



**HAL**  
open science

# Etude du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les fibres faiblement multimodes

Valentine Gaudillat

## ► To cite this version:

Valentine Gaudillat. Etude du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les fibres faiblement multimodes. Optique / photonique. Université de Rennes, 2024. Français. ⟨NNT : 2024URENS028⟩. ⟨tel-04754199⟩

**HAL Id: tel-04754199**

**<https://theses.hal.science/tel-04754199v1>**

Submitted on 25 Oct 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



# THESE DE DOCTORAT DE .

## L'UNIVERSITE DE RENNES

ECOLE DOCTORALE N° 601

*Mathématiques, Télécommunications, Informatique, Signal, Systèmes,  
Electronique*

Spécialité : *Photonique*

Par

**Valentine GAUDILLAT**

## Etude du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les fibres faiblement multimodes

Thèse présentée et soutenue à Lannion, le 10 juillet 2024

Unité de recherche : Institut FOTON – CNRS UMR 6082

### Rapporteurs avant soutenance :

Sylvie Lebrun Maîtresse de conférences (HDR)  
Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, Université Paris-Sud, CNRS, Palaiseau

Charles Ciret Maître de conférences (HDR)  
Laboratoire de Photonique d'Angers, EA 4464, Université d'Angers

### Composition du Jury :

Président : Christophe Finot Professeur  
Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR 6303 CNRS

Examineurs : Sylvie Lebrun Maîtresse de conférences (HDR)  
Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, Université Paris-Sud,  
CNRS, Palaiseau

Charles Ciret Maître de conférences (HDR)  
Laboratoire de Photonique d'Angers, EA 4464, Université d'Angers

Dir. de thèse : Christophe Peucheret Professeur  
Institut FOTON – CNRS UMR 6082, Université de Rennes

Co-dir. de thèse : Yannick Dumeige Professeur  
Institut FOTON – CNRS UMR 6082, Université de Rennes

Co-dir. de thèse : Margaux Barbier Maîtresse de conférences  
Institut FOTON – CNRS UMR 6082, Université de Rennes



À tous les docteurs d'aujourd'hui et  
de demain, rappelez-vous qu'un jour,  
vous aussi, vous avez été doctorant.



---

## Remerciements

---

Je tiens à remercier ma famille pour m'avoir épaulé tout au long de mes études, et plus particulièrement mon père, qui m'a toujours aidé depuis mon installation à Lannion. Merci également à tous les amis que j'ai rencontrés tout au long de ma vie : Sarah, Laura, Maxime, Victor, Bertrand, Sébastien, Gab, Lily, Anaïs et tout spécialement à Georges, mon compère depuis la première année d'ENSSAT jusqu'au doctorat, en passant par notre Master photonique. Merci d'avoir toujours été là !

Après toutes ces années de thèse, j'ai enfin soutenu ! Ces années m'ont permis d'apprendre énormément, autant sur le plan technique et théorique que sur moi-même, sur le travail, et sur les relations professionnelles et personnelles.

Merci à l'AID et à l'université de Rennes pour leur soutien financier. Je tiens également à remercier mes encadrants, Margaux Barbier, Christophe Peucheret et Yannick Dumeige, pour m'avoir poussée plus loin que je ne l'aurais cru possible. Merci à toutes les personnes qui m'ont aidée au cours de cette thèse, en particulier à Laurent Bramerie et Mathilde Gay. Je souhaite également remercier Pierre Sillard de *Prysmian Group* pour le prêt de la fibre faiblement multimode nous ayant permis de réaliser les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit.

La pandémie de Covid-19 a eu lieu pendant de ma première thèse. Cette période a été difficile et je tiens à remercier toutes les personnes qui étaient présentes à ce moment-là. Merci à Alexandre Picogna, la personne qui m'a le plus épaulé à cette époque et tout au long de la thèse. Merci également à mon co-bureau de l'époque, Erwan Weckenman, à qui j'ai fait endurer des réunions quotidiennes interminables lors du premier confinement. Et un grand merci à tous mes collègues, et amis doctorants qui ont, eux aussi, subi de plein fouet la crise du Covid. Cette période nous a beaucoup soudés, je remercie donc tous les doctorants de FOTON rencontrés au cours de ces années de thèse : Rodolphe Collin, Maxime Duris, Chaimae El Fakir, Fabien Cassio, Louis Ruel, Jérémy Potet, Maroun Hjeij (l'année 2024, c'est ton année, tu es trop fort), Sofiane Meziani (merci pour ta bonne humeur constante), Sadok Kouz, Aymeric Thiel de Milleret, Lobna Jerbi, Nouhaila Ben Kohaila, Asma Bouzid, Et-Tijani El Metouy, Abdelali Hammouti, Abdallah Jaafar, Ro-

nan Kervazo (merci d'avoir été là ces dernières années, ce manuscrit, c'est aussi grâce à toi), Grégory Lefrere, Benjamin Gac (mon deuxième co-bureau), Dylan Chevalier, Joseph Zandueta et enfin Youssef Ghandaoui (mon troisième co-bureau qui a dû subir ma fin de rédaction et ma préparation à la soutenance).

Au cours de ces années de thèses, j'ai rencontré de nombreuses personnes : des stagiaires, des doctorants, des contractuels, des permanents... Merci à tous et plus spécialement à Christelle Velly. Un immense merci à notre incroyable équipe administrative : Chloé Deschamp, Angélique Le Pennec et Carole Perrot, c'est vous les piliers du labo!

Pour m'évader un peu de mes travaux de thèse, j'ai eu la chance de participer activement à deux associations. La première est l'ADL (association des doctorants de Lannion). Cette jeune association a été créée début 2022 et j'ai pu devenir membre du conseil d'administration dès sa deuxième année. Merci aux fondateurs de l'association, Marie-Anne Lacroix et Arthur Hoarrou, qui m'ont permis de rencontrer les doctorants des autres laboratoires de Lannion : Constance Thierry, Wafaa El-Husseini, Véroline Yepmo Tchaghe, Thomas Muller, Adel Aly, Souebou Bouro, Diane Maillot, My Tran, Alexandre Rico, Clément Diguët, Marco Andersohn et tant d'autres.

La deuxième association, qui me tient particulièrement à cœur, est le *Trégor Photonics Student Club*, dont j'ai été présidente pendant deux ans. J'ai repris cette association lors de ma formation à la médiation scientifique (merci à la maison pour la science en Bretagne pour cette formation), merci également à Thierry Chartier pour son aide depuis cette reprise. Je voudrais remercier tous les membres de l'association, doctorants et étudiants de l'ENSSAT, qui ont contribué à faire renaître cette association de vulgarisation scientifique.

Café les copains ?

## Acronymes

<b>CE</b>	Efficacité de conversion ( <i>conversion efficiency</i> )
<b>DPSK</b>	<i>Differential phase-shift-keying</i>
<b>FMF</b>	Fibre faiblement multimode ( <i>few mode fiber</i> )
<b>FWM</b>	Mélange à quatre ondes ( <i>four-wave mixing</i> )
<b>HNLF</b>	Fibre fortement non-linéaire ( <i>highly nonlinear fiber</i> )
<b>MI</b>	Instabilité de modulation ( <i>modulation instability</i> )
<b>MM-NLSE</b>	Équation non-linéaire de Schrödinger multimode ( <i>multimode nonlinear Schrödinger equation</i> )
<b>NLSE</b>	Équation non-linéaire de Schrödinger ( <i>nonlinear Schrödinger equation</i> )
<b>OSA</b>	Analiseur de spectre optique ( <i>optical spectrum analyser</i> )
<b>PC</b>	Conjugaison de phase ( <i>phase conjugation</i> )
<b>PP</b>	Lame de phase ( <i>phase plate</i> )
<b>PSA</b>	Amplification sensible à la phase ( <i>phase-sensitive amplification</i> )
<b>PSEER</b>	Taux d'extinction sensible à la phase ( <i>Phase-sensitive extinction ratio</i> )
<b>PS-FWM</b>	Mélange à quatre ondes sensible à la phase ( <i>phase-sensitive four-wave mixing</i> )
<b>RK4</b>	Runge-Kutta d'ordre 4
<b>SDM</b>	Multiplexage spatial ( <i>spatial division multiplexing</i> )
<b>SLM</b>	Modulateur spatial de lumière ( <i>spatial light modulator</i> )
<b>SMF</b>	Fibre monomode ( <i>single mode fiber</i> )
<b>SSF</b>	<i>Split-step Fourier</i>
<b>TF</b>	Transformée de Fourier



---

## Table des matières

---

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Propagation linéaire et non linéaire de la lumière dans une fibre faiblement multimode</b>	<b>5</b>
I.1 Propagation dans une fibre faiblement multimode . . . . .	6
I.1.1 Définition d'une fibre optique . . . . .	6
I.1.2 Résolution de l'équation de propagation et distribution spatiale des modes-LP . . . . .	7
I.1.3 Présentation de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode et étude des intégrales de recouvrement . . . . .	16
I.2 Optique non linéaire dans une fibre faiblement multimode . . . . .	21
I.2.1 Mélange à quatre ondes intra-modal dans une fibre faiblement multimode . . . . .	22
I.2.2 Mélange à quatre ondes inter-modal dans une fibre faiblement multimode . . . . .	26
I.2.3 Diffusion Brillouin stimulée dans une fibre faiblement multimode . . . . .	31
<b>II Étude numérique du mélange à quatre ondes pour la quantification de phase dans les fibres faiblement multimodes</b>	<b>35</b>
II.1 Méthode de résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode	36
II.1.1 Simplification de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode avant son implémentation numérique . . . . .	36
II.1.2 Implémentation de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode par méthode de split step Fourier . . . . .	37
II.1.3 Vérification des résultats de simulation par comparaison à la littérature	39
II.2 Calcul de la constante de propagation par résolution numérique de la relation de dispersion . . . . .	41
II.3 Régénération de phase pour la quantification du signal . . . . .	46
II.3.1 Principe physique de la régénération de phase . . . . .	47

II.3.2	Simulation de la régénération de phase d'un signal DPSK possédant un bruit blanc gaussien. . . . .	51
<b>III</b>	<b>Dispositif expérimental de mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub> d'une fibre faiblement multimode.</b>	<b>55</b>
III.1	Multiplexage et démultiplexage spatial : mise en forme spatiale du faisceau	56
III.1.1	Principe du dispositif expérimental . . . . .	56
III.1.2	Caractérisation de la fonction de multiplexage . . . . .	63
III.1.3	Caractérisation de la fonction de démultiplexage . . . . .	65
III.2	Mélange à quatre ondes insensible à la phase dans les modes LP <sub>01</sub> et LP <sub>11</sub> d'une fibre faiblement multimode . . . . .	69
III.2.1	Présentation du dispositif expérimental . . . . .	69
III.2.2	Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode LP <sub>01</sub> . . . . .	71
III.2.3	Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode LP <sub>11</sub> . . . . .	73
III.2.4	Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes inter-modal dans les modes LP <sub>01</sub> et LP <sub>11</sub> . . . . .	75
III.3	Mélange à quatre ondes sensible à la phase . . . . .	76
III.3.1	Peigne de fréquences : mise en forme fréquentielle . . . . .	77
III.3.2	Test de la stabilité de l'expérience en utilisant une fibre fortement non linéaire monomode . . . . .	81
III.3.3	Premiers résultats dans une fibre faiblement multimode et problème de stabilité . . . . .	84
III.3.4	Montée en puissance dans la fibre . . . . .	88
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>97</b>
	<b>Annexes</b>	<b>101</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>105</b>
	<b>Liste de publications</b>	<b>111</b>

---

## Introduction

---

Au cours des dernières années, avec l'essor des vidéos en très haute définition et le streaming, les télécommunications ont connu une demande croissante du débit. Durant les cinq dernières décennies, plusieurs percées technologiques ont permis de devancer cette progression, passant d'une centaine de mégaoctets par seconde dans les années 80 à plusieurs dizaines de téraoctets dans les années 2010 [1]. Afin de répondre à une demande en débit toujours plus importante, il est nécessaire d'améliorer les réseaux déjà en place et de développer des réseaux plus performants [2]. Aujourd'hui, les fibres utilisées dans le réseau internet mondial sont monomodes. L'une des solutions utilisées pour augmenter le débit sans changer d'infrastructure a été d'utiliser des formats de modulation plus complexes que la modulation "tout ou rien" (On-off keying). Ces formats font intervenir la phase du champ électromagnétique en plus de son amplitude [3] ou encore sa phase seule [4] et nécessitent donc de nouvelles fonctions d'amplification, de régénération du signal et de détection [5]. Ces fonctions peuvent être réalisées en repassant dans le domaine électrique [6] ou par traitement tout-optique du signal [7, 8].

Afin d'accroître le débit, l'une des solutions pour les réseaux du futur pourrait être d'utiliser un nouveau degré de liberté avec le multiplexage spatial (SDM), permettant d'utiliser plusieurs canaux indépendants dans une même fibre [9]. Différentes méthodes permettent d'implémenter le multiplexage spatial [1]. Pour transmettre plus de données qu'avec une fibre monomode, il est possible de multiplier le nombre de ces fibres. Afin de diminuer leur encombrement, il a été démontré un ensemble de fibres accolées dont la taille de gaine est diminuée afin de gagner de l'espace [10] (figure 1.a). Afin de réduire encore l'espace utilisé, des fibres possédant une gaine unique traversée de plusieurs cœurs ont été conçues. Les cœurs peuvent être indépendants [11] (figure 1.b) ou couplés suivant la distance les séparant (figure 1.d) [12]. Il existe des coupleurs fibrés mais aussi des coupleurs en espace libre permettant d'injecter indépendamment dans chaque cœur [13]. Une autre méthode pour le multiplexage spatial consiste à utiliser les différents modes spatiaux pouvant se propager dans un cœur unique d'une fibre multimode [14] (figure 1.c). Certaines fibres multimodes utilisent les propriétés des fibres à cristaux photoniques (fi-

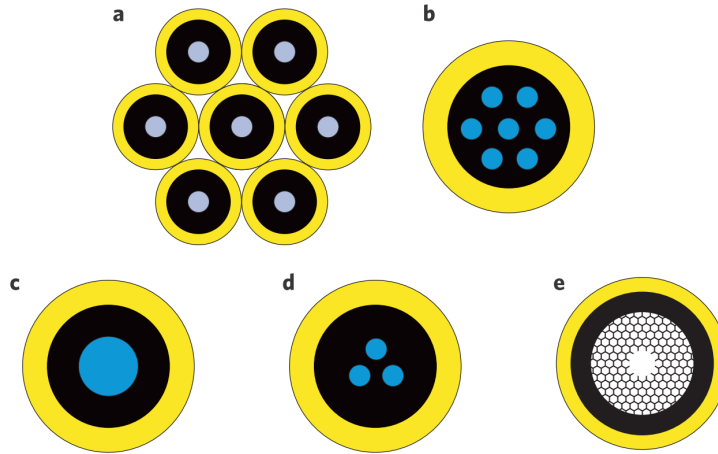


FIGURE 1. Différentes approches du SDM, tiré de l'article de synthèse [1]. Schéma a) d'un ensemble de fibres accolées, b) d'une fibre multicœur indépendants, c) d'une fibre multimode, d) d'une fibre multicœur couplés et e) d'une fibre à cristal photonique.

gure 1.e) [15, 16].

Dans ce travail, nous choisissons de nous concentrer sur les fibres faiblement multimodes en utilisant chaque mode comme un canal indépendant. La fonction de multiplexage spatial est réalisée en espace libre par un masque de phase. Afin de pouvoir contrôler et reconfigurer précisément les modes excités [17], le masque de phase est réalisé par un SLM (*spatial light modulator*) qui est une matrice de cristaux liquides dont le contrôle de la tension aux bornes de chaque pixel modifie le chemin optique du faisceau [18].

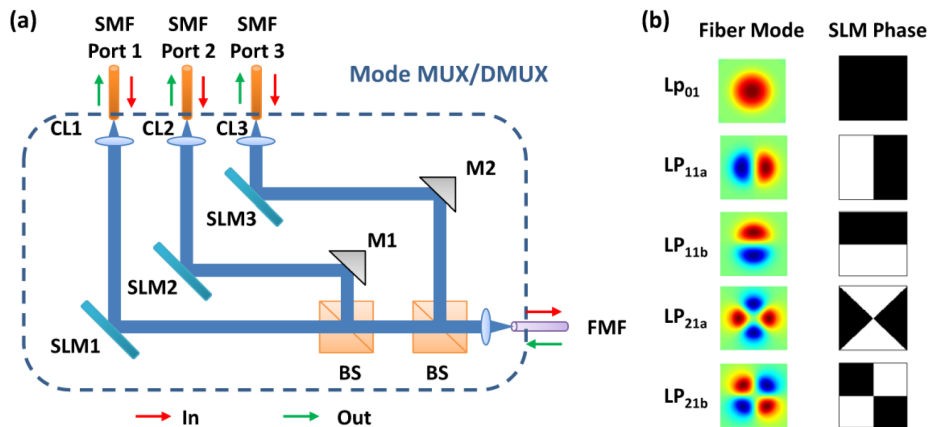


FIGURE 2. a) Schéma du multiplexeur/démultiplexeur. b) Modes excités par le dispositif et masques de phase associés. Tiré de l'article [19].

La figure 2.a montre un exemple de multiplexeur utilisant une fibre monomode en entrée, un masque de phase réalisé par un SLM, afin d'exciter différents modes, et d'une fibre faiblement multimode en sortie. Les modes excités et les masques de phase leur étant associés sont présentés dans la figure 2.b. Le même dispositif peut être utilisé en sortie de la fibre faiblement multimode afin de réaliser la fonction de démultiplexage. Comme

---

le montre la figure 2, afin de multiplexer simultanément et indépendamment plusieurs modes, le multiplexage spatial demande une mise en forme de l'onde, réalisée ici par le SLM, puis une recombinaison de faisceaux, réalisée ici par deux séparateurs de faisceaux (BS). L'un des inconvénients majeurs de l'excitation indépendante de chaque mode est que plus le nombre de modes excités séparément est grand, plus les pertes avant injection sont grandes [20].

Comme dans les fibres monomodes, il serait intéressant d'implémenter le traitement tout-optique du signal dans les différents modes de fibres faiblement multimodes. Certaines fonctions telles que la conversion de fréquence intra- et inter-modale [21-23] ont déjà été implémentées dans des fibres faiblement multimodes. Ces fonctions optiques sont basées sur du mélange à quatre ondes. Cet effet non linéaire crée une onde lors de la propagation dans une fibre, l'onde idler, à partir de trois ondes, deux de fortes puissances, les ondes de pompes, et une de plus faible puissance, l'onde signal. Les premières réalisations expérimentales de mélange à quatre ondes inter-modal dans une fibre faiblement multimode de plusieurs kilomètres ont eu lieu à partir de 2013 par l'équipe de Essiambre [24, 25]. En 2016, Friis discute dans sa thèse de ses résultats expérimentaux de mélange à quatre ondes intra- et inter-modales dans une fibre bimode [26]. Il s'appuie sur l'équation non linéaire de Schrödinger multimode développée par Poletti et Horak [27]. Une autre fonction pour le traitement tout-optique du signal est la quantification de phase, elle aussi basée sur le mélange à quatre ondes. La configuration fréquentielle utilisée ici est particulière car les ondes signal et idler sont dégénérées en fréquence afin de les faire interférer en fin de fibre. Cette fonction a déjà été démontrée expérimentalement dans des fibres monomodes [28] mais seulement en théorie dans les fibres faiblement multimodes [29]. Le travail décrit dans ce manuscrit a consisté à démontrer expérimentalement la faisabilité d'un quantificateur de phase basé sur du mélange à quatre ondes intra- ou inter-modal sensible à la phase.

Dans le premier chapitre, nous rappellerons la théorie de la propagation des ondes électromagnétiques dans une fibre faiblement multimode avant de s'intéresser au modèle de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode qui nous servira dans la partie simulation de cette thèse. La seconde partie du premier chapitre sera consacrée aux différents effets non linéaires rencontrés lors de cette thèse. Nous détaillerons alors les mélanges à quatre ondes intra- et inter-modal ainsi que la diffusion Brillouin stimulée, rencontrée lors de notre partie expérimentale.

Le second chapitre regroupe les différentes études numériques menées dans ce travail de thèse. Une première partie sera consacrée à la résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode en utilisant la méthode de Split Step Fourier. Nous verrons ensuite comment calculer la constante de propagation des différents modes d'une fibre faiblement multimode à partir de la relation de dispersion en fonction de la longueur d'onde. La dernière partie du chapitre est consacrée à l'application du modèle numérique présenté à la conception et l'estimation des performances d'un dispositif quantificateur de phase

---

reposant sur le mélange à quatre onde dépendant de la phase implémenté dans une fibre faiblement multimode.

Enfin nous terminerons par un chapitre dans lequel est décrit l'ensemble des expériences d'optique non linéaire dans des fibres faiblement multimodes réalisées pendant cette thèse. Tout d'abord nous décrirons le dispositif expérimental permettant d'injecter la lumière dans un mode donné dont le fonctionnement repose sur la méthode décrite au-dessus. Puis nous montrerons l'utilisation de ce dispositif pour la réalisation de mélange à quatre ondes insensible à la phase avant de démontrer expérimentalement du mélange à quatre ondes intra-modal sensible à la phase dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  d'une fibre faiblement multimode. Le chapitre se terminera par l'exposé des limitations provenant à la fois de notre dispositif et des fibres utilisées qui ont empêché l'observation d'une visibilité suffisante pour des applications en quantification de phase.

# CHAPITRE I

---

## Propagation linéaire et non linéaire de la lumière dans une fibre faiblement multimode

---

### Sommaire

---

<b>I.1 Propagation dans une fibre faiblement multimode . . . . .</b>	<b>6</b>
I.1.1 Définition d'une fibre optique . . . . .	6
I.1.2 Résolution de l'équation de propagation et distribution spatiale des modes-LP . . . . .	7
I.1.3 Présentation de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode et étude des intégrales de recouvrement . . . . .	16
<b>I.2 Optique non linéaire dans une fibre faiblement multimode . . . . .</b>	<b>21</b>
I.2.1 Mélange à quatre ondes intra-modal dans une fibre faiblement multimode . . . . .	22
I.2.2 Mélange à quatre ondes inter-modal dans une fibre faiblement multimode . . . . .	26
I.2.3 Diffusion Brillouin stimulée dans une fibre faiblement multimode	31

---

Nous souhaitons étudier les effets non linéaires intra- et inter-modaux présents dans une fibre. Afin de pouvoir implémenter un modèle numérique (chapitre II), nous commençons par présenter la théorie de la propagation d'ondes électromagnétiques dans une fibre multimode. Nous développons ici l'équation non linéaire de Schrödinger multimode de Poletti et Horak [27]. Nous verrons dans une seconde partie que ce modèle permet de prendre en compte la plupart des effets non linéaires du troisième ordre tel que le mélange à quatre ondes intra- et inter-modal. Pourtant, certains effets non linéaires telle que la diffusion Brillouin amplifiée, auxquels nous avons été confrontés dans la partie expérimentale (chapitre III) ne sont pas pris en compte. La dernière sous-partie de ce chapitre sera donc consacrée à la description de cet effet non linéaire.

## I.1 Propagation dans une fibre faiblement multimode

Dans cette partie nous étudierons la propagation dans une fibre faiblement multimode (FMF). Nous verrons ce que sont les modes spatiaux et leurs utilisation. Nous présenterons le modèle, qui sera implémenté dans le chapitre suivant, pour l'étude de la quantification de phase.

### I.1.1 Définition d'une fibre optique

Une fibre optique est un guide composé d'une gaine optique entourant un cœur où la lumière est transmise par réflexion totale interne. La transmission de la lumière à une longueur d'onde donnée  $\lambda_0$  dépendant de différents paramètres importants, l'indice de la gaine  $n_{cl}$ , le rayon et l'indice du cœur ( $a$  et  $n_{co}$ ). Plusieurs profils peuvent être utilisés pour transmettre la lumière, quelques exemples sont présentés sur la figure 1.1. Le premier exemple (figure 1.1.b) est une fibre à saut d'indice, tel que la SMF-28 de Corning [30], le deuxième exemple (figure 1.1.c) est une fibre à gradient d'indice, tel que publié dans l'article [31], et le dernier exemple est plus exotique proposant une fibre à double gaine, tel que rapporté dans l'article [32].

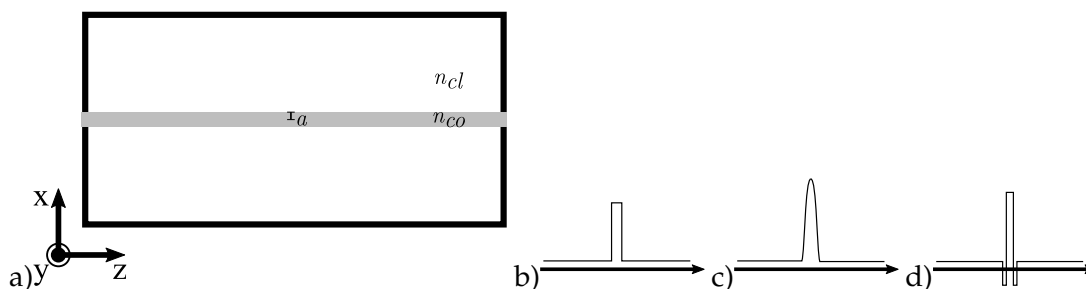


FIGURE 1.1. a) Schéma d'une fibre optique, gris : cœur, blanc : gaine. Exemples de différents profils d'indices pour des fibres b) à saut d'indice, c) à gradient d'indice, d) à double gaine.

Dans la suite de ce chapitre, nous choisissons de nous concentrer sur des fibres dont

la différence normalisée entre les indices de cœur et de gaine est de quelques pour-cent maximum et dont la géométrie du cœur est circulaire.

### I.1.2 Résolution de l'équation de propagation et distribution spatiale des modes-LP

Nous repartons des équations de Maxwell afin de trouver la distribution du champ des différents modes d'une fibre multimode. Pour illustrer la théorie développée dans ce chapitre, nous utiliserons les propriétés de la fibre à 4 modes LP à saut d'indice du groupe Prysmian [33] qui sera utilisé dans nos expériences (voir chapitre III). Les paramètres de la fibre sont disponibles en Annexe C (tableau 3.13).

Les équations de Maxwell donnent les quatre relations entre  $\vec{\mathcal{E}}$  le champ électrique,  $\vec{H}$  le vecteur d'excitation magnétique,  $\vec{B}$  l'induction magnétique,  $\vec{D}$  le vecteur de déplacement électrique et  $\vec{J}$  la densité de courant, tel que

$$\begin{cases} \text{rot}(\vec{\mathcal{E}}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot}(\vec{H}) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div}(\vec{D}) = \rho \\ \text{div}(\vec{B}) = 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

Dans un milieu diélectrique, comme une fibre optique en silice, il n'y a pas de charges libres. D'où  $\vec{J} = \vec{0}$  et  $\rho = 0$  ainsi

$$\begin{cases} \text{rot}(\vec{H}) = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div}(\vec{D}) = 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

Les relations constitutives du milieu s'écrivent

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \vec{\mathcal{E}} + \vec{P} \\ \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}, \end{cases} \quad (1.3)$$

avec  $\vec{P}$  la polarisation électrique induite et  $\vec{M}$  le vecteur aimantation.  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide et  $\mu_0$  la perméabilité du vide. Or la fibre est un milieu n'induisant pas de champ magnétique donc  $\vec{M} = \vec{0}$ , d'où

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (1.4)$$

Afin de dissocier les champs électrique et magnétique de l'équation du rotationnel de  $\vec{\mathcal{E}}$  (équations 1.1), nous appliquons l'opérateur rotationnel à cette équation. L'équation de propagation peut alors être définie comme

$$\boxed{\text{rot}(\text{rot}(\vec{\mathcal{E}})) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}}, \quad (1.5)$$

avec  $c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  la célérité de la lumière dans le vide tel que  $c^2 \epsilon_0 \mu_0 = 1$ . La polarisation électrique induite, ou vecteur polarisation, peut être écrit

$$\vec{P} = \sum_{n=1} \vec{P}^{(n)}, \quad (1.6)$$

avec  $\overrightarrow{P^{(L)}} = \overrightarrow{P^{(1)}}$  la polarisation linéaire et, pour tout  $n > 1$ ,  $P^{(n)}$  la polarisation non linéaire d'ordre  $n$ . Nous définissons

$$\overrightarrow{P^{(NL)}} = \sum_{n>1} \overrightarrow{P^{(n)}}, \quad (1.7)$$

l'équation de propagation se réécrit alors

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\mathcal{E}}) \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \overrightarrow{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \overrightarrow{P^{(L)}}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \overrightarrow{P^{(NL)}}}{\partial t^2}. \quad (1.8)$$

Or la fibre étant un milieu amorphe, elle est considérée comme un milieu centrosymétrique, ainsi  $\overrightarrow{P^{(2)}} = 0$ . Plus  $n$  augmente, plus  $\overrightarrow{P^{(n)}}$  devient négligeable. La polarisation peut alors se réécrire

$$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{P^{(1)}} + \overrightarrow{P^{(3)}} = \epsilon_0 (\chi^{(1)} \cdot \overrightarrow{\mathcal{E}} + \chi^{(3)} : \overrightarrow{\mathcal{E}} \overrightarrow{\mathcal{E}} \overrightarrow{\mathcal{E}}), \quad (1.9)$$

avec  $\chi^{(1)}$  le premier ordre du tenseur de susceptibilité électrique, représentant les effets linéaires, et  $\chi^{(3)}$  le troisième ordre du tenseur de susceptibilité électrique, représentant les effets non linéaires d'ordre 3.

Afin de mettre en évidence les différents modes se propageant dans la fibre, nous considérons des ondes harmoniques injectées dans un milieu linéaire. Nous prendrons ensuite des ondes monochromatiques permettant d'introduire la dispersion en supposant que la distribution modale est indépendante du temps. Les non-linéarités seront introduites sous forme de perturbation à la fin de ce développement. En première approximation, prenons  $\overrightarrow{P^{NL}} = \overrightarrow{0}$  car, comme nous le verrons par la suite, la silice, même dopée, est très peu non linéaire. Ainsi

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\mathcal{E}}) \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \overrightarrow{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\chi^{(1)} \cdot \overrightarrow{\mathcal{E}})}{\partial t^2}, \quad (1.10)$$

et, en reprenant l'équation (1.3),

$$\overrightarrow{D} = \epsilon_0 \overrightarrow{\mathcal{E}} + \overrightarrow{P^L} \quad (1.11)$$

$$= \epsilon_0 \overrightarrow{\mathcal{E}} + \epsilon_0 \chi^{(1)} \overrightarrow{\mathcal{E}} \quad (1.12)$$

$$= \epsilon_0 (1 + \chi^{(1)}) \overrightarrow{\mathcal{E}}. \quad (1.13)$$

Or

$$\text{div}(\overrightarrow{D}) = 0, \quad (1.14)$$

en injectant l'équation (1.13) dans l'équation (1.14), dans l'hypothèse de guidage faible, nous obtenons

$$\text{div}(\overrightarrow{\mathcal{E}}) = 0. \quad (1.15)$$

Le rotationnel du rotationnel du champ électrique peut se réécrire

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\mathcal{E}})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\overrightarrow{\mathcal{E}})) - \Delta \overrightarrow{\mathcal{E}}, \quad (1.16)$$

avec  $\Delta$  l'opérateur Laplacien.

Considérons un milieu sans pertes ( $\text{Im}[\chi^{(1)}] = 0$ ) et dont l'indice est constant dans le cœur et dans la gaine. Nous posons  $n^2 = 1 + \chi^{(1)}$ , avec  $\chi^{(1)} \in \mathbb{R}$ . Comme  $\overrightarrow{\text{grad}}(0) = \overrightarrow{0}$ , en injectant l'équation (1.15) dans l'équation (1.16), et après passage dans le domaine fréquentiel, l'équation de propagation se réécrit

$$\Delta(\overrightarrow{\mathcal{E}}) + \frac{n^2\omega^2}{c^2}\overrightarrow{\mathcal{E}} = 0. \quad (1.17)$$

La fibre est un guide d'onde de symétrie cylindrique que nous prendrons invariant longitudinalement. La fibre se caractérise alors par  $a$  le rayon du cœur de la fibre et, pour une fibre à saut d'indice simple,  $n_{\text{co}}$  (respectivement  $n_{\text{cl}}$ ) l'indice de cœur (respectivement l'indice de gaine).

En coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , le champ électrique s'écrit

$$\overrightarrow{\mathcal{E}}(r, \theta, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \overrightarrow{E}(r, \theta, z, \omega) \exp(-i\omega t) dt \quad (1.18)$$

dans le domaine fréquentiel. En posant  $k_0 = \omega_0/c$ , l'équation de propagation se réécrit

$$\frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial z^2} + \frac{n^2\omega^2}{c^2} \overrightarrow{E} = \overrightarrow{0} \quad (1.19)$$

Comme les équations de Maxwell sont quatre équations indépendantes faisant appel à six variables ( $\tilde{E}_r, \tilde{E}_\theta, \tilde{E}_z, \tilde{B}_r, \tilde{B}_\theta$  et  $\tilde{B}_z$ ), seules deux des variables sont indépendantes. Nous choisissons de prendre les variables  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{B}_z$  indépendantes. Afin d'utiliser la méthode de séparation des variables [34], nous obtenons

$$\tilde{E}_z(r, \theta, z, \omega) = \tilde{A}(\omega) F(r) \Phi(\theta) \exp(i\beta z). \quad (1.20)$$

avec  $\beta$  la constante de propagation. L'équation (1.19) se réécrit sans dérivée partielle

$$\begin{aligned} & \tilde{A}(\omega) \Phi(\theta) \exp(i\beta z) \frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \tilde{A}(\omega) \Phi(\theta) \frac{\exp(i\beta z)}{r} \frac{dF(r)}{dr} + \tilde{A}(\omega) F(r) \frac{\exp(i\beta z)}{r^2} \frac{d^2 \Phi(\theta)}{d\theta^2} \\ & + \tilde{A}(\omega) F(r) \Phi(\theta) \frac{d^2 \exp(i\beta z)}{dz^2} + \frac{n^2\omega^2}{c^2} \tilde{A}(\omega) F(r) \Phi(\theta) \exp(i\beta z) = 0 \end{aligned} \quad (1.21)$$

En supposant pour tout  $\omega, r, \theta$ , tel que  $\tilde{A}(\omega) \neq 0, F(r) \neq 0$  et  $\Phi(\theta) \neq 0$  (dans le cas contraire l'équation est automatiquement vérifiée), l'équation précédente peut être divisée par  $\tilde{A}(\omega) \times F(r) \times \Phi(\theta) \times \exp(i\beta z) \times \frac{1}{r^2}$ . En dérivant deux fois  $\exp(i\beta z)$  par  $z$ , il est possible de séparer les variables  $r$  à gauche et  $\theta$  à droite de l'équation

$$\frac{r^2}{F(r)} \frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{r}{F(r)} \frac{dF(r)}{dr} + \left( \frac{n^2\omega^2}{c^2} - \beta^2 \right) r^2 = -\frac{1}{\Phi(\theta)} \frac{d^2 \Phi(\theta)}{d\theta^2} = C_1 \quad (1.22)$$

Par la méthode de séparation des variables, les parties gauche et droite de l'équation ne dépendent pas des mêmes variables, elles doivent donc être égales à une constante  $C_1$ .

Ainsi un système de deux équations différentielles est obtenu

$$\begin{cases} \frac{d^2\Phi(\theta)}{d\theta^2} + C_1\Phi(\theta) = 0 \\ r^2 \frac{d^2F(r)}{dr^2} + r \frac{dF(r)}{dr} + \left[ \left( \frac{n^2\omega^2}{c^2} - \beta^2 \right) r^2 - C_1 \right] F(r) = 0 \end{cases} \quad (1.23)$$

La variables  $z$  n'apparaissant pas dans ce système, nous nous intéressons donc à la distribution transversale du champ électrique

$$\Psi(r, \theta) = F(r)\Phi(\theta). \quad (1.24)$$

Pour commencer, nous résolvons l'équation (1.23). Comme cette équation est un polynôme d'ordre 2 à coefficients constants, l'équation associée est

$$\phi^2 + C_1\phi = 0. \quad (1.25)$$

Ainsi si  $C_1 = 0$ ,  $\Phi(\theta)$  est constante. Sinon les racines complexes du polynôme de degré 2 sont données par  $\phi_{\pm} = \pm i\sqrt{|C_1|}$ . Les solutions de l'équation différentielle s'écrivent alors, pour tout  $A, B \in \mathbb{R}$

$$\Phi(\theta) = A \sin\left(\theta\sqrt{|C_1|}\right) + B \cos\left(-\theta\sqrt{|C_1|}\right). \quad (1.26)$$

Comme  $C_1 > 0$ , il est possible de définir une variable  $l \in \mathbb{R}^+$ , tel que  $C_1 = l^2$ . Comme dans les deux cas précédents, la fibre étant cylindrique, il faut  $\Phi(\theta) = \Phi(\theta + 2\pi)$ . Les fonctions cosinus et sinus étant  $2\pi$ -périodiques, pour respecter la périodicité de la fonction  $\Phi(\theta)$ , la constante  $l$  doit être un entier. Ainsi pour  $l \in \mathbb{N}$ , nous avons deux types de solutions, les solutions paires

$$\Phi_{\text{pair}}(\theta) = A \cos(l\theta), \quad (1.27)$$

et les solutions impaires

$$\Phi_{\text{impair}}(\theta) = B \sin(l\theta). \quad (1.28)$$

Nous définissons  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ . Nous pouvons donc réécrire le système d'équation (1.23)

$$\begin{cases} \Phi_{\text{pair}}(\theta) = A \cos(l\theta) \\ \Phi_{\text{impair}}(\theta) = B \sin(l\theta) \\ r^2 \frac{d^2F(r)}{dr^2} + r \frac{dF(r)}{dr} + [(k_0^2 n^2 - \beta^2) r^2 - l^2] F(r) = 0. \end{cases} \quad (1.29)$$

Définissons  $n$  l'indice de réfraction tel que

$$\begin{cases} n = n_{\text{co}} & \text{si } r \leq a \\ n = n_{\text{cl}} & \text{si } r \geq a \end{cases} \quad (1.30)$$

L'équation de  $F(r)$ , du système 1.29, est une équation différentielle dont les solutions canoniques sont les fonctions de Bessel, telles que, pour tout  $C, D \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{cases} F(r) = C I_l \left( r \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_{\text{cl}}^2} \right) + D K_l \left( r \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_{\text{cl}}^2} \right) & \text{si } (k_0^2 n_{\text{cl}}^2 - \beta^2) \leq 0 \\ F(r) = C J_l \left( r \sqrt{k_0^2 n_{\text{co}}^2 - \beta^2} \right) + D Y_l \left( r \sqrt{k_0^2 n_{\text{co}}^2 - \beta^2} \right) & \text{si } (k_0^2 n_{\text{co}}^2 - \beta^2) \geq 0 \end{cases} \quad (1.31)$$

avec  $J_l$  et  $I_l$  (respectivement  $Y_l$  et  $K_l$ ) la fonction de Bessel et la fonction modifiée de Bessel de première espèce (respectivement seconde espèce). En posant

$$\alpha_{\text{cl}} = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_{\text{cl}}^2} \quad (1.32)$$

$$\alpha_{\text{co}} = \sqrt{k_0^2 n_{\text{co}}^2 - \beta^2} \quad (1.33)$$

En prenant les conditions limites en compte, nous pouvons retrouver les solutions dans le cœur ( $r \leq a$ )

$$F(r) = C J_l(\alpha_{\text{co}} r) \quad (1.34)$$

et dans la gaine ( $r \geq a$ )

$$F(r) = D K_l(\alpha_{\text{cl}} r) \quad (1.35)$$

de la fibre. La solution est physiquement possible si et seulement si la fonction  $F$  et sa dérivée sont continues en  $r = a$ . Afin de trouver une relation entre  $C$  et  $D$ , nous nous plaçons à l'interface entre la gaine et le cœur en  $r = a$ , l'équation de continuité s'écrit

$$D = C \frac{J_l(\alpha_{\text{co}} a)}{K_l(\alpha_{\text{cl}} a)}. \quad (1.36)$$

Ainsi la distribution radiale du champ électrique s'écrit

$$\begin{cases} F(r) = C J_l(r \alpha_{\text{co}}) & \text{si } r \leq 0 \\ F(r) = C \frac{J_l(a \alpha_{\text{co}})}{K_l(a \alpha_{\text{cl}})} K_l(r \alpha_{\text{cl}}) & \text{si } r \geq 0. \end{cases} \quad (1.37)$$

La dérivée de la fonction  $F$  est continue en  $r = a$ . La relation de continuité de la dérivée de  $F(r)$  s'écrit alors

$$\left[ \frac{J_l'(\alpha_{\text{co}} a)}{\alpha_{\text{co}} J_l(\alpha_{\text{co}} a)} + \frac{K_l'(\alpha_{\text{cl}} a)}{\alpha_{\text{cl}} K_l(\alpha_{\text{cl}} a)} \right] \left[ \frac{J_l'(\alpha_{\text{co}} a)}{\alpha_{\text{co}} J_l(\alpha_{\text{co}} a)} + \frac{n_{\text{cl}}^2}{n_{\text{co}}^2} \frac{K_l'(\alpha_{\text{cl}} a)}{\alpha_{\text{cl}} K_l(\alpha_{\text{cl}} a)} \right] = \left( \frac{l \beta k_0 (n_{\text{co}}^2 - n_{\text{cl}}^2)}{a n_{\text{co}} \alpha_{\text{cl}}^2 \alpha_{\text{co}}^2} \right)^2 \quad (1.38)$$

Nous définissons la fréquence normalisée  $V^2 = a^2(\alpha_{\text{co}}^2 + \alpha_{\text{cl}}^2)$  et la constante de propagation normalisée  $b = a^2 \alpha_{\text{cl}}^2 / V^2$  ainsi

$$V = a k_0 \sqrt{n_{\text{co}}^2 - n_{\text{cl}}^2} \quad (1.39)$$

et

$$b = \frac{\beta^2 - k_0^2 n_{\text{cl}}^2}{k_0^2 (n_{\text{co}}^2 - n_{\text{cl}}^2)}. \quad (1.40)$$

Il a été montré que, pour une hypothèse du guidage faible  $n_{co}/n_{cl} \simeq 1$  [35], la relation de dispersion s'écrit :

$$V\sqrt{1-b}J_{l-1}(V\sqrt{1-b})K_l(V\sqrt{b}) + V\sqrt{b}K_{l-1}(V\sqrt{b})J_l(V\sqrt{1-b}) = 0. \quad (1.41)$$

Nous cherchons donc les valeurs de  $b$  validant cette relation pour les différentes valeurs de  $l \in \mathbb{N}$ . Nous comptons les solutions :  $m \in \mathbb{N}^*$  est la  $m^{\text{ème}}$  solution pour un  $l$  donné. Ainsi les solutions de la relation de dispersion sont données par  $b_{lm}$  correspondant au mode  $LP_{lm}$  avec  $l \in \mathbb{N}$  et  $m \in \mathbb{N}^*$ . Les modes LP (*linearly polarized*) ne sont valables que sous l'hypothèse de guidage faible, sans cette hypothèse les modes sont nommés  $HE_{lm}$  et  $EH_{lm}$  [34].

Ainsi par l'équation (1.40), pour chaque mode  $LP_{lm}$ , il existe une constante de propagation  $\beta^{(lm)}$  et il est également possible de définir l'indice effectif du  $k^{\text{ème}}$  mode ( $n_{\text{eff}}^{(k)}$ ), tel que

$$\beta^{(lm)}(\omega) = n_{\text{eff}}^{(lm)} \frac{\omega_0}{c}. \quad (1.42)$$

En injectant les équations (1.27), (1.28) et (1.37) dans l'équation (1.24), nous pouvons donc écrire la distribution  $E^{(lm)}$  d'un mode  $LP_{lm}$  comme dans [35] pour un mode pair

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{\text{pair}}^{(lm)}(r, \theta) = J_l \left( r \sqrt{k_0^2 n^2 - (\beta^{(lm)})^2} \right) \cos(l\theta) \quad \text{si } r \leq 0 \\ \Psi_{\text{pair}}^{(lm)}(r, \theta) = \frac{J_l \left( a \sqrt{k_0^2 n^2 - (\beta^{(lm)})^2} \right)}{K_l \left( a \sqrt{(\beta^{(lm)})^2 - k_0^2 n^2} \right)} K_l \left( r \sqrt{(\beta^{(lm)})^2 - k_0^2 n^2} \right) \cos(l\theta) \quad \text{si } r \geq 0 \end{array} \right. \quad (1.43)$$

et pour un mode impair.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{\text{impair}}^{(lm)}(r, \theta) = J_l \left( r \sqrt{k_0^2 n^2 - (\beta^{(lm)})^2} \right) \sin(l\theta) \quad \text{si } r \leq 0 \\ \Psi_{\text{impair}}^{(lm)}(r, \theta) = \frac{J_l \left( a \sqrt{k_0^2 n^2 - (\beta^{(lm)})^2} \right)}{K_l \left( a \sqrt{(\beta^{(lm)})^2 - k_0^2 n^2} \right)} K_l \left( r \sqrt{(\beta^{(lm)})^2 - k_0^2 n^2} \right) \sin(l\theta) \quad \text{si } r \geq 0. \end{array} \right. \quad (1.44)$$

La distribution du champ est réelle d'où  $\Psi^{(lm)} \in \mathbb{R}$ . L'aire effective du mode  $LP_{lm}$  est définie comme

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left( \iint_{-\infty}^{\infty} |\Psi(r, \theta)|^2 dx dy \right)^2}{\iint_{-\infty}^{\infty} |\Psi(r, \theta)|^4 dx dy}. \quad (1.45)$$

Afin de donner un exemple, nous utilisons dans la suite de ce chapitre les données de la fibre à quatre modes LP de Prysmian [33] qui nous a servis dans la partie expérimentale

---

de la thèse et les données de la fibre appelée SMF-28 de Corning [30]. Avant d'étudier les modes se propageant à 1550 nm dans chacune des fibres, il faut calculer la fréquence normalisée  $V$  pour la SMF-28 (voir tableau 1.1), celle de la FMF étant publiée dans l'article [33]. Pour cela nous partons de la longueur d'onde de coupure maximale  $\lambda_{cc} = 1260$  nm publiée dans la datasheet [30]. Cette valeur représente la longueur d'onde en dessous de laquelle la fibre est multimode. À la longueur d'onde de coupure, la fréquence normalisée vaut alors  $V_c = 2.405$  [35]. En appliquant la formule (1.39), la valeur de l'ouverture numérique est de  $NA = \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2} = 0.12$ . Ainsi, pour une longueur d'onde de  $\lambda = 1550$  nm, la fréquence normalisée de la SMF-28 ultra est estimée à  $V = 2.0$ . Nous pouvons observer que la fréquence normalisée de la SMF-28 est plus faible que celle de la fibre à quatre modes. Ainsi, en réduisant la fréquence normalisée, le nombre de modes contenus dans la fibre diminue, passant de 4 modes pour  $V = 5.1$  à un unique mode lorsque  $V = 2.0$ .

Fibre	SMF-28 ultra [30]	Fibre 4-modes-LP [33]
Rayon de cœur $a$	<b>4.1 <math>\mu\text{m}</math></b>	<b>7.5 <math>\mu\text{m}</math></b>
Indice de gaine $n_{cl}$	-	1.4457
Indice de cœur $n_{co}$	-	1.4554
Fréquence de coupure $\lambda_{cc}$	<b>&lt; 1260 nm</b>	3287 nm
Fréquence normalisée $V$ (calculé à partir de $\lambda_{cc} = 1260$ nm)	2.0	<b>5.1</b>

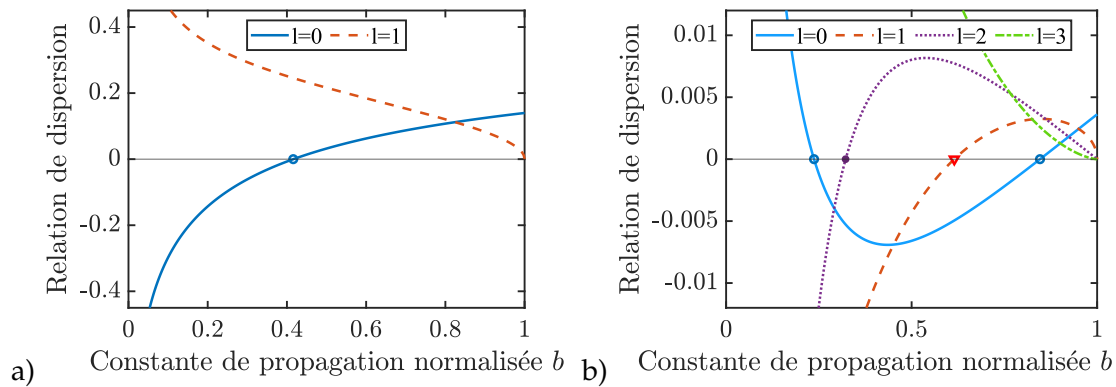
TABLEAU 1.1. Tableau de données des fibres SMF-28 [30] et la FMF [33] à 1550 nm (**gras et rouge** : donné par les articles, sinon : calculé).

Afin de connaître le nombre et la distribution spatiale des modes des deux fibres étudiées, il faut trouver les racines de l'équation de dispersion (1.41). La résolution peut être faite graphiquement comme sur la figure 1.2 ou via un solveur tel que disponible dans Matlab par exemple.

La figure 1.2.a représente la résolution graphique de la relation de dispersion en fonction de la constante de propagation  $b$  pour la SMF-28 avec  $l \in [0, 1]$ . Pour  $l = 0$ , la courbe admet une seule racine appelée  $b^{(01)}$ . À partir de  $l \geq 1$  la courbe n'admet plus de racine, nous le montrons sur le graphique pour  $l = 1$ . Comme attendu la SMF-28 ultra de Corning est une fibre monomode (SMF) à 1550 nm.

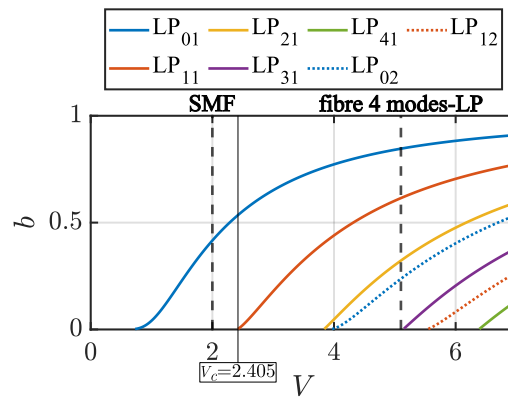
La figure 1.2.b représente la résolution graphique de la relation de dispersion en fonction de la constante de propagation  $b$  pour la fibre à quatre modes-LP avec  $l \in [0, 3]$ . L'équation de propagation admet alors quatre racines, deux pour  $l = 0$  ( $b^{(01)}$  et  $b^{(02)}$ ), une pour  $l = 1$  ( $b^{(11)}$ ) et une dernière pour  $l = 2$  ( $b^{(21)}$ ). Pour  $l \geq 3$  la courbe n'admet plus de racine. Comme attendu, la fibre de Prysmian possède 4 modes à 1550 nm, c'est ce que nous appellerons dans la suite du manuscrit une fibre faiblement multimode (FMF).

Il est possible de connaître le nombre de modes d'une fibre en calculant la fréquence normalisée  $V$  et en reportant cette valeur sur le graphique de la figure 1.3, qui représente la



**FIGURE 1.2.** Relation de dispersion (voir l'équation (1.41)) en fonction de la constante de propagation normalisée  $b$  pour a) la fibre monomode b) la fibre à quatre modes LP à 1550 nm. Les points mis en évidence pour chaque valeur de  $l$  sont les racines de la relation de dispersion.

constante de propagation normalisée  $b$  en fonction de la fréquence normalisée  $V$ . Comme les données de la fibre n'apparaissent que dans la valeur de  $V$ , cette figure est valable pour toute fibre à saut d'indice à géométrie cylindrique sous l'hypothèse de guidage faible. Chaque courbe correspond un mode LP différent.



**FIGURE 1.3.** Constante de propagation normalisée  $b$  en fonction de la fréquence normalisée  $V$ . Un article décrivant la fibre à 4-modes-LP [33] de Prysmian, publie la valeur de  $V = 5.1$  pour cette fibre. D'après nos calculs (tableau 1.1),  $V = 2.0$  pour la SMF-28 ultra.

Comme le montre la figure 1.3, une petite modification de la fréquence normalisée change les modes pouvant se propager dans la fibre. Ainsi, les paramètres importants d'une fibre sont la taille du cœur  $a$  et les indices de réfraction du cœur  $n_{co}$  et de la gaine  $n_{cl}$ . En modifiant un peu la taille du cœur et la différence d'indice entre la gaine et le cœur une fibre peut passer de monomode à multimode comme le montre la figure 1.4. Sur cette figure, la première ligne correspond à la fibre SMF-28 et la seconde ligne correspond à la FMF. À gauche une représentation schématique de la fibre dans le plan longitudinal

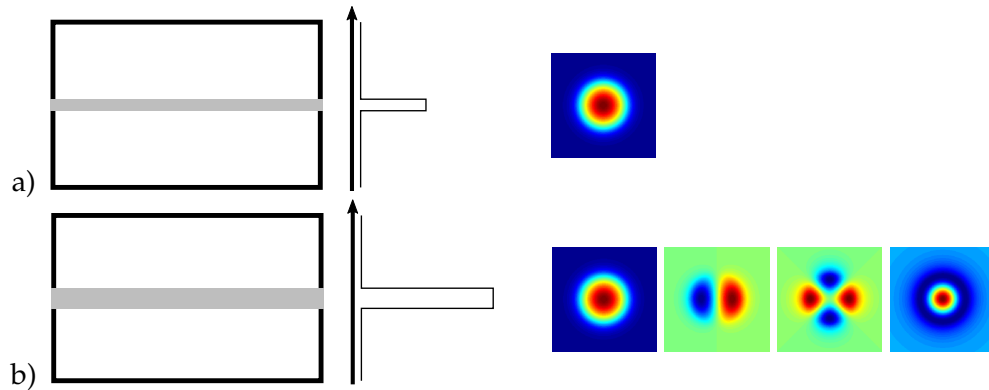
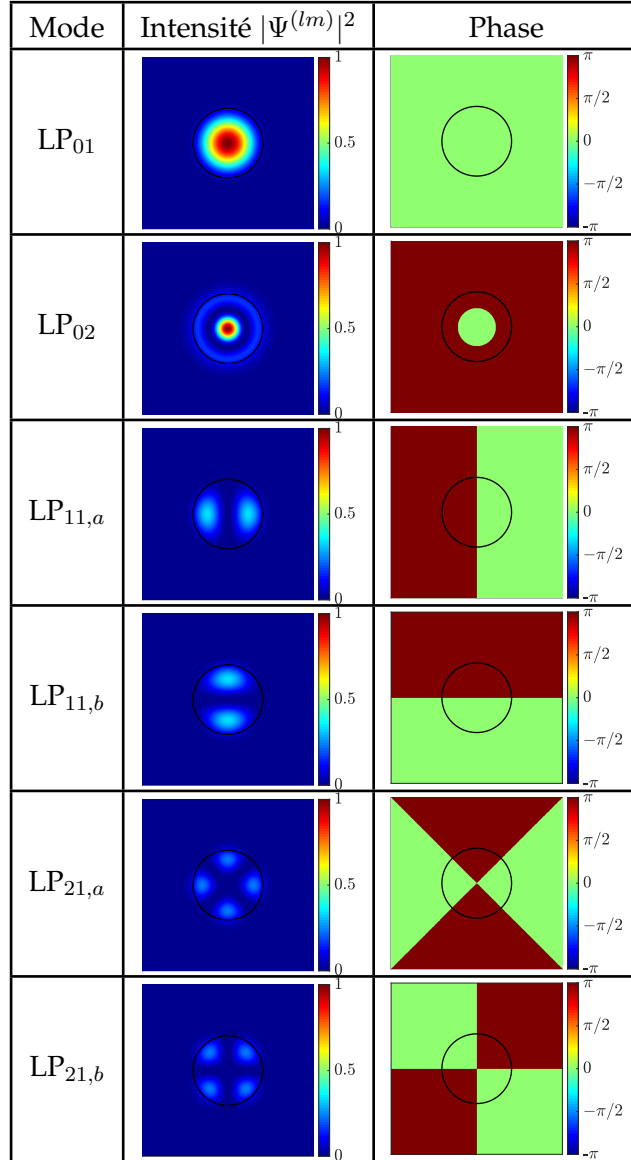


FIGURE 1.4. Schématisation du profil d'indice et champ électrique transverse des modes-LP pour a) la SMF-28 (les indices sont estimés à partir du  $V$  calculé et en supposant une gaine sans dopage) et b) la fibre à 4-modes.

au côté du profil d'indice associé. À droite est représentée la distribution transverse du champ électrique du ou des modes présent(s) dans la fibre. Les deux profils d'indice sont à la même échelle, il est donc possible de les comparer visuellement. Attention tout de même pour la SMF-28 ultra, la différence d'indice que nous avons calculé est basée sur la fréquence normalisée estimée plus haut et sur l'hypothèse que la gaine n'est pas dopée. Cette comparaison est purement qualitative. Nous pouvons donc voir que le contrôle de la taille du cœur et des indices de cœur et de gaine doivent être très précis pour créer une fibre avec les propriétés voulues.

Afin de voir la variété des modes, les différents modes-LP présents dans la FMF sont listés dans le tableau 1.2. Les modes  $LP_{lm,a}$  correspondent aux modes pairs et les modes  $LP_{lm,b}$  correspondent aux modes impairs. Comme dit précédemment,  $\Psi^{(lm)}$  est réel donc sa phase est soit de 0, soit de  $\pi$ . Ces distributions de phase seront importantes dans la partie expérimentale de ce travail. En effet, nous utiliserons la distribution de phase afin de sélectionner le mode dans lequel nous voudrions injecter notre faisceau (multiplexage spatial). Pour des fibres avec un profil d'indice plus complexe (plusieurs sauts d'indice, gradient d'indice, à géométrie non circulaire ...) ou dans le cas où l'hypothèse de guidage faible ne s'applique pas, les équations utilisées dans cette partie ne sont pas valables. Il faut alors utiliser un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis (COMSOL, Lumerical, ...) afin de calculer la distribution transverse du champ.



**TABEAU 1.2.** Listes des modes présents dans la fibre à quatre modes à 1550 nm [33]. Les modes LP<sub>lm,a</sub> correspondent aux modes pairs et les modes LP<sub>lm,b</sub> correspondent aux modes impairs. Le cercle noir représente le cœur de la fibre.

### I.1.3 Présentation de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode et étude des intégrales de recouvrement

Nous voulons étudier les effets non linéaires d'ordre 3 dans les fibres faiblement multimodes. Il nous a alors fallu un modèle permettant de prendre en compte les effets non linéaires d'ordre 3. Afin de modéliser la propagation d'une onde dans une fibre optique multimode, F. Poletti et P. Horak [27] développent l'équation non linéaire de Schrödinger multimode. Ils repartent des équations de Maxwell et définissent la polarisation non linéaire comme

$$\vec{P}^{\text{NL}}(x, y, t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E}(x, y, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(t - \tau) |E(x, y, \tau)|^2 d\tau. \quad (1.46)$$

avec  $R(t)$  la réponse temporelle des effets Kerr et Raman et  $\chi^{(3)}$  le troisième ordre du tenseur de susceptibilité électrique, représentant les effets non linéaires d'ordre 3.

Nous avons défini dans la partie précédente, dans l'hypothèse de guidage faible, qu'un nombre fini  $n$  de modes LP se propageant dans une fibre. Nous décidons de nommer  $k$  le  $k^{\text{ème}}$  mode LP avec  $k \in [1, n]$ . La décomposition de  $\vec{E}$  sur les  $n$  modes spatiaux de la fibre est donnée par

$$\vec{E}(x, y, t) = \frac{1}{2} \sum_k^n \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\vec{F}_k(x, y)}{N_k(\omega)} \exp(i\beta^{(k)}z) A_k(z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega \right\} \quad (1.47)$$

où  $\vec{F}_k$  est la distribution transverse du champ du  $k^{\text{ème}}$  mode de la fibre.  $A_k$  est l'enveloppe du champ du  $k^{\text{ème}}$  mode.  $N_k$  est la relation de normalisation du  $k^{\text{ème}}$  mode, donné par

$$\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \vec{F}_m^*(\omega) \times \vec{H}_n(\omega) + \vec{F}_n(\omega) \times \vec{H}_m^*(\omega) \right] \cdot \vec{e}_z = \delta_{m,n} N_n^2(\omega), \quad (1.48)$$

avec  $\delta_{m,n}$  le symbole de Kronecker et  $\vec{H}$  le vecteur d'excitation magnétique. L'équation non linéaire de Schrödinger multimode s'écrit alors [27]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_k(z, t)}{\partial z} = & i \left( \beta_0^{(k)} - \beta_0 \right) A_k(z, t) - \left( \beta_1^{(k)} - \beta_1 \right) \frac{\partial A_k(z, t)}{\partial t} + i \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n^{(k)}}{n!} \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right)^n A_k(z, t) \\ & + i \frac{n_2 \omega_0}{c} \sum_{l, m, n} \left\{ \left( 1 + i \tau_{klmn}^{(1)} \frac{\partial}{\partial t} \right) Q_{klmn}^{(1)}(\omega_0) 2A_l(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) A_m(z, t - \tau) A_n^*(z, t - \tau) d\tau \right. \\ & \left. \left( 1 + i \tau_{klmn}^{(2)} \frac{\partial}{\partial t} \right) Q_{klmn}^{(2)}(\omega_0) A_l^*(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) A_m(z, t - \tau) A_n(z, t - \tau) e^{2i\omega_0 \tau} d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Cette équation se divise en deux parties : la partie linéaire  $\mathcal{D}^{(k)}$  et la partie non linéaire  $\mathcal{N}^{(k)}$ , avec

$$\mathcal{D}^{(k)} = i \left( \beta_0^{(k)} - \beta_0 \right) A_k(z, t) - \left( \beta_1^{(k)} - \beta_1 \right) \frac{\partial A_k(z, t)}{\partial t} + i \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n^{(k)}}{n!} \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right)^n A_k(z, t) \quad (1.50)$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{N}^{(k)} = & i \frac{n_2 \omega_0}{c} \sum_{l, m, n} \left\{ \left( 1 + i \tau_{klmn}^{(1)} \frac{\partial}{\partial t} \right) Q_{klmn}^{(1)}(\omega_0) 2A_l(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) A_m(z, t - \tau) A_n^*(z, t - \tau) d\tau \right. \\ & \left. \left( 1 + i \tau_{klmn}^{(2)} \frac{\partial}{\partial t} \right) Q_{klmn}^{(2)}(\omega_0) A_l^*(z, t) \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) A_m(z, t - \tau) A_n(z, t - \tau) e^{2i\omega_0 \tau} d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Dans la partie linéaire, la  $m^{\text{ème}}$  dérivée de la constante de propagation du  $k^{\text{ème}}$  mode est donnée par

$$\beta_m^{(k)}(\omega) = \left( \frac{d^m \beta^{(k)}}{d\omega^m} \right)_{\omega_0}. \quad (1.52)$$

La constante de propagation du  $k^{\text{ème}}$  mode peut se réécrire sous forme de série de Taylor comme

$$\beta^{(k)}(\omega) = \sum_{n \geq 0} \frac{(\omega - \omega_0)^n}{n!} \beta_n^{(k)}. \quad (1.53)$$

C'est sous cette forme que nous retrouvons la constante de propagation dans l'équation non linéaire de Schrödinger multimode.

Nous pouvons remarquer que cette équation (1.49) met en jeu, dans les termes où l'enveloppe du champ électrique apparaît une seule fois ( $\mathcal{D}^{(k)}$ ), des effets linéaires et, dans les termes où l'enveloppe du champ électrique apparaît trois fois ( $\mathcal{N}^{(k)}$ ), des effets non linéaires d'ordre 3. Les effets non linéaire d'ordre 2 n'apparaissent pas dans cette équation car la fibre, étant amorphe, est considérée comme un milieu centro-symétrique. Les effets non linéaires supérieurs à l'ordre 3 n'apparaissent pas car ils sont négligeables devant ceux du troisième ordre.

La partie non linéaire prend en compte plusieurs effets non linéaires. L'effet Raman est pris en compte avec  $R$ , la réponse non linéaire de la silice,

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + \frac{3}{2}f_R h(t), \quad (1.54)$$

où  $f_R$  est la fraction de la réponse de l'effet Raman et  $h(t)$  la réponse Raman retardée. D'après R. H. Stolen [36],  $f_R = 0.18$  pour la silice.

Afin de prendre en compte la dépendance fréquentielle de la partie non linéaire, un terme d'auto-raïdissement est ajouté

$$\tau_{klmn}^{(1,2)} = \frac{1}{\omega_0} + \left( \frac{\partial}{\partial \omega} \ln \left( Q_{klmn}^{(1,2)} \right) \right). \quad (1.55)$$

Cette équation ne prend pas en compte les pertes. Nous ajouterons un terme à l'équation non linéaire de Schrödinger multimode lors de l'implémentation numérique (voir Chapitre 2). Ce terme fait apparaître le coefficient d'atténuation linéaire  $\alpha_{\text{dB}}$  qui correspond, pour une fibre de longueur  $L$ , au rapport de la puissance en sortie  $P(z = L)$  avec la puissance en entrée  $P(z = 0)$

$$\alpha_{\text{dB}} = -\frac{10}{L} \log \left( \frac{P(z = L)}{P(z = 0)} \right). \quad (1.56)$$

La partie non linéaire  $\mathcal{N}$  de l'équation de Schrödinger fait apparaître les coefficient  $Q_{klmn}^{(1,2)}$ . Ces coefficients correspondent aux intégrales de recouvrement entre les

modes  $k, l, m$  et  $n$ , tels que

$$Q_{klmn}^{(1)} = \frac{\epsilon_0^2 n_0^2 c^2}{12} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \overrightarrow{\Psi^{(k)*}}(x, y, \omega) \cdot \overrightarrow{\Psi^{(l)}}(x, y, \omega) \right] \left[ \overrightarrow{\Psi^{(m)}}(x, y, \omega) \cdot \overrightarrow{\Psi^{(n)*}}(x, y, \omega) \right] dx dy}{N_k(\omega) N_l(\omega) N_m(\omega) N_n(\omega)} \quad (1.57)$$

et

$$Q_{klmn}^{(2)} = \frac{\epsilon_0^2 n_0^2 c^2}{12} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \overrightarrow{\Psi^{(k)*}}(x, y, \omega) \cdot \overrightarrow{\Psi^{(l)*}}(x, y, \omega) \right] \left[ \overrightarrow{\Psi^{(m)}}(x, y, \omega) \cdot \overrightarrow{\Psi^{(n)}}(x, y, \omega) \right] dx dy}{N_k(\omega) N_l(\omega) N_m(\omega) N_n(\omega)}, \quad (1.58)$$

avec  $\Psi^{(k)}(x, y, \omega)$  la distribution spatiale, en coordonnées cartésiennes, du champ du  $k^{\text{ème}}$  mode donnée par les équations 1.43 et 1.44. Comme  $\Psi^{(lm)} \in \mathbb{R}$ ,  $\Psi^{(lm)} = (\Psi^{(lm)})^*$  et les intégrales de recouvrement  $Q_{klmn}^{(1)}$  et  $Q_{klmn}^{(2)}$  sont égales

$$Q_{klmn}^{(1)} = Q_{klmn}^{(2)} = Q_{klmn}. \quad (1.59)$$

Donc, d'après la définitions de  $\tau_{klmn}^{(1,2)}$  (équation (1.55)), nous obtenons alors

$$\tau_{klmn}^{(1)} = \tau_{klmn}^{(2)} = \tau_{klmn}. \quad (1.60)$$

Dans l'équation non linéaire de Schrödinger multimode, les seules variables où apparait un autre mode que le mode  $k$  étudié sont ces variables  $Q_{klmn}^{(1,2)}$ . Les autres variables sont des paramètres du mode  $k$  sans prise en compte des autres modes. Ainsi ces coefficients représentent l'inverse d'une "aire effective" entre les modes  $k, l, m$  et  $n$ . L'équation non linéaire de Schrödinger multimode prend donc en compte des effets non linéaires intra- ( $k = l = m = n$ ) et inter-modaux (au moins un des paramètres  $k, l, m$  ou  $n$  est différent des autres).

Les calculs dans l'équation non linéaire de Schrödinger multimode, peuvent être simplifiés par symétrie des intégrales de recouvrement et par orthogonalité des modes. Le tableau 1.3 montre quelques exemples chiffrés de ces permutations. Les coefficients  $Q_{klmn}$  étant dans la partie non linéaire de l'équation, nous prendrons pour exemple que deux ondes de fortes puissances (appelées ondes pompes) et une de plus faible puissance (appelée onde signal) sont injectées dans la fibre chacun sur l'un des modes  $k, l$  ou  $m$  afin de générer une onde (appelée idler) sur le mode  $n$  par mélange à quatre ondes. Le mélange à quatre ondes intra- et inter-modal sera présenté en détail dans les deux parties suivantes.

La première ligne de ce tableau donne la valeur de l'intégrale de recouvrement intra-modale du mode LP<sub>01</sub>. Cette valeur sert de référence pour le reste du tableau.

La seconde ligne correspond au cas où l'un des modes impliqués dans l'effet non linéaire étudié n'est pas le même que les trois autres modes. Par exemple, trois des ondes se propagent sur le mode LP<sub>01</sub> et la dernière onde se propage sur le mode LP<sub>11</sub>. La valeur obtenue est alors 8 ordres de grandeurs inférieure à celle pour une intégrale de recouvrement intra-modal. Dans ce cas, l'efficacité du processus non linéaire est négligeable.

Permutation	Exemple	$Q_{klmn}$ (m <sup>-2</sup> )	$A_{klmn}$ (μm <sup>2</sup> )
$k = l = m = n \rightarrow Q_{kkkk}$	$k = 1$ (LP <sub>01</sub> )	$2.69 \times 10^9$	124
$k = l = n \neq m \rightarrow Q_{kkmk}$	$k = 1$ (LP <sub>01</sub> ), $m = 3$ (LP <sub>11</sub> )	53	$6 * 10^9$
$k = l \neq m = n \rightarrow Q_{kkmm}$	$k = 1$ (LP <sub>01</sub> ), $m = 3$ (LP <sub>11</sub> )	$1.78 \times 10^9$	187
$k = n \neq m = l \rightarrow Q_{kmmk}$	$k = 1$ (LP <sub>01</sub> ), $m = 3$ (LP <sub>11</sub> )	$1.78 \times 10^9$	187
$k = n \neq l \neq m \rightarrow Q_{klmk}$	$k = 1$ (LP <sub>01</sub> ), $l = 2$ (LP <sub>02</sub> ), $m = 3$ (LP <sub>11</sub> )	107	$3.1 \times 10^9$
$k \neq l \neq m \neq n \rightarrow Q_{klmn}$	$k = 1$ (LP <sub>01</sub> ), $l = 2$ (LP <sub>02</sub> ), $m = 3$ (LP <sub>11</sub> ), $n = 4$ (LP <sub>21</sub> )	314	$1.06 \times 10^9$

**TABLEAU 1.3.** Exemple numérique d'intégrale de recouvrement pour une fibre à quatre modes-LP [33].

Alors que si, deux ondes sont injectées dans le mode LP<sub>01</sub> et deux autres ondes sont injectées dans un autre mode, LP<sub>11</sub> par exemple, l'intégrale de recouvrement est du même ordre de grandeur que celle intra-modale (troisième ligne du tableau).

Dans l'exemple précédent, si les modes de fibre sont permutés alors il n'y a pas de différence. C'est l'exemple donné par la quatrième ligne du tableau. Cela est aussi démontré par les équations de  $Q_{klmn}$ , comme  $\Psi^{(lm)} \in \mathbb{R}$ , tous les indices peuvent être permutés et

$$\begin{aligned}
 Q_{klmn} &= Q_{klnm} = Q_{kmln} = Q_{knlm} = Q_{kmnl} = Q_{knml} \\
 &= Q_{lkmn} = Q_{lknm} = Q_{lmkn} = Q_{lnkm} = Q_{lmnk} = Q_{lnmk} \\
 &= Q_{mkln} = Q_{mknl} = Q_{mlkn} = Q_{mnkl} = Q_{mlnk} = Q_{mnlk} \\
 &= Q_{nklm} = Q_{nkml} = Q_{nlkm} = Q_{nmkl} = Q_{nlmk} = Q_{nmlk}.
 \end{aligned} \tag{1.61}$$

Dans la cinquième ligne du tableau, comportant trois modes différents, comme dans le cas où l'un des modes est différent, l'intégrale de recouvrement est négligeable (7 ordres de grandeurs en dessous de celle de référence).

La sixième ligne correspond au cas où les quatre ondes seraient injectées sur quatre modes différents. L'intégrale de recouvrement est 7 ordres de grandeurs inférieure à celle intra-modale, elle est négligeable.

Nous sommes donc dans les mêmes conditions que dans le papier de S.M.M. Friis [37]. L'équation non linéaire de Schrödinger multimode peut donc se réécrire

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial A_k(z, t)}{\partial z} &= i \left( \beta_0^{(k)} - \beta_0 \right) A_k(z, t) - \left( \beta_1^{(k)} - \beta_1 \right) \frac{\partial A_k(z, t)}{\partial t} + i \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n^{(k)}}{n!} \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right)^n A_k(z, t) \\
 &+ i \frac{n_2 \omega_0}{c} \sum_{l, m, n} \left( 1 + i \tau_{klmn} \frac{\partial}{\partial t} \right) Q_{klmn}(\omega_0) A_l(z, t) \left( 3(1 - f_R) A_m(z, t) A_n^*(z, t) \right. \\
 &\left. + 3f_R \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) A_m(z, t - \tau) A_n^*(z, t - \tau) d\tau \right).
 \end{aligned} \tag{1.62}$$

Si la fibre est monomode, alors pour tout  $k, l, m$  et  $n, k = l = m = n$ . Ainsi les intégrales de recouvrement peuvent se réécrire  $Q_{1111}$  correspondant au mode  $LP_{01}$

$$Q_{1111} = \frac{\epsilon_0^2 n_0^2 c^2}{12} \frac{\int |\Psi|^4 dx dy}{N^4}, \quad (1.63)$$

avec  $\Psi$  la distribution spatiale du champ du mode  $LP_{01}$  et  $N$  la constante de normalisation pour le mode  $LP_{01}$ . L'équation non linéaire de Schrödinger 1.62 peut alors se réécrire

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = & i \sum_{n \geq 2} \frac{\beta_n}{n!} \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right)^n A(z, t) + i \frac{3n_2 \omega_0}{c} \left( 1 + i \tau_{1111} \frac{\partial}{\partial t} \right) Q_{1111}(\omega_0) A(z, t) \\ & \times \left\{ (1 - f_R) |A(z, t - \tau)|^2 d\tau + f_R \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) |A(z, t - \tau)|^2 d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Ce qui correspond à l'équation non linéaire de Schrödinger monomode qu'il est possible de trouver dans le chapitre II du livre d'Agrawal [34], avec, par identification,

$$\gamma = 3 \frac{n_2 \omega_0}{c} Q_{1111}. \quad (1.65)$$

Ainsi les intégrales de recouvrement sont proportionnelles à l'inverse de l'aire effective

$$Q_{1111} = \frac{1}{3A_{\text{eff}}}. \quad (1.66)$$

Nous avons présenté ici l'équation non linéaire de Schrödinger multimode permettant de modéliser la propagation dans une fibre optique multimode. Ce modèle permet aussi de montrer les effets non linéaires se produisant lors de la propagation.

## I.2 Optique non linéaire dans une fibre faiblement multimode

Dans cette partie nous étudierons la réponse non linéaire de la fibre lorsque des ondes de forte puissance sont injectées dans un ou plusieurs modes d'une fibre faiblement multimode. Deux types d'effets non linéaires existent :

- les processus élastiques (ou paramétriques), comme l'effet Kerr pris en compte dans l'équation non linéaire de Schrödinger multimode, pour lesquels il n'y a pas de transmission d'énergie de l'onde à la matière, le tenseur susceptibilité électrique est réelle ( $\chi^3 \in \mathbb{R}$ ),
- les processus inélastiques (ou non-paramétriques), comme l'effet Raman pris en compte dans l'équation non linéaire de Schrödinger multimode et la diffusion Brillouin dont l'échelle de temps est trop longue pour être pris en compte dans cette équation, où un phonon est créé impliquant une transmission d'énergie au milieu de propagation, la susceptibilité est imaginaire pure ( $\chi^3 \in \mathbb{C}$  et  $\text{Re}(\chi^3) = 0$ ).

Nous étudierons deux types de processus non linéaires, le mélange à quatre ondes qui est un processus paramétrique et l'effet Brillouin qui est un processus non-paramétrique.

### I.2.1 Mélange à quatre ondes intra-modal dans une fibre faiblement multi-mode

Lors de la propagation dans un mode d'une fibre, à condition d'avoir une puissance en entrée de fibre suffisante, il est possible de générer une onde appelée idler qui n'était pas présente en entrée de fibre (voir figure 1.5). Cette onde est générée par mélange à quatre ondes, un effet non linéaire du 3<sup>ème</sup> ordre. Pour générer cette onde, il faut une onde de faible puissance (l'onde signal) à  $\omega_s$  et deux ondes de forte puissance (les ondes de pompes) à  $\omega_{p1}$  et  $\omega_{p2}$ .

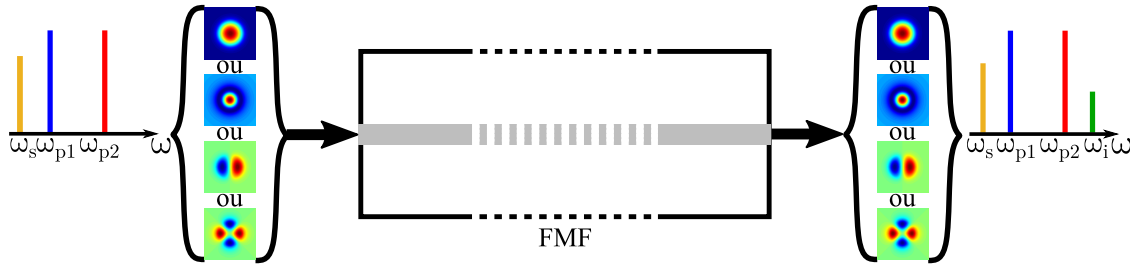


FIGURE 1.5. Schéma de génération par mélange à quatre ondes intra-modal d'une onde idler à  $\omega_i$  lors de la propagation dans l'un des modes d'une fibre faiblement multimode.

L'idler est généré à une fréquence donnée par la relation de conservation de l'énergie

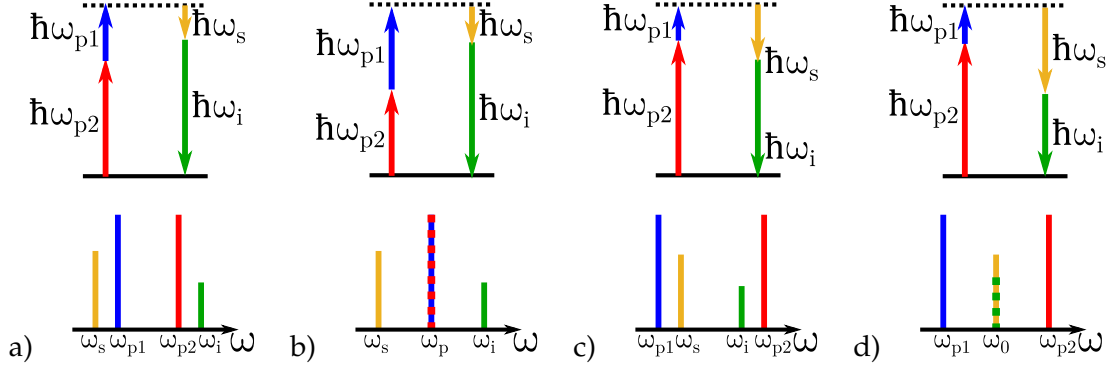
$$\hbar\omega_i = \hbar\omega_{p1} + \hbar\omega_{p2} - \hbar\omega_s, \quad (1.67)$$

plusieurs configurations sont alors possibles. La figure 1.6 représente ces différentes configurations avec en haut les diagrammes d'énergie et en bas les spectres associés. Dans tous les cas, ce sont un photon de la pompe  $p_1$  et un photon de la pompe  $p_2$  qui sont transformés en un photon signal  $s$  et un photon idler  $i$  par interaction avec la matière. Pour  $k \in \{p_1, p_2, s, i\}$ ,  $\hbar\omega_k$  correspond à l'énergie du photon. Ces quatre ondes respectent l'accord de phase en vérifiant l'équation

$$\beta^{(s)}(\omega_s) + \beta^{(i)}(\omega_i) = \beta^{(p1)}(\omega_{p1}) + \beta^{(p2)}(\omega_{p2}), \quad (1.68)$$

avec  $\beta^{(k)}$  la constante de propagation du mode où se propage l'onde  $k$ . Dans le cas du mélange à quatre ondes intra-modal, tous les modes des ondes  $i, s, p_1$  et  $p_2$  sont les mêmes.

Nous avons vu dans la partie précédente l'équation non linéaire de Schrödinger multimode. Cette équation est complexe et nous verrons comment l'implémenter numériquement dans le chapitre suivant. Dans cette partie, nous montrerons des exemples utilisant la résolution numérique de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode afin d'illustrer les propos développés ici.



**FIGURE 1.6.** Diagrammes d'énergie et spectres des ondes mises en jeu dans le mélange à quatre ondes pour des configurations intra-modale a) instabilité de modulation (MI) b) instabilité de modulation (MI) avec des ondes de pompe dégénérées en fréquence, c) conjugaison de phase (PC) et d) conjugaison de phase (PC) avec des ondes signal et idler dégénérées en fréquence. Cette nomenclature est tirée de l'article de Friis [37].

Dans un premier temps, nous utilisons des configurations intra-modales. Nous définissons le coefficient non linéaire intra-modal du mode  $LP_{lm}$  comme

$$\gamma^{(lm)} = \frac{\omega_0 n_2}{c A_{\text{eff}}^{(lm)}} \quad (1.69)$$

avec  $n_2$  l'indice non linéaire de la silice,  $\omega_0$  la fréquence des ondes avec  $\omega_{p1} \simeq \omega_{p2} \simeq \omega_s \simeq \omega_i \simeq \omega_0$ .  $A_{\text{eff}}^{(lm)}$  est l'aire effective du mode  $LP_{(lm)}$ , elle est proportionnelle à l'intégrale de recouvrement  $Q_{kkkk}$  ( $k$  correspondant au mode  $LP_{lm}$ ). Dans un seul mode d'une fibre, pour une configuration fréquentielle d'instabilité de modulation dégénérée en fréquence ( $p_1 = p_2 = p$ ) (figure 1.6.b), il est possible de résoudre les équations couplées de chaque composante du champ électrique [29, 34, 38] en prenant pour hypothèse la non-déplétion de la puissance de l'onde de pompe. R. H. Stolen et J. E. Bjorkholm ont démontré [39] que, si la relation de puissance  $P_p \gg P_s \gg P_i$  est respectée au cours de la propagation, la puissance de l'idler  $P_i$  à la sortie d'une fibre de longueur  $L$ , s'écrit

$$P_i = P_s(z=0) \left( L \gamma^{(lm)} P_p \right)^2 \text{sinc}(\kappa L/2) \quad (1.70)$$

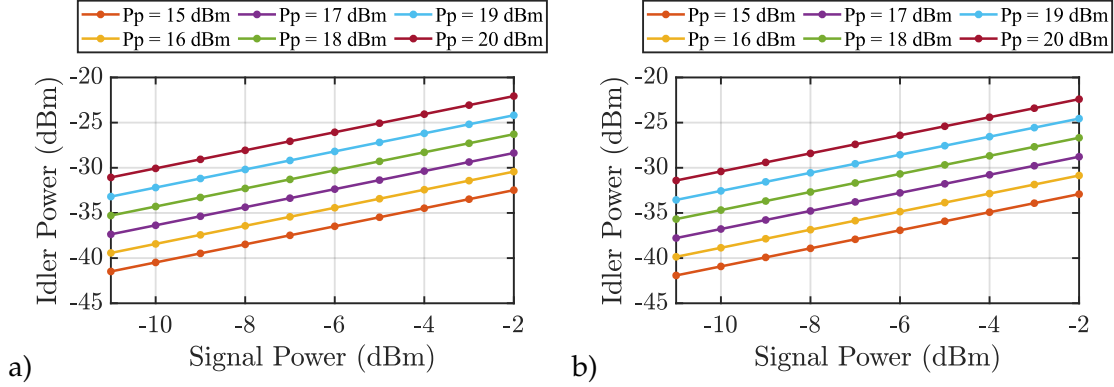
avec  $\text{sinc}(\kappa L/2) = \sin(\kappa L/2)/(\kappa L/2)$  et

$$\kappa = \frac{1}{c} \left( 2n_{\text{eff}}^{(p)} \omega_p - n_{\text{eff}}^{(s)} \omega_s - n_{\text{eff}}^{(i)} \omega_i \right). \quad (1.71)$$

Afin d'illustrer l'équation (1.70), après l'implémentation de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode (voir chapitre II), nous vérifions l'influence des différents paramètres. Pour cela, nous utilisons les paramètres de la fibre à quatre modes LP [33] (annexe C). Les paramètres utilisés dans la simulation sont présentés dans le tableau 1.4. La figure 1.7 représente la puissance de l'onde idler en fonction de la puissance de l'onde signal dans la configuration en instabilité de modulation dégénérée en phase de la figure 1.6.b. Comme attendu, la courbe de puissance de l'onde idler est linéaire de pente 1

Ondes	Pompe	Signal	Idler
Puissance (dBm)	[-11, 2]	[15,20]	/
Fréquence (THz)	193.572	193.537	193.607

**TABLEAU 1.4.** Paramètres utilisés dans la simulation d'efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans la fibre à quatre modes [33] pour une longueur de  $L = 2000$  m.



**FIGURE 1.7.** Puissance de l'idler en sortie de fibre en fonction de la puissance signal en entrée de fibre pour une configuration intra-modal en instabilité de modulation dégénérée en fréquence (figure 1.6.b) pour les modes a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$ .

en échelle log en fonction de la puissance d'entrée du signal quelle que soit la puissance d'entrée de l'onde de pompe pour les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ .

Comme montré par le schéma de la figure 1.8.a et par la conservation de l'énergie (équation (1.67)), un décalage de la fréquence de l'onde signal vers les plus petites fréquences implique un même décalage de la fréquence de l'onde idler vers les plus grandes fréquences. D'après les équations (1.70) et (1.71), la puissance de l'idler est en sinus cardinal en fonction de la fréquence de l'onde signal. Vérifions cela sur la figure 1.8 réalisée pour des paramètres donnés dans le tableau 1.5 et une fibre 4-modes [33].

Ondes	Pompe	Signal	Idler
Puissance (dBm)	19	-2.5	/
Fréquence (THz)	193.572	[193.478, 193.553]	[193.592, 193.666]

**TABLEAU 1.5.** Paramètres utilisés dans la simulation d'efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans la fibre à quatre modes [33] pour une longueur de  $L = 2000$  m.

La figure 1.8.b représente l'efficacité de conversion en fonction de la fréquence de l'onde signal pour les modes  $LP_{01}$ ,  $LP_{11}$ ,  $LP_{02}$  et  $LP_{21}$  de la fibre 4-modes [33] pour une

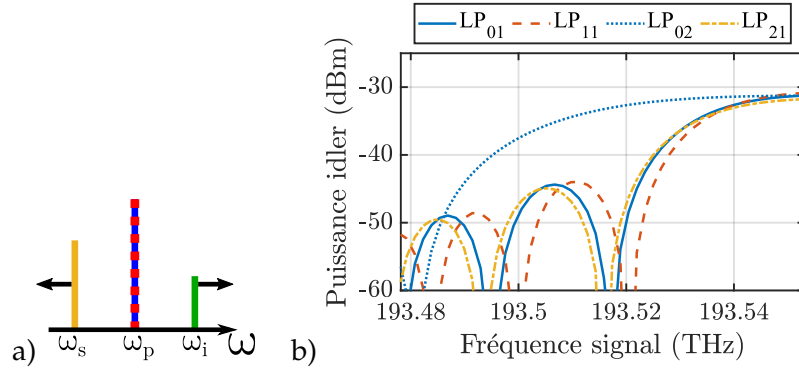


FIGURE 1.8. a) Schéma de décalage de la fréquence de l'onde signal, les paramètres utilisés sont présents dans le tableau 1.5. b) Efficacité de conversion en fonction de la fréquence de l'onde signal dans les modes LP<sub>01</sub>, LP<sub>11</sub>, LP<sub>02</sub> et LP<sub>21</sub> pour une configuration d'instabilité de modulation dégénérée en fréquence.

configuration d'instabilité de modulation dégénérée en fréquence. Les courbes d'efficacité de conversion sont en sinus cardinal comme nous l'attendions de l'équation 1.70. Le premier zéro de ces sinus cardinaux, dépend de l'aire effective et des propriétés de dispersion de chaque mode. Les propriétés de la fibre à quatre modes-LP sont détaillées en annexe C (elles sont disponibles dans le papier correspondant), les aires effectives de tous les modes et le RIGV (différence entre le  $\beta_1$  du mode étudié et le  $\beta_1$  du mode fondamentale) sont du même ordre de grandeur mais la dispersion du mode LP<sub>02</sub> est beaucoup plus faible. C'est pour cela que le premier zéro de l'efficacité de conversion est plus loin de la fréquence de l'onde pompe.

Pour la configuration fréquentielle de conjugaison de phase avec les ondes signal et idler dégénérées en fréquence (figure 1.6.d), l'onde idler est générée à la même fréquence  $\omega_0$  que l'onde signal au cours de la propagation dans la fibre. Les deux ondes interfèrent en fin de fibre.

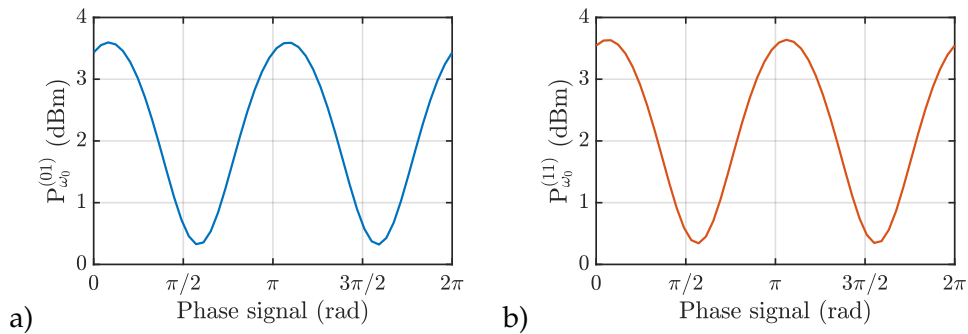


FIGURE 1.9. Simulation de la puissance à  $\omega_0$  en sortie de fibre pour du mélange à quatre ondes sensible à la phase intra-modal dans a) LP<sub>01</sub> et b) LP<sub>11</sub>.

En mesurant la puissance à  $\omega_0$  en sortie de fibre, on obtient des interférences  $\pi$ -périodiques dans chacun des deux modes pour du mélange à quatre ondes intra-modal dans  $LP_{01}$  (figure 1.9.a) et  $LP_{11}$  (figure 1.9.b).

Ondes	Pompe 1	Pompe 2	Signal	Idler
Puissance (dBm)	19	19	2.5	/
Fréquence (THz)	193.105	193.163	193.134	193.134

**TABLEAU 1.6.** Paramètres utilisés dans la simulation de mélange à quatre ondes intra-modal dans la fibre à quatre modes [33] pour une longueur de  $L = 2000$  m.

La courbe de puissance à  $\omega_0$  en sortie de fibre est sinusoïdale de période  $\pi$  en fonction de la phase du signal en entrée de la fibre. L'amplitude de la sinusoïde est de 3.3 dB. Ce phénomène est appelé mélange à quatre ondes sensible à la phase (PS-FWM) intra-modal. Ce phénomène a déjà été montré dans des fibres fortement non linéaires monomodes [38, 40] afin de réaliser des fonctions telles que de la conversion de fréquence multiple ou de la quantification tout-optique de la phase [41].

Pour conclure, il est possible de faire du mélange à quatre ondes sensible à la phase ou non dans chaque mode d'une fibre faiblement multimode. Plusieurs configurations seront utilisées dans la suite de la thèse.

## 1.2.2 Mélange à quatre ondes inter-modal dans une fibre faiblement multi-mode

Comme le montre l'équation non linéaire de Schrödinger multimode (équation (1.49)), les intégrales de recouvrement permettent de prendre en compte des effets non linéaires d'ondes interagissant sur différents modes. Ainsi, il est possible de réaliser du mélange à quatre ondes inter-modal, c'est à dire que les différentes ondes impliquées dans le mélange à quatre ondes se propagent sur différents modes comme le montre le schéma de la figure 1.10 par exemple.

Dans la suite, nous représenterons les ondes se propageant sur un mode ( $LP_{01}$  par exemple) au-dessus de l'axe des fréquences et celles se propageant sur l'autre mode ( $LP_{11}$  par exemple) au-dessous de l'axe des fréquences (figure 1.10). En plus des conditions de conservation de l'énergie et d'accord de phase, nous devons rajouter une condition au mélange à quatre ondes inter-modal : la sélectivité modale. Nous avons montré dans le tableau 1.3 que les intégrales de recouvrement ne pouvaient faire intervenir que deux modes. En effet, les intégrales de recouvrement de types  $Q_{klmn}$ , avec 3 ou 4 indices différents (exemple  $k = l \neq m \neq n : Q_{kklm}$ ), sont négligeables comparés à celles avec 1 ou 2 indices différents mais appairés (exemple  $k = l \neq m = n : Q_{kknn}$ ).

Les figures 1.11.a et 1.11.b montrent que l'idler sera généré au cours de la propagation

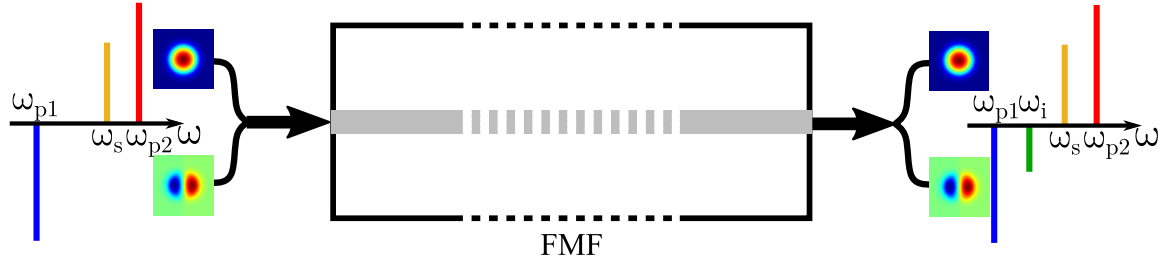


FIGURE 1.10. Schéma de génération par mélange à quatre ondes inter-modal d'une onde idler à  $\omega_i$  dans  $LP_{01}$  lors de la propagation des ondes pompe 1 ( $\omega_{p1}$ ) et signal ( $\omega_s$ ) dans le mode  $LP_{11}$  et la propagation de la pompe 2 ( $\omega_{p2}$ ) dans le mode  $LP_{01}$ .

sur un mode où le nombre d'ondes présentes est impair. Les intégrales de recouvrement comportant trois fois le même coefficient (exemple  $k = k = k \neq n : Q_{kkkn}$ ), sont également négligeables. Ainsi les quatre ondes en jeu devront se trouver par paire sur un ou deux modes différents afin d'interagir.

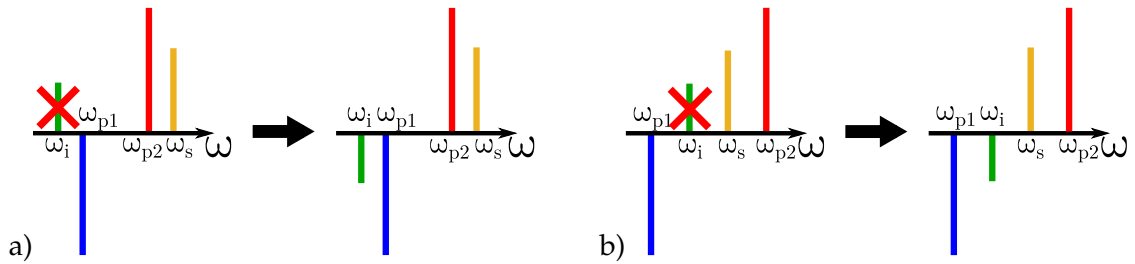


FIGURE 1.11. Spectres pour des configurations inter-modales a) instabilité de modulation (MI) et b) conjugaison de phase (PC). L'idler sera obligatoirement généré dans un mode où un nombre impair d'ondes se propagent.

Dans la suite de ce manuscrit, nous utilisons la configuration de conjugaison de phase avec l'onde pompe 1 envoyée sur le mode  $LP_{11}$  et les ondes pompe 2 et signal envoyées sur  $LP_{01}$ , comme par exemple sur figure 1.10. L'idler est alors créé dans le mode  $LP_{11}$  à une fréquence respectant la conservation de l'énergie.

Il est possible d'écrire les équations couplées en prenant en compte la distribution transverse du champ électrique pour les différents modes  $LP_{lm}$  [34] tel que l'amplitude complexe du champ des ondes pompes ( $A_{p1}$  et  $A_{p2}$ ), signal ( $A_s$ ) et idler ( $A_i$ ) s'écrivent, comme dans Agrawal [34] par exemple,

$$\frac{dA_{p_1}}{dz} = \frac{in_2\omega_{p_1}}{c} \left[ \left( f_{p_1 p_1} |A_{p_1}|^2 + 2 \sum_{k \in \{p_2, s, i\}} f_{p_1 k} |A_k|^2 \right) A_{p_1} + 2f_{sp_1 p_2 i} A_{p_2}^* A_s A_i \exp(i\Delta k z) \right], \quad (1.72)$$

$$\frac{dA_{p_2}}{dz} = \frac{in_2\omega_{p_2}}{c} \left[ \left( f_{p_2 p_2} |A_{p_2}|^2 + 2 \sum_{k \in \{p_1, s, i\}} f_{p_2 k} |A_k|^2 \right) A_{p_2} + 2f_{sp_1 p_2 i} A_{p_1}^* A_s A_i \exp(i\Delta k z) \right], \quad (1.73)$$

$$\frac{dA_s}{dz} = \frac{in_2\omega_s}{c} \left[ \left( f_{ss} |A_s|^2 + 2 \sum_{k \in \{p_1, p_2, i\}} f_{sk} |A_k|^2 \right) A_s + 2f_{sp_1 p_2 i} A_{p_1} A_{p_2} A_i^* \exp(-i\Delta k z) \right], \quad (1.74)$$

$$\frac{dA_i}{dz} = \frac{in_2\omega_i}{c} \left[ \left( f_{ii} |A_i|^2 + 2 \sum_{k \in \{p_1, p_2, s\}} f_{ik} |A_k|^2 \right) A_i + 2f_{sp_1 p_2 i} A_{p_1} A_{p_2} A_s^* \exp(-i\Delta k z) \right], \quad (1.75)$$

mais également dans d'autres sources pour étudier plus facilement les propriétés du mélange à quatre ondes [29, 38]. Dans ces équations,  $n_2$  est l'indice non linéaire,  $\omega_k$  la fréquence de l'onde  $k$  et  $f_{kl}$  est proportionnel à l'intégrale de recouvrement  $Q_{kkl}$  tel que

$$f_{kl} = 3 \frac{n_{\text{eff}, p_1} n_{\text{eff}, p_2}}{n_0^2} Q_{kkl}. \quad (1.76)$$

Dans les communications optiques, il peut être intéressant d'utiliser des effets non linéaires sensibles à la phase afin de créer des fonctions pour le traitement tout-optique du signal. Le mélange à quatre ondes peut être utilisé pour la quantification de phase par exemple. Ces opérations ont déjà été montrées dans des fibres monomodes [42] et des simulations ont été réalisées pour des opération inter-modale dans une fibre faiblement multimodes [29]. Afin d'illustrer la difficulté à opérer du mélange à quatre ondes inter-modal sensible à la phase, nous utilisons une configuration fréquentielle similaire à la figure 1.10 mais dans un cas où l'onde idler est générée à la même fréquence  $\omega_0$  que le signal. La conservation de l'énergie peut donc se réécrire

$$\omega_s = \omega_i = \frac{\omega_{p_1} + \omega_{p_2}}{2}. \quad (1.77)$$

Les modes sont orthogonaux entre eux. Ces deux ondes n'interfèrent donc pas, même si elles sont à la même fréquence, car elles sont situées dans deux modes différents. La phase de l'onde idler est verrouillée sur celle des trois autres [28] ondes, elle s'écrit alors

$$\phi_i = \phi_{p_1} + \phi_{p_2} - \phi_s + \pi/2. \quad (1.78)$$

Pour simplifier et sans perdre d'information, nous pouvons poser la phase des deux ondes de pompe à  $\phi_{p_1} = \phi_{p_2} = 0$ . La phase de l'idler s'écrit alors

$$\phi_i = -\phi_s + \pi/2. \quad (1.79)$$

En faisant varier la phase  $\phi_s$  entre 0 et  $2\pi$ , la puissance à  $\omega_0$  dans les deux modes devrait donc rester constante. La figure 1.12.a montre la puissance en sortie de fibre à  $\omega_0$  dans chacun des deux modes en fonction de la phase d'entrée du signal pour une fibre à quatre modes-LP (Annexe C) de 2000 m et pour les paramètres de simulations présentés dans le tableau 1.7.

Ondes	Pompe 1	Pompe 2	Signal	Idler
Mode	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>
Puissance (dBm)	27.5	27.5	3.5	/
Fréquence (THz)	192.945	193.323	193.134	193.134

TABLEAU 1.7. Paramètres utilisés dans la simulation de mélange à quatre ondes inter-modal en entrée de la fibre à quatre modes [33] pour une longueur de  $L = 2000$  m.

Dans chacun des deux modes, la puissance à  $\omega_0$  en sortie de fibre est constante. Il faut ici projeter les deux modes sur un mode commun afin de faire interférer les ondes signal et idler (figure 1.12.b). La différence de phase à  $\omega_0$  est donc de

$$\Delta\phi = 2\phi_s - \pi/2. \quad (1.80)$$

La puissance est sinusoïdale de période  $\pi$  en fonction de la phase d'entrée du signal. Cet exemple montre qu'il est possible de créer un processus sensible à la phase à partir de mélange à quatre ondes inter-modal. Néanmoins, cette configuration fréquentielle nécessite une projection sur un mode commun afin de faire interférer les ondes signal et idler.

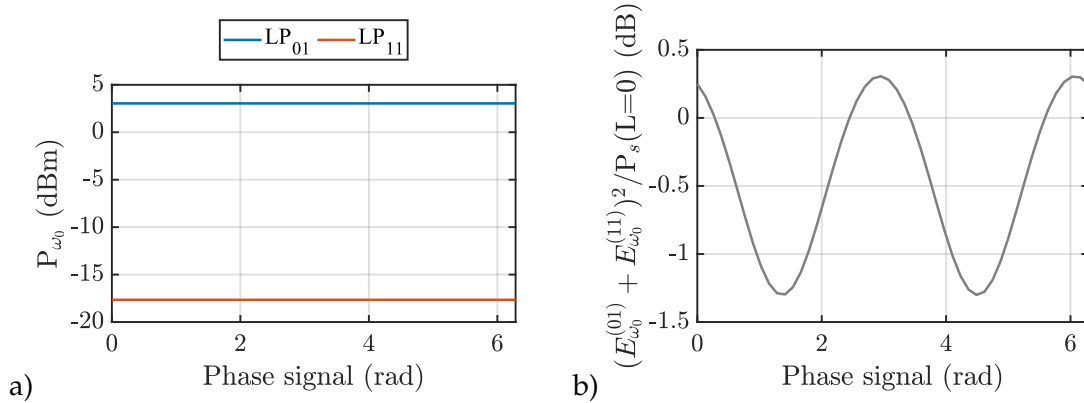


FIGURE 1.12. Étude de la puissance en sortie de fibre à  $\omega_0$  dans a) les modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub> et b) dans un mode commun.

La projection dans un mode commun est compliquée à mettre en place expérimentalement. Afin de l'éviter, il faut créer des effets sensibles à la phase au cours de la propagation dans chacun des modes. Nous avons proposé une configuration fréquentielle ajoutant une onde, appelée sonde, à  $\omega_0$  dans le mode LP<sub>11</sub> en entrée de fibre.

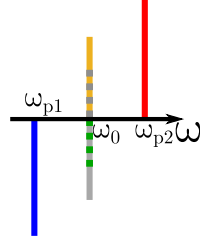


FIGURE 1.13. Schéma de la configuration inter-modale utilisée avec les ondes signal, sonde et les deux ondes idler dégénérées en fréquences.

En prenant la phase des ondes pompes nulle, nous avons obtenu que la phase de l'onde idler générée par l'onde signal ( $\phi_{\text{signal}}$ ) et celle de l'onde idler générée par l'onde sonde ( $\phi_{\text{sonde}}$ ) sont données par les relations

$$\phi_{i_{\text{signal}}} = -\phi_{\text{signal}} + \pi/2, \quad (1.81)$$

$$\phi_{i_{\text{sonde}}} = -\phi_{\text{sonde}} + \pi/2 = \pi/2. \quad (1.82)$$

Les paramètres de cet exemple sont présentés dans le tableau 1.8.

Ondes	Pompe 1	Pompe 2	Signal	Idler (signal)	Sonde	Idler (sonde)
Mode	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>01</sub>
Puissance (dBm)	27.5	27.5	3.5	/	-10/3.5/10	/
Fréquence (THz)	192.945	193.323	193.134	193.134	193.134	193.134
Phase (rad)	0	0	$\phi_{\text{signal}}$	$-\phi_{\text{signal}}$	0	$\pi/2$

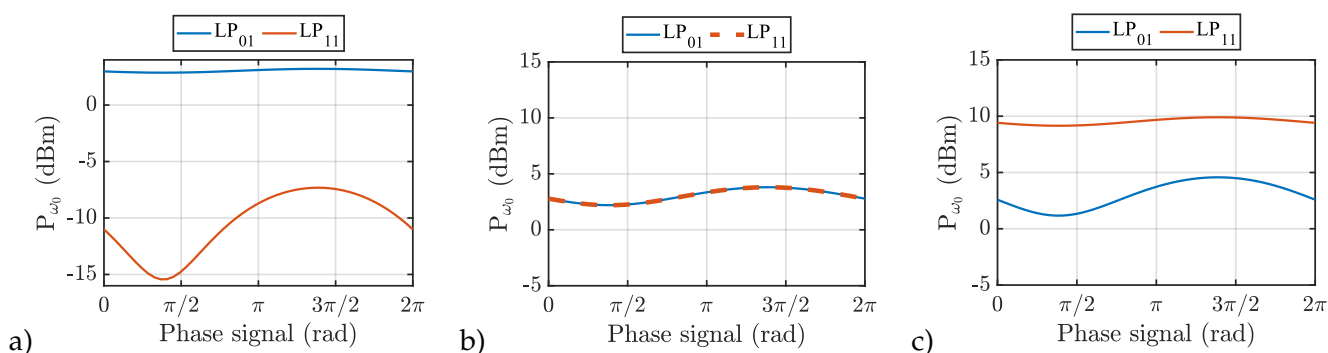
TABLEAU 1.8. Paramètres utilisés dans la simulation de mélange à quatre ondes inter-modale avec une sonde en entrée de fibre à quatre modes [33] pour une longueur de  $L = 2000$  m.

Les ondes signal (respectivement sonde) et idler générées par la sonde (respectivement le signal) étant dans le même mode et à la même fréquence  $\omega_0$ , les ondes interfèrent et le déphasage à  $\omega_0$  dans chaque mode est de

$$\Delta\phi_{\text{LP}_{01}} = \phi_{\text{signal}}, \quad (1.83)$$

$$\Delta\phi_{\text{LP}_{11}} = \phi_{i_{\text{signal}}} = -\phi_{\text{signal}}. \quad (1.84)$$

Les interférences sont  $2\pi$ -périodiques dans les deux modes. Dans les deux modes à  $\omega_0$ , il y a une onde dont la phase est constante et l'autre varie. Comme nous l'avons vu avec la projection sur un mode commun, cela mène à des interférences et le mélange à quatre ondes sensible à la phase est visible dans les deux modes. Comme il est montré dans les trois figures 1.14, la visibilité et la puissance moyenne de la courbe de puissance en sortie



**FIGURE 1.14.** Puissance en sortie de fibre à  $\omega_0$  dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  à  $\omega_0$  pour une puissance de sonde de a)  $P_{\text{sonde}} = -10$  dBm, b)  $P_{\text{sonde}} = 3.5$  dBm et c)  $P_{\text{sonde}} = 10$  dBm, pour une même puissance de l'onde signal en entrée ( $P_{\text{signal}} = 3.5$  dBm).

de fibre à  $\omega_0$  dépend de la puissance de la sonde. Dans le mode  $LP_{01}$  (respectivement  $LP_{11}$ ), la visibilité des interférences augmente à mesure que la puissance des ondes signal et idler créées par l'onde sonde (respectivement sonde et idler créé par l'onde signal) sont identiques, comme dans la figure 1.14.a (respectivement figure 1.14.b) par exemple. Plus la puissance de l'onde sonde est proche de celle du signal, plus le processus sensible à la phase est identique dans les deux modes. Cela est montré par la figure 1.14.b où les puissances des ondes signal et sondes sont identiques en entrée de fibre. Le même processus sensible à la phase interviendrait si nous faisons varier la phase de la sonde à la place de la phase du signal. Le mélange à quatre ondes sensible à la phase est donc symétrique.

Pour conclure, il est possible de faire du mélange à quatre ondes inter-modal sensible à la phase ou non dans une fibre faiblement multimode. Si une onde sonde a été ajoutée en entrée de fibre, alors les interférences sont mesurables avec la puissance de l'onde à  $\omega_0$  dans chacun des modes et les interférences sont  $2\pi$ -périodiques. Sinon, les interférences seront  $\pi$ -périodique mais nécessiteront une projection dans un mode commun afin d'être mesurées.

Dans le chapitre suivant, une application pour les télécommunications nécessitera une configuration permettant d'observer les interférences dans chacun de modes de la fibre ainsi que des oscillations  $\pi$ -périodiques. La configuration sensible à la phase avec ajout d'une onde sonde sera alors réutilisée.

### I.2.3 Diffusion Brillouin stimulée dans une fibre faiblement multimode

En 1922, Léon Brillouin s'interroge sur l'influence d'une onde élastique sur un rayon lumineux dans un milieu transparent [43]. Il démontre alors, pour la première fois, qu'une partie de l'onde est alors réfléchi et que sa fréquence a été modifiée.

La diffusion Brillouin est un effet non linéaire du troisième ordre. C'est un processus non-paramétrique, ce qui signifie que les ondes mises en jeu transfèrent de l'énergie à

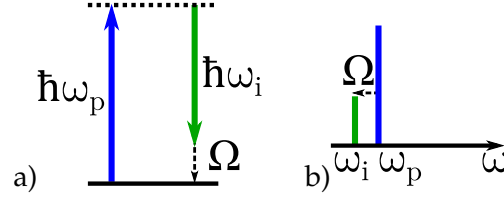


FIGURE 1.15. Diagramme d'énergie et spectre des ondes mises en jeu dans l'effet Brillouin.

la matière par la création d'un phonon à la fréquence  $\Omega$  lors de la propagation. L'onde acoustique est d'origine thermique pour la diffusion Brillouin spontanée ou créée par électrostriction lors du passage de l'onde électromagnétique dans le milieu pour la diffusion Brillouin stimulée [44]. La fréquence du phonon dépend du milieu et pour la silice  $\Omega = 10$  GHz.

Lors de la diffusion Brillouin stimulée, l'onde acoustique générée dans la fibre crée une modulation de l'indice. Une onde électromagnétique, décalée en fréquence de  $\Omega$  par effet Doppler [45], est alors diffusée dans le sens inverse de l'onde électromagnétique incidente. La nouvelle fréquence de l'onde diffusée est  $\omega_i$ , cette onde est appelée onde Stokes et  $\omega_i = \omega_p - \Omega$ . Le spectre de la figure 1.15 représente ce cas. Ainsi, l'onde incidente génère un phonon par électrostriction, créant une onde rétrodiffusée qui augmente l'électrostriction en interférant avec l'onde incidente [44]. Le phénomène s'auto-entretient et un régime stationnaire s'établit.

L'onde acoustique générée dans la fibre crée une modulation de l'indice où l'onde électromagnétique est diffusée dans le sens inverse de l'onde électromagnétique incidente. L'onde acoustique crée un décalage de fréquence sur l'onde diffusée par effet Doppler [45] et la nouvelle fréquence de l'onde diffusée est  $\omega_i$ . Dans le cas où l'onde acoustique et l'onde électromagnétique se propagent dans le même sens (respectivement dans le sens opposé), on appelle Stokes (respectivement anti-Stokes) l'onde diffusée. Dans le cas de l'onde Stokes, le décalage Doppler a lieu vers les fréquences inférieures et  $\omega_i = \omega_p - \Omega$ . Le spectre de la figure 1.15 représente ce cas. Dans le cas de l'onde anti-Stokes, le décalage Doppler a lieu vers les fréquences supérieures et  $\omega_i = \omega_p + \Omega$ .

Dans le cas où l'onde pompe est suffisamment puissante, l'onde Stokes et l'onde pompe battent, créant une modulation d'intensité et une amplification de l'onde acoustique. L'onde acoustique diffuse alors encore plus l'onde pompe renforçant l'onde Stokes et le battement avec l'onde pompe. On parle alors de diffusion Brillouin stimulée (DBS).

L'accord de phase de la diffusion Brillouin stimulée étant automatique, seul un élargissement de la fréquence de pompe peut diminuer ce phénomène. Comme la diffusion Brillouin stimulée s'auto-entretient, plus la puissance en entrée de fibre est grande, plus l'effet est intense. Cela mène inévitablement à une déplétion de la pompe utilisée dans cet effet non linéaire.

Nous pouvons définir un "seuil" de l'effet Brillouin afin d'avoir une idée de la puissance à laquelle il peut apparaître. Agrawal [34] propose une approximation du seuil de l'effet Brillouin pour chaque mode ( $P_{\text{seuil}}^{\text{LP}_{lm}}$ ), en utilisant l'aire effective du mode étudié ( $A_{\text{eff}}$ ), la longueur effective de la fibre ( $L_{\text{eff}} = \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha}$ , avec  $\alpha$  le coefficient d'absorption) et le gain Brillouin de la silice ( $g_B(\Omega_B) = 5 \times 10^{-11} \text{ m} \times \text{W}^{-1}$ )

$$P_{\text{seuil}}^{\text{LP}_{lm}} = 21 \frac{A_{\text{eff}}^{\text{LP}_{lm}}}{g_B(\Omega_B) L_{\text{eff}}}. \quad (1.85)$$

Pour résumer, quel que soit le mode où l'onde de pompe est envoyée, comme le montre la figure 1.16, lorsqu'une onde à  $\omega_p$ , suffisamment puissante en entrée de fibre pour dépasser le "seuil" de l'effet Brillouin, se propage dans la fibre, une onde contra-propagative est générée à  $\omega_i$ . À partir du "seuil" d'apparition, il est impossible d'empêcher la formation de

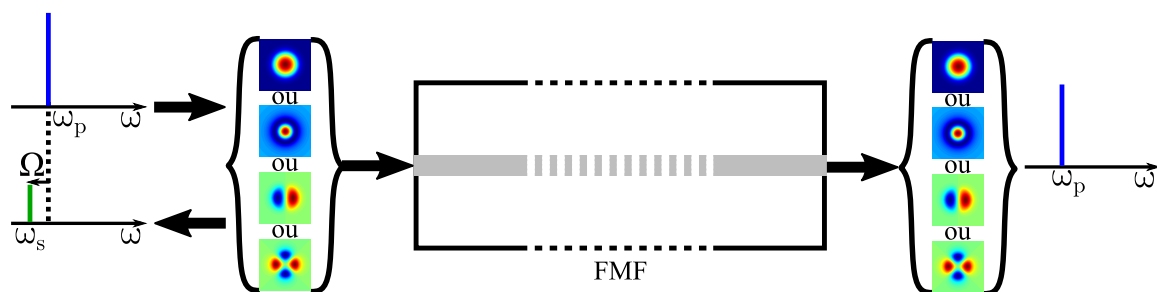


FIGURE 1.16. Schéma de génération par effet Brillouin d'une onde idler rétrodiffusée à  $\omega_i$  lors de la propagation dans l'un des modes d'une fibre faiblement multimode.

l'effet Brillouin stimulé. Ainsi lors de la montée en puissance dans la partie expérimentale de cette thèse, la diffusion Brillouin stimulée nous a posé problème en déplaçant les ondes pompes utilisées dans le mélange à quatre ondes, donc en diminuant son efficacité. Nous en discuterons dans la dernière partie du chapitre III.



# CHAPITRE II

---

## Étude numérique du mélange à quatre ondes pour la quantification de phase dans les fibres faiblement multimodes

---

### Sommaire

---

<b>II.1</b>	<b>Méthode de résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode</b>	<b>36</b>
II.1.1	Simplification de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode avant son implémentation numérique	36
II.1.2	Implémentation de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode par méthode de split step Fourier	37
II.1.3	Vérification des résultats de simulation par comparaison à la littérature	39
<b>II.2</b>	<b>Calcul de la constante de propagation par résolution numérique de la relation de dispersion</b>	<b>41</b>
<b>II.3</b>	<b>Régénération de phase pour la quantification du signal</b>	<b>46</b>
II.3.1	Principe physique de la régénération de phase	47
II.3.2	Simulation de la régénération de phase d'un signal DPSK possédant un bruit blanc gaussien.	51

---

Nous souhaitons par la suite effectuer des simulations numériques de processus de mélange à quatre ondes sensibles à la phase afin de prévoir et comparer nos résultats expérimentaux. Ceci requiert un modèle de propagation dans une fibre faiblement multimode non linéaire et dispersive. L'équation non linéaire de Schrödinger, bien connue pour la propagation monomode [34, 46, 47] peut être étendue au régime faiblement multimode [27] comme cela a été discuté dans le chapitre I. Sa résolution peut être effectuée par une méthode de *split-step Fourier* (SSF) [48-50].

Dans ce chapitre, nous détaillerons notre implémentation de la résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode par la méthode de SSF. L'utilisation de cette équation pour la simulation de problèmes de propagation dans une fibre faiblement multimode requiert la connaissance des constantes de propagation des différents modes. Nous détaillerons comment obtenir ces constantes grâce à un solveur numérique utilisant la méthode des éléments finis. Par la suite, nous validerons notre implémentation du modèle par comparaison avec des résultats rapportés dans la littérature. Nous explorerons également son utilisation pour la simulation d'effets sensibles à la phase et discuterons comment ces effets peuvent être utilisés à des fins de régénération et de quantification de la phase.

## II.1 Méthode de résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode

Le modèle utilisé dans nos simulations est l'équation non linéaire de Schrödinger multimode. Il est exposé dans le premier chapitre (équations (1.49)). Nous montrerons dans cette partie la méthode de résolution numérique et la validation du modèle.

### II.1.1 Simplification de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode avant son implémentation numérique

Cette partie est consacrée aux simplifications nécessaires à l'implémentation du modèle numérique. L'équation non linéaire de Schrödinger nécessite des paramètres tels que la dispersion ou le coefficient non linéaire. Ces paramètres sont intrinsèques à la fibre utilisée. Nous baserons nos simulations sur les paramètres des fibres publiés dans certains articles [33, 37]. On trouve dans ces derniers, généralement, la constante de propagation des modes  $LP_{lm}$  ( $\beta^{(lm)}$ ) seulement jusqu'à l'ordre deux, voir jusqu'à l'ordre trois pour les plus précis. En prenant en compte les trois premiers ordres, la partie linéaire de l'équation de Schrödinger multimode, équation (1.50), se réécrit

$$\mathcal{D}^{(k)} = \left[ i \left( \beta_0^{(k)} - \beta_0 \right) + \left( \beta_1^{(k)} + \beta_1 \right) \frac{\partial}{\partial t} - i \frac{\beta_2^{(k)}}{2} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 + \frac{\beta_3^{(k)}}{6} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^3 \right] A_k(z, t). \quad (2.1)$$

où  $\beta_m^{(k)}$  est la  $m^{\text{ème}}$  dérivée de la constante de propagation du  $k^{\text{ème}}$  mode (si l'indice  $k$  n'est pas indiqué, il s'agit d'une dérivée de la constante de propagation du mode  $LP_{01}$ ) et  $A_k(z, t)$  est l'enveloppe complexe du champ électrique dans le mode  $k^{\text{ème}}$  mode. La partie linéaire rend l'équation non linéaire de Schrödinger complexe à résoudre dans le

domaine temporel. Elle fait intervenir des dérivées temporelles, qui sont plus simples à prendre en compte dans le domaine fréquentiel.

La partie non linéaire de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode peut être simplifiée. Dans nos simulations, nous avons utilisé des ondes continues ou des impulsions assez longues (supérieures à 5 ps) pour ne pas être soumis ni au self-steepening (auto-raïdissement), ni la réponse Raman retardée. La réponse non linéaire de la silice  $R$  se réécrit

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t). \quad (2.2)$$

À partir de ces simplifications, la partie non-linéaire de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode s'écrit

$$\mathcal{N}^{(k)} = i\frac{n_2\omega_0}{c}(1 - f_R) \sum_{l,m,n} \left\{ 2Q_{klmn}^{(1)}(\omega_0)A_l(z,t)A_m(z,t)A_n^*(z,t) + Q_{klmn}^{(2)}(\omega_0)A_l^*(z,t)A_m(z,t)A_n(z,t) \right\}. \quad (2.3)$$

Contrairement à la partie linéaire, la partie non linéaire de l'équation de Schrödinger est plus simple à implémenter dans le domaine temporel. La partie non linéaire étant plus simple à résoudre dans le domaine temporel et la partie linéaire dans le domaine fréquentiel, il n'est pas possible de résoudre l'équation non linéaire de Schrödinger multimode analytiquement. La méthode numérique permettant d'implémenter cette équation permet de contourner cette difficulté.

### II.1.2 Implémentation de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode par méthode de split step Fourier

Malgré les simplifications vues dans la partie précédente, il n'est pas possible de résoudre analytiquement l'équation non linéaire de Schrödinger multimode. Afin d'implémenter numériquement cette équation, nous avons choisi d'utiliser la méthode de *split step Fourier* (SSF) afin de résoudre séparément la partie non linéaire et la partie linéaire.

Dans un premier temps, nous considérons seulement la partie linéaire dans l'équation non linéaire de Schrödinger multimode (1.49). Ainsi, cette équation se réécrit

$$\frac{\partial A_k(z,t)}{\partial z} = \mathcal{D}^{(k)}(z,t), \quad (2.4)$$

avec  $\mathcal{D}$  la partie linéaire de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode donnée par l'équation 2.1. La partie linéaire fait intervenir des dérivées temporelles. Cette équation différentielle peut être résolue analytiquement dans le domaine fréquentiel et

$$\tilde{A}_k(z, \Delta\omega) = \tilde{A}_k(0, \Delta\omega) \exp \left[ i \left( (\beta_1^{(k)} - \beta_1^{(01)})\Delta\omega + \frac{\beta_2}{2}\Delta\omega^2 + \frac{\beta_3}{6}\Delta\omega^3 \right) z \right] \quad (2.5)$$

avec  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ . Considérons maintenant la partie non linéaire seule dans l'équation non linéaire de Schrödinger multimode. Ainsi, cette équation se réécrit

$$\frac{\partial A_k(z,t)}{\partial z} = \mathcal{N}^{(k)} \quad (2.6)$$


---

avec  $\mathcal{N}$  la partie non linéaire donnée par l'équation 2.3. La partie non linéaire de l'équation peut être résolue dans le domaine temporel mais pas analytiquement. Afin de résoudre numériquement cette équation différentielle, il est possible d'utiliser la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4) [51]. Nous nous sommes appuyés sur l'implémentation de cette méthode par Rodolphe Collin [52]. La méthode de résolution numérique de SSF

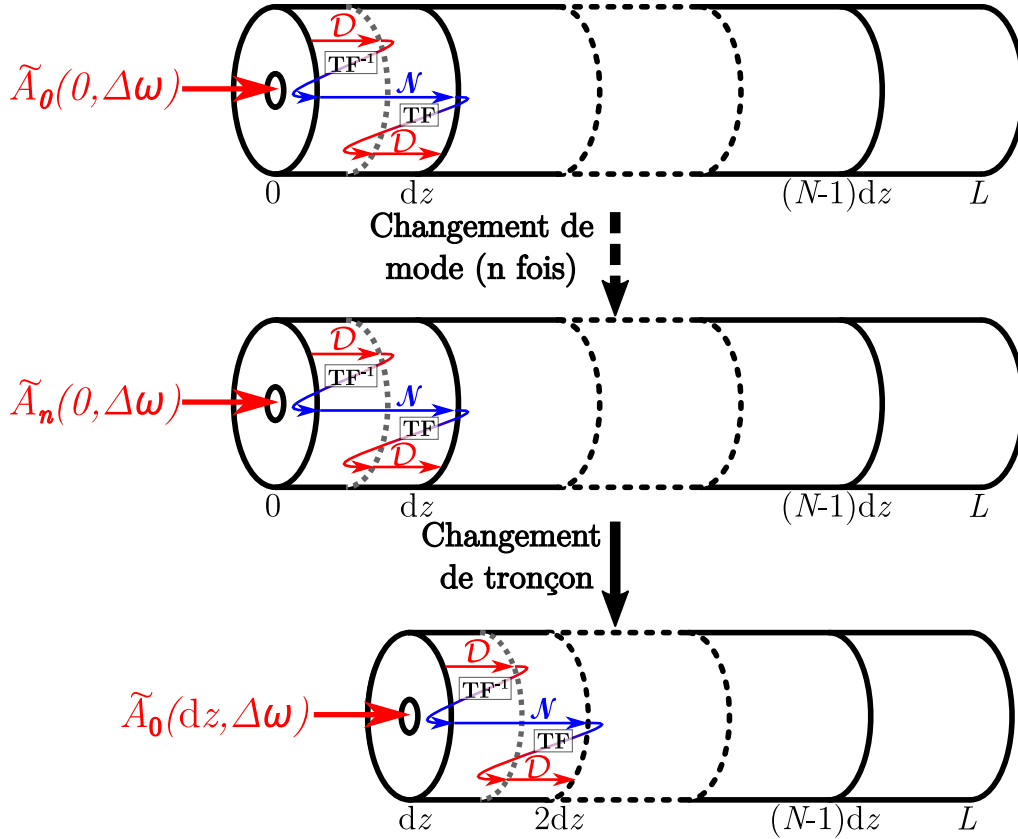


FIGURE 2.1. Schéma de la méthode de SSF. Rouge : domaine fréquentiel, bleu : domaine temporel.

consiste à diviser la fibre de longueur  $L$  en  $N$  petits tronçons de fibre de longueur  $dz$ . Si les tronçons sont assez petits, il est possible de considérer séparément la partie linéaire dans le domaine fréquentiel et la partie non linéaire dans le domaine temporel. Le SSF est schématisé sur la figure 2.1. En commençant par le premier mode ( $k = 0$ ) dans la fibre, la partie linéaire est prise en compte dans le domaine fréquentiel (en rouge sur le schéma) suivant l'équation 2.5 sur la moitié du tronçon ( $z = dz/2$ ). Après être passé dans le domaine temporel (en bleu sur le schéma) par transformée de Fourier inverse ( $TF^{-1}$ ), la partie non linéaire est prise en compte sur toute la distance  $dz$ . En repassant dans le domaine fréquentiel (en rouge sur le schéma) par transformée de Fourier ( $TF$ ), la partie linéaire est prise en compte sur la deuxième moitié du tronçon. L'équation de Schrödinger multimode étant donnée pour un mode  $k$ , il faut répéter le processus pour chaque mode de la fibre avant de passer au tronçon de fibre suivant.

### II.1.3 Vérification des résultats de simulation par comparaison à la littérature

Afin de vérifier l'implémentation et la résolution numérique de notre modèle théorique, nous avons comparé nos résultats de simulation à ceux publiés dans un article [37]. L'article utilisé en référence utilise également le modèle de l'équation non linéaire de Schrödinger avec des ondes continues. Nous nous plaçons dans la même configuration fréquentielle et modale que dans l'article ci-dessus, pour comparer nos résultats de simulations aux leurs. Le but ici est de créer du mélange à quatre ondes inter-modal en injectant trois ondes dans la fibre, une quatrième onde est alors générée lors de la propagation.

La configuration fréquentielle de mélange à quatre ondes utilisée est celle de la conjugaison de phase (figure 2.2) inter-modale. En entrée de fibre, il y a donc deux ondes de fortes puissances aux longueurs d'onde  $\lambda_{p1}$  et  $\lambda_{p2}$  ainsi qu'une onde de plus faible puissance à une longueur d'onde  $\lambda_s$  entre les ondes de pompe ( $\lambda_{p1} > \lambda_s > \lambda_{p2}$ ). Les ondes pompe 1 et signal sont injectées dans le mode  $LP_{01}$ . L'onde pompe 2 est injectée dans le mode  $LP_{11}$ . En sortie, une quatrième onde est présente dans le mode  $LP_{11}$  à la longueur d'onde  $\lambda_i$  tel que  $\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda_{p1}} + \frac{1}{\lambda_{p2}} - \frac{1}{\lambda_s}$  et  $\lambda_{p1} > \lambda_i > \lambda_{p2}$ . L'article [37] présente l'efficacité

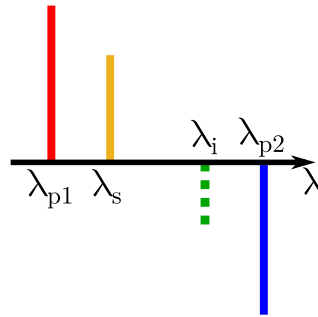


FIGURE 2.2. Configuration en conjugaison de phase inter-modale sur  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ .

de conversion (CE) du mélange à quatre ondes. Afin de comparer nos résultats à la littérature, nous calculons la CE comme le rapport de la puissance de l'idler ( $P_i$ ) en sortie de fibre ( $z = L$ ) par la puissance du signal ( $P_s$ ) en sortie de fibre

$$CE = \frac{P_i(L)}{P_s(L)}. \quad (2.7)$$

Afin de correspondre aux résultats publiés, nous faisons varier la longueur d'onde du signal ( $\lambda_s$ ) et la longueur d'onde de la pompe 2 ( $\lambda_{p2}$ ).

La figure 2.3 représente les cartographies, de nos simulations et de celles de la référence [37], d'efficacité de conversion (CE) en fonction de la longueur d'onde de l'onde signal et de la longueur d'onde de la pompe 2. Les paramètres utilisés sont présentés dans le tableau 2.1. La comparaison des cartographies permet de voir que la forme de l'efficacité de conversion est la même pour nos simulations et celle de la littérature. Afin de

	Pompe 1	Pompe 2	Signal	Idler
Mode	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>
Puissance en entrée (dBm)	27.5	27.5	3.5	/
Longueur d'onde (nm) : cartographie figure 2.3	1549	[1553; 1557]	[1549; 1553]	$\frac{1}{\lambda_{p1}} + \frac{1}{\lambda_{p2}} - \frac{1}{\lambda_s}$
Longueur d'onde (nm) : graphique figure 2.4	1549	a) 1553.23 ou b) 1555.5	[1549; 1553]	$\frac{1}{\lambda_{p1}} + \frac{1}{\lambda_{p2}} - \frac{1}{\lambda_s}$

TABLEAU 2.1. Paramètres utilisés dans la simulation de mélange à quatre ondes intermodal en entrée de la fibre bimode [37] pour une longueur de  $L = 1000$  m.

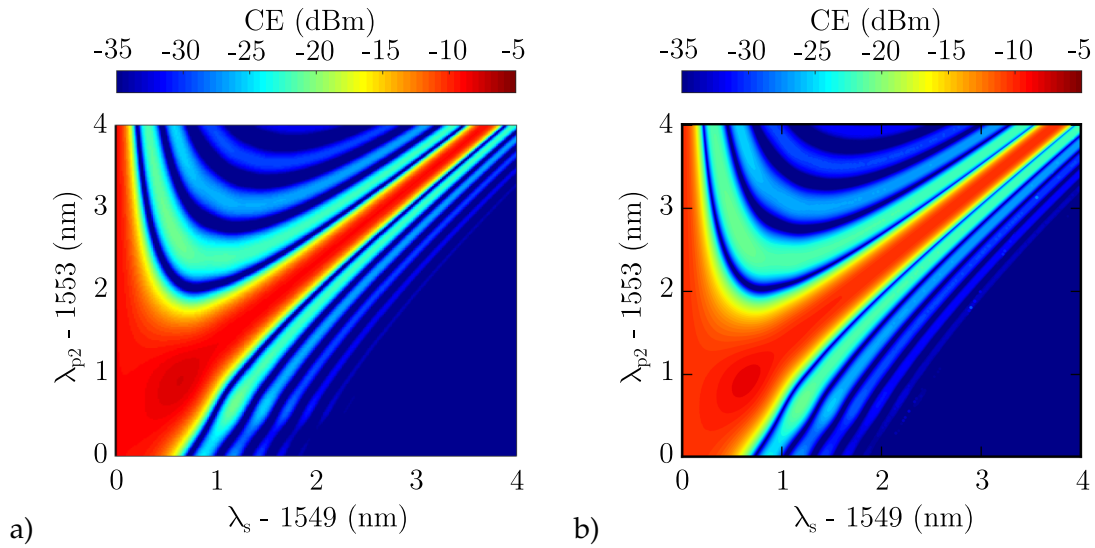


FIGURE 2.3. Comparaison des cartographies d'efficacité de conversion en fonction de la longueur d'onde du signal et de celle de la pompe 2 entre a) nos simulations et b) la figure tirée de l'article [37] pour une configuration en conjugaison de phase. Les paramètres de simulation sont présents dans le tableau 2.1.

pousser la vérification plus loin, nous prenons deux valeurs de la longueur d'onde de la pompe 2, soit deux coupes dans la cartographie 2.4. Que ce soit pour une longueur d'onde de  $\lambda_{p2} = 1553.23$  nm ou de  $\lambda_{p2} = 1555.5$  nm, les résultats de simulations et ceux de l'article de référence correspondent.

## II.2. Calcul de la constante de propagation par résolution numérique de la relation de dispersion

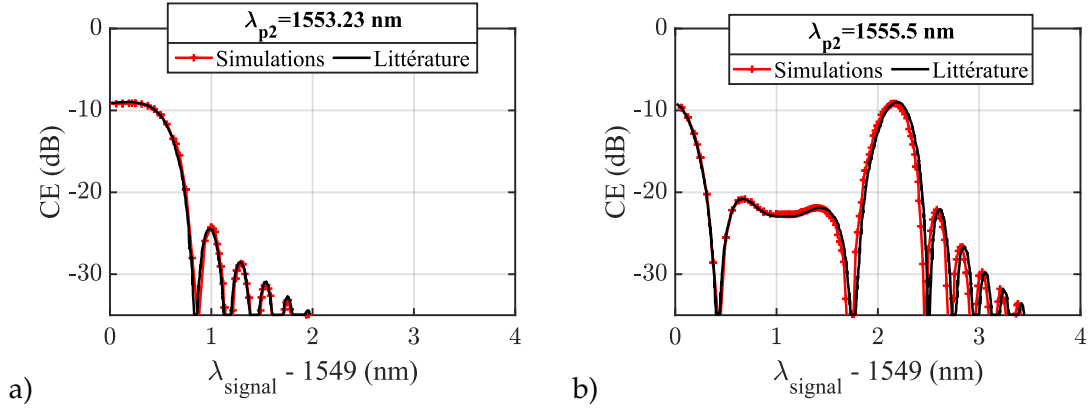


FIGURE 2.4. Comparaison des résultats de simulation avec la littérature [37] pour une configuration en conjugaison de phase pour a)  $\lambda_{p2} = 1553.23$  nm et b)  $\lambda_{p2} = 1555.5$  nm. Les paramètres de simulation sont présents dans le tableau 2.1.

## II.2 Calcul de la constante de propagation par résolution numérique de la relation de dispersion

Dans cette partie, nous calculerons la constante de propagation de chaque mode à partir du profil d'indice de la fibre. En effet, il arrive que certains paramètres ne soient pas présents dans les publications. La marche à suivre pour déterminer la constante de propagation est la suivante. En partant du profil d'indice et en utilisant l'équation de Sellmeier à trois termes [53], nous avons pu calculer les indices matériaux de la gaine et du cœur en fonction de la longueur d'onde. Nous considérons des fibres à saut d'indice à géométrie circulaire dans l'hypothèse de guidage faible. En injectant ces indices dans la relation de dispersion équation (1.41), nous avons calculé la constante de propagation normalisée de chaque mode  $LP_{lm}$  en fonction de la longueur d'onde. Cela mène aux calculs de la constante de propagation et de l'enveloppe transverse du champ électrique en fonction de la longueur d'onde pour chaque mode transverse se propageant dans la fibre.

Pour la fibre à 4 modes-LP de Prysmian, certains paramètres sont disponibles dans l'article associé à la fibre [33]. À 1550 nm, il s'agit d'une fibre à saut d'indice avec un rayon de cœur  $a = 7.5 \mu\text{m}$ , une différence d'indice entre le cœur et la gaine de  $\Delta n = 9.7 \cdot 10^{-3}$  et une fréquence normalisée  $V = 5.1$ . La figure 2.5 représente le profil d'indice de la fibre à 1550 nm.

À partir de la différence d'indice et de la fréquence normalisée, nous avons pu calculer les indices de gaine et de cœur. Nous avons deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} \Delta n = n_{\text{co}} - n_{\text{cl}} = 9.7 \cdot 10^{-3} \\ V = ak_0 \sqrt{n_{\text{cl}}^2 - n_{\text{co}}^2} = 5.1 \end{cases} \quad (2.8)$$

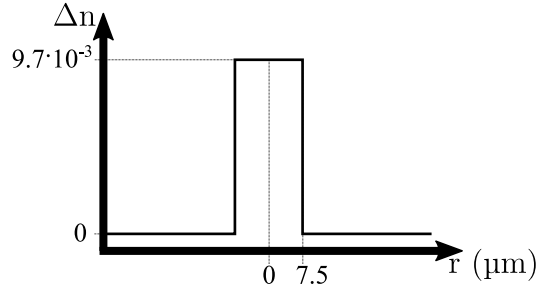


FIGURE 2.5. Profil d'indice de la fibre à quatre modes [33] avec  $V = 5.1$  (voir équation (1.39)) à  $\lambda = 1550$  nm.

d'où :

$$\begin{cases} n_{co} = 1.4554 \\ n_{cl} = 1.4457 \end{cases} \quad (2.9)$$

Afin de vérifier les indices calculés, nous comparons les aires effectives de chaque mode présent à  $\lambda = 1550$  nm avec les données de l'article [33] dans le tableau 2.2. Pour cela, nous utilisons les valeurs de  $n_{co}$  et  $n_{cl}$  précédentes dans la relation de dispersion (1.41). La distribution transverse du champ électrique du mode  $LP_{lm}$  dépendant de la constante de propagation, il est donc possible de la calculer pour les modes pairs (équation (1.43)) et pour les modes impairs (équation (1.44)) présents dans la fibre à cette longueur d'onde. Les aires effectives calculées à 1550 nm par la formule (1.45) sont identiques à  $\pm 1 \mu\text{m}^2$  aux

	Article [33]	Simulation
$LP_{01}$	$124 \mu\text{m}^2$	$124 \mu\text{m}^2$
$LP_{11}$	$118 \mu\text{m}^2$	$118 \mu\text{m}^2$
$LP_{21}$	$133 \mu\text{m}^2$	$132 \mu\text{m}^2$
$LP_{02}$	$127 \mu\text{m}^2$	$126 \mu\text{m}^2$

TABLEAU 2.2. Tableau de comparaison entre l'aire effective donnée et celle calculée par l'équation (1.45) à 1550 nm, pour chacun des modes de la fibre 4-modes [33].

aires effectives publiées. Nous avons donc validé les indices de réfraction à  $\lambda = 1550$  nm. Nous pouvons nous appuyer sur ces résultats pour calculer la dépendance en longueur d'onde des indices puis la constante de propagation.

La fibre à quatre modes que nous étudions a un profil d'indice à saut d'indice. Nous supposons que le seul dopant utilisé dans la gaine et le cœur est du germanium. Nous utilisons l'équation de Sellmeier [53]

$$n^2(\lambda) - 1 = \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_k^2} \quad (2.10)$$

afin de tracer (figure 2.6) l'indice en fonction de la fraction molaire en dioxyde de germanium ( $x_{\text{GeO}_2}$ ) à la longueur d'onde utilisée pour obtenir le profil d'indice (ici 1550 nm). Les

constantes  $a_k$  et  $\lambda_k$  dépendent de la fraction molaire en dopant

$$a_k[x_{\text{GeO}_2}] = a_k^0 + x_{\text{GeO}_2} da_k^{\text{GeO}_2}, \quad (2.11)$$

$$\lambda_k[x_{\text{GeO}_2}] = \lambda_k^0 + x_{\text{GeO}_2} d\lambda_k^{\text{GeO}_2}, \quad (2.12)$$

les paramètres  $a_k^0$ ,  $da_k^{\text{GeO}_2}$ ,  $\lambda_k^0$  et  $d\lambda_k^{\text{GeO}_2}$  sont donnés dans la Table 2.3.

k	1	2	3
$a_k^0$	0.697668	0.407339	0.889883
$da_k^{\text{GeO}_2}$	0.031510	0.267302	-0.012950
$\lambda_k^0$ ( $\mu\text{m}$ )	0.070861	0.113600	9.784231
$d\lambda_k^{\text{GeO}_2}$ ( $\mu\text{m}$ )	0.001677	0.032138	0.318034

TABLEAU 2.3. Coefficients de Sellmeier pour un verre dopé au germanium [53].

La figure 2.6 représente l'indice calculé par l'équation de Sellmeier (2.10) en fonction de la fraction molaire en dopant germanium à  $\lambda = 1550$  nm. Nous savons que l'indice de gaine (respectivement de cœur) est de  $n_{\text{cl}} = 1.4457$  (respectivement  $n_{\text{co}} = 1.4554$ ). En projetant les deux indices sur la courbe (flèches bleues), les fractions molaires obtenues sont  $x_{\text{GeO}_2} = 1.4$  % pour la gaine et  $x_{\text{GeO}_2} = 10.6$  % pour le cœur.

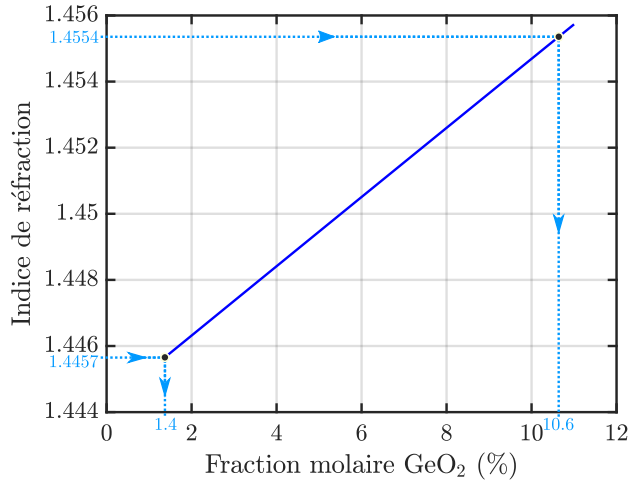


FIGURE 2.6. Indice de réfraction de la silice dopée en fonction de la fraction molaire de  $\text{GeO}_2$ . La courbe est calculée à partir des équations (2.10, 2.11 et 2.12).

En utilisant les valeurs de fraction molaire, nous avons calculé les valeurs d'indices à partir de l'équation de Sellmeier en fonction de la longueur d'onde, comme présenté en figure 2.7. Nous obtenons ainsi les courbes d'indice matériau en fonction de la longueur d'onde pour la gaine et pour le cœur de la fibre. Nous avons ensuite injecté ces indices dans la relation de dispersion (1.41). Cela nous a permis de calculer les  $b_{lm}(\lambda)$  associés à chaque mode  $\text{LP}_{lm}$ , puis les  $\beta^{(lm)}(\lambda)$  avec l'équation (1.40).

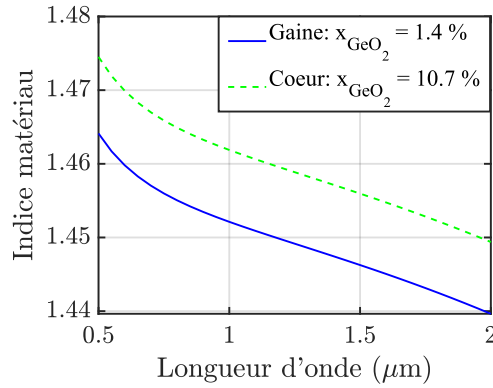


FIGURE 2.7. Indice matériel pour la gaine (fraction molaire  $x_{\text{GeO}_2} = 1.4\%$ ) et le cœur (fraction molaire  $x_{\text{GeO}_2} = 10.6\%$ ) en fonction de la longueur d'onde. La courbe est calculée à partir des équations (2.10, 2.11 et 2.12).

En utilisant l'équation (1.42), nous avons obtenu les indices effectifs de chaque mode  $\text{LP}_{lm}$  en fonction de la longueur d'onde. Ces indices effectifs sont reportés sur la figure 2.8.a. Comme on peut le voir sur le graphique, la fibre supporte plus de modes aux basses longueurs d'onde. En effet, la fréquence normalisée  $V$  est inversement proportionnelle à la longueur d'onde (voir équation (1.39)). Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent (figure 1.3), la fibre supporte plus de modes quand la fréquence normalisée augmente. L'article décrivant la fibre à 4 modes-LP [33] nous permet de comparer les indices

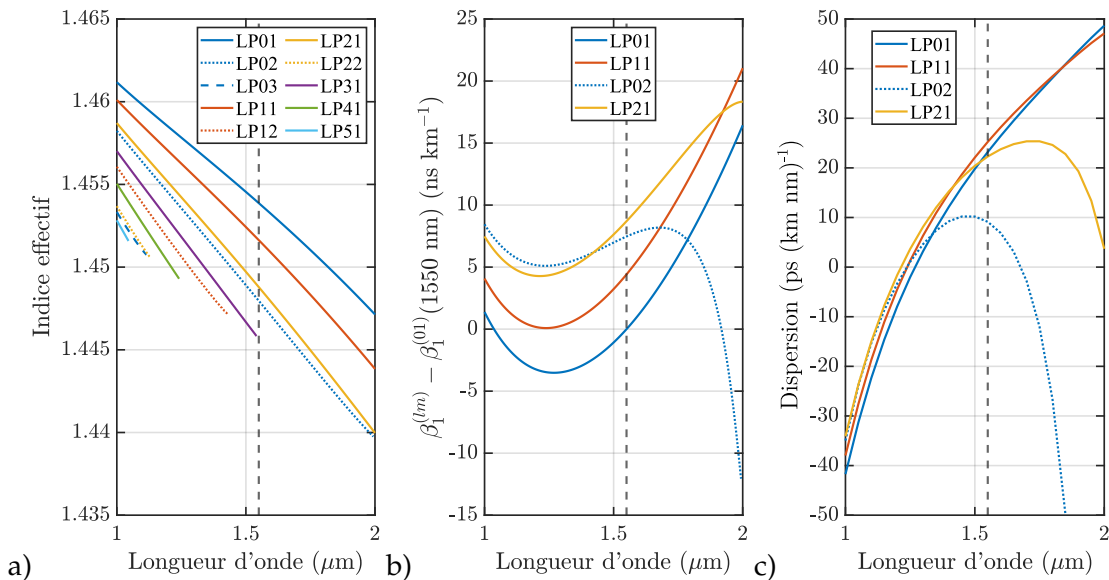


FIGURE 2.8. a) Indice effectif en fonction de la longueur d'onde pour tous les modes présents dans la fibre sur la plage de longueur d'onde. b) RIGV (relative inverse group velocities) et c) dispersion en fonction de la longueur d'onde pour les modes présents dans la fibre à  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ .

effectifs obtenus avec ceux publiés. Le tableau 2.4 montre une concordance à  $\pm 0.1$  entre

les valeurs obtenues et celles publiées.

Une fois l'indice effectif de chaque mode calculé, il suffit de calculer numériquement la dérivée des courbes afin d'obtenir le premier ordre de la constante de propagation suivant l'expression

$$\beta_1^{(lm)}(\lambda) = \frac{1}{c} \left( n_{\text{eff}}^{(lm)} - \lambda \frac{dn_{\text{eff}}^{(lm)}}{d\lambda} \right). \quad (2.13)$$

Afin de comparer nos résultats de simulation à ceux de l'article décrivant la fibre à 4-modes-LP [33], nous avons calculé le RIGV (relative inverse group velocities) de chaque mode  $LP_{lm}$  suivant l'expression

$$\text{RIGV}^{(lm)}(\lambda) = \beta_1^{(lm)}(\lambda) - \beta_1^{(01)}(1550 \text{ nm}). \quad (2.14)$$

Le tableau 2.4 montre une concordance à  $\pm 0.3$  ps/m entre les valeurs simulées et celles publiées. En dérivant l'indice effectif une seconde fois, nous calculons le second ordre de la constante de propagation avec l'expression

$$\beta_2^{(lm)}(\lambda) = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n_{\text{eff}}^{(lm)}}{d\lambda^2}. \quad (2.15)$$

L'article décrivant la fibre publie les données de dispersion. Ainsi nous avons calculé la dispersion à partir de  $\beta_2$  suivant

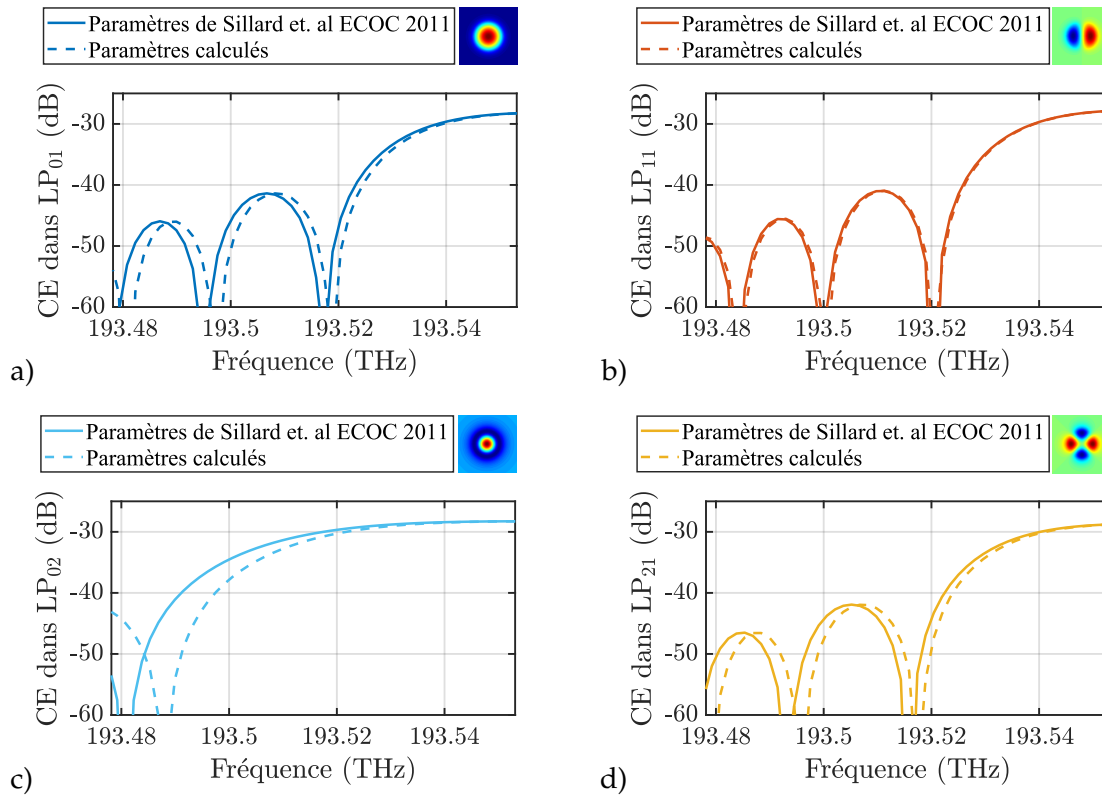
$$D^{(lm)} = -\frac{2\pi c}{\lambda_0^2} \beta_2^{(lm)}. \quad (2.16)$$

Dans le tableau 2.4 comparant les données publiées et celles de nos simulations, nous pouvons observer des différences allant jusqu'à 1.3 ps/nm/km. En conclusion, les valeurs calculées sont proches de celle publiées dans l'article caractérisant la fibre 4-modes-LP.

	$n_{\text{eff}} - n_{\text{cl}} (10^{-3})$		$\beta_1^{(lm)} - \beta_1^{(01)} (\text{ps/m})$		Dispersion (ps/(nm·km))	
	Article [33]	Simulation	Article [33]	Simulation	Article [33]	Simulation
LP <sub>01</sub>	8.3	8.2	/	/	21.9	23.2
LP <sub>11</sub>	6.0	6.0	4.4	4.4	24.9	25.2
LP <sub>21</sub>	3.2	3.1	8.5	8.7	20.9	22.3
LP <sub>02</sub>	2.4	2.3	7.2	7.5	7.8	9.2

**TABLEAU 2.4.** Tableau comparatif des indices effectifs, RIGV et dispersion entre les données publiées pour la fibre à 4-modes-LP et celles calculées.

Vérifions maintenant comment la différence entre notre jeu de paramètres et celui publié dans l'article [33] influe sur les résultats de simulation. Pour cela, nous simulons l'efficacité de conversion (CE) d'un décalage en fréquence de l'onde signal dans une configuration d'instabilité de modulation pour chaque mode à 1550 nm comme présenté dans le chapitre I (figure 1.8 et tableau de paramètre 1.5). Les résultats sont présentés dans la



**FIGURE 2.9.** Efficacité de conversion en fonction de la fréquence de l'onde signal dans les modes a) LP<sub>01</sub>, b) LP<sub>11</sub>, c) LP<sub>02</sub> et d) LP<sub>21</sub>, avec les paramètres de simulations donnés dans l'article de [33] ou avec ceux obtenus par calcul de l'indice effectif pour une même fibre 4-modes-LP.

figure 2.9 pour le jeu de paramètre de l'article [33] en trait plein et pour notre jeu de paramètre en pointillés. Nous pouvons voir que pour le mode LP<sub>11</sub>, les résultats coïncident entre les deux jeux de paramètres. En effet, ce mode est celui dont les paramètres simulés coïncident le plus avec ceux publiés. Les résultats sur les autres modes coïncident moins.

En conclusion, nos hypothèses (saut d'indice idéal, le germanium est le seul dopant présent dans ces fibres, ...) sont peut-être trop fortes pour nous permettre d'avoir un jeu de paramètres fiable pour nos simulations. La comparaison des simulations avec le jeu de paramètres publié par rapport à celles avec notre jeu de paramètres simulé, montre qu'il peut y avoir confusion entre les résultats des différents modes.

### II.3 Régénération de phase pour la quantification du signal

Après avoir montré notre la méthode de résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger multimode, nous allons maintenant voir l'utilisation de ce modèle numérique dans le cadre de la régénération de phase pour le domaine des télécommunications. La quantification de phase consiste à mesurer chaque bit d'un signal codé en phase (DPSK, differen-

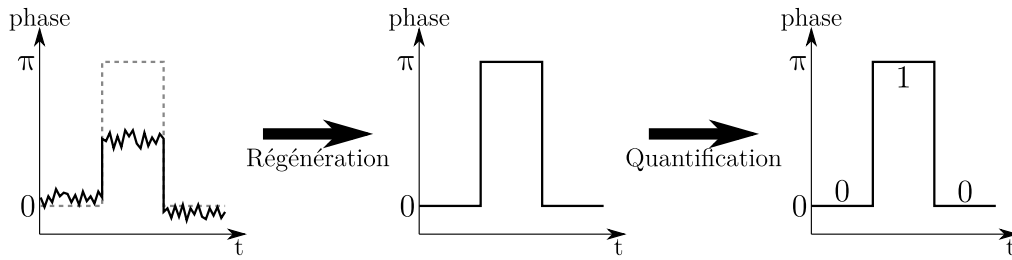


FIGURE 2.10. Schématisation de la régénération de phase pour la quantification du signal.

tial phase-shift-keying) afin de savoir si le bit est un 0 ou un 1. Après être passé dans un lien optique, un signal codé en phase (0 rad correspond à un 0 et  $\pi$  rad correspond à un 1) est bruité (schématisé à gauche de la figure 2.10). Le bruit peut mener à une erreur dans la quantification : un 1 est confondu avec un 0 et réciproquement. Une méthode possible est de régénérer le signal (au centre de la figure 2.10) avant de le quantifier (à droite de la figure 2.10) [54]. Ainsi, le but de cette partie est de montrer l'utilité du mélange à quatre ondes dans la régénération de phase pour la quantification du signal.

### II.3.1 Principe physique de la régénération de phase

Nous nous basons sur une fonction de transfert (phase en entrée en fonction de la phase de sortie) possédant deux plateaux le plus constant possible. Sur la figure 2.11, un signal bruité en entrée (en bas de la figure) est envoyé dans le quantificateur de phase. En sortie (à gauche de la figure), la phase est régénérée (le 0 est à 0 rad et le 1 est à  $\pi$  rad).

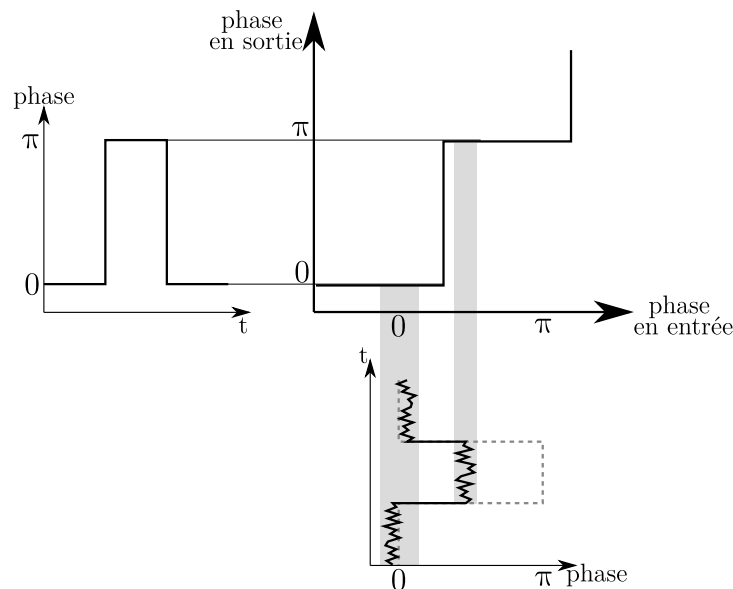


FIGURE 2.11. Principe de la régénération de phase.

Une manière d'obtenir cette fonction de transfert avec deux plateaux de phase constante est d'utiliser l'amplification sensible à la phase (PSA) [28]. Dans une fibre mono-mode, la PSA peut être obtenue en utilisant une configuration fréquentielle où les ondes

signal et idler sont dégénérées en fréquence (figure 2.12). Si la puissance du signal est

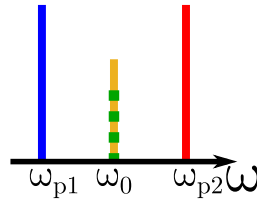


FIGURE 2.12. Configuration fréquentielle intra-modale utilisée pour obtenir la fonction de PSA. L'onde idler (vert) est dégénérée en fréquence avec l'onde signal (jaune).

grande, l'amplification rentre dans un régime de saturation. Ainsi la puissance à  $\omega_0$  en sortie de fibre (nous l'appellerons réponse en puissance par la suite) sera écrêtée. En plus de régénérer la phase, l'onde à  $\omega_0$  sera amplifiée en puissance sur une zone correspondant aux plateaux de phase [55].

Dans son article [56], F. Parmigiani a démontré une augmentation de l'efficacité d'un "quantificateur de phase" basé sur de la PSA dans une HNLF. Cette quantification est réalisée à partir d'une configuration spectrale identique en sortie de fibre à la figure 2.12 mais sur deux axes de polarisation de la fibre : les ondes pompe 1 et signal sur l'axe vertical, les ondes pompe 2 et idler sur l'axe horizontal. Le taux d'extinction sensible à la phase (PSER)

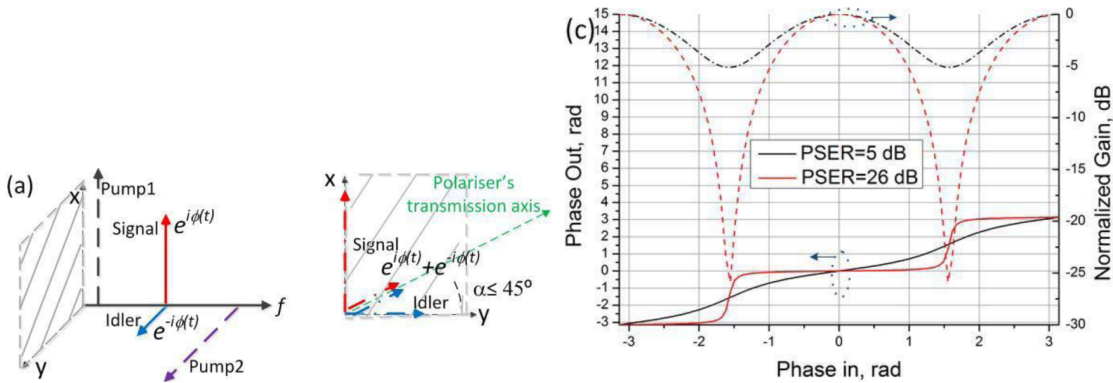


FIGURE 2.13. Figure tirée de [56], a) configuration inter-polarisation de mélange à quatre ondes. b) utilisation d'un polariseur pour projeter les ondes signal et idler sur une même polarisation afin qu'ils soient à la même puissance. c) Phase et gain en sortie de fibre en fonction de la phase en entrée de fibre.

est le rapport entre le maximum et le minimum de gain normalisé (figure 2.13.c). Les auteurs utilisent un polariseur afin de projeter les ondes sur un même axe de polarisation. Les ondes signal et idler sont alors à la même fréquence et sur la même polarisation, elles interfèrent. En optimisant l'angle du polariseur, il est possible de maximiser les interférences en égalisant la puissance des ondes signal et idler lors de la projection sur un axe de polarisation commun (figure 2.13.b). La figure 2.13.c montre que lorsque le PSER est maximal, la réponse en phase est alors constituée de deux plateaux de phase constante.

Nous essayons de reproduire cette fonction optique à partir de deux modes spatiaux à la place de deux polarisations. L'inconvénient ici est que, contrairement aux polarisations, il est complexe de projeter expérimentalement les ondes sur un mode commun. Afin d'étudier numériquement la régénération de phase inter-modale, nous utilisons la deuxième configuration présentée dans le chapitre I, la configuration inter-modale avec utilisation d'une onde sonde (figure 1.13). Cette configuration permet de créer une ondes idler à  $\omega_0$  dans le mode LP<sub>01</sub> par l'onde sonde et de créer une ondes idler à  $\omega_0$  dans le mode LP<sub>11</sub> par l'onde signal. Ainsi, à  $\omega_0$ , deux ondes interfèrent dans chacun des deux modes. Le taux d'extinction de la puissance à  $\omega_0$  en sortie de fibre en fonction de la phase d'entrée peut être contrôlé en modifiant la puissance de l'onde sonde (figure 1.14). Avec cette configuration, dans le cas où seule la phase du signal varie, les interférences à  $\omega_0$  en sortie de fibre sont  $2\pi$ -périodiques (figure 1.14). Les travaux de simulation de Trichili montrent des résultats intéressants [29] avec cette configuration. Afin de créer des interférences  $\pi$ -périodiques, il faut que la phase de l'onde idler varie en même temps que celle de l'onde signal.

Ondes	Pompe 1	Pompe 2	Signal	Sonde
Mode	LP <sub>11</sub>	LP <sub>01</sub>	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>
Puissance (dBm)	27.5	27.5	3.5	-5.7 / 3.5 / 12.7
Fréquence (THz)	192.58	193.68	193.13	193.13
Phase (rad)	0	0	[0, 2 $\pi$ ]	[0, 2 $\pi$ ]

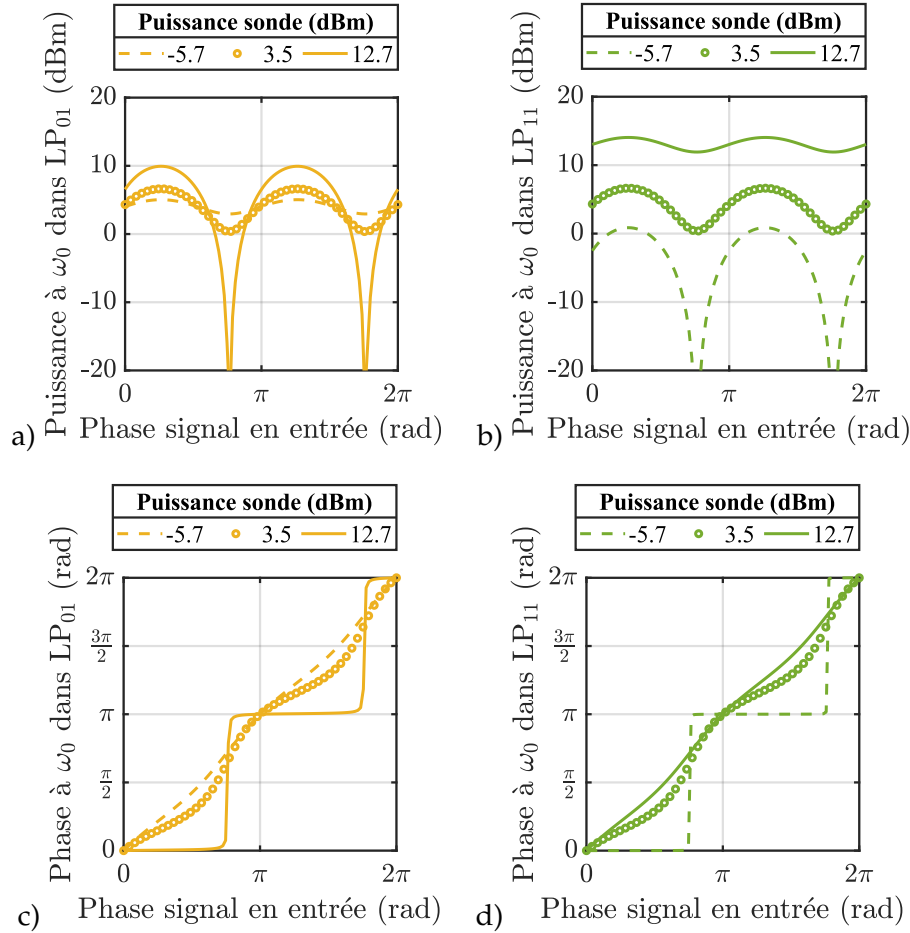
TABLEAU 2.5. Paramètres utilisés dans la simulation d'efficacité de conversion du mélange à quatre ondes dans la fibre à quatre modes [37] pour une longueur de  $L = 1000$  m.

Nous définissons le taux d'extinction (ER) comme le rapport entre la différence des puissances maximum et minimum de la puissance en sortie à  $\omega_0$  en fonction de la phase d'entrée, tel que

$$ER = \frac{P_{\max}}{P_{\min}}. \quad (2.17)$$

La figure 2.14 montre les résultats de simulation pour une configuration inter-modale avec ajout d'une onde sonde (figure 1.13) avec les paramètres de simulation présentés dans le tableau 2.5. La figure 2.14.a (respectivement 2.14.b) représente la puissance en sortie de fibre à  $\omega_0$  dans LP<sub>01</sub> (respectivement LP<sub>11</sub>) en fonction de la phase du signal en entrée de fibre. La figure 2.14.c (respectivement 2.14.d) représente la phase à  $\omega_0$  en sortie de fibre dans LP<sub>01</sub> (respectivement LP<sub>11</sub>) en fonction de la phase du signal en entrée de fibre.

Comme dans les résultats de F. Parmigiani [56] (figure 2.13.c), plus les puissances des ondes idler et signal se rapprochent, plus le taux d'extinction de la réponse en puissance est grand et plus les plateaux de la réponse en phase sont constants. Dans le mode LP<sub>01</sub>, la puissance de l'onde signal est de 3.5 dBm. En augmentant la puissance de l'onde sonde dans LP<sub>11</sub> jusqu'à 10 dBm, la puissance de l'onde idler créée par l'onde sonde augmente alors jusqu'à 1.33 dBm (résultats de simulation en prenant une puissance nulle pour l'onde



**FIGURE 2.14.** Résultats de simulations en puissance dans a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$  et en phase dans c)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$  de mélange à quatre ondes inter-modal avec ajout d'une sonde.

signal). Cette puissance est proche de la puissance de l'onde signal. Dans le mode  $LP_{11}$ , la puissance de l'onde idler créée par le signal est de -5.2 dBm (résultats de simulation en prenant une puissance nulle pour l'onde idler).

Afin d'obtenir les meilleurs résultats possibles dans  $LP_{01}$ , nous utilisons une puissance de l'onde sonde de 12.7 dBm dans  $LP_{11}$  en entrée de fibre afin de créer une onde idler de 3.5 dBm à  $\omega_0$  dans le mode  $LP_{01}$  en sortie de fibre. Cette puissance étant la même que la puissance de l'onde signal en sortie, le taux d'extinction des interférences est alors maximal. Ces résultats sont présentés sur la figure 2.14 en trait plein. À cette puissance de l'onde sonde, la réponse en phase sur le mode  $LP_{01}$  possède des plateaux optimisés pour être le plus constant possible. Cela permettra de diminuer le bruit de phase dans le mode  $LP_{01}$  en sortie de fibre (figure 2.11). La réponse en puissance étant sinusoidale, un bruit de phase en entrée entraînera un bruit d'intensité (figure 2.15) en sortie du régénérateur de phase. Cet ajout de bruit d'intensité est directement lié à la PSA. Dans le mode  $LP_{11}$ , pour une puissance de l'onde sonde de 12.7 dBm, la réponse en phase est proche d'une droite de

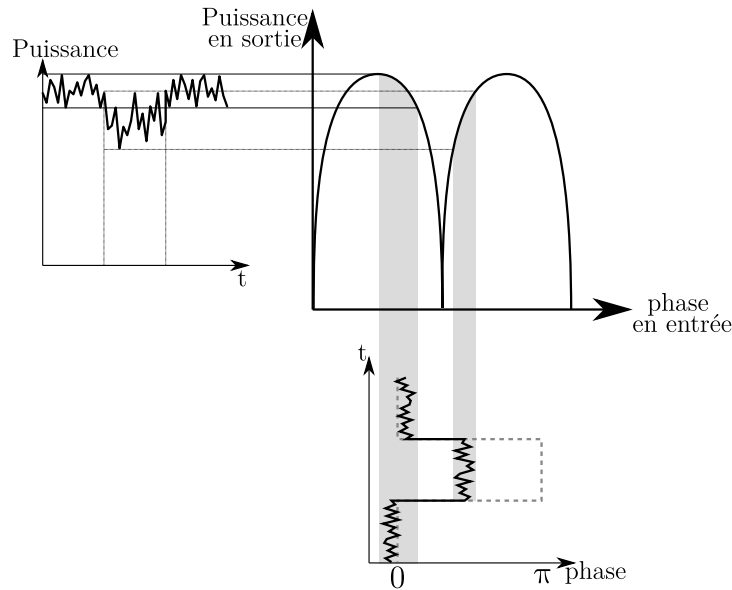


FIGURE 2.15. Puissance en fonction du temps en sortie du régénérateur de phase.

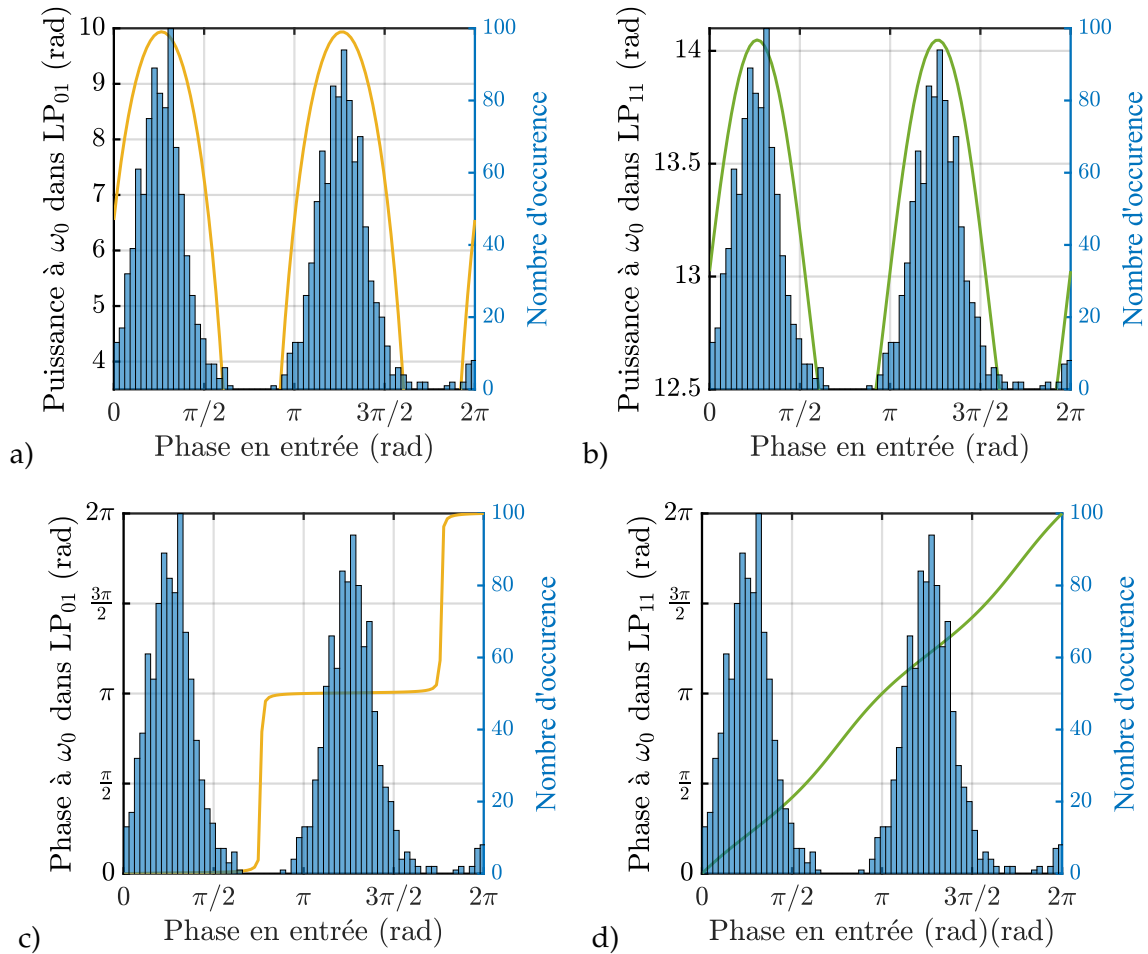
penne 1. La phase de l'onde à  $\omega_0$  en sortie de la fibre ne sera alors quasiment pas modifiée par rapport à celle en entrée. De même, pour cette même puissance d'entrée de l'onde sonde, l'amplitude de la sinusoïde de la réponse en puissance est très faible. La puissance en sortie de fibre à  $\omega_0$  dans  $LP_{11}$  sera proche de celle en entrée de fibre sur le même mode.

### II.3.2 Simulation de la régénération de phase d'un signal DPSK possédant un bruit blanc gaussien.

Dans les communications optiques, une partie du bruit de phase est due aux amplificateurs optiques et peut être assimilée à un bruit gaussien centré autour de la valeur de phase du bit étudié [57].

En utilisant les mêmes paramètres fréquentiels et de puissance que dans la partie précédente (tableau 2.5), nous ajoutons un bruit gaussien centré sur les plateaux de phase de la figure 2.16.c (traits pleins). Comme la phase du signal ( $LP_{01}$ ) et celle de la sonde ( $LP_{11}$ ) doivent être identiques pour créer des interférences  $\pi$ -périodiques, ce bruit de phase est ajouté dans les deux modes. Sur la figure 2.6, nous représentons le bruit de phase gaussien sur les deux mode comparé aux fonctions de transfert en puissance (a. sur  $LP_{01}$  et b. sur  $LP_{11}$ ) et en phase (c. sur  $LP_{01}$  et d. sur  $LP_{11}$ ). Nous pouvons déjà estimer que la régénération de phase sera très importante sur le mode  $LP_{01}$  alors qu'elle ne sera quasiment pas présente dans le mode  $LP_{11}$ . En amplitude, la régénération de phase va transférer le bruit de phase en bruit d'intensité.

La figure 2.17 représente les résultats de simulation en sortie de fibre de la régénération de phase sur les modes  $LP_{01}$  (a) et  $LP_{11}$  (b) à  $\omega_0$ . En bleu est représenté la constellation en entrée de fibre. Cette constellation est la même sur les deux modes. Les intervalles de



**FIGURE 2.16.** Bruit de phase gaussien en entrée de fibre ajouté à la phase du signal comparé aux fonctions de transfert en puissance dans a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$  et en phase dans c)  $LP_{01}$  et d)  $LP_{11}$  de mélange à quatre ondes inter-modal avec ajout d'une sonde à  $P_{\text{sonde}} = 12.5$  dBm.

confiance à 99 % des bits 0 et 1 pour les deux modes sont données dans le tableau 2.6. Dans  $LP_{01}$ , la réduction du bruit de phase est très importante et passe de  $120^\circ$  en entrée de fibre (figure 2.17.a bleu) à moins de  $1^\circ$  (orange) d'écart en sortie pour les "0" comme pour les "1". L'amplitude est par contre très dispersée avec une majorité de points amplifiés par rapports à l'entrée mais compris entre 3.5 et 10 dBm. Cela correspond à ce que nous attendions d'après les sous-figures a et c de la figure 2.16. Sur  $LP_{11}$ , la régénération de phase est moindre avec une réduction de bruit de  $10^\circ$ . L'amplitude n'est quasiment pas amplifiée (de 0 à 1.5 dB). Cela avait également été prévu par nos précédentes simulations (figures 2.16 b et d).

Cette étude ne pourra pas être menée expérimentalement car les puissances mises en jeu ici sont trop grandes (30 dBm en entrée de fibre). Notre montage expérimental ne permet pas d'atteindre de si grandes puissances en entrée de fibre. De plus, ce système nécessite d'injecter des configurations fréquentielles différentes dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ ,

Bit	LP <sub>01</sub>		LP <sub>11</sub>	
	0	1	0	1
Phase en entrée de fibre	$[-10^\circ, 109^\circ]$	$[171.9^\circ, 295.2^\circ]$	$[-10^\circ, 109^\circ]$	$[171.9^\circ, 295.2^\circ]$
Variance en entrée de fibre	$1.6 \cdot 10^{-2}$	$1.7 \cdot 10^{-2}$	$1.6 \cdot 10^{-2}$	$1.7 \cdot 10^{-2}$
Écart-type en entrée de fibre	$1.3 \cdot 10^{-1}$	$1.3 \cdot 10^{-1}$	$1.3 \cdot 10^{-1}$	$1.7 \cdot 10^{-1}$
Phase en sortie de fibre	$[39^\circ, 40^\circ]$	$[220^\circ, 221^\circ]$	$[-47^\circ, 63^\circ]$	$[134^\circ, 237^\circ]$
Variance en sortie de fibre	$9.1 \cdot 10^{-8}$	$1.6 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$
Écart-type en sortie de fibre	$3.0 \cdot 10^{-4}$	$4.0 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-1}$	$1.1 \cdot 10^{-1}$

TABLEAU 2.6. Intervalle de confiance à 99 % du bruit gaussien avant et après simulation de la transmission dans la fibre pour 1800 échantillons de phase.

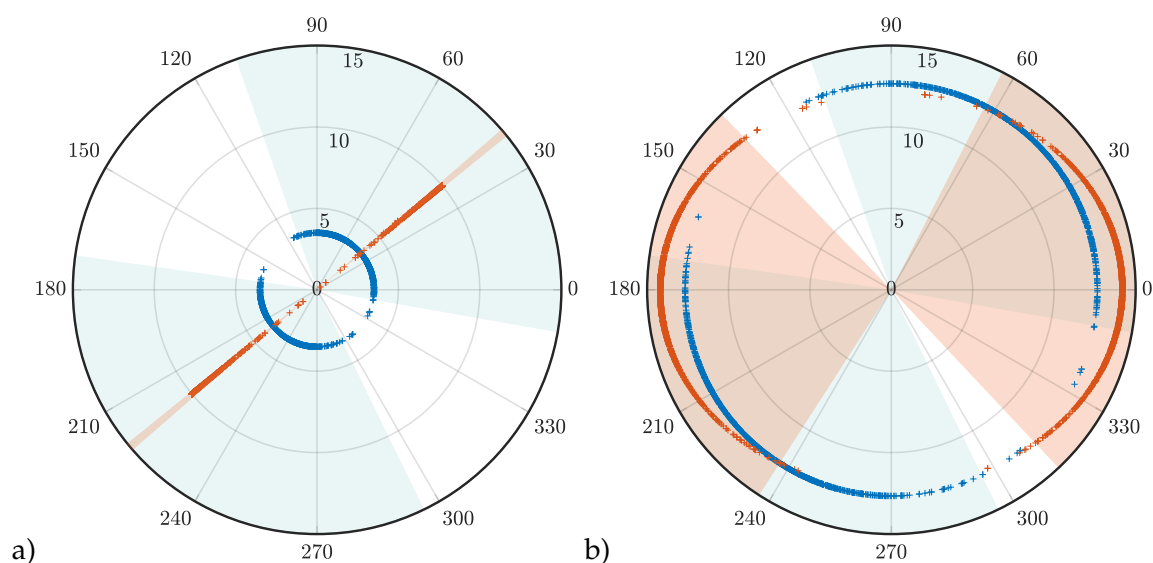
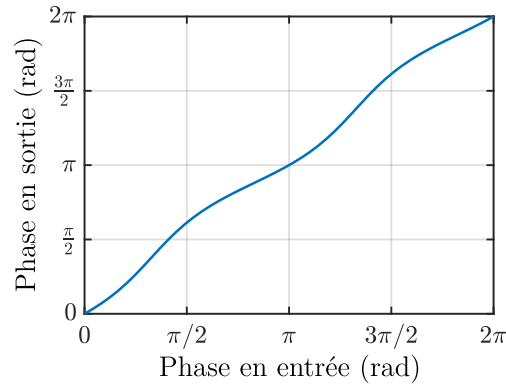


FIGURE 2.17. Simulation des constellations en l'entrée (bleue) et en sortie (orange) de la fibre dans les modes a) LP<sub>01</sub> et b) LP<sub>11</sub>. Les zones colorées correspondent aux intervalles de confiance à 99 %. La simulation utilise la configuration inter-modale (figure 1.13) de mélange à quatre ondes.

expérimentalement, garder une cohérence entre toutes les ondes amènerait une complexité supplémentaire. Ainsi, le mélange à quatre ondes sensible à la phase ne sera pas réalisable dans une configuration inter-modale. Nous nous reporterons sur des configurations intra-modales.

Même en arrivant à ces puissances en entrée de fibre, nous n'arriverions pas à avoir une réponse en phase possédant deux plateaux constants. Si la puissance devient trop



**FIGURE 2.18.** Phase de sortie en fonction de la phase d'entrée dans le mode  $LP_{01}$ , pour une configuration intra-modale (figure 2.12) de mélange à quatre ondes pour la fibre à quatre modes de  $L = 2000$  m.

grande, nous verrons dans le chapitre III que la diffusion Brillouin stimulée déplete les ondes de pompes. Cet effet non linéaire plafonne l'efficacité du mélange à quatre ondes. La diffusion Brillouin stimulée n'est pas prise en compte dans notre modèle numérique.

Au mieux, dans une configuration intra-modale, nous pourrions atteindre une puissance totale de 20 dBm en entrée de fibre sans exciter l'effet Brillouin. Pour cette configuration intra-modale, la figure 2.18 représente la phase en entrée à  $\omega_0$  en fonction de la phase en sortie à  $\omega_0$ . Sur cette figure, les paliers ne sont pas constants et ne permettraient pas de réaliser de la régénération de phase sans utiliser une configuration intra-modale sur les deux polarisations comme F. Parmigiani [58].

Nous avons vu dans ce chapitre notre méthode de résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger basée sur une méthode de *split step Fourier*. Nous avons ensuite calculé la dispersion en fonction de la longueur d'onde par résolution numérique de la relation de dispersion. Cette méthode c'est révélé peu concluante mais permettrait d'approximer des résultats de simulation lorsque la dispersion n'est pas disponible. Dans ce dernier paragraphe, nous avons étudié numériquement la quantification de phase dans une fibre multimode à partir de la méthode de résolution numérique expliqué dans la première partie de ce chapitre. Nous avons finalement conclu que la quantification de phase ne sera pas réalisable expérimentalement mais nous verrons dans le chapitre suivant que nous avons démontré expérimentalement du mélange à quatre ondes sensible à la phase.

# CHAPITRE III

---

## Dispositif expérimental de mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les modes $LP_{01}$ et $LP_{11}$ d'une fibre faiblement multimode.

---

### Sommaire

---

<b>III.1 Multiplexage et démultiplexage spatial : mise en forme spatiale du faisceau</b> . . . . .	<b>56</b>
III.1.1 Principe du dispositif expérimental . . . . .	56
III.1.2 Caractérisation de la fonction de multiplexage . . . . .	63
III.1.3 Caractérisation de la fonction de démultiplexage . . . . .	65
<b>III.2 Mélange à quatre ondes insensible à la phase dans les modes <math>LP_{01}</math> et <math>LP_{11}</math> d'une fibre faiblement multimode</b> . . . . .	<b>69</b>
III.2.1 Présentation du dispositif expérimental . . . . .	69
III.2.2 Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode $LP_{01}$ . . . . .	71
III.2.3 Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode $LP_{11}$ . . . . .	73
III.2.4 Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes inter-modal dans les modes $LP_{01}$ et $LP_{11}$ . . . . .	75
<b>III.3 Mélange à quatre ondes sensible à la phase</b> . . . . .	<b>76</b>
III.3.1 Peigne de fréquences : mise en forme fréquentielle . . . . .	77
III.3.2 Test de la stabilité de l'expérience en utilisant une fibre fortement non linéaire monomode . . . . .	81
III.3.3 Premiers résultats dans une fibre faiblement multimode et problème de stabilité . . . . .	84
III.3.4 Montée en puissance dans la fibre . . . . .	88

---

Dans ce chapitre, nous décrivons la mise en place et la caractérisation d'un dispositif expérimental permettant le multiplexage et le démultiplexage spatial simultanés des modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  d'une fibre faiblement multimode (FMF). Ce dispositif expérimental nous a permis de caractériser l'efficacité de conversion du mélange à quatre ondes dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  avant de réaliser du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans ces deux modes.

### III.1 Multiplexage et démultiplexage spatial : mise en forme spatiale du faisceau

Nous avons choisi un dispositif expérimental permettant d'exciter simultanément deux modes spatiaux, le mode  $LP_{01}$  et un mode d'ordre supérieur (dans la suite nous étudierons surtout le mode  $LP_{11}$ ) d'une fibre à saut d'indice de 2 km comportant 4 modes LP [33]. Les paramètres de la fibre sont disponibles en Annexe C (tableau 3.13).

Le multiplexage spatial dans une fibre faiblement multimode (FMF) est une fonction optique qui consiste à adresser un ou plusieurs modes spatiaux. Le démultiplexage est la fonction optique réciproque du multiplexage. À partir d'un ou plusieurs modes en sortie de FMF, cette fonction optique consiste à récupérer les données de chaque mode indépendamment. Le principe de ces deux fonctions optique est présenté pour les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  sur la figure 3.1

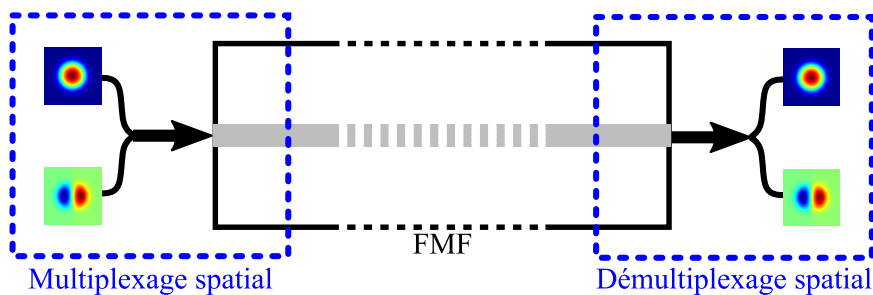


FIGURE 3.1. Principe de multiplexage spatial (à gauche) et de démultiplexage spatial (à droite). Dans cet exemple, les modes multiplexés et démultiplexés sont les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ .

#### III.1.1 Principe du dispositif expérimental

Pour réaliser la fonction de multiplexage, nous avons choisi de modifier le champ en sortie d'une fibre monomode (SMF) afin d'exciter les modes voulus de la FMF. Pour la fonction de démultiplexage, nous avons utilisé une méthode similaire, nous modifions le champ en sortie de la FMF afin de faire correspondre l'un de ses modes au mode fondamental d'une SMF.

D'autres méthodes de multiplexage et de démultiplexage spatial (SDM) sont présentées dans l'introduction. L'avantage de la méthode que nous avons choisie est d'adresser le mode  $LP_{01}$  de la FMF avec une simple adaptation du diamètre du faisceau de sortie de la SMF. La méthode utilisée impose un passage en espace libre [59]. Notre dispositif expérimental devra donc comporter des passages en espace libre avant et après la fibre faiblement multimode (FMF).

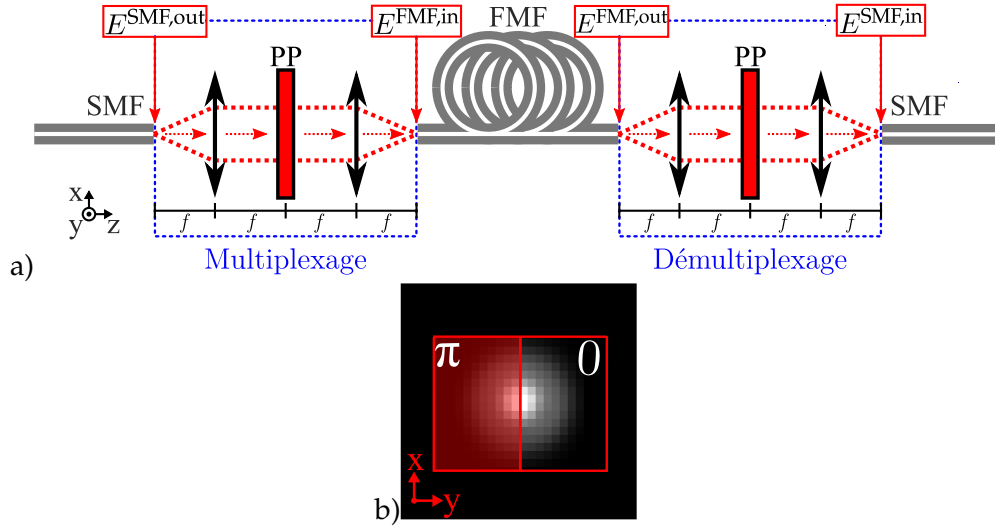


FIGURE 3.2. a) Schéma de principe des fonctions de multiplexage (entre la SMF d'injection et la FMF) et de démultiplexage (entre la FMF et la SMF de collecte) par l'utilisation d'une lame de phase (PP) dans le plan de Fourier d'un montage  $4f$  (inspiré de [60]). b) Application d'un masque de phase sur la distribution d'intensité d'un mode  $LP_{01}$  afin d'exciter le mode  $LP_{11}$  d'une FMF. SMF : *single mode fibre*, PP : *phase plate*, FMF : *few-mode fiber*.

L'excitation du mode  $LP_{01}$  peut être réalisée en injectant le faisceau en sortie d'une fibre monomode vers la FMF, après adaptation du diamètre du faisceau. Pour les modes d'ordres élevés, nous avons choisi d'utiliser un filtre spatial afin de déphaser de  $\pi$  une ou plusieurs parties de la distribution spatiale du champ électrique du faisceau sortant de la SMF. Pour les parties déphasées, le champ sera donc l'opposé du champ initial.

Afin de réaliser expérimentalement le filtrage spatial, nous avons placé un masque de phase dans le plan de Fourier d'un montage  $4f$  [60] comme le montre le schéma de la figure 3.2.a. Le montage  $4f$  consiste à faire coïncider le plan focal image d'une lentille de focale  $f$  avec le plan focal objet d'une seconde lentille de focale  $f$ . En plaçant le waist du faisceau sortant de la SMF au plan focal objet de la première lentille, une transformée de Fourier ( $TF$ ) spatiale de ce waist est obtenue au plan focal image de la première lentille et une seconde transformée de Fourier du waist au plan focal image de la seconde lentille. Le masque de phase est réalisé en plaçant une lame de phase (PP) dans le plan focal image de la première lentille du montage  $4f$ . En effet, cela permet de modifier la distribution transverse de la phase du faisceau. En appelant  $E^{SMF,out}$  l'amplitude complexe du champ

électrique en sortie de la SMF et  $\phi$  la phase imprimée sur le champ par la lame de phase, le champ avant l'entrée de la FMF  $E^{\text{FMF,in}}$  s'écrit

$$E^{\text{FMF,in}}(x, y) \propto TF^{-1}(TF(E^{\text{SMF,out}}(x, y)) \times e^{i\phi}). \quad (3.1)$$

En changeant la valeur de la phase  $\phi$ , tous les modes spatiaux de la FMF peuvent être excités. En nous appuyant sur la thèse de Clemens Koebele [61], nous avons choisi d'utiliser des masques de phase simples correspondant à des déphasages de  $\pi$  entre différentes parties de la distribution transverse d'intensité du faisceau afin de choisir le mode spatial excité. Le tableau 3.1 montre les distributions d'intensité et de phase du champ calculés en sortie de la SMF (première colonne) et en entrée de la FMF (troisième colonne) après passage sur différents masques de phase (deuxième colonne).

Facette de sortie de la SMF		Plan de Fourier	Facette d'entrée de la FMF		
Intensité	Phase	Masque de phase $\phi$	Intensité	Phase	Pertes de couplage
					$LP_{01}$ : 0.4 dB $LP_{02}$ : 11 dB $LP_{11}$ : 327 dB $LP_{21}$ : 373 dB
					$LP_{01}$ : 18 dB $LP_{02}$ : 28 dB $LP_{11}$ : 1.7 dB $LP_{21}$ : 346 dB
					$LP_{01}$ : 35 dB $LP_{02}$ : 36 dB $LP_{11}$ : 20 dB $LP_{21}$ : 3.3 dB

**TABLEAU 3.1.** Excitation des modes : 1<sup>ère</sup> colonne : intensité et phase avant le masque de phase, 2<sup>e</sup> colonne : masque de phase appliqué par la lame de phase, 3<sup>e</sup> colonne : intensité et phase après le masque de phase, 4<sup>e</sup> colonne : coefficient de couplage du champ après le masque de phase vers chaque mode de la FMF. Les cercles représentent le cœur de la fibre.

Afin de quantifier le couplage entre le faisceau en espace libre et les modes de la FMF, nous avons calculé le coefficient de couplage  $C_{LP_{lm}}^{\text{FMF}}$  entre  $E^{\text{FMF,in}}$ , l'enveloppe du champ

en entrée de FMF, et  $E_{LP_{lm}}^{FMF}$  l'enveloppe du mode  $LP_{lm}$  de la FMF [62] :

$$C_{LP_{lm}}^{FMF} = \frac{\left| \iint_{-\infty}^{+\infty} E^{FMF,in} \times E_{LP_{lm}}^{FMF} dx dy \right|^2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |E^{FMF,in}|^2 dx dy \iint_{-\infty}^{+\infty} |E_{LP_{lm}}^{FMF}|^2 dx dy}. \quad (3.2)$$

Pour un faisceau du même diamètre que le cœur de la fibre. Les pertes de couplage sont données comme étant l'inverse du coefficient de couplage. Les pertes de couplage seront exprimées en dB.

La figure 3.2.b montre l'exemple d'un masque  $0|\pi$  appliqué au mode  $LP_{01}$  afin d'exciter le mode  $LP_{11}$  de la FMF (voir tableau 3.1, deuxième ligne). La dernière colonne de ce tableau liste le coefficient de couplage pour chaque mode de la FMF afin de montrer comment se répartit la puissance dans la fibre. Dans cet exemple, le faisceau sera principalement injecté dans le mode  $LP_{11}$  avec 1.7 dB de pertes par rapport à la puissance avant la FMF, alors que le couplage vers le mode  $LP_{01}$  induira 18 dB de pertes, celui vers le mode  $LP_{02}$  induira 28 dB de pertes et il n'y aura pas de couplage vers le mode  $LP_{21}$ . Par rapport au mode  $LP_{11}$ , la fraction de puissance injectée dans les autres modes est donc négligeable. Il en est de même en changeant le masque de phase pour exciter les autres modes, un masque de phase constante excitera principalement le mode  $LP_{01}$  avec 0.4 dB de pertes et un masque en damier de quatre cases excitera principalement le mode  $LP_{21}$  avec 3.3 dB de pertes. L'utilisation de masques de phase simples [61] permet donc d'exciter les modes voulus dans la FMF.

La fonction de démultiplexage utilise le même montage de masque de phase placé dans le plan de Fourier d'un montage  $4f$  (représenté figure 3.2.a entre la FMF et la seconde SMF). La différence avec la fonction de multiplexage est que le faisceau incident sur le masque de phase peut être une superposition de modes LP. Le principe ici est de mettre en forme la distribution de phase du faisceau afin que seul le mode que nous voulions démultiplexer ait la même distribution d'intensité et de phase qu'un mode  $LP_{01}$  (ou le plus proche possible) avant d'être injecté dans une SMF où seul ce mode pourra se propager. Le tableau 3.2 répertorie les différents masques de phase utilisés et leurs répercussions sur le champ et la phase des modes  $LP_{01}$ ,  $LP_{11}$  et  $LP_{21}$ .

Afin de quantifier le couplage entre le faisceau en espace libre et le mode  $LP_{01}$  de la SMF, nous avons calculé le coefficient de couplage  $C_{LP_{01}}^{SMF}$  entre  $E^{SMF,in}$ , l'enveloppe du champ en entrée de SMF, et  $E_{LP_{01}}^{SMF}$  l'enveloppe du mode  $LP_{01}$  de la SMF [62] :

$$C_{LP_{01}}^{SMF} = \frac{\left| \iint_{-\infty}^{+\infty} E^{SMF,in} \times E_{LP_{01}}^{SMF} dx dy \right|^2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |E^{SMF,in}|^2 dx dy \iint_{-\infty}^{+\infty} |E_{LP_{01}}^{SMF}|^2 dx dy}. \quad (3.3)$$

Quel que soit le champ du faisceau incident sur le masque de phase, il peut être considéré comme une décomposition de modes sur la base des modes LP. Chaque mode de cette somme est considéré indépendamment lors du passage sur le masque et lors de l'injection dans la SMF.

Par exemple, l'injection d'un faisceau comportant les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  dans une fibre monomode, permettra seulement la propagation du mode  $LP_{01}$  (voir les lignes 1 et 2 du tableau 3.2), d'après les coefficients de couplage. Si un masque de phase  $0|\pi$  est ajouté avant la fibre, les distributions d'intensité des deux modes sont modifiées (voir les lignes 3 et 4 du tableau 3.2) afin de réaliser la fonction de démultiplexage du mode  $LP_{11}$  de la FMF vers la SMF.

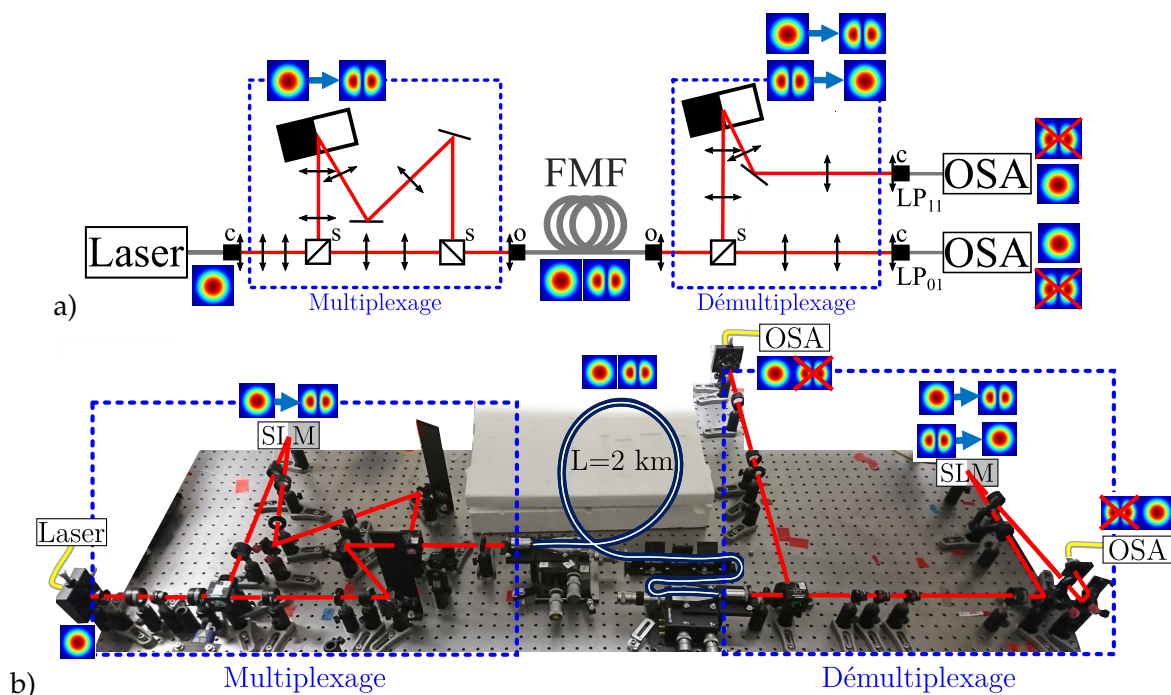


FIGURE 3.3. a) Schéma des fonctions de multiplexage et de démultiplexage spatial dans les deux modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  simultanément. b) Photographie de la table d'expérience. En rouge : espace libre, en gris : fibre, OSA : *optical spectrum analyser*, FMF : *few-mode fiber*, c : collimateur, s : séparatrice, o : objectif de microscope.

La figure 3.3.a représente un schéma du dispositif expérimental. Cette figure montre les fonctions de multiplexage et de démultiplexage des modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  (le détail sera donné spécifiquement pour chaque mode plus loin). Les deux modes sont simultanément excités dans la FMF (en gris au centre du schéma). Le trajet, entre les deux séparatrices de la partie multiplexage, spécifique au mode  $LP_{01}$  (respectivement  $LP_{11}$ ) sera appelé **bras de multiplexage  $LP_{01}$**  (respectivement **bras de multiplexage  $LP_{11}$** ). D'après le calcul des pertes du tableau 3.1, après passage par un masque de phase  $0|\pi$  pour le faisceau exci-

Facette de sortie de la SMF		Plan de Fourier	Facette d'entrée de la FMF		Pertes de couplage
Intensité	Phase	Masque de phase $\phi$	Intensité	Phase	
					0.4 dB
					327 dB
					18 dB
					1.7 dB
					334 dB
					3.3 dB

TABLEAU 3.2. Démultiplexage : 1<sup>ère</sup> colonne : intensité et phase avant le masque de phase, 2<sup>e</sup> colonne : masque de phase appliqué par la lame de phase, 3<sup>e</sup> colonne : intensité et phase après le masque de phase, 4<sup>e</sup> colonne : coefficient de couplage du champ après le masque de phase vers le mode LP<sub>01</sub> de la SMF.

tant le mode LP<sub>11</sub>, chaque bras de multiplexage injectera sélectivement le faisceau dans le mode correspondant.

En sortie de FMF, le faisceau est une combinaison des deux modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub>. Le trajet, après la séparatrice, spécifique du mode LP<sub>01</sub> (respectivement LP<sub>11</sub>) sera appelé **bras de démultiplexage LP<sub>01</sub>** (respectivement **bras de démultiplexage LP<sub>11</sub>**). D'après le

tableau 3.2, chaque bras de démultiplexage permet la mesure spécifique du spectre du mode correspondant.

Sur les bras de multiplexage et de démultiplexage  $LP_{11}$ , nous utiliserons un modulateur spatial de lumière (SLM) à la place d'une lame de phase. Le SLM se comporte comme une lame de phase mais, contrairement à celle-ci, il est reconfigurable en modifiant le fichier qui lui est envoyé par l'ordinateur qui lui est associé [63].

La figure 3.3.b est une photographie du dispositif expérimental. Elle permet de remarquer les problèmes de compacité liés à l'utilisation des SLM en réflexion dans un montage  $4f$ . L'angle d'incidence sur les SLM doit être inférieur à  $10^\circ$  afin que le déphasage réalisé par chaque cellule de cristaux liquides (pixel) soit celui attendu.

Voyons maintenant le multiplexage et le démultiplexage de chaque mode plus en détail. La figure 3.4 représente les fonctions d'excitation et de collecte du mode  $LP_{01}$  du

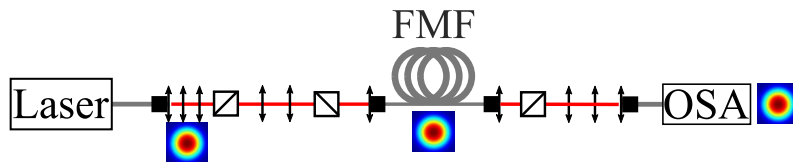


FIGURE 3.4. Schéma des fonctions de multiplexage et de démultiplexage spatial du mode  $LP_{01}$ . En rouge : espace libre, en gris : fibre, OSA : optical spectrum analyser, FMF : few-mode fiber.

dispositif expérimental après que le faisceau du bras de multiplexage (respectivement de démultiplexage)  $LP_{11}$  soit coupé. Le laser utilisé est un laser accordable dont la sortie est une fibre monomode (trait gris). Le passage de la fibre vers l'espace libre (traits rouges) est réalisé à l'aide d'un collimateur comportant une seule lentille. Le waist est placé à 15 mm de la sortie fibrée, il faut le déplacer avec des doublets de lentilles afin d'avoir un espace suffisant pour réaliser la fonction de multiplexage. Lors du passage en espace libre, la distribution de champ du faisceau est gaussienne. Un objectif de microscope est utilisé pour injecter le faisceau dans la fibre faiblement multimode et exciter le mode  $LP_{01}$ . Son ouverture numérique est de  $ON = 0.35$  et son grandissement de 20, ce qui est supérieur à l'ouverture numérique de la fibre.

Le même principe est appliqué pour la fonction de démultiplexage. La distribution de champ électrique en sortie de la FMF est celle d'un mode  $LP_{01}$ . En l'injectant dans une fibre monomode grâce à un collimateur, le mode se propage jusqu'à l'OSA (*Optical Spectrum Analyser*) où sont mesurés les spectres du mode  $LP_{01}$ .

Les cubes séparateurs, servent à diviser puis recombinaer le faisceau avant la FMF pour le multiplexage du mode  $LP_{11}$ , puis à diviser le faisceau après la FMF pour démultiplexer le mode  $LP_{11}$ .

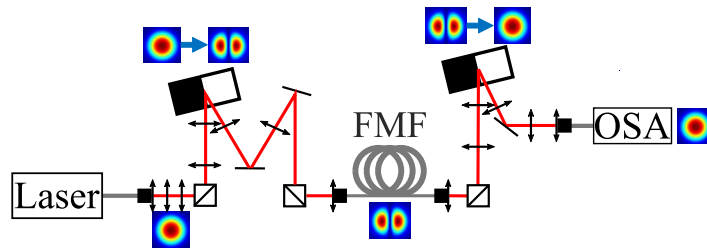


FIGURE 3.5. Schéma des fonctions de multiplexage et de démultiplexage spatial du mode  $LP_{11}$ . En rouge : espace libre, en gris : fibre.

La figure 3.5 représente les fonctions de multiplexage et de démultiplexage du mode  $LP_{11}$  du dispositif expérimental après que le faisceau des bras de multiplexage (respectivement de démultiplexage)  $LP_{01}$  soit coupé. Comme le montre la figure 3.3.a, le trajet optique est le même pour les deux bras de multiplexage jusqu'à la première séparatrice. Il faut déplacer le waist en sortie de la SMF d'entrée avec des doublets de lentilles afin de le positionner au niveau du SLM. Le nombre de lentilles entre la fibre et le SLM est impair (en comptant le collimateur) afin de correspondre au montage  $4f$  présenté en figure 3.2.a. Lors du passage en espace libre, la distribution du champ du faisceau est gaussienne. Le SLM (représenté par un rectangle noir et blanc) est contrôlé par un ordinateur en utilisant une image en nuance de gris, chaque pixel de l'image correspond à une cellule de cristaux liquide. Les nuances de gris utilisées sur l'image correspondent à un déphasage pour un faisceau dont la polarisation est rectiligne horizontale. Deux nuances de gris ont été utilisées (ici représentées en noir et blanc), correspondant à une différence de phase de  $\pi$ . En centrant numériquement le masque de phase et le faisceau, la distribution de phase est modifiée et correspond alors à celle d'un mode  $LP_{11}$  (comme montré sur les figures 3.2 a et b et expliqué par la ligne 3 du tableau 3.1). Le faisceau est alors injecté dans le mode  $LP_{11}$  de la FMF. En sortie de la FMF, le faisceau passe de nouveau sur un SLM dont les deux niveaux de gris correspondent à un masque de phase  $0|\pi$ . D'après la ligne 4 du tableau 3.2, le faisceau retrouve des distributions d'intensité et de phase semblables à celles du mode  $LP_{01}$  de la SMF permettant de se propager dans la fibre monomode avant l'OSA avec une perte de 1.7 dB.

Dans la suite, les lentilles ne seront pas représentées afin de simplifier les schémas.

### III.1.2 Caractérisation de la fonction de multiplexage

Afin de vérifier la qualité du multiplexage, nous avons caractérisé la distribution d'intensité en sortie de la FMF ainsi que la différence de puissance entre l'entrée et la sortie de la FMF.

Dans un premier temps nous avons placé une caméra en sortie de la FMF (voir figure 3.6) afin de mesurer la distribution d'intensité. Les résultats sont présentés sur la

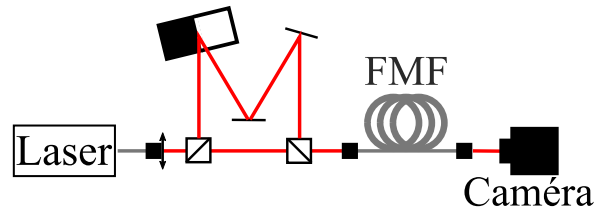


FIGURE 3.6. Schéma de la validation du multiplexage spatial. Mux : multiplexage

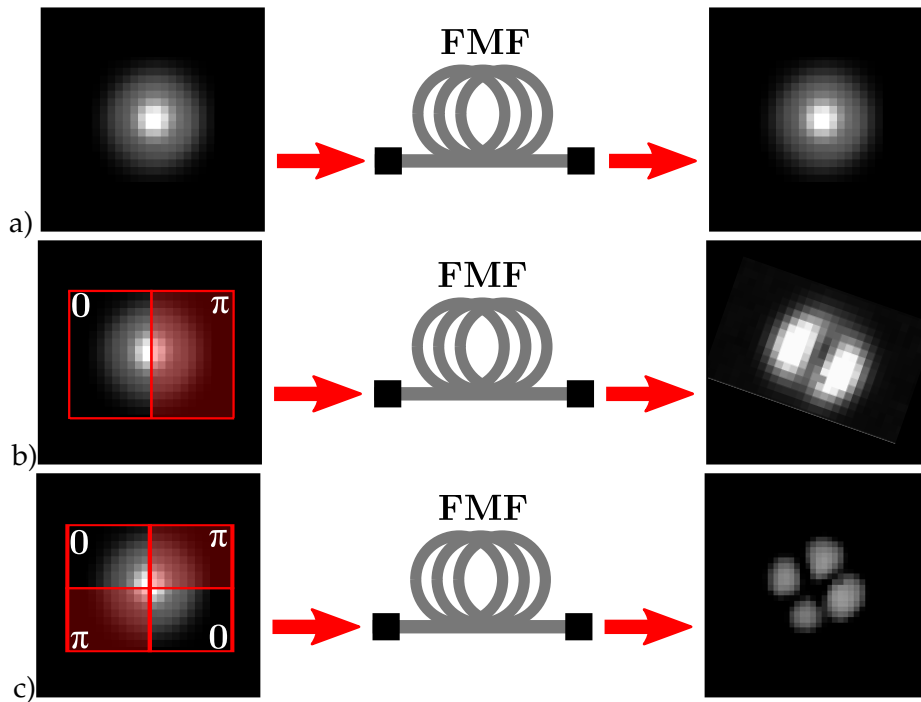


FIGURE 3.7. Schéma de l'excitation des modes a)  $LP_{01}$ , b)  $LP_{11}$  et c)  $LP_{21}$ .

figure 3.7. La photographie de gauche représente le mode  $LP_{01}$  avec (b et c) ou sans (a) masque de phase avant injection dans la FMF. La photographie de droite est la distribution d'intensité, observée à la caméra, du faisceau en sortie de la FMF. L'excitation du mode  $LP_{01}$  est réalisée par le bras de multiplexage  $LP_{01}$ , ce trajet ne passe pas par un masque de phase. L'excitation des modes d'ordre supérieur est réalisée par le bras de multiplexage  $LP_{11}$ . Ce trajet passe par un masque de phase créé par l'envoi d'un fichier en nuance de gris au SLM. Afin de simplifier l'alignement, le fichier envoyé au SLM est changé afin de faire correspondre le centre des sauts de phase ( $0 | \pi$  pour le mode  $LP_{11}$  et le centre du damier de quatre cases pour le mode  $LP_{21}$ ) avec le centre du faisceau. En bon accord avec les résultats théoriques du tableau 3.1, l'utilisation d'un masque de phase  $0 | \pi$  permet d'exciter un mode  $LP_{11}$ , un masque de phase en damier de quatre cases aboutit à l'excitation un mode  $LP_{02}$ .

Avec la même configuration, nous avons mesuré la puissance en entrée et en sortie de la FMF pour chaque mode. Les pertes de propagation, données par notre collaborateur,

Prysmian, dans l'article [33], sont d'environ 0.2 dB/km pour chaque mode. La FMF utilisée sur le dispositif expérimental possède une longueur de 2 km, nous nous attendions à des pertes de propagation d'environ 0.4 dB pour chaque mode. En ajoutant le coefficient de couplage ( $C_{LP_{lm}}^{FMF}$ ) aux pertes de propagation, nous avons obtenu des valeurs théoriques des pertes rapportées à la deuxième ligne du tableau 3.3. Les valeurs expérimentales des pertes (tableau 3.3 quatrième ligne) sont élevées comparées aux pertes attendues. Ceci est causé par une mauvaise adaptation du diamètre du faisceau d'excitation par rapport à la taille du cœur de la FMF. Pour obtenir des pertes de 3 dB supplémentaires par rapport aux pertes de couplage et de propagation, le calcul donne un rayon du faisceau du bras de multiplexage LP<sub>01</sub> de 12  $\mu\text{m}$  et un rayon du faisceau du bras de multiplexage LP<sub>11</sub> de 6.5  $\mu\text{m}$  (tableau 3.3 troisième ligne). La différence de rayon du faisceau entre les deux bras peut venir d'un déplacement d'une ou plusieurs lentilles par rapport à leurs positions idéales.

Mode	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>21</sub>
Pertes calculées (propagation + couplage)	0.8 dB	2.1 dB	3.7 dB
Pertes calculées (propagation + couplage + désadaptation du diamètre du faisceau)	3.1 dB	5.1 dB	8.2 dB
Pertes mesurées	3.1 dB	4.4 dB	7.5 dB

TABLEAU 3.3. Pertes calculées et mesurées expérimentalement pour chaque mode présents dans la FMF à 1550 nm.

L'adaptation du diamètre du faisceau pourrait être optimisé en utilisant une lentille dont la focale est connue à la place de l'objectif de microscope dont on ne connaît que l'ouverture numérique. Cela demanderait une modification des deux bras de multiplexage et peut-être l'ajout d'un doublet de lentille.

### III.1.3 Caractérisation de la fonction de démultiplexage

Dans cette partie nous étudierons la qualité de la fonction de démultiplexage de notre dispositif expérimental. Au vu des pertes attendues dans le mode LP<sub>21</sub>, celui-ci ne sera pas étudié dans cette partie et pas utilisé lors des études de mélange à quatre ondes.

La première étape consiste à superposer le centre du faisceau avec le centre du masque de phase (figure 3.8.a) du bras de démultiplexage LP<sub>11</sub>. Pour cela le fichier envoyé au SLM est modifié afin de faire correspondre le saut de phase avec le centre du faisceau. Les coordonnées du centre des sauts de phase sont alors  $x = \Delta x$  et  $y = \Delta y$  sur le fichier envoyé au SLM. Comme le montre la figure 3.8.b, le mode LP<sub>01</sub> possède une symétrie circulaire, ainsi, quelle que soit la rotation du masque de phase sur un mode LP<sub>01</sub>, le démultiplexage est le même si le masque de phase est bien centré sur le mode.

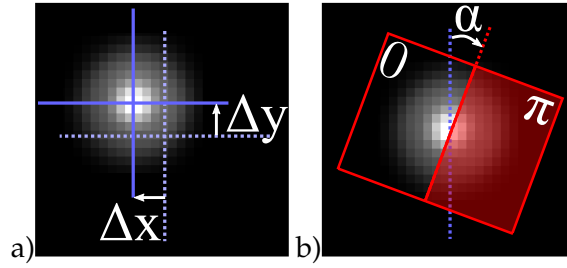


FIGURE 3.8. Photographie en sortie de fibre de la distribution de puissance du mode  $LP_{01}$ .

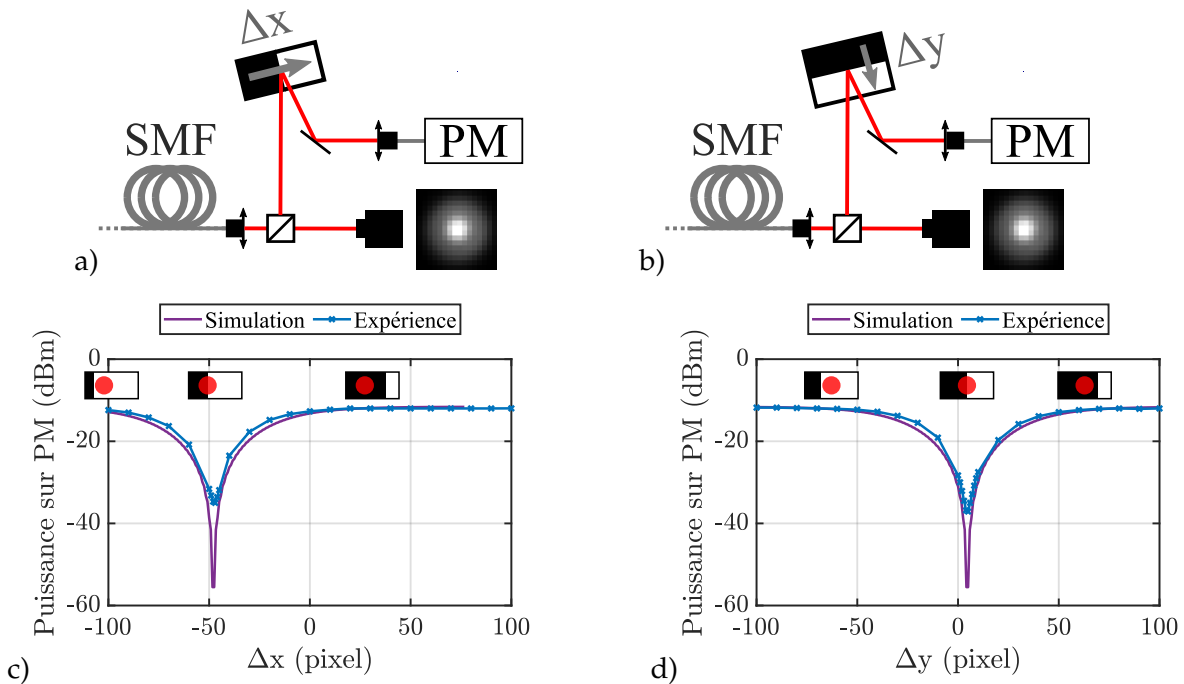


FIGURE 3.9. Puissance couplée sur le mode  $LP_{01}$  de la SMF de collecte après passage sur le SLM en fonction de  $\Delta x$  (a : schéma, c : résultats) et  $\Delta y$  (b : schéma, d : résultats). Le masque de phase utilisé est un masque  $0|\pi$  avec un saut de phase vertical (respectivement horizontal) pour les figures a et c (respectivement pour les figures b et d).

Les figures 3.9.a et b représentent les configurations expérimentales utilisées pour centrer le saut de phase  $0|\pi$  sur le faisceau. Afin de trouver la coordonnée en  $x$  (respectivement  $y$ ) du centre du faisceau par rapport au centre du SLM, la FMF centrale est remplacée par une SMF afin d'avoir un mode  $LP_{01}$  sans mode d'ordre supérieur. En sortie de cette fibre, le faisceau est réfléchi par le SLM, affichant un masque de phase  $0|\pi$  séparés verticalement (respectivement horizontalement), avant d'être injecté dans une SMF connectée à un puissance mètre.

Si le saut de phase est parfaitement centré sur le faisceau, tout se passe comme dans la troisième ligne du tableau 3.2 et la distribution du champ est semblable à un mode  $LP_{11}$ .

Le diamètre de cœur de la fibre centrale (SMF) étant plus faible dans cette expérience que pour les mesures du tableau 3.2 (où une FMF est utilisée), les pertes de couplage dans la SMF sont de 45 dB. Si le saut de phase n'est pas en contact avec le faisceau, tout se passe comme dans la première ligne du tableau et la distribution du champ est semblable à un mode  $LP_{01}$ . Dans ce cas, tout se passe comme si la phase du masque est constante (tableau 3.2 première ligne). Plus le saut de phase du masque de phase est loin du centre du faisceau, plus la distribution du champ est semblable à un mode  $LP_{01}$  et plus la puissance mesurée est grande après la SMF de collecte, jusqu'à ce que la séparation soit en-dehors du faisceau.

En déplaçant le saut de phase de gauche à droite (respectivement de haut en bas) pixel par pixel, le centre du mode est atteint lorsque la puissance mesurée est minimale. La figure 3.9.c (respectivement figure 3.9.d) présente les résultats expérimentaux et de simulation lors du déplacement du saut de phase de gauche à droite (respectivement de haut en bas). Sur la figure, nous avons ajouté un schéma du SLM positionnant le faisceau par rapport à l'emplacement du saut de phase  $0|\pi$ . La simulation a été réalisée en utilisant des coefficients de couplage calculés par l'équation (3.3). Les résultats de simulation et expérimentaux concordent pour les composantes horizontale et verticale. Dans l'exemple montré ici, le masque de phase de démultiplexage doit donc être centré sur  $\Delta x = -47$  pixels et  $\Delta y = 5$  pixels.

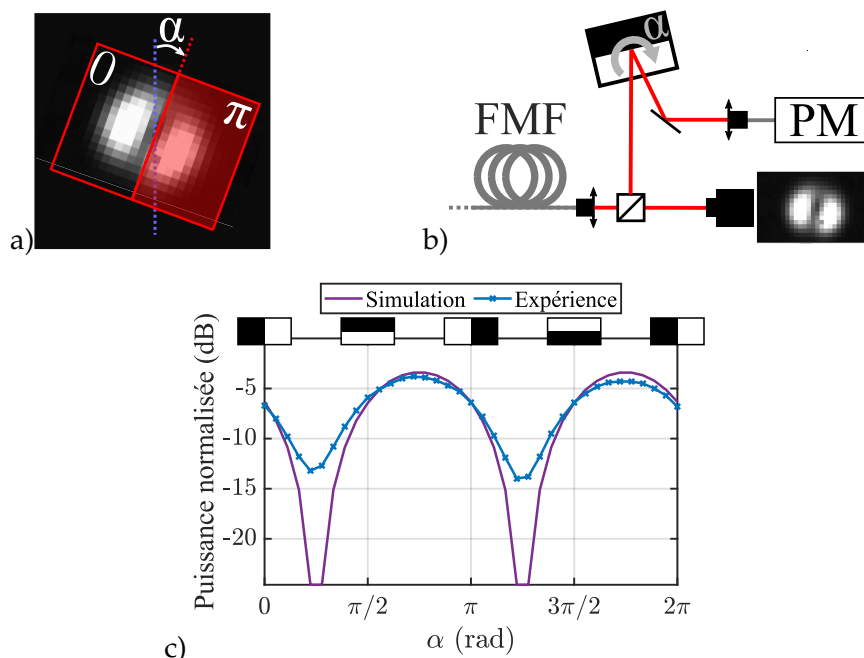


FIGURE 3.10. Rotation du masque de phase sur le SLM par rapport aux lobes d'un mode  $LP_{11}$  : a) photographie du mode  $LP_{11}$ , b) configuration expérimentale et c) résultats expérimentaux. PM : puissance mètre

La figure 3.7 représente la distribution d'intensité des modes après propagation dans 2 km de fibre. Sur cette figure, les lobes des modes  $LP_{11}$  et  $LP_{21}$  sont inclinés, il faut donc trouver l'angle  $\alpha$  (Figure 3.10.a) permettant une superposition des lobes et du masque de phase. La figure 3.10.a représente la superposition d'un mode  $LP_{11}$  avec un masque de phase tourné d'un angle  $\alpha$ . Dans ce cas, le saut de phase  $0|\pi$  correspond à la division entre les deux lobes du mode  $LP_{11}$ . En plus de décaler le masque de phase sur le SLM de  $\Delta x$  et  $\Delta y$ , il faut donc le tourner numériquement d'un angle  $\alpha$ . La figure 3.10.b représente la configuration expérimentale utilisée. En sortie de la FMF, la distribution spatiale du champ électrique est celle d'un mode  $LP_{11}$ . Les fichiers envoyés au SLM représentent un masque de phase  $0|\pi$  dont le saut de phase est tourné numériquement d'un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale.

La figure 3.10.c présente les résultats expérimentaux et de simulation lors de la rotation du masque de phase sur le SLM. Nous avons ajouté, sur la figure, un schéma de la rotation du masque de phase. La simulation a été réalisée en utilisant le coefficient de couplage de l'équation (3.3) pour le mode  $LP_{11}$ .

Les résultats de simulation et expérimentaux concordent. Cette procédure est mise en œuvre à chaque utilisation du démultiplexage car les lobes du modes  $LP_{11}$  tournent avec le temps (effets thermiques dans la fibre). Nous verrons plus loin que ces effets thermiques auront un impact sur les performances de notre dispositif expérimental.

Multiplexage \ Démultiplexage	$LP_{01}$	$LP_{11}$
	$LP_{01}$	4.5 dB
$LP_{11}$	12.1 dB	5.85 dB

TABLEAU 3.4. Pertes de multiplexage et de démultiplexage pour les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ .

Afin de quantifier les performances du démultiplexage et connaître les "fuites" d'un mode vers l'autre, nous avons mesuré la puissance avant chaque SMF des bras de démultiplexage avec une sphère intégrante puis la puissance dans chaque SMF avec un puissance-mètre. Le tableau 3.4 répertorie les pertes entre le faisceau en espace libre et la sortie de la fibre monomode en fin de dispositif expérimental pour les deux bras de démultiplexage en fonction du mode injecté dans la FMF (multiplexage). Pour le bras de démultiplexage  $LP_{01}$  (respectivement  $LP_{11}$ ), il y a 8 dB d'écart (respectivement 11 dB d'écart) entre l'injection d'un mode  $LP_{01}$  et l'injection d'un mode  $LP_{11}$  dans la SMF finale.

Comme nous le verrons par la suite, l'efficacité du démultiplexage de 10 dB que nous obtenons ici sera suffisante pour observer et caractériser les effets de mélange à quatre ondes intra- et inter-modaux susceptibles de survenir dans cette FMF.

Les parties de multiplexage et de démultiplexage seront représentées par une boîte dans la suite afin de simplifier les schémas.

## III.2 Mélange à quatre ondes insensible à la phase dans les modes $LP_{01}$ et $LP_{11}$ d'une fibre faiblement multimode

Dans cette partie nous allons étudier le mélange à quatre ondes intra- et inter-modal dans la FMF pour une configuration fréquentielle composée d'un signal et d'un idler de part et d'autre d'une pompe dégénérée en fréquence. Cet effet non linéaire est insensible à la phase (pas d'interférences entre deux des ondes). Les expériences faites dans cette partie servent à mesurer les performances du dispositif expérimental et à les comparer à la simulation avant de réaliser des expériences, plus sensibles, de mélange à quatre ondes sensible à la phase. Les modes étudiés seront les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ .

### III.2.1 Présentation du dispositif expérimental

Le but de ce paragraphe est de présenter le dispositif expérimental utilisé pour réaliser du mélange à quatre ondes avec une fréquence idler dissociée de la fréquence du signal mais des fréquences de pompe dégénérées. Nous avons vérifié que, si la puissance en entrée de fibre est suffisante, une onde idler est créée lors de la propagation à la fréquence attendue.

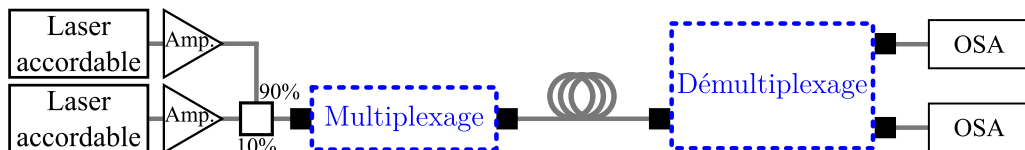
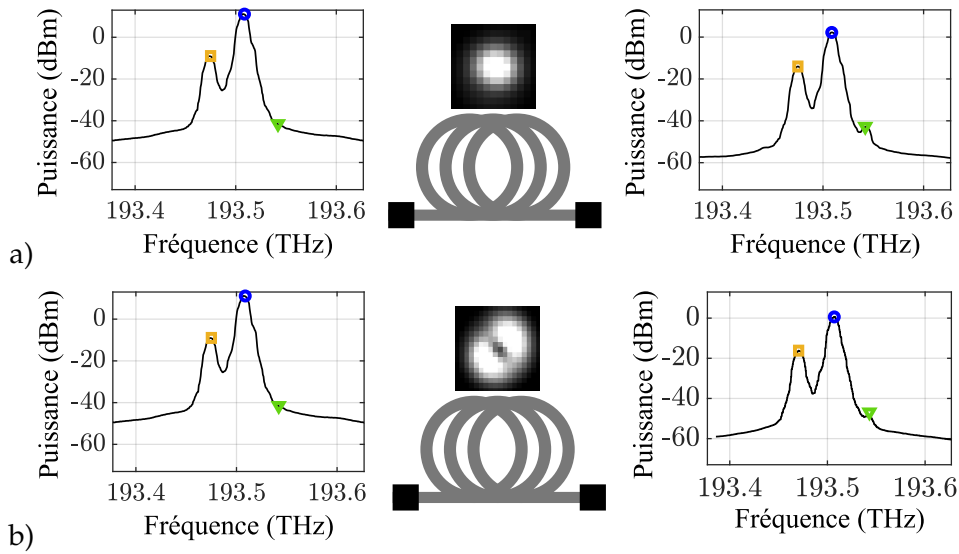


FIGURE 3.11. Configuration expérimentale utilisée pour réaliser l'expérience de mélange à quatre ondes. Lorsque l'un des bras de multiplexage est coupé, seul l'un des modes est excité (mélange à quatre ondes intra-modal), sinon deux modes sont excités (mélange à quatre ondes inter-modal).

Nous avons réutilisé le montage complet de multiplexage et démultiplexage de la figure 3.3. Afin de pouvoir contrôler les puissances et les fréquences du signal et de la pompe, nous avons utilisé deux lasers accordables chacun amplifiés avant d'être recombinaés dans un coupleur 90/10 (figure 3.11).

Avant d'étudier le mélange à quatre ondes insensible à la phase en fonction de différents paramètres, nous avons commencé par vérifier l'apparition de l'idler par mélange à quatre ondes intra-modal après la fibre dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ . En premier, nous avons injecté le faisceau dans le mode  $LP_{01}$  en coupant le faisceau des bras de multiplexage et de démultiplexage  $LP_{11}$ . Nous avons ensuite injecté le faisceau dans le mode  $LP_{11}$  en coupant le faisceau des bras de multiplexage et démultiplexage  $LP_{01}$ . Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, pour une configuration intra-modale d'instabilité de modulation avec des ondes de pompes dégénérées en fréquence (figure 1.6.b), une onde idler à  $f_i$  est créée au cours de la propagation symétriquement à la fréquence du signal ( $f_s$ )



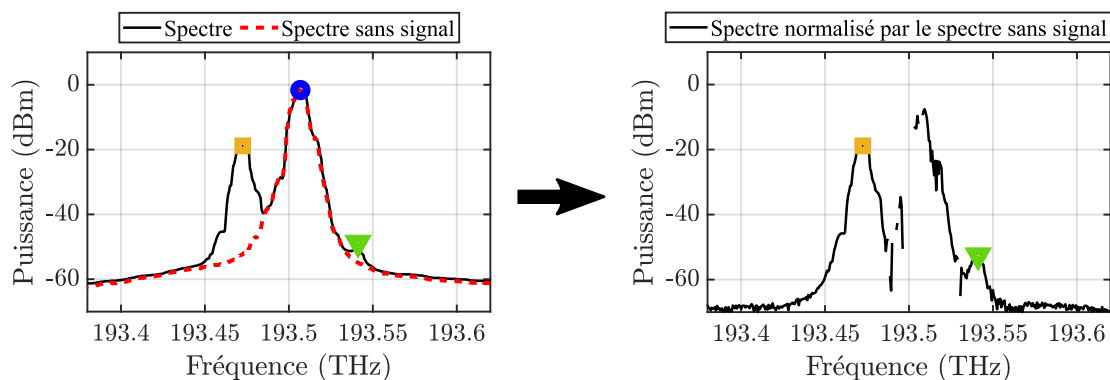
**FIGURE 3.12.** Création par mélange à quatre ondes intra-modal (excitation d'un seul mode de la fibre) d'une onde idler (triangle vert) après propagation des ondes signal (carré jaune) et pompe (cercle bleu) dans les modes a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$ . Les spectres sont pris avant (gauche) et après (droite) la fibre. L'onde idler est créée à la fréquence symétrique du signal par rapport à la pompe.

par rapport à fréquence de la pompe ( $f_p$ ). La figure 3.12 représente le spectre en entrée et en sortie de fibre pour une expérience de mélange à quatre ondes intra-modal sur les modes  $LP_{01}$  (a) et  $LP_{11}$  (b). Les ondes pompe (cercle bleu) et signal (carré jaune) sont toutes deux présentes en entrée et en sortie de fibre, alors que l'onde idler (triangle vert) est apparue lors de la propagation. La fréquence de l'onde idler correspond à celle attendue mais sa puissance n'est pas la même sur les deux modes. En effet, l'efficacité du mélange à quatre ondes intra-modal dépend à la fois de l'aire effective, des propriétés de dispersion de chaque mode et du coefficient de couplage dans le mode étudié.

Afin de quantifier l'efficacité du mélange à quatre ondes, nous définissons l'efficacité de conversion (CE) comme le rapport de puissance des ondes idler ( $P_i$ ) et signal ( $P_s$ ) en sortie de fibre

$$CE = \frac{P_i}{P_s}. \quad (3.4)$$

Lorsque seule l'onde de pompe est injectée dans la fibre, en sortie de fibre, nous mesurons le spectre en pointillé rouge sur la figure 3.13 (appelé spectre de référence par la suite). Nous pouvons alors voir que l'OSA mesure une puissance de  $-55$  dBm à la fréquence  $f_i$ . Lorsque les ondes de pompe et du signal sont injectées dans la fibre, en sortie de fibre, nous mesurons le spectre en trait plein sur la figure 3.13. Sur ce spectre, une onde idler est visible et la puissance à  $f_i$  est de  $-51.1$  dBm. Cette puissance est l'addition de la puissance



**FIGURE 3.13.** Soustraction du spectre de pompe afin de mesurer la puissance générée lors de la propagation (puissance de l'onde idler). Cercle bleu : pompe, carré jaune : signal, triangle vert : idler.

mesurée à  $f_i$  lorsque seule la pompe est injectée dans la fibre et de la puissance générée par mélange à quatre ondes au cours de la propagation. La puissance de l'onde idler est donc très faible. Afin de récupérer cette puissance, nous avons numériquement soustrait, en échelle linéaire, le spectre de référence au spectre obtenu lorsque les ondes de la pompe et du signal sont injectées dans la fibre (figure 3.13). Le spectre obtenu ne comporte que les ondes signal et idler. Quelques artefacts de mesure sont présents à la place de l'onde pompe. Cela correspond à une petite variation de la puissance de l'onde de pompe par rapport au spectre de référence. Nous utiliserons cette méthode pour chaque mesure de puissance de l'onde idler.

Dans le reste de cette partie sur le mélange à quatre ondes insensible à la phase, la puissance utilisée en entrée de fibre sera inférieure à 16.2 dBm car le SLM serait endommagé à plus forte puissance.

### III.2.2 Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode $LP_{01}$

Dans ce paragraphe nous présenterons les résultats de deux expériences de mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode  $LP_{01}$  que nous avons réalisées. La configuration fréquentielle utilisée est une configuration intra-modale d'instabilité de modulation avec des ondes de pompes dégénérées en fréquence (figure 1.6.b).

La première expérience consiste à injecter l'onde pompe et l'onde signal dans la FMF pour différentes valeurs de puissance de l'onde signal. Les paramètres sont présentés dans le tableau 3.5. D'après l'équation (1.70) du chapitre I, pour une configuration intra-modale, la puissance de l'onde idler est proportionnelle à la puissance de l'onde signal. La figure 3.14.a montre une superposition des spectres normalisés pour des puissances de l'onde signal entre  $P_s = -6$  dBm et  $P_s = 0.5$  dBm. La figure 3.14.b représente la puissance de l'onde idler en fonction de la puissance du signal. Afin de vérifier les résultats obtenus, les résultats expérimentaux sont comparés à la simulation. Il a donc fallu prendre

Puissance pompe $P_p$	Fréquence pompe $f_p$	Puissance signal $P_s$	Fréquence signal $f_s$
15.8 dBm	193.506 THz	$[-6, -0.5]$ dBm	193.473 THz

TABLEAU 3.5. Paramètres utilisés pour l'expérience de mélange à quatre ondes avec modification de la puissance de l'onde signal dans le mode  $LP_{01}$ .

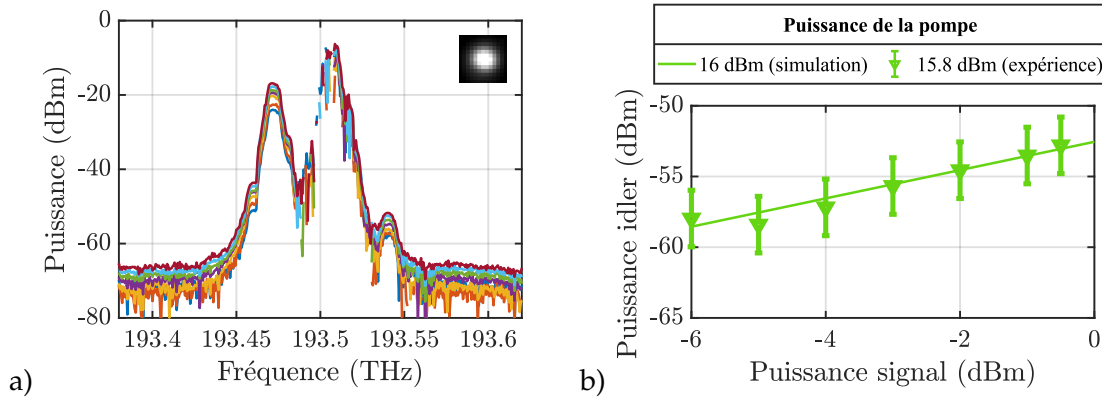


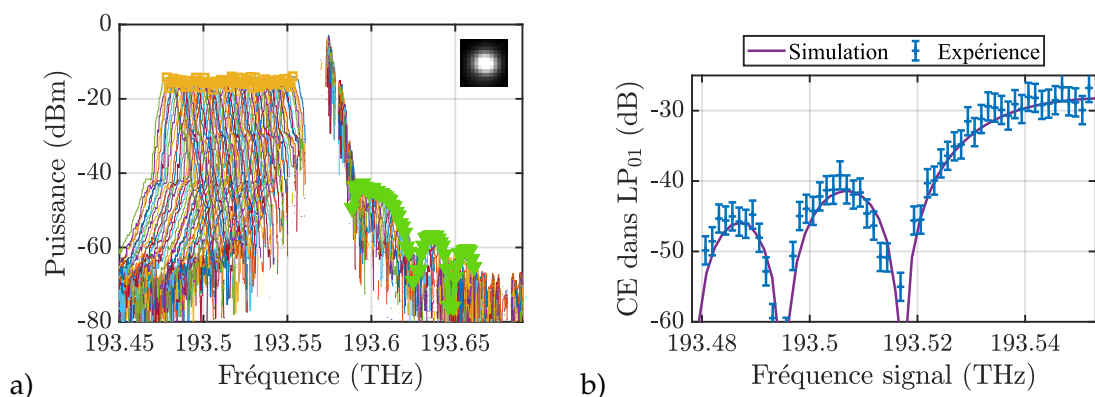
FIGURE 3.14. a) Superposition des spectres de fréquence en sortie du mode  $LP_{01}$  pour  $f_s = 193.473$  THz,  $P_p = 15.8$  dBm et  $P_s \in [-6; -0.5]$  dBm. b) Simulation (trait plein) et mesure expérimentales (triangles) de la puissance de l'idler en fonction de la puissance de l'onde signal en entrée de fibre dans le mode  $LP_{01}$ .

en compte les pertes entre la sortie de la FMF et l'injection dans la SMF. Les valeurs expérimentales et les valeurs de simulation correspondent pour une puissance de pompe de  $P_p^{\text{simu}} = 16$  dBm en simulation et  $P_p = 15.8$  dBm dans l'expérience. Pour la simulation comme pour les résultats expérimentaux, la puissance de l'idler augmente linéairement (en échelle log/log) en fonction de la puissance du signal avec une pente de 1. Ainsi, le coefficient non-linéaire utilisé en simulation est du même ordre de grandeur que celui de notre fibre.

La seconde expérience de mélange à quatre ondes consiste à mesurer l'efficacité de conversion en fonction de la fréquence de l'onde signal. L'onde pompe et l'onde signal sont injectées dans le mode  $LP_{01}$  puis les puissances des ondes signal et idler sont mesurées en sortie de fibre. Les paramètres sont présentés dans le tableau 3.6. La figure 3.15.a

Puissance pompe $P_p$	Fréquence pompe $f_p$	Puissance signal $P_s$	Fréquence signal $f_s$
16.2 dBm	193.566 THz	-1.5 dBm	$[193.473, 193.548]$ THz

TABLEAU 3.6. Paramètres utilisés pour l'expérience de mélange à quatre ondes avec modification de longueur d'onde de l'onde signal dans le mode  $LP_{01}$ .



**FIGURE 3.15.** a) Superposition des spectres de fréquence en sortie du mode  $LP_{01}$  pour  $f_s \in [193.473, 193.548]$  THz,  $P_p = 16.2$  dBm et  $P_s = -1.5$  dBm. b) Efficacité de conversion en fonction de la fréquence de l'onde signal dans  $LP_{01}$ .

montre une superposition des spectres normalisés pour des fréquences de l'onde signal entre  $f_s = 193.473$  THz et  $f_s = 193.548$  THz. La figure 3.15.b représente l'efficacité de conversion dans le mode  $LP_{01}$  (équation (3.4)) en fonction de la fréquence signal. Afin de vérifier les résultats obtenus, les résultats expérimentaux sont comparés à la simulation. Les valeurs expérimentales et de simulations correspondent et les minima sont atteints aux mêmes valeurs de fréquence pour la simulation et l'expérience, ainsi les valeurs de dispersion utilisées dans le modèle correspondent à celles de la FMF.

### III.2.3 Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode $LP_{11}$

Dans cette partie nous présentons les résultats des deux expériences de mélange à quatre ondes intra-modal dans le mode  $LP_{11}$  avec la même configuration fréquentielle que dans la partie précédente.

Nous avons répété les mesures précédemment effectuées sur le mode  $LP_{01}$ , cette fois sur le mode  $LP_{11}$ . Les paramètres sont présentés dans le tableau 3.5. Les résultats sont présentés sur la figure 3.16. Après comparaison à la simulation, nous trouvons également que la puissance de l'onde idler augmente linéairement en fonction de la puissance de l'onde signal (échelle log/log) avec une pente de 1, comme attendu. Les valeurs expérimentales sont situées entre les valeurs de simulation pour une puissance de pompe de  $P_p^{\text{simu}} = 15$  dBm et  $P_p^{\text{simu}} = 16$  dBm alors que la valeur expérimentale est de  $P_p = 15.8$  dBm. Cette différence peut être expliquée par les pertes de couplage dans le mode  $LP_{11}$  et une approximation des pertes après la FMF.

Nous réitérons également l'expérience d'efficacité de conversion en fonction de la fréquence signal mais dans le mode  $LP_{11}$  cette fois-ci. Les paramètres sont présentés dans le tableau 3.6. Afin de vérifier les résultats obtenus, les résultats expérimentaux sont compa-

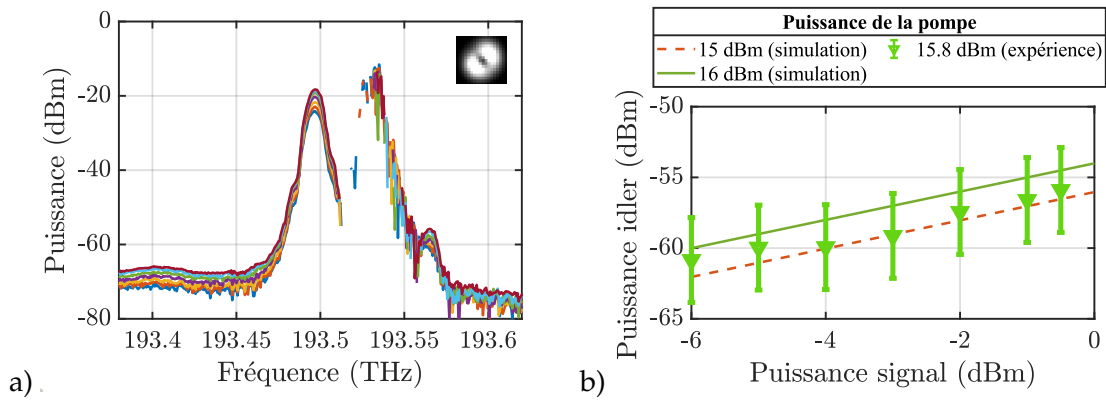


FIGURE 3.16. a) Superposition des spectres de fréquence en sortie du mode  $LP_{11}$  pour  $f_s = 193.473$  THz,  $P_p = 15.8$  dBm et  $P_s \in [-6, -0.5]$  dBm. b) Puissance de l'idler en fonction de la puissance de l'onde signal en entrée de fibre dans le mode  $LP_{11}$ .

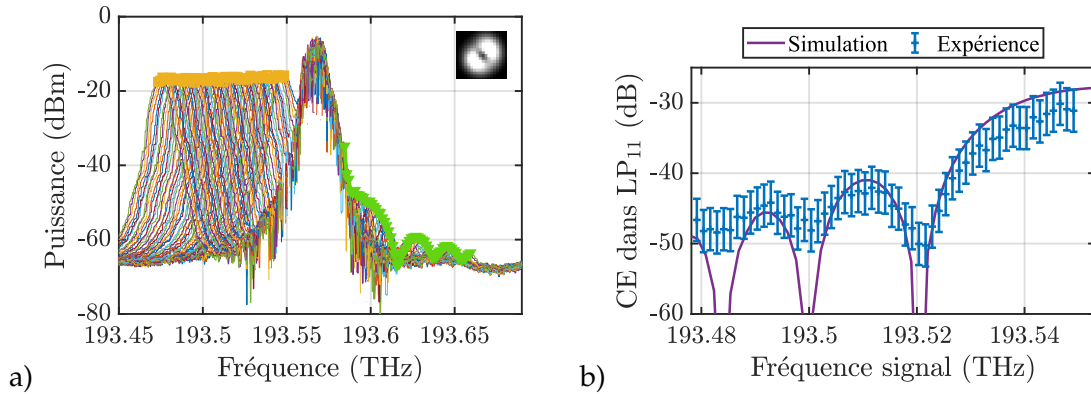


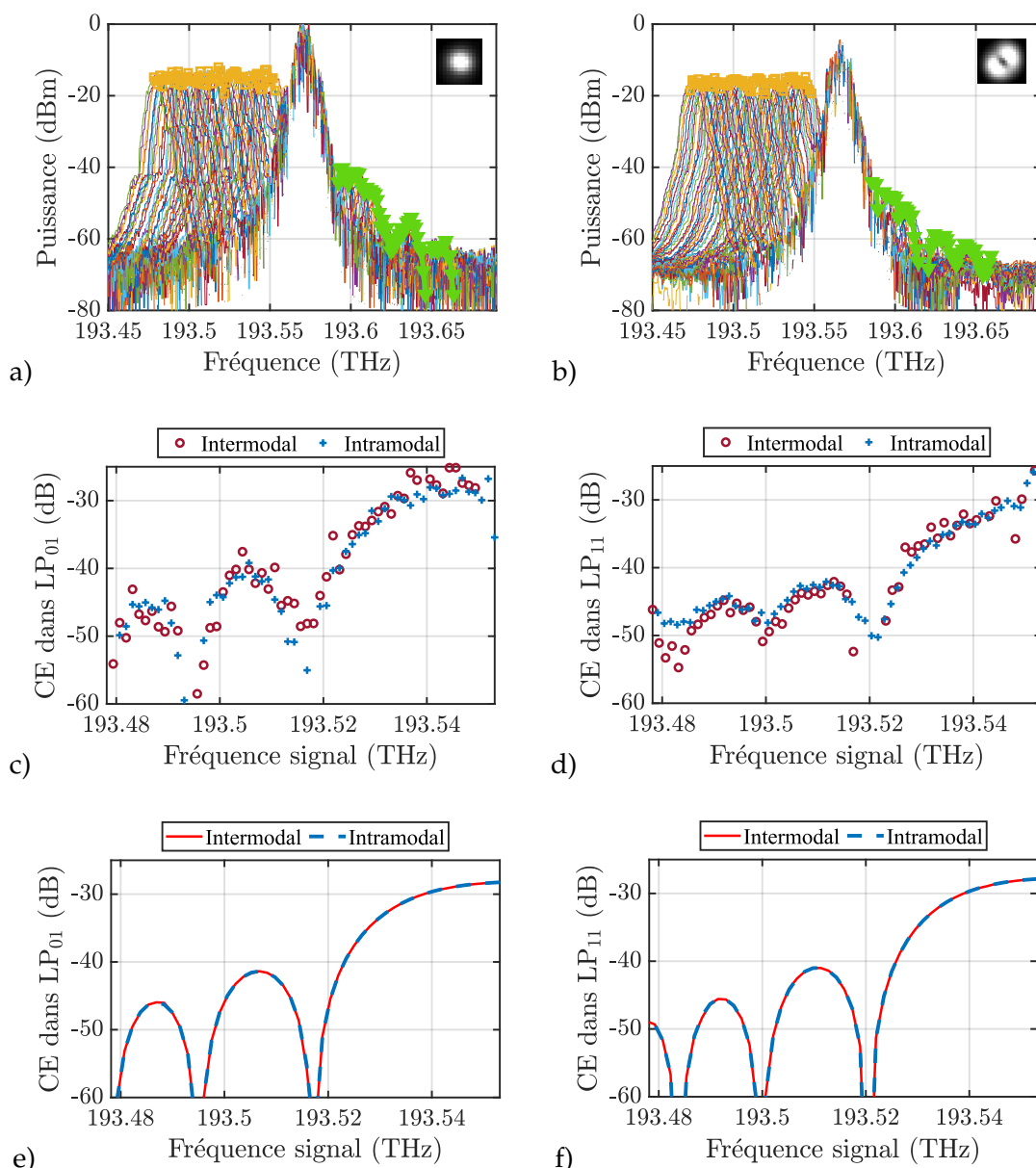
FIGURE 3.17. a) Superposition des spectres de fréquence en sortie du mode  $LP_{11}$  pour  $f_s \in [193.473, 193.548]$  THz,  $P_p = 16.2$  dBm et  $P_s = -1.5$  dBm. b) Efficacité de conversion en fonction de la fréquence de l'onde signal dans le mode  $LP_{11}$ .

rés à la simulation sur la figure 3.16.b. Les valeurs expérimentales sont proches des valeurs de simulation et les valeurs de fréquence signal correspondant au minimum des lobes du sinus cardinal. Par exemple, le premier minimum est atteint à  $f_{CE,mini}^{LP_{11}} = 193.520$  THz, cette valeur est différente de celle du mode  $LP_{01}$  et prouve la différence des paramètres de dispersion entre les deux modes. Le plancher de bruit est plus important, le contraste entre le maximum et le minimum des lobes du sinus cardinal est donc faible.

Pour chacun des deux modes, nous avons donc montré que les données expérimentales et de simulations sont du même ordre de grandeur. Nous pourrions donc nous appuyer sur nos simulations pour nous guider dans le choix des paramètres expérimentaux pour les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ .

### III.2.4 Efficacité de conversion du mélange à quatre ondes inter-modal dans les modes $LP_{01}$ et $LP_{11}$

Nous allons maintenant voir si l'excitation des deux modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  simultanément change les résultats obtenus. Nous injectons les ondes signal et pompe dans chacun des deux modes. Dans chacun des modes, nous devrions avoir simultanément le mélange à quatre ondes intra-modal et le mélange à quatre ondes inter-modal. Si le mélange à quatre ondes inter-modal est efficace, les résultats inter-modaux seront modifiés en comparaison avec les résultats intra-modaux.



**FIGURE 3.18.** Résultats expérimentaux et simulations du mélange à quatre ondes inter-modal dans les modes  $LP_{01}$  (a,c,e) et  $LP_{11}$  (b,d,f). Spectre (a et b) et efficacité de conversion expérimentale (c et d) et de simulation (e et f) en fonction de la fréquence de l'onde signal.

Nous avons utilisé le dispositif expérimental présentée sur la figure 3.11. Celle-ci combine par un coupleur la pompe et le signal, préalablement amplifiés séparément, avant de passer en espace libre où la mise en forme spatiale du faisceau permet exciter simultanément les modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub> de la FMF.

L'expérience de mélange à quatre ondes inter-modal consiste à injecter l'onde pompe et l'onde signal dans les deux modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub> en modifiant la fréquence de l'onde signal dans les deux modes simultanément. Les paramètres sont présentés dans le tableau 3.5 et sont identiques à ceux utilisés dans les modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub> intra-modal. Les figures 3.18.a et b montrent une superposition des spectres normalisées pour des fréquences de l'onde signal entre  $f_s = 193.473$  THz et  $f_s = 193.548$  THz pris simultanément dans les modes LP<sub>01</sub> (a) et LP<sub>11</sub> (b).

Les figures 3.18.c et d montrent les résultats expérimentaux de l'efficacité de conversion inter- (ronds) et intra-modal (croix) dans les modes LP<sub>01</sub> (c) et LP<sub>11</sub> (d). Pour les deux modes, les résultats inter-modaux et intra-modaux sont identiques : valeur de l'efficacité de conversion et fréquence où est atteint le minimum de l'efficacité de conversion (différent pour les deux modes). Expérimentalement, le mélange à quatre ondes inter-modal n'est pas efficace et n'est pas visible dans nos résultats.

Les mêmes figures d'efficacité de conversion en fonction de la fréquence signal sont réalisées en simulation. Les deux courbes (inter- (rouge) et intra-modal (bleue)) sont superposées et le mélange à quatre ondes inter-modal n'est pas assez efficace pour voir une différence entre l'efficacité de conversion pour le processus intra-modal et celle du processus inter-modal.

Nous avons vu dans le chapitre I (tableau 1.3) que, pour cette fibre à quatre modes, l'intégrale de recouvrement inter-modale entre les modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub> est du même ordre de grandeur que les intégrales de recouvrement intra-modale. La non-efficacité du processus inter-modal peut alors être dû à l'accord de phase. Dans le chapitre II, nous avons calculé la dispersion des différents modes en fonction de la longueur d'onde (figure 2.8.c). Sur cette figure, nous pouvons voir un décalage important entre les courbes de dispersion des modes LP<sub>01</sub> et LP<sub>11</sub> autour de 1550 nm. C'est donc sûrement à cause de l'accord de phase que le processus inter-modal est inefficace autour de 1550 nm.

### **III.3 Mélange à quatre ondes sensible à la phase**

Dans cette partie, nous étudierons expérimentalement le mélange à quatre ondes sensible à la phase intra-modal dans le mode LP<sub>01</sub> puis dans le mode LP<sub>11</sub>. Cette étude n'a pas encore été démontrée expérimentalement et pourrait mener à une démonstration de régénération ou de quantification de phase dans les différents modes d'une FMF. Pour observer cet effet non linéaire, nous avons besoin d'une configuration fréquentielle où l'idler est créé à la même fréquence  $\omega_0$  que le signal lors de la propagation dans la fibre faible-

ment multimode (voir Chapitre I). Nous choisissons une configuration avec deux ondes de fortes puissances (les ondes de pompe) situées de part et d'autre d'une onde de plus faible puissance (l'onde signal). Cette configuration a déjà été étudiée dans le chapitre II, partie régénération de phase.

### III.3.1 Peigne de fréquences : mise en forme fréquentielle

Nous avons utilisé un peigne de fréquences à trois lignes pour garder une cohérence entre les phases des ondes. Un compromis a été trouvé en choisissant un écart entre les lignes fixé à 20 GHz afin que chaque ligne soit suffisamment résolue pour être filtrée par le filtre optique programmable tout en gardant un espacement minimum afin que le mélange à quatre ondes intra-modal soit le plus efficace possible.

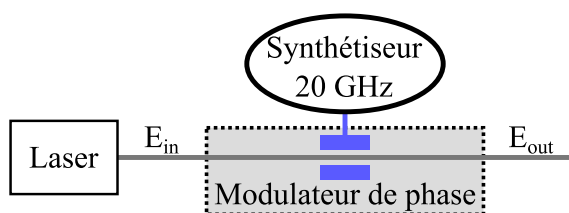


FIGURE 3.19. Schéma d'un modulateur de phase.

Pour créer le peigne de fréquences, nous avons utilisé un laser relié par une fibre monomode à un modulateur de phase (figure 3.19). Le laser utilisé est continu et monochromatique de fréquence  $\omega_0$ . Le modulateur de phase fait varier sinusoidalement l'indice de la fibre le traversant à la fréquence  $\omega_m$  grâce à un synthétiseur. La phase temporelle de l'onde en sortie du modulateur varie donc sinusoidalement. Voyons mathématiquement comment cela modifie le champ en sortie du modulateur de phase.

La représentation complexe du champ dans la fibre en sortie du laser et en entrée du modulateur s'écrit

$$\mathcal{E}_{in}(t) = E_{in} e^{j\omega_0 t}. \quad (3.5)$$

Ce champ, d'enveloppe  $E_{in}$ , est injecté dans un modulateur de phase. Un synthétiseur (horloge doublée en fréquence) contrôle la modulation sinusoidale de phase à une fréquence angulaire  $\omega_m = 20$  GHz. En sortie du modulateur de phase, l'enveloppe complexe du champ s'écrit

$$E_{out}(t) = E_{in} e^{-j\phi(t)}, \quad (3.6)$$

avec  $\phi(t) = B \sin(\omega_m t) = \frac{\pi}{V\pi} V(t)$ . On peut donc écrire, par développement de Jacobi-Anger

$$E_{out}(t) = E_{in} e^{-jB \sin(\omega_m t)} \quad (3.7)$$

$$= E_{in} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(B) e^{-jn\omega_m t}, \quad (3.8)$$

avec  $B$  l'amplitude de modulation et  $J_n$  la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $n$ . Nous avons choisi  $B = \frac{0.9\pi}{2}$  pour que la porteuse et les bandes latérales d'ordres -1 et 1 aient la même puissance. En passant dans le domaine des fréquences par une transformée de Fourier, nous avons obtenu la formule suivante :

$$\tilde{E}_{\text{out}}(\omega) = E_{\text{in}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(B) \delta(\omega - n\omega_m). \quad (3.9)$$

Afin de sélectionner seulement la porteuse (l'onde signal) et les bandes latérales  $\pm 1$  (les ondes de pompe), nous avons utilisé un WaveShaper (filtre optique programmable). Cet appareil permet d'ajouter un facteur d'atténuation pour chaque ligne indépendamment ( $A_{-1}$ ,  $A_0$  et  $A_1$ ). Pour les trois lignes sélectionnées, nous avons donc le champ électrique suivant

$$\tilde{E}_{\text{out}}(\omega) = E_{\text{in}}(A_{-1} J_{-1}(B) \delta(\omega + \omega_m) + A_0 J_0(B) \delta(\omega) + A_1 J_1(B) \delta(\omega - \omega_m)). \quad (3.10)$$

Or les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre  $-n$  et  $n$  sont opposées :  $J_{-1}(B) = -J_1(B) = J_1(B)e^{i\pi}$ . L'enveloppe complexe du champ s'écrit

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\text{out}}(\omega) = E_{\text{in}}(A_{-1} J_1(B) \delta(\omega + \omega_m) e^{j\pi} \\ + A_0 J_0(B) \delta(\omega) \\ + A_1 J_1(B) \delta(\omega - \omega_m)). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Le champ électrique dans la fibre en sortie du modulateur de phase s'écrit alors

$$\mathcal{E}_{\text{out}}(t) = E_{\text{out}}(t) e^{j\omega_0 t}. \quad (3.12)$$

En conclusion, la configuration fréquentielle en sortie de modulateur est un peigne de fréquences centré sur la porteuse à  $\omega_0$  où les lignes sont espacées de 20 GHz. Le WaveShaper a permis de sélectionner la porteuse et les bandes latérales d'ordre -1 et 1.

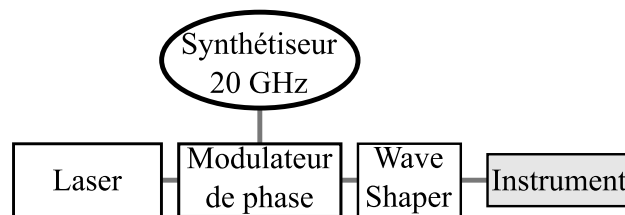


FIGURE 3.20. Configuration expérimentale utilisée pour réaliser la création et l'analyse du peigne de fréquences après passage dans le Waveshaper.

Afin de créer et d'analyser le peigne de fréquence dont nous avons besoin, nous avons mis en place la configuration expérimentale de la figure 3.20. Ce qui est nommé  $\langle$  Instrument  $\rangle$  ici, pourra être soit un OSA afin de mesurer des spectres de fréquences soit un oscilloscope afin de mesurer le battement des raies du peignes entre elles.

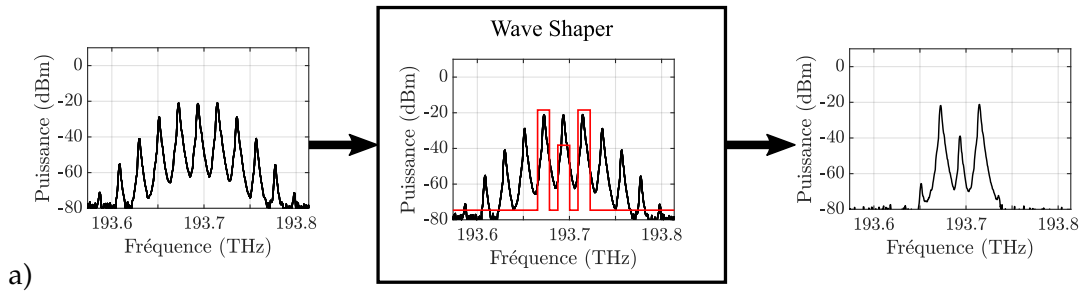


FIGURE 3.21. Configuration fréquentielle sélectionnant les bandes latérales d'ordre -1, 1 et la porteuse.

La figure 3.21 représente le spectre du peigne de fréquences avant (gauche) et après (droite) passage dans le WaveShaper. Sur la figure centrale, la courbe rouge représente le filtre d'amplitude du WaveShaper. Les deux bandes latérales ne sont pas atténuées ( $A_{-1} = A_1 = 1$ ) alors que la porteuse à  $\omega_0$  est atténuée de 18 dB ( $A_0 = 10^{-18/10}$ ). Les autres lignes sont atténuées de 50 dB. Ceci afin de correspondre à la mise en forme fréquentielle nécessaire à l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase.

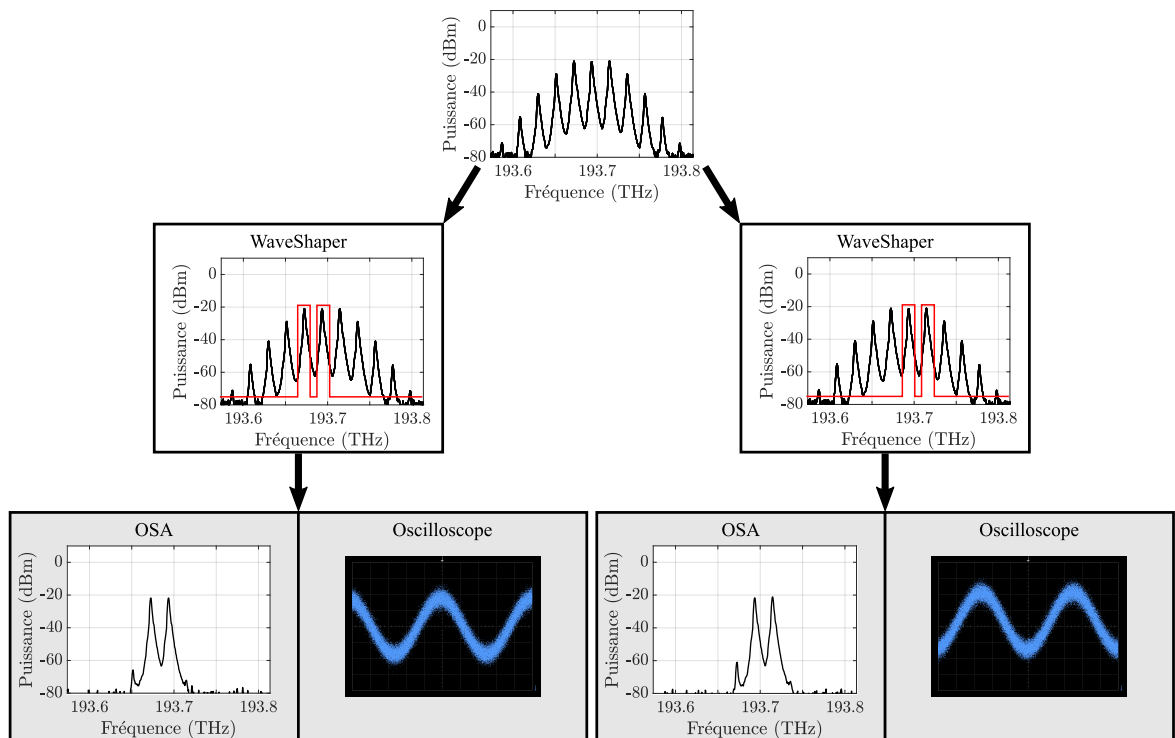
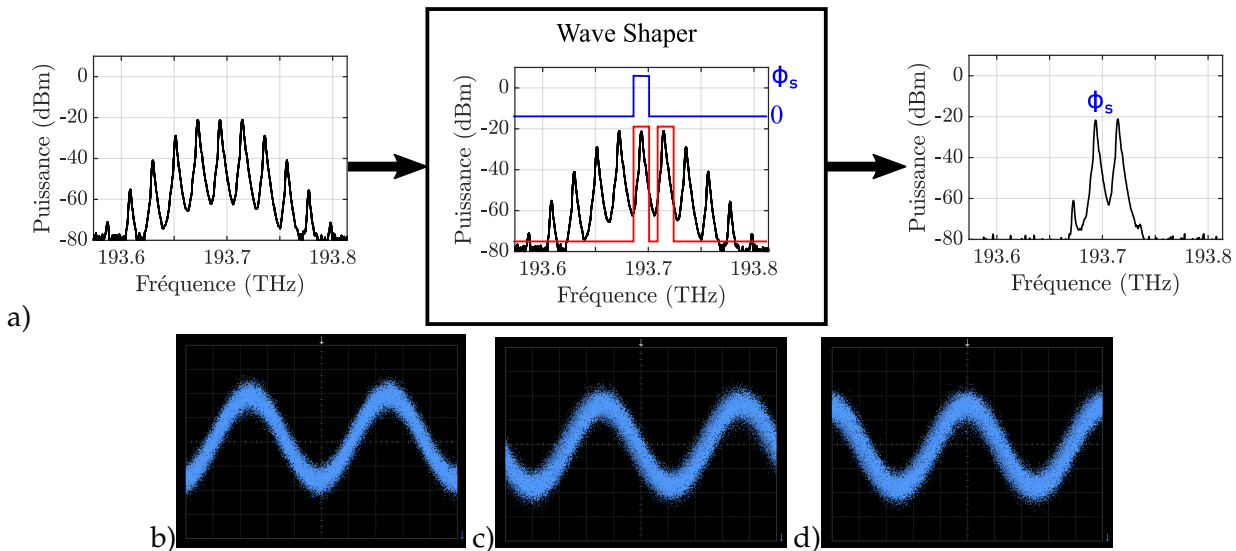


FIGURE 3.22. Schéma de filtrage au Waveshaper du peigne de fréquences, sélection de la porteuse et d'une bande latérale : -1 (à gauche), 1 (à droite). Analyse des deux configurations à l'OSA et à l'oscilloscope.

L'équation (3.11) montre un déphasage de  $\pi$  entre les bandes latérales -1 et 1. Afin de vérifier ce déphasage, nous présentons sur la figure 3.23, l'effet du filtrage de la porteuse et

de l'une ou l'autre des bandes latérales analysées à l'OSA ou à l'oscilloscope. En filtrant le peigne complet (haut de la figure) par le WaveShaper (partie centrale de la figure), sur l'oscilloscope, la porteuse va battre avec la bande latérale -1 (partie gauche de la figure 3.22) ou avec l'autre (partie droite de la figure 3.22).

La comparaison des deux battements pris à l'oscilloscope, montre le déphasage de  $\pi$  entre les bandes latérales -1 et 1 comme prévu par l'équation (3.11).



**FIGURE 3.23.** a) Schéma du filtrage fréquentiel de la bande latérale +1 et de la porteuse, filtrage en phase et application d'une phase  $\phi_s$  à la porteuse. Mesure à l'oscilloscope du battement entre la porteuse et la bande latérale +1 pour b)  $\phi_s = 0$ , c)  $\phi_s = \pi/2$  et d)  $\phi_s = \pi$ .

La dernière étape de caractérisation du peigne et du WaveShaper consiste à vérifier que le WaveShaper applique un déphasage entre 0 et  $2\pi$  sur la phase de la porteuse. Pour cela, un masque d'amplitude est appliqué au peigne par le WaveShaper afin de sélectionner la porteuse et la bande latérale 1. En plus de ce masque d'amplitude, un masque de phase est réalisé simultanément sur la porteuse seule (Figure 3.23.a).

Les figures b, c et d sont des mesures à l'oscilloscope pour différentes valeurs de phase respectivement :  $\phi_s = 0$ ,  $\phi_s = \pi/2$  et  $\phi_s = \pi$ . Le battement se décale petit à petit en fonction de  $\phi_s$  et correspond à ce qui est attendu (par exemple déphasage de  $\pi$  entre b et d).

Nous avons caractérisé le peigne et le WaveShaper, nous allons maintenant pouvoir les utiliser pour observer le processus de mélange à quatre ondes sensible à la phase.

### III.3.2 Test de la stabilité de l'expérience en utilisant une fibre fortement non linéaire monomode

Le but de cette partie est de démontrer expérimentalement du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans une fibre fortement non-linéaire (HNLF) et monomode. La FMF est alors remplacée par une HNLF de 500 m. Les paramètres de la fibre sont disponibles en Annexe B (tableau 3.12). Cette fibre étant monomode, seul du mélange à quatre ondes intra-modal dans  $LP_{01}$  a pu être testé. Cela permettra de se concentrer sur l'effet non linéaire dans un mode sans que les résultats soient influencés par des fluctuations dues au multiplexage ou au démultiplexage non intentionnel de plusieurs modes simultanément.

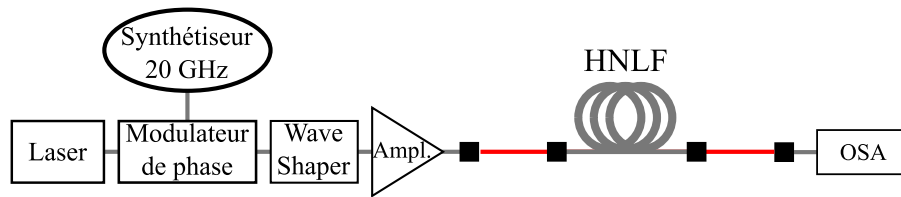
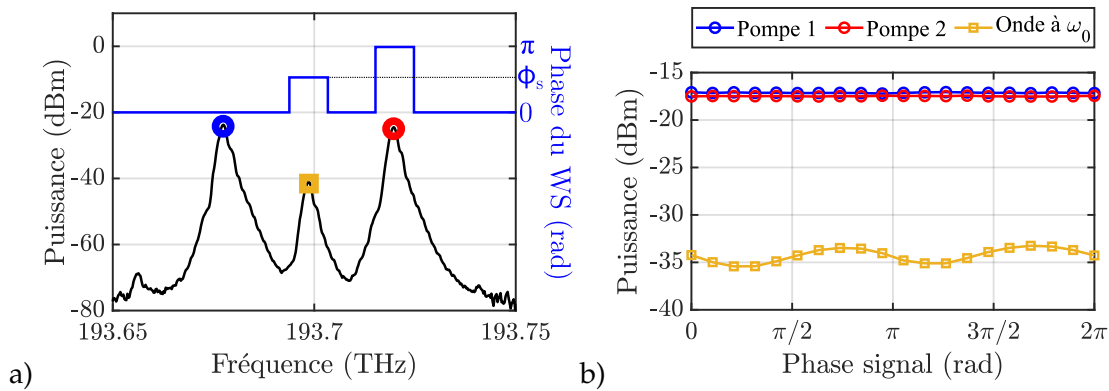


FIGURE 3.24. Configuration expérimentale d'injection et de collecte en espace libre dans la HNLF.

Comme dans les simulations du chapitre II, nous avons utilisé une configuration fréquentielle où les ondes signal et idler sont dégénérées en fréquence (figure 2.12). Par le dispositif expérimental 3.24, nous avons injecté, dans la HNLF, un peigne à trois lignes centré sur  $\omega_0$  avec un espacement de 20 GHz entre les lignes. La puissance de la porteuse (l'onde signal) est inférieure à la puissance des bandes latérales -1 et 1. Au cours de la propagation, l'onde idler est alors créée par mélange à quatre ondes à la même fréquence  $\omega_0$  que la porteuse. Les deux ondes interférant, la puissance de l'onde à  $\omega_0$  varie donc sinusoidalement en fonction de la phase de l'onde signal en entrée de fibre. La puissance maximale utilisée en entrée de HNLF est de  $P_{\text{fibre}} = 15.6$  dBm. Le SLM ne supporte pas une intensité importante à sa surface, nous avons donc limité la puissance en entrée de fibre pour correspondre à la puissance maximale qui avait été utilisée lors du mélange à quatre ondes dans le mode  $LP_{11}$ .

Le spectre de la figure 3.25.a montre la configuration fréquentielle prise à l'OSA en sortie d'amplificateur. Les deux ondes indiquées par les cercles (bleu et rouge) sont les ondes de pompes et le carré jaune indique l'onde à  $\omega_0$ . Cette dernière représente l'onde signal seule en entrée de fibre et les ondes signal et idler dégénérées en fréquence en sortie de fibre. La ligne bleue correspond aux modifications de la phase apportées par le WaveShaper. Pour une puissance de  $P_{\text{fibre}} = 15$  dBm en entrée de HNLF, nous avons fait varier la phase de l'onde signal entre 0 et  $2\pi$ . Pour chaque valeur de phase, nous reportons les puissances en sortie de fibre des trois ondes sur la figure 3.25.b. Nous pouvons alors voir que l'onde à  $\omega_0$  varie en fonction de la phase d'entrée de l'onde signal. Ainsi, nous avons créé du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans la HNLF. Dans le reste de la thèse, ce que nous appelons acquisition correspond aux mesures de la figure 3.25.b.

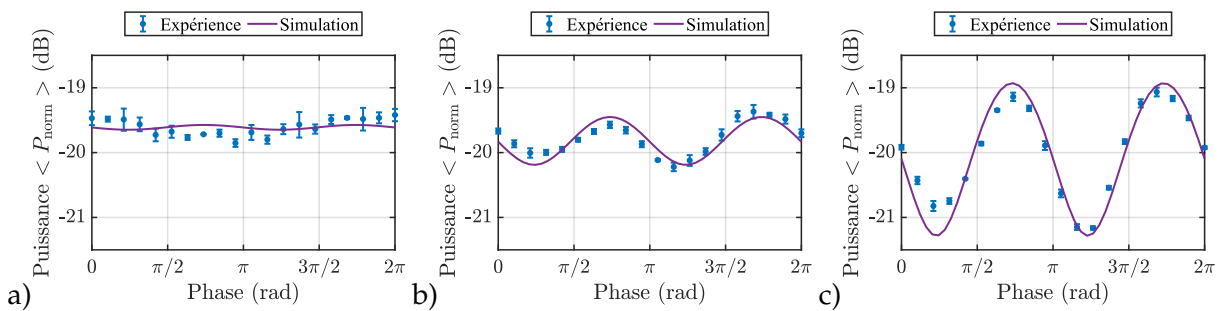


**FIGURE 3.25.** a) Spectre expérimentaux en sortie d'amplificateur pour une configuration fréquentielle à deux pompes (cercles bleu et rouge) de part et d'autre de la porteuse à  $\omega_0$  (carré jaune) et phase appliquée par le WaveShaper (ligne continue bleue). b) Puissance mesurée de chaque onde en fonction de la phase d'entrée du signal à faible puissance en sortie de la HNLF.

Les trois ondes sont soumises aux mêmes pertes tout au long du chemin optique, ainsi le rapport de puissance entre les pics reste inchangé. Le rapport entre la puissance de l'onde à  $\omega_0$  ( $P_{\omega_0}$ ) et la somme des puissances des ondes pompes ( $P_{P_1}$  et  $P_{P_2}$ ) sera utilisé dans la suite comme la grandeur  $P_{\text{norm}}$  représentant la puissance normalisée à  $\omega_0$ . Cette grandeur est alors donnée par

$$P_{\text{norm}} = \frac{P_{\omega_0}}{P_{P_1} + P_{P_2}}. \quad (3.13)$$

Afin de vérifier la stabilité du dispositif expérimental et de génération de mélange à quatre ondes sensible à la phase, nous réalisons trois acquisitions de la puissances des ondes en sortie de la HNLF en fonction de la phase d'entrée. Les figures 3.26 représentent



**FIGURE 3.26.** Résultats expérimentaux (points) et simulation (ligne continue) de la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de HNLF en fonction de la phase d'entrée du signal pour a)  $P_{\text{fibre}} = 0$  dBm en entrée de fibre, b)  $P_{\text{fibre}} = 10$  dBm en entrée de fibre et c)  $P_{\text{fibre}} = 15$  dBm en entrée de fibre.

la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de HNLF  $\langle P_{\text{norm}} \rangle$  en fonction de la phase du signal pour des puissances de  $P_{\text{fibre}} = 0$  dBm (a),  $P_{\text{fibre}} = 10$  dBm (b) et  $P_{\text{fibre}} = 15$  dBm (c).

Afin de comparer la courbe expérimentale  $\langle P_{\text{norm}}^{\text{exp}} \rangle$  (points bleus) à la courbe de simulation  $\langle P_{\text{norm}}^{\text{simu}} \rangle$  (ligne violette), nous calculons l'écart quadratique normalisé entre les deux courbes pour les  $n = 20$  points de phases du signal d'entrée ( $\phi_k$ ). Pour permettre au lecteur de comparer les expériences entre elles, nous donnons cette valeur en pourcentage

$$\delta_{\text{MSE}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\sum_{k=1}^n \frac{\left( P_{\text{norm}}^{\text{exp}}(\phi_k) - P_{\text{norm}}^{\text{simu}}(\phi_k) \right)^2}{P_{\text{norm}}^{\text{simu}}(\phi_k)^2}} \times 100, \quad (3.14)$$

plus cette valeur est grande, plus grande est la différence entre l'expérience et la simulation.

Le tableau 3.7 présente les résultats expérimentaux d'écart-type et d'amplitude (si pertinent), ainsi que les écarts quadratiques normalisés entre la courbe expérimentale et la courbe de simulation. A faible puissance ( $P_{\text{fibre}} = 0$  dBm), la simulation (ligne continue)

Puissance	Écart-type moyen	Amplitude (si sinusoïdale)	Différence expérience/simulation ( $\delta_{\text{MSE}}$ )
0 dBm	0.09 dB	/	3.00 %
10 dBm	0.05 dB	0.74 dB	2.95 %
15 dBm	0.04 dB	2.35 dB	5.12 %

TABLEAU 3.7. Résultats expérimentaux du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans la HNLF.

et les résultats expérimentaux (points violets), correspondent. Il n'y a pas de mélange à quatre ondes mesurable car la puissance en entrée de HNLF est trop faible. Pour des puissances de  $P_{\text{fibre}} = 10$  dBm et  $P_{\text{fibre}} = 15$  dBm, les résultats expérimentaux (points bleus) et la simulation (ligne continue en violet) sont tous deux sinusoïdaux de période  $\pi$ . Cette expérience montre que le passage en espace libre pour les fonctions de multiplexage et de démultiplexage crée de l'incertitude sur les mesures. La plus grande différence entre l'expérience et la simulation est proche des 5 %, ce qui est raisonnable. L'écart-type des mesures est faible par rapport à l'amplitude de la sinusoïde.

Afin de montrer que du mélange à quatre ondes sensible à la phase était réalisable avec notre dispositif expérimental, nous avons mené une première expérience dans une fibre HNLF. Il y a un bon accord entre la simulation et les expériences, ce qui valide notre dispositif expérimental. L'effet sensible à la phase peut être mesuré dès 0.8 dB d'amplitude de la sinusoïde formée par la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de HNLF  $\langle P_{\text{norm}} \rangle$  en fonction de la phase du signal. Il reste à établir que le mélange à quatre ondes sensible à la phase peut être mesuré sur les modes  $\text{LP}_{01}$  et  $\text{LP}_{11}$  de la FMF.

### III.3.3 Premiers résultats dans une fibre faiblement multimode et problème de stabilité

Le but dans cette partie est de créer puis de maximiser les interférences à  $\omega_0$  du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  d'une fibre faiblement multimode.



FIGURE 3.27. Représentation schématique de la configuration expérimentale utilisée pour réaliser l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase.

Pour cela nous avons utilisé le dispositif expérimental complet (partie mise en forme fréquentielle et partie multiplexage et démultiplexage sur les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ ) de la figure 3.27. En entrée de la FMF, la configuration fréquentielle injectée dans le mode  $LP_{01}$  puis dans le mode  $LP_{11}$  est un peigne de fréquences à trois lignes composé de la porteuse à  $\omega_0$  (l'onde signal) et des bandes latérales d'ordre -1 et 1 (les ondes pompes 1 et 2) chacune séparée de 20 GHz de la porteuse. La puissance en entrée de FMF est de  $P_{\text{fibre}}^{LP_{01}} = 18$  dBm sur le mode  $LP_{01}$  puis de  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 15$  dBm sur le mode  $LP_{11}$ . La puissance dans le mode  $LP_{11}$  est inférieure à celle du mode  $LP_{01}$  afin de ne pas dépasser le seuil de dommage du SLM. Le waveshaper est utilisé afin de faire varier la phase du signal entre 0 et  $2\pi$ .

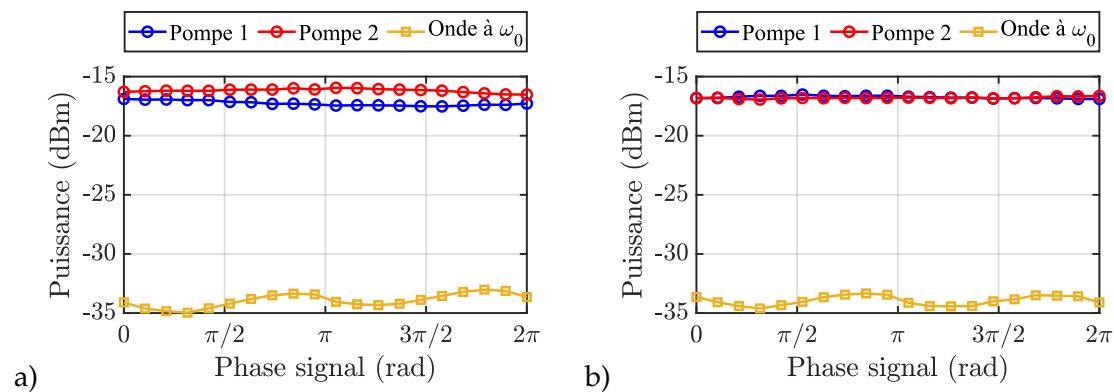
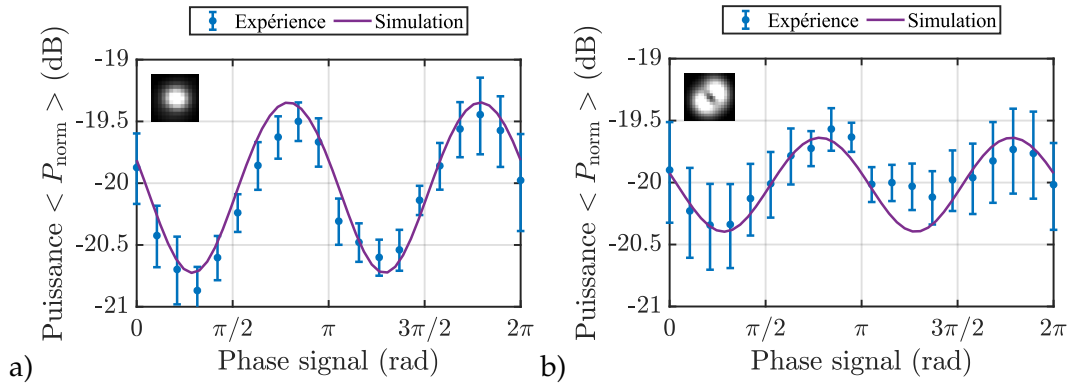


FIGURE 3.28. Puissance en sortie de FMF en fonction de la phase d'entrée de l'onde signal sur le mode  $LP_{01}$  pour une configuration fréquentielle à deux pompes (cercles bleu et rouge) de part et d'autre de l'onde à  $\omega_0$  (carré jaune) à  $P_{\text{fibre}}^{LP_{01}} = 18$  dBm, pour deux acquisitions a) non prise en compte et b) prise en compte dans la moyenne.

Comme précédemment, les puissances des ondes pompes (cercles bleu et rouge) et de l'onde à  $\omega_0$  (carré jaune) ont été mesurées en sortie de FMF dans le mode  $LP_{01}$  pour chaque

valeur de la phase d'entrée du signal. Ces puissances sont reportées sur les figures 3.28 pour deux acquisitions différentes. Contrairement à ce que nous avons observé dans le cas de la HNLF, sur la figure 3.28.a, la puissance des pompes fluctue alors qu'elle devrait rester constante en fonction de la phase du signal. Cette fluctuation n'est pas présente sur toutes les acquisitions (figure 3.28.b) et seules celles présentant le moins de variations seront retenues. Qualitativement, l'évolution de la puissance de l'onde à  $\omega_0$  (interférence du signal et de l'idler) semble sinusoïdale de période  $\pi$  en fonction de la phase du signal.

Nous avons réitéré l'expérience dix fois de suite, d'abord dans le mode  $LP_{01}$  pour une puissance en entrée de fibre de  $P_{\text{fibre}}^{LP_{01}} = 18$  dBm, puis dans le mode  $LP_{11}$  pour une puissance en entrée de fibre de  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 15$  dBm. Cela nous permet de prendre en compte



**FIGURE 3.29.** Résultats expérimentaux (points) et simulation (ligne continue) de la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de FMF en fonction de la phase d'entrée du signal après stabilisation mécanique et thermique pour les modes a)  $LP_{01}$  à  $P_{\text{fibre}}^{LP_{01}} = 18$  dBm en entrée de fibre et b)  $LP_{11}$  à  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 15$  dBm en entrée de fibre.

les fluctuations expérimentales en calculant la moyenne des résultats ( $\langle P_{\text{norm}} \rangle$ ) et d'estimer des barres d'erreur pour chacun de nos points de données. Pour un point, la barre d'erreur totale représente deux fois l'écart-type. La figure 3.29.a représente la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de FMF ( $\langle P_{\text{norm}} \rangle$ ) en fonction de la phase du signal en entrée de fibre pour le mode  $LP_{01}$ . Sur dix acquisitions, six sont retenues pour calculer la moyenne et les écarts-types.

Mode	Écart-type moyen	Amplitude (si sinusoïdale)	Différence expérience/simulation ( $\delta_{\text{MSE}}$ )
$LP_{01}$	0.21 dB	1.4 dB	3.05 %
$LP_{11}$	0.25 dB	0.77 dB	3.24 %

**TABLEAU 3.8.** Tableau des résultats de l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase dans la FMF pour  $P_{\text{fibre}}^{LP_{01}} = 18$  dBm en entrée du mode  $LP_{01}$  et pour  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 15$  dBm en entrée du mode  $LP_{11}$ .

Les résultats expérimentaux (points bleus) et la simulation (ligne continue en violet)

sont tous deux de forme sinusoïdale de période  $\pi$ . Si on compare aux résultats obtenus pour une même puissance dans le HNLF (figure 3.26.c), l'incertitude sur les points de données est ici plus importante. La comparaison des résultats de la troisième ligne du tableau 3.7 et la première ligne du tableau 3.8 montre, comme nous nous y attendions, que l'amplitude de la courbe est plus élevée dans la HNLF que dans le mode  $LP_{01}$  de la FMF, car l'efficacité du mélange à quatre ondes est supérieure dans la HNLF.

La même expérience est réalisée dans le mode  $LP_{11}$  pour une puissance d'entrée de fibre de  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 15$  dBm (figure 3.29.b). Sur dix acquisitions, six sont retenues pour calculer la moyenne et l'écart-type  $\sigma$ . Comme dans le mode  $LP_{01}$ , les résultats expérimentaux (points bleus) concordent à la simulation (ligne continue en violet). La comparaison des résultats des deux modes (ligne 1 et 2 du tableau 3.8) montre que, comme la puissance est plus faible en entrée du mode  $LP_{11}$ , l'amplitude est également plus faible. Cependant, l'écart-type ainsi que la différence entre les courbes expérimentale et de simulation sont du même ordre de grandeur dans les deux modes. Sur le mode  $LP_{11}$  les barres d'erreurs sont grandes devant l'amplitude de la courbe. En atteignant une puissance  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 18$  dBm en entrée de fibre, les résultats expérimentaux devraient être du même ordre de grandeur que ceux du mode  $LP_{01}$  (amplitude et incertitude).

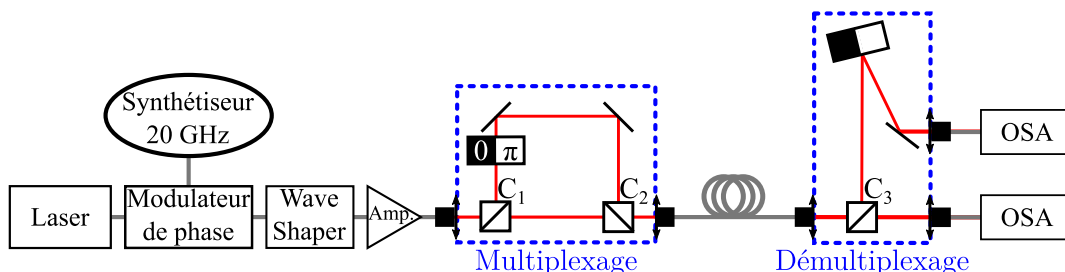
Nous avons vu que l'incertitude des résultats sur les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  de la FMF est plus importante que celle des résultats de la HNLF. En effet, nous avons pu observer pendant nos expériences une grande sensibilité de la FMF aux flux d'air et aux variations thermique de la pièce. Nous avons, au mieux, stabiliser l'environnement mais cette sensibilité augmente l'incertitude des mesures.

La limitation de puissance en entrée de FMF était de  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 15$  dBm pour le mode  $LP_{11}$  afin de ne pas endommager le SLM (voir la partie "Multiplexage et démultiplexage" de ce chapitre). Cette limitation nous empêchait d'augmenter la visibilité des résultats de  $\langle P_{\text{norm}} \rangle$  en fonction de la phase d'entrée du signal. Afin d'augmenter la puissance dans le mode  $LP_{11}$  et atteindre la même puissance que dans le mode  $LP_{01}$  ( $P_{\text{fibre}}^{LP_{01}} = 18$  dBm en entrée de fibre), nous pouvions soit augmenter la taille du faisceau incident sur le SLM (diminution de l'intensité), soit remplacer ce composant pour un dispositif plus robuste à l'intensité lumineuse.

Le diamètre du faisceau est de 3 mm et la matrice de cristaux liquide du SLM mesure 8 mm sur son plus petit côté. En augmentant le diamètre du faisceau jusqu'à 7 mm le SLM aurait pu supporter jusqu'à 29 dBm, soit  $P_{\text{fibre}}^{LP_{11}} = 25$  dBm en entrée de fibre. Cela demandait de modifier deux doublets de lentilles pour augmenter le diamètre du faisceau avant le SLM puis le réduire (voir figure 3.5). Comme le SLM devait être au waist après le doublet, il aurait fallu le déplacer en conséquence tout en gardant un angle d'incidence du faisceau inférieur à  $10^\circ$  (voir photographie de la figure 3.3.b).

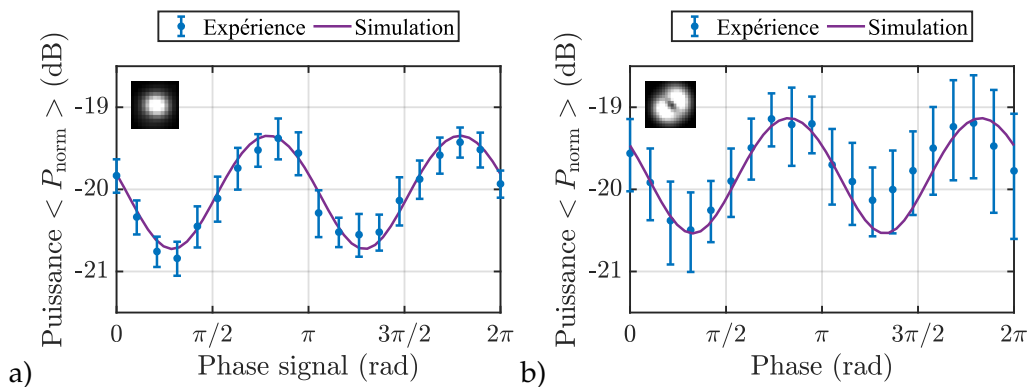
En remplaçant le SLM par une lame de phase (PP) en verre  $0|\pi$ , nous nous serions affranchis de la sensibilité à l'intensité (tant que le diamètre du faisceau reste de l'ordre

du millimètre) et nous aurions simplifié le dispositif expérimental (suppression des angles de réflexion sur le SLM inférieurs à  $10^\circ$ ). Mais nous perdions alors la reconfigurabilité du SLM qui permettant d'exciter n'importe quel mode spatial de la fibre.



**FIGURE 3.30.** Configuration expérimentale utilisée pour réaliser l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase et atteindre de plus fortes puissances dans le mode  $LP_{11}$ . Amp. : amplificateur, OSA : Optical Spectrum Analyzer.

Comme le montre la figure 3.30, nous avons choisi de tirer profit des deux systèmes en remplaçant le SLM avant la fibre (partie multiplexage) par une lame de phase mais en conservant le SLM après la fibre (partie démultiplexage). Cela nous a permis de ne pas avoir de contrainte d'intensité pour le multiplexage et de garder la reconfigurabilité du SLM afin de tourner le masque de phase numériquement, sans le tourner physiquement. En effet, il faut que le saut de phase  $0|\pi$  du masque de phase se superpose aux lobes du mode  $LP_{11}$  (voir figure 3.8).



**FIGURE 3.31.** Résultats expérimentaux (points) et simulation (ligne continue) de la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de FMF en fonction de la phase d'entrée du signal pour les modes a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$  à  $P_{\text{fibre}} = 18$  dBm en entrée de fibre.

Avec cette nouvelle configuration expérimentale, nous avons réitéré l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase, dans les deux modes, à la puissance  $P_{\text{fibre}} = 18$  dBm en entrée de fibre. La figure 3.31.a représente la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de FMF ( $\langle P_{\text{norm}} \rangle$ ) en fonction de la phase du signal en entrée de fibre pour

Mode	Écart-type moyen	Amplitude (si sinusoïdale)	Différence expérience/simulation ( $\delta_{MSE}$ )
$LP_{01}$	0.22 dB	1.5 dB	2.45 %
$LP_{11}$	0.46 dB	1.4 dB	5.16 %

**TABEAU 3.9.** Tableau des résultats de l'expérience de mélange à quatre ondes intramodal sensible à la phase dans la FMF pour  $P_{\text{fibre}} = 18$  dBm en entrée de la FMF.

le mode  $LP_{01}$ . Sur les dix acquisitions, six sont retenues pour calculer la moyenne et les écarts-types qui sont présentés dans la première ligne du tableau 3.9. Les résultats expérimentaux sont sensiblement identiques à ceux de la figure 3.29.a pour une même puissance en entrée de fibre, l'expérience est donc répétable.

La même expérience est réalisée dans le mode  $LP_{11}$  pour la même puissance de  $P_{\text{fibre}} = 18$  dBm en entrée de fibre (figure 3.31.b). Sur dix acquisitions, 5 sont retenues et les résultats sont disponibles dans la seconde ligne du tableau 3.9. La comparaison des résultats expérimentaux et de la simulation montre une bonne concordance. Nous avons obtenu des résultats proches de ceux du mode  $LP_{01}$  mais avec une incertitude plus élevées.

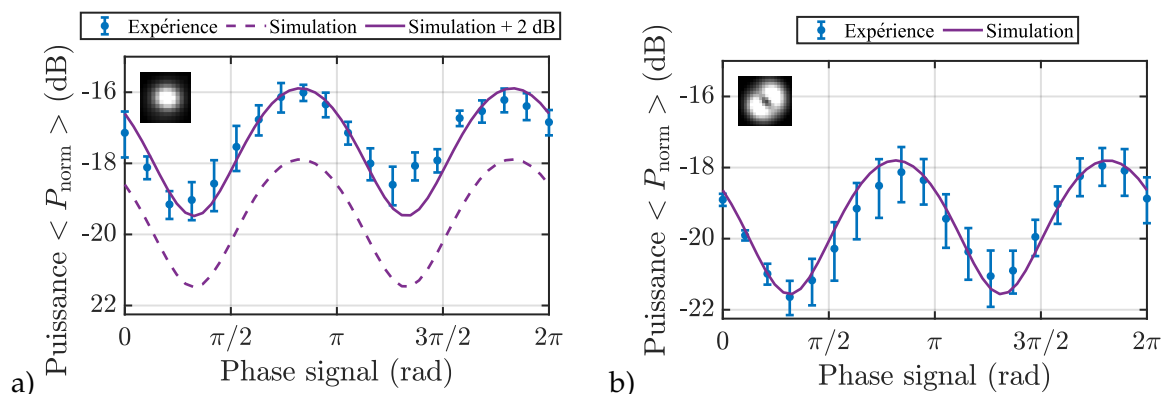
Dans cette partie, nous avons démontré un bon accord entre la théorie et nos résultats expérimentaux ainsi qu'une bonne répétabilité de l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase pour une puissance  $P_{\text{fibre}} = 18$  dBm en entrée de fibre dans les deux modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  de la FMF.

### III.3.4 Montée en puissance dans la fibre

Dans cette partie, nous allons augmenter la puissance d'entrée dans la fibre afin d'augmenter l'amplitude de la courbe de  $\langle P_{\text{norm}} \rangle$  en fonction de la phase d'entrée du signal, au risque d'être gêné par d'autres effets non linéaires.

Nous avons réitéré l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les deux modes avec une puissance de  $P_{\text{fibre}} = 22.8$  dBm en entrée de fibre sur les deux modes [64]. La figure 3.32.a représente la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de FMF  $\langle P_{\text{norm}} \rangle$  en fonction de la phase du signal en entrée de fibre pour le mode  $LP_{01}$ . La première ligne du tableau 3.10 regroupe les résultats des six acquisitions sélectionnées parmi les dix initiales.

La courbe en pointillé représente les résultats de simulation brut alors que celle en trait plein représente la même simulation rehaussée de 2 dB. Les résultats expérimentaux concordent avec cette seconde courbe. Ce décalage de 2 dB, sur l'axe des ordonnées, diffère de tous les résultats précédents. L'ordonnée représentant la puissance à  $\omega_0$  normalisée par la puissance des pompes en sortie de fibre (voir équation (3.13)), ce décalage peut être dû à une modification de la puissance de l'onde à  $\omega_0$  ou de la puissance des pompes. Avant de



**FIGURE 3.32.** Résultats expérimentaux (points) et simulation (ligne continue) de la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de FMF en fonction de la phase d'entrée du signal pour les modes a) LP<sub>01</sub> et b) LP<sub>11</sub> à la puissance  $P_{\text{fibre}} = 22.8$  dBm en entrée de fibre.

Mode	Écart-type moyen	Amplitude (si sinusoïdale)	Différence expérience/simulation ( $\delta_{\text{MSE}}$ )
LP <sub>01</sub>	0.38 dB	3.1 dB	65.5 % (trait pointillé) 10.7 % (trait plein)
LP <sub>11</sub>	0.46 dB	3.4 dB	6.52 %

**TABLEAU 3.10.** Tableau des résultats de l'expérience de mélange à quatre ondes intra-modal sensible à la phase dans la FMF pour  $P_{\text{fibre}} = 22.8$  dBm en entrée de la FMF.

vérifier quelle serait la meilleure hypothèse, nous avons vérifié si le même décalage était présent sur le mode LP<sub>11</sub>.

Sur le mode LP<sub>11</sub>, nous n'avons donc pas de décalage d'amplitude entre les courbes expérimentale et de simulation contrairement au mode LP<sub>01</sub>. La figure 3.33 représente des spectres pris dans chacun des deux modes (a : LP<sub>01</sub> et b : LP<sub>11</sub>) à différentes puissances en sortie de la fibre. En haut des deux figures,  $P_{\text{fibre}} = 18$  dBm comme dans les derniers résultats de la partie précédente (figure 3.31) où l'expérience et la simulation concordaient pour les deux modes. La partie basse des deux figures représente un spectre où  $P_{\text{fibre}} = 23$  dBm, comme dans les premiers résultats de cette partie (Figure 3.32). Les cercles (rouge et bleu) représentent les ondes de pompe, le carré (jaune) représente l'onde à  $\omega_0$  et les triangles (verts et cyan) sont placés à -10 GHz de chacune des deux pompes.

Pour le mode LP<sub>01</sub>, si on compare les spectres à  $P_{\text{fibre}} = 18$  dBm et à  $P_{\text{fibre}} = 23$  dBm en entrée de fibre, des ondes (triangles) de puissances équivalentes à celle de l'onde à  $\omega_0$  sont apparus à 10 GHz avant la fréquence de chacune des ondes de pompe. Ces ondes ne sont pas sur les spectres du mode LP<sub>11</sub>. Ce sont les ondes Stokes générées respectivement par chaque pompe par effet Brillouin au cours de la propagation dans la fibre puis réfléchies par la facette d'entrée de la fibre (voir dans le chapitre I, la partie sur l'effet Brillouin).

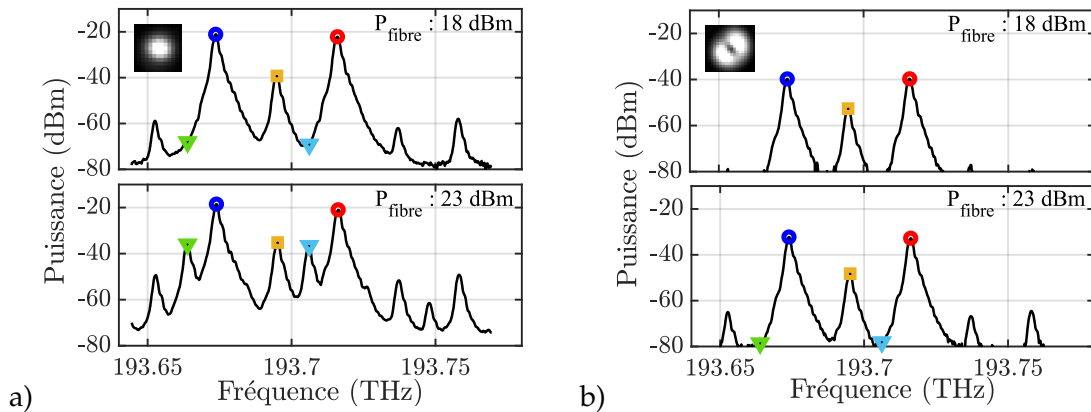


FIGURE 3.33. Spectre expérimentaux à faible (haut) et forte (bas) puissance pour les modes a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$ . Cercles : ondes de pompes, carré : onde à  $\omega_0$ , triangles : ondes à -10 GHz de chacune des deux pompes.

Plus l'effet Brillouin est important, plus l'onde lui servant de pompe est déplétée. L'effet Brillouin n'est pas pris en compte dans notre simulation. Cette perte de puissance des pompes peut donc expliquer le décalage entre la simulation et l'expérience que nous avons observé dans les résultats de mélange à quatre ondes sensible à la phase en influant sur la normalisation de la puissance de l'onde à  $\omega_0$  (équation (3.13)). Cela est confirmé par la présence sur les spectres des ondes à -10 GHz des pompes sur le mode  $LP_{01}$  mais pas sur le mode  $LP_{11}$ , pour une puissance  $P_{\text{fibre}} = 23$  dBm d'entrée dans la fibre, comme la présence du décalage des résultats de mélange à quatre ondes sensible à la phase présent sur le mode  $LP_{01}$  mais pas sur le mode  $LP_{11}$  à cette même puissance.

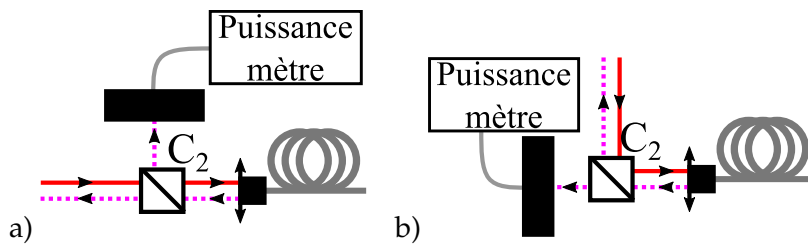


FIGURE 3.34. Configuration expérimentale autour du cube séparateur  $C_2$  (voir Figure 3.30) afin de récupérer la puissance rétrodiffusée (pointillés) de la fibre dans les modes a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$  au puissance-mètre.

Nous avons donc mis en place une expérience permettant de quantifier la puissance rétrodiffusée par la fibre. Le cube séparateur  $C_2$ , placé juste avant la fibre, est utilisé afin de mesurer la puissance rétrodiffusée par la fibre avec une sphère intégrante couplée à un puissance-mètre (figure 3.34). Une partie du flux capté par le puissance-mètre vient de la réflexion sur l'objectif de microscope. Il faut donc dissocier la puissance réfléchi par l'objectif de microscope, qui est linéaire en fonction de la puissance en entrée de fibre, et la puissance rétrodiffusée de la fibre.

Afin de simplifier l'étude de l'effet non linéaire observé nous avons utilisé le WaveShaper afin de ne sélectionner que la porteuse et la bande latérale d'ordre -1 (la pompe 1 et le signal) comme le montre la figure 3.35.a. Nous avons choisi le même rapport de puissance entre le signal et la pompe, soit  $\frac{P_{\omega_0}^W}{P_{P_1}^W} = -18$  dB. L'onde à  $\omega_0$  en sortie de fibre nous a servi de référence pour les mesures car, étant de plus faible puissance, elle ne produira pas d'effet non linéaire.

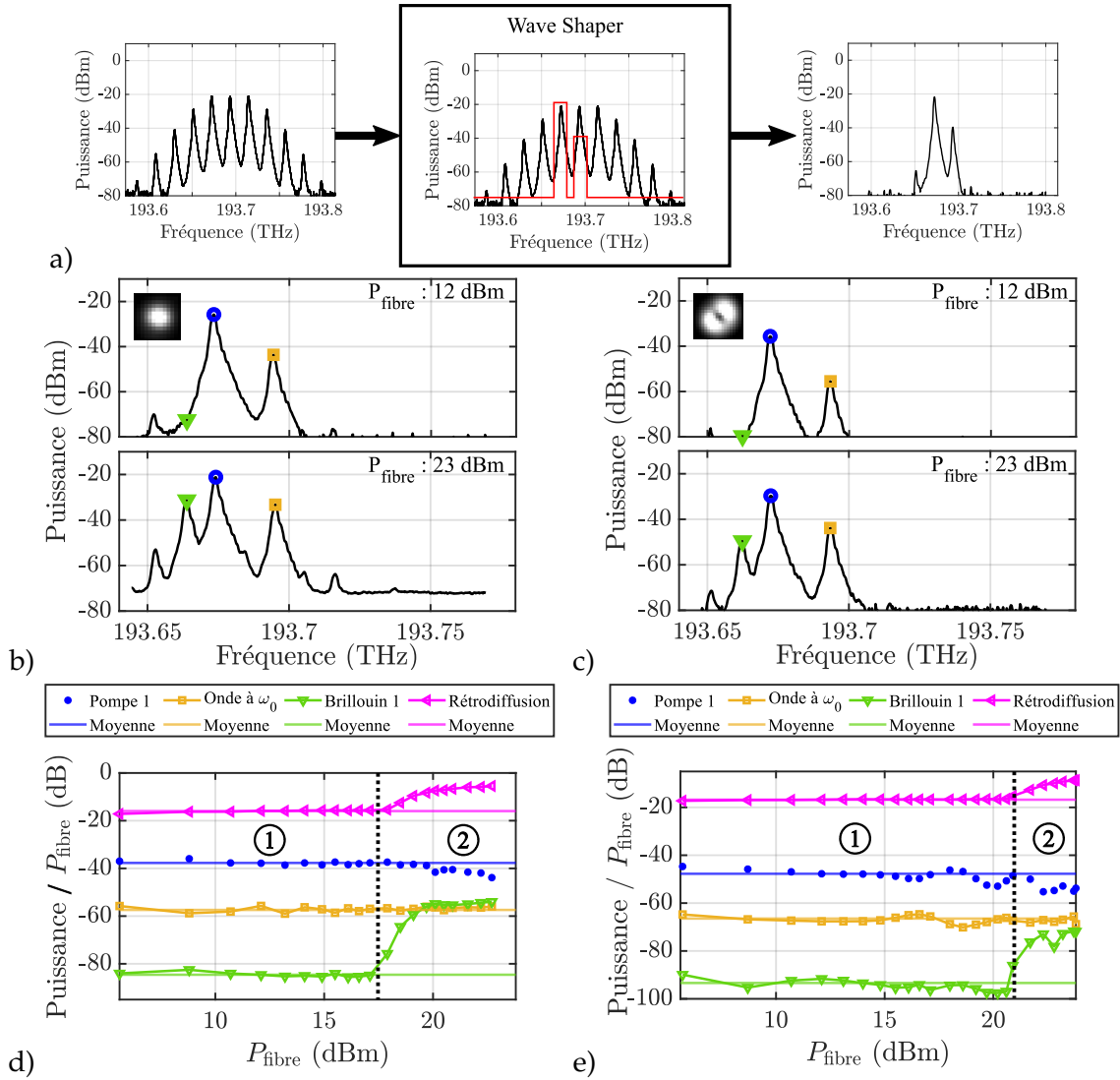
Après avoir envoyé cette nouvelle configuration fréquentielle alternativement dans les deux modes pour des puissances  $P_{\text{fibre}}$  en entrée de fibre allant de 5.6 dBm à 23.8 dBm, nous avons mesuré un spectre à faible puissance ( $P_{\text{fibre}} = 12$  dBm) et un à forte puissance ( $P_{\text{fibre}} = 23$  dBm) pour les modes LP<sub>01</sub> (figure 3.35.b) et LP<sub>11</sub> (figure 3.35.c). La comparaison entre les spectres de faible et de forte puissance montre l'apparition d'un pic à -10 GHz de la pompe sur les deux modes.

Sur toute la plage de puissance d'entrée, nous avons mesuré à l'OSA la puissance des ondes transmises par la fibre (cercles : pompe, carrés : onde à  $\omega_0$ , triangles "V" : onde Stokes) ainsi que la puissance totale, mesurée au puissance-mètre, du faisceau réfléchi et rétrodiffusé par la fibre optique (triangles "<"). Afin de faciliter la lecture des pentes sur le graphique, nous avons tracé le rapport de la puissance de chaque onde décrite précédemment par la puissance en entrée de fibre  $P_{\text{fibre}}$  en fonction de cette même puissance  $P_{\text{fibre}}$  dans les modes LP<sub>01</sub> (figure 3.35.d) et LP<sub>11</sub> (figure 3.35.e). Une constante sur ce graphique représente une puissance variant linéairement en fonction de la puissance  $P_{\text{fibre}}$  d'entrée dans la fibre. L'onde à  $\omega_0$  en sortie de fibre nous a servi de référence pour les mesures car elle est de plus faible puissance. Sur ces graphiques, nous avons pu voir deux zones séparées par une ligne verticale correspondant au "seuil" de la diffusion Brillouin. Nous avons appelé "seuil" la puissance  $P_{\text{fibre}}$  permettant de mesurer une onde à 10 GHz de la fréquence de pompe.

Sur la zone 1, nous avons calculé la valeur moyenne du rapport de la puissance de chaque onde sur la puissance en entrée de fibre. Nous avons tracé une ligne horizontale qui correspond à ces valeurs.

La première zone (notée 1), où tous les rapports puissances/ $P_{\text{fibre}}$  sont constants, correspond à ce qui se passe avant le seuil de l'effet Brillouin. Ainsi dans cette zone, chaque puissance est linéaire en fonction de  $P_{\text{fibre}}$ , ce qui est attendu lorsque aucun effet non linéaire n'est créé. Sur le mode LP<sub>11</sub>, on voit une oscillation des puissances prises à l'OSA (onde pompe, onde à  $\omega_0$ , onde Stokes), cela est dû à un échauffement de la fibre causant une rotation des lobes du mode LP<sub>11</sub>, ce qui fait fluctuer l'efficacité du démultiplexage.

Sur les deux modes, la seconde partie du graphique (notée 2) correspond à ce qui se passe après l'apparition de l'effet Brillouin. Alors que le rapport de puissance de l'onde à  $\omega_0$  reste constante (carrés), le rapport de puissance de l'onde à -10 GHz de la fréquence de pompe (triangles "V") devient supérieur à la puissance du piédestal de la pompe. En même temps, le rapport de puissance de l'onde de pompe (cercles) diminue et le rapport



**FIGURE 3.35.** a) Configuration fréquentielle sélectionnant la bande latérale d'ordre -1 et la porteuse. Spectres expérimentaux en sortie de fibre sur les modes b)  $LP_{01}$  et c)  $LP_{11}$ . Puissance de chaque pic et du faisceau réfléchi/rétrodiffusé par la fibre normalisée par la puissance en entrée de fibre  $P_{\text{fibre}}$  en fonction de  $P_{\text{fibre}}$  sur les modes d)  $LP_{01}$  et e)  $LP_{11}$ , la barre verticale représente le seuil de l'effet Brillouin. Cercle : onde de pompe, carré : onde à  $\omega_0$ , triangles "V" : ondes à -10 GHz de la fréquence de pompes, triangles "<" : faisceau réfléchi/rétrodiffusé de la fibre au niveau du cube  $C_2$ .

de puissance totale du faisceau réfléchi/rétrodiffusée (triangles "<") de la fibre augmente fortement. La puissance réfléchie par l'objectif de microscope (sans la partie rétrodiffusée) est linéaire en fonction de la puissance en entrée de fibre (le rapport des deux puissances est donc constant). À partir du "seuil", le rapport entre la puissance mesurée au niveau de  $C_2$  (faisceau réfléchi de l'objectif de microscope et faisceau rétrodiffusé de la fibre) et la puissance en entrée de fibre augmente. La puissance totale du faisceau au niveau de  $C_2$  n'est plus linéaire en fonction de  $P_{\text{fibre}}$ , donc la puissance du faisceau rétrodiffusée domine la puissance réfléchie à partir du "seuil".

La comparaison des valeurs du seuil pour les deux modes montre que l'effet non linéaire étudié apparaît plus tard sur le mode  $LP_{11}$  ( $\approx 21$  dBm) que sur le mode  $LP_{01}$  ( $\approx 18$  dBm), ce qui pourrait expliquer son absence sur les spectres à  $P_{\text{fibre}} = 23$  dBm sur la figure 3.35.b. Comme donné dans le chapitre 2, Agrawal [34] propose une approximation du seuil de l'effet Brillouin pour chaque mode ( $P_{\text{seuil}}^{LP_{lm}}$ ), en utilisant l'aire effective du mode ( $A_{\text{eff}}^{LP_{01}} = 124 \mu\text{m}^2$  et  $A_{\text{eff}}^{LP_{11}} = 118 \mu\text{m}^2$ ), la longueur effective de la fibre ( $L_{\text{eff}} = 1890$  m) et le gain Brillouin de la silice ( $g_B(\Omega_B) = 5 \times 10^{-11} \text{ m} \times \text{W}^{-1}$ ):

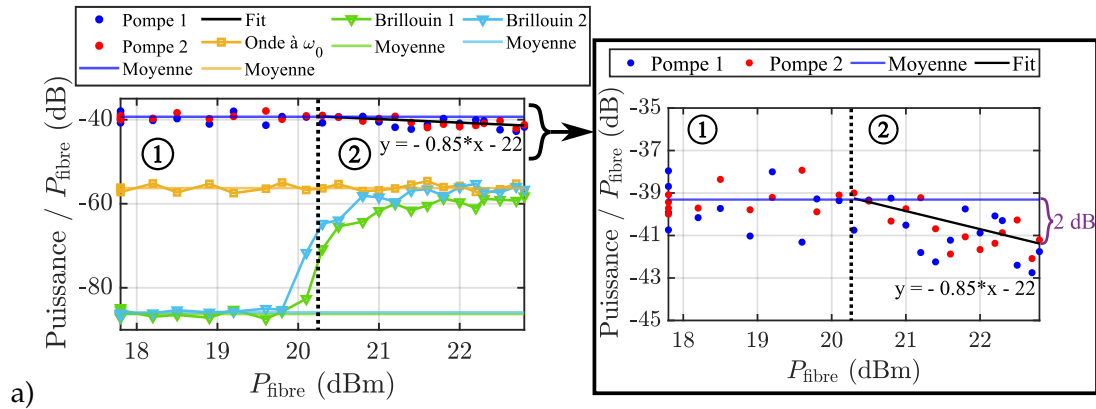
$$P_{\text{seuil}}^{LP_{lm}} = 21 \frac{A_{\text{eff}}^{LP_{lm}}}{g_B(\Omega_B) L_{\text{eff}}}. \quad (3.15)$$

En le calculant pour les deux modes, nous avons obtenu  $P_{\text{seuil}}^{LP_{01}} \approx P_{\text{seuil}}^{LP_{11}} \approx 14$  dBm. L'effet Brillouin a le même seuil de puissance pour les deux modes. La différence de seuil de puissance en entrée de fibre pour les deux modes vient des pertes de multiplexage qui sont plus importantes pour le mode  $LP_{11}$  que pour le mode  $LP_{01}$  (voir tableau 3.3). En prenant en compte les pertes, la puissance de seuil de l'effet Brillouin en entrée de fibre est de  $P_{\text{fibre,seuil}}^{LP_{01}} \approx 17$  dBm (pour 18 dBm trouvé expérimentalement) et  $P_{\text{fibre,seuil}}^{LP_{11}} \approx 20$  dBm (pour 21 dBm trouvé expérimentalement). Cette approximation du seuil est du même ordre de grandeur que nos mesures expérimentales.

La présence d'un signal rétrodiffusé et d'une onde à -10 GHz de la pompe transmis par la fibre (réflexion sur la facette d'entrée de la fibre), permet de confirmer l'observation de l'effet Brillouin. Ainsi nous avons pu considérer que l'onde à -10 GHz de l'onde pompe et le signal rétrodiffusé déplete la pompe à  $P_{\text{fibre}} = 23$  dBm sur le mode  $LP_{01}$  mais pas sur le mode  $LP_{11}$ .

Nous avons quantifié la déplétion des pompes sur le mode  $LP_{01}$  à  $P_{\text{fibre}} = 23$  dBm par l'effet Brillouin et vérifié qu'elle est à l'origine du décalage des résultats de la figure 3.32.a. La configuration spectrale utilisée est donc la même que lors de cette expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase, un peigne de fréquences à trois lignes avec la porteuse à  $\omega_0$  comme signal et les bandes latérales  $\pm 1$  comme pompes.

De la même manière que sur la figure précédente, nous avons tracé le rapport entre chaque puissance prise à l'OSA (cercles : pompes, carré : onde à  $\omega_0$ , triangles : ondes à -10 GHz de la fréquence de chaque pompe) et la puissance en entrée de fibre  $P_{\text{fibre}}$  en fonction de cette même puissance  $P_{\text{fibre}}$ . Le graphique est séparé par le seuil de l'effet Brillouin (trait vertical) en deux zones. Dans la première zone, pour chaque onde, le rap-

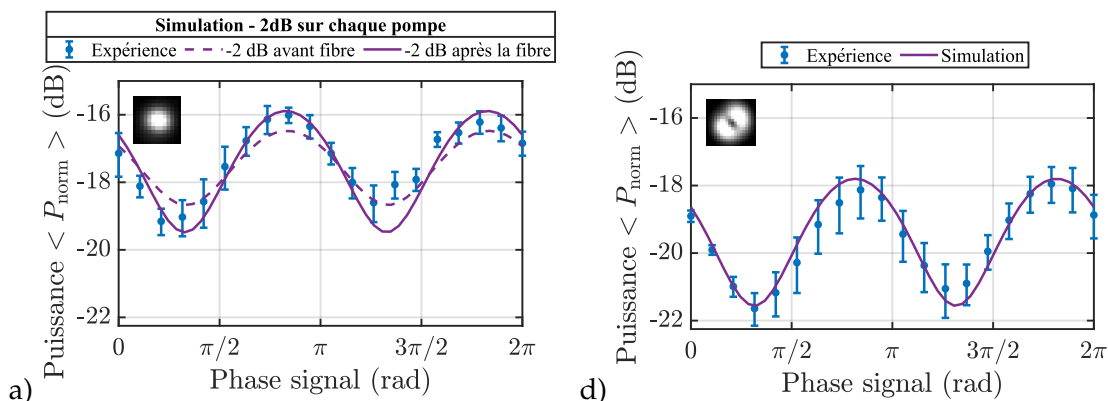


**FIGURE 3.36.** Rapport de la puissance de chaque pic (voir spectres de la figure 3.35.a) par la puissance en entrée de fibre  $P_{\text{fibre}}$  en fonction de  $P_{\text{fibre}}$  sur le mode  $LP_{01}$  (cercles : pompes, carré : onde à  $\omega_0$ , triangles : ondes à -10 GHz de chaque pompe). Le graphique est séparé en deux zones par la valeur de  $P_{\text{fibre}}$  correspondant au seuil de l'effet Brillouin (trait verticale). Ce qui est appelé moyenne est la valeur moyenne des points de la zone 1 pour chaque pic. La figure de droite est un agrandissement de la figure de gauche sur l'évolution des ondes de pompe. À partir du seuil, l'ajustement est réalisé sur la moyenne des deux ondes de pompe dans la zone 2.

port de  $\text{Puisance} / P_{\text{fibre}}$  est constant. Sur la zone 2, comme sur les figures précédentes, le rapport de puissance des pompes diminue lorsque l'effet Brillouin apparaît. Nous avons réalisé un ajustement (trait plein suivant une pente négative) du rapports de puissance des pompes sur la zone 2. La comparaison de la moyenne de la zone 1 (valeur qu'on attendrait aussi dans la zone 2 sans déplétion des pompes) et du fit de la zone 2 à  $P_{\text{fibre}} = 22.8$  dBm donne un écart de 2 dB sur chaque pompe. Cette puissance d'entrée dans la fibre est celle de l'expérience de mélange à quatre ondes sensible à la phase où un décalage apparaît entre les résultats expérimentaux et de simulation.

Il faut maintenant vérifier si cette variation de 2 dB pour chaque pompe correspond au décalage observé entre les résultats expérimentaux et de simulation sur le mode  $LP_{01}$  (résultats présentés sur la figure 3.32.a). Nous reprenons les résultats expérimentaux de cette figure sur la figure 3.37 pour les modes  $LP_{01}$  (figure 3.37.a) et  $LP_{11}$  (figure 3.37.b). Notre simulation ne prend pas en compte l'effet Brillouin. Cet effet non linéaire déplete les pompes tout au long de la propagation dans la fibre. Afin d'approximer cet effet sur le mode  $LP_{01}$  nous avons réalisé deux simulations pour une même puissance  $P_{\text{fibre}} = 22.8$  dBm, l'une prenant 2 dB de perte sur chaque pompe avant la fibre (pointillés) et la seconde prenant en compte cette perte après la fibre (trait plein). Dans ce second cas, seule la normalisation de  $P_{\text{norm}}$  est modifiée. Les points expérimentaux sont pratiquement tous compris dans l'intervalle entre les deux courbes. Les résultats expérimentaux de la figure 3.32.a sont donc en accord avec les simulations.

À cette puissance ( $P_{\text{fibre}} = 22.8$  dBm) dans le mode  $LP_{11}$ , le seuil de l'effet Brillouin



**FIGURE 3.37.** Résultats expérimentaux (points) et simulation (lignes continues) de la puissance normalisée à  $\omega_0$  en sortie de FMF en fonction de la phase d'entrée du signal pour les modes a)  $LP_{01}$  et b)  $LP_{11}$  à une puissance  $P_{\text{fibre}} = 22.8$  dBm en entrée de fibre. Pour le mode  $LP_{01}$ , la zone définie entre ces deux courbes représente les résultats de simulation avec approximation de l'effet Brillouin (voir le chapitre Simulation, partie MM-NLSE, sous-section simplification).

n'est pas encore atteint. En effet, ici la puissance en entrée de fibre comporte les deux ondes de pompes et, pour une même puissance en entrée de fibre, la puissance des deux ondes de pompes est diminuée de 3 dB comparé à la figure 3.35.e. Le seuil de l'effet Brillouin est donc lui aussi décalé de 3 dB. Il n'y a donc pas besoin de plusieurs simulations, et nous reportons sur la figure 3.37.b les mêmes données expérimentales et de simulation que sur la figure 3.32.b.

L'effet Brillouin, non pris en compte dans la simulation, crée un décalage entre les résultats expérimentaux et la simulation. Celui-ci déplete les pompes au cours de la propagation, nous ne pourrions donc pas obtenir de résultats de mélange à quatre ondes sensible à la phase avec une visibilité plus importante. Les meilleurs résultats sont ceux présentés sur la figure 3.37 avec une amplitude de 3.6 dB pour les deux modes et une erreur moyenne de 10.5 % sur le mode  $LP_{01}$  et 15 % sur le mode  $LP_{11}$ .



---

## Conclusion générale et perspectives

---

L'objectif de cette thèse était de démontrer expérimentalement la faisabilité d'un quantificateur de phase basé sur du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans une fibre faiblement multimode. Pour ce faire, nous avons tout d'abord implémenté numériquement une simplification de l'équation non-linéaire de Schrödinger multimode. Les simulations résultantes de ce modèle nous ont permis de comprendre et de choisir au mieux les paramètres importants lors de la réalisation de mélange à quatre ondes intra-modal dans une fibre faiblement multimode. Le modèle numérique nous a également permis d'étudier numériquement la régénération de phase pour la quantification de phase. Nous avons ainsi mis en place et validé un montage expérimental permettant d'étudier du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  d'une fibre faiblement multimode. Les résultats expérimentaux et ceux de simulations réalisées avec les mêmes paramètres concordent. À partir de 20 dBm dans le mode  $LP_{01}$  et 24 dBm dans le mode  $LP_{11}$  en entrée de fibre, le phénomène de diffusion Brillouin stimulée apparaît. Après ce seuil, en augmentant encore la puissance en entrée de fibre, les pompes sont de plus en plus déplétées empêchant ainsi une augmentation de l'efficacité de conversion du mélange à quatre ondes. Les puissances et l'efficacité de conversion atteignables avec notre montage et la fibre à disposition n'ont pas donc permis de démontrer un effet de régénération de phase.

Afin de prouver expérimentalement cet effet de régénération de phase nous pourrions travailler sur plusieurs aspects. Du point de vue des simulations numériques, la méthode de SSF mise en œuvre conduit à des temps de calculs très longs qui peuvent se compter en journées. Afin de les réduire, nous pourrions implémenter un modèle plus performant basé sur la méthode des différences finies [65]. Cela nous permettrait d'explorer d'autres configurations et de cartographier plus efficacement certains paramètres pour différentes fibres.

Du point de vue expérimental, la diffusion Brillouin stimulée déplete la puissance des ondes de pompe et limite l'efficacité du mélange à quatre ondes sensible à la phase. Cette efficacité n'est pas assez grande au seuil de puissance auquel la diffusion Brillouin appa-

---

raît, ainsi les paliers dans la phase en sortie de l'onde à  $\omega_0$  en fonction de la phase d'entrée du signal ne sont pas assez plats pour réaliser la fonction de quantification de phase. Afin d'arriver à démontrer expérimentalement la régénération de phase, nous pourrions soit changer de fibre pour augmenter l'efficacité du mélange à quatre ondes, soit modifier le montage afin de repousser le seuil de la diffusion Brillouin.

Pour ce qui est de la fibre, cette fibre à 4 modes ne permettra pas de créer un régénérateur (ou un quantificateur de phase) avec ces paramètres fréquentiels, il faudra trouver une fibre faiblement multimode permettant une efficacité supérieure. Pour cela, l'utilisation de fibres multimodes et fortement non-linéaires pourrait nous aider à augmenter l'efficacité du mélange à quatre ondes [66] intra- et inter-modal. C'est à partir de 2014 qu'une équipe de l'université de Louisiane démontre l'utilité de fibres faiblement multimodes et fortement non-linéaires [67, 68] pour le mélange à quatre ondes inter-modal. Les intégrales de recouvrement inter-modale entre les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  et intra-modale de ces mêmes modes sont du même ordre de grandeur. Il serait alors judicieux de s'informer sur de potentiels nouveaux designs de fibres possédant des intégrales de recouvrement inter-modale accrues. Il pourrait être intéressant de voir si, dans le futur, d'autres types de fibres permettront une augmentation du seuil de la diffusion Brillouin comme montré dans les fibres monomodes avec des fibres co-dopées aluminium et germanium [69, 70].

Pour ce qui est du montage, afin d'essayer de s'affranchir de la diffusion Brillouin stimulée (ou d'augmenter le seuil de son apparition), nous pourrions essayer de moduler les ondes de pompe afin d'élargir fréquentiellement les ondes de pompes. Pour garder la cohérence entre les ondes à chaque instant, il faudrait que les deux ondes de pompes soient en opposition de phase [55]. Ainsi, la somme des phases des deux ondes de pompe serait nulle. Cela complexifierait notre montage, puisqu'il faudrait moduler chaque pompe en plus de la création du peigne. Dans le WaveShaper, il pourrait être possible de réaliser un filtre sélectionnant la porteuse et les deux premières bandes latérales du peigne (figure 3.21), créées par le modulateur de phase. Il faudrait ensuite modifier la phase des deux bandes latérales en fonction du temps pour que la somme de la phase des deux ondes de pompes soit nulle ( $\phi_{p_1} + \phi_{p_2} = 0$ ).

Une autre approche consisterait à utiliser la diffusion Brillouin stimulée pour d'autres applications que celles prévues pour le mélange à quatre ondes. En effet, en 2013, Song [71] démontre expérimentalement l'existence de la diffusion Brillouin stimulée par une sonde dans une fibre à deux modes. En 2024, Jarschel démontre aussi son existence dans des fibres à cristaux photoniques [72]. Nous pourrions démontrer la diffusion Brillouin stimulée inter-modale dans d'autres modes que les  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ . Dans cette optique, ou dans celle d'améliorer la caractérisation de la diffusion Brillouin stimulée déjà montrée dans nos expériences, il serait intéressant de modifier le multiplexeur afin d'utiliser sa réciprocity en tant que multiplexeur des ondes pompes tout en démultiplexant l'onde créée contra-propagativement par diffusion Brillouin [19]. Ainsi, il serait possible de monitorer précisément la diffusion Brillouin mais cela demanderait des modifications du banc expérimental.

---

Les instabilités expérimentales (flux d'air et thermique) montrées dans le chapitre III vont mener à des difficultés pour une miniaturisation ou une complexification de l'expérience. L'utilisation d'une FMF elliptique pourrait stabiliser les mesures. En effet, les modes  $LP_{11,a}$  et  $LP_{11,b}$  de ces fibres sont alors dissociés selon les petit et grand axes de la fibre et supprime le couplage entre ces deux modes [73]. En plus de l'ellipticité, un profil type panda pourrait permettre une grande stabilité du profil d'intensité des modes aux perturbations externes [74].

Une autre possibilité serait de modifier la manière de multiplexer le signal sur les différents modes. En utilisant une lanterne photonique à sélection de mode [75] par exemple, nous n'aurions pas besoin de passer en espace libre, ce qui augmenterait la compacité et réduirait les pertes du montage.



**Annexe A : propriétés de la FMF utilisée dans des simulations**

Propriété	Mesure	Symbole	Remarques									
Longueur	1 km	$L$										
Fraction de la réponse Raman retardée	0.18	$f_R$										
Constante de propagation à 1550 nm												
RIGV	$0 \text{ s}\cdot\text{m}^{-1}$ $98 \cdot 10^{-15} \text{ s}\cdot\text{m}^{-1}$	$\text{RIGV}^{\text{LP}_{01}}$ $\text{RIGV}^{\text{LP}_{11}}$	$\text{RIGV}^X = \beta_1^X - \beta_1^{\text{LP}_{01}}$									
Dispersion	$19.8 \cdot 10^{-6} \text{ s}\cdot\text{m}^{-2}$ $21.8 \cdot 10^{-6} \text{ s}\cdot\text{m}^{-2}$	$D^{\text{LP}_{01}}$ $D^{\text{LP}_{11}}$	$D^X = -\frac{2\pi c}{\lambda_0^2} \beta_2^X$									
Pente de la dispersion	$68 \text{ s}\cdot\text{m}^{-3}$ $63 \text{ s}\cdot\text{m}^{-3}$	$S^{\text{LP}_{01}}$ $S^{\text{LP}_{11}}$	$\beta_3^X = \left(\frac{\lambda_0}{2\pi c}\right)^2 (2\lambda_0 D^X + \lambda_0^2 S^X)$									
Aire effective ( $10^{-12} \text{ m}^2$ )	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td><math>\mu\text{m}^2</math></td> <td>LP<sub>01</sub></td> <td>LP<sub>11</sub></td> </tr> <tr> <td>LP<sub>01</sub></td> <td>161</td> <td>260</td> </tr> <tr> <td>LP<sub>11</sub></td> <td>260</td> <td>171</td> </tr> </table>	$\mu\text{m}^2$	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>01</sub>	161	260	LP <sub>11</sub>	260	171	$A_{\text{eff}}$	
$\mu\text{m}^2$	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>										
LP <sub>01</sub>	161	260										
LP <sub>11</sub>	260	171										
Indice non-linéaire	$2.6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2\cdot\text{W}^{-1}$	$n_2$										
Pertes linéaire	$0.25 \cdot 10^{-3} \text{ dB}\cdot\text{m}^{-1}$	$\alpha_{dB}$	$\alpha = \frac{\ln(10)}{10} \alpha_{dB}$									

**TABLEAU 3.11.** Fibre faiblement multimode (FMF), cette fibre à gradient d'indice comporte 2 modes-LP à 1550 nm. Les propriétés de la fibre sont tirés du papier [37].

## Annexe B : propriétés de la HNLF utilisée en expérience

Propriété	Mesure	Symbole	Remarques
Longueur	500 m	$L$	
Fraction de la réponse Raman retardée	0.18	$f_R$	
Constante de propagation à 1550 nm			
RIGV	$0 \text{ s}\cdot\text{m}^{-1}$	RIGV	La fibre est monomode donc $\text{RIGV} = \beta_1^X - \beta_1^{\text{LP}_{01}} = 0$
Dispersion	$0 \text{ s}\cdot\text{m}^{-2}$	$D$	$D = -\frac{2\pi c}{\lambda_0^2} \beta_2$
Pente de la dispersion	$19 \text{ s}\cdot\text{m}^{-3}$	$S$	$\beta_3 = \left(\frac{\lambda_0}{2\pi c}\right)^2 \times (2\lambda_0 D + \lambda_0^2 S)$
Aire effective	$11.6 \mu\text{m}^2$	$A_{\text{eff}}$	
Indice non-linéaire	$3.29 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2\cdot\text{W}^{-1}$	$n_2$	
Coefficient non-linéaire	$11.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}\cdot\text{W}^{-1}$	$\gamma$	$\gamma = \frac{n_2 2\pi}{\lambda A_{\text{eff}}}$
Pertes linéaire	$0.9 \cdot 10^{-3} \text{ dB}\cdot\text{m}^{-1}$	$\alpha$	

**TABLEAU 3.12.** Fibre fortement non-linéaire (HNLF), le zéro de dispersion est à une longueur d'onde de  $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$ .

## Annexe C : propriétés de la FMF utilisée en expérience

Propriété	Mesure	Symbole	Remarques																									
Rayon de cœur	7.5 $\mu\text{m}$	$a$																										
Différence d'indice	$9.7 \cdot 10^{-3}$	$n_{\text{co}} - n_{\text{cl}}$																										
Fréquence normalisée	5.1	$V$																										
Longueur	2 km	$L$																										
Fraction de la réponse Raman retardée	0.18	$f_R$																										
Constante de propagation à 1550 nm																												
RIGV	0 $\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ 4.4 $\cdot 10^{-12}$ $\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ 7.2 $\cdot 10^{-12}$ $\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$ 8.5 $\cdot 10^{-12}$ $\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$	RIGV <sup>LP01</sup> RIGV <sup>LP11</sup> RIGV <sup>LP02</sup> RIGV <sup>LP21</sup>	RIGV <sup>X</sup> = $\beta_1^X - \beta_1^{\text{LP01}}$																									
Dispersion	21.9 $\cdot 10^{-6}$ $\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$ 24.9 $\cdot 10^{-6}$ $\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$ 7.8 $\cdot 10^{-6}$ $\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$ 20.9 $\cdot 10^{-6}$ $\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$	D <sup>LP01</sup> D <sup>LP11</sup> D <sup>LP02</sup> D <sup>LP21</sup>	D <sup>X</sup> = $-\frac{2\pi c}{\lambda_0^2} \beta_2^X$																									
Aire effective ( $10^{-12}$ $\text{m}^2$ )	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th><math>\mu\text{m}^2</math></th> <th>LP<sub>01</sub></th> <th>LP<sub>11</sub></th> <th>LP<sub>02</sub></th> <th>LP<sub>21</sub></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>LP<sub>01</sub></td> <td>124</td> <td>187</td> <td>167</td> <td>270</td> </tr> <tr> <td>LP<sub>11</sub></td> <td>187</td> <td>118</td> <td>330</td> <td>202</td> </tr> <tr> <td>LP<sub>02</sub></td> <td>167</td> <td>330</td> <td>126</td> <td>363</td> </tr> <tr> <td>LP<sub>21</sub></td> <td>270</td> <td>202</td> <td>363</td> <td>132</td> </tr> </tbody> </table>	$\mu\text{m}^2$	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>02</sub>	LP <sub>21</sub>	LP <sub>01</sub>	124	187	167	270	LP <sub>11</sub>	187	118	330	202	LP <sub>02</sub>	167	330	126	363	LP <sub>21</sub>	270	202	363	132	$A_{\text{eff}}$	
$\mu\text{m}^2$	LP <sub>01</sub>	LP <sub>11</sub>	LP <sub>02</sub>	LP <sub>21</sub>																								
LP <sub>01</sub>	124	187	167	270																								
LP <sub>11</sub>	187	118	330	202																								
LP <sub>02</sub>	167	330	126	363																								
LP <sub>21</sub>	270	202	363	132																								
Indice non-linéaire	$2.6 \cdot 10^{-20}$ $\text{m}^2\cdot\text{W}^{-1}$	$n_2$																										
Pertes linéaire	$0.25 \cdot 10^{-3}$ $\text{dB}\cdot\text{m}^{-1}$	$\alpha_{\text{dB}}$	$\alpha = \frac{\ln(10)}{10} \alpha_{\text{dB}}$																									

**TABLEAU 3.13.** Fibre faiblement multimode (FMF), cette fibre à saut d'indice comporte 4 modes-LP à 1550 nm. Les propriétés de la fibre sont tirés du papier [33] et sont données pour  $\lambda_0 = 1550$  nm.



---

## Bibliographie

---

- [1] D. J. RICHARDSON, J. M. FINI et L. E. NELSON, "Space-division multiplexing in optical fibres," *Nature Photonics*, vol. 7, n°5, pp. 354-362, mai 2013. DOI : [10.1038/nphoton.2013.94](https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.94).
- [2] T. MIZUNO, "High-capacity dense space division multiplexing transmission," *Optical Fiber Technology*, vol. 35, p. 108, 2017. DOI : [10.1016/j.yofte.2016.09.015](https://doi.org/10.1016/j.yofte.2016.09.015).
- [3] P. J. WINZER et R.-J. ESSIAMBRE, "Advanced Modulation Formats for High-Capacity Optical Transport Networks," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 24, n°12, p. 4711, déc. 2006.
- [4] A. H. GNAUCK et P. J. WINZER, "Optical phase-shift-keyed transmission," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 23, n°1, p. 115, 2005.
- [5] S. D. LE, "Traitement tout-optique du signal à base de nouvelles fibres optiques non-linéaires," Thèse de doctorat, juill. 2014.
- [6] M. MATSUMOTO, "Simple DQPSK Signal Regenerator Using Electrical Limiting Amplifiers," *IEEE Photonics Journal*, vol. 7, n°6, 2015. DOI : [10.1109/JPHOT.2015.2495117](https://doi.org/10.1109/JPHOT.2015.2495117).
- [7] Z. ZHENG, L. AN, Z. LI, X. ZHAO et X. LIU, "All-optical regeneration of DQPSK/QPSK signals based on phase-sensitive amplification," *Optics Communications*, vol. 281, n°10, p. 2755, mai 2008. DOI : [10.1016/j.optcom.2008.01.046](https://doi.org/10.1016/j.optcom.2008.01.046).
- [8] A. E. WILLNER, S. KHALEGHI, M. R. CHITGARHA et O. F. YILMAZ, "All-Optical Signal Processing," *JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY*, vol. 32, n°4, p. 660, fév. 2014. DOI : [10.1109/JLT.2013.2287219](https://doi.org/10.1109/JLT.2013.2287219).
- [9] B. J. PUTTNAM, G. RADEMACHER et R. S. LUÍS, "Space-division multiplexing for optical fiber communications," *Optica*, vol. 8, n°9, p. 1186, sept. 2021. DOI : [10.1364/OPTICA.427631](https://doi.org/10.1364/OPTICA.427631).
- [10] S. R. BICKHAM, W.-L. KUANG, X. FENG et Y. HUA, "Reduced Cladding Diameter Fibers for High-Density Optical Interconnects," *JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY*, vol. 38, n°2, 2020. DOI : [10.1109/JLT.2019.2939547](https://doi.org/10.1109/JLT.2019.2939547).
- [11] Y. AWAJI, "High-capacity transmission over multi-core fibers," *Optical Fiber Technology*, vol. 35, p. 100, fév. 2017. DOI : [10.1016/j.yofte.2016.09.008](https://doi.org/10.1016/j.yofte.2016.09.008).
- [12] A. K. VYAS, "Analysis of different structure and nonlinear distortion of multicore fiber for power over fiber applications," *Optik*, vol. 168, pp. 184-191, sept. 2018. DOI : [10.1016/j.ijleo.2018.04.106](https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2018.04.106).
- [13] K. S. ABEDIN, "State-of-the-art multicore fiber amplifiers for space division multiplexing," *Optical Fiber Technology*, 2017. DOI : [10.1016/j.yofte.2016.09.010](https://doi.org/10.1016/j.yofte.2016.09.010).
- [14] A. FORBES, A. DUDLEY et M. MCLAREN, "Creation and detection of optical modes with spatial light modulators," *Advances in Optics and Photonics*, vol. 8, n°2, p. 200, juin 2016. DOI : [10.1364/AOP.8.000200](https://doi.org/10.1364/AOP.8.000200).
- [15] B. DRLJAČA, S. SAVOVIĆ, M. S. KOVAČEVIĆ, A. SIMOVIĆ, L. KUZMANOVIĆ, A. DJORDJEVIĆ et R. MIN, "Theoretical Investigation of Bandwidth in Multimode Step-Index Silica Photonic Crystal Fibers," en, 2022.

- 
- [16] S. SAVOVIĆ, K. AIDINIS, A. DJORDJEVIĆ et R. MIN, "Investigation of space division multiplexing in multimode step-index silica photonic crystal fibers," *Heliyon*, vol. 9, n°5, e15882, mai 2023. DOI : [10.1016/j.heliyon.2023.e15882](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e15882).
- [17] G. STEPNIAK, L. MAKSYMIAK et J. SIUZDAK, "Increasing multimode fiber transmission capacity by mode selective spatial light phase modulation," Torino, Italy, sept. 2010. DOI : [10.1109/ECOC.2010.5621465](https://doi.org/10.1109/ECOC.2010.5621465).
- [18] Z. ZHANG, Z. YOU et D. CHU, "Fundamentals of phase-only liquid crystal on silicon (LCOS) devices," *Light : Science & Applications*, vol. 3, n°10, e213-e213, oct. 2014, Number : 10. DOI : [10.1038/lssa.2014.94](https://doi.org/10.1038/lssa.2014.94).
- [19] A. LI, Y. WANG, Q. HU et W. SHIEH, "Few-mode fiber based optical sensors," *Optics Express*, vol. 23, n°2, p. 1139, jan. 2015, Number : 2. DOI : [10.1364/OE.23.001139](https://doi.org/10.1364/OE.23.001139).
- [20] N. K. FONTAINE, R. RYF, J. BLAND-HAWTHORN et S. G. LEON-SAVAL, "Geometric requirements for photonic lanterns in space division multiplexing," 2012. DOI : [10.1364/OE.20.027123](https://doi.org/10.1364/OE.20.027123).
- [21] F. PARMIGIANI, P. HORAK, Y. JUNG, L. GRÜNER-NIELSEN, T. GEISLER, P. PETROPOULOS et D. J. RICHARDSON, "All-optical mode and wavelength converter based on parametric processes in a three-mode fiber," *Optics Express*, vol. 25, n°26, p. 33 602, déc. 2017. DOI : [10.1364/OE.25.033602](https://doi.org/10.1364/OE.25.033602).
- [22] H. ZHANG, M. BIGOT-ASTRUC, L. BIGOT, P. SILLARD et J. FATOME, "Multiple modal and wavelength conversion process of a 10-Gbit/s signal in a 6-LP-mode fiber," *Optics Express*, vol. 27, n°11, p. 15 413, mai 2019, Number : 11. DOI : [10.1364/OE.27.015413](https://doi.org/10.1364/OE.27.015413).
- [23] H. ZHANG, M. BIGOT-ASTRUC, P. SILLARD, G. MILLOT, B. KIBLER et J. FATOME, "Multiple spatial and wavelength conversion operations based on a frequency-degenerated intermodal four-wave mixing process in a graded-index 6-LP few-mode fiber," *Applied Optics*, vol. 59, n°18, p. 5497, juin 2020. DOI : [10.1364/AO.393299](https://doi.org/10.1364/AO.393299).
- [24] R.-J. ESSIAMBRE, M. A. MESTRE, R. RYF, A. H. GNAUCK, R. W. TKACH, A. R. CHRAPLYVY, Y. SUN, X. JIANG et R. LINGLE, "Experimental Investigation of Inter-Modal Four-Wave Mixing in Few-Mode Fibers," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 25, n°6, pp. 539-542, mars 2013. DOI : [10.1109/LPT.2013.2242881](https://doi.org/10.1109/LPT.2013.2242881).
- [25] R.-J. ESSIAMBRE, "Demonstration of Broadband Inter-Modal Four-Wave Mixing in Graded-Index Few-Mode Fibers," 2013. DOI : [10.1364/OFC.2013.OM3B.2](https://doi.org/10.1364/OFC.2013.OM3B.2).
- [26] S. M. M. FRIIS, "Signal Processing using Nonlinear Optical Effects in Single- and Few-Mode Fibers," Thèse de doctorat, DTU Fotonik, août 2016.
- [27] F. POLETTI et P. HORAK, "Description of ultrashort pulse propagation in multimode optical fibers," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 25, n°10, p. 1645, oct. 2008. DOI : [10.1364/JOSAB.25.001645](https://doi.org/10.1364/JOSAB.25.001645).
- [28] R. SLAVÍK, F. PARMIGIANI, J. KAKANDE, C. LUNDSTRÖM, M. SJÖDIN, P. A. ANDREKSON, R. WEERASURIYA, S. SYGLETOS, A. D. ELLIS, L. GRÜNER-NIELSEN, D. JAKOBSEN, S. DASGUPTA, P. PETROPOULOS et D. J. RICHARDSON, "All-optical phase and amplitude regenerator for next-generation telecommunications systems," *Nature Photonics*, vol. 4, pp. 690-695, sept. 2010. DOI : [10.1038/nphoton.2010.203](https://doi.org/10.1038/nphoton.2010.203).
- [29] A. TRICHILI, M. ZGHAL, L. PALMIERI et M. SANTAGIUSTINA, "Phase-Sensitive Mode Conversion and Equalization in a Few Mode Fiber Through Parametric Interactions," *IEEE Photonics Journal*, vol. 9, n°1, pp. 1-10, fév. 2017. DOI : [10.1109/JPHOT.2016.2644958](https://doi.org/10.1109/JPHOT.2016.2644958).
- [30] CORNING, "Datasheet SMF-28 ultra,"
- [31] E. A. J. MARCATILI, "What Kind of Optical Fiber for Long-Distance Transmission?" *Optical Engineering*, vol. 8, n°4, mai 1970. DOI : [10.1117/12.7971540](https://doi.org/10.1117/12.7971540).
- [32] M. MONERIE, "Propagation in Doubly Clad Single-Mode Fibers," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 30, n°4, pp. 381-388, 1982. DOI : [10.1109/TMTT.1982.1131079](https://doi.org/10.1109/TMTT.1982.1131079).
- [33] P. SILLARD, M. BIGOT-ASTRUC, D. BOIVIN, H. MAERTEN et L. PROVOST, "Few-Mode Fiber for Uncoupled Mode-Division Multiplexing Transmissions," dans *37th European Conference and Exposition on Optical Communications*, Geneva : OSA, 2011, Tu.5.LcCervin.7. DOI : [10.1364/ECOC.2011.Tu.5.LcCervin.7](https://doi.org/10.1364/ECOC.2011.Tu.5.LcCervin.7).
- [34] G. P. AGRAWAL, *Nonlinear fiber optics*, Fifth edition. Amsterdam : Elsevier/Academic Press, 2013.
-

- 
- [35] J. D. MUSGRAVES, J. HU et L. CALVEZ, *Springer handbook of glass* (Springer handbooks). Cham : Springer, 2019.
- [36] R. H. STOLEN, W. J. TOMLINSON, H. A. HAUS et J. P. GORDON, "Raman response function of silica-core fibers," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 6, n°6, p. 1159, juin 1989. DOI : [10.1364/JOSAB.6.001159](https://doi.org/10.1364/JOSAB.6.001159).
- [37] S. M. M. FRIIS, I. BEGLERIS, Y. JUNG, K. ROTTWITT, P. PETROPOULOS, D. J. RICHARDSON, P. HORAK et F. PARMIGIANI, "Inter-modal four-wave mixing study in a two-mode fiber," *Optics Express*, vol. 24, n°26, p. 30338, déc. 2016. DOI : [10.1364/OE.24.030338](https://doi.org/10.1364/OE.24.030338).
- [38] M. BAILLOT, "Mélange à quatre ondes multiple pour le traitement tout optique du signal dans les fibres optiques non linéaires," Thèse de doctorat, Université de Rennes 1, déc. 2017.
- [39] R. STOLEN et J. BJORKHOLM, "Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 18, n°7, pp. 1062-1072, juill. 1982. DOI : [10.1109/JQE.1982.1071660](https://doi.org/10.1109/JQE.1982.1071660).
- [40] M GAO, T KUROSU, T INOUE et S NAMIKI, "Efficient phase regeneration of DPSK signal by sideband-assisted dual-pump phase-sensitive amplifier," *Electronics letters*, vol. 49, n°02, p. 140, jan. 2013. DOI : <https://doi.org/10.1049/e1.2012.3997>.
- [41] J. KAKANDE, "Multilevel quantization of optical phase in a novel coherent parametric mixer architecture," *Nature Photonics*, vol. 5, oct. 2011.
- [42] J. KAKANDE, F. PARMIGIANI, R. SLAVIK, L. GRUNER-NIELSEN, D. JAKOBSEN, S. HERSTROM, P. PETROPOULOS et D. J. RICHARDSON, "Saturation effects in degenerate phase sensitive fiber optic parametric amplifiers," dans *36th European Conference and Exhibition on Optical Communication*, Torino : IEEE, sept. 2010, pp. 1-3. DOI : [10.1109/ECOC.2010.5621376](https://doi.org/10.1109/ECOC.2010.5621376).
- [43] L. BRILLOUIN, "Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène - Influence de l'agitation thermique," *Annales de physique*, vol. 9, n°17, p. 88, 1922. DOI : [10.1051/anphys/192209170088](https://doi.org/10.1051/anphys/192209170088).
- [44] F. SANCHEZ, *Optique non linéaire : problèmes corrigés et rappels de cours* (Références sciences). Paris : Ellipses, 2020.
- [45] J.-C. BEUGNOT, "La diffusion Brillouin dans les fibres optiques microstructurées," Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, déc. 2007.
- [46] Y. KODAMA, "Optical solitons in a monomode fiber," *Journal of Statistical Physics*, vol. 39, n°5/6, p. 597, 1985. DOI : [10.1007/BF01008354](https://doi.org/10.1007/BF01008354).
- [47] Y KODAMA et A HASEGAWA, "Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 23, n°5, p. 510, 1987. DOI : [10.1109/JQE.1987.1073392](https://doi.org/10.1109/JQE.1987.1073392).
- [48] M. Y. HAMZA et S TARIQ, "Split Step Fourier Method Based Pulse Propagation Model for Nonlinear Fiber Optics," Lahore, Pakistan : IEEE, avr. 2007. DOI : [10.1109/ICEE.2007.4287333](https://doi.org/10.1109/ICEE.2007.4287333).
- [49] C. ANTONELLI, M. SHTAIF et A. MECOZZI, "Modeling of Nonlinear Propagation in Space-Division Multiplexed Fiber-Optic Transmission," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, n°1, pp. 36-54, jan. 2016. DOI : [10.1109/JLT.2015.2510511](https://doi.org/10.1109/JLT.2015.2510511).
- [50] M. BREHLER, M. SCHIRWON, D. GODDEKE et P. M. KRUMMRICH, "A GPU-Accelerated Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture Method for the Simulation of Nonlinear Signal Propagation in Multimode Fibers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 35, n°17, pp. 3622-3628, sept. 2017. DOI : [10.1109/JLT.2017.2715358](https://doi.org/10.1109/JLT.2017.2715358).
- [51] J. C. BUTCHER, "A history of Runge-Kutta methods," *Applied Numerical Mathematics*, vol. 20, n°3, pp. 247-260, mars 1996. DOI : [10.1016/0168-9274\(95\)00108-5](https://doi.org/10.1016/0168-9274(95)00108-5).
- [52] R. COLLIN, "Étude du transfert du bruit relatif d'intensité de lasers multimodes par doublage de fréquence," Thèse de doctorat, Université de Rennes 1, mars 2019.
- [53] W. HERMANN et D. WIECHERT, "Refractive index of doped and undoped PCVD bulk silica," *Materials Research Bulletin*, vol. 24, n°9, pp. 1083-1097, sept. 1989. DOI : [10.1016/0025-5408\(89\)90065-2](https://doi.org/10.1016/0025-5408(89)90065-2).
- [54] K. CROUSSORE, "Phase Regeneration of NRZ-DPSK Signals Based on Symmetric-Pump Phase-Sensitive Amplification," *IEEE PHOTONICS TECHNOLOGY LETTERS*, vol. 19, n°11, 2007. DOI : [10.1109/LPT.2007.897501](https://doi.org/10.1109/LPT.2007.897501).
-

- 
- [55] A BOGRIS et D SYVRIDIS, "RZ-DPSK signal regeneration based on dual-pump phase-sensitive amplification in fibers," *IEEE PHOTONICS TECHNOLOGY LETTERS*, vol. 18, n°20, 2006. DOI : [10.1109/LPT.2006.883890](https://doi.org/10.1109/LPT.2006.883890).
- [56] F. PARMIGIANI, G. D. HESKETH, R. SLAVIK, P. HORAK, P. PETROPOULOS et D. J. RICHARDSON, "Optical Phase Quantizer Based on Phase Sensitive Four Wave Mixing at Low Nonlinear Phase Shifts," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 26, n°21, pp. 2146-2149, nov. 2014. DOI : [10.1109/LPT.2014.2349033](https://doi.org/10.1109/LPT.2014.2349033).
- [57] J. P. GORDON et L. F. MOLLENAUER, "Phase noise in photonic communications systems using linear amplifiers," *Optics Letters*, vol. 15, n°23, déc. 1980. DOI : [10.1364/OL.15.001351](https://doi.org/10.1364/OL.15.001351).
- [58] F. PARMIGIANI, G. HESKETH, R. SLAVIK, P. HORAK, P. PETROPOULOS et D. J. RICHARDSON, "Polarization-Assisted Phase-Sensitive Processor," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 33, n°6, pp. 1166-1174, mars 2015. DOI : [10.1109/JLT.2014.2385598](https://doi.org/10.1109/JLT.2014.2385598).
- [59] A. ASTORINO, J. GLÜCKSTAD et K. ROTTWITT, "Fiber mode excitation using phase-only spatial light modulation : Guideline on free-space path design and lossless optimization," *AIP Advances*, vol. 8, n°9, p. 095111, sept. 2018. DOI : [10.1063/1.5044628](https://doi.org/10.1063/1.5044628).
- [60] C. KOEBELE, M. SALSU, D. SPERTI, P. TRAN, P. BRINDEL, H. MARDOYAN, S. BIGO, A. BOUTIN, F. VERLUISE, P. SILLARD, M. ASTRUC, L. PROVOST, F. CEROU et G. CHARLET, "Two mode transmission at 2x100Gb/s, over 40km-long prototype few-mode fiber, using LCOS-based programmable mode multiplexer and demultiplexer," *Optics Express*, vol. 19, n°17, p. 16593, août 2011. DOI : [10.1364/OE.19.016593](https://doi.org/10.1364/OE.19.016593).
- [61] C. KOEBELE, "Mode-division-multiplexing as a possibility to cope with the increasing capacity demand in optical transmission systems," Thèse de doctorat, Télécom SudParis, juin 2012.
- [62] R. E. FREUND, C.-A. BUNGE, N. N. LEDENTSOV, D. MOLIN et C. CASPAR, "High-Speed Transmission in Multimode Fibers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 28, n°4, pp. 569-586, fév. 2010. DOI : [10.1109/JLT.2009.2030897](https://doi.org/10.1109/JLT.2009.2030897).
- [63] G. LAZAREV, P.-J. CHEN, J. STRAUSS, N. FONTAINE et A. FORBES, "Beyond the display : phase-only liquid crystal on Silicon devices and their applications in photonics [Invited]," *Optics Express*, vol. 27, n°11, p. 16206, mai 2019. DOI : [10.1364/OE.27.016206](https://doi.org/10.1364/OE.27.016206).
- [64] V. GAUDILLAT, M. BARBIER, L. BRAMERIE, M. GAY, M. BIGOT-ASTRUC, P. SILLARD, Y. DUMEIGE et C. PEUCHERET, "Intra-Modal Phase-Sensitive Four-Wave Mixing in a Few-Mode Fiber," Munich, juin 2023. DOI : [10.1109/CLEO/Europe-EQEC57999.2023.10232196](https://doi.org/10.1109/CLEO/Europe-EQEC57999.2023.10232196).
- [65] O. SIDELNIKOV, "Numerical algorithms for nonlinear propagation in multimode optical fiber communication systems," *Optical Fiber Technology*, vol. 84, p. 103724, mai 2024. DOI : [10.1016/j.yofte.2024.103724](https://doi.org/10.1016/j.yofte.2024.103724).
- [66] J. GAO, E. NAZEMOSADAT, C. YANG, S. FU, M. TANG, W. TONG, J. CARPENTER, J. SCHRÖDER, M. KARLSSON et P. A. ANDREKSON, "Design, fabrication, and characterization of a highly nonlinear few-mode fiber," *Photonics Research*, vol. 7, n°11, p. 1354, nov. 2019. DOI : [10.1364/PRJ.7.001354](https://doi.org/10.1364/PRJ.7.001354).
- [67] Z. PAN, Y. WENG et X. HE, "Investigation of the nonlinearity in few mode fibers," Suzhou, China, nov. 2014. DOI : [10.1109/ICOCN.2014.6987073](https://doi.org/10.1109/ICOCN.2014.6987073).
- [68] Y. WENG, X. HE, J. WANG, B. ZHU et Z. PAN, "Mode and Wavelength Conversion Based on Inter-Modal Four-Wave Mixing in a Highly Nonlinear Few-Mode Fiber," dans *Advanced Photonics for Communications*, San Diego, California : OSA, 2014, SW2C.2. DOI : [10.1364/SPPCOM.2014.SW2C.2](https://doi.org/10.1364/SPPCOM.2014.SW2C.2).
- [69] M.-J. LI, X. CHEN, J. WANG, S. GRAY, A. LIU, J. A. DEMERRIT, A. BOH, A. M. CROWLEY, D. T. WALTON et L. A. ZENTENO, "Al/Ge co-doped large mode area fiber with high SBS threshold," vol. 15, n°13, p. 8290, 2007. DOI : [10.1364/OE.15.008290](https://doi.org/10.1364/OE.15.008290).
- [70] F. PARMIGIANI, R. SLAVÍK, J. KAKANDE, C. LUNDSTRÖM, M. SJÖDIN, P. ANDREKSON, R. WEERASURIYA, S. SYGLETOS, A. D. ELLIS, L. GRÜNER-NIELSEN, D. JAKOBSEN, S. HERSTRØM, R. PHELAN, J. O'GORMAN, A. BOGRIS, D. SYVRIDIS, S. DASGUPTA, P. PETROPOULOS et D. J. RICHARDSON, "All-optical phase regeneration of 40Gbit/s DPSK signals in a black-box phase sensitive amplifier," dans *National Fiber Optic Engineers Conference*, San Diego, California, mars 2010. DOI : [10.1364/NFOEC.2010.PDPC3](https://doi.org/10.1364/NFOEC.2010.PDPC3).
- [71] K. Y. SONG, Y. H. KIM et B. Y. KIM, "Intermodal stimulated Brillouin scattering in two-mode fibers," *Optics Letters*, vol. 38, n°11, p. 1805, juin 2013. DOI : [10.1364/OL.38.001805](https://doi.org/10.1364/OL.38.001805).
- [72] P. F. JARSCHER, E. LAMILLA, Y. A. V. ESPINEL, I. ALDAYA, J. L. PITA, A. GIL-MOLINA, G. S. WIEDERHECKER et P. DAINESE, "Intermodal Brillouin scattering in solid-core photonic crystal fibers," *APL Photonics*, 2024. DOI : [10.1063/5.0040580](https://doi.org/10.1063/5.0040580).
-

- 
- [73] J. LIANG, Q. MO, S. FU, M. TANG, P SHUM et D. LIU, "Design and fabrication of elliptical-core few-mode fiber for MIMO-less data transmission," *Optics Letters*, vol. 41, n°13, p. 3058, juill. 2016. DOI : [10.1364/OL.41.003058](https://doi.org/10.1364/OL.41.003058).
- [74] Y. YANG, Q. MO, S. FU, B. LIU, M. TANG et D. LIU, "Panda type elliptical core few-mode fiber," *APL Photonics*, vol. 4, n°2, p. 0222901, fév. 2019. DOI : [10.1063/1.5038119](https://doi.org/10.1063/1.5038119).
- [75] S. G. LEON-SAVAL, N. K. FONTAINE, J. R. SALAZAR-GIL, B. ERCAN, R. RYF et J. BLAND-HAWTHORN, "Mode-selective photonic lanterns for space-division multiplexing," *Optics Express*, vol. 22, n°1, p. 1036, 2014. DOI : [10.1364/OE.22.001036](https://doi.org/10.1364/OE.22.001036).



---

## Publications

---

- V. Gaudillat, M. Barbier, Y. Dumeige, and C. Peucheret, "*Probe-assisted phase-sensitive processes by inter-modal four-wave mixing in few-mode fibers*", Strasbourg, France, poster, April 2020. Reporté pour cause de COVID-19
- V. Gaudillat, M. Barbier, L. Bramerie, M. Gay, M. Bigot-Astruc, P. Sillard, Y. Dumeige, C. Peucheret, "*Intra-Modal Phase-Sensitive Four-Wave Mixing in a Few-Mode Fiber*," 2023 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC), Munich, Germany, oral, 2023, DOI : [10.1109/CLEO/Europe-EQEC57999.2023.10232196](https://doi.org/10.1109/CLEO/Europe-EQEC57999.2023.10232196) (lien de téléchargement de l'abstract sur [HAL](#)).





---

**Titre :** Etude du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les fibres faiblement multimodes

**Mots clés :** Equation non-linéaire de Schrödinger multimode, mélange à quatre ondes, fibre faiblement multimodes, diffusion Brillouin stimulée

**Résumé :** Au cours des dernières années, le besoin en débit des télécommunications a considérablement augmenté. Pour maintenir une avance significative, il est essentiel d'améliorer les réseaux existants et de développer de nouvelles infrastructures plus performantes. Ainsi, les réseaux du futur pourraient être constitués de fibre faiblement multimode afin d'augmenter le nombre de canaux indépendants dans une même fibre. Il faudrait alors transférer les fonctions optiques déjà démontrées dans les réseaux actuels telles que la conversion de fréquence ou la régénération de phase.

Cette thèse étudie numériquement et expérimentalement le mélange à quatre ondes sensible et insensible à la phase

dans les fibres faiblement multimodes. Les simulations présentées dans cette thèse sont basées sur l'équation non-linéaire de Schrödinger multimode implémentée par une méthode de *split-step Fourier*. Les simulations ont démontré que la régénération de phase intra- ou inter-modale serait possible. Expérimentalement, la fibre utilisée n'a pas permis de mettre en œuvre du mélange à quatre ondes suffisamment efficace pour réaliser cette fonction optique. Cependant, pour la première fois à notre connaissance, nous avons démontré expérimentalement du mélange à quatre ondes sensible à la phase dans les modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$  d'une fibre faiblement multimode.

---

**Title:** Study of phase-sensitive four-wave mixing in few-mode fibers

**Keywords:** Multi-mode non-linear Schrödinger equation, four-wave mixing, few-mode fiber, stimulated Brillouin scattering

**Abstract:** In recent years, the demand for bandwidth in telecommunications has significantly increased. To maintain a considerable lead, it is essential to improve existing networks and develop more efficient new infrastructures. Consequently, the networks of the future could be composed of few-mode fibers to increase the number of independent channels within the same fiber. It would then be necessary transferring optical functions, already demonstrated in current networks such as frequency conversion or phase regeneration.

This thesis studies both numerically and experimentally phase-sensitive and

phase-insensitive four-wave mixing in few-mode fibers. The simulations presented in this thesis are based on the multimode nonlinear Schrödinger equation implemented by a split-step Fourier method. The simulations have shown that intra- or inter-modal phase regeneration could be possible. Experimentally, the fiber used did not allow efficient implementation of four-wave mixing to perform this optical function. However, for the first time to our knowledge, we have experimentally demonstrated phase-sensitive four-wave mixing in the  $LP_{01}$  and  $LP_{11}$  modes of a few-mode fiber.

