



**HAL**  
open science

## Etude des pièces composites à fortes singularités

Sylvain Arki

► **To cite this version:**

Sylvain Arki. Etude des pièces composites à fortes singularités. Matériaux. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2019. Français. NNT : 2019TOU30068 . tel-04851300

**HAL Id: tel-04851300**

**<https://theses.hal.science/tel-04851300v1>**

Submitted on 20 Dec 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par:**

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

**Spécialité :**

Génie Mécanique, Mécanique des Matériaux

---

---

**Présentée et soutenue par**

Sylvain ARKI

Le Vendredi 15 Mars 2019

**Sujet de la thèse:**

Etude des pièces composites à fortes singularités

---

---

**École doctorale:**

Mécanique, Energétique, Génie civil et Procédés (MEGEP)

**Unité de Recherche:**

Institut Clément Ader (ICA) – UMR CNRS 5312

**Thèse dirigée par:**

Jean-François FERRERO et Steven MARGUET

### JURY

Valentina LOPRESTO

Professeure associée à Università di Napoli

Présidente

Hervé WARGNIER

Professeur des Universités à Bordeaux-I

Rapporteur

Olivier POLIT

Professeur des Universités à Université Paris-X

Rapporteur

Alexandre AURY

Ingénieur chez SKF Aerospace

Invité

Jean-Max REDONNET

Maître de conférences à UT3 Paul Sabatier

Encadrant

Jean-François FERRERO

Professeur des Universités à UT3 Paul Sabatier

Directeur

Steven MARGUET

Maître de conférences à UT3 Paul Sabatier

Co-directeur

---

À la mémoire de mon père,  
À ma mère et ma famille.

---

# Remerciements

---

Une thèse est à la fois une aventure solitaire et un travail d'équipe, souvent comparé à un marathon couru à la vitesse du sprint. Je souhaite ici remercier les personnes qui m'ont entouré et m'ont aidé à franchir la ligne d'arrivée.

Je tiens tout d'abord à remercier mes encadrant, à commencer par mon directeur de thèse Jean-François Ferrero pour sa disponibilité remarquable, ses idées, ses conseils et sa détermination. Plus personnellement, je te remercie pour tes bons petits plats dégustés chez toi, ta compréhension et ton soutien dans des moments difficiles. Je remercie également mon co-directeur de thèse Steven Marguet pour son investissement, son temps et les idées apportées pendant la réalisation de ces travaux. Je te remercie aussi pour m'avoir transmis ta passion de la mécanique lorsque j'étais ton élève, mais aussi pour toutes nos discussions autour de sujets aussi divers et variés que la technologie, l'économie, le « geekisme » et j'en passe. Je remercie également mon encadrant Jean-Max Redonnet pour son investissement dans ces travaux, son temps et sa patience. Je te remercie également pour ta bonne humeur, ta culture et ta passion des surfaces gauches. Je tiens à vous remercier sincèrement tous les trois pour votre présence et votre soutien lors du décès de mon Père intervenu peu après le début de ces travaux, qui fût une véritable épreuve pour moi.

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont le fruit de la collaboration entre la société SKF Aerospace et l'Institut Clément Ader. Je souhaite remercier l'intégralité des équipes de SKF Aerospace à Valence et Lons-Le-Saunier et plus particulièrement Yves Mahéo et Alexandre Aury qui m'ont fait confiance pour réaliser ce travail de recherche et m'ont offert le support matériel nécessaire à la réalisation de cette entreprise. Je remercie également Nicolas Marotel, Florent Fauchery, Noémie Peron, Florian Bardy et Anthony Jérôme avec qui j'ai eu le privilège de travailler et d'échanger.

Je remercie Madame Valentina Lopresto, professeure associée, pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je souhaite aussi exprimer toute ma reconnaissance à Messieurs Hervé Wargnier, professeur des universités, et Olivier Polit, professeur des universités, qui ont accepté de rapporter ce mémoire.

Également, la réalisation de ce travail a été permise grâce à l'appui, toujours de bonne volonté et dans la bonne humeur, de nombreuses personnes qui m'ont formé, conseillé, et aidé. Je commencerai par Xavier Foulquier et Alain Bouinot pour leurs nombreux conseils en fabrication composite et les découpes d'éprouvettes, mais aussi pour leur bonne humeur et le soutien indéfectible de Xavier envers l'OM. Je remercie aussi Abdallah Bouzid pour la fabrication des moules sans lesquels je n'aurai pu travailler. Je remercie Olivier Cherrier et Alexandre Chardonneau pour leurs conseils et le temps passé à m'aider à installer des dispositifs de caméras toujours plus complexes les uns que les autres, mais aussi Marc Chartroux pour m'avoir formé et aiguillé sur les essais mécaniques, et ceci toujours avec le sourire. Merci également aux collaborateurs du CRITT Didier Falandry et Xavier Sicart pour leurs conseils précieux, le dépannage de matériau ou encore les nombreux coups de

maines apportés dans le hall d'essai.

Plus généralement je tiens à remercier l'ensemble de l'équipe Université Paul Sabatier de l'ICA qui avant de devenir mes collègues étaient mes professeurs. Je vous remercie tous pour la qualité de la formation que j'ai reçue et la passion que vous parvenez à transmettre pendant les cours/TD/TP. Ainsi, je remercie particulièrement mes encadrants, Guillaume Cohen, Johanna Senatore, Walter Rubio, Stéphane Second, Patrick Gilles, Pablo Navarro, Nicolas Binaud, Yann Landon, Michel Sudre, Nicolas Bonneau, Yvain Subra, Michel Agullo.

Aussi ce marathon est ponctué de nombreux ravitaillements dans les salles de pauses qui en font une merveilleuse aventure humaine au travers de nombreuses rencontres avec les membres permanents et autres doctorants du laboratoire. Aussi, je remercie l'ensemble des personnes que j'ai eu la chance de côtoyer au sein de l'ICA : Philippe Olivier, Florian Bugarin, Philippe Sétier, Jean-Charles Passieux, Christophe Bouvet, Laurent Crouzeix, Nathalie Rocher Gleizes. Mais aussi les doctorants pour la bonne ambiance, la bonne humeur, les petits déjeuners, tartes au citron et galettes des rois journalières chaque mois de Janvier : Joël Serra, Guillaume Androuin, Nicolas Dubary, Jean-Emmanuel Chambe, Pierre André Rey, Fadhel Chatti, Florian Tostain, Arnaud Wilhelm, Dorothy Hannah Loïs, Loïc Bernard, Alexandra Lacombe, Marion Broutelle et Agathe Jaillon.

Plus particulièrement je remercie l'équipe de doctorants avec laquelle j'ai eu la chance de partager le bureau AR2020, meilleur bureau de l'ICA. Je commencerai par Benjamin Valès « Le Sanglier Jacky Tuning », je te remercie pour ton amitié, ta bonne humeur, tes remarques toujours pas très fines, ton amour du terroir et tes connaissances précieuses en mécanique auto et moto. Je remercie également Ange Rogani pour avoir amené un peu de notre belle ville de Marseille avec lui, ses compétences en clé à cliquet et montage de dressing. Je ne te remercie par contre pas pour ta remarquable faculté à râler en permanence ;). Je souhaite remercier Ldjoudi Manseri pour sa bonne humeur, ses talents de carreleur et son amour inconditionnel de Lyon ou de la Kabylie selon ce qui l'arrange. À vous trois je vous remercie également pour votre amitié, vos coups de main etc. Je remercie aussi le Florian Pascal pour sa bonne humeur, sa sympathie et ses connaissances, mais aussi Bassam Mahmoud pour son sourire permanent, et pour m'avoir fait découvrir un peu de la gastronomie Libanaise. Enfin je remercie les nombreux stagiaires que j'ai pu côtoyer : Marcos Colungo, Antoine Escande et tous les autres qui m'ont aidé à avancer et avec qui j'ai pu passer de très bons moments. Je vous souhaite une bonne continuation à tous.

Enfin, ne peux terminer ces remerciements sans une pensée à ma famille dans son intégralité pour son soutien et sa présence, dans les bons moments comme les mauvais. Plus particulièrement, je souhaite remercier mes grands parents pour les purées, les dictées du mercredi et autres « bons moments » et, surtout, ma mère pour son aide continue et sans faille pendant toutes ces années ainsi que mon père, parti trop tôt, pour son soutien et son engouement concernant le travail présenté ici.

---

# Table des matières

---

<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Figures</b>	<b>xiii</b>
<b>Notations</b>	<b>xiv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l'art et positionnement de la thématique de recherche</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	9
1.2 Généralités sur les composites . . . . .	9
1.2.1 Le pli . . . . .	9
1.2.2 Le stratifié . . . . .	12
1.2.3 Échelles de modélisation . . . . .	12
1.2.4 Mécanismes de ruine . . . . .	15
1.2.5 Bilan . . . . .	23
1.3 Dépliage de structures composites . . . . .	24
1.3.1 Comportement théorique de stratifiés composites soumis à une sol- licitation de dépliage . . . . .	24
1.3.2 Études expérimentales . . . . .	25
1.3.3 Moyens d'essais employés . . . . .	28
1.3.4 Modélisation du dépliage . . . . .	28
1.3.5 Bilan . . . . .	29
1.4 Modélisation de la position des renforts dans les pièces composites de formes complexes . . . . .	29
1.4.1 Approche géométrique . . . . .	30
1.4.2 Approche éléments finis . . . . .	31
1.4.3 Bilan . . . . .	31
1.5 Étude prospective de dépliage . . . . .	33
1.5.1 Éprouvettes et dispositif d'essai . . . . .	33
1.5.2 Moyen d'essai et déroulement . . . . .	36
1.5.3 Résultats et analyse . . . . .	37
1.5.4 Bilan . . . . .	40
1.6 Bilan . . . . .	40
<b>2 Positionnement des fibres dans les pièces composites de formes com- plexes</b>	<b>43</b>
2.1 Mise en évidence du problème . . . . .	44
2.1.1 Contexte . . . . .	44

2.1.2	Dépose de pli sur formes non développables	44
2.2	Modélisation de la position des fibres	47
2.2.1	Introduction	47
2.2.2	Modèle géodésique	49
2.2.3	Modèle adaptatif	51
2.2.4	Procédures communes	54
2.3	Validation expérimentale	58
2.3.1	Mise en situation	58
2.3.2	Méthodologie de dépose des plis	59
2.3.3	Méthodologie de mesure de la position des torons	64
2.3.4	Identification inverse des paramètres de l'algorithme de génération des torons de fibres	65
2.4	Bilan	69
<b>3</b>	<b>Modélisation numérique du dépliage de cornières</b>	<b>71</b>
3.1	Introduction	72
3.2	Approche continue	72
3.2.1	Principe de modélisation	72
3.2.2	Lois matériaux	73
3.3	Modèle semi-continu	76
3.3.1	Génération du modèle	76
3.3.2	Lois et données matériaux	79
3.3.3	Identification des propriétés du pli	80
3.3.4	Caractérisation de l'interface	83
3.4	Dépliage de cornière, comparaison expérimental numérique	91
3.4.1	Présentation des modèles	91
3.4.2	Résultats	92
3.5	Bilan	99
<b>4</b>	<b>Influence de la géométrie et du stratifié</b>	<b>101</b>
4.1	Ajout d'un méplat	102
4.1.1	Étude prospective	102
4.1.2	Définition de la géométrie et de la méthodologie d'essai	103
4.1.3	Résultats	105
4.1.4	Investigation sur l'interface critique	106
4.1.5	Comparaison essai/calculs	111
4.1.6	Bilan	116
4.2	Ajout d'une contre-forme	116
4.2.1	Nouvelles géométries	116
4.2.2	Campagne expérimentale	118
4.2.3	Amélioration des pièces raidies	123
4.2.4	Modélisation numérique	126
4.3	Bilan	133
	<b>Conclusion générale et perspectives de recherche</b>	<b>135</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>139</b>

Annexes	144
A Carreaux de Bézier pour éprouvettes LR5S, M10R5S et M10R5S-40	145
B Centre de calcul CALMIP	147
C Diagramme UML du programme de fibrage et de maillage	149





---

# Table des figures

---

1	Évolution de l'utilisation des matériaux composites dans l'industrie aéronautique au cours des dernières décennies (Airbus ©) . . . . .	1
2	Formes communes de pièces de liaisons . . . . .	2
3	Dépliage des pièces composites . . . . .	2
4	Ferrure avec contre-forme « Black Design© » (SKF Aerospace ) . . . . .	3
5	Exemple de défauts de dépose induits par une contre-forme . . . . .	4
6	Structure du mémoire . . . . .	5
1.1	Caractérisation des matériaux composites unidirectionnels . . . . .	11
1.2	Comportement typique des stratifiés composites : (a) Traction dans le sens fibre, (b) Traction dans le sens transverse, (c) Cisaillement ([Ladeveze and LeDantec, 1992]) . . . . .	11
1.3	Modélisation à l'échelle de la mèche [Duan et al., 2006] . . . . .	13
1.4	Principe du modèle avec éléments cohésifs intra et inter plis[Bouvet et al., 2009] . . . . .	13
1.5	Principe du modèle multi-échelle découpé en trois régions ([Nilakantan et al., 2010]) . . . . .	14
1.6	Éléments semi-continus ([Pascal, 2016], [Mahmoud, 2017]) . . . . .	15
1.7	Ruptures dues aux fibres . . . . .	16
1.8	Rupture de la matrice . . . . .	16
1.9	Modes élémentaires de rupture . . . . .	17
1.10	Essais normalisés de caractérisation de fissuration en mode I, II et mixte . . . . .	17
1.11	Exemple de courbe effort-déplacement obtenue lors d'un essai DCB ([Hashemi et al., 1990]) . . . . .	18
1.12	Utilisation d'un élément cohésif au sein d'un maillage volume ([Pascal, 2016]) . . . . .	20
1.13	Illustration d'une loi cohésive bilinéaire . . . . .	22
1.14	Illustration d'une loi bilinéaire d'un élément cohésif sous sollicitation mixte [P. P. Camanho et al., 2003] . . . . .	23
1.15	Répartition des contraintes dans l'épaisseur (a) Contrainte de traction transverse dans un stratifié 0° (b) contrainte de traction transverse dans un stratifié 0°/90° (c) contrainte de cisaillement transverse dans un stratifié 0°/90° [Roos et al., 2007] . . . . .	25
1.16	Formes les plus représentées dans la littérature . . . . .	26
1.17	(a) Réponse d'une éprouvette L soumise à un chargement de flexion et relâchement d'énergie (b) Faciès de rupture observé ([Charrier et al., 2016]) . . . . .	26
1.18	Phénoménologie de propagation de fissure ([Gozluklu et al., 2015]) . . . . .	27
1.19	Modélisation du dépliage à l'aide de la technique CZM (a) Présentation du modèle (b) Résultat ([Nguyen et al., 2018]) . . . . .	29
1.20	Principe de l'algorithme du filet . . . . .	30

1.21	Principe de l'élément triangle développé par [Hamila and Boisse, 2007]	32
1.22	Exemple de modélisation RTM (a) Emboutissage mono-pli avec poinçon carré, (b) Emboutissage de 2 plis avec poinçon hémisphérique ([Hamila et al., 2008])	32
1.23	Géométrie de l'éprouvette en L (dimensions en millimètres, angle en degrés)	33
1.24	Cycle de cuisson du matériau Hexcel AS4/8552	34
1.25	Éprouvettes obtenues après découpe	34
1.26	Fabrication à l'aide d'un contre-moule	35
1.27	Comparaison du cycle de consigne et cycles réels	36
1.28	Éprouvettes obtenues après découpe	37
1.29	Chargement d'éprouvette L à faible nombre de cycles croissant	38
1.30	Courbes de réponse des éprouvettes LR5C1 de largeur 30 mm (LR5C1W30) et 60 mm (LR5C1W60)	39
1.31	Phénoménologie de la ruine d'une éprouvette LR5C1	39
2.1	Géométrie de l'éprouvette en L (dimensions en millimètres, angle en degrés)	44
2.2	Résultat de la fabrication de pièces développables	45
2.3	Schéma de la forme non développable proposée	46
2.4	Dépose plis de diverses orientations sur forme non développable	46
2.5	Principe de calcul des points d'interpolation du modèle géodésique	49
2.6	Calcul d'un point du modèle géodésique	50
2.7	Exemple de position des fibres obtenu avec le modèle géodésique	51
2.8	Mise en évidence du risque de repliement d'un pli sur lui-même	52
2.9	Mise en évidence du risque de déchirement d'un pli	52
2.10	Calcul d'un point du modèle adaptatif	53
2.11	Exemple de position des fibres obtenu avec le modèle adaptatif	54
2.12	Exemple de surface constituée de multiples carreaux de Bézier bicubiques	55
2.13	Calcul de point terminal dans le cas d'une limite en $u_{max}$	57
2.14	Calcul de point terminal dans l'espace paramétrique (cas d'une limite en $u_{max}$ )	58
2.15	Exemple de cornière développée par SKF, décomposition de formes - (a) Méplat (b) Contre-forme	58
2.16	Éprouvettes définies à partir de la géométrie proposée par l'industriel	59
2.17	Stratégie « optimale » de dépose de pli à $0^\circ$	60
2.18	Dépose de pli à $0^\circ$ : résultat	61
2.19	Comparaison du résultat de dépose de trois tailles de patch sur forme non développable	61
2.20	Défaut apparaissant lors de la mise en place d'un pli à $90^\circ$	62
2.21	Stratégie « optimale » de dépose de pli à $\pm 45^\circ$	63
2.22	Défaut apparaissant lors de la mise en place d'un pli à $\pm 45^\circ$	63
2.23	Points de vue et angles de prises de vues pour la comparaison pli déposé / fibres générées numériquement	64
2.24	Montage de stéréo-corrélation pour l'identification des positions de fibres	65
2.25	Reconstruction de la surface définie par le pli	66
2.26	Comparaison photo de drapage / génération numérique de fibres pour pli à $0^\circ$ sur éprouvette L-raïdie	67

2.27	Comparaison photo de drapage / génération numérique de fibres pour pli à 45° sur éprouvette L-raïdie . . . . .	68
2.28	Comparaison photo de drapage / génération numérique de fibres pour pli à 90° sur éprouvette L-raïdie . . . . .	68
3.1	Stratégie de construction des repères d'orthotropie dans les éléments 3D des plis . . . . .	73
3.2	Illustration d'une loi cohésive bilinéaire . . . . .	74
3.3	Échelles de construction du modèle semi-continu. (a) Tissu (b) Unidirectionnel . . . . .	76
3.4	Décomposition des sollicitations des éléments constitutifs du modèle . . . . .	77
3.5	Création des éléments du pli à partir du réseau de fibres . . . . .	78
3.6	Création des éléments cohésifs par projection . . . . .	79
3.7	Décomposition des sollicitations des éléments constitutifs du modèle . . . . .	79
3.8	Géométrie des éprouvettes de traction . . . . .	81
3.9	Montage utilisé pour les essais de traction . . . . .	81
3.10	Modèle numérique d'une éprouvette de traction . . . . .	81
3.11	Courbes effort-déplacement obtenues pour des essais de traction sur éprouvette 4 plis et par simulation numérique . . . . .	82
3.12	Schéma de l'éprouvette DCB utilisée . . . . .	83
3.13	Montage de l'essai DCB . . . . .	84
3.14	Réponse d'un essai DCB 90//45 (a) Effort et avancement de fissure (b) Taux de dissipation d'énergie en fonction de l'ouverture de l'éprouvette . . . . .	85
3.15	Valeurs moyennes du taux de restitution d'énergie critique en mode I ( $G_{Ic}$ ) pour les quatre interfaces identifiées . . . . .	85
3.16	Schéma de l'essai ENF utilisé . . . . .	86
3.17	Montage de l'essai ENF . . . . .	87
3.18	Valeurs moyennes du taux de restitution d'énergie critique en mode II ( $G_{IIc}$ ) pour les quatre interfaces identifiées . . . . .	87
3.19	Modèle utilisé pour l'identification des propriétés d'interface en mode I . . . . .	88
3.20	Corrélation essais-calcul d'un essai DCB 90//45 . . . . .	89
3.21	Modèle utilisé pour l'identification des propriétés d'interface en mode II . . . . .	89
3.22	Corrélation essai-calcul d'un essai ENF 0//45 . . . . .	90
3.23	Séparation du modèle en deux domaines : purement élastique / élastique endommageable . . . . .	91
3.24	Déroulement du calcul . . . . .	92
3.25	Réponse du modèle homogénéisé en sollicitation de dépliage comparée à une courbe expérimentale caractéristique (éprouvette LR5C1) . . . . .	93
3.26	Problématiques engendrées par les stratégies de maillage . . . . .	94
3.27	Groupes d'éléments de dimensions similaires . . . . .	95
3.28	Résultats obtenus après action corrective. (a) Courbe force par unité de largeur/déplacement. (b) Éprouvette fissurée. . . . .	95
3.29	Cinématique de fissuration d'une éprouvette LR5C1 . . . . .	96
3.30	Réponse du modèle semi-continu en sollicitation de dépliage comparée à une courbe expérimentale caractéristique (éprouvette LR5C1) . . . . .	96
3.31	Apparition du dommage en surface de l'éprouvette. (a) Image expérimentale de référence, (b) Prédiction du modèle semi-continu . . . . .	97

3.32 Répartition des contraintes dans l'interface critique (a) Traction hors plan, (b), (c) cisaillements hors plan (valeurs en MPa) . . . . .	98
3.33 État de contraintes dans le premier élément fissuré . . . . .	98
4.1 Introduction d'un méplat dans la zone rayonnée . . . . .	102
4.2 Répartition des contraintes normales hors plan pour les éprouvettes LC1 et MC1 . . . . .	103
4.3 Répartition des contraintes normales hors plan pour les éprouvettes LC1 et MC1 . . . . .	104
4.4 Positionnement des cylindres (a) Éprouvette L C75/100, (b) Éprouvette M C75/100, (c) Éprouvette M C85/110 . . . . .	105
4.5 Courbes de réponses expérimentales L-M . . . . .	106
4.6 Phénoménologie de ruine des éprouvettes M10R5C1 pour les configurations d'appuis 75/100 et 85/110 . . . . .	106
4.7 Stratifiés étudiés . . . . .	107
4.8 Courbes de réponses des différents stratifiés pour une éprouvette L . . . . .	108
4.9 Phénoménologie de ruine des stratifiés LR5C2 et LR5C3 . . . . .	108
4.10 Mode de ruine des éprouvettes LR5C1, LR5C2 et LR5C3 . . . . .	109
4.11 Courbes de réponses des éprouvettes M pour les stratifiés M10R5C1 et M10R5C2 . . . . .	110
4.12 Phénoménologie de ruine des éprouvettes M10R5C2 . . . . .	110
4.13 Mode de ruine des éprouvettes M10R5C1 et M10R5C2 . . . . .	111
4.14 Courbes de réponses expérimentales et numériques des éprouvettes M10R5C1 pour les modèles homogénéisé et semi-continu . . . . .	112
4.15 Scénario de ruine prédit par le modèle homogénéisé pour l'éprouvette M10R5C1-75/100 . . . . .	113
4.16 (a) Fissure obtenue avec le modèle semi-continu pour l'éprouvette M10R5C1 (b, c, d) Champs de contraintes pour un niveau d'endommagement de 10% dans l'élément cohésif le plus endommagé . . . . .	114
4.17 Courbes de réponse du modèle semi-continu pour les éprouvettes LR5C2 et LR5C3 . . . . .	114
4.18 (a, b, c) Endommagement des interfaces LR5C2, LR5C1 et LR5C3 (premier élément à $d = 1$ en bord) (d) Fissure LR5C2 . . . . .	115
4.19 Phénoménologie de ruine de l'éprouvette LR5C3 prédite par le modèle semi-continu . . . . .	116
4.20 Géométrie des pièces LR5S (a) et M10R5S (b) . . . . .	117
4.21 Principales dimensions (en mm) des pièces LR5S (a) et M10R5S (b) . . . . .	118
4.22 Processus de fabrication adapté pour les pièces avec raidisseur . . . . .	119
4.23 Montage d'essais et équipement pour éprouvettes LR5S et M10R5S . . . . .	119
4.24 Courbes de réponse des éprouvettes LR5SC1 . . . . .	120
4.25 Phénoménologie de ruine des éprouvettes LR5SC1 . . . . .	121
4.26 Courbes de réponse des éprouvettes M10R5SC1 . . . . .	122
4.27 Phénoménologie de ruine des éprouvettes M10R5SC1 . . . . .	122
4.28 Schéma de principe des zones délaminées . . . . .	123
4.29 Schéma de principe du découpage de l'éprouvette M10R5SC1 . . . . .	124
4.30 Courbes de réponse des éprouvettes M10R5C1, M10R5SC1 et M10R5SC1-40	125
4.31 État post-mortem des éprouvettes M10R5SC1-40 (sans bords développables)	125

4.32	Détails du modèle semi-continu M10R5S 8 plis . . . . .	126
4.33	État déformé des modèles semi-continus M10R5S 4 et 8 plis . . . . .	127
4.34	Détails du modèle semi-continu M10R5SC1 . . . . .	127
4.35	Courbe effort par unité de largeur/déplacement obtenue avec le modèle semi-continu . . . . .	128
4.36	Contraintes normales hors plan $\sigma_{33}$ dans la première interface critique 45//90	129
4.37	Contraintes de cisaillement hors plan $\tau_{13}$ dans la première interface critique 45//90 . . . . .	129
4.38	Sollicitation des éléments cohésifs dans l'interface critique (45//90 n°4) du modèle M10R5SC1 . . . . .	130
4.39	Sollicitation des fibres dans la contre-forme . . . . .	131
4.40	Défaut de projection des nœuds esclaves : (a) schéma de principe d'un cas extrême, (b) exemple . . . . .	133
A.1	Carreaux de Bézier pour éprouvette LR5S . . . . .	145
A.2	Carreaux de Bézier pour éprouvette M10R5S . . . . .	146
A.3	Carreaux de Bézier pour éprouvette M10R5S-40 . . . . .	146
B.1	Supercalculateur <i>Olympe</i> du centre CALMIP . . . . .	147
C.1	Diagramme UML simplifié du programme permettant de générer les fibres et le maillage . . . . .	150



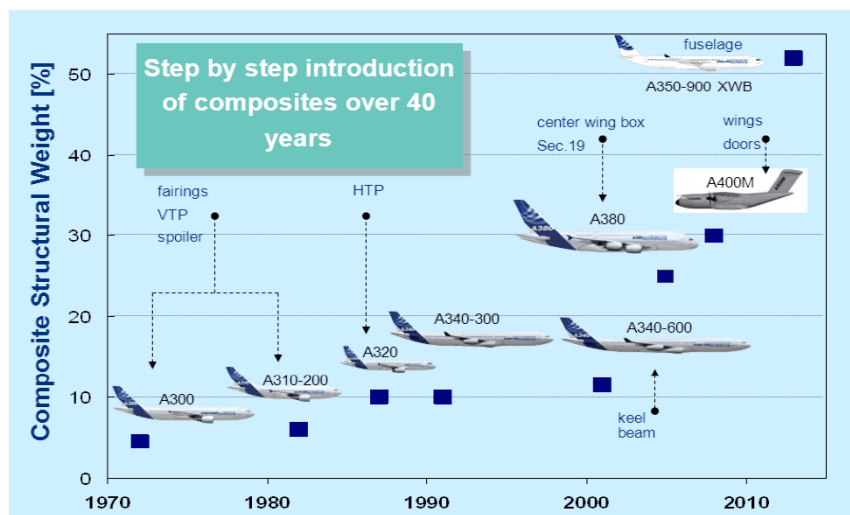
---

# Introduction générale

---

## Contexte

Les matériaux composites ont connu une utilisation croissante dans l'industrie au cours des dernières décennies. Un essor particulier de l'emploi des composites à renforts fibreux a pu être constaté dans le domaine aéronautique ; les dernières générations d'aéronefs tels que l'Airbus A350XWB ou le Boeing B787 font état d'une utilisation de plus de 50% (en masse) de matériaux composites dans leur conception.



© EADS 2011

EADS

FIGURE 1 – Évolution de l'utilisation des matériaux composites dans l'industrie aéronautique au cours des dernières décennies (Airbus ©)

Ainsi, les matériaux composites sont utilisés pour des pièces assurant l'aérodynamisme ou la protection de l'appareil tels que les winglets ou le radôme, mais également dans la fabrication de la structure primaire comme les cadres ou les lisses. Enfin, les matériaux composites se retrouvent également dans les pièces de liaison telles que des bielles ou des ferrures.

Divers types de ferrures présentant des formes différentes existent dans ce type de structures, les plus communes sont représentées au sein de la figure 2.



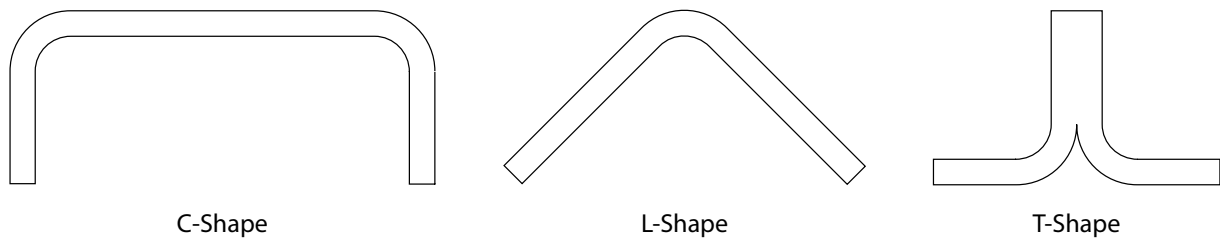


FIGURE 2 – Formes communes de pièces de liaisons

Ainsi, les formes peuvent être simples de par leur forme et leur composition comme l'éprouvette L monobloc réalisée en général avec un seul matériau unidirectionnel, mais peuvent être complexifiées en utilisant des matériaux différents comme dans le cas des ferrures en T qui sont en général réalisées avec des fibres longues et un socle d'interface réalisé en fibres courtes compactées. Ces pièces, lorsqu'elles sont soumises à un chargement, présentent un risque de décohésion par dépliage comme l'illustre la figure 3.

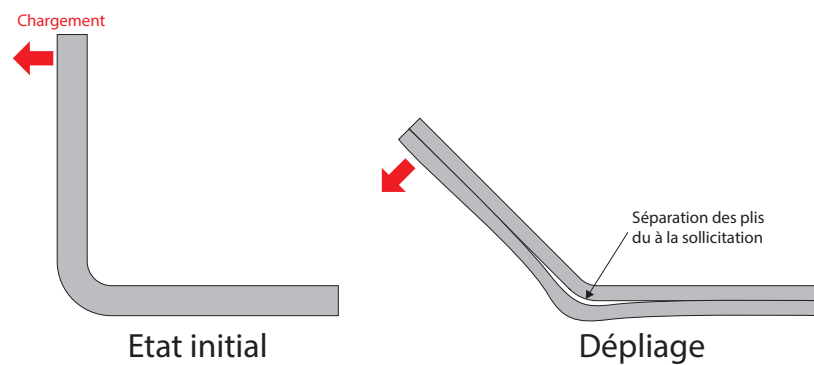


FIGURE 3 – Dépliage des pièces composites

En effet, cette sollicitation provoque une mise en tension du pli interne au rayon et une mise en compression du pli externe qui est plus long que le pli interne de par sa position dans l'épaisseur. Ceci entraîne une forte sollicitation de tension dans l'interface inter-laminaire, ce qui conduit *in fine* la rupture par décohésion.

Afin d'améliorer les performances de ce type de pièces, il est possible d'adapter le matériau en utilisant du tissu 3D ou encore du stitching. Une autre approche, visant à éviter l'apparition de ce phénomène et développée par SKF Aerospace, consiste à optimiser la géométrie de ces cornières via l'ajout d'une contre-forme, ou raidisseur, dans le centre de la pièce. Comme l'illustre la figure 4, la pièce obtenue fait alors apparaître une géométrie non développable.

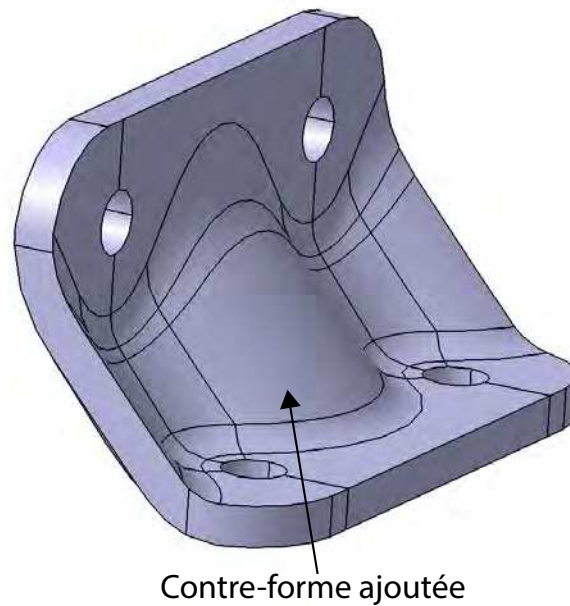


FIGURE 4 – Ferrure avec contre-forme « Black Design© » (SKF Aerospace )

## Problématiques

L'utilisation de pièces à géométries non développables telles que celle présentée en figure 4 apporte plusieurs types de problématiques, à commencer par la fabrication de celles-ci. En effet, un pli composite se présentant sous forme d'une « feuille », celui-ci n'est pas naturellement « compatible » avec ce type de géométrie. Cette dernière favorise alors l'apparition de plis ou de déchirures lors de la mise en place du stratifié ou de sa cuisson (figure 5). Outre la maîtrise et la prévention de ces défauts pouvant faire apparaître des bulles entraînant des pertes de performances mécaniques, ceci va également avoir un impact sur le taux de fibres local et la direction locale des fibres qui risque de varier en fonction de la zone observée.

Par ailleurs, à l'heure actuelle, la justification de la tenue mécanique de ces pièces est principalement établie par des essais mécaniques. La fabrication d'éprouvettes et la réalisation d'essais sur ce type de prototypes sont des opérations très coûteuses. Les itérations peuvent par ailleurs s'avérer très longues, ce qui pénalise fortement le cycle de développement de ce type de pièces. L'utilisation d'outils numériques performants capables de prévoir la répartition des fibres lors de la fabrication et la tenue mécanique est alors justifiée. La prédiction de la dépose de fibres permettrait d'anticiper les problèmes de fabrication et d'optimiser les géométries pour faciliter l'application d'un pli tandis que la simulation numérique du comportement mécanique réduirait grandement le nombre d'éprouvettes testées. Par ailleurs, l'utilisation de tels outils peut permettre une optimisation de pièces tant en termes de géométrie que d'orientation des plis du stratifié afin d'en améliorer les ratios performance/coût et performance/masse, principaux critères de l'industrie aéronautique.

Le travail présenté dans ce document a pour objectif de répondre au mieux à ces problématiques en proposant un modèle simplifié de propagation de fibres et un modèle d'endom-

magement adapté à la problématique soulevée.



FIGURE 5 – Exemple de défauts de dépose induits par une contre-forme

## Plan de thèse

Afin de répondre aux problématiques soulevées, l'approche décrite au sein de la figure 6 est proposée dans ce mémoire.

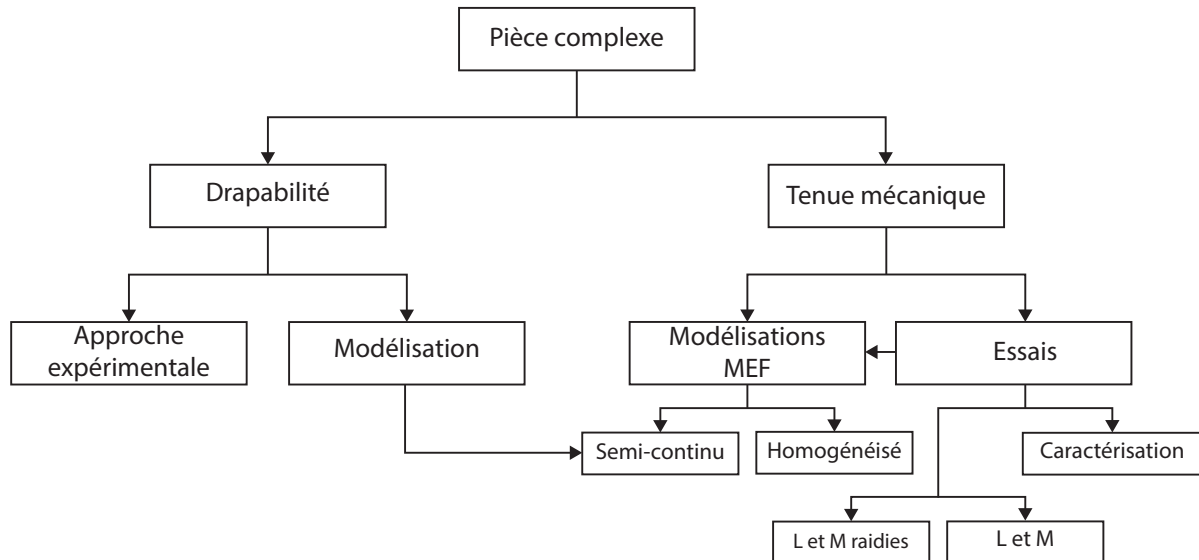


FIGURE 6 – Structure du mémoire

Ce manuscrit se divise en deux axes principaux : un premier afin d'étudier la drappabilité des pièces et un second se concentrant sur la caractérisation mécanique tant en termes d'essais que de modélisation numérique.

La première partie constitue en une étude de la littérature afin de positionner le travail de recherche et d'identifier les points bloquants. La dernière section de cette partie correspond à une première campagne expérimentale prospective afin d'orienter le travail présenté dans le chapitre 4.

L'étude de la drappabilité des pièces est abordée dans une seconde partie. Celle-ci se décompose en deux sections. La première propose une stratégie de modélisation du stratifié basée sur les caractéristiques géométriques de la pièce, la seconde propose une première approche expérimentale pour calibrer le modèle et le valider.

Le troisième chapitre aborde la stratégie de modélisation choisie, basée sur le modèle semi-continu et les algorithmes développés dans le chapitre 2. Dans une première section, la constitution et le développement du modèle sont explicités. Dans un second temps, l'identification des paramètres du modèle pour alimenter les variables élastiques et d'endommagement est abordée. Enfin, la troisième partie du chapitre correspond à la validation du modèle sur la base des essais réalisés dans le chapitre 1.

Enfin, la dernière partie propose une approche expérimentale afin d'étudier les problématiques apportées par SKF Aerospace. La première section détaille le plan d'expériences mis en place, puis une seconde section aborde les résultats expérimentaux et observations réalisées. Enfin, dans une dernière section, le modèle numérique développé dans le chapitre 3 est utilisé pour modéliser les essais.



---

# État de l'art et positionnement de la thématique de recherche

---

## Résumé

*Les matériaux composites industriels font l'objet de travaux de recherche soutenus accompagnant leur essor dans les industries de pointes telles que l'automobile, l'aéronautique et le spatial. Malgré les progrès importants réalisés sur la compréhension de leur comportement mécanique jusqu'à rupture, certaines pièces ne peuvent être qualifiées que par essais faute de modélisation prédictive. Les pièces composites stratifiées épaisses de formes complexes font partie de ces cas difficiles. Elles présentent en effet de nombreuses spécificités telles que :*

- une distribution et une orientation des fibres dans la résine difficile à maîtriser, à prédire et à modéliser ;*
- la présence de gradients d'épaisseur et de taux de fibres ;*
- une physique complexe au niveau des interfaces dans des zones de formes courbes et/ou gauches.*

*La prise en compte de ces spécificités dans un modèle numérique à des échelles permettant de restituer la physique (micro, méso) à un coût acceptable, reste un problème scientifique ouvert. Ce premier chapitre constitue un bref état de l'art des études réalisées sur ces thématiques. Il donne lieu à une première étude expérimentale prospective qui permet de mettre en place un cahier des charges pour les travaux de thèse.*

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1.2</b>	<b>Généralités sur les composites</b>	<b>9</b>
1.2.1	Le pli	9
1.2.2	Le stratifié	12
1.2.3	Échelles de modélisation	12
1.2.4	Mécanismes de ruine	15
1.2.5	Bilan	23
<b>1.3</b>	<b>Dépliage de structures composites</b>	<b>24</b>
1.3.1	Comportement théorique de stratifiés composites soumis à une sollicitation de dépliage	24

---

1.3.2	Études expérimentales . . . . .	25
1.3.3	Moyens d'essais employés . . . . .	28
1.3.4	Modélisation du dépliage . . . . .	28
1.3.5	Bilan . . . . .	29
<b>1.4</b>	<b>Modélisation de la position des renforts dans les pièces composites de formes complexes . . . . .</b>	<b>29</b>
1.4.1	Approche géométrique . . . . .	30
1.4.2	Approche éléments finis . . . . .	31
1.4.3	Bilan . . . . .	31
<b>1.5</b>	<b>Étude prospective de dépliage . . . . .</b>	<b>33</b>
1.5.1	Éprouvettes et dispositif d'essai . . . . .	33
1.5.2	Moyen d'essai et déroulement . . . . .	36
1.5.3	Résultats et analyse . . . . .	37
1.5.4	Bilan . . . . .	40
<b>1.6</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>40</b>

---

## 1.1 Introduction

La mise en place d’un modèle dédié au dimensionnement de pièces composites stratifiées épaisses de formes complexes repose sur plusieurs étapes :

1. la maîtrise de la représentation de la pièce, avec ses renforts fibreux, après fabrication ;
2. la compréhension des mécanismes d’endommagement des matériaux, en particulier dans les zones complexes fortement sollicitées ;
3. la modélisation du comportement de ces matériaux et, enfin ;
4. l’intégration des développements au sein d’une stratégie de dimensionnement adaptée.

Dans une première partie, ce chapitre présente un état de l’art des connaissances portant sur les quatre points évoqués ci-dessus. Ainsi, sont abordés : les matériaux composites, le phénomène de dépliage des pièces composites courbes et la représentation des pièces composites de formes gauches.

Dans une seconde partie, un essai prospectif est proposé. L’analyse des résultats de cet essai permet de dresser la feuille de route des travaux de thèse.

## 1.2 Généralités sur les composites

### 1.2.1 Le pli

Les matériaux composites fibreux sont obtenus par l’association de deux constituants principaux : les renforts et la matrice. Les premiers assurent la transition des efforts tandis que la seconde permet la cohésion de la structure.

Il existe une grande diversité de renforts disponibles. Les formes couramment rencontrées sont les particules, les fibres courtes et les fibres longues. Les matériaux les plus utilisés industriellement sont : le verre, le carbone, l’aramide et certaines fibres naturelles. Le tableau 1.1 présente les principales propriétés de quelques fibres du domaine aéronautique.

Fibres	Diamètre des fibres $\Phi$ (nm)	Masse volumique $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )	Module d’élasticité $E$ (GPa)	Module de cisaillement $G$ (GPa)	Coefficient de Poisson (-)	Contrainte de rupture en traction (GPa)
Verre R	10	2500	86		0,2	3,2
Verre E	16	2600	74	30	0,25	2,5
Carbone HR	7	1750	230	50	0,3	3,2
Carbone HM	6,5	1800	390	20	0,35	2,5
Kevlar 49	12	1450	130	12	0,4	2,9
Carbure de silicium	14	2550	200			2,8

TABLEAU 1.1 – Propriétés de différents renforts employés dans l’industrie aéronautique ([Gay, 2005])

De même que pour les renforts, il existe un large choix de matrices disponibles : métallique, céramique, résine thermoplastique et thermodurcissable... Les principales résines employées dans l’aéronautique sont rassemblées dans le tableau 1.2.



Résine	Masse volumique $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )	Module d'élasticité E (GPa)	Module de cisaillement G (GPa)	Coefficient de Poisson (-)	Contrainte de rupture en traction (GPa)
Époxyde	1200	4,5	1,6	0,4	130
Phénolique	1300	3	1,1	0,4	70
Polyester	1200	4	1,4	0,4	80
Polypropylène	900			0,4	30
Polyéther-éther-cétone	1300	4			90

TABLEAU 1.2 – Propriétés de différentes résines utilisées dans l'industrie aéronautique ([Gay, 2005])

Les matériaux composites présentent un comportement orthotrope ce qui implique des propriétés spécifiques dans chaque direction : sens longitudinal, sens transversal et cisaillement plan. Ces caractéristiques du pli résultent des propriétés des matériaux constitutants. Elles peuvent être obtenues en utilisant la loi des mélanges qui permet de calculer les caractéristiques du pli à partir des propriétés des constituants élémentaires et du taux volumique de fibres  $V_f = \frac{V_{fibres}}{V_{total}}$  (compris entre 50% et 70% le plus souvent). Elles sont rassemblées dans l'ensemble d'équations 1.1 ([Gay, 2005])

$$\left\{ \begin{array}{l} E_l = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \\ E_t = E_m \left[ \frac{1}{(1 - V_f) + \frac{E_m}{E_f} V_f} \right] \\ G_{lt} = G_m \left[ \frac{1}{(1 - V_f) + \frac{G_m}{G_f} V_f} \right] \\ \nu_{lt} = E_f V_f + E_m V_m \\ \nu_{tl} = \frac{E_t}{E_l} \nu_{lt} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

où :

- $E_l$ ,  $E_t$  et  $G_{lt}$  représentent les modules d'élasticité longitudinal, transversal et de cisaillement du pli ;
- $\nu_{lt}$  et  $\nu_{tl}$  sont respectivement les coefficients de Poisson dans les sens longitudinal et transversal ;
- $E_f$ ,  $E_m$  et  $V_f$ ,  $V_m$  représentent les modules d'élasticité et les taux volumiques de fibres et de résine.

Une autre manière de caractériser ce comportement consiste à réaliser trois essais : un essai de traction sens fibre ( $0^\circ$ ), un essai de traction sens transverse ( $90^\circ$ ) et enfin, un essai de traction avec fibres orientées à  $\pm\alpha$  par rapport à la direction de la charge ( $\alpha = \pm 45^\circ$  ou  $\pm 67,5^\circ$  le plus souvent) comme représenté sur la figure 1.1.

Les réponses typiques associées à ces trois essais sont représentées sur la figure 1.2 conformément aux observations de [Ladeveze and LeDantec, 1992].

En traction longitudinale ou transversale (figure 1.2 (a) et (b)), le comportement mécanique est linéaire élastique fragile [Pardo et al., 2002].

En cisaillement, la courbe fait apparaître une enveloppe très fortement non linéaire

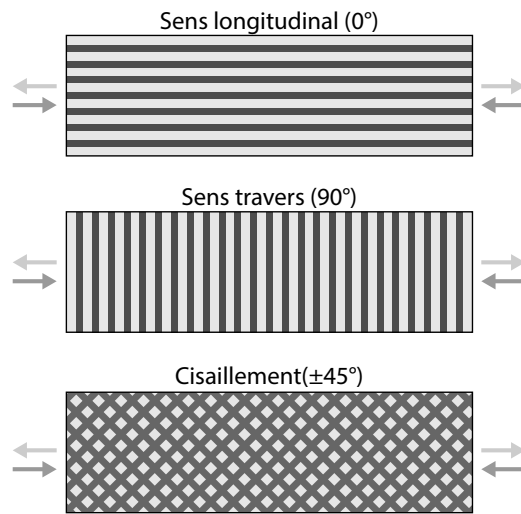


FIGURE 1.1 – Caractérisation des matériaux composites unidirectionnels

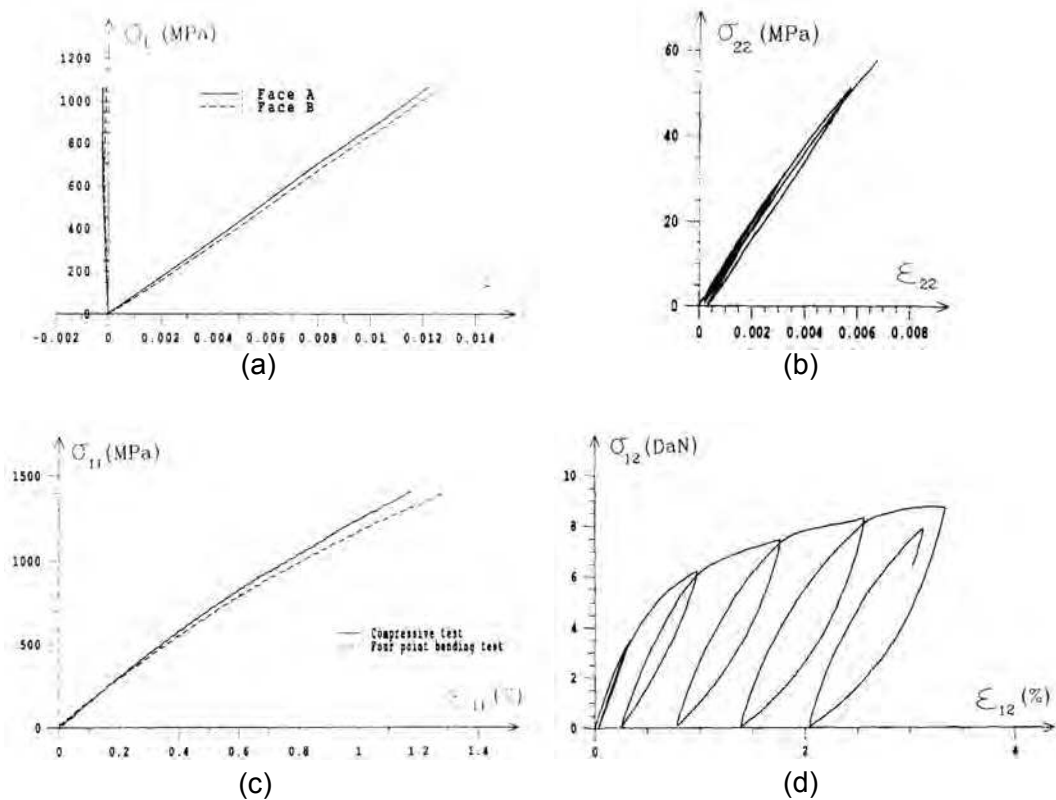


FIGURE 1.2 – Comportement typique des stratifiés composites : (a) Traction dans le sens fibre, (b) Traction dans le sens transverse, (c) Cisaillement ([Ladeveze and LeDantec, 1992])

associée à la présence de déformations irréversibles et à des baisses apparentes du module d'élasticité dans le cas de chargements cycliques. Ces observations sont associées par [Ladeveze and LeDantec, 1992] et [Linhone, 1995] à des phénomènes d'endommagement et de pseudo-plasticité de la résine.

Le matériau utilisé par SKF Aerospace dans le cadre de ce projet est un unidirectionnel pré-imprégné à fibres de carbone HR (Hexcel AS4) et matrice époxyde (Hexcel 8552).

## 1.2.2 Le stratifié

Les structures composites résultent d'un empilement de plis séparés par des interfaces qui suivent une séquence de stratification. Il est ainsi possible, en jouant sur les orientations des plis, d'optimiser la résistance mécanique des pièces par rapport aux cas de charges. Il en résulte une hausse des performances associée à une baisse de la masse. Généralement, pour des raisons liées à la fabrication (problèmes de gauchissement post-cuisson), ces stratifiés possèdent une symétrie miroir. L'utilisation d'une séquence élémentaire de stratification de type  $[0/45/90/-45]$  répétée plusieurs fois amène à des stratifiés dits quasi-iso.

Dans le cadre de ces travaux de recherche, les pièces SKF sont des stratifiés quasi-iso constitués d'un minimum de 24 plis et peuvent atteindre jusqu'à 120 plis.

## 1.2.3 Échelles de modélisation

De par leur nature, les matériaux composites peuvent être modélisés à plusieurs échelles permettant de simuler des comportements plus ou moins fins. Trois principales échelles de modélisation sont distinguées : la fibre (échelle microscopique), le pli (échelle mésoscopique) et le stratifié (échelle macroscopique). Le choix de l'échelle dépend d'un compromis entre temps de calcul et finesse de la physique à capturer.

### 1.2.3.1 Échelle microscopique

Une modélisation à l'échelle microscopique repose sur la différentiation explicite de la fibre (ou du toron de fibres) et de la résine. Cette échelle de modélisation est généralement utilisée pour étudier finement les mécanismes de ruine, mais, en raison des coûts de calcul qu'elle engendre, elle n'est pas applicable à l'échelle d'une structure.

[Zhou et al., 2004] propose un modèle dans lequel chaque fibre est représentée par des éléments 1D barre (faisant l'hypothèse que les fibres ne travaillent qu'en traction compression dans la direction longitudinale), prenant en compte le contact entre chaque fil, afin d'étudier des motifs de tissage 3D complexes. À une échelle similaire, [Duan et al., 2006] modélise chaque toron du pli avec des éléments 3D (figure 1.3), prenant en compte contact normal et frottement inter-toron, dans le but d'étudier la réponse de pli lors d'un impact dur.

### 1.2.3.2 Échelle mésoscopique

Une seconde stratégie est de modéliser chaque pli par des éléments 2D ou 3D orientés ([Bouvet et al., 2009], [Nguyen et al., 2018]). Dans ce cadre, l'endommagement du pli est modélisé par l'utilisation de variables d'endommagement comme dans [Ladevèze et al., 2000] tandis que le délaminage inter-plies est pris en compte au moyen d'éléments d'interface de types cohésifs.

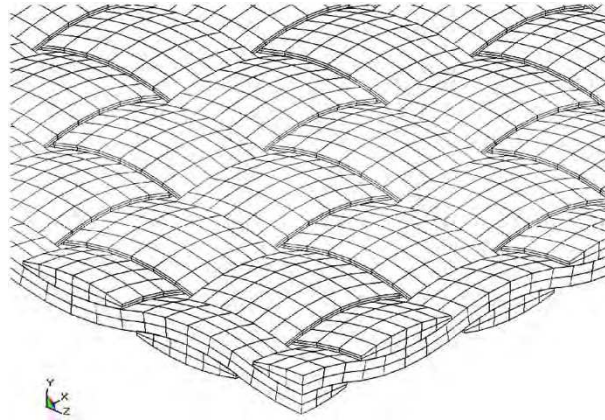


FIGURE 1.3 – Modélisation à l’échelle de la mèche [Duan et al., 2006]

[Bouvet et al., 2009], [Adam et al., 2012] introduisent des éléments cohésifs positionnés parallèlement aux éléments 3D représentant le pli homogénéisé, de façon à représenter les fissurations intra-laminaire (1.4). Cette stratégie a l’avantage de faire apparaître les couplages des différents modes de rupture (fissuration intra et inter-plis) mais souffre d’une forte dépendance au maillage.

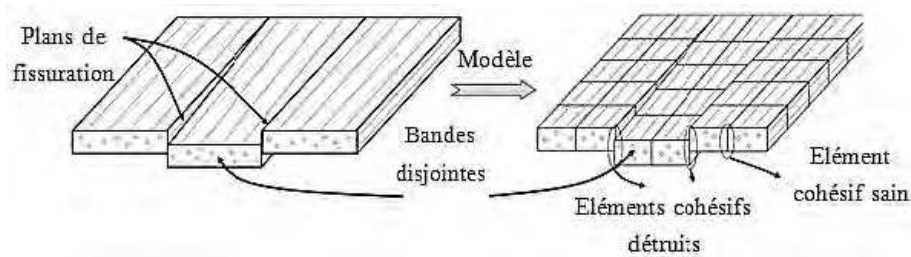


FIGURE 1.4 – Principe du modèle avec éléments cohésifs intra et inter plis [Bouvet et al., 2009]

### 1.2.3.3 Échelle macroscopique

Cette échelle consiste à modéliser le stratifié comme un milieu continu homogène équivalent. Cette technique est particulièrement répandue dans l’industrie de par son faible coût d’utilisation. Afin de caractériser la rupture du stratifié, plusieurs approches peuvent être trouvées dans la littérature. Les plus classiques sont formulées en contraintes, telles que celles de [Tsai and Wu, 1971]. [Hashemi et al., 1990] différencie la rupture entre fibres et résine, il s’agit d’un des principaux critères utilisés dans l’industrie.

Des approches plus récentes introduisent des variables d’endommagement représentant la rupture des fibres et de la résine ([Iannucci and Willows, 2006], [Iannucci and Willows, 2007]). Elles sont basées sur les déformations maximales et permettent de définir la rupture du stratifié ou du pli en fonction de la déformation locale dans chaque direction. Néanmoins, ces approches ne tiennent pas compte de la mixité des modes dans le cas de chargements mixtes. [Orifici et al., 2008] en propose une revue.

### 1.2.3.4 Modélisation multi-échelle

Enfin, certains modèles permettent un compromis entre ces échelles comme [Bahei-El-Din et al., 2004] qui proposent un modèle basé sur l'utilisation d'un volume élémentaire représentatif du motif de tissage utilisant des éléments 3D. [Nilakantan et al., 2010] proposent une approche consistant à diviser le modèle en trois régions en fonction du degré de précision nécessaire : la première modélisée à l'échelle de la mèche afin d'obtenir une précision maximale, la seconde modélisée par des éléments plaques à proximité de la zone d'intérêt afin de conserver un degré de précision acceptable et, enfin, un modèle homogénéisé loin de la zone d'étude qui sert à imposer les bonnes conditions aux limites. Cette dernière méthode permet de réaliser 80% de gain en termes de temps de calcul sans perte de précision.

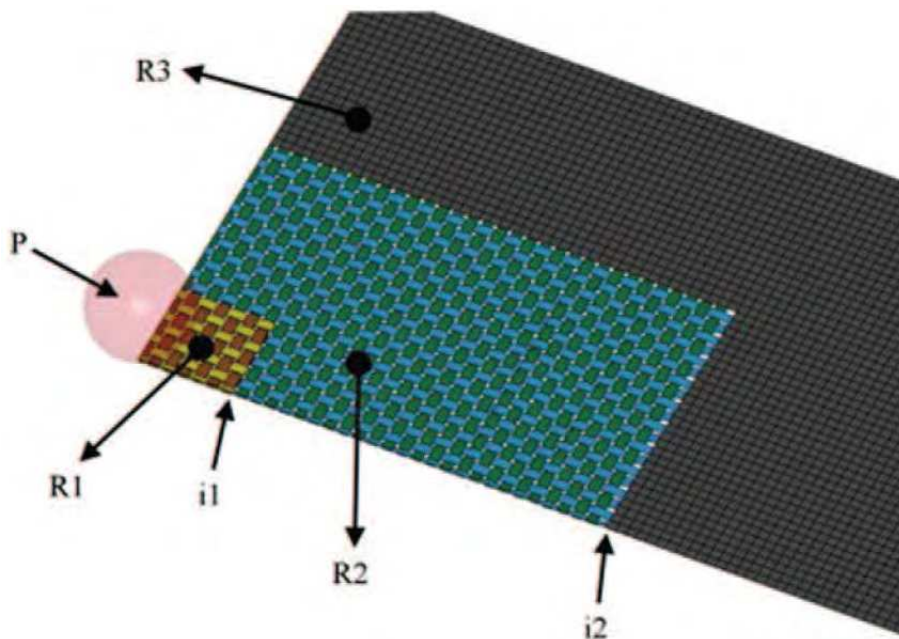


FIGURE 1.5 – Principe du modèle multi-échelle découpé en trois régions ([Nilakantan et al., 2010])

### 1.2.3.5 Approche semi-continue

Dans le cadre de l'étude d'impacts sur stratifiés tissés, [Navarro, 2010], propose de modéliser le stratifié à une échelle intermédiaire entre les échelles mésoscopique et microscopique.

La figure 1.6 montre le principe de ce modèle constitué d'éléments 1D et 2D. Les éléments 1D barres modélisent les fibres faisant l'hypothèse que celles-ci travaillent seulement en traction/compression, tandis que la résine est représentée par des éléments 2D plaques spécifiques développés par [Navarro et al., 2014]. Ces derniers permettent de découpler les comportements en membrane et flexion.

Cette approche a par la suite été enrichie par [Pascal, 2016] qui l'a intégré dans un élément 3D, prenant en compte le motif de tissage, les éléments barres à l'intérieur de cet

élément étant orientés en fonction de leur position dans le motif. Il a également ajouté une interface cohésive basée sur les approches proposées par [John C. Brewer and Paul A. Lagace, 1988] et [P. P. Camanho et al., 2003] permettant ainsi de modéliser le délaminage interlaminaire. Enfin, [Mahmoud, 2017] a adapté cette approche aux stratifiés unidirectionnels, dans le cadre de l’étude d’impacts sur stratifiés monolithiques unidirectionnels et hybrides Unidirectionnels/Tissus.

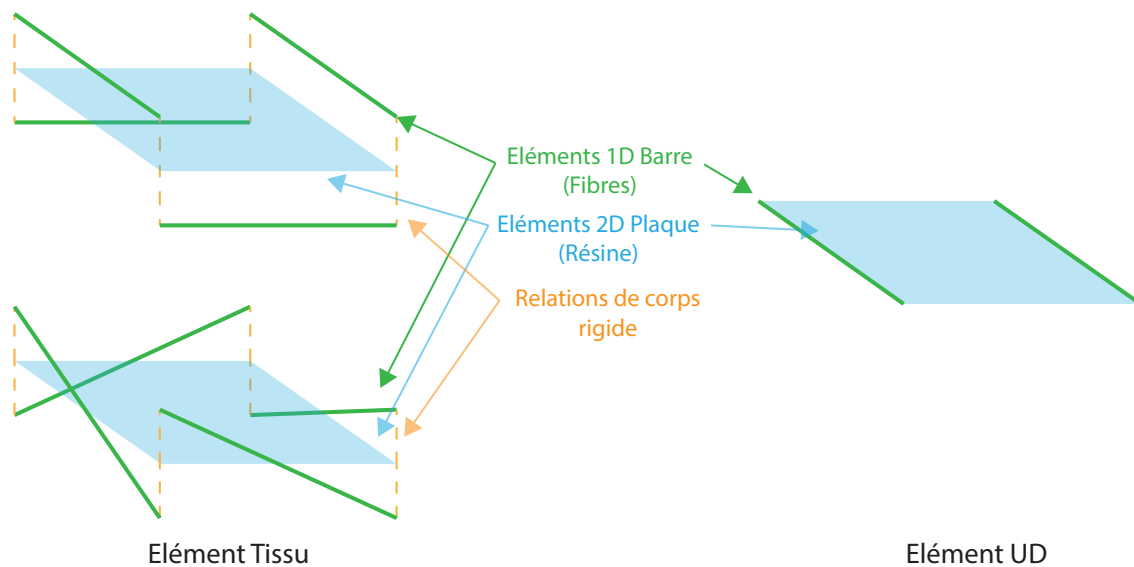


FIGURE 1.6 – Éléments semi-continus ([Pascal, 2016], [Mahmoud, 2017])

## 1.2.4 Mécanismes de ruine

Cette partie propose une revue des principaux mécanismes d’endommagement des composites stratifiés.

### 1.2.4.1 Endommagement du pli

[Pinho et al., 2006] définissent quatre principaux modes de ruine : deux sont liés aux fibres et deux à la matrice.

En traction, le comportement est élastique quasi-linéaire jusqu’à la rupture fragile. Cette dernière intervient lorsque les fibres ont atteint leur taux de déformation maximal.

En compression, la rupture de fibres est liée à l’apparition de bandes de pliage dans le pli (figure 1.7 (b)) induites par du micro-flambement des fibres [Grandidier et al., 2012]. Ce phénomène est généralement appelé kinking.

Lorsque le pli est sollicité dans le sens transversal, la matrice est sollicitée en traction. Le plan de fissuration est perpendiculaire à la direction de sollicitation ([Pinho et al., 2006]). *A contrario*, le plan de fissuration en compression fait apparaître un angle caractéristique compris entre 53° et 57° ([Puck and Schürmann, 2002], [González and LLorca, 2007], [Pinho et al., 2006]). Cet angle est expliqué par l’apparition de frottements dans les

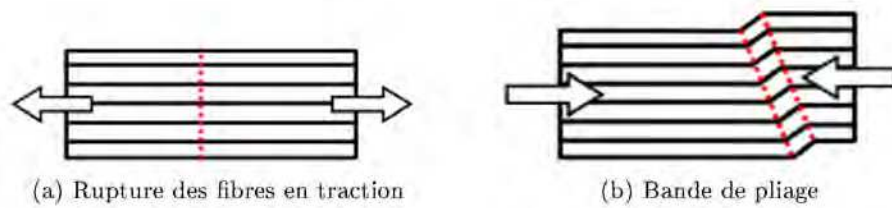


FIGURE 1.7 – Ruptures dues aux fibres

micro-fissures présentes dans la matrice ([Pinho et al., 2006]). Ces deux comportements sont illustrés dans la figure 1.8.

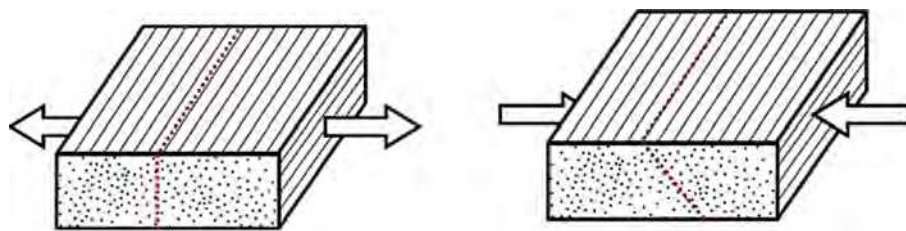


FIGURE 1.8 – Rupture de la matrice

Le trajet de fissuration dans la matrice est le fruit de la coalescence de micro-fissurations généralement initiées aux interfaces fibres/matrices.

#### 1.2.4.2 Endommagement du stratifié

À l'échelle du stratifié, l'endommagement intra-laminaire conduit généralement à l'apparition de délaminage. Cette fissure horizontale se propage à l'inter-plis et génère un effondrement de la raideur de la structure en flexion qui peut conduire à la ruine globale. Ce phénomène est d'autant plus prononcé que l'angle relatif entre les plis est important. Il donne lieu à de nombreux travaux de recherche depuis plus de 20 ans. Pour le caractériser, différentes approches ont été développées.

**1.2.4.2.1 Introduction à la mécanique linéaire de la rupture** La mécanique de la rupture correspond à l'étude de l'apparition et de la propagation de fissure dans un matériau. Apparue au début du XX<sup>ème</sup> siècle avec [Griffith, 1921] pour l'étude des métaux, elle a depuis été adaptée pour les matériaux composites afin de caractériser les décollements et le délaminage [Davies et al., 1998]. L'apparition et la propagation de fissures sont dues à des sollicitations que l'on peut distinguer suivant les trois modes présentés dans la figure 1.9.

Le mode I est une sollicitation de traction hors plan par rapport au plan de fissure, il est aussi appelé mode d'ouverture. Le mode II correspond à une sollicitation de cisaillement plan dit de glissement. Enfin, le troisième mode est une sollicitation anti-plan.

La capacité d'un stratifié à résister à la propagation de fissure par délaminage peut être caractérisée par le taux de restitution d'énergie noté  $G$  représentant l'énergie disponible

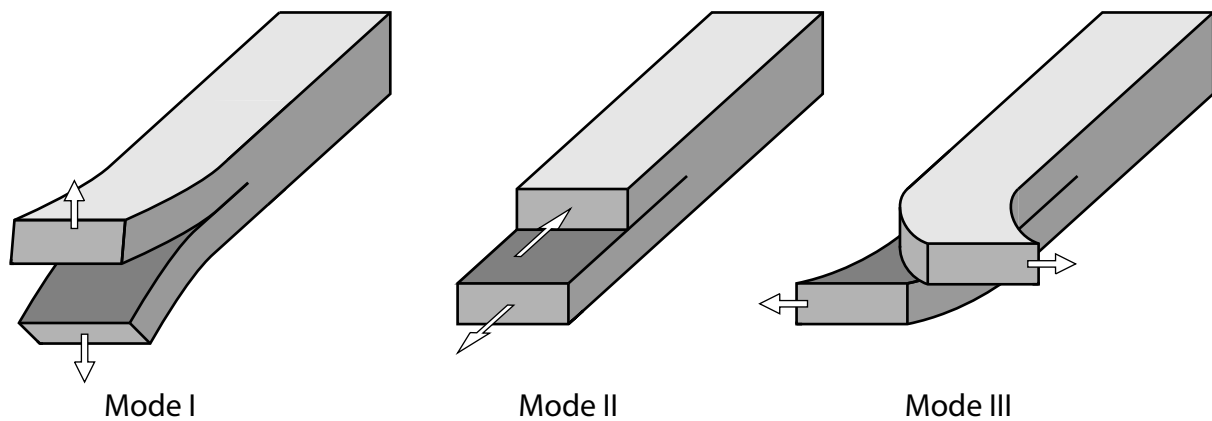


FIGURE 1.9 – Modes élémentaires de rupture

pour propager la fissure. Avec cette modélisation, cette dernière se propage si  $G$  est supérieur à une constante matériau, appelée taux de restitution d'énergie critique  $G_c$ , qui est identifiée par essais et caractérise l'interface entre deux plis d'orientation relative donnée.

**1.2.4.2.2 Caractérisation du délaminage** Chacun des trois modes de fissuration décrits précédemment peut être caractérisé indépendamment ou non. Quelques essais normalisés dédiés à l'étude des deux premiers modes sont schématisés sur la figure 1.10.

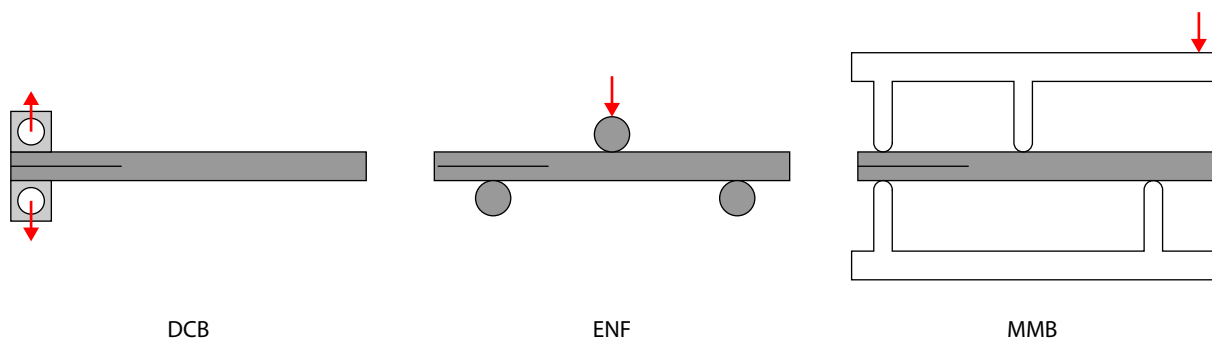


FIGURE 1.10 – Essais normalisés de caractérisation de fissuration en mode I, II et mixte

Ces essais permettent de déterminer le taux de restitution d'énergie critique qui caractérise l'évolution du dommage.

**Caractérisation du mode I** Pour caractériser la fissuration en mode I, on utilise généralement un essai Double Cantilever Beam (DCB) décrit dans la norme [ASTM, 2013a]. Il s'agit de solliciter en flexion une éprouvette qui a été pré-fissurée pendant la fabrication. [Davies et al., 1998] indiquent qu'il est cependant nécessaire de propager légèrement la fissure initiale (de 1 à 2 mm) avant chaque essai afin de casser le pont de



résine apparaissant en pointe de fissure. La préparation de l'éprouvette se fait en appliquant une peinture blanche sur la tranche de l'éprouvette pour faire ressortir la fissure. Une graduation est dessinée sur la peinture pour mesurer l'évolution de la longueur de fissure en cours d'essai. Une autre possibilité est d'utiliser une jauge de fissuration, plus précise, mais dont le coût est plus élevé. Lors de l'essai, qui consiste en un chargement cyclique de l'échantillon, la face latérale de l'éprouvette est filmée afin de relever la propagation de la fissure à différents instants. La courbe effort-déplacement est enregistrée en parallèle. L'évolution de la longueur de fissure est ensuite associée aux points correspondants sur la courbe effort-déplacement comme illustré sur la figure 1.11.

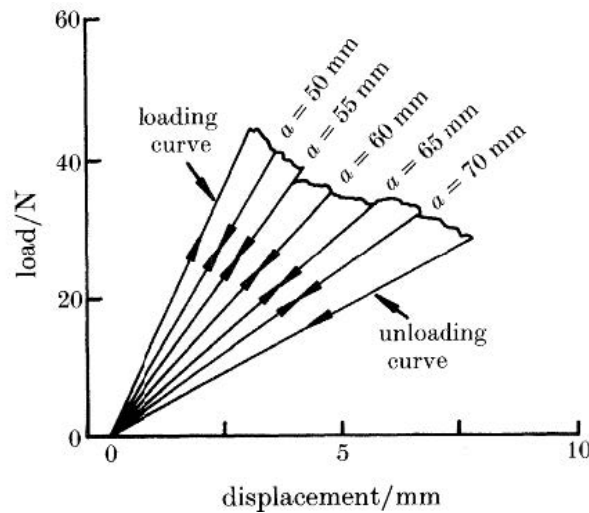


FIGURE 1.11 – Exemple de courbe effort-déplacement obtenue lors d'un essai DCB ([Hashemi et al., 1990])

À partir de ces données, le taux de restitution d'énergie critique en mode I ( $G_{Ic}$ ) peut être calculé en utilisant la méthode des poutres déterminée par [Hashemi et al., 1990] :

$$G_{Ic} = \frac{3 P \delta}{2 B a} \quad (1.2)$$

où  $P$  correspond à la charge appliquée,  $\delta$  est l'ouverture de l'éprouvette,  $B$  la largeur de l'éprouvette et  $a$  la longueur de fissure. [Blackman et al., 2003] ont amélioré cette relation afin de prendre en compte la rigidification due aux talons et les grands déplacements de l'éprouvette :

$$G_{Ic} = \frac{3 P \delta}{2 B a} \quad (1.3)$$

où  $P$  correspond à la charge appliquée,  $\delta$  est l'ouverture de l'éprouvette,  $B$  la largeur de l'éprouvette et  $a$  la longueur de fissure. [Blackman et al., 2003] ont amélioré cette relation afin de prendre en compte la rigidification due aux talons et les grands déplacements de

l'éprouvette :

$$G_{Ic} = \frac{3}{2} \frac{P\delta}{B(a + |\Delta|)} \frac{F}{N} \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} F = 1 - \frac{3}{10} \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{l_1\delta}{a^2}\right) \\ N = 1 - \frac{3}{10} \left(\frac{l_2}{a}\right)^3 - \frac{9}{8} \left(1 - \left(\frac{l_2}{a}\right)^2\right) \frac{l_1\delta}{a^2} - \frac{9}{35} \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 \end{cases}$$

avec :

- $l_1$  et  $l_2$  les dimensions des talons ;
- $\Delta$  un coefficient correctif calculé à partir de la droite  $C^{\frac{1}{3}} = f(a)$  ;
- $F$  et  $N$  les coefficients correcteurs pour les grands déplacements et la rigidification des talons.

Il est à noter que les résultats d'essais peuvent être faussés par l'apparition du phénomène de bridging perturbant le chemin de fissuration.

**Caractérisation du mode II** La caractérisation en mode II peut être réalisée en flexion 3 ou 4 points à l'aide d'un essai End Notched Flexure (ENF). La sollicitation en flexion 3 points illustrée en figure 1.10 est normalisée ([ASTM, 2013c]). Au cours de cet essai, le suivi de la propagation de la fissure est rendu délicat par le fait que les deux bras glissent l'un sur l'autre avec une faible amplitude. La détection de la pointe de fissure est alors difficile à réaliser ([Blackman et al., 2005], [Schuecker and Davidson, 2000]). Afin de pallier à ce problème, [Kyökai, 1994] montre qu'il est possible de calculer la taille de fissure en se basant sur la perte de rigidité engendrée par sa propagation :

$$a = \left[ \frac{\alpha_1}{\alpha_0} a_0^3 + \frac{2}{3} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_0} - 1 \right) L^3 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (1.5)$$

avec :

- $a_0$  et  $a$  les longueurs de fissure avant et après propagation ;
- $L$  la longueur de l'éprouvette ;
- $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  respectivement les complaisances obtenues durant la charge et la décharge.

Tout comme pour le mode I, le taux de dissipation d'énergie critique ( $G_{IIc}$ ) se calcule à partir de la théorie des poutres :

$$G_{IIc} = \frac{9a^2 P_{max}^2 \alpha_1^2}{2B(2L^3 + 3a^3)} \quad (1.6)$$

où :

- $B$  est la largeur de l'éprouvette ;
- $P_{max}$  est l'effort maximal à propagation.

**Essais en mode Mixte** Enfin, le mode mixte, est principalement caractérisé à l'aide d'un essai Mixed-Mode Bending (MMB). Comme le montre la figure 1.10, l'essai MMB consiste en un montage qui combine l'essai DCB et ENF.

### 1.2.4.2.3 Modélisation du délaminage

**Approches existantes** À partir des essais de caractérisation évoqués, il est possible d'implémenter, dans les modèles numériques, l'endommagement par décohésion interlaminaire. De nombreuses approches proposées dans la littérature permettent de simuler ce phénomène.

**Approche VCCT** Les premières approches proposées, de type Virtual Crack Closure Technic (VCCT), sont basées sur les travaux d'[Irwin, 1957] qui stipule que l'énergie nécessaire pour propager le front de fissure d'une quantité infinitésimale est équivalente à celle nécessaire pour ramener la fissure à sa longueur initiale. Elle a été adaptée aux matériaux composites par [Rybicki and Kanninen, 1977] et revue par [Krueger, 2004]. Cette méthode présente certains inconvénients, à commencer par la nécessité de modéliser une fissure initiale. La méthode VCCT ne permet en effet pas de représenter l'initiation de la fissuration. D'autre part, cette méthode nécessite un remaillage de la zone située en pointe de fissure au fur et à mesure de la propagation.

**Approche CZM - Éléments finis cohésifs** Les modèles de zone cohésive (Cohesive Zone Models, CZM) furent initialement proposés par [Dugdale, 1960] et [Barenblatt, 1962]. Ils reposent sur l'utilisation d'éléments cohésifs placés entre deux éléments afin de modéliser une zone de transition entre ceux-ci. L'évolution des contraintes dans l'élément est déterminée par sa loi cohésive, aujourd'hui le plus souvent écrite en fonction du saut de déplacement  $\delta$ . Ces contraintes et sauts sont calculés dans le repère local de l'élément comme illustré dans la figure 1.12.

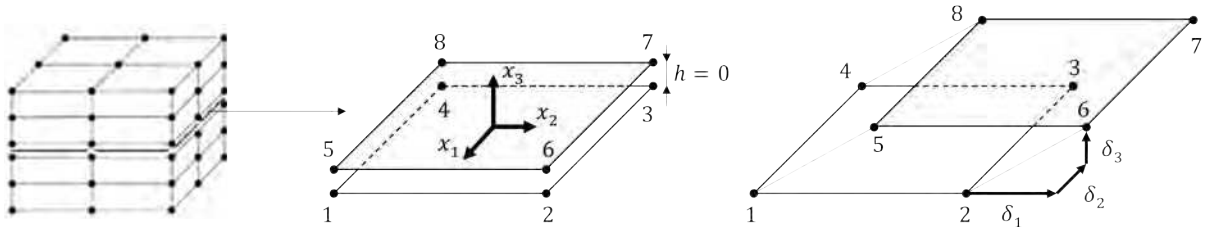


FIGURE 1.12 – Utilisation d'un élément cohésif au sein d'un maillage volume ([Pascal, 2016])

Trois sollicitations sont distinguées : la traction hors plan  $\sigma_{nn}$ , le cisaillement hors plan dans le sens long  $\sigma_{ln}$  et le cisaillement hors plan dans le sens transverse  $\sigma_{tn}$ . Dans la majorité des cas, ces sollicitations ne sont pas couplées de telle sorte que la relation entre contraintes et sauts de déplacement est une matrice diagonale comme explicitée par l'équation 1.7.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ln} \\ \sigma_{tn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & & \\ & K_{ln} & \\ & & K_{tn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{nn} \\ \delta_{ln} \\ \delta_{tn} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

L'élément fini cohésif étant utilisé pour modéliser une zone de transition de faible épaisseur, il a la particularité d'être un élément 2D (dans le cas de modèles plans) ou 3D dont l'épaisseur géométrique peut être nulle. Une épaisseur fictive virtuelle  $t$  est alors introduite. Elle influe sur la raideur dans l'élément, les composantes de la matrice de

raideur étant calculées comme suit :

$$K_{i,j} = \frac{E_{i,j}}{t} \quad (1.8)$$

où  $E_{i,j}$  est le module d'élasticité du matériau utilisé. Dans le cas de la modélisation de matériaux composites, l'épaisseur virtuelle correspond en général à un dixième de l'épaisseur du pli, ce qui assure une raideur suffisamment importante pour ne pas perturber le champ de déplacement.

**Critères d'initiation** L'initiation du dommage est généralement prise en compte par un critère spécifique. Il est souvent basé sur l'état de contraintes calculé au sein de l'élément cohésif. [Christensen, 2004] utilise un critère mixte basé sur la contrainte maximale de traction et une partie quadratique pour les contraintes de cisaillement :

$$\frac{\sigma_{nn}}{S_{nn,T}} \geq 1 \quad \text{ou} \quad \left( \frac{\sigma_{ln}}{S_{ln}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{tn}}{S_{tn}} \right)^2 \geq 1 \quad (1.9)$$

avec  $S_{nn,T}$ ,  $S_{ln}$  et  $S_{tn}$ , respectivement les contraintes hors plan maximales admissibles en traction, cisaillement sens longitudinal et cisaillement sens travers. Ce critère a la particularité de supposer que si l'élément travaille en compression, aucune rupture ne peut intervenir. Cependant, le critère le plus utilisé dans la littérature est un critère en contrainte quadratique défini initialement par [John C. Brewer and Paul A. Lagace, 1988] :

$$\left( \frac{\sigma_{nn}}{S_{nn}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{ln}}{S_{ln}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{tn}}{S_{tn}} \right)^2 \geq 1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} S_{nn} = S_{nn,T} & \text{si } \sigma_{nn} > 0 \\ S_{nn} = S_{nn,C} & \text{si } \sigma_{nn} < 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

où  $S_{nn,C}$  représente la contrainte maximale admissible en compression.

**Critères de propagation** Les critères de propagation sont utilisés pour actualiser l'endommagement de l'interface en cours de chargement. Les lois de propagation se basent sur la mécanique de la rupture. Elles sont en général exprimées en fonction du taux de restitution d'énergie de chaque mode de sollicitation  $G_I$ ,  $G_{II}$  et  $G_{III}$ .

Plusieurs critères sont présents dans la littérature, regroupés dans une revue complète réalisée par [Reeder, 1992]. Parmi ceux-ci, l'un des premiers critères les plus utilisés est un critère exprimé en loi puissance et proposé par [Wu and Reuter, 1965] :

$$\sum_{i=I}^{III} \left( \frac{G_i}{G_{ic}} \right)^{\alpha_i} \quad (1.11)$$

où  $G_i$ ,  $G_{ic}$  et  $\alpha_i$  sont respectivement le taux de restitution d'énergie, le taux de restitution d'énergie critique et une constante matériau obtenus expérimentalement. [P. P. Camanho et al., 2003] simplifient ce critère en associant les taux de restitution en modes II et III :

$$\begin{cases} \left( \frac{G_I}{G_{Ic}} \right)^\alpha + \left( \frac{G_S}{G_{IIc}} \right)^\alpha = 1 \\ G_S = G_{II} + G_{III} \end{cases} \quad (1.12)$$

Un second critère récurrent est le critère de Benzeggagh-Kenane [M. L. Benzeggagh, 1991] :

$$\begin{cases} G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left( \frac{G_S}{G_T} \right)^\eta \\ G_T = G_I + G_S \end{cases} \quad (1.13)$$

où  $\eta$  est une constante matériau à identifier. Ce dernier critère apparaît comme le plus pertinent d'après l'étude menée par [P. P. Camanho et al., 2003].

**Lois cohésives** Il existe plusieurs types de lois cohésives présentes dans la littérature, dépendant du matériau et/ou du chargement considéré.

**Loi bilinéaire** La loi bilinéaire est la plus représentée, elle est en effet la plus simple à mettre en œuvre tout en permettant une bonne représentation de la physique dans le cas des ruptures fragiles. Comme représentée dans la figure 1.13, elle s'exprime sous la forme de contraintes en fonction du saut de déplacement correspondant.

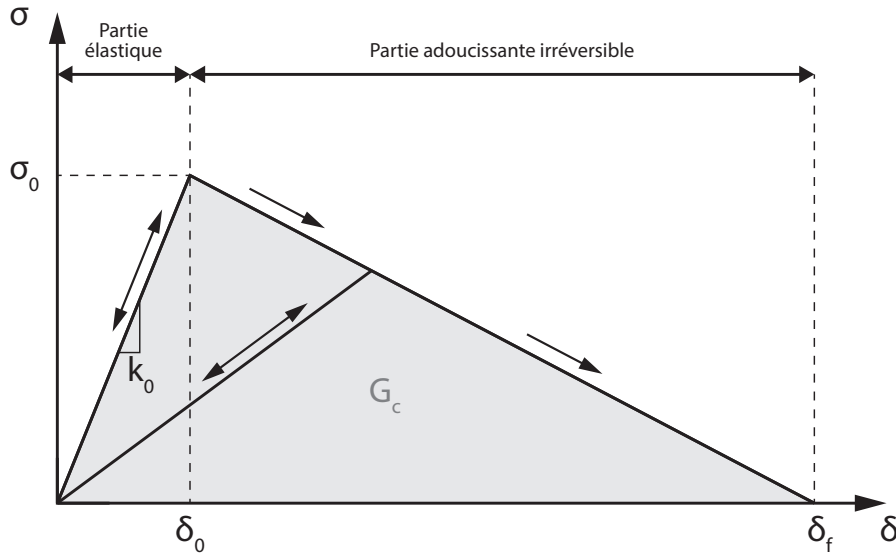


FIGURE 1.13 – Illustration d'une loi cohésive bilinéaire

Elle comporte une première partie élastique linéaire, représentant le matériau sain, qui évolue jusqu'à une valeur de contraintes  $\sigma_{ij,0}$  équivalente à un saut de déplacement  $\delta_{ij,0}$  qui correspond à l'initiation de l'endommagement. La seconde partie de la courbe décrit un comportement adoucissant irrésistible qui traduit l'endommagement de l'interface cohésive. Enfin, la rupture à lieu lorsque  $\sigma_{ij} = 0$ , valeur qui correspond à un saut de déplacement  $\delta_{ij,r} = \frac{2G_{kc}}{\sigma_{ij,0}}$ . Ainsi, l'aire sous la courbe correspond à l'énergie dissipée par le système lors de la rupture dans le mode considéré et au taux de dissipation d'énergie critique du même mode.

Une fois couplé à un critère d'initiation et un critère de propagation cette loi permet de décrire le comportement de l'élément cohésif sous sollicitations en modes purs et mixte. Celle-ci peut être représentée au sein d'un graphique tridimensionnel comme sur la

figure 1.14 qui représente une loi décrite par un critère d'initiation quadratique (équation 1.10) et la loi de propagation proposée par [M. L. Benzeggagh, 1991] (équation 1.13).

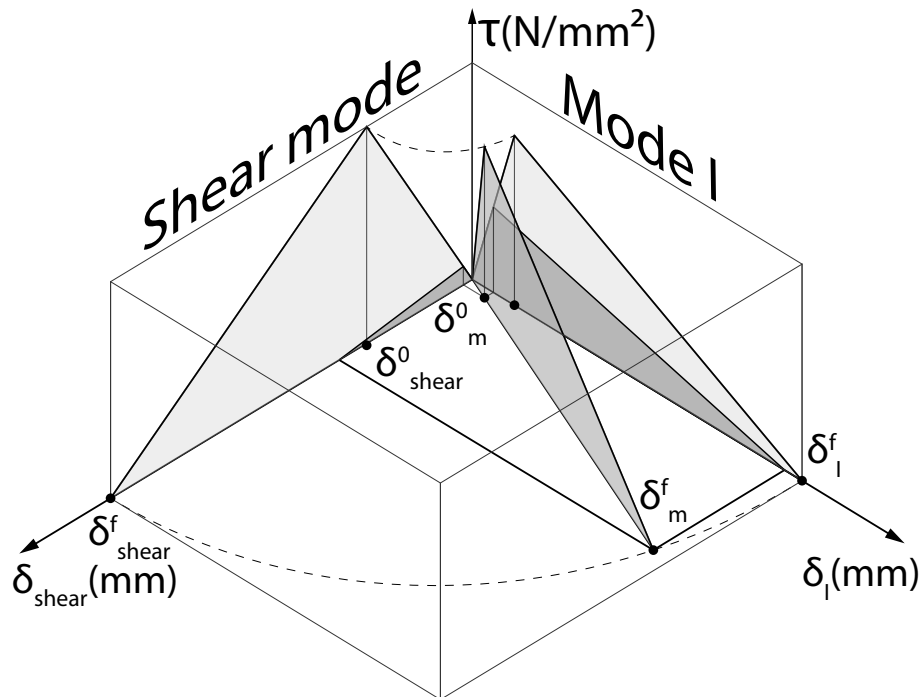


FIGURE 1.14 – Illustration d'une loi bilinéaire d'un élément cohésif sous sollicitation mixte [P. P. Camanho et al., 2003]

Les modes purs sont chacun représentés sur un plan  $(0, \delta_i, \tau)$ . Par ailleurs, la figure 1.14 met en évidence que le saut de déplacement  $\delta_{m,0}$  correspondant à l'initiation en mode mixte, est associé à un état de contraintes hors plan de traction et de cisaillement moins important que pour une initiation en mode pur.

**Autres lois** D'autres lois cohésives ont été développées. [Alfano, 2006] a proposé une loi optimisée vis-à-vis de l'approximation éléments finis basée sur une loi exponentielle. Cependant, les paramètres sont complexes à identifier et son coût de calcul est supérieur à celui de la loi bilinéaire. Elle permet néanmoins, d'après [Bouvet, 2011], de stabiliser le calcul numérique en adoucissant la chute d'effort lors de la rupture. Enfin, les lois multilinéaires comportant une partie plastique avant la partie adoucissante de la propagation de fissure peuvent être utilisées afin de modéliser un comportement ductile.

## 1.2.5 Bilan

La caractérisation expérimentale du délaminage peut être réalisée au travers de deux essais normalisés DCB et ENF qui permettent d'identifier le comportement des interfaces suivant les modes purs de rupture I et II. Un troisième essai, MMB, complète cette caractérisation afin de caractériser un mode mixte ouverture-cisaillement. Dans cette étude, seuls les modes purs I et II seront expérimentalement identifiés.

Numériquement, les éléments cohésifs permettent de mettre en application la stratégie CZM. Ils semblent particulièrement adaptés du fait qu'ils permettent de modéliser à la fois l'initiation et la propagation du délaminage entre deux plis. De plus, cette méthode a été appliquée avec succès par [Nguyen et al., 2018] ce qui tend à confirmer sa pertinence ici.

Enfin, un large choix de critères et lois d'endommagement est disponible. La loi bilinéaire étant la moins complexe tout en conservant une bonne représentation de la physique apparaît comme le meilleur choix pour limiter les problématiques de convergence. Par ailleurs, il paraît pertinent de l'associer à un critère quadratique en contraintes, très représenté et à la loi de mixité de modes développée par [M. L. Benzeggagh, 1991].

## 1.3 Dépliage de structures composites

Le phénomène de dépliage consiste en un délaminage provoqué par une sollicitation hors-plan d'une zone rayonnée dans un stratifié. [Lekhnitskii, 1968] a théorisé ce phénomène à l'aide d'une sollicitation en moment pur dans une poutre courbe. Depuis, les différentes études sur ce sujet se basent sur ses résultats.

### 1.3.1 Comportement théorique de stratifiés composites soumis à une sollicitation de dépliage

Les premières études ont été analytiques. Dans son ouvrage, [Lekhnitskii, 1968] développe le calcul de poutres composites courbes soumises à divers types de sollicitations. Le calcul, basé sur la théorie des poutres, est défini sous les hypothèses suivantes : élasticité linéaire pure du matériau et grands déplacements. Il permet ainsi, à l'aide des modules équivalents du stratifié, de déterminer les contraintes radiales ( $\sigma_r$ ) et tangentielles ( $\sigma_\theta$ ) dans la zone rayonnée. Ces deux contraintes permettent de quantifier les sollicitations hors plan des plis et interfaces, sources de délaminage. En se basant sur ce travail, [Shenoi and Wang, 2001] proposent une version améliorée des calculs de [Lekhnitskii, 1968] afin de déterminer la répartition des contraintes radiales et tangentielles dans une poutre composite courbe, prenant en compte l'orientation des fibres et se concentrent sur des stratifiés mixtes  $0^\circ/90^\circ$ . Ce travail met en évidence que l'écart d'angle entre deux plis consécutifs amène une grande perturbation du champ de contraintes à travers l'épaisseur, les plis à  $0^\circ$  étant plus chargés que les plis à  $90^\circ$ . Ces résultats ont été confirmés par [Kress et al., 2005] et [Roos et al., 2007] (figure 1.15) qui ont amélioré l'approche en prenant en compte les contraintes de cisaillement interlaminaire. Cela permet d'obtenir de meilleurs résultats, montrant ainsi que ces contraintes ne sont pas nécessairement négligeables face aux contraintes de traction interlaminaires (figure 1.15). Par ailleurs, alors que la contrainte de traction interlaminaire est maximale dans le centre du rayon, les contraintes de cisaillement interlaminaires sont maximales aux niveau de la jonction bras/rayon et tendent vers zéro dans le centre du rayon. Enfin, [González-Cantero et al., 2016] ont proposé une nouvelle approche basée sur la compatibilité et l'équilibre aux interfaces, confirmant les résultats précédents de [Shenoi and Wang, 2001] et [Kress et al., 2005].

Il ressort donc des calculs théoriques que la traction interlaminaire est maximale dans le centre du rayon et que les contraintes de cisaillement interlaminaires ne sont

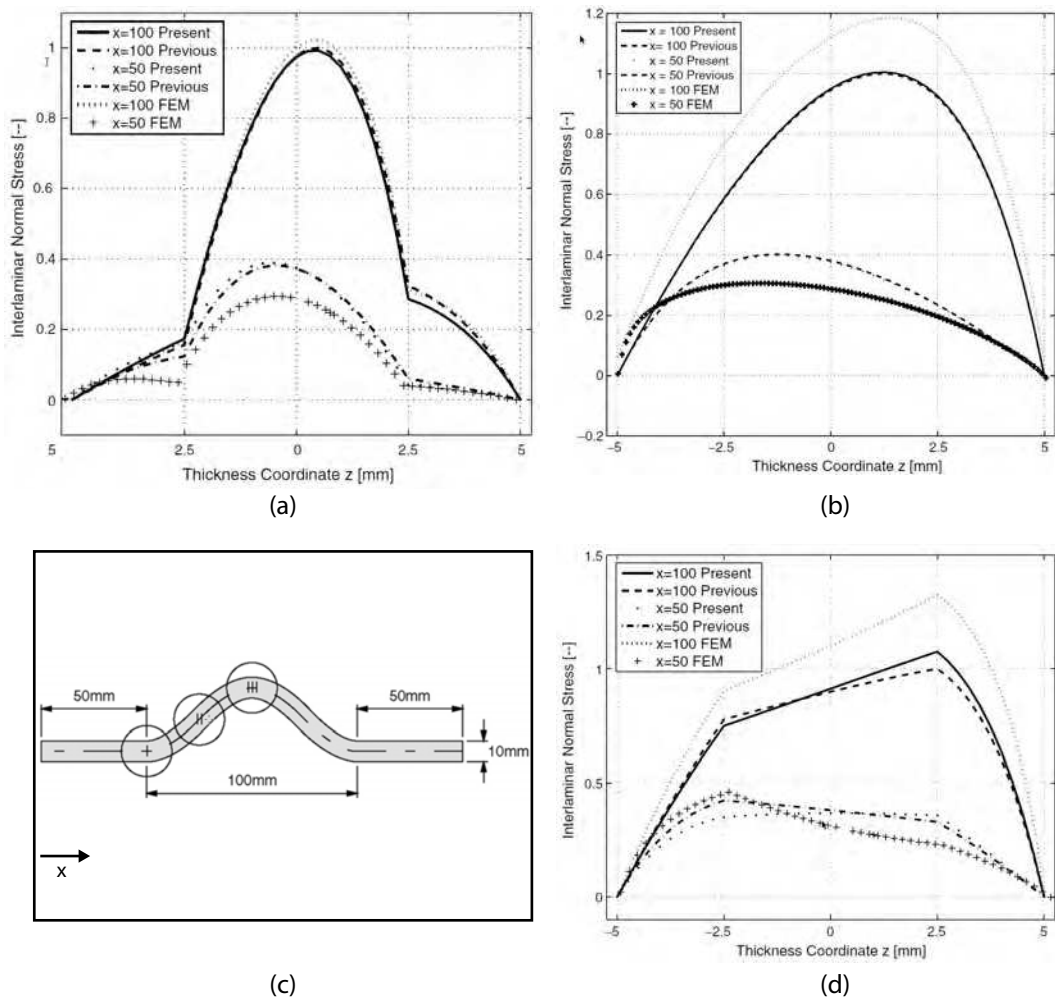


FIGURE 1.15 – Répartition des contraintes dans l'épaisseur (a) Contrainte de traction transverse dans un stratifié  $0^\circ$  (b) contrainte de traction transverse dans un stratifié  $0^\circ/90^\circ$  (c) contrainte de cisaillement transverse dans un stratifié  $0^\circ/90^\circ$  [Roos et al., 2007]

pas négligeables. Par ailleurs, la stratification joue un rôle très important sur le niveau de ces contraintes et sur leur répartition dans l'épaisseur.

### 1.3.2 Études expérimentales

Les prédictions théoriques proposées dans le chapitre précédent ont pu être validées au travers d'essais réalisés avec diverses géométries présentées dans la figure 1.16.

La géométrie la plus étudiée est la forme en L qui est composée de deux bras et d'un rayon interne constant. [Kress et al., 2005] réalisent ainsi une sollicitation de dépliage sur des stratifiés épais (80 plis) composés de plis à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  par application d'un chargement de traction sur les deux bras. [Hao et al., 2012], [Charrier et al., 2016], [Ranz et al., 2017], [Nguyen et al., 2018] étudient des stratifiés de différentes épaisseurs (de 8 à 48 plis) soumis à un chargement de flexion quatre points préconisé par la norme [ASTM, 2013b]. Ils observent un même mode de ruine caractérisé par l'apparition de fissures à l'intérieur



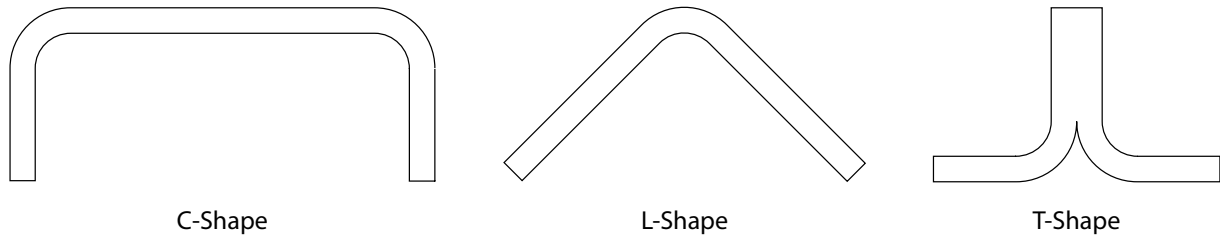


FIGURE 1.16 – Formes les plus représentées dans la littérature

du rayon.

[Charrier et al., 2016] et [Hao et al., 2012] relèvent une courbe de chargement linéaire jusqu'à atteindre la rupture progressive de l'éprouvette qui se traduit par plusieurs chutes d'effort successives correspondant au délaminage de plusieurs interfaces. [Charrier et al., 2016] corrèlent cette tendance à un relâchement progressif d'énergie observé à l'aide d'un dispositif d'émission acoustique tandis que [Hao et al., 2012] remarquent que les premières interfaces qui rompent sont des interfaces  $0^\circ//0^\circ$ .

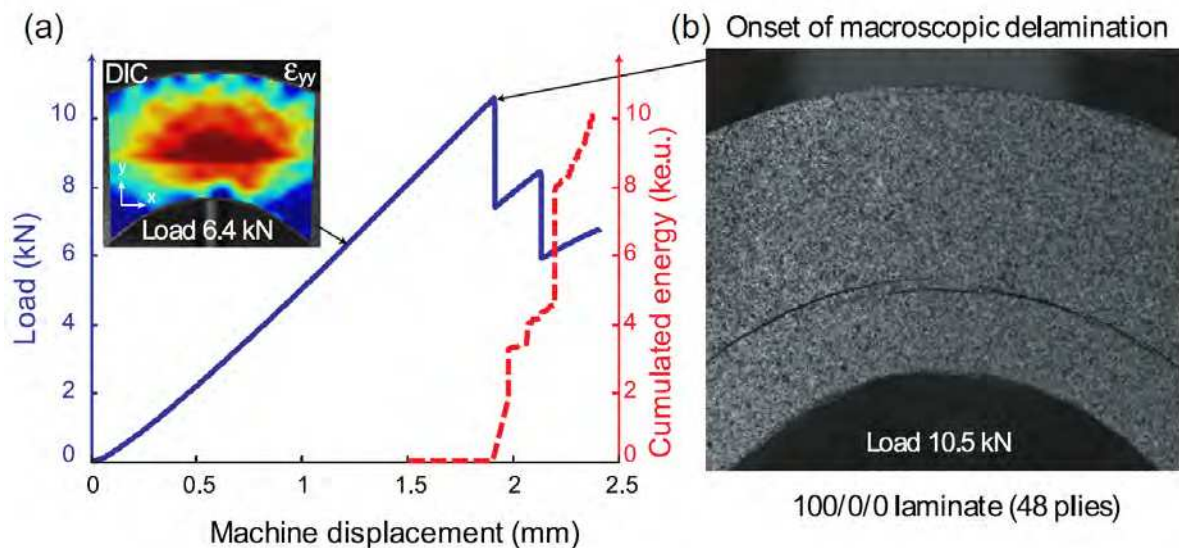


FIGURE 1.17 – (a) Réponse d'une éprouvette L soumise à un chargement de flexion et relâchement d'énergie (b) Faciès de rupture observé ([Charrier et al., 2016])

[Charrier et al., 2016] déduisent des essais réalisés corrélés avec des simulations numériques que ni l'épaisseur ni la stratification n'ont une influence sur la contrainte de traction hors plan maximale admissible pour ce type de sollicitation. Il apparaît néanmoins que les prévisions de contraintes radiales obtenues en utilisant la théorie des poutres diverge de 20% avec le calcul élément finis réalisé pour certaines stratifications. A contrario, [Hao et al., 2012] constatent une diminution de la contrainte radiale admissible lorsque l'épaisseur augmente, phénomène que [Charrier et al., 2016] attribuent à une perte de performance due à la fabrication lorsque l'épaisseur augmente. Enfin, [Hao et al., 2012] observent une prédominance des décohésions entre deux plis à  $0^\circ$ .

[Wimmer et al., 2009], [Gözlüklü and Coker, 2012], [Gozluklu et al., 2015] s'intéressent à l'étude de la propagation de la fissure apparaissant lors d'essais de dépliage. Les éprouvettes testées sont des L qui ont été pré-fissurées lors de la fabrication. Ils observent (figure 1.18) une fissure se propageant très rapidement (800 m/s), s'initiant dans le centre du rayon et se propageant symétriquement dans les bras. Ils expliquent cela par une sollicitation des interfaces qui passe d'une sollicitation en traction pure vers une sollicitation en cisaillement pur dans les bras. Le transfert d'un mode à l'autre se fait en passant par une sollicitation mixte traction-cisaillement.

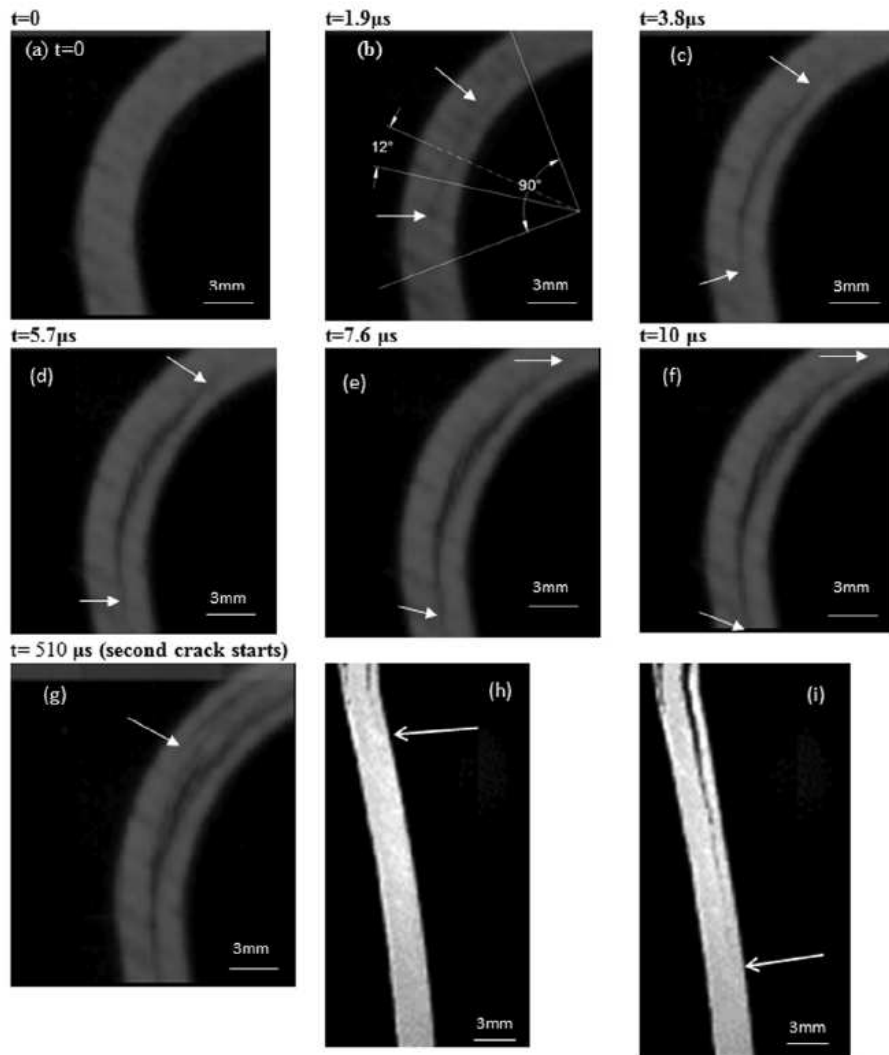


FIGURE 1.18 – Phénoménologie de propagation de fissure ([Gozluklu et al., 2015])

[Kim et al., 2016], [Truong et al., 2018] étudient le comportement en dépliage de poutres en C à épaisseur constante, et donc présentant un même rayon de courbure dans chaque zone rayonnée. Le comportement relevé est similaire à ce qui peut être observé sur les éprouvettes en L avec un comportement non linéaire et une rupture par décohésion des plis dans le centre des rayons.

### 1.3.3 Moyens d'essais employés

À partir des travaux de [Lekhnitskii, 1968] la norme [ASTM, 2013b] définit la notion de « Curved Beam Strength » (CBS) permettant de déterminer l'effort à rupture d'un stratifié courbe unidirectionnel soumis à un chargement en flexion quatre points et déduit de cette valeur la contrainte de traction interlaminaire maximum théorique du stratifié.

$$CBS = \frac{M}{w} = \left( \frac{P}{2w \cos(\phi)} \right) \left( \frac{d_x}{\cos(\phi)} + (D + t) \tan(\phi) \right) \quad (1.14)$$

où :

- $M$  est le moment pur appliqué l'éprouvette ;
- $w$  est la largeur de l'éprouvette ;
- $P$  est l'effort total imposé à l'éprouvette ;
- $\phi$  est l'angle de l'éprouvette du début à la fin de la zone rayonnée ;
- $D$  est le diamètre des cylindres ;
- $t$  est l'épaisseur totale de la poutre ;
- $d_x$  est l'écart entre les cylindres supérieurs et inférieurs.

Cela permet de déterminer la contrainte de traction radiale maximale de l'éprouvette :

$$\sigma_r^{max} = \frac{3CBS}{2t\sqrt{r_i r_o}} \quad (1.15)$$

où  $r_i$  est le rayon interne et  $r_o$  le rayon externe.

### 1.3.4 Modélisation du dépliage

[Cui et al., 1996] présentent une première stratégie de modélisation simple avec un modèle élastique pur et des éléments 2D sur une forme de type  $\Omega$ . Ce premier modèle permet de vérifier la répartition des contraintes de traction transverses prédite par [Lekhnitskii, 1968] et [Kedward et al., 1989]. [Cui et al., 1996] confirment ainsi que, pour un stratifié unidirectionnel, la contrainte normale maximale se situe au centre du rayon, à environ 40% de l'épaisseur totale du stratifié. Par la suite, avec l'augmentation de la puissance de calcul, des modèles 3D ont pu être utilisés. Ainsi, [Hao et al., 2012] et [Charrier et al., 2016] ont obtenu des résultats similaires avec ce type de modèles, en étudiant des stratifiés de diverses natures : unidirectionnels, fortement orientés (majorité de plis à  $0^\circ$ ), fortement désorientés (majorité de plis à  $\pm 45^\circ$ ) et quasi-isotropes. Ces modèles sont néanmoins purement élastiques, ne tenant pas compte de l'endommagement interlaminaire.

[Gözlüklü and Coker, 2012] utilisent un modèle 3D dans le cadre de la simulation du comportement d'éprouvettes pré-fissurées. Celui-ci a la particularité d'employer la technique de modélisation VCCT (cf. paragraphe 1.2.4.2.3) afin d'étudier la propagation de fissure. Ce modèle présente comme inconvénient de nécessiter une pré-fissure et de ne modéliser qu'une seule interface dans le stratifié. Cela est corrigé par [Nguyen et al., 2018] qui ont utilisé un modèle 3D basé sur les zones cohésives (CZM) modélisant chaque pli par une couche d'éléments 3D orientés, les plis étant séparés par des éléments d'interfaces (figure 1.19). L'avantage est ici de modéliser à la fois l'initiation et la propagation de fissure. Cette approche permet donc d'introduire le phénomène de délaminage observé dans les différents essais mais se révèle très consommatrice en ressources.

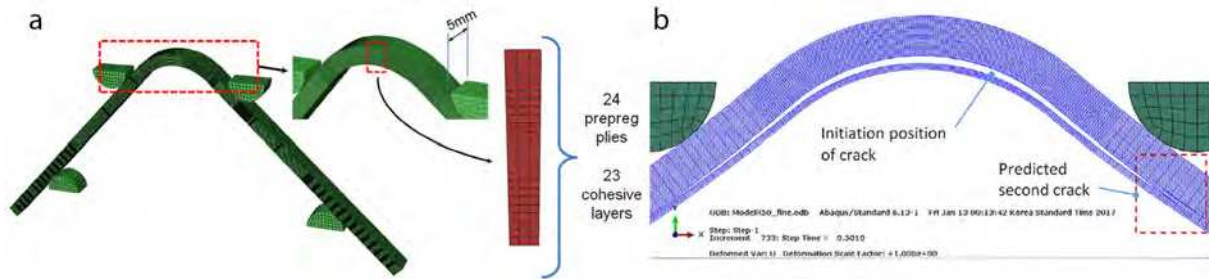


FIGURE 1.19 – Modélisation du dépliage à l’aide de la technique CZM (a) Présentation du modèle (b) Résultat ([Nguyen et al., 2018])

### 1.3.5 Bilan

Il ressort de l’étude bibliographique que le principal critère caractérisant la tenue au dépliage de structures composites découle des calculs de [Lekhnitskii, 1968]. La répartition des contraintes de traction hors plan dans la zone centrale du rayon apparaît être le phénomène prépondérant. Expérimentalement, la majorité des études se basent sur le montage de flexion quatre points standardisé [ASTM, 2013b] qui permet d’obtenir un moment de flexion pur dans la zone rayonnée centrale. Celui-ci paraît pertinent pour caractériser les cornières en dépliage.

Peu d’études s’intéressent cependant à l’apparition et à la propagation des dommages dans ce types d’éprouvettes. La majorité des auteurs utilisent des modèles purement élastiques afin d’étudier la répartition des contraintes hors plan. Lorsque le stratifié est quasi-isotrope ou non fortement orienté, [Nguyen et al., 2018] montrent à travers un modèle basé sur l’utilisation d’éléments cohésifs et 3D que la fissuration n’apparaît pas forcément dans la zone où les contraintes de traction hors plan sont les plus importantes mais dans une zone décalée. Cette approche semble adaptée à l’étude de la phénoménologie de ruine et de l’influence de la géométrie et du stratifié sur la résistance des cornières composites.

## 1.4 Modélisation de la position des renforts dans les pièces composites de formes complexes

Les pièces produites par SKF Aerospace ont la particularité de présenter des formes complexes. On entend ici par pièce de formes complexes les pièces dont une surface au moins est constituée d’une surface gauche, c’est à dire d’une surface dont la courbure évolue, autrement dit ni plane, ni de révolution.

L’utilisation de plis composites pour réaliser des formes complexes introduit des problématiques particulières liées au caractère non développable des surfaces gauches. En effet, avant sa mise en œuvre, le pli composite est constitué d’une surface plane. Son application sur une surface non développable introduit donc des déformations internes qui empêchent de prévoir avec exactitude la position finale de chaque toron dans la pièce finie. La présentation de cette problématique est développée plus avant dans le chapitre 2, mais il apparaît d’ors et déjà que la détermination de la position des fibres dans un pli composite appliqué sur une surface gauche est un problème complexe. Dans la littérature,

plusieurs approches ont été adoptées pour aborder ce problème. Les principales sont l'approche géométrique et l'approche par éléments finis.

### 1.4.1 Approche géométrique

Une première approche qui se retrouve dans la littérature est une approche purement géométrique. L'un des modèles les plus simples et les plus anciens est l'algorithme du filet proposé par [Mark and Taylor, 1956] qui considèrent les mèches inextensibles, mais infiniment flexibles (figure 1.20).

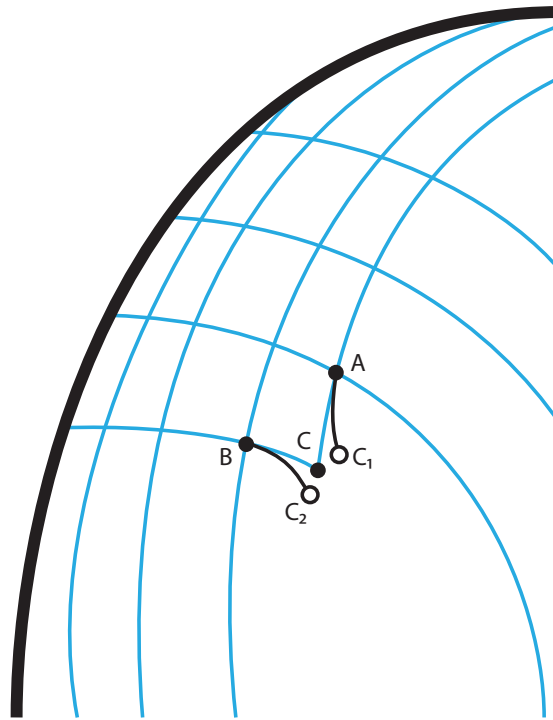


FIGURE 1.20 – Principe de l'algorithme du filet

Le filet est une grille de fils de chaîne et de fils de trame inextensibles représentés par des courbes géodésiques dont les intersections constituent les nœuds du filet. De ce fait, ce modèle interdit le glissement des mèches de trame par rapport au mèches de chaîne, et réciproquement. Il présente cependant l'avantage de donner une bonne idée de l'angle de cisaillement de chaque maille élémentaire. En définitive, dans cette approche, le renfort peut être assimilé à un ensemble de barres articulées aux points de croisement de la chaîne et de la trame.

À la suite de [Mark and Taylor, 1956], d'autres auteurs ont abordé la problématique de la dépose de tissus avec une approche purement géométrique ([Van Der Weeën, 1991], [Giraud-Moreau et al., 2010]). Il est intéressant de souligner que le résultat final dépend du point de départ de l'algorithme ([Wang et al., 2009]).

Parallèlement, d'autres modèles, plus proches de la physique, ont également été développés. Ils adoptent une démarche basée sur des systèmes de particules ([Breen et al., 1994]), des systèmes masse/ressort ([Provot, 1995]) ou encore des systèmes de barres ou de poutres

([Ascough et al., 1996]). L’idée est ici d’être en mesure de représenter, de façon simplifiée, les déformations internes qui apparaissent dans le pli lors de sa mise en position.

[Youssef, 2005] propose un résumé plus complet de ces différentes techniques de simulation du procédé de mise en forme. De manière générale, la modélisation des pièces composites nécessite la prise en compte des procédés de fabrication afin de bien maîtriser les caractéristiques géométriques de la pièce finie, ce qui constitue une condition *sine qua non* pour appréhender le comportement mécanique.

### 1.4.2 Approche éléments finis

Dans les approches éléments finis, on s’intéresse au processus de dépose de plis sur préforme. Pour cela, le pli peut être discrétisé avec des éléments finis à différentes échelles. L’échelle la plus basse et la plus précise est l’échelle microscopique qui propose de modéliser chaque toron, [Zhou et al., 2004], [Duhovic and Bhattacharyya, 2006]. Cette approche s’avère néanmoins très coûteuse en temps de calcul et ne peut être exploitée à l’échelle d’une structure. L’échelle mesoscopique utilise des éléments finis 1D afin de représenter le renfort fibreux et des éléments volumiques ou surfaciques pour représenter le liant polymère [Pickett et al., 2005].

[Boisse, 1994], [Boisse et al., 2000], [Boisse, 2004] proposent un modèle mixte mésoscopique/macrosopique dans le cadre de mise en forme de tissus. Ce modèle a été enrichi par [Hamila and Boisse, 2007] dans le cadre de la simulation du procédé de fabrication de pièces composites tissées mises en forme par procédé RTM (Resin Transfer Moulding). L’approche consiste à utiliser un élément fini triangle (figure 1.21) dans lequel les directions des torons sont représentées et se basent sur un critère en cisaillement pour prédire l’apparition de plissements. La validation de ce type d’approches peut être réalisée visuellement en peignant les mèches du tissu afin de visualiser leurs déformations. Comme le montre la figure 1.22, de bons résultats sont obtenus sur plusieurs types de poinçons. Cette formulation a par ailleurs été adaptée pour les composites unidirectionnels pré-imprégnés ([Guzman Maldonado, 2016]).

Cependant, le coût de calcul de cette méthode n’est pas neutre et la rend difficilement envisageable pour une combinaison simulation de fabrication / modélisation du comportement mécanique de la pièce finie. Par ailleurs, à ce jour et à cette échelle, seules des structures fines de quelques plis peuvent être simulées.

### 1.4.3 Bilan

Les deux types d’approches présentées dans cette partie, géométrique et éléments finis, sont les plus couramment utilisés aujourd’hui. Elles permettent d’obtenir des résultats satisfaisants, le plus souvent sur des plis tissés, secs, et sur des formes peu évolutives. Il existe peu de travaux sur les unidirectionnels pré-imprégnés. Les pièces épaisses constituées d’un nombre important de plis sont également peu abordées en raison des temps de calcul prohibitifs qu’elles engendrent.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, il est impératif de modéliser le plus correctement possible le positionnement des fibres puisqu’elles conditionnent la rigidité et la tenue mécanique. Il reste donc aujourd’hui nécessaire de développer une approche spécifique à notre besoin, compatible avec notre contexte industriel : pièces épaisses non développables en matériaux unidirectionnels pré-imprégnés.

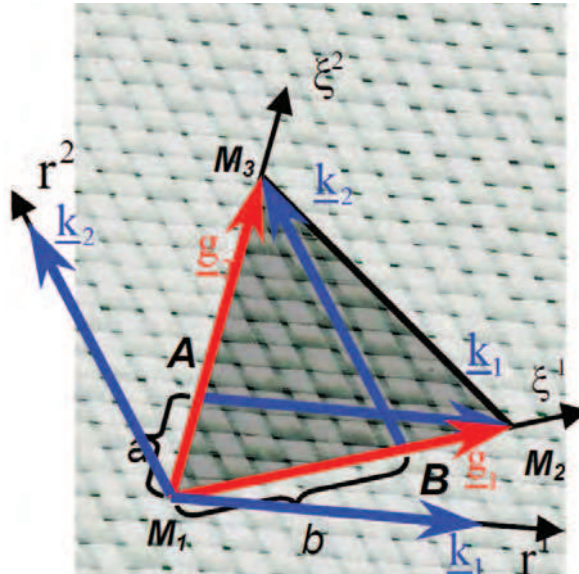


FIGURE 1.21 – Principe de l'élément triangle développé par [Hamila and Boisse, 2007]

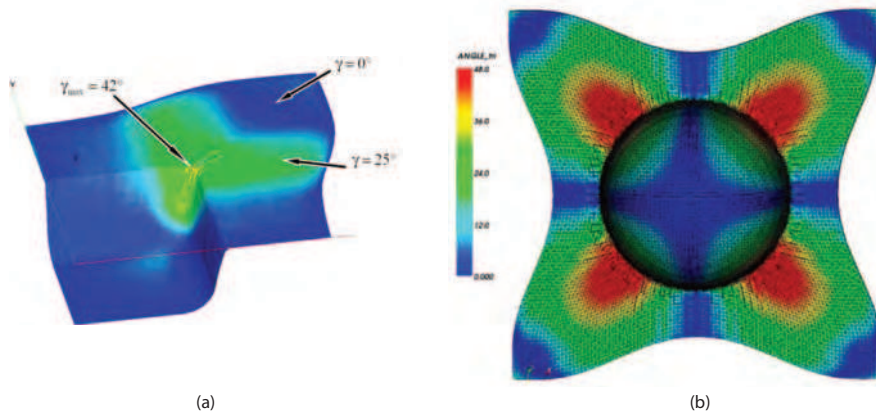


FIGURE 1.22 – Exemple de modélisation RTM (a) Emboutissage mono-ply avec poinçon carré, (b) Emboutissage de 2 plis avec poinçon hémisphérique ([Hamila et al., 2008])

## 1.5 Étude prospective de dépliage

La littérature existante sur le sujet du dépliage soulève de nombreuses questions sur le comportement et la phénoménologie de ruine de cornières sollicitées en dépliage. Afin d'orienter les travaux décrits dans ce manuscrit, une première étude prospective a été réalisée en utilisant un stratifié et des caractéristiques géométriques correspondant à la problématique apportée par l'industriel. L'objectif est donc d'isoler un comportement caractéristique dans la zone rayonnée en amont de la rupture de l'éprouvette et pendant la ruine de celle-ci.

### 1.5.1 Éprouvettes et dispositif d'essai

Afin de répondre à ces questions, l'éprouvette et le dispositif d'essai décrits dans la norme [ASTM, 2013b] ont été utilisés. L'éprouvette est de forme L. Le rayon interne a été fixé à 5 mm, correspondant à la géométrie de l'industriel, pour une longueur de bras de 90 mm comme illustré dans la figure 1.23. Conformément à la norme, la largeur de l'éprouvette est de 60 mm, néanmoins, afin d'étudier l'influence de celle-ci sur la phénoménologie, une seconde largeur de 30 mm a aussi été réalisée.

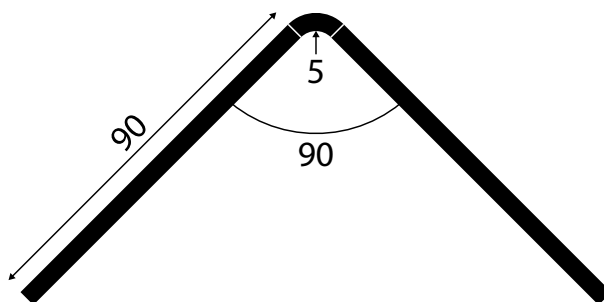


FIGURE 1.23 – Géométrie de l'éprouvette en L (dimensions en millimètres, angle en degrés)

Le stratifié est composé de 24 plis carbone unidirectionnel (Hexcel AS4/8552) séquencés suivant une configuration quasi-isotrope dont l'angle maximal entre 2 plis est de  $45^\circ$  afin d'éviter l'apparition d'un gradient de contraintes trop important entre deux plis. Le stratifié est équilibré (25% de plis dans chaque direction) et symétrique afin d'éviter tout couplage dans le plan. La séquence d'empilement des plis est la suivante :  $[45^\circ/0^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{3,sym}$ . Pour le reste de ce document il s'agira du stratifié de référence et sera noté C1.

Les éprouvettes sont fabriquées en un seul bloc, en suivant les recommandations du fabricant du matériau composite. Les plis sont appliqués un par un sur un moule convexe en aluminium. Un compactage par mise sous vide est réalisé tous les deux plis et un compactage final est réalisé pendant plusieurs heures avant la cuisson en autoclave. Le contrôle de cuisson est assuré par des thermocouples afin de respecter le cycle représenté dans la figure 1.24 au sein du matériau.

Une fois la cuisson terminée, le stratifié est découpé à l'aide d'une scie diamantée à commande numérique afin d'obtenir les éprouvettes finales à la largeur voulue à une précision de plus ou moins 0,5 mm. L'épaisseur finale des pièces est  $t = 4,32 \pm 0,1$  mm. Une éprouvette, choisie au hasard parmi les huit du lot produit, a été soumise à une



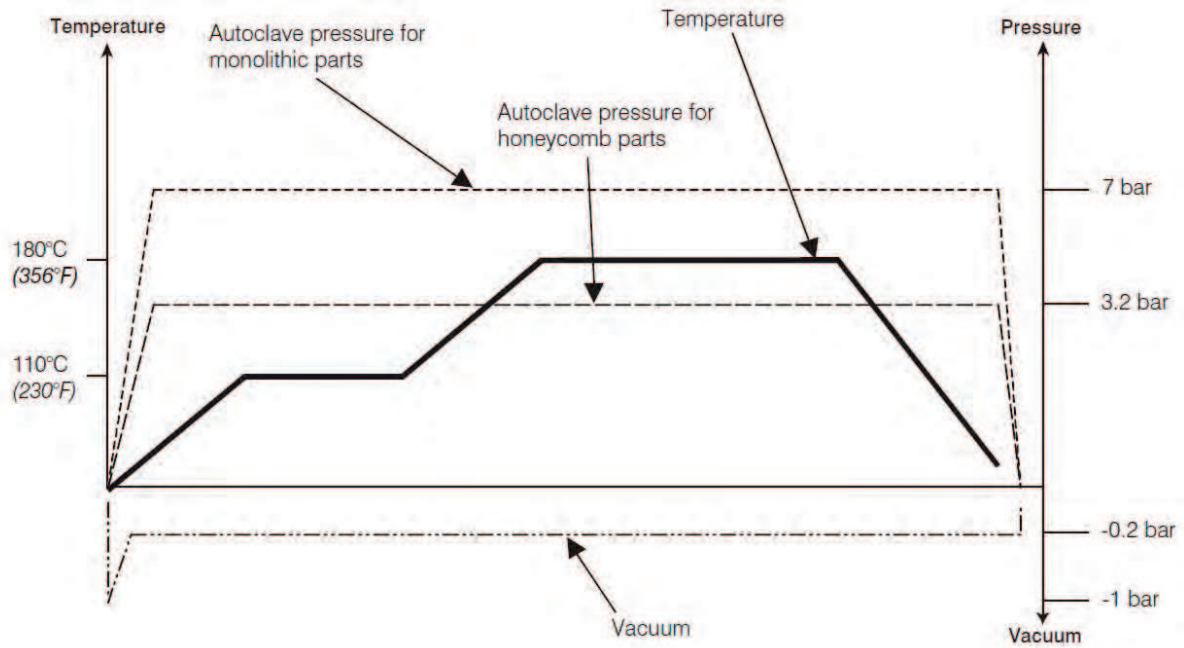


FIGURE 1.24 – Cycle de cuisson du matériau Hexcel AS4/8552

tomographie à rayon X dans le but de vérifier l'absence de porosités. À cette occasion il a été démontré qu'un compactage tous les deux plis était nécessaire pour garantir une bonne santé matière. Le passage à quatre plis ou plus entraîne l'apparition de défauts qui ont un fort impact sur le comportement mécanique.



FIGURE 1.25 – Éprouvettes obtenues après découpe

Pour se rapprocher des process employés par SKF Aerospace, une seconde méthode de fabrication a été mise en place. Elle consiste en l'utilisation d'un moule / contre moule maintenus en position lors de la cuisson. L'épaisseur de l'éprouvette est contrôlée par des cales en aluminium séparées du composite par un joint. Une feuille de Thermalimide est ensuite insérée sur la cornière afin d'éviter que la résine n'adhère sur le contre-moule, ce qui rendrait le démoulage complexe voire impossible. Six profilés acier en U permettent de maintenir le moule fermé et d'appliquer une pression à l'aide de tirants. Les tirants sont contraints par des écrous, serrés après mise en charge de l'ensemble sous presse. La photo 1.26 montre un exemple d'utilisation du moule. La suite du processus de fabrication est identique au processus en autoclave.

### Traverses pour la mise en compression

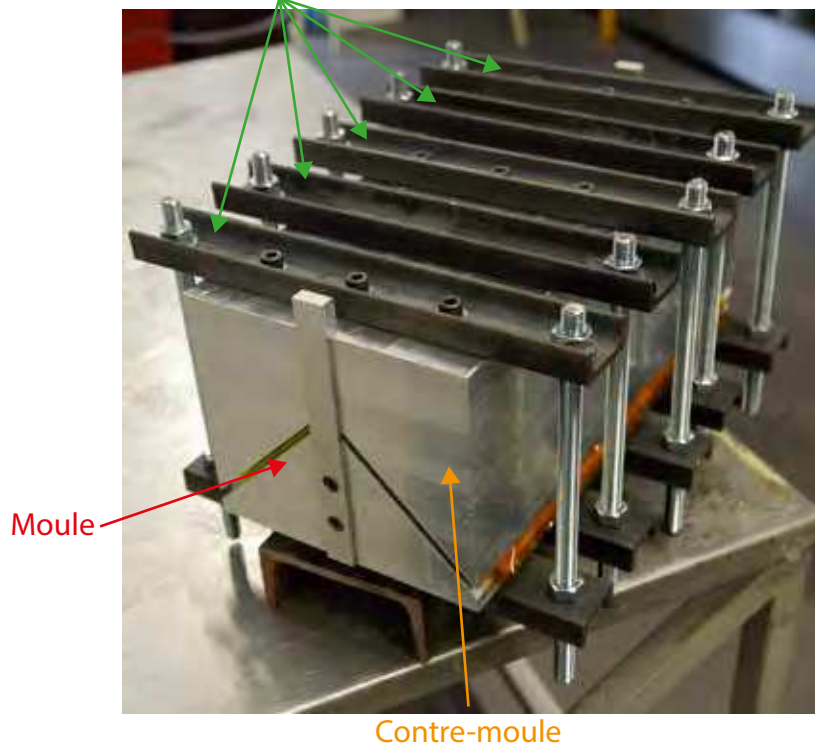


FIGURE 1.26 – Fabrication à l'aide d'un contre-moule

Les éprouvettes obtenues par ce processus, bien que ne présentant pas de défauts apparent par inspection visuelle se sont avérées de mauvaise qualité. La cause de ces défauts semble être due à l'inertie thermique du moule. Effectivement le relevé de température présenté au sein du graphique 1.27, effectué avec des thermo-couples, montre que la température au sein de l'ensemble évolue beaucoup plus lentement que la température de consigne de l'étuve. Le cycle imposé à l'étuve ne permet pas de respecter les paliers de température indiqués par le fournisseur du matériau et essentiels pour la bonne santé du matériau.

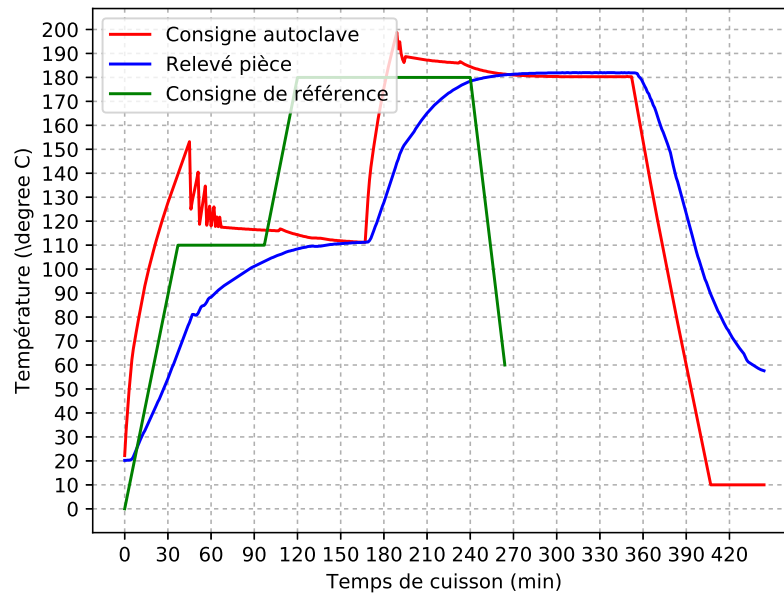


FIGURE 1.27 – Comparaison du cycle de consigne et cycles réels

### 1.5.2 Moyen d'essai et déroulement

Le principe du montage de flexion quatre points proposé dans la norme [ASTM, 2013b] a été retenu. L'avantage de celui-ci est de solliciter l'éprouvette à l'aide d'un moment pur sans apparition de cisaillement parasite dans la zone centrale. Pour permettre de tenir la charge sur des cornières épaisses, le montage a été redimensionné par l'utilisation de cylindres de 15 mm de diamètre et des roulements à billes adaptés.

Pour chaque essai, trois données sont relevées :

1. la courbe effort-déplacement permettant d'identifier la raideur et la tenue mécanique de l'éprouvette. Pour cela, une cellule d'effort de 10 kN et le déplacement traverse de la machine ont été utilisés ;
2. le champ de déformation sur une face de l'éprouvette qui est obtenu à l'aide d'un système de stéréo-corrélation d'images utilisant des caméras Allied Vision Pike ;
3. la propagation des fissures sur les faces latérales. Étant donnée la vitesse de propagation de la fissure indiquée par [Gozluklu et al., 2015] le côté extérieur est filmé par une caméra rapide Photron SA5 à la fréquence de 150000 images par seconde (ips, soit environ une image toutes les 7  $\mu$ s).

Le montage d'essai est présenté dans la figure 1.28.

L'éprouvette est placée sur le montage en utilisant des cales imprimées 3D afin d'assurer son positionnement relatif par rapport aux cylindres. Une fois l'éprouvette correctement placée, un effort de 100 N est appliqué sur l'éprouvette afin de la stabiliser et les cales sont retirées. L'essai est ensuite réalisé à une vitesse de 0,5 mm/min afin de respecter les conditions d'un chargement quasi-statique. Les enregistrements des données sont continus pendant l'essai. Pour la caméra rapide, un trigger centré sur la chute finale de

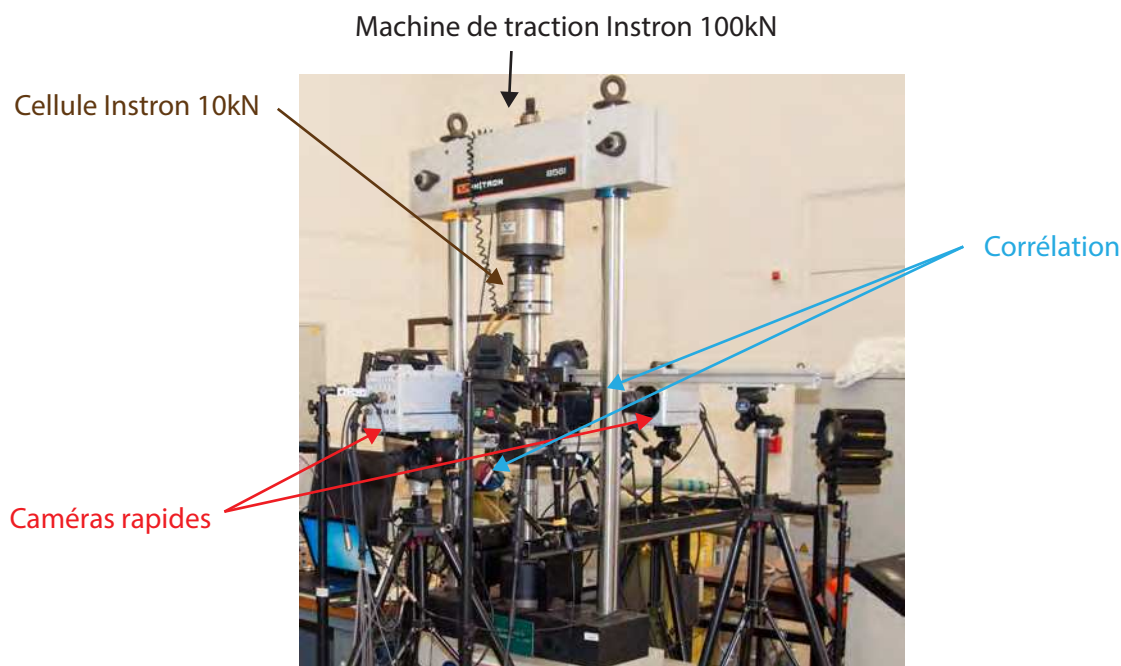


FIGURE 1.28 – Éprouvettes obtenues après découpe

l'effort permet de ne conserver que les images d'intérêt. L'éprouvette est alors déchargée, l'essai s'arrête à la fin du déchargement.

### 1.5.3 Résultats et analyse

Deux types d'essais ont été réalisés : charge simple jusqu'à la rupture et cycles de charges et décharges avec une amplitude croissante sur un faible nombre de cycles. Pour chaque essai, au moins trois éprouvettes de largeur 30 mm et 60 mm ont été utilisées. Afin de pouvoir comparer les résultats de ces essais, les résultats sont présentés en effort par unité de largeur.

Dans un premier temps, le but est de déterminer si la rupture des cornières est due à un endommagement progressif tout au long de la charge, ou à la suite d'un phénomène fragile. Afin de vérifier cela, une éprouvette L a été chargée et déchargée en appliquant un chargement croissant avec un pas d'un kilo-Newton. Ainsi, l'éprouvette a été soumise à un effort de 1 kN, déchargée jusqu'à 200 N, pour rechargée à 2 kN et ainsi de suite. Cette opération est répétée jusqu'à atteindre la charge à rupture qui apparaît pour environ 5,30 kN.

Comme observé sur la figure 1.29, au cours des 6 charges, aucune différence notable de raideur ne peut être notée au moment de l'application du chargement. La courbe de réponse apparaît être fortement non linéaire dans une première partie du chargement. Ce comportement correspond à la mise en flexion des bras qui entraîne de grands déplacements et de grandes rotations. Sur la fin du chargement, la courbe se linéarise, ce qui correspond à la mise en charge du rayon. Enfin, la rupture de l'éprouvette est instantanée et explosive, libérant toute l'énergie apportée en une fraction de seconde non

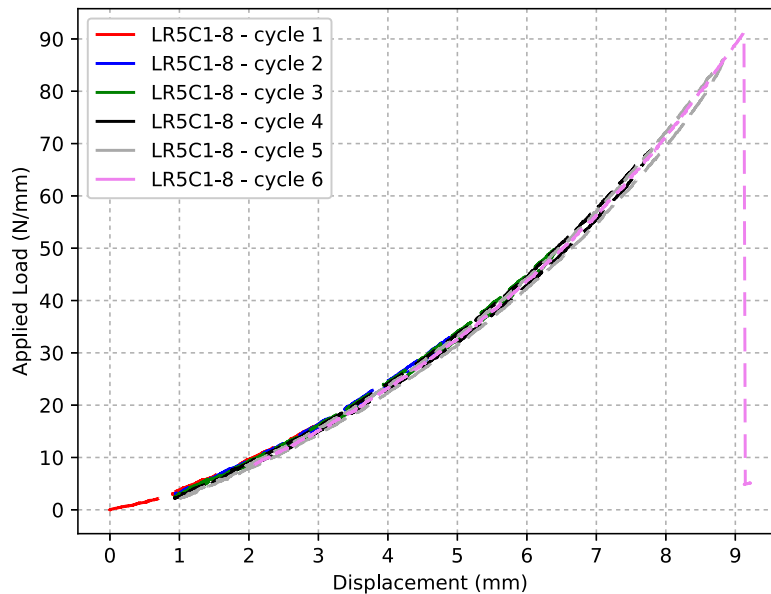


FIGURE 1.29 – Chargement d'éprouvette L à faible nombre de cycles croissant

discernable sur la courbe.

Ne constatant pas d'impact des chargements multiples sur la réponse en raideur de l'éprouvette, il peut être déduit que dans le cas d'un essai statique ou de fatigue à faible nombre de cycles, aucun endommagement ou phénomène pseudo-plastique suffisamment significatif à l'échelle de la structure n'apparaît au sein du matériau. La réponse est donc purement élastique-fragile.

Le graphique 1.30 répertorie l'ensemble des courbes de réponse « force par unité de largeur en fonction du déplacement » pour des éprouvettes testées avec un chargement monotone.

Comme observé dans le paragraphe précédent, la réponse est fortement non linéaire dans un premier temps puis linéaire jusqu'à atteindre la rupture de l'éprouvette. Cette dernière est instantanée et explosive, libérant 90% de l'énergie emmagasinée pendant le chargement. Comme le montre la figure 1.31, plusieurs interfaces rompent lors de la ruine de l'éprouvette.

Par ailleurs, il apparaît sur les courbes et faciès de rupture que la largeur de l'éprouvette n'a pas d'influence sur la tenue mécanique pour les deux largeurs considérées.

La caméra rapide permet de constater que le scénario de rupture est répétable. Comme le montre la figure 1.31, une première fissure s'initie dans la zone de jonction rayon/bras au niveau de la première interface 90//45 puis se propage tout le long de l'éprouvette.

La fissure change d'interface lors de sa propagation en traversant le pli à 45° pour se propager sur l'interface 45//0 située juste au-dessus de l'interface 90//45. Un second point de fissure s'initie ensuite dans la même zone, au niveau du pli 90//45 suivant. Cette fissuration suit le même scénario que la première interface, scénario qui se répète ensuite jusqu'à ce que toutes les interfaces 90//45 soient rompues.

Les images obtenues avec la caméra rapide permettent de montrer que la fissure n'ap-

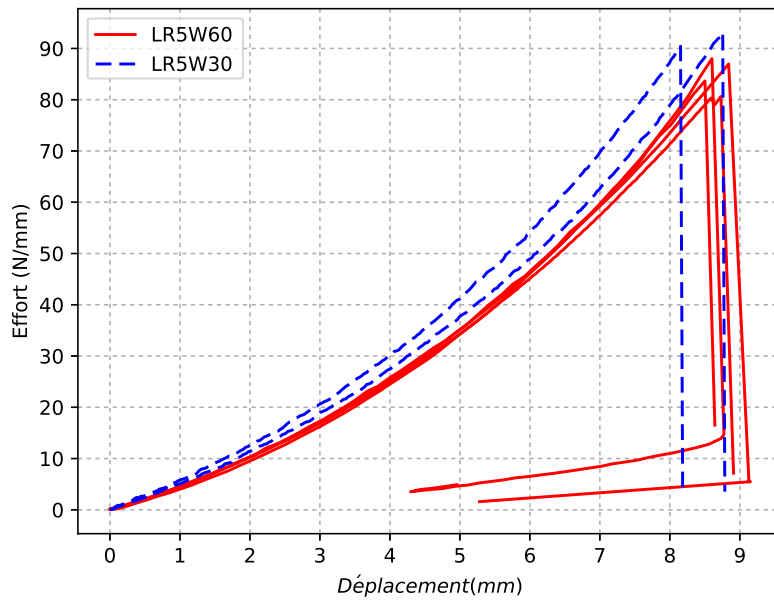


FIGURE 1.30 – Courbes de réponse des éprouvettes LR5C1 de largeur 30 mm (LR5C1W30) et 60 mm (LR5C1W60)

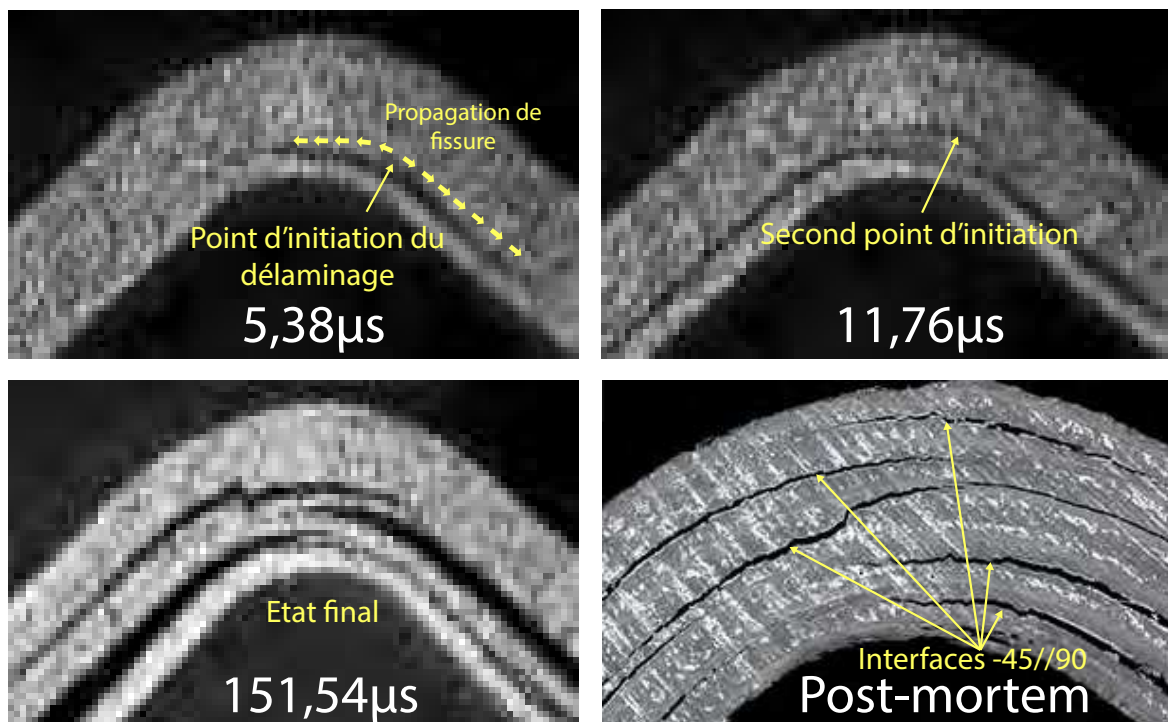


FIGURE 1.31 – Phénoménologie de la ruine d'une éprouvette LR5C1

paraît pas dans le centre de l'éprouvette, où la traction hors plan est maximale d'après [Lekhnitskii, 1968], mais dans la zone de jonction entre le bras et le rayon comme observé par [Nguyen et al., 2018]. Il ne semble donc pas que cette fissure soit due à une sollicitation en mode I pur, mais plutôt à une combinaison d'ouverture et de cisaillement transverse d'après les observations réalisées par [Gözlüklü and Coker, 2012] et [Gozluklu et al., 2015].

### 1.5.4 Bilan

Cette première étude permet donc d'établir que la courbe de réponse est fortement non linéaire en raison de la forte flexion des bras et que la rupture est explosive avec une propagation très rapide de la fissuration. Il a par ailleurs été montré que, pour un faible nombre de cycles et jusqu'à un niveau de charge élevé, aucun endommagement progressif ne semble apparaître au sein du matériau.

L'étude de la zone de fissuration laisse apparaître que le point faible de l'éprouvette semble être l'interface à  $-45/90$  la plus proche du rayon interne. Par ailleurs, cette fissure n'apparaît pas en plein centre de la zone rayonnée, mais sur le côté à proximité de la jonction bras/rayon, contrairement à ce qui est prédit dans la plupart des études dont le stratifié est fortement orienté. Cela permet également de confirmer les observations réalisées par [Gozluklu et al., 2015] dans leur étude de propagation de fissure ainsi que celles de [Nguyen et al., 2018] qui utilisent le même stratifié avec un rayon de courbure beaucoup plus important (12 mm). Ces résultats serviront donc de base de comparaison lors du développement du modèle numérique au sein du chapitre 3 et dans le cadre de l'étude de l'influence des paramètres sur le dépliage dans le chapitre 4.

## 1.6 Bilan

Les travaux présentés dans ce chapitre ont permis de faire un état des lieux global du contexte de l'étude et des problématiques associées au dimensionnement des pièces composites stratifiées épaisses de formes complexes.

Dans une première partie, les principaux modes de ruine observés pour les stratifiés composites ont été rappelés ainsi que les modélisations couramment employées. Elles sont construites à différentes échelles en fonction de la finesse des comportements à simuler. Les échelles les plus fines ne sont aujourd'hui pas applicables sur des pièces industrielles, car elles entraînent des coûts de calcul prohibitifs tandis que les échelles les plus grossières, bien qu'acceptables en termes de prédiction de raideur et d'analyse de déformées, ne permettent pas de rendre compte de la physique sous-jacente aux différents phénomènes de ruine apparaissant aux diverses échelles.

La seconde partie s'intéresse au dépliage de cornières composites. Les modèles analytiques et les essais réalisés sur des cornières fortement orientées montrent l'apparition de délaminage au centre de la zone rayonnée causée principalement par les sollicitations de traction hors-plan. Cependant, dans le cas d'un stratifié quasi-iso, les résultats apportés par [Nguyen et al., 2018], corroborés par les essais prospectifs présentés en fin chapitre, montrent que les premiers délaminages n'apparaissent pas au centre du rayon, mais à la jonction entre rayon et bras. Alors que la plupart des études utilisent des modèles homogénéisés purement élastiques permettant de prédire seulement la répartition des contraintes dans la zone rayonnée. Pour représenter le délaminage, plusieurs techniques

sont utilisées. La technique VCCT ne permet pas de modéliser l'initiation de la fissure et nécessite de connaître *a priori* le point d'apparition de cette dernière. Les modèles basés sur les interfaces cohésives pallient à cette limite, mais sont difficiles à identifier et à mettre en œuvre numériquement.

Dans la troisième partie, une revue des principales approches de modélisation du réseau de fibres a été réalisée. Ces dernières sont basées soit sur une approche purement géométrique, soit sur une approche de type éléments finis. Elles sont très majoritairement réservées à la mise en œuvre de tissus secs. Cependant, là encore le coût de calcul peut se révéler prohibitif dans le cadre d'analyses de pré-dimensionnement faisant partie du processus de conception. Ces approches seront difficilement applicables à notre cas d'étude.

Enfin, une étude prospective a permis de constater la forte non-linéarité de la courbe de réponse et de confirmer les observations réalisées par [Gozluklu et al., 2015] et [Nguyen et al., 2018] quant à la vitesse de propagation de la première fissure et le lieu d'apparition de celle-ci. D'autre part, la forte explosivité de la rupture a pu être mise en avant tout comme l'absence d'endommagement progressif. Enfin, les essais ont mis en évidence une apparente fragilité des interfaces de type  $45^\circ/90^\circ$ .

Afin de répondre aux problématiques posées, ce manuscrit est structuré en trois parties. Dans la première partie, la simulation du positionnement de fibres est développée. Elle est le préalable indispensable à la génération des modèles de dimensionnement.

La seconde partie se consacre au développement de modélisations numériques pour le dimensionnement. Deux approches sont étudiées : une première classique homogénéisée par pli avec éléments d'interface et une seconde, appelée semi-continue, qui s'appuie sur une différentiation explicite des renforts et de la matrice.

Enfin, l'étude de l'influence de la nature de la géométrie et du stratifié est réalisée dans une dernière partie, incluant essais et comparaisons au modèle numérique développé au travers des chapitres 2 et 3.





---

# Positionnement des fibres dans les pièces composites de formes complexes

---

## Résumé

*Le présent chapitre aborde les problématiques liées à la dépose de plis unidirectionnels sur des pièces de formes complexes. Tout d'abord, les difficultés liées à la dépose de plis pré-imprégnés sur des surfaces aux courbures évolutives sont mis en évidence à travers une étude expérimentale.*

*Deux algorithmes modélisant la position des fibres dans une pièce de formes complexes sont ensuite présentés et analysés. Pour tenir compte des variations de courbure, ces deux algorithmes se basent sur les variations locales de la normale à la surface.*

*Les pièces ainsi modélisées sont ensuite comparées de façon qualitative aux pièces fabriquées manuellement.*

*Ce chapitre permet finalement d'obtenir un modèle du positionnement des fibres pouvant être utilisé pour un calcul éléments finis destiné à évaluer le comportement mécanique des pièces générées.*

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Mise en évidence du problème</b>	<b>44</b>
2.1.1	Contexte	44
2.1.2	Dépose de pli sur formes non développables	44
<b>2.2</b>	<b>Modélisation de la position des fibres</b>	<b>47</b>
2.2.1	Introduction	47
2.2.2	Modèle géodésique	49
2.2.3	Modèle adaptatif	51
2.2.4	Procédures communes	54
<b>2.3</b>	<b>Validation expérimentale</b>	<b>58</b>
2.3.1	Mise en situation	58
2.3.2	Méthodologie de dépose des plis	59
2.3.3	Méthodologie de mesure de la position des torons	64
2.3.4	Identification inverse des paramètres de l'algorithme de génération des torons de fibres	65
<b>2.4</b>	<b>Bilan</b>	<b>69</b>

---

## 2.1 Mise en évidence du problème

### 2.1.1 Contexte

Notre étude se positionne dans le contexte de pièces composites stratifiées fabriquées à partir de plis à fibres longues unidirectionnelles. Sont donc exclus les procédés de dépose par fil, les composites à fibres courtes, les tissus, etc.

Il faut également noter que cette étude se limite au matériau employé par SKF à l'heure actuelle, c'est à dire un composite à matrice époxy alliée à un renfort unidirectionnel carbone à fibres longues. Le matériau est pré-imprégné avec un taux volumique de résine de 57%. Comme pour tous les renforts unidirectionnels, la cohésion d'un pli dans le sens transversal n'est assurée que par la matrice et le film protecteur. De ce fait, un déchirement du pli entre deux torons peut aisément survenir lors de la dépose sur l'outillage.

Afin de mettre en évidence les problèmes relatifs à la dépose de pli sur une surface gauche, des pièces aux formes développables ont d'abord été réalisées, dans les mêmes conditions et avec les mêmes matériaux que les pièces complexes, de manière à avoir un élément de comparaison. Pour ce faire, la forme en L présentée dans la section 1.5 et rappelée figure 2.1, a été choisie.

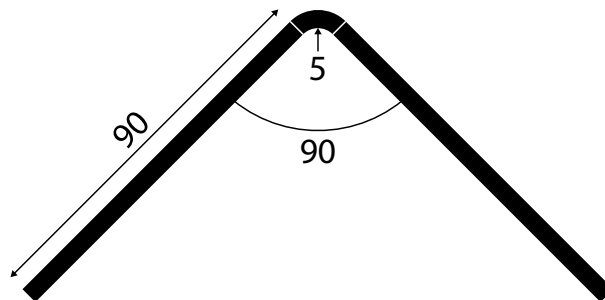


FIGURE 2.1 – Géométrie de l'éprouvette en L (dimensions en millimètres, angle en degrés)

Cette surface est développable et sa développée est un rectangle. Bien qu'il soit nécessaire d'être particulièrement précautionneux lors de la mise en place du pli, la dépose du matériau n'entraîne ni plissement, ni déchirure, que ce soit dans la zone rayonnée ou dans les bras. La figure 2.2 montre que le résultat sur une pièce développable légèrement différente (ajout d'un méplat) permet d'obtenir le même résultat : aucune déchirure ni pli. Dans le cadre des cornières, il apparaît donc que l'utilisation d'une forme développable n'engendre aucun problème majeur lors de l'application du matériau composite.

### 2.1.2 Dépose de pli sur formes non développables

Diverses géométries d'outillages ont été dessinées et fabriquées en impression 3D afin d'étudier la drapabilité sur des formes non développables. Un exemple est présenté dans la figure 2.3. Cette forme de « marche en éventail » permet d'étudier l'influence de l'angle d'incidence de la fibre dans le repère tangent constitué des directions principales. Outre

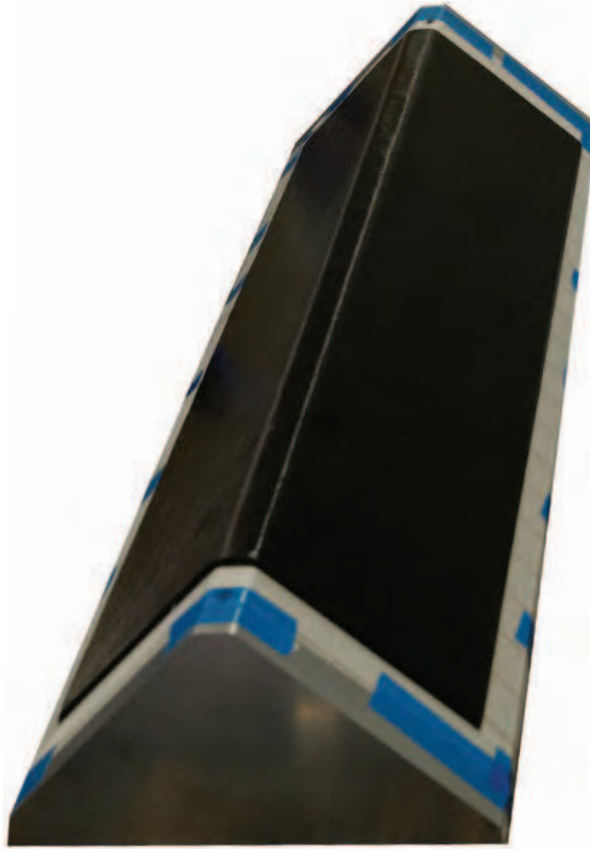


FIGURE 2.2 – Résultat de la fabrication de pièces développables

les parties planes, elle est constituée par deux parties toriques définies par :

$$\begin{cases} \left( R + r \cos \left( u + \frac{\pi}{6} \right) \right) \cos \left( v - \frac{\pi}{6} \right) \\ \left( R + r \cos \left( u + \frac{\pi}{6} \right) \right) \sin \left( v - \frac{\pi}{6} \right) \\ r \sin \left( u + \frac{\pi}{6} \right) \end{cases} \quad (u, v)^2 \in \left[ 0; \frac{\pi}{3} \right]^2 \quad (2.1)$$

et

$$\begin{cases} \left( R + r \sqrt{3} + r \cos \left( u + \frac{7\pi}{6} \right) \right) \cos \left( v - \frac{\pi}{6} \right) \\ \left( R + r \sqrt{3} + r \cos \left( u + \frac{7\pi}{6} \right) \right) \sin \left( v - \frac{\pi}{6} \right) \\ r \sin \left( u + \frac{7\pi}{6} \right) + r \end{cases} \quad (u, v)^2 \in \left[ 0; \frac{\pi}{3} \right]^2 \quad (2.2)$$

Quelques unes des pièces ainsi réalisées sont présentées sur la figure 2.4. Ces photos mettent en évidence les défauts qui peuvent apparaître dans certaines zones. Ainsi, pour un pli à  $0^\circ$  une divergence des fibres dues à la marche en éventail apparaît en bout de pièce, entraînant une déchirure du pli. Dans les plis à  $90^\circ$  l'unidirectionnel a tendance à former des plis dans les zones rayonnées, tandis que pour une orientation de  $\pm 45^\circ$  des plis surviennent dans les zones planes. Selon nos expérimentations, ces défauts (déchirures, plis) apparaissent de façon plus ou moins prononcée, quels que soient le sens et la stratégie de dépose.

La dépose d'un pli composite sur une forme non développable est donc susceptible d'entraîner l'apparition de défauts qui sont d'autant plus importants que les rayons de courbure évoluent rapidement sur la surface à draper.

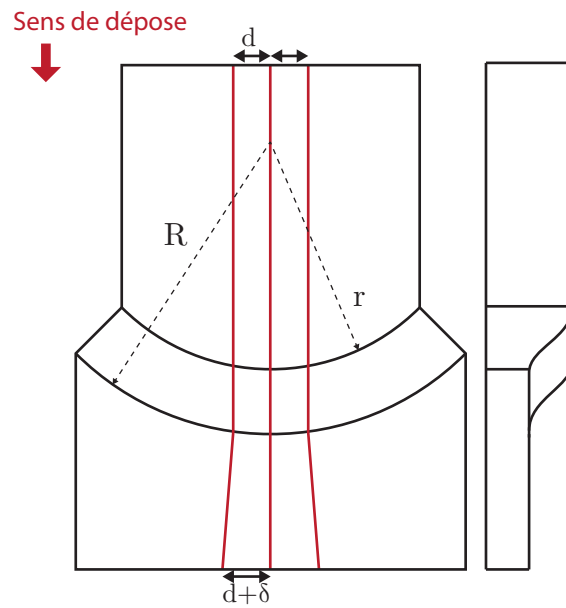


FIGURE 2.3 – Schéma de la forme non développable proposée

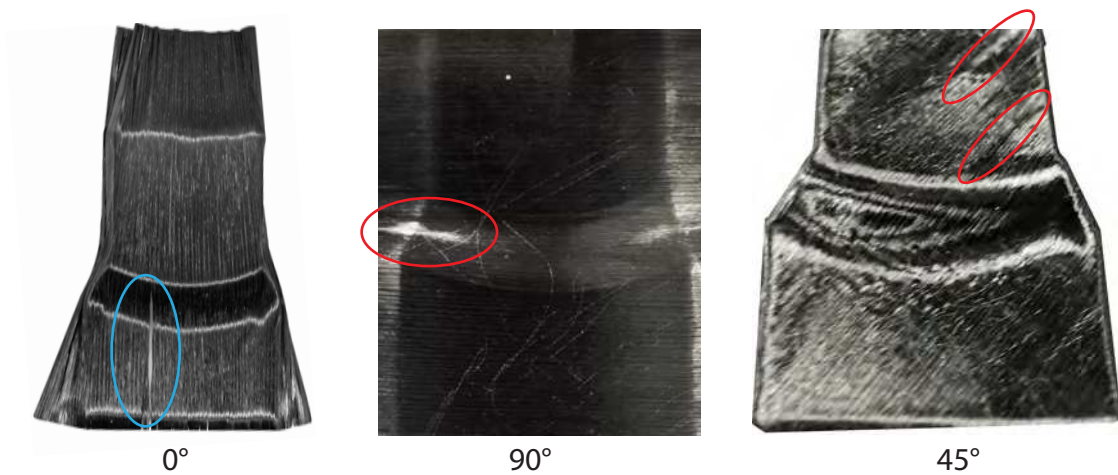


FIGURE 2.4 – Dépose plis de diverses orientations sur forme non développable

## 2.2 Modélisation de la position des fibres

### 2.2.1 Introduction

La modélisation de la position des fibres consiste à représenter chaque toron de chaque pli par une succession de points que nous appellerons points d'interpolation. Pour chaque pli, on considère que l'ensemble des torons sont contenus dans une surface qui constitue un *offset* de la surface du moule, la valeur de cet *offset* étant calculée à partir de l'épaisseur d'un pli.

Nous avons développé deux modèles de position des fibres. Le premier, que nous appelons « modèle géodésique » (section 2.2.2), correspond à une application « naturelle » de chaque toron sur la surface du moule, indépendamment des autres torons. Il présente des avantages certains mais ne permet pas de prendre en compte les déformations internes du pli lors de son application. Le second, que nous appelons « modèle adaptatif » (section 2.2.3) cherche à combler cette lacune mais nécessite une identification inverse de ses paramètres pour être véritablement représentatif de la position des fibres sur la surface.

Par ailleurs, il est certainement utile de préciser que nous avons choisi de ne pas essayer de modéliser le processus de dépose du pli en tant que tel. Cette démarche étant très complexe et déjà abordée par d'autres équipes de recherche ([Boisse, 2004], [Hamila and Boisse, 2007], [Guzman Maldonado, 2016]), elle sort du cadre de notre étude. Les algorithmes que nous avons développés se concentrent sur la modélisation de la position des fibres dans la pièce finie, même si, comme on le verra, il est difficile de s'abstraire totalement du processus de fabrication.

#### 2.2.1.1 Contexte

Dans le contexte de surfaces gauches non développables, la notion d'orientation de pli ne peut être entendue comme elle l'est pour les surfaces planes ou même simplement développables. En effet, dans le cas d'un plan, tous les points de ce plan ont la même normale. De ce fait, un seul et même repère permet de définir une orientation pour toute la surface. En d'autres termes, l'orientation spatiale des fibres par rapport à un repère de référence reste identique en tout point de la surface. *A contrario*, dans le cas d'une surface gauche non développable tous les points n'ont pas la même normale. Il est donc impossible de définir un repère de référence commun à tous les points de la surface.

Soit  $(\mathbf{t}, \mathbf{b}, \mathbf{n})$  un repère local que l'on définit en tout point  $(u, v)$  de la surface  $\mathbf{S}(u, v)$  par :

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_u = \frac{\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial u}}{\left\| \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial u} \right\|} \quad , \quad \mathbf{n} = \frac{\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial v}}{\left\| \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial v} \right\|} \quad \text{et} \quad \mathbf{b} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{t}$$

Dans le cas d'un plan, on peut définir un repère  $(\mathbf{t}, \mathbf{b}, \mathbf{n})$  qui peut servir de référence commune à tous les points de la surface  $\mathbf{S}(u, v)$ . Dès lors, il est possible de définir l'orientation d'un pli dans ce repère sans risque d'ambiguïté. Par contre, dans le cas d'une surface gauche non développable, le repère  $(\mathbf{t}, \mathbf{b}, \mathbf{n})$  est susceptible de varier en tout point de la surface. De ce fait, il ne peut servir à définir l'orientation d'un pli sans risque d'ambiguïté.

Même si la notion d'orientation de pli dans le cadre de surfaces gauches non développables n'a donc pas le sens qu'on peut lui donner dans le cas d'un plan, nous avons pris le parti de l'utiliser, en adaptant sa signification. C'est à dire que, dans le cas de surfaces gauches, la définition de l'orientation d'un pli doit se faire par rapport au repère local

**en un point donné.** En pratique nous choisirons un point jugé caractéristique de la situation globale du pli. En ce point, l'orientation du pli est définie par l'angle entre la tangente à la fibre et le vecteur  $\mathbf{t}$ . Il faut cependant noter que pour tous les autres points de la surface, la valeur utilisée pour désigner l'orientation de ce pli peut différer de l'angle entre la tangente à la fibre et le vecteur  $\mathbf{t}$ .

Pour les surfaces développables, même si la normale est susceptible de varier entre les différents points de la surface, on peut aisément étendre le concept d'orientation de pli en considérant la surface développée correspondante.

### 2.2.1.2 Problématique

La modélisation de la position des fibres a pour objectif premier de fournir un modèle géométrique représentatif de la disposition des torons sur la surface. Mais au-delà de ce but évident, il convient de garder à l'esprit la destination de ce modèle. En effet, l'objectif pratique est de réaliser des calculs éléments finis en utilisant un modèle semi-continu, c'est à dire un modèle intimement lié à la position des torons. De ce fait, il est également important de s'assurer que le modèle fourni par cette procédure est exploitable par les algorithmes de maillage semi-continus qui ont été développés en parallèle (3.3.1.2).

La problématique principale de cette procédure de modélisation s'articule autour du caractère non isométrique de l'application d'un pli sur une surface gauche non développable. En effet, si on considère le processus sur un plan purement géométrique, on peut considérer qu'avant son application sur le moule, le pli composite unidirectionnel est un plan. Une fois appliqué sur le moule, il prend la forme d'une surface gauche non développable. Cette application induit donc des distorsions internes au pli qui doit se déformer pour épouser la forme du moule. En termes mathématiques, on dit que cette application n'est pas une isométrie, c'est à dire qu'elle ne conserve pas le produit scalaire. Sur un plan pratique, cela entraîne un travail en membrane du pli qui se traduit par un rapprochement ou un éloignement des torons selon les zones. Dans les cas extrêmes, lorsque la capacité de déformation interne du pli atteint ses limites, deux types de défaut peuvent être rencontrés : un déchirement du pli en cas d'extension transversale trop importante et un repliement du pli sur lui-même (défaut hors plan) en cas de compression excessive comme on peut le voir sur les photos de la figure 2.4. Dans la mesure où les pièces présentant ces types de défaut peuvent être considérées comme non conformes, elles seront exclues du champ de notre étude.

De plus, les phénomènes physiques internes au pli lors de son application étant très complexes à analyser, nous avons choisi de ne pas les modéliser. Pour nous conformer aux objectifs précédemment énoncés, nous avons choisi de nous concentrer sur le résultat de l'application du pli et non pas sur l'application du pli en elle-même. De ce fait, l'approche mise en œuvre est purement géométrique.

### 2.2.1.3 Considérations génériques

Dans tout ce qui suit, la surface d'un pli est appelée  $\mathbf{S}_o(u, v)$ . Comme on l'a vu (§2.2.1), la surface du pli est un *offset* de la surface du moule. Si on désigne par  $\mathbf{S}(u, v)$  la surface du moule et  $e$  l'épaisseur d'un pli, alors l'équation de la surface du  $k^e$  pli est :

$$\mathbf{S}_o(u, v) = \mathbf{S}(u, v) + \left(k - \frac{1}{2}\right) e \mathbf{n}(u, v)$$

où  $\mathbf{n}(u, v)$  représente la normale unitaire à la surface  $\mathbf{S}(u, v)$  au point  $(u, v)$ .

De plus, on désigne par  $\mathbf{P}_{i,j}$  le  $i^{\text{e}}$  point d'interpolation du  $j^{\text{e}}$  toron et on appelle  $u_{i,j}$  et  $v_{i,j}$  les coordonnées paramétriques de la surface  $\mathbf{S}_o$  au point  $\mathbf{P}_{i,j}$ . On a donc  $\mathbf{S}_o(u_{i,j}, v_{i,j}) = \mathbf{P}_{i,j}$ .

Pour chaque pli, les modèles que nous avons définis se basent sur les données suivantes :

- la surface du pli  $\mathbf{S}_o(u, v)$  ;
- un pas longitudinal  $l$  ;
- un pas transversal  $t$  ;
- un point de départ  $\mathbf{P}_{0,0}$  appartenant à  $\mathbf{S}_o(u, v)$  ;
- un vecteur de propagation de la fibre initial  $\mathbf{d}_{0,0}$  tangent à  $\mathbf{S}_o(u, v)$  au point  $\mathbf{P}_{0,0}$ .

## 2.2.2 Modèle géodésique

### Avant-propos

Pour une surface donnée, une courbe appartenant à la surface est dite géodésique lorsque en chaque point de cette courbe, la normale à la courbe coïncide avec la normale à la surface. En d'autres termes, cela signifie qu'en chaque point de la courbe, la normale à la surface est contenue dans le cercle osculateur de la courbe. De fait, dans le modèle que nous proposons, cette propriété n'est vérifiée qu'aux points d'interpolation, mais par extension, nous appelons ce modèle « modèle géodésique ».

#### 2.2.2.1 Principe

Chaque toron est construit sur une géodésique de la surface *offset* correspondant à son pli. À partir d'un point de départ  $\mathbf{P}_{0,0}$ , et d'une orientation de fibrage initiale  $\mathbf{d}_{0,0}$ , on construit le premier toron, d'abord à rebours, dans le sens opposé à cette direction, puis dans le sens donné par ce vecteur  $\mathbf{d}_{0,0}$  (figure 2.5). Lorsque le premier toron est construit on détermine  $\mathbf{P}_{0,1}$ , point de départ du second toron en utilisant la procédure décrite en section §2.2.4.2 qui se base sur un point de référence du premier toron (noté  $\mathbf{P}_{r,0}$  sur la figure 2.5).

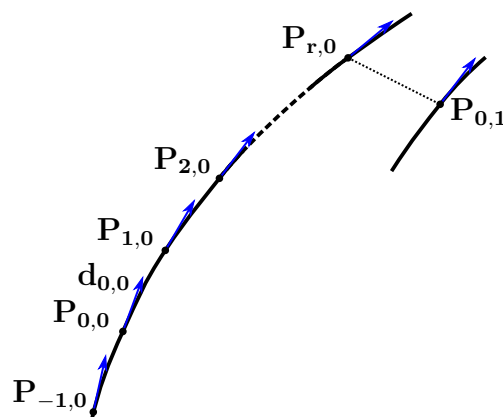


FIGURE 2.5 – Principe de calcul des points d'interpolation du modèle géodésique



On peut ainsi construire le second toron et ainsi de suite jusqu'à avoir entièrement défini tous les torons du pli. On procède de même pour chaque pli constituant le stratifié.

### 2.2.2.2 Mise en œuvre

À partir du point d'interpolation courant  $\mathbf{P}_{i,j}$  et du vecteur  $\mathbf{d}_{i,j}$  qui définit la direction de la fibre en ce point, le point d'interpolation suivant est calculé en utilisant un algorithme en trois étapes (figure 2.6) :

1. Calcul de  $\mathbf{Q}_{i+1,j} = \mathbf{P}_{i,j} + l \mathbf{d}_{i,j}$  ;
2. Calcul de  $\mathbf{P}_{i+1,j}$  par projection normale de  $\mathbf{Q}_{i+1,j}$  sur  $\mathbf{S}_o(u, v)$  ;
3. Calcul de  $\mathbf{d}_{i+1,j}$  en appliquant à  $\mathbf{d}_{i,j}$  la transformation qui permet de passer de  $\mathbf{n}(u_{i,j}, v_{i,j})$  à  $\mathbf{n}(u_{i+1,j}, v_{i+1,j})$ .

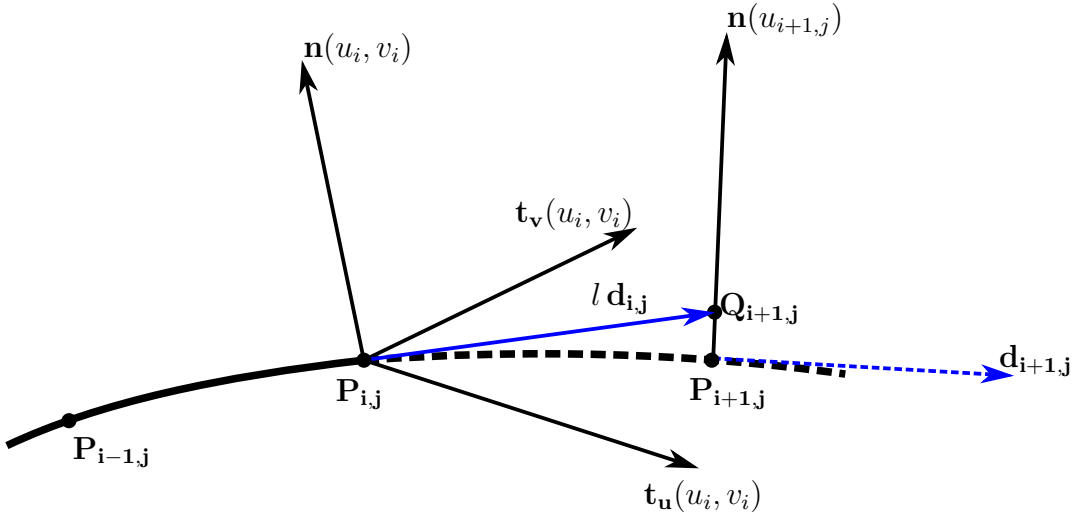


FIGURE 2.6 – Calcul d'un point du modèle géodésique

La projection du point  $\mathbf{Q}_{i+1,j}$  sur  $\mathbf{S}_o(u, v)$  s'obtient en résolvant :

$$\mathbf{S}_o(u_{i+1,j}, v_{i+1,j}) + \lambda \mathbf{n}(u_{i+1,j}, v_{i+1,j}) = \mathbf{Q}_{i+1,j} \quad (2.3)$$

qui est un système non linéaire de 3 équations à 3 inconnues ( $\lambda$ ,  $u_{i+1,j}$  et  $v_{i+1,j}$ ) que l'on résout en utilisant la méthode de Newton-Raphson.

Le vecteur  $\mathbf{d}_{i+1,j}$ , qui définit la direction de la fibre au point  $\mathbf{P}_{i+1,j}$  nouvellement calculé, est obtenu en appliquant la formule de Rodrigues : soit  $\mathbf{q}$  la normale unitaire commune à  $\mathbf{n}_{i,j}$  et  $\mathbf{n}_{i+1,j}$  et  $\varphi$  l'angle formé par ces deux vecteurs, on a :

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{n}_{i,j} \wedge \mathbf{n}_{i+1,j}}{\|\mathbf{n}_{i,j} \wedge \mathbf{n}_{i+1,j}\|} \quad \text{et} \quad \varphi = \arctan \left( \frac{\mathbf{n}_{i,j} \cdot \mathbf{n}_{i+1,j}}{\|\mathbf{n}_{i,j} \wedge \mathbf{n}_{i+1,j}\|} \right)$$

ce qui permet de calculer

$$\mathbf{d}_{i+1,j} = \cos(\varphi) \mathbf{d}_{i,j} + (1 - \cos(\varphi)) (\mathbf{d}_{i,j} \cdot \mathbf{q}) \mathbf{q} + \sin(\varphi) (\mathbf{q} \wedge \mathbf{d}_{i,j})$$

Un exemple de résultat obtenu avec le modèle géodésique est représenté sur la figure 2.7.

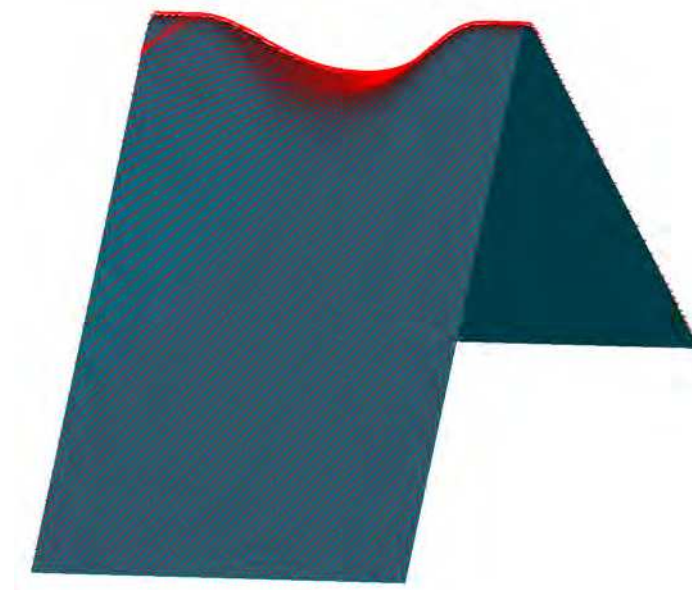


FIGURE 2.7 – Exemple de position des fibres obtenu avec le modèle géodésique

### 2.2.2.3 Discussion

Le principal inconvénient du modèle géodésique est qu'il ne tient pas compte du travail en membrane du pli lors de son application. De ce fait, dans les zones critiques, on peut voir apparaître des torons qui se recoupent (figure 2.8) ou qui s'éloignent trop (figure 2.9), c'est à dire jusqu'à atteindre un écartement non représentatif de leur position réelle. De fait, les zones de recouvrement correspondent globalement aux zones où, en pratique, on voit apparaître des repliements sur les pièces réelles, tandis que les zones d'écartement excessifs correspondent globalement aux zones où le risque de déchirement du pli est le plus important sur la pièce réelle.

De ce fait, les positions de fibres obtenues par le modèle géodésique ne peuvent être utilisées comme support pour la génération d'un maillage éléments finis.

Par contre, le modèle géodésique permet de localiser approximativement les zones où les problèmes sont susceptibles d'advenir lors de la pose du pli, c'est à dire les zones où les risques de recouvrement des fibres ou de déchirement du pli sont les plus importants.

## 2.2.3 Modèle adaptatif

### 2.2.3.1 Principe

Pour remédier aux problèmes apparus avec le modèle géodésique (cf §2.2.2.3) un autre modèle, appelé modèle adaptatif, a été développé. Comme le modèle géodésique, ce modèle permet de calculer les points d'interpolation de chaque toron de proche en proche, de manière itérative. Par contre, dans ce modèle, chaque toron est construit en tenant compte non seulement de la direction de fibrage courante, mais aussi de la direction du toron voisin.

Pour initier la procédure on utilise un premier toron calculé en utilisant le modèle géodésique. Le point de départ de la fibre suivante et une direction de propagation initiale sont, ici encore, calculés par la procédure décrite en §2.2.4.2. En chaque point, la direction

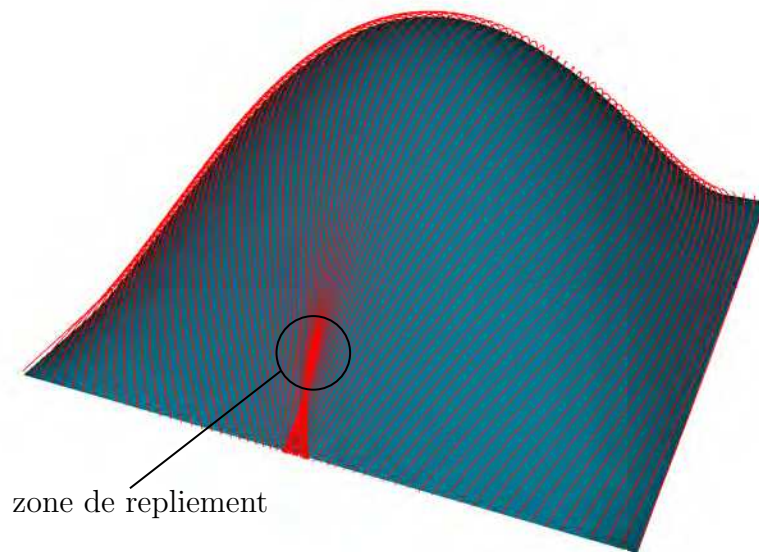


FIGURE 2.8 – Mise en évidence du risque de repliement d'un pli sur lui-même

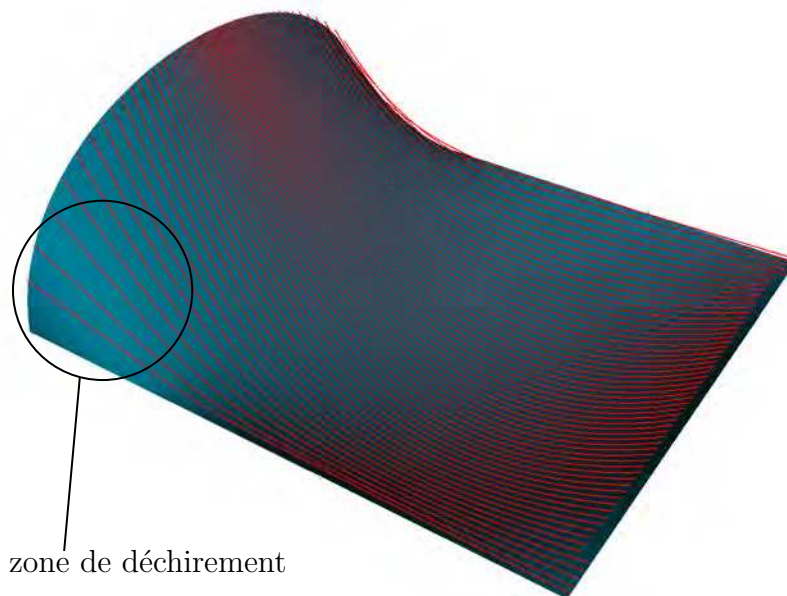


FIGURE 2.9 – Mise en évidence du risque de déchirement d'un pli

de propagation de la fibre est ensuite calculée par une pondération entre deux vecteurs : le vecteur de propagation courant de la fibre en cours de calcul et le vecteur correspondant sur le toron adjacent, précédemment calculé. En pratique, ce dernier vecteur est défini par les deux points du toron adjacent les plus proches du point courant. Pour réaliser cette pondération, on définit un paramètre de pondération  $\theta$  compris entre 0 et 1.

Tous les points du toron en cours de calcul sont ainsi déterminés, d'abord à rebours par rapport à la direction de propagation, puis dans la direction de propagation. Il faut

cependant noter que dans certains cas particuliers, lorsque la fibre adjacente n'a aucun point dans le voisinage du point en cours de calcul, alors l'algorithme bascule automatiquement vers le modèle géodésique. Cette situation se rencontre par exemple dans le cas de fibres de faible incidence avec un bord du domaine. La méthodologie générale de calcul des torons est donc similaire au modèle géodésique ; seule est modifiée la méthode de calcul des directions de propagation.

### 2.2.3.2 Mise en œuvre

À partir du point d'interpolation courant  $\mathbf{P}_{i,j}$  et du vecteur  $\mathbf{d}_{i,j}$  qui définit la direction de la fibre en ce point, le point d'interpolation suivant est calculé en utilisant un algorithme en cinq étapes (figure 2.10) :

1. Calcul du vecteur de propagation adjacent  $\mathbf{d}_{k,j-1}$  constitué par  $\mathbf{P}_{k,j-1}$  et  $\mathbf{P}_{k-1,j-1}$  les deux points de la fibre  $j-1$  les plus proches de  $\mathbf{P}_{i,j}$

$$\mathbf{d}_{k,j-1} = \frac{\mathbf{P}_{k,j-1} - \mathbf{P}_{k-1,j-1}}{\|\mathbf{P}_{k,j-1} - \mathbf{P}_{k-1,j-1}\|}$$

2. Calcul du vecteur de propagation pondéré :  $\mathbf{d}'_{i,j} = (1 - \theta)\mathbf{d}_{i,j} + \theta \mathbf{d}_{k,j-1}$  ;
3. Calcul du point  $\mathbf{Q}_{i+1,j} = \mathbf{P}_{i,j} + l \mathbf{d}'_{i,j}$  ;
4. Calcul de  $\mathbf{P}_{i+1,j}$  par projection normale de  $\mathbf{Q}_{i+1,j}$  sur  $\mathbf{S}_o(u, v)$  ;
5. Calcul de  $\mathbf{d}_{i+1,j}$  en appliquant à  $\mathbf{d}'_{i,j}$  la transformation qui permet de passer de  $\mathbf{n}(u_{i,j}, v_{i,j})$  à  $\mathbf{n}(u_{i+1,j}, v_{i+1,j})$ .

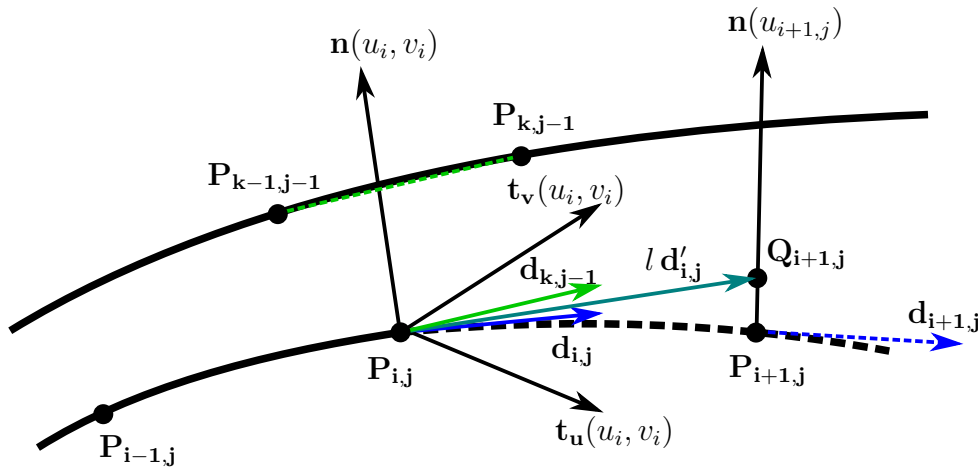


FIGURE 2.10 – Calcul d'un point du modèle adaptatif

Un exemple de résultat obtenu avec le modèle adaptatif est représenté sur la figure 2.11.

### 2.2.3.3 Discussion

Le principal inconvénient du modèle adaptatif est qu'il nécessite une identification inverse du paramètre  $\theta$  pour représenter avec précision la position exacte des torons dans le pli. Cette identification inverse, qui est présentée dans la partie expérimentale de ce

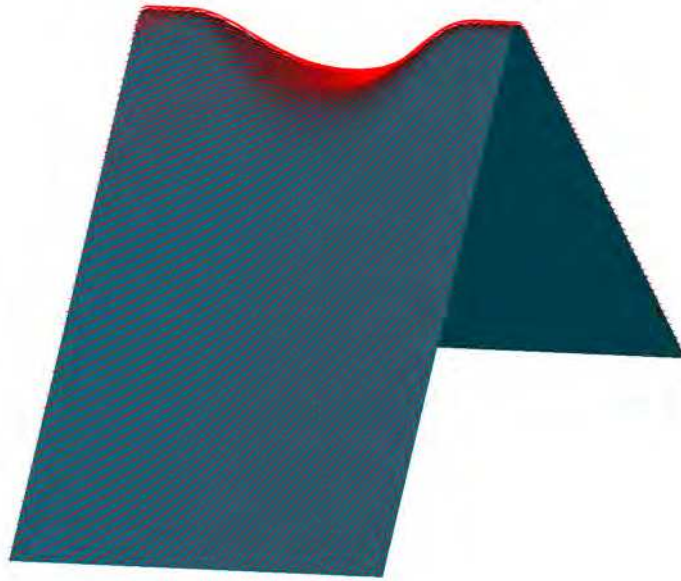


FIGURE 2.11 – Exemple de position des fibres obtenu avec le modèle adaptatif

chapitre (section 2.3.4), doit permettre d'adapter la valeur du paramètre  $\theta$  au contexte local de la surface.

Par contre, ce modèle présente une caractéristique indispensable dans le cadre de notre étude : il permet d'obtenir une représentation des torons sans recouvrement et sans déchirement. De ce fait, il peut être utilisé pour générer un maillage éléments finis cohérent.

## 2.2.4 Procédures communes

Les modèles présentés précédemment utilisent des surfaces gauches définies par des fonctions vectorielles paramétriques. En pratique, ces surfaces sont construites à partir de carreaux de Bézier. Nous présentons ci-après une méthodologie de construction des surfaces constituées de plusieurs carreaux, simplifiée, et adaptée à notre contexte. De plus tous les modèles de positionnement des fibres élaborés dans le cadre de cette étude se basent sur les algorithmes développés aux sections §2.2.2.2 et §2.2.3.2. En dehors de ces procédures de construction en mode courant, quelques cas particuliers, dépendant des caractéristiques locales de la surface, peuvent advenir. Parmi les plus dignes d'intérêt figurent : la question du choix du point de départ pour le calcul d'un nouveau toron et la problématique de la terminaison de fibre.

### 2.2.4.1 Surfaces constituées de plusieurs carreaux

La manipulation de surfaces constituées de plusieurs carreaux est un problème bien connu qui est résolu dans tous les modeleurs CAO. Cependant, ces modeleurs doivent faire face à toutes sortes de situations plus ou moins respectueuses des bons usages en matière de définition des surfaces à pôles, notamment lors de l'import de modèles géométriques créés par d'autres logiciels. À l'inverse des modeleurs CAO du marché, dans notre contexte, nous maîtrisons totalement le processus de création des surfaces que nous souhaitons

manipuler, de la définition des carreaux élémentaires à l’affichage de la surface complète. Dans ce cadre, nous avons développé une méthodologie simplifiée de manipulation des surfaces constituées de plusieurs carreaux, qui se base sur de simples carreaux de Bézier bicubiques permettant de garantir une continuité  $C^2$  en tout point de la surface.

Dans son principe cette méthodologie repose sur une discrétisation de l’espace paramétrique de la surface correspondant aux carreaux élémentaires sous-jacents, associée à un changement de variable assurant, par interpolation linéaire, la correspondance entre l’espace paramétrique de la surface et l’espace paramétrique des carreaux. Ainsi, à chaque couple de paramètres  $(u, v)$  de la surface, on peut faire correspondre un couple de paramètres  $(U, V)$  appartenant au carreau sous-jacent.

L’utilisation de cette méthode s’avère très pratique à employer et très rapide à mettre en œuvre, mais elle nécessite néanmoins quelques précautions d’usage pour permettre une conservation de la continuité  $C^2$  en tout point de la surface et notamment en limite de carreau :

- l’espace paramétrique de la surface doit être discrétisé selon une grille régulière,
- les pôles définissant une frontière entre deux carreaux doivent être identiques entre les deux carreaux. De ce fait, tous les carreaux sous-jacents doivent être de même degré dans une direction paramétrique donnée.

À titre d’exemple, la surface représentée sur la figure 2.12 est constituée de 24 carreaux de Bézier bicubiques.

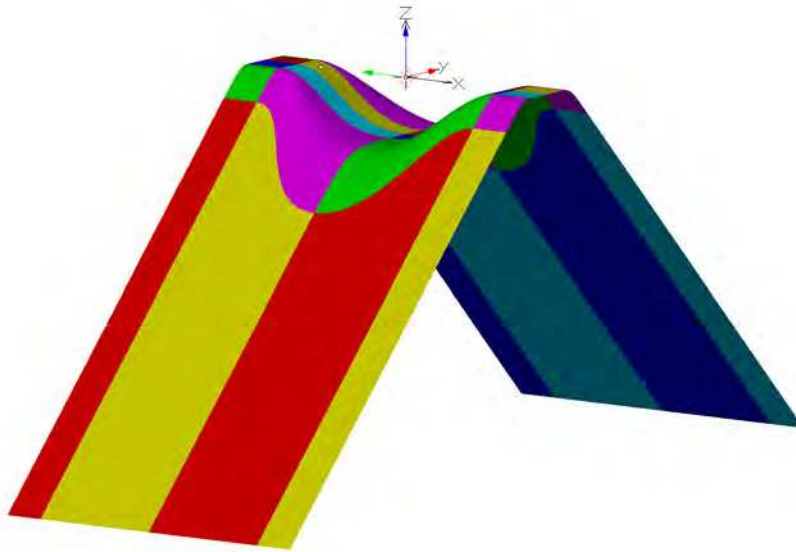


FIGURE 2.12 – Exemple de surface constituée de multiples carreaux de Bézier bicubiques

### 2.2.4.2 Détermination du point de départ d’un nouveau toron

La détermination d’un nouveau point de départ de fibre est une procédure commune aux deux modèles présentés. Cette procédure se base sur un point de référence du toron précédemment calculé (figure 2.5). Pour choisir ce point de référence plusieurs options ont été envisagées :

- choisir le point à partir duquel on a initié le calcul du précédent toron ;

- choisir le point médian du toron précédemment calculé, c'est à dire le toron d'indice égal à la moitié du nombre total de points d'interpolation.

En pratique, les deux stratégies sont combinées de manière à se rapprocher le plus possible de la dépose physique des plis lors de la fabrication. Ainsi les points de départ du calcul des nouveaux torons suivent un chemin proche du process, tel qu'illustré sur la figure 2.21.

Une fois le point de référence choisi, le point de départ et le vecteur de départ du nouveau toron sont déterminés par une procédure similaire à la procédure mise en œuvre dans le modèle géodésique (voir §2.2.2.2), mais en utilisant non plus le pas longitudinal, mais le pas transversal.

À partir du point de référence  $\mathbf{P}_{r,j}$  et du vecteur de propagation qui lui est associé  $\mathbf{d}_{r,j}$ , on procède de la manière suivante :

1. calcul de  $\mathbf{Q}_{0,j+1} = \mathbf{P}_{r,j} + t \mathbf{d}_{r,j} \wedge \mathbf{n}_{r,j}$  ;
2. calcul de  $\mathbf{P}_{0,j+1}$  par projection normale de  $\mathbf{Q}_{0,j+1}$  sur  $\mathbf{S}_o(u, v)$  ;
3. calcul de  $\mathbf{d}_{0,j+1}$  en appliquant à  $\mathbf{d}_{r,j}$  la transformation qui permet de passer de  $\mathbf{n}(u_{r,j}, v_{r,j})$  à  $\mathbf{n}(u_{0,j+1}, v_{0,j+1})$ .

### 2.2.4.3 Terminaisons de fibres

Lorsque les derniers points calculés de la fibre s'approchent des limites de la surface, alors l'algorithme de Newton-Raphson qui est utilisé pour trouver le nouveau point peut échouer à trouver une solution valide. En effet, cet algorithme ne tient pas compte des contraintes sur les variables et ignore donc de fait les limites de la surface.

Dans ce cas de figure, il est nécessaire d'utiliser une méthodologie de calcul de point spécifique. La première difficulté à lever consiste à définir quelle est la limite paramétrique de la surface qui est approchée (c'est à dire sur quelle frontière se termine la fibre).

Ensuite, dans le cas d'une limite en  $v$ , que nous appellerons  $v_{lim}$  qu'elle soit la limite inférieure ou la limite supérieure du domaine paramétrique, il suffit de résoudre

$$\mathbf{S}_o(u_{i,j}, v_{i,j}) + \kappa \mathbf{d}(u_{i,j}, v_{i,j}) = \lambda \mathbf{n}(u_{i+1,j}, v_{lim}) \quad (2.4)$$

qui est un système non linéaire de 3 équations à 3 inconnues ( $\kappa$ ,  $\lambda$  et  $u_{i+1,j}$ ) que l'on résout en utilisant la méthode de Newton-Raphson.

Respectivement, dans le cas d'une limite en  $u$ , désignée par  $u_{lim}$  qu'elle soit la limite inférieure ou la limite supérieure du domaine paramétrique, il suffit de résoudre

$$\mathbf{S}_o(u_{i,j}, v_{i,j}) + \kappa \mathbf{d}(u_{i,j}, v_{i,j}) = \lambda \mathbf{n}(u_{lim}, v_{i+1,j}) \quad (2.5)$$

qui est un système non linéaire de 3 équations à 3 inconnues ( $\kappa$ ,  $\lambda$  et  $v_{i+1,j}$ ) que l'on résout également en utilisant la méthode de Newton-Raphson.

La figure 2.13 illustre cette procédure dans le cas d'une limite paramétrique en  $u_{max}$ .

En transposant cette problématique dans l'espace paramétrique, on peut la modéliser par un système linéaire. En effet, en appelant  $\delta_{u_{i,j}}$  et  $\delta_{v_{i,j}}$  les coordonnées du vecteur  $\mathbf{d}(u_{i,j}, v_{i,j})$  transposées dans l'espace paramétrique, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} u_{i,j} \\ v_{i,j} \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} \delta_{u_{i,j}} \\ \delta_{v_{i,j}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{lim} \\ v_{i+1,j} \end{pmatrix}$$

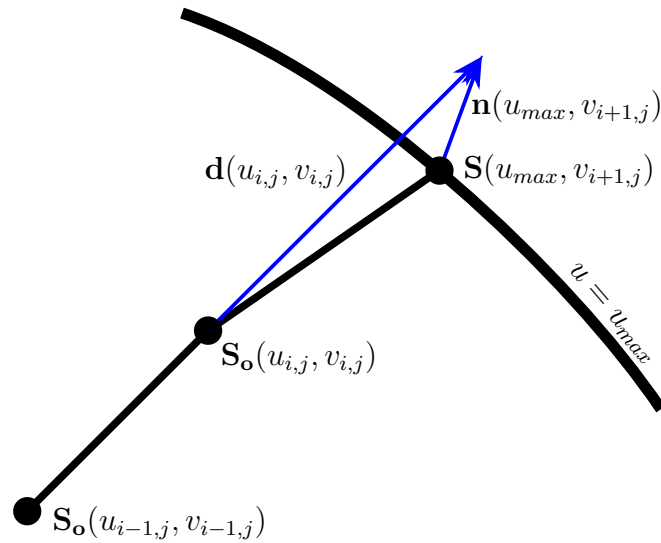


FIGURE 2.13 – Calcul de point terminal dans le cas d’une limite en  $u_{max}$

dans le cas d’une limite paramétrique en  $u$  ou

$$\begin{pmatrix} u_{i,j} \\ v_{i,j} \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} \delta_{u_{i,j}} \\ \delta_{v_{i,j}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{i+1,j} \\ v_{lim} \end{pmatrix}$$

dans le cas d’une limite paramétrique en  $v$ . De là, découle directement

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + k \frac{v_{lim} - v_{i,j}}{\delta_{v_{i,j}}} \delta_{u_{i,j}}$$

dans le cas d’une limite paramétrique en  $v$  et

$$v_{i+1,j} = v_{i,j} + k \frac{u_{lim} - u_{i,j}}{\delta_{u_{i,j}}} \delta_{v_{i,j}}$$

dans le cas d’une limite paramétrique en  $u$ .

La figure 2.14 illustre cette procédure dans le cas d’une limite paramétrique en  $u_{max}$ .

Si les résultats ainsi obtenus sont moins précis que ceux fournis par le calcul dans l’espace 3D, toutes les expérimentations que nous avons menées montrent que l’impact de cette approximation est négligeable. Dans la mesure où cette méthode de calcul est beaucoup plus rapide que la résolution numérique d’un système non linéaire, nous avons choisi de l’adopter pour tous les calculs de terminaison de fibres.



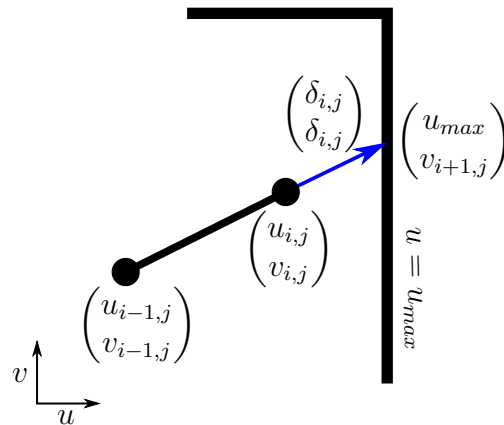


FIGURE 2.14 – Calcul de point terminal dans l'espace paramétrique (cas d'une limite en  $u_{max}$ )

## 2.3 Validation expérimentale

Cette partie a pour objectif de valider les algorithmes développés pour la modélisation de la distribution des fibres, pli par pli, dans une pièce composite stratifiée de forme complexe.

### 2.3.1 Mise en situation

La figure 2.15 représente un exemple de pièce développée par SKF Aerospace dans le cadre de ses activités composites.

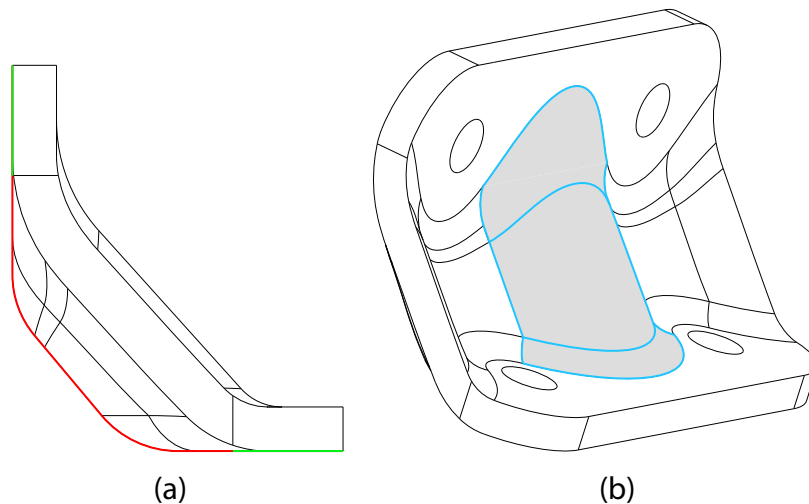


FIGURE 2.15 – Exemple de cornière développée par SKF, décomposition de formes - (a) Méplat (b) Contre-forme

Les traits verts correspondent aux bras qui servent d'interface entre la pièce et le

support de fixation. Les traits rouges correspondent à la partie développable de la pièce, constituée d'un méplat. Enfin, la zone entourée en bleu est une contre-forme mise en place pour prévenir le phénomène de dépliage. Cette pièce est pour l'essentiel constituée de surfaces non développables, rendant la dépose de plis assez complexe.

À partir de la géométrie identifiée sur la figure 2.15 et des éprouvettes de dépliage proposées au chapitre 4, deux géométries d'éprouvettes raidies ont été développées. Elles sont présentées dans la figure 2.16.

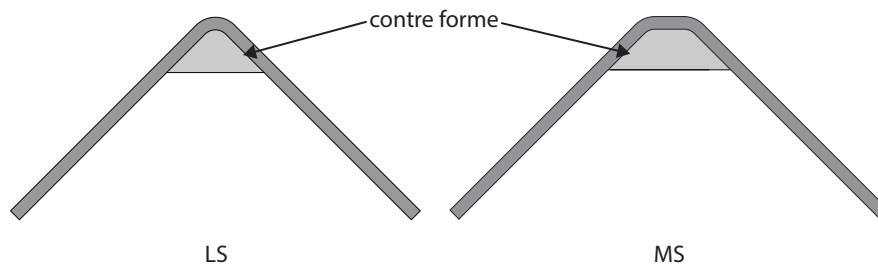


FIGURE 2.16 – Éprouvettes définies à partir de la géométrie proposée par l'industriel

La première (de type LS) est basée sur l'éprouvette L présentée précédemment en figure 1.23 et la seconde (de type MS) à l'éprouvette M (figure 4.1). Toutes les dimensions des éprouvettes de référence sont conservées. La contre-forme ajoutée, autrement dit le raidisseur, mesure 10 mm de profondeur pour 46 mm de largeur. D'un point de vue géométrique, ces éprouvettes ont été définies à l'aide de carreaux de Bézier bicubiques comme indiqué en section §2.2.4.1. Ces pièces présentent toutes les caractéristiques nécessaires à la validation de l'approche proposée.

### 2.3.2 Méthodologie de dépose des plis

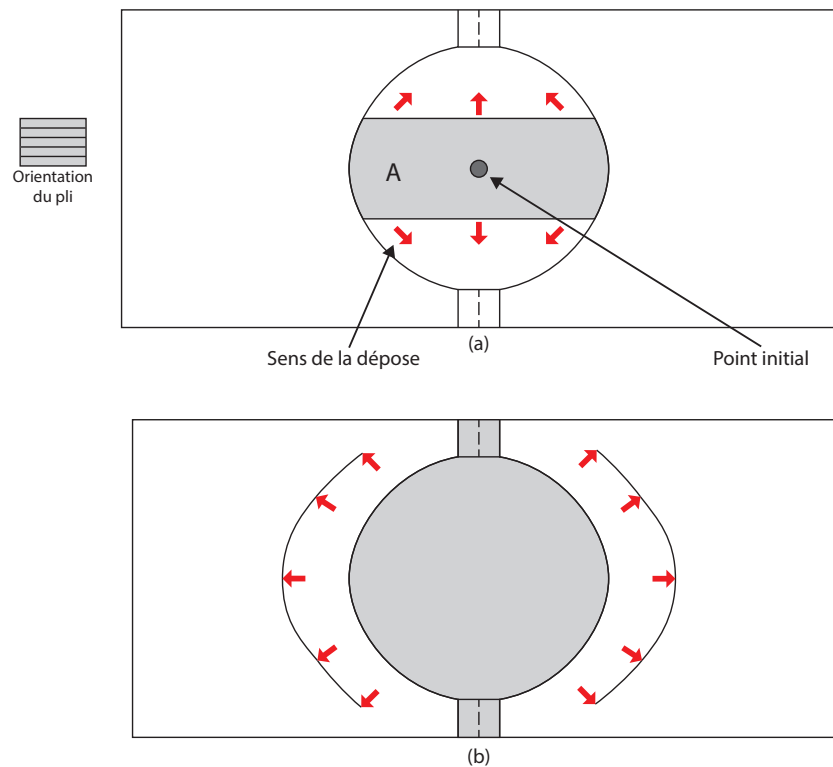
L'étude de la dépose des unidirectionnels passe par l'analyse du positionnement final des fibres, en particulier dans les zones faisant apparaître des plis, et celles faisant apparaître des déchirures.

La première étape consiste à définir un processus de fabrication des éprouvettes qui soit le plus fiable et le plus répétable possible. Pour cela diverses stratégies de dépose des plis ont été mises au point de manière à faire face à chaque configuration (plis à  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  et  $90^\circ$ ). Les stratégies permettant d'obtenir les meilleurs résultats sont ci-dessous.

Dans un second temps, l'analyse de la position des fibres obtenues une fois les plis déposés est réalisée. Dans cette optique, la prise de photographies apparaît comme une solution accessible et efficace. Associées à un traitement informatique d'images adéquat, les photographies permettent de faire apparaître les mèches de fibres et de mesurer des orientations et des écarts.

#### 2.3.2.1 Dépose d'un pli à $0^\circ$

Plusieurs itérations ont été nécessaires afin de mettre au point une méthodologie de fabrication des éprouvettes qui garantisse un minimum de défauts dans les pièces et une bonne répétabilité. La figure 2.17 présente, en vue de dessus, un schéma de l'outillage permettant de fabriquer les éprouvettes de type L raidies.

FIGURE 2.17 – Stratégie « optimale » de dépose de pli à  $0^\circ$ 

Le premier pli unidirectionnel, ici orienté à  $0^\circ$ , est tout d'abord déposé au centre de l'outillage, noté point initial sur la figure 2.17 (a). Il est ensuite pressé manuellement dans la zone A, c'est à dire le long des fibres de la zone de dépose. Une fois que ces premiers torons ont adhéré à l'outillage dans la zone A, les torons voisins sont pressés sur l'outillage comme illustré sur la figure 2.17 (a). Autrement dit, après s'être faite le long des fibres pour les premiers torons posés, la dépose des torons se poursuit dans la direction transversale aux torons. Une attention particulière est portée à l'équilibre des pressions exercées de manière à obtenir une pièce la plus symétrique possible selon les deux plans de symétrie verticaux de la pièce.

Une fois le pli posé dans la zone rayonnée et raidie, la dépose se poursuit pour former les bras de la pièce (zones de gauche et de droite de la figure 2.17 (b)). La stratégie de dépose suit les flèches rouges.

La figure 2.18 présente le résultat d'une dépose de pli à  $0^\circ$  avec cette méthodologie. Des zones de déchirure apparaissent à l'extrémité des bras. Elles s'expliquent simplement par la présence d'une zone de divergence dans le rayon du raidisseur. Juste à côté, il peut être remarqué que deux zones de plissement encadrent la zone de divergence. Elles sont la conséquence de la zone de divergence. En effet, les torons qui ont vu leur orientation changer après la zone de divergence rejoignent les torons du bord de l'éprouvette qui, eux, restent parfaitement droits, étant sur une bande latérale qui forme une zone localement développable. De ce fait des fibres de la zone centrale rejoignent des fibres des zones latérales formant ainsi des plis.

Il est intéressant de noter que la déchirure peut être plus ou moins prononcée en

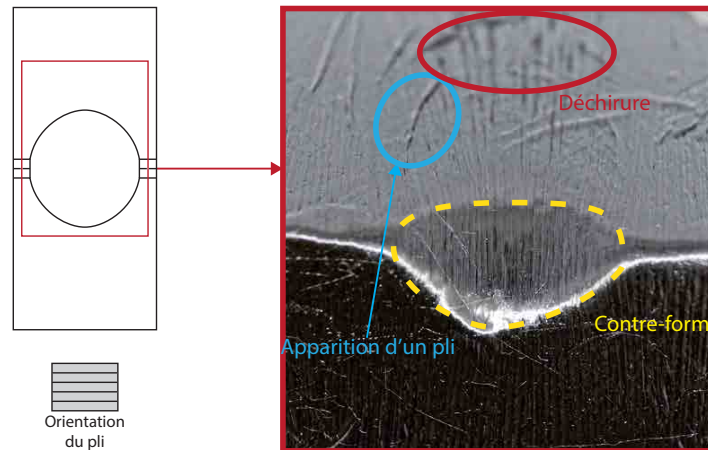


FIGURE 2.18 – Dépose de pli à 0° : résultat

fonction de la largeur du pli déposé. La figure 2.19 présente des essais de dépose pour trois largeurs de préforme : 20, 40 et 60 mm. Le fond blanc cassé correspond à un outillage réalisé en impression 3D, vu de dessus comme sur la figure 2.17.

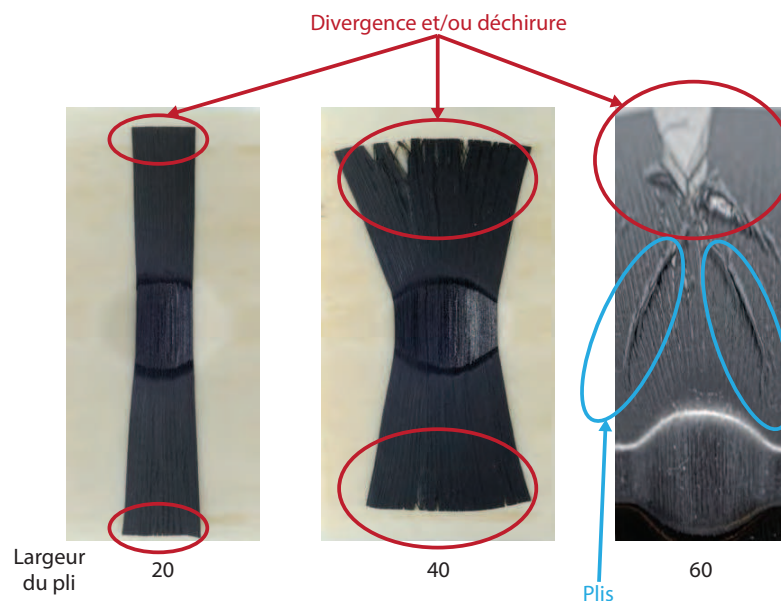


FIGURE 2.19 – Comparaison du résultat de dépose de trois tailles de patch sur forme non développable

Pour la bande de 20 mm de large, la zone de divergence de la zone rayonnée de l'outillage reste assez restreinte. La divergence des torons est clairement visible mais aucun pli ne se forme. La bande de 40 mm de large fait apparaître un divergence très prononcée accompagnée de déchirures en zone centrale, à l'extrémité des bras. À ce stade il est important de remarquer qu'avec 40 mm de large, la bande n'occupe pas toute la largeur de l'outillage. En particulier, il n'y a pas de matière sur les zones latérales localement développables. Dans le cas de la bande de 60 mm de large, bande qui couvre toute la

largeur de l'outillage, le phénomène expliqué précédemment devient flagrant. Des plis prononcés apparaissent à la jonction de la zone centrale divergente et des zones latérales localement développables. Ainsi une géométrie présentant un passage d'une zone non développable vers une zone développable (ou réciproquement) accentue l'apparition de défauts de drapage.

Enfin, empiriquement, il a été constaté lors de la fabrication des pièces, que l'emploi d'un patch plus grand que nécessaire (en longueur comme en largeur) facilite la dépose, les champs de pression appliqués manuellement permettant de repousser les défauts hors de la zone d'intérêt.

### 2.3.2.2 Dépose d'un pli à 90°

Le pli à 90° s'applique en suivant le même type de stratégie que celle décrite en section §2.3.2. Les premiers torons déposés sont les torons situés dans la zone centrale. Ensuite la dépose est propagée de proche en proche perpendiculairement aux torons déjà déposés des deux côtés de l'éprouvette. Dans cette configuration, la principale difficulté est d'éviter l'apparition d'un pli dans les rayons de la contre-forme. Cette problématique est illustrée figure 2.20.

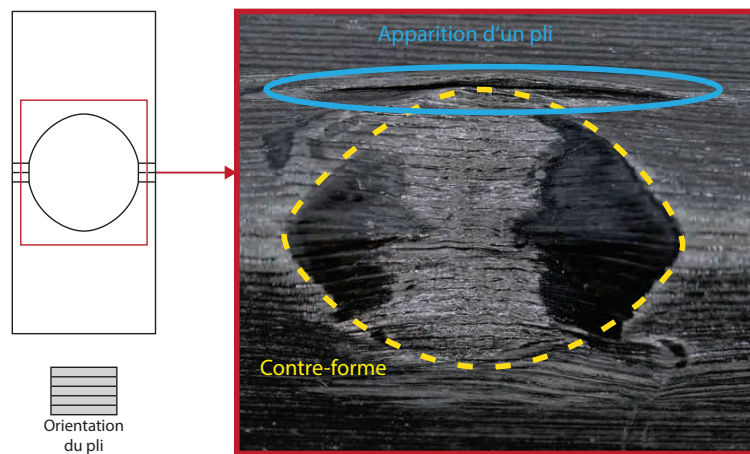


FIGURE 2.20 – Défaut apparaissant lors de la mise en place d'un pli à 90°

Là aussi il peut être remarqué que le défaut apparaît dans une zone de transition : forme localement non développable / forme localement développable.

### 2.3.2.3 Dépose d'un pli à $\pm 45^\circ$

La stratégie de dépose des plis orientés à  $\pm 45^\circ$  diffère des deux précédentes. Le démarrage est cependant identique : dépose du point initial central sur l'outillage. Par contre, contrairement à ce qui est fait pour les plis orientés à 0 et à 90°, les meilleurs résultats sont obtenus lorsque, dans la zone rayonnée, la dépose des plis orientés à  $\pm 45^\circ$  se fait perpendiculairement aux torons et non pas parallèlement. La figure 2.21 (a) présente la trajectoire de dépose sous la forme de flèches rouges.

Une fois les bords de la contre-forme atteints, l'application du pli sur l'outillage se poursuit en suivant la direction des torons comme illustré sur la figure 2.21 (b). Les

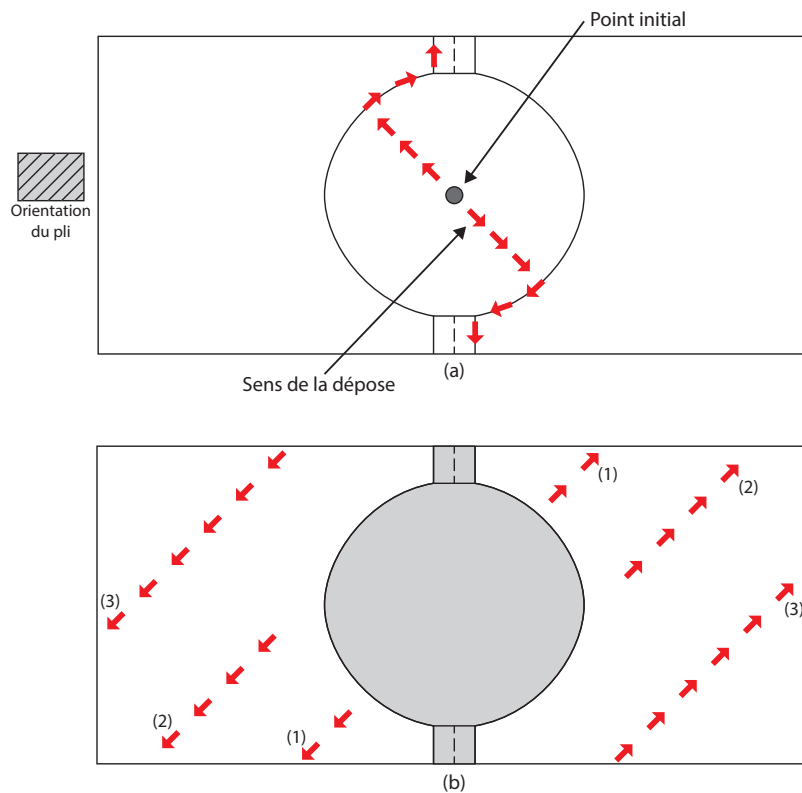


FIGURE 2.21 – Stratégie « optimale » de dépose de pli à  $\pm 45^\circ$

torons situés dans les zones (1), (2) et (3), zones des bras de l'éprouvette, sont déposés successivement pour minimiser les défauts.

Dans cette configuration, un pli apparaît naturellement dans les zones où les fibres passent d'une zone localement développable à une zone localement non développable. Ce phénomène est présenté dans la figure 2.22. Il affecte donc encore une fois les zones de

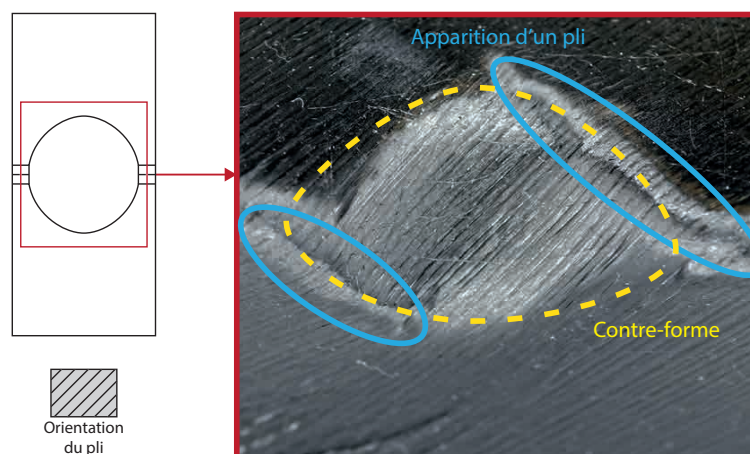


FIGURE 2.22 – Défaut apparaissant lors de la mise en place d'un pli à  $\pm 45^\circ$

transition entre le raidisseur central et les bras plans.

#### 2.3.2.4 Bilan et remarques sur la dépose des plis

Les nombreuses itérations qui ont abouti à la méthodologie de fabrication proposée ci-dessus ont mis en évidence que, lors de l'application d'un pli unidirectionnel sur un moule non développable, l'orientation des fibres, la raideur des torons et de la matrice, influent fortement sur le résultat final. Afin d'éviter l'apparition de défauts, il est essentiel de bien calibrer la taille du patch à appliquer, de bien choisir le point de dépose initial et d'optimiser les trajectoires d'application des plis sur l'outillage. Ainsi, comme chaque orientation de pli fait apparaître des défauts qui lui sont propres, aussi bien par leur nature que par leur localisation, il a été nécessaire de développer une stratégie de dépose pour chaque configuration.

Enfin il est absolument indispensable de réaliser des étapes de compaction sous poche à vide tous les deux plis pour garantir une bonne santé matière.

### 2.3.3 Méthodologie de mesure de la position des torons

Pour obtenir une cartographie de la position et de l'orientation des torons de fibres après dépose d'un pli, un dispositif expérimental spécifique a été développé (figure 2.23). Ce dernier utilise un appareil photo numérique (APN), mis en place sur un trépied, ainsi qu'un repère en plastique collé sur une table afin de permettre un positionnement identique du moule pour chaque photographie. L'outillage drapé est disposé selon deux configurations. Dans la première (a) il est orienté de manière à amener un bras face à l'objectif et dans la seconde (b) il est orienté de manière à permettre de prendre une photographie en vue de dessus oblique.

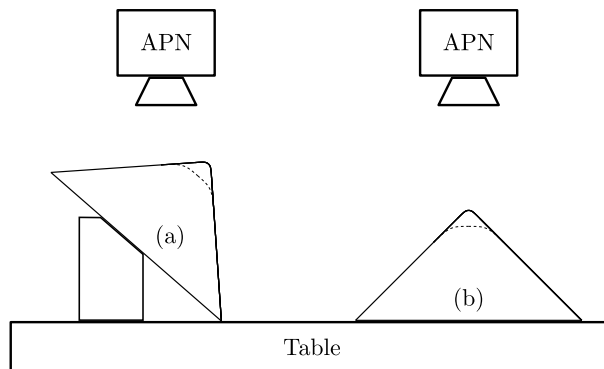


FIGURE 2.23 – Points de vue et angles de prises de vues pour la comparaison pli déposé / fibres générées numériquement

À chaque pli déposé, une photo de face de chaque bras est prise. Le moule est ensuite incliné afin de prendre une photographie en vue de dessus de la contre-forme. Les photographies ainsi obtenues sont référencées par leur position dans la séquence d'empilement et l'orientation du pli. Elles sont finalement comparées visuellement au modèle numérique. Cette démarche est explicitée dans la partie 2.3.4.

Parallèlement à cette approche pragmatique, une autre approche, basée sur la reconstruction numérique tridimensionnelle de la pièce drapée, est en cours de développement.

Elle repose sur l'utilisation d'un système d'acquisition stéréoscopique (figure 2.24) qui, couplé au logiciel d'analyse d'images VIC 3D, permet d'obtenir un modèle numérique de la forme en trois dimensions.

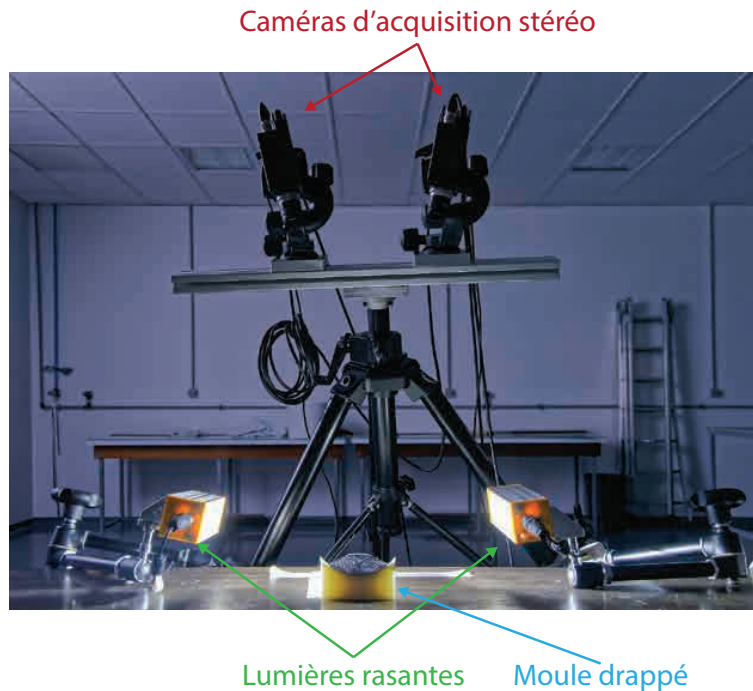


FIGURE 2.24 – Montage de stéréo-corrélation pour l'identification des positions de fibres

Un exemple de surface obtenue avec ce processus est fourni sur la figure 2.25. Le couplage entre ces surfaces tridimensionnelles reconstruites et les photos mettant en évidence les torons de fibres doit permettre, à terme, de déterminer expérimentalement l'orientation des torons dans l'espace 3D. L'idée est donc d'associer l'information relative à l'orientation des fibres issue de l'analyse de texture des photos (bidimensionnelles) avec l'information de topologie issue de la reconstruction numérique (tridimensionnelle). L'orientation spatiale des torons ainsi obtenue pourra ensuite être comparée aux orientations prédites par l'algorithme de modélisation développé.

### 2.3.4 Identification inverse des paramètres de l'algorithme de génération des torons de fibres

L'algorithme de génération des torons de fibres de la pièce par le modèle adaptatif a été présenté en partie §2.2.3. Les méthodologies de dépose des plis sur outillage et de mesure des orientations de torons l'ont été en parties §2.3.2 et 2.3.3. Cette partie s'intéresse à l'identification des paramètres de l'algorithme proposé afin de représenter au mieux les orientations relevées sur pièce réelle.

#### 2.3.4.1 Objectif et méthodologie

L'objectif de cette partie est de déterminer les paramètres de l'algorithme adaptatif qui permettent de représenter au mieux les fibres telles qu'elles sont observées au fil de la



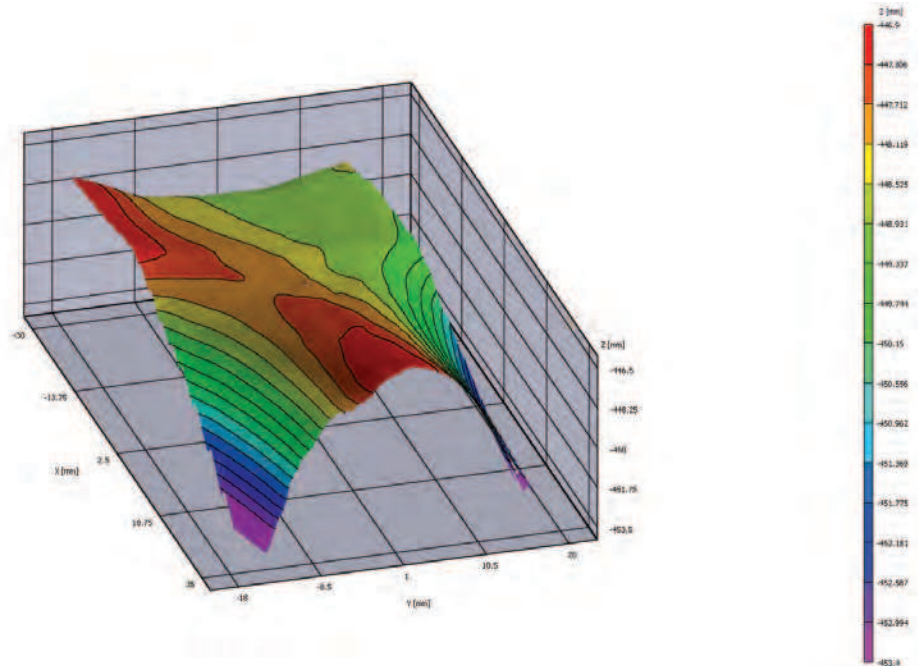


FIGURE 2.25 – Reconstruction de la surface définie par le pli

stratification. Ces paramètres sont au nombre de trois : le pas de discrétisation d'une fibre  $l$ , le pas transversal (inter fibres)  $t$  et le paramètre de pondération  $\theta$  qui permet d'éviter le phénomène de recouvrement fibres.

Le pas transversal est pris égal à la largeur des torons soit  $t = 1$  mm. Ce choix est réalisé sur la base des observations faites au chapitre (3). Le pas transversal sert de longueur caractéristique au modèle semi-continu pour les plis unidirectionnels au même titre que ce qui est fait dans les travaux de [Pascal, 2016] pour les tissus.

Le pas longitudinal est arbitrairement pris égal au pas transversal, c'est-à-dire  $t = 1$  mm. Ce choix est fait de manière à faciliter le maillage de la résine située entre les fibres. En effet, avec  $t = l$ , deux nœuds d'un toron en vis à vis avec deux nœuds du toron voisin forment un quadrilatère géométriquement proche du carré. Il est ainsi relativement aisé de mailler l'inter-fibres avec des éléments respectant les critères de forme usuels en méthode des éléments finis.

La paramètre de pondération  $\theta$  évolue entre 0 et 1. Pour  $\theta = 0$ , le modèle adaptatif donne les mêmes résultats que le modèle géodésique, avec un risque de recouvrement. Pour  $\theta = 1$ , l'algorithme assure le parallélisme des torons de proche en proche : le deuxième toron généré est parallèle au premier, le troisième au second et ainsi de suite. C'est ce paramètre qui fait l'objet d'une étape d'identification inverse manuelle par comparaison photos/modèle.

L'identification est réalisée en comparant les photos prises après drapage d'un pli sur l'outillage de type L-raidi et les fibres obtenues numériquement avec l'algorithme développé pour cinq valeurs de  $\theta$  : 0 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75 et 1 (voir figures 2.26, 2.27 et 2.28). Pour plus de clarté, quelques torons réels sont mis en évidence en étant surlignés de gris clair. Les fibres obtenues numériquement apparaissent en blanc. Les angles de visualisation des logiciels de visualisation des fibres générées (Abaqus, Paraview et un

outil de visualisation développé en interne) sont ajustés de manière à coller au mieux aux angles de prise de vue des photos.

Deux photos sont présentées pour chaque valeur du paramètre  $\theta$ . Elles sont prises conformément à ce qui est présenté dans la figure 2.23.

L'approche visuelle utilisée, malgré sa simplicité, offre la possibilité d'effectuer la comparaison sur tout le domaine représenté. Même si elle est essentiellement qualitative à ce stade des travaux<sup>1</sup>, elle permet de choisir, parmi les valeurs des paramètres de l'algorithme de génération de torons proposé, les plus adaptées à fournir une estimation acceptable des orientations réelles.

### 2.3.4.2 Résultats obtenus

La figure 2.26 présente les résultats obtenus pour la dépose d'un pli orienté à  $0^\circ$  (ligne supérieure en vue de dessus et ligne inférieure en vue longitudinale). Les spécificités de

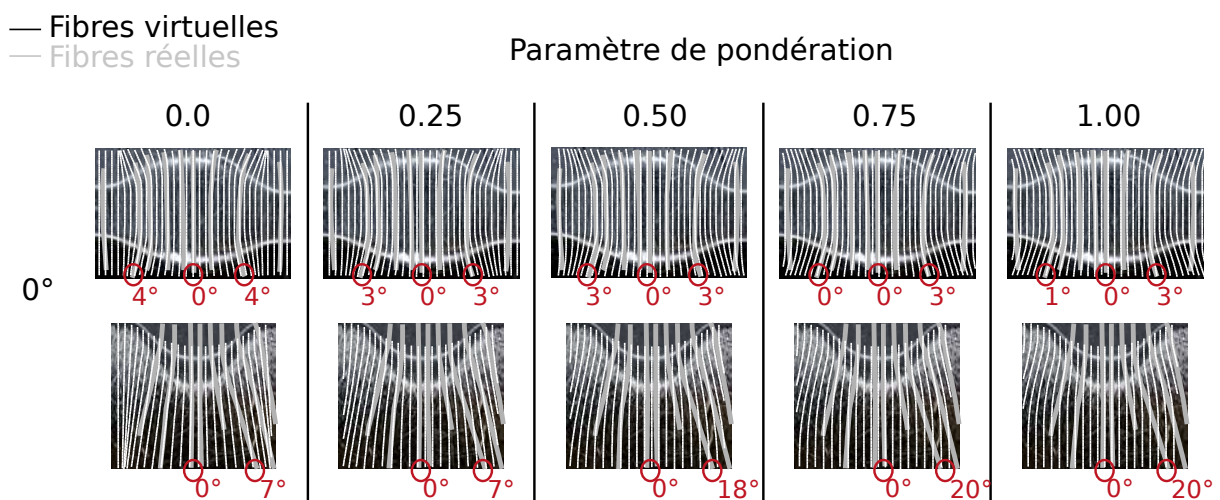


FIGURE 2.26 – Comparaison photo de drapage / génération numérique de fibres pour pli à  $0^\circ$  sur éprouvette L-raïdie

l'approche géodésique,  $\theta = 0$ , sont clairement visibles sur l'image de la figure 2.26 (0.0) : les fibres se recouvrent très rapidement dans les bras, après le franchissement du rayon divergent de la zone centrale. De la même manière, la figure 2.26 (1.00) montre qu'avec  $\theta = 1$  les fibres restent bien parallèles. Ces deux configurations ne sont pas capable de représenter les orientations de fibres relevées expérimentalement.

Les trois autres valeurs de  $\theta$  (0,25 ; 0,50 et 0,75) sont des barycentres des deux configurations précédentes. Elles permettent de mieux représenter les changements d'orientation des fibres sur la surface complexe. L'analyse visuelle des figures 2.26 (0,25 ; 0,50 et 0,75) montre que le cas  $\theta = 0,5$  donne la meilleure approximation de l'orientation des fibres.

Les figures 2.27 et 2.28 présentent des images analogues pour la dépose de plis à respectivement  $45^\circ$  et  $90^\circ$ .

Les mêmes remarques que pour le pli à  $0^\circ$  peuvent être faites. Les configurations  $\theta = 0$  et  $\theta = 1$  sont incapables de représenter les orientations des torons observées en pratique

1. La procédure de reconstruction 3D avec placage de texture est encore en cours de développement

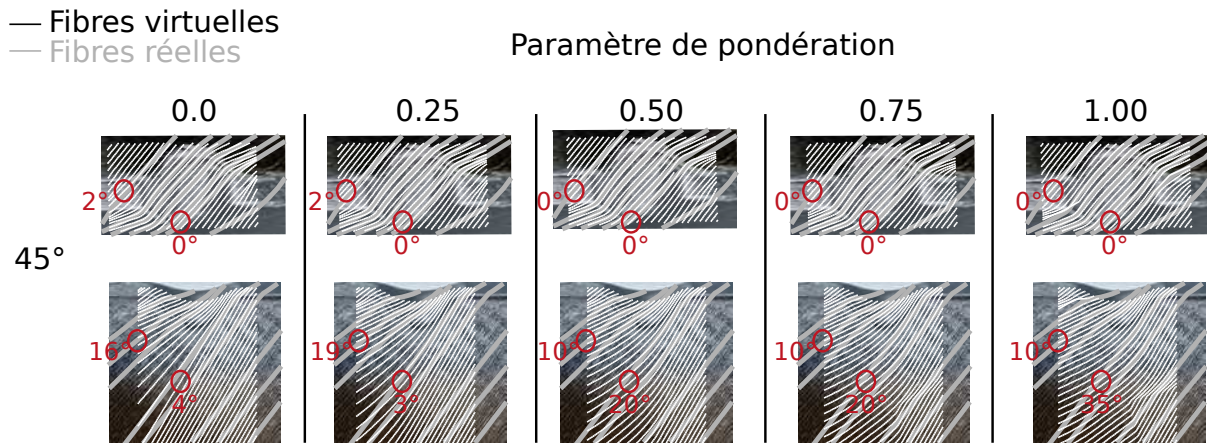


FIGURE 2.27 – Comparaison photo de drapage / génération numérique de fibres pour pli à 45° sur éprouvette L-raïdie

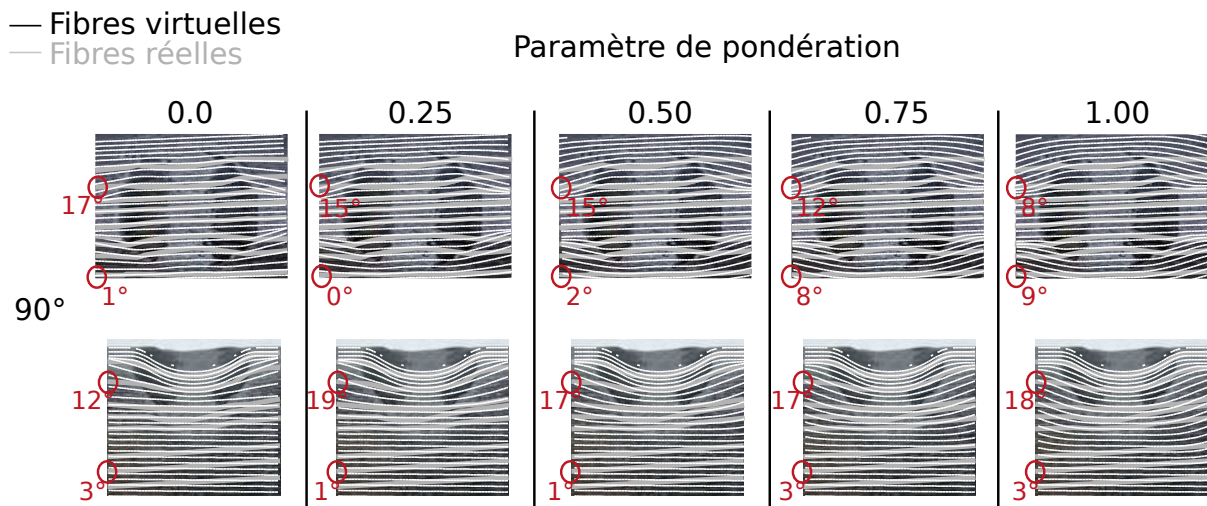


FIGURE 2.28 – Comparaison photo de drapage / génération numérique de fibres pour pli à 90° sur éprouvette L-raïdie

et les configurations  $\theta = 0, 25 ; 0,5$  et  $0,75$  permettent de s'en approcher. Pour ces deux orientations de plis, la configuration  $\theta = 0,5$  donne une approximation satisfaisante.

La procédure d'identification inverse proposée a permis de choisir une valeur pour le paramètre de pondération  $\theta$  de l'algorithme de génération des torons de fibres. Parmi les cinq valeurs testées,  $\theta = 0,5$  a fourni la meilleure approximation des orientations de toron observées expérimentalement. Les pas transversal  $t$  et longitudinal  $l$  ont quant à eux été pris arbitrairement égaux à 1 mm, taille caractéristique du toron qui servira à la construction du modèle semi-continu.

Il peut être noté que dans sa forme géodésique ( $\theta = 0$ ) l'algorithme proposé permet de mettre en évidence les problèmes de drapabilité qui seront rencontrés en fabrication. À terme, une investigation sur le lien probable entre le paramètre  $\theta$  et les courbures locales de la surface devra être menée pour affiner la stratégie de génération de modèle.

## 2.4 Bilan

Une étude préliminaire a mis en évidence les problèmes qui peuvent survenir lors de l'utilisation de composites unidirectionnels dans la fabrication de stratifiés aux formes gauches. En effet, lors de l'application de l'unidirectionnel pré-imprégné, des plis ou des déchirures peuvent apparaître.

À partir de ces observations, deux algorithmes basés sur des critères géométriques ont été développés afin de modéliser efficacement le positionnement des fibres sur des pièces contruites à partir de surfaces non développables. Les deux modèles proposés présentent des avantages et des inconvénients qui leur sont propres et qui sont discutés aux sections §2.2.2.3 et §2.2.3.3. Il est important de mentionner également que les deux modèles sont sensibles au point de départ. En effet, quel que soit le modèle utilisé, le choix d'un point de départ différent pourra entraîner des résultats significativement différents. Cela peut être vu comme un avantage dans le sens où ce comportement de l'algorithme est plus représentatif de la réalité, notamment dans le cadre d'un drapage à la main. Mais cela peut également être considéré comme un inconvénient dans le sens où le point de départ constitue de ce fait une variable supplémentaire qui peut s'avérer difficile à maîtriser selon le processus de fabrication considéré. En tout état de cause, il apparaît clairement que quel que soit le type de modélisation envisagé, il ne peut pas s'affranchir totalement du processus de fabrication sous-jacent.

Chacun des deux algorithmes développés répond à une problématique particulière. En effet, le modèle géodésique permet de mettre en évidence les zones où des déchirures ou des plis risquent d'apparaître lors du drapage, tandis que le modèle adaptatif fournit une représentation spatiale des torons compatible avec une discrétisation du pli en élément finis semi-continus, tout en restant aussi proche de la réalité que possible grâce à l'introduction du paramètre de pondération  $\theta$ .

Afin de valider ce modèle, différentes méthodologies de dépose des plis, selon leur orientation, ont été développées afin de diminuer autant que faire se peut l'apparition de plis et de déchirures dans les zones critiques. Ces méthodologies ont pu être utilisées, en particulier par le modèle adaptatif, pour définir un « chemin » correspondant aux points de départs des nouveaux torons générés par l'algorithme.

De plus, en utilisant les pièces réelles ainsi drapées, une procédure d'identification inverse du paramètre de pondération a pu être proposée. Basée sur une comparaison visuelle entre modèle numérique et drapage expérimental, cette procédure permet de déterminer le paramètre de pondération  $\theta$  le mieux adapté pour une surface et une orientation données.



---

# Modélisation numérique du dépliage de cornières

---

## Résumé

*Cette troisième partie est consacrée à la mise en place de la modélisation éléments finis des problématiques de dépliage de cornières composites présentées dans les travaux préliminaires du chapitre 1. Deux modèles sont développés. Le premier est basé sur une approche continue à l'échelle mésoscopique le second sur une approche semi-continue avec séparation explicite des renforts et de la matrice. Après identification des paramètres des modèles (maillages, caractéristiques matériaux, solveurs), les modèles sont comparés aux résultats expérimentaux obtenus.*

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>72</b>
<b>3.2</b>	<b>Approche continue</b>	<b>72</b>
3.2.1	Principe de modélisation	72
3.2.2	Lois matériaux	73
<b>3.3</b>	<b>Modèle semi-continu</b>	<b>76</b>
3.3.1	Génération du modèle	76
3.3.2	Lois et données matériaux	79
3.3.3	Identification des propriétés du pli	80
3.3.4	Caractérisation de l'interface	83
<b>3.4</b>	<b>Dépliage de cornière, comparaison expérimental numérique</b>	<b>91</b>
3.4.1	Présentation des modèles	91
3.4.2	Résultats	92
<b>3.5</b>	<b>Bilan</b>	<b>99</b>

---

## 3.1 Introduction

L'algorithme développé dans le chapitre 2 permet de représenter, sous forme discrète, les mèches de fibres de chaque pli d'une pièce de forme complexe. En chaque nœud des fibres discrétisées, le vecteur normal à la surface, les vecteurs tangentiel et transverse à la fibre sont définis.

À partir de ces données, deux stratégies de modélisation sont développées. La première est une approche continue à l'échelle mésoscopique reposant sur l'homogénéisation du pli : renfort et matrice. La seconde, appelée semi-continue, repose sur une séparation des fibres et de la résine.

## 3.2 Approche continue

### 3.2.1 Principe de modélisation

L'approche continue proposée se base sur l'utilisation d'éléments volumes 3D orientés pour modéliser chacun des plis et d'éléments cohésifs d'épaisseur nulle afin de modéliser les interfaces inter-laminaires. Les éléments 3D sont des éléments à 8 nœuds et à intégration complète (type C3D8 Abaqus). Les éléments cohésifs sont des éléments à 8 nœuds et à intégration réduite (COH3D8 Abaqus).

Le maillage est obtenu par extrusion d'un maillage 2D paramétré de la surface inférieure de la pièce. Pour des raisons de similitude avec l'approche semi-continue, la taille de maille initiale est prise égale à  $1 \times 1$  mm en membrane et de 0,18 mm en épaisseur. Ces éléments sont donc à la limite des tolérances généralement admises en terme d'aspect ratio. De plus, l'extrusion conduisant à une augmentation de la taille des éléments dans les zones rayonnées, cette croissance n'est pas sans conséquence sur le comportement du modèle. En suivant cette stratégie, le maillage de la cornière LR5C1 (section 1.5) est constitué de 110000 éléments 3D et 105000 éléments cohésifs pour une largeur d'éprouvette de 20 mm.

Dans Abaqus, l'orientation des éléments est définie par des repères matériaux affectés aux formes issues de la CAO. Cela impose un traitement par morceau de surfaces ou de domaines élémentaires lorsque la géométrie de la pièce est complexe. Dans l'objectif d'être en mesure de représenter l'orientation des fibres pour des cornières de formes complexes, l'algorithme développé et présenté dans le chapitre 2 a été adapté pour générer des repères matériaux élémentaires.

Le processus est illustré dans la figure 3.1. Un vecteur directeur de l'orientation des mèches de fibres, vecteur  $\mathbf{l}$ , est tout d'abord défini dans un élément (élément parent). Le vecteur transverse est alors construit par produit vectoriel avec la normale  $\mathbf{n}$  de l'élément :  $\mathbf{t} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{l}$ . Une fois ce premier repère d'orthotropie construit, il est propagé de proche en proche aux éléments voisins (éléments enfants). Pour cela, la rotation qui permet de passer de la normale de l'élément parent  $\mathbf{n}$  à la normale d'un élément enfant  $\mathbf{n}_e$  est tout d'abord identifiée :  $R : \mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n}_e$ . Elle est ensuite appliquée à l'ensemble du repère, c'est à dire aux vecteurs  $\mathbf{l}$  et  $\mathbf{t}$  pour déterminer  $\mathbf{l}_e$  et  $\mathbf{t}_e$ . La procédure est répétée pour chaque enfant jusqu'à ce que tous les éléments du modèles aient été traités.

D'un point de vue pratique, pour éviter des fichiers d'entrée trop volumineux, tous les éléments ayant un repère identique à un angle solide près, se voient affecter le même repère. Cela permet de diminuer fortement le nombre de repères à définir, chaque repère défini étant unique.

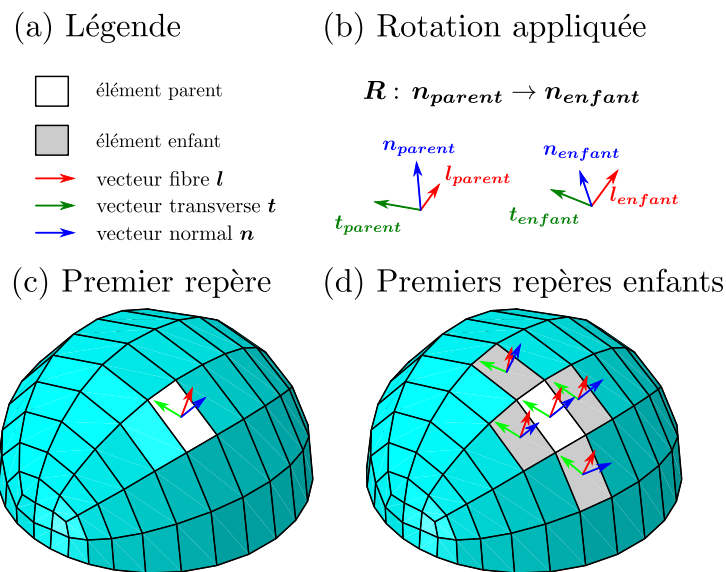


FIGURE 3.1 – Stratégie de construction des repères d’orthotropie dans les éléments 3D des plis

## 3.2.2 Lois matériaux

### 3.2.2.1 Éléments volumes

Le comportement mécanique des éléments 3D constitutifs du pli est supposé élastique linéaire orthotrope. Ainsi, le choix est fait de ne pas représenter les comportements non linéaires du pli tels que la pseudo-plasticité à  $45^\circ$ , la rupture de fibres ou encore la fissuration intra-laminaire. Ce choix rejoint celui fait par les différentes études réalisées auparavant ([Gozluklu et al., 2015], [Charrier et al., 2016], [Nguyen et al., 2018]). La loi matériau est donc décrite par les coefficients d’élasticité :

- $E_l, E_t, E_n$  respectivement les modules d’élasticité dans les directions  $\mathbf{l}, \mathbf{n}, \mathbf{t}$  ;
- $G_{lt}$  le module de cisaillement plan ;
- $G_{nl}, G_{nt}$  respectivement les modules de cisaillement hors plan longitudinal et transversal ;
- $\nu_{lt}, \nu_{tl}, \nu_{nl}$  les coefficients de Poisson.

Les valeurs utilisées sont regroupées dans le tableau 3.1.

Propriété	Symbole	Unité	Valeur
Module longitudinal	$E_l$	GPa	130
Module transversal	$E_t = E_n$	GPa	9,4
Module de cisaillement	$G_{lt} = G_{nl}$	GPa	4,65
Module de cisaillement	$G_{nt}$	GPa	0,4
Coefficient de Poisson	$\nu_{lt} = \nu_{nl} = \nu_{nt}$	-	0,3

TABLEAU 3.1 – Propriétés du comportement mécanique du pli composite



### 3.2.2.2 Éléments cohésifs

Afin de modéliser le délaminage, les éléments cohésifs 3D COH3D8 ont été choisis. Cette approche basée sur la mécanique de la rupture associe un comportement élastique et une loi d'endommagement. Elle permet d'exprimer les contraintes en fonction des sauts de déplacement par la relation 3.1

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn} \\ \tau_{nl} \\ \tau_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn}(1-d) & 0 & 0 \\ 0 & K_{nl}(1-d) & 0 \\ 0 & 0 & K_{nt}(1-d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{nn} \\ \delta_{nl} \\ \delta_{nt} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

où  $\sigma_{nn}$ ,  $\tau_{nl}$  et  $\tau_{nt}$  représentent les contraintes normale et tangentielle hors plan de l'interface;  $K_{nn}$ ,  $K_{nl}$  et  $K_{nt}$  les raideurs linéiques associées de l'interface,  $d$  la variable interne représentant le niveau de dommage et enfin,  $\delta_{nn}$ ,  $\delta_{nl}$  et  $\delta_{nt}$  les sauts de déplacement. Les raideurs linéiques de l'élément cohésif sont déterminées en prenant le ratio du module d'élasticité normal hors plan du matériau du pli utilisé par l'épaisseur fictive  $e_c$  de l'interface. Cette dernière est généralement prise égale à un dixième de l'épaisseur du pli ([Daudeville et al., 1995]), soit 0,018 mm ici. Ainsi,  $K_{nn} = K_{nl} = K_{nt} = \frac{E_t}{e_c}$ . Les raideurs obtenues sont donc significativement plus élevées que celles des plis. La variable d'endommagement  $d$  évolue entre 0 et 1. Lorsque  $d = 1$ , l'élément est totalement endommagé et sa raideur est nulle, il est alors supprimé.

Une réponse typique contrainte saut de déplacement d'un élément cohésif est présentée dans la figure 3.2. Une première partie élastique linéaire est suivie d'une zone adoucissante correspondant à la ruine de l'interface. Le dommage est initié au pic de contrainte. Afin de prendre en compte des chargements multi-axiaux, un critère d'initiation quadratique en contraintes tel que celui proposé par [John C. Brewer and Paul A. Lagace, 1988] est employé. Il est présenté dans l'équation 3.2

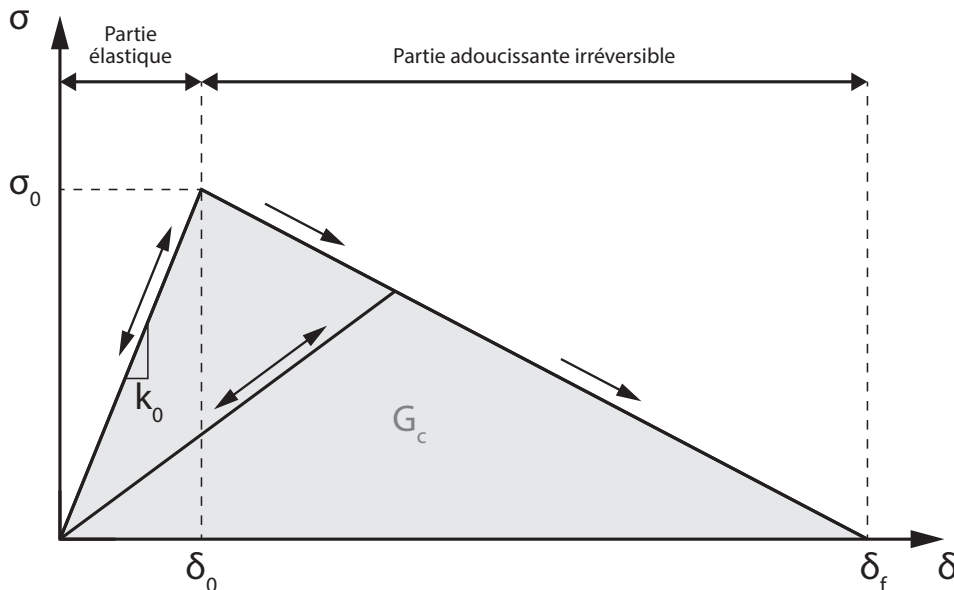


FIGURE 3.2 – Illustration d'une loi cohésive bilinéaire

$$S = \left( \frac{\sigma_{nn}}{\sigma_{nn,0}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{nl}}{\tau_{nl,0}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{nt}}{\tau_{nt,0}} \right)^2 = 1 \quad (3.2)$$

où  $\sigma_{nn,0}$ ,  $\tau_{nl,0}$  et  $\tau_{nt,0}$  sont les seuils de contraintes d'initiation.

Pour contrôler l'évolution du dommage sous des chargement combinés de traction normale et de cisaillements hors plan, un saut de déplacement équivalent moyen est introduit ([P. P. Camanho et al., 2003]) :

$$\delta_m = \sqrt{\langle \delta_{nn} \rangle^2 + \delta_{nl}^2 + \delta_{nt}^2} \quad (3.3)$$

où le  $\langle x \rangle$  représente la partie positive de  $x$  et prévient tout endommagement en compression hors plan.

Une fois l'endommagement initié, il se propage suivant une loi linéaire en fonction du déplacement équivalent moyen via la relation

$$d = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{max} - \delta_m^0)}{\delta_m^{max} (\delta_m^f - \delta_m^0)} \quad (3.4)$$

où  $\delta_m^{max}$  réfère au saut de déplacement équivalent moyen maximum vu par l'interface au cours du temps,  $\delta_m^0$  au saut de déplacement à initiation du dommage et  $\delta_m^f$  au saut de déplacement à rupture.

Il est possible, pour chaque mode de sollicitation, d'exprimer les sauts de déplacement d'initiation du dommage et de rupture en fonction des seuils d'initiation en contrainte, des raideurs et des taux de restitution d'énergie critique grâce aux relations suivantes :

$$\begin{cases} \delta_{in}^0 = \frac{\sigma^{in,0}}{K_{in}} \\ \delta_{in}^f = \frac{2G_{in,c}}{\sigma_{in,0}} \end{cases} \quad (3.5)$$

avec  $i = l, t$  ou  $n$  et  $G_{in,c}$  les taux de restitution d'énergie critique.

Le critère de ruine développé par [M. L. Benzeggagh, 1991] (équation 3.6) est utilisé dans le modèle pour gérer la mixité des modes de ruine

$$\begin{cases} G_c = G_{I,c} + (G_{II,c} - G_{I,c}) + \left( \frac{G_S}{G_T} \right)^\eta \\ G_S = G_{II,l} + G_{II,t} \end{cases} \quad G_T = G_I + G_S \quad (3.6)$$

où :

- $G_{I,c}$  et  $G_{II,c}$  sont les taux de restitution d'énergie critique pour les modes I et II ;
- $G_I$ ,  $G_{II,l}$  et  $G_{II,t}$  sont les taux de restitution d'énergie dus au chargement ;
- $\eta$  est un coefficient matériau déterminé par identification inverse.

## 3.3 Modèle semi-continu

### 3.3.1 Génération du modèle

#### 3.3.1.1 Principe et échelle élémentaire

Le principe du modèle semi-continu consiste à réaliser une séparation explicite des différents composants du stratifié : torons de fibres, résine et interfaces. L'idée est de séparer les mécanismes de ruine imputables à chaque constituant de manière à être en mesure de prédire finement la ruine des structures sans pour autant passer par une échelle microscopique. Ce modèle a été initialement développé par [Navarro, 2010] pour modéliser des plaques stratifiées de plis tissés soumises à l'impact. La mise en œuvre du modèle repose sur l'introduction d'une échelle élémentaire,  $a$ , liée au matériau composite. Pour les composites tissés elle correspond à la dimension d'une maille de tissage, c'est à dire à l'entraxe entre deux fils de trame dans une direction et à l'entraxe entre deux fils de chaîne dans l'autre direction. Pour les unidirectionnels, elle est prise égale à l'entraxe entre deux torons. Une illustration de ces deux échelles est donnée dans la figure 3.3.

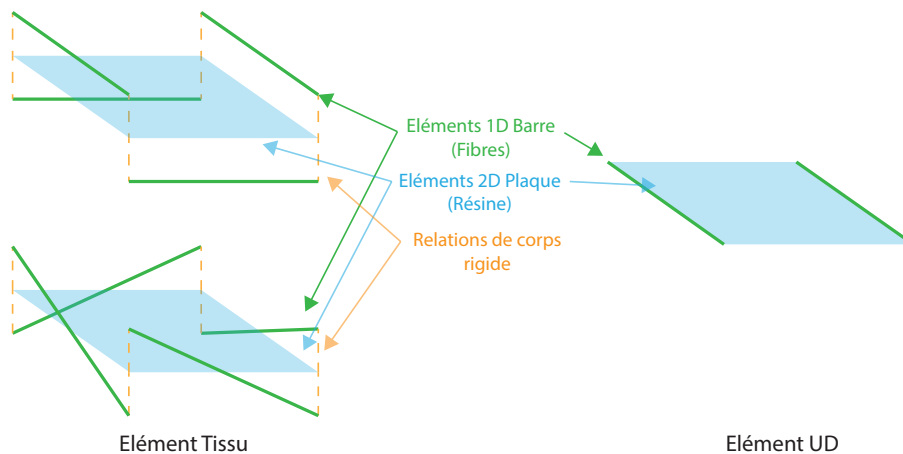


FIGURE 3.3 – Échelles de construction du modèle semi-continu. (a) Tissu (b) Unidirectionnel

Pour le matériau utilisé dans ces travaux de thèse (Hexcel AS4/8552), l'entraxe moyen relevé entre deux torons de fibres est  $e_m = 1$  mm. Il est utilisé comme pas transversal  $t$  de l'algorithme de positionnement des fibres sur surface complexe qui sert de base à la construction du maillage de la pièce à étudier.

#### 3.3.1.2 Génération du maillage

Le choix des éléments constitutifs du maillage découle directement du principe de construction du modèle semi-continu.

Ainsi les torons de fibres sont représentés par des éléments barres à deux nœuds (T3D2 dans Abaqus). Ces éléments travaillant uniquement en traction / compression, ce choix revient à négliger la rigidité de flexion des torons de fibres. Cette hypothèse se justifie

bien dans le cas des stratifiés épais où l'aspect structure (écartement des plis par rapport à la surface neutre de la pièce stratifiée) est prépondérant sur l'aspect matériau.

La résine est modélisée par des éléments 2D plaques à 3 ou 4 nœuds et intégration complète (S3/S4 dans Abaqus). En membrane les éléments plaques représentent le comportement de la résine exclusivement dans la direction longitudinale des fibres et le comportement fibres et résine homogénéisé dans la direction transversale. En flexion, les plaques modélisent le pli homogénéisé.

Les plis sont séparés par des interfaces qui sont prises en compte au moyen d'éléments cohésifs tridimensionnels à 6 ou 8 nœuds (COH3D6/COH3D8 dans Abaqus). Ces éléments, formulés en saut de déplacement permettent de transmettre les efforts d'un pli à l'autre et d'introduire le phénomène de délaminage dans la modélisation.

Cette décomposition des contributions est présentée dans la figure 3.4.

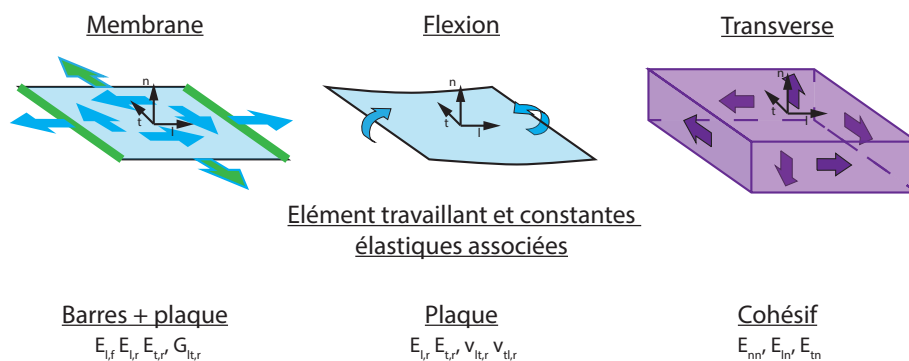


FIGURE 3.4 – Décomposition des sollicitations des éléments constitutifs du modèle

La procédure de génération du maillage d'une pièce stratifiée repose sur plusieurs étapes.

Dans un premier temps, l'algorithme de positionnement de fibres présenté dans le chapitre 2 est utilisé pour générer les mèches de fibres de chacun des plis de forme complexe. Dans cette étape, le pas longitudinal de discrétisation des fibres,  $l$ , est pris égal au pas transversal  $t$  soit 1 mm.

Une fois tous les éléments barre définis, les fibres sont appairées de manière à construire les éléments plaque représentant la résine inter-mèche. Un critère de qualité basé sur les rapports de longueurs des arrêtes et sur la distorsion angulaire des éléments obtenus est utilisé pour les valider ou les invalider. Si un élément est considéré comme impropre, il est alors remplacé par un élément triangle de meilleure qualité. Comme représenté sur l'illustration 3.5, un élément triangle est également créé en bout de toron lorsque le nombre de nœuds d'une fibre ne correspond pas au nombre de nœuds de sa fibre « sœur ».

Cette triangulation deux à deux permet d'assurer qu'il n'y ait aucun élément plaque (pour la résine) traversant une fibre. Il est à noter qu'il peut exister des cas particuliers sur la frontière du domaine. Les fibres étant maillées à pas constant, il peut arriver que deux nœuds soient très proches en bord de domaine (le dernier pas découlant de la frontière) ou que

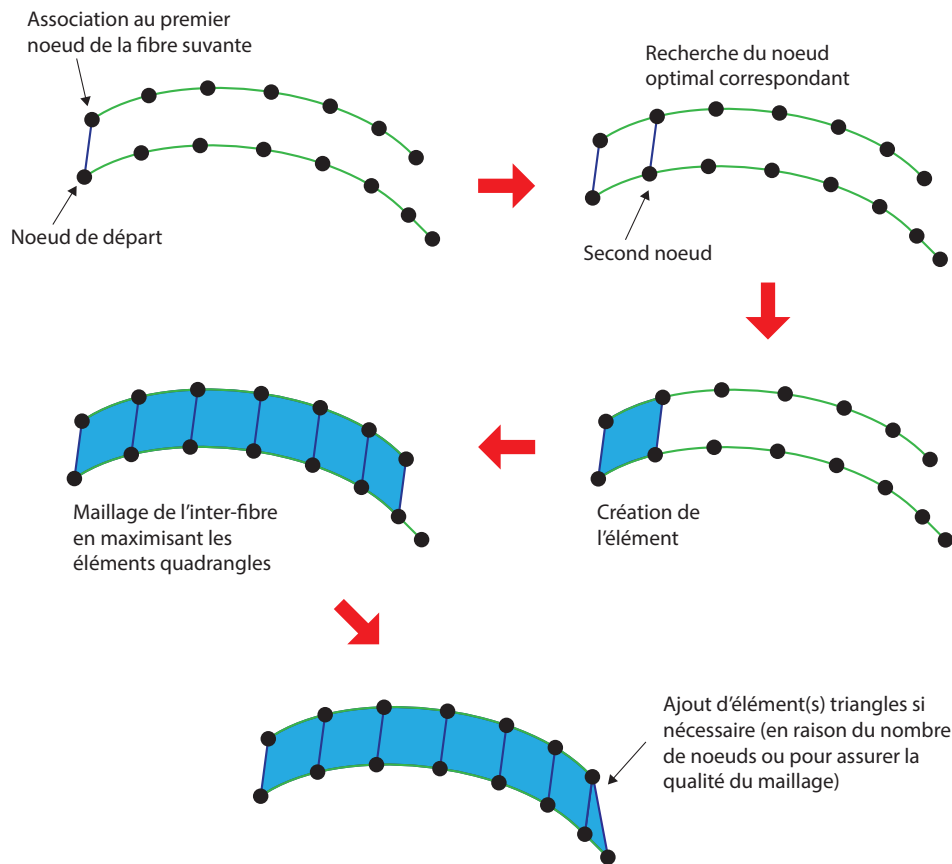


FIGURE 3.5 – Création des éléments du plis à partir du réseau de fibres

le nombre de nœuds de deux fibres adjacentes diffère suffisamment pour ne pas permettre de créer les éléments plaques jusqu'au bord du domaine. Les bords du domaine sont alors traités avec des stratégies spécifiques.

Dans une troisième étape, les nœuds des éléments plaques sont extrudés suivant la normale locale à la surface du pli supérieur vers le pli inférieur de façon à générer les éléments cohésifs représentatifs de l'interface. Étant donné que les maillages des plis sont issus directement du programme de génération des fibres, aucune concordance nodale n'est assurée entre plis. En effet, l'utilisation de plis de différentes orientations, couplée aux surfaces courbes, font que peu de nœuds projetés peuvent être fusionnés avec un nœud naturel du pli supérieur ou inférieur. Pour assurer la transmission des efforts entre les nœuds disjoints (nœuds du pli inférieur et nœuds projetés du pli supérieur), un collage cinématique est réalisé. Les nœuds projetés sont définis comme esclaves. Les nœuds du pli inférieur sont définis comme maîtres au moyen d'une surface maître. Cette stratégie est explicitée dans la figure 3.6.

Une fois tous les éléments générés, une étape de construction des repères matériaux est réalisée. L'orientation du repère d'orthotropie d'un élément plaque est obtenue en faisant la moyenne des repères des fibres qui lui sont connectés. L'orientation du repère de l'élément cohésif est remontée directement de l'élément plaque associé.

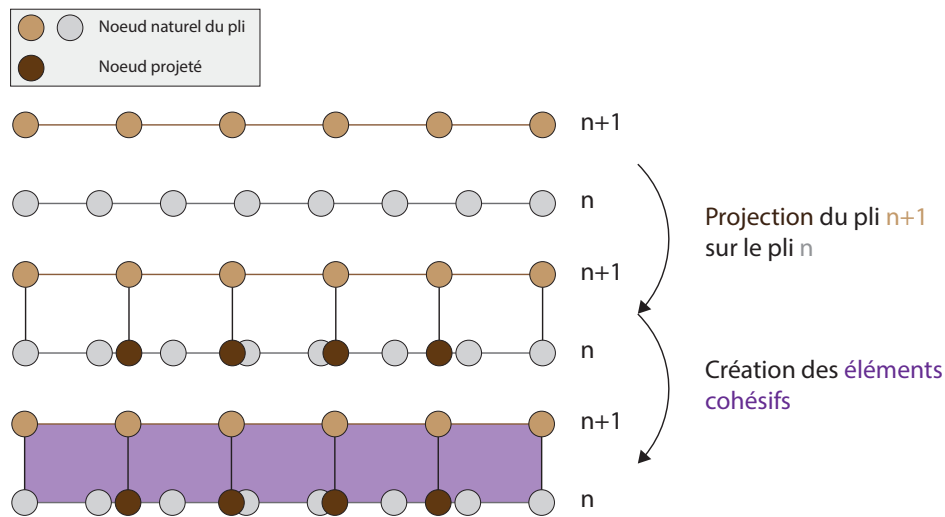


FIGURE 3.6 – Création des éléments cohésifs par projection

### 3.3.2 Lois et données matériaux

Le modèle est donc constitué de trois types d'éléments qui représentent trois constituants du matériau composite. Une loi matériau est associée à chaque type d'élément.

#### 3.3.2.1 Les fibres

Le comportement d'une fibre en traction est linéaire et fragile. N'observant pas de rupture de fibre entraînant la ruine de l'éprouvette pendant les essais décrits dans la partie 1.5, une loi matériau purement élastique sans endommagement a été utilisée. Le module d'élasticité choisi est le module des fibres donné par le fabricant.

La cellule élémentaire est composée de deux éléments barres parallèles et de l'élément plaque les connectant. Pour une cellule de longueur  $l$ , de largeur  $t$  et d'épaisseur  $e$  le volume est  $v = l \times t \times e$ . Il est égal à la somme des volumes de fibres et de résine  $v = v_f + v_r$ . Pour respecter le taux volumique de fibres, la surface des éléments barres  $s_f$  est prise égale à  $S_f \times t \times e$  avec  $S_f$  le taux volumique de fibres comme illustré sur la figure 3.7.

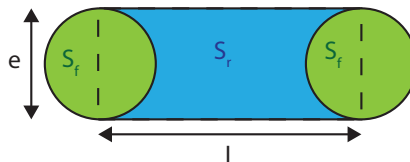


FIGURE 3.7 – Décomposition des sollicitations des éléments constitutifs du modèle

Il est à noter qu'avec cette approche, la fibre et la résine se superposent, néanmoins, le module d'élasticité de la résine étant négligeable comparé à celui de la fibre, l'erreur apportée par cette approximation peut donc être considérée comme négligeable. S'agissant

d'un élément barre standard, la relation entre la contrainte normale et la déformation longitudinale est  $\sigma_l = E_l \varepsilon_l$ .

### 3.3.2.2 La résine

Comme indiqué précédemment, l'élément de plaque joue un rôle différencié suivant la sollicitation. En membrane et dans le sens longitudinal, il correspond à la contribution de la résine pure. Il a donc un module d'élasticité égal à celui de la résine seule. En membrane : sens transversal et cisaillement plan ; et en flexion, il correspond à un comportement homogénéisé fibres et résine. Pour modéliser ces différences de comportement, un matériau orthotrope est donc utilisé. La relation entre déformations et contraintes de l'élément est donc :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_{lt}}{E_r} & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_r} & \frac{1}{E_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{lt}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Les résultats des essais préliminaires du chapitre 1 ont montré que la rupture s'initiait dans les interfaces pour des niveaux de déformation dans les plis très faibles. Pour cette raison, la partie irréversible du comportement en cisaillement plan a été négligée dans l'étude.

### 3.3.2.3 Interfaces

Les interfaces utilisées dans le modèle semi-continu sont identiques à celles utilisées dans le modèle homogénéisé, à ceci-prêt que leur épaisseur géométrique est non nulle (l'épaisseur fictive de 0,018 mm étant conservée). L'approche est décrite dans le paragraphe 3.2.2.2.

## 3.3.3 Identification des propriétés du pli

Dans un premier temps, les propriétés élastiques du pli ont été identifiées à l'aide d'essais de traction sur des éprouvettes minces (4 plis) dont les fibres sont orientées à 0°, 90° et  $\pm 45^\circ$  par rapport à la direction de sollicitation. Ces essais ont été menés en suivant les normes [ASTM, 2002] et [ASTM, 2001].

**Éprouvettes** La géométrie des éprouvettes est présentée dans la figure 3.8.

Des talons sont collés aux extrémités afin de pouvoir serrer l'éprouvette dans les mors de la machine sans l'endommager. L'acquisition est réalisée à l'aide d'une cellule d'effort Instron 100 kN pour les essais à 0° (figure 3.9) et 10 kN pour les autres. Le déplacement de la traverse est enregistré et les déformations sont relevées à l'aide d'un système de stéréocorrélation d'images. Pour cela un mouchetis est préalablement déposé sur les éprouvettes.

Le comportement en traction est présenté dans la figure 3.11. Les éprouvettes orientées à 0° et à 90° ont un comportement élastique suivi d'une rupture fragile tandis que les éprouvettes orientées à  $\pm 45^\circ$  font apparaître un comportement pseudo-plastique.

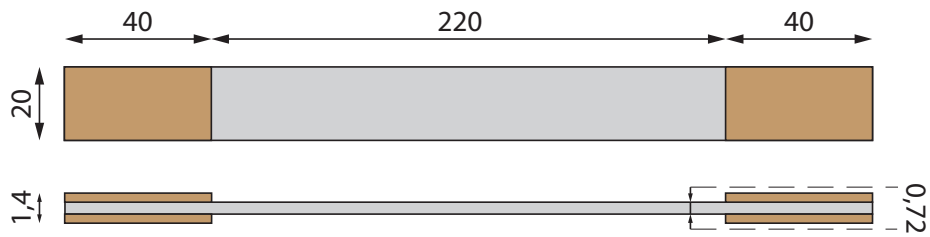


FIGURE 3.8 – Géométrie des éprouvettes de traction

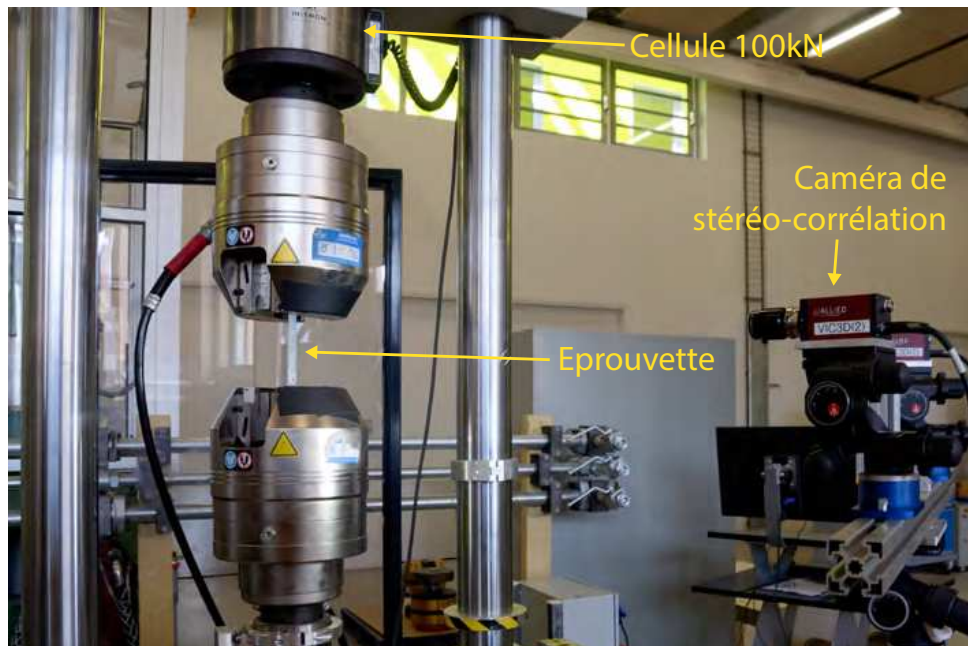


FIGURE 3.9 – Montage utilisé pour les essais de traction

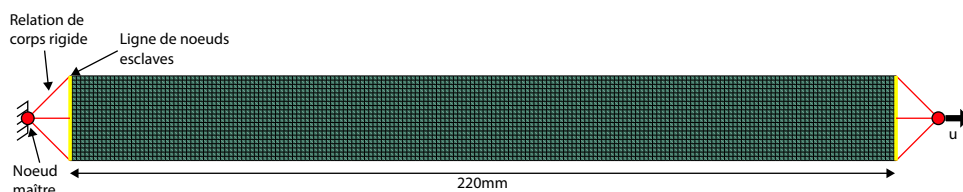


FIGURE 3.10 – Modèle numérique d'une éprouvette de traction

De manière à valider les coefficients élastiques déterminés, deux modèles numériques, un modèle continu et un modèle semi-continu, sont réalisés. Les talons sont représentés par un corps rigide comme illustré dans la figure 3.10.

Comme le montre la figure 3.11, le comportement élastique est bien capté par le modèle.

Les paramètres identifiés sont présentés dans le tableau 3.2 pour le modèle semi-continu et dans le tableau 3.3 pour le modèle homogénéisé.



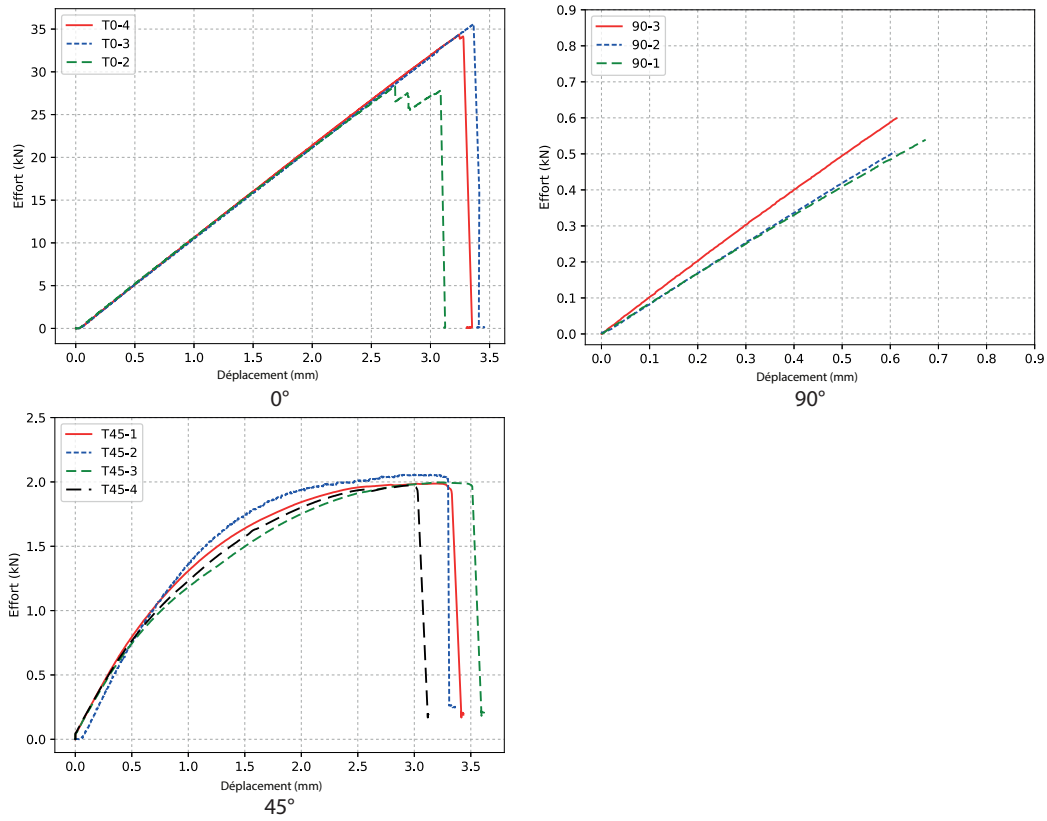


FIGURE 3.11 – Courbes effort-déplacement obtenues pour des essais de traction sur éprouvette 4 plis et par simulation numérique

Module	Valeur	Limite	Valeur
$E_{f,l}$ (MPa) *	231000	$\sigma_{max,l}$ (MPa)	2032
$E_{r,l}$ (MPa) *	4650	$\sigma_{max,t}$ (MPa)	81
$E_{r,t}$ (MPa)	9400	$\tau_{max,lt}$ (MPa)	127
$G_{r,lt}$ (MPa)	4500		
$\nu_{r,lt}$	0,32		

TABLEAU 3.2 – Paramètres élastiques du modèle semi-continu (\* : données fabricant) et limites à rupture obtenues lors des essais

Module	Valeur
$E_l$ (MPa)	130000
$E_t$ (MPa)	9400
$G_{lt} = G_{nl}$ (MPa)	4650
$G_{nt}$ (MPa)	400
$\nu_{lt} = \nu_{nl} = \nu_{nt}$	0,3

TABLEAU 3.3 – Paramètres élastiques du modèle homogénéisé

### 3.3.4 Caractérisation de l'interface

Afin de caractériser les propriétés des interfaces, une campagne d'essais en mode I et II (DCB & ENF), couplée à une procédure d'identification numérique, a été réalisée.

Le stratifié étudié étant de type quasi-isotrope avec un changement d'orientation à chaque pli, quatre types d'interfaces sont potentiellement présents dans le stratifié :  $0//0$ ,  $90//90$ ,  $\pm 45//0$  et  $\pm 45//90$ .

Pour caractériser chacune de ces interfaces, quatre stratifications spécifiques ont été définies. Elles sont regroupées dans le tableau 3.4.

Interface	Stratifié	Module bras 1 (GPa)	Module bras 2 (GPa)
$0^\circ//0^\circ$	$0_{11}/\mathbf{0//0}/0_{11}$	314	314
$90^\circ//90^\circ$	$90_2/0_8/90/\mathbf{90//90}/90/0_8/90_2$	217	217
$45^\circ//90^\circ$	$45/-45/0_8/-45/\mathbf{45//90}/90/0_8/90_2$	243	217
$45^\circ//0^\circ$	$45/-45/0_{10}/-45/\mathbf{45//0}/90_2/0_8/90_2/0$	295	270

TABLEAU 3.4 – Liste des interfaces identifiées et caractéristiques des éprouvettes associées

De par la nature des interfaces étudiées, les deux bras ne sont pas nécessairement symétriques et n'ont donc pas la même raideur. Un couplage flexion/torsion peut donc apparaître. La stratification de chacun des huit bras a été définie de sorte que les raideurs des deux bras d'une même éprouvette soient équivalentes. De plus, chaque bras adopte un stratifié symétrique pour éviter un couplage au sein de celui-ci.

#### 3.3.4.1 Mode I

L'identification en mode I est réalisée à partir d'essais DCB issus de la norme [ASTM, 2013a]. L'éprouvette utilisée est présentée dans la figure 3.12.

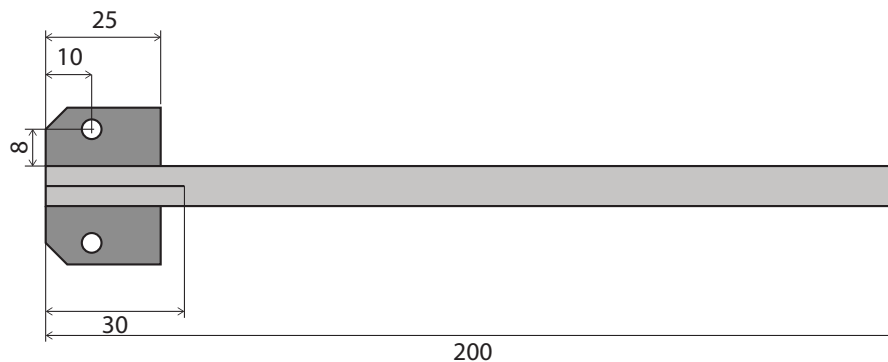


FIGURE 3.12 – Schéma de l'éprouvette DCB utilisée

Afin de faciliter le suivi d'avancement de la fissure qui se propage en cours d'essai, l'éprouvette est peinte en blanc sur l'un de ses deux flancs et des marques de graduation sont appliquées tous les 5 millimètres. L'essai est monitoré à l'aide d'une caméra haute précision pour le suivi de fissure, d'un capteur d'effort de 200 N de capacité et du déplacement de la traverse. Le montage d'essais est présenté dans la figure 3.13.

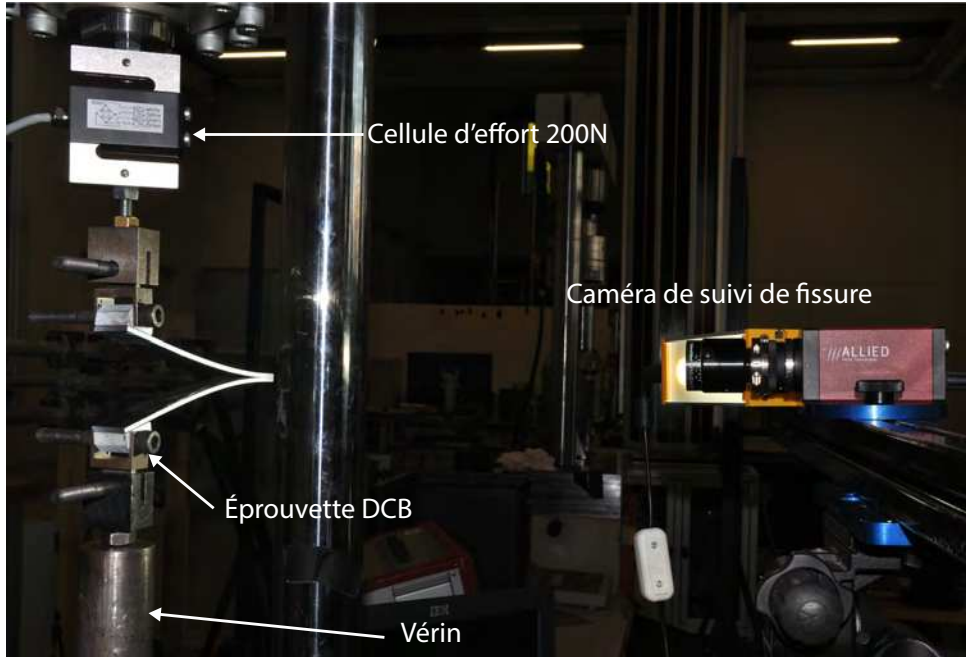


FIGURE 3.13 – Montage de l'essai DCB

À la fin de l'essai, le taux de restitution d'énergie est calculé à partir des formules de [Blackman et al., 2003] explicitées dans le chapitre 1.2.4.2 et rappelées ci-dessous :

$$G_{1c} = \frac{3}{2} \frac{P\delta}{B(a + |\Delta|)} \frac{F}{N} \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} F = 1 - \frac{3}{10} \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{l_1\delta}{a^2}\right) \\ N = 1 - \frac{3}{10} \left(\frac{l_2}{a}\right)^3 - \frac{9}{8} \left(1 - \left(\frac{l_2}{a}\right)^2\right) \frac{l_1\delta}{a^2} - \frac{9}{35} \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 \end{cases}$$

avec :

- $P$  la charge appliquée ;
- $\delta$  l'ouverture de l'éprouvette ;
- $B$  la largeur de l'éprouvette ;
- $a$  la longueur de fissure ;
- $l_1$  et  $l_2$  les dimensions des talons ;
- $\Delta$  un coefficient correctif calculé à partir de la droite  $C^{\frac{1}{3}} = f(a)$  ;
- $F$  et  $N$  les coefficients correcteurs pour les grands déplacements et la rigidification des talons.

La figure 3.14 montre le résultat de l'un des essais sur une interface 90//45. Les taux de restitution d'énergie obtenus pour les différentes interfaces sont présentés au sein du graphique 3.15. Peu de différences sont constatées entre les valeurs obtenues pour des interfaces mixtes 0//45 et 90//45 ou pour l'interface 90//90. Ceci est certainement dû au pli à 45° qui oppose la même entrave à la propagation de la fissure sur les deux configurations ([Bin Mohamed Rehan et al., 2017]). Au contraire, les interfaces 0//0 tendent à dissiper moins d'énergie, les fibres à 0° étant parallèles au sens de propagation de la

fissure.

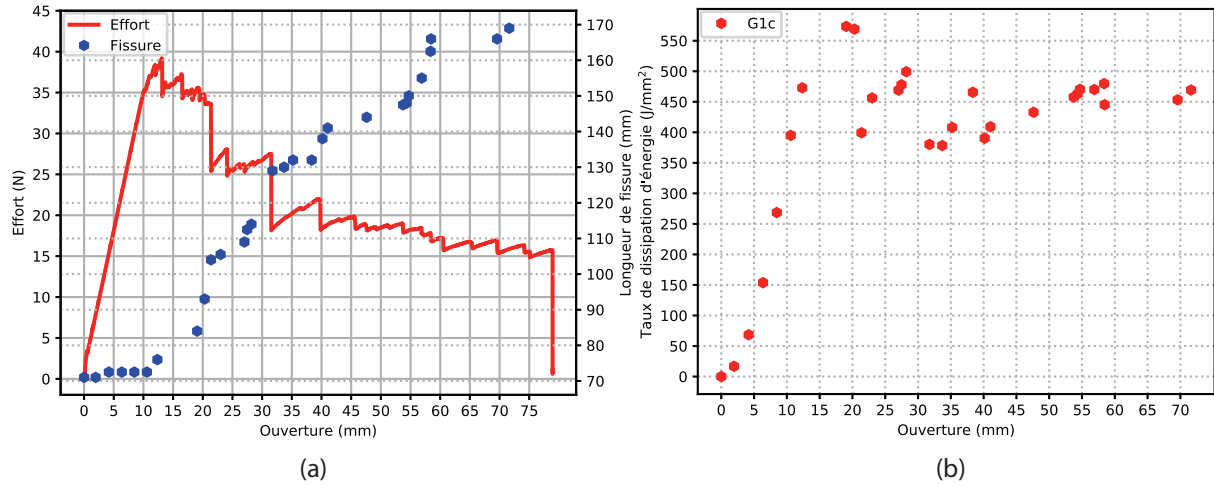


FIGURE 3.14 – Réponse d'un essai DCB 90//45 (a) Effort et avancement de fissure (b) Taux de dissipation d'énergie en fonction de l'ouverture de l'éprouvette

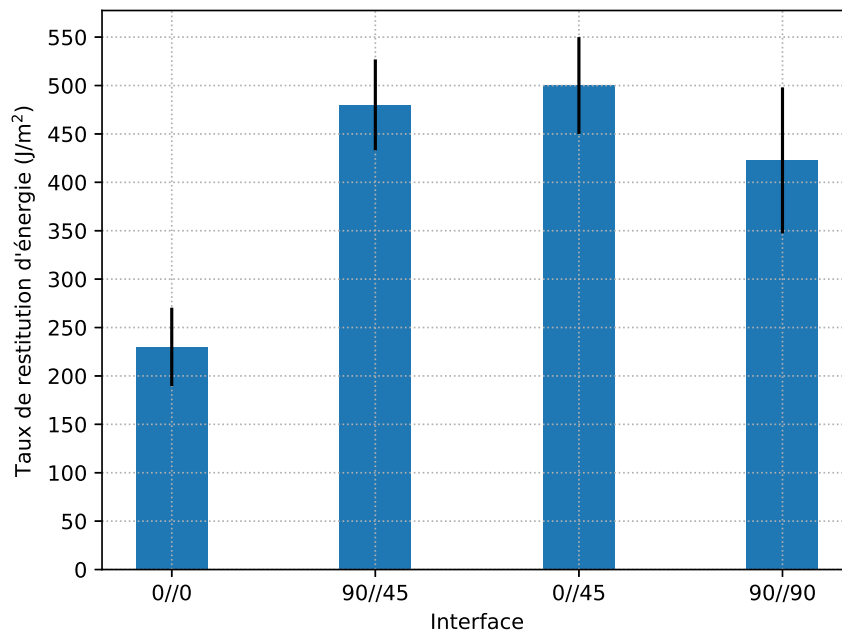


FIGURE 3.15 – Valeurs moyennes du taux de restitution d'énergie critique en mode I ( $G_{Ic}$ ) pour les quatre interfaces identifiées

### 3.3.4.2 Mode II

Dans le cas du mode II, l'essai ENF de la norme [ASTM, 2013c] a été choisi (figure 3.16).

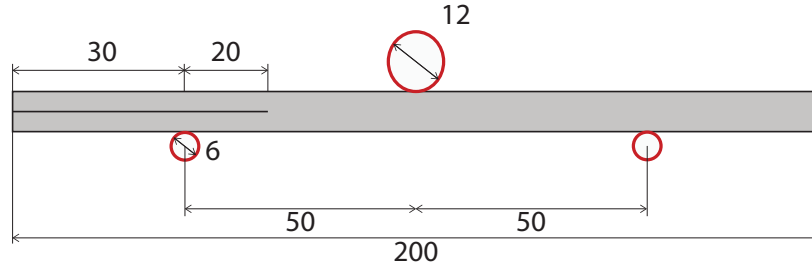


FIGURE 3.16 – Schéma de l'essai ENF utilisé

Les éprouvettes sont les mêmes que pour l'essai DCB, à ceci près que la taille de fissure initiale est différente afin de respecter la norme. *A contrario* de l'essai DCB, l'essai ENF ne présente pas d'ouverture, rendant le suivi visuel de la fissure très complexe. Pour pallier à ce problème, [Kyökai, 1994] a proposé une formule explicitée dans le chapitre 1 permettant le calcul de l'avancement de la fissure en se basant sur la perte de raideur engendrée par celle-ci. Cette formule est rappelée ci-dessous :

$$a = \left[ \frac{\alpha_1}{\alpha_0} a_0^3 + \frac{2}{3} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_0} - 1 \right) L^3 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.9)$$

avec :

- $a_0$  et  $a$  les longueurs de fissure avant et après propagation ;
- $L$  la longueur de l'éprouvette ;
- $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  les complaisances obtenues durant la charge et la décharge.

L'essai ENF est un essai cyclé à faible nombre de cycles (entre 2 et 5 cycles en fonction de la vitesse de propagation). L'acquisition de la courbe effort-déplacement est réalisée à l'aide d'une cellule de 1 kN de capacité et du déplacement de la traverse. Le chargement est effectué à une vitesse de 0,05 mm/min. Lorsque la raideur décline, l'éprouvette est déchargée. Les boucles de chargement sont répétées jusqu'à ce que le front de fissure arrive au niveau du cylindre supérieur.

Les résultats obtenus sont résumés dans le graphique 3.18. Il apparaît que l'interface 90//45 correspond au plus haut taux de restitution d'énergie relevé alors que les interfaces 0//45 et 90//90 ont des taux de restitution d'énergie équivalents. Enfin, l'interface 0//0 correspond au taux d'énergie le plus faible, ce qui est similaire aux résultats trouvés en mode I.

### 3.3.4.3 Identification des propriétés du modèle d'interface

Suite aux essais, une identification inverse a été réalisée à l'aide d'éprouvettes numériques afin de déterminer les valeurs des paramètres de l'interface.

Les bras des éprouvettes sont modélisés avec des éléments plaques multi-couche et les interfaces avec les éléments et loi cohésives décrits précédemment. La taille de maille est

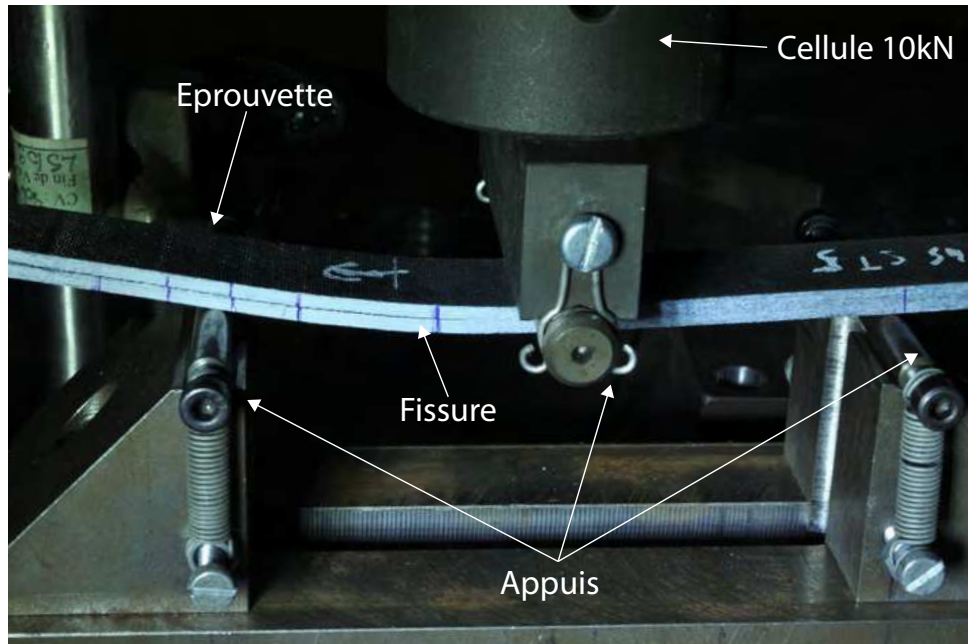


FIGURE 3.17 – Montage de l'essai ENF

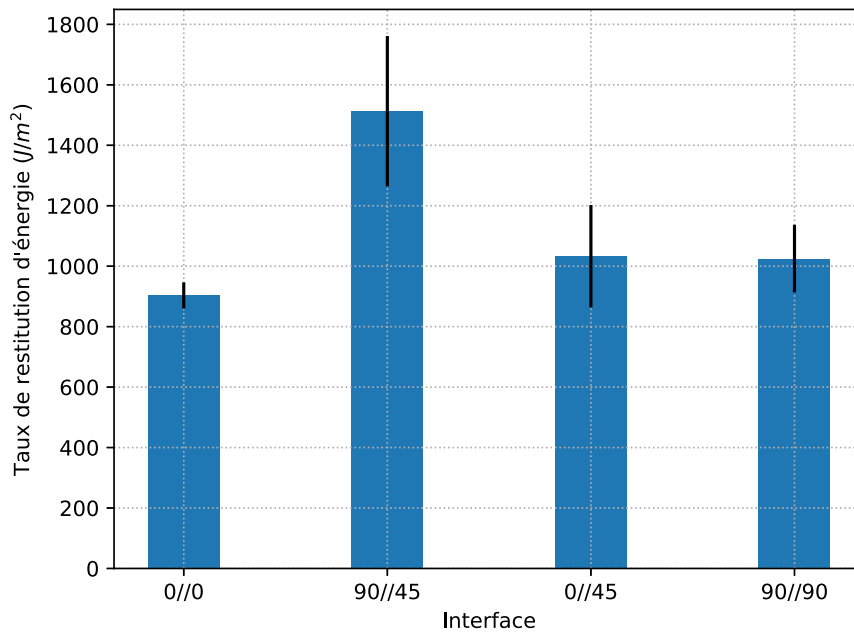


FIGURE 3.18 – Valeurs moyennes du taux de restitution d'énergie critique en mode II ( $G_{IIc}$ ) pour les quatre interfaces identifiées

prise égale à  $1 \times 1$  mm, soit la taille de construction des modèles semi-continu et homogénéisé. La pré-fissuration du modèle est réalisée en supprimant les éléments cohésifs sur une longueur correspondant à la longueur de fissure initiale de l'éprouvette durant l'essai. Le post-traitement consiste à relever la courbe d'effort en fonction du déplacement

imposé ainsi que la longueur de fissuration en cours de chargement. Ces données sont comparées aux données expérimentales et les valeurs d'entrées du modèle sont ajustées pour minimiser l'erreur entre les courbes force/déplacement. Après chaque calcul, la contrainte d'initiation correspondant à l'essai ( $\sigma_{nn,0}$  pour le mode I et  $\sigma_{nt,0}$  &  $\sigma_{nt,0}$  pour le mode II - en fonction de l'interface étudiée) est modulée, jusqu'à obtenir des courbes de réponses acceptables comparées aux essais. La valeur du taux de dissipation d'énergie critique obtenue lors de l'essai est considérée comme une valeur intrinsèque au matériau et n'est pas modifiée.

**Modèle DCB** Afin de modéliser l'essai DCB, un corps rigide est réalisé au niveau de chaque bras afin de prendre en compte les talons (figure 3.19). Le nœud maître de cette relation est contraint suivant chaque direction de l'espace exceptée la rotation suivant l'axe 3 afin de modéliser la liaison pivot existant dans le montage d'essai. Un déplacement opposé de même valeur est imposé à chaque nœud maître pour ouvrir l'éprouvette afin de représenter le déplacement du vérin. Le déplacement total imposé correspond au déplacement maximal relevé pendant l'essai.

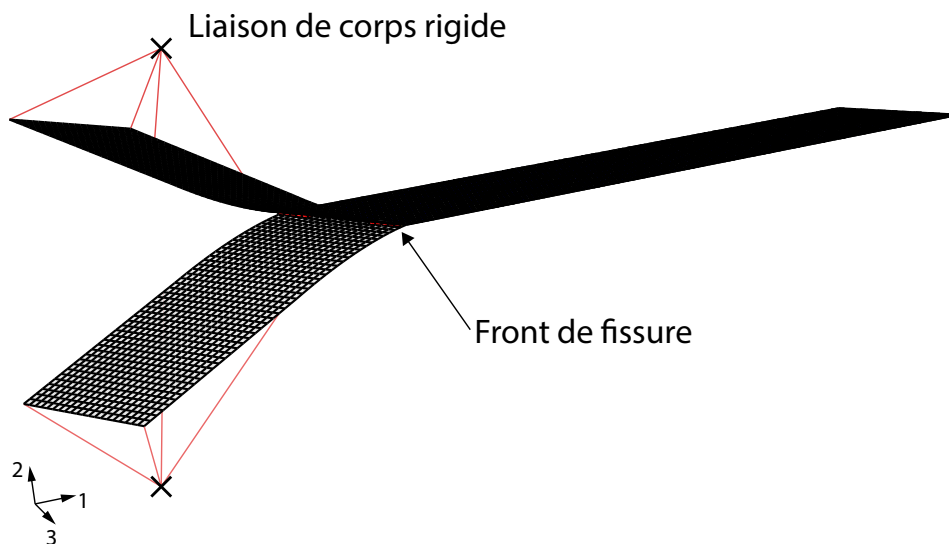


FIGURE 3.19 – Modèle utilisé pour l'identification des propriétés d'interface en mode I

La figure 3.20 présente un exemple de corrélation essai-calcul pour une interface 90//45. Le modèle s'avère capable de représenter correctement l'initiation du dommage et le début de la propagation de la fissure (La nature implicite du calcul ne permet toutefois pas d'atteindre de grands niveaux d'ouverture de fissure).

**Modèle ENF** La modélisation de l'essai ENF reprend les mêmes conditions que celles utilisées expérimentalement. Les cylindres de chargement sont modélisés par trois surfaces analytiques rigides en contact avec les surfaces associées de l'éprouvette. Les deux cylindres inférieurs sont encastrés et une liaison glissière est modélisée pour le cylindre supérieur. Afin de limiter les temps de calcul, les zones de contact sont limitées au strict nécessaire. Pour éviter le phénomène d'interpénétration des deux bras, un contact normal est défini sur les éléments appartenant aux deux surfaces de la fissure en regard. Un

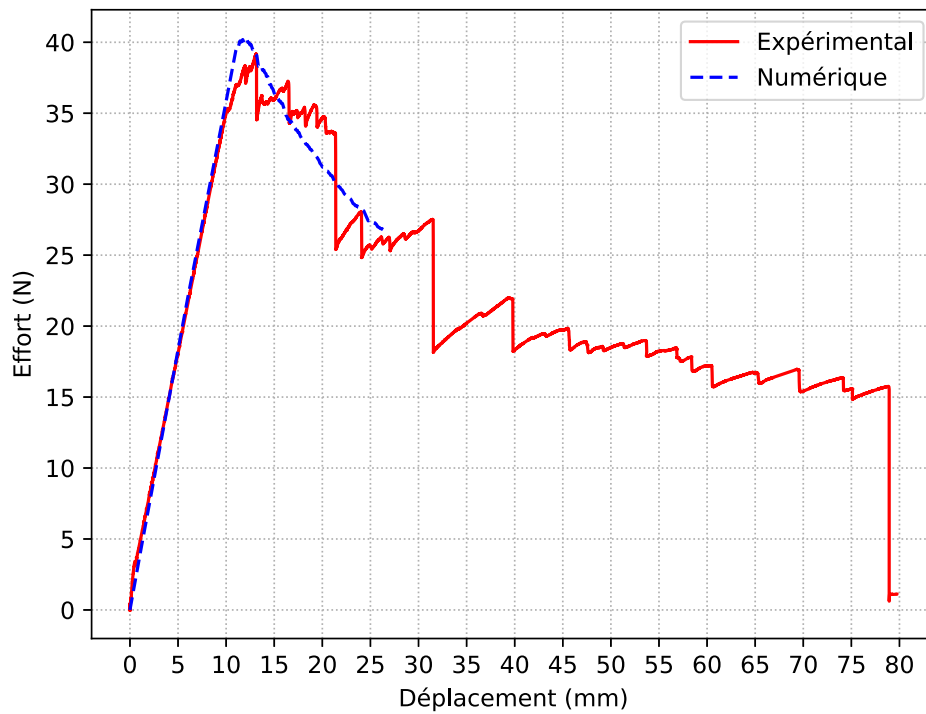


FIGURE 3.20 – Corrélation essais-calcul d'un essai DCB 90//45

exemple de modèle est présenté sur la figure 3.21. Par ailleurs, un nœud de l'éprouvette, choisi arbitrairement éloigné de la zone d'étude, est contraint dans la direction transverse afin d'empêcher tout mouvement de corps rigide.

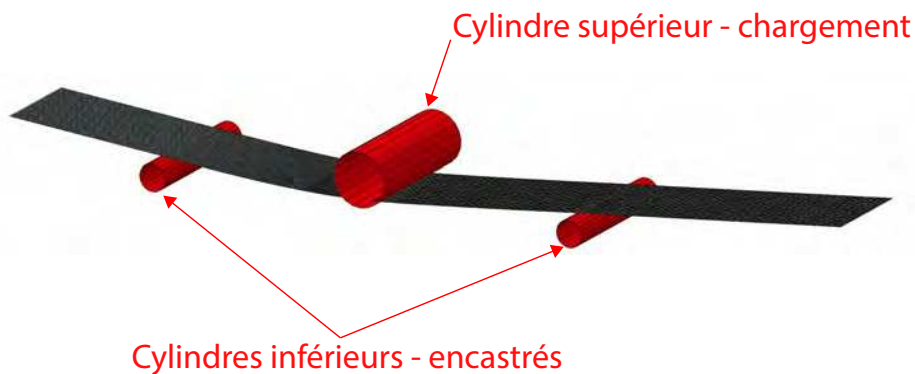


FIGURE 3.21 – Modèle utilisé pour l'identification des propriétés d'interface en mode II

Afin d'initialiser les contacts, le chargement est appliqué en trois étapes. Dans la première, l'éprouvette est initialement contrainte sur une ligne de nœud de manière à bloquer les mouvements de corps rigides puis elle est mise en contact avec les cylindres inférieurs. Dans une seconde étape, l'éprouvette est maintenue en position et le cylindre



supérieur est approché de manière à précharger légèrement l'éprouvette. Cette précharge stabilise l'éprouvette ce qui permet de libérer certains des degrés de liberté bloqués dans la phase 1. Enfin, lors de la troisième étape, un déplacement est imposé au cylindre.

La figure 3.22 présente un exemple de corrélation essai-calcul obtenue après le processus d'identification des paramètres.

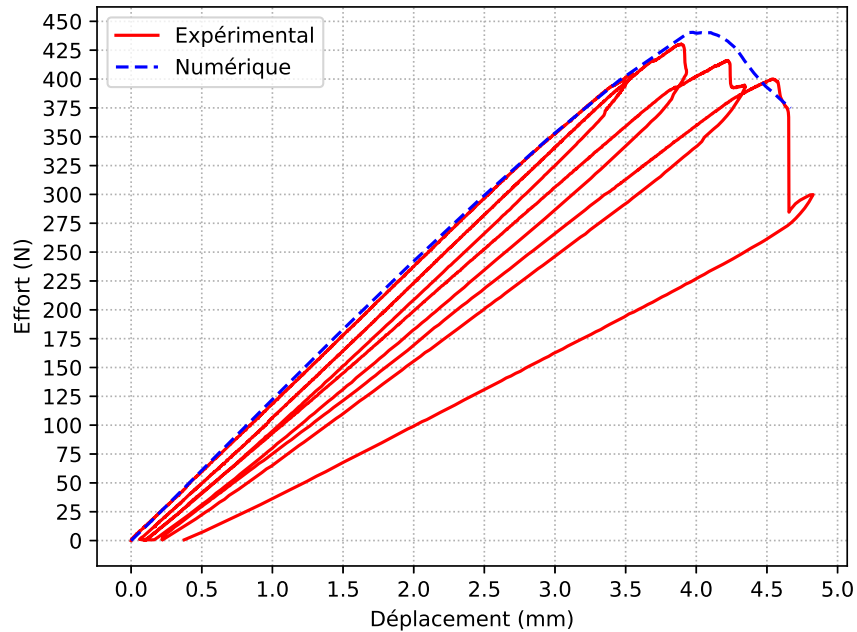


FIGURE 3.22 – Corrélation essai-calcul d'un essai ENF 0//45

Les mêmes remarques que pour le modèle DCB peuvent être faites : le modèle est capable de représenter l'initiation et la propagation correctement mais jusqu'à un niveau d'ouverture limité.

Les propriétés retenues pour les interfaces sont résumées dans le tableau 3.5.

Interface	90//90	45//90	45//0
$G_{Ic}$ (mJ/mm <sup>2</sup> )	0,49	0,49	0,49
$G_{IIc}$ (mJ/mm <sup>2</sup> )	1,05	1,25	1,05
$\sigma_{m,0}$ (MPa)	30	20	25
$\tau_{ln,0} = \tau_{tn,0}$ (MPa)	30	50	55
$\eta$	0,5	0,5	0,5

TABLEAU 3.5 – Valeurs identifiées pour les différentes interfaces utilisées dans le modèle pour une taille de maille de  $1 \times 1$  mm.

## 3.4 Dépliage de cornière, comparaison expérimental numérique

Dans cette section l'objectif est de valider les modèles développés sur un cas d'application de dépliage de cornière composite. La pertinence des modèles sera analysée sur la base des comparaisons expérimental/numérique entre les courbes de réponse effort/déplacement d'une part et l'apparition du premier dommage (en charge et en espace) d'autre part.

### 3.4.1 Présentation des modèles

Les modèles présentent les mêmes caractéristiques géométriques et matériaux que l'éprouvette LR5C1W30 :

- longueur des bras : 90 mm ;
- largeur : 30 mm ;
- rayon interne : 5 mm ;
- stratification :  $[45^\circ/0^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{4,sym}$ .

Les maillages sont générés de manière différente pour les modèles homogénéisé et semi-continu. Dans le premier cas, le maillage est obtenu par extrusion le long des normales locales à la surface, d'un maillage 2D de la surface de l'outillage. Dans le second cas, trois carreaux de Bézier sont utilisés pour définir la surface outillage : un carreau pour chaque bras et un carreau qui approxime le quart de cylindre de la zone rayonnée. Le maillage est ensuite généré comme présenté en partie 3.3.1.2.

Afin de réduire les coûts de calcul, les éléments d'interface ne sont implémentés que dans la zone d'intérêt. Comme illustré sur la figure 3.23, ils couvrent le rayon et une zone de 10 mm dans chaque bras.

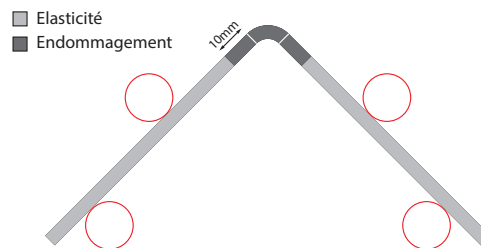


FIGURE 3.23 – Séparation du modèle en deux domaines : purement élastique / élastique endommageable

Afin de permettre la convergence du calcul, réalisé en non linéaire géométrique avec méthode implicite, le chargement est appliqué en quatre étapes décrites au sein du schéma 3.24.

Les deux cylindres inférieurs sont préalablement encastrés pour toute la durée du calcul. Dans une première phase (1), l'éprouvette est amenée au contact avec les cylindres inférieurs de telle sorte qu'une légère précharge est générée (mise en flexion des bras). Pour cela, un nœud central de l'éprouvette est piloté en déplacement suivant 2, et d'autres nœuds sont contraints de manière à empêcher tout mouvement de corps rigide.

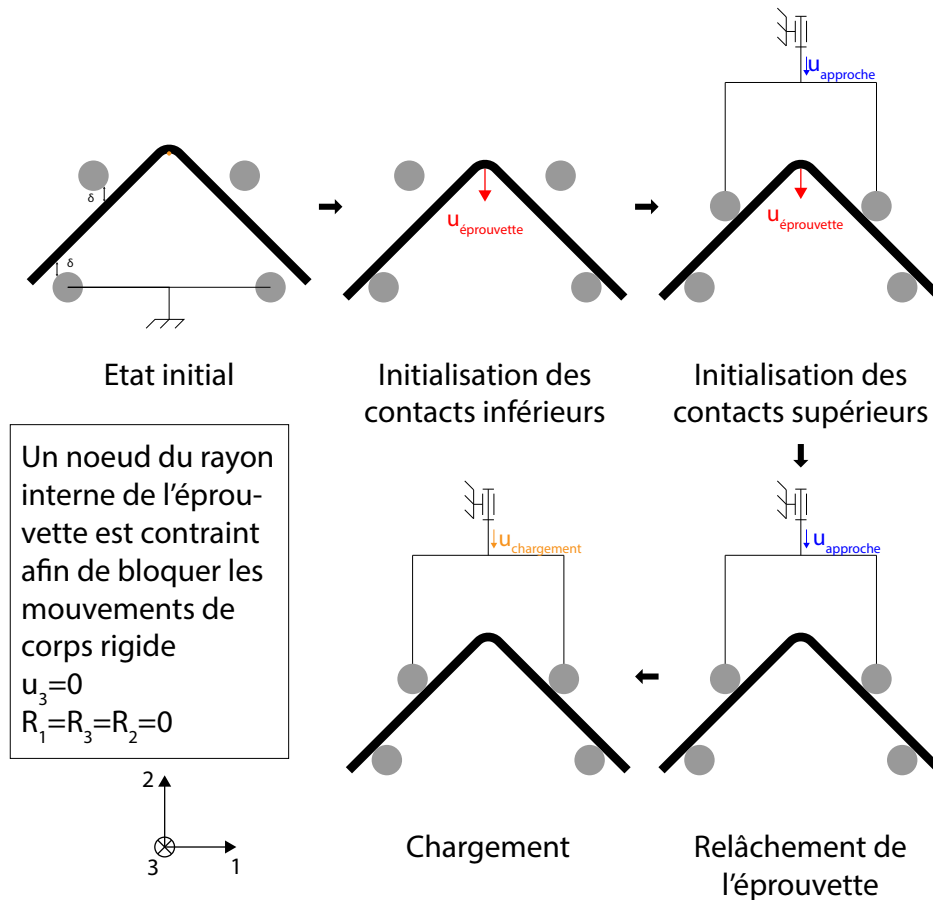


FIGURE 3.24 – Déroulement du calcul

Lors de l'étape (2), les cylindres supérieurs sont descendus jusqu'à charger un peu plus l'éprouvette. La troisième étape (3) correspond à une étape d'équilibrage dans laquelle le déplacement vertical imposé à l'éprouvette est retiré ainsi que les blocages des degrés de liberté des autres nœuds qui ne sont plus nécessaires pour prévenir les mouvements de corps rigide. À ce stade, l'éprouvette numérique se retrouve très légèrement chargée, dans une configuration naturelle. Enfin, la dernière étape (4) correspond au chargement à proprement parler. Les deux cylindres supérieurs sont déplacés jusqu'à apparition d'une fissure sur la tranche de l'éprouvette et chute de l'effort.

### 3.4.2 Résultats

Les résultats du modèle homogénéisé sont présentés et discutés dans un premier temps avant ceux du modèle semi-continu.

#### 3.4.2.1 Modèle homogénéisé

La figure 3.25 présente la déformée de l'éprouvette en fin de chargement (a), la courbe de réponse force par unité de largeur/déplacement (b) et les premières interfaces rompues (c) obtenues avec le modèle homogénéisé.

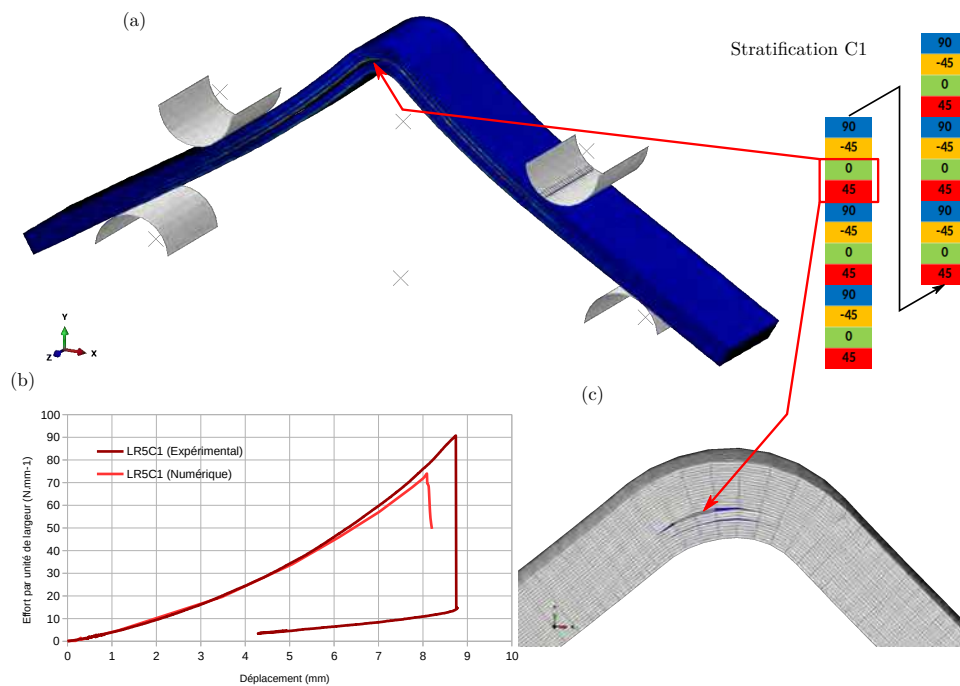


FIGURE 3.25 – Réponse du modèle homogénéisé en sollicitation de dépliage comparée à une courbe expérimentale caractéristique (éprouvette LR5C1)

La courbe force par unité de largeur/déplacement est non linéaire rigidifiante du fait de la non linéarité géométrique. Le modèle capte bien ce phénomène avec le bon niveau de rigidité. Toutefois, il fait apparaître une rupture prématurée localisée dans la neuvième interface, entre des plis orientés à  $-45^\circ$  et  $0^\circ$ . L'erreur commise sur l'effort à rupture est de l'ordre de 20%. La première interface qui cède ne correspond pas à ce qui a été observé expérimentalement. Elle est d'une part localisée dans une zone plus centrale de l'éprouvette et d'autre part elle ne correspond pas au type d'interface qui rompt expérimentalement (45//90).

Malgré les nombreuses tentatives de régularisation du modèle, il n'a pas été possible de prédire la bonne physique avec l'approche homogénéisée. Une hypothèse pour expliquer les résultats obtenus peut être la sensibilité des modèles et des lois cohésives à la taille de maille des éléments. Cette forte sensibilité aux paramètres des modèles cohésifs a déjà été mise en évidence dans d'autres travaux de recherche ([Nguyen et al., 2018]). La rupture observée numériquement est très sensible aux valeurs des paramètres (raideur, contrainte d'initiation et taux de restitution d'énergie critique) aussi bien sur la valeur de l'effort que sur le positionnement de la première interface rompue.

En plus de la sensibilité aux paramètres, le modèle homogénéisé obtenu par extrusion d'un maillage de la surface inférieure conduit géométriquement à des éléments plus grands sur le rayon extérieur que sur le rayon intérieur. Ce phénomène est présenté dans la figure 3.26.

Pour un modèle dont l'extrusion est réalisée du rayon interne  $R_i$  vers le rayon externe  $R_e$  et avec une longueur caractéristique de référence  $l_{c,i}$  nous avons la relation  $l_{c,e} = l_{c,i} \frac{R_e}{R_i}$ .

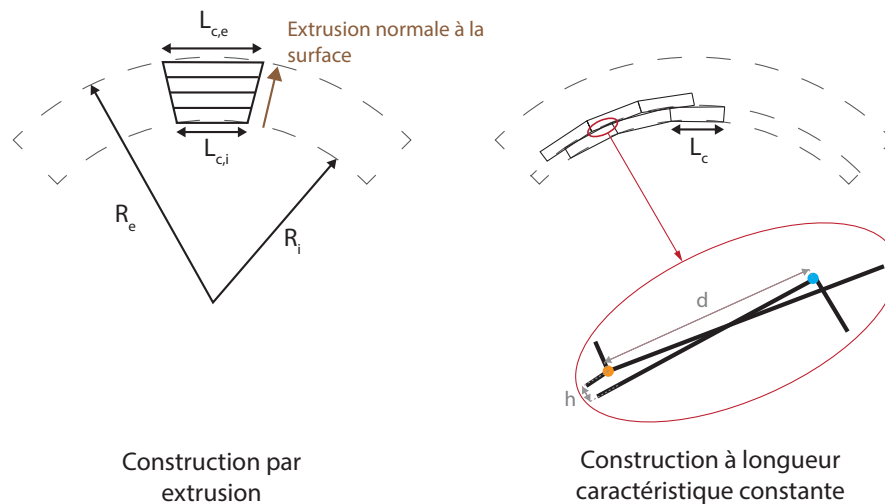


FIGURE 3.26 – Problématiques engendrées par les stratégies de maillage

En prenant en compte l'épaisseur des pièces étudiées (4,32 mm) et le rayon utilisé (5 mm) alors, la longueur caractéristique de l'élément externe est pratiquement multipliée par deux :  $l_{c,e} = l_{c,i} \left[ \frac{9,32}{5} \right] = 1,86 \times l_{c,i}$ .

Ainsi plusieurs problématiques se cumulent :

- la géométrie courbe du rayon qui amène à la fois un gradient de taille d'éléments et la non prise en compte de la courbure réelle de l'interface ;
- la dépendance des valeurs des paramètres des lois cohésives à la taille des éléments ;
- la gestion de la mixité des modes dans une zone courbe.

Un élément cohésif formulé comme un élément coque pourrait être une piste d'investigation. Des stratégies de recalage de modèle peuvent être mises en place pour atteindre des niveaux corrects d'effort à rupture ([Nguyen et al., 2018]). Elles consistent à ajuster les valeurs des contraintes d'initiation et les raideurs d'interface mais ne mènent en aucun cas à des modèles prédictifs.

Un essai de recalage suivant cette méthodologie a été réalisé au cours des travaux de thèse. Il consiste à augmenter artificiellement les valeurs des contraintes d'initiation du délaminage proportionnellement à la longueur des éléments afin de retarder leur ruine. La mise en œuvre de cette stratégie implique de définir des groupes d'éléments par dimensions équivalentes comme illustré dans la figure 3.27.

Dans ce cas, cinq familles de taille d'éléments ont été mises en œuvre : entre 0,9 et 1,1 mm ; entre 1,1 et 1,3 mm ; entre 1,3 et 1,5 mm ; entre 1,5 et 1,7 m et entre 1,7 et 1,9 mm. Pour déterminer les lois d'évolution donnant la contrainte d'initiation en fonction de la taille des éléments, de nouvelles simulations d'essais DCB et ENF ont été réalisées sur des maillages de 0,125, 0,25, 0,5 et 1 mm. Ces maillages étant de taille suffisamment basse pour être considérés convergés, les contraintes d'initiation ont été identifiées et extrapolées pour des tailles allant de 0,9 à 1,9 mm.

Après introduction de ces valeurs dans le modèle homogénéisé, les résultats présentés dans la figure 3.28 sont obtenus.

Après cette correction, le niveau d'effort à rupture ainsi que le positionnement de la première interface fissurée sont bien représentés par le modèle. Il permet de plus, d'avoir

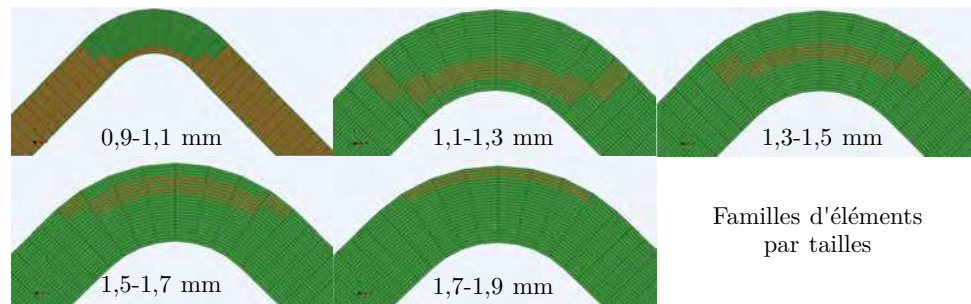


FIGURE 3.27 – Groupes d'éléments de dimensions similaires

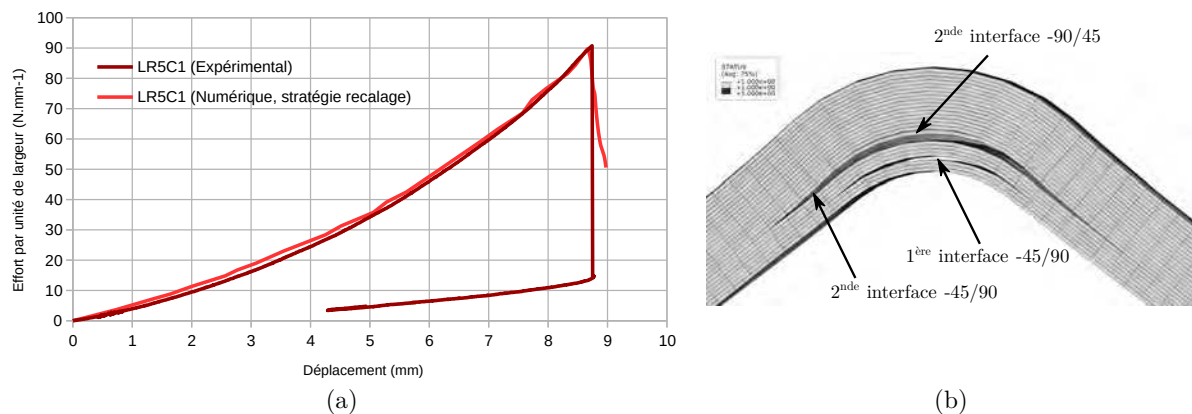


FIGURE 3.28 – Résultats obtenus après action corrective. (a) Courbe force par unité de largeur/déplacement. (b) Éprouvette fissurée.

la cinématique de fissuration comme montré sur la figure 3.29.

Comme montré dans la figure 3.29 (A), le modèle prédit que le délaminage s'initie dans la première interface -45//90 au centre de l'éprouvette au niveau du rayon. La fissure se propage et atteint le bord de l'éprouvette avant l'initiation de toute autre fissuration (figure 3.29 (B)). Les figures 3.29 (C & D) montrent l'apparition de deux nouvelles fissures en quelques itérations de calcul, c'est à dire pratiquement instantanément. La seconde fissure s'initie au bord de l'éprouvette sur la seconde interface 90/45 tandis que la troisième fissure naît près du bord de l'éprouvette dans la seconde interface -45//90. Les deux fissures se propagent sur toute la largeur de l'éprouvette avant l'apparition d'un quatrième délaminage situé au centre de l'éprouvette, sur la troisième interface -45//90. À la fin, et en adéquation avec les observations expérimentales, l'éprouvette présente de multiples fissures traversantes. Il est important de noter que 90% du temps de calcul correspond à la propagation des fissures entre les instants repérés A et F sur la courbe et que le point F ne correspond pas à l'état final du chargement mais à l'arrêt du calcul.

### 3.4.2.2 Modèle semi-continu

La figure 3.30 présente la déformée de l'éprouvette à l'initiation de la fissuration (avec un zoom sur le premier élément fissuré) (a), la courbe de réponse force par unité de largeur/déplacement (b) et la première interface rompue (c) obtenues pour le modèle

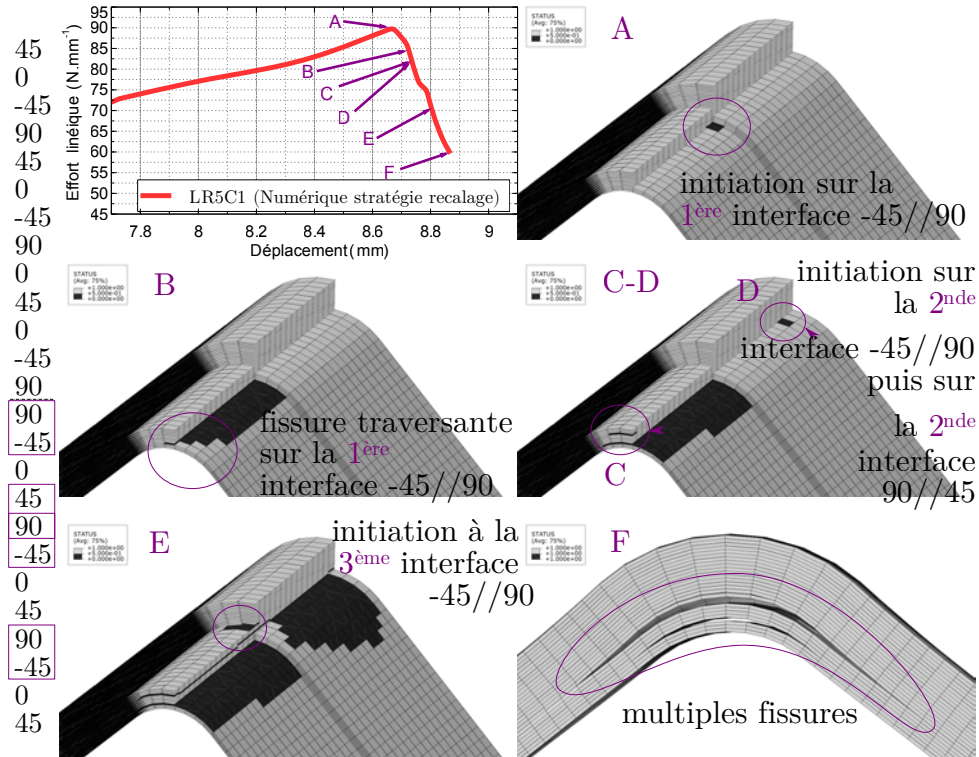


FIGURE 3.29 – Cinématique de fissuration d'une éprouvette LR5C1

semi-continu.

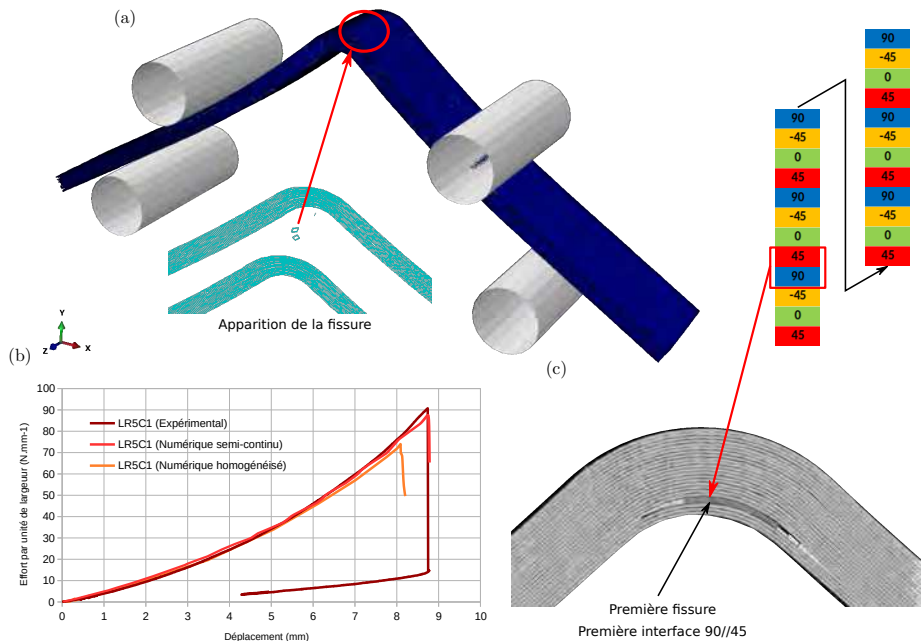


FIGURE 3.30 – Réponse du modèle semi-continu en sollicitation de dépliage comparée à une courbe expérimentale caractéristique (éprouvette LR5C1)

Le modèle semi-continu reproduit bien le comportement élastique non linéaire rigidifiant, avec rupture fragile, comme observable sur la courbe de la figure 3.30 (b). La charge à rupture est prédite à moins de 5% d'écart avec les charges relevées expérimentalement et cela, avec les paramètres identifiés directement des essais DCB et ENF. Il s'agit là d'un point fort du modèle semi-continu par rapport au modèle homogénéisé. La fissuration apparaît dans la première interface -45//90 ce qui est en accord avec les essais. La figure 3.31 propose un zoom sur le premier dommage relevé à la caméra rapide à gauche (a) et le premier dommage débouchant prédit par le modèle à droite (b).

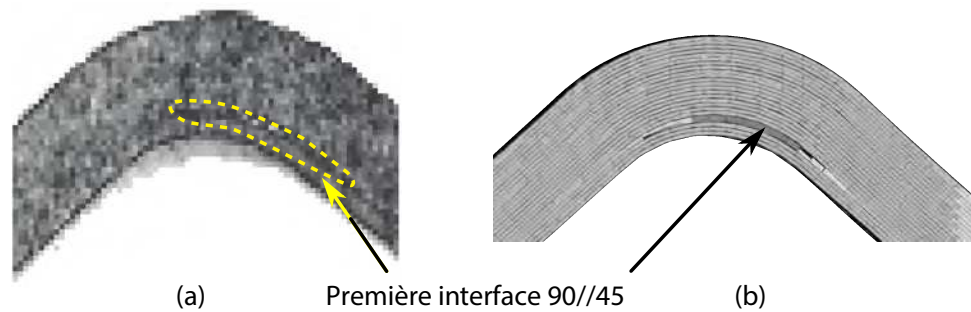


FIGURE 3.31 – Apparition du dommage en surface de l'éprouvette. (a) Image expérimentale de référence, (b) Prédiction du modèle semi-continu

### 3.4.2.3 État de contraintes

L'analyse globale du champ des contraintes dans l'interface critique montre que les contraintes de cisaillement transverse ( $\tau_{nl}$  et  $\tau_{nt}$ ) sont significatives et qu'elles sont d'intensité plus fortes dans les zones de jonction rayon/bras qu'au centre du rayon. Les contraintes de traction hors plan ( $\sigma_{nn}$ ), bien que plus fortes dans le centre de la zone rayonnée, sont également importantes dans la zone périphérique.

Si on s'intéresse au premier élément délaminé (figure 3.33), il se situe au centre du rayon, dans la première interface 90//45. Le niveau des contraintes de cisaillement  $\tau_{nt}$  et des contraintes normales  $\sigma_{nn}$  est équivalent tandis que le niveau de contraintes de cisaillement  $\tau_{nl}$  correspond à environ 50% de la valeur des contraintes normales. Le scénario de fissuration est ensuite similaire à celui obtenu sur le modèle continu, c'est-à-dire une propagation du centre vers les bords de l'éprouvette. À partir de ce moment, on observe des ruptures dans des interfaces situées au dessus.

Rapportées au critère d'initiation, l'ensemble des contraintes de cisaillement participe à hauteur d'environ 30% à l'initiation de l'endommagement dans l'élément et donc de l'apparition de la fissure. Ce résultat est contradictoire avec les observations réalisées par la plupart des études présentes dans la littérature qui se concentrent principalement sur des stratifiés unidirectionnels ou fortement orientés ([Hao et al., 2012] ou [Charrier et al., 2016] par exemple). Cela permet de mettre en évidence que la seule étude du niveau de contraintes de traction hors plan ne permet pas nécessairement de définir qualitativement le comportement en dépliage d'une cornière simple réalisée avec un stratifié quasi-isotrope. Il est tout de même intéressant de noter que [Gözlüklü and Coker, 2012] constatent que le mode I est prédominant dans le centre de la cornière tandis que le mode II l'est au niveau



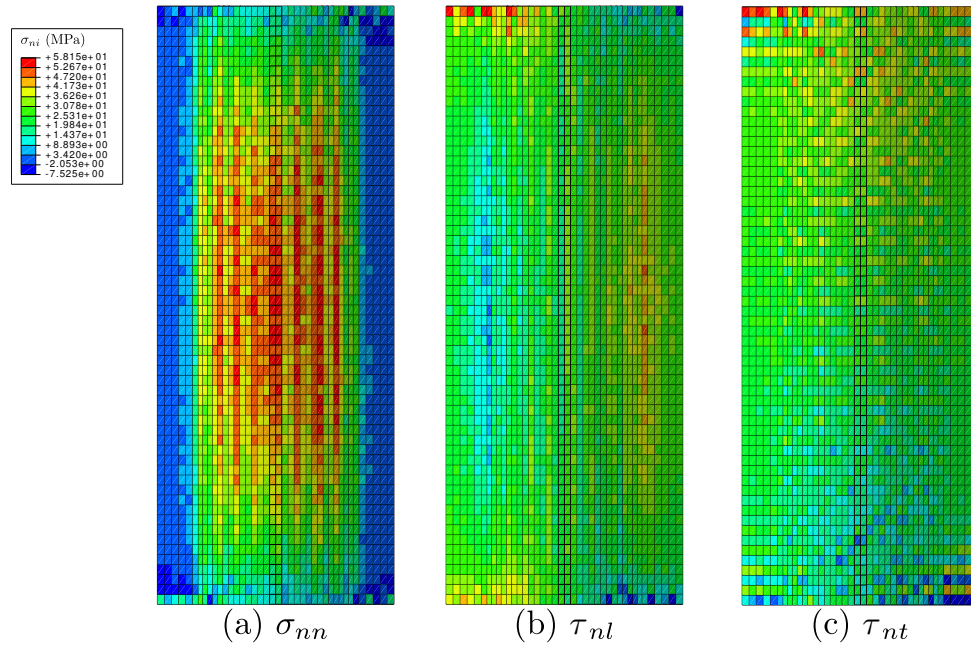


FIGURE 3.32 – Répartition des contraintes dans l'interface critique (a) Traction hors plan, (b), (c) cisaillements hors plan (valeurs en MPa)

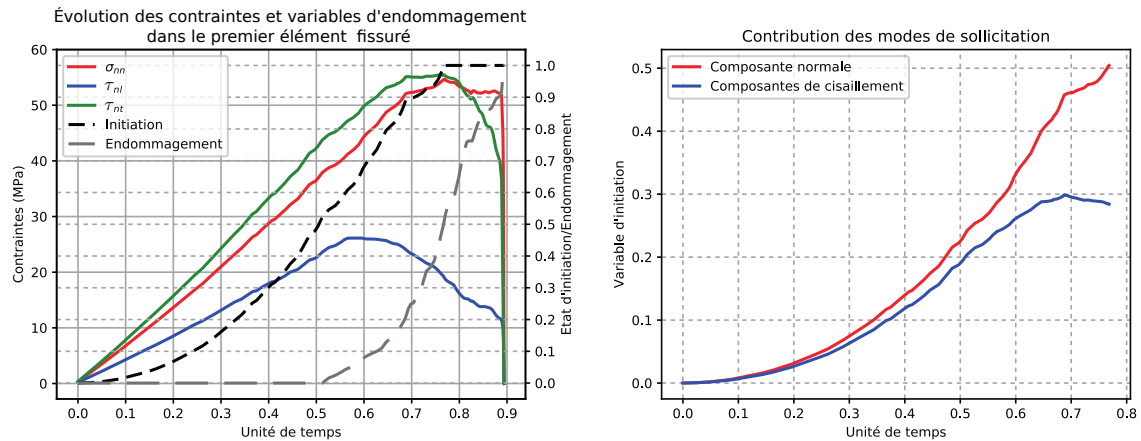


FIGURE 3.33 – État de contraintes dans le premier élément fissuré

des bras et que la transition du mode I vers le mode II se fait au travers de l'apparition de mode mixte entre le centre du rayon et la naissance des bras, ce qui correspond ici à la zone de l'apparition de la fissure. Enfin, [Nguyen et al., 2018] obtiennent une première fissuration similaire à ce qui est observé ici pour un stratifié équivalent sur un autre matériau composite unidirectionnel.

#### 3.4.2.4 Discussion

Il est à noter que les interfaces utilisées sont particulièrement sensibles aux paramètres matériaux d'entrée qui doivent être déterminés avec précaution. La très forte dépendance

des interfaces cohésives à la taille de maille pose problème dès lors que celle-ci dépasse 0,5 mm. Une telle finesse est difficilement envisageable dans le cadre de structures réelles à l'heure actuelle en raison du très fort coût de calcul engendré.

Le modèle semi-continu n'est pas soumis à cette problématique mais montre également des limites en raison de l'utilisation des collages cinématiques. En effet, la présence de ceux-ci dans le rayon rend la convergence difficile dès lors que les déplacements sont importants. Ainsi, les nœuds esclaves se déplaçant par rapport aux nœuds maîtres, il arrive que, lors du glissement, la relation de collage apparaisse plusieurs maîtres à un seul esclave faisant apparaître dès lors des problématiques de degrés de libertés sur-contraints.

Les résultats obtenus dans cette partie l'ont été en utilisant un nœud de calcul de deux processeurs (20 cœurs) Intel Xeon E5-2680v2 2,8 GHz avec 64 Go de RAM sur le supercalculateur EOS/CALMIP. Le modèle homogénéisé permet d'obtenir un résultat en environ 10 h (200 h de temps CPU) tandis qu'il faut environ 36 h (720 h de temps CPU) pour le modèle semi-continu. Pour les deux modèles, l'incrément utilisé par le solveur chute drastiquement (passant de 0,1 à  $10^{-8}$  unité de chargement) dès lors que les variables d'endommagement ont une valeur supérieure à 0 (apparaissant à environ deux tiers du chargement imposé). L'utilisation d'un schéma de calcul explicite n'a pas résolu le problème, l'optimum étant atteint pour 60 cœurs celle-ci ne compense pas l'utilisation d'un pas de chargement très faible ( $10^{-8}$  ms) sur l'intégralité du calcul.

### 3.5 Bilan

Dans cette partie, deux modèles ont pu être proposés. Ils se basent sur la modélisation du réseau de fibres présentée dans le chapitre 2. Le premier modèle présente une approche continue basée sur l'utilisation d'éléments 3D et d'éléments cohésifs. Le second repose sur l'approche semi-continue et utilise le réseau de fibres généré à partir du programme présenté en chapitre 2.

Les deux approches utilisent des éléments finis standards et des éléments cohésifs proposés dans le logiciel Abaqus 2016 dont les paramètres matériaux ont pu être identifiés à l'aide d'un processus d'identification inverse basé sur des résultats d'essais expérimentaux. Les essais de traction standards réalisés ont permis de déterminer les propriétés élastiques du pli utilisées dans les éléments 3D du modèle homogénéisé et dans les éléments 1D et 2D du modèle semi-continu. Une campagne d'essais DCB/ENF a permis de déterminer les valeurs d'initiation et d'énergie de dissipation utilisées au sein des interfaces des deux modèles.

La modélisation de l'endommagement par délaminage, utilisant la méthode CZM, a toutefois été fastidieuse du fait des problématiques amenées par l'utilisation d'interfaces dans un rayon, notamment en raison de la variation des longueurs des éléments. Deux stratégies différentes ont ainsi été utilisées avec succès, la première basée sur une modification des valeurs d'initiation en fonction de la taille de maille (modèle homogénéisé), la seconde utilisant des collages cinématiques permettant de conserver une taille de maille constante dans l'épaisseur (modèle semi-continu), mais apportant de nouveaux problèmes de convergence.

Enfin, les deux modèles ont été utilisés pour modéliser avec succès les essais de dépliage réalisés dans le chapitre 1. Le modèle semi-continu a montré sa capacité à prédire correctement la raideur de l'éprouvette, la charge à la rupture (avec un taux d'erreur de l'ordre

de 5%) ainsi que la première interface fissurée. Ces résultats ont été obtenus pour un seul jeu de paramètres identifié sur la base des essais élémentaires. Un résultat équivalent peut être obtenu sur le modèle homogénéisé mais, pour cela, il est nécessaire de recalibrer les paramètres contrôlant la fissuration en fonction de la taille des éléments.

# Influence de la géométrie et du stratifié

## Résumé

### Résumé

*Dans ce dernier chapitre plusieurs pistes d'optimisation de l'éprouvette en L sont proposées. La première porte sur le matériau. Les différentes séquences d'empilement testées font apparaître deux scénarii de ruine distincts et mettent en évidence des configurations à éviter. La seconde porte sur la géométrie. Dans un premier temps un méplat est ajouté dans la zone rayonnée (éprouvette M) tandis que dans un second temps un raidisseur est intégré aux éprouvettes L et M. Les résultats obtenus en essais sont comparés à ceux des modèles et plusieurs pistes d'amélioration sont discutées.*

## Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Ajout d'un méplat</b>	<b>102</b>
4.1.1	Étude prospective	102
4.1.2	Définition de la géométrie et de la méthodologie d'essai	103
4.1.3	Résultats	105
4.1.4	Investigation sur l'interface critique	106
4.1.5	Comparaison essai/calculs	111
4.1.6	Bilan	116
<b>4.2</b>	<b>Ajout d'une contre-forme</b>	<b>116</b>
4.2.1	Nouvelles géométries	116
4.2.2	Campagne expérimentale	118
4.2.3	Amélioration des pièces raidies	123
4.2.4	Modélisation numérique	126
<b>4.3</b>	<b>Bilan</b>	<b>133</b>

## Introduction

À ce stade de l'étude, les modélisations numériques proposées permettent de rendre compte de la physique du dépliage sur des éprouvettes en L. Il peut être intéressant pour l'industriel d'optimiser la tenue mécanique de ce type de pièces. Plusieurs stratégies ont été envisagées. La rupture de l'éprouvette étant toujours connectée à un délaminage de la première interface 90//45 ou -45//90, un travail a été réalisé sur la séquence d'empilement. Une autre stratégie a été de travailler sur la géométrie de l'éprouvette. Dans un premier temps, l'effet de l'introduction d'un méplat dans la zone rayonnée des éprouvettes L est étudié et analysé. Ce travail est couplé à une étude d'influence de la séquence d'empilement. Dans un second temps, une contre-forme est ajoutée à ces deux géométries de base.

### 4.1 Ajout d'un méplat

Jusqu'à présent, tous les résultats des essais et des modèles dédiés à l'étude des éprouvettes en L ont montré que la ruine apparaissait dans la zone rayonnée. Une première idée d'optimisation consiste donc à modifier la géométrie locale du rayon de manière à changer la distribution des contraintes en visant une diminution des valeurs atteintes et ainsi à reculer la ruine de la structure.

#### 4.1.1 Étude prospective

Dans ce contexte on a cherché à fragmenter le rayon d'angle 90° en deux parties d'angles de 45°. Pour cela, comme illustré sur la figure 4.1, un méplat a été introduit pour former deux arcs à 45°.

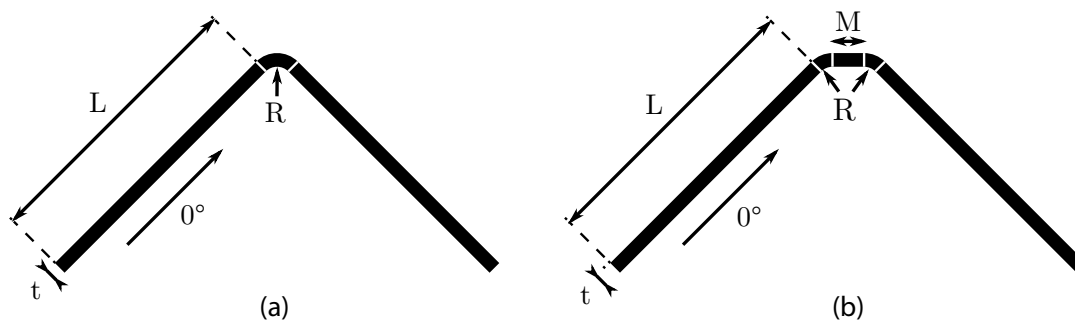


FIGURE 4.1 – Introduction d'un méplat dans la zone rayonnée

Pour étudier la pertinence de l'introduction du méplat, un modèle éléments finis bidimensionnel homogénéisé a été développé. La figure 4.2 présente les champs de contrainte normale hors plan  $\sigma_{22}$  pour les éprouvettes L et M. La figure 4.2(a) se concentre sur les zones rayonnées tandis que la figure 4.2(b) présente les parties planes.

On constate que la contrainte  $\sigma_{22}$  dans les zones planes est négligeable (valeur de l'ordre de 5 MPa). Ces parties travaillent principalement en flexion. Par contre, les contraintes

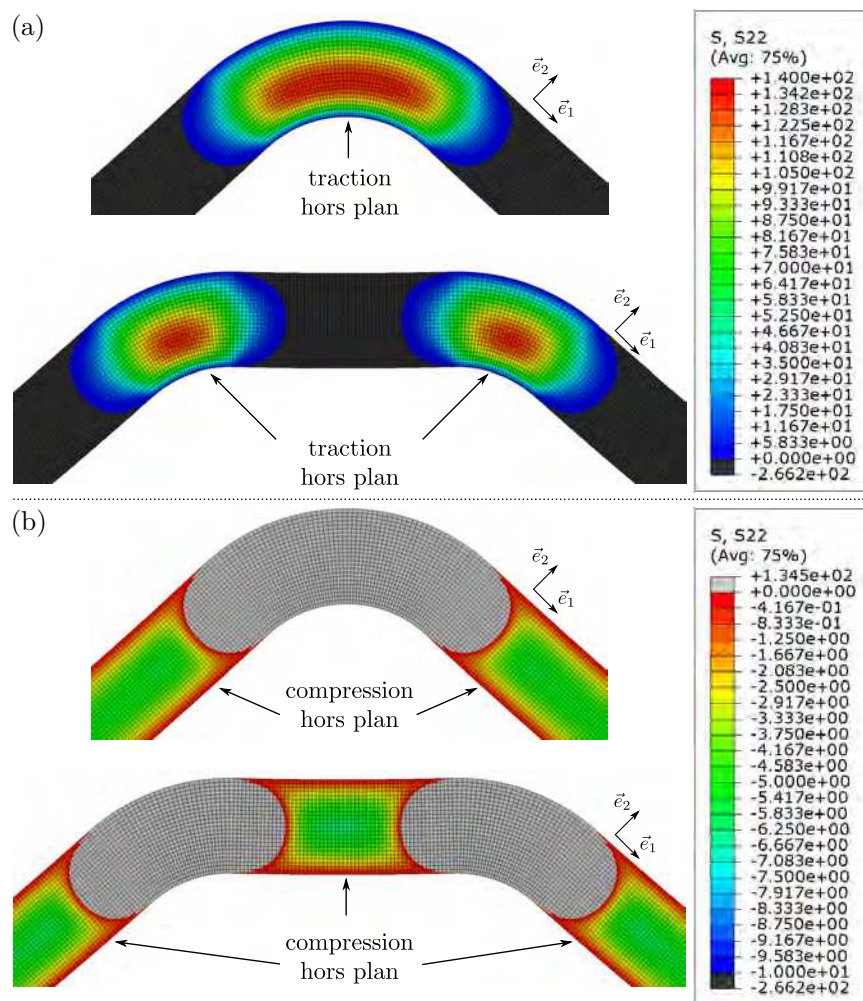


FIGURE 4.2 – Répartition des contraintes normales hors plan pour les éprouvettes LC1 et MC1

$\sigma_{22}$  sont bien maximales dans les rayons. La valeur est de l'ordre de 140 MPa (à comparer aux 5 MPa des parties planes).

Si on s'intéresse maintenant au champ des contraintes dans les zones rayonnées, on observe que la surface fortement chargée a une longueur de 6,5 mm pour une largeur de 1,26 mm soit une surface de 8,16 mm<sup>2</sup> pour l'éprouvette en L alors qu'elle a une longueur de 1,98 mm pour une largeur de 1,1 mm soit 2,14 mm<sup>2</sup> pour un rayon de l'éprouvette en M soit une surface totale de 4,28 mm<sup>2</sup> (pour les deux rayons). Autrement dit, l'ajout du méplat permet non seulement de diminuer la surface fortement chargée mais aussi de scinder en deux zones cette surface ce qui limite fortement le flux d'effort localement repris dans les rayons.

Ce comportement est représenté sur le graphe 4.3.

#### 4.1.2 Définition de la géométrie et de la méthodologie d'essai

**Éprouvette** L'objectif de cette éprouvette est d'étudier l'effet de l'ajout de ce méplat sur le comportement de l'éprouvette, tant en terme de raideur que de limite à rupture et

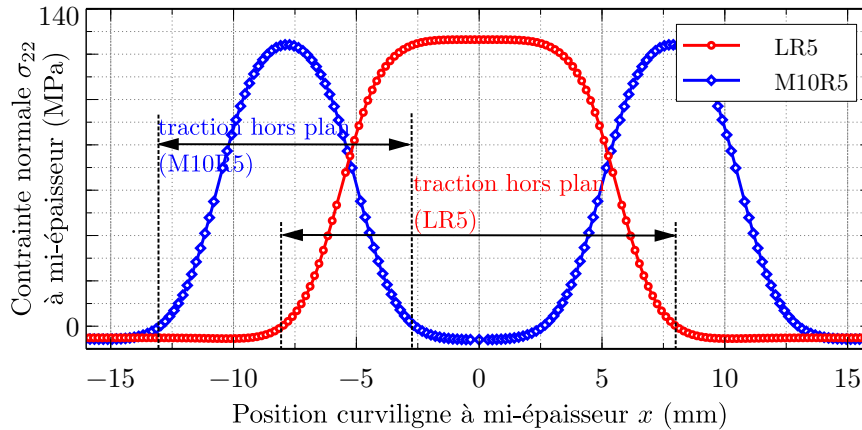


FIGURE 4.3 – Répartition des contraintes normales hors plan pour les éprouvettes LC1 et MC1

Configuration	Distances cylindres haut/bas (mm)	Distance contact-rayon (mm)
L C75/100	75/100	35,93
M C75/100	75/100	28,86
M C85/100	85/100	35,93

TABLEAU 4.1 – Distances caractéristiques du montage d'essai

scénario d'endommagement. Un méplat de 10 mm de long est introduit conformément à ce qui peut être utilisé sur certaines pièces industrielles. Les autres caractéristiques sont identiques à ce qui est utilisé sur les éprouvettes LR5. Les éprouvettes sont nommées M10R5.

Tout comme l'éprouvette LR5C1 présentée dans le chapitre 1, l'éprouvette est constituée de 24 plis d'unidirectionnel carbone. Le stratifié est quasi-isotrope, de séquence d'empilement  $[45/0/-45/90]_{3,\text{sym}}$ . La fabrication des éprouvettes M a été réalisée suivant la méthode présentée dans le chapitre 1 pour les éprouvettes L. Le compactage est réalisé tous les deux plis.

**Protocole d'essai** Les essais sont réalisés en flexion quatre points comme défini dans le chapitre 1. L'ajout du méplat allonge les éprouvettes ce qui conduit à rapprocher les lignes de contact cylindres/éprouvette des lignes de tangence bras/zones rayonnées. À moment fléchissant imposé constant, c'est-à-dire à écart relatif entre cylindres supérieurs et inférieurs constant, deux types de conditions limites ont été mis en œuvre. Comme illustré sur la figure 4.4, la première configuration (b) est identique à celle déjà utilisée pour les éprouvettes en L (a). La deuxième consiste à écarter les deux blocs de cylindres de 10 mm de façon à conserver la distance entre les rayons et les cylindres supérieurs (c).

Les caractéristiques des deux configurations, nommées C75/100 pour la configuration de référence et C85/110 pour la seconde, sont regroupées dans le tableau 4.1.

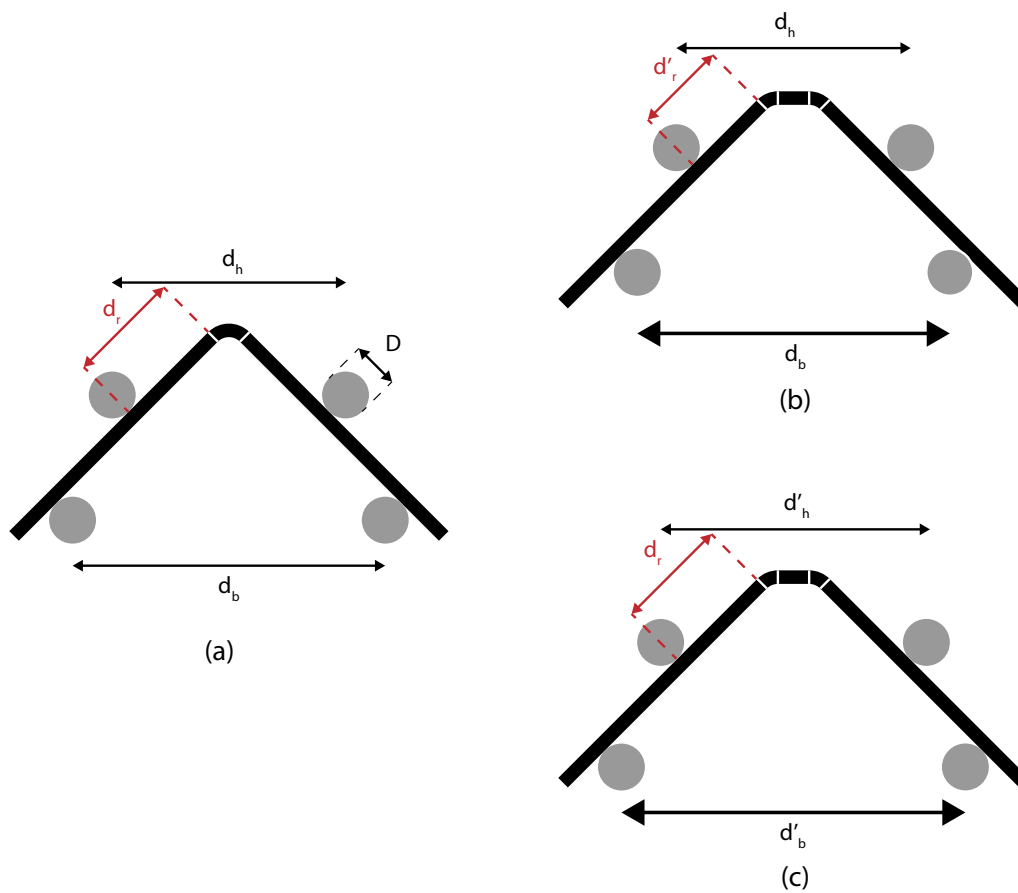


FIGURE 4.4 – Positionnement des cylindres (a) Éprouvette L C75/100, (b) Éprouvette M C75/100, (c) Éprouvette M C85/110

### 4.1.3 Résultats

Les courbes de réponse « effort par unité de largeur en fonction du déplacement » obtenues sont présentées au sein du graphique 4.5.

Les éprouvettes en M font apparaître un comportement similaire à celui observé pour les éprouvettes en L, à savoir : une première partie élastique non linéaire résultant de la flexion des bras suivie d'une rupture fragile. La valeur de l'effort à rupture est de 14% supérieure à celle mesurée pour les éprouvettes en L. Comme attendu, les conditions limites 75/100 amènent une rigidité plus importante qu'en configuration 85/110. Elles n'ont par contre qu'une influence négligeable sur la force à rupture puisque la différence calculée sur les valeurs moyennes n'est que de l'ordre de 5%.

La figure 4.6 permet de constater que la ruine débute sur la première interface  $-45//90$  dans l'un des demi-rayons.

Par la suite, d'autres interfaces  $-45//90$  ou  $90//45$  rompent successivement. Ce comportement est identique à ce qui a pu être observé pour les éprouvettes L dans le chapitre 1. L'ajout d'un méplat n'influence donc pas la séquence de ruine dans le cadre d'une sollicitation en dépliage.



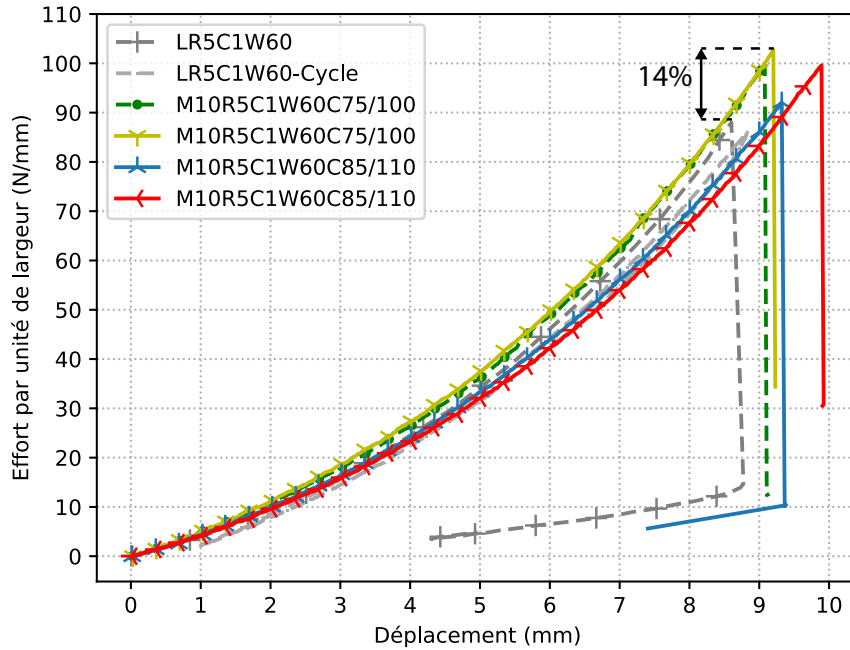


FIGURE 4.5 – Courbes de réponses expérimentales L-M

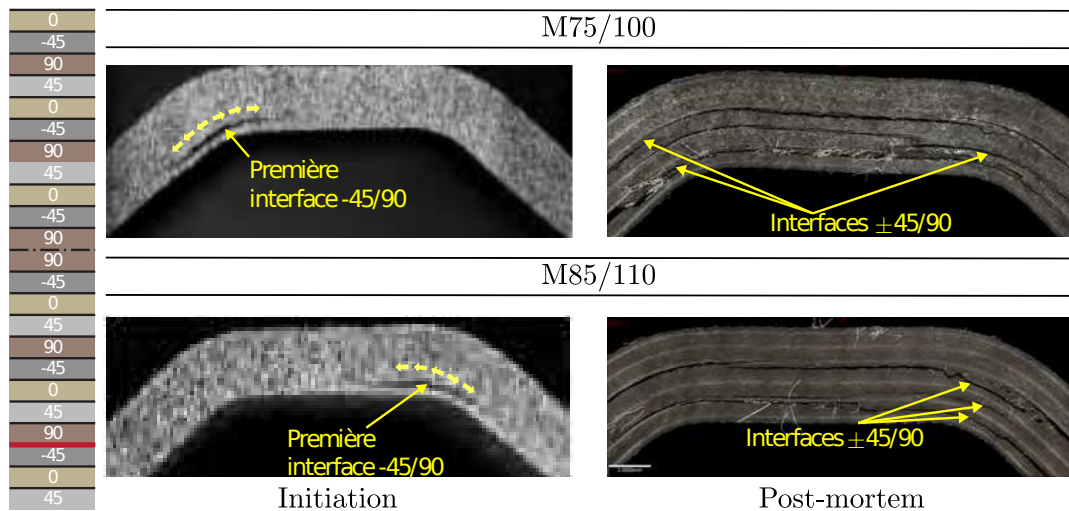


FIGURE 4.6 – Phénoménologie de ruine des éprouvettes M10R5C1 pour les configurations d'appuis 75/100 et 85/110

#### 4.1.4 Investigation sur l'interface critique

##### 4.1.4.1 Définition de nouveaux stratifiés

Comme observé dans la section précédente et dans le chapitre 1, le scénario de ruine ne varie pas en fonction de la géométrie de la pièce. Dans les deux cas, la première interface  $-45//90$  ou  $90//45$  initie la rupture. Pour les deux géométries, l'interface est donc de même nature et située à la même hauteur. Il est donc possible que la fragilité de la pièce provienne de la nature de cette interface. Afin de vérifier cette hypothèse, deux nouvelles

séquences de drapage sont étudiées (rappel, C1 :  $[45/0/ - 45/90]_{3,s}$ ) :

- C2 :  $[45/90/ - 45/0]_{3,s}$  ;
- C3 :  $[45_2/0_2/ - 45_2/90_2/45/0/ - 45/90]_s$ .

L'objectif de ces stratifications est donc de modifier la hauteur de l'interface considérée comme critique (voir figure 4.7) afin de déterminer d'une part si la nature des interfaces  $-45//90$  et  $90//45$  est en cause et si le positionnement dans l'épaisseur de ces interfaces pilote la rupture.

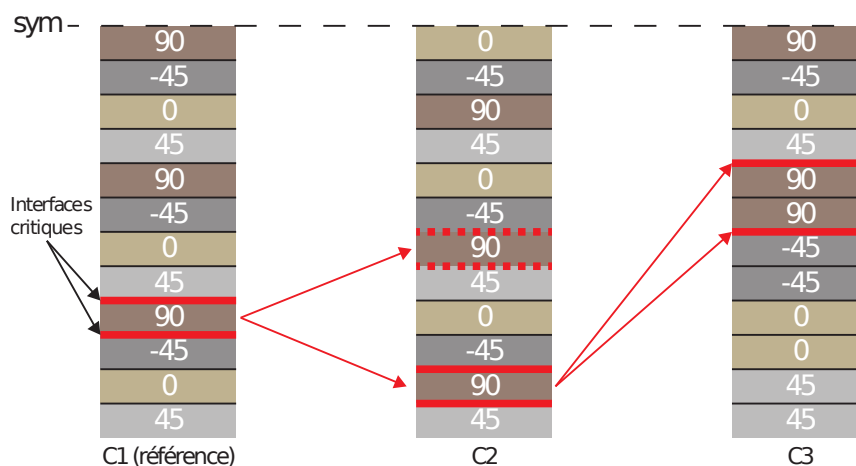


FIGURE 4.7 – Stratifiés étudiés

Ces deux stratifications sont mises en œuvre sur les deux types d'éprouvettes : LR5 et M10R5.

#### 4.1.4.2 Résultats

Les essais ont été réalisés suivant le même protocole que celui défini pour les éprouvettes L et M en configuration C1.

**4.1.4.2.1 Éprouvettes L** Le graphique 4.8 présente les courbes de réponse des stratifiés C2 et C3 comparés au stratifié de référence C1.

La configuration C2 apparaît comme étant plus souple (perte de raideur de 4%) que les configurations C1 et C3, ce qui apparaît comme cohérent avec le fait que les plis à  $0^\circ$  sont plus rapprochés du centre de l'éprouvette que sur les deux autres configurations, entraînant une diminution de la raideur de flexion. Les configurations C1 et C3 ont par contre une raideur identique.

La configuration C2 se montre plus instable que les deux autres configurations avec des écarts d'effort à rupture par unité de largeur de  $15\text{N/mm}$  contre  $5\text{N/mm}$  et  $2\text{N/mm}$  pour respectivement les configurations C1 et C3. En comparant les efforts maximums de chaque configuration on peut constater que la configuration C1 est la plus résistante au dépliage, l'effort à rupture moyen étant supérieur de 20% comparé à la configuration C2 et de 32% face à la configuration C3 qui est la plus faible des trois. Enfin, lorsque l'on compare les valeurs maximales obtenues pour les configurations C1 et C2, la différence d'effort à rupture est réduite à 10%.

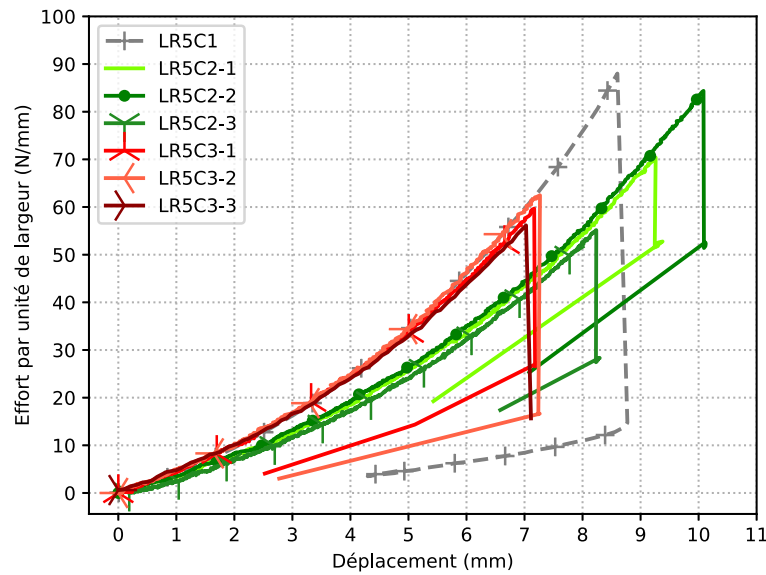


FIGURE 4.8 – Courbes de réponses des différents stratifiés pour une éprouvette L

Pour finir on observe lors de la rupture que, tout comme pour la configuration C1, le stratifié C3 libère une grande partie de l'énergie emmagasinée pendant l'essai, l'effort chutant de 70%. *A contrario* la configuration C2 libère pratiquement deux fois moins d'énergie avec une chute d'effort d'environ 40%.

La phénoménologie de ruine des deux nouveaux stratifiés, présentée figure 4.9 est intéressante.

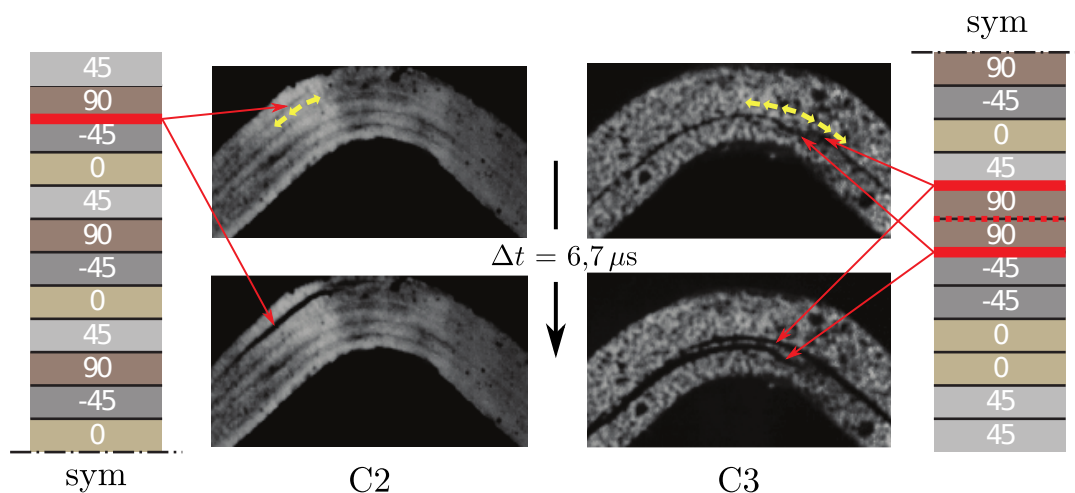


FIGURE 4.9 – Phénoménologie de ruine des stratifiés LR5C2 et LR5C3

On peut observer tout d'abord que la première fissure s'initie dans tous les cas aux alentours de la jonction bras/rayon comme pour la configuration C1. D'autre part, il apparaît sur la configuration C3 que, là encore, la première fissure s'initie sur les premières



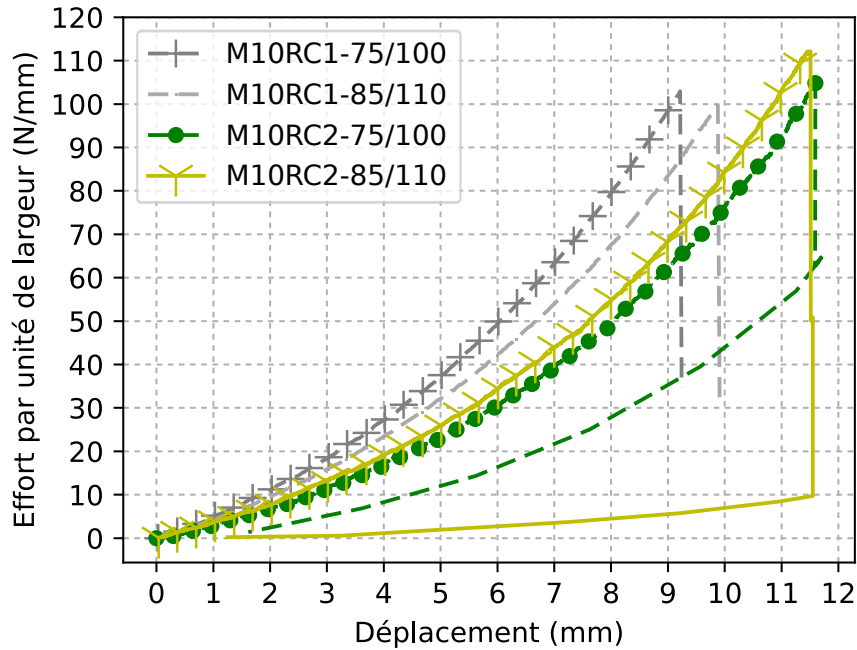


FIGURE 4.11 – Courbes de réponses des éprouvettes M pour les stratifiés M10R5C1 et M10R5C2

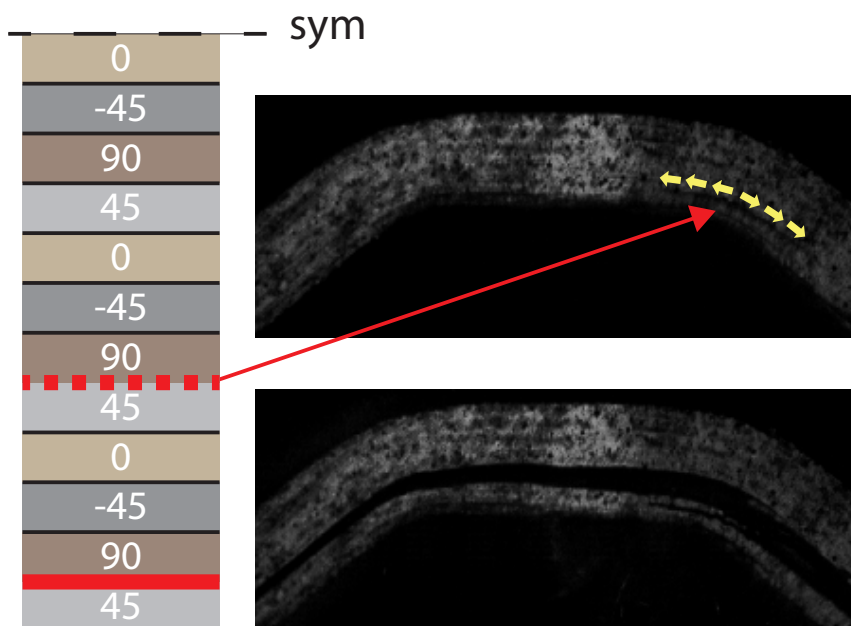


FIGURE 4.12 – Phénoménologie de ruine des éprouvettes M10R5C2

la question du passage d'un mode de ruine par instabilité pour la LR5C2 à un mode de ruine par ouverture pour la M10R5C2. Une explication peut être trouvée dans la longueur d'arc chargé en compression. La décomposition d'un arc de  $90^\circ$  pour les éprouvettes en L en deux arcs de  $45^\circ$  pour les éprouvettes en M entraîne géométriquement une diminution de la longueur en compression, paramètre qui influe au carré sur la charge critique de

flambement. L'instabilité étant repoussée c'est le mode d'ouverture qui est prépondérant.

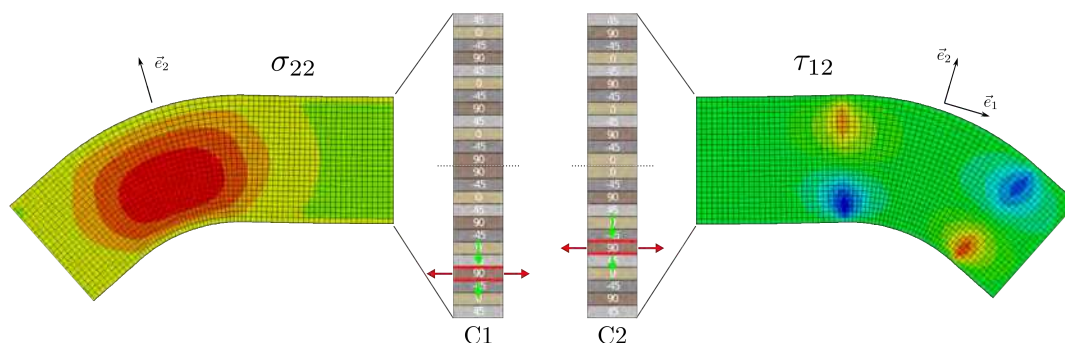


FIGURE 4.13 – Mode de ruine des éprouvettes M10R5C1 et M10R5C2

Le tableau 4.2 présente une synthèse des niveaux d'effort à rupture par unité de largeur et des interfaces rompues observés lors des différents essais.

	LR5	M10R5	
		75/100	85/110
C1	$85 \pm 4$	$101 \pm 2$	$96 \pm 3$
	1ère int. $-45//90$	1ère int. $-45//90$	1ère int. $-45//90$
C2	$70 \pm 15$	105	112
	dernière int. $-45//90$	2ème int. $45//90$	2ème int. $45//90$
C3	$60 \pm 3$	X	X
	1ères int. $-45//90$ et $90//45$		

TABLEAU 4.2 – Charges à rupture par unité de largeur (en  $N.mm^{-1}$ ) et première interface délaminiée

Au bilan, le seul dénominateur commun à l'ensemble de ruptures observées concerne la nature de la première interface qui cède : soit  $\pm 45//90$  ou  $90//\pm 45$ . Il semble que la rupture soit pilotée par une compétition entre différents phénomènes : ouverture et instabilité qui permettent d'expliquer une majeure partie des observations réalisées.

## 4.1.5 Comparaison essai/calculs

### 4.1.5.1 Influence de l'ajout d'un méplat

Les deux modèles développés dans le chapitre 3 ont été utilisés pour simuler le dépliage des éprouvettes avec méplat en stratification C1 (M10R5C1) et en configurations 75/100 et 85/110. Les données matériaux utilisées sont les mêmes que celles validées pour le modèle LR5C1 de chaque approche. Le graphique 4.14 présente les résultats obtenus.

Chacun des modèles représente correctement la réponse non linéaire de l'éprouvette, pour chaque configuration d'appuis. On constate tout d'abord que le modèle semi-continu parvient à prédire l'effort à rupture de l'éprouvette correctement, avec une erreur d'environ 5%. On observe également que la raideur en fin du chargement diffère quelque peu de la réponse expérimentale (erreur inférieure à 5%).

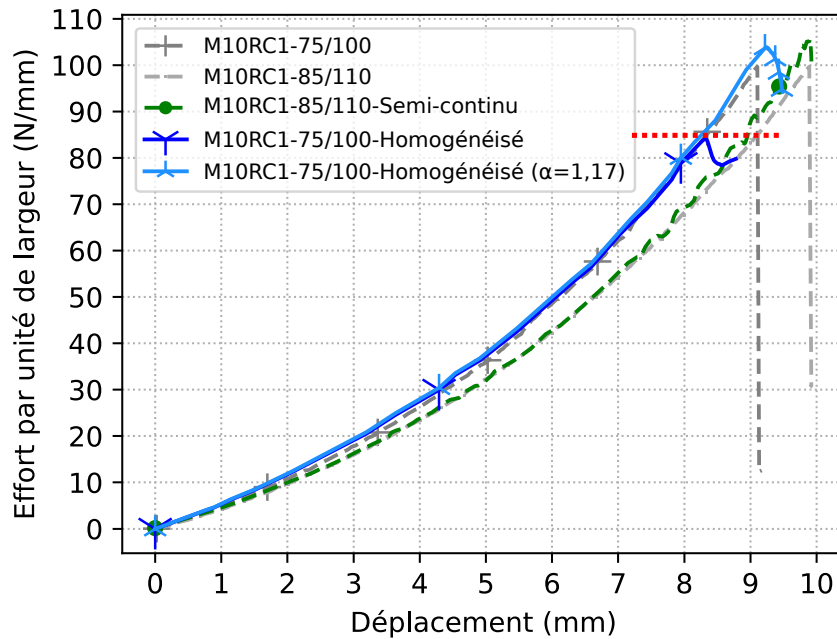


FIGURE 4.14 – Courbes de réponses expérimentales et numériques des éprouvettes M10R5C1 pour les modèles homogénéisé et semi-continu

Le modèle homogénéisé, avec les valeurs identifiées précédemment prédit une rupture prématurée de l'éprouvette, avec un effort à rupture inférieur d'environ 15% à celui obtenu expérimentalement. De la même manière que dans le chapitre 3, il est possible de corriger le comportement du modèle en appliquant une correction sur les valeurs du critère d'initiation utilisées dans les éléments cohésifs. Pour ce calcul, un coefficient de recalage  $\alpha = 1,17$  a été utilisé ce qui permet d'augmenter la valeur à rupture sans modification du scénario de ruine.

**4.1.5.1.1 Analyse du scénario de ruine : modèle homogénéisé** La figure 4.15 présente le scénario de ruine obtenu avec le modèle homogénéisé pondéré du coefficient  $\alpha$ .

On observe une initiation de la fissure au centre de l'éprouvette sur la première interface  $-45//90$  (A). Celle-ci se propage ensuite dans la largeur de l'éprouvette jusqu'à atteindre le bord (C). En parallèle, une seconde fissure s'initie sur le côté de l'éprouvette sur la seconde interface  $-45//90$  (B) et débouche rapidement sur le bord (D) sans se propager sur toute la largeur de l'éprouvette (la fissure n'est débouchante que d'un côté lors de l'arrêt de la simulation). Enfin, lorsque l'on regarde le dernier état calculé (E), on constate que trois interfaces sont endommagées : la première interface  $-45//90$  par le biais de deux fissures dans les deux zones rayonnées, la seconde interface  $-45//90$  dans le rayon de gauche et la seconde interface  $90//45$  dans ce même rayon. Le scénario de ruine obtenu correspond partiellement à celui observé expérimentalement. Le délaminage s'initie et se développe dans un premier temps dans la bonne interface par contre, il apparaît simultanément en plusieurs zones ce qui n'a pas été observé expérimentalement.

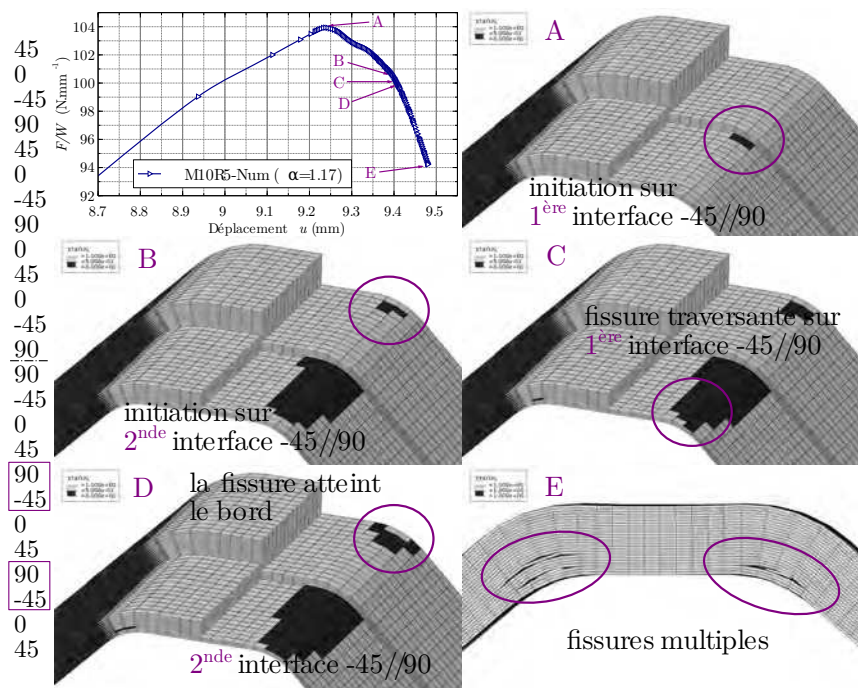


FIGURE 4.15 – Scénario de ruine prédit par le modèle homogénéisé pour l'éprouvette M10R5C1-75/100

#### 4.1.5.1.2 Analyse du scénario de ruine : modèle semi-continu

**M10R5C1** La figure 4.16(a) présente le faciès de rupture prédit par le modèle semi-continu pour une éprouvette M10R5C1, ici en configuration 85/110. L'initiation du délaminage, au niveau d'un rayon sur la première interface  $-45/90$ , est correctement prédite ainsi que la propagation vers le centre du méplat et le long du bras de l'éprouvette.

Les figures 4.16(b), (c) et (d) présentent la répartition des contraintes hors plan : normale  $\sigma_{33}$  et de cisaillements  $\tau_{13}$  et  $\tau_{23}$  respectivement.

L'interface qui rompt en premier est celle qui subit le chargement mixte de traction et cisaillements hors plan maximal comme le montrent les illustrations (b), (c) et (d) de la figure 4.16. Les interfaces les plus chargées en cisaillement sont la  $-45/90$  du bas et la  $90/-45$  du haut du stratifié.

Le démarrage du délaminage en partie basse de l'éprouvette s'explique par la sollicitation de traction normale hors plan qui est maximale dans la zone inférieure du rayon de l'éprouvette. L'effet protecteur du méplat apparaît clairement sur la figure 4.16(b) qui met en évidence la sollicitation de compression hors plan au niveau du centre du méplat et du bras qui entourent le rayon et sur la partie extérieure du stratifié.

#### 4.1.5.2 Influence d'un changement de stratification

Le graphe de la figure 4.17 présente les courbes de réponses expérimentales (courbe LR5Ci-1 parmi les trois de la figure 4.8) et numériques obtenues avec le modèle semi-continu pour les éprouvettes LR5C2 et LR5C3 (effort par unité de largeur d'éprouvette en fonction du déplacement imposé).



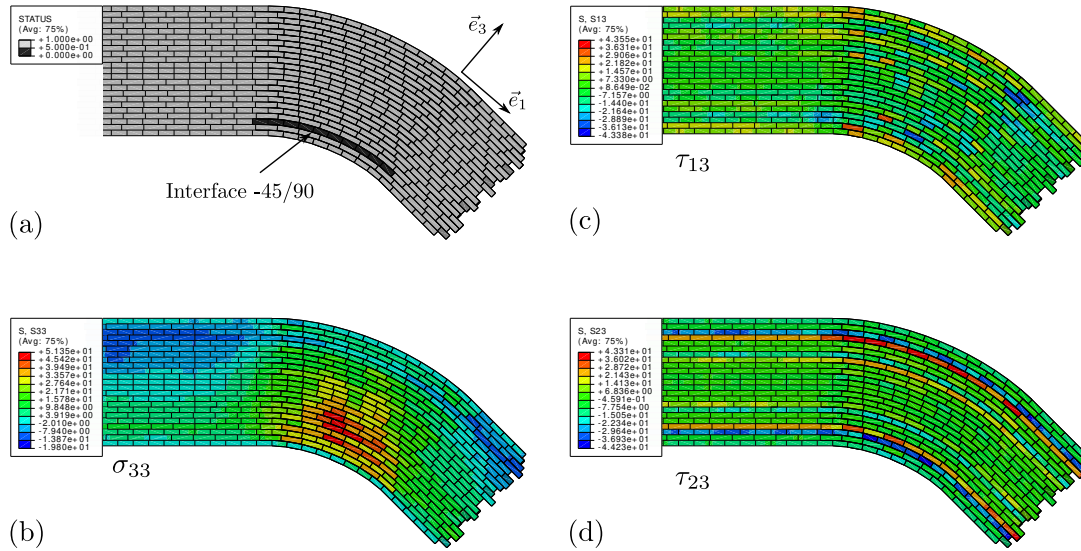


FIGURE 4.16 – (a) Fissure obtenue avec le modèle semi-continu pour l'éprouvette M10R5C1 (b, c, d) Champs de contraintes pour un niveau d'endommagement de 10% dans l'élément cohésif le plus endommagé

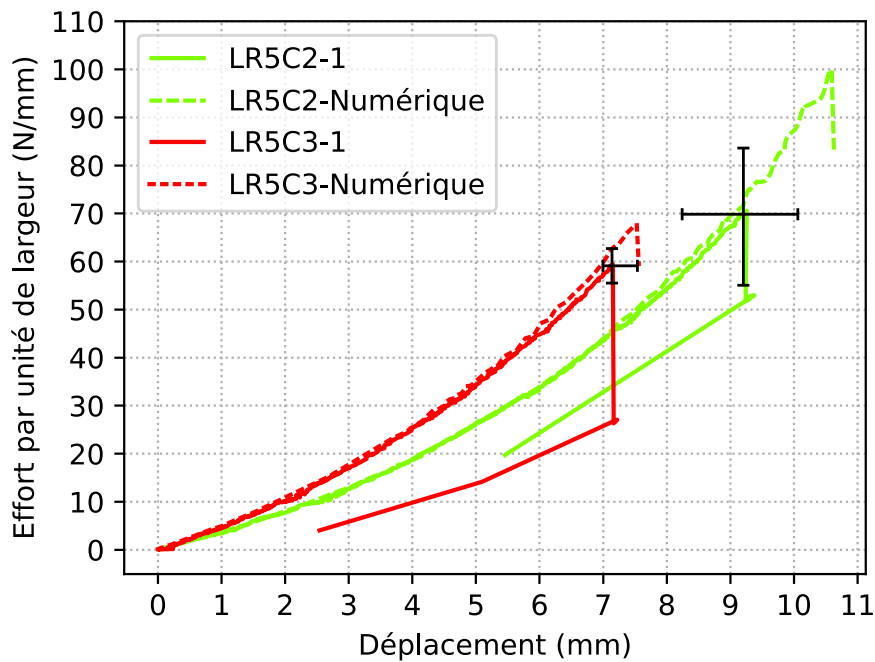


FIGURE 4.17 – Courbes de réponse du modèle semi-continu pour les éprouvettes LR5C2 et LR5C3

Globalement le modèle est capable de reproduire la forme globale des réponses obtenues expérimentalement. Il échoue par contre à prédire la charge à rupture précisément.

**LR5C2** Les trois essais réalisés dans cette configuration ont conduit à des efforts à rupture par unité de largeur d'éprouvette de 55, 71 et 84  $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Cette forte dispersion

a été expliqué par une rupture pilotée par instabilité, en partie extérieure de stratification (dernière interface  $-45//90$ ). Avec  $100 \text{ N.mm}^{-1}$  le modèle surestime la charge à rupture de 42%.

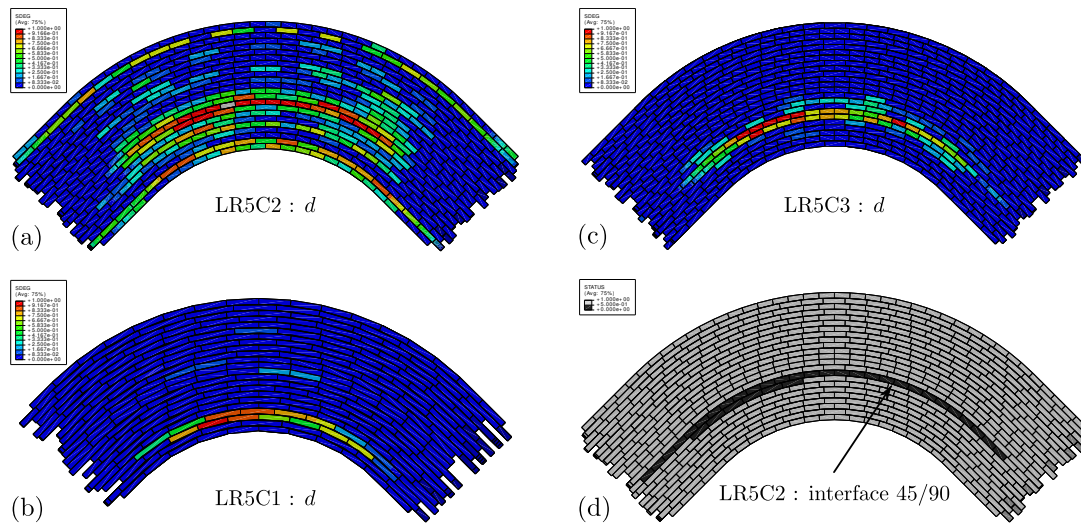


FIGURE 4.18 – (a, b, c) Endommagement des interfaces LR5C2, LR5C1 et LR5C3 (premier élément à  $d = 1$  en bord) (d) Fissure LR5C2

Le champ d'endommagement des éléments cohésifs présenté dans la figure 4.18(a), au moment où le premier élément atteint la rupture en bord ( $d = 1$ ), fait apparaître une très grande dispersion spatiale du dommage sur cette éprouvette LR5C2. Le tiers des interfaces de l'éprouvette atteint localement des niveaux de dommage supérieurs à 0,5. Ce phénomène est très différent de ce qui peut être observé avec les éprouvettes stratifiées C1 (figure 4.18(b)) et C3 (figure 4.18(c)) où les dommages importants localisent dans une zone du modèle et se propagent ensuite dans l'interface la plus touchée. Le modèle semi-continu, même s'il est incapable de prédire le niveau de charge à rupture adéquat et la bonne interface rompue (figure 4.18(d)) met toutefois en évidence la nature instable de la ruine de l'éprouvette en stratification C2. De multiples interfaces étant fortement endommagées, le délaminage peut partir de manière plus aléatoire que dans le cas des stratifications C1 et C3. Une piste d'amélioration du modèle, pour tenter de capter la bonne physique, pourrait consister à introduire la différence de comportement mécanique observée en traction et en compression dans les plis à  $0^\circ$ . Ces plis sont en effets chargés en compression en partie extérieure de stratification. Ils pourraient jouer un rôle important dans le départ de l'instabilité.

**LR5C3** Dans le cas de l'éprouvette LR5C3, le modèle semi-continu surestime l'effort à rupture de l'ordre de 13% par rapport à l'effort moyen constaté expérimentalement.

La ruine de l'éprouvette est toutefois bien représentée comme le montrent les différents états regroupés dans la figure 4.19. L'endommagement se développe et se propage dans la première interface  $90//90$  et tend à affecter les interfaces situées juste au dessus et au dessous c'est-à-dire  $-45//90$  et  $90//45$  comme cela a été observé expérimentalement.

Cette bonne adéquation essai/calcul confirme le rôle préjudiciable des interfaces  $\pm 45//90$  et  $90//\pm 45$  sur la tenue mécanique des pièces. Que ce soit en essai ou en

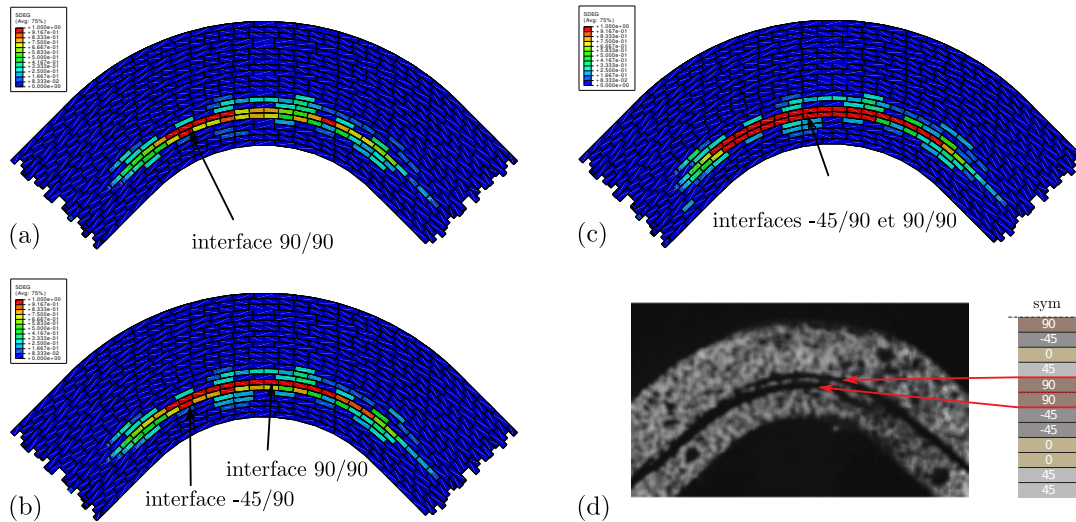


FIGURE 4.19 – Phénoménologie de ruine de l'éprouvette LR5C3 prédite par le modèle semi-continu

calcul, toutes les ruines constatées ont impliqué ce type d'interface, quelle que soit sa position dans la séquence d'empilement du stratifié.

#### 4.1.6 Bilan

L'introduction d'un méplat dans la zone rayonnée ainsi que la modification de la stratification ont montré leur pertinence pour améliorer les performances mécaniques de pièces rayonnées soumises au dépliage. Les études expérimentales réalisées montrent que quelle que soit la stratégie d'optimisation employée, la ruine des éprouvettes se fait par délaminage, sous l'effet d'un mix des contraintes hors-plan : cisaillement  $\tau_{13}$  et  $\tau_{23}$  et traction normale  $\sigma_{33}$ , voire de phénomène d'instabilité en peau extérieure d'éprouvette. Les études numériques, bien qu'imparfaites, ont confirmé ces tendances.

Dans la suite, une optimisation d'ordre topologique est introduite sous la forme d'un raidisseur dans la partie rayonnée. Ce dernier rend la zone non développable, autrement dit plus difficilement dépliable.

## 4.2 Ajout d'une contre-forme

### 4.2.1 Nouvelles géométries

Deux nouvelles géométries sont proposées : LR5S et M10R5S. Elles sont obtenues en introduisant un raidisseur au centre de la zone rayonnée des pièces LR5 et M10R5. Ces géométries ont été présentées au sein du chapitre 2 dédié à la stratégie de fibrage. Elles sont représentatives des géométries de pièces produites par SKF Aerospace.

Comme nous avons pu le voir dans les chapitres précédents, lors d'une sollicitation en dépliage, la partie rayonnée des pièces subit un chargement transverse important composé de traction hors plan et cisaillement hors plan. Ces sollicitations entraînent alors l'apparition de fissures interlaminaires qui conduisent à la ruine de la pièce. La contre-forme a

pour objectif de prévenir ce phénomène en redistribuant les efforts sur d'autres zones de l'éprouvette où le mode de sollicitation, plus simple, permet de mieux maîtriser la ruine de la pièce.

Les deux géométries sont présentées en détails dans la figure 4.20 et les principales dimensions dans la figure 4.21. Les carreaux de Bézier définissant précisément ces géométries sont disponibles en annexe A.

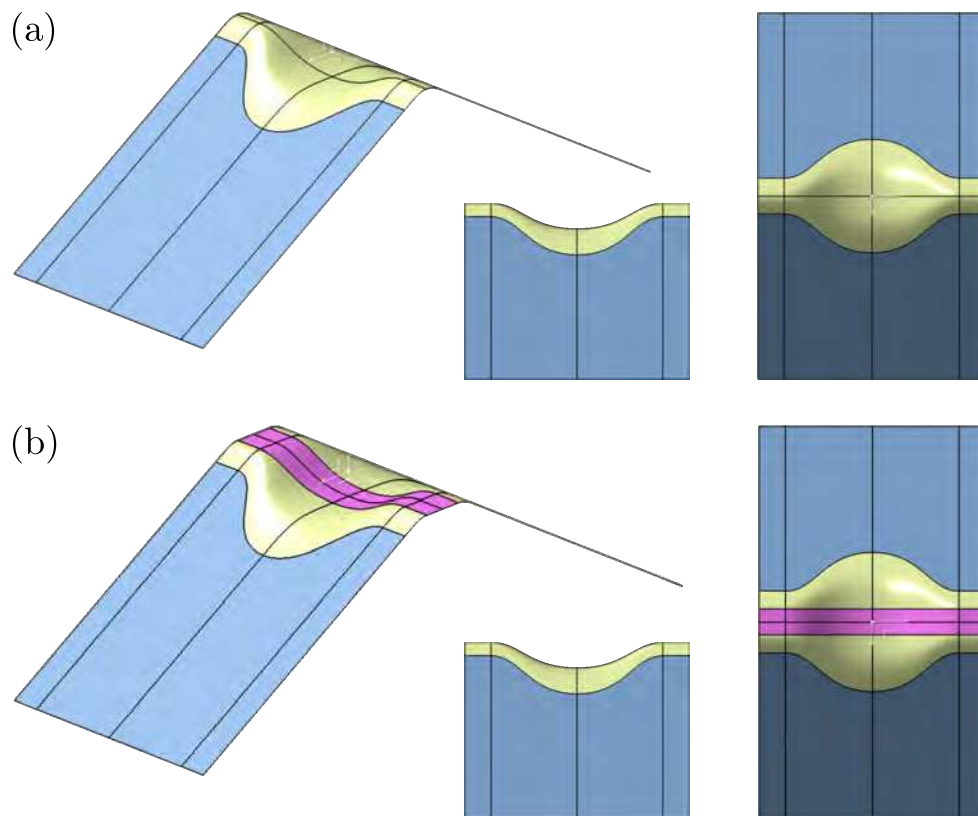


FIGURE 4.20 – Géométrie des pièces LR5S (a) et M10R5S (b)

Les deux nouvelles pièces reprennent donc les caractéristiques des pièces développables LR5 et M10R5 avec deux bras de 90 mm de long, une largeur de 60 mm, des rayons de 5 mm et, pour l'éprouvette M10R5, un méplat de 10 mm qui coupe le rayon central en deux. La contre-forme, ajoutée au centre de l'éprouvette, est conçue de telle sorte qu'il y ait continuité en tangence en tout point de la surface. Sa forme a été optimisée de manière à faciliter au maximum la drapabilité des plis unidirectionnels de carbone pré-imprégné sur la surface. Pour cela, plusieurs outillages ont été imprimés en 3D et utilisés pour fabriquer des pièces témoins. Enfin, le raidisseur occupant la partie centrale de la pièce, la géométrie des éprouvettes LR5 et M10R5 est retrouvée en bord d'éprouvette sur une largeur de 7 mm (rectangles rouges de la figure 4.21).

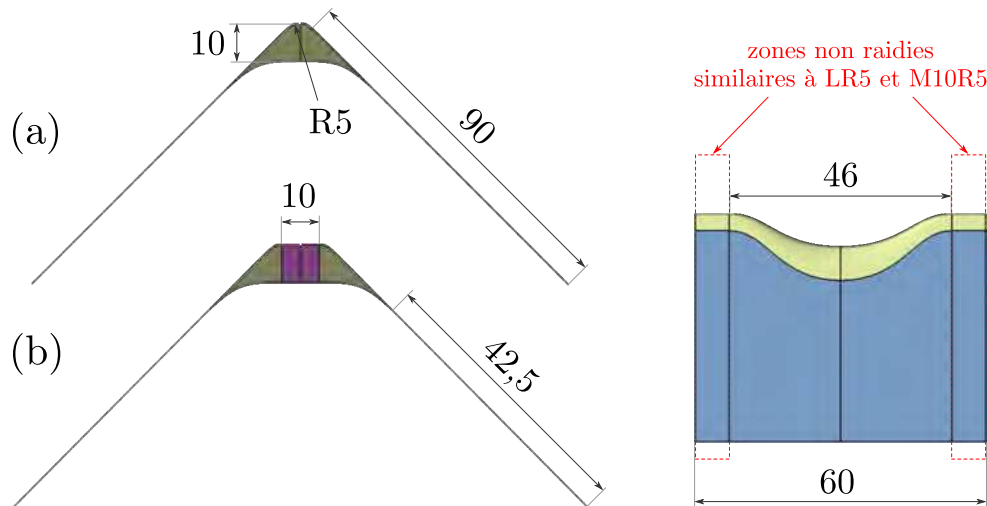


FIGURE 4.21 – Principales dimensions (en mm) des pièces LR5S (a) et M10R5S (b)

## 4.2.2 Campagne expérimentale

### 4.2.2.1 Fabrication des éprouvettes

Les éprouvettes ont été fabriquées selon la séquence d'empilement C1 : LR5SC1 et M10R5SC1 (C1 :  $[45/0/ - 45/90]_{3,s}$ ). Les plis sont déposés à la main un par un, avec beaucoup de soin pour éviter toute apparition de plis. Les premiers prototypes fabriqués ont fait apparaître la nécessité de réaliser une mise sous vide dès le premier pli posé afin de bien plaquer ce dernier sur l'outillage et de garantir une bonne adhérence de la pièce sur l'outillage en cours de fabrication. Par la suite, un compactage est appliqué tous les deux plis, suivant le même protocole de fabrication que pour les éprouvettes LR5 et M10R5 sans raidisseur. Enfin, et toujours pour limiter au maximum l'apparition de plis dans les pièces, les éprouvettes sont fabriquées sur des outillages individuels puis redécoupées en bords après cuisson en autoclave sous poche à vide selon le cycle présenté en chapitre 1.

Malgré toutes les précautions déployées, la première éprouvette fabriquée (d'un état très satisfaisant avant cuisson) a présenté des plis après cuisson au niveau de la jonction : surface développable/raidisseur. Ces plis ont été attribués à la redistribution des mèches de carbone rendue possible par la fluidification de la résine en cours de cuisson. Afin de pallier à ce problème, un contre-moule a été usiné pour utilisation dans la poche à vide. Le champ de pression a été homogénéisé au maximum, par l'utilisation d'un morceau de drain isolé dans du tissu séparateur, placé au niveau du raidisseur. Cette solution est illustrée dans la figure 4.22.

### 4.2.2.2 Protocole expérimental

L'environnement du montage d'essai décrit dans le chapitre 1 est modifié afin de prendre en compte la contre-forme. Pour cela, deux miroirs sont placés sur et sous la contre-forme et quatre caméras rapides sont utilisées comme présenté dans la figure 4.23.

Les deux premières filment la tranche de chaque côté de l'éprouvette. Les deux autres caméras filment les deux miroirs placés afin de capturer les phénomènes ayant lieu à l'intérieur et à l'extérieur de la contre-forme. Le reste du montage est identique à ce

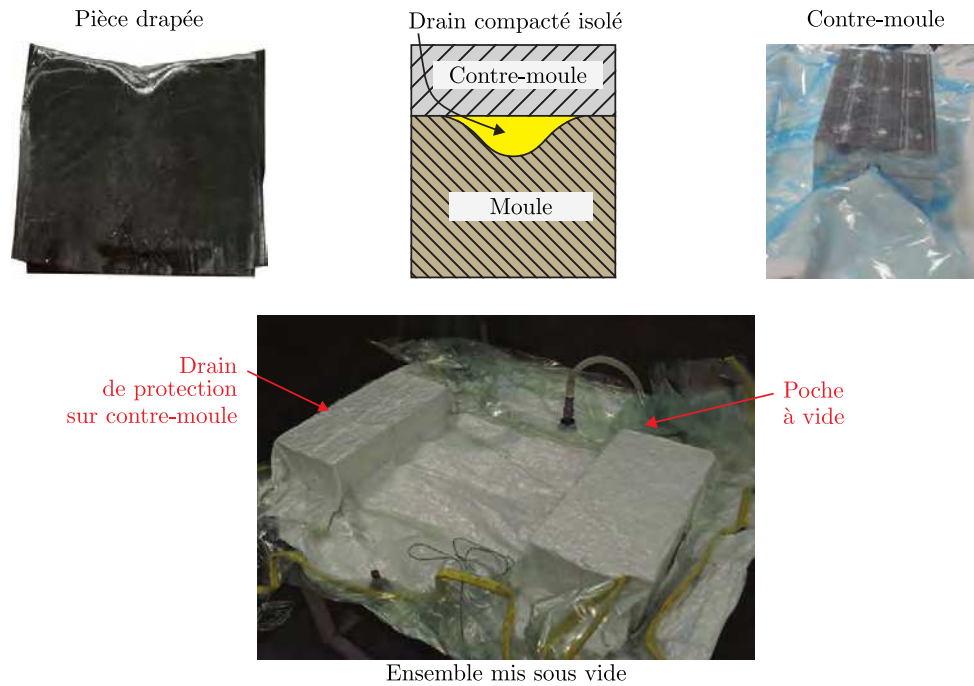


FIGURE 4.22 – Processus de fabrication adapté pour les pièces avec raidisseur

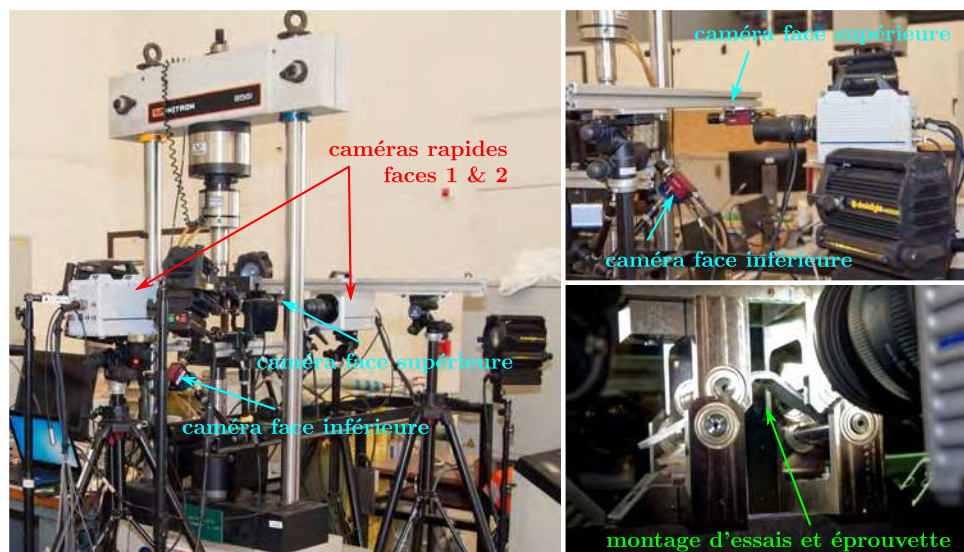


FIGURE 4.23 – Montage d'essais et équipement pour éprouvettes LR5S et M10R5S

qui a été indiqué précédemment. Pour être en mesure de comparer les performances des topologies L et M, tous les essais sont réalisés en configuration 85/110.

Enfin les mêmes conditions de chargement et d'acquisition sont utilisées pour charger les éprouvettes et enregistrer les signaux.

### 4.2.2.3 Résultats

**4.2.2.3.1 LR5C1** La figure 4.24 présente l'évolution de la charge par unité de largeur d'éprouvette en fonction du déplacement imposé pour les éprouvettes LR5C1 avec et sans raidisseur.

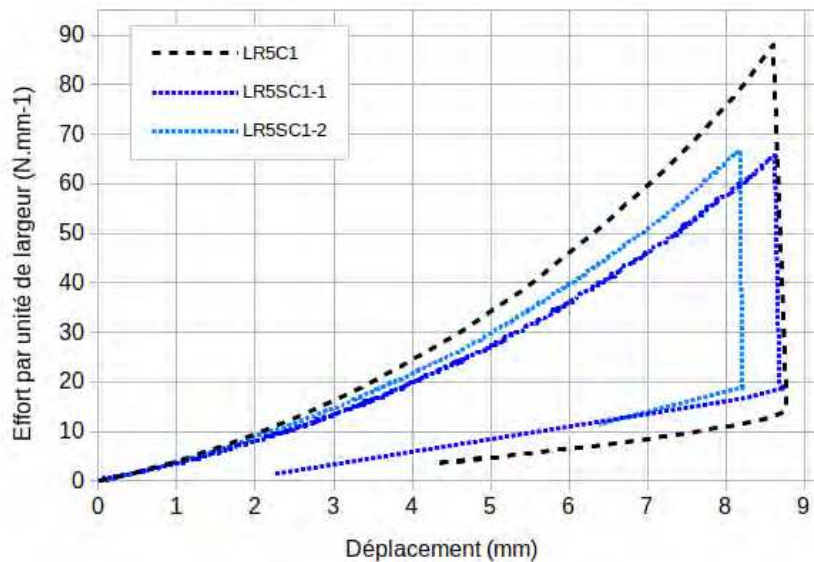


FIGURE 4.24 – Courbes de réponse des éprouvettes LR5C1

En première observation, le comportement mécanique relevé est similaire pour les éprouvettes raidies et non raidies. Il est caractérisé par une montée en charge non linéaire rigidifiante suivie d'une rupture brutale qui libère la presque totalité de l'énergie accumulée en cours d'essai.

La seconde observation concerne le raidisseur : il n'a pas l'effet escompté. L'éprouvette avec raidisseur est à la fois plus souple et moins résistante que l'éprouvette non raidie. La perte de raideur peut s'expliquer par le changement de conditions aux limites : les éprouvettes LR5C1 sont testées en configuration 85/110 tandis que les éprouvettes LR5C1 le sont en configuration 75/100 (il avait été montré sur les éprouvettes en M (figure 4.11) que ce changement de conditions limite influençait la raideur et, de manière marginale, la charge à rupture).

L'effort à rupture moyen obtenu pour les éprouvettes raidies est de l'ordre de  $66 \text{ N.mm}^{-1}$ . Cela représente une chute d'environ 25% par rapport aux éprouvettes non raidies. L'analyse du scénario de ruine présenté dans la figure 4.25, similaire sur les deux éprouvettes raidies testées, met en évidence la présence de nombreuses interfaces délaminées dans l'éprouvette, interfaces qui diffèrent d'un bord à l'autre.

Ainsi une première fissure apparaît en face 2 sur la deuxième interface  $-45//90$ . Elle couvre très rapidement (dès la première image où elle devient visible) la totalité de la zone rayonnée et une partie des deux bras de l'éprouvette, de manière similaire aux observations faites sur les LR5. À partir de  $78 \mu\text{s}$  des fissures apparaissent également sur la face 1 : une première sur la seconde interface  $90//45$  puis une deuxième et une troisième sur les interfaces médianes  $-45//90$  et  $90// -45$ . La première se propage sur une grande distance dans les bras (elle est vraisemblablement arrêtée par la compression hors plan

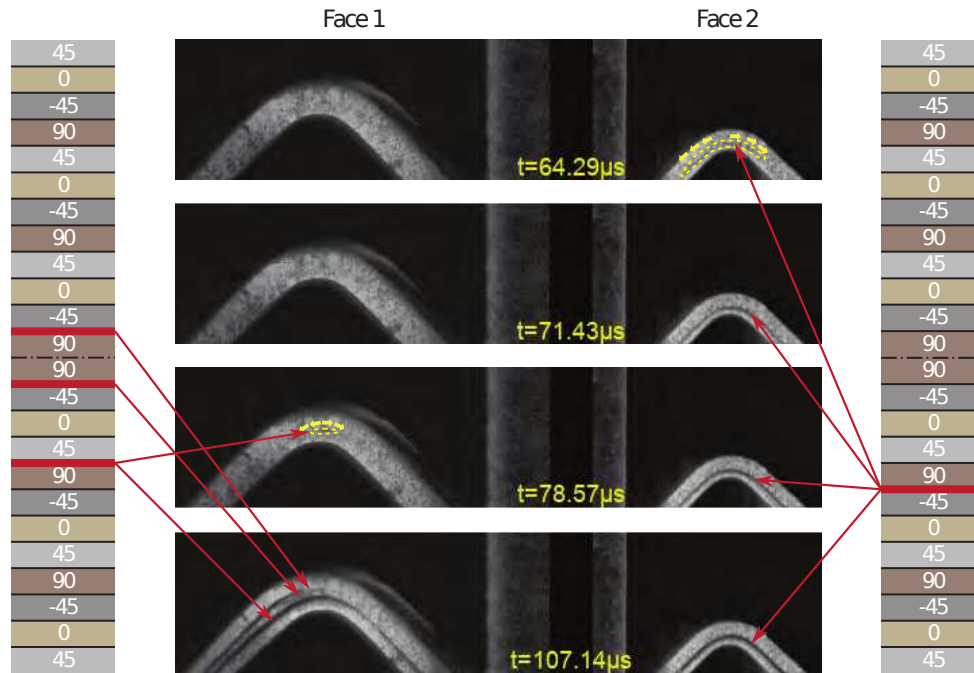


FIGURE 4.25 – Phénoménologie de ruine des éprouvettes LR5SC1

induite localement par les cylindres) tandis que la deuxième et la troisième fissures ne se propagent que dans un seul bras, sur une grande distance.

En bilan, la ruine de ces éprouvettes raidies est plus complexe que celle des non raidies, avec plus d'interfaces qui rompent et des fissures qui ne traversent pas la largeur de l'éprouvette. La nature des interfaces impliquées dans la ruine de la structure est par contre identique :  $\pm 45//90$  et  $90//\pm 45$ .

**4.2.2.3.2 M10R5SC1** L'analyse des réponses « effort par unité de largeur en fonction du déplacement » fournies sur la figure 4.26 pour les éprouvettes M10R5SC1 conduit à des conclusions similaires que pour les éprouvettes LR5SC1 à ceci près qu'il y a ici pas d'incidence sur la rigidité. Ce constat s'explique par le fait qu'ici la configuration d'essai est la même : 85/110 et que la raideur des bras, très nettement plus faible que celle de la zone raidie, est prépondérante sur la réponse globale.

L'effort à rupture moyen est de l'ordre de 39% inférieur à celui relevé pour les éprouvettes M10R5C1 non raidies. Cette chute est significativement plus importante que pour les éprouvettes fabriquées sur base L. De plus, elle s'accompagne d'une dispersion prononcée : effort par unité de largeur à rupture de  $61 \pm 12 \text{ N.mm}^{-1}$ .

Le scénario de ruine des éprouvettes M10R5SC1, qualitativement répétable, est présenté dans la figure 4.27.

Globalement, deux délaminages majeurs conduisent à la ruine les éprouvettes : le premier en partie supérieure du stratifié sur la première interface  $45//90$  à partir de la surface neutre, le second en partie inférieure du stratifié sur l'interface en position miroir de la première par rapport à la surface neutre. Tout comme pour les éprouvettes LR5SC1 ces fissures ne traversent pas les éprouvettes de bord à bord. Elles restent également confinées dans le méplat et dans un seul bras (elles ne passent pas du bras gauche au



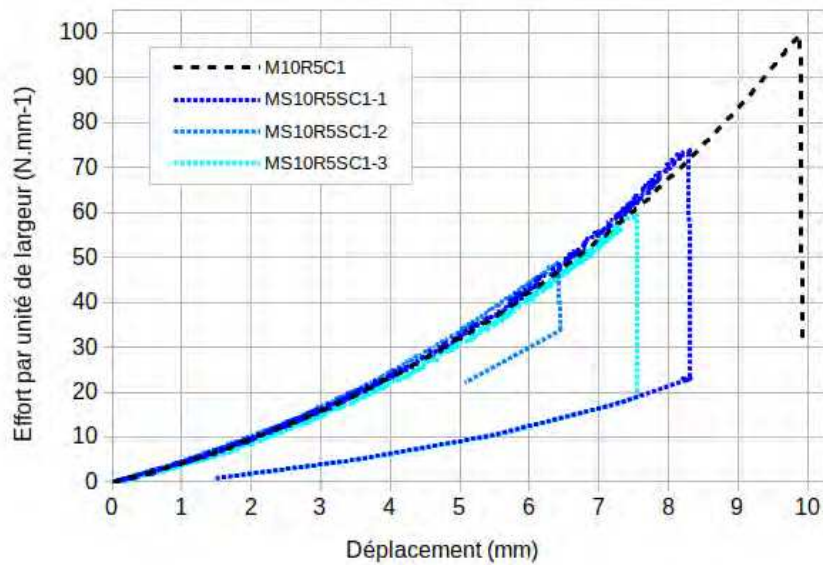


FIGURE 4.26 – Courbes de réponse des éprouvettes M10R5SC1

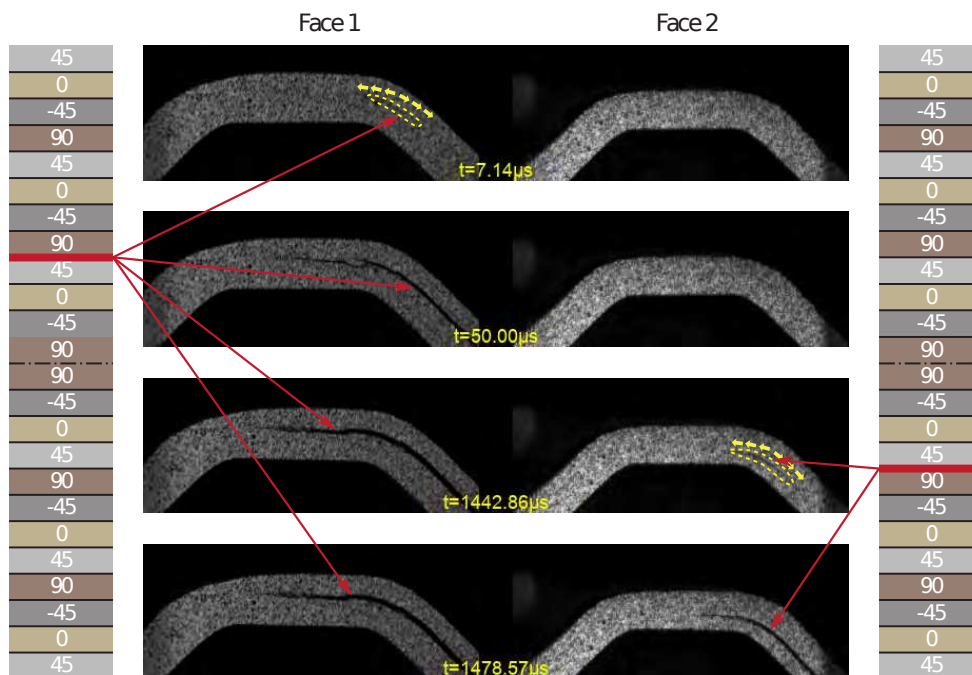


FIGURE 4.27 – Phénoménologie de ruine des éprouvettes M10R5SC1

bras droit) ce qui diffère de ce qui est relevé sur les LR5SC1 et est vraisemblablement attribuable à l'effet protecteur constaté du méplat.

Une fois encore, l'introduction du raidisseur ne produit pas les effets espérés. La plus grande complexité de fabrication conduit probablement à la présence de défauts qui affaiblissent la structure. Associés à des bords de pièces de forme toujours développables, ces défauts conduisent à une ruine prématurée des éprouvettes.

Dans la partie suivante, une piste d'amélioration est discutée et testée expérimentalement.

### 4.2.3 Amélioration des pièces raidies

#### 4.2.3.1 Observations et stratégie d'amélioration

Les résultats obtenus sur les éprouvettes raidies LR5SC1 et M10R5SC1 sont décevants : les charges à rupture atteintes sont plus faibles que pour les éprouvettes non raidies.

L'analyse des scénarios de ruine fait apparaître, dans tous les cas, des délaminages non traversant, c'est-à-dire des délaminages qui, pour une interface donnée, débouchent sur un bord sans déboucher sur l'autre. Si pour les éprouvettes LR5SC1 les délaminages passent d'un bras à l'autre, ce n'est pas le cas pour les éprouvettes M10R5SC1 qui bénéficie de l'effet bénéfique du méplat.

La figure 4.28 présente une schématisation de principe des zones délaminées en vue de dessus. Elle est obtenue à partir de l'analyse des scénarios de ruine faite en partie précédente. Les limites connues (car observées sur les deux faces des éprouvettes) sont en traits forts, les limites inconnues en traits pointillés.

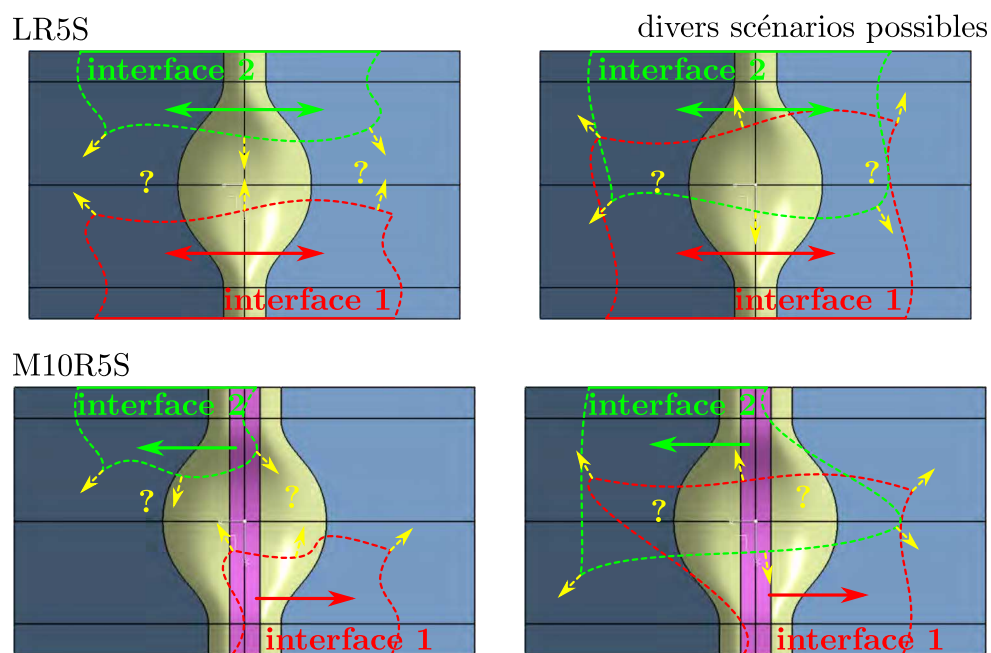


FIGURE 4.28 – Schéma de principe des zones délaminées

Cette représentation met en évidence le côté débouchant des délaminages observés. À l'heure actuelle, on ne peut pas dire s'ils s'initient en bords de pièce ou à l'intérieur mais ils affectent toujours les zones latérales non raidies des éprouvettes LR5SC1 et M10R5SC1.

Une piste d'optimisation est donc proposée à partir de cette constatation. Elle consiste à redécouper les éprouvettes pour supprimer toute zone topologique non raidie, autrement dit localement développable, autrement dit dépliable. Faute de temps et d'éprouvettes disponibles, cette procédure n'est mise en œuvre que sur les éprouvettes M10R5SC1.

La figure 4.29 montre le principe du découpage. Avec cette opération, la largeur des éprouvettes passe de 60 à 40 mm.

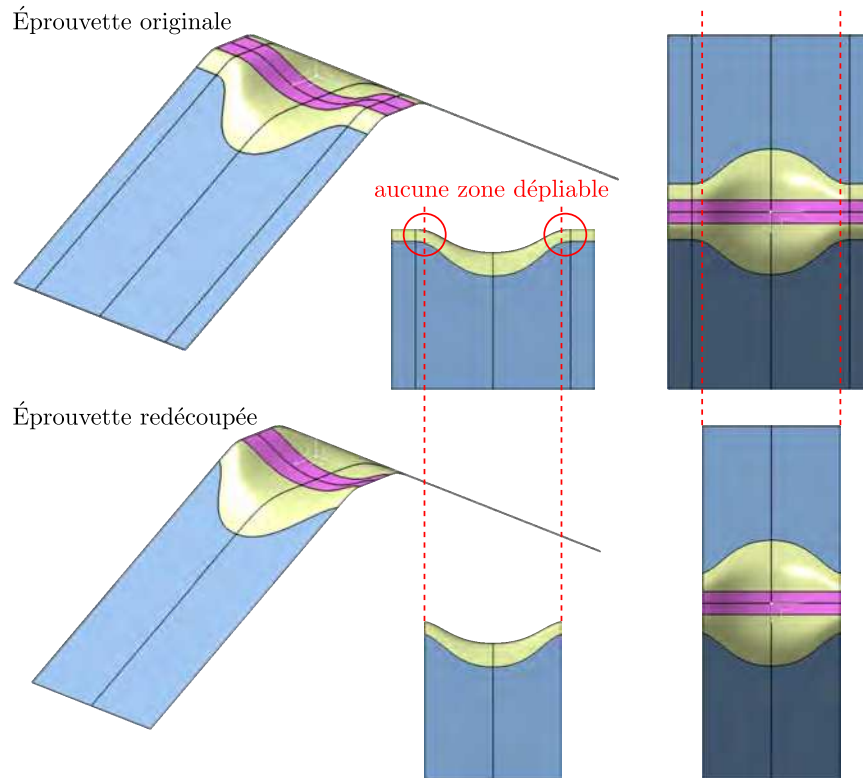


FIGURE 4.29 – Schéma de principe du découpage de l'éprouvette M10R5SC1

#### 4.2.3.2 Essais de caractérisation et résultats

Deux éprouvettes M10R5SC1-40 sont fabriquées et testées en configuration 85/110. Les conditions de chargement, d'enregistrement des données sont les mêmes que pour les essais précédents, mis à part les caméras rapides qui ne peuvent être mises en œuvre (faute de disponibilité).

L'évolution de la force par unité de largeur en fonction du déplacement imposé est tracée dans la figure 4.30 pour les éprouvettes M10R5C1, M10R5SC1 et M10R5SC1-40 (toutes en configuration 85/110).

Ce graphe synthétique montre qu'en éliminant les bords développables des éprouvettes raidies, on retrouve un niveau de charge à rupture par unité de largeur similaire à celui qui est relevé sur les éprouvettes non raidies. Il s'agit donc d'une amélioration de l'éprouvette raidie initiale, qui avait dégradé le niveau de performance.

Cette conclusion est importante. Sur la base des essais réalisés il apparaît que l'introduction d'un raidisseur n'a de sens que si l'idée qui est derrière : éliminer les zones développables (donc dépliables), est appliquée sur toutes les zones de l'éprouvette. En effet, la présence d'un raidisseur conduit à une plus grande complexité de fabrication, en particulier dans le cas de l'empilement de plis pré-imprégnés. Si on conserve des topologies développables alors on cumule deux difficultés : la nature non optimale de la forme vis-à-vis de la sollicitation et le risque de défaut provenant d'une fabrication délicate. Cette stratégie apparaît donc comme contre productive.

Pour approfondir ces constatations, il sera nécessaire à l'avenir de procéder à des analyses détaillées de l'état de santé matière des éprouvettes avant essai afin de qualifier

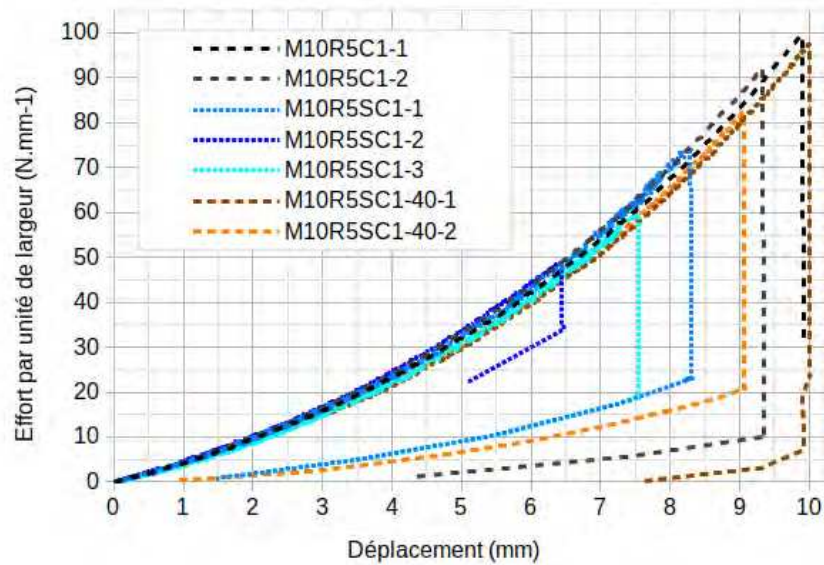


FIGURE 4.30 – Courbes de réponse des éprouvettes M10R5C1, M10R5SC1 et M10R5SC1-40

les effets du process sur l'état initial des pièces.

L'état post-mortem des deux éprouvettes testées est similaire et présenté dans la figure 4.31. Les interfaces intervenant dans la ruine des éprouvettes impliquent toutes à nouveau un pli à 90°. Cette observation récurrente amène une autre piste d'optimisation envisageable à court terme : la suppression des plis à 90° de la séquence d'empilement.

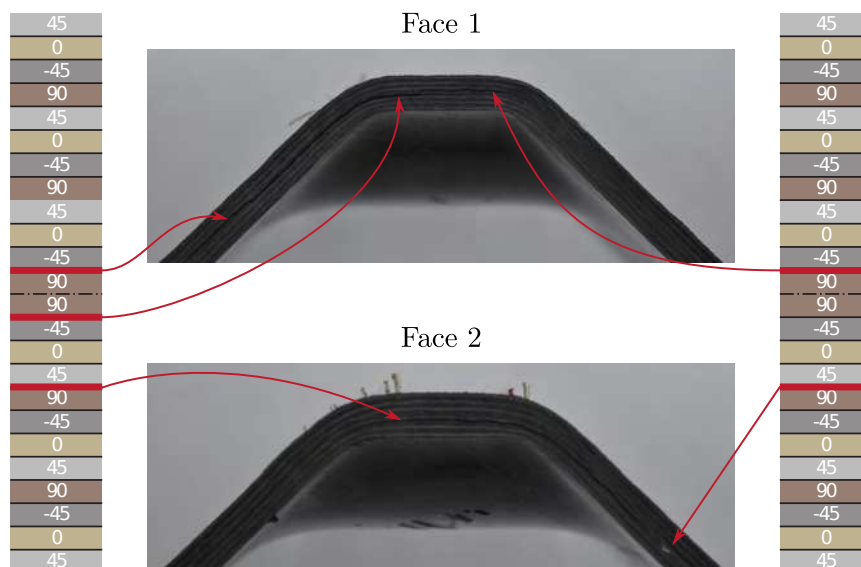


FIGURE 4.31 – État post-mortem des éprouvettes M10R5SC1-40 (sans bords développables)

## 4.2.4 Modélisation numérique

### 4.2.4.1 Présentation des modèles

Dans cette partie, la stratégie de modélisation développée dans le chapitre 3 est utilisée pour construire les modèles éléments finis de dépliage des éprouvettes M10R5SC1. Les fibres sont tout d'abord générées pli par pli en utilisant l'algorithme adaptatif avec un paramètre de pondération  $\theta = 0,5$  et sur la base des carreaux de Bézier définis en annexe A. Elles sont ensuite connectées pli par pli par les éléments plaques représentant la résine. Enfin les éléments cohésifs sont créés entre les plis. Une dernière étape consiste à affecter les propriétés et le repère matériaux à chacun des éléments finis du modèle.

Étant donnée la complexité du modèle, des modèles à 4 plis ( $[45/90/-45/0]$ ) et à 8 plis ( $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]$ ) ont été testés préalablement au modèle à 24 plis ( $[45/0/-45/90]_{3,s}$ ).

La figure 4.32 présente une vue en perspective du modèle éléments finis à 8 plis ainsi que le détail de l'orientation des fibres pour les 4 premiers plis inférieurs du stratifiés (les 4 supérieurs étant en symétrie miroir).

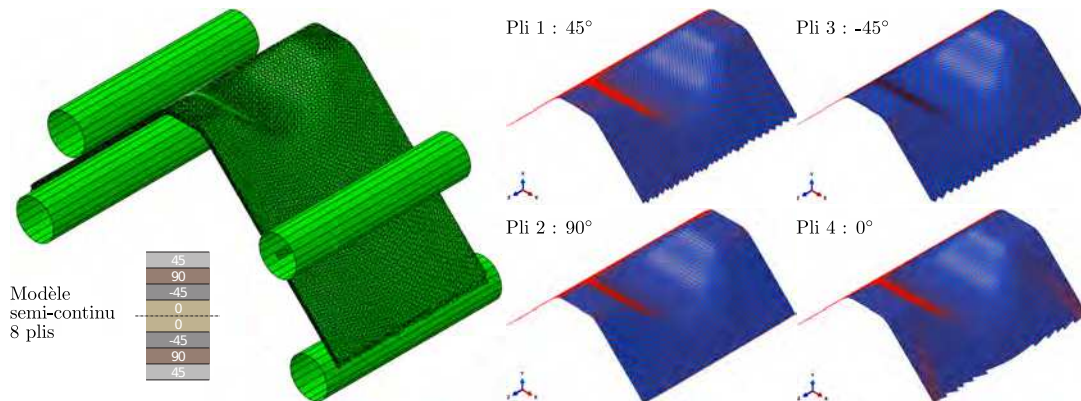


FIGURE 4.32 – Détails du modèle semi-continu M10R5S 8 plis

Les éprouvettes, très souples, se déforment fortement sans casser, bien que certaines de leurs interfaces atteignent localement des niveaux d'endommagement de presque 75%. Une illustration des déformées obtenues est fournie dans la figure 4.33.

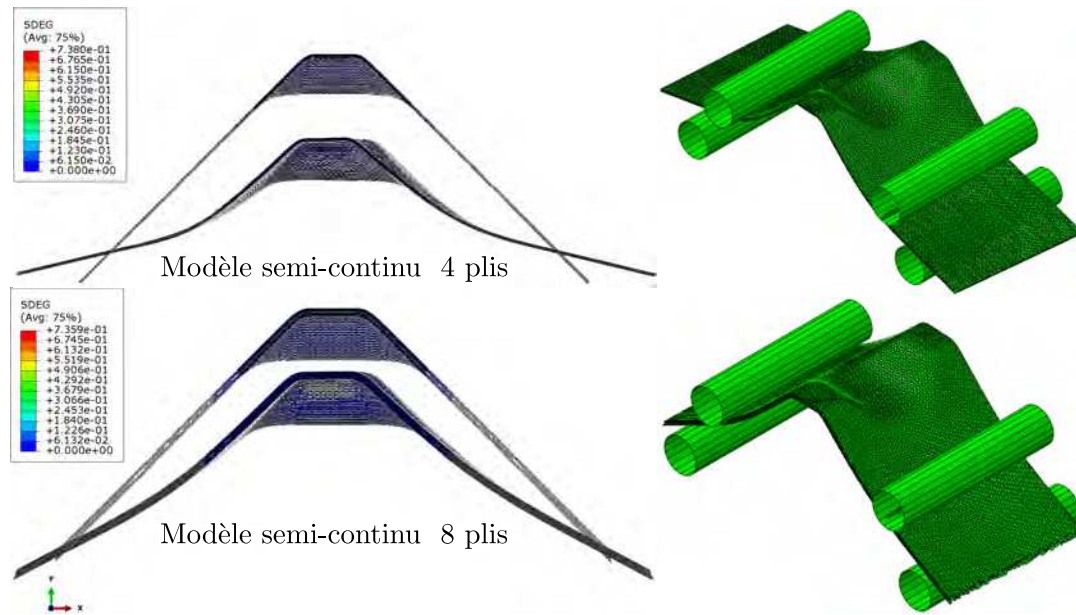


FIGURE 4.33 – État déformé des modèles semi-continus M10R5S 4 et 8 plis

Le modèle M10R5SC1 à 24 plis est construit de la même manière et présenté en figure 4.34. Ce modèle comporte un total de 482075 nœuds pour 2182104 degrés de liberté, 719071 éléments finis et 1937 ensembles de propriétés / repères matériaux.

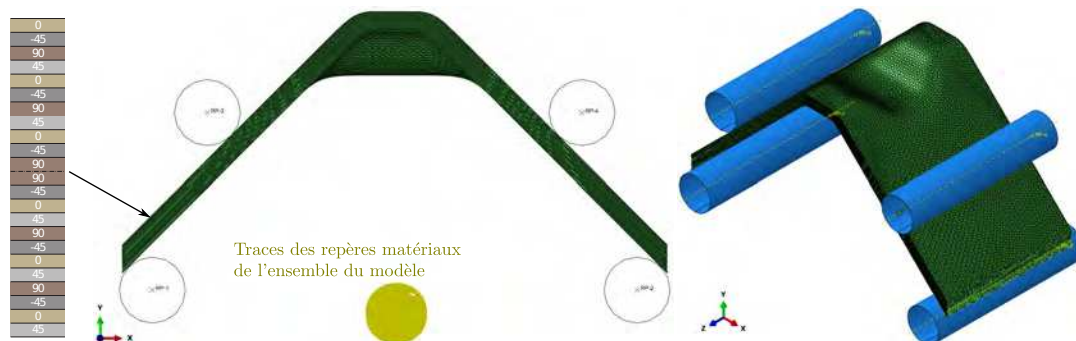


FIGURE 4.34 – Détails du modèle semi-continus M10R5SC1

#### 4.2.4.2 Résultats numériques

La figure 4.35 présente les courbes d'évolution effort/déplacement obtenues avec le modèle semi-continus et en essais pour l'éprouvette M10R5SC1.

La simulation numérique, malgré un départ en adéquation avec les résultats expérimentaux, s'arrête de manière prématurée. Cet arrêt est provoqué par une baisse drastique du pas de chargement imposé qui est la conséquence de la non convergence du schéma numérique de type Newton-Raphson (dans ces conditions le schéma numérique baisse le pas de chargement jusqu'à atteindre une limite imposée par l'utilisateur). Alors que les modèles M10R5S à 4 et 8 plis permettent d'atteindre des niveaux de déplacement imposés

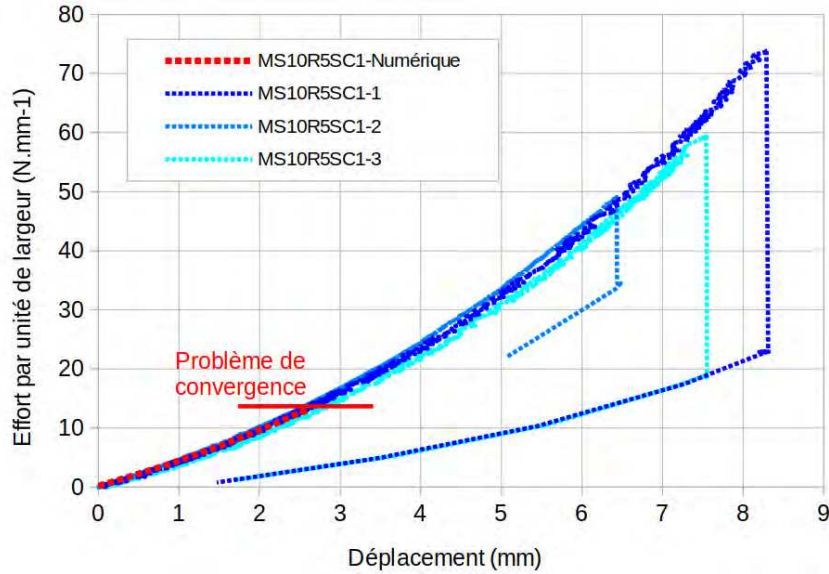


FIGURE 4.35 – Courbe effort par unité de largeur/déplacement obtenue avec le modèle semi-continu

amenant la ruine de l'éprouvette M10R5SC1 (environ 7,5 mm), ce n'est pas le cas pour le modèle à 24 plis.

Les problématiques rencontrées sont développées en section 4.2.4.3. Il reste cependant intéressant d'analyser l'état de sollicitation de l'éprouvette pour le dernier niveau de chargement atteint.

La figure 4.36 présente l'état de contraintes normales hors plan  $\sigma_{33}$  dans la première interface critique 45//90, pour l'éprouvette M10R5C1 avec et sans raidisseur. Cette cartographie montre bien que la zone centrale des deux types d'éprouvettes a un effet similaire : la zone centrale travaille soit peu, soit en compression, ce qui tend à protéger les interfaces à ce niveau. Du fait de la zone étendue de la contre-forme, cette zone est plus importante sur l'éprouvette raidie que sur l'éprouvette de référence.

Un premier aspect remarquable dans la comparaison du comportement mécanique des deux éprouvettes concerne la répartition des contraintes hors plan. Alors que pour l'éprouvette M10R5C1, les zones fortement sollicitées en traction normale hors plan ( $\sigma_{33}$ ) correspondent aux deux zones rayonnées avec des valeurs comprises entre 8 MPa et 20 MPa, ces dernières sont principalement localisées à proximité du raidisseur pour l'éprouvette M10R5SC1. Le raidisseur a pour effet de soulager les zones rayonnées du bord (notées (1) et (2) sur la figure 4.36) qui ont la même forme que l'éprouvette non raidie.

Cela est cohérent avec les observations expérimentales réalisées en paragraphe §4.2.2.3.2 qui montrent que l'interface critique change avec l'ajout de la contre-forme. Ce changement d'interface semble donc être dû à une modification de la répartition des contraintes normales hors plan ( $\sigma_{33}$ ) de cette zone dans l'éprouvette. Enfin, il apparaît que les valeurs des contraintes sur cette interface sont diminuées d'environ 15% comparée à l'éprouvette M10R5, ce qui constitue une piste intéressante pour une optimisation de la géométrie des pièces. Les cartographies de contraintes de cisaillement hors plan  $\tau_{13}$  présentées en figure 4.37 permettent de faire un constat similaire.

Alors que les zones fortement sollicitées sont concentrées au niveau des jonctions rayon/bras

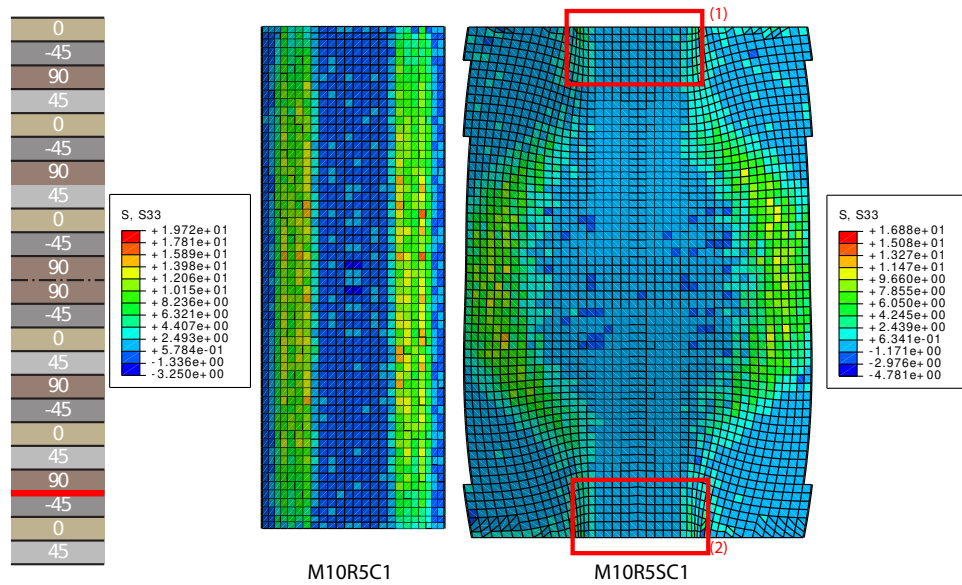


FIGURE 4.36 – Contraintes normales hors plan  $\sigma_{33}$  dans la première interface critique 45//90

et rayon/méplat pour l'éprouvette M10R5C1, elles se situent à la jonction du raidisseur pour l'éprouvette raidie. Ces observations n'expliquent cependant pas la perte de

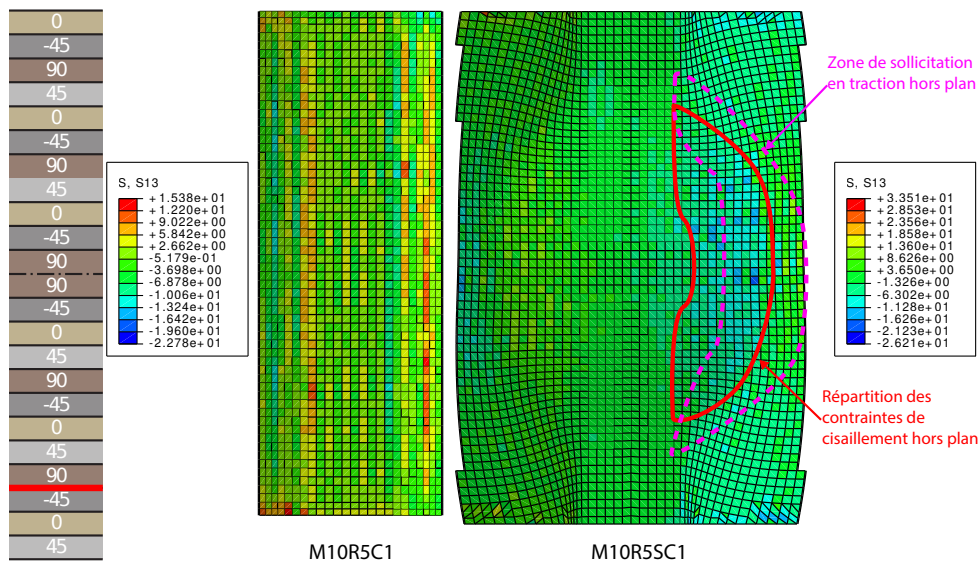


FIGURE 4.37 – Contraintes de cisaillement hors plan  $\tau_{13}$  dans la première interface critique 45//90





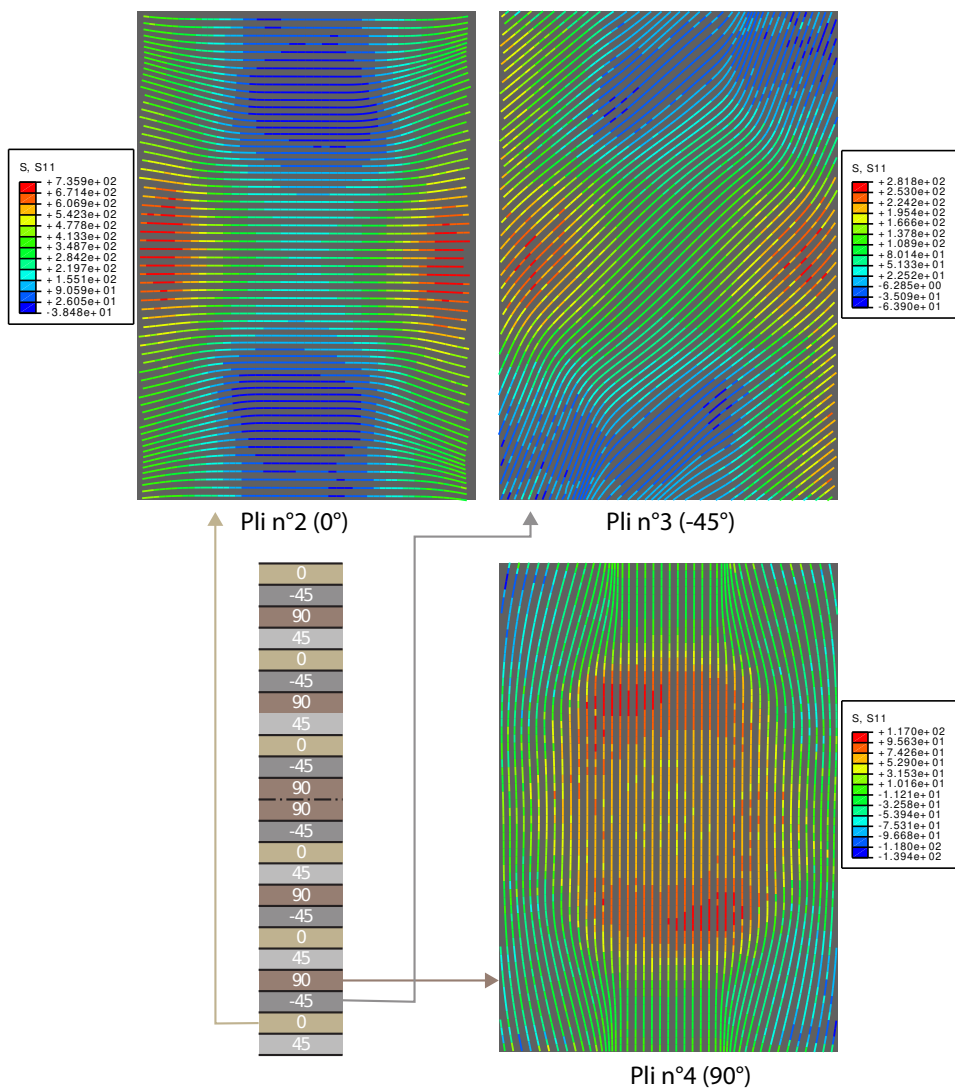


FIGURE 4.39 – Sollicitation des fibres dans la contre-forme

la simulation jusqu'à la rupture et ainsi d'apporter une meilleure compréhension de la ruine observée.

#### 4.2.4.3 Problèmes numériques rencontrés

Cette partie est consacrée aux difficultés rencontrées lors du développement et de la mise en œuvre de l'approche proposée.

La première d'entre elles concerne le temps de calcul. Malgré les moyens de calcul conséquents mis à disposition par le méso centre de calcul CALMIP (CALcul en Midi-Pyrénées); deux processeurs (20 cœurs) Intel Xeon E5-2680v2 cadencés à 2,8 Ghz avec 64 Go de RAM sur le super calculateur EOS; les calculs réalisés sur les éprouvettes raidies M10R5SC1 durent plus d'une semaine. Comme indiqué dans le paragraphe précédent, ces temps significatifs s'expliquent par un effondrement du pas de chargement qu'il convient d'expliquer.

Le seconde difficulté majeure est justement de déterminer l'origine de ces difficultés de

convergence. Le problème à résoudre est complexe et les sources de problèmes nombreuses :

1. Non linéarité géométrique avec grands déplacements et grandes rotations
2. Non linéarité et irréversibilité matérielle dans les interfaces
3. Très nombreux ensembles de propriétés / orientation matériaux
4. Très nombreuses relations d'interaction (maître/esclave) de type contact ou collage cinématique
5. Problématiques associées aux relations maître/esclave (projection, interpolation...)
6. Taille de problème à résoudre importante
7. Algorithme itératif de type Newton-Raphson avec pas de chargement adaptatif
8. Faible bénéfice de la parallélisation sur super ordinateur du fait de la nature standard de l'algorithme d'intégration (par opposition à la dynamique explicite - qui pose elle, la problématique du pas de temps d'intégration)

Les points 1, 2, 3, 4, 6, 7 et 8 ont un impact significatif sur la convergence du calcul, mais le succès des simulations réalisées sur les éprouvettes LR5 et M10R5 montrent qu'ils ne sont pas bloquant. Il est possible, malgré le cumul de tous ces points complexes, d'amener une simulation jusqu'au point de rupture et d'établir un scénario de ruine.

En calcul implicite, l'utilisation de 20 cœurs de calcul constitue un optimum pour les éprouvettes de type LR5 et M10R5 de 24 plis. Des calculs ont aussi été menés en explicite (sur des modèles à plus faible nombre de plis). Dans cette configuration c'est avec 60 cœurs que les meilleurs temps de calcul sont atteints (en temps humain). Ceci étant dit, la condition de stabilité du schéma conduit à des temps de calcul qui restent très supérieurs à ce qui est observé en implicite.

Le problème le plus critique provient des points 4 et 5 (le point 4 multipliant la probabilité de faire apparaître des difficultés de type 5). Le modèle semi-continu est construit pli par pli (du fait de la représentation explicite des torons de fibres), à une taille arbitraire de 1 mm qui constitue une échelle caractéristique du matériau utilisé. De ce fait, il présente l'avantage d'une très bonne homogénéité des tailles d'éléments, ce qui facilite l'identification des paramètres du modèle (contrairement à des modèles homogénéisés qui peuvent voir la taille de leur éléments augmenter sur les zones extérieures des rayons). En contre partie, il n'y a pas de « continuité topologique » entre les éléments d'un pli à l'autre, chaque pli étant maillé indépendamment des autres. C'est la raison pour laquelle le collage cinématique est utilisé pour lier les plis les uns avec les autres.

Les nœuds du modèle à partir desquels sont construits les éléments finis (barres, plaques, cohésifs) sont positionnés très précisément grâce à la description analytique (carreaux de Bézier de la surface). Cela peut induire des problématiques de collage cinématique. En effet les nœuds esclaves issus de l'extrusion d'un pli  $n$  n'appartiennent pas nécessairement aux faces des éléments du pli  $n + 1$  auxquels ils sont collés (erreur de corde). Ce point est illustré dans la figure 4.40 qui présente un schéma de principe sur un cas extrême (courbure localement très forte) et un exemple in situ.

Ce défaut sont traités automatiquement par le code de calcul Abaqus en cours de calcul. Ce dernier procède à la projection des nœuds esclaves sur la surface maître (à une tolérance donnée). Cette opération, bien que « pratique » peut conduire à des éléments de mauvaise qualité et n'est pas toujours suffisante. Dans certains cas la « grande » distance qui peut exister entre nœuds maîtres et nœuds esclaves conduit à l'apparition de

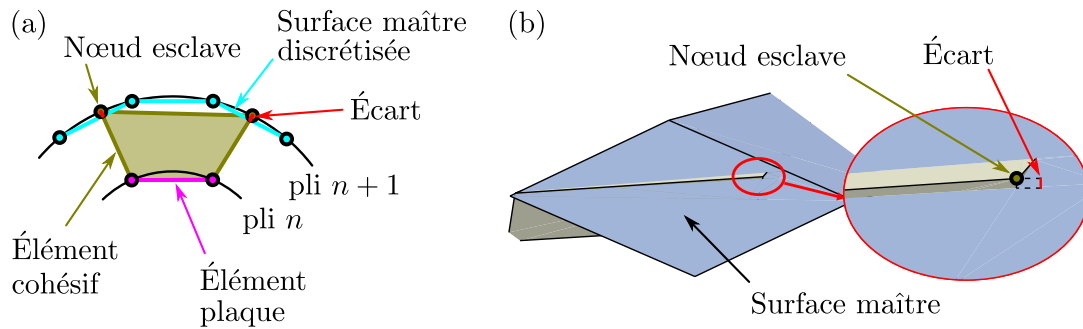


FIGURE 4.40 – Défaut de projection des nœuds esclaves : (a) schéma de principe d'un cas extrême, (b) exemple

nœuds esclaves orphelins, c'est-à-dire sans nœud maître, ce qui provoque les difficultés de convergence constatées.

Sur les modèles testés à faible nombre de plis (4 et 8), aucun point critique n'a été observé et les calculs ont pu être menés jusqu'à des niveaux de dépliage importants. La même remarque s'applique aux modèles LR5C1 et M10R5C1 où, malgré la présence de 24 plis, la forme simple de la géométrie n'a pas amené de difficulté particulière. Le modèle dédié à l'étude du dépliage de l'éprouvette M10R5SC1 n'a par contre pas pu atteindre l'objectif visé : dimensionnement et mise en évidence du scénario de ruine, du fait de ces difficultés.

Une piste d'amélioration pourrait consister à automatiser, dès la génération du modèle, la projection des nœuds esclaves sur les surfaces maîtresses discrétisées (et non plus analytique comme c'est aujourd'hui le cas) et à traiter les cas problématiques en déformant localement un peu le maillage par exemple. Une autre piste pourrait être de modifier artificiellement la taille caractéristique du modèle, autrement dit mailler plus finement, mais cette piste conduirait à une taille de modèle et à des temps de calcul prohibitifs.

### 4.3 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons pu constater que l'ajout d'un méplat au centre du rayon des cornières en L permet d'augmenter l'effort admissible d'environ 14%. Il est par contre essentiel de mettre en place un processus de fabrication très rigoureux pour obtenir un résultat satisfaisant. Il a également été mis en évidence que le schéma de ruine est similaire à ce qui a été observé dans le chapitre 1 pour les cornière de type L avec l'apparition de délaminages dans les interfaces inférieures impliquant des plis à 90° (interfaces critiques  $\pm 45//90$  et  $90//\pm 45$ ).

Deux nouveaux stratifiés, déplaçant les interfaces critiques dans la séquence d'empilement, ont également été testés. Ils ont confirmé la faiblesse de ces interfaces. Un changement du mode de ruine a de plus été constaté pour l'éprouvette L en configuration C2 ( $[45/90/-45/0]_{3,sym}$ ) avec une fissure apparaissant dans la partie haute de l'éprouvette et s'expliquant vraisemblablement par un phénomène d'instabilité. Par ailleurs, les deux nouveaux stratifiés se sont montrés moins efficaces que le stratifié de référence.

Une campagne expérimentale a ensuite été réalisée sur des éprouvettes L et M munies d'un raidisseur central. Celle-ci, a mis en évidence une moins bonne performance

mécanique des éprouvettes raidies. Des essais complémentaires menés sur éprouvettes M raidies - sans bords développables - ont fait apparaître une augmentation significative de la tenue mécanique, avec un niveau de performance par unité de largeur similaire à celui des éprouvettes sans raidisseur. Encore une fois, les interfaces rompues ont concerné des interfaces connectées à un pli à  $90^\circ$ . Finalement il apparaît que l'utilisation de raidisseur n'a de sens que si le concept est utilisé sur toute la géométrie de la pièce. La complexité de la forme pouvant induire plus de défauts de fabrication, il est indispensable de n'avoir aucune forme développable sur le domaine.

Sur le plan de la simulation numérique, le modèle semi-continu a été utilisé avec succès dans le cadre de la simulation des essais sur les éprouvettes de type LR5 et M10R5. Les meilleurs résultats ont été obtenus sur la stratification de référence C1 avec une bonne estimation de la charge à rupture et un scénario de ruine prédit compatible avec les observations expérimentales. Sur les stratifications C2 et C3, l'effort à rupture est surestimé. La prédiction de la tenue mécanique reste donc un point dur. Le scénario de ruine est toutefois en accord avec les résultats d'essais pour la stratification C3. Pour la stratification C2, la physique étant sans doute différente (instabilité), il faudrait enrichir le modèle pour pouvoir la capter.

Enfin, la simulation du dépliage des éprouvettes raidies se heurte encore à des problèmes numériques. Le modèle est capable de traiter des stratifiés minces mais pas les stratifiés de 24 plis testés. Le problème a été circonscrit au collage cinématique inter-pli. Un travail doit encore être mené pour améliorer ce point de la modélisation.

Plusieurs pistes d'amélioration sont envisageables. Tout d'abord, il va être nécessaire de modifier les algorithmes de génération de modèle pour faire en sorte que les nœuds esclaves des collages cinématiques soient parfaitement sur la surface maître discrétisée, et non plus sur la surface maître analytique comme c'est pour le moment le cas. Dans un second temps, il pourra être intéressant de conjuguer le modèle semi-continu avec un modèle homogénéisé classique. En effet, une grande partie de la puissance de calcul dépensée pour simuler la cinématique des bras pourrait être économisée en utilisant simplement des éléments 3D dans l'épaisseur. La jonction avec le modèle semi-continu pourrait être réalisée à l'aide d'éléments tétraédriques, suffisamment éloignés de la zone centrale pour ne pas influencer sur le comportement naturel de la contre-forme. Enfin, une troisième possibilité serait de créer un élément semi-continu 3D dans lequel seraient intégrés les divers constituants du modèle, comme proposé par [Pascal, 2016]. Ce développement permettrait d'enrichir la physique du modèle en terme de dommage pris en compte.

---

# Conclusion générale et perspectives de recherche

---

Le travail présenté dans ce document a porté sur l'étude du dépliage de cornières stratifiées composites de formes développables ou non développables. Elles sont réalisées par l'empilement d'un maximum de 24 plis d'unidirectionnels carbone pré-imprégnés de manière à constituer une stratification quasi-isotrope.

L'objectif de ce travail de recherche était de proposer un outil de dimensionnement adapté à la physique observée dans la ruine de ces pièces complexes et compatible avec une utilisation en bureau d'études. Pour cela le travail a été scindé en deux parties : une première partie sur la drapabilité et une seconde partie sur la tenue mécanique.

En ce qui concerne la drapabilité, la première partie de travail de thèse a porté sur le développement d'un programme informatique permettant de représenter le positionnement des fibres dans le stratifié. Pour cela une approche basée sur les surfaces analytiques (carreaux de Bézier) a été mise en place et validée sur la base d'observations expérimentales. Un algorithme de fibrage appelé « géodésique » a tout d'abord été proposé puis amélioré avec l'introduction d'une approche adaptative permettant de représenter plus fidèlement les positions et orientations des torons de fibres. *In fine*, l'algorithme permet, en fonction de la surface drapée, de bien représenter le positionnement des fibres mais aussi de mettre en évidence les zones de plis ou de recouvrement. Ce modèle a pu être validé à l'aide d'un protocole expérimental qui a été mis en place sur des pièces élémentaires. Celui-ci consiste à réaliser des photos de chaque pli, perpendiculairement aux surfaces étudiées. Ensuite, le résultat du générateur est comparé visuellement aux photos réalisées. Un protocole automatisé a été défini. Il utilise l'acquisition par stéréo-corrélation d'images afin d'obtenir une représentation 3D de la surface réelle et les directions locales de fibres déposées pour les comparer directement au sein du programme. Cette dernière partie demandera encore quelques développements et une validation exhaustive.

La partie tenue mécanique a bénéficié d'une approche expérimentale et numérique. Le travail expérimental a porté sur la caractérisation des matériaux utilisés et sur l'étude du comportement au dépliage de différents types de cornières.

Une première campagne expérimentale prospective de dépliage a été menée sur des éprouvettes de type L. Ces essais ont été basés sur les recommandations de la norme [ASTM, 2013b] en utilisant un montage de flexion quatre points. Ils ont permis de déterminer la réponse type de ces éprouvettes qui est fortement non linéaire en raison d'une part de la mise en flexion des bras lors du chargement et, d'autre part, de la rupture explosive observée. L'analyse des images enregistrées à partir de caméras rapides a mis en évidence une rupture par délaminage apparaissant dans l'intérieur du rayon, entre le premier pli orienté à 90° et le pli orienté à 45° immédiatement au dessus ou en dessous,

dans la zone de jonction entre le bras et le rayon.

Les résultats obtenus sur le dépliage de ces éprouvettes en L ont servi de point de départ à une étude d'influence des paramètres géométriques et matériaux. Plusieurs pistes ont été étudiées : (1) géométrie avec l'introduction d'un méplat et/ou d'un raidisseur au centre de la zone rayonnée, et (2) matériau avec la modification de la séquence d'empilement.

Pour la partie géométrique, l'ajout d'un méplat a montré une amélioration de performance de l'ordre de 15% sans pour autant changer la phénoménologie de ruine qui reste explosive avec la rupture de plusieurs interfaces impliquant systématiquement les plis orientés à 90°. L'ajout d'une contre-forme a quant à elle entraîné une baisse de performance pour les deux géométries testées (L et M). Cependant, le scénario de ruine est modifié. Bien que l'initiation de fissure se fasse toujours sur une interface 90//45, la fissure n'est plus traversante avec un caractère plus localisé. Si on limite l'éprouvette à la partie purement non développable, l'effort à rupture spécifique augmente pour atteindre les niveaux équivalents à ceux mesurés sans raidisseur. Il faut cependant noter que la stratification de ce type de pièces reste complexe et source de défauts pouvant conduire à des ruptures prématurées.

Pour la partie matériau, deux stratifications quasi-isotropes alternatives basées sur le même nombre de plis ont été proposées. Une première configuration, appelée C2, a consisté à inverser les plis orientés à 0° et 90° ( $[45/90/-45/0]_{3,sym}$ ) de façon à augmenter la sollicitation de l'interface critique. Le décalage en hauteur de l'interface critique a eu les effets escomptés puisque la rupture est alors pilotée par une instabilité, en position haute à l'extérieur du rayon (plis en compression plane). La seconde variation de stratifié double les plis sur les zones extérieures ( $[45_2/0_2/-45_2/90_2/45/90/-45/0]_{3,sym}$ ) de sorte à remonter l'interface critique identifiée vers le centre de l'épaisseur. Ici, le scénario de ruine reste identique à la configuration de référence avec une fissuration apparaissant sur la première interface 90//45 puis se propageant de l'intérieur vers l'extérieur du rayon. Là encore, une grande partie de l'énergie emmagasinée est relâchée instantanément. Ces essais ont ainsi permis de mettre en évidence la fragilité des interfaces 90//45 qui s'avèrent critiques pour ces éprouvettes et ce matériau et l'importance de la géométrie de la pièce sur sa résistance mécanique puisque une modification mineure de celle-ci peut apporter jusqu'à environ 15% de performance à masse quasi-équivalente.

Ce travail de thèse a également fait l'objet de développements numériques visant à apporter une modélisation du comportement mécanique des pièces.

Deux modèles différents ont été développés au cours de ces travaux. Les paramètres ont été déterminés par identification inverse, sur la base des essais de caractérisation réalisés.

Le premier est un modèle homogénéisé par pli où chaque pli est représenté par une rangée d'éléments 3D standards. Entre chaque pli est insérée une rangée d'éléments cohésifs 3D permettant de modéliser le délaminage. Les directions matériau sont entrées en utilisant les directions de fibres locales calculées avec le générateur de fibres. Ce modèle a permis de simuler le dépliage d'éprouvettes de type L et M. S'il a été capable de prédire des scénarios de ruine cohérents avec les observations expérimentales, il n'a pas été en mesure de représenter l'effort à rupture. La principale difficulté résulte de la sensibilité de la loi cohésive à la taille de l'élément. Ces résultats peuvent être améliorés en pondérant de façon artificielle les valeurs pilotant la loi.

Le second modèle se base sur l'approche semi-continue proposée par [Navarro et al., 2014] et [Pascal, 2016] et adaptée aux matériaux unidirectionnels par [Mahmoud, 2017]. Le principe du modèle est de séparer les différents constituants du matériau (torons de

fibres, résine et interfaces). Les torons sont ainsi représentés par des éléments de types 1D barres faisant l'hypothèse d'un travail en traction/compression pure. Des éléments 2D plaques permettent de modéliser le comportement de la résine dans le sens long et le comportement combiné fibres/résine dans les sens de sollicitations travers en sollicitation de flexion. Enfin, des éléments cohésifs 3D permettent de modéliser les phénomènes de décohésion interlaminaire. Ce modèle a été adapté en utilisant des éléments standards présents dans le logiciel de modélisation Abaqus 2016. Celui-ci est généré en utilisant le programme de génération de fibres. Le réseau obtenu est complété par une triangulation et une extrusion des éléments afin de générer la résine et les éléments d'interface.

Le modèle semi-continu permet de représenter correctement, sur les éprouvettes L et M en configurations C1 et C3, aussi bien le scénario de ruine que l'effort à rupture. Pour l'éprouvette LR5C2 l'effort à rupture et le scénario de ruine ne correspondent pas aux observations expérimentales. Capter l'instabilité de flambement demanderait plus de développements.

Enfin, la simulation des essais sur cornières « raidies » n'a pu être menée à son terme en raison de problèmes de collages cinématiques conduisant à la non convergence du solveur.

Ce travail de recherche, même s'il n'est pas totalement finalisé, a permis le développement de nombreuses briques élémentaires qui ouvrent la porte à l'optimisation de structures soumises au dépliage. L'utilisation de formes géométriques non développables peut être une réponse mais à condition d'être en mesure de maîtriser les couplages entre géométrie, drapabilité et fabrication.

Pour cela, plusieurs axes et niveaux de développement peuvent être proposés. Dans la continuité de la thèse, une amélioration de l'existant peut être amenée par une optimisation géométrique, matériau et procédé : influence des formes (rayon, méplat, raidisseur), influence des matériaux (stratification, tissu, interlock 3D), procédé de type infusion de résine ou estampage. En effet, le travail réalisé a montré une forte sensibilité de la tenue mécanique des pièces à la présence :

- d'un méplat et/ou d'une contre forme. L'optimisation des dimensions de ces éléments constitue donc une première piste d'amélioration envisageable ;
- de plis orientés à  $90^\circ$  par rapport à la direction de dépliage. La réalisation d'éprouvettes tissées 2D, hybrides unidirectionnel/tissu ou interlock 3D peut se révéler être une piste intéressante pour tenter de protéger les interfaces  $90//\pm 45$  qui constituent le point faible apparent des pièces étudiées. Il est ainsi envisageable de remplacer les plis à  $90^\circ$  par des plis tissés ou de renforcer la partie intérieure du rayon en remplaçant le stratifié unidirectionnel par un stratifié tissé dans cette zone.

Enfin, le protocole d'essai standardisé utilisé entraîne une forte flexion des bras qui sont chargés en premier. La sollicitation de la zone d'intérêt n'a lieu qu'en fin d'essai comme cela a été indiqué dans ce manuscrit. Pour cela, il serait intéressant de réaliser un montage avec un renforcement des bras dans l'objectif de les rendre plus raides sans provoquer de sur-contrainte. L'essai permettrait alors de rendre prépondérante l'effet du moment de flexion sur la zone centrale par rapport à la flexion induite des bras.

D'un point de vue numérique, même si l'approche semi-continue a montré son intérêt, elle doit être améliorée, en particulier sur les collages cinématiques entre plis. Les nœuds esclaves aujourd'hui positionnés sur la surface maître analytique devront être déplacés sur la surface maître discrétisée afin de corriger les problèmes rencontrés.

À plus long terme, un critère de drapabilité construit sur la base de l'algorithme de fibrage devra être proposé. Cet algorithme, aujourd'hui basé sur une approche purement



géométrique, devra être enrichi d'une partie mécanique pour prendre en compte la physique du pli. L'introduction de liaisons ressort/amortisseur entre les fibres constituera une première base de travail. La nature analytique des surfaces de Bézier pourra être mise à profit pour proposer une optimisation paramétrique des formes non développables en pilotant le polygone caractéristique. La fonction objectif pourra coupler drapabilité et tenue mécanique.

La rupture systématique des interfaces connectées aux plis orientés à  $90^\circ$  pose la question d'une initiation du délaminage par prolongement d'une fissure intralaminare. La capacité à prendre en compte ce phénomène passera par l'enrichissement de la physique du modèle. Pour cela un élément fini utilisateur spécifique couplant interfaces horizontale (inter pli) et vertical (intra pli : inter toron) peut être une réponse.

---

# Bibliographie

---

- [Adam et al., 2012] Adam, L., Bouvet, C., Castanié, B., Daidié, A., and Bonhomme, E. (2012). Discrete ply model of circular pull-through test of fasteners in laminates. *Composite Structures*, 94(10) :3082–3091. *Cité page 13*
- [Alfano, 2006] Alfano, G. (2006). On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models. *Composites Science and Technology*, 66(6) :723–730. *Cité page 23*
- [Ascough et al., 1996] Ascough, J., Bez, H. E., and Bricis, A. M. (1996). A simple beam element, large displacement model for the finite element simulation of cloth drape. *Journal of the Textile Institute*, 87(1) :152–165. WOS :A1996UJ79400013. *Cité page 31*
- [ASTM, 2001] ASTM, I. (2001). ASTM D3518/D3518m Standard Test Method for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a 45° Laminate. *Cité page 80*
- [ASTM, 2002] ASTM, I. (2002). ASTM D3039/D3039m Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. *Cité page 80*
- [ASTM, 2013a] ASTM, I. (2013a). ASTM D5528 - 13 - Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composites. *2 citations pages 17 et 83*
- [ASTM, 2013b] ASTM, I. (2013b). ASTM D6415/D6415m-06a - Standard Test Method for Measuring the Curved Beam Strength of Fiber-Reinforced Polymer-Matrix Composite. *6 citations pages 25, 28, 29, 33, 36, et 135*
- [ASTM, 2013c] ASTM, I. (2013c). ASTM D7905 / D7905m - 14 - Standard Test Method for Determination of the Mode II Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composites. *2 citations pages 19 et 86*
- [Bahei-El-Din et al., 2004] Bahei-El-Din, Y. A., Rajendran, A. M., and Zikry, M. A. (2004). A micromechanical model for damage progression in woven composite systems. *International Journal of Solids and Structures*, 41(9–10) :2307–2330. *Cité page 14*
- [Barenblatt, 1962] Barenblatt, G. I. (1962). The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture. In Dryden, H. L., von Kármán, T., Kuerti, G., van den Dungen, F. H., and Howarth, L., editors, *Advances in Applied Mechanics*, volume 7, pages 55–129. Elsevier. *Cité page 20*
- [Bin Mohamed Rehan et al., 2017] Bin Mohamed Rehan, M. S., Rousseau, J., Fontaine, S., and Gong, X. J. (2017). Experimental study of the influence of ply orientation on DCB mode-I delamination behavior by using multidirectional fully isotropic carbon/epoxy laminates. *Composite Structures*, 161 :1–7. *Cité page 84*
- [Blackman et al., 2005] Blackman, B. R. K., Kinloch, A. J., and Paraschi, M. (2005). The determination of the mode II adhesive fracture resistance, GIIC, of structural adhesive

- joints : an effective crack length approach. *Engineering Fracture Mechanics*, 72(6) :877–897. *Cité page 19*
- [Blackman et al., 2003] Blackman, B. R. K., Kinloch, A. J., Paraschi, M., and Teo, W. S. (2003). Measuring the mode I adhesive fracture energy, GIC, of structural adhesive joints : the results of an international round-robin. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 23(4) :293–305. *2 citations pages 18 et 84*
- [Boisse, 1994] Boisse, P. (1994). *Modèles mécaniques et numériques pour l'analyse non-linéaire des structures minces*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Franche-Comté, France. *Cité page 31*
- [Boisse, 2004] Boisse, P. (2004). Mise en forme des renforts fibreux de composites. *2 citations pages 31 et 47*
- [Boisse et al., 2000] Boisse, P., Daniel, J.-L., Hivet, G., and Soulat, D. (2000). A Simplified Explicit Approach For Simulations Of Fibre Fabric Deformation During Manufacturing Preforms For R.T.M. Process. *Cité page 31*
- [Bouvet, 2011] Bouvet, C. (2011). Dommages d'impact sur stratifié composite. In AMAC, editor, *17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17)*, page 206, Poitiers-Futuroscope, France. *Cité page 23*
- [Bouvet et al., 2009] Bouvet, C., Castanié, B., Bizeul, M., and Barrau, J.-J. (2009). Low velocity impact modelling in laminate composite panels with discrete interface elements. *International Journal of Solids and Structures*, 46(14–15) :2809–2821. *3 citations pages ix, 12, et 13*
- [Breen et al., 1994] Breen, D., House, D., and Wozny, M. (1994). A Particle-Based Model for Simulating the Draping Behavior of Woven Cloth. *Textile Research Journal*, 64(11) :663–685. WOS :A1994PP86300006. *Cité page 30*
- [Charrier et al., 2016] Charrier, J. S., Laurin, F., Carrere, N., and Mahdi, S. (2016). Determination of the out-of-plane tensile strength using four-point bending tests on laminated L-angle specimens with different stacking sequences and total thicknesses. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 81 :243–253. *6 citations pages ix, 25, 26, 28, 73, et 97*
- [Christensen, 2004] Christensen (2004). Delamination Failure Investigation for Out-of-plane Loading in Laminates - Richard M. Christensen, Steven J. DeTeresa, 2004. *Cité page 21*
- [Cui et al., 1996] Cui, W., Liu, T., Len, J., and Ruo, R. (1996). Interlaminar tensile strength (ILTS) measurement of woven glass/polyester laminates using four-point curved beam specimen. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 27(11) :1097–1105. *Cité page 28*
- [Daudeville et al., 1995] Daudeville, L., Allix, O., and Ladevèze, P. (1995). Delamination analysis by damage mechanics : Some applications. *Composites Engineering*, 5(1) :17–24. *Cité page 74*
- [Davies et al., 1998] Davies, P., Blackman, B. R. K., and Brunner, A. J. (1998). Standard Test Methods for Delamination Resistance of Composite Materials : Current Status. *Applied Composite Materials*, 5(6) :345–364. *2 citations pages 16 et 17*
- [Duan et al., 2006] Duan, Y., Keefe, M., Bogetti, T. A., and Powers, B. (2006). Finite element modeling of transverse impact on a ballistic fabric. *International Journal of Mechanical Sciences*, 48(1) :33–43. *3 citations pages ix, 12, et 13*

- [Dugdale, 1960] Dugdale, D. S. (1960). Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(2) :100–104. Cité page 20
- [Duhovic and Bhattacharyya, 2006] Duhovic, M. and Bhattacharyya, D. (2006). Simulating the deformation mechanisms of knitted fabric composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(11) :1897–1915. Cité page 31
- [Gay, 2005] Gay (2005). *Matériaux composites. : 5e édition*. Hermes Science Publications, Paris. 2 citations pages 9 et 10
- [Giraud-Moreau et al., 2010] Giraud-Moreau, L., Cherouat, A., and Borouchaki, H. (2010). Adaptive Remeshing of Composite Fabrics During the Forming Process. *International Journal of Material Forming*, 3 :659–662. WOS :000208613700165. Cité page 30
- [González and LLorca, 2007] González, C. and LLorca, J. (2007). Mechanical behavior of unidirectional fiber-reinforced polymers under transverse compression : Microscopic mechanisms and modeling. *Composites Science and Technology*, 67(13) :2795–2806. Cité page 15
- [González-Cantero et al., 2016] González-Cantero, J. M., Graciani, E., Blázquez, A., and París, F. (2016). A new analytical model for evaluating interlaminar stresses in the unfolding failure of composite laminates. *Composite Structures*, 147 :260–273. Cité page 24
- [Gozluklu et al., 2015] Gozluklu, B., Uyar, I., and Coker, D. (2015). Intersonic delamination in curved thick composite laminates under quasi-static loading. *Mechanics of Materials*, 80 :163–182. 6 citations pages ix, 27, 36, 40, 41, et 73
- [Grandidier et al., 2012] Grandidier, J. C., Casari, P., and Jochum, C. (2012). A fibre direction compressive failure criterion for long fibre laminates at ply scale, including stacking sequence and laminate thickness effects. *Composite Structures*, 94(12) :3799–3806. Cité page 15
- [Griffith, 1921] Griffith, A. A. (1921). VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 221(582-593) :163–198. Cité page 16
- [Guzman Maldonado, 2016] Guzman Maldonado, E. (2016). *Modélisation et simulation de la mise en forme des matériaux composites préimprégnés à matrice thermoplastique et à fibres continues*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, France. 2 citations pages 31 et 47
- [Gözlüklü and Coker, 2012] Gözlüklü, B. and Coker, D. (2012). Modeling of the dynamic delamination of L-shaped unidirectional laminated composites. *Composite Structures*, 94(4) :1430–1442. 4 citations pages 27, 28, 40, et 97
- [Hamila and Boisse, 2007] Hamila, N. and Boisse, P. (2007). A Meso–Macro Three Node Finite Element for Draping of Textile Composite Preforms. *Applied Composite Materials*, 14(4) :235–250. 4 citations pages x, 31, 32, et 47
- [Hamila et al., 2008] Hamila, N., Boisse, P., and Chatel, S. (2008). Finite element simulation of composite reinforcement draping using a three node semi discrete triangle. *International Journal of Material Forming*, 1(S1) :867–870. 2 citations pages x et 32
- [Hao et al., 2012] Hao, W., Ge, D., Ma, Y., Yao, X., and Shi, Y. (2012). Experimental investigation on deformation and strength of carbon/epoxy laminated curved beams. *Polymer Testing*, 31(4) :520–526. 4 citations pages 25, 26, 28, et 97

- [Hashemi et al., 1990] Hashemi, S., Kinloch, A. J., and Williams, J. G. (1990). The Analysis of Interlaminar Fracture in Uniaxial Fibre-Polymer Composites. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 427(1872) :173–199. *3 citations pages ix, 13, et 18*
- [Iannucci and Willows, 2006] Iannucci, L. and Willows, M. L. (2006). An energy based damage mechanics approach to modelling impact onto woven composite materials—Part I : Numerical models. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(11) :2041–2056. *Cité page 13*
- [Iannucci and Willows, 2007] Iannucci, L. and Willows, M. L. (2007). An energy based damage mechanics approach to modelling impact onto woven composite materials : Part II. Experimental and numerical results. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(2) :540–554. *Cité page 13*
- [Irwin, 1957] Irwin, G. R. (1957). Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *J. Appl. Mech.* *Cité page 20*
- [John C. Brewer and Paul A. Lagace, 1988] John C. Brewer and Paul A. Lagace (1988). Quadratic Stress Criterion for Initiation of Delamination. *Journal of Composite Materials*, 22(12) :1141–1155. *3 citations pages 15, 21, et 74*
- [Kedward et al., 1989] Kedward, K. T., Wilson, R. S., and McLean, S. K. (1989). Flexure of simply curved composite shapes. *Composites*, 20(6) :527–536. *Cité page 28*
- [Kim et al., 2016] Kim, J.-H., Nguyen, K.-H., Choi, J.-H., and Kweon, J.-H. (2016). Experimental and finite element analysis of curved composite structures with C-section. *Composite Structures*, 140(Supplement C) :106–117. *Cité page 27*
- [Kress et al., 2005] Kress, G., Roos, R., Barbezat, M., Dransfeld, C., and Ermanni, P. (2005). Model for interlaminar normal stress in singly curved laminates. *Composite Structures*, 69(4) :458–469. *2 citations pages 24 et 25*
- [Krueger, 2004] Krueger, R. (2004). Virtual crack closure technique : History, approach, and applications. *Applied Mechanics Reviews*, 57(2) :109. *Cité page 20*
- [Kyökai, 1994] Kyökai, N. (1994). Testing Methods for Interlaminar Fracture Toughness of Carbon Fibre Reinforced Plastics. *Japanese Standards Association*. *2 citations pages 19 et 86*
- [Ladeveze and LeDantec, 1992] Ladeveze, P. and LeDantec, E. (1992). Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 43(3) :257–267. *4 citations pages ix, 10, 11, et 12*
- [Ladevèze et al., 2000] Ladevèze, P., Allix, O., Deü, J.-F., and Lévêque, D. (2000). A mesomodel for localisation and damage computation in laminates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(1–2) :105–122. *Cité page 12*
- [Lekhnitskii, 1968] Lekhnitskii, S. G. (1968). *Anisotropic plates*. Gordon and Breach Science Publishers. *4 citations pages 24, 28, 29, et 40*
- [Linhone, 1995] Linhone, C. (1995). Un modele de comportement elastoplastique endommageable pour les structures en composites stratifies. *Cité page 12*
- [M. L. Benzeggagh, 1991] M. L. Benzeggagh, Z. A. (1991). Délaminage mode I et II de composites a renfort tissu sollicités a faibles et grandes vitesses. <http://dx.doi.org/10.1051/jp3 :1991241>. *4 citations pages 22, 23, 24, et 75*

- [Mahmoud, 2017] Mahmoud, B. (2017). *Modélisation d'impacts sur des stratifiés composites unidirectionnels*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier. *3 citations pages ix, 15, et 136*
- [Mark and Taylor, 1956] Mark, C. and Taylor, H. (1956). The fitting of woven cloth to surfaces. *Journal of the Textile Institute*, 47 :477–488. *Cité page 30*
- [Navarro, 2010] Navarro, P. (2010). *Étude de l'impact oblique à haute vitesse sur structures en composites sandwich : application aux pales d'hélicoptères*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier. *2 citations pages 14 et 76*
- [Navarro et al., 2014] Navarro, P., Pascal, F., Aubry, J., Marguet, S., Ferrero, J. F., Lemaire, S., and Rauch, P. (2014). Semi-continuous approach for the study of impacts on woven composite laminates : modeling interlaminar behaviour with a specific interface element. *International Journal of Impact Engineering*. *2 citations pages 14 et 136*
- [Nguyen et al., 2018] Nguyen, K.-H., Ju, H.-W., Truong, V.-H., and Kweon, J.-H. (2018). Delamination analysis of multi-angle composite curved beams using an out-of-autoclave material. *Composite Structures*, 183(Supplement C) :320–330. *12 citations pages ix, 12, 24, 25, 28, 29, 40, 41, 73, 93, 94, et 98*
- [Nilakantan et al., 2010] Nilakantan, G., Keefe, M., Bogetti, T. A., and Gillespie, J. W. (2010). Multiscale modeling of the impact of textile fabrics based on hybrid element analysis. *International Journal of Impact Engineering*, 37(10) :1056–1071. *2 citations pages ix et 14*
- [Orifici et al., 2008] Orifici, A. C., Herszberg, I., and Thomson, R. S. (2008). Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure. *Composite Structures*, 86(1) :194–210. *Cité page 13*
- [P. P. Camanho et al., 2003] P. P. Camanho, C. G. Davila, and M. F. de Moura (2003). Numerical Simulation of Mixed-Mode Progressive Delamination in Composite Materials. *Journal of Composite Materials*, 37(16) :1415–1438. *6 citations pages ix, 15, 21, 22, 23, et 75*
- [Pardo et al., 2002] Pardo, S., Baptiste, D., Décobert, F., Fitoussi, J., and Joannic, R. (2002). Tensile dynamic behaviour of a quasi-unidirectional E-glass/polyester composite. *Composites Science and Technology*, 62(4) :579–584. *Cité page 10*
- [Pascal, 2016] Pascal, F. (2016). *Modélisation d'impacts sur structures sandwichs composites : application aux pales d'hélicoptères*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier. *7 citations pages ix, 14, 15, 20, 66, 134, et 136*
- [Pickett et al., 2005] Pickett, A. K., Creech, G., and Luca, P. d. (2005). Simplified and advanced simulation methods for prediction of fabric draping. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 14(6-7) :677–691. *Cité page 31*
- [Pinho et al., 2006] Pinho, S. T., Iannucci, L., and Robinson, P. (2006). Physically based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking. Part II : FE implementation. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(5) :766–777. *2 citations pages 15 et 16*
- [Provot, 1995] Provot, X. (1995). Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior. In *In graphics interface*, pages 147–154. *Cité page 30*
- [Puck and Schürmann, 2002] Puck, A. and Schürmann, H. (2002). Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*, 62(12–13) :1633–1662. *Cité page 15*

- [Ranz et al., 2017] Ranz, D., Cuartero, J., Miravete, A., and Miralbes, R. (2017). Experimental research into interlaminar tensile strength of carbon/epoxy laminated curved beams. *Composite Structures*, 164(Supplement C) :189–197. *Cité page 25*
- [Reeder, 1992] Reeder, J. R. (1992). An Evaluation of Mixed-Mode Delamination Failure Criteria. Technical report, NASA TM 104210. *Cité page 21*
- [Roos et al., 2007] Roos, R., Kress, G., Barbezat, M., and Ermanni, P. (2007). Enhanced model for interlaminar normal stress in singly curved laminates. *Composite Structures*, 80(3) :327–333. *3 citations pages ix, 24, et 25*
- [Rybicki and Kanninen, 1977] Rybicki, E. F. and Kanninen, M. F. (1977). A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral. *Engineering Fracture Mechanics*, 9(4) :931–938. *Cité page 20*
- [Schuecker and Davidson, 2000] Schuecker, C. and Davidson, B. D. (2000). Evaluation of the accuracy of the four-point bend end-notched flexure test for mode II delamination toughness determination. *Composites Science and Technology*, 60(11) :2137–2146. *Cité page 19*
- [Shenoi and Wang, 2001] Shenoi, R. A. and Wang, W. (2001). Through-thickness stresses in curved composite laminates and sandwich beams. *Composites Science and Technology*, 61(11) :1501–1512. *Cité page 24*
- [Truong et al., 2018] Truong, V.-H., Nguyen, K.-H., Park, S.-S., and Kweon, J.-H. (2018). Failure load analysis of C-shaped composite beams using a cohesive zone model. *Composite Structures*, 184(Supplement C) :581–590. *Cité page 27*
- [Tsai and Wu, 1971] Tsai, S. W. and Wu, E. M. (1971). A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. *Journal of Composite Materials*, 5(1) :58–80. *Cité page 13*
- [Van Der Weeën, 1991] Van Der Weeën, F. (1991). Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 31(7) :1415–1426. *Cité page 30*
- [Wang et al., 2009] Wang, W.-X., Nakata, M., Takao, Y., and Matsubara, T. (2009). Experimental investigation on test methods for mode II interlaminar fracture testing of carbon fiber reinforced composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(9) :1447–1455. *Cité page 30*
- [Wimmer et al., 2009] Wimmer, G., Kitzmüller, W., Pinter, G., Wettemann, T., and Pettermann, H. (2009). Computational and experimental investigation of delamination in L-shaped laminated composite components. *Engineering Fracture Mechanics*, 76(18) :2810–2820. *Cité page 27*
- [Wu and Reuter, 1965] Wu and Reuter, J. (1965). Crack extension in fiberglass reinforced plastics. *Cité page 21*
- [Youssef, 2005] Youssef, M. (2005). *Milieux fibreux tissés : Modélisation et simulation de la mise en forme des CFRTP à géométrie non développable*. Thèse de doctorat, Polytech’Orléans/ENSAM Paris. *Cité page 31*
- [Zhou et al., 2004] Zhou, G., Sun, X., and Wang, Y. (2004). Multi-chain digital element analysis in textile mechanics. *Composites Science and Technology*, 64(2) :239–244. *2 citations pages 12 et 31*

## A

# Carreaux de Bézier pour éprouvettes LR5S, M10R5S et M10R5S-40

Cette annexe présente la construction des carreaux de Bézier servant de surfaces analytiques élémentaires. Seul le quart de la surface finale est défini. Les carreaux sont par la suite symétrisés et assemblés afin de générer les surfaces analytiques utilisées dans ce manuscrit.

Sont présentées, pour chaque image, les coordonnées des points de contrôles placés sur un schéma de principe 2D d'une part, et une illustration des carreaux résultants d'autre part.

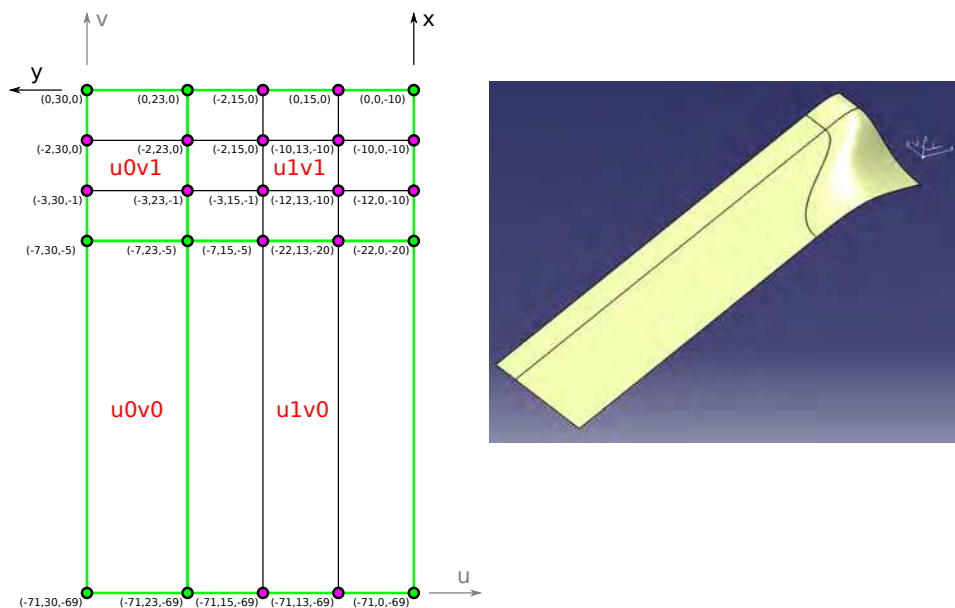


FIGURE A.1 – Carreaux de Bézier pour éprouvette LR5S



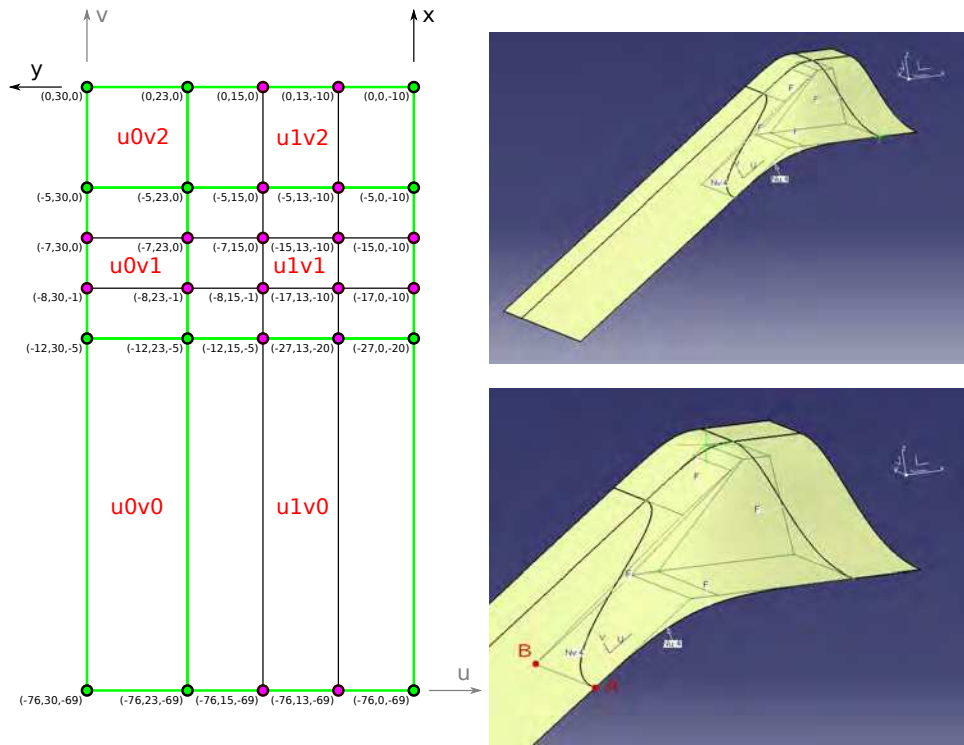


FIGURE A.2 – Carreaux de Bézier pour éprouvette M10R5S

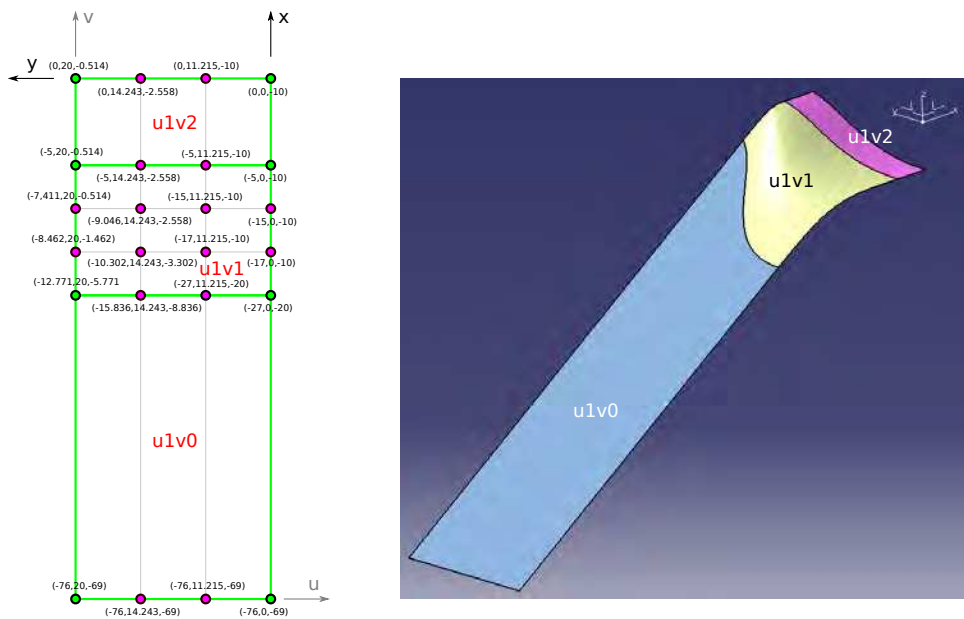


FIGURE A.3 – Carreaux de Bézier pour éprouvette M10R5S-40

# B Centre de calcul CALMIP

Le mésocentre CALMIP, pour *CALculs en MIDi-Pyrénées*, a été créé en 1994 par 17 laboratoires de recherche de la région Midi-Pyrénées dans le but d’encourager le développement et l’utilisation des nouvelles techniques de calcul au sein de la communauté scientifique. Il a été intégré au CNRS en tant qu’Unité Mixte de Service en 2014.

Le groupement dispose à ce jour d’un système de calculs de 1365 Tflops baptisé *Olympe* (figure B.1) et mis en service fin 2018. Ce dernier remplace le précédent calculateur *EOS* déployé en 2014 et classé 183<sup>ème</sup> au classement TOP500 de Juin 2014. Les principales caractéristiques du supercalculateur *Olympe* sont présentées dans le tableau B.1.



FIGURE B.1 – Supercalculateur *Olympe* du centre CALMIP

Puissance de calcul brute	1365 Tf
Nombre total de nœuds	748
Processeurs	Intel®Skylake-X 2,6 Ghz 18 cœurs
Nombre total de cœurs	13464
Cœurs par nœud	36
RAM par nœud	204Go
RAM totale	76 To
Nombre total de nœuds Graphiques	48
Nœuds graphiques	Nvidia ®Volta

TABLEAU B.1 – Caractéristiques du supercalculateur *Olympe*



---

## Diagramme UML du programme de fibrage et de maillage

---

Le programme utilisé afin de générer un modèle semi-continu tenant compte du positionnement des fibres a été conçu comme un ensemble de « boîtes » interchangeable dans le but de pouvoir modifier chaque partie du programme (fibrage, maillage, génération de modèle) sans impacter les autres parties.

La structure principale du programme est présentée dans un diagramme simplifié dans la figure [C.1](#).

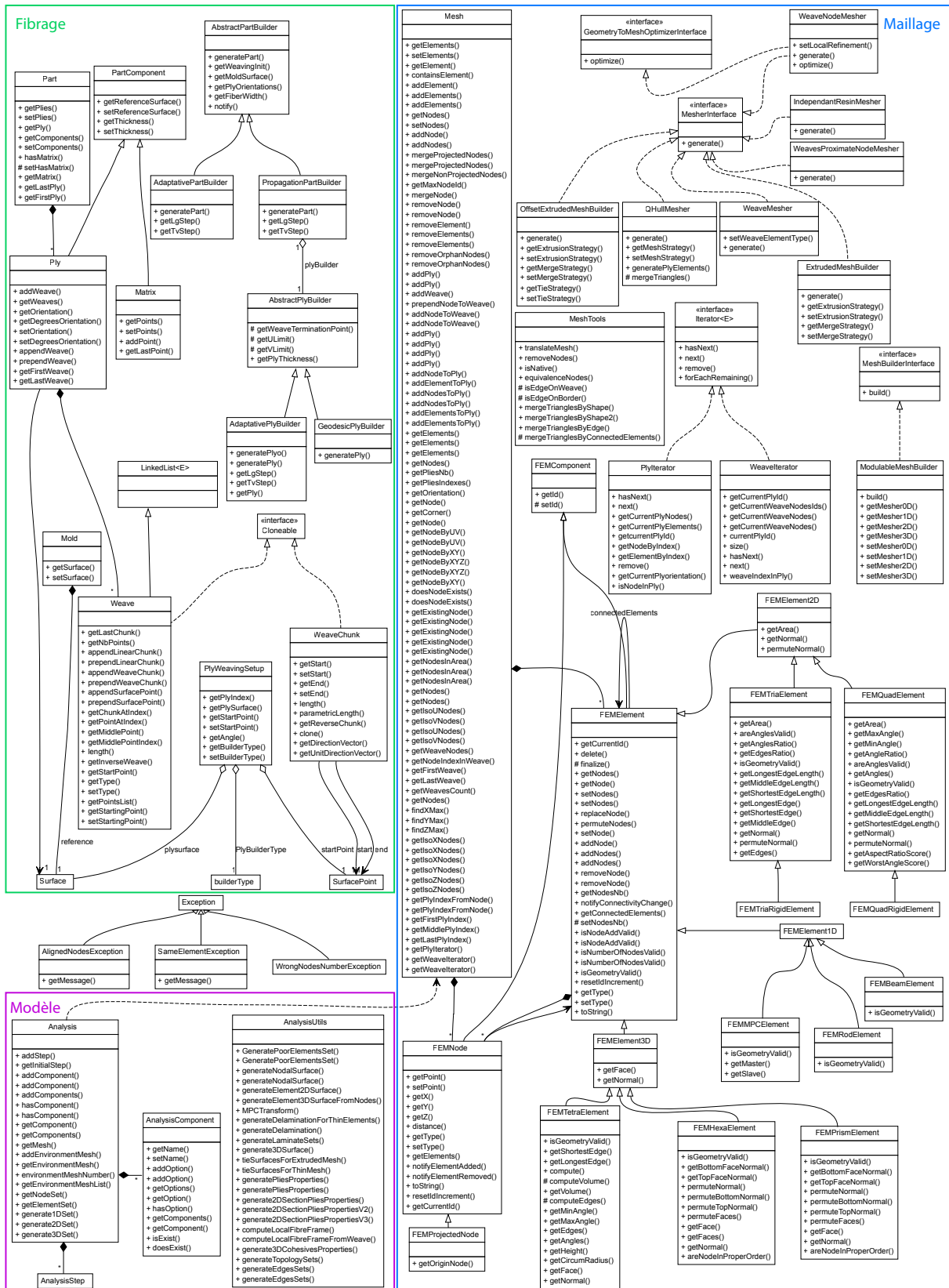


FIGURE C.1 – Diagramme UML simplifié du programme permettant de générer les fibres et le maillage









# Étude des pièces composites à fortes singularités

## Résumé

Les pièces réalisées en matériaux composites dans l'aéronautique sont souvent soumises à des sollicitations provoquant un dépliage. Afin de lutter contre ce phénomène la géométrie peut être optimisée en utilisant des formes gauches. Cette thèse a pour objectif de développer un modèle de dépliage prédictif basé sur la position locale des fibres afin de mieux comprendre l'impact de la géométrie et du stratifié sur ce type de pièces.

Une modélisation du positionnement des torons basée sur des surfaces paramétriques est proposée et ensuite validée expérimentalement. Ce modèle est ensuite utilisé par deux modèles éléments finis, l'un basé sur une approche continue et l'autre basé sur l'approche semi-continue développée par P. Navarro. Ces modèles sont validés sur la base d'essais normalisés.

Le modèle semi-continu est enfin comparé à une étude expérimentale faisant apparaître l'effet de la géométrie et du stratifié sur les phénomènes de dépliage. Les résultats expérimentaux montrent un impact significatif des composantes géométriques et matériau sur le phénomène de dépliage tandis que les résultats satisfaisants du modèle numérique permettent de valider l'approche proposée.

## Mots clés

Composite - Forme complexe - Double courbure - Endommagement - Rupture - Dépliage

## Abstract

Parts made of composite materials in the aeronautics industry are frequently loaded in such a way that they unfold. In order to combat this phenomenon, geometry can be optimized by using freeform shapes. This thesis aims to develop a predictive unfolding model based on the local position of the fibres in order to better understand the impact of geometry and laminate on this type of parts.

A modeling of the strand positions based on parametric surfaces is proposed and then experimentally validated. This model is then used by two finite element models, one based on a continuous approach and the other based on the semi-continuous approach developed by P. Navarro. These models are validated on the basis of normalised tests.

The semi-continuous model is finally compared to an experimental study showing the effect of geometry and laminate on unfolding phenomena. The experimental results show a significant impact of the geometric and material components on the unfolding phenomenon while the satisfactory results of the numerical model validate the proposed approach.

## Keywords

Composite - Complex shape - Double curvature - Damage - Failure - Unfolding