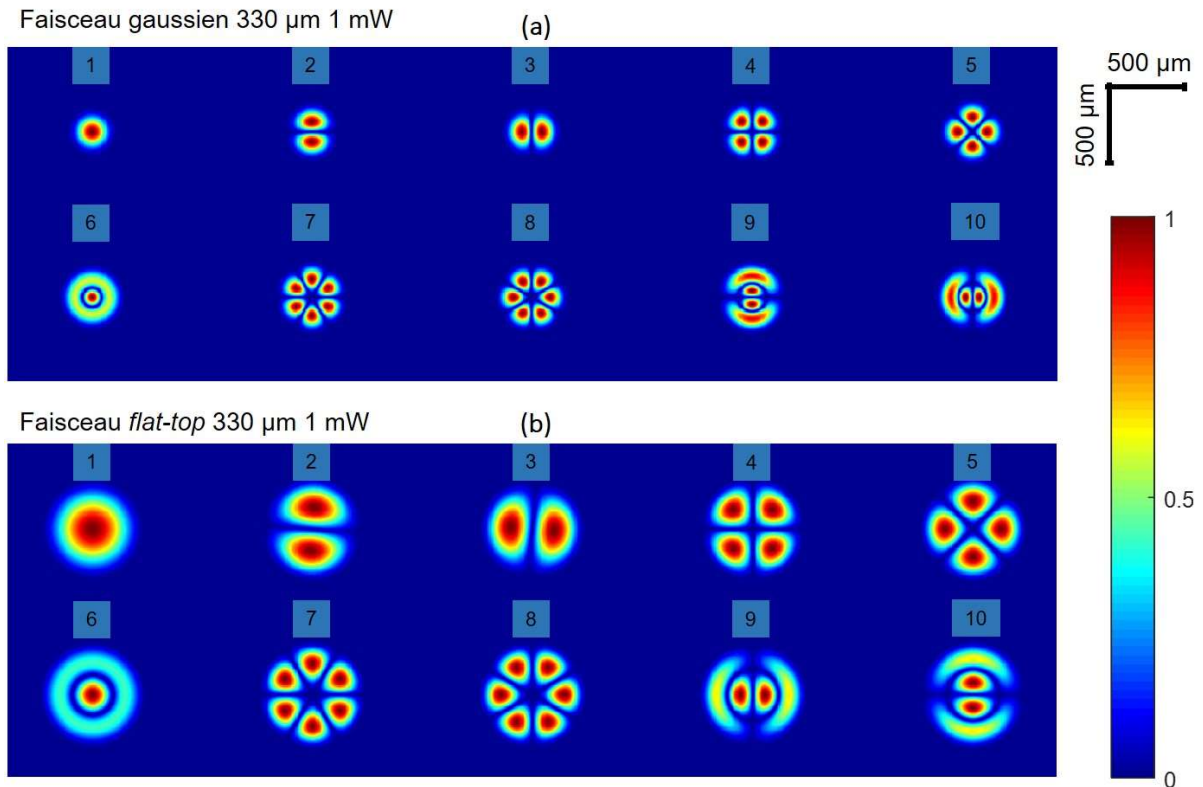


Figure 2-25 : Intensité transverse des dix premiers modes singuliers du signal. (a) le faisceau de pompe est gaussien et (b) le faisceau est *flat-top*. Tous deux sont de 330 μm de rayon et de 1 mW de puissance.

Il est intéressant de constater que les enveloppes des modes, pour les faisceaux de pompe gaussien et *flat-top*, évoluent différemment en fonction de la puissance. Par souci de lisibilité, nous illustrons cette évolution en figure 2-26 en nous limitant au mode fondamental.

Nous constatons, avec le faisceau de pompe gaussien, que l'évolution du mode est continue. Dans un premier temps, avant 1,4 kW de puissance de pompe, le rayon du mode augmente. Puis, à partir de cette valeur de puissance, l'intensité au centre commence à diminuer mais le mode continue à s'étendre. Le mode tend à prendre une forme de *donut*. Cette puissance correspond au régime de rétroconversion défini plus tôt dans ce chapitre. Dans ce contexte, nous appellerons régime de rétroconversion, le régime de puissance de pompe pour lequel l'intensité au centre du mode fondamental commence à diminuer. Notons que la phase est toujours uniforme. Ces effets sont observables sur l'ensemble des modes singuliers. Cela est en accord avec l'observation faite concernant l'évolution de la FTM en fonction de la puissance de pompe.

Dans le cas des faisceaux de pompe *flat-top*, la variation du profil du mode fondamental en fonction de la puissance de pompe se fait de manière abrupte lorsque la rétroconversion s'initie. Le mode est similaire à un profil gaussien à faible puissance de pompe. Juste avant le régime de rétroconversion, le mode gaussien devient hyper-gaussien. Toujours en augmentant la puissance, le mode prend soudainement une forme comparable au *donut* précédemment mentionné. Cela est cohérent avec la stabilité observée de la FTM.

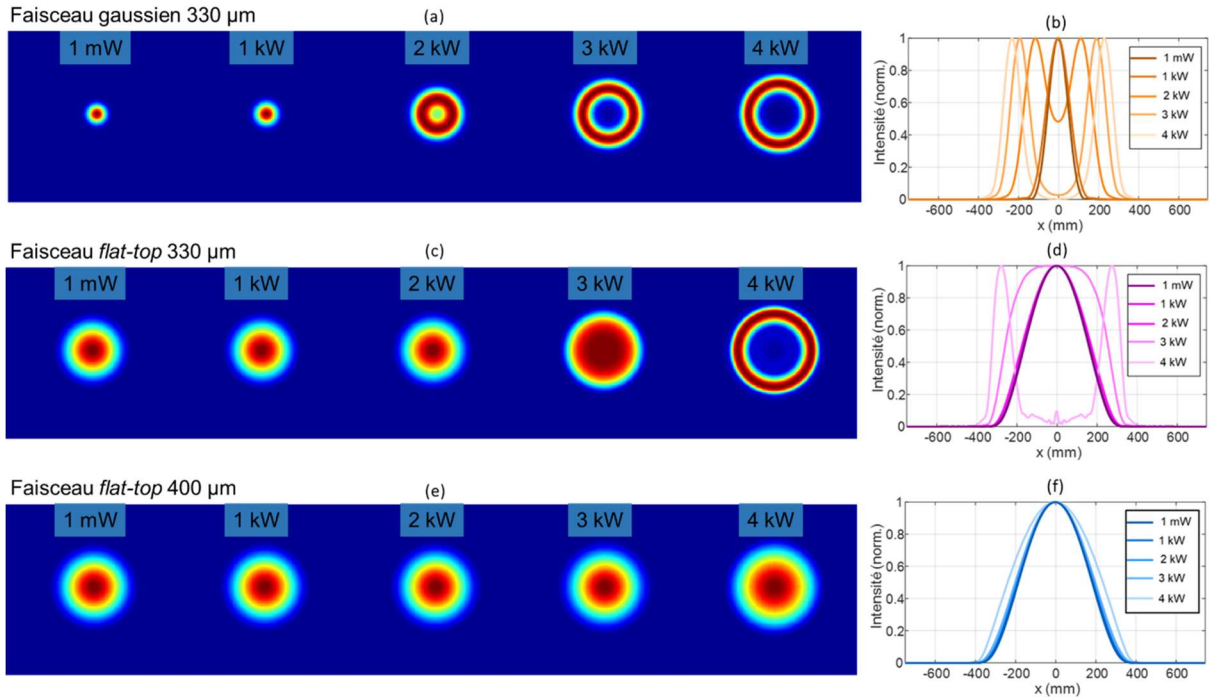


Figure 2-26 : (a, b, c) Evolution de l’amplitude transverse du mode fondamental signal pour différentes puissances de pompe. (b, d, f) coupes des profils d’amplitudes. (a, b) faisceau de pompe gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. (c, d) faisceau de pompe *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. (e, f) faisceau de pompe *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

La discussion du profil des modes n’est pas pertinente si elle est faite sans considérer les énergies des modes associés. L’énergie d’un mode est donnée par le carré de la valeur singulière,  $\sigma_k^2$ . Afin de garder une cohérence avec les sections précédentes, nous parlons spécifiquement d’efficacité de conversion  $\eta_k$ , calculée par :

$$\eta_k = \frac{\lambda_c}{\lambda_s} \sigma_k^2 \quad (2-13)$$

Dans toute la suite, le terme de spectre est utilisé pour décrire l’ensemble  $\{\eta_k\}_k$ .

Nous calculons ce spectre avec les trois faisceaux de pompe étudiés et avec 1 mW de puissance. Les résultats sont présentés en figure 2-27. Dans les trois cas nous observons que l’efficacité de conversion est faible ( $\ll 1\%$ ) pour l’ensemble des valeurs singulières ce qui est cohérent avec 1 mW de puissance de pompe.

De plus, nous constatons que la forme des spectres est étendue. L’efficacité de conversion est fortement atténuée à partir du 250<sup>ème</sup> mode approximativement, dans les trois cas. Nous soulignons que le nombre de modes utilisés pour décrire la matrice de transfert est suffisant pour que les valeurs du spectre convergent.

La forme du spectre diffère selon la forme du faisceau de pompe. Le spectre à un profil de type exponentielle négative dans le cas du faisceau de pompe gaussien. Le profil du spectre avec le faisceau *flat-top* est lui plus proche d’un profil gaussien. Nous retrouvons le fait que le profil *flat-top* uniformise la conversion sur l’ensemble du spectre.

Si l’efficacité de conversion pour les premiers modes singuliers est plus grande avec un faisceau gaussien, elle devient meilleure dans le cas d’une pompe *flat-top* à partir d’un certain ordre : à partir de  $\sim 30$  avec le faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et de  $\sim 50$  avec celui de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

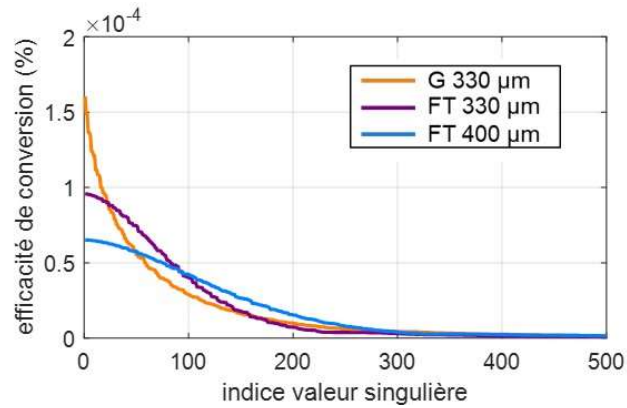


Figure 2-27 : Spectres des valeurs singulières obtenus avec 1 mW de puissance de pompe. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien (G) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* (FT) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Nous étudions en figure 2-28 l’effet de la puissance sur le spectre. L’augmentation de la puissance de pompe permet d’augmenter l’efficacité de conversion pour l’ensemble des modes singuliers.

Pour le faisceau de pompe gaussien, nous remarquons que la décroissance de l’efficacité de conversion en fonction de l’ordre des modes est moins rapide à mesure que la puissance de pompe augmente. Le profil, normalisé, est déformé.

Avec le faisceau de pompe *flat-top*, le profil ne semble pas être modifié sous l’effet de la puissance, du moins avant un certain rang, ce qui est cohérent avec l’uniformisation de la conversion.

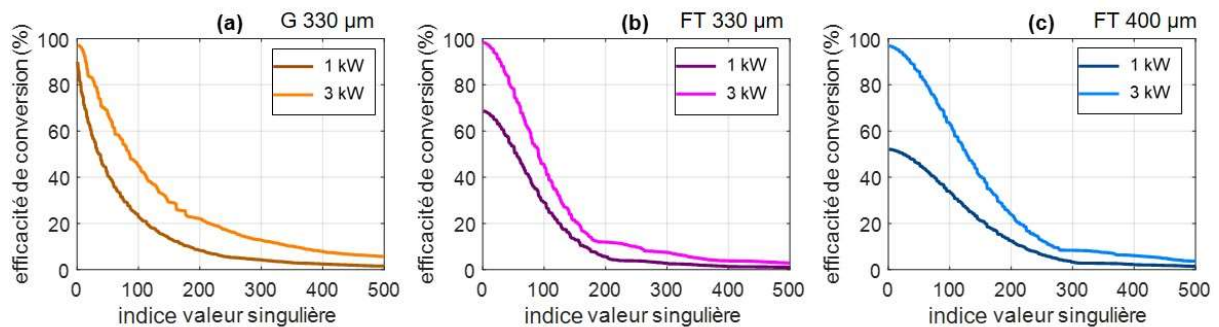


Figure 2-28 : Spectre des valeurs singulières obtenus avec 1 kW et 3 kW (courbes de couleur plus claire) de puissance de pompe. (a) faisceau gaussien (G) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. (b) faisceau *flat-top* (FT) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon. (c) faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Afin de faciliter notre compréhension, nous traçons en figure 2-29 l’évolution de l’efficacité de conversion du mode singulier fondamental. La puissance de pompe associée à l’efficacité de conversion maximale se révèle être similaire à la puissance observée lors du phénomène de rétroconversion. Dans ce régime, l’énergie qui est associée au mode fondamental, est quasi constante avec le faisceau de pompe gaussien. Dans le cas du *flat-top*, nous observons une nette décroissance de l’énergie en fonction de la puissance.



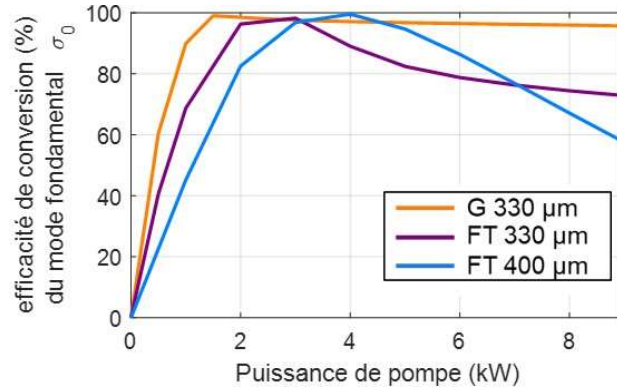


Figure 2-29 : Efficacité de conversion du mode singulier fondamental du signal, calculée en fonction de la puissance de pompe. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien (G) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* (FT) de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Ces comparaisons montrent la richesse de l'analyse en valeurs singulières. Le calcul du nombre de Schmidt permet de caractériser le système par une figure de mérite.

### II. 1. 2. Nombre de Schmidt cohérent

Pour rappel, le nombre de Schmidt  $N_1^{Sc}$  est indépendant de l'efficacité de conversion et est donné par l'expression :

$$N_1^{Sch} = \frac{(\sum_k \sigma_k^2)^2}{\sum_k \sigma_k^4} \quad (2-14)$$

Nous calculons donc  $N_1^{Sch}$  en fonction de la puissance de pompe. Dans la première partie, nous avons calculé le nombre de modes convertis avec un laser de pompe impulsionnel multimode longitudinal. Afin de pouvoir comparer, nous nous plaçons donc dans ce régime à nouveau. Nous calculons les valeurs de  $\langle N_1^{Sch}(\bar{P}) \rangle$  qui prennent en compte la statistique de la puissance de pompe décrite à l'équation (2-8). Les résultats sont rassemblés sur la figure 2-30.

Etant donné que ce nombre ne dépend que de l'enveloppe du spectre, les observations faites sur ces courbes sont en accord avec les résultats du paragraphe précédent. Le nombre de Schmidt augmente avec un faisceau de pompe gaussien et est relativement plus constant avec un faisceau de pompe *flat-top*.

Nous superposons à ces courbes le nombre de modes convertis  $\langle N_1^{FTM}(\bar{P}) \rangle$ . Les profils des courbes sont quasi identiques. Cette similarité si nette nous conforte dans l'idée que la démarche expérimentale proposée est pertinente et permet d'estimer le nombre de Schmidt du système. La conclusion concernant les performances relatives offertes par un faisceau de pompe gaussien et *flat-top* n'est donc pas modifiée. Le faisceau *flat-top* permet de convertir le plus de modes de Schmidt standards, avant 1,5 kW de puissance crête de pompe et en imagerie cohérente.

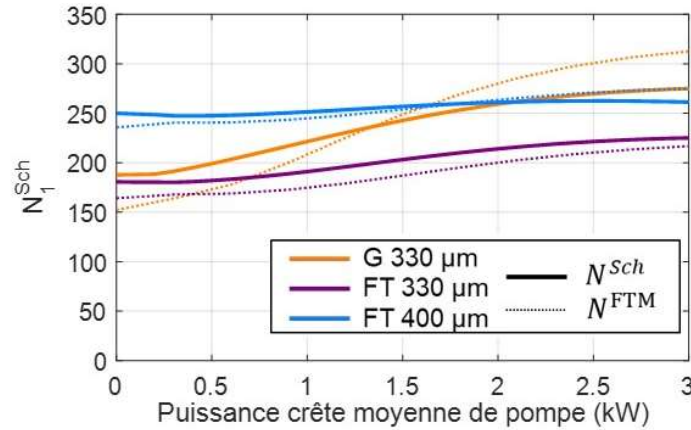


Figure 2-30 : Nombre de modes de Schmidt standards  $N_1^{Sch}$  (traits pleins) et nombre de modes standard  $N_1^{FTM}$  (traits en pointillés), en fonction de la puissance crête de pompe. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Afin de prendre en compte l'efficacité de conversion, nous proposons une définition du nombre de Schmidt dit effectif  $N_2^{Sch}$  :

$$N_2^{Sch} = \eta_0 N_1^{Sch} \quad (2-15)$$

L'idée est de considérer que l'efficacité du système peut être décrite par l'efficacité de conversion du mode fondamental. Les résultats sont représentés en figure 2-31. Le nombre de Schmidt croît dans les trois cas de manière croissante en fonction de la puissance crête de pompe. Cette observation découle des résultats décrits en figure 2-29.

Nous avons noté dans le cas du faisceau de pompe gaussien que l'efficacité de conversion  $\eta_0$  est croissante en fonction de la puissance de pompe, puis quasi constante. Le nombre de Schmidt effectif est donc croissant, au moins jusqu'à 3 kW.

Dans le cas du faisceau *flat-top*, l'efficacité de conversion augmente mais est décroissante à partir d'une certaine puissance de pompe. Cela explique qu'en moyenne, la croissance du nombre de Schmidt effectif est plus lente avec un faisceau de pompe *flat-top* alors que le nombre de Schmidt standard est plus grand avec le faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Le nombre de Schmidt effectif est donc plus grand avec le faisceau de pompe gaussien, tandis que les faisceaux *flat-top* offrent des performances équivalentes ce qui est cohérent avec les observations précédentes. Cet avantage attribué au faisceau de pompe gaussien est moins marqué avec la définition du nombre de modes effectifs  $N_2^{FTM}$  défini dans première partie de ce chapitre.



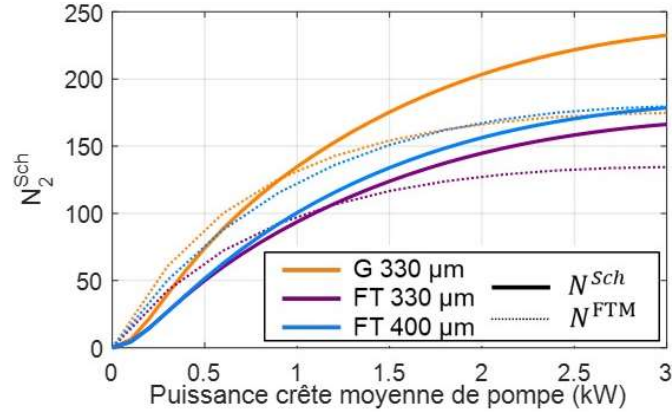


Figure 2-31 : Nombre de Schmidt effectif  $N_2^{Sch}$  (traits pleins) et nombre de modes effectif  $N_2^{FTM}$  (traits en pointillés), en fonction de la puissance crête de pompe.  $N_2^{Sch}$  est défini à l'équation (2-15). Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Nous avons montré à partir du calcul des nombres de Schmidt standard et effectif, que les conclusions faites en section I. 4. à partir des nombres de modes standard et effectif. sont toujours valides. Nous retenons la très bonne concordance avec les valeurs dites standards. Finalement, l'utilisation d'un faisceau *flat-top* a un sens pour des applications où l'efficacité de conversion n'est pas un paramètre primordial. Dans le cas contraire, l'intérêt global de l'utilisation d'un faisceau *flat-top* n'a pas été relevée et l'utilisation d'un faisceau de pompe gaussien est alors à privilégier. Par nature, la décomposition de Schmidt s'applique au cas de l'imagerie cohérente.

### II. 1. 3. Proposition du calcul du nombre de Schmidt dans le cas incohérent

Par construction, la matrice de transfert est valide pour des signaux cohérents. Les résultats de la décomposition de Schmidt obtenus à la section précédente sont donc valides en imagerie cohérente. Pour obtenir des conclusions en imagerie incohérente, cela nécessiterait le calcul de la matrice de transfert dite incohérente, qui relirait non pas les champs, d'entrée et de sortie, mais les intensités.

Par analogie avec le résultat sur les fonctions de transfert, nous proposons une expression pour le calcul du spectre incohérent  $\{\sigma_k^{i2}\}$  analogue au calcul de la FTM incohérente :

$$\sigma_k^{i2} = \frac{\sigma_k^2 * \sigma_k^2}{\sum_k \sigma_k^2} \quad (2-16)$$

avec \* le produit de convolution discret. Nous lui associons un nombre de Schmidt incohérent :

$$N_1^{Sch_i} = \frac{(\sum_k \sigma_k^{i2})^2}{\sum_k \sigma_k^{i4}} \quad (2-17)$$

Après calcul, nous comparons ce nombre de Schmidt standard incohérent avec le nombre de modes convertis standard définis en section I. 4. Nous constatons que ces deux grandeurs ne sont pas en accord. Cependant, en corrigeant le calcul de  $N_1^{Sch_i}$  par un facteur multiplicatif de  $\sim 0,85$ , les courbes de la figure 2-32 se superposent de façon très satisfaisante.

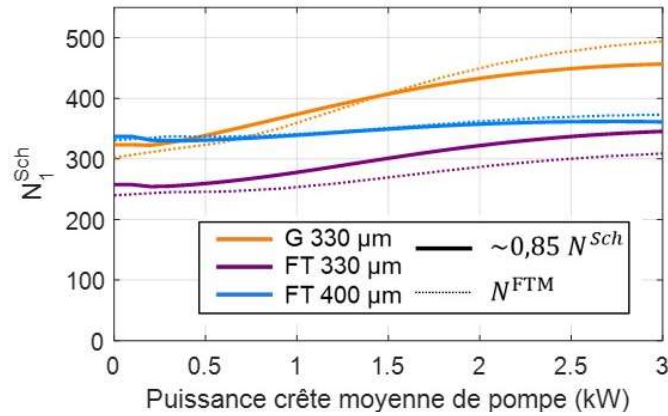


Figure 2-32 : Nombre de Schmidt standard incohérent  $N_1^{Sch}$  corrigé d'un facteur 0,85 (traits pleins) et nombre de modes standard incohérent  $N_2^{FTM}$  (traits en pointillés), en fonction de la puissance crête de pompe. Les couleurs orange, violet et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au *faisceau flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon.

Finalement, le calcul du nombre de Schmidt s'est révélé très pertinent. Cela a pu consolider les définitions des nombres de modes standards et effectifs. D'autre part, la bonne adéquation observée entre le modèle numérique et l'expérience rend cette estimation du nombre de modes pertinente.

Néanmoins, la première méthode proposée est aussi expérimentalement fastidieuse. Elle nécessite du temps et de la précision. Dans le but de simplifier cette estimation, nous proposons une nouvelle approche expérimentale construite à partir de l'analyse de la conversion de figures de *speckles*.

## II. 2. Estimation du nombre de modes standard cohérent par conversion d'un *speckle*

Il n'est pas rare, lorsque l'on travaille avec des signaux cohérents, d'observer des images dont l'intensité a un caractère granuleux, comme représenté en figure 2-33. C'est le phénomène de *speckle* (ou tavelure en français). Or ces effets sont généralement indésirables car ils empêchent de retrouver simplement l'information recherchée, comme il est possible de le constater sur l'image expérimentale en figure 2-3 (c). Par exemple il apparaît dans les fibres optiques multimodes empêchant par exemple la transmission d'images [92,93]. Ce phénomène s'observe aussi dans l'atmosphère compliquant alors les protocoles de communication [23]. L'effet de ce phénomène peut être contrôlé en connaissant parfaitement les propriétés du milieu de propagation [95,96].

Dans notre cas, ce phénomène nous est utile et plus particulièrement ses propriétés spatiales. Nous allons montrer par exemple que la mesure de la fonction d'autocorrélation de l'intensité permet de caractériser la résolution d'un système optique et enfin d'estimer le nombre de modes convertis standard.

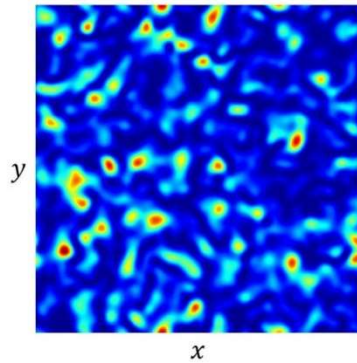


Figure 2-33 : Exemple d'un *speckle* en intensité.

## II. 2. 1. Propriétés statistiques d'un *speckle* pleinement développé

### Fonction de densité de probabilité : (statistique du premier ordre)

Nous considérons à présent la formation d'un *speckle* dû à la réflexion d'un faisceau laser sur une surface rugueuse dont les variations spatiales sont de l'ordre de la longueur d'onde, comme il est illustré en figure 2-34. Chaque point de la surface éclairée représente une source ponctuelle d'amplitude  $A_n$  et de phase  $\phi_n$  aléatoirement distribuée. L'image  $A$  dans le plan d'observation résulte de la somme de ces sources. Les propriétés spatiales de la surface vont déterminer les distributions d'amplitude et de phase du champ. Il est naturel de faire les hypothèses suivantes :

- Les distributions d'amplitudes  $A_n$  de chaque source sont statistiquement indépendantes
- Les distributions des phases  $\phi_n$  de chaque sources sont statistiquement indépendantes
- Les distributions  $A_n$  et  $\phi_n$  sont mutuellement indépendantes
- Les phases  $\phi_n$  suivent une loi uniforme sur l'intervalle  $[0, 2\pi[$

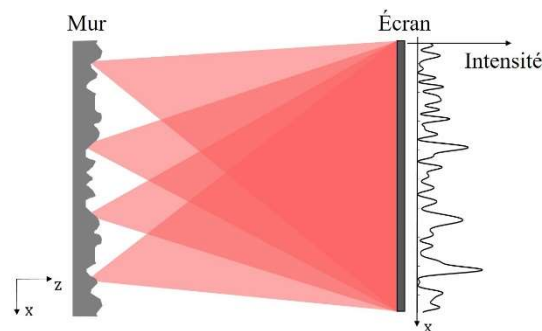


Figure 2-34 : Schématisation de la formation d'une figure de *speckle* dans le plan de l'écran lorsqu'un mur rugueux est éclairé. Seuls 4 points de la surface du mur sont représentés et seuls les rayons qui parviennent à l'écran sont représentés.

Le champ résultant est généralement gaussien. Cela signifie que les distributions de la partie réelle et de la partie imaginaire du champ suivent une loi gaussienne, ce qui se justifie en général par l'application du théorème de la limite centrale. Nous parlons aussi de *speckle* pleinement développé. De manière équivalente, la phase et l'amplitude suivent respectivement une loi uniforme (hypothèse faite au départ) et une loi de Rayleigh. Dans ce cas, la distribution de l'intensité suit une loi exponentielle

décroissante. Les fonctions de densités de probabilité de chacune de ces lois (*PDF*, de l'anglais *Probability Density Function*) sont données respectivement par les expressions :

$$\mathbb{P}_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad \mathbb{P}_A(A) = \frac{A}{\sigma_A^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma_A^2}} \quad \mathbb{P}_I(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}} \quad (2-18)$$

avec  $\sigma_A^2$  la variance de l'amplitude et avec  $\langle I \rangle$  la moyenne de l'intensité qui est égale à  $2\sigma_A^2$ . Les distributions de chacune de ces lois sont illustrées par les courbes noires en figure 2-35.

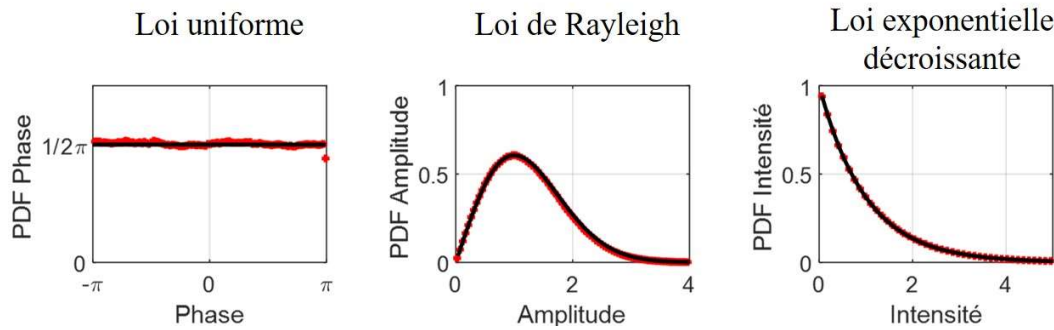


Figure 2-35 : Densités de probabilité de la phase, de l'amplitude et de l'intensité pour un *speckle* pleinement développé. Les courbes en noirs sont théoriques et les points rouges ont été calculés à partir du *speckle* en figure 2-33.

Une propriété spécifique aux *speckles* pleinement développés, est le fait que le contraste  $C$ , défini comme le rapport entre l'écart-type et la moyenne de l'intensité, est égal à l'unité. Cela signifie que les variations de l'intensité sont du même ordre que la moyenne et donc importantes.

En pratique, il existe des cas où plusieurs figures de *speckle* se superposent dans le plan d'observation. Si ces *speckles* sont indépendants et se somment en intensité, alors la distribution d'intensité suit une loi gamma d'ordre  $N$ , avec  $N$  le nombre de *speckles* indépendants. La valeur du contraste dans ce cas est  $C = 1/\sqrt{N}$ . En sommant un grand nombre de *speckles*, le contraste tend vers zéro, ce qui conduit à la suppression du *speckle*. Ce type de *speckle* peut être formé par exemple à partir d'un laser d'éclairage large spectralement (chaque composante spectrale peut être une source de *speckles* indépendants). Cela s'observe aussi lorsque le milieu diffusant est en vibration. Si le temps d'intégration du détecteur est grand devant la période de vibration, alors le détecteur moyenne un grand nombre d'images de *speckles* indépendantes. C'est la méthode employée dans notre cas pour modéliser un signal incohérent.

La PDF de l'intensité définit la probabilité de mesurer une intensité  $I_0$  sur un pixel, représentant ainsi une statistique du premier ordre. L'analyse de la corrélation entre deux pixels constitue une statistique du deuxième ordre. Or comme nous allons le voir, cette corrélation est liée à la géométrie du système d'imagerie.

### **Fonction d'autocorrélation : (statistique du deuxième ordre)**

En étudiant la figure de *speckle* en figure 2-33, il est possible d'identifier des régions de l'espace où l'intensité forme des amas. Cela signifie que l'intensité d'un pixel renseigne sur l'intensité des pixels adjacents, contrairement à un bruit blanc où la valeur d'un pixel est indépendante des valeurs des autres

pixels. Le calcul de la fonction d'autocorrélation normalisée de l'intensité  $R_I$  permet alors de quantifier la zone sur laquelle les intensités des pixels sont dépendantes et est donnée par l'expression :

$$R_I(\delta x, \delta y) = \frac{\langle \delta I(x, y) \delta I(x + \delta x, y + \delta y) \rangle}{\langle \delta I(x, y)^2 \rangle} \quad (2-19)$$

avec  $\delta I = I - \langle I \rangle$  l'intensité centrée,  $\delta x$  la distance entre deux pixels de l'image selon la direction  $x$  et  $\delta y$  selon la direction  $y$ . Nous calculons<sup>3</sup> numériquement cette fonction pour le *speckle* de la figure 2-33 et nous obtenons le résultat illustré en figure 2-36.

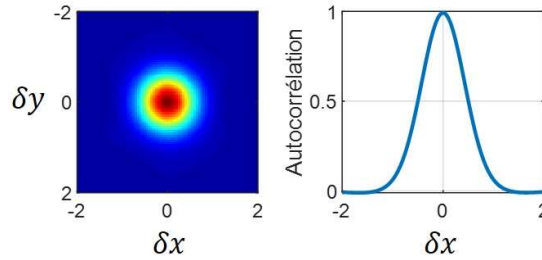


Figure 2-36 : Fonction d'autocorrélation normalisée calculée à partir du *speckle* en figure 2-33. Les valeurs des coordonnées sont arbitraires

Nous définissons la taille de grain à partir de la largeur à mi-hauteur de cette fonction. Il est possible à partir de la mesure de la fonction d'autocorrélation d'estimer la résolution du système d'imagerie. Par exemple, les auteurs de [97] utilisent une figure de *speckle* dans le but d'estimer la réponse impulsionnelle du système. Nous allons utiliser ce résultat afin de remplacer la mesure de la fonction de transfert de modulation et enfin estimer le nombre de modes convertis  $N_1^{spk}$  défini par l'expression :

$$N_1^{spk} = \left( \frac{\Delta x}{\delta x} \right)^2 \quad (2-20)$$

avec  $\Delta x$  et  $\delta x$  respectivement l'extension spatiale du *speckle* (équivalent au champ de vue) et la taille de grain. A notre connaissance, la méthode que nous proposons n'a pas été étudiée en détail et pourrait se révéler utile pour d'autres applications [98–100].

L'étude des effets de *speckle* est très riche et peut être très complexe. Nous limitons la validité de nos résultats aux *speckles* pleinement développés. Nous considérons que si le *speckle* n'est pas entièrement développé, alors la taille de grain n'est pas représentative du nombre de modes interférant.

Dans ce cadre, nous démontrons dans un cas général l'efficacité de cette approche sur un *speckle* de référence. Nous appliquons ensuite cette méthode aux cas d'imageurs à somme de fréquences.

## II. 2. 2. Vérification numérique avec un *speckle* de référence

Dans un premier temps, nous appliquons cette méthode d'estimation dans un cadre général, sans conversion de fréquence, mais avec contrôle du nombre de modes. Ceci nous permettra en particulier de tester la normalisation de l'estimateur. Pour cela, nous construisons un *speckle*  $E_s$  en sommant des modes de Hermite-Gauss  $HG_{n,m}$  de phases distribuées aléatoirement :

<sup>3</sup> Nous utilisons le théorème de Wiener-Khintchine pour le calcul numérique.

$$E_s(x, y) = \sum_{(n,m)=(0,0)}^{(N,M)} HG_{n,m}(x, y) e^{2i\pi \phi_{n,m}} \quad (2-21)$$

avec  $\{2\pi\phi_{n,m}\}_{n,m}$  l'ensemble des phases associées aux modes  $(n, m)$  distribuées uniformément sur l'intervalle  $[0, 2\pi[$ ;  $(N, M) = (20, 20)$  correspondent aux indices maximaux, que nous choisissons assez grands, de sorte que la loi des grands nombres s'applique. Dans ce cas, nous devons, avec notre méthode, retrouver les  $21 \times 21 = 441$  modes qui composent le champ. L'intensité et la phase du *speckle* généré sont représentées en figure 2-37 (a). Nous vérifions que le *speckle* est pleinement développé.

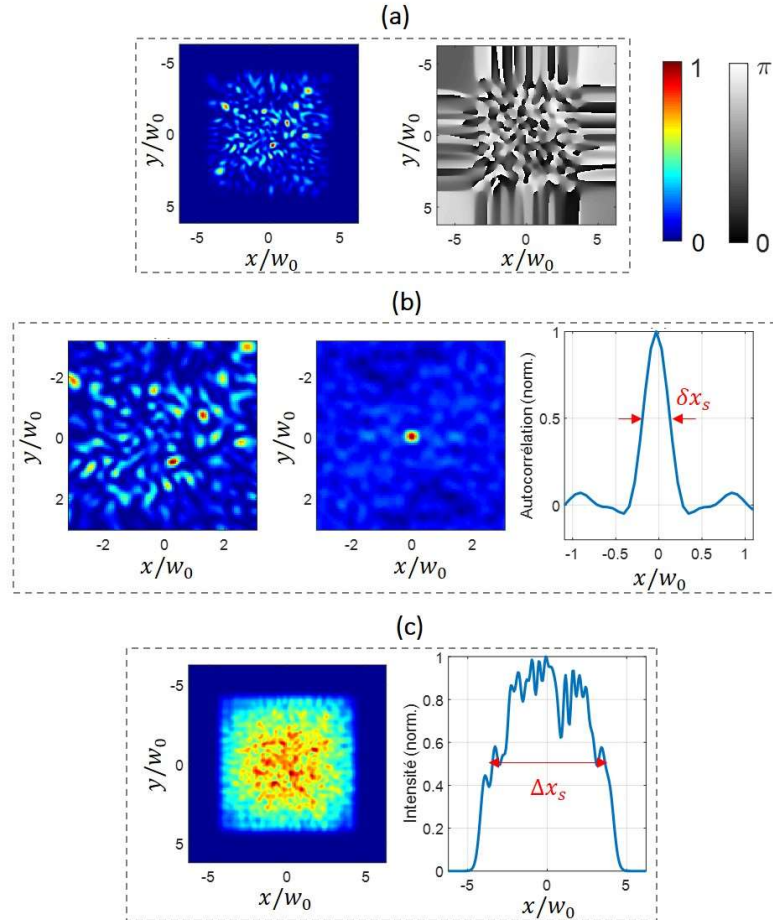


Figure 2-37 : Caractéristiques spatiales d'un *speckle*. (a) Intensité normalisée d'un *speckle* généré à partir de l'équation (2-21) avec  $(N, M) = (20, 20)$ . Intensité à gauche et phase à droite. (b) A gauche : zoom sur l'intensité. Au milieu : calcul de la fonction d'autocorrélation de l'intensité  $I * I$  en 2D. A droite : une coupe au centre. (c) Intensité normalisée résultante de la somme de 100 *speckles* indépendants, en 2D à gauche et en coupe à droite.

Nous calculons la taille de grain  $\delta x_s$  du *speckle* par la largeur à mi-hauteur de la fonction d'autocorrélation de l'intensité  $I_s * I_s$ . L'autocorrélation doit être calculée sur un domaine  $(x, y)$  où l'intensité correspond au *speckle*, comme représenté en figure 2-37 (b). Cette fonction est invariante par rotation et nous obtenons une taille de grain de  $\delta x_s \approx 0,3 w_0$ , avec  $w_0$  le rayon au *waist* du mode fondamental.

L'extension spatiale  $\Delta x_s$  du *speckle* peut être calculée à partir d'une seule figure de *speckle*. A cause du caractère granuleux et aléatoire du *speckle*, cette méthode est imprécise. Nous faisons la somme



en intensité de  $N_s$  figures de *speckles* indépendantes. Le résultat est illustré en figure 2-37 (c). Nous obtenons une extension spatiale (c'est-à-dire une taille de champ) de  $\Delta x_s \approx 7,1 w_0$ .

Nous obtenons tous calculs fait,  $N_1^{spk} = (\Delta x_s / \delta x_s)^2 \sim 432 \sim 20,8 \times 20,8$  modes ce qui correspond à la valeur attendue à deux pour cents près. Ce calcul permet de valider la normalisation de l'estimateur et en particulier la définition de la taille de grain de *speckle*.

### II. 2. 3. Application à l'imageur à somme de fréquences

Dans cette partie, les résultats présentés sont issus de notre modèle numérique. L'objectif est d'appliquer la méthode précédente à un *speckle* obtenu avec imageur à somme de fréquences présenté dans la première partie. Avant cela, il est essentiel de vérifier les propriétés statistiques du *speckle* pour le situer dans le contexte de notre étude. Nous initialisons dans le plan objet signal un *speckle*, représenté en figure 2-38 (a). Le *speckle* est pleinement développé et la taille caractéristique des variations spatiales est égale à la taille d'un pixel de notre grille qui est de  $5 \mu\text{m}$ . Le nombre de modes qui compose ce champ est de  $600 \times 600$ , ce qui est largement supérieur au nombre de modes convertis attendu. Ce champ est ensuite converti par notre imageur.

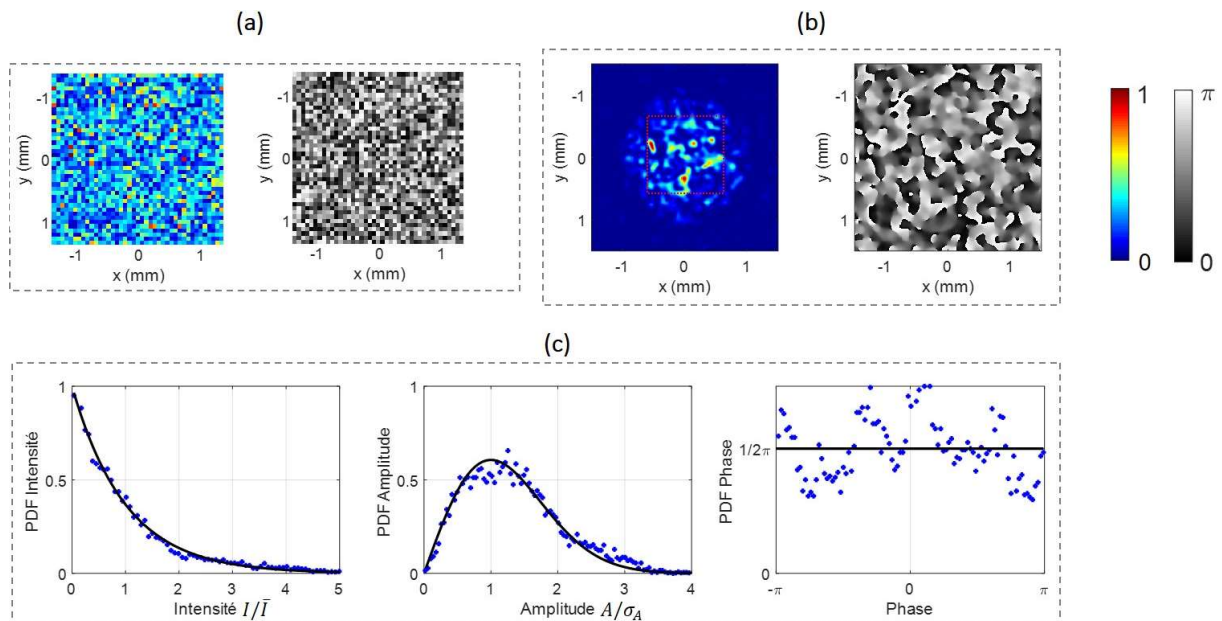


Figure 2-38 : Conversion d'un *speckle*. (a) *Speckle* signal dans le plan objet du système d'imagerie. Intensité à gauche et phase à droite. (b) Champ converti avec un faisceau de pompe gaussien de  $330 \mu\text{m}$  de rayon et de  $1 \text{ mW}$  de puissance. (c) Densités de probabilité calculées. Les points bleus sont issus du calcul sur le champ converti. Les lignes en traits pleins correspondent aux lois associées à un *speckle* complètement développé (de gauche à droite : exponentielle négative, Rayleigh et uniforme).

Un exemple de champ converti, obtenu avec un faisceau de pompe gaussien de  $330 \mu\text{m}$  de rayon et de  $1 \text{ mW}$  de puissance, est représenté en figure 2-38 (b). Les densités de probabilité d'intensité, d'amplitude et de phase apparaissent de gauche à droite en figure 2-38 (c). Nous retrouvons les lois associées à un *speckle* pleinement développé. Les déviations observées sont attribuées au fait que le nombre de modes du système n'est pas suffisant pour que les distributions obtenues convergent parfaitement vers les lois statistiques.

Nous calculons dans un second temps la taille de grain et l'extension spatiale du *speckle*. Les résultats sont illustrés en figure 2-39. Dans ces conditions, la taille de grain dans le plan objet du signal

est de  $\sim 230 \mu\text{m}$ . Cette valeur varie d'une figure de *speckle* à l'autre et une étude statistique, faite aux paragraphes suivants, est nécessaire pour associer une précision à cette estimation.

L'intensité résultante de la somme de 100 figures d'intensités de *speckles* indépendants, est montrée en figure 2-39 (b). A partir de cette figure, nous calculons un champ de vue de 29 mrad dans le plan objet du signal, quasi égal aux 31 mrad attendus.

Finalement, nous trouvons dans cet exemple un nombre de modes convertis de 165. Cette valeur est très similaire à celle obtenue avec la première méthode. Nous allons confirmer cette similarité après une étude statistique.

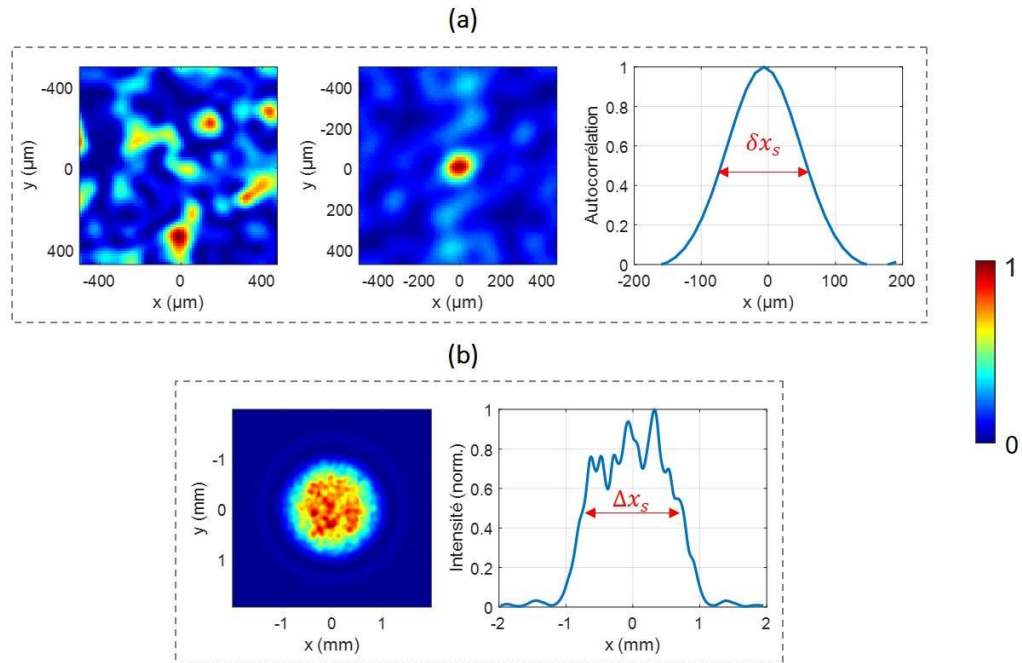


Figure 2-39 : Caractéristiques spatiales d'un *speckle* converti avec un faisceau de pompe gaussien de 1 mW. Calcul de la taille de grain  $\delta x_s$  en (a) à partir de la fonction d'autocorrélation de l'intensité. Calcul de la taille du *speckle*  $\Delta x_s$  en (b) à partir de l'intensité résultante de la somme de 100 figures en intensité de *speckles* indépendants.

La figure 2-40 présente l'évolution de speckles convertis en fonction de la puissance de pompe. Ces images ont été obtenues avec un faisceau de pompe gaussien de  $330 \mu\text{m}$  de rayon, grâce au code présenté au chapitre 1.



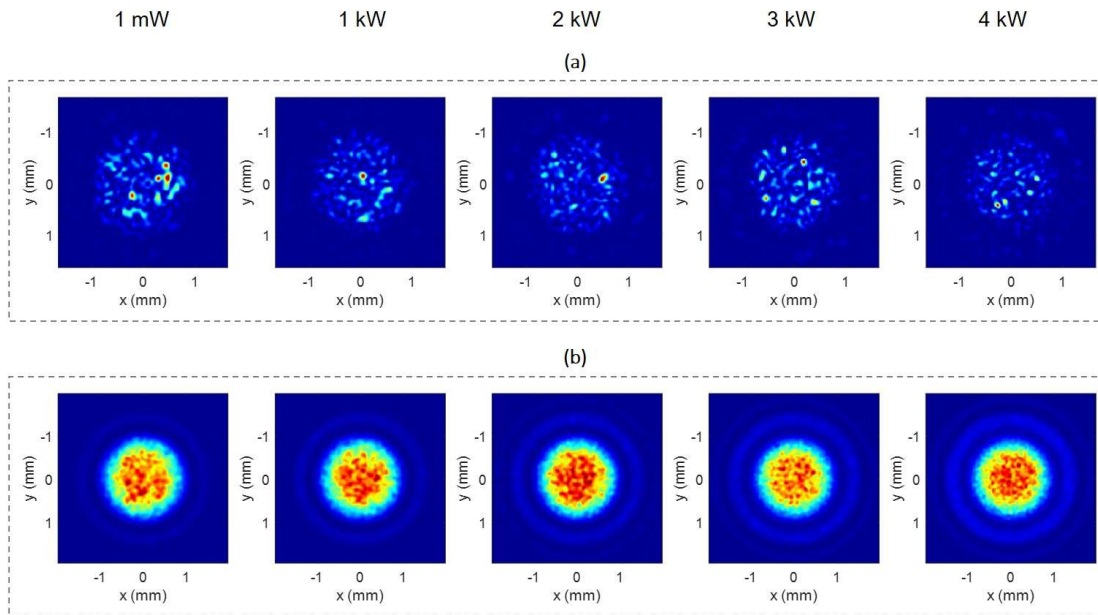


Figure 2-40 : Exemples de figures de *speckles* convertis (a) et exemples d'intensités résultantes de la somme de 100 *speckles* indépendants convertis (b), pour différentes puissances de pompe, annotées en haut. Dans ces exemples, le faisceau de pompe est gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon.

Nous calculons la taille de grain en fonction de la puissance crête de pompe pour les trois faisceaux de pompes étudiés. A puissance crête fixe, nous calculons la taille de grain de 100 *speckles* indépendants. Nous trouvons que la taille de grain suit une loi normale, caractérisée par la moyenne  $\overline{\delta x_s}$  et la déviation  $Std(\delta x_s)$ , représentées en fonction de la puissance crête en figure 2-41. Nous constatons que la moyenne  $\overline{\delta x_s}$  est quasi-égale à la résolution calculée à partir de la FTM, comme il est possible de le voir en figure 2-41 (b). La déviation calculée est dans le pire des cas de 5 % environ. Cela indique que cette approche est numériquement précise. Ce résultat est en adéquation avec notre besoin de rapidité de mesure. Une estimation de la taille de grain à partir d'un seul *speckle* est envisageable.

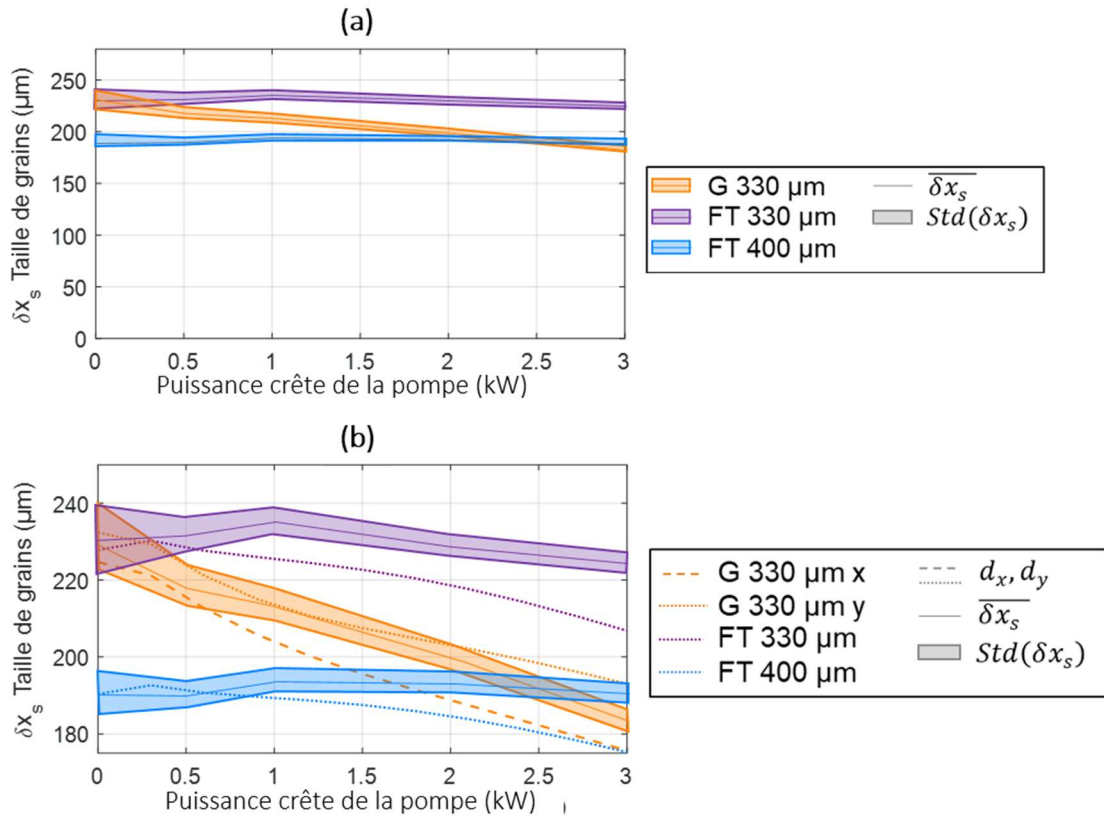


Figure 2-41 : (a) Taille de grain estimée par simulation en fonction de la puissance crête de pompe. La moyenne  $\overline{\delta x_s}$  est en trait plein et la déviation  $Std(\delta x_s)$  est représentée par les zones de couleurs. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon. (b) Zoom. Nous y superposons les courbes des résolutions calculées dans la première partie.

Nous avons établi une similitude entre la taille du grain et la résolution, ainsi qu'entre la taille du *speckle* et la taille du champ. Il en découle que le nombre de modes convertis  $N_1^{spk}$  estimé à partir de la conversion des *speckles* est similaire au nombre de modes  $N_1^{FTM}$  obtenu dans la première partie. Nous superposons en figure 2-42 les courbes du nombre de modes calculées à partir des deux approches.

L'estimation du nombre de modes convertis effectif nécessite une mesure complémentaire d'efficacité de conversion. Pour cette mesure, l'utilisation de *speckle* n'est pas adaptée à cause de sa nature très multimode.

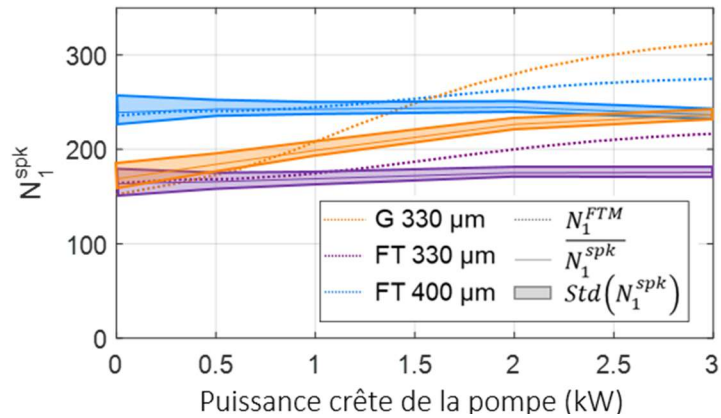


Figure 2-42 : Nombre de modes standard, simulé en fonction de la puissance crête de pompe. La moyenne  $\overline{N_1^{spk}}$  est en trait plein et la déviation  $Std(N_1^{spk})$  est représentée par les zones de couleurs. Les couleurs orange, violette et bleue correspondent respectivement au faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon, au faisceau *flat-top* de 330  $\mu\text{m}$  de rayon et au faisceau *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon. Nous y superposons les courbes  $N_1^{FTM}$  (traits en pointillés).

L'efficacité de cette méthode suggère qu'elle pourrait être utile par exemple pour estimer le nombre de modes de fibres sous contraintes [98]. De plus, la mise en forme spatiale du faisceau de pompe permet de contrôler les propriétés statistiques du *speckle* converti [101,102].

Si cette méthode est efficace, les résultats sont essentiellement numériques. Une vérification expérimentale est nécessaire. Dans la partie suivante, nous utilisons cette méthode pour caractériser expérimentalement un imageur à somme de fréquences, conçu dans le cadre d'un projet ANR : COSMIC.

## II. 2. 4. Application expérimentale à l'imageur COSMIC

### Principe de fonctionnement et campagne de mesure

Lorsque nous avons établi l'état de l'art des systèmes d'imagerie à somme de fréquences au chapitre 1, nous avons fait référence aux travaux de R. Demur [22] qui a démontré l'intérêt de l'utilisation d'un laser de pompe à spectre large. Cela a pour effet d'augmenter le champ de vue du système d'imagerie. La conception de l'imageur étudié dans cette partie a été réalisée suivant cette idée. Le spectre du laser de pompe est représenté en figure 2-43 (a). La longueur d'onde centrale est de 1557 nm pour une largeur, calculée à mi-hauteur, de 10 nm. L'utilisation de ce laser de pompe permet de convertir une image signal de longueur d'onde de 2037 nm vers 883 nm, détectable avec une caméra CMOS. Le but initial de la somme de fréquences est d'augmenter la sensibilité de détection des signaux à 2037 nm. Le deuxième objectif est d'assurer la conversion de suffisamment de modes spatiaux pour permettre par exemple la reconnaissance de cibles [103].

Nous cherchons à caractériser le nombre de modes convertis standard de ce système d'imagerie. Nous n'aborderons pas les questions de sensibilité de détection. Cet imageur a aussi été conçu pour détecter des objets à longue distance. L'expérience que nous avons réalisée a été faite dans un couloir. Un schéma simplifié est présenté en figure 2-43 (b). L'imageur est à une distance de 50 m d'un mur peint en blanc. La surface du mur est éclairée par un laser impulsif à 2037 nm et est supposée assez rugueuse pour considérer que le champ rétro-diffusé est un *speckle* suffisamment multimode par rapport

au nombre de modes du système de détection. Une partie du champ est finalement détectée par la caméra CMOS faible bruit (PCO edge 4.2). Le temps d'intégration de la caméra est de 5s.

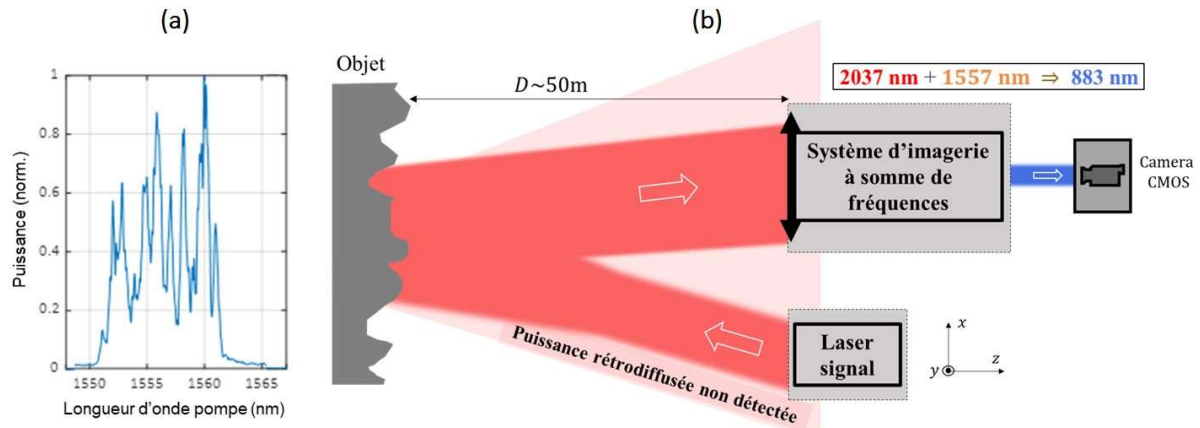


Figure 2-43 : (a) Spectre du laser de pompe utilisé pour l'imager COSMIC. (b) Schéma simplifié de l'expérience permettant d'estimer le nombre de modes convertis.

### Caractérisation par conversion d'un speckle

Comme nous l'avons déjà mentionné, nous devons vérifier dans un premier temps si le *speckle* détecté est pleinement développé. Expérimentalement, l'image finale est bruitée. Nous pouvons considérer que l'intensité totale est la somme de l'intensité du *speckle* et de l'intensité du bruit de détection. Ces deux contributions sont indépendantes. La fonction de densité de probabilité (*PDF*) totale  $\mathbb{P}_{\text{tot}}$  se calcule alors par le produit de convolution [43]  $\mathbb{P}_{\text{tot}}(I) = \mathbb{P}_{\text{spk}}(I) * \mathbb{P}_{\text{bruit}}(I)$  avec  $\mathbb{P}_{\text{spk}}$  la *PDF* du *speckle* seul et  $\mathbb{P}_{\text{bruit}}$  la *PDF* du bruit sans conversion. De l'image détectée, présentée en figure 2-44 (a), nous calculons  $\mathbb{P}_{\text{tot}}(I)$  représentée par les croix bleues sur en figure 2-44 (b).

Pour vérifier si  $\mathbb{P}_{\text{spk}}(I)$  suit une loi exponentielle décroissante, c'est-à-dire pour vérifier si le *speckle* est pleinement développé, nous mesurons aussi  $\mathbb{P}_{\text{bruit}}(I)$ . Le bruit dans ce type de système, est essentiellement dû au bruit de la caméra. Nous mesurons  $\mathbb{P}_{\text{bruit}}(I)$  en coupant le laser signal tout en restant dans les mêmes conditions de détection. Le bruit suit une loi normale de moyenne  $\bar{I}_{\text{bruit}}$  et de déviation  $\sigma_{\text{bruit}}$ . Enfin, nous calculons une *PDF* totale théorique en supposant que le *speckle* est pleinement développé et de moyenne  $\bar{I}_{\text{spk}} = \bar{I}_{\text{tot}} - \bar{I}_{\text{bruit}}$ , avec  $\bar{I}_{\text{tot}}$  la moyenne expérimentale de la figure d'intensité détectée. Nous obtenons la courbe en trait plein noir représentée en figure 2-44 (b). Cette courbe s'ajuste très bien aux points expérimentaux. Nous concluons que le *speckle* est pleinement développé.

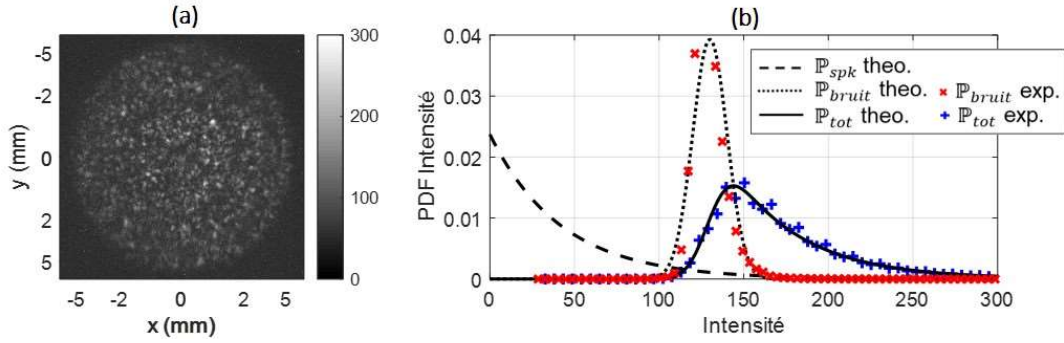


Figure 2-44 : (a) Exemple d'image détectée par l'imageur COSMIC lorsque nous éclairons un mur à 50 m (b) Fonction de densité de probabilité  $PDF$ . (theo. : théorique ; exp. : expérimentale)

Nous sommes donc dans le cadre d'application de notre méthode. Nous estimons le nombre de modes depuis la mesure de la taille de grain et de la taille du *speckle*, respectivement représentées en figure 2-45 (a) et (b). Il est intéressant de noter que l'estimation de la taille de grain est précise. En effet le bruit est complètement décorréolé spatialement. Cela signifie que le bruit n'est visible que sur le pixel au centre de la fonction d'autocorrélation. Il est aisé de le filtrer. Après une trentaine de mesures, nous obtenons en moyenne une taille de grain de 208  $\mu\text{m}$  et une déviation de 2,5 % autour de cette valeur. Entre chaque mesure, nous avons déplacé la zone éclairée, de sorte que les figures de *speckles* obtenues soient complètement décorréolées.

Pour mesurer la taille du *speckle*, nous mettons en vibration le mur. Dans nos conditions de détection, nous obtenons l'image de gauche en figure 2-45 (b). Les effets de *speckle* sont moyennés. Nous constatons que l'image n'est pas uniforme. Cela s'explique par le spectre du laser de pompe qui n'est pas uniforme, visible en figure 2-43 (a). Cela nous ne nous empêche pas de déterminer une taille de champ, que nous prenons ici à mi-hauteur de l'intensité. Nous obtenons une valeur de 10 mm. A noter, cette valeur peut se déduire de l'image du *speckle* unique en figure 2-44 (a).

Du fait que ces deux valeurs  $\delta x_s$  et  $\Delta x_s$  sont invariantes par rotation, nous estimons le nombre de modes détectés standard par le rapport  $(\Delta x_s / \delta x_s)^2$ . Nous obtenons en moyenne 2311~48,1 x 48,1 modes avec une déviation de 5 %. Par rapport à l'imageur présenté en première partie, le nombre de modes total est ici, dans ces conditions d'utilisation, presque dix fois supérieur.

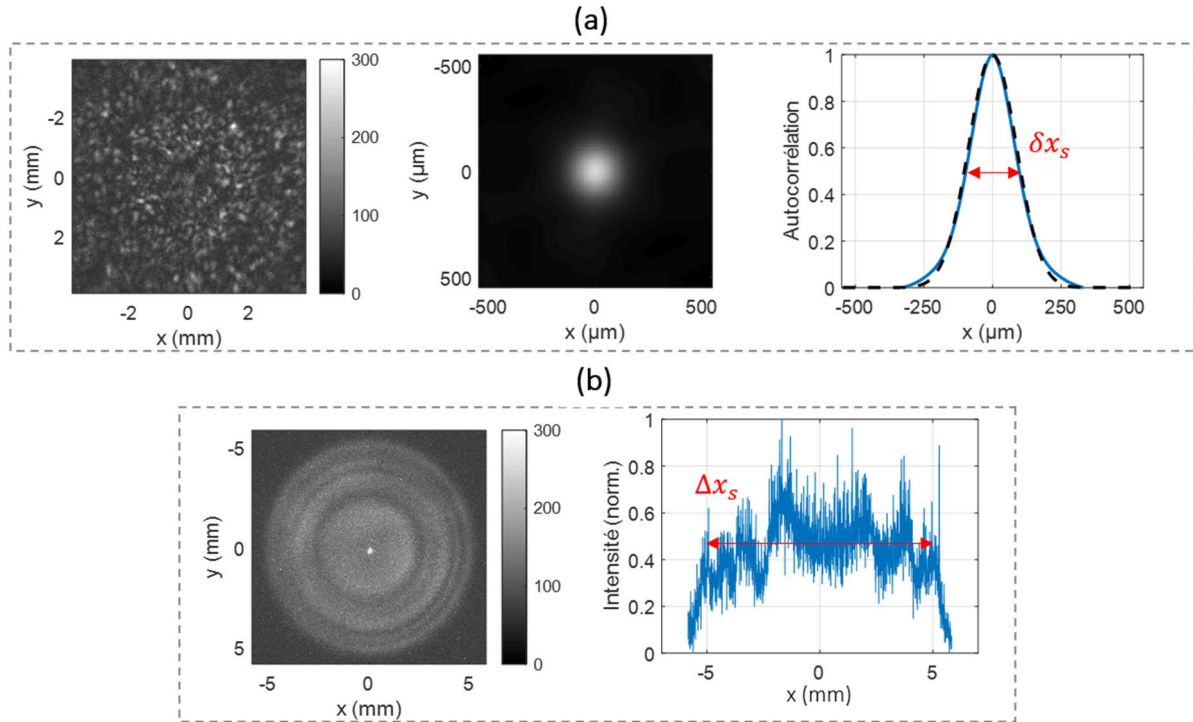


Figure 2-45 : (a) De gauche à droite : Zoom sur l'image convertie ; Fonction d'autocorrélation de l'intensité en deux dimensions ; Coupe de la fonction d'autocorrélation au centre. (b) De gauche à droite : Image incohérente uniforme ; Coupe au centre de cette image.

Nous constatons que, même si le rapport signal à bruit, estimé en moyenne par pixel par  $10 \log(\bar{I}_{spk}/\bar{I}_{bruit}) \sim -12$  dB, est faible, notre estimation à partir de la conversion d'un *speckle* est précise. Afin de consolider ces observations, nous comparons les résultats issus de cette méthode avec les résultats issus de la mesure de la FTM.

### **Mesure de la FTM :**

Pour ce faire, nous éclairons une mire de résolution circulaire située à 50 m de la caméra. Pour cette mesure, les effets de *speckle* sont indésirables. Un ventilateur permet de faire vibrer la mire et donc de moyenniser les effets de *speckle*. En mesurant le contraste des franges d'intensité représentées en figure 2-46 (a, b), nous déduisons la FTM incohérente du système donnée en figure 2-46 (c).

Le contraste que nous mesurons est fortement bruité. Nous soustrayons à chaque pixel l'intensité moyenne du bruit  $\bar{I}_{bruit}$ . La déviation en intensité du bruit  $\sigma_{bruit}$  nous permet d'estimer une précision pour la mesure du contraste qui est représentée par les barres d'erreur sur la FTM. Nous déduisons de cette mesure une fréquence limite, définie à l'équation (2-10) puis une résolution ici égale à  $362 \mu\text{m}$  et définie dans le plan image converti. La précision associée est de  $176 \mu\text{m}$  ce qui correspond à 50 %. La résolution est mesurée en configuration d'imagerie incohérente. Or nous savons que le faisceau de pompe, utilisé pour cet imageur, est gaussien. Nous utilisons donc le résultat obtenu à la section I. 3. 1. à savoir que la résolution incohérente, avec un faisceau de pompe gaussien et de faible puissance, est égale à la résolution cohérente multipliée par un facteur  $\sqrt{2}$ . Dans nos conditions, nous estimons alors une résolution cohérente de  $500 \pm 248 \mu\text{m}$ . Finalement, cela correspond à un nombre de modes convertis standard et cohérent de  $381 \pm 369$  ce qui ne correspond pas à la valeur attendue de  $2311 \pm 116$ .



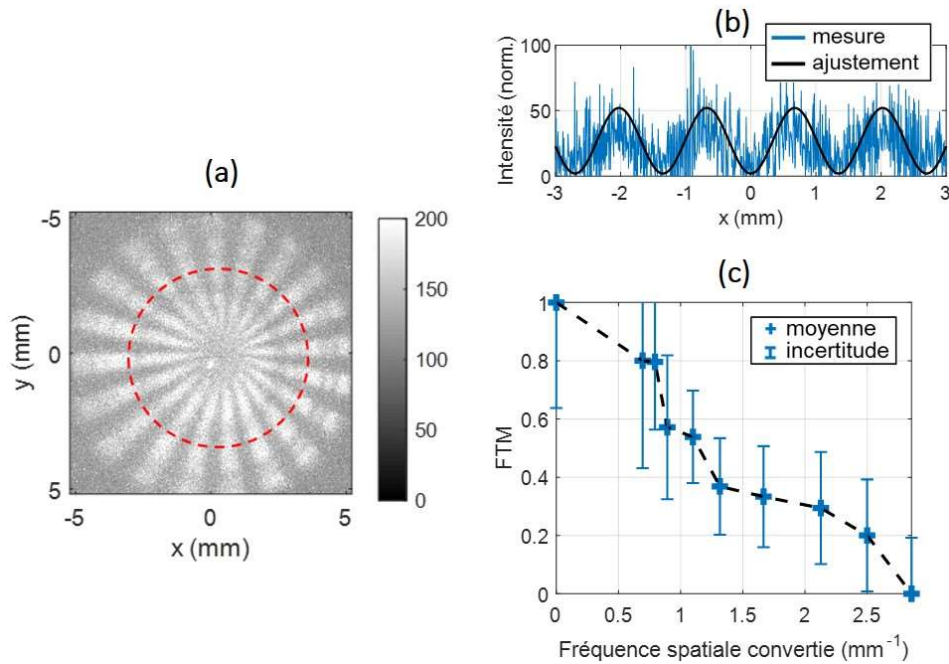


Figure 2-46 : Mesure de la fonction de transfert de modulation (FTM) de l’imageur COSMIC. (a) Image de la mire obtenue en sortie de l’imageur avec une caméra CMOS. (b) coupe de l’intensité représentée par le cercle rouge en (a) auquel nous avons soustrait la moyenne du bruit d’intensité. (c) FTM incohérente. Les mesures sont illustrées par les croix bleues, accompagnées de leur barres d’erreur. La courbe en pointillée représente l’interpolation permettant le calcul de la fréquence limite.

En raison de l’incertitude associée à l’estimation du nombre de modes à partir de la FTM, qui est presque de 100 %, la fiabilité de la mesure est remise en question. Des erreurs systématiques peuvent avoir été négligées. Par exemple, la mesure de la résolution incohérente implique la vibration de la mire de résolution. Cette vibration est susceptible d’introduire des pertes de contraste. De plus, l’hypothèse selon laquelle la résolution cohérente se déduit de la résolution incohérente par le facteur  $\sqrt{2}$  est très forte et nécessiterait une justification plus approfondie avec des arguments expérimentaux. En revanche, nous pourrions sûrement obtenir une estimation plus précise en filtrant le bruit d’intensité. En conclusion, l’estimation du nombre de modes par la mesure de la FTM se révèle être bien moins efficace que la méthode basée sur la mesure de *speckle*, dans ces conditions de détection.

### III. Synthèse

#### III. 1. Méthodes de caractérisations d'un imageur à somme de fréquences

Une première problématique relative à la conception d'un imageur à somme de fréquences concerne la méthode employée pour caractériser ses performances. Nous avons proposé trois protocoles permettant de quantifier les performances de ces imageurs que nous avons illustré par la comparaison des performances obtenues avec un faisceau de pompe gaussien et *flat-top* en fonction de la puissance de pompe.

Une première méthode consiste à mesurer le nombre d'éléments spatialement résolus, que nous nommons nombre de modes convertis standard, défini par le rapport entre la taille du champ et la résolution. La résolution est déduite de la fonction de transfert de modulation mesurée à l'aide d'une mire de résolution et le champ de vue est estimé en convertissant une image uniforme. Nous avons aussi défini un nombre de modes convertis dit effectif qui prend en compte l'efficacité de conversion sur l'axe optique du système. Ces deux quantités ont permis de synthétiser les performances globales offertes par les deux faisceaux de pompe en imagerie cohérente et incohérente.

Une deuxième méthode consiste à calculer numériquement le nombre de Schmidt du système d'imagerie. Cette quantité est communément employée en optique quantique pour décrire par exemple la pureté des états convertis. Nous avons montré en imagerie cohérente que l'évolution du nombre de Schmidt avec la puissance de pompe est quasi-identique à celle du nombre de modes convertis standard. Ce résultat permet de consolider la légitimité du premier protocole expérimental. De plus, cette approche totalement numérique est plus rapide et permet ainsi d'aider à la conception de nouvelles architectures d'imageur.

Une étude plus détaillée dans le cas incohérent est en cours.

Enfin nous avons proposé une troisième approche permettant d'estimer le nombre de modes convertis standard à partir de la conversion d'un *speckle*. La mesure de la taille de grain du *speckle* en sortie du système d'imagerie permet d'estimer la résolution spatiale. Le champ de vue peut être estimé à partir de la somme de  $N$  *speckles* indépendants. Les résultats numériques montrent que cette approche donne des résultats similaires aux deux précédentes méthodes, en imagerie cohérente. Nos résultats sont valides dans le cas où le *speckle* est pleinement développé. Une étude expérimentale plus complète serait nécessaire afin d'étendre ce résultat.

De plus, l'application de cette méthode dans le cas où le champ converti est de très faible intensité, a permis de montrer sa simplicité et sa précision par rapport à la première approche.

#### III. 2. Comparaison de l'utilisation d'un faisceau de pompe gaussien et *flat-top*

Dans le but d'améliorer la résolution du système d'imagerie, nous avons étudié l'intérêt de l'utilisation d'un faisceau de pompe *flat-top* par rapport à un faisceau gaussien. Les dimensions transverses finies



des cristaux non linéaires limitent la taille du faisceau gaussien pouvant s'y propager. Un faisceau *flat-top* est plus confiné spatialement et est à priori plus adapté à la conversion d'images.

Du fait que l'intensité au centre de l'axe optique est plus faible pour un faisceau *flat-top* de même énergie qu'un faisceau gaussien, le maximum d'efficacité de conversion s'obtient pour une puissance de pompe plus grande. Cela est d'autant plus vrai que le rayon du faisceau est grand.

La modification du profil spatial de la pompe n'a pas d'effet sur le champ de vue du système (lorsque le cristal est placé dans le plan de Fourier de l'objet). Celui-ci est complètement déterminé par le quasi-accord de phase et la longueur du cristal. Le champ de vue est donc indépendant de la cohérence du signal ou de la puissance de pompe.

Le calcul de la fonction de transfert a pu montrer que le faisceau *flat-top* uniformise la conversion des plus faibles fréquences spatiales du signal en imagerie cohérente. Par ailleurs, le faisceau *flat-top* permet d'obtenir un contraste stable vis-à-vis de la puissance de pompe. Nous avons aussi montré que les profils spatiaux des modes singuliers signal et converti sont plus stables vis-à-vis de la puissance de pompe.

L'utilisation d'un faisceau *flat-top* permet d'améliorer la résolution spatiale du système d'imagerie. Ce résultat n'est valable qu'en imagerie cohérente et pour une puissance de pompe crête inférieure à 3 kW dans notre cas.

Finalement, nous avons conclu qu'un faisceau de pompe *flat-top* permet d'obtenir un nombre de modes convertis standard plus grand en imagerie cohérente quelle que soit la méthode de caractérisation employée. Le tableau 2-1 met en évidence le faisceau à privilégier en régime de faible efficacité obtenu via les trois méthodes de caractérisation. Des exemples d'images converties sont donnés sur la figure 2-47 et permettent d'illustrer la différence entre l'utilisation d'une pompe gaussienne et *flat-top* avec une puissance de pompe faible (1 mW).

Nous avons montré que l'augmentation de la puissance de pompe permet d'augmenter les nombres de modes convertis (standard et effectif). Cette amélioration est plus importante avec un faisceau gaussien. Ce type de faisceau peut-être plus intéressant en régime de forte efficacité de conversion.

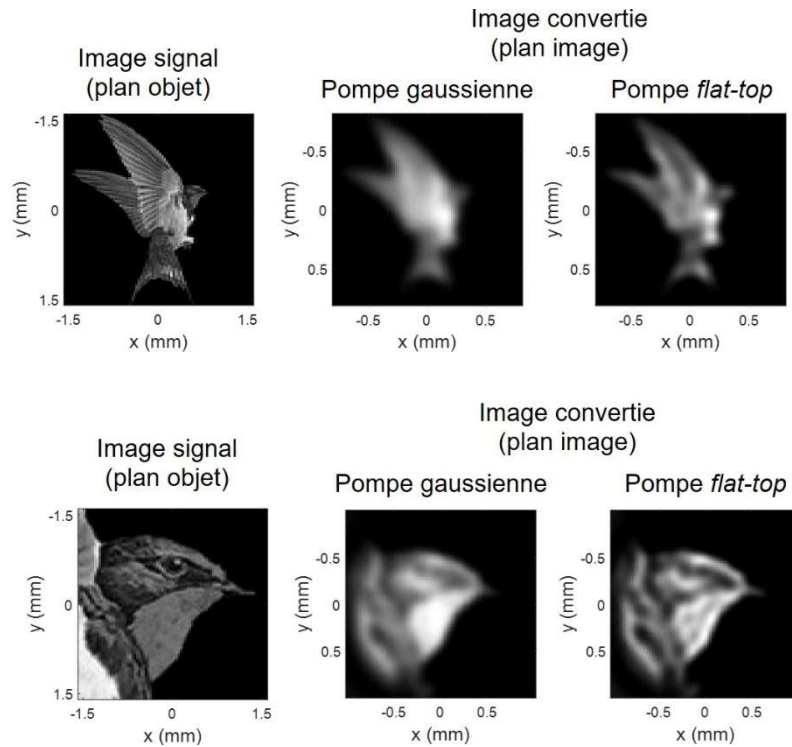


Figure 2-47 : Images simulées obtenues avec un profil *flat-top* de 400  $\mu\text{m}$  de rayon par rapport à un faisceau gaussien de 330  $\mu\text{m}$  de rayon tous les deux de 1 mW de puissance.

Tableau 2-1 : Faisceau à privilégier (*flat-top* ou gaussien) suivant les différents cas d’application pour chaque méthode de caractérisation et en régime de faible efficacité de conversion.

Méthode de caractérisation	Nombre de modes convertis standard		Nombre de modes convertis effectif		Commentaire sur la méthode de caractérisation
	Cohérent	Incohérent	Cohérent	Incohérent	
<b>FTM</b>	<i>Flat-top</i> $w=400 \mu\text{m}$	Equivalent	Equivalent	<b>Gaussien</b> $w=330 \mu\text{m}$	. Méthode expérimentale connue . Parfois compliquée à mettre en œuvre
<b>Nombre de Schmidt</b>	<i>Flat-top</i> $w=400 \mu\text{m}$	Equivalent	<b>Gaussien</b> $w=330 \mu\text{m}$	Non disponible	. Méthode numérique . Rapide . Reconnue dans d’autres domaines
<b>Speckle</b>	<i>Flat-top</i> $w=400 \mu\text{m}$	Non disponible	Non disponible	Non disponible	. Nouvelle méthode expérimentale . Rapide et facile (nécessite une surface rugueuse) . Tolérante au bruit

## **Chapitre 3 : Démultiplexage spatial par somme de fréquences et application à l'estimation de paramètres**

I.	Estimation de la séparation entre deux points sources incohérents .....	99
I. 1.	Stratégie de mesure .....	99
I. 2.	Techniques de démultiplexage spatial.....	102
I. 2. 1.	Sans somme de fréquences.....	102
I. 2. 2.	Avec somme de fréquences.....	103
II.	Démonstration expérimentale du démultiplexage spatial par somme de fréquences .....	106
II. 1.	Mise en place de l'expérience .....	106
II. 1. 1.	Description .....	106
II. 1. 2.	Génération des modes du signal.....	108
II. 1. 3.	Génération des modes de pompe.....	110
II. 1. 4.	Alignement des faisceaux.....	112
II. 2.	Estimation de la sélectivité.....	112
III.	Estimation de la séparation de sources incohérents.....	117
III. 1.	Mise en place de l'expérience .....	117
III. 1. 1.	Schéma de détection.....	117
III. 1. 2.	Génération de deux points sources incohérents.....	118
III. 2.	Mesure de la séparation et de la sensibilité de mesure .....	120
III. 2. 1.	Par imagerie directe.....	120
III. 2. 2.	Par somme de fréquences .....	121
III. 2. 3.	Comparaison entre imagerie directe et somme de fréquences .....	125
IV.	Synthèse .....	128

Dans ce manuscrit nous avons introduit plusieurs définitions de la résolution spatiale. Ici nous reprenons la définition introduite au chapitre 1 qui se base sur la capacité d'un système d'imagerie à pouvoir distinguer deux points sources incohérents très proches. Ce type de problème, illustré sur la figure 3-1, se retrouve par exemple en microscopie [105,106] lorsqu'il s'agit d'imager des fluorochromes ou aussi en astronomie dans le cas de l'image de systèmes d'étoiles binaires [107].

Pour des applications d'imagerie active, pour lesquelles le processus de somme de fréquences trouve tout son intérêt [21], il est nécessaire de penser à des techniques qui soient compactes et facilite un traitement en temps réel de l'information extraite.

En 2016 M. Tsang [108] a proposé un nouveau schéma de mesure permettant d'estimer des séparations avec des précisions bien meilleures que celles pouvant être obtenues par imagerie directe. Cette technique repose sur la mesure de l'intensité des modes de Hermite-Gauss qui composent le champ.

Un des enjeux de ma thèse a été d'étudier la possibilité de réaliser ce démultiplexage spatial à partir du processus de somme de fréquences dans le but d'estimer de faibles séparations entre deux sources infrarouges incohérentes.

Dans la première partie de ce chapitre nous allons rappeler en quoi le démultiplexage spatial permet d'estimer avec une bien meilleure précision de faibles séparations en comparaison à l'imagerie directe. Nous étudierons alors les différents moyens permettant cette mesure et plus particulièrement ceux basés sur la somme de fréquences.

Les deux parties qui suivent traitent des résultats expérimentaux. Nous avons mis en place une expérience de conversion sélective que nous avons utilisée afin de mesurer la séparation de deux sources faiblement séparées. Cela nous a permis d'estimer une séparation de  $10\ \mu\text{m}$  avec une précision de  $0,2\ \mu\text{m}$  avec deux sources de  $220\ \mu\text{m}^2$  de rayon et de  $\sim 10^8$  photons par temps d'intégration.

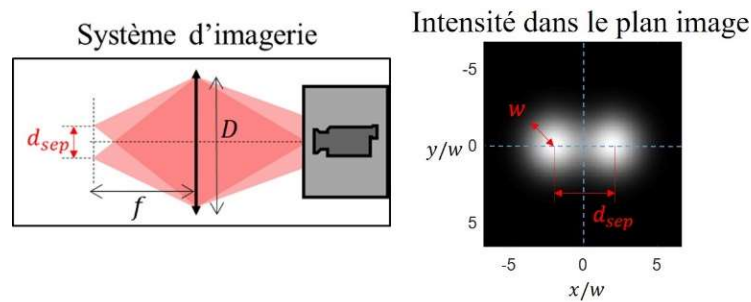


Figure 3-1 : A droite, image de deux points sources incohérents séparés d'une distance  $d_{sep}$  obtenue en sortie du système d'imagerie formé d'une lentille de focale  $f$  et d'ouverture  $D$ , illustré à gauche.

<sup>4</sup> Le critère de Rayleigh stipule que dans cette configuration nous ne pouvons pas résoudre des séparations en dessous de  $330\ \mu\text{m}$ .

# I. Estimation de la séparation entre deux points sources incohérents

## I. 1. Stratégie de mesure

Nous considérons un système optique dont la réponse impulsionnelle  $h$  est une tâche d’Airy décrite par l’expression :

$$h(r) = 2 \frac{J_1(r/w_J)}{r/w_J} \quad (3-1)$$

avec  $J_1$  la fonction de Bessel du premier ordre. Un tel système est par exemple formé par une lentille d’ouverture circulaire comme cela a été discuté au chapitre 1. Dans ce cas le rayon de cette tâche est  $w_J = \frac{\lambda}{\pi \text{O.N.}}$  avec  $\text{O.N.} = \frac{D}{2f}$  l’ouverture numérique de la lentille.

Dans le but de simplifier la description analytique du problème, il est commun d’approximer la tâche d’Airy de rayon  $w_J$  par une fonction gaussienne dont le rayon est  $w \approx 2,64 w_J$  [109]. Avec un tel système, deux points sources incohérents  $\delta(x \pm \frac{d_{sep}}{2}, y)$  séparés d’une distance  $d_{sep}$  suivant l’axe  $x$  dans le plan objet du montage résulteront en deux tâches dans le plan image, décrites par le profil d’intensité :

$$I_2(x, y) = I_0 \left( e^{-2 \frac{(x - \frac{d_{sep}}{2})^2 + y^2}{w^2}} + e^{-2 \frac{(x + \frac{d_{sep}}{2})^2 + y^2}{w^2}} \right) \quad (3-2)$$

Nous illustrons en figure 3-2 quelques exemples d’images. Le critère de Rayleigh adapté à l’approximation gaussienne correspond au cas où  $d_{sep} = 1,5w$ .

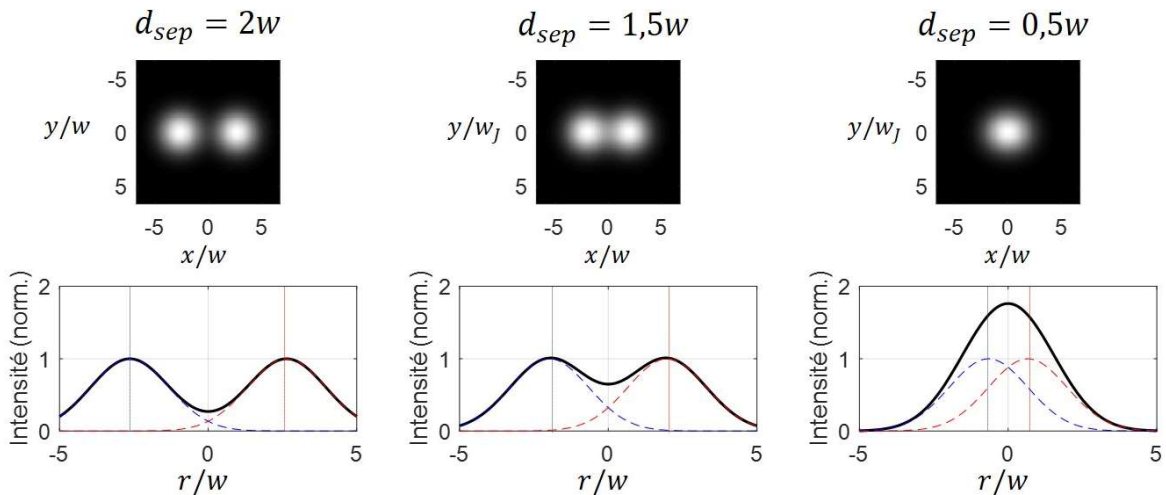


Figure 3-2 : Images de deux points sources séparés d’une distance  $d_{sep}$ . Les courbes pleines en noirs représentent l’intensité de la somme des deux points sources et les courbes en pointillées représentent les intensités des deux points sources correspondantes.

La question à ce stade est de savoir quelle séparation est-il possible de mesurer et avec quelle précision. Nous faisons l'hypothèse que tous les autres paramètres sont supposés connus autrement dit :

- Il y a deux sources, mutuellement incohérentes.
- Les deux sources sont de mêmes intensités.
- La position du centre est connue.
- La séparation entre les sources est selon une direction connue qui sera l'axe  $x$  dans toute la suite.

La difficulté de ce problème réside dans le fait qu'une mesure physique est forcément accompagnée de bruit avec comme limite fondamentale le bruit de grenaille (*shot-noise*) de la source. Initialement seule la mesure directe de l'image en intensité avec une caméra était envisagée expérimentalement. Une approche statistique [109,110] introduit le calcul de la borne de Cramér-Rao (*CRB*) permettant de quantifier la précision  $\Delta d$  de cette mesure, prenant en compte le bruit de grenaille des deux sources. Celle-ci se calcule à partir de l'information de Fisher  $I_F[d_{sep}]$  :

$$\Delta^2 d \geq CRB = \frac{1}{2NI_F[d_{sep}]} \quad (3-3)$$

avec  $\Delta^2 d$  la variance de l'estimateur non biaisé considéré et  $N$  le nombre de photons issus de chaque source. L'information de Fisher peut être interprétée comme la quantité d'information à propos du paramètre  $d_{sep}$  que l'estimateur (la mesure) est capable de renseigner. Pour un détecteur idéal (sans bruit, constitué de pixels infiniment petits et d'efficacité quantique parfaite) une expression analytique de l'information de Fisher montre que celle-ci tend vers zéro pour de faibles séparations (*Rayleigh curse*) signifiant que la mesure de faibles séparations est inenvisageable par imagerie directe, indépendamment du nombre de photons détectés. Cette fonction et la précision calculée à partir de (3-3) sont illustrées sur la figure 3-3.

Avant cela C. W. Helstrom avait déjà montré [111], en suivant une approche mélangeant optique quantique et statistique, qu'il était possible de minimiser la borne de Cramér-Rao sur toutes les mesures possibles dont l'imagerie directe et d'obtenir la borne de Cramér-Rao quantique. L'information de Fisher, représentée sur la figure 3-3, associée à la borne de Cramér-Rao quantique est constante. Cela signifie que la précision atteignable est indépendante de la séparation. C'est en 2016 que M. Tsang [108] a proposé une stratégie de mesure permettant d'atteindre cette limite fondamentale. Dans le cas où les deux sources sont limitées par le bruit de grenaille, que celles-ci sont de faible intensité (le nombre de photons émis suit une loi de Poisson) et dans le cas d'une ouverture gaussienne alors la mesure de l'intensité dans tous les modes de Hermite-Gauss permet théoriquement de tendre vers la précision fondamentale donnée par la borne de Cramér-Rao quantique. La mesure de l'intensité seulement dans le premier mode  $HG_{0,1}$  suffit théoriquement pour estimer de faibles séparations avec une précision optimale comme nous le montrons en figure 3-3.

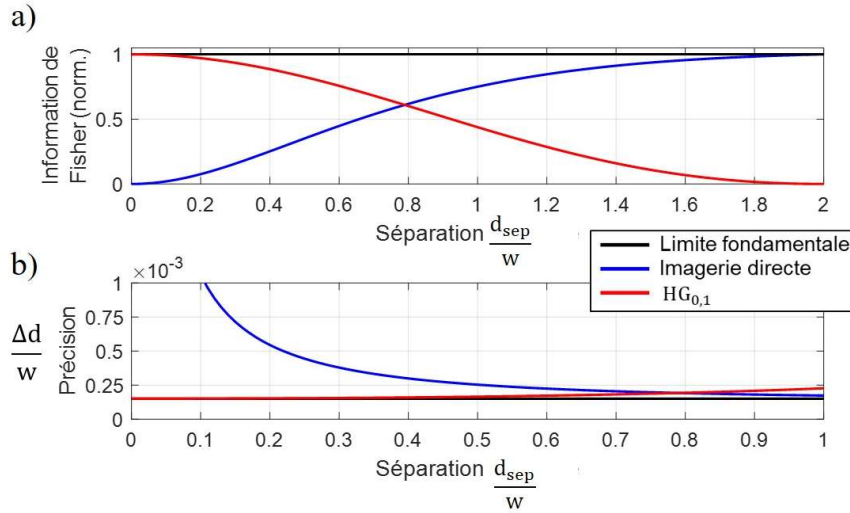


Figure 3-3 : a) Information de Fisher normalisée en fonction de la séparation des deux sources normalisée par le rayon  $w$  de la réponse impulsionnelle. b) Précision normalisée par  $w$  (borne de Cramér-Rao) pour un nombre de photons détectés de  $10^8$ .

Les coefficients de projections  $\beta_{n,m}$  d'une seule source gaussienne décentrée sur la base de Hermite-Gauss dépendent de la séparation. Cette dépendance est représentée sur la figure 3-4 et les coefficients sont calculés par l'expression :

$$\begin{aligned} \beta_{n,0} \left( \pm \frac{d_{sep}}{2} \right) &= \iint h \left( x \pm \frac{d_{sep}}{2}, y \right) A_{n,0}^*(x, y) dx dy \\ &= \frac{1}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{1}{2} \left( \pm \frac{d_{sep}}{4w} \right)^2} \left( \pm \frac{d_{sep}}{4w} \right)^n \end{aligned} \quad (3-4)$$

avec  $A_{n,m}$  les modes de Hermite-Gauss introduits au chapitre 1. Nous ne nous intéressons qu'aux modes  $(n, m = 0)$  car nous avons considéré dès le départ que les sources sont séparées selon la direction  $x$ .

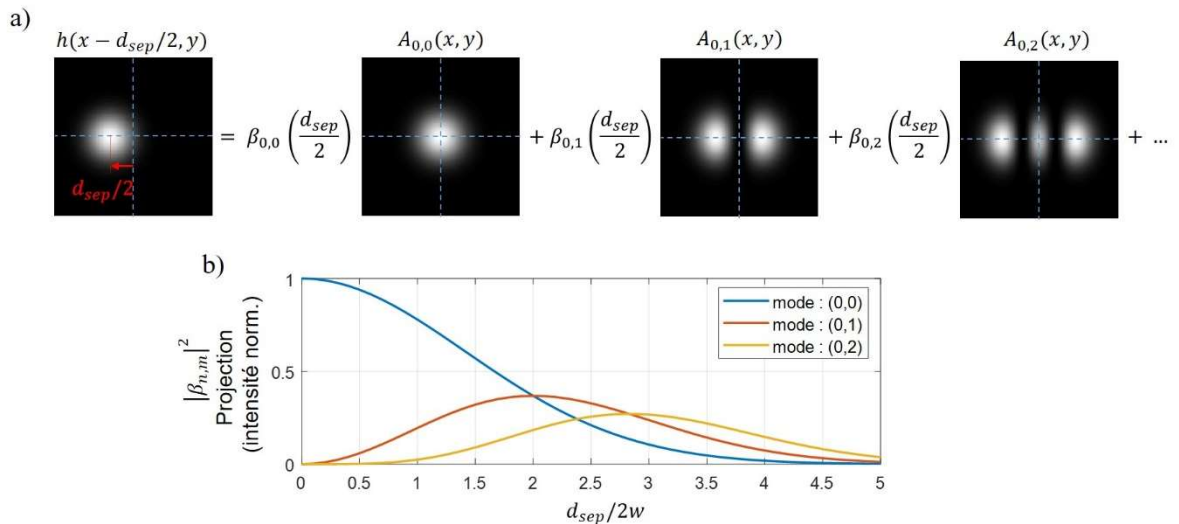


Figure 3-4 : a) Illustration de la décomposition d'une fonction gaussienne décentrée sur la base de modes de Hermite-Gauss centrée. b) Coefficients de projections en intensité normalisés (ou nombre de photons) par mode en fonction de la séparation, normalisée par le rayon de la réponse impulsionnelle gaussienne.

Notre objectif est alors d'étudier l'apport de la somme de fréquences dans le but d'améliorer la mesure de séparations. Cette ambition a un sens pour la détection de points sources infrarouges. La somme de fréquences offrirait la possibilité d'utiliser des détecteurs de meilleures performances et permettrait potentiellement d'améliorer la sensibilité de détection. Un deuxième point, est l'apport de la somme de fréquences lors de l'étape du démultiplexage spatial dont nous allons discuter dans la section suivante.

## I. 2. Techniques de démultiplexage spatial

L'objectif d'un outil permettant le démultiplexage d'un signal multimode est de séparer l'information du signal dans des canaux indépendants. La puissance d'un mode d'entrée  $(n, m)$  sera idéalement couplée dans le mode de sortie  $(k, l)$ . Toutefois, le couplage n'est pas parfait. Une partie de la puissance du mode  $(n, m)$  se couple dans d'autres modes  $(p, q)$  et une partie de la puissance est perdue (par diffusion, par absorption, etc.). Les performances d'un tel outil se caractérisent alors par la sélectivité qui quantifie la capacité du système à isoler le mode  $(n, m)$  par rapport aux autres modes  $(p, q)$  et par les pertes. La sélectivité s'exprime en dB et se calcule par l'expression :

$$S_{n,m}^{p,q} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{p,q}^{out}}{P_{n,m}^{out}} \right) \quad (3-5)$$

avec  $P_{p,q}^{out}$  et  $P_{n,m}^{out}$  respectivement les puissances dans le mode  $(p, q)$  et le mode  $(n, m)$  en sortie du système. Les pertes se calculent en dB par :

$$Pertes_{n,m} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{n,m}^{out}}{P_{n,m}^{in}} \right) \quad (3-6)$$

avec  $P_{n,m}^{out}$  et  $P_{n,m}^{in}$  respectivement les puissances dans le mode  $(n, m)$  mesurées en sortie et en entrée du système.

### I. 2. 1. Sans somme de fréquences

De nombreuses méthodes de démultiplexage spatial, sans conversion de fréquence, ont été proposées dans la littérature. Le lecteur pourra se référer à la revue [112] ou à la thèse de C. Rouvière [113] pour une discussion détaillée de toutes ces méthodes dans le contexte de l'estimation de séparations.

Ici nous présentons un exemple d'outil permettant le démultiplexage spatial. Cet exemple servira de référence dans la suite. Il s'agit du MPLC pour *Multi-Plane Light Conversion* dont le fonctionnement est particulièrement détaillé dans la thèse de P. Boucher [114] et dont le principe est schématisé sur la figure 3-5.

Un MPLC effectue idéalement une transformation unitaire passant d'une base de Hermite-Gauss à une base constituée de modes gaussiens séparés spatialement. Chaque mode gaussien correspond par exemple à un mode de Hermite-Gauss dont l'intensité est mesurable avec un détecteur unique.



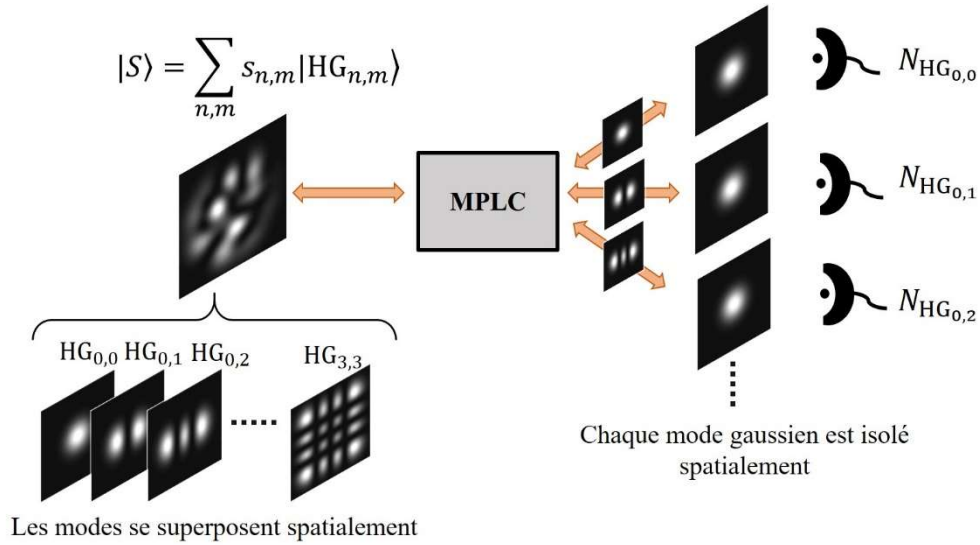


Figure 3-5 : Schéma du principe du fonctionnement d'un MPLC. La double flèche indique que le processus est réversible.

Cette transformation est réalisée à l'aide d'un ensemble de réflexions sur des masques de phase et de propagations en espace libre successives. Le calcul de ces masques de phase est effectué avec un algorithme détaillé dans [115].

Un tel système a l'avantage d'effectuer le démultiplexage sur un grand nombre de modes simultanément, utile pour de nombreuses applications comme l'augmentation du débit dans les fibres [116] ou l'estimation de la séparation de sources. En pratique la transformation n'est pas parfaitement unitaire, le tableau 3-1 donne un exemple des performances obtenues :

**Tableau 3-1 : Caractérisation des pertes et de la sélectivité du mode (0,0) réalisée dans la thèse de C. Rouvière [113]**

Modes $(p, q)$	(0, 0)	(0, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(2, 0)	(2, 1)
<b>Pertes<sub>p,q</sub> Pertes (dB)</b>	-2,7	-2,6	-2,8	-3,3	-3	-3,7
<b>S<sup>p,q</sup><sub>0,0</sub> Sélectivité (dB)</b>	0	-33,9	-18,3	-30	-26,0	-20

L'utilisation de ce système a permis l'estimation de séparation proche de la limite fondamentale attendue [17,117,20,118] montrant ainsi son efficacité.

### I. 2. 2. Avec somme de fréquences

Le principe du démultiplexage par somme de fréquences consiste en la conversion d'un unique mode qui compose un signal initialement multimode. Cela reviendrait à concevoir une interaction non linéaire dont le nombre de Schmidt est égale à 1. Si la sélectivité de la somme de fréquences a été démontrée dans le domaine temporel [119,120], elle est dans le domaine spatial bien moins évidente [121]. Nous recensons ici quelques solutions proposées dans la littérature.

Nous commençons par citer les travaux de M. Vasilyev [122] qui a étudié par décomposition en valeurs singulières la sélectivité de la somme de fréquences dans un guide plan. L'intérêt de ce guide serait d'optimiser la sélectivité. Toutefois ces résultats sont numériques et montrent une sélectivité de

seulement -4 dB entre le mode fondamental et le premier mode de Schmidt dont la forme n'est pas explicitée.

S. Kumar et al. ont proposé une méthode basée sur l'optimisation du profil du faisceau de pompe dans le but de convertir sélectivement un mode du signal [123,124]. Ils réalisent cette optimisation à l'aide d'un algorithme de *particle swarm optimization*. Notons que l'utilisation de l'algorithme permet de trouver un profil de pompe pour une structure de signal donnée. Dès lors que cette structure est modifiée, le profil de pompe doit être recalculé.

Dans leur configuration, ils cherchent par exemple à convertir efficacement le mode de Laguerre-Gauss  $LG_{0,0}$  tout en supprimant les modes  $LG_{0,1}$   $LG_{0,2}$   $LG_{0,3}$  qui composent le signal. Ils obtiennent respectivement une sélectivité de -6,5 dB, -13,1 dB et de -20,9 dB sans donner le profil de pompe associé. Cette technique leur a permis par exemple d'effectuer une reconstruction d'images [125].

Il est à noter qu'ils effectuent la conversion dans un cristal de PPLN de 2 mm de longueur. Ils mettent en forme le signal et la pompe à l'aide de SLM. Les puissances sont estimées de l'ordre du milliwatt en sortie des SLM. Ils ne mentionnent pas l'efficacité de conversion que nous estimons très en dessous du pourcent et qui correspond aux pertes du démultiplexeur.

Enfin, nous présentons les travaux de B. Sephton et. al [126]. Ils se placent dans les conditions d'un cristal fin. Dans ce cas l'amplitude complexe du champ converti  $A_c$  s'écrit comme le produit de l'amplitude complexe du champ pompe  $A_p$  et de l'amplitude complexe du champ signal  $A_s$ . En plaçant une lentille en sortie du cristal, de façon à réaliser la transformée de Fourier du champ converti  $\widetilde{A}_c$  (cf. chapitre 1:1.2.4), l'amplitude s'exprime par :

$$\widetilde{A}_c(u, v) = \kappa \iint A_p(x, y) A_s(x, y) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda_c f}(xu+yv)} dx dy \quad (3-7)$$

avec  $\kappa$  une constante complexe. L'astuce est de calculer cette expression au centre, en  $(u, v) = (0, 0)$ . Cette expression peut être alors réécrite sous la forme de la projection de l'amplitude du signal sur l'amplitude de la pompe :

$$\widetilde{A}_c(0, 0) = \kappa \langle A_s^* | A_p \rangle \quad (3-8)$$

avec  $\langle . | . \rangle$  le produit scalaire hermitien. Cela signifie que, si le signal est multimode sur une base de modes transverses  $\{|e_k\rangle\}$  (c'est-à-dire  $|A_s\rangle = \sum_k s_k |e_k\rangle$ ) et que la pompe est mise en forme sur cette base telle que  $|A_p\rangle = |e_p\rangle$ , alors l'intensité du champ converti dans le plan de Fourier sur l'axe s'écrit :

$$\widetilde{I}_c(0, 0) = 2\epsilon_0 c |\kappa s_p|^2 \quad (3-9)$$

Une mesure de l'intensité convertie sur l'axe dans le plan de Fourier par rapport au centre du cristal nous permet en théorie d'estimer le nombre de photons dans le mode  $|e_p\rangle$  du signal en entrée du système. Il est à noter que cette technique est aussi réalisable avec un SLM [127]. Dans ce cas, le masque de phase joue le rôle du faisceau de pompe.

Le défaut majeur de cette technique provient du fait que la sélectivité est obtenue sur l'axe. Toute la puissance autour de l'axe est alors perdue. Les auteurs [126,127] proposent d'injecter l'amplitude convertie dans une fibre monomode centrée sur l'axe et de mesurer la puissance en sortie. Un schéma de cette mesure est représenté sur la figure 3-6.

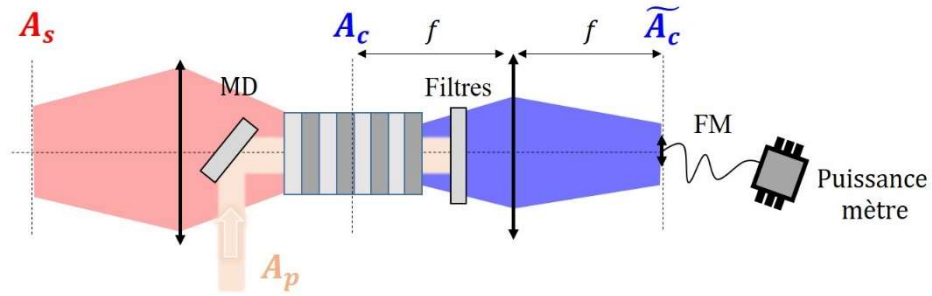


Figure 3-6 : Principe de démultiplexage spatial par somme de fréquences proposé dans [24]. MD miroir dichroïque ; FM fibre monomode.

Ils obtiennent expérimentalement les sélectivités répertoriées dans la tableau 3-2. Ces valeurs sont comparables ou même meilleures que celles obtenues avec le MPLC au tableau 3-1 mais nous estimons que l’efficacité de conversion dans leur configuration est autour de -40 dB (0,01 %). Ils utilisent un cristal de PPKTP (phosphate de titanyle et de potassium à polarisation périodique) de 5 mm de long. Le coefficient non linéaire effectif est de  $\sim 8,5$  pm/V, plus faible que celui du PPLN. Il faut ajouter à cela les pertes dues au couplage dans la fibre qui sont importantes du fait que seule l’intensité au centre de l’axe doit être mesurée. Ces pertes ne sont pas mentionnées dans l’article mais peuvent être estimées en calculant le recouvrement entre le mode de couplage de la fibre et le champ converti ce qui finalement correspond à -40 dB de pertes supplémentaires.

Tableau 3-2 : Sélectivité de la conversion du mode signal (0, 0) obtenue dans [126]

Modes $(p, q)$	(0,1)	(1,0)	(1,1)	(2,0)	(2,1)
$S_{0,0}^{p,q}$ Sélectivité (dB)	-31	-32	-45	-24	-37

Nous choisissons de mettre en place expérimentalement cette méthode dans le but final de mesurer la séparation entre deux points sources infrarouges et incohérents. Il y a plusieurs axes de développements possibles pour améliorer les performances de cette méthode. Dans notre cas, une importante différence par rapport aux travaux dans [126] est l’optimisation de la zone de détection de l’intensité. Nous utiliserons une caméra à cet effet.

## II. Démonstration expérimentale du démultiplexage spatial par somme de fréquences

La mise en place d'une telle expérience n'est pas directe et nécessite des étapes préliminaires, en particulier la mise en forme spatiale du signal et de la pompe sur la base de modes cible. Les performances du système sont très sensibles à la qualité de mise en place de ces étapes.

### II. 1. Mise en place de l'expérience

#### II. 1. 1. Description

La réalisation de l'expérience permettant la conversion sélective (c'est-à-dire démultiplexage spatial) reprend les bases de l'expérience faite au chapitre 2 et est représentée sur la figure 3-7.

Un signal de longueur d'onde de 1550 nm superposé au laser de pompe de longueur d'onde de 1064 nm, dans un cristal de PPLN, est converti par somme de fréquences à une longueur d'onde de 631 nm. Les champs signal et pompe sont mis en forme sur la base de Hermite-Gauss au moyen respectivement d'un MPLC et d'un SLM. Cette étape est détaillée plus loin. Les lames demi-onde permettent de contrôler la polarisation des champs signal et pompe pour une interaction non linéaire de type 0. Les miroirs dichroïques permettent de superposer les champs signal et pompe et permettent aussi d'isoler chacun des champs en sortie de cristal. Le cristal de PPLN de 20 mm de longueur, traité antireflets aux longueurs d'ondes considérées, est thermalisé à 69°C afin de vérifier la condition de quasi-accord de phase colinéaire. Enfin, après filtrage spectral, le champ converti est détecté avec une caméra CMOS positionnée dans le plan de Fourier ou dans le plan image du cristal. Nous allons discuter de quelques points importants de cette expérience.

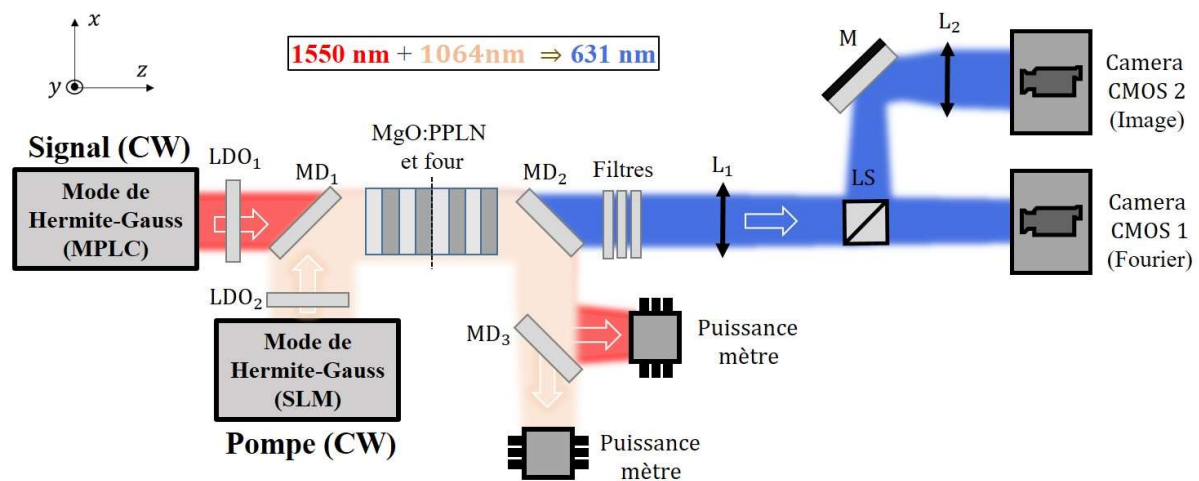


Figure 3-7 : Schéma de l'expérience de démultiplexage par somme de fréquences. LDO<sub>1</sub>, LDO<sub>2</sub>, lames demi-onde ; MD<sub>1</sub>, MD<sub>2</sub>, MD<sub>3</sub>, miroirs dichroïques ; L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, lentilles de focales 200 mm, 125 mm. M, miroir ; LS, lame séparatrice. Les caméras CMOS 1 et 2 sont placées respectivement dans le plan de Fourier et dans le plan image du centre du cristal.

### Considérations expérimentales :

L'alignement entre les modes du signal et de la pompe est un premier élément important qui va déterminer les performances du démultiplexage. En particulier le choix du rayon au *waist* des modes doit être pensé dans le but de conserver l'orthogonalité entre les modes signal  $A_{n_s, m_s}$  et pompe  $A_{n_p, m_p}$  qui idéalement vérifient :

$$\langle A_{n_p, m_p} | A_{n_s, m_s} \rangle = \delta_{n_s, n_p} \delta_{m_s, m_p} \quad (3-10)$$

Avec  $\delta_{i,j}$  le symbole de Kronecker. Cette égalité est valide pour des modes issus de la même base. Or expérimentalement, les faisceaux mis en jeu n'ont pas le même rayon. Le recouvrement entre les modes vérifie alors l'équation :

$$\langle A_{n_p, m_p}^{w_p} | A_{n_s, m_s}^{w_s} \rangle = \begin{cases} \kappa_{w_s}^{w_p} & \text{si } \text{mod}(n_p + n_s, 2) = 0 \text{ et } \text{mod}(m_p + m_s, 2) = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3-11)$$

avec  $A_{n_p, m_p}^{w_p}$  et  $A_{n_s, m_s}^{w_s}$  respectivement les amplitudes des modes de Hermite-Gauss de la pompe et du signal de rayons  $w_p$  et  $w_s$  et avec  $\kappa_{w_s}^{w_p}$  une constante complexe dont une expression analytique nous est inconnue. L'orthogonalité n'est pas conservée pour les modes qui ont les mêmes symétries dans le plan transverse. Nous illustrons ce principe sur la figure 3-8. Dans cet exemple, les modes en une dimension  $HG_0$  et  $HG_1$  seront orthogonaux indépendamment du rayon tandis que cette propriété n'est plus vraie pour les modes  $HG_0$  et  $HG_2$  dès lors qu'ils ont un rayon différent. Nous cherchons expérimentalement alors à mettre en forme les modes signal et pompe avec le même rayon  $w_p = w_s = w$ .

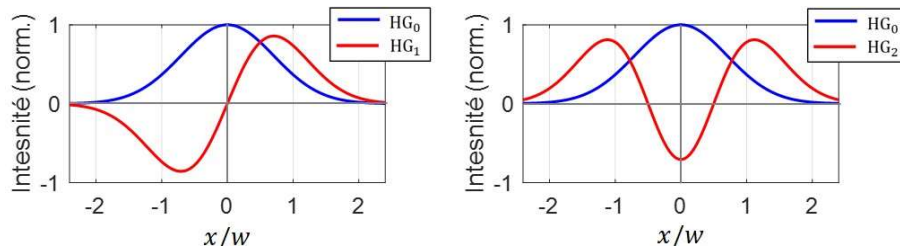


Figure 3-8 : Illustration du recouvrement entre les modes de Hermite-Gauss à une dimension  $HG_0$  et  $HG_1$  (à gauche) et  $HG_2$  (à droite).

Une autre source des pertes de performances provient du déséquilibre entre les longueurs d'onde. Pour limiter cet effet qui se manifeste durant la propagation, le rayon  $w$  doit être choisi de sorte que les longueurs de Rayleigh des deux faisceaux soient largement plus grandes que la longueur du cristal. Dans ces conditions, la diffraction des faisceaux peut être négligée, en particulier pour les modes d'ordres faibles, ce qui garantit théoriquement une meilleure sélectivité.

Enfin, le choix de la lentille  $L_1$  en sortie de cristal doit être fait en considérant le nombre de pixels nécessaire pour correctement résoudre spatialement l'intensité convertie au centre mais tout en optimisant l'intensité mesurée par pixels. Une grandeur caractéristique de la taille du mode converti peut être estimée dans le cas où les faisceaux signal et pompe sont gaussiens. Le faisceau converti est alors gaussien de rayon  $w_c$ . Ainsi, dans le plan de Fourier du cristal, c'est-à-dire dans le plan focal de la lentille  $L_1$ , le rayon  $\tilde{w}_c$  est donné par :

$$\widetilde{w}_c \approx \frac{\lambda_c f_1}{\pi w_c}, \quad \text{avec } w_c = \frac{w_p w_s}{\sqrt{w_p^2 + w_s^2}} \quad (3-12)$$

Nous obtiendrons expérimentalement des modes signal et pompe dont les rayons au *waist* au centre du cristal sont respectivement de 220  $\mu\text{m}$  et de 216  $\mu\text{m}$ . Dans ces conditions, les modes convertis dans le plan de Fourier auront une surface caractéristique de 260x260  $\mu\text{m}^2$  correspondant avec notre caméra (Hamamatsu Q-CMOS) à 120x120 pixels.

Nous estimons avec notre modèle que le désaccord entre les rayons signal et pompe donne lieu à une sélectivité entre les modes (0,0) et (0,2) de -37 dB en considérant l'intensité du pixel au centre tandis que la sélectivité est idéale dans le cas où les rayons sont parfaitement égaux.

Il est à noter que dans nos conditions expérimentales, l'efficacité de conversion est de l'ordre de 0,1 %. L'intérêt de cette expérience est de démontrer le principe de démultiplexage spatial par somme de fréquences dans une configuration simple. L'étude de la sélectivité dans de forts régimes de conversion est à prévoir dans un second temps.

### II. 1. 2. Génération des modes du signal

Pour mettre en forme le faisceau signal sur une base de Hermite-Gauss nous utilisons un MPLC. Le modèle est le PROTEUS-C-15-1550 de chez CAILABS. Les caractéristiques de celui-ci sont données dans le tableau 3-3. La puissance des modes sera dans la suite fixée à 1 mW, obtenue en ajustant la puissance du laser fibré.

**Tableau 3-3 : Pertes et sélectivité mesurées en sortie du MPLC.**

Modes ( $p, q$ )	(0, 0)	(0, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(2, 0)	(2, 1)
<b><math>Pertes_{p,q}</math> (dB)</b>	-3,1	-3,1	-3,1	-3,7	-3,9	-3,0
<b><math>S_{0,0}^{p,q}</math> Sélectivité (dB)</b>	0	-20,8	-25,2	-35,1	-27,5	-33,1

Le montage complet permettant la mise en forme du signal au centre du cristal est représenté sur la figure 3-9. L'ensemble des deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  forme un télescope. Le choix des focales est fait en tenant compte du rayon au *waist* du mode fondamental en sortie de MPLC (360  $\mu\text{m}$ ) et dans le but que le rayon au centre du cristal soit de 220  $\mu\text{m}$ . Un diaphragme positionné dans le plan de Fourier du montage 4f permet de filtrer et d'améliorer la qualité des modes.

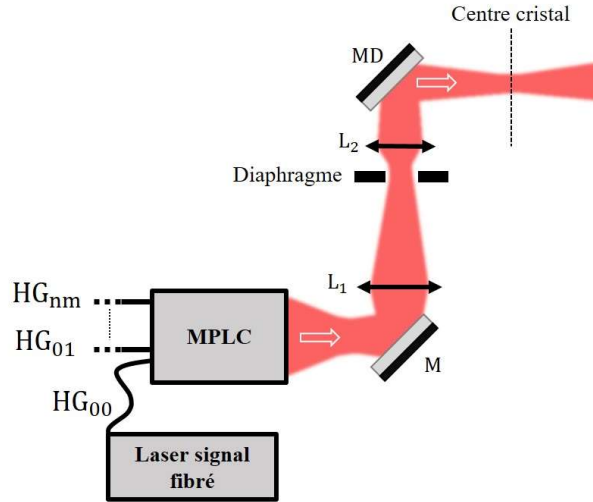


Figure 3-9 : Montage pour la génération des modes de Hermite-Gauss (HG) signaux à l'aide d'un MPLC. M miroirs ; MD miroir dichroïque (permet la superposition des faisceaux signal et pompe) ;  $L_1$ ,  $L_2$  lentilles respectivement de focales 125 mm et de 75 mm.

Pour quantifier la qualité des modes mis en forms nous les imageons avec une caméra InGaAs placée dans le plan image du montage 4f et dans le plan focal d'une autre lentille réalisant leur transformée de Fourier. Des exemples d'images sont donnés sur la figure 3-10. Nous pouvons observer que les modes en sortie du MPLC font une rotation de  $\pi/4$  dans le plan transverse. Cet angle sera pris en compte lors de la génération des modes de pompes.

A partir de la mesure des profils d'intensité dans le plan image et dans le plan de Fourier nous devrions pouvoir estimer la phase transverse des modes par exemple à l'aide d'un algorithme de Gerchberg-Saxton [128]. Cela nous permettrait de reconstruire la composition modale des faisceaux mis en forme et d'étudier l'effet des impuretés sur la sélectivité. A ce stade, nous quantifions la qualité des modes en calculant la fidélité  $F$  en intensité définie par :

$$F = \frac{\iint I^{mes}(x,y) I^{fit}(x,y) dx dy}{\iint |I^{fit}(x,y)|^2 dx dy} \quad (3-13)$$

avec  $I^{mes}$  et  $I^{fit}$  les profils d'intensité respectivement expérimental et idéal issu d'un ajustement. Nous sommes en mesure d'affirmer que les modes mis en forme sont de bonne qualité car les valeurs des fidélités sont pour la plupart supérieures à 0,9, simultanément dans le plan image et dans le plan de Fourier comme le montrent les résultats résumés sur la figure 3-11.

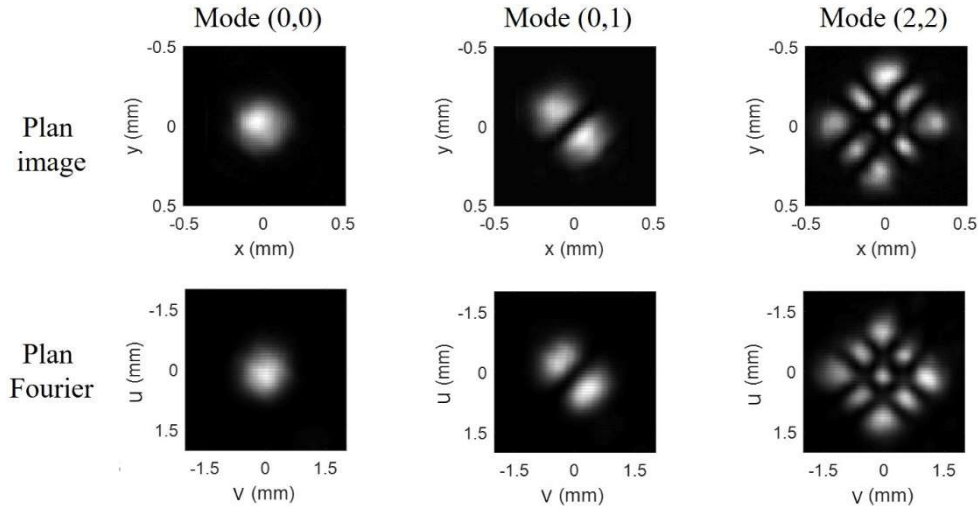


Figure 3-10 : Exemple de modes du signal obtenus expérimentalement à l’aide du MPLC

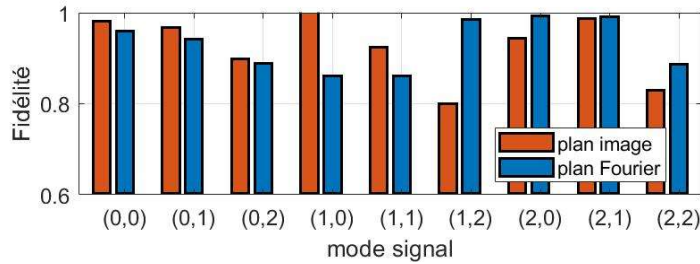


Figure 3-11 : Fidélités des modes du signal obtenues expérimentalement.

### II. 1. 3. Génération des modes de pompe

Les modes du laser de pompe sont mis en forme à l’aide d’un SLM. Le fonctionnement du SLM et le montage complet ont été présentés au chapitre 2 à la section I.1.2. Des exemples de profils d’intensité des modes de pompe obtenus expérimentalement sont donnés sur la figure 3-12. Nous avons ajusté l’orientation des modes afin qu’ils se superposent au mieux avec les modes du signal.

Les valeurs des fidélités sont résumées sur la figure 3-13 et sont pour la plupart au-dessus de 90 % ce qui démontre l’efficacité de la méthode de mise en forme. La qualité pourrait être améliorée en corrigeant les défauts du SLM comme par exemple en tenant compte des effets de cavité Fabry-Perot survenant dans les couches du SLM [129]. Nous constatons que pour le rayon choisi, le mode (2,2) est diffracté par les bords du SLM. Cela dégrade la fidélité qui est dans ce cas minimale et vaut 70 %. Le même effet est observable pour le mode (1,2). Ces modes ne nous seront cependant pas utiles pour l’estimation de séparations de sources.



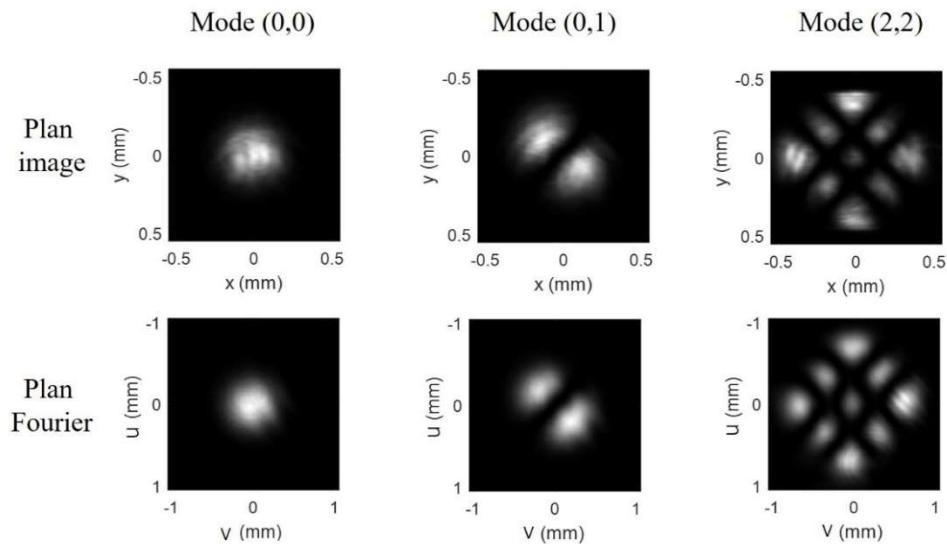


Figure 3-12 : Exemple de modes de pompe obtenus expérimentalement à l'aide du SLM

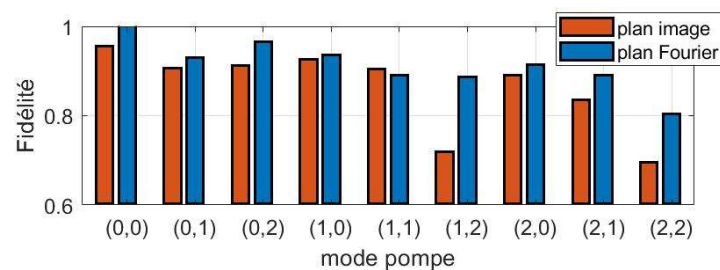


Figure 3-13 : Fidélités obtenues expérimentalement des modes de pompe

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, cette technique de mise en forme du faisceau de pompe s'accompagne de pertes. Nous avons optimisé le rayon du faisceau de pompe qui éclaire le SLM et fixé celui-ci afin que la puissance des modes soit globalement optimisée. Le tableau 3-4 indique les puissances en régime continu, obtenues expérimentalement.

**Tableau 3-4 : Puissance des modes de pompes mis en forme avec le SLM.**

Modes	Eclairement	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)
<b>Puissance (mW)</b>	1 600	307	249	143	252	212	123	144	123	67

Pour simplifier l'expérience, le laser de pompe est ici en régime continu. Les puissances mises en jeu pour la conversion sont donc de l'ordre de la centaine de milliwatts, réduisant alors l'efficacité de conversion atteinte par rapport à l'expérience de conversion d'image présentée au chapitre 2 fondée sur un laser impulsionnel. L'efficacité de conversion sera au maximum de 0,1 % dans notre expérience.

Une problématique à laquelle nous nous sommes confrontés dans cette expérience est la stabilité de la position du faisceau de pompe. En effet, la longueur du chemin parcouru par le faisceau avant le cristal est grande du fait de l'emploi d'une lentille de focale 1000 mm. Ainsi, toute vibration des supports

implique directement un déplacement du faisceau. Nous avons pris nos précautions afin de limiter ce phénomène.

### II. 1. 4. Alignement des faisceaux

Nous avons quantifié les paramètres décrivant l'alignement entre le faisceau signal et le faisceau de pompe. Après avoir mis en place les montages de mise en forme des faisceaux, nous avons placé une caméra InGaAs dans le plan au centre du cristal et imagé les faisceaux signal et pompe, gaussiens, pour plusieurs distances de propagation. Nous avons ajusté les courbes expérimentales des rayons en fonction de la distance de propagation avec la fonction :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + M^2 \left( \frac{z - z_0}{z_R} \right)^2} \quad (3-14)$$

avec  $z_0$  la position du *waist* et  $M^2$  un paramètre décrivant la qualité du faisceau gaussien,  $M^2 = 1$  étant le cas idéal. A partir de la position des centres des faisceaux sur la caméra, nous sommes aussi capables d'estimer l'angle  $\theta_{r,z}$  que ces faisceaux font l'un par rapport à l'autre dans le plan contenant l'axe optique.

Nous ajustons l'alignement en translatant le miroir dichroïque MD<sub>1</sub> (figure 3-7) ou en ajustant la position de la lentille L<sub>2</sub> en sortie du MPLC (figure 3-9), le faisceau de pompe étant fixe, choisi comme référence.

Finalement, nous obtenons les paramètres résumés dans le tableau 3-5. Il est difficile d'ajuster simultanément ces paramètres car ils sont couplés. L'erreur sur la position des *waist*  $z_0$  n'est pas significative dans ces conditions où la longueur de Rayleigh des faisceaux signal et pompe est respectivement de 95 mm et de 143 mm par rapport au cristal de 20 mm de long. Le coefficient  $M^2$  estimé à 1,12 et à 1,02 respectivement pour le faisceau signal et pompe, assure une bonne qualité de faisceau dans les deux cas. Enfin l'erreur sur l'angle entre les deux faisceaux est estimée en dessous du mrad, en accord avec l'acceptance angulaire de la conversion qui est de 30 mrad. Cette erreur pourra limiter la sélectivité finale.

**Tableau 3-5 : Caractérisation de l'alignement entre le faisceau de pompe et signal au centre du cristal. Paramètres issus d'un ajustement.  $z_0 = 0$  correspond au centre du cristal.**

	$w_0$ (μm)	$z_0$ (mm)	$M^2$	$\theta_{r,z}$ (mrad)
<b>Signal</b> (1550 nm)	216	-8	1,12	~0,5
<b>Pompe</b> (1064 nm)	220	4	1,02	-

En prenant en compte ces paramètres, la sélectivité du mode (0,0) estimée avec notre modèle est de - 43 dB, - 37 dB et de - 106 dB respectivement pour les modes (0,1), (0,2) et (0,3) en considérant l'intensité du pixel au centre.

## II. 2. Estimation de la sélectivité

Dès lors que nous mettons en place le cristal de PPLN, dont la température est contrôlée et fixée à 70°C, nous pouvons observer les images converties. Nous représentons les modes convertis en intensité dans le plan image du cristal sur la figure 3-14 et dans le plan de Fourier du cristal sur la figure 3-15. Nous

constatons dans le plan de Fourier que seuls les modes qui vérifient l'égalité  $D_s = D_p$  avec  $D_s = (n_s, m_s)$  et  $D_p = (n_p, m_p)$ , ont une intensité apparente non nulle au centre. L'estimation des coefficients de projection du signal sur la base de mode de Hermite-Gauss en intensité est alors réalisable.

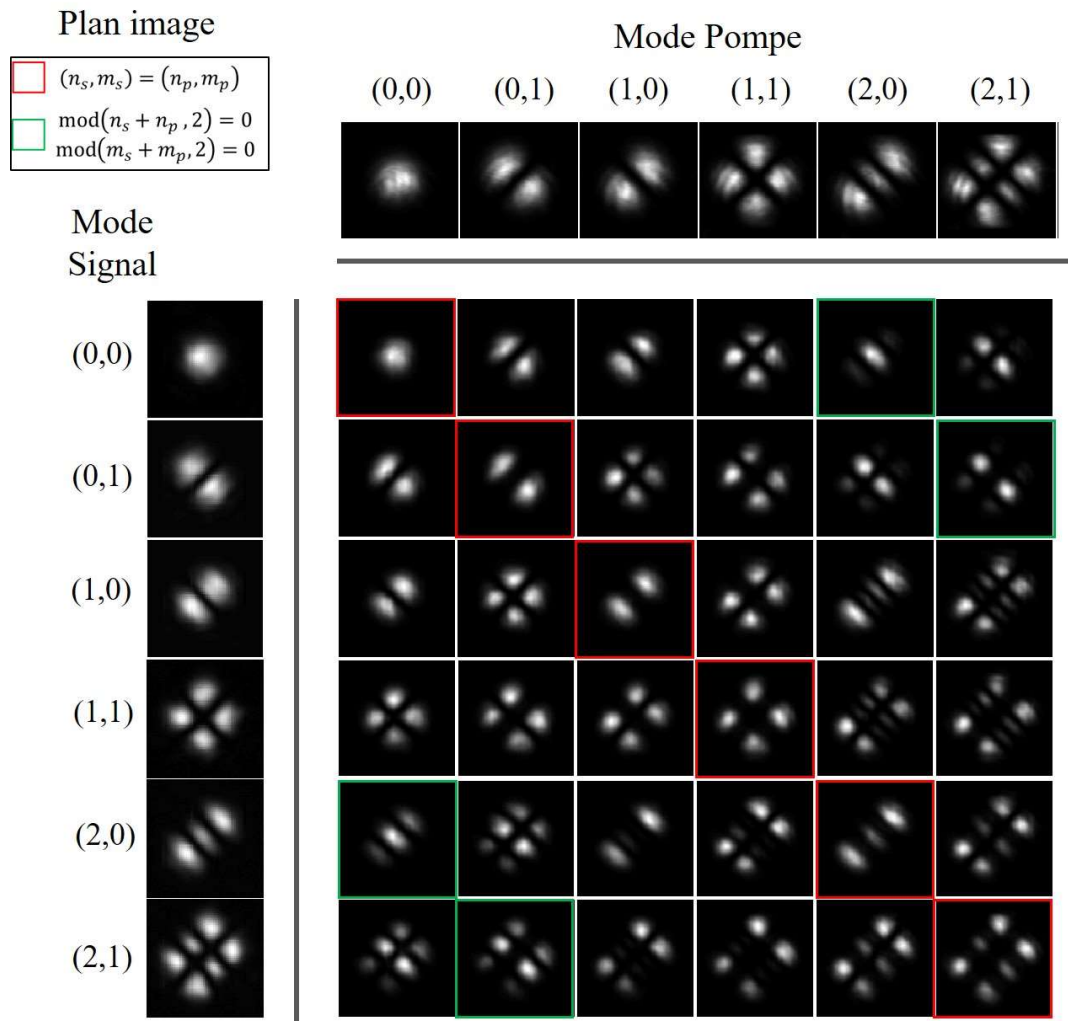


Figure 3-14 : Modes convertis expérimentaux dans le plan image du centre du cristal. Les modes convertis mis en évidence avec un carré rouge correspondent au cas où le mode de pompe et du signal ont le même indice et avec un carré vert correspondent au cas où les modes sont de même parité. Les modes signal et pompe sont définis dans le plan image.

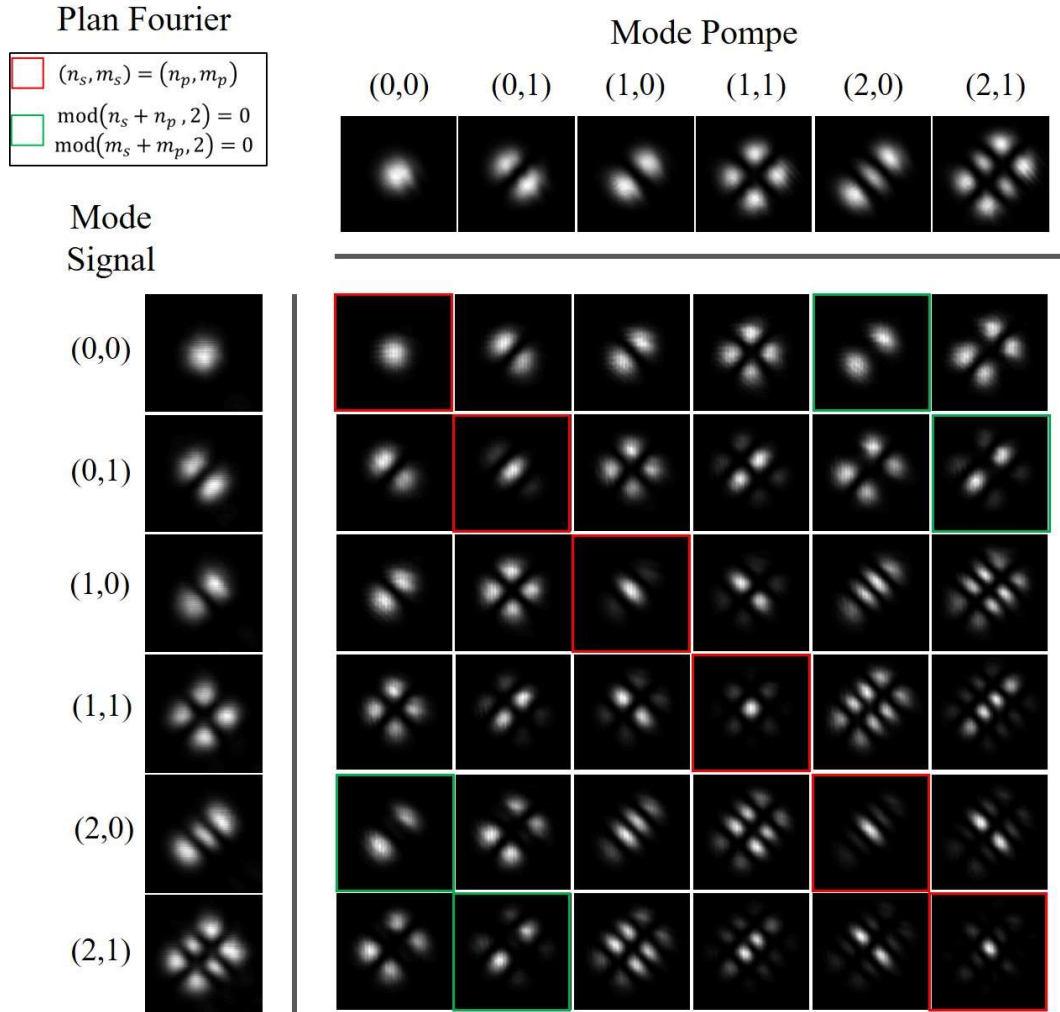


Figure 3-15 : Modes convertis expérimentaux dans le plan de Fourier du centre du cristal. Les modes convertis mis en évidence avec un carré rouge correspondent au cas où le mode de pompe et du signal ont le même indice et avec un carré vert correspondent au cas où les modes sont de même parité. Les modes signal et pompe sont définis dans le plan du centre du cristal.

Nous cherchons à optimiser la zone sur laquelle nous allons mesurer l'intensité. Pour ce faire, nous calculons dans un premier temps la sélectivité ponctuelle par pixels  $(x_i, y_j)$  :

$$S_{D_p, D_p}^{D_s, D_p}(x_i, y_j) = 10 \log_{10} \left( \frac{I_{D_s, D_p}(x_i, y_j)}{I_{D_p, D_p}(x_i, y_j)} \right) \quad (3-15)$$

avec  $I_{D_s, D_p}$  l'intensité du mode converti issu de la conversion du mode signal d'ordre  $D_s = (n_s, m_s)$  et du mode de pompe  $D_p = (n_p, m_p)$ . L'intensité  $I_{D_p, D_p}$  correspond au cas où les modes signal et pompe ont le même ordre. Une image de la sélectivité dans le cas où  $D_s = (0,0)$  et  $D_p = (0,1)$  est donnée sur la figure 3-16. Cet exemple correspond au cas où nous voudrions mesurer l'intensité du mode  $HG_{01}$  du signal utile pour l'estimation de séparation. Tous les pixels qui correspondent à une intensité inférieure à 1 % de l'intensité du maximum de l'image de la figure 3-16 b) sont fixés à zéro. Nous constatons que

la zone pour laquelle la sélectivité est minimale à une forme proche d'une ellipse. La méthode proposée dans [126] qui consiste à injecter le mode converti dans une fibre monomode n'est donc pas optimale.

A noter, la valeur minimale de  $-40$  dB ( $\pm 1$  dB) correspond au rapport signal à bruit. Celui-ci est estimé à partir de la variance de l'intensité des pixels de la caméra et de l'intensité du mode converti.

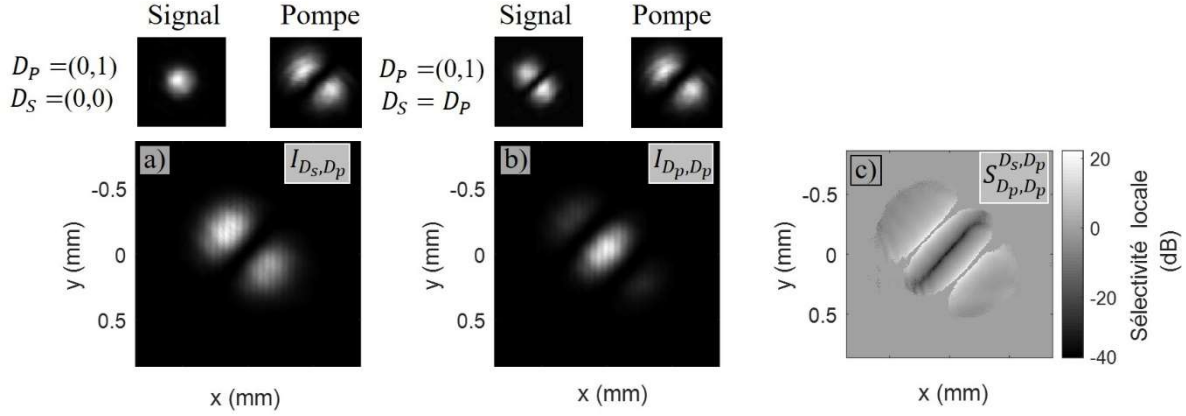


Figure 3-16 : a) et b) Exemples d'images expérimentales de modes convertis dans le plan de Fourier du centre du cristal. Les modes signal et pompe correspondants apparaissent au-dessus. c) Sélectivité  $S_{D_p, D_p}^{D_s, D_p}(x_i, y_j)$  par pixels pour les modes  $D_p = (0,1)$  et  $D_s = (0,0)$

Enfin nous intégrons l'intensité sur des ensembles de pixels  $\Omega$  définis par :

$$\Omega = \left\{ \text{pixels } (x_i, y_j), \text{ tel que } S_{D_p, D_p}^{D_s, D_p}(x_i, y_j) \leq S_\Omega \right\} \quad (3-16)$$

avec  $S_\Omega$  une valeur de sélectivité ponctuelle fixée. Nous calculons alors la sélectivité dite intégrée  $S_{D_p, D_p}^{D_s, D_p}(S_\Omega)$  sur cet ensemble de pixels. A cette sélectivité nous associons des pertes  $Pertes_{D_p}(S_\Omega)$ . Les deux quantités se calculent à partir des expressions :

$$S_{D_p, D_p}^{D_s, D_p}(S_\Omega) = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_{\Omega} I_{D_s, D_p}(x_i, y_j)}{\sum_{\Omega} I_{D_p, D_p}(x_i, y_j)} \right) \quad (3-17)$$

$$Pertes_{D_p}(S_\Omega) = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_{\Omega} I_{D_p, D_p}(x_i, y_j)}{\sum_{\Omega_{\text{tot}}} I_{D_p, D_p}(x_i, y_j)} \right)$$

avec  $\Omega_{\text{tot}}$  l'ensemble des pixels de l'image. Nous présentons les résultats dans le cas où  $S_\Omega = -20$  dB sur la figure 3-17. Cet exemple a pour but de montrer qu'il faut en moyenne  $-10$  dB de pertes pour obtenir  $-20$  dB de sélectivité.

Pour plus de clarté nous nous focalisons sur la sélectivité du mode signal  $(0,1)$ , utile pour l'estimation de séparation de sources. En faisant varier la valeur de  $S_\Omega$  nous calculons la sélectivité en fonction des pertes associées. Nous comparons les résultats sur la figure 3-18. Nous effectuons le même calcul pour les modes convertis mesurés dans le plan image. Cela permet de montrer l'intérêt de la mesure dans le plan de Fourier du cristal.

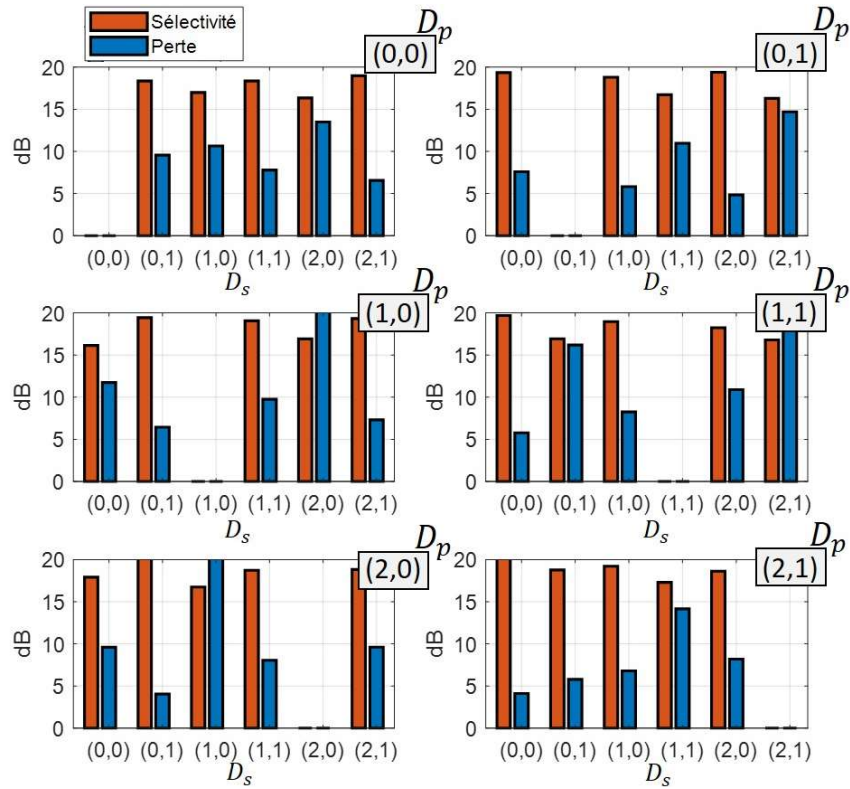


Figure 3-17 : Sélectivité  $-S_{D_p, D_p}^{D_s, D_p}(S_\Omega)$  et pertes  $-Pertes_{D_p}(S_\Omega)$  expérimentales. Le mode  $D_p$  est affiché en haut à droite de chaque diagramme. Les modes  $D_s$  sont en abscisse. Dans cette configuration la sélectivité est égale à  $-18 \pm 2$  dB.

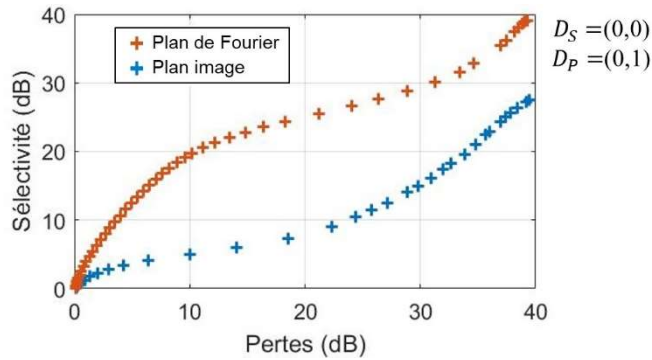


Figure 3-18 : Courbes expérimentales de la sélectivité en fonction des pertes pour le couple de modes  $D_p = (0,1)$  et  $D_s = (0,0)$ .

Cette expérience nous a permis de comprendre les limites du démultiplexage spatial par somme de fréquences avec la méthode retenue. Nous nous sommes placés dans des conditions simples où l’efficacité de conversion était faible. Les axes de développements futurs prévoient l’étude de l’effet de l’efficacité de conversion, l’étude de l’effet de la focalisation du faisceau de pompe, la diminution du bruit de détection et l’ajustement de la focalisation du mode converti dans le plan de Fourier dans le but d’augmenter l’intensité mesurée par pixels. Nous allons démontrer dans la section suivante l’efficacité de cette méthode dans le contexte de mesures de séparations.

### III. Estimation de la séparation de sources incohérentes

#### III. 1. Mise en place de l'expérience

Dans cette expérience, nous convertissons deux points sources incohérents infrarouges à partir des images converties dans le plan de Fourier du cristal et avec un faisceau de pompe HG<sub>01</sub>. Par rapport à l'expérience faite à la section précédente, nous devons générer ici deux points sources incohérents. Nous ajoutons aussi un chemin formé du montage 4f L<sub>1</sub> – L<sub>2</sub> pour détecter par imagerie directe ce signal, illustré sur la figure 3-19. Le mode de pompe généré est le mode de Hermite-Gauss HG<sub>01</sub> permettant idéalement d'estimer le nombre de photons du signal dans ce mode. Après cette brève description, nous allons détailler quelques-unes de ces étapes.

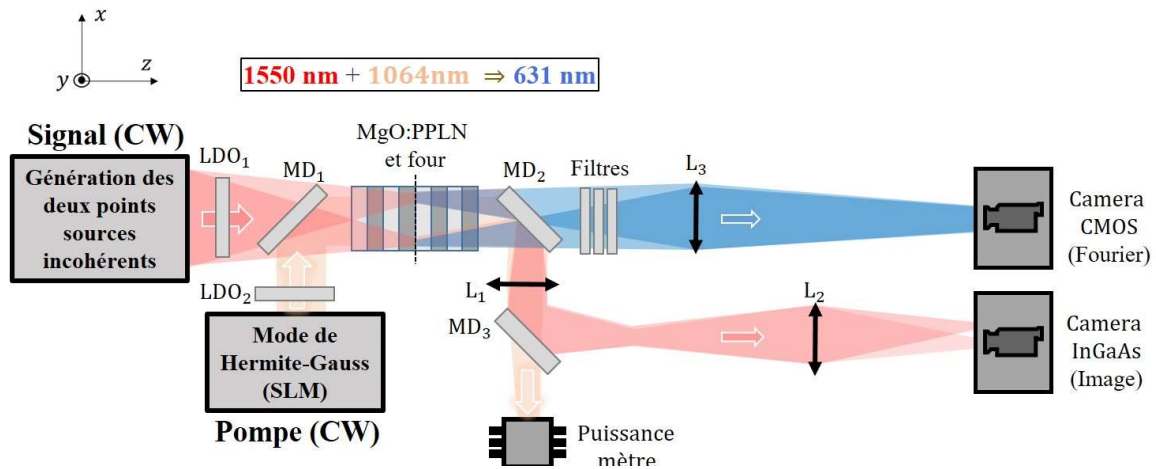


Figure 3-19 : Schéma de l'expérience de l'estimation de séparations de sources. Nous effectuons une mesure en imagerie directe à l'aide de la caméra InGaAs placée dans le plan image du cristal et nous effectuons une mesure par démultiplexage spatial par somme de fréquences avec une caméra CMOS placé dans le plan de Fourier du cristal. LDO<sub>1</sub>, LDO<sub>2</sub>, lames demi-onde ; MD<sub>1</sub>, MD<sub>2</sub>, MD<sub>3</sub>, miroirs dichroïques ; L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, L<sub>3</sub>, lentilles de focales 150 mm, 150 mm et 200 mm.

##### III. 1. 1. Schéma de détection

Nous détaillons dans cette section les performances des détecteurs utilisés. Dans toute la suite, le terme de bruit désigne un photocourant parasite qui par sa nature aléatoire n'est pas corrigé.

Nous avons utilisé une caméra InGaAs de chez FirstLight pour détecter l'intensité du signal infrarouge et une caméra CMOS de chez Hamamatsu pour détecter l'intensité convertie. Les performances des deux caméras sont répertoriées dans le tableau 3-6. La caméra de chez Hamamatsu a l'avantage d'avoir un très faible bruit de lecture permettant notamment la détection de photons uniques. Le nombre  $N_{pix}$  et la taille des pixels (*pitch*) sont aussi bien meilleurs avec cette caméra. Il est à noter que nous fixons des temps d'intégration de l'ordre de 1-100  $\mu$ s. Dans ces régimes, le bruit de courant d'obscurité est négligeable par rapport au bruit de lecture.



**Tableau 3-6 : Caractéristiques des caméras fournies par les constructeurs.**

Technologie	Fournisseur [Modèle]	$N_{pix}$ [pitch ( $\mu\text{m}$ )]	Efficacité quantique [ $\lambda$ (nm), $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )]	Bruit de lecture ( $\sigma_e$ )	Dynamique (bit) [valeur max.]
InGaAs	FirstLight [C-RED 3]	640x512 [15]	$\sim 75\%$ [1550, 20 $^{\circ}\text{C}$ ]	$\sim 40$	14 [16384]
CMOS	Hamamatsu [Q-CMOS]	4096x2304 [4,6]	$\sim 75\%$ [630, N.A.]	0,43-0,27	16 [65536]

Expérimentalement, nous ne sommes pas au plancher de bruit des détecteurs. Sans conversion, avec le laser signal éteint et avec le laser de pompe allumé, nous caractérisons le photocourant parasite des caméras sur 100 images. Les moyennes et les écart-types sont représentés sur la figure 3-20.

Dans toute l'expérience nous soustrayons à chaque image la valeur moyenne de ce bruit. Nous constatons que le bruit de détection n'est pas réparti uniformément sur la caméra CMOS. La répartition est similaire à une figure de *speckle*. Nous attribuons ce bruit à un filtrage spectral imparfait du laser de pompe. Dans le cas de la caméra InGaAs, nous pouvons constater que le bruit est réparti uniformément sur les pixels. Cette caméra est positionnée dans une zone moins sensible aux réflexions parasites du laser de pompe.

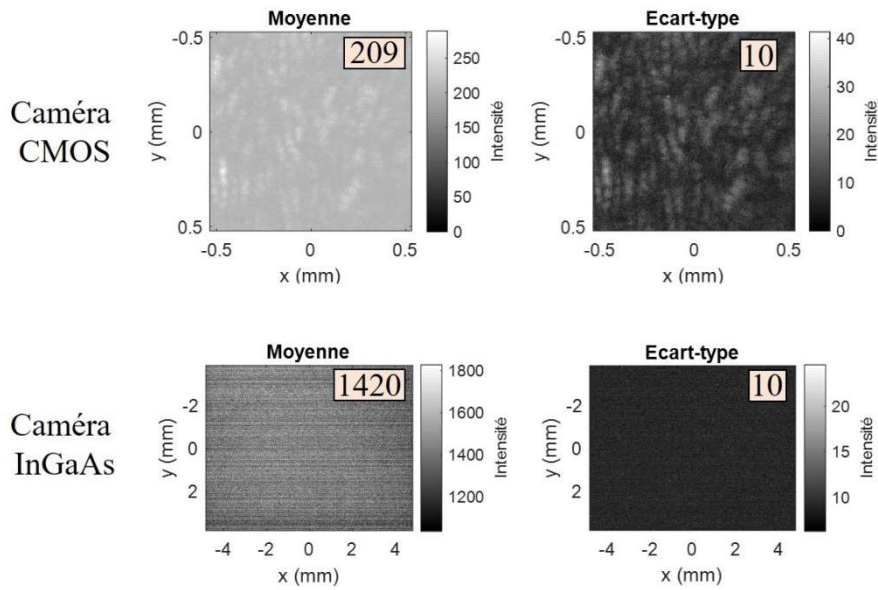


Figure 3-20 : Moyenne et écart-type sur 100 images du photocourant sans conversion et avec le signal éteint, mesurés avec les caméras CMOS et InGaAs. Les valeurs sont les niveaux numériques.

### III. 1. 2. Génération de deux points sources incohérents

Nous devons dans un premier temps générer un seul point source signal. Nous simplifions cette étude en approximant la réponse impulsionnelle par un faisceau gaussien de 220  $\mu\text{m}$  de rayon. Ce rayon correspond à un système d'imagerie virtuel composé d'une lentille de 850 mm de focale et de 1 cm de diamètre. Cette approximation est valide en optique paraxiale.



Le faisceau gaussien signal est issu du montage présenté dans l'expérience de conversion sélective. Il est généré par la sortie  $HG_{00}$  du MPLC. Nous fixons la puissance du signal à 1 mW au centre du cristal. Les fluctuations de la puissance, mesurées, sont négligées dans toute la suite. Entre la sortie du cristal et la détection sur la caméra InGaAs le faisceau est atténué. Dans le plan image de la lentille  $L_2$  la puissance est de 0,8 mW. Cette diminution est principalement due à la sensibilité des miroirs dichroïques à la polarisation. Cette puissance est trop grande pour pouvoir être détectée sans saturer le capteur. Nous utilisons deux densités optiques. Un filtre passe bande autour de 1550 nm est aussi utilisé afin de filtrer la pompe résiduelle. Ces optiques atténuent la puissance d'un facteur  $2,9 \cdot 10^{-4}$ . Le nombre de photons moyens par seconde sur la caméra est de  $1,8 \cdot 10^{12}$ . Nous fixons le temps d'intégration de la caméra à 600 ns ce qui correspond, en prenant en compte l'efficacité quantique de la caméra, à  $8,1 \cdot 10^5$  photons par image pour une seule source. Nous estimons que cette valeur a une incertitude de 10 %. Nous mesurons les fluctuations de l'intensité du signal sur 100 images. Les résultats sont présentés sur la figure 3-21. Le rapport signal à bruit est dans cette configuration de 25 dB en moyenne.

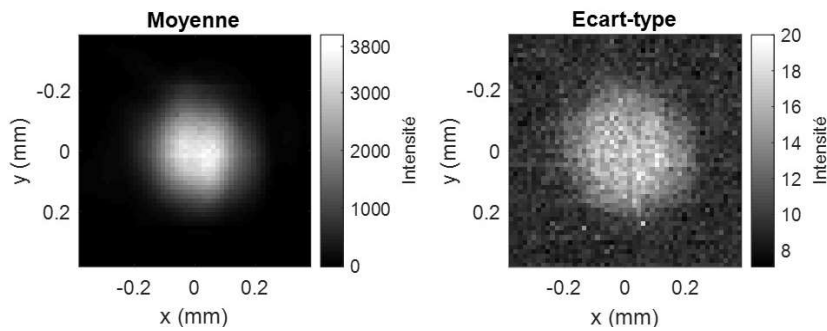


Figure 3-21 : Moyenne et écart-type de l'intensité du signal mesuré. Les valeurs sont les niveaux numériques.

Le contrôle de la position du faisceau se fait en tradant le miroir positionné à la sortie du MPLC, illustré sur la figure 3-9. Nous utilisons une translation manuelle de chez Newport, le modèle DM-25L. Nous caractérisons précisément la position du centre  $d/2$  du faisceau en fonction du nombre de pas de translation. Nous effectuons cette mesure au centre et dans le plan image (c'est-à-dire dans le plan focal de la lentille  $L_2$ ) du cristal. Pour chaque pas de translation nous acquérons 100 images. Chaque image est ajustée avec un profil gaussien. Nous en déduisons la moyenne et la précision, représentées respectivement sur la figure 3-22 a) et b). La sensibilité est en moyenne de  $1,1 \cdot 10^{-3} w$ . Nous verrons que cette valeur correspond à la borne inférieure de la sensibilité de mesure de la séparation de sources par imagerie directe.

Une technique utilisée [118] pour générer deux points sources incohérents consiste à faire la somme de deux images enregistrées pour des positions différentes de la source. Cela signifie que l'image que nous traitons à la fin est la somme d'une image correspondant à une séparation de  $+d/2$  capturée au temps  $t_1$  et d'une image correspondant à une séparation de  $-d/2$  capturée au temps  $t_2$ . Cette technique a l'avantage d'être simple à mettre en œuvre. Le contrôle de l'incohérence et de la séparation simultanément est non trivial. Toutefois, cette méthode n'est pas optimale. Le bruit de détection et le bruit d'intensité compte deux fois.

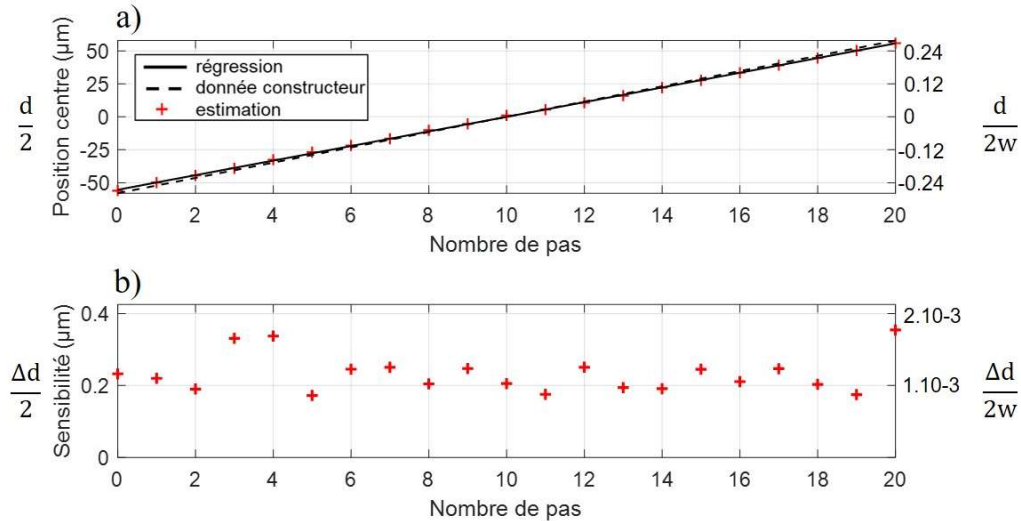


Figure 3-22 : Position estimée du faisceau gaussien signal dans le plan image du cristal en fonction du pas de la translation. Le rayon au *waist*  $w$  est de 208,5 µm dans ce plan.

## III. 2. Mesure de la séparation et de la sensibilité de mesure

### III. 2. 1. Par imagerie directe

Nous évaluons la séparation entre les deux faisceaux gaussiens en ajustant une fonction décrivant la somme de deux distributions gaussiennes. Le seul paramètre ajusté est la distance par rapport au centre. Nous utilisons une minimisation au sens des moindres carrés comme fonction de coût. Nous illustrons deux exemples sur la figure 3-23.

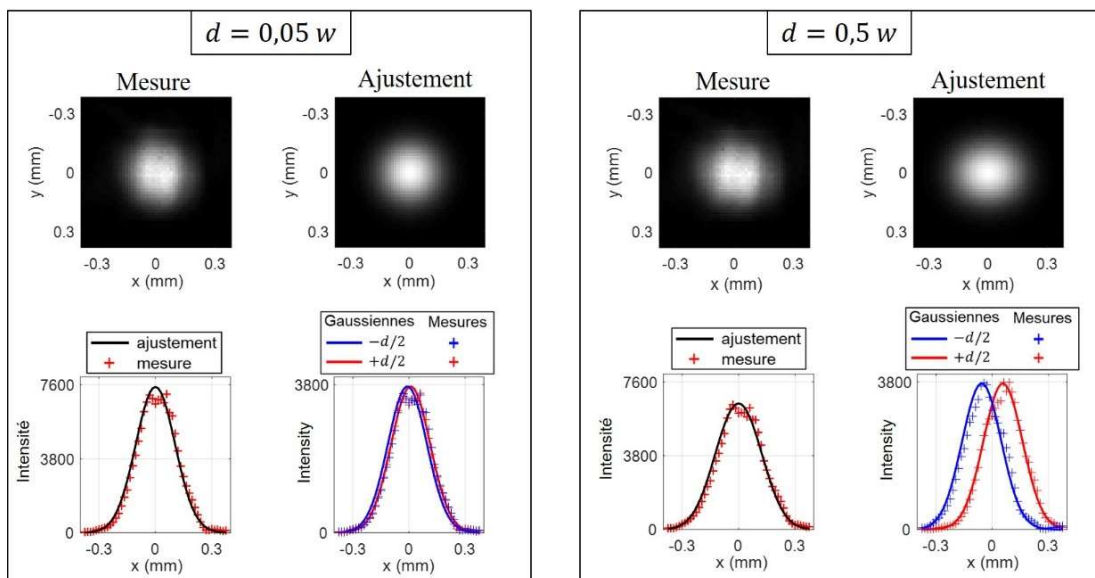


Figure 3-23 : Deux exemples d'ajustements de la somme des deux faisceaux gaussiens. Pour chaque exemple nous illustrons les deux fonctions gaussiennes calculées à partir de l'ajustement que nous superposons aux mesures selon une direction.

Pour chaque valeur de séparation  $d$  nous combinons deux images correspondant respectivement aux séparations  $+d/2$  et  $-d/2$ . Nous disposons de 100 images pour chaque séparation. Nous évaluons la moyenne  $d_{est}$  et la précision  $\Delta d$  sur cet ensemble d'images que nous représentons en fonction de la séparation de référence  $d_{réf}$  sur la figure 3-24. Nous pouvons constater que la moyenne des valeurs estimées est en bon accord avec les valeurs de références.

La précision de la mesure décroît avec la séparation. Elle tend pour les grandes séparations vers une valeur presque égale à la précision de la mesure du centre d'un seul faisceau (figure 3-22 b)) qui est de  $1,1 \cdot 10^{-3} w$ . Nous superposons aux points expérimentaux la borne de Cramér-Rao calculée à partir du nombre de photons estimé plus haut. Celle-ci se calcule en prenant en compte seulement le bruit de grenaille et s'obtient en faisant l'hypothèse d'un détecteur idéal.

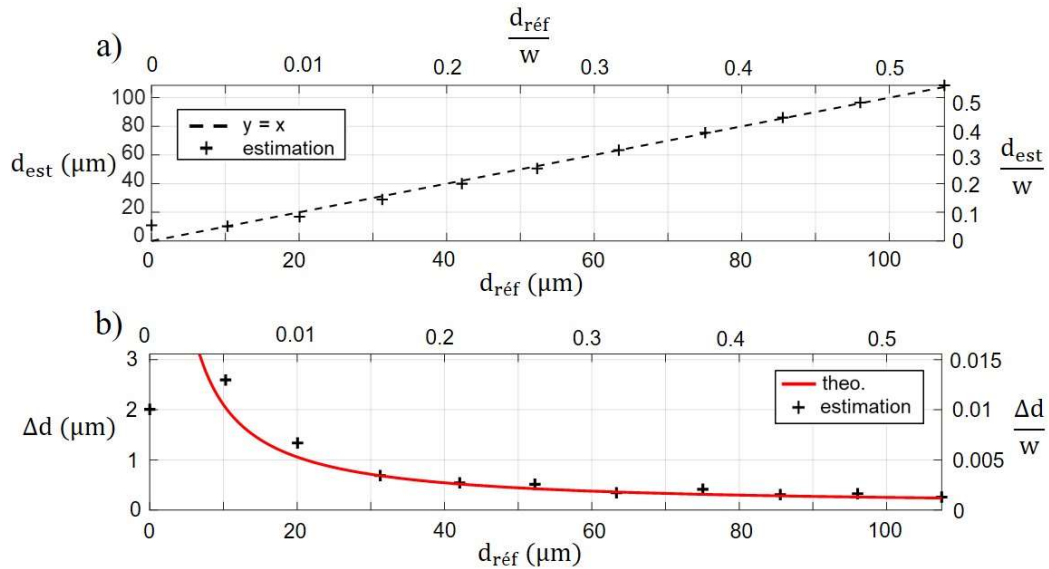


Figure 3-24 : a) Moyenne et b) écart-type de l'estimateur en fonction de la séparation de référence. Les valeurs sont aussi données normalisées par le rayon  $w$ . Le calcul de la borne de Cramer-Rao est fait à partir de  $1,8 \cdot 10^6$  photons.

### III. 2. 2. Par somme de fréquences

L'efficacité de notre méthode pour estimer la séparation entre les deux faisceaux dépend de la statistique du nombre de photons détectés.

Le nombre de photons convertis dépend de l'efficacité de conversion. Nous l'évaluons à l'aide de notre modèle et à partir de la mesure de la puissance de pompe (250 mW) et de son rayon (220  $\mu\text{m}$ ) ainsi que de la connaissance de la longueur du cristal (20 mm), du coefficient non linéaire du PPLN (15,6 pm/V) ainsi que des longueurs d'onde mesurées. Nous prenons en compte le profil spatial du faisceau de pompe qui est le mode de Hermite-Gauss  $HG_{01}$ . Tous calculs faits, l'efficacité de conversion est estimée à une valeur de  $6,3 \cdot 10^{-4}$ . Le filtrage spectral atténue aussi l'intensité. La transmission de l'ensemble des filtres que nous utilisons est estimée à 57 % à 631 nm. De plus, lors de cette expérience nous avons laissé la lame semi-réfléchissante nous permettant de faire l'image de l'intensité du champ convertie au centre du cristal. Celle-ci à une transmission de 70 %. Finalement nous estimons qu'il y a  $1,4 \cdot 10^{12}$  photons par seconde dans le plan de la caméra. Le temps d'intégration est fixé à 100  $\mu\text{s}$  ce qui

correspond, en prenant en compte l'efficacité quantique de la caméra, à  $1,1 \cdot 10^8$  photons par image pour un seul faisceau signal. Nous associons à cette estimation 20 % de précision.

L'alignement entre le faisceau de pompe et celui du signal est fait en suivant la procédure détaillée dans le cadre de l'expérience de conversion sélective. Nous ajoutons une étape. Le faisceau de pompe, qui est le mode de Hermite-Gauss  $HG_{01}$ , est aligné finement avec le signal gaussien de sorte à minimiser les fluctuations au centre de l'image (figure 3-25). Celles-ci devraient idéalement résulter seulement des fluctuations du détecteur. Les fluctuations que nous mesurons sont issues du calcul de l'écart-type sur 100 images, pour une séparation donnée. Une fois que nous avons réalisé cette étape, nous faisons l'hypothèse que cette configuration correspond au cas où le centre du faisceau gaussien est aligné parfaitement avec le centre du faisceau de pompe correspondant alors à la valeur de référence  $d_{réf} = 0$ .

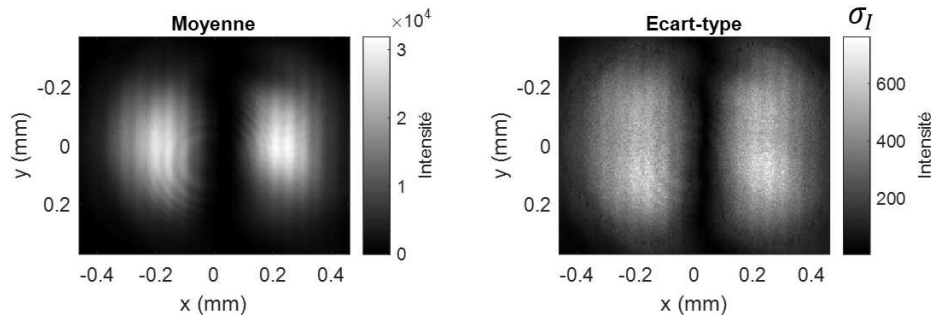


Figure 3-25 : Calcul de la moyenne et de l'écart-type avec 100 images. Cet exemple correspond au cas où nous optimisons l'alignement entre les faisceaux signal et pompe en minimisant les fluctuations au centre. Les valeurs sont les niveaux numériques.

Nous construisons notre estimateur à partir de la mesure de l'intensité sur des zones de pixels définies à partir d'une valeur d'écart-type limite  $\sigma_\Omega$ . Nous illustrons ces zones sur la figure 3-26.

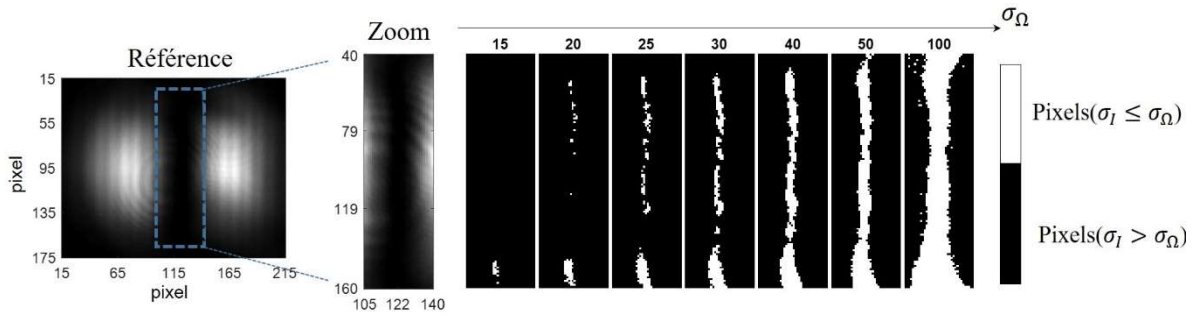


Figure 3-26 : Illustration des zones de pixels sur lesquelles nous intégrons l'intensité. La variable  $\sigma_I$  correspond à l'écart-type de l'intensité de l'image illustrée sur la figure 3-25. La variable  $\sigma_\Omega$  correspond à une valeur d'écart-type limite.

Nous mesurons l'intensité totale dans ces zones en fonction du déplacement  $d/2$  d'un seul faisceau. Nous cherchons à optimiser la zone de pixels sur laquelle nous effectuons la mesure dans le but de minimiser la sensibilité de l'estimateur. Cela revient à optimiser la sélectivité et les pertes du démultiplexage (Cf. section II. 2. ). Trois exemples de courbes sont représentés sur la figure 3-27 a). Les points expérimentaux sont ajustés par une fonction polynomiale  $I_{pol}$ .

A partir des ajustements  $I_{pol}$ , nous construisons une courbe de calibration  $I_{cal}$  de l'intensité en fonction de la séparation entre les deux faisceaux. Du fait de l'incohérence des deux faisceaux gaussiens,

l'intensité résultante de la superposition des deux est la somme des intensités. La courbe de calibration est donc donnée par :

$$I_{cal}(d_{réf}) = I_{pol}\left(+\frac{d_{réf}}{2}\right) + I_{pol}\left(-\frac{d_{réf}}{2}\right) \quad (3-18)$$

A partir de cette courbe, illustrée sur la figure 3-27 b), il est possible d'estimer une séparation  $d_{est}$  pour une image quelconque résultante de la somme de deux points sources. Il suffit de mesurer l'intensité  $I_{mes}$  sur la zone de pixels définie et d'inverser l'équation  $d_{est} = I_{cal}^{-1}(I_{mes})$ .

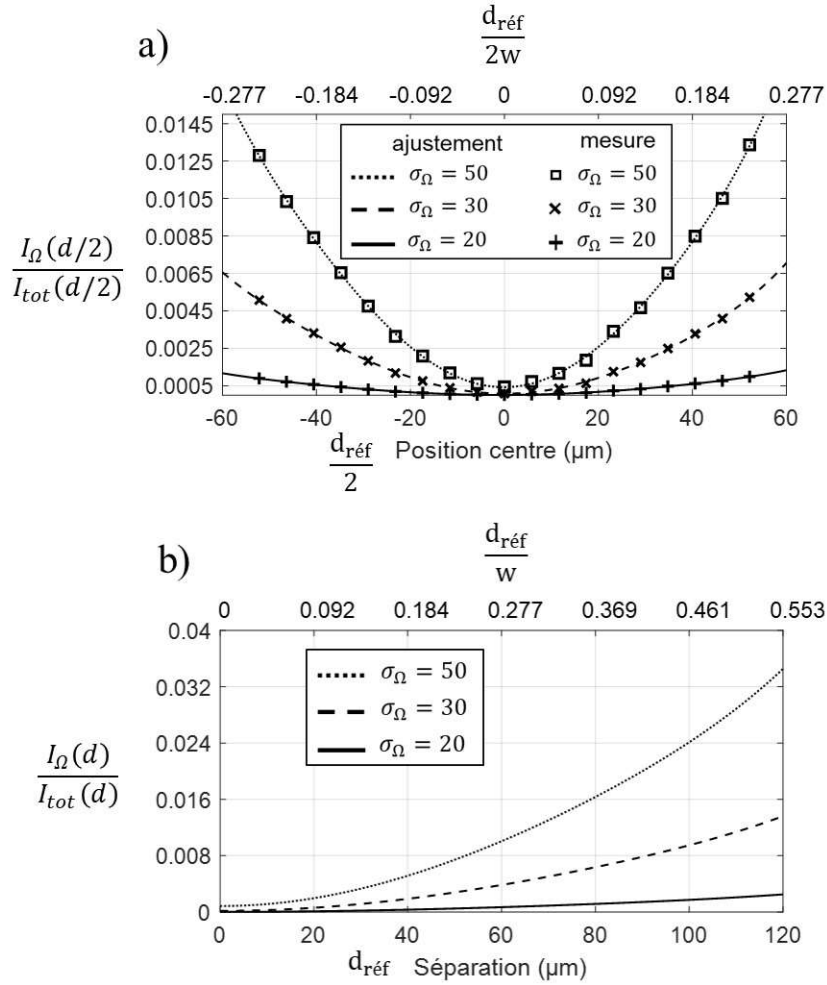


Figure 3-27 : a) Intensité  $I_{\Omega}(d/2)$  mesurée sur les ensembles des pixels définis par  $\sigma_{\Omega}$ , normalisée par l'intensité totale de l'image  $I_{tot}(d/2)$  en fonction de la séparation de référence  $d_{réf}$  pour un seul faisceau, de rayon  $w$ . Les courbes correspondent à un ajustement polynomial des points expérimentaux. b) Courbes de calibration de l'intensité en fonction de la séparation des deux faisceaux, calculées à partir des ajustements.

Nous mettons en pratique cet estimateur sur un ensemble d'images issues de la somme de deux images correspondant aux séparations  $+d/2$  et  $-d/2$ . Pour chaque séparation  $d$  nous faisons l'acquisition de 100 images. Nous calculons alors la moyenne  $d_{est}$  et la sensibilité  $\Delta d$  sur cet ensemble d'images. Cette étude est réalisée sur chaque ensemble de pixels. Les résultats sont résumés sur la figure 3-28.

Les moyennes des valeurs estimées sont en accord avec les valeurs de référence. Elles ne varient pas selon la condition  $\sigma_{\Omega}$ . Nous observons un biais pour certaines valeurs. Dans le cadre de cette

méthode, ce biais s'explique par la fluctuation de la puissance de pompe qui est de l'ordre du pourcent sur le temps total de la mesure. Une erreur sur la séparation de référence pourrait aussi jouer un rôle.

La précision associée dépend de la zone de pixels utilisée. Dans tous les cas celle-ci semble constante en fonction de la séparation ce qui est en accord avec la théorie. Pour l'ensemble de pixels définis par  $\sigma_\Omega = 50$ , le nombre de photons mesurés pour chaque image est le plus grand. Cela a pour effet d'augmenter la précision pour les plus grandes séparations. Cependant, nous intégrons dans cette zone des photons indésirables, issus du mode  $HG_{00}$  du signal. Cela a pour effet d'augmenter le rapport signal à bruit et affecte la précision pour les plus faibles séparations. Pour l'ensemble de pixels définis par  $\sigma_\Omega = 20$ , la sélectivité est meilleure que dans le cas précédent mais la diminution du nombre de photons mesurés résulte en une moins bonne précision par rapport au cas  $\sigma_\Omega = 30$ . Le cas  $\sigma_\Omega = 30$  est un compromis entre les pertes et la sélectivité. La précision à plus faible séparation est la meilleure et est de  $1,2 \cdot 10^{-3}w$ . Il est à noter que la méthode des moments [18] permettrait d'optimiser la zone de pixels pour chaque séparation et devrait alors permettre d'augmenter la précision globalement.

Nous superposons aux points expérimentaux la courbe théorique calculée à partir du nombre de photons détectés après conversion dans le plan de la caméra et par temps d'intégration, qui vaut  $2,1 \cdot 10^8$ , en comptant les deux faisceaux gaussiens. La précision mesurée est 10 fois moins bonne par rapport à la borne de Cramér-Rao. Cette différence s'explique par le fait que notre estimateur n'est pas optimal. De plus la courbe théorique prend seulement le bruit de grenaille en considération alors qu'expérimentalement il faut compter le bruit du laser signal, du laser de pompe et des détecteurs. Le bruit ajouté par la conversion devrait être aussi pris en compte. Une étude de cette question fait l'objet de travaux en parallèle.

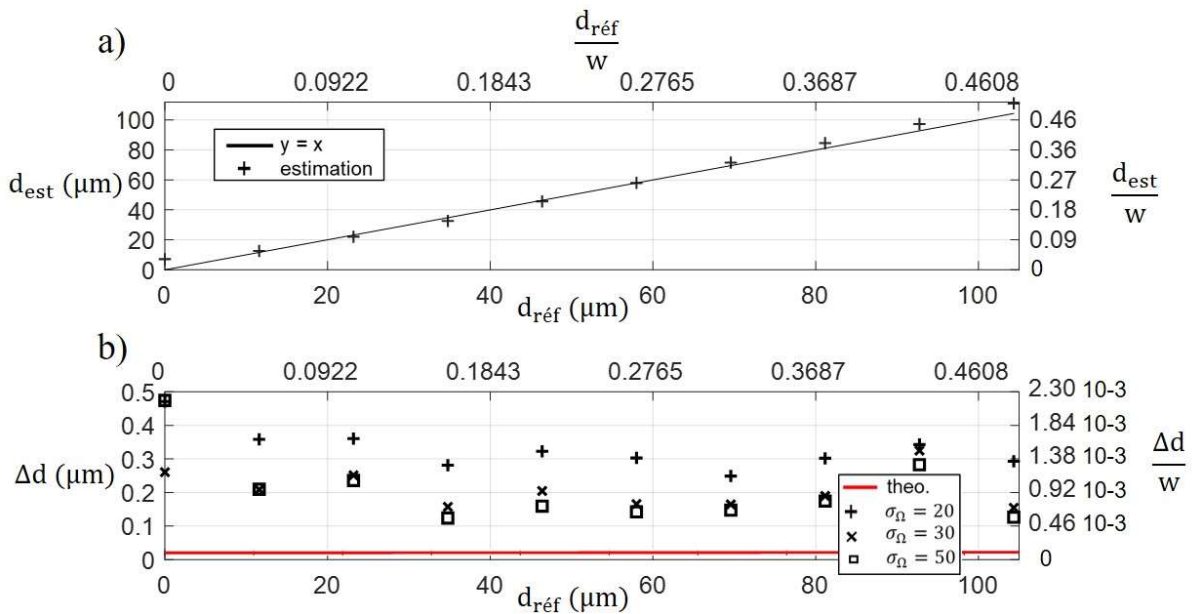


Figure 3-28 : a) Moyenne et b) écart-type de l'estimateur en fonction de la séparation de référence. Les valeurs sont aussi données normalisées par le rayon  $w$ . Le calcul de la borne de Cramér-Rao est fait à partir de  $2,1 \cdot 10^8$  photons.

Nous sommes maintenant confrontés à la question de savoir si cette méthode a permis une amélioration notable. Nous tentons d'y répondre dans la suite de notre discussion.

### III. 2. 3. Comparaison entre imagerie directe et somme de fréquences

Nous synthétisons dans le tableau 3-7 le nombre de photons dans chaque scénario retenu. Nous résumons sur la figure 3-29 les différents résultats expérimentaux et théoriques associés à chaque situation. L'objectif ultime est d'estimer des séparations avec une précision meilleure que celle pouvant être obtenue par imagerie directe du signal sans atténuation et avec le même temps d'intégration que celui utilisé après conversion.

**Tableau 3-7 : Nombres de photons détectés dans le cas de trois scénarios.**

Nombre de photons détectés ( $\times 10^6$ )	Description
5 700	Nombre de photons infrarouges pouvant être détectés sans atténuation par la caméra InGaAs et avec le même temps d'intégration que celui utilisé après conversion (100 $\mu$ s). (configuration idéale)
210	Nombres total de photons convertis détectés par la caméra CMOS avec un temps d'intégration de 100 $\mu$ s lorsque les deux faisceaux gaussiens sont alignés avec la pompe (configuration expérimentale)
1,6	Nombres de photons infrarouges détectés dans notre expérience avec la caméra InGaAs et avec un temps d'intégration de 600 ns (configuration expérimentale)

Les résultats expérimentaux obtenus suggèrent que notre stratégie de mesure, utilisant la somme de fréquences, est plus précise à faibles séparations par rapport à une détection par imagerie directe en sortie de conversion et cela malgré les pertes inhérentes au démultiplexage spatial. Pour consolider ce résultat il faudrait pouvoir contrôler la séparation  $d_{réf}$  entre les sources dans l'intervalle  $[0 - 0,1] w$ . Nous pourrions aussi accroître le rayon des faisceaux, mais l'efficacité de conversion serait plus faible.

Cependant, l'efficacité de conversion est dans cette expérience trop faible pour que nous puissions affirmer que nous avons obtenu une meilleure précision qu'en imagerie directe sans conversion et sans atténuation ( $N = 5,7 \cdot 10^9$ ). Seul le point de référence à séparation nulle suggère que nous avons fait mieux mais il correspond à une estimation biaisée.

Dans ces mêmes configurations, une mesure par démultiplexage spatial parfait après conversion devrait théoriquement permettre d'obtenir de meilleures précisions pour des séparations en dessous de  $0,13 w$ . Ce démultiplexage idéal prend en compte la faible efficacité de conversion.

Une autre question naturelle est de se demander pourquoi la somme de fréquences aurait un intérêt alors qu'une mesure par démultiplexage spatial directement sur le signal donne théoriquement les résultats optimaux. Cette question permet de rappeler que les courbes théoriques correspondent au cas où le signal et la détection sont seulement limités par le bruit de grenaille. Cette limite fondamentale est expérimentalement très complexe à atteindre. Les différents résultats, déjà prometteurs, en témoignent.

Finalement, la somme de fréquences aurait un intérêt si nous sommes en mesure de compenser les pertes dues à l'efficacité de conversion, de compenser le bruit ajouté par la somme de fréquences ainsi que de compenser les pertes dues au démultiplexage spatial, par la différence de sensibilité des détecteurs infrarouge par rapport à ceux fonctionnant dans le visible et par l'augmentation de la sélectivité de la mesure.



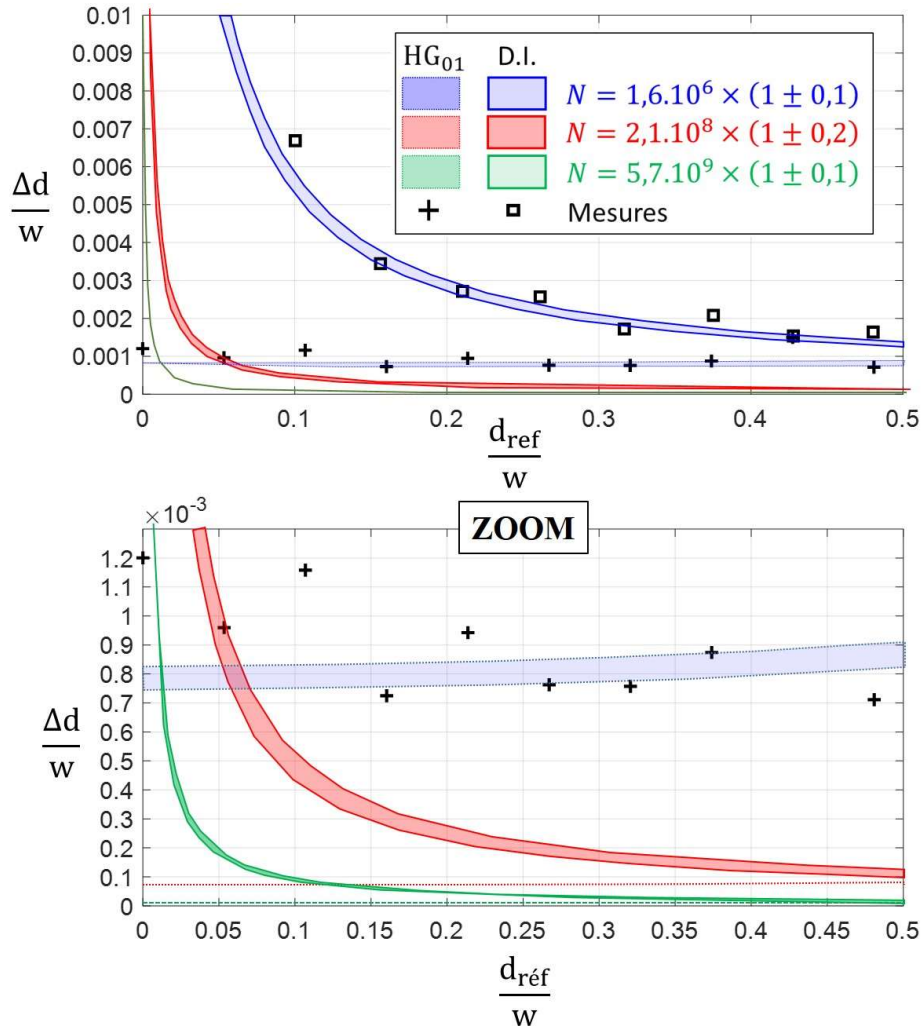


Figure 3-29 : Sensibilité de mesure  $\Delta d$  normalisée par le rayon  $w$  en fonction de la séparation de référence  $d_{réf}$  normalisée aussi par le rayon. La mesure D.I. signifie imagerie directe.  $N$  est le nombre de photons utilisé pour le calcul des bornes de Cramér-Rao de chaque mesure. Les calculs prennent en compte seulement le bruit de grenaille.

La mise en place de cette expérience est une première étape et nous a permis de démontrer la pertinence de notre stratégie de mesure. Ainsi la somme de fréquences trouverait pleinement son intérêt dans ce contexte en développant les axes d'améliorations suivants :

Une première solution évidente serait l'augmentation de l'efficacité de conversion. Nous pourrions le faire au moyen du laser de pompe impulsif utilisé dans l'expérience faite au chapitre 2. Nous avons pu obtenir 63 % d'efficacité de conversion ce qui est 1000 fois supérieur à l'efficacité de conversion obtenue dans cette expérience. Pour augmenter l'efficacité de conversion nous pourrions utiliser un cristal plus long. Cette idée est compatible avec cette expérience où peu de modes spatiaux sont nécessaires. L'efficacité de conversion pourrait être aussi augmentée en focalisant le faisceau de pompe.

Nous avons mentionné aussi le fait que de nous envisageons de meilleurs résultats en adaptant la mesure pour des séparations plus faibles que  $0,05 w$ , soit en diminuant le rayon du signal, soit en utilisant une translation avec un plus petit pas.

L'optimisation de l'estimateur est aussi un axe de recherche à approfondir.



Nous notons d'autres éléments de l'expérience à améliorer. Il faudrait consolider l'étude statistique avec plus de données, prendre en compte l'imprécision du contrôle du déplacement dans le traitement statistique, mesurer précisément le nombre de photons détectés, optimiser l'utilisation des caméras, effectuer la mesure par imagerie directe dans les mêmes conditions que celles obtenues après conversion et enfin il serait utile de minimiser le bruit global. Nous pensons à faire aussi une mesure par imagerie directe après conversion en utilisant le faisceau de pompe *flat-top* du chapitre 2.

Ce travail expérimental devrait être accompagné d'un travail théorique. En effet nous devrions mettre en place un modèle dans lequel toutes les sources de bruit seraient prises en compte. Cette étude sera indispensable pour justifier de l'intérêt de la somme de fréquences dans ce contexte.

## IV. Synthèse

Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à l'utilisation de la somme de fréquences dans le but d'améliorer la précision de l'estimation de la séparation entre deux points sources infrarouges et incohérents. Nous avons dans un premier temps rappelé les expériences antérieures de démultiplexage spatial faites à partir de la somme de fréquences. Nous avons retenu l'une de ces méthodes que nous avons mise en place expérimentalement. Nous avons amélioré la stratégie de détection nous permettant d'optimiser la sélectivité et les pertes. Les performances obtenues nous ont ensuite permis d'étudier expérimentalement l'estimation de séparation. Nous avons ainsi réalisé la première expérience d'estimation de séparation à partir de la somme de fréquences. A ce stade, les résultats obtenus ne permettent pas de justifier pleinement de l'intérêt de la somme de fréquences. Nous avons cependant résumé tous les axes d'amélioration qui pourront justifier son intérêt.

Cette première étude permettra par la suite d'étudier des problèmes plus complexes où plusieurs paramètres seront à estimer. En particulier nous nous intéresserons aux cas où les deux sources n'ont pas la même intensité [117], où les deux points sources sont partiellement cohérents [19,130], où il y a plus de deux sources [130,131]. La capacité du système à différencier les cas où il y a une ou deux sources fait aussi partie de nos axes de recherche [132,133].

## Conclusion

Cette thèse, au travers de plusieurs travaux distincts, a contribué au développement des systèmes d'imagerie à somme de fréquences.

Le premier chapitre, essentiellement introductif aux notions d'imagerie sans et avec somme de fréquences, a permis de mettre en évidence les limites de ces systèmes. Un imageur à somme de fréquences permet de convertir un champ signal monochromatique et polarisé linéairement, de l'infrarouge jusque dans le visible, de 1550 nm à 631 nm dans notre cas. Ce processus se caractérise par l'efficacité de conversion, le champ de vue et la résolution spatiale. Nous avons montré au travers d'un modèle simplifié que ces paramètres sont majoritairement contrôlés par le laser de pompe. Un modèle numérique, exploitant la décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert du cristal, a été mis au point dans le but d'approfondir notre compréhension du processus, en particulier aux fortes efficacités de conversion. Ce modèle a été ensuite un outil indispensable dans les chapitres suivants pour concevoir, caractériser et optimiser les dispositifs étudiés.

Dans le deuxième chapitre, nous avons montré, numériquement et expérimentalement, que l'utilisation d'un faisceau de pompe *flat-top* permet d'augmenter le nombre de modes convertis standard en imagerie cohérente par rapport à l'utilisation d'un faisceau gaussien communément employé. Indépendamment du choix du profil du faisceau de pompe, l'augmentation de la puissance de pompe permet aussi d'améliorer les nombres de modes convertis standard et effectif, en imagerie cohérente et incohérente. Nous avons proposé dans une deuxième partie deux autres méthodes de caractérisation. La première fondée sur le calcul du nombre de Schmidt et la deuxième sur l'étude de la conversion de *speckles*. Nous avons montré numériquement que ces méthodes donnent des résultats similaires à la mesure classique de la fonction de transfert de modulation en imagerie cohérente.

Dans le chapitre 3 nous nous sommes attelés au cas spécifique de l'estimation de la séparation entre deux sources infrarouges et incohérentes. Nous avons dans un premier temps rappelé l'intérêt de la mesure des coefficients de projection du signal sur une base de modes d'Hermite-Gauss. Nous avons présenté plusieurs solutions proposées dans la littérature permettant d'adapter la conversion de fréquence à ce schéma de mesure. Nous avons mis en place l'une de ces solutions qui consiste à mesurer l'intensité du champ converti dans le plan de Fourier de la conversion. Nous avons affiné cette méthode par une analyse optimisée des images. Ceci nous a permis d'obtenir d'importantes sélectivités en dépit de pertes, dans le cas de la conversion sélective du mode  $HG_{01}$  par rapport au mode  $HG_{00}$ . En particulier, nous avons montré qu'il est possible de moduler la sélectivité en fonction des pertes et ainsi d'adapter les performances en fonction de l'application visée. Le principe de cette mesure, fondée sur la mise en forme spatiale du faisceau de pompe sur la base d'Hermite-Gauss, a été réutilisé pour estimer expérimentalement des séparations 30 fois meilleures que celles prévues par le critère de Rayleigh. Cette première expérience d'estimation de séparation utilisant la somme de fréquences a donné des résultats prometteurs et pourra être rapidement améliorée par exemple en augmentant l'efficacité de conversion.

Les connaissances acquises durant cette thèse serviront à l'amélioration des imageurs à somme de fréquences utilisés en pratique comme l'imageur du projet COSMIC permettant la conversion de signaux de l'infrarouge à 2  $\mu\text{m}$  vers le visible à 800 nm. L'emploi de ces systèmes en conditions réelles nécessite cependant de s'intéresser à d'autres axes d'études :

La détection de faibles flux de photons est incontournable. Dans ce régime, la quantification du bruit du système de conversion est nécessaire. Nous avons seulement considéré le processus non linéaire

d'ordre 2 de somme de fréquences ou d'autres processus non linéaires coexistent et devraient être pris en compte dans notre modèle. Par exemple, la conversion d'un photon pompe dans la bande spectrale de détection par processus en cascade pourrait ajouter du bruit à la détection. Notons que dans ce régime de flux, les technologies de détecteurs de photon unique (*single photon avalanche diode*, *single-nanowire*, ...) sont mieux maîtrisées dans le visible et encore difficilement disponibles dans l'infrarouge.

Il faudrait aussi considérer la propagation du signal dans une atmosphère turbulente. Cela aura pour effet de modifier la structure modale du signal et sera source d'effets de *speckles*. Une possibilité envisagée pour corriger ces effets passe par le contrôle du faisceau de pompe. Il sera de toutes façons constructif de s'intéresser à la conversion de signaux partiellement cohérents.

## Communications scientifiques

### Publications

M. Mertens, R. Demur, L. Leviandier, and A. Grisard, Infrared upconversion imaging with a spatially shaped pump, in *Nonlinear Optics and Applications XIII*, M. Bertolotti, A. V. Zayats, and A. M. Zheltikov, eds. (SPIE, 2023), Vol. 12569, p. 1256902.

M. Mertens, R. Demur, L. Leviandier, A. Grisard, and N. Treps, Spatial mode characterization of upconversion imaging systems, *Optics Express*, **(En cours)**

### Conférences

M. Mertens, R. Demur, A. Grisard, L. Leviandier, E. Lallier, et N. Treps, Conversion de longueur d'onde de l'infra-rouge vers le visible pour la détection de signaux LIDAR spatialement multimodes, *Optique Dijon SFO*, 2021, Dijon (France). **Poster.**

M. Mertens, R. Demur, L. Leviandier, et A. Grisard, Imagerie de signaux infrarouges par somme de fréquences avec mise en forme spatiale du laser de pompe, *JIONC*, 2023, Paris (France). **Présentation orale.**

M. Mertens, R. Demur, L. Leviandier, and A. Grisard, Infrared upconversion imaging with a spatially shaped pump, *SPIE Optics + Optoelectronics*, 2023, Prague (République Tchèque). **Présentation orale.**

M. Mertens, I. Karuseichyk, R. Demur, L. Leviandier, A. Grisard, and N. Treps, Separation estimation of two incoherent point sources using sum frequency generation, *SPIE Photonics Europe*, 2024, Strasbourg (France). **Présentation orale.**

## Bibliographie

1. H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M. V. Berry, M. R. Dennis, D. L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, E. Karimi, L. Marrucci, M. Padgett, M. Ritsch-Marte, N. M. Litchinitser, N. P. Bigelow, C. Rosales-Guzmán, A. Belmonte, J. P. Torres, T. W. Neely, M. Baker, R. Gordon, A. B. Stilgoe, J. Romero, A. G. White, R. Fickler, A. E. Willner, G. Xie, B. McMorrán, and A. M. Weiner, "Roadmap on structured light," *J. Opt.* **19**, 013001 (2016).
2. G. Mourou, "Nobel Lecture: Extreme light physics and application," *Rev Mod Phys* **91**, 030501 (2019).
3. L. J. Jiang, E. Y. K. Ng, A. C. B. Yeo, S. Wu, F. Pan, W. Y. Yau, J. H. Chen, and Y. Yang, "A perspective on medical infrared imaging," *J. Med. Eng. Technol.* **29**, 257–267 (2005).
4. L. S. Rothman, "History of the HITRAN Database," *Nat. Rev. Phys.* **3**, 302–304 (2021).
5. K. Williams P. and Norris, *Near-Infrared Technology in the Agricultural and Food Industries*. (American Association of Cereal Chemists, Inc., n.d.).
6. S.-K. Liao, H.-L. Yong, C. Liu, G.-L. Shentu, D.-D. Li, J. Lin, H. Dai, S.-Q. Zhao, B. Li, J.-Y. Guan, W. Chen, Y.-H. Gong, Y. Li, Z.-H. Lin, G.-S. Pan, J. S. Pelc, M. M. Fejer, W.-Z. Zhang, W.-Y. Liu, J. Yin, J.-G. Ren, X.-B. Wang, Q. Zhang, C.-Z. Peng, and J.-W. Pan, "Long-distance free-space quantum key distribution in daylight towards inter-satellite communication," *Nat. Photonics* **11**, 509–513 (2017).
7. D. Huang, E. A. Swanson, C. P. Lin, J. S. Schuman, W. G. Stinson, W. Chang, M. R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C. A. Puliafito, and J. G. Fujimoto, "Optical Coherence Tomography," *Science* **254**, 1178–1181 (1991).
8. O. Guyon, D. B. Sanders, and A. Stockton, "Near-Infrared Adaptive Optics Imaging of QSO Host Galaxies," *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **166**, 89 (2006).
9. I. M. Vellekoop and A. P. Mosk, "Focusing coherent light through opaque strongly scattering media," *Opt Lett* **32**, 2309–2311 (2007).
10. B. Martin, P. Feneyrou, E. Rodriguez, T. Bonazzi, D. Gacemi, N. Berthou, A. Martin, and C. Sirtori, "QCL-Based FMCW Ranging and Free-Space Optical Communication in the Mid-Infrared," in *2023 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)* (2023), pp. 1–1.
11. Virgo Collaboration, "Increasing the Astrophysical Reach of the Advanced Virgo Detector via the Application of Squeezed Vacuum States of Light," *Phys. Rev. Lett.* **123**, 231108 (2019).
12. R. K. Bhan and V. Dhar, "Recent infrared detector technologies, applications, trends and development of HgCdTe based cooled infrared focal plane arrays and their characterization," *Opto-Electron. Rev.* **27**, 174–193 (2019).
13. C. Bruschini, H. Homulle, I. M. Antolovic, S. Burri, and E. Charbon, "Single-photon avalanche diode imagers in biophotonics: review and outlook," *Light Sci. Appl.* **8**, 87 (2019).
14. S. Dello Russo, A. Elefante, D. Dequal, D. K. Pallotti, L. Santamaria Amato, F. Sgobba, and M. Siciliani de Cumis, "Advances in Mid-Infrared Single-Photon Detection," *Photonics* **9**, (2022).
15. M. D. Eisaman, J. Fan, A. Migdall, and S. V. Polyakov, "Invited Review Article: Single-photon sources and detectors," *Rev. Sci. Instrum.* **82**, 071101 (2011).
16. M. Bertero, P. Boccacci, G. Desiderà, and G. Vicidomini, "Image deblurring with Poisson data: from cells to galaxies," *Inverse Probl.* **25**, 123006 (2009).
17. P. Boucher, C. Fabre, G. Labroille, and N. Treps, "Spatial optical mode demultiplexing as a practical tool for optimal transverse distance estimation," *Optica* **7**, 1621–1626 (2020).

18. G. Sorelli, M. Gessner, M. Walschaers, and N. Treps, "Optimal Observables and Estimators for Practical Superresolution Imaging," *Phys Rev Lett* **127**, 123604 (2021).
19. I. Karuseichyk, G. Sorelli, V. Shatokhin, M. Walschaers, and N. Treps, "Exploiting separation-dependent coherence to boost optical resolution," (2024).
20. C. Rouvière, D. Barral, A. Grateau, I. Karuseichyk, G. Sorelli, M. Walschaers, and N. Treps, "Ultra-sensitive separation estimation of optical sources," *Optica* **11**, 166–170 (2024).
21. R. Demur, "Apport de l'optique non linéaire à l'imagerie infrarouge pour la détection de cibles à longue distance," Thèse, Sorbonne Université (2018).
22. R. Demur, R. Garioud, A. Grisard, E. Lallier, L. Leviandier, L. Morvan, N. Treps, and C. Fabre, "Near-infrared to visible upconversion imaging using a broadband pump laser," *Opt. Express* **26**, 13252 (2018).
23. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2nd ed, McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering (McGraw-Hill, 1996).
24. S. Feng and H. G. Winful, "Physical origin of the Gouy phase shift," *Opt Lett* **26**, 485–487 (2001).
25. W. H. Carter, "Spot size and divergence for Hermite Gaussian beams of any order," *Appl Opt* **19**, 1027–1029 (1980).
26. B. E. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics* (John Wiley & Sons, 2019).
27. A. E. Willner, H. Huang, Y. Yan, Y. Ren, N. Ahmed, G. Xie, C. Bao, L. Li, Y. Cao, Z. Zhao, J. Wang, M. P. J. Lavery, M. Tur, S. Ramachandran, A. F. Molisch, N. Ashrafi, and S. Ashrafi, "Optical communications using orbital angular momentum beams," *Adv Opt Photon* **7**, 66–106 (2015).
28. A. Forbes, M. de Oliveira, and M. R. Dennis, "Structured light," *Nat. Photonics* **15**, 253–262 (2021).
29. J. W. Goodman, *Statistical Optics* (2000).
30. G. D. Boreman, *Modulation Transfer Function in Optical and Electro-Optical Systems*, Second edition, Tutorial Texts in Optical Engineering No. volume TT 121 (SPIE Press, 2021).
31. W. J. Smith, *Modern Optical Engineering: The Design of Optical Systems*, 3rd ed (McGraw Hill, 2000).
32. Massachusetts Institute of Technology, OpenCourseWare, URL : <https://ocw.mit.edu/courses/2-71-optics-spring-2009/pages/lecture-slides/>, "Optics," (2009).
33. R. G. Driggers, *Encyclopedia of Optical Engineering: Las-Pho, Pages 1025-2048* (CRC press, 2003), Vol. 2.
34. K. Beckett, B. Robertson, and J. Steyn, "MTF characterization and deconvolution of rapideye imagery," in *2010 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium* (2010), pp. 3390–3393.
35. R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Third edition (Elsevier, Academic Press, 2008).
36. "TYDEX Optics, Datasheet Niobate de Lithium, URL : [https://www.tydexoptics.com/pdf/Lithium\\_Niobate.pdf](https://www.tydexoptics.com/pdf/Lithium_Niobate.pdf),".
37. E. Andrieux, "Réalisation d'un oscillateur paramétrique optique stabilisé en fréquence et accordable continûment sur 500ghz pour la spectroscopie infrarouge," Thèse, Conservatoire national des arts et métiers - CNAM (2011).
38. D. N. Nikogosian and D. N. Nikogosyan, *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey* (Springer-Science, 2005).
39. O. Gayer, Z. Sacks, E. Galun, and A. Arie, "Temperature and wavelength dependent refractive index equations for MgO-doped congruent and stoichiometric LiNbO<sub>3</sub>," *Appl. Phys. B* **91**, 343–348 (2008).
40. A. Barh, P. J. Rodrigo, L. Meng, C. Pedersen, and P. Tidemand-Lichtenberg, "Parametric upconversion imaging and its applications," *Adv Opt Photon* **11**, 952–1019 (2019).

41. R. Andrews, "IR image parametric up-conversion," *IEEE J. Quantum Electron.* **6**, 68–80 (1970).
42. G. P. Agrawal, "Nonlinear Fiber Optics," in *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*, P. L. Christiansen, M. P. Sørensen, and A. C. Scott, eds. (Springer Berlin Heidelberg, 2000), pp. 195–211.
43. J. Hult, "A Fourth-Order Runge–Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers," *J Light. Technol* **25**, 3770–3775 (2007).
44. B. M. Caradoc-Davies, "Vortex dynamics in Bose-Einstein condensates," PhD Thesis, Citeseer (2000).
45. Wikipédia, "Décomposition en valeurs singulières — Wikipédia, l'encyclopédie libre," (2023).
46. A. Ekert and P. L. Knight, "Entangled quantum systems and the Schmidt decomposition," *Am. J. Phys.* **63**, 415–423 (1995).
47. C. K. Law and J. H. Eberly, "Analysis and Interpretation of High Transverse Entanglement in Optical Parametric Down Conversion," *Phys Rev Lett* **92**, 127903 (2004).
48. C. Fabre and N. Treps, "Modes and states in quantum optics," *Rev Mod Phys* **92**, 035005 (2020).
49. P. Sharapova, A. M. Pérez, O. V. Tikhonova, and M. V. Chekhova, "Schmidt modes in the angular spectrum of bright squeezed vacuum," *Phys Rev A* **91**, 043816 (2015).
50. V. Ansari, J. M. Donohue, B. Brecht, and C. Silberhorn, "Tailoring nonlinear processes for quantum optics with pulsed temporal-mode encodings," *Optica* **5**, 534–550 (2018).
51. A. T. O'Neil and J. Courtial, "Mode transformations in terms of the constituent Hermite–Gaussian or Laguerre–Gaussian modes and the variable-phase mode converter," *Opt. Commun.* **181**, 35–45 (2000).
52. J. A. Buck, *Fundamentals of Optical Fibers, 2nd Edition* (2004).
53. J. E. Midwinter, "Image conversion from 1.6  $\mu\text{m}$  to the visible in lithium niobate," *Appl. Phys. Lett.* **12**, 68–70 (1968).
54. W. S. Boyle and G. E. Smith, "Charge Coupled Semiconductor Devices," *Bell Syst. Tech. J.* **49**, 587–593 (1970).
55. H.-S. P. Wong, D. J. Frank, P. M. Solomon, C. H. J. Wann, and J. J. Welser, "Nanoscale CMOS," *Proc. IEEE* **87**, 537–570 (1999).
56. R. Demur, A. Grisard, L. Morvan, E. Lallier, N. Treps, and C. Fabre, "High sensitivity narrowband wavelength mid-infrared detection at room temperature," *Opt. Lett.* **42**, 2006 (2017).
57. M. G. Vazimali and S. Fathpour, "Applications of thin-film lithium niobate in nonlinear integrated photonics," *Adv. Photonics* **4**, 034001–034001 (2022).
58. M. Jankowski, C. Langrock, B. Desiatov, A. Marandi, C. Wang, M. Zhang, C. R. Phillips, M. Lončar, and M. M. Fejer, "Ultrabroadband nonlinear optics in nanophotonic periodically poled lithium niobate waveguides," *Optica* **7**, 40–46 (2020).
59. J. S. Pelc, L. Ma, C. R. Phillips, Q. Zhang, C. Langrock, O. Slattery, X. Tang, and M. M. Fejer, "Long-wavelength-pumped upconversion single-photon detector at 1550 nm: performance and noise analysis," *Opt. Express* **19**, 21445 (2011).
60. A. Rao, K. Abdelsalam, T. Sjaardema, A. Honardoost, G. F. Camacho-Gonzalez, and S. Fathpour, "Actively-monitored periodic-poling in thin-film lithium niobate photonic waveguides with ultrahigh nonlinear conversion efficiency of 4600 %/(W/cm<sup>2</sup>)," *Opt Express* **27**, 25920–25930 (2019).
61. J. S. Pelc, G.-L. Shentu, Q. Zhang, M. M. Fejer, and J.-W. Pan, "Up-conversion of optical signals with multi-longitudinal-mode pump lasers," *Phys Rev A* **86**, 033827 (2012).
62. E. Pini, G. Mazzamuto, F. Riboli, D. S. Wiersma, and L. Pattelli, "Breakdown of self-similarity in light transport," (2023).



63. N. M. Israelsen, C. R. Petersen, A. Barh, D. Jain, M. Jensen, G. Hanneschläger, P. Tidemand-Lichtenberg, C. Pedersen, A. Podoleanu, and O. Bang, "Real-time high-resolution mid-infrared optical coherence tomography," *Light Sci. Appl.* **8**, 11 (2019).
64. M. Widarsson, M. Henriksson, L. Barrett, V. Pasiskevicius, and F. Laurell, "Room temperature photon-counting lidar at 3  $\mu\text{m}$ ," *Appl Opt* **61**, 884–889 (2022).
65. N. Huang, H. Liu, Z. Wang, J. Han, and S. Zhang, "Femtowatt incoherent image conversion from mid-infrared light to near-infrared light," *Laser Phys.* **27**, 035401 (2017).
66. H. Maestre, A. J. Torregrosa, C. R. Fernández-Pousa, and J. Capmany, "IR-to-visible image upconverter under nonlinear crystal thermal gradient operation," *Opt Express* **26**, 1133–1144 (2018).
67. K. Huang, J. Fang, M. Yan, E. Wu, and H. Zeng, "Wide-field mid-infrared single-photon upconversion imaging," *Nat. Commun.* **13**, 1077 (2022).
68. P. Tidemand-Lichtenberg, M. Aagaard, A. S. Ashik, C. Pedersen, and B. Julsgaard, "Tunable infrared upconversion module for the 1.9 to 5.5  $\mu\text{m}$  range," *Opt Lett* **47**, 6189–6192 (2022).
69. H. Maestre, A. J. Torregrosa, and J. Capmany, "IR Image upconversion using band-limited ASE illumination fiber sources," *Opt Express* **24**, 8581–8593 (2016).
70. A. J. Torregrosa, H. Maestre, and J. Capmany, "Intra-cavity upconversion to 631 nm of images illuminated by an eye-safe ASE source at 1550 nm," *Opt. Lett.* **40**, 5315 (2015).
71. S. Junaid, J. Tomko, M. P. Semtsiv, J. Kischkat, W. T. Masselink, C. Pedersen, and P. Tidemand-Lichtenberg, "Mid-infrared upconversion based hyperspectral imaging," *Opt Express* **26**, 2203–2211 (2018).
72. J. S. Dam, C. Pedersen, and P. Tidemand-Lichtenberg, "Theory for upconversion of incoherent images," *Opt Express* **20**, 1475–1482 (2012).
73. C. Yang, S.-L. Liu, Z.-Y. Zhou, Y. Li, Y.-H. Li, S.-K. Liu, Z.-H. Xu, G.-C. Guo, and B.-S. Shi, "Frequency up-conversion of an infrared image via a *flat-top* pump beam," *Opt. Commun.* **460**, 125143 (2020).
74. L. M. Kehlet, N. Sanders, P. Tidemand-Lichtenberg, J. S. Dam, and C. Pedersen, "Infrared hyperspectral upconversion imaging using spatial object translation," *Opt Express* **23**, 34023–34028 (2015).
75. J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Roberts & Co, 2007).
76. H.-J. Wu, B.-S. Yu, Z.-H. Zhu, W. Gao, D.-S. Ding, Z.-Y. Zhou, X.-P. Hu, C. Rosales-Guzmán, Y. Shen, and B.-S. Shi, "Conformal frequency conversion for arbitrary vectorial structured light," *Optica* **9**, 187–196 (2022).
77. S. Liu, C. Yang, Z. Xu, S. Liu, Y. Li, Y. Li, Z. Zhou, G. Guo, and B. Shi, "High-dimensional quantum frequency converter," *Phys Rev A* **101**, 012339 (2020).
78. T. Qi, D. Wang, and W. Gao, "Sum-frequency generation of ring-Airy beams," *Appl. Phys. B* **128**, 67 (2022).
79. A. Möhl, S. Kaldun, C. Kunz, F. A. Müller, U. Fuchs, and S. Gräf, "Tailored focal beam shaping and its application in laser material processing," *J. Laser Appl.* **31**, 042019 (2019).
80. H. Aagedal, M. Schmid, S. Egner, J. Müller-Quade, T. Beth, and F. Wyrowski, "Analytical beam shaping with application to laser-diode arrays," *JOSA A* **14**, 1549–1553 (1997).
81. J. A. Hoffnagle and C. M. Jefferson, "Design and performance of a refractive optical system that converts a Gaussian to a flattop beam," *Appl Opt* **39**, 5488–5499 (2000).
82. F. Gori, "Flattened gaussian beams," *Opt. Commun.* **107**, 335–341 (1994).
83. W. M. Kunkel and J. R. Leger, "Gradient-index design for mode conversion of diffracting beams," *Opt Express* **24**, 13480–13488 (2016).

84. W.-H. Lee, "Method for converting a Gaussian laser beam into a uniform beam," *Opt. Commun.* **36**, 469–471 (1981).
85. Y. Li, "Light beams with *flat-topped* profiles," *Opt Lett* **27**, 1007–1009 (2002).
86. B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, Wiley Series in Pure and Applied Optics (J. Wiley and sons, 1991).
87. E. Bolduc, N. Bent, E. Santamato, E. Karimi, and R. W. Boyd, "Exact solution to simultaneous intensity and phase encryption with a single phase-only hologram," *Opt Lett* **38**, 3546–3549 (2013).
88. C. Hu, Y. Xiao, Y. He, Y. Hu, G. Xu, and X. Tang, "Generation of arbitrary complex fields with high efficiency and high fidelity by cascaded phase-only modulation method," *Opt Express* **31**, 6675–6689 (2023).
89. A. Wirgin and R. Deleuil, "Theoretical and experimental investigation of a new type of blazed grating," *JOSA* **59**, 1348–1357 (1969).
90. J. W. Goodman, *Statistical Optics*, Wiley classics library ed, Wiley Classics Library (Wiley, 2000).
91. J. S. Dam, C. Pedersen, and P. Tidemand-Lichtenberg, "Theory for upconversion of incoherent images," *Opt Express* **20**, 1475–1482 (2012).
92. S. Gigan, "Imaging and computing with disorder," *Nat. Phys.* **18**, 980–985 (2022).
93. A. Abdulaziz, S. P. Mekhail, Y. Altmann, M. J. Padgett, and S. McLaughlin, "Robust real-time imaging through flexible multimode fibers," *Sci. Rep.* **13**, 11371 (2023).
94. A. Billaud, A. Orieux, F. Gomez, T. Michel, S. Bernard, D. Allieux, and O. Pinel, "10 Gbps free space optical communication link using Multi-Plane Light Conversion turbulence mitigation," in *International Conference on Space Optics — ICSO 2022*, K. Minoglou, N. Karafolas, and B. Cugny, eds. (SPIE, 2023), Vol. 12777, p. 127774R.
95. H. Cao, A. P. Mosk, and S. Rotter, "Shaping the propagation of light in complex media," *Nat. Phys.* **18**, 994–1007 (2022).
96. S. M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan, "Measuring the Transmission Matrix in Optics: An Approach to the Study and Control of Light Propagation in Disordered Media," *Phys Rev Lett* **104**, 100601 (2010).
97. N. Meitav, E. N. Ribak, and S. Shoham, "Point spread function estimation from projected *speckle* illumination," *Light Sci. Appl.* **5**, e16048–e16048 (2016).
98. C. Yoon, Y. Choi, M. Kim, J. Moon, D. Kim, and W. Choi, "Experimental measurement of the number of modes for a multimode optical fiber," *Opt Lett* **37**, 4558–4560 (2012).
99. D. A. B. Miller, "Waves, modes, communications, and optics: a tutorial," *Adv Opt Photon* **11**, 679–825 (2019).
100. S. J. van Enk and C. W. J. Beenakker, "Measuring  $\mathrm{Tr} \{ \rho \}^n$  on Single Copies of  $\rho$  Using Random Measurements," *Phys. Rev. Lett.* **108**, 110503 (2012).
101. N. Bender, M. Sun, H. Yilmaz, J. Bewersdorf, and H. Cao, "Circumventing the optical diffraction limit with customized *speckles*," *Optica* **8**, 122–129 (2021).
102. L. Devaud, B. Rauer, J. Melchard, M. Kühmayer, S. Rotter, and S. Gigan, "*Speckle* Engineering through Singular Value Decomposition of the Transmission Matrix," *Phys Rev Lett* **127**, 093903 (2021).
103. J. Donohue, "Introductory review of target discrimination criteria," (1991).
104. T. L. Alexander, J. E. Harvey, and A. R. Weeks, "Average *speckle* size as a function of intensity threshold level: comparison of experimental measurements with theory," *Appl Opt* **33**, 8240–8250 (1994).

105. E. Betzig, G. H. Patterson, R. Sougrat, O. W. Lindwasser, S. Olenych, J. S. Bonifacino, M. W. Davidson, J. Lippincott-Schwartz, and H. F. Hess, "Imaging Intracellular Fluorescent Proteins at Nanometer Resolution," *Science* **313**, 1642–1645 (2006).
106. S. W. Hell, "Far-Field Optical Nanoscopy," *Science* **316**, 1153–1158 (2007).
107. R. W. Hilditch, *An Introduction to Close Binary Stars* (2001).
108. M. Tsang, R. Nair, and X.-M. Lu, "Quantum Theory of Superresolution for Two Incoherent Optical Point Sources," *Phys Rev X* **6**, 031033 (2016).
109. M. Shahram and P. Milanfar, "Statistical and Information-Theoretic Analysis of Resolution in Imaging," *IEEE Trans. Inf. Theory* **52**, 3411–3437 (2006).
110. S. Ram, E. S. Ward, and R. J. Ober, "Beyond Rayleigh's criterion: A resolution measure with application to single-molecule microscopy," *Proc. Natl. Acad. Sci.* **103**, 4457–4462 (2006).
111. C. W. Helstrom, "Quantum detection and estimation theory," *J. Stat. Phys.* **1**, 231–252 (1969).
112. M. Tsang, "Resolving starlight: a quantum perspective," *Contemp. Phys.* **60**, 279–298 (2019).
113. C. Rouviere, "Décomposition modale pour l'estimation de paramètre sur des images optiques incohérentes," PhD Thesis (2024).
114. P. Boucher, "Spatial mode multiplexing: from fundamental concepts to applications," Theses, Sorbonne Université (2018).
115. M. Hiekkamäki, S. Prabhakar, and R. Fickler, "Near-perfect measuring of full-field transverse-spatial modes of light," *Opt Express* **27**, 31456–31464 (2019).
116. V. A. J. M. Sleiffer, H. Chen, Y. Jung, P. Leoni, M. Kuschnerov, A. Simperler, H. Fabian, H. Schuh, F. Kub, D. J. Richardson, S. U. Alam, L. Grüner-Nielsen, Y. Sun, A. M. J. Koonen, and H. de Waardt, "Field demonstration of mode-division multiplexing upgrade scenarios on commercial networks," *Opt Express* **21**, 31036–31046 (2013).
117. L. Santamaria, F. Sgobba, and C. Lupo, "Single-photon sub-Rayleigh precision measurements of a pair of incoherent sources of unequal intensity," *Opt. Quantum* **2**, 46–56 (2024).
118. X.-J. Tan, L. Qi, L. Chen, A. J. Danner, P. Kanchanawong, and M. Tsang, "Quantum-inspired superresolution for incoherent imaging," *Optica* **10**, 1189–1194 (2023).
119. A. Eckstein, B. Brecht, and C. Silberhorn, "A quantum pulse gate based on spectrally engineered sum frequency generation," *Opt Express* **19**, 13770–13778 (2011).
120. V. Ansari, B. Brecht, J. Gil-Lopez, J. M. Donohue, and C. Silberhorn, "Achieving the Ultimate Quantum Timing Resolution," *PRX Quantum* **2**, 010301 (2021).
121. D. G. Pires, J. C. A. Rocha, A. J. Jesus-Silva, and E. J. S. Fonseca, "Suitable state bases for nonlinear optical mode conversion protocols," *Opt Lett* **45**, 4064–4067 (2020).
122. M. Vasilyev, Y. B. Kwon, and Y.-P. Huang, "Highly mode-selective quantum frequency conversion in a slab waveguide," in *Advances in Photonics of Quantum Computing, Memory, and Communication VII*, Z. U. Hasan, P. R. Hemmer, H. Lee, and C. M. Santori, eds. (SPIE, 2014), Vol. 8997, p. 89970O.
123. S. Kumar, H. Zhang, S. Maruca, and Y.-P. Huang, "Mode-selective image upconversion," *Opt Lett* **44**, 98–101 (2019).
124. M. Garikapati, S. Kumar, H. Zhang, Y. M. Sua, and Y.-P. Huang, "Programmable Spatiotemporal Quantum Parametric Mode Sorter," *Phys Rev Appl* **19**, 044070 (2023).
125. M. Thomas, S. Kumar, and Y.-P. Huang, "Single-pixel image reconstruction using coherent nonlinear optics," *Opt Lett* **48**, 4320–4323 (2023).
126. B. Sephton, A. Vallés, F. Steinlechner, T. Konrad, J. P. Torres, F. S. Roux, and A. Forbes, "Spatial mode detection by frequency upconversion," *Opt Lett* **44**, 586–589 (2019).

127. J. Pinnell, I. Nape, B. Sephton, M. A. Cox, V. Rodríguez-Fajardo, and A. Forbes, "Modal analysis of structured light with spatial light modulators: a practical tutorial," *J Opt Soc Am A* **37**, C146–C160 (2020).
128. R. W. Gerchberg, "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures," *Optik* **35**, 237–246 (1972).
129. A. A. Pushkina, J. I. Costa-Filho, G. Maltese, and A. I. Lvovsky, "Comprehensive model and performance optimization of phase-only spatial light modulators," *Meas. Sci. Technol.* **31**, 125202 (2020).
130. K. Liang, S. A. Wadood, and A. N. Vamivakas, "Quantum Fisher information for estimating  $N$  partially coherent point sources," *Opt Express* **31**, 2726–2743 (2023).
131. F. Bao, H. Choi, V. Aggarwal, and Z. Jacob, "Quantum-accelerated imaging of  $N$  stars," *Opt Lett* **46**, 3045–3048 (2021).
132. K. Schlichtholz, T. Linowski, M. Walschaers, N. Treps, \Lukasz Rudnicki, and G. Sorelli, "Practical tests for sub-Rayleigh source discriminations with imperfect demultiplexers," *Opt. Quantum* **2**, 29–34 (2024).
133. H. Zhang, S. Kumar, and Y.-P. Huang, "Super-resolution optical classifier with high photon efficiency," *Opt Lett* **45**, 4968–4971 (2020).

## Résumé et abstract

Ce travail s'inscrit dans la continuité de recherches menées précédemment à Thales et au Laboratoire Kastler Brossel. L'idée principale est d'améliorer la sensibilité de détection en convertissant par somme de fréquences les images infrarouges en images visibles, pour lesquelles les détecteurs sont plus performants. Deux axes de recherches sont approfondis dans ce manuscrit. Le premier concerne l'étude d'un imageur à somme de fréquences propice à la conversion d'un grand nombre de modes spatiaux, le but étant d'obtenir en sortie du système des images fidèles et détaillées d'un objet cible, par exemple utiles pour des applications d'imagerie active pour la défense. Le deuxième axe concerne l'estimation de la séparation entre deux points sources incohérents en utilisant la somme de fréquences. Il a été récemment montré que la mesure en intensité des coefficients de projection sur une base de modes spatiaux bien choisie permet d'obtenir des précisions optimales, bien meilleures en comparaison à l'imagerie directe. Ce défi est courant en astronomie, par exemple quand il s'agit d'imager des systèmes d'étoiles binaires. Pour répondre à ces deux objectifs, l'étude de l'impact du profil transverse du laser de pompe est exploitée. Un modèle numérique permet de concevoir, de caractériser et d'optimiser les architectures de ces systèmes, notamment grâce au calcul du nombre de Schmidt. Cela a permis de mettre en place deux séries d'expériences. L'une exploite les effets de l'utilisation d'un faisceau de pompe *flat-top* pour l'imagerie multimode, cohérente et incohérente. L'autre s'appuie sur un faisceau de pompe mis en forme sur la base de Hermite-Gauss pour la projection du champ incident sur la même base spatiale. Le principe de cette dernière expérience est repris ensuite pour estimer expérimentalement la séparation de deux points sources incohérents 30 fois en dessous du critère de Rayleigh.

### **Abstract Mode selective sum frequency for infrared imaging**

The present work builds upon previous research conducted at Thales and Laboratoire Kastler Brossel. The primary idea is to enhance detection sensitivity through sum frequency generation (SFG), by converting infrared images into the visible where detectors are more efficient. Two research routes are explored in this manuscript. The first one involves the development of a SFG imager suited to convert a large number of spatial modes, aiming to obtain faithful and detailed images of a target object, for example useful for active imaging applications in defense. The second path deals with the estimation of separation between two incoherent point sources using sum frequency. It has recently been shown that intensity measurement of projection coefficients onto a well-chosen spatial mode basis yields optimal precision, significantly surpassing direct imaging. This challenge is frequent in astronomy when imaging binary star systems. To address these two objectives, the study of the spatial degree of freedom of the pump laser is valorized. A numerical model enables to design, characterize, and optimize the architectures of these systems, notably through the calculation of the Schmidt number. This has led to the implementation of two series of experiments. One exploits the effect of using a *flat-top* pump beam for multimode, coherent and incoherent imaging. The other relies on a pump beam shaped on the Hermite-Gaussian mode basis to project the incident field onto the same spatial basis. The principle of the latter experiment is subsequently used to experimentally estimate the separation of two incoherent point sources 30 times below the Rayleigh criterion.