



HAL
open science

Écoulement et capture d'aérosol par un textile : du masque chirurgical à la collecte de brouillard

Olivier Marchand

► **To cite this version:**

Olivier Marchand. Écoulement et capture d'aérosol par un textile : du masque chirurgical à la collecte de brouillard. Physique [physics]. Institut Polytechnique de Paris, 2024. Français. NNT : 2024IPPAX027 . tel-04714054

HAL Id: tel-04714054

<https://theses.hal.science/tel-04714054v1>

Submitted on 30 Sep 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT
POLYTECHNIQUE
DE PARIS

NNT : 2024IPPAX027

Thèse de doctorat



Écoulement et capture d'aérosol par un textile : du masque chirurgical à la collecte de brouillard

Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Paris
préparée à l'École polytechnique

École doctorale n°626 École doctorale de l'Institut Polytechnique de Paris (EDIPP)
Spécialité de doctorat : Ingénierie, mécanique et énergétique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 16 mai 2024, par

OLIVIER CLAUDE MARCHAND

Composition du Jury :

| | |
|---|-----------------------|
| François Gallaire Professeur, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) | Président |
| Anne Mongruel Maître de Conférences, Sorbonne Université, (PMMH) | Rapporteuse |
| Manouk Abkarian Directeur de recherche, Centre de Biologie Structurale, CNRS | Rapporteur |
| François Gallaire Professeur, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) | Examineur |
| Benjamin Leclaire Chargé de recherche, ONERA | Examineur |
| Élise Lorenceau Directrice de recherche, Université Grenoble Alpes (LIPhy, CNRS) | Examinatrice |
| Nicolas Vandewalle Professeur, Université de Liège | Examineur |
| Camille Duprat Professeure, École polytechnique (LadHyX) | Directrice de thèse |
| Christophe Josserand Directeur de recherche, CNRS, École polytechnique (LadHyX) | Co-directeur de thèse |
| Sophie Ramanarivo Professeure assistante, École polytechnique (LadHyX) | Invitée |

À mon grand-père.

« Tout s'active quand s'accumulent les contradictions. »

Gaston Bachelard, *La poétique de l'espace*, 1957.

Remerciements

Cette thèse n'aurait pu voir le jour sans le soutien et l'accompagnement de nombreuses personnes. Je tiens avant tout à remercier et à exprimer ma gratitude pour mes deux formidables directrice et directeur de thèse, Camille Duprat et Christophe Josserand. Pendant plus de trois années, ils m'ont appris la recherche, à poser les bonnes questions, à ne pas m'égarer dans mes digressions tout en me donnant une grande liberté ; une liberté dans les expériences et explorations théoriques que j'ai beaucoup appréciée. D'une grande gentillesse et humanité, ils ont toujours été là pour me soutenir, m'aider, me corriger et conseiller, souvent avec un peu d'humour. Leurs suggestions et leurs avis ont toujours été d'une grande utilité. Je pense notamment à Camille qui m'a accompagné dans toutes les expériences. J'ai appris énormément à leur côté et j'en suis reconnaissant. Je remercie Christophe qui a accepté de passer du temps pour m'expliquer des aspects théoriques, la recherche et le travail de thèse. Je me souviens de ces soirs où je le dérangerais avec mes questions saugrenues, mais où il prenait un moment pour qu'on y réfléchisse au tableau. Je remercie aussi Camille pour les notes engagées lors des réunions et pour ses multiples relectures attentives du manuscrit. Je tiens ensuite à remercier Sophie, qui m'a également soutenu et conseillé tout au long de la thèse, pour sa participation aux travaux et multiples réunions, et pour sa bonne humeur.

Je remercie les membres du jury, dont leur présence m'a honoré. Je remercie les rapporteurs, Anne Mongruel et Manouk Abkarian, pour la lecture attentive de mon manuscrit et leurs rapports détaillés. Je remercie les examinateurs Benjamin Leclaire, Élise Lorenceau et Nicolas Vandewalle ainsi que le président du jury François Gallaire pour les discussions riches et le temps consacré à ma thèse. Je remercie plus spécifiquement François Gallaire et Benjamin Leclaire d'avoir fait partie de mon comité de suivi de thèse, et pour leurs conseils à un moment clef du doctorat.

Un doctorat n'est pas une aventure solitaire, loin de là. Je suis arrivé au LadHyX un matin d'octobre, les premières personnes que j'ai vues furent Rodolphe et Pierre-Antoine qui commençaient une thèse, nous étions assis tous les trois et attendions Christophe. J'étais ce jour-là impressionné, et me demandais ce que je pouvais bien faire là. Une interrogation qui m'a toujours suivi. C'est notamment grâce aux doctorant-es que le laboratoire a été pour moi un endroit convivial et bienveillant. Je voudrais donc remercier ceux qui m'ont accompagné durant cette thèse. Avant tout, mes compagnons de bureau. Pierre-Antoine que je remercie pour son soutien et sa bonne humeur même quand son combat avec Basilisk entraînait des interjections amusantes qui rythmaient en quelque sorte la journée. Je remercie mes autres compagnons de bureau, Pierre, Valentin et Enrico pour leur joie, leur aide et leurs conseils. Grazie ad Enrico per il suo supporto, soprattutto lo scorso anno. Merci à Élise, Jordan, Hassan et Abdillah, pour leur engagement remarquable et pour tous ces moments de lutte. Merci à Agathe pour avoir initié et organisé le groupe de musique, merci à tous les membres du groupe pour ces heures de détente. Merci à Rishabh, Ursy, Antoine, Taha, Anis, Aude, Zhaodong, Ana-Maria, Catalin, Mathilde, Manon, Ropdolphe, Benjamin, Sara, Tom, Yassine, Prathmesh, Julien, Blaise, Thomas, Wladimir, Etienne, Alice, Francesco... Mes pensées vont également à Avin Babataheri pour sa gentillesse et à Julien Husson pour son grand humour. Merci à Quentin, Tarek et Anatole pour ces moments d'escapade dans l'espace.

C'est avec une certaine émotion que je me souviens avoir lu lors de mon premier jour trois rapports sur le conseil de Camille et de Christophe, celui d'Adèle que j'ai rencontrée plus tard, celui d'Alexander que j'ai croisé également, et celui de Baptiste qui était venu

pendant le premier confinement. Leurs travaux m'ont accompagné et inspiré au cours de la thèse.

Merci aux deux stagiaires incroyables qui m'ont accompagné au cours de ma deuxième année de thèse, Candice Coussot et Moussa Abdourahamane Abdoul Hakim. C'était un grand plaisir de faire ensemble de nouvelles expériences, et d'explorer de nouvelles questions.

Merci à Paul Billant pour le laser grâce auquel j'ai pu faire certaines expériences. Je remercie également Pascal Hémon pour les conseils d'anémométrie et le prêt du générateur de pression qui m'ont été d'une grande aide. Un grand merci à Caroline, Daniel, Toaï, Antoine, Mélanie, Sandrine, Magdalena, pour leurs conseils, leur aide, et leur disponibilité tout au long de la thèse. Je suis particulièrement reconnaissant pour le temps qu'ils m'ont consacré.

Je remercie Emmanuel de Langre, et Lutz Lesshafft pour m'avoir permis de réaliser ma thèse au LadHyX. Durant ma thèse j'ai eu le plaisir de participer à l'aventure *Ma Thèse en 180 secondes* : je voudrais remercier l'Institut Polytechnique de Paris et l'École Doctorale IP Paris pour leur soutien, en particulier Elise Pallu, et mes camarades de MT180 avec qui j'ai passé de très bons moments. Un grand merci à la Bibliothèque de l'École polytechnique pour leur aide dans ma recherche d'ouvrages.

J'ai eu le plaisir d'effectuer des missions d'enseignement. Je voudrais remercier Charles Baroud, Sophie Ramanarivo et Laurent Guin, pour mes premières missions auprès des élèves en Bachelor. Je remercie vivement Bruno Deremble pour les missions d'enseignement en MODAL, que j'ai beaucoup appréciées, et lors desquelles j'ai beaucoup appris sur l'enseignement. Mes pensées vont également à Marie-Jean Thoraval avec qui j'ai eu le plaisir de partager les enseignements en MODAL. Je voudrais remercier William Gilbert et Ali Bozetine pour leur accueil toujours sympathique au TREX, et toutes ces fois où ils m'ont aidé.

J'adresse aussi mes vifs remerciements à Arezki Boudaoud et Annamaria Kiss qui m'ont encadré lors de mon stage de fin d'étude, avant mon arrivée au LadHyX. Je garde un excellent souvenir de ce stage qui m'a conforté dans l'idée de poursuivre en recherche en faisant une thèse. Je suis reconnaissant pour leurs conseils durant la thèse mais aussi pour leur gentillesse et la joie qu'ils partageaient à chaque réunion.

Une telle aventure n'est pas entièrement le fruit du hasard. Aussi, j'aimerais adresser mes plus sincères remerciements à tous mes anciens professeurs et toutes mes anciennes professeures qui m'ont accompagné durant toutes ces années, de la primaire à l'école d'ingénieur en passant par les classes préparatoires et le master de physique cellulaire. J'ai une profonde reconnaissance pour leur enseignement, leur humanité et engagement, sans lesquels rien de tout cela n'aurait été possible. Je suis de ceux qui croient à la valeur intrinsèque de l'instruction et du partage de la connaissance dans l'épanouissement de l'être humain et dans le maintien de la paix. C'est donc avec une grande émotion que j'aimerais exprimer ma gratitude pour toutes celles et tous ceux qui m'ont transmis ces valeurs, si importantes notamment dans la recherche.

J'adresse désormais mes pensées à mes ami-es, en particulier à mes ami-es de la Mifa avec qui j'ai pu souffler durant la thèse notamment à chaque nouvel an. Je remercie mes ami-es de Strasbourg, Marie, Gaëtan, Gautier, François, Damien et Yassin, pour leur soutien, leur présence et avec qui les vacances chaque été durant la thèse étaient un grand plaisir. J'adresse mes pensées à mes camarades de Youth For Climate France, et Strasbourg, et de l'association Épokhè, pour ces moments partagés autour des enjeux socio-écologiques qui m'ont occupé à côté du doctorat.

J'aimerais maintenant remercier mes deux colocataires, Yann et Thomas, qui m'ont

supporté pendant près de trois ans, et avec qui j'ai pu partager les aléas d'un doctorat. Malgré mes veillées tardives, ils ont toujours été d'une grande gentillesse et sympathie. Si j'ai tenu, c'est notamment grâce à leur présence et leur humour.

Pour finir je remercie vivement ma famille qui a toujours été une source de motivation et de soutien, merci en particulier à ma sœur Fanny, et mon petit frère Léon. Enfin, je souhaiterais dire un grand et tendre merci à Raphaël pour sa présence et son soutien notamment dans les derniers mois de rédaction.



Résumé

La compréhension de l'écoulement à travers des textiles et des mécanismes de capture des aérosols a un double intérêt inattendu : permettre de créer des filets plus efficaces pour collecter de l'eau douce à partir de brouillard, et développer des masques plus performants contre une pandémie respiratoire. Cette thèse se concentre sur l'écoulement à travers et autour des textiles ainsi que la capture d'aérosols par ces structures. Une première partie est consacrée aux écoulements stationnaires. Elle aborde en premier lieu l'aérodynamique des textiles d'un point de vue expérimental et théorique. Nous étudions ensuite la collecte de brouillard par des filets : en utilisant les propriétés de mouillabilité de deux fibres parallèles, nous concevons des textiles dont nous mesurons l'efficacité de collecte. Nous comparons ces données à un modèle théorique et caractérisons l'effet de l'écoulement tri-dimensionnel autour et à travers le textile sur l'efficacité de collecte. Puis dans une deuxième partie, nous abordons le cas des écoulements instationnaires, comme la toux et la bourrasque de vent. À l'aide d'une machine que nous avons construite, nous reproduisons ces écoulements. Nous utilisons ensuite cette machine pour étudier expérimentalement deux situations : le ré-entraînement des gouttes adhérant à une fibre, où nous observons un régime d'oscillation et de fragmentation, et l'écoulement respiratoire en présence d'un masque chirurgical, où nous mesurons la pression derrière le masque en fonction de l'intensité de la toux et de la taille des fuites. Pour finir, nous donnons quelques perspectives. Une première perspective concerne l'impact aérodynamique de la position des pores sur une plaque perforée où nous montrons comment augmenter ou réduire le coefficient de traînée selon la position des pores. Dans une deuxième perspective nous observons l'impact d'un jet turbulent sur un textile, nous visualisons le comportement du jet en fonction de la solidité du textile et du débit.

Abstract

Understanding the flow through textiles and the mechanisms by which aerosols are captured has two unexpected benefits : it can help the creation of more efficient nets to collect fresh water from fog, and to develop more effective masks against a respiratory pandemic. This thesis focuses on the flow through and around textiles and the capture of aerosols by these structures. The first part is devoted to stationary flows. We investigate first the aerodynamics of textiles from an experimental and theoretical point of view. We then study fog collection by nets : using the wettability properties of two parallel fibres, we design textiles and measure their collection efficiency. We compare these data with a theoretical model and characterise the effect of three-dimensional flow around and through the textile on collection efficiency. In a second part, we consider the case of unsteady flows, such as coughs and gusts of wind. We reproduce these flows with a machine that we have built. We then use this machine to experimentally study two situations : the re-entrainment of drops adhering to a fibre, where we observe a regime of oscillation and fragmentation, and the respiratory flow in the presence of a surgical facemask, where we measure the overpressure behind the mask with respect to the intensity of the cough and in particular the size of the leaks. Finally, we give several perspectives. The first concerns the aerodynamic impact of the position of the pores on a perforated plate, where we show how the drag coefficient can be increased or reduced depending on the position of the pores. In a second perspective, we observe the impact of a turbulent jet on a textile, we visualise the behaviour of the jet with respect to the solidity of the textile and the flow rate.

Table des matières

| | |
|---|---------------|
| Remerciements | v |
| Résumé | ix |
| Abstract | xi |
| Table des figures | .xxxii |
| Liste des tableaux | xxxiii |
| Introduction générale | 1 |
| 0.1 Enjeux des écoulements autour et à travers des textiles | 1 |
| 0.1.1 Les origines historiques de la physique des surfaces poreuses | 4 |
| 0.2 Physique des surfaces poreuses : généralités | 5 |
| 0.2.1 La solidité et la porosité | 5 |
| 0.2.2 Transfert d'énergie et de matière à travers un textile | 6 |
| 0.3 Problématiques et démarche générale de la thèse | 9 |
| 0.3.1 Première partie | 9 |
| 0.3.2 Deuxième partie | 9 |
| 0.3.3 Perspectives | 10 |
| 0.4 Guide de lecture et remarques générales | 10 |
| | |
| I Écoulement laminaire et stationnaire | 13 |
| | |
| 1 Écoulement libre tridimensionnel autour et à travers une surface poreuse | 15 |
| 1.1 Introduction | 16 |
| 1.2 Experiments | 18 |
| 1.3 3D Model | 24 |
| 1.3.1 General formulation | 24 |
| 1.3.2 Determination of the flow in region I | 26 |
| 1.3.3 Determination of the flow in region II and III | 27 |
| 1.3.4 Pressure jump across the screen | 28 |
| 1.3.5 Drag coefficient | 29 |
| 1.3.6 Application to an inclined rectangular screen in free flow | 31 |
| 1.4 Local viscous effects | 35 |
| 1.4.1 Pressure jump dependency on the local geometry of the pores and viscous effects | 36 |
| 1.4.2 Three-dimensional and viscous effects on the drag coefficient | 38 |
| 1.4.3 Flow visualisation | 40 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 1.4.4 | Champ de vitesse normale au filet | 42 |
| 1.4.5 | Flow deviation around the screen | 46 |
| 1.4.6 | Drag coefficient for low angle of attack | 48 |
| 1.5 | Model extensions | 49 |
| 1.5.1 | Vena contracta | 49 |
| 1.5.2 | Asymptotic behaviour at large solidities | 51 |
| 1.5.3 | Vortex shedding | 52 |
| 1.6 | Conclusion | 53 |
| 2 | Capture d'aérosols par une surface poreuse textile | 55 |
| 2.1 | Introduction | 56 |
| 2.2 | Dispositif expérimental et soufflerie à brouillard | 59 |
| 2.2.1 | Calibration de l'anémomètre à fil chaud | 61 |
| 2.3 | Résultats : collecte d'aérosols par différents textiles | 63 |
| 2.3.1 | Fibres simples en maillage carré | 64 |
| 2.3.1.1 | Le problème de la solidité effective | 67 |
| 2.3.2 | Cofibres parallèles | 69 |
| 2.3.3 | Effet de l'angle d'attaque sur l'efficacité de collecte | 73 |
| 2.4 | Théorie de l'efficacité de collecte | 74 |
| 2.4.1 | Équation de mouvement d'un aérosol | 74 |
| 2.4.2 | Mécanisme de collecte des aérosols par une fibre | 77 |
| 2.4.3 | Drainage | 86 |
| 2.4.4 | Efficacité aérodynamique d'une surface poreuse | 87 |
| 2.4.4.1 | Résolution de l'équation de mouvement | 87 |
| 2.4.4.2 | Zone de capture aérodynamique d'une surface poreuse | 89 |
| 2.4.4.3 | Efficacité aérodynamique η_a | 89 |
| 2.4.4.4 | Vitesse des gouttelettes au niveau de la surface poreuse | 92 |
| 2.4.5 | Modèle général d'efficacité de collecte par un textile | 93 |
| 2.4.6 | Comparaison avec les résultats expérimentaux | 98 |
| 2.5 | Visualisation de l'écoulement autour des fibres | 100 |
| 2.6 | Collecte de brouillard à partir de <i>Stipa pennata</i> | 104 |
| 2.6.1 | Structure de l'arête plumeuse | 104 |
| 2.6.2 | Mécanismes de collecte de <i>Stipa pennata</i> | 106 |
| 2.7 | Conclusion | 107 |
| II | Écoulement turbulent ou instationnaire | 109 |
| 3 | Machine à toux | 111 |
| 3.1 | Introduction | 112 |
| 3.2 | Écoulements respiratoires | 112 |
| 3.2.1 | Respiration | 113 |
| 3.2.2 | Toux | 114 |
| 3.2.2.1 | Visualisation et mesure de la toux par strioscopie | 115 |
| 3.3 | Les bourrasques de vent | 118 |
| 3.4 | État de l'art de la reproduction des écoulements respiratoires | 119 |
| 3.4.1 | Reproduction de la respiration dans la littérature | 119 |
| 3.4.2 | Reproduction de la toux dans la littérature | 120 |
| 3.5 | Conception de la machine | 123 |
| 3.5.1 | Plans de l'architecture mécanique et électrique | 124 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 3.5.2 | Réponse hydrodynamique à l'actionnement mécanique | 126 |
| 3.6 | Résultats | 130 |
| 3.6.1 | Reproduction de la respiration | 130 |
| 3.6.2 | Reproduction de la toux | 132 |
| 3.6.3 | Bourrasque de vent | 134 |
| 3.7 | Conclusion | 135 |
| 4 | Bourrasque de vent sur une goutte adhérant à une fibre | 137 |
| 4.1 | Introduction | 138 |
| 4.2 | Dispositif expérimental | 142 |
| 4.2.1 | Modélisation de la bourrasque de vent | 142 |
| 4.2.2 | Évaporation d'une goutte sur une fibre verticale | 144 |
| 4.3 | Résultats | 146 |
| 4.3.1 | Forme de la goutte sur la fibre | 148 |
| 4.3.1.1 | Modèle géométrique du volume de la goutte à l'équilibre | 151 |
| 4.3.2 | Retournement de la goutte | 156 |
| 4.3.2.1 | Modèle simplifié de la rotation | 157 |
| 4.3.3 | Oscillations | 160 |
| 4.3.3.1 | Méthode d'analyse des oscillations | 160 |
| 4.3.3.2 | Fréquences d'oscillation verticale | 162 |
| 4.3.3.3 | Modèle visco-élastique | 165 |
| 4.3.4 | Fragmentation | 167 |
| 4.3.4.1 | Description expérimentale du processus de fragmentation | 167 |
| 4.3.4.2 | Résultats quantitatifs sur la fragmentation | 172 |
| 4.3.4.3 | Critère de fragmentation empirique | 179 |
| 4.4 | Conclusion | 180 |
| 5 | Écoulements respiratoires en présence d'un masque chirurgical | 183 |
| 5.1 | Introduction | 183 |
| 5.2 | Visualisation de l'écoulement en présence d'un masque | 184 |
| 5.3 | État de l'art | 186 |
| 5.4 | Dispositif expérimental | 188 |
| 5.5 | Résultats | 189 |
| 5.5.1 | Référence de la plaque pleine | 189 |
| 5.5.2 | Pression derrière un masque chirurgical | 192 |
| 5.5.3 | Vitesse de l'écoulement à travers le masque | 195 |
| 5.6 | Conclusion | 196 |
| | Conclusion générale | 199 |
| III | Perspectives | 203 |
| 1 | Impact de la position des pores sur le coefficient de traînée d'une plaque perforée | 205 |
| 1.1 | Réduction de la traînée selon la répartition des pores | 205 |
| 1.2 | Visualisation de l'écoulement | 208 |
| 1.3 | Perspectives | 209 |
| 2 | Jet turbulent impactant une surface poreuse | 211 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| IV | Annexes | 215 |
| A | Caractéristiques des structures poreuses | 217 |
| B | Annexes du chapitre 1 | 221 |
| B.1 | Calculation of the velocities components | 221 |
| B.1.1 | Normal component of the velocity | 221 |
| B.1.2 | Tangential component of the velocity | 223 |
| B.1.3 | Value of the shape parameters for a rectangular screen with different aspect ratio | 224 |
| B.2 | Calculation of the source strength | 225 |
| B.3 | Details of the experimental data | 227 |
| B.3.1 | Screen samples | 227 |
| B.3.2 | Correction of the coupling drag | 227 |
| B.3.3 | Determination of the drag coefficient | 229 |
| B.3.4 | Measurement uncertainty | 229 |
| B.3.4.1 | Solidity uncertainty | 230 |
| B.3.4.2 | Parameter and drag force uncertainties | 230 |
| C | Annexes du chapitre 2 | 231 |
| C.1 | Sillage derrière un cylindre | 231 |
| D | Annexes du chapitre 3 | 233 |
| D.1 | Système dynamique des plis | 233 |
| D.2 | Structure du code de commande | 233 |
| E | Annexes du chapitre 4 | 235 |
| E.1 | Force capillaire | 235 |
| E.2 | Données expérimentales | 240 |
| F | Modèle hydro-mécanique de la fibre de coton | 245 |

Table des figures

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | Filet à brouillard du site météorologique du SIRTA conçu par Adèle Moncuquet. | 1 |
| 2 | Champ de pissenlit sous un Soleil d'été. | 2 |
| 3 | Exemples d'organismes où les propriétés hydrodynamiques de structures fibreuses fines sont impliquées dans leur développement. a) <i>Centropages typicus</i> tiré de Giesbrecht (1892) . b) <i>Cucumaria miniata</i> de Kelly Cunningham. c-d-e) <i>Opuntia microdasys</i> et détails sur les trichomes tiré de Ju et al. (2012) . f) Graines de <i>Tragopogon pratensis</i> tiré de Casseau et al. (2015) | 2 |
| 4 | Visualisation du CO_2 expiré par une chanteuse d'Opéra tiré de Bourriane et al. (2022) (a) en l'absence et (b) en présence d'un masque chirurgical. | 3 |
| 5 | Dessin schématique d'une surface poreuse. Agrandissement de l'échelle microscopique des pores. Trajectoire d'une particule de fluide entre A et B traversant la surface poreuse au point P | 3 |
| 6 | Soufflerie d'Auteuil construite par Eiffel, image tirée de Prandtl (1933) | 4 |
| 7 | Système de filtre à gouttelettes tiré de Albrecht (1931) | 4 |
| 8 | Schéma différenciant la solidité de la porosité. a) et c) section transversale du milieu poreux. b) et d) vue de face, projection de la partie solide dans la direction principale de l'écoulement. | 5 |
| 9 | Variation de la solidité en fonction de la taille a de la zone de calcul pour deux textiles. | 6 |
| 10 | Changement de direction de l'écoulement. | 6 |
| 11 | À gauche, représentation du sillage derrière une surface poreuse pour plusieurs solidités tirée de Castro (1971) . a) $s = 1$. b) $s = 0.818$. c) $s = 0.748$. d) $s = 0.695$. e) Visualisation des lignes de courant tirée de Ito et Garry (1998) | 8 |
| 12 | Visualisation du vortex dans le sillage derrière une graine de pissenlit tirée de Cummins et al. (2018) | 8 |
| 1.1 | Picture of the flow deviated around a porous screen (white line of width 100 mm). | 15 |
| 1.2 | Diagram of the the experimental set-up for the drag coefficient measurement, and examples of porous screens essentially in nylon woven mesh. | 18 |
| 1.3 | (a) Drag force (F_D) measured for different square porous screens at normal incidence. (b) Drag coefficient C_D as a function of velocity v_0 , renormalised by the drag coefficient at maximum velocity for each screen $C_D(v_{0_{max}})$, including screens showing the higher variation of the drag coefficient with respect to the velocity. Colorbars : fiber diameter d | 20 |

| | | |
|------|--|----|
| 1.4 | Drag coefficient $C_{D_{max}}$ as a function the solidity for various square porous screens normal to the free flow and comparison with the two dimensional model of Steiros et Hultmark (2018) . The color of the points indicates the value of the fiber diameter d following the color scale on the right. The data from Prandtl et Flachsbart (1932) and the value at solidity $s = 1$ from Blevins (1992) are also plotted. | 21 |
| 1.5 | Experimental evidence of the deviation of the flow and streamlines around a square porous screen at different solidities s under normal uniform upstream flow $v_0 = 2.84 \pm 0.02 \text{ m.s}^{-1}$. Top view of the screen. The white bar (110 mm) corresponds to the screen embedded in the frame, the screen alone is 100 mm long. | 22 |
| 1.6 | Experimental evidence of the 3D deviation of the flow and streamlines around a square porous screen (transverse and diagonal directions) for a screen of solidity $s = 0.61$ (P6) under normal uniform upstream flow $v_0 = 2.84 \pm 0.02 \text{ m.s}^{-1}$. Here $D_{sd}/2 = 55.8 \pm 1.5 \text{ mm}$ and $D_{st}/2 = 32.8 \pm 1.2 \text{ mm}$ thus $D_{sd}/D_{st} = 1.7 \pm 0.1 > \sqrt{2}$ | 23 |
| 1.7 | Diagram of the theoretical model derived in this study and the ingredients from previous models used. In blue, a complete 3D potential model. In grey, the theoretical basis used for the application to rectangular mesh screens. In purple, the application to rectangular mesh screens. ϕ denotes the velocity potential, p_{III} denotes the base pressure and $p_I - p_{II}$ denotes the pressure jump across the screen. | 24 |
| 1.8 | Diagram of the model for a three-dimensional potential flow around and through a porous screen. The dashed lines are the separation streamlines used as a boundary between the regions. The dotted lines are the streamlines used in the model to calculate the velocities in the regions I and II. The incoming flow is laminar and is extended over the entire height of the system. C_w denotes the section of the wake. | 25 |
| 1.9 | Diagram of the inclined rectangular porous screen in the (Oyz) plane in a three-dimensional free flow with an angle β . The dashed lines are the separation streamlines used as a boundary between the regions of the model. The dotted line between point A and B is the streamline used in the model to calculate the velocities in the regions I and III. The incoming flow is laminar. | 32 |
| 1.10 | Theoretical prediction of the drag coefficient and velocities on the surface as a function the solidity obtained with the three dimensional model applied to a square homogeneous screen normal to the flow ($\beta = \frac{\pi}{2}$), and comparison with different two-dimensional models. The full lines are obtained with the three-dimensional model developed in this article using the same pressure jump law across the screen than Steiros et Hultmark (2018) (but taking account geometric 3D effects). (a) Drag coefficient. (b) Normal velocity and quadratic mean of the tangential velocity as defined respectively in equation (1.42) and (1.49). | 34 |
| 1.11 | Drag coefficient as a function of the solidity for various square porous screens normal to the free flow with different Re_d , and comparison between the three-dimensional model. The full lines are obtained with the three-dimensional model developed in this article, solution of equation (1.60). The black dash-dotted curve is the solution of equation (1.54), thus without taking into account Re_d | 38 |

| | | |
|------|--|----|
| 1.12 | Drag coefficient as a function of the Reynolds number Re_d for three different narrow ranges of solidities : $s = 0.1 \pm 0.02$, $s = 0.28 \pm 0.04$, $s = 0.585 \pm 0.025$. The bullets represent the experimental measurements, and the plain lines the results of our model (equation (1.60) taking into account the effect of mesh Reynolds number Re_d). The data points for the drag as well as the Reynolds number values are obtained for the velocity $5.0 \leq v_0 \leq 13 \text{ m.s}^{-1}$. The dash-dotted lines represent the value of the drag coefficient for a solid plate (3D) from our experiments and from Blevins (1992) | 39 |
| 1.13 | Streamlines and velocity magnitude obtained with the three-dimensional model for a square screen normal to the flow at $v_0 = 2.0 \text{ m.s}^{-1}$ for different solidities and the pressure jump defined in equation 1.22 (thus without dependency on the mesh Reynolds number Re_d). | 40 |
| 1.14 | Comparison between the three-dimensional theoretical model and our experiments for the prediction of the velocity field in the (z, x) plane with $y = 0$ for three different solidities (low, moderate and high). The theoretical velocity field has been obtained using the theoretical pressure jump law (equation (1.22) and (2.2)). Uncertainties on the velocities are estimated to be around 0.1 m.s^{-1} | 41 |
| 1.15 | Position du fil chaud (rouge). | 42 |
| 1.16 | Sensibilité angulaire du fil chaud 55P11. | 42 |
| 1.17 | Vitesse normale v_n adimensionnée par la vitesse en amont $v_0 = 2.84 \text{ m.s}^{-1}$ en fonction de la position x adimensionnée par la demie longueur $a = 0.05 \text{ m}$ des filets. Les barres d'incertitudes sont calculées avec l'encadrement (1.67). La majorité des surfaces poreuses utilisées sont celles décrites dans le chapitre 1. Nous avons calculé le nombre de Reynolds local Re_d à partir de la vitesse v_0 . La solidité est indiquée par la barre verticale à droite du graphique. 44 | 44 |
| 1.18 | Dimensionless normal velocity $\frac{v_n}{v_0}$ obtained with equation (1.60) for the solid lines, and with equation (1.54) for the dotted black line. The bullets represent the experimental measurements obtained using a hot wire anemometer. | 46 |
| 1.19 | Dimensionless tangential velocity magnitude $\frac{ v_{I_t} }{v_0}$ on the screen surface obtained with the three-dimensional model for a square screen normal to a flow for different solidities and Reynolds numbers (equation (1.60) taking into account the effect of mesh Reynolds number Re_d). a), b) and c) for $Re_d = 10$. d), e) and f) for $Re_d = 100$ | 47 |
| 1.20 | Upstream section S_a of the streamtube containing all the fluid passing through the surface, at $z = -\infty$, seen from the front, for $Re_d = 10$ and $Re_d = 100$ | 47 |
| 1.21 | Streamlines and velocity magnitude obtained with the three-dimensional model for a square screen inclined to a flow at $v_0 = 2.0 \text{ m.s}^{-1}$ for different solidities and the pressure jump defined in equation 1.22 (thus without dependency on the mesh Reynolds number Re_d). | 48 |
| 1.22 | Comparison between the three-dimensional model and our experiments for the prediction of the drag coefficient at two angles of inclination for various porous square screens (a) $\beta = 65^\circ$ (b) $\beta = 43^\circ$ using equation (1.54). The black dash-dotted line is the theoretical result obtained with equation (1.60). 49 | 49 |
| 1.23 | Diagram of the flow at the scale of the pores in case of parallel fibers (left), and corresponding imaginary surface as used in the model (right). | 50 |

| | | |
|------|---|----|
| 1.24 | Comparison between the drag coefficient prediction of the three-dimensional model and the experimental measurement for a square plate in a free flow for different angle of inclination. Data are added from Blevins (1992) , Okamoto et Azuma (2011) and Torres et Mueller (2004) | 51 |
| 1.25 | Comparison of the drag force F_D with and without a splitter plate for a solid plate (without frame support) of dimensions $11.0 \times 11.0 \text{ cm}^2$ and thickness 3 mm . The fitting curves are obtained using a quadratic law. | 52 |
| 2.1 | Image de gouttes coalescées issues de la capture de gouttelettes en suspension par le textile. | 55 |
| 2.2 | La capture d'aérosols : un problème à plusieurs échelles. | 56 |
| 2.3 | Distribution de la taille des gouttes sur le site du SIRTA, le 16 décembre 2020, tiré de Moncuquet et al. (2022) | 57 |
| 2.4 | Les mécanismes de collecte. a) Effet aérodynamique (contournement). b) Capture des gouttelettes : impact inertiel. c) Drainage ou ré-entraînement. v_0 vitesse du fluide en amont, v_n vitesse normale moyenne du fluide au niveau du filet, d_p diamètre de la particule, d_f diamètre de la fibre, L longueur caractéristique du filet, e_f distance inter-fibre. | 58 |
| 2.5 | a) Schéma de la soufflerie à brouillard (réalisée par Labbé et Duprat (2019)) et du système de collecte d'aérosols par une surface poreuse constituée de fibres (filet). b) Schéma de principe de l'impact inertiel des gouttelettes sur les fibres. c) Vue de face du réservoir de collecte. | 59 |
| 2.6 | Illustration du principe de formation des gouttelettes à la surface de l'eau d'après Yule et Suleimani (2000) | 59 |
| 2.7 | a) Calibration de la soufflerie et b) profile de vitesse en sortie de la soufflerie. La sortie de la soufflerie est un carré de $220 \times 220 \text{ mm}$ de côté, l'axe x représente ici l'axe horizontale et l'axe y l'axe vertical. | 60 |
| 2.8 | Calibration du capteur de force. | 60 |
| 2.9 | Calibration de l'anémomètre à fil chaud mini-CTA 54T42 avec la sonde 55P11. Les incertitudes de mesure sont indiqués par les barres d'erreur qui sont inférieures à la taille des cercles centrés sur les points de mesure. | 62 |
| 2.10 | Exemples de textiles simples que dont nous mesurons l'efficacité de collecte dans la section 2.3.1. | 63 |
| 2.11 | Masse d'eau collecté par différentes surfaces poreuses textiles utilisés dans le chapitre 1, pour une durée de 4 min en commençant initialement la collecte avec des fibres sèches. L'indice h signifie que les fibres sont orientées horizontalement, v verticalement. Les points en bleu représentent la masse d'eau collectée pour trois poreux de même solidité tressés avec les fibres perpendiculaires, mais avec des arrangements différents. Le point rouge correspond au masque chirurgical. | 64 |
| 2.12 | Régimes de collecte pour le cas du poreux P7, vitesse $v_0 = 3.22 \text{ m.s}^{-1}$ | 65 |
| 2.13 | Efficacité totale des grilles de nylon, en maillage carré, le point triangulaire correspond au filet à ombrage (Klemm et al. (2012)). | 66 |
| 2.14 | Photographie de gouttelettes sur différentes surfaces poreuses textiles (P16, P17-v, P7, P8, voir chapitre 1), dans les mêmes conditions expérimentales, après une collecte de 5 minutes, $Q_w = 4.2 \pm 0.2 \text{ L.h}^{-1}$. P17-v dénote que les fibres de P17 ont été placées verticalement (la grande majorité alignées avec le champ gravitationnel). | 67 |

| | | |
|------|--|----|
| 2.15 | Distribution des gouttelettes sur la surface poreuse P16 après 5 minutes de collecte à partir de fibres initialement sèches. À gauche, une photographie de la surface poreuse P16 après 5 minutes de collecte. À droite, le nombre de gouttelettes selon l'aire de leur surface projetée orthogonalement à l'écoulement amont. 520 gouttelettes ont été analysées manuellement, correspondant à la moitié gauche de la photographie ci-dessus, ainsi que quelques parties à droite. $S_{eff_{max}}$ correspond à la surface maximale que peut prendre une gouttelette sur une fibre verticale avant de coalescer avec une autre avec l'hypothèse que la croissance de ces deux gouttes sur une fibre verticale est synchronisée. | 68 |
| 2.16 | Mouillage de deux fibres parallèles en fonction de leur espacement, tiré de Protiere et al. (2013) | 69 |
| 2.17 | Reproduit de Moncuquet et al. (2022) . Photographie de collecte d'eau sur un filet constitué de 10 fibres simples de nylon de diamètre $d_f = 400 \mu m$, (a) sèches, (b) mouillées par le brouillard. Et photographie de collecte d'eau sur un filet constitué de 10 cofibres de diamètre $d_f = 200 \mu m$, et donc équivalentes une fois collées à une fibre de diamètre $d_f = 400 \mu m$, (c) sèches et (d) mouillées par le brouillard. | 69 |
| 2.18 | Exemples de textiles constituées de cofibres dont nous mesurons l'efficacité de collecte. a) P _{co} 1, b) P _{co} 3, c) P _{co} 4, d) P _{co} 9 décrits table 2.1. | 70 |
| 2.19 | Schéma de la structure porteuse des cofibres parallèles. a) Structure générale. b) Plan de la bande perforée. c) Vue de dessus du réservoir de collecte. d) Caractéristiques géométriques des cofibres. | 71 |
| 2.20 | Efficacité de collecte totale E (équation (2.14)), en fonction de la solidité s pour la série de filets de cofibres décrits table 2.1. Données expérimentales pour $v_0 = 2.07, 2.59$ et $3.22 m.s^{-1}$, $d_f = 0.44 mm$ | 72 |
| 2.21 | Masse collectée au court du temps caractéristique pour un filet de cofibres parallèles, vitesse $v_0 = 2.07 m.s^{-1}$ | 72 |
| 2.22 | Direction du vent au cours du temps lors de la journée du 16 décembre 2020 sur le site du SIRTa mesuré au niveau du filet à brouillard. | 73 |
| 2.23 | Débit de collecte sur le débit à l'angle 90° , pour un filet de co-fibres parallèles, avec des fibres de diamètre $d = 0.6 mm$, de solidité $s = 0.34$, $v_0 = 3.0 m.s^{-1}$ | 73 |
| 2.24 | Schéma de l'écoulement de Stokes autour d'un aérosol. | 74 |
| 2.25 | Solution numérique de l'équation de trajectoire d'une particule de fluide dans un écoulement rotatif (équation (2.27) obtenue avec Python 3.9.5 et la méthode Runge-Kutta-Fehlberg (RK45) implémentée avec la fonction <code>solve_ivp</code> . (a) Trajectoire de la particule en fonction de différents nombres de Stokes et Froude. (b) Distance $\tilde{D}(\tilde{t}_f)$ entre la particule de fluide et la particule à différents temps fixés $\tilde{t}_f = 2\pi$ et $\tilde{t}_f = 4\pi$, en fonction du nombre de Stokes et pour différents nombres de Froude. | 76 |
| 2.26 | Schéma de principe de l'impact inertiel d'une gouttelette d'eau (en bleu) dans un écoulement potentiel autour d'une fibre (lignes rougeâtres), vue en coupe. | 77 |

| | | |
|------|---|----|
| 2.27 | Solution numérique de l'équation de trajectoire d'une particule dans un écoulement autour d'une fibre (équation (2.33)) obtenue avec Python 3.9.5 et la méthode Runge-Kutta-Fehlberg (RK45) implémentée avec la fonction <i>solve_ivp</i> , pour différents nombres de Stokes, et un rapport des rayons gouttelette-fibre $\frac{r_p}{r_f} = 10^{-2}$. Nous avons utilisé le même temps final adimensionné $\tilde{t}_f = 3$ | 79 |
| 2.28 | Schéma de la trajectoire des aérosols et notations pour la méthode de calcul de l'efficacité de collecte η_c . La ligne rouge correspond à la trajectoire tangente à la fibre au point I avec une vitesse en ce point notée \mathbf{v}_I . Toutes les gouttelettes ayant des trajectoires passant par le point d'ordonnée $ x < x_0$ à l'origine impactent la fibre. r_f est le rayon de la fibre centrée en 0. Le point A d'abscisse z_A correspond au point d'intersection entre l'axe z et la tangente à la fibre passant par I . Le point D correspond au point de départ du calcul de la trajectoire, la vitesse \mathbf{v}_0 en ce point est déterminée par l'approximation asymptotique. | 80 |
| 2.29 | Solution numérique de l'efficacité de collecte (équation (2.61)) obtenue avec Python 3.9.5, faisant intervenir la méthode Runge-Kutta-Fehlberg (RK45) implémentée avec la fonction <i>solve_ivp</i> , pour différents nombres de Stokes, et trois rapports des rayons gouttelette-fibre $\frac{r_p}{r_f} = 0, 0.01$ et 0.1 | 84 |
| 2.30 | Représentation schématique de la zone de capture aérodynamique (en bleu). | 89 |
| 2.31 | Zone de capture aérodynamique en fonction du nombre de Stokes global St_L pour différentes solidités, à $Re_d = 100$ | 89 |
| 2.32 | Variation de l'efficacité aérodynamique (proportion de gouttelettes passant à travers la surface poreuse ou l'impactant) en fonction du nombre de Stokes global St_L , pour différentes solidités et nombres de Reynolds local Re_d . Cette proportion est égale au rapport de l'aire de la zone de capture aérodynamique sur l'aire de la surface poreuse $\frac{S_a}{S_p}$. Les courbes tracées correspondent aux régressions obtenues par les équations (2.77), (2.78) et (2.79). | 90 |
| 2.33 | Variation de l'efficacité aérodynamique (proportion de gouttelettes passant à travers la surface poreuse ou l'impactant) en fonction de la proportion de l'écoulement passant à travers la surface poreuse $\frac{v_n}{v_0}$ (calculé à l'aide de l'équation (2.73)), pour différentes solidités et nombres de Reynolds local Re_d . Cette proportion de gouttelette est égale au rapport de l'aire de la zone de capture aérodynamique sur l'aire de la surface poreuse $\frac{S_a}{S_p}$ | 91 |
| 2.34 | Coefficients de régression de l'équation (2.77) et leur régression associée (équations (2.78 et 2.79)). | 92 |
| 2.35 | Illustration du mouillage de P8 (solidité $s = 0.7$, fibres de diamètre $d_f = 0.13$ mm, pores de même taille), après 5 minutes de collecte avec le dispositif décrit dans la section 2.2. | 93 |
| 2.36 | Efficacité totale E (équation (2.87)) en fonction de la solidité effective $s_{eff} = \frac{S_{obs}}{S_p}$, pour plusieurs valeurs des nombres de Stokes local St^* et global St_L et deux valeurs du nombre de Reynolds effectif local $Re_{d_{eff}} = 10$ et $Re_{d_{eff}} = 100$. Les aérosols sont supposés ponctuels : $\frac{r_p}{r_f} = 0$ | 96 |
| 2.37 | Efficacité totale E (équation (2.87)) en fonction des nombres de Stokes local St^* et global St_L , pour plusieurs valeurs de solidité effective $s_{eff} = \frac{S_{obs}}{S_p}$ et deux valeurs du nombre de Reynolds effectif local $Re_{d_{eff}} = 10$ et $Re_{d_{eff}} = 100$. Les aérosols sont supposés ponctuels : $\frac{r_p}{r_f} = 0$ | 97 |

| | | |
|------|--|-----|
| 2.38 | Solidité effective optimale $s_{eff,opt}$ en fonction du nombre de Stokes global St_L . Les aérosols sont supposés ponctuels : $\frac{r_p}{r_f} = 0$ | 97 |
| 2.39 | Efficacité de collecte totale E (équation (2.14)), en fonction de la solidité s pour la série de filets de cofibres décrits à la section 2.3. Données expérimentales pour $v_0 = 2.07, 2.59$ et $3.22 m.s^{-1}$, $d_f = 0.44 mm$. Les courbes sont obtenues par le modèle théorique en prenant $d_{obs} = 2d_f$, $s_{eff} = s$ et $Re_{d_{eff}} = \frac{v_0 2d_f}{\mu}$, équation (2.87). La zone grisée correspond à la courbe de prédiction théorique maximale et minimale selon les incertitudes des paramètres du modèle théorique. Les paramètres varient, et sont compris dans les intervalles suivants : $117 \leq Re_d \leq 182$, $8.07 \times 10^{-6} \leq St^* \leq 4.22$, et $4.18 \times 10^{-3} \leq St_L \leq 1.86 \times 10^{-2}$, $d_p = 7.8 \pm 2 \times 10^{-6} m$ (la zone grisée est calculée avec les extrema $d_p = 9.8 \times 10^{-6} m$ et $d_p = 5.8 \pm 2 \times 10^{-6} m$). | 98 |
| 2.40 | Efficacité de collecte totale E (équation (2.14)), en fonction de la solidité s pour la série de filets de cofibres décrits à la section 2.3. Données expérimentales pour $v_0 = 2.07, 2.59$ et $3.22 m.s^{-1}$, $d_f = 0.44 mm$. Les courbes sont obtenues par le modèle théorique en prenant $d_{obs} = 2d_f$, $s_{eff} = s$ et $Re_{d_{eff}} = \frac{v_0 2d_f}{\mu}$, équation (2.87). La zone grisée correspond à la courbe de prédiction théorique maximale et minimale selon les incertitudes des paramètres du modèle théorique. Les paramètres varient, et sont compris dans les intervalles suivants : $117 \leq Re_d \leq 182$, $1.46 \times 10^{-6} \leq St^* \leq 6.12$, et $7.56 \times 10^{-3} \leq St_L \leq 2.69 \times 10^{-2}$, $d_p = 9.8 \pm 2 \times 10^{-6} m$ (la zone grisée est calculée avec les extrema $d_p = 11.8 \times 10^{-6} m$ et $d_p = 7.8 \pm 2 \times 10^{-6} m$). | 99 |
| 2.41 | Visualisation par PIV (<i>Particle Image Velocimetry</i>) de l'écoulement dans le sillage proche de filets à fibres simples. (a) et (b) filet P28 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.114$, diamètre des fibres $d_f = 0.44 mm$. (c) et (d) filet P27 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.115$, diamètre des fibres $d_f = 0.12 mm$. Barre indiquée de $10 mm$ | 100 |
| 2.42 | Visualisation par PIV (<i>Particle Image Velocimetry</i>) de l'écoulement dans le sillage proche de filets de co-fibres. (a) et (b) filet P _{co} 2 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.13$, diamètre des fibres $d_f = 0.44 mm$. (c) et (d) filet P _{co} 11 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.49$, diamètre des fibres $d_f = 0.44 mm$. Barre indiquée de $10 mm$ | 101 |
| 2.43 | Différents types de sillages observés. A zone de recirculation attachée à la fibre renfermant des gouttelettes. B sillage laminaire rectiligne. C détachement tourbillonnaire. D interaction du sillage entre deux fibres, filet d'air au centre du sillage, avec détachement tourbillonnaire se comportant comme sur une seule fibre. E interaction du sillage entre deux fibres avec détachement tourbillonnaire se comportant comme sur une seule fibre. | 102 |
| 2.44 | Force normale F_n exercée sur le filet du SIRTA en fonction de la vitesse du vent U_0 normale au filet. Les points où le filet est mouillé sont indiqués en bleu, les points noirs correspondent au cas sec. Il y a 10^5 mesures. Les mesures et la figure a été réalisée par Adèle Moncuquet. | 103 |
| 2.45 | Graine et arête plumeuse de <i>Stipa pennata</i> , croquis tiré de Youmans et Youmans (1881), p. 365. | 104 |
| 2.46 | Photographies de la tige de la <i>Stipa pennata</i> prises au microscope, a) et b) fibres individuelles (barre de $100 \mu m$), c) et d) tige centrale et accroche des fibres (barre de $300 \mu m$), e) et d) plan large des fibres autour de la tige centrale (barre de $1500 \mu m$). | 105 |

| | | |
|------|---|-----|
| 2.47 | Filet constitué d'arrêtes plumeuses de <i>Stipa pennata</i> . Le filet est initialement sec (a), puis mouillé après 4 <i>min</i> de collecte de brouillard (b), enfin il est à nouveau séché au soleil pendant quelques minutes. | 106 |
| 2.48 | Masse d'eau collecté au cours du temps, et efficacité de collecte total (E) du filet de <i>Stipa pennata</i> | 106 |
| 3.1 | Photographie de la machine à toux. | 111 |
| 3.2 | Débit de respiration typique d'un sujet humain au repos tiré de Wysocki et al. (2006) | 113 |
| 3.3 | Visualisation du panache turbulent expiré lors de la respiration, figure tirée de Abkarian et al. (2020) . A) Respiration calme. B) PIV de A). C) Fort soufflement. D) PIV de C). E) Schéma de l'effet de la dissymétrie entre l'écoulement inspiratoire et expiratoire sur une bougie. F) Schéma de l'orientation de l'écoulement inspiratoire et expiratoire. | 113 |
| 3.4 | Profil typique d'une toux volontaire tiré de Mahajan et al. (1994) | 114 |
| 3.5 | Profils typiques de toux tiré de Gupta et Chen (2009) | 114 |
| 3.6 | Visualisation par Schlieren d'un panache de toux chez un homme de 25 ans obtenue par Tang et al. (2009) | 114 |
| 3.7 | Deux montages de la méthode Schlieren. f est la distance focale du miroir concave. | 115 |
| 3.8 | Schéma de principe de la méthode de corrélation PIV sur deux images successives d'écoulement respiratoire lors d'une toux chez un être humain. | 116 |
| 3.9 | Résultats de la toux sans masque. a) Visualisation du panache turbulent de la toux avec la méthode schlieren du montage 1 utilisant une caméra rapide prenant 6800 images par seconde. b) Mesure de l'angle du cône généré par le panache de la toux à partir de l'image a). | 117 |
| 3.10 | Mesure de la vitesse moyenne de l'écoulement au centre du panache en sortie de la bouche à partir d'une séquence vidéo par analyse PIV, réalisée avec MATLAB version 9.7 (R2019b) et PIVlab version 2.37, le lissage correspond à une moyenne glissante sur $p = 5$ points successifs. | 118 |
| 3.11 | Intensité turbulente moyenne sur une période de 10 <i>min</i> en fonction de la vitesse moyenne sur cette période, tiré de Letson et al. (2019) | 118 |
| 3.12 | Exemple fluctuation de la vitesse sur le site du SIRT, le 16 décembre 2020 (figure du haut), et détail d'un pic sur la figure du bas. | 119 |
| 3.13 | Exemple de simulateur de toux conçu à l'aide d'un compresseur et d'une valve modulable électronique, image tirée de Lai et al. (2012) | 121 |
| 3.14 | Exemple de simulateur de toux conçu à l'aide d'un réservoir d'air pressurisé, d'une électrovanne, et d'une boîte où sont introduits des aérosols, image tirée de Liu et al. (2020) | 121 |
| 3.15 | Exemple de simulateur de toux conçu à l'aide d'un réservoir d'air pressurisé (3), d'une soupape de décharge (2), d'une jauge de pression (1), d'une électrovanne (4), d'un pneumotachographe Fleisch (5), d'un transducteur de pression différentiel (6), d'un amplificateur pour le signal (7), d'une trachée artificielle avec mucus (8) et d'un appareil de mesure de la taille des particules (9), image tirée de Edwards et al. (2004) | 122 |
| 3.16 | Photographies des deux dispositifs pour générer des écoulements respiratoires humains. À gauche la machine à toux pour générer des écoulements dynamiques, à droite la petite soufflerie pour étudier l'écoulement stationnaire. | 123 |
| 3.17 | Plan schématique des principaux composants de la machine à toux. | 125 |
| 3.18 | Schéma du soufflet, vue d'une section. | 126 |

| | | |
|------|---|-----|
| 3.19 | Comparaison entre des débits souhaités et la réponse du système en utilisant la commande avec l'approximation linéaire de l'équation de commande (3.16), l'approximation linéaire corrigée de l'équation de commande (3.17) et l'équation non-linéaire de commande exacte (3.18), débit réponse obtenue en utilisant les équations (3.10) et (3.13). | 128 |
| 3.20 | Débit en fonction de la vitesse de compression du soufflet. Points bleues : mesures à l'aide d'un débitmètre placé sur l'orifice de sortie. Courbe rouge : débit théorique calculé à l'aide des équations (3.10) et 3.13). Courbe pointillée noire : débit théorique corrigé par le facteur $\kappa_0 = 0.83$ | 128 |
| 3.21 | Schéma de la géométrie du soufflet. | 129 |
| 3.22 | Comparaison entre le profil d'une respiration réelle tiré de Gupta et al. (2010) (a) et un exemple de profil obtenu par la machine (b). Le débit est mesuré à l'aide du débitmètre installé sur l'orifice de sortie d'air de la machine. | 130 |
| 3.23 | Débit mesuré en sortie de la machine à toux pour un profil de respiration sinusoïdal sur 10 périodes. L'amplitude d'oscillation de la longueur du soufflet est fixée à 20 mm pour a), b) et c). | 131 |
| 3.24 | a) Mesure de la vitesse moyenne de l'écoulement au centre du panache en sortie de la bouche à partir d'une séquence vidéo par analyse PIV, réalisée avec MATLAB version 9.7 (R2019b) et PIVlab version 2.37, le lissage correspond à une moyenne glissante sur $p = 5$ points successifs. b) Reproduction du profil de vitesse par la machine à toux en utilisant l'équation de commande (3.18), vitesse mesurée au fil chaud au centre de l'orifice de sortie de diamètre $d_{j2} = 10.05$ mm. Le débit est le même dans les deux cas, mais les tailles de l'orifice et du jet sont différentes, ce qui explique le facteur multiplicatif entre les deux vitesses. | 132 |
| 3.25 | Profil de toux numéro 1, vitesse en fonction du temps en sortie de l'orifice de diamètre 22.0 mm. La mesure a été faite avec l'anémomètre déjà présenté au centre de l'orifice. | 132 |
| 3.26 | Profil de toux numéro 2. Comparaison entre (a) le profil de commande en position et vitesse de la toux et (b) le profil de débit mesurée en réponse. . . | 133 |
| 3.27 | Comparaison entre le profil d'une légère bourrasque de vent mesurée sur le site météorologique du SIRTA (a) et une reproduction obtenue par la machine à partir de l'équation de commande (3.18) (b). Le débit est mesuré à l'aide du débitmètre installée sur l'orifice de sortie d'air de la machine. . . | 134 |
| 4.1 | Image d'une gouttelette adhérant à une fibre et étirée dans le sillage à cause de l'écoulement. | 137 |
| 4.2 | Schéma de la goutte sur la fibre. La goutte est placée en configuration <i>clam-shell</i> (non-axisymétrique) sur une fibre cylindrique, du côté opposée à l'origine de l'écoulement d'air. | 138 |
| 4.3 | Schéma représentant la déformation d'une goutte sujette à un champ de pression asymétrique, due à l'écoulement autour de la goutte. | 140 |
| 4.4 | Déformation et fragmentation d'une goutte d'eau libre soumise à un écoulement gazeux de vitesse $v_0 = 77.9$ m.s ⁻¹ , chaque colonne correspond à une pression ambiante p_0 différente (de gauche à droite : $p_0 = 1, 1.36, 2$ and 3 atm), à une densité du gaz différente (de gauche à droite le nombre de Reynolds est ainsi : $Re = 11908, 17372, 23802$ et 35724), ainsi qu'une viscosité du gaz différente (de gauche à droite le nombre de Weber est ainsi : $We = 248, 360, 497, 745$). Images d'expériences numériques tirées de Zhu et al. (2021) | 140 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.5 | Visualisation du détachement engendré par le vent d'une goutte formée dans une colonne de liquide visqueux sujette à l'instabilité de type Rayleigh-Plateau. Vitesse de l'écoulement $v_0 = 13 \text{ m.s}^{-1}$, viscosité cinématique $\nu = 10 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, rayon de la fibre $r_f = 125 \mu\text{m}$, image tiré de Cazaubiel et Carlson (2023) | 141 |
| 4.6 | a) Schéma du dispositif expérimental vue de profil. b) Photographie de la goutte sur la fibre dans la configuration expérimentale, vue rapprochée de face, appareil photo focalisé sur la goutte. c) Photographie du dispositif, vue éloignée de face. | 142 |
| 4.7 | Profil de vitesse en fonction du temps en sortie de l'orifice de diamètre 22.0 mm . Point central de l'orifice. Mesuré au fil chaud. | 143 |
| 4.8 | Évaporation d'une goutte d'eau distillée sur une fibre verticale de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$, température ambiante $T = 22.8 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$, humidité ambiante $H = 61.3 \pm 0.5 \%$ (expérience 1). | 144 |
| 4.9 | Variation du diamètre d_g de la goutte en fonction du temps lors de l'évaporation sur une fibre verticale de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ | 145 |
| 4.10 | Deux photographies prises avant (à gauche) et après retournement (à droite) d'un gouttelette d'eau pure sur une fibre. Accélération de l'écoulement $a_0 = 31.9 \pm 0.7 \text{ m.s}^{-2}$, la rotation a lieu a tout début de l'accélération. Barre blanche à gauche de 1 mm . La fibre est mise en évidence par des lignes blanches. | 146 |
| 4.11 | Illustration de l'oscillation verticale de la goutte. a) Chronophotographie de la position de l'interface supérieure de la goutte sur une durée de 1919 s . b) Photographie de la goutte en position haute de l'interface supérieure (point I). c) Photographie de la même goutte en position basse de l'interface (point I). Barre blanche à gauche de 1 mm . La fibre est mise en évidence par des lignes blanches. | 146 |
| 4.12 | Illustration du régime des grandes déformations de la goutte ainsi que la fragmentation vue de dessus. a) Forme de la goutte au repos. b)-c)-d)-e) Grandes déformations, ballottement de gauche à droite et inversement. f) Fragmentation de la goutte. L'écoulement vient d'en haut des photographies. Nous indiquons le mouvement de la goutte par les flèches blanches. Barre blanche à gauche de 1 mm . La fibre est mise en évidence par le cercle blanc. | 147 |
| 4.13 | Photographies de la goutte dans la configuration <i>clam-shell</i> issues de nos expériences. a) Expérience 45, b) Expérience 27, c) Expérience 75 (se référer aux tables à la fin du chapitre pour les numéros d'expériences). Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ | 148 |
| 4.14 | Volume d'une goutte d'eau pure sur une fibre verticale en configuration <i>clam-shell</i> en fonction des paramètres e et d_g . Une unique fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ a été utilisée pour toutes les séries. | 149 |
| 4.15 | Diamètre de la goutte d_g en fonction de la hauteur e de la goutte. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$. Courbe rouge : régression. | 149 |
| 4.16 | Diamètre de la goutte d_g en fonction de la hauteur e de la goutte pour plusieurs séries d'évaporation. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ | 150 |
| 4.17 | Diamètre de la goutte D en fonction de la hauteur e et du diamètre d_g de la goutte. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$. Courbe rouge : régression. | 150 |
| 4.18 | Image de gouttes d'eau adhérant à une fibre de nylon dans une configuration <i>barrel</i> (en bas), et <i>clam-shell</i> (en haut). Image tirée de Carroll (1976) | 152 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.19 | Rapport de la hauteur e de la goutte sur le diamètre d_g en fonction du volume V_g de la goutte pour plusieurs séries d'évaporation. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ | 152 |
| 4.20 | Courbe en rouge : volume de la goutte V_g en fonction du diamètre d_g d'après la formule (4.16). Points de comparaisons avec les expériences en utilisant une fibre de $d_f = 0.3 \text{ mm}$. Courbe en noir : régression (4.7). | 153 |
| 4.21 | Schéma de la géométrie dans le plan (y, z) de l'intersection entre une ellipsoïde et un cylindre, c'est-à-dire pour θ fixé. | 154 |
| 4.22 | Volume d'intersection V_i entre une ellipsoïde et un cylindre en fonction de la distance centre à centre z_g , pour $d_f = 0.3 \times 10^{-3} \text{ m}$, $a = d_f$, $b = 2d_f$, et différentes valeurs de c | 155 |
| 4.23 | Chronophotographie du retournement de la goutte sur la fibre issue de l'expérience 83, l'écoulement provient de la droite de chaque image. Le bord gauche de la fibre a été accentuée. La référence du temps indiquée ne coïncide pas avec celle du début de l'écoulement. On estime que la goutte a effectué la rotation autour de $275 - 350 \text{ ms}$ après l'initiation de l'écoulement, avec une accélération $a_0 = 31.9 \pm 0.7 \text{ m.s}^{-2}$ | 156 |
| 4.24 | Schéma du modèle de rotation de la goutte sur la fibre dans le plan (y, z) | 157 |
| 4.25 | Évolution temporelle de l'angle η de la goutte sur la fibre selon l'équation (4.32) en prenant différentes valeurs de la vitesse de l'écoulement v_0 | 158 |
| 4.26 | Image de la goutte de l'expérience 30 et position des segments utilisés pour l'analyse des oscillations pour cette goutte (la position des segments a varié selon la taille de la goutte). | 160 |
| 4.27 | Exemple du mouvement vertical de l'interface supérieure de la goutte pour l'expérience 30. Détection algorithmique de l'interface au cours du temps avec Python 3.9.5. La barre rouge verticale correspond au moment de la fragmentation. | 161 |
| 4.28 | Transformée de Fourier discrète rapide du signal de déplacement lissé de la figure 4.27 sur la première partie $0 - 1000 \text{ s}$ | 162 |
| 4.29 | Fréquence d'oscillation verticale $fg \text{ (Hz)}$ en fonction des différents paramètres mesurées. Points bleus : pas de fragmentation observée au cours de l'expérience. Points rouges : fragmentation observée au cours de l'expérience. Les régressions sont données dans les unités du système international (m pour les distances et m^3 pour le volume). Durée de l'expérience : 2, accélération constante a_0 pendant 1 s suivie d'une décélération constante $-a_0$ pendant 1 s. | 163 |
| 4.30 | Fréquence d'oscillation verticale $fg \text{ (Hz)}$ en fonction du volume V_g de la goutte et comparaison avec les différents modèles. Points bleus : pas de fragmentation observée au cours de l'expérience. Points rouges : fragmentation observée au cours de l'expérience. Les régressions sont données dans les unités du système international (m et m^3). | 165 |
| 4.31 | Chronophotographie d'une grande déformation de la goutte lors de l'expérience 88, vue de dessus. L'écoulement provient du haut de l'image comme indiqué sur celle de gauche. Barre : 1 mm | 167 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.32 | Chronophotographie de plusieurs fragmentations lors de l'expérience 45, vue de profil. L'écoulement provient de la droite des images (indiqué sur la première image à $t = 0$ s. Le temps indiqué est initialisé à la première image (non au début de l'expérience). $a_0 = 58.5 \text{ m.s}^{-2}$, $d_g = 0.70 \pm 0.02 \text{ mm}$ avant fragmentation, $54.7 \text{ m.s}^{-1} \leq v_0 \leq 56.9 \text{ m.s}^{-1}$, $34.6 \leq We \leq 37.5$. Barre : 1 mm | 168 |
| 4.33 | Chronophotographie de la fragmentation de la goutte lors de l'expérience 46, vue de profile. | 169 |
| 4.34 | Chronophotographie de la fragmentation de la goutte lors de l'expérience 28, vue de profile. | 170 |
| 4.35 | Chronophotographie de la fragmentation de la goutte lors de l'expérience 89, vue de dessus. Le temps indiqué est initialisée à la première image que nous montrons. Basse blanche en bas à droite de 5 mm | 171 |
| 4.36 | Conditions de fragmentation de la goutte adhérant à une fibre de diamètre $d_f = 0.30 \text{ mm}$. Accélération a_0 de 10 à 70 m.s^{-2} pendant 1 s suivi d'une décélération $-a_0$ pendant également 1 s. | 172 |
| 4.37 | Vitesse de fragmentation $v_{frag} (\text{m.s}^{-1})$ en fonction du diamètre de la goutte $d_g \text{ mm}$. Courbe en pointillé : limite de détachement de l'équation (4.62). . . | 173 |
| 4.38 | Variation des composantes de la force capillaire (en N) en fonction de la distance centre à centre z_g adimensionnée pour une fibre de diamètre $0.3 \times 10^{-3} \text{ m}$, et deux diamètres de goutte minimales et maximales de nos expériences. Eau sur fibre de nylon, angles de contacts $\theta_r = 52^\circ$, $\theta_a = 71^\circ$. En gris, configuration <i>clam-shell</i> , en jaune configuration <i>barrel</i> (la goutte épouse tout le contour de la fibre). Résultat intégré numériquement à partir de l'équation (E.24). | 173 |
| 4.39 | Schéma de la notation pour la quantification de la déformation d de la goutte. À droite : goutte déformée vue de dessus (adhérant à la fibre). . . | 175 |
| 4.40 | Déformation d en fonction du temps t . La déformation est adimensionnée par le rayon de la goutte $\frac{d_g}{2}$. Les incertitudes sur le temps sont dues principalement à l'incertitude sur le temps initial de l'écoulement. | 175 |
| 4.41 | Temps adimensionné de l'explosion des déformations $\tau_0 \sqrt{\frac{a_0}{d_g}}$ en fonction du nombre de Weber modifié We^* . La valeur du nombre d'Ohnesorge Oh est indiquée sur la barre verticale par une couleur. | 177 |
| 4.42 | Déformation adimensionnée $\frac{2d}{d_g}$ en fonction du temps adimensionné $\frac{t}{\tau_0}$. Les incertitudes sur le temps sont dues principalement à l'incertitude sur le temps initial de l'écoulement. | 178 |
| 4.43 | Condition de fragmentation de la goutte adhérant à une fibre de diamètre $d_f = 0.30 \text{ mm}$. Accélération a_0 de 10 à 70 m.s^{-2} pendant 1 s suivie d'une décélération $-a_0$ pendant également 1 s. Courbe noire en pointillé : seuil de fragmentation issu de l'équation (4.76). | 180 |
| 5.1 | Visualisation de l'écoulement lors d'un processus d'expiration lent (durée totale de l'expiration de 3.7 s. a) Panache turbulent lors de l'expiration. b) Expiration en portant un masque, on distingue l'écoulement qui passe par les fuite. (La caméra rapide enregistre à une fréquence de 4000 images par seconde). | 184 |
| 5.2 | Image de l'écoulement en soufflant par la bouche fortement après avoir rempli les poumons d'air. La caméra rapide enregistre à une fréquence de 5400 images par seconde. | 185 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.3 | Séquence des différentes étapes de l'écoulement lors d'une toux en présence d'un masque chirurgical. Images produites avec la méthode Schlieren et le montage avec <i>couteau de Foucault</i> illustré figure 3.7b, à 5400 images par seconde. De (a) à (g) images toutes les 200 images. (a) $t = 0 s$, (b) $t = 0.037 s$, (c) $t = 0.074 s$, (d) $t = 0.111 s$, (e) $t = 0.148 s$, (f) $t = 0.185 s$, (g) $t = 0.222 s$, (h) $t = 0.481 s$. Le miroir que l'on voit sur les images a un diamètre de $30.0 \pm 0.2 cm$ | 185 |
| 5.4 | Première approximation de la vitesse de l'écoulement dans une zone réduite devant le masque où l'écoulement a lieu. | 186 |
| 5.5 | Étalonnage du capteur de pression à l'aide d'un générateur de pression différentielle. | 188 |
| 5.6 | Schéma de l'étude paramétrique de l'écoulement d'un jet axisymétrique confiné sur une surface poreuse. Le point de mesure de la pression est indiqué en vert. Nous avons également représenté d'un ressort pour modéliser le déplacement de la surface poreuse par différence de pression mais celui-ci est omis dans l'ensemble des expériences rapportées dans ce rapport : la surface est fixée par ses extrémités de manière solide. | 188 |
| 5.7 | Détail de la configuration des fixations et du point de mesure de la pression pour la plaque pleine plane. | 189 |
| 5.8 | Mesure du débit et de la pression en fonction du temps. | 189 |
| 5.9 | Pression différentielle en fonction de l'aire des sections de fuite. La courbe théorique rouge est celle obtenue avec les données expérimentales des paramètres et le modèle obtenu précédemment à l'équation (5.2). Les courbes en pointillé sont celles obtenues après calculé la régression $ p(r) - p_0 = aS_l^b$ avec les paramètres a et b | 190 |
| 5.10 | Détail de la configuration des fixations et du point de mesure de la pression pour le masque. | 192 |
| 5.11 | Valeur absolue de la pression différentielle $p - p_0$ (Pa) en fonction de la valeur absolue du débit D_0 pour une épaisseur e fixe. Masque de solidité 0.26 comportant des fibres de diamètre $0.9\mu m \leq d_f \leq 19\mu m$ et tissu P22 de solidité $s = 0.65$ comportant des fibres de diamètre $d_f = 0.050 \pm 0.002 mm$ | 193 |
| 5.12 | Valeur absolue de la pression différentielle $p - p_0$ (Pa) en fonction de l'épaisseur e de l'espace entre le masque et la paroi solide, pour différents débits D_0 , pour l'expiration (a) et l'inspiration (b). Les courbes en pointillé sont obtenues pour une plaque pleine pour un écoulement de Poiseuille donné par l'équation (5.2). | 194 |
| 5.13 | Vitesse au centre derrière le masque et le textile P22 en fonction du débit D_0 , pour une épaisseur e fixe. | 195 |
| 1.1 | Schéma de la répartition des pores, à l'intérieur, et à l'extérieur, sur la plaque. a_{int} est la largeur de la zone perforée intérieure, et a_{ext} est la largeur de la zone perforée extérieure. | 205 |
| 1.2 | Plaques perforées non-homogènes P36 et P37 de même solidité $s = 0.962 \pm 0.002$ | 205 |
| 1.3 | Coefficient de traînée de plusieurs plaques perforées et selon différentes localisation des pores. | 207 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 1.4 | Visualisation de l'écoulement autour de la plaque perforée P39 par ensemencement de gouttelettes d'eau, méthode et dispositif identique à celui décrit dans le chapitre 1 et 2. Vitesse du fluide $v_0 \approx 3 \text{ m.s}^{-1}$, l'écoulement provient du bas de l'image. La plaque perforée est carrée de côté 100 mm et d'épaisseur 2.6 mm. | 208 |
| 1.5 | PIV pour la plaque perforées P39. | 209 |
| 2.1 | Séquence d'images montrant l'impact d'un jet turbulent sur une surface poreuse finie de forme carrée de largeur 90 mm et de solidité 0.61. Vitesse initiale du jet est de 2.0 m.s^{-1} , largeur initiale du jet est de 2 mm. L'orifice de sortie du jet est située à une distance de 71 mm de la surface poreuse. Il n'y a pas d'obstacles sur les bords de la surface poreuse dans la direction horizontale de l'image. | 211 |
| 2.2 | Exemple de visualisation par ensemencement, photographie instantanée de l'écoulement d'une jet turbulent impactant le textile P8. Vitesse initiale du jet $v_0 = 6 \text{ m.s}^{-1}$, orifice $d_j \approx 15 \text{ mm}$ | 212 |
| 2.3 | Schéma d'un jet turbulent impactant une surface poreuse, écoulement supposée axisymétrique. | 213 |
| 2.4 | Schéma du jet plan turbulent sur une surface poreuse. | 213 |
| A.1 | Structure d'un textile en maillage carré simple tirée de Wang <i>et al.</i> (2021). | 217 |
| B.1 | Diagram of the fiber mesh. | 227 |
| B.2 | Diagram of the screens (in dark gold) and the frame support (in green). | 228 |
| B.3 | Drag force for the plates and the frame represented in figure B.2. Values and drag coefficients are in table B.2. Data are fitted using a quadratic law with respect to the velocity v_0 . The surface is orthogonal to the mean far field flow direction \mathbf{v}_0 | 228 |
| D.1 | Schéma mécanique masse-ressort-amortissement équivalent du soufflet. | 233 |
| E.1 | Schéma de la configuration des vecteurs. \mathbf{t}_s est le vecteur tangent à la surface solide et orthogonal à $\dot{\boldsymbol{\xi}}$ | 235 |
| E.2 | Intersection d'une sphère de diamètre $d_g = 0.08 \text{ mm}$ centrée en $(z_g, y_g = 0)$ avec une fibre de diamètre $d_f = 0.02$, z_g varie. La courbe noire sur la surface du cylindre est calculée en utilisant la paramétrisation $\boldsymbol{\xi}$ de l'équation (E.6). | 236 |
| E.3 | Variation des composantes de la force capillaire (en N) en fonction de la distance centre à centre z_g adimensionnée pour une fibre de diamètre $d_f = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$, et deux diamètres de goutte. Eau sur fibre de nylon, angles de contacts $\theta_r = 52^\circ$, $\theta_a = 71^\circ$. En gris, configuration <i>clam-shell</i> , en jaune configuration <i>barrel</i> (la goutte épouse tout le contour de la fibre). Résultat intégré numériquement à partir de l'équation (E.24). | 239 |

- F.1 Images de fibres de coton appartenant à l'espèce *Gossypium hirsutum* à différentes étapes de développement. **[A]** Microscopie électronique de fibres de coton deux jours après l'anthèse, la lettre *V* représente la vacuole, l'images est prise de Ramsey et Berlin (1976). **[B],[C]** Microscopie électronique à balayage d'initiations des fibres quatre jours après l'anthèse, notons que certaines fibres semblent se coller ensemble, les images sont prises de Stewart (1975). **[D]** Microscopie électronique de fibres trois jours après l'anthèse, notons que les fibres s'agglomèrent ensemble par paquet, l'image provient de Stewart (1975). Échelle : 10 – 20 μm de diamètre pour les cellules de la figure A et B. 245

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|-----|
| 1 | Saut de pression à travers un milieu poreux. Liste non exhaustive. Les expressions peuvent changer selon les hypothèses, nous ne donnons qu'un aperçu de leur forme. | 7 |
| 1.1 | Porous screen characteristics. The interval of the Reynolds number Re_d is calculated with the fiber diameter d as characteristic size, with a velocity $v_0 = 5.0 \text{ m.s}^{-1}$ for the minimum value, a velocity $v_0 = 13.0 \text{ m.s}^{-1}$ for the maximum value, and a kinematic viscosity $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. For the screens P2, P12, P26, P27, P28 P29 and P30 we put the detailed values of the drag coefficient at each velocity (and calculated the corresponding Reynolds number Re_d). The uncertainties as well as the fiber diameters, material type and geometry can be found in the appendix B.3. | 19 |
| 1.2 | Valeurs expérimentales d'une double mesure v_{m_1} et v_{m_2} pour la plaque pleine P31 et le poreux P6 ($s = 0.61$). | 45 |
| 1.3 | Reynolds number Re_d calculated with the fiber diameter d as characteristic size and with a velocity $v_0 = 2.84 \text{ m.s}^{-1}$ and a kinematic viscosity $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ | 46 |
| 2.1 | Liste des filets de cofibres parallèles expérimentaux. | 70 |
| 2.2 | Liste des valeurs des paramètres de régression de l'efficacité de capture η_c associés à l'équation 2.62. | 85 |
| 4.1 | Intervalles des paramètres physiques lors des expériences. Les expériences sont conduites à une température entre $22 - 25 \text{ }^\circ\text{C}$ à la pression atmosphérique. $\gamma = 7.20 \times 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$, $\mu_g = 9.55 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$, $\rho_g = 9.98 \times 10^2 \text{ kg.m}^{-3}$, $\nu = 1.56 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, $\mu = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$, $\rho = 1.19 \text{ kg.m}^{-3}$. Dans toutes nos expériences, nous ne faisons pas varier, ni la tension de surface, ni la viscosité, ni la masse volumique de la goutte (eau pure). | 138 |
| 4.2 | Conditions ambiantes pour l'évaporation. | 145 |
| 4.3 | Conditions pour les valeurs prises par ρ_a et ρ_b | 154 |
| 5.1 | Classification globale des articles en fonction de la question explorée et de la méthode employée. Étude bibliographique non exhaustive. | 187 |
| 1.1 | Caractéristiques des plaques perforées et pleines. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$, une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ainsi qu'en utilisant la distance moyenne entre les pores comme longueur caractéristique. | 206 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 1.2 | Coefficient de traînée des plaques perforées homogènes et comparaison avec le coefficient de traînée de textiles issu du chapitre 1. Pour la comparaison, le coefficient de traînée est donné pour les textiles de solidité $s \pm 0.02$ (d'où l'intervalle quand il y a plusieurs textile dont la solidité est comprise dans $s \pm 0.02$). | 207 |
| A.1 | Caractéristiques des filets et structures poreuses. d est le diamètre des fibres ou la distance moyenne entre le pores. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse caractéristique de $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. | 217 |
| A.2 | Caractéristiques des filets et structures poreuses. d est le diamètre des fibres ou la distance moyenne entre le pores. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse caractéristique de $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ sauf pour les poreux P27, P28 et P29 où la vitesse a été prise à $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$. | 218 |
| A.3 | Caractéristiques des filets et structures poreuses. d est le diamètre des fibres ou la distance moyenne entre le pores. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse caractéristique de $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. | 219 |
| B.1 | Shape parameter for rectangular plate with different aspect ratio. l_1 and l_2 are the lengths of the sides of the rectangular plate, and the aspect ratio is $\frac{l_2}{l_1}$. | 225 |
| B.2 | Summary of the values of the coupling drag force for a flat plate (solidity $s = 1$) for different velocities. All the values have an uncertainty of approximately $0.020 N$. For the measurement of F_p and F_r a solid flat plate with 4.0 mm thickness has been used, corresponding to the thickness of the frame used for measuring F_c and F_t . The drag coefficients are obtained using the dimensions shown in figure B.2 with fluid density estimated from the measurement of temperature, pressure and humidity during the different experiments. | 229 |
| C.1 | Caractéristique de l'écoulement autour d'un cylindre. D'après Coutanceau et Defaye (1991) . Images issues de Coutanceau et Defaye (1991) , Freymuth et al. (1986) et Gerrard (1978) . | 231 |
| E.1 | Liste des données expérimentales. | 240 |
| E.2 | Liste des données expérimentales. | 241 |
| E.3 | Liste des données expérimentales. | 242 |
| E.4 | Temps de fragmentation de la goutte par rapport à l'initialisation de l'écoulement et vitesse au moment de la fragmentation de la goutte. L'incertitude large provient de l'absence de synchronisation entre la machine générant l'écoulement et la caméra. | 243 |

Introduction générale

Dans cette introduction générale, nous exposons les enjeux de la thèse et nous décrivons quelques généralités associées à la physique des écoulements à travers et autour des surfaces poreuses. Nous présentons les problématiques auxquelles nous souhaitons apporter des réponses ainsi que notre démarche générale. Nous donnons à la fin quelques indications concernant le contenu et la lecture de ce manuscrit.

Table des matières

| | | |
|------------|--|-----------|
| 0.1 | Enjeux des écoulements autour et à travers des textiles | 1 |
| 0.1.1 | Les origines historiques de la physique des surfaces poreuses | 4 |
| 0.2 | Physique des surfaces poreuses : généralités | 5 |
| 0.2.1 | La solidité et la porosité | 5 |
| 0.2.2 | Transfert d'énergie et de matière à travers un textile | 6 |
| 0.3 | Problématiques et démarche générale de la thèse | 9 |
| 0.3.1 | Première partie | 9 |
| 0.3.2 | Deuxième partie | 9 |
| 0.3.3 | Perspectives | 10 |
| 0.4 | Guide de lecture et remarques générales | 10 |

0.1 Enjeux des écoulements autour et à travers des textiles

Les écoulements autour de structures poreuses fines ont été le sujet d'un nombre croissant de travaux au cours des dernières décennies. Les applications sont nombreuses et dans des domaines très variés. Ces écoulements interviennent dans les problèmes liés à certains parachutes pour la détermination du coefficient de traînée ainsi que leur stabilité (Johari et Desabrais (2005), Sarpkaya et Lindsey (1990)), aux éoliennes axées verticalement (Ayati *et al.* (2019)) mais aussi aux corrections de blocage pour les turbines des souffleries (Steiros *et al.* (2022)). D'autre part, Laws et Livesey (1978) ont montré la possibilité d'utiliser les structures poreuses fines pour contrôler la distribution de vitesse mais aussi la direction de l'écoulement. Les textiles sont aussi utilisés pour filtrer et capturer des aérosols ou gouttelettes en suspension. C'est ainsi que dans de nombreuses régions autour du monde des textiles sont employés pour la collecte d'eau douce à partir de brouillard. La compréhension et l'amélioration de l'efficacité de collecte des filets à brouillard nécessite une description quantitative de l'écoulement à proximité du textile utilisé (Moncuquet *et al.* 2022, Regalado et Ritter 2016) (voir sur la figure 1 le filet à brouillard du site météorologique du SIRTA (Plateau de Saclay) avec lequel nous avons interagi durant la thèse).



FIGURE 1 – Filet à brouillard du site météorologique du SIRTA conçu par Adèle Moncuquet.



FIGURE 2 – Champ de pissenlit sous un Soleil d'été.

des propriétés aérodynamiques répondant remarquablement bien au compromis entre un fort coefficient de traînée et la stabilité du vol ce qui maintient la graine longtemps dans l'air.

De nombreuses espèces végétales comportent des structures fibreuses fines qui sont impliquées dans leur développement. C'est le cas par exemple des trichomes d'une espèce de cactus nommée *Opuntia microdasys* (voir la figure 3-c-d-e) tirée de [Ju et al. \(2012\)](#)), ses minuscules aiguillettes arrangées par paquet sur la surface de la plante permettent une capture et un drainage très efficace des gouttelettes d'eau en suspension dans l'air. C'est aussi le cas des graines de *Tragopogon pratensis* (figure 3-f) tirée de [Casseau et al. \(2015\)](#)), et d'une espèce particulièrement commune : le pissenlit (figure 2). Pour ces deux dernières espèces la structure fibreuse confère à la graine

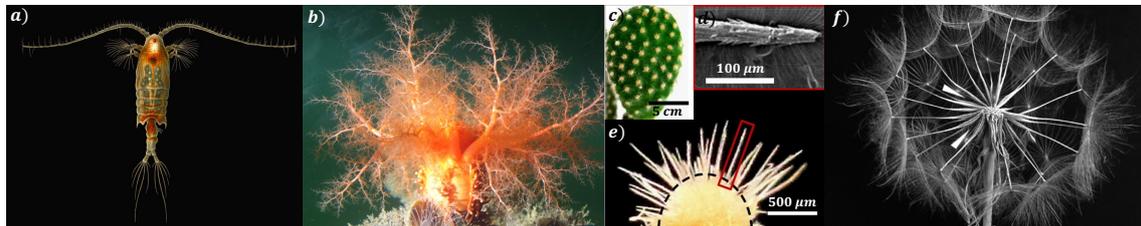


FIGURE 3 – Exemples d'organismes où les propriétés hydrodynamiques de structures fibreuses fines sont impliquées dans leur développement. a) *Centropages typicus* tiré de [Giesbrecht \(1892\)](#). b) *Cucumaria miniata* de Kelly Cunningham. c-d-e) *Opuntia microdasys* et détails sur les trichomes tiré de [Ju et al. \(2012\)](#). f) Graines de *Tragopogon pratensis* tiré de [Casseau et al. \(2015\)](#).

De plus, la modélisation de l'interaction d'un fluide avec une série de fibres et la prédiction du coefficient de traînée associé à cette structure peut être utile pour comprendre les mécanismes de filtration de nombreuses espèces marines qui bénéficient d'organes extérieurs analogues à des fibres pour capturer des particules et micro-organismes et se nourrir ([Cheer et Koehl \(1987\)](#), [Hood et al. \(2019\)](#)). Nous montrons sur la figure 3-a) et -b) deux organismes marins bénéficiant d'une telle structure poreuse fibrée : le microorganisme *Centropages typicus* tiré de [Giesbrecht \(1892\)](#) et le concombre de mer *Cucumaria miniata* qui agite ses tentacules constituées de nombreuses ramifications en forme de fibre pour ramener les particules à sa bouche située à l'extrémité du corps.

Plus généralement, il y a un intérêt à réduire les contraintes exercées sur des panneaux surélevés ou des mâts exposés à un écoulement pour des raisons de sécurité, conduisant à un intérêt croissant pour des structures poreuses comme l'argumente [Gianoulis et al. \(2012\)](#). Pour certains bâtiments, une enveloppe perméable est ajoutée à une certaine distance de la façade pour des raisons d'efficacité d'énergie ou pour bloquer une partie des rayons du soleil. Par ailleurs, des panneaux poreux pare-vent (ou brise-vent) sont souvent utilisés pour contrôler localement le vent mais aussi améliorer la qualité de l'air et réduire les particules de pollution ([Taleb et Kayed \(2021\)](#)). Naturellement, les échangeurs thermiques sont parmi les applications les plus vastes que l'on trouve concernant les surfaces poreuses, offrant à la fois une grande aire d'échange et un transfert de chaleur efficace par convection ([Craig et Grinham \(2017\)](#), [Shen et al. \(2020\)](#)). L'efficacité des tours de refroidissement est souvent affectée négativement par le vent, on utilise alors des panneaux

poreux pour augmenter les capacités d'échange thermique (Al-Waked et Behnia (2005)). Dans ces cas la taille des structures poreuses peut être importante, une estimation de la résistance aérodynamique de ces structures est alors une information recherchée par les architectes et ingénieurs dans le travail de conception et de dimensionnement (Pomaranzi et al. (2020)).

Enfin, une description quantitative de l'écoulement autour d'un textile peut constituer une première étape vers la compréhension physique de l'écoulement respiratoire en présence d'un masque chirurgical et la prédiction de l'efficacité de filtration. Ces masques sont notamment utilisés pour réduire la propagation de virus aéroportés comme le SARS-CoV-2 (Bourriane et al. 2021a, Mittal et al. 2020). Sur la figure 4 tirée de Bourriane et al. (2022) on voit comment le masque change l'écoulement d'air expiré par une chanteuse lyrique. On y voit qu'une partie de l'air expiré ne traverse pas le masque mais s'échappe par les fuites au niveau du nez (figure 4-b)).

Le point commun entre tous ces exemples est que l'écoulement peut passer à la fois à travers la structure poreuse et être dévié autour ou prendre le chemin des fuites. Ce point commun constitue l'axe principal de la thèse que nous présentons :

Écoulement et capture d'aérosol par un textile : du masque chirurgical à la collecte de brouillard.

Cette thèse s'intéresse donc spécifiquement à l'interaction fluide-structure avec un textile, un milieu poreux particulier que nous appelons en général *surface poreuse*.

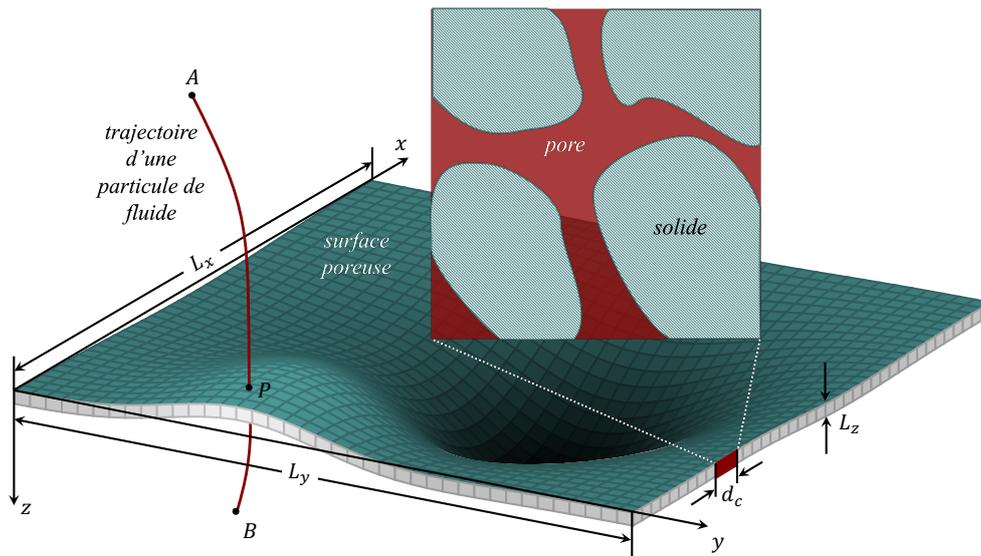


FIGURE 5 – Dessin schématique d'une surface poreuse. Agrandissement de l'échelle microscopique des pores. Trajectoire d'une particule de fluide entre A et B traversant la surface poreuse au point P.

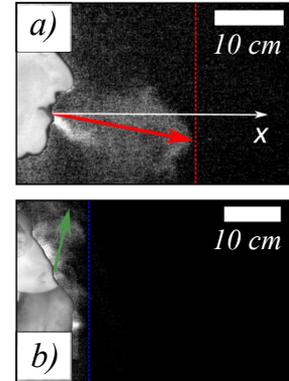


FIGURE 4 – Visualisation du CO_2 expiré par une chanteuse d'Opéra tiré de Bourriane et al. (2022) (a) en l'absence et (b) en présence d'un masque chirurgical.

Il s'agit d'un volume tel que représenté sur la figure 5 parsemé de pores dont l'épaisseur L_z , est beaucoup plus petite que les deux autres longueurs L_x et L_y ($L_z \ll L_x, L_y$)

Un textile est une surface poreuse composée de fibres, l'espace entre ces dernières constituant les pores. Une plaque perforée est une surface poreuse dont les pores sont des canaux creusés dans l'épaisseur de la plaque. Comment nous l'avons vu il existe dans la nature une quantité considérable d'exemples : les plumets de filaments de la graine de pissenlit, la toile d'araignée, de nombreuses espèces de coraux, une haie d'arbres. Du côté technique, les exemples sont aussi abondants : les filets de pêches, les parachutes, les voiles, les textiles en général qui recourent tout un tas d'applications, aussi bien aéronautiques que pour la filtration, le contrôle des fluides comme dans les souffleries avec les nids d'abeille utilisés pour réduire la vorticité de l'écoulement ou l'intensité turbulente. Nous aurons l'occasion de revenir plus en détail tout au long de cette thèse sur ces applications. La pléthore d'applications est à l'image de la recherche considérable qui a été déployée pour comprendre ces écoulements. Mais nos travaux considèrent un cas d'écoulement bien particulier et qui n'a étonnamment fait l'objet que peu d'études concernant les textiles : **l'écoulement libre**, hors d'un canal. Le cas d'un masque posé sur un visage est intermédiaire.

0.1.1 Les origines historiques de la physique des surfaces poreuses

Parmi les applications les plus connues des surfaces poreuses, il y a probablement celle du nid d'abeille dans les souffleries pour réduire l'intensité turbulente. Ces structures constituées de pores d'assez grandes tailles ont été employées dans des souffleries dès 1907-1908 à Göttingen, et en 1909 par Eiffel dans son laboratoire du Champ de Mars puis d'Autueil d'après [Prandtl \(1933\)](#) (voir G_1 et G_2 sur la figure 6 qui correspondent aux deux nids d'abeille employés). Il y a eu un besoin de comprendre comment ces structures pouvaient laminariser l'écoulement. Les travaux théoriques remontent à [Prandtl \(1933\)](#) et [Collar \(1939\)](#), où se trouvent les premières tentatives de modélisation physique de l'interaction entre l'écoulement et la surface poreuse. Dans le même temps, [Prandtl et Flachsbart \(1932\)](#) se sont demandé dans quelle mesure l'écoulement libre modifiait la résistance d'un textile à l'écoulement, on y trouve les premières et rares mesures du coefficient de traînée de textiles en écoulement libre.

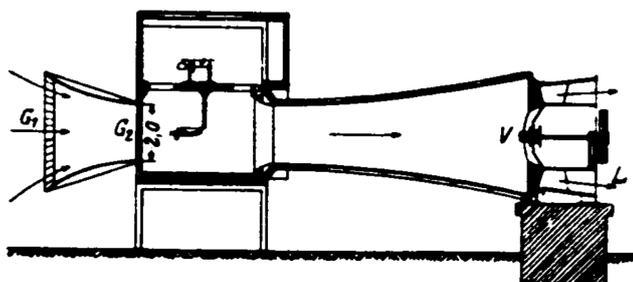


FIGURE 6 – Soufflerie d'Autueil construite par Eiffel, image tirée de [Prandtl \(1933\)](#).

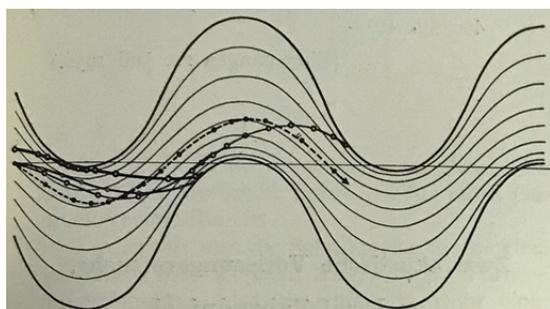


FIGURE 7 – Système de filtre à gouttelettes tiré de [Albrecht \(1931\)](#).

En parallèle, l'usage de textiles pour capturer des aérosols en suspension faisait son chemin. C'est à [Albrecht \(1931\)](#) que l'on doit l'une des premières démonstrations de l'efficacité de collecte par des fibres en considérant la déviation des particules des lignes de courant. On trouve d'ailleurs dans son article un filtre à gouttelettes reproduit figure 7 où cette propriété des aérosols de dévier de l'écoulement est exploitée.

0.2 Physique des surfaces poreuses : généralités

Une surface poreuse (ou membrane poreuse) est caractérisée hydrodynamiquement par sa porosité et sa perméabilité. Nous présentons quelques généralités ici qui seront discutées dans le chapitre 1.

0.2.1 La solidité et la porosité

La porosité ϕ est une propriété propre du milieu poreux indépendante du fluide, elle est définie par le rapport entre le volume solide V_s et le volume total V_p :

$$\phi = \frac{V_s}{V_p}. \quad (1)$$

Lorsque le milieu poreux est suffisamment fin, alors on considère généralement non plus la porosité mais la *solidité*¹. La solidité s est définie par le rapport entre l'aire apparente² de la surface solide S_s et l'aire apparente de la surface totale S_p :

$$s = \frac{S_s}{S_p}. \quad (2)$$

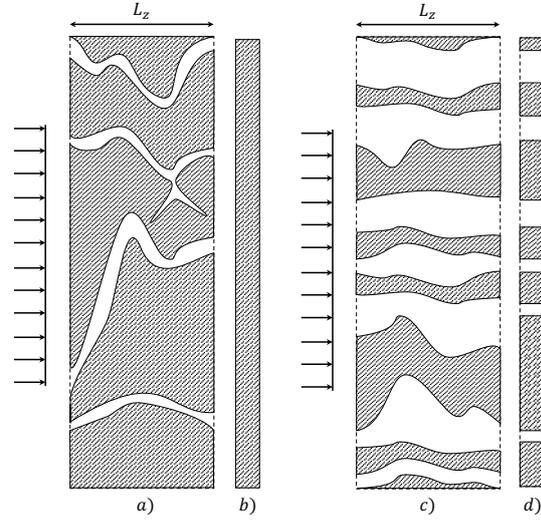


FIGURE 8 – Schéma différenciant la solidité de la porosité. a) et c) section transversale du milieu poreux. b) et d) vue de face, projection de la partie solide dans la direction principale de l'écoulement.

C'est alors un paramètre pertinent pour représenter la proportion d'espace solide dans le milieu, du point de vue de l'écoulement. La solidité est parfois plutôt considérée comme la notion contraire à la porosité et par conséquent s'exprime par $s = 1 - \phi$. Cette double définition vient d'une certaine absence d'harmonisation entre les différents travaux menés dans des disciplines assez distantes : aérodynamique, milieux poreux et thermodynamique³.

La pertinence de la solidité a bien entendu des limites, que nous avons représentées sur la figure 8 où nous montrons deux exemples de milieux ayant une porosité non nulle, mais dans le cas à gauche une solidité égale à 1 et dans l'autre cas une solidité inférieure à 1, du fait de la configuration des canaux. *Suffisamment fin* signifie que la direction principale de l'écoulement dans le milieu poreux est dans son épaisseur, perpendiculaire à sa plus large surface. C'est le cas des plaques perforées mais aussi de nombreux textiles fins comme les masques. En dépit d'une taille extrêmement petite des fibres et pores, la solidité du masque chirurgical est estimée à 0.26 (Monjezi et Jamaati (2021), Du et al. (2021)).

Sur la figure 9 on montre comment varie la solidité sur une surface poreuse textile en fonction de la taille a de la zone de calcul, que nous avons adimensionnée par les paramètres e et d_f qui représentent respectivement une taille caractéristique des pores et le diamètre des fibres (ou une taille caractéristique de l'espace inter-pore). On observe une variation significative de la solidité à de petite échelles et une convergence à grande échelle. Nous distinguons ici les deux échelles du problème : l'échelle locale des pores, et celle globale du textile. Remarquons que pour un textile régulier (de motif périodique), on a bien une oscillation périodique de la solidité autour d'une valeur constante quand on fait varier la

1. L'usage de la notion de solidité à la place de la porosité pour l'étude hydrodynamique des ces surfaces poreuses remonte au moins à Prandtl et Flachsbarth (1932).

2. C'est-à-dire la projection de la surface solide dans la direction principale de l'écoulement.

3. Essentiellement au sujet du transfert de chaleur dans les milieux poreux.

taille de la fenêtre de calcul. Pour les textiles rencontrés dans cette thèse, leur longueur L_0 satisfait toujours

$$L_0 \gg e + d_f. \quad (3)$$

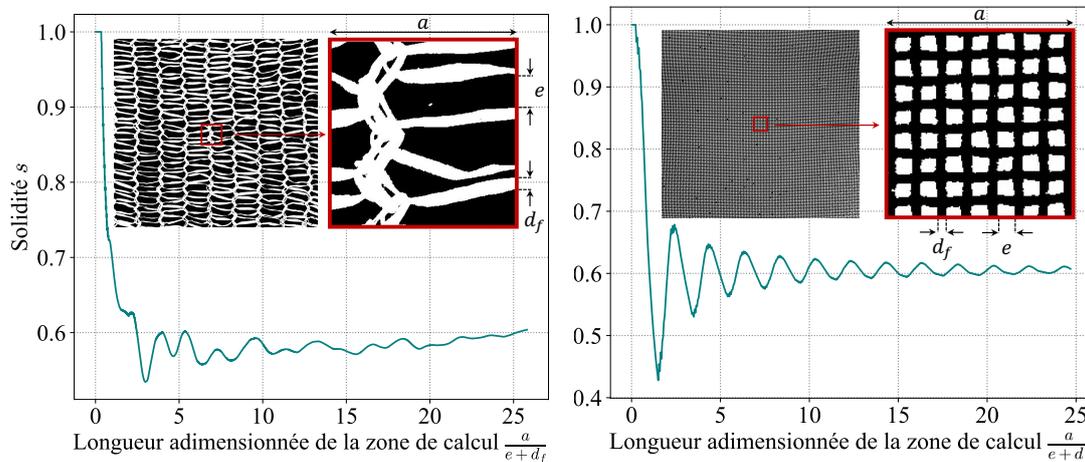


FIGURE 9 – Variation de la solidité en fonction de la taille a de la zone de calcul pour deux textiles.

0.2.2 Transfert d'énergie et de matière à travers un textile

Que se passe-t-il physiquement lorsque qu'un fluide traverse une surface poreuse? On observe d'abord au saut de pression dû à la dissipation visqueuse de l'énergie au niveau des pores. Nous résumons les différentes lois dans le tableau 1. Ce saut de pression donne lieu à une discontinuité de la vitesse tangentielle (figure 10) qui se traduit par un changement de direction de l'écoulement (Reynolds (1969)), que l'on peut voir d'ailleurs expérimentalement sur la figure 11-e) (Ito et Garry (1998)). Il y a en revanche continuité de la vitesse normale pour satisfaire la conservation de la masse.

Théoriquement, deux techniques mathématiques ont été employées pour arriver à la détermination d'une loi de saut de pression à partir des équations de Navier-Stokes : le volume élémentaire représentatif (representative elementary volume (REV)) et l'homogénéisation. Historiquement, c'est l'approximation de l'écoulement de Stokes (bas Reynolds) qui a recueilli le plus d'attention. La détermination d'une loi théorique générale pour un écoulement dans les pores où l'inertie ne peut être négligée soulève des difficultés et n'a à ce jour pas été dérivée. Or, pour les filets à brouillard, les Reynolds au niveau des pores sont assez élevés de l'ordre de 10 – 1000. Les lois empiriques ou semi-empiriques sont donc privilégiées. Ces lois de pression font souvent intervenir la perméabilité qui est liée à la topologie des pores, non à la dynamique propre du fluide comme sa viscosité⁴. La perméabilité k caractérise la capacité d'un milieu poreux à se laisser traverser par un fluide, du fait uniquement de sa topologie (Hornung (1997)). Elle dépend de la géométrie, c'est-à-dire de la tortuosité

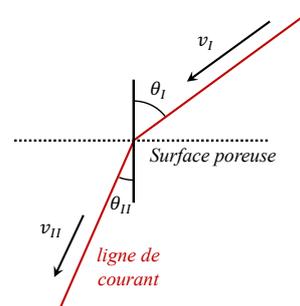


FIGURE 10 – Changement de direction de l'écoulement.

4. Au contraire de la conductivité hydraulique qui, elle, dépend également des propriétés physiques du fluide.

du milieu, sa porosité, sa longueur, et sa constriction (Berg (2012)). Berg (2014) propose une méthode pour la calculer à bas Reynolds, cette méthode a été appliquée aux textiles par Wang *et al.* (2021). De nombreux travaux portent sur son estimation empirique, que ce soit pour un textile tissé régulier (Azizi (2019)), ou un textile non ordonné (Koponen *et al.* (1998)). Pour le masque, elle a été notamment déterminée empiriquement par Mao et Hosoi (2021). À partir de la théorie de l'homogénéisation, Zampogna et Gallaire (2020) ont dérivée à partir de Navier-Stokes une loi de pression à travers une membrane fine pour un écoulement à bas Reynolds dans différentes configurations d'écoulement (tangent à la membrane, perpendiculaire, confiné et libre). du Plessis (1992) a exploité le formalisme du REV (à partir d'une moyennisation volumique des équations de Navier-Stokes) pour en déduire une expression de la loi de pression à travers une membrane.

| Nom de la loi | Approche | Expression | Régime d'écoulement | Source |
|--------------------------------|----------------|---|------------------------------------|-----------------------------|
| Darcy | théorique | $\mathbf{v} = -\mathbf{K}\nabla p$ | Écoulement de Stokes, $Re_d \ll 1$ | Keller (1980) |
| Forchheimer ^a | semi-empirique | $\nabla p = -\frac{\mu}{K}\mathbf{v} - \frac{c_F\rho}{\sqrt{K}}\mathbf{v} \mathbf{v} $ | Bas et haut Reynolds | Wang <i>et al.</i> (2021) |
| Zampogna et Gallaire | théorique | - | Écoulement de Stokes, $Re_d \ll 1$ | Zampogna et Gallaire (2020) |
| Brundrett ^b | empirique | $\Delta p = \frac{1}{2}\rho v^2 \left(\frac{1}{(1-s)^2} - 1 \right) f(Re_d)$ | $10^{-4} \leq Re_d \leq 10^4$ | Brundrett (1993) |
| Taylor ^c | théorique | $\Delta p = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{1-\gamma}{(1-s)^2 C^2} - 1 \right) v^2$ | Bas et haut Reynolds | Taylor et Davies (1944) |
| Sampson-Weissberg ^d | théorique | $\Delta p = \frac{3\mu}{a^3} \left(1 - G\left(\frac{a}{e}\right) + \frac{8t}{3\pi a} g(K_n) + h(Re) \right) q$ | Écoulement de Stokes, $Re_d \ll 1$ | Jensen <i>et al.</i> (2014) |
| Du plessi ^e | théorique | $\phi\nabla p + \mu\nabla^2 \mathbf{q} + \mu F(\phi, d, Re_d)\mathbf{q} = 0$ | Bas et haut Reynolds | du Plessis (1992) |

TABLE 1 – Saut de pression à travers un milieu poreux. Liste non exhaustive. Les expressions peuvent changer selon les hypothèses, nous ne donnons qu'un aperçu de leur forme.

^a. c_F est le coefficient de Forchheimer.

^b. v correspond à la vitesse en amont de la surface poreuse, f est une fonction du nombre de Reynolds local Re_d .

^c. γ est un facteur indiquant la proportion de pression regagnée après le passage dans le poreux tenant compte des effets visqueux, C est le coefficient de contraction des pores, v est la vitesse en amont de la surface poreuse.

^d. Dans cette équation a est le rayon des pores, t leur longueur, q est le débit volumique et G est une constante calculée théoriquement selon la géométrie des pores, K_n est le nombre de Knudsen et h est une fonction du nombre de Reynolds.

^e. d est la taille caractéristique des pores, Re_d le nombre de Reynolds local et F une fonction des différentes paramètres.

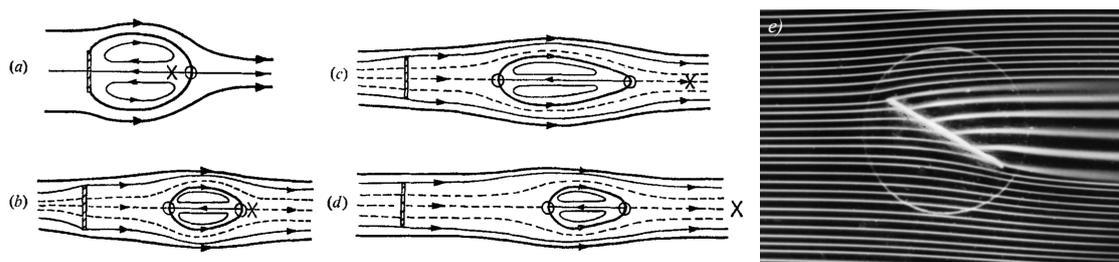


FIGURE 11 – À gauche, représentation du sillage derrière une surface poreuse pour plusieurs solidités tirée de [Castro \(1971\)](#). a) $s = 1$. b) $s = 0.818$. c) $s = 0.748$. d) $s = 0.695$. e) Visualisation des lignes de courant tirée de [Ito et Garry \(1998\)](#).

Au niveau du sillage derrière une surface poreuse immergée dans un fluide en mouvement, on remarque qu'à très haute solidité une zone de recirculation est attachée comme pour une plaque pleine (figure 11-a)). À partir d'une solidité de $s = 0.8$, cette zone est déjà détachée et s'éloigne de plus en plus en aval de l'écoulement jusqu'à disparaître. C'est cette propriété remarquable de l'aérodynamique des surfaces poreuses qui intervient pour la stabilité de la graine de pissenlit comme l'ont montré [Cummins *et al.* \(2018\)](#) et [Ledda *et al.* \(2019\)](#). On peut voir ainsi sur la figure 12 un vortex positionné dans le sillage proche de la graine de pissenlit.

Les approches pour modéliser l'écoulement autour d'une surface poreuse ont toutes été réalisées en deux dimensions (ou dans le cas axisymétrique), qu'elles soient numériques ou analytiques. L'étude en deux dimensions offre des avantages analytiques comme les transformations conformes avec l'analyse complexe (transformation de Joukovsky par exemple) largement utilisée en aérodynamique pour obtenir l'écoulement potentiel autour de solides ([Parkinson et Jandali \(1970\)](#)). De nombreuses méthodes sont rendues inapplicables en analyse tri-dimensionnelle, ce qui entraîne une difficulté supplémentaire⁵. Par ailleurs, avant le début de la thèse il n'existait pas de modèle donnant le champ de vitesse et pression autour d'une surface poreuse pour un écoulement libre à des Reynolds modérés au niveau des pores⁶, et encore moins en trois dimensions. Il faut remonter à [Koo et James \(1973\)](#) pour voir un modèle d'écoulement analytique en deux dimensions pour une surface poreuse obstruant partiellement un canal. Cette absence de modèle qui ne nécessite pas de recourir à de lourds calculs numériques (du fait de la présence d'une double échelle pore-structure) pour l'écoulement libre, et notamment en trois dimensions, est problématique quand on cherche à modéliser la capture d'aérosols par des textiles où la vitesse et le calcul de la trajectoire des aérosols sont fondamentaux. C'est dans ce contexte que cette thèse s'inscrit.

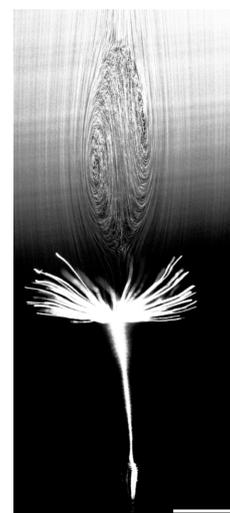


FIGURE 12 – Visualisation du vortex dans le sillage derrière une graine de pissenlit tirée de [Cummins *et al.* \(2018\)](#).

5. On doit noter cependant que des efforts ont été faits récemment pour une extension dans une certaine mesure des techniques de transformation conforme en trois dimensions ([Cruz *et al.* \(2011\)](#), [Krechetnikov \(2014\)](#), [Cruz *et al.* \(2014\)](#), [De Almeida et Malonek \(2008\)](#))

6. Le modèle de [Zampogna et Gallaire \(2020\)](#) est appliqué aussi au cas d'un écoulement libre, mais pour un régime de Stokes au niveau des pores.

0.3 Problématiques et démarche générale de la thèse

Ce manuscrit est divisé en deux parties : la première sur les écoulements stationnaires, et la seconde sur les écoulements instationnaires.

0.3.1 Première partie

À partir des éléments présentés précédemment, on voit que plusieurs questions restent soulevées concernant d'une part la compréhension des écoulements libres autour et à travers des textiles et d'autre part l'influence de cet écoulement sur les mécanismes de collecte de gouttelettes en suspension. En premier lieu, nous nous sommes intéressés à la problématique suivante :

Comment évolue le coefficient de traînée d'un textile en fonction de sa solidité et de la taille des fibres dans une configuration d'écoulement libre tridimensionnelle ?

Cette première étape expérimentale nous a permis de mettre en évidence l'influence de la taille des fibres sur le coefficient de traînée. Nous avons alors cherché à comprendre physiquement la cause de cette dépendance. Pour y répondre nous avons besoin de modéliser l'écoulement, d'où la question suivante :

Comment modéliser l'écoulement libre tridimensionnel autour et à travers des textiles ?

Le chapitre 1 est consacré à ces deux premières problématiques. Ce modèle permet notamment d'obtenir un champ de vitesse et la proportion de fluide dévié autour du textile. Nous avons donc utilisé ce modèle pour étudier l'influence de l'écoulement sur la capture d'aérosols. C'est là notre troisième problématique :

Quel rôle joue l'écoulement sur la capture d'aérosols par des textiles ?

Ce problème est examiné dans le chapitre 2 expérimentalement et théoriquement. Ces trois premières questions constituent la première partie de la thèse dédiée aux écoulements stationnaires.

0.3.2 Deuxième partie

La deuxième partie de la thèse se concentre sur le cas des écoulements instationnaires à travers et autour des textiles, dans la perspective d'étudier la respiration et la toux en présence d'un masque chirurgical ou une bourrasque de vent sur un filet à brouillard. Nous avons donc cherché avant tout à reproduire expérimentalement des écoulements très dynamiques, d'où ce problème dont le chapitre 3 est consacré :

Comment reproduire expérimentalement la toux et la respiration humaine ?

Nous avons alors construit une machine à toux et essayé de reproduire les écoulements respiratoires humains et les accélérations rapides du vent. Cette machine nous a servi dans les deux études exploratoires suivantes. D'abord, autour du ré-entraînement des gouttes pour les filets à brouillard ou masque qui est encore peu compris, nous nous sommes posés la question :

Comment une goutte adhérant à une fibre est ré-entraînée lors d'une bourrasque de vent ?

C'est l'objet du chapitre 4 qui est expérimental. Le chapitre 5 contient notre deuxième étude exploratoire qui se concentre sur la respiration et la toux en présence d'un masque, et notamment nous nous sommes demandés :

Quelle est l'influence des fuites sur la proportion d'écoulement passant à travers le masque ?

Pour cela, nous avons proposé un dispositif expérimental simplifié et avons mesuré la pression entre le masque et une paroi solide analogue au visage, tout en faisant varier le débit et la taille des fuites. Nous avons aussi mesuré la vitesse au niveau de l'orifice de sortie du jet pour caractériser le débit passant à travers le masque en fonction du débit expiré.

0.3.3 Perspectives

Enfin, nous proposons à la fin de la thèse une première perspective autour de la question :

Quel est l'impact de la position des pores sur le coefficient de traînée d'une plaque perforée ?

Dans cette perspective 1 nous proposons d'ouvrir sur quelques résultats expérimentaux concernant des plaques perforées que nous avons fabriquées et dont nous avons mesuré le coefficient de traînée en plaçant pour différentes solidités les perforations soit sur le bord, soit au centre de la plaque. Dans une deuxième perspective, nous avons cherché à aborder le problème de l'impact d'un jet turbulent sur une surface poreuse. Les observations du chapitre 5 nous ont notamment conduit à nous demander

Un jet turbulent impactant un textile traverse-t-il toujours la surface ? Quelle proportion ? Est-ce qu'un jet turbulent qui se développe de manière longitudinale sur une textile peut le traverser ?

Si nous ne sommes pas parvenu à répondre à ces questions, nous montrons quelques visualisations qui alimentent ces interrogations.

0.4 Guide de lecture et remarques générales

Tout au long de ce manuscrit, les chapitres commencent par un paragraphe en italique indiquant le contexte et le sujet général. Les calculs les plus longs sont mis en annexe afin d'alléger la lecture. Les calculs plus courts sont mis dans des encadrés intitulés *Calcul* et peuvent ne pas être lus. On trouvera en annexe deux articles auxquels nous avons contribué durant la thèse, un premier (F) publié dans *Atmospheric Research* porte sur la capture d'aérosols par un filet à brouillard ([Moncuquet et al. \(2022\)](#)). Un second sur un modèle mécanique et hydraulique de la fibre de coton, publié au journal *PNAS Nexus* ([Hernández-Hernández et al. \(2024\)](#)), est issu d'un travail qui a débuté avant la thèse et qui s'est poursuivi pendant. Ce dernier s'intéresse également à la modélisation d'écoulement à travers des membranes (par les plasmodesmes) mais à un échelle cellulaire et en biophysique.

Enfin, le premier chapitre est rédigé en anglais car il s'agit du manuscrit de l'article publié au *Journal of Fluid Mechanics* (Marchand *et al.* (2024)). Il est complété par rapport à la version soumise.

Les chapitres 4 et 5 sont issus de travaux préliminaires, et sont proposés en guise d'exploration. La perspective 1 est une ouverture du chapitre 1. La perspective 2 est une ouverture de l'ensemble de la thèse.

Tout au long de la thèse nous avons étudié des surfaces poreuses textiles, constituées de fibres de différentes tailles avec différents tissages qui sont décrites dans l'annexe A.

Une vidéo décrivant les enjeux de nos recherches a été réalisée au tout début de la thèse par CNRS Image, produite par Pierre de Parscau, est disponible en cliquant sur le lien : <https://images.cnrs.fr/video/7329>. Un reportage photo a été également réalisé par Cyril Fresillon au début de la thèse, où l'on voit différents dispositifs expérimentaux que nous avons utilisés, les images peuvent être consultées en suivant le lien : <https://images.cnrs.fr/reportage-photo/rep001042>.

Première partie

Écoulement laminaire et stationnaire

ÉCOULEMENT LIBRE TRIDIMENSIONNEL AUTOUR ET À TRAVERS UNE SURFACE POREUSE

Avant propos : Ce chapitre est rédigé en anglais correspondant à l'article publié au *Journal of Fluid Mechanics* (Marchand et al. (2024)). Il est complété ici par davantage d'informations par rapport au manuscrit soumis. La section 1.4.4 est rédigée en français.

In this chapter we investigate the three-dimensional flow around and through a porous screen for various porosities at high Reynolds number $Re = \mathcal{O}(10^4)$. Historically, the study of this problem has been focused on two-dimensional cases and for screens spanning completely or partially a channel. Since many recent problems have involved a porous object in a three-dimensional free flow, we present a three-dimensional model initially based on Koo et James (1973) and Steiros et Hultmark (2018) for screens of arbitrary shapes. In addition, we include an empirical viscous correction factor accounting for viscous effects in the vicinity of the screen. We characterize experimentally the aerodynamic drag coefficient for a porous square screen composed of fibers, immersed in a laminar air flow with various solidities and different angles of attack. We test various fiber diameters to explore the effect of the space between the pores on the drag force. Using PIV and hot wire probe measurements, we visualize the flow around and through the screen (figure 1.1), and in particular measure the proportion of fluid that is deviated around the screen. The predictions from the model for drag coefficient, flow velocities and streamlines are in good agreement with our experimental results. In particular, we show that local viscous effects are important : at the same solidity and with the same air flow, the drag coefficient and the flow deviations strongly depend on the Reynolds number based on the fiber diameter. The model, taking into account three-dimensional effects and the shape of the porous screen, and including an empirical viscous correction factor that is valid for fibrous screens may have many applications including the prediction of water collection efficiency for fog harvesters.

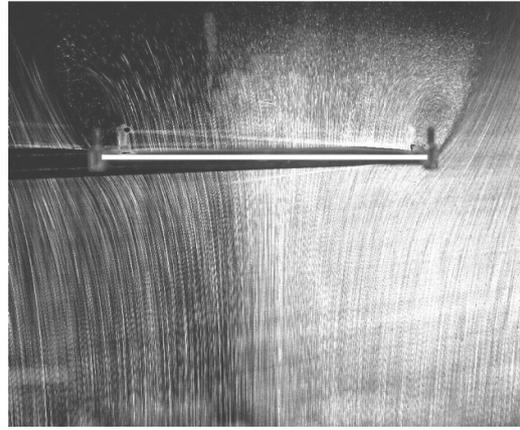


FIGURE 1.1 – Picture of the flow deviated around a porous screen (white line of width 100 mm).

Table des matières

| | | |
|-----|------------------------|----|
| 1.1 | Introduction | 16 |
| 1.2 | Experiments | 18 |
| 1.3 | 3D Model | 24 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1.3.1 | General formulation | 24 |
| 1.3.2 | Determination of the flow in region I | 26 |
| 1.3.3 | Determination of the flow in region II and III | 27 |
| 1.3.4 | Pressure jump across the screen | 28 |
| 1.3.5 | Drag coefficient | 29 |
| 1.3.6 | Application to an inclined rectangular screen in free flow | 31 |
| 1.4 | Local viscous effects | 35 |
| 1.4.1 | Pressure jump dependency on the local geometry of the pores and viscous effects | 36 |
| 1.4.2 | Three-dimensional and viscous effects on the drag coefficient | 38 |
| 1.4.3 | Flow visualisation | 40 |
| 1.4.4 | Champ de vitesse normale au filet | 42 |
| 1.4.5 | Flow deviation around the screen | 46 |
| 1.4.6 | Drag coefficient for low angle of attack | 48 |
| 1.5 | Model extensions | 49 |
| 1.5.1 | Vena contracta | 49 |
| 1.5.2 | Asymptotic behaviour at large solidities | 51 |
| 1.5.3 | Vortex shedding | 52 |
| 1.6 | Conclusion | 53 |

1.1 Introduction

The main physical characteristics of the screen involved in flow resistance is the porosity and the permeability. For very thin porous screens, the porosity can be represented by the solidity which is the ratio between the solid surface area and the total surface area of the screen. The permeability is defined as the parameter relating the pressure gradient within a porous media to the local velocity of the flow, depending on the geometry of the pores. The porosity effects on pressure drop across porous screens and on drag force has largely been investigated, both theoretically and experimentally, whereas the permeability effect is much less understood, especially for very thin porous structures. However, some recent work at low Reynolds number has been conducted highlighting its influence : in particular, [Ledda *et al.* \(2018\)](#) has shown that the permeability has a strong effect on the wake characteristics, and [Pezzulla *et al.* \(2020\)](#) has demonstrated that the drag coefficient of the screen depends on the permeability. On the other hand, [Steiros *et Hultmark* \(2018\)](#) have developed a model to predict the drag coefficient for two-dimensional perforated plates as a function of the solidity only. Although they obtained a good agreement with experimental data, this approach does not take explicitly into account the Reynolds number based on the scale of the pores, while it is known that the behavior of the flow in the vicinity of the screen depends on the specific geometry of the pores as well as the material and thickness of the screen (see section 1.4.1).

Several approaches have been adopted to model the flow. For instance [Carvajal *et al.* \(2020\)](#) used three-dimensional numerical simulations to access the aerodynamic characteristics during fog collection and model the net as a porous medium using Darcy's law, whereas [de Dios Rivera \(2011\)](#) used the superposition principle applied to a flow passing around a solid plate and a flow forced to pass through the net to find an approximation of the velocity at the screen. The difficulty of the problem lies in the multiscale physical phenomena, from the characteristic scale of the flow around the screen that is of order 0.1 to 1 *m* to that of the flow through the screen (i.e. the pore size) which is of order $\mathcal{O}(10^{-3})$ to $\mathcal{O}(10^{-6})$ *m*; the scale of the Reynolds number thus varies from low Reynolds numbers

at the pore scale (of order $\mathcal{O}(10^{-1})$) to large ones at the net scale (of order $\mathcal{O}(10^6)$). Therefore the physical mechanisms of the whole system cannot be easily captured by a numerical simulation resolving all scales as noticed by [Shklyar et Arbel \(2008\)](#), and the method generally used consists in modeling the porous surface as an imaginary interface where transfers of mass and momentum occur. The macroscopic jump laws for the velocities and pressure at the interface are deduced from a microscopic model at the vicinity of the screen where the fluid is generally governed by the steady Stokes equations. This can be obtained by periodic homogenization theory as done by [Zampogna et Gallaire \(2020\)](#) and has been recently used for permeable shells by [Ledda et al. \(2021\)](#). However, these methods introduce some parameters like the permeability of the porous surface that are difficult to measure experimentally, although they could be obtained using pore-scale simulation.

We aim here at predicting the drag coefficient of elevated porous panels of arbitrary shape placed in a laminar flow, and the corresponding flow through the structure, in conditions relevant for many applications (e.g. fog harvesting). We focus on porous screens composed of fibers, but the model can be applied without major changes to other kind of porous screens. Experimentally, we consider rectangular meshes of woven fibers, with fiber diameters between $6.0 \mu\text{m}$ and 1.9mm and with typical pore sizes of the order of $10 \mu\text{m}$ to 1.0cm , placed in a uniform laminar flow of velocity varying from 0.5 to 13m.s^{-1} with three orientation angles. For a given fiber diameter, we vary the porosity of the screen by changing the fibers arrangements and pore sizes; conversely, we study screens of same porosity but different fiber diameters, in order to study the effect of the screen porosity and the flow around or through the screen, as well as the effect of the microstructure, i.e. of the local pore Reynolds number associated to the flow through the individual pores. We measure the drag coefficient and perform velocimetry measurements of the flow around the screen with Particle image velocimetry (PIV) and a hot wire probe.

Our goal is to obtain a model of the flow for porous surfaces based only on the porosity, the large-scale geometry of the screen and the Reynolds number at the scale of the holes (instead of the permeability), which are easy to access. From this model, we wish to obtain values of the drag coefficient as well as the proportion of the flow that is deviated around the screen. We focus on the model first proposed by [Taylor \(1944\)](#) and used by numerous authors ([O'Neill \(2006\)](#)), which consists in considering the screen as a distribution of sources. This approach has been adopted by [Koo et James \(1973\)](#) who proposed a two-dimensional mathematical model for a screen confined in a channel with two parallel boundaries. Recently, [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) derived the drag coefficient of a porous plate based partially on [Koo et James \(1973\)](#) and 2D potential flow. Since their prediction showed a good agreement with their experimental data, here we propose to extend the model of [Koo et James \(1973\)](#) to a three-dimensional free flow, keeping the same main hypothesis but taking into account the shape of the screen, three-dimensional effects, and the base suction effect considered by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#). We then derive the equations to predict the drag coefficient following the method proposed by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#), and discuss the limits of this approach. While the pressure jump derived following the method of [Taylor \(1944\)](#) and [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) is based on clear physical assumptions, it fails to reproduce the viscous effects observed experimentally, i.e. finite pore Reynolds number. We thus incorporate in the model the empirical law of [Brundrett \(1993\)](#) for the pressure jump. We compare the prediction of the drag coefficient and of the proportion of deviated fluid for various porosities and Reynolds number based on the fibers' diameter to our experimental results (both with the theoretical and empirical law of the pressure jump).

Furthermore, very few studies report measurements on the drag coefficient for elevated

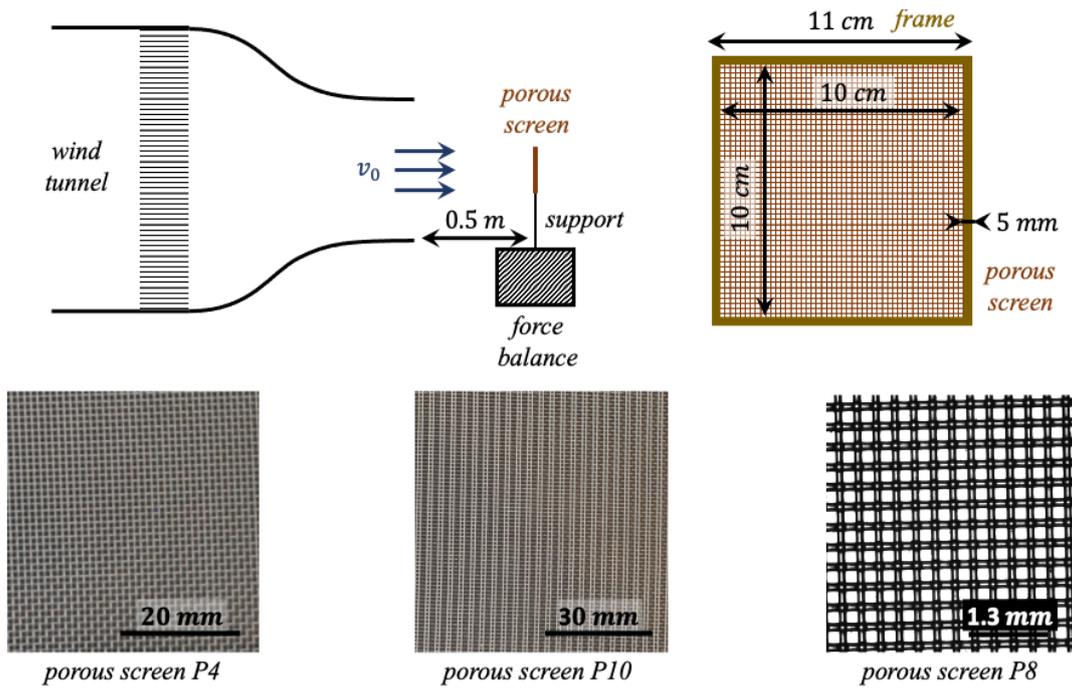


FIGURE 1.2 – Diagram of the the experimental set-up for the drag coefficient measurement, and examples of porous screens essentially in nylon woven mesh.

panels with different angles of attack (to the best of our knowledge only [Letchford \(2001\)](#) and [Prandtl et Flachsbart \(1932\)](#)). We therefore also study the flow for arbitrary angle of attack and compare our theoretical prediction with experimental data for two angles of attack (65° and 43°). Finally, we discuss the asymptotic behaviour of the model at solidities close to 1.

1.2 Experiments

We measure experimentally the drag coefficient for a series of porous planar structures consisting of regularly woven nylon yarns in a square mesh and other types of meshes like rod screens (parallel fibers), of size $L = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. The characteristics of the porous screens as well of their solidity are detailed in the appendix B.3, and we also present a synthesis in table 1.1. The solidity s is defined as the ratio between the solid surface area of the screen to its total area S_p . We also characterize the drag coefficient for a classical surgical facemask for which the physical characteristics such as the fiber diameter and the solidity are taken from [Monjezi et Jamaati \(2021\)](#) and [Du et al. \(2021\)](#) (screen P9 in table 1.1). The porous structure is held in a planar configuration by a square frame with a width of 0.5 cm (that is 2.1 % of the surface area of the porous structure), representing a small portion (7.6 %) of the total cross-section of the laminar flow generated by the wind tunnel. Following [Letchford \(2001\)](#), the square frame is fixed on a 21.5 cm high mast to avoid boundary layer effects. The set-up is shown in figure 1.2.

| Screen no. | Solidity s | Re_d | C_D | R^2 | Screen no. | Solidity s | Re_d | C_D | R^2 | | | |
|------------|--------------|------------|-------|--------|------------|--------------|----------|-------|--------|-------|--------|--------|
| P1 | 0.58 | 93 – 242 | 0.872 | 0.9995 | P27 | 0.115 | 39 | 0.205 | 0.9125 | | | |
| | | 354 | 0.625 | | | | 46 | 0.186 | | | | |
| | | 422 | 0.608 | | | | 54 | 0.176 | | | | |
| | | 494 | 0.604 | | | | 62 | 0.169 | | | | |
| P2 | 0.41 | 565 | 0.607 | 69 | | | 0.163 | | | | | |
| | | 633 | 0.567 | 77 | | | 0.158 | | | | | |
| | | 704 | 0.568 | 85 | | | 0.155 | | | | | |
| | | 776 | 0.573 | 93 | | | 0.156 | | | | | |
| | | 848 | 0.559 | 100 | | | 0.154 | | | | | |
| | | 915 | 0.552 | 142 | | | 0.148 | | | | | |
| P3 | 0.87 | 609 – 1583 | 0.957 | 0.9998 | | | P28 | 0.114 | | 169 | 0.146 | 0.9972 |
| P4 | 0.61 | 83 – 217 | 0.922 | 0.9997 | | | | | | 197 | 0.136 | |
| P5 | 0.56 | 32 – 83 | 0.941 | 0.9995 | 226 | 0.139 | | | | | | |
| P6 | 0.61 | 58 – 150 | 0.935 | 0.9996 | 253 | 0.139 | | | | | | |
| P7 | 0.45 | 87 – 225 | 0.705 | 0.9993 | 282 | 0.139 | | | | | | |
| P8 | 0.70 | 42 – 108 | 0.986 | 0.9992 | 310 | 0.136 | | | | | | |
| P9 | 0.26 | 2 – 5 | 0.976 | 0.9998 | 339 | 0.132 | | | | | | |
| P10 | 0.11 | 87 – 225 | 0.146 | 0.9990 | 366 | 0.129 | | | | | | |
| P11 | 0.37 | 87 – 225 | 0.596 | 0.9990 | P29 | 0.080 | | | 6 | 0.322 | 0.7498 | |
| | | 87 | 0.499 | 8 | | | | | 0.287 | | | |
| | | 104 | 0.489 | 9 | | | | | 0.267 | | | |
| | | 121 | 0.463 | 10 | | | 0.263 | | | | | |
| | | 139 | 0.465 | 12 | | | 0.245 | | | | | |
| | | 155 | 0.459 | 13 | | | 0.240 | | | | | |
| P12 | 0.31 | 173 | 0.460 | 0.9972 | | | 14 | 0.235 | | | | |
| | | 191 | 0.469 | | | | 15 | 0.219 | | | | |
| | | 208 | 0.450 | | | | 17 | 0.205 | | | | |
| | | 225 | 0.436 | | | | 142 | 0.088 | | | | |
| | | P13 | 0.17 | | | | 87 – 225 | 0.210 | 0.9988 | 169 | | 0.085 |
| | | P14 | 0.24 | | 87 – 225 | 0.328 | 0.9990 | 197 | 0.088 | | | |
| P15 | 0.24 | 87 – 225 | 0.336 | 0.9994 | 226 | 0.092 | | | | | | |
| P16 | 0.24 | 87 – 225 | 0.343 | 0.9996 | P30 | 0.080 | 253 | 0.087 | 0.9945 | | | |
| P17 | 0.15 | 87 – 225 | 0.198 | 0.9982 | | | 282 | 0.086 | | | | |
| P18 | 0.28 | 87 – 225 | 0.358 | 0.9983 | | | 310 | 0.080 | | | | |
| P19 | 0.52 | 83 – 217 | 0.803 | 0.9997 | | | 339 | 0.083 | | | | |
| P20 | 0.42 | 83 – 217 | 0.632 | 0.9995 | | | 366 | 0.079 | | | | |
| P21 | 0.32 | 83 – 217 | 0.406 | 0.9986 | | | P31 | 1.00 | | - | 0.939 | 0.9994 |
| P22 | 0.65 | 16 – 42 | 0.956 | 0.9999 | | | | | | | | |
| P23 | 0.82 | 8 – 21 | 0.951 | 0.9998 | | | | | | | | |
| P24 | 0.75 | 10 – 25 | 0.960 | 0.9999 | | | | | | | | |
| P25 | 0.70 | 12 – 31 | 0.985 | 0.9998 | | | | | | | | |
| | | 142 | 0.623 | | | | | | | | | |
| | | 169 | 0.610 | | | | | | | | | |
| | | 197 | 0.583 | | | | | | | | | |
| | | 226 | 0.584 | | | | | | | | | |
| | | 253 | 0.594 | | 0.9971 | | | | | | | |
| | | 282 | 0.574 | | | | | | | | | |
| | | 310 | 0.559 | | | | | | | | | |
| 339 | 0.552 | | | | | | | | | | | |
| P26 | 0.405 | 366 | 0.544 | | | | | | | | | |

TABLE 1.1 – Porous screen characteristics. The interval of the Reynolds number Re_d is calculated with the fiber diameter d as characteristic size, with a velocity $v_0 = 5.0 \text{ m.s}^{-1}$ for the minimum value, a velocity $v_0 = 13.0 \text{ m.s}^{-1}$ for the maximum value, and a kinematic viscosity $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. For the screens P2, P12, P26, P27, P28 P29 and P30 we put the detailed values of the drag coefficient at each velocity (and calculated the corresponding Reynolds number Re_d). The uncertainties as well as the fiber diameters, material type and geometry can be found in the appendix B.3.

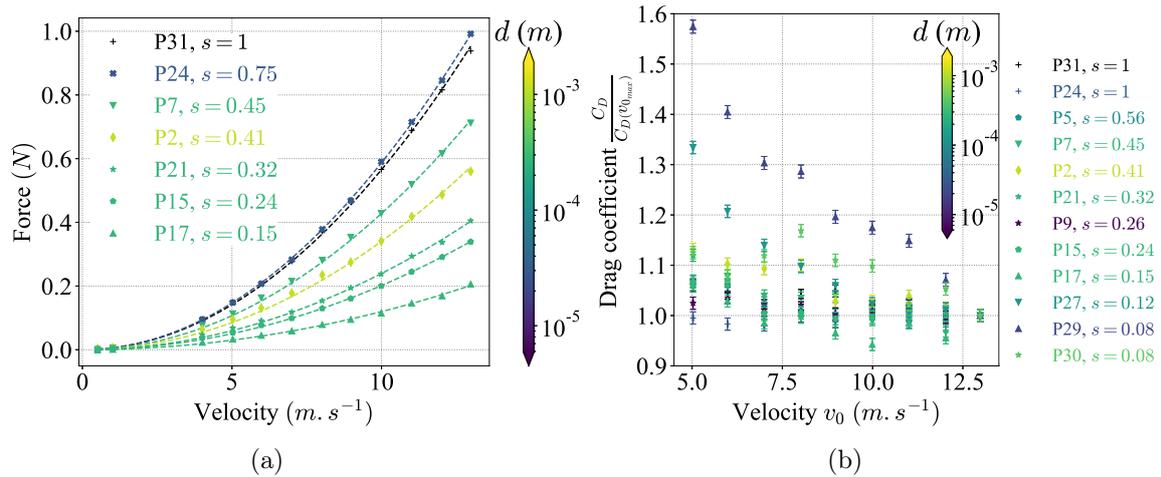


FIGURE 1.3 – (a) Drag force (F_D) measured for different square porous screens at normal incidence. (b) Drag coefficient C_D as a function of velocity v_0 , renormalised by the drag coefficient at maximum velocity for each screen $C_D(v_{0_{max}})$, including screens showing the higher variation of the drag coefficient with respect to the velocity. Colorbars : fiber diameter d .

A force balance (SIXAXES, FX2.6, N°1026, $\pm 5 N$, sensitivity of $\pm 0.001 N$) is used to measure the force applied to the whole system. The laminar airflow is generated by an open jet wind tunnel with a square test section of width $40 cm$. We also perform experiments on inclined porous screens ; in that case 8 different velocities have been used. For both cases, the velocities vary from 0.5 to $13 m \cdot s^{-1}$. We can thus define the (global) Reynolds number of the problem as

$$\text{Re} = \frac{L_0 v_0}{\nu}, \quad (1.1)$$

where v_0 is the uniform velocity of the flow far upstream of the screen, L_0 its typical size and ν the kinematic viscosity of the fluid (the air for the configurations considered here, so $\nu = 15.6 \times 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$). For a screen of size of few tenth of centimeters with a velocity of the order of one meter per second, we obtain $\text{Re} \approx \mathcal{O}(10^4) \gg 1$. We perform measurements with screens of different solidities, as well as made of different fiber radii and pore sizes while keeping the solidity almost constant, which allows to probe the local effect of viscosity. The details of the wind tunnel as well as the characteristics of the flow can be found in the thesis of Du Pontavice (2016). The system is placed at a distance of approximately $50 cm$ from the outlet of the wind tunnel in order to obtain a free flow. Temperature and humidity were taken either from meteorological data of the site or local instruments placed upstream to reduce some of the uncertainty in the air density value. All the uncertainties estimates can be found in the appendix B.3. To compute the drag coefficient at normal incidence, 12 different velocities have been used as shown in figure 1.3a where we plotted the force as a function of velocity for several screens. From the force curves, we can then deduce a drag coefficient C_D defined as

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho v_0^2 S_p}, \quad (1.2)$$

where ρ is the fluid (air) density and S_p the surface area of the screen. We note that here the surface S_p is the total surface area of the screen and not its projected area along the far field stream direction \mathbf{v}_0 . Figure 1.3b shows the measured drag coefficient C_D as a

function of the velocity v_0 for different screens with different solidities s and fiber diameter d , after subtraction of the contribution of the frame and the most detailed in appendix B.3, and rescaled by the value at the largest velocity of the wind tunnel $C_D(v_{0_{max}})$. In most experiments, the drag coefficient does almost not vary with the incoming fluid velocity, i.e. the drag force is proportional to the square of the fluid velocity v_0 upstream from the screen. This is consistent with the fact that the Reynolds number is always high in our experiments ($32000 < Re < 83000$). However, we observe that for small fiber radii and low solidities, the drag coefficient decreases with increasing velocity, suggesting viscous effects. At higher velocity, the drag coefficient tends toward a constant. For screens which show almost constant value of the drag coefficient with respect to the velocity, the data can then be fitted with a quadratic law to obtain the drag coefficient C_D . We calculated the coefficient of determination R^2 associated to the fitting in table 1.1. For these screens, with almost constant drag coefficient, we always have $R^2 \geq 0.998$. For screens which show more important variation of the drag coefficient, we keep the value of the drag of each velocity between 5.0 m.s^{-1} and 13.0 m.s^{-1} . Those values are reported in table 1.1. For comparison, we also calculated the coefficient of determination R^2 as if they were fitted by a quadratic law.

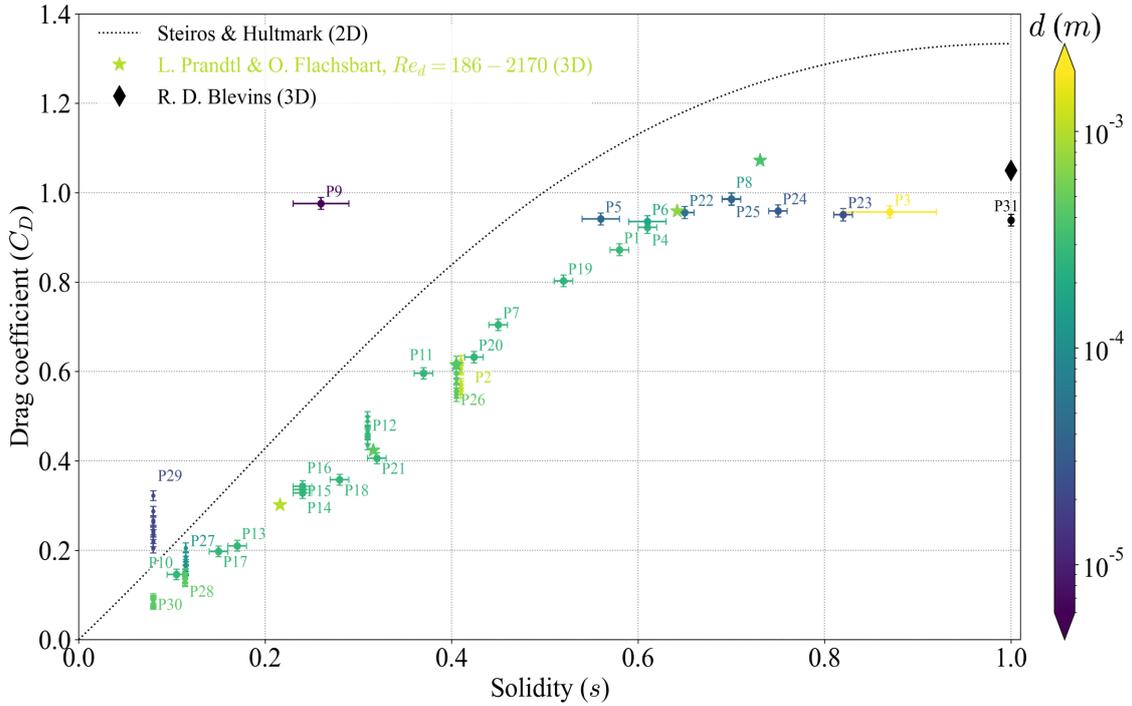


FIGURE 1.4 – Drag coefficient $C_{D_{max}}$ as a function the solidity for various square porous screens normal to the free flow and comparison with the two dimensional model of [Steiros et Hultmark \(2018\)](#). The color of the points indicates the value of the fiber diameter d following the color scale on the right. The data from [Prandtl et Flachsbart \(1932\)](#) and the value at solidity $s = 1$ from [Blevins \(1992\)](#) are also plotted.

Figure 1.4 shows the characteristic drag coefficient of the square screens as function of the solidity s . The drag coefficient increases with increasing solidity, until it reaches a constant value $C_D \simeq 1$ at high solidities (for $s \leq 0.7$). This evolution of the drag coefficient is qualitatively consistent with previous experiments in particular [Prandtl et Flachsbart](#)

(1932), as well as with the 2D model derived by Steiros et Hultmark (2018). Furthermore, we observe that for a given solidity, the drag coefficient increases for decreasing d ; this effect is particularly important at small solidities. In order to take into account the effect of the fiber diameter d , we define a local Reynolds number for the flow around each fiber denoted Re_d , for each screen, following

$$Re_d = \frac{v_0 d}{\nu} \quad (1.3)$$

as done in Prandtl et Flachsbart (1932). At moderately high Re_d ($\sim 10^2$), where viscous effects should not dominate the flow through the screen, the 2D model overestimates the drag coefficient obtained experimentally, in particular at high solidities. This highlights the importance to take into account 3D effects. At low Re_d , the model underestimates the drag coefficient, i.e. viscous effects must be included. We note that the model assumes a steady wake, and thus is not applicable in the presence of vortex shedding. However, our experiments suggests that vortex shedding is negligible for our range of parameters, as further discussed in section 1.5.3.

To characterize the influence of the solidity on the flow deviation, we measure the flow field with a *Particle image velocimetry* (PIV) method. We use a wind tunnel with square test section of width 22 cm at constant velocity $2.84 \pm 0.02 \text{ m.s}^{-1}$. The fluid is seeded with micro-droplets of water of diameter $3.0 \pm 2.0 \text{ }\mu\text{m}$. The Stokes number is defined as

$$St = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2 v_0}{\mu L_0}, \quad (1.4)$$

where ρ_p and v_p are the particles density and diameter respectively and $\mu = \rho\nu$ is the viscosity of the fluid. The Stokes number is of the order of $10^{-3} \ll 1$ and we can consider that the water droplets act as passive tracers of the flow. A 1 mm-thick laser sheet is used to highlight the particles in a plane parallel to the flow. The laser (Elforlight LTD. model FCHPG-3000) has a wavelength of 532 nm and maximum power of 6.0 W. A high speed camera PHOTRON was used at a frame rate of 4000 fps to record successive images that have been analysed with PIVlab in MATLAB (version 2.62).

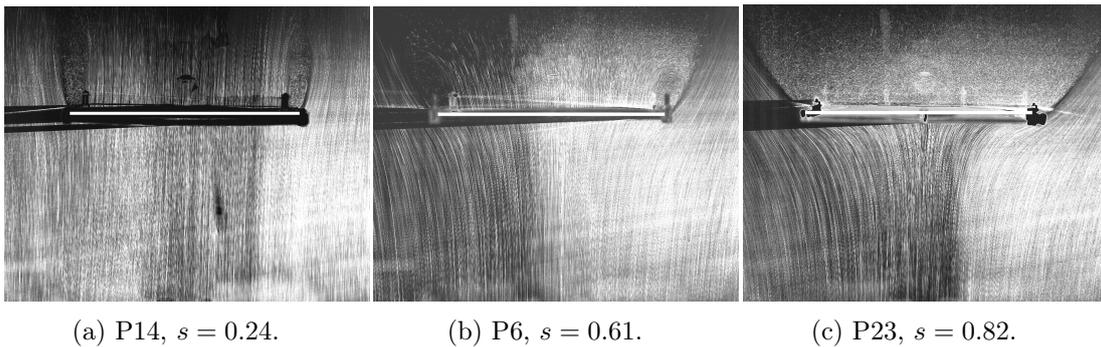


FIGURE 1.5 – Experimental evidence of the deviation of the flow and streamlines around a square porous screen at different solidities s under normal uniform upstream flow $v_0 = 2.84 \pm 0.02 \text{ m.s}^{-1}$. Top view of the screen. The white bar (110 mm) corresponds to the screen embedded in the frame, the screen alone is 100 mm long.

In figure 1.5 we show the trajectories of the particles in a plane orthogonal to the screen at mid-height (i.e. at the middle of the screen), obtained by the superposition of the maximum intensity of 2000 successive images. The upstream region is at the bottom of the

figures and the downstream region at the top. We observe that the flow deviation around the screen increases as the solidity increases. We can further observe that the velocity decreases as the solidity increases, as shown by the variation of the length of the bright lines, shorter in figure 1.5b than in 1.5a. Furthermore, in figure 1.5c we barely observe any particles crossing the screen, while some particles appear to be mixed by the recirculation in the wake.

In addition to these 2D deviations, we observe three-dimensional deviations. In order to quantify them, we look at a plane in the diagonal direction (Fig. 1.6). In both transverse and diagonal plane, we measure the proportion of deviated streamlines (i.e. the position of the separation distances D_{sd} and D_{st}). If the deviations were purely 2D, we would have $D_{sd} = \sqrt{2}D_{st}$, i.e. the streamtube formed by the separatrix would be square like the screens. If 3D deviations occurs, the streamtube should be deformed, and in particular $D_{sd} > D_{st}$. In our experiments, we found that indeed $D_{sd}/D_{st} = 1.7 \pm 0.1 > \sqrt{2}$.

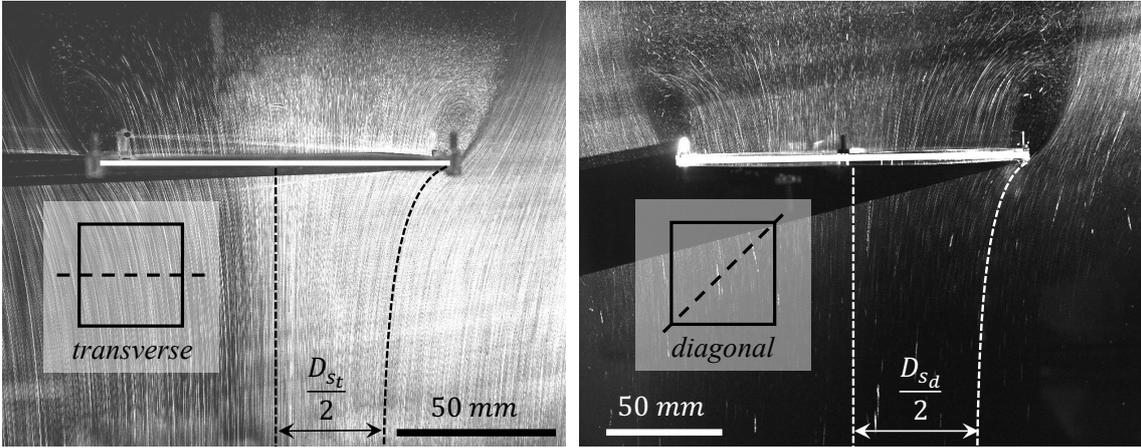


FIGURE 1.6 – Experimental evidence of the 3D deviation of the flow and streamlines around a square porous screen (transverse and diagonal directions) for a screen of solidity $s = 0.61$ (P6) under normal uniform upstream flow $v_0 = 2.84 \pm 0.02 \text{ m.s}^{-1}$. Here $D_{sd}/2 = 55.8 \pm 1.5 \text{ mm}$ and $D_{st}/2 = 32.8 \pm 1.2 \text{ mm}$ thus $D_{sd}/D_{st} = 1.7 \pm 0.1 > \sqrt{2}$.

In the following, we aim at developing a model that takes into account both 3D and viscous effects. We will then use this model to describe the flow around rectangular screens and predict the corresponding drag coefficient. In order to model these effects, we start by extending the 2D model first proposed by [Koo et James \(1973\)](#) to a three-dimensional free flow and arbitrary shape, taking into account the base suction effect considered by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#). We then derive the equations to predict the drag coefficient following the method proposed by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#), and discuss the limits of this approach. In particular, while this approach takes into account some viscous effects in the pressure jump, it fails to describe the dependency of our measurements on Re_d . We thus incorporate in the model an empirical law as proposed by [Brundrett \(1993\)](#) for the pressure jump. Our modelling approach is sketched in Figure 1.7.

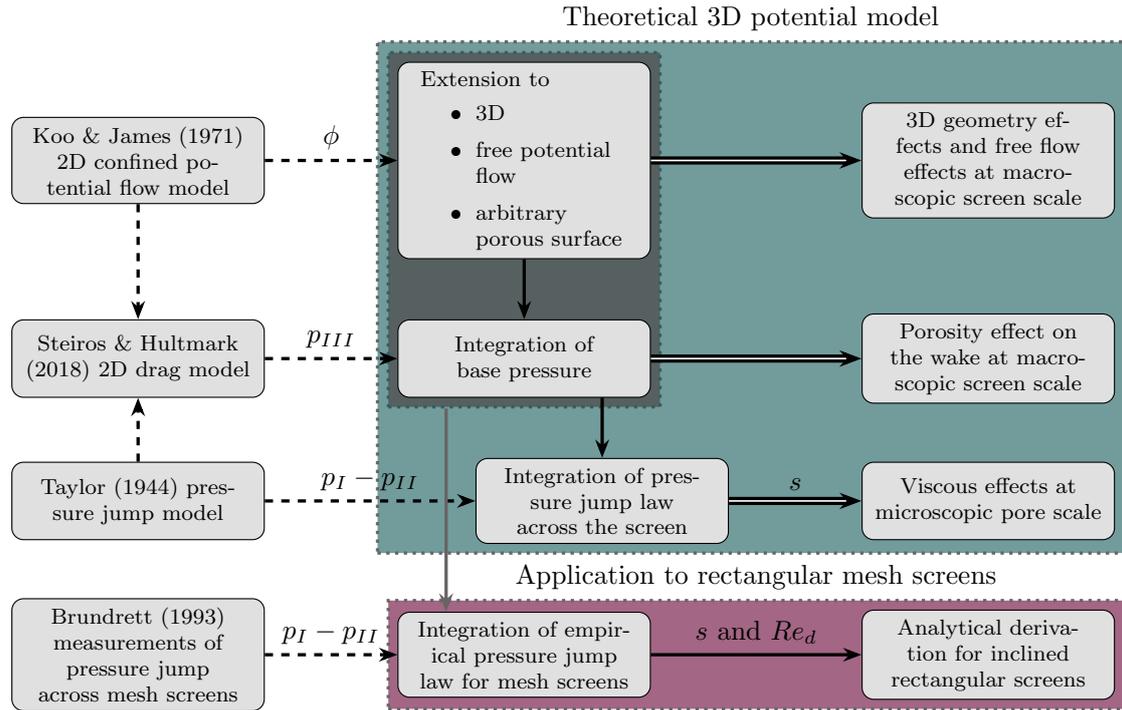


FIGURE 1.7 – Diagram of the theoretical model derived in this study and the ingredients from previous models used. In blue, a complete 3D potential model. In grey, the theoretical basis used for the application to rectangular mesh screens. In purple, the application to rectangular mesh screens. ϕ denotes the velocity potential, p_{III} denotes the base pressure and $p_I - p_{II}$ denotes the pressure jump across the screen.

1.3 3D Model

In this section, we derive the equations describing the three-dimensional flow around and through a porous screen with arbitrary shape and solidity. First, we adopt the method used by [Koo et James \(1973\)](#) which showed a good agreement with experimental results for 2D flow in a channel except at high solidity. This discrepancy at high solidity may come from the lack of base pressure and vortex shedding in their theory, as suggested by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) (see section 1.3.4 and 1.3.5). We extend the model to the 3D case for free flow, i.e. a case where there are no boundaries constraining the flow, which is one of the major differences with the model of [Koo et James \(1973\)](#). We also take into account the effect of the base pressure. We first obtain a general formulation of the equations for a porous screen of arbitrary shape. We then apply our equations to the case of a rectangular plate inclined in a laminar flow for which an analytical solution can be found.

1.3.1 General formulation

The flow around bluff bodies is complex. In order to obtain analytical or semi-analytical description of the flow, a widely used approach consists in simplifying the governing equations using potential flow theory outside the wake while introducing free parameters such as base pressure to account for viscous and complex phenomena in the wake and near the solid structure ([Parkinson et Jandali 1970](#)). The model proceeds with the same idea. The system is separated into four regions delimiting four flow regimes, as shown in figure

1.8. The flow is assumed to be stationary, incompressible and inviscid everywhere except through the porous structure where viscous effects cannot be neglected.

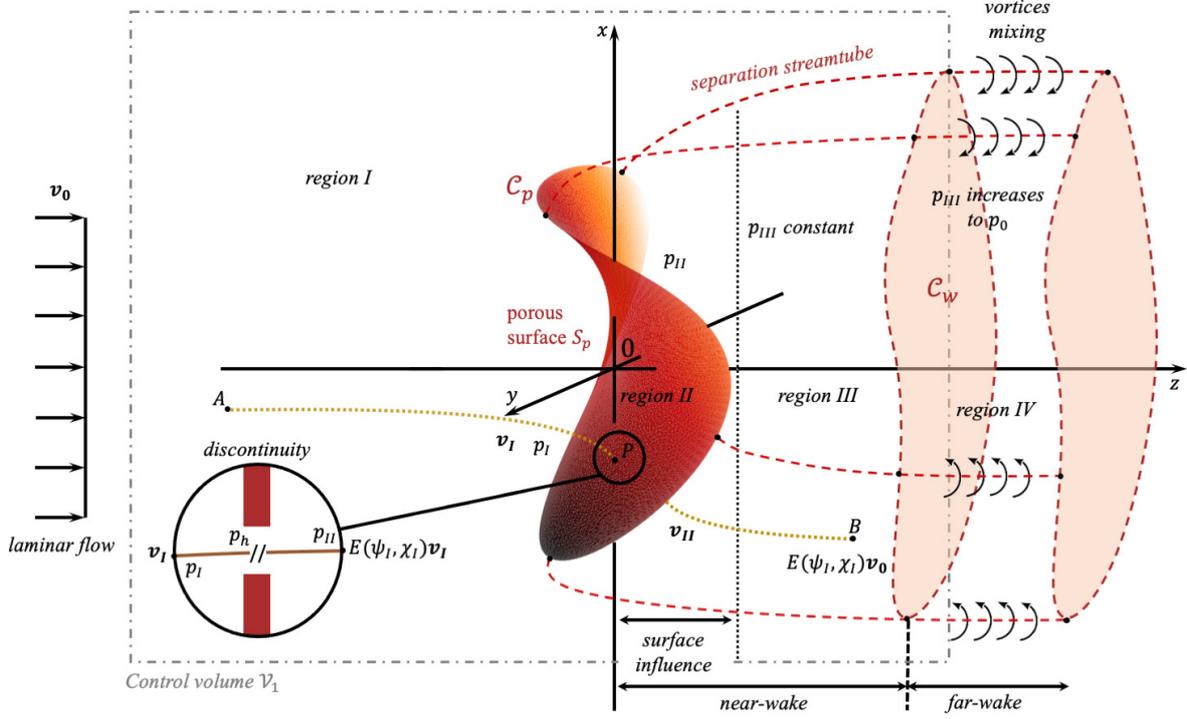


FIGURE 1.8 – Diagram of the model for a three-dimensional potential flow around and through a porous screen. The dashed lines are the separation streamlines used as a boundary between the regions. The dotted lines are the streamlines used in the model to calculate the velocities in the regions I and II. The incoming flow is laminar and is extended over the entire height of the system. C_w denotes the section of the wake.

In region I, we assume that the flow is potential and the velocity is denoted $\mathbf{v}_I(x, y, z)$. The region I is located upstream of the structure as well as downstream outside the wake zone contained by a well defined streamtube attached to the contour of the porous surface as shown in figure 1.8. Therefore, the velocity derives from a velocity potential denoted $\phi_I(x, y, z)$ for the region I. Using the method employed by [Koo et James \(1973\)](#), and initially suggested by [Taylor \(1944\)](#), we calculate the flow by modelling the screen with a continuous source distribution with strength $\Omega(x_s, y_s, z_s)$ where (x_s, y_s, z_s) denotes a point on the surface. We obtain the potential flow in region I by superposing the resulting potential flow from the distribution of sources with the uniform laminar flow \mathbf{v}_0 . The two streamfunctions ψ_I and χ_I needed to describe general three-dimensional incompressible flows, can then be deduced using the following relation (for a definition of three-dimensional stream functions see [Yih \(1957\)](#)) :

$$\mathbf{v}_I(x, y, z) = \nabla\psi_I(x, y, z) \wedge \nabla\chi_I(x, y, z). \quad (1.5)$$

The regions II and III are located downstream of the porous surface in the near-wake. In these regions the flow can be rotational so that we cannot use anymore a velocity potential

to describe the flow. In region II, the pressure and the velocity are not constant since they are influenced by the surface. However, in region III the flow is sufficiently far from the screen so that the streamlines tend to be aligned with the uniform flow \mathbf{v}_0 as represented by the contour \mathcal{C}_w in figure 1.8. Therefore the pressure tends towards a base suction pressure p_{III} which is *a priori* different (and lower) than the constant external pressure p_0 . This region is mathematically at infinity (there are no finite separation between region II and III), however since the flow aligns rapidly with the uniform flow, we indicate a region III in the near wake in figure 1.8. In two dimensions, the approach of constant pressure along separating streamlines has been successfully used in free-streamline theory by [Wu \(1962\)](#), [Parkinson et Jandali \(1970\)](#) and [Roshko \(1954\)](#) to model the wake. In this model, since we consider three dimensions we can not adopt free-streamline theory, but p_{III} can be considered as having the same role as the constant pressure used in such theory. The flow in region II and III is found with matching conditions as explained later.

In figure 1.8, we added a region IV which is located in the far wake where the mixing with the outer flow can not be ignored. In this region, the pressure should increase to reach again the pressure p_0 outside the wake. We assume that this region has little influence on the flow near the porous screen and on the aerodynamic forces, and therefore it is not included in the model. Consequently, in our model the pressure in the far wake will remain equal to p_{III} .

1.3.2 Determination of the flow in region I

In region I, the flow is potential, and we derive the velocity from the velocity potential. For simplicity, we set the reference frame so that the axis (Oz) is aligned with the velocity \mathbf{v}_0 without loss of generality. Due to the linearity of the Laplacian, we first consider the potential flow $\phi(x, y, z)$ for the source distribution only, then we add the potential flow for the uniform flow. The velocity potential from the source distribution Ω located on a general regular surface \mathcal{S}_p is the solution of the following equation

$$\Delta\phi(x, y, z) = \Omega(x, y, z)\mathbb{1}_{\mathcal{S}_p}, \quad (1.6)$$

where $\mathbb{1}_{\mathcal{S}_p}$ denotes the dirac function associated to the surface \mathcal{S}_p . For a point source in three-dimensions centered at the origin, the Green function of the Laplacian is

$$\Gamma(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}. \quad (1.7)$$

Therefore, if we assume $\boldsymbol{\xi} : U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ to be a surface patch of a general regular surface \mathcal{S}_p with coordinates

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} x_s(u, v) \\ y_s(u, v) \\ z_s(u, v) \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

parametrized by two parameters u and v , with $(u, v) \in (U = [a, b] \times [c, d])$ with $(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4$, then, the velocity potential $\phi(x, y, z)$ is expressed for all $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \setminus \mathcal{S}_p$ as ([Pressley \(2010\)](#))

$$\phi(x, y, z) = \iint_U \Omega(u, v) \Gamma(x - x_s(u, v), y - y_s(u, v), z - z_s(u, v)) \left\| \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial v} \right\| dudv, \quad (1.9)$$

and the total velocity potential can be written as the following sum

$$\phi_I(x, y, z) = v_0 z + \phi(x, y, z) \quad (1.10)$$

We deduce the velocity in region I with $\mathbf{v}_I(x, y, z) = \mathbf{grad}(\phi_I(x, y, z))$. Note that the Green function can be changed without other modifications in the model to study the situation of a flow in a confined environment or near a wall.

1.3.3 Determination of the flow in region II and III

In region II, the flow can be rotational and therefore is not necessarily potential. The flow is obtained from the stream functions by considering, as done by [Koo et James \(1973\)](#), that the streamlines in region II have the same pattern as if they were obtained by the stream functions from the superposition of the distribution of sources and the uniform flow \mathbf{v}_0 . This can be formulated in a general way by writing the two stream functions for the flow in region II as functions of the stream functions of region I. Let ψ_{II} and χ_{II} be the stream functions in the region II. As defined above, ψ_I and χ_I are the stream functions deduced from the flow in region I, functions that can be considered in the whole space. Then, without loss of generality, we choose an analog formulation as the one proposed by [Koo et James \(1973\)](#) to describe the flow in region II, using the functions f and g :

$$\psi_{II} = f(\psi_I)\psi_I \text{ and } \chi_{II} = g(\chi_I)\chi_I. \quad (1.11)$$

This means that the velocity \mathbf{v}_{II} in region II, and the velocity \mathbf{v}_I obtained from the velocity potential $\phi_I(x, y, z)$, are co-linear at any point. We indeed obtain¹

$$\mathbf{v}_{II}(x, y, z) = \left(\frac{df}{d\psi_I} + f(\psi_I) \right) \left(\frac{dg}{d\chi_I} + g(\chi_I) \right) \mathbf{v}_I(x, y, z). \quad (1.12)$$

We define the attenuation function E as

$$E(\psi_I, \chi_I) = \left(\frac{df}{d\psi_I} + f(\psi_I) \right) \left(\frac{dg}{d\chi_I} + g(\chi_I) \right), \quad (1.13)$$

which is the crucial quantity to determine the flow in region II. Since E is a function only of the stream functions, it is constant along a streamline and is therefore entirely defined by considering its value on the screen.

In addition to the equation (1.12), the mass flow rate must be conserved when the fluid passes through the screen implying the continuity of the normal velocity at the screen between the region I and the region II

$$v_{II_n}(x_s, y_s, z_s) = v_{I_n}(x_s, y_s, z_s). \quad (1.14)$$

At this point, our system contains thus two unknowns which are the attenuation function E and the distribution of sources Ω . We have one equation (1.14), and another equation linking the velocities and pressures in the vicinity of the porous structure is required to close our system of equations. For this purpose, two streamlines are considered as shown in figure 1.8 : (AP) and (PB) where the point P is on the screen taken as a surface from a macroscopic point of view. Along each of these streamlines, Bernoulli's equation can be applied, and we thus obtain for (AP)

$$\frac{1}{2}\rho v_I^2(x_A, y_A, z_A) + p_I(x_A, y_A, z_A) = \frac{1}{2}\rho v_{II}^2(x_s, y_s, z_s) + p_I(x_s, y_s, z_s), \quad (1.15)$$

1. This comes from $\mathbf{v} = \mathbf{grad}(\psi) \wedge \mathbf{grad}(\chi)$, with ψ and χ are two stream functions of the flow.

and for (PB)

$$\frac{1}{2}\rho v_{II}^2(x_s, y_s, z_s) + p_{II}(x_s, y_s, z_s) = \frac{1}{2}\rho v_{II}^2(x_B, y_B, z_B) + p_{II}(x_B, y_B, z_B). \quad (1.16)$$

We consider that the points A and B are far enough from the screen so that we can take constant values of the velocities and pressures (see [Fail *et al.* \(1957\)](#) for flat plates normal to an air stream). Therefore, upstream we have $\mathbf{v}_I(x_A, y_A, z_A) = \mathbf{v}_0$ and $p_I(x_A, y_A, z_A) = p_0$; downstream we take the mean value of the velocity over a section of the wake orthogonal to the far-field stream direction (\mathbf{v}_0): $\mathbf{v}_{II}(x_B, y_B, z_B) = \overline{\lim_{z \rightarrow +\infty} \mathbf{v}_{II}(x, y, z)} = \overline{E(\psi_I, \chi_I)}\mathbf{v}_0$.

In the rest of the paper, $\overline{E(\psi_I, \chi_I)}$ will be denoted \overline{E} . [Koo *et James* \(1973\)](#) considered a far-downstream constant pressure p_0 , however it is known that the pressure in the wake is lower than the pressure outside the wake which contributes to aerodynamic forces. [Steiros *et Hultmark* \(2018\)](#) therefore introduced a suction base pressure p_{III} at the point B, which is assumed to be constant far enough from the screen in region III as explained above. Thus, we introduce a third free parameter p_{III} that will be determined from conservation equations in section 1.3.5. Note that since we assume that the pressure p_{III} is constant, the pressure will be discontinuous across the wake boundaries (as in the model of [Koo *et James* \(1973\)](#) in the two-dimensional case). By combining the equations (1.15) and (1.16), decomposing the velocities according the tangential and normal components on the screen (respectively v_{It} and v_{In}) and by using equation (1.14), we obtain the pressure difference

$$\begin{aligned} p_0 - p_{III} &= \frac{1}{2}\rho (1 - E^2(\psi_I, \chi_I)) v_{It}^2(x_s, y_s, z_s) + \frac{1}{2}\rho (\overline{E}^2 - 1) v_0^2 \\ &\quad + p_I(x_s, y_s, z_s) - p_{II}(x_s, y_s, z_s) \end{aligned} \quad (1.17)$$

If we are able to determine the pressure differences $p_0 - p_{III}$ and $p_I(x_s, y_s, z_s) - p_{II}(x_s, y_s, z_s)$ independently from these equations, then we can use the equations (1.14) to find the attenuation function E and the equation (1.17) to find the distribution of sources Ω . In order to determine the suction pressure p_{III} , we will follow the method of [Steiros *et Hultmark* \(2018\)](#) in section 1.3.5, using the conservation law of the momentum in the control volume V_1 shown in figure 1.8, and at the vicinity of the screen. Before addressing this problem, we focus in the following section 1.3.4 on the pressure jump $p_I(x_s, y_s, z_s) - p_{II}(x_s, y_s, z_s)$.

1.3.4 Pressure jump across the screen

A summary of the models for the relation between the pressure jump and screen porosity can be found in [Xu *et al.* \(2020\)](#). This problem has largely been discussed in many papers, raising the difficulties of a general formulation. In their model, [Steiros *et Hultmark* \(2018\)](#) consider two streamlines passing through the screen in a hole where the velocity and the pressure are assumed to be uniform. Immediately upstream after the acceleration of the fluid, the characteristic pressure of the flow is denoted p_h and is assumed to correspond physically to the mean pressure inside the hole. As noticed by several authors included [Taylor *et Davies* \(1944\)](#) and [Wieghardt \(1953\)](#) the characteristic velocity immediately upstream should be regarded as the mean velocity after contraction of the flow within the holes, v_{h1} , denoting the average velocity through the screen expressed as

$$v_{h1} = \frac{v_{In}(x_s, y_s, z_s)}{(1 - s)}, \quad (1.18)$$

The velocity accelerates to v_{h1} in the hole and the pressure decreases to p_h so that at this point there are no losses. Along this first streamline, Bernoulli's equation leads to

$$p_I(x_s, y_s, z_s) + \frac{1}{2}\rho v_I^2(x_s, y_s, z_s) = p_h + \frac{1}{2}\rho v_{h1}^2. \quad (1.19)$$

Immediately downstream, considering also a homogenized velocity, the flow enlarges and the velocity reaches a value equal to

$$v_{h2} = v_{II_n}(x_s, y_s, z_s), \quad (1.20)$$

taken as the characteristic velocity just after the hole. As discussed by [Taylor et Davies \(1944\)](#) and [Steiros et Hultmark \(2018\)](#), there are pressure losses in the pores, i.e. $p_{II} < p_I$. [Taylor et Davies \(1944\)](#) consider that a fraction λ of the pressure lost in acquiring the velocity v_h is regained when the stream becomes uniform again behind the sheet. [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) consider that the pressure loss during the fluid acceleration is not recovered, i.e. all surplus kinetic energy due to fluid acceleration is lost and not reconverted into pressure (i.e. $\lambda = 0$). In that case, Bernoulli's equation along this second streamline leads to

$$p_h + \frac{1}{2}\rho v_{h2}^2 = p_{II}(x_s, y_s, z_s) + \frac{1}{2}\rho v_{II}^2(x_s, y_s, z_s). \quad (1.21)$$

We combine equations (1.12), (1.14) and (1.18) to (1.21) to obtain

$$\begin{aligned} p_{II}(x_s, y_s, z_s) - p_I(x_s, y_s, z_s) &= \frac{1}{2}\rho v_{It}^2(x_s, y_s, z_s) (1 - E^2(\psi_I, \chi_I)) \\ &+ \frac{1}{2}\rho v_{In}^2(x_s, y_s, z_s)\theta(s), \end{aligned} \quad (1.22)$$

with

$$\theta(s) = 1 - \frac{1}{(1-s)^2}. \quad (1.23)$$

Injecting the pressure difference $p_I - p_{II}$ obtained in equation (1.22) in equation (1.17), we have

$$p_0 - p_{III} = -\frac{1}{2}\rho v_{In}^2(x_s, y_s, z_s)\theta(s) + \frac{1}{2}\rho (\bar{E}^2 - 1) v_0^2. \quad (1.24)$$

We assumed that p_{III} is constant, therefore the right-hand side of the above equation has to be constant, which leads to the condition

$$\mathbf{grad}_{\mathcal{S}_p} (v_{In}^2(x_s, y_s, z_s)\theta(s)) = \mathbf{0}, \quad (1.25)$$

with $\theta(s)$ that can vary for non-homogeneous porous surfaces. Therefore, under the assumptions made so far, we are looking for a source strength Ω that satisfies this condition. It is possible to relax certain restrictions on the value of Ω by considering a variable base suction pressure p_{III} or a variable far wake velocity $\mathbf{v}_{II}(x_B, y_B, z_B) = E(\psi_I, \chi_I)\mathbf{v}_0$. In that case, the problem is far more difficult, and should be solved numerically. Such a resolution is beyond the scope of present work.

1.3.5 Drag coefficient

At this point, our system of equations is not closed. Therefore, in this section, we will find an other equation by adapting the model of [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) in three-dimensions with a screen of arbitrary shape and orientation in the flow. It uses two expressions of the aerodynamic forces that can be combined to give a final equation, closing eventually our system of equations.

A first expression is given by the momentum balance around the surface of the screen, using the drag coefficient as defined in equation (1.2), giving :

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho S_p v_0^2} \left(\iint_{S_p} (p_I - p_{II}) \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_s dS + \rho \iint_{S_p} v_{I_n} \mathbf{e}_z \cdot (\mathbf{v}_I - \mathbf{v}_{II}) dS \right), \quad (1.26)$$

where the normal vector \mathbf{n}_s points in the direction of the region II. The pressure difference $p_I - p_{II}$ in equation (1.26) is given by the equation (1.22).

The second expression of the drag coefficient is provided by the momentum balance in a control volume V_1 around the screen as shown in figure 1.8. We consider that this volume V_1 is large enough so that the velocities at the surfaces S_x and S_y on the sides of the block parallel to the z-axis are equal to $\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_\epsilon$ where $v_\epsilon \ll v_0$. With this approximation, the projection of momentum balance equation onto the far-field stream direction (\mathbf{v}_0) gives an expression of the drag F_D :

$$F_D = \rho S_w \left(1 - \overline{E^2} \right) v_0^2 + S_w (p_0 - p_{III}) - \rho v_0 \iint_{S_x+S_y} \mathbf{v}_I \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.27)$$

where S_w is the area of the section of the wake (orthogonal to the z-axis), and the bar over E denotes the mean over the considered surface. The normal vector \mathbf{n} points outwards from the control volume. Then, a mass balance in the same control volume gives

$$\rho v_0 S_w = \rho \iint_{S_x+S_y} \mathbf{v}_I \cdot \mathbf{n} dS + \rho \overline{E} v_0 S_w. \quad (1.28)$$

This equation allows us to find the value of the last term of the conservation of momentum equation (1.27). Moreover, the section of the wake S_w is determined with a mass balance through the screen

$$\rho \iint_{S_p} \mathbf{v}_I \cdot \mathbf{n} dS = \rho \overline{E} v_0 S_w \quad (1.29)$$

The equations (1.27) to (1.29) are now combined to obtain a second expression of the drag coefficient, which reads

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho S_p v_0^2} \left(p_0 - p_{III} + \rho v_0^2 \left(\overline{E} - \overline{E^2} \right) \right) \frac{1}{v_0 \overline{E}} \iint_{S_p} v_{I_n} dS \quad (1.30)$$

The equation (1.24) giving an expression of $p_0 - p_{III}$ is used so that the second expression of the drag (1.30) is calculated further :

$$C_D = \frac{1}{S_p} \left(- (1 - \overline{E})^2 - v_{I_n}^2 \theta(s) \right) \frac{1}{v_0 \overline{E}} \iint_{S_p} v_{I_n} dS \quad (1.31)$$

The final equation of the problem is obtained by equalizing the two expressions of the drag coefficient (1.26) and (1.31), yielding

$$\begin{aligned} \overline{E} \iint_{S_p} \left(\tilde{v}_{I_t}^2 (1 - E^2) + \tilde{v}_{I_n}^2 \theta(s) \right) \mathbf{n}_s \cdot \mathbf{e}_z + 2\tilde{v}_{I_n} (1 - E) \tilde{\mathbf{v}}_{I_t} \cdot \mathbf{e}_z dS = \\ \left(- (1 - \overline{E})^2 - \tilde{v}_{I_n}^2 \theta(s) \right) \iint_{S_p} \tilde{v}_{I_n} dS, \end{aligned} \quad (1.32)$$

with dimensionless velocities $\tilde{v} = \frac{v}{v_0}$.

Finally, we give the explicit expression for v_{I_n} and E . Finding v_{I_n} leads to a boundary surface potential problem. An explicit expression of v_{I_n} is found from the gradient of the velocity potential (1.10) having therefore an integral term. This integral term is known as a harmonic double-layer potential with density Ω (Gunter (1967)), which is defined on a sub-domain of $\mathbb{R}^3 \setminus \mathcal{S}_p$. This integral term becomes singular if it is evaluated on the surface \mathcal{S}_p , however it can be continuously extended on the surface for each side and the value depends on the side by which we approach the surface. From the definitions of the regions I and II, for $\mathbf{m} = (x, y, z) \in \mathcal{S}_p$, we have

$$v_{I_n}(\mathbf{m}) = v_0 \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_s + v_n^-(\mathbf{m}), \quad (1.33)$$

and

$$v_{II_n}(\mathbf{m}) = E(\psi_I, \chi_I) (v_0 \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_s + v_n^+(\mathbf{m})), \quad (1.34)$$

with

$$v_n^\pm(\mathbf{m}) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}_s}(\mathbf{m} \pm \epsilon \mathbf{n}_s), \quad (1.35)$$

with ϕ defined in equation (1.9) and the directional outward normal derivative :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}_s}(\mathbf{m}) = \mathbf{grad}(\phi(\mathbf{m})) \cdot \mathbf{n}_s. \quad (1.36)$$

From a theorem which can be found for instance in Kress (1999) p. 80, the value of the limits above can be expressed using an improper integral. For $\mathbf{m} = (x, y, z) \in \mathcal{S}_p$, this expression reads

$$v_n^\pm(\mathbf{m}) = \iint_U \Omega(u, v) \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{n}_s}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_s(u, v)) \left\| \frac{\partial \xi}{\partial u} \wedge \frac{\partial \xi}{\partial v} \right\| dudv \pm \frac{1}{2} \Omega(\mathbf{m}), \quad (1.37)$$

with $\mathbf{m}_s(u, v) = (x_s(u, v), y_s(u, v), z_s(u, v))$. Finally, E is found by applying the continuity equation (1.14) for the normal velocities across the surface, with the expressions given in equation (1.33) and (1.34). For $\mathbf{m} = (x, y, z) \in \mathcal{S}_p$, we have

$$E(\mathbf{m}) = \frac{v_0 \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_s + v_n^-(\mathbf{m})}{v_0 \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_s + v_n^+(\mathbf{m})}. \quad (1.38)$$

The system of equations is now closed and enables us to obtain the velocities and pressure at any location in the flow by determining the source strength Ω , solution of the equation (1.32). In the next section, we solve the problem analytically in a basic but very common geometry.

1.3.6 Application to an inclined rectangular screen in free flow

For a rectangular geometry and homogeneous solidity it is possible to obtain without major difficulty an analytical solution of the equations of our model. We therefore apply the three-dimensional model to the simple case of a rectangular screen (centered at $z = 0$ as shown in the figure 1.9) in a free laminar flow in order to find the flow and the drag coefficient as a function of the solidity. In that case, the velocity potential (1.10) becomes

$$\phi_I(x, y, z) = v_0 z + c - \frac{1}{4\pi} \iint_{\mathcal{S}_p} \frac{\Omega(u, v) dudv}{\sqrt{(x-v)^2 + (y-u \sin(\beta))^2 + (z-u \cos(\beta))^2}} \quad (1.39)$$

We then calculate the velocities at the screen. The objective of the calculus is to obtain Ω as a function of the solidity, which will determine all the other variables of the problem.

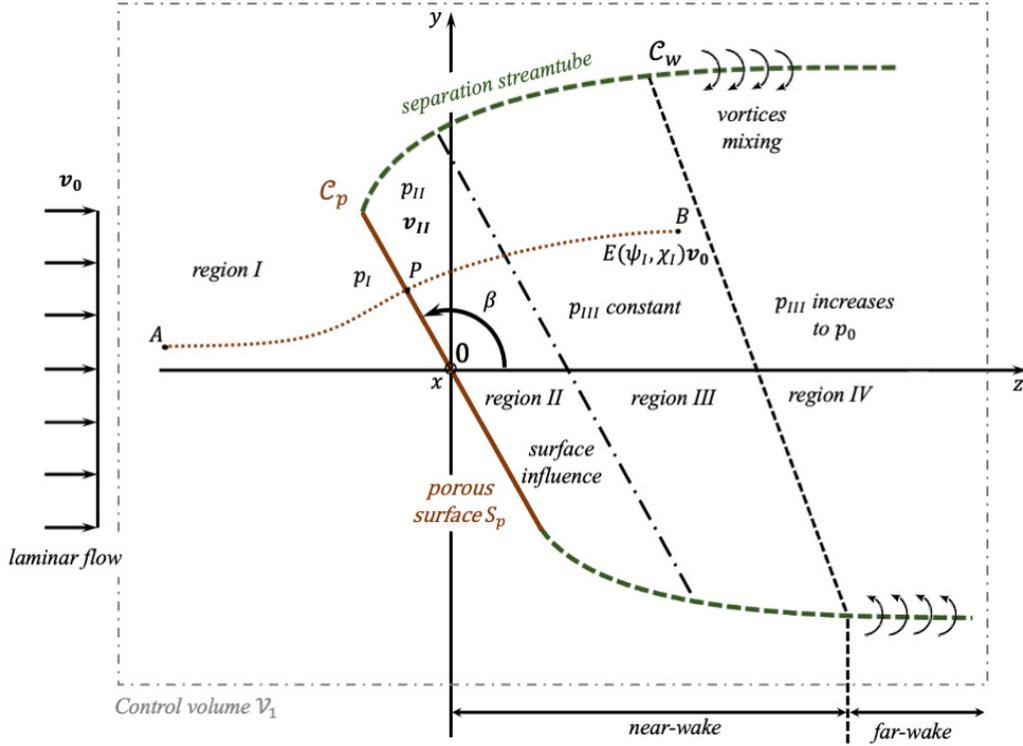


FIGURE 1.9 – Diagram of the inclined rectangular porous screen in the (Oyz) plane in a three-dimensional free flow with an angle β . The dashed lines are the separation streamlines used as a boundary between the regions of the model. The dotted line between point A and B is the streamline used in the model to calculate the velocities in the regions I and III. The incoming flow is laminar.

The normal component of the velocity in region I at the arbitrary position (w, t) on the surface is

$$v_{In}^{\pm}(w, t) = v_0 \sin(\beta) + \lim_{\epsilon \rightarrow 0^{\pm}} \frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} f_{\epsilon}(u, v) \Omega(u, v) du dv, \quad (1.40)$$

with

$$f_{\epsilon}(u, v) = \frac{\epsilon \cos(\beta) \sin(\beta)}{((t-v)^2 + (w-u)^2 + (2(w-u) + \epsilon)\epsilon \cos(\beta))^{\frac{3}{2}}} \quad (1.41)$$

The details of the calculations are given in the appendix B.2. At the screen, depending on the direction from which we approach the screen ($\epsilon \rightarrow 0^{\pm}$), the magnitude of the normal component of the velocity is constant and is equal to

$$v_{In}(w, t) = v_n^-(w, t) = v_0 \sin(\beta) - \frac{1}{2}\Omega(w, t), \quad (1.42)$$

$$v_{IIIn}(w, t) = E(\psi_I, \chi_I) v_n^+(w, t) = E(\psi_I, \chi_I) \left(v_0 \sin(\beta) + \frac{1}{2}\Omega(w, t) \right). \quad (1.43)$$

At this point, for an homogeneous screen (s constant on the surface), the equation (1.25) leads to $\mathbf{grad}(\Omega(w, t)) = \mathbf{0}$, i.e. the source strength is a constant.

Thus, the equation (1.14) leads to a constant attenuation function

$$E = \frac{v_0 \sin(\beta) - \frac{1}{2}\Omega}{v_0 \sin(\beta) + \frac{1}{2}\Omega}. \quad (1.44)$$

If we found constant normal velocity, it is not the case of the tangential velocity for which the magnitude varies on the surface of the screen. The tangential component of the velocity at the surface is

$$v_{It}(x, w) = \left(\Omega^2 \mathcal{I}_x^2(x, w) + (\Omega (\sin(\beta) \mathcal{I}_y(x, w) + \cos(\beta) \mathcal{I}_z(x, w)) + \cos(\beta) v_0)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.45)$$

with \mathcal{I}_x , \mathcal{I}_y and \mathcal{I}_z the following surface integrals that are calculated in appendix B.1 :

$$\mathcal{I}_x(x, w) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\mathcal{S}_p} \frac{x - v}{\left((x - v)^2 + (w - u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dudv \quad (1.46)$$

$$\mathcal{I}_y(x, w) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\mathcal{S}_p} \frac{(w - u) \sin(\beta)}{\left((x - v)^2 + (w - u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dudv \quad (1.47)$$

$$\mathcal{I}_z(x, w) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\mathcal{S}_p} \frac{(w - u) \cos(\beta)}{\left((x - v)^2 + (w - u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dudv \quad (1.48)$$

For the sake of simplicity, we approximate the magnitude of the tangential component of the velocity as its root mean square. We note that since in equation (1.32), v_{It} appears both in linear and quadratic form, this approximation becomes exact for a surface normal to the mean flow direction ($\beta = \frac{\pi}{2}$). We thus take

$$v_{It} = \left(\Omega^2 \gamma_0 + v_0^2 \cos^2(\beta) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.49)$$

where γ_0 can be considered as a shape factor (see appendix B.1). The equation (1.22) becomes

$$p_{II} - p_I = \frac{1}{2} \rho (v_{It}^2 (1 - E^2) + v_{In}^2 \theta(s)) \quad (1.50)$$

The equation (1.17) leads to :

$$\begin{aligned} p_{III} - p_0 &= \frac{1}{2} \rho (1 - E^2) (v_0^2 - v_{It}^2) + p_{II} - p_I \\ &= \frac{1}{2} \rho ((1 - E^2) v_0^2 + v_{In}^2 \theta(s)) \end{aligned} \quad (1.51)$$

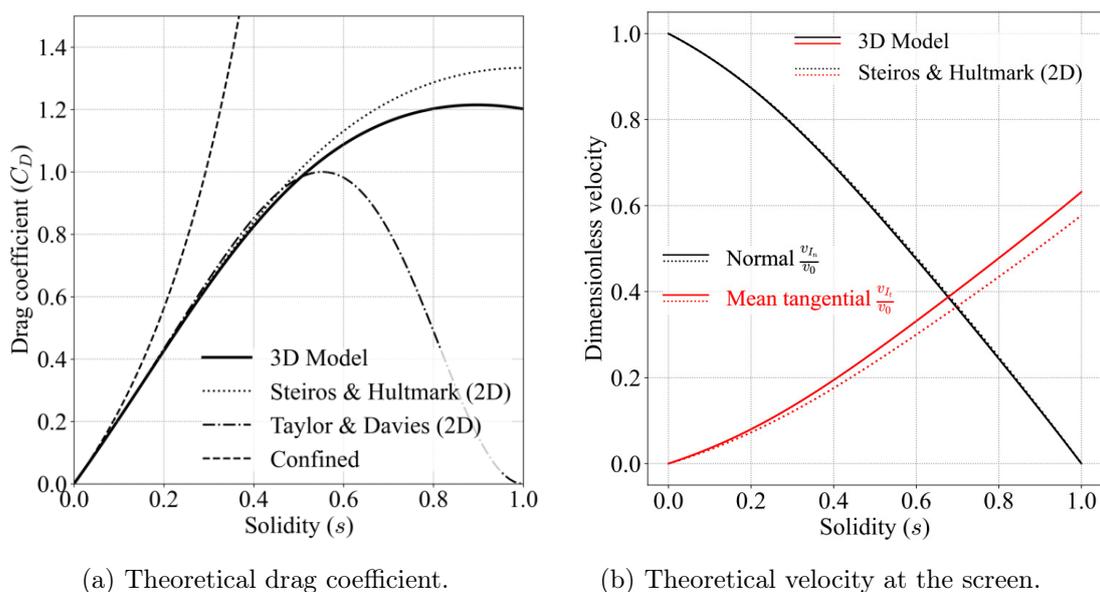
Using the equations (1.27) to (1.29) we obtain a first expression of the magnitude of the drag force F_D

$$F_D = \rho v_0 (1 - E) v_n S_p + \frac{1}{v_0} (p_0 - p_{III}) \frac{v_n}{E} S_p. \quad (1.52)$$

The second expression for the drag force F_D is obtained with the equation (1.26)

$$F_D = (p_I - p_{II}) \sin(\beta) S_p + \rho v_n v_0 \cos^2(\beta) (1 - E) S_p. \quad (1.53)$$

Note that for a rectangular screen orthogonal to the free flow the second term of equation (1.53) vanishes since $\beta = \frac{\pi}{2}$ and we obtain a drag coefficient proportional to the pressure difference $p_I - p_{II}$. Now, by denoting $\omega = \frac{\Omega}{v_0}$ and combining the equations (1.52)



(a) Theoretical drag coefficient.

(b) Theoretical velocity at the screen.

FIGURE 1.10 – Theoretical prediction of the drag coefficient and velocities on the surface as a function the solidity obtained with the three dimensional model applied to a square homogeneous screen normal to the flow ($\beta = \frac{\pi}{2}$), and comparison with different two-dimensional models. The full lines are obtained with the three-dimensional model developed in this article using the same pressure jump law across the screen than [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) (but taking account geometric 3D effects). (a) Drag coefficient. (b) Normal velocity and quadratic mean of the tangential velocity as defined respectively in equation (1.42) and (1.49).

and (1.53), we obtain the following equation that we have to solve to find the value of the source strength

$$-\frac{1}{8}\omega^4\theta(s) + \omega^2 \sin^2(\beta) \left(8\gamma_0 + \theta(s) - 2\right) - 4\omega \sin(\beta) - 2 \sin^4(\beta)\theta(s) = 0 \quad (1.54)$$

This equation has been solved using Python 3.9.5 and the method *fsolve* from *scipy.optimize*. The solution for a square porous plate at normal incidence with $\beta = \frac{\pi}{2}$ is plotted in figure 1.10 (a). At low solidity, our model for a square plate is close to the prediction of [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) and [Taylor et Davies \(1944\)](#). Above a solidity $s = 0.4$ the drag coefficient becomes slightly different from the prediction of [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) and the difference increases with increasing solidity. Three dimensional effects are therefore important at high solidity.

At high solidity ($s \lesssim 1$), the curve converges towards the drag coefficient of a flat solid plate. This value is predicted to be 1.2 in our model, which is close to the experimental measurement at global Reynolds number $Re \approx 10^4$, giving approximately 1.05 according to [Blevins \(1992\)](#), 1.17 according to the synthesis of [Hoerner \(1965\)](#) on various drag measurements, and 0.939 in pour experiments.

Our model takes into account the shape of the porous surface through the parameter γ_0 . For a rectangular screen, the aspect ratio, taken into account in γ_0 , has an influence on the result as detailed in the appendix B.1. According to [Hoerner \(1965\)](#), for a flat plate normal to the flow, the drag coefficient increases very slowly when the aspect ratio is reduced until a ratio of approximately 0.1. Beyond this point the increase becomes more

pronounced, until it reaches $C_D = 2.0$ for an infinitely thin plate (1.90 according to [Blevins \(1992\)](#)). In our model, we indeed observe an increase of the drag when the aspect ratio decreases (see appendix B.1) from $C_D = 1.2$ for a square plate (with $\gamma_0 = 0.0998$), 1.29 for a rectangle with aspect ratio 1/10 (with $\gamma_0 = 0.884$) to $C_D = 1.33$ for infinitely thin plate. This value for infinitely thin plate is lower than the experimental value, that is $C_D \approx 2.0$ according to [Blevins \(1992\)](#) and [Hoerner \(1965\)](#). This difference may be due in this case of very high aspect ratio to the vortex shedding that is not taken into account in the present wake model, as noticed by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#).

In figure 1.10 (b), we compare the normal and tangential velocities in the 2D and 3D cases. The tangential velocity is taken in both cases as the quadratic mean over the whole surface, in 3D it is defined in equation (1.49), the normal velocity is constant on the surface in both cases also, in 3D it is defined in equation (1.42). While the normal velocity is the same in 2D and 3D, we clearly see an influence of 3D effects on the tangential velocity.

While taking into account the 3D effects improves the prediction of C_D at high solidities, it does not improve the prediction at moderate and low solidities. The limitations of potential flow theory to describe the complex flow around bluff bodies are arising at high solidity, but should be negligible at low and moderate solidity. Here, we hypothesize that the main reason for the discrepancy between our experimental results and the theoretical prediction lies in the pressure loss at the pore scale. Indeed, the relation used to estimate the pressure jump $p_I - p_{II}$ (equation (1.22)) is a strong assumption, and does not consider the pressure losses by viscous friction. In particular, it does not explicitly account for the viscosity, and can not account for the variations of the drag coefficient with the local Reynolds number observed in the experiments.

1.4 Local viscous effects

As we have seen, the pressure losses are accounted for in eq. (1.22) with the parameter $\theta(s)$ given by eq. (2.2). We have adopted the assumption of [Steiros et Hultmark \(2018\)](#), i.e. that all energy due to fluid acceleration is lost and not reconverted into pressure, which is a crucial assumption. The approach of [Taylor et Davies \(1944\)](#) is to assume that a fraction λ of energy is regained, which would modify $\theta(s)$ to read

$$\theta^*(s) = 1 - \frac{1 - \lambda}{(1 - s)^2}. \quad (1.55)$$

In their experiments, [Taylor et Davies \(1944\)](#) estimate $\lambda \simeq 0.4$. Taking into account this effect would decrease the drag coefficient, i.e. bring it closer to our experimental values at high Re_d . However, λ can only be obtained empirically. Furthermore, in our experiments, Re_d is smaller than the critical value of ≈ 1000 above which viscous effects can be neglected ([Hoerner 1952](#)). We thus want to account for the pressures losses due to viscous friction as well. One possible approach is to tune the pressure loss term in (1.22) with a single prefactor $\theta(s)f$ that should depend on Re_d ; it should increase as Re_d decreases, accounting for increased viscous dissipation. This prefactor $\theta(s)f(Re_d)$ has been determined experimentally for wire screens by [Brundrett \(1993\)](#) and [Bailey et al. \(2003\)](#). In this section, we follow their approach to include viscous effects and compare our predictions with experimental results.

1.4.1 Pressure jump dependency on the local geometry of the pores and viscous effects

As explained above, in the equation of the pressure jump (1.22) with equation (2.2), as formulated by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#), we do not take into account the dependency of the pressure drop on the local Reynolds number Re_d , computed at the scale of the screen pores (and thus much smaller than Re), the geometry of the holes and other possible dependency like the energy transfer between the material of the screen and the fluid. For instance, [Ando et al. \(2022\)](#) showed that a layer of flexible fibers can have a higher permeability than the same layer of rigid fibers due to a flow-induced deformation. Moreover, as shown by [Schubauer et al. \(1950\)](#), the angle of the screen relative to the laminar upstream free flow has an impact on the pressure drop. [Kalugin et al. \(2021\)](#) explained also that for inclined perforated plates, the structure of the flow in the holes depends on (1) the distance of the hole on the plate from the leading edge, (2) the angle of attack of the plate. For low angle of attack, the effective hole area can be significantly reduced due to the difficulty of the flow to deflect from its original direction mostly parallel to the surface of the plate. All these studies underline the current difficulty to obtain a general formulation of the pressure loss for arbitrary porous screen. Therefore, in what follows, we adopt another method based on empirical laws in order to test whether this would be sufficient to estimate the drag accurately.

Numerous experimental investigations have shown that the pressure drop can be reasonably considered proportional to the square of the velocity normal to the screen at the vicinity of it through the resistance coefficient k , especially [Taylor et Davies \(1944\)](#). More recently, [Ito et Garry \(1998\)](#) studied this problem in the two-dimensional case of a flow around and through a gauze for low resistance coefficient, while [Eckert et Pflüger \(1942\)](#) studied the resistance coefficient for the case of a gauze spanning the entire section of a channel. In these cases, the pressure drop can be written :

$$\Delta p = \frac{1}{2} k \rho v_{In}^2(x_s, y_s, z_s). \quad (1.56)$$

The resistance coefficient k depends on the geometry of the holes, the material of the screen and the Reynolds number based on the scale of the holes (sometimes k is directly related to what is called loss factor or friction factor). This has been mostly studied when the screen spans entirely a channel with normal incidence, and oblique incidence ([Reynolds \(1969\)](#), [Schubauer et al. \(1950\)](#)). Note that in equation (1.22), $\theta(s)$ can be interpreted as a resistance coefficient, the intervention of the tangential velocity in the equation (1.22) comes from the fact that in our case the fluid can pass around the porous structure.

To formulate the resistance coefficient dependency for porous screens, [Pinker et Herbert \(1967\)](#) has shown that the resistance coefficient k can reasonably be considered as a product of a function of the solidity, $G(s)$, and a function f of the local Reynolds number in a pore. In our definition of Re_d , we use the upstream velocity of the fluid far from the mesh ; in order to take into account the changes in velocity close to the mesh, we define the local approach Reynolds number

$$Re_n = Re_d \frac{v_{In}}{v_0} \quad (1.57)$$

based on the scale of holes and the approach velocity that in our formulation corresponds to v_{In} . Among several fitted expressions for G with respect to the solidity, [Pinker et Herbert \(1967\)](#) found that $G(s) = -\theta(s)$, which exhibits the best agreement with their data.

The pressure drop depending also on the inclination of the surface, we have to consider in fact the function $f(Re_n, \beta)$, as first proposed by [Schubauer et al. \(1950\)](#). Since the

geometry of our porous screen is arbitrary, β should be considered as a local characteristic of the inclination of the surface of the screen relative to the direction of the laminar free flow in the far upstream. $\beta = 0$ means that the surface is parallel to the flow \mathbf{v}_0 . We thus propose the following relation for the pressure jump :

$$p_{II}(x_s, y_s, z_s) - p_I(x_s, y_s, z_s) = \frac{1}{2} \rho v_{I_t}^2(x_s, y_s, z_s) (1 - E^2(\psi_I, \chi_I)) + \frac{1}{2} \rho v_{I_n}^2(x_s, y_s, z_s) \theta(s) f(Re_n, \beta). \quad (1.58)$$

The expression of f is thus expected to be found experimentally. As far as we know, there is no general physical formulation of the pressure drop through the holes at the microscopic level that can cover all type of screens, and there is no general demonstration of an analytical expression of f for arbitrary porous screen shape. Therefore it is expected that some modifications are required for particular porous structures taking into account for instance the geometry of the holes. For screens composed of fibers, with an angle of attack β with the upstream flow, and for $10^{-4} < Re_n < 10^4$, [Brundrett \(1993\)](#) gives the following empirical expression of f :

$$f(Re_n, \beta) = \sin^2(\beta) \left(\frac{c_1}{Re_n \sin(\beta)} + \frac{c_2}{\ln(Re_n \sin(\beta) + 1.25)} + c_3 \ln(Re_n \sin(\beta)) \right), \quad (1.59)$$

where c_1 , c_2 and c_3 are real constants. In this model, equation 1.59, the first term corresponds to the laminar contribution, the second one to the turbulent friction and the last one is valid at large Reynolds number ([Brundrett 1993](#)). [Brundrett \(1993\)](#) obtain a good fitting with his data for wire mesh screens by taking $c_1 \approx 7.125$, $c_2 \approx 0.88$, $c_3 \approx 0.055$. [Bailey et al. \(2003\)](#) found also a good fitting with their data by taking $c_1 \approx 18$, $c_2 \approx 0.75$, and $c_3 \approx 0.055$. For the following sections of the article, we take the geometric mean of the different values $c_1 \approx 11$, $c_2 \approx 0.8$ and $c_3 \approx 0.055$. For high Re_n the function f behaves as a logarithmic function of the Reynolds number Re_n , while for low Re_n , the variation of f is much more pronounced (inverse function of the Reynolds number Re_n). We thus expect the viscous effects to be important for the typical flow speeds and mesh sizes considered in this work, and in applications such as fog harvesting and facemasks.

We thus use this empirical expression, which is in principle only valid for fibrous screens, to account for local viscous effects in our experiments. The last term in the pressure jump (equation (1.22)) is thus multiplied by $f(\beta, Re_n)$. This is carried through all the calculation. In particular, our equation to determine the source strength (1.54) is modified such that

$$-\frac{1}{8} \omega^4 \theta(s) f(Re_n, \beta) + \omega^2 \sin^2(\beta) (8\gamma_0 + \theta(s) f(Re_n, \beta) - 2) - 4\omega \sin(\beta) - 2 \sin^4(\beta) \theta(s) f(Re_n, \beta) = 0. \quad (1.60)$$

This equation has been solved using Python 3.9.5 and the method `fsolve` from `scipy.optimize`. In the following, we will keep and compare both formulations ((1.54) and (1.60)).

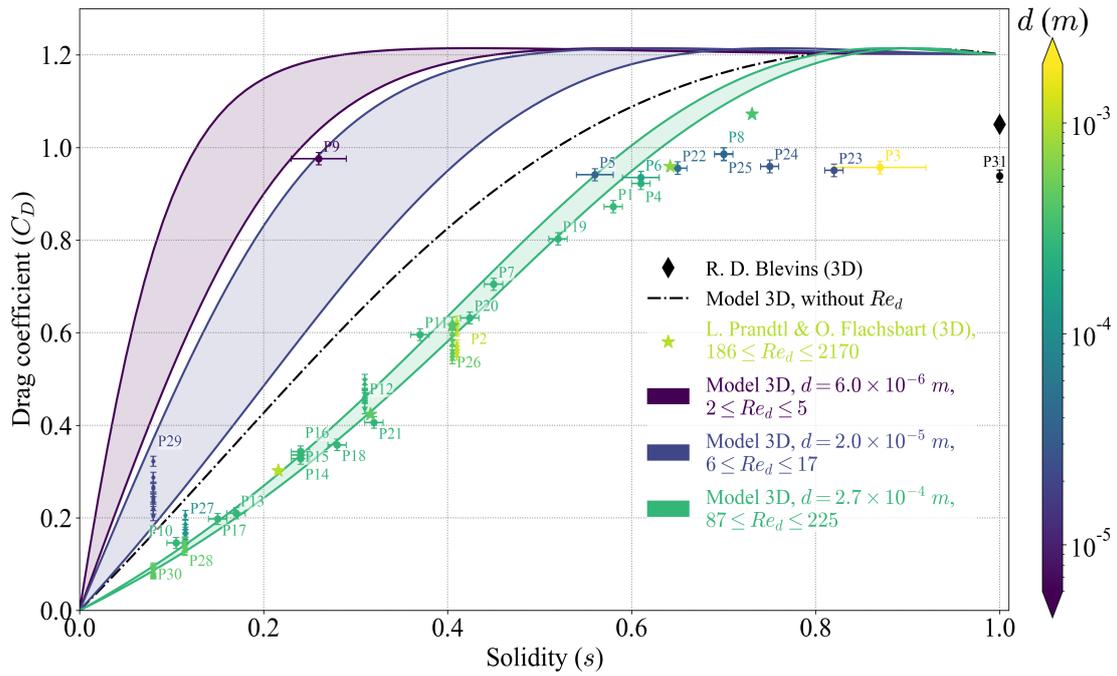


FIGURE 1.11 – Drag coefficient as a function of the solidity for various square porous screens normal to the free flow with different Re_d , and comparison between the three-dimensional model. The full lines are obtained with the three-dimensional model developed in this article, solution of equation (1.60). The black dash-dotted curve is the solution of equation (1.54), thus without taking into account Re_d .

For high solidity, and for a certain range of the two Reynolds number Re and Re_d , the term $\theta(s)f(Re_n, \beta)$ should behave as the inertial term of the Darcy-Forchheimer equation for porous media. For a porous screens composed of square fiber meshes the inertial term of the Darcy-Forchheimer equation calculated with the method of Wang *et al.* (2021) has a value reasonably close to $\theta(s)$ when $s \approx 0.9$. For very thin porous surface, as discussed by Teitel (2010), the concept of permeability for porous media involved in the equation of Darcy, and Darcy-Forchheimer, may not always hold for the pressure loss through screens depending on the regime of the flow. According to Brundrett (1993) and Bailey *et al.* (2003) the expression (1.59) seems to be valid over a larger flow regime.

1.4.2 Three-dimensional and viscous effects on the drag coefficient

As seen previously, our experiments suggest a strong effect of the local Reynolds number on the drag coefficient. We now compare in figure 1.11 our experimental results with the prediction of the 3D model, including local viscous effects using the function $f(Re_n, \beta)$. For all mesh Reynolds number Re_d , the trend of the curve remains globally the same : there is an approximately linear increase of the drag coefficient at low solidity before the curve flattens and reaches a plateau, which is well represented by the 3D model derived using the method proposed by Steiros *et Hultmark* (2018), i.e. without $f(Re_n, \beta)$ (equation (1.54)). However, the slope of the initial linear part strongly depends on Re_d : it decreases with increasing mesh Reynolds number Re_d for $Re_d < 10^3$.

Using our model, the equation (1.58) with the empirical formulation of Brundrett (1993), we obtain a good fitting with our data for solidity $s \leq 0.6$, for different Reynolds

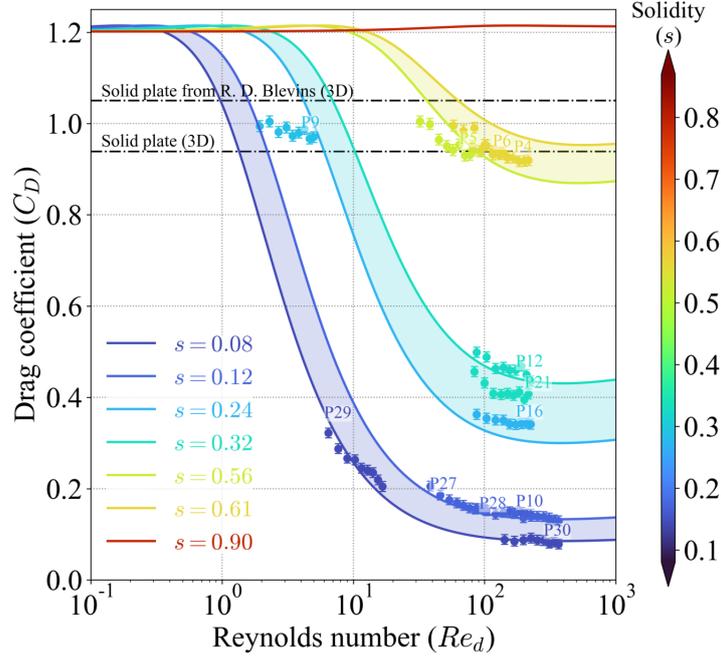


FIGURE 1.12 – Drag coefficient as a function of the Reynolds number Re_d for three different narrow ranges of solidities : $s = 0.1 \pm 0.02$, $s = 0.28 \pm 0.04$, $s = 0.585 \pm 0.025$. The bullets represent the experimental measurements, and the plain lines the results of our model (equation (1.60) taking into account the effect of mesh Reynolds number Re_d). The data points for the drag as well as the Reynolds number values are obtained for the velocity $5.0 \leq v_0 \leq 13 \text{ m.s}^{-1}$. The dash-dotted lines represent the value of the drag coefficient for a solid plate (3D) from our experiments and from [Blevins \(1992\)](#).

numbers. This shows the importance of both the 3D effects and the viscous effects through the local Reynolds number Re_d . In particular, for a given solidity, the drag coefficient strongly decreases for increasing Re_d , as are plotted in figure 1.12.

We indeed observe a strong effect of the mesh Reynolds number, that also depends on the solidity. We observe a decrease of drag coefficient with increasing Re_d that is well captured by the empirical formulation (equation (1.60)). This effect has also been observed for perforated plates by [de Bray \(1957\)](#). At low Re_d , all curves tend towards the value of the drag coefficient of a flat solid plate, i.e. no fluid is passing through the screen and most of it is deviated around. We then note rapid variations for intermediate values of Re_d ($5 < Re_d < 50$ depending on the solidity), to finally converge towards a constant value at high Re_d . This reduction of drag decreases with increasing solidity. As expected, for high solidity ($s = 0.9$), there are no effects of Re_d , as the flow through the screen is weak. We obtain a similar drag coefficient using the values for the constants c_1 , c_2 and c_3 from either [Brundrett \(1993\)](#) or [Bailey et al. \(2003\)](#). Indeed we see that for all solidity and moderate Reynolds number $Re_d = \mathcal{O}(200)$ which corresponds to most of the screens we tested, the difference is small ($1 \leq \frac{C_D(\text{Bailey})}{C_D(\text{Brundrett})} \leq 1.05$), and the difference is even lower with increasing Reynolds number Re_d . For low Reynolds number $Re_d = \mathcal{O}(5)$, the difference is however higher.

To further check the validity of our model, we made screens that have the same solidity

but different hole size and number, keeping however Re_d constant (see Table 1.1 for $s = 0.24$ (P14, P15 and P16) and $s = 0.7$ (P8 and P25)), but still with a periodic distribution. As expected from our model, we do not observe any difference in the drag coefficient within the bounds of the measurement uncertainty, demonstrating that for these regular screens, the friction coefficient depends only on s and Re_d .

1.4.3 Flow visualisation

We can gain some insights into those behaviours by plotting the streamlines and velocity magnitude of the flow around and through the screen with our model (figure 1.13).

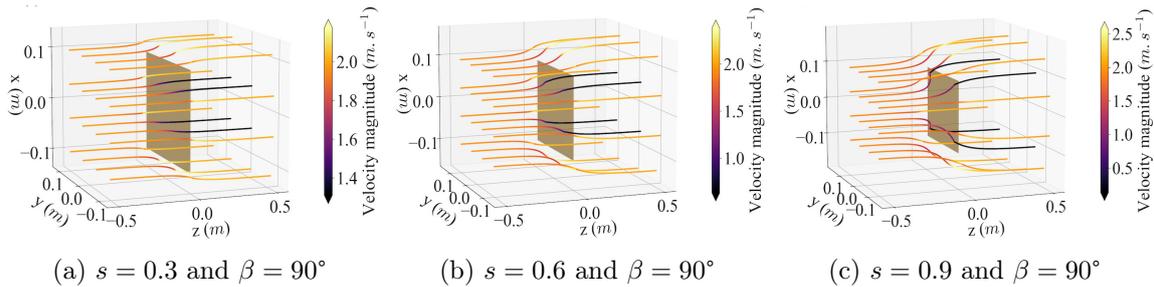


FIGURE 1.13 – Streamlines and velocity magnitude obtained with the three-dimensional model for a square screen normal to the flow at $v_0 = 2.0 m.s^{-1}$ for different solidities and the pressure jump defined in equation 1.22 (thus without dependency on the mesh Reynolds number Re_d).

For a screen normal to the flow, we observe that as the solidity increases, a larger part of the flow is deviated around the screen and that the flow is strongly slowed down in front of the screen, which is consistent with the measured increase of drag coefficient (figure 1.13a-1.13c).

This analysis is taken further by plotting in figure 1.14 both the PIV measurements (as described in section 1.2) in the symmetry plane of the screen, as well as the theoretical predictions using the pressure jump equation (1.22) for the sake of simplicity (thus not accounting for mesh Reynolds number Re_d effect). As the solidity increases, we can observe a stronger attenuation of the velocity behind the screen, a larger deviation of the flow around the screen, as well as the apparition of a slower region upstream of the screen. We note that the theoretical prediction of the velocity magnitudes are in good agreement with the measured velocities even for the velocity attenuation downstream in the wake. We also observe that the attenuation of the velocity upstream is well captured by the model. However, for high solidity, the width of the wake appears larger in experiments than in the model, which might also be due to the presence of a thicker frame around the mesh in the experiments. Indeed, as observed in the streamlines in figure 1.5, there are vortices attached to the edges of the frame that may impact both the normal velocity and the shape of the wake.

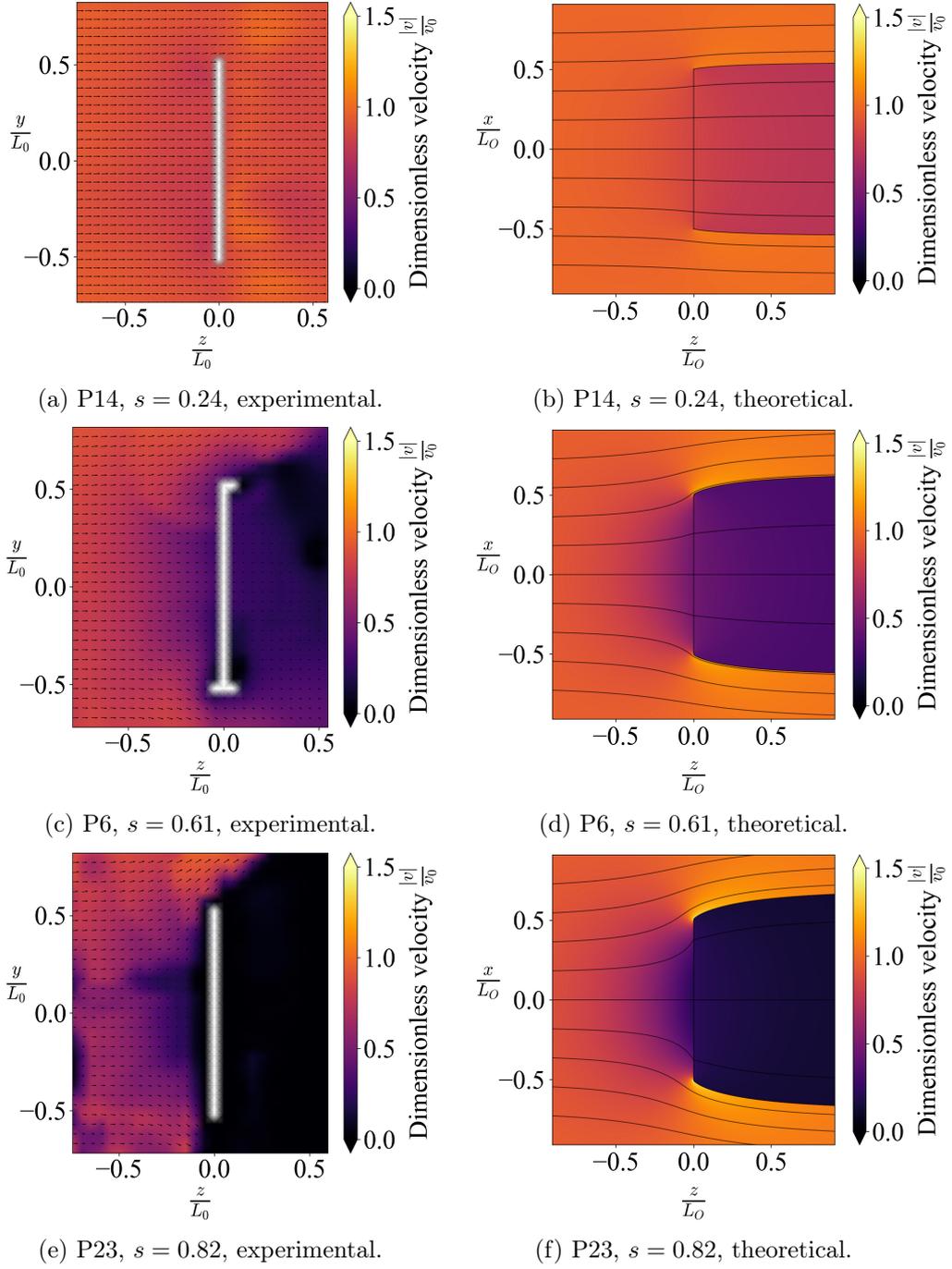


FIGURE 1.14 – Comparison between the three-dimensional theoretical model and our experiments for the prediction of the velocity field in the (z, x) plane with $y = 0$ for three different solidities (low, moderate and high). The theoretical velocity field has been obtained using the theoretical pressure jump law (equation (1.22) and (2.2)). Uncertainties on the velocities are estimated to be around $0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1.4.4 Champ de vitesse normale au filet

Dans le modèle l'hypothèse d'une distribution de source constante conduit à une vitesse constante sur la surface poreuse. Nous pouvons nous demander dans quelle mesure cela est une hypothèse vérifiée. Nous avons donc mesuré, pour différentes vitesses amont v_0 , la vitesse normale v_n à l'aide d'un fil chaud que nous avons calibré dans une soufflerie (55P11, Mini-CTA, Dantec Dynamics, celui dont la calibration est présentée précédemment). Nous mesurons la vitesse sur une ligne dans un plan de symétrie du filet pour une raison pratique : en effet dans un plan central orthogonal à la surface poreuse, la vitesse de l'écoulement n'a a priori que deux composantes, ce qui réduit l'incertitude de mesure avec un fil chaud uni-axial. Le fil chaud doit être positionné de telle sorte que le fil reste dans ce plan (z, x), comme montré sur la figure 1.15, à une distance e_{fc} de la surface. D'après [Champagne et al. \(1966\)](#), la vitesse mesurée v_m est égale à

$$v_m = v \sqrt{\cos^2(\beta) + k^2 \sin^2(\beta)} \text{ avec les composantes de } \mathbf{v} : \begin{cases} v_n = v \cos(\beta) \\ v_t = v \sin(\beta) \end{cases} \quad (1.61)$$

où k est le coefficient de sensibilité angulaire et β l'angle que fait le vecteur de la vitesse locale \mathbf{v} au centre du fil chaud avec le vecteur \mathbf{e}_z .

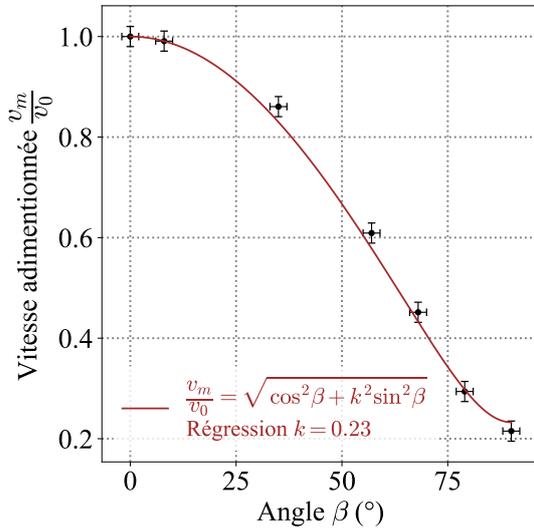


FIGURE 1.16 – Sensibilité angulaire du fil chaud 55P11.

expérimentalement pour notre fil chaud : nous avons mesuré la vitesse de l'écoulement en fonction de l'angle que ce dernier fait avec le fil chaud (c'est-à-dire β), nous montrons cette sensibilité angulaire sur la figure 1.16. Nous retrouvons bien la loi² de variation de

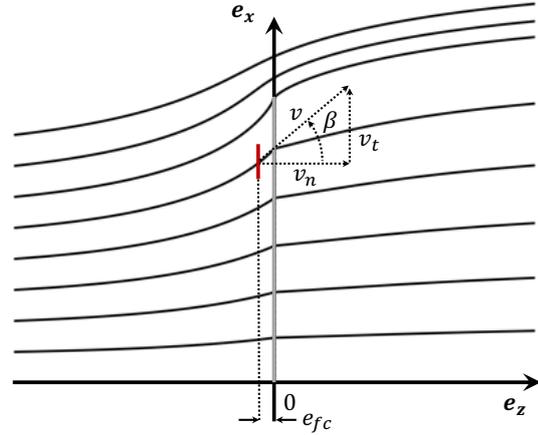


FIGURE 1.15 – Position du fil chaud (rouge).

Dans cette équation nous avons négligé les effets de la fluctuation turbulente de la vitesse. Ce coefficient k dépend du rapport entre la longueur du fil chaud et son diamètre, lorsque celui-ci est infini la chaleur transportée par la composante tangentielle de la vitesse v_t ne change pas la température du fil chaud et donc $k = 0$. Toutefois, pour un fil de longueur finie, il y aura une contribution de cette composante de la vitesse. Dans notre cas, le rapport entre la longueur du fil chaud et son diamètre est très grand, $\frac{l_{fc}}{d_{fc}} \approx 250$ (avec $l_{fc} = 1.25 \times 10^{-3} \text{ m}$ et $d_{fc} = 5.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ pour le modèle utilisé). Par conséquent, d'après [Webster \(1962\)](#), [Champagne et al. \(1966\)](#) et [Farsad et al. \(2019\)](#) on s'attend à ce que $k \approx 0.2$. C'est en effet ce que l'on trouve

2. Notons que d'autres lois ont été proposées ([Bruun et Tropea \(1985\)](#)), en particulier le coefficient k est susceptible de dépendre de la vitesse de l'écoulement qui a un impact sur la conduction thermique. Dans notre cas toutefois la gamme de variation de la vitesse est restreinte.

la vitesse en fonction de l'angle β donnée par l'équation (1.61), une régression nous donne $k = 0.23$ très proche de ce qu'obtiennent également Webster (1962), Champagne *et al.* (1966) et Farsad *et al.* (2019). Nous cherchons à mesurer la composante normale v_n de l'écoulement au niveau de la surface poreuse. L'équation (1.61) a deux inconnues : l'angle β et la norme de la vitesse locale v . Par conséquent, il faudrait dans l'idéal deux mesures. Notons une première mesure v_{m_1} réalisée à un angle β (fil chaud parallèle à la surface le long de la ligne centrale comme indiquée sur la figure 1.15) et une deuxième mesure v_{m_2} réalisée à un angle $\beta + \frac{\pi}{2}$ (fil chaud perpendiculaire à la surface). D'après l'équation (1.61) on a donc

$$\begin{cases} v_{m_1} = v\sqrt{\cos^2(\beta) + k^2\sin^2(\beta)} \\ v_{m_2} = v\sqrt{\cos^2\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) + k^2\sin^2\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)}, \end{cases} \quad (1.62)$$

d'où l'on déduit

$$\begin{cases} v = \sqrt{\frac{v_{m_1}^2 + v_{m_2}^2}{1 + k^2}} \\ \beta = \arctan\left(\sqrt{\frac{v_{m_2}^2 - k^2v_{m_1}^2}{v_{m_1}^2 - k^2v_{m_2}^2}}\right). \end{cases} \quad (1.63)$$

Ainsi, à partir de ces deux mesures, la vitesse normale au filet sera égale³ à

$$v_n = \sqrt{\frac{v_{m_1}^2 - k^2v_{m_2}^2}{1 - k^4}} \quad (1.64)$$

Que peut-on dire si nous ne faisons qu'une seule mesure v_{m_1} ? C'est une question que nous nous sommes posées dans la mesure où positionner le fil chaud proche de la surface poreuse et perpendiculairement à elle est expérimentalement difficile (il y a notamment des risques de le casser). On peut évidemment majorer v_n en négligeant la composante tangentielle. On peut aussi minorer v_n en majorant v_{m_2} par v_0 (en effet, dans l'approximation potentielle il n'est pas possible que la vitesse tangentielle au filet soit supérieure à v_0 par conservation de la quantité de mouvement sur une ligne de courant devant la surface poreuse⁴), c'est d'ailleurs une minoration assez grossière. On peut donc encadrer v_n à partir d'une seule mesure v_{m_1} par :

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{v_{m_1}}{v_0}\right)^2 - k^2}{1 - k^4}} \leq \frac{v_n}{v_0} \leq \frac{v_{m_1}}{v_0} \frac{1}{\sqrt{1 - k^4}}. \quad (1.67)$$

3. En supposant $v_{m_1} > kv_{m_2}$

4. Prenons une ligne de courant et supposons l'écoulement potentiel en amont de la surface poreuse, alors on a d'après la loi de Bernouilli :

$$\frac{v_t^2}{v_0^2} = 1 - \frac{p_I - p_0}{\frac{1}{2}\rho v_0^2} - \frac{v_n^2}{v_0^2}, \quad (1.65)$$

où p_I est la pression devant la surface, p_0 étant la pression loin en amont. On sait que $p_I - p_0 > 0$, est maximum au centre de la surface et diminue sur les bords, dans le pire des cas, cette pression est nulle sur les bords, d'où

$$\frac{v_t^2}{v_0^2} \leq 1 - \frac{v_n^2}{v_0^2} = \sin^2(\beta), \quad \text{où } \beta \text{ dépend de la solidité de la surface.} \quad (1.66)$$

La longueur de l'intervalle d'encadrement de la vitesse normale est

$$I_n = \frac{1}{\sqrt{1-k^4}} \left(\frac{v_{m1}}{v_0} - \sqrt{\left(\frac{v_{m1}}{v_0}\right)^2 - k^2} \right), \quad (1.68)$$

et sa valeur maximale est $\frac{k}{\sqrt{1-k^4}} = 0.23$ ce qui peut donc être significatif. L'incertitude de mesure associée à la valeur $\frac{v_{m1}}{v_0}$ est $\sigma\left(\frac{v_{m1}}{v_0}\right) = 0.02$, on a $I_n < 2\sigma\left(\frac{v_{m1}}{v_0}\right)$ tant que $\frac{v_{m1}}{v_0} > 0.69$, ce qui est en pratique presque toujours le cas pour les filets explorés dans ce chapitre (par exemple, pour une solidité de $s = 0.5$ on a $\frac{v_{m1}}{v_0} \approx 0.65$). Donc v_{m1} est une bonne mesure de la vitesse normale v_n tant que $\frac{v_{m1}}{v_0} > 0.69$. Au-delà, l'intervalle I_n s'élargit et l'incertitude de mesure de v_n augmente.

Nous avons donc mesuré la vitesse normale pour différents poreux dans la configuration montrée sur la figure 1.15 uniquement, en faisant varier la position du fil chaud le long du poreux, tout en conservant une distance $e_{fc} = 1.0 \pm 0.5 \text{ mm}$ à la surface : on se trouve en dehors d'une éventuelle couche limite⁵. Les incertitudes sont prises d'après l'encadrement défini à l'équation (1.67) lorsqu'elles sont supérieures à $\sigma\left(\frac{v_{m1}}{v_0}\right) = 0.02$, ne pouvant faire mieux avec une unique mesure.

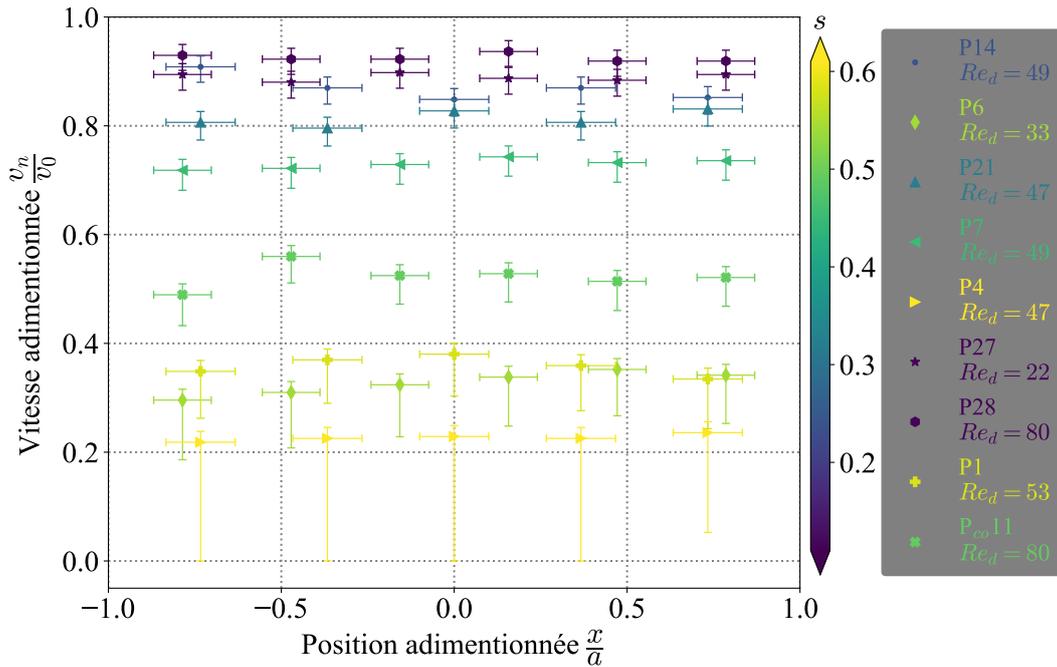


FIGURE 1.17 – Vitesse normale v_n adimensionnée par la vitesse en amont $v_0 = 2.84 \text{ m.s}^{-1}$ en fonction de la position x adimensionnée par la demie longueur $a = 0.05 \text{ m}$ des filets. Les barres d'incertitudes sont calculées avec l'encadrement (1.67). La majorité des surfaces poreuses utilisées sont celles décrites dans le chapitre 1. Nous avons calculé le nombre de Reynolds local Re_d à partir de la vitesse v_0 . La solidité est indiquée par la barre verticale à droite du graphique.

5. Si on prend par exemple un écoulement laminaire de Blasius, l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de $\delta_{0.99} = 5\sqrt{\frac{\nu x}{v_0}}$, (épaisseur pour laquelle la vitesse dans la couche limite est égale à 99 % celle de la vitesse v_0). Ce qui donne un ordre de grandeur de $\mathcal{O}(1) \text{ mm}$ pour une plaque solide, on s'attend que pour une surface poreuse celle-ci est moindre.

Ces résultats sont montrés sur la figure 1.17. D'un part, nous observons que la vitesse normale diminue lorsque la solidité augmente (la solidité est indiquée sur la barre verticale à droite de la figure 1.17). Nous constatons d'autre part que la vitesse normale, pour les solidités inférieures à 0.5, varie très peu le long de la surface (sur la ligne centrale). Pour les solidités les plus grandes, la conclusion est moins claire du fait de l'incertitude résultant de notre méthode de mesure. Nous avons donc réalisé une série de doubles mesures v_{m_1} et v_{m_2} à haute solidité pour réduire les incertitudes concernant la vitesse normale. Les mesures sont synthétisées dans le tableau 1.2 ci-dessous. Les mesures de valeur 0.00 dans le tableau (tension mesurée égale à celle obtenue sans écoulement) indiquent probablement que la vitesse est plus faible que le seuil de détection du fil chaud ($\frac{v_{m_1}}{v_0} < 0.02$). On constate que la vitesse est très faible devant le poreux mais que la vitesse tangentielle augmente plus significativement sur les bords pour la plaque pleine, ce qui est cohérent avec le modèle comme on peut le constater sur les figure 1.14 où l'on voit que l'amplitude de la vitesse augmente sur les bords et est plus faible au centre de la surface. Toutefois on constate que la vitesse mesurée en plaçant le fil chaud orthogonalement à la surface $v_{m_2} \leq 0.40v_0$ ce qui est déjà plus faible que l'hypothèse que nous avons faite pour l'encadrement des incertitudes ($v_{m_2} \leq 1v_0$), ce qui donne lieu à des incertitudes sur la figure 1.17 plus petites. Pour une solidité de $s = 0.6$, c'est encore plus significatif, on a désormais plus que $v_{m_2} \leq 0.08v_0$ sur les bords. En utilisant cette majoration de v_{m_2} on aboutit à des incertitudes sur la mesure de $\frac{v_n}{v_0}$ toujours inférieures à 0.02. On en conclut que jusqu'à une solidité de 0.6 et pour les Reynolds considérés associés (inscrits sur la figure 1.17), la vitesse varie très peu sur la ligne centrale du poreux.

| N° poreux | $\frac{v_{m_1}}{v_0}$ | $\frac{v_{m_2}}{v_0}$ | Position $\frac{x}{a}$ |
|-----------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| P31 | 0.00 | 0.37 | 0.86 |
| | 0.00 | 0.02 | 0.56 |
| | 0.00 | 0.00 | 0.18 |
| | 0.00 | 0.00 | -0.18 |
| | 0.00 | 0.06 | -0.56 |
| | 0.00 | 0.40 | -0.86 |
| P6 | 0.13 | 0.08 | 0.90 |
| | 0.14 | 0.02 | 0.58 |
| | 0.13 | 0.00 | 0.22 |
| | 0.14 | 0.00 | -0.18 |
| | 0.14 | 0.00 | -0.56 |
| | 0.11 | 0.02 | -0.94 |

TABLE 1.2 – Valeurs expérimentales d'une double mesure v_{m_1} et v_{m_2} pour la plaque pleine P31 et le poreux P6 ($s = 0.61$).

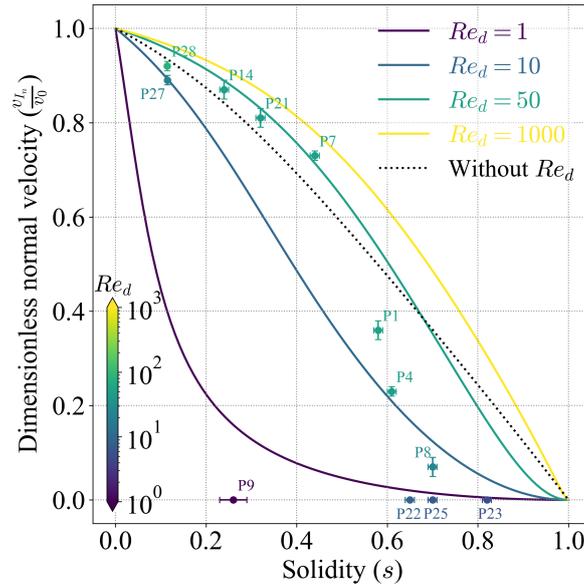


FIGURE 1.18 – Dimensionless normal velocity $\frac{v_{In}^n}{v_0}$ obtained with equation (1.60) for the solid lines, and with equation (1.54) for the dotted black line. The bullets represent the experimental measurements obtained using a hot wire anemometer.

1.4.5 Flow deviation around the screen

By mass conservation and since the normal velocity is assumed constant on the surface in this study, the proportion of the incoming fluid that goes through the screen is directly given by the dimensionless normal velocity $\frac{v_n}{v_0}$. We measured this velocity experimentally⁶. In figure 1.18 we plot this ratio $\frac{v_{In}^n}{v_0}$ as a function of the solidity s for different meshes, i.e. different Re_d as presented in table 1.3. For high mesh Reynolds number and low solidity the model exhibits good agreements with the data. However, we observe a strong effect of Re_d on the normal velocity : notably, for small mesh Reynolds number Re_d the normal velocity drops more rapidly than predicted by the model. The model also overpredicts the normal velocity for high solidity. For screens commonly used for fog harvesting ($Re_d = \mathcal{O}(100)$), the normal velocity in the case where Re_d is taken into account can be up to 21% greater than the normal velocity in the case where Re_d is not taken into account (according to our theoretical results, this is true for $0.25 < s < 0.75$), and is thus not negligible. These data are coherent with the PIV measurements.

| Screen number | P1 | P4 | P7 | P8 | P9 | P14 | P19 | P21 | P22 | P23 | P25 | P27 | P28 |
|------------------------|----|----|----|----|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Reynolds number Re_d | 53 | 47 | 49 | 24 | 0.16 – 3.5 mean 0.75 | 49 | 47 | 47 | 9.1 | 5.0 | 6.7 | 22 | 80 |

TABLE 1.3 – Reynolds number Re_d calculated with the fiber diameter d as characteristic size and with a velocity $v_0 = 2.84 \text{ m.s}^{-1}$ and a kinematic viscosity $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

On Figure 1.19 we plot the dimensionless tangential velocity distribution on the porous

6. We used a constant temperature anemometer from *Dantec Dynamics* (MiniCTA, with probe 55P11, tungsten wire with diameter $5 \mu\text{m}$ and length 1.25 mm , precision of 0.01 m.s^{-1} , minimum velocity of 0.20 m.s^{-1})

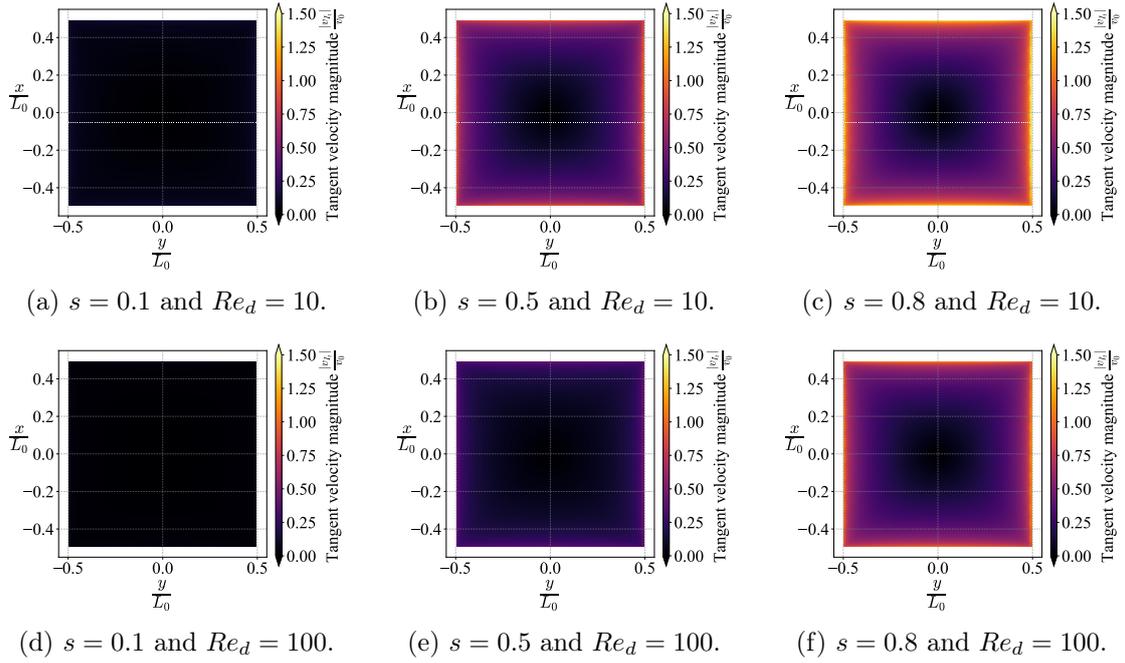


FIGURE 1.19 – Dimensionless tangential velocity magnitude $\frac{|v_{I_t}|}{v_0}$ on the screen surface obtained with the three-dimensional model for a square screen normal to a flow for different solidities and Reynolds numbers (equation (1.60) taking into account the effect of mesh Reynolds number Re_d). a), b) and c) for $Re_d = 10$. d), e) and f) for $Re_d = 100$.

surface for different solidities s and Reynolds number Re_d . We see that the tangential velocity is much lower than v_0 for a large part of the screen. We thus expect important differences in the streamlines that are deviated around the screen when the solidity or Re_d varies.

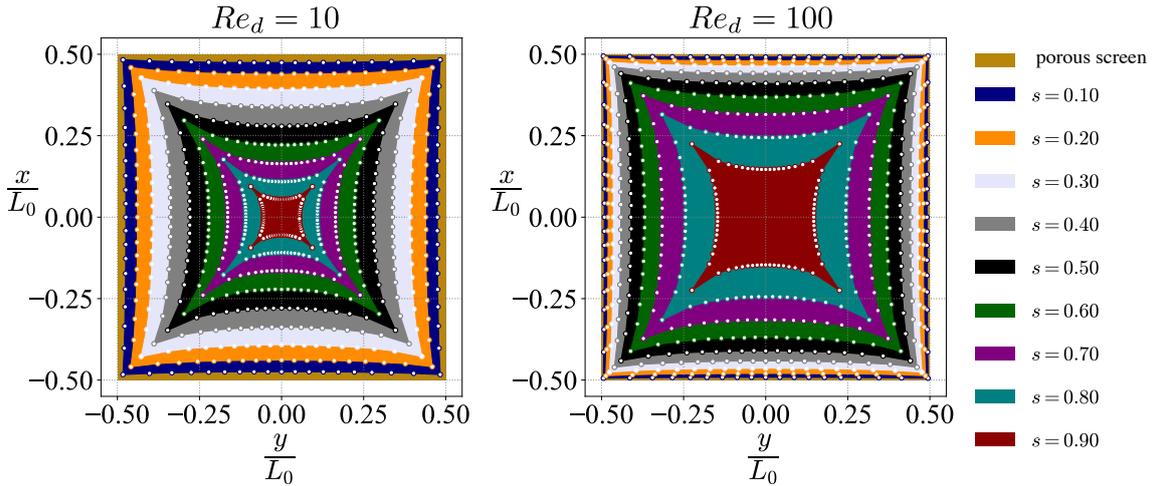


FIGURE 1.20 – Upstream section S_a of the streamtube containing all the fluid passing through the surface, at $z = -\infty$, seen from the front, for $Re_d = 10$ and $Re_d = 100$

In Figure 1.20 we give a representation of the proportion of the fluid passing through the porous surface (and thus the proportion of the fluid going around it), for different

solidities and Reynolds number $Re_d = 10$ and $Re_d = 100$. The contours of these sections S_a represent the separation between the fluid going through the surface and the fluid going around the surface at $z = -\infty$, i.e. the section of the streamtube or separation surface. If we place a passive tracer inside these sections at $z = -\infty$ then the passive tracer will flow across the surface. We observe a clear effect of the 3D nature of the flow on these separation surfaces. As measured in our experiments, the separation distance along a diagonal is much higher than along the transverse direction, and this effect is amplified as s increases and Re_d decreases. The fraction $\frac{S_a}{S_0}$ is always equal to $\frac{v_n}{v_0}$. However, in applications such as filtration or fog harvesting, where the main drop capture mechanism is inertial impact (Moncuquet *et al.* 2022), the tangential velocity and the shape of the streamlines are expected to impact the amount of droplets that leave the streamlines and are collected on the fibers.

1.4.6 Drag coefficient for low angle of attack

We then vary the orientation angle of the screen in the flow β . When the orientation angle is increased away from the normal incidence, the deviation of the streamlines is less important and the velocity is slightly higher (figure 1.21a-1.21b). For the extreme case of a solid plate in figure 1.21c, two streamlines are deviated along the plate, the flow slows down first and increases again with a peak value above the plate as the fluid particle leaves it and is re-entrained in the surrounding flow. However, if the asymptotic behavior of the model may provide some indications about the global flow and the aerodynamic forces, it is expected to be outside of the assumptions of the model as discussed in the next section.

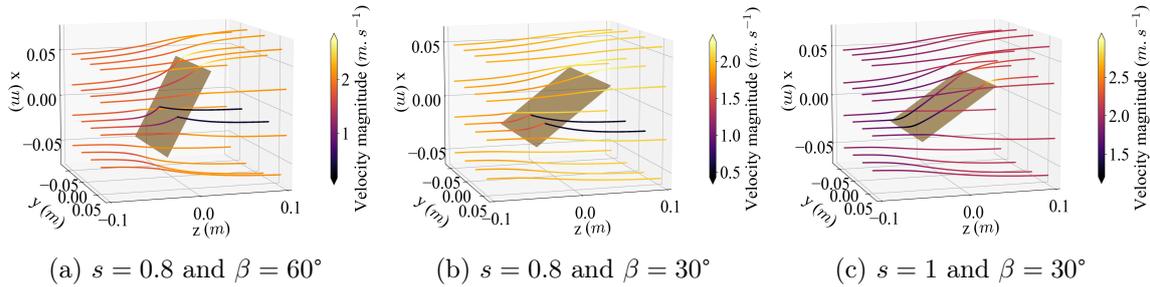


FIGURE 1.21 – Streamlines and velocity magnitude obtained with the three-dimensional model for a square screen inclined to a flow at $v_0 = 2.0 \text{ m.s}^{-1}$ for different solidities and the pressure jump defined in equation 1.22 (thus without dependency on the mesh Reynolds number Re_d).

The experimental results are compared with our model for the two angles $\beta = 65^\circ$ and $\beta = 43^\circ$ on figure 1.22. As for panels at a normal incidence, the drag coefficient increases with increasing solidity. The drag coefficient decreases with decreasing angle of attack, i.e. as we get further away from the normal incidence. Our model is in good agreement with the experimental data at $\beta = 65^\circ$ (figure 1.22a). However, it underestimates the drag at orientations further from the normal incidence ($\beta = 43^\circ$ Fig 1.22b). In the case of an inclined porous screen composed of fibers, the effective solidity should increase as the angle of attack decreases. The use of this effective solidity would result in shifting our data closer to the yellow curve ($87 \leq Re_d \leq 225$) in figure 1.22b. We finally observe that both the slope of the linear part and the final value at $s = 1$ depend on the angle and that the drag coefficient decreases with decreasing angle.

In addition, our model predicts a maximum of the drag coefficient at high solidity, as shown in figure 1.4 (or 1.11) and more pronounced in figure 1.22. Such a non-monotonic

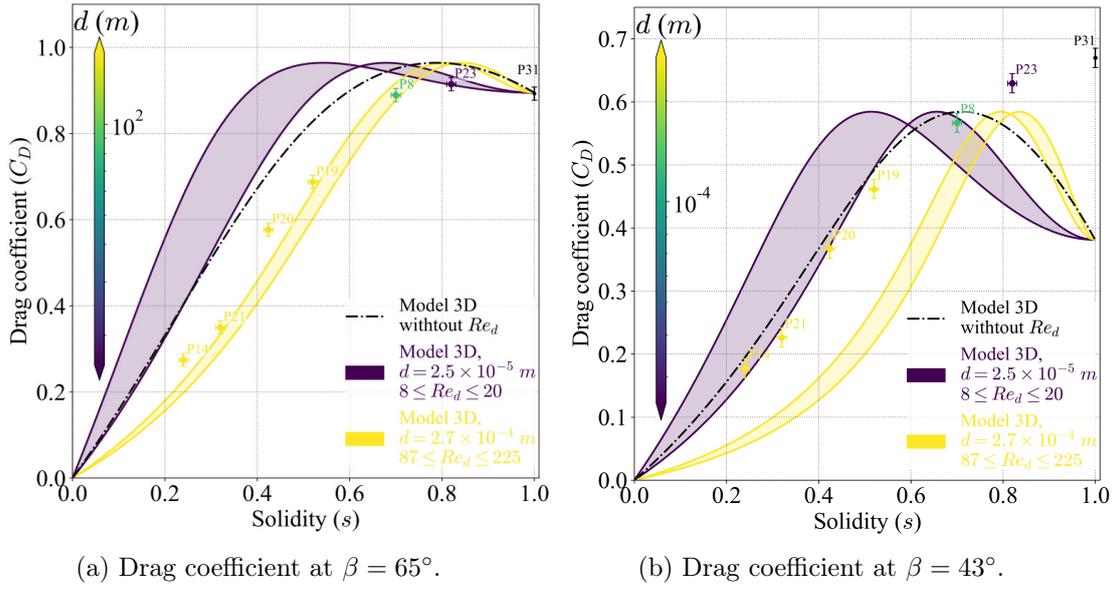


FIGURE 1.22 – Comparison between the three-dimensional model and our experiments for the prediction of the drag coefficient at two angles of inclination for various porous square screens (a) $\beta = 65^\circ$ (b) $\beta = 43^\circ$ using equation (1.54). The black dash-dotted line is the theoretical result obtained with equation (1.60).

behaviour of the drag coefficient of permeable shells with solidity has been shown and demonstrated in the viscous regime for Stokes flow by [Ledda et al. \(2021\)](#). In our case, at high Re_L and a square screen normal to the flow, several of the porous screens have indeed (on average) a higher drag coefficient than a solid screen (e.g. for P3, P5, P8, P9, P22, P23, P24 and P25). However, due to the uncertainty and the interference drag with the frame used for the support of the screens (see Appendix B.3), the difference is not significant enough to draw a clear conclusion. We do not observe such a maximum in our measurements for inclined plates at an angle 43° . However, for an angle of 65° the drag coefficient of the screen *P23* is on average higher than the solid screen. It is also possible that in our experiments we were outside the flow regime for such a non-monotonic behavior in the drag coefficient.

1.5 Model extensions

1.5.1 Vena contracta

In our model, as done also by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#), we neglected the possible contraction of the flow within the holes. Considering the vena contracta within the pores, as shown in figure 1.23, the characteristic velocity immediately upstream given by eq. (1.18), i.e. the mean velocity after contraction of the flow within the holes v_{h1} , can be expressed as

$$v_{h1} = \frac{v_{In}(x_s, y_s, z_s)}{C(1-s)}, \quad (1.69)$$

where C is the contraction coefficient. This implies that the coefficient $\theta(s)$ given in eq. 2.2 is

$$\theta(s) = 1 - \frac{1}{C^2(1-s)^2}. \quad (1.70)$$

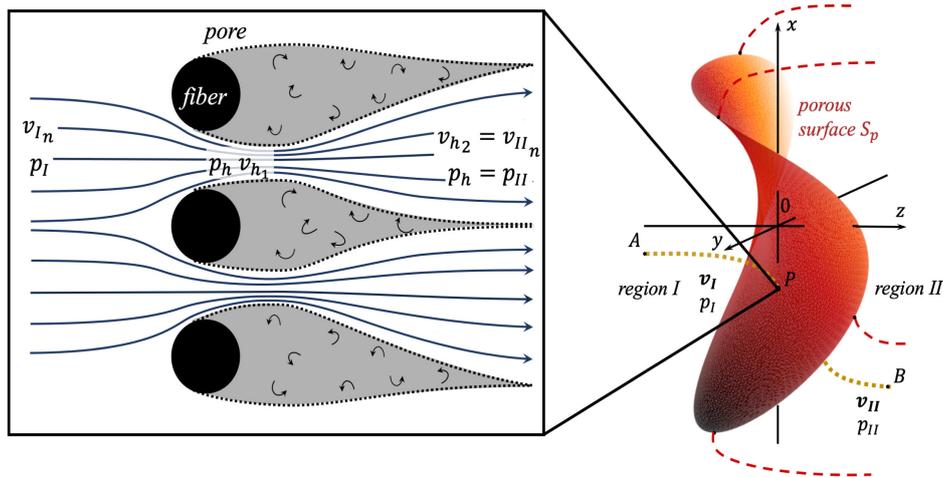


FIGURE 1.23 – Diagram of the flow at the scale of the pores in case of parallel fibers (left), and corresponding imaginary surface as used in the model (right).

As far as we know, there are no measurements of vena contracta for screens constituted of fibers and especially in the three-dimensional case of free flow⁷. [Simmons et Cowdrey \(1945\)](#) performed measurements of the velocity profile behind a porous screen made of a square mesh of woven material spanning a section of a channel and suggest an estimate of the vena contracta assuming a uniform velocity $v_{h_1} = v_0$ in the holes. In these experiments the screens are made of circular rods with diameter ranging from 0.112 to 0.373 mm arranged in a square mesh. The velocity used was from 2.44 to 10.36 $m \cdot s^{-1}$. The local Reynolds number Re_d thus varies from 18 to 248, which is the same order of most of the porous screens used in our experiments. For a solidity $s \approx 0.5$ the coefficient C should be between 0.9 and 1.0. Note that with the formulation (1.70), if $C \neq 1$, the limit $s = 0$ leads to a non-zero pressure difference, suggesting that C may depend on the solidity s at least for low solidities. We note that if the contraction of the flow is not neglected in $\theta(s)$, i.e. $C \neq 1$, there is an increase of the drag coefficient compared to the curve plotted in figure 1.10a. We would thus still overestimate the drag compared to our data in figure 1.4.

7. A visualisation of the flow at the scale of the fibers for different porous screens is shown in chapter 2 section 2.5.

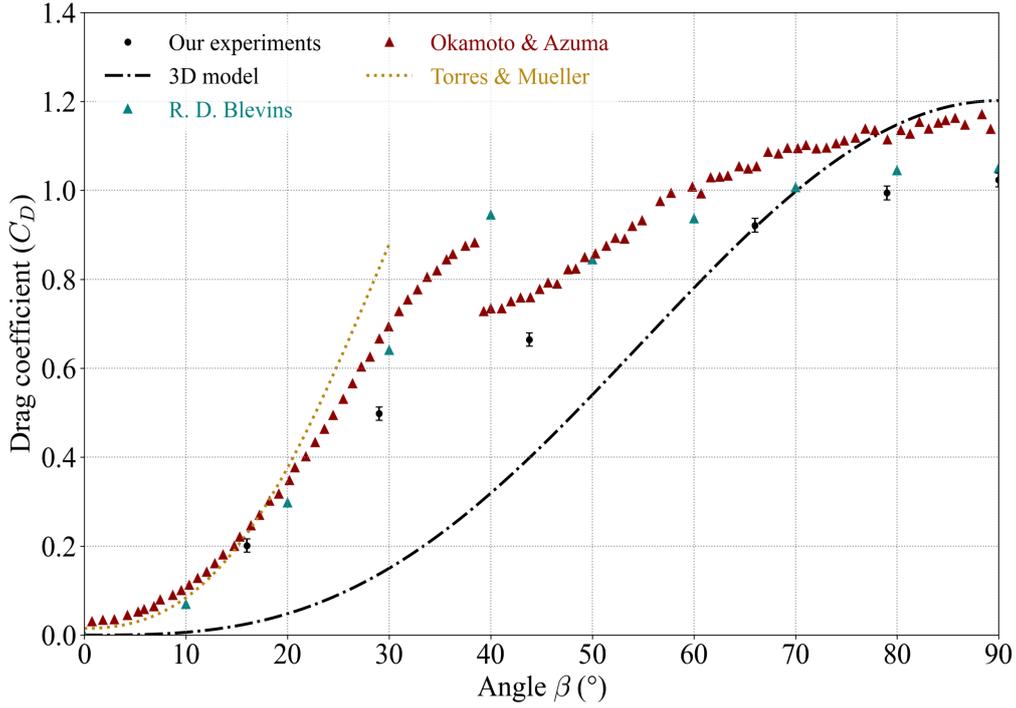


FIGURE 1.24 – Comparison between the drag coefficient prediction of the three-dimensional model and the experimental measurement for a square plate in a free flow for different angle of inclination. Data are added from Blevins (1992), Okamoto et Azuma (2011) and Torres et Mueller (2004).

1.5.2 Asymptotic behaviour at large solidities

Although the model is built for porous surfaces, it is interesting to explore its asymptotic behavior when the solidity tends to 1. In this limit, one can question whether a porous description of the surface is still valid.

When the screen tends to a solidity equal to one, we can obtain an expression of the drag coefficient. Taking the equation (1.60), dividing by $\theta(s)$ which tends to $+\infty$ when $s \rightarrow 1$, we have

$$(\omega^2 - 4 \sin^2(\beta))^2 = 0. \quad (1.71)$$

Therefore (excluding the case when ω is negative which would not corresponds to the type of flow we study in this paper) we obtain

$$\omega = 2 \sin(\beta), \quad (1.72)$$

which gives $v_{In} = 0$ as expected. Introducing this value into the expression of the drag coefficient gives

$$C_D = 2 \sin^3(\beta) (1 - 4\gamma_0). \quad (1.73)$$

Note that the solid drag coefficient does not depend on the assumption of the pressure loss across the screen through the expression of $\theta(s)f(Re_n, \beta)$ (in equation (1.58)) as expected.

We measured the drag coefficient as a function of the angle of attack for a square plate at solidity 1. We plotted the result in figure 1.24, and as we can see, there is a gap between

the prediction (1.73) and the experimental value of the drag coefficient especially at low angle of attack.

Several explanations for this gap can be listed. First, for solid plate, assuming a no slip boundary condition, the tangential component of the velocity on the surface is equal to zero and increases gradually in the boundary layer. Here, this component of the velocity is not equal to zero but takes a value which corresponds to the conservation of the pressure head along the streamlines in region I. Moreover, it is clearly possible that the pressure difference $p_I - p_{II}$ is not always well determined through the assumptions of the model, especially for low angle of attacks (or particular shapes) where detachment of the boundary layer and the formation of separation bubbles can occur which strongly affects the pressure distribution around the surface (Crompton et Barrett (2000)). Finally, the assumption that the distribution of sources is constant on the surface may not be justified for inclined screens of high angle of attack.

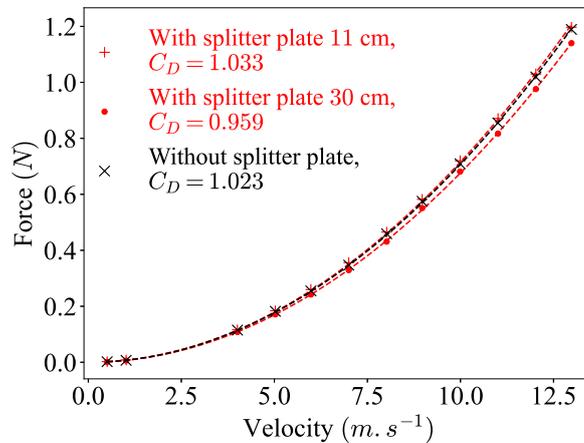


FIGURE 1.25 – Comparison of the drag force F_D with and without a splitter plate for a solid plate (without frame support) of dimensions $11.0 \times 11.0 \text{ cm}^2$ and thickness 3 mm . The fitting curves are obtained using a quadratic law.

1.5.3 Vortex shedding

Our model is only valid for a steady wake, i.e. without vortex shedding. This could be taken into account, but is beyond the scope of the current study. However, we believe vortex shedding has little influence on our experimental results. For instance, it has been shown that vortex shedding was suppressed for the flow past a porous cylinder (Ledda *et al.* (2018)). In fact, in our flow field measurements, we do not see any vortex shedding close to the plate. To evaluate the influence of the vortex shedding on our measurements, we used two splitter plates of different length located in the wake as done by Steiros et Hultmark (2018). We note that this method was proposed for a 2D flow, and might not apply directly to our 3D configuration. In fact, we are not aware of experiments to suppress vortex shedding in 3D but we believe that splitter plates can still give pertinent information on vortex shedding. Following Apelt et West (1974), for Reynolds number in the range $10^4 < Re < 5 \times 10^4$, which corresponds to our case, the use of a splitter plate 3 times longer than the plate already suppresses the vortex shedding. In our experiments the splitter plate has the same height as the solid plate on which drag is measured but with length 11 cm and 30 cm and thickness of 3 mm . Figure 1.25 shows the measured drag force for a solid plate (solidity equal to 1, square of $11.0 \times 11.0 \text{ cm}^2$, 3 mm thickness)

with and without a splitter plate. We see a reduction of the drag coefficient of 0.07 with a splitter plate three times longer than the plate. This difference is expected to be less and less significant with decreasing solidity.

While these results are not sufficient to rule out completely the effect of vortex shedding, we note that vortex shedding increases the drag significantly and reduces the base pressure, as seen in drag measurements in 2D by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#); these effects cannot explain the difference between the theory and the experimental data since suppressing vortex shedding could lead to a lower value of the drag coefficient compared to our measurements, thus the difference between the theoretical model and the data would be more important.

1.6 Conclusion

We have studied both experimentally and theoretically the flow around and through porous screens. In particular, we have derived a model with a universal core based on clear physical assumptions that allows to probe 3D and shape effects. The main issue lies in the modeling of the pressure jump law across the screen. At low Reynolds number, [Zampogna et Gallaire \(2020\)](#) derived an analytical expression using homogenization tools. However, it is still an issue at moderate or high Reynolds number where no explicit relation has been derived directly from Navier-Stokes equations ([Wang et al. 2021](#)). We propose here to use an empirical relation obtained for fibrous screens in the literature. The semi-empirical model accurately predicts our experiments, with the only fitting parameters in the pressure jump; we note that these parameters are taken identical to the one obtained in previous studies for other screens, suggesting that they are universal for any wire screens (or textiles) which are widely used in applications. For other types of screens, including perforated plates, once the pressure jump law across is known, it can be directly implemented in the model.

In addition, the empirical function includes both laminar and turbulent viscous friction, and is thus applicable to a wide range of local Reynolds numbers. The interest of the semi-empirical model lies in the fact that it uses only three types of information that are readily available : the solidity, the macroscopic geometry of the screen and the Reynolds number based on the fiber diameter. Both viscous effects (i.e. the local Reynolds number Re_d) and three-dimensional effects have a significant impact on the flow and aerodynamic forces. We performed experiments on more than 30 porous screens composed of fibers to measure the drag force and the flow deviation around the screen. We show both theoretically and experimentally that for screens of identical solidity, the lower the local Reynolds number based on the fiber diameter is, the higher the drag coefficient is, and the stronger the deviations are. The drag coefficient for square porous screens, either normal or with a high angle of attack, show a good agreement with the model except at very high solidity for which however the prediction is improved compared to previous models. Furthermore, the model can predict the proportion of the flow deviated around the screen, as well as the detailed separation surface and the tangential velocity, which are important quantities in many applications such as filtration or fog harvesting.

Our model might be also useful for non-homogeneous porous screen. Indeed, for high solidity perforated square plates, [de Bray \(1957\)](#) found that the drag coefficient depends on the distribution of the perforations, i.e. is slightly higher with outer holes than inner holes. It is worth emphasizing that it should be possible in our model to implement such a surface with non-homogeneous solidity and therefore to try to reproduce such difference in the drag coefficient. However, this consideration goes beyond the scope of this article and will be explored in a further study.

We note that this model may find an application to the wind tunnel blockage correction (Steiros *et al.* (2022)) and turbines modelling (Ayati *et al.* (2019)). According to Steiros *et al.* (2022), the use of a porous plate potential model as the one we use in the present paper improves the blockage correction accuracy for moderate and high solidity compared to other models. However, these models are in two-dimensions (Ayati *et al.* (2019), Steiros *et al.* (2022)), while the turbine can have a circular three-dimensional structure. Our theoretical and experimental results show that the use of a three-dimensional model may improve the accuracy at moderate and high solidity for the drag compare to the two-dimensional models (see figures 1.10a and 1.4). Moreover, our experimental results show that the normal velocity v_{I_n} on the screen may be significantly overestimated at high solidity by both 2D and 3D models.

We stress again that our model assumes a steady wake, and thus is not applicable in the presence of vortex shedding that occurs at high solidity for a certain range of Reynolds number.

Further study should focus on more complex shape with curvature ; a straightforward formulation would be to use several small rectangular plates like the well-known panel method (adapting therefore the velocity potential ϕ). Furthermore, they should focus on the pressure and velocity distribution around the porous screen, as there are very few - if any - data for free three-dimensional flow. Indeed, we only found data for the drag in 3D free flow in Prandtl et Flachsbart (1932) and more recently Letchford (2001).

CAPTURE D'AÉROSOLS PAR UNE SURFACE POREUSE TEXTILE

Dans le chapitre 1 nous avons étudié l'écoulement laminaire et uniforme autour et à travers une surface poreuse. Nous avons vu que dans le cas d'une surface plane avec un écoulement perpendiculaire ou avec un faible angle d'attaque pour des Reynolds de l'ordre de $Re \approx \mathcal{O}(6 \times 10^4)$, le modèle potentiel pouvait donner de très bons résultats sur l'écoulement autour de la surface et ses propriétés aérodynamiques, en particulier à faible et moyenne solidité. À présent, dans ce chapitre, l'écoulement est ensemencé de gouttelettes d'eau. Les résultats obtenus dans le chapitre 1 sont directement appliqués à la capture d'aérosols par une surface poreuse textile. Nous mesurons l'efficacité de collecte pour différents textiles. Nous proposons également un modèle d'efficacité.

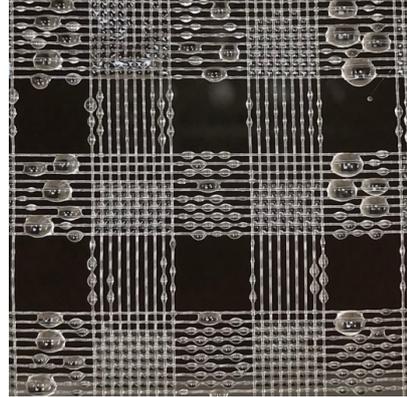


FIGURE 2.1 – Image de gouttes coalescées issues de la capture de gouttelettes en suspension par le textile.

Table des matières

| | | |
|------------|--|------------|
| 2.1 | Introduction | 56 |
| 2.2 | Dispositif expérimental et soufflerie à brouillard | 59 |
| 2.2.1 | Calibration de l'anémomètre à fil chaud | 61 |
| 2.3 | Résultats : collecte d'aérosols par différents textiles | 63 |
| 2.3.1 | Fibres simples en maillage carré | 64 |
| 2.3.1.1 | Le problème de la solidité effective | 67 |
| 2.3.2 | Cofibres parallèles | 69 |
| 2.3.3 | Effet de l'angle d'attaque sur l'efficacité de collecte | 73 |
| 2.4 | Théorie de l'efficacité de collecte | 74 |
| 2.4.1 | Équation de mouvement d'un aérosol | 74 |
| 2.4.2 | Mécanisme de collecte des aérosols par une fibre | 77 |
| 2.4.3 | Drainage | 86 |
| 2.4.4 | Efficacité aérodynamique d'une surface poreuse | 87 |
| 2.4.4.1 | Résolution de l'équation de mouvement | 87 |
| 2.4.4.2 | Zone de capture aérodynamique d'une surface poreuse | 89 |
| 2.4.4.3 | Efficacité aérodynamique η_a | 89 |
| 2.4.4.4 | Vitesse des gouttelettes au niveau de la surface poreuse | 92 |
| 2.4.5 | Modèle général d'efficacité de collecte par un textile | 93 |
| 2.4.6 | Comparaison avec les résultats expérimentaux | 98 |
| 2.5 | Visualisation de l'écoulement autour des fibres | 100 |
| 2.6 | Collecte de brouillard à partir de <i>Stipa pennata</i> | 104 |
| 2.6.1 | Structure de l'arête plumeuse | 104 |
| 2.6.2 | Mécanismes de collecte de <i>Stipa pennata</i> | 106 |
| 2.7 | Conclusion | 107 |

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la capture d'aérosols par une surface poreuse textile. Nous avons mesuré la collecte d'aérosols par des textiles à fibres simple que nous avons fabriqués. Nous présentons aussi des résultats expérimentaux autour des co-fibres qui ont été obtenues par Candice Coussot au cours d'un stage au LadHyX lié à ce projet. Nous tentons ensuite, à partir du modèle d'écoulement potentiel présenté dans le chapitre 1 et sur la base de travaux menés par Adèle Moncuquet, Alexander Mitranescu, Sophie Ramananarivo et Camille Duprat, auxquels nous avons contribué, et publiés dans *Atmospheric Research* (Moncuquet *et al.* (2022)), de concevoir un modèle général d'efficacité de collecte d'aérosols par un textile. Les résultats expérimentaux menés dans une soufflerie à brouillard sont comparés aux résultats théoriques. Nous présentons également quelques résultats sur la collecte d'un filet fabriqué à partir de la plante *Stipa pennata*. Ces résultats peuvent enfin être mis en perspective par rapport aux pandémies respiratoires et l'utilisation de masques.

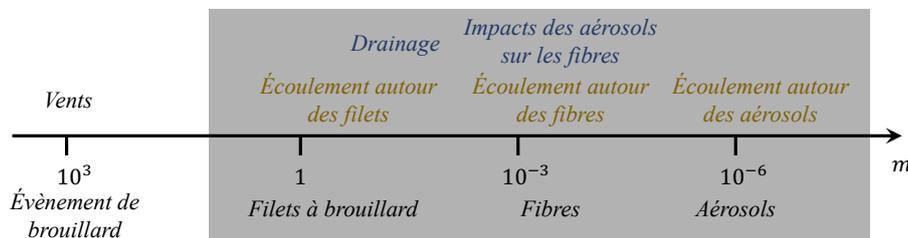


FIGURE 2.2 – La capture d'aérosols : un problème à plusieurs échelles.

Les motivations sous-jacentes à ces travaux sont nombreuses, nous souhaitons en souligner quelques unes. L'eau est une ressource rare dans de nombreuses régions du monde (Rijsberman (2006)) et est menacée par le changement climatique : selon Gosling et Arnell (2016), le scénario A1B¹ du GIEC correspondant à un réchauffement planétaire de $+2^{\circ}\text{C}$ par rapport à l'époque préindustrielle estime qu'entre 0.5 et 3.1 milliards de personnes subiront une pénurie d'eau² en 2050. Par ailleurs, un nombre croissant de fleuves et aquifères ont un niveau de pollution important aux microplastiques, produits phytopharmaceutiques ou à cause de rejets des eaux usés, limitant l'accès à l'eau potable du fait de risques pour la santé humaine (Babuji *et al.* (2023)). Dans ce contexte, capturer des gouttelettes d'eau en suspension dans l'air comme lors d'un événement de brouillard se révèle utile. Cette technique est appelée *collecte de brouillard* et est employée dans plusieurs régions du monde : au Chili, au Pérou, au Namibie ou encore en Europe comme en Croatie ou en Espagne (Batisha (2015), Klemm *et al.* (2012)). Elle consiste à étendre un filet face à un écoulement d'air pour capturer les gouttelettes en suspension par impact inertiel sur les fibres. Les gouttelettes sont ensuite drainées par la gravité dans un récipient. Les différents filets aujourd'hui installés peuvent collecter selon Batisha (2015) de l'ordre de $\mathcal{O}(1) - \mathcal{O}(10) \text{ L.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$. L'étude menée par Estrela *et al.* (2008) montre que dans la région semi-aride de Valencienne dans la péninsule Ibérique, certains collecteurs installés collectent annuellement en moyenne durant l'été $4.6 \text{ L.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$. D'autres techniques de collecte d'eau dans l'atmosphère sont connues utilisant des propriétés comme la condensa-

1. Voir *IPCC Special report emissions scenarios*, 2000, <https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/03/sres-en.pdf>.

2. Une pénurie d'eau est définie par un volume d'eau disponible par habitant et par an inférieur à $1000 \text{ m}^3.\text{hab}^{-1}.\text{an}^{-1}$

tion sur des surfaces froides (Beysens *et al.* (2017) Guadarrama-Cetina *et al.* (2014)). La technique de collecte de brouillard par un textile a l'avantage de ne requérir aucun apport énergétique. Notons également qu'une partie de ce que nous présentons dans ce chapitre peut être étendu à la collecte de particules de pollution³, mais aussi dans une certaine mesure à la capture des aérosols respiratoires par des masques (Asadi *et al.* (2020)), par ailleurs la possibilité pour l'air de contourner le masque par les fuites semble un élément crucial pour l'efficacité du masque (Schreiber *et al.* (2022)), ce chapitre s'intéresse justement à l'effet du contournement sur l'efficacité de collecte d'un textile).

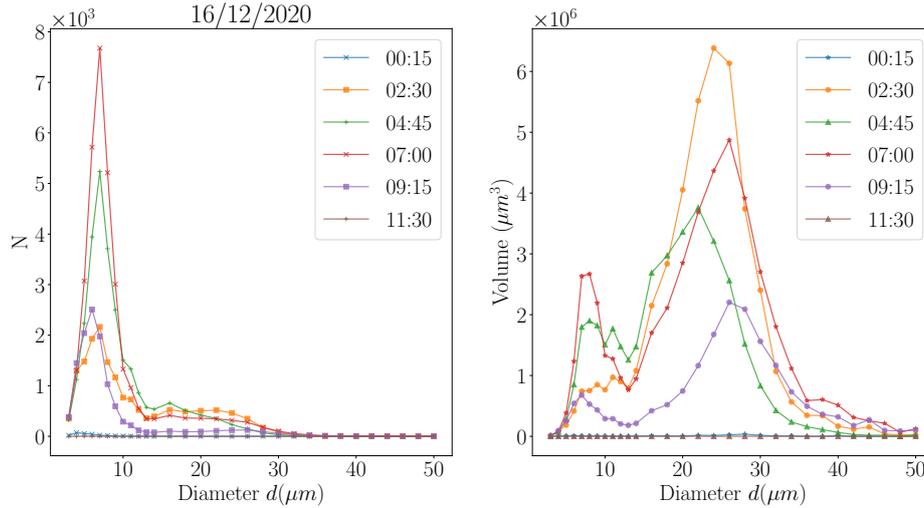


FIGURE 2.3 – Distribution de la taille des gouttes sur le site du SIRTA, le 16 décembre 2020, tiré de Moncuquet *et al.* (2022).

La physique associée à la collecte de brouillard est un problème à plusieurs échelles, nous en distinguons trois (figure 2.2). Le filet généralement d'ordre $\mathcal{O}(1)$ m est l'échelle macroscopique, les fibres et les pores sont à une échelle mésoscopique $\mathcal{O}(10^{-3})$ m, et les gouttelettes sont à une échelle microscopique $\mathcal{O}(10^{-6})$ m. Plusieurs modèles ont déjà été proposés pour prédire l'efficacité de collecte du textile Regalado et Ritter (2016). Les gouttelettes d'eau en suspension qui composent le brouillard ont une taille qui varie autour de 1 à 30 μm comme on le voit sur la figure 2.3 pour le cas d'un brouillard sur le site météorologique du SIRTA le 16 décembre 2020. Sur cette figure on voit une distribution du volume des gouttes bimodale : un premier extremum est centré autour de 5 – 10 μm et un deuxième extremum autour de 20 – 30 μm . Leur concentration est située entre 200 et 700 gouttelettes par cm^3 (Miles *et al.* (2000)). Le brouillard passe au travers du filet poreux, composé de fibres espacés. Si le temps de relaxation visqueuse $\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu}$ associé à la gouttelette est plus grand que le temps caractéristique de l'écoulement associé au contournement de la fibre $\tau_f = \frac{d_f}{v_0}$, alors les gouttelettes ont tendance à se comporter comme des particules de fluide et suivre l'écoulement. Au contraire, lorsque ce temps de relaxation commence à prédominer sur le temps associé à l'écoulement, alors les gouttelettes

3. Dans le cas d'une particule solide qui ne mouille donc pas la fibre, la capture ne se limite plus à l'impact. La particule solide peut perdre en quantité de mouvement, mais il n'est pas assuré que cette perte soit suffisante pour qu'elle chute par gravité et éviter un ré-entraînement dans l'écoulement. Pour éviter ce ré-entraînement, nous pouvons suggérer par exemple l'usage de fibres mouillées (avec un écoulement liquide le long des fibres, aidant à l'interception et le drainage des particules solides).

dévient de la trajectoire des particules de fluide et peuvent impacter les fibres. Le rapport entre ces deux temps caractérisant cette capacité à se comporter comme une particule de fluide est appelé le nombre de Stokes St défini par :

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_f} = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2 v_0}{\mu d_f}. \quad (2.1)$$

Pour la gamme de diamètres des gouttelettes de brouillard d_p , des vitesses entre 1 et 10 m.s^{-1} et un diamètre de fibre d_f de l'ordre de 0.5 mm , la valeur typique du nombre de Stokes est comprise environ entre $0.1 \leq St \leq 50$. Ainsi, l'impact inertiel est d'autant plus favorisé que la vitesse de l'écoulement et la taille des gouttelettes sont grandes et que le diamètre de la fibre est petite. On s'attend donc à avoir deux effets de la solidité : augmenter le nombre de fibres augmente la surface total d'impact (c'est l'efficacité de collecte) mais aussi, comme on l'a vu au chapitre 1, ralentit fortement l'écoulement (c'est l'efficacité aérodynamique). Nous étudions cet effet aérodynamique sur la collecte dans ce chapitre. Une fois que les gouttelettes ont impacté les fibres, elles sont soit ré-entraînées dans l'écoulement (voir le chapitre 4), soit drainées et recueillies dans un réservoir. Ces trois mécanismes de collecte sont illustrés sur la figure 2.4

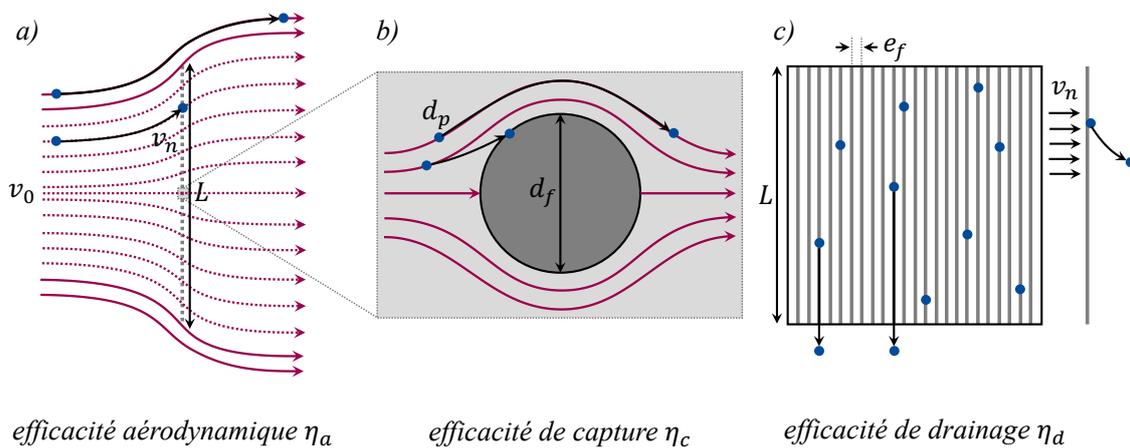


FIGURE 2.4 – Les mécanismes de collecte. a) Effet aérodynamique (contournement). b) Capture des gouttelettes : impact inertiel. c) Drainage ou ré-entraînement. v_0 vitesse du fluide en amont, v_n vitesse normale moyenne du fluide au niveau du filet, d_p diamètre de la particule, d_f diamètre de la fibre, L longueur caractéristique du filet, e_f distance inter-fibre.

Dans un premier temps, nous présentons le dispositif expérimental, puis les résultats expérimentaux. Nous abordons ensuite la question de la collecte d'aérosols par des textiles d'un point de vue théorique en commençant par le plus élémentaire et en remontant petit à petit à l'échelle globale du filet (figure 2.2). Ces deux parties sont relativement autonomes.

2.2 Dispositif expérimental et soufflerie à brouillard

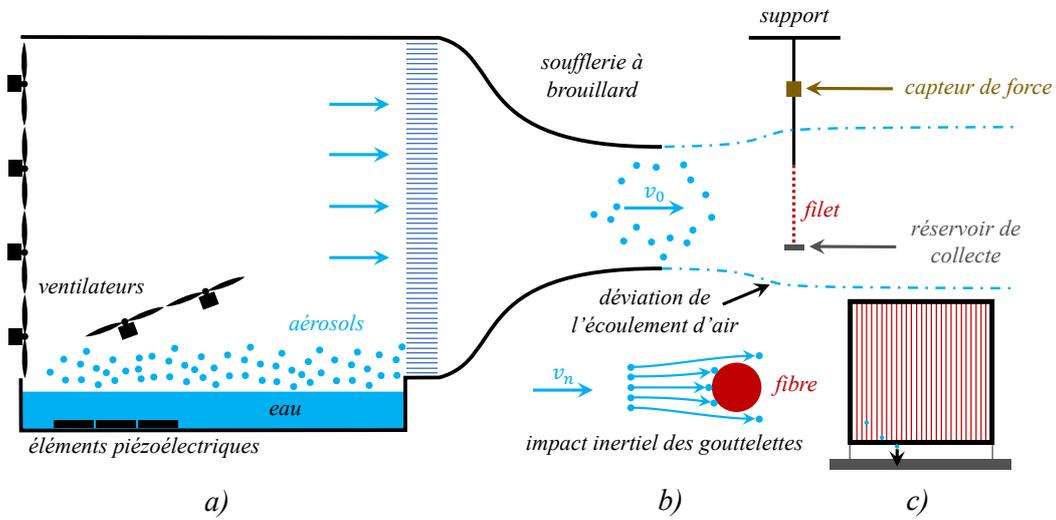


FIGURE 2.5 – a) Schéma de la soufflerie à brouillard (réalisée par [Labbé et Duprat \(2019\)](#)) et du système de collecte d'aérosols par une surface poreuse constituée de fibres (filet). b) Schéma de principe de l'impact inertiel des gouttelettes sur les fibres. c) Vue de face du réservoir de collecte.

Pour étudier la capture d'aérosols de textiles nous avons utilisé une soufflerie à brouillard qui a été mise en place par [Labbé et Duprat \(2019\)](#), illustrée sur la figure 2.5-a). Cette soufflerie est constituée d'une chambre qui contient un bassin d'eau dans lequel sont placés 8 éléments piézoélectriques (DK3-24x-3, RODWIN Electronics) vibrant à une fréquence ultrasonique constante. Le bassin est un rectangle de surface $0.981 \times 0.500 \text{ m}^2$. Les aérosols sont générés par atomisation de la surface de l'eau ([Lang \(1962\)](#)). Cette vibration se transmet à la surface libre de l'eau créant des ondes capillaires et générant à haute fréquence des filaments desquels peuvent se détacher des gouttelettes par une instabilité qui semble analogue à celle de Rayleigh d'après [Yule et Suleimani \(2000\)](#), dont le principe est représenté sur la figure 2.6. La mesure de la distribution de la taille des gouttelettes a été réalisée par [Labbé et Duprat \(2019\)](#), ils obtiennent une taille moyenne des gouttelettes de $d_p = 7.8 \pm 2.0 \mu\text{m}$. Comme nous avons gardé les mêmes éléments piézoélectriques ainsi que les mêmes conditions expérimentales nous considérons dans nos expériences que les gouttelettes ont en moyenne ce diamètre. On note qu'il existe des tailles des gouttes plus grosses, bien que beaucoup moins nombreuses. L'écoulement est généré par 25 ventilateurs (Sanyo Denki, référence 9S0912L4011) rangés dans une matrice de 5 par 5. 9 autres ventilateurs identiques sont placés avec une certaine inclinaison dans la chambre à brouillard pour mélanger et assurer une concentration en gouttelettes homogène en moyenne. L'air chargée en gouttelettes passe ensuite dans un nid d'abeille permettant de laminariser l'écoulement, puis un convergent. La vitesse de l'écoulement est contrôlée à partir d'un générateur alimentant les 25 ventilateurs (les 9 autres ventilateurs de mélange sont alimentés par un autre générateur dont nous avons gardé la même tension dans toutes

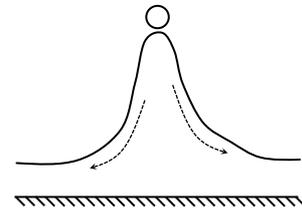


FIGURE 2.6 – Illustration du principe de formation des gouttelettes à la surface de l'eau d'après [Yule et Suleimani \(2000\)](#).

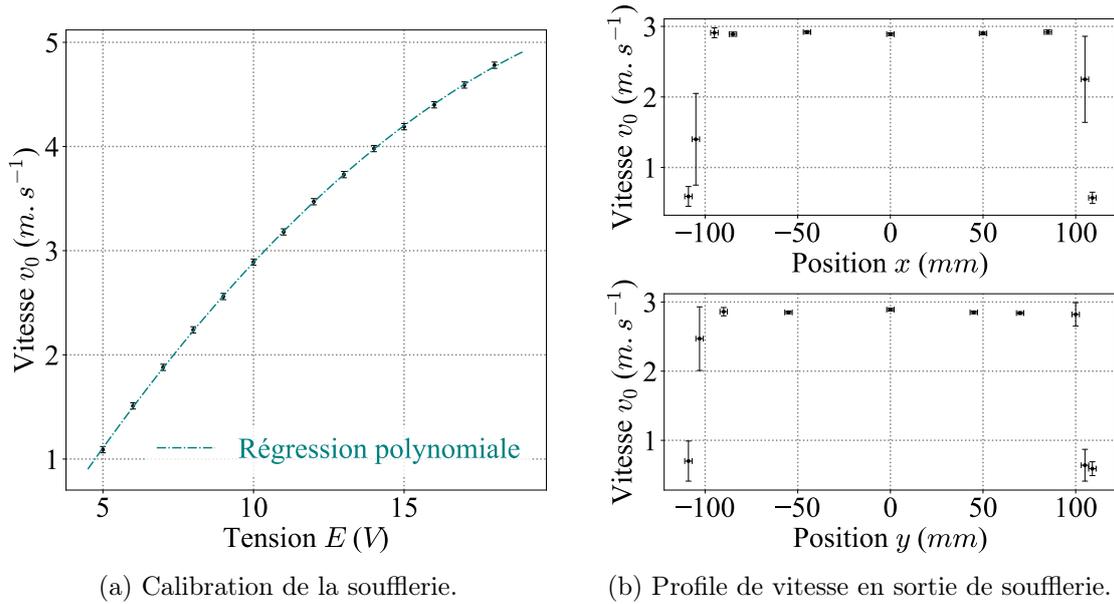


FIGURE 2.7 – a) Calibration de la soufflerie et b) profil de vitesse en sortie de la soufflerie. La sortie de la soufflerie est un carré de $220 \times 220 \text{ mm}$ de côté, l'axe x représente ici l'axe horizontal et l'axe y l'axe vertical.

nos expériences). Au début de nos expériences, nous avons changé les ventilateurs générant l'écoulement, et nous avons donc dû recalibrer la soufflerie. Pour cela, nous avons utilisé un anémomètre à fil chaud (sonde 55P11, mini-CTA 54T42 de Dantec Dynamics) dont la calibration est détaillée dans la section ci-après. Nous obtenons la formule suivante pour la vitesse v_0 de la soufflerie (en $m \cdot s^{-1}$) en fonction de la tension E de contrôle des ventilateurs (en V) :

$$v_0 = -1.138 + 0.495E - 0.009E^2. \quad (2.2)$$

Sur les figures 2.7b, on a représenté le profil de vitesse en sortie de la soufflerie au niveau de l'axe central horizontal et vertical. Le profil donne une vitesse constante sur une large partie de la section de sortie, et une diminution sur une couche de 15 mm sur chaque bord. Les incertitudes donnent une indication de l'intensité de la fluctuation de la vitesse, dans notre cas, en notant v'_0 la composante fluctuante de la vitesse, on a $\left| \frac{v'_0}{v_0} \right| < 0.02$. On peut donc considérer que l'écoulement est laminaire et uniforme en sortie de la soufflerie. En sortie de la soufflerie, un support permet d'accrocher les filets. Le poids du filet est mesuré à une fréquence de 200 Hz par un capteur de force (LSB200 fourni par Futek) comme illustré sur la figure 2.5-a) ce qui permet de remonter au débit de collecte. Nous avons calibré le capteur de force à l'aide d'objets de différentes masses. Nous obtenons la relation

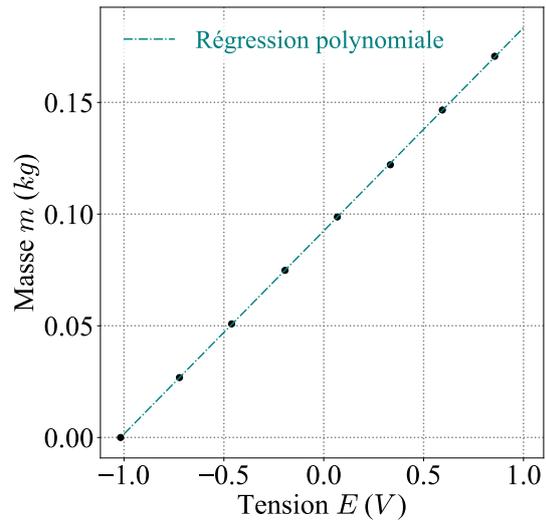


FIGURE 2.8 – Calibration du capteur de force.

suivante (la masse m accrochée au capteur est en kg et la tension E en V) :

$$m = 0.0925 + 0.0909E. \quad (2.3)$$

Si on note E_0 la tension initiale associée au filet sec accroché au capteur, alors la masse du filet sec est $m_0 = 0.0925 + 0.0909E_0$ et la masse d'eau collecté m_c correspond à

$$m_c = m - m_0 = 0.0909(E - E_0). \quad (2.4)$$

Nous avons calculé le débit d'eau de la soufflerie Q_w en mesurant la variation de la hauteur d'eau du bassin pendant une durée de 100 *min*. La variation de hauteur est de 14.8 ± 0.2 *mm*, soit un volume d'eau de 7.3 ± 0.1 *L*. Ce qui donne le débit suivant :

$$Q_w = 4.4 \pm 0.1 \text{ L.h}^{-1}. \quad (2.5)$$

Notons que ce débit est plus faible que celui mesuré par [Labbé et Duprat \(2019\)](#) qui ont utilisé 30 têtes d'éléments piézoélectriques (7.0 L.h^{-1}). Un certain nombre de têtes ne fonctionnaient plus, on obtient de manière cohérente un débit plus faible⁴.

2.2.1 Calibration de l'anémomètre à fil chaud

La calibration de l'anémomètre à fil chaud Mini-CTA 54T42 avec la sonde 55P11 de Dantec Dynamics est réalisée dans une soufflerie fermée de longueur environ 7 *m* pouvant générer des vitesses jusqu'à 25 $m.s^{-1}$. La sensibilité du fil chaud à la température ambiante étant significative ([Bruun \(1995\)](#), chapitre 7, p. 208), nous mesurons pour chacun des points de calibration la température de l'air ambiant T_a . Nous mesurons également la pression atmosphérique p_a et l'humidité relative de l'air h_a pour estimer la densité de l'air. La température est mesurée par deux instruments, une sonde HP21 de la marque Rotronic, et via un anémomètre VT200 de la marque KIMO. La vitesse de l'écoulement est mesurée par un tube de Pitot ainsi que par l'anémomètre VT200 (KIMO). Durant la calibration, la température a varié de 4 °C (par simple échauffement de la soufflerie), il faut donc tenir compte de la température pour les points de calibration. Nous appliquons la correction en température proposée par [Hultmark et Smits \(2010\)](#). On note v est la vitesse de l'écoulement, et E la tension mesurée aux bornes de sortie de l'anémomètre. Si on néglige la conduction sur les bords du fil chaud (ce qui est valide pour $\frac{l_{fc}}{d_{fc}} > 200$) alors d'après [Hultmark et Smits \(2010\)](#) on a

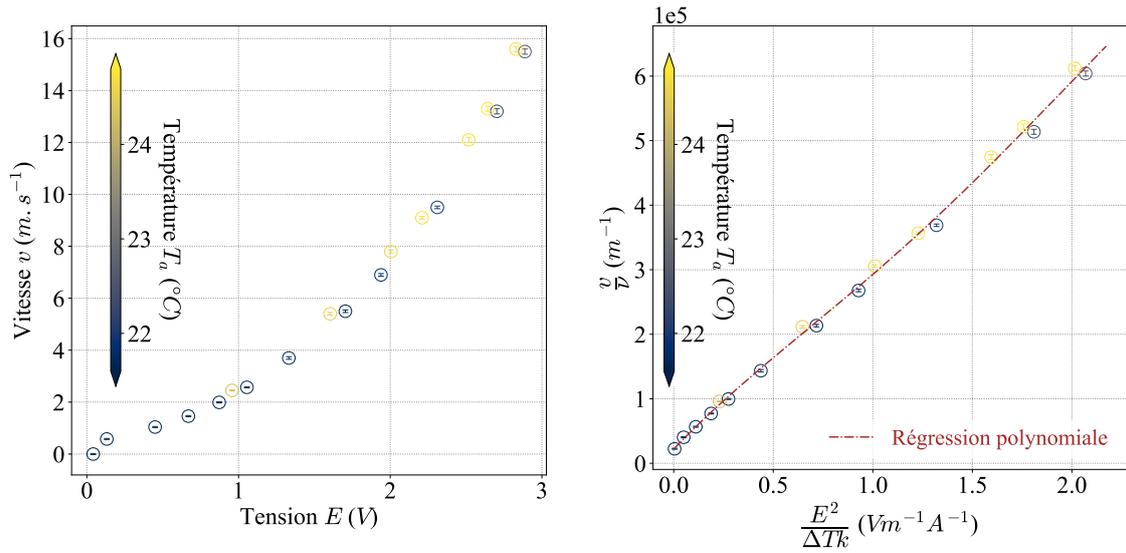
$$\frac{v}{\nu} = f \left(\frac{E^2}{k\Delta T} \right), \quad (2.6)$$

où $\Delta T = T_w - T_a$, T_w étant la température du fil chaud, ν la viscosité cinématique de l'air et k la conductivité thermique de l'air. Les valeurs de la viscosité cinématique ν et de la conductivité thermique k sont calculées à la température du film d'air définie par $T_f = \frac{1}{2}(T_w + T_a)$. Nous utilisons l'expression de la viscosité cinématique ν donnée par [Smits et Zagarola \(2005\)](#) :

$$\nu(T_f, \rho) = \frac{1}{\rho} \left(1.458 \times 10^{-6} \frac{(T_f + 273.15)^{1.5}}{383.55 + T_f} + E_0 + E_1\rho + E_2\rho^2 \right), \quad (2.7)$$

avec $E_0 = -5.516 \times 10^{-8}$, $E_1 = 1.100 \times 10^{-8}$ et $E_2 = 5.565 \times 10^{-11}$. Nous utilisons la conductivité thermique de l'air donnée par [Kannuluik et Carman \(1951\)](#) :

$$k(T_f) = 5.75 \times 10^{-5} (1 + 0.00317T_f - 0.0000021T_f^2). \quad (2.8)$$



(a) Première calibration.

(b) Calibration utilisant l'équation (2.6).

FIGURE 2.9 – Calibration de l'anémomètre à fil chaud mini-CTA 54T42 avec la sonde 55P11. Les incertitudes de mesure sont indiqués par les barres d'erreur qui sont inférieures à la taille des cercles centrés sur les points de mesure.

La densité quant à elle est calculée à partir de la donnée de la température, de la pression et de l'humidité ambiante, par la formule suivante mentionnée par [Mandal *et al.* \(2013\)](#) précise à 10^{-4} près dans les gammes de valeurs de température et pression de nos expériences :

$$\rho(T_f, p_a, h_a) = \frac{3.48488p_a - \left(8.0837 + 737.4 \times 10^{-3}T_f + 975.25 \times 10^{-6}T_f^3\right) h_a}{(273.15 + T_f) \times 10^3}, \quad (2.9)$$

en supposant que les valeurs d'humidité et de pression mesurées dans la soufflerie restent inchangées dans le film d'air autour du fil chaud. Pour déterminer la température du fil chaud T_w , nous supposons une relation linéaire entre la résistance de fonctionnement du fil chaud R_w et la différence de température $T_w - T_r$:

$$R_w = R_t + R_r (1 + \alpha_r (T_w - T_r)), \quad (2.10)$$

où R_t est la résistance totale en amont de l'anémomètre en soustrayant la résistance du fil chaud R_r de référence mesurée à une température T_r de référence. α_r est le coefficient de température de la résistance du fil chaud. R_r et α_r sont donnés par le fabricant, dans notre cas pour la sonde 55P11, à la température de référence de $20^{\circ}C$, $R_r = 3.5 \Omega$ et $\alpha_r = 0.0036^{\circ}C^{-1}$. Nous avons mesuré à l'aide d'un ohmmètre la résistance totale avec le fil chaud à une température ambiante de $20^{\circ}C$, en soustrayant R_r , on obtient une valeur de $R_t = 1.1 \Omega$. Pour finalement déterminer T_w on utilise le taux de surchauffe σ_s fixé dans notre cas à 0.8 et défini par

$$\sigma_s = \frac{R_w - R_r}{R_r}. \quad (2.11)$$

On obtient donc la température de fonctionnement du fil chaud

$$T_w = T_r + \frac{1}{\alpha_r} \left(\sigma_s - \frac{R_t}{R_r} \right), \quad (2.12)$$

4. Les 8 éléments piézoélectriques correspondent à 30 têtes.

soit, après application numérique, $T_w = 155 \text{ }^\circ\text{C}$. Sur la figure 2.9a, nous affichons la calibration brute obtenue et sur la figure 2.9b la calibration finale en utilisant l'équation (2.6). Comme suggéré par Bruun (1995), nous effectuons ensuite une régression des points de calibration par un polynôme de degré 4. Nous obtenons avec un coefficient de détermination de 0.9981 la régression suivante de f (équation (2.6)) qui servira par la suite :

$$f(x) = 22125 + 323453x - 117145x^2 + 79592x^3 - 15334x^4. \quad (2.13)$$

Cette régression n'est valide que dans l'intervalle de tension dans lequel nous avons effectué les mesures (figure 2.9b). Pour des vitesses plus petites, nous utilisons une autre régression usuelle en anémométrie à fil chaud de la forme $v_0 = (a(E^2 - E_0^2))^b$ faite sur les données incluant notamment la tension à vitesse nulle E_0 .

2.3 Résultats : collecte d'aérosols par différents textiles

Nous avons mesuré l'efficacité de collecte pour différents filets (annexe A) et pour les filets constitués de co-fibres pour lesquelles les mesures ont été faites par Candice Coussot dont nous avons supervisé le stage au LadHyX. Nous illustrons quelques filets que nous avons utilisés sur la figure 2.10. Le filet a) est le filet à ombrage utilisé pour la collecte de brouillard notamment au Chili (Klemm *et al.* (2012)). Les filets de type b) et c) sont tissés en maille carré simple (annexe A). Le filet d) est un textile auquel nous avons retiré un certain nombre de fibres pour réduire la solidité.

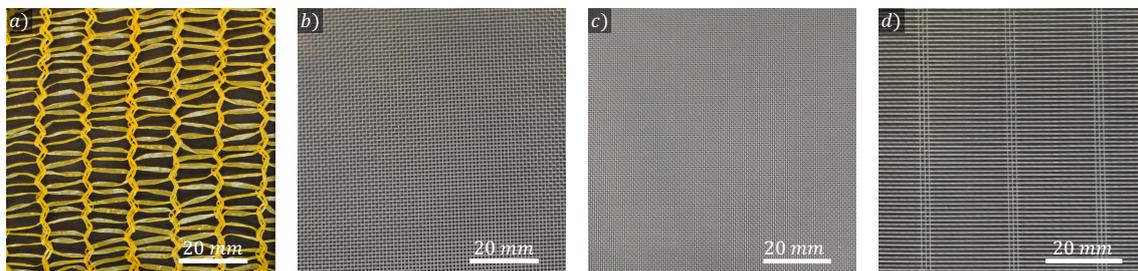


FIGURE 2.10 – Exemples de textiles simples que dont nous mesurons l'efficacité de collecte dans la section 2.3.1.

Dans un premier temps nous exposons quelques remarques sur la collecte par des textiles de fibres simple en maillage carré comme ceux présentées sur la figure 2.10 et notamment autour de l'impact du mouillage. Dans un second temps nous étudions plus précisément l'efficacité de collecte E (équation (2.14)) pour des paires de fibres (co-fibres) parallèles dont le travail expérimental a été réalisé par Candice Coussot. Nous montrerons également l'effet de l'angle d'attaque du vent sur la collecte. Plus loin dans ce chapitre, ces résultats expérimentaux sont comparées à la prédiction théorique décrite à la section 2.4.5.

2.3.1 Fibres simples en maillage carré

Dans un premier temps nous proposons d'observer la masse d'eau collectée par différentes surfaces poreuses carrées de 0.1 m de côté, après une durée de 4 min , en commençant initialement avec des fibres sèches⁵. Nous effectuons cette mesure pour toute la gamme de solidité (mesurées à sec). Nous avons fixé la vitesse de l'écoulement à $v_0 = 3.22\text{ m.s}^{-1}$. Nous montrons le résultat sur la figure 2.11 (les poreux sont référencés en annexe). On constate tout d'abord une diminution de la masse d'eau collectée lorsque les solidités sont importantes. Pour nos surfaces, un maximum de collecte semble être autour d'une solidité de 0.3. Globalement, sur les 4 premières minutes avec des fibres initialement sèches, la masse d'eau collectée pour $0.2 < s < 0.4$ se situe entre 6 et 8 g sauf pour le masque chirurgical (point rouge sur la figure 2.11) qui comporte lui plusieurs couches de fibres plus petites ($0.0009 - 0.019\text{ mm}$ comparées aux autres poreux où le diamètre est de l'ordre de 0.27 mm) et des pores de taille similaire. Les poreux P14, P15 et P16 ont la même solidité, mais l'arrangement entre les fibres est différent (ils restent cependant tressés avec les fibres perpendiculaires, l'espacement est variable, et dans le chapitre 1 nous avons vu qu'ils ont le même coefficient de traînée, on peut donc s'attendre à ce qu'ils dévient de la même manière l'écoulement). On constate une différence de masse collectée pour ces trois poreux supérieure à l'incertitude de mesure (5.5 g pour le poreux P16, et 6.5 g pour le poreux P17). Cela souligne que la solidité n'est pas l'unique paramètre déterminant la collecte, nous l'expliquons par la capacité du poreux à retenir les gouttelettes comme nous le verrons un peu plus loin.

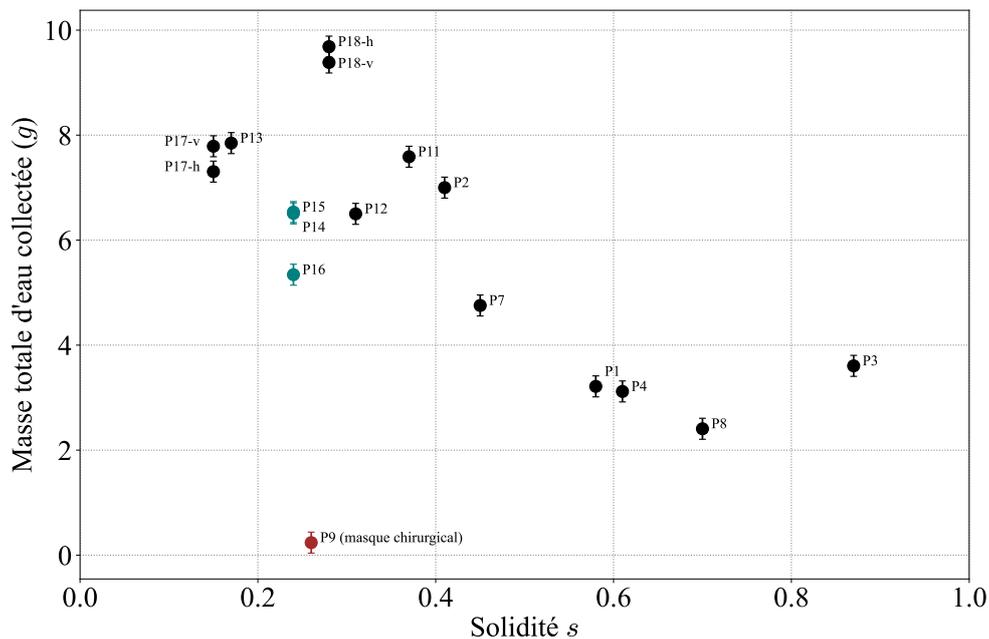


FIGURE 2.11 – Masse d'eau collecté par différentes surfaces poreuses textiles utilisés dans le chapitre 1, pour une durée de 4 min en commençant initialement la collecte avec des fibres sèches. L'indice h signifie que les fibres sont orientées horizontalement, v verticalement. Les points en bleu représentent la masse d'eau collectée pour trois poreux de même solidité tressés avec les fibres perpendiculaires, mais avec des arrangements différents. Le point rouge correspond au masque chirurgical.

5. Cette donnée nous a permis dans la suite de dimensionner correctement le réservoir de collecte que nous avons fabriqué pour mesurer en continue la masse et extraire le débit de collecte.

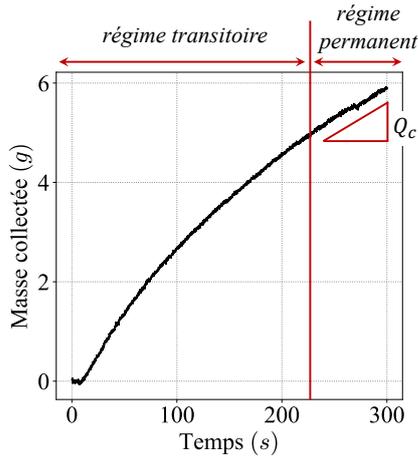


FIGURE 2.12 – Régimes de collecte pour le cas du poreux P7, vitesse $v_0 = 3.22 \text{ m.s}^{-1}$.

mesurons la masse totale du système au cours du temps pour en déduire l'efficacité de collecte.

L'efficacité de collecte expérimentale est calculée à partir du débit Q_w mesuré⁶ à $4.4 \pm 0.1 \text{ L.h}^{-1}$ (2.5). L'efficacité totale E mesurée s'exprime par

$$E = \frac{Q_c S_{tot}}{Q_w S_p}, \quad (2.14)$$

où Q_c est le débit d'eau collecté par le filet (mesuré via le capteur de force), S_{tot} l'aire de la section de sortie de la soufflerie, et S_p la surface totale du filet. Dans ces expériences, nous avons mesuré le débit de collecte par le cadre support, ce dernier est soustrait au débit de la collecte totale de sorte à obtenir uniquement la collecte du filet Q_c . Dans toutes nos expériences on a $S_{tot} = 4.84 \times 10^{-2} \text{ m}^2$.

Sur la figure 2.13, nous montrons l'efficacité de collecte des ces grilles simples en maillage carré. On constate une diminution de l'efficacité avec la solidité (calculée à sec). On s'attendrait pourtant à ce que l'efficacité augmente quand la solidité augmente, puisque la surface de collecte est plus importante. Mais c'est le contraire qu'on observe. Cela s'explique par le fait que lorsqu'on augmente la solidité, l'écoulement est de plus en plus dévié et ralenti au niveau des fibres ce qui est défavorable à la collecte (le nombre de Stokes St diminue). Le filet dénommé *rashel* est un filet à patate et est l'un des plus employés pour la collecte de brouillard, on voit que son efficacité ($E = 0.044$) est plutôt faible comparée à d'autres poreux (P17, P16 par exemple dont l'efficacité est de $E = 0.075$ et $E = 0.062$ respectivement). Ce filet est d'ailleurs en pratique souvent doublé (Klemm *et al.* (2012)) ce qui augmente sa solidité, on s'attend à ce que dans ce cas il collecte encore moins. La valeur presque nulle sur le graphique correspond au poreux P8 ($s = 0.7$). Il est montré après une collecte de 5 minutes, on voit que de nombreuses gouttes obstruent les pores, l'écoulement est alors probablement presque totalement dévié et peu de gouttelettes peuvent impacter les fibres.

6. Le débit est mesuré en faisant fonctionner la soufflerie pendant une durée de 1h30, la variation du volume d'eau situé dans le bassin est mesurée à l'aide d'un appareil photo pour localiser la hauteur du ménisque formé par capillarité sur la paroi du bassin, l'incertitude provient de la règle graduée.

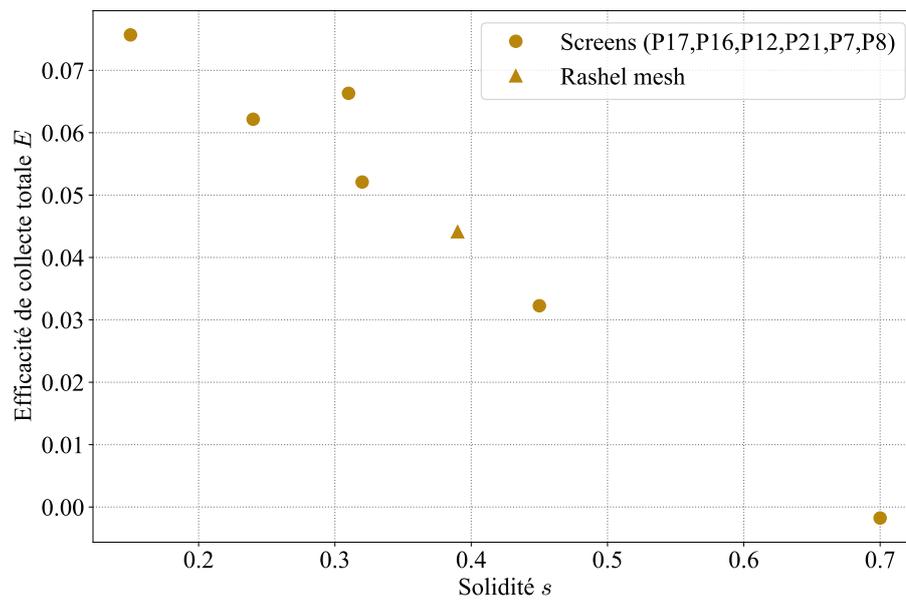


FIGURE 2.13 – Efficacité totale des grilles de nylon, en maillage carré, le point triangulaire correspond au filet à ombrage (Klemm *et al.* (2012)).

2.3.1.1 Le problème de la solidité effective

Sur la figure 2.14, nous montrons plusieurs images de surfaces poreuses constituées de fibres tressées en maillage carré et de solidités différentes. Nous avons essayé de conserver la même échelle pour comparer. Nous pouvons constater la grande variété de formes de gouttes. Ces gouttelettes changent de taille et de forme au cours du temps, sous l'effet de la collecte d'autres gouttelettes, de la coalescence avec des gouttelettes proches, de la capillarité, et du drainage par gravité. Sur la surface poreuse *P8*, beaucoup de pores ont été obstrués par capillarité (on constate effectivement sur la figure 2.13 que la masse d'eau collectée par cette surface poreuse est faible comparée aux autres). Les surfaces poreuses *P16* et *P17-v* ont une solidité assez proche et une même taille de fibre, mais leur efficacité de collecte est différente (figure (2.11)). Cela provient d'une différence d'agencement des fibres, le drainage étant plus efficace sur la surface poreuse à fibres verticales *P17-v* (le volume maximal des gouttes avant drainage est plus faible).

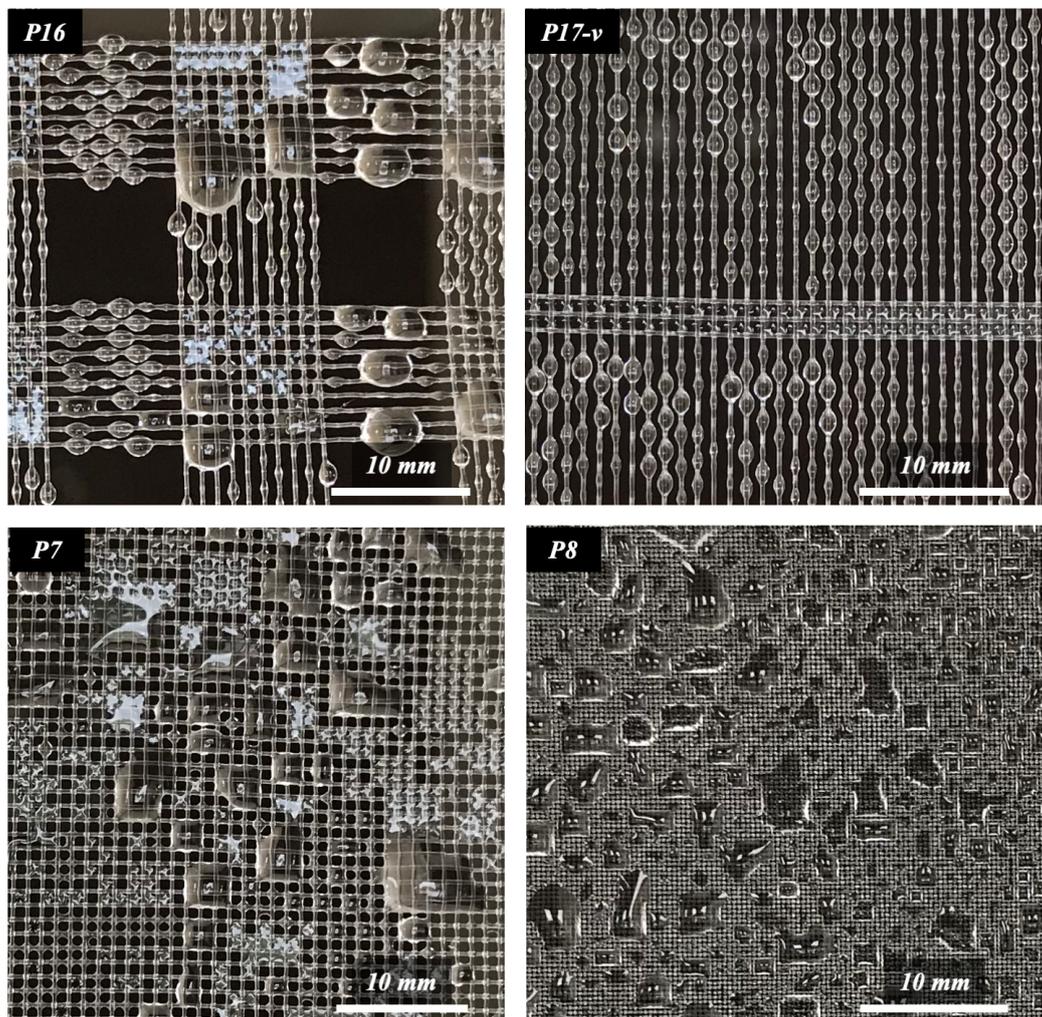


FIGURE 2.14 – Photographie de gouttelettes sur différentes surfaces poreuses textiles (*P16*, *P17-v*, *P7*, *P8*, voir chapitre 1), dans les mêmes conditions expérimentales, après une collecte de 5 minutes, $Q_w = 4.2 \pm 0.2 \text{ L.h}^{-1}$. *P17-v* dénote que les fibres de *P17* ont été placées verticalement (la grande majorité alignées avec le champ gravitationnel).

La solidité effective est la solidité après mouillage dans le régime pseudo-stationnaire

de collecte du textile. Afin d'illustrer le problème de la solidité effective, nous avons montré sur la figure 2.15 la surface poreuse *P16* après 5 minutes de collecte (les caractéristiques de *P16* se trouvent dans le tableau des caractéristiques des surfaces poreuses du premier chapitre, *P16* a une solidité de 0.24 ainsi qu'un diamètre de fibre de 0.27 mm). On peut visualiser les gouttelettes réparties sur la surface avec une hétérogénéité de forme et de taille. Sur le graphique de la figure 2.15, nous avons mesuré l'aire de la surface projetée sur une surface plane orthogonale à l'écoulement amont, de 520 gouttes sur la surface poreuse. On remarque une prédominance de gouttes petites avant la taille de goutte critique à partir de laquelle il y a coalescence avec les gouttes voisines sur les fibres parallèles verticales.

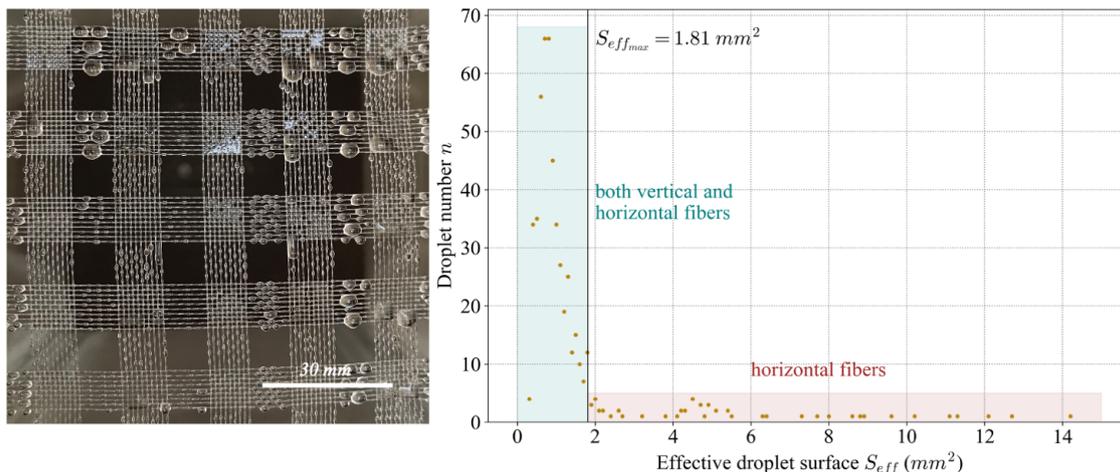


FIGURE 2.15 – Distribution des gouttelettes sur la surface poreuse *P16* après 5 minutes de collecte à partir de fibres initialement sèches. À gauche, une photographie de la surface poreuse *P16* après 5 minutes de collecte. À droite, le nombre de gouttelettes selon l'aire de leur surface projetée orthogonalement à l'écoulement amont. 520 gouttelettes ont été analysées manuellement, correspondant à la moitié gauche de la photographie ci-dessus, ainsi que quelques parties à droite. $S_{eff,max}$ correspond à la surface maximale que peut prendre une gouttelette sur une fibre verticale avant de coalescer avec une autre avec l'hypothèse que la croissance de ces deux gouttes sur une fibre verticale est synchronisée.

2.3.2 Cofibres parallèles

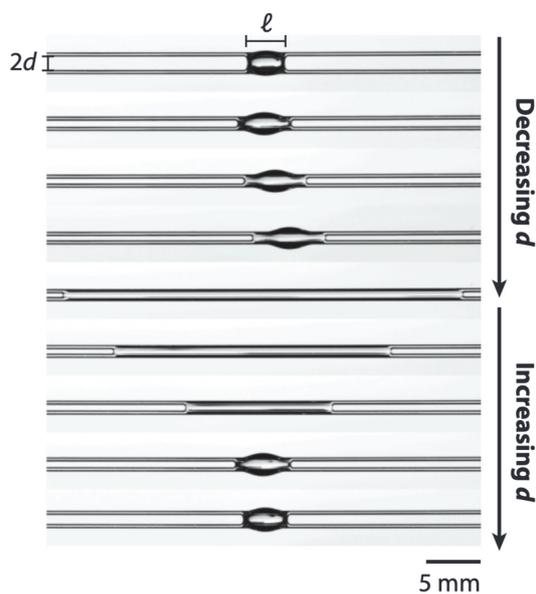


FIGURE 2.16 – Mouillage de deux fibres parallèles en fonction de leur espacement, tiré de [Protiere et al. \(2013\)](#).

La fibre de verre⁷, l'angle de contact est nulle : $\theta_{eq} = 0$. Leur expérience a consisté à écarter ou rapprocher les fibres, ils observent qu'en fonction de la distance entre les fibres la goutte peut s'étirer le long des fibres, ou former une goutte. Ce résultat n'est pas limité au mouillage parfait, c'est aussi vrai pour l'eau notamment.

Comme nous l'avons vu, la croissance des gouttes, en augmentant la solidité effective, réduit l'efficacité de collecte. L'idéal est donc de limiter (voire empêcher) la formation de gouttes : d'où l'idée d'utiliser des co-fibres (figure 2.17). Les co-fibres sont deux fibres parallèles suffisamment rapprochées pour qu'une colonne d'eau se forme. En général, lorsqu'une colonne d'eau s'écoule sur une fibre, des gouttes se forment par instabilité de Rayleigh-Plateau. En mettant deux fibres parallèles séparées par une distance suffisamment faible, une colonne d'eau se forme et l'instabilité n'a pas lieu ([Protiere et al. \(2013\)](#), [Labbé et Duprat \(2019\)](#), [Wang et al. \(2020\)](#)). Sur la figure 2.16, [Protiere et al. \(2013\)](#) ont placé de l'huile de silicone sur deux fibres constituées de verre parallèles et espacées. L'huile de silicone a un mouillage parfait sur la

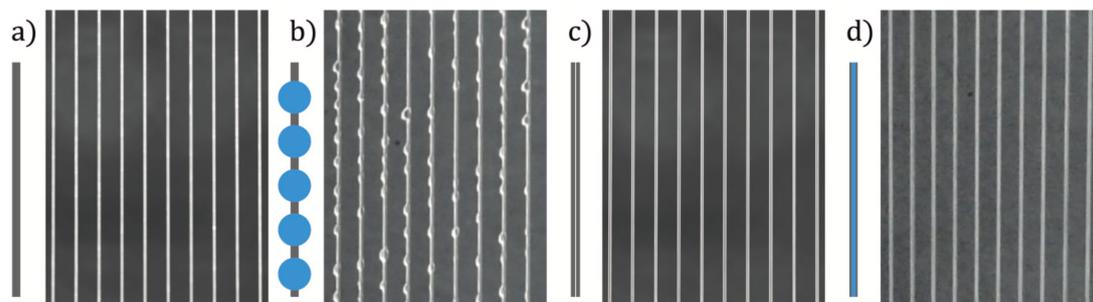


FIGURE 2.17 – Reproduit de [Moncuquet et al. \(2022\)](#). Photographie de collecte d'eau sur un filet constitué de 10 fibres simples de nylon de diamètre $d_f = 400 \mu m$, (a) sèches, (b) mouillées par le brouillard. Et photographie de collecte d'eau sur un filet constitué de 10 cofibres de diamètre $d_f = 200 \mu m$, et donc équivalentes une fois collées à une fibre de diamètre $d_f = 400 \mu m$, (c) sèches et (d) mouillées par le brouillard.

On peut observer sur la figure 2.17-a) et -b) le cas sec et mouillé pour un filet constitué de fibres simples de nylon comme celles que nous utilisons, et sur la figure 2.17-c) et -d) le cas sec et mouillé pour un filet constitué de co-fibres. Contrairement au cas de la fibre simple mouillée (figure 2.17-b)), il n'y a pas de goutte sur les co-fibres (figure 2.17-d)) : les fibres sont collées par paire pour former un élément de diamètre $d' = 2d_f$. Il y a deux angles de contact pour les gouttes sur les fibres du fait de l'hystérésis : l'angle de rétractation θ_r

7. C'est aussi le cas sur du nylon.

pour la ligne de contact s'étant déplacé dans la direction de l'intérieur de la goutte (connu sous le nom anglais de *receding contact angle*) et l'angle d'avancement θ_a pour la ligne de contact s'étant déplacé dans la direction extérieur à la goutte (en anglais *advancing contact angle*). Pour le cas de l'eau sur une fibre de nylon, $\theta_a = 71^\circ$ et $\theta_r = 52^\circ$, mais on a quand même une colonne d'eau liquide pour des fibres proches (Princen (1970)).

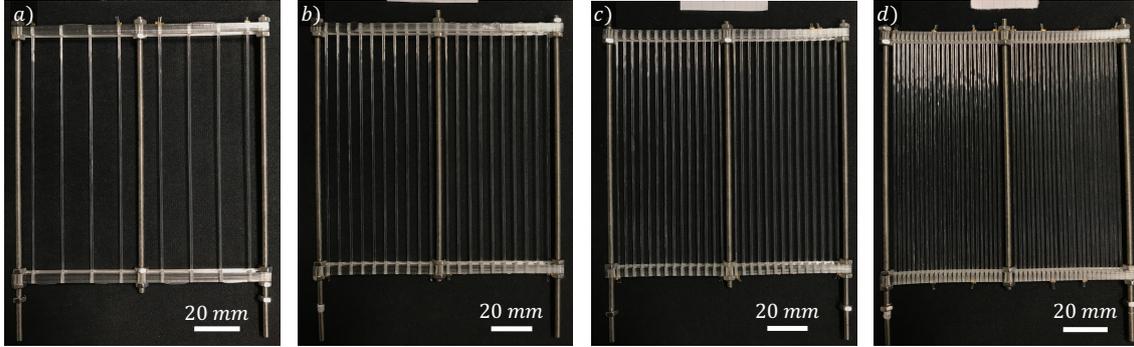


FIGURE 2.18 – Exemples de textiles constituées de cofibres dont nous mesurons l'efficacité de collecte. a) P_{co}1, b) P_{co}3, c) P_{co}4, d) P_{co}9 décrits table 2.1.

Pour maintenir les fibres tendues à des distances régulières, nous avons mis au point avec Candice Coussot la structure décrite sur la figure 2.19 et illustrée sur la figure 2.18. Candice Coussot a ensuite tissé ces filets. Trois tiges filetées métalliques de taille M_3 maintiennent deux bandes (figure 2.19-b)) perforée aux distances choisies à l'aide d'une machine de découpe laser. Les fibres sont cousues en passant par ces trous. La tension est garantie par l'écartement contrôlable a posteriori des bandes. Un réservoir d'eau (figure 2.19-c)) est vissé en bas de la

| Filet | d_i (mm) | n_f | Solidité s | Note |
|--------------------|------------|-------|--------------|----------------------------------|
| P _{co} 1 | 11.37 | 16 | 0.07 | 8 paires |
| P _{co} 2 | 6.01 | 28 | 0.13 | 14 paires |
| P _{co} 3 | 3.87 | 40 | 0.18 | 20 paires |
| P _{co} 4 | 2.44 | 56 | 0.25 | 28 paires |
| P _{co} 5 | 1.65 | 72 | 0.33 | 36 paires |
| P _{co} 6 | 1.24 | 80 | 0.36 | 40 paires |
| P _{co} 7 | 1.00 | 88 | 0.40 | 42 paires et 4 fibres simples |
| P _{co} 8 | 1.04 | 92 | 0.42 | 44 paires et 4 fibres simples |
| P _{co} 9 | 0.85 | 96 | 0.44 | 48 paires |
| P _{co} 10 | 0.77 | 100 | 0.45 | 50 paires |
| P _{co} 11 | 0.63 | 108 | 0.49 | 54 paires |

TABLE 2.1 – Liste des filets de cofibres parallèles expérimentaux.

structure pour récupérer l'eau tout en permettant de mesurer la masse du système total au cours du temps en rattachant la structure à un capteur de force. Les différents paramètres fixes que nous avons utilisés sont : $l_p = 0.110$ m, $l_f = 0.101 \pm 0.001$ m, $l_t = 0.120$ m, $l_c = 145$ m, $l_s = 0.049 \pm 0.001$ m, $l_1 = 0.020$ m, $l_2 = 0.130$ m, $l_3 = 0.020$ m, $e_c = 3.0$ mm, $d_f = 0.44$ mm, $b_1 = 4.0$ mm, $b_2 = 5.0$ mm, $e_f = 0.25$ mm.

Les caractéristiques des filets de cofibre utilisés sont répertoriées dans le tableau 2.1. La solidité associée aux filets de cofibres P_{co} est calculée par :

$$s = \frac{n_f d_f}{2l_s}. \quad (2.15)$$

La solidité est comprise entre 0.07 et 0.49. Cette solidité n'est en général valide que lorsque la surface des fibres est sèche. Une fois mouillée, des colonnes d'eau se forment entre les fibres qui forment les cofibres comme indiqué sur la figure 2.19 ainsi que des gouttelettes sur les fibres simples. Nous nommons cette solidité, la solidité effective s_{eff} ⁸. Cependant nous observons expérimentalement qu'après mouillage, les fibres formant les co-fibres sont collées par la force capillaire, l'espace e_f est réduit à 0. Par conséquent, dans les calculs théoriques qui suivront nous considérerons $s_{eff} = s$ et $Re_d = \frac{v_0 2d_f}{\mu}$ uniquement.

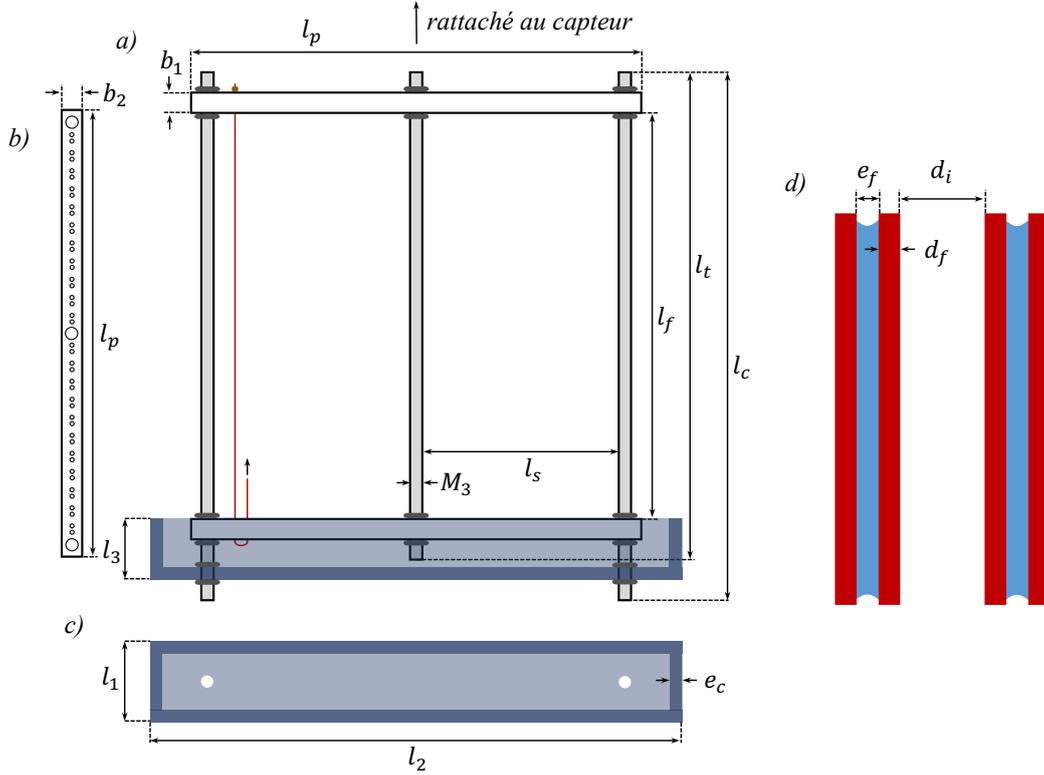


FIGURE 2.19 – Schéma de la structure porteuse des cofibres parallèles. a) Structure générale. b) Plan de la bande perforée. c) Vue de dessus du réservoir de collecte. d) Caractéristiques géométriques des cofibres.

Nous avons mesuré la masse d'eau collectée au cours du temps, à partir de laquelle on calcule un débit de collecte. L'efficacité totale mesurée est alors le rapport entre ce débit de collecte et le débit d'eau transporté par l'écoulement à travers la surface totale S_p comme défini par l'équation (2.14). Dans notre cas ici :

$$S_p = 2l_s l_f \approx 9.9 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \quad (2.17)$$

8. Dans le cas où les fibres restent bien espacées de e_f , celle-ci est calculée en considérant une moyenne dans le temps par

$$s_{eff} = \frac{1}{2l_s} (n_f d_f + n_{co} e_f) + \frac{n_{si} n_p d_{gc}}{2l_s l_f} \left(\frac{d_{gc}}{4} - d_f \right), \quad (2.16)$$

où n_{co} et n_{si} sont respectivement le nombre de paires de fibres formant les cofibres (ou nombre de cofibres) et le nombre de fibres simples (suffisamment espacés pour qu'aucune colonne d'eau ne se forme), tels que $n_f = n_{co} + n_{si}$. Comme noté dans le tableau 2.1, seuls deux filets comportent quelques fibres simples pour des raisons de contraintes de fabrication des filets. La solidité effective serait alors comprise entre 0.09 et 0.63.

et

$$S_{obs} = \frac{1}{2}n_f l_f d_f, \quad (2.18)$$

Nous avons utilisé trois vitesses v_0 différentes pour les expériences des cofibres : $v_0 = 2.07, 2.59$ et 3.22 m.s^{-1} .

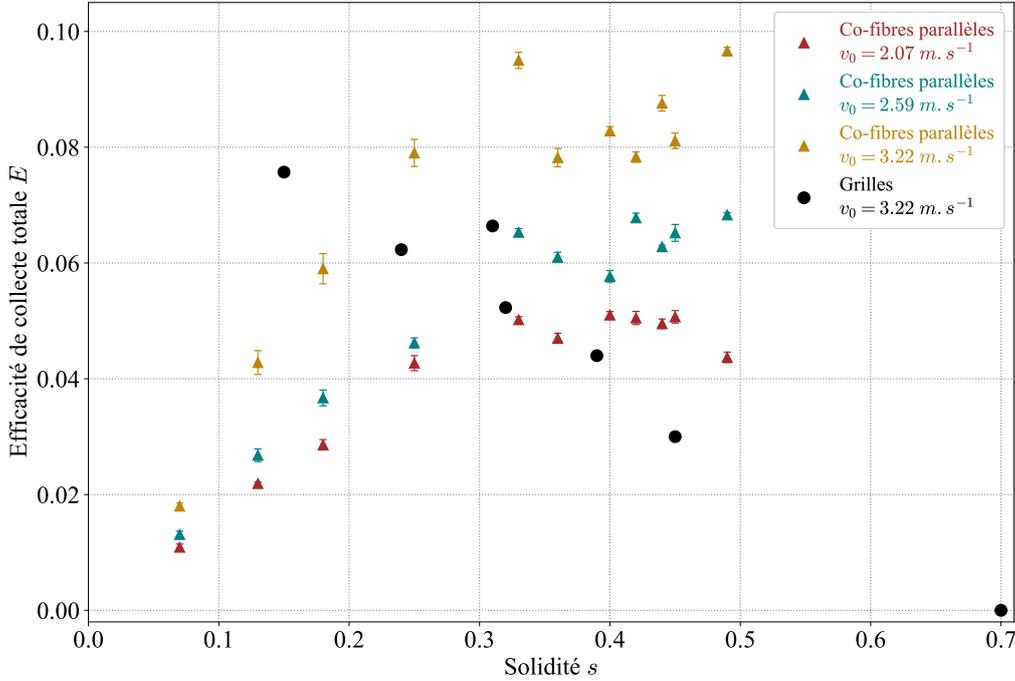


FIGURE 2.20 – Efficacité de collecte totale E (équation (2.14)), en fonction de la solidité s pour la série de filts de cofibres décrits table 2.1. Données expérimentales pour $v_0 = 2.07, 2.59$ et 3.22 m.s^{-1} , $d_f = 0.44 \text{ mm}$.

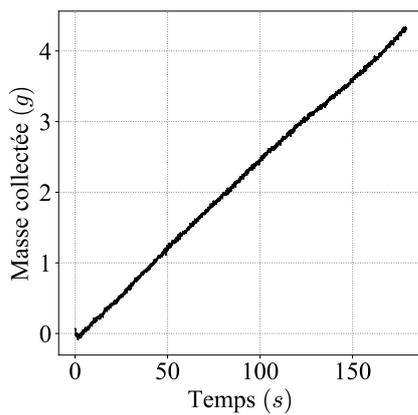


FIGURE 2.21 – Masse collectée au court du temps caractéristique pour un fil de cofibres parallèles, vitesse $v_0 = 2.07 \text{ m.s}^{-1}$.

Sur la figure 2.20, nous montrons le résultat de l'efficacité de collecte totale E en fonction de la solidité pour les filts de la table 2.1. Nous notons que pour toutes les solidités explorées, l'efficacité de collecte E augmente avec la vitesse v_0 de l'écoulement. L'efficacité de collecte augmente linéairement avec la solidité jusqu'à une solidité de 0.15 environ, puis l'augmentation est moindre pour atteindre une valeur maximale qui est plutôt stable entre 0.35 et 0.5. L'efficacité de collecte est bien meilleure à solidité modérée que pour les filts en fibre simple. D'ailleurs, on peut voir sur la figure 2.21 que la masse collectée au cours du temps est une droite (à comparer à la figure 2.12), on atteint dès le début de la collecte le régime permanent. Cette forte réactivité des co-fibres peut être utilisée pour détecter très efficacement la présence de brouillard (Moncuquet *et al.* (2022)).

2.3.3 Effet de l'angle d'attaque sur l'efficacité de collecte

Hors laboratoire, sur le terrain, le vent n'est pas toujours perpendiculaire au filet⁹ comme on peut le voir sur la figure 2.22.

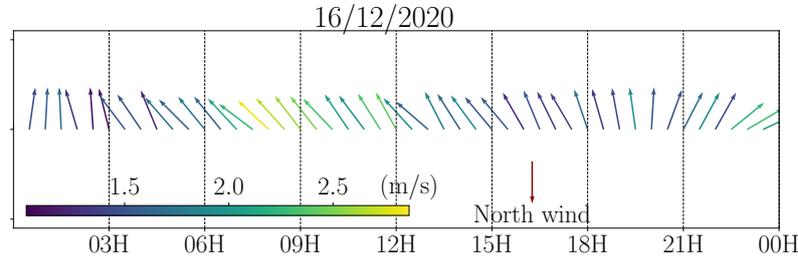


FIGURE 2.22 – Direction du vent au cours du temps lors de la journée du 16 décembre 2020 sur le site du SIRTA mesuré au niveau du filet à brouillard.

Afin d'avoir une idée de la variation du débit de collecte Q_c avec l'angle d'attaque β , nous avons mesuré le débit de collecte pour différents angles sur un filet constitué de cofibres parallèles de diamètre $d = 0.6 \text{ mm}$, de solidité $s = 0.34$ pour une vitesse $v_0 = 3.0 \text{ m.s}^{-1}$. Le débit est adimensionné par le débit obtenu à l'angle $\beta = 90^\circ$ noté Q_{c_0} . Le résultat montré sur la figure 2.23 indique une chute rapide de l'efficacité pour un angle d'attaque inférieur à $\beta = 25^\circ$. Néanmoins, l'efficacité reste quasi-constante pour des angles assez éloignés de 90° , c'est plutôt intéressant pour la collecte où on s'arrange d'être proche de 90° mais ce n'est pas toujours le cas.

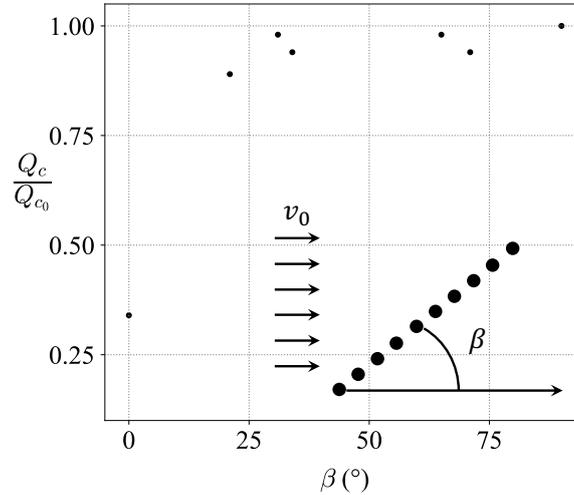


FIGURE 2.23 – Débit de collecte sur le débit à l'angle 90° , pour un filet de co-fibres parallèles, avec des fibres de diamètre $d = 0.6 \text{ mm}$, de solidité $s = 0.34$, $v_0 = 3.0 \text{ m.s}^{-1}$.

On cherche à présent à modéliser la collecte, notamment à solidité modérée ou à plus haute solidité pour déterminer l'optimum de collecte. C'est l'objet de la section suivante.

9. Lors de l'installation d'un filet à brouillard comme celui du SIRTA une cartographie spatiale et temporelle du vent est effectuée pour placer le filet perpendiculairement à la direction principale moyenne de l'écoulement.

2.4 Théorie de l'efficacité de collecte

Pour obtenir une expression théorique de l'efficacité de collecte il faut :

1. Modéliser l'impact inertiel d'un aérosol sur une fibre unique (aujourd'hui, c'est le modèle de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) qui est utilisé).
2. Modéliser le drainage.
3. Prendre en compte les effets aérodynamiques vus dans le chapitre 1.

Notre contribution dans cette partie est portée sur

- la vérification du calcul de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) portant sur l'efficacité de capture η_c d'un aérosol par un cylindre dans un écoulement potentiel, en utilisant la nouvelle méthode d'analyse par homotopie. Cette vérification est motivée par 1) le fait que nous n'avons pas trouvé dans la littérature une reproduction de ce calcul pourtant fondamental, 2) que la méthode de résolution géométrique utilisée à l'époque repose sur deux théorèmes que nous n'avons pas pu démontrer¹⁰, 3) enfin que la puissance de calcul numérique en 2024 est significativement plus importante qu'en 1940 et que nous pouvons peut-être espérer davantage de précision. Nous proposons une formule d'efficacité.
- le calcul de l'efficacité aérodynamique η_a d'un textile en utilisant le modèle d'écoulement potentiel du chapitre 1. À notre connaissance c'est la première fois que ce calcul est fait, puisqu'un tel modèle d'écoulement n'était pas disponible avant.

Dans ce qui suit, nous présentons d'abord les hypothèses de cette théorie, puis nous développons nos calculs.

2.4.1 Équation de mouvement d'un aérosol

Avant de présenter les mécanismes de collecte des aérosols, nous commençons par rappeler la description de la trajectoire d'une particule dans un écoulement laminaire et les hypothèses que nous faisons. On considère comme montré sur la figure 2.24 une particule sphérique indéformable de diamètre d_p et de densité uniforme ρ_p , dans un écoulement laminaire et newtonien. La vitesse de la particule est notée

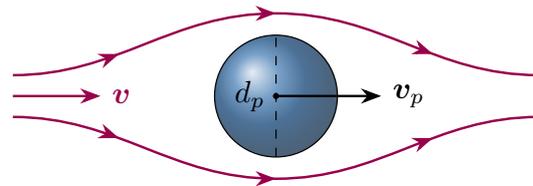


FIGURE 2.24 – Schéma de l'écoulement de Stokes autour d'un aérosol.

v_p , et celle du fluide en l'absence de la particule est notée v_f (sur la figure 2.24 la vitesse du fluide modifiée par la présence de la particule est notée v). [Maxey et Riley \(1983\)](#) ont appliqué le principe fondamental de la dynamique à une telle particule pour des faibles nombre de Reynolds $Re_{d_p} \ll 1$. C'est généralement le cas pour les gouttelettes d'eau qui constituent le brouillard pour lesquelles le diamètre est compris entre 1 et 20 μm selon [Mazoyer et al. \(2022\)](#), [Kunkel \(1982\)](#) et [Zak \(1994\)](#), soit $0.01 \leq Re_{d_p} \leq 10$ en prenant une vitesse telle que $1 \leq v_0 \leq 10 \text{ m.s}^{-1}$. L'équation générale obtenue par [Maxey et Riley](#)

¹⁰. Nous ne les précisons pas, nous mentionnons seulement que nous n'avons pas trouvé de démonstration dans l'article original de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#). Ils peuvent être consultés page 58-59, annexe D de leur article et le graphique correspondant se trouve p. 43 de leur article.

(1983) pour une particule sphérique dans un écoulement laminaire, newtonien et à faible nombre de Reynolds est ¹¹

$$\begin{aligned}
m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = & -3\pi d_p \mu \left(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t) - \frac{1}{24} d_p^2 \nabla^2 \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t) \right) + (m_p - m_f) \mathbf{g} \\
& + m_f \frac{D\mathbf{v}_f}{Dt}(\mathbf{x}_p(t), t) - \frac{m_f}{2} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t) - \frac{d_p^2}{40} \nabla^2 \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t) \right) \\
& - \frac{3}{2} \int_0^t \frac{\pi d_p^2 \mu}{(\pi \nu (t - \tau))^{\frac{1}{2}}} \frac{d}{d\tau} \left(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(\tau), \tau) - \frac{d_p^2}{24} \nabla^2 \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(\tau), \tau) \right) d\tau,
\end{aligned} \tag{2.22}$$

où m_p est la masse de la particule, m_f est la masse correspondant au volume de fluide déplacé par la particule, μ et ν respectivement la viscosité dynamique et cinématique du fluide. Le premier terme de cette équation correspond à la force de traînée visqueuse, le deuxième à la poussée d'Archimède, le troisième et quatrième termes à la masse ajoutée, enfin le cinquième terme est la force de Basset (effet de l'accélération de la particule).

Dans le cas particulier auquel nous nous intéressons, plusieurs approximations peuvent être faites :

Stationnarité : l'écoulement \mathbf{v}_f ne dépend pas explicitement du temps.

Comparaison des masses : le fluide est de l'air et la particule que nous considérons est constituée d'eau, par conséquent $m_f \ll m_p$ et nous ferons les approximations $m_p - m_f \approx m_p$ et $m_p + \frac{1}{2}m_f \approx m_p$.

Termes dominants : en adimensionnant l'équation (2.22) avec v_0 pour les deux vitesses et $\frac{l}{v_0}$ pour le temps on obtient un ordre de grandeur pour les différents termes. Tout d'abord, les termes faisant intervenir le Laplacien vectoriel sont, du fait de leurs facteurs, au moins un ordre de grandeur en dessous des termes faisant intervenir la vitesse du fluide seule, et par conséquent ils seront négligés. Ensuite, le troisième et quatrième termes de l'équation (2.22) peuvent eux aussi être négligés puisque $\frac{m_f}{m_p} \approx \mathcal{O}(10^{-3}) \ll 1$. Enfin, le dernier terme a un ordre de grandeur $\mathcal{O}\left(\frac{9}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{d_p} \frac{\rho_f}{\rho_p} \sqrt{\nu} \sqrt{\frac{l}{v_0}}\right) \approx \mathcal{O}\left(5\sqrt{\frac{l}{v_0}}\right) \ll 1$ (condition qui sera assurée dans ce qui suit), et sera lui aussi négligé.

On aboutit finalement à l'équation

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = -3\pi d_p \mu (\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t))) + m_p \mathbf{g}. \tag{2.23}$$

On considérera dans ce qui suit que le champ gravitationnel est aligné avec le vecteur \mathbf{e}_x . En adimensionnant cette équation avec une vitesse v_0 et une longueur caractéristique l que nous précisons plus tard, on obtient en notant les nouvelles grandeurs sans dimension

11. Dans l'équation (2.22), les termes dérivés par rapport au temps s'expriment par :

$$\frac{D\mathbf{v}_f}{Dt}(\mathbf{x}_p(t), t) = \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t}(\mathbf{x}_p(t), t) + (\mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t) \cdot \nabla) \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t), \tag{2.19}$$

$$\frac{d\mathbf{v}_f}{dt}(\mathbf{x}_p(t), t) = \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t}(\mathbf{x}_p(t), t) + (\mathbf{v}_p \cdot \nabla) (\mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t)), \tag{2.20}$$

et

$$\frac{d}{dt} (\nabla^2 \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t)) = \nabla^2 \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t}(\mathbf{x}_p(t), t) + (\mathbf{v}_p \cdot \nabla) (\nabla^2 \mathbf{v}_f(\mathbf{x}_p(t), t)). \tag{2.21}$$

par le symbole tilde ($\tilde{\cdot}$) :

$$\frac{d\tilde{\mathbf{v}}_p}{d\tilde{t}} = -\frac{1}{St} (\tilde{\mathbf{v}}_p - \tilde{\mathbf{v}}_f(\tilde{\mathbf{x}}_p(\tilde{t}))) - \frac{1}{Fr^2} \mathbf{e}_x, \quad (2.24)$$

faisant apparaître le nombre de Stokes défini par

$$St = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2 v_0}{\mu l}, \quad (2.25)$$

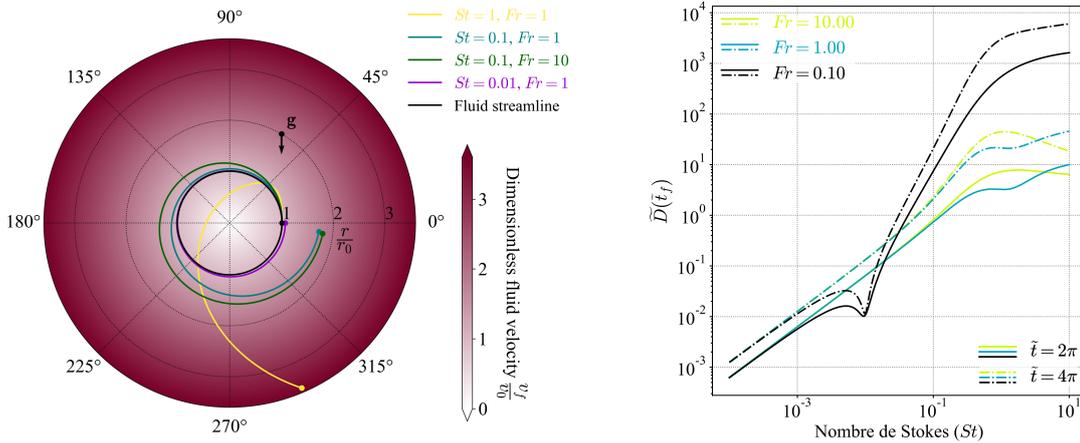
et le nombre de Froude

$$Fr = \frac{v_0}{\sqrt{gl}}. \quad (2.26)$$

Le nombre de Stokes indique le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses, il caractérise la capacité de l'aérosol à suivre les lignes de courant de l'écoulement. Le nombre de Froude quant à lui indique le rapport entre les forces inertielles et la force gravitationnelle, caractérisant la déviation de la particule des lignes de courant de l'écoulement du fait de la gravité. Pour illustrer l'influence de ces deux nombres, nous proposons de résoudre numériquement l'équation (2.24) dans le cas d'un écoulement bidimensionnel en rotation de vitesse $\mathbf{v}_f(r_f(t), \theta_f(t)) = r_f(t) \frac{v_0}{r_0} \mathbf{e}_{\theta_f(t)}$ donnée en coordonnées polaires. On utilise les grandeurs adimensionnées $\tilde{r}_f = \frac{r_f}{r_0}$, $\tilde{\mathbf{v}}_f = \frac{\mathbf{v}_f}{v_0}$ et $\tilde{t} = \frac{v_0}{r_0} t$. Le système d'équation en coordonnées polaires est alors, en notant \tilde{r} et θ les coordonnées de la particule :

$$\begin{cases} \tilde{r}\ddot{\tilde{r}} - \tilde{r}\dot{\theta}^2 = -\frac{1}{Fr^2} \sin(\theta) - \frac{\tilde{r}}{St}, \\ 2\tilde{r}\dot{\theta} + \tilde{r}\ddot{\theta} = -\frac{1}{Fr^2} \cos(\theta) - \frac{\tilde{r}}{St} (\dot{\theta} - 1), \end{cases} \quad (2.27)$$

avec les conditions initiales $\tilde{r}(0) = 1$, $\dot{\tilde{r}}(0) = 0$, $\theta(0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = 1$.



(a) Trajectoire des particules.

(b) Distance $\tilde{D}(\tilde{t}_f)$.

FIGURE 2.25 – Solution numérique de l'équation de trajectoire d'une particule de fluide dans un écoulement rotatif (équation (2.27)) obtenue avec Python 3.9.5 et la méthode Runge-Kutta-Fehlberg (RK45) implémentée avec la fonction `solve_ivp`. (a) Trajectoire de la particule en fonction de différents nombres de Stokes et Froude. (b) Distance $\tilde{D}(\tilde{t}_f)$ entre la particule de fluide et la particule à différents temps fixés $\tilde{t}_f = 2\pi$ et $\tilde{t}_f = 4\pi$, en fonction du nombre de Stokes et pour différents nombres de Froude.

Sur la figure 2.25a nous montrons la trajectoire de la particule en comparaison de la trajectoire circulaire de la particule de fluide, pour un temps adimensionné $\tilde{t} = 2\pi$ correspondant à un tour complet de la particule de fluide de référence positionnée à $\tilde{r}_f(0) = 1$ et $\theta_f(0) = 0$ et représentée par un point noir. Sur la figure 2.25b nous montrons l'évolution de la distance $\tilde{D}(\tilde{t}_f) = |\tilde{\mathbf{x}}_f(\tilde{t}_f) - \tilde{\mathbf{x}}_p(\tilde{t}_f)|$ pour $\tilde{t}_f = 2\pi$ et $\tilde{t}_f = 4\pi$ en fonction du nombre de Stokes et pour différents nombre de Froude fixés. Généralement, plus le nombre de Stokes est faible plus l'aérosol suit la particule de fluide de référence, bien que pour une durée fixée la distance \tilde{D} n'est pas monotone comme on le voit sur la figure 2.25b (c'est particulier à l'écoulement rotatif et la direction choisie pour la gravité). L'équation (2.24) est appliquée dans ce qui suit au cas d'un écoulement autour d'une fibre.

2.4.2 Mécanisme de collecte des aérosols par une fibre

Le mécanisme de collecte des aérosols repose sur l'impact inertiel sur des fibres placées dans l'écoulement. Du fait d'un nombre de Stokes non nul, les aérosols peuvent dévier des lignes de courant et impacter les fibres ou d'autres gouttes formées sur les fibres. Ce principe a été étudié de manière théorique en premier lieu par [Albrecht \(1931\)](#)¹², puis par [Taylor \(1940\)](#) et [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#). Nous présentons ici les principaux résultats qu'il ont obtenu. Ceux-ci seront discutés ultérieurement dans ce chapitre. On considère une fibre de diamètre d_f fixe placée dans un écoulement uniforme de vitesse loin en amont v_0 . [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) ont considéré un écoulement potentiel autour d'une unique fibre. Le nombre de Reynolds associé à l'écoulement autour de la fibre est de l'ordre de $Re_d = 10 - 1000$.

Puisque la fibre est un cylindre rectiligne, la symétrie du problème nous permet de réduire la dimension à deux comme représenté sur la figure 2.26. L'écoulement est obtenu à partir du potentiel de vitesse ϕ qui satisfait l'équation de Laplace avec les conditions aux bords de vitesse normale nulle ce qui s'exprime par $\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}_S} = 0$ où \mathbf{n}_S est le vecteur normal unitaire dirigée vers l'extérieur de la fibre. L'équation de Laplace s'exprime en coordonnées polaires par

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = 0. \quad (2.28)$$

La solution satisfaisant les conditions aux bords est classique :

$$\phi(r, \theta) = v_0 \left(r + \frac{d_f^2}{4r} \right) \cos(\theta), \quad (2.29)$$

on en déduit la vitesse radiale

$$v_r(r, \theta) = \frac{\partial \phi}{\partial r} = v_0 \left(1 - \frac{d_f^2}{4r^2} \right) \cos(\theta), \quad (2.30)$$

et la vitesse orthoradiale

$$v_\theta(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -v_0 \left(1 + \frac{d_f^2}{4r^2} \right) \sin(\theta). \quad (2.31)$$

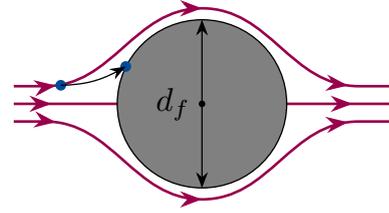


FIGURE 2.26 – Schéma de principe de l'impact inertiel d'une gouttelette d'eau (en bleu) dans un écoulement potentiel autour d'une fibre (lignes rougeâtres), vue en coupe.

12. L'article en question ne se trouve pas sur internet, il peut cependant être consulté sur demande aux archives de la Bibliothèque de l'École polytechnique.

Nous adimensionnons les équations en prenant v_0 , et $r_0 = \frac{d_f}{2}$. Dans ce qui suit, nous négligerons les effets de la gravité, comme l'ont fait [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#), ce qui revient à dire que

$$\frac{St}{Fr^2} = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2}{\mu} g \ll 1, \quad (2.32)$$

ce qui est vérifié dans notre cas pour les plus petites gouttelettes puisque nous avons $10^{-6} m \leq d_p \leq 20 \times 10^{-6} m$, $\rho_p = 1000 kg.m^{-3}$ et $\mu = 1.85 \times 10^{-5} Pa.s^{-1}$, ce qui donne $5.3 \times 10^{-4} \leq \frac{St}{Fr^2} \leq 2.1 \times 10^{-1}$. L'équation de mouvement des gouttelettes (2.24) autour de la fibre s'écrit donc en coordonnées polaires

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{r}} - \tilde{r}\dot{\theta}^2 = -\frac{1}{St} \left(\tilde{r} - \left(1 - \frac{1}{\tilde{r}^2}\right) \cos(\theta) \right), \\ 2\tilde{r}\dot{\theta} + \tilde{r}\ddot{\theta} = -\frac{1}{St} \left(\tilde{r}\dot{\theta} + \left(1 + \frac{1}{\tilde{r}^2}\right) \sin(\theta) \right), \end{cases} \quad (2.33)$$

où nous avons pris pour adimensionner r le paramètre $r_0 = \frac{d_f}{2}$ et pour le temps t le rapport $\frac{r_0}{v_0}$. La vitesse initiale de la particule est prise égale à celle du fluide à son point initial (nous reviendrons sur les conditions initiales). La condition d'impact est la suivante¹³ : si $r_p = \frac{d_p}{2}$ est le rayon de la particule, alors il y a impact inertiel si et seulement si il existe $t \in \mathbb{R}^+$ tel que

$$r(t) \leq r_p + r_f \text{ ou encore } \tilde{r}(\tilde{t}) \leq 1 + \frac{r_p}{r_f}. \quad (2.34)$$

Nous montrons sur la figure 2.27 la trajectoire des particules pour différentes positions et pour différents nombres de Stokes St . Nous avons fixé le temps adimensionné de la simulation à $\tilde{t}_f = 3$ et le rapport des rayons gouttelette-fibre à $\frac{r_p}{r_f} = 10^{-2}$ (proches des valeurs que l'on peut obtenir avec les caractéristiques des filets utilisés sur le terrain et des gouttelettes de brouillard). Plus le nombre de Stokes diminue, plus les gouttelettes suivent les lignes de courant et contournent la fibre. On voit par exemple qu'avec un nombre de Stokes de 1 une quantité plus importante de gouttelettes impactent la fibre. Pour un nombre de Stokes de 10, toutes les particules que nous avons tracées impactent la fibre. Pour un nombre de Stokes de 0.01, toutes les gouttelettes contournent la fibre à l'exception de celle qui est placée initialement sur l'axe passant par le centre de la fibre et parallèle à la direction principale de l'écoulement. Est-ce qu'elle impacte la fibre ? En effet, pour une particule ponctuelle située sur la ligne de courant passant par le point de stagnation sur la fibre, l'angle θ est constant et vaut $\theta = \pi$. L'équation (2.33) est réduite à

$$\ddot{\tilde{r}} = -\frac{1}{St} \left(\tilde{r} + \left(1 - \frac{1}{\tilde{r}^2}\right) \right). \quad (2.35)$$

Cette équation donne des solutions qui convergent vers 1 (avec les conditions initiale : $\tilde{r}(0) \rightarrow \infty$, $\dot{\tilde{r}}(0) = -1$). On trouve numériquement que si $St > 0.125$, alors la particule impacte la fibre en un temps fini, et si $St < 0.125$ la particule tend asymptotiquement (en $\tilde{t} \rightarrow +\infty$) vers la fibre, mais ne l'impacte jamais. On obtient la même valeur ($\frac{1}{8}$) que [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#).

13. Remarquons que si l'écoulement avait été décrit par l'équation de Navier-Stokes sans négliger les termes visqueux, la physique hydrodynamique n'est pas suffisante pour qu'il y ait physiquement un impact, ce dernier ne peut être compris qu'en adoptant également une physique moléculaire, voir [Josserand et Thoroddsen \(2016\)](#).

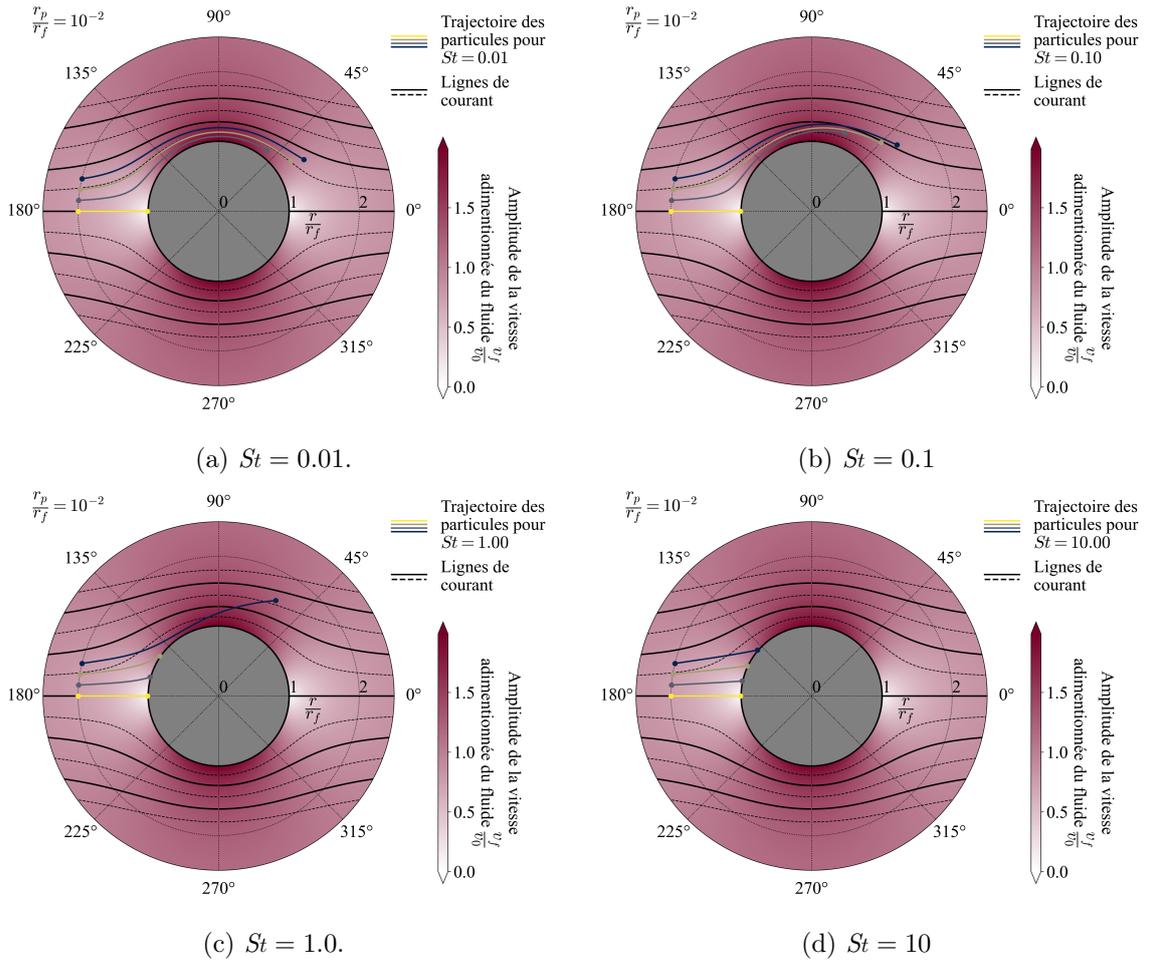


FIGURE 2.27 – Solution numérique de l'équation de trajectoire d'une particule dans un écoulement autour d'une fibre (équation (2.33)) obtenue avec Python 3.9.5 et la méthode Runge-Kutta-Fehlberg (RK45) implémentée avec la fonction `solve_ivp`, pour différents nombres de Stokes, et un rapport des rayons gouttelette-fibre $\frac{r_p}{r_f} = 10^{-2}$. Nous avons utilisé le même temps final adimensionné $\tilde{t}_f = 3$.

Nous allons à présent calculer une efficacité de collecte par la fibre dans cette configuration d'écoulement potentiel. L'efficacité de capture η_c sera définie telle que [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) l'ont proposée, à savoir le rapport entre la masse d'eau collectée par unité de longueur et unité de temps notée Q_c sur la masse d'eau par unité de longueur et par unité de temps qui aurait été collectée en l'absence de déviation des gouttelettes notée Q_w (c'est-à-dire le débit à travers une surface égale à celle apparente de la fibre).

$$\eta_c = \frac{Q_c}{Q_w}. \quad (2.36)$$

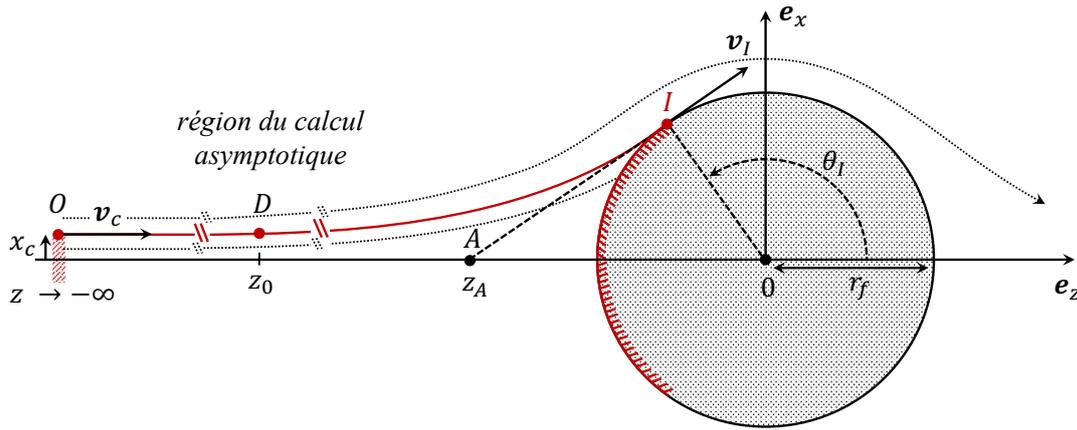


FIGURE 2.28 – Schéma de la trajectoire des aérosols et notations pour la méthode de calcul de l'efficacité de collecte η_c . La ligne rouge correspond à la trajectoire tangente à la fibre au point I avec une vitesse en ce point notée v_I . Toutes les gouttelettes ayant des trajectoires passant par le point d'ordonnée $|x| < x_0$ à l'origine impactent la fibre. r_f est le rayon de la fibre centrée en 0. Le point A d'abscisse z_A correspond au point d'intersection entre l'axe z et la tangente à la fibre passant par I . Le point D correspond au point de départ du calcul de la trajectoire, la vitesse v_0 en ce point est déterminée par l'approximation asymptotique.

Si q est le contenu en eau liquide du brouillard (c'est-à-dire la masse d'eau contenue sous forme liquide dans une unité de volume d'air) alors la masse d'eau par unité de longueur et par unité de temps qui aurait été collectée en l'absence de déviation des gouttelettes est

$$Q_w = qd_f v_0. \quad (2.37)$$

Pour déterminer Q_c nous déterminons les deux trajectoires tangentes à la fibre comme représenté sur la figure 2.28. Tous les aérosols situés entre ces deux courbes impacteront la fibre. Pour déterminer ces trajectoires, nous devons considérer un aérosol ayant initialement une vitesse v_0 en $\tilde{z} \rightarrow -\infty$. Cependant, la résolution numérique nous impose de considérer une position initiale $(\tilde{z}_0, \tilde{x}_0)$ finie. Langmuir et Blodgett (1946) ont traité ce problème en prenant une position initiale fixe et en calculant la vitesse initiale des aérosols à cette position en déterminant analytiquement par un développement en série entière une solution approchée à l'équation équivalente à (2.33) en coordonnées cartésiennes dans la limite $\tilde{z} \rightarrow -\infty$. Glauert (1940) et Kantrowitz (1940) ont également fait une résolution approchée mais en supposant que la vitesse initiale de la particule est égale à celle du fluide, ce qui selon Langmuir et Blodgett (1946) conduit à une erreur de prédiction qui n'est pas si négligeable (en particulier en dehors du régime de Stokes pour l'écoulement autour de la particule (pour des nombres de Reynolds plus élevés que 1)). Par conséquent nous allons également déterminer les conditions initiales par analyse asymptotique. Notons cependant que Lewis et Brun (1956) se sont aussi intéressés à un tel problème pour l'impact de gouttelettes d'eau sur une structure rectangulaire, ils ont supposé que la vitesse initiale de l'aérosol était égale à celle du fluide à une position $\tilde{z} = -60$. Pour déterminer cette solution approchée à grande distance de la fibre, nous allons mener l'analyse dans l'espace cartésien. Les vitesses s'écrivent alors

$$\tilde{v}_{f_z}(\tilde{z}, \tilde{x}) = 1 + \frac{\tilde{x}^2 - \tilde{z}^2}{(\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2)^2}, \quad (2.38)$$

$$\tilde{v}_{f_x}(\tilde{z}, \tilde{x}) = -2 \frac{\tilde{z}\tilde{x}}{(\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2)^2}. \quad (2.39)$$

$\tilde{v}_p(t)$ dans l'équation (2.24) ne dépend que du temps. Pour ce qui suit, afin d'obtenir une valeur de la vitesse pour des coordonnées données, il est plus commode de travailler avec une description eulérienne, dans ce cas nous noterons la vitesse $\tilde{\mathbf{v}}(\tilde{z}(t), \tilde{x}(t))$. Puisque dans la limite $\tilde{z} \rightarrow -\infty$, $\tilde{v}_x \ll \tilde{v}_z$, nous ferons l'approximation suivante :

$$\frac{d\tilde{v}_p}{dt}(t) = \tilde{v}_z(\tilde{z}, \tilde{x}) \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial \tilde{z}}(\tilde{z}, \tilde{x}) + \tilde{v}_x(\tilde{z}, \tilde{x}) \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial \tilde{x}}(\tilde{z}, \tilde{x}) \approx \tilde{v}_z \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{d\tilde{z}}(\tilde{z}), \quad (2.40)$$

où \tilde{x} est pris désormais comme un paramètre, et \tilde{z} une variable indépendante. Puis nous procédons au changement de variable suivant en introduisant la variable a :

$$a = \frac{1}{\tilde{z}}. \quad (2.41)$$

L'équation (2.33) devient, après ces opérations, en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{cases} a^2 \tilde{v}_z \frac{d\tilde{v}_z}{da} = \frac{1}{St} \left(\tilde{v}_z - 1 - a^2 \frac{a^2 \tilde{x}^2 - 1}{(1 + a^2 \tilde{x}^2)^2} \right), \\ a^2 \tilde{v}_z \frac{d\tilde{v}_x}{da} = \frac{1}{St} \left(\tilde{v}_x + 2a^3 \frac{\tilde{x}}{(1 + a^2 \tilde{x}^2)^2} \right). \end{cases} \quad (2.42)$$

Les conditions aux limites étant $\tilde{v}_z(0) = 1$ et $\tilde{v}_x(0) = 0$. Pour $-1 < a\tilde{x} < 1$, l'expression suivante admet un développement en série entière :

$$\frac{1}{(1 + a^2 \tilde{x}^2)^2} = \sum_{k=0}^{+\infty} (k+1) (-1)^k a^{2k} \tilde{x}^{2k}. \quad (2.43)$$

Jusqu'à présent, nous avons suivi le raisonnement de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#), dans ce qui suit nous procédons différemment pour la résolution. Nous cherchons à développer la vitesse selon \tilde{z} de l'équation (2.42) sous la forme d'une série entière en a . Nous obtenons pour \tilde{v}_z à l'ordre $n \in \mathbb{N}$:

$$\tilde{v}_z = \sum_{k=0}^n b_k a^k \text{ avec } \begin{cases} b_0 = 1, \\ b_1 = 0, \\ b_2 = -1, \\ b_{2i} = (2i-1)(-1)^i \tilde{x}^{2i-2} \\ \quad + St \sum_{j=0}^{2i-2} b_j b_{2i-j-1} (2i-j-1), i \geq 2, \\ b_{2i+1} = St \sum_{j=0}^{2i-1} b_j b_{2i-j} (2i-j), i \geq 1. \end{cases} \quad (2.44)$$

Cette série est divergente, mais les premiers termes donnent une indication plutôt bonne du comportement de la fonction quand $a \rightarrow 0$. Afin d'obtenir un développement asymptotique convergent, nous appliquons la méthode d'analyse par homotopie développée par [Liao \(2011\)](#) qui a déjà été appliquée à des problèmes de mécanique des fluides avec succès ([Liao \(2010\)](#)). Cette méthode peut donner une série de fonctions qui converge très rapidement, sous réserve de la construction d'un opérateur différentiel linéaire et d'une fonction d'ordre

zéro bien choisis. Sans en présenter la généralité nous appliquons directement le calcul ici, pour tout a et tout \tilde{x} tels que $-1 < a\tilde{x} < 1$. Soit l'opérateur différentiel $\mathcal{N}(u', u, a)$ issu de la première équation différentielle du système (2.42), défini donc par

$$\mathcal{N}(u', u, a) = St a^2 u u' - u - f_m(a), \quad (2.45)$$

avec

$$f_m(a) = -1 - a^2 (a^2 \tilde{x}^2 - 1) \sum_{k=0}^m (k+1) (-1)^k a^{2k} \tilde{x}^{2k}. \quad (2.46)$$

On construit l'opérateur linéaire \mathcal{L} associé à \mathcal{N} : on choisit $\mathcal{L}(u') = u'$ (il n'y a pas de méthode générale, ce dernier est choisi après plusieurs essais pour obtenir une meilleure convergence). Soit l'homotopie ϕ développée en série de Maclaurin telle que

$$\phi(a; p) = u_0(a) + \sum_{k=1}^{+\infty} u_k(a) p^k, \quad (2.47)$$

en supposant a priori qu'elle converge pour tout $p \in [0, 1]$, p un paramètre. On suppose que toutes les fonctions u_k sont continues et dérivables. Lorsque $p = 0$, $\phi(a; p) = u_0(a)$, et lorsque $p = 1$, $\phi(a; p) = u_0(a) + \sum_{k=1}^{+\infty} u_k(a) = u(a) = \tilde{v}_z(a)$. En topologie algébrique, ϕ est donc une homotopie entre u_0 et u , sur leur espace de définition. u_0 étant l'approximation initiale que nous choisissons égale aux trois premiers termes de la série divergente (2.44), soit

$$u_0(a) = 1 - a^2 - 2 St a^3. \quad (2.48)$$

On construit maintenant ce qu'on appelle l'équation de déformation, qui est elle-aussi une homotopie entre une équation différentielle linéarisée et l'équation différentielle non-linéaire initiale du problème. Là encore, il y a une grande liberté de choix, généralement motivée par rapidité de la convergence. Nous choisissons (après plusieurs tests) l'équation de déformation suivante :

$$(1 - p) \mathcal{L}(\phi' - u'_0) = c_0 p \mathcal{N}(\phi', \phi, a), \quad p \in [0, 1], \quad (2.49)$$

avec c_0 un paramètre qui contrôle la convergence de la solution. En injectant l'expression de ϕ (équation (2.47)) dans l'équation (2.49), on trouve que les fonctions u_k s'expriment par

$$\begin{aligned} u_1(a) &= c_0 \int_0^a St a'^2 u_0(a') u'_0(a') - u_0(a') - f_m(a') da', \\ u_k(a) &= u_{k-1} + c_0 \int_0^a -u_{k-1}(a') + St a'^2 \sum_{i=0}^{k-1} u_i(a') u'_{k-1-i}(a') da'. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Nous avons ensuite implémenté numériquement cette suite récurrente en fixant le paramètre de convergence à $c_0 = -5$ qui donne une convergence à une précision de 10^{-3} près au cinquième ordre (u_5). La vitesse \tilde{v}_x définie dans le système (2.42), quant à elle, satisfait une équation différentielle linéaire du premier ordre, cependant la singularité en zéro rend difficile l'intégration, et nous allons donc utiliser comme précédemment la méthode d'analyse par homotopie pour trouver une approximation. L'opérateur différentiel \mathcal{M} est cette fois-ci

$$\mathcal{M}(v', v, a) = St a^2 \tilde{v}_z(a) v' - v - g_m(a), \quad (2.51)$$

avec

$$g_m(a) = 2a^3 \tilde{x} \sum_{k=0}^m (k+1) (-1)^k a^{2k} \tilde{x}^{2k}. \quad (2.52)$$

On construit le même opérateur différentiel linéaire \mathcal{L} que pour $\tilde{v}_z : \mathcal{L}(v') = v'$. Soit l'homotopie ψ définie par la série a priori convergente

$$\psi(a; p) = v_0(a) + \sum_{k=1}^{+\infty} v_k(a) p^k, \quad p \in [0, 1]. \quad (2.53)$$

L'équation de déformation est

$$(1 - p) \mathcal{L}(\psi' - v'_0) = c_0 p \mathcal{N}(\psi', \psi, a), \quad p \in [0, 1]. \quad (2.54)$$

Pour choisir la fonction initiale v_0 on utilise la méthode précédente c'est-à-dire qu'on cherche les vitesses dans le système d'équation (2.42) sous la forme de séries entières et en ne gardant que les premiers termes, disons les trois premiers, soit après calculs

$$v_0 = -2\tilde{x}a^3 - 6 St \tilde{x}a^4 + 4\tilde{x}(\tilde{x}^2 - 6 St^2) a^5. \quad (2.55)$$

Le terme v_1 s'obtient par l'équation

$$v_1(a) = c_0 \int_0^a St a'^2 \tilde{v}_z(a') v'_0(a') - v_0(a') - g_m(a') da' \quad (2.56)$$

Les termes v_k , pour $k > 1$ s'obtient grâce à l'équation

$$v_k(a) = v_{k-1} + c_0 \int_0^a St a'^2 \tilde{v}_z(a') v'_{k-1}(a') - v_{k-1}(a') da' \quad (2.57)$$

La valeur de ces expressions obtenue par récurrence est calculée numériquement. Remarquons que les premiers termes que nous obtenons pour les deux vitesses (2.48 et 2.55) sont très proches de ceux obtenues par [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#). \tilde{v}_z est bien symétriques selon \tilde{x} , et \tilde{v}_x est antisymétrique par rapport à \tilde{x} . Ainsi, si on prend comme position initiale de la particule $(\tilde{z}, \tilde{x}) = (-4, 0.35)$ on obtient, à l'ordre 6, les vitesses initiales de la particule à cette position $\tilde{v}_z = 0.9566$ et $\tilde{v}_x = 0.00784$ ([Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) ont trouvé $\tilde{v}_z = 0.956$ et $\tilde{v}_x = 0.00712$). Partant à la position horizontale \tilde{z}_0 , nous employons un algorithme de dichotomie pour déterminer la valeur limite \tilde{x}_0 , si elle existe, telle que pour toute particule pour laquelle en \tilde{z}_0 , \tilde{x} est supérieur à \tilde{x}_0 , celle-ci n'impacte pas la fibre, ceci pour une valeur de $\frac{r_p}{r_f}$ fixée. Si la particule est ponctuelle, soit $\frac{r_p}{r_f} = 0$, alors la trajectoire passant par le point $(\tilde{z}_0, \tilde{x}_0)$ est tangente à la fibre (figure 2.28). \tilde{x}_0 étant déterminé, il reste à trouver la valeur de l'ordonnée \tilde{x}_c en $\tilde{z} \rightarrow -\infty$ de la particule suivant cette trajectoire critique (figure 2.28). Nous en déduisons ensuite l'efficacité de capture η_c .

Pour déterminer \tilde{x}_c , nous faisons l'hypothèse que dans la limite de validité de l'analyse asymptotique précédente, pour $\tilde{z} \rightarrow -\infty$, le champ de vitesse $\tilde{\mathbf{v}}$ obtenu, solution de 2.42, est suffisamment proche de celui du fluide pour que la divergence soit presque nulle ($div(\tilde{\mathbf{v}}) \approx 0$). Une approximation de la trajectoire sera donc donnée par une fonction ψ qui se comporte presque comme une fonction de courant. Par conséquent on écrit

$$\tilde{v}_z(a) = -\frac{\partial \psi}{\partial \tilde{x}} \text{ d'où } \psi(\tilde{z}, \tilde{x}) = -\int_0^{\tilde{x}} \tilde{v}_z(a) d\tilde{x}', \quad (2.58)$$

or $\tilde{v}_z(a)$ s'exprime asymptotiquement sous la forme d'un polynôme en a , que l'on écrit de manière générale par

$$\tilde{v}_z(a) = \sum_{k=0}^s c_k(\tilde{x}) a^k, \quad (2.59)$$

de sorte que l'on a finalement

$$\psi(\tilde{z}, \tilde{x}) = - \sum_{k=0}^s a^k \int_0^{\tilde{x}} c_k(\tilde{x}') d\tilde{x}' \text{ et } \lim_{\tilde{z} \rightarrow -\infty} \psi(\tilde{z}, \tilde{x}) = -\tilde{x}. \quad (2.60)$$

Lorsque ψ est constante, elle décrit une courbe qui est approximativement la trajectoire de la particule. La constante est alors simplement $\psi(\tilde{z}_0, \tilde{x}_0)$, et on a donc une efficacité de capture

$$\eta_c = \tilde{x}_c = -\psi(\tilde{z}_0, \tilde{x}_0). \quad (2.61)$$

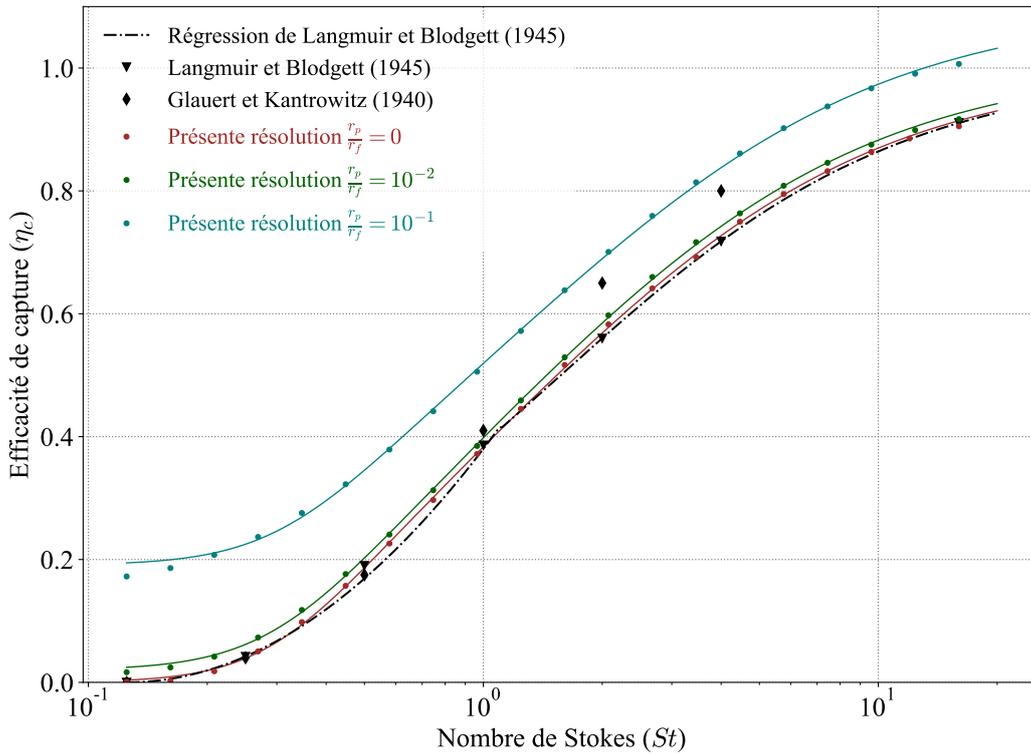


FIGURE 2.29 – Solution numérique de l'efficacité de collecte (équation (2.61)) obtenue avec Python 3.9.5, faisant intervenir la méthode Runge-Kutta-Fehlberg (RK45) implémentée avec la fonction `solve_ivp`, pour différents nombres de Stokes, et trois rapports des rayons gouttelette-fibre $\frac{r_p}{r_f} = 0, 0.01$ et 0.1 .

Sur la figure 2.29 nous montrons le résultat obtenu numériquement en comparaison des résultats de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#), [Glauert \(1940\)](#) et [Kantrowitz \(1940\)](#). Nous avons fixé $\tilde{z}_0 = -10$ pour assurer une convergence correcte à 10^{-2} près pour des nombres de Stokes proches de l'unité et $\tilde{z}_0 = -20$ pour les valeurs de St les plus élevées. Le temps \tilde{t}_f est adapté par assurer que la gouttelette arrive et dépasse éventuellement la fibre. Les valeurs obtenues avec notre méthode de résolution sont très proches à celles de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#), confirmant leurs résultats pour une gouttelette ponctuelle (dans l'approximation d'un écoulement de Stokes autour de la gouttelette). Nous avons également calculé l'efficacité de collecte pour des gouttelettes 10 fois et 100 fois plus petites que la fibre (points en vert foncé et en bleu respectivement sur la figure 2.29). Cela conduit à une augmentation de l'efficacité de l'ordre de 0.10 et 0.01 environ respectivement, ce qui

| Rayon de la particule $\frac{r_p}{r_f}$ | a | b | c |
|---|-------|-------|-------|
| 0 | 3.397 | 1.557 | 1.497 |
| 0.01 | 3.106 | 1.427 | 1.474 |
| 0.1 | 3.131 | 1.409 | 1.613 |

TABLE 2.2 – Liste des valeurs des paramètres de régression de l'efficacité de capture η_c associés à l'équation 2.62.

peut être significatif. De manière générale, après avoir fait une régression sur ces points, on considère la formule d'efficacité de capture suivante :

$$\eta_c = \eta_c^0 + \frac{\eta_c^1}{2} (1 + \tanh(a \log_{10}(St) + b)) \frac{St}{St+c}, \quad (2.62)$$

où a , b et c sont les paramètres de régression dont la valeur se trouve dans le tableau 2.2 en fonction de $\frac{r_p}{r_f}$, et η_c^0 et η_c^1 sont deux coefficients liés aux limites d'efficacité minimale et maximale que nous avons calculées analytiquement¹⁴, ils s'expriment de manière exacte par

$$\eta_c^0 = 1 + \frac{r_p}{r_f} - \frac{1}{1 + \frac{r_p}{r_f}} \text{ et } \eta_c^1 = \frac{1}{1 + \frac{r_p}{r_f}}. \quad (2.63)$$

Notons enfin que la régression de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) montrée sur la figure 2.29 en comparaison de nos régressions s'exprime par

$$\eta_c = \begin{cases} 0 & \text{si } St < 0.125 \\ 0.466 \log^2(8 St) & \text{si } 0.125 \leq St \leq 1.1 \\ \frac{St}{St + \frac{\pi}{2}} & \text{si } St > 1.1 \end{cases} \quad (2.64)$$

Comme on peut le voir sur la figure 2.29, notre régression est très proche de celle de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#), mais il faut noter l'écart plus significatif autour de $St = 0.7$ où notre résolution numérique donne une efficacité plus élevée que la régression de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#). Cela semble même davantage en accord avec le point calculé numériquement par [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) à $St = 0.5$. Ces résultats peuvent être mis en relation avec le modèle de [Moncuquet et al. \(2022\)](#). En effet, le modèle a tendance à sous-estimer l'efficacité de collecte, nos calculs montrant que la régression de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) utilisé par [Moncuquet et al. \(2022\)](#) pourrait sous-estimer l'efficacité η_c , cela pourrait expliquer en partie la différence. Nous notons aussi que tous les travaux qui ont besoin de ce résultat utilisent cette régression de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#), en particulier la partie pour $St > 1.1$ qui est la région qui change le moins entre notre régression et celle de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#).

14. Nous avons calculé η_c^0 en considérant un nombre de Stokes nul $St = 0$ et en calculant la ligne de courant telle que la particule touche la fibre, sachant que les lignes de courant ont pour propriété que le point de distance minimale sur la ligne de courant par rapport à la fibre est situé à la position $\tilde{z} = 0$. η_c^1 est calculé en considérant un nombre de Stokes infini, dans ce cas en effet η_c tend vers $1 + \frac{r_p}{r_f}$.

2.4.3 Drainage

Les gouttelettes qui impactent la fibre s'accumulent par capillarité et forment par coalescence des gouttes de diamètre que nous notons d_g . Lorsqu'une goutte atteint un volume V_c critique, les forces de capillarité sont insuffisantes pour maintenir la goutte sur la fibre : elle est drainée par la gravité. Un paramètre important qui intervient est donc la longueur capillaire :

$$l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_p g}}, \quad (2.65)$$

où γ est la tension superficielle et vaut pour l'eau pure 0.072 N.m^{-1} et l'eau de brouillard (ou du robinet) environ 0.065 N.m^{-1} .

Sur une fibre, les forces capillaires qui retiennent la goutte valent :

$$F_c = \gamma d_g \Delta \cos(\theta), \quad (2.66)$$

si on suppose que la goutte mouille tout le tour de la fibre, et où $\Delta \cos(\theta)$ est l'hystérésis de l'angle de contact qui vaut pour les fibres de nylon et l'eau $\Delta \cos(\theta) = 0.23$. Le poids quant à lui est

$$F_g = \rho_g g \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_f}{2} \right)^3. \quad (2.67)$$

La valeur seuil du diamètre équivalent d_{g_c} au volume sphérique critique V_c se déduit de l'égalité $F_c = F_g$:

$$d_{g_c} = (6l_c^2 d_f \Delta \cos(\theta))^{\frac{1}{3}}. \quad (2.68)$$

Sur une grille, où à un croisement de fibres, on peut retenir des volumes plus importants (voir la figure 2.14 et le drainage peut devenir un facteur limitant. Ici nous considérons que les gouttes sont évacuées rapidement, c'est-à-dire l'efficacité de drainage vaut 1, ce qui correspond bien au cas des co-fibres comme nous l'avons vu.

Avant de discuter l'efficacité de collecte totale par un textile, nous devons aborder la question de l'interaction macroscopique entre le filet et l'écoulement, c'est l'objet de la section suivante.

2.4.4 Efficacité aérodynamique d'une surface poreuse

Le problème de l'efficacité aérodynamique se pose immédiatement si l'on veut passer de l'impact d'une gouttelette sur une fibre à celui d'une gouttelette sur un textile, ce changement d'échelle nécessite de prendre en compte des effets macroscopiques de l'écoulement : on ne peut plus considérer des fibres isolées. À notre connaissance, le calcul de l'efficacité de capture η_c dont nous avons parlé juste avant cette section n'a été résolu numériquement que dans le cas de solides (pavé, cylindre). Nous proposons dans cette section de résoudre l'équation de trajectoire des gouttelettes d'eau dans l'air pour un écoulement potentiel tridimensionnel autour d'une surface poreuse (celui que nous avons obtenu dans le chapitre 1). Avec ce résultat, nous sommes capables de prédire la proportion de gouttelettes qui passent à travers la surface ou l'impactent, et donc de calculer une efficacité de capture aérodynamique η_a qui jusqu'à présent dans la littérature a été approximée sans tenir compte des effets liés au nombre de Stokes des aérosols¹⁵ : la trajectoire des gouttelettes peut dévier par rapport aux lignes de courant et impacter les fibres, même si la ligne de courant qui la porte dévie autour du filet. Nous présentons d'abord les équations que nous résolvons numériquement, puis nous discutons la variation de l'efficacité de capture aérodynamique en fonction des différents paramètres de notre problème que sont les propriétés de la surface poreuse et de l'aérosol. Dans tous nos calculs nous avons considéré une particule ponctuelle ($r_p = 0$).

2.4.4.1 Résolution de l'équation de mouvement

Le champ de vitesse tridimensionnel dans le cadre d'un écoulement potentiel autour d'une surface poreuse plane rectangulaire avec un angle d'attaque β est donné, d'après le chapitre 1, en conservant les mêmes notations et directions, par

$$v_{f_x} = -\frac{\Omega}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{\partial \Gamma}{\partial x} (x - u \sin(\beta), y - v, z - u \cos(\beta)) \, dudv \quad (2.70)$$

$$= F_{\mathcal{I}}(u_a, v_a) - F_{\mathcal{I}}(u_b, v_a) - F_{\mathcal{I}}(u_a, v_b) + F_{\mathcal{I}}(u_b, v_b)$$

$$v_{f_y} = -\frac{\Omega}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{\partial \Gamma}{\partial y} (x - u \sin(\beta), y - v, z - u \cos(\beta)) \, dudv \quad (2.71)$$

$$= F_{\mathcal{J}}(u_a, v_a) - F_{\mathcal{J}}(u_b, v_a) - F_{\mathcal{J}}(u_a, v_b) + F_{\mathcal{J}}(u_b, v_b)$$

$$v_{f_z} = v_0 - \frac{\Omega}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} (x - u \sin(\beta), y - v, z - u \cos(\beta)) \, dudv \quad (2.72)$$

$$= v_0 + F_{\mathcal{K}}(u_a, v_a) - F_{\mathcal{K}}(u_b, v_a) - F_{\mathcal{K}}(u_a, v_b) + F_{\mathcal{K}}(u_b, v_b)$$

Avec les fonctions :

$$F_{\mathcal{I}}(u, v) = \frac{\Omega \sin(\beta)}{4\pi} \left(\frac{1}{t} \left(h - \frac{x}{\sin(\beta)} \right) \arctan \left(\frac{(h-u)(v-y)}{t\sqrt{t^2 + (h-u)^2 + (v-y)^2}} \right) \right. \\ \left. + \log \left(\sqrt{t^2 + (h-u)^2 + (v-y)^2} + v - y \right) \right)$$

15. [de Dios Rivera \(2011\)](#) a calculé une efficacité aérodynamique qui ne modélise que la déviation de l'air autour du filet, il l'exprime par :

$$\eta_a = \frac{s}{1 + \sqrt{\frac{C_0}{C_d}}}, \quad (2.69)$$

où s est la solidité du filet, C_d est le coefficient de traînée de la surface pleine identique dans sa forme au filet, et C_0 le coefficient de traînée du filet, qui dans le modèle de [de Dios Rivera \(2011\)](#) ne dépend que de la solidité et est pris égal à la formule empirique de [Idel'chick \(1960\)](#), valable uniquement pour $Re_d > 400$.

$$\begin{aligned}
F_{\mathcal{J}}(u, v) &= \frac{\Omega}{4\pi} \log \left(\sqrt{t^2 + (h-u)^2 + (v-y)^2} + u - h \right) \\
F_{\mathcal{K}}(u, v) &= \frac{\Omega \cos(\beta)}{4\pi} \left(\frac{1}{t} \left(h - \frac{z}{\cos(\beta)} \right) \arctan \left(\frac{(h-u)(v-y)}{t\sqrt{t^2 + (h-u)^2 + (v-y)^2}} \right) \right. \\
&\quad \left. + \log \left(\sqrt{t^2 + (h-u)^2 + (v-y)^2} + v - y \right) \right)
\end{aligned}$$

et les paramètres simplificateurs :

$$h = x \sin(\beta) + z \cos(\beta)$$

$$t = x \cos(\beta) - z \sin(\beta)$$

Nous nous restreignons au cas d'une surface carré, donc $u_b = v_b = -u_a = -v_a = \frac{L_0}{2}$, L_0 étant la longueur d'un côté du carré.

Le paramètre $\Omega = \omega v_0$ est solution de l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{8}\omega^4\theta(s)f(Re_n, \beta) + \omega^2 \sin^2(\beta) \left(8\gamma_0 + \theta(s)f(Re_n, \beta) - 2 \right) - \\
4\omega \sin(\beta) - 2 \sin^4(\beta)\theta(s)f(Re_n, \beta) = 0,
\end{aligned} \tag{2.73}$$

où $\gamma_0 = 0.0998$ et $Re_n = Re_d \frac{v_n}{v_0}$ avec $v_n = \sin(\beta)v_0 - \frac{1}{2}\Omega$, les fonctions f et θ sont définies dans le chapitre 1.

Nous rappelons que l'équation de mouvement de la gouttelette est

$$\frac{d\tilde{\mathbf{v}}_p}{dt} = -\frac{1}{St_L} (\tilde{\mathbf{v}}_p - \tilde{\mathbf{v}}_f(\tilde{\mathbf{x}}_p(t))), \tag{2.74}$$

où St_L est le nombre de Stokes associé à la surface poreuse, L étant une longueur caractéristique de cette surface :

$$St_L = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2 v_0}{\mu L}. \tag{2.75}$$

L'équation (2.74) combinée avec les équations (2.73) et (2.70), (2.71), et (2.72) est le problème que nous résolvons numériquement en faisant varier trois paramètres : la solidité s , le nombre de Reynolds local Re_d et le nombre de Stokes global St_L . La résolution est conduite sur Python version 3.9.5, en utilisant la méthode `solve_ivp`.

Nous calculons numériquement plusieurs grandeurs :

- La trajectoire critique à la surface poreuse, tout autour de la surface, c'est-à-dire la trajectoire telle que la particule impacte le bord de la surface poreuse. Pour ce faire, le calcul n'est effectué que pour $\frac{1}{8}$ du contour de la surface (le reste est déduit par symétrie). La trajectoire critique est calculée en utilisant un algorithme de dichotomie que nous avons mis en place : la surface poreuse étant carré de côté $\frac{L_0}{2}$, nous considérons une surface de rayon $\frac{L_0}{2}$, nous traçons plusieurs rayons sur une ouverture angulaire de $\frac{\pi}{4}$. Le long de chacun de ces rayons, la position initiale de la particule ayant une trajectoire critique est déterminée par dichotomie (en général il suffit de 10 itérations pour converger vers des coordonnées initiales précises à 10^{-3} près). Cela nous permet ensuite de calculer une efficacité de capture aérodynamique.
- La vitesse d'impact de la particule ayant une trajectoire critique à la surface.

Les résultats sont présentés dans ce qui suit.

2.4.4.2 Zone de capture aérodynamique d'une surface poreuse

La zone de capture aérodynamique d'aire S_a est définie telle que si l'on place la particule loin en amont de la surface poreuse dans l'écoulement à l'intérieur de cette zone avec une vitesse initiale égale à celle de l'écoulement, alors soit la particule passe à travers la surface poreuse soit elle impacte la surface. Si la particule est en dehors de cette zone, alors elle déviera autour de la surface (figure 2.30). L'aire S_a de cette zone est définie dans une section orthogonale à la direction principale de l'écoulement. Sur la figure 2.31 nous avons tracé cette zone pour trois solidités différentes (la figure est conçue comme pour la figure 1.20 du chapitre 1). On note que plus le nombre de Stokes St_L est grand, plus la zone de capture aérodynamique est grande, l'inertie de la particule étant de plus en plus importante par rapport aux frottements visqueux qui tendent à aligner à chaque instant la particule par rapport aux particules de fluide. La forme de cette surface est due à l'écoulement tridimensionnel, elle n'aurait pas pu être déduite à partir d'un écoulement bidimensionnel. La valeur du rapport entre l'aire de la zone de capture aérodynamique S_a et l'aire de la surface poreuse S_p tend vers le rapport $\frac{v_n}{v_0}$ lorsque le nombre de Stokes St_L tend vers 0.

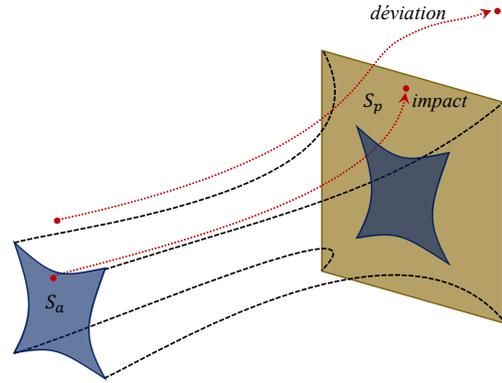


FIGURE 2.30 – Représentation schématique de la zone de capture aérodynamique (en bleu).

du chapitre 1). On note que plus le nombre de Stokes St_L est grand, plus la zone de capture aérodynamique est grande, l'inertie de la particule étant de plus en plus importante par rapport aux frottements visqueux qui tendent à aligner à chaque instant la particule par rapport aux particules de fluide. La forme de cette surface est due à l'écoulement tridimensionnel, elle n'aurait pas pu être déduite à partir d'un écoulement bidimensionnel. La valeur du rapport entre l'aire de la zone de capture aérodynamique S_a et l'aire de la surface poreuse S_p tend vers le rapport $\frac{v_n}{v_0}$ lorsque le nombre de Stokes St_L tend vers 0.

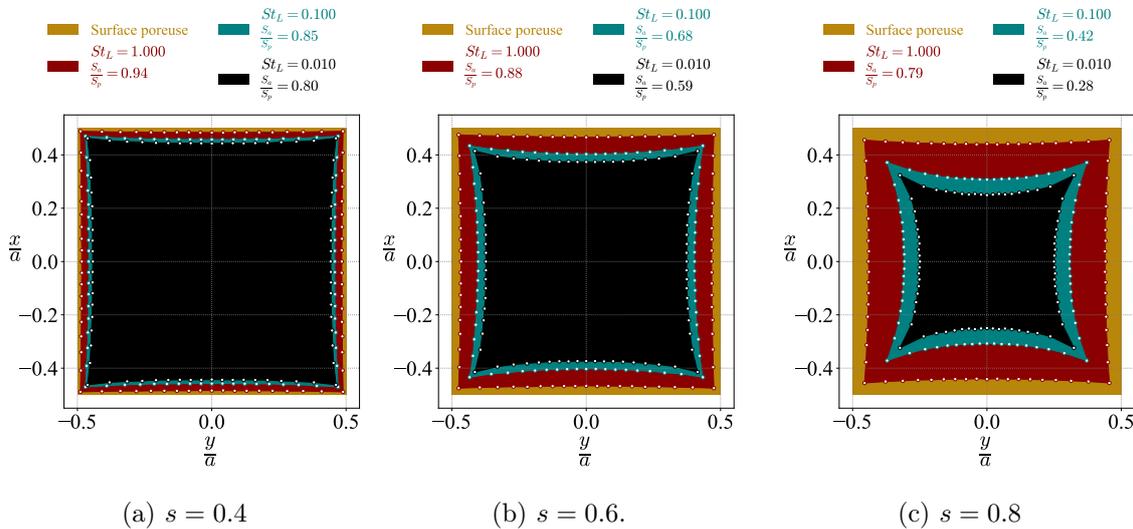


FIGURE 2.31 – Zone de capture aérodynamique en fonction du nombre de Stokes global St_L pour différentes solidités, à $Re_d = 100$.

2.4.4.3 Efficacité aérodynamique η_a

Nous introduisons l'efficacité aérodynamique comme le rapport

$$\eta_a = \frac{S_a}{S_p} \xrightarrow{St_L \rightarrow 0} \frac{v_n}{v_0}, \quad (2.76)$$

qui dépend de trois paramètres généraux¹⁶ décrivant la surface poreuse ainsi que la particule : d'abord la solidité s , ensuite le nombre de Reynolds local Re_d , et enfin le nombre de Stokes global St_L . Nous avons fixé l'angle d'attaque à $\beta = \frac{\pi}{2}$, et nous avons fait varier les trois paramètres dans des intervalles susceptibles de recouvrir la valeurs des paramètres que l'on rencontre dans nos expériences ou sur le terrain. Les résultats sont présentés sur les figures 2.32 et 2.33.

Sur les figures 2.32a et 2.32b nous montrons l'évolution de l'efficacité aérodynamique η_a en fonction du nombre de Stokes global St_L , ceci pour différentes solidités s et deux nombres de Reynolds local Re_d caractéristiques de textiles standards. L'efficacité tend bien vers $\frac{v_n}{v_0}$ lorsque St_L tend vers 0.

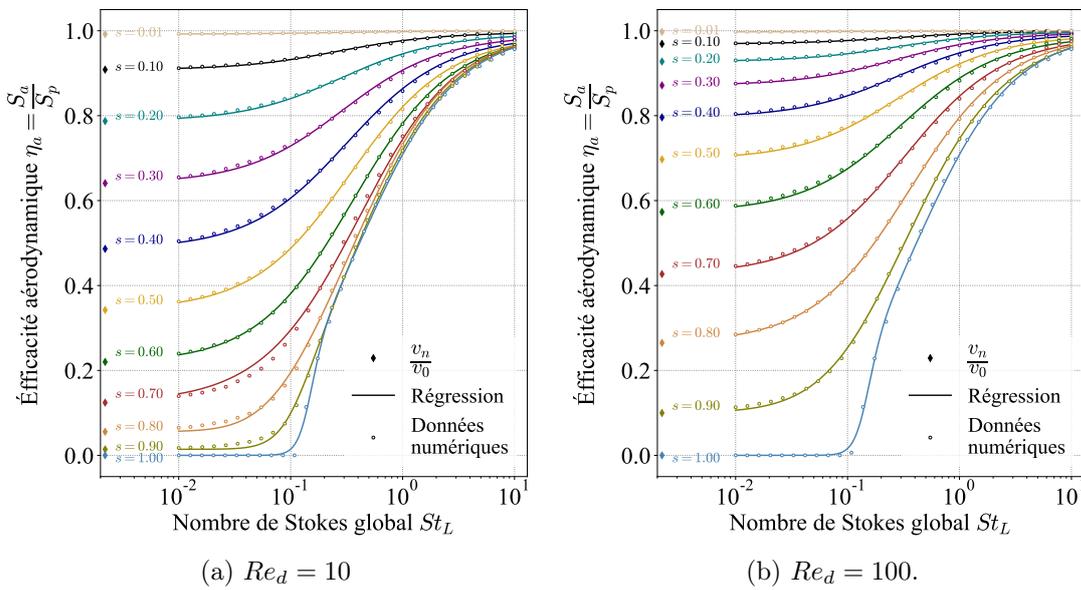


FIGURE 2.32 – Variation de l'efficacité aérodynamique (proportion de gouttelettes passant à travers la surface poreuse ou l'impactant) en fonction du nombre de Stokes global St_L , pour différentes solidités et nombres de Reynolds local Re_d . Cette proportion est égale au rapport de l'aire de la zone de capture aérodynamique sur l'aire de la surface poreuse $\frac{S_a}{S_p}$. Les courbes tracées correspondent aux régressions obtenues par les équations (2.77), (2.78) et (2.79).

Nous notons que l'efficacité de capture aérodynamique η_a change brusquement pour $10^{-2} \leq St_L \leq 10$, c'est-à-dire pour des nombres de Stokes globaux assez élevés par rapport aux nombres de Stokes globaux typiques d'aérosols (particules volatiles, gouttelettes de brouillard, gouttelettes émises lors de la respiration humaine) qui varient entre 10^{-4} et 10^{-2} .

16. Les équations formulées dans la section 2.4.4.1 intègrent l'angle d'attaque β comme paramètre supplémentaire. Nous avons fait le choix de ne pas étudier l'influence de ce paramètre et de nous restreindre donc à l'étude d'une surface perpendiculaire à la direction de l'écoulement, fixant $\beta = \frac{\pi}{2}$.

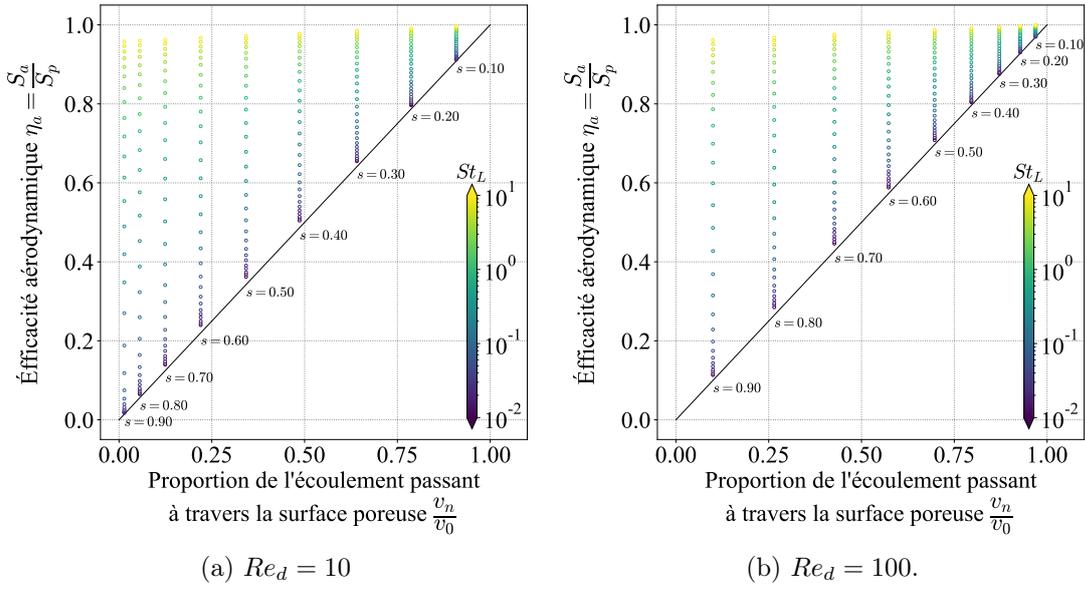


FIGURE 2.33 – Variation de l'efficacité aérodynamique (proportion de gouttelettes passant à travers la surface poreuse ou l'impactant) en fonction de la proportion de l'écoulement passant à travers la surface poreuse $\frac{v_n}{v_0}$ (calculé à l'aide de l'équation (2.73)), pour différentes solidités et nombres de Reynolds local Re_d . Cette proportion de gouttelette est égale au rapport de l'aire de la zone de capture aérodynamique sur l'aire de la surface poreuse $\frac{S_a}{S_p}$.

En effet, prenons par exemple une gouttelette de brouillard située dans la partie basse de la distribution de taille de goutte (voir dans l'introduction figure 2.3), de diamètre $d_p = 5.0 \mu m$, et une surface poreuse de côté $L_0 = 1 m$, on a $St_L = v_0 \times (8.9 \times 10^{-5})$, soit dans une gamme de vitesse courante $1 m.s^{-1} \leq v_0 \leq 10 m.s^{-1}$ on a : $8.9 \times 10^{-5} \leq St_L \leq 8.9 \times 10^{-4}$. D'après la figure 2.33 où nous montrons la valeur de l'efficacité aérodynamique η_a pour différentes solidités et nombres de Stokes St_L et deux nombres de Reynolds Re_d , cette efficacité η_a est supérieure à la valeur de $\frac{v_n}{v_0}$ à 0.02 près seulement pour un nombre de Stokes St_L de 10^{-2} . La différence continue de diminuer lorsque l'on réduit davantage la valeur du nombre de Stokes global St_L . Par conséquent il n'est pas si déraisonnable de faire l'approximation selon laquelle la particule se comporte comme un traceur passif dans ces gammes de nombre de Stokes global et de Reynolds.

En revanche, pour une goutte située dans la partie haute de la distribution de taille, soit avec un diamètre $d_p = 30.0 \mu m$ et la même gamme de vitesse, on a $3.2 \times 10^{-3} \leq St_L \leq 3.2 \times 10^{-2}$, cela devient important. Pour un poreux utilisé dans les expériences de [Moncuquet et al. \(2022\)](#) d'environ 0.1 m de côté comme pour nos expériences, on augmente d'un ordre de grandeur pour ces plus grosses gouttes : $3.2 \times 10^{-2} \leq St_L \leq 3.2 \times 10^{-1}$, l'effet aérodynamique est significatif (on multiplie alors par deux l'efficacité à solidités $s = 0.6$ dans cette gamme de Stokes).

À partir des résultats numériques nous pouvons proposer une formule générale de l'efficacité aérodynamique η_a . Nous proposons la régression empirique suivante :

$$\eta_a = \frac{v_n}{v_0} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v_n}{v_0} \right) \left(1 + \tanh(a_a \log_{10}(St_L) + b_a) \right) \frac{St_L}{St_L + c_a}, \quad (2.77)$$

avec les coefficients a_a , b_a et c_a qui dépendent de la solidité s et du nombre de Reynolds local Re_d . Obtenir une expression générale des coefficients en fonction de ces deux paramètres est fastidieux, nous avons donc établi la méthode suivante : les coefficients sont déterminées par une régression valable pour toute solidité, à nombre de Reynolds local Re_d fixé. C'est le cas par exemple si on fixe la vitesse v_0 et le diamètre des fibres d_f pour étudier un filet à différentes solidités, comme nous le proposons dans la section dédiée aux expériences. Nous avons donc, à Re_d fixé, une régression valable pour toute solidité, et tout nombre de Stokes global¹⁷. Voici, à titre d'exemple, une régression sur les coefficients par rapport à la solidité s permettant de calculer η_a pour deux nombres typiques de Reynolds local Re_d :

$$\text{Pour } Re_d = 10 : \begin{cases} a_a = 0.212 + 7.70 \times 10^{-9} \exp\{(20.7s)\} \\ b_a = 1.34 + 0.233s + 7.90 \times 10^{-7} \exp\{(15.6s)\} \\ c_a = 0.215 + 0.161s \end{cases} \quad (2.78)$$

$$\text{Pour } Re_d = 100 : \begin{cases} a_a = 0.170 + 2.76 \times 10^{-3} \exp\{(7.90s)\} \\ b_a = 1.21 + 0.765s + 4.17 \times 10^{-5} \exp\{(11.6s)\} \\ c_a = 0.229 + 0.185s \end{cases} \quad (2.79)$$

Notons que le coefficient c_a est quasiment constant avec une valeur presque identique pour $Re_d = 10$ et $Re_d = 100$. Comme on le voit sur la figure 2.32, les régressions ainsi obtenues sont très bonnes pour toute solidité. La formule (2.77) semble générale pour tout l'espace des paramètres. Il faut noter également la ressemblance avec celle que nous avons déterminée pour le cas d'une unique fibre (équation 2.62).

2.4.4.4 Vitesse des gouttelettes au niveau de la surface poreuse

Le nombre de Stokes global St_L lié aux gouttelettes n'est pas nul, par conséquent la vitesse des gouttelettes au niveau de la surface poreuse sera différente de celle du fluide. C'est cette vitesse qui devrait servir à calculer le nombre de Stokes local St pour la prédiction de la capture par les fibres. On s'attend donc à un effet associé à cette vitesse sur l'efficacité que nous négligerons.

Nous avons à présent les ingrédients pour discuter l'efficacité de collecte totale par un textile.

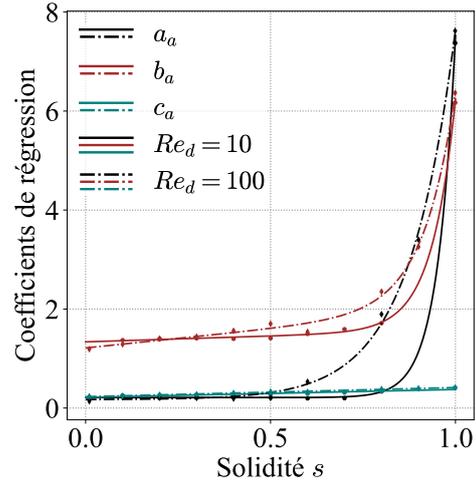


FIGURE 2.34 – Coefficients de régression de l'équation (2.77) et leur régression associée (équations (2.78 et 2.79)).

17. D'où l'intérêt pratique de définir dans le chapitre 1 un paramètre global Re_d non dépendant de la solidité.

2.4.5 Modèle général d'efficacité de collecte par un textile

Le mécanisme de collecte que nous avons présenté dans la section 2.4.2 peut s'appliquer à plusieurs fibres, tissées ou non, réparties sur une surface telle que celles que nous avons décrites au chapitre 1 à condition de connaître la vitesse pour calculer le nombre de Stokes. Dans ce cas il faut tenir compte pour le champ de vitesse de l'écoulement de l'ensemble de la structure, comme nous l'avons fait au premier chapitre, ainsi que précédemment dans la section 2.4.4. L'efficacité de collecte totale est communément définie par le produit de trois efficacités lorsqu'elles peuvent être considérées indépendantes (Carvajal *et al.* (2020), de Dios Rivera (2011)) :

$$E = \tilde{\eta}_c \tilde{\eta}_a \tilde{\eta}_d, \quad (2.80)$$

avec l'efficacité de capture $\tilde{\eta}_c$ (proportion de gouttelettes impactant les fibres, pour une unique fibre il s'agit des équations 2.62 et 2.63), l'efficacité aérodynamique $\tilde{\eta}_a$ (proportion de gouttelettes qui ne sont pas déviées par la surface poreuse, comme nous l'avons discutés dans la section 2.4.4) et l'efficacité de drainage $\tilde{\eta}_d$ (proportion d'eau qui est effectivement recueillie par drainage).

Pour des filets constitués de fibres parallèles verticales, le drainage est efficace et on considère généralement $\tilde{\eta}_d = 1$ (Labbé et Duprat (2019)). Pour des filets en maillage carré de grande solidité s , les gouttes s'accumulent plus longtemps et peuvent être davantage sujettes à l'évaporation ou au réentraînement (le problème de l'évaporation sera négligé par la suite dans la mesure où l'humidité de l'air de la salle expérimentale est proche de 100 %). Par ailleurs, l'hypothèse d'indépendance des efficacités n'est pas toujours vérifiée, par exemple dans le cas d'un filet en maillage carré, les gouttes qui s'accumulent sur les fibres et mouillent la structure conduisent à une augmentation de l'obstruction et donc influencent l'efficacité aérodynamique (Park *et al.* (2020)), comme nous le montrons sur la figure 2.35 où quasiment tout le filet est couvert d'un film d'eau et se comporte comme une plaque pleine, ce qui explique sa très faible efficacité.



FIGURE 2.35 – Illustration du mouillage de P8 (solidité $s = 0.7$, fibres de diamètre $d_f = 0.13 \text{ mm}$, pores de même taille), après 5 minutes de collecte avec le dispositif décrit dans la section 2.2.

Nous explicitons dans ce qui suit un modèle d'efficacité de collecte totale E pour les cas que nous avons étudiés expérimentalement de fibres parallèles et co-fibres parallèles.

- Pour déterminer l'efficacité de capture $\tilde{\eta}_c$ dans le cas d'un textile comportant donc plusieurs fibres, il faudrait dans l'idéal refaire les calculs que nous avons fait pour une unique fibre, en prenant en compte cette fois-ci plusieurs fibres. Un tel calcul est hors de portée¹⁸, et une approche simplifiée a été adoptée par Moncuquet *et al.* (2022) qui s'est montré cohérente avec les résultats expérimentaux¹⁹. Cette approche consiste à définir un nouveau nombre de Stokes St à partir de la vitesse normale au niveau de la surface poreuse que nous avons noté v_n au chapitre 1 et d'une longueur

18. La détermination du potentiel de vitesse dans le cas de deux cylindres pose déjà des difficultés, voir par exemple ...

19. Toutefois, dans sa globalité, le modèle sous-estime l'efficacité.

caractéristique $2l = d_{obs}$ qui n'est pas seulement le diamètre de la fibre, mais tient compte de la présence de gouttelettes. De sorte que finalement

$$\tilde{\eta}_c = \eta_c(St^*) \frac{S_{obs}}{S_p} \text{ avec } St^* = \frac{1}{9} \frac{\rho_p d_p^2 v_n}{\mu d_{obs}}, \quad (2.81)$$

où S_{obs} est l'aire de la surface de collecte observée (à sec, on a $S_{obs} = sS_p$ l'aire de la surface solide du filet), et η_c est l'efficacité de collecte obtenue à la section 2.4.2, équation (2.62). On tient compte du fait qu'une partie des gouttelettes passe à travers le filet sans jamais impacter de fibres, par le rapport $\frac{S_{obs}}{S_p}$. Pour les fibres simples parallèles, d_{obs} est obtenu en considérant le diamètre moyen entre la goutte et la fibre : $d_{obs} = \frac{\pi d_{gc}}{4}$. Pour les co-fibres, on considère que par capillarité les fibres sont collées par les colonnes d'eau, par conséquent on aura simplement $d_{obs} = 2d_f$ (voir la figure 2.17). La vitesse v_n est déterminée en considérant la solidité et le nombre de Reynolds effectifs, respectivement s_{eff} et $Re_{d_{eff}}$, tenant compte de l'obstruction partielle des pores du filet par le mouillage²⁰. Pour le cas de fibres simples parallèles et verticales, on a

$$S_{obs} = n_f n_p \pi \left(\frac{d_{gc}}{2} \right)^2, \quad (2.82)$$

où n_f est le nombre de fibre constituant le filet. Pour le cas de cofibres parallèles et verticales, la surface observée de collecte est égale à la surface des colonnes d'eau formées entre les fibres formant les cofibres. Ce qui vaut en général

$$S_{obs} = n_f l_f \alpha_{col} d_f, \quad (2.83)$$

où α_{col} est un facteur qui dépend de la distance entre les deux fibres constituant les cofibres (Protiere *et al.* (2013)). On supposera que les fibres se touchent lorsqu'elle sont mouillées, et que les colonnes d'eau remplissent l'interstice, de sorte que l'on a $\alpha_{col} = \frac{1}{2}$ (en supposant toujours que la surface d'impact est celle des gouttes et colonnes d'eau). On a donc pour ce qui suit : $S_{obs} = \frac{1}{2} s S_p$.

- Pour déterminer l'**efficacité aérodynamique** η_a , nous devons prendre en compte l'écoulement autour de la surface poreuse, ce que nous avons déterminé au chapitre 1. Nous avons déjà calculé et discuté cette efficacité dans la section 2.4.4. Cela signifie que le débit d'eau disponible noté Q_d qui arrive au niveau du filet après déviation d'une partie des gouttelettes d'eau qui arrivent au loin, dont le débit est noté Q_w , est égal à

$$Q_d = \eta_a Q_w \xrightarrow{St_L \rightarrow 0} \frac{v_n}{v_0} Q_w. \quad (2.84)$$

Le rapport $\frac{v_n}{v_0}$ correspond en effet à la proportion de l'écoulement qui passe à travers la surface poreuse, comme nous l'avons indiqué dans le chapitre 1 et la section 2.4.4, dans la limite où le nombre de Stokes global St_L est nul. La vitesse normale v_n dépend ici aussi de la solidité effective s_{eff} et du nombre de Reynolds local $Re_d = \frac{v_0 d_{obs}}{\nu}$ tous deux obtenus en considérant une moyenne du mouillage du filet, d_{obs} étant la taille caractéristique des obstacles comme nous l'avons dit plus haut. Pour le cas sec $d_{obs} = d_f$ mais pour le cas mouillé, nous devons tenir compte de l'augmentation en moyenne de taille des obstacles : pour le cas des co-fibres parfaitement mouillées, c'est-à-dire où des colonnes d'eau remplissent l'espace entre les deux fibres composant la co-fibre et que les deux fibres se collent, on a simplement $d_{obs} = 2d_f$; pour le cas

20. Il y a un couplage entre les effets aérodynamiques globaux et la capture inertielle locale.

de fibres simples parallèles on peut obtenir une moyenne sur la longueur de la fibre l_f , le nombre de goutte de diamètre d_{gc} étant n_p on peut montrer²¹ que la taille moyenne des obstacles est

$$d_{obs} = \frac{1}{l_c} \left(\frac{1}{8} \pi d_{gc}^2 + d_f \left(l_c - \frac{d_{gc}}{2} \right) \right). \quad (2.85)$$

En se plaçant dans la limite $St_L \rightarrow 0$ l'efficacité aérodynamique sera prise égale à

$$\eta_a = \frac{v_n}{v_0}. \quad (2.86)$$

- L'efficacité de drainage η_d est prise égale à 1 pour le cas de filets de fibres parallèles et co-fibres.

Ainsi l'efficacité totale est²² :

$$E = \left(\eta_c^0 + \frac{\eta_c^1}{2} (1 + \tanh(a \log_{10}(St^*))) \frac{St^*}{St^* + c} \right) \left(\frac{v_n}{v_0} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v_n}{v_0} \right) (1 + \tanh(a_a \log_{10}(St_L) + b_a)) \frac{St_L}{St_L + c_a} \right) \frac{S_{obs}}{S_p}, \quad (2.87)$$

Dans la limite $St_L \rightarrow 0$, l'efficacité totale devient²³ :

$$E = \left(\eta_c^0 + \frac{\eta_c^1}{2} (1 + \tanh(a \log_{10}(St^*))) \frac{St^*}{St^* + c} \right) \frac{v_n}{v_0} \frac{S_{obs}}{S_p}, \quad (2.89)$$

avec η_c^0 et η_c^1 définis par l'équation (2.63) et a , b et c calculés dans le tableau 2.1. a_a , b_a et c_a sont exprimées pour deux valeurs de Reynolds local $Re_d = 10$ et $Re_d = 100$ équations (2.78) et (2.79), valables à toute solidité. L'efficacité E contient dans sa formulation de très nombreux paramètres : ceux du textile, ceux de l'aérosol, et ceux du fluide. Mais elle n'est fonction que de cinq grandeurs adimensionnées en lesquelles tous les paramètres se réduisent : s_{eff} , $Re_{d_{eff}}$, St^* , St_L et $\frac{r_p}{r_f}$.

L'efficacité E augmente de manière monotone avec le nombre de Stokes St^* . L'efficacité E a cependant un comportement non-monotone par rapport à la solidité s implicitement présente dans le calcul de v_n et de S_{obs} , il existe donc une solidité optimale $0 < s_{opt} < 1$ pour laquelle l'efficacité E est maximale.

21. Nous avons intégré la largeur du système simplifié en 2D constituée d'une fibre et des n_p gouttes de diamètre d_{gc} sur la longueur l_f de la fibre, puis on a utilisé la formule (2.68).

22. Il faut peut-être s'attarder un peu sur cette formule. C'est bien le produit des trois efficacités de l'équation (2.80), mais remarquons que le couplage entre la dynamique de collecte et l'aérodynamique a été pris en compte de deux manières : d'une part le nombre de Stokes liée aux obstacles des fibres a été modifié pour prendre en compte le mouillage du textile : St^* . D'autre part, la vitesse des particules considérée égale à v_n est calculée en considérant la solidité du textile mouillée : s_{eff} . On pourra noter encore qu'en toute rigueur la vitesse des aérosols n'est pas égale à celle du fluide : nous négligeons cela dans la formule que nous donnons.

23. Notons qu'avec la régression de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#), l'efficacité totale est (dans la limite $St_L \rightarrow 0$)

$$E = \begin{cases} 0 & \text{si } St^* < 0.125 \\ 0.466 \log^2(8 St^*) \frac{v_n}{v_0} \frac{S_{obs}}{S_p} & \text{si } 0.125 \leq St^* \leq 1.1 \\ \frac{St^*}{St^* + \frac{\pi}{2}} \frac{v_n}{v_0} \frac{S_{obs}}{S_p} & \text{si } St^* > 1.1 \end{cases} \quad (2.88)$$

C'est cette expression-là, combinée avec l'expression de la vitesse normale v_n de [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) qui a été utilisée dans l'article de [Moncuquet et al. \(2022\)](#).

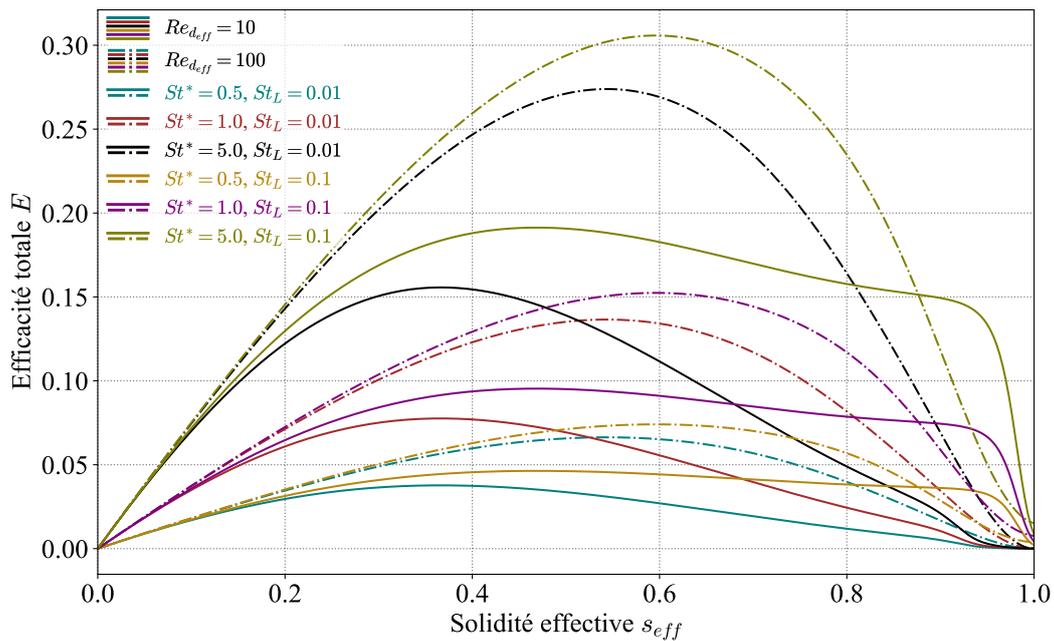


FIGURE 2.36 – Efficacité totale E (équation (2.87)) en fonction de la solidité effective $s_{eff} = \frac{S_{obs}}{S_p}$, pour plusieurs valeurs des nombres de Stokes local St^* et global St_L et deux valeurs du nombre de Reynolds effectif local $Re_{d_{eff}} = 10$ et $Re_{d_{eff}} = 100$. Les aérosols sont supposés ponctuels : $\frac{r_p}{r_f} = 0$.

Sur la figure 2.36, nous traçons l'efficacité totale E en fonction de la solidité effective s_{eff} (c'est-à-dire la solidité après mouillage de la surface poreuse), calculée à partir de l'équation (2.87). Les courbes pleines sont obtenues à un nombre de Reynolds effectif $Re_{d_{eff}} = 10$, et celles en pointillé pour $Re_{d_{eff}} = 100$. On observe pour toutes les courbes une non-monotonie par rapport à la solidité effective s_{eff} . De plus, l'efficacité maximale est atteinte à des solidités effectives optimales $s_{eff,opt}$ différentes, non seulement pour des nombres de Stokes St_L différents, mais également pour des nombres de Reynolds $Re_{d_{eff}}$ différents. Si on observe les courbes à faible solidité ($s_{eff} < 0.2$), on s'aperçoit que l'efficacité totale E est la même pour un nombre de Stokes local St^* fixé : à faible solidité, la collecte est dominée par l'efficacité de capture des fibres individuelles, plutôt que l'efficacité aérodynamique qui a alors peu d'incidence. On remarque aussi un changement dans l'allure des courbes. Plus la valeur du nombre de Stokes global St_L est élevée, plus les effets aérodynamiques sont importants à haute solidité et on constate un aplatissement de la courbe d'efficacité : s'il y a toujours un pic d'efficacité, ce dernier est plus ou moins maintenu sur un large intervalle de solidité (par exemple les courbes orange et mauve à $St_L = 0.1$). Enfin, puisque à plus haut nombre de Reynolds $Re_{d_{eff}}$ la vitesse du fluide au niveau du poreux v_n est plus grande, l'efficacité est elle-aussi plus grande : les courbes en pointillé sont toujours au-dessus des courbes pleines (figure 2.36). Enfin, notons que pour des nombres de Stokes St^* et St_L fixés, la domination des courbes à basse solidité ne garantit pas la domination à haute solidité : les effets aérodynamiques peuvent être plus importants que les effets de capture, ainsi sur la figure 2.36 les courbes se croisent, la courbe noire par exemple qui est au-dessus de la courbe mauve à basse solidité, passe en-dessous à plus haute solidité. Afin de voir plus en détail les effets des nombres de Stokes, nous montrons sur la figure 2.37 l'efficacité totale en fonction des nombres de Stokes local St^* et global St_L . On observe bien que l'efficacité totale E est monotone avec chacun des deux nombres de Stokes.

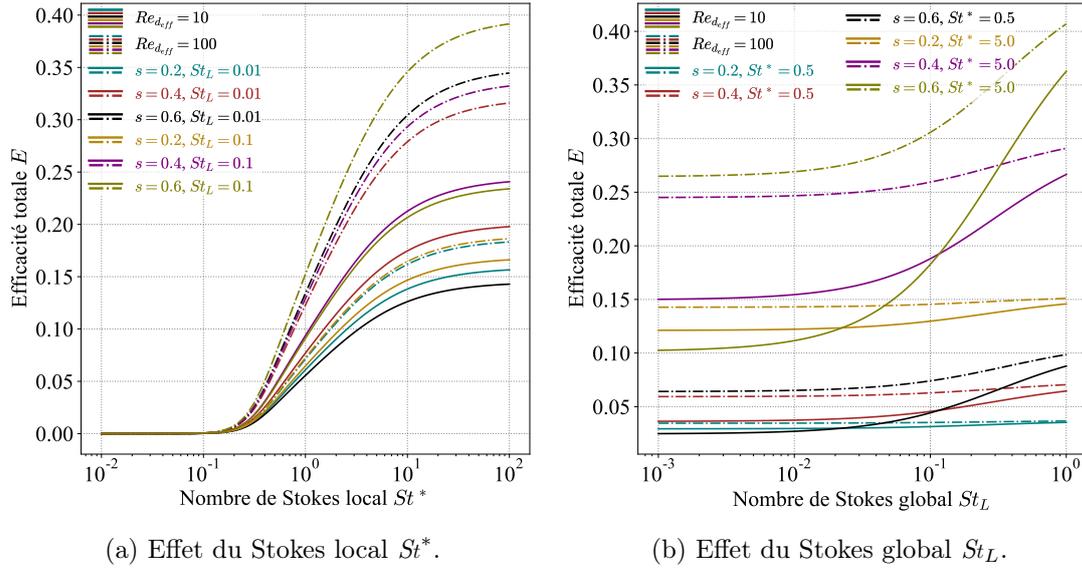
(a) Effet du Stokes local St^* .(b) Effet du Stokes global St_L .

FIGURE 2.37 – Efficacité totale E (équation (2.87)) en fonction des nombres de Stokes local St^* et global St_L , pour plusieurs valeurs de solidité effective $s_{eff} = \frac{S_{obs}}{S_p}$ et deux valeurs du nombre de Reynolds effectif local $Re_{d_{eff}} = 10$ et $Re_{d_{eff}} = 100$. Les aérosols sont supposés ponctuels : $\frac{r_p}{r_f} = 0$.

En particulier, le nombre de Stokes global St_L n'a un effet sur l'efficacité qu'au-delà de 10^{-2} (figure 2.37b). L'efficacité est nulle autour de $St^* = 0.125$ et augmente jusqu'à une saturation à environ $St^* = 100$ quelles que soient les valeurs des autres paramètres. Sur la figure 2.38 nous montrons la solidité effective optimale $s_{eff_{opt}}$ en fonction du nombre de Stokes global St_L . La solidité effective optimale vaut environ 0.36 pour $Re_{d_{eff}} = 10$ et 0.54 pour $Re_{d_{eff}} = 100$ à faible nombre de Stokes global St_L , et augmente lorsque que St_L augmente. La solidité effective du filet à brouillard situé sur le site du SIRTÀ est environ de $s = 0.41$ à sec, mouillé les fibres se collent et il conserve la même solidité, en revanche les fibres se collent par paquet de 4, on a donc $Re_{d_{eff}} = 4Re_d$, la solidité effective optimale est donc plus élevée une fois mouillé²⁴. Rappelons qu'on a supposé pour illustrer la formule de l'efficacité totale E (équation (2.87)) que le nombre de Stokes local St^* était indépendant de la solidité effective et des autres paramètres, ce qui peut se réaliser

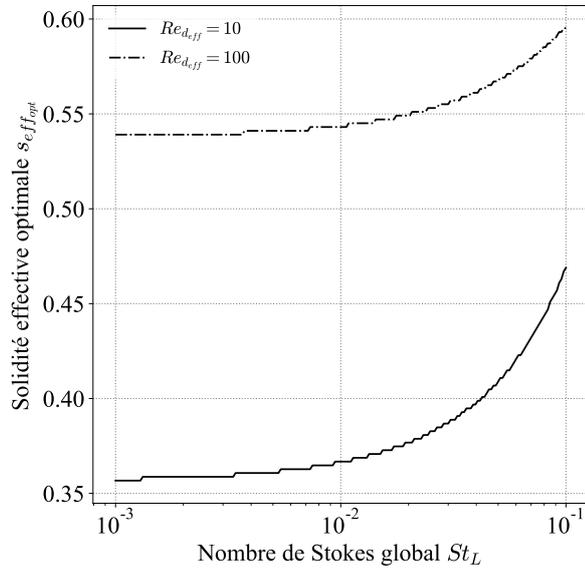


FIGURE 2.38 – Solidité effective optimale $s_{eff_{opt}}$ en fonction du nombre de Stokes global St_L . Les aérosols sont supposés ponctuels : $\frac{r_p}{r_f} = 0$.

24. On voit ici qu'on pourrait jouer sur la dynamique de mouillage pour augmenter ou diminuer l'efficacité de collecte sans changer les caractéristiques du filet, grâce à cette dépendance aérodynamique au nombre de Reynolds local Re_d .

en changeant la taille des obstacles par exemple. Sous cette hypothèse, la solidité effective optimale est évidemment la même pour tout nombre de Stokes local St^* .

2.4.6 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Sur la figure 2.39 nous comparons la prédiction théorique avec les données obtenues dans la section 2.3. On voit d'une part une très bonne prédiction de la valeur de l'efficacité pour les deux plus petites vitesse $v_0 = 2.07 \text{ m.s}^{-1}$ et $v_0 = 2.59 \text{ m.s}^{-1}$. La large zone grisée du modèle théorique s'explique par les incertitudes sur les données des paramètres des aérosols (leur diamètre en particulier à $\pm 2 \mu\text{m}$). On remarque notamment que le pic semble aplati (valeur d'efficacité constante entre $s = 0.3$ et $s = 0.5$). Notons que la plage expérimentale de solidité est plus grande que celle dernièrement réalisée dans [Moncuquet et al. \(2022\)](#) : on devrait atteindre le pic ce qui semble être bien le cas.

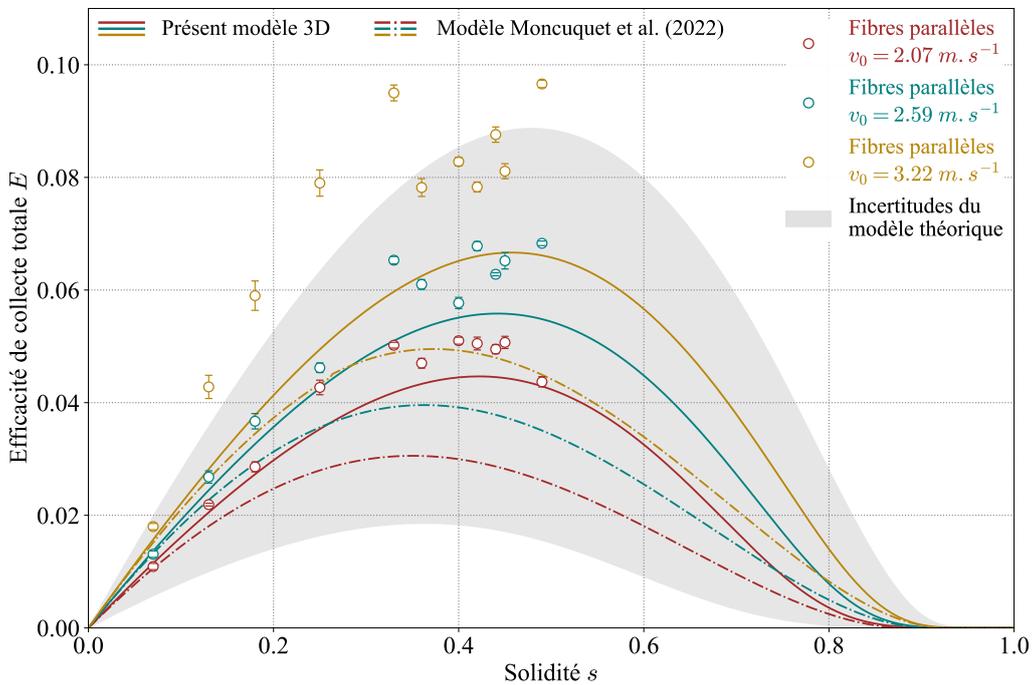


FIGURE 2.39 – Efficacité de collecte totale E (équation (2.14)), en fonction de la solidité s pour la série de filets de cofibres décrits à la section 2.3. Données expérimentales pour $v_0 = 2.07, 2.59$ et 3.22 m.s^{-1} , $d_f = 0.44 \text{ mm}$. Les courbes sont obtenues par le modèle théorique en prenant $d_{obs} = 2d_f$, $s_{eff} = s$ et $Re_{d_{eff}} = \frac{v_0 2d_f}{\mu}$, équation (2.87). La zone grisée correspond à la courbe de prédiction théorique maximale et minimale selon les incertitudes des paramètres du modèle théorique. Les paramètres varient, et sont compris dans les intervalles suivants : $117 \leq Re_d \leq 182$, $8.07 \times 10^{-6} \leq St^* \leq 4.22$, et $4.18 \times 10^{-3} \leq St_L \leq 1.86 \times 10^{-2}$, $d_p = 7.8 \pm 2 \times 10^{-6} \text{ m}$ (la zone grisée est calculée avec les extrema $d_p = 9.8 \times 10^{-6} \text{ m}$ et $d_p = 5.8 \pm 2 \times 10^{-6} \text{ m}$).

Qu'en est-il des autres modèles ? On affiche sur la figure 2.39 en pointillé le dernier modèle disponible négligeant les effets 3D, le nombre de Reynolds et le nombre de Stokes global (soit le modèle utilisé dans [Moncuquet et al. \(2022\)](#)). On constate nettement qu'il prédit une valeur plus petite d'efficacité que notre modèle 3D. On doit noter que la valeur du nombre de Stokes global St_L est faible ici : $4.18 \times 10^{-3} \leq St_L \leq 1.86 \times 10^{-2}$. Par

conséquent, cette différence entre les deux modèles est essentiellement expliquée par le nombre de Reynolds local Re_d qui affecte la vitesse v_n au niveau des fibres dans notre modèle 3D, cette dernière étant plus élevée que celle de [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) pour $Re_d \approx 100$. On remarque cependant sur la figure 2.39 que le modèle semble sous-estimer la valeur de l'efficacité pour les hautes vitesses (points en beige). Il est difficile de savoir si cela vient du modèle, ou des valeurs des paramètres expérimentaux qui ont une incertitude importante. En effet, on a montré sur la figure 2.40 l'efficacité en prenant cette fois-ci des gouttelettes de diamètre $d_p = 9.8 \times 10^{-6} m$ et en gardant les autres paramètres identiques à ceux pris pour la figure 2.39. On constate que notre modèle est davantage proche des valeurs expérimentales à plus haute vitesse, mais moins à plus petite vitesse, contrairement au modèle de [Moncuquet et al. \(2022\)](#). L'efficacité est très sensible au diamètre des gouttelettes. On note également que le pic prédit par notre modèle est atteint à plus haute solidité ($s = 0.45 - 0.50$) que le modèle de [Moncuquet et al. \(2022\)](#) ($s = 0.35 - 0.40$), ce qui semble davantage en accord avec les données qui semblent rester sur une plateau jusqu'à au moins $s = 0.5$.

Enfin, il faut noter que si on prend en compte les effets du nombre de Stokes global sur la vitesse des aérosols (supposée jusqu'à présent égale à celle du fluide proche du filet v_n), alors on s'attend à une vitesse différente et donc un changement sur l'efficacité totale. Cet effet peut être important pour la collecte de brouillard atmosphérique où les gouttes peuvent atteindre $30 \mu m$.

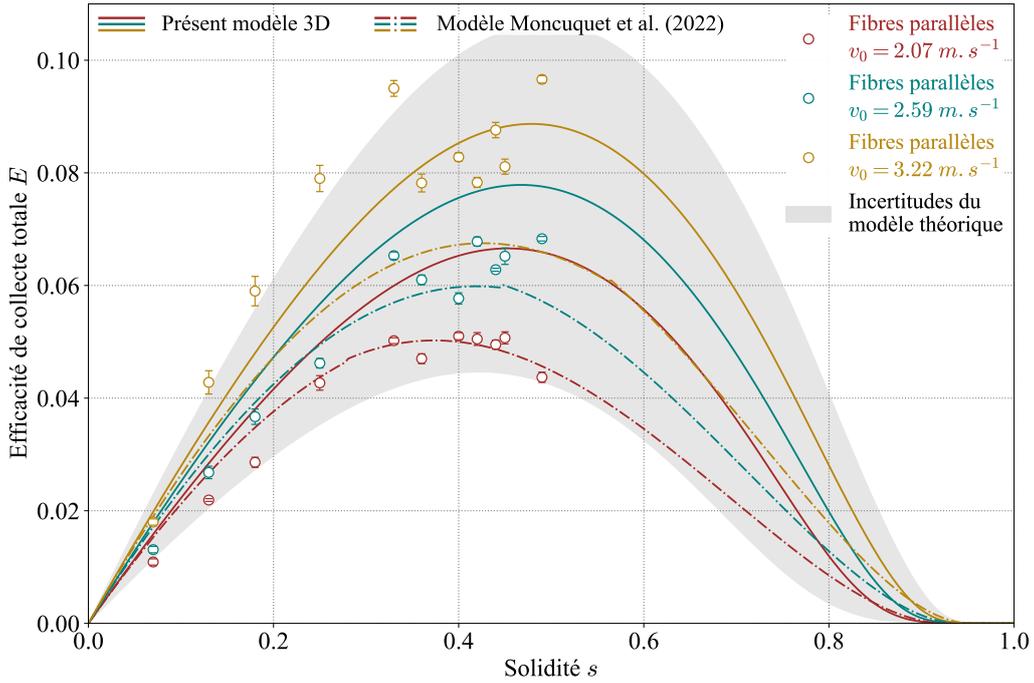


FIGURE 2.40 – Efficacité de collecte totale E (équation (2.14)), en fonction de la solidité s pour la série de filets de cofibres décrits à la section 2.3. Données expérimentales pour $v_0 = 2.07, 2.59$ et $3.22 m.s^{-1}$, $d_f = 0.44 mm$. Les courbes sont obtenues par le modèle théorique en prenant $d_{obs} = 2d_f$, $s_{eff} = s$ et $Re_{d_{eff}} = \frac{v_0 2d_f}{\mu}$, équation (2.87). La zone grisée correspond à la courbe de prédiction théorique maximale et minimale selon les incertitudes des paramètres du modèle théorique. Les paramètres varient, et sont compris dans les intervalles suivants : $117 \leq Re_d \leq 182$, $1.46 \times 10^{-6} \leq St^* \leq 6.12$, et $7.56 \times 10^{-3} \leq St_L \leq 2.69 \times 10^{-2}$, $d_p = 9.8 \pm 2 \times 10^{-6} m$ (la zone grisée est calculée avec les extrema $d_p = 11.8 \times 10^{-6} m$ et $d_p = 7.8 \pm 2 \times 10^{-6} m$).

2.5 Visualisation de l'écoulement autour des fibres

En réalité, le fluide n'est pas parfait, nous avons donc cherché à l'observer au niveau des fibres et voir notamment s'il y a un effet du mouillage des fibres et de l'arrangement des fibres en co-fibres sur l'écoulement. Les gouttelettes se comportent majoritairement comme des traceurs passifs, surtout à faible solidité : utilisons donc la soufflerie à brouillard pour faire de la PIV (*Particle Image Velocimetry*). Pour rendre compte du comportement du sillage et des gouttelettes proches des fibres, nous avons mis en place une nappe laser en sortie de la soufflerie. Le laser a une puissance maximale de 6 W , une longueur d'onde $\lambda = 532\text{ nm}$, de la marque Elforlight, FCHPG-3000. Nous présentons dans cette partie de manière qualitative les comportements que nous observons, illustrés sur les figures 2.41 pour le cas de fibres simples et 2.42 pour le cas de co-fibres. Pour toutes les expériences, nous avons fixé la vitesse à $v_0 = 2.89\text{ m.s}^{-1}$. La nappe laser est centrée au milieu de la surface poreuse. Les images sont prises par une caméra rapide Photron (FASTCAM Mini UX100, 800K-M-16GB) à $4000\text{ images.s}^{-1}$ perpendiculairement à la nappe laser.

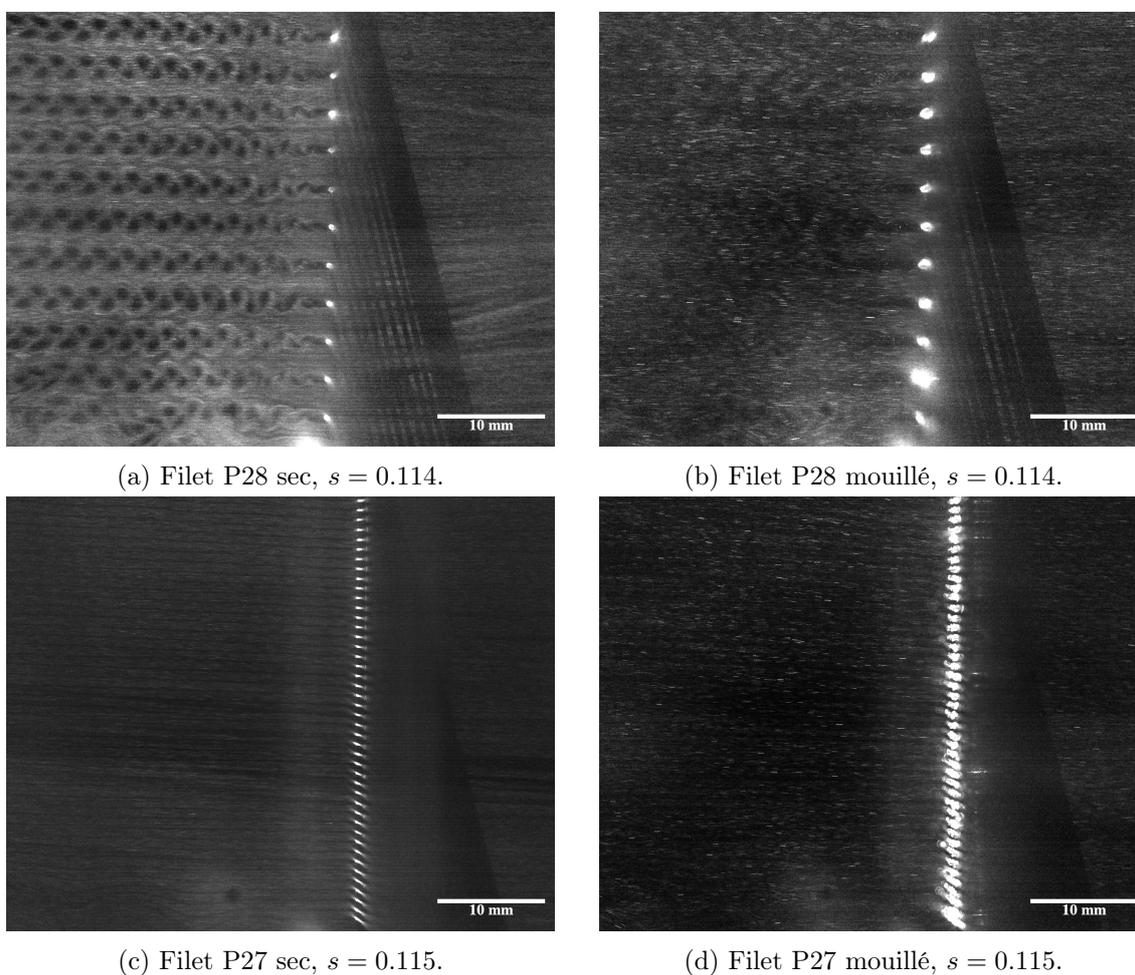


FIGURE 2.41 – Visualisation par PIV (*Particle Image Velocimetry*) de l'écoulement dans le sillage proche de filets à fibres simples. (a) et (b) filet P28 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.114$, diamètre des fibres $d_f = 0.44\text{ mm}$. (c) et (d) filet P27 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.115$, diamètre des fibres $d_f = 0.12\text{ mm}$. Barre indiquée de 10 mm .

À chaque fois nous avons pris les vidéos avant mouillage (figures à gauche) et après mouillage complet (figures à droite). Pour cela nous avons pris la vidéo pour le cas sec dans les 5 premières secondes après le début de l'ensemencement avec des gouttelettes d'eau, puis pour l'autre vidéo du cas mouillé nous avons attendu à peu près 1 minute ce qui correspond d'après nos expériences précédentes à un mouillage complet (débit de collecte constant).

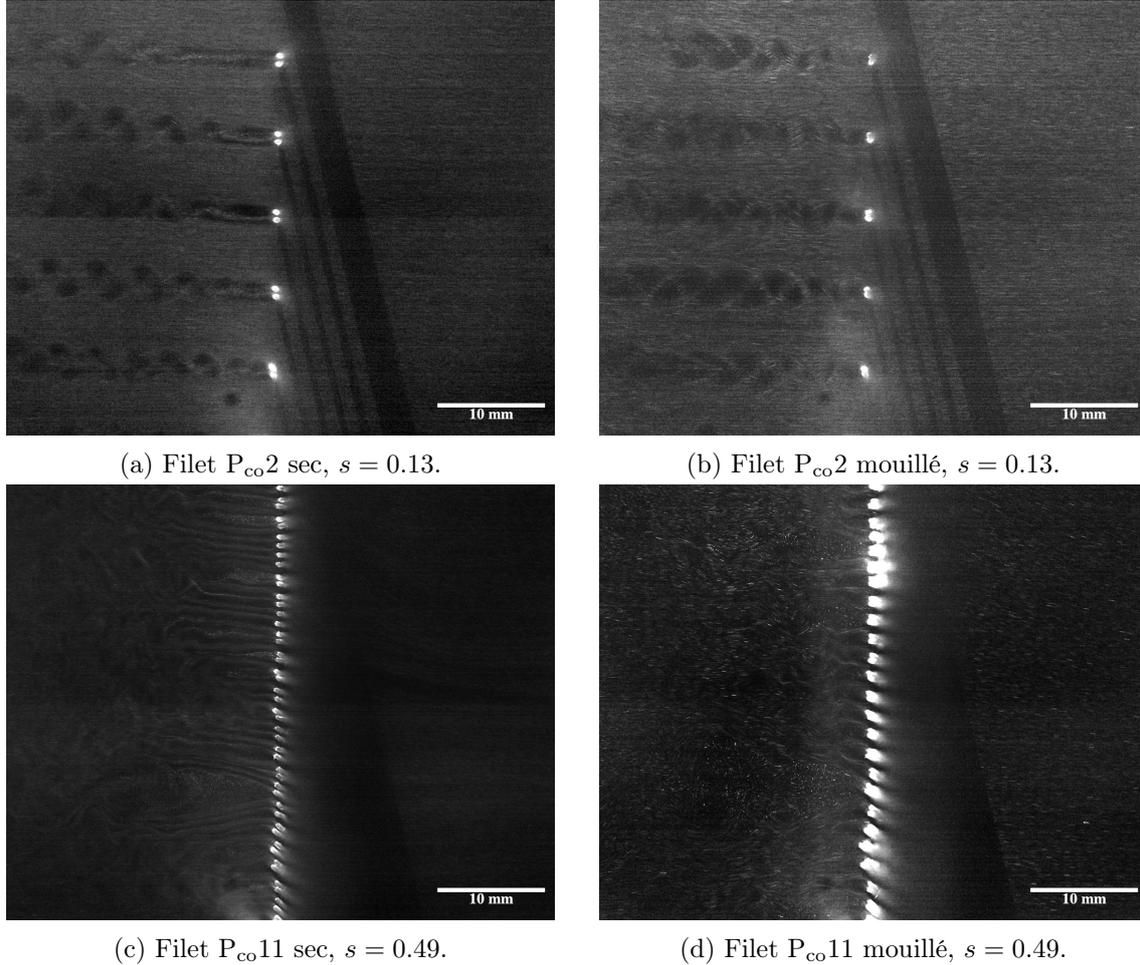


FIGURE 2.42 – Visualisation par PIV (*Particle Image Velocimetry*) de l'écoulement dans le sillage proche de filets de co-fibres. (a) et (b) filet P_{co}2 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.13$, diamètre des fibres $d_f = 0.44 \text{ mm}$. (c) et (d) filet P_{co}11 sec et mouillé respectivement, solidité $s = 0.49$, diamètre des fibres $d_f = 0.44 \text{ mm}$. Barre indiquée de 10 mm .

Afin d'aider à la description des comportements des sillages visualisées, nous avons représenté les 5 grands types de sillages sur la figure 2.43, de A à E. Nous donnons également en annexe C.1 quelques visualisations et éléments de littérature sur les sillages derrière des cylindres. Sur les figures 2.41 et 2.42, la présence de goutte se remarque par une diffraction plus importante de la lumière au niveau des fibres sur les images de droite (points lumineux), à gauche, elles n'ont pas eu le temps de se former. Sur la figure 2.41a et 2.41b nous remarquons un détachement tourbillonnaire derrière chaque fibre (type C). Les fibres sont espacées de $d_i = 3.0 \pm 0.1 \text{ mm}$, d'après [Zdravkovich \(1987\)](#) (supporté par les travaux de synthèse plus récents de [Zhou et Alam \(2016\)](#)), au-delà de $\frac{d_i + d_f}{d_f} = 4$ les

fibres sont suffisamment espacées pour qu'il n'y ait pas d'interaction entre les sillages, ici nous avons $\frac{d_i+d_f}{d_f} = 7.8$. Cela n'est plus le cas lorsque les fibres sont rapprochées pour former les co-fibres comme sur les figures 2.42a et 2.42b (type D et E). On constate de manière cohérente que la fréquence temporelle du détachement tourbillonnaire diminue avec le diamètre de la fibre. En effet, on mesure une fréquence temporelle des détachement tourbillonnaires de $f = 1113 \pm 43 \text{ Hz}$ pour le cas sec ($d_f = 0.44 \text{ mm}$) et $f = 965 \pm 43 \text{ Hz}$ pour le cas mouillé ($d_f = 1.0 \pm 0.1 \text{ mm}$). D'après Williamson (1988) pour $49 \leq Re_d \leq 178$ le nombre de Strouhal S est lié au nombre de Reynolds Re_d par la relation

$$S = -\frac{3.3265}{Re_d} + 0.1816 + 1.6 \times 10^{-4} Re_d \text{ et } f = \frac{Sv_0}{d_f}, \quad (2.90)$$

on obtient les fréquences $f = 926 \text{ Hz}$ (cas sec) et $f = 473 \text{ Hz}$ (cas mouillé) (la différence provient probablement de la large incertitude sur la mesure et la forme de la fibre mouillée qui n'est pas parfaitement cylindrique).

Sur la figure 2.41c et 2.41d, les fibres sont plus petites, $d_f = 0.12 \text{ mm}$, on n'observe pas de détachement tourbillonnaire, le sillage au contraire reste parfaitement laminaire et rectiligne (type B), sauf sur les quelques millimètres en bas de ces deux figures où on observe une déformation du sillage affecté par le cadre qui maintient les fibres dont une partie est placée juste en dessous. Il faut noter que le mouillage des fibres sur la figure 2.42b rapprochent les co-fibres et diminue donc le diamètre apparent des obstacles.

Sur la figure 2.42a, il s'agit de co-fibres de diamètre $d_f = 0.44 \text{ mm}$ espacées de $e_f = 0.25 \text{ mm}$ (toutefois, on constate que cet espacement est irrégulier); nous observons également un détachement tourbillonnaire, mais la fréquence temporelle est plus élevée que pour le filet P28, pour le cas sec on mesure $f = 658 \pm 30 \text{ Hz}$ et pour le cas mouillé on mesure $f = 707 \pm 35 \text{ Hz}$. Pour le cas mouillé le diamètre apparent est environ de $d_f = 1.0 \pm 0.1 \text{ mm}$. Il y a manifestement une interaction entre les sillages des deux fibres. On remarque également qu'une partie de l'écoulement passe néanmoins entre les deux fibres constituant les co-fibres, formant un petit filament d'air entre les tourbillons. Une fois mouillées, l'espace entre les fibres est comblée par la colonne d'eau et le sillage se comporte comme s'il n'y avait qu'une seule fibre de diamètre augmentée, comme on le voit sur la figure 2.42b.

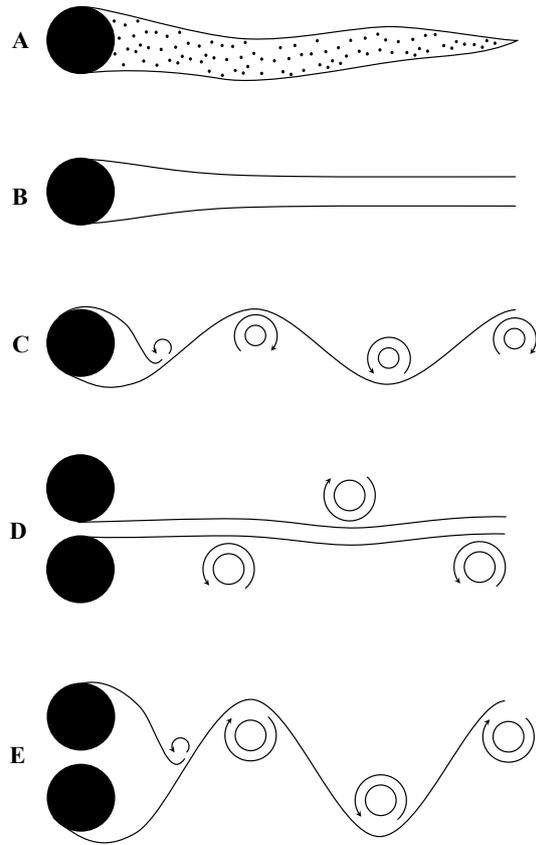


FIGURE 2.43 – Différents types de sillages observés. A zone de recirculation attachée à la fibre renfermant des gouttelettes. B sillage laminaire rectiligne. C détachement tourbillonnaire. D interaction du sillage entre deux fibres, filet d'air au centre du sillage, avec détachement tourbillonnaire se comportant comme sur une seule fibre. E interaction du sillage entre deux fibres avec détachement tourbillonnaire se comportant comme sur une seule fibre.

Sur les figures 2.42c et 2.42d, les co-fibres sont plus proches, et on remarque une interaction complexe dans le sillage du filet avec plusieurs comportements : des sillages laminaires (type B), des zones de recirculation parfois très élargies par rapport au diamètres des fibres. Nous avons reproduit plusieurs fois l'expérience, l'apparition de ces comportements sont systématiques. Nous notons en particulier l'attachement d'une zone de recirculation en forme de traînée d'une longueur finie qui oscille dans l'écoulement (type A). Contrairement aux sillages sur les autres figures où il semble qu'à proximité de la fibre il n'y ait pas de gouttelettes ou très peu (faible intensité lumineuse), ces recirculations observées sur les figures 2.42c et 2.42d comportent des gouttelettes stationnaires dont l'intensité suggère qu'elle sont plus grosses que la moyenne : tout au long de la vidéo, ces gouttelettes sont clairement visibles dans ces régions et ne semblent que très peu se déplacer.

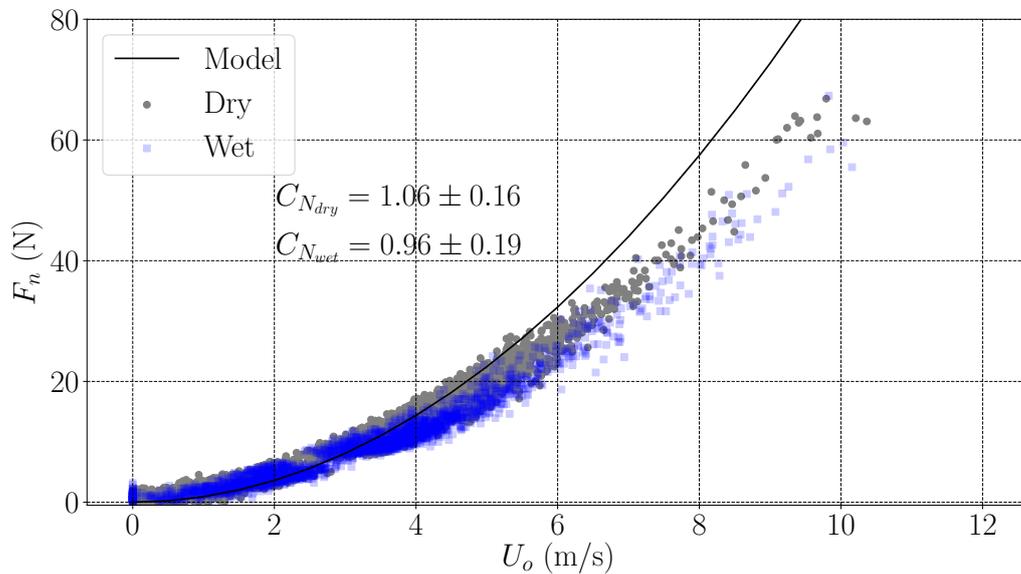


FIGURE 2.44 – Force normale F_n exercée sur le filet du SIRTA en fonction de la vitesse du vent U_0 normale au filet. Les points où le filet est mouillé sont indiqués en bleu, les points noirs correspondent au cas sec. Il y a 10^5 mesures. Les mesures et la figure a été réalisée par Adèle Moncuquet.

Sur le filet à brouillard du SIRTA, nous avons remarqué qu'en présence de vent, ce dernier se met à *chanter* : les fibres sont flexibles et se mettent à vibrer. On peut supposer qu'il s'agit d'une vibration induite par détachement tourbillonnaire comme ceux que l'on voit sur les figures 2.41 et 2.42. De plus, le coefficient de traînée mesuré sur le filet semble différent lorsque le filet est mouillé (figure 2.44), ce qui reste à explorer.

2.6 Collecte de brouillard à partir de *Stipa pennata*

Jusqu'à présent, nous avons utilisé des fibres de nylon pour fabriquer nos surfaces poreuses, les fibres étant tissées sur un plan. Il existe de nombreuses espèces de plantes qui comportent des structures ressemblant à des fibres qui peuvent ou sont susceptibles de collecter l'eau de brouillard. C'est le cas des trichomes sur les feuilles ou tiges. D'après [Ju et al. \(2012\)](#) les trichomes de cactus sont capables de collecter l'eau et confèrent à l'épiderme des propriétés de mouillabilité facilitant l'absorption d'eau ([Kim et al. \(2017\)](#)). Cela a déjà donné lieu à des développements techniques ([Li et al. \(2019\)](#)). [Chen et al. \(2021\)](#) ont par exemple développé un collecteur de brouillard dont la géométrie des fibres et leur arrangement sont inspirés des trichomes de *Sarracenia*. Notre attention s'est portée sur une espèce de plante appelée *Stipa pennata*, qui a été étudiée notamment par Francis Darwin. Elle possède un grand nombre de fibres arrangées autour d'une tige principale comme montré sur le croquis de la figure 2.45, cette partie de la plante est appelée arête plumeuse. Cette plante se trouve dans de nombreuses régions d'Europe central, on la trouve par exemple en France proche de Royan. Elle fait partie de la large famille des *Poaceae* (des plantes graminées). Il existe de nombreuses sous-espèces de *Stipa*, plus de 30 selon [Klichowska et Nobis \(2017\)](#), mais toutes n'ont pas cette longue arête plumeuse que l'on voit sur la figure 2.45. Nous nous sommes procurés un certain nombre d'arêtes plumeuses, issues du Sud Ouest de la France, que nous avons disposées verticalement sur un plan comme nous le décrivons dans ce qui suit. Nous avons ensuite mesuré l'efficacité de collecte de cette structure.



FIGURE 2.45 – Graine et arête plumeuse de *Stipa pennata*, croquis tiré de [Youmans et Youmans \(1881\)](#), p. 365.

2.6.1 Structure de l'arête plumeuse

Les propriétés hydro-mécaniques de la plante ont été décrites notamment par [Darwin et Acton \(1909\)](#) lesquels montrent que la tige reliée à la graine est fortement hygroscopique et se détord après mouillage, augmentant donc sa longueur. Cette partie est volontairement retirée, et nous nous intéressons uniquement à l'arête plumeuse (c'est-à-dire à la partie où se concentrent les fibres). À partir des arêtes plumeuses que nous avons obtenues, nous avons analysé l'arrangement des fibres, leur longueur ainsi que leur diamètre. Sur la figure 2.46, nous montrons quelques photographies prises au microscope à différentes échelles de la structure de l'arête plumeuse de la *Stipa pennata*. La tige centrale bien visible sur les figures 2.46-c) et -d), a un diamètre d'environ $192 \pm 10 \mu\text{m}$ en moyenne. Les fibres disposées en quantité le long de la tige ont un diamètre d'un ordre de grandeur en dessous. Nous avons mesuré un diamètre moyen des fibres de $13 \pm 5 \mu\text{m}$. La longueur des fibres varie sensiblement, notamment suivant la position sur la tige centrale où on constate une réduction de la longueur à l'extrémité de l'arête plumeuse : cette partie sera retirée pour la conception du filet. La longueur moyenne des fibres est de $4.3 \pm 0.9 \text{ mm}$.

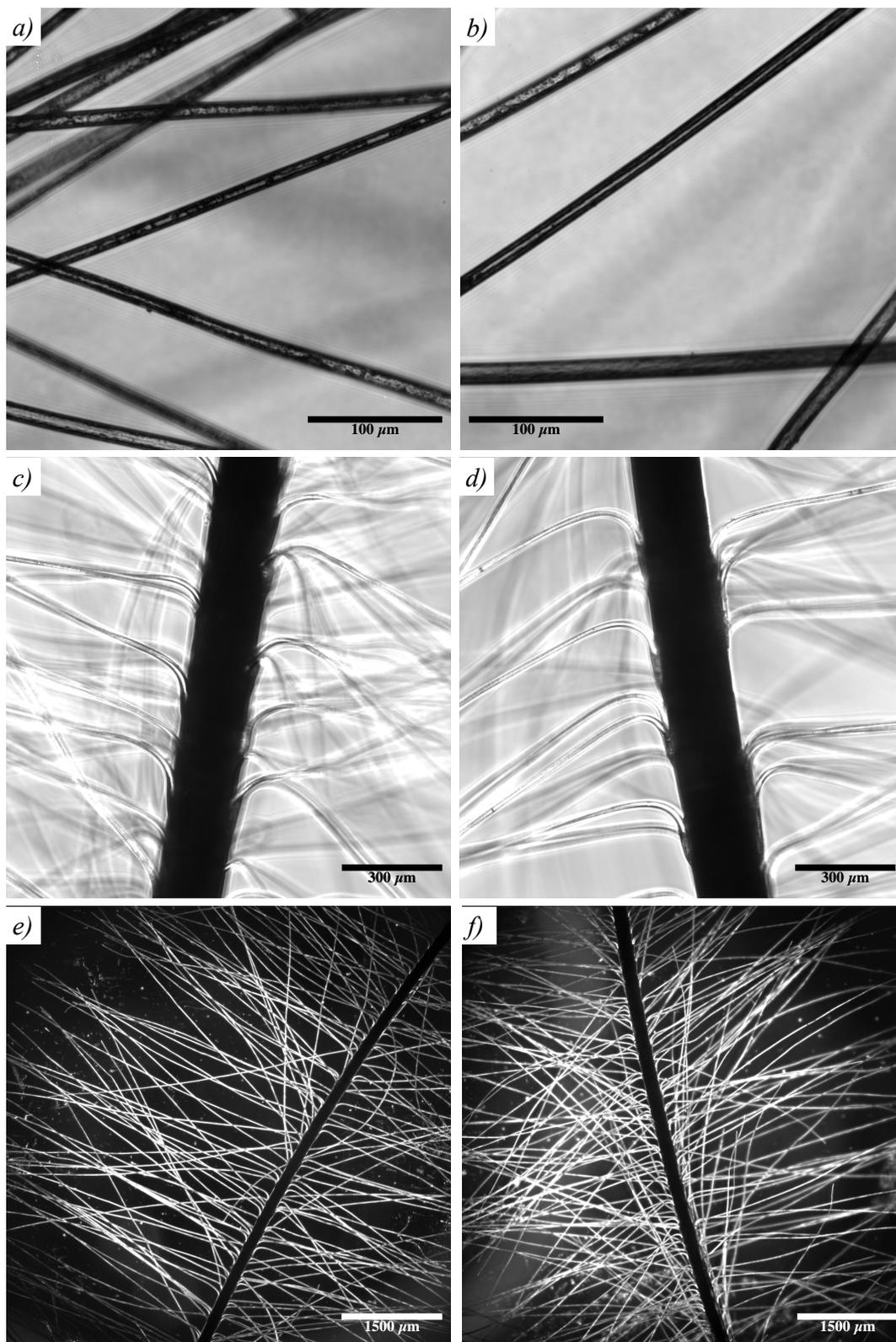


FIGURE 2.46 – Photographies de la tige de la *Stipa pennata* prises au microscope, a) et b) fibres individuelles (barre de 100 μm), c) et d) tige centrale et accroche des fibres (barre de 300 μm), e) et f) plan large des fibres autour de la tige centrale (barre de 1500 μm).

Pour estimer une solidité nous avons mesuré le nombre de fibre par unité de longueur ancrées le long de la tige principale. Afin de pouvoir les dénombrer facilement, nous avons placé les échantillons d'arêtes plumeuses entre deux lames de verre qui ont été compressées pour positionner toutes les fibres sur un plan (voir figures 2.46-e) et -f)). À partir de plusieurs photographies prises à différentes position le long de la tige principale nous obtenons un concentration linéique moyenne de $27 \pm 4 \text{ fibres.mm}^{-1}$.

Si on néglige la superposition des fibres, la solidité associée à une seule arête plumeuse isolée est $s_{\text{plume}} = 0.022$.

2.6.2 Mécanismes de collecte de *Stipa pennata*

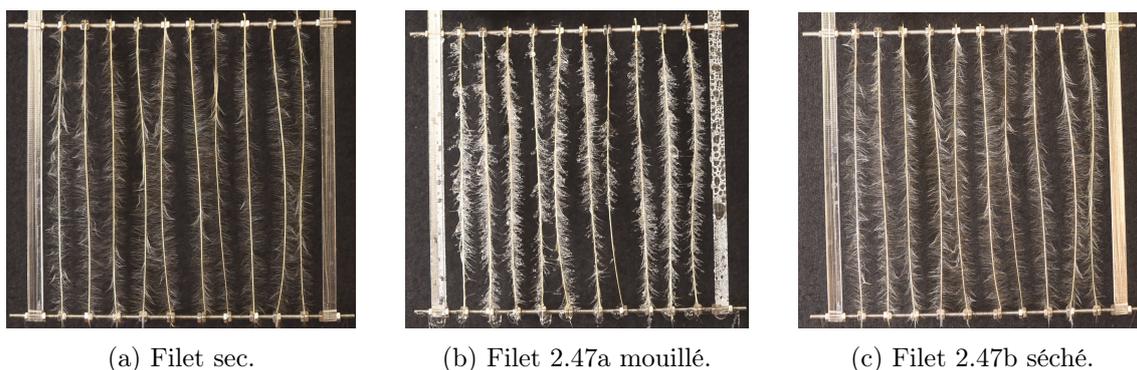


FIGURE 2.47 – Filet constitué d'arêtes plumeuses de *Stipa pennata*. Le filet est initialement sec (a), puis mouillé après 4 min de collecte de brouillard (b), enfin il est à nouveau séché au soleil pendant quelques minutes.

Sur la figure 2.47 nous montrons le filet que nous avons fabriqué à partir d'arêtes plumeuses de *Stipa pennata*. Ce dernier mesure $0.100 \times 0.100 \text{ m}^2$ et a une solidité de $s = 0.19$. Lorsque les fibres sont mouillées, certaines se collent par la force capillaire le long de la tige principale, réduisant la solidité du filet. On remarque au cours des différentes expériences que les fibres du filet retrouvent après séchage leur aspect hérissé initial (par exemple entre 2.47-b) et -c)), mais nous notons une différence au niveau de l'arrangement des fibres (non quantifiée). Pour mesurer l'efficacité de collecte totale, nous avons répété trois fois l'expérience à partir de fibres initialement sèches (après mouillage, le filet est laissé quelques minutes au Soleil jusqu'à séchage complet et réutilisé).

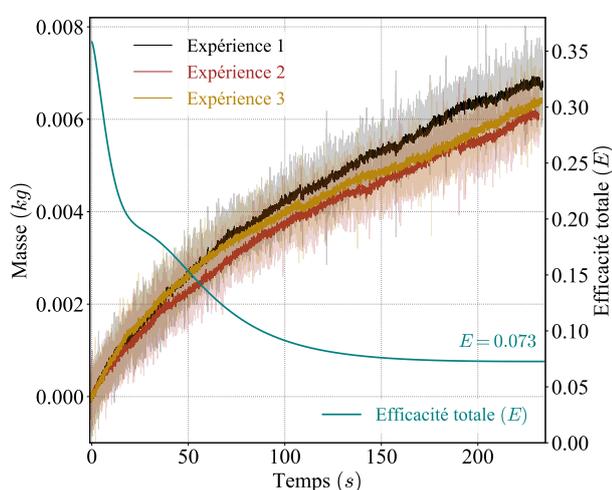


FIGURE 2.48 – Masse d'eau collecté au cours du temps, et efficacité de collecte total (E) du filet de *Stipa pennata*.

Sur la figure 2.48 nous montrons la masse d'eau collecté au cours du temps ainsi que l'efficacité de collecte totale E . La masse d'eau collecté tend rapidement vers une asymptote oblique, la pente de la courbe est à peu près constante après 150 s. L'efficacité de collecte

totale E semble ainsi tendre ainsi vers 0.073, ce qui est comparable aux filets constitués de co-fibres. Notons également qu'en dépit des trois cycles de séchage et mouillage successifs, l'efficacité de collecte reste la même. Lors du processus de mouillage, l'efficacité diminue significativement dans le temps, c'est un comportement qui est très différent des co-fibres pour lesquelles la période de transition est très brève (de l'ordre de quelques secondes), mais comparable aux grilles. Les gouttes comme on l'observe sur le filet sont de taille très grandes comparés aux fibres, ces dernières se rassemblent par paquet sous l'effet de la force capillaire exercée par le liquide, augmentant ainsi significativement le diamètre observé de capture d_{obs} . Or, nous savons que l'efficacité diminue avec l'augmentation de d_{obs} . Cela pourrait expliquer, avec le phénomène de rabattement des fibres sur la tige principale par capillarité, la diminution de l'efficacité de collecte totale E . Nous montrons ainsi qu'à défaut d'une disponibilité d'autres fibres industrielles, un usage peut être fait des fibres de *Stipa pennata* pour collecter des gouttelettes de brouillard. Ces fibres ont un aspect assez similaire d'ailleurs aux fibres de coton dont nous proposons un modèle de croissance hydro-mécanique dans l'annexe F.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exploré théoriquement et expérimentalement la capture de gouttelettes par un textile. Nous avons tout d'abord mesuré l'efficacité pour différents poreux, et nous avons vu que le masque chirurgical collectait beaucoup moins que la plupart des textiles constitués d'une seule rangée de fibre. Nous avons mesuré l'efficacité de textiles simples et de co-fibres jusqu'à des solidités plus grandes que celles obtenues par [Moncuquet et al. \(2022\)](#). Nous avons vu en particulier que l'efficacité était relativement constante sur un intervalle de solidité de $s = 0.3 - 0.5$. Ceci peut avoir un grand intérêt pratique pour construire des filets efficaces tout en minimisant la quantité de matière utilisée ainsi que les efforts mécaniques qui s'exercent sur la structure.

Nous avons ensuite recalculé l'efficacité de collecte η_c de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) et nous l'avons étendu à des gouttes non ponctuelles. Nous avons ensuite calculé à partir du chapitre 1 une efficacité aérodynamique η_a . Nous avons vu que cette efficacité a des effets importants à partir d'un nombre de Stokes global de $St_L = 10^{-2}$, ce qui justifie de négliger ses effets pour certains cas de collecte de brouillard par des textiles. Le modèle de [Moncuquet et al. \(2022\)](#) semble sous-estimer l'efficacité. Notre modèle conduit à une plus grande efficacité notamment du fait de la prise en compte des effets visqueux au niveau des pores avec le nombre de Reynolds local Re_d qui joue un rôle important en aérodynamique (chapitre 1). Cela peut avoir un intérêt pratique dans les choix de conception d'un filet, puisque l'efficacité augmente significativement entre $10 \leq Re_d \leq 100$ à nombre de Stokes St fixé lorsque Re_d augmente, alors que les forces exercées sur la structure diminuent dans le même intervalle (chapitre 1, figure 1.11).

Le modèle contient de nombreux paramètres qu'il conviendrait d'explorer expérimentalement pour vérifier leur effet sur l'efficacité, dans de futurs travaux.

Ces résultats peuvent être mis en perspective avec la capture d'aérosols par le masque chirurgical. Il donne en effet des pistes pour concevoir des textiles plus efficaces. Il faut cependant noter que le cas du masque est différent par la présence d'effets électrostatiques dans les masques ([Pierlot et al. \(2022\)](#)), ce qui ajoute une efficacité supplémentaire. De plus la géométrie est différente (semi-confinement) et surtout l'écoulement est très instationnaire : c'est de ces écoulements dont il est question dans la seconde partie de cette thèse.

Deuxième partie

Écoulement turbulent ou
instationnaire

MACHINE À TOUX

Dans ce bref chapitre, nous présentons une machine que nous avons construite pour reproduire les écoulements respiratoires humains tels que la toux et la respiration, mais aussi d'autres écoulements dynamiques qui se produisent sur des durées de l'ordre de la seconde comme une bourrasque de vent. Nous détaillons sa conception dans le but qu'elle puisse être reproduite. Cette machine nous permet d'étudier les écoulements respiratoires en présence d'un masque mais aussi les conditions de ré-entraînement des gouttelettes sur des fibres, ce qui sera présenté dans les chapitres suivants.

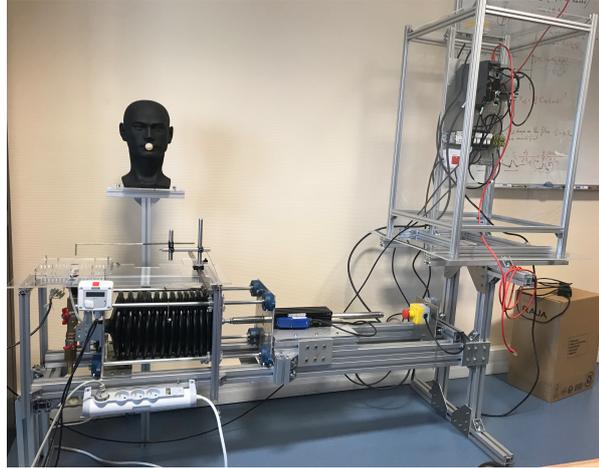


FIGURE 3.1 – Photographie de la machine à toux.

Table des matières

| | | |
|------------|---|------------|
| 3.1 | Introduction | 112 |
| 3.2 | Écoulements respiratoires | 112 |
| 3.2.1 | Respiration | 113 |
| 3.2.2 | Toux | 114 |
| 3.2.2.1 | Visualisation et mesure de la toux par striescopie | 115 |
| 3.3 | Les bourrasques de vent | 118 |
| 3.4 | État de l'art de la reproduction des écoulements respiratoires | 119 |
| 3.4.1 | Reproduction de la respiration dans la littérature | 119 |
| 3.4.2 | Reproduction de la toux dans la littérature | 120 |
| 3.5 | Conception de la machine | 123 |
| 3.5.1 | Plans de l'architecture mécanique et électrique | 124 |
| 3.5.2 | Réponse hydrodynamique à l'actionnement mécanique | 126 |
| 3.6 | Résultats | 130 |
| 3.6.1 | Reproduction de la respiration | 130 |
| 3.6.2 | Reproduction de la toux | 132 |
| 3.6.3 | Bourrasque de vent | 134 |
| 3.7 | Conclusion | 135 |

3.1 Introduction

À partir de janvier 2020, le coronavirus SARS-CoV-2 (pour *severe acute respiratory syndrome coronavirus 2*) s'est rapidement répandu conduisant à la pandémie mondiale de la COVID-19, déclarée le 11 mars 2020 par l'Organisation Mondiale de la Santé [World Health Organisation \(2020\)](#). Sa grande capacité de transmission proviendrait notamment de l'exposition aux gouttelettes émises lors de processus respiratoires comme la toux, l'éternuement, la parole, le chant, ou encore simplement la respiration ([Abkarian et Stone \(2020\)](#)). Plusieurs travaux suggèrent en effet une importante génération de gouttelettes lors de ces processus, lesquelles pourraient transporter le virus comme le montre [Stadnytskyi et al. \(2020\)](#). Des études suggèrent une viabilité et infectiosité de plusieurs heures du SARS-CoV-2 au sein d'aérosols comme [van Doremalen et al. \(2020\)](#). Il semble donc important de comprendre comment ces gouttelettes se comportent dans l'air. C'est pourquoi l'attention s'est concentrée sur l'étude, d'un point de vue de la mécanique des fluides, de l'émission et du transport des gouttelettes issues des processus respiratoires.

Une stratégie mise en place par de nombreux pays et recommandée par l'Organisation Mondiale de la Santé consiste en l'utilisation de masques, notamment chirurgicaux, pour couvrir les orifices respiratoires, dans l'objectif de limiter la transmission du virus par voie aérienne ([Feng et al. \(2020a\)](#)). Plusieurs travaux recommandent l'utilisation de masques de manière préventive et complémentaire à d'autres mesures sanitaires, ce que souligne notamment [Liang et al. \(2020\)](#) et [Eikenberry et al. \(2020\)](#). Mais très peu d'études ont été menées pour tenter de quantifier la proportion de gouttelettes qui arrivent à s'échapper, notamment au niveau des fuites autour du masque, ainsi que de caractériser et quantifier l'écoulement respiratoire en présence d'un masque. De même, la manière dont les gouttelettes seraient potentiellement ré-entraînées par l'écoulement demeure encore inconnue.

L'enjeu est donc de mieux comprendre les écoulements respiratoires en présence d'un masque chirurgical (ou d'un autre type de masque). L'objectif de cette partie de la thèse est de concevoir un dispositif permettant de reproduire ces écoulements, s'affranchissant ainsi de la contrainte de reproductibilité particulièrement difficile à satisfaire avec un sujet humain. Ce travail a été mené dans la perspective que ce type d'écoulement avec fuite et contenant des aérosols est proche des questions liées à l'aérodynamique des structures poreuses flexibles et la capture de ces aérosols par un textile comme dans le cas des filets à brouillard, comme nous l'avons étudié dans la première partie.

Dans un premier temps, nous décrivons les composants et le fonctionnement de la machine. Dans un deuxième temps nous présentons différents écoulements que nous sommes capables d'obtenir, nous comparons en particulier la toux obtenue avec une vraie toux mesurée chez les humains.

3.2 Écoulements respiratoires

Nous présentons pour commencer les écoulements respiratoires humains que nous avons pour objectif de reproduire, à savoir :

- la respiration (inspiration et expiration),
- et la toux.

3.2.1 Respiration

Concernant la respiration humaine il faut noter d'emblée qu'il existe une très grande variabilité entre les sujets (Benche-trit (2000)), et qu'au sein même d'un cycle de respiration, chaque période est différente (Wysocki *et al.* (2006)). Sur la figure 3.2 nous montrons le débit de respiration d'un sujet humain obtenu par Wysocki *et al.* (2006). On voit d'une part cette variabilité, mais il existe cependant une certaine périodicité et un volume moyen d'air inspiré et expiré au cours de la respiration : cette périodicité est appelée la fréquence ventilatoire f_v et est comprise entre 0.12 Hz et 0.53 Hz (c'est-à-dire entre 7 et 31 cycles de respiration par minute). Tobin *et al.* (1988) ont mesuré une fréquence moyenne de 16.6 ± 2.8 cycles de respiration par minute, soit une fréquence moyenne d'environ 0.28 Hz ce que nous prendrons comme référence. Le volume d'air qui entre et qui sort des poumons lors d'une respiration au repos est appelé volume courant V_T (*tidal volume*) et vaut en moyenne $382 \pm 108 \text{ mL}$ (Tobin *et al.* (1988)). La capacité maximale d'un poumon adulte est quant à elle bien plus élevée et vaut environ 6 L (Stocks et Quanjer (1995)).

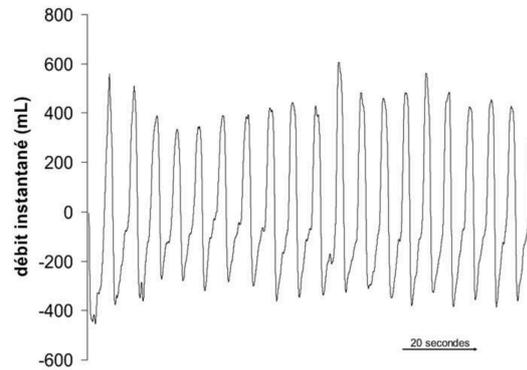


FIGURE 3.2 – Débit de respiration typique d'un sujet humain au repos tiré de Wysocki *et al.* (2006).

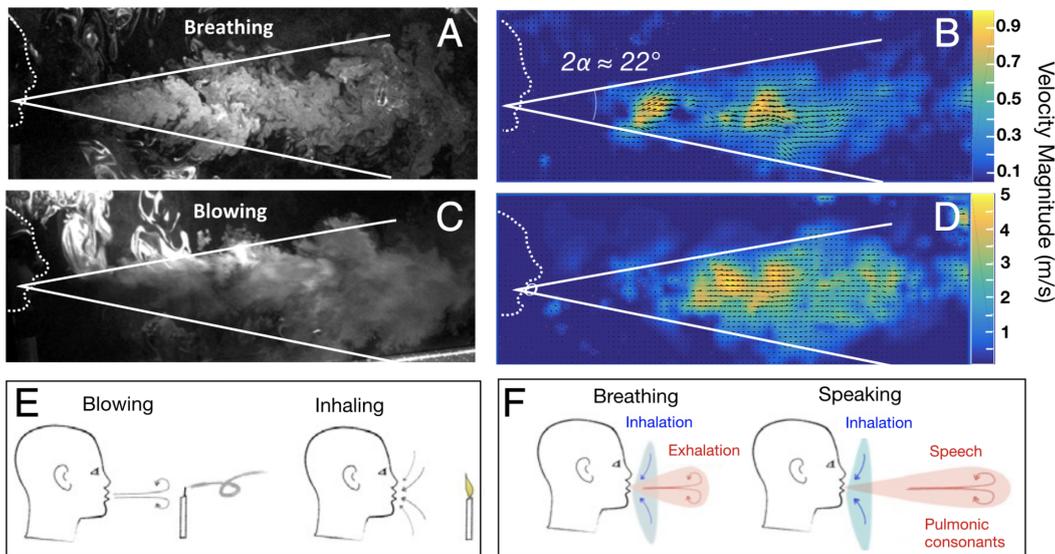


FIGURE 3.3 – Visualisation du panache turbulent expiré lors de la respiration, figure tirée de Abkarian *et al.* (2020). A) Respiration calme. B) PIV de A). C) Fort soufflement. D) PIV de C). E) Schéma de l'effet de la dissymétrie entre l'écoulement inspiratoire et expiratoire sur une bougie. F) Schéma de l'orientation de l'écoulement inspiratoire et expiratoire.

Sur la figure 3.3 tiré de Abkarian *et al.* (2020), l'écoulement généré par l'air expiré est mis en évidence à l'aide d'une machine à brouillard et d'un laser. On voit que l'écoulement lors de l'expiration est un panache turbulent dont l'ouverture angulaire est environ de 22° . La vitesse atteinte dans le panache pour l'expiration est de l'ordre de $0.5 - 1.0 \text{ m.s}^{-1}$. Lorsque la vitesse du panache turbulent diminue la poussée d'Archimède prédomine sur

l'inertie et le panache monte par flottabilité¹.

3.2.2 Toux

La toux donne aussi lieu à un écoulement de type panache turbulent (Bourouiba *et al.* (2014)), comme on le voit sur la figure 3.6 tiré de Tang *et al.* (2009). Elle est caractérisée par un pic de débit (CPFR, cough peak flow rate) comme on peut le voir sur la figure 3.4 ci-contre, suivi d'une diminution plus lente du débit qui peut parfois être un plateau à débit constant comme on le voit sur la figure 3.5 (Singh *et al.* (1995), Leiner *et al.* (1966), Mahajan *et al.* (1994), Gupta et Chen (2009)). Ce pic est très variable également, il atteint 200 à 1000 $L.min^{-1}$ et se produit en l'espace de 10 à 100 ms (PVT, peak velocity time) (Leiner *et al.* (1966), Mahajan *et al.* (1994)) ce qui est très rapide. Il existe une relation entre le CPFR et le PVT linéaire.

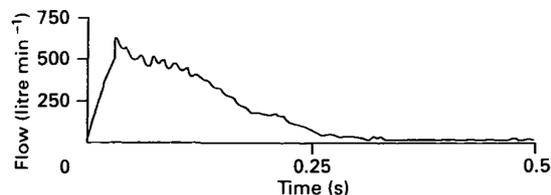


FIGURE 3.4 – Profil typique d'une toux volontaire tiré de Mahajan *et al.* (1994).

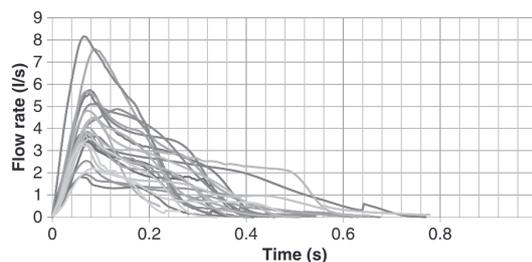


FIGURE 3.5 – Profils typiques de toux tiré de Gupta et Chen (2009).

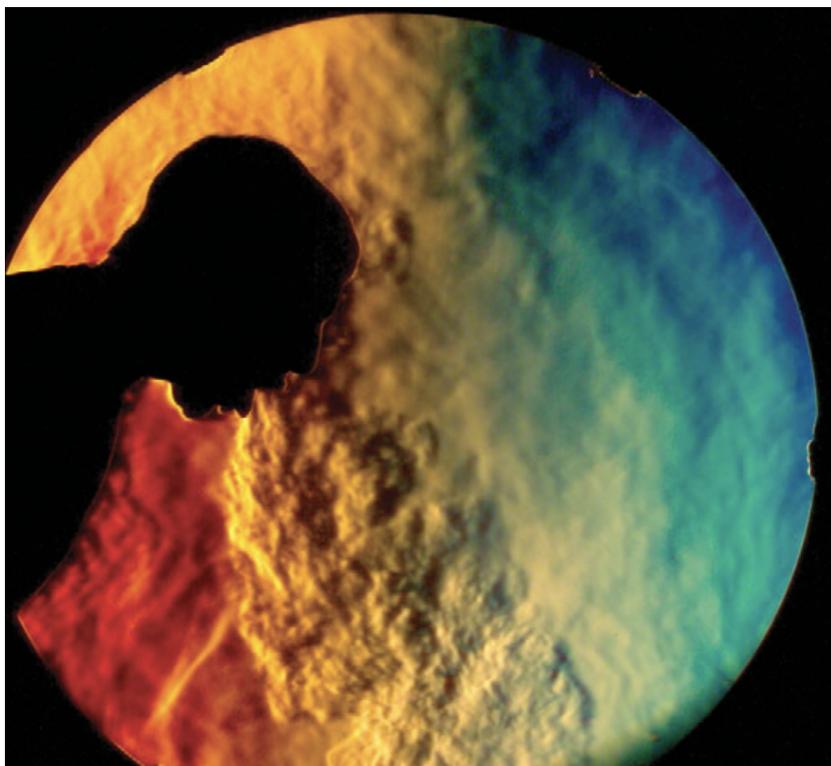


FIGURE 3.6 – Visualisation par Schlieren d'un panache de toux chez un homme de 25 ans obtenue par Tang *et al.* (2009).

1. La température de l'air expirée étant supérieure à celle de l'air ambiant.

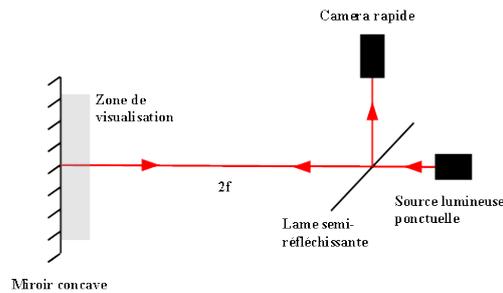
3.2.2.1 Visualisation et mesure de la toux par strioscopie

Nous avons réalisé plusieurs expériences afin de mettre en évidence les écoulements respiratoires. L'objectif était double, il s'agissait de voir si l'on pouvait mesurer les débits à l'aide de la méthode de strioscopie, il s'agissait également d'avoir des données relatives aux débits de la toux et autres processus respiratoires afin de les utiliser pour les reproduire à l'aide de la machine à toux. Nous précisons notre méthode de mesure dans la note 3.2.1 ci-dessous, et nous montrons un résultat juste après.

Note 3.2.1 : Méthode de mesure par strioscopie

L'une des méthodes employées pour visualiser les écoulements respiratoires est la strioscopie, aussi appelée méthode Schlieren dans le cas d'un éclairage incohérent comme celui que nous avons utilisé. Il s'agit d'une méthode optique qui permet de mettre en évidence les variations d'ordre 1 de l'indice optique de l'air résultant du changement local de sa masse volumique, induits par des changements locaux couplés de pression et de température. La méthode repose sur la suppression de l'ordre 0 de la phase de l'onde lumineuse par une lame appelée *couteau de Foucault*. Une simple lame de rasoir peut convenir pour retirer la lumière de fond (l'ordre 0 de la phase de l'onde) qui n'a pas été déviée par les variations locales de l'indice optique de l'air comme illustré figure 3.7b.

(a) Schéma du premier montage de la méthode Schlieren, ci-après appelé montage 1.



(b) Schéma du deuxième montage de la méthode Schlieren, ci-après appelé montage 2.

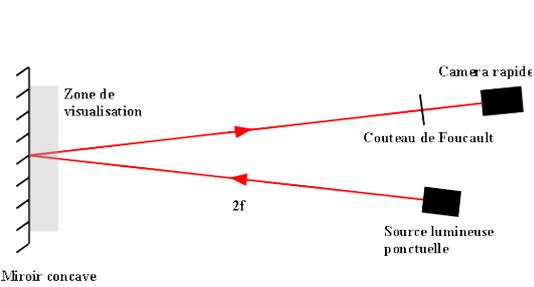


FIGURE 3.7 – Deux montages de la méthode Schlieren. f est la distance focale du miroir concave.

Comme illustré sur la figure 3.7, nous avons utilisé deux montages différents pour réaliser les mesures par strioscopie, afin de tester si la visualisation des écoulements était meilleure avec l'une ou l'autre. Sur la figure 3.7a, nous avons utilisé une lame semi-réfléchissante placée sur le plan où les rayons focalisent, situé à une distance de 2 fois la distance focale f .

Sur la figure 3.7b nous avons utilisé la méthode dite du *couteau de Foucault*, nous avons pris comme rasoir une lame de cutter. L'objet doit avoir le bord qui coupe le faisceau lumineux le plus fin possible pour limiter les phénomènes de diffraction et d'aberration. Le panache turbulent introduit un déphasage de l'onde lumineuse qui le traverse du fait de la présence d'un gradient de l'indice optique de l'air. Si S_0 est l'amplitude du front d'onde que l'on suppose uniforme, et $t(x, y)$ la transmission en amplitude du panache turbulent, l'amplitude du front d'onde au niveau de la caméra, sans le *couteau de Foucault* est donc :

$$S = S_0 t(x, y) \quad (3.1)$$

Si on suppose que la transmission n'introduit qu'un déphasage, on a $t(x, y) = e^{i\phi(x, y)}$. Sans *couteau de Foucault* on observe sur l'image une intensité $I = S_0^2$, c'est-à-dire que l'on voit un fond lumineux homogène, on ne peut pas distinguer, ni à l'œil nu, ni à la caméra rapide le déphasage local du front d'onde. La strioscopie permet de le mettre en évidence de manière relativement simple.

Le déphasage introduit par le panache turbulent étant très faible, c'est-à-dire $\phi(x, y) \ll 1$, on peut écrire :

$$t(x, y) \approx 1 + i\phi(x, y) \quad (3.2)$$

Si de plus on se place dans le plan où les rayons focalisent, on obtient la transformée de Fourier du front d'onde :

$$\mathcal{F}(S) \approx S_0 (\delta(\alpha)\delta(\beta) + i\mathcal{F}(\phi)(\alpha, \beta)) \quad (3.3)$$

En plaçant le *couteau de Foucault* dans ce plan, de telle sorte à supprimer le point lumineux central correspondant à la lumière de fond non déphasée par le panache turbulent, on obtient :

$$\mathcal{F}(S) \approx S_0 i \mathcal{F}(\phi)(\alpha, \beta) \quad (3.4)$$

En appliquant la transformée de Fourier inverse on a :

$$S \approx S_0 i \phi(x, y) \quad (3.5)$$

Et on observe sur l'image une intensité $I = S_0^2 \phi^2(x, y)$ proportionnelle au déphasage au carré. Le déphasage étant au carré, on ne peut pas déduire son signe de l'image. Une autre méthode consisterait à introduire un contraste de phase et d'amplitude, cette méthode est à la base du développement du microscope à contraste de phase qui valut le Prix Nobel au physicien Frederik Zernike en 1953. Le principe est le même que celui de la méthode Schlieren, mais au lieu du *couteau de Foucault* on place dans le plan de Fourier une lame transparente dont le centre a les propriétés d'une lame quart d'onde qui déphase l'onde lumineuse de $\frac{\pi}{2}$ tout en atténuant l'amplitude d'une fraction de $\frac{1}{n}$. En reprenant la transmission approximée de l'équation (3.2), on obtient ainsi dans le plan de Fourier :

$$\mathcal{F}(S) \approx S_0 \left(\frac{i}{n} \delta(\alpha) \delta(\beta) + i \mathcal{F}(\phi)(\alpha, \beta) \right) \quad (3.6)$$

En appliquant la transformée de Fourier inverse, on observe approximativement l'intensité suivante (en négligeant le terme d'ordre 2) :

$$I \approx \frac{S_0^2}{n^2} (1 + 2n\phi(x, y)) \quad (3.7)$$

Le contraste est donc amélioré, le facteur $2n$ devant la phase permet d'augmenter ce contraste. La phase n'étant plus au carré, on peut observer son signe sur l'image. Les zones plus claires correspondent à une phase positive, donc d'un gradient d'indice croissant dirigé vers le miroir. Les zones sombres correspondent à une phase négative, donc d'un gradient d'indice décroissant (dans la direction source-miroir).

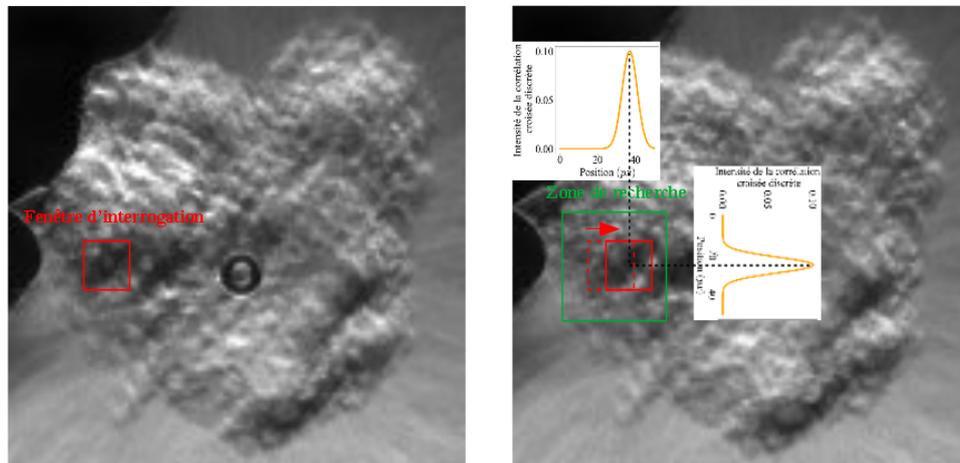


FIGURE 3.8 – Schéma de principe de la méthode de corrélation PIV sur deux images successives d'écoulement respiratoire lors d'une toux chez un être humain.

Pour mesurer la vitesse du fluide, on utilise la méthode *Digital Particle Image Velocimetry*, une méthode de PIV. La méthode consiste généralement à ensemenner l'écoulement par des particules qui sont éclairées par une nappe de lumière (souvent une nappe laser). La zone éclairée est imagée à très haute fréquence par une caméra rapide. On obtient le champ de vitesse en effectuant un calcul de corrélation croisée discrète entre deux images successives, A et B . L'image A est divisée en plusieurs sous-images appelées fenêtres d'interrogation où un calcul permettant de déduire le déplacement de la fenêtre dans l'image B est effectué. On définit une zone de recherche dans l'image B plus grande que la fenêtre d'interrogation, où cette dernière est glissée pour calculer une matrice de corrélation qui donnera la position la plus probable de la fenêtre d'interrogation dans l'image B .

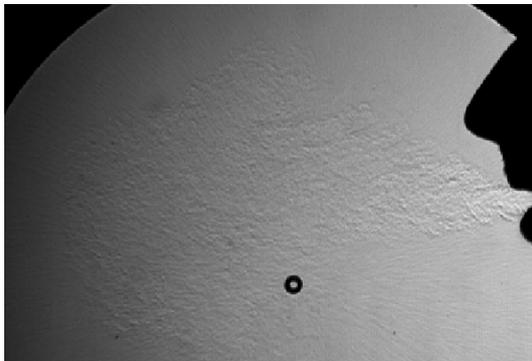
Si $f(i, j)$ représente le niveau de gris d'une sous-image de l'image A au point de pixel (i, j) et $g(i, j)$ représente le niveau de gris d'une sous-image de l'image B au point de pixel (i, j) , alors on définit la corrélation croisée (non normalisée) $c(i, j)$ entre les deux sous-images par :

$$c(i, j) = \sum_m \sum_n f(m, n) g(m - i, n - j) \quad (3.8)$$

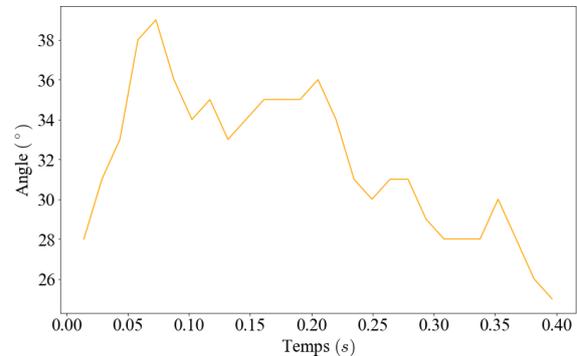
Le pic de corrélation croisée donne l'emplacement le plus plausible de la particule dans l'image B , et son déplacement en est déduit comme représenté sur la figure 3.8. Un processus de post-traitement peut être réalisé afin de supprimer les vitesses aberrantes suite aux calculs, et un processus de pré-traitement peut aussi être appliqué de manière par exemple à améliorer le contraste de l'image, ce qui améliore la précision des calculs de corrélation.

Pour des raisons pratiques nous n'avons pas utilisé de particules d'ensemencement. À la place, nous nous sommes servi des motifs du panache turbulent comme les nappes d'enroulement, ou les fronts du panache (visibles sur la figure 3.8). En première approximation, on peut supposer que la vitesse de propagation de ces motifs est proche de celle de l'écoulement réel, dans la mesure où l'écoulement est entièrement visualisé et qu'on dispose donc d'une majoration de la vitesse de propagation du panache au niveau de son front. Pour réaliser les calculs de corrélation, nous avons utilisé le logiciel MATLAB version 9.7 (R2019b) sur un ordinateur portable Windows 64, qui dispose d'un module d'analyse PIV : PIVlab version 2.37. Il existe une version gratuite d'analyse PIV sur Python qui s'appelle Open-PIV. Nous avons préféré utiliser la version de MATLAB qui offre des outils plus complets.

Au lieu de réaliser un calcul de corrélation croisée discrète directe entre deux images successives, qui a un coût de calcul élevé, on se place dans l'espace des fréquences, et on effectue une transformée de Fourier discrète appelée ici *FFT window deformation*. Cette méthode permet une meilleure résolution des vitesses dans le cas d'un écoulement turbulent où le champ de vitesse n'est pas unidirectionnel au sein d'une même fenêtre d'interrogation [Scarano \(2001\)](#).



(a) Panache turbulent de la toux.



(b) Angle d'ouverture du panache.

FIGURE 3.9 – Résultats de la toux sans masque. a) Visualisation du panache turbulent de la toux avec la méthode schlieren du montage 1 utilisant une caméra rapide prenant 6800 images par seconde. b) Mesure de l'angle du cône généré par le panache de la toux à partir de l'image a).

À l'aide de la méthode de strioscopie, j'ai visualisé et mesuré ma propre toux. Sur la figure 3.9-a) on peut voir le panache turbulent qui fait une ouverture angulaire d'environ 38° au maximum de la toux.

Comme on peut le constater sur la figure 3.10, la vitesse augmente fortement au début de la toux (en l'espace de 50 ms) cohérent avec les autres profils dans la littérature que nous avons présentée. Il s'agit d'une contrainte forte pour le dispositif de la machine à toux. On constate que la vitesse diminue rapidement après le pic et atteint un plateau qui dure 15 ms avec une vitesse de 4 m.s^{-1} puis rediminue.

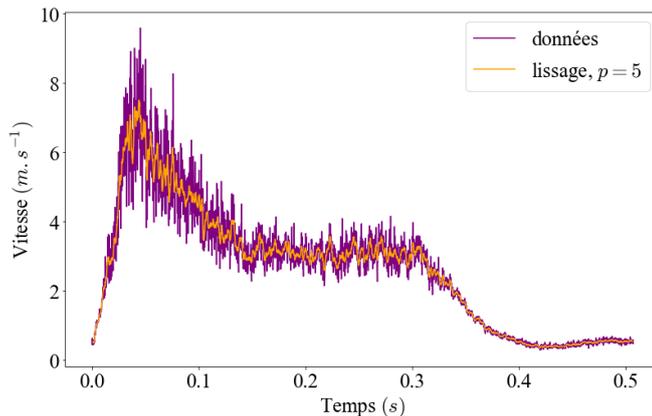


FIGURE 3.10 – Mesure de la vitesse moyenne de l'écoulement au centre du panache en sortie de la bouche à partir d'une séquence vidéo par analyse PIV, réalisée avec MATLAB version 9.7 (R2019b) et PIVlab version 2.37, le lissage correspond à une moyenne glissante sur $p = 5$ points successifs.

3.3 Les bourrasques de vent

Nous souhaitons aussi être capable de reproduire des bourrasques similaires à celles qui sont susceptibles d'être rencontrées sur le terrain où les filets à brouillard pourraient être installées dans la perspective d'étudier le ré-entraînement. L'origine et les caractéristiques physiques des bourrasques de vent sont encore peu comprises et documentées avec des données *in situ*. Quant à leur modélisation, cela nécessite de comprendre l'écoulement turbulent dans une couche limite stratifiée à de très grandes échelles en présence d'une inhomogénéité topologique du terrain. Comme Wood (2000) le souligne bien, ce type d'écoulement atmosphérique a néanmoins fait l'objet d'un très grand nombre de recherche depuis de nombreuses décennies. Récemment, Letson *et al.* (2019) ont collecté des données sur un site dans l'Est du Portugal.

Sur la figure 3.11, l'intensité turbulente mesurée par Letson *et al.* (2019) sur une période de 10 min donne une indication de la valeur des accélérations de l'écoulement que l'on peut rencontrer. Tout d'abord, celles-ci dépendent de la valeur moyenne de l'écoulement. L'intensité turbulente peut atteindre des valeurs de 1 à 2 pour les plus petites vitesses. Elle décroît avec la vitesse moyenne sur la même période ce qui est cohérent avec une loi de type

$$\frac{v'}{v_0} \propto \frac{1}{Re^\alpha}, \quad (3.9)$$

avec $\alpha > 0$ rencontré dans la littérature. Hu *et al.* (2018) ont également mesuré les caractéristiques cinématiques des bourrasques de vent sur un site dans le Nord Est des États-Unis. Ils trouvent des bourrasques avec des accélérations de l'ordre de 0.1 m.s^{-2} lorsqu'il y a une vitesse moyenne du vent de l'ordre de 10 m.s^{-1} , et une accélération de l'ordre de 0.4 m.s^{-2} pour une vitesse moyenne du vent de l'ordre de 20 m.s^{-1} . Ces accélérations sont entre trois à quatre ordres de grandeur plus faibles que pour la toux par exemple. On peut toutefois s'attendre à ce que des accélérations plus importantes aient lieu lors d'événements météorologiques intenses. Sur la figure 3.12 nous montrons la résolution

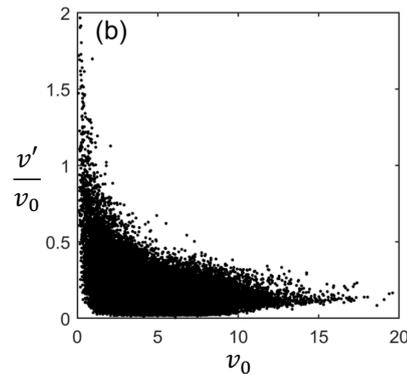


FIGURE 3.11 – Intensité turbulente moyenne sur une période de 10 min en fonction de la vitesse moyenne sur cette période, tiré de Letson *et al.* (2019).

haute fréquence de la vitesse du vent sur le site météorologique du SIRTA sur une durée de 30 s. On voit que la vitesse varie plus ou moins rapidement et fortement, on constate un pic de vitesse sur cette période qui est détaillé sur la figure de dessous. Ce pic comporte plusieurs points de mesures qui augmentent successivement, excluant probablement la possibilité que ce soit du bruit instrumental. On mesure un augmentation de 1.55 m.s^{-1} sur une durée de 400 ms, soit une accélération de 3.88 m.s^{-2} .

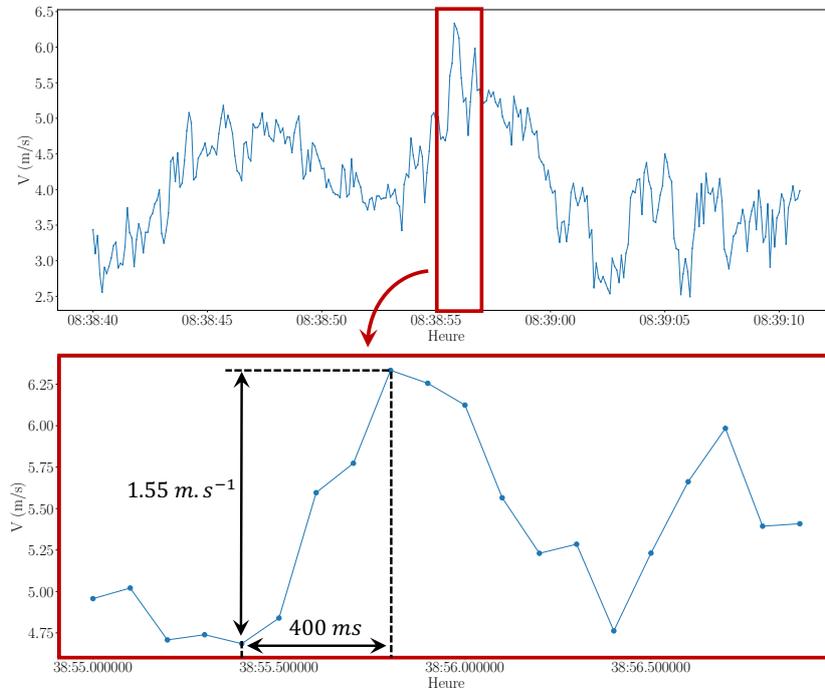


FIGURE 3.12 – Exemple fluctuation de la vitesse sur le site du SIRTA, le 16 décembre 2020 (figure du haut), et détail d'un pic sur la figure du bas.

3.4 État de l'art de la reproduction des écoulements respiratoires

Dans cet état de l'art nous passons en revue comment sont reproduits la respiration et la toux dans la littérature.

3.4.1 Reproduction de la respiration dans la littérature

Les systèmes commercialisés utilisés pour simuler la respiration humaine sont pour la plupart des *Human Patient Simulators* (HPS). C'est le cas pour [Hui et al. \(2012\)](#) et [Hui et al. \(2015\)](#) qui utilisent un HPS adulte de 70kg (Medical Education Technologies Inc, Sarasota, FL). [Lindsley et al. \(2012\)](#) et [Lindsley et al. \(2014\)](#) utilisent un simulateur de respiration (Warwick Technologies Ltd., Warwick, UK) avec une tête anthropomorphe standard (Sheffield Model 189003 ; ISI, Lawrenceville, Ga.).

L'une des questions à explorer porte sur les caractéristiques de la respiration humaine que le dispositif de simulation doit reproduire pour obtenir des écoulements suffisamment identiques à ceux que l'on peut trouver *in vivo*. Pour simuler la respiration humaine, les auteur-es se concentrent généralement sur deux caractéristiques : la fréquence et le débit de la respiration.

Nous notons également, que nous avons identifié au moins trois entreprises qui commercialisaient au moment de cette thèse (2021-2024) des simulateurs de respiration. On peut citer :

- <http://www.breathingmachine.co.uk/> : Warwick Technology, Digital Breathing Machine, avec option toux et éternuement, connectable et contrôlable via LabVIEW (fait au Royaume-Uni).
- <https://si-plan.com/machine-type/breathing-simulator/> : plusieurs prototypes dont un qui est sensé simuler parfaitement l'ensemble des conditions présentes dans les poumons humains (fait au Royaume-Uni).
- <https://neosim.ch/Adult-Simulator/> : dispositifs de reproduction de la respiration humaine intégrant les mécanismes des poumons humains (fait en Suisse).

Dans l'étude de [Ronen et al. \(2020\)](#), un simulateur de respiration est construit à l'aide d'une pompe à piston qui permet d'obtenir une respiration sinusoïdale. Pour simuler la respiration, [Bjorn et Nielsen \(2002\)](#) utilisent un cylindre avec un piston contrôlé par un moteur électrique reproduisant un signal sinusoïdal, pour une ventilation de $6.0 L \cdot min^{-1}$ et une fréquence de respiration de $10 min^{-1}$ correspondant à celle d'une personne au repos. Dans un autre article de [Bjorn. \(2000\)](#), celui-ci traite des questions relatives à la simulation de la respiration humaine, notamment en matière de température et de densité. [Balazy et al. \(2006\)](#), mais aussi [Eninger et al. \(2008\)](#), [Mahdavi et al. \(2014\)](#), [Penconek et al. \(2013\)](#), [Rengasamy et Eimer \(2012\)](#) et [Rengasamy et Eimer \(2011\)](#) utilisent une pompe pour tester l'efficacité de masques.

3.4.2 Reproduction de la toux dans la littérature

La toux est l'un des processus respiratoires qui émet le plus de gouttelettes avec l'éternuement. Il est donc particulièrement important de pouvoir en reproduire les caractéristiques.

[Hsu et al. \(1994\)](#) ont relevé la fréquence de toux chez des patients normaux (sans maladie entraînant une toux) qui est entre 0 et 16 sur 24h, et qui peut s'élever d'un ordre de grandeur chez des patients ayant de l'asthme avec une médiane à 282 toux sur 24h. Chez des patients ayant des symptômes de toux chronique les auteur-es ont relevé une médiane à 794 toux sur 24h. Il faut toutefois être prudent sur ces résultats du fait du faible nombre de cas considérés. Sur un total de 44 patients, [Yousaf et al. \(2013\)](#) ont relevé une fréquence de toux de 18.5 sur 24h pour des patients en bonne santé ; pour des patients atteints d'asthme, les auteur-es ont relevé une fréquence de 107 toux sur 24h. [Loudon et Brown \(1967\)](#) ont dénombré le nombre de toux par nuit (d'une durée de 8h, de 11h du soir à 7 du matin) chez des patients atteints de maladies, ils ont réalisé ces mesures sur trois nuits, on peut relever que la fréquence moyenne s'élève à un ordre de grandeur de 100 avec une grande variabilité, et des pics pouvant dépasser 600 toux par nuit. Ces données nous permettent de mieux comprendre pourquoi, pour des personnes en bonne santé, la respiration est au moins aussi importante à étudier que la toux pour la transmission du virus, du fait de la faible fréquence à laquelle elles toussent. La grande variabilité souligne ici aussi l'importance de disposer d'une machine reproduisant la toux pour effectuer des séries d'expériences.

Pour la catégorie des dispositifs non commercialisés, donc construits en laboratoire à l'occasion de l'étude, [Verma et al. \(2020b\)](#) et [Verma et al. \(2020a\)](#) ont utilisé une tête anthropomorphe reproduisant les volumes et dimensions des parties internes des orifices respiratoires humains, l'ouverture de la bouche est circulaire de $19,05 mm$ de diamètre, la toux et l'éternuement sont générés par une pompe manuelle de capacité $500 mL$ (considérée

semblable à celle que l'on trouve *in vivo*), et l'apport en gouttelettes se fait grâce à une machine à fumée utilisant un mélange liquide d'eau (4 portions) et de glycérine (1 portion). Cependant, comme les auteur-es le soulignent, il s'agit d'une simulation très simplifiée de la toux qui a une dynamique complexe (Hsu *et al.* (1994)).

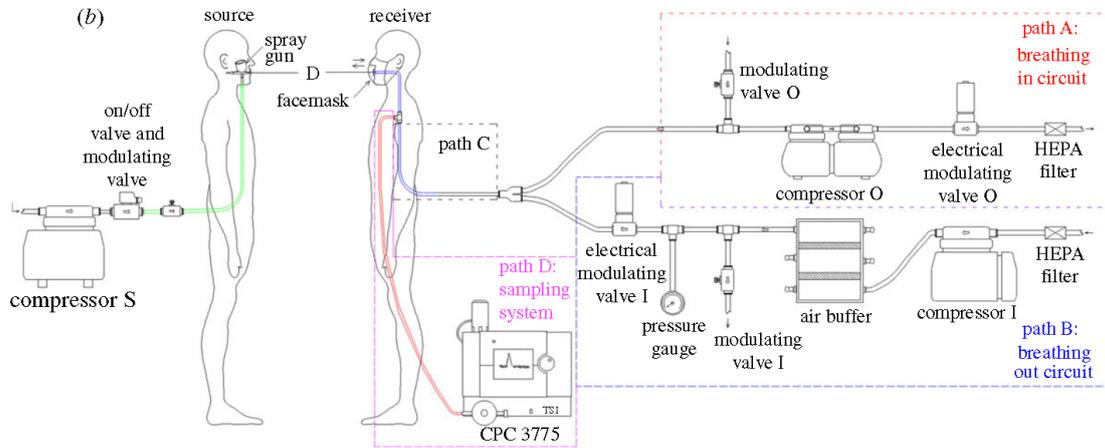


FIGURE 3.13 – Exemple de simulateur de toux conçu à l'aide d'un compresseur et d'une valve modulable électronique, image tirée de Lai *et al.* (2012).

Lindsley *et al.* (2013) ont construit un système composé d'un moteur linéaire contrôlé par ordinateur (Model STA2506, Copley Controls, Canton, MA, USA) relié à des soufflets en acier, pour générer les gouttelettes, les auteur-es ont utilisé un générateur d'aérosols (Model 200, Badger Air-Brush Co., Franklin Park, IL, USA) et nébuliseur (Aeroneb AG-AL7000SM, Aerogen, Galway, Ireland). Lai *et al.* (2012) et Poon et Lai (2011) ont conçu un système utilisant un compresseur, une valve électronique modulée par un programme LabVIEW et un pistolet à spray (180D, Spray-Work, Tamiy) pour reproduire la toux, voir la figure 3.13. Ronen *et al.* (2020) ont opté pour un diffuseur de brouillard (Iwata Eclipse SBS) comme source de gouttelettes. Bourouiba *et al.* (2014) ont

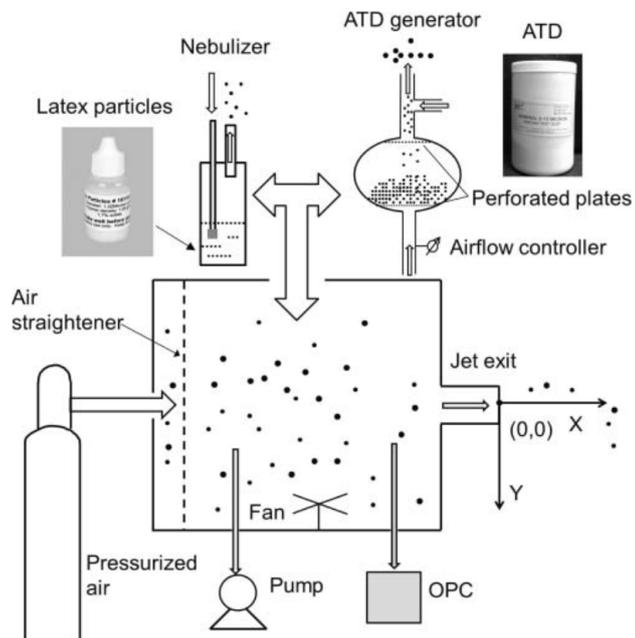


FIGURE 3.14 – Exemple de simulateur de toux conçu à l'aide d'un réservoir d'air pressurisé, d'une électrovanne, et d'une boîte où sont introduits des aérosols, image tirée de Liu *et al.* (2020).

utilisé un piston chargé en aérosols pour générer le nuage turbulent émis lors de la toux. D'un point de vue des dispositifs commercialisés, Warwick Technology cité plus haut intègre une option simulant la toux. Liu et Novoselac (2014) ont utilisé un autre dispositif

présenté figure 3.14, les auteur-es injectent de l'air pressurisé dans une boîte remplie d'aérosols préalablement diffusés (en maintenant une sous-pression dans la boîte à l'aide d'une pompe pour empêcher les aérosols de sortir), une électrovanne contrôle l'entrée de l'air pressurisé. Pour générer les aérosols, [Lindsley *et al.* \(2014\)](#) ont utilisé soit un nébuliseur (Aeroneb AG-AL7000SM, Aerogen, Galway, Ire-land, qui génère des aérosols d'un diamètre médian de $3.4 \mu m$ avec un écart-type de $2.3 \mu m$) soit un brumisateurs (Modèle 200, Badger Air-Brush Co., Franklin, Ill., qui génère des aérosols d'un diamètre médian de $8.5 \mu m$ avec un écart-type de $2.9 \mu m$). Dans l'étude de [Ichikawa *et al.* \(2016\)](#), les auteur-es reproduisent la toux à l'aide d'un compresseur et d'une électrovanne. [Edwards *et al.* \(2004\)](#) utilisent un réservoir d'air pressurisé avec une électrovanne contrôlée électroniquement (modèle no. 8210G94, Asco, Florham Park, NJ), pour contrôler le débit, l'électrovanne est reliée à un pneumotachographe Fleisch (modèle no. 4, Phipps and Bird) avec un transducteur de pression différentielle (modèle no. DP45-14, Validyne, North Ridge, CA). Ces éléments sont représentés figure 3.15.

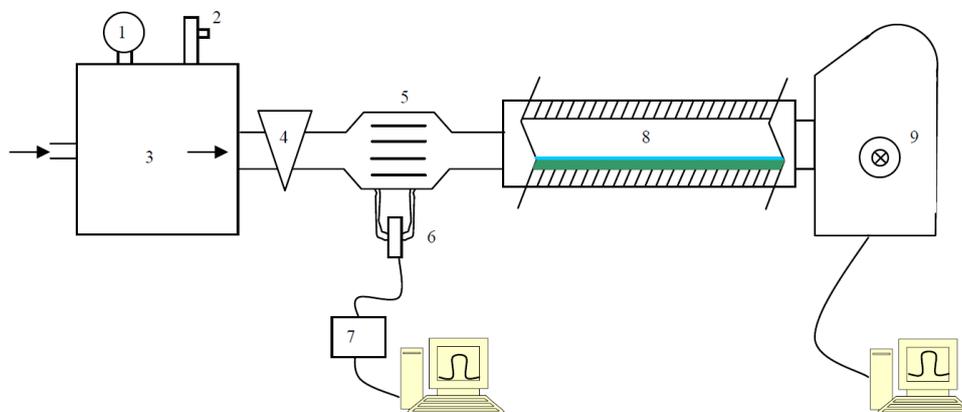


FIGURE 3.15 – Exemple de simulateur de toux conçu à l'aide d'un réservoir d'air pressurisé (3), d'une soupape de décharge (2), d'une jauge de pression (1), d'une électrovanne (4), d'un pneumotachographe Fleisch (5), d'un transducteur de pression différentiel (6), d'un amplificateur pour le signal (7), d'une trachée artificielle avec mucus (8) et d'un appareil de mesure de la taille des particules (9), image tirée de [Edwards *et al.* \(2004\)](#).

À présent que nous nous sommes familiarisés avec les machines générant des écoulements respiratoires, nous présentons celle que nous avons construite.

3.5 Conception de la machine

Nous avons construit deux machines pour produire un jet d'air sur une surface poreuse, l'une pour l'étude en stationnaire, et l'une pour l'étude en dynamique. L'aspect dynamique étant la partie la plus importante des travaux de cette deuxième partie, nous nous concentrons sur cette dernière dans ce qui suit. Les deux dispositifs sont cependant représentés sur la figure 3.16.

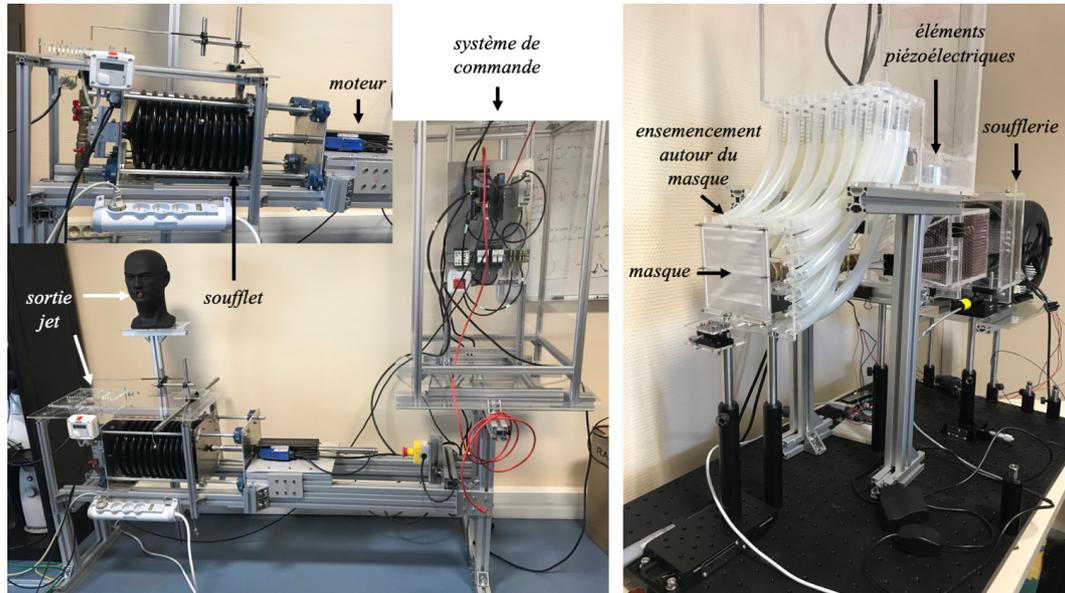


FIGURE 3.16 – Photographies des deux dispositifs pour générer des écoulements respiratoires humains. À gauche la machine à toux pour générer des écoulements dynamiques, à droite la petite soufflerie pour étudier l'écoulement stationnaire.

Afin d'obtenir un écoulement qui puisse reproduire la toux, la respiration (inspiration et expiration), et l'éternuement, nous avons construit² une machine à toux. Cette machine est reposée sur la compression et la dilatation d'un soufflet en élastomère. Cette technique a déjà été utilisée par [Lindsley *et al.* \(2013\)](#). Comme mentionné précédemment, les choix techniques reposent sur plusieurs contraintes. Plusieurs travaux scientifiques utilisent un compresseur pour générer la toux ou l'expiration ([Liu *et al.* \(2020\)](#), [Edwards *et al.* \(2004\)](#), [Lai *et al.* \(2012\)](#)). L'usage d'un air comprimé et d'une valve à commande numérique posait dans notre cas deux problèmes : la qualité de l'air et la génération d'un écoulement d'expiration et d'inspiration. Le problème de la qualité de l'air (l'air comprimé disponible au laboratoire par exemple est trop chargé en aérosols), la filtration des aérosols comme les particules d'huile générées dans de tels appareils de compression est cruciale pour l'usage d'un fil chaud ou l'étude de l'interaction de l'écoulement avec une surface textile. En effet, les fibres peuvent collecter les aérosols, les propriétés de la surface poreuse seraient alors modifiées au cours de l'expérience. Cette filtration est un problème délicat. Par ailleurs, nous souhaitons produire également l'inspiration et la respiration humaine, ce qui avec un système de valve semblait plus difficile à réaliser qu'avec un soufflet. Le soufflet a une similarité mécanique avec le fonctionnement d'un poumon qui permet de reproduire sans trop de difficultés des écoulements similaires.

2. La construction de cette machine a occupé une partie importante de la première moitié de la thèse (les délais de livraison des composants, du moteur, du contrôleur et du variateur ont été impactés par la pandémie de la COVID-19).

3.5.1 Plans de l'architecture mécanique et électrique

La machine à toux est composée de quatre éléments centraux :

- Le **soufflet** en élastomère³ (polyester-PVC). Il constitue une chambre d'air qui est comprimée par un moteur axial. La compression-dilatation permet de générer l'écoulement dynamique que l'on choisit via un système de commande.
- Le **moteur linéaire**, servotube STA2506S-309-S-R03D (de la marque *Dunkermotoren*). Il permet de compresser et dilater le soufflet.
- Le **variateur**, AKD P00306 (de la marque *Kollmorgen*), qui permet de transmettre la commande au moteur en la convertissant en tension. Inversement, il réceptionne le retour de commande.
- Le **contrôleur** Flex-6 nano (de la marque *Trio Motion*). Ce dernier est nécessaire pour générer des mouvements complexes, comme des sinusoïdes ou des profils d'écoulement particuliers. Il permet un contrôle via un logiciel : *Motion Perfect 5*. Le contrôle du mouvement du moteur se fait en programmant en BASIC sur ce logiciel. Un exemple est donné en annexe.

Le système de maintien du soufflet est particulièrement crucial : d'abord pour éviter au moteur des efforts trop importants, ensuite pour que l'écoulement généré corresponde au plus près possible du mouvement axial de l'arbre magnétique du moteur⁴. Nous avons conçu un système de glissière pour le soufflet qui combine à la fois son maintien axial et un glissement satisfaisant pour la puissance du moteur. Pour réduire la force exercée par le moteur sur le soufflet, nous avons mis l'axe du soufflet horizontalement. Le soufflet comporte⁵ 13 plis. Entièrement repliés, son diamètre intérieur fait 170 mm et son diamètre extérieur fait 220 mm, sa longueur varie entre 200 mm et 500 mm, il peut donc s'étirer sur plus de 300 mm, la capacité de notre soufflet est d'environ 10.3 L, suffisant pour satisfaire le volume maximal d'un poumon humain qui est de 6 L, nous pouvons donc reproduire de très profondes respirations.

Nous montrons en annexe D.2 un exemple de code en BASIC utilisé pour commander le moteur.

3. Notons que [Lindsley et al. \(2013\)](#) a utilisé un soufflet en métal en position verticale.

4. Il faut en particulier éviter que le soufflet ne se désaxe durant les compressions brutales, au risque d'endommager la machine ou l'arbre du moteur. Il y a un compromis entre d'une part la raideur du soufflet que l'on veut minimale pour éviter au moteur de trop forcer, et d'autre part la raideur que l'on veut suffisante pour éviter le désaxement du soufflet lors de fortes compressions.

5. Il a été réalisé sur mesure par l'entreprise *SPM Saumur* (<https://www.spm-saumur.fr>).

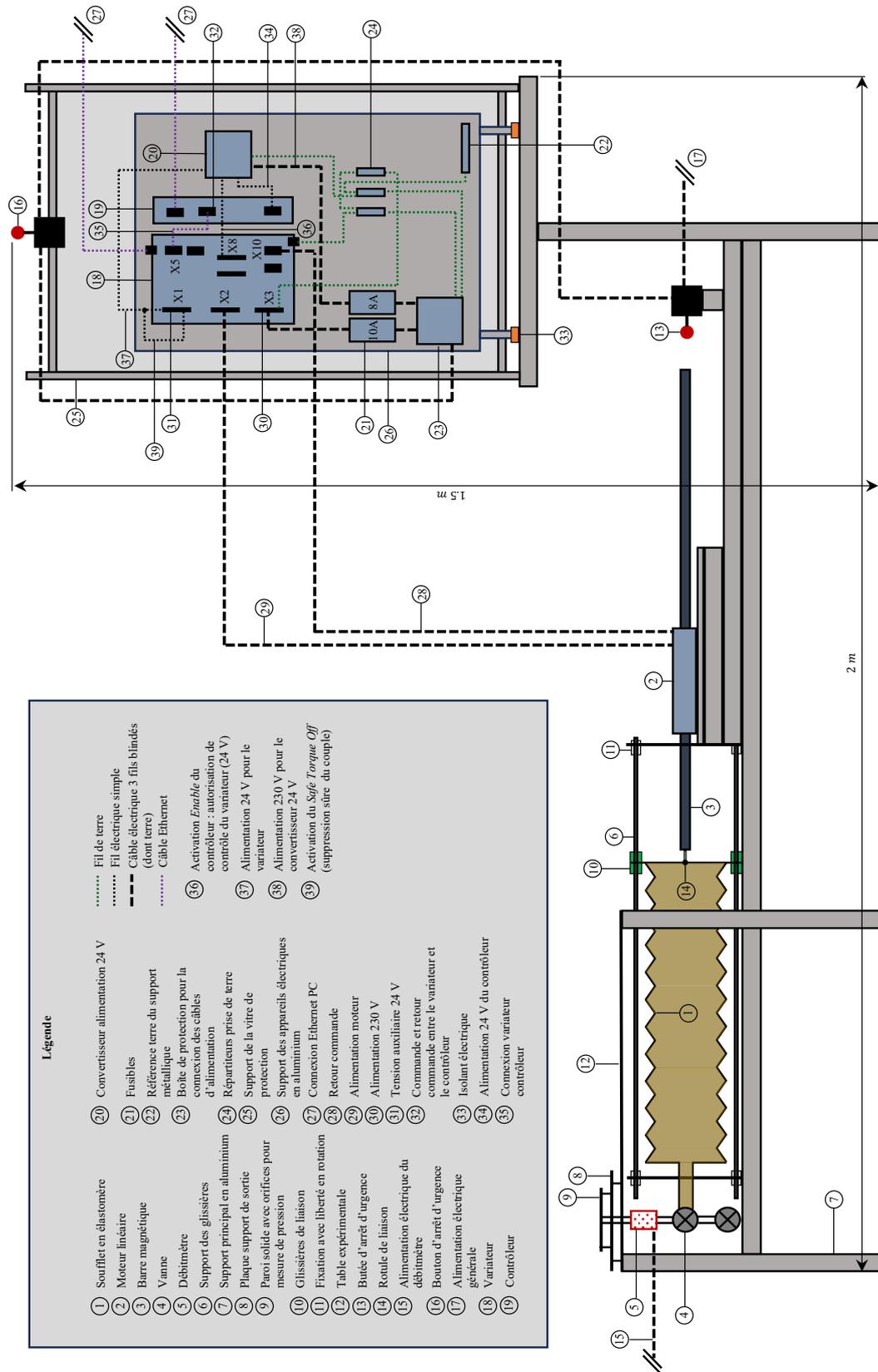


FIGURE 3.17 – Plan schématique des principaux composants de la machine à toux.

3.5.2 Réponse hydrodynamique à l'actionnement mécanique

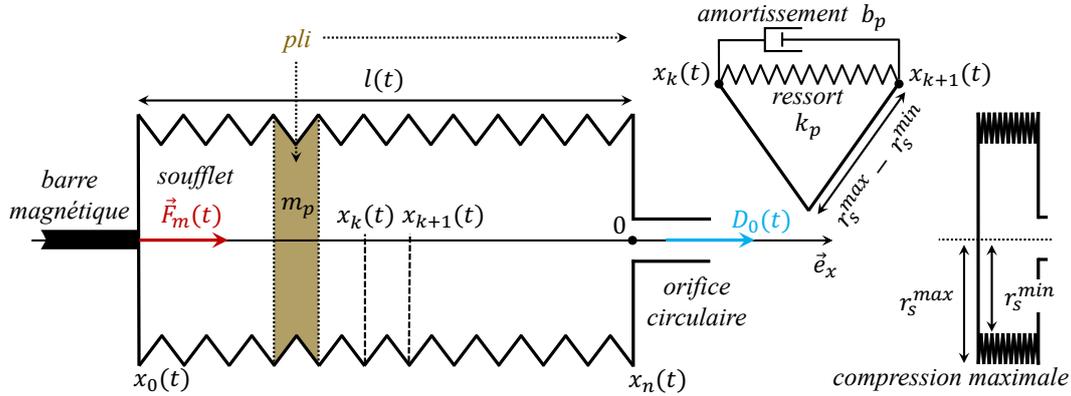


FIGURE 3.18 – Schéma du soufflet, vue d'une section.

Sur la figure 3.18, nous avons représenté le fonctionnement mécanique du système de génération de l'écoulement d'air, par compression et dilatation contrôlée du soufflet ⁶. Nous formalisons dans ce qui suit le lien entre la position $x_0(t) = -l(t)$ commandée via la force appliquée $F_m(t)$ au soufflet, et le débit sortant $D_0(t)$. Si l'on suppose le fluide incompressible (ce qui est raisonnable pour le plupart des accélérations que nous reproduisons, notons que le nombre de Mach est faible, $Ma < 2.9 \times 10^{-2}$), alors on peut écrire

$$D_0(t) = -\frac{dV}{dt}(t), \quad (3.10)$$

où V est le volume à l'intérieur du soufflet. En notant x_k les différentes coordonnées des plis (figure 3.18), le volume peut s'exprimer comme

$$V(t) = \pi r_s^{max^2} l(t) \left(1 - \underbrace{\frac{1}{3l(t)} \sum_{k=0}^{n-1} (x_{k+1} - x_k) \gamma_k (3 - \gamma_k)}_{\text{Volume de correction par rapport au volume du cylindre du fait de la présence de plis.}} \right), \quad (3.11)$$

avec

$$\gamma_k = \sqrt{\left(1 - \frac{r_s^{min}}{r_s^{max}}\right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{x_{k+1} - x_k}{r_s^{max}}\right)^2}. \quad (3.12)$$

La démonstration se trouve au calcul 3.5.1. Les différents x_k sont solution du système d'équations différentielles présenté dans le calcul D.1.1 en annexe D (il n'en sera pas fait usage dans ce chapitre). On voit bien que le volume est égal à celui du cylindre moins un terme correcteur qui provient de la présence des plis. De fait, cela introduit une non-linéarité entre le débit de sortie et la longueur contrôlée du soufflet. Lorsque l'on suppose que tous

6. Le lecteur intéressé pourra comparer ce système avec le fonctionnement réel du poumon humain en lisant la description de [Priban et Fincham \(1965\)](#), en particulier on peut noter que nous comprimons le soufflet sur un unique axe, alors qu'un poumon est dilaté par l'action de différents muscles sur la paroi thoracique (comprenant notamment le sternum, les clavicules et les cotes).

les plis bougent de sorte à conserver à chaque instant une même largeur (régime pseudo-stationnaire), alors ce volume que nous notons maintenant V_{eq} devient (voir (3.5.1)) :

$$V_{eq}(t) = \pi r_s^{max^2} l(t) \left(1 - \frac{1}{3} \gamma_{eq}(t) (3 - \gamma_{eq}(t)) \right), \quad (3.13)$$

avec

$$\gamma_{eq}(t) = \sqrt{\left(1 - \frac{r_s^{min}}{r_s^{max}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{l(t)}{nr_s^{max}} \right)^2}. \quad (3.14)$$

Lorsque

$$C_{eq}(t) = \frac{1}{3} \gamma_{eq}(t) (3 - \gamma_{eq}(t)) \ll 1, \quad (3.15)$$

alors l'approximation d'une réponse linéaire du système est raisonnable. Ce qui revient à dire que $\gamma_{eq}(t) \rightarrow 0$ (notons que $\gamma_{eq}(t) < 1$). Cette condition est plutôt satisfaite en prenant r_s^{min} le plus proche possible de r_s^{max} . Dans notre cas, les caractéristiques du soufflet⁷ donnent $0.195 \leq C_{eq} \leq 0.208$ (3.15), on pourra donc prendre l'approximation linéaire pour une précision en sortie à l'ordre 0 (ce qui n'est pas très bon).

Sous cette hypothèse, la détermination du mouvement du soufflet entre le temps $t = 0$ et $t = t_f$ pour obtenir le débit D_0 souhaité se fait alors via la formule toute simple :

$$l(t) = l(0) - \frac{1}{\pi r_s^{max^2}} \int_0^t D_0(t') dt' \quad (\text{approximation linéaire}). \quad (3.16)$$

Pour une précision à l'ordre 1, on doit corriger la formule (3.16) d'un facteur $1 - C_{eq}^0$ (défini comme la moyenne de C_{eq} pour l'intervalle de variation donné de l , pour notre soufflet, $C_{eq} = 0.202$), on utilisera donc

$$l(t) = l(0) - \frac{1 - C_{eq}^0}{\pi r_s^{max^2}} \int_0^t D_0(t') dt' \quad (\text{approximation linéaire corrigée}). \quad (3.17)$$

Enfin, la formule exacte de commande du soufflet est obtenue par intégration de l'équation non-linéaire (car V_{eq} n'est pas linéaire en l) suivante

$$V_{eq}(t) = V_{eq}(0) - \frac{1}{\pi r_s^{max^2}} \int_0^t D_0(t') dt' \quad (\text{non-linéaire exacte}). \quad (3.18)$$

7. Pour notre soufflet, on a $r_s^{min} = 170 \text{ mm}$, $r_s^{max} = 220 \text{ mm}$, $200 \text{ mm} \leq l(t) \leq 500 \text{ mm}$, $n=13$.

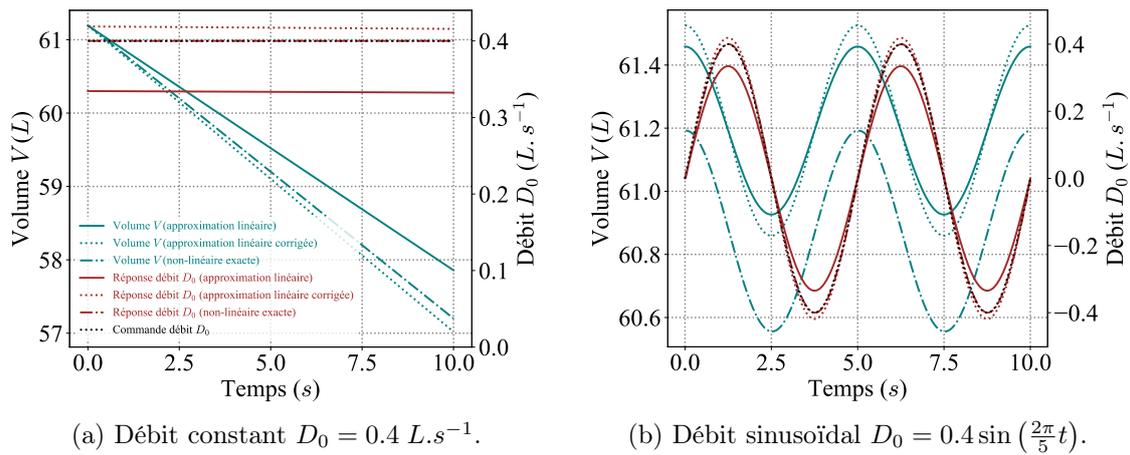


FIGURE 3.19 – Comparaison entre des débits souhaités et la réponse du système en utilisant la commande avec l’approximation linéaire de l’équation de commande (3.16), l’approximation linéaire corrigée de l’équation de commande (3.17) et l’équation non-linéaire de commande exacte (3.18), débit réponse obtenue en utilisant les équations (3.10) et (3.13).

Sur la figure 3.19 on montre la réponse du système en utilisant l’approximation linéaire de l’équation de commande (3.16), l’approximation linéaire corrigée de l’équation de commande (3.17) et l’équation non-linéaire de commande exacte (3.18). La réponse est calculée en utilisant les équations (3.10) et (3.13). Pour la commande d’un débit constant et sinusoïdal, la réponse a un profil similaire à la commande bien qu’on ait négligé la non-linéarité dans l’équation de commande (3.16) et (3.17). Toutefois, il y a un écart par rapport à la courbe souhaitée pour notre soufflet, assez faible d’ailleurs pour l’approximation linéaire corrigée de l’équation de commande (3.17). L’approximation linéaire n’est pas satisfaisante pour reproduire correctement à l’identique un débit donné. Dans la section suivante, nous montrons la réponse réelle mesurée du système à des profils de débits respiratoires en utilisant l’équation de commande exacte (3.18). Sur la figure 3.20, nous avons mesuré à l’aide du débitmètre installé sur l’orifice de sortie de la machine, le débit en fonction de la vitesse de compression constante du soufflet. Nous affichons également le débit théorique (obtenue à partir des équations (3.10) et 3.13) pour cette compression constante. On remarque une différence qui est de plus en plus importante lorsque la vitesse de compression augmente. Cela peut s’expliquer par trois facteurs : tout d’abord l’approximation faite concernant la géométrie des plis du soufflet, en effet ceux-ci ont une forme davantage sinusoïdale que triangulaire. Ensuite, il n’est pas exclu que de

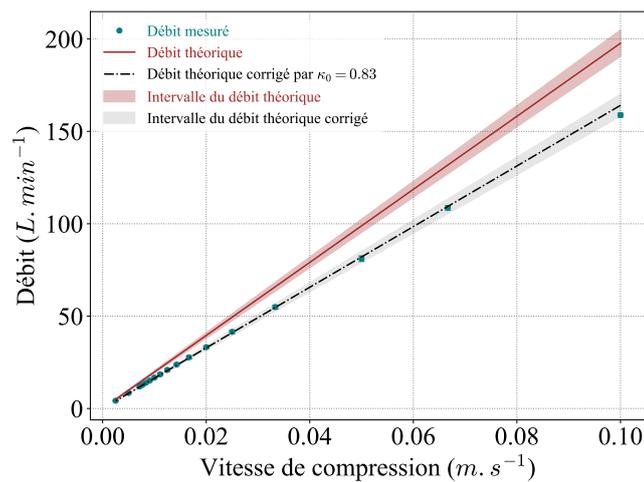


FIGURE 3.20 – Débit en fonction de la vitesse de compression du soufflet. Points bleus : mesures à l’aide d’un débitmètre placé sur l’orifice de sortie. Courbe rouge : débit théorique calculé à l’aide des équations (3.10) et 3.13). Courbe pointillée noire : débit théorique corrigé par le facteur $\kappa_0 = 0.83$.

petites fuites causent une perte en volume lors de la compression. Enfin il y a une erreur qui peut provenir du capteur de débit. Il se trouve que ces erreurs et approximations sont corrigées par l'intermédiaire d'un simple facteur $\kappa_0 = 0.83$ dans la formule reliant le débit à la variation de volume (3.10) :

$$D_0(t) = -\kappa_0 \frac{dV}{dt}(t). \quad (3.19)$$

Calcul 3.5.1 : Volume du soufflet

Le soufflet est axisymétrique. Notre modélisation pour le profil d'un pli est montré sur la figure 3.21. Quand le soufflet est dilaté ou compressé, la hauteur maximale du pli que l'on note r_s^{max} est constante, et les pans du pli ont une longueur aussi constante et vaut $r_s^{max} - r_s^{min}$, où r_s^{max} et r_s^{min} sont définis lorsque le soufflet est complètement replié sur la figure 3.18. Son volume peut s'exprimer par l'intégrale suivante en considérant la symétrie du pli par rapport à l'axe verticale passant par le sommet du pli (figure 3.21), on omet la dépendance en temps par clarté pour les x_k :

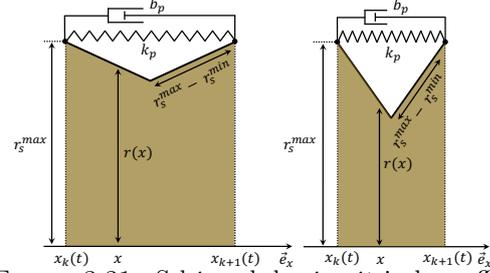


FIGURE 3.21 – Schéma de la géométrie du soufflet.

$$V(t) = 2\pi \sum_{k=0}^{n-1} \int_{x_k}^{\frac{x_{k+1}+x_k}{2}} r_k^2(x) dx, \quad (3.20)$$

où $r(x)$ est le rayon qui suit une loi affine :

$$r_k(x) = a_k x + b_k, \quad (3.21)$$

avec

$$a_k = \sqrt{4 \left(\frac{r_s^{max} - r_s^{min}}{x_{k+1} - x_k} \right)^2 - 1}, \quad (3.22)$$

$$b_k = r_s^{max} - (x_{k+1} + x_k) \sqrt{\left(\frac{r_s^{max} - r_s^{min}}{x_{k+1} - x_k} \right)^2 - \frac{1}{4}}. \quad (3.23)$$

Le volume s'écrit donc après intégration de (3.20) par

$$\begin{aligned} V(t) &= 2\pi \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{3a_k} \left(\left(\frac{a_k}{2} (x_{k+1} + x_k) + b_k \right)^3 - (a_k x_k + b_k)^3 \right) \\ &= 2\pi \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{3a_k} \left(r_s^{max^3} - (a_k x_k + b_k)^3 \right) \\ &= 2\pi \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{3a_k} \left(r_s^{max^3} - \left(r_s^{max} - \frac{a_k}{2} (x_{k+1} - x_k) \right)^3 \right) \\ &= -\pi r_s^{max^2} x_0 + \frac{\pi}{3} \sum_{k=0}^{n-1} (x_{k+1} - x_k) \gamma_k (\gamma_k - 3r_s^{max}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

On aboutit après quelques développements à l'expression suivante

$$V(t) = \pi r_s^{max^2} l(t) \left(1 - \underbrace{\frac{1}{3l(t)} \sum_{k=0}^{n-1} (x_{k+1} - x_k) \gamma_k (3 - \gamma_k)}_{\text{Correction par rapport au cylindre.}} \right), \quad (3.25)$$

avec

$$\gamma_k = \sqrt{\left(1 - \frac{r_s^{min}}{r_s^{max}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{x_{k+1} - x_k}{r_s^{max}} \right)^2}. \quad (3.26)$$

On rappelle que $x_0 = -l(t)$ la longueur du soufflet.

Si la largeur de chaque pli est la même (comme à l'équilibre par exemple) alors quelque soit k , $x_{k+1} - x_k = \frac{l(t)}{n}$, d'où le volume :

$$V_{eq}(t) = \pi r_s^{max^2} l(t) \left(1 - \frac{1}{3} \gamma_{eq}(t) (3 - \gamma_{eq}(t)) \right), \quad (3.27)$$

avec

$$\gamma_{eq}(t) = \sqrt{\left(1 - \frac{r_s^{min}}{r_s^{max}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{l(t)}{nr_s^{max}} \right)^2}. \quad (3.28)$$

3.6 Résultats

Notre objectif dans ce chapitre étant de reproduire les écoulements respiratoires humains, nous donnons dans ce qui suit différents exemples d'écoulements que nous pouvons reproduire.

3.6.1 Reproduction de la respiration

[Gupta et al. \(2010\)](#) modélisent le débit d'air respiré par une sinusoïde. Nous gardons ce choix de modélisation. Ainsi on note le débit :

$$D_0 = D_v \sin(2\pi f_v t), \quad (3.29)$$

avec D_v l'amplitude du débit ventilatoire. On notera T_v la période ventilatoire :

$$T_v = \frac{1}{f_v}, \quad (3.30)$$

qui varie pour un adulte entre 1.9 s et 8.3 s.

Sur la figure 3.22 nous comparons une mesure *in-vivo* de la respiration humaine obtenue par [Gupta et al. \(2010\)](#) (figure 3.22a) à une reproduction obtenue par la machine (figure 3.22b). On peut constater que la période et l'amplitude sont identiques. L'enjeu est de pouvoir reproduire à l'identique un motif de nombreuses fois. Pour illustrer cette capacité de reproductibilité de la machine nous montrons sur la figure 3.23 une respiration obtenue avec la machine sur 10 périodes pour trois périodes de ventilation $T_v = 2, 4$ et 6 s. La période ne varie pas, et l'amplitude de débit reste identique sur la durée de la mesure.

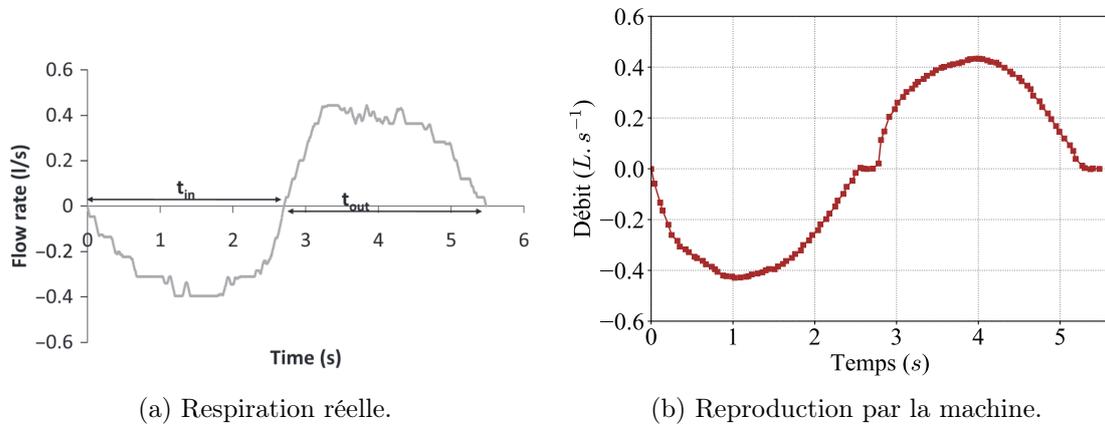


FIGURE 3.22 – Comparaison entre le profil d'une respiration réelle tiré de [Gupta et al. \(2010\)](#) (a) et un exemple de profil obtenu par la machine (b). Le débit est mesuré à l'aide du débitmètre installé sur l'orifice de sortie d'air de la machine.

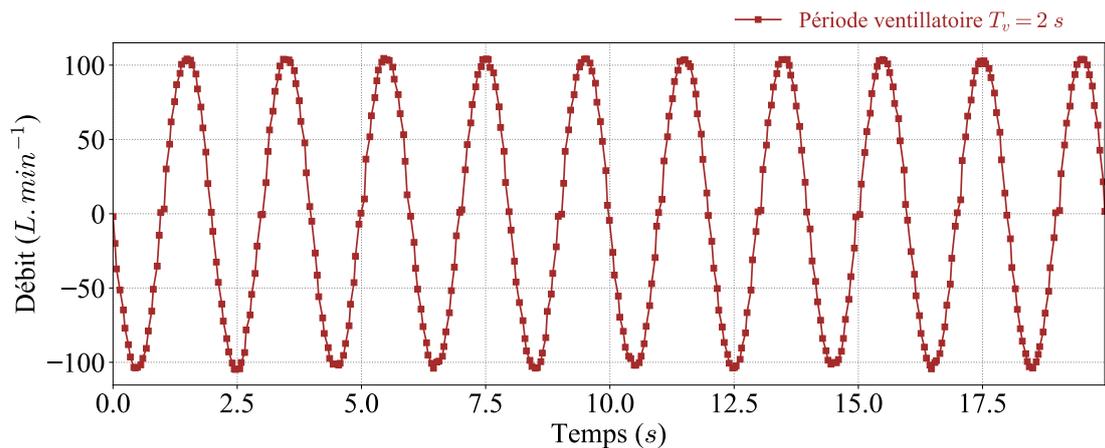
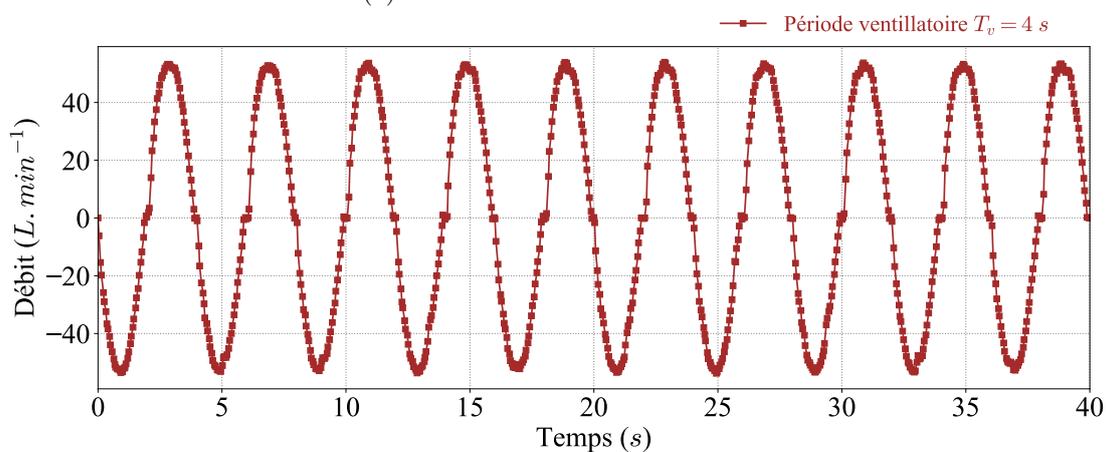
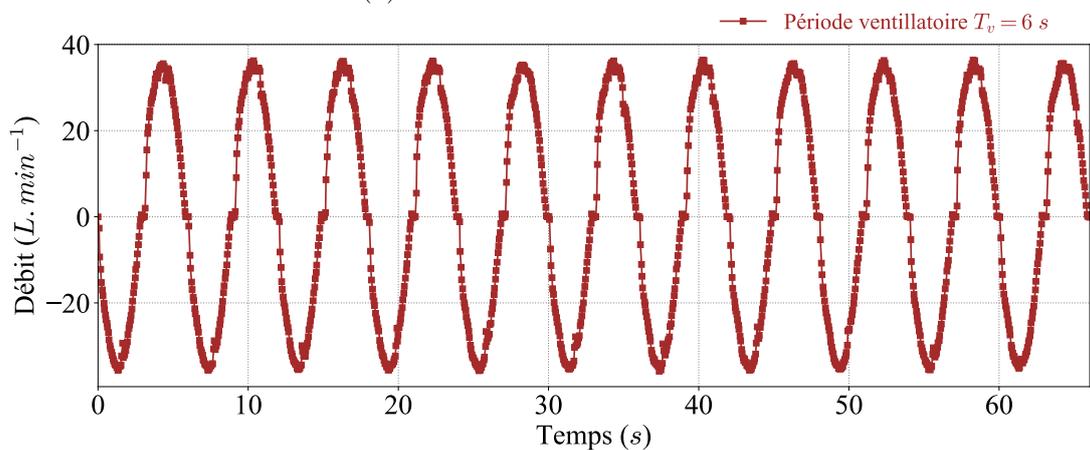
(a) Période ventilatoire $T = 2 \text{ s}$.(b) Période ventilatoire $T = 4 \text{ s}$.(c) Période ventilatoire $T = 6 \text{ s}$.

FIGURE 3.23 – Débit mesuré en sortie de la machine à toux pour un profil de respiration sinusoïdal sur 10 périodes. L'amplitude d'oscillation de la longueur du soufflet est fixée à 20 mm pour a), b) et c).

3.6.2 Reproduction de la toux

Sur la figure 3.24 nous montrons la comparaison entre le débit de la toux que nous avons mesuré à gauche (3.24a) et celui que la machine à reproduit en utilisant l'équation de commande (3.18). Le débit est calculé à partir de la vitesse au centre en la supposant constante sur l'aire de l'orifice de sortie. On constate que le temps associé à chacune des parties du profil de toux (3.24a) est parfaitement respecté : à $t = 50 \text{ ms}$, le pic est atteint, suivi d'une descente vers un plateau qui commence à $t = 140 \text{ ms}$ environ, jusqu'à $t = 300 \text{ ms}$. Enfin s'ensuit une diminution jusqu'à $t = 400 \text{ ms}$. On démontre ici la capacité de la machine à respecter un profil à 10 ms près, ce qui pour le cas de la toux est essentiel.

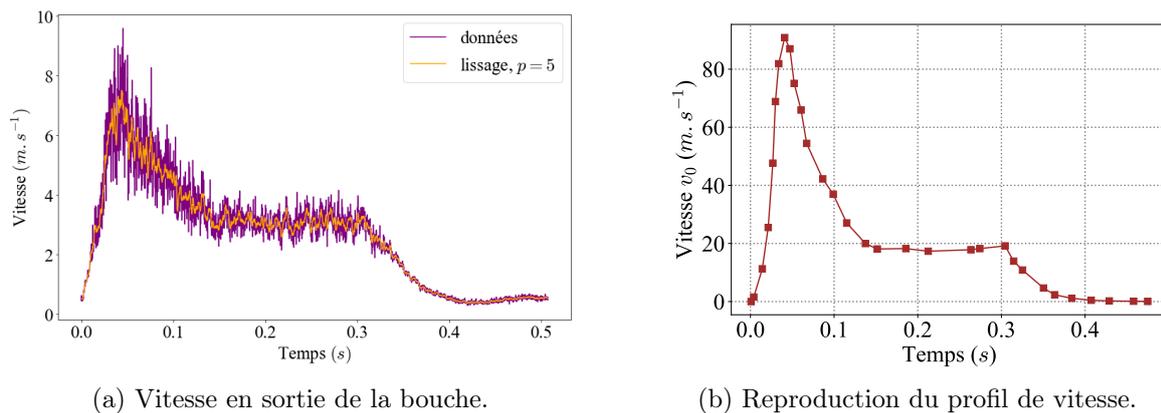


FIGURE 3.24 – a) Mesure de la vitesse moyenne de l'écoulement au centre du panache en sortie de la bouche à partir d'une séquence vidéo par analyse PIV, réalisée avec MATLAB version 9.7 (R2019b) et PIVlab version 2.37, le lissage correspond à une moyenne glissante sur $p = 5$ points successifs. b) Reproduction du profil de vitesse par la machine à toux en utilisant l'équation de commande (3.18), vitesse mesurée au fil chaud au centre de l'orifice de sortie de diamètre $d_{j2} = 10.05 \text{ mm}$. Le débit est le même dans les deux cas, mais les tailles de l'orifice et du jet sont différentes, ce qui explique le facteur multiplicatif entre les deux vitesses.

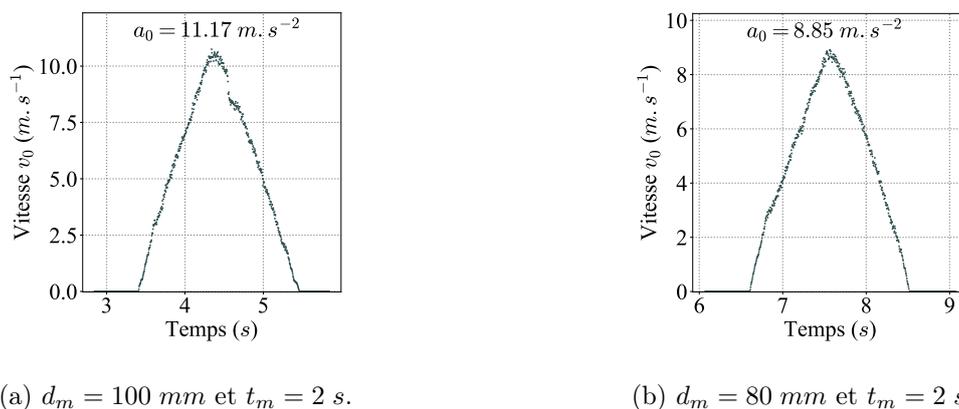


FIGURE 3.25 – Profil de toux numéro 1, vitesse en fonction du temps en sortie de l'orifice de diamètre 22.0 mm . La mesure a été faite avec l'anémomètre déjà présenté au centre de l'orifice.

Afin de modéliser avec un nombre minimal de paramètres la toux, nous choisissons deux

modèles que nous testons avec la machine. Le premier modèle de toux est très simple : il s'agit d'une accélération constante a_0 pendant une durée $\frac{t_m}{2}$ suivi d'une décélération constante $-a_0$ pendant une durée $\frac{t_m}{2}$ également. Nous montrons des toux ainsi obtenues sur la figure 3.25, mesurées à l'aide d'un anémomètre à fil chaud au centre de l'orifice de sortie. On voit bien que les pentes sont constantes, et le profil est bien symétrique. On se servira de ce profil de toux au chapitre 4 pour reproduire simplement une bourrasque de vent.

Calcul 3.6.1 : Profil de toux numéro 1

Nombre de paramètres : 2

Paramètres :

- a_0 accélération de la toux (décélération $-a_0$),
- t_m durée totale de la toux (le pic est à $\frac{t_m}{2}$).

La vitesse de l'écoulement est

$$v_0(t) = \begin{cases} a_0 t & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{t_m}{2} \\ -a_0 (t - t_m) & \text{si } \frac{t_m}{2} \leq t \leq t_m \end{cases} . \quad (3.31)$$

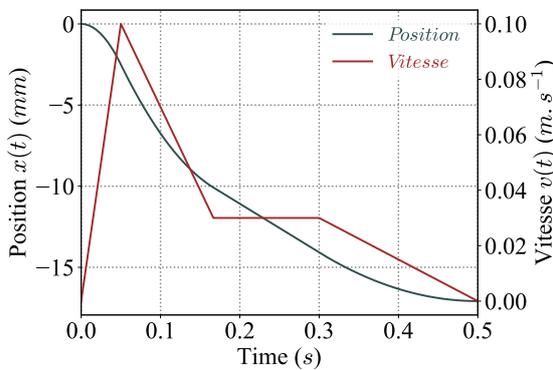
La position commandée correspondante du soufflet est

$$l(t) - l_0 = \begin{cases} -\frac{1}{2} a_m t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{t_m}{2} \\ \frac{1}{2} a_m \left(t - t_m \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right) \left(t - t_m \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right) & \text{si } \frac{t_m}{2} \leq t \leq t_m \end{cases} , \quad (3.32)$$

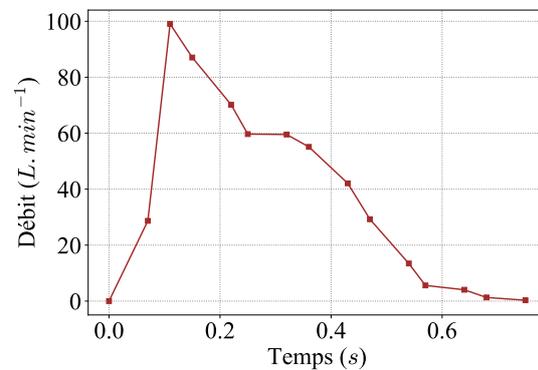
avec l_0 la longueur initiale du soufflet, et

$$a_m = \frac{4d_m}{t_m^2} . \quad (3.33)$$

Le deuxième profil de toux est un peu plus complexe car nous souhaitons y intégrer le plateau observé sur les profils de toux montrés en introduction (figure 3.6). On considère une première accélération constante a_1 sur une durée t_p suivi d'une décélération constante jusqu'à t_1 , puis le plateau à vitesse constante v_p , jusqu'à t_2 , et enfin une décélération constante jusqu'à t_f . La commande est détaillée dans le calcul 3.6.2. On montre un exemple de résultat sur la figure 3.26. On voit que le profil est plutôt respecté (figure 3.26b) mais il pourrait être amélioré.



(a) Profil de commande de la toux.



(b) Profil de réponse de la toux.

FIGURE 3.26 – Profil de toux numéro 2. Comparaison entre (a) le profil de commande en position et vitesse de la toux et (b) le profil de débit mesurée en réponse.

Calcul 3.6.2 : Profil de toux numéro 2

Nombre de paramètres : 5

Paramètres :

- a_1 : accélération pour le pic de toux.
- t_p : PVT (peak velocity time), le temps du pic de toux,
- tv_p : vitesse pour le plateau,
- tt_2 : temps de fin de plateau,
- t_f : durée de la toux.

La vitesse de l'écoulement est

$$v_0(t) = \begin{cases} a_1 t & \text{si } 0 \leq t \leq t_p \\ -a_2 (t - t_p) + a_2 t_1 & \text{si } t_p \leq t \leq t_1 \\ v_p & \text{si } t_2 \leq t \leq t_f \\ -a_3 t + a_3 t_f & \text{si } t_1 \leq t \leq t_2. \end{cases} \quad (3.34)$$

La commande du soufflet l est trouvée en intégrant 3.34 de sorte à ce que la courbe obtenue est continue et dérivable en tout point. On prendra le signe opposé pour que le soufflet le contracte et obtenir bien une toux. Un exemple est reproduit sur la figure (3.26a).

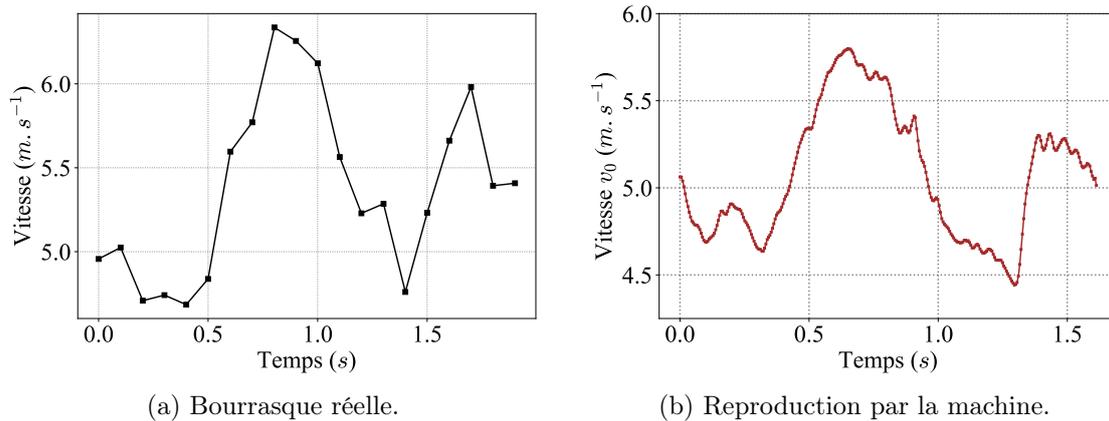
3.6.3 Bourrasque de vent

FIGURE 3.27 – Comparaison entre le profil d'une légère bourrasque de vent mesurée sur le site météorologique du SIRTA (a) et une reproduction obtenue par la machine à partir de l'équation de commande (3.18) (b). Le débit est mesuré à l'aide du débitmètre installée sur l'orifice de sortie d'air de la machine.

Sur la figure 3.27 on a reproduit à droite (3.27b) un profil de vent (que l'on assimile à une bourrasque) mesuré sur le site du SIRTA (3.27a) en utilisant l'équation de commande (3.18). On remarque que les profils sont proches, on a les deux pics centraux et la durée est conservée. Il pourrait être amélioré en prenant en compte davantage les non-linéarités du système mécanique (calcul D.1.1). Mais on voit déjà le potentiel de la machine à reproduire des signaux complexes avec une certaine fidélité (ces profils complexes pouvant être reproduits à l'identique autant de fois que l'on veut). Dans le chapitre suivant nous modéliserons la bourrasque par le profil de toux 1 qui est une simple accélération-décélération pour réduire au maximum le nombre de paramètres.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la machine à toux que nous avons construite. Nous sommes désormais capables, comme nous l'avons vu, de générer des écoulements dynamiques complexes tels que la respiration et la toux humaines avec une précision de contrôle de l'ordre de la dixième de seconde. Nous sommes capables également de générer d'autres types d'écoulements qui peuvent être utiles dans l'étude de phénomènes d'interaction air-goutte non stationnaires comme nous allons le voir au chapitre suivant. Cette machine pourra être utilisée à l'avenir pour différentes études portant sur les masques, et pourra être complétée d'un système de génération d'aérosols pour l'étude de la capture de gouttelettes par un masque que nous n'avons pas réalisée.

À partir de cette machine, nous proposons deux études exploratoires : la première sur la question du ré-entraînement des gouttes sur les fibres par le vent, et l'autre sur la respiration en présence d'un masque chirurgical.

BOURRASQUE DE VENT SUR UNE GOUTTE ADHÉRANT À UNE FIBRE

Sur les filets à brouillard, comme sur les masques chirurgicaux, des gouttes se forment sur le tissu. Que ce soient les gouttelettes d'eau du brouillard, ou les gouttelettes émises en expirant, elles s'accumulent et leur taille augmente par coalescence sur les fibres. Celles-ci interagissent avec l'écoulement. Soumises à des forces aérodynamiques, elles peuvent se mouvoir, adopter des formes étonnantes jusqu'à se fragmenter (figure 4.1). Dans ce chapitre nous explorons l'effet d'une bourrasque de vent sur une goutte adhérant à une fibre verticale (alignée dans la direction du champ gravitationnel). Cette situation se rencontre lorsque l'on tousse en portant un masque, mais également lors de forts vents sur un filet à brouillard. Dans un premier temps nous décrivons la forme de la goutte, puis son oscillation et sa fragmentation lorsqu'elle est immergée dans un écoulement accéléré de manière constante.

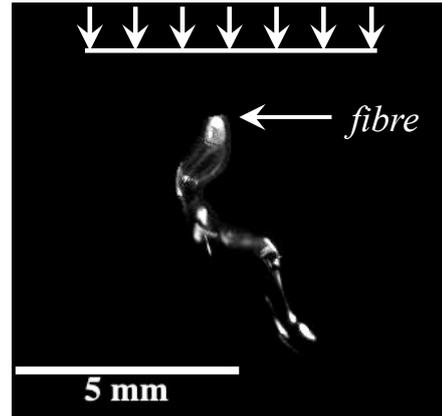


FIGURE 4.1 – Image d'une gouttelette adhérant à une fibre et étirée dans le sillage à cause de l'écoulement.

Table des matières

| | | |
|------------|---|------------|
| 4.1 | Introduction | 138 |
| 4.2 | Dispositif expérimental | 142 |
| 4.2.1 | Modélisation de la bourrasque de vent | 142 |
| 4.2.2 | Évaporation d'une goutte sur une fibre verticale | 144 |
| 4.3 | Résultats | 146 |
| 4.3.1 | Forme de la goutte sur la fibre | 148 |
| 4.3.1.1 | Modèle géométrique du volume de la goutte à l'équilibre | 151 |
| 4.3.2 | Retournement de la goutte | 156 |
| 4.3.2.1 | Modèle simplifié de la rotation | 157 |
| 4.3.3 | Oscillations | 160 |
| 4.3.3.1 | Méthode d'analyse des oscillations | 160 |
| 4.3.3.2 | Fréquences d'oscillation verticale | 162 |
| 4.3.3.3 | Modèle visco-élastique | 165 |
| 4.3.4 | Fragmentation | 167 |
| 4.3.4.1 | Description expérimentale du processus de fragmentation | 167 |
| 4.3.4.2 | Résultats quantitatifs sur la fragmentation | 172 |
| 4.3.4.3 | Critère de fragmentation empirique | 179 |
| 4.4 | Conclusion | 180 |

4.1 Introduction

Nous proposons dans ce chapitre d'explorer l'effet d'une bourrasque de vent sur une goutte d'eau adhérant à une fibre. Cette goutte est constituée d'eau pure et adhère par capillarité à une fibre de nylon positionnée verticalement (alignée sur la direction de la force gravitationnelle). Cette configuration et les différents paramètres du problème sont représentés sur la figure 4.2-a) vue de face orthogonalement à la direction principale de l'écoulement (axe z), et 4.2-b) vue de profile parallèlement à l'écoulement. Nous étudions le mouvement de la goutte sur la fibre ainsi que la fragmentation. L'étude est exploratoire dans le sens où elle n'est effectuée que pour une unique fibre de diamètre 0.30 mm et une unique viscosité correspondant à celle de l'eau distillée. Les différents ordres de grandeur des nombres adimensionnés tels que le nombre de Reynolds Re , le nombre de Weber We et le nombre d'Ohnesorge Oh rencontrés dans ces expériences sont indiqués dans la table 4.1.

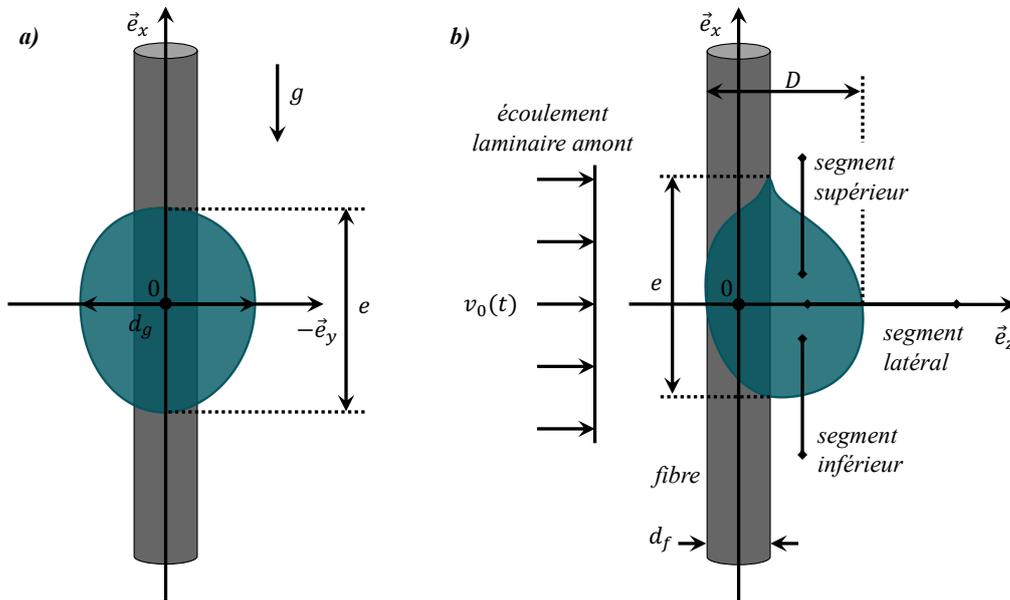


FIGURE 4.2 – Schéma de la goutte sur la fibre. La goutte est placée en configuration *clam-shell* (non-axisymétrique) sur une fibre cylindrique, du côté opposée à l'origine de l'écoulement d'air.

| | | | | |
|----------------------------|--------------------------------------|---|---|--|
| $Re = \frac{v_0 d_g}{\nu}$ | $We = \frac{\rho v_0^2 d_g}{\gamma}$ | $Bo = \frac{(\rho_g - \rho) g d_g^2}{\gamma}$ | $Oh = \frac{\mu_g}{\sqrt{\rho_g \gamma d_g}}$ | $St = \frac{1}{18} \frac{\rho_g d_g^2 v_0}{\mu d_f}$ |
| 32 – 8974 | 0.008 – 161 | 0.03 – 0.54 | 0.03 – 0.05 | $1.50 \times 10^5 - 4.21 \times 10^5$ |

TABLE 4.1 – Intervalles des paramètres physiques lors des expériences. Les expériences sont conduites à une température entre $22 - 25 \text{ }^\circ\text{C}$ à la pression atmosphérique. $\gamma = 7.20 \times 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$, $\mu_g = 9.55 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$, $\rho_g = 9.98 \times 10^2 \text{ kg.m}^{-3}$, $\nu = 1.56 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, $\mu = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$, $\rho = 1.19 \text{ kg.m}^{-3}$. Dans toutes nos expériences, nous ne faisons pas varier, ni la tension de surface, ni la viscosité, ni la masse volumique de la goutte (eau pure).

Ces expériences s'insèrent dans la continuité de l'étude du ré-entraînement, un sujet qui mobilise de plus en plus d'équipes de recherches notamment en ce qui concerne l'efficacité

des filtres pour la capture d'huile (Wurster *et al.* (2015)) mais aussi naturellement la problématique du ré-entraînement pour les filets à brouillard et les masques chirurgicaux.

L'interaction entre une goutte et un écoulement fluide a fait l'objet d'un nombre de travaux important. Ce domaine de recherche constitue en lui-même champ disciplinaire extrêmement vaste, de l'éclaboussure d'une goutte sur une surface (*splashing*, Josserand et Thoroddsen (2016)) aux oscillations et la taille des gouttes de pluie (Svintradze (2019)). On peut distinguer d'une part le cas où la gouttelette est libre dans un écoulement (sans adhérence) et le cas où la goutte adhère à une surface. Dans ce dernier cas, les forces d'adhésion, appelées ici forces capillaires, résultant de la tension de surface et dépendantes de l'angle de contact, s'ajoutent au problème. D'emblée, nous précisons qu'en dépit de ce nombre de travaux colossal, seul un nombre très restreint d'études s'intéressent spécifiquement à la fragmentation d'une goutte sur une fibre en interaction avec un écoulement : on note en particulier celles de Hartland et Kumar (1994) et Mullins *et al.* (2005) que nous discuterons en détail plus loin ; et aucune pour le cas d'une accélération constante. Bintein *et al.* (2019) ont étudié le comportement d'une goutte d'huile de silicone ($\eta_g = 4.6 \times 10^{-3} Pa.s$) sur une fibre immergée dans un écoulement de vitesse uniforme constante, pour des nombres de Reynolds associés à la taille de la goutte entre $170 \leq Re \leq 410$ (vitesse entre $1 - 10 m.s^{-1}$), c'est-à-dire juste avant l'apparition d'instabilité de sillage. Ils observent que dans un régime très restreint, la goutte se met à se déplacer sur la fibre à cause de forces de pression résultant de la dissymétrie de son sillage. Au-delà d'un Reynolds de 410, des instabilités de sillage sont présentes et l'écoulement autour de la goutte engendre une vibration. Dans ce régime, ils observent que la goutte ne se déplace plus. Sahu *et al.* (2013) ont notamment observé le comportement d'une goutte visqueuse d'huile de silicone sur une fibre horizontale soumise à un écoulement perpendiculaire à la fibre à une vitesse constante plus importante. Pour une vitesse $v_0 < 7.23 m.s^{-1}$ ils ont observé une oscillation indépendante du nombre de Reynolds qui varie entre $55 \leq Re \leq 155$. À des vitesses plus importantes (mais toujours constantes) ils observent que la goutte visqueuse se fragmente. Bien qu'ils ne précisent pas les nombres de Reynolds, nous avons calculé qu'ils ne dépassent pas $Re = 600$. Dans notre étude nous proposons d'aller bien au-delà jusqu'à des Reynolds de l'ordre de 7000.

D'un autre côté, la fragmentation d'une goutte libre soumise brutalement à un écoulement ou à une onde de choc a été très étudiée (Sharma *et al.* (2021), Kékesi *et al.* (2016)), et très récemment dans le cas d'une onde de choc sur une goutte adhérent à une paroi (Guo *et al.* (2023)). Lorsque qu'une goutte libre évolue dans un écoulement accéléré, la pression sur la face amont de la goutte augmente, ce qui conduit à des déformations importantes qui peuvent mener à ce qu'elle fragmente (Gordon (1959)). Certains modèles estimant le temps caractéristique de la fragmentation et la taille critique des goutte ont été proposés (Taylor (1949), Patel et Theofanous (1981)). La configuration que nous proposons est très différente par rapport à ces études du fait de la présence de la fibre : la partie de la goutte la plus exposée aux fortes pressions est non plus sa face amont qui est en adhérence avec la fibre, mais ses côtés exposés principalement parallèlement à l'écoulement. La goutte est soumise à un jeu de plusieurs forces qui ont des effets opposés : les forces de pression qui tendent à déformer la goutte, la viscosité et la tension de surface qui s'opposent à la déformation de la goutte. Lorsque les forces aérodynamiques sont suffisamment importantes, l'inertie, la viscosité et la tension de surface ne suffisent plus à maintenir l'intégrité de la goutte, et cette dernière se fragmente. C'est ce mécanisme que nous tentons d'éclaircir un peu dans ce chapitre dans le cas d'une goutte adhérent à une fibre.

Parmi les travaux qui portent sur la fragmentation d'une goutte dans un écoulement, un certain nombre concerne l'effet d'une onde de choc ou l'atomisation d'un spray.

Récemment, [Zhu et al. \(2021\)](#) ont étudié numériquement la fragmentation et la déformation d'une goutte sujette à un écoulement uniforme et stationnaire. Ils observent que la pression diminue progressivement sur les bords situés au niveau de l'axe perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement (figure 4.4 à gauche, zones vertes), et augmente en aval et en amont de la goutte. Cette augmentation de la pression est d'autant plus forte que sont présentes des zones de recirculation en aval. Cela conduit à une déformation de la goutte telle que schématisée sur la figure 4.4 avec un élargissement dans la direction perpendiculaire à l'écoulement et un amincissement dans la direction principale de l'écoulement. Cette influence de la pression sur la forme de la goutte est aussi ce que retiennent [Rimbert et al. \(2020\)](#) pour l'analyse de l'oscillation d'une goutte de pluie, conduisant à des transitions entre des formes prolates et oblates pour une surface supposée ellipsoïdale.

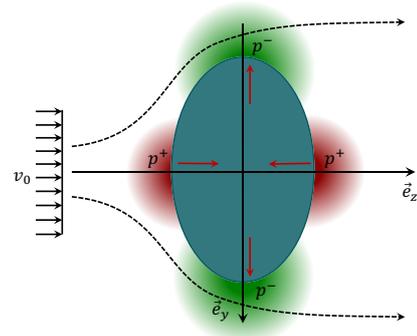


FIGURE 4.3 – Schéma représentant la déformation d'une goutte sujette à un champ de pression asymétrique, due à l'écoulement autour de la goutte.

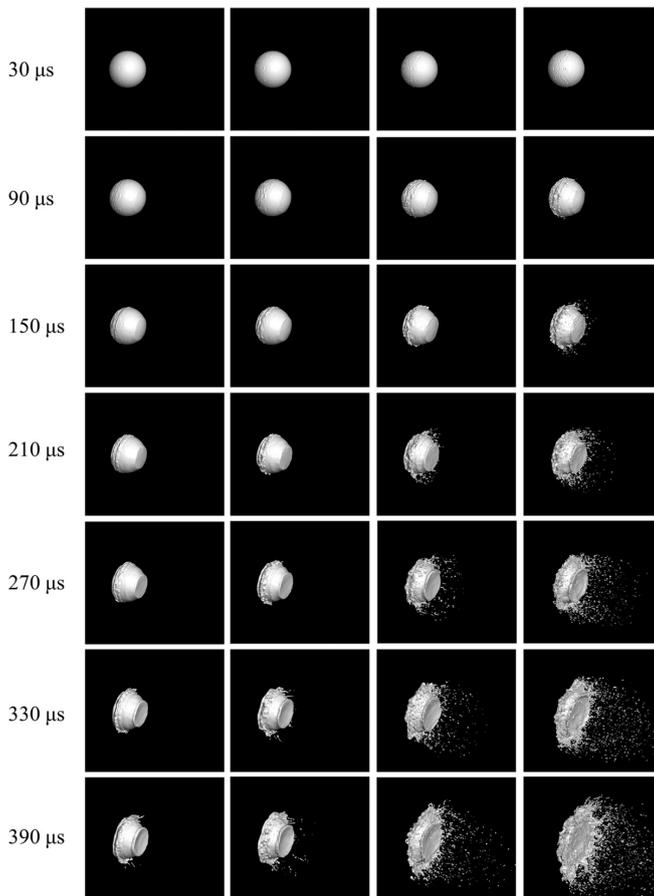


FIGURE 4.4 – Déformation et fragmentation d'une goutte d'eau libre soumise à un écoulement gazeux de vitesse $v_0 = 77.9 \text{ m.s}^{-1}$, chaque colonne correspond à une pression ambiante p_0 différente (de gauche à droite : $p_0 = 1, 1.36, 2$ and 3 atm), à une densité du gaz différente (de gauche à droite le nombre de Reynolds est ainsi : $Re = 11908, 17372, 23802$ et 35724), ainsi qu'une viscosité du gaz différente (de gauche à droite le nombre de Weber est ainsi : $We = 248, 360, 497, 745$). Images d'expériences numériques tirées de [Zhu et al. \(2021\)](#).

[Cazaubiel et Carlson \(2023\)](#) ont étudié l'influence d'un écoulement stationnaire v_0 perpendiculaire à une colonne de liquide visqueux verticale sujette à une instabilité de type Rayleigh-Plateau, et observent un détachement pour certaines vitesses et certaines tailles de goutte, comme illustré sur la figure 4.5 où l'on voit les gouttes s'orienter du côté aval

de l'écoulement et celle de plus gros diamètre se faire emporter dans l'écoulement.

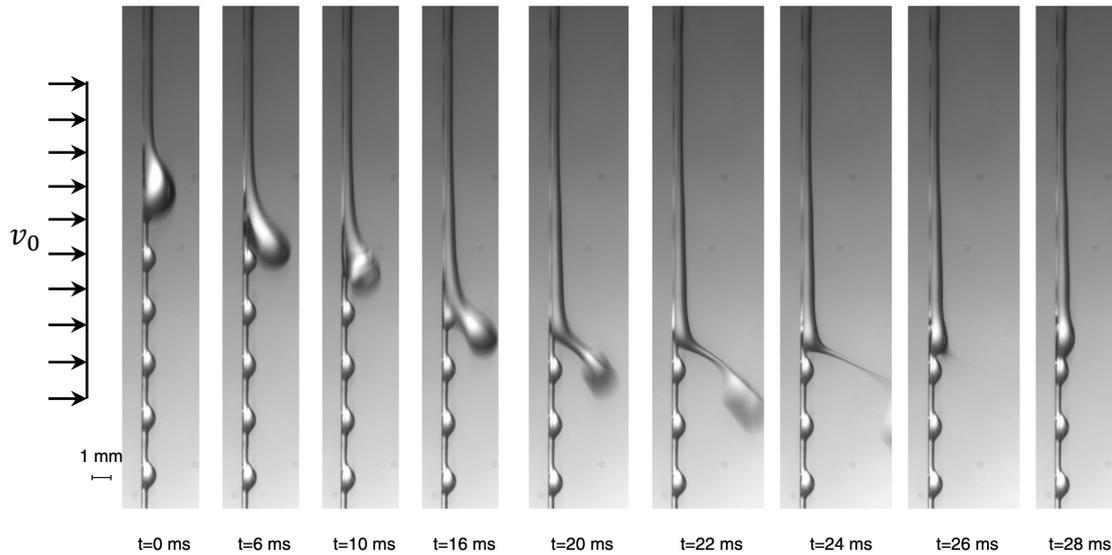


FIGURE 4.5 – Visualisation du détachement engendré par le vent d'une goutte formée dans une colonne de liquide visqueux sujette à l'instabilité de type Rayleigh-Plateau. Vitesse de l'écoulement $v_0 = 13 \text{ m.s}^{-1}$, viscosité cinématique $\nu = 10 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, rayon de la fibre $r_f = 125 \mu\text{m}$, image tiré de [Cazaubiel et Carlson \(2023\)](#).

La section 4.2 présente les conditions expérimentales, la section 4.3 décrit nos résultats. Dans un premier temps nous nous intéressons à la forme de la goutte (4.3.1). Nous mesurons les différents paramètres géométriques et proposons un modèle simplifié pour en déduire le volume de la goutte. Ensuite nous présentons un modèle pour expliquer la rotation observée de la goutte (4.3.2). Puis nous étudions expérimentalement l'oscillation de la goutte dans un écoulement accéléré (4.3.3). Enfin, nous décrivons qualitativement et quantitativement sa fragmentation (4.3.4). Nous déterminons une condition empirique de fragmentation.

4.2 Dispositif expérimental

Pour visualiser et essayer de comprendre le comportement des gouttelettes dans une bourrasque de vent, nous avons construit le dispositif montré sur la figure 4.6. Le support entier de l’orifice de sortie fait une taille d’environ $15 \times 15 \text{ cm}^2$. Une fibre est tendue en sortir à l’aide de quatre vis et boulons (voir la figure 4.6-c) en haut et en bas) afin d’assurer que la fibre ne soit pas détendue au cours des expériences. Nous avons gardé la même fibre tendue une unique fois pour l’ensemble de nos expériences. Nous ne contrôlons pas la tension de la fibre, mais par la précaution que nous venons de mentionner, nous supposons qu’elle varie peu dans l’ensemble de nos expériences, la tension est telle qu’aucun mouvement de la fibre n’a été constatée au cours des expériences. Par ailleurs, la fibre est suffisamment rigide pour que la tension influe peu sur les propriétés de la surface solide.

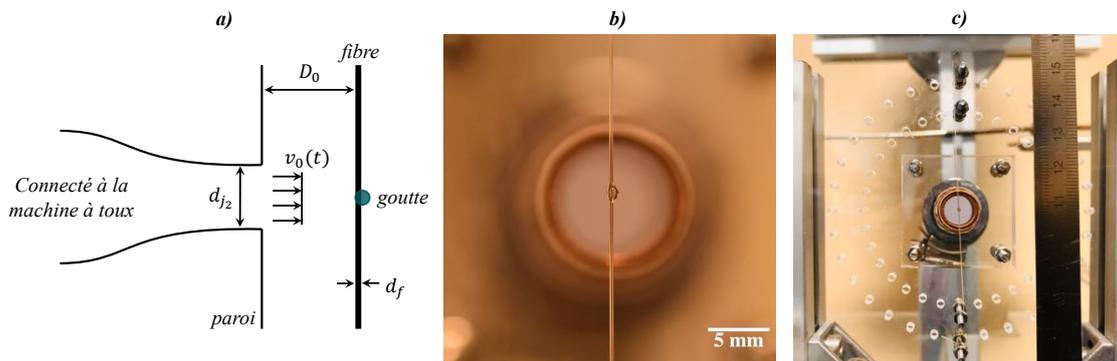


FIGURE 4.6 – a) Schéma du dispositif expérimental vue de profil. b) Photographie de la goutte sur la fibre dans la configuration expérimentale, vue rapprochée de face, appareil photo focalisé sur la goutte. c) Photographie du dispositif, vue éloignée de face.

L’orifice de sortie est un convergent de diamètre en sortie $d_{j_2} = 10.5 \text{ mm}$. Les gouttes sont placées approximativement au centre à l’aide d’une micro-pipette sur la fibre distante de $D_0 = 10 \text{ mm}$ de la sortie de l’orifice (figure 4.6-a)). Nous faisons toujours en sorte qu’elles soient dans une configuration initiale *clam-shell* (Carroll (1976)) du côté aval de l’écoulement (comme montré sur la figure 4.6-a)). Les gouttes sont constituées d’eau distillée à température ambiante (identique donc à celle de l’écoulement). Étant donné que les gouttes n’excèdent pas un diamètre d_g de 1.6 mm , elles représentent seulement 2% de la section totale de l’écoulement. Les images sont prises ensuite par une caméra rapide Photron (FASTCAM Mini UX100, 800K-M-16GB) à $4000 \text{ images.s}^{-1}$. À partir de ces images on extrait les longueurs e et D de la goutte (toutes les valeurs expérimentales mesurées et leur incertitudes sont reportées dans les tables à la fin de ce chapitre). Les images de face, comme sur la figure 4.6-b), sont prises avec une caméra Nikon D810 sur laquelle nous avons monté un objectif de 100 mm . Elles permettent de mesurer le diamètre d_g de la goutte.

4.2.1 Modélisation de la bourrasque de vent

L’écoulement est généré par l’actionnement commandé du soufflet de la machine à toux présentée dans le chapitre 3. Le champ de vitesse est laminaire et uniforme à proximité de la goutte. La section de la sortie du système de génération de bourrasque est de 10.05 mm soit près de 10 fois le diamètre moyen de la goutte étudiée. Le profil de vitesse dans le temps correspond à une accélération constante a_0 suivie d’une décélération constante

de valeur opposée $-a_0$. Un exemple de mesure de la vitesse en fonction du temps est montré sur la figure 4.7, il s'agit de ce que nous avons déjà présenté dans le chapitre 3. La vitesse est mesurée à l'aide d'un anémomètre à fil chaud à la sortie d'un orifice de diamètre $d_{j1} = 22.0 \text{ mm}$. Étant donné que le diamètre qu'on utilise dans notre expérience est de $d_{j2} = 10.05 \text{ mm}$ une conversion est nécessaire¹.

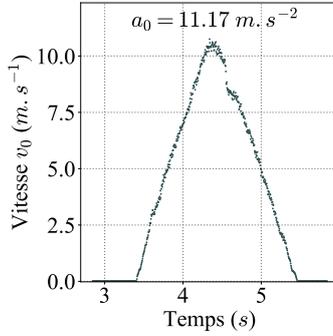
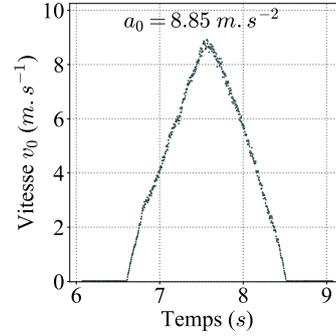
(a) $d_m = 100 \text{ mm}$ et $t_m = 2 \text{ s}$.(b) $d_m = 80 \text{ mm}$ et $t_m = 2 \text{ s}$.

FIGURE 4.7 – Profil de vitesse en fonction du temps en sortie de l'orifice de diamètre 22.0 mm . Point central de l'orifice. Mesuré au fil chaud.

À partir d'une série de mesure de profil de vitesse on obtient la relation suivante : l'accélération de l'écoulement en sortie de l'orifice de diamètre d_{j2} est après conversion :

$$a_0 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{4d_m}{t_m^2}, \quad (4.1)$$

avec

$$\beta = \left(\frac{d_{j1}}{d_{j2}} \right)^2 \approx 4.79 \pm 0.05, \quad (4.2)$$

et

$$\alpha \approx 0.0090 \pm 0.0001. \quad (4.3)$$

On rappelle (chapitre 3) les éléments suivants :

La vitesse de l'écoulement est

$$v_0(t) = \begin{cases} a_0 t & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{t_m}{2} \\ -a_0 (t - t_m) & \text{si } \frac{t_m}{2} \leq t \leq t_m \end{cases}. \quad (4.4)$$

La position commandée du soufflet est

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} a_m t^2 + x_0 & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{t_m}{2} \\ -\frac{1}{2} a_m \left(t - t_m \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right) \left(t - t_m \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right) + x_0 & \text{si } \frac{t_m}{2} \leq t \leq t_m \end{cases}, \quad (4.5)$$

1. La raison pour laquelle nous avons utilisé un orifice plus grand était pour éviter au fil chaud de subir une force trop importante et de l'endommager, la calibration de ce dernier demandant un temps important. Le système de contrôle de la machine à toux permet de suivre en réponse la trajectoire du soufflet, et donc de vérifier que le changement d'orifice n'affecte pas la réponse du système mécanique. Nous n'avons pas constaté de changements dans la réponse du soufflet après la réduction du diamètre de l'orifice de sortie.

avec

$$a_m = \frac{4d_m}{t_m^2}. \quad (4.6)$$

Nous avons utilisé ainsi plusieurs valeurs de d_m et gardé un temps $t_m = 2 \text{ s}$ constant. Nous avons placé le soufflet initialement à la même position. Le volume initial à l'intérieur du soufflet est donc toujours le même (nous garantissons ainsi la reproductibilité de l'écoulement).

4.2.2 Évaporation d'une goutte sur une fibre verticale

Étant donné qu'un temps de près de 30 à 60 s s'écoule entre la capture d'image permettant de mesurer le diamètre d_g de la goutte et l'actionnement du soufflet, nous avons voulu vérifier si le système restait identique durant ce laps de temps.

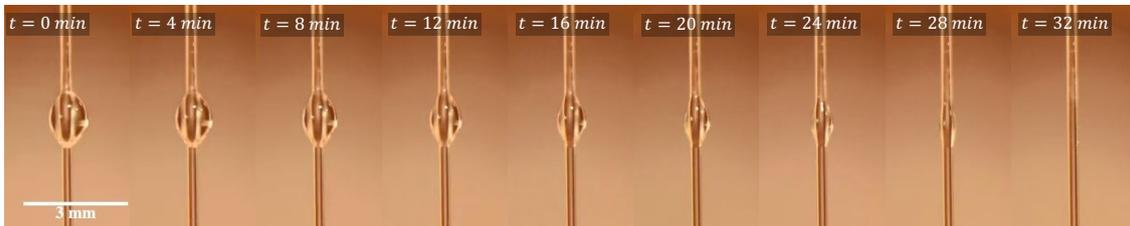


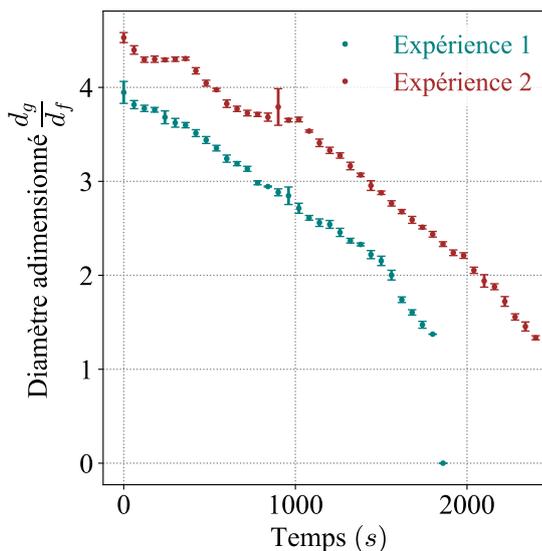
FIGURE 4.8 – Évaporation d'une goutte d'eau distillée sur une fibre verticale de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$, température ambiante $T = 22.8 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$, humidité ambiante $H = 61.3 \pm 0.5 \%$ (expérience 1).

En particulier, un facteur physique important agissant sur le système est l'évaporation de la goutte. L'évaporation d'une goutte en adhésion sur une surface est très affectée par la forme de la goutte puisque celle-ci change l'aire de l'interface air-liquide à travers laquelle s'effectue des transferts de masse et d'énergie (Cazabat et Guéna (2010)). Mais aussi l'aire de la surface mouillée avec le substrat à travers laquelle de l'énergie est également échangée, dépendant de la capacité calorifique du substrat et de sa conductivité thermique (Corpart (2022)). L'étude de l'évaporation d'une goutte sur une unique fibre rigide a déjà été effectuée dans le cas où la fibre est horizontale et la goutte parfaitement symétrique par Duprat *et al.* (2013). Sans écoulement autour de la goutte, celle-ci s'évapore par diffusion. La résolution théorique de l'équation modélisant la variation du volume de la goutte nécessite de connaître la surface de la goutte au cours du temps, ce qui est hors de notre portée puisque dans notre configuration la goutte n'est pas axisymétrique. C'est la raison pour laquelle nous avons souhaité estimer dans notre cas particulier la vitesse d'évaporation car celle-ci est susceptible d'être différente des autres configurations qui ont pu être étudiées. Nous remarquons aussi que la hauteur de la goutte e semble diminuer beaucoup moins vite au cours du processus d'évaporation que sa largeur d_g comme on le voit sur la figure 4.8. Ce régime d'évaporation a été observé par Corpart (2022), qualifié de *régime ancré* (la ligne de contact ne bouge pas durant un certain temps). Nous avons donc choisi pour caractériser l'évaporation de mesurer expérimentalement la distance d_g au cours du temps, qui elle diminue. Nous avons mené deux expériences à titre indicatif pour obtenir une ordre de grandeur de la variation du diamètre au cours du temps. Les conditions de l'air ambiant sont reportées table 4.2.

| Expérience | Température initiale ($^{\circ}C$) | Température finale ($^{\circ}C$) | Humidité initiale (%) | Humidité finale (%) |
|------------|--------------------------------------|------------------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1 | 22.7 | 22.9 | 61.8 | 60.8 |
| 2 | 23.1 | 23.4 | 60.5 | 58.6 |

TABLE 4.2 – Conditions ambiantes pour l'évaporation.

Sur la figure 4.9 nous montrons l'évolution du diamètre d_g de la goutte en fonction du temps pour les deux expériences dont les conditions ambiantes sont décrites table 4.2. La taille de la goutte diminue de manière non-linéaire avec le temps, comme cela a aussi été constaté par Duprat *et al.* (2013) dans le cas d'une goutte sur une fibre horizontale en configuration *barrel*. En particulier au bout des premières 60 s, on constate sur les deux expériences une diminution de l'ordre de 0.04 mm, ce qui du même ordre que les incertitudes de mesure sur la taille d_g de la goutte. On conclut qu'attendre 30 s à 60 s avant de déclencher l'écoulement a un effet négligeable sur les paramètres géométriques de la goutte. Nous utilisons l'évaporation pour contrôler le volume de nos gouttes et obtenir des gouttes de petit volume.

FIGURE 4.9 – Variation du diamètre d_g de la goutte en fonction du temps lors de l'évaporation sur une fibre verticale de diamètre $d_f = 0.3$ mm.

4.3 Résultats

La goutte est à présent déposée sur la fibre. Lorsque l'on augmente linéairement la vitesse de l'écoulement, nous observons trois comportements distincts de la goutte.

- D'une part, si la goutte est placée initialement du côté amont de l'écoulement, alors celle-ci effectue une **rotation** sans déformation importantes. La goutte se retrouve alors du côté aval de l'écoulement, comme illustré sur la figure 4.10.

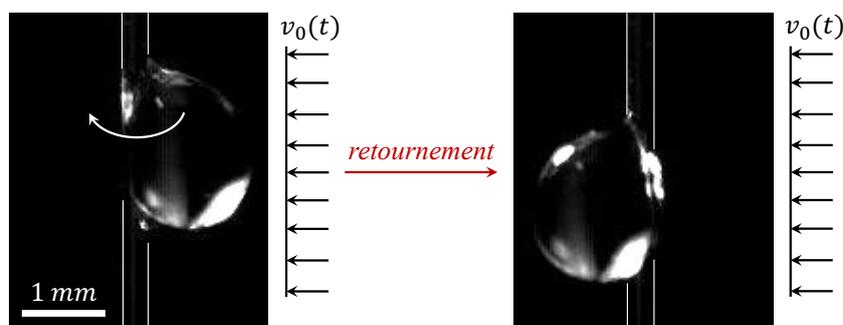


FIGURE 4.10 – Deux photographies prises avant (à gauche) et après retournement (à droite) d'un gouttelette d'eau pure sur une fibre. Accélération de l'écoulement $a_0 = 31.9 \pm 0.7 \text{ m.s}^{-2}$, la rotation a lieu a tout début de l'accélération. Barre blanche à gauche de 1 mm . La fibre est mise en évidence par des lignes blanches.

- D'autre part, nous observons un régime dans lequel **la goutte oscille verticalement** sans déformation importantes. Par ailleurs, les mouvements dans les autres directions semblent beaucoup moins prononcés. Nous illustrons cette oscillation sur la figure 4.11. On y montre deux photographies de la goutte en position haute et basse sur une demi-période d'oscillation, l'amplitude est variable dans le temps sur la chronophotographie (4.11-a)).

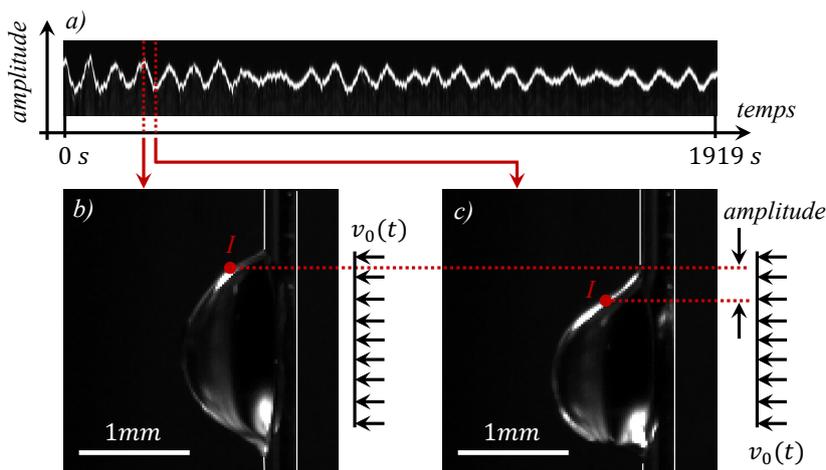


FIGURE 4.11 – Illustration de l'oscillation verticale de la goutte. a) Chronophotographie de la position de l'interface supérieure de la goutte sur une durée de 1919 s. b) Photographie de la goutte en position haute de l'interface supérieure (point I). c) Photographie de la même goutte en position basse de l'interface (point I). Barre blanche à gauche de 1 mm . La fibre est mise en évidence par des lignes blanches.

- Enfin, nous observons un régime dans lequel la goutte se déforme de manière importante principalement dans un plan horizontal (perpendiculaire à la fibre). Lorsque ces déformations sont trop importantes, **la goutte se fragmente**. Nous n'avons pas observé de cas où la goutte se détache totalement de la fibre. Il reste toujours une fraction du volume initial de la goutte sur la fibre après fragmentation. Parfois, plusieurs fragmentations successives ont lieu. Nous montrons sur la figure 4.12.

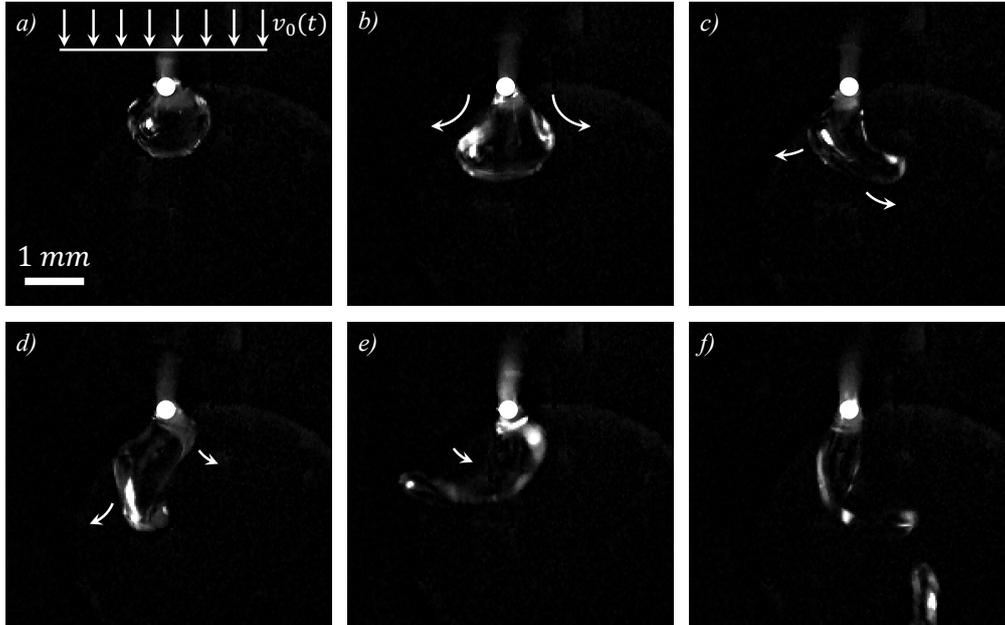


FIGURE 4.12 – Illustration du régime des grandes déformations de la goutte ainsi que la fragmentation vue de dessus. a) Forme de la goutte au repos. b)-c)-d)-e) Grandes déformations, ballottement de gauche à droite et inversement. f) Fragmentation de la goutte. L'écoulement vient d'en haut des photographies. Nous indiquons le mouvement de la goutte par les flèches blanches. Barre blanche à gauche de 1 mm. La fibre est mise en évidence par le cercle blanc.

De ces observations ressortent plusieurs questions. D'une part, on peut se demander si la force de traînée seule peut expliquer le retournement de la goutte, nous discutons cela à l'aide d'un modèle que nous présentons dans la section 4.3.2. Ensuite, nous pouvons chercher à comprendre ces oscillations verticales, nous avons donc mesuré leur fréquence en faisant varier les paramètres géométriques de la goutte, mais aussi l'accélération de l'écoulement. L'analyse de l'oscillation verticale se trouve dans la section 4.3.3. Enfin, nous cherchons à comprendre le processus de fragmentation, en particulier répondre à la question : quelle est la condition de fragmentation ? Est-ce que cela vient de l'accélération ou de la vitesse ? C'est pourquoi nous avons réalisé de nombreuses expériences en faisant varier la taille de la goutte ainsi que l'accélération. Pour gagner en compréhension, nous avons également cherché à filmer ces grandes déformations, et à mesurer leur amplitude dans le temps, dans différents plans. Ce régime de fragmentation est étudié dans la section 4.3.4. Pour tous ces résultats, un paramètre important est la forme de la goutte qui est détaillée dans la section 4.3.1.

4.3.1 Forme de la goutte sur la fibre

Dans les expériences que nous avons menées, la goutte est placée sur une fibre verticale comme nous l'avons illustré sur la figure 4.2 dans l'introduction.

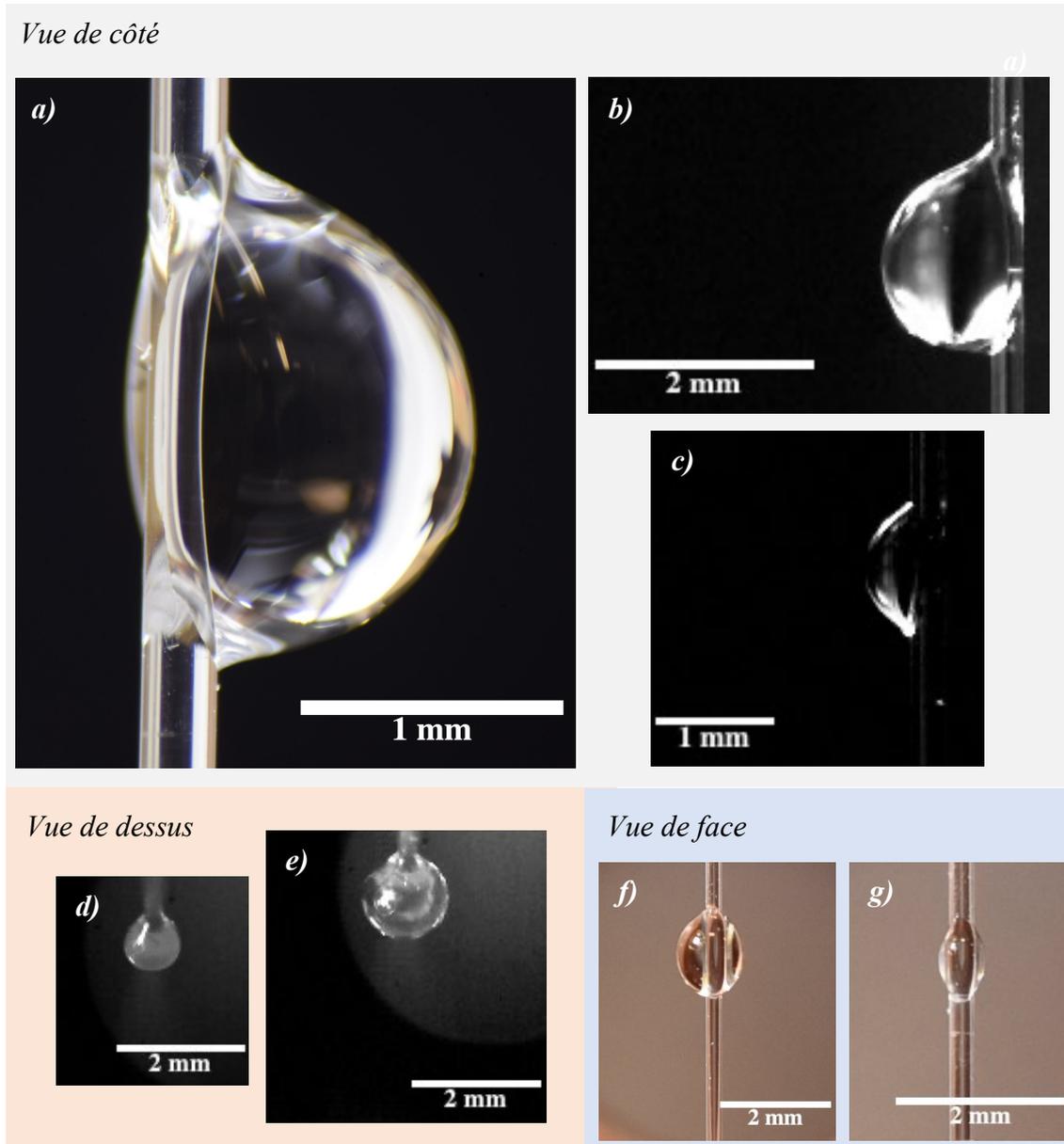


FIGURE 4.13 – Photographies de la goutte dans la configuration *clam-shell* issues de nos expériences. a) Expérience 45, b) Expérience 27, c) Expérience 75 (se référer aux tables à la fin du chapitre pour les numéros d'expériences). Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$.

Lorsqu'il y a mouillage total et en l'absence de gravité, la goutte adopte une configuration axisymétrique *barrel*. En mouillage partiel, toujours sans gravité, la goutte peut adopter une configuration non axisymétrique dite *clam-shell*, désaxée sur un côté de la fibre. Ici le mouillage est partiel, et il y a de l'hystérésis. Nous pouvons retenir les gouttes verticalement. Nous observons une forme particulière comme montré sur la figure 4.13 avec différents points de vue, que nous cherchons à décrire dans cette section. À l'équilibre (et

sans écoulement autour de la goutte), la goutte adopte une forme proche de la configuration *clam-shell*. Cette forme résulte de la compétition entre différentes forces : les forces de tension de surface et la gravité. Dans cette partie, nous essayons de déterminer empiriquement les relations qui peuvent exister entre les paramètres géométriques d_g , e , D et le volume de la goutte.

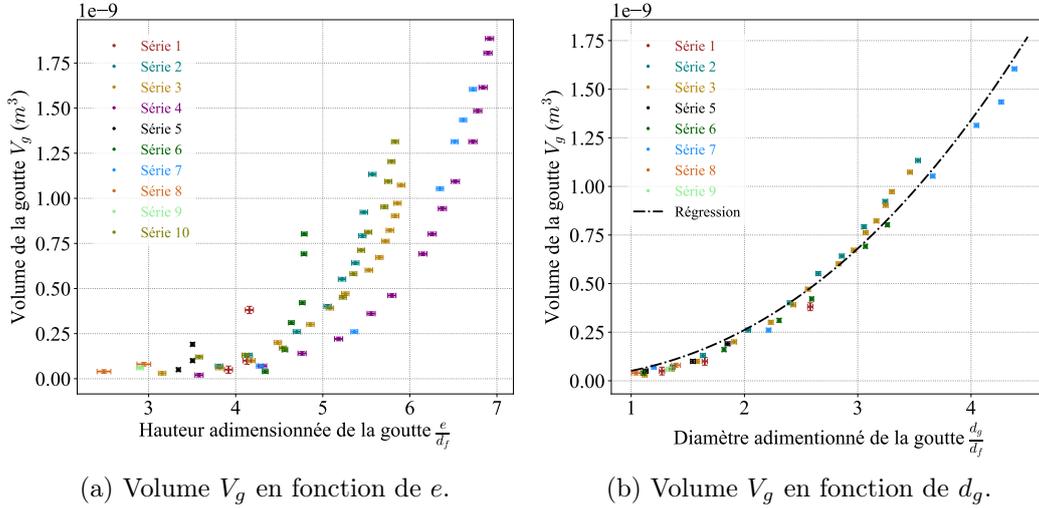


FIGURE 4.14 – Volume d'une goutte d'eau pure sur une fibre verticale en configuration *clam-shell* en fonction des paramètres e et d_g . Une unique fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ a été utilisée pour toutes les séries.

Nous avons mesuré les caractéristiques géométriques pour plusieurs gouttes déposées sur la fibre (disposition montrée sur la figure 4.13) ainsi que le volume associé à l'aide d'une microbalance. Sur la figure 4.14, chaque série de mesure correspond à une seule goutte déposée sur la fibre, qui s'évapore et donc diminue en volume. Sur la figure 4.14a, nous observons globalement une augmentation du volume avec e mais il y a de grandes différences selon les séries réalisées. Cela peut s'expliquer par le fait que pour chaque série, nous avons fait jouer l'évaporation pour obtenir de plus petites tailles. Une hystérésis de la dynamique d'évaporation est alors susceptible d'intervenir (Corpart (2022)). En revanche, d'après la figure 4.14b, il semble que la relation entre le volume V_g et le diamètre d_g de la goutte soit non-ambiguë. Cela signifie que l'on peut estimer directement le volume à partir d'une mesure de d_g . La régression affichée est de type

$$V_g = a_0 d_g^{a_1}, \quad (4.7)$$

avec $a_0 = 1.0298 \times 10^{-2}$ et $a_1 = 2.3574$.

Sur la figure 4.15 ci-dessus nous traçons la hauteur e de la goutte en fonction de son

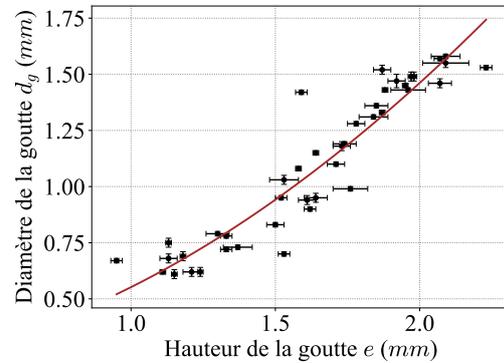


FIGURE 4.15 – Diamètre de la goutte d_g en fonction de la hauteur e de la goutte. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$. Courbe rouge : régression.

2. Les paramètres géométriques e et d_g sont définis sur la figure 4.2

diamètre d_g , obtenues lors de l'étude de la fragmentation (abordé dans les sections suivantes). Globalement comme on peut s'y attendre la hauteur e augmente avec le diamètre d_g , cependant il y a une grande variation entre les points, bien au-delà de l'incertitude de mesure (hystérésis).

Pour le vérifier, nous avons fait cette double mesure e et d_g pour une série de gouttes (comme sur les figures 4.14, chaque série correspondant à une goutte qui s'évapore progressivement), on constate que la relation entre e et d_g change pour chaque série d'évaporation sur la figure 4.16.

Il n'est donc pas évident de déduire une relation définitive entre e et d_g . Nous adoptons ici des régressions dont la forme a été également employée par [van de Velde \(2022\)](#). En première approximation on pourra écrire que

$$d_g = b_0 + b_1 e^{b_2}, \quad (4.8)$$

avec $b_0 = 2.061 \times 10^{-4}$, $b_1 = 1.306 \times 10^2$ et $b_2 = 1.859$ obtenues en faisant une régression sur les données de la figure 4.15, courbe rouge, e et d_g sont alors exprimées en m dans l'équation (4.8). Et de la même manière on écrira que

$$e = c_0 + c_1 d_g^{c_2}, \quad (4.9)$$

avec $c_0 = -4.331 \times 10^{-3}$, $c_1 = 1.780 \times 10^{-2}$ et $c_2 = 1.594 \times 10^{-1}$ (cette régression n'est bien entendu valable que pour $0.5 \times 10^{-3} \leq d_g \leq 1.75 \times 10^{-3}$).

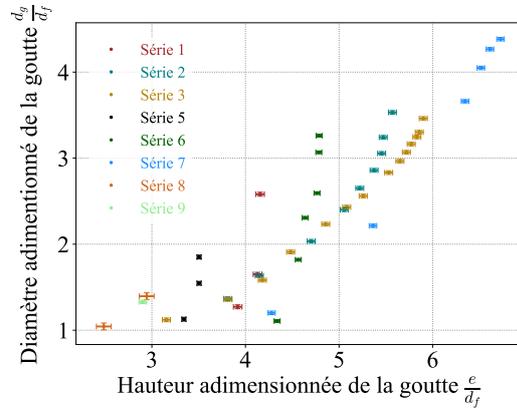
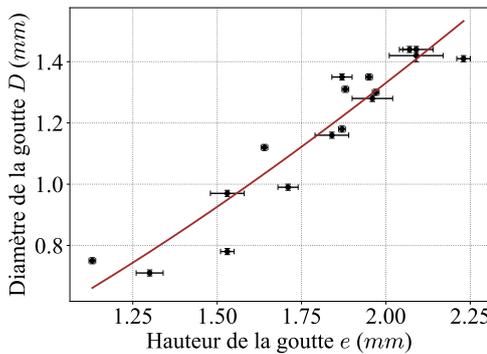
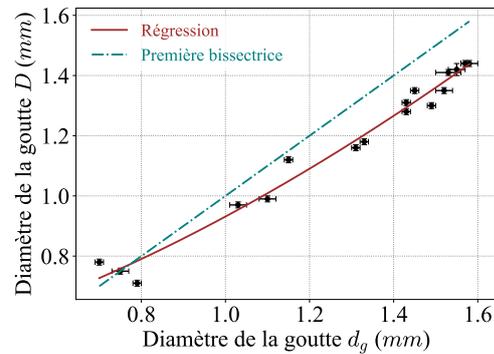


FIGURE 4.16 – Diamètre de la goutte d_g en fonction de la hauteur e de la goutte pour plusieurs séries d'évaporation. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$.



(a) D en fonction de e .



(b) D en fonction de d_g .

FIGURE 4.17 – Diamètre de la goutte D en fonction de la hauteur e et du diamètre d_g de la goutte. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$. Courbe rouge : régression.

De même pour le diamètre D , on propose

$$D = d_0 + d_1 e^{d_2}, \quad (4.10)$$

avec $d_0 = 1.303 \times 10^{-4}$, $d_1 = 8.650$ et $d_2 = 1.429$ obtenues en faisant une régression sur les données de la figure 4.17a, courbe rouge, e et D sont alors exprimées en m dans

l'équation (4.10). La relation entre D et d_g semble presque linéaire d'après la figure 4.17b, la régression classique donne :

$$D = e_0 + e_1 d_g^{e_2}, \quad (4.11)$$

avec $e_0 = 4.603 \times 10^{-4}$, $e_1 = 2.876 \times 10^1$ et $e_2 = 1.595$.

4.3.1.1 Modèle géométrique du volume de la goutte à l'équilibre

Nous souhaitons à présent présenter un modèle simplifié du volume de la goutte à l'équilibre dans notre configuration. Avant cela, nous proposons dans la note 4.3.1 quelques éléments quant à la modélisation physique de la forme de la goutte sur une fibre et un état de l'art sur les modélisations qui ont été faites pour des cas proches de notre problème. Nous adoptons dans la suite un modèle géométrique très simplifié et nous le comparons aux résultats expérimentaux.

Note 4.3.1 : Forme de la goutte en statique

À l'équilibre mécanique et thermodynamique, déterminer la forme d'une goutte sur une fibre est difficile. Aucune solution analytique de la forme de la goutte sur une fibre verticale en présence de la gravité n'a été à ce jour trouvée. Le raisonnement qui mène à l'équation est pourtant simple, les forces liées à la différence de pression à l'interface air-liquide notée $\Delta p = p_g - p_a$ (nommée pression de Laplace, p_g étant la pression dans la goutte, et p_a la pression dans l'air) doit compenser localement la force due à la tension superficielle γ supposée uniforme sur la surface. Cette force dépend de la courbure moyenne de la surface que l'on peut noter à l'aide de l'opérateur divergence surfacique et le vecteur normal unitaire dirigée vers l'extérieur $\nabla_S \cdot \mathbf{n}_S$. La compensation de ces forces aboutit à la loi de Young-Laplace :

$$\Delta p = \gamma \nabla_S \cdot \mathbf{n}_S. \quad (4.12)$$

Si l'on connaît une paramétrisation $\sigma : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ d'une surface régulière \mathcal{S} que l'on note

$$\sigma(u, v) = \begin{pmatrix} \sigma_x(u, v) \\ \sigma_y(u, v) \\ \sigma_z(u, v) \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

alors on peut expliciter la courbure moyenne $\nabla_S \cdot \mathbf{n}_S$ à l'aide des formes fondamentales première et seconde de la surface. Sans détailler (on peut par exemple trouver les détails nécessaires dans [Pressley \(2010\)](#)), on obtient explicitement ^a :

$$\nabla_S \cdot \mathbf{n}_S = \frac{\left(\left\| \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right\|^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial u^2} - 2 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial u} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right) \frac{\partial^2 \sigma}{\partial u \partial v} + \left\| \frac{\partial \sigma}{\partial u} \right\|^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial v^2} \right) \left(\frac{\partial \sigma}{\partial u} \wedge \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right)}{\left\| \frac{\partial \sigma}{\partial u} \wedge \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right\| \left(\left\| \frac{\partial \sigma}{\partial u} \right\|^2 \left\| \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right\|^2 - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial u} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right)^2 \right)} \quad (4.14)$$

Par ailleurs, puisque la gravité n'est pas négligeable dans notre cas, il faut tenir compte de la pression hydrostatique $\Delta \rho g x$ (où $\Delta \rho = \rho_g - \rho_a$, avec ρ_g la densité de la goutte et ρ_a la densité de l'air, x est la hauteur au point de la surface considéré). Si au point $x = 0$, $p_g = p_g^0$ et de même $p_a = p_a^0$, alors $p_g = p_g^0 - \rho_g g x$ et $p_a = p_a^0 - \rho_a g x$. La loi de Young-Laplace devient alors ^b :

$$\Delta p^0 = \Delta \rho g x + \gamma \nabla_S \cdot \mathbf{n}_S = \text{constante}. \quad (4.15)$$

Si cette équation n'a pas été résolue dans notre cas, on peut cependant citer plusieurs travaux, notamment ceux de [Carroll \(1976\)](#) qui a déterminé une expression pour le cas d'une goutte axisymétrique sur une fibre verticale sans gravité à l'aide d'intégrales elliptiques, en imposant des conditions aux limites d'angle de contact.

On peut également citer les travaux de [Kumar et Hartland \(1987\)](#). Ces derniers ont considéré une goutte axisymétrique sur une fibre verticales et ont calculé une solution numérique en prenant en compte la gravité. La gravité influence l'angle de contact entre la goutte et la fibre, l'angle en haut de la goutte est plus faible que celui en bas, pour *compenser* le poids de la goutte. Il faut noter que

ces deux cas, celui de [Carroll \(1976\)](#) et celui de [Kumar et Hartland \(1987\)](#) ne sont pas ceux qui nous intéressent puisque dans notre configuration, la goutte n'est pas axisymétrique mais majoritairement sur un seul côté de la fibre, sa configuration est appelée dans la littérature *clam-shell*.

D'après [McHale et al. \(2001\)](#) une goutte qui adhère à une fibre a d'ailleurs deux configurations *préférées* qui dépendent de la taille de la fibre et du volume de la goutte : la forme en tonneau axisymétrique (*barrel*) et la forme en cloche (*clam-shell*), représentées sur la figure 4.18.

Pour une fibre horizontale en présence de la gravité mais dans l'approximation d'un faible nombre de Bond $Bo = \frac{(\rho_g - \rho_a)gd_g^2}{\gamma}$, [Gupta et al. \(2021\)](#) ont réussi à approximer la surface en géométrie cylindrique avec des résultats proches des expériences. À défaut d'une résolution analytique ou numérique, [Zhou et al. \(2020\)](#) ont, par exemple, développé une méthode pour décrire quantitativement la forme de la goutte sur une fibre horizontale en considérant l'effet de la gravité sur la forme. Leur idée consiste à modéliser la surface à l'aide d'arcs d'ellipses centrées à différents points de l'espace.

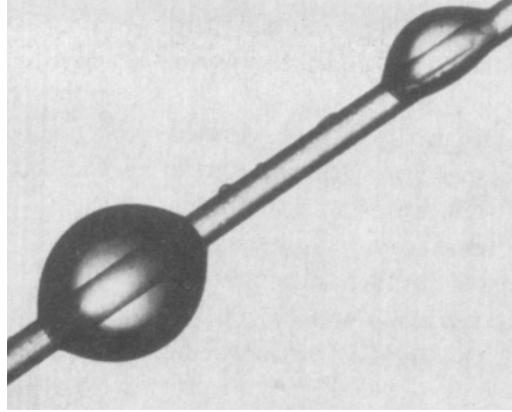


FIGURE 4.18 – Image de gouttes d'eau adhérant à une fibre de nylon dans une configuration *barrel* (en bas), et *clam-shell* (en haut). Image tirée de [Carroll \(1976\)](#).

a. On pressent avec cette forme explicite la difficulté à résoudre une telle équation. Notons néanmoins qu'en fonction des choix de paramétrisation, cette équation peut largement se simplifier, en particulier on pourra choisir la paramétrisation telle que $\frac{\partial \sigma}{\partial v}$ et $\frac{\partial \sigma}{\partial u}$ soient orthogonaux.

b. Si on connaît la courbure à $z = 0$ alors on peut exprimer la constante.

Pour modéliser le volume de la goutte, bien entendu, nous ne sommes pas capable de résoudre dans le cas général l'équation de Young-Laplace (4.15) mais nous pouvons donner une approximation du volume sous réserve d'hypothèses simplificatrices motivées par les images de nos expériences. La goutte n'est pas sphérique comme indiqué sur la figure 4.19 ci-contre, plus le volume est petit, plus le rapport $\frac{e}{d_g}$ est grand. Nous souhaitons comparer le volume de la goutte V_g à celui d'une ellipsoïde tangente par l'intérieur à un cylindre de diamètre d_f représentant la fibre, auquel on a retranché le volume d'intersection $V_i(a, b, c)$ avec a , b et c les demi-axes de l'ellipsoïde. Ce volume est défini en détail au calcul 4.3.1. Avec ces hypothèses a donc

$$V_g = \frac{1}{6}\pi e d_g D - V_i\left(\frac{e}{2}, \frac{d_g}{2}, \frac{D}{2}\right). \quad (4.16)$$

Comme nous avons vu précédemment, le volume de la goutte V_g peut s'exprimer uniquement en fonction de d_g . Dans ce modèle nous utilisons les régressions obtenues précédemment pour exprimer D et e en fonction de d_g , c'est-à-dire les équations (4.8) et (4.11). Cela signifie que l'on obtient avec ce modèle une puissance dominante de $1 + c_2 + e_2 \approx 2.76$ qui est légèrement plus élevée que la puissance $a_1 \approx 2.36$ obtenue avec la régression (4.7).

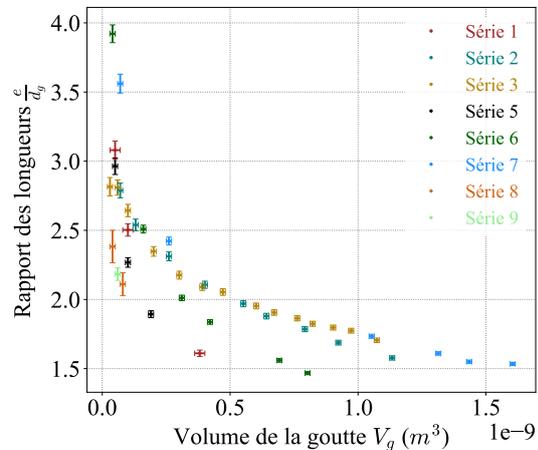


FIGURE 4.19 – Rapport de la hauteur e de la goutte sur le diamètre d_g en fonction du volume V_g de la goutte pour plusieurs séries d'évaporation. Fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$.

En utilisant la méthode de calcul 4.3.1 et les expressions de e et D , nous calculons finalement le volume de la goutte V_g en fonction de d_g . Ce dernier est montré sur la figure 4.20. On voit que l'approximation ellipsoïdale tangente par l'intérieur de la fibre donne un très bon résultat concernant le volume de la goutte. D'un point de vue expérimental, cela signifie que l'on peut donner une bonne approximation du volume de la goutte en enveloppant la goutte par une ellipse de sorte à ce qu'un côté de l'ellipse soit tangent par l'intérieur à la fibre.

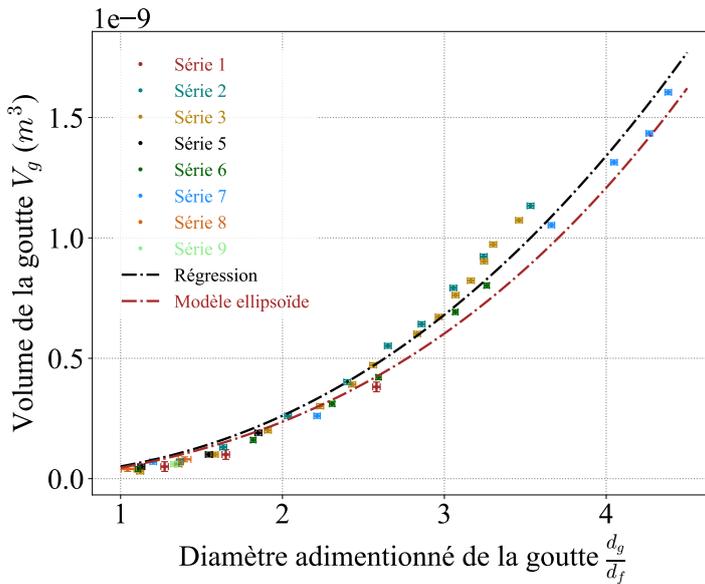


FIGURE 4.20 – Courbe en rouge : volume de la goutte V_g en fonction du diamètre d_g d'après la formule (4.16). Points de comparaisons avec les expériences en utilisant une fibre de $d_f = 0.3 \text{ mm}$. Courbe en noir : régression (4.7).

Calcul 4.3.1 : Volume d'intersection V_i entre une ellipsoïde et un cylindre

Puisque nous n'avons trouvé aucune référence au calcul du volume d'intersection entre une ellipsoïde et un cylindre, nous proposons de le faire ici. Soit un cylindre de diamètre d_f et une ellipsoïde de demi-axes a , b et c . Prenons un repère centré au centre de l'ellipsoïde et paramétrons les surfaces par des coordonnées sphériques, le rayon ρ , la coaltitude $\theta \in [0, \pi]$ et la longitude $\phi \in [0, 2\pi]$. Dans le repère cartésien de coordonnées x , y et z , on suppose que le cylindre est aligné avec l'axe x et que le centre du cylindre et le centre de l'ellipsoïde sont situés sur l'axe z et distants de z_g . Le problème étant symétrique par rapport au changement $z_g \rightarrow -z_g$, on ne considérera que le cas $z_g \geq 0$. Par ailleurs, si $\frac{d_f}{2} + c < z_g$, alors le cylindre et l'ellipsoïde ne s'intersectent pas et $V_i = 0$. Ce cas n'est donc pas considéré.

Le volume d'intersection V_i peut s'écrire dans le système de coordonnées sphériques (en utilisant les symétries du problème) :

$$V_i = 4 \int_{\theta_a}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\phi_a}^{\frac{3\pi}{2}} \int_{\rho_a}^{\rho_b} \rho^2(\theta, \phi) \sin(\theta) d\rho d\phi d\theta, \quad (4.17)$$

où θ_a , ϕ_a , ρ_a et ρ_b sont les bornes d'intégration que nous allons maintenant déterminer.

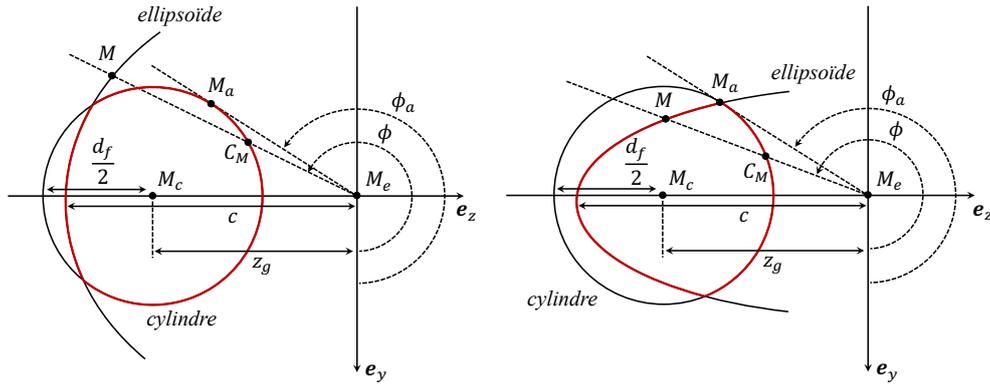


FIGURE 4.21 – Schéma de la géométrie dans le plan (y, z) de l'intersection entre une ellipsoïde et un cylindre, c'est-à-dire pour θ fixé.

Dans le raisonnement qui suit, on fixe l'angle θ . Sur la figure 4.21, la géométrie du problème est schématisée. Si le centre de l'ellipsoïde M_e se trouve à l'extérieur du cylindre, alors on peut définir un angle ϕ_a tel que d'une part il existe à cet angle un point M_a exprimé dans le système de coordonnées sphériques appartenant au cylindre et d'autre part pour lequel ϕ est minimal. Ce point M_a doit satisfaire l'équation du cylindre :

$$y^2 + (z + z_g)^2 = \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 \text{ d'où } \rho^2 \sin^2(\theta) + 2z_g \rho \sin(\theta) \sin^2(\phi) + z_g^2 - \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 = 0. \quad (4.18)$$

Ce point M_a est tel qu'il n'y a qu'une unique solution pour ρ , ce qui correspond au discriminant nul, on trouve donc

$$\phi_a = \pi + \arccos\left(\frac{d_f}{2z_g}\right). \quad (4.19)$$

Si le point M_e se trouve à l'intérieur du cylindre, alors on définit tout simplement $\phi_a = \frac{\pi}{2}$. Maintenant, pour déterminer ρ_a et ρ_b , il nous faut distinguer plusieurs cas résumés dans le tableau ci-dessous. Nous notons E_c l'espace défini par l'intérieur et les bords du cylindre et M un point situé sur l'ellipsoïde.

| Si $z_g \leq \frac{d_f}{2}$ | Si $z_g > \frac{d_f}{2}$ | | |
|-----------------------------------|---|--|--|
| $\phi_a = \frac{\pi}{2}$ | $\phi_a = \pi + \arccos\left(\frac{d_f}{2z_g}\right)$ | | |
| $\rho_a = 0$ | Si $\rho_e \leq \rho_c^-$ | Si $\rho_e \geq \rho_c^+$ | Si $\rho_c^- < \rho_e < \rho_c^+$ |
| $\rho_b = \min(\rho_e, \rho_c^+)$ | $\rho_a = \rho_b = 0$ | $\rho_a = \rho_c^-$ $\rho_b = \rho_c^+$ | $\rho_a = \rho_c^-$ $\rho_b = \rho_e$ |

TABLE 4.3 – Conditions pour les valeurs prises par ρ_a et ρ_b .

Nous définissons et explicitons à présent les différents paramètres intervenant dans la table 4.3. Le rayon ρ_e correspond au rayon du point M situé sur l'ellipsoïde, et satisfait donc l'équation de l'ellipsoïde :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ d'où } \rho_e^2 \left(\frac{\cos^2(\theta)}{a^2} + \frac{\sin^2(\theta) \cos^2(\phi)}{b^2} + \frac{\sin^2(\theta) \sin^2(\phi)}{c^2} \right) = 1, \quad (4.20)$$

ce qui donne

$$\rho_e = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2(\theta)}{a^2} + \frac{\sin^2(\theta) \cos^2(\phi)}{b^2} + \frac{\sin^2(\theta) \sin^2(\phi)}{c^2}}}. \quad (4.21)$$

Sur la figure 4.21, le point M correspond à ρ_e . Les rayons ρ_c^+ et ρ_c^- correspondent aux rayons des deux points situés sur le cylindre, et satisfont donc l'équation du cylindre qui est

$$y^2 + (z + z_g)^2 = \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 \quad \text{d'où } \rho_c^\pm = \frac{-z_g \sin(\phi) \pm \sqrt{z_g^2 \sin^2(\phi) - z_g^2 + \left(\frac{d_f}{2}\right)^2}}{\sin(\theta)}. \quad (4.22)$$

Bien entendu, nous pouvons écrire que ces solutions existent puisque $\phi_a \leq \phi \leq \frac{3\pi}{2}$, ce qui garantit qu'il y a bien deux solutions. Sur la figure 4.21, le point C_M correspond à ρ_c^- . Enfin l'angle θ_a est défini par le point le plus haut (selon x) de l'ellipsoïde tel que ce point est soit à l'intérieur du cylindre soit sur le cylindre. Si $z_g \leq \frac{d_f}{2}$ on a bien entendu $\theta_a = 0$, sinon on doit avoir par symétrie $y = 0$ et $\phi = \frac{3\pi}{2}$, ce qui correspond au système d'équation suivant :

$$\begin{cases} (z + z_g)^2 = \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \end{cases}, \quad \text{soit : } \begin{cases} (z_g - \rho \sin(\theta))^2 = \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 \\ \rho^2 \frac{\cos^2(\theta)}{a^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{c^2} = 1 \end{cases}. \quad (4.23)$$

On résout ce système d'équation dans le cas $z_g > \frac{d_f}{2}$ et on trouve

$$\theta_a = \arctan\left(\frac{1}{a} \frac{c \left(z_g - \frac{d_f}{2}\right)}{\sqrt{c^2 - \left(z_g - \frac{d_f}{2}\right)^2}}\right) \quad \text{avec } 0 \leq \theta_a \leq \frac{\pi}{2}. \quad (4.24)$$

Intégrons une première fois le volume :

$$V_i = \frac{4}{3} \int_{\theta_a}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\phi_a}^{\frac{3\pi}{2}} \rho_b^3(\theta, \phi) - \rho_a^3(\theta, \phi) \sin(\theta) d\phi d\theta. \quad (4.25)$$

L'intégrale peut s'exprimer comme une combinaison des trois intégrales elliptiques incomplètes. La réduction de l'expression nécessite de longs développements et plusieurs disjonctions de cas peu commodes comme mentionnés dans la table 4.3. Nous proposons donc que le calcul soit fait numériquement. À partir de l'expression (4.25) que nous avons obtenue, nous utilisons la méthode d'intégration *integrate.nquad* du module *scipy* de Python 3.9.5. L'intégration se fait sans difficultés particulières, mais notons que les paramètres sont exprimés ici en m , plus les valeurs sont petites moins le calcul numérique sera précis. Au contraire, des valeurs trop grandes demanderont des temps de calcul importants avec les paramètres par défaut de la méthode d'intégration. Nous avons trouvé un bon compromis en adimensionnant tous les paramètres de sorte à ce que les paramètres adimensionnés soient de l'ordre de 10^{-2} . Sur la figure 4.22 nous montrons un exemple de la variation du volume d'intersection V_i lorsque l'on fait varier la distance z_g . Comme on s'y attend, le volume d'intersection est maximal en $z_g = 0$ et diminue de manière monotone vers 0 lorsqu'on éloigne l'ellipsoïde du cylindre.

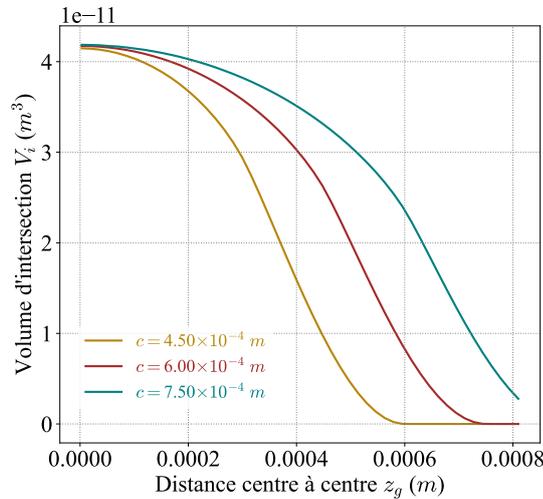


FIGURE 4.22 – Volume d'intersection V_i entre une ellipsoïde et un cylindre en fonction de la distance centre à centre z_g , pour $d_f = 0.3 \times 10^{-3} m$, $a = d_f$, $b = 2d_f$, et différentes valeurs de c .

Note 4.3.2 : Forme de la goutte en dynamique

Hors équilibre et en interaction avec l’environnement extérieur, le problème de la description physique de la forme de la goutte se complexifie considérablement. Déterminer le mouvement de la surface d’une goutte en général, comme ses oscillations, n’a été abordé dans la littérature qu’au moyens d’approximations importantes et de multiples hypothèses. Deux formalismes ont retenu notre attention pour de futures explorations. Le premier part d’une analyse énergétique de la goutte, conduite par [Rimbert *et al.* \(2020\)](#). Le second formalisme consiste à partir des équations générales de mouvement d’une surface, en quelque sorte équivalentes aux lois de conservation exprimées dans les équations de Navier-Stokes. Ces équations, fondamentalement géométriques, ont été établies par [Grinfeld \(2009\)](#) puis étendues par [Svintradze \(2018\)](#). Elles ont été appliquées récemment par [Svintradze \(2019\)](#) au cas d’une goutte qui chute librement en présence de la gravité et par [Grinfeld \(2011\)](#) pour étudier l’oscillation d’une bulle de savon.

4.3.2 Retournement de la goutte

L’ensemble des expériences ont été conduites avec la goutte initialement placée sur le côté de la fibre en aval de l’écoulement comme indiqué sur la figure 4.2-b). On peut se poser la question du comportement de la goutte lorsque celle-ci est initialement placée sur le côté de la fibre en amont de l’écoulement. On observe un retournement de la goutte qui tourne en se déplaçant latéralement sur une trajectoire hélicoïdale sur la fibre pour se placer dans la même configuration initiale que les autres expériences réalisées. Une chronophotographie d’un tel retournement est montrée sur la figure 4.23. On y voit en effet la goutte effectuer un tel mouvement en approximativement 63 ms (expérience 83, voir tables ci-après).

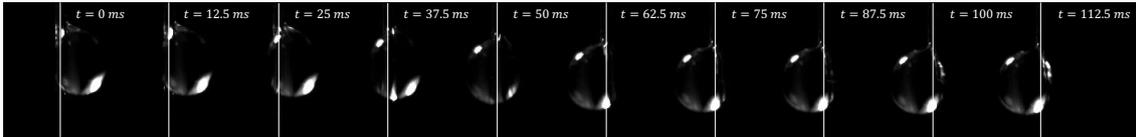


FIGURE 4.23 – Chronophotographie du retournement de la goutte sur la fibre issue de l’expérience 83, l’écoulement provient de la droite de chaque image. Le bord gauche de la fibre a été accentuée. La référence du temps indiquée ne coïncide pas avec celle du début de l’écoulement. On estime que la goutte a effectué la rotation autour de $275 - 350\text{ ms}$ après l’initiation de l’écoulement, avec une accélération $a_0 = 31.9 \pm 0.7\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Cette rotation a été aussi observée par [Mullins *et al.* \(2005\)](#) et [Bintein *et al.* \(2019\)](#). [Mullins *et al.* \(2005\)](#) montrent que le nombre de Reynolds critique Re_c à partir duquel la rotation a lieu est parfaitement linéaire avec le diamètre de la goutte d_0 (dans le cas où les gouttes sont sphériques et pour un écoulement stationnaire). Pour une fibre de $28\text{ }\mu\text{m}$, [Mullins *et al.* \(2005\)](#) obtiennent

$$Re_c = 3011.3d_0 + 0.2461, \quad (4.26)$$

avec un coefficient qui est susceptible de changer selon la taille de la fibre utilisée. À partir de ce constat, ils suggèrent que cette rotation dépend directement de la force exercée par le fluide sur la goutte, ainsi que les forces de capillarité entre la goutte et la fibre. Notons que [Cazaubiel et Carlson \(2023\)](#) observent également pour le cas d’un filet liquide sujet à l’instabilité de Rayleigh-Plateau un déplacement du fluide visqueux (de viscosité $\nu = 10 \times 10^{-5}\text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$) vers le côté en aval de l’écoulement, pour des vitesses de $v_0 = 3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, ce qui est cohérent avec ce que l’on observe dans nos expériences, l’eau ayant une viscosité moindre et nos vitesses sont toujours supérieures après quelques millisecondes à $3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Nous nous proposons d'écrire un modèle simplifié de ce retournement à la section 4.3.2.1. Par ailleurs nous donnons en annexe E.1 le calcul de la force capillaire de la goutte avec un modèle simplifié. L'estimation des différentes composantes de la force nous aidera dans la suite à discuter nos résultats expérimentaux.

4.3.2.1 Modèle simplifié de la rotation

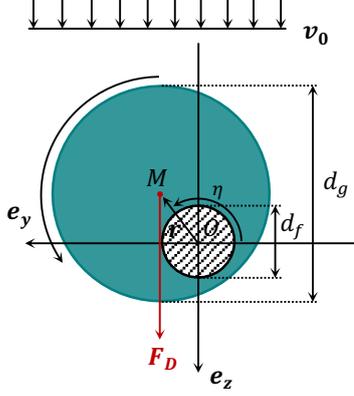


FIGURE 4.24 – Schéma du modèle de rotation de la goutte sur la fibre dans le plan (y, z) .

Nous souhaitons estimer un temps caractéristique pour la rotation de la goutte sur la fibre comme nous l'avons mis en évidence expérimentalement et comme Mullins *et al.* (2005) l'a également observé. Supposons très naïvement que la goutte soumise à une force de traînée F_D ne se déforme pas (et ce en dépit du champ de pression modifié autour de la goutte et de l'écoulement interne induit que nous négligeons). On suppose donc que la goutte conserve une forme sphérique. Dans ce cas, nous nous proposons d'écrire le théorème du moment cinétique appliqué à la goutte sphérique centrée au point M de coordonnées $(0, y_g, z_g)$ en rotation autour de l'axe e_x de la fibre (centrée au point O), comme illustré sur la figure 4.24. Étant donné qu'il n'y a pas de translation, le volume correspondant à l'intersection entre

la goutte et la fibre est constant, et donc les paramètres géométriques de la goutte le sont aussi. On notera V_g le volume de la goutte. La goutte n'est soumise qu'à quatre forces : la force de traînée F_D , la force capillaire F_c que nous avons présentée dans la section précédente, la force de gravité F_g ainsi que la force de réaction de la fibre aux forces de pressions F_p exercées par la pression interne de la goutte (comprenant la pression hydrostatique). Ces trois dernières forces auront une contribution nulle pour le moment cinétique. Notons $\mathbf{r} = r_0(0, -\sin(\eta), \cos(\eta))$ la position du centre de la goutte dans le référentiel de la fibre immobile, avec $r_0 = \sqrt{y_g^2 + z_g^2}$. Le théorème du moment cinétique s'écrit alors

$$\frac{d\mathbf{L}_0}{dt} = M_0(\mathbf{F}_c) + M_0(\mathbf{F}_D) + M_0(\mathbf{F}_g), \quad (4.27)$$

avec le moment cinétique de la goutte par rapport au centre de la fibre

$$\mathbf{L}_0 = \dot{\eta} \rho_g V_g r_0^2 \mathbf{e}_x. \quad (4.28)$$

Le moment de la force de traînée peut s'exprimer par

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{F}_D) = -\frac{\pi}{2} r_0 C_D \rho_f v_0^2 \left(\frac{d_g}{2}\right)^2 \sin(\eta) \mathbf{e}_x, \quad (4.29)$$

avec C_D le coefficient de traînée d'une sphère, $C_D \approx 0.4$ dans les gammes de Reynolds de nos expériences. Puisque la force capillaire peut se décomposer comme une force alignée avec \mathbf{r} et une force verticale, on a

$$\mathbf{M}_0(\mathbf{F}_c) \cdot \mathbf{e}_x = 0 \quad (4.30)$$

Par ailleurs, la résultante des forces de pression, par symétrie, est alignée avec \mathbf{r} , par conséquent, elle aura une contribution nulle au moment cinétique. L'équation (4.27) projetée sur l'axe e_x donne donc

$$\ddot{\eta}\rho_g V_g r_0^2 = -\frac{\pi}{2}r_0 C_D \rho_f v_0^2 \left(\frac{d_g}{2}\right)^2 \sin(\eta), \quad (4.31)$$

Prenons comme conditions initiales un angle $\eta(0) = \pi + \epsilon$ et une vitesse initiale nulle $\dot{\eta}(0) = 0$, avec $\eta \in [\pi + \epsilon, 2\pi - \epsilon]$. Dans l'expérience 83, figure 4.23, on a estimé à l'aide des photographies vue de face et de profil que $\epsilon = 0.2 \text{ rad}$. Adimensionnons l'équation (4.31) par le temps adimensionné $\tilde{t} = t \frac{v_0}{r_0}$. L'équation peut s'écrire (en gardant en tête que le temps est désormais adimensionné)

$$\ddot{\eta} = -a \sin(\eta), \quad (4.32)$$

avec la constante sans dimension

$$a = \frac{\pi \rho_f d_g^2 r_0}{8 \rho_g V_g} C_D, \quad (4.33)$$

qui ne dépend plus de la vitesse v_0 .

Notons que le volume de la goutte approximée à une sphère n'est pas égale à $\frac{4}{3}\pi \left(\frac{d_g}{2}\right)^3$ du fait de l'intersection entre la fibre et la sphère, il faut retirer ce volume qui dépend uniquement dans ce modèle de r_0 , d_f et d_g . Il peut être trouvé analytiquement chez [Boersma et Kamminga \(1961\)](#). Sur les images de la goutte sur la fibre figure 4.23 et figure 4.13, il semble que $r_0 = \frac{d_g}{2} - \frac{d_f}{2}$ soit une approximation raisonnable : une extrémité de la goutte sphérique est tangent par l'intérieur à la fibre cylindrique. Dans ce cas d'après [Boersma et Kamminga \(1961\)](#) le volume V_g s'écrit

$$V_g = \frac{4}{3} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\sin(2r_0 - 1)} \right) + \frac{8}{9} \sqrt{r_0(1 - r_0)} (8r_0^2 - 14r_0 + 3). \quad (4.34)$$

En prenant $C_D = 0.4$ pour une sphère ([Blevins \(1992\)](#), avec $10^3 < Re < 10^4$), $\rho_f = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$, $\rho_g = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $d_g = 1.53 \times 10^{-3} \text{ m}$ et $d_f = 0.3 \times 10^{-3} \text{ m}$ comme dans nos expériences. Et en supposant donc que $r_0 = \frac{d_g}{2} - \frac{d_f}{2}$ (on obtient alors $r_0 = 0.62 \text{ mm}$ proche de la valeur r_0 que nous mesurons expérimentalement qui est de 0.60 mm), on trouve

$$a \approx 5.03 \times 10^{-8}. \quad (4.35)$$

Comme on le voit sur la figure 4.25, la goutte s'est retournée en un temps adimensionné approximatif $\tilde{t} = 16489$ avec un temps assez court pendant lequel elle ne bouge presque pas. Ce qui donne un temps réel

$$t = 16489 \frac{r_0}{v_0}. \quad (4.36)$$

avec v_0 entre $10 - 20 \text{ m.s}^{-1}$, cela donne un temps de l'ordre de $507 - 1014 \text{ ms}$. Le résultat est du même ordre de grandeur que la valeur expérimentale située entre 275 et 350 ms mais est plus du double de la valeur expérimentale. Dans notre expérience la vitesse varie dans le temps. On peut essayer de voir ce que l'on obtient si à présent on considère une force

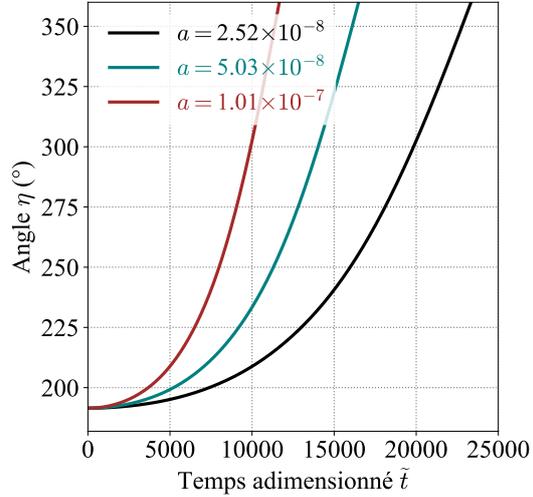


FIGURE 4.25 – Évolution temporelle de l'angle η de la goutte sur la fibre selon l'équation (4.32) en prenant différentes valeurs de la vitesse de l'écoulement v_0 .

de traînée qui augmente quadratiquement avec le temps puisque dans nos expériences la vitesse augmente linéairement. Dans ce cas on remplace³ v_0 dans l'expression de la force de traînée par $a_0 t$, et on adimensionne cette fois-ci par le temps adimensionné $\tilde{t} = t \sqrt{\frac{a_0}{r_0}}$. L'équation (4.32) devient

$$\ddot{\eta} = -a \sin(\eta) \tilde{t}^2. \quad (4.37)$$

On trouve numériquement avec les mêmes valeurs que précédemment pour a un temps associé au retournement de

$$t = 195 \sqrt{\frac{r_0}{a_0}}. \quad (4.38)$$

Avec une accélération $a_0 = 31.9 \text{ m.s}^{-2}$, le temps associé à la rotation est de 856 ms ce qui est plus du double du temps associé à la rotation de la goutte dans notre expérience 83 décrite plus haut qui était autour de $275 - 350 \text{ ms}$. Notons que plus la valeur de a est grande, plus le temps de retournement est petit. Une manière d'augmenter a serait soit de diminuer la valeur de V_g ou d'augmenter la valeur du coefficient de traînée C_D . Il est cependant peu probable que nous ayons surestimé le volume de la goutte V_g (ce serait plutôt l'inverse). Quant à la valeur du coefficient de traînée, pour un régime turbulent $C_D \approx 0.44$ pour une sphère et dans un régime laminaire $C_D \approx \frac{24}{Re}$. Il n'est toutefois pas exclu que la présence de la fibre modifie de manière importante le coefficient de traînée, comme [Dawar et Chase \(2008\)](#) l'ont montré dans le cas d'un écoulement aligné avec l'axe de la fibre.

Ce modèle est très simplifié. Il ne tient pas compte de la dissipation d'énergie par l'écoulement interne de la goutte qui a été négligée, ni de la forme spécifique de cette dernière et sa déformation. Une perspective consisterait d'abord à effectuer une série d'expérience à comparer avec le modèle, puis à essayer de prendre ces effets en considération.

3. C'est une approximation quasi-statique, rigoureusement parlant d'autres termes dépendant du temps interviennent, mais nous faisons le choix de les négliger d'abord.

4.3.3 Oscillations

Nous avons remarqué des mouvements réguliers de la goutte, sans déformation importante. Par conséquent, nous avons voulu étudier d'un peu plus près ces déformations et nous nous concentrons ici sur les oscillations de la goutte sur la fibre.

4.3.3.1 Méthode d'analyse des oscillations

Afin d'étudier ces oscillations, nous avons filmé en focalisant la caméra sur la section centrale de la goutte parallèle à la direction amont de l'écoulement tel que représenté sur la figure 4.2-b). Nous avons fixé la fréquence d'acquisition de la caméra *Photron* à 4000 images par seconde après plusieurs premières expériences de manière à pouvoir distinguer sur plusieurs images les oscillations. Pour analyser le déplacement de la goutte nous avons procédé à une coupe de l'image en segments comme indiqué sur la figure 4.2-b) et 4.26. Chaque segment fait 1 pixel de largeur et autour de 60-80 pixels de longueur. Nous montrons un exemple de chronologie ainsi obtenue sur la figure 4.27.

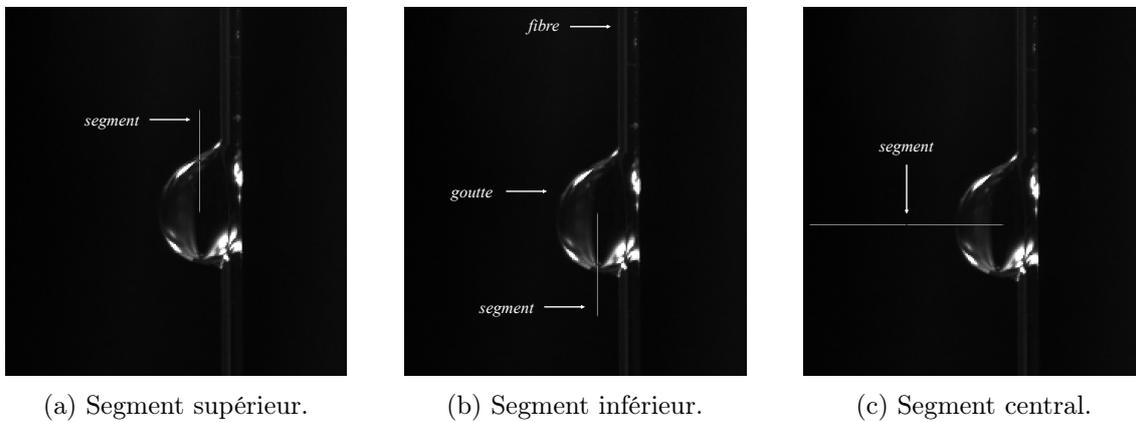


FIGURE 4.26 – Image de la goutte de l'expérience 30 et position des segments utilisés pour l'analyse des oscillations pour cette goutte (la position des segments a varié selon la taille de la goutte).

Pour analyser l'oscillation et extraire notamment un spectre en fréquence, la position au cours du temps de l'interface eau-air de la goutte au niveau du segment est déterminée par un algorithme. Les images sont systématiquement converties en niveau de gris (à chaque pixel correspond donc un niveau de gris de 0 à 255). Pour déterminer cette interface à partir de l'image chronologique, nous avons implémenté et testé les algorithmes suivants. Soit i et j deux indices qui représentent un pixel, l'indice i étant temporel (segment à une image donné), et j l'indice spatial du pixel correspondant à une position sur le segment i , la valeur $a_{i,j}$ représente le niveau de gris du pixel. Nous avons considéré trois manières de déterminer l'interface. La première manière consiste à calculer la différence entre deux pixels non nécessairement consécutifs, on introduit alors le niveau de gris seuil s et l'entier d qui représente le nombre de pixels séparant les deux pixels considérés pour l'évaluation de la différence, on a donc la condition de détection de l'interface

$$|a_{i,j} - a_{i,j+d}| > s. \quad (4.39)$$

Une deuxième méthode de détection consiste plus simplement à comparer le niveau de gris du pixel à un seuil fixe, on a dans ce cas la condition

$$a_{i,j} > s. \quad (4.40)$$

Une troisième méthode consiste à comparer le niveau de gris du pixel non plus à un seuil fixe, mais à un seuil qui dépend du niveau de gris maximal du segment que l'on note s_i^{max} , on a la condition

$$a_{i,j} > \alpha s_i^{max}, \quad (4.41)$$

où α a été fixé à 0.7 (valeur adaptée au contraste de nos images). Nous avons implémenté les trois conditions et nous les avons testé sur des images chronologiques des gouttes. Les trois donnent des résultats assez similaires. Cependant, certains segments ont des niveaux de gris très faibles, ce qui ne permet pas toujours de vérifier les deux premières conditions de détection. L'application de la transformée de Fourier sur notre signal de déplacement de l'interface ainsi obtenue nécessite dans son implémentation algorithmique une liste de valeurs séparées par le même intervalle de temps. C'est pour cette raison que nous utilisons la troisième méthode de détection, dont le résultat est illustré sur la figure 4.27. Le moment de la fragmentation est indiqué en rouge. Le mouvement de l'interface est correctement suivi par l'algorithme. On constate après analyse que la fréquence d'oscillation est constante sur chacune des portions avant et après la fragmentation, mais change légèrement après la fragmentation. Le volume de la goutte change après la fragmentation, comme on le verra par la suite, cela explique ce changement dans la fréquence d'oscillation.

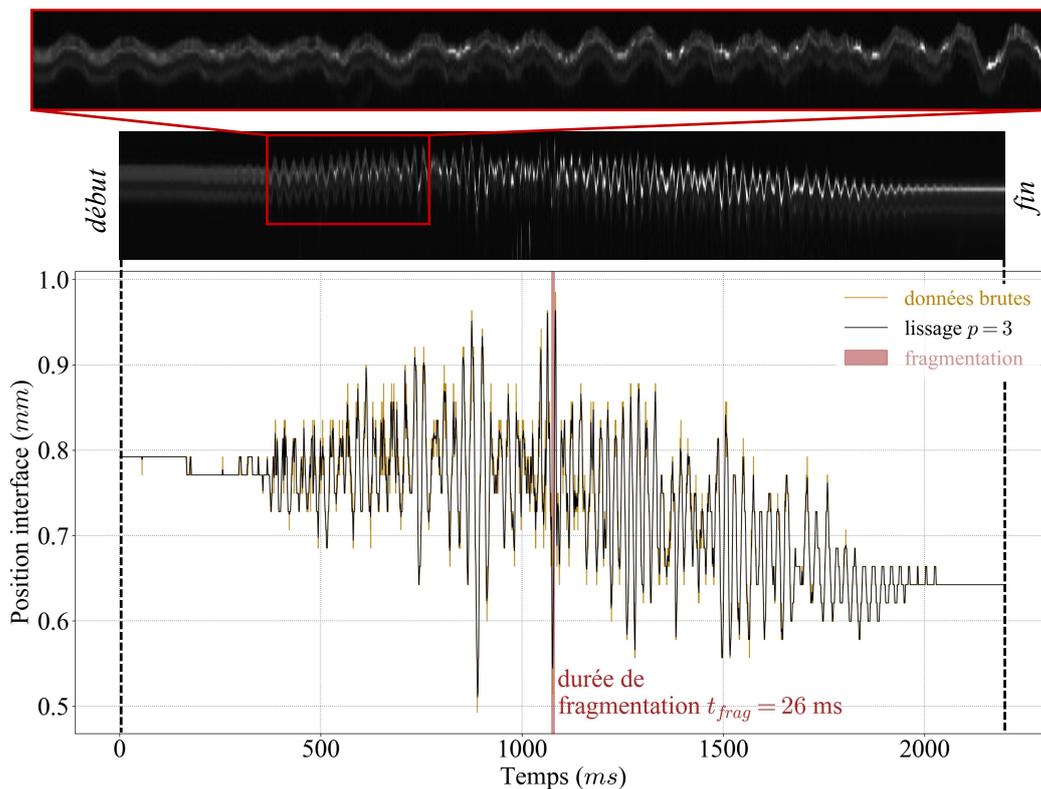


FIGURE 4.27 – Exemple du mouvement vertical de l'interface supérieure de la goutte pour l'expérience 30. Détection algorithmique de l'interface au cours du temps avec Python 3.9.5. La barre rouge verticale correspond au moment de la fragmentation.

La transformée de Fourier discrète a été calculée à l'aide de la méthode de transformation de Fourier rapide (en anglais : *Fast Fourier Transform*, FFT par la suite). Nous calculons la FFT sur Python 3.9.5 avec la méthode `fft.fft` de `numpy` basée sur l'algorithme de [Cooley et Tukey \(1965\)](#). Sur la figure 4.28 représentant la norme de la FFT du signal,

la moyenne du signal a été retranchée avant analyse afin de réduire l'ordre 0. On distingue une fréquence plus importante que les autres. Cette fréquence est $f \approx 0.048 \pm 0.005 \text{ ms}^{-1}$, soit $48 \pm 5 \text{ Hz}$. L'incertitude ajoutée à la valeur de fréquence n'est pas à interpréter comme une incertitude sur le pic, mais sur l'étendu spectral autour du pic pour une amplitude fixée à 30. Pour fixer une incertitude sur la localisation du pic, la valeur est presque toujours comprise entre ± 1 (élargissement fréquentiel à 90 % de l'amplitude du pic).

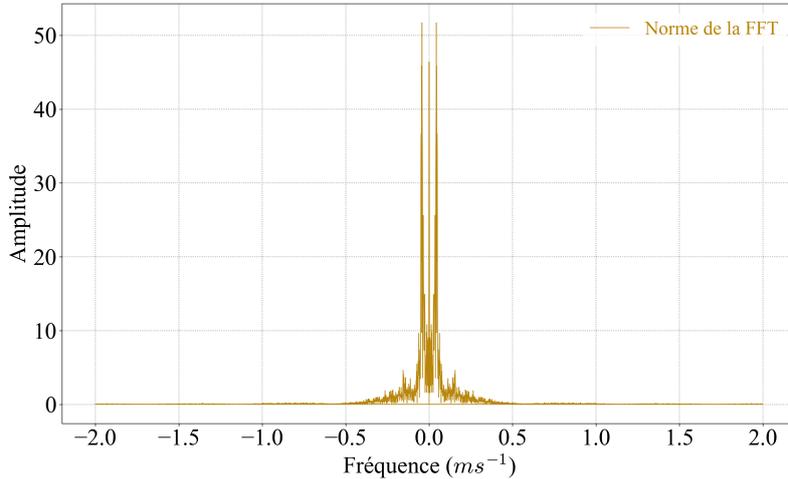


FIGURE 4.28 – Transformée de Fourier discrète rapide du signal de déplacement lissé de la figure 4.27 sur la première partie 0 – 1000 s.

On trouve également une fréquence dominante de $48 \pm 5 \text{ Hz}$ pour le déplacement vertical de l'interface inférieure. En revanche, nous notons qu'aucune fréquence distincte ne domine pour le déplacement de l'interface centrale (figure 4.26c). Nous nous sommes assuré par une analyse de sensibilité que la position du segment n'a pas d'influence sur l'analyse fréquentielle du mouvement de l'interface de la goutte.

4.3.3.2 Fréquences d'oscillation verticale

La fréquence d'oscillation verticale f_g est affichée en fonction de différents paramètres du problème sur la figure 4.29. On observe d'une part que la fréquence d'oscillation verticale de la goutte ne semble pas dépendre de la vitesse de l'écoulement v_0 (figure 4.27) ni de l'accélération a_0 (figure 4.29a), dans le régime d'écoulement de l'expérience ($Re < 7200$). Sur la figure 4.29c, on a une relation claire et univoque entre la hauteur e de la goutte et la fréquence. La fréquence diminue avec la hauteur e de la goutte. C'est aussi le cas pour le diamètre d_g de la goutte sur la figure 4.29b, mais les points sont davantage dispersés : comme nous l'avons vu dans la section 4.3.1 le diamètre de la goutte et sa hauteur e ne sont pas des paramètres indépendants mais il peut exister plusieurs hauteurs e pour un même diamètre d_g , ce qui peut expliquer cette plus grande dispersion des points sur la figure 4.29b. Une régression donne la relation empirique suivante :

$$f_g = 2.77 \times 10^{-5} e^{-2.30}. \quad (4.42)$$

À l'aide de la formule reliant V_g à d_g (4.7) et d_g à e (4.9), on a affiché sur la figure 4.29d la fréquence d'oscillation en fonction du volume V_g de la goutte, on obtient la régression suivante :

$$f_g = 9.18 \times 10^3 V_g^{-0.70}. \quad (4.43)$$

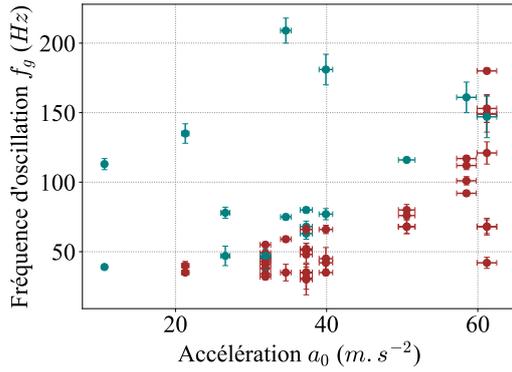
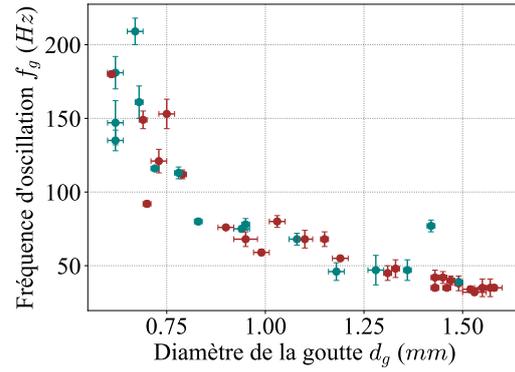
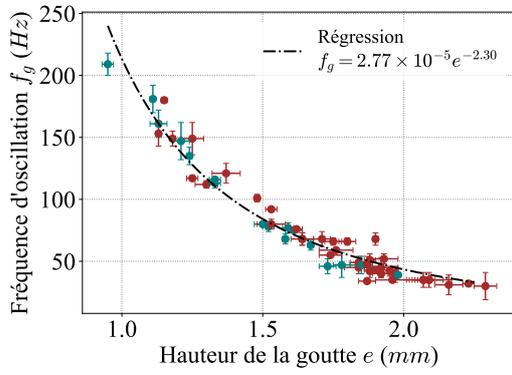
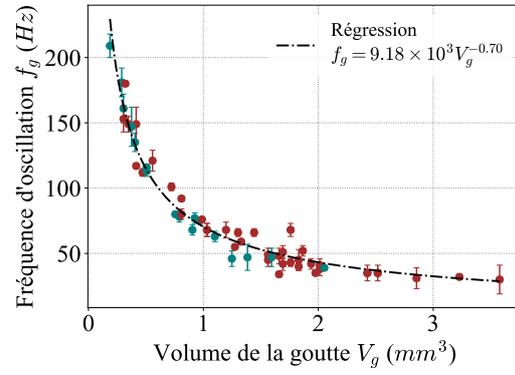
(a) Fréquence d'oscillation f_g (Hz) en fonction de l'accélération de l'écoulement a_0 ($m.s^{-2}$).(b) Fréquence d'oscillation f_g (Hz) en fonction du diamètre d_g (mm) de la goutte.(c) Fréquence d'oscillation f_g (Hz) en fonction de la hauteur e (mm) de la goutte.(d) Fréquence d'oscillation f_g (Hz) en fonction du volume V_g (mm^3) de la goutte.

FIGURE 4.29 – Fréquence d'oscillation verticale f_g (Hz) en fonction des différents paramètres mesurés. Points bleus : pas de fragmentation observée au cours de l'expérience. Points rouges : fragmentation observée au cours de l'expérience. Les régressions sont données dans les unités du système international (m pour les distances et m^3 pour le volume). Durée de l'expérience : 2 , accélération constante a_0 pendant 1 s suivie d'une décélération constante $-a_0$ pendant 1 s.

Très naïvement, en négligeant l'effet de la gravité et de la viscosité de la goutte, on peut définir une fréquence propre à partir des grandeurs physiques impliquées dans l'oscillation : la tension superficielle γ , la masse volumique de la goutte ρ_g , ainsi que le volume de la goutte V_g . On obtient par analyse dimensionnelle l'expression suivante pour la fréquence (que l'on note dans la suite ν_0) :

$$f_g \propto \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_g V_g}} = \nu_0. \quad (4.44)$$

On trouve expérimentalement (figure 4.29d) :

$$f_g^{reg1} = 9.18 \times 10^3 V_g^{-0.70}. \quad (4.45)$$

Les données expérimentales suggèrent donc une évolution en $f_g \propto V_g^{-0.7}$ proche de $f_g \propto V_g^{-0.5}$ issu de l'analyse dimensionnelle (4.44) (la différence entre 0.7 et 0.5 peut

s'expliquer par la grossièreté de notre régression pour l'équation (4.9) exprimant e en fonction de d_g que nous utilisons pour le calcul du volume montré sur la figure 4.29d). Essayons à présent de faire une régression de forme $f_g^{reg2} = \xi_g \nu_0$. On obtient :

$$f_g^{reg2} = 0.29 \nu_0. \quad (4.46)$$

On cherche à comparer ce coefficient (ξ_g) avec le cas d'une goutte libre. [Rayleigh \(1879\)](#) et [Lamb \(1945\)](#) ont calculé la fréquence propre f_R pour les petites oscillations d'une goutte sphérique libre et non visqueuse, de densité ρ_i et de rayon moyen r , qui est entourée d'un fluide de densité ρ_e , ils obtiennent

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{(n+1)\rho_i + n\rho_e} \frac{\gamma}{r^3}}. \quad (4.47)$$

Ici $\rho_e \ll \rho_i$, on négligera donc le terme $n\rho_e$ au dénominateur. Pour comparaison, en prenant $r^3 = \frac{3}{4\pi} V_g$, on note donc cette fréquence sous la forme suivante :

$$f_R = \underbrace{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{(n+1)} \frac{4\pi}{3}}}_{\xi_R} \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_g V_g}} = \xi_R \nu_0. \quad (4.48)$$

Pour le mode minimal de fréquence non nulle $n = 2$, on a $\xi_R = 0.92$ qui est du même ordre de grandeur que ce que l'on obtient expérimentalement ($\xi_g = 0.29$). On conclut que l'oscillation que l'on observe semble être un mode d'oscillation propre de la goutte excité par l'écoulement environnant. On constate toutefois que le terme pour la goutte libre ξ_R est plus élevé que celui de notre goutte ξ_g . On suggère que cela vient du fait que notre goutte adhère à la fibre.

En quoi l'adhésion de la goutte à la fibre modifie sa fréquence propre d'oscillation? Plusieurs auteurs se sont déjà posés la question de savoir ce qu'il advient lorsque cette goutte n'est plus libre, mais contrainte par le contact avec un solide. [Strani et Sabetta \(1984\)](#) ont étudié la fréquence d'oscillation propre dans le cas d'un contact avec un sphère solide, en utilisant la méthode des fonctions de Green (leur modèle d'écoulement interne est potentiel, et donc non visqueux). Ils démontrent qu'un mode donne une fréquence supplémentaire dans leur configuration de la goutte contrainte par contact avec le solide, cette fréquence étant inférieure à celle du mode $n = 2$ prédite par [Rayleigh \(1879\)](#), et tend vers 0 lorsque la surface de contact avec le solide se réduit à 0. Cela semble cohérent avec les résultats que nous obtenons ($\xi_g < \xi_R$). [Theisen et al. \(2007\)](#) ont regardé théoriquement et expérimentalement l'oscillation d'une goutte débordant d'un tube avec deux calottes sphériques à chaque extrémité. [Strani et Sabetta \(1984\)](#) et [Theisen et al. \(2007\)](#) montrent que la fréquence d'oscillation de [Rayleigh \(1879\)](#) est modifiée par la contrainte. On peut s'attendre à ce que la fréquence $f_g \neq f_R$.

Sur la figure 4.30 nous montrons la fréquence d'oscillation verticale en fonction des différents modèles discutés précédemment. On voit bien que le mode $n = 2$ de la fréquence de [Rayleigh \(1879\)](#) reproduit très bien l'évolution de de la fréquence f_g , mais surestime un peu la fréquence d'oscillation. Dans le modèle de [Strani et Sabetta \(1984\)](#) le mode 1 d'oscillation permet d'obtenir $\xi_g = 0.29$, pour un angle avec la surface solide de $\alpha = 0.15^\circ$ qui représente la partie de la goutte qui adhère à la surface, cela correspond à une faible surface d'adhésion (dans notre cas la goutte semble mouiller tout le contour de la fibre). La comparaison est difficile dans la mesure où la configuration étudiée par [Strani et Sabetta \(1984\)](#) est différente (goutte adhérant à une sphère), mais il ne serait pas étonnant que la

fréquence que l'on mesure correspond au mode 1 d'oscillation de la goutte sur la fibre. Une étude complémentaire pourrait s'intéresser à la calculer avec notre géométrie en suivant une approche semblable à celle de [Strani et Sabetta \(1984\)](#).

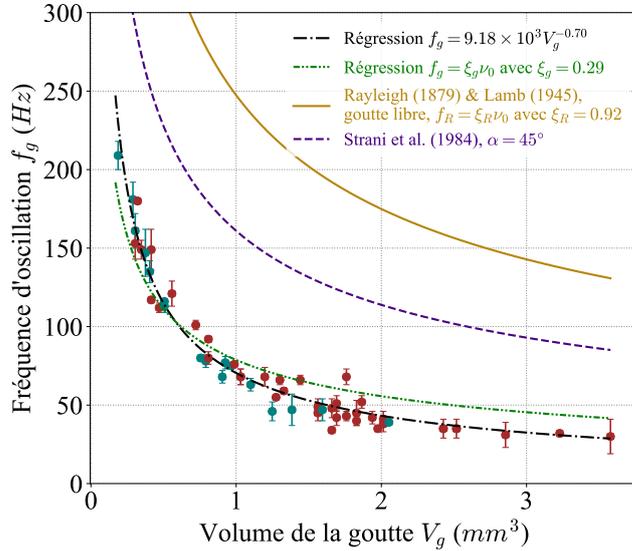


FIGURE 4.30 – Fréquence d'oscillation verticale f_g (Hz) en fonction du volume V_g de la goutte et comparaison avec les différents modèles. Points bleus : pas de fragmentation observée au cours de l'expérience. Points rouges : fragmentation observée au cours de l'expérience. Les régressions sont données dans les unités du système international (m et m^3).

Par ailleurs, bien que la viscosité d'une goutte constituée d'eau pure est faible, on peut se demander dans quelle mesure la viscosité joue un rôle dans la fréquence d'oscillation. Pour y répondre, nous utilisons un modèle présenté dans la section ci-après. Nous nous affranchissons complètement du forçage pour ne prendre en compte que la réponse *naturelle* de la goutte, puisque nous avons montré que la fréquence est indépendante de la vitesse de l'écoulement.

4.3.3.3 Modèle visco-élastique

[Taylor \(1949\)](#) et [O'Rourke et Amsden \(1987\)](#) proposent une méthode pour calculer une condition de fragmentation à partir d'une analogie avec un système élastique. Cette méthode permet également d'extraire une fréquence d'oscillation d'une goutte excitée par une force extérieure. Comme le soulignent [O'Rourke et Amsden \(1987\)](#), cette méthode ne donne accès qu'à une unique fréquence d'oscillation, ce qui dans notre cas et bien des cas d'ailleurs, n'est pas ce qui se passe puisque de nombreux modes d'oscillation se superposent. Cependant, il apparaît dans nos expériences que dans la direction verticale une unique fréquence se distingue nettement, on peut espérer que ce mode est le mode principal correspondant au mode décrit par ce modèle. Dans cette limite, et suffisamment loin du moment de la fragmentation où les déformations sont maximales, on peut essayer d'adapter cette méthode à notre système et en tirer une fréquence. Supposons donc que le centre de masse de la goutte soit repéré par x centré en 0 à l'équilibre. Lorsque la résultante verticale des forces de pression F_{p_x} (résultante non nulle puisque la goutte n'est pas symétrique par rapport au plan $(0, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$) exercées par l'écoulement contournant la goutte la met en mouvement, la tension de surface tend à ramener la goutte dans sa position d'équilibre, tandis que la viscosité du fluide amortit le mouvement du centre de masse. Le modèle de [O'Rourke et Amsden \(1987\)](#) consiste à considérer que la tension de surface est un mécanisme analogue à un ressort, et la viscosité analogue à un amortisseur. Le centre de masse x suit alors une équation d'oscillateur harmonique forcé. La tension de surface γ

entre la phase liquide et gazeuse ayant la même dimension que la constante de raideur k , on suppose qu'elles sont proportionnelles :

$$k = C_k \gamma, \quad (4.49)$$

avec C_k une constante sans dimension.

L'amortissement h du système fait intervenir par analyse dimensionnelle la viscosité μ_g du liquide, mais aussi une longueur caractéristique. O'Rourke et Amsden (1987) comme Taylor (1949) s'intéressent à une goutte initialement sphérique, ils prennent donc son rayon. Dans notre cas nous avons défini trois paramètres géométriques : la hauteur e , et les longueurs d_g et D . Comme ils ont une valeur proche, nous faisons le choix de garder dans un premier temps e comme longueur caractéristique :

$$h = C_h e \mu_g, \quad (4.50)$$

avec C_h une constante sans dimension. On peut maintenant écrire l'équation de mouvement du centre de masse de la goutte en considérant la résultante verticale des forces de pression et le poids de la goutte :

$$\rho_g V_g \ddot{x} + C_h \mu_g e \dot{x} + C_k \gamma x = F_{p_x}(t) - \rho_g V_g g, \quad (4.51)$$

avec ρ_g la densité de la goutte, et V_g le volume de la goutte. De cette équation sous forme canonique on tire le facteur de qualité Q qui est :

$$Q = \frac{1}{C_h \mu_g e} \sqrt{C_k \gamma \rho_g V_g}. \quad (4.52)$$

Le régime apériodique ou critique est obtenu pour $Q \leq \frac{1}{2}$, c'est-à-dire pour les gouttes de plus petit volume, de plus petite tension de surface ou de plus grande viscosité. La pulsation propre de la goutte est

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_k \gamma}{\rho_g V_g}} \quad (4.53)$$

Dans le régime pseudo-périodique, la solution s'écrit

$$x(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) + x_p(t), \quad (4.54)$$

où x_p est la solution particulière dépendant de F_{p_x} et g , et ω la pulsation du système défini par

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}. \quad (4.55)$$

Les constantes d'intégration A et B sont déterminés avec les conditions initiales : $x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) = 0$. Notons que le temps caractéristique associé à la dissipation de l'énergie par la viscosité est :

$$\tau = \frac{2Q}{\omega_0} = 2 \frac{\rho_g V_g}{C_h \mu_g e}. \quad (4.56)$$

Lamb (1945), p. 640, a calculé ce temps caractéristique associé à l'oscillation du mode principal d'une sphère visqueuse (le mode pour lequel le temps caractéristique τ est maximal). À défaut d'un calcul adapté à la configuration de la goutte *clam-shell*, nous faisons l'hypothèse que les deux sont comparables. La comparaison des deux donne alors $C_h = 10$.

De la même façon, comme O'Rourke et Amsden (1987), la constante C_k est déterminée de manière à ce que la pulsation propre ω_0 (4.53) coïncide avec celle issue du mode d'oscillation propre principal d'une sphère liquide, c'est-à-dire tout simplement avec la pulsation de Rayleigh (1879) et Lamb (1945) contenue dans l'équation (4.48) ce qui donne

$$C_k = (2\pi\xi_R)^2. \quad (4.57)$$

De ω nous tirons la fréquence d'oscillation de la goutte :

$$f_v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(2\pi\xi_R) \nu_0^2 - \left(\frac{5\mu_g e}{\rho_g V_g}\right)^2}. \quad (4.58)$$

On conclut que la viscosité de la goutte peut diminuer sa fréquence d'oscillation. Ce terme supplémentaire est d'autant plus important que la taille de la goutte est faible. Cependant dans le cas d'une goutte d'eau, le deuxième terme visqueux est très petit devant le premier, il n'a aucune incidence dans notre cas sur la valeur de la fréquence f_R . On est donc clairement dans un régime non-visqueux.

4.3.4 Fragmentation

Nous avons observé, comme on peut le voir sur la figure 4.31, que dans certains cas, la goutte se déforme beaucoup sur des temps très courts (des déformations de l'ordre du diamètre de la goutte d_g sur des temps de l'ordre de la milli-seconde) et se fragmente. Nous souhaitons comprendre ces déformations et voir si nous pouvons extraire un critère de fragmentation. Pour cela, nous avons réalisé plusieurs expériences en faisant varier l'accélération a_0 et la taille de la goutte (donc avec plusieurs diamètres d_g). Le diamètre de la fibre de nylon $d_f \approx 0.30 \text{ mm}$ utilisée a été conservé identique pour toutes les expériences. Au besoin, les données expérimentales sont synthétisées dans les tables en annexe E.2.

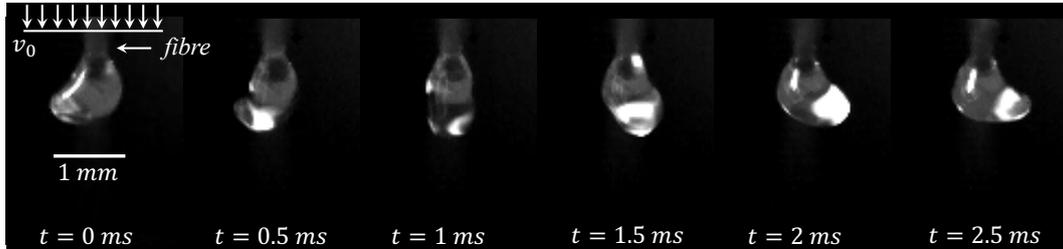


FIGURE 4.31 – Chronophotographie d'une grande déformation de la goutte lors de l'expérience 88, vue de dessus. L'écoulement provient du haut de l'image comme indiqué sur celle de gauche. Barre : 1 mm.

4.3.4.1 Description expérimentale du processus de fragmentation

Nous présentons quelques chronophotographies de la fragmentation de la goutte. Sur la figure 4.32 nous montrons quelques images de deux fragmentations successives (à gauche puis à droite, séparées d'un lapse de temps de 17 ms). L'intervalle de temps entre chaque image est de 1 ms. On voit la goutte s'allonger et relâcher des gouttelettes de petite taille dans l'écoulement. Ces gouttelettes relâchées sont très vite sphériques et sont bien distinctes du type de fragmentation *bag-stamen* décrit par Sahu *et al.* (2013) pour des gouttes visqueuses, avec des nombres de Weber $10 \leq We \leq 35$ et des nombres d'Ohnesorge $0.1 \leq Oh \leq 0.8$ (diamètre des gouttes d'environ 1 mm). Pour les fragmentations

montrées sur la figure 4.32, le nombre de Weber est environ $We \approx 36$ au moment de la fragmentation. Sur la figure 4.33 et 4.34 montrées sur les pages suivantes, nous visualisons la goutte adhérant à une fibre avec une vue de profil (la fibre peut se voir sur la droite des petites images). L'écoulement vient par le côté droit. Dans les deux expériences présentées la goutte se déforme sensiblement. Elle s'allonge et s'affine tout en continuant à adhérer à la fibre avec une hauteur d'adhérence e qui semble rester constante tant qu'il n'y a pas fragmentation (c'est-à-dire quand il n'y a pas de perte de volume). Il y a, sur ces deux expériences toujours, plusieurs fragmentations successives. La durée pendant laquelle la goutte s'allonge et finit par se fragmenter est de l'ordre de 10 ms . Dans l'ensemble de nos expériences, nous n'avons jamais observé de cas où la goutte se détache entièrement de la fibre. À chaque fois, nous estimons en considérant la taille de la goutte qui s'échappe, que la perte de volume est toujours inférieure à la moitié du volume initial de la goutte.

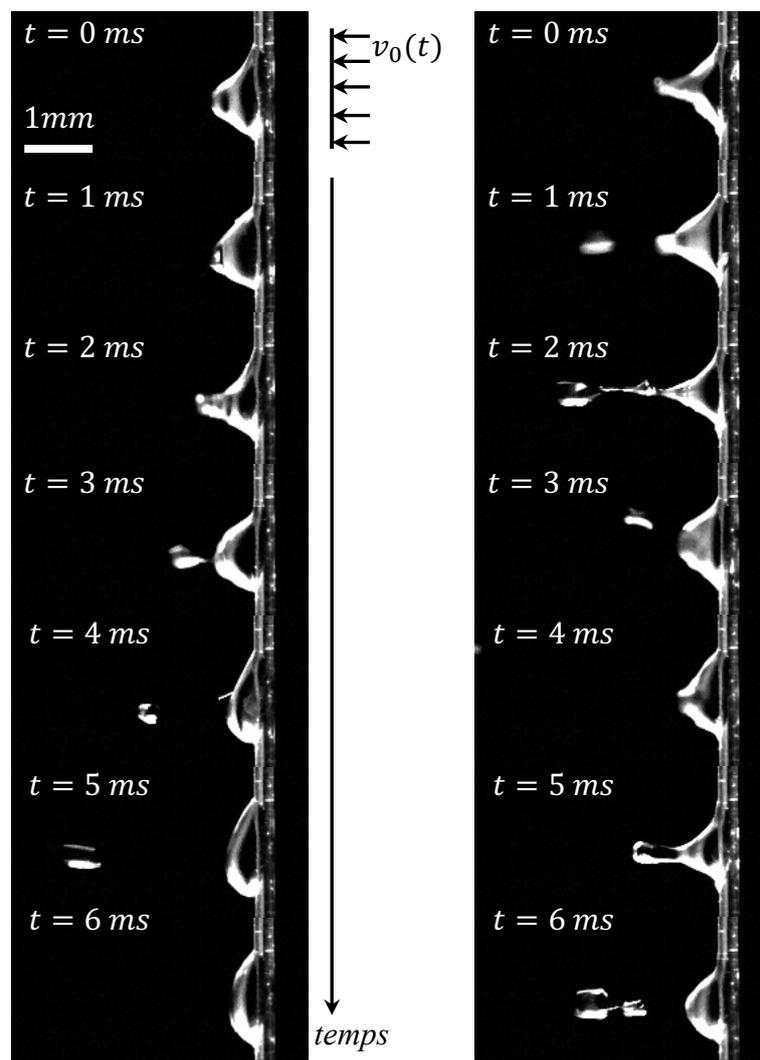


FIGURE 4.32 – Chronophotographie de plusieurs fragmentations lors de l'expérience 45, vue de profil. L'écoulement provient de la droite des images (indiqué sur la première image à $t = 0\text{ s}$). Le temps indiqué est initialisé à la première image (non au début de l'expérience). $a_0 = 58.5\text{ m.s}^{-2}$, $d_g = 0.70 \pm 0.02\text{ mm}$ avant fragmentation, $54.7\text{ m.s}^{-1} \leq v_0 \leq 56.9\text{ m.s}^{-1}$, $34.6 \leq We \leq 37.5$. Barre : 1 mm .

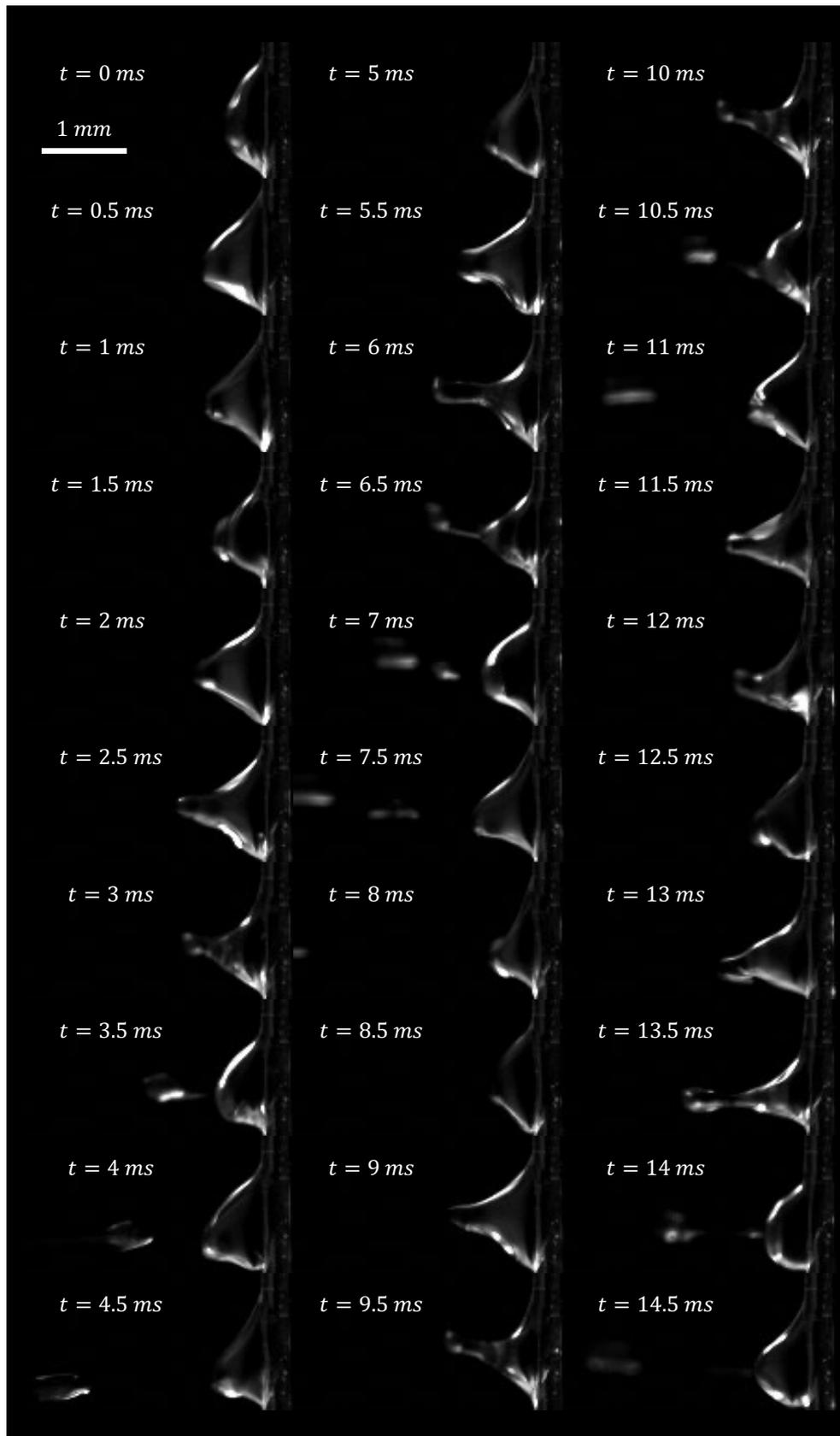


FIGURE 4.33 – Chronophotographie de la fragmentation de la goutte lors de l'expérience 46, vue de profil.

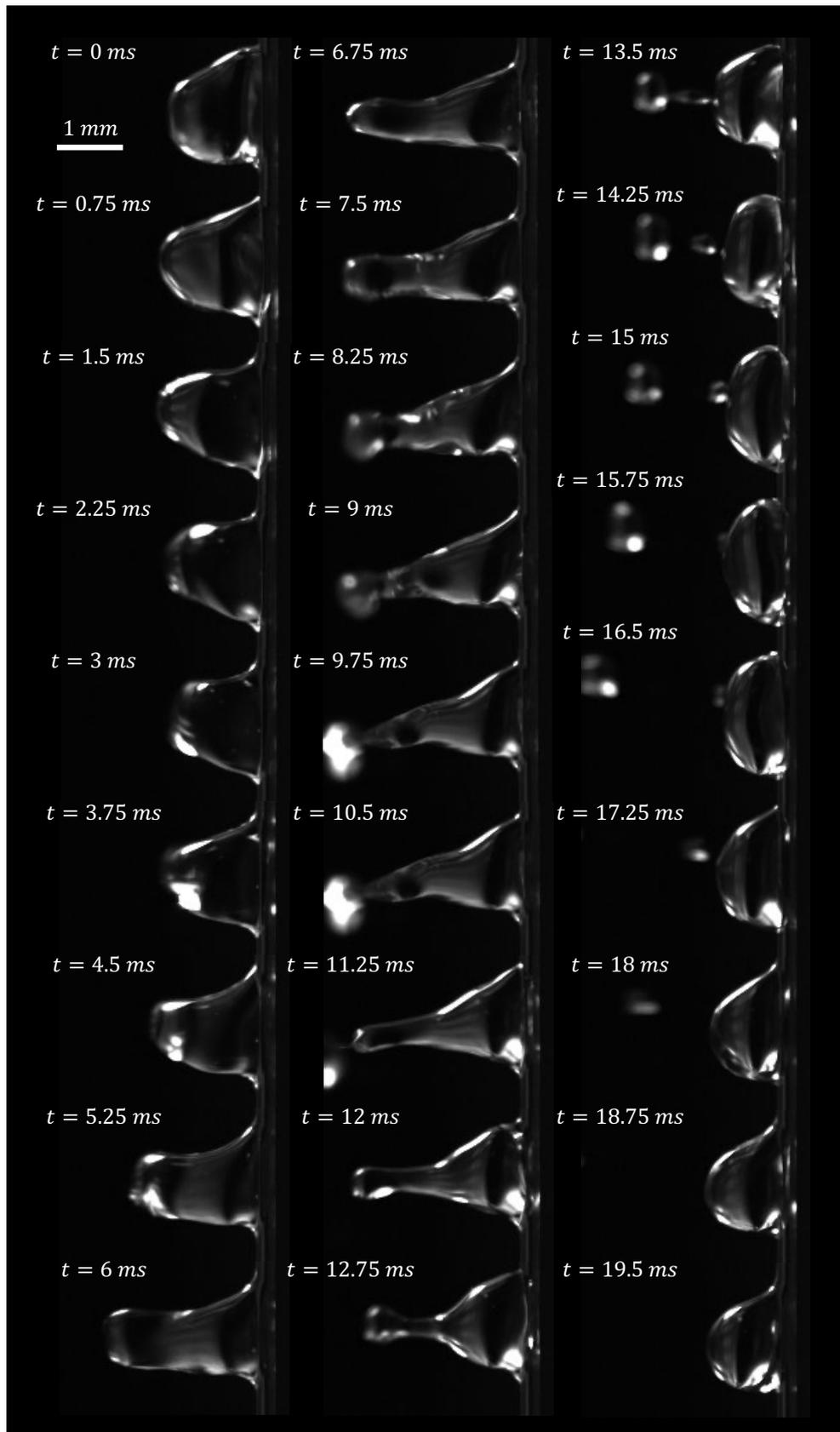


FIGURE 4.34 – Chronophotographie de la fragmentation de la goutte lors de l'expérience 28, vue de profil.

On constate également sur ces figures 4.33 et 4.34 que des parties de la goutte quittent le plan focal de la caméra lors de la déformation, suggérant que le mouvement de la goutte a également lieu dans la direction perpendiculaire au plan de l'image.

En effet, cette perspective ne permet pas d'appréhender correctement le processus de fragmentation. Nous avons donc changé l'angle d'observation. Nous montrons sur la figure 4.35 une chronophotographie avec une vue de dessus.

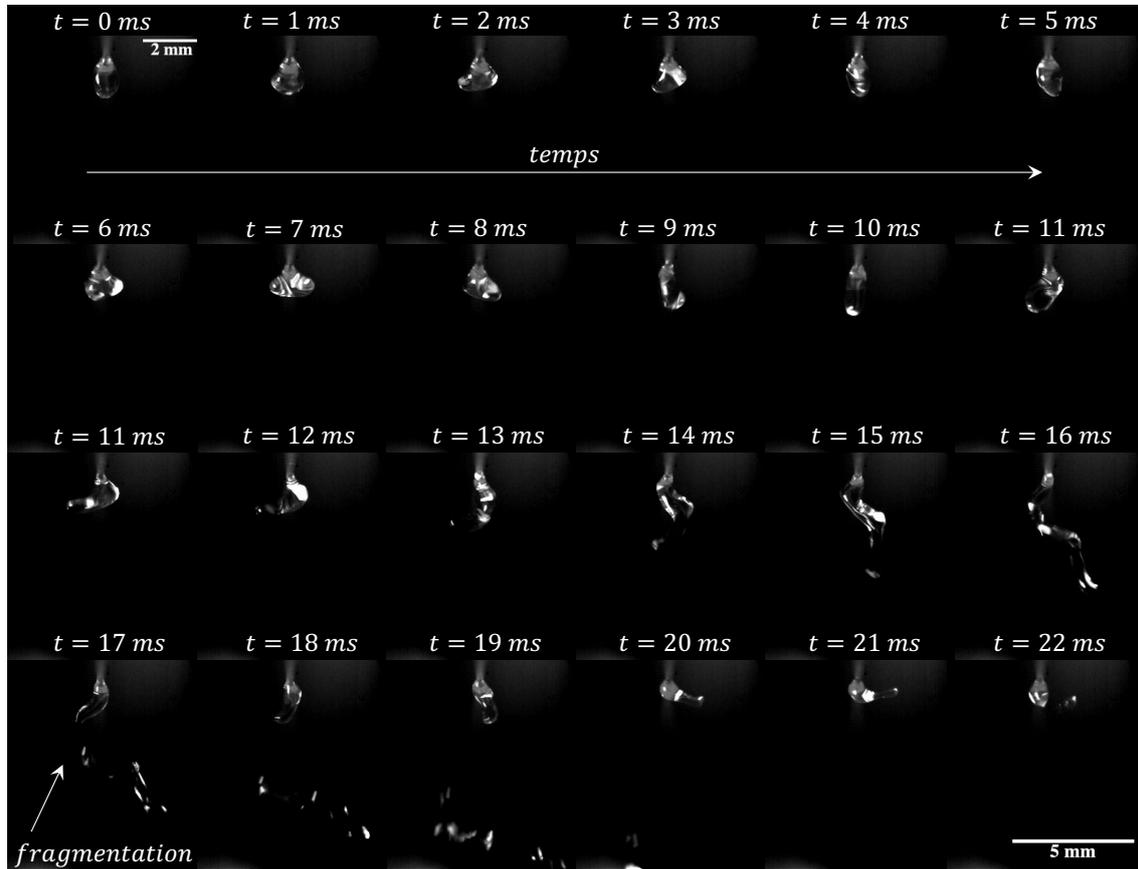


FIGURE 4.35 – Chronophotographie de la fragmentation de la goutte lors de l'expérience 89, vue de dessus. Le temps indiqué est initialisée à la première image que nous montrons. Basse blanche en bas à droite de 5 mm.

Sur la figure 4.35, nous visualisons vue de dessus la goutte se déformer puis fragmenter à $t = 17 \text{ ms}$. Nous observons de grandes déformations en S qui correspond à un ballotement de gauche à droite (nous le décrivons quantitativement un peu plus loin). Les déformations sont significatives. Notons que la déformation de la goutte peut avoir un effet sur le coefficient de traînée qui peut être très important (Luxford *et al.* (2005)). On observe que ces déformations sont très rapides (de l'ordre de 10 – 50 ms). Sur les images avec la vue de profil (figures 4.33 et 4.34) la ligne de contact avec la fibre ne semble pas se rétracter, la force de traînée appliquée sur la goutte ne la détache pas progressivement de la fibre : nous n'observons pas de changement quant à la hauteur e de la goutte représentant les extrémités verticales en adhésion avec la fibre. Au contraire, la fragmentation a lieu lorsque la goutte est trop allongée, une partie du volume se sépare après un amincissement du filament formé par la goutte qui est entraînée par l'écoulement. Ceci est à mettre en contraste avec l'idée que la goutte se détacherait progressivement par rétractation de la ligne de contact, comme étudié par Hotz *et al.* (2015). En effet, le mécanisme de fragmentation

observée ici est distinct physiquement de celui du détachement. Nous essayons dans ce qui suit de chercher une explication physique à ce processus.

4.3.4.2 Résultats quantitatifs sur la fragmentation

Passons aux résultats quantitatifs. Les données sont discriminées suivant que la goutte fragmente ou non, et sont montrées sur la figure 4.36. Les incertitudes sont calculées pour l'accélération à partir des données de la calibration de la machine (l'accélération n'est pas rigoureusement constante comme on peut le voir sur les figures 4.7), ainsi que pour les mesures géométriques qui ont été faites à partir d'images avec une échelle graduée en demi millimètre (plusieurs centimètres sont visibles à chaque fois). Pour chaque valeur d'accélération a_0 il semble y avoir une taille de goutte critique à partir de laquelle la goutte se met systématiquement à se fragmenter.

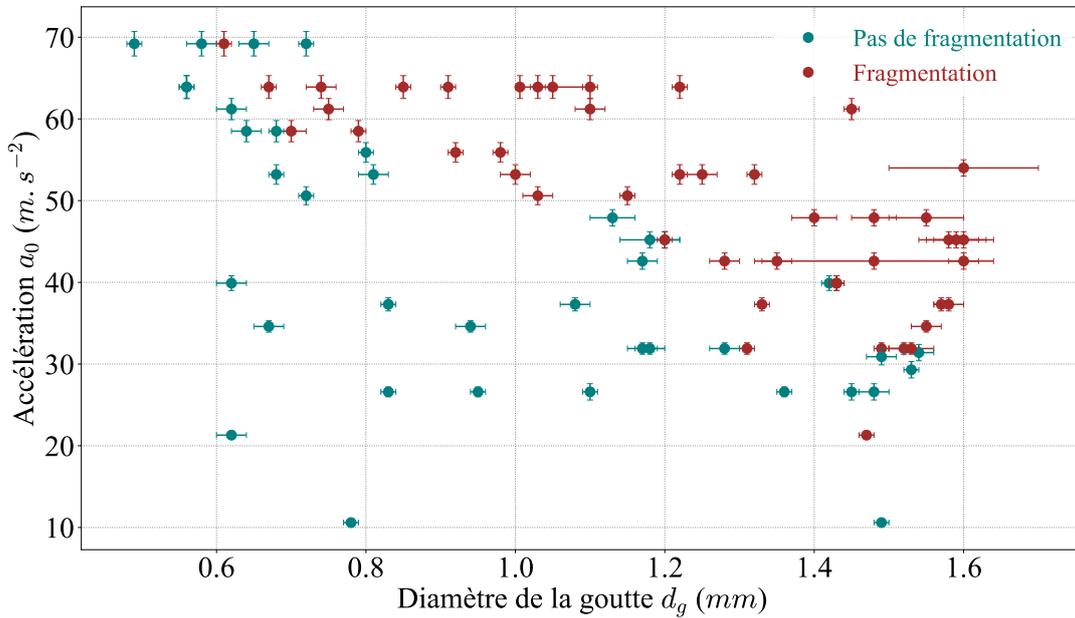


FIGURE 4.36 – Conditions de fragmentation de la goutte adhérant à une fibre de diamètre $d_f = 0.30 \text{ mm}$. Accélérations a_0 de 10 à 70 m.s^{-2} pendant 1 s suivi d'une décélération $-a_0$ pendant également 1 s.

La condition expérimentale n'est toutefois pas claire étant donné le faible intervalle de variation des grandeurs. La grandeur $\frac{d_g}{d_f}$ est en effet physiquement limitée par :

- La force de gravité et la force capillaire, qui limitent la taille de la goutte comme nous l'avons vu au chapitre 3 :

$$\frac{d_g}{d_f} \leq \left(\frac{6\gamma}{\rho_g g d_f^2} \Delta \cos(\theta) \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.59)$$

avec $\Delta \cos(\theta) = 0.23$ et pour l'eau $\gamma = 0.072 \text{ N.m}^{-1}$, on a donc $\frac{d_g}{d_f} \leq 4.83$, ce qui correspond approximativement à la valeur maximale que l'on trouve expérimentalement. Comme indiqué sur la figure 4.36, on ne peut pas augmenter davantage le diamètre de la goutte.

- La taille de la fibre : lorsque $\frac{d_g}{d_f} < 1$ la goutte est entièrement cachée derrière la fibre, elle n'est susceptible d'interagir qu'avec le sillage proche. Pour des gouttes où d_g est près de deux fois la taille de la fibre d_f , nous n'avons pas observé de fragmentation même à une accélération de l'ordre de 70 m.s^{-1} .

Sur la figures 4.37 nous représentons la vitesse de l'écoulement au moment de la première fragmentation v_{frag} en fonction de d_g . On note que cette vitesse varie sensiblement pour un même diamètre d_g . Très naïvement, dans une approche quasi-statique nous pouvons tenter d'estimer une force de traînée F_D associée à une sphère de rayon d_g , au moment de la fragmentation. Elle s'exprime par :

$$F_D = \frac{1}{2} \rho_f C_D v_{frag}^2 \pi \left(\frac{d_g}{2} \right)^2, \quad (4.60)$$

avec $C_D = 0.47$, on trouve $F_D \approx 1.3 - 20 \times 10^{-4} \text{ N}$. On peut également tenter d'estimer une force capillaire F_T qui s'opposerait au détachement de la goutte (par rapport à sa force d'équilibre statique), en considérant un périmètre maximal de la sphère πd_g ,

$$F_T \approx \gamma \pi d_g (\cos(\theta_r) - \cos(\theta_a)), \quad (4.61)$$

et en prenant pour l'eau $\gamma = 0.072 \text{ N.m}^{-1}$ on trouve $F_T \approx 0.46 - 1.0 \times 10^{-4} \text{ N}$.

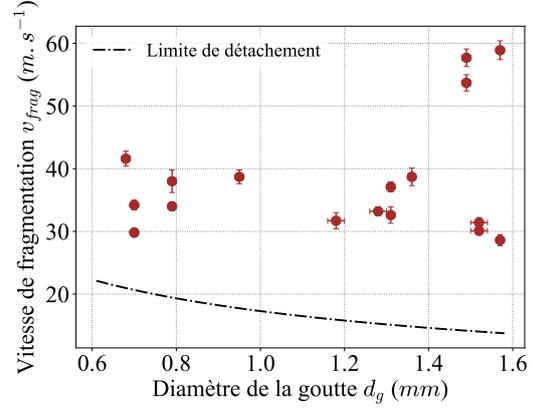
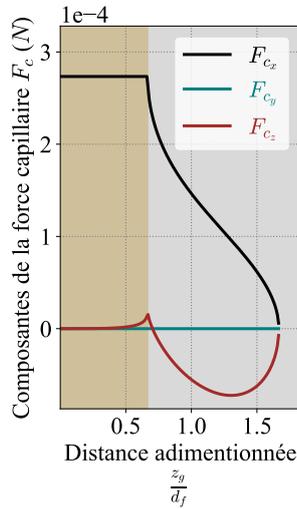
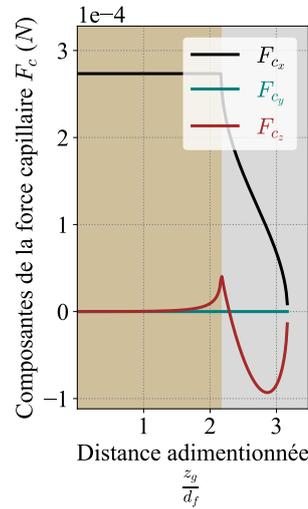


FIGURE 4.37 – Vitesse de fragmentation $v_{frag} \text{ (m.s}^{-1}\text{)}$ en fonction du diamètre de la goutte $d_g \text{ mm}$. Courbe en pointillé : limite de détachement de l'équation (4.62).



(a) $d_g = 0.7 \times 10^{-3} \text{ m}$



(b) $d_g = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}$

FIGURE 4.38 – Variation des composantes de la force capillaire (en N) en fonction de la distance centre à centre z_g adimensionnée pour une fibre de diamètre $0.3 \times 10^{-3} \text{ m}$, et deux diamètres de goutte minimales et maximales de nos expériences. Eau sur fibre de nylon, angles de contacts $\theta_r = 52^\circ$, $\theta_a = 71^\circ$. En gris, configuration *clam-shell*, en jaune configuration *barrel* (la goutte épouse tout le contour de la fibre). Résultat intégré numériquement à partir de l'équation (E.24).

Nous montrons les composantes de la force capillaire sur la figure 4.38 pour les deux diamètres expérimentaux d_g maximal et minimal (calcul en annexe E). Si nous prenons une force capillaire F_T correspondant à la ligne de contact sur la fibre en configuration *clam-shell*, pour une fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ et une goutte de taille caractéristique $0.7 \text{ mm} < d_g < 1.6 \text{ mm}$, celle-ci est de l'ordre de $7.2 \times 10^{-5} \text{ N} \leq F_T \leq 9.3 \times 10^{-5}$. Il est étonnant que cette force soit plus faible que la force de traînée, et qu'en dépit de cela, la goutte ne se détache pas de la fibre. Lorsque les deux forces 4.60 et 4.61 sont comparables on a :

$$v_{frag} \approx \sqrt{\frac{8\gamma (\cos(\theta_r) - \cos(\theta_a))}{\rho C_D d_g}}. \quad (4.62)$$

On a tracé cette condition sur la figure 4.37. On constate que la tendance ne correspond pas (même si on changeait le coefficient de traînée), et les points sont tous au-dessus de cette courbe. Or, la goutte ne se détache pas de la fibre. Cela ne permet pas de comprendre nos expériences qui semblent indépendantes de la vitesse.

Notons que [Cazaubiel et Carlson \(2023\)](#), dans le cas d'un écoulement de fluide visqueux sur une fibre verticale, ont obtenu une fragmentation pour un nombre de Bond supérieur à l'unité, $Bo > 1$ et un nombre de Reynolds $Re > 1600$. Dans nos expériences, le nombre de Bond est inférieur : $0.03 \leq Bo \leq 0.54$. On a cependant (par une estimation grossière)

$$1300 \leq Re \leq 3100 \text{ avec } Re = \frac{d_g v_{frag}}{\nu_f}, \quad (4.63)$$

en prenant $\nu_f = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Dans ce régime, le sillage derrière une sphère est instable ([Sakamoto et Haniu \(1990\)](#)), et le coefficient de traînée est constant (il diminue fortement jusqu'à $Re \approx 10^3$).

Étant donné que [Cazaubiel et Carlson \(2023\)](#) ont utilisé un fluide sur leur fibre davantage visqueux que l'eau, on peut s'attendre à ce que la déformation puis fragmentation qu'ils observent nécessitent davantage d'énergie, donc une force de traînée plus élevée, et un nombre de Reynolds plus grand. Il faut toutefois noter que les nombres de Reynolds qu'on obtient sont du même ordre de grandeur. Notre raisonnement ne tient toutefois pas compte de la présence de la fibre qui n'est pas négligeable, ni de l'accélération de l'écoulement qui en elle-même induit une force dynamique supplémentaire, enfin cela ne tient pas compte non plus ni de la forme particulière de la goutte, ni du comportement du sillage.

Note 4.3.3 : Détachement d'une goutte sur une surface : analyse de [Hartland et Kumar \(1994\)](#)

On doit noter également que [Hartland et Kumar \(1994\)](#) ont étudié le détachement d'une goutte par la force de traînée exercée par un écoulement stationnaire ou la force centrifuge, la goutte adhérant à une surface plane ou un cylindre en rotation (2D). Ils observent également que seule une proportion du volume initial de la goutte est détachée par ces forces, ils notent cependant qu'elle est supérieure à la moitié du volume initial. Ils proposent d'incorporer la force de traînée ou la force centrifuge agissant sur la goutte à la force de gravité qui est alors modifiée, la forme de la goutte est ensuite calculée par intégration de l'équation (4.15). En procédant ainsi, ils sont capables également de suggérer une estimation du volume de la goutte détachée. Étant donné l'amplitude des déformations de la goutte et l'accélération de l'écoulement, il ne semble pas évident que cette approche puisse s'appliquer dans notre cas.

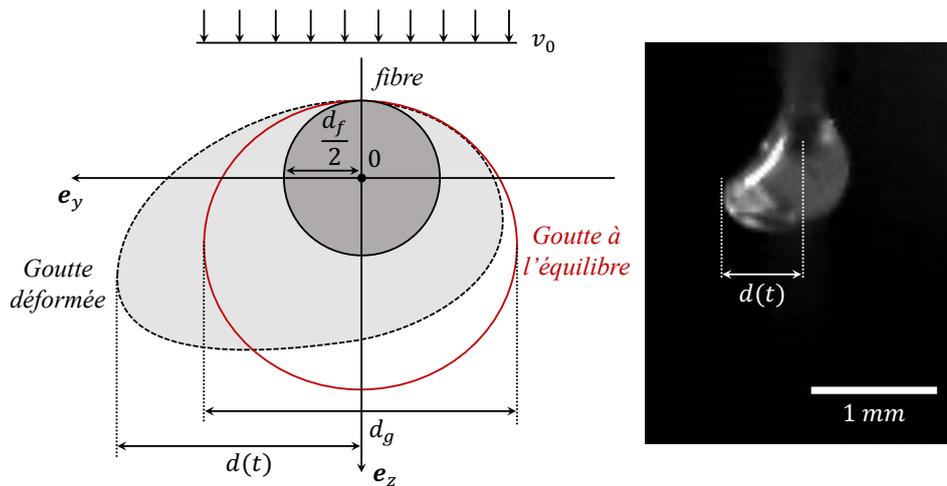


FIGURE 4.39 – Schéma de la notation pour la quantification de la déformation d de la goutte. À droite : goutte déformée vue de dessus (adhérant à la fibre).

Pour quantifier la déformation de la goutte, nous avons mesuré la largeur maximale de cette dernière au cours du temps. Cette longueur est représenté sur la figure 4.39 et est notée $d(t)$.

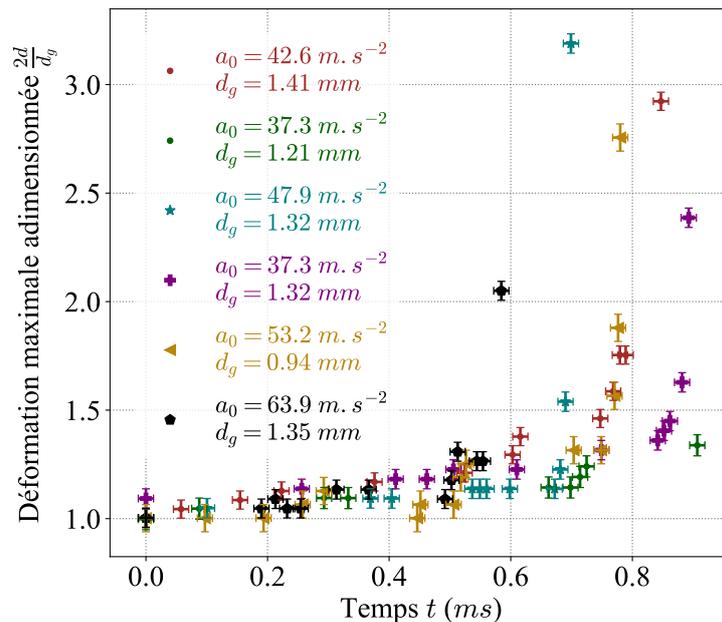


FIGURE 4.40 – Déformation d en fonction du temps t . La déformation est adimensionnée par le rayon de la goutte $\frac{d_g}{2}$. Les incertitudes sur le temps sont dues principalement à l'incertitude sur le temps initial de l'écoulement.

Sur la figure 4.40 on peut voir l'évolution de cette quantité au cours du temps pour plusieurs expériences. Nous observons une augmentation lente de la longueur de la déformation d , et une augmentation brutale à un certain temps. Plus l'accélération est grande, plus tôt a lieu cette explosion de la déformation. Plus le diamètre d_g de la goutte est grand, plus cette explosion est tôt. Par ailleurs, si cette déformation excède le diamètre d_g , alors

la goutte finit par se fragmenter. De manière cohérente, ce n'est pas le cas par exemple pour les points verts (expérience 85) dans ce cas la goutte ne fragmente pas, la déformation n'excédant pas $0.7d_g$ (cela peut s'expliquer par le fait que pour cette expérience, le régime des grandes déformations arrivent lorsqu'on atteint la vitesse maximale qui diminue ensuite). Ce changement brutal suggère que la cause physique est une combinaison entre des effets aérodynamiques et la dynamique de la goutte.

Nous proposons par conséquent de faire une analyse dimensionnelle pour tenter de caractériser cette variation soudaine de la déformation. Les grandeurs physiques impliquées sont :

- γ : la tension de surface de la goutte qui intervient naturellement lors de la déformation de la surface de la goutte. On s'attend à ce que plus la tension de surface est grande, plus les grandes déformations sont retardées, nécessitant davantage d'énergie pour déformer la surface.
- ρ_g : la masse volumique de la goutte, son rôle n'est pas évident.
- μ_g : la viscosité dynamique de la goutte. On s'attend à ce que plus cette viscosité est grande, plus les grandes déformations nécessiteront de l'énergie, donc le temps est retardé.
- a_0 : l'accélération du fluide autour de la goutte, qui fixe à chaque instant la vitesse de l'écoulement. On s'attend à ce que plus cette accélération est grande, plus les grandes déformations sont avancées.
- d_g : le diamètre de la goutte qui est lié à la surface apparente de la goutte du point de vue de l'écoulement, et donc impliqué dans le nombre de Reynolds. On s'attend à ce que plus ce diamètre est grand, plus les grandes déformations sont avancées.

On fait le choix de négliger l'accélération de la pesanteur g car la fragmentation et les grandes déformations semblent principalement contenues dans le plan perpendiculaire à la direction de la force gravitationnelle (l'amplitude de déformation dans la direction verticale semble plus faible). On fait également le choix de négliger la viscosité cinématique de l'air.

Nous appliquons le théorème de Vaschy-Buckingham. Les variables de notre problème sont : le temps t , un temps τ_0 associé à l'explosion de l'amplitude des déformations, et une longueur de déformation d de la goutte. On suppose que le nombre de paramètres dont dépend la variable τ_0 est de 5 (γ , ρ_g , μ_g , a_0 et d_g). On trouve un nombre de dimensions de 3 (seuls le temps, la masse, et la longueur sont impliqués). Par conséquent, on peut réduire le nombre de paramètres du problème à 2 nombres sans dimensions. Pour la distance d on compte le temps en paramètre supplémentaire. Ces variables peuvent s'écrire comme fonction des différents paramètres :

$$\tau_0 = f(\gamma, \mu_g, \rho_g, a_0, d_g), \quad (4.64)$$

$$d = g(t; \gamma, \mu_g, \rho_g, a_0, d_g). \quad (4.65)$$

On adimensionne à présent les variables. On note t_c le temps caractéristique d'adimensionnement ($\tilde{t} = \frac{t}{t_c}$). Nous choisissons :

$$t_c = \sqrt{\frac{d_g}{a_0}}. \quad (4.66)$$

De même, on choisit d'adimensionner la longueur de déformation d par

$$d_c = \frac{d_g}{2}. \quad (4.67)$$

On aboutit à

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{d_g}{a_0}} F \left(\frac{a_0 d_g^2 \rho_g}{\gamma}, \frac{\mu_g}{\sqrt{\rho_g \gamma d_g}} \right). \quad (4.68)$$

On trouve les deux nombres sans dimension suivants :

$$We^* = \frac{a_0 d_g^2 \rho_g}{\gamma}, \quad (4.69)$$

et

$$Oh = \frac{\mu_g}{\sqrt{\rho_g \gamma d_g}}. \quad (4.70)$$

On remarque en effet que l'on peut construire le nombre d'Ohnesorge qui intervient généralement dans la caractérisation de la déformation de gouttes. On remarque aussi que l'on peut construire un nombre qui s'apparente au nombre de Weber mais tenant compte de l'accélération, que nous notons We^* . Ce choix d'adimensionnement repose aussi sur le fait que ces nombres sont utilisés dans la littérature pour caractériser la fragmentation des gouttes (Sahu *et al.* (2013)). Nous traçons à présent le temps associé à l'explosion des déformations $\tau_0 \sqrt{\frac{a_0}{d_g}}$ en fonction de We^* avec les données expérimentales.

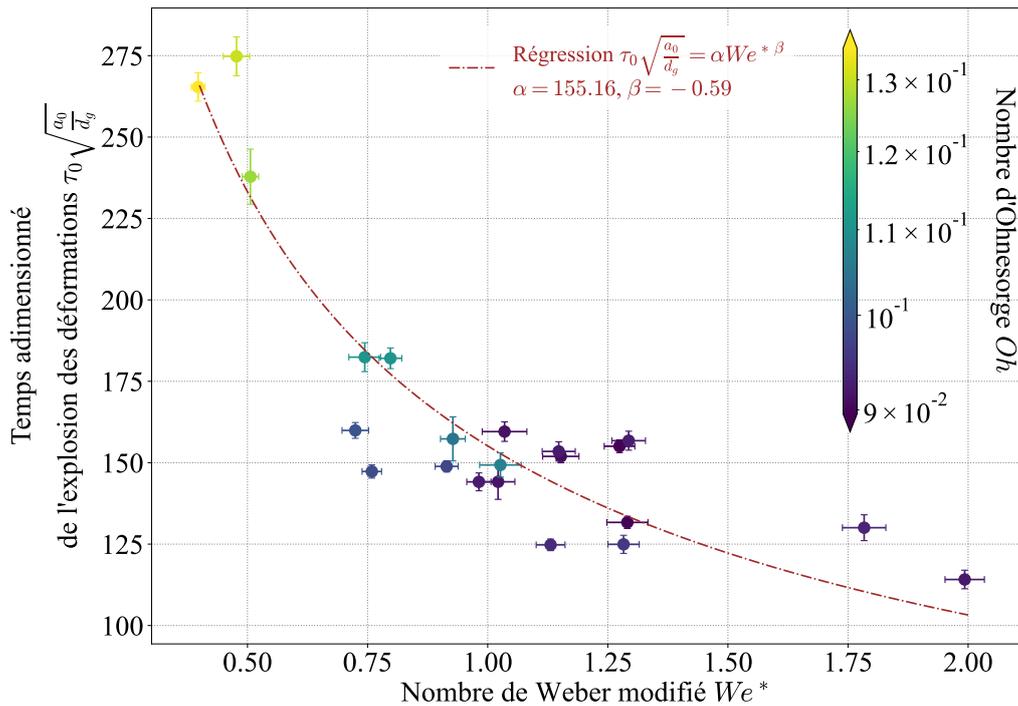


FIGURE 4.41 – Temps adimensionné de l'explosion des déformations $\tau_0 \sqrt{\frac{a_0}{d_g}}$ en fonction du nombre de Weber modifié We^* . La valeur du nombre d'Ohnesorge Oh est indiquée sur la barre verticale par une couleur.

Sur la figure 4.41, nous observons que les points semblent s'aligner sur une courbe décroissante. La variation du nombre d'Ohnesorge est très faible. De fait, dans nos expériences, nous n'avons fait varier que d_g et a_0 , la viscosité du fluide de la goutte et sa tension de surface restant constantes. Bintein *et al.* (2019) ont fait varier la viscosité (10 – 100 *cSt*) et constatent une faible dépendance du temps de fragmentation à la viscosité, mais une

dépendance importante au nombre de Weber (défini avec la vitesse de l'écoulement, non l'accélération, ils mènent leurs expériences à vitesse constante). Si l'on suppose que la dépendance au nombre d'Ohnesorge est négligeable, alors nous pouvons effectuer une régression sur les données de la figure 4.41. On trouve

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{d_g}{a_0}} \alpha We^{*\beta}, \quad (4.71)$$

avec $\alpha = 155$ et $\beta = -0.59$.

Nous observons bien que si l'on adimensionne le temps de la figure 4.40 avec τ_0 , toutes les différentes courbes des déformations s'alignent sur une seule courbe avec une explosion en $t = \tau_0$ comme nous le montrons sur la figure 4.42. De manière cohérente, les puissances de d_g et a_0 dans la formule (4.71) sont négatives : ces deux paramètres ont tendance à avancer le moment des grandes déformations comme on l'observe expérimentalement. La puissance de $\frac{\gamma}{\rho_g}$, elle, est positive, cette quantité retarde le moment des grandes déformations. Il serait intéressant de poursuivre cette étude en faisant varier les propriétés du fluide de la goutte et vérifier la relation 4.70.

On pourrait se demander si cet événement des grandes déformations ne correspond pas à l'établissement de vortex et des zones de recirculation changeant radicalement les forces de pression exercées sur la goutte. C'est-à-dire, le temps que le sillage développé remplace le pré-sillage (connu en anglais sous le nom de *forwake*). Nous n'avons pas trouvé de données concernant la sphère solide ni une goutte liquide. Cependant, d'après [Bouard et Coutanceau \(1980\)](#) le temps t_s associé au développement avancé de la vorticité pour un écoulement autour d'un cylindre, donnant lieu à des zones de recirculation et vortex bien établis dans le sillage est de l'ordre de $t_s = 1.5 \frac{d_f}{v_0}$. La vitesse du fluide est $v_0 = a_0 t$, une approximation de ce temps peut être donné par $t_s = \sqrt{1.5 \frac{d_f}{a_0}}$, soit dans nos expériences $2 \text{ ms} \leq t_s \leq 5 \text{ ms}$, voire 15 ms en spéculant avec le diamètre maximal de la goutte d_g . On a donc $t_s \ll \tau_0$, les vortex sont donc développés bien avant le moment de fortes déformations, il en résulte que le régime transitoire de développement de la vorticité ne semble pas être la cause de l' v nement de forte déformation que nous observons. Se produit-il alors plutôt un changement dans le régime du sillage ?

Avec le temps τ_0 empirique donné à l'équation (4.71), on peut calculer un nombre de Reynolds associé à l' v nement des grandes déformations :

$$Re_0 = \frac{d_g a_0 \tau_0}{\nu_f} \quad (4.72)$$

Ce nombre de Reynolds n'est pas tout à fait constant, il dépend des différents paramètres (a_0 , d_g , γ et ρ_g), ainsi que de la viscosité cinématique du fluide. Toutefois cette

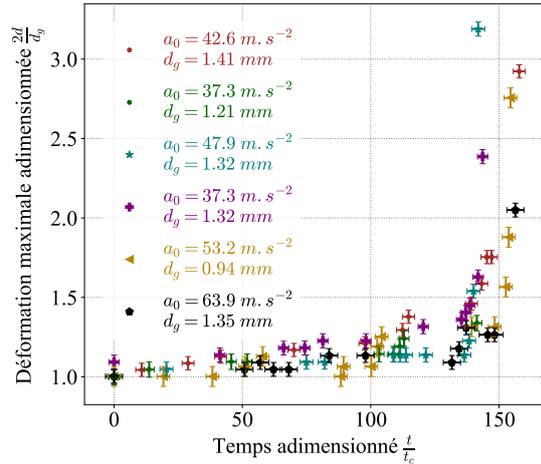


FIGURE 4.42 – Déformation adimensionnée $\frac{2d}{d_g}$ en fonction du temps adimensionné $\frac{t}{\tau_0}$. Les incertitudes sur le temps sont dues principalement à l'incertitude sur le temps initial de l'écoulement.

variation est faible, et avec les extrema des paramètres de nos expériences, on trouve l'encadrement suivant :

$$2386 \leq Re_0 \leq 3325. \quad (4.73)$$

La configuration d'une goutte adhérant à une fibre combine à la fois un cylindre et une sphère. Les caractéristiques de l'écoulement autour d'une sphère comme d'un cylindre évoluent avec le nombre de Reynolds. Pour le cylindre nous avons déjà synthétisé cette évolution dans la table C.1 à partir des données et observations de [Coutanceau et Defaye \(1991\)](#), [Freymuth et al. \(1986\)](#) et [Gerrard \(1978\)](#). On note S le nombre de Strouhal qui correspond à l'adimensionnement de la fréquence f_s avec la vitesse du fluide v_0 et le diamètre de la sphère que nous notons d_g :

$$S = \frac{f_s d_g}{v_0}. \quad (4.74)$$

Les données de [Mittal et Najjar \(1999\)](#) suggèrent que le nombre de Strouhal d'une sphère a presque la même valeur que celle d'un cylindre. Pour $Re \approx 650$: $S \approx 0.18$ et augmente jusqu'à $S \approx 0.2$ d'après [Sakamoto et Haniu \(1990\)](#). Plusieurs auteurs rapportent cependant une bifurcation autour d'un nombre de Reynolds $Re = 700$, à partir duquel deux fréquences sont possibles pour une sphère solide, la fréquence la plus basse étant toujours celle pour un nombre de Strouhal de $S \approx 0.2$.

On peut essayer d'estimer expérimentalement une fréquence à partir du ballotement de la goutte aux grandes déformations. Cette fréquence de ballotement est de l'ordre de $f_b \approx 190 - 220 \text{ Hz}$ pour $d_g \approx 1.50 \text{ mm}$ (exp. 89), $f_b \approx 210 - 250 \text{ Hz}$ pour $d_g \approx 1.39 \text{ mm}$ (exp. 86) et $f_b \approx 290 - 400 \text{ Hz}$ pour $d_g \approx 1.04 \text{ mm}$ (exp. 88). Cette fréquence est du même ordre que la fréquence de l'oscillation propre de la goutte observée dans la section 4.3.3 précédente, équation (??). En revanche, ces fréquences sont très éloignées des fréquences induites par l'écoulement. En effet pour un nombre de Strouhal de $S = 0.2$, on trouve une fréquence de $f_S \approx 4714$ (exp. 89), $f_S \approx 4635$ (exp. 86), $f_S \approx 8231$ (exp. 88). La fréquence de ballotement f_b est un ordre de grandeur en dessous la fréquence de Strouhal f_S .

La forme de la goutte change au cours du temps, ce qui change aussi le sillage et la force exercée sur la goutte. Le mécanisme de couplage entre l'écoulement et le ballotement reste à élucider car on ne peut invoquer une résonance simple entre l'émission de vortex et la goutte. À ce stade, il serait intéressant de faire une analyse de stabilité pour tenter de comprendre les mécanismes qui mènent à cette fragmentation.

4.3.4.3 Critère de fragmentation empirique

On peut définir un critère de fragmentation empirique, lorsque le temps t excède le temps critique τ_c à partir duquel la déformation est plus grande que le diamètre de la goutte : $d(\tilde{\tau}_c) = d_g$, au-delà la goutte est trop étirée et se casse. On ne peut guère être plus précis que $\tau_c \approx \tau_0$. On a alors la condition

$$t \geq \tau_c \approx \tau_0. \quad (4.75)$$

Dans nos expériences, la durée maximale est $t = 1 \text{ s}$. On peut en déduire l'accélération critique

$$a_c = 98 d_g^{-0.64} \left(\frac{\rho g}{\gamma} \right)^{-0.55} \quad (4.76)$$

Les résultats expérimentaux sont montrés avec le critère de fragmentation (4.76) sur la figure 4.43 ci-dessous. On constate que la courbe délimite deux régions : celle où la goutte

fragmente, et celle où elle ne fragmente pas. Cette délimitation n'est toutefois pas parfaite, on voit quelques points rouges et bleus de part et d'autre de cette courbe.

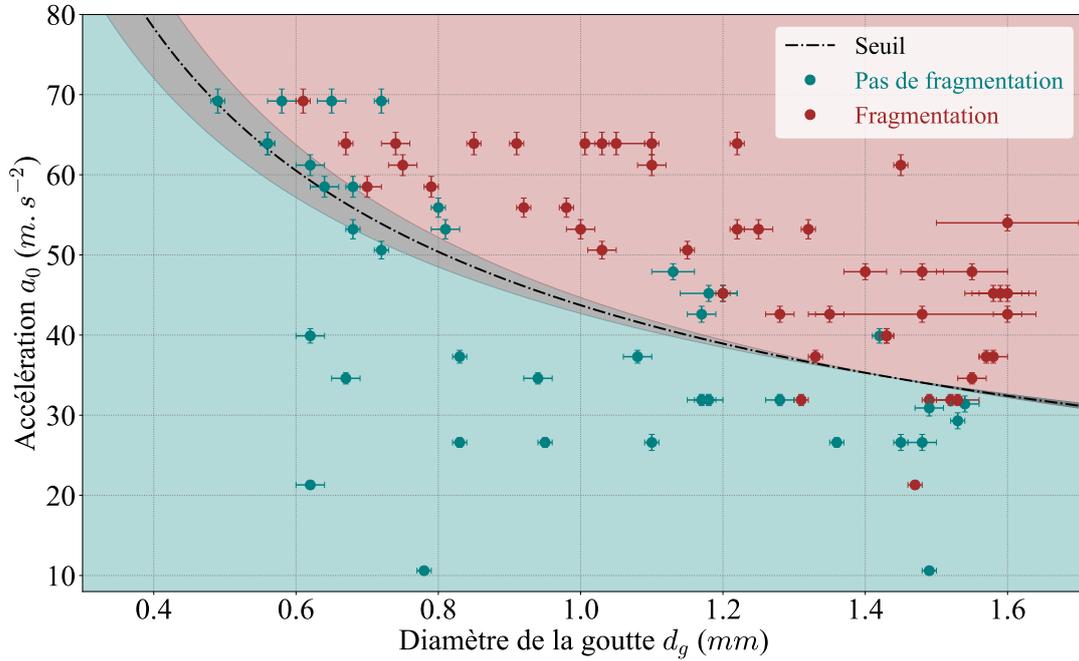


FIGURE 4.43 – Condition de fragmentation de la goutte adhérant à une fibre de diamètre $d_f = 0.30 \text{ mm}$. Accélération a_0 de 10 à $70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pendant 1 s suivie d'une décélération $-a_0$ pendant également 1 s. Courbe noire en pointillé : seuil de fragmentation issu de l'équation (4.76).

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exploré la fragmentation d'une goutte d'eau pure par une bourrasque de vent que nous avons modélisée par une accélération et décélération constante. Nous avons caractérisé expérimentalement le seuil critique du diamètre d_g de la goutte à partir duquel il y a fragmentation dans le cas d'une fibre de diamètre $d_f = 0.3 \text{ mm}$ pour des accélérations jusqu'à $70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Une fois la goutte posée sur la fibre et l'écoulement généré, on observe trois phénomènes distincts : la goutte initialement placée en amont se retourne en aval de l'écoulement, puis elle oscille verticalement et enfin dans certains cas elle se fragmente :

- D'une part, si la goutte est placée initialement du côté amont de l'écoulement, alors celle-ci effectue une **rotation** en quelques millisecondes sans déformation importantes. La goutte se retrouve alors du côté aval de l'écoulement. Nous avons proposé un modèle de ce retournement dans la section 4.3.2. La considération du moment cinétique de la force de traînée donne le bon ordre de grandeur du temps de cette rotation.
- D'autre part, nous observons un régime dans lequel la goutte oscille verticalement sans déformations importantes. Cette **oscillation** ne dépend pas de la vitesse de l'écoulement, mais est fortement dépendante des paramètres géométriques de la goutte, en particulier de sa hauteur e et du volume V_g . La fréquence d'oscillation

verticale f_g est une oscillation propre de la goutte et suit une loi en

$$f_g = 0.29 \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_g V_g}}. \quad (4.77)$$

Bien que du même ordre de grandeur, les valeurs sont toutefois inférieures à celles données pour le mode 2 de l'oscillation propre d'une goutte libre. Nous suggérons que l'adhésion de la goutte explique cette différence, et qu'un mode 1 de fréquence non nulle doit exister comme cela a été montré pour une goutte en adhésion avec une sphère. Par ailleurs, les mouvements dans les autres directions semblent beaucoup moins prononcés et aucune fréquence ne semble dominer.

- Enfin, nous observons un régime dans lequel la goutte se déforme de manière importante principalement dans un plan horizontale (perpendiculaire à la fibre). Ces déformations atteignent de l'ordre du diamètre d_g de la goutte. Lorsque ces déformations sont trop importantes, la goutte se fragmente. Nous observons que pour une accélération a_0 donnée, cette **fragmentation** a lieu systématiquement à partir d'un diamètre d_g critique. Nous n'avons pas observé de cas où la goutte se détache totalement de la fibre, c'est toujours une fraction du volume de la goutte. La fréquence de ballonnement est du même ordre de grandeur que celle de la fréquence propre d'oscillation, et est un ordre de grandeur au-dessous la fréquence de Strouhal. À partir d'une analyse dimensionnelle et de nos données, nous avons déduit empiriquement un temps τ_0 associé à l'explosion des déformation (qui correspond environ au temps de fragmentation) :

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{d_g}{a_0}} \alpha We^{*\beta}, \quad (4.78)$$

avec $\alpha = 155$ et $\beta = -0.59$ et $We^* = \frac{a_0 d_g^2 \rho_g}{\gamma}$.

Pour les bourrasques que l'on peut rencontrer sur des plaines dégagées comme celles rapportées dans le chapitre 3, les valeurs d'accélération sont beaucoup plus faibles que celles qui semblent nécessaires pour qu'il y ait fragmentation pour cette taille de fibre. Pour la toux en revanche, les accélérations atteintes sont suffisantes pour que la goutte fragmente et que la partie fragmentée soit entraînée dans l'écoulement. La question se pose des conditions de ré-entraînement sur les masques lors de la toux ou l'éternuement. Dans ce cas les conditions de l'écoulement autour des gouttes dans le masque peuvent être très différentes. Pour esquisser une première réponse, il serait intéressant de refaire nos expériences en utilisant à la place de l'unique fibre, un échantillon de masque imbibé d'eau.

Il serait intéressant de poursuivre cette étude en faisant une analyse de stabilité. Nous suggérons également d'adapter l'analyse de [Strani et Sabetta \(1984\)](#) au cas d'une fibre pour déterminer l'influence de l'adhésion sur la fréquence propre d'oscillation de la goutte. Concernant les instabilités de sillage, le régime de fragmentation a lieu toujours à des nombres de Reynolds bien supérieurs au nombre de Reynolds critique à partir duquel les instabilités de sillage pour une sphère commencent : première bifurcation à $Re \approx 212$, deuxième bifurcation à $Re \approx 273$ ([Ern et al. \(2012\)](#)). Par ailleurs [Horowitz et Williamson \(2010\)](#) ont regardé le comportement du sillage d'une sphère qui remonte librement à des Reynolds plus élevés. Ils observent d'une part que le coefficient de traînée augmente significativement lorsque la sphère vibre pour $Re > 500$. Ils voient d'autre part une transition assez brutale dans le sillage autour de $Re \approx 1550$ et discutent de la possibilité d'une résonance entre deux types d'instabilités : celle de Kelvin-Helmholtz et celle associée aux

anneaux de vortex. Puisque ce nombre de Reynolds est très proche de celui à partir duquel nous constatons une fragmentation, il pourrait être intéressant d'observer directement le sillage derrière la goutte par ensemencement et visualisation avec une nappe laser par exemple pour mieux saisir ce qui se passe au niveau de l'écoulement. Enfin, nous n'avons pas exploré l'influence que pourrait avoir l'écoulement interne de la goutte sur ces grandes déformations (nous pensons notamment à la dissipation d'énergie bien que la viscosité de la goutte d'eau ne soit pas très élevée), ce qui pourrait être envisagé dans un travail futur.

ÉCOULEMENTS RESPIRATOIRES EN PRÉSENCE D'UN MASQUE CHIRURGICAL

Dans la première partie de ce manuscrit nous nous sommes intéressés à l'écoulement libre autour des textiles. Dans ce chapitre exploratoire, nous nous plaçons en quelque sorte à la frontière entre l'écoulement confiné dans un canal dont le textile remplit la section, et l'écoulement libre : nous proposons d'explorer expérimentalement l'écoulement respiratoire en présence d'un masque chirurgical. Le problème étant très vaste, nous choisissons de nous concentrer sur la pression entre le masque et le visage en adoptant une configuration simplifiée du problème. Ce chapitre, comme le chapitre 4 fait usage de la machine à tour du chapitre 3.

Table des matières

| | | |
|------------|--|------------|
| 5.1 | Introduction | 183 |
| 5.2 | Visualisation de l'écoulement en présence d'un masque | 184 |
| 5.3 | État de l'art | 186 |
| 5.4 | Dispositif expérimental | 188 |
| 5.5 | Résultats | 189 |
| 5.5.1 | Référence de la plaque pleine | 189 |
| 5.5.2 | Pression derrière un masque chirurgical | 192 |
| 5.5.3 | Vitesse de l'écoulement à travers le masque | 195 |
| 5.6 | Conclusion | 196 |

5.1 Introduction

Comment se comporte l'écoulement quand on expire et inspire en présence d'un masque ? Et quand on tousse ? Quelle proportion de l'écoulement passe à travers le masque et quelle proportion passe par les fuites ? Ces questions se posent lorsque l'on cherche à comprendre l'efficacité du masque. Mais contrairement à la simplicité apparente de ces interrogations, leur réponse soulève des difficultés expérimentales importantes. D'abord parce que compte tenu de la grande variabilité des écoulements respiratoires entre les individus et pour un même individu, si nous souhaitons réaliser des mesures systématiques et explorer les différents paramètres du problème (pour vérifier un modèle par exemple) il faut être capable de reproduire ces écoulements (ce que nous sommes parvenu à faire au chapitre 3). Ensuite, parce que la mesure des caractéristiques physiques de l'écoulement dans la configuration du masque posé sur un visage anthropomorphe est particulièrement ardue : l'écoulement est tri-dimensionnel, n'est pas cantonné à une direction, mais se distribue sur un angle solide supérieur à 2π stéradians (demi-sphère), la vitesse est généralement trop faible pour être mesurée autrement que par PIV (inférieure à 0.01 m.s^{-1}), la présence du masque et du visage gêne la visualisation de l'écoulement autour du masque mais surtout entre le

masque et la paroi du visage, ceci ajouté à la très faible distance entre ces deux derniers de l'ordre du millimètre ce qui rend très difficile l'introduction d'instruments de mesures tels que des fils chauds ou des tubes de Pitot. Enfin, quelle est la géométrie du problème ? En effet, la géométrie d'un visage est complexe et propre à chaque individu conduisant à une grande variabilité dans la taille des fuites, la forme du masque qui est attaché par les fils élastiques aux oreilles et de fait l'écoulement résultant.

Pour aborder ces questions, nous avons donc tenté de simplifier au maximum le problème et de comprendre déjà l'écoulement sur un textile en présence de fuites. Après une étude qualitative sur les écoulements respiratoires au travers un masque, nous proposons de réduire le problème à l'écoulement d'un jet sur un masque plan accroché parallèlement à une paroi solide (qui représente le visage). Nous mesurons la pression entre le masque et la paroi, mais aussi la vitesse de l'écoulement qui traverse le masque. Nous faisons varier à la fois le débit, et la taille des fuites pour explorer l'influence de ces paramètres.

5.2 Visualisation de l'écoulement en présence d'un masque

Nous nous proposons de commencer par visualiser et décrire l'écoulement en présence d'un masque chirurgical. Pour cela, nous reprenons la méthode Schlieren décrite au chapitre 3.

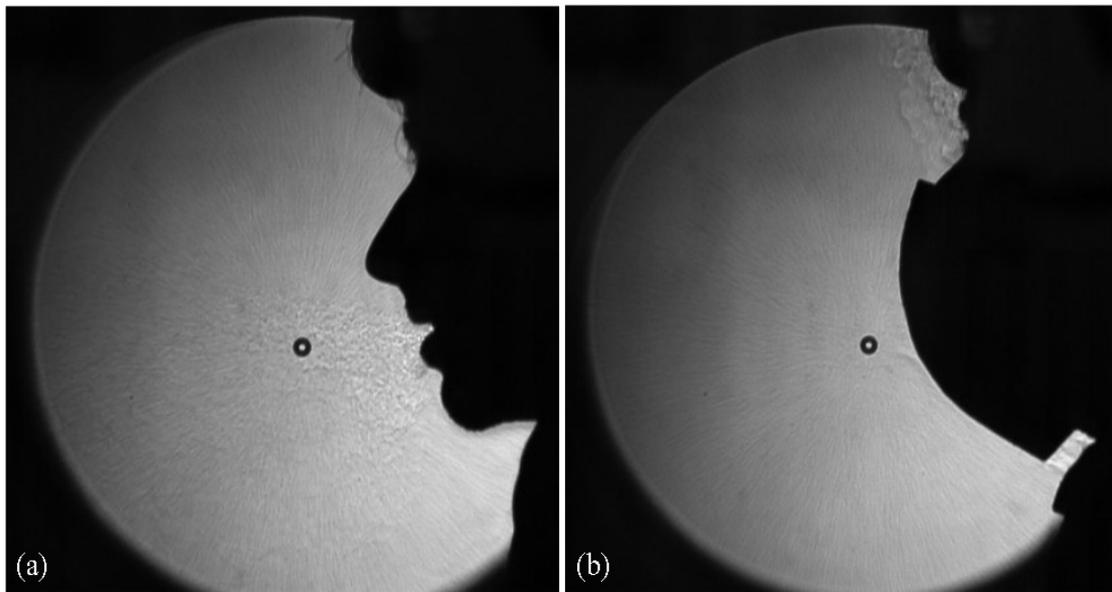


FIGURE 5.1 – Visualisation de l'écoulement lors d'un processus d'expiration lent (durée totale de l'expiration de 3.7 s. a) Panache turbulent lors de l'expiration. b) Expiration en portant un masque, on distingue l'écoulement qui passe par les fuites. (La caméra rapide enregistre à une fréquence de 4000 images par seconde).

Sur la figure 5.1 nous avons mis deux images obtenues avec la méthode Schlieren du montage décrit figure 3.7a. Sur l'image 5.1a, on observe un angle du jet formé par l'expiration d'environ 90° . Sur la figure 5.1b, on n'observe pas d'écoulement à travers le masque, en revanche l'air expiré chauffe le masque ce qui fait apparaître une légère convection de l'air situé à proximité de celui-ci. Tout l'écoulement passe par les fuites autour du masque. Ce résultat est aussi obtenu lorsque le sujet rit, où l'on n'observe pas d'écoulement à travers le masque, mais tout autour.

Sur la figure 5.2 ci-contre, nous explorons après avoir inspiré et rempli au maximum nos poumons. On constate que dans ce cas également l'air ne semble passer que par les fuites. Nous ne sommes pas parvenu à observer d'écoulement à travers le masque, peut-être du fait de sa perméabilité élevée et des très faibles vitesses en jeu.

En revanche, lors d'un événement comme une toux, une partie plus importante de l'écoulement passe au travers du masque, comme on le voit sur la figure 5.3. Sur cette figure nous montrons une séquence typique de toux à travers le masque chirurgical, qui a lieu sur une durée de 0.48 s.

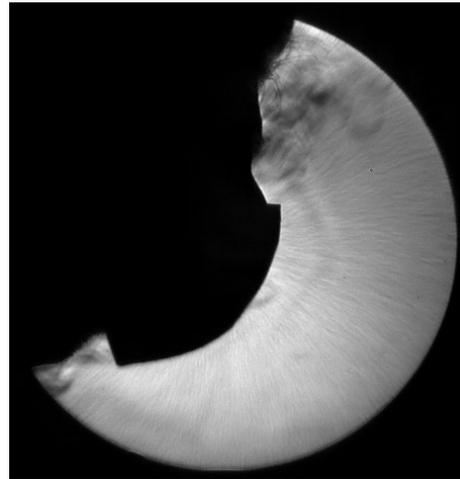


FIGURE 5.2 – Image de l'écoulement en soufflant par la bouche fortement après avoir rempli les poumons d'air. La caméra rapide enregistre à une fréquence de 5400 images par seconde.

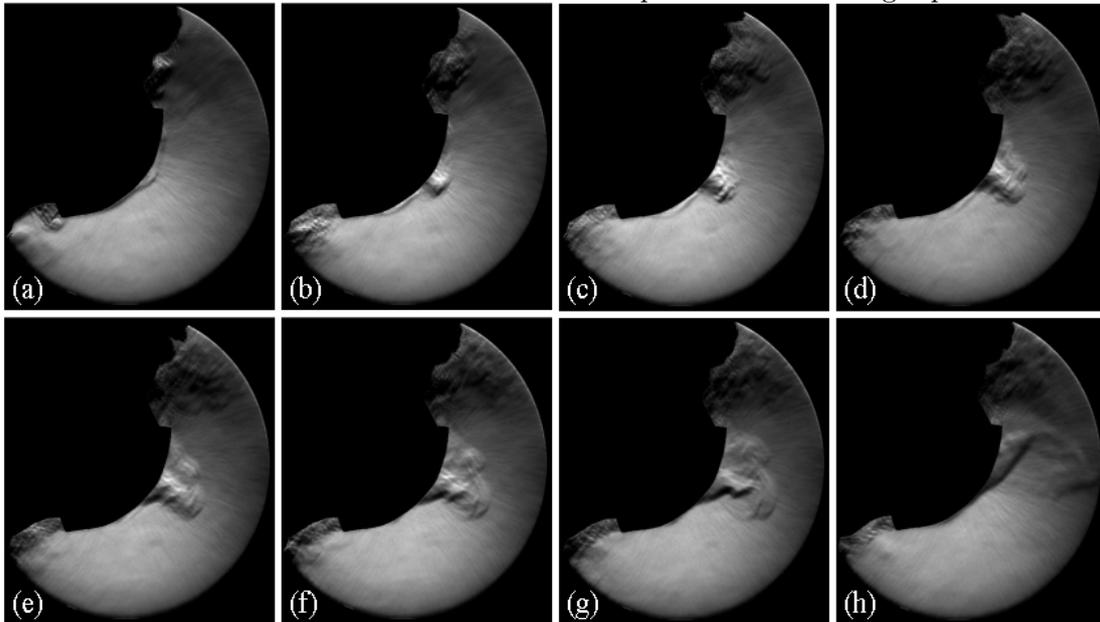


FIGURE 5.3 – Séquence des différentes étapes de l'écoulement lors d'une toux en présence d'un masque chirurgical. Images produites avec la méthode Schlieren et le montage avec *couteau de Foucault* illustré figure 3.7b, à 5400 images par seconde. De (a) à (g) images toutes les 200 images. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 0.037$ s, (c) $t = 0.074$ s, (d) $t = 0.111$ s, (e) $t = 0.148$ s, (f) $t = 0.185$ s, (g) $t = 0.222$ s, (h) $t = 0.481$ s. Le miroir que l'on voit sur les images a un diamètre de 30.0 ± 0.2 cm.

Bien qu'on observe une grande variabilité au cours des différentes expériences en termes de volume apparent passant à travers le masque, nous observons, à partir des vidéos prises, quatre étapes au cours de la toux :

1. D'abord, avant le pic de la toux, la pression augmente derrière le masque qui ne se déplace pas encore, l'écoulement passe surtout par les fuites au-dessus et au-dessous. Cela correspond à l'image 5.3a.

2. Ensuite, la pression ayant augmenté derrière le masque, l'écoulement finit par passer à travers le masque, mais continue de passer par les fuites au-dessus et au-dessous. Cela correspond aux images 5.3b et 5.3c.
3. Du fait de la pression exercée sur le masque, et celui-ci étant flexible, l'espace au niveau des côtés s'élargie car le masque est poussé en avant, et l'écoulement passe par les côtés, mais continue de passer aussi par les autres fuites au-dessus et au-dessous, tandis que l'écoulement à travers le masque diminue voire s'arrête, puisque l'augmentation des fuites fait diminuer la pression derrière le masque. Cela correspond aux images 5.3d, 5.3e, 5.3f et 5.3g.
4. Enfin, la toux s'arrêtant, la pression diminue ce qui fait revenir le masque à sa position initiale, l'écoulement passe surtout par les fuites au-dessus et au-dessous. Cela correspond à l'image 5.3h, où l'on voit que l'écoulement à travers le masque est arrêté et l'air qui a passé, chaud, monte par convection.

Si on calcule grossièrement la vitesse (de manière plus qualitative que quantitative à l'aide du logiciel PIVlab de MATLAB) au niveau de l'écoulement à travers le masque, on observe bien un pic très serré autour de 0.05 s environ après le début de la toux, comme illustré sur la figure 5.4, ce qui coïncide avec le pic de débit de la toux au niveau de l'orifice buccal (voir chapitre 3). On peut noter que la zone où l'écoulement est observé à travers le masque est petite devant la surface du masque et correspond à la surface la plus proche de l'orifice buccal (s'agissant de la toux).

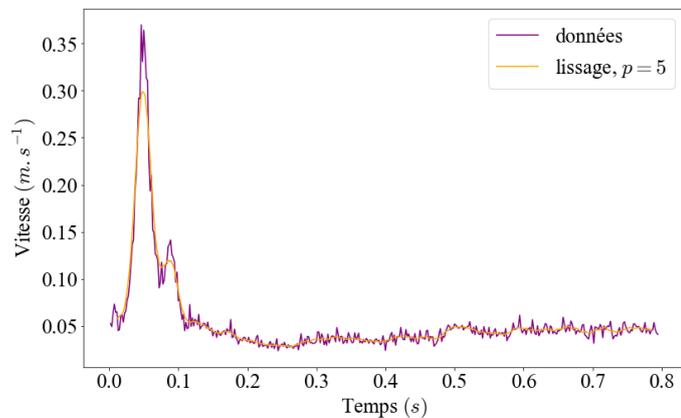


FIGURE 5.4 – Première approximation de la vitesse de l'écoulement dans une zone réduite devant le masque où l'écoulement a lieu.

5.3 État de l'art

La recherche associée à l'efficacité du masque, aux écoulements respiratoires humains et la caractérisation des aérosols émis lorsque l'on parle, tousse, ou respire, a explosé durant la pandémie de la Covid-19. Beaucoup de publications ont été faites autour de la propagation des aérosols, leurs caractéristiques et les processus de leur émission, ainsi que les écoulements lors d'événements tels que la toux avec et sans masque. Nous synthétisons les travaux qui ont retenu notre attention dans le tableau non exhaustif suivant. Beaucoup de simulations numériques ont été faites pour essayer de quantifier les champs de vitesse et les directions de l'écoulement en présence d'un masque. En revanche, les expériences sont bien moins nombreuses, et pour la plupart ont été faites *in vivo*, c'est-à-dire directement avec des individus. Or, comme nous l'avons souligné, il existe une grande variabilité des écoulements respiratoires selon les individus. L'usage d'une machine pour reproduire ces écoulements est un prérequis pour mieux comprendre la physique de ces écoulements en fonction des paramètres du système (comme la porosité du masque, la taille des fuites, les débits de l'écoulement et leur variation dans le temps). Nous avons mis en évidence

les cases du tableau pour les publications qui nous intéressent principalement pour nos travaux expérimentaux (en beige clair).

| Méthode expérimentale ou de simulation | | Articles sur les écoulements respiratoires avec un masque | Articles sur les écoulements respiratoires seuls ou la dispersion des aérosols due à la respiration | Articles sur les propriétés des aérosols | Articles sur les propriétés et l'efficacité des masques |
|---|----------------------------|---|---|---|--|
| In vivo : volontaires humains | | Bahl <i>et al.</i> (2020a;b), Bhagat <i>et al.</i> (2020), Bourriane <i>et al.</i> (2022), Chen <i>et al.</i> (2021), Kahler et Hain (2020), Simha et Rao (2020), Tang <i>et al.</i> (2009), VanSciver <i>et al.</i> (2011) | Abkarian et Stone (2020), Bourouiba <i>et al.</i> (2014), Gupta et Chen (2009), Lee <i>et al.</i> ; (2016), Nishimura <i>et al.</i> (2013), Simha et Rao (2020), Stelzer-Braid <i>et al.</i> (2009), Tang <i>et al.</i> (2012; 2011), Xie <i>et al.</i> (2009), Zayas <i>et al.</i> (2013) | Chao <i>et al.</i> (2008), Edwards <i>et al.</i> (2004), Fabian <i>et al.</i> (2008), Fairchild et Stampfer (1987), Han et Huang (2013), Morawska <i>et al.</i> (2009), Papineni et Rosenthal (1997), Yang <i>et al.</i> (2007) | Cherrie <i>et al.</i> (2018), Davies <i>et al.</i> (2013), Johnson <i>et al.</i> (2009), Leung <i>et al.</i> (2020a;b), Oberg et Brosseau (2008), van der Sande <i>et al.</i> (2008) |
| Simulation informatique et modélisation | | Chen <i>et al.</i> (2021), Dbouk et Drikakis (2020b), Perić et Perić (2020) | Bjorn et Nielsen (1998; 2002), Busco <i>et al.</i> (2020), Chaudhuri <i>et al.</i> (2020), Cummins <i>et al.</i> (2020), Das <i>et al.</i> (2020), Dbouk et Drikakis (2020a), Feng <i>et al.</i> (2020b), Iwasaki <i>et al.</i> (2012), Liu et Novoselac (2014), Nicas <i>et al.</i> (2005), Pendar et scoa (2020), Wang <i>et al.</i> (2021) | Bhardwaj et Agrawal (2020) | Xi <i>et al.</i> (2020) |
| In vitro : simulateur de respiration ou de toux | Disponible sur le marché | Hui <i>et al.</i> (2012; 2015) | Lindsley <i>et al.</i> (2012) | - | Lindsley <i>et al.</i> (2014) |
| | Fabrication en laboratoire | Bourriane <i>et al.</i> (2021b), Verma <i>et al.</i> (2020a;b) | Bjorn. (2000), Bjorn et Nielsen (2002), Bourouiba <i>et al.</i> (2014), Ichikawa <i>et al.</i> (2016), Lindsley <i>et al.</i> (2012; 2013), Liu et Novoselac (2014), Poon et Lai (2011), Ronen <i>et al.</i> (2020) | Edwards <i>et al.</i> (2004) | Balazy <i>et al.</i> (2006), Eninger <i>et al.</i> (2008), Lai <i>et al.</i> (2012), Lindsley <i>et al.</i> ; (2014), Mahdavi <i>et al.</i> (2014), Penconek <i>et al.</i> (2013), Rengasamy et Eimer (2011; 2012) |
| Autre dispositif expérimental de laboratoire | | - | Kahler et Hain (2020), Lee <i>et al.</i> | - | Cherrie <i>et al.</i> (2018), Hossain <i>et al.</i> (2020), Jung <i>et al.</i> (2014), Konda <i>et al.</i> , Maher <i>et al.</i> (2020), Mueller <i>et al.</i> (2018), Rengasamy <i>et al.</i> (2010), Zhou <i>et al.</i> (2018) |

TABLE 5.1 – Classification globale des articles en fonction de la question explorée et de la méthode employée. Étude bibliographique non exhaustive.

5.4 Dispositif expérimental

Nous proposons d'explorer le problème d'écoulement décrit sur la figure 5.6. Un masque plan (de forme carrée de côté $L_0 = 0.11 \text{ m}$) est placée parallèlement à une paroi solide à une distance e fixe. De l'air est injecté par un orifice dont le diamètre est fixé à $d_j = 2.0 \text{ mm}$. Ainsi une partie du volume d'air expiré ou inspiré (débit noté Q_0) peut passer par les fuites (débit noté Q_l) et une autre peut passer à travers le masque (débit noté Q_p). La mesure de pression entre le masque et la paroi se fait par un orifice de diamètre 1.5 mm placé dans la paroi relié à un capteur de pression par un tube de longueur 25 cm , la vitesse est mesurée au centre derrière le masque (en mauve). Le débit est mesuré juste avant l'orifice de sortie (entre 80 et 120 mm en amont de l'orifice de sortie) par le capteur décrit dans le chapitre 3. Le capteur de pression est un appareil à une seule membrane de la référence CP112-A0 de la maque C2AI, adapté aux très faibles pressions ($-100 \text{ Pa} \leq p - p_0 \leq 100 \text{ Pa}$) avec une incertitude maximale de l'ordre de 1.5 Pa et un temps de réponse¹ de l'ordre de 3 Hz . Nous avons calibré le capteur à l'aide d'un générateur de pression différentielle, en statique, le résultat est montré sur la figure 5.5, la relation est parfaitement linéaire entre la tension E et la pression différentielle $p - p_0$.

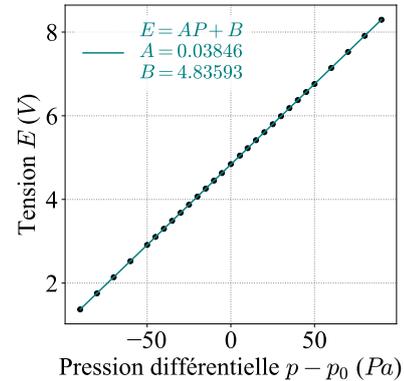


FIGURE 5.5 – Étalonnage du capteur de pression à l'aide d'un générateur de pression différentielle.

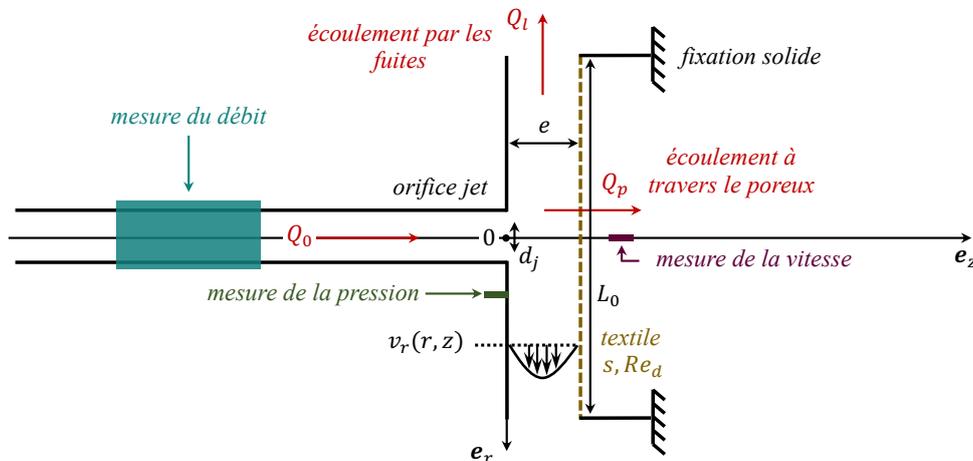


FIGURE 5.6 – Schéma de l'étude paramétrique de l'écoulement d'un jet axisymétrique confiné sur une surface poreuse. Le point de mesure de la pression est indiqué en vert. Nous avons également représenté d'un ressort pour modéliser le déplacement de la surface poreuse par différence de pression mais celui-ci est omis dans l'ensemble des expériences rapportées dans ce rapport : la surface est fixée par ses extrémités de manière solide.

1. Le temps de réponse du capteur de pression dépend beaucoup de la longueur du tube qui le relie au point de mesure, cette longueur a été minimisée au maximum pour permettre un temps de réponse le plus court possible.

5.5 Résultats

Nous avons commencé par mesurer la pression en fonction de la taille des fuites pour une surface pleine afin d'obtenir une référence. Nous observons une diminution de la pression lorsque la fuites augmentent. Nous poursuivons avec le cas d'un masque chirurgical et faisons également varier le débit. Nous mesurons enfin la vitesse au centre du masque dans la position indiquée figure 5.6.

5.5.1 Référence de la plaque pleine

Nous nous sommes placés dans la configuration de la figure 5.6, montrée en détail ci-contre sur la figure 5.7 en prenant une plaque pleine plane d'épaisseur 4 mm. Nous avons effectué plusieurs mesures de la pression différentielle $p - p_0$ où p_0 est la pression atmosphérique à l'abri de tout écoulement, et p est la pression mesurée en un point située sur la paroi tel que montré sur la figure 5.7, dont le centre est situé à une distance 19 mm du centre du jet. Pour cette série d'expérience, nous avons imposé un débit sinusoïdal d'amplitude $D_0 = 19.0 \pm 1.0 \text{ L.min}^{-1}$ et de période $T_0 = 10 \text{ s}$:

$$Q_0(t) = D_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \quad (5.1)$$

Nous avons donc à la fois l'expiration et l'inspiration. Le système d'acquisition de la pression est composé du capteur et du tube qui le connecte au point de prise de mesure de pression. La réponse en temps de ce système est suffisante (fréquence supérieure à 3 Hz) pour mesurer la pression du système pour la variation donnée du débit sinusoïdal dont la fréquence est de 0.1 Hz.

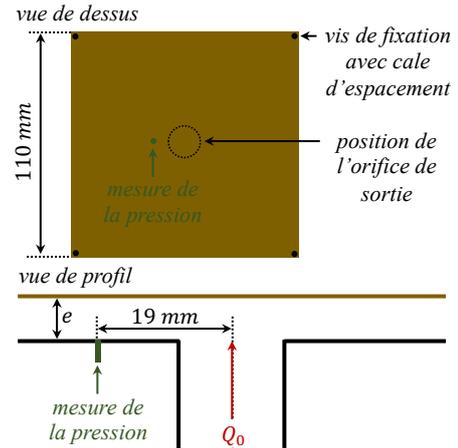
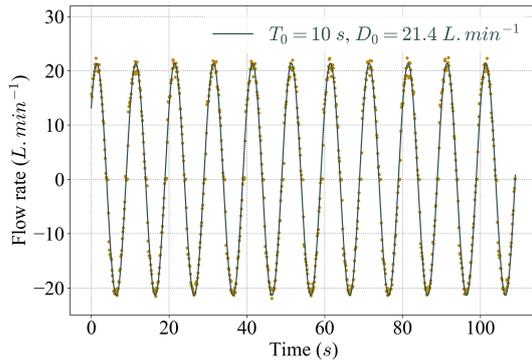
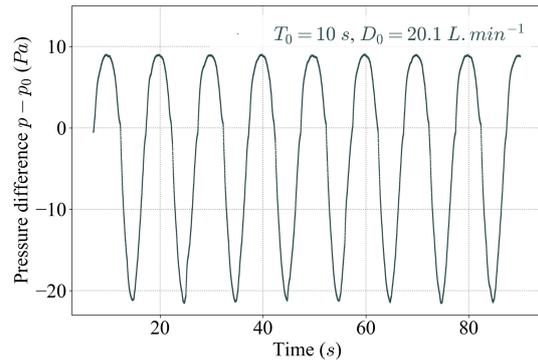


FIGURE 5.7 – Détail de la configuration des fixations et du point de mesure de la pression pour la plaque pleine plane.



(a) Débit en fonction du temps. La courbe foncée correspond à la meilleure régression sinusoïdale.



(b) Différence de pression $p - p_0$ pour la plaque pleine.

FIGURE 5.8 – Mesure du débit et de la pression en fonction du temps.

Sur la figure 5.8 nous montrons un exemple de mesure du débit (figure 5.8a) et de la pression (figure 5.8b). Nous constatons que la pression est périodique de même fréquence que le débit, mais est dissymétrique entre l'inspiration et l'expiration. Par ailleurs, la différence de pression est positive lors de l'expiration et négative lors de l'inspiration.

Les résultats de mesure de pression selon plusieurs distances e sont affichés sur la figure 5.9. Chaque point est la moyenne de 40 expériences répétées (c'est-à-dire sur 40 maxima de débit). Nous affichons en abscisse l'aire de la section des fuites S_l , la surface S_l a été mesurée par analyse d'image, à partir d'images prises des quatre côtés de la surface. On peut remonter à une distance moyenne $e = \frac{S_l}{4l - \delta}$, où l est la longueur de la plaque pleine carré que nous avons utilisée expérimentalement, en prenant soins de soustraire les distances δ occupées par les vis obstruant l'écoulement qui maintiennent la plaque à une distance e de la paroi d'où sort le jet (figure 5.7). Ces mesures ont été faites à une température d'environ $T = 20.0 \pm 1.0$ °C.

La courbe rouge correspond à un écoulement de Poiseuille. En effet, dans le cas d'une surface pleine, on peut trouver, dans l'approximation de Poiseuille, la variation de pression en fonction des paramètres du système. La différence entre la pression p au point de mesure (figure 5.6) et la pression de référence p_0 située dans l'air au repos (pression ambiante) est donnée par

$$p(r_0) - p(r) = \frac{6\nu\rho D_0}{\pi e^3} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right), \quad (5.2)$$

où ν est la viscosité cinématique de l'air, ρ la masse volume de l'air, D_0 le débit d'air dans l'espace dans la plaque pleine et la paroi solide, r est la distance au centre du point de mesure et r_0 est analogue à la demi-longueur de la plaque pleine, enfin e est l'épaisseur de l'espace entre la paroi et la plaque pleine. Cette expression est dérivée en détail dans le calcul 5.5.1.

Les paramètres du systèmes ayant été mesurées avec une certaine incertitude, nous avons également fait figurer cette incertitude dans la pression différentielle théorique obtenue à l'équation (5.2) sur la figure 5.9 (zone rougeâtre).

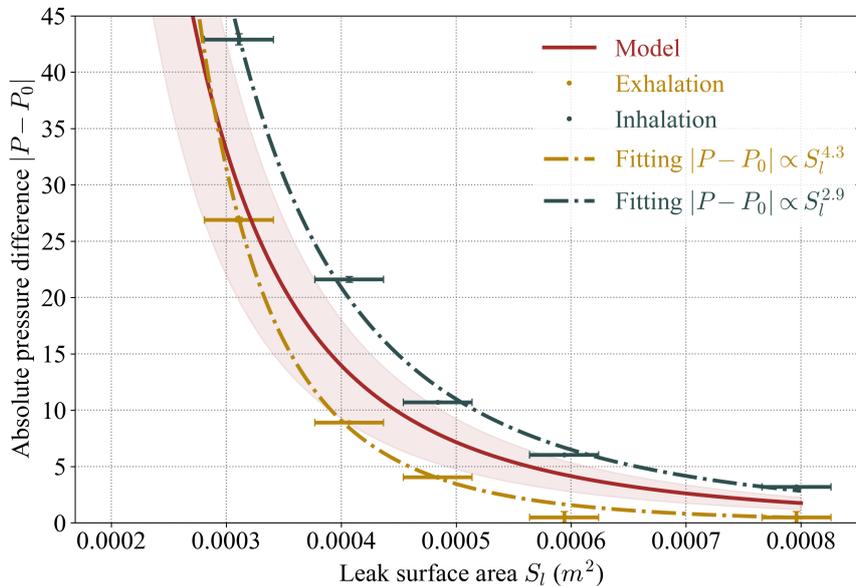


FIGURE 5.9 – Pression différentielle en fonction de l'aire des sections de fuite. La courbe théorique rouge est celle obtenue avec les données expérimentales des paramètres et le modèle obtenu précédemment à l'équation (5.2). Les courbes en pointillé sont celles obtenues après calculé la régression $|p(r) - p_0| = aS_l^b$ avec les paramètres a et b .

Nous constatons tout d'abord une dissymétrie entre l'écoulement expiratoire et ins-

piratoire, la valeur absolue de la différence de pression mesurée pour l'inspiration peut être plus du double de celle mesurée pour l'expiration. Nous pouvons faire au moins deux hypothèses pour expliquer cette différence.

La première hypothèse est que la surface pleine se déforme sous l'effet de la pression, réduisant ou augmentant ainsi la distance e localement, notamment au niveau du point de mesure de la pression. C'est ce que l'on observe par exemple pour le masque chirurgical fixé par les bords sur un support cadre carré. Nous avons utilisé dans nos expériences une plaque en acrylique d'épaisseur 3 mm . La différence de pression maximale mesurée est de 40 Pa , à supposer qu'elle soit constante sur toute la surface carrée de côté 0.11 m , la force appliquée est de $F_p = 0.48\text{ N}$, cela est équivalent à poser une masse sur toute la surface de 0.048 kg . Nous avons procédé au test de déformation sur la surface pleine fixée par ses 4 coins dans les configurations de l'expérience, et avons mesuré avec une masse de 0.880 kg une déformation maximale d'environ $0.29 \pm 0.03\text{ mm}$. La poids étant 18 fois supérieure au poids maximal subi par la plaque, cette hypothèse ne semble pas expliquer la dissymétrie mesurée.

La deuxième hypothèse repose sur une différence de l'écoulement entre l'inspiration et l'expiration, comme la présence de décollements de la couche limite au niveau des bords du système (sortie au niveau des fuites dans le cadre de l'inspiration, et bords de l'orifice du jet dans le cas de l'expiration).

Nous constatons également que la loi théorique en S_l^{-3} est très proche de la courbe expérimentale pour l'inspiration, mais moins correcte pour l'expiration dont la différence de pression évolue en $S_l^{-4.3}$. Cela peut être dû notamment au fait que le point de mesure de la pression est trop proche de la sortie du jet, et que l'écoulement est de moins en moins plan à mesure que l'on éloigne la surface pleine de la paroi solide. Il convient aussi d'être prudent sur les mesures de pression en elles-mêmes. Des mesures complémentaires en écoulement stationnaire sont envisagées pour vérifier qu'il n'y a pas d'erreur de mesure du fait du caractère non permanent de l'écoulement.

Calcul 5.5.1 : Écoulement de Poiseuille dans la configuration axisymétrique plane.

Si on suppose l'écoulement axisymétrique selon l'axe \mathbf{e}_z (figure 5.6), et une vitesse dont seule la composante v_r est non nulle, l'équation de conservation de la masse devient

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) = 0, \quad (5.3)$$

et en régime stationnaire, l'équation de conservation de la quantité de mouvement est réduite, en négligeant les termes d'advection, à l'équation de Stokes :

$$0 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(-\frac{1}{r^2} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right), \quad (5.4)$$

$$0 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (5.5)$$

Ainsi, d'après l'équation (5.5) la pression ne dépend que de r . De plus, d'après l'équation (5.3) la vitesse s'écrit

$$v_r(r, z) = \frac{c(z)}{r}, \quad (5.6)$$

et l'équation (5.4) s'écrit finalement

$$\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}(z) = \frac{r}{\nu \rho} \frac{dp}{dr}(r), \quad (5.7)$$

avec c une fonction de z uniquement, continue et dérivable au moins deux fois. Le terme de droite de l'équation précédente ne dépend pas de z . L'intégration de c est donc directe. Avec les deux

conditions aux bords de non glissement que l'on impose pour le cas de la plaque pleine, $v_r(r, 0) = v_r(r, e) = 0$, on obtient

$$v_r(r, z) = \frac{1}{2\nu\rho} (z - e) z \frac{dp}{dr}(r). \quad (5.8)$$

et

$$\frac{r}{\nu\rho} \frac{dp}{dr}(r) = K \quad (5.9)$$

La constante K est obtenue en intégrant le flux d'air sur un section de l'écoulement, qui est alors égal au débit D_0 que l'on impose au système. On a

$$\begin{aligned} D_0 &= \int_0^e \int_0^{2\pi} v_r(r, z) r d\theta dz \\ &= \frac{1}{2} \int_0^e \int_0^{2\pi} \frac{r}{\nu\rho} \frac{\partial p}{\partial r}(r) (z - e) z d\theta dz \\ &= \frac{1}{6} \pi K e^3 \end{aligned} \quad (5.10)$$

D'où l'on déduit K . On a donc

$$\frac{\partial p}{\partial r}(r) = \frac{6\nu\rho D_0}{\pi e^3} \frac{1}{r} \quad (5.11)$$

Après intégration, on a entre les points situés à une distance r_0 et r de l'origine,

$$p(r_0) - p(r) = \frac{6\nu\rho D_0}{\pi e^3} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right) \quad (5.12)$$

5.5.2 Pression derrière un masque chirurgical

À présent, on remplace la plaque pleine par le masque chirurgical. Ce dernier étant beaucoup plus flexible que la plaque pleine, nous avons construit un dispositif de support permettant de réaliser la mesure sans que des déformations interviennent au cours de l'expérience. Le support est décrit sur la figure 5.10 ci-contre. Nous avons pris soin de ne mettre aucun obstacle sur le passage de l'écoulement du côté du point de mesure de la pression. Le point de mesure de la pression est situé en dessous d'une des parties du support solide de sorte que la condition aux limite sur l'axe vertical à ce point soit un solide non perméable. Le masque est laissé libre sur toute la surface d'ouverture de l'orifice de sortie du jet, de sorte à ce que l'air puisse passer à travers le masque. Le support ne représente que 20 % de l'aire du masque (de côté 110 mm). Par conséquent l'air est susceptible de passer à travers le masque sur une superficie de $2.42 \times 10^{-3} m^2$.

Sur la figure 5.11, on montre la valeur absolue de la pression différentielle entre le point de mesure située sur la paroi derrière le masque et la pression ambiante p_0 (une décade de variation) pour plusieurs valeurs de débit D_0 (une décade de variation), et une taille des fuites très proche entre les différentes mesures. On constate que la pression différentielle augmente de manière non-linéaire pour le masque

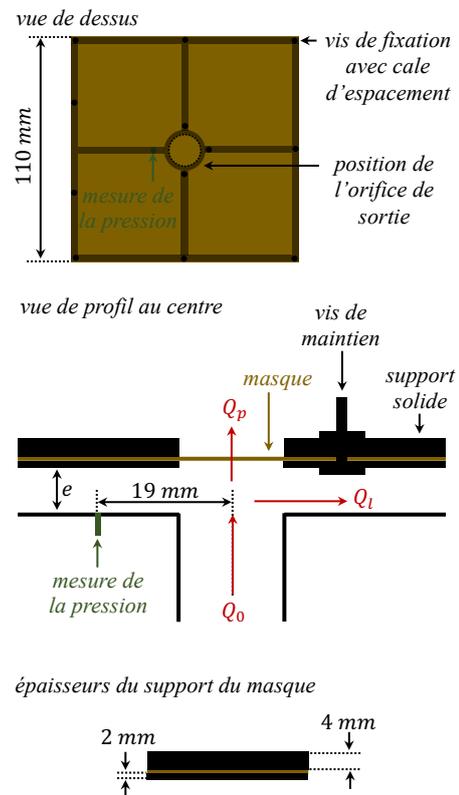


FIGURE 5.10 – Détail de la configuration des fixations et du point de mesure de la pression pour le masque.

lorsque le débit augmente. On constate également que la pression lors de l'inspiration est systématiquement plus faible que lors de l'expiration, ce qui suggère que davantage d'air s'écoule à travers le masque lors de l'expiration que l'expiration. Nous avons fait cette même mesure avec une surface de solidité $s = 1$ (points noirs et rouges). On remarque que les valeurs de pression pour la plaque pleines sont très proches des celles du masque, voire légèrement supérieures pour le plus fort débit. Le fait qu'elles ne sont pas systématiquement plus grandes doit s'expliquer par le fait que la hauteur e est un peu plus élevée que pour le masque.

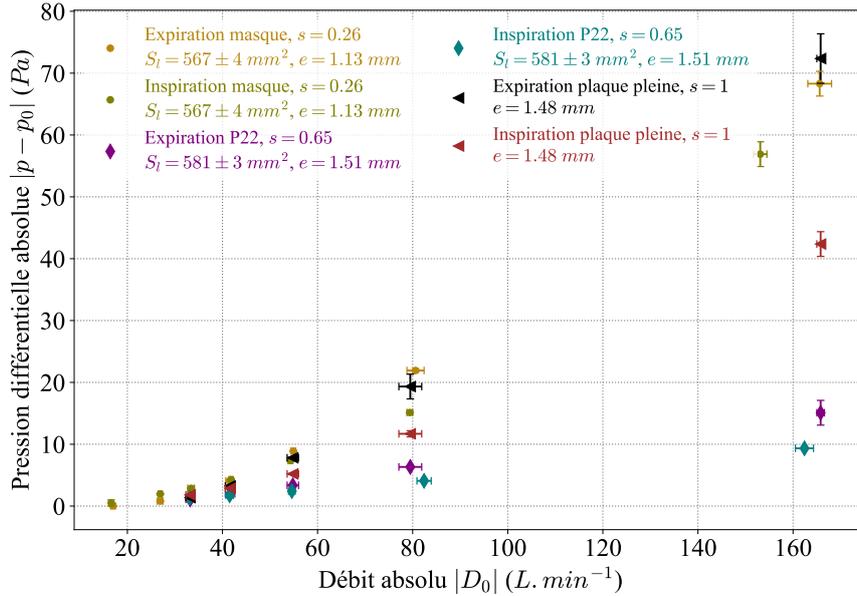


FIGURE 5.11 – Valeur absolue de la pression différentielle $p - p_0$ (Pa) en fonction de la valeur absolue du débit D_0 pour une épaisseur e fixe. Masque de solidité 0.26 comportant des fibres de diamètre $0.9\mu m \leq d_f \leq 19\mu m$ et tissu P22 de solidité $s = 0.65$ comportant des fibres de diamètre $d_f = 0.050 \pm 0.002\text{ mm}$

Nous montrons également sur la figure 5.11, en plus du masque pour comparaison, la pression différentielle obtenue pour le textile P22 de solidité $s = 0.65$ comportant des fibres de taille $d_f = 0.050 \pm 0.002$. Ce textile a la particularité d'offrir la même résistance à l'air dans le cas d'un écoulement libre que le masque (voir les coefficients de traînée du chapitre 1). On constate cependant que la pression différentielle est bien moindre que celle du masque pour toutes les valeurs de débit (points mauves et points jaunes figure 5.11). Cela suggère que le débit d'air passant à travers le poreux est plus important dans cette configuration semi-confinée que dans la configuration d'écoulement libre où le modèle donnait une vitesse normale v_n identique. Cela pourrait s'expliquer en considérant la perméabilité qui est différente pour le masque et le poreux P22. On constate également pour le textile P22 que la pression différentielle est supérieure lors de l'expiration que l'inspiration. Cette dissymétrie entre l'inspiration et l'expiration pourrait s'expliquer par la différence d'écoulement entre ces deux mouvements de sens opposée.

Sur la figure 5.12 nous montrons cette fois-ci la pression différentielle en fonction de la hauteur e (caractérisant la taille des fuites) en fixant le débit D_0 . On remarque que la pression différentielle diminue lorsque la hauteur e augmente. En revanche, les valeurs de pression sont bien plus élevées que celles prédites par l'écoulement de Poiseuille pour une

plaque pleine. Il est possible que le régime d'écoulement ne soit plus le même, ou que le support introduise des pertes de charge non négligeables. Dans ces deux cas, l'approximation de Poiseuille n'est plus valide. Perić et Perić (2020) a considéré pour l'écoulement par les fuites une pression différentielle suivant une loi de type Poiseuille superposée à une loi de type Darcy-Weisbach tenant compte de la perte de charge du fait des irrégularités de la *conduite* (le masque n'est pas plan). Pour nos expériences, le nombre de Reynolds au niveau du point de mesure de la pression est pour les plus bas débits de l'ordre de $Re \approx 10^2$ et pour les plus grands débits $Re \approx 10^3$ avec $Re < 3000$. Le régime laminaire est vérifié pour $Re < 2000$ d'après Blevins (1992). Par ailleurs, si l'écoulement est turbulent, ou que l'écoulement en sortie du jet est turbulent (notamment à plus fort débit), et que ces fluctuations sont advectées par les fuites, alors nous devons considérer une viscosité turbulente. En particulier si on suppose le fluide incompressible et parfait (les effets visqueux sont négligeables et il n'y a pas de perte de charge par frottement), alors le carré de la vitesse du fluide v est proportionnel à la pression différentielle $|p - p_0|$ via un coefficient lié aux turbulences des écoulements C_t et la masse volumique du fluide ρ :

$$|p - p_0| = \frac{1}{2} C_t \rho v^2 \quad (5.13)$$

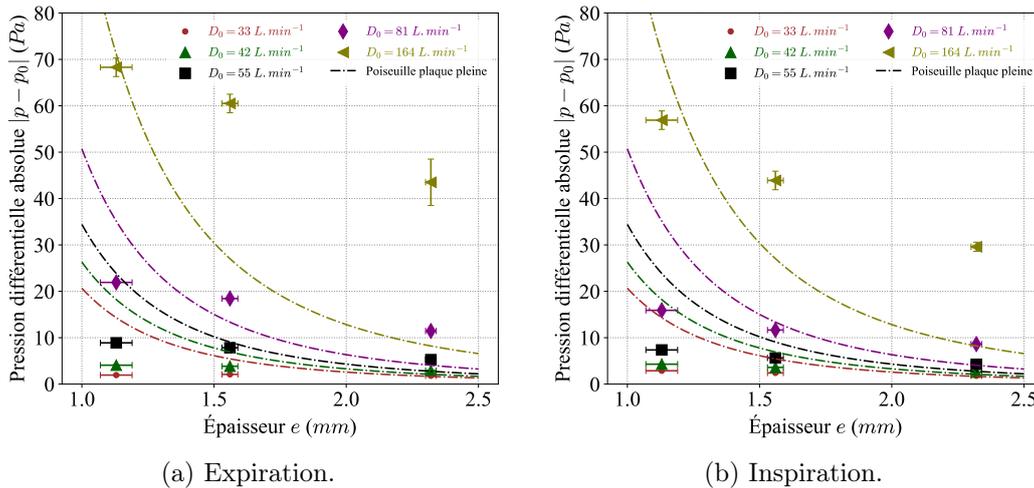


FIGURE 5.12 – Valeur absolue de la pression différentielle $p - p_0$ (Pa) en fonction de l'épaisseur e de l'espace entre le masque et la paroi solide, pour différents débits D_0 , pour l'expiration (a) et l'inspiration (b). Les courbes en pointillé sont obtenues pour une plaque pleine pour un écoulement de Poiseuille donné par l'équation (5.2).

Pour l'ensemble des expériences avec les textiles, les pressions différentielles mesurées sont négatives pour l'expiration et l'inspiration. Cela suggère qu'un écoulement doit avoir lieu à travers le masque dans la région hors de l'orifice, de l'extérieur vers l'espace intérieur entre le masque et la paroi solide. Ce résultat est surprenant pour l'expiration ou l'on s'attendrait à l'inverse à cause d'une surpression derrière le masque. Seulement, nos expériences montrent que cette surpression doit être localisée au niveau de l'orifice, là où l'on voit un écoulement à travers le masque avec la méthode Schlieren par exemple (figure 5.3), et que l'écoulement devient très vite parallèle à la paroi et donc la pression différentielle est négative. Dans cette région loin de l'orifice, on s'attendrait donc à ce qu'un écoulement inverse ait lieu à travers le masque, de l'extérieur vers l'intérieur. Cette hypothèse nécessite d'être testée expérimentalement.

Enfin, on note aussi que lorsque les débits sont faibles ($D_0 \leq 20 \text{ L.min}^{-1}$), la différence de pression mesurée pour une plaque pleine est positive pour l'expiration et négative pour l'inspiration. Or, pour des débits plus importants, on trouve systématiquement une différence de pression négative.

5.5.3 Vitesse de l'écoulement à travers le masque

Nous souhaitons maintenant caractériser quantitativement l'écoulement qui passe à travers le masque, une manière de rendre compte de cette écoulement est de mesurer la vitesse à proximité du masque en un endroit où elle est susceptible d'être maximale. Pour cela, nous avons placé le fil chaud au centre dans la configuration explicitée sur la figure 5.6. Nous avons fixé la hauteur e à sa valeur minimale possible. Sur la figure 5.13, nous montrons la vitesse mesurée en fonction du débit D_0 , pour le masque et pour le textile P22 en comparaison. Nous observons une augmentation de la vitesse en fonction du débit D_0 pour les deux textiles. La vitesse pour le masque est beaucoup plus faible que celle du textile P22. Cela est cohérent avec les mesures de pression précédentes (si davantage d'air passe à travers le textile, la pression mesurée doit être moindre). On constate qu'il faut un débit supérieur à 210 L.min^{-1} pour que le fil chaud soit capable de mesurer une vitesse (la tension communiquée par l'anémomètre est égale à celle en l'absence d'écoulement), cela signifie qu'en deçà de ce débit, la vitesse est inférieure à la sensibilité du fil chaud $v_0 < 0.05 \text{ m.s}^{-1}$. Pour un débit de 258 L.min^{-1} , nous mesurons une vitesse de 0.06 m.s^{-1} . Pour un débit de 258 L.min^{-1} , nous mesurons une vitesse de 0.06 m.s^{-1} . Ces vitesses sont très faibles, cela signifie que même si l'on suppose que la vitesse est uniforme au-dessus de l'ensemble de l'orifice (ce qui constitue une majoration grossière du débit Q_l), la proportion² du débit passant à travers le masque Q_l est inférieure à 4.8% jusqu'à un débit expiré de $Q_0 = 300 \text{ L.min}^{-1}$ pour une hauteur entre la paroi et le masque de 1.13 mm .

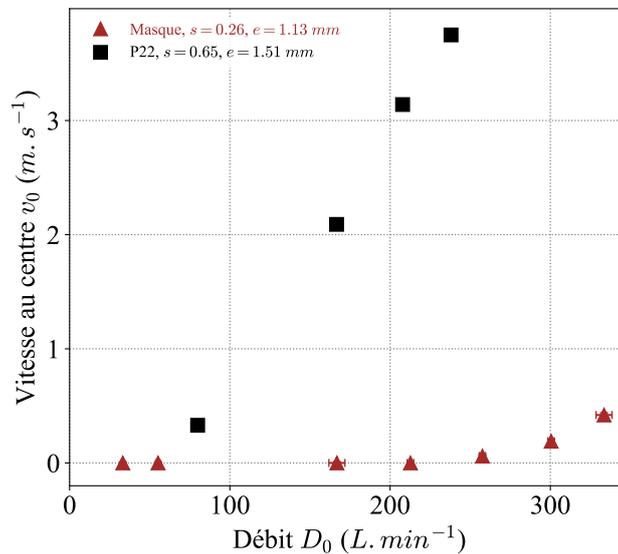


FIGURE 5.13 – Vitesse au centre derrière le masque et le textile P22 en fonction du débit D_0 , pour une épaisseur e fixe.

Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus par [Bourriane et al. \(2022\)](#), dans la mesure où, pour un débit d'air assez faible de 50 L.min^{-1} correspondant au chant d'une

2. On pourrait chercher à comparer avec le modèle de [Perić et Perić \(2020\)](#) par exemple.

chanteuse lyrique, en visualisant l'air expiré par le biais du CO_2 , ils constatent que l'air passe principalement par les fuites, avec seulement une couche de quelques centimètres derrière le masque qui a un mouvement vertical suggérant un très faible écoulement à travers le masque, dominée par la flottabilité du fait de la différence de température entre l'air ambiant et l'air expiré.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exploré brièvement l'écoulement en présence d'un masque chirurgical. Nous avons identifié visuellement la dynamique de la toux à travers le masque. Nous avons proposé une expérience dans une configuration simplifiée ce qui nous a permis de mesurer la pression différentielle entre le masque et la paroi (équivalent au visage) en fonction de la taille des fuites et du débit d'air, pour l'inspiration et l'expiration. Nous avons mis en évidence une dissymétrie entre l'inspiration et l'expiration pour la pression. Nous avons également mesuré la vitesse à la position sur le masque où elle est susceptible d'être maximale et avons constaté une très faible vitesse jusqu'à des débits de $300 L.min^{-1}$, bien au-delà des débits rencontrés lors de la respiration humaine.

Ces résultats préliminaires pourront être comparés à un modèle tenant compte des fuites pour un travail futur. Une étude plus spécifique de l'instationnarité de l'écoulement sur les données expérimentales de pression reste à réaliser. Nous montrons avec ce dernier chapitre le potentiel d'usage de la machine que nous avons conçue au chapitre 3.

« **Craindre l'erreur et craindre la vérité est une seule et même chose.** Celui qui craint de se tromper est impuissant à découvrir. C'est quand nous craignons de nous tromper que l'erreur qui est en nous se fait immuable comme un roc. Car dans notre peur, nous nous accrochons à ce que nous avons décrété « vrai » un jour, ou à ce qui depuis toujours nous a été présenté comme tel. Quand nous sommes mus, non par la peur de voir s'évanouir une illusoire sécurité, mais par la soif de connaître, alors l'erreur, comme la souffrance ou la tristesse, nous traverse sans se figer jamais, et la trace de son passage est une connaissance renouvelée. »

Alexandre Grothendieck, *Récoltes et semailles*, I.

Conclusion générale

Nous avons étudié l'écoulement et la capture d'aérosols par des textiles. Notre attention s'est portée en particulier sur les filets à brouillard et le masque chirurgical. Dans le premier chapitre nous avons montré que le coefficient de traînée d'une surface poreuse dépend non seulement de la solidité s et du nombre de Reynolds global Re , mais aussi du nombre de Reynolds local Re_d lié à la taille des pores :

$$C_D = f(Re, s, Re_d). \quad (5.14)$$

Le coefficient de traînée varie sensiblement à solidité fixe entre $1 \leq Re_d \leq 10^2$. Nous avons obtenu un modèle d'écoulement potentiel dont nous avons explicité une solution sous l'hypothèse d'une distribution de source constante pour une surface poreuse plane rectangulaire. En utilisant ce modèle avec la loi de pression empirique de [Brundrett \(1993\)](#), nous avons pu retrouver le coefficient de traînée que nous avons mesuré expérimentalement. Nous avons également mesuré à l'aide d'un anémomètre à fil chaud la vitesse normale aux textiles et avons remarqué une dépendance également au nombre de Reynolds local Re_d , la vitesse normale variant très peu sur la surface du poreux jusqu'à des solidités au moins modérées. Une dépendance confirmée par notre modèle.

Dans le deuxième chapitre, nous avons mesuré l'efficacité de collecte pour des textiles en maillage carré et constitués de co-fibres. Ces derniers ont une efficacité plus importante notamment à moyenne solidité du fait de leur forte efficacité de drainage et de la colonne d'eau qui se forme par capillarité sur les co-fibres offrant une surface de collecte effective plus importante. Nous avons redémontré comment varie l'efficacité de collecte en fonction du nombre de Stokes pour une unique fibre confirmant les résultats de [Langmuir et Blodgett \(1946\)](#) et nous avons suggéré une formule d'efficacité à partir d'une régression sur les points calculés numériquement. En particulier, nous proposons une formule pour des gouttes non ponctuelles pour lesquelles l'efficacité peut augmenter de manière importante. Nous avons ensuite pu calculer l'efficacité aérodynamique pour une surface plane rectangulaire à partir du champ de vitesse obtenu par le modèle développé dans le chapitre 1. Le nombre de Stokes global n'a une influence importante sur l'efficacité totale d'un textile qu'au-delà de $St_L > 10^{-2}$. En dessous, on peut négliger la déviation des aérosols de la trajectoire des particules de fluide à large échelle autour du textile. En proposant un modèle d'efficacité total E tenant compte à la fois de cette efficacité aérodynamique, mais aussi de la vitesse normale v_n calculée à partir de notre modèle du chapitre 1 nous obtenons une meilleure prédiction de l'efficacité pour des co-fibres, là où le modèle précédent utilisant la vitesse de [Steiros et Hultmark \(2018\)](#) avait tendance à sous-estimer l'efficacité à moyenne solidité. De plus, nous sommes parvenus grâce à Candice Coussot à obtenir des valeurs expérimentales d'efficacité de co-fibres à des solidités plus importantes que ce qui avait pu être fait dans [Moncuquet et al. \(2022\)](#), montrant par la même occasion que l'efficacité totale E des filets de co-fibres est relativement constante sur une gamme de solidité allant de 0.3 à 0.5 au moins.

Dans le chapitre 3, nous avons conçu une machine à toux sur le principe de la compression et dilatation d'un soufflet qui nous a permis de générer des écoulements respiratoires complexes ainsi que des bourrasques de vent. Nous avons développé un modèle simple pour traduire le débit souhaité en une commande. Cette machine peut être utilisée pour étudier la toux, l'éternuement ou la respiration (inspiration et expiration). Elle a fait ses preuves dans deux études exploratoires que nous avons menées.

La première étude exploratoire du chapitre 4 portait sur l'observation d'une goutte d'eau adhérent à une fibre verticale soumise à une bourrasque de vent modélisée par une accélération constante. Nous avons étudié l'oscillation et la fragmentation de la goutte. Nous avons montré que dans les régimes d'écoulement $Re < 2000$, la goutte oscillait verticalement à une fréquence propre indépendante de la vitesse de l'écoulement suggérant un mode propre d'oscillation, l'écoulement ne jouant alors qu'un rôle de forçage. La goutte vibre à un mode donnant une fréquence inférieure à celle obtenue par le mode 2 d'oscillation d'une goutte sphérique libre mais du même ordre de grandeur. Nous avons identifié les seuils de diamètre d_g de la goutte et d'accélération a_0 à partir desquels la goutte se mettait systématiquement à fragmenter. Nous avons observé une explosion dans l'amplitude des déformations de la goutte intervenant à un temps τ_0 défini empiriquement par

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{d_g}{a_0}} \alpha We^{*\beta}, \quad (5.15)$$

avec $\alpha = 155$ et $\beta = -0.59$ et $We^* = \frac{a_0 d_g^2 \rho g}{\gamma}$. Cette explosion des déformations de la goutte intervient pour un nombre de Reynolds

$$Re_0 \geq 2386, \quad (5.16)$$

Le mécanisme physique menant à cette fragmentation reste à élucider.

Dans le chapitre 5, nous avons étudié spécifiquement l'écoulement respiratoire en présence d'un masque chirurgical. Nous avons proposé un dispositif expérimental simplifié pour étudier différents paramètres tels que la taille des fuites, le débit expiré ou inspiré. Nous avons mesuré la pression entre le masque et une paroi pour plusieurs tailles de fuite. Nous avons réalisé cette mesure pour un autre textile aux caractéristiques différentes mais ayant une même résistance aérodynamique dans un écoulement libre. Ces données peuvent être utilisées pour la calibration ou la comparaison avec des modèles numériques ou théoriques. Nous avons mesuré enfin la vitesse derrière le masque pour caractériser la proportion d'air qui passe par les fuites.

Enfin, nous proposons dans la troisième partie ci-après deux perspectives. Une première perspective porte sur l'influence de la localisation des pores sur une plaque perforée. Nous avons mesuré le coefficient de traînée pour différentes plaques dont nous avons placé les pores au centre ou sur les bords tout en gardant une même solidité. Nous montrons qu'en procédant ainsi on peut diminuer ou augmenter le coefficient de traînée de manière non négligeable. Une plaque perforée ayant des pores au centre a un coefficient de traînée plus élevée qu'une plaque de même solidité mais ayant les pores sur les bords. Ces mesures confirment ce qu'avaient déjà mesuré [de Bray \(1957\)](#). Nous avons de plus effectué des visualisations de l'écoulement, à l'aide d'un laser et par ensemencement, autour et dans le sillage proche pour observer l'impact de la position des pores sur le sillage. La deuxième perspective est une ouverture concernant l'impact d'un jet turbulent sur un textile. Nous montrons quelques visualisations de cet écoulement.

« Les arbres, les arbrisseaux, les plantes sont la parure et le vêtement de la terre. Rien n'est si triste que l'aspect d'une campagne nue et pelée, qui n'étale aux yeux que des pierres, du limon, et des sables. »

J. J. Rousseau, *Les rêveries d'un promeneur solitaire*, 1776-1778.

Troisième partie

Perspectives

IMPACT DE LA POSITION DES PORES SUR LE COEFFICIENT DE TRAÎNÉE D'UNE PLAQUE PERFORÉE

Suite aux travaux présentés dans le chapitre 1, nous nous sommes interrogés sur l'extension du modèle à des surfaces poreuses non-homogènes, c'est-à-dire dont la solidité de la surface est fonction de la position sur celle-ci. Le cas extrême est lorsqu'une partie est de solidité 1. Cela nous a conduits à mener les expériences de la présente perspective. Nous présentons quelques résultats préliminaires sur le coefficient de traînée de plaque perforées non-homogènes, et les discutons notamment à l'aide d'une visualisation du sillage proche par ensemencement.

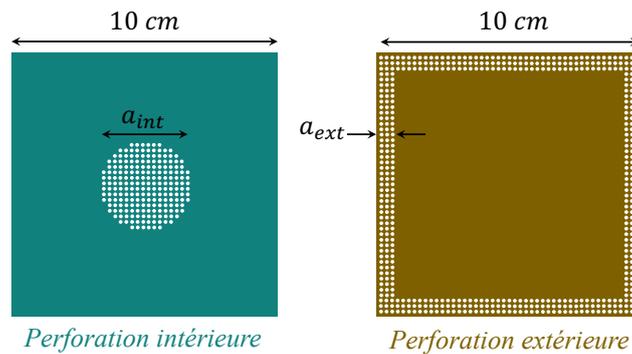


FIGURE 1.1 – Schéma de la répartition des pores, à l'intérieur, et à l'extérieur, sur la plaque. a_{int} est la largeur de la zone perforée intérieure, et a_{ext} est la largeur de la zone perforée extérieure.

1.1 Réduction de la traînée selon la répartition des pores

Nous avons conçu une série de plaques perforées de solidité non-homogènes telles que celles montrées sur la figure ci-contre 1.2. Nous avons mesuré le coefficient de traînée de plusieurs plaques perforées et avons fait varier la répartition des pores à solidité constante, avec notamment un cas où les pores sont centrés et un autre où les pores sont situés au bord de la plaque, comme montré sur la figure 1.1. La solidité est calculée en utilisant l'aire de la surface totale de la plaque (non la zone perforée).



FIGURE 1.2 – Plaques perforées non-homogènes $P36$ et $P37$ de même solidité $s = 0.962 \pm 0.002$.

L'ensemble des plaques perforées que nous avons construites sont synthétisées dans le tableau 1.1. À solidité fixe, les pores sont circulaires et ont le même diamètre ainsi que le même espacement par rapport aux plus proches voisins (il y a donc le même nombre de pores pour les différentes plaques à solidité identique). L'épaisseur de la plaque perforée est toujours la même, et est de 2.6 mm, la plaque est carrée de côté 100 mm.

| Numéro poreux | Distance moyenne entre les pores d (mm) | Nombre de Reynolds Re_d | Solidité s | Note |
|---------------|---|---------------------------|-------------------|---|
| P31 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 0.1 mm |
| P32 | 0.80 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 513 | 0.962 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P33 | 0.80 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 513 | 0.962 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P34 | 4.00 ± 0.10 pores circ. 2.00 mm | 2564 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P35 | 4.00 ± 0.10 pores circ. 2.00 mm | 2564 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P36 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P37 | 10.60 ± 0.80 pores circ. 2.00 mm | 6795 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, homogène, épaisseur 2.6 mm |
| P38 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.923 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs épaisseur 2.6 mm |
| P39 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.923 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs épaisseur 2.6 mm |
| P40 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 2.1 mm |
| P41 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 3.0 mm |
| P42 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 5.0 mm |
| P43 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 8.9 mm |
| P44 | 2.60 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 1667 | 0.886 ± 0.002 | Plaque perforée, homogène épaisseur 2.6 mm |
| P45 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.886 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs épaisseur 2.6 mm |
| P46 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.886 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs épaisseur 2.6 mm |

TABLE 1.1 – Caractéristiques des plaques perforées et pleines. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$, une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ainsi qu'en utilisant la distance moyenne entre les pores comme longueur caractéristique.

Sur la figure 1.3, nous montrons le coefficient de traînée pour plusieurs plaques perforées de solidité non-homogène variable. Le coefficient de traînée de référence à solidité 1 est la plaque P42. Les résultats montrent une différence de coefficient de traînée entre les différentes plaques selon la répartition des pores à solidité constante. À solidité fixe, et taille de pore fixe, plus les trous sont disposés sur les bords, plus le coefficient de traînée est faible, et inversement. On note également que la répartition homogène des trous sur la plaque donne un coefficient de traînée proche de celui dans le cas de pores centrés au milieu de plaque (pour P44, P45 et P46).

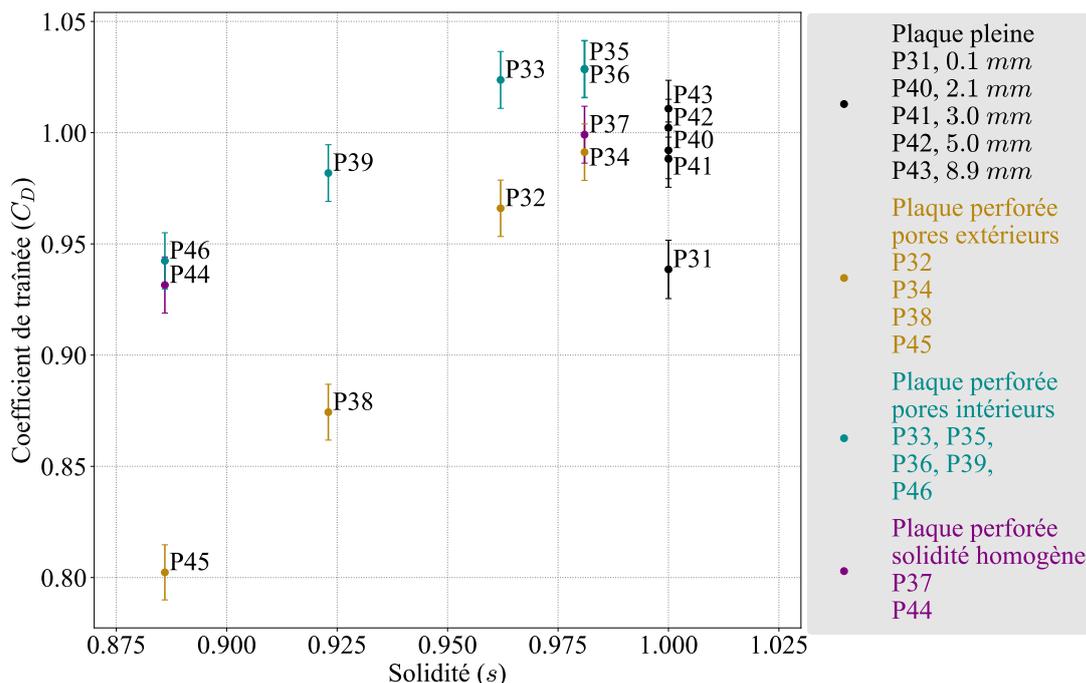


FIGURE 1.3 – Coefficient de traînée de plusieurs plaques perforées et selon différentes localisation des pores.

Nous constatons également qu'en dépit d'une réduction de la solidité, les plaques perforées $P35$ ($C_D = 1.029$), $P36$ ($C_D = 1.028$) et $P33$ ($C_D = 1.024$) ont en moyenne un coefficient de traînée légèrement supérieur aux plaques pleines $P40$ ($C_D = 0.992$) et $P41$ ($C_D = 0.988$) dont l'épaisseur est très proche et ont une taille identique. C'est cohérent avec ce que l'on observe également pour les textiles à haute solidité (chapitre 1). Bien que l'écart soit faible, il est plus élevé que l'incertitude de mesure (environ ± 0.020).

| Solidité s | $s = 0.35$ (P50) | $s = 0.47$ (P49) | $s = 0.61$ (P48) | $s = 0.79$ (P47) | $s = 0.89$ (P44) | $s = 0.98$ (P37) |
|---------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| C_D (plaques perforées) | 0.30 | 0.38 | 0.65 | 0.89 | 0.93 | 1.00 |
| C_D (textile) | 0.41 – 0.60 | 0.71 | 0.94 | 0.89 | 0.95 | – |

TABLE 1.2 – Coefficient de traînée des plaques perforées homogènes et comparaison avec le coefficient de traînée de textiles issu du chapitre 1. Pour la comparaison, le coefficient de traînée est donné pour les textiles de solidité $s \pm 0.02$ (d'où l'intervalle quand il y a plusieurs textile dont la solidité est comprise dans $s \pm 0.02$).

Nous avons également mesuré le coefficient de traînée pour quelques plaques perforées homogènes à des solidités plus faibles (ces plaques sont décrites en annexe A, il s'agit de $P37$, $P44$, $P47$, $P48$, $P49$ et $P50$). Nous présentons quelques données dans le tableau 1.2. Nous observons que le coefficient de traînée des plaques perforées est significativement plus faible que pour les textiles constituées de fibres mesurées dans le chapitre 1. Il pourrait être intéressant d'appliquer le modèle que nous avons décrit dans le chapitre 1 avec une loi de pression adaptée aux plaques perforées. Nous pensons que cela s'explique par une perméabilité plus faible, la taille des pores étant notamment nettement plus grandes

(3.55 mm) que celle des textiles (de 0.01 mm à 1 mm). C'est un argument supplémentaire qui vient soutenir le fait que le coefficient de traînée de surfaces poreuses dépend fortement du nombre de Reynolds local au niveau des pores, la littérature faisant mention de cette dépendance pour la loi de saut de pression jusqu'à $Re_d \approx 2000$. Il est aussi connu que pour les plaques perforées cette loi de saut de pression dépend également fortement du rapport entre l'épaisseur de la plaque et la taille des pores, on s'attend que ce paramètre supplémentaire affecte donc le coefficient de traînée.

1.2 Visualisation de l'écoulement

Nous avons visualisé l'écoulement autour des plaques perforées pour essayer de comprendre cette différence au niveau de la force aérodynamique entre les plaques perforées au centre et sur les bords à taille et nombre de pore égaux. Nous avons utilisé la même méthode que celle de la PIV présentée dans le chapitre 1 et 2.

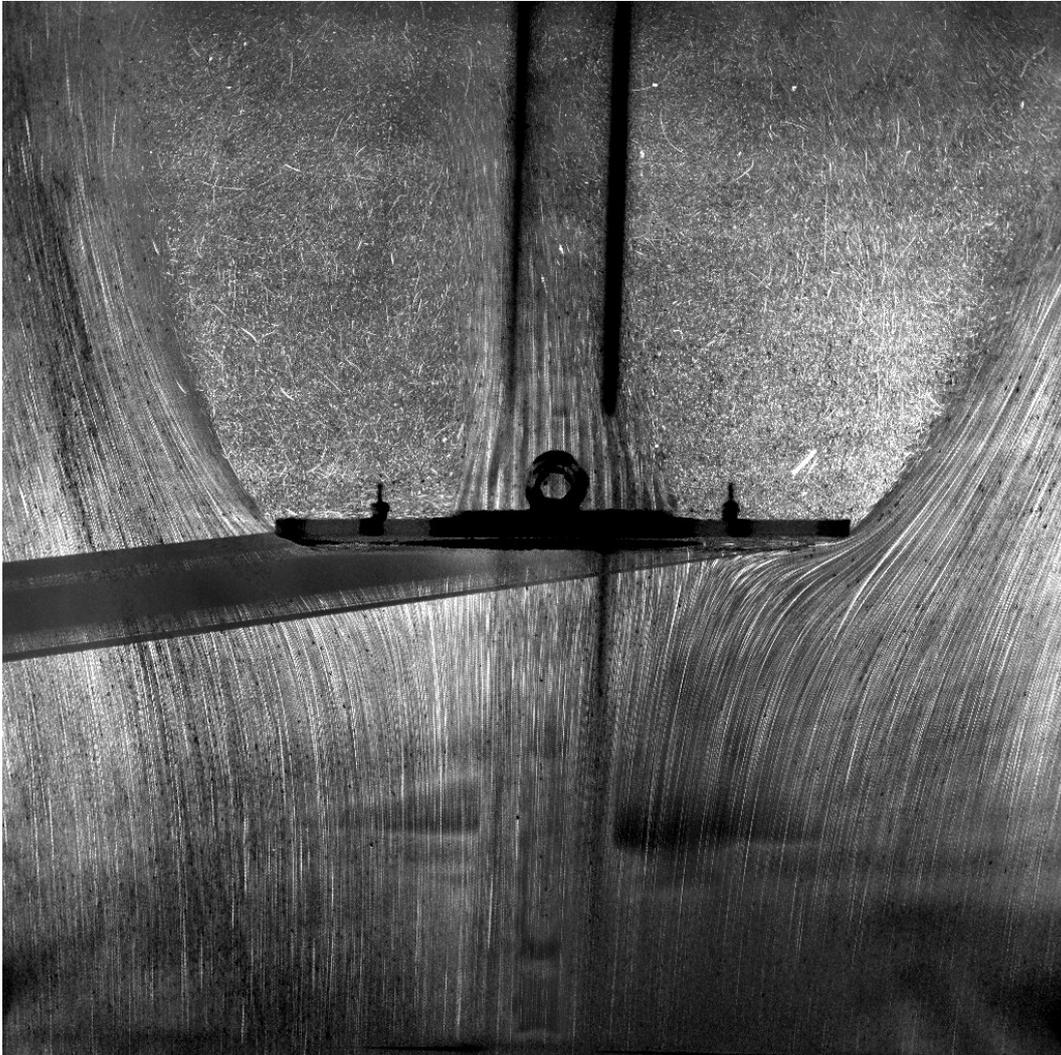


FIGURE 1.4 – Visualisation de l'écoulement autour de la plaque perforée P39 par ensemencement de gouttelettes d'eau, méthode et dispositif identique à celui décrit dans le chapitre 1 et 2. Vitesse du fluide $v_0 \approx 3 \text{ m.s}^{-1}$, l'écoulement provient du bas de l'image. La plaque perforée est carrée de côté 100 mm et d'épaisseur 2.6 mm.

Sur la figure 1.4, nous montrons l'écoulement autour du poreux P39 qui est percé uniquement au niveau du centre. On peut voir qu'une partie de l'écoulement contourne la plaque et qu'une partie passe nettement à travers les pores centraux conduisant à un écoulement central dans le sillage.

Sur la figure 1.5 nous montrons le résultat de PIV pour la plaque perforée P39. On voit bien l'écoulement au centre du sillage. La vitesse au niveau de cette écoulement dans le sillage semble être plus élevée que la vitesse juste en amont du poreux. Cette accélération dans le sillage proche pourrait s'expliquer par la contraction de l'écoulement au centre de la zone de recirculation que l'on peut voir sur la figure 1.4.

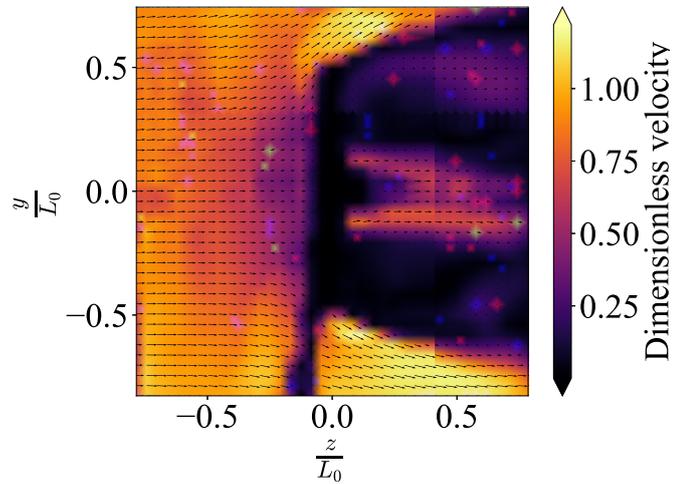


FIGURE 1.5 – PIV pour la plaque perforées P39.

1.3 Perspectives

Ces résultats peuvent avoir des applications en aérodynamique pour la réduction ou l'augmentation de la traînée. Nous souhaitons mieux comprendre d'où vient cette différence de la résistance aérodynamique en fonction de la répartition des pores. Nous avons fait l'hypothèse que cela provient d'un changement dans le sillage proche, et plus précisément au niveau de la zone de recirculation située dans le sillage proche. Il a été montré par exemple, notamment par [Steiros *et al.* \(2021\)](#), qu'à partir d'une solidité critique, cette zone de recirculation se détache et se déplace dans le sillage, modifiant les forces aérodynamiques de manière significative. À notre connaissance, aucune étude n'a été menée concernant ce problème. Seul le rapport de [de Bray \(1957\)](#) mentionne des résultats similaires pour des plaques perforées avec des pores situés au centre ou sur les bords de la plaque, mais sans commentaires ou tentatives d'explications physiques.

JET TURBULENT IMPACTANT UNE SURFACE POREUSE

Nous nous sommes intéressés au cours de la thèse à l'impact d'un jet turbulent sur une surface poreuse, toujours dans la perspective de mieux comprendre cette interaction entre le fluide et le textile. En particulier, puisqu'un panache turbulent est émis lors de la toux ou l'expiration, on peut se demander comment celui-ci interagit en présence d'un textile légèrement éloigné ($\frac{d}{d_j} \approx 100$, où d_j est le diamètre de l'orifice de sortie du jet, et d est la distance entre le textile et l'orifice). Nous proposons une discussion ouverte.

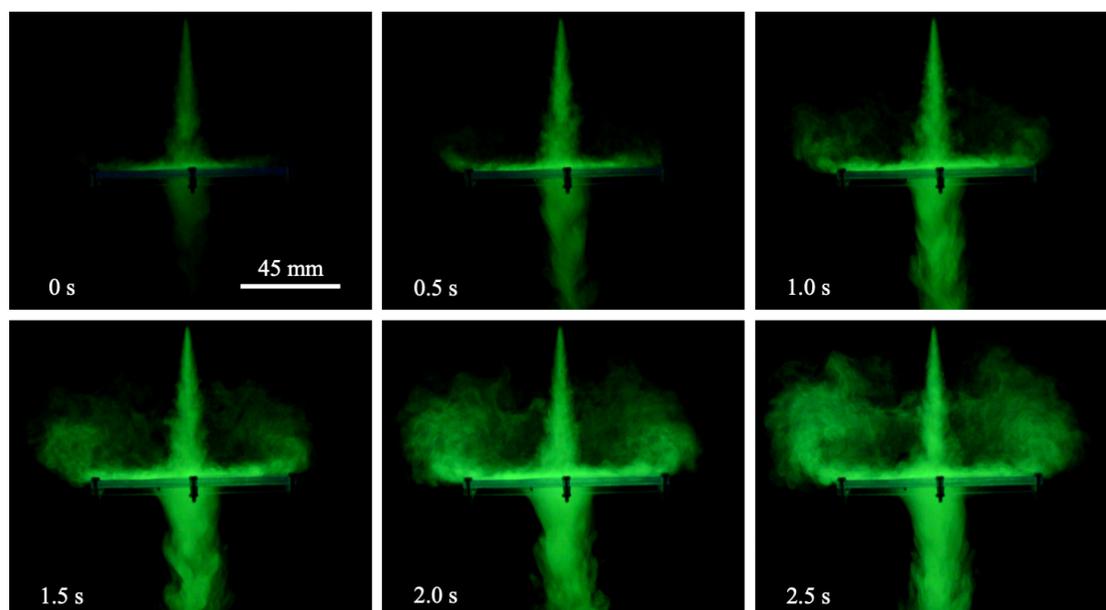


FIGURE 2.1 – Séquence d'images montrant l'impact d'un jet turbulent sur une surface poreuse finie de forme carrée de largeur 90 mm et de solidité 0.61 . Vitesse initiale du jet est de $2.0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, largeur initiale du jet est de 2 mm . L'orifice de sortie du jet est située à une distance de 71 mm de la surface poreuse. Il n'y a pas d'obstacles sur les bords de la surface poreuse dans la direction horizontale de l'image.

Nous avons réalisé une première expérience dans le but de visualiser l'écoulement du jet turbulent impactant une surface poreuse. Nous montrons une séquence sur la figure 3.16. Nous avons utilisé la surface poreuse textile $P4$ (A). $P4$ a une solidité de 0.61 , et est constituée de fibres de diamètre 0.26 mm tressées en maillage carré. Nous l'avons placée dans un bassin d'eau de taille $0.5 \times 0.1 \times 0.95\text{ m}^3$. Le jet turbulent est un jet d'eau sortant d'un orifice de diamètre $d_j = 2.0\text{ mm}$. La vitesse utilisée pour cette expérience est d'environ $2.0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. De la fluoresceine est utilisée pour mettre en évidence le jet à l'aide de lampes UV.

Sur les images de la figure 3.16 nous observons le jet impacter la surface, une partie passe à travers et semble laminarisée, une autre est déviée le long du textile et on observe une recirculation et un ré-entraînement d'une partie de ce fluide dévié vers le jet. Une autre expérience a été mise en place en utilisant la soufflerie stationnaire pour l'étude des écoulements respiratoires très brièvement dans le chapitre 3, figure 3.16. Des micro-gouttelettes générées par des éléments piézoélectriques sont injectées dans l'écoulement du jet plan afin de visualiser l'écoulement moyen et d'estimer les vitesses moyennes par PIV. On peut voir ci-dessous un exemple de résultat (figure 2.2), où on arrive à distinguer la re-laminarisation en aval du poreux.

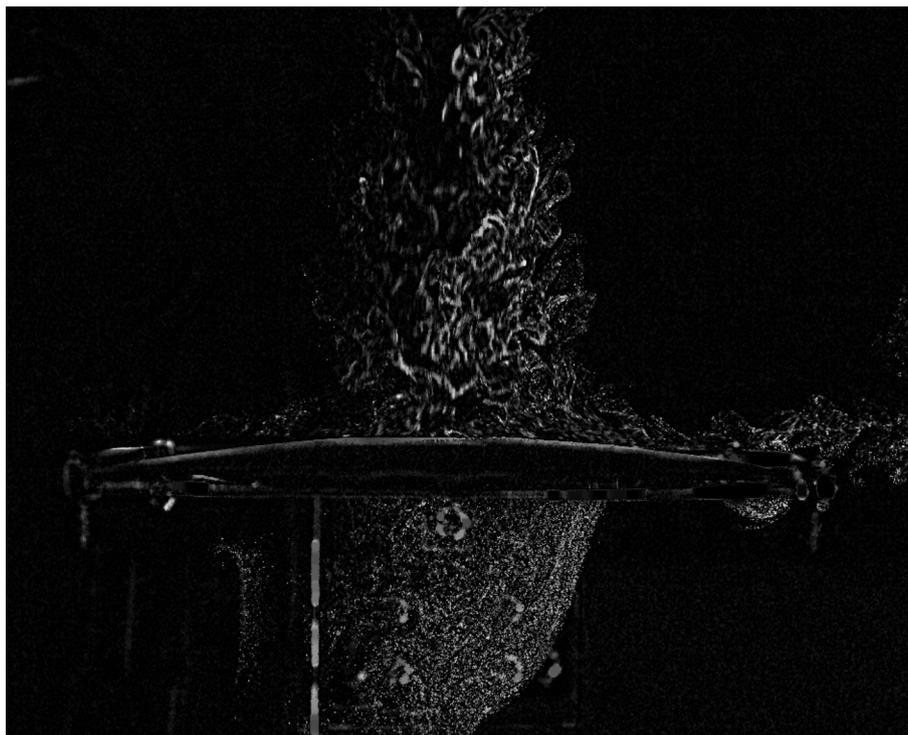


FIGURE 2.2 – Exemple de visualisation par ensemencement, photographie instantanée de l'écoulement d'un jet turbulent impactant le textile P8. Vitesse initiale du jet $v_0 = 6 \text{ m.s}^{-1}$, orifice $d_j \approx 15 \text{ mm}$.

Par la suite, nous avons accueilli au cours de la thèse, Moussa Abdourahamane Abdoul Hakim, pour un stage au LadHyX. Il a conduit de nombreuses expériences en utilisant un dispositif expérimental analogue à celui décrit plus haut, mais dans un bassin plus grand ($0.6 \times 0.6 \times 0.6 \text{ m}^3$) pour éviter les effets de bord indésirables. Il a fait varier le débit du jet, son diamètre et la distance entre l'orifice et le textile. Cette exploration paramétrique a permis de voir qu'il existe une vitesse critique du jet en-deçà de laquelle le jet ne passe pas au travers du poreux mais s'étale à la surface. Cette vitesse dépend de la solidité mais reste à être caractérisée.

Sur la figure 2.3 nous représentons une vision schématique du jet turbulent impactant une surface poreuse. Ces expériences ont suscité notre intérêt, d'une part par la richesse physique que cet écoulement contient (illustrée sur la figure 2.3) : réduction de l'intensité turbulent à travers le poreux, développement d'un jet plan turbulent, couche limite turbulente, entraînement à travers la surface poreuse. Par exemple, nous nous sommes posé cette question : quelle est la condition aux limites sur une telle surface poreuse ? Qu'est-ce qui change par rapport à la solution auto-similaire de [Glauert \(1956\)](#) du jet plan sur une

surface solide? Quelle est l'écoulement à travers le poreux lorsque l'écoulement est tangent à la surface poreuse? Répondre à ces questions pourrait être intéressant pour mieux comprendre les résultats préliminaires du chapitre 3 sur le masque chirurgical.

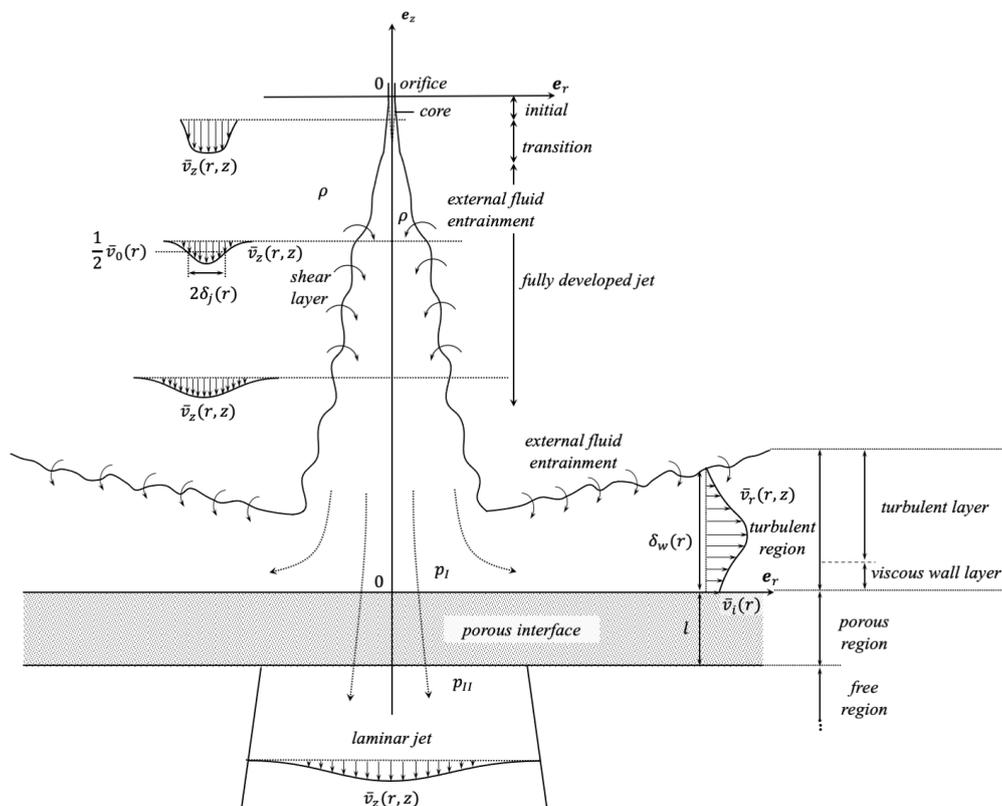


FIGURE 2.3 – Schéma d'un jet turbulent impactant une surface poreuse, écoulement supposée axisymétrique.

Plusieurs auteurs ont proposé une condition aux limites à l'interface entre un écoulement turbulent et une paroi poreuse, en particulier [Breugem et Boersma \(2002\)](#), [Hahn et al. \(2002\)](#), [Jiménez et al. \(2001\)](#), [Perot et Moin \(1995\)](#). On pourrait suggérer que la condition aux limites de [Hahn et al. \(2002\)](#), similaire à celle pour le cas laminaire au dessus d'un milieu poreux développé par [Beavers et Joseph \(1967\)](#), pourrait s'appliquer à notre problème. On introduirait alors deux paramètres, le coefficient de glissement γ et la perméabilité k de la paroi poreuse. Le coefficient de glissement ne dépend pas de la viscosité et d'autres propriétés du fluide et il est raisonnable d'étendre cette approche à celle d'un jet turbulent. Si on suppose que la composante normale de la vitesse moyenne à l'interface est nulle. La condition aux limite s'écrit alors

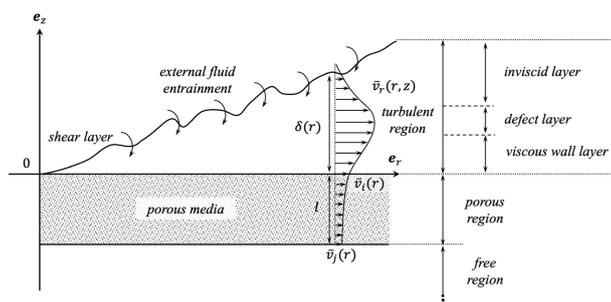


FIGURE 2.4 – Schéma du jet plan turbulent sur une surface poreuse.

(avec les notations du schéma 2.4) :

$$\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z}(r, 0) = -\frac{\gamma}{k^{\frac{1}{2}}} \bar{v}_r(r, 0), \quad (2.1)$$

$$\bar{v}_z(r, 0) = 0. \quad (2.2)$$

On note la vitesse tangentielle moyenne à l'interface $\bar{v}_r(r, 0) = \bar{v}_i(r)$. On voit que la condition aux limites de glissement (2.1) est incompatible avec une solution auto-similaire du jet plan turbulent. D'autres auteurs comme [Turkyilmazoglu \(2019\)](#) ont proposé que la longueur de glissement l_s dépende d'une puissance de r pour forcer la compatibilité avec une expression auto-similaire de la vitesse radiale du jet, avec l_s définie par

$$l_s(r) \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z}(r, 0) = -\bar{v}_r(r, 0). \quad (2.3)$$

Cependant, nous avons du mal à voir les fondements physiques de cette hypothèse. Est-ce qu'on peut proposer une autre solution? Par exemple, est-ce qu'en considérant deux échelles dans la couche limite de glissement proche de la paroi du jet, la condition aux limites de glissement (2.1) ne pourrait pas alors être simplifiée et un raccordement être fait? Nous terminons cette perspective sur cette question ouverte.

Quatrième partie

Annexes

CARACTÉRISTIQUES DES STRUCTURES POREUSES

Dans cette annexe nous donnons la liste des structures poreuses utilisées dans ce manuscrit, ainsi que leur caractéristiques principales. Les co-fibres de la table A.1 sont constituées de fibres parallèles regroupées par paires espacées d'une distance $e_f = 0.25 \text{ mm}$, elles ont été tressées par Candice Coussot. Les fibres simples de la table A.2 sont soit des fibres parallèles simples (distance identique entre chaque fibre), soit des fibres tissées en maillage carré simple illustrées sur la figure A.1 ci-contre. Les plaques perforées ont été découpées au laser et sont constituées de pores circulaires ou carrés.

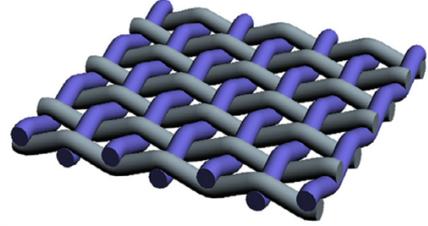


FIGURE A.1 – Structure d'un textile en maillage carré simple tirée de Wang *et al.* (2021).

| N° poreux | $d \text{ (mm)}$ | Re_d | Solidité s | Note |
|--------------------|------------------|--------|--------------|--|
| P _{co} 1 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.07 | Co-fibres parallèles, 8 paires, $d_i = 11.37 \text{ mm}$ |
| P _{co} 2 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.13 | Co-fibres parallèles, 14 paires, $d_i = 6.01 \text{ mm}$ |
| P _{co} 3 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.18 | Co-fibres parallèles, 20 paires, $d_i = 3.87 \text{ mm}$ |
| P _{co} 4 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.25 | Co-fibres parallèles, 28 paires, $d_i = 2.44 \text{ mm}$ |
| P _{co} 5 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.33 | Co-fibres parallèles, 36 paires, $d_i = 1.65 \text{ mm}$ |
| P _{co} 6 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.36 | Co-fibres parallèles, 40 paires, $d_i = 1.24 \text{ mm}$ |
| P _{co} 7 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.40 | Co-fibres parallèles, 42 paires et 4 fibres simples, $d_i = 1.00 \text{ mm}$ |
| P _{co} 8 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.42 | Co-fibres parallèles, 44 paires et 4 fibres simples, $d_i = 1.04 \text{ mm}$ |
| P _{co} 9 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.44 | Co-fibres parallèles, 48 paires, $d_i = 0.85 \text{ mm}$ |
| P _{co} 10 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.45 | Co-fibres parallèles, 50 paires, $d_i = 0.77 \text{ mm}$ |
| P _{co} 11 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.49 | Co-fibres parallèles, 54 paires, $d_i = 0.63 \text{ mm}$ |

TABLE A.1 – Caractéristiques des filets et structures poreuses. d est le diamètre des fibres ou la distance moyenne entre les pores. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse caractéristique de $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

| N°poreux | d (mm) | Re_d | Solidité s | Note |
|----------|--|-----------------|-------------------|---|
| P1 | 0.29 ± 0.01 | 186 | 0.58 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P2 | 1.1 ± 0.5 | 705 | 0.41 ± 0.05 | Filet régulier |
| P3 | 1.9 ± 1.0 | 1218 | 0.87 ± 0.05 | Filet régulier |
| P4 | 0.26 ± 0.01 | 167 | 0.61 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P5 | 0.10 ± 0.01 | 64 | 0.56 ± 0.02 | Maillage carré simple, nylon |
| P6 | 0.18 ± 0.02 | 115 | 0.61 ± 0.02 | Maillage carré simple fibres métalliques |
| P7 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.45 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P8 | 0.13 ± 0.01 | 83 | 0.70 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P9 | $0.0009 - 0.019$ mean 0.006 ± 0.003 | $0.6 - 12$ 4 | 0.26 ± 0.03 | Masque chirurgical, caractéristiques physiques selon Monjezi et Jamaati (2021) et Du et al. (2021) |
| P10 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.11 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P11 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.37 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P12 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.31 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P13 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.17 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P14 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.24 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P15 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.24 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P16 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.24 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P17 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.15 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P18 | 0.27 ± 0.01 | 173 | 0.28 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P19 | 0.26 ± 0.01 | 167 | 0.52 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P20 | 0.26 ± 0.01 | 167 | 0.42 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P21 | 0.26 ± 0.01 | 167 | 0.32 ± 0.01 | Maillage carré simple, nylon |
| P22 | 0.050 ± 0.002 | 32 | 0.65 | Maillage carré simple, fibres polyamide |
| P23 | 0.025 ± 0.002 | 16 | 0.82 | Maillage carré simple, fibres polyamide |
| P24 | 0.030 ± 0.002 | 19 | 0.75 | Maillage carré simple, fibres polyamide |
| P25 | 0.037 ± 0.002 | 24 | 0.70 | Maillage carré simple, fibres polyamide |
| P26 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.405 ± 0.002 | Fibres parallèles de nylon |
| P27 | 0.12 ± 0.01 | 77 | 0.115 ± 0.002 | Fibres parallèles de nylon |
| P28 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.114 ± 0.002 | Fibres parallèles de nylon |
| P29 | 0.02 ± 0.002 | 6 | 0.080 ± 0.002 | Fibres parallèles de nylon |
| P30 | 0.44 ± 0.01 | 282 | 0.080 ± 0.001 | Fibres parallèles de nylon |
| P31 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, PMMA, épaisseur 0.1 mm |

TABLE A.2 – Caractéristiques des filets et structures poreuses. d est le diamètre des fibres ou la distance moyenne entre les pores. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse caractéristique de $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ sauf pour les poreux P27, P28 et P29 où la vitesse a été prise à $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$.

| N° poreux | d (mm) | Re_d | Solidité s | Note |
|-----------|---|--------|-------------------|--|
| P32 | 0.80 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 513 | 0.962 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P33 | 0.80 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 513 | 0.962 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P34 | 4.00 ± 0.10 pores circ. 2.00 mm | 2564 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P35 | 4.00 ± 0.10 pores circ. 2.00 mm | 2564 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P36 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs, épaisseur 2.6 mm |
| P37 | 10.60 ± 0.80 pores circ. 2.00 mm | 6795 | 0.981 ± 0.002 | Plaque perforée, homogène, épaisseur 2.6 mm |
| P38 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.923 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs épaisseur 2.6 mm |
| P39 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.923 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs épaisseur 2.6 mm |
| P40 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 2.1 mm |
| P41 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 3.0 mm |
| P42 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 5.0 mm |
| P43 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 8.9 mm |
| P44 | 2.60 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 1667 | 0.886 ± 0.002 | Plaque perforée, homogène épaisseur 2.6 mm |
| P45 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.886 ± 0.002 | Plaque perforée, pores extérieurs épaisseur 2.6 mm |
| P46 | 1.00 ± 0.05 pores circ. 2.00 mm | 641 | 0.886 ± 0.002 | Plaque perforée, pores intérieurs épaisseur 2.6 mm |
| P47 | 3.25 ± 0.05 pores carrés 3.55 mm | 2083 | 0.79 ± 0.01 | Plaque perforée, homogène, épaisseur 2.7 mm |
| P48 | 1.20 ± 0.05 pores carrés 3.55 mm | 769 | 0.61 ± 0.01 | Plaque perforée, homogène, épaisseur 2.7 mm |
| P49 | 0.70 ± 0.05 pores carrés 3.55 mm | 449 | 0.47 ± 0.01 | Plaque perforée, homogène, épaisseur 2.7 mm |
| P50 | 0.50 ± 0.10 pores circ. 4.00 mm | 321 | 0.35 ± 0.002 | Plaque perforée, homogène, épaisseur 2.6 mm |
| P51 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 4.0 mm $10 \times 10 \text{ cm}^2$ |
| P52 | - | - | 1.00 | Plaque pleine, épaisseur 4.0 mm $11 \times 11 \text{ cm}^2$ |

TABLE A.3 – Caractéristiques des filets et structures poreuses. d est le diamètre des fibres ou la distance moyenne entre les pores. Le nombre de Reynolds Re_d est calculé avec une vitesse caractéristique de $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ une viscosité cinématique $\nu = 15.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

ANNEXES DU CHAPITRE 1

Cette annexe est rédigée en anglais et contient les calculs du chapitre 1.

B.1 Calculation of the velocities components

This appendix contains the details of the calculation of the velocities for a rectangular screen inclined with an angle β (with respect to the z -axis) in a laminar flow.

Using the previous notations in the section 2, the velocity potential in region I is

$$\begin{aligned}\phi_I(x, y, z) &= v_0 z + c + \phi(x, y, z) \\ &= v_0 z + c - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{\Omega(u, v) du dv}{\sqrt{(x-v)^2 + (y-u \sin(\beta))^2 + (z-u \cos(\beta))^2}}.\end{aligned}\quad (\text{B.1})$$

B.1.1 Normal component of the velocity

From the velocity potential we deduce the velocity in region I :

$$\mathbf{v}_I(x, y, z) = \left(v_0 + \frac{\partial \phi}{\partial z}(x, y, z) \right) \mathbf{e}_z + \frac{\partial \phi}{\partial y}(x, y, z) \mathbf{e}_y + \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, z) \mathbf{e}_x. \quad (\text{B.2})$$

The vector normal to the surface with an angle β is

$$\mathbf{e}_n = -\cos(\beta) \mathbf{e}_y + \sin(\beta) \mathbf{e}_z. \quad (\text{B.3})$$

Therefore the component of the velocity normal to the surface is

$$\mathbf{v}_{In}(x, y, z) = \left(\sin(\beta) \left(v_0 + \frac{\partial \phi}{\partial z}(x, y, z) \right) - \cos(\beta) \frac{\partial \phi}{\partial y}(x, y, z) \right) \mathbf{e}_n, \quad (\text{B.4})$$

with

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{(z - u \cos(\beta)) \Omega(u, v)}{((x-v)^2 + (y-u \sin(\beta))^2 + (z-u \cos(\beta))^2)^{\frac{3}{2}}} du dv, \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{(y - u \sin(\beta)) \Omega(u, v)}{((x-v)^2 + (y-u \sin(\beta))^2 + (z-u \cos(\beta))^2)^{\frac{3}{2}}} du dv. \quad (\text{B.6})$$

The normal velocity magnitude is therefore

$$v_{In}(x, y, z) = \sin(\beta) v_0 - \frac{1}{4\pi} I(x, y, z), \quad (\text{B.7})$$

with

$$I(x, y, z) = \iint_{S_p} \frac{(\sin(\beta)z - \cos(\beta)y) \Omega(u, v)}{((x-v)^2 + (y-u \sin(\beta))^2 + (z-u \cos(\beta))^2)^{\frac{3}{2}}} du dv. \quad (\text{B.8})$$

When this component is evaluated on the surface, the integral becomes singular at the position of this evaluation. We have to calculate the value of this singularity. To simplify the calculation we introduce two parameters :

$$\begin{aligned} h &= y \sin(\beta) + z \cos(\beta), \\ t &= y \cos(\beta) - z \sin(\beta). \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Thus we have inversely

$$\begin{aligned} y &= h \sin(\beta) + t \cos(\beta), \\ z &= h \cos(\beta) - t \sin(\beta). \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Denoting \tilde{I} the integral I with the new parameters and without the source strength Ω assumed to be continuous. We obtain

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x, h, t) &= - \int_{v_a}^{v_b} \int_{u_a}^{u_b} \frac{t}{((x-v)^2 + t^2 + (h-u)^2)^{\frac{3}{2}}} dudv \\ &= F_{u_a, v_a}(x, h, t) - F_{u_b, v_a}(x, h, t) - F_{u_a, v_b}(x, h, t) + F_{u_b, v_b}(x, h, t), \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

with

$$F_{u_a, v_a}(x, h, t) = \arctan \left(\frac{(h-u_a)(v_a-x)}{t\sqrt{(x-v_a)^2 + t^2 + (h-u_a)^2}} \right). \quad (\text{B.12})$$

We can introduce now

$$\begin{aligned} y &= w \sin(\beta), \\ z &= (w + \epsilon) \cos(\beta). \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

The parameters become

$$\begin{aligned} h &= w, \\ t &= -\epsilon \cos(\beta) \sin(\beta). \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

At the surface $\epsilon \rightarrow 0^\pm$ (\pm depending on the direction from which we approach the surface, upstream or downstream), denoting $\tilde{\tilde{I}}$ the integral I with the new parameters w we have

$$v_{In}(x, w) = v_n^-, \quad (\text{B.15})$$

$$v_{II_n}(x, w) = E v_n^+, \quad (\text{B.16})$$

with

$$v_n^\pm = \sin(\beta)v_0 + \frac{1}{4\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^\pm} \tilde{\tilde{I}}(x, w). \quad (\text{B.17})$$

Whatever are the constant integral bounds, we have the following limit

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^\pm} \tilde{\tilde{I}}(x, w) = \pm 2\pi\Omega(x, w). \quad (\text{B.18})$$

Therefore the normal component of the velocity at the position (x, w) on the porous surface is

$$v_{In}(x, w) = \sin(\beta)v_0 - \frac{1}{2}\Omega(x, w), \quad (\text{B.19})$$

and

$$v_{II_n}(x, w) = E \left(\sin(\beta)v_0 + \frac{1}{2}\Omega(x, w) \right). \quad (\text{B.20})$$

B.1.2 Tangential component of the velocity

We define the tangential vector on the porous surface as

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2, \quad (\text{B.21})$$

with

$$\mathbf{t}_1 = \mathbf{e}_x, \quad (\text{B.22})$$

$$\mathbf{t}_2 = \sin(\beta)\mathbf{e}_y + \cos(\beta)\mathbf{e}_z. \quad (\text{B.23})$$

Thus the magnitude of the tangential component of the velocity in region I is

$$\begin{aligned} v_{It}(x, y, z) &= \|(\mathbf{v}_I \cdot \mathbf{t}_1)\mathbf{t}_1 + (\mathbf{v}_I \cdot \mathbf{t}_2)\mathbf{t}_2\| \\ &= \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\sin(\beta) \frac{\partial \phi}{\partial y} + \cos(\beta) \left(v_0 + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

If we consider a constant source strength Ω then we can write the tangential velocity at the point (x, w) on the surface with w defined in B.13 as

$$v_{It}(x, w) = \left(\Omega^2 \mathcal{I}_x^2(x, w) + (\Omega (\sin(\beta)\mathcal{I}_y(x, w) + \cos(\beta)\mathcal{I}_z(x, w)) + \cos(\beta)v_0)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{B.25})$$

For simplicity, we use the root mean square of the magnitude of the tangential component of the velocity on the surface. We have

$$\begin{aligned} v_{It} &= \frac{1}{\sqrt{S_p}} \left(\iint_{S_p} v_{It}^2(x, w) dx dw \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= (\Omega^2 \gamma(\beta) + \Omega \alpha(\beta) v_0 + v_0^2 \cos^2(\beta))^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

with

$$\gamma(\beta) = \frac{1}{S_p} \iint_{S_p} \mathcal{I}_x^2(x, w) + (\sin(\beta)\mathcal{I}_y(x, w) + \cos(\beta)\mathcal{I}_z(x, w))^2 dx dw, \quad (\text{B.27})$$

and

$$\alpha(\beta) = \frac{1}{S_p} \iint_{S_p} 2 \cos(\beta) (\sin(\beta)\mathcal{I}_y(x, w) + \cos(\beta)\mathcal{I}_z(x, w)) dx dw, \quad (\text{B.28})$$

with the following integrals :

$$\mathcal{I}_x(x, w) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{x - v}{\left((x - v)^2 + (w - u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} du dv, \quad (\text{B.29})$$

$$\mathcal{I}_y(x, w) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{(w - u) \sin(\beta)}{\left((x - v)^2 + (w - u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} du dv, \quad (\text{B.30})$$

$$\mathcal{I}_z(x, w) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{(w - u) \cos(\beta)}{\left((x - v)^2 + (w - u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} du dv. \quad (\text{B.31})$$

There is no particular difficulty to compute the integrals, if we define a function $F_{a,b} : (x, w) \mapsto F_{a,b}(x, w)$ as well as $G_{a,b} : (x, w) \mapsto G_{a,b}(x, w)$ where and $|a| \geq |x|$, $|b| \geq |w|$,

$$F_{a,b}(x, w) = \frac{1}{4\pi} \ln \left(\sqrt{(x-a)^2 + (w-b)^2} + w - b \right), \quad (\text{B.32})$$

and

$$G_{a,b}(x, w) = \frac{1}{4\pi} \ln \left(\sqrt{(x-a)^2 + (w-b)^2} + x - a \right), \quad (\text{B.33})$$

then, if we integrate over the rectangular domain $[v_a, v_b] \times [u_a, u_b]$ we have

$$\mathcal{I}_x(x, w) = F_{v_a, u_a}(x, w) - F_{v_a, u_b}(x, w) - F_{v_b, u_a}(x, w) + F_{v_b, u_b}(x, w), \quad (\text{B.34})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_y(x, w) = \sin(\beta) & (G_{v_a, u_a}(x, w) - G_{v_a, u_b}(x, w) \\ & - G_{v_b, u_a}(x, w) + G_{v_b, u_b}(x, w)), \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_z(x, w) = \cos(\beta) & (G_{v_a, u_a}(x, w) - G_{v_a, u_b}(x, w) \\ & - G_{v_b, u_a}(x, w) + G_{v_b, u_b}(x, w)), \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

and those expressions are integrable again over the rectangular domain $[v_a, v_b] \times [u_a, u_b]$.

For a screen normal to the free flow \mathbf{v}_0 , $\beta = \frac{\pi}{2}$ and the tangential velocity is reduced to

$$v_{It} = \Omega \sqrt{\gamma \left(\frac{\pi}{2} \right)}. \quad (\text{B.37})$$

B.1.3 Value of the shape parameters for a rectangular screen with different aspect ratio

Starting from the equations (B.27) and (B.28) we can rewrite the expression of $\gamma(\beta)$ and $\alpha(\beta)$ in order to separate the shape terms and the inclination terms, we see for this particular case of a rectangular plate that these expressions can be simplified as

$$\gamma(\beta) = \gamma_0, \quad (\text{B.38})$$

and

$$\alpha(\beta) = 2\alpha_0 \cos(\beta), \quad (\text{B.39})$$

with

$$\mathcal{J}(x, w) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_p} \frac{w-u}{\left((x-v)^2 + (w-u)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dudv \quad (\text{B.40})$$

$$= G_{v_a, u_a}(x, w) - G_{v_a, u_b}(x, w) - G_{v_b, u_a}(x, w) + G_{v_b, u_b}(x, w).$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{S_p} \iint_{S_p} \mathcal{I}_x^2(x, w) + \mathcal{J}^2(x, w) dx dw, \quad (\text{B.41})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{S_p} \iint_{S_p} \mathcal{J}(x, w) dx dw.$$

For symmetry reasons, $\alpha_0 = 0$. Thus the tangential component of the velocity at the surface for a rectangular plate inclined in the flow is actually

$$v_{It} = \left(\Omega^2 \gamma_0 + v_0^2 \cos^2(\beta) \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{B.42})$$

We computed the values of the parameter γ_0 in the table B.1 for different aspect ratio ($v_b = -v_a = \frac{l_1}{2}$ and $u_b = -u_a = \frac{l_2}{2}$). We used Python 3.9.5 with the method *nquad* from *scipy.integrate*.

| Aspect ratio | l_1 | l_2 | γ_0 |
|--------------|-------|-------|------------|
| 1 | 0.1 | 0.1 | 0.0998 |
| 2 | 0.1 | 0.2 | 0.0977 |
| 4 | 0.1 | 0.4 | 0.0934 |
| 8 | 0.1 | 0.8 | 0.0894 |
| 10 | 0.1 | 1.0 | 0.0884 |
| 20 | 0.1 | 2.0 | 0.0861 |

TABLE B.1 – Shape parameter for rectangular plate with different aspect ratio. l_1 and l_2 are the lengths of the sides of the rectangular plate, and the aspect ratio is $\frac{l_2}{l_1}$.

B.2 Calculation of the source strength

This appendix contains the details of the calculation of the source strength Ω for the case of a rectangular screen inclined to the laminar free flow with an angle β with respect to the z -axis. We start from the following equations.

The pressure difference expressed as

$$p_{II} - p_I = \frac{1}{2}\rho (v_{It}^2 (1 - E^2) + v_{In}^2 \theta(s) f(Re_n, \beta)), \quad (\text{B.43})$$

$$p_{III} - p_0 = \frac{1}{2}\rho ((1 - E^2) v_0^2 + v_{In}^2 \theta(s) f(Re_n, \beta)). \quad (\text{B.44})$$

And the drag forces are expressed as

$$F_D = \rho v_0 (1 - E) v_n S_p + \frac{1}{v_0} (p_0 - p_{III}) \frac{v_n}{E} S_p, \quad (\text{B.45})$$

$$F_D = (p_I - p_{II}) \sin(\beta) S_p + \rho v_n v_0 \cos^2(\beta) (1 - E) S_p. \quad (\text{B.46})$$

In these expressions the normal and tangential components of the velocity at the surface of the screen are

$$v_{In} = \sin(\beta) v_0 - \frac{1}{2}\Omega, \quad (\text{B.47})$$

$$v_{It} = (\Omega^2 \gamma_0 + v_0^2 \cos^2(\beta))^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{B.48})$$

Then, by denoting $\omega = \frac{\Omega}{v_0}$ we have for the velocities

$$\frac{v_{In}}{v_0} = \sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega, \quad (\text{B.49})$$

$$\frac{v_{It}}{v_0} = (\omega^2 \gamma_0 + \cos^2(\beta))^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{B.50})$$

The attenuation coefficient E is

$$E = \frac{\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega}{\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega}. \quad (\text{B.51})$$

And for the pressure differences we obtain

$$\frac{p_{II} - p_I}{\frac{1}{2}\rho v_0^2} = (\omega^2 \gamma_0 + \cos^2(\beta)) \frac{2\omega \sin(\beta)}{(\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega)^2} + \left(\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega\right)^2 \theta(s) f(Re_n, \beta), \quad (\text{B.52})$$

$$\frac{p_{III} - p_0}{\frac{1}{2}\rho v_0^2} = \frac{2\omega \sin(\beta)}{(\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega)^2} + \left(\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega\right)^2 \theta(s) f(Re_n, \beta). \quad (\text{B.53})$$

The first expression of the drag force is

$$\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho v_0^2 S_p} = \frac{2\omega (\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega)}{\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega} + \left(\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega\right) \frac{p_0 - p_{III}}{\frac{1}{2}\rho v_0^2}. \quad (\text{B.54})$$

The second expression of the drag force is

$$\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho v_0^2 S_p} = \frac{p_I - p_{III}}{\frac{1}{2}\rho v_0^2} \sin(\beta) + \cos^2(\beta) \frac{2\omega (\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega)}{\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega}. \quad (\text{B.55})$$

The two expressions of the drag coefficient are

$$C_D = \frac{-\omega^2}{\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega} - \left(\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega\right) \left(\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega\right)^2 \theta(s) f(Re_n, \beta), \quad (\text{B.56})$$

$$C_D = \cos^2(\beta) \frac{2\omega (\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega)}{\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega} - \sin(\beta) \left(\sin(\beta) - \frac{1}{2}\omega\right)^2 \theta(s) f(Re_n, \beta) - (\omega^2 \gamma_0 + \cos^2(\beta)) \frac{2\omega \sin^2(\beta)}{(\sin(\beta) + \frac{1}{2}\omega)^2}. \quad (\text{B.57})$$

By combining the expression (B.56) and (B.57) we obtain the equation

$$-\frac{1}{8}\omega^4 \theta(s) f(Re_n, \beta) + \omega^2 \sin^2(\beta) (8\gamma_0 + \theta(s) f(Re_n, \beta) - 2) - 4\omega \sin(\beta) - 2\sin^4(\beta) \theta(s) f(Re_n, \beta) = 0. \quad (\text{B.58})$$

Note that for a rectangular screen normal to the free flow this equation is reduced to :

$$-\frac{1}{8}\omega^4 \theta(s) f(Re_n, \beta) + \omega^2 (8\gamma_0 + \theta(s) f(Re_n, \beta) - 2) - 4\omega - 2\theta(s) f(Re_n, \beta) = 0. \quad (\text{B.59})$$

If the length L (or the width D) of the rectangular screen is infinitely long then we can show that :

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \gamma_0 = \frac{1}{12}, \quad (\text{B.60})$$

and we tend to the two-dimensional case studied by [Steiros et Hultmark \(2018\)](#).

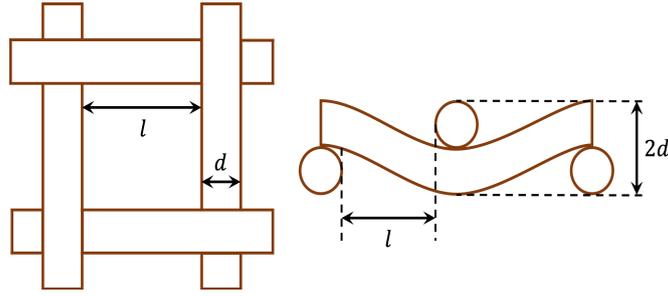


FIGURE B.1 – Diagram of the fiber mesh.

B.3 Details of the experimental data

This appendix contains the details of the experimental data and their processing.

B.3.1 Screen samples

The characteristics of the different porous screens used for the measurement are presented in A. They are mainly square wire mesh screens, as represented in figure B.1. In addition, 5 other types of screen were used to test the robustness of the model, also in A.

B.3.2 Correction of the coupling drag

Due to the mast and frame supporting the porous structure, to obtain the drag coefficient of the porous structure from the raw data composed of the measured forces denoted F_{t+m} , the contributions of each part must be decoupled.

In our analysis of the data, we consider the most simple assumption that the coupling is negligible. Therefore the drag force of the porous screen is the drag force of the total system (mast, frame and porous screen) minus the drag force of the mast and the frame (without the porous screen, measured before the series of measurements). In order to justify this assumption, we estimated the coupling drag force (the additional term due to the interference between the frame and the screen) for what we assumed to be the worst case, that is for the solidity equal to 1.

As far as we know, this coupling is non-linear and there is no general method. We adopt the approach we detail here, based on different measurements with and without the frame illustrated in figure B.2. Due to the elongated shape of the mast and the way it is connected to the screen, it is reasonable to assume that the drag force of the mast F_m and the rest of the system F_t add up (giving what we denote F_{t+m}). For the frame, the coupling with the porous structure is expected to be more important. We measured the drag force of the mast alone F_m and subtracted the value to F_{t+m} . We measured the drag force of the mast with the frame F_{m+c} so that we obtain the drag force of the frame $F_c = F_{m+c} - F_m$. The drag force of the porous screen is denoted F_p and the coupling term is denoted ΔF . The total force measured of the frame and the porous screen F_t can be written down

$$F_t = F_c + F_p + \Delta F. \quad (\text{B.61})$$

To determine the coupling (or interference) term ΔF , we know exactly the value of the drag force of the porous structure for two points : the first at solidity $s = 0$ where $F_p = 0$, and the second at solidity $s = 1$ for which we can determine easily the drag force without a frame since we can use a solid plate with the same surface area and thickness.

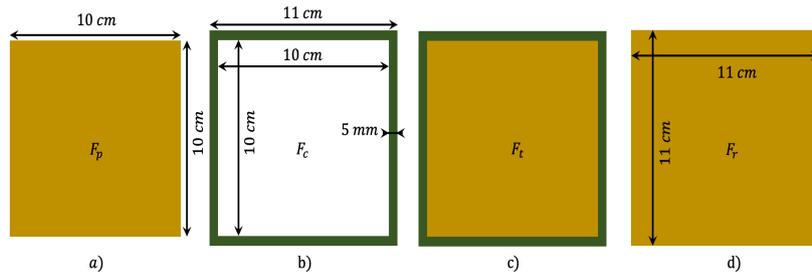


FIGURE B.2 – Diagram of the screens (in dark gold) and the frame support (in green).

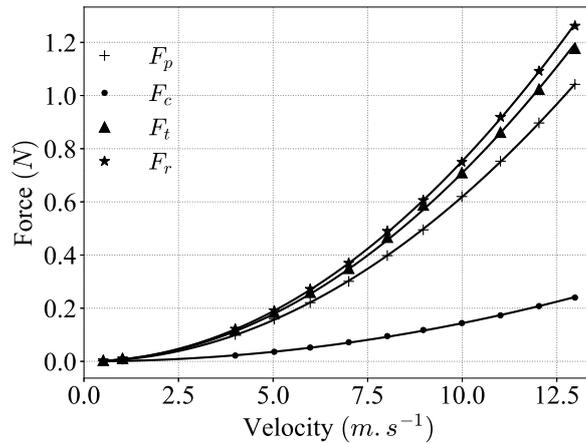


FIGURE B.3 – Drag force for the plates and the frame represented in figure B.2. Values and drag coefficients are in table B.2. Data are fitted using a quadratic law with respect to the velocity v_0 . The surface is orthogonal to the mean far field flow direction \mathbf{v}_0 .

Note that the value of the coupling is not independent on the solidity : indeed, if we assume a monotone dependency, then the lower the solidity, the lower the coupling will be, until it reaches a zero value at zero solidity. These two points allow us to estimate the coupling.

The frame has a thickness of 0.2 mm each side of the system. Therefore, to quantify the influence of this extrusion on the drag force, we measured for the solidity $s = 1$ the drag force F_r of a plate (diagram d) in figure B.2-d) and the drag force F_t of the system composed of the frame and the porous screen in figure B.2-c), with the same width at the border.

We notice that correcting our data with a constant coupling (interference) drag term would not change the curve shape. Doing so with a linear coupling will have a minor effect. Indeed, if the use of a frame to stretch the textiles seems to underestimate the drag coefficient, the difference for the worst case in the drag coefficient between the screen measured directly (0.993) and the screen measured with the frame after subtraction of its drag force (0.939) is closed to the order of the uncertainty calculated in the next section. Even if we added the coupling drag force estimated for solidity 1 in all our data, this would not change our conclusions. Therefore, it is reasonable to neglect the interference drag, and simply proceed with the subtraction of the frame drag force from the total drag force.

| Experience | v_0 ($m.s^{-1}$) | F_p (N) | F_c (N) | F_t (N) | F_r (N) | estimation of ΔF (N) | $F_t - F_c$ (N) |
|------------------------|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------------------------|---------------------|
| Screen at 90° | 0.51 | 0.002 | 0.002 | 0.004 | 0.003 | 0.000 | 0.002 |
| | 1.02 | 0.008 | 0.003 | 0.011 | 0.010 | 0.000 | 0.008 |
| | 4.00 | 0.101 | 0.022 | 0.118 | 0.122 | -0.005 | 0.096 |
| | 5.03 | 0.159 | 0.036 | 0.185 | 0.191 | -0.010 | 0.149 |
| | 5.98 | 0.221 | 0.052 | 0.260 | 0.272 | -0.013 | 0.208 |
| | 7.00 | 0.301 | 0.072 | 0.350 | 0.370 | -0.023 | 0.278 |
| | 8.02 | 0.398 | 0.095 | 0.467 | 0.490 | -0.026 | 0.372 |
| | 8.97 | 0.495 | 0.118 | 0.588 | 0.606 | -0.025 | 0.470 |
| | 9.99 | 0.620 | 0.144 | 0.710 | 0.750 | -0.054 | 0.566 |
| | 11.01 | 0.753 | 0.173 | 0.862 | 0.919 | -0.064 | 0.689 |
| | 12.03 | 0.897 | 0.208 | 1.024 | 1.092 | -0.081 | 0.816 |
| | 12.98 | 1.042 | 0.240 | 1.178 | 1.262 | -0.104 | 0.938 |
| Drag coefficient C_D | - | 0.993 | - | 0.973 | 0.986 | - | 0.939 |

TABLE B.2 – Summary of the values of the coupling drag force for a flat plate (solidity $s = 1$) for different velocities. All the values have an uncertainty of approximately $0.020 N$. For the measurement of F_p and F_r a solid flat plate with $4.0 mm$ thickness has been used, corresponding to the thickness of the frame used for measuring F_c and F_t . The drag coefficients are obtained using the dimensions shown in figure B.2 with fluid density estimated from the measurement of temperature, pressure and humidity during the different experiments.

B.3.3 Determination of the drag coefficient

To determine the drag coefficient we calculate a non-linear regression of the corrected data with the method of the least squares. The model function is

$$F_{p_i} = f(v_i, C_D) = \frac{1}{2} \rho S_p C_D v_i^2, \quad (\text{B.62})$$

where C_D is the adjustable parameter. We minimize the sum of the square residuals S

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - f(v_i, C_D))^2. \quad (\text{B.63})$$

This leads to

$$C_D = \frac{2 \sum_{i=1}^n F_{p_i} v_i^2}{\rho S \sum_{i=1}^n v_i^4}. \quad (\text{B.64})$$

B.3.4 Measurement uncertainty

In what follows, we estimate the measurement uncertainty u of the physical quantities. We assume for simplicity that the parameters ρ , F_{p_i} , v_i and S , for $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ are mutually independent, and that their respective uncertainty is small compared to their value. We

neglect the uncertainty on the velocity, then the uncertainty can be calculated with

$$u^2(C_D) = \frac{4}{\rho^2 S^2 \left(\sum_{i=1}^n v_i^4 \right)^2} \left(\left(\sum_{i=1}^n F_{p_i} v_i^2 \right)^2 \left(\frac{u^2(\rho)}{\rho^2} + \frac{u^2(S)}{S^2} \right) + \sum_{i=1}^n v_i^4 u^2(F_{p_i}) \right). \quad (\text{B.65})$$

We assume that the force uncertainty is the same for all the data, this assumption is supported by the different repeated measurements we performed for several porous screens, we take the mean value of the deviation we obtained for the force uncertainty.

B.3.4.1 Solidity uncertainty

The solidity of the porous screens with regular nylon woven mesh are determined using image of the screen at the scale of a hundred meshes, taken with a microscope. Several image analysis are used to estimate the solidity and the associated uncertainty. The uncertainty is estimated to ± 0.02 .

B.3.4.2 Parameter and drag force uncertainties

The uncertainty of the drag force arises from the error of the force balance. By repeating the measurement several times, for different porous screens, we estimated the drag force uncertainty to approximately $\pm 0.02N$. The uncertainty of the air density is $\pm 0.005 \text{ kg.m}^{-3}$. Finally, the uncertainty on the surface of the screen is estimated to $\pm 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

ANNEXES DU CHAPITRE 2

C.1 Sillage derrière un cylindre

Pour le cylindre, à partir de $Re \approx 45$, le sillage devient instable et oscille. À partir de $Re \approx 60$ des vortex sont relâchées dans le sillage à une fréquence dite de Strouhal f_S . À faible nombre de Reynolds, entre $45 \leq Re \leq 180$, le nombre de Strouhal S augmente avec le nombre de Reynolds, la relation a été établie notamment par [Williamson \(1988\)](#) et [Nishioka et Sato \(1978\)](#). Autour du nombre de Reynolds $Re \approx 2000$, la zone de recirculation initiale a disparu et a laissé place à une région où se développent directement les vortex. L'allée de vortex turbulente de von Karman est alors pleinement établie avec un nombre de Strouhal presque constant, c'est-à-dire très faiblement dépendant du nombre de Reynolds dans l'intervalle $10^3 \leq Re \leq 2 \times 10^5$ ([Cantwell et Coles \(1983\)](#)). Dans cet intervalle le nombre de Strouhal pour le cylindre vaut environ $S = 0.19 \pm 0.01$.

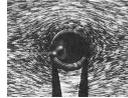
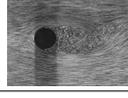
| Nombre de Reynolds Re | Description du sillage | Visualisation |
|---|--|---|
| $Re \leq 0.1$ | Le fluide contourne et épouse parfaitement le cylindre. Pas de séparation de l'écoulement en aval. |  |
| $0.1 \leq Re \leq 4.5$ | Le fluide contourne et épouse toujours le cylindre mais le fluide est davantage ralenti derrière le cylindre (en aval). |  |
| $4.5 \leq Re \leq 35$ | Formation d'une zone de recirculation à deux vortex (le point de séparation remonte progressivement le long du cylindre en amont quand Re augmente). |  |
| $35 \leq Re \leq 60$ | Apparition des premières instabilités de sillage : le sillage commence à osciller après la zone de recirculation. Asymétrie des vortex mais ils demeurent stables. |  |
| $60 \leq Re \leq 100$ | Détachement tourbillonnaire : allée de vortex. Présence toujours de la zone de recirculation initiale. |  |
| $100 \leq Re \leq 2000$ | Détachement tourbillonnaire directement au niveau du cylindre. La zone de recirculation initiale est remplacée par une zone de formation des vortex. |  |
| $2000 \leq Re \leq 1.5 - 2 \times 10^5$ | Allée de vortex turbulente de von Karman entièrement développée. |  |

TABLE C.1 – Caractéristique de l'écoulement autour d'un cylindre. D'après [Coutanceau et Defaye \(1991\)](#). Images issues de [Coutanceau et Defaye \(1991\)](#), [Freymuth et al. \(1986\)](#) et [Gerrard \(1978\)](#).

ANNEXES DU CHAPITRE 3

D.1 Système dynamique des plis

L'équation associée à l'expression du volume du soufflet pour des positions arbitraires des plis est présentée dans le calcul D.1.1.

Calcul D.1.1 : Système dynamique des plis

On peut se demander naturellement dans quelles conditions l'hypothèse du régime pseudo-stationnaire n'est plus valable, c'est-à-dire quand les plis du soufflet commencent à osciller et l'écartement différer entre les plis : cette condition fixe la limite d'utilisation de la formule (3.16) pour la commande du soufflet.

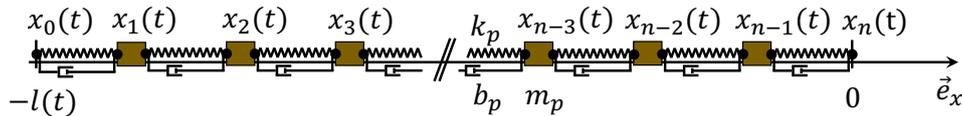


FIGURE D.1 – Schéma mécanique masse-ressort-amortissement équivalent du soufflet.

On suppose donc que les n plis se comportent comme des ressorts amortis liant des masses $m_p = \frac{m_s}{n}$ les uns aux autres ayant tous une même raideur k_p , où m_s est la masse totale du soufflet (figure D.1). On suppose que l'oscillation est amortie par une force d'amortissement F_a proportionnelle à la vitesse relative entre deux masses consécutives m_p : $F_a = -b_p \frac{dx_{k+1}}{dt} - x_k(t)$. On suppose également que le soufflet est articulé orthogonalement à la direction de la force gravitationnelle et que cette dernière ne le déforme pas, et en ne prenant en compte que les plus proches plis, on a pour tout pli $k \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_k}{dt^2}(t) = & -\frac{k_p}{m_p} (2x_k(t) - x_{k+1}(t) - x_{k-1}(t)) \\ & -\frac{b_p}{m_p} \left(2 \frac{dx_k}{dt}(t) - \frac{dx_{k+1}}{dt}(t) - \frac{dx_{k-1}}{dt}(t) \right), \end{aligned} \quad (D.1)$$

avec $x_0(t) = -l(t)$ donné, et $x_n(t) = 0$ fixe. Ce système d'équations linéaires du second ordre peut être résolu numériquement ^a.

^a. Étant donnée la régularité dans les termes de la matrice compagnon associée à ce système, une résolution analytique pourrait être tentée (Jódar et Navarro (1992)).

D.2 Structure du code de commande

La structure de base du code de commande du contrôleur est décrite ci-dessous en langage BASIC.

BASE(0) 'Indication de l'axe moteur contrôlé, ici numéro 0

WDOG = ON 'Autorisation de la communication

```
UNITS = 20000 'Conversion de l'unité de position (dépend du
    moteur, en l'occurrence pour une barre magnétique il s'agit )
tf = 1 'Durée du mouvement commandé en seconde (à adapter)
tablestart = 1000 'Position initial du curseur de la table de
    commande

points = 101 'Nombre de points dans la table de commande

FOR i = 0 TO points-1
    ti = tf / points * i
    y = f(ti) 'Ici, f est la fonction donnant la position y au
    temps ti qui doit être explicitée
    ENDIF
    TABLE(tablestart + i,y) 'Ajout de la position y au point
    tablestart + i de la table de commande
NEXT i

tablestop = tablestart + points - 1 'Position de la fin de la
    table de commande

moveax = 0 'Axe à bouger
linkspeed = 10 'Distance totale parcourue en mm
linkdist = df 'Distance totale parcourue en mm
SPEED = linkspeed 'Vitesse du mouvement de l'axe en mm
a0 = 100 'Paramètre de l'accélération en mm/s^2
ACCEL = a0 'Affectation de la valeur à l'accélération maximale
    autorisée de l'axe
DECEL = a0 'Affectation de la valeur à la décélération maximale
    autorisée de l'axe

AXIS_ENABLE = ON 'Autorisation de mouvement de l'axe

SERVO = ON 'Activation du contrôleur

CAM(tablestart ,tablestop ,UNITS,linkdist) 'Transmet la commande au
    contrôleur
```

ANNEXES DU CHAPITRE 4

Nous cherchons ici à calculer les composantes de la force capillaire d'une goutte adhérant à une fibre.

E.1 Force capillaire

Pour une goutte de volume V_g et de densité ρ_g adhérant grâce la force capillaire à une surface solide arbitraire \mathcal{S}_s paramétrée par $\sigma_s : (u, v) \mapsto \sigma_s(u, v)$, on peut exprimer la force capillaire \mathbf{F}_c , résultante des forces de tension de surface sur l'ensemble des lignes de contact entre la goutte et le solide. Notons $\xi : \alpha \mapsto \xi(\alpha)$ une paramétrisation du contour \mathcal{C} formé par la goutte sur la surface solide, et θ l'angle de contact entre la phase solide et la phase liquide, ce dernier pouvant varier selon la position sur le contour (figure E.1). Le vecteur normal à la surface de la goutte \mathbf{n}_c situé sur le contour \mathcal{C} doit satisfaire trois équations.¹

Une première équation exprime l'angle de contact que fait la surface liquide par rapport à la surface du solide. Pour des surfaces arbitraires, nous l'exprimons par

$$\mathbf{n}_c \cdot \mathbf{n}_s = \cos(\theta). \quad (\text{E.1})$$

Une deuxième équation exprime le rapport d'orthogonalité entre le plan défini par les vecteurs normaux à la surface liquide et solide, et le vecteur tangent à la courbe décrivant la ligne de contact entre le liquide et le solide, illustré sur la figure E.1, soit

$$\mathbf{n}_s \wedge \mathbf{n}_c = k \frac{\dot{\xi}}{\|\dot{\xi}\|}, \quad (\text{E.2})$$

où k est une constante.

Enfin, on exprime également le fait que le vecteur \mathbf{n}_c est unitaire :

$$\|\mathbf{n}_c\| = 1. \quad (\text{E.3})$$

La résolution de ces équations conduit en général à un polynôme de degré 2 en l'une des composantes de \mathbf{n}_c , impliquant les composantes du vecteur normal à la surface solide \mathbf{n}_s et du vecteur tangent à la courbe de la ligne de contact $\dot{\xi}$, permettant d'obtenir \mathbf{n}_c . Nous allons l'appliquer à notre cas particulier dans la suite. L'orientation de l'angle de contact permet de distinguer laquelle parmi les deux solutions obtenues est la bonne.

1. Nous choisissons que les vecteurs \mathbf{n}_c , \mathbf{n}_s et \mathbf{t}_s sont coplanaires, l'angle de contact est défini dans ce plan.

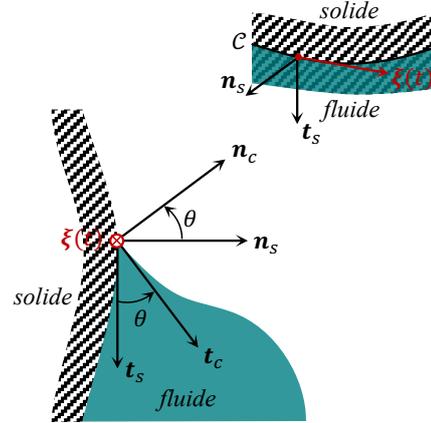


FIGURE E.1 – Schéma de la configuration des vecteurs. \mathbf{t}_s est le vecteur tangent à la surface solide et orthogonal à $\dot{\xi}$.

On peut exprimer de manière générale la force résultante des tensions de surface entre la phase liquide et gazeuse par

$$\mathbf{F}_c = \gamma_{lg} \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{n}_c \wedge \dot{\boldsymbol{\xi}}(\alpha) d\alpha \quad (\text{E.4})$$

Évidemment, $\boldsymbol{\xi}$ est lié à la minimisation de l'énergie libre de Helmholtz de la goutte. Le problème consiste à déterminer le contour fermé \mathcal{C} paramétré par $\boldsymbol{\xi}$. Mais comme on le montre avec ces équations, la connaissance seule de $\boldsymbol{\xi}$ et des angles de contacts θ , permet de calculer la force capillaire, sans avoir besoin de connaître la forme exacte de la goutte (bien que les deux soient parfaitement liées). En l'absence de contact avec une surface solide, de la gravité, et de toute autre force extérieure, la goutte aurait une forme sphérique. Nous formulons l'hypothèse que l'intersection de cette sphère avec la surface solide peut donner une approximation de la forme de la ligne de contact. Physiquement, à cause de ces forces intermoléculaires, la surface de la goutte est contrainte par la minimisation de l'énergie libre de Helmholtz (qui est liée à une minimisation de la surface avec les contraintes du volume et des angles de contact θ qui sont susceptibles de changer sur le contour \mathcal{C}). Dans ce qui suit, nous faisons l'hypothèse que l'intersection d'une telle goutte physique avec la surface solide est une courbe (ou plusieurs courbes) qui serait obtenue par l'intersection d'une sphère de diamètre d_g centrée en (y_g, z_g) avec la surface solide. En faisant cela, pour le cas particulier d'une surface solide qui est un cylindre de diamètre d_f (une fibre verticale centré sur l'axe x) les coordonnées d'un point sur cette courbe \mathcal{C} doivent satisfaire le système

$$\begin{cases} z^2 + y^2 = \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 \\ x^2 + (y - y_g)^2 + (z - z_g)^2 = \left(\frac{d_g}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

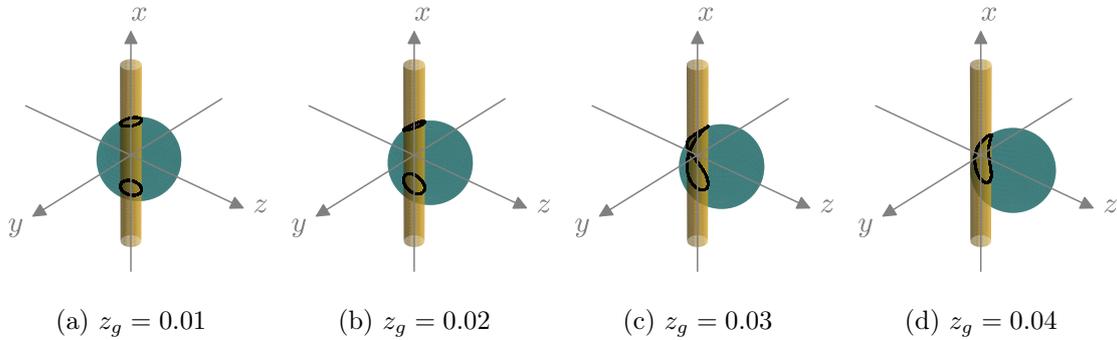


FIGURE E.2 – Intersection d'une sphère de diamètre $d_g = 0.08 \text{ mm}$ centrée en $(z_g, y_g = 0)$ avec une fibre de diamètre $d_f = 0.02$, z_g varie. La courbe noire sur la surface du cylindre est calculée en utilisant la paramétrisation $\boldsymbol{\xi}$ de l'équation (E.6).

En substituant $(x, y, z) = (x, -\frac{d_f}{2} \sin(\alpha), \frac{d_f}{2} \cos(\alpha))$ dans les deux équations de ce système on arrive à exprimer une paramétrisation de la courbe correspondant à cette intersection. Dans le système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) , le système (E.5) donne la courbe paramétrée par

$$\boldsymbol{\xi}(\alpha) = \begin{pmatrix} \pm \left(\left(\left(\frac{d_g}{2} \right)^2 - \left(\frac{d_f}{2} \right)^2 - y_g^2 - z_g^2 + d_f (z_g \cos(\alpha) - y_g \sin(\alpha)) \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ \left. -\frac{d_f}{2} \sin(\alpha) \right. \\ \left. \frac{d_f}{2} \cos(\alpha) \right) \end{pmatrix}, \quad (\text{E.6})$$

avec la condition que

$$\sqrt{y_g^2 + z_g^2} - \frac{d_g}{2} \leq \frac{d_f}{2}. \quad (\text{E.7})$$

Notons

$$\alpha_0 = \arccos \left(\frac{1}{d_f \sqrt{y_g^2 + z_g^2}} \left(y_g^2 + z_g^2 + \left(\frac{d_f}{2} \right)^2 - \left(\frac{d_g}{2} \right)^2 \right) \right). \quad (\text{E.8})$$

L'intervalle de variation de α change selon que la goutte traverse complètement ou non la fibre, si la condition (E.7) est vérifiée, on peut exprimer cet intervalle par :

- Si $\frac{d_f}{2} + \sqrt{y_g^2 + z_g^2} \leq \frac{d_f}{2}$:

$$0 \leq \alpha \leq 2\pi. \quad (\text{E.9})$$

- Si $\frac{d_f}{2} + \sqrt{y_g^2 + z_g^2} > \frac{d_f}{2}$ et $z_g \neq 0$:

- Si $z_g > 0$:

$$-\alpha_0 + \arctan \left(\frac{y_g}{z_g} \right) \leq \alpha \leq \alpha_0 + \arctan \left(\frac{y_g}{z_g} \right). \quad (\text{E.10})$$

- Si $z_g < 0$:

$$\pi - \alpha_0 + \arctan \left(\frac{y_g}{z_g} \right) \leq \alpha \leq \pi + \alpha_0 + \arctan \left(\frac{y_g}{z_g} \right). \quad (\text{E.11})$$

- Si $\frac{d_f}{2} + \sqrt{y_g^2 + z_g^2} > \frac{d_f}{2}$ et $z_g = 0$ et $y_g > 0$:

$$-\alpha_0 + \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \alpha_0 + \frac{\pi}{2}. \quad (\text{E.12})$$

- Si $\frac{d_f}{2} + \sqrt{y_g^2 + z_g^2} > \frac{d_f}{2}$ et $z_g = 0$ et $y_g < 0$:

$$-\alpha_0 - \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \alpha_0 - \frac{\pi}{2}. \quad (\text{E.13})$$

Nous montrons quelques exemples de la courbe \mathcal{C} ainsi obtenue sur la figure E.2.

Pour être capable de calculer la force capillaire (E.4), nous devons déterminer le vecteur \mathbf{n}_c , maintenant que nous avons déjà $\boldsymbol{\xi}$. Les composantes de \mathbf{n}_c sont notées n_{c_i} . La surface solide qui correspond à la fibre est modélisée par un cylindre orienté selon l'axe x et de diamètre d_f . Une paramétrisation de cette surface est donc

$$\boldsymbol{\sigma}_s(z, \beta) = \begin{pmatrix} x \\ -\frac{d_f}{2} \sin(\beta) \\ \frac{d_f}{2} \cos(\beta) \end{pmatrix}. \quad (\text{E.14})$$

Nous calculons le vecteur normal \mathbf{n}_s à la surface solide (nous choisissons son orientation dirigée vers l'extérieur de la surface) :

$$\mathbf{n}_s = \frac{\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_s}{\partial \beta} \wedge \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_s}{\partial x}}{\left\| \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_s}{\partial \beta} \wedge \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_s}{\partial x} \right\|} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(\beta) \\ \cos(\beta) \end{pmatrix}. \quad (\text{E.15})$$

Le vecteur tangent unitaire à la ligne de contact est

$$\frac{\dot{\boldsymbol{\xi}}}{\|\dot{\boldsymbol{\xi}}\|} = \frac{-1}{\sqrt{p(\alpha) + (y_g \cos(\alpha) + z_g \sin(\alpha))^2}} \begin{pmatrix} \pm (y_g \cos(\alpha) + z_g \sin(\alpha)) \\ p^{\frac{1}{2}}(\alpha) \cos(\alpha) \\ p^{\frac{1}{2}}(\alpha) \sin(\alpha) \end{pmatrix}, \quad (\text{E.16})$$

avec

$$p(\alpha) = \left(\frac{d_g}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 - y_g^2 - z_g^2 + d_f (z_g \cos(\alpha) - y_g \sin(\alpha)). \quad (\text{E.17})$$

Par simplicité nous allons noter les composantes de $\dot{\boldsymbol{\xi}}$ par (a_x, a_y, a_z) et la norme $\|\dot{\boldsymbol{\xi}}\|$ par c .

Puisque le vecteur normal \mathbf{n}_s et le vecteur tangent $\dot{\boldsymbol{\xi}}$ à la surface solide doivent coïncider au même point sur la courbe \mathcal{C} , nous avons $\alpha = \beta$. Ceci, additionné à la simplicité du vecteur normal \mathbf{n}_s conduit à une simplification importante des équations (E.1) et (E.2).

Les équations (E.1), (E.2) et (E.3) permettent de donner les composantes de \mathbf{n}_c que nous utiliserons ci-après. On obtient (pour $(y_g, z_g) \neq (0, 0)$) :

$$n_{c_z} = \cos(\alpha) \left(\cos(\theta) + s(\alpha) \frac{a_x \sin(\theta) \sin(\alpha)}{\sqrt{a_y^2 + a_x^2 \cos^2(\alpha)}} \right), \quad (\text{E.18})$$

$$n_{c_y} = \frac{1}{\sin(\alpha)} (\cos(\alpha) n_{c_z} - \cos(\theta)), \quad (\text{E.19})$$

$$n_{c_x} = \frac{-a_y}{a_x \cos(\alpha)} (\sin(\alpha) n_{c_z} + \cos(\alpha) n_{c_y}), \quad (\text{E.20})$$

où $s(\alpha)$ est le signe qui dépend de la position sur la courbe. Nous avons adopté la convention que ce vecteur est toujours dirigé à l'extérieur de la surface liquide. Par conséquent, il nous faut garantir² que pour la partie de la courbe située pour $x > 0$, on ait bien $n_{c_x} > 0$.

Supposons que nous pouvons attribuer deux angles de contacts, θ_r pour la partie de la courbe pour laquelle $x > 0$, et θ_a pour la partie de la courbe pour laquelle $x < 0$. Si le centre de la sphère coïncide avec celui du cylindre (soit $y_g = z_g = 0$), alors

$$\mathbf{n}_c = \begin{pmatrix} \sin(\theta) \\ -\cos(\theta) \sin(\alpha) \\ \cos(\theta) \cos(\alpha) \end{pmatrix} \text{ et } \dot{\boldsymbol{\xi}} = -\frac{d_f}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}, \quad (\text{E.21})$$

et enfin

$$\mathbf{n}_c \wedge \dot{\boldsymbol{\xi}} = \frac{d_f}{2} \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \sin(\alpha) \\ -\sin(\theta) \cos(\alpha) \end{pmatrix}. \quad (\text{E.22})$$

Par imparité, il ne reste que la composante sur l'axe vertical à intégrer, qui est d'ailleurs constante et ne dépend que de l'angle de contact et du diamètre de la fibre. En prenant soin d'intégrer sur les deux portions de courbe avec les bons signes³, on retrouve bien

$$\mathbf{F}_c = \pi d_f \gamma l_g (\cos(\theta_r) - \cos(\theta_a)) \mathbf{e}_x, \quad (\text{E.23})$$

2. Cette condition est implémentée numériquement.

3. De par notre convention pour le vecteur normal \mathbf{n}_c , sa composante selon l'axe x sera prise négativement pour la courbe située en $x < 0$.

ce qui correspond au cas vu au chapitre 3, utilisé par plusieurs auteurs comme [Labbé et Duprat \(2019\)](#). Cette force doit être plus importante que la force de gravité pour que la goutte soit maintenue sur la fibre. Pour une goutte d'eau et une fibre de nylon, on a $(\cos(\theta_r) - \cos(\theta_a)) = 0.23$. Et on retrouve bien que cette force n'a pas de composante dans les directions orthogonales à l'axe de la fibre.

De manière un peu plus générale, lorsque $(y_g, z_g) \neq (0, 0)$, on peut montrer que cette force se met sous la forme

$$\mathbf{F}_c = \gamma l_g \begin{pmatrix} (\sin(\theta_r) + \sin(\theta_a)) \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} G_{x_1} d\alpha + (\cos(\theta_r) - \cos(\theta_a)) \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} G_{x_2} d\alpha \\ (\sin(\theta_r) - \sin(\theta_a)) \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} G_{y_1} d\alpha + (\cos(\theta_r) + \cos(\theta_a)) \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} G_{y_2} d\alpha \\ (\sin(\theta_r) - \sin(\theta_a)) \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} G_{z_1} d\alpha + (\cos(\theta_r) + \cos(\theta_a)) \oint_{\alpha_1}^{\alpha_2} G_{z_2} d\alpha \end{pmatrix}, \quad (\text{E.24})$$

avec α_1 et α_2 entre 0 et 2π ou un intervalle restreint selon les conditions mentionnées précédemment pour la paramétrisation de la courbe. Cette forme est retenue pour le calcul numérique des intégrales. Les intégrands G_i ne dépendant que de α et non des angles de contact θ_r et θ_a , cette forme est davantage maniable. On a pour $x > 0$:

$$G_{x_1} = -s(\alpha) a_x \cos(\alpha) \frac{a_y \sin(\alpha) - a_z \cos(\alpha)}{\sqrt{a_x^2 \cos^2(\alpha) + a_y^2}}, \quad G_{x_2} = -a_z \sin(\alpha) - a_y \cos(\alpha), \quad (\text{E.25})$$

$$G_{y_1} = s(\alpha) \frac{a_x^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) + a_y a_z}{\sqrt{a_x^2 \cos^2(\alpha) + a_y^2}}, \quad G_{y_2} = a_x \cos(\alpha), \quad (\text{E.26})$$

$$G_{z_1} = -s(\alpha) \frac{a_y^2 + a_x^2 \cos^2(\alpha)}{\sqrt{a_x^2 \cos^2(\alpha) + a_y^2}} \text{ et } G_{z_2} = a_x \cos(\alpha). \quad (\text{E.27})$$

Pour $x < 0$, il faut remplacer a_x par $-a_x$, cela conduit à l'expression (E.24).

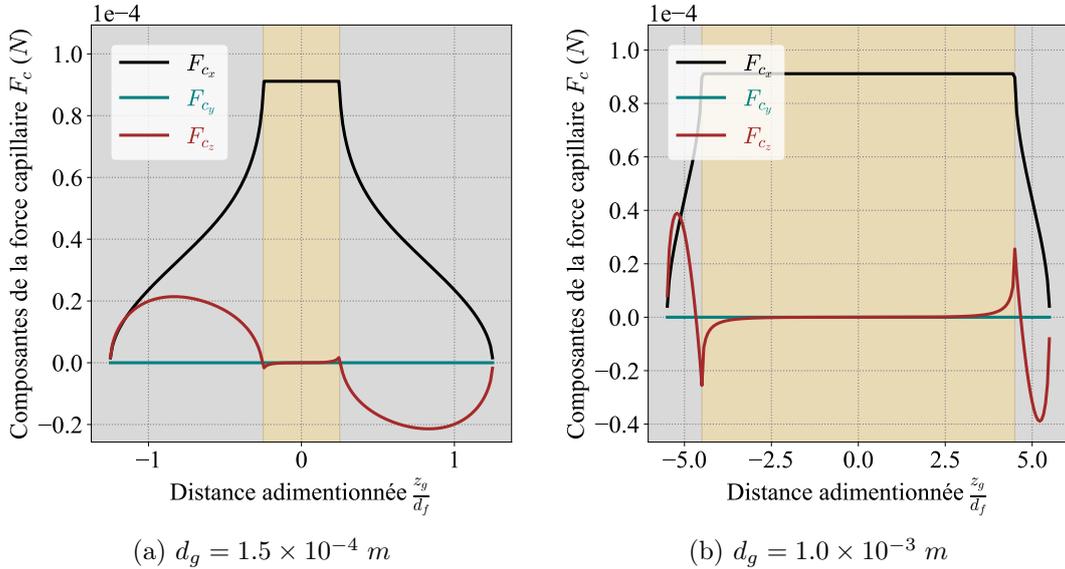


FIGURE E.3 – Variation des composantes de la force capillaire (en N) en fonction de la distance centre à centre z_g adimensionnée pour une fibre de diamètre $d_f = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$, et deux diamètres de goutte. Eau sur fibre de nylon, angles de contacts $\theta_r = 52^\circ$, $\theta_a = 71^\circ$. En gris, configuration *clam-shell*, en jaune configuration *barrel* (la goutte épouse tout le contour de la fibre). Résultat intégré numériquement à partir de l'équation (E.24).

Sur la figure E.3 on montre la variation des composantes de la force capillaire en fonction du centre de la goutte sous l'hypothèse que la ligne de contact sur la fibre est identique à celle de l'intersection d'un sphère. Nous observons bien que lorsque la goutte mouille tout le contour de la fibre, axée ou non avec le centre de fibre, la composante verticale de la force capillaire est constante (E.23). Ensuite, elle diminue de manière non-linéaire jusqu'à ce que la goutte quitte la fibre. Les courbes des autres forces sont bien impaires. Pour la composante horizontale F_z , l'évolution est non-monotone et on a deux extrema : l'un est atteint lorsque la goutte est tangente par l'intérieur à la fibre, l'autre est de signe opposé et est atteint à une plus grande distance. La composante F_y est bien nulle puisqu'on a supposé que $y_g = 0$. Encore une fois ce modèle est très simplifié et nous ne comptons l'utiliser que pour estimer l'ordre de grandeur des différentes composantes de la force capillaire pour la forme *clam-shell*.

E.2 Données expérimentales

| Expérience | d_m (mm) | t_m (s) | a_0 ($m.s^{-2}$) | d_g (mm) | e (mm) | f_g (Hz) | Note |
|------------|------------|-----------|----------------------|-------------------|----------|------------|---------------|
| 1 | 80 | 2 | 42.6 ± 1.0 | 1.48 ± 0.16 | - | - | fragmentation |
| 2 | 80 | 2 | 42.6 ± 1.0 | 1.28 ± 0.02 | - | - | fragmentation |
| 3 | 80 | 2 | 42.6 ± 1.0 | 1.60 ± 0.02 | - | - | fragmentation |
| 4 | 80 | 2 | 42.6 ± 1.0 | 1.35 ± 0.02 | - | - | fragmentation |
| 5 | 80 | 2 | 42.6 ± 1.0 | 1.17 ± 0.02 | - | - | - |
| 6 | 85 | 2 | 45.2 ± 1.0 | 1.60 ± 0.04 | - | - | fragmentation |
| 7 | 85 | 2 | 45.2 ± 1.0 | 1.58 ± 0.04 | - | - | fragmentation |
| 8 | 85 | 2 | 45.2 ± 1.0 | 1.20 ± 0.02 | - | - | - |
| 9 | 85 | 2 | 45.2 ± 1.0 | 1.18 ± 0.04 | - | - | - |
| 10 | 85 | 2 | 45.2 ± 1.0 | 1.59 ± 0.04 | - | - | fragmentation |
| 11 | 90 | 2 | 47.9 ± 1.0 | 1.13 ± 0.03 | - | - | - |
| 12 | 90 | 2 | 47.9 ± 1.0 | 1.55 ± 0.05 | - | - | fragmentation |
| 13 | 90 | 2 | 47.9 ± 1.0 | 1.40 ± 0.03 | - | - | fragmentation |
| 14 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 1.03 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 15 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 0.91 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 16 | 90 | 2 | 47.9 ± 1.0 | 1.48 ± 0.03 | - | - | fragmentation |
| 17 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 1.05 ± 0.04 | - | - | fragmentation |
| 18 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 1.22 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 19 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 1.006 ± 0.004 | - | - | fragmentation |
| 20 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 0.85 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 21 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 0.56 ± 0.01 | - | - | - |
| 22 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 1.10 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 23 | 85 | 2 | 45.2 ± 1.0 | 1.20 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 24 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 0.74 ± 0.02 | - | - | fragmentation |
| 25 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 0.67 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 26 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 0.56 ± 0.01 | - | - | - |

TABLE E.1 – Liste des données expérimentales.

| Expérience | d_m (mm) | t_m (s) | a_0 ($m.s^{-2}$) | d_g (mm) | e (mm) | f_g (Hz) | Note |
|------------|------------|-----------|----------------------|-----------------|-----------------|--------------|---------------|
| 27 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | 1.18 ± 0.02 | 1.73 ± 0.03 | 46 ± 6 | - |
| 28 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | - | 2.05 ± 0.04 | 34 ± 2 | fragmentation |
| | | | | | 1.87 ± 0.03 | 41 ± 5 | |
| 29 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | 1.49 ± 0.01 | 1.97 ± 0.01 | 38 ± 5 | fragmentation |
| | | | | | 1.90 ± 0.04 | 43 ± 3 | |
| 30 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | - | 1.84 ± 0.05 | 45 ± 5 | fragmentation |
| | | | | | 1.84 ± 0.03 | 49 ± 5 | |
| 31 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | 1.28 ± 0.02 | 1.78 ± 0.03 | 47 ± 10 | - |
| 32 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | 1.17 ± 0.02 | - | - | - |
| 33 | 50 | 2 | 26.6 ± 1.0 | 1.45 ± 0.01 | - | - | - |
| 34 | 50 | 2 | 26.6 ± 1.0 | 1.48 ± 0.02 | - | - | - |
| 35 | 50 | 2 | 26.6 ± 1.0 | 1.10 ± 0.01 | - | - | - |
| 36 | 55 | 2 | 29.3 ± 1.0 | 1.53 ± 0.01 | - | - | - |
| 37 | 58 | 2 | 30.9 ± 1.0 | 1.49 ± 0.02 | - | - | - |
| 38 | 59 | 2 | 31.4 ± 1.0 | 1.54 ± 0.02 | - | - | - |
| 39 | 100 | 2 | 53.2 ± 1.2 | 1.22 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 40 | 100 | 2 | 53.2 ± 1.2 | 1.32 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 41 | 100 | 2 | 53.2 ± 1.2 | 1.25 ± 0.02 | - | - | fragmentation |
| 42 | 100 | 2 | 53.2 ± 1.2 | 1.00 ± 0.02 | - | - | fragmentation |
| 43 | 100 | 2 | 53.2 ± 1.2 | 0.81 ± 0.02 | - | - | - |
| 44 | 100 | 2 | 53.2 ± 1.2 | 0.68 ± 0.01 | - | - | - |
| 45 | 110 | 2 | 58.5 ± 1.3 | 0.70 ± 0.02 | 1.53 ± 0.02 | 92 ± 2 | fragmentation |
| | | | | | 1.48 ± 0.01 | 101 ± 3 | |
| 46 | 110 | 2 | 58.5 ± 1.3 | 0.79 ± 0.01 | 1.30 ± 0.04 | 112 ± 3 | fragmentation |
| | | | | | 1.25 ± 0.02 | 117 ± 2 | |
| 47 | 110 | 2 | 58.5 ± 1.3 | 0.68 ± 0.1 | 1.13 ± 0.03 | 161 ± 11 | - |
| 48 | 110 | 2 | 58.5 ± 1.3 | 0.64 ± 0.02 | - | - | - |
| 49 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.72 ± 0.01 | - | - | - |
| 50 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.49 ± 0.01 | - | - | - |
| 51 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.65 ± 0.02 | - | - | - |
| 52 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.58 ± 0.02 | - | - | - |
| 53 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.61 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 54 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.98 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 55 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.80 ± 0.01 | - | - | - |
| 56 | 130 | 2 | 69.2 ± 1.5 | 0.92 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 57 | 50 | 2 | 26.6 ± 0.6 | 1.36 ± 0.01 | 1.85 ± 0.04 | 47 ± 7 | - |
| 58 | 50 | 2 | 26.6 ± 0.6 | 0.83 ± 0.01 | - | - | - |
| 59 | 50 | 2 | 26.6 ± 0.6 | 0.95 ± 0.01 | 1.52 ± 0.02 | 78 ± 4 | - |
| | | | | | 2.07 ± 0.02 | 35 ± 6 | |
| 60 | 70 | 2 | 37.3 ± 0.8 | - | 2.16 ± 0.05 | 31 ± 8 | fragmentation |
| | | | | | 2.29 ± 0.04 | 30 ± 11 | |
| | | | | | 1.93 ± 0.05 | 52 ± 4 | |
| 61 | 70 | 2 | 37.3 ± 0.8 | 1.08 ± 0.02 | 1.58 ± 0.01 | 68 ± 4 | - |
| | | | | | 1.67 ± 0.01 | 63 ± 4 | |

TABLE E.2 – Liste des données expérimentales.

| Expérience | d_m (mm) | t_m (s) | a_0 ($m.s^{-2}$) | d_g (mm) | e (mm) | f_g (Hz) | Note |
|------------|------------|-----------|----------------------|-----------------|-----------------|--------------|---------------|
| 62 | 70 | 2 | 37.3 ± 0.8 | 0.83 ± 0.01 | 1.50 ± 0.03 | 80 ± 2 | - |
| 63 | 70 | 2 | 37.3 ± 0.8 | 1.33 ± 0.01 | 1.87 ± 0.01 | 48 ± 6 | fragmentation |
| 64 | 70 | 2 | 37.3 ± 0.8 | 1.58 ± 0.02 | 2.09 ± 0.05 | 35 ± 2 | fragmentation |
| 65 | 75 | 2 | 39.9 ± 0.9 | 1.42 ± 0.01 | 1.59 ± 0.02 | 77 ± 4 | - |
| 66 | 75 | 2 | 39.9 ± 0.9 | 1.43 ± 0.01 | 1.96 ± 0.06 | 35 ± 2 | fragmentation |
| 67 | 75 | 2 | 39.9 ± 0.9 | 0.62 ± 0.02 | 1.11 ± 0.01 | 181 ± 11 | - |
| 68 | 75 | 2 | 39.9 ± 0.9 | 1.43 ± 0.01 | 1.88 ± 0.01 | 42 ± 5 | fragmentation |
| 69 | 65 | 2 | 34.6 ± 0.7 | 0.94 ± 0.02 | 1.61 ± 0.03 | 75 ± 2 | - |
| 70 | 65 | 2 | 34.6 ± 0.7 | 1.55 ± 0.02 | 2.09 ± 0.08 | 35 ± 6 | fragmentation |
| 71 | 65 | 2 | 34.6 ± 0.7 | 0.99 ± 0.02 | 1.76 ± 0.06 | 59 ± 2 | - |
| 72 | 95 | 2 | 50.6 ± 1.1 | 0.67 ± 0.02 | 0.95 ± 0.02 | 209 ± 9 | - |
| 73 | 95 | 2 | 50.6 ± 1.1 | 1.15 ± 0.01 | 1.64 ± 0.01 | 68 ± 5 | fragmentation |
| 74 | 95 | 2 | 50.6 ± 1.1 | 0.95 ± 0.03 | 1.64 ± 0.04 | 68 ± 5 | fragmentation |
| 75 | 95 | 2 | 50.6 ± 1.1 | 1.03 ± 0.02 | 1.53 ± 0.05 | 80 ± 4 | fragmentation |
| 76 | 95 | 2 | 50.6 ± 1.1 | 0.90 ± 0.02 | 1.62 ± 0.02 | 76 ± 1 | - |
| 77 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | 0.72 ± 0.01 | 1.33 ± 0.02 | 116 ± 1 | - |
| 78 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | 1.45 ± 0.01 | 1.95 ± 0.01 | 42 ± 4 | fragmentation |
| 79 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | - | 1.90 ± 0.01 | 68 ± 5 | fragmentation |
| 80 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | - | 1.25 ± 0.03 | 149 ± 13 | fragmentation |
| 81 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | 0.61 ± 0.01 | 1.15 ± 0.01 | 180 ± 2 | fragmentation |
| 82 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | 1.10 ± 0.02 | 1.71 ± 0.03 | 68 ± 6 | fragmentation |
| 83 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | 0.73 ± 0.02 | 1.37 ± 0.05 | 121 ± 8 | fragmentation |
| 84 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | 0.75 ± 0.02 | 1.13 ± 0.01 | 153 ± 10 | fragmentation |
| 85 | 115 | 2 | 61.2 ± 1.3 | 0.69 ± 0.01 | 1.18 ± 0.01 | 149 ± 6 | - |
| 86 | 20 | 2 | 10.6 ± 0.3 | 0.62 ± 0.02 | 1.21 ± 0.03 | 147 ± 15 | - |
| 87 | 20 | 2 | 10.6 ± 0.3 | 1.49 ± 0.01 | 1.98 ± 0.01 | 39 ± 1 | - |
| 88 | 20 | 2 | 10.6 ± 0.3 | 0.78 ± 0.01 | 1.33 ± 0.02 | 113 ± 4 | - |
| 89 | 40 | 2 | 21.3 ± 0.5 | 1.47 ± 0.01 | 1.92 ± 0.03 | 40 ± 3 | - |
| 90 | 40 | 2 | 21.3 ± 0.5 | 1.46 ± 0.01 | 2.07 ± 0.04 | 35 ± 1 | - |
| 91 | 40 | 2 | 21.3 ± 0.5 | 0.62 ± 0.02 | 1.24 ± 0.01 | 135 ± 7 | - |
| 92 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | 1.53 ± 0.03 | 2.23 ± 0.02 | 32 ± 2 | fragmentation |
| 93 | 60 | 2 | 31.9 ± 0.7 | 1.19 ± 0.02 | 1.74 ± 0.04 | 55 ± 1 | fragmentation |
| 94 | 80 | 2 | 42.6 ± 1.0 | 1.48 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 95 | 70 | 2 | 37.3 ± 0.8 | 1.30 ± 0.01 | - | - | - |
| 96 | 90 | 2 | 47.9 ± 1.0 | 1.39 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 97 | 70 | 2 | 37.3 ± 0.8 | 1.49 ± 0.02 | - | - | fragmentation |
| 98 | 100 | 2 | 53.2 ± 1.2 | 1.04 ± 0.01 | - | - | fragmentation |
| 99 | 120 | 2 | 63.9 ± 1.4 | 1.50 ± 0.02 | - | - | fragmentation |

TABLE E.3 – Liste des données expérimentales.

| Expérience | t_{frag} (ms) | v_{frag} (m.s ⁻¹) | D (mm) | D_{frag} (mm) |
|------------|-----------------|---------------------------------|-------------|-----------------|
| 28 | 995 ± 35 | 31.7 ± 1.3 | 1.35 ± 0.01 | 1.27 ± 0.03 |
| 29 | 985 ± 15 | 31.4 ± 0.8 | 1.30 ± 0.01 | 1.89 ± 0.07 |
| 30 | 944 ± 7 | 30.1 ± 0.7 | 1.16 ± 0.01 | 1.45 ± 0.10 |
| 45 | 1013 ± 7 | 57.7 ± 1.4 | 0.78 ± 0.01 | 1.06 ± 0.03 |
| 46 | 918 ± 9 | 53.7 ± 1.3 | 0.71 ± 0.01 | 1.01 ± 0.03 |
| | 921 ± 9 | 53.9 ± 1.3 | - | - |
| 60 | 874 ± 29 | 32.6 ± 1.3 | 1.44 ± 0.01 | 1.52 ± 0.04 |
| | 983 ± 29 | 36.7 ± 1.3 | - | - |
| 63 | 1006 ± 6 | 37.1 ± 0.8 | 1.18 ± 0.01 | 1.89 ± 0.04 |
| 64 | 889 ± 2 | 33.2 ± 0.7 | 1.44 ± 0.01 | 1.35 ± 0.04 |
| 66 | 857 ± 6 | 34.2 ± 0.8 | 1.28 ± 0.01 | 1.10 ± 0.03 |
| 68 | 747 ± 6 | 29.8 ± 0.7 | 1.31 ± 0.01 | 2.25 ± 0.02 |
| | 921 ± 6 | 36.7 ± 0.9 | - | - |
| 70 | 1017 ± 5 | 34.0 ± 0.7 | 1.42 ± 0.02 | 1.28 ± 0.02 |
| 72 | 750 ± 31 | 38.0 ± 1.8 | 1.12 ± 0.01 | 1.44 ± 0.01 |
| | 926 ± 31 | 46.9 ± 1.9 | - | - |
| 73 | 823 ± 16 | 41.6 ± 1.2 | 0.97 ± 0.01 | 1.39 ± 0.04 |
| | 633 ± 18 | 38.7 ± 1.4 | 1.35 ± 0.01 | 1.38 ± 0.03 |
| | 872 ± 18 | 53.4 ± 1.6 | - | - |
| 75 | 944 ± 18 | 57.8 ± 1.6 | - | - |
| | 1027 ± 18 | 59.5 ± 1.3 | - | - |
| | 1342 ± 18 | 40.3 ± 2.1 | - | - |
| | 633 ± 13 | 38.7 ± 1.1 | 0.99 ± 0.01 | 1.15 ± 0.05 |
| | 790 ± 13 | 48.3 ± 1.3 | - | - |
| | 875 ± 13 | 53.6 ± 1.4 | - | - |
| 76 | 898 ± 13 | 55.0 ± 1.4 | - | - |
| | 925 ± 13 | 56.6 ± 1.4 | - | - |
| | 938 ± 13 | 57.4 ± 1.4 | - | - |
| | 946 ± 13 | 57.9 ± 1.5 | - | - |
| | 953 ± 13 | 58.3 ± 1.5 | - | - |
| 77 | 962 ± 13 | 58.9 ± 1.5 | 0.75 ± 0.01 | 0.93 ± 0.03 |
| 83 | 1105 ± 13 | 28.6 ± 0.9 | 1.41 ± 0.01 | 2.54 ± 0.03 |
| 84 | 924 ± 16 | - | - | - |
| 86 | 673 ± 18 | - | - | - |
| 87 | 970 ± 10 | - | - | - |
| 88 | 805 ± 10 | - | - | - |
| 89 | 553 ± 19 | - | - | - |

TABLE E.4 – Temps de fragmentation de la goutte par rapport à l’initialisation de l’écoulement et vitesse au moment de la fragmentation de la goutte. L’incertitude large provient de l’absence de synchronisation entre la machine générant l’écoulement et la caméra.

MODÈLE HYDRO-MÉCANIQUE DE LA FIBRE DE COTON

Dans cette annexe, nous reproduisons l'article publié au journal PNAS Nexus ([Hernández-Hernández et al. \(2024\)](#)) concernant des travaux auxquels nous avons participé avant et pendant la thèse autour d'un modèle hydro-mécanique de croissance de la fibre de coton et du rôle de canaux poreux inter-cellulaires nommés plasmodesmes. Dans cet article (reproduit pages suivantes), on parle de la croissance de la fibre de coton que l'on peut observer sur les images de la figure F.1. Il s'agit d'une unique cellule qui croît sur l'épiderme de la graine de coton. Sa croissance est l'une des plus grande des cellules végétales : d'environ $10\ \mu\text{m}$ jusqu'à $6\ \text{cm}$ en l'espace de 25 jours environ. Cela lui confère un rôle de modèle pour l'étude de la croissance de nombreuses cellules végétales.

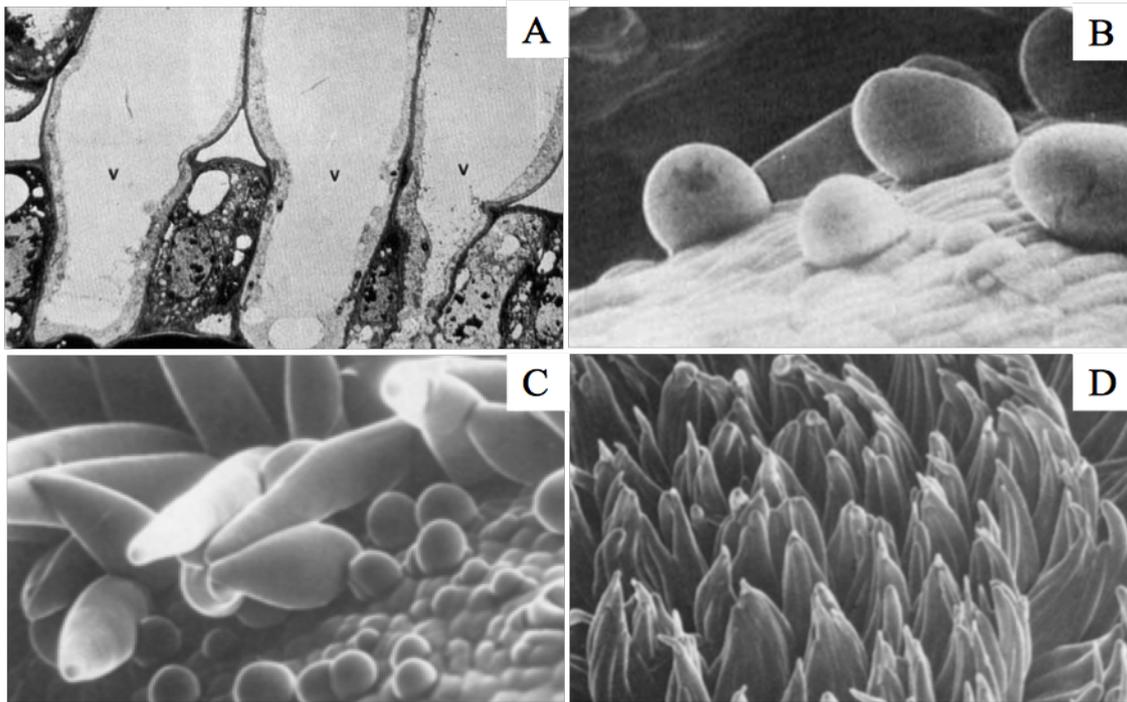


FIGURE F.1 – Images de fibres de coton appartenant à l'espèce *Gossypium hirsutum* à différentes étapes de développement. [A] Microscopie électronique de fibres de coton deux jours après l'anthèse, la lettre *V* représente la vacuole, l'images est prise de [Ramsey et Berlin \(1976\)](#). [B],[C] Microscopie électronique à balayage d'initiations des fibres quatre jours après l'anthèse, notons que certaines fibres semblent se coller ensemble, les images sont prises de [Stewart \(1975\)](#). [D] Microscopie électronique de fibres trois jours après l'anthèse, notons que les fibres s'agglomèrent ensemble par paquet, l'image provient de [Stewart \(1975\)](#). Échelle : $10 - 20\ \mu\text{m}$ de diamètre pour les cellules de la figure A et B.

A mechanohydraulic model supports a role for plasmodesmata in cotton fiber elongation

Valeria Hernández-Hernández^a, Olivier C. Marchand^b, Annamaria Kiss^{a,*} and Arezki Boudaoud^b

^aLaboratoire Reproduction et Développement des Plantes, Univ Lyon, ENS de Lyon, UCB Lyon1, CNRS, INRAE, INRIA, Lyon F-69342, France

^bLadHyX, NRS, École polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, Palaiseau F- 91120, France

*To whom correspondence should be addressed: Email: annamaria.kiss@ens-lyon.fr; arezki.boudaoud@polytechnique.edu

Edited By: Rui Reis

Abstract

Plant cell growth depends on turgor pressure, the cell hydrodynamic pressure, which drives expansion of the extracellular matrix (the cell wall). Turgor pressure regulation depends on several physical, chemical, and biological factors, including vacuolar invertases, which modulate osmotic pressure of the cell, aquaporins, which determine the permeability of the plasma membrane to water, cell wall remodeling factors, which determine cell wall extensibility (inverse of effective viscosity), and plasmodesmata, which are membrane-lined channels that allow free movement of water and solutes between cytoplasm of neighboring cells, like gap junctions in animals. Plasmodesmata permeability varies during plant development and experimental studies have correlated changes in the permeability of plasmodesmal channels to turgor pressure variations. Here, we study the role of plasmodesmal permeability in cotton fiber growth, a type of cell that increases in length by at least three orders of magnitude in a few weeks. We incorporated plasmodesma-dependent movement of water and solutes into a classical model of plant cell expansion. We performed a sensitivity analysis to changes in values of model parameters and found that plasmodesmal permeability is among the most important factors for building up turgor pressure and expanding cotton fibers. Moreover, we found that nonmonotonic behaviors of turgor pressure that have been reported previously in cotton fibers cannot be recovered without accounting for dynamic changes of the parameters used in the model. Altogether, our results suggest an important role for plasmodesmal permeability in the regulation of turgor pressure.

Keywords: cell growth, cell wall, aquaporins, plasmodesmata, cotton fiber

Significance Statement

The cotton fiber is among the plant cells with the highest growth rates. In cultivars, a single fiber cell generally reaches a few centimeters in length. How such size is achieved is still poorly understood. In order to tackle this question, we built a comprehensive mathematical model of fiber elongation, considering cell mechanics and water entry into the cell. Model predictions agree with experimental observations, provided that we take into account active opening and closure of plasmodesmata, the nano-channels that connect the fiber with neighboring cells. Because cotton fiber length is a key factor for yarn quality, our work may help to understand the mechanisms behind an important agronomic trait.

Introduction

Expansion of the plant cell involves mechanical and hydraulic processes. Mechanical processes include the ability of the cell wall to increase in surface area, called wall extensibility. Hydraulic processes include water movement across the plasma membrane, through aquaporins, or between cells, through channels known as plasmodesmata, that create cytoplasmic continuity between cells, like gap junctions in animals. James Lockhart (1) developed a model that has become widely used in the study of the mechanohydraulic processes behind irreversible plant expansion. In its original form, Lockhart did not account for plasmodesmata permeability. It has been shown that the diameter of the channel (therefore also its permeability) may vary during plant development which affects movement between cells of small

molecules like sucrose (2). The idea that plasmodesmata can regulate fluxes of solutes and water has led to the hypothesis that plasmodesmal permeability may be important for building up turgor during cell expansion. As a consequence of this, theoretical studies have addressed the hydraulic conductivity and the permeability to solutes of a single plasmodesma (3–6) and have started to integrate the role of plasmodesmal permeability into models of plant cell expansion (7). Likewise, gap junction permeability was recently accounted for in models of volume regulation in animal cells (8). Here, we further consider the role of plasmodesmal permeability in the expansion of plant cells.

The cotton fiber is an ideal system to study the regulation of cell expansion because they are single epidermal cells that mostly increase in length (9, 10). There are several species of cotton

Competing Interest: The authors declare no competing interest.

Received: July 25, 2023. **Accepted:** June 18, 2024

© The Author(s) 2024. Published by Oxford University Press on behalf of National Academy of Sciences. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted reuse, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

(*Gossypium*), which enables comparisons between phenotypes. In *Gossypium hirsutum*, fibers start growing on the day of anthesis until 20–26 days after anthesis (DAA) (9, 10). A study performed by Ruan et al. (11, 12) reported that plasmodesmata change permeability from open (0–9 DAA) to closed (10–15 DAA), and then to open (16 onwards) again during fiber growth. The timing of this pattern may depend on cultivars and cotton species (13). Besides the dynamics of plasmodesmal permeability, Ruan et al. (11) also reported peak values of turgor and osmotic pressures at around 15 DDA, which correlated with the closure of plasmodesmata. The authors also found that the turgor pressure difference between the cotton fiber cell and its adjacent seed coat cell is largest when plasmodesmata are closed. Interestingly, a recent multicellular model of equivalent cells shows that low cell-to-cell permeability increases the turgor pressure differences between neighboring cells (7), which motivated us to model cotton fiber elongation.

Several processes may contribute to an increase in cell osmotic pressure during fiber growth: an increase in the expression level of sucrose and K⁺ transporters (11), and of vacuole invertase 1 (VIN1) (14); an increase in potassium and malate concentrations (15). While VIN1 and solute transporters might enhance the accumulation of solutes within the fiber, closure of plasmodesmata may prevent leakage of solutes and of water causing a rise of turgor (11).

In order to better understand the role of plasmodesmata, we study whether a minimal hydro-mechanical model can reproduce the observations of turgor and osmotic pressure peaks during fiber growth. Furthermore, we investigate whether the observed correlation of these peaks with plasmodesmata closure and increase in solute concentrations are causal in this model.

Results and discussion

Mechanohydraulic model of the growing cotton fiber

We consider a single cotton fiber, connected to neighboring cells, as depicted in Fig. 1. We aim at a model that is amenable to a comprehensive exploration of the parameter space. We thus approximate the fiber geometry to a cylinder of radius r and length l . Given that cotton fibers undergo a huge increase in length and moderate changes in diameter, we assume that the fiber grows only in length. In the following, we derive the system of differential equations that governs the dynamics of the volume of the growing cotton fiber cell, $V = \pi r^2 l$, of its osmotic pressure, π_{fiber} , and of its mechanical (turgor) pressure, P_{fiber} .

Water dynamics

Since water is nearly incompressible, the observed change in volume V of the cell is due to water moving in or out of the cell. Water can move either through the plasma membrane (mostly through aquaporins), with flux F_m , or through plasmodesmata, with flux F_p :

$$\frac{dV}{dt} = F_m + F_p. \quad (1)$$

The flux through the membrane is driven by the difference in water potential (chemical potential of water) between the cell (Ψ_{fiber}) and the external environment (Ψ_{apoplasm}), $\Delta\Psi = \Psi_{\text{fiber}} - \Psi_{\text{apoplasm}}$. Water flows towards the compartment with a lower potential

$$F_m = -LA_m\Delta\Psi, \quad (2)$$

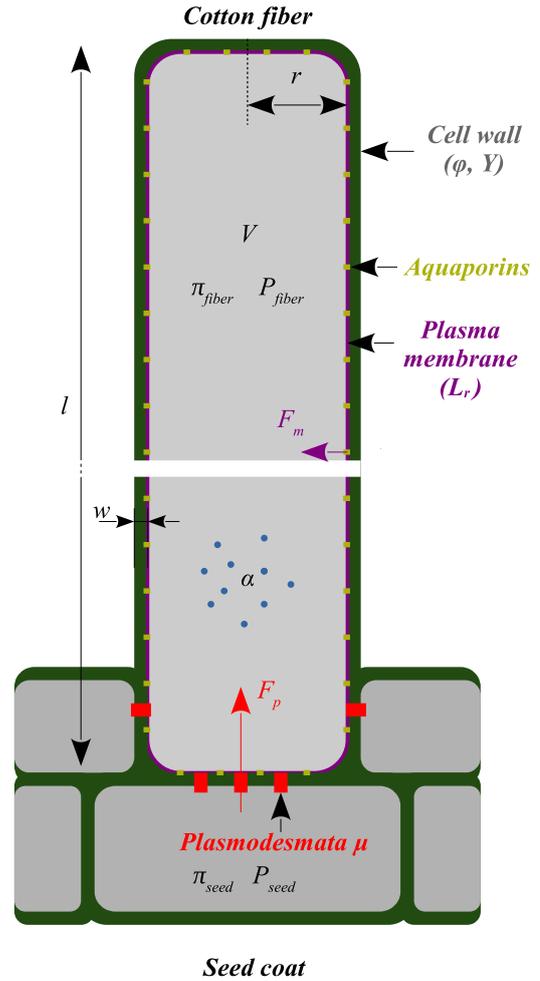


Fig. 1. Mechanohydraulic model of a cotton fiber. Cell shape is approximated by a cylinder of radius r , length l , and volume V . The cell wall has thickness w , extensibility ϕ , and yield stress Y . The cell is characterized by an osmotic pressure π_{fiber} , a mechanical (turgor) pressure P_{fiber} , and a rate of solute import/synthesis α . The plasma membrane has hydraulic conductivity L_r , mainly associated with aquaporins. Water moves between the cell and the outside through two pathways: through the plasma membrane (apoplastic pathway) and through plasmodesmata, the nanometric channels connecting the fiber to neighboring cells (symplastic pathway). The three main variables that describe the fiber cell are its volume, V , its turgor pressure, P_{fiber} , and its osmotic pressure π_{fiber} .

where L is the membrane permeability (per unit area) and A_m is the membrane surface. It is commonly held that water moves through and along all cell walls (16). In particular, we consider that water is available all around the fibers, which do not seem to have a cuticle (17), and that the water potential of the apoplasm is constant all along the fiber. We keep this assumption for the side walls of the cotton fiber, and we assume that water may arrive and cross the membrane on all sides of the cell. Because the fibers are very long, the area of cell ends is much smaller than the lateral area, and thus we take $A_m = 2\pi rl = 2V/r$, which is proportional to the volume of the cell V .

Water potential in a compartment combines mechanical pressure (turgor, P), and osmotic pressure (π) in this compartment: $\Psi = P - \pi$ (16). We here consider the developmental phase during which the fiber elongates, while the remainder of the seed has ceased expansion. Accordingly, neighboring cells are at thermodynamic equilibrium with the apoplasmic space, $\Psi_{\text{seed}} = \Psi_{\text{apoplasm}}$, so that

the water potential difference, $\Delta\Psi = \Delta P - \Delta\pi$, with $\Delta P = P_{\text{fiber}} - P_{\text{seed}}$ and $\Delta\pi = \pi_{\text{fiber}} - \pi_{\text{seed}}$. The water flux through the membrane is then

$$F_m = L_r V (\Delta\pi - \Delta P), \quad (3)$$

where $L_r = 2L/r$ is the relative hydraulic conductivity of the membrane (1, 18, 19). An increase in fiber turgor pressure, P_{fiber} , leads to a decrease of water flux, whereas an increase in fiber osmotic pressure, π_{fiber} , leads to an increase of water flux towards the cell.

Water also flows through plasmodesmata channels linking the fiber cell to the seed cell, depending on the turgor pressure difference between the two compartments,

$$F_p = -\mu\Delta P, \quad (4)$$

where μ is the total permeability associated with plasmodesmata.

Altogether, the rate of fiber volume change is given by Eqs. 1, 3, and 4, which require prescribing the dynamics of osmotic and turgor pressure.

Solute dynamics

The dynamics of osmotic pressure depends on solute dynamics. The total number of solute particles N in the fiber changes through two processes. On the one hand, the fiber may exchange solutes with neighboring cells through plasmodesmata. The concentration of solutes transported by the flux (given by Eq. 4) depends on the flux direction: if the hydrostatic pressure in the seed is higher than in the fiber, the solutes in the seed, with concentration c_{seed} , enter the fiber, otherwise the solutes in the fiber, with concentration c_{fiber} , leave the fiber. On the other hand, the fiber cell uptakes solutes from the cell wall compartment or breaks solute particles into smaller ones (thanks for instance to invertases), leading to an increase in the number of solute particles. As a consequence, the rate of change of solute number is given by

$$\frac{dN}{dt} = \mu c_{\text{seed}} (-\Delta P)_+ - \mu c_{\text{fiber}} (\Delta P)_+ + \frac{\alpha V}{RT}, \quad (5)$$

where $(x)_+$ denotes the positive part of x , and we introduced the constant of perfect gases R , temperature T , and a normalized rate of solute increase α . Finally, we relate any solute concentration c to osmotic pressure π in the corresponding compartment by $\pi = NRT/V = cRT$. This approximation is valid for low concentrations, and we obtain in this case the following equation for the dynamics of the osmotic pressure in the fiber

$$\frac{d\pi_{\text{fiber}}}{dt} = \alpha - \frac{\pi_{\text{fiber}}}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{\mu\pi_{\text{seed}}}{V} (-\Delta P)_+ - \frac{\mu\pi_{\text{fiber}}}{V} (\Delta P)_+. \quad (6)$$

Cell wall expansion

The cell wall is under tensile stress due to turgor pressure. This tension leads to both elastic (reversible) and plastic-like (irreversible) deformation of the wall. Given that typical values of longitudinal elastic deformation are smaller than 10%, even for soft cell walls (24), the huge increase in fiber cell length is mostly associated with irreversible deformation. Therefore, we have chosen to neglect elastic deformations.

Cotton fibers grow diffusely (all along their length) at early stages (25, 26). We assume that this holds up to growth arrest and we use the classical Lockhart's equation to model elongation. When turgor is above a critical yield threshold (Y), the rate of

volume increase is determined by turgor in excess of Y and cell wall extensibility, ϕ ,

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = \phi (P_{\text{fiber}} - Y)_+. \quad (7)$$

Here, Y and ϕ are fixed values that are representative of parameters that potentially vary along the fiber. Equations 3 and 7 would form together the complete version of the Lockhart equation (1, 27, 28) in which growth is potentially limited by wall extensibility and by membrane conductivity. Here, in addition, we account for cytoplasmic flow through plasmodesmata (Eq. 4). Using Eq. 1 that describes the total flux of water into the cell, we eliminate the turgor pressure P_{fiber} and we obtain the pressure difference $\Delta P = P_{\text{fiber}} - P_{\text{seed}}$ as

$$\Delta P = \begin{cases} \frac{\Delta\pi}{1 + \frac{\mu}{L_r V}} & \text{if } \frac{\Delta\pi}{1 + \frac{\mu}{L_r V}} < Y - P_{\text{seed}} \\ \Delta\pi + \frac{\phi}{L_r} (Y - P_{\text{seed}}) & \\ \frac{\Delta\pi + \frac{\phi}{L_r} (Y - P_{\text{seed}})}{1 + \frac{\mu}{L_r V} + \frac{\phi}{L_r}} & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (8)$$

The first line of Eq. 8 holds when there is no fiber growth—the inequality reduces to the classical condition of no growth when plasmodesmata are closed ($\mu = 0$)—and the second line applies to when the fiber grows. Equations 1 and 6, together with Eqs. 3, 4, and 8 form a system of differential equations for the two variables V and π_{fiber} , with seven parameters: plasma membrane permeability L_r , hydraulic conductivity of all plasmodesmata μ , solute uptake/synthesis rate α , extensibility ϕ , seed turgor pressure P_{seed} , seed osmotic pressure π_{seed} , and yield threshold Y . We consider the initial conditions $V(t=0) = V(0)$ and $\pi_{\text{fiber}}(t=0) = \pi_{\text{seed}}$.

Model predictions for constant parameters

Reference values

We start with the analysis of the model with constant parameters, and in particular, we choose as reference parameter values the geometric mean of the range limits given in Table 1. We consider these ranges to be the biologically relevant values of parameters. As indicated in Table 1, these values were either found directly in the literature or were estimated from the literature. The methodology of estimation is detailed in the [Supplementary Material](#). For instance, the estimation of plasmodesmal permeability μ is based on the methodology used in (4), and accounts for a range of possible geometries and dimensions of plasmodesmata channels. In the following, we refer to the model with constant parameters taking these reference values as the reference model. The volume, the osmotic and turgor pressures, and fluxes of the reference model with the initial volume $V(0) = 1.88 \times 10^{-4} \text{ mm}^3$ are plotted in Fig. 2. For these reference parameters, we see that both osmotic and turgor pressures reach constant values (after about 400 h) after a monotonic regime. Only the behavior of the first few hours depends on the initial conditions. The growth rate defined as $\frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$ becomes constant as soon as the pressures reach their limiting values.

Sensitivity of model predictions to parameter values

To identify the influence of parameters on the behavior of cotton fiber growth, we performed a one-factor-at-a-time sensitivity analysis of the reference model. To do this, we varied parameters one by one around their reference value by a maximal 10% deviation while keeping all others at their reference value, and we monitored the relative deviation of the final values of the three main

Table 1. Model parameters.

| Symbol | Meaning and unit | Range | Reference value | Relative deviation | Source(s) |
|---------------------|--|---|------------------------|--------------------|---|
| L_r | Normalized hydraulic conductivity of the cell membrane ($\text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$) | $5 \times 10^{-9} - 5 \times 10^{-6}$ | 0.16×10^{-6} | $[-0.97, 30.63]$ | Parenchyma cells of corn leaves (20), Chara algae, onion, and pea (21) See Supplementary Material |
| μ | Plasmodesmal permeability for open plasmodesmata ($\text{m}^3 \cdot \text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$) | $13.5 \times 10^{-27} - 0.33 \times 10^{-18}$ | 66.7×10^{-24} | $[-1.00, 4947]$ | |
| α | Source of solutes ($\text{Pa} \cdot \text{s}^{-1}$) | $0.083 \times 10^3 - 0.167 \times 10^3$ | 0.118×10^3 | $[-0.30, 0.42]$ | Supplementary Material and (11) |
| π_{seed} | Osmotic pressure of seed proper (Pa) | $0.99 \times 10^6 - 1.29 \times 10^6$ | 1.13×10^6 | $[-0.12, 0.14]$ | Cotton (11), also see (22) |
| P_{seed} | Turgor pressure of seed (Pa) | $0.07 \times 10^6 - 0.18 \times 10^6$ | 0.11×10^6 | $[-0.36, 0.64]$ | Cotton (11), also see (22) |
| Y | Yield turgor pressure (Pa) | $0.06 \times 10^6 - 0.20 \times 10^6$ | 0.11×10^6 | $[-0.45, 0.82]$ | Assuming $P > Y$ and taking P_{fiber} from (11) |
| ϕ | Cell wall extensibility ($\text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$) | $1.1 \times 10^{-12} - 25.0 \times 10^{-12}$ | 5.3×10^{-12} | $[-0.79, 3.72]$ | Growing pea stems (18, 23) |

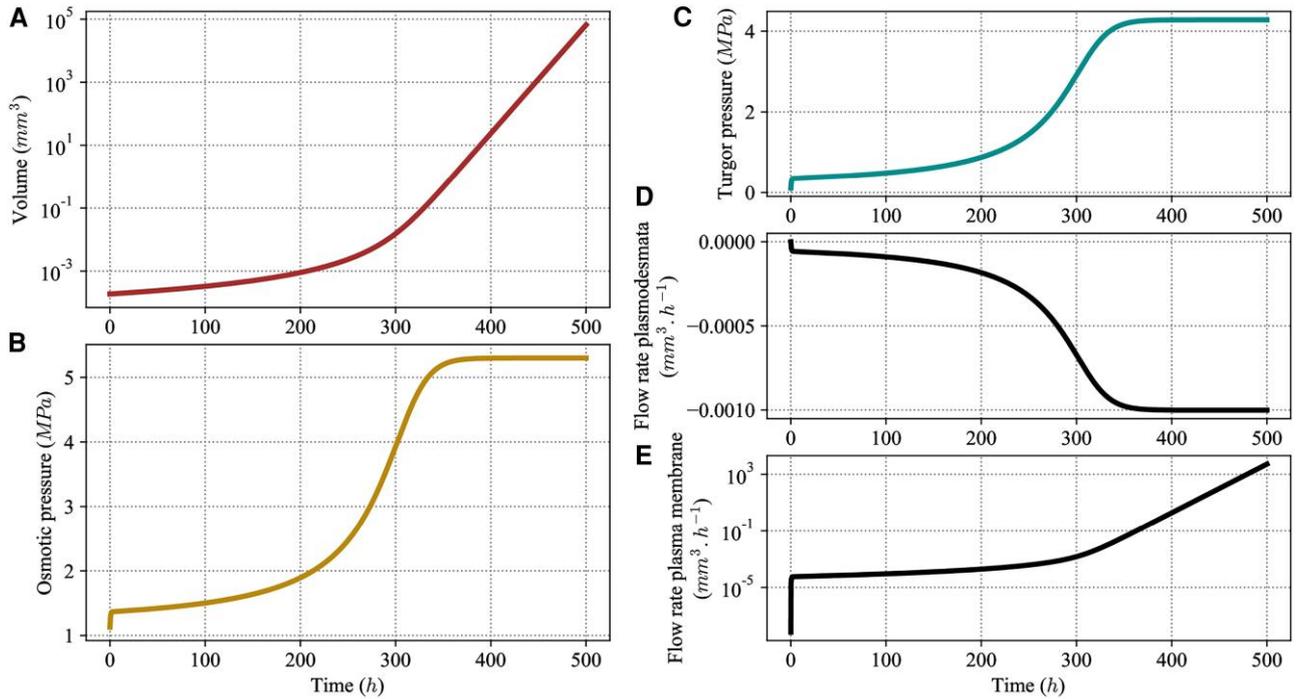


Fig. 2. Behavior of the model with reference values of the parameters. Volume V , osmotic π_{fiber} and turgor P_{fiber} pressure, and flow rates through plasmodesmata F_p and through the plasma membrane F_m , shown as a function of time. Reference values are given in Table 1. The initial value of the volume is $V(0) = 1.88 \times 10^{-4} \text{ mm}^3$ and the initial value of the osmotic pressure is $\pi_{\text{fiber}}(0) = 1.13 \text{ MPa}$.

observable variables: volume, osmotic pressure, and turgor pressure. As initial conditions for the differential equations, we assume that the turgor pressure in the fiber is initially higher than in the seed cells, as measured by Refs (11, 22), while the duration of the simulation was chosen to be $t_{\text{max}} = 500 \text{ h}$, comparable with the natural duration of cotton fiber growth.

Detailed plots are shown in Figs. S4–S6, while sensitivity values are given in Table 2. The sensitivity of an observable X to parameter x is defined as the normalized derivative of X with respect to x at its reference value,

$$S(X, x) = \frac{x_{\text{ref}}}{X(x_{\text{ref}})} \frac{\partial X}{\partial x} \Big|_{x=x_{\text{ref}}} \quad (9)$$

Table 2 presents the sensitivity of the logarithmic increase of volume $\log(V(t_{\text{max}})/V(0))$, of the final osmotic pressure $\pi_{\text{fiber}}(t_{\text{max}})$, and of the final turgor pressure $P_{\text{fiber}}(t_{\text{max}})$ with to all the parameters of the model. As sensitivity values are normalized, they can be compared; their sign indicates positive or negative effect of the parameter on the observable. We see that some parameters potentially have a stronger influence on the final values of

the volume and pressure than others (but some parameters have larger ranges of variation, see below).

Regarding the effect on the final osmotic and turgor pressure values, we again observe two groups: L_r , P_{seed} , and π_{seed} have opposite effects on the two types of pressure, while the μ , α , Y and ϕ affect the two pressures in the same direction. Regarding the effect on growth, parameters can be classified into two groups: those that increase the final volume of the fiber— L_r , α , P_{seed} , and ϕ —and those that decrease it— μ , π_{seed} , and Y . We also see that membrane permeability L_r has a lower effect on final size than the other parameters, while the closure of plasmodesmata as well as the increase of the solute source value have a higher growth-promoting effect.

Effect of parameters on fiber length and comparison to experimental data

In what follows, we further discuss how fiber length depends on parameters (see Table 2 of sensitivities), and we show that the model is consistent with available experimental observations. We start with the normalized hydraulic conductivity of the cell membrane, L_r . An increase in conductivity results in larger cell

Table 2. One-factor-at-a-time sensitivity around reference values.

| Variable | L_r | μ | α | π_{seed} | P_{seed} | Y | ϕ |
|---|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Volume $\log(V(t_{max})/V(0))$ | 2.00×10^{-4} | -8.37×10^{-1} | 1.35 | -6.80×10^{-1} | 2.79×10^{-1} | -2.74×10^{-1} | 1.51 |
| Osmotic pressure $\pi_{fiber}(t_{max})$ | -1.16×10^{-5} | -5.30×10^{-6} | 4.41×10^{-1} | 1.19×10^{-1} | -1.18×10^{-2} | 1.16×10^{-2} | -4.42×10^{-1} |
| Turgor pressure $P_{fiber}(t_{max})$ | 1.48×10^{-5} | -6.16×10^{-6} | 5.46×10^{-1} | -1.16×10^{-1} | 1.15×10^{-2} | 1.44×10^{-2} | -5.47×10^{-1} |

volume (the sensitivity is positive, though small) because it enables a higher influx of water for the same difference in water potential. Accordingly, two mutants with short fibers had lower aquaporin expression than in wild-type cotton (29). Moreover, downregulation of the aquaporin GhPIP2;6 led to shorter fibers (30). We nevertheless note that the predicted sensitivity of volume to hydraulic conductivity is low (of the order of 10^{-4}) and that hydraulic conductivity was not quantified in the cotton fiber—for instance, the results of (29) might be ascribed to lower osmotic concentration in the fiber.

Plasmodesmatal permeability, μ , has a negative effect on cell volume, because the fiber cell has higher turgor pressure than the seed coat and so may lose its contents through plasmodesmata. Consistently, the duration of plasmodesmata closure is correlated with fiber length across *Gossypium* species (12).

The solute source, α , has a positive effect on fiber volume. Indeed, accumulation of solutes increases fiber osmotic pressure, the driving force of growth. This is consistent with experiments that alter solute content of the fiber. Two mutants with short fibers had fiber cells with lower osmotic concentration (29) (though aquaporin expression was also altered in these mutants). When sucrose synthase is downregulated, sucrose synthase activity correlates well with fiber length (31). Finally, the vacuolar invertase GhVIN1 is highly expressed in fibers and its downregulation or upregulation respectively leads to shorter or to longer fibers (14).

Osmotic pressure of the seed coat, π_{seed} , has a negative effect on fiber volume. Indeed, an increase in π_{seed} decreases the seed coat water potential and so reduces the relative advantage of the fiber regarding water potential, diminishing water flux in the fiber. Conversely, turgor pressure of the seed, P_{seed} , has a positive effect on fiber volume because it contributes positively to water potential of the seed coat, in addition to negatively contributing to flow through plasmodesmata out of the fiber. These two parameters have not been manipulated experimentally (without affecting the fiber at the same time).

Yield threshold and extensibility have respectively negative and positive effect on fiber volume, as directly implied by Lockhart's law (Eq. 7). Interestingly, GhTCP4 promotes secondary cell wall formation in cotton fibers (32), presumably reducing extensibility or increasing yield threshold. The downregulation or upregulation of GhTCP4 respectively leads to longer or to shorter fibers, consistent with such effect on extensibility or yield threshold.

Model sensitivity over the biologically relevant parameter range

The sensitivity analysis conducted above near the reference values was useful in unraveling how observable variables (notably fiber length) depend on parameters. However, that analysis implicitly assumed that model parameters have the same relative range of variations, which does not hold (as can be seen in Table 1). A parameter with broad biologically relevant values

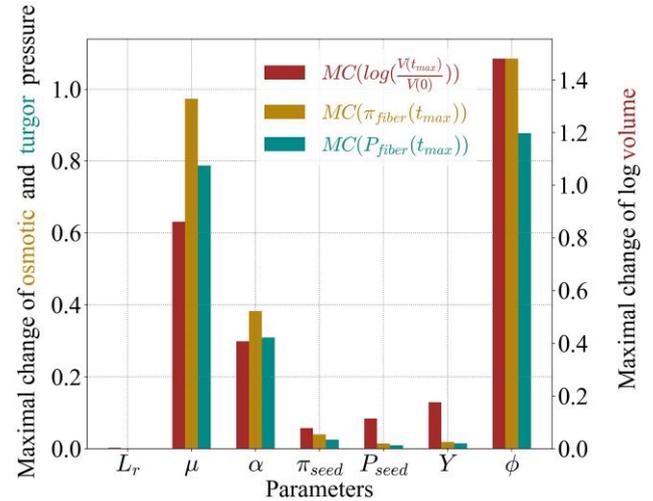


Fig. 3. Maximal change. Plotted values are maximal changes $MC(X, x)$ of the observable variable X (final volume, osmotic pressure, or turgor pressure) with respect to parameter x (hydraulic conductivity, plasmodesmatal permeability, solute source, osmotic and turgor pressures of seed coat, yield threshold, and extensibility). This maximal change, defined in Eq. 10, takes into account the biological ranges of parameters shown in Table 1. The final time $t_{max} = 500$ h is comparable to the natural duration of cotton fiber growth.

may have a stronger impact on an observable variable than a parameter with narrow biological range, assuming similar sensitivity values of the observable variable to these two parameters. To overcome this shortcoming, we introduced the “maximal change of an observable variable X with respect to the parameter x ” and denote it $MC(X, x)$. This quantity characterizes the effect of a parameter on the observable variables when it is allowed to sweep over the whole range of biologically relevant values, we define it as

$$MC(X, x) = \frac{\max(X(x)) - \min(X(x))}{X(x_{ref})}, \quad (10)$$

where the maximum and minimum of X are considered while $x \in [x_{min}, x_{max}]$ with x_{min} and x_{max} the biological limits of the parameter x in Table 1, while keeping all other parameters at their reference value x_{ref} . By definition, the sign of this maximal change is always positive.

We consider the same observable variables, as for the sensitivities in Table 2, namely the logarithm of the ratio of final to initial volume, $\log(V(t_{max})/V(0))$, the final osmotic pressure, $\pi_{fiber}(t_{max})$, and the final turgor pressure, $P_{fiber}(t_{max})$. We plotted the corresponding maximal changes on Fig. 3. These results single three parameters, μ , α , and ϕ , as the most influential on the observed final volume and pressures.

Constant parameters imply monotonic osmotic and turgor pressure

We now broadly analyze the behavior of the model, considering that the parameters take any value, and notably seek whether

the model can predict the observed peaks in turgor and osmotic pressures (11). We sought a mathematical proof of possible model behaviors. To do so, we reduced the number of parameters from seven physical parameters to three nondimensional parameters by nondimensionalizing Eqs. 1, 6, and 8. We enumerated all possible behaviors and determined the range of parameter values that correspond to each type of behavior. The detailed proof, the list of all behavior types, and the associated conditions are presented in the [Supplementary Material](#).

Briefly, we proved that, depending on parameter values, we can have both monotonic and nonmonotonic behaviors for turgor pressure and osmotic pressure. Having a peak of turgor or osmotic pressure is possible only when the source of solute α is strictly lower than a specific combination of the other parameters,

$$\alpha < \frac{\phi}{L_r} (Y - P_{\text{seed}}) (\phi (Y - P_{\text{seed}}) - L_r \pi_{\text{seed}}) \quad (11)$$

and when the turgor pressure in the fiber is strictly lower than in the seed. None of these two conditions is satisfied by experimental data. The biological range of Table 1 is incompatible with the first condition, while turgor pressure in fiber higher is higher than in the seed (11, 22).

Altogether, the model does not recover the observed nonmonotonic behaviors of turgor and osmotic pressures (11) for constant parameters having values within the biologically relevant ranges.

A model with dynamic parameters retrieves experimental observations

Based on the above, we consider whether dynamic model parameters allow us to retrieve experimental observations; furthermore, it appears that three parameters μ , α , and ϕ , are those that have the highest impact on growth, and, if made variable in time, could potentially lead to a peak of osmotic and turgor pressures and to an arrest of growth.

Vanishing cell wall extensibility yields growth arrest

We first address growth arrest, following Lockhart (1). Several pieces of evidence suggest a decrease in cell wall extensibility during fiber development. The expression of cell wall-related genes is dynamic (33), with notably a decrease of expression of genes involved in cell wall remodeling (33, 34) or an increase in expression of cellulose synthases associated with secondary cell wall (32). The relative quantity of cellulose, the stiffest component of the cell wall, increases during fiber development (34, 35), consistent with an increase in mechanical strength (36). Also, during fiber development, cellulose fibrils orientation shifts towards longitudinal (37), which effectively amounts to a decrease in extensibility in a 1D model like ours (38). Accordingly, we considered that extensibility vanishes at 500 h and is a linear function of time taking its reference value at 0 h, as plotted in Fig. 4B. The results are shown in Fig. 4A. The volume reaches a constant value when the cell wall extensibility becomes zero. The final values of osmotic and turgor pressure are reduced with respect to the reference case.

Transient plasmodesmata closure or increased solute source yield a peak in the pressures

We now test the proposal by Ruan et al. (11) that plasmodesmata gating is needed for the peak in osmotic and turgor pressure. To do so, we consider that plasmodesmata permeability, μ , vanishes between 200 h and 250 h, as shown in Fig. 4B. This indeed induces a transient peak in turgor and osmotic pressure, see Fig. 4D. However, this peak is followed by a transient drop in pressure,

which does not resemble experimental observations (11). As a consequence, additional hypotheses seem to be needed to fully explain the pressure behaviors in cotton fibers. When combining transient plasmodesmata gating and vanishing extensibility (Fig. 4F, the peak in pressures was more similar to experimental observations, although there was a later increase in pressure values).

We examined the effect on fiber volume of the temporal pattern of plasmodesmata closure. In Fig. 4E, we plotted the ratio $\frac{V_f}{V_{\text{ref}}}$ as a function of the duration and the starting time of closure. This shows that longer fibers are favored by both earlier and longer plasmodesmata gating. The former condition is consistent with experimental observations. Cotton lines with altered sterol levels had delayed plasmodesmata closure and shorter fibers (13).

We next consider the proposal by Ruan et al. (11) that an increase in solute content of the fiber is also needed for the peak in osmotic and turgor pressure. Several experimental results support such an increase in solute contents. There is peak in expression of genes related to osmolyte accumulation (39). Consistently, there is peak in the concentration of important osmolytes such as potassium/malate around 15DAA (15, 40). Accordingly, we considered a dynamic source of solute, with a transient rise from the reference value to the maximal biologically relevant value (1) of the source parameter α . We observed a peak of turgor and osmotic pressure (Fig. S7), but the height of the pressure peak was small, suggesting that solute dynamics has a minor role compared to plasmodesmata gating.

Conclusions and perspectives

We have put forward a minimal differential equation-based model to explore the key ingredients for the striking elongation of cotton fibers. We notably assessed the contribution of plasmodesmal permeability in the behavior of turgor and osmotic pressures during cotton fiber development. To do so, we used Lockhart's model in which we incorporated fluxes of water and solutes through plasmodesmata. Model predictions agreed with available experimental observations. We notably observed that a transient closure of plasmodesma increases fiber length and induces a peak in osmotic and turgor pressure, consistent with a qualitative model proposed based on experimental data (11).

Nevertheless, how this transient closure of plasmodesma is achieved is beyond the scope of this manuscript. It has been proposed that plasmodesmata may close when the difference in pressure between the two cells is high, through a valve-like mechanism (41, 42). This mechanism could explain the closing of the plasmodesmata during fiber development. However, when plasmodesmata are closed, the differences in turgor pressure between the fiber and the seed are increased and this mechanism would lead to the maintenance of closure. Another mechanism would be needed to explain the re-opening of plasmodesmata. It seems plausible that callose is involved in the control of plasmodesmata gating because callose deposition and degradation was observed to correlate respectively with closing and opening of plasmodesmata (12).

Our model has a few limitations. Although the shape of the fiber can be modeled (26), we only considered fiber length in our model, because it can be easily compared to experimental data and because it made it possible to broadly investigate the effect of parameter values on model predictions. We predicted plasma membrane conductivity to have a low (though positive) effect on fiber length, in contrast with experimental studies that associated lower aquaporin expression with significant reduction in fiber

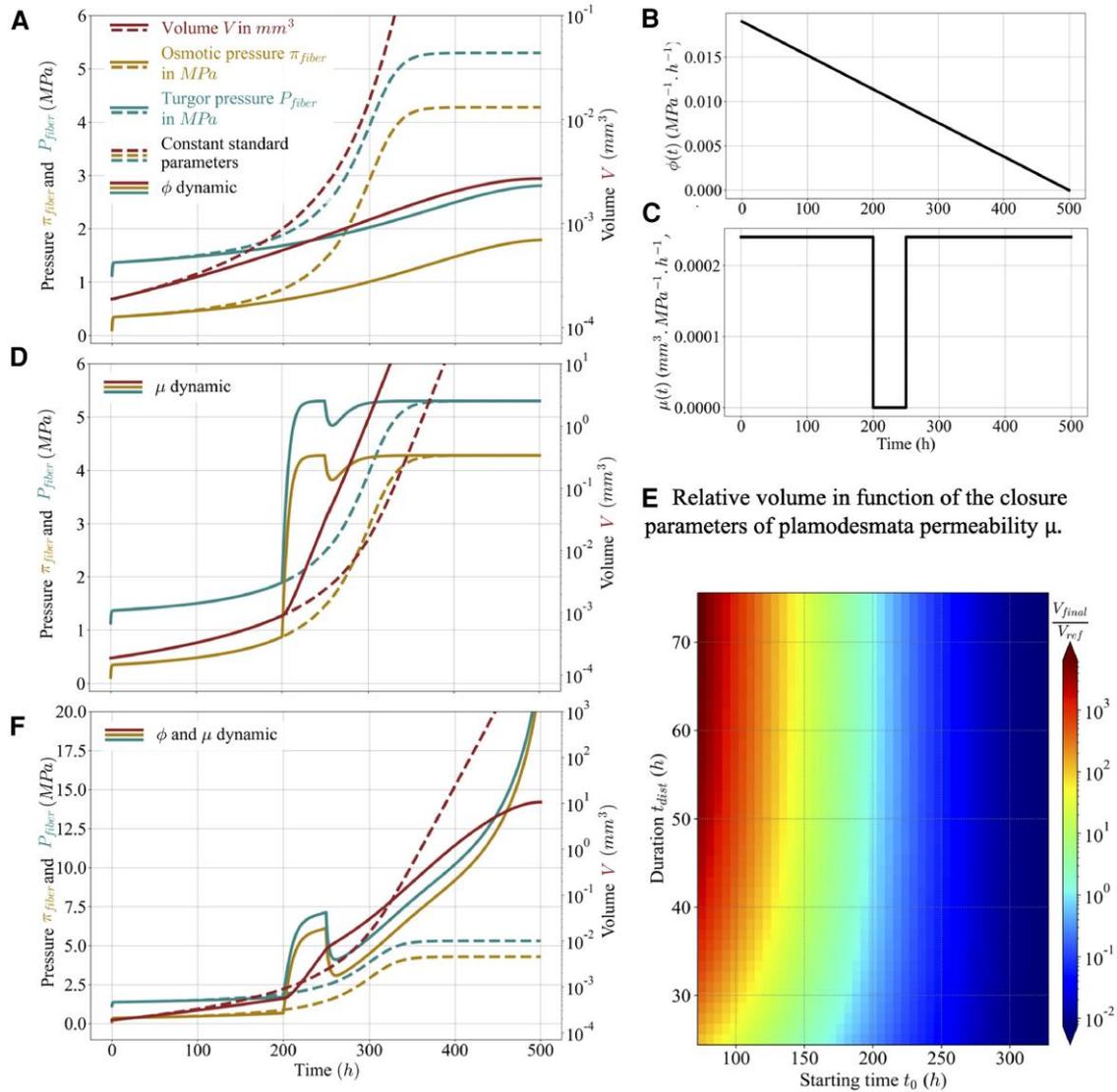


Fig. 4. Predicted osmotic pressure, π_{fiber} , turgor pressure, P_{fiber} , and volume, V , of the fiber with dynamical parameters. In A, D, F), the dashed lines correspond to model predictions when the parameters are constant at their reference values (same as in Fig. 2). In A), continuous lines correspond to model predictions with dynamic extensibility, ϕ , following the temporal pattern shown in (B). In D), continuous lines correspond to model predictions with dynamic plasmodesmata permeability, μ , following the temporal pattern shown in (C). In F), continuous lines correspond to model predictions with both ϕ and μ dynamic, combining the cases shown in (A) and (D). In E), a heat map of the normalized final volume of the fiber (color scale on right) as a function of the starting time, t_0 , and of the duration, t_{dist} , of plasmodesmata closure. The final volume at 3,000 h is normalized by its value for $t_{\text{dist}} = 50$ h and $t_0 = 200$ h.

length (29, 30). Such discrepancy has also been noted in other contexts, questioning the validity of Lockhart's model (43). The cotton fiber features a complex dynamics of solute import and conversion (e.g. by invertases) (14, 15, 31, 39, 40, 44). We considered solutes as whole and modeled a global source of solutes (parameter α) because we lack information to build a detailed model of solutes dynamics. Using such a parsimonious approach allowed us to qualitatively compare model predictions with experimental data. Regarding the transport of solutes, we only considered advection of solutes through plasmodesmata because when they are open, the difference in osmotic pressure between the fiber and the seed coat is very small (11), and so the differences in concentration of solutes are expected to be negligible, limiting the contribution of diffusion. Moreover, we considered a constant water potential all along the fiber, assuming that plasma membrane conductivity is limiting for water movement. Indeed, fibers

are surrounded by water and they seem to lack cuticle during most of their development (45). Finally, we considered a single fiber, not accounting for the adhesion with neighboring fibers that occur during part of seed development (33, 45, 46). This is not a real limitation because adhesion would not affect mechanical stress patterns that drive growth.

Altogether, we found that a reduction in plasmodesmata permeability enables the building up of turgor pressure in a specific cell type, the cotton fiber. This phenomenon might have a broader relevance. The guard cells forming a stoma are symplasmically isolated from (are not connected with plasmodesmata to) neighboring cells, see e.g. (47), while they develop higher turgor pressure than their neighbors, see e.g. (48), which is essential to function of the stoma. Differences in turgor between cells within a tissue might also be important for cell size homeostasis (7, 49).

Acknowledgments

We are grateful to Mariana Benitez, to Yann Boursiac, to Ibrahim Cheddadi, and to Gwyneth Ingram for their input into this project.

Supplementary Material

Supplementary material is available at PNAS Nexus online.

Funding

This work was supported by CONACYT (scholarship #410744 to VHH) and Agence Nationale de la Recherche (project HydroField #ANR-20-CE13-0022-03 to AB).

Author Contributions

V.H.H. formulated the model and explored its behavior. O.M. analyzed the model, performing exact and numerical calculations. A.K. supervised the implementation of the model and its analysis. A.B. initiated and supervised the study.

Preprints

A preprint of this article is published at [<https://doi.org/10.1101/2023.06.30.547211>].

Data Availability

The authors confirm that the data used for this study are available within the article and its [Supplementary Material](#). References to the source publications for all measured or estimated parameter values are given (see Table 1).

References

- Lockhart JA. 1965. An analysis of irreversible plant cell elongation. *J Theor Biol.* 8(2):264–275.
- Schulz A. 1995. Plasmodesmal widening accompanies the short-term increase in symplasmic phloem unloading in pea root tips under osmotic stress. *Protoplasma.* 188(1):22–37.
- Blake JR. 1978. On the hydrodynamics of plasmodesmata. *J Theor Biol.* 74(1):33–47.
- Bret-Harte MS, Silk WK. 1994. Nonvascular, symplasmic diffusion of sucrose cannot satisfy the carbon demands of growth in the primary root tip of *Zea mays*. *Plant Physiol.* 105:19–33.
- Jensen K, et al. 2012. Modeling the hydrodynamics of phloem sieve plates. *Front Plant Sci.* 3:151.
- Terry BR, Robards AW. 1987. Hydrodynamic radius alone governs the mobility of molecules through plasmodesmata. *Planta.* 171:145–157.
- Cheddadi I, Génard M, Bertin N, Godin C. 2019. Coupling water fluxes with cell wall mechanics in a multicellular model of plant development. *PLoS Comput Biol.* 15(6):1–16.
- McEvoy E, Han YL, Guo M, Shenoy VB. 2020. Gap junctions amplify spatial variations in cell volume in proliferating tumor spheroids. *Nat Commun.* 11(1):6148.
- Basra AS, Malik CP. 1984. Development of the cotton fiber. Vol. 89. p. 65–113.
- Kim HJ, Triplett BA. 2001. Cotton fiber growth in planta and in vitro. Models for plant cell elongation and cell wall biogenesis. *Plant Physiol.* 127(4):1361–1366.
- Ruan Y-L, Llewellyn DJ, Furbank RT. 2001. The control of single-celled cotton fiber elongation by developmentally reversible gating of plasmodesmata and coordinated expression of sucrose and K⁺ transporters and expansin. *Plant Cell.* 13(1):47–60.
- Ruan Y-l, Xu S-m, White R, Furbank RT. 2004. Genotypic and developmental evidence for the role of plasmodesmal regulation in cotton fiber elongation mediated by callose turnover. *Plant Physiol.* 136(4):4104–4113.
- Zhang Z, et al. 2017. Suppressing a putative sterol carrier gene reduces plasmodesmal permeability and activates sucrose transporter genes during cotton fiber elongation. *Plant Cell.* 29(8):2027–2046.
- Wang L, et al. 2010. Evidence that high activity of vacuolar invertase is required for cotton fiber and arabidopsis root elongation through osmotic dependent and independent pathways, respectively. *Plant Physiol.* 154(2):744–756.
- Dhindsa RS, Beasley CA, Ting IP. 1975. Osmoregulation in cotton fiber: accumulation of potassium and malate during growth. *Plant Physiol.* 56(3):394–398.
- Taiz L, Zeiger E. 2002. *Plant physiology*. 2nd ed. US: Sunderland: Sinauer Associates Inc.
- Hernandez-Gomez MC, Runavot J-L, Meulewaeter F, Knox JP. 2017. Developmental features of cotton fibre middle lamellae in relation to cell adhesion and cell detachment in cultivars with distinct fibre qualities. *BMC Plant Biol.* 17(1):69.
- Cosgrove DJ. 1985. Cell wall yield properties of growing tissue. *Plant Physiol.* 78(2):347–356.
- Geitmann A, Ortega JKE. 2009. Mechanics and modeling of plant cell growth. *Trends Plant Sci.* 14(9):467–478.
- Kim YX, Steudle E. 2007. Light and turgor affect the water permeability (aquaporins) of parenchyma cells in the midrib of leaves of *Zea mays*. *J Exp Bot.* 58(15–16):4119–4129.
- Maurel C. 1997. Aquaporins and water permeability of plant membranes. *Annu Rev Plant Physiol Plant Mol Biol.* 48(1):399–429.
- Van Iersel MW, Oosterhuis DM. 1996. Drought effects on the water relations of cotton fruits, bracts, and leaves during ontogeny. *Environ Exp Bot.* 36(1):51–59.
- Aidid SB, Okamoto H. 1993. Responses of elongation growth rate, turgor pressure and cell wall extensibility of stem cells of *Impatiens balsamina* to lead, cadmium and zinc. *Biometals.* 6(4):245–249.
- Weber A, et al. 2015. Measuring the mechanical properties of plant cells by combining micro-indentation with osmotic treatments. *J Exp Bot.* 66(11):3229–3241.
- Tiwari SC, Wilkins TA. 1995. Cotton (*Gossypium hirsutum*) seed trichomes expand via diffuse growing mechanism. *Can J Bot-Revue Can De Botanique.* 73(5):746–757.
- Yanagisawa M, Keynia S, Belteton S, Turner JA, Szymanski D. 2022. A conserved cellular mechanism for cotton fibre diameter and length control. *In Silico Plants.* 4(1):1–21.
- Cosgrove DJ. 1981. Analysis of the dynamic and steady-state responses of growth rate and turgor pressure to changes in cell parameters 1. *Plant Physiol.* 68(6):1439–1446.
- Fricke W. 2002. Biophysical limitation of cell elongation in cereal leaves. *Ann Bot.* 90(2):157–167.
- Naoumkina M, Thyssen GN, Fang DD. Rna-seq analysis of short fiber mutants Ligon-lintless-1 (Li1) and -2 (Li2) revealed important role of aquaporins in cotton (*Gossypium hirsutum* L.) fiber elongation. *BMC Plant Biol.* 15(15):65.
- Li D-D, et al. 2013. Cotton plasma membrane intrinsic protein 2s (pip2s) selectively interact to regulate their water channel activities and are required for fibre development. *New Phytol.* 199(3):695–707.

- 31 Ruan Y-L, Llewellyn DJ, Furbank RT. 2003. Suppression of sucrose synthase gene expression represses cotton fiber cell initiation, elongation, and seed development. *Plant Cell*. 15(4):952–964.
- 32 Cao J-F, et al. 2020. The miR319-targeted GhTCP4 promotes the transition from cell elongation to wall thickening in cotton fiber. *Mol Plant*. 13(7):1063–1077.
- 33 Guo X, et al. 2019. Metabolism of polysaccharides in dynamic middle lamellae during cotton fibre development. *Planta*. 249(5):1565–1581.
- 34 Shimizu Y, et al. 1997. Changes in levels of mRNAs for cell wall-related enzymes in growing cotton fiber cells. *Plant Cell Physiol*. 38(3):375–378.
- 35 Meinert MC, Delmer DP. 1977. Changes in biochemical composition of the cell wall of the cotton fiber during development. *Plant Physiol*. 59(6):1088–1097.
- 36 Guo X, et al. 2019. Extensin arabinoside chain length is modulated in elongating cotton fibre. *Cell Surf*. 5:100033.
- 37 Haigler C, Betancur L, Stiff M, Tuttle J. 2012. Cotton fiber: a powerful single-cell model for cell wall and cellulose research. *Front Plant Sci*. 3:104.
- 38 Dyson RJ, Jensen OE. 2010. A fibre-reinforced fluid model of anisotropic plant cell growth. *J Fluid Mech*. 655:472–503.
- 39 Smart LB, Vojdani F, Maeshima M, Wilkins TA. 1998. Genes involved in osmoregulation during turgor-driven cell expansion of developing cotton fibers are differentially regulated. *Plant Physiol*. 116(4):1539–1549.
- 40 Guo K, et al. 2017. Interaction between calcium and potassium modulates elongation rate in cotton fiber cells. *J Exp Bot*. 68(18):5161–5175.
- 41 Oparka KJ, Prior DM. 1992. Direct evidence for pressure-generated closure of plasmodesmata. *Plant J*. 2(5):741–750.
- 42 Park K, Knoblauch J, Oparka K, Jensen KH. 2019. Controlling intercellular flow through mechanosensitive plasmodesmata nanopores. *Nat Commun*. 10(1):3564.
- 43 Wegner LH. 2016. A pump/leak model of growth: the biophysics of cell elongation in higher plants revisited. *Funct Plant Biol*. 44(2):185–197.
- 44 Gou J-Y, Wang L-J, Chen S-P, Hu W-L, Chen X-Y. 2007. Gene expression and metabolite profiles of cotton fiber during cell elongation and secondary cell wall synthesis. *Cell Res*. 17(5):422–434.
- 45 Hernández-Gómez MC, Runavot J-L, Meulewaeter F, Knox JP. 2017. Developmental features of cotton fibre middle lamellae in relation to cell adhesion and cell detachment in cultivars with distinct fiber qualities. *BMC Plant Biol*. 17:1–9.
- 46 Singh B, et al. 2009. A specialized outer layer of the primary cell wall joins elongating cotton fibers into tissue-like bundles. *Plant Physiol*. 150(2):684–699.
- 47 Palevitz BA, Hepler PK. 1985. Changes in dye coupling of stomatal cells of allium and commelina demonstrated by microinjection of lucifer yellow. *Planta*. 164(164):473.
- 48 Nieves-Cordones M, et al. 2022. Non-autonomous stomatal control by pavement cell turgor via the K⁺ channel subunit AtKC1. *Plant Cell*. 34(5):2019–2037.
- 49 Long Y, et al. 2020. Cellular heterogeneity in pressure and growth emerges from tissue topology and geometry. *Curr Biol*. 30(8):1504–1516.e8.

Supplementary Information for

A mechanohydraulic model supports a role for plasmodesmata in cotton fiber elongation

V. Hernández-Hernández, O. C. Marchand, A. Kiss, and A. Boudaoud

Corresponding Authors.

E-mail: annamaria.kiss@ens-lyon.fr, arezki.boudaoud@polytechnique.edu

This PDF file includes:

Supplementary text

Figs. S1 to S7

Tables S1 to S4

SI References

Supporting Information Text

Contents

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Model parameters | 2 |
| A | Estimation of plasmodesmal permeability | 2 |
| B | Estimation of the source of solute | 6 |
| 2 | Analytical study of the behaviors of the system | 6 |
| A | Case without growth | 8 |
| B | Case with growth | 8 |
| B.1 | Case $P_{\text{fiber}} < P_{\text{seed}}$ ($p < 0$) | 9 |
| B.2 | Case $P_{\text{fiber}} \geq P_{\text{seed}}$ ($p \geq 0$) | 11 |
| B.3 | Relations with the initial conditions | 14 |
| 3 | Summary of the analytical study and numerical illustrations | 15 |
| 4 | Condition for a peak of turgor pressure and biologically-relevant parameters | 19 |
| 5 | Details of the sensitivity analysis | 19 |
| 6 | Dynamic source of solute | 21 |

1. Model parameters

Values for the model parameters listed in the main text in Table 1 are determined based on a literature review. In the absence in the literature of direct values for the plasmodesmal permeability and the solute source in cotton fibers, we estimated here these two parameter values, using other measurements from the literature. Parameter values used for these estimations together with the source references are summarised in Table S1. More precisely, for each parameter we identified a range of observed values, and we compute a corresponding reference value as the geometric mean of the range limits. We also verified that the typical values used in other examples of modeling approaches to plasmodesmal permeability, like in (1, 2), lie within the range that we used.

A. Estimation of plasmodesmal permeability. To estimate plasmodesmal permeability μ , we followed the methodology of (3) and first calculated the conductivity of a single plasmodesma using different laws depending on the assumptions that we made, see Fig. S1.

If a plasmodesma were just an empty cylindrical tube of radius R and length w , its permeability λ_R to a fluid of viscosity η would be given by the Hagen-Poiseuille law,

$$\lambda_R = \frac{\pi R^4}{8\eta w}. \quad [1]$$

However, the desmotubule obstructs the middle of the plasmodesma and can be considered as a cylinder of radius γR with $\gamma \in [0, 1]$. Therefore, even if we assume that the space between the desmotubule and the plasma membrane (cytoplasmic sleeve) is free, the Hagen-Poiseuille law has to be modified to account for the occlusion of the plasmodesma channels by the desmotubule, see

Figures S1-a for the transversal and S1-b for the longitudinal section. In this case, the equation for annular flow yields the permeability of a single plasmodesma, (1, 4, 5)

$$\lambda_{central} = \lambda_R (1 - \gamma^2) \left[1 + \gamma^2 + \frac{1 - \gamma^2}{\ln(\gamma)} \right]. \quad [2]$$

We plotted the dependence of this permeability on the relative desmotubule radius γ in Figure S1-g. Notice that the permeability drastically drops with the presence of the desmotubule: it loses one order of magnitude with respect to the empty cylinder with a relative desmotubule radius of 0.5. For desmotubules that are not very thin, this permeability can be approximated quite well (see Figure S1-g) by the following polynomial expression in γ

$$\lambda_{central_proxy} = \frac{2}{3} \lambda_R (1 + \gamma) (1 - \gamma)^3. \quad [3]$$

If we consider now that the space between the desmotubule and the plasma membrane is obstructed so that the cylindrical channels of radius k in the ultrastructure of the plasmodesma take half of the annular volume left by the desmotubule (6–8), see Figure S1-c, then the permeability of a single plasmodesma becomes

$$\lambda_{obstructed} = \lambda_R (1 - \gamma^2) \frac{k^2}{2R^2}. \quad [4]$$

Notice that the channels have to fit in the cytoplasmic sleeve, therefore, they have a maximal radius $k_{max} = R(1 - \gamma)/2$, given the plasmodesma and desmotubule radii. In Figure S1-g, we represented the permeability $\lambda_{obstructed}$ as a function of γ with the reference value for k based on measurements (see Table S1), unless this exceeds the maximal value k_{max} for a given γ value, where we considered $k = k_{max}$ instead.

Figure S1-g allows us to compare the predictions for the permeability of a single cylindrical plasmodesma given the above-presented models: central desmotubule with and without obstructed cytoplasmic sleeve. In particular, for the same radius R , length w , and relative desmotubule radius γ , we can get an upper estimation for the permeability by considering the empty cytoplasmic sleeve, as well as a lower estimation by considering an obstructed plasmodesma with channels. Therefore, by considering the whole biologically relevant parameter space (see Table S1) for the parameters appearing in these two models (central and obstructed), and taking the minimal and the maximal plasmodesmata permeability value, we estimate a range for the plasmodesmata permeability λ .

We note that other studies have explored more complex geometries, such as a desmotubule with an offset or varying radius (2), necks (9) or funnel-shaped plasmodesmata (10). Such geometries lead to changes in the permeability of a plasmodesma with respect to the above-presented geometries based on an ideal cylinder. In the following, we briefly present some of these more complex geometries as perturbations of the cylindric one, so that we can estimate the effect of these geometrical perturbations on the permeability of one plasmodesma.

On the one hand, in (2), they study for instance the effect of a possible offset of the desmotubule inside the plasmodesma. Let $\delta \in [0, 1]$ be the offset parameter, namely the distance between the axes of the desmotubule and of the plasmodesma is $\delta(1 - \gamma)R$, as schematized in S1-c. Then the permeability of a single plasmodesma with a relatively wide desmotubule increases quadratically with the offset parameter δ

$$\lambda_{offset}(\delta) = \lambda_{central} \left(1 + \frac{3}{2} \delta^2 \right). \quad [5]$$

In particular, the permeability increases as soon as there is an offset of the desmotubule, and it can increase by a maximal value of 150% with respect to the unperturbed concentric plasmodesma

when the desmotubule is in contact with the plasma membrane ($\delta = 1$). We traced the permeability $\lambda_{offset}(\delta = 1)$ in this extreme situation in figure S1-h.

On the other hand, a neck reduces permeability in the same proportions as an obstruction. To see this, we consider a plasmodesma with a neck region as presented in figure S1-e. In this context, the neck represents an annular obstruction of thickness $\omega(1 - \gamma)R$ with $\omega \in [0, 1]$ and length ζw with $\zeta \in [0, 1]$. This structure can be seen as a series of two annular pipes with different outer radii, and therefore, we approximate its permeability by

$$\lambda_{neck}(\omega, \zeta) = \frac{2}{3} \lambda_R \frac{1}{\frac{\zeta}{(1+\gamma-\omega(1-\gamma))(1-\gamma-\omega(1-\gamma))^3} + \frac{1-\zeta}{(1+\gamma)(1-\gamma)^3}}. \quad [6]$$

We represented in figure S1-h the permeability corresponding to this model taking into account a neck region which obstructs 50% of the cytoplasmic sleeve thickness ($\omega = 0.5$), on 10% of the length of the plasmodesma ($\zeta = 0.1$). One can see that indeed, the presence of the neck region reduces the permeability of the plasmodesma, and its effect is of the same order of magnitude as of the obstruction in the obstructed model.

Furthermore, the widening on one end of funnel-shaped plasmodesmata can drastically raise their permeability. Considering a plasmodesma of radius R on the one end and of radius $(1 + \epsilon)R$ on the other end, with a concentric desmotubule of radius γR , as shown in figure S1-f, we obtain the following expression for its permeability

$$\lambda_{funnel}(\epsilon) = \frac{16}{3} \lambda_R \frac{\epsilon \gamma^3}{2\gamma \left(\frac{1-2\gamma+\epsilon}{(1-\gamma+\epsilon)^2} - \frac{1-2\gamma}{(1-\gamma)^2} \right) + \ln \left| \frac{1-\gamma+\epsilon}{(1+\gamma+\epsilon)^2} \right| - \ln \left| \frac{1-\gamma}{(1+\gamma)^2} \right|}. \quad [7]$$

We represented in figure S1-h this function of the relative desmotubule radius γ for the specific values of $\epsilon = 0.5$ for a 50% and $\epsilon = 1$ for a 100% raising of the plasmodesmata radius on the one end. We see that an order of magnitude in permeability can easily be gained from this type of widening. However, since we did not find in the literature evidence for the existence of these funnel-shaped plasmodesmata for cotton on the cell wall separating the seed and the fiber, we did not consider this model in the estimation of the biological range of plasmodesma permeability.

Finally, the value of the conductivity of a plasmodesma, λ , was then scaled to the cell by multiplying it by the surface area of the cell wall shared by the fiber and the contiguous epidermal cell, and ρ the surface density of the plasmodesmata. This yields the plasmodesmal permeability of the fiber,

$$\mu = \lambda \rho \Pi r^2 \quad [8]$$

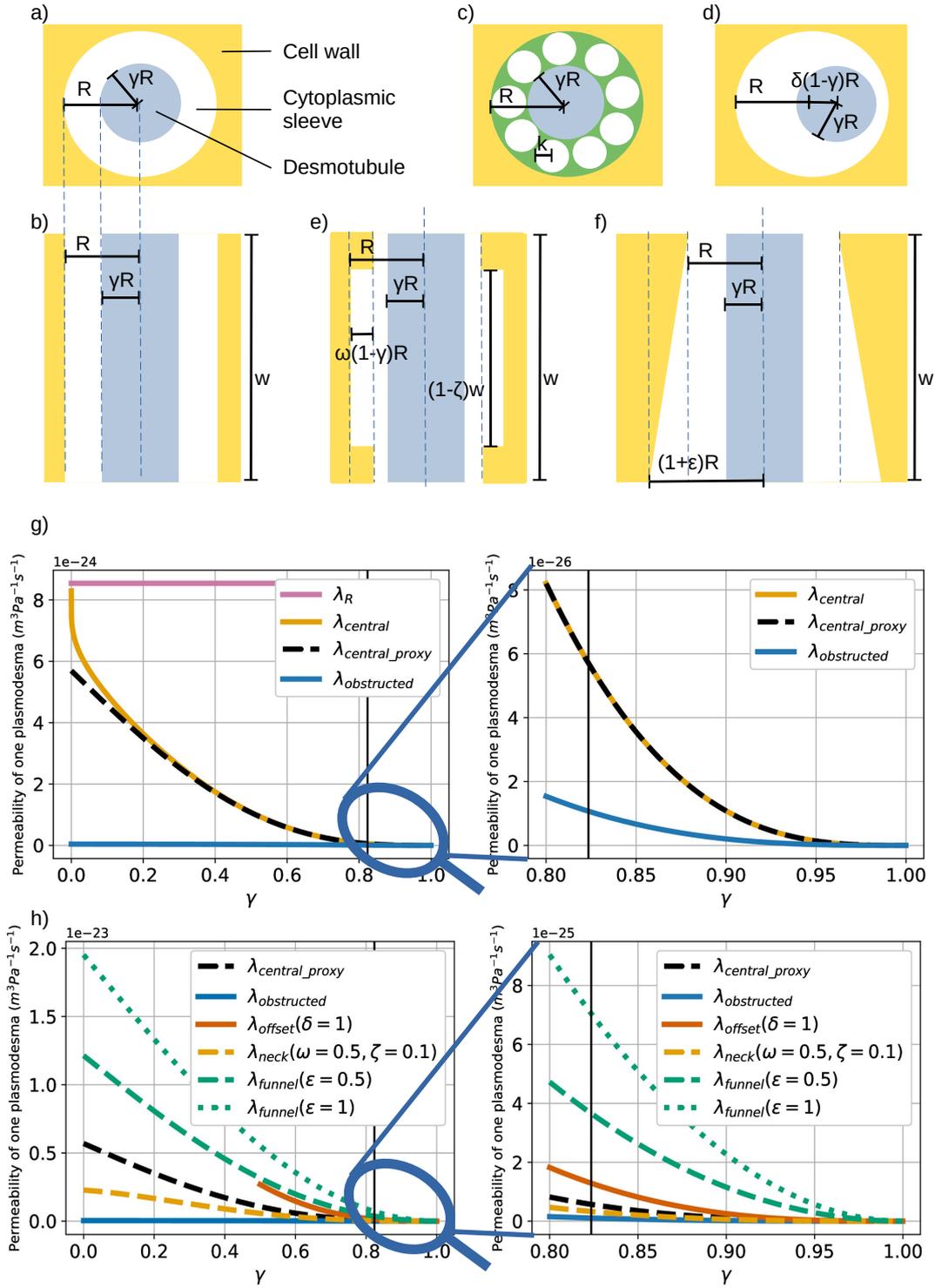


Fig. S1. The effect of the geometry on the permeability of plasmodesmata. Different models of a plasmodesma are presented as follows: a) transversal section of a plasmodesma with a concentric desmotubule; b) longitudinal section of a cylindrical plasmodesma with concentric desmotubule; c) transversal section of an obstructed plasmodesma; d) transversal section of a plasmodesma with a desmotubule with an offset; e) longitudinal section when necks obstruct the plasmodesmata; f) longitudinal section of funnel shaped plasmodesmata. g) Permeability λ as a function of the relative desmotubule radius γ . The effect of an offset desmotubule and of the obstruction of the cytoplasmic sleeve in the case of a cylindrical plasmodesma are shown. h) The effect of necks and of a funnel shape are compared to the effect of the preceding perturbations. For g) and h) unless explicitly mentioned, all parameter values take the reference values from Table S1. The reference value for the relative desmotubule radius ($\gamma = 0.82$) is indicated by a vertical black line on the graphics.

Table S1. List of the biological parameters for plasmodesmata.

| Symbol | Name | Range | Reference value | Reference and notes |
|------------|---|---|------------------------|--|
| w | Plasmodesma length (m) | $0.23 \times 10^{-6} - 6 \times 10^{-6}$ | 1.2×10^{-6} | Extrafloral nectaries of <i>G. hirsutum</i> (11), wall thickness variation from the start to the end of <i>G. hirsutum</i> fiber growth (12) |
| R | Plasmodesma radius (m) | $10 \times 10^{-9} - 30 \times 10^{-9}$ | 17×10^{-9} | Extrafloral nectaries of <i>G. hirsutum</i> (11) |
| γR | Desmotubule radius (m) | $9.2 \times 10^{-9} - 21 \times 10^{-9}$ | 14×10^{-9} | Extrafloral nectaries of <i>G. hirsutum</i> (11) |
| k | Radius of channel through plasmodesma ultrastructure (m) | $1 \times 10^{-9} - 3 \times 10^{-9}$ | 1.7×10^{-9} | Values from (3, 7) |
| ρ | Plasmodesmata density (m^{-2}) | $0.5 \times 10^{12} - 12.4 \times 10^{12}$ | 2.5×10^{12} | Minimal value: tobacco trichomes (13). Maximal value: extrafloral nectaries of <i>G. hirsutum</i> (11); |
| r | Fiber radius (m) | $10 \times 10^{-6} - 20 \times 10^{-6}$ | 14×10^{-6} | <i>G. hirsutum</i> fiber cells (14, 15) |
| η | Cell sap dynamic viscosity ($Pa \cdot s$) | $2 \times 10^{-3} - 5 \times 10^{-3}$ | 3.2×10^{-3} | Phloem cells (5, 16) |
| μ | Total plasmodesmal permeability for open plasmodesmata ($m^3 Pa^{-1} s^{-1}$) | $13.5 \times 10^{-27} - 0.33 \times 10^{-18}$ | 66.7×10^{-24} | Calculated with equation (8), geometric mean of the maximum and minimum permeability values enabled by the parameter's range. |

Recall, that in order to estimate the range for the total plasmodesmal permeability μ in Table S1, we considered all the parameter space defined by the ranges for the other parameters in this table, considered the models of non-obstructed (equation 2) and obstructed (equation 4) cylindrical plasmodesma with concentric desmotubule, and took the minimal and maximal value for μ . We note that if we would have taken just the reference value of the parameters to estimate the range of μ , then we would have obtained the narrow interval $21.2 \times 10^{-24} - 87.9 \times 10^{-24} m^3 Pa^{-1} s^{-1}$, and a reference value of $43.1 \times 10^{-24} m^3 Pa^{-1} s^{-1}$ which is very close to the value obtained in Table S1, computed using the whole parameter space.

B. Estimation of the source of solute. Since we assumed that π_{fiber} is proportional to the concentration of solutes, we estimated the typical value of the source parameter, α , as $\pi_{\text{fiber}} \kappa$, where π_{fiber} was extracted from (17) and κ is the average value of growth rate that we estimated from the increase of fiber length with time. We extracted experimental data of the length of cotton fiber cells reported in (18–21). We fitted lengths to the logistic growth equation:

$$f(t) = \frac{M}{1 + e^{-\kappa(t-t_0)}}, \quad [9]$$

where M is the maximum volume and t_0 is the midpoint of the curve. We then used the average value of κ .

2. Analytical study of the behaviors of the system

Here we aim to mathematically address whether the model with constant parameters can predict a peak in (turgor or osmotic) pressure. To do so, we non-dimensionalized the governing equations and we studied the sign of the second derivative of the turgor and osmotic pressure with respect to time. We considered all possible cases, according to dimensionless parameters and we analytically

derived conditions for the existence of a peak in pressure. This section contains the derivation of the equations to identify the different possible behaviors of the system. The main question is to know whether the model can have non-monotonic behaviors for the turgor and osmotic pressure like reported in experimental data.

Throughout this analysis we use the following dimensionless form of the equations of the model

$$\frac{dv}{d\tau} = v\pi - (v+1)p, \quad [10]$$

$$\frac{d\pi}{d\tau} = \alpha_0 - \frac{\pi}{v}(-p)_+ - (\pi-p)(\pi+1), \quad [11]$$

$$p = \begin{cases} \frac{v\pi}{v+1} & \text{if } p \leq y_0, \\ \frac{v(\pi + \phi_0 y_0)}{v(1 + \phi_0) + 1} & \text{else.} \end{cases} \quad [12]$$

The dimensionless variables are defined from turgor pressure, osmotic pressure, cell volume, as

$$p = \frac{P_{\text{fiber}} - P_{\text{seed}}}{\pi_{\text{seed}}}, \quad [13]$$

$$\pi = \frac{\pi_{\text{fiber}} - \pi_{\text{seed}}}{\pi_{\text{seed}}}, \quad [14]$$

$$v = \frac{VL_r}{\mu}, \quad [15]$$

$$\tau = L_r \pi_{\text{seed}}^2 t. \quad [16]$$

And the dimensionless parameters are defined by

$$\alpha_0 = \frac{\alpha}{L_r \pi_{\text{seed}}^2}, \quad [17]$$

$$\phi_0 = \frac{\phi}{L_r}, \quad [18]$$

$$y_0 = \frac{Y - P_{\text{seed}}}{\pi_{\text{seed}}}. \quad [19]$$

Table S2. List of the range of the dimensionless parameters with parameters values of table 1.

| Symbol | Expression | Range |
|------------|---|--|
| α_0 | $\frac{\alpha}{L_r \pi_{\text{seed}}^2}$ | $[1.0 \times 10^{-5}, 3.4 \times 10^{-2}]$ |
| ϕ_0 | $\frac{\phi}{L_r}$ | $[2.2 \times 10^{-7}, 5.0 \times 10^{-3}]$ |
| y_0 | $\frac{Y - P_{\text{seed}}}{\pi_{\text{seed}}}$ | $[-0.12, 0.13]$ |

To make it easier for the reader, we only provide here the analysis of the behavior of p . We note that we obtained the same results for π .

A. Case without growth. When turgor pressure in the fiber P_{fiber} is lower than the yield threshold Y , we get

$$p = \frac{v\pi}{v+1}.$$

Replacing in equation (10) we obtain for the volume:

$$\frac{dv}{d\tau} = 0.$$

The volume remains constant, which closes this case.

B. Case with growth. Throughout this part, we assume that turgor pressure in the fiber P_{fiber} is higher than the yield threshold Y (in terms of the dimensionless parameters $p > y_0$). We consider the equations (10) and (11) and the dimensionless turgor pressure p is

$$p = \frac{v(\pi + \phi_0 y_0)}{v(1 + \phi_0) + 1}. \quad [20]$$

It is easy to check that the first derivative of v is always positive if $p > y_0$. From Eqs. (20) and (10), we obtain

$$\frac{dv}{d\tau} = v\phi_0(p - y_0) > 0. \quad [21]$$

The first derivative of the dimensionless turgor pressure, p , is

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{v}{v(1 + \phi_0) + 1} \left(\frac{d\pi}{d\tau} + \frac{p}{v^2} \frac{dv}{d\tau} \right). \quad [22]$$

Because Eq. (11) contains the positive part of p we distinguish the cases when p is strictly negative (section B.1) and when p is positive or null (section B.2).

First of all, we write below the second derivative of the dimensionless volume, v , the dimensionless osmotic pressure, π , and the dimensionless turgor pressure, p , that we will use in the following sections. Equation (10) yields

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} = v \frac{d\pi}{d\tau} + (\pi - p) \frac{dv}{d\tau} - (v + 1) \frac{dp}{d\tau}. \quad [23]$$

Equation (11) yields

$$\frac{d^2\pi}{d\tau^2} = -\frac{1}{v} (-p)_+ \frac{d\pi}{d\tau} + \frac{\pi}{v^2} (-p)_+ \frac{dv}{d\tau} - \frac{\pi}{v} \frac{d}{d\tau} (-p)_+ - (\pi - p) \frac{d\pi}{d\tau} - (\pi + 1) \left(\frac{d\pi}{d\tau} - \frac{dp}{d\tau} \right). \quad [24]$$

Finally, Equation (22) results in

$$\frac{d^2p}{d\tau^2} = \frac{1}{1 + v(1 + \phi_0)} \left(v \frac{d^2\pi}{d\tau^2} + \frac{p}{v} \frac{d^2v}{d\tau^2} + \frac{2}{v} \frac{dp}{d\tau} \frac{dv}{d\tau} - \frac{2p}{v^2} \left(\frac{dv}{d\tau} \right)^2 \right). \quad [25]$$

In this analysis, we seek whether p reaches a maximum. We thus assume the existence of a dimensionless time $\tau_0 \geq 0$ such that the first derivative of the dimensionless turgor pressure p is equal to zero

$$\frac{dp}{d\tau}(\tau_0) = 0.$$

This can be rewritten using Eq. (22) as

$$\frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) + \frac{p}{v^2} \frac{dv}{d\tau}(\tau_0) = 0. \quad [26]$$

Then, using the Eq. (25), we find a necessary condition to have the second derivative of the dimensionless turgor pressure p negative

$$\frac{d^2p}{d\tau^2}(\tau_0) < 0 \implies v \frac{d^2\pi}{d\tau^2}(\tau_0) + \frac{p}{v} \frac{d^2v}{d\tau^2}(\tau_0) - \frac{2p}{v^2} \left(\frac{dv}{d\tau}(\tau_0) \right)^2 < 0.$$

Hereafter we consider p and other quantities to be evaluated at time τ_0 , dropping (τ_0) for brevity. By developing the equation (26) using the differential equations (10) and (11) and the expression of p (20) we obtain

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\tau}(\tau_0) = 0 &\implies \frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) + \frac{p}{v^2} \frac{dv}{d\tau}(\tau_0) = 0, \\ &\implies -p^2 [1 + v(1 + v\phi_0)(1 + \phi_0)] + pv [\phi_0 y_0 v(1 + \phi_0) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)] \\ &\quad + (v\phi_0 y_0 - p(v + \phi_0 v + 1))(-p)_+ + v^2(\alpha_0 + \phi_0 y_0(1 - \phi_0 y_0)) = 0. \end{aligned} \quad [27]$$

We obtain therefore a quadratic polynomial of p . This polynomial can have either zero, one or two solutions corresponding to the value of the dimensionless turgor pressure p at dimensionless time τ_0 when the first derivative of p equals zero. We study then independently the different cases depending on the sign of p .

B.1. Case $P_{fiber} < P_{seed}$ ($p < 0$). We seek to demonstrate in this section that the dimensionless turgor pressure $p \mapsto p(\tau)$ defined over \mathbb{R}_+ can have at least one local maximum, implying that the function p can be non-monotonic with a local maximum. Because $p < 0$ in this section, the dimensionless yield threshold y_0 must be strictly negative, $y_0 < 0$. We reformulate Eq. (27) using $p < 0$. At $\tau = \tau_0$ we have

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\tau}(\tau_0) = 0 &\implies -p^2 [v^2 \phi_0 (1 + \phi_0)] + pv [\phi_0 y_0 (v + v\phi_0 - 1) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)] \\ &\quad + v^2(\alpha_0 + \phi_0 y_0(1 - \phi_0 y_0)) = 0. \end{aligned} \quad [28]$$

The discriminant of this quadratic polynomial is

$$\Delta = v^2 \left[[\phi_0 y_0 (v + v\phi_0 - 1) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)]^2 + 4v^2 [\alpha_0 + \phi_0 y_0(1 - \phi_0 y_0)] [\phi_0 (1 + \phi_0)] \right].$$

Let us study the sign of the discriminant Δ . The discriminant is positive if and only if

$$v^2 \left[4\alpha_0 \phi_0 (1 + \phi_0) + \phi_0^2 (1 + y_0)^2 \right] + 2v\phi_0 [1 - y_0 (1 + 2\phi_0)] + 1 \geq 0. \quad [29]$$

Since $y_0 < 0$, all terms of this quadratic polynomial of v (in Eq. 29) are strictly positive. Therefore $\Delta > 0$ and Eq. (28) has two solutions p_+ and p_- such that

$$p_{\pm} = \frac{1}{2v^2} \frac{v\phi_0 y_0 (v + v\phi_0 - 1) + v(1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1) \pm \sqrt{\Delta}}{\phi_0 (1 + \phi_0)}.$$

As in this section $p(\tau_0) > y_0$ and $p(\tau_0) < 0$, we must verify whether the solutions p_+ and p_- satisfy these conditions. Let us start with the condition $p(\tau_0) < 0$. We have

$$p_{\pm} < 0 \iff \pm\sqrt{\Delta} < q(v) \text{ with } q(v) = -v\phi_0 y_0 (v(1+\phi_0) - 1) - v(1+v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1). \quad [30]$$

In fact $q(v) > 0$ because,

$$q(v) > 0 \iff v\phi_0 [y_0(2\phi_0 + 1) - 1] < 1.$$

and $y_0 < 0$, $v > 0$ and $\phi_0 > 0$. As a consequence, p_- always satisfies Eq. (30). We therefore focus on the solution p_+ . Eq. (30) is then equivalent to

$$\begin{aligned} \Delta &< v^2 [\phi_0 y_0 (v + v\phi_0 - 1) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)]^2, \\ \iff [\alpha_0 + \phi_0 y_0 (1 - \phi_0 y_0)] [\phi_0 (1 + \phi_0)] &< 0, \\ \iff \alpha_0 &< \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1). \end{aligned}$$

If this condition $\alpha_0 < \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ is verified, then the solution p_+ , as well as p_- , satisfies the conditions $\frac{dp}{d\tau}(\tau_0) = 0$ and $p(\tau_0) < 0$. Otherwise, if $\alpha_0 \geq \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$, the solution p_+ does not satisfy the condition $p(\tau_0) < 0$, then we have a single solution, p_- .

Next we consider the condition $p(\tau_0) > y_0$. We have

$$p_-(\tau_0) > y_0 \iff \sqrt{\Delta} < -v(1 + v\phi_0(1 + y_0)), \quad [31]$$

and

$$p_+(\tau_0) > y_0 \iff \sqrt{\Delta} > v(1 + v\phi_0(1 + y_0)). \quad [32]$$

In Eq. (31), p_- does not satisfy the condition $p_-(\tau_0) > y_0$ if the quantity $1 + v\phi_0(1 + y_0)$ is positive. If this last quantity is negative, then after calculating we find

$$p_-(\tau_0) > y_0 \iff v\alpha_0 < y_0,$$

which is false, because $\alpha_0 > 0$, $v > 0$, and we assumed that $y_0 < 0$. Therefore p_- does not meet the condition $p_-(\tau_0) > y_0$, and is not a possible solution for $\frac{dp}{d\tau}(\tau_0) = 0$ and $p(\tau_0) < 0$.

In Eq. (32), p_+ satisfies $p_+(\tau_0) > y_0$ if the quantity $v(1 + v\phi_0(1 + y_0))$ (which implies $y_0 < -1$) is negative. If this last quantity is positive, then Eq. (32) can be shown to be equivalent to

$$\Delta > v^2 (1 + v\phi_0(1 + y_0))^2 \iff v\alpha_0 > y_0,$$

which is true because $\alpha_0 > 0$, $v > 0$, and we assumed that $y_0 < 0$. We conclude that we have $p_+(\tau_0) > y_0$ without additional conditions on the parameters.

So far, we have analyzed whether the first derivative of $p(\tau)$ vanishes. We found that the only solution satisfying $p(\tau_0) < 0$ and $p(\tau_0) > y_0$ is p_+ . We next study the sign of the second derivative of the dimensionless turgor pressure p . As we assume that $p < 0$, Eq. (24) becomes

$$\frac{d^2\pi}{d\tau^2} = \frac{p}{v} \frac{d\pi}{d\tau} - \frac{\pi p}{v^2} \frac{dv}{d\tau} - \frac{\pi}{v} \frac{dp}{d\tau} - (\pi - p) \frac{d\pi}{d\tau} - (\pi + 1) \left(\frac{d\pi}{d\tau} - \frac{dp}{d\tau} \right).$$

For $\tau = \tau_0$ (implying that $dp/d\tau = 0$), this yields

$$\frac{d^2\pi}{d\tau^2}(\tau_0) = \frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) \left(\frac{p}{v} + p - 2\pi - 1 \right) - \frac{\pi p}{v^2} \frac{dv}{d\tau}(\tau_0).$$

Meanwhile, Eq. (23) becomes

$$\frac{d^2v}{d\tau^2}(\tau_0) = v \frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) + (\pi - p) \frac{dv}{d\tau}(\tau_0).$$

Then, replacing the expression of the two terms above in equation Eq. (22) we obtain

$$\frac{d^2p}{d\tau^2}(\tau_0) = \frac{1}{1 + v(1 + \phi_0)} \left(2 \frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) (p - \pi v) + v \frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) (p - 1) - \frac{2p}{v^2} \left(\frac{dv}{d\tau}(\tau_0) \right)^2 - \frac{p^2}{v} \frac{dv}{d\tau}(\tau_0) \right).$$

We use Eq. (26), and we obtain

$$\frac{d^2p}{d\tau^2}(\tau_0) = -\frac{p}{v^2 + v^3(1 + \phi_0)} \frac{dv}{d\tau}(\tau_0) \left(2(p(1 + v) - \pi v) + 2 \frac{dv}{d\tau}(\tau_0) - v \right).$$

We recognize the equation Eq. (10) in the parenthesis, therefore this expression can be simplified to

$$\frac{d^2p}{d\tau^2}(\tau_0) = \frac{p}{v + v^2(1 + \phi_0)} \frac{dv}{d\tau}(\tau_0).$$

Since we assume $p < 0$ in this section, we finally have the following equivalence:

$$\frac{d^2p}{d\tau^2}(\tau_0) < 0 \iff \frac{dv}{d\tau}(\tau_0) > 0.$$

Under the assumption $p > y_0$, the first derivative of the dimensionless volume v is strictly positive. Thus we can only have a non-monotonic behavior with a local maximum (or a monotonic behavior if the first derivative does not vanish) and this is possible only if $\alpha_0 < \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$.

We notice that if $\alpha_0 \geq \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ then the first derivative of p is strictly positive when p is in the interval $[p_-, 0]$. Because $p_- < y_0$, we must have $p > p_-$ in this case of growth. As a consequence, turgor pressure in the fiber increases until it reaches the value of the turgor pressure in the seed cells, thus the case $p < 0$ is no longer true and we get $p \geq 0$, which is the case investigated in next section B.2.

Repeating the analysis yields the same results for the dimensionless osmotic pressure π – we do not present this analysis here.

B.2. Case $P_{fiber} \geq P_{seed}$ ($p \geq 0$). We seek to demonstrate in this section that the dimensionless turgor pressure $p \mapsto p(\tau)$ defined over \mathbb{R}_+ can have at most one local minimum but no local maximum. Because we assume that $p \geq 0$, the dimensionless yield threshold y_0 can be either positive or negative.

We rewrite Eq. (27) using $p \geq 0$. At $\tau = \tau_0$ we have

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\tau}(\tau_0) = 0 \implies & -p^2 [1 + v(1 + v\phi_0)(1 + \phi_0)] + pv [\phi_0 y_0 v(1 + \phi_0) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)] \\ & + v^2 (\alpha_0 + \phi_0 y_0 (1 - \phi_0 y_0)) = 0. \end{aligned} \quad [33]$$

The discriminant of this last quadratic polynomial is

$$\Delta = v^2 \left[[v\phi_0 y_0 (1 + \phi_0) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)]^2 + 4[\alpha_0 + \phi_0 y_0 (1 - \phi_0 y_0)] [1 + v(1 + v\phi_0)(1 + \phi_0)] \right].$$

There are solutions to Eq. 33 only if $\Delta \geq 0$, which is equivalent to

$$\begin{aligned} v^2 \phi_0 \left[4\alpha_0 (1 + \phi_0) + \phi_0 (y_0 + 1)^2 \right] + 2v [2\alpha_0 (1 + \phi_0) + \phi_0 (1 + y_0) (1 - y_0 \phi_0)] \\ + (1 - \phi_0 y_0) (3\phi_0 y_0 + 1) + 4\alpha_0 \geq 0. \end{aligned} \quad [34]$$

This is a quadratic polynomial for v , with discriminant Δ' . If $\Delta' \leq 0$, then condition (34) is true because the coefficient of v^2 is strictly positive. If $\Delta' > 0$, then the polynomial in v has two roots v_1 and v_2 ($v_1 < v_2$). If both v_1 and v_2 are negative, then, because we consider $v > 0$, condition (34) is true. If only one solution is positive (it would be v_2), then we must have $v \geq v_2$ for $\Delta \geq 0$. If both solutions are positive, then we must have $v \leq v_1$ or $v \geq v_2$ for $\Delta \geq 0$.

Now, we have all the conditions to have $\Delta \geq 0$. In the following, we assume the inequality to be strict as the case $\Delta = 0$ can be obtained by continuation. The roots of the polynomial in Eq. 33 are p_- and p_+ , such that

$$p_{\pm} = \frac{1}{2} \frac{v^2 \phi_0 y_0 (1 + \phi_0) + v (1 + v \phi_0) (\phi_0 y_0 - 1) \pm \sqrt{\Delta}}{1 + v (1 + v \phi_0) (1 + \phi_0)}. \quad [35]$$

We next examine whether these roots meet the conditions of this section, *i.e.* $p(\tau_0) \geq 0$ and $p(\tau_0) > y_0$. We start with

$$p_{\pm} \geq 0 \iff \pm \sqrt{\Delta} \geq g(v) \text{ with } g(v) = v (1 + v \phi_0) (1 - \phi_0 y_0) - v^2 \phi_0 y_0 (1 + \phi_0). \quad [36]$$

The outcome depends on the sign of $g(v)$. If negative, then the solution p_- does not meet the condition $p_- \geq 0$. For the solution p_+ we obtain

$$p_+(\tau_0) \geq 0 \iff \alpha_0 \geq \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1).$$

If $g(v)$ is positive, then the solution p_+ satisfies the condition, and for the other solution we have

$$p_-(\tau_0) \geq 0 \iff \alpha_0 \leq \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1).$$

Now, we consider the condition $p(\tau_0) > y_0$. We have

$$p(\tau_0) > y_0 \iff \pm \sqrt{\Delta} > f(v) \text{ with } f(v) = v^2 \phi_0 (1 + y_0) + v (1 + y_0 (2 + \phi_0)) + 2y_0.$$

If $f(v) > 0$, then the solution p_- does not satisfy the relation $p(\tau_0) > y_0$, and for the solution p_+ we obtain

$$p_+(\tau_0) > y_0 \iff v^2 \alpha_0 - v y_0 (1 + y_0) - y_0^2 > 0.$$

If $f(v) < 0$, then the solution p_+ satisfies the relation $p(\tau_0) > y_0$, and for the solution p_- we have after calculation

$$p_-(\tau_0) > y_0 \iff v^2 \alpha_0 - v y_0 (1 + y_0) - y_0^2 < 0.$$

We remark that

$$f(v) < 0 \implies y_0 < 0 \implies g(v) < 0.$$

Thus, we can not have simultaneously for the same dimensionless volume v the condition $f(v) < 0$ and $g(v) > 0$, thus the solution p_- does not meet simultaneously the conditions $p_-(\tau_0) > y_0$ and $p_-(\tau_0) > 0$. The only solution for the case $\Delta > 0$ to have the first derivative equal to zero is therefore p_+ , under some conditions on v according to the value of the parameters.

In what follows we study the sign of the second derivative of p . Taking into account that $p \geq 0$, the second derivative of the dimensionless osmotic pressure π (Eq. 24) can be rewritten as

$$\frac{d^2\pi}{d\tau^2} = -(\pi - p) \frac{d\pi}{d\tau} - (\pi + 1) \left(\frac{d\pi}{d\tau} - \frac{dp}{d\tau} \right).$$

The second derivative of the dimensionless volume v (Eq. 23) becomes

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} = v \frac{d\pi}{d\tau} + (\pi - p) \frac{dv}{d\tau} - (v + 1) \frac{dp}{d\tau}.$$

At $\tau = \tau_0$, these equations become

$$\frac{d^2\pi}{d\tau^2}(\tau_0) = \frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) (-2\pi - 1 + p)$$

and

$$\frac{d^2v}{d\tau^2}(\tau_0) = v \frac{d\pi}{d\tau}(\tau_0) + (\pi - p) \frac{dv}{d\tau}(\tau_0).$$

We can calculate the second derivative of p (Eq. 22), and compare its value to zero

$$\frac{d^2p}{d\tau^2}(\tau_0) < 0 \iff p \frac{dv}{d\tau}(\tau_0) [p(2 + v(1 + \phi_0)) + v(1 - \phi_0 y_0)] < 0.$$

The case $p = 0$ does not meet this condition. Because we assumed that the fiber is growing, $dv/d\tau(\tau_0) > 0$, thus the inequality above implies that

$$p(\tau_0) < \frac{v(\tau_0)(\phi_0 y_0 - 1)}{2 + v(\tau_0)(1 + \phi_0)}. \quad [37]$$

Because we assumed that p is positive, the quantity $\phi_0 y_0 - 1$ must be positive, we therefore have $\phi_0 y_0 > 1$ which also implies that $y_0 > 0$ because $\phi_0 > 0$. The solution p_+ must verify Eq. (37) for the second derivative of p to be negative, which is equivalent to

$$\sqrt{\Delta} < q(v) \text{ with } q(v) = -v^3 \phi_0 (1 + \phi_0) (1 + y_0) - v^2 (\phi_0 (y_0 (1 + 3\phi_0) - 1) + 1).$$

If $q(v) < 0$, the $p_+(\tau_0)$ does not verify inequality (37). If $q(v) > 0$ then we obtain

$$\begin{aligned} \sqrt{\Delta} < q(v) \iff v^2 \alpha_0 (1 + \phi_0)^2 + 2v [2\alpha_0 (1 + \phi_0) + \phi_0 (1 - \phi_0 y_0) (1 + y_0)] \\ + 4\alpha_0 + (3\phi_0 y_0 + 1) (1 - \phi_0 y_0) < 0. \end{aligned}$$

We assumed that $\phi_0 y_0 > 1$ thus $y_0 > 0$. We thus find that

$$q(v) > 0 \iff v < \frac{-(\phi_0 (y_0 (1 + 3\phi_0) - 1) + 1)}{\phi_0 (1 + \phi_0) (1 + y_0)}.$$

Since $y_0 > 0$ and $v > 0$ we have the following implication

$$q(v) > 0 \implies \phi_0 y_0 < \frac{\phi_0 - 1}{1 + 3\phi_0}.$$

But we assumed that $\phi_0 y_0 > 1$ for (37), and

$$\phi_0 y_0 > 1 \implies \phi_0 y_0 > \frac{\phi_0 - 1}{1 + 3\phi_0}.$$

Thus we obtain a contradiction, and the case $q(v) > 0$ is not compatible with Eq. (37). Thus the solution p_+ does not verify the condition (37), and the second derivative of p can not be negative.

A similar analysis shows that it is possible to have the second derivative of p positive with the solution p_+ .

B.3. Relations with the initial conditions. Here we consider whether the initial conditions enable an extremum of pressure. In the preceding section, we investigated the sign of the second derivative of p . We obtained the value of p when the first derivative is equal to zero (Eq. 35). We can also calculate the isocline of p in the phase space (p, v) and show that this isocline is strictly monotonic, increasing for $p \geq 0$ and decreasing for $p < 0$. This leads to a necessary condition for the first derivative to vanish at a certain time τ_0 . Indeed, for p to have a local maximum the initial condition $p(0)$ must be lower than the maximum reached, and for the local minimum, the initial condition must be higher than the minimum reached (i.e. when the first derivative equals to zero). We note that we also obtained the same results for π .

In the case $p < 0$, in order to have the second derivative of the turgor pressure negative, it is necessary to have $p(0) < p_{\max}$ such that

$$p_{\max} = \frac{1}{2v^2} \frac{v\phi_0 y_0 (v + v\phi_0 - 1) + v(1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1) + \sqrt{\Delta}}{\phi_0(1 + \phi_0)}, \quad [38]$$

with Δ defined as

$$\Delta = v^2 \left[[\phi_0 y_0 (v + v\phi_0 - 1) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)]^2 + 4v^2 [\alpha_0 + \phi_0 y_0 (1 - \phi_0 y_0)] [\phi_0 (1 + \phi_0)] \right].$$

In the case $p \geq 0$, in order to have the second derivative of the turgor pressure positive, it is necessary to have $p(0) > p_{\min}$ such that

$$p_{\min} = \frac{1}{2} \frac{v^2 \phi_0 y_0 (1 + \phi_0) + v(1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1) + \sqrt{\Delta}}{1 + v(1 + v\phi_0)(1 + \phi_0)}, \quad [39]$$

with Δ defined as

$$\Delta = v^2 \left[[v\phi_0 y_0 (1 + \phi_0) + (1 + v\phi_0)(\phi_0 y_0 - 1)]^2 + 4[\alpha_0 + \phi_0 y_0 (1 - \phi_0 y_0)] [1 + v(1 + v\phi_0)(1 + \phi_0)] \right].$$

For the same reasons, in order to have the second derivative of the osmotic pressure negative, for the case $p < 0$, it is necessary to have $\pi(0) < \pi_{\max}$ such that

$$\pi_{\max} = \frac{\phi_0 (y_0 (1 + v) - v) - 1 + \sqrt{\Delta}}{2v\phi_0}, \quad [40]$$

with Δ defined as

$$\Delta = [\phi_0 (y_0 (1 + v) - v) - 1]^2 + 4v\phi_0 [\alpha_0 (1 + v(1 + \phi_0)) + v\phi_0 y_0].$$

Finally, in order to have the second derivative of the osmotic pressure positive, for the case $p \geq 0$, it is necessary to have $\pi(0) > \pi_{\min}$ such that

$$\pi_{\min} = \frac{v\phi_0 (y_0 - 1) - 1 + \sqrt{\Delta}}{2(v\phi_0 + 1)}, \quad [41]$$

with Δ defined as

$$\Delta = 4\alpha_0 (\phi_0 v + 1) (v(\phi_0 + 1) + 1) + (v\phi_0 (y_0 + 1) + 1)^2.$$

Moreover, because the osmotic pressure and the turgor pressure must be positive to have a physical meaning, we must have $\pi \geq -1$, which implies $p \geq \frac{-v}{v+1}$ if $p > y_0$ or $p \geq \frac{v(\phi_0 y_0 - 1)}{v(1+\phi_0)+1}$ if $p \leq y_0$ and $P_{\text{fiber}} > 0$ implies $p \geq -\frac{P_{\text{seed}}}{\pi_{\text{seed}}}$.

This naturally adds conditions on the parameters. For instance, for the minimum possible value of π , i.e. $\pi = -1$, to have the system has the osmotic pressure and the turgor pressure positive, we must have:

$$\phi_0 \geq \frac{1 - \frac{P_{\text{seed}}}{\pi_{\text{seed}}}}{y_0 + \frac{P_{\text{seed}}}{\pi_{\text{seed}}}}$$

or in other terms:

$$\phi_0 \geq \frac{\pi_{\text{seed}} - P_{\text{seed}}}{Y}.$$

We can deduce such relations between the parameters by considering the limit of p and π at $+\infty$. These relations have to be verified if we want to have the turgor pressure and osmotic pressure positive in numerical simulations.

At this point, we have analysed all possible behaviors in terms of temporal variations of the three dimensionless variables v , π , and p . These behaviors and the corresponding conditions are summarised in the following section.

3. Summary of the analytical study and numerical illustrations

The different possible behaviors for the pressures and the volume with the model are detailed in the following figures and tables.

Table S3. Behaviors of the model. the quantities p_{\max} , p_{\min} , π_{\max} , π_{\min} are defined previously in equations (38,39,40,41) and depend on the initial dimensionless volume $v(0)$ and on the three dimensionless parameters α_0 , ϕ_0 and y_0 . The variables v , p and π represent respectively the dimensionless volume, turgor pressure and osmotic pressure.

| | Growth $p(\tau) > y_0$ | |
|-------|--|--|
| | 1 - Low yield threshold and low osmotic adjustment $y_0 < 0$ and $e_0 < \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ | 2 - High yield threshold or High osmotic adjustment $y_0 \geq 0$ or $e_0 \geq \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ |
| v | Constant | Monotonic (strict growth) |
| p | A - Low initial turgor pressure $p(0) < p_{\max}$ Non-monotonic (local maximum) or monotonic (strict growth) | B - High initial turgor pressure $p(0) \geq p_{\max}$ Monotonic (strict degrowth) |
| π | 3 - Low osmotic adjustment $\alpha_0 < \frac{1-y_0\phi_0}{\phi_0}$ A - Low initial osmotic pressure $\pi(0) < \pi_{\max}$ Non-monotonic (local maximum) or monotonic (strict growth) | 4 - High osmotic adjustment $\alpha_0 \geq \frac{1-y_0\phi_0}{\phi_0}$ A - Low initial osmotic pressure $\pi(0) < \pi_{\max}$ B - High initial osmotic pressure $\pi(0) \geq \pi_{\max}$ Monotonic (strict degrowth) |
| | | C - Low initial osmotic pressure $\pi(0) \leq \pi_{\min}$ Monotonic (strict growth) |
| | | D - High initial osmotic pressure $\pi(0) > \pi_{\min}$ Non-monotonic (local minimum) or monotonic (strict degrowth) |

Table S4. Values used for the curves in Figure S2. All the cases from Table S3 are illustrated. In all cases, we fixed the following parameters: $L_r = 0.1 \text{ MPa}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$, $\mu = 0.001 \text{ mm}^3 \text{ MPa}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$, $\pi_{\text{seed}} = 1 \text{ MPa}$, $P_{\text{seed}} = 0.18 \text{ MPa}$, $Y = 0.06 \text{ MPa}$, and $\phi = 1.2 \text{ MPa}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$. Therefore $\phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1) = 3.51$ and $1 - y_0 \phi_0 / \phi_0 = 0.20$; we state in this Table whether these quantities are higher or lower than α_0 . In the first column, P_{fiber} or π_{fiber} indicates that, respectively, turgor or osmotic pressures are shown. α is given in units of $\text{MPa} \cdot \text{h}^{-1}$, while the initial condition $P(0)$ is in MPa .

| Condition | α | $P(0)$ | α_0 | $\phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ | $\frac{1 - y_0 \phi_0}{\phi_0}$ |
|--|----------|--------|------------|-------------------------------|---------------------------------|
| 1-A- P_{fiber} (figure S2a) | 0.3 | 0.16 | 3.0 | Higher | Lower |
| 1-B- P_{fiber} (figure S2b) | 0.3 | 0.18 | 3.0 | Higher | Lower |
| 1-3-A- π_{fiber} (figure S2c) | 0.01 | 0.155 | 0.1 | Higher | Higher |
| 1-3-B- π_{fiber} (figure S2d) | 0.01 | 0.16 | 0.1 | Higher | Higher |
| 1-4-A- π_{fiber} (figure S2e) | 0.3 | 0.155 | 3.0 | Higher | Lower |
| 1-4-B- π_{fiber} (figure S2f) | 0.3 | 0.18 | 3.0 | Higher | Lower |
| 2-C- P_{fiber} (figure S2g) | 0.4 | 0.16 | 4.0 | Lower | Lower |
| 2-D- P_{fiber} (figure S2h) | 0.4 | 0.20 | 4.0 | Lower | Lower |
| 2-C- π_{fiber} (figure S2i) | 0.5 | 0.16 | 4.0 | Lower | Lower |
| 2-D- π_{fiber} (figure S2j) | 0.5 | 0.19 | 5.0 | Lower | Lower |

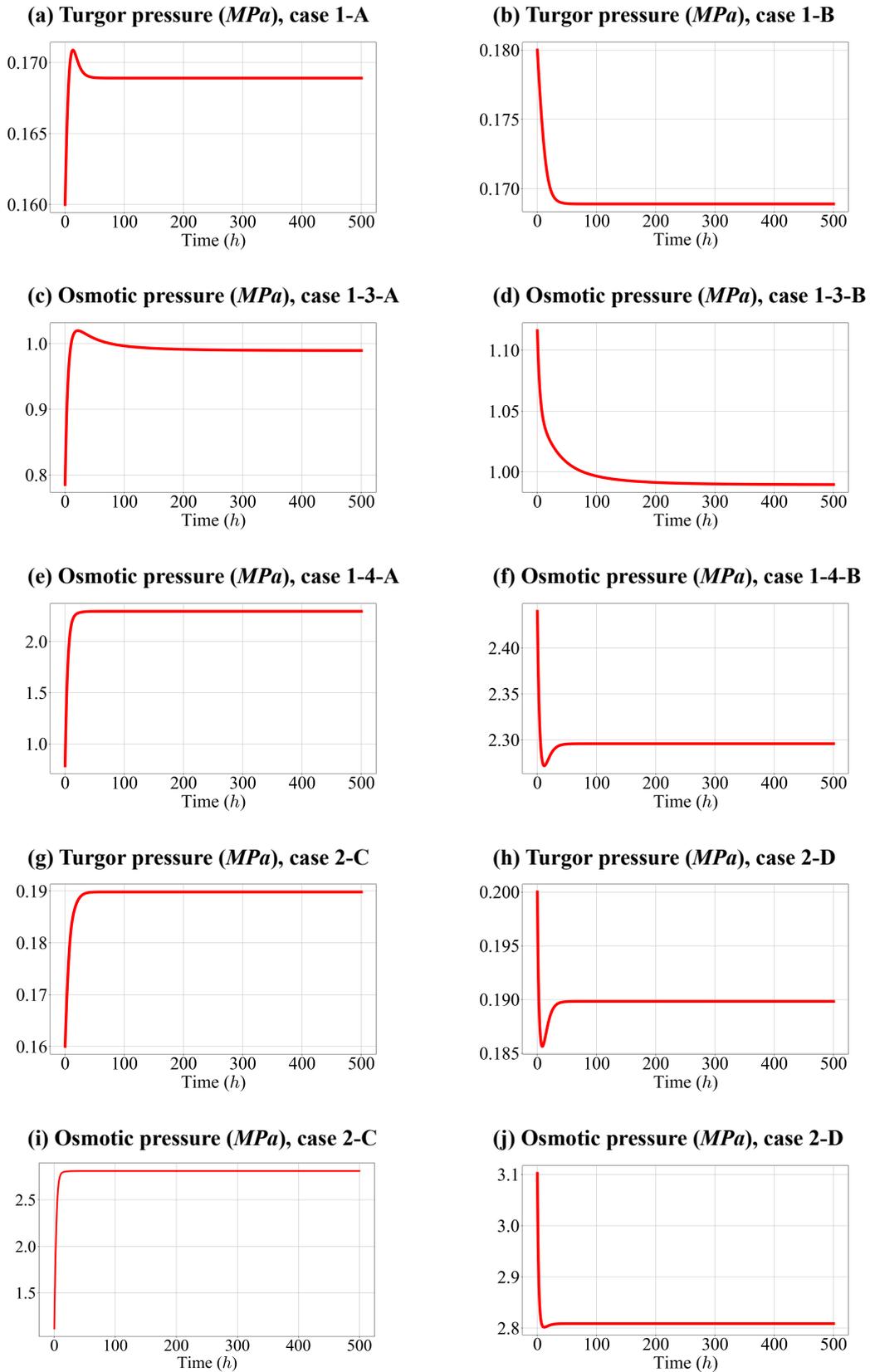


Fig. S2. Behaviors of the osmotic and turgor pressure according to the cases reported in Table S3. The values of the parameters used are given in Table S4.

4. Condition for a peak of turgor pressure and biologically-relevant parameters

We demonstrated that, in order to have a peak of turgor pressure, we need to have $\alpha_0 < \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ and $y_0 < 0$. In figure S3 we plot this condition in the dimensionless parameter space using parameter values reported in table S2. We note that the values of $\phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ are very low compared to the biophysical value reported for α_0 . The necessary conditions $\alpha_0 < \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ and $y_0 < 0$ can be satisfied if the value of α_0 is lower than approximately 6.0×10^{-4} , which represents 1.7% of the biophysical range reported of α_0 .

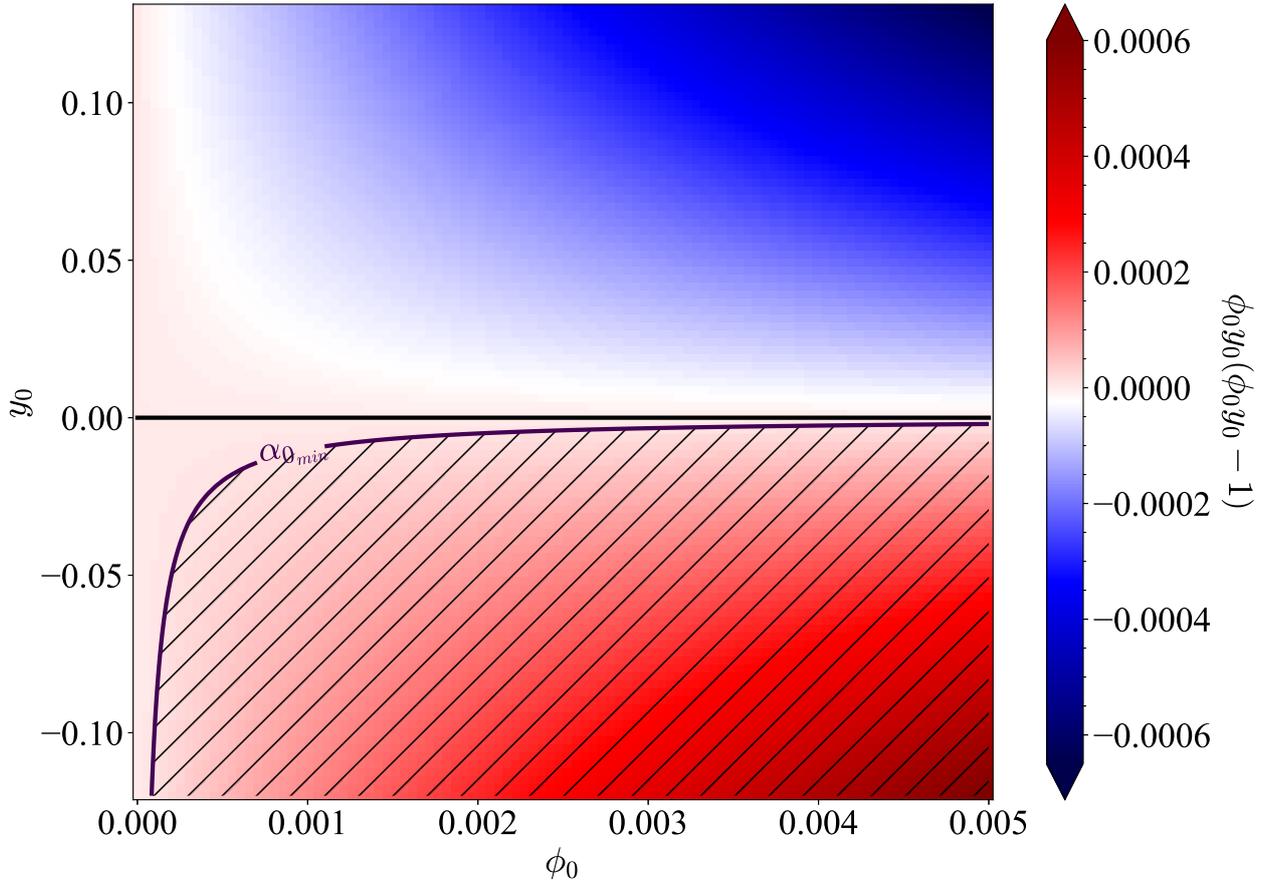


Fig. S3. Condition $\alpha_0 \geq \phi_0 y_0 (\phi_0 y_0 - 1)$ in the space of dimensionless parameters ϕ_0 and y_0 . The hatched area corresponds to the region of the parameter space where the condition is satisfied, for $\alpha_{0\min} = 1.0 \times 10^{-5}$ as computed from Table S1, and the continuous purple line corresponds to this value of $\alpha = \alpha_{0\min}$.

5. Details of the sensitivity analysis

As part of the sensitivity analysis of the model near reference parameters, we show in Figures S4-S6 the ratio between the final value of the observable variable and its value for the reference parameters.

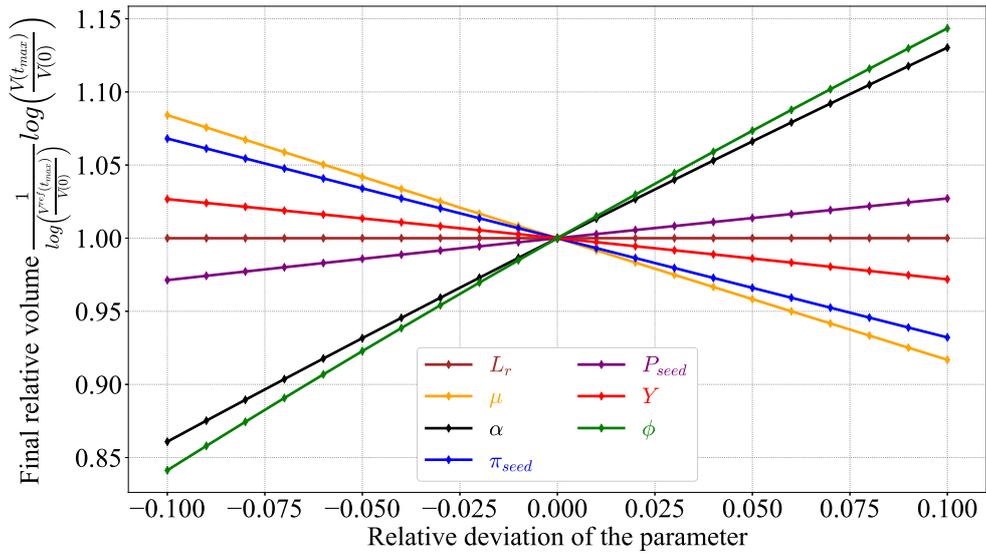


Fig. S4. Sensitivity of the volume to the seven parameters of the model. Normalised value plotted as function of the relative change of the parameter.

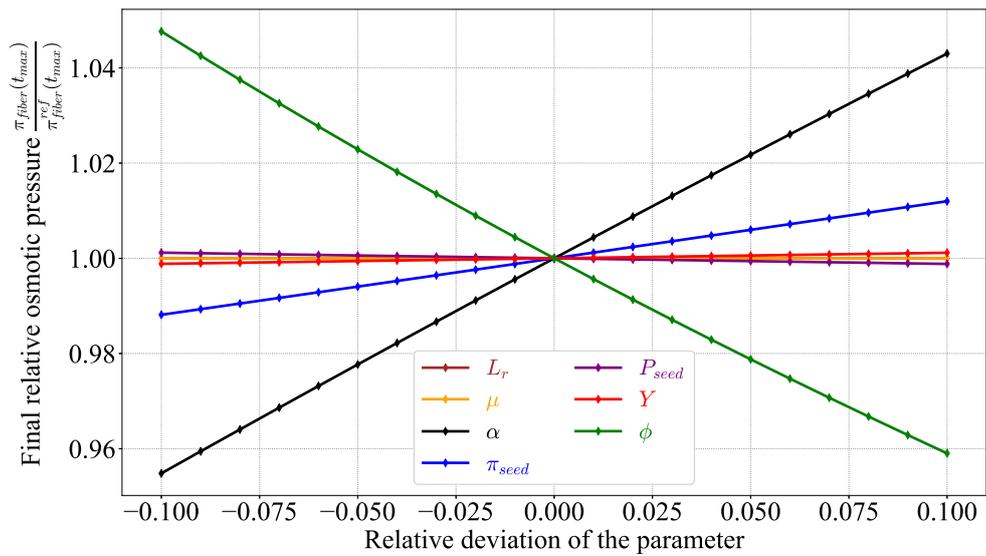


Fig. S5. Sensitivity of the osmotic pressure to the seven parameters of the model. Normalised value plotted as function of the relative change of the parameter.

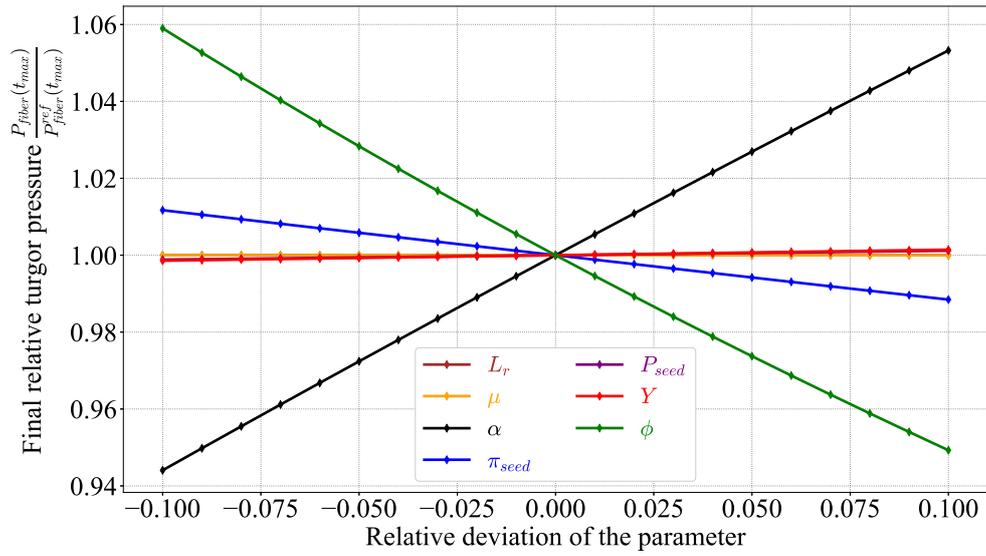


Fig. S6. Sensitivity of the turgor pressure to the seven parameters of the model. Normalised value plotted as function of the relative change of the parameter.

6. Dynamic source of solute

In Figure S7 we plot the behavior of the volume and pressures with a dynamic source of solute α corresponding to the temporal pattern shown in Panel a.

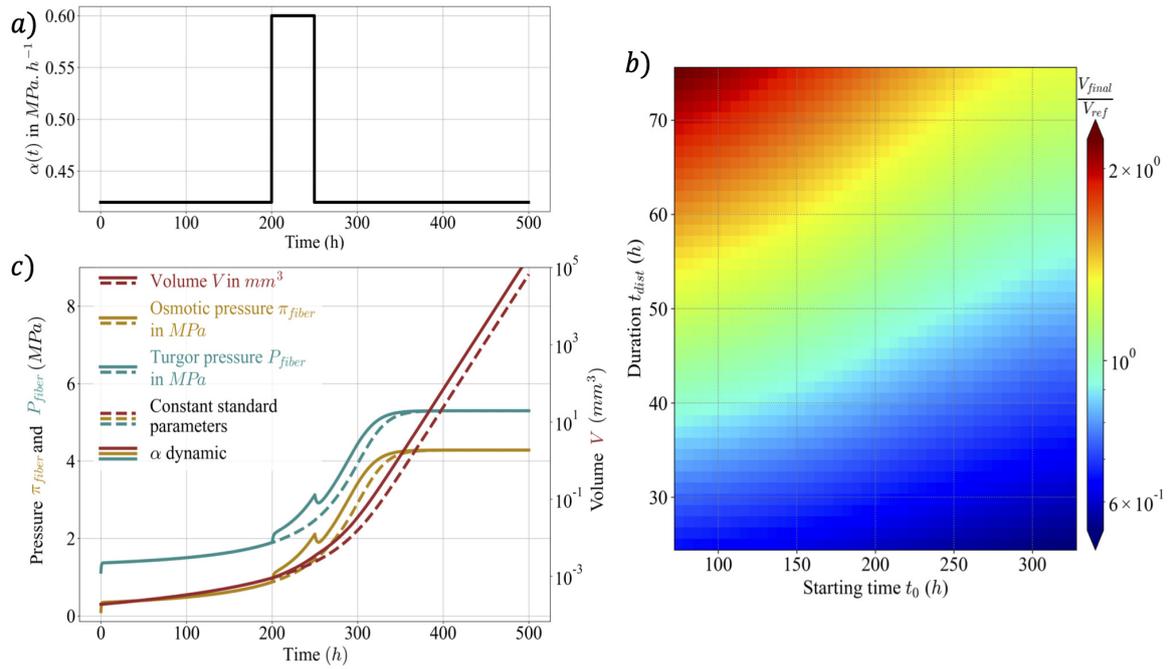


Fig. S7. Pressures and volume with a dynamic source of solute α . a) Source of solute α as a function of time. b) Normalised final volume as function of the start time t_0 and of the duration t_{dist} of the period during which the source is enhanced (the normalised volume corresponds to the ratio of the final volume at 3000 h to the final volume at the same time taking $t_{\text{dist}} = 50$ h and $t_0 = 200$ h). c) Continuous lines correspond to the behavior of the model with dynamic source. Dashed lines correspond to the case when all parameters are constant and equal to their reference values.

References

1. J Dölger, H Rademaker, J Liesche, A Schulz, T Bohr, Diffusion and bulk flow in phloem loading: A theoretical analysis of the polymer trap mechanism for sugar transport in plants. *Phys. Rev. E* **90**, 042704 (2014) Publisher: American Physical Society.
2. AH Christensen, HA Stone, KH Jensen, Diffusion and flow across shape-perturbed plasmodesmata nanopores in plants. *The Eur. Phys. J. Plus* **136**, 872 (2021).
3. MS Bret-Harte, WK Silk, Nonvascular, symplasmic diffusion of sucrose cannot satisfy the carbon demands of growth in the primary root tip of zea mays. *Plant Physiol.* **105**, 19–33 (1994).
4. V Couvreur, et al., Going with the flow: Multiscale insights into the composite nature of water transport in roots. *Plant Physiol.* **178**, 1689–1703 (2018).
5. KH Jensen, MA Zwieniecki, Physical limits to leaf size in tall trees. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 018104 (2013).
6. RL Overall, J Wolfe, BES Gunning, Intercellular communication in azolla roots: I. ultrastructure of plasmodesmata. *Protoplasma* **11**, 134–150 (1982).
7. BR Terry, AW Robards, Hydrodynamic radius alone governs the mobility of molecules through plasmodesmata. *Planta* **171**, 145–157 (1987).
8. K Ehlers, R Kollman, Primary and secondary plasmodesmata: structure, origin, and functioning. *Protoplasma* **216**, 1 (2001).
9. TJ Ross-Elliott, et al., Phloem unloading in Arabidopsis roots is convective and regulated by the phloem-pole pericycle. *eLife* **6**, e24125 (2017) Publisher: eLife Sciences Publications, Ltd.

10. EE Deinum, BM Mulder, Y Benitez-Alfonso, From plasmodesma geometry to effective symplasmic permeability through biophysical modelling. *eLife* **8**, e49000 (2019) Publisher: eLife Sciences Publications, Ltd.
11. EP Eleftheriou, JL Hall, The Extrafloral Nectaries of Cotton: I. Fine Structure of the Secretory Papillae. *J. Exp. Bot.* **34**, 103–119 (1983).
12. C Haigler, L Betancur, M Stiff, J Tuttle, Cotton fiber: a powerful single-cell model for cell wall and cellulose research. *Front. Plant Sci.* **3**, 104 (2012).
13. C Faulkner, OE Akman, K Bell, C Jeffree, K Oparka, Peeking into pit fields: A multiple twinning model of secondary plasmodesmata formation in tobacco. *The Plant Cell* **20**, 1504–1518 (2008).
14. U Avcı, et al., Cotton fiber cell walls of *Gossypium hirsutum* and *Gossypium barbadense* have differences related to loosely-bound xyloglucan. *PLOS ONE* **8**, 1–13 (2013).
15. HJ Kim, BA Triplett, Cotton fiber growth in planta and in vitro. models for plant cell elongation and cell wall biogenesis. *Plant Physiol.* **127**, 1361–1366 (2001).
16. K Jensen, et al., Modeling the hydrodynamics of phloem sieve plates. *Front. Plant Sci.* **3**, 151 (2012).
17. YL Ruan, DJ Llewellyn, RT Furbank, The control of single-celled cotton fiber elongation by developmentally reversible gating of plasmodesmata and coordinated expression of sucrose and k⁺ transporters and expansin. *The Plant Cell* **13**, 47–60 (2001).
18. MC Meinert, DP Delmer, Changes in biochemical composition of the cell wall of the cotton fiber during development. *Plant Physiol.* **59**, 1088–1097 (1977).
19. L Wang, et al., Evidence that high activity of vacuolar invertase is required for cotton fiber and arabidopsis root elongation through osmotic dependent and independent pathways, respectively. *Plant Physiol.* **154**, 744–756 (2010).
20. WL Applequist, R Cronn, JF Wendel, Comparative development of fiber in wild and cultivated cotton. *Evol. & Dev.* **3**, 3–17 (2001).
21. RS Dhindsa, CA Beasley, IP Ting, Osmoregulation in cotton fiber: Accumulation of potassium and malate during growth. *Plant Physiol.* **56**, 394–398 (1975).

Contents lists available at [ScienceDirect](https://www.sciencedirect.com)

Atmospheric Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/atmosres

Collecting fog with vertical fibres: Combined laboratory and in-situ study

Adele Moncuquet, Alexander Mitranescu, Olivier C. Marchand, Sophie Ramanarivo, Camille Duprat*

LadHyX, Ecole polytechnique, Department of Mechanics, Institut Polytechnique de Paris, Palaiseau, France

ARTICLE INFO

Keywords:

Fog harvesting
Fog microphysics
Fog
Fog collection Efficiency

ABSTRACT

Fog harvesting is an application of aerosol filtration to capture water droplets from fog by using nets, called fog collectors. It is a promising technique for freshwater supply in arid and semi-arid regions. In this study, we investigate the collection efficiency of harp-like fog collectors consisting of vertical fibres. We conduct well-controlled laboratory scale experiments on model fog collectors and develop a predictive theoretical model accounting for the liquid distribution on the fibres and for aerodynamic effects. Without using any adjustable parameter, we obtain a good agreement between our theoretical model and laboratory scale experimental results. Furthermore, we perform collection efficiency measurements on an in-situ pilot scale fog collector, accompanied by a description of the fog's microphysical properties. Comparing the results of our pilot scale and laboratory scale experiments and the theoretical model developed, we propose a method to accurately evaluate the efficiency of our collector, with simultaneous measurements of collected water volume and fog characteristics.

1. Introduction

Passive fog gauges are commonly used to collect and characterize fog, either for chemical characterization (Mohnen and Kadlec, 1989), fresh water exploitation (Schemenauer and Joe, 1989; Klemm et al., 2012), collection of industrial fog (Ghosh and Ganguly, 2020) or fog vegetation interception and redistribution studies (Joslin et al., 1990; Herckes et al., 2002; Ritter et al., 2008). These gauges generally consist in fibrous nets, from the earlier cylindrical arrangements of vertical parallel fibres as designed by the Atmospheric Sciences Research Center (Falconer and Falconer, 1980; Schemenauer, 1986; Mohnen and Kadlec, 1989), cylindrical screens (Juvik and Ekern, 1978), flat woven meshes (so-called *Standard Fog Collector*) (Schemenauer and Joe, 1989), or panels with parallel vertical wires (Regalado and Ritter, 2017, 2019), to more recent complex 3D textiles (Schunk et al., 2018). The principle is simple: the water droplets carried by the fog impact and accumulate on the wires of the gauge, and are then drained by gravity to a collecting tank.

These various designs have different collection efficiencies, and thus yields, depending on the characteristics of the fog and the geometry of the collector, as are reported in an abundant literature; see for example Regalado and Ritter (2016) for a recent review. Inter-mesh comparisons are complex to analyze and show unreliable results (Regalado and

Ritter, 2017; Fernandez et al., 2018; Schunk et al., 2018). The link to meteorological variables is specific to each design and fog conditions, although a relationship can be accurately obtained with the correct method provided enough data is obtained (Regalado and Ritter, 2019). Many recent studies aim at optimizing the fog collection, e.g. with multiple layers, complex structures or sophisticated surface treatments (Schunk et al., 2018; Azeem et al., 2020; Knapczyk-Korczak et al., 2020; Li et al., 2021; Park et al., 2021). However, the quantity of interest in these studies is generally the flow rate of collected water per unit area of the collector Q_c in $Lh^{-1}m^{-2}$, which depends on the incoming fog conditions, and, while being a good quantity to estimate fog water production yield, it can not be used to evaluate the performance of a collector. Only few studies consider the collection efficiency of single fog events (Schemenauer and Joe, 1989; Montecinos et al., 2018), and these studies are limited to the *Standard* or *Large Fog Collector* with a double knitted mesh (specifically a Raschel mesh of solidity 35%). Recently, efforts have been made to build models of the collection processes (Regalado and Ritter, 2016), either of the capture mechanisms (Labbé and Duprat, 2019), structure and wetting properties (Park et al., 2013) or aerodynamics (Bresci, 2002; Rivera, 2011; Carvajal et al., 2020). Some models have been tested on active collectors, in which the fog is drawn by a fan to impact the wires at a given velocity (Demoz et al., 1996). However, there are no direct quantitative comparisons between

* Corresponding author.

E-mail address: camille.duprat@ladhyx.polytechnique.fr (C. Duprat).

laboratory scale experimental results, in situ measurements of passive wind-driven fog collection and theoretical predictions.

In this study, we aim at measuring and modeling the collection efficiency of parallel wires fog collectors. We perform well-controlled laboratory scale experiments on model fog collectors consisting of arrays of vertical fibres. The laboratory data allow us to develop a predictive theoretical model containing the relevant physical mechanisms that can be used to quantitatively predict the collection efficiency and to design a robust, efficient fog collector. We then obtain efficiency measurements from an in-situ pilot fog collector placed on the meteorological station SIRTA (Haefelin et al., 2005) with concomitant measurements of the microphysics properties of the fog. The results of two campaigns (2019-2020 and 2020-2021) are then compared to our laboratory experiments and our model predictions, and we explore the link between the measured efficiencies and the meteorological variables.

2. Fog collection mechanisms

The principle of passive fog collection is simple: the fog goes through the porous net, the droplets it carries impact the wires of the net to be captured, forming drops on the fibres; these drops merge with incoming droplets, grow, until they eventually fall down due to gravity. The collection efficiency thus depends on these three steps: flow, capture and drainage as shown in Fig. 1 (Rivera, 2011; Regalado and Ritter, 2016; Carvajal et al., 2020). The net has a solidity s (fraction of solid area over total area, sometimes called “shade coefficient” for textiles, and linked to the porosity $\varphi = 1 - s$), and acts as an obstacle for the flow: part of the fog will go through the porous net, while part may be deviated around the net; this is characterized by an aerodynamic efficiency η_a (Fig. 1(a)). Then, only part of the incoming droplets carried by the flow may be captured; this is characterized by a deposition, or capture efficiency η_c (Regalado and Ritter, 2016; Azeem et al., 2020) (Fig. 1(b)). Finally, the fog droplets merge on the fibres, forming large drops that have to be drained out of the net without being re-entrained by the flow. The amount of drops that may fall down and be collected below the net is characterized by the drainage efficiency η_d (Fig. 1(c)). The overall efficiency may be written as (Regalado and Ritter, 2016; Azeem et al., 2020)

$$E = \eta_a \eta_c \eta_d. \quad (1)$$

The aerodynamics has two main effects that we will discuss further in the following: the incoming normal velocity in front of the net is reduced to u such that $u = Uu^*(s)$, where the velocity reduction $u^*(s)$ depends on the net solidity, and part of the streamlines are deviated around the net (dashed streamlines in Fig. 1(a)). A model of the aerodynamic efficiency was proposed by considering a superposition of the potential flow around a solid obstacle and a free flow through the voids of the net (Rivera, 2011) as

$$\eta_a = \frac{s}{1 + \sqrt{\zeta/C_D}}, \quad (2)$$

where ζ is the pressure drop coefficient that depends on the fine

structure (e.g. fibres) and C_D is the drag coefficient of the net that depends on its overall shape. A discussion of this model is provided in (Regalado and Ritter, 2016). When no blockage effects are present, i.e. the flow can move through the net without resistance ($\zeta/C_D \ll 1$), this aerodynamics efficiency reduces to $\eta_a = s$, i.e. takes into account the fact that only the fog reaching the fibres may be captured.

The main mechanism for capture, apart from direct interception, is the inertial impact of droplets (Mead-Hunter et al., 2014). We consider a uniform flow, of velocity U far from the collector, of a fog of density ρ and viscosity μ , carrying liquid droplets (density ρ_d) of diameter d_d . The carrier fluid flows with velocity \mathbf{u}_f around a fibre of diameter d , and the trajectory of a droplet of velocity \mathbf{u}_d is given by

$$\frac{\pi}{6} \rho_d d_d^3 \frac{d\mathbf{u}_d}{dt} = 3\pi \mu d_d (\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_f). \quad (3)$$

This equation can be written in dimensionless form, using U as the typical velocity and $\tau = d/U$ as the typical time (i.e. the time to go around the obstacle),

$$\frac{d\bar{\mathbf{u}}_d}{dt} = \frac{1}{St} (\bar{\mathbf{u}}_d - \bar{\mathbf{u}}_f) \quad (4)$$

with a unique parameter, the Stokes number St

$$St = \frac{\rho_d d_d^2 U}{9\mu d} \quad (5)$$

that expresses the balance between the inertia forces of the droplet and the viscous forces of the fluid, i.e. compares the time for a droplet to be slowed down by viscous effects to the time necessary to go around the obstacle. At small St , the viscous forces of the fluid dominate, the droplets are entrained by the flow and are transported around the fibres: the collection efficiency is low. At high St , the inertia forces dominate, the droplets stay on their trajectories, leave the streamlines and impact the fibres: the collection efficiency is high (Fig. 1(b)). Langmuir and Blodgett (Langmuir and Blodgett, 1946) developed a model based on potential flow to obtain the fluid velocity \mathbf{u}_f , solve (4), and express the efficiency of droplet capture η_c as a function of St . Using a differential analyzer, they obtained graphical solutions that they fitted with empirical equations. Their approximate solution, widely used in aerosol filtration and fog capture (Mead-Hunter et al., 2014; Regalado and Ritter, 2016; Azeem et al., 2020) reads

$$\eta_c = 0 \quad St < 0.125 \quad (6a)$$

$$\eta_c = 0.466 (\log_{10}(8th))^2 \quad 0.125 < St < 1.1 \quad (6b)$$

$$\eta_c = \frac{St}{St + \frac{\pi}{2}} \quad St > 1.1 \quad (6c)$$

By studying the case of a single superhydrophilic fiber, for which there are no aerodynamics or re-entrainment effects, i.e. $\eta_a = \eta_d = 1$ and the efficiency is directly given by the efficiency of capture $E = \eta_c$, Jiang et al. (Jiang et al., 2019) showed experimentally that the capture efficiency is

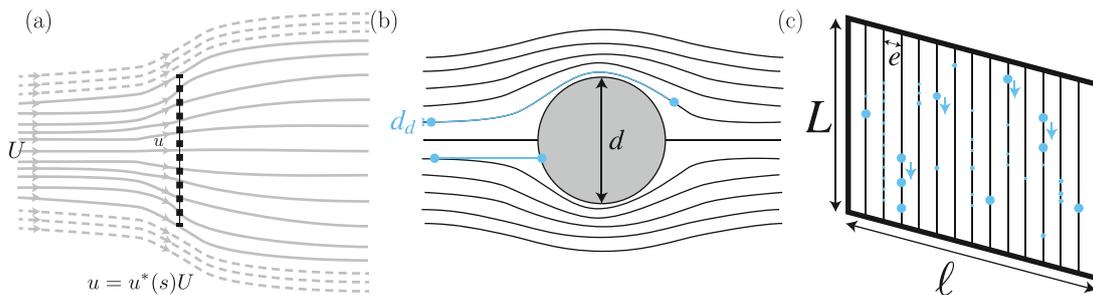


Fig. 1. (a) Aerodynamic effects. (b) Capture: inertial impact. (c) Coalescences, drainage, re-entrainment.

indeed given by Eq. 6c with an excellent agreement.

In our study, we focus on a model system resembling the wire-harp fog gauges (Falconer and Falconer, 1980; Regalado and Ritter, 2017), by studying a flat net of parallel evenly spaced vertical fibres. The drops are then free to flow down the fibres to be collected, and drainage is thus not a limiting factor. Furthermore, vertical fibre arrays are less prone to clogging than screens (Park et al., 2013; Shi et al., 2018; Labbé and Duprat, 2019; Regalado and Ritter, 2019) and we consider that there are no clogging nor re-entrainments in the flow, i.e. $\eta_d = 1$. In general, the different efficiencies are not independent and may evolve in time. Indeed, the presence of drops accumulated on the net decreases the permeability of the net to wind which increases the deviation of the flow and/or modifies the capture efficiency as it modifies the surface characteristics. These effects actually reduce the performance of screen gauges with respect to harp-like collectors gauges, thus giving poorer description of the fog phenomena with conventional screen gauges (Regalado and Ritter, 2019). In our ideal system of vertical fibres, we consider that the drops are quickly evacuated by gravitational drainage, and the efficiencies are independent.

In the following, we first consider widely spaced fibres, i.e. low solidity nets for which no aerodynamic effects are expected. Using controlled laboratory experiments, we develop a theoretical model based on our previous results (Labbé and Duprat, 2019) to predict the capture efficiency quantitatively. We further extend to higher solidity nets for which aerodynamics effects affect the collection efficiency, and include these aerodynamics effects in our model. From these findings, we propose a new design for collecting nets which we test with a large scale pilot net placed on the SIRTa meteorological station in Palaiseau, France (Haefelin et al., 2005). We report efficiency measurements, and use the comparison to laboratory data and to our model to discuss the link with meteorological variables.

3. Laboratory experiments: towards a universal model for fog collection

3.1. Materials and methods

The experiments are conducted with a fog wind tunnel that contains a turbulent chamber (1 m length, 0.5 m width and 0.7 m height) in which fog is produced (Fig. 2 (a)). The bottom of the turbulent chamber is covered by a water basin of 10 cm depth in which 30 ultrasonic mist makers are immersed. These fog makers vibrate at ultrasonic frequencies and excite the water surface to emit water droplets that eventually form the fog. We measure the droplet size distribution produced by the ultrasonic fog makers using a fast camera directly above the fog makers, without flow (see Supplementary information). In the wind tunnel, the droplets will coalesce, leading to a different drop distribution with larger sizes. We measure the drop distribution produced by a fog maker and flowed at a wind speed of 2 m/s through a grid and tube using a laser diffraction method (Helos Sympatec). The resulting distribution is shown in Fig. 3 (a). While larger drops may be present, most of the generated droplets have diameters comprised between 6 and 10 μm ; we estimate that the mean droplet diameter of the fog is $d_d \approx 7.8 \mu\text{m}$. Two

sets of ventilators are installed in the turbulent chamber: one above the fog makers, blowing towards the bottom of the chamber and generating a large scale turbulent flow of typical Reynolds number 10^8 to ensure a homogeneous, well-mixed fog, and one at the rear end of the chamber to push the fog through the honeycomb structure. The honeycomb structure and the converging duct ensure a laminar and controlled flow at the exit vein of area $S_{wt} = 0.22 \times 0.22 \text{ m}^2$, with a flow velocity for the empty vein U' ranging from 0.5 to 3 m/s measured at the exit of the wind tunnel, in the center of the vein, using a vane anemometer. The height of liquid in the basin is kept constant using an overflow system, which allows to measure the volume of produced fog. The fog makers produce a constant flow of water of $Q_{wt} = 6.86 \text{ L/h}$ measured over several hours. We define the water flux per unit area as $q = Q_{wt}/S_{wt}$, which for our wind tunnel is $q = 3.94 \times 10^{-5} \text{ m/s}$. Since the water flow produced is constant, the fog density varies as the flow velocity changes. We can define the fog liquid water content (LWC, in g/m^3) as $LWC = \rho_d q/U$.

As fog is produced, the tunnel and the laboratory room quickly fill up with dense fog, ensuring that the humidity at the exit of the vein is close to 100%, thus preventing any evaporation of the droplets. During the duration of an experiment (a few minutes), the amount of deposited droplets on the walls and honeycomb structure of the tunnel remains small.

We install model fog harvesters consisting of a metal frame of $L = 0.22 \text{ m}$ height and $\ell = 0.07 \text{ m}$ width, thus total surface $S_{net} = L\ell$, directly at the exit vein of the fog wind tunnel, keeping a small gap to avoid touching of the collector that would impact weight measurements (Fig. 2 (b)). The collectors are placed at the center of the exit vein and have a small width compared to the tunnel width in order to minimize wall effects and blockage effects. We use a hot wire probe to measure the flow velocity and turbulent intensity at different locations at the exit of the wind tunnel (see Supplementary Information); at the position of the collector, the flow is constant with low turbulent intensity (below 2%). The collectors have PMMA bearing structures at the top and the bottom holding the fibres. We precisely laser-cut holes in these bearing structures to control the spacing and arrangements of the fibres of the nets, adapted to each considered fibre radius. Nylon fibres are threaded through these holes and fixed with crushed aluminum beads to form a tight net of fibres, with a large tension within the fibres. Each net consists of N fibres, with diameters $d = 120 - 600 \mu\text{m}$ and thus a projected fibre surface $S_f = Nd$. The spacing between the fibres from $e = 1.8 - 9.6 \text{ mm}$ leads to a large range of solidity $0.074 < s = S_f/S_{net} < 0.34$. As we impose the flow through the ventilators at the back of the turbulent chamber, the presence of the nets causes a pressure drop characterized by the velocity reduction $u^*(s)$ (Fig. 1 (a)), that changes the velocity in the vein. We can estimate the actual flow velocity U as

$$U = U' \left(1 - \frac{\ell(1 - u^*(s))}{L} \right). \quad (7)$$

This reduction is at most $[1 - (\ell/L)] = 68 \%$ for a completely solid obstacle (i.e. $s = 1$ and $u^* = 0$), but remains below 8% for the low solidity nets considered here, as we will illustrate in the following. Previous experiments on the same set-up with a reference frame placed at the exit of the wind tunnel indicate that the amount and characteristics of the fog remain constant throughout the experiments, independently of the fog collectors installed in the vein or the day environmental conditions (Labbé and Duprat, 2019).

A basin is attached below the net to collect the water that is drained along the fibres (Fig. 2 (a)). The model nets with the basin are attached to a load cell (LSB200 from Futek¹) of capacity 20 g that measures the total volume of water collected $V_c(t)$ as a function of time with a 2 mg resolution and an acquisition rate of 200 Hz. When placing a model fog

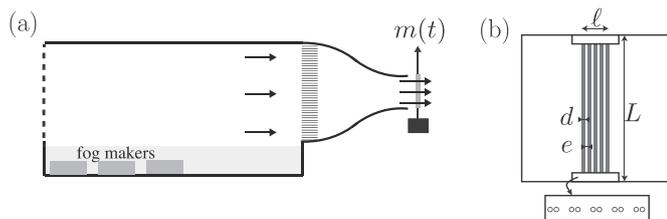


Fig. 2. (a) Sketch of the wind tunnel (b) Sketch of a net in the exit vein of the wind tunnel. The fibres are held and positioned with PMMA structures on which a specific pattern is drilled.

¹ <https://www.futek.com/store/load-cells/s-beam-load-cells/miniatuure-s-beam-LSB200/FSH03868>

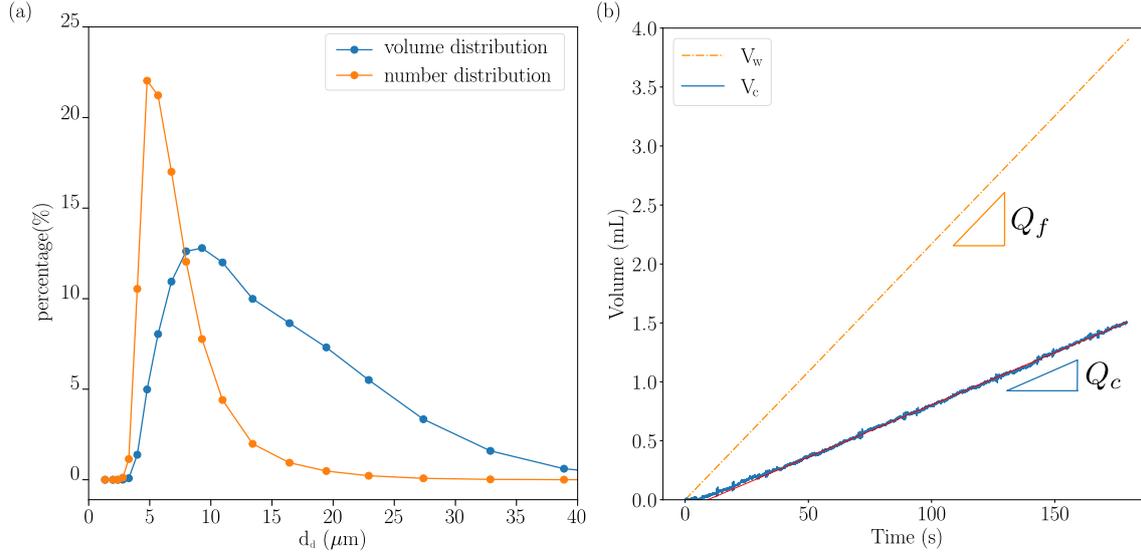


Fig. 3. (a) Droplet size distribution d_d of the artificial fog produced by the fog makers, in number (orange) and volume (blue), obtained with laser diffraction. (b) Evolution of the fog water volume passing by the fibres V_{wf} and the volume of water collected V_c with time, for a net of 10 fibres with $d = 250 \mu\text{m}$ and $e = 5 \text{ mm}$. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

harvester in the fog flow, we can observe that, after a brief transient time, the volume collected V_c increases linearly (Fig. 3 (b)). The short transient time corresponds to the capture of the first droplets on the dry fibre; the accumulated droplets then merge and start to slide down the fibre. The system quickly reaches a stationary state with a constant collection rate Q_c , given by the slope of $V_c = Q_c t$ (Fig. 3 (b)).

We define the quantity of fog that goes through the net as

$$V_w(t) = \int_0^t q S_{\text{net}} d\tilde{t}. \quad (8)$$

Since the fog flow rate is constant, we obtain a linear variation $V_w(t) = Q_w t$ with $Q_w = q S_{\text{net}}$. The collection efficiency is thus determined as

$$E = \frac{Q_c}{Q_w} = \frac{Q_c}{q S_{\text{net}}}. \quad (9)$$

Here, our nets are an array of vertical parallel fibres, and we can thus describe the net as the sum of individual fibres. We measure the collection of the frame individually and then subtract it from our results in order to obtain the collection rate, and thus the collection efficiency, of the fibres alone. In order to define this efficiency of the fibres, we need to consider only the volume of liquid encountering the N fibres $V_{wf}(t) = Q_f t$ with $Q_f = q S_f = N q L d$, and not the amount of liquid going through the entire net V_w . The fibres efficiency is thus given by

$$\mathcal{E} = \frac{Q_c}{Q_f} = \frac{E}{s}. \quad (10)$$

We note that this porosity factor s is generally included in the aerodynamic efficiency η_a ; indeed, in the absence of blockage effects, $\eta_a = s$ and $E = \eta_a s$, and indeed $\eta_c = \mathcal{E}$ (Regalado and Ritter, 2016; Azeem et al., 2020). Here, we decide to separate the porosity and the aerodynamic effects by considering directly the fibres capture efficiency \mathcal{E} , which is the efficiency of the single fibres composing the net.

3.2. Collection surface: liquid morphologies

As a first step, we consider widely spread apart fibres, i.e., low solidity nets ($s < 0.1$), for which no aerodynamic effects are expected ($\eta_a = 1$). All the droplets that are intercepted by the fibres will count for the collection rate (i.e. $\eta_d = 1$). The collection rate of the net is thus simply the sum of the collection rate of individual isolated fibres, and the

collection efficiency we will model here is thus directly the fibres capture efficiency $\mathcal{E} = \eta_c$. We thus study a situation identical to the case of a single fiber (Jiang et al., 2019).

As the fog flows across the net of fibres, fog water droplets are intercepted by the fibres, coalesce and form larger drops sitting on the fibres. Above a critical size, these drops fall along the fibres and entrain the drops below them (Fig. 4 (a–b)). One way to suppress this drop growth is to use a pair of close fibres (Fig. 4 (c), called co-fibres in the following) - indeed, provided the fibres in the pair are closer than a critical distance $\approx 0.6d$, the liquid will form long liquid columns between the fibres rather than drops (Protiere et al., 2013; Labbé and Duprat, 2019; Wang et al., 2020). As fog droplets impact this two-fibre-compound they quickly form liquid columns; further incoming fog water droplets intercepted by the wet co-fibres directly coalesce with the liquid column. As a result, no drop growth is observable (cf. Fig. 4 (d)).

We perform experiments with both single fibres, of diameter d , and pairs of fibres of equivalent diameter d , i.e. such that the sum of each diameter d' of the fibre in the pair is $2d' = d$. Although starting with small gaps between the fibres, when wetted, the fibres touch each other (4 (d)). We set the fibre spacing $e = 5 \text{ mm}$ to ensure $s < 0.08$, and measure the collected rate for various diameters d and varying velocities $0.6 < U < 2.5 \text{ m/s}$. We plot the efficiency as a function of Stokes number (Fig. 5), and compare it to the inertial impaction model Eqs. (4).

Contrary to the case of a superhydrophilic fiber for which the collection efficiency follows Eqs. 6c Jiang et al. (2019), the model significantly overestimates the efficiency for our experiments. This discrepancy can be rationalized by the fact that the drop distribution plays an important role on the capture mechanism Labbé and Duprat (2019). Indeed, it affects both the collection surface, which is the liquid surface S_c (e.g. the projected surface of the drop) rather than the fibre surface, and the width of the obstacle around which the incoming droplets have to pass d_{obs} , (e.g. the drop diameter rather than the fibre diameter), which thus changes the Stokes number. We note that for a given fibre diameter and flow velocity, i.e. a given Stokes number, the collection is higher on liquid columns than on droplets. Following Labbé and Duprat (2019), we can build a model that takes into account the liquid distribution. We thus can define the efficiency as

$$\mathcal{E}' = \frac{Q_c}{q S_c} \quad (11)$$

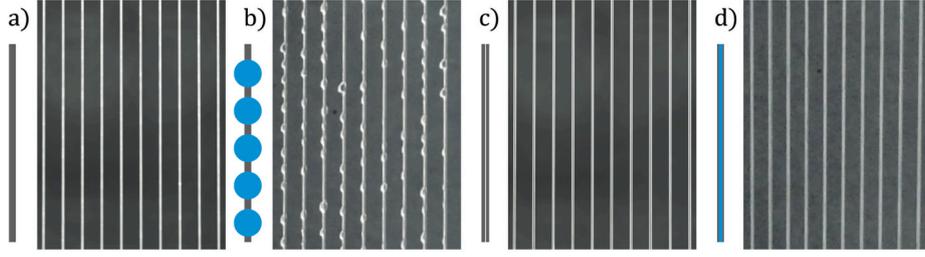


Fig. 4. Photographs of the liquid collection on a net of 10 fibres with $d = 400\mu\text{m}$ (a) dry (b) wetted by the incoming fog, and of the liquid collection on a net of 10 co-fibres with $d' = 200\mu\text{m}$, and thus an equivalent pair diameter $d = 2d' = 400\mu\text{m}$ (c) dry and (d) wetted by the incoming fog. One can observe that in difference to (b) there is no drop growth and that the separate fibres stick together to form a two-fibre-compound once they are wet, as sketched next to the photographs.

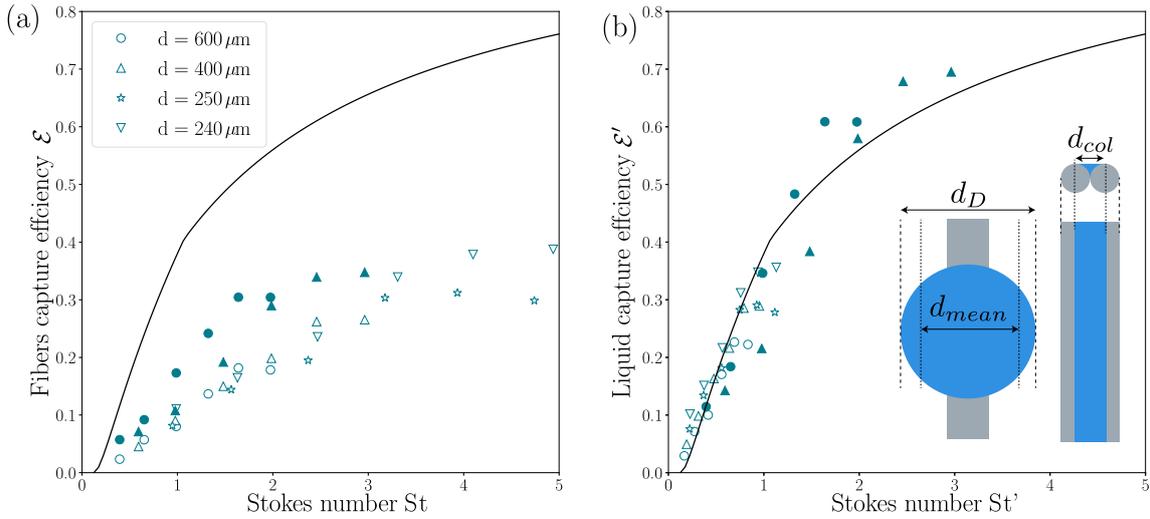


Fig. 5. (a) Fibers efficiency ε as a function of Stokes Number St . (b) Modified efficiency ε' as a function of the modified Stokes Numbers St' . Experimental data for single fibres (drop growth, empty symbols) and co-fibres (columns, filled symbols) of equivalent diameter, for various diameters ($d = 240, 250, 400$ and $600\mu\text{m}$). Solid line: theoretical model Eqs. 6a, 6b and 6c.

and the Stokes number as

$$St = \frac{\rho_d d_d^2 U}{9\mu d_{obs}} \quad (12)$$

On single fibres, the liquid forms drops sitting on the fibres. Due to a growth and coalescence process of the drops on the fibres, as investigated in Labbé and Duprat (2019), for most of the collection process the drops are uniformly distributed along the fibre surface. The drops have an average size given by a balance between gravity and capillarity $d_b = (6\ell_c^2 \Delta \cos(\theta) d)^{1/3}$, where $\ell_c = \sqrt{\gamma/(\rho_d g)}$ is the capillary length and $\Delta \cos(\theta)$ is the contact angle hysteresis ($\Delta \cos(\theta) = 0.23$ for the nylon fibres used in our experiments), and are evenly spaced such that the number of drops present on the fibres is $N_d = L/(2\ell_c)$. We can thus define the collection surface as the surface of the drops

$$S_c = NN_d \pi (d_b/2)^2 = S_f d^{-1/3} \frac{9\pi L \ell_c^{1/3} \Delta \cos(\theta)}{16} \quad (13)$$

The average obstacle size is the drop mean diameter $d_{obs} = \pi d_b/4$ (cf. inset in Fig. 5). We note that the surface of the drops is always smaller than the surface of the fibres, i.e. the collection efficiency is lower, and the drop mean diameter is always larger than the fibre diameter, i.e. the Stokes number is smaller, which again decreases the collection efficiency. For co-fibres and liquid columns, the collection surface is given by the surface of the liquid column. The apparent column diameter is given by $d_{col} = \alpha d$, where α depends on the distance between the two co-fibres Protiere et al. (2013); here, we assume the fibres are touching and $\alpha \simeq 0.5$ (cf. inset in Fig. 5). We have thus

$$S_c = N L d_{col} = \frac{S_f}{2} \quad (14)$$

and, as there are no drops exceeding the fibres, the obstacle diameter is $d_{obs} = d$ (cf. inset Fig. 5), and the Stokes number remains unchanged.

With these new definitions of the Stokes number and efficiency, our experimental data collapse onto a single line and are well described by the theoretical model (Fig. 5(b)). At equivalent fibre diameter, the collection efficiencies for the columns are always higher than the ones for drops, as it both increases the efficiency (through an increase of the collection surface) and maximizes the associated Stokes number (as the obstacle size remains restricted to the co-fibre diameter).

3.3. Aerodynamic effects

We now include aerodynamic effects by increasing the solidity of the net, i.e. decreasing the inter-fibre distance e . The measured efficiency is shown in Fig. 6. We observe that the efficiency decreases as the solidity increases, for both drops and columns, which indicates a significant blockage effect. In general, it is assumed that the main effect is the deviation of part of the fog around the obstacle Rivera (2011), Carvajal et al. (2020). Here, we also consider the reduction of the normal velocity due to this blockage that will decrease the capture efficiency. The normal velocity in front of the net u , and thus the droplet incoming velocity, is not the infinite flow velocity ahead of the net U , but is reduced by a factor $u^* = u/U$ that depends on solidity. In order to determine this flow reduction, we use a recent analytical model of the

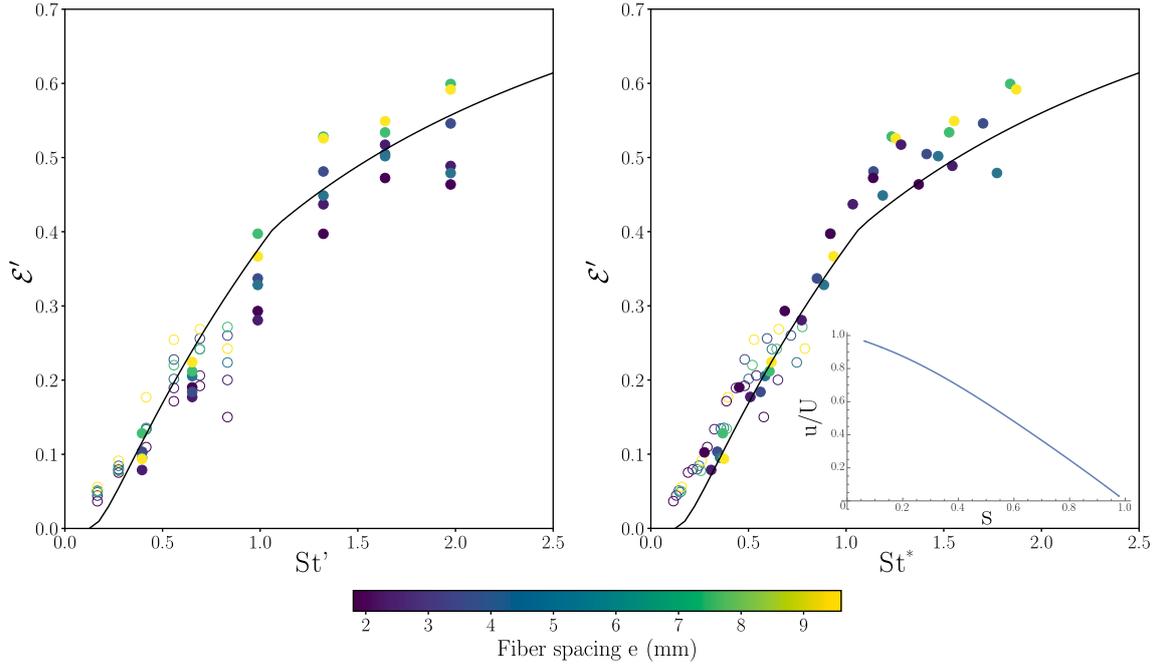


Fig. 6. (a) Efficiency \mathcal{E}' as a function of Stokes Number St' and (b) Efficiency \mathcal{E}' as a function of the modified Stokes number St^* . Experimental data for the single fibres (drops, open symbols) and co-fibres (columns, filled symbols) of diameter $d = 600 \mu\text{m}$ and different fibre spacings e (colorbar). Theoretical model Eqs. 6a, 6b and 6c (solid line). Inset: Reduction of velocity due to flow deviations as a function of the solidity of the net s , line obtained from Eqs. ((15)-(16)). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

flow through a porous plate Steiros and Hultmark (2018) that extends previously described potential flow models Taylor (1944), Roshko (1955), Koo and James (1973). The porous plate is modeled as a distribution of potential sources of uniform strength. The potential flow model is valid for high Reynolds numbers, as in our experiments where the Reynolds number is typically $10^6 - 10^7$ (based on a characteristic length of the flow around the net, namely the net width).

It is then possible to obtain the drag coefficient C_D which has two contributions, the total pressure drop due to the fluid circumventing the plate, and a further decrease of the total pressure due to *base suction*, and may be expressed as

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{(1 - u^*)(2 + u^*)}{(2 - u^*)} \quad (15)$$

as a function of the reduced velocity. An additional equation is necessary to link u^* to the the drag coefficient and the solidity s . Calculating the total pressure loss on a streamline that passes through the plate as the sum of viscous losses due to the friction between the plate walls and the fluid particles, and dynamic losses due to separation of the flow at the end of the contraction gives Steiros and Hultmark (2018):

$$C_D = u^{*2} \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right) - \frac{4}{3} \frac{(1 - u^*)^3}{(2 - u^*)^2} \quad (16)$$

The drag coefficient increases with increasing solidity, and reaches a plateau for solid plates. Equating these two expressions for C_D (Eqs. (15)-(16)), we derive an expression for the dimensionless velocity reduction $u^*(s)$ (inset in Fig. 6(b)).

We can take into account this flow reduction in the Stokes number, i. e.

$$St^* = St' u^*(s) \quad (17)$$

Furthermore, we use the definition of $u^*(s)$ to determine the velocity reduction due to the pressure drop caused by the net in the wind tunnel as given by Eq. (7). For the highest solidity considered here, u^*

($s = 0.34$) = 0.75, this effect contributes to a reduction of velocity of 7.8%, while the total velocity reduction due to aerodynamics effects is 30.5%.

With this definition, all our data points fall onto a single line, which is well described by the theoretical model (cf. Fig. 6). The flow deviation due to blockage thus reduces the speed of incoming droplets and hence decreases the efficiency of the inertial capture mechanism, and this effect can simply be taken into account by modifying the Stokes number. The analytical model has been developed for two dimensional solid perforated plates, which differ from the actual configuration. We expect three-dimensional effects to affect the estimation of the velocity reduction, in particular the specific shape of the pores (i.e. parallel cylindrical fibers compared to a perforated plate) and the three-dimensional shape of the collector (in particular its aspect ratio). Furthermore, possible vibrations of the fibers could also lead to some errors. However, a detailed 3D model of the flow through and around a flexible net is beyond the scope of this paper, and the 2D model captures the main effects due to the net solidity as shown by the fair collapse of the data in Fig. 6.

3.4. A universal model and an optimum for fog collection

We can now build a robust quantitative model for fog collection that takes into account the effect of the liquid distribution and of the net solidity through the collection surface S_c and the Stokes number St^* . Furthermore, flow deviations may occur around the net and some of the fluid does not reach the fibres (Fig. 1), which is generally the effect taken into account when considering an aerodynamic efficiency Carvajal et al. (2020). In that case, the flux through the net is reduced to $q' = LWC \times U \times u^*(s)/\rho_d = qu^*(s)$ and thus depends on the solidity.

The collected flow rate is thus given by

$$Q_c = \mathcal{E}(St^*) q' S_c, \quad (18)$$

where $\mathcal{E} = \eta_c$ is the efficiency given by Eqs. 6a, 6b and 6c, the Stokes number St^* and the flux q' depend on the flow velocity and thus on the

solidity through the velocity reduction u^* , and S_c depends on the liquid distribution, i.e. on the net geometry. The Stokes number can be written as

$$St^* = Hu^*(s)/d_{obs} \quad (19)$$

with a length

$$H = \frac{\rho_d d_d^2 U}{9\mu} \quad (20)$$

that is characteristic of the fog. In our laboratory experiments parameters are controlled making $H \sim 10^{-4}$ m. In environmental fog, droplets sizes distribution is never unimodal and U and μ vary during an event (cf. next section). In Palaiseau, France or in Chile [Montecinos et al. \(2018\)](#), H may vary from 10^{-4} to 10^{-2} m.

For a co-fibre collector, with fibre pairs of equivalent diameter d , the collection surface is $S_c = S_f/2 = sS_{net}/2$. Using (18), the net collection efficiency is thus

$$E = \frac{Q_c}{qS_{net}} = \frac{Q_c}{qS_c} \frac{u^*(s)s}{2} = \mathcal{E}(St^*) \frac{u^*(s)s}{2} \quad (21)$$

i.e. we have

$$E = 0 \quad \text{for } St^* < 0.125 \quad (22)$$

$$= 0.233su^* \left[\log_{10} \left(\frac{8Hu^*}{d} \right) \right]^2 \quad \text{for } 0.125 < St^* < 1.1 \quad (23)$$

$$= \frac{Hsu^{*2}}{2d} \left(\frac{1}{Hu^*/d} + \pi/2 \right) \quad \text{for } St^* > 1.1 \quad (24)$$

The results obtained for a given fibre diameter, either as co-fibres or single fibres, and various incoming velocities (and thus fog characteristic H) is shown in Fig. 7. The model is in good agreement with the experimental data obtained on co-fibres, without any adjustable parameters. However, it tends to underestimate the values obtained in the wind tunnel at high velocities. This might come from an overestimation of the deviation effect, where we assumed that all the droplets carried by the deviated streamlines are lost; indeed, some of the droplets carried by the curved streamlines at the edges of the collector may still impact the wires and be collected.

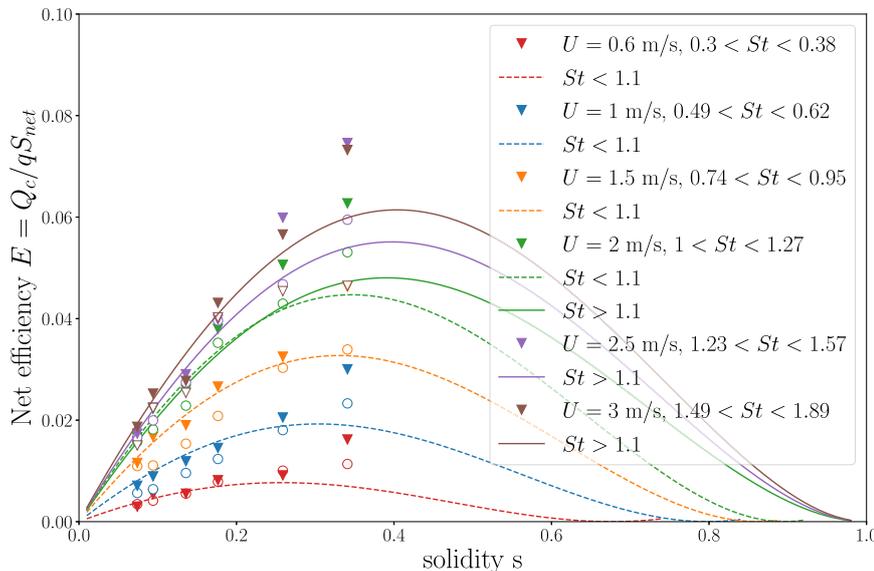


Fig. 7. Efficiency of the net for liquid columns and drops as a function of the net solidity for single fibres (open circles) of diameter $d = 600\mu\text{m}$ and co-fibres (filled triangles) of equivalent diameter $d = 600\mu\text{m}$ (i.e. each fibre in the pair has a diameter $d' = 300\mu\text{m}$) and different flow velocities U , thus different values of H (colors). The Stokes number varies for a given U as the velocity decreases with increasing solidity, and the range of St is given in the caption. Dashed line: model Eq. (23), solid line: model Eq. (24). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

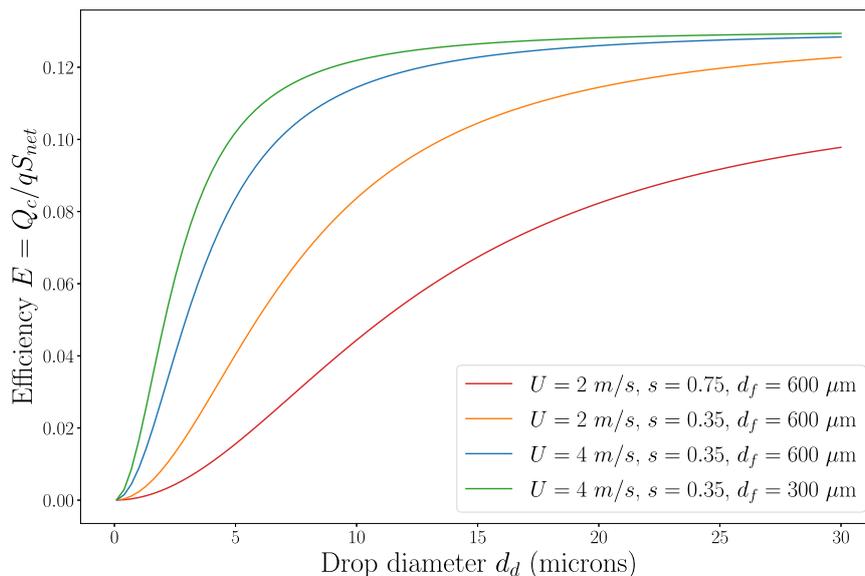


Fig. 8. Efficiency of the net obtained theoretically (Eq. (24)) as a function of the diameter of the fog droplets, for several wind speeds, fiber diameters and solidities.

rows of wires Demoz et al. (1996).

4. In situ fog collector

We design a fog collector based on the results obtained in the laboratory, i.e. a low solidity array of co-fibres, in order to obtain an efficient collector whose collection rate may be compared to our model, and thus linked to the fog characteristics.

4.1. Design and study area

We build a large-scale rectangular fog collector net (width 2 m and height 1m), placed such that the surface center is 1m50 above the ground (Fig. 9). The net consists in one layer of parallel wires assembled by pairs to favor water column formation. Each wire is of 300 μm diameter, the co-fibre pairs are thus $d = 600 \mu\text{m}$. The pairs are woven by hand along PVC plates drilled by laser cutting with a spacing of $e = 1.4 \text{ mm}$ between each pair (from center to center) (equivalent to $2.4d$) and thus a solidity $s = 0.41$, which is close to the optimal solidity

defined previously. In total the rectangular frame maintains 2760 nylon fibres. We note that the tension in the wires is not homogeneous, but is sufficient for the pairs not to touch one another in dry condition without wind.

The set-up is in the SIRTa atmospheric research observatory in Palaiseau 25km southwest of Paris. Active and passive remote instruments and in situ sensors are operated here since 2002 Haeffelin et al. (2005). The collector frame is aligned with the north as the main wind during fog season is a western wind. Moreover, the net faces a 1 km flat field in the East-West direction; a forest grows to the north; to the south there is a lake and high buildings (below 20m height). Higher wind speeds are therefore expected in the East-West direction as forest and buildings tend to obstruct and slow down the flow in contrast to the open field. We define the angle θ as the angle between the wind direction and the perpendicular to the net.

For near field measurements, we use four anemometers (two on each side of the collector) and a wind vane. Two anemometers are installed at 1.5 m above ground level (AGL), which is the same height as the collector center. The other two are installed at 2.3 m AGL. We assume that

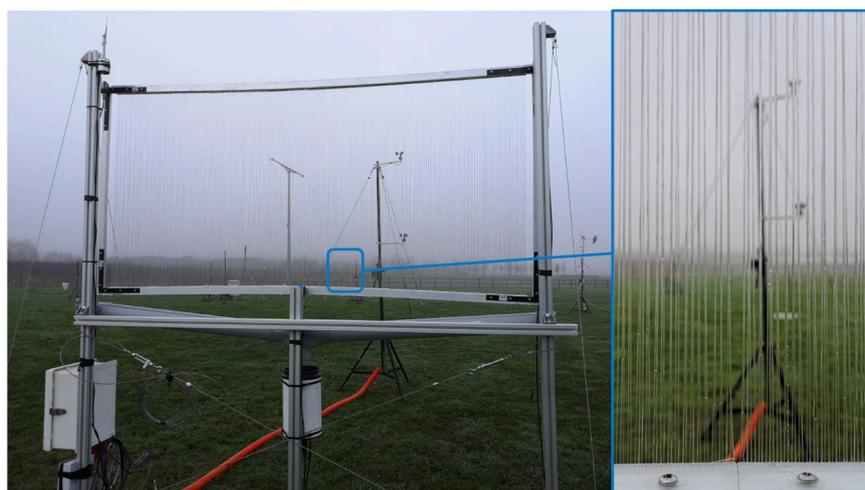


Fig. 9. Set-up for fog collection measurement, view from behind. An aluminum frame maintains 1380 pairs of parallel wires. A rain gauge is fixed below a tilted gutter. A cup anemometer is aligned with the center, 1m away from the installation. A wind vane is fixed on the top left corner of the supporting structure. Inset: zoom on the collector net charged with water, after a fog event. Primarily, water columns form on two pairs of wires, but a few drops are also observed.

the wind speed is constant over the collector height. This assumption is acceptable for wind speeds above 1 m/s, as the collector is close to the ground and small compared to the boundary layer. To support this assumption we verify that upstream anemometers measure the same wind speed at 1.5 m and 2.3 m AGL. This assumption will not hold for larger or higher collectors. Wind speeds smaller than 1 m/s are not well measured with our instruments. In those cases we use high frequency measurements from a sonic anemometer. In addition, we use a rain gauge below the collector to collect intercepted water. Table 1 gives an overview of measured parameters, associated instruments, height position and sampling frequency. All the instruments are less than 500 m away from the collector. All the time indications are universal time (UT) and altitudes are above ground level (AGL).

Fog properties, formation and dissipation processes are an important part of the scientific research taking place within the site, and there is a large available literature (see for example Degeffie et al. (2015), Dupont et al. (2018)). To track atmospheric conditions we rely on the SIRTA public data base using two instruments. First, fog induces a reduction of visibility, and a fog event is defined at a critical visibility $V_{i,max} = 1$ km. Above this value the event is not considered. Visibility is measured as a function of the line of sight of the visibility meter. Second, the fog monitor (DMT FM-120), installed at 4m AGL, measures the size distribution of droplets $n(d)$ between $d_{min} = 2\mu$ m and $d_{max} = 50\mu$ m. The Liquid Water Content (LWC) is obtained from this distribution as:

$$LWC = \int_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{\pi \rho_d}{6} n(d) d^3 dd. \tag{25}$$

There are two types of fog at SIRTA: radiation fog, that mostly occurs during the last five hours of the night, and stratus lowering fog that can happen after sunrise, typically in the afternoon Haeffelin et al. (2010), Dupont et al. (2016). We only consider fog events that are not preceded or accompanied by rain, i.e. the rain gauge placed far from the collector does not collect any water a few hours before or during the event. Furthermore, we only consider the events for which all sensors are functioning in order to describe the fog microphysics. Out of 25 fog

Table 1
Instrument and details resolution used in this study. All instruments are located at the SIRTA observatory main facility.

| Instrument | Parameters | Frequency sampling | Height (m AGL) |
|--|---|---------------------|--------------------|
| Rain gauge - YOUNG 52202 | Collected volume V_c | 2 ml tipping bucket | 0 |
| 2 Cup anemometers PA2 | Wind speed W_s | 67 Hz at 30 m/s | 1.5 2.5 |
| Potentiometer PRV | Wind direction | 0.2 Hz | 2.30 |
| Visibilimeter Degreane DF20+ | Horizontal visibility V_i | 0.02 Hz | 4 |
| FM120 | Droplet size distribution | | |
| | Liquid water content Effectif diameter | 1 Hz | 2.5 |
| Thermometer Guilcor PT100 | Temperature | 0.02 Hz | 2 |
| Rain gauge Precis Mecanique 3030 | Rain quantity | 5 ml tipping bucket | 0 |
| Licor LI-7500, Sonic anemometer (METEK, CSAT3) | 3 dimensional high frequency W_s | 10 Hz | 2 |
| Instrument | Type | Range | Accuracy precision |
| Rain gauge - YOUNG 52202 | Tipping bucket | | 3% up to 1 L/hr |
| 2 Cup anemometers PA2 | Hall effect with magnets | 0.5–60 m/s | 0.5 m/s 1.5 2.5 |
| Licor LI-7500, Sonic anemometer (METEK, CSAT3) | Sonic anemometer | 4 cm/s–60 m/s | 4 cm/s |

events recorded between December 2019 and early December 2021, we thus analyzed 12 events (no rain, all instruments on) that are reported in Table 2.

4.2. Fog collection

4.2.1. Typical fog events

A typical event is presented in Fig. 10.

As the visibility decreases, the liquid water content increases, indicating the presence of fog (Fig. 10(a)). The collector indeed collects fog water, as seen by the increase in the collected volume V_c , while no rain is collected in the nearby rain gauge (Fig. 10(b)). The collection stops as the fog disappears. We note that throughout the fog event the wind velocity and direction varies (Fig. 10(c)). We obtain wind speed measurements with both upwind anemometers in the middle and on top of the net, as well as with the high frequency anemometer attached on a mast located about 30 m from the net (Fig. 11 (a)).

These results indicate that the wind is almost uniform along the net height, and that it is homogeneous across the field of the SIRTA. The liquid water content is measured about 60 meters behind the net at an altitude of 2.5 m. We assume that the fog is homogeneous in the entire field, and we average the measurements over a period of 5 min (5 min being the time a droplet would need to be transported across 300 m by a wind speed of 1 m/s). We will then consider that the LWC measured with the FM120 is the LWC in front of the collector. The volume of water flowing through the collector from the beginning of the event t_0 to the end t_f is thus calculated as:

$$V_w = \int_{t_0}^{t_f} LWC \times U \times S_{net} dt, \tag{26}$$

and the volume that may be collected, i.e. that will encounter the fibres, is defined as $V_{wf} = V_w s$, with a constant solidity $s = 0.41$. The cumulated water volume increases during one fog event, as shown in Fig. 11 (b). We see that, after a short delay, the collection of water by the net follows a similar trend as the volume of water that passes through the net. The delay between the beginning of the fog and the water collection depends on the event, and corresponds to the time needed for the wires to be wetted and the drainage to start. The rapid response of the net is well observed during a non uniform fog event as the one presented in Fig. 12. Here, three events follow one another; the different events can be clearly distinguished in the evolution of the volume of collected water (Fig. 12 (a-b)). A first slope corresponds to the first event at 2h50; water then keeps on flowing, corresponding to the drainage of the water collected on the wires, as well as the brief passages of fog between 5h00 and 6h00. The slope then increases with a second fog event at 6h00, and increases further with a denser fog event at 8h00. During these different events, the wind velocity also varies (Fig. 12(c)). Indeed, the flow velocity is very low for the first events, and strongly increases for the last event. We note that the anemometers situated close to the net can not measure wind with a velocity <0.5 m/s, and are thus not able to capture the low wind velocities of the first events. In these situations, we use the data obtained with the High Frequency Anemometer. As soon as the wind rises, all three anemometers give similar values (Fig. 12 (c)). From these measurements, we estimate the volume of fog water using eq. (26) as shown in Fig. 12(d). V_w indeed exhibits three phases, which are closely followed by the cumulated fog water collection volume V_c , with a short delay. This reflects the high sensitivity of our fog net. Furthermore, we see that the ratio of collected water to incoming water depends on the flow velocity, as in our laboratory experiments and as expected from the collection mechanisms.

4.2.2. Fog characteristics: Stokes number

We can further characterize the microphysics of the fog using the drop size distributions obtained with the FM120. The size distribution $n(d)$ obtained for the fog event presented in Figs. 10 and 11 is presented in

Table 2
Fog events at SIRTA between 12/2019 and 12/2021.

| date and duration | (LWC) (g/m ³) | (U) (m/s) | (θ) (°) | V _w (mL) | V _c | E (mL) | ε' | ε [†] | d _{eff} (μ m) | St _{ed} range |
|-------------------------|---------------------------|-----------|-----------|---------------------|----------------|-------------|-------|----------------|------------------------|------------------------|
| 07/01/20,7h35-9h35 | 0.0188 | 1.29 | 32 | 434.7 | 154.3 | 0.35 | 0.87 | 0.58 | 12.5 ± 5 | 0.54–14.1 |
| 07/01/20, 15h05 - 22h40 | 0.0212 | 1.48 | 60 | 1752 | 730 | 0.42 | 1.02 | 0.68 | 18 ± 2 | 0.45–31.1 |
| 26/01/20, 09h40-11h15 | 0.0290 | 1.1 | 49 | 518.8 | 105.7 | 0.2 | 0.495 | 0.33 | 15.2 ± 2.8 | 0.19–10 |
| 07/04/20, 3h10-6h10 | 0.0006 | 0.31 | 6.9 | 2.2 | 36.4 | 16.5 | | | 3 ± 0.7 | 0.04–0.2 |
| 11/11/20, 03h40 - 11h50 | 0.1106 | 1.11 | 74 | 7069 | 1828.6 | 0.26 | 0.63 | 0.42 | 14.9 ± 3 | 0.69–20.4 |
| 24/11/20, 2h30-9h30 | 0.0376 | 0.98 | 76 | 2698 | 1005.3 | 0.37 | 0.915 | 0.61 | 10 ± 4 | 0.26–20.4 |
| 26/11/20, 00h20-08h40 | 0.0014 | 0.41 | 19 | 55.6 | 444 | 8 | | | 4 ± 0.7 | 0.10–8.3 |
| 09/12/20, 15h20-18h15 | 0.0288 | 1.12 | 19 | 718 | 105.7 | 0.15 | 0.36 | 0.24 | 15.5 ± 2.5 | 0.42–11.6 |
| 11/12/20, 00h20-01h30 | 0.0163 | 1.28 | 88 | 220.2 | 51.4 | 0.23 | 0.57 | 0.38 | 16.8 ± 2.3 | 0.49–13.2 |
| 16/12/20, 00h30-11h30 | 0.0906 | 1.82 | 61 | 13,258 | 3865.7 | 0.29 | 0.705 | 0.47 | 15 ± 3 | 0.84–23.3 |
| 27/01/21, 9h25-15h00 | 0.0361 | 1.68 | 19 | 2685 | 809.3 | 0.3 | 0.735 | 0.49 | 23 ± 2 | 0.4–23.7 |
| 19/02/21, 3h05-5h30 | 0.0406 | 1.7 | 60 | 1210.9 | 228.6 | 0.19 | 0.46 | 0.307 | 13.6 ± 2 | 0.2–4.61 |
| 07/12/21, 6h45-11h00 | 0.0342 | 2.5 | 60 | 2466.1 | 566.1 | 0.23 | 0.56 | 0.37 | 12.6 ± 2 | 1.6–4.8 |

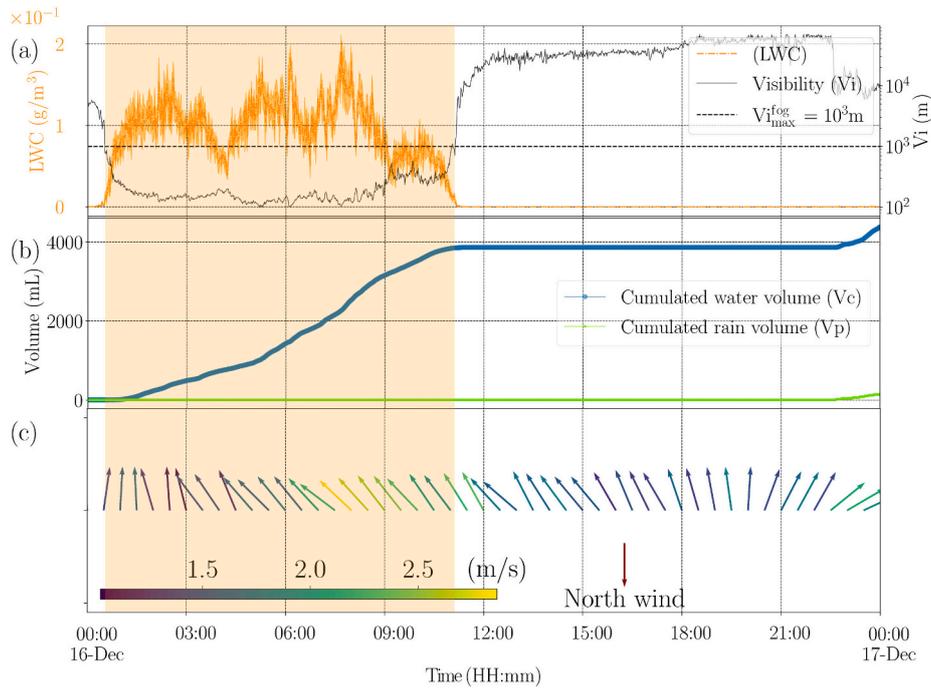


Fig. 10. A typical fog event on 16/12/2020. (a) Evolution of the liquid water content (LWC, orange) and visibility (V_i , black). (b) Cumulated volume of collected water in the fog collector gauge (blue) and in the rain gauge (green). (c) Wind speed and direction.

Fig. 13 (a); in addition, we can show the distribution in volume (Fig. 13 (b)).

This distribution is typical of the distribution we measured for all considered fog events. There are two populations of drops: small droplets, of typical diameter around $d = 5 - 10 \mu m$, that are the most present in the fog, and larger droplets of diameter around $d = 20 - 30 \mu m$ that represent the largest part of the fog. We can define the most frequent size $d_{max,N}$ as well as the dominant drop size $d_{max,vol}$ (Fig. 13). We can further define the median drop size, d_{mvd} , as well as the effective diameter d_{eff} using the size distribution function such that

$$d_{eff} = \frac{\int_{d_{min}}^{d_{max}} n(d)d^3 dd}{\int_{d_{min}}^{d_{max}} n(d)d^2 dd} \quad (27)$$

The drop distribution slightly evolves as the fog develops. In most fog events, the two droplet sizes are present and the effective diameter remains close to $d_{eff} = 15 \mu m$ (Table 2).

We can thus define four Stokes numbers based on these various typical drop sizes: $d_{max,N}$, $d_{max,vol}$, d_{mvd} , and d_{eff} . Furthermore, the wind velocity and the fog temperature, and thus the fluid viscosity, evolve

with time during one event (Fig. 14 (a)); we can thus define the four Stokes numbers at each time (Fig. 14 (b)). For each event, we plot the distribution of Stokes numbers (Fig. 14 (c)). The Stokes number associated with $d_{max,N} \approx 5 \mu m$ is typically small, and in general ≤ 0.5 . As $d_{max,vol} \approx 25 \mu m$, the associated Stokes number is larger and varies with the wind velocity, with a typical amplitude $0.5 < St_{max,vol} < 25$. The distribution is broad with a peak that is not well defined. The median Stokes number has the same range, with a slightly more pronounced peak at smaller values (as it includes the small droplets). Finally, the Stokes number based on the effective diameter has a narrower distribution, with a better defined peak at a value closer to unity $1 \lesssim St_{eff} \lesssim 4$. For the mean and effective Stokes we also report the 10th and 90th percentile values.

4.2.3. Low density events

We also record very low LWC fog events (see bold values in Table 2). One of these events is described in Fig. 15. For most of the event, the LWC remains below $10^{-2} g/m^3$, and the wind velocity is less than 1 m/s. The cumulated estimated volume of water in the fog is low (a few mL). These events are well captured by the collector, which actually collects

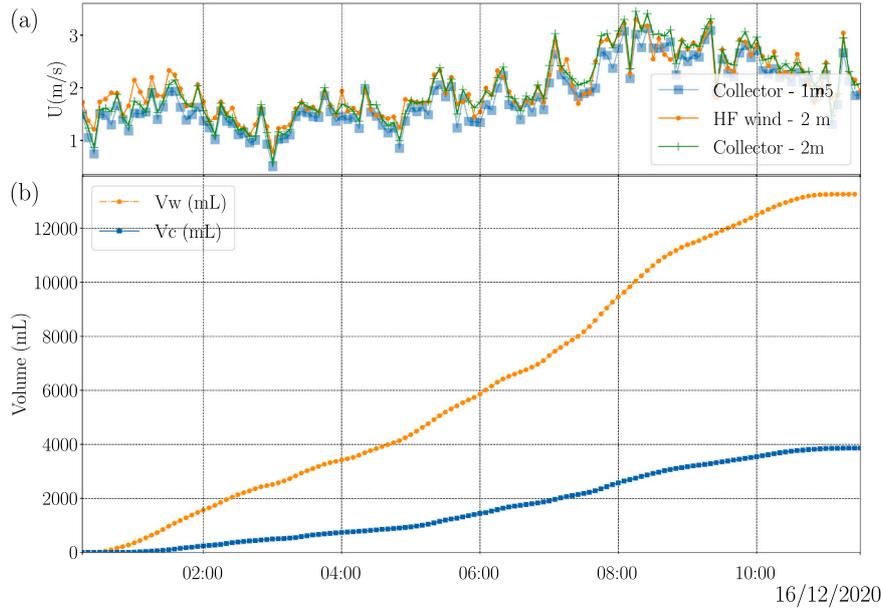


Fig. 11. A typical fog event on 16/12/2020. (a) Evolution of the wind speed for three different anemometers. (b) Evolution of the collected volume V_c and of the estimated volume of water crossing the net V_w .

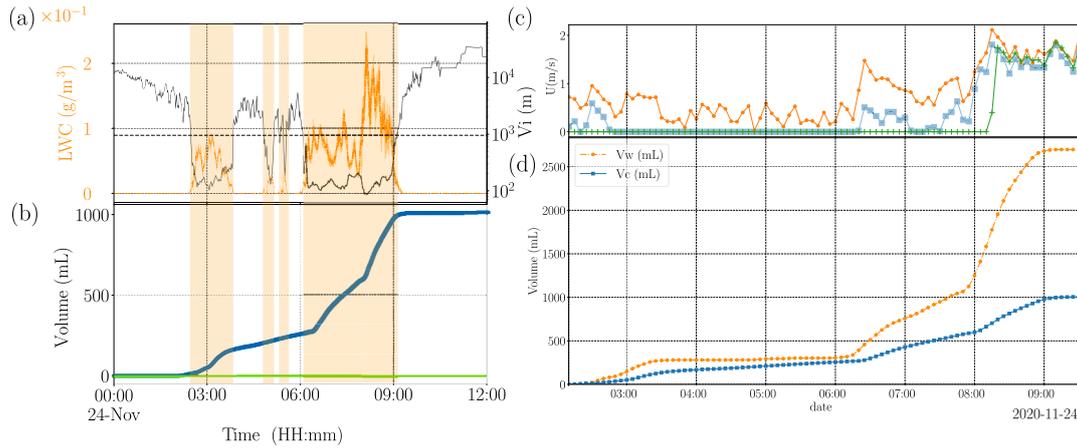


Fig. 12. A non-uniform fog event on 24/11/2020: (a) LWC and visibility indicate several passages of fog, which are clearly observed in (b) the evolution of the volume of collected water. (c) Evolution of the wind speed and (d) V_c and V_w .

important volumes of water. The cumulative volume of collected water largely exceeds the estimated V_w , which will lead to absurd values for the efficiency. These events are characterized by a droplet size distribution that only exhibits small droplets, which explains the low values of the LWC . One hypothesis would be that the Fog Monitor does not reflect the actual size of droplets present in the fog; drops larger than the FM120 range (i.e. larger than $50 \mu\text{m}$) may be present in the fog. Another hypothesis would be that the fog is denser at the height of the collector (2m AGL) and quickly dissipates at 4m , where the FM120 measurements are performed. These results also indicate that our passive fog collector is a robust measurement method for fog content close to the ground, even for short, low-speed, and low- LWC events.

4.2.4. Collection efficiency

As we have seen, the fog collection is not constant over the duration of a single fog event, due to variations in LWC and wind speed U . However, as a first step, we can define an efficiency for a given fog event based on the cumulated collected volume as

$$E = \frac{V_c}{V_w} \quad (28)$$

We may also define the efficiency with the average flow rates. The collected flow rate is computed as the integration of the collected volume from the beginning of the collection process to the last bucket tipping, while the fog flow rate is computed as the integration of V_w from the beginning of the fog event to the end. Both methods give similar results. We compute the efficiency using the first method for all events recorded at SIRT (excluding events with rain or where instruments such as FM120 were failing), as the second one is heavier to compute. The computed values for the efficiency E is in the range $0.15 < E < 0.37$ (Table 2). However, in order to compare with the theoretical model and the laboratory experiments we need to consider the fibres capture efficiency, i.e. compare the collected volume to the amount that reaches the fibres $V_{wf} = V_w s$, or the efficiency $\mathcal{E} = E/s$. We compute very high efficiencies that can be larger than one, which indicates an overestimation of the collection surface (Table 2). Indeed, when observing the net, we see that columns mostly form between co-fibre pairs, i.e. assembling

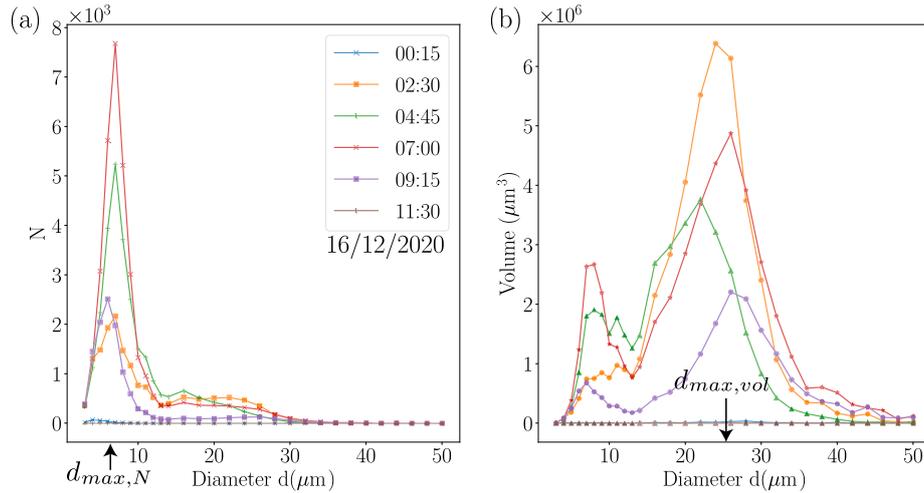


Fig. 13. Drop size distribution in number (a) and in volume (b) at different times during the fog event on December 16th, 2020.

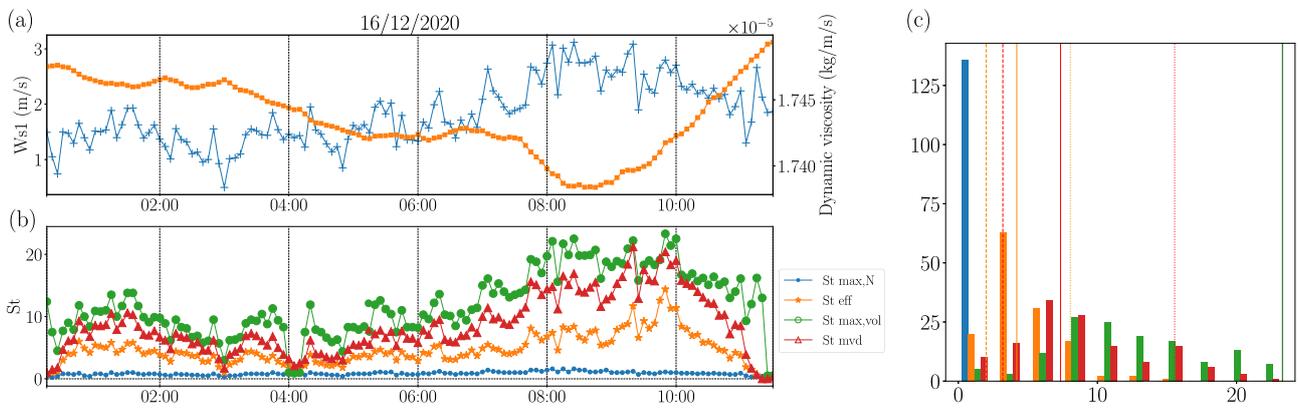


Fig. 14. Fog event on December 16th, 2020: (a) Evolution of wind speed, dynamic viscosity and (b) Stokes numbers (c) Distribution of values for the Stokes numbers during the event.

four fibres instead of two (Fig. 9). This is due to the inter-fibre distance being close to the capillary length for our net solidity ($s = 0.41$). At this distance, drops may bridge adjacent fibre pairs, especially thanks to the motion of fibres with the wind. Furthermore, as the fibres are flexible and not kept under high tension, they may form bundles with adjacent fibres due to the capillary forces exerted by the drops bridging the fibres Duprat and Protiere (2015), Rewakowicz et al. (2016), Shi et al. (2020). We perform experiments on a smaller net with the same characteristic as the in situ net in our wind tunnel, with loose fibres separated by the same distance (using the same drilled PVC plates). In the lab, the columns also form between two pairs of co-fibres (inset in Fig. 16). We record the collection efficiency as a function of the Stokes number as defined in our laboratory experiments (Fig. 16 (a)). The data points (open red squares) actually lie below the curve. The collection surface is the one on 2 co-fibres (inset in Fig. 16 (a)), which we can estimate as $S_c = NL(3/2)d$, and the size of the obstacle is now $d_{obs} = 2d$. This effectively reduces the efficiency by a factor $2/3$ and decreases the Stokes number by a factor 2; the data points with this new calculated values $\mathcal{E}^\dagger = (2/3)\mathcal{E}'$ and $St^\dagger = St^*/2$ (filled red squares) lie on the line obtained with the previous controlled experiments as well as the theoretical prediction, with an excellent agreement. This again indicates that taking into account the liquid distribution on the fibre is paramount to quantify the efficiency of the collecting net.

While the orientation of the wind evolves throughout an event, we may define an average orientation θ with respect to the perpendicular to the net. For most events, this angle varies between 6 and 60°, while some

events present average directions closer to 90° (see bold values in Table 2). Previous studies with mesh-like collectors have considered the effect of the wind angle in the projected surface of the net, thus defining the volume of water flowing through the mesh $V_w = LWC U S_{net} \cos\theta$ Montecinos et al. (2018), and therefore considering an effect of the orientation angle on the efficiency. However, for a collection of cylindrical fibers, the apparent surface of the fibers $S_f = NLd$ does not depend on the orientation angle θ . The decrease of the total projected area of the net nevertheless leads to an increase of the apparent solidity, thus increasing deviations of the fog around the net and decreasing the collection rate. We perform laboratory-scale experiments on a co-fibre net of solidity $s = 0.34$ (Fig. 16(b)). The collection rate is only slightly affected by the angle, except close to 90°. There is a slight decrease in collection rate, consistent with the increase of apparent solidity, but for angles lower than 75°, the collection rate is still 85% of the nominal value at 0°. We thus consider that the angle does not play a role in the capture efficiency \mathcal{E} for our nets. Indeed, the collection efficiency of high angle events is not significantly lower than the other efficiencies with similar wind speeds and LWC (Table 2). The increase in apparent solidity, and thus the effect of the orientation angle, may however be important at higher net solidities.

In order to compare these results to our laboratory experiments and model, we plot the efficiency as a function of Stokes number for the in situ collector (Fig. 17). Each event is characterized by a single efficiency; we thus neglect transient effects that may be important, in particular here as fog events in Palaiseau are generally short, with varying

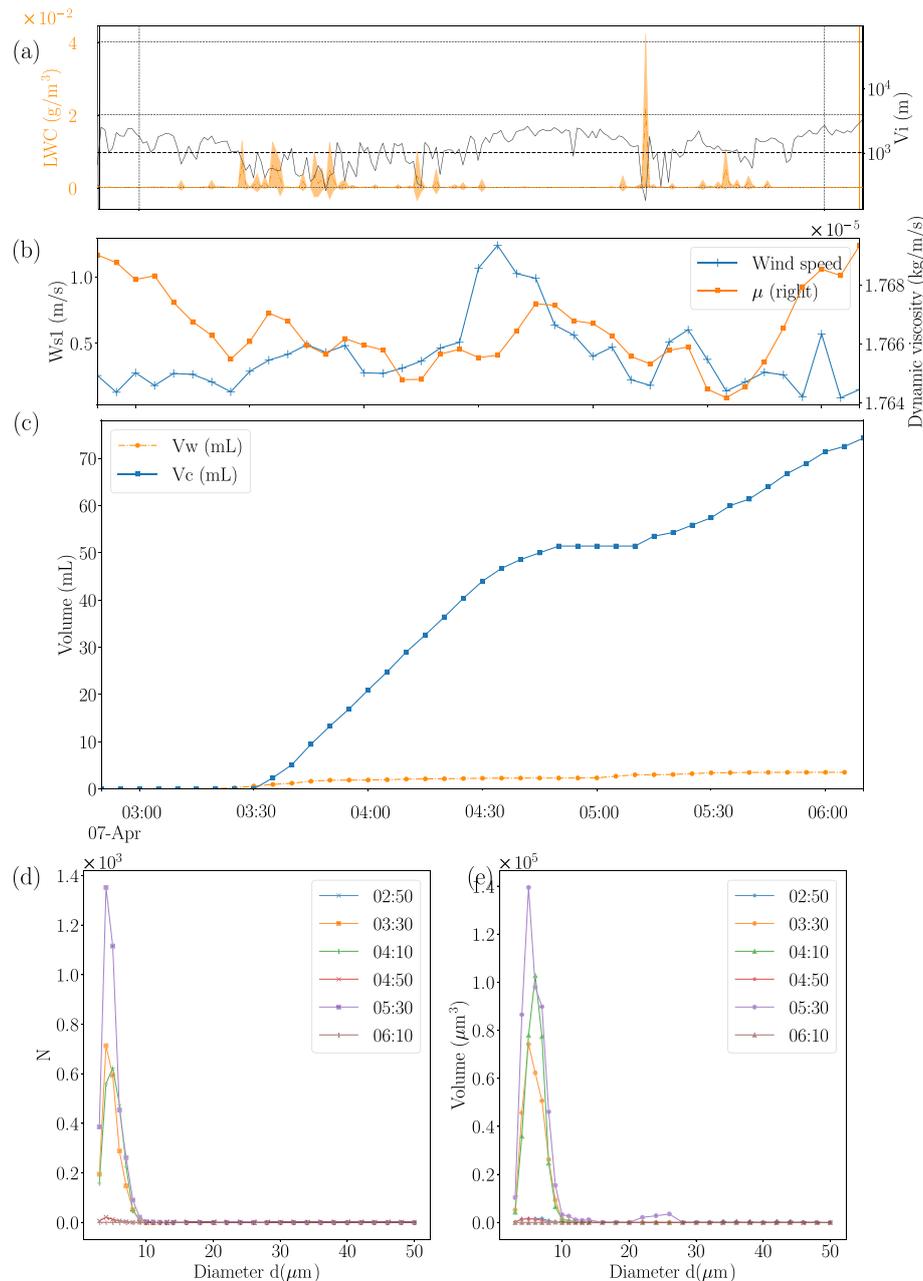


Fig. 15. A low density fog event: (a) Visibility and LWC, (b) Wind velocity and viscosity, (c) Collected volume V_c and estimated fog water volume V_w , (d–e) Droplet size distributions in number and volume.

densities and wind speeds. These variations in wind speed during a single event may lead to high variations of the instantaneous efficiency. Furthermore, for a given event the Stokes number can be estimated with several definitions based on the capture of different drop sizes, and therefore varies within a wide range. The situation may be different in regions where fogs are more homogeneous and long lasting, e.g. in Chile or Morocco, and as experimented in our wind tunnel. Nevertheless, these results may help inform on the droplet sizes involved in the collection.

The values for the efficiencies all lie within the range expected for Stokes number between 0.5 and 4 (Fig. 17). However, the data does not show a clear trend with the Stokes number. Small droplets, albeit being dominant in the drop distribution, are characterized by a small Stokes number and mainly do not seem to contribute to the collection. The evolution of efficiency with the Stokes number based on the size of the large droplets gives a clearer trend. In addition, the Stokes value based

on average drop size is closer to the value obtained in our model laboratory experiments and theoretical model, indicating that all drop sizes may be captured and contribute to the final efficiency. These results are consistent with the evolution of the efficiency with droplet size presented in Fig. 8: small drops (5 μm) lead to small efficiencies, in particular in our wind speed range, while drops between 15 and 30 μm are collected with similar efficiencies. Finally, the Stokes number based on the effective drop size, while being in the correct range, does not provide a discriminating value that could help organize the efficiencies of the different events.

To summarize, our fog collector indeed collects all fog events, even the events associated with low wind speed and low LWC; in fact, our results are reliable even when the fog monitor (FM120) does not detect large quantities of fog. The efficiency of collection varies between 20% and 70%, in agreement with the expected values associated with fog characteristics in Palaiseau. However, linking the efficiency to the fog

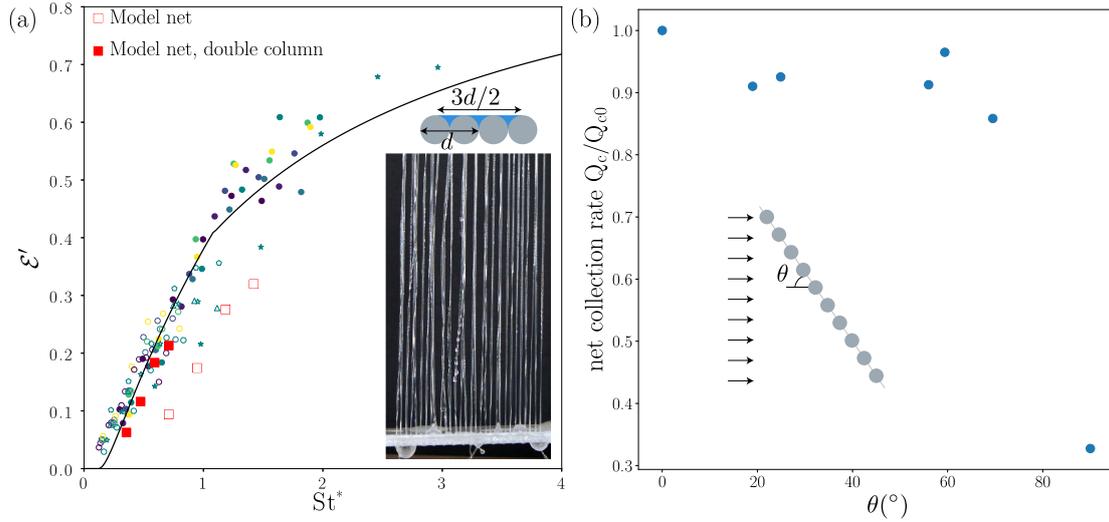


Fig. 16. (a) Efficiency as a function of Stokes number for a sample of the net (red squares): empty symbols with the definitions of \mathcal{E}^d and St^* , filled symbols with the definition with double-columns \mathcal{E}^\dagger and St^\dagger . Inset: Picture of the sample net in the fog wind tunnel showing double columns. Experiments on single and co-fibres (colored symbols) corresponding to the ones shown in Fig. 6, Model Eqs. 6a, 6b and 6c (plain line). (b) Evolution of collection rate as a function of the net angle θ , normalized by the collection rate at $\theta = 0$. Experiments performed with co-fibres of equivalent diameter $d = 600\mu\text{m}$, for a net of solidity $s = 0.34$ and at a velocity $U = 3\text{ m/s}$.

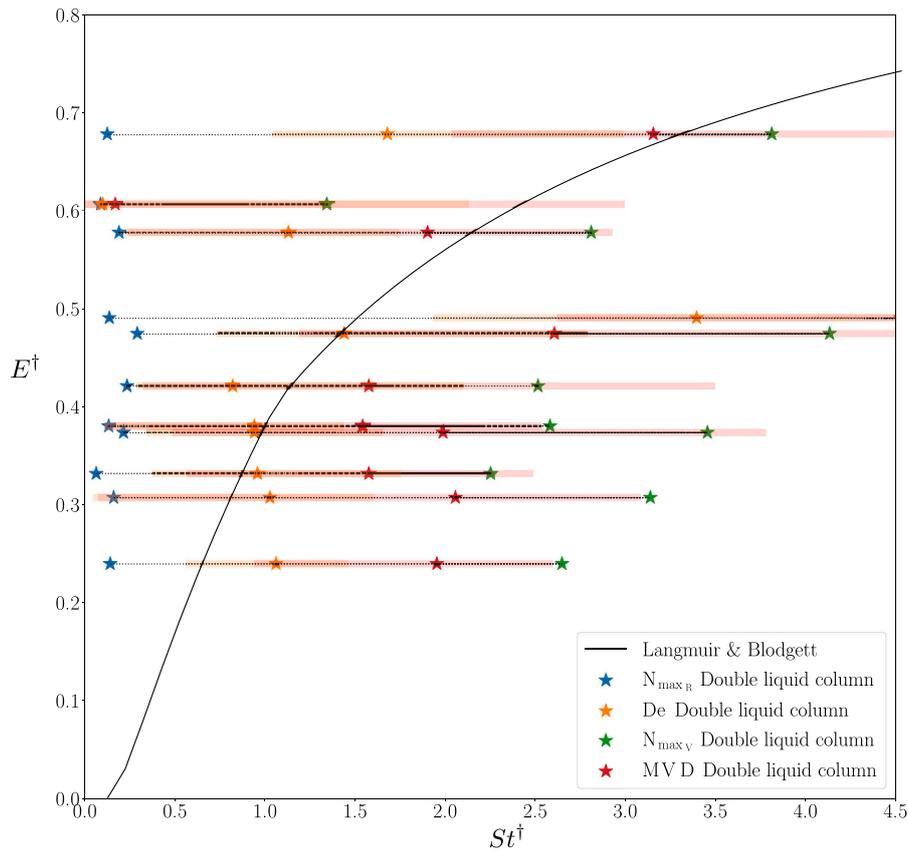


Fig. 17. Efficiency of the in situ net as a function of Stokes number: $St_{max,n}$ which represents the most numerous drop size in the fog (small droplets), $St_{max,vol}$ which represent the most important drop size (large drops), St_{mvd} which represents the mean drop size, and St_{ed} based on the effective drop size. The points represent the peak of the Stokes histogram, while the shaded area represents the width of the distribution (between 10% and 90%).

microphysics remains challenging, in particular due to the high variability of the wind velocity (thus Stokes number), drop size and *LWC* during a single event. While our collector reacts quickly to changes in fog characteristics, as highlighted by the mirrored evolution of collected

water and incoming water flux, one needs to better characterize the drainage dynamics, and the offset observed between fog passage and collection in the gutter/rain gauge, in order to compare the instantaneous collection to the local fog characteristics. The evolution of the

average efficiency as a function of Stokes number indicates that all droplet sizes are captured by the collector, although small droplets do not contribute significantly to the collection. In particular, using an effective drop radius to estimate the Stokes number gives the correct range of values but does not explain the variations in efficiencies between different events.

5. Conclusion

Using controlled laboratory experiments, we quantitatively characterize the fog collection on assemblies of parallel wires. A small change of structure, using co-fibres pairs rather than single fibres, improves the collection efficiency of the collector. We build a predictive model, without adjustable parameters, that quantitatively describes our experimental data. Based on these results, we design and build a large scale fog collector that collects environmental fog in Palaiseau, France. We propose a method to accurately evaluate the efficiency of our collector, with simultaneous measurements of collected water volume and fog characteristics. Our passive net collects all events, with efficiencies ranging from 20 to 70% depending on the fog characteristics. The link between meteorological data and collection efficiency may be improved by considering shorter fibres with a faster response time allowing for a more precise description of transient collection dynamics, to better describe the variability of fog events. While our model suggests an optimum for fog collection around a solidity of $s = 0.4$, our experimental results show that nets may experience bundling of the fibres for such solidities, leading to a reduced efficiency. The fog gauges and nets typically used nowadays present even higher solidities, at which both clogging and important aerodynamic deviations may occur. Lower solidity nets may in fact present better efficiencies. Indeed, with relatively low density fogs $LWC \sim 0.02 \text{ g/m}^3$, and low wind speeds $U < 2 \text{ m/s}$, our simple low solidity net consisting in a single layer of spaced co-fibres collects on average 50% of the incoming fog. In a region of high density fogs, such as in Morocco and Chile, with $LWC \sim 0.5 \text{ g/m}^3$ and high wind speeds $U > 5 \text{ m/s}$, this simple net could provide large values of collected water. Note that the efficiency depicted here is the fibers collection efficiency \mathcal{E} , i.e. based on the surface of the fibers, and not the overall net efficiency E based on the surface of the entire net with is 30% lower for the solidity considered here. However, for our array of parallel fibers, the relevant value is not necessarily the yield per square meter but the yield per number of fibers, as the cost of the collector may be linked to the amount of used wires rather than the surface of the net. Furthermore, the low solidity arrays of fibers exhibit a smaller drag coefficient than high solidity meshes, and thus may be larger without structural issues nor tearing (as no tension is transmitted between the wires contrary to a knitted mesh). Overall, our system of co-fibres presents several advantages. In particular, it allows to optimize yield by creating super-hydrophilic fibers with a purely geometric solution, independently of the materials of the fibers, i.e. without any treatment (which might be costly and non durable) or specific material. Furthermore, this design could help improve the reliability of fog gauges; all the detected fog events led to water collection, even short, low-speed, and low-LWC events. Changes in the characteristics of the fog (increase in wind speed, variation of LWC) led to distinct variations in the collected water flow rate. In addition, the efficiency of the parallel fibers net is independent on the incoming angle of the wind. Our passive low solidity co-fibre collector thus gives an accurate and robust description of all fog events, and provides a cost-effective optimal solution for fog harvesting nets.

Declaration of Competing Interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Acknowledgements

We thank Romain Labbe and Xavier Amandolese for their help designing and building the fog collector, as well as Jean-Charles Dupont and Johan Parra for help with the instrumentation of the collector and installation at the SIRTA site. We acknowledge Hugues Lepic and the Fondation de l'École polytechnique for funding through the Chaire professorale Jean Marjoulet.

Appendix A. Supplementary data

Supplementary data to this article can be found online at <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2022.106312>.

References

- Azeem, M., Guérin, A., Dumais, T., Caminos, L., Goldstein, R.E., Pesci, A.I., de Dios Rivera, J., Torres, M.J., Wiener, J., Campos, J.L., Dumais, J., 2020. Optimal Design of Multilayer Fog Collectors. *ACS Appl. Mater. & Interface* 12 (6), 7736–7743. <https://doi.org/10.1021/acsami.9b19727>.
- Bresci, E., 2002. Wake characterization downstream of a fog collector. *Atmos. Res.* 64 (1–4), 217–225. [https://doi.org/10.1016/S0169-8095\(02\)00093-5](https://doi.org/10.1016/S0169-8095(02)00093-5).
- Carvajal, D., Silva-Llanca, L., Larraguibel, D., González, B., 2020. On the aerodynamic fog collection efficiency of fog water collectors via three-dimensional numerical simulations. *Atmos. Res.* 245, 105123. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2020.105123>.
- Degeffe, D., El-Madany, T.-S., Hejkal, J., Held, M., Dupont, J.-C., Haeffelin, M., Klemm, O., 2015. Microphysics and energy and water fluxes of various fog types at sirta, france. *Atmospheric Research* 151, 162–175.
- Demoz, B., Collett, J.Jr., Daube, B.Jr., 1996. On the caltech active strand cloudwater collectors. *Atmos. Res.* 41 (1), 47–62.
- Dupont, J.C., Haeffelin, M., Stolaki, S., Elias, T., 2016. Analysis of Dynamical and Thermal Processes Driving Fog and Quasi-Fog Life Cycles Using the 2010-2013 ParisFog Dataset. *Pure Appl. Geophys.* 173 (4), 1337–1358. <https://doi.org/10.1007/s00024-015-1159-x>.
- Dupont, J.-C., Haeffelin, M., Wærsted, E., Delanoe, J., Renard, J.-B., Preissler, J., O'Dowd, C., 2018. Evaluation of Fog and Low Stratus Cloud Microphysical Properties Derived from In Situ Sensor, Cloud Radar and SYRSOC Algorithm. *Atmosphere* 9 (5), 169. <https://doi.org/10.3390/atmos9050169>.
- Duprat, C., Protiere, S., 2015. Capillary stretching of fibers. *EPL (Europhys. Lett.)* 111 (5), 56006. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/111/56006>.
- Falconer, R.E., Falconer, P.D., 1980. Determination of cloud water acidity at a mountain observatory in the Adirondack Mountains of New York State. *J. Geophys. Res.: Oceans* 85 (C12), 7465–7470. <https://doi.org/10.1029/JC085iC12p07465>.
- Fernandez, D.M., Kleingartner, J., Oliphant, A., Bowman, M., Torregrosa, A., Weiss-Penzias, P.S., Zhang, B.J., Sorensen, D., Cohen, R.E., McKinley, G.H., 2018. Fog Water Collection Effectiveness: Mesh Intercomparisons. *Aerosol Air Quality Res.* 18 (1), 270–283. <https://doi.org/10.4209/aaq.2017.01.0040>.
- Ghosh, R., Ganguly, R., 2020. Fog harvesting from cooling towers using metal mesh: Effects of aerodynamic, deposition, and drainage efficiencies, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part A: J. Power Energy 234 (7), 994–1014. <https://doi.org/10.1177/0957650919890711>.
- Haeffelin, M., Barthés, L., Bock, O., Boitel, C., Bony, S., Bouniol, D., Chepfer, H., Chiriaco, M., Cuesta, J., Delanoe, J., Drobinski, P., Dufresne, J.-L., Flamant, C., Grall, M., Hodzic, A., Hourdin, F., Lapouge, F., Lemaître, Y., Mathieu, A., Morille, Y., Naud, C., Noël, V., O'Hirok, W., Pelon, J., Pietras, C., Protat, A., Romand, B., Scialom, G., Vautard, R., 2005. A ground-based atmospheric observatory for cloud and aerosol research. *Ann. Geophys.* 23 (2), 253–275. <https://doi.org/10.5194/angeo-23-253-2005>.
- Haeffelin, M., Bergot, T., Elias, T., Tardif, R., Carrer, D., Chazette, P., Colomb, M., Drobinski, P., Dupont, E., Dupont, J.-C., Gomes, L., Musson-Genon, L., Pietras, C., Plana-Fattori, A., Protat, A., Rangognio, J., Raut, J.-C., Rémy, S., Richard, D., Sciare, J., Zhang, X., 2010. Parisfog: Shedding new Light on Fog Physical Processes. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 91 (6), 767–783. <https://doi.org/10.1175/2009BAMS2671.1>.
- Herckes, P., Mirabel, P., Wortham, H., 2002. Cloud water deposition at a high-elevation site in the Vosges Mountains (France). *Sci. Total Environ.* 296 (1-3), 59–75. [https://doi.org/10.1016/S0048-9697\(02\)00037-2](https://doi.org/10.1016/S0048-9697(02)00037-2).
- Jiang, Y., Savarirayan, S., Yao, Y., Park, K.-C., 2019. Fog collection on a superhydrophilic wire. *Appl. Phys. Lett.* 114 (8), 083701.
- Johnson Echevarria, F., 2015. Aerodynamic and geometric characterizations for fog collecting meshes. Pontificia Universidad Católica De Chile. Ph.D. thesis.
- Joslin, J., Mueller, S., Wolfe, M., 1990. Tests of models of cloudwater deposition to forest canopies using artificial and living collectors *Atmospheric Environment. Part A. General Topic.* 24 (12), 3007–3019.
- Juvik, J.O., Ekern, P.C., 1978. WRRCTR No. 118 A Climatology of Mountain Fog on Mauna Loa, Hawai'i Island, Tech. Rep. WRRCTR No. 118. Water Resources Research Center University of Hawaii at Manoa.
- Klemm, O., Schemenauer, R.S., Lummerich, A., Cereceda, P., Marzol, V., Corell, D., van Heerden, J., Reinhard, D., Gherezghier, T., Olivier, J., Osses, P., Sarsour, J., Frost, E., Estrela, M.J., Valiente, J.A., Fessehaye, G.M., 2012. Fog as a Fresh-Water

- Resource: Overview and Perspectives. *AMBIO* 41 (3), 221–234. <https://doi.org/10.1007/s13280-012-0247-8>.
- Knapczyk-Korczak, J., Szewczyk, P.K., Ura, D.P., Berent, K., Stachewicz, U., 2020. Hydrophilic nanofibers in fog collectors for increased water harvesting efficiency. *RSC Adv.* 10 (38), 22335–22342. <https://doi.org/10.1039/D0RA03939J>.
- Koo, J.-K., James, D.F., 1973. Fluid flow around and through a screen. *J. Fluid Mech.* 60 (3), 513–538.
- Labbé, R., Duprat, C., 2019. Capturing aerosol droplets with fibers. *Soft Matter* 15 (35), 6946–6951. <https://doi.org/10.1039/C9SM01205B>.
- Langmuir, I., Blodgett, K., 1946. A mathematical investigation of water droplet trajectories Vol. 5418. Army Air Forces Headquarters Air Technical Service Command.
- Li, J., Ran, R., Wang, H., Wang, Y., Chen, Y., Niu, S., Arratia, P.E., Yang, S., 2021. Aerodynamics-assisted, efficient and scalable kirigami fog collectors. *Nat. Commun.* 12 (1), 5484. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-25764-4>.
- Mead-Hunter, R., King, A.J., Mullins, B.J., 2014. Aerosol-mist coalescing filters - A review. *Sep. Purif. Technol.* 133, 484–506. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2014.06.057>.
- Mohnen, V.A., Kadlec, J.A., 1989. Cloud chemistry research at Whiteface Mountain. *Tellus B* 41B (1), 79–91. <https://doi.org/10.1111/j.1600-0889.1989.tb00127.x>.
- Montecinos, S., Carvajal, D., Cereceda, P., Concha, M., 2018. Collection efficiency of fog events. *Atmos. Res.* 209, 163–169. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2018.04.004>.
- Park, K.-C., Chhatre, S.S., Srinivasan, S., Cohen, R.E., McKinley, G.H., 2013. Optimal Design of Permeable Fiber Network Structures for Fog Harvesting. *Langmuir* 29 (43), 13269–13277. <https://doi.org/10.1021/la402409f>.
- Park, J., Lee, C., Lee, S., Cho, H., Moon, M.-W., Kim, S.J., 2021. Clogged water bridges for fog harvesting. *Soft Matter* 17 (1), 136–144. <https://doi.org/10.1039/D0SM01133A>.
- Protiere, S., Duprat, C., Stone, H.A., 2013. Wetting on two parallel fibers: drop to column transitions. *Soft Matter* 9 (1), 271–276. <https://doi.org/10.1039/C2SM27075G>.
- Regalado, C.M., Ritter, A., 2016. The design of an optimal fog water collector: A theoretical analysis. *Atmos. Res.* 178–179, 45–54. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2016.03.006>.
- Regalado, C.M., Ritter, A., 2017. The performance of three fog gauges under field conditions and its relationship with meteorological variables in an exposed site in Tenerife (Canary Islands). *Agricult. Forest Meteorol.* 233, 80–91. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2016.11.009>.
- Regalado, C.M., Ritter, A., 2019. On the estimation of potential fog water collection from meteorological variables. *Agricult. Forest Meteorol.* 276–277, 107645. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2019.107645>.
- Rewakowicz, A., Chomaz, J.M., Duprat, C., 2016. Mist collector: Art and science project. In: 7th International Conference on Fog, Fog Collection and Dew.
- Ritter, A., Regalado, C.M., Aschan, G., 2008. IFog Water Collection in a Subtropical Elfin Laurel Forest of the Garajonay National Park (Canary Islands): A Combined Approach Using Artificial Fog Catchers and a Physically Based Impaction Model. *J. Hydrometeorol.* 9 (5), 920–935. <https://doi.org/10.1175/2008JHM992.1>.
- Rivera, J.D., 2011. Aerodynamic collection efficiency of fog water collectors. *Atmos. Res.* 102 (3), 335–342. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2011.08.005>.
- Roshko, A., 1955. On the wake and drag of bluff bodies. *J. Aeronaut. Sci.* 22 (2), 124–132.
- Schemenauer, R.S., 1986. Acidic deposition to forests: The 1985 chemistry of high elevation fog (CHEF) project. *Atmos. Ocean* 24 (4), 303–328. <https://doi.org/10.1080/07055900.1986.9649254>.
- Schemenauer, R.S., Joe, P.L., 1989. The collection efficiency of a massive fog collector. *Atmos. Res.* 24 (1–4), 53–69. [https://doi.org/10.1016/0169-8095\(89\)90036-7](https://doi.org/10.1016/0169-8095(89)90036-7).
- Schunk, C., Trautwein, P., Hruschka, H., Frost, E., Dodson, L., Derhem, A., Bargach, J., Menzel, A., 2018. Testing Water Yield, Efficiency of Different Meshes and Water Quality with a Novel Fog Collector for High Wind Speeds. *Aerosol Air Quality Res.* 18 (1), 240–253. <https://doi.org/10.4209/aaqr.2016.12.0528>.
- Shi, W., Anderson, M.J., Tulkoff, J.B., Kennedy, B.S., Boreyko, J.B., 2018. Fog Harvesting with Harps. *ACS Appl. Mater. & Interface* 10 (14), 11979–11986. <https://doi.org/10.1021/acsami.7b17488>.
- Shi, W., De Koninck, L.H., Hart, B.J., Kowalski, N.G., Fugaro, A.P., van der Sloot, T.W., Ott, R.S., Kennedy, B.S., Boreyko, J.B., 2020. Harps under Heavy Fog Conditions: Superior to Meshes but Prone to Tangling. *ACS Appl. Mater. & Interface* 12 (42), 48124–48132. <https://doi.org/10.1021/acsami.0c12329>.
- Steiros, K., Hultmark, M., 2018. Drag on flat plates of arbitrary porosity. *J. Fluid Mech.* 853 <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.621>.
- Taylor, G.I., 1944. Air resistance of a flat plate of very porous material. *Aeronaut. Res. Council Rep. Memoranda* 2236, 159–162.
- Wang, P., Zhou, J., Xu, B., Lu, C., Meng, Q., Liu, H., 2020. Bioinspired Anti-Plateau-Rayleigh-Instability on Dual Parallel Fibers. *Adv. Mater.* 32 (45), 2003453. <https://doi.org/10.1002/adma.202003453>.

Bibliographie

- M. ABKARIAN et H. A. STONE : Stretching and break-up of saliva filaments during speech : A route for pathogen aerosolization and its potential mitigation. *Phys. Rev. Fluids*, 5:102301, Oct 2020.
- Manouk ABKARIAN, Simon MENDEZ, Nan XUE et Fan Yang Howard A. STONE : Speech can produce jet-like transport relevant to asymptomatic spreading of virus. *PNAS*, 117(41), 2020. URL <https://doi.org/10.1073/pnas.2012156117>.
- Rafat AL-WAKED et Masud BEHNIA : The effect of windbreak walls on the thermal performance of natural draft dry cooling towers. *Heat Transfer Engineering*, 26(8):50–62, 2005.
- Fritz ALBRECHT : Theoretische untersuchung über die ablagerung von staub aus strömender luft und ihre anwendung auf die theorie der staubfilter. *Physikalische Zeitschrift*, 32:48–56, 1931.
- Suguru ANDO, Mitsuru NISHIKAWA, Masayuki KANEDA et Kazuhiko SUGA : Numerical simulation of filtration processes in the flow-induced deformation of fibrous porous media by a three-dimensional two-way fluid–structure interaction scheme. *Chemical Engineering Science*, 252:117500, 2022.
- C. J. APELT et G. S. WEST : The effects of wake splitter plates on bluff-body flow in the range $10^4 < re < 5 \times 10^4$. part 2. *J. Fluid Mech.*, 71:145–160, 1974.
- Sima ASADI, Christopher D. CAPP, Santiago BARREDA, Anthony S. WEXLER, Nicole M. BOUVIER et William D. RISTENPART : Efficacy of masks and face coverings in controlling outward aerosol particle emission from expiratory activities. *Scientific Reports*, 10:15665, 2020. URL <https://doi.org/10.1038/s41598-020-72798-7>.
- Anis A. AYATI, Konstantinos STEIROS, Mark A. MILLER, Subrahmanyam DUVVURI et Marcus HULTMARK : A double-multiple streamtube model for vertical axis wind turbines of arbitrary rotor loading. *Wind Energy Science*, 4(4):653–662, 2019.
- Fouad AZIZI : On the pressure drop of fluids through woven screen meshes. *Chemical Engineering Science*, 207:464–478, 2019. ISSN 0009-2509. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250919305494>.
- Preethi BABUJI, Subramani THIRUMALAISAMY, Karunanidhi DURAISAMY et Gopinathan PERIYASAMY : Human health risks due to exposure to water pollution : A review. *Water*, 15:2532, 2023.
- Prateek BAHL, Shovon BHATTACHARJEE, Charitha de SILVA, Abrar Ahmad CHUGHTAI et Con Doolan C. Raina MACINTYRE : Face coverings and mask to minimise droplet dispersion and aerosolisation : a video case study. *Thorax Published Online First* :, 24, July 2020a. URL <https://doi.org/10.1136/thoraxjnl-2020-215748>.
- Prateek BAHL, Charitha M. de SILVA, Abrar Ahmad CHUGHTAI, C. Raina MACINTYRE et Con DOOLAN : An experimental framework to capture the flow dynamics of droplets expelled by a sneeze. *Experiments in Fluids*, 61(176), 2020b.

- B. J. BAILEY, J. I. MONTERO, J. Pérez PARRA, A. P. ROBERTSON, E. BAEZA et R. KAMARUDDIN : Airflow resistance of greenhouse ventilators with and without insect screens. *Biosystems Engineering*, 86(2):217–229, 2003.
- Anna BALAZY, Mika TOIVOLA, Tiina REPONEN, Albert PODGÓRSKI, Anthony ZIMMER et Sergey A. GRINSHPUN : Manikin-based performance evaluation of n95 filtering-facepiece respirators challenged with nanoparticles. *The Annals of Occupational Hygiene*, 50(3): 259–269, 2006.
- Ayman F. BATISHA : Feasibility and sustainability of fog harvesting. *Sustainability of Water Quality and Ecology*, 6:1–10, 2015.
- Gordon S. BEAVERS et Daniel D. JOSEPH : Boundary conditions at a naturally permeable wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 30(1):197–207, 1967.
- Gila BENCHETRIT : Breathing pattern in humans : diversity and individuality. *Respiration Physiology*, 122:123–129, 2000.
- C. F. BERG : Permeability description by characteristic length, tortuosity, constriction and porosity. *Transport in Porous Media*, 103:381–400, 2014. URL <https://doi.org/10.1007/s11242-014-0307-6>.
- Carl Fredrik BERG : Re-examining archie’s law : Conductance description by tortuosity and constriction. *Phys. Rev. E*, 86:046314, Oct 2012. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.86.046314>.
- D. BEYSENS, A. MONGRUEL et K. ACKER : Urban dew and rain in paris, france : Occurrence and physico-chemical characteristics. *Atmospheric Research*, 189:152–161, 2017. ISSN 0169-8095. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169809517301011>.
- Rajesh K. BHAGAT, M. S. Davies WYKES et Stuart B. Dalziel P. F. LINDEN : Effects of ventilation on the indoor spread of covid-19. *Journal of Fluid Mechanics*, 903, 2020.
- Rajneesh BHARDWAJ et Amit AGRAWAL : Tailoring surface wettability to reduce chances of infection of covid-19 by a respiratory droplet and to improve the effectiveness of personal protection equipment. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0020249>.
- PB. BINTEIN, H. BENSE, C. CLANET et David QUÉRE : Self-propelling droplets on fibres subject to a crosswind. *Nature Physics*, 15:1027–1032, 2019. URL <https://doi.org/10.1038/s41567-019-0599-0>.
- E. BJORN. : Simulation of human respiration with breathing thermal manikin. *Dept. of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Indoor Environmental Engineering*, R9944(109), 2000. ISSN : 1395-7953.
- E. BJORN et P. V. NIELSEN : Cfd simulations of contaminant transport between two breathing persons. *Dept. of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Indoor Environmental Engineering*, R9809(96), 1998. ISSN : 1395-7953.
- E. BJORN et P. V. NIELSEN : Dispersal of exhaled air and personal exposure in displacement ventilated rooms. *Indoor Air*, 12(3):147–164, 2002. URL <https://doi.org/10.1034/j.1600-0668.2002.08126.x>.

- Robert D. BLEVINS : *Applied fluid dynamics handbook*. Krieger Publishing Company, Malabar, London, 1992.
- J. BOERSMA et W. KAMMINGA : Calculation of the volume of intersection of a sphere and a cylinder. 1961.
- Roger BOUARD et Madeleine COUTANCEAU : The early stage of development of the wake behind an impulsively started cylinder for $40 < re < 10^4$. *Journal of Fluid Mechanics*, 101(3):583–607, 1980.
- Lydia BOUROUBA, Eline DEHANDSCHOEWERCKER et John W. M. BUSH : Violent expiratory events : on coughing and sneezing. *Journal of Fluid Mechanics*, 745:537–563, 2014.
- P. BOURRIANNE, N. XUE, J. NUNES, M. ABKARIAN et H. A. STONE : Quantifying the effect of a mask on expiratory flows. *Physical Review Fluids*, 6(11):110511, 2021a.
- Philippe BOURRIANNE, Paul R. KANEELIL, Manouk ABKARIAN et Howard A. STONE : Air flows in opera. *Phys. Rev. Appl.*, 18:024042, Aug 2022.
- Philippe BOURRIANNE, Nan XUE, Janine NUNES, Manouk ABKARIAN et Howard A. STONE : Quantifying the effect of a mask on expiratory flows. *Phys. Rev. Fluids*, 6:110511, Nov 2021b. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.6.110511>.
- W. P. BREUGEM et B. J. BOERSMA : The turbulent flow over a permeable wall. *Center for Turbulence Research, Proceedings of the Summer Program 2002*, 2002.
- E. BRUNDRETT : Prediction of pressure drop for incompressible flow through screens. *J. Fluids Eng.*, 115(2), 1993.
- H. H. BRUUN : *Hot-Wire Anemometry, Principles and Signal Analysis*. Oxford University Press, 1995.
- H. H. BRUUN et C. TROPEA : The calibration of inclined hot-wire probes. *Journal of Physics E : Scientific Instruments*, 18(5):405, may 1985. URL <https://dx.doi.org/10.1088/0022-3735/18/5/011>.
- Giacomo BUSCO, Se Ro YANG et Joseph Seo Yassin A. HASSAN : Sneezing and asymptomatic virus transmission. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0019090>.
- Brian CANTWELL et Donald COLES : An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 136:321–374, 1983.
- B. J. CARROLL : The accurate measurement of contact angle, phase contact areas, drop volume, and laplace excess pressure in drop-on-fiber systems. *Journal of Colloid and Interface Science*, 57:488–495, 1976.
- Danilo CARVAJAL, Luis SILVA-LLANCA, Dante LARRAGUIBEL et Bastián GONZÁLEZ : On the aerodynamic fog collection efficiency of fog water collectors via three-dimensional numerical simulations. *Atmospheric Research*, 245:105–123, 2020.

- Vincent CASSEAU, Guido De CROON, Dario IZZO et Camilla PANDOLFI : Morphologic and aerodynamic considerations regarding the plumed seeds of *tragopogon pratensis* and their implications for seed dispersal. *PLoS ONE*, 10(5), 2015.
- I. P. CASTRO : Wake characteristics of two-dimensional perforated plates normal to an air-stream. *Journal of Fluid Mechanics*, 46(3):599–609, 1971.
- Anne-Marie CAZABAT et Geoffroy GUÉNA : Evaporation of macroscopic sessile droplets. *Soft Matter*, 6:2591–2612, 2010.
- Annette CAZAUBIEL et Andreas CARLSON : Influence of wind on a viscous liquid film flowing down a thread. *Physical Review Fluids*, 8:054002, 2023.
- F. H. CHAMPAGNE, C. A. SLEICHER et O. H. WEHRMANN : Turbulence measurements with inclined hot-wires. part 1. heat transfer experiments with inclined hot-wire. *Journal of Fluid Mechanics*, 28:153–175, 1966.
- C. Y. H. CHAO, M. P. WAN, L. MORAWSKA, G. R. JOHNSON, Z. D. RISTOVSKI, M. HARGREAVES, K. MENGENSEN, S. CORBETT, Y. LI, X. XIE et D. KATOSHEVSKI : Characterization of expiration air jets and droplet size distributions immediately at the mouth opening. *Aerosol Science*, 40:122–133, 2008. URL <https://doi.org/10.1016/j.jaerosci.2008.10.003>.
- Swetaprovo CHAUDHURI, Saptarshi BASU, Prasenjit KABI, Vishnu R. UNNI et Abhishek SAHA : Modeling the role of respiratory droplets in covid-19 type pandemics. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0015984>.
- A. Y. L. CHEER et M. A. R. KOEHL : Paddles and rakes : Fluid flow through bristled appendages of small organisms. *Journal of Theoretical Biology*, 129:17–39, 1987.
- Huawei CHEN, Tong RAN, Kaiteng ZHANG, Dengke CHEN, Yang GAN, Zelinlan WANG et Lei JIANG : Highly efficient multiscale fog collector inspired by *sarracenia* trichome hierarchical structure. *Global Challenges*, 5, 2021.
- John W. CHERRIE, Andrew APSLEY, Hilary COWIE, Susanne STEINLE, William MUELLER, Chun LIN, Claire J. HORWELL, Anne SLEEUWENHOEK et Miranda LOH : Effectiveness of face masks used to protect beijing residents against particulate air pollution. *Occupational and Environmental Medicine*, 75:446–452, 2018.
- A. R. COLLAR : The effect of a gauze on the velocity distribution in a uniform duct. *Reports and Memoranda*, 1867, 1939.
- James W. COOLEY et John W. TUKEY : An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Math. Comput*, 19:297–301, 1965.
- Marie CORPART : *Évaporation de gouttes sur des fibres*. Theses, Université Paris-Saclay, décembre 2022. URL <https://theses.hal.science/tel-04124399>.
- Madeleine COUTANCEAU et Jean-René DEFAYE : Circular cylinder wake configurations : A flow visualization survey. *Applied Mechanics Reviews*, 44(6):255–305, 06 1991. URL <https://doi.org/10.1115/1.3119504>.
- Salmaan CRAIG et Jonathan GRINHAM : Breathing walls : The design of porous materials for heat exchange and decentralized ventilation. *Energy and Buildings*, 149:246–259, 2017. ISSN 0378-7788. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378778817300476>.

- M. J. CROMPTON et R. V. BARRETT : Investigation of the separation bubble formed behind the sharp leading edge of a flat plate at incidence. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of Aerospace Engineering*, 214(3):157–176, 2000.
- Carla CRUZ, M. I. FALCÃO et H. R. MALONEK : 3d mappings by generalized joukowski transformations. In Beniamino MURGANTE, Osvaldo GERVASI, Andrés IGLESIAS, David TANIAR et Bernady O. APDUHAN, éditeurs : *Computational Science and Its Applications - ICCSA 2011*, pages 358–373, Berlin, Heidelberg, 2011. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-21931-3.
- Carla CRUZ, Maria IRENE FALCÃO et Helmuth R. MALONEK : Monogenic pseudo-complex power functions and their applications. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 37(12):1723–1735, 2014.
- C. P. CUMMINS, O. J. AJAYI, F. V. MEHENDELE et R. Gabl I. M. VIOLA : The dispersion of spherical droplets in source - sink flows and their relevance to the covid-19 pandemic. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0021427>.
- Cathal CUMMINS, Madeleine SEALE, Alice MACENTE, Daniele CERTINI, Enrico MASTROPAOLO, Ignazio Maria VIOLA et Naomi NAKAYAMA : A separated vortex ring underlies the flight of the dandelion. *Nature*, 562:414–418, 2018. URL <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0604-2>.
- Francis DARWIN et E. Hamilton ACTON : *Practical Physiology of Plants*. Cambridge University Press, 1909.
- Santosh K. DAS, Jan e ALAM, Salvatore PLUMARI et Vincenzo GRECO : Transmission of airborne virus through sneezed and coughed droplets. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0022859>.
- Anna DAVIES, Katy-Anne THOMPSON, Karthika GIRI, George KAFATOS, Jimmy WALKER et Allan BENNETT : Testing the efficacy of homemade masks : Would they protect in an influenza pandemic? *Disaster Medicine and Public Health Preparedness*, 7:413–418, 2013. URL <https://doi.org/10.1017/dmp.2013.4>.
- S. DAWAR et G. G. CHASE : Drag correlation for axial motion of drops on fibers. *Separation and Purification Technology*, 60(1):6–13, 2008. ISSN 1383-5866. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1383586607003413>.
- Talib DBOUK et Dimitris DRIKAKIS : On coughing and airborne droplet transmission to humans. *Physics of Fluids*, 32, 2020a. URL <https://doi.org/10.1063/5.0011960>.
- Talib DBOUK et Dimitris DRIKAKIS : On respiratory droplets and face masks. *Physics of Fluids*, 32, 2020b.
- R. DE ALMEIDA et H. R. MALONEK : On a Higher Dimensional Analogue of the Joukowski Transformation. *AIP Conference Proceedings*, 1048(1):630–633, 09 2008. ISSN 0094-243X. URL <https://doi.org/10.1063/1.2991005>.
- B. G. de BRAY : Low speed wind tunnel tests on perforated square flat plates normal ot the airstream : drag and velocity fluctuation measurements. *Ministry of Supply, Aeronautical Research Council, current paper*, (323), 1957.

- Juan de DIOS RIVERA : Aerodynamic collection efficiency of flog collectors. *Atmospheric Research*, 102:335–342, 2011.
- Wenjia DU, Francesco IACOVIELLO, Tacson FERNANDEZ, Rui LOUREIRO, Daniel J. L. BRETT et Paul R. SHEARING : Microstructure analysis and image-based modelling of face masks for covid-19 virus protection. *Communications Materials*, 2(69):217–229, 2021.
- J. P. du PLESSIS : Geometrical models for porous membrane morphologies. *Water Science and Technology*, 25(10):363–372, 05 1992. ISSN 0273-1223. URL <https://doi.org/10.2166/wst.1992.0262>.
- Camille DUPRAT, Alison D. BICK, Patrick B. WARREN et Howard A. STONE : Evaporation of drops on two parallel fibers : Influence of the liquid morphology and fiber elasticity. *Langmuir*, 29:7857–7863, 2013.
- B. ECKERT et F. PFLÜGER : The resistance coefficient of commercial round wire grids. *Technical Memorandum, National Advisory Committee for Aeronautics*, (1003), 1942.
- David A. EDWARDS, Jonathan C. MAN, Peter BRAND, Jeffrey P. KATSTRA, K. SOMMERER, Howard A. STONE, Edward NARDELL et Gerhard SCHEUCH : Inhaling to mitigate exhaled bioaerosols. *PNAS*, 101(50):17383–17388, 2004. URL <https://doi.org/10.1073/pnas.0408159101>.
- Steffen E. EIKENBERRY, Marina MANCUSO, Enahoro IBOI, Tin PHAN, Keenan EIKENBERRY, Yang KUANG, Eric KOSTELICH et Abba B. GUMEL : To mask or not to mask : Modeling the potential for face mask use by the general public to curtail the covid-19 pandemic. *Infectious Disease Modelling*, 5:293–308, 2020. URL <https://doi.org/10.1016/j.idm.2020.04.001>.
- Robert M. ENINGER, Takeshi HONDA, Atin ADHIKARI, Helvi HEINONEN-TANSKI, Tiina REPONEN et Sergey A. GRINSHUN : Filter performance of n99 and n95 facepiece respirators against viruses and ultrafine particles. *The Annals of Occupational Hygiene*, 52(5):385–396, 2008. URL <https://doi.org/10.1093/annhyg/men019>.
- Patricia ERN, Frédéric RISSO, David FABRE et Jacques MAGNAUDET : Wake-induced oscillatory paths of bodies freely rising or falling in fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44(Volume 44, 2012):97–121, 2012. ISSN 1545-4479. URL <https://www.annualreviews.org/content/journals/10.1146/annurev-fluid-120710-101250>.
- María J. ESTRELA, José A. VALIENTE, David CORELL et Millán M. MILLÁN : Fog collection in the western mediterranean basin (valencia region, spain). *Atmospheric Research*, 87(3):324–337, 2008.
- Patricia FABIAN, James J. MCDEVITT, Wesley H. DEHAAN, Rita O. P. FUNG, Benjamin J. COWLING, Kwok Hung CHAN, Gabriel M. LEUNG et Donald K. MILTON : Influenza virus in human exhaled breath : An observational study. *PLoS ONE*, 3:7, 2008. URL <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0002691>.
- R. FAIL, J. A. LAWFORD et R. C. W. EYRE : Low-speed-experiments on the wake characteristics of flat plates normal to an air stream. *Reports and Memoranda of the Aeronautical Research Council*, (3120), 1957.

- C. I. FAIRCHILD et J. F. STAMPFER : Particle concentration in exhaled breath. *American Industrial Hygiene Association Journal*, 48(11):948–949, 1987.
- Saeed FARSAF, Mohammed Ali ARDEKANI et Foad FARHANI : Experimental investigation of aerodynamic effects of probe on heat transfer from hot-wire sensors at vertical and horizontal orientations. *Flow Measurement and Instrumentation*, 70:101642, 2019.
- Shuo FENG, Chen SHEN, Nan XIA, Wei SONG, Mengzhen FAN et Benjamin J. COWLING : Rational use of face masks in the covid-19 pandemic. *Lancet Respiratory Medicine*, 8:434–436, 2020a. URL [https://doi.org/10.1016/S2213-2600\(20\)30134-X](https://doi.org/10.1016/S2213-2600(20)30134-X).
- Yu FENG, Thierry MARCHAL, Ted SPERRY et Hang YI : Influence of wind and relative humidity on the social distancing effectiveness to prevent covid-19 airborne transmission : A numerical study. *Journal of Aerosol Science*, 147, 2020b.
- P. FREYMUTH, F. FINAISH et W. BANK : Visualization of the vortex street behind a circular cylinder at low reynolds numbers. *The Physics of Fluids*, 29(4):1321–1323, 04 1986. URL <https://doi.org/10.1063/1.865881>.
- J. H. GERRARD : The wakes of cylindrical bluff bodies at low reynolds number. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 288:351–382, 1978. URL <http://doi.org/10.1098/rsta.1978.0020>.
- A. GIANNOULIS, T. STATHOPOULOS, D. BRIASSOULIS et A. MISTRIOTIS : Wind loading on vertical panels with different permeabilities. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 107–108:1–16, 2012.
- W. GIESBRECHT : Systematik und faunistik der pelagischen copepoden des golfes von neapel und der angrenzenden meeres-abschnitte. *Fauna und Flora des Golfes von Neapel*, 19, 1892.
- M. GLAUERT : A method of constructing the paths of raindrops of different diameters moving in the neighbourhood of (1) a circular cylinder, (2) an aerofoil, placed in a uniform stream of air ; and a determination of the rate of deposit of the drops on the surface and the percentage of drops caught. Rapport technique Reports and Memoranda 2025, British Aeronautical Research Committee, 1940.
- M. B. GLAUERT : The wall jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 1(6):625–643, 1956.
- G. D. GORDON : Mechanism and speed of breakup of drops. *Journal of Applied Physics*, 30:1759–1761, 1959.
- Simon N. GOSLING et Nigel W. ARNELL : A global assessment of the impact of climate change on water scarcity. *Climatic Change*, 134:371–385, 2016.
- Pavel GRINFELD : Exact nonlinear equations for fluid films and proper adaptations of conservation theorems from classical hydrodynamics. *Journal of Geometry and Symmetry in Physics*, 16:1–21, 2009.
- Pavel GRINFELD : Small oscillations of a soap bubble. *Studies in Applied Mathematics*, 128:30–39, 2011.
- J. GUADARRAMA-CETINA, A. MONGRUEL, M.-G. MEDICI, E. BAQUERO, A. R. PARKER, I. MILIMOUK-MELNYTCHUK, W. GONZÁLEZ-VIÑAS et D. BEYSENS : Dew condensation on desert beetle skin. *The European Physical Journal E*, 37, 2014. URL <https://doi.org/10.1140/epje/i2014-14109-y>.

- N. M. GUNTER : *Potential Theory and Its Application to Basic Problems of Mathematical Physics*. Frederick Ungar, New York, 1967.
- Jianfeng GUO, Peng KANG, Kai MU, Jianling LI et Ting SI : On shock induced aerobreakup of a wall-attached droplet. *Journal of Fluid Mechanics*, 971:A31, 2023.
- Ankur GUPTA, Andrew R. KONICEK, Mark A. KING, Azmaine IQTIDAR, Mohsen S. YEGANEH, et Howard A. STONE : Effect of gravity on the shape of a droplet on a fiber : nearly axisymmetric profiles with experimental validation. *Physical Review Fluids*, 6, 2021.
- J. K. GUPTA et C.-H. Lin Q. CHEN : Flow dynamics and characterization of a cough. *Indoor Air*, 19:517–525, 2009.
- Jitendra K. GUPTA, Chao-Hsin LIN et Qingyan CHEN : Characterizing exhaled airflow from breathing and talking. *Indoor Air*, 20(1):31–39, 2010.
- Seonghyeon HAHN, Jongdoo JE et Haecheon CHOI : Direct numerical simulation of turbulent channel flow with permeable walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 450:259–285, 2002.
- Z. Y. HAN et W. G. Weng Q. Y. HUANG : Characterizations of particle size distribution of the droplets exhaled by sneeze. *Journal of the Royal Society Interface*, 10, 2013.
- Stanley HARTLAND et Arun KUMAR : Detachment of drops and bubbles in flow fields. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 83:245–254, 1994.
- Valeria HERNÁNDEZ-HERNÁNDEZ, Olivier C MARCHAND, Annamaria KISS et Arezki BOUDAUD : A mechanohydraulic model supports a role for plasmodesmata in cotton fiber elongation. *PNAS Nexus*, 3(7):256, 07 2024. URL <https://doi.org/10.1093/pnasnexus/pgae256>.
- S. F. HOERNER : *Fluid dynamic drag*. Published by the author, 1965.
- Sighard F HOERNER : Aerodynamic properties of screens and fabrics. *Textile Research Journal*, 22(4):274–280, 1952.
- Kaitlyn HOOD, M. S. Suryateja JAMMALAMADAKA et A. E. HOSOI : Marine crustaceans with hairy appendages : Role of hydrodynamic boundary layers in sensing and feeding. *Physical Review Fluids*, 4:114102, 2019.
- Ulrich HORNING : *Homogenization and Porous Media*. Springer New York, NY, 1997.
- M. HOROWITZ et C. H. K. WILLIAMSON : The effect of reynolds number on the dynamics and wakes of freely rising and falling spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 651:251–294, 2010.
- Emroj HOSSAIN, Satyanu BHADRA, Harsh JAIN, Soumen DAS, Arnab BHATTACHARYA, Shankar GHOSH et Dov LEVINE : Recharging and rejuvenation of decontaminated n95 masks. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0023940>.
- C. J. HOTZ, R. MEAD-HUNTER, T. BECKER, A. J. C. KING, S. WURSTER, G. KASPER et B. J. MULLINS : Detachment of droplets from cylinders in flow using an experimental analogue. *Journal of Fluid Mechanics*, 771:327–340, 2015.

- J. Y. HSU, R. STONE, R. LOGAN-SINCLAIR, M. WORSDELL, C. BUSST et K. CHUNG : Coughing frequency in patients with persistent cough : Assessment using a 24 hour ambulatory recorder. *European Respiratory Journal*, 7:1246–1253, 1994. URL <https://doi.org/10.1183/09031936.94.07071246>.
- W. HU, F. LETSON, R. J. BARTHELMIE et S. C. PRYOR : Wind gust characterization at wind turbine relevant heights in moderately complex terrain. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 57:1459–1476, 2018.
- David S. HUI, Benny K. CHOW, Leo CHU, Susanna S. NG, Nelson LEE, Tony GIN et Matthew T. V. CHAN : Exhaled air dispersion during coughing with and without wearing a surgical or n95 mask. *PLoS ONE*, 7, 2012.
- David S. HUI, Margaret IP, Julian W. TANG, Alexandra L. N. WONG, Matthew T. V. CHAN, Stephen D. HALL, Paul K. S. CHAN et Joseph J. Y. SUNG : Airflows around oxygen masks. *Chest Journal*, 130(3):822–826, 2015.
- Marcus HULTMARK et Alexander J. SMITS : Temperature corrections for constant temperature and constant current hot-wire anemometers. *Measurement Science and Technology*, 21:105404, 2010.
- Maho ICHIKAWA, Miki IJIMA, Masayuki OGATA, Hitomi TSUTSUMI, Shin ichi TANABE et Satoshi HORI : Infection control in hospitals part.18 transmission characteristics of droplet with route of infectious. *KAGOSHIMA, Technical Papers of Annual Meeting, The Society of Heating, Air-Conditioning and Sanitary Engineers of Japan*, 2016. URL https://doi.org/10.18948/shasetaikai.2016.7.0_21. ISSN : 2424-2179.
- I. E. IDEL'CHICK : *Handbook of Hydraulic Resistance, Coefficients of Local Resistance and of Friction*. 1960.
- A. ITO et K. P. GARRY : Pressure measurements around a two-dimensional gauze at incidence. *Journal of Fluids and Structures*, 12:171–181, 1998.
- Ryoichi IWASAKI, Masashi YAMAKAWA et Kenichi MATSUNO : Transmission simulation of virus droplet under the indoor environment. *The Proceedings of the Fluids Engineering Conference*, pages 2424–2896, 2012. URL <https://doi.org/10.1299/jsmefed.2012.549>.
- Kaare H. JENSEN, André X. C. N. VALENTE et Howard A. STONE : Flow rate through microfilters : Influence of the pore size distribution, hydrodynamic interactions, wall slip, and inertia. *Physics of Fluids*, 26(5):052004, 05 2014. ISSN 1070-6631. URL <https://doi.org/10.1063/1.4876937>.
- Javier JIMÉNEZ, Markus UHLMANN, Alfredo PINELLI et Genta KAWAHARA : Turbulent shear flow over active and passive porous surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 442:89–117, 2001.
- Hamid JOHARI et Kenneth J. DESABRAIS : Vortex shedding in the near wake of a parachute canopy. *J. Fluid Mech.*, 536:185–207, 2005.
- D. F. JOHNSON, J. D. DRUCE, C. BIRCH et M. L. GRAYSON : A quantitative assessment of the efficacy of surgical and n95 masks to filter influenza virus in patients with acute influenza infection. *Clinical Infectious Diseases*, 49(2):275–277, 2009.

- C. JOSSERAND et S. T. THORODDSEN : Drop impact on a solid surface. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 48:365–391, 2016.
- Jie JU, Hao BAI, Yongmei ZHENG, Tianyi ZHAO, Ruochen FANG et Lei JIANG : A multi-structural and multi-functional integrated fog collection system in cactus. *Nature Communications*, 3, 2012.
- Hyejung JUNG, Jongbo KIM, Seungju LEE, Jinho LEE, Jooyoun KIM, Perngjy TSAI et Chungsik YOON : Comparison of filtration efficiency and pressure drop in anti-yellow sand masks, quarantine masks, medical masks, general masks, and handkerchiefs. *Aerosol and Air Quality Research*, 14(3):991–1002, 2014. URL <https://doi.org/10.4209/aaqr.2013.06.0201>.
- Lucas JÓDAR et Enrique NAVARRO : Solving coupled systems of linear second-order differential equations knowing a part of the spectrum of the companion matrix. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 39:115–119, 1992.
- Christian J. KAHLER et Rainer HAIN : Flow analyses to validate sars-cov-2 protective masks. *Report, University of the Bundeswehr Munich Institute of Fluid Mechanics and Aerodynamics, Werner-Heisenberg-Weg*, 2020.
- V. T. KALUGIN, A. S. EPIKHIN, P. A. CHERNUKHA et M. D. KALUGINA : The effect of perforation on aerodynamic characteristics and the vortex flow field around a flat plate. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*, 1191, 2021.
- W. G. KANNULUIK et E. H. CARMAN : The temperature dependence of the thermal conductivity of air. *Australian Journal of Scientific Research, Series A : Physical Sciences*, 4:305, 1951.
- Arthur KANTROWITZ : Aerodynamic heating and the deflection of drops by an obstacle in an air stream in relation to aircraft icing. Rapport technique Technical note no. 779, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1940.
- J. B. KELLER : Darcy’s law for flow in porous media and the two-space method. *In Nonlinear Partial Differential Equations in Engineering and Applied Science*, pages 429–443, janvier 1980.
- Kiwoong KIM, Hyejeong KIM, Sung Ho PARK et Sang Joon LEE : Hydraulic strategy of cactus trichome for absorption and storage of water under arid environment. *Frontiers in Plant Science*, 8, 2017.
- Otto KLEMM, Robert S. SCHEMENAUER, Anne LUMMERICH, Pilar CERECEDA, Victoria MARZOL, David CORELL, Johan van HEERDEN, Dirk REINHARD, Tseggai GHEZGHIHER, Jana OLIVIER, Pablo OSSES, Jamal SARSOUR, Ernst FROST, María J. ESTRELA, José A. VALIENTE et Gebregiorgis Mussie FESSEHAYE : Fog as a fresh-water resource : Overview and perspectives. *Ambio*, 41:221–234, 2012. URL <https://doi.org/10.1007/s13280-012-0247-8>.
- Ewelina KLICHOWSKA et Marcin NOBIS : *Stipa pennata* subsp. *ceynowae* (poaceae, pooideae), a new taxon from central europe. *PhytoKeys*, 83:75–92, 2017.
- Abhiteja KONDA, Abhinav PRAKASH, Gregory A. MOSS, Michael SCHMOLDT, Gregory D. GRANT et Supratik GUHA : Aerosol filtration efficiency of common fabrics used in respiratory cloth masks. *American Chemical Society Nano*, 2020. URL <https://dx.doi.org/10.1021/acsnano.0c03252>.

- J.-K. KOO et David F. JAMES : Fluid flow around and through a screen. *J. Fluid Mech.*, 60:513–538, 1973.
- A. KOPONEN, D. KANDHAI, E. HELLÉN, M. ALAVA, A. HOEKSTRA, M. KATAJA, K. NISKANEN, P. SLOOT et J. TIMONEN : Permeability of three-dimensional random fiber webs. *Phys. Rev. Lett.*, 80:716–719, Jan 1998. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.80.716>.
- R. KRECHETNIKOV : Flow around a corner in the water impact problem. *Physics of Fluids*, 26:072107, 2014.
- Rainer KRESS : *Linear integral equations*. Springer, Applied Mathematical Sciences, volume 82, New York, 1999.
- Arun KUMAR et Stanley HARTLAND : Shape of a drop on a vertical fiber. *Journal of Colloid and Interface Science*, 124:67–76, 1987.
- B. A. KUNKEL : Microphysical properties of fog at otis afb. Rapport technique Environmental Research Paper 767, AFGL-TR-82-0026, Air Force Geophysics Laboratory, Hanscom AFB, Massachusetts, 1982.
- T. KÉKESI, G. AMBERG et L. PRAHL WITTEBERG : Drop deformation and breakup in flows with shear. *Chemical Engineering Science*, 140:319–329, 2016. ISSN 0009-2509.
- R. LABBÉ et C. DUPRAT : Capturing aerosol droplets with fibers. *Soft Matter*, 15:6946–6951, 2019.
- A. C. K. LAI, C. K. M. POON et A. C. T. CHEUNG : Effectiveness of facemasks to reduce exposure hazards for airborne infections among general populations. *Journal of the Royal Society Interface*, 9:938–948, 2012.
- Sir Horace LAMB : *Hydrodynamics*. New York, Dover publications, 1945.
- Robert J. LANG : Ultrasonic atomization of liquids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34:6–8, 1962.
- Irving LANGMUIR et Katherine B. BLODGETT : A mathematical investigation of water droplet trajectories. Rapport technique Army Air Forces Technical Report n° 5418, Army Air Forces, 1946.
- E. M. LAWS et J. L. LIVESEY : Flow through screens. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 10:247–266, 1978.
- P. G. LEDDA, L. SICONOLFI, F. VIOLA, S. CAMARRI et F. GALLAIRE : Flow dynamics of a dandelion pappus : A linear stability approach. *Phys. Rev. Fluids*, 4:071901, Jul 2019. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.4.071901>.
- P. G. LEDDA, L. SICONOLFI, F. VIOLA, F. GALLAIRE et S. CAMARRI : Suppression of von kármán vortex streets past porous rectangular cylinders. *Physical Review Fluids*, 3, 2018.
- Pier Giuseppe LEDDA, E. BOUJO, S. CAMARRI, F. GALLAIRE et G. A. ZAMPOGNA : Homogenization-based design of microstructured membranes : wake flow past permeable shells. *J. Fluid Mech.*, 927, 2021.

- Shu-An LEE, Yen-Lung CHEN, Dong-Chir HWANG, Chih-Chao WU et Jen-Kun CHEN : Performance evaluation of full facepiece respirators with cartridges. *Aerosol Air Quality Research*, 17(5):1316–1328. URL <https://doi.org/10.4209/aaqr.2016.11.0485>.
- Shu-An LEE, Dong-Chir HWANG, He-Yi LI, Chieh-Fu TSAI, Chun-Wan CHEN et Jen-Kun CHEN : Particle size-selective assessment of protection of european standard ffp respirators and surgical masks against particles - tested with human subjects. *Journal of Healthcare Engineering*, 2016, 2016.
- G. C. LEINER, S. ABRAMOWITZ, M. J. SMALL et V. B. STENBY : Cough peak flow rate. *The American journal of the medical sciences*, 251(2):211–214, 1966.
- C. W. LETCHFORD : Wind loads on rectangular signboards and hoardings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89:135–151, 2001.
- Frederick LETSON, Rebecca J. BARTHELMIE, Weifei HU et Sara C. PRYOR : Characterizing wind gusts in complex terrain. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 19:3797–3819, 2019.
- Nancy H. L. LEUNG, Daniel K. W. CHU, Eunice Y. C. SHIU, Kwok-Hung CHAN, James J. MCDEVITT, Benien J. P. HAU, Hui-Ling YEN, Yuguo LI, Dennis K. M. IP, J. S. Malik PEIRIS, Wing-Hong SETO, Gabriel M. LEUNG et et AL. : Respiratory virus shedding in exhaled breath and efficacy of face masks. *Nature Medicine*, 26:676–680, 2020a. URL <https://doi.org/10.1038/s41591-020-0843-2>.
- Nancy H. L. LEUNG, Daniel K. W. CHU, Eunice Y. C. SHIU, Kwok-Hung CHAN, James J. MCDEVITT, Benien J. P. HAU, Hui-Ling YEN, Yuguo LI, Dennis K. M. IP, J. S. Malik PEIRIS, Wing-Hong SETO, Gabriel M. LEUNG, Donald K. MILTON et Benjamin J. COWLING : Respiratory virus shedding in exhaled breath and efficacy of face masks. *Nature Medicine*, 26:676–680, 2020b.
- William LEWIS et Rinaldo J. BRUN : Impingement of water droplets on a rectangular half body in a two-dimensional incompressible flow field. Rapport technique Technical note 3658, National Advisory Committee for Aeronautics, Cleveland, Ohio, 1956.
- Deke LI, Zhentao WANG, Daheng WU, Guocai HAN et Zhiguang GUO : A hybrid bioinspired fiber trichome with special wettability for water collection, friction reduction and self-cleaning. *Nanoscale*, 8:11774–11781, 2019.
- Mingming LIANG, Liang GAO, Ce CHENG, Qin ZHOU, John Patrick UY, Kurt HEINER et Chenyu SUN : Efficacy of face mask in preventing respiratory virus transmission : Asystematic review and meta-analysis. *Travel Medicine and Infectious Disease*, 36, 2020. URL <https://doi.org/10.1016/j.tmaid.2020.101751>.
- Shijun LIAO : A short review on the homotopy analysis method in fluid mechanics. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 22:882–884, 2010.
- Shijun LIAO : *Homotopy Analysis Method in Nonlinear Differential Equations*. Springer, 2011.
- William G. LINDSLEY, Francoise M. BLACHERE, Brandon F. LAW, Donald H. BEEZHOLD et John D. NOTI : Efficacy of face masks, neck gaiters and face shields for reducing the expulsion of simulated cough-generated aerosols. URL <https://doi.org/10.1101/2020.10.05.20207241>. Not peer-reviewed, National Institute for Occupational Safety and Health.

- William G. LINDSLEY, William P. KING, Robert E. THEWLIS, Jeffrey S. REYNOLDS, Kedar PANDAY, Gang CAO et Jonathan V. SZALAJDA : Dispersion and exposure to a cough-generated aerosol in a simulated medical examination room. *Journal of Occupational and Environmental Hygiene*, 9:681–690, 2012.
- William G. LINDSLEY, John D. NOTI, Françoise M. BLACHERE, Jonathan V. SZALAJDA et Donald H. BEEZHOLD : Efficacy of face shields against cough aerosol droplets from a cough simulator. *Journal of Occupational and Environmental Hygiene*, 11:509–518, 2014. URL <https://doi.org/10.1080/15459624.2013.877591>.
- William G. LINDSLEY, Jeffrey S. REYNOLDS, Jonathan V. SZALAJDA, John D. NOTI et Donald H. BEEZHOLD : A cough aerosol simulator for the study of disease transmission by human cough-generated aerosols. *Aerosol Science and Technology*, 47:937–944, 2013.
- Shichao LIU et Atila NOVOSELAC : Transport of airborne particles from an unobstructed cough jet. *Aerosol Science and Technology*, 48(11):1183–1194, 2014. URL <https://doi.org/10.1080/02786826.2014.968655>.
- Yuan LIU, Zhi NING, Yu CHEN, Ming GUO, Yingle LIU, Nirmal Kumar GALI, Li SUN, Yusen DUAN, Jing CAI, Dane WESTERDAHL, Xinjin LIU, Ke XU, Kin fai HO, Haidong KAN et Qingyan Fu Ke LAN : *Aerodynamic Analysis of SARS-CoV-2 in Two Wuhan Hospitals*. *Nature*, 2020.
- Robert G. LOUDON et Linda C. BROWN : Cough frequency in patients with respiratory disease. *American Review of Respiratory Disease*, 96(6):1137–1143, 1967.
- Geoffrey LUXFORD, David W. HAMMOND et Paul IVEY : Modelling, imaging and measurement of distortion, drag and break-up of aircraft-icing droplets. *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2005.
- R. P. MAHAJAN, P. SINGH, G. E. MURTY et A. R. AITKENHEAD : Relationship between expired lung volume, peak flow rate and peak velocity time during a voluntary cough manoeuvre. *British Journal of Anaesthesia*, 72:298–301, 1994.
- Alireza MAHDAVI, Ali BAHLOUL, Fariborz HAGHIGHAT et Claude OSTIGUY : Contribution of breathing frequency and inhalation flow rate on performance of n95 filtering facepiece respirators. *The Annals of Occupational Hygiene*, 58(2):195–205, 2014.
- Blake MAHER, Reynaldo CHAVEZ, Gabriel C. Q. TOMAZ, Thien NGUYEN et Yassin HASSAN : A fluid mechanics explanation of the effectiveness of common materials for respiratory masks. *International Journal of Infectious Diseases*, 99:505–513, 2020. URL <https://doi.org/10.1016/j.ijid.2020.07.066>.
- G. MANDAL, A. KUMAR, D. C. SHARMA et H. KUMAR : Comparative analysis of different air density equations. *Journal of Metrology Society of India*, 28:51–62, 2013.
- Xinyu MAO et A. E. HOSOI : Estimating the filtration efficacy of cloth masks. *Phys. Rev. Fluids*, 6:114201, Nov 2021. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.6.114201>.
- Olivier C. MARCHAND, Sophie RAMANANARIVO, Camille DUPRAT et Christophe JOSSE-RAND : Three-dimensional flow around and through a porous screen. *Journal of Fluid Mechanics*, 987:A20, 2024.

- Martin R. MAXEY et James J. RILEY : Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids*, 26:883–889, 1983.
- Marie MAZOYER, Frédéric BURNET et Cyrielle DENJEAN : Experimental study on the evolution of droplet size distribution during the fog life cycle. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 22:11305–11321, 2022.
- G. MCHALE, M. I. NEWTON et B. J. CARROLL : The shape and stability of small liquid drops on fibers. *Oil & Gas Science and Technology*, 56:47–54, 2001.
- Natasha L. MILES, Johannes VERLINDE et Eugene E. CLOTHIAUX : Cloud droplet size distributions in low-level stratiform clouds. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 57:295–311, 2000.
- R. MITTAL et F. M. NAJJAR : Vortex dynamics in the sphere wake. *AIAA Paper 99-3806*, 1999.
- R. MITTAL, R. NI et J.-H. SEO : The flow physics of covid-19. *Journal of fluid Mechanics*, 894, 2020.
- Adele MONCUQUET, Alexander MITRANESCU, Olivier C. MARCHAND, Sophie RAMANANARIVO et Camille DUPRAT : Collecting fog with vertical fibres : Combined laboratory and in-situ study. *Atmospheric Research*, 277:106312, 2022. ISSN 0169-8095. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169809522002988>.
- Mojdeh MONJEZI et Hamidreza JAMAATI : The effects of face mask specifications on work of breathing and particle filtration efficiency. *Medical Engineering and Physics*, 98:36–43, 2021.
- L. MORAWSKA, G. R. JOHNSON, Z. D. RISTOVSKI, M. HARGREAVES, K. MENGERSEN, S. CORBETT, C. Y. H. CHAO, Y. et Li D. KATOSHEVSKI : Size distribution and sites of origin of droplets expelled from the human respiratory tract during expiratory activities. *Journal of Aerosol Science*, 40(3):256–269, 2009. URL <https://doi.org/10.1016/j.jaerosci.2008.11.002>.
- William MUELLER, Claire J. HORWELL, Andrew APSLEY, Susanne STEINLE, Stephanie MCPHERSON, John W. CHERRIE et Karen S. GALEA : The effectiveness of respiratory protection worn by communities to protect from volcanic ash inhalation. part i : Filtration efficiency tests. *International Journal of Hygiene and Environmental Health*, 221:967–976, 2018.
- Benjamin J. MULLINS, Roger D. BRADDOCK, Igor E. AGRANOVSKI, Roger A. CROPP et Rebecca A. O’LEARY : Observation and modelling of clamshell droplets on vertical fibres subjected to gravitational and drag forces. *Journal of Colloid and Interface Science*, 284:245–254, 2005.
- Mark NICAS, William W. NAZAROFF et Alan HUBBARD : Toward understanding the risk of secondary airborne infection : Emission of respirable pathogens. *Journal of Occupational and Environmental Hygiene*, 2:143–154, 2005. URL <https://doi.org/10.1080/15459620590918466>.
- Hidekazu NISHIMURA, Soichiro SAKATA et Akikazu KAGA : A new methodology for studying dynamics of aerosol particles in sneeze and cough using a digital high-vision, high-speed video system and vector analyses. *PLoS ONE*, 8(11), 2013. URL <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0080244>.

- Michio NISHIOKA et Hiroshi SATO : Mechanism of determination of the shedding frequency of vortices behind a cylinder at low reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 89 (1):49–60, 1978.
- Tara OBERG et Lisa M. BROSSEAU : Surgical mask filter and fit performance. *American Journal of Infection Control*, 36(4):276–282, 2008.
- M. OKAMOTO et A. AZUMA : Aerodynamic characteristics at low reynolds numbers for wings of various planforms. *AIAA Journal*, 49(6), 2011.
- F. G. O’NEILL : Source models of flow through and around screens and gauzes. *Ocean Engineering*, 33:1884–1895, 2006.
- Peter J. O’ROURKE et Anthony A. AMSDEN : The tab method for numerical calculation of spray droplet breakup. *SAE Technical Paper Series*, 1987.
- Rao S. PAPINENI et Frank S. ROSENTHAL : The size distribution of droplets in the exhaled breath of healthy human subjects. *Journal of Aerosol Medicine*, 10:2, 1997. URL <https://doi.org/10.1089/jam.1997.10.105>.
- Jihye PARK, Changje LEE, Sangyoun LEE, Hyesung CHO, Myoung-Woon MOON et Seong Jin KIM : Clogged water bridges for fog harvesting. *Soft Matter*, 17:136–144, 2020.
- G. V. PARKINSON et T. JANDALI : A wake source model for bluff body potential flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 40:577–594, 1970.
- P. D. PATEL et T. G. THEOFANOUS : Hydrodynamic fragmentation of drops. *Journal of Fluid Mechanics*, 103:207–223, 1981.
- Agata PENCONEK, Paulina DRAŻYK et Arkadiusz MOSKAL : Penetration of diesel exhaust particles through commercially available dust half masks. *The Annals of Occupational Hygiene*, 57(3):360–373, 2013. URL <https://doi.org/10.1093/annhyg/mes074>.
- Mohammad-Reza PENDAR et José Carlos Pá SCOA : Numerical modeling of the distribution of virus carrying saliva droplets during sneeze and cough. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0018432>.
- Robinson PERIĆ et Milovan PERIĆ : Analytical and numerical investigation of the airflow in facemasks used for protection against covid-19 virus : Implications for mask design and usage. Rapport technique, 2020. URL <https://doi.org/10.47176/jafm.13.06.31812>. Not peer-reviewed, preprint. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, vol. 13, no. 6, pp. 1911–1923.
- Blair PEROT et Parviz MOIN : Shear-free turbulent boundary layers. part 1. physical insights into near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 295:199–227, 1995.
- M. PEZZULLA, E. F. STRONG, F. GALLAIRE et P. M. REIS : Deformation of porous flexible strip in low and moderate reynolds number flows. *Physical Review Fluids*, 5, 2020.
- A. P. PIERLOT, D. L. J. ALEXANDER et J. A SCHÜTZ : Impact of wearing on filtration performance of electrostatic filter face masks. *International journal of environmental research and public health*, 19:5032, 2022.

- R. A. PINKER et M. V. HERBERT : Pressure loss associated with compressible flow through square-mesh wire gauzes. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 9(1):11–23, 1967.
- G. POMARANZI, N. DANIOTTI, P. SCHITO, L. ROSA et A. ZASSO : Experimental assessment of the effects of a porous double skin façade system on cladding loads. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 196, 2020.
- Emmanuel Du PONTAVICE : *Propulsion par cerf-volant : envol et pérégrinations*. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay, 2016.
- Carmen K. M. POON et Alvin C. K. LAI : An experimental study quantifying pulmonary ventilation on inhalation of aerosol under steady and episodic emission. *Journal of Hazardous Materials*, 192(3):1299–1306, 2011.
- L. PRANDTL : The attainment of a steady air stream in wind tunnels. *Technical Memorandum*, 726, 1933.
- L. PRANDTL et O. FLACHSBART : Widerstand von seidengazefiltern, runddraht- und bledistreifensieben mit quadratischen maschen. *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen*, 1932.
- Andrew PRESSLEY : *Elementary differential geometry*. Springer, London, 2010.
- I. PRIBAN et W. FINCHAM : Self-adaptive control and the respiratory system. *Nature*, 208:339–343, 1965.
- H. M. PRINCEN : Capillary phenomena in assemblies of parallel cylinders : Iii. liquid columns between horizontal parallel cylinders. *Journal of Colloid and Interface Science*, 34(2):171–184, 1970. ISSN 0021-9797. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021979770901670>.
- S. PROTIERE, C. DUPRAT et H. A. STONE : Wetting on two parallel fibers : drop to column transitions. *Soft Matter*, 9:271–276, 2013.
- J. C. RAMSEY et J. D. BERLIN : Ultrastructural aspects of early stages in cotton fiber elongation. *American Journal of Botany*, 63(6):868–876, 1976. URL <https://bsapubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/j.1537-2197.1976.tb11879.x>.
- Lord RAYLEIGH : On the capillary phenomena of jets. *Proc. R. Soc. Lond.*, 29, 1879. URL <https://doi.org/10.1098/rspl.1879.0015>.
- Carlos M. REGALADO et Axel RITTER : The design of an optimal fog water collector : A theoretical analysis. *Atmospheric Research*, 178-179:45–54, septembre 2016. ISSN 01698095. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0169809516300564>.
- Samy RENGASAMY, Benjamin EIMER et Ronald E. SHAFFER : Simple respiratory protection - evaluation of the filtration performance of cloth masks and common fabric materials against 20-1000 nm size particles. *Annals of Occupational Hygiene*, 54(7):789–798, 2010. URL <https://doi.org/10.1093/annhyg/meq044>.
- Samy RENGASAMY et Benjamin C. EIMER : Total inward leakage of nanoparticles through filtering facepiece respirators. *The Annals of Occupational Hygiene*, 55(3):253–263, 2011. URL <https://doi.org/10.1093/annhyg/meq096>.

- Samy RENGASAMY et Benjamin C. EIMER : Nanoparticle penetration through filter media and leakage through face seal interface of n95 filtering facepiece respirators. *The Annals of Occupational Hygiene*, 56(5):568–580, 2012. URL <https://doi.org/10.1093/annhyg/mer122>.
- A. J. REYNOLDS : Flow deflection by gauze screen. *Journal Mechanical Engineering Science*, 11(65), 1969.
- Frank R. RIJSBERMAN : Water scarcity : Fact or fiction ? *Agricultural Water Management*, 80:5–22, 2006.
- N. RIMBERT, S. CASTRILLON ESCOBAR, R. MEIGNEN, M. HADJ-ACHOUR et M. GRADECK : Spheroidal droplet deformation, oscillation and breakup in uniform outer flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 904:A15, 2020.
- A. RONEN, H. ROTTER, S. ELISHA, S. SEVILIA, B. PARIZER, N. HAFIF et A. MANOR : Examining the protection efficacy of face shields against cough aerosol droplets using water sensitive papers. Preprint, 2020. URL <https://doi.org/10.1101/2020.07.06.20147090>.
- A. ROSHKO : A new hodograph for free-streamline theory. *Technical Note, National Advisory Committee for Aeronautics*, (3168), 1954.
- R. P. SAHU, S. SINHA-RAY, A. L. YARIN et B. POURDEYHIMI : Blowing drops off a filament. *Soft Matter*, 9:6053–6071, 2013. URL <http://dx.doi.org/10.1039/C3SM50618E>.
- H. SAKAMOTO et H. HANIU : A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow. *Journal of Fluids Engineering*, 112(4):386–392, 12 1990. ISSN 0098-2202. URL <https://doi.org/10.1115/1.2909415>.
- Turgut SARP KAYA et Paul J. LINDSEY : Unsteady flow about porous cambered shells. *Journal of Aircraft*, 28(8), 1990.
- F. SCARANO : Iterative image deformation methods in piv. *Measurement Science and Technology*, 13, 2001. Review article.
- Johannes SCHREIBER, Dörthe BRÜGGMANN, Markus BRAUN et David A. GRONEBERG : The measuring aerosol spreading during countermeasures (masc) study presents an automated system to investigate face mask efficacy and other aerosol countermeasures in varying environments. *Scientific Reports*, 12:21349, 2022. URL <https://doi.org/10.1038/s41598-022-25210-5>.
- G. B. SCHUBAUER, W. G. SPANGENBERG et P. S. KLEBANOFF : Aerodynamic characteristics of damping screens. *National Advisory Committee for Aeronautics Collection*, (2001), 1950.
- Shubham SHARMA, Awanish PRATAP SINGH, S. SRINIVAS RAO, Alope KUMAR et Saptarshi BASU : Shock induced aerobreakup of a droplet. *Journal of Fluid Mechanics*, 929:A27, 2021.
- Hua SHEN, Yanfang XU, Fumei WANG, Jilong WANG et Lexi TU : Numerical analysis of heat and flow transfer in porous textiles - influence of wind velocity and air permeability. *International Journal of Thermal Sciences*, 155:106432, 2020. ISSN 1290-0729. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S129007292030154X>.

- A. SHKLYAR et A. ARBEL : Numerical simulations of turbulent flow through screen mesh by transient sst and k- ϵ turbulent models. *Acta Hort.*, 802:61–66, 2008.
- Padmanabha Prasanna SIMHA et Prasanna Simha Mohan RAO : Universal trends in human cough airflows at large distances. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0021666>.
- M. A. SIMMONS et C. F. COWDREY : Measurement of the aerodynamic forces acting on porous screens. *Reports and Memoranda, National Advisory Committee for Aeronautics*, (2276), 1945.
- P. SINGH, R. P. MAHAJAN, G. E. MURTY et A. R. AITKENHEAD : Relationship of peak flow rate and peak velocity time during voluntary coughing. *British Journal of Anaesthesia*, 74:714–716, 1995.
- Alexander J. SMITS et Mark V. ZAGAROLA : Applications of dense gases to model testing for aeronautical and hydrodynamic applications. *Measurement Science and Technology*, 16:1710–1715, 2005.
- Valentyn STADNYTSKYI, Christina E. BAX, Adriaan BAX et Philip ANFINRUD : The airborne lifetime of small speech droplets and their potential importance in sars-cov-2 transmission. *PNAS*, 117(22), 2020. URL <https://doi.org/10.1093/cid/ciaa1241>.
- K. STEIROS, N. BEMPEDELIS et M. M. CICOLIN : An analytical blockage correction model for high-solidity turbines. *J. Fluid Mech.*, 948(A57), 2022.
- K. STEIROS, N. BEMPEDELIS et L. DING : Recirculation regions in wakes with base bleed. *Physical Review Fluids*, 6, 2021.
- K. STEIROS et M. HULTMARK : Drag on flat plates of arbitrary porosity. *J. Fluid Mech.*, 853:1–11, 2018.
- Sacha STELZER-BRAID, Brian G. OLIVER, Angus J. BLAZEY, Elizabeth ARGENT, Timothy P. NEWSOME, William D. RAWLINSON et Euan R. TOVEY : Exhalation of respiratory viruses by breathing, coughing, and talking. *Journal of Medical Virology*, 81:1674–1679, 2009. URL <https://doi.org/10.1002/jmv.21556>.
- James McD. STEWART : Fiber initiation on the cotton ovule (*Gossypium hirsutum*). *American Journal of Botany*, 62(7):723–730, 1975. URL <https://bsapubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/j.1537-2197.1975.tb14105.x>.
- J. STOCKS et P. H. QUANJER : Reference values for residual volume, functional residual capacity and total lung capacity. ats workshop on lung volume measurements. official statement of the european respiratory society. *European Respiratory Journal*, 8(3):492–506, 1995. ISSN 0903-1936. URL <https://erj.ersjournals.com/content/8/3/492>.
- M. STRANI et F. SABETTA : Free vibrations of a drop in partial contact with a solid support. *Journal of Fluid Mechanics*, 141:233–247, 1984.
- David V. SVINTRADZE : Closed, two dimensional surface dynamics. *Frontiers in Physics*, 6, 2018.
- David V. SVINTRADZE : Shape dynamics of bouncing droplets. *Scientific Reports*, 9:6105, 2019.

- Hanan M. TALEB et Mays KAYED : Applying porous trees as a windbreak to lower desert dust concentration : Case study of an urban community in dubai. *Urban Forestry and Urban Greening*, 57:126915, 2021. ISSN 1618-8667. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1618866720307329>.
- Julian W. TANG, Thomas J. LIEBNER, Brent A. CRAVEN et Gary S. SETTLES : A schlieren optical study of the human cough with and without wearing masks for aerosol infection control. *Journal of the Royal Society Interface*, 6:727–736, 2009.
- Julian W. TANG, Andre NICOLLE, Jovan PANTELIC, Gerald C. KOH, Liang De WANG, Muhammad AMIN, Christian A. KLETTNER, David K. W. CHEONG, Chandra SEKHAR et Kwok Wai THAM : Airflow dynamics of coughing in healthy human volunteers by shadowgraph imaging : An aid to aerosol infection control. *PLoS One*, 7(4), 2012. URL <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0034818>.
- Julian W. TANG, Andre D. G. NICOLLE, Jovan PANTELIC, Mingxiu JIANG, Chandra SEKHAR, David K. W. CHEONG et Kwok Wai THAM : Qualitative real-time schlieren and shadowgraph imaging of human exhaled airflows : An aid to aerosol infection control. *PLoS ONE*, 6(6), 2011. URL <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0021392>.
- G. I. TAYLOR : Notes on possible equipment and techniques for experiments on icing on aircraft. Rapport technique Reports and Memoranda 3658, in The scientific papers of sir Geoffrey Ingram Taylor, vol. III, Aeronautical Research Committee, 1940.
- G. I. TAYLOR : Air resistance of a flat plate of very porous material. *Reports and Memoranda of the Aeronautical Research Council*, (2236), 1944.
- G. I. TAYLOR : The shape and acceleration of a drop in a high-speed air stream. *Scientific Papers of G. I. Taylor (ed. G. K. Batehelor)*, III:457–464, 1949.
- G. I. TAYLOR et R. M. DAVIES : The aerodynamics of porous sheets. *Reports and Memoranda of the Aeronautical Research Council*, (2237), 1944.
- Meir TEITEL : Using computational fluid dynamics simulations to determine pressure drops on woven screens. *Biosystems Engineering*, 105:172–179, 2010.
- E. A. THEISEN, M. J. VOGEL, C. A. LÓPEZ, A. H. HIRSA et P. H. STEEN : Capillary dynamics of coupled spherical-cap droplets. *Journal of Fluid Mechanics*, 580:495–505, 2007.
- M. J. TOBIN, M. J. MADOR, S. M. GUENTHER, R. F. LODATO et M. A. SACKNER : Variability of resting respiratory drive and timing in healthy subjects. *Journal of Applied Physiology*, 65(1):309–317, 1988.
- Gabriel E. TORRES et Thomas J. MUELLER : Low-aspect-ratio wing aerodynamics at low reynolds numbers. *AIAA Journal*, 42(5), 2004.
- M. TURKYILMAZOGLU : Laminar slip wall jet of glauert type and heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 134:1153–1158, 2019.
- Pierre van de VELDE : *Swelling and wetting of model elastic fibers*. Theses, Institut Polytechnique de Paris, septembre 2022. URL <https://theses.hal.science/tel-04105426>.

- Marianne van der SANDE, Peter TEUNIS et Rob SABEL : Professional and home-made face masks reduce exposure to respiratory infections among the general population. *PLoS ONE*, 3(7), 2008.
- Neeltje van DOREMALEN, Trenton BUSHMAKER, Dylan H. MORRIS, Myndi G. HOLBROOK, Amandine GAMBLE, Brandi N. WILLIAMSON, Azaibi TAMIN, Jennifer L. HARCOURT, Natalie J. THORNBURG, Susan I. GERBER, James O. LLOYD-SMITH et et AL. : Aerosol and surface stability of sars-cov-2 as compared with sars-cov-1. *The New England Journal of Medicine*, 2020. URL <https://doi.org/10.1056/NEJMc2004973>.
- Meg VANSCIVER, Shelly MILLER et Jean HERTZBERG : Particle image velocimetry of human cough. *Aerosol Science and Technology*, 45:415–422, 2011.
- Siddhartha VERMA, Manhar DHANAK et John FRANKENFIELD : Visualizing droplet dispersal for face shields and masks with exhalation valves. *Physics of Fluids*, 32, 2020a. URL <https://doi.org/10.1063/5.0022968>.
- Siddhartha VERMA, Manhar DHANAK et John FRANKENFIELD : Visualizing the effectiveness of face masks in obstructing respiratory jets. *Physics of Fluids*, 32, 2020b.
- Pengwei WANG, Jiajia ZHOU, Bojie XU, Cong LU, Qing'an MENG et Huan LIU : Bioinspired anti-plateau-rayleigh-instability on dual parallel fibers. *Advanced Materials*, 32(45):2003453, 2020.
- Ye WANG, Guang YANG, Yiye HUANG, Yonghua HUANG, Rui ZHUAN et Jingyi WU : Analytical model of flow-through-screen pressure drop for metal wire screens considering the effects of pore structures. *Chemical Engineering Science*, 229, 2021.
- C. A. G. WEBSTER : A note on the sensitivity to yaw of a hot-wire anemometer. *Journal of Fluid Mechanics*, 13:307–312, 1962.
- K. E. G. WIEGHARDT : On the resistance of screens. *Aeronautical Quarterly*, 4:186–192, 1953.
- C. H. K. WILLIAMSON : Defining a universal and continuous strouhal-reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder. *Physics of Fluids*, 31:2742, 1988.
- N. WOOD : Wind flow over complex terrain : A historical perspective and the prospect for large-eddy modelling. *Boundary-Layer Meteorology*, 96:11–32, 2000.
- WORLD HEALTH ORGANISATION : World Health Organisation director-general's opening remarks at the media briefing on covid-19, 2020. URL <https://www.who.int/director-general/speeches/detail/who-director-general-s-opening-remarks-at-the-media-briefing-on-covid-19---11-march-2020>.
- T. Yao-Tsu WU : A wake model for free-streamline flow theory. part 1. fully and partially developed wake flows and cavity flows past an oblique flat plate. *J. Fluid Mech.*, 13:161–192, 1962.
- S. WURSTER, J. MEYER, H.E. KOLB et G. KASPER : Bubbling vs. blow-off – on the relevant mechanism(s) of drop entrainment from oil mist filter media. *Separation and Purification Technology*, 152:70–79, 2015.

- M. WYSOCKI, C. CRACCO, A. TEIXEIRA, C. STRAUSS, M.N. FIAMMA et T. SIMIŁOWSKI : La variabilité du comportement ventilatoire : perspectives pour le malade de réanimation. *Réanimation*, 15:7–13, 2006.
- Jinxiang XI, Xiuhua April SI et Ramaswamy NAGARAJAN : Effects of mask-wearing on the inhalability and deposition of airborne sars-cov-2 aerosols in human upper airway. *Physics of Fluids*, 32, 2020. URL <https://doi.org/10.1063/5.0034580>.
- Xiaojian XIE, Yuguo LI et Hequan Sun Li LIU : Exhaled droplets due to talking and coughing. *Journal of the Royal Society Interface*, 6:703–714, 2009.
- Mao XU, Luca PATRUNO, Yuan-Lung LO et Stefano de MIRANDA : On the use of the pressure jump approach for the simulation of separated external flows around porous structures :a forward facing step. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 207, 2020.
- Shin hao YANG, Grace W. M. LEE, Cheng-Min CHEN, Chih-Cheng WU et Kuo-Pin YU. : The size and concentration of droplets generated by coughing in human subjects. *Journal of Aerosol Medicine*, 20(4), 2007. URL <https://doi.org/10.1089/jam.2007.0610>.
- C.-S. YIH : Stream functions in three-dimensional flows. *La Houille Blanche*, 43:439–450, 1957.
- E. L. YOUMANS et W. J. YOUMANS : *The Popular science monthly*, volume 19. New York, D. Appleton and Company, 1, 3 and 5 Bond Street, 1881.
- Nadia YOUSAF, William MONTEIRO, Sergio MATOS, Surinder S. BIRRING et Ian D. PAVORD : Cough frequency in health and disease. *European Respiratory Journal*, 41:241–243, 2013.
- A. J. YULE et Y. Al – SULEIMANI : On droplet formation from capillary waves on a vibrating surface. *Proceedings of the Royal Society A*, 456:1069—1085, 2000.
- J. Allen ZAK : Drop size distributions and related properties of fog for five locations measured from aircraft. Rapport technique NASA Contractor Report 4585 - DOT/FAA/CT-94/02, National Aeronautics and Space Administration, Hampton, Virginia, 1994.
- Giuseppe A ZAMPOGNA et François GALLAIRE : Effective stress jump across membranes. *Journal of Fluid Mechanics*, 892:A9, 2020.
- Gustavo ZAYAS, Ming C. CHIANG, Eric WONG, Fred MACDONALD, Carlos F. LANGE, Ambikaipakan SENTHILSELVAN et Malcolm KING : Effectiveness of cough etiquette maneuvers in disrupting the chain of transmission of infectious respiratory diseases. *BMC Public Health*, 13:811, 2013. URL <https://doi.org/10.1186/1471-2458-13-811>.
- M. M. ZDRAVKOVICH : The effects of interference between circular cylinders in cross flow. *Journal of Fluids and Structures*, 1:239–261, 1987.
- Faxian ZHOU, Dawei ZHUANG, Tianhong LU et Guoliang DING : Observation and modeling of droplet shape on metal fiber with gravity effect. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 161:120294, 2020.
- S. Steve ZHOU, Salimatu LUKULA, Cory CHIOSSONE, Raymond W. NIMS et Donna B. Suchmann M. Khalid IJAZ : Assessment of a respiratory face mask for capturing air pollutants and pathogens including human influenza and rhinoviruses. *Journal of Thoracic Disease*, 10(3):2059–2069, 2018. URL <https://doi.org/10.21037/jtd.2018.03.103>.

-
- Yu ZHOU et Md. Mahbub ALAM : Wake of two interacting circular cylinders : A review. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, pages 1–28, 2016.
- Wanli ZHU, Ningbo ZHAO, Xiongbin JIA, Xiang CHEN et Hongtao ZHENG : Effect of airflow pressure on the droplet breakup in the shear breakup regime. *Physics of Fluids*, 33:053309, 2021.

Titre : Écoulement et capture d'aérosol par un textile : du masque chirurgical à la collecte de brouillard

Mots clés : Porosité, aérosols, écoulement, filtration

Résumé : La compréhension de l'écoulement à travers des textiles et des mécanismes de capture des aérosols a un double intérêt inattendu : permettre de créer des filets plus efficaces pour collecter de l'eau douce à partir de brouillard, et développer des masques plus performants contre une pandémie respiratoire. Cette thèse se concentre sur l'écoulement à travers et autour des textiles ainsi que la capture d'aérosols par ces structures. Une première partie est consacrée aux écoulements stationnaires. Elle aborde en premier lieu l'aérodynamique des textiles d'un point de vue expérimental et théorique. Nous étudions ensuite la collecte de brouillard par des filets : en utilisant les propriétés de mouillabilité de deux fibres parallèles, nous concevons des textiles dont nous mesurons l'efficacité de collecte. Nous comparons ces données à un modèle théorique et caractérisons l'effet de l'écoulement tri-dimensionnel autour et à travers le textile sur l'efficacité de collecte. Puis dans une deuxième partie, nous abordons le

cas des écoulements instationnaires, comme la toux et la bourrasque de vent. À l'aide d'une machine que nous avons construite, nous reproduisons ces écoulements. Nous utilisons ensuite cette machine pour étudier expérimentalement deux situations : le ré-entraînement des gouttes adhérant à une fibre, où nous observons un régime d'oscillation et de fragmentation, et l'écoulement respiratoire en présence d'un masque chirurgical, où nous mesurons la pression derrière le masque en fonction de l'intensité de la toux et de la taille des fuites. Pour finir, nous donnons quelques perspectives. Une première perspective concerne l'impact aérodynamique de la position des pores sur une plaque perforée où nous montrons comment augmenter ou réduire le coefficient de traînée selon la position des pores. Dans une deuxième perspective nous observons l'impact d'un jet turbulent sur un textile, nous visualisons le comportement du jet en fonction de la solidité du textile et du débit.

Title : Flow and aerosol collection with textiles: from facemask to fog harvesting

Keywords : Porosity, aerosol, flow, filtration

Abstract : Understanding the flow through textiles and the mechanisms by which aerosols are captured has two unexpected benefits: it can help the creation of more efficient nets to collect fresh water from fog, and to develop more effective masks against a respiratory pandemic. This thesis focuses on the flow through and around textiles and the capture of aerosols by these structures. The first part is devoted to stationary flows. We investigate first the aerodynamics of textiles from an experimental and theoretical point of view. We then study fog collection by nets: using the wettability properties of two parallel fibres, we design textiles and measure their collection efficiency. We compare these data with a theoretical model and characterise the effect of three-dimensional flow around and through the textile on collection efficiency. In a second part, we consider the case of

unsteady flows, such as coughs and gusts of wind. We reproduce these flows with a machine that we have built. We then use this machine to experimentally study two situations: the re-entrainment of drops adhering to a fibre, where we observe a regime of oscillation and fragmentation, and the respiratory flow in the presence of a surgical facemask, where we measure the overpressure behind the mask with respect to the intensity of the cough and in particular the size of the leaks. Finally, we give several perspectives. The first concerns the aerodynamic impact of the position of the pores on a perforated plate, where we show how the drag coefficient can be increased or reduced depending on the position of the pores. In a second perspective, we observe the impact of a turbulent jet on a textile, we visualise the behaviour of the jet with respect to the solidity of the textile and the flow rate.