



HAL
open science

Mesure de forme de matériaux architecturés 3D à partir de radiographies par une méthode de corrélation d'images virtuelles

Lucie Calmettes

► To cite this version:

Lucie Calmettes. Mesure de forme de matériaux architecturés 3D à partir de radiographies par une méthode de corrélation d'images virtuelles. Génie civil. Nantes Université, 2024. Français. NNT : 2024NANU4024 . tel-04836941

HAL Id: tel-04836941

<https://theses.hal.science/tel-04836941v1>

Submitted on 13 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

REMERCIEMENT

Je tiens tout d’abord à exprimer ma profonde gratitude envers les membres de mon jury, Michel Grédiac, Martin Poncelet et Pauline Lecomte-Grosbras, avec qui les échanges ont été très intéressants et enrichissants. Un sincère remerciement également à Éric Maire et Robin Bouclier d’avoir accepté d’assumer le rôle de rapporteur.

Je souhaite également exprimer ma gratitude envers mes encadrants, Marc François, pour sa rigueur et sa disponibilité tout au long de la thèse, et également Julien Réthoré, pour sa présence bienveillante et ses encouragements constants qui m’ont grandement soutenu dans ce travail de thèse.

Un grand merci également aux autres personnes qui m’ont aidé tout au long de cette thèse : Jakeoung Koo, qui a pris le temps d’échanger avec moi, Thomas Cravic, qui m’a fourni de nombreuses solutions techniques pour déployer mon algorithme, Jérôme Horteux pour sa disponibilité et sa gentillesse, et Ralph Gruand pour son aide précieuse dans la réalisation des maillages qualitatifs.

Cette thèse aurait été bien plus ardue sans la présence bienveillante et joyeuse de mes camarades doctorants du GeM, avec qui j’ai partagé d’incroyables moments, tant sur le plan scientifique qu’humain. Je tiens à exprimer ma gratitude envers mes camarades de l’université de Nantes pour nos pauses café qui me manqueront : Clément B., Clément F., Wael, Paul, Lilou, Valentin, Annie et Johann. Un grand merci également à mes camarades de l’école centrale, Loïc, Nour, Vasu, Mathis, Pauline, Saba, Raphaël L., Raphaël H., et tout particulièrement à Ghita et Audrey, qui ont été une rencontre merveilleuse dans cette aventure, marquant des moments inoubliables au bord de la mer.

J’aimerais exprimer ma gratitude à tous mes amis pour leur soutien et leur compréhension face à mes moments d’anxiété parfois envahissants. Merci à ma famille et en particulier à mon petit frère et à mes parents pour leur présence et leur amour qui ont été un pilier dans les moments difficiles. Et surtout, je tiens à exprimer toute ma reconnaissance envers mon compagnon de vie, de jeux et d’aventures, qui a été ma lumière tout au long de cette thèse, Thomas.

RÉSUMÉ

L'évolution de la fabrication additive a facilité la production de matériaux architecturés complexes. Toutefois, les méthodes traditionnelles d'inspection s'avèrent inadaptées pour ces matériaux, nécessitant une méthode d'inspection basée sur la tomographie pour explorer leur structure interne.

Ce document présente un algorithme rapide et précis de Corrélation d'Images Virtuelles 3D (3D-VIC), basé sur l'existence d'un modèle CAO essentiel pour l'impression du matériau. Ce modèle CAO est déformé pour recalibrer les radiographies avec des radiographies virtuelles simulant l'absorption des rayons X à travers le solide. Le recalage est réalisé en minimisant une fonction coût par rapport à la position des points de contrôle en utilisant une méthode d'interpolation de Radial Basis Function (RBF) pour déformer le modèle CAO.

Tout d'abord, les performances de la méthode sont évaluées avec des données synthétiques, en analysant sa capacité à mesurer des défauts de fabrication sur les poutres d'un matériau architecturé. Ensuite, la robustesse de la méthode est testée par rapport à la résolution de l'image, le nombre de radiographies et le niveau de bruit. Enfin, des mesures réelles ont été effectuées sur 5 radiographies d'une structure de Penrose et d'un réseau tétraédrique. La méthode permet de détecter des variations globales de forme et des défauts locaux. Il est possible avec la 3D-VIC de vérifier la forme des matériaux architecturaux, avec très peu de radiographies, sans utiliser les méthodes usuelles de reconstruction de volume.

ABSTRACT

The evolution of additive manufacturing has facilitated the production of complex architectural materials. However, traditional inspection methods are proving inadequate for these materials, requiring a tomography-based inspection method to explore their internal structure.

This document presents a fast and accurate 3D Virtual Image Correlation (3D-VIC) algorithm, based on the existence of a CAD model essential for printing the material.

This CAD model is deformed to register the radiographs with virtual radiographs simulating the absorption of X-rays through the solid. Registration is achieved by minimising a cost function with respect to the position of control points using radial basis function interpolation (RBF) to deform the CAD model.

First, the performance of the method is evaluated with synthetic data, by analyzing its ability to measure manufacturing defects on beams of an architectural material. Then, the robustness of the method is tested in relation to image resolution, number of X-rays and noise level. Finally, actual measurements were carried out on 5 X-ray images of a Penrose structure and a tetrahedral lattice.

The method enables global shape variations and local defects to be detected. With 3D-VIC, it is possible to verify the shape of architectural materials, with very few radiographs, without using conventional volume reconstruction methods.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	14
1 État de l'art	21
1.1 Rappel sur la corrélation d'images numériques	22
1.1.1 Corrélation d'images numériques	22
1.1.2 Stéréo-Corrélation d'images numériques	23
1.1.3 Corrélation d'images volumiques	25
1.1.4 Corrélation d'image virtuelle	25
1.2 Méthodes d'imagerie par tomographie	29
1.2.1 Obtention des projections d'un volume à l'aide d'un tomographe .	29
1.2.2 Les différents types de tomographes	31
1.2.3 Loi de propagation des rayons-X dans le tomographe : Beer-Lambert	35
1.2.4 Artefacts de tomographie assistée par ordinateur	36
1.3 Reconstruction des volumes à partir des projections obtenues par tomographie	39
1.3.1 Méthodes de reconstruction analytiques	39
1.3.2 Méthodes de reconstruction algébriques	46
2 Algorithme de 3D-VIC	50
2.1 Description du tomographe virtuel	52
2.1.1 Paramétrisation du tomographe	52
2.1.2 Création des projections à partir d'une scène 3D	53
2.2 La fonction coût à minimiser	56
2.3 Optimisation	56
2.4 Ajustement des projections virtuelles	57
2.4.1 La méthode de <i>Free Form Deformation</i>	59
2.4.2 La méthode de <i>Radial Basis Function</i> (RBF)	62
2.5 Implémentation et portabilité de l'algorithme de 3D-VIC	65
3 Analyse des performances	67
3.1 Déformations permises par la méthode RBF	68
3.1.1 Mesures de forme du rayon le long de la poutre	69
3.1.2 Mesures de forme du défaut d'alignement de la poutre	71
3.1.3 Mesures de forme des défauts de surface de la poutre	75
3.2 Impact de paramètres d'imagerie sur l'erreur de mesure	80

3.2.1	Impact du <i>binning</i> et du nombre de projections utilisées sur l'erreur de mesure	82
3.2.2	Impact du bruit ajouté aux projections sur l'erreur de mesure . . .	85
3.2.3	Impact du bruit ajouté aux radiographies sur l'erreur de mesure .	86
4	Application dans le cas de projections réelles obtenues avec un tomographe	89
4.1	Présentation des géométries imprimées et tomographiées	90
4.2	Mesure des paramètres du tomographe virtuel	91
4.2.1	Traitement des radiographies réelles	91
4.2.2	Paramétrage simplifié et calibration du tomographe virtuel	92
4.3	Mesure de forme d'un motif Penrose extrudé	94
4.3.1	Résultat	96
4.4	Mesure de forme d'un motif Penrose avec erreur d'extrusion	99
4.4.1	Résultat	101
4.5	Mesure de forme d'un <i>lattice</i> tétraédrique	104
4.5.1	Résultats	106
4.5.2	Déformées obtenues à la fin de la mesure de forme	108
	Conclusion et perspectives	111
	Bibliography	119

TABLE DES FIGURES

1	Diagramme d’Ashby [Fleck et al., 2010]	15
2	Exemples de matériaux <i>lattice</i>	16
3	Les différents acteurs du projet MOMAP	16
1.1	principe de la DIC extrait de [Somera, 2022]	23
1.2	Étapes classiques pour mesurer le champ cinématique tridimensionnel d’une surface par Stéréo-Corrélation d’Images Numériques. Figure d’après [Pierré, 2016]	24
1.3	Illustration de F et G en haut dans le domaine de l’image virtuelle, et en bas dans le domaine de l’image numérique d’intérêt, extraite de [Baconnais, 2019].	26
1.4	Géométrie de l’image virtuelle G à gauche et niveau de gris à droite [François, 2022].	27
1.5	Schéma de principe d’un tomographe.	30
1.7	Schéma de principe d’un aimant dipolaire composant l’anneau de stockage	31
1.6	Éléments composant le synchrotron SOLEIL à Saint-Aubin, France	32
1.9	Schéma de la tomographie synchrotron avec faisceau de rayons-X en éventail	33
1.8	Schéma de la tomographie synchrotron avec faisceau de rayons-X parallèles	33
1.10	Schéma de la tomographie synchrotron avec faisceau de rayons-X à faisceaux coniques	35
1.11	Scans simulés sans durcissement du faisceau (rangée du haut) et avec durcissement du faisceau (rangée du bas), extrait de [Boas and Fleischmann, 2012].	36
1.12	Différences d’absorption entre l’hypothèse de rayons-X monochromatiques (ligne bleue) et les mesures réelles effectuées polychromatiques (ligne en pointillés verte) extrait de [Fragnaud et al., 2022].	37
1.13	Coupe transversale du cylindre. En blanc le cylindre composé du matériau A, en rouge le cylindre composé du matériau B et en bleu le cylindre composé du matériau C aux propriétés d’absorption différentes [Dubois, 1998]. Vue du dessus de l’échantillon dans le tomographe projeté sur le panneau de détecteurs.	40
1.14	Sinogramme d’acquisition obtenu à partir du cylindre massif [Dubois, 1998]	41

1.15	Image de la reconstruction de la coupe du cylindre massif par épandage, des artefacts en forme d'étoiles sont visibles autour des deux cylindres composés des matériaux B et C [Dubois, 1998]	41
1.16	Transformée de Fourier de l'image de la coupe transversale du cylindre massif [Dubois, 1998]	42
1.17	Coupe transversale du cylindre. En rouge, le cylindre composé du matériau B et en bleu, le cylindre composé du matériau C aux propriétés d'absorption différentes [Dubois, 1998], pour simplifier seule la reconstruction de cette coupe sera étudiée. Vue du dessus de l'échantillon dans le tomographe projeté sur le panneau de détecteurs.	44
1.18	Schéma de la coupe du cylindre reconstruit après épandage des rétroprojections filtrées extrait de [Dubois, 1998]	46
2.1	Schéma de la méthode 3D-VIC : la partie supérieure illustre l'obtention de projections réelles à partir d'un matériau architectural 3D imprimé à l'aide d'un tomographe réel, tandis que la partie inférieure en vert représente l'acquisition de projections virtuelles à partir d'un modèle CAO.	51
2.2	Paramétrisation du tomographe, les angles de positionnement ξ et ρ sont exagérés pour les rendre plus visible.	52
2.3	Schéma des différents angles de rotation entre la base (E_1, E_2, E_3) et (e_1, e_2, e_3), avec ρ et ξ de petits angles	53
2.4	Illustration de la technique de rasterisation, en projetant les sommets d'un triangle du maillage (V_0, V_1, V_2) sur le capteur.	54
2.5	Illustration du problème mal posé de la mesure de forme, les nœuds peuvent se déplacer le long de la surface sans changer la forme. (a) Position théorique du maillage après la calibration et la mesure de forme. (b) Glissement global ou (c) glissement local pendant la mesure de forme, figure extraite de [Pierré et al., 2017].	58
2.6	Géométrie immergée dans une <i>morphing box</i> en rouge (a) géométrie immergée dans la <i>morphing box</i> avant déformation de la boîte de déformation (b) Après déformation de la <i>morphing box</i> . L'algorithme PyGem, une bibliothèque Python, est employée pour décrire la <i>morphing box</i> avec des polynômes de Bernstein [Tezzele et al., 2021].	60
2.7	Illustration du problème de points de contrôle non influent dans les zone de vide [Chapelier, 2021].	61
2.8	Tétraèdre positionné dans une <i>morphing box</i> composée de 343 points de contrôle, les nœuds en haut de la pyramide se retrouvent dans des zones vides.	62
2.9	Schéma de l'interpolation de la position des nœuds par rapport au déplacement des points de contrôle en rouge, déplacement des points de contrôle pour différentes valeurs de r	63

2.10	Défomation d'un maillage avec la méthode RBF pour deux valeurs de rr différentes, le déplacement des points de contrôle est nul sauf pour le nœud central.	64
3.1	Dimension du cylindre utilisé comme géométrie de référence avec son maillage en bleu.	68
3.2	A gauche la géométrie de référence entourées de points de contrôle à leur position initiale, et à droite la géométrie réelle à retrouver.	69
3.3	Graphique de convergence lors de la mesure de forme.	70
3.4	En haut la déformation du la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant.	70
3.5	a) Maillage avec nœuds au centre des poutres b) chemin d'impression créé par l'imprimante 3D pour le maillage présentée en (a)	71
3.6	Photographie du tétraèdre imprimé avec des défauts d'alignements mis en avant liés au maillage et au choix du chemin d'impression.	72
3.7	À gauche la géométrie de référence entourée de points de contrôle à leur position initiale, et à droite la géométrie réelle à retrouver.	73
3.8	Deux exemples de cartes de résidus pour deux orientations θ différentes choisies pour générer les projections.	73
3.9	Graphique de convergence lors de la mesure de forme.	74
3.10	En haut la déformation du la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant.	74
3.11	A gauche la géométrie virtuelle initiale entourées de points de contrôle à leur position initiale, et à gauche la géométrie virtuelle à retrouver.	75
3.12	Graphique de convergence pour différentes mesures de forme du défaut d'alignement avec des valeurs n_θ différentes.	75
3.13	En haut la déformation du la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant avec $n_\theta = 6$	76
3.14	Répartition des points de contrôles lors des différentes mesure de forme avec 16, 28 et 49 points de contrôle.	76
3.15	Comparaison de la convergence pour différents nombres de points de contrôle utilisés.	77
3.16	En haut la déformation du la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant.	77
3.17	Comparaison entre (a) l'ancienne géométrie utilisée pour créer les projections réelles (b) la nouvelle géométrie au maillage plus fin utilisée pour créer les projections réelles	78

3.18	Comparaison entre (a) la géométrie de référence au maillage grossier (b) la nouvelle géométrie de référence au maillage fin	78
3.19	Comparaison de la convergence pour différents nombres de points de contrôle utilisés, pour l'ensemble 1 avec une géométrie de référence au maillage grossier (Figure 3.18b) et l'ensemble 2 avec une géométrie de référence au maillage fin (Figure 3.18b)	79
3.20	Géométrie obtenue à la fin de la mesure de forme avec $\mathcal{N}_C = 49$ avec comme géométrie de référence (a) le maillage grossier de la Figure 3.18a et (b) le maillage fin de la Figure 3.18b	80
3.21	Matériau <i>lattice</i> tétraédrique étudié	81
3.22	Positionnement initial des 35 points de contrôle en rouge autour de la géométrie de référence.	81
3.23	Schéma des projections haute résolution et basse résolution avec $B = 2$. La taille des pixels pour la projection haute résolution est la moitié de celle <i>binné</i>	83
3.24	Erreur de mesure Δ en fonction du nombre de projections pour différents facteurs de <i>binning</i> B	84
3.25	(a) Projection réelle sans bruit, (b) Projection réelle avec $\sigma = 0,25$	85
3.26	Erreur de mesure Δ en fonction du niveau de bruit.	86
3.27	Erreur de mesure Δ en fonction du niveau de bruit.	87
4.1	<i>Lattice</i> correspondant à un motif de Penrose extrudé	90
4.2	<i>Lattice</i> tetraedrique imprimé et tomographié.	91
4.3	Configuration du tomographe (dans le cas où $\theta = 0$).	93
4.4	Dimension du motif de Penrose imprimé et tomographié.	95
4.5	Projections pour $\theta = 21^\circ$: (a) projection virtuelle avant la calibration manuelle, le cube est mal orienté, (b) projection virtuelle après toutes les étapes de calibration (c) projection réelle correspondante obtenue avec le tomographe.	96
4.6	Disposition des points de contrôle en rouge autour de la géométrie de référence, avec un rayon des points de contrôle ajusté à 1mm sur la figure pour une meilleure visibilité.	97
4.7	Évolution de la fonction coût Ψ pendant la calibration et la mesure de forme.	97
4.8	Cartes d'erreur δ_θ pour $\theta = 63^\circ$ (a) après la calibration manuelle et avant la calibration des 11 paramètres, (b) après la calibration des 11 paramètres (c) après la mesure de forme avec 72 points de contrôle de la méthode RBF.	98
4.9	(a) Dimension du motif de Penrose imprimé et tomographié, (b) dimension de la géométrie de référence utilisé lors de la mesure de forme	99
4.10	Disposition des points de contrôle en rouge autour de la géométrie de référence, avec un rayon des points de contrôle ajusté à 1mm pour une meilleure visibilité.	100

4.11	Évolution de la fonction coût Ψ pendant la première mesure de forme grossière.	101
4.12	Comparaison de l'évolution de la fonction coût Ψ pendant la première mesure de forme de la Section 4.3 et de la mesure de forme fine avec le même nombre de points de contrôle.	101
4.13	Cartes d'erreur δ_θ pour $\theta = 63^\circ$ (a) avant la mesure de forme, (b) après la mesure de forme avec 72 points de contrôle, (c) après la mesure de forme avec 196 points de contrôle de la méthode RBF.	102
4.14	Comparaison entre la géométrie de référence en rouge et la géométrie obtenue à la fin de la mesure de forme en bleu : (a) vue de dessus, (b) vue de côté.	103
4.15	Comparaison entre les géométrie obtenues en bleu dans cette Section et en vert dans la Section précédente 4.3 (a) vue de dessus, (b) vue de côté.	104
4.16	Dimension du tétraèdre imprimé et tomographié.	104
4.17	Projections pour $\theta = 0$: (a) projection virtuelle avant calibration, (b) projection virtuelle après calibration et (c) projection réelle correspondante obtenue avec le tomographe.	105
4.18	Position initiale des 165 points de contrôle RBF en rouge lors de la deuxième phase de calcul	106
4.19	Cartes d'erreur δ_θ pour $\theta = 63^\circ$ après (a) réglage manuel, (b) calibration, (c) mesure des 35 points de contrôle RBF, (d) mesure des 165 points de contrôle RBF autour du sommet supérieur.	107
4.20	Évolution de la fonction coût Ψ pendant la calibration et les différentes mesures de forme.	108
4.21	(a) Déplacement amplifié $\times 2.5$ par rapport au modèle CAO initial après la mesure globale des 35 points RBF. (b) Déplacement amplifié $\times 2.5$ par rapport au modèle CAO initial après la mesure locale des 165 points RBF.	109
4.22	Détail du sommet supérieur du tétraèdre. (a) maillage utilisé pour l'impression. Les zones de connexion de l'impression 3D sont colorées. (b) déplacement à l'échelle réelle par rapport au modèle CAO initial après la mesure globale des 35 points RBF (c) déplacement amplifié $\times 2.5$ par rapport au modèle CAO initial après la mesure locale des 165 points RBF	109
4.23	(a) plan de coupe sur le sommet du tétraèdre avec les déplacements amplifiés $\times 2.5$ (b) vu en coupe dans le tétraèdre avec les déplacements amplifiés $\times 2.5$	110
4.24	Présentation des géométries utilisées pour tester les capacités de modification topologique de l'algorithme de 3D-VIC (a) géométrie de référence utilisée pour créer les projections virtuelles, (b) géométrie utilisée pour créer les projections réelles.	113

4.25	Comparaison du résidu entre le début et la fin de la mesure de forme avec $\mathcal{N}_C = 50$ (a) le résidu en début de mesure et (b) le résidu à la fin de la mesure	113
4.26	Objet de référence après remaillage sur Blender	114
4.27	Comparaison entre la géométrie recherchée en rouge utilisée pour réaliser les projections réelles et la géométrie obtenue après mesure de forme en vert (a) résultat de face, (b) résultat de côté.	115
4.28	Comparaison du résidu entre le début et la fin de la seconde mesure de forme avec $\mathcal{N}_C = 243$ (a) le résidu en début de mesure et (b) le résidu à la fin de la mesure	116
4.29	Zoom sur le perçage obtenu (a) résultat à la fin de la première mesure de forme, (b) résultat à la fin de la seconde mesure de forme.	116
4.30	Comparaison entre la géométrie recherchée en rouge utilisée pour réaliser les projections réelles et la géométrie obtenue après mesure de forme en vert (a) résultat de face, (b) résultat de côté.	117

INTRODUCTION

Dans le paysage contemporain, marqué par des préoccupations écologiques croissantes et les défis du réchauffement climatique, la gestion optimale de l'énergie s'impose comme un enjeu de première importance. Par exemple, le secteur des transports représente la source principale d'émissions de gaz à effet de serre, contribuant à hauteur de 31% aux émissions totales en France. Une stratégie pertinente pour réduire ces émissions réside dans l'emploi de structures plus légères, nécessitant moins d'énergie pour leur mise en mouvement. Les matériaux architecturés offrent des avantages notables, notamment en raison de leur structure interne unique où la matière est méthodiquement organisée à une échelle spécifique [Brechet and Embury, 2013, Estrin et al., 2019]. Cette caractéristique les rend idéalement adaptés pour les applications exigeant des structures à la fois légères et robustes. Pour une compréhension et une description complète de ces matériaux, il est essentiel d'adopter une approche multi-échelle, couvrant au moins trois niveaux de détail [Brechet and Embury, 2013]. La première échelle, dite macroscopique, concerne l'échelle de la structure dans son ensemble. La plus fine, l'échelle microscopique, décrit la composition du matériau constitutif du matériau architecturé. Enfin, l'arrangement du matériau architecturé est décrit à l'échelle mésoscopique. Le comportement des matériaux architecturés à l'échelle macroscopique est directement relié à leur géométrie à l'échelle mésoscopique. Pour obtenir une structure plus légère tout en conservant des propriétés mécaniques intéressantes, l'utilisation d'un matériau présentant un rapport avantageux entre le module de Young et la masse volumique s'avère très pertinente. Le diagramme d'Ashby, présenté sur la Figure 1, classe les matériaux en fonction de leur module de Young et de leur masse volumique. Ainsi, les matériaux alliant légèreté et résistance mécanique se situent en haut à gauche du diagramme dans la zone d'intérêt. Grâce à leur agencement influençant le comportement macroscopique, les matériaux architecturés offrent la possibilité d'atteindre cette zone du diagramme encore atteinte par aucun matériau.

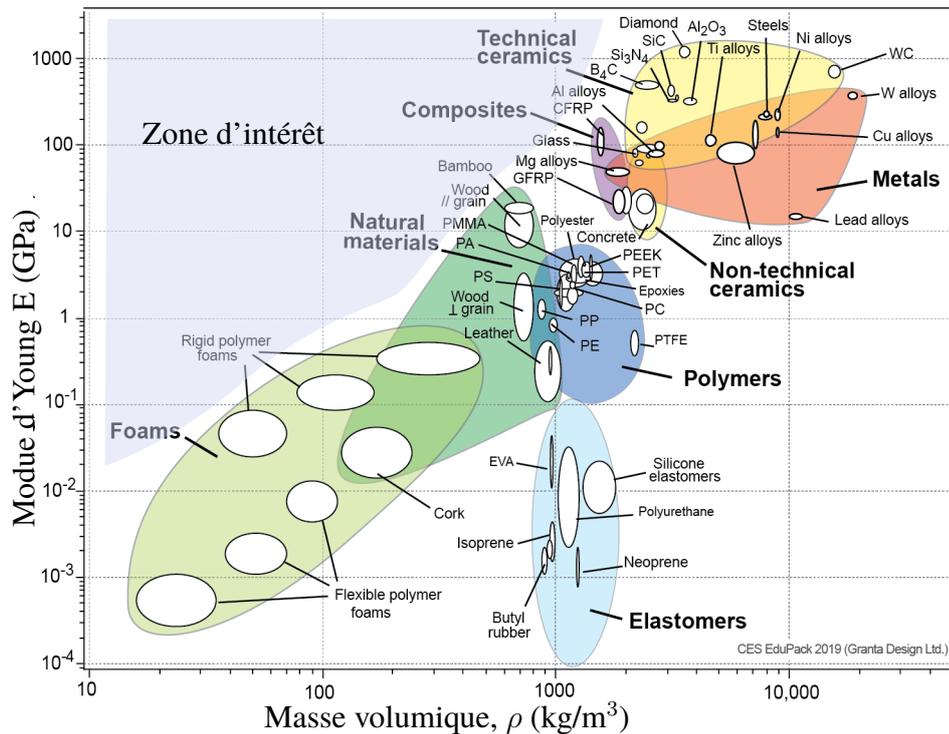


FIGURE 1 – Diagramme d'Ashby [Fleck et al., 2010]

Les matériaux architecturés peuvent être classifiés selon plusieurs critères, les principaux étant leur régularité et leur nombre de matériaux constitutifs. Les matériaux sont dits réguliers si la présence d'un matériau constitutif donné en un point de l'espace est un paramètre déterministe. Dans ce cas, la configuration architecturale du matériau est précisément définie et connue en tout point du volume.

À l'opposé, les matériaux qualifiés de non réguliers ou aléatoires présentent une répartition stochastique de la matière. Cette catégorisation implique que la disposition de la matière au sein de ces matériaux suit des modèles probabilistes, rendant leur structure interne moins prévisible. Cette variabilité stochastique confère aux matériaux architecturés aléatoires des propriétés et des comportements distincts de ceux des matériaux réguliers, influençant ainsi leur applicabilité et leur performance dans divers contextes d'utilisation.

Dans ce manuscrit, on s'intéressera tout particulièrement aux matériaux architecturés cellulaires à réseaux de poutres, également appelés *lattice* réguliers. Ces matériaux se caractérisent principalement par leur motif constitué de zones vides et de parois, lesquelles définissent des cellules, permettant de réduire la densité totale du matériau.

L'intérêt pour le développement et l'analyse des structures architecturées s'est intensifié ces dernières années, en grande partie dû au développement de nouvelles technologies de fabrication comme la découpe laser, la fabrication additive ou l'impression 3D etc... Ces avancées technologiques ont permis de faciliter la production de structures complexes telles

que les matériaux architecturés cellulaires comme ceux présentés sur la Figure 2. Dans le contexte de cette recherche, une attention particulière est accordée à une sous-catégorie spécifique de ces matériaux, à savoir les matériaux à réseaux de poutre assemblés en treillis dit *lattice*.

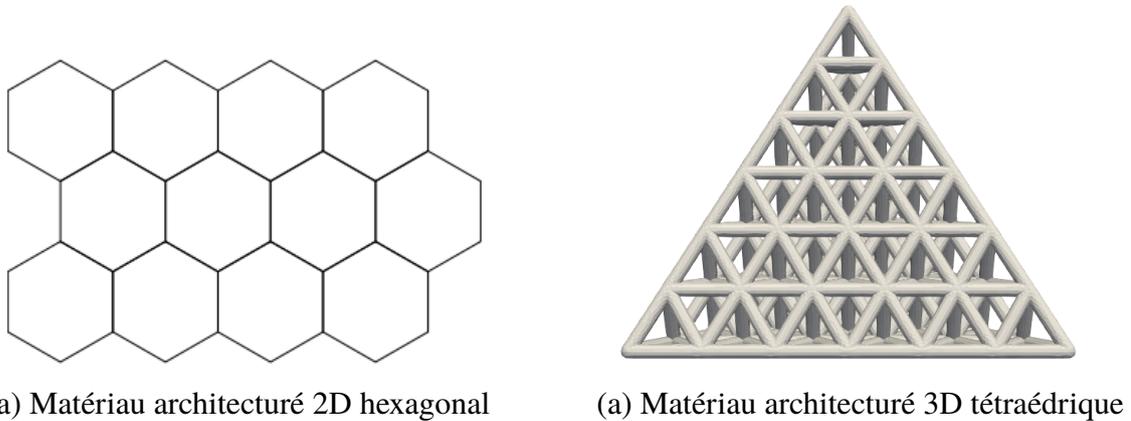


FIGURE 2 – Exemples de matériaux *lattice*

Néanmoins, l'adoption de ces structures architecturées est limitée en raison de la complexité et du coût élevé des méthodes de dimensionnement des cellules, ainsi que de l'absence d'outils de contrôle post-fabrication. Face à ces défis, des efforts de recherche sont essentiels pour développer des stratégies innovantes qui permettront leur déploiement efficace.

Dans ce contexte, cette thèse s'intègre au projet MOMAP (Modélisation et Optimisation des Matériaux Architecturés Périodiques), porté par le professeur Marc François et financé par l'ANR (Agence Nationale de la Recherche). Ce projet a pour ambition de répondre à ces problématiques, et d'ouvrir ainsi la voie à une utilisation plus étendue des matériaux architecturés.

Ce projet regroupe quatre laboratoires universitaires, l'Institut de recherche en Génie civil et Mécanique (GeM), l'Institut Jean le Rond d'Alembert (*d'Alembert*), le Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME) et l'Institut de Recherche Dupuy de Lôme (IRDL).



FIGURE 3 – Les différents acteurs du projet MOMAP

En plus de ces institutions académiques, ce projet bénéficie de la participation d'un

organisme public de recherche, le Commissariat à l’Energie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA) et deux acteurs industriels, XtreeE une société française de technologie d’impression 3D béton à grande échelle pour la construction et Calcul-Méca un bureau de calcul de structures et expert en comportement des matériaux.

Ainsi, l’objectif du projet MOMAP est de lever certains verrous freinant l’utilisation de matériaux architecturés cellulaires à réseau de poutre à une échelle industrielle en produisant :

- Un algorithme d’optimisation de la géométrie des cellules, en prenant en compte les limites de linéarité du matériau.
- Un montage d’essais mécaniques spécifique aux matériaux cellulaires permettant de solliciter tous les tenseurs de déformation possibles en limitant les effets de bords et permettant la tomographie-X.
- Un algorithme d’imagerie 3D basé sur la méthode VIC rapide et performant adapté à la métrologie des cellules.
- Un algorithme DIC/VIC permettant la mesure du champ de déformation 3D d’une éprouvette ou d’une structure.
- Des démonstrateurs et des éprouvettes pour essais mécaniques.

La thèse de Valentin Jeaneau, menée dans le cadre de l’initiative MOMAP sous la supervision de Marc François (GeM) et de Christelle Combescure (CREC Saint-Cyr), est axée sur la caractérisation de la réponse linéaire des matériaux architecturés. L’objectif principal de cette thèse est de définir et de modéliser les limites du domaine de linéarité du matériau au-delà desquelles sa réponse élastique linéaire n’est plus garantie. Ce domaine comprend l’ensemble des sollicitations macroscopiques que le matériau peut supporter tout en conservant une réponse élastique linéaire.

La délimitation de ce domaine de linéarité est ensuite exploitée dans le cadre d’études d’optimisation de la méso-structure, visant à assurer la résistance de la structure face à diverses conditions de chargement macroscopique. Ce volet de la recherche a été développé dans la thèse de Nassim Kesmia, supervisée par Nicolas Auffray (MSME/ ∂ Alembert) et Boris Desmorat (∂ Alembert).

La phase finale de ces travaux consiste en l’impression de la structure optimisée via des techniques de fabrication additive. Cependant, ce procédé de fabrication peut induire plusieurs types de défauts tels que la porosité, une rugosité de surface excessive, une différence d’épaisseur ou un décalage des poutres composant le matériau architecturé, qui nécessitent une attention particulière dans l’évaluation de la performance et de la qualité de la structure finale.

Les méthodes traditionnelles de contrôle qualité après fabrication, telles que l’utilisation de jauges ou d’ultrasons, adaptées aux matériaux massifs, s’avèrent inadaptées pour les matériaux architecturés, où la métrologie doit aussi être effectuée au niveau cellulaire. Par

conséquent, une approche de contrôle par imagerie a été privilégiée dans ce travail. Parmi les diverses techniques d'imagerie, notre choix se porte sur la tomographie, pour sa capacité à inspecter la structure interne du matériau architecturé.

Les méthodes conventionnelles de contrôle par imagerie issues de la tomographie débutent par la génération d'un volume 3D de l'objet à inspecter en utilisant des méthodes de reconstruction à partir des radiographies obtenues. Ensuite, avec des méthodes de seuillage, un maillage est reconstruit et celui-ci est comparé au modèle CAO utilisé pour imprimer l'objet. Avec ce procédé, la précision du résultat dépend grandement de la qualité du volume reconstruit.

En effet, les méthodes actuelles de reconstruction volumique en tomographie sont sujettes à divers artefacts et erreurs, comme du bruit, des artefacts en anneaux, ou du flou de mouvement, qui peuvent compromettre la précision métrologique du volume reconstruit. En outre, ces techniques génèrent une grande quantité de données et nécessitent la prise en compte de nombreux paramètres inconnus, rendant le processus long et complexe, en particulier en raison du nombre important de radiographies et des temps d'acquisition prolongés pouvant varier de quelques minutes à plusieurs heures [Jailin, 2018, Fragnaud et al., 2022].

Les algorithmes de reconstruction habituels utilisés en tomographie ne tirent pas parti du fait que la géométrie idéale peut être connue, comme c'est le cas pour l'impression 3D où le modèle CAO peut servir de référence et de point de départ pour l'algorithme de reconstruction géométrique qui sera utilisé.

L'objectif principal de cette thèse est de développer un algorithme capable d'effectuer une mesure de forme précise sur des structures après impression 3D. Cet algorithme s'appuiera sur la méthode de Corrélation d'Images Virtuelles (VIC) [Réthoré and François, 2014, Semin et al., 2011], conçue pour mesurer des formes à partir d'images avec une grande précision en se basant sur une minimisation de l'erreur entre une image virtuelle à une image réelle. Cette méthode permettra d'assurer une correspondance précise entre le modèle imprimé et sa conception CAO de référence, essentielle pour valider la fidélité de la fabrication et l'intégrité structurelle de l'objet imprimé.

Le **chapitre 1** présente les technologies d'imageries par tomographie et l'exploitation de leurs résultats afin de reconstruire des volumes en voxel de l'objet tomographié. La suite du chapitre expliquera le choix de ne pas utiliser ces méthodes de reconstruction mais d'utiliser directement les projections pour porter en 3D la méthode de VIC et définira la VIC par rapport aux autres méthodes de corrélation d'image existantes.

Le **chapitre 2** débute par la définition du tomographe virtuel et de son paramétrage, puis présente les méthodes de rendu sélectionnées pour générer des projections imitant le comportement d'un tomographe pour obtenir des projections à partir d'une scène 3D. Ce chapitre détaille également la fonction de coût de l'algorithme VIC et la méthode

d'optimisation choisie pour effectuer la mesure de forme à partir de la CAO de référence utilisée pour l'impression du matériau *lattice*.

Le **chapitre 3** présente les types de déformations accessibles avec la méthode développée et analyse les performances de l'algorithme en examinant l'impact de certains paramètres sur la mesure de forme. Pour ce faire, des calculs de mesure de forme seront effectués à l'aide de projections virtuelles et réelles simulées.

Le **chapitre 4** expose des résultats obtenus à partir de projections réelles obtenues avec un tomographe réel. La seconde partie de ce chapitre se concentre sur l'influence du maillage CAO utilisé dans l'initialisation du processus d'optimisation.

ÉTAT DE L'ART

Contents

1.1	Rappel sur la corrélation d'images numériques	22
1.1.1	Corrélation d'images numériques	22
1.1.2	Stéréo-Corrélation d'images numériques	23
1.1.3	Corrélation d'images volumiques	25
1.1.4	Corrélation d'image virtuelle	25
1.2	Méthodes d'imagerie par tomographie	29
1.2.1	Obtention des projections d'un volume à l'aide d'un tomographe	29
1.2.2	Les différents types de tomographes	31
1.2.3	Loi de propagation des rayons-X dans le tomographe : Beer-Lambert	35
1.2.4	Artefacts de tomographie assistée par ordinateur	36
1.3	Reconstruction des volumes à partir des projections obtenues par tomographie	39
1.3.1	Méthodes de reconstruction analytiques	39
1.3.2	Méthodes de reconstruction algébriques	46

Le premier chapitre de ce manuscrit établit un cadre de référence pour le développement de l'algorithme de 3D-VIC proposé dans ce travail. Il commence par une revue de l'état de l'art concernant les diverses techniques de corrélation d'images, en se concentrant sur leur pertinence et leur efficacité dans le contexte spécifique de la mesure de forme pour les matériaux architecturés en 3D. Cette analyse critique vise à identifier les forces et les faiblesses des approches existantes afin d'orienter le développement d'une nouvelle méthode plus adaptée.

La seconde partie développera le principe de fonctionnement des tomographes et détaillera les différents types existants.

La troisième partie du chapitre se consacre à l'étude des techniques de reconstruction volumétrique 3D basées sur les données radiographiques. Elle décrit en détail les différentes phases de ce processus, tout en soulignant les artefacts potentiels susceptibles d'apparaître à chaque étape. L'objectif est de délimiter les contraintes et les défis inhérents aux méthodes de reconstruction actuelles. En examinant ces processus, ce chapitre pose les bases pour le développement d'une approche alternative en matière de reconstruction volumétrique.

1.1 Rappel sur la corrélation d'images numériques

1.1.1 Corrélation d'images numériques

La corrélation d'images numériques ou *Digital Image Correlation* (DIC) fait référence aux catégories de méthodes de mesure sans contact qui acquièrent des images d'un objet, stockent ces images sous forme numérique et réalisent une analyse d'image afin d'extraire des déplacements sur l'ensemble de la région d'intérêt (ROI). La plupart de ces méthodes sont capables de fournir un champ bidimensionnel (2D) de déplacement et de déformation dans le plan à partir d'une seule caméra [Sutton et al., 2000b, Sutton et al., 2000a].

Le principe fondamental de la DIC, tel qu'exposé par [Sutton et al., 1983] en 1983, repose sur le concept de conservation de luminance $b(x, y)$. Ce concept a été préalablement introduit par [Horn and Schunck, 1981] et postule que la luminosité d'un point matériel d'un plan demeure constante au fil du temps. Par conséquent, il devient possible de déterminer le mouvement des particules entre deux instants en imposant la condition de stationnarité :

$$\frac{db}{dt} = 0, \text{ et donc } \frac{\partial b}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial b}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial b}{\partial t} = 0 \quad (1.1)$$

Une image numérique peut être représentée par une fonction scalaire $F(\mathbf{M})$ définissant les niveaux de gris de chaque pixel de coordonnées $\mathbf{X}(\mathbf{M}) \in \mathcal{N}^2$. Ces niveaux de gris représentent une moyenne de la luminosité des points matériels compris dans le domaine du pixel à l'instant de la prise de vue.

Prenons une surface solide avec un motif granuleux. Une première image de référence est prise, appelée F . La matière solide est déformée, et une autre image est prise, appelée G . On suppose que le motif est transporté passivement par la matière solide porteuse, et que les niveaux de gris associés aux grains sont conservés. La conservation du niveau de gris en chaque pixel \mathbf{M} peut alors être formulée de la manière suivante :

$$F(\mathbf{M}) = G(\mathbf{M} + \mathbf{U}(\mathbf{M})) \quad (1.2)$$

Où $\mathbf{U}(\mathbf{M})$ est le déplacement du point \mathbf{M} entre les deux images, ce principe est illustré sur la Figure 1.1, où un champ $\mathbf{U}(\mathbf{M})$ est recherché en comparant une image de référence F et une image déformée G .

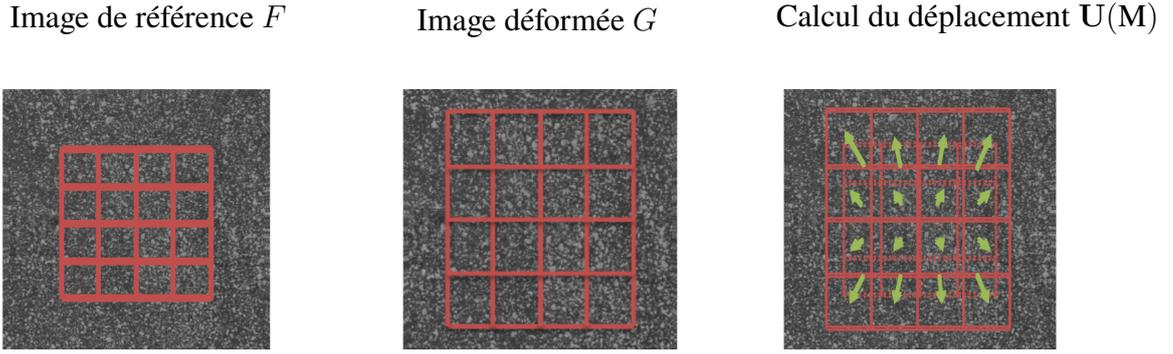


FIGURE 1.1 – principe de la DIC extrait de [Somera, 2022]

Ce problème est considéré comme mal posé car il dépend d'une unique équation pour au moins deux inconnues. De plus, en raison du bruit inhérent à l'acquisition des images, la stricte observance de la loi de conservation n'est généralement pas atteinte. Par conséquent, la procédure de corrélation est mise en œuvre sur une zone qui englobe plusieurs pixels. Dans l'ensemble, la résolution du problème de DIC implique la minimisation des erreurs sur un domaine Ω .

$$\Psi(\mathbf{U}) = \int_{\Omega} [G(\mathbf{M} + \mathbf{U}(\mathbf{M})) - F(\mathbf{M})]^2 d\mathbf{M} \quad (1.3)$$

1.1.2 Stéréo-Corrélation d'images numériques

Par la suite, en utilisant au moins deux caméras ou une caméra mobile et la Stéréo-Corrélation d'Images Numériques ou *Stereo Digital Image Correlation* (SDIC), il est désormais possible de réaliser une mesure de formes et de déplacements sur des surfaces non planes, avec une précision sub-pixel [Garcia et al., 2002, Luo et al., 1993, Cardenas-Garcia et al., 1995].

Dans le cas de la d'une mesure de déformation, plusieurs images de la ROI sont prises à l'état de référence t_0 et à l'état déformé $t_0 + \Delta t$. Les caméras sont appariées, l'une d'entre elles étant définie comme la caméra principale, et dans chaque image obtenue avec les caméras, des *subsets* découpant la ROI sont définis. Chaque *subsets* de l'image obtenue avec la caméra principale est recherché dans la caméra appariée en utilisant la méthode de DIC standard. La connaissance des positions des caméras est ensuite utilisée pour obtenir la position du centre de chaque *subsets* par triangulation, afin de les positionner comme un point dans l'espace.

Pour simplifier la recherche des stéréo-correspondants, diverses techniques sont élaborées, telles que l'introduction d'une contrainte épi-polaire pour rechercher le stéréo-correspondant sur une droite [Horaud and Monga, 1995, Xu and Zhang, 1996], ou la rectification d'image qui horizontalise la droite épi-polaire [Bugarin, 2012], ce qui accélère significativement le processus.

Tous les points obtenus à partir de chaque *subsets* sont assemblés pour générer une représen-

tation 3D de l'état de référence de l'ensemble de la ROI. La même procédure est appliquée à l'état déformé, à la différence que les *subsets* restent définis dans l'image principale de l'état de référence. Des procédures supplémentaires de corrélation d'images 2D sont donc utilisées pour obtenir la position de chaque *subset* dans les images de l'état déformé. Ensuite, grâce à la triangulation, la position des *subset* dans l'état déformé est récupérée. Enfin, le déplacement est obtenu comme la différence entre les deux nuages de points.

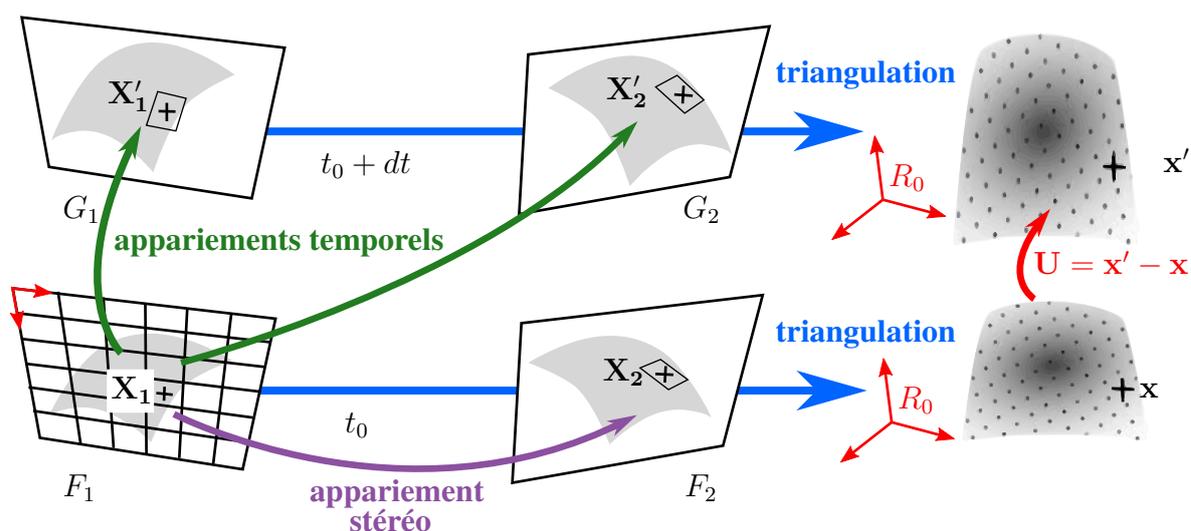


FIGURE 1.2 – Étapes classiques pour mesurer le champ cinématique tridimensionnel d'une surface par Stéréo-Corrélation d'Images Numériques. Figure d'après [Pierré, 2016]

Cependant, l'étalonnage de cette méthode multi-caméras peut s'avérer complexe, car la précision de la forme reconstruite dépendra de la qualité de la caméra, de sa résolution et de la configuration des deux caméras (leur position par rapport à la ROI, la précision de l'étalonnage, etc.).

La méthode a connu des améliorations significatives en utilisant un maillage par éléments finis pour les étapes d'étalonnage [Pierré et al., 2017, Fouque et al., 2021]. Cette méthode permet de régulariser les mesures en utilisant un modèle par éléments finis basé sur le même maillage. Dans cette version de la FE-SDIC, aucune caméra principale n'est préalablement définie. Au lieu de cela, une première étape d'étalonnage est effectuée pour obtenir les paramètres extrinsèques de la caméra en interrogeant les images aux positions des pixels correspondant à des points physiques définis sur la ROI du maillage éléments finis grâce à une méthode de projection.

Ensuite, un calcul d'optimisation est réalisé afin de minimiser les différences de niveaux de gris dans la ROI par rapport aux paramètres extrinsèques de la caméra. La mesure de forme est effectuée de manière similaire, mais dans ce cas, le calcul d'optimisation n'ajuste pas les paramètres extrinsèques de la caméra, mais les positions des points du maillage par éléments finis. Ainsi, la position de chaque point est adaptée de manière à ce que les niveaux de gris associés à la projection de ce point dans chaque images correspondent.

Dans ce contexte, la mesure de forme est un problème mal posé car le maillage peut glisser sur l'objet, nécessitant ainsi une régularisation supplémentaire.

1.1.3 Corrélation d'images volumiques

L'emploi de caméras classiques se limite à la mesure des déplacements en surface des matériaux et ne permet pas d'évaluer leurs déformations internes. Par contraste, la Corrélation d'Images Volumiques, ou *Digital Volume Correlation* (DVC), utilisant des images issues de la tomographie, permet de mesurer les déplacements tridimensionnels à l'intérieur d'un objet [Bay et al., 1999, Benoit et al., 2009]. Cette technique nécessite la création d'images volumétriques de l'échantillon dans des états de non-charge et de charge. Pour obtenir ces images, des radiographies de la structure étudiée sont réalisées à l'aide d'un tomographe. Différentes méthodes de reconstruction volumique sont ensuite employées pour créer des volumes à partir de ces radiographies. Par la suite, en utilisant une procédure de corrélation d'images similaire à celle utilisée en SDIC ou FE-SDIC, il est possible de mesurer un champ de vecteurs de déplacement. Cette mesure est effectuée en comparant les volumes reconstruits à l'état non chargé et à l'état chargé de l'échantillon.

La principale limitation de l'utilisation de la tomographie par ordinateur (CT) réside dans la nécessité d'obtenir de nombreuses projections pour la reconstruction du volume, car l'obtention de ces projections est chronophage, en particulier lorsque l'on recherche une haute résolution pour le volume reconstruit [Prade et al., 2016, White et al., 2016]. La Corrélation d'Images par Projection (P-DVC) propose une nouvelle solution pour calculer les déformations et reconstruire le volume à chaque nouvel état déformé [Leclerc et al., 2015, Jailin, 2018]. Au lieu de travailler avec des images 3D à chaque étape de chargement, le P-DVC vise à travailler directement sur les projections des volumes déformés et nécessite une image volumique uniquement à l'étape initial. À ce stade, seul un petit nombre de projections sont nécessaires pour mesurer les déplacements.

Les algorithmes conventionnels de mesure de forme 3D en tomographie ne considèrent pas l'existence d'un modèle CAO utilisé pour la fabrication de l'échantillon étudié. Lors de l'impression 3D, nous possédons une CAO qui donne une connaissance préalable de l'échantillon sur lequel la mesure de forme sera réalisée. Notre approche vise à utiliser ce modèle CAO comme référence initiale et point de départ pour l'algorithme de mesure de forme.

1.1.4 Corrélation d'image virtuelle

La méthode de corrélation d'images virtuelles propose une alternative intéressante, elle a été développée pour la mesure des contours de silhouettes d'une image avec une incertitude inférieure au pixel [François et al., 2010, François, 2022]. L'idée sous-jacente de cette méthode est de comparer une image d'intérêt avec une image virtuelle, et de procéder

à des ajustements sur l'image virtuelle jusqu'à ce que les deux images coïncident. Le principe de la corrélation d'images virtuelles, introduit par [Semin et al., 2011] ainsi que [Réthoré and François, 2014], partage des similitudes avec celui de la DIC présentée dans la section 1.1.1. La principale différence réside dans le fait qu'au lieu de maximiser la corrélation entre deux images numériques capturées à différents moments, on recherche maintenant la corrélation entre une image numérique $F(M)$ et une image virtuelle $G(M)$ générée. Cette image virtuelle est construite pour ressembler au contour d'intérêt que l'on souhaite analyser. L'approche vise à déterminer la forme et la position optimales de cette image virtuelle au sein de F comme illustré sur la Figure 1.3.

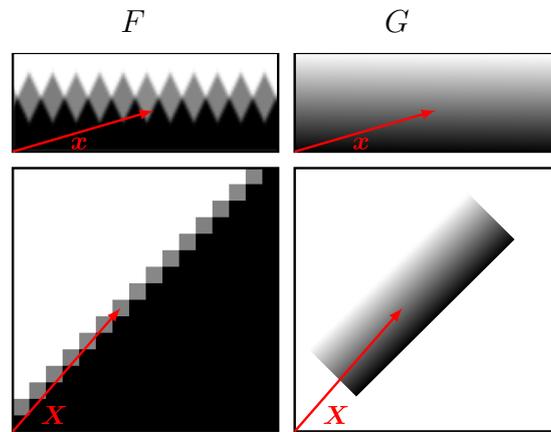


FIGURE 1.3 – Illustration de F et G en haut dans le domaine de l'image virtuelle, et en bas dans le domaine de l'image numérique d'intérêt, extraite de [Bacconnais, 2019].

Soit un point quelconque M dans F et $F(M) \in [0, 1]$ la valeur normalisée du niveau de gris à ce point. La silhouette est mesurée en recherchant le meilleur ajustement entre F et une image virtuelle G qui se compose d'une évolution linéaire du niveau de gris autour d'une courbe \mathcal{C} . Cette courbe est définie par l'équation générale $M^{\mathcal{C}}(x_1, \lambda_k)$, où $x_1 \in [0, 1]$ est le paramètre de la courbe qui définit l'abscisse curviligne et les λ_k sont les paramètres de forme recherchés. Il existe un large éventail de courbes paramétriques possibles, qu'elles soient ouvertes ou fermées, telles que des cercles, des ellipses, des segments, des polygones, des B-splines, des NURBS, etc...

Tout point M à proximité de la courbe \mathcal{C} peut être localisé par rapport à la courbe :

$$M(x_1, x_2, \lambda_k) = M^{\mathcal{C}}(x_1, \lambda_k) + x_2 R \mathbf{e}_r(x_1, \lambda_k) \quad (1.4)$$

Où $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_s)$ sont respectivement les vecteurs unitaires tangents et normaux à la courbe. $M^{\mathcal{C}}$ est le point le plus proche de M appartenant à \mathcal{C} , et $x_2 R$ est la distance (en pixels) entre $M^{\mathcal{C}}$ et \mathcal{C} (Figure 1.4). L'image virtuelle est uniquement définie pour $x_2 \in [-1, 1]$, donc dans une bande de largeur $2R$ autour de \mathcal{C} . Les niveaux de gris de G évoluent linéairement en

fonction de la distance à la courbe :

$$G(\mathbf{M}) = g(\mathbf{m}) \quad (1.5)$$

$$g(\mathbf{m}) = \frac{1 + x_2}{2} \quad (1.6)$$

Où le vecteur de position \mathbf{m} a ses composantes $x_1 \in [0, 1]$ et $x_2 \in [-1, 1]$

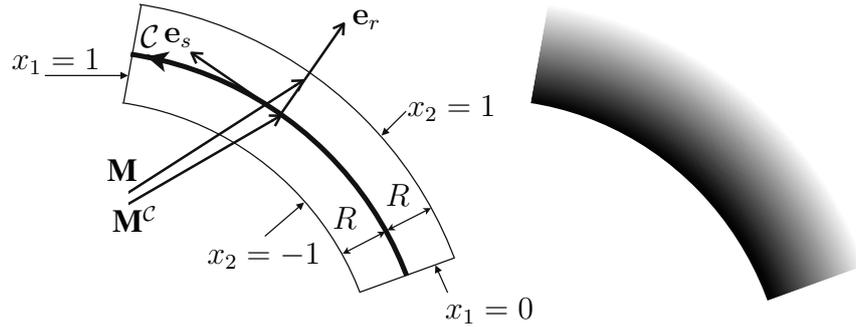


FIGURE 1.4 – Géométrie de l'image virtuelle G à gauche et niveau de gris à droite [François, 2022].

Le but de la méthode est de trouver les paramètres de forme λ_k de \mathcal{C} pour lesquels F et G coïncident parfaitement. De même que pour quelques méthodes DIC, la fonction à minimiser est la différence quadratique moyenne entre les deux images.

$$\Psi = \frac{\int \int (F(\mathbf{M}) - G(\mathbf{M}))^2 dX dY}{\int \int dX dY} \quad (1.7)$$

Dans les premières versions de la VIC, cette différence était calculée entre F et G , dans le repère des pixels \mathbf{M} [François et al., 2010, Réthoré and François, 2014]. Cependant, cela implique de réaliser la minimisation sur la surface totale de l'image virtuelle, ce qui induit un effet de tension de ligne légère mais indésirable. Dans les dernières versions [François, 2022], la différence est exprimée entre f et g , donc dans le repère (x_1, x_2) :

$$\Psi = \frac{\int \int (f(\mathbf{m}) - g(\mathbf{m}))^2 dx_1 dx_2}{\int \int dx_1 dx_2} \quad (1.8)$$

où $f(\mathbf{m}) = F(\mathbf{M})$. Dans ce cas là, le dénominateur représente la surface constante de g et $dx_1 dx_2$ sont indépendants de la longueur de la courbe.

la minimisation est réalisée en utilisant un algorithme de Newton, les dérivés sont calculées numériquement ou analytiquement.

Certains papiers scientifiques se sont attelés à appliquer cette méthode sur des géométries 3D, c'est à dire en comparant un volume reconstruit à partir d'images (telles que celles obtenues par tomographie) avec un volume virtuel.

Dans certains cas [Jiang et al., 2019], le volume virtuel est décrit par des NURBS et est itérativement aligné sur les images réelles des coupes reconstruites. Cette méthode présente l'avantage de permettre l'obtention d'un modèle géométrique final compatible avec le maillage et la simulation par éléments finis.

Dans le cadre de la mesure de forme appliquée à des *lattices* 3D, la VIC a été développée en 3D par [de Pastre et al., 2022, de Pastre and Quinsat, 2023]. Elle consiste à successivement approcher les défauts de forme contenus dans les données volumétriques de tomographie à rayons-X par une décomposition modale reposant sur une base de défauts générée. La reconstruction de modèles CAO à partir de volumes obtenus par tomographie assistée par ordinateur se réalise généralement au moyen de méthodes de seuillage [Dewulf et al., 2013]. Cependant, des divergences de résultats peuvent être constatées en fonction des critères de seuillage choisis [Kruth et al., 2011, Borges de Oliveira et al., 2016]. De plus, l'exportation des surfaces extraites peut être une tâche longue, avec des opérations dépendantes des paramètres initiaux choisis, et nécessite des efforts pour réduire les sources d'incertitude [Lifton et al., 2015, Yagüe-Fabra et al., 2013, López and Vila, 2021].

La méthode de corrélation d'images virtuelles en 3D développée dans ce manuscrit, vise donc à renforcer la cohérence entre le modèle CAO et la tomographie assistée par ordinateur, sans avoir à appliquer de méthodes de seuillage au volume reconstruit par tomographie assistée par ordinateur, et d'ainsi réduire les sources d'incertitudes liées à la reconstruction volumique à partir de radiographies.

Conclusion

En conclusion, cette première partie du manuscrit a établi un état de l'art des méthodes de contrôle par imagerie, se concentrant sur la DIC et la SDIC. Ces techniques, bien que largement utilisées pour mesurer les déformations de surface, montrent des limites pour les déformations internes. La DVC, utilisant des images volumiques, permet de mesurer ces déformations internes mais nécessite de nombreuses projections pour la reconstruction de volumes, ce qui augmente les temps de calcul, les incertitudes et limite la précision de la mesure à la taille des voxels reconstruits. De surcroît, ces approches ne prennent pas en compte l'existence de géométries de référence préexistantes pouvant servir de point de départ à l'algorithme de mesure de forme.

Ces observations soulignent l'intérêt pour la VIC, qui consiste à comparer et ajuster une image réelle à une image virtuelle. En effet, dans le contexte de l'impression 3D, le modèle CAO utilisé pour l'impression peut servir de géométrie de référence. De plus, des recherches récentes ont démontré l'applicabilité de la VIC en 3D pour comparer des volumes reconstruits par radiographies à des volumes virtuels, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives pour la mesure de formes en 3D.

La section suivante se focalisera sur les types de tomographes et leur fonctionnement, ainsi que sur la reconstruction de volumes à partir de radiographies, pour intégrer efficacement la VIC dans la mesure de formes tridimensionnelles.

1.2 Méthodes d'imagerie par tomographie

1.2.1 Obtention des projections d'un volume à l'aide d'un tomographe

En 1895, Wilhelm Conrad Röntgen découvre un nouveau type de rayons électromagnétiques jusqu'alors inconnu qu'il nomme "rayon-X" [Thompson, 1896]. Il constate que ces rayons sont très pénétrants et interagissent avec la matière différemment en fonction de la capacité d'absorption des matériaux traversés. Il observe aussi que ces rayons ont la capacité de marquer des plaques photographiques et réalise ainsi la première radiographie de l'époque.

À partir de 1970, la tomographie à rayons-X est développée par le domaine médical, l'idée est d'acquérir plusieurs radiographies d'un même objet sous différents angles, puis de les utiliser afin de reconstruire un volume 3D de cet objet. Comme l'interaction des rayons est différente en fonction des matériaux rencontrés, il est possible dans ces volumes reconstruits de distinguer les différents tissus, organes et os. Aujourd'hui cette technologie est utilisée dans de nombreux domaines comme le diagnostic médical [Wang et al., 2008], la biologie, la science des matériaux [Baruchel, 2000].

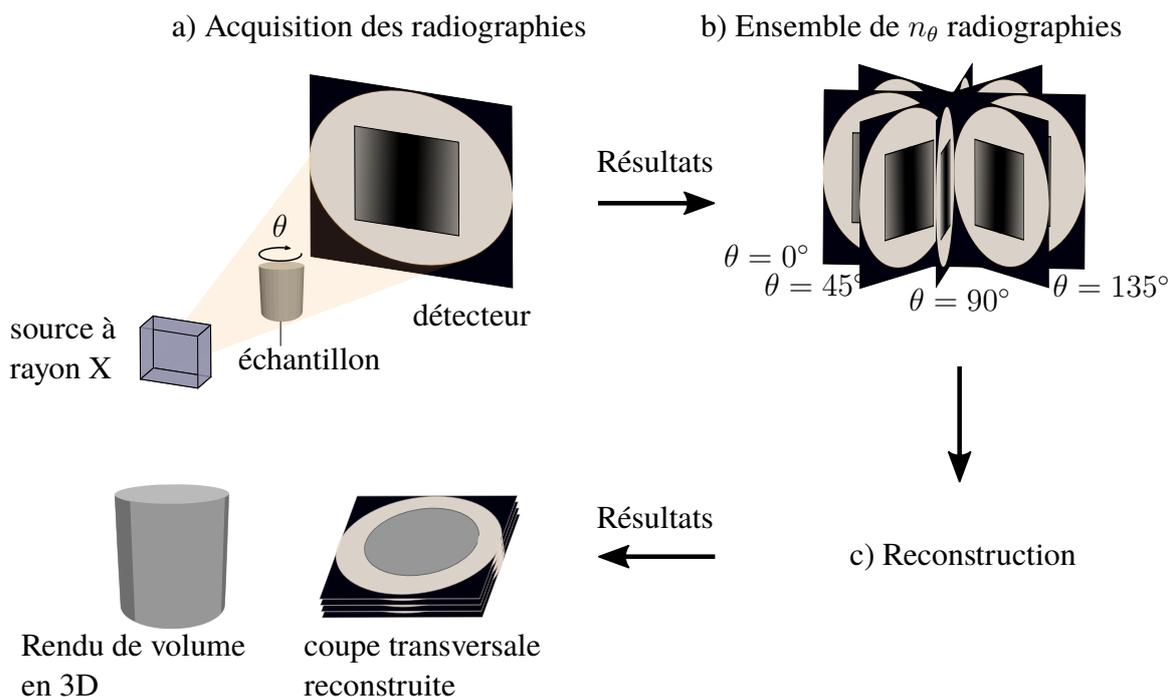


FIGURE 1.5 – Schéma de principe d'un tomographe. (a) illustration simplifiée de la composition et du fonctionnement d'un tomographe comprenant une source à rayons-X, un détecteur et un échantillon posé sur une platine en rotation. (b) n_θ radiographies obtenues. (c) étape de reconstruction pour convertir ces n_θ radiographies en coupes transversales de l'échantillon reconstruite qui peuvent être utilisés pour réaliser un rendu du volume en 3D en voxel.

Le principe de la tomographie à rayons-X est présentée sur la Figure 1.5, la source émet des rayons-X qui se propagent dans l'échantillon mis en rotation sur un platine qui effectue une rotation. Certains rayons sont absorbés par l'échantillon en fonction de son coefficient d'absorption. Les rayons-X frappent d'abord un scintillateur, où ils sont convertis en lumière visible, avant d'être numérisés par un capteur CCD ou CMOS. Si le rayon-X est absorbé en passant à travers l'échantillon, le détecteur qu'il atteint enregistrera une intensité moins élevée que s'il n'avait pas rencontré de matière. Les images obtenues par absorption sont appelées radiographies. Ces dernières contiennent l'intégralité de l'information volumique projetée dans sur un plan. Il est possible de reconstruire une image volumique de l'échantillon à l'aide de méthode de reconstruction détaillée dans la partie suivante, ce volume peut être décrit comme une image 3D en niveaux de gris dont la composante élémentaire est appelée voxel. Par conséquent, la comparaison de ce volume avec un volume de référence permet de réaliser des mesures relatives aux champs de déplacement, thermiques ou encore à des variations de niveaux de gris [Limodin et al., 2010, Limodin et al., 2011].

1.2.2 Les différents types de tomographes

Les différents types de tomographes peuvent être classés par rapport aux principaux types de faisceaux utilisés : (i) les faisceaux parallèles dans les installations synchrotron (associés à une rotation de balayage de 180°), (ii) les faisceaux en éventail dans les scanners médicaux et (iii) les faisceaux coniques dans les tomographes de laboratoire.

i) Les tomographes à faisceaux parallèles

Le rayonnement synchrotron (RS), mis au point en 1946 par F.R. Elder [Elder et al., 1947] au sein d'un accélérateur cyclotron de General Electric, est employé dans des dispositifs appelés synchrotrons. Ces derniers, d'envergure considérable, sont des instruments électromagnétiques conçus pour l'accélération à haute énergie de particules élémentaires. Selon un principe fondamental de la physique, lorsqu'une particule chargée change de vitesse, elle émet un rayonnement électromagnétique, un phénomène connu sous le nom d'effet Compton ou effet de freinage. Dans les synchrotrons les plus communs, des électrons sont employés, et en raison de leur vitesse et de leur accélération, ils génèrent un rayonnement électromagnétique couvrant un large éventail du spectre. Cela inclut, autant les radiofréquences, que les parties infrarouges, visibles, ultraviolettes et rayons-X du spectre. Le principe du synchrotron est détaillé sur la Figure 1.6. Les électrons sont injectés et accélérés dans un accélérateur linéaire ("Linac") jusqu'à une vitesse très proche de celle de la lumière. Les électrons passent ensuite dans un accélérateur circulaire appelé anneau d'accélération. Le but de cet anneau est d'augmenter l'énergie des électrons. Une fois que les électrons ont atteint l'énergie voulue, ils sont injectés dans un anneau beaucoup plus grand, appelé anneau de stockage, où ils vont faire des centaines de milliers de tours chaque seconde.

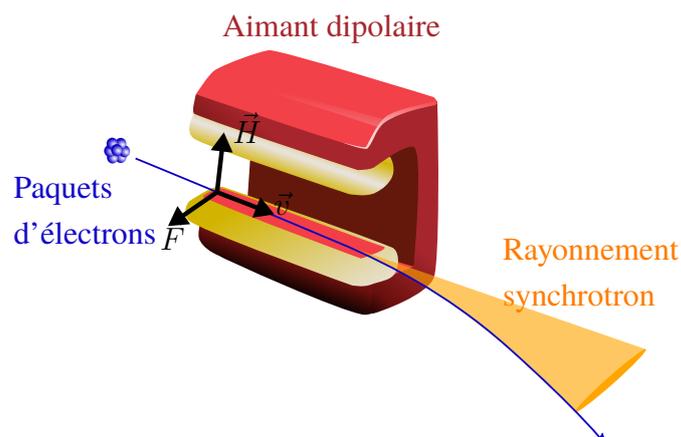


FIGURE 1.7 – Schéma de principe d'un aimant dipolaire composant l'anneau de stockage

L'anneau de stockage est composé de sections d'aimants dipolaires capables de créer un champ magnétique \vec{H} vertical décrit par la Figure 1.7. En pénétrant dans ces zones avec une vitesse \vec{v} perpendiculaire à ce champ magnétique \vec{H} , l'électron subit une force

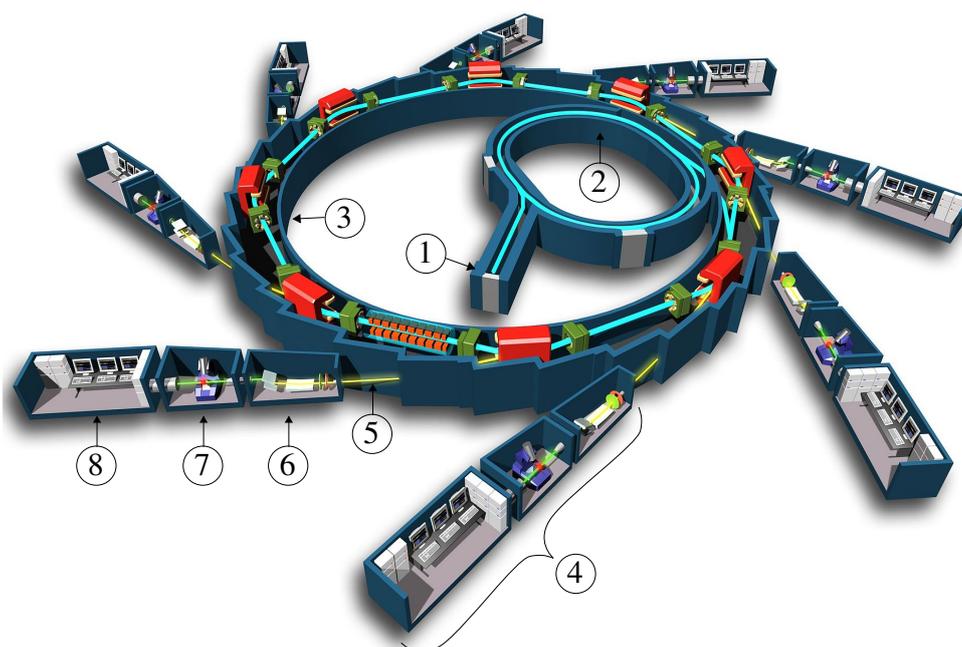


FIGURE 1.6 – Éléments composant le synchrotron SOLEIL à Saint-Aubin, France (<https://www.synchrotron-soleil.fr/fr>, imprimé avec l'autorisation de © Synchrotron SOLEIL-EPSIM/J.F. SANTARELLI). Ses principaux composants sont (1) l'injecteur et accélérateur linéaire, (2) accélérateur circulaire, (3) l'anneau de stockage, (4) la station expérimentale composée (5) d'une ligne de faisceau, (6) de système optique pour condenser et sélectionner les rayonnements, (7) d'une zone expérimentale et (8) d'une salle de contrôle. En général, les stations expérimentales sont conçues sur mesure pour des applications spécifiques.

\vec{F} (appelée force de Lorentz) qui courbe sa trajectoire et décélère la particule. L'électron ainsi décéléré à l'intérieur de l'aimant dipolaire émet un rayonnement électromagnétique, perd une fraction de son énergie, c'est le rayonnement synchrotron. Afin de compenser ce phénomène, des cavités accélératrices sont installées autour de l'anneau pour accélérer de nouveau les électrons et leur rendre leur énergie nominale. Ces rayonnements vont servir à approvisionner en rayons-X différentes zones expérimentales disposées autour de l'anneau de stockage.

Contrairement aux autres types de tomographes détaillés par la suite, les faisceaux produits par un synchrotron sont parallèles, sur les détecteurs la taille de l'image de l'échantillon n'est pas modifiée.

Par conséquent, la taille du voxel des images reconstruite n'est plus limitée par la taille de l'objet scanné, mais uniquement par la taille des pixels de la caméra CCD et de l'optique enregistrant la lumière visible après le scintillateur. La Figure 1.8 schématise l'arrivée des rayons-X sur l'échantillon afin d'en obtenir des radiographies sur le détecteur.

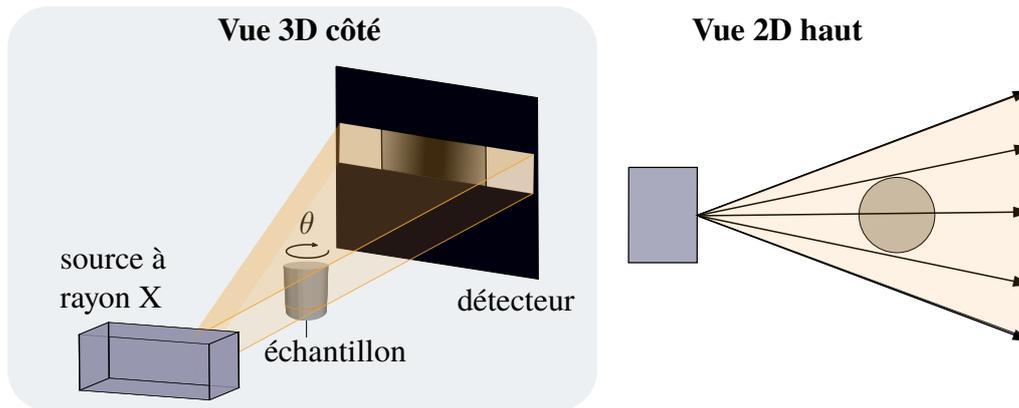


FIGURE 1.9 – Schéma de la tomographie synchrotron avec faisceau de rayons-X en éventail

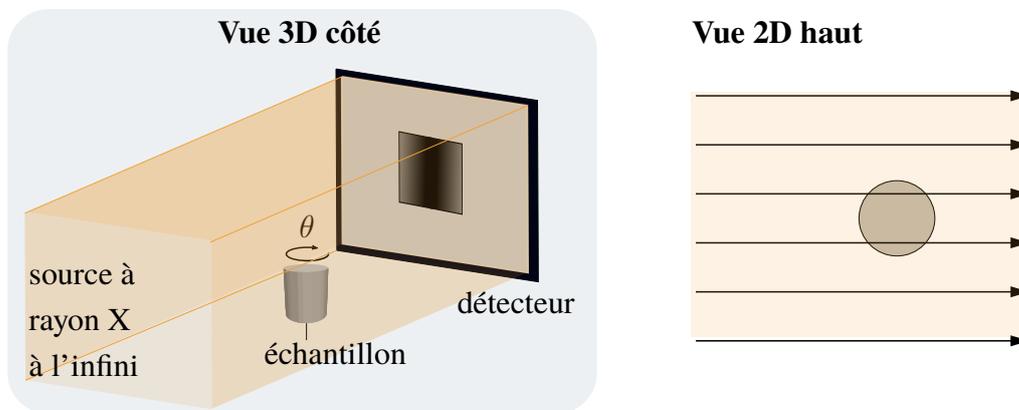


FIGURE 1.8 – Schéma de la tomographie synchrotron avec faisceau de rayons-X parallèles

L'équipement est particulièrement adapté à la microphotographie en raison de son flux de photons élevé, de sa haute brillance et de sa large gamme d'énergie, qui offrent une résolution d'image et une résolution temporelle très élevées.

De plus, dans la plupart des cas, l'exposition de l'échantillon au rayonnement synchrotron n'influence pas sa microstructure de manière significative. [Beckmann et al., 2007].

ii) Les tomographes à faisceaux en éventail ou *fan-beam*

C'est le premier type de tomographe qui fut commercialisé. Dans ce type de technologie, le faisceau incident est "collimaté" par une fente afin de le répartir en éventail vers le détecteur, comme on peut le voir sur la Figure 1.9. Au lieu d'un panneau, le détecteur est une barrette composée d'une ligne de détecteurs. La technique de fan-beam est adaptée pour l'imagerie d'objets très denses ou de grande dimension, et principalement utilisée pour l'imagerie médicale. Les inconvénients majeurs à cette technologie sont la durée du temps de scan et la résolution atteignable [Wils, 2020]. Le principe de la source à rayons-X utilisé est sensiblement la même que pour les tomographes à faisceaux coniques détaillés par la suite.

iii) Les tomographes à faisceau conique

Également connue sous le nom de tomographie assistée par ordinateur en laboratoire, cette technologie est devenue de plus en plus disponible depuis les années 2000 et est en train de devenir un procédé standardisé dans le milieu de la recherche.

Cette croissance rapide au cours des 20 dernières années est liée à des améliorations considérables en termes de résolution spatiale et de temps de reconstruction des images, de sorte que cette technologie est aujourd'hui un outil couramment disponible dans les laboratoires d'analyse des matériaux [Maire and Withers, 2014].

Initialement axée sur l'acquisition d'images 3D pour des diagnostics visuels, cette technologie évolue désormais vers l'extraction quantitative de paramètres clés de la science des matériaux à partir de ces images. Cela a radicalement amélioré le niveau d'information que l'on peut tirer de l'imagerie 3D.

Ces tomographes de laboratoire sont constitués d'une source de rayons-X, également connue sous le nom de « tube à rayons-X », d'une platine rotative et d'un panneau équipé de détecteurs CCD.

La source, un tube à rayons-X, transforme l'énergie électrique en rayons-X en accélérant des électrons pour les faire entrer en collision avec une cible métallique. À l'intérieur du tube à rayons-X, un filament chauffé émet des électrons dans la zone de la cathode, par un processus appelé émission thermionique. Ces électrons sont rapidement accélérés vers l'anode (une plaque métallique) par une différence de potentiel électrique appliquée entre la cathode et l'anode, ce qui leur confère une énergie cinétique élevée.

Une fois parvenus à l'anode, les électrons chargés négativement subissent une décélération abrupte induite par les champs électriques présents. Ce mécanisme entraîne la perte d'une partie de leur énergie cinétique sous forme de rayonnement électromagnétique, incluant des rayons-X. Ce rayonnement se propage en ligne droite depuis le point d'impact sur l'anode. Cependant, seulement 1% de l'énergie électrique est convertie en rayons-X, tandis que les 99% restants se dissipent en chaleur dans le tube radiogène [Zink, 1997].

Les rayons-X frappent un échantillon en rotation sur une platine, puis un détecteur CCD capture les rayons-X restants en bout de course, permettant à un ordinateur de créer une image détaillée de la structure interne de l'objet. Les rayons-X forment un cône élargi à mesure qu'ils se déplacent depuis la source, conduisant à une augmentation de la taille apparente des objets sur les radiographies lorsque la source s'éloigne.

Cette variation de la taille des projections influe directement sur la taille des voxels dans l'image reconstruite.

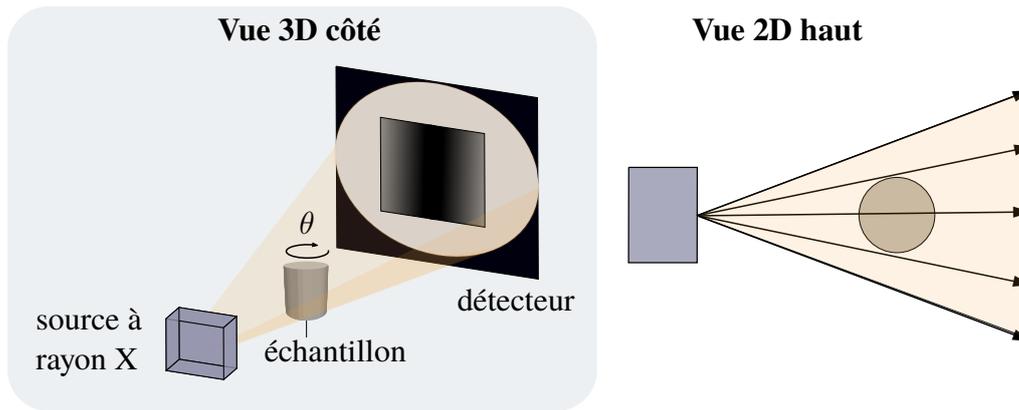


FIGURE 1.10 – Schéma de la tomographie synchrotron avec faisceau de rayons-X à faisceaux coniques

1.2.3 Loi de propagation des rayons-X dans le tomographe : Beer-Lambert

Lorsque les rayons-X pénètrent la matière, leur énergie est atténuée par des interactions avec les atomes et les molécules présents dans la substance examinée. La loi de Beer-Lambert offre un cadre mathématique permettant de décrire cette diminution d'intensité en fonction de la concentration de la substance, de l'épaisseur du matériau traversé et des propriétés intrinsèques de la matière.

Cette loi permet d'exprimer l'intensité $I_\theta(\mathbf{M})$ enregistré par un détecteur CCD au point \mathbf{M} du panneau de détecteurs pour chaque angle de rotation $\theta \in [0, 360]$ en degré. L'intensité obtenue correspond au cumul de l'absorption le long du trajet des rayons-X $L(\mathbf{M})$ décrit le long du trajet SM où S est la source des rayons-X. Ces rayons traversent l'échantillon et sont absorbés en fonction de la valeur μ caractérisant l'absorption du matériau. Chaque détecteur \mathbf{M} sur le panneau de détecteurs reçoit une quantité d'énergie restante après avoir traversé le matériau [Mihailidis, 2009].

$$I_\theta(\mathbf{M}) = I_0 \exp\left(-\int_{\text{SM}} \mu(s) ds\right) \quad (1.9)$$

Où I_0 est l'intensité enregistrée en l'absence d'objet entre la source et le détecteur, généralement appelée radiographies à blanc et s l'abscisse curviligne le long du rayon-X. Dans le cas étudié, les rayons-X ne traversent que deux phases : l'air et le matériau, ce qui signifie que le matériau est considéré comme homogène en termes d'absorption des rayons-X. Le coefficient d'absorption sera considéré comme invariant tout au long de la tomographie $\mu(s) = \mu$:

$$I_\theta(\mathbf{M}) = I_0 \exp(-\mu L(\mathbf{M})) \quad (1.10)$$

où $L(\mathbf{M})$ représente la distance parcourue par le photon au sein du matériau. Les images radiographiques sont établies sur une échelle de valeur de niveau de gris de 0 à 1. Afin

d'obtenir les projections, les radiographies sont normalisées avec des radiographies à blanc.

$$p_{\theta}(M) = -\log [I_{\theta}(M)/I_0] = \mu L(M) \quad (1.11)$$

Cette équation représente une mesure de projection $p_{\theta}(M)$ correspondant à un pixel du panneau de détecteurs. Un panneau de détecteurs comprend de nombreux pixels correspondant aux différents détecteurs et, en faisant tourner l'objet, le nombre total de mesures peut être le nombre de pixels de détection multiplié par le nombre d'angles de rotation.

1.2.4 Artefacts de tomographie assistée par ordinateur

Lors de l'acquisition de radiographies, de nombreux phénomènes physiques liés à la propagation des rayons-X dans la matière ou à des défauts d'acquisition par les détecteurs peuvent être susceptibles de générer des artefacts. Parmi les artefacts liés à la propagation des rayons-X, on peut distinguer divers phénomènes tels que le durcissement des faisceaux, le phénomène de *scattering* ainsi que la présence de bruit.

Le durcissement de faisceau et le *scattering*

Le durcissement du faisceau et le *scattering* sont deux problèmes distincts qui engendrent des anomalies similaires sur les images, se manifestant sous la forme de bandes sombres entre deux zones ayant des coefficients d'absorption différents. Ces anomalies peuvent être perçues comme un effet de flou [Boas and Fleischmann, 2012, De Man et al., 1999]. La Figure 1.11 montre l'apparition de bandes sombres le long des lignes présentant une atténuation plus importante, ainsi que des bandes claires dans d'autres directions dues au phénomène de durcissement de faisceau.

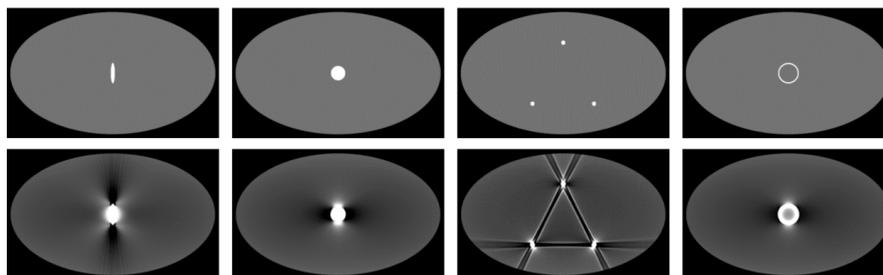


FIGURE 1.11 – Scans simulés sans durcissement du faisceau (rangée du haut) et avec durcissement du faisceau (rangée du bas), extrait de [Boas and Fleischmann, 2012].

Le durcissement du faisceau est observé lors de l'utilisation d'une source polychromatique, une configuration courante dans la plupart des tomographes. Lorsque les rayons-X traversent un objet, les photons de faible énergie subissent une atténuation plus importante que les photons de haute énergie. Ainsi, la transmission du faisceau ne suit pas la décroissance exponentielle caractéristique des rayons-X monochromatiques, comme le décrit la

loi de Beer-Lambert (Figure 1.12). Pour un matériau donné, cela induit une relation non linéaire entre le niveau de gris d'une image d'atténuation et l'épaisseur de la partie traversée par le faisceau. Ce phénomène est particulièrement marqué dans le cas de matériaux à numéro atomique élevé, tels que l'os, l'iode ou les métaux. Contrairement aux matériaux à numéro atomique plus faible, comme le carbone, ces matériaux à numéro atomique élevé présentent une atténuation significativement plus importante à des énergies plus faibles. Ainsi, dans le cas des matériaux polymères, ce problème ne devrait pas prédominer.

Pour atténuer ce type d'artéfact, une solution simple consiste à les corriger par le biais de l'étalonnage de l'absorption. Cela implique d'identifier la relation entre l'absorption et l'épaisseur du matériau que le faisceau de rayons-X a traversé avant d'atteindre le détecteur, en ajustant une fonction paramétrique u par la méthode des moindres carrés (ligne rouge) par rapport aux observations (Figure 1.12). Cet ajustement est réalisé par la minimisation de l'erreur entre l'observation et l'estimation, sur une base pixel par pixel. Avec cette méthode, la fonction paramétrique u présente un ordre polynomial maximal aux alentours de 5, autrement des instabilités de convergence sont observées. Ainsi, des échantillons de chaque matériau sont préalablement testés pour établir la courbe corrigée de Beer-Lambert correspondant au matériau utilisé dans ce tomographe [Brooks and Di Chiro, 1976]. Une alternative est proposée par [Fragnaud et al., 2022] en effectuant des simulations numériques de radiographies à partir d'un modèle CAO converti en voxel. Cette méthode consiste à recalculer des projections simulées sur des projections expérimentales, permettant de choisir beaucoup plus de degrés de liberté pour calibrer le durcissement du faisceau tout en évitant les problèmes de stabilité de régression.

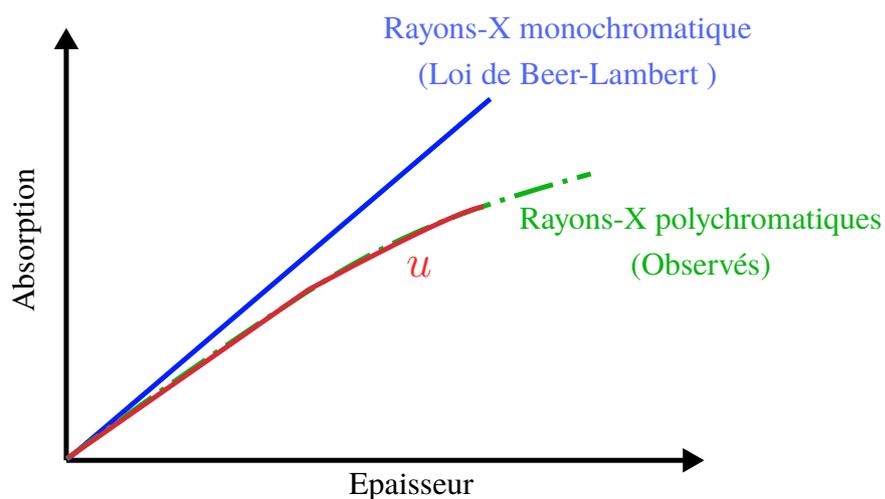


FIGURE 1.12 – Différences d'absorption entre l'hypothèse de rayons-X monochromatiques (ligne bleue) et les mesures réelles effectuées polychromatiques (ligne en pointillés verte) extrait de [Fragnaud et al., 2022].

Le phénomène de *scattering* ou dispersion résulte d'un changement de direction des rayons-X, ce qui les conduit à atteindre un détecteur différent de leur trajectoire initiale. L'erreur la plus significative survient lorsque les photons dispersés atteignent un détecteur qui, en l'absence de dispersion, ne recevrait qu'un faible nombre de photons. De plus, la dispersion devient plus prononcée à mesure que le nombre de rangées de détecteurs augmente, car un plus grand volume de matériau est exposé aux rayonnements. Des méthodes basées sur des techniques de traitement du signal ont été élaborées pour estimer et corriger les effets de diffusion. Pour cela, la prédiction de la dispersion des rayons-X peut être réalisée à l'aide de simulations Monte-Carlo (MC) [Alsaffar et al., 2020, Thanasupsombat et al., 2018]. Cependant, il convient de noter que, bien que puissante, cette approche présente des limitations en termes de convergence de l'échantillonnage MC, ce qui peut entraîner des calculs de longue durée.

Le bruit

Le bruit présent dans les images provient principalement d'un nombre de photons insuffisant atteignant le capteur, ce problème se manifeste particulièrement pour des épaisseurs importantes avec un coefficient d'absorption élevé. Il se traduit par l'apparition de fines bandes claires et sombres aléatoires, préférentiellement dans la direction de l'absorption la plus élevée. Cela peut poser des problèmes lors de la reconstruction du volume à partir des radiographies en raison de l'accumulation d'erreurs dans certaines zones très localisées. Plusieurs méthodes peuvent réduire ces artefacts. Tout d'abord, en augmentant le nombre d'intensité envoyés sur la cible, bien que cela puisse réduire la résolution obtenue, il existe un compromis entre résolution et bruit. Une autre méthode consiste à filtrer le bruit en excluant les données trop éloignées de la moyenne des valeurs de gris [Kak and Slaney, 2001]. De plus, un modèle statistique du bruit peut être utilisé pour le réduire à chaque itération lors de l'utilisation des radiographies pendant la reconstruction du volume [Vandenberghe et al., 2001].

Les "ring artefacts"

Le principal artefact associé au tomographe est le "ring artefact". Ces artefacts sont le plus souvent causés par une mauvaise calibration ou un défaut du détecteur. Ils se manifestent sous la forme d'un anneau sombre ou lumineux centré sur l'axe de rotation de la platine. Dans la plupart des cas, ces défauts sont corrigés par une recalibration du détecteur [Boas and Fleischmann, 2012].

Conclusion

Ainsi, l'acquisition de radiographies avec un tomographe génère inévitablement des artefacts, qui ont tendance à augmenter pour des matériaux avec un fort coefficient d'absorption.

Après l'obtention de ces tomographies, la plupart des méthodes de mesure par imagerie nécessitent la reconstruction d'un volume pour réaliser la mesure de forme. Dans le cas de la VIC en 3D présentée par [Jiang et al., 2019, de Pastre et al., 2022], le volume reconstruit sera comparé à un volume virtuel.

La suite de ce manuscrit s'attachera donc à décrire les différentes méthodes de reconstruction à partir des radiographies et mettra en avant les artefacts engendrés par la reconstruction.

1.3 Reconstruction des volumes à partir des projections obtenues par tomographie

La reconstruction tomographique est un problème inverse visant à reconstituer un objet à partir de ses projections, en s'appuyant sur l'Équation 1.11 qui établit une relation entre le niveau de gris des projections et la distance parcourue par le rayon X à travers la matière. Il existe principalement deux catégories de méthodes de reconstruction couramment utilisées : les méthodes de reconstruction analytiques et les méthodes de reconstruction algébriques. Pour simplifier, cette section se concentre sur le problème de reconstruction en 2D avec une source à faisceaux parallèles, qui vise à reconstruire une tranche de l'échantillon, bien que la majorité des méthodes exposées soient aussi généralisables en 3D.

1.3.1 Méthodes de reconstruction analytiques

Reconstruction du volume par épandage des rétroprojections

Les méthodes de reconstruction analytique sont basées sur des solutions mathématiques utilisant les transformées de Fourier. Ces méthodes sont très efficaces dans le cas idéal où les données de projection sont exemptes de bruit et où le nombre d'angles de projection disponibles est suffisamment important. Une méthode usuelle de reconstruction est la méthode de rétroprojection filtrée, appelée Filtered Back-Projection (FPB) [Kak and Slaney, 2001][Dubois, 1998]. Pour illustrer cette méthode, un cylindre massif constitué du matériau A sera étudié. À l'intérieur de ce cylindre, deux autres cylindres composés des matériaux B et C seront incorporés. Ces matériaux A, B et C présentent des propriétés distinctes d'absorption des rayons-X schématisé sur la Figure 1.13.

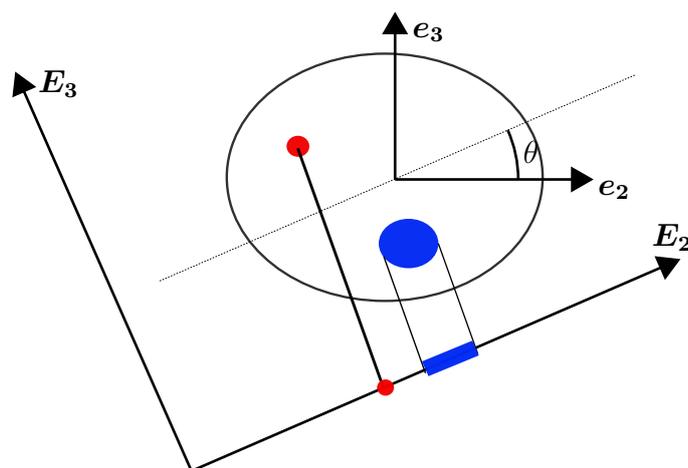


FIGURE 1.13 – Coupe transversale du cylindre. En blanc le cylindre composé du matériau A, en rouge le cylindre composé du matériau B et en bleu le cylindre composé du matériau C aux propriétés d'absorption différentes [Dubois, 1998]. Vue du dessus de l'échantillon dans le tomographe projeté sur le panneau de détecteurs.

Le cylindre massif est posé sur la platine en rotation autour de e_1 , et $(\mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3)$ est le référentiel du panneau de détecteur du tomographe Figure 1.13. Soit p un point quelconque appartenant au domaine de la coupe tel que sa position dans le plan de coupe est $\mathbf{x}(p) = ye_2 + ze_3$ et la position de sa projection P sur le panneau de détecteurs est $\mathbf{X}(P) = Y\mathbf{E}_2 + Z\mathbf{E}_3$. où Y, Z sont les coordonnées dans la base $(\mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3)$ et y, z sont les coordonnées dans la base (e_2, e_3) .

On note alors $f(y, z)$ qui représente le niveau d'absorption des rayons-X en chaque point de (y, z) du plan de coupe reconstruit, dans le développement suivant, nous nommerons les projections p_θ le long de \mathbf{E}_2 $p(Y, \theta)$:

$$p(Y, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y, z) dZ \quad (1.12)$$

qui en tout point Y de la projection fait correspondre la somme de toutes les activités rencontrées sur un axe \mathbf{E}_3 qui correspond à la projection selon θ de la coupe sur \mathbf{E}_2 . Ces projections sur une ligne de détecteurs sont appelées sinogrammes. La première approche pour reconstituer la coupe tomographique à partir de l'ensemble des projections consiste à épandre (ou rétroprojeter) sur la portion de plan les valeurs de la projection, puis de sommer des différentes projections à divers angles θ d'acquisition. Toutefois, l'application de cette méthode génère une image reconstituée, comme le montre la Figure 1.15, dans laquelle des artefacts en forme d'étoiles entourent les objets d'intérêt, entraînant une dégradation de la précision du tracé du contour de ces deux éléments. Afin de réduire ces effets, l'application de la transformée de Fourier à une image est exploitée pour réaliser un épandage des rétroprojections filtrées.

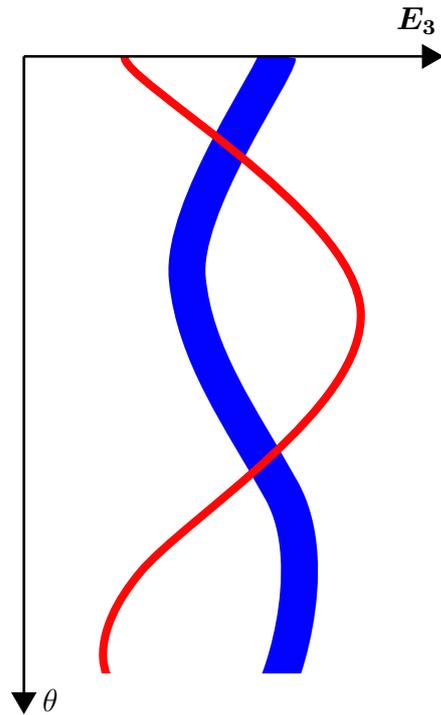


FIGURE 1.14 – Sinogramme d'acquisition obtenu à partir du cylindre massif [Dubois, 1998]

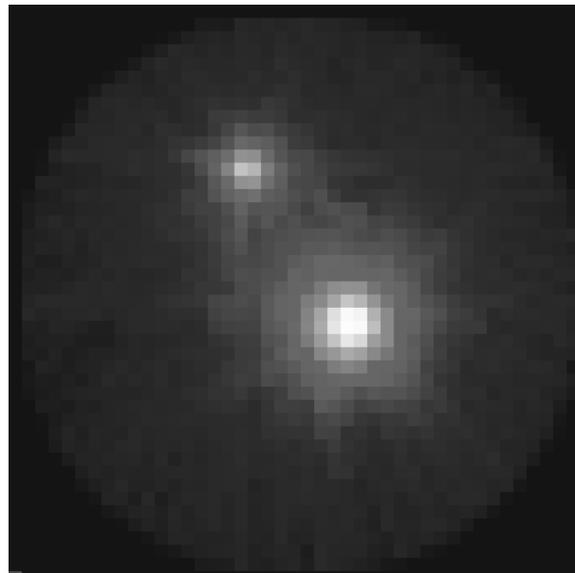


FIGURE 1.15 – Image de la reconstruction de la coupe du cylindre massif par épandage, des artéfacts en forme d'étoiles sont visibles autour des deux cylindres composés des matériaux B et C [Dubois, 1998]

Épandage des rétroprojections filtrées

La transformée de Fourier est un outil mathématique fondamental utilisé pour analyser les fonctions spatiales ou temporelles et décomposer leurs caractéristiques en composantes sinusoïdales de différentes fréquences.

L'idée principale de la transformée de Fourier est de prendre une fonction complexe, telle qu'une fonction spatiale $f(y)$, et de la décomposer en une série de sinus et de cosinus de différentes fréquences, chacun pondéré par un certain coefficient. Mathématiquement, la transformation de Fourier d'une fonction $f(y)$ est définie comme suit :

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)e^{-i2\pi\nu y} dy \quad (1.13)$$

La transformée de Fourier d'une fonction spatiale de y , dépend de la variable ν appelée fréquence spatiale qui s'exprime en l'inverse d'une longueur (m-1 ou en cycles/m). En bidimensionnel, F s'écrit :

$$F(\nu_y, \nu_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(y, z)e^{-i2\pi(y\nu_y + z\nu_z)} dy \right] dz \quad (1.14)$$

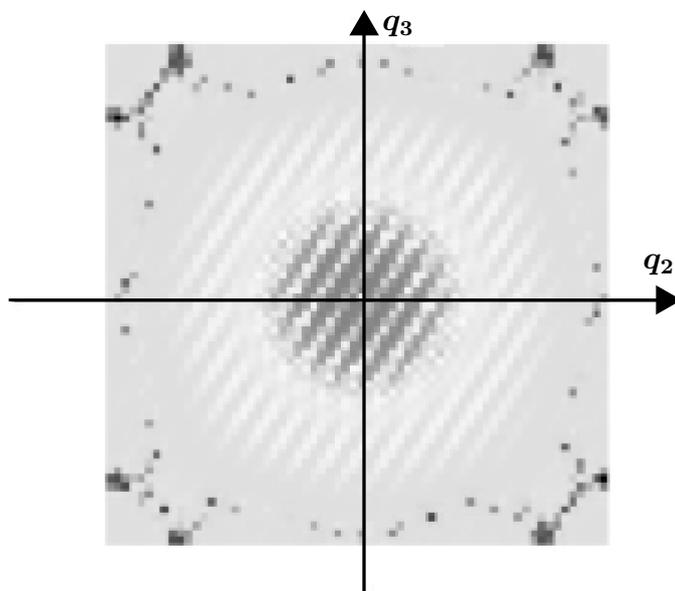


FIGURE 1.16 – Transformée de Fourier de l'image de la coupe transversale du cylindre massif [Dubois, 1998]

La Figure 1.16 correspond à la transformée de Fourier de l'image de la coupe reconstruite présentée sur la Figure 1.15. Plusieurs zones sont distinguables, au centre, les fréquences basses représentent des variations plus lentes et des structures plus larges. Un peu en périphérie de la zone centrale, les fréquences moyennes portent des informations sur des détails fins et des contours nets. Enfin, en périphérie, on voit les termes de hautes

fréquences qui représentent des variations très rapides d'un pixel à l'autre et les composantes liées au bruit statistique de l'image. L'image obtenue (Figure 1.16) est symétrique par rapport à l'origine, cela est dû à la parité de la transformée de Fourier d'une image réelle.

La transformée de Fourier est appliquée sur les projections obtenues par tomographie. Ces projections sont des matrices qui représentent l'intensité obtenue par le panneau de détecteur. Le calcul de la transformée de Fourier de la projection s'écrit comme :

$$P(\nu, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(Y, \theta) e^{-i2\pi\nu Y} dY \quad (1.15)$$

Sachant que $p(Y, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y, z) dZ$, on peut écrire que :

$$P(\nu, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(y, z) dZ \right] e^{-i2\pi\nu Y} dY \quad (1.16)$$

En sachant que :

$$\begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$$

et la matrice jacobienne est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial y} & \frac{\partial Y}{\partial z} \\ \frac{\partial Z}{\partial y} & \frac{\partial Z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$|J| = |\cos(\theta) \cdot \cos(\theta) - (-\sin(\theta) \cdot \sin(\theta))| = |\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)| = 1 \quad (1.17)$$

Le déterminant de la matrice jacobienne $|J|$, est le facteur d'échelle qui indique comment les éléments différentiels d'aire se transforment lors du passage de (Y, Z) à (y, z) . Cela signifie que les différentielles $dY dZ$ et $dy dz$ sont équivalentes, et il n'y a pas de facteur d'échelle lors du changement de variables de (Y, Z) à (y, z) dans ce cas $dY dZ = dy dz$. Le côté droit de l'Equation 1.16 représente maintenant la transformée de Fourier bidimensionnelle de l'image de la coupe à reconstruire à une fréquence spatiale de $\nu_y = \nu \cos(\theta)$ et $\nu_z = \nu \sin(\theta)$.

En posant $\nu Y = \nu (y \cos(\theta) + z \sin(\theta)) = y\nu_y + z\nu_z$ on obtient :

$$P(\nu, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(y, z) e^{-i2\pi(y\nu_y + z\nu_z)} dy dz \quad (1.18)$$

L'équation 1.18 exprime le théorème de la coupe centrale, établissant que la transformée de Fourier $P(\nu, \theta)$ d'une projection correspond à une ligne de la transformée de Fourier de l'image la coupe reconstruite Figure 1.16. Cette ligne passe par l'origine et forme un angle θ par rapport à l'axe des abscisses. En d'autres termes, la transformée de Fourier de $p(Y, \theta)$ donne la valeur de $F(\nu_y, \nu_z)$ le long de la ligne AB dans la Figure 1.17, ainsi $P(\nu, \theta) = F(\nu_y, \nu_z)$.

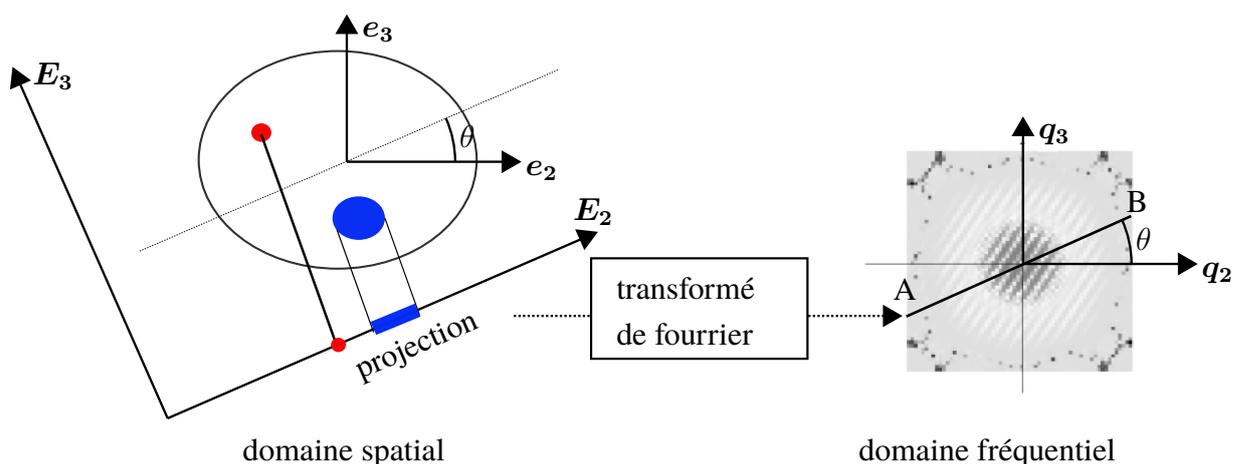


FIGURE 1.17 – Coupe transversale du cylindre. En rouge, le cylindre composé du matériau B et en bleu, le cylindre composé du matériau C aux propriétés d'absorption différentes [Dubois, 1998], pour simplifier seule la reconstruction de cette coupe sera étudiée. Vue du dessus de l'échantillon dans le tomographe projeté sur le panneau de détecteurs.

Les résultats précédents indiquent qu'en prenant les projections d'un objet aux angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ et en calculant leur transformée de Fourier respective, on peut déterminer la valeur de $F(\nu_y, \nu_z)$ sur les lignes radiales comme on peut le voir sur la Figure 1.17. Si un nombre infini de projections sont prises, alors $F(\nu_y, \nu_z)$ serait connu en tout point du plan q_2q_3 il est possible de reconstruire la transformée de Fourier de la coupe. La fonction décrivant la coupe $f(y, z)$ peut être retrouvée en utilisant la transformée de Fourier inverse :

$$f(y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu_y, \nu_z) e^{i2\pi(y\nu_y + z\nu_z)} d\nu_y d\nu_z \quad (1.19)$$

Avec l'Equation 1.19 on peut reconstruire le plan de coupe à partir de la transformée de Fourier de la coupe. Cependant, cette méthode présente une limitation en raison du nombre restreint de projections disponibles, entraînant un remplissage imparfait du plan fréquentiel, en particulier pour les hautes fréquences. Il persiste des vides qu'il faut remplir par interpolation à partir des points les plus proches. Les étapes impliquées dans le calcul des transformations de Fourier ainsi que celui des interpolations rendent cette méthode longue et en pratique inutilisée. Par conséquent, une méthode de rétroprojection filtrée est préférée.

Le principe de la rétroprojection filtrée nécessite de multiplier la transformée de Fourier des projections $P(\nu, \theta)$ par la valeur absolue de ν que l'on appelle filtre rampe. À l'aide du

théorème de la coupe centrale on va exprimer $f(y, z)$ en fonction de $P(\nu, \theta)$. En posant $\nu = \sqrt{\nu_y^2 + \nu_z^2}$ et en passant de la base d'un système de coordonnées rectangulaire dans le domaine fréquentiel (q_2, q_3) à un système de coordonnées polaire dans le domaine fréquentiel (Q_2, Q_3) on pose :

$$\begin{bmatrix} \nu \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu \cos(\theta) & \nu \sin(\theta) \\ -\nu \sin(\theta) & \nu \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix}$$

et la matrice jacobienne est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \nu}{\partial \nu_y} & \frac{\partial \nu}{\partial \nu_z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \nu_y} & \frac{\partial \theta}{\partial \nu_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu \cos(\theta) & \nu \sin(\theta) \\ -\nu \sin(\theta) & \nu \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$|J| = |\nu \cos(\theta) \cdot \nu \cos(\theta) - (-\nu \sin(\theta) \cdot \nu \sin(\theta))| = |\nu(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))| = \nu \quad (1.20)$$

Ainsi $dydz = \nu d\nu d\theta$ les bornes d'intégration pour la variable θ deviennent 0 et 2π , mais du fait de la symétrie par rapport à l'origine le point $P(\nu, \theta) = P(-\nu, \theta + \pi)$. Le plan fréquentiel peut donc être parcouru en utilisant la valeur absolue de ν en faisant varier θ de 0 à π :

$$f(y, z) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} P(\nu, \theta) |\nu| e^{i2\pi\nu Y} d\nu d\theta \quad (1.21)$$

En pratique, à partir d'un signal ponctuel ou non, le filtrage rampe introduit de part et d'autre du sinogramme des valeurs négatives. Le rôle de ces valeurs négatives est d'effacer progressivement les artefacts en étoile laissés par les autres projections lors de l'opération d'épandage. Il amplifie de plus en plus les fréquences élevées et donc génère dans le signal des transitions rapides.

Lors de la méthode de rétroprojection filtrée, la transformée de Fourier des projections est filtrée à l'aide d'un filtre rampe, puis elles sont rétroprojetées dans le domaine spatial. Un épandage de ces projections filtrées est enfin réalisé pour reconstruire la coupe $f(y, z)$ de l'échantillon étudié. Un exemple est proposé sur la Figure 1.18 de la reconstruction du cylindre après rétroprojection filtrée.

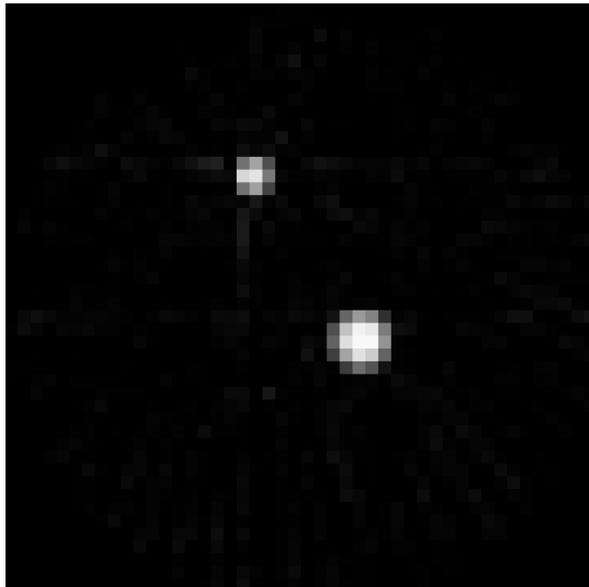


FIGURE 1.18 – Schéma de la coupe du cylindre reconstruit après épandage des rétroprojections filtrées extrait de [Dubois, 1998]

1.3.2 Méthodes de reconstruction algébriques

Afin de réduire les artéfacts et d'améliorer la qualité de l'image reconstruite, des méthodes de reconstruction itérative, appelées aussi méthodes de reconstruction algébrique, peuvent être utilisées. La première de ces méthodes, connue sous le nom de *Algebraic Reconstruction Methods* (ART), fut élaborée dans les années 70, simultanément par [Gordon et al., 1970] et [Hounsfield, 1975]. Ce procédé itératif de reconstruction repose sur une approche de résolution de systèmes d'équations linéaires, telle que formulée par [Kaczmarz, 1937]. Elle débute par une estimation initiale de la coupe reconstruite et itère ensuite pour améliorer cette estimation. Cette méthode est plus coûteuse en termes de temps de calcul que la méthode courante de rétroprojection filtrée (FBP), qui calcule directement l'image en une seule étape de reconstruction. L'objectif de cette méthode itérative consiste à minimiser la fonction $\Gamma_{\text{ART}}[f]$, laquelle est définie comme la norme quadratique de la différence entre le volume reconstruit projeté et les projections acquises [Kak and Slaney, 2001][Andersen and Kak, 1984]. Si l'on reprend l'exemple précédent visant à reconstruire la coupe du cylindre, on pose $\Pi_{\theta}[f(y, z)]$ comme étant la fonction de projection de la coupe reconstruite à l'angle θ .

$$\Psi_{\text{ART}}[f] = \sum_{Y, \theta} \|\Pi_{\theta}[f(y, z)] - p(Y, \theta)\|^2 \quad (1.22)$$

Dans cette approche, Ψ_{ART} représente la fonction à minimiser pour effectuer une réévaluation itérative de la reconstruction de la coupe. À chaque itération, seul un rayon d'une projection est pris en considération, ce qui permet d'ajuster les voxels rencontrés par ce rayon le long de sa trajectoire. L'objectif de cet algorithme est d'adapter progressivement

l'estimation de l'image de manière à ce que la somme des valeurs d'atténuation le long de chaque rayon, calculée à partir de la reconstruction en cours, corresponde aux données de projection mesurées. En somme, l'idée sous-jacente consiste à ajuster de manière itérative l'estimation de l'image afin de garantir sa cohérence avec toutes les intégrales des rayons (exprimées sous forme d'équations de somme de rayons) déduites des données de projection. Ce processus contribue à améliorer la qualité de la reconstruction de l'image tomographique. Cependant, en présence de données bruitées, il est possible que le système ne converge pas. La reconstruction se déroule comme suit :

Procédure algébrique standard

Initialisation $n=1$

Initialisation $f^n = 0$

choix d'un, π , parmi N_θ indices

while $\|\Pi_\theta[f^{(n)}(y, z)] - p(Y, \theta)\| > \epsilon :$

for $k = 1$ to $N_\theta :$

$m = \pi(k)$

$\delta(Y, \theta_m) = p(Y, \theta_m) - \Pi_{\theta_m}[f^{(n)}(y, z)]$

$\Delta f^{(n+1)}(y, z) = \text{rétroprojection de } \delta(Y, \theta_m)$

$f^{(n+1)}(y, z) = f^{(n)}(y, z) + \Delta f^{(n+1)}(y, z)$

$n = n+1$

end for

end while

Cette méthode a suscité des débats, comme en témoigne un article rédigé par Peter Gilbert en 1972 [Gilbert, 1972], qui suggère que dans certains cas, elle peut produire des résultats moins satisfaisants que les méthodes basées sur la transformée de Fourier. Il convient de noter que, dans les travaux présentés en 1970 [Gordon et al., 1970], les projections de référence utilisées n'étaient pas bruitées, contrairement à celles obtenues avec un véritable tomographe, et la méthode de génération de ces projections n'était que partiellement documentée.

Les algorithmes ART semblent présenter des difficultés de convergence lorsqu'ils sont confrontés à du bruit et même un bruit léger peut entraîner des reconstructions incorrectes. En effet, lorsque des erreurs gaussiennes aléatoires sont ajoutées aux données de projection pour simuler les effets des erreurs expérimentales comme du bruit, les méthodes ART montrent une divergence significative entre les reconstructions obtenues et celles qui sont réellement reconstruites.

Une nouvelle approche algébrique *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT) est proposée par [Gilbert, 1972], dans cette approche, on va considérer tous les rayons en même temps pour changer la valeur d'un voxel de la coupe. Cela amène à une meilleure reconstruction, mais demande plus de temps de calcul. Par la suite, de nombreuses autres méthodes ont été développées et testées, parmi celles-ci, on peut citer la méthode SART [Kak and Slaney, 2001] qui a pour but de diminuer le temps de calcul nécessaire à la méthode SIRT en revenant au base de la méthode ART et vise à combiner le meilleur des deux méthodes.

Pour obtenir de meilleurs résultats, l'approche consiste à appliquer simultanément la moyenne des corrections générées par l'ensemble des rayons d'une projection à un voxel, au lieu de mettre à jour séquentiellement les pixels rayon par rayon. Le processus se déroule comme suit : pour le premier rayon d'une projection, les corrections nécessaires pour chaque voxel sont calculées selon la méthode ART précédemment décrite. Au lieu d'appliquer immédiatement ces corrections, elles sont enregistrées dans un tableau distinct appelé "tableau de correction", dont les dimensions correspondent à celles du tableau de l'image de la coupe à reconstruire. Ensuite, le rayon suivant est traité, et les mises à jour des pixels qu'il génère sont ajoutées au tableau de correction. Cette procédure est répétée pour tous les rayons de la projection. Une fois que tous les rayons de la projection ont été pris en compte, le tableau de correction (ou une fraction de celui-ci) est ajouté au tableau de l'image de la coupe à reconstruire. Cette approche permet d'obtenir des résultats plus précis dans le processus de reconstruction de la coupe. De plus, une approche heuristique est adoptée pour améliorer la qualité des reconstructions : l'utilisation d'une fenêtre de *Hamming* longitudinale permet de mettre davantage l'accent sur les corrections effectuées au milieu d'un rayon plutôt qu'à ses extrémités, en pondérant les valeurs des pixels proches des extrémités du rayon. Cette technique peut contribuer à améliorer la qualité de la reconstruction en se focalisant sur les détails importants situés au centre du rayon.

Conclusion

Quelle que soit la méthode de reconstruction utilisée en imagerie, elle tend à engendrer des artefacts visuels sur les images radiographiques, nécessitant fréquemment l'application de filtres pour corriger ces altérations.

La reconstruction du volume par épandage des rétroprojections, couramment employée, peut donner lieu à l'apparition d'artefacts en forme d'étoiles, notamment dans les zones à contraste élevé ou lorsque l'échantillonnage angulaire est insuffisant. Plusieurs algorithmes sont employés pour atténuer ces artefacts, dont l'algorithme de rétroprojection filtrée. Toutefois, ce dernier est confronté à la délicate tâche de remplir un plan de Fourier en coordonnées polaires, ce qui induit des imprécisions accentuées dans les hautes fréquences spatiales. Pour pallier à cela, un filtre en rampe est utilisé pour chaque projection, bien que ce choix puisse engendrer des erreurs de reconstruction significatives du point de vue quantitatif. De plus, il provoque une amplification proportionnelle des hautes fréquences spatiales et du bruit. En fin de compte, l'algorithme de rétroprojection filtrée a tendance à répartir la variance du bruit des zones à activité élevée vers les zones à activité faible, maintenant ainsi une amplitude de bruit pratiquement constante sur l'ensemble de l'image [Wilson and Tsui, 1993].

Par ailleurs, quelle que soit la méthode algorithmique employée, la précision limitée des calculateurs numériques peut entraîner la propagation d'un bruit de calcul, avec des erreurs d'arrondi lors de l'évaluation des diverses itérations [Liew et al., 1993]. C'est pourquoi, dans la suite de ce manuscrit, l'algorithme de 3D-VIC développé ne comprendra aucune étape de reconstruction de volumes voxel à partir des radiographies et ne travaillera qu'à partir des projections obtenues, suivant une approche similaire à celle décrite par [Fragnaud et al., 2022]. Ce dernier propose un algorithme de 3D-VIC conçu pour la calibration de tomographes. L'objectif est de minimiser la différence entre les images virtuelles, créées à partir d'un volume voxel de référence, et les projections réelles acquises avec un tomographe, en ajustant les paramètres du tomographe. Cette méthode permet ainsi d'éviter les étapes de reconstruction de volumes à partir des radiographies.

ALGORITHME DE 3D-VIC

Contents

2.1 Description du tomographe virtuel	52
2.1.1 Paramétrisation du tomographe	52
2.1.2 Création des projections à partir d'une scène 3D	53
2.2 La fonction coût à minimiser	56
2.3 Optimisation	56
2.4 Ajustement des projections virtuelles	57
2.4.1 La méthode de <i>Free Form Deformation</i>	59
2.4.2 La méthode de <i>Radial Basis Function (RBF)</i>	62
2.5 Implémentation et portabilité de l'algorithme de 3D-VIC	65

Le chapitre 2 de cette thèse est consacré à une exploration détaillée de l'algorithme de 3D-VIC. Cette analyse approfondie vise à offrir une compréhension claire et méthodique de l'algorithme, ainsi que de ses diverses composantes et étapes d'implémentation.

Dans cette version proposée d'algorithme de 3D-VIC les images virtuelles sont appelées projections virtuelles et sont générées à partir d'une géométrie de référence utilisée pour imprimer le matériau architecturé en 3D. Les images réelles sont les projections réelles obtenues par tomographie. Pour générer les projections virtuelles, il faudra configurer une réplique numérique du tomographe employé pour acquérir les projections réelles.

La première section introduit la configuration du tomographe virtuel et la description de la méthode de rendu par rasterisation, utilisée pour générer des projections similaires à celles obtenues avec un tomographe réel.

La section suivante présente la fonction de coût permettant de comparer les projections réelles et virtuelles, suivie d'une description détaillée de l'algorithme d'optimisation conçu pour la minimiser.

Ensuite, le processus d'ajustement des projections virtuelles à chaque itération est expliqué. Cette étape implique la déformation de la géométrie de référence pour aligner les projections virtuelles avec les données réelles jusqu'à ce qu'elles correspondent aux projections réelles, l'algorithme est décrit par la Figure Figure 2.1.

Enfin, la dernière partie du chapitre est dédiée à l'implémentation de l'algorithme de VIC

en 3D. Cette section fournit un aperçu technique de la mise en place de l'algorithme, en abordant les aspects pratiques et les défis de son implémentation.

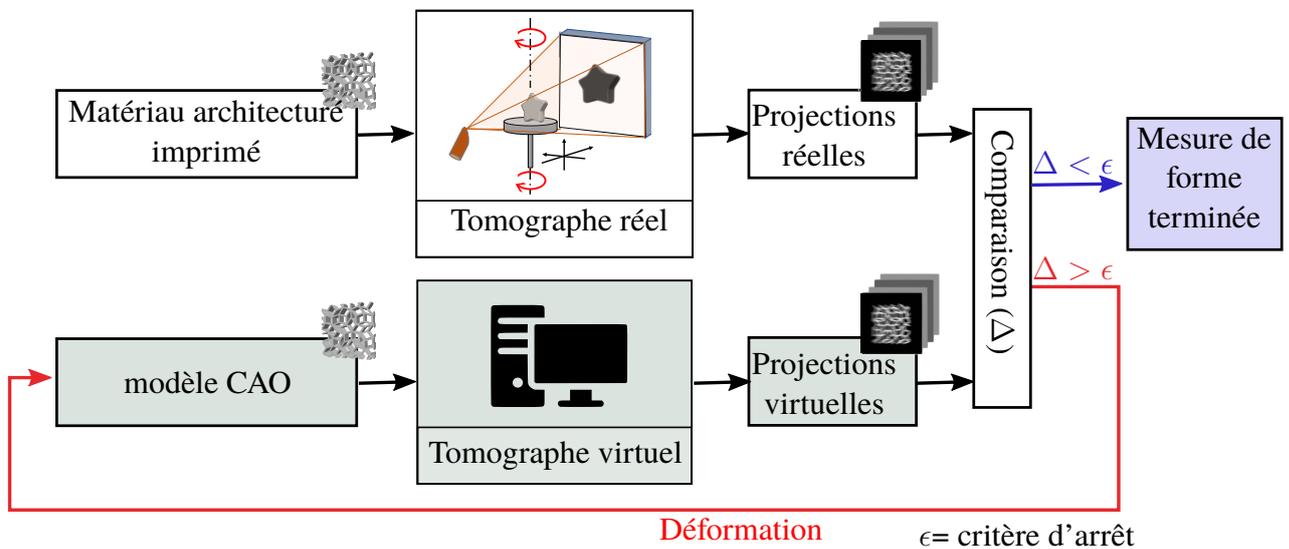


FIGURE 2.1 – Schéma de la méthode 3D-VIC : la partie supérieure illustre l'obtention de projections réelles à partir d'un matériau architectural 3D imprimé à l'aide d'un tomographe réel, tandis que la partie inférieure en vert représente l'acquisition de projections virtuelles à partir d'un modèle CAO.

2.1 Description du tomographe virtuel

2.1.1 Paramétrisation du tomographe

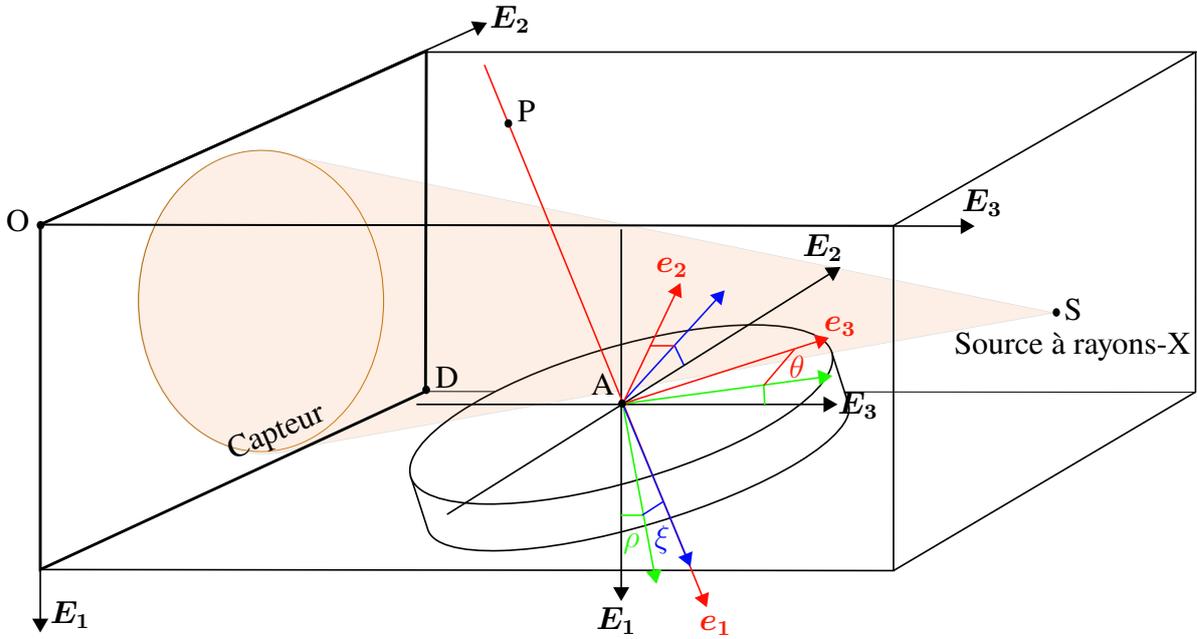


FIGURE 2.2 – Paramétrisation du tomographe, les angles de positionnement ξ et ρ sont exagérés pour les rendre plus visible.

La méthode 3D-VIC nécessite la conception d'un tomographe virtuel pour générer des projections indexées par θ , n_θ représentant le nombre total des rotations. Ce modèle numérique simplifié, s'appuyant principalement sur la loi de Beer-Lambert, ne cherche pas à simuler tous les artefacts de la tomographie réelle tels que ceux listés dans le Chapitre 1.2.4. Un schéma du tomographe virtuel, présenté dans la Figure 2.2, inclut les éléments essentiels d'un tel dispositif sans objet à tomographier à l'intérieur, à savoir :

- Un capteur associé au repère local (E_1, E_2, E_3) , avec son origine $O(0, 0, 0)$ au coin supérieur gauche et $D(L_1, L_2)$ en bas à droite qui définit la taille du capteur.
- Un plateau rotatif dont le centre est associé au repère local (e_1, e_2, e_3) . Les angles ρ et ξ définissent l'orientation de l'axe de rotation du plateau par rapport au système de coordonnées de référence (E_1, E_2, E_3) et sont considérés comme de petits angles. Le plateau tourne autour de l'axe de rotation e_1 qui intersecte le plan perpendiculaire au capteur au point P . L'angle θ est imposé par la platine motorisée et détermine le repère local (e_1, e_2, e_3) .
- Une source de rayons-X associée au même système de coordonnées que le capteur, dont la position est définie par le point $S(L_1/2, L_2/2, L_4)$.

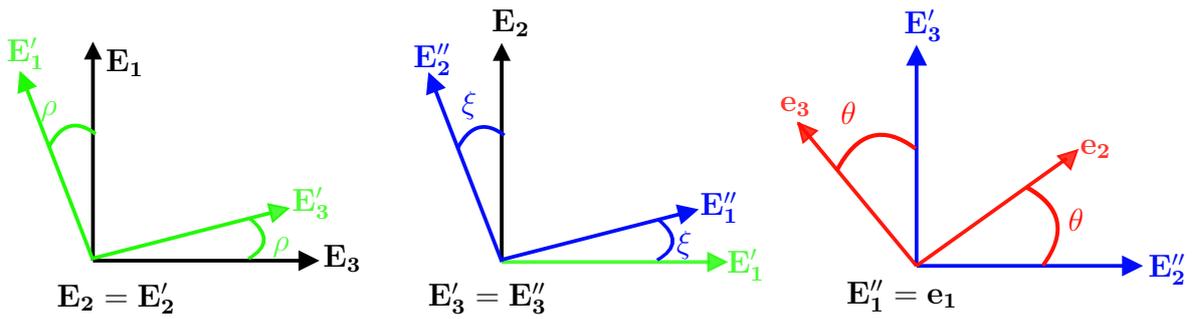


FIGURE 2.3 – Schéma des différents angles de rotation entre la base (E_1, E_2, E_3) et (e_1, e_2, e_3) , avec ρ et ξ de petits angles .

Pour tout point, le lien entre ses coordonnées (x, y, z) dans le système de coordonnées lié à la platine motorisée (A, e_1, e_2, e_3) et (X, Y, Z) dans celui associé au capteur (O, E_1, E_2, E_3) est donné par :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho \\ 0 & 1 & 0 \\ -\rho & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\xi & 0 \\ \xi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X(A) \\ Y(A) \\ Z(A) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Où $(X(A), Y(A), Z(A))$ sont les coordonnées du point A dans le repère associé au capteur.

Suite à la paramétrisation du tomographe virtuel, l'étape suivante consiste à développer une méthode de rendu capable de générer des projections à partir d'une scène comprenant un capteur, une platine sur laquelle positionner un objet modélisé en CAO, et une source lumineuse qui se propage selon la loi de Beer-Lambert. La section suivante abordera succinctement les divers algorithmes de rendu disponibles pour la réalisation de ces projections, et détaillera la méthode de rasterisation sélectionnée pour cette tâche.

2.1.2 Création des projections à partir d'une scène 3D

En infographie, pour convertir une scène 3D en 2D, les deux principaux algorithmes utilisés sont le lancer de rayons (*ray-tracing*) et la rasterisation. Au fil du temps, la rasterisation est devenue prédominante en raison de sa demande en ressource de calcul moins importante. Cependant, contrairement à la méthode de *raytracing* cette méthode de rendu traite difficilement les effets de réflexion de la lumière et est adaptée pour des interactions simples entre la lumière et les objets de la scène [Davidovič et al., 2012].

Dans le cas de radiographies, l'accent est principalement mis sur l'absorption, de sorte que la rasterisation est suffisante pour obtenir des résultats précis. La rasterisation a été effectuée à l'aide de l'algorithme [Koo et al., 2021], spécialement conçu pour simuler l'interaction des rayons-X avec la matière dans un tomographe.

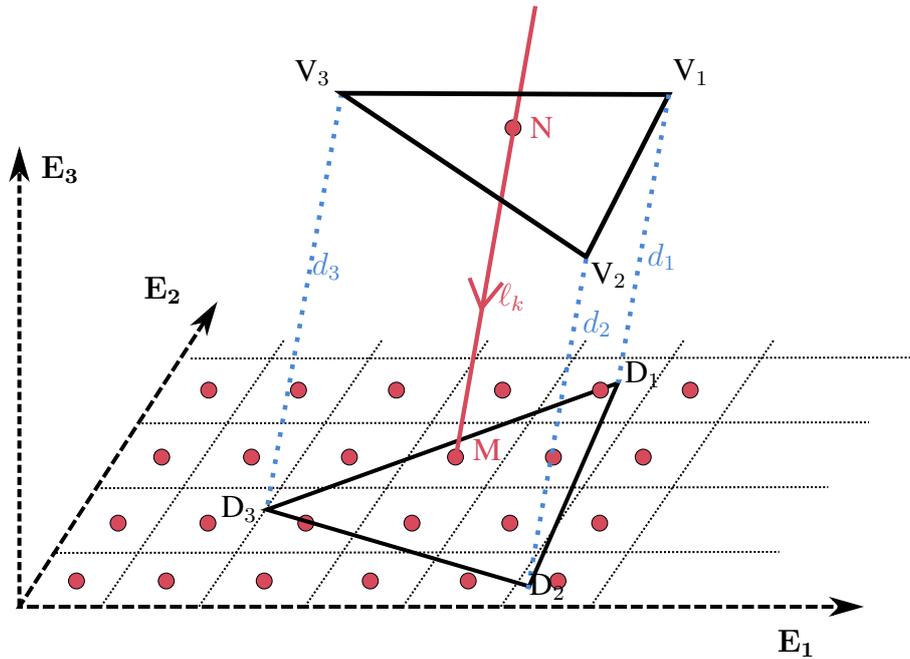


FIGURE 2.4 – Illustration de la technique de rasterisation, en projetant les sommets d’un triangle du maillage (V_0, V_1, V_2) sur le capteur.

Pour la rasterisation, le modèle CAO est converti en maillage, préférablement triangulaire, en raison de sa simplicité, uniformité et efficacité pour décomposer des formes géométriques complexes. Cette capacité de traitement rapide des triangles est un aspect crucial pour la majorité des moteurs de rendu [Kensler and Shirley, 2006]. Dans cette approche, le modèle CAO est discrétisé en un maillage triangulaire, où chaque nœud est désigné par V_j , avec $j \in [1, \dots, N_f]$ et N_f le nombre total de nœuds.

Suite à cette discrétisation, le maillage est projeté sur un plan qui correspond au le plan du capteur. Les projections des nœuds du maillage sur le détecteur sont notés par D_j .

La phase suivante est la rasterisation, qui vise à identifier les pixels couverts par le triangle projeté. Cette étape est essentielle pour évaluer quelles parties de l’objet en 3D sont visibles depuis le point de vue du capteur et doivent donc être prises en compte lors de la création des projections. En prenant l’exemple d’un pixel M appartenant au capteur (illustré par un point rouge dans la figure 2.4), on va chercher à vérifier si M se trouve à l’intérieur du triangle projeté $D_0D_1D_2$ en utilisant les coordonnées barycentriques. Ces coordonnées, représentées par les scalaires w_1, w_2 et w_3 , permettent de localiser précisément tout point à l’intérieur du triangle.

M appartient au triangle si la condition $0 \leq w_0, w_1, w_2 \leq 1$ et $w_0 + w_1 + w_2 = 1$ sont remplies :

$$\mathbf{X}(M) = w_1\mathbf{X}(D_1) + w_2\mathbf{X}(D_2) + w_3\mathbf{X}(D_3) \quad (2.2)$$

où

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{a(D_3 D_2 M)}{a(D_1 D_2 D_3)} \\ w_2 &= \frac{a(D_1 D_3 M)}{a(D_1 D_2 D_3)} \\ w_3 &= \frac{a(D_2 D_1 M)}{a(D_1 D_2 D_3)} \end{aligned} \quad (2.3)$$

où a donne l'aire du triangle composé par les trois sommets.

La distance ℓ_k entre les points M et N , où N est l'intersection du rayon avec le triangle (V_1, V_2, V_3) est [Marschner and Shirley, 2018, Koo et al., 2021] :

$$\ell_k(M) = \sum_{i=1}^3 w_i d_i \quad (2.4)$$

Enfin, à chaque fois que la rasterisation identifie qu'un triangle couvre un pixel, l'indice de ce triangle est enregistré dans un *Z-buffer*, qui est essentiellement un tableau associé à chaque détecteur. L'indice de ce triangle est positionné dans le *Z-buffer* en fonction de sa distance par rapport au capteur par rapport aux autres triangles déjà enregistrés sur ce pixel, de sorte que le faisceau entre dans la matière par les triangles ayant un indice K impair et sort de la matière par les triangles ayant un indice K pair. La distance entre le pixel et les triangles enregistrés dans son *Z-buffer* associé est ensuite calculée. La distance recherchée parcourue dans la matière $L(M)$ pour ce pixel est :

$$L(M) = \sum_{K=1}^{N_K/2} (\ell_{2K} - \ell_{2K-1}) \quad (2.5)$$

où N_K est l'indice (pair) de triangles intersectés. Enfin, pour tout angle de rotation θ de la platine tournante, l'intensité reçue par le pixel est calculée à l'aide de la loi de Beer-Lambert :

$$I_\theta(M) = I_0 \exp(-\mu L(M)) \quad (2.6)$$

où I_0 est l'intensité du blanc et μ le coefficient d'absorption. A noter que ce dernier est supposé homogène dans la matière. Considérant la définition d'une projection $G_\theta(M)$ obtenue à partir d'une radiographie $I_\theta(M)$:

$$G_\theta(M) = -\log \frac{I_\theta(M)}{I_0} \quad (2.7)$$

$$= \mu L(M) \quad (2.8)$$

$L(M)$ est donc la seule quantité à calculer pour obtenir une projection. En pratique, l'ensemble des projections est remis à l'échelle entre 0 et 1.

Pour tout point central d'un pixel M du détecteur, cette méthode nous permet de calculer la

longueur parcourue $L(M)$ le long du chemin SM, où S est la source ponctuelle de rayons-X.

L'exploitation de la rasterisation permet de générer des projections virtuelles dans une configuration analogue à celle employée pour la production de radiographies dans un tomographe. Cette méthodologie permet la construction d'un modèle de tomographe virtuel, paramétré de façon similaire à un tomographe réel.

Dans la suite de ce manuscrit, une comparaison entre les projections virtuelles et les projections réelles sera effectuée, en se basant sur une fonction coût. L'objectif sera de minimiser cette fonction en ajustant divers paramètres, permettant ainsi de comparer les images virtuelles et les images réelles obtenues par tomographie.

2.2 La fonction coût à minimiser

Après avoir créé des projections virtuelles du modèle CAO, une fonction de coût Ψ est calculée pour évaluer la corrélation entre les n_θ projections virtuelles et les projections réelles. Lors de l'évaluation de la fonction de coût, si le résultat obtenu n'est pas satisfaisant, les projections virtuelles seront ajustées en agissant sur ses paramètres notés λ_i .

Les projections virtuelles G_θ sont paramétrées par n paramètres λ_i définissant la déformation de forme à appliquer au modèle CAO, utilisé pour créer les projections virtuelles, afin d'obtenir la meilleure correspondance entre F_θ , les projections réelles, et G_θ . En plus des paramètres de déformation de forme, les paramètres décrivant la configuration du tomographe virtuel peuvent être inclus dans l'ensemble des paramètres à ajuster. La fonction coût est définie comme la différence quadratique moyenne en termes de niveaux de gris entre les projections réelles et virtuelles respectivement F_θ et G_θ .

Ainsi, la fonction Ψ à minimiser par rapport aux λ_i est la suivante :

$$\Psi(\lambda_0, \dots, \lambda_n) = \frac{1}{n_\theta L_1 L_2} \sum_{\theta} \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} (F_\theta - G_\theta(\lambda_0, \dots, \lambda_n))^2 dX dY \quad (2.9)$$

où (L_1, L_2) sont les longueurs du plan du capteur, respectivement le long de $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$. Cette fonction coût est couramment utilisée en DIC pour sa simplicité et son efficacité numérique [Hild and Roux, 2012, Passieux and Bouclier, 2019].

Ainsi, les valeurs optimales de l'ensemble des paramètres λ_i sont obtenues en minimisant une fonction de coût Ψ évaluant l'écart entre F_θ et G_θ .

2.3 Optimisation

Les λ_i sont maintenant ajustés jusqu'à ce que la stagnation de Ψ soit atteinte, ce qui signifie que les projections virtuelles et réelles sont similaires et que les paramètres optimaux ont été obtenus.

À partir d'un ensemble initial de paramètres, une correction sera obtenue en utilisant un algorithme de Newton. Considérons Λ_k comme un vecteur regroupant les λ_i à la $k^{\text{ème}}$ itération. Le nouvel ensemble de paramètres Λ_{k+1} sera calculé comme suit :

$$\Lambda_{k+1} = \Lambda_k - [H_\Psi]^{-1} \nabla \Psi \quad (2.10)$$

Où $H_{\Psi(\Lambda_k)}$ est la matrice hessienne de Ψ par rapport à Λ_k et $\nabla \Psi(\Lambda_k)$ est le gradient de Ψ par rapport à Λ_k :

$$\nabla \Psi = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_n} \end{pmatrix} \quad H_\Psi = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda_0^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda_0 \lambda_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda_n \lambda_0} & \cdots & \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda_n^2} \end{pmatrix}$$

dans lequel les dérivées de la fonction de coût sont écrites comme suit :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_i} = \frac{1}{n_\theta L_1 L_2} \sum_\theta \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} -2(F_\theta - G_\theta) \frac{\partial G_\theta}{\partial \lambda_i} dX dY \quad (2.11)$$

et les dérivées secondes comme suit :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} = \frac{1}{n_\theta L_1 L_2} \sum_\theta \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} 2 \left(-(F_\theta - G_\theta) \frac{\partial^2 G_\theta}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} + \frac{\partial G_\theta}{\partial \lambda_i} \frac{\partial G_\theta}{\partial \lambda_j} \right) dX dY$$

Comme dans pour la VIC 2D [Semin et al., 2011] et la DIC [Sutton et al., 2009], on suppose que $F_\theta - G_\theta$ tend vers 0, en effet, les projections virtuelles sont très proches des projections réelles dès l'étape initiale, de sorte que le produit de $F_\theta - G_\theta$ par le terme de la dérivée seconde de G_θ peut être négligé.

La dérivée seconde de Ψ devient alors :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} \simeq \frac{1}{n_\theta L_1 L_2} \sum_\theta \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} 2 \left(\frac{\partial G_\theta}{\partial \lambda_i} \frac{\partial G_\theta}{\partial \lambda_j} \right) dX dY \quad (2.12)$$

Lors du calcul d'optimisation, à chaque itération, les dérivées de G_θ sont calculés par différence finie avec un pas ϵ . Pour obtenir chaque dérivée de G par rapport à λ_i , il est nécessaire de réexécuter la procédure de projection, ce qui implique d'effectuer successivement les étapes de rasterization pour calculer les dérivées de G_θ .

$$\frac{\partial G_\theta}{\partial \lambda_i} \simeq \frac{G_\theta(\mathbf{M}, \lambda_0, \dots, \lambda_i + \epsilon, \dots, \lambda_n) - G_\theta(\mathbf{M}, \lambda_0, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n)}{\epsilon} \quad (2.13)$$

2.4 Ajustement des projections virtuelles

Pour effectuer une mesure de forme sur un matériau architecturé en 3D avec un algorithme de VIC, il faut pouvoir déformer le modèle CAO initial que l'on nommera par la suite géométrie de référence. Une première approche pourrait consister à utiliser le maillage qui

décrit la géométrie de référence pour imposer des déplacements aux nœuds de ce maillage, similairement à une méthode basée sur les éléments finis.

Cette méthode a déjà été testée, lors de la mesure des déplacements à l'aide de la Stéréo DIC (Digital Image Correlation) telle que décrite dans la section 1.1.2, dans laquelle, une étape préliminaire de mesure de forme à l'aide de la méthode des éléments finis est nécessaire afin d'ajuster le maillage par éléments finis de référence de l'échantillon à la géométrie réelle de référence. L'espace de recherche est défini par l'espace des éléments finis associé au maillage FE de l'échantillon, et les variables mises à jour lors de l'optimisation sont les positions des nœuds du maillage par éléments finis.

Cependant, l'utilisation de cette méthode a posé divers problèmes, car modifier la position d'un nœud le long de la surface de l'échantillon n'entraîne pas de modification de la géométrie (Figure 2.5) [Pierré, 2016].

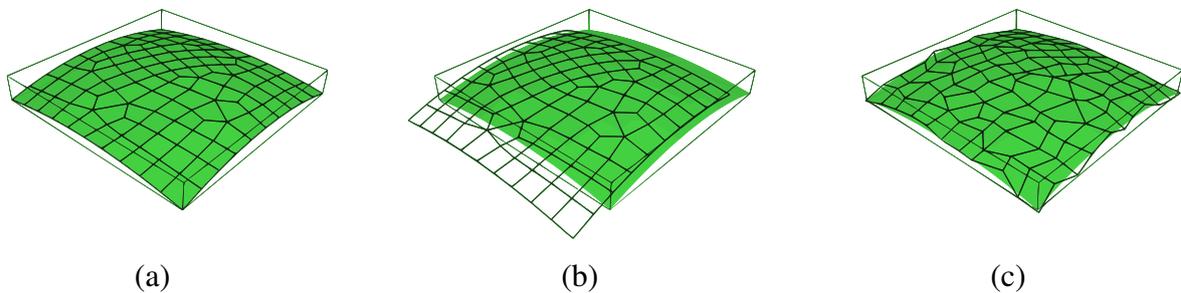


FIGURE 2.5 – Illustration du problème mal posé de la mesure de forme, les nœuds peuvent se déplacer le long de la surface sans changer la forme. (a) Position théorique du maillage après la calibration et la mesure de forme. (b) Glissement global ou (c) glissement local pendant la mesure de forme, figure extraite de [Pierré et al., 2017].

Le maillage éléments finis adapté à l'analyse du champ de déplacement contient un excès de variables d'ajustement, qui peut entraîner un gradient de la fonction coût nul par rapport à ces variables d'ajustement lorsque les nœuds glissent le long du maillage. Dans le contexte de la mesure de forme, l'utilisation de l'espace éléments finis en tant qu'espace de recherche n'est pas appropriée.

Pour résoudre ces problèmes, l'idée sera de s'inspirer de la communauté de l'optimisation de forme et d'adopter un espace de recherche plus régulier comme des splines [Hirschler et al., 2019, Kiendl et al., 2014, Wall et al., 2008] afin de bénéficier des avancées réalisées dans ce domaine.

Les fonctions de spline sont idéales pour l'optimisation de forme, étant originellement développées pour la modélisation géométrique en CAO et en infographie. Leur grande régularité réduit le nombre de degrés de liberté nécessaires, principalement liés aux positions des points de contrôle, pour décrire et mettre à jour une géométrie [Chapelier, 2021]. De plus, la technologie des splines offre en réalité un cadre naturel de régularisation pour les problèmes d'optimisation généraux, car elle permet de rechercher la solution dans un sous-espace d'approximation plus régulier [Bouclier et al., 2022]. Les fonctions B-splines

ont déjà été étudiées pour mesurer des déplacements de surfaces 3D réelles dans le cadre de la stéréo-DIC et de la FFD-DIC [Chapelier et al., 2021]. Ces fonctions ont également été utilisées dans le cadre de la VIC pour la mesure de forme 2D dans les travaux de [Réthoré and François, 2014] et appliquées aux matériaux architecturés par [Passieux et al., 2023]. D'autres approches ont proposé différents sous-espaces FE lisses, tels que [Etievant et al., 2020, de Pastre et al., 2022], en utilisant les modes de vibration libre comme base d'espace de recherche pour la mesure de forme. Cependant, les fonctions B-splines présentent la possibilité de modifier localement un champ et nécessitent moins de connaissances a priori de la déformation afin de pouvoir régulariser une large gamme de problèmes d'optimisation.

2.4.1 La méthode de *Free Form Deformation*

La technique de déformation *Free Form Deformation* (FFD) est largement utilisée dans la recherche académique et l'industrie, notamment pour l'optimisation de forme [Manzoni et al., 2012] et de conception [Menzel et al.,]. Le principe de la méthode FFD consiste à immerger le modèle CAO discrétisé (à l'aide d'éléments finis) dans une boîte cuboïde simple décrite par une courbe B-spline ou de Bézier appelée *morphing box*. Initialement, la méthode FFD a été développée par [Sederberg, 1986] en utilisant des fonctions de base de Bézier. Cependant, l'utilisation de ces fonctions permet difficilement des déformations locales, car pour permettre un raffinement local, il est nécessaire d'augmenter le degré des polynômes des fonctions de Bézier. Cette augmentation du degré des polynômes entraîne des temps de calcul plus longs et des instabilités liées aux polynômes de degrés élevés. Par la suite, des déformations plus locales ont été rendues possibles grâce à l'utilisation de fonctions de base B-spline, qui sont une généralisation des fonctions de Bézier, comme introduit dans [Griessmair and Purgathofer, 1989].

Les courbes B-splines dans \mathbb{R}^d sont construites avec une combinaison linéaire de fonctions de base B-splines [Hughes et al., 2005]. Les coefficients de ces fonctions de base sont appelés points de contrôle, qui sont en quelque sorte analogues aux coordonnées nodales dans l'analyse par éléments finis. Les *morphing box* résultent d'un *mapping* entre un domaine paramétrique I et un espace physique à partir d'un ensemble de fonctions B-splines et des emplacements de leurs points de contrôle [Chapelier et al., 2021]. De cette manière, une *morphing box* de dimension d dans un espace de dimension D est définie comme suit : $S : I \subset \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}^D$

$$\mathbf{V}_j \longmapsto S(\mathbf{V}_j) = \sum_{i=1}^{N_c} N_i(\mathbf{V}_j) \mathbf{x}(C_i) \quad (2.14)$$

Où $(N_i)_{i=1\dots N_c}$ sont les fonctions spline ou les fonctions polynomiales de Bernstein associées aux N_c points de contrôle C_i leur position est noté $\mathbf{x}(C_i)$ dans \mathbb{R}^d qui correspondra à l'espace associé au maillage, \mathbf{V}_j est le $j^{\text{ième}}$ nœud du maillage discrétisant la géométrie de référence.

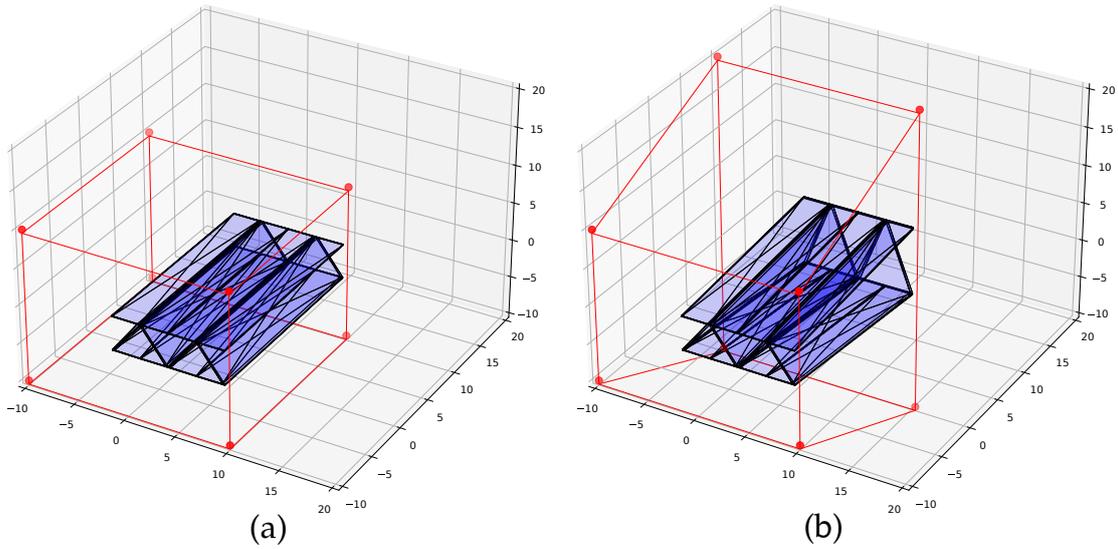


FIGURE 2.6 – Géométrie immergée dans une *morphing box* en rouge (a) géométrie immergée dans la *morphing box* avant déformation de la boîte de déformation (b) Après déformation de la *morphing box*. L’algorithme PyGem, une bibliothèque Python, est employée pour décrire la *morphing box* avec des polynômes de Bernstein [Tezzele et al., 2021].

L’objectif est de lier les déplacements nodaux du maillage à un champ plus régulier défini dans la *morphing box*. Suite à cette opération, une paramétrisation de l’ajustement de la forme de la géométrie de référence est obtenue en étant simplement dirigée par le déplacement des points de contrôle de la *morphing box*. Ainsi, au lieu de chercher la position des nœuds du maillage de la géométrie à reconstruire, la recherche se concentre sur la position des nœuds de la *morphing box* dans laquelle la géométrie est immergée. Cela entraîne une réduction du nombre de degrés de liberté du problème.

La déformation en un nœud du maillage de la géométrie de référence pourrait être écrite comme suit :

$$\mathbf{u}(V_j) = \sum_{i=1}^{N_c} N_i(\mathbf{V}_j) \mathbf{u}(C_i) \quad (2.15)$$

Où $\mathbf{u}(V_j)$ est la valeur du champ au $j^{\text{ième}}$ nœud du maillage discrétisant la géométrie de référence, N_c est le nombre de points de contrôle de la boîte de morphing, $\mathbf{u}(C_i)$ est la valeur du champ au $i^{\text{ième}}$ point de contrôle et $(N_i)_{i=1\dots N_c}$ sont les fonctions spline associées aux N_c points de contrôle, un exemple de déformation d’un maillage est donné sur la Figure 2.6.

Cependant, la méthode FFD présente une faiblesse, mise en avant par [Chapelier et al., 2021], dans certains cas, notamment lorsque la boîte de déformation est très finement discrétisée, certains points de contrôle peuvent ne pas avoir d’influence sur le maillage élément fini immergé, car aucun nœud élément fini n’intersecte son support B-spline associé (voir Figure 2.7). En d’autres termes, si $\forall j, N_i(\mathbf{V}_j) = 0$, alors le point de contrôle C_i est non influent sur le maillage élément fini, le problème est alors mal conditionné et empêche

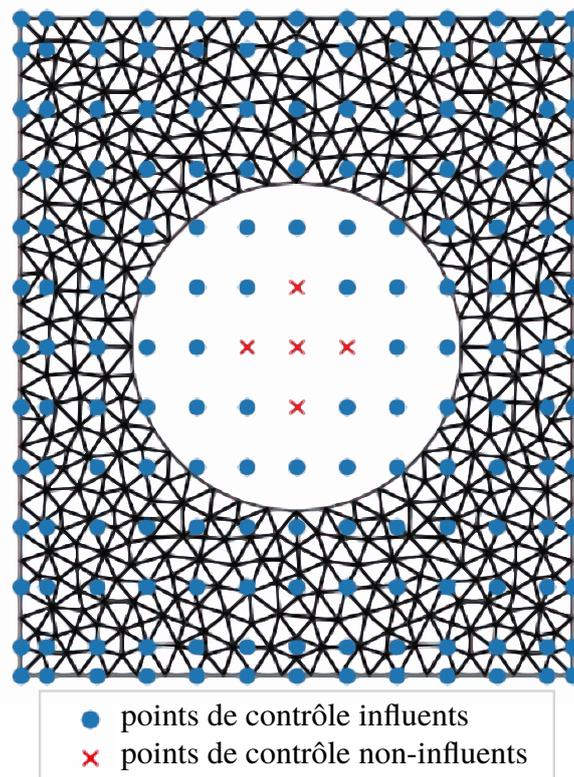


FIGURE 2.7 – Illustration du problème de points de contrôle non influent dans les zone de vide [Chapelier, 2021].

le calcul d'optimisation. Dans le contexte de la mesure de forme de matériaux architecturés 3D, il convient de noter que la géométrie présente de nombreux vides, car ces géométries sont conçues pour optimiser la distribution de la matière afin d'optimiser la masse. Si trop de points de contrôle sont positionnés dans ces zones vides, il sera nécessaire d'identifier et d'exclure ces points du processus d'optimisation. De plus, la méthode FFD contraint à positionner les nœuds de manière régulière dans une boîte, ce qui limite leur capacité à s'adapter à la forme globale de la géométrie à déformer. Par exemple, dans le cas d'une géométrie en forme de tétraèdre, de nombreux nœuds se trouveront dans les zones vides visibles sur la Figure 2.8. Afin d'avoir une plus grande flexibilité sur le positionnement des points de contrôle une méthode de déformation par *Radial Basis Function* (RBF) est étudié.

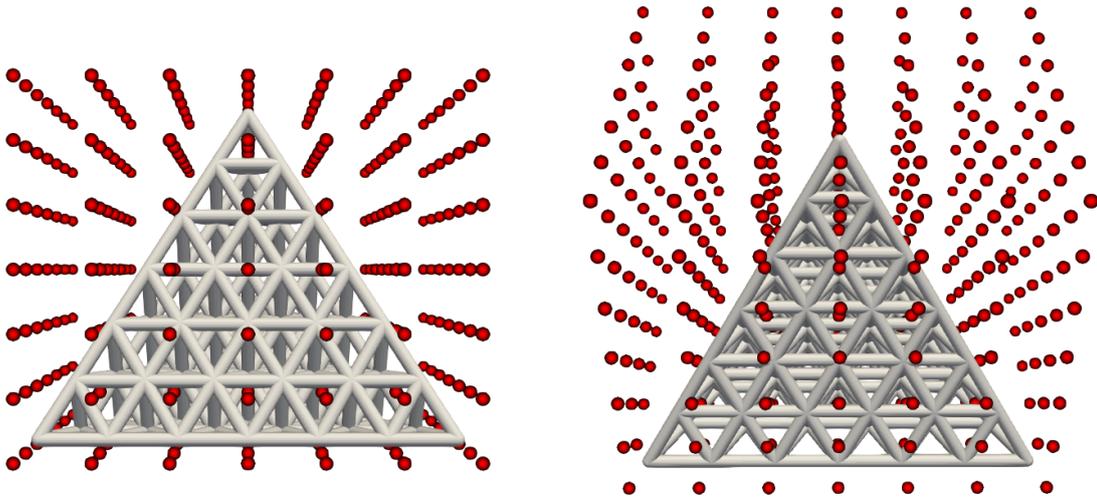


FIGURE 2.8 – Tétraèdre positionné dans une *morphing box* composée de 343 points de contrôle, les nœuds en haut de la pyramide se retrouvent dans des zones vides.

2.4.2 La méthode de *Radial Basis Function* (RBF)

La méthode RBF traite la déformation spatiale comme un problème d'interpolation d'un nuage de points par rapport au déplacement connu d'un nœud $\mathbf{u}(C_i)$, appelé point de contrôle C_i , [Buhmann, 2003], à l'aide de fonctions de base radiale. Si un maillage discret ou tout autre ensemble de points dispersés occupe cet espace, il se déforme en fonction des déplacements des points de contrôle RBF [Botsch and Kobbelt, 2005]. Dans notre cas, la géométrie de référence est décrite par un maillage dont la position des nœuds est interpolée par rapport aux points de contrôle de la méthode RBF.

Cette technique de paramétrisation de forme RBF repose sur la définition d'une fonction de *mapping*, qui est composée d'une combinaison linéaire de fonctions de base φ_i , centrées sur chaque point de contrôle C_i . Les points de contrôle C_i peuvent être placés n'importe où dans l'espace pour effectuer une déformation locale de la géométrie de référence, il n'est pas nécessaire de les disposer régulièrement dans une boîte comme pour la méthode FFD. Les RBF sont des fonctions réelles φ_i dont la valeur en tout nœud du maillage de la géométrie de référence V_j dépend uniquement de la distance euclidienne par rapport à son point de contrôle associé C_i . Dans la suite de ce manuscrit, parmi les différentes fonctions RBF couramment utilisées, nous opterons pour une fonction gaussienne :

$$\varphi_i(V_j) = \exp\left(-\left(\frac{\|\mathbf{x}(V_j) - \mathbf{x}(C_i)\|}{r}\right)^2\right) \quad (2.16)$$

Où $r > 0$ est un facteur d'échelle qui influence la forme de la fonction gaussienne. La valeur choisie pour r a un impact significatif sur la stabilité et la précision de l'interpolation. Lorsque la valeur de r augmente, l'influence de chaque point de contrôle s'élargit, entraînant

une déformation plus progressive du maillage. Il est donc courant de choisir une valeur de r de manière à ce que chaque fonction de base couvre au moins tous les points de contrôle adjacents, menant à des modifications moins abruptes dans le maillage. Ainsi, r est généralement supérieur à $0.5 h$, où h représente la distance entre les points de contrôle. Cependant, l'utilisation de fonctions à support local et avec de petits r rend le système à résoudre dans le problème d'optimisation plus *sparse*, ce qui est beaucoup plus efficace pour résoudre et aide à éviter les problèmes de conditionnement. Par conséquent, dans ce qui suit, r sera choisi en fonction de la taille de la zone de répartition des points de contrôle afin de s'assurer que tous les points du domaine sont bien interpolés, quel que soit le nombre de points de contrôle, tout en maintenant une interpolation locale. L'impact du choix de r est illustré sur la Figure 2.9 et en 3D sur la Figure 2.10.

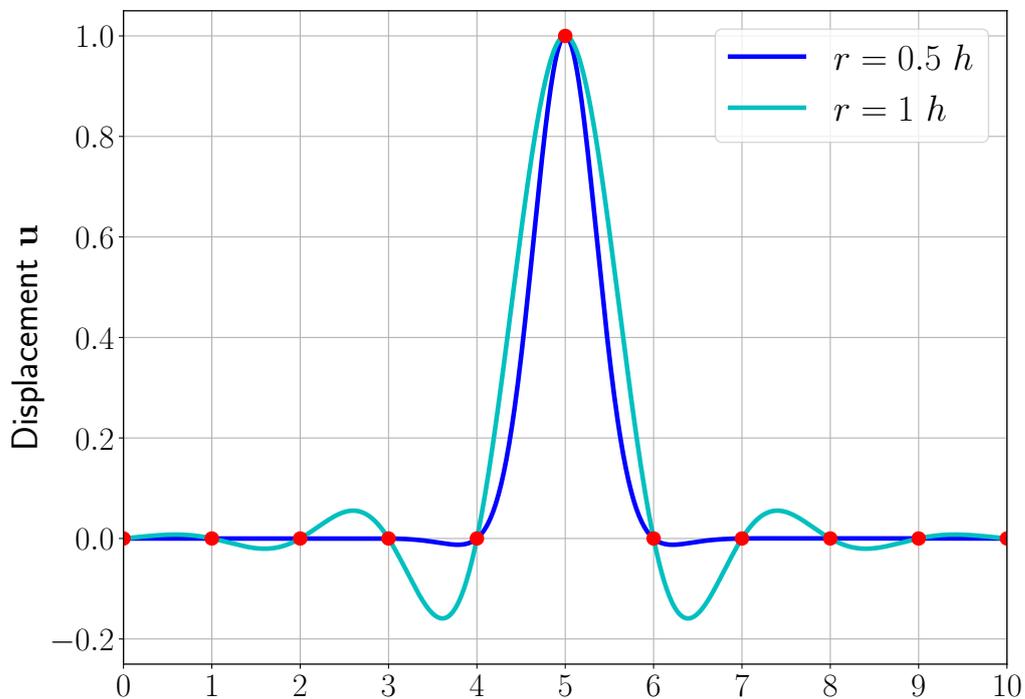


FIGURE 2.9 – Schéma de l'interpolation de la position des nœuds par rapport au déplacement des points de contrôle en rouge, déplacement des points de contrôle pour différentes valeurs de r .

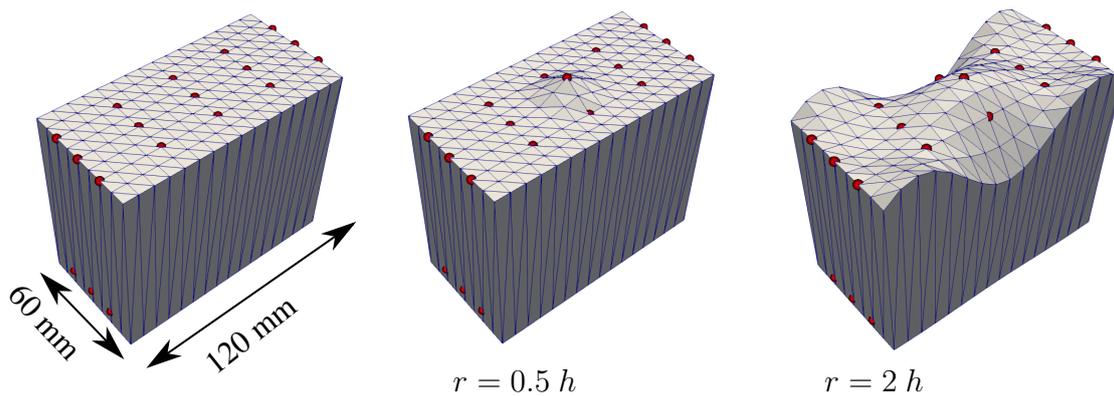


FIGURE 2.10 – Déformation d’un maillage avec la méthode RBF pour deux valeurs de r différentes, le déplacement des points de contrôle est nul sauf pour le nœud central.

La fonction $\mathbf{u}(\mathbf{V}_j)$ représente le déplacement d’un nœud \mathbf{V}_j du maillage, calculé par interpolation avec la méthode RBF par rapport à la position d’un point de contrôle \mathbf{C}_i . Comme indiqué précédemment, il existe deux catégories de nœuds : les déplacements des \mathcal{N}_C points de contrôle et ceux des \mathcal{N}_f nœuds du maillage \mathbf{V}_j . Le déplacement est interpolé séparément pour chaque direction spatiale, selon [Henneron et al., 2019]. Ainsi, pour un nœud \mathbf{V}_j , l’approximation de son déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{V}_j)$ est donnée par l’équation suivante :

$$\mathbf{u}(\mathbf{V}_j) = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}_c} \gamma_i \varphi(\mathbf{V}_j) \quad (2.17)$$

où γ_i est le poids, correspondant aux points de contrôle \mathcal{N}_C préalablement sélectionnés, associé à la j -ème fonction de base. Les γ_i ne correspondent pas aux déplacements des points de contrôle $\mathbf{u}(\mathbf{C}_i)$, et ne sont pas nécessairement nuls lorsque le déplacement du point de contrôle le plus proche est nul comme on peut le visualiser sur la Figure 2.9 en 1D et en 3D sur la Figure 2.10.

Comme pour la méthode FFD, cette manipulation permet d’obtenir une paramétrisation de l’ajustement de la forme du modèle CAO, contrôlée simplement par le déplacement des points de contrôle. De cette manière, au lieu de chercher activement les positions des nœuds dans le maillage CAO, on cherche les positions des points de contrôle. Cela conduit à une réduction significative du nombre de degrés de liberté du problème.

La méthode RBF est implémentée en langage de programmation Python à l’aide de la bibliothèque PyGeM, que j’ai modifié afin de pouvoir déformer des maillages au format .obj, permettant l’utilisation de différentes méthodes de morphing pour la déformation de maillage [Tezzele et al., 2021].

Pour la mesure de forme sur des matériaux architecturés, la préférence sera donnée à la méthode des Fonctions de Base Radiale (RBF) afin de déformer le maillage de la géométrie de référence. L’avantage principal de cette méthode réside dans la possibilité donnée à l’utilisateur de choisir l’emplacement des points de contrôle, tout en évitant de les

positionner dans des zones où leurs déplacements pourraient ne pas influencer le maillage éléments finis.

2.5 Implémentation et portabilité de l'algorithme de 3D-VIC

Pour accélérer les calculs, les calculs de rasterisation sont parallélisés sur carte graphique en utilisant le langage CUDA. CUDA est une architecture logicielle et matérielle de Nvidia permettant l'exécution de programmes sur des GPU Nvidia dans divers langages tels que C, C++, Fortran, OpenCL et DirectCompute. Les opérations de rasterisation sont réalisées par la carte graphique via un script CUDA, lequel est exécuté par un programme C++ *wrappé* pour fonctionner dans un environnement Python. Cette combinaison de technologies et langages de programmation est essentielle pour une mise en œuvre efficace de l'algorithme. L'algorithme nécessite donc diverses bibliothèques python, CUDA et C++ pour exécuter l'algorithme de rasterisation. Cet environnement est assez instable et très dépendant de l'installation de la machine de calcul, puisque des extensions CUDA sont souvent automatiquement installés avec les driver des cartes graphiques et peuvent ne pas être compatibles avec celles nécessaires à l'exécution du code.

Pour faciliter la création d'un environnement compatible avec le code de 3D-VIC, j'ai décidé de développer une image Docker de l'algorithme, intégrant toutes les bibliothèques et logiciels nécessaires. Les conteneurs Docker, conçus comme des environnements d'exécution autonomes, comprennent tous les éléments requis pour le fonctionnement d'une application, y compris le code, les bibliothèques, les dépendances et les variables d'environnement.

Ces conteneurs Docker permettent d'isoler des processus sur la machine de calcul, utilisant le même noyau, mais un *root* différent. Ainsi, les dossiers et logiciels présents dans le *root* de la machine hôte ne sont ni existants ni accessibles dans le conteneur Docker.

Cette image Docker est compatible avec un environnement linux et a été testée sur deux machines de calcul différentes. Elle est également compatible avec des super calculateurs et testée sur le super calculateur LIGER de l'école centrale et sur le CCIPL de Nantes université, mais nécessite d'être exportée sous Singularity, qui est la technologie utilisée sur les la majorité des supers calculateurs.

Singularity est une technologie de conteneurisation qui partage certaines similitudes avec Docker, mais qui est principalement conçue pour des cas d'utilisation spécifiques liés à la recherche scientifique ou aux charges de travail HPC (High-Performance Computing). Les conteneurs Singularity sont principalement utilisés dans des environnements où la sécurité et la compatibilité avec des systèmes existants sont des préoccupations majeures. Pour faciliter l'export du code sur super calculateur j'ai également créé une image Singularity à partir de l'image Docker.

Conclusion

Ce chapitre donne un aperçu global du fonctionnement de l'algorithme de VIC en 3D, cette méthode repose sur l'utilisation de la rasterisation et de la parallélisation des calculs sur une carte graphique, permettant la génération de projections virtuelles similaires à celles obtenues avec un tomographe réel.

Cette approche comprend la création d'un modèle de tomographe pour lequel, les intensités des rayons-X captées par le capteur dépendent de l'épaisseur du matériau traversé, conformément à la loi de Beer-Lambert.

Cette épaisseur est déterminée à partir de la géométrie de référence (le modèle CAO utilisé pour imprimer l'échantillon), grâce à la méthode de rasterisation décrite par [Koo et al., 2021].

Pour chaque point central de pixel M sur le détecteur, cette méthode permet de calculer la longueur parcourue $L(M)$ le long du trajet SM , où S représente la source ponctuelle de rayons X. La distance parcourue est obtenue en additionnant les longueurs entre les points d'entrée et de sortie du rayon à travers le matériau.

Dans la pratique, la surface de la géométrie de référence est discrétisée au moyen d'un maillage triangulaire, les nœuds étant représentés par V_j , où $j \in [1, \dots, N_f]$ et N_f est le nombre total de nœuds.

En parallèle, la comparaison des projections virtuelles et réelles est réalisée via une fonction coût Ψ , dont la minimisation est effectuée avec un algorithme de Newton. À chaque itération, un nouvel ensemble de paramètres Λ_{k+1} est alors utilisé pour déformer le modèle CAO en déformant la géométrie de référence avec une méthode RBF. Suite à cela, un nouvel ensemble de projections G_θ est généré par rasterisation à partir du modèle CAO déformé. Ce processus est répété jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. Le critère d'arrêt de l'algorithme d'optimisation de Newton peut-être soit un critère de stagnation basé sur la fonction de coût elle-même, soit un critère de vitesse de convergence, dans le cas où la valeur de $\frac{|\Lambda_k - \Lambda_{k-1}|}{|\Lambda_k|}$ devient inférieure à une certaine valeur ε .

Face à la complexité de l'installation et de l'exécution de l'algorithme, une image Docker de l'algorithme de VIC a été créée pour faciliter la mise en place d'un environnement de travail stable. Cette image Docker, compatible avec Linux et testée sur diverses machines de calcul et super calculateurs, intègre toutes les bibliothèques et logiciels nécessaires à l'exécution de l'algorithme. De plus, une image Singularity a été développée pour une compatibilité accrue avec les super calculateurs, offrant une solution sécurisée et adaptée aux besoins spécifiques de la recherche scientifique et du calcul haute performance.

Dans le chapitre suivant, nous examinons les capacités de déformation de l'algorithme 3D-VIC qui utilise la méthode des Fonctions de Base Radiale (RBF), et nous effectuons une analyse de l'erreur de mesure associée.

ANALYSE DES PERFORMANCES

Contents

3.1	Déformations permises par la méthode RBF	68
3.1.1	Mesures de forme du rayon le long de la poutre	69
3.1.2	Mesures de forme du défaut d'alignement de la poutre	71
3.1.3	Mesures de forme des défauts de surface de la poutre	75
3.2	Impact de paramètres d'imagerie sur l'erreur de mesure	80
3.2.1	Impact du <i>binning</i> et du nombre de projections utilisées sur l'erreur de mesure	82
3.2.2	Impact du bruit ajouté aux projections sur l'erreur de mesure	85
3.2.3	Impact du bruit ajouté aux radiographies sur l'erreur de mesure	86

Ce chapitre est consacré à une série de tests destinés à évaluer les performances de la méthode 3D-VIC, telle que décrite précédemment. Les projections réelles y sont générées de la même façon que les projections virtuelles, via le tomographe virtuel. La géométrie initiale utilisée pour les projections virtuelles est désignée comme la géométrie de référence.

La première section de ce chapitre se concentre sur l'application de déformations à une poutre en utilisant la méthode RBF pendant la mesure de forme avec l'algorithme 3D-VIC. Les matériaux architecturés tridimensionnels étudiés dans ce manuscrit, composés principalement de poutres, sont susceptibles de présenter divers défauts post-impession, tels que des variations de rayon, des désalignements ou des défauts de surface. Ces imperfections peuvent être causées par de nombreux facteurs, comme l'influence de la gravité sur les structures non solidifiées, les incertitudes sur l'épaisseur du fil d'impession, ou un chemin d'impession suboptimal. L'objectif de ce chapitre est de reproduire ces défauts et d'évaluer quantitativement la capacité de l'algorithme à les détecter et à ajuster la géométrie de référence pour les simuler.

La section suivante abordera deux tests distincts destinés à quantifier l'erreur de mesure associée à l'algorithme 3D-VIC sur une géométrie tétraédrique, étudiée dans le cadre du projet MoMaP, où des travaux antérieurs ont déjà caractérisé ses propriétés élastiques et optimisé sa conception [Chen, 2017]. En conséquence, une attention particulière sera accordée à cette structure, en vue de son impession future et des tests qui en découleront.

Le premier test consiste à appliquer le *binning* aux projections pour simuler la présence de plusieurs rayons par pixel lors de la création des projections virtuelles. Cette approche contraste avec celle d'un tomographe réel où un détecteur capte un grand nombre de rayons X. Ce test a pour but d'évaluer l'erreur de mesure dans les situations où les projections virtuelles et réelles sont générées avec un nombre de rayons par pixel différent. Le second test se concentre sur l'évaluation de l'impact du bruit sur le biais de mesure, en introduisant du bruit dans les projections réelles produites par le tomographe virtuel.

3.1 Déformations permises par la méthode RBF

Dans cette section, nous réaliserons des mesures de forme sur une poutre afin d'évaluer la capacité de l'algorithme 3D-VIC à reproduire ces défauts. Les projections réelles seront simulées et réalisées avec le tomographe virtuel. La première étape consiste à configurer les paramètres du tomographe virtuel. Un capteur de 374×470 éléments sera utilisé. Les défauts de positionnement de la platine, ρ et ξ , seront considérés comme nuls. En outre, les paramètres de positionnement incluent la taille du capteur, la position du centre de la platine et la position de la source, qui sont fixés respectivement à D (187, 235, 0), A (93.3, 111.5, 227) et S (93.3, 111.5, 427), dans le système de coordonnées $(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3)$ (Figure 2.2), exprimés en millimètres.

Plusieurs mesures de forme seront effectuées en utilisant des ensembles de 4, 6, 9 et 12 projections. Pour chaque calcul, 16 points de contrôle RBF seront disposés autour de la poutre. La géométrie de référence examinée sera un cylindre, avec des dimensions spécifiées dans la Figure 3.1 où $r = 15$ mm. Pour chaque test, le critère d'arrêt sera basé sur le nombre maximal d'itérations autorisées.

Les projections réelles seront synthétisées à l'aide du tomographe virtuel. La géométrie utilisée pour créer ces projections réelles, que nous cherchons à retrouver, sera désignée comme géométrie réelle. D'autre part, la géométrie initiale, avant la mesure de forme, utilisée pour générer les projections virtuelles, sera appelée géométrie de référence.

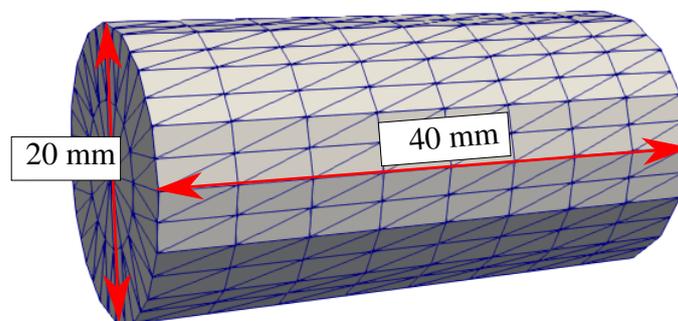


FIGURE 3.1 – Dimension du cylindre utilisé comme géométrie de référence avec son maillage en bleu.

3.1.1 Mesures de forme du rayon le long de la poutre

Ce premier test est conçu pour évaluer la capacité de l'algorithme à mesurer des variations de rayon le long de la poutre.

Dans le cadre de ce test, un cylindre est employé en tant que géométrie de référence. La poutre est déformé pour former un cône pour créer la géométrie réelle. Les deux géométries sont présentées sur la Figure 3.2. Lors de la mesure de forme, la géométrie de référence, initialement un cylindre, est déformée par la méthode RBF jusqu'à l'obtention d'une géométrie conique. Pour créer les projections réelles, la géométrie utilisée est inclinée dans le tomographe réel. Son positionnement dans le tomographe virtuel est connu et réutilisé pour positionner la géométrie de référence dans le tomographe virtuel. Cette manipulation est réalisée afin que les projections de la géométrie de référence invariante en θ ne soient pas toutes les mêmes.

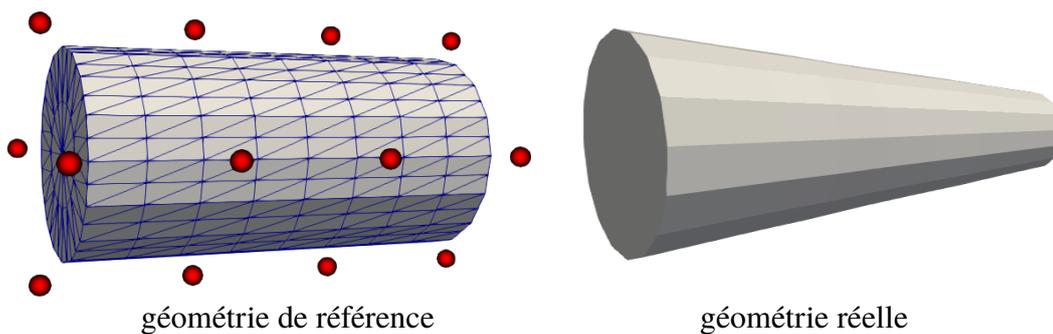


FIGURE 3.2 – A gauche la géométrie de référence entourées de points de contrôle à leur position initiale, et à droite la géométrie réelle à retrouver.

La Figure 3.3 illustre la convergence des différentes mesures de forme en fonction du nombre de projections n_θ . Il est montré dans ce graphique que, dans ce cas spécifique, le nombre de projections a un impact minimale sur la mesure, les courbes se confondent et convergent vers le même résultat.

Après un vingtaine d'itérations, tous les calculs d'optimisation convergent vers une valeur de $\Psi < 10^{-4}$, comme visible sur la Figure 3.3. Cette convergence est satisfaisante, compte tenu des erreurs significatives de rayons à détecter, correspondant à un cas très critique de défauts d'impression.

Une carte d'erreur des résidus δ est fournie pour chaque projection, définie par :

$$\delta = |F_\theta - G_\theta| \quad (3.1)$$

La Figure 3.4 illustre de manière quantitative l'évolution de la géométrie virtuelle au cours de la mesure de forme lors de la mesure de forme avec $n_\theta = 6$, sans quantifier l'erreur sur

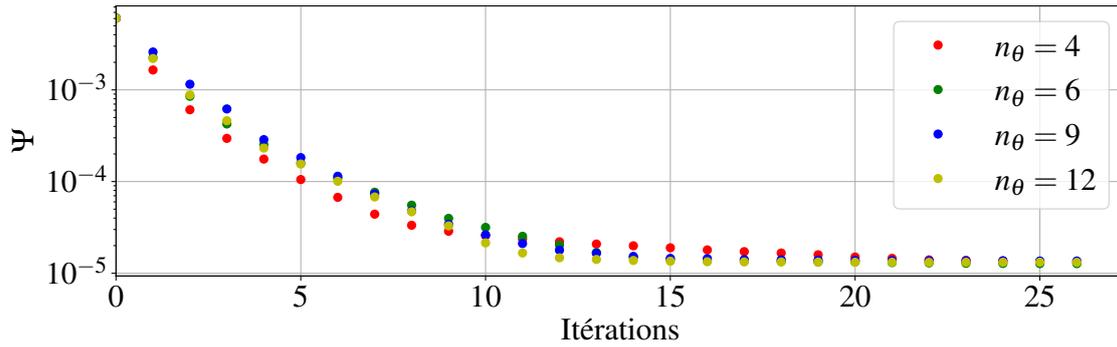
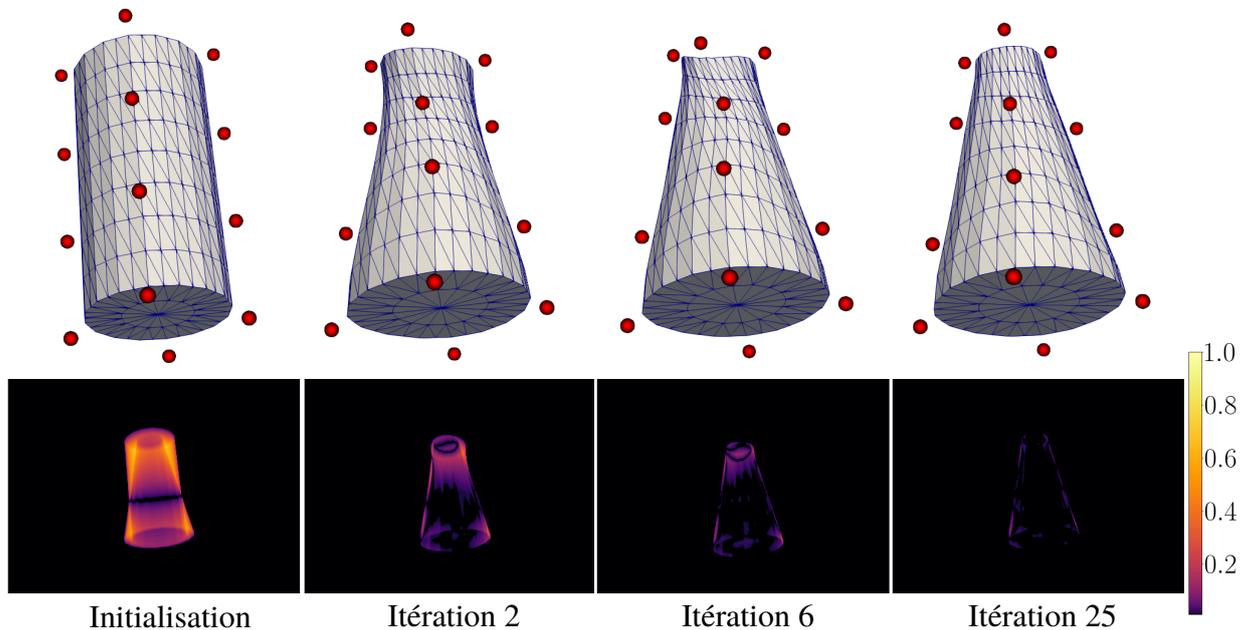


FIGURE 3.3 – Graphique de convergence lors de la mesure de forme.


 FIGURE 3.4 – En haut la déformation de la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant.

la mesure de forme. Il est visible que le résidu diminue effectivement jusqu'à une valeur inférieure à 0.1. Ces résultats soulignent la capacité de l'algorithme 3D-VIC à ajuster le rayon des poutres au cours de la mesure de forme, tout en se limitant à 16 points de contrôle. On constate également sur la Figure 3.4 que les points de contrôle peuvent glisser parallèlement à la poutre sans modifier sa forme, pouvant mener à une multitude de géométries finales possibles, comme il a été observé en FE-DIC visible sur la Figure 2.5. Cela rend encore plus difficile de quantifier l'erreur sur la mesure de forme puisque la position des nœuds du maillage final obtenue ne correspond pas à la position des nœuds du maillage utilisé pour créer les projections réelles. Dans ce cas-là, le calcul ne converge pas et finit par osciller autour de petites valeurs.

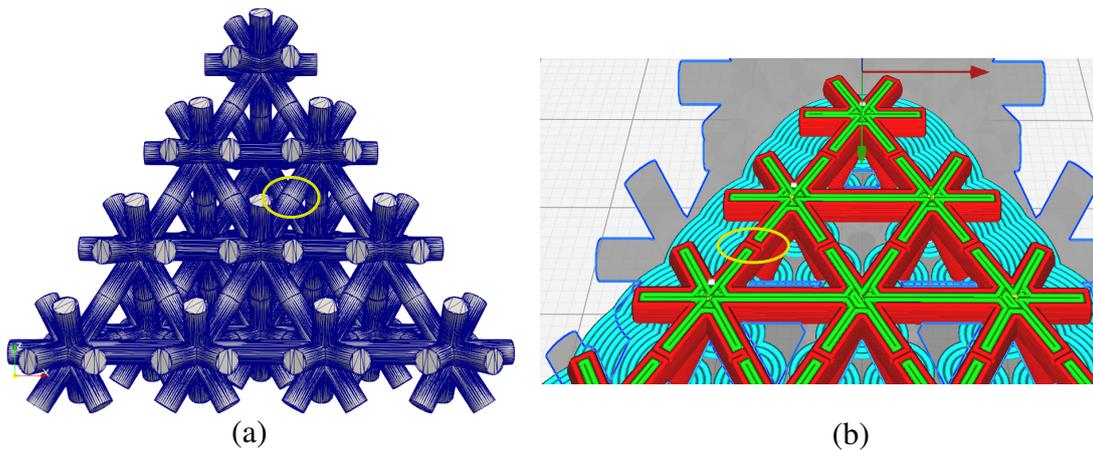


FIGURE 3.5 – a) Maillage avec nœuds au centre des poutres b) chemin d’impression créé par l’imprimante 3D pour le maillage présentée en (a)

3.1.2 Mesures de forme du défaut d’alignement de la poutre

Lors de l’impression 3D de matériaux architecturés, on observe parfois un décalage au centre des poutres. Ce phénomène se produit généralement lorsque le chemin d’impression calculé n’est pas optimal : la première moitié de la poutre est imprimée, puis la tête d’impression revient ultérieurement dans la zone pour imprimer l’autre moitié, entraînant un décalage au centre de la poutre. Cette situation est illustrée sur la Figure 3.5, où le maillage imprimé présente des nœuds au centre des poutres et le chemin d’impression choisi par l’imprimante interrompt l’impression à cet endroit pour la reprendre plus loin. J’ai imprimé la géométrie présentée sur la Figure 3.5, une photo du résultat d’impression est montrée sur la Figure 3.6, sur laquelle le désalignement des poutres est visible sur un exemple entouré en jaune. La seconde mesure de forme de ce chapitre vise à évaluer la capacité de l’algorithme à détecter et à reproduire ce type de défaut.

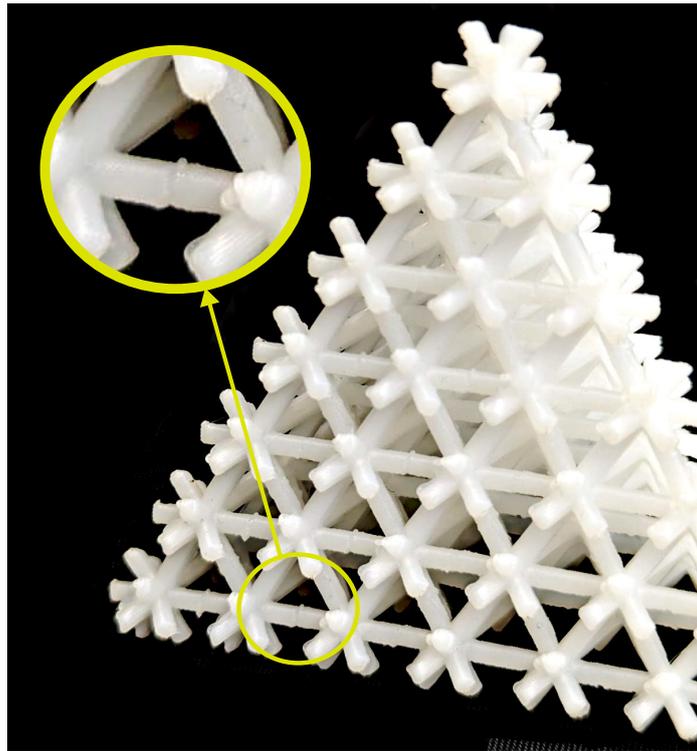


FIGURE 3.6 – Photographie du tétraèdre imprimé avec des défauts d'alignements mis en avant liés au maillage et au choix du chemin d'impression.

Lors de ce test, les projections réelles sont générées à partir d'une poutre présentant un défaut d'alignement. Ce défaut a été créé sur Blender en utilisant l'outil de modification de maillages. J'ai étiré la moitié de la poutre pour créer un décalage de 2 mm en son centre. En réalisant cette modification, j'ai également légèrement réduit la longueur de la poutre. Pendant la mesure de forme, la géométrie de référence (un cylindre), est déformée avec la méthode RBF jusqu'à ce qu'elle converge vers la géométrie réelle de la poutre désaxée. La Figure 3.7 permet de comparer la géométrie réelle (utilisée pour simuler les projections réelles avec le tomographe virtuel) avec la géométrie de référence.

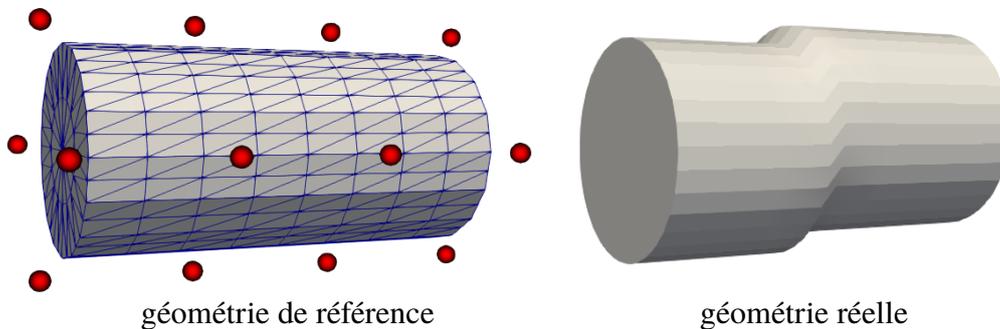


FIGURE 3.7 – À gauche la géométrie de référence entourée de points de contrôle à leur position initiale, et à droite la géométrie réelle à retrouver.

Après environ trente itérations, les calculs d'optimisation tendent à osciller autour d'un résultat. Comme mentionné dans la section précédente, la convergence n'est pas totale à cause de la possibilité de glissement du maillage.

Sur la Figure 3.9, des variations légères de convergence sont observées en fonction du nombre de projections n_θ utilisées. Avec 12 projections, le calcul converge vers une valeur de Ψ légèrement plus grande. Cela est lié au fait, que certaines orientation de projections produisent un plus grand résidu. Comme le montre la Figure 3.8, si des orientations produisant beaucoup de résidus sont choisies, cela a tendance à augmenter la valeur de Ψ . En effet, on peut constater sur la Figure 3.9 que la valeur initiale de Ψ pour l'itération 0 est plus élevée lorsque $n_\theta = 12$ comparativement à $n_\theta = 4$.

Néanmoins, il est important de souligner que l'algorithme 3D-VIC n'a pas besoin de plus de quatre projections pour atteindre une convergence adéquate.

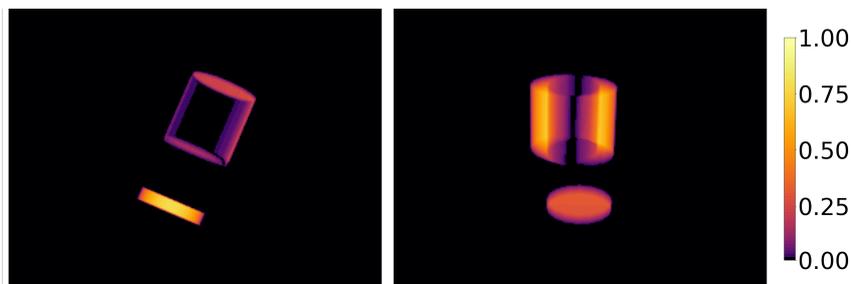


FIGURE 3.8 – Deux exemples de cartes de résidus pour deux orientations θ différentes choisies pour générer les projections.

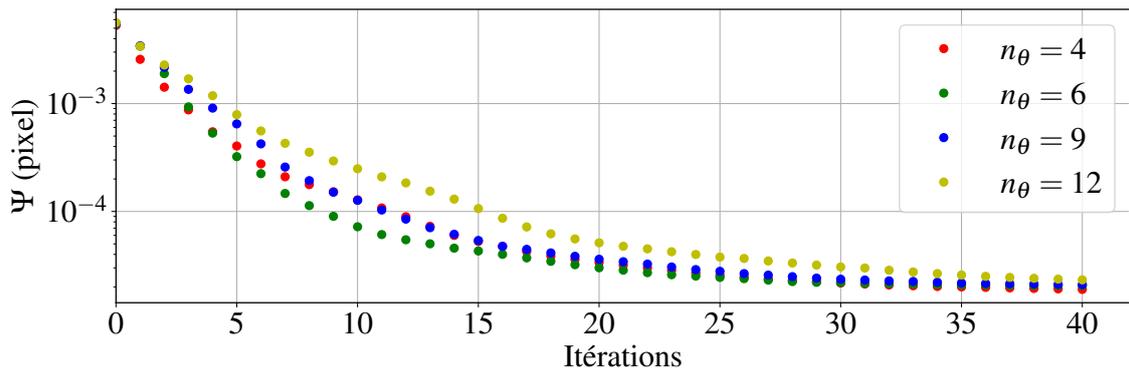
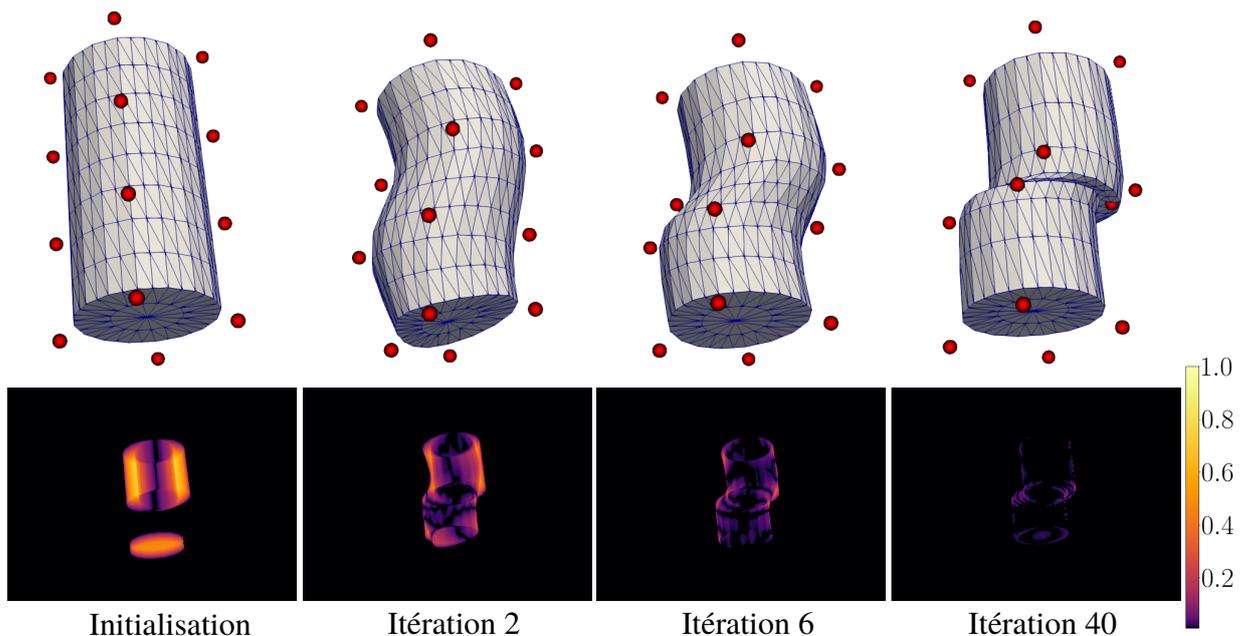


FIGURE 3.9 – Graphique de convergence lors de la mesure de forme.

La Figure 3.10 illustre de manière quantitative l'évolution de la géométrie virtuelle au cours de la mesure de forme avec $n_\theta = 6$, sans quantifier l'erreur sur la mesure de forme. Il est visible que le résidu diminue effectivement jusqu'à une valeur inférieure à 0.1, malgré un décalage important (2 mm pour une poutre d'un rayon de 10 mm) au centre de la poutre.

Ces résultats soulignent la capacité de l'algorithme 3D-VIC à simuler un défaut d'alignement des poutres sur le maillage, tout en préservant la cohésion de celui-ci, et ce, avec un nombre très restreint de points de contrôle.


 FIGURE 3.10 – En haut la déformation de la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant.

3.1.3 Mesures de forme des défauts de surface de la poutre

Durant la fabrication de matériaux architecturés par impression 3D, des défauts de surface dus à une accumulation localisée de matière sont souvent constatés. Ces imperfections se caractérisent par un ajout aléatoire de matière sur une poutre. La troisième évaluation de forme réalisée dans ce contexte vise à tester la capacité de l’algorithme à mesurer ce type de défaut local.

Lors de ce test, les projections réelles sont obtenues à partir d’une poutre présentant des défauts de surface, créée avec l’outil de sculpture sur Blender pour former deux bosses. Pendant la mesure de forme, la géométrie de référence, un cylindre, se déforme par la méthode RBF jusqu’à acquérir la géométrie avec des défauts de surface. La Figure 3.11 permet de comparer la géométrie virtuelle initiale avec la géométrie réelle à approcher.

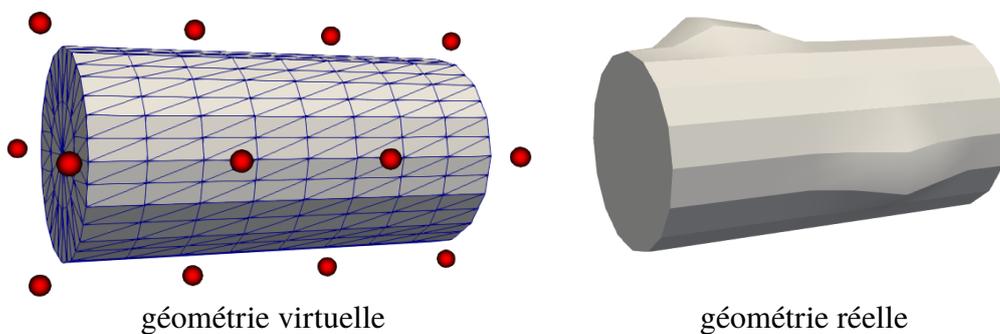


FIGURE 3.11 – A gauche la géométrie virtuelle initiale entourées de points de contrôle à leur position initiale, et à gauche la géométrie virtuelle à retrouver.

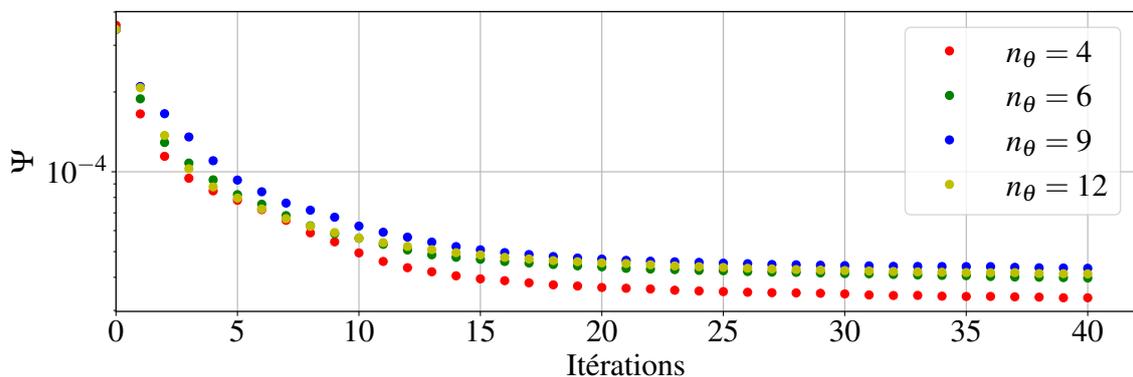


FIGURE 3.12 – Graphique de convergence pour différentes mesures de forme du défaut d’alignement avec des valeurs n_θ différentes.

Le processus d’optimisation converge après une vingtaine d’itérations vers une valeur de $\Psi < 10^{-4}$, comme illustré sur la Figure 3.12. Toutefois, il est important de souligner

que, même si l'erreur diminue progressivement dans les zones présentant un excédent de matière, comme le montre la Figure 3.13, une augmentation de l'erreur sur l'ensemble de la structure est également constatée. Cette difficulté à reproduire des défauts très localisés sur la géométrie réelle est due au faible nombre de points de contrôle employés.

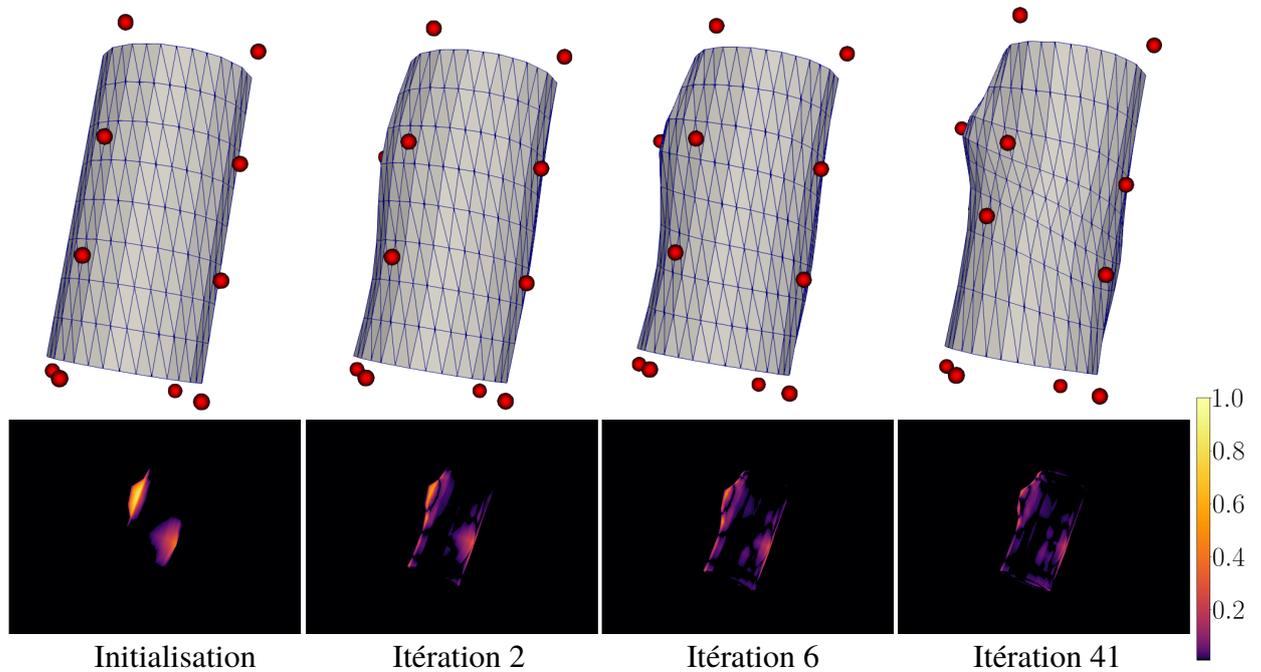


FIGURE 3.13 – En haut la déformation de la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant avec $n_\theta = 6$.

Afin d'affiner le résultat précédent et de déformer la géométrie de référence, l'utilisation d'un plus grand nombre de points de contrôle est nécessaire. De ce fait, de nouvelles mesures de forme seront effectuées avec un nombre accru de points de contrôle, passant respectivement à 28 puis à 49 points de contrôle. Il est à noter que le rayon d'action des points de contrôle, r , restera inchangé avec $r = 15$ mm pour chaque mesure. Les nouvelles répartitions de points de contrôle sont présentées sur la Figure 3.14.

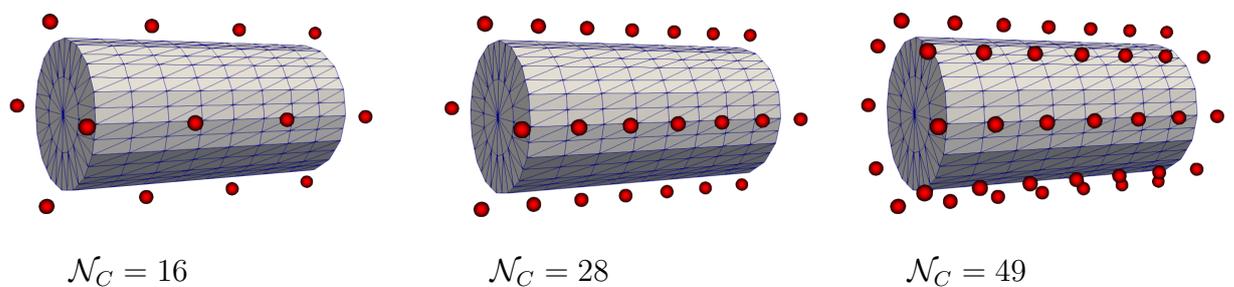


FIGURE 3.14 – Répartition des points de contrôles lors des différentes mesure de forme avec 16, 28 et 49 points de contrôle.

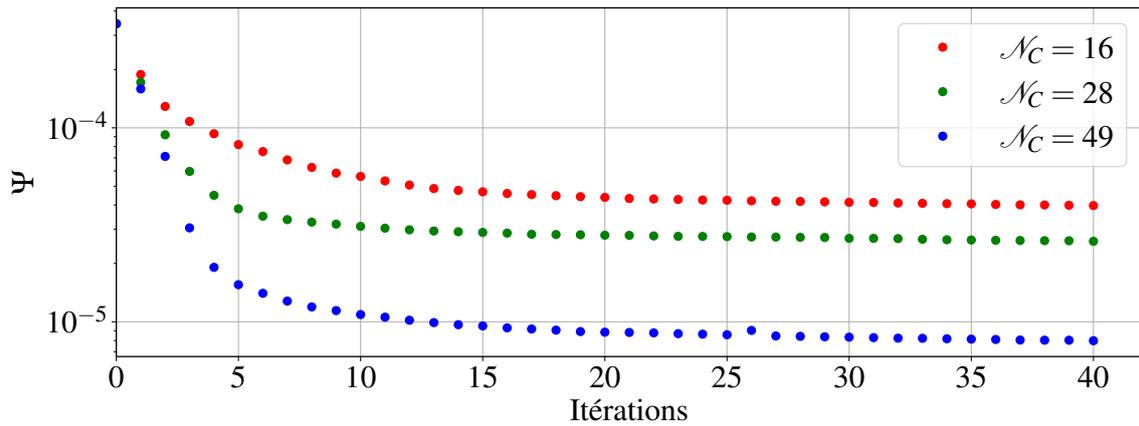


FIGURE 3.15 – Comparaison de la convergence pour différents nombres de points de contrôle utilisés.

Contrairement à l'utilisation d'un nombre plus élevé de projections, une amélioration significative est observée lors de l'utilisation d'un plus grand nombre de points de contrôle, avec une convergence de Ψ vers une valeur plus faible, comme le démontre la Figure 3.15. Sur cette figure, la valeur de Ψ diminue de 10^{-4} avec 16 points de contrôle à 10^{-5} avec 49 points de contrôle. De plus, la figure 3.16 montre clairement une réduction du résidu lorsqu'un plus grand nombre de nœuds sont utilisés.

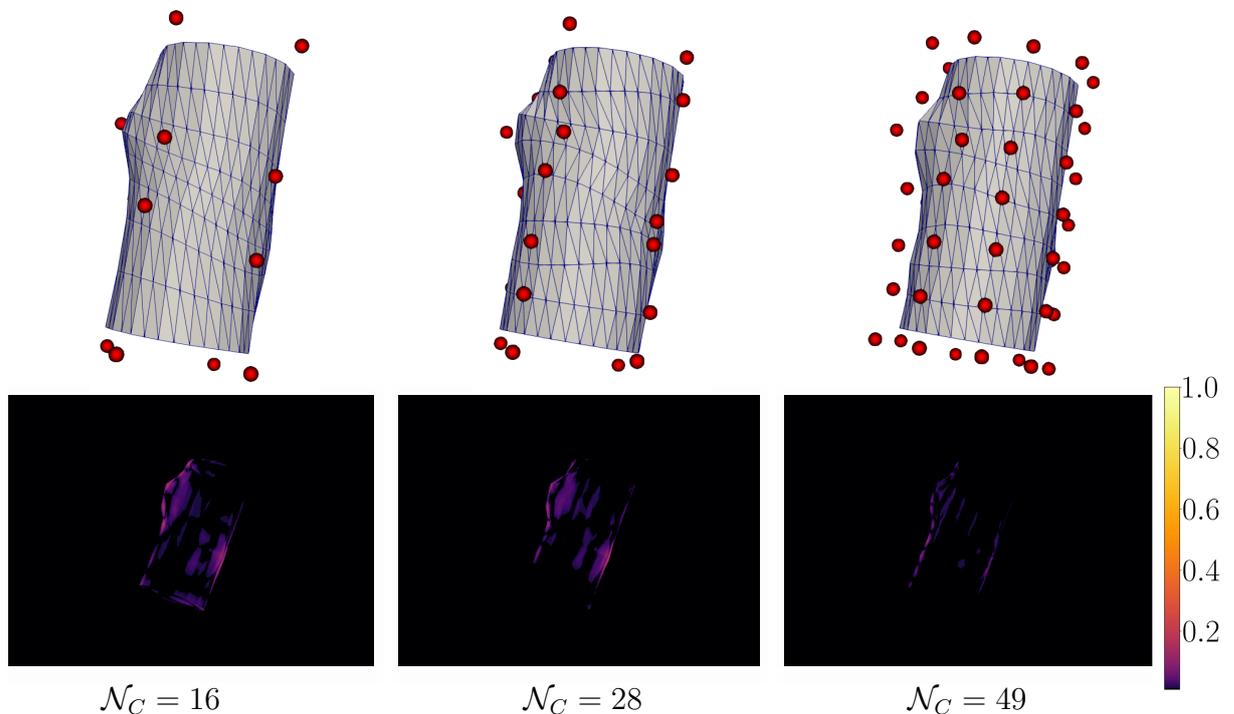


FIGURE 3.16 – En haut la déformation de la géométrie de référence au cours de la mesure de forme avec sa carte d'erreur δ correspondante pour un angle θ de projection correspondant.

Il est envisageable que si le maillage de la géométrie de référence n'est pas aussi fin que

celui utilisé pour générer les projections réelles, les défauts de surface pourraient ne pas être correctement reproduits, indépendamment du nombre de points de contrôle employés. Pour cette raison, j'ai choisi de réitérer les tests avec une géométrie possédant un maillage plus fin pour la réalisation des projections réelles comme présenté sur la Figure 3.17. Dans un premier temps, la géométrie de référence restera identique à celle utilisée auparavant, créant ainsi une différence notable dans le raffinement du maillage. Cette approche reflète plus fidèlement la réalité, où l'objet imprimé peut être perçu comme ayant un maillage infiniment fin, comparé à une géométrie de référence dont le raffinement du maillage est limité par les capacités de la machine de calcul.

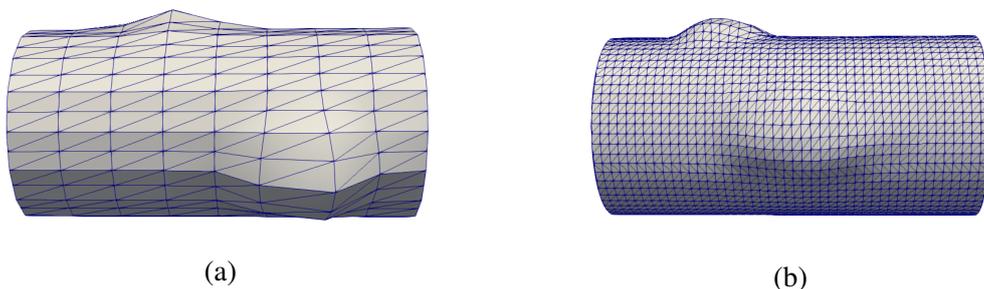


FIGURE 3.17 – Comparaison entre (a) l'ancienne géométrie utilisée pour créer les projections réelles (b) la nouvelle géométrie au maillage plus fin utilisée pour créer les projections réelles

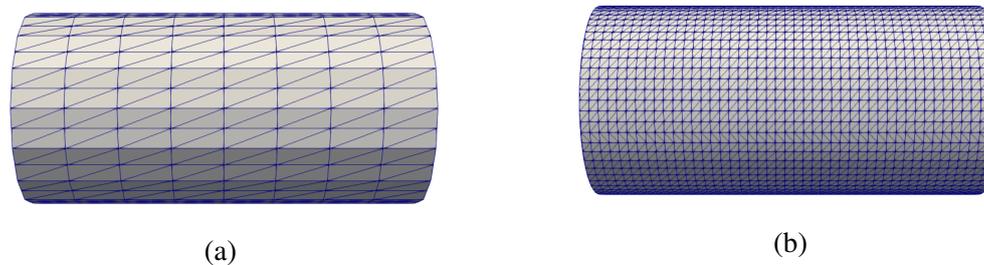


FIGURE 3.18 – Comparaison entre (a) la géométrie de référence au maillage grossier (b) la nouvelle géométrie de référence au maillage fin

Deux ensembles de calculs vont être effectués, pour chaque calcul $r = 15 \text{ mm}$ et 6 projections sont utilisées :

- Pour le premier ensemble de calcul, la géométrie de référence correspondra à la géométrie présentée sur la Figure 3.18a et la géométrie utilisée pour créer les projections réelles sera celle présentée sur la Figure 3.17b.
- Pour le deuxième ensemble de calcul, la géométrie de référence correspondra à la géométrie présentée sur la Figure 3.18b et la géométrie utilisée pour créer les projections réelles sera celle présentée sur la Figure 3.17b.

Dans chaque ensemble, trois mesures de formes seront effectuées avec les trois dispositions de point de contrôle présentées sur la Figure 3.14.

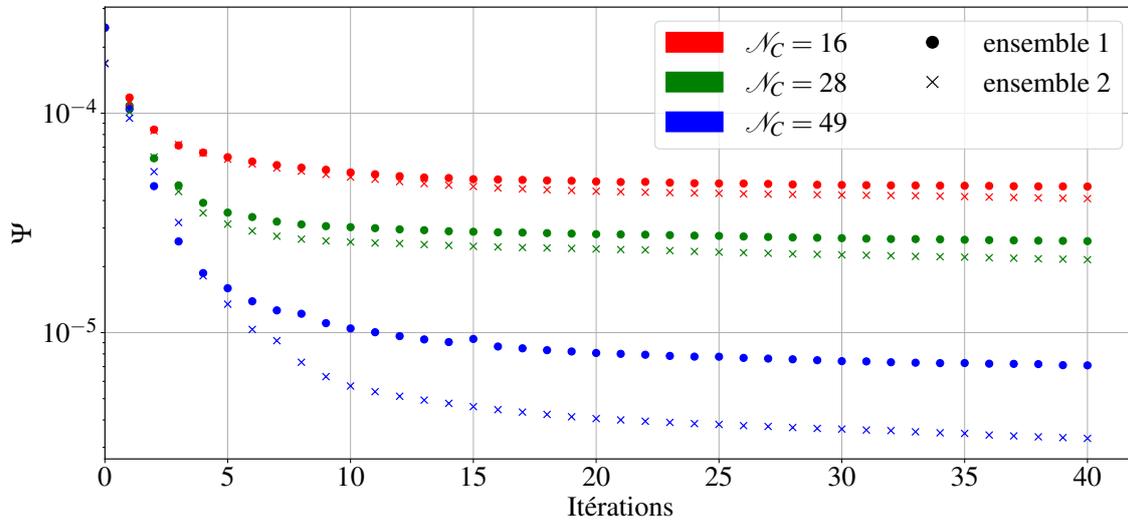


FIGURE 3.19 – Comparaison de la convergence pour différents nombres de points de contrôle utilisés, pour l'ensemble 1 avec une géométrie de référence au maillage grossier (Figure 3.18b) et l'ensemble 2 avec une géométrie de référence au maillage fin (Figure 3.18b)

La Figure 3.19 illustre une comparaison des évolutions de Ψ au cours de la mesure de forme pour deux ensembles de calculs distincts. Il est important de noter qu'à l'itération initiale, la valeur de Ψ est plus basse pour l'ensemble 2. Cette différence est due au fait que le maillage de référence de l'ensemble 1 est plus grossier, ce qui entraîne une facettisation plus marquée du cylindre par rapport à la géométrie de référence plus lisse utilisée pour l'ensemble 2. Les résultats indiquent que lorsque $\mathcal{N}_C = 16$ et $\mathcal{N}_C = 28$, les deux séries de calculs affichent des résultats similaires. En tenant compte de cette différence à l'itération initiale, on peut même envisager qu'ils sont équivalents.

Ceci suggère que la première étape pour améliorer les résultats de la mesure de forme consiste à augmenter le nombre de points de contrôle, qui était initialement trop faible pour détecter les défauts locaux ajoutés (visibles sur la Figure 3.17b)

En revanche, une fois que le nombre de points de contrôle devient suffisant avec $\mathcal{N}_C = 49$, on peut observer une différence de résultats entre l'ensemble 1 et 2 plus importante. Dans le cas du premier ensemble de calculs, la géométrie de référence ne peut pas plus subir les déformations induites par les RBF à cause de la facettisation excessive de la géométrie, le nombre de points de contrôle étant du même ordre de grandeur que le nombre de nœuds du maillage. La Figure 3.18 confirme ce résultat, on peut y observer la carte des résidus dans le cas où la géométrie de référence était le maillage grossier et dans le cas où la géométrie de référence était le maillage fin, le résidu est plus faible dans le deuxième cas et tant à confirmer que les déformations permises par le maillage fin a permis de mieux mesurer la forme de la géométrie utilisée pour réaliser les projections réelles.

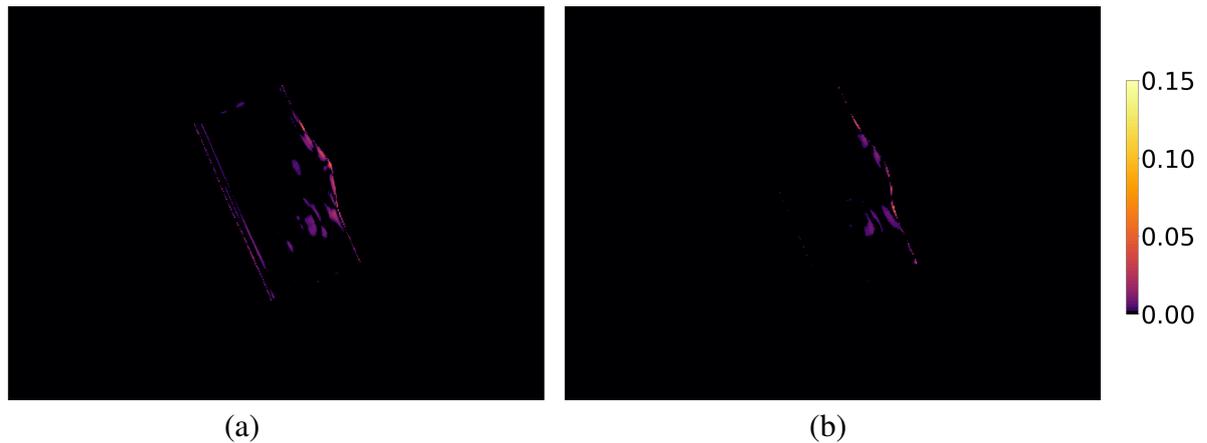


FIGURE 3.20 – Géométrie obtenue à la fin de la mesure de forme avec $\mathcal{N}_C = 49$ avec comme géométrie de référence (a) le maillage grossier de la Figure 3.18a et (b) le maillage fin de la Figure 3.18b

Il est donc essentiel de fournir à l’algorithme un maillage de référence suffisamment discrétisé pour que les points de contrôle puissent générer les déformations locales attendues.

Conclusion

Les mesures de forme effectuées sur un cylindre ont montré que la déformation de la géométrie virtuelle est réalisable, même avec un nombre restreint de points de contrôle, en utilisant la méthode RBF. Cette approche permet de simuler différents types de défauts, tels que les variations du rayon des poutres, les décalages entre sections de poutres, ou les accumulations de matière. Toutefois, pour caractériser des défauts plus localisés, il devient nécessaire d’augmenter le nombre de points de contrôle et de raffiner le maillage de la géométrie de référence.

3.2 Impact de paramètres d’imagerie sur l’erreur de mesure

Cette section se concentrera sur des mesures de forme effectuées sur une géométrie tétraédrique composée de six cellules unitaires tétraédriques par côté, telles qu’illustrées dans la Figure 3.21. Cette configuration, totalisant 56 cellules dans son volume, est choisie pour présenter des faces cachées nécessitant l’utilisation de radiographies, tout en étant suffisamment compacte pour que les projections, même en présence de légers bruits, révèlent des informations cruciales sur les formes internes.

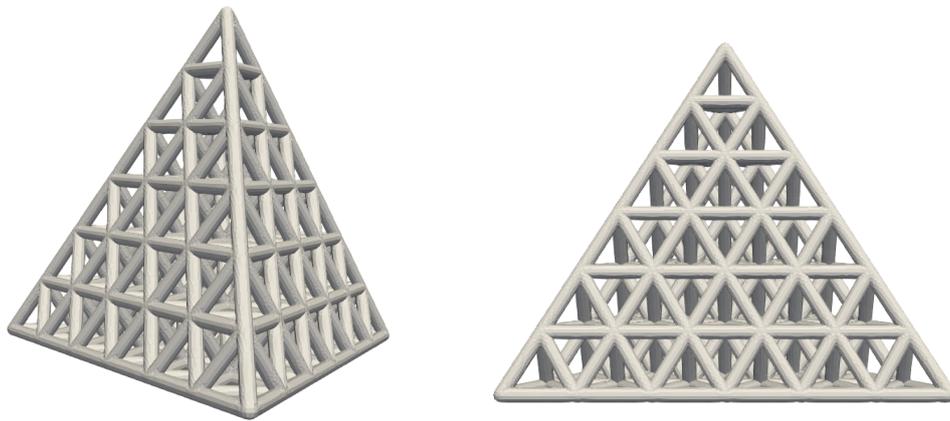


FIGURE 3.21 – Matériau *lattice* tétraédrique étudié

Cette structure spécifique présente des défis significatifs en termes de calcul de rasterisation, notamment en raison du nombre élevé d'intersections de rayons avec les nombreuses facettes du maillage nécessaire pour discrétiser le modèle CAO.

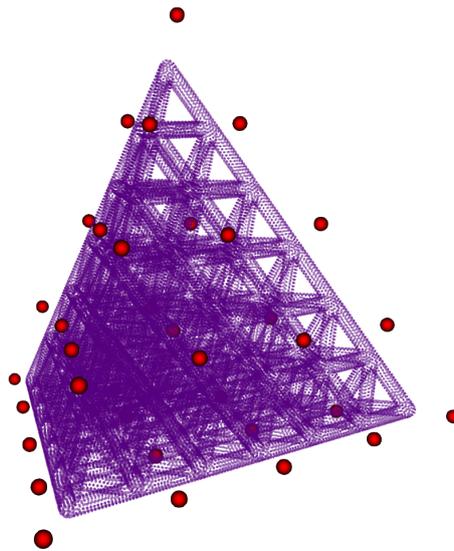


FIGURE 3.22 – Positionnement initial des 35 points de contrôle en rouge autour de la géométrie de référence.

Les différentes mesures 3D-VIC sont effectuées avec une géométrie de référence déformable, paramétrée par 35 points de contrôle RBF uniformément répartis (Figure 3.22). Par conséquent, l'ensemble des paramètres de forme dans λ_j sont les 3×35 composantes des déplacements des points de contrôle RBF $r = 0.85 h$ avec h la distance moyenne entre les points de contrôle. Pour chaque mesure de forme, un critère d'arrêt de 10 itérations est fixé. Par rapport à la section 3.1, le nombre d'itérations maximale a été réduit en raison de la complexité accrue du maillage de référence, ce qui prolonge les temps de calcul durant les étapes de rasterisation. De plus, étant donné que la géométrie ne présente pas de défaut de

forme, la mesure de forme ne requiert pas autant d'itérations que dans les cas précédents. Dans cette section, les projections réelles et virtuelles sont générées à l'aide du tomographe virtuel, en utilisant la géométrie de référence non déformée de l'objet. Par conséquent, que les projections soient virtuelles ou réelles, elles sont générées avec le même maillage. Bien que la correction initiale soit nulle, différents biais seront introduits, tels qu'un facteur de *binning* et du bruit, entre les projections réelles et virtuelles. Ceci est fait pour simuler certaines différences intrinsèques existantes entre le fonctionnement d'un tomographe réel et celui d'un tomographe virtuel.

Les paramètres du tomographe virtuel sont maintenus constants pour chaque test, soit un capteur de 374×470 détecteurs, des angles de positionnement de la platine, ρ et ξ nuls. De plus, les paramètres de positionnement, tels que les dimensions de l'écran de détection, l'emplacement du centre de la platine et la position de la source d'imagerie, sont fixés comme suit : pour D (228, 286, 0), pour A (114, 143, 293), et pour S (114, 143, 515), dans le repère $(O, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3)$, toutes ces dimensions étant exprimées en millimètres. Pour toutes les mesures de formes suivantes, la valeur de μ et I_0 est fixée de manière à ce que la valeur des niveaux de gris des projections soit comprise entre 0 et 1, $I_0 = 1$ et μ est normalisé par la valeur $L(M)$ maximale captée par un détecteur .

3.2.1 Impact du *binning* et du nombre de projections utilisées sur l'erreur de mesure

Dans cette section, différentes mesures de forme ont été effectuées afin de quantifier l'erreur de mesure engendrée par l'utilisation d'un nombre limité de rayons-X par pixel pour les projections virtuelles, en opposition aux projections réelles qui seront générés avec un nombre maximal de rayons-X par pixel.

***Binning* des radiographies**

Afin de simuler le fonctionnement d'un tomographe physique, où plusieurs rayons-X sont captés par chaque détecteur, une méthode de *binning* est utilisée. Le *binning* permet de réduire la résolution d'une image en cumulant les valeurs de gris de multiples pixels, afin de former des pixels agrandis qui compilent les données des pixels individuels et d'ainsi produire une image de résolution diminuée à partir d'une image initialement en haute résolution, comme montré sur la Figure 3.23.

Le *binning* est fréquemment employé dans les stratégies de reconstruction volumétrique à partir de clichés radiographiques pour alléger les durées de traitement en créant des radiographies à résolution réduite. L'agrégation de pixels accroît le niveau de signal détecté par le pixel élargi, résultant en un contraste amélioré et une réduction du bruit [Friedrichsdorf et al., 2019, Baek et al., 2013].

En conséquence, des projections d'une taille B fois supérieure sont générées, puis regrou-

pées (*binning*) afin d'obtenir la résolution cible de 235×187 pixels, où B représente le facteur de *binning*. Il est important de souligner que le facteur de *binning* ne peut être augmenté indéfiniment, étant restreint par la capacité de traitement de la carte graphique employée. Pour nos différents tests, les projections réelles simulées sont générées en utilisant un facteur de *binning* établi à $B = 10$.

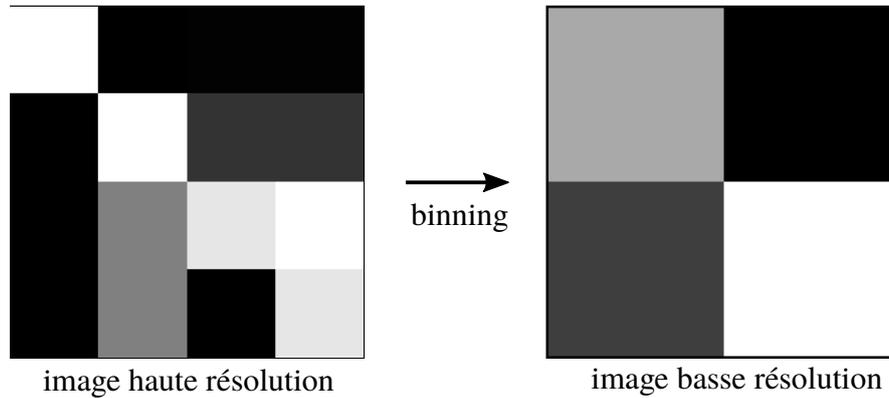


FIGURE 3.23 – Schéma des projections haute résolution et basse résolution avec $B = 2$. La taille des pixels pour la projection haute résolution est la moitié de celle *binné*.

Paramétrisation du problème

La géométrie de référence du tétraèdre correspondant à la CAO du tétraèdre discrétisée en un maillage élément fini et va être itérativement déformé lors de l'optimisation avec une méthode RBF.

Durant le processus d'optimisation, les paramètres λ_i sont les positions des points de contrôle C_i de la méthode RBF. Le maillage utilisé pour générer les projections réelles simulées sera le même que celui utilisé pour générer les projections virtuelles initiales. Le biais de mesure dépend de la stabilité des points de contrôle RBF à leurs emplacements initiaux. Toutefois, en raison du nombre limité de projections et de l'utilisation d'un facteur de *binning* inférieur pour générer les projections virtuelles, la mesure n'est pas exacte et les points de contrôle RBF se déplacent de leur position initiale lors de la mesure de forme. L'erreur de mesure en pixel est définie comme l'écart type de la norme euclidienne du déplacement $\mathbf{u}(C_i)$ des points de contrôle RBF, par rapport à leur position initiale :

$$\Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{\mathcal{N}_C} \frac{\|\mathbf{u}(C_i)\|^2}{3\mathcal{N}_C p^2}} \quad (3.2)$$

Où p représente la taille moyenne d'un pixel en mm par pixel.

Plusieurs mesures de formes sont réalisées avec un nombre de projections n_θ allant de 2 à 9.

Résultats des mesures de forme

Comme le montre la Figure 3.24, l'erreur de mesure est déjà inférieure au pixel pour deux projections sans *binning*. Pour un *binning* $B = 4$ et au moins 3 projections, l'erreur est inférieure à 2×10^{-2} pixel. Le gain est minime au-delà de 5 projections. Cette valeur est bien inférieure aux milliers de projections requises par les méthodes conventionnelles de reconstruction tomographique par rayons-X. Cette observation sur le faible nombre de projections nécessaires pour les méthodes basées sur la projection est également faite par d'autres auteurs [Jailin, 2018, Fragnaud et al., 2022]. On peut noter que la valeur quelque peu singulière pour 3 projections correspond à l'invariance de rotation de $2\pi/3$ de l'objet observé. La Figure 3.24 montre aussi que plus le facteur de *binning* est élevé, plus faible est le biais de mesure. Les valeurs pour $B > 4$ ne sont pas représentatives car trop proches de la valeur de $B = 10$ utilisée pour les projections de référence.

Afin de vérifier la véracité de l'algorithme, une mesure de forme avec un facteur de *binning* $B = 10$ a été testée et donne comme résultat $\Delta = 0$ quelque soit le nombre de projections utilisées. Le coût de calcul dépend quadratiquement de B tandis qu'il dépend linéairement du nombre de projections. En conclusion, la performance s'accompagne de facteurs de *binning* élevés avec un coût de calcul croissant de manière quadratique. Même pour un *binning* très modéré $B = 2$ et un nombre réduit de projections, la mesure 3D-VIC a clairement un biais de mesure inférieur au sub-pixel.

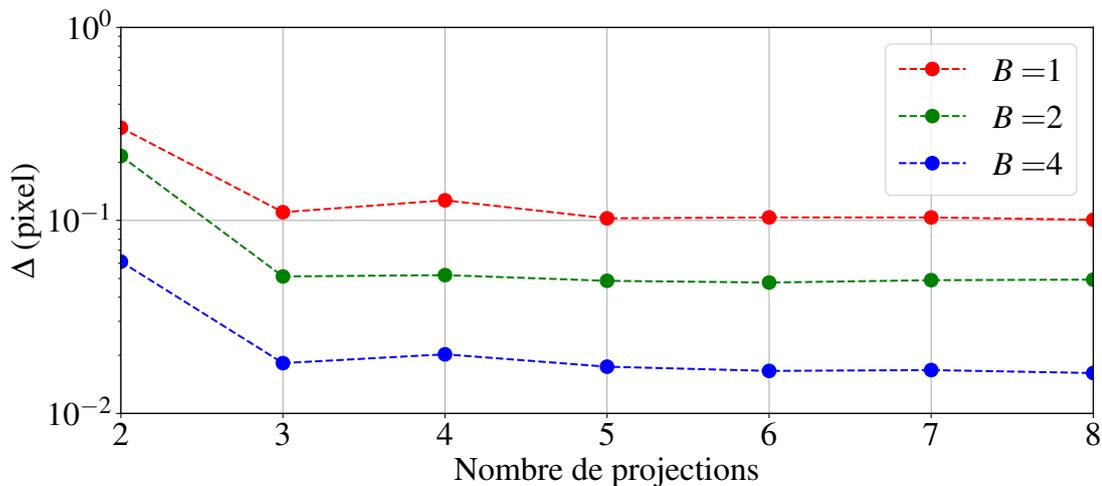


FIGURE 3.24 – Erreur de mesure Δ en fonction du nombre de projections pour différents facteurs de *binning* B .

3.2.2 Impact du bruit ajouté aux projections sur l'erreur de mesure

Paramétrisation du problème

Le deuxième test se concentre sur l'effet du bruit. À cette fin, un bruit d'image gaussien H_θ de variance σ^2 et de moyenne nulle est ajouté aux projections réelles simulées F_θ . Sa dépendance en θ signifie qu'il est également non corrélé temporellement. Ce type de bruit, non corrélé spatialement et temporellement, simule celui d'un système d'imagerie résultant de diverses sources physiques. Les valeurs extrêmes sont ajustées : celles inférieures à 0 sont fixées à 0 et celles supérieures à 1 à 1. Des mesures de formes sont réalisées avec σ variant de 0 à 0.25. Étant donné que 95 % des valeurs se situent dans l'intervalle $[-2\sigma, 2\sigma]$ et que l'échelle de gris varie de 0 à 1, cela correspond à un niveau de bruit allant de 0 à 50 % (comme illustré dans la Figure 3.25).

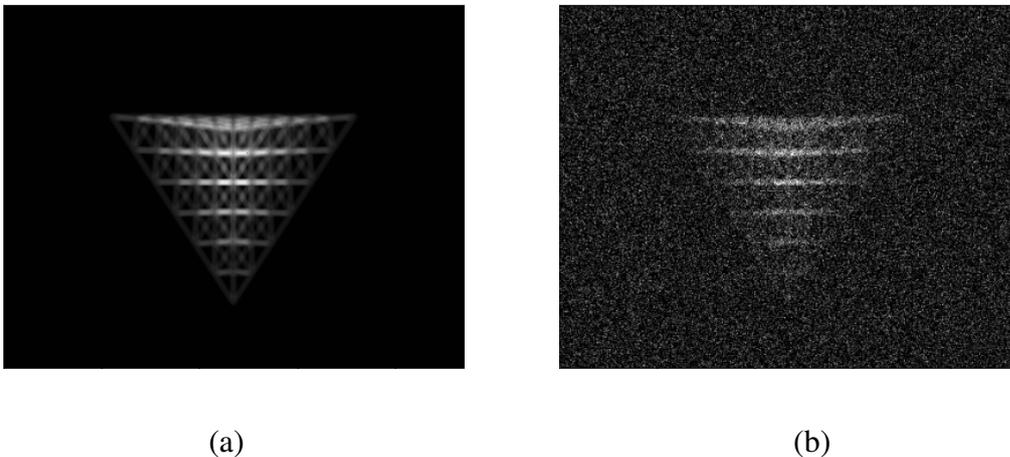


FIGURE 3.25 – (a) Projection réelle sans bruit, (b) Projection réelle avec $\sigma = 0,25$.

Pour ce test, nous avons utilisé 4 projections, 35 points de contrôle et aucun *binning* ($B = 1$) à la fois pour les projections réelles (synthétiques dans ce cas) et virtuelles. La Figure 3.26 montre les résultats pour certains bruits $\sigma \in [0, 0.25]$.

Résultats

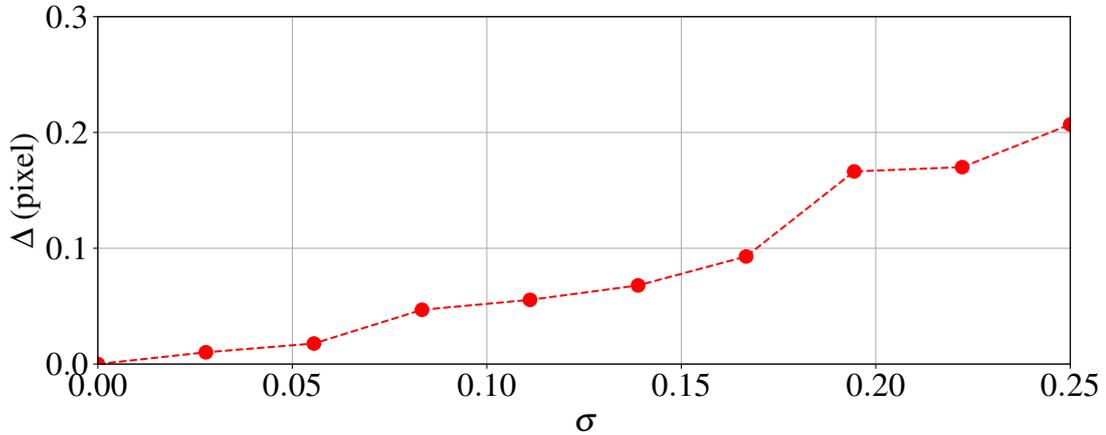


FIGURE 3.26 – Erreur de mesure Δ en fonction du niveau de bruit.

La Figure 3.26 montre l'augmentation de l'erreur Δ avec l'amplitude du bruit. Cependant, il est important de noter que même pour un niveau de bruit allant jusqu'à 50%, le biais de mesure reste subpixel. Cela illustre la capacité de l'approche proposée à mesurer la forme d'un treillis même avec une quantité réduite de données (seulement quelques projections) et sa faible sensibilité au bruit. Cette faible sensibilité au bruit non corrélé est commune aux méthodes VIC ([François, 2022]). Elle est due à l'effet de filtrage, apporté ici par l'utilisation de fonctions RBF dont le support, avec $r = 0.85 h$, est plus grand que la distance entre les points de contrôle.

3.2.3 Impact du bruit ajouté aux radiographies sur l'erreur de mesure

Paramétrisation du problème

Dans cette partie, le bruit gaussien sera ajouté aux radiographies plutôt qu'aux projections, de cette manière la valeur de bruit ajouté est moins quantifiable mais se rapproche plus de la réalité.

Le tomographe virtuel permet de créer des projections réelles $F_\theta(\mathbf{M})$, ces projections sont ensuite convertis en radiographies réelles $I_\theta(\mathbf{M})$,

$$I_\theta(\mathbf{M}) = \exp(-F_\theta(\mathbf{M})) \quad (3.3)$$

Les valeurs des pixels dans les projections se situent dans une plage allant de 0 à 1. Après leur conversion en radiographies selon l'Équation 3.3, la valeur des pixels varie entre $\exp(-1)$ et 0. Toutefois, dans la pratique, les capteurs des tomographes enregistrent

des valeurs entières allant de 0 à $2^{16} - 1$. Pour plus de réalisme, les valeurs des pixels des radiographies sont ajustées à cette échelle et converties en entiers, arrondis à la valeur inférieure.

Après cette manipulation, un bruit gaussien est ajouté aux radiographies réelles simulées.

$$I_{\theta}(\mathbf{M}) = \exp(-F_{\theta}(\mathbf{M})) + H_{\theta}(\mathbf{M})$$

$$I_{\theta}(\mathbf{M}) = \begin{cases} 2^{16} & \text{si } I_{\theta}(\mathbf{M}) > 2^{16} - 1 \\ 0 & \text{si } I_{\theta}(\mathbf{M}) < 0 \\ I_{\theta}(\mathbf{M}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.4)$$

La matrice $H_{\theta}(\mathbf{M})$, de taille identique à la matrice $F_{\theta}(\mathbf{M})$, est constituée de niveaux de gris suivant une distribution normale avec une variance σ^2 et une moyenne de 0. Le bruit pour chaque élément de cette matrice est calculé indépendamment, de la même manière que dans la Section 3.2.2.

Ce bruit est ensuite ajouté aux radiographies réelles. Si la valeur enregistrée dépasse $2^{16} - 1$ ou est inférieure à 0, elle est respectivement ajustée à $2^{16} - 1$ ou 0, pour représenter la saturation des détecteurs (Équation 3.4). La valeur de σ varie de 0 à $0.25 \times 2^{16} - 1$.

Suite à cette manipulation, les radiographies réelles bruitées sont remises à l'échelle entre $\exp(-1)$ et 0 en nombre flottants, puis reconvertis en projections. Comme dans la Section 3.2.2, des mesures de forme sont ensuite réalisées.

Résultats

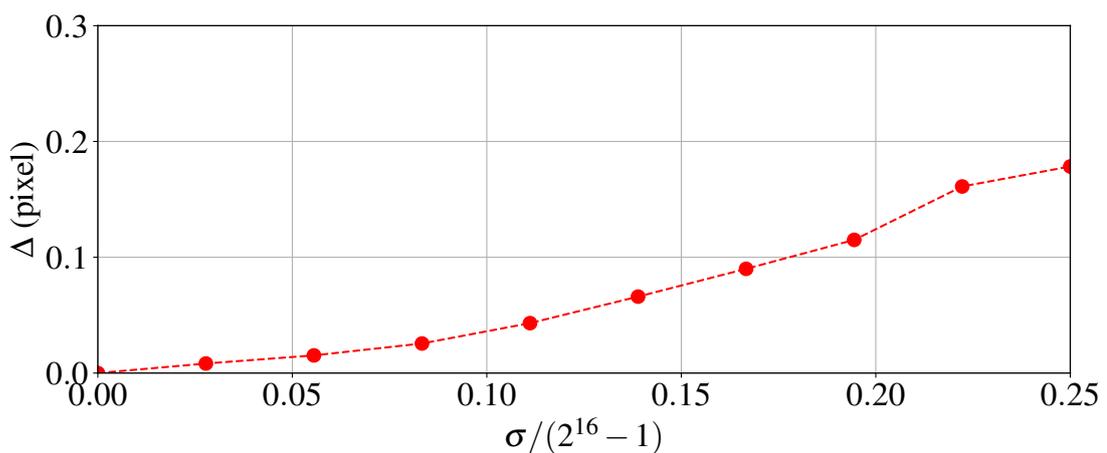


FIGURE 3.27 – Erreur de mesure Δ en fonction du niveau de bruit.

La Figure 3.27 montre l'augmentation de l'erreur Δ avec l'amplitude du bruit. Ces résultats montrent que même avec un bruit important ajoutés aux radiographies, l'erreur de

mesure est sub-pixel en dessous de 0.2. Ces résultats restent très similaires à ceux obtenus lorsque le bruit était ajouté aux projections et confirme la faible sensibilité au bruit de l'algorithme de 3D-VIC, lié sans doute à l'effet de filtrage.

Conclusion

En conclusion, la première partie de ce chapitre a démontré la capacité de la méthode 3D-VIC à retrouver diverses déformations relatives aux structures en treillis imprimées, permettant ainsi d'identifier d'éventuels défauts liés à l'impression. Puis, dans cette seconde partie, nous avons évalué l'erreur de mesure pour différentes sources d'erreur. Il a été établi que, malgré les limitations de l'algorithme de rasterisation pour simuler plusieurs rayons-X par pixel, lorsque les projections virtuelles sont générées avec 10 fois moins de rayons par pixels par rapport aux projections réelles on conserve un biais de mesure sub-pixel. Par conséquent, il n'est pas indispensable d'adopter une valeur élevée de B pour la mesure de forme. Cette constatation s'applique également aux tests de sensibilité au bruit. Même en introduisant jusqu'à 50% de bruit dans les projections, l'erreur de mesure reste inférieure à la taille d'un pixel. Nous avons vérifié ces résultats en appliquant un bruit de même amplitude directement sur les radiographies, qui sont les résultats directs obtenus après tomographies avant leur conversion en projections.

APPLICATION DANS LE CAS DE PROJECTIONS RÉELLES OBTENUES AVEC UN TOMOGRAPHE

Contents

4.1	Présentation des géométries imprimées et tomographiées	90
4.2	Mesure des paramètres du tomographe virtuel	91
4.2.1	Traitement des radiographies réelles	91
4.2.2	Paramétrage simplifié et calibration du tomographe virtuel	92
4.3	Mesure de forme d'un motif Penrose extrudé	94
4.3.1	Résultat	96
4.4	Mesure de forme d'un motif Penrose avec erreur d'extrusion	99
4.4.1	Résultat	101
4.5	Mesure de forme d'un <i>lattice</i> tétraédrique	104
4.5.1	Résultats	106
4.5.2	Déformées obtenues à la fin de la mesure de forme	108

Dans ce chapitre, les projections réelles sont obtenues en utilisant un véritable tomographe. Pour cela, divers matériaux architecturés ont été fabriqués en ABS à l'aide d'une imprimante 3D ZORTAX M200, fonctionnant par dépôt de fil. Pour minimiser les imperfections d'impression, j'ai opté pour la qualité d'impression la plus élevée disponible sur cette machine, avec un taux de remplissage de 80%. La première partie de ce chapitre détaillera les différentes géométries qui ont été imprimées et ensuite analysées par tomographie. Les sections suivantes se concentreront sur diverses mesures de forme, réalisées pour tester l'efficacité de l'algorithme 3D-VIC avec de véritables projections réelles.

4.1 Présentation des géométries imprimées et tomographiées

Le premier matériau architectural sélectionné pour l'impression est un motif de Penrose [Somera, 2022] sous forme rectangulaire (voir Figure 4.1). Cette structure extrudée est simple à exécuter avec une imprimante 3D et ne requiert pas l'utilisation de supports. L'absence de supports réduit les risques de défauts de surface, fréquemment observés à l'interface entre les supports et les géométries imprimées, souvent dus à leur difficulté de retrait. Les poutres choisies sont par ailleurs suffisamment épaisses pour faciliter l'impression.

Par conséquent, la géométrie résultante devrait présenter peu de défauts post-impression. Après la mesure de forme, il est donc prévu d'observer une faible divergence entre la géométrie de référence, qui correspond au modèle CAO utilisé pour l'impression 3D, et la nouvelle géométrie obtenue après mesure de forme avec l'algorithme de 3D-VIC.

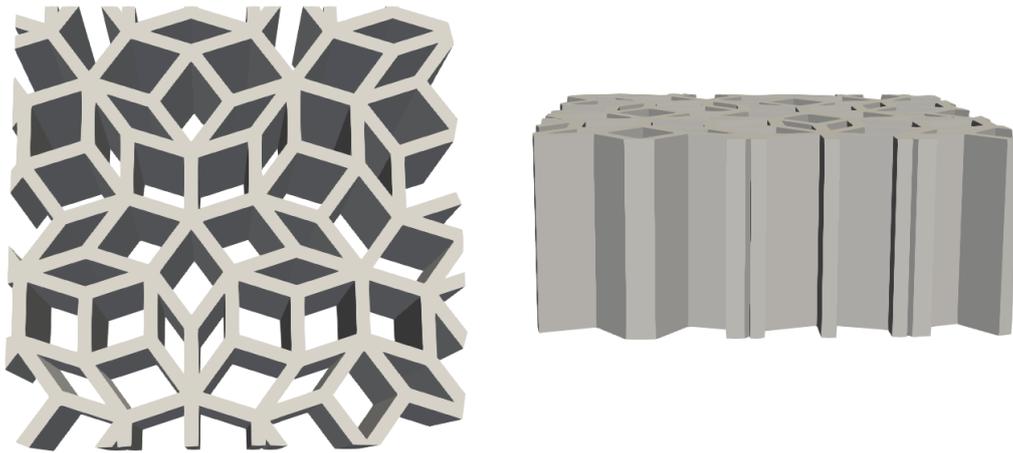


FIGURE 4.1 – *Lattice* correspondant à un motif de Penrose extrudé

La deuxième géométrie imprimée, un tétraèdre architectural mentionné dans la Section 3.2, présente une complexité accrue dans sa réalisation.

En effet, indépendamment de l'orientation de la structure dans l'imprimante, certaines poutres du tétraèdre forment un angle supérieur à 20 degrés avec le plan d'impression. Habituellement, une telle configuration nécessiterait l'utilisation de supports durant l'impression. Cependant, la petite taille des cellules complique le retrait de ces supports après fabrication et risque d'endommager la structure, dont les poutres ont une épaisseur similaire à celle des supports. J'ai donc opté pour une impression sans support et réduit la longueur des poutres pour éviter l'effondrement de la structure durant l'impression.

Par conséquent, le tétraèdre imprimé est susceptible de présenter des imperfections, telles que des fléchissements ou des défauts d'alignement (Figure 3.6) de poutres, cependant ces défauts ne sont pas visibles à l'œil nu.

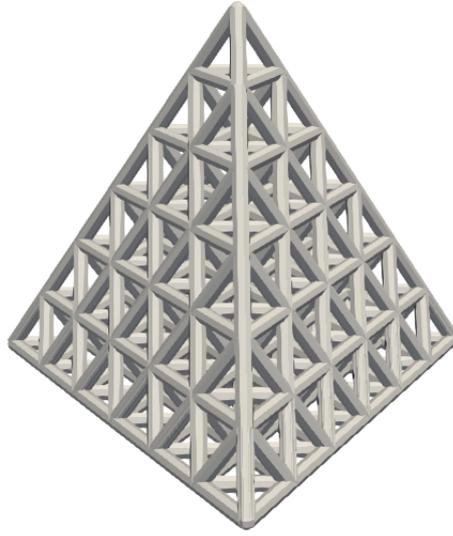


FIGURE 4.2 – Lattice tetraedrique imprimé et tomographié.

4.2 Mesure des paramètres du tomographe virtuel

4.2.1 Traitement des radiographies réelles

Le tomographe utilisé pour acquérir les projections réelles est un Ultratom RX-Solutions, réglé sur 100 kV et situé à la Plateforme ISIS4D de l'Université de Lille (France). La résolution initiale des projections est de 1496×1880 pixels. Dans le but de réduire le temps de calcul et de diminuer le bruit [Baek et al., 2013], la résolution des projections réelles est réduite avec un facteur de *binning* $B=8$, résultant en une résolution finale de 187×235 pixels. Un total de 1441 radiographies a été capturé pour chaque révolution du tomographe. J'ai constaté que sur les projections réelles acquises via la tomographie, la platine rotative était visible. Afin de retirer la platine des projections réelles, deux séries de projections ont été prises : la première, $I_{p\theta}$, sans l'échantillon dans le tomographe où seule la platine est visible, et la seconde, $I_{t\theta}$, montrant à la fois l'échantillon imprimé et la platine. En désignant par μ le coefficient d'absorption local de l'échantillon et par μ_p celui de la platine, nous pouvons établir la relation suivante :

$$\begin{aligned} I_{\theta}^p(\mathbf{M}) &= I_0^p \exp\left(-\int_{\text{SM}} \mu_p(s) ds\right) \\ I_{\theta}(\mathbf{M}) &= I_0 \exp\left(-\int_{\text{SM}} \mu(s) ds - \int_{\text{SM}} \mu_p(s) ds\right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

En supposant que μ soit homogène, la projection F_θ est définie comme suit :

$$F_\theta(M) = -\log\left(\frac{I_\theta(M)}{I_\theta^p(M)}\right) \quad (4.2)$$

$$= \mu L(M) + \log\left(\frac{I_0^p}{I_0}\right) \quad (4.3)$$

Par la suite, un paramétrage plus épuré que celui introduit dans le Chapitre 2 est utilisé en considérant que le tomographe réel a déjà été calibré, ceci pour réduire les temps de calculs.

4.2.2 Paramétrage simplifié et calibration du tomographe virtuel

La Figure 4.3 illustre la configuration du tomographe simplifié par rapport à la configuration proposée sur la Figure 2.2. Comme précédemment, le capteur est associé au repère local $(O, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3)$ et la platine rotative au repère local $(A, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$. On note C l'origine du repère associé à l'échantillon posé sur la platine avec son repère associé $(C, \mathbf{e}_1'', \mathbf{e}_2'', \mathbf{e}_3'')$. Dans cette configuration, la source et la scène rotative sont supposées être parfaitement calibrées. Ainsi, dans le système de coordonnées local $(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3)$, les positions de P, S et A sont respectivement définies comme $P(0, L_2/2, L_3)$, $S(L_1/2, L_2/2, L_4)$ et $A(L_1, L_2/2, L_3)$

Nous définissons les longueurs :

$$L_3 = Z(A) = Z(P) \quad (4.4)$$

$$L_4 = Z(S) \quad (4.5)$$

Pour tout point, le lien entre ses coordonnées (x'', y'', z'') dans le repère associé à l'échantillon placé sur la platine $(C, \mathbf{e}_1'', \mathbf{e}_2'', \mathbf{e}_3'')$ et (x, y, z) dans le repère associé à la platine $(A, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ est donné par :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega & 0 \\ \sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x(C) \\ y(C) \\ z(C) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

où (α, β, ω) sont les angles de positionnement de l'échantillon dans le tomographe.

Ainsi les quatre paramètres restants à calibrer relatifs au tomographe sont :

- Les distances entre la platine et le capteur L_3 et entre la source et le capteur L_4
- La taille du réseau du capteur
- L'intensité à blanc I_0 .

Afin de comparer les projections réelles et virtuelles, il est nécessaire de connaître la position de l'échantillon dans le tomographe réel à $\theta = 0$ de manière à ce qu'elle

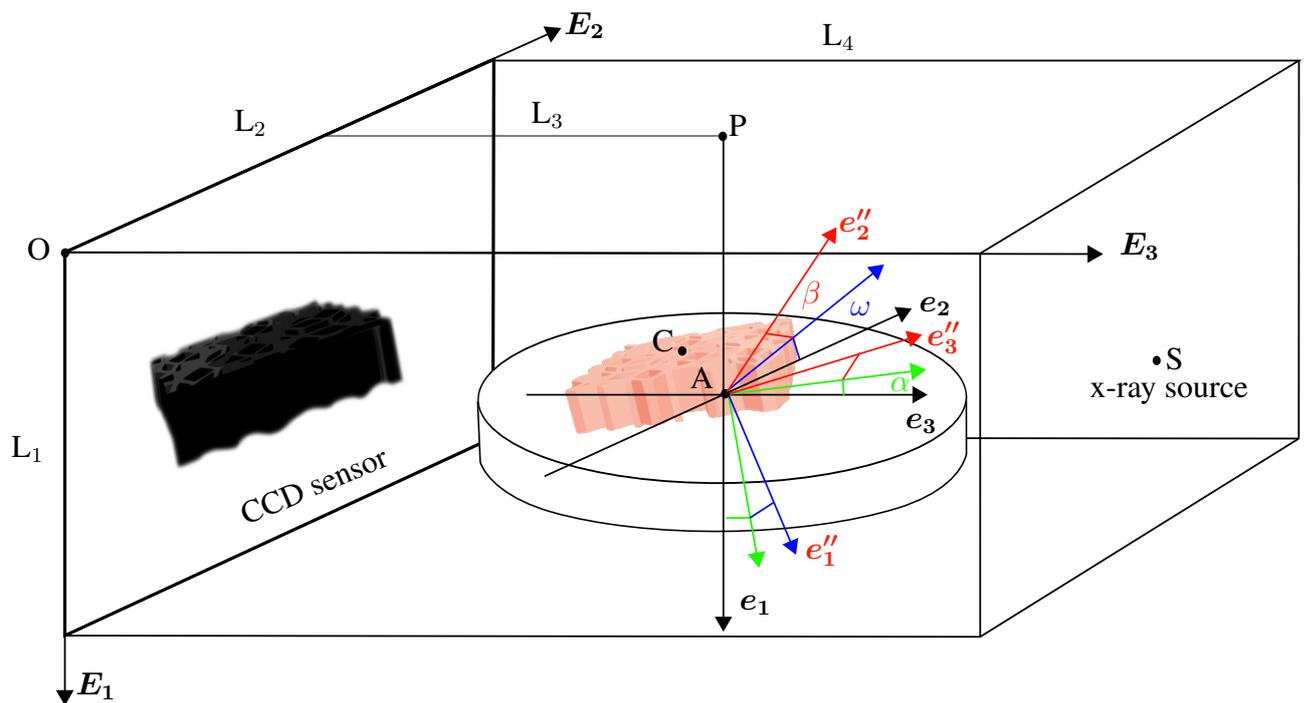


FIGURE 4.3 – Configuration du tomographe (dans le cas où $\theta = 0$).

corresponde à la position de la géométrie de référence dans le tomographe virtuel à $\theta = 0$. Sept grandeurs relatives à l'échantillon tomographié sont ensuite recherchées :

- Trois angles de positionnement α , ω et β .
- Les coordonnées de $X(C)$ dans le repère local (E_1, E_2, E_3) .
- L'absorption μ du matériau utilisé pour imprimer la structure en treillis.

Avant d'ajuster la forme de l'objet, une estimation robuste des paramètres définissant le tomographe virtuel est nécessaire. Pour ce faire, la même procédure d'optimisation que celle présentée dans le chapitre 2 sera utilisée, mais au lieu d'ajuster les paramètres de forme, seule une correction de la position de l'objet sur la platine et des paramètres du tomographe virtuel sera recherchée.

La structure après impression 3D tomographiée est considérée comme suffisamment cohérente avec son modèle CAO pour être utilisée dans l'évaluation des paramètres du tomographe virtuel en tant que géométrie de référence. En d'autres termes, on suppose que les défauts géométriques de l'objet par rapport à son modèle CAO n'affectent pas l'évaluation des paramètres du modèle du tomographe et de la position de l'objet.

À noter que la minimisation des paramètres I_0 et μ ne sert pas à la mesure de forme, mais contribuent à diminuer la valeur de Ψ , en effet des études antérieures de la VIC en 2D [François, 2022] ont démontré que la méthode VIC était peu sensible aux différences de contraste et de luminance entre les images réelles et virtuelles.

La calibration du tomographe virtuel est réalisée en utilisant la fonction coût formulé dans l'Equation (2.9), de la même manière que pour la mesure de forme.

Pour la calibration, les paramètres λ_i du problème comprennent les quatre paramètres définissant la configuration du tomographe ainsi que cinq paramètres supplémentaires destinés à déterminer le positionnement de l'échantillon à l'intérieur du tomographe ainsi que son coefficient d'absorption.

4.3 Mesure de forme d'un motif Penrose extrudé

La première mesure de forme réalisée avec de véritables projections porte sur le motif de Penrose extrudé présenté dont les dimensions sont données dans la Figure 4.4.

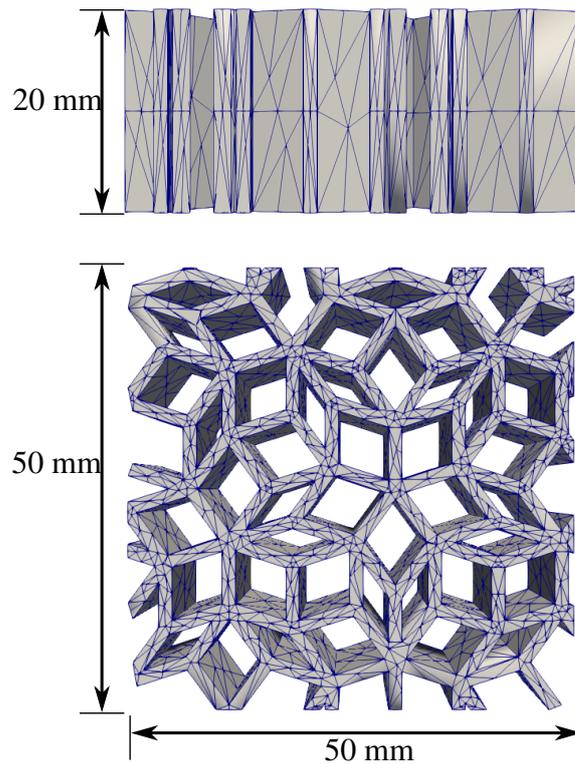


FIGURE 4.4 – Dimension du motif de Penrose imprimé et tomographié.

Pour établir les valeurs initiales des six paramètres qui définissent la position de la géométrie de référence dans le tomographe (référence à la Section 4.2.2), une première recherche manuelle est menée. Cette recherche consiste à ajuster le positionnement du maillage dans l'espace avec des déplacements de corps rigides et à comparer visuellement les projections réelles avec les projections virtuelles. En effet comme la géométrie n'est pas symétrique il est nécessaire de trouver sa bonne orientation dans le tomographe avant toute mesure.

Par la suite, une calibration est effectuée pour les 11 variables inconnues de la configuration du tomographe, telles que décrites dans la Section 4.2.2. La calibration est réalisée en utilisant seulement 5 projections (21° , 63° , 84° , 105° et 126°), un facteur de binning $B = 4$ pour les projections virtuelles et un critère d'arrêt des calculs de convergence est fixé à 10 itérations.

La figure 4.5 montre l'évolution de l'une des projections virtuelles qui se rapproche visuellement de la projection réelle pendant ces étapes de calibration.

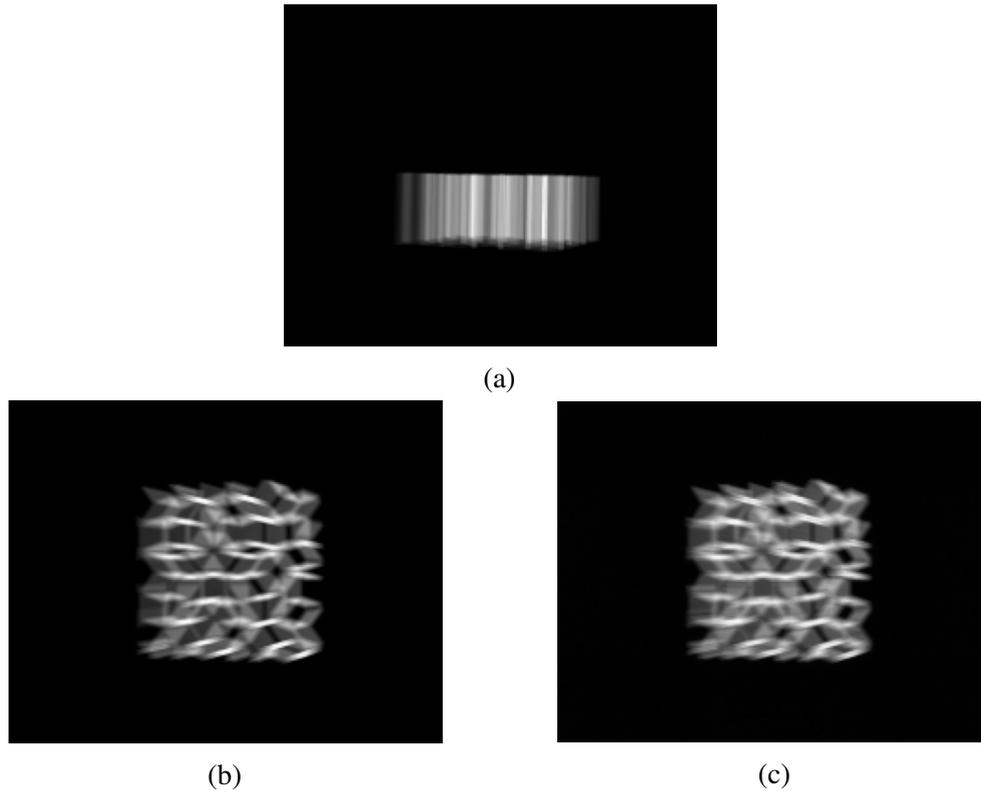


FIGURE 4.5 – Projections pour $\theta = 21^\circ$: (a) projection virtuelle avant la calibration manuelle, le cube est mal orienté, (b) projection virtuelle après toutes les étapes de calibration (c) projection réelle correspondante obtenue avec le tomographe.

Une fois les paramètres du tomographe et la position de la géométrie de référence obtenus, la mesure de forme peut être réalisée. Pour la mesure de forme, 196 points de contrôle de la méthode d'interpolation RBF sont positionnés de manière régulière dans un cube de dimension $30 \times 60 \times 60 \text{mm}^3$. Afin que les fonctions de forme RBF couvrent tout l'espace en s'intersectant, on choisi $r = 8.5 \text{ mm}$ soit $r = 0.85 h$, avec h la distance moyenne entre les points de contrôle. La répartition des points de contrôle autour de la géométrie virtuelle est présentée dans la Figure 4.6

Lors de la mesure de forme, les paramètres d'optimisation λ_i sont les $3 \times \mathcal{N}_C$ composantes des déplacements des points de contrôle RBF γ_i , et un critère d'arrêt de 20 itérations est fixé.

4.3.1 Résultat

La forme exacte de l'échantillon étant inconnue, l'erreur de mesure Δ telle que définie par l'Équation 3.2 n'est plus disponible. Cependant, comme c'est habituel à la fois en VIC et en DIC, nous utiliserons les cartes d'erreur pour évaluer le résultat de la mesure, comme défini dans l'équation 3.1.

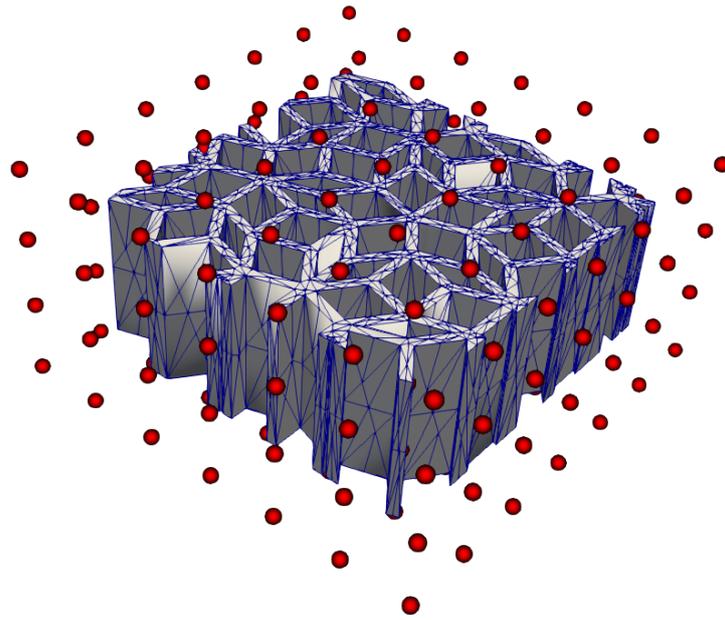


FIGURE 4.6 – Disposition des points de contrôle en rouge autour de la géométrie de référence, avec un rayon des points de contrôle ajusté à 1mm sur la figure pour une meilleure visibilité.

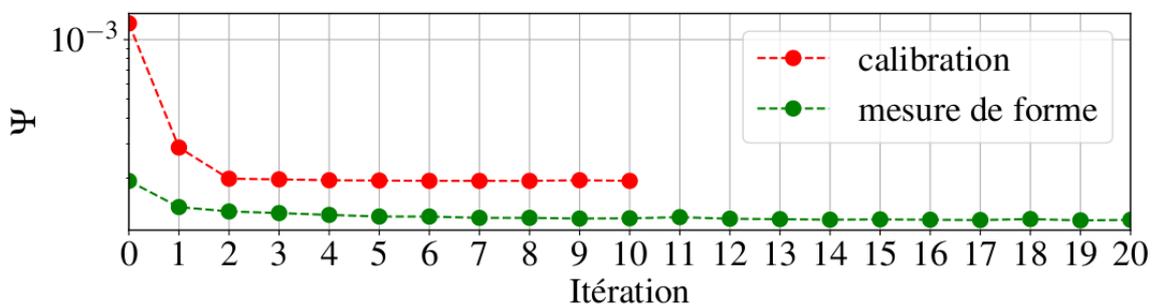


FIGURE 4.7 – Évolution de la fonction coût Ψ pendant la calibration et la mesure de forme.

La Figure 4.7 montre que la fonction coût Ψ diminue bien, mais que le résultat finit par stagner après 3 itérations. En effet, lors de la calibration, la valeur de Ψ passe de $\Psi = 1.2 \times 10^{-3}$ à $\Psi = 1.9 \times 10^{-4}$. Puis lors de la mesure de forme, la fonction coût sera réduite jusqu'à $\Psi = 1.2 \times 10^{-4}$, mais cette valeur est atteinte dès la 6ème itération et stagne ensuite jusque la 20ème itération. Ainsi, seulement 6 itérations sont nécessaires pour converger, car l'échantillon imprimé présente très peu de défauts par rapport à la géométrie de référence. On peut d'ailleurs observer que la majeure diminution des résidus est attribuable à la phase de calibration, et plus spécifiquement au positionnement adéquat de la géométrie de référence dans le tomographe virtuel.

La Figure 4.8 illustre la réduction progressive du résidu tout au long du processus :

- La carte d'erreur suite à l'étape de réglage manuel (a) indique des valeurs de résidus relativement élevées liés à quelques écarts de positionnement dans le tomographe.

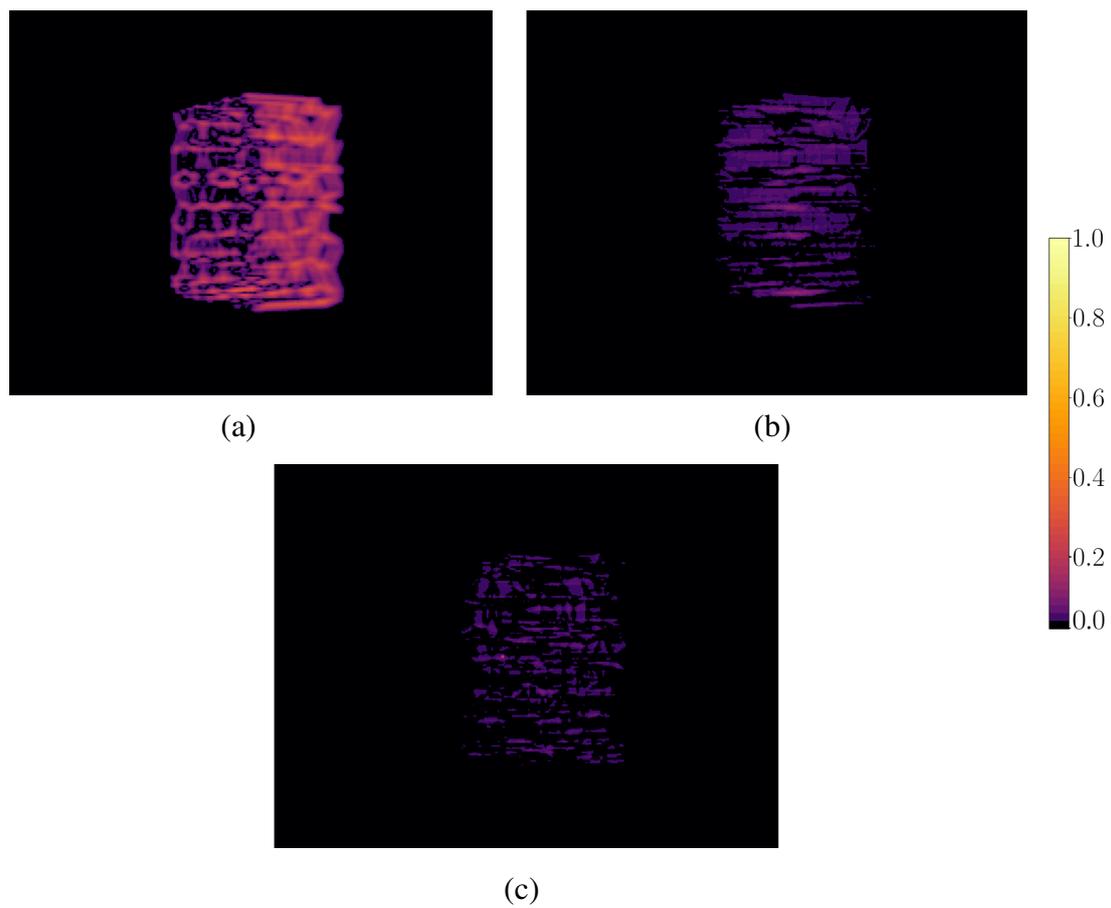


FIGURE 4.8 – Cartes d'erreur δ_θ pour $\theta = 63^\circ$ (a) après la calibration manuelle et avant la calibration des 11 paramètres, (b) après la calibration des 11 paramètres (c) après la mesure de forme avec 72 points de contrôle de la méthode RBF.

- La carte d'erreur post-calibration (b) révèle que la calibration a correctement positionné la géométrie de référence pour correspondre à l'emplacement de l'échantillon dans le tomographe. Après cette étape, l'erreur est nettement réduite, démontrant une bonne concordance entre les projections virtuelles et réelles.
- La carte d'erreur après la mesure de forme (c) montre une réduction légère mais de l'erreur, la valeur des résidus est désormais partout inférieure à 0.1. Néanmoins, le nombre limité de points de contrôle ainsi que la grossièreté du maillage de la géométrie de référence ne permet pas de capturer suffisamment les défauts locaux pour accroître davantage cette réduction.

4.4 Mesure de forme d'un motif Penrose avec erreur d'extrusion

Dans le but d'illustrer plus précisément les capacités de l'algorithme 3D-VIC, un défaut sera introduit délibérément dans la géométrie de référence. Cette modification consistera en une erreur sur la valeur d'extrusion du motif de Penrose, différente de celle utilisée pour l'impression de l'échantillon.

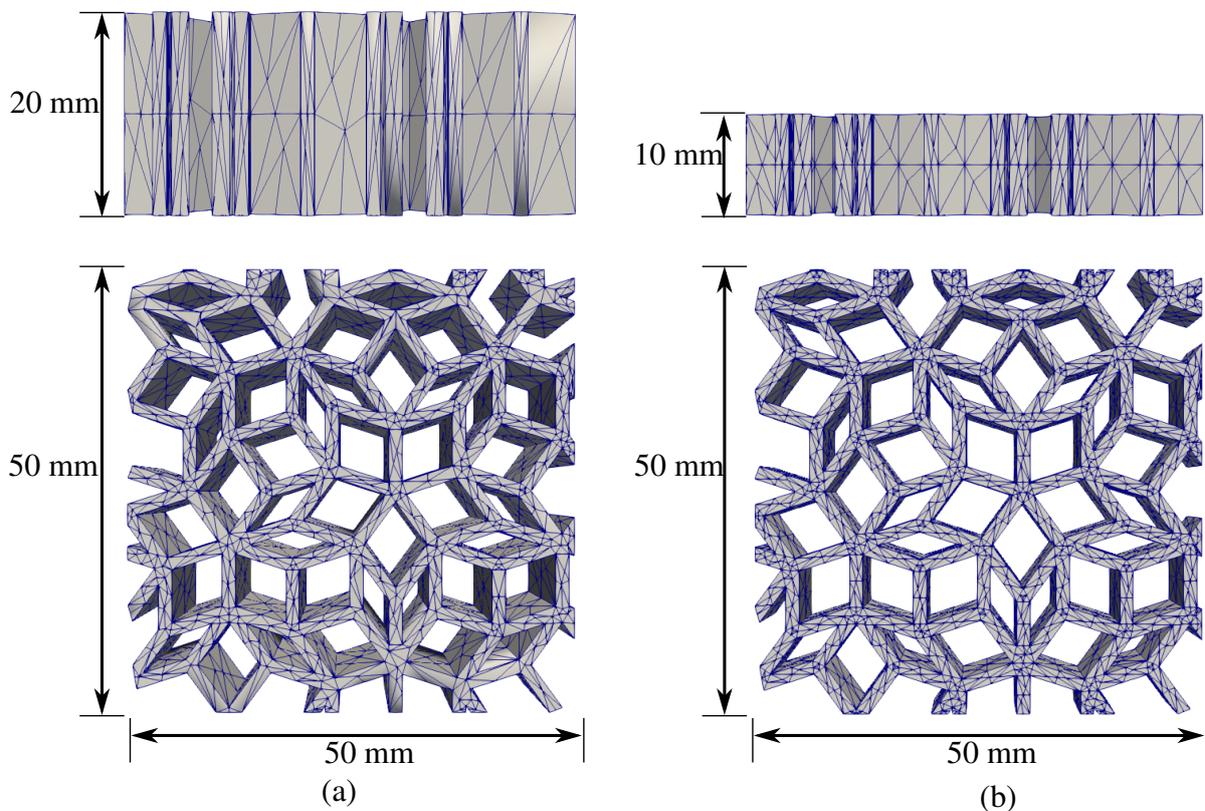


FIGURE 4.9 – (a) Dimension du motif de Penrose imprimé et tomographié, (b) dimension de la géométrie de référence utilisé lors de la mesure de forme

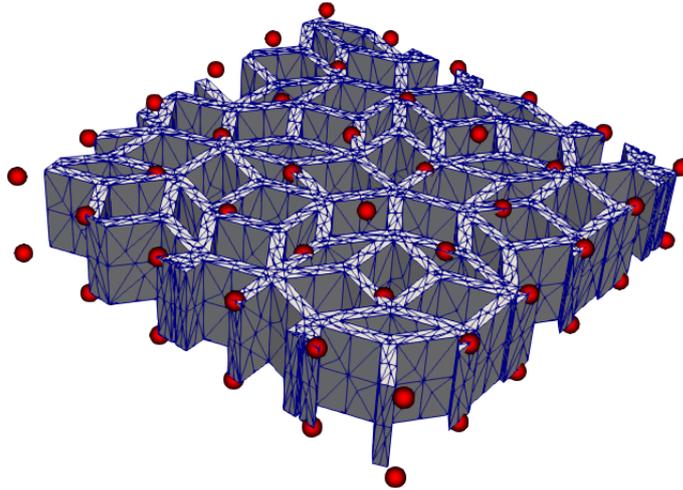


FIGURE 4.10 – Disposition des points de contrôle en rouge autour de la géométrie de référence, avec un rayon des points de contrôle ajusté à 1mm pour une meilleure visibilité.

La Figure 4.9 montre les différences entre l'échantillon tomographié et la nouvelle géométrie de référence utilisée lors de cette mesure de forme.

Dans cette section, aucune étape de calibration ne sera réalisée puisque la géométrie de référence est trop éloignée de la géométrie de l'échantillon imprimé et ne permet pas de faire office de point de départ à la calibration. Ainsi, les cinq paramètres relatifs au tomographe trouvés dans la Section 4.3 seront réutilisés pour cette mesure de forme.

La mesure de forme est réalisée en utilisant seulement 5 projections (21° , 63° , 84° , 105° et 126°), un facteur de *binning* $B = 4$ pour les projections virtuelles comme pour la mesure de forme de la Section 4.3 afin de comparer les résultats obtenus à la fin de la mesure qui devraient être similaires.

La géométrie de référence étant très éloignée de celle recherchée, deux mesures successives vont être réalisées :

- la première étape vise à mesurer les défauts de forme grossièrement, afin de retrouver l'extrusion adéquate avec un maximum de 50 itérations. Elle est réalisée avec 72 points de contrôle RBF répartis uniformément autour du maillage du modèle CAO avec $r = 0.85 h$ illustré par la Figure 4.10, on appellera cette mesure la mesure grossière.
- la deuxième étape vise à mesurer avec plus de précision les défauts de forme avec la même disposition de points de contrôle que dans la Section 4.3, visible sur la Figure 4.6, avec 196 points de contrôle, avec $r = 0.85 h$, avec un maximum de 21 itérations, on appellera cette mesure la mesure fine.

4.4.1 Résultat

De même que dans la section précédente, la forme exacte de l'échantillon étant inconnue, l'erreur de mesure Δ telle que définie par l'Équation 3.2 n'est plus disponible. Nous utiliserons les cartes d'erreur pour évaluer le résultat de la mesure, comme défini dans l'équation 3.1.

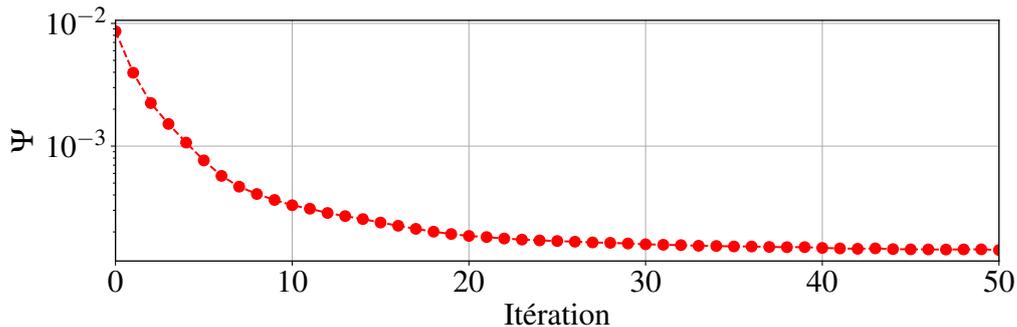


FIGURE 4.11 – Évolution de la fonction coût Ψ pendant la première mesure de forme grossière.

La Figure 4.11 montre que la fonction coût Ψ lors de la première mesure de forme grossière, diminue fortement lors des 40 premières itérations en passant de $\Psi = 8.6 \times 10^{-3}$ à $\Psi = 1.4 \times 10^{-4}$ puis finit par stagner par la suite. Ainsi 40 itérations sont nécessaires pour converger. Ce grand nombre d'itérations est lié à la grande différence entre la géométrie de référence et celle de l'échantillon imprimé.

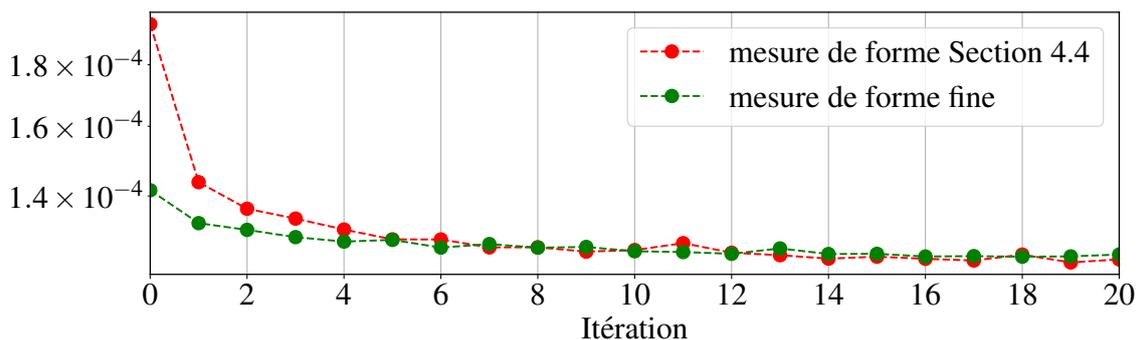


FIGURE 4.12 – Comparaison de l'évolution de la fonction coût Ψ pendant la première mesure de forme de la Section 4.3 et de la mesure de forme fine avec le même nombre de points de contrôle.

La Figure 4.12 permet de comparer les résultats de la convergence entre la mesure effectuée dans la Section 4.3 et la mesure de forme fine, avec le même nombre d'itérations et la même disposition des points de contrôle. On peut constater que les deux mesures

convergent vers le même résultat, soit $\Psi = 1.2 \times 10^{-4}$, et convergent très rapidement jusqu'à 6 itérations.

La Figure 4.13 illustre la réduction progressive du résidu tout au long du processus :

- La carte d'erreur avant la mesure de forme (a) met en avant l'erreur d'extrusion avec une erreur très importante à l'arrière de la géométrie, là où la matière est manquante sur la géométrie de référence.
- La carte d'erreur après la première mesure de forme (b) montre une réduction très importante de l'erreur : la méthode RBF a déformé la géométrie de référence pour retrouver la bonne valeur d'extrusion.
- La carte d'erreur après la deuxième mesure de forme (c) montre une réduction plus faible du résidu, de petits défauts ont été corrigés grâce à l'augmentation du nombre de points de contrôle, mais le maillage trop grossier ne permet pas de réduire plus les résidus, car il ne permet pas de déformation plus fine.

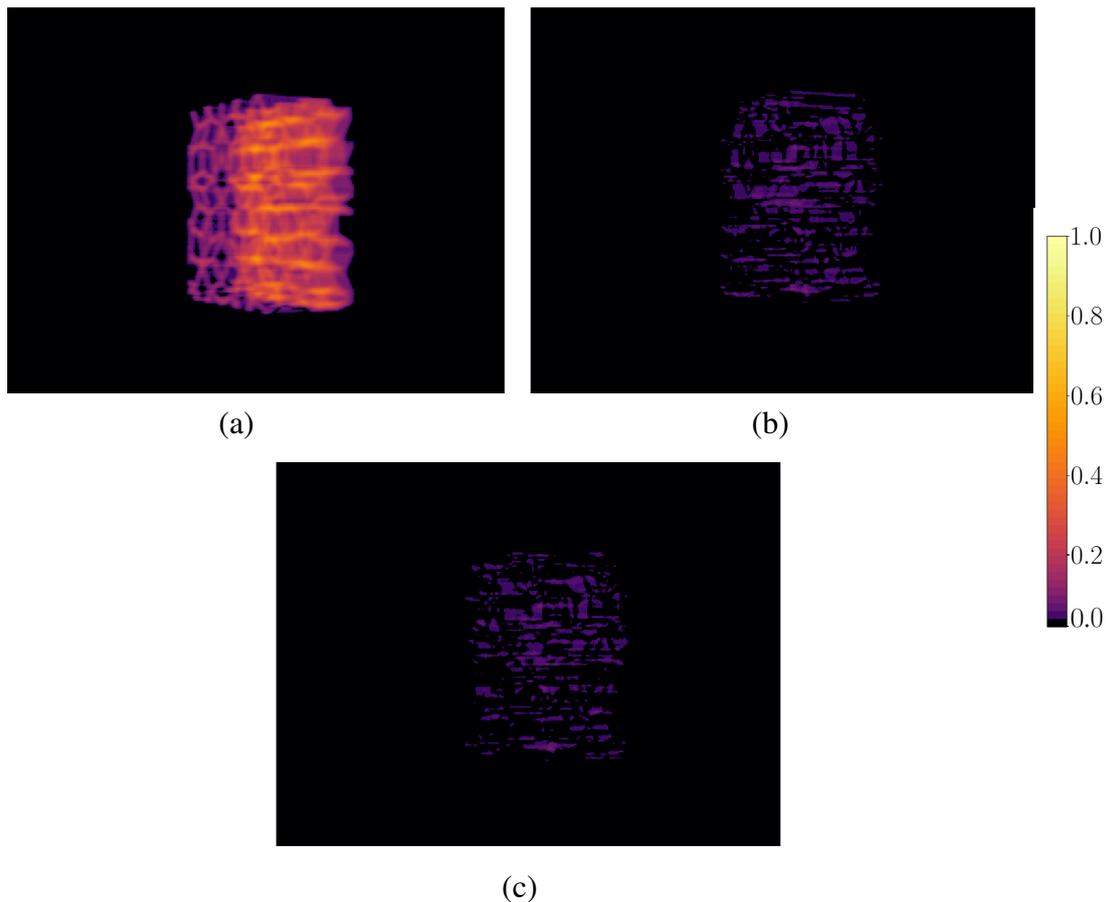


FIGURE 4.13 – Cartes d'erreur δ_θ pour $\theta = 63^\circ$ (a) avant la mesure de forme, (b) après la mesure de forme avec 72 points de contrôle, (c) après la mesure de forme avec 196 points de contrôle de la méthode RBF.

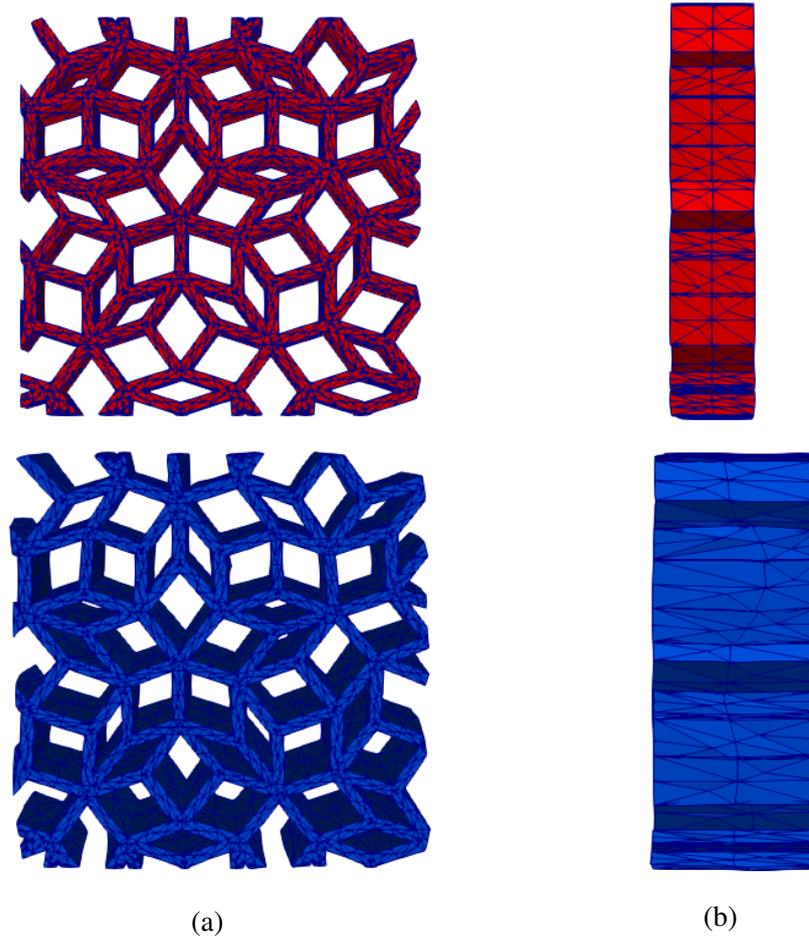


FIGURE 4.14 – Comparaison entre la géométrie de référence en rouge et la géométrie obtenue à la fin de la mesure de forme en bleu : (a) vue de dessus, (b) vue de côté.

La Figure 4.14 montre l'évolution de la géométrie de référence lors de la convergence. Comme attendu, celle-ci a été déformée principalement dans la direction de l'extrusion et présente très peu de défauts dans les autres directions de l'espace.

La Figure 4.15 présente une comparaison de la géométrie obtenue à la fin de la convergence, effectuée dans la Section précédente 4.3 et dans cette Section. Il est attendu que les résultats convergent vers la même géométrie puisque les mêmes points de contrôles sont utilisés lors du calcul de la mesure de forme. En effet, on observe que les résultats obtenus sont très proches surtout dans la direction de l'extrusion. Quelques petites différences sont notées sur les extrémités, avec des zones vertes qui ne se superposent pas totalement aux zones bleues.

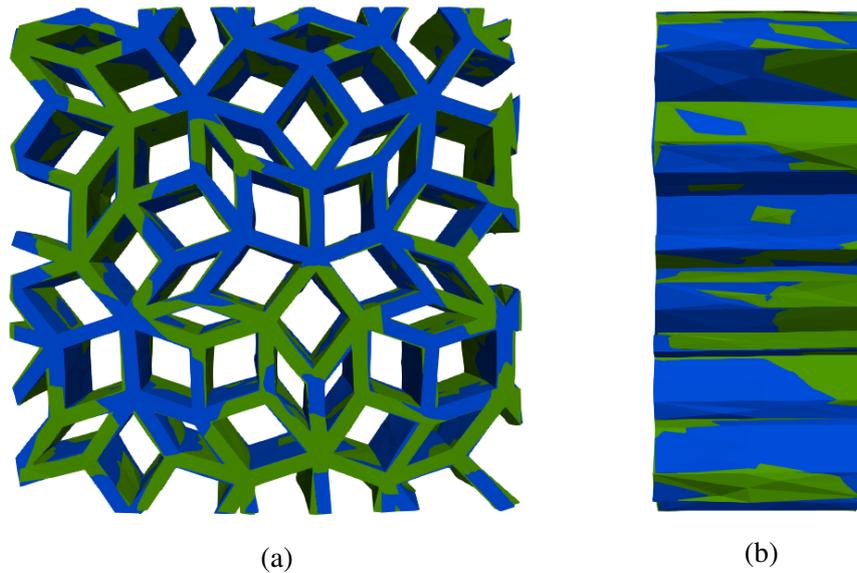


FIGURE 4.15 – Comparaison entre les géométrie obtenues en bleu dans cette Section et en vert dans la Section précédente 4.3 (a) vue de dessus, (b) vue de côté.

4.5 Mesure de forme d'un *lattice* tétraédrique

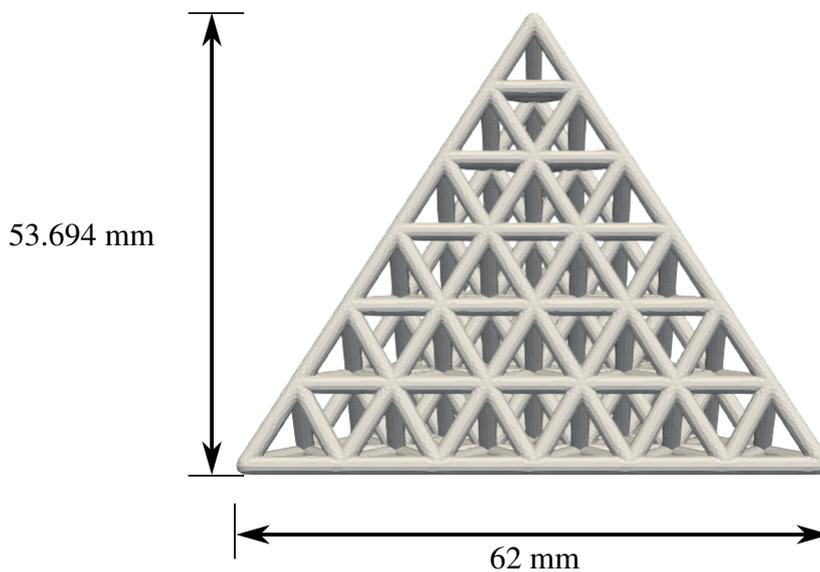


FIGURE 4.16 – Dimension du tétraèdre imprimé et tomographié.

La deuxième géométrie analysée est un tétraèdre architecturé dont les dimensions sont données par la Figure 4.16, déjà utilisé dans les Sections 3.2.1 et 3.2.2.

Pour établir les valeurs initiales des six paramètres qui définissent la position du modèle CAO dans le tomographe (référence à la Section 4.2.2), une première recherche manuelle est menée. Cette recherche consiste à ajuster le positionnement du maillage dans l'espace

avec des déplacements de corps rigides et à comparer visuellement les projections réelles avec les projections virtuelles.

Par la suite, une calibration est effectuée pour les 11 variables inconnues de la configuration du tomographe, telles que décrites dans la Section 4.2.2. La calibration est réalisée en utilisant seulement 5 projections (21° , 63° , 84° , 105° et 126°), un facteur de *binning* $B = 4$ pour les projections virtuelles et un critère d'arrêt des calculs de convergence est fixé à 6 itérations.

La figure 4.17 illustre comment une projection virtuelle devient plus semblable à sa projection réelle associée après la phase de calibration. Cette figure met en évidence, avec un zoom sur le tétraèdre, une amélioration notable de la netteté de la structure tétraédrique sur la projections virtuelle.

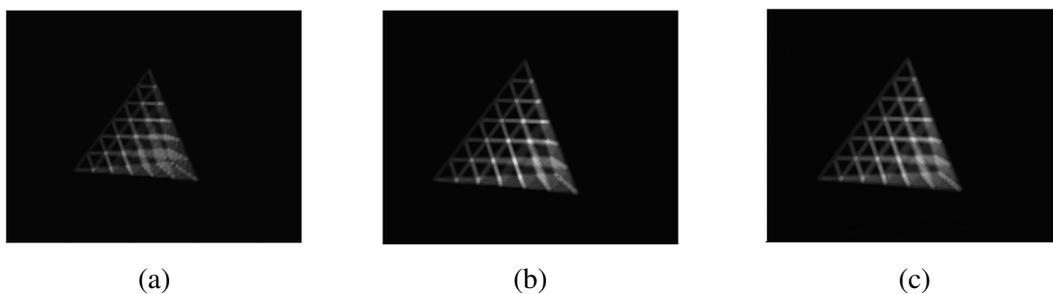


FIGURE 4.17 – Projections pour $\theta = 0$: (a) projection virtuelle avant calibration, (b) projection virtuelle après calibration et (c) projection réelle correspondante obtenue avec le tomographe.

Une fois les paramètres du tomographe et la position de la géométrie de référence obtenue, la mesure de forme peut être réalisée. Cette fois, les paramètres d'optimisation λ_i sont les $3 \times \mathcal{N}_C$ composantes des déplacements des points de contrôle RBF γ_i . De même que précédemment, les calculs ont été effectués en considérant seulement 5 projections (21° , 63° , 84° , 105° et 126°), en utilisant un rapport de *binning* pour les projections virtuelles de $B = 4$ et un maximum de 6 itérations. Deux étapes successives sont présentées qui diffèrent par le nombre et la localisation des points de contrôle :

- la première étape vise à mesurer les défauts de forme de l'ensemble de l'échantillon à l'échelle de la cellule unitaire. Elle est réalisée avec 35 points de contrôle RBF répartis uniformément autour du maillage du modèle CAO avec $r = 0.85 h$, comme utilisé précédemment dans la Section 3.2 (Figure 3.22)
- la deuxième étape vise à mesurer avec plus de précision les défauts de forme autour du sommet supérieur de l'échantillon afin que les défauts d'impression locaux puissent être détectés. Les défauts de forme sont maintenant mesurés par 165 points de contrôle RBF répartis uniformément autour du sommet supérieur avec $r = 1.2 h$ (Figure 4.18).

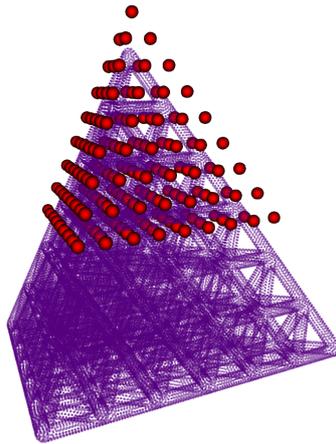


FIGURE 4.18 – Position initiale des 165 points de contrôle RBF en rouge lors de la deuxième phase de calcul

4.5.1 Résultats

Comme mentionné dans la Section 4.3, pour évaluer les résultats obtenus avec l’algorithme 3D-VIC, l’analyse portera sur la carte des résidus δ , définie par l’équation 3.1.

La Figure 4.19 illustre la réduction progressive du résidu tout au long du processus :

- La carte d’erreur suite à l’étape de réglage manuel (a) indique des valeurs de résidus relativement élevées.
- La carte d’erreur post-calibration (b) révèle que la calibration a correctement positionné la géométrie de référence pour correspondre à l’emplacement de l’échantillon dans le tomographe. Après cette étape, l’erreur est nettement réduite, démontrant une bonne concordance entre les projections virtuelles et réelles. Les légères divergences par rapport à la géométrie CAO prescrite se manifestent par des zones de couleur plus claires.
- La carte d’erreur après la mesure de forme globale (c) avec 35 points de contrôle montre une réduction légère mais notable de l’erreur, désormais inférieure à 0.1. Néanmoins, le nombre limité de points de contrôle ne permet pas de capturer suffisamment les défauts locaux pour accroître davantage cette réduction.
- La carte d’erreur après la mesure de forme locale (d) avec 165 points de contrôle illustre une diminution significative de l’erreur dans les zones où les points de contrôle sont positionnés. Dans ces zones, l’erreur est proche de 0. En augmentant le nombre de nœuds, l’algorithme 3D-VIC parvient à ajuster la géométrie des poutres du tétraèdre, comme décrit dans la Section 3.1.

La convergence de la méthode est aussi mise en évidence sur le graphique de convergence (Figure 4.20). Le processus commence avec une valeur de $\Psi = 1.109 \times 10^{-3}$ et diminue jusqu’à $\Psi = 7.900 \times 10^{-5}$. Cette convergence rapide en moins de 6 itérations, déjà notée dans les tests synthétiques de la Section précédente 3.2 où la géométrie de référence est très proche de celle de l’échantillon imprimé, se confirme dans ce test réel.

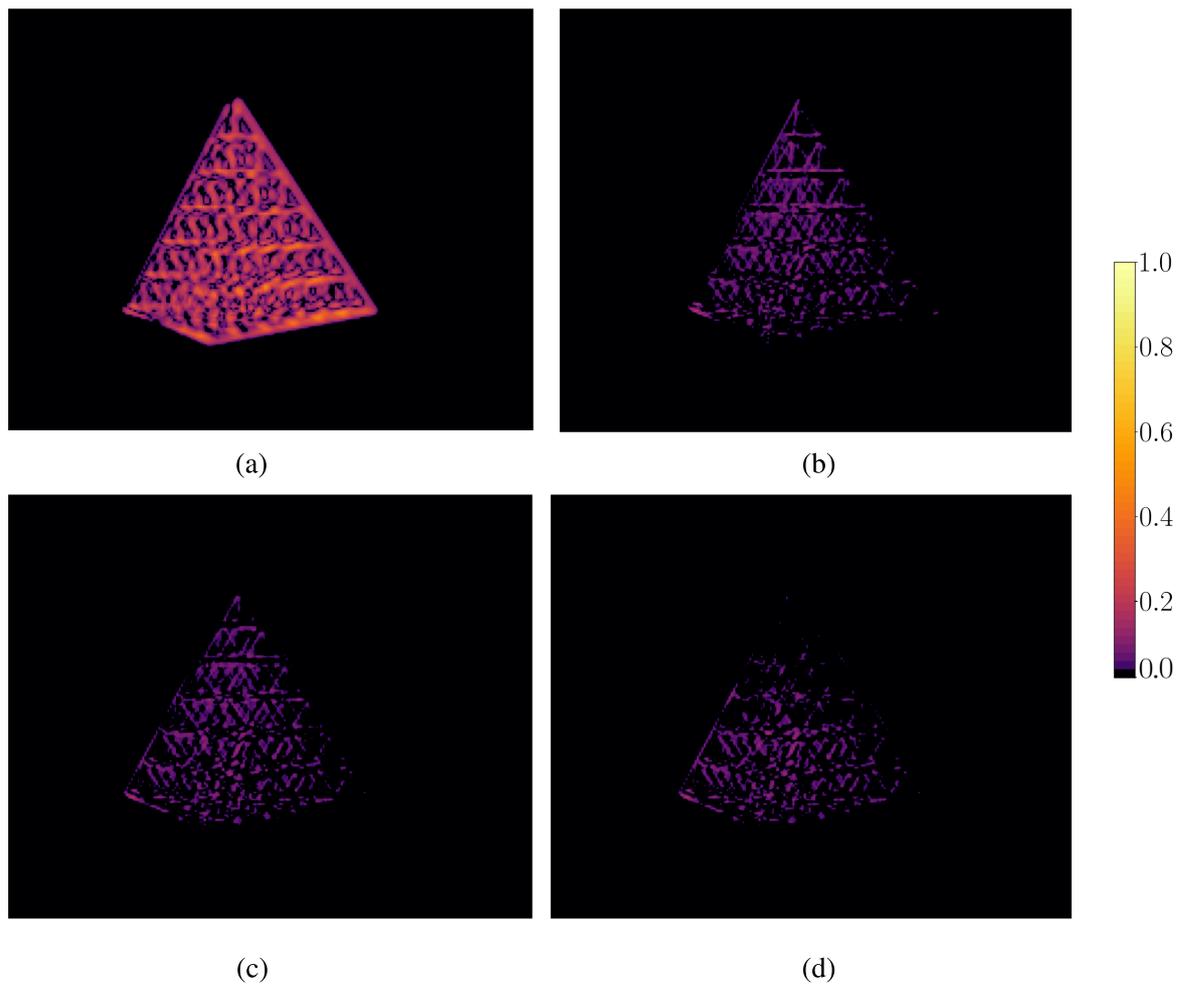


FIGURE 4.19 – Cartes d'erreur δ_θ pour $\theta = 63^\circ$ après (a) réglage manuel, (b) calibration, (c) mesure des 35 points de contrôle RBF, (d) mesure des 165 points de contrôle RBF autour du sommet supérieur.

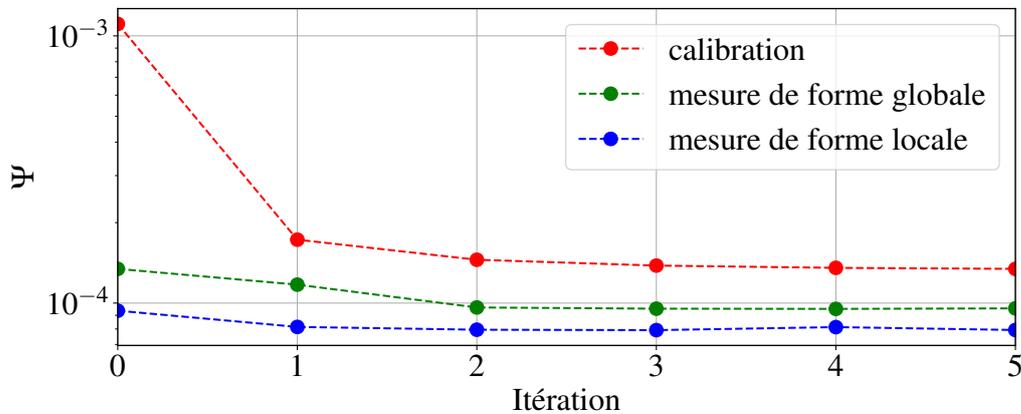


FIGURE 4.20 – Évolution de la fonction coût Ψ pendant la calibration et les différentes mesures de forme.

4.5.2 Déformées obtenues à la fin de la mesure de forme

Le gain durant la mesure locale est dû à la présence de défauts dans cette région (Figure 4.21).

La Figure 4.21 illustre la mesure finale réalisée par l'algorithme 3D-VIC. Les défauts de forme observés se situent à l'échelle des cellules, et non à celle des pixels, des nœuds CAO ou de la grille RBF, ce qui suggère qu'il ne s'agit pas d'artéfacts.

À l'étape finale, la grille de 165 points de contrôle RBF est suffisamment précise pour détecter les variations du diamètre des poutres et leur courbure. Il est important de rappeler que la taille des pixels dans les projections est proche du quart du diamètre des poutres.

Certains défauts mesurés, non perceptibles à l'œil nu, peuvent être attribués au processus de fabrication. Par exemple, la Figure 4.22 révèle des défauts de désalignement au milieu de certaines barres, situées près du sommet supérieur du tétraèdre. Ces défauts résultent de trajectoires d'impression imparfaites, provoquant des arrêts et redémarrages sur le chemin d'impression. On observe également que les barres produites en une seule trajectoire ne présentent pas ces défauts localisés, mais uniquement une courbure, potentiellement due à un flambage local ou à un effet gravitationnel pendant l'impression.

La taille des pixels visible sur cette figure indique que l'algorithme 3D-VIC est capable de mesurer des défauts fins sans nécessiter une résolution d'image extrêmement élevée.

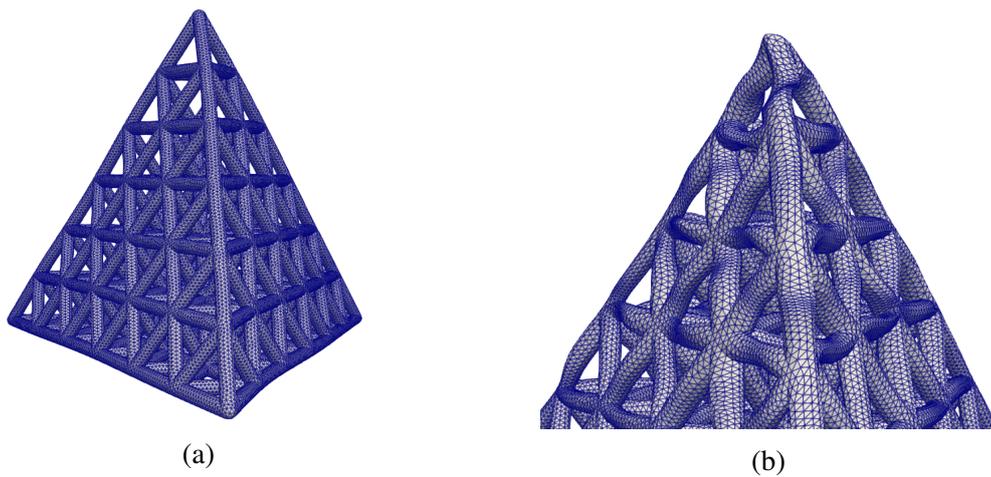


FIGURE 4.21 – (a) Déplacement amplifié $\times 2.5$ par rapport au modèle CAO initial après la mesure globale des 35 points RBF. (b) Déplacement amplifié $\times 2.5$ par rapport au modèle CAO initial après la mesure locale des 165 points RBF.

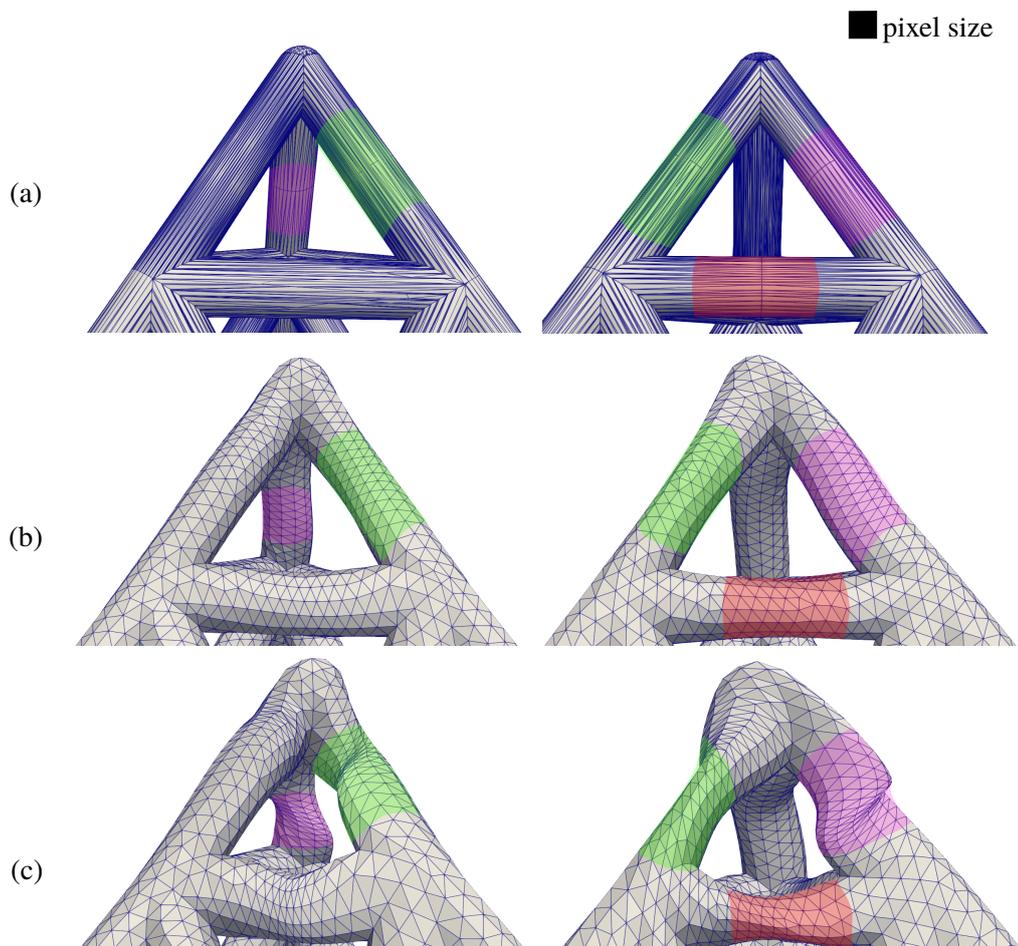


FIGURE 4.22 – Détail du sommet supérieur du tétraèdre. (a) maillage utilisé pour l'impression. Les zones de connexion de l'impression 3D sont colorées. (b) déplacement à l'échelle réelle par rapport au modèle CAO initial après la mesure globale des 35 points RBF (c) déplacement amplifié $\times 2.5$ par rapport au modèle CAO initial après la mesure locale des 165 points RBF

De plus, en réalisant une coupe de la déformée, Figure 4.23 on peut constater que les poutres à l'intérieur du tétraèdre sont bien déformées, certaines se sont affinées et d'autres épaissies, ses déformations sont multipliées par 2.5 et mettent en avant la capacité de l'algorithme à mesurer des défauts à l'intérieur de la géométrie et pas seulement des défauts de surface.

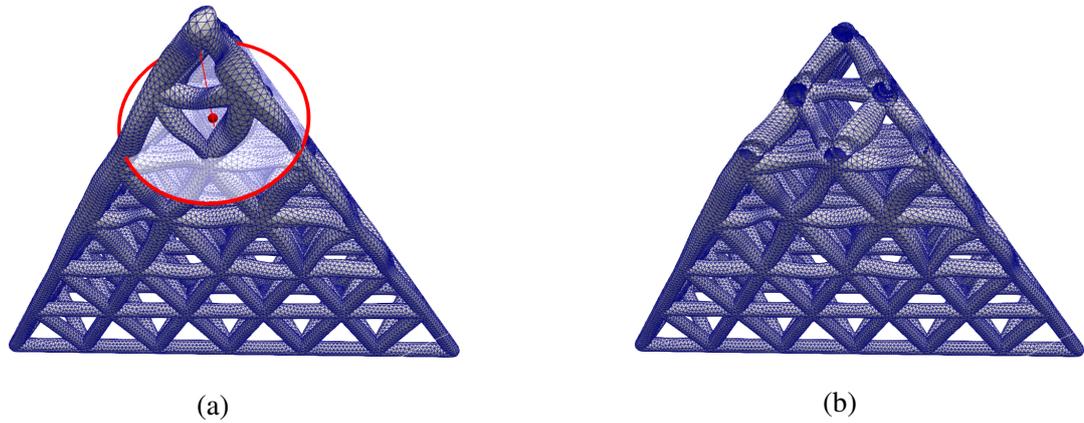


FIGURE 4.23 – (a) plan de coupe sur le sommet du tétraèdre avec les déplacements amplifiés $\times 2.5$ (b) vu en coupe dans le tétraèdre avec les déplacements amplifiés $\times 2.5$.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Mon travail s'inscrit dans le projet MOMAP dont l'un des objectifs au travers de ma thèse est de fournir une méthode de contrôle après fabrication aux matériaux *lattices* appelée 3D-VIC.

La 3D-VIC vise à porter la méthode VIC en 3D pour l'adapter à la mesure de forme de matériaux architecturés en 3D. À la différence des développements antérieurs ([de Pastre et al., 2022, Fragnaud et al., 2022]), la méthode proposée n'utilise pas les images 3D reconstruites classiquement en tomographie à rayons X, mais seulement les projections 2D. Cette approche permet l'utilisation d'un nombre très limité de projections, en comparaison des milliers nécessaires en CT-tomographie pour reconstruire les volumes. Pour cela, des projections virtuelles sont comparées à celles acquises à l'aide d'un tomographe. Ces projections virtuelles sont créées avec un tomographe virtuel paramétré pour imiter le comportement du véritable tomographe, où les intensités des rayons X captés par le capteur sont influencées par l'épaisseur du matériau traversé, selon la loi de Beer-Lambert.

Un avantage de la méthode développée est qu'elle tire parti de la connaissance préalable d'un modèle CAO utilisé pour imprimer les matériaux architecturés 3D. Ce modèle CAO est utilisé comme géométrie de référence et placé dans le tomographe virtuel afin d'en obtenir les projections virtuelles comparables aux projections obtenues à partir du matériau architecturé imprimé. La loi de Beer Lambert ne dépendant que de l'absorption du matériau et de la distance des rayons-X parcourus dans la matière, nous avons eu recours à une méthode de rasterisation pour obtenir la distance parcourue par les rayons-X dans la géométrie de référence. Ensuite, une interpolation RBF est utilisée pour déformer la géométrie de référence. La méthode 3D-VIC a démontré sa capacité à identifier avec une précision sub-pixel des déformations et des défauts liés à l'impression sur les poutres composant les matériaux *lattices*, tout en étant relativement insensible au bruit. En outre, l'algorithme, partiellement parallélisé sur une carte graphique, permet une génération rapide de projections virtuelles, même sur des ordinateurs standards.

Le développement de conteneurs Docker et Singularity spécifiques pour l'algorithme 3D-VIC facilite considérablement son déploiement et son utilisation sur diverses plateformes, y compris les supercalculateurs, dans le but de rendre cette méthode plus accessible .

La méthode présentée repose sur des hypothèses simplificatrices, notamment une calibration parfaite du tomographe réel, l'utilisation d'une source de rayons-X ponctuelle et l'absence de phénomènes tels que la diffusion ou la dispersion. Une évolution future de la méthode pourrait consister à intégrer ces différents paramètres. Par exemple, en suivant les travaux de Fragnaud [Fragnaud et al., 2022], il serait envisageable de tenir compte de la diffusion et de la dispersion. Toutefois, les résultats de la figure 3.26 et les recherches antérieures

sur le VIC 2D [François, 2022] indiquent que le 3D-VIC est relativement insensible aux niveaux modérés d'effets de flou induits par ces sources d'artefacts.

Dans le dernier Chapitre, l'algorithme 3D-VIC a été testé sur des images réelles issues de tomographies de matériaux architecturés imprimés en 3D. Cette phase a démontré la capacité de la méthode à réduire l'écart entre les projections réelles et virtuelles, que ce soit pour des défauts importants comme avec le motif de Penrose, où la 3D-VIC parvient à retrouver la bonne valeur d'extrusion, ou pour des défauts plus fins, comme ceux observés sur le matériau architecturé tétraédrique.

Dans le cas de la mesure sur le tétraèdre, deux dispositions de points de contrôle de la méthode RBF ont été utilisées successivement afin d'effectuer une mesure de forme globale avec peu de points de contrôle, puis une mesure de forme plus locale à l'échelle des poutres en utilisant davantage de points. Définir d'emblée un grand nombre de points de contrôle peut nécessiter un temps de calcul important. La démarche en deux étapes proposée, consistant en une mesure globale suivie d'une mesure locale, semble plus appropriée et pourrait évoluer vers un affinement automatique des points de contrôle dans les zones où les cartes d'erreur révèlent des différences de corrélation significatives. La capacité de l'algorithme à s'adapter à différentes configurations de points de contrôle et de maillage rend cette méthode particulièrement versatile pour l'analyse de défauts, qu'ils soient globaux ou localisés.

Une application future envisageable consisterait à capturer des projections tomographiques d'un *lattice* pendant des tests mécaniques, permettant ainsi de mesurer la forme et les déplacements avec cet algorithme tout au long de l'essai. Cette méthode fournirait un modèle CAO de l'échantillon initial avant chargement, ainsi qu'un maillage déformé après chargement. Ces mesures pourraient être utilisées pour calculer un tenseur élastique homogène équivalent et la surface de linéarité, et de les comparer aux valeurs théoriques obtenues dans les travaux de [François et al., 2017, Jeanneau et al., 2023].

Par ailleurs, lors de quelques tests, j'ai constaté que la méthode possédait certaines capacités en matière de modification topologique. En effet, l'algorithme est capable de détecter les trous dans la structure et de rapprocher les parois de la géométrie de référence dans la zone du trou jusqu'à ce qu'elles se touchent. Ainsi, les deux parois rapprochées donne une distance traversé par le rayon-X nulle, équivalent à une absence de matière. Il est ensuite possible de remailler l'ensemble pour éliminer les zones où deux parois se sont collées. Pour tester cela, j'ai réalisé une mesure de forme sur un disque percé en utilisant comme géométrie de référence un disque plein, visible sur la Figure 4.24.

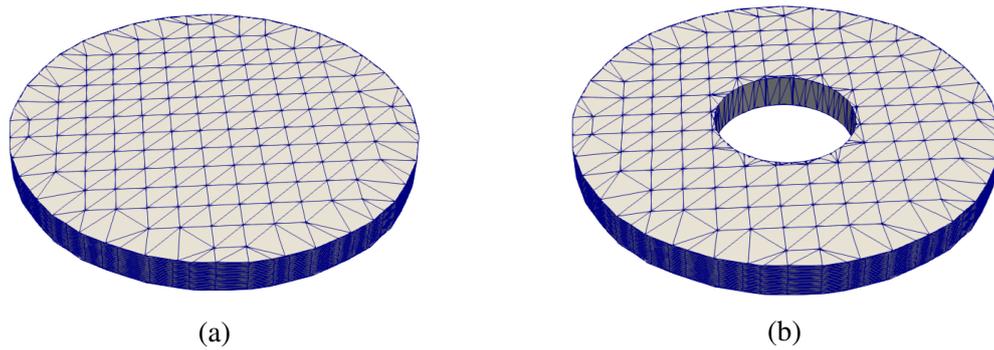


FIGURE 4.24 – Présentation des géométries utilisées pour tester les capacités de modification topologique de l’algorithme de 3D-VIC (a) géométrie de référence utilisée pour créer les projections virtuelles, (b) géométrie utilisée pour créer les projections réelles.

Lors de ce test, les projections réelles sont réalisées avec le tomographe virtuel à partir de la géométrie visible Figure 4.24b, les disques présentent un rayon de 60 mm et une épaisseur de 4 mm , la seule différence entre la géométrie de référence et la géométrie utilisée pour créer les projections réelles est un perçage de 20 mm de rayon au centre de la géométrie utilisée pour créer les projections réelles. Pour cette mesure, 50 points de contrôle sont répartis autour de la géométrie de référence. Quatre projections sont employées et un critère de maximum 5 itérations est établi.

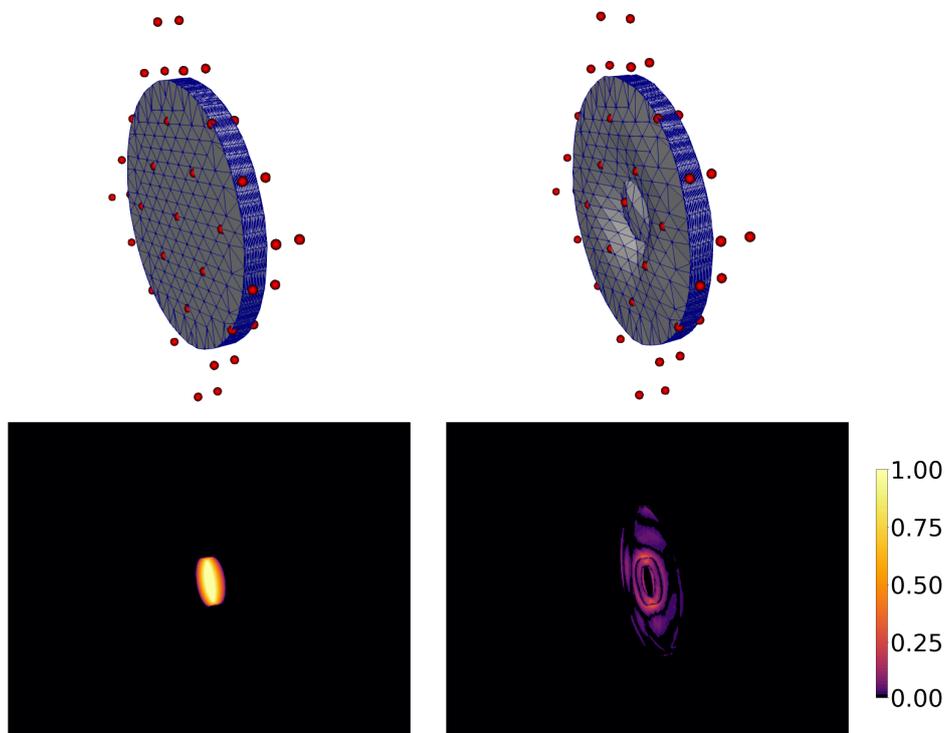


FIGURE 4.25 – Comparaison du résidu entre le début et la fin de la mesure de forme avec $\mathcal{N}_C = 50$ (a) le résidu en début de mesure et (b) le résidu à la fin de la mesure

La Figure 4.25 montre l’évolution de la géométrie et du résidu sur une projection, on

peut voir que l'algorithme rapproche les triangles du maillage à l'endroit du perçage jusqu'à ce que la distance parcourue par le rayon lors de la rasterisation soit nulle. Après cette mesure, j'ai utilisé l'outil de remaillage pour éliminer les facettes fusionnées du maillage. Pour cela, j'utilise l'outil remaillage de Blender avec l'option *sharp* pour conserver les arêtes du disque et l'option *remove disconnected piece* pour enlever les éléments de maillage incohérents qui ont fusionné. Le résultat est visible sur la Figure 4.26.

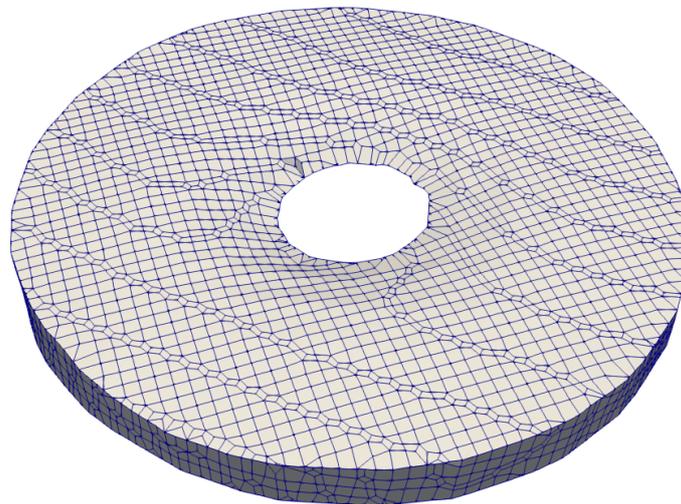


FIGURE 4.26 – Objet de référence après remaillage sur Blender

Sur la Figure 4.27, on peut comparer la différence entre la géométrie recherchée utilisée pour créer les projections réelles et celle obtenue à la fin de la convergence. On voit que le diamètre du perçage est plus petit que celui attendu et que les parois du perçage n'ont pas été recrées.

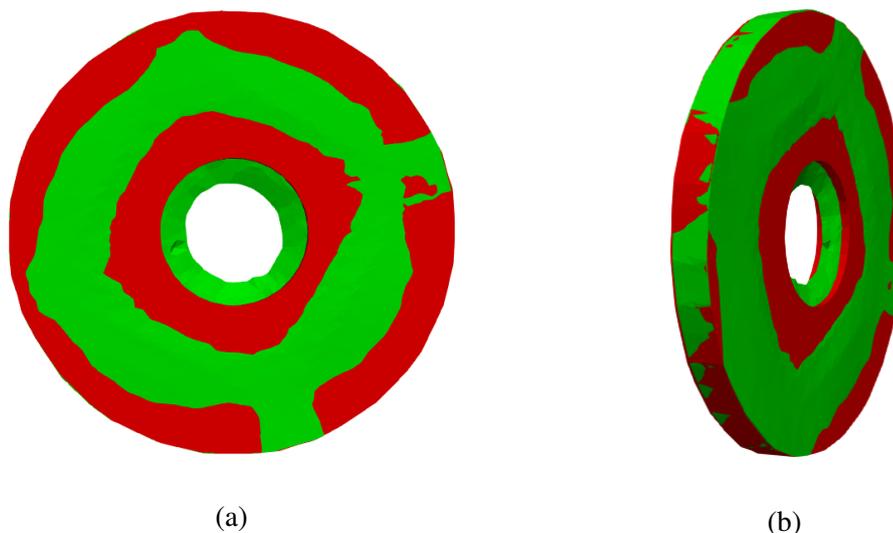


FIGURE 4.27 – Comparaison entre la géométrie recherchée en rouge utilisée pour réaliser les projections réelles et la géométrie obtenue après mesure de forme en vert (a) résultat de face, (b) résultat de côté.

Pour obtenir un meilleur résultat, il faut placer plus de points de contrôles dans la zone du perçage pour permettre une déformation plus locale. J'ai réalisé un nouveau calcul en utilisant comme nouvelle géométrie de référence la géométrie obtenue à la fin de la première mesure présentée sur la Figure 4.26. Cette fois ci les points de contrôle seront répartis dans la zone du perçage on utilisera 243 points de contrôle. La Figure 4.28 montre l'évolution de la carte des résidus à la fin de la mesure de forme, on peut observer que dans la zone du perçage le résidu a bien diminué, la méthode RBF a été capable de déplacer les points de contrôle pour reformer les parois du perçage qui n'avaient pas pu être réalisés lors de la première mesure de forme, visible sur la Figure 4.29. Le perçage a également été élargi en rapprochant les triangles du maillages et créer une distance de traversé du rayon nule. Ces zones, où les triangles du maillages sont rapprochés peuvent être enlevé de la même manière en utilisant l'outil de remaillage de Blender. Comme précédemment, on peut comparer la géométrie recherchée (utilisée pour créer les projections réelles) à celle obtenue à la fin de la seconde mesure de forme (Figure 4.30). On peut observer que les mesures successives ont permis de retrouver le diamètre du perçage central et même de reconstituer ses parois. On pourrait envisager de réaliser une nouvelle mesure pour affiner le résultat autour des parois et sur les faces où l'on observe quelques divergences.

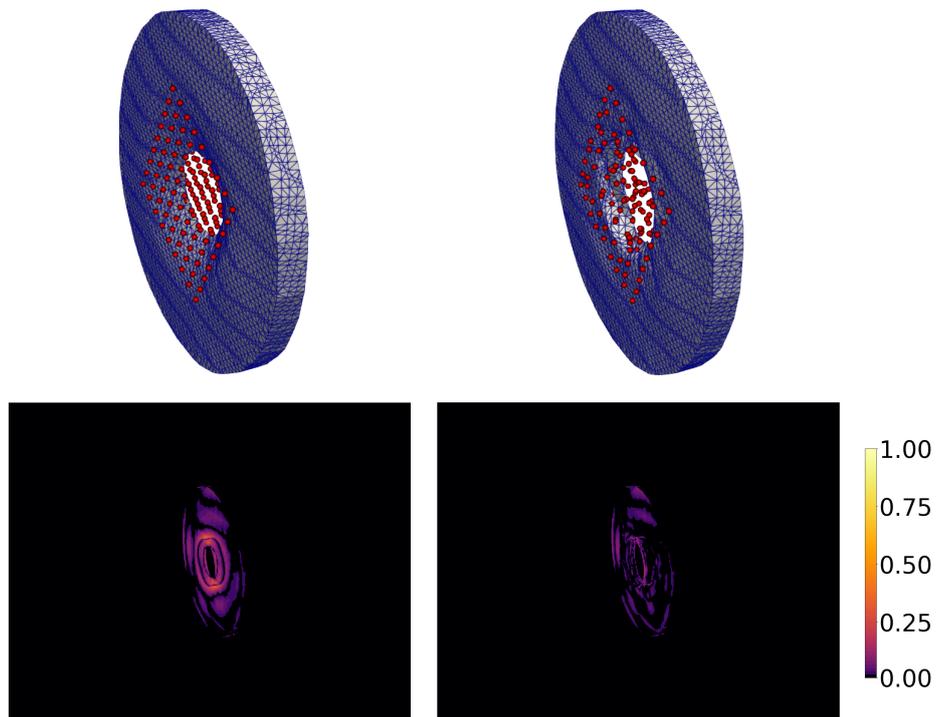


FIGURE 4.28 – Comparaison du résidu entre le début et la fin de la seconde mesure de forme avec $\mathcal{N}_C = 243$ (a) le résidu en début de mesure et (b) le résidu à la fin de la mesure

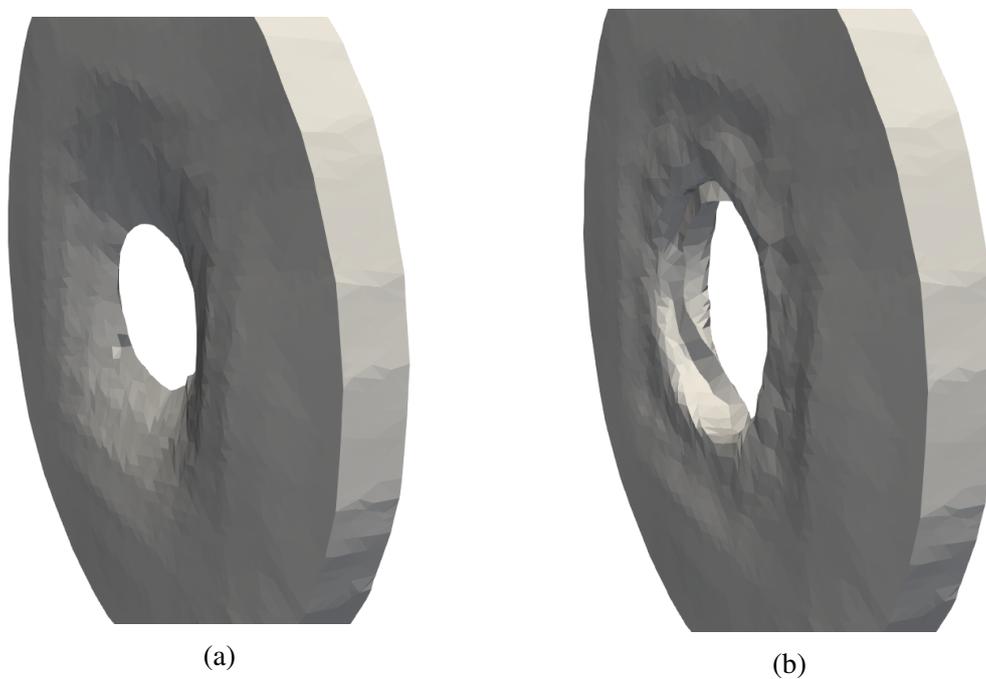


FIGURE 4.29 – Zoom sur le perçage obtenu (a) résultat à la fin de la première mesure de forme, (b) résultat à la fin de la seconde mesure de forme.

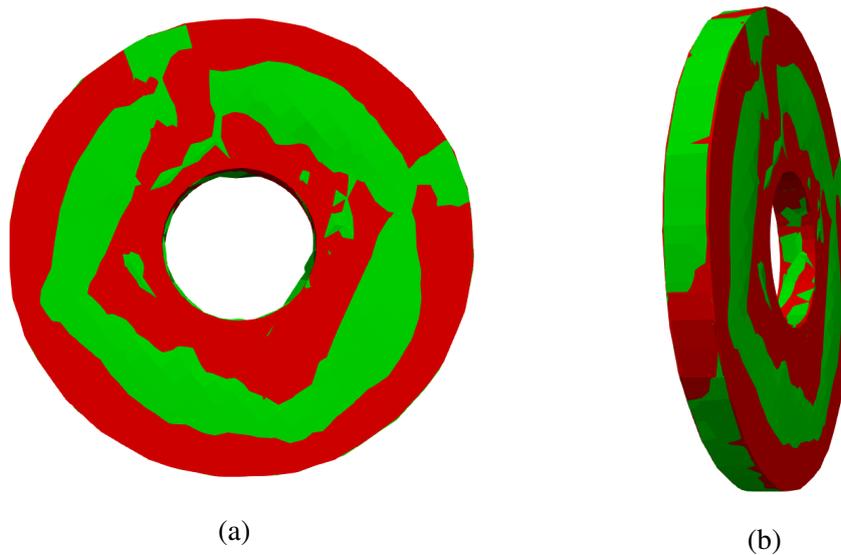


FIGURE 4.30 – Comparaison entre la géométrie recherchée en rouge utilisée pour réaliser les projections réelles et la géométrie obtenue après mesure de forme en vert (a) résultat de face, (b) résultat de côté.

Au cours de ce manuscrit, j'ai développé une méthode de mesure de forme robuste adaptée aux matériaux architecturés 3D. L'usage de la méthode RBF pour déformer la géométrie de référence offre une grande flexibilité dans le choix de la précision des défauts à mesurer. Ainsi, outre la capacité de l'algorithme à détecter des défauts globaux et des défauts à l'échelle des poutres, cette dernière mesure démontre qu'avec un très grand nombre de points de contrôle, nous pourrions être en mesure de détecter des éléments tels que des trous et des crevasses dans la matière, en établissant un processus itératif capable d'éliminer les zones de maillage fusionnées.

BIBLIOGRAPHIE

- [Alsaffar et al., 2020] Alsaffar, A., Mammadov, G. M., and Simon, S. (2020). Scattering Correction of CBCT Projections for the Quality Enhanced CT Reconstruction Using an Efficient Monte Carlo Photon Transport Model. e-Journal of Nondestructive Testing, 25(02).
- [Andersen and Kak, 1984] Andersen, A. and Kak, A. (1984). Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART) : A superior implementation of the ART algorithm. Ultrasonic Imaging, 6(1) :81–94.
- [Baconnais, 2019] Baconnais, M. (2019). Méthode intégrée de corrélation d’images et de corrélation d’images virtuelles. phdthesis, École centrale de Nantes.
- [Baek et al., 2013] Baek, J., Pineda, A. R., and Pelc, N. J. (2013). To bin or not to bin ? The effect of CT system limiting resolution on noise and detectability. Physics in Medicine and Biology, 58(5) :1433–1446.
- [Baruchel, 2000] Baruchel, J., editor (2000). X-ray tomography in material science. Hermes Science, Paris. Meeting Name : Workshop on the Application of X-Ray Tomography in Material Science OCLC : ocm44851176.
- [Bay et al., 1999] Bay, B. K., Smith, T. S., Fyhrie, D. P., and Saad, M. (1999). Digital volume correlation : Three-dimensional strain mapping using X-ray tomography. Experimental Mechanics, 39(3) :217–226.
- [Beckmann et al., 2007] Beckmann, F., Grupp, R., Haibel, A., Huppmann, M., Nöthe, M., Pyzalla, A., Reimers, W., Schreyer, A., and Zettler, R. (2007). In-Situ Synchrotron X-Ray Microtomography Studies of Microstructure and Damage Evolution in Engineering Materials. Advanced Engineering Materials, 9(11) :939–950.
- [Benoit et al., 2009] Benoit, A., Guérard, S., Gillet, B., Guillot, G., Hild, F., Mitton, D., Périé, J.-N., and Roux, S. (2009). 3d analysis from micro-mri during in situ compression on cancellous bone. Journal of Biomechanics, 42(14) :2381–2386.
- [Boas and Fleischmann, 2012] Boas, F. E. and Fleischmann, D. (2012). CT artifacts : causes and reduction techniques. Imaging in Medicine, 4(2) :229–240.
- [Borges de Oliveira et al., 2016] Borges de Oliveira, F., Stolfi, A., Bartscher, M., De Chiffre, L., and Neuschaefer-Rube, U. (2016). Experimental investigation of surface determination process on multi-material components for dimensional computed tomography. Case Studies in Nondestructive Testing and Evaluation, 6 :93–103.
- [Botsch and Kobbelt, 2005] Botsch, M. and Kobbelt, L. P. (2005). Real-time shape editing using radial basis functions. Computer Graphics Forum, 24.

- [Bouclier et al., 2022] Bouclier, R., Hirschler, T., and Bouclier, R. (2022). IGA : non-conforming coupling and shape optimization of complex multipatch structures. Number volume 1 in Isogeometric analysis tools for optimization applications in structural mechanics set / Robin Bouclier, Thibault Hirschler. ISTE, London, UK.
- [Brechet and Embury, 2013] Brechet, Y. and Embury, J. (2013). Architected materials : Expanding materials space. Scripta Materialia, 68(1) :1–3. Architected Materials.
- [Brooks and Di Chiro, 1976] Brooks, R. A. and Di Chiro, G. (1976). Beam hardening in x-ray reconstructive tomography. Physics in Medicine and Biology, 21(3) :390–398.
- [Bugarin, 2012] Bugarin, F. (2012). Vision 3D multi-images : contribution à l’obtention de solutions globales par optimisation polynomiale et théorie des moments. Dépôt officiel de la thèse effectué sur le site de l’INPT : <http://ethesis.inp-toulouse.fr/archive/00001982/>.
- [Buhmann, 2003] Buhmann, M. D. (2003). Radial Basis Functions : Theory and Implementations. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics. Cambridge University Press.
- [Cardenas-Garcia et al., 1995] Cardenas-Garcia, J., Yao, H., and Zheng, S. (1995). 3d reconstruction of objects using stereo imaging. Optics and Lasers in Engineering, 22(3) :193–213. Computer Aided Measurement and Inspection.
- [Chapelier, 2021] Chapelier, M. (2021). Non-invasive spline-based shape optimization strategies development for experimental mechanics. phdthesis, INSA de Toulouse.
- [Chapelier et al., 2021] Chapelier, M., Bouclier, R., and Passieux, J. C. (2021). Free-Form Deformation Digital Image Correlation (FFD-DIC) : A non-invasive spline regularization for arbitrary finite element measurements. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 384 :113992.
- [Chen, 2017] Chen, L. (2017). Triangular lattice of arbitrary class of 2D elasticity. phdthesis.
- [Davidovič et al., 2012] Davidovič, T., Engelhardt, T., Georgiev, I., Slusallek, P., and Dachsbacher, C. (2012). 3D rasterization : A bridge between rasterization and ray casting. pages 201–208.
- [De Man et al., 1999] De Man, B., Nuyts, J., Dupont, P., Marchal, G., and Suetens, P. (1999). Metal streak artifacts in X-ray computed tomography : a simulation study. IEEE Transactions on Nuclear Science, 46(3) :691–696. Conference Name : IEEE Transactions on Nuclear Science.
- [de Pastre and Quinsat, 2023] de Pastre, M.-A. and Quinsat, Y. (2023). Virtual volume correlation of lattice structures : From volumetric data to geometrical and dimensional defects identification. Additive Manufacturing, 61 :103347.
- [de Pastre et al., 2022] de Pastre, M.-A., Quinsat, Y., and Lartigue, C. (2022). Shape defect analysis from volumetric data - Application to lattice struts in additive manufacturing. Precision Engineering, 76 :12–28.

- [Dewulf et al., 2013] Dewulf, W., Kiekens, K., Tan, Y., Welkenhuyzen, F., and Kruth, J.-P. (2013). Uncertainty determination and quantification for dimensional measurements with industrial computed tomography. CIRP Annals, 62(1) :535–538.
- [Dubois, 1998] Dubois, F. (1998). Reconstruction des images tomographiques par rétro-projection filtrée. Revue de l'ACOMEN, 4(2) :8.
- [Elder et al., 1947] Elder, F. R., Gurewitsch, A. M., Langmuir, R. V., and Pollock, H. C. (1947). Radiation from Electrons in a Synchrotron. Physical Review, 71(11) :829–830.
- [Estrin et al., 2019] Estrin, Y., Beygelzimer, Y., and Kulagin, R. (2019). Design of architected materials based on mechanically-driven structural and compositional patterning. Advanced Engineering Materials, 21.
- [Etievant et al., 2020] Etievant, D., Quinsat, Y., Thiebaut, F., and Hild, F. (2020). A modal approach for shape defect measurement based on global stereocorrelation. Optics and Lasers in Engineering, 128 :106030.
- [Fleck et al., 2010] Fleck, N., Deshpande, V., and Ashby, M. (2010). Micro-architected materials : Past, present and future. Proceedings of The Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 466 :2495–2516.
- [Fouque et al., 2021] Fouque, R., Bouclier, R., Passieux, J.-C., and Périé, J.-N. (2021). Stereo digital image correlation : formulations and perspectives. Comptes Rendus. Mécanique, 349(3) :453–463.
- [Fragnaud et al., 2022] Fragnaud, C., Remacha, C., Betancur, J., and Roux, S. (2022). CAD-based X-ray CT calibration and error compensation. Measurement Science and Technology.
- [François et al., 2017] François, M. L., Chen, L., and Coret, M. (2017). Elasticity and symmetry of triangular lattice materials. International Journal of Solids and Structures, 129 :18–27.
- [François et al., 2010] François, M. L., Semin, B., and Auradou, H. (2010). Identification of the Shape of Curvilinear Beams and Fibers. Applied Mechanics and Materials, 24-25 :359–364.
- [François, 2022] François, M. L. M. (2022). Uncertainty of the virtual image correlation method. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 123(18) :4367–4390.
- [Friedrichsdorf et al., 2019] Friedrichsdorf, S. P., Arana-Chavez, V. E., Cattaneo, P. M., Spin-Neto, R., and Dominguez, G. C. (2019). Effect of the software binning and averaging data during microcomputed tomography image acquisition. Scientific Reports, 9(1) :10562. Number : 1 Publisher : Nature Publishing Group.
- [Garcia et al., 2002] Garcia, D., Orteu, J., and Penazzi, L. (2002). A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3d displacements :

- application to sheet metal forming. Journal of Materials Processing Technology, 125-126 :736–742.
- [Gilbert, 1972] Gilbert, P. (1972). Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections. Journal of Theoretical Biology, 36(1) :105–117.
- [Gordon et al., 1970] Gordon, R., Bender, R., and Herman, G. T. (1970). Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography. Journal of Theoretical Biology, 29(3) :471–481.
- [Griessmair and Purgathofer, 1989] Griessmair, J. and Purgathofer, W. (1989). Deformation of Solids with Trivariate B-Splines. Eurographics Association. Accepted : 2015-10-05T07 :56 :08Z Publisher : Eurographics Association.
- [Henneron et al., 2019] Henneron, T., Pierquin, A., and Clénet, S. (2019). Mesh Deformation Based on Radial Basis Function Interpolation Applied to Low-Frequency Electromagnetic Problem. IEEE Transactions on Magnetics, 14 :1–4.
- [Hild and Roux, 2012] Hild, F. and Roux, S. (2012). Comparison of Local and Global Approaches to Digital Image Correlation. Experimental Mechanics, 52(9) :1503–1519.
- [Hirschler et al., 2019] Hirschler, T., Bouclier, R., Duval, A., Elguedj, T., and Morlier, J. (2019). Isogeometric sizing and shape optimization of thin structures with a solid-shell approach. Structural and Multidisciplinary Optimization, 59(3) :767–785.
- [Horaud and Monga, 1995] Horaud, R. and Monga, O. (1995). Vision par ordinateur : outils fondamentaux. Editions Hermès. Pages : 426.
- [Horn and Schunck, 1981] Horn, B. K. and Schunck, B. G. (1981). Determining optical flow. Artificial Intelligence, 17(1-3) :185–203.
- [Hounsfield, 1975] Hounsfield, G. (1975). Method of and apparatus for examining a body by radiation such as x or gamma radiation. Issue : US patent document 3,919,552 INIS Reference Number : 7249384.
- [Hughes et al., 2005] Hughes, T. J., Cottrell, J. A., and Bazilevs, Y. (2005). Isogeometric analysis : CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 194(39) :4135–4195.
- [Jailin, 2018] Jailin, C. (2018). Projection-based in-situ 4D mechanical testing. PhD thesis.
- [Jeanneau et al., 2023] Jeanneau, V., Combescure, C., and François, M. L. (2023). Homogenized elasticity and domain of linear elasticity of 2D architected materials. International Journal of Solids and Structures, 269 :112185.
- [Jiang et al., 2019] Jiang, Z., Mayeur, O., Witz, J.-F., Lecomte-Grosbras, P., Dequidt, J., Cosson, M., Duriez, C., and Brieu, M. (2019). Virtual image correlation of magnetic resonance images for 3D geometric modelling of pelvic organs. Strain, 55(3) :e12305.
_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/str.12305>.

- [Kaczmarz, 1937] Kaczmarz, S. (1937). Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen. pages 35, 355–357.
- [Kak and Slaney, 2001] Kak, A. C. and Slaney, M. (2001). Principles of Computerized Tomographic Imaging. Classics in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [Kensler and Shirley, 2006] Kensler, A. and Shirley, P. (2006). Optimizing ray-triangle intersection via automated search. In 2006 IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing, pages 33–38.
- [Kiendl et al., 2014] Kiendl, J., Schmidt, R., Wüchner, R., and Bletzinger, K. U. (2014). Isogeometric shape optimization of shells using semi-analytical sensitivity analysis and sensitivity weighting. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 274 :148–167.
- [Koo et al., 2021] Koo, J., Dahl, A. B., Bærentzen, J. A., Chen, Q., Bals, S., and Dahl, V. A. (2021). Shape from Projections via Differentiable Forward Projector for Computed Tomography. Ultramicroscopy, 224 :113239. arXiv : 2006.16120.
- [Kruth et al., 2011] Kruth, J., Bartscher, M., Carmignato, S., Schmitt, R., De Chiffre, L., and Weckenmann, A. (2011). Computed tomography for dimensional metrology. C I R P Annals, 60(2) :821–842.
- [Leclerc et al., 2015] Leclerc, H., Roux, S., and Hild, F. (2015). Projection Savings in CT-based Digital Volume Correlation. Experimental Mechanics, 55(1) :275–287.
- [Liew et al., 1993] Liew, S. C., Hasegawa, B. H., Brown, J. K., and Lang, T. F. (1993). Noise propagation in SPECT images reconstructed using an iterative maximum-likelihood algorithm. Physics in Medicine and Biology, 38(12) :1713–1726.
- [Lifton et al., 2015] Lifton, J. J., Malcolm, A. A., and McBride, J. W. (2015). On the uncertainty of surface determination in x-ray computed tomography for dimensional metrology. Measurement Science and Technology, 26(3) :035003. Publisher : IOP Publishing.
- [Limodin et al., 2011] Limodin, N., Réthoré, J., Buffière, J.-Y., Hild, F., Ludwig, W., Rannou, J., and Roux, S. (2011). 3D X-ray Microtomography Volume Correlation to Study Fatigue Crack Growth. Advanced Engineering Materials, 13(3) :186–193.
- [Limodin et al., 2010] Limodin, N., Réthoré, J., Buffière, J.-Y., Hild, F., Roux, S., Ludwig, W., Rannou, J., and Gravouil, A. (2010). Influence of closure on the 3D propagation of fatigue cracks in a nodular cast iron investigated by X-ray tomography and 3D volume correlation. Acta Materialia, 58(8) :2957–2967.
- [Luo et al., 1993] Luo, P. F., Chao, Y. J., Sutton, M. A., and Peters, W. H. (1993). Accurate measurement of three-dimensional deformations in deformable and rigid bodies using computer vision. Experimental Mechanics, 33(2) :123–132.

- [López and Vila, 2021] López, J. and Vila, C. (2021). An approach to Reverse Engineering Methodology for Part Reconstruction with Additive Manufacturing. IOP Conference Series : Materials Science and Engineering, 1193(1) :012047. Publisher : IOP Publishing.
- [Maire and Withers, 2014] Maire, E. and Withers, P. J. (2014). Quantitative X-ray tomography. International Materials Reviews, 59(1) :1–43.
- [Manzoni et al., 2012] Manzoni, A., Quarteroni, A., and Rozza, G. (2012). Shape optimization for viscous flows by reduced basis methods and free-form deformation. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 70(5) :646–670. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/fld.2712>.
- [Marschner and Shirley, 2018] Marschner, S. and Shirley, P. (2018). Fundamentals of Computer Graphics, volume 2,3,4. CRC Press.
- [Menzel et al.,] Menzel, S., Olhofer, M., and Sendhoff, B. Direct Manipulation of Free Form Deformation in Evolutionary Design Optimisation. In Parallel Problem Solving from Nature - PPSN IX. ISSN : 0302-9743, 1611-3349.
- [Mihailidis, 2009] Mihailidis, D. (2009). Computed Tomography From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT. Medical Physics, 36(8) :3858–3858. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1118/1.3176026>.
- [Passieux and Bouclier, 2019] Passieux, J. and Bouclier, R. (2019). Classic and inverse compositional Gauss-Newton in global DIC. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 119(6) :453–468.
- [Passieux et al., 2023] Passieux, J.-C., Bouclier, R., and Weeger, O. (2023). Image-based isogeometric twins of lattices with virtual image correlation for varying cross-section beams. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 124(10) :2237–2260. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nme.7208>.
- [Pierré, 2016] Pierré, J.-E. (2016). Stéréo corrélation d’images numériques éléments finis : application à la validation de modèles de structures composites sous sollicitations complexes. phdthesis, Université Paul Sabatier - Toulouse III.
- [Pierré et al., 2017] Pierré, J.-E., Passieux, J.-C., and Périé, J.-N. (2017). Finite Element Stereo Digital Image Correlation : Framework and Mechanical Regularization. Experimental Mechanics, 57(3) :443–456.
- [Prade et al., 2016] Prade, F., Fischer, K., Heinz, D., Meyer, P., Mohr, J., and Pfeiffer, F. (2016). Time resolved X-ray Dark-Field Tomography Revealing Water Transport in a Fresh Cement Sample. Scientific Reports, 6(1) :29108.
- [Réthoré and François, 2014] Réthoré, J. and François, M. (2014). Curve and boundaries measurement using B-splines and virtual images. Optics and Lasers in Engineering, 52 :145–155.

- [Sederberg, 1986] Sederberg, T. W. (1986). Free-Form Deformation of Solid Geometric Models. *20(4)* :10.
- [Semin et al., 2011] Semin, B., Auradou, H., and François, M. (2011). Accurate measurement of curvilinear shapes by Virtual Image Correlation. *The European Physical Journal Applied Physics*, *56(1)* :10701.
- [Somera, 2022] Somera, A. (2022). *On the effective elasticity of quasi-periodic lattice materials : From microscopic foundations to experimental validation*. phdthesis, École centrale de Nantes.
- [Sutton et al., 2000a] Sutton, M., McNeill, S., Helm, J., and Schreier, H. (2000a). *Computer vision applied to shape and deformation measurement*, pages 571–632.
- [Sutton et al., 1983] Sutton, M., Wolters, W., Peters, W., Ranson, W., and McNeill, S. (1983). Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, *1(3)* :133–139.
- [Sutton et al., 2000b] Sutton, M. A., McNeill, S. R., Helm, J. D., and Chao, Y. J. (2000b). *Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision*.
- [Sutton et al., 2009] Sutton, M. A., Orteu, J.-J., and Schreier, H. W. (2009). *Image correlation for shape, motion and deformation measurements : basic concepts, theory and applications*. Springer.
- [Tezzele et al., 2021] Tezzele, M., Demo, N., Mola, A., and Rozza, G. (2021). PyGeM : Python Geometrical Morphing. *Software Impacts*, *7* :100047.
- [Thanasupsombat et al., 2018] Thanasupsombat, C., Thongvigitmanee, S. S., Aootaphao, S., and Thajchayapong, P. (2018). A Simple Scatter Reduction Method in Cone-Beam Computed Tomography for Dental and Maxillofacial Applications Based on Monte Carlo Simulation. *BioMed Research International*, 2018 :5748281.
- [Thompson, 1896] Thompson, S. P. (1896). The Röntgen Rays. *Nature*, *53(1376)* :437–437.
- [Vandenberghe et al., 2001] Vandenberghe, S., D’Asseler, Y., Van de Walle, R., Kauppinen, T., Koole, M., Bouwens, L., Van Laere, K., Lemahieu, I., and Dierckx, R. (2001). Iterative reconstruction algorithms in nuclear medicine. *Computerized medical imaging and graphics : the official journal of the Computerized Medical Imaging Society*, *25(2)* :105—111.
- [Wall et al., 2008] Wall, W. A., Frenzel, M. A., and Cyron, C. (2008). Isogeometric structural shape optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *197(33)* :2976–2988.
- [Wang et al., 2008] Wang, G., Yu, H., and De Man, B. (2008). An outlook on x-ray CT research and development : CT outlook. *Medical Physics*, *35(3)* :1051–1064.
- [White et al., 2016] White, R. T., Najm, M., Dutta, M., Orfino, F. P., and Kjeang, E. (2016). Communication—effect of micro-xct x-ray exposure on the performance of polymer electrolyte fuel cells. *Journal of The Electrochemical Society*, *163(10)* :F1206.

- [Wils, 2020] Wils, P. (2020). Analyses non destructives par tomographie à rayons X. Les Nouvelles de l'archéologie, (159) :13–19.
- [Wilson and Tsui, 1993] Wilson, D. and Tsui, B. (1993). Noise properties of filtered-backprojection and ML-EM reconstructed emission tomographic images. IEEE Transactions on Nuclear Science, 40(4) :1198–1203. Conference Name : IEEE Transactions on Nuclear Science.
- [Xu and Zhang, 1996] Xu, G. and Zhang, Z. (1996). Epipolar Geometry in Stereo, Motion and Object Recognition, volume 6 of Computational Imaging and Vision. Springer Netherlands, Dordrecht.
- [Yagüe-Fabra et al., 2013] Yagüe-Fabra, J. A., Ontiveros, S., Jiménez, R., Chitchian, S., Tosello, G., and Carmignato, S. (2013). A 3D edge detection technique for surface extraction in computed tomography for dimensional metrology applications. CIRP Annals, 62(1) :531–534.
- [Zink, 1997] Zink, F. E. (1997). X-ray tubes. RadioGraphics, 17(5) :1259–1268.

Titre : Mesure de forme de matériaux architecturés 3D à partir de radiographies par une méthode de corrélation d'images virtuelles

Mots clés : VIC, 3D-VIC, CT-scan, matériaux architecturés, mesure de forme

Résumé: L'évolution de la fabrication additive a facilité la production de matériaux architecturés complexes. Toutefois, les méthodes traditionnelles d'inspection s'avèrent inadaptées pour ces matériaux, nécessitant une méthode d'inspection basée sur la tomographie pour explorer leur structure interne. Ce document présente un algorithme rapide et précis de Corrélation d'Images Virtuelles 3D (3D-VIC), basé sur l'existence d'un modèle CAO essentiel pour l'impression du matériau. Ce modèle CAO est déformé pour recalibrer les radiographies avec des radiographies virtuelles simulant l'absorption des rayons X à travers le solide. Le recalage est réalisé en minimisant une fonction coût par rapport à la position des points de contrôle en utilisant une méthode d'interpolation de Radial Basis Function (RBF) pour déformer le modèle CAO.

Tout d'abord, les performances de la méthode sont évaluées avec des données synthétiques, en analysant sa capacité à mesurer des défauts de fabrication sur les poutres d'un matériau architecturé. Ensuite, la robustesse de la méthode est testée par rapport à la résolution de l'image, le nombre de radiographies et le niveau de bruit. Enfin, des mesures réelles ont été effectuées sur 5 radiographies d'une structure de Penrose et d'un réseau tétraédrique. La méthode permet de détecter des variations globales de forme et des défauts locaux. Il est possible avec la 3D-VIC de vérifier la forme des matériaux architecturaux, avec très peu de radiographies, sans utiliser les méthodes usuelles de reconstruction de volume.

Title : Shape measurement of 3D architectural materials from X-rays radiographs using a virtual image correlation method.

Keywords : VIC, 3D-VIC, CT-scan, architectural materials, shape measurement

Abstract: The evolution of additive manufacturing has facilitated the production of complex architectural materials. However, traditional inspection methods are proving inadequate for these materials, requiring a tomography-based inspection method to explore their internal structure. This document presents a fast and accurate 3D Virtual Image Correlation (3D-VIC) algorithm, based on the existence of a CAD model essential for printing the material. This CAD model is deformed to register the radiographs with virtual radiographs simulating the absorption of X-rays through the solid. Registration is achieved by minimising a cost function with respect to the position of control points using radial basis function interpolation (RBF) to deform the CAD model.

First, the performance of the method is evaluated with synthetic data, by analyzing its ability to measure manufacturing defects on beams of an architectural material. Then, the robustness of the method is tested in relation to image resolution, number of X-rays and noise level. Finally, actual measurements were carried out on 5 X-ray images of a Penrose structure and a tetrahedral lattice. The method enables global shape variations and local defects to be detected. With 3D-VIC, it is possible to verify the shape of architectural materials, with very few radiographs, without using conventional volume reconstruction methods.

