



HAL
open science

Mesure non destructive et manipulation locales d'atomes de Rydberg circulaires en pinces optiques

Yohann Machu

► **To cite this version:**

Yohann Machu. Mesure non destructive et manipulation locales d'atomes de Rydberg circulaires en pinces optiques. Physique [physics]. Sorbonne Université (Paris, France), 2024. Français. NNT : . tel-04876125

HAL Id: tel-04876125

<https://theses.hal.science/tel-04876125v1>

Submitted on 9 Jan 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT
DE SORBONNE UNIVERSITÉ**

Spécialité : Physique

École doctorale n°564: Physique en Île-de-France

réalisée

au **Laboratoire Kastler-Brossel**

sous la direction de **Michel BRUNE**

présentée par

Yohann MACHU

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Sujet de la thèse :

**Mesure non destructive et manipulation locales d'atomes de
Rydberg circulaires en pinces optiques**

soutenue le 4 Octobre 2024

devant le jury composé de :

M.	Simon BERNON	Rapporteur
M.	Michel BRUNE	Directeur de thèse
M.	Philippe GRANGIER	Rapporteur
M ^{me}	Agnès MAITRE	Présidente du jury
M.	Fabien QUERE	Examineur
M.	Tommaso ROSCILDE	Examineur
M.	Clément SAYRIN	Membre invité

À mon grand-père, Claude Machu.

À ma grand-mère, Nicole Notte.

Table des matières

Introduction	1
1 Éléments de théorie des atomes de Rydberg	13
1.1 États de Rydberg des atomes alcalins	13
1.1.1 Électron dans un potentiel coulombien	13
1.1.2 Couplage spin-orbite	17
1.1.3 Défaut quantique	18
1.2 Couplages au champ électromagnétique	18
1.2.1 Effets Zeeman et Paschen-Back	18
1.2.2 Effet Stark	19
1.2.3 Transition dipolaire électrique	22
1.2.4 Temps de vie	22
1.3 Interaction dipolaire entre atomes de Rydberg	24
1.3.1 Hamiltonien dipôle-dipôle	24
1.3.2 Interaction dipôle-dipôle résonnante - résonance de Förster	26
1.3.3 Interaction non résonnante	29
1.3.4 Blocage dipolaire	31
1.4 Couplages à la lumière non résonnante	32
1.4.1 Piégeage et déplacement lumineux	32
1.4.2 Piégeage pondéromoteur	34
2 Fabrication de réseaux de pièges par méthode holographique	37
2.1 Rappels de théorie de la diffraction	38
2.1.1 Théorie de Rayleigh-Sommerfeld	38
2.1.2 Optique de Fourier	40
2.1.3 Faisceau gaussien : tailles caractéristiques	43
2.2 Modulation de phase	44
2.2.1 Principe	44
2.2.2 Modulateur spatial de lumière (SLM)	45
2.2.3 Exemples de masques de phase : translations	46
2.3 Profils d'intensité creux	47
2.3.1 Modes de Laguerre-Gauss	47
2.3.2 Faisceau-bouteille (BoB)	48
2.4 Fabrication de réseaux optiques	51
2.4.1 Somme d'ondes planes	51
2.4.2 Algorithme de Gerchberg-Saxton (GS-R)	52

2.5	Limites physiques et conséquences	54
2.5.1	Limite de diffraction	54
2.5.2	Limite de Shannon	55
2.5.3	Limites du SLM	55
2.5.4	Homogénéisation de réseaux optiques	58
3	Techniques de correction d'aberrations	65
3.1	Éléments de théorie des aberrations	66
3.1.1	Point de vue géométrique	66
3.1.2	Approximation eikonale : point de vue ondulatoire	66
3.1.3	Aberrations sur l'axe optique	69
3.1.3.1	Additivité des distorsions du front d'onde	69
3.1.3.2	Rapport de Strehl	70
3.1.3.3	Polynômes de Zernike	71
3.1.4	Aberrations du champ	74
3.1.4.1	Point de fonctionnement, lucarnes, pupilles	74
3.1.4.2	Aberrations de Seidel	76
3.1.4.3	Coefficients de Seidel modifiés	78
3.2	Compensation d'aberrations sur l'axe optique	79
3.2.1	Dessin optique	79
3.2.2	Somme de Zernike	80
3.2.3	Reconstruction du front d'onde	81
3.3	Correction des aberrations de champ	83
3.3.1	Dessin optique	83
3.3.2	Mesure des coefficients de Seidel modifiés	84
3.3.3	Réseau de pièges corrigé en champ	85
3.4	Application : réseaux de pièges micrométriques	87
3.4.1	Caractérisation de la lentille	87
3.4.1.1	Irrégularités des dioptries	87
3.4.1.2	Champ optique	89
3.4.2	Performances	91
4	Préparation d'atomes de Rydberg uniques piégés	97
4.1	Dispositif expérimental	97
4.1.1	Nuage d'atomes froids dans l'ultra-vide	97
4.1.2	Environnement immédiat des atomes	98
4.1.3	Piégeage d'atomes uniques	100
4.1.3.1	Dispositif optique	100
4.1.3.2	Contrôle des SLM	101
4.1.4	Manipulation optique de l'état fondamental	104
4.1.5	Imagerie	105
4.2	Séquence expérimentale	106
4.2.1	Atomes uniques froids piégés	106
4.2.2	Mesure par fluorescence	107
4.2.3	Réseau d'atomes déterministe	109
4.2.4	Pompage optique	110

4.3	Excitation d'états de Rydberg	111
4.3.1	Probabilité de recapture	112
4.3.2	Excitation de 52D	112
4.3.3	Excitation de 52F	115
4.3.4	Excitation de 52C	117
4.3.5	Excitation de 54C - mesure destructive d'états circulaires	119
4.3.6	Excitation de 45S	123
5	Mesure non destructive de qubits circulaires	129
5.1	Géométrie des réseaux de pièges	130
5.2	Interaction dipôle-dipôle résonnante	131
5.2.1	Résonance entre états de Rydberg bas l et circulaires	131
5.2.2	Blocage lumineux	133
5.2.3	Interaction 45S - 54C	135
5.3	Mesure non destructive d'états circulaires	139
5.3.1	Blocage dipolaire	139
5.3.2	Mesure QND d'oscillations de Rabi	140
5.3.3	Comparaison des mesures non destructive et destructive	142
5.3.4	Mesure non lue de l'atome cible	142
5.3.5	Caractère projectif de la mesure	144
5.4	Analyse quantitative	146
6	Manipulation de qubits circulaires par laser	157
6.1	Manipulation d'états circulaires par laser	158
6.1.1	Blocage lumineux	158
6.1.2	Blocage dipolaire induit par laser	159
6.1.3	Séquences d'adressage alternatives	159
6.1.4	Contrôle local d'états circulaires	161
6.2	Échange de spin bien contrasté entre qubits circulaires	165
6.2.1	Mesure QND avec effacement - principe	165
6.2.2	Interaction d'échange entre atomes cibles	167
	Conclusion	173
	Remerciements	181
	Annexe A Calcul du temps de retour dans le fondamental	183
	Annexe B Éléments d'optiques	185
B.1	Position de la lentille de Fourier	185
B.2	Développement asymptotique du BoB	187
B.3	Pièges harmoniques creux	188
B.4	Propagation d'une distorsion faible du front d'onde	189

Annexe C	Caractérisations optiques	191
C.1	Mesure de la réponse impulsionnelle 1D d'un SLM	191
C.2	Profil d'intensité non diffracté effectif	194
C.3	Mesure du rapport de Strehl	196
Annexe D	Performance des algorithmes de Gerchberg-Saxton	199
D.1	Reconstruction du front d'onde (GS-RP)	199
D.2	Génération de réseaux optiques corrigés en champ (GS-RC)	201
Annexe E	Caractérisations de l'expérience	205
E.1	Efficacité du réarrangement	206
E.2	Efficacité du faisceau de pompe optique PO F2	208
E.3	Temps de relaxation lasers	210
E.4	Mesure des champs électrique et magnétique	212
E.5	Caractéristiques atomiques des BoB	214
E.6	Imperfections de circularisation et de décircularisation	215
Annexe F	Analyse de la mesure QND	219
F.1	Interaction à trois atomes	219
F.2	Modèle de probabilité	222
F.3	Blocage par $52F^*$	223
Annexe G	Références des données	225
	Bibliographie	227

Table des figures

1	Résultats précédents	10
1.1	Orbitales	16
1.2	Carte Stark	20
1.3	États d'interaction	27
1.4	Résonances faibles ℓ - circulaires	29
2.1	Fonctions de Green	39
2.2	Optique de Fourier — coordonnées	41
2.3	Faisceau gaussien	43
2.4	Modulation de la phase	46
2.5	Modes de Laguerre-Gauss	48
2.6	Faisceau-bouteille (BoB)	49
2.7	Propriétés des BoB	50
2.8	Algorithme de Gerchberg-Saxton — réseaux (GS-R)	53
2.9	Exemples de réseaux optiques	54
2.10	Réponse impulsionnelle du SLM	57
2.11	Réponse impulsionnelle du SLM	58
2.12	Homogénéisation de réseaux	60
3.1	Aberration géométriques	67
3.2	Propagation des distorsions du front d'onde	70
3.3	Polynômes de Zernike	73
3.4	Pupilles, lucarnes, champ optique	75
3.5	Algorithme de Gerchberg-Saxton — reconstruction de phase (GS-RP)	82
3.6	Compensation d'aberration avec GS-RP.	83
3.7	Algorithme de Gerchberg-Saxton — réseaux compensés (GS-RC)	86
3.8	Simulation d'aberrations de champ	86
3.9	Montages pour la caractérisation de la lentille asphérique	88
3.10	Compensation de la phase	89
3.11	Calibration des coefficients de Seidel modifiés	91
3.12	Réseaux optiques en champ large	92
4.1	Dispositif UHV	98
4.2	Cube en saphir	99
4.3	Table optique autour des atomes	101
4.4	Niveaux hyperfins du rubidium	104

4.5	Séquence atomes froids	106
4.6	Imagerie	108
4.7	Niveaux de Rydberg $n = 52$	113
4.8	Excitation de $ 52D\rangle$	114
4.9	Excitation de $ 52F\rangle$	116
4.10	Excitation de $ 52C\rangle$	117
4.11	Passage adiabatique	118
4.12	Spectroscopie MW $ 52C\rangle - 54C\rangle$	120
4.13	Excitation de $ 45S\rangle$	124
5.1	Réseaux de pièges	130
5.2	Spectroscopie $45S - 45P$	132
5.3	Blocage lumineux - excitation de $52C$	134
5.4	Spectroscopie laser des états d'interaction	136
5.5	Blocage dipolaire	140
5.6	Rabi $52C - 54C$ - mesure QND	141
5.7	Spectroscopie de Ramsey	143
5.8	Rabi $52C - 54C$ - post mesure QND	145
5.9	Rabi $52C - 54C$ - double mesure QND	147
5.10	Arbre de probabilité	149
5.11	Analyse de la mesure QND	152
6.1	Blocage lumineux - excitation de $45S$	158
6.2	Blocage dipolaire induit par laser	160
6.3	Porte cZ	161
6.4	Adressage local de qubits circulaires	163
6.5	Mouvements et interférences du faisceaux adresseur	164
6.6	Mesure QND avec effacement	166
6.7	Interaction d'échange	168
6.8	Interaction d'échange - mesure QND avec effacement	169
A.1	Temps de retour dans le fondamental	184
B.1	Position de la lentille de Fourier	185
C.1	Mesure de la PSF 1D du SLM	192
C.2	Profil d'intensité non diffracté effectif	194
C.3	Compensation du champ - cols ajustés	197
D.1	Reconstruction de polynômes de Zernike	200
D.2	Limites de l'algorithme GS-RC	202
E.1	Détection par ionisation	205
E.2	Arbre de probabilité du réarrangement	206
E.3	Caractérisation du pompage optique	208
E.4	Oscillations de Rabi $52D$ et $45S$	210
E.5	Spectroscopie microonde - calibration F et B	212

E.6	Caractéristiques atomiques des BoB	214
E.7	Spectroscopie $52C-50C$	216
F.1	Interaction à trois atomes	221
F.2	Blocage par $52F$	224

Introduction

La physique quantique s'est construite dans la première moitié du siècle précédent. Cette période a marqué un tournant rationnel dans notre manière d'appréhender les connaissances, à la fois dans la façon de la constituer, dans son contenu et dans ses limites. En philosophie, le logicien L. Wittgenstein tente de formaliser le langage naturel — vecteur de la connaissance — et d'en dresser les limites à travers son *Tractatus* [1]. C'est également la naissance de l'épistémologie. La théorie de la réfutabilité de K. Poppers [2] propose une définition de l'énoncé scientifique et un mécanisme pour la construction d'une science. Un énoncé est scientifique si l'on peut construire une expérience pour le réfuter. Une science est l'ensemble des énoncés qui ont suffisamment survécu au processus de réfutation. T. Kuhn donnera une explicitation sociologique à ce « suffisamment » dans les années 1960 [3]. On voit apparaître les fondements de la méthode scientifique telle que nous la connaissons aujourd'hui.

En mathématique, les connaissances se cristallisent autour de la méthode axiomatique. Un autre logicien, le linguiste et mathématicien G. Frege, introduit le calcul des prédicats, le langage formel de la logique mathématique. Il conduit à une re-fondation complète des connaissances mathématiques sur des bases robustes. On peut citer la construction de la théorie des ensembles par E. Zermelo, A.A. Fraenkel et T. Skolem et les travaux du groupe de mathématiciens Bourbaki, qui ont entrepris, dans les années 1930, de reconstruire rigoureusement l'ensemble des mathématiques sur la base de cette théorie [4]. En 1931, l'étendue possible des connaissances en mathématiques se voit bornée par la publication d'un article de K. Gödel [5], dans lequel il démontre, entre autre, qu'un langage formel suffisamment riche pour parler d'arithmétique permet également de formuler des énoncés indécidables. La robustesse des connaissances mathématiques, en particulier dans les domaines de l'algèbre linéaire et de la théorie des groupes, a permis d'établir la théorie quantique sur des bases solides.

Avec la naissance de la mécanique quantique, notre connaissance des systèmes physiques prend la forme abstraite d'un vecteur dans un espace de Hilbert, appelé état quantique, qui contient l'intégralité de l'information disponible sur un système. Comme en physique classique, cette information s'acquiert par un processus de mesure. En physique classique, la qualité d'une mesure dépend de sa précision et de sa capacité à ne pas perturber le système cible, deux critères qui sont fortement remis en cause par les règles de la mécanique quantique. La mesure quantique perturbe fondamentalement le système, indépendamment de la qualité de l'appareil de mesure. Quant à sa précision, une seule mesure quantique ne permet en général pas de connaître l'état quantique complet d'un système. Cette connaissance complète de l'état d'un système nécessite la répétition de plusieurs mesures sur des systèmes identiques. On parle de tomographie quantique [6]. Si la description quantique du monde semble mettre une distance entre l'état d'un système et la connaissance que nous pouvons en acquérir, cette description reste paradoxalement le modèle le plus prédictif dont nous disposons aujourd'hui. L'exemple le plus vertigineux est probablement l'égalité à 10 chiffres significatifs près entre la

mesure de la constante de structure fine par la méthode du recul atomique [7, 8] et son calcul à l'aide de l'électrodynamique quantique, à partir de la valeur mesurée du moment anomal de l'électron [9].

Systèmes quantiques individuels

L'essentiel des fondements de la mécanique quantique a été bâti en s'appuyant sur des expériences réalisées sur un très grand nombre d'atomes, de photons ou d'électrons. On dispose depuis longtemps de modèles décrivant le comportement d'un seul système quantique élémentaire. Par exemple, on peut citer les oscillations de Rabi qui apparaissent lors de l'interaction entre un système à deux niveaux et un champ électromagnétique quasi-monochromatique, proposé par I. Rabi en 1930 [10], ou le modèle éponyme de E.T. Jaynes et F.W. Cummings, proposé en 1963, décrivant la même interaction lorsque le champ électromagnétique est quantifié [11].

Il faut cependant attendre les années 1980 pour voir le début de la manipulation de systèmes quantiques individuels en laboratoire. Les premiers à réussir l'exploit de disposer d'un tel système physique furent les membres de l'équipe de H. Dehmelt, avec la démonstration du piégeage d'un *ion* Ba^+ unique dans un piège de Paul [12]. Ils dénombrèrent les ions dans le piège en observant leur fluorescence, réussirent à prendre des images d'un seul ion et observèrent ses sauts quantiques [13]. Par la suite D. Wineland et ses collègues préparèrent des états non classiques du mouvement de ces ions [14].

À la même période, l'équipe d'A. Aspect réalisa une des premières sources de *photons* intriqués de bonne qualité, utilisant une cascade radiative du calcium [15]. Dans les années 1990, notre groupe, dirigé par S. Haroche, mit au point des cavités microondes de finesse suffisante pour stocker et manipuler des photons. En sondant le champ électromagnétique avec un jet d'atomes, il put mettre en évidence la statistique de photons dans un champ thermique et mesurer la quantification du champ électromagnétique [16].

En 2001, l'équipe de P. Grangier réussit à piéger un unique *atome* de rubidium neutre [17], en se basant sur la technologie des pinces optiques développée par A. Ashkin [18]. Un faisceau laser très focalisé exerce une force dipolaire sur l'atome et crée un puits potentiel dans lequel l'atome demeure. Au cours de cette expérience, cette équipe a observé un effet qui sera déterminant dans la suite de ce travail : lorsqu'on remplit une pince optique suffisamment étroite à partir d'un réservoir d'atomes, la pince contient toujours au maximum un atome. On parle de blocage collisionnel. En 2007, la même équipe a montré qu'il était possible de transporter un atome et de le transférer d'une pince optique à une autre tout en préservant sa cohérence [19].

D'autres équipes se sont intéressés à des systèmes quantiques moins élémentaires, voire ont fabriqué entièrement ces systèmes. On peut citer les centres NV dans le diamant [20, 21], les boîtes quantiques [22, 23] ou encore les jonctions Josephson [24, 25] qui ont donné plus tard naissance à des puces supraconductrices [26]. Au début du millénaire, de nombreux systèmes quantiques individuels manipulables existaient dans les laboratoires.

Disposer de tels systèmes quantiques a ouvert la voie à de nombreuses applications. Parmi quelques exemples, citons la cryptographie quantique et, en particulier, les protocoles de distribution quantique de clés, dont la robustesse est basée sur le théorème de non-clonage [27]. La métrologie a également bénéficié des avancées en matière de systèmes quantiques individuels. À l'heure actuelle, des horloges atomiques optiques réalisés avec des ions piégés [28] ou des atomes de strontium dans des treillis optiques [29] permettent d'atteindre une précision

de 10^{-18} . Rappelons que la seconde, ainsi que le mètre, le kilogramme, l'ampère et le kelvin depuis 2019, sont définis par la transition d'horloge du césium 133. Les horloges optiques, bien plus précises que celles au césium, pourraient conduire à une nouvelle définition de la seconde dans les prochaines années. La maîtrise de systèmes quantiques individuels a également permis de réaliser des tests fondamentaux de la mécanique quantique. Les expériences d'A. Aspect sur la violation des inégalités de Bell ont démontré qu'il n'existait pas de variable cachée locale et qu'il fallait renoncer au principe de localité dans la description du monde proposée par la physique quantique [30]. Les expériences de notre groupe ont permis d'observer la décohérence d'un état chat de Schrodinger [31]. Cet état chat était une superposition de deux états cohérents du champ électromagnétique, déphasés l'un par rapport à l'autre et contenant en moyenne 10 photons microondes. Stockés dans une cavité, la qualité de la superposition était sondée par un atome traversant la dite cavité. Cette expérience a montré que plus le chat était gros, c'est-à-dire plus le nombre moyen de photons était élevé, plus la décohérence était rapide.

Les atomes utilisés dans cette expérience étaient des *atomes de Rydberg circulaires*. Un atome de Rydberg est un atome promu dans un état de grand nombre quantique principal n et dont l'énergie est très proche du seuil d'ionisation [32]. L'étude des atomes de Rydberg a été motivée par deux propriétés phares de ces états. Leur temps de vie est bien plus long que celui des états excités de faible n , typiquement $\sim 100 \mu\text{s}$ pour des états de Rydberg de $n \sim 50$ contre $10 - 100 \text{ ns}$ pour les autres. L'électron dans l'état de Rydberg est très éloigné du cœur, il est susceptible de former de forts dipôles, donnant lieu à des transitions dipolaires et à des interactions dipôle-dipôle entre atomes intenses.

Parmi tous les états de Rydberg, on appelle états de Rydberg circulaires, ceux dont le moment angulaire est maximal, $\ell = n - 1$. Ils sont caractérisés par une fonction d'onde torique, centrée sur le cœur ionique, qui n'est pas sans rappeler les orbites de l'atome de Bohr [33]. Leur intérêt par rapport aux autres états de Rydberg est qu'il est possible d'augmenter d'un facteur ~ 100 leur temps de vie en les préservant du rayonnement de corps noir. Leur préparation est plus délicate que celle des autres atomes de Rydberg. Les premiers atomes circulaires ont été excités en utilisant un passage adiabatique par D. Kleppner en 1983 [34]. Depuis, plusieurs autres méthodes ont été utilisées. On peut citer la méthode des champs croisés [35] et l'utilisation du contrôle optimal, mis au point lors de la collaboration entre notre équipe et celle de C. Koch. Elle a permis d'atteindre une fidélité de préparation supérieure à 96 % et un temps de préparation inférieur à 100 ns [36]. Le premier chapitre de ce manuscrit sera une introduction aux propriétés des atomes de Rydberg.

Systemes quantiques de grande taille et simulation

La possibilité de contrôler plusieurs systèmes quantiques individuels a mis sur le devant de la scène une ancienne proposition de R. Feynman. Elle consiste à simuler de manière analogique des systèmes quantiques composés de nombreuses particules en interaction à l'aide d'un système quantique synthétique, complètement contrôlable, partageant la même dynamique [37]. Cette proposition, datée de 1982, marque la naissance du concept de *simulation quantique*. La problématique sous-jacente à la proposition de R. Feynman est l'augmentation exponentielle de la dimension de l'espace de Hilbert nécessaire pour décrire un système quantique avec le nombre de particules qu'il contient. La simulation numérique complète de systèmes quantiques de N particules en interaction est donc rapidement impossible lorsque N augmente. Par exemple, avec le plus puissant super-ordinateur construit à ce jour, Frontier,

et ses 700Po de mémoire [38], on ne peut simuler qu'un système de $N = 53$ spins 1/2 en interaction¹. Il faudrait plus de 10000 milliards de machines Frontier pour stocker l'état d'un système contenant $N = 100$ spins. On comprend donc la révolution que pourrait constituer la simulation quantique dans l'étude des systèmes en matière condensée, mais aussi en physique des particules avec la modélisation de théories de jauge sur réseau, en chimie quantique, en cosmologie et encore dans l'étude des systèmes quantiques ouverts [39].

L'application la plus directe de la simulation quantiques reste l'émulation de systèmes de particules sur réseau, appartenant au domaine d'étude de la matière condensée. Ces systèmes se catégorisent en première approximation selon trois dynamiques différentes :

- Les dynamiques de fermions, dans lesquels les particules peuvent passer d'un site du réseau à l'autre en respectant le principe d'exclusion de Pauli et dont le modèle fondateur est celui de Hubbard ;
- Les dynamiques de bosons, par lesquelles les particules peuvent se déplacer à travers le réseau sans être soumises au principe d'exclusion de Pauli. Ces dynamiques sont décrites par exemple par le hamiltonien de Bose-Hubbard ;
- Les dynamiques de spins, qui décrivent des particules fixes sur le réseau interagissant par l'intermédiaire de leur état interne.

Une grande proportion des systèmes de spins en interaction peuvent se décrire par un hamiltonien de type Heisenberg, dont la forme générale des termes d'interaction s'écrit :

$$\hat{H}_{XYZ}/\hbar = \sum_{\langle i,j \rangle} J_x^{(i,j)} \hat{\sigma}_i^x \hat{\sigma}_j^x + J_y^{(i,j)} \hat{\sigma}_i^y \hat{\sigma}_j^y + J_z^{(i,j)} \hat{\sigma}_i^z \hat{\sigma}_j^z,$$

la sommation étant effectuée sur les plus proches voisins. En fonction des valeurs des constantes de couplages, on parle de hamiltonien d'Ising si $J_x^{(i,j)} = J_y^{(i,j)} = 0$, de hamiltonien XXX si $J_x^{(i,j)} = J_y^{(i,j)} = J_z^{(i,j)}$, de hamiltonien XX si $J_x^{(i,j)} = J_y^{(i,j)}$ et $J_z^{(i,j)} = 0$, de hamiltonien XXZ si $J_x^{(i,j)} = J_y^{(i,j)} \neq J_z^{(i,j)}$ et ainsi de suite. Combinés à des géométries de réseaux diverses, 1D, 2D ou 3D, périodiques ou désordonnées, ou bien encore donnant lieu à de la frustration, les hamiltoniens de type Heisenberg donnent lieu à une physique très riche.

Ces hamiltoniens de Heisenberg peuvent être simulés sur de nombreuses plateformes. Le couplage entre les états collectifs de vibration d'une chaîne d'ions piégés et leurs états internes permet de simuler les hamiltoniens XY et XYZ [40]. Des architectures particulières utilisant des circuits supraconducteurs ont été proposées pour étudier des dynamiques de spins [41, 42, 43] et en particulier le hamiltonien XXZ [44], pour lequel les auteurs observent la propagation d'une excitation le long d'un cercle de 24 spins. Les réseaux optiques d'atomes neutres ont également permis de simuler de dynamiques de spins, par exemple en encodant chaque spin par la position d'un atome dans un double puits de potentiel [45].

Plateforme atomes de Rydberg

Dans le domaine de la simulation quantique de spins sur réseau, les atomes de Rydberg jouent un rôle de premier plan. Leur très grande polarisabilité leur confère des interactions mutuelles intenses. Si l'on ajoute à cela leur long temps de vie, ils sont susceptibles de constituer des qubits de très bonne qualité. En 2000, M. Lukin a proposé une porte quantique mettant en jeu deux de ces atomes et leur utilisation comme plateforme pour le calcul quantique [46, 47].

1. On suppose que l'état du système est décrit par des nombres complexes encodés sur 128 bits

Dans cette proposition, la réalisation de portes quantiques est basée sur le *blocage dipolaire* entre atomes de Rydberg. Le concept de blocage dipolaire désigne l'impossibilité d'exciter un atome dans un état de Rydberg lorsqu'un second atome, déjà dans un état de Rydberg, est présent dans son voisinage immédiat. Cet effet résulte du déplacement du niveau d'énergie de l'état de Rydberg causé par l'interaction avec le second atome. L'équipe de M. Saffman et celle d'A. Browaeys ont observé le blocage dipolaire entre deux atomes uniques séparés de quelques microns en 2009 [48, 49]. Ils l'ont ensuite mis à profit pour intriquer l'état des deux atomes [50] et réaliser une porte CNOT [51].

L'équipe d'A. Browaeys a, plus tard, étudié l'interaction de van der Waals [52] puis l'interaction dipôle-dipôle résonnante [53] entre deux atomes de Rydberg, initialement tenus dans des pinces optiques, ajustant précisément les positions des atomes l'un par rapport à l'autre. L'interaction dite résonnante, aussi appelée résonance de Förster, est obtenue lorsque deux états couplés de la paire d'atomes ont la même énergie. Dans cette dernière étude, les auteurs ont caractérisé l'énergie d'interaction en fonction de la distance inter-atomique et ont observé l'échange cohérent d'excitation entre les deux atomes.

Le déroulement de ces expériences sur les atomes de Rydberg obéit au protocole général suivant. Des atomes sont initialement piégés dans leur état fondamental par des pinces optiques. Ces pinces optiques sont ensuite interrompues quelques microsecondes pendant lesquelles les atomes sont excités par laser vers des états de Rydberg. Les pinces optiques sont ensuite rallumées. L'atome est recapturé l'intérieur de la pince s'il est dans l'état fondamental, mais pas s'il est dans un état de Rydberg. Une image par fluorescence des atomes détecte finalement les atomes dans l'état fondamental [54], l'absence de fluorescence indiquant que l'atome était dans un état de Rydberg.

À partir de 2014, l'emploi de méthodes holographiques a permis de passer de quelques pinces optiques à des réseaux $2D$ de centaines de pinces [55]. Ces méthodes reposent sur la modulation du front d'onde d'un faisceau laser, à l'aide d'un modulateur spatial de lumière (SLM). La fabrication de ces hologrammes repose sur l'utilisation de versions dérivées de l'algorithme de reconstruction de phase proposée en 1972 par R. Gerchberg et W. Saxton [56]. Parmi ces versions, celle couramment nommée *Weighted Gerchberg-Saxton* conduit à des hologrammes ayant de bonnes efficacités de diffraction et à une dispersion résiduelle de puissance des pinces optiques du réseau inférieure au pourcent [57]. En pratique, à cause des imperfections des SLM, obtenir cet ordre de grandeur de dispersion résiduelle d'intensités requiert la mise en place d'une boucle de rétro-action entre une caméra observant le réseau de pinces optiques et le SLM [55].

La réalisation de pinces optiques de forme contrôlée et régulière se heurte au problème des aberrations optiques. À puissance fixée, les aberrations élargissent les pinces et réduisent leur profondeur. Elles détériorent donc leur capacité de piégeage, pouvant aller jusqu'à empêcher le blocage collisionnel. Les méthodes holographiques permettent aisément de compenser les aberrations moyennes engendrées par un système optique en appliquant une modulation du front d'onde ad hoc. Cette modulation peut être déterminée à l'aide d'un analyseur de front d'onde [55] ou bien directement à partir de signaux atomiques [58]. Certains types d'aberrations dépendent de la position de la pince optique. Il n'existe alors aucune modulation du front d'onde qui puisse compenser simultanément les aberrations propres à chaque pince du réseau. La solution usuelle consiste à utiliser des optiques produisant très peu ces types d'aberrations, comme les objectifs de microscope. Ces derniers sont peu compatibles avec certaines technologies ultra-vide ou cryogénique. Il est alors possible de recourir à une solu-

tion palliative consistant à augmenter la puissance des pinces optiques les plus déformées, de sorte à donner à tous les pièges du réseau la même profondeur [59]. Cette solution reste cependant limitée puisqu'elle est couteuse en puissance laser et ne permet pas de contrôler la forme du piège. Dans ce manuscrit, après avoir rappelé les principes de l'holographie et ses applications, en particulier à la compensation des aberrations moyennes, nous introduirons une nouvelle méthode holographique de correction des aberrations dépendant de la position.

En régime de blocage collisionnel, le chargement des pièges à partir d'un nuage d'atomes froids conduit à un remplissage aléatoire avec zéro ou un atome par piège, avec une probabilité voisine de 50 %. L'utilisation d'une pince optique mobile pour réorganiser le réseau d'atomes et lui donner une géométrie déterministe a été réalisé indépendamment par les équipes de M. Lukin [60] et de A. Browaeys [61] sur des réseaux respectivement $1D$ et $2D$. Pour obtenir ces réseaux d'atomes déterministes, une première image du réseau aléatoirement rempli est réalisée, on calcule ensuite les déplacements que la pince mobile doit réaliser pour constituer le réseaux déterministe, ces déplacements d'atomes sont effectués et une seconde image est réalisée en guise de contrôle. Très récemment, l'équipe de M. Endres a piégé 6100 atomes [62] et l'entreprise Pasqal a réalisé un réseau déterministe de 2000 atomes [63]. Les chapitres deux et trois du manuscrit seront dédiés à la présentation de ces méthodes holographiques, ainsi qu'à la problématique de la minimisation des aberrations optiques, indispensable pour réaliser des pinces optiques de forme contrôlée.

Simulations quantiques à l'aide d'atomes de Rydberg

Disposer de réseaux déterministes d'atomes excitables vers des états de Rydberg a ouvert la voie aux premières simulations quantiques d'ensembles de spins en interaction sur cette plateforme. On distingue trois façons d'encoder le spin $1/2$ à l'aide d'atomes de Rydberg.

La première, pour l'instant surtout réservée au calcul quantique et aux dynamiques en temps discret, a été proposée en par M. Lukin [47] et consiste à encoder le spin dans deux états fondamentaux de l'atome, $|\downarrow\rangle = |g\rangle$ et $|\uparrow\rangle = |g'\rangle$. L'interaction entre atomes a lieu en régime blocage dipolaire. Dans le cadre du calcul quantique, le groupe de M. Lukin a récemment présenté une porte à deux qubits avec une fidélité de 99,5 % [64] et un protocole basé sur le transport d'atomes capable de faire interagir chacun des qubits avec tous les autres [65].

Une seconde manière d'encoder le spin est d'utiliser l'état fondamental et un état de Rydberg $|\downarrow\rangle = |g\rangle$ et $|\uparrow\rangle = |r\rangle$. L'interaction est elle aussi obtenue par blocage dipolaire et simule le hamiltonien d'Ising. En 2016, l'équipe d'A. Browaeys observe les oscillations de Rabi collectives d'un ensemble de N atomes en régime de blocage dipolaire, dont la période est proportionnelle à \sqrt{N} [66]. En 2017, l'équipe de M. Lukin étudie des transitions de phases dans une chaîne de 51 atomes, génère des cristaux de Rydberg et observent leur dynamiques d'apparition et de disparition. Les mêmes équipes étudient ensuite la transition ferromagnétique - anti-ferromagnétique dans des réseaux $2D$ de géométrie carrée ou hexagonale d'environ 200 spins [67, 58].

Le dernier encodage possible consiste à utiliser deux états de Rydberg $|\downarrow\rangle = |r\rangle$ et $|\uparrow\rangle = |r'\rangle$. Hors dynamique de spin, il a permis d'observer des états topologiquement protégés dans le cadre du modèle SSH dans une chaîne de 14 atomes [68]. Cet encodage a aussi été utilisé pour émuler les hamiltoniens XXX et XXZ à partir du hamiltonien XX , en utilisant la théorie de Floquet [69].

Le temps de simulation, pour tous les travaux cités ci-dessus, est surtout limité par deux effets : le mouvement des atomes et le temps de vie fini des états de Rydberg. Pour limiter le mouvement des atomes, il est envisageable de les piéger. L'équipe d'A. Browaeys a montré qu'il était possible de piéger un atome de Rydberg unique dans une pince optique creuse par effet pondéromoteur [70] et nous avons fait de même pour un réseau d'atomes de Rydberg circulaires [71]. Concernant le temps de vie, il s'agit d'une limite fondamentale liée aux atomes de Rydberg de faible moment angulaire, dont il n'est possible de s'affranchir qu'en utilisant des états de Rydberg circulaires.

Atomes de Rydberg circulaires pour la simulation quantique

En 2018, notre équipe a proposé un simulateur quantique basé sur des atomes de Rydberg circulaires piégés [72]. Placés en environnement cryogénique et entouré par une structure inhibant leur émission spontanée, leur temps de vie peut devenir 10^6 fois plus grand que celui des états de Rydberg de faible moment angulaire ℓ . Notre simulateur devrait donc permettre d'explorer des dynamiques de spin longues par rapport aux simulateurs à atomes de Rydberg de faible ℓ .

En codant les spins dans deux états circulaires vérifiant $\Delta n = 1$, les atomes circulaires sont soumis à l'interaction dipôle-dipôle résonnante. La dynamique naturelle est donnée par le hamiltonien XX :

$$\hat{H}/\hbar = \frac{\Omega}{2} \sum_i \hat{\sigma}_i^x + \frac{\delta}{2} \sum_i \hat{\sigma}_i^z + \sum_{\langle i,j \rangle} J^{(i,j)} \left(\hat{\sigma}_i^x \hat{\sigma}_j^x + \hat{\sigma}_i^y \hat{\sigma}_j^y \right).$$

Le couplage est de l'ordre de $J^{(i,j)} \sim 10$ MHz pour des atomes de nombre quantique principal $n \sim 50$, séparés de $R = 5 \mu\text{m}$. En codant les spins dans deux états circulaires vérifiant $\Delta n = 2$, les atomes sont soumis à l'interaction de van der Waals. La dynamique naturelle est cette fois donnée par le hamiltonien XXZ :

$$\hat{H}/\hbar = \frac{\Omega}{2} \sum_i \hat{\sigma}_i^x + \frac{\delta}{2} \sum_i \hat{\sigma}_i^z + \sum_{\langle i,j \rangle} J^{(i,j)} \left(\hat{\sigma}_i^x \hat{\sigma}_j^x + \hat{\sigma}_i^y \hat{\sigma}_j^y \right) + J_z^{(i,j)} \hat{\sigma}_i^z \hat{\sigma}_j^z.$$

Le couplage $J^{(i,j)}$ est uniquement fixé par la géométrie du réseau d'atomes et est typiquement de $J^{(i,j)} \sim 10$ kHz, pour des atomes séparés de $R = 5 \mu\text{m}$. Tous les autres termes peuvent être réglés dynamiquement à l'échelle sub-microseconde. Avec un réseau de quelques dizaines d'atomes, on doit pouvoir observer environ 10^5 cycles d'interaction. Ce hamiltonien donne lieu à une physique riche, avec des transitions entre quatre phases possibles déjà en dimension un.

La détection d'atomes de Rydberg circulaires a été historiquement effectuée par ionisation [32]. Le potentiel d'ionisation d'un atome circulaire étant caractéristique de son nombre quantique principal n , cette méthode est sélective en état. Elle n'est revanche pas spatialement sélective. Elle ne convient pas pour mesurer sélectivement les états de deux atomes circulaires uniques placés à quelques microns l'un de l'autre et lire l'état final du simulateur. La mesure de l'état final des simulateurs à atomes de Rydberg de faible ℓ s'effectue en observant la fluorescence des atomes. Dans le cadre des atomes de Rydberg circulaires, nous avons récemment mis au point une méthode de mesure de l'état d'un atome de Rydberg circulaire mettant en jeu une désexcitation de l'atome jusqu'à l'état fondamental, sélective d'un seul état circulaire, détecté par fluorescence après recapture [71]. Cette méthode fonctionne mais elle possède deux inconvénients. D'une part, elle est complexe, nécessitant le bon ajustement

de nombreux paramètres. La fidélité que nous avons pu atteindre pour l’instant est de 70 %. D’autre part, elle est destructive puisqu’elle désexcite l’atome depuis l’état circulaire jusqu’à l’état fondamental. Pour pouvoir répéter les mesures sur les qubits et observer par exemple des corrélations temporelles sur le système, pour engendrer certaines dynamiques particulières [73] ou bien encore pour préparer certains états du simulateur, il serait préférable de disposer d’une méthode de *mesure non destructive* des qubits circulaires, qui permette, si possible, une meilleure fidélité que la mesure par désexcitation.

Mesure QND d’atomes de Rydberg uniques

D’un point de vue théorique, une mesure quantique idéale est dite non destructive si l’opérateur \hat{A} mesuré commute avec la dynamique intrinsèque du système. Ceci assure en particulier que la répétition de la mesure sur le système donnera toujours le même résultat. Par la suite, nous désignerons souvent ce type de mesure par l’acronyme QND pour *Quantum NonDemolition*. D’un point de vue expérimental, il est rarement aisé de mesurer un système quantique individuel sans le détruire. On peut penser à la mesure du nombre de photons qui consiste la plupart du temps à les absorber. La mise au point d’une mesure QND est donc avant tout un enjeu expérimental.

L’idée de mesure QND a été proposée 1975 par V. Braginskii et Y. Vorontsov dans le contexte de la mesure des ondes gravitationnelles [74]. Il s’agissait de mesurer l’état d’un oscillateur harmonique mécanique à l’aide d’un faisceau laser. Dans le domaine de l’optique, on peut réaliser une mesure QND d’intensité grâce à l’effet Kerr croisé : l’intensité du faisceau à mesurer crée une variation d’indice dans un milieu non linéaire mesurée par la variation de la phase d’un faisceau sonde [75]. Dans les années 1990, des expériences ont été menées en utilisant comme milieu non linéaire une vapeur atomique proche de résonance, placée dans une cavité optique, de sorte à obtenir un milieu très fortement non-linéaire [76, 77]. Il faut cependant attendre 1999 pour que des mesures QND soient effectuées sur des états comportant quelques photons microondes seulement, alors piégés dans une cavité, et sur des états non classiques comme des états de Fock [78].

Réciproquement, la mesure QND d’un nuage de l’état de spin dans une vapeur atomique en utilisant son pouvoir rotatoire a été proposée en 1999 [79] et réalisée en 2010 dans le contexte de la magnétométrie [80]. La première proposition de mesure QND de système atomique individuel concerne les ions piégés. La mesure d’états vibrationnels est réalisée par intrication de ces états avec des états électroniques internes des ions mesurés par fluorescence [81].

En 2015, I. Beterov et M. Saffman proposent d’utiliser le blocage dipolaire entre un atome qubit et un atome auxiliaire pour mettre en place une mesure QND [82]. Le blocage dipolaire intrique les états des deux atomes, la mesure de l’atome auxiliaire suffit à connaître l’état de l’atome qubit et réalise donc une mesure QND de son état. Ce protocole a depuis été mis en pratique entre deux atomes d’isotope différents [83] ou d’espèces différentes [84].

Dans ce manuscrit, nous exploitons l’idée de ce protocole pour mesurer l’état d’un atome de Rydberg circulaire à l’aide d’un atome auxiliaire. Nous utilisons une résonance de Förster entre états de Rydberg de faible moment angulaire et états de Rydberg circulaires pour produire un blocage dipolaire entre les deux atomes et intriquer leurs états. In fine, une image par fluorescence de l’atome auxiliaire permet de mesurer de façon non destructive l’état de l’atome circulaire.

Récentes avancées...

Chacune des trois expériences principales de l'équipe, dirigée par Michel Brune et Jean-Michel Raimond, a pris une direction différente vers la simulation quantique à l'aide d'atomes de Rydberg circulaires. L'expérience de Sébastien Gleyzes a emprunté le chemin de la simulation à l'aide d'atomes circulaires de strontium, préparés pour la première fois en 2020 [85]. Le principal intérêt de cet atome est d'être divalent. Pendant que le premier électron est dans un état circulaire, le cœur ionique, chargé une fois positivement, peut être piégé à l'aide de pinces optiques ou refroidi par laser [86], grâce au second électron de valence. L'interaction quadrupolaire entre les électrons permet également des manipulations optiques et des mesures de l'électron circulaire [87].

L'expérience d'Igor Dotsenko a suivi de près le plan d'expérience proposé en 2018 [72]. L'objectif est de préparer une chaîne 1D d'atomes de Rydberg circulaires entre les électrodes d'un condensateur plan, inhibant l'émission spontanée des atomes, le tout dans un environnement cryogénique. Cette configuration doit permettre d'atteindre des temps de vie de plusieurs minutes et d'étudier des dynamiques sur des temps très longs. Mentionnons qu'une expérience d'inhibition a déjà été réalisée sur un dispositif ad hoc lors du doctorat d'Haiteng Wu, permettant d'atteindre des temps de vie de l'ordre de la milliseconde à température ambiante [88].

L'expérience sur laquelle j'ai travaillé pendant mon doctorat, supervisée par Clément Sayrin, a pris la route des réseaux 2D d'états circulaires du rubidium. La première expérience réalisée dans ce sens a été menée par Rodrigo Cortinas pendant son doctorat et par Maxime Favier, arrivé comme moi en 2019, en tant que post-doctorant. Elle a consisté à observer le piégeage d'un nuage d'atomes circulaires dans un faisceau tubulaire de diamètre $\sim 30 \mu\text{m}$ [89]. Suite à ce résultat préliminaire, l'expérience a été largement reconstruite pour inclure, d'une part, le dispositif optique générant des pinces optiques de diamètre $\sim 1 \mu\text{m}$ nécessaires au piégeage d'atomes uniques et, d'autre part, un schéma d'excitation des états de Rydberg permettant une fidélité de préparation tendant vers $\sim 100\%$.

Ce nouveau dispositif a permis de démontrer le piégeage d'atomes de Rydberg circulaires uniques par laser en 2022 [71], lors du doctorat de Brice Ravon [90]. Le second résultat important obtenu durant ce doctorat est la mise au point de la technique de mesure des états circulaires par désexcitation sélective d'un état de nombre quantique principal n donné. La figure (1a) représente une oscillation de Rabi entre les états circulaires $|n = 50\rangle$ et $|n = 52\rangle$ mesurée à l'aide de cette technique sur un réseau de 18 atomes circulaires uniques piégés.

Plus récemment, nous avons caractérisé l'interaction dipôle-dipôle entre deux atomes de Rydberg circulaires piégés. Ceci fait l'objet du doctorat de Paul Méhaignerie [91]. Nous avons étudié l'interaction entre les états circulaires $|n = 51\rangle$ et $|n = 52\rangle$ en fonction de la distance inter-atomique R et de l'angle entre l'axe de la paire d'atomes et l'axe de quantification des atomes. Pour cela, nous avons réalisé des spectroscopies microondes entre l'état $|n = 52, n = 52\rangle$ et l'état d'interaction $|+\rangle = (|n = 52, n = 51\rangle + |n = 51, n = 52\rangle) / \sqrt{2}$. Lors de cette expérience, nous observons des spectres comme celui décrit sur la figure (1c). Un premier pic correspond à la transition à deux photons entre les états d'une paire d'atomes $|n = 52, n = 52\rangle$ et $|n = 51, n = 51\rangle$ et le second à la transition entre les états $|n = 52, n = 52\rangle$ et $|+\rangle$. Le décalage en fréquence $\Delta\nu$ entre ces deux pics mesure l'énergie d'interaction. La figure (1b) représente cette énergie d'interaction en fonction de la distance entre les atomes. Nous vérifions une dépendance en $1/R^3$.

Le travail décrit dans ce manuscrit intervient à la suite des deux thèses dont nous venons de rappeler très succinctement les résultats marquants et présente trois résultats principaux :

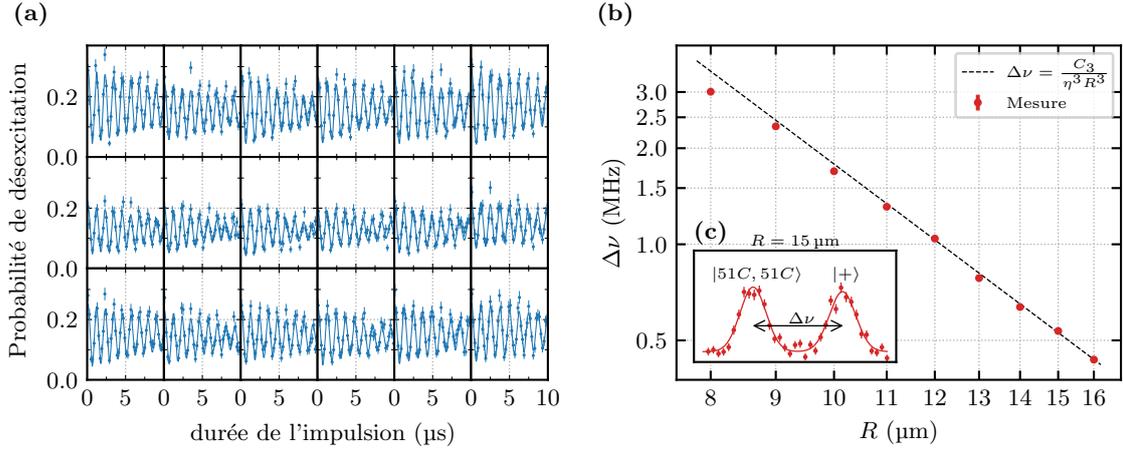


FIGURE 1 – (a) Oscillation de Rabi entre les états de Rydberg circulaires $|n = 50\rangle$ et $|n = 52\rangle$ mesurée par désexcitation sélective de l'état $|n = 52\rangle$ sur un réseau de $6 \times 3 = 18$ atomes de Rydberg circulaires. (b) Énergie d'interaction exprimée en unité de fréquence en fonction de la distance entre les deux atomes circulaires, mesurée lorsque l'axe de la paire et l'axe de quantification sont colinéaires. Le coefficient de correction de la distance $\eta = 0,977$ correspond à une erreur de 2,3 % sur la distance focale du système optique générant le réseau de pièges. Nous mesurons alors $C_3 = -3,328 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$. (c) Exemple de spectre microonde enregistré pour $R = 15 \mu\text{m}$ permettant de mesurer l'énergie d'interaction à cette distance.

- Le développement de techniques de *corrections des aberrations géométriques*, adaptées à la fabrication de réseaux de pinces optiques par méthode holographique. L'une d'entre elles, visant à élargir le champ optique d'une lentille asphérique, fait l'objet d'une demande de brevet de notre part. Ces techniques ont déjà été utilisées au cours des deux précédentes thèses et pourront trouver des applications au-delà de nos expériences sur les atomes de Rydberg circulaires ;
- L'élaboration d'une méthode de mesure de l'état d'un atome de Rydberg circulaire qui vérifie trois critères de qualité. Elle est *spatialement sélective*, comme l'était déjà la mesure par désexcitation. Elle atteint une *bonne fidélité*, meilleure que celle de la mesure par désexcitation. Nous observons sur la figure (1a) que le contraste du signal est seulement de $\sim 30\%$, ce qui est très insuffisant. Elle est *non destructive* ;
- La mise au point d'une méthode qui permet de *manipuler localement* l'état d'un atome circulaire, sans modifier celui des autres atomes du réseau. Ceci sera très utile pour préparer l'état initial du simulateur.

La mise aux point de ces deux derniers outils, la mesure QND et la manipulation locales d'atomes de Rydberg circulaires devraient ouvrir la voie vers les premières simulations quantiques sur notre expérience.

Déroulement du manuscrit

Dans un premier chapitre, nous allons rappeler le cadre dans lequel on peut décrire les états de Rydberg, ainsi que certaines de leurs propriétés. Nous évoquerons leurs couplages aux champs électriques et magnétiques, ainsi que leur temps de vie. Nous consacrerons ensuite une partie du chapitre à l'interaction dipôle-dipôle entre deux atomes de Rydberg. Enfin, nous décrirons les effets qui permettent de piéger à la fois les atomes dans leur état fondamental et dans des états de Rydberg.

Dans le deuxième chapitre, nous détaillerons les méthodes holographiques qui permettent de réaliser des réseaux de pinces optiques de toute forme, en particulier de forme gaussienne pour piéger les atomes dans leur état fondamental et en forme de coquille pour piéger les atomes dans les états de Rydberg. Nous ferons d'abord un bref rappel de théorie de la diffraction avant de présenter les possibilités des méthodes holographiques en matière de fabrication de pinces optiques de formes diverses et de réseaux optiques. Nous concluons en présentant les limites de ces méthodes.

Le troisième chapitre sera consacré aux techniques de correction des aberrations optiques. Nous verrons d'abord comment décrire les aberrations et les quantifier. Ensuite, nous présenterons plusieurs méthodes de correction, adaptées à deux cas différents : lorsque les aberrations dépendent de l'inclinaison des faisceaux dans le système optique et lorsqu'elles n'en dépendent pas. Nous terminerons ce chapitre en appliquant ces techniques pour obtenir, avec une lentille asphérique, des réseaux de pinces optiques micrométriques limitées par la diffraction de $0,5 \times 0,5 \text{ mm}^2$.

Après ces deux chapitres consacrés à l'optique nécessaire au piégeage des atomes, nous allons présenter le dispositif expérimental global puis les étapes permettant de préparer un réseau d'atomes de Rydberg. Dans un premier temps, nous décrirons la succession des étapes requises pour transformer un jet d'atomes de rubidium en un réseau d'atomes uniques piégés, dans lequel chaque atome est refroidi et préparé dans un état Zeeman pur. Puis, nous décrirons ensuite la façon dont nous excitons les états de Rydberg et en particulier les états circulaires.

Dans un cinquième chapitre, nous allons présenter le processus de mesure QND de qubits circulaires, basé sur l'existence d'une résonance de Förster entre un couple d'états circulaires et un couple d'états de faible ℓ , que nous caractériserons. Nous utiliserons le blocage dipolaire qui découle de cette interaction pour intriquer l'état de l'atome circulaire avec celui d'un atome auxiliaire voisin. Une mesure par fluorescence de ce dernier atome permettra alors de connaître l'état de l'atome de Rydberg circulaire.

Dans un ultime chapitre, nous montrerons comment utiliser cet atome auxiliaire pour manipuler localement l'état d'un atome circulaire. Le processus reposera là encore sur le blocage dipolaire. Pour conclure, nous utiliserons la manipulation locale pour observer l'échange de spins entre deux atomes circulaires. Une utilisation combinée de la mesure QND et de la mesure par désexcitation sélective permettra d'observer un signal dont le contraste est indépendant des efficacités de préparation des atomes.

Chapitre 1

Eléments de théorie des atomes de Rydberg

*Rêver, un impossible rêve,
Porter, le chagrin des départs,
Brûler, d'une possible fièvre,
Partir, où personne ne part,
Aimer, jusqu'à la déchirure,
Aimer, même trop, même mal,
Tenter, sans force et sans armure,*

— Brel, *La quête*

L'objectif de ce premier chapitre est de rappeler au lecteur les quelques résultats de physique atomique concernant les atomes de Rydberg qui seront utiles par la suite. Nous nous bornerons à rappeler brièvement d'où proviennent ces résultats et ce qu'ils impliquent comme effets physiques. Nous insisterons davantage sur les aspects conceptuels et intuitifs plutôt que sur l'aspect calculatoire, disponible dans les références.

La première partie pose le cadre formel dans lequel se décrivent les états de Rydberg. La deuxième envisage les couplages de l'électron Rydberg avec un champ magnétique statique, un champ électrique statique, ou un champ électromagnétique résonnant. Nous décrivons également le temps de vie des atomes de Rydberg et ses origines. La troisième partie est consacrée aux interactions entre deux atomes de Rydberg. Un intérêt particulier sera accordé à l'interaction entre un atome de Rydberg circulaire et un atome de Rydberg de faible moment angulaire. La dernière partie traite des possibilités de piégeage d'atome et de manipulation de qubits circulaires par laser.

1.1 États de Rydberg des atomes alcalins

1.1.1 Électron dans un potentiel coulombien

Atome d'hydrogène

Le système physique qui tient la place centrale dans notre expérience est l'atome de rubidium 87. Comme l'ensemble des éléments alcalins, il a la particularité de posséder un

seul électron de valence, c'est-à-dire un électron relativement bien isolé du reste du cortège électronique, composé de 36 autres électrons. Avec le noyau, ces électrons forment le cœur de l'atome, chargé une fois positivement. L'étude de l'atome de rubidium consiste en première approximation à envisager le comportement d'un électron dans le champ coulombien V produit par le cœur et valant :

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}, \quad (1.1)$$

avec e la charge de l'électron, ϵ_0 la permittivité du vide et r la position de l'électron par rapport au centre de masse. Le problème se ramène donc à l'étude d'un atome hydrogène avec un noyau environ 87 fois plus lourd.

Dans le cadre de la mécanique quantique, l'étude d'un système physique commence par la détermination et l'étiquetage de l'ensemble des états stationnaires — ou états propres — du système, qui sont les seuls états observables. L'ensemble des étiquettes — ou valeurs propres — liées à un état caractérise entièrement ses propriétés physiques. Suivant les postulats de la mécanique quantique, déterminer les états propres et leurs valeurs propres associées consiste à résoudre un système d'équations aux valeurs propres pour un groupe d'opérateurs formant un ensemble complet d'observables qui commutent (ECOC). Ces opérateurs correspondent aux invariants du système compte tenu de ses symétries. Dans le cas d'un électron sans spin évoluant dans un potentiel coulombien, l'ECOC est constitué de l'opérateur hamiltonien \hat{H} , de l'opérateur norme au carré du moment cinétique \hat{L}^2 et de l'une de ses composantes \hat{L}_z . Le système à résoudre est alors :

$$\begin{cases} \hat{H} |\psi_{n,\ell,m}\rangle = \mathcal{E}_{n,\ell} |\psi_{n,\ell,m}\rangle \\ \hat{L}^2 |\psi_{n,\ell,m}\rangle = \ell(\ell+1)\hbar^2 |\psi_{n,\ell,m}\rangle \\ \hat{L}_z |\psi_{n,\ell,m}\rangle = m\hbar |\psi_{n,\ell,m}\rangle, \end{cases} \quad (1.2)$$

avec $|\psi_{n,\ell,m}\rangle$ un état propre, $\mathcal{E}_{n,\ell}$, $\ell(\ell+1)\hbar^2$ et $m\hbar$ ses valeurs propres associées respectivement aux opérateurs \hat{H} , \hat{L}^2 et \hat{L}_z et repérées par les nombres quantiques n , ℓ et m . Ces nombres vérifient $n \in \mathbb{N}^*$, $\ell \in \llbracket 0; n-1 \rrbracket$ et $m \in \llbracket -\ell; \ell \rrbracket$. La base d'états obtenue est appelée base sphérique. De plus amples informations sur ces opérateurs se trouvent dans la référence [92]. Nous rappelons seulement ici l'expression de l'opérateur hamiltonien :

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_r^2}{2\mu} + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2} + \hat{V}(r), \quad (1.3)$$

avec \hat{P}_r l'opérateur associé à la composante radiale de la quantité de mouvement, $\hat{V}(r)$ l'opérateur associé au potentiel coulombien et μ la masse réduite du système pouvant, en première approximation, être considérée comme égale à la masse de l'électron m_e . Nous constatons que l'opérateur hamiltonien n'a pas de dépendance angulaire. Dans ce système où rien ne brise la symétrie sphérique, le hamiltonien est invariant par rotation autour du centre du potentiel $V(r)$.

Dans le système (1.2), \hat{H} et \hat{L}^2 agissent sur la composante radiale et \hat{L}^2 et \hat{L}_z sur la composante angulaire. Les vecteurs propres $|\psi_{n,\ell,m}\rangle$, représentés sur la base des positions, s'écrivent comme le produit d'une fonction $R_{n,\ell}(r)$, dépendant seulement de r , et d'une fonction $Y_{\ell,m}(\theta, \phi)$, dépendant uniquement des coordonnées sphériques θ et ϕ :

$$\psi_{n,\ell,m}(r, \theta, \phi) = R_{n,\ell}(r) Y_{\ell,m}(\theta, \phi). \quad (1.4)$$

L'ensemble des fonctions $Y_{\ell,m}(\theta, \phi)$, solutions simultanées des équations aux valeurs propres de \hat{L}^2 et de \hat{L}_z , sont appelées harmoniques sphériques et ont pour expression :

$$Y_{\ell,m}(\theta, \phi) = (-1)^{\frac{|m|+m}{2}} \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi} \frac{(\ell-|m|)!}{(\ell+|m|)!}} P_{\ell}^{|m|}(\cos\theta) e^{im\phi}, \quad (1.5)$$

avec $|m| \leq \ell$ et P_{ℓ}^m un polynôme associé de Legendre.

La partie radiale $R_{n,\ell}$ du vecteur propre vérifie l'équation :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + V(r) \right] rR_{n,\ell}(r) = \mathcal{E}_{n,\ell} rR_{n,\ell}(r). \quad (1.6)$$

Elle a pour solution :

$$R_{n,\ell}(r) = a_0^{-3/2} \frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{(n-\ell-1)!}{(n+\ell)!}} u^{\ell} e^{-\frac{u}{2}} L_{n-1}^{2\ell+1}(u) \quad (1.7)$$

$$\mathcal{E}_{n,\ell} = -\frac{\text{Ry}}{n^2} \quad (1.8)$$

avec $u = \frac{2r}{na_0}$, $L_{n-1}^{2\ell+1}$ un polynôme de Laguerre généralisé, $a_0 \approx 52,9$ pm le rayon de Bohr, et $\text{Ry} \approx 3\,289,8$ THz la constante de Rydberg¹.

États de Rydberg

Les états de Rydberg se caractérisent par un grand nombre quantique principal $n \gg 1$, de sorte que l'atome est considéré comme hydrogénoïde et que l'équation (1.8) est vérifiée avec une bonne approximation. L'extension typique de la fonction d'onde calculée à partir de l'équation (1.7) est donnée par :

$$\langle r \rangle = \frac{a_0}{2} [3n^2 - \ell(\ell+1)] \approx a_0 n^2. \quad (1.9)$$

Le diamètre de l'orbitale typique d'état de Rydberg $n \approx 50$ est de l'ordre de $2\langle r \rangle \approx 300$ nm. Ces dimensions particulièrement élevées pour un atome — dont l'extension spatiale n'excède habituellement pas quelques a_0 , soit quelques centaines de picomètres — sont à l'origine des propriétés extraordinaires de ces états.

L'équation (1.7) permet de calculer tous les moments de la distribution de r [90]. En particulier, nous pouvons calculer l'extension typique de l'orbitale autour de sa valeur moyenne :

$$\frac{\Delta r}{\langle r \rangle} \approx \frac{1}{3} \sqrt{1 - \left[\frac{\ell(\ell+1)}{n^2} \right]^2}. \quad (1.10)$$

Lorsque $\ell \ll n$, $\Delta r / \langle r \rangle \approx 1/3$, l'électron a une probabilité de présence non négligeable partout à l'intérieur de la sphère de rayon $\langle r \rangle$, y compris très proche du noyau, à l'intérieur du cœur électronique. Lorsque $\ell \approx n$, $\Delta r / \langle r \rangle \approx \sqrt{2/n}/3$, l'électron est localisé sur une extension spatiale Δr , à une distance $\langle r \rangle$ du cœur grande devant Δr . Le recouvrement avec le cœur est alors négligeable.

1. Nous assimilons la masse réduite du système à la masse de l'électron. Pour le rubidium, l'erreur relative commise est de l'ordre de 10^{-5} .

La figure (1.1a) représente la densité de probabilité de présence de l'électron autour du cœur, calculée à l'aide des équations (1.5) et (1.7), pour des états de différentes valeurs de n , ℓ et m . Nous constatons en accord avec l'équation (1.9) que, pour des valeurs de ℓ voisines, un état de $n = 52$ est environ deux fois plus grand qu'un état de $n = 45$. À n fixé, nous remarquons que la probabilité de présence de l'électron décroît lentement en s'approchant du noyau pour les faibles valeurs de ℓ et qu'il apparaît une zone d'exclusion autour du cœur, d'où l'électron est absent, lorsque ℓ est plus grand. Conformément à l'équation (1.9), la taille de l'atome diminue d'environ un facteur deux entre les faibles et les grandes valeurs de ℓ .

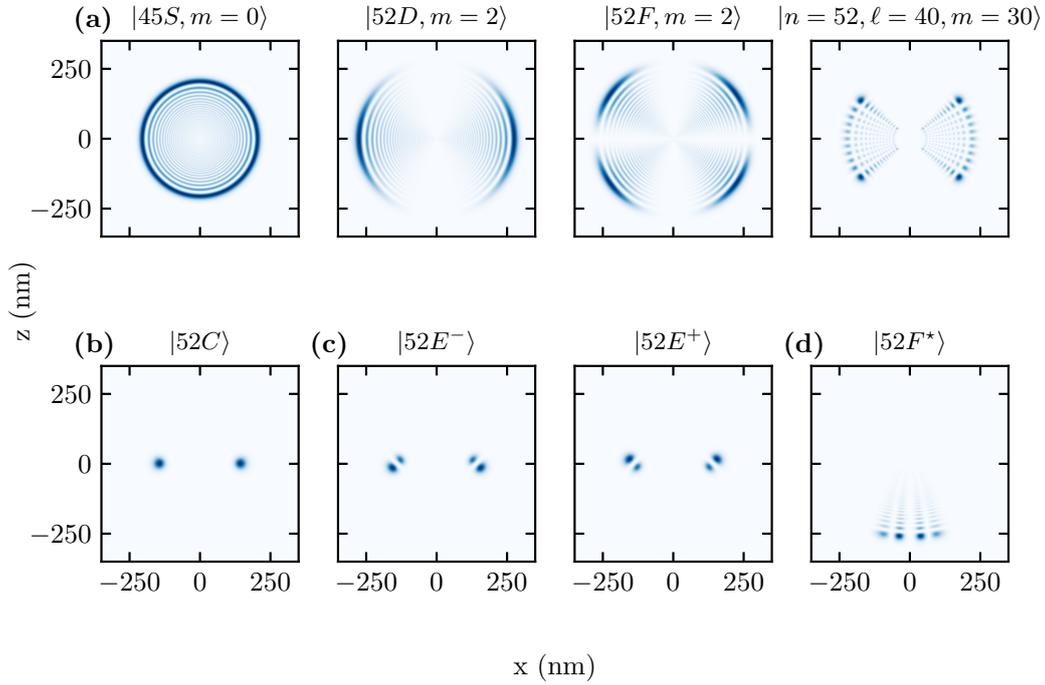


FIGURE 1.1 – Densité de probabilité de présence de l'électron $r^2 |\psi_{n,\ell,m}(r, \theta, \phi)|^2$ autour du cœur, représentée dans le plan xz pour différents états de Rydberg. La densité en trois dimensions s'obtient par une rotation autour de l'axe (Oz). **(a)** États sphériques : $|45S, m = 0\rangle$, $|52D, m = 2\rangle$, $|52F, m = 2\rangle$ et $|n = 52, \ell = 40, m = 30\rangle$, le calcul est effectué à partir des équations (1.5) et (1.7). **(b)** État circulaire $|52C\rangle = |n = 52, \ell = 51, m = 51\rangle$, calculé à partir de l'équation (1.11). **(c)** États paraboliques elliptiques : $|52E^\pm\rangle = |n = 52, k = \pm 1, m = 50\rangle$. **(d)** État parabolique : $|52F^*\rangle = |n = 52, k = -47, m = 2\rangle$. Le calcul de la fonction d'onde des états paraboliques est effectué à partir de la référence [93].

États de Rydberg circulaires

Pour chaque valeur du nombre quantique principal n , les deux états de nombre quantique angulaire maximum $|n, \ell = n - 1, m = \pm(n - 1)\rangle$, notés indistinctement $|nC\rangle$, sont appelés *états de Rydberg circulaires*. Leur fonction d'onde, donnée par l'équation :

$$\psi_{nC}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} \frac{1}{n n!} \left(-\frac{r}{na_0} e^{\pm i\phi} \sin \theta \right)^{n-1} e^{-\frac{r}{na_0}}, \quad (1.11)$$

a la forme d'un tore de diamètre $2\langle r \rangle = 2n^2 a_0$, soit $2\langle r \rangle = 288 \text{ nm}$ pour $n = 52$. D'après l'équation (1.10), l'épaisseur de ce tore est de l'ordre de 65 nm. Une coupe selon le plan xz de la densité de probabilité de présence de l'état $|52C\rangle$ est représentée sur la figure (1.1b). Cette géométrie particulière rappelle l'orbite d'une planète autour d'un astre ou encore, plus proche de la mécanique quantique, une orbite dans le modèle de Bohr. En physique classique, plus une particule chargée est accélérée, plus elle émet un champ électromagnétique intense. L'orbite circulaire est celle où l'électron est le moins accéléré et où il est donc le moins susceptible d'émettre un champ électromagnétique. Ceci donne un avant-goût de la propriété la plus importante des atomes de Rydberg circulaires : leur très grand temps de vie.

1.1.2 Couplage spin-orbite

En mécanique classique, plus une planète est proche de son étoile, plus sa vitesse est élevée, et plus les corrections relativistes apportées à sa trajectoire ont d'importance. Il en est de même pour un électron classique évoluant dans un champ coulombien. D'après la relativité restreinte, lorsqu'une particule chargée évolue à grande vitesse dans un champ électrique, elle ressent un champ magnétique dans son référentiel propre. Dans le cas de l'électron traité quantiquement, cet effet se manifeste par un couplage entre le mouvement de l'électron, auquel on associe un moment magnétique $\mu_B \hat{\mathbf{L}}/\hbar$, et son spin que l'on désigne par couplage spin-orbite et dont l'hamiltonien s'écrit² [92] :

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \frac{\mu_0 \mu_B^2}{2\pi} \frac{1}{r^3} \frac{1}{\hbar^2} \hat{\mathbf{L}} \cdot \hat{\mathbf{S}}, \quad (1.12)$$

avec $\hat{\mathbf{S}}$ l'opérateur spin de l'électron, μ_0 la perméabilité magnétique du vide et $\mu_B \approx h \times 1,4 \text{ MHz/G}$, le magnéton de Bohr.

La résolution du système d'équations aux valeurs propres (1.2) lorsque l'expression du hamiltonien (1.3) contient le terme de couplage spin-orbite nécessite d'introduire le moment angulaire total $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$. Le nouvel ECOC est formé³ par \hat{H} , \hat{L}^2 , \hat{J}^2 , \hat{J}_z . Les nombres quantiques qui caractérisent les états sont n , ℓ , j et m_j .

La valeur moyenne du terme spin-orbite pour l'état $|\psi_{n,\ell,j,m_j}\rangle$ s'écrit :

$$\langle \hat{H}_{\text{SO}} \rangle = \frac{\mu_0 \mu_B^2}{4\pi a_0^3} \frac{1}{n^3} \frac{j(j+1) - \ell(\ell+1) - \frac{3}{4}}{\ell(\ell+1/2)(\ell+1)} \quad (1.13)$$

pour $\ell \geq 1$. Pour $\ell = 0$, $\langle \hat{H}_{\text{SO}} \rangle = 0$ puisque sans moment cinétique il ne peut y avoir de couplage. La variation asymptotique du couplage spin-orbite avec n et ℓ suit $\langle \hat{H}_{\text{SO}} \rangle \propto n^{-3} \ell^{-2}$. Le pré-facteur vaut $\frac{\mu_0 \mu_B^2}{4\pi a_0^3} \approx h \times 87,6 \text{ GHz}$. Pour $n = 52$, le couplage spin-orbite est de l'ordre de la fraction de mégahertz pour les états de faible ℓ et de l'ordre de la fraction de kilohertz pour ceux de ℓ maximal.

Les autres termes du hamiltonien de structure fine — le terme de correction relativiste de l'énergie cinétique et le terme de Darwin [94] — produisent des corrections du même ordre de grandeur mais sont diagonaux dans la base des états $|\psi_{n,\ell,j,m_j}\rangle$ et ne nécessitent donc pas l'introduction de nouveaux nombres quantiques. Le couplage avec le spin du noyau, à l'origine de la structure hyperfine, est négligeable.

2. Cette expression ne tient pas compte du moment anomal de l'électron (correction de l'ordre de 0,1%)

3. Le spin de l'électron valant 1/2, on oublie \hat{S}^2 qui est constant quel que soit l'état.

1.1.3 Défaut quantique

Dans le cas des états de faible moment angulaire ℓ , la pénétration de l'électron dans le cœur n'est pas négligeable. À mesure que l'électron s'approche du noyau de l'atome, l'écrantage des autres électrons diminue et le potentiel que l'électron ressent tend vers $V_{\text{noyau}}(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$, avec $Z = 37$, le numéro atomique de l'atome de rubidium. Le calcul exact du potentiel ressenti par l'électron dans le cœur est très difficile à effectuer numériquement, puisqu'il consiste à résoudre un problème à $Z = 37$ électrons en interaction.

Le modèle du défaut quantique [32] stipule que les variations d'énergies des états de l'électron de valence, dues à son interaction avec les autres électrons, peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{E}_{n,\ell,j} = -\frac{\text{Ry}}{(n - \delta_{\ell,j})^2}, \quad (1.14)$$

avec $\delta_{\ell,j}$ le *défaut quantique*. Ce nombre sans dimension dépend de l'atome considéré et des nombres quantiques ℓ et j . Il est pratiquement indépendant de n lorsque n est suffisamment grand. L'interaction de l'électron avec le cœur conduit donc à une levée de dégénérescence entre les niveaux de faible moment angulaire. Les valeurs de $\delta_{\ell,j}$ sont mesurées expérimentalement et tabulées. Les écarts d'énergie dus aux défauts quantiques $\Delta\mathcal{E}_{n,\ell,j} = -\text{Ry} \left[1/n^2 - 1/(n - \delta_{\ell,j})^2 \right]$ pour $n = 52$ et $\ell \leq 7$ sont présentés dans le tableau (1.1).

État	$\Delta\mathcal{E}_{n,\ell,j}/h$ (GHz)	État	$\Delta\mathcal{E}_{n,\ell}/h$ (GHz)
52S _{1/2}	160,91	52F	0,77
52P _{1/2}	134,45	52G	0,19
52P _{3/2}	133,72	52H	0,06
52D _{3/2}	65,61	52I	0,03
52D _{5/2}	65,53	52J	0,01

TABLE 1.1 – Valeurs des écarts d'énergie dus aux défauts quantiques. Les états sont désignés par leur notation spectroscopique. Pour $\ell \geq 3$, nous négligeons l'effet du couplage spin-orbite. Ces valeurs ont été mesurées expérimentalement. Elles sont compilées par le module Python ARC [95].

1.2 Couplages au champ électromagnétique

1.2.1 Effets Zeeman et Paschen-Back

L'électron possède un moment magnétique qui résulte des contributions de son mouvement et de son spin. Son couplage avec le champ magnétique prend deux formes différentes suivant l'intensité du champ. En champ faible, le moment total $\hat{\mathbf{J}}$ interagit avec le champ selon le hamiltonien :

$$\hat{H}_Z = \mu_B g_j \hat{\mathbf{J}} \cdot \mathbf{B}. \quad (1.15)$$

avec g_j le facteur de Landé. C'est l'effet Zeeman. Notons que lorsque le nombre quantique principal n est trop faible, le couplage avec le spin nucléaire $\hat{\mathbf{I}}$ n'est plus négligeable et qu'il faut introduire le moment total $\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{I}}$ et les facteurs de Landé g_f pour décrire l'effet Zeeman, de façon analogue à l'équation (1.15).

Dans un champ magnétique suffisamment fort pour le couplage entre les moments angulaires $\hat{\mathbf{L}}$ et $\hat{\mathbf{S}}$ devienne négligeable par rapport à leur couplage respectif au champ, l'électron

interagit selon le hamiltonien :

$$\hat{H}_{\text{PB}} = \mu_B \left(g_\ell \hat{\mathbf{L}} + g_s \hat{\mathbf{S}} \right) \cdot \mathbf{B}, \quad (1.16)$$

avec $g_\ell = 1$ et, en première approximation, $g_s = 2$ des facteurs de Landé. On parle d'effet Paschen-Back.

Si le champ magnétique est orienté selon l'axe de quantification z , ce qui est de fait le cas si aucun autre couplage ne vient briser la symétrie sphérique du potentiel coulombien, les hamiltoniens (1.15) et (1.16) sont diagonaux respectivement dans la base des états $|n, \ell, j, m_j\rangle$ et $|n, \ell, m_\ell, m_s\rangle$. Les variations d'énergie des états produites par le couplage au champ magnétique s'écrivent respectivement :

$$\Delta \mathcal{E}_Z = \mu_B g_j m_j B_z. \quad (1.17)$$

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{PB}} = \mu_B (g_\ell m_\ell + g_s m_s) B_z, \quad (1.18)$$

Les expressions des facteurs de Landé sont disponibles dans la référence [96]. La table (1.2) regroupe quelques valeurs utiles par la suite.

États fins	g_j	États hyperfins	g_f
$S_{1/2}$	2	$S_{1/2}, F = 1$	-1/2
$P_{1/2}$	2/3	$S_{1/2}, F = 2$	1/2
$P_{3/2}$	4/3	$P_{1/2}, F = 1$	-1/6
$D_{3/2}$	4/5	$P_{1/2}, F = 2$	1/6
$D_{5/2}$	6/5	$P_{3/2}, F \in \llbracket 0; 3 \rrbracket$	2/3

TABLE 1.2 – Valeur de quelques facteurs de Landé utiles par la suite pour des états fins et hyperfins. Pour ces derniers, la variation d'énergie due à l'effet Zeeman vaut $\Delta \mathcal{E}_Z = \mu_B g_f m_f B_z$. On s'est restreint aux niveaux hyperfins du rubidium 87.

1.2.2 Effet Stark

En présence d'un champ électrique statique \mathbf{F} , l'électron interagit par le biais du hamiltonien dipolaire électrique :

$$\hat{H}_S = -e \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{F}. \quad (1.19)$$

On parle d'effet Stark. L'opérateur $\hat{\mathbf{r}}$ n'agit pas sur le spin, la base naturelle pour considérer l'effet de ce hamiltonien est celle des états du mouvement $|n, \ell, m_\ell\rangle$. Si $\mathbf{F} = F_z \mathbf{e}_z$ est suivant l'axe de quantification, les seuls éléments de matrice non nuls sont $\langle n, \ell, m_\ell | \hat{z} | n', \ell \pm 1, m_\ell \rangle$.

Considérons un état $|n, \ell, m_\ell\rangle$. Si celui-ci n'est pas dégénéré avec un autre état auquel il est couplé par \hat{H}_S , la théorie des perturbations au deuxième ordre permet d'exprimer la variation d'énergie due au couplage avec le champ électrique :

$$\Delta \mathcal{E}_S = e^2 F_z^2 \sum_{n', \Delta \ell = \pm 1} \frac{\langle n, \ell, m_\ell | \hat{z} | n', \ell + \Delta \ell, m_\ell \rangle \langle n', \ell + \Delta \ell, m_\ell | \hat{z} | n, \ell, m_\ell \rangle}{\mathcal{E}_{n, \ell, m_\ell} - \mathcal{E}_{n', \ell + \Delta \ell, m_\ell}}. \quad (1.20)$$

L'énergie de l'état varie quadratiquement avec le champ électrique. Ce résultat s'interprète de la façon suivante : le champ électrique contamine l'état $|n, \ell, m_\ell\rangle$ avec d'autres états vérifiant $\Delta \ell = \pm 1$, donnant naissance à un petit dipôle électrique dont la norme est proportionnelle

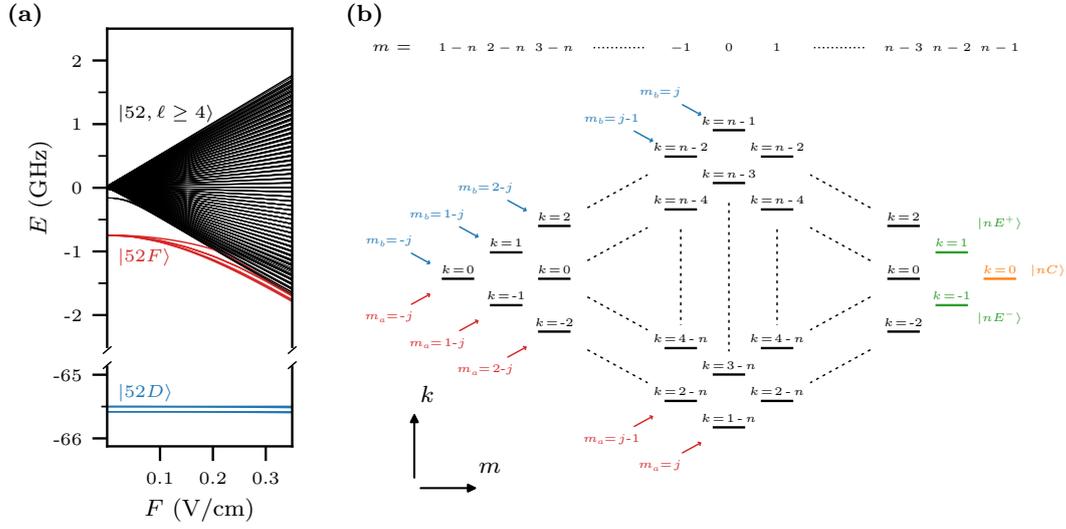


FIGURE 1.2 – (a) Niveaux d'énergie $|52, \ell \geq 2\rangle$ en fonction du champ électrique. (b) Carte des états paraboliques en fonction des nombres quantiques m et k , avec $j = (n - 1)/2$. L'échelle verticale du nombre quantique k correspond à l'échelle des énergies des états, d'après l'équation (1.25). Les valeurs de m_a et m_b sont également indiquées en rouge et en bleu respectivement. Les états circulaires et elliptiques sont représentés en orange et en vert respectivement pour $m > 0$. Cette figure est largement reprise de [90].

à F_z . Ce dipôle interagit à son tour avec le champ électrique et la variation d'énergie qui en découle varie quadratiquement avec F_z .

Dans le cas où l'état $|n, \ell, m_\ell\rangle$ peut se coupler à des états dégénérés, la méthode des perturbations prescrit de diagonaliser le hamiltonien (1.19) dans le sous-espace formé par ces états. L'énergie prend alors une dépendance linéaire en champ électrique.

La figure (1.2a) représente la variation d'énergie des niveaux de la multiplicité $n = 52$ en fonction du champ électrique. Les états $|52D\rangle$, $|52F\rangle$ et $|52G\rangle$ ont un effet Stark quadratique à faible champ avant d'être dégénérés avec d'autres états de même m et de prendre un effet Stark linéaire. Les états $|52, \ell \geq 5\rangle$, qui sont essentiellement déjà dégénérés, ont un effet Stark linéaire.

Il existe cependant une base plus adaptée pour décrire l'effet Stark linéaire dans laquelle le hamiltonien est déjà diagonal. L'ECOC $\{\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{L}_z\}$ n'est pas le seul possible, les symétries du potentiel coulombien autorisent un autre invariant, le vecteur de Runge-Lenz, dont on note \hat{A} l'opérateur associé et qui a pour expression :

$$\hat{A} = \frac{n}{cm_e\alpha} \left[\frac{1}{2} (\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{L}} - \hat{\mathbf{L}} \times \hat{\mathbf{p}}) - \frac{e^2 m_e \hat{\mathbf{r}}}{4\pi\epsilon_0 r} \right] \quad (1.21)$$

avec $\hat{\mathbf{p}}$ l'opérateur quantité de mouvement et α la constante de structure fine. Cet opérateur est particulièrement adapté pour traiter l'effet Stark, car dans le sous-espace associé à une

valeur de n , il est proportionnel à \hat{r} [93] :

$$\hat{r} = -\frac{3}{2}na_0\frac{1}{\hbar}\hat{A}. \quad (1.22)$$

L'opérateur \hat{A} ne commute pas avec \hat{L} , en revanche les opérateurs \hat{J}_a et \hat{J}_b définis par :

$$\hat{J}_a = \frac{1}{2}(\hat{L} - \hat{A}) \quad \text{et} \quad \hat{J}_b = \frac{1}{2}(\hat{L} + \hat{A}) \quad (1.23)$$

permettent de construire l'ECOC $\{\hat{J}_a^2 = \hat{J}_b^2, \hat{J}_{a,z}, \hat{J}_{b,z}\}$. On peut montrer que les opérateurs \hat{J}_a et \hat{J}_b sont des moments cinétiques. On introduit alors les états propres de l'ECOC sous la forme $|j, m_a, m_b\rangle$ où $j = \frac{n-1}{2}$ représente les normes de \hat{J}_a et \hat{J}_b et m_a, m_b leur composante respective suivant z . Les équations (1.23) assurent que $m = m_a + m_b$, m étant le nombre quantique magnétique. On pose couramment $k = m_a - m_b$. La base d'états propres $|n, k, m\rangle$ obtenue est appelée base parabolique.

Les équations (1.23) assurant que $\hat{J}_a + \hat{J}_b = \hat{L}$, le passage entre base sphérique et base parabolique s'effectue aisément⁴ à l'aide des coefficients de Clebsh-Gordon $\langle j, m_a, j, m_b | \ell, m \rangle$:

$$|n, k, m\rangle = \sum_{|m| \leq \ell \leq n-1} |n, \ell, m\rangle \left\langle \frac{n-1}{2}, \frac{m-k}{2}, \frac{n-1}{2}, \frac{m+k}{2} \middle| \ell, m \right\rangle. \quad (1.24)$$

Ceci fait clairement apparaître que chaque état parabolique est une combinaison linéaire d'états sphériques de différents moments angulaires mais de même projection sur l'axe de quantification.

D'après l'équation (1.22), le hamiltonien de l'effet Stark (1.19) est diagonal dans la base des états paraboliques pour une valeur de n fixée. La variation d'énergie due au couplage avec le champ électrique vaut :

$$\Delta\mathcal{E}_S = \frac{3kn}{2}a_0eF_z. \quad (1.25)$$

Les états paraboliques avec $k \neq 0$ ont un effet Stark linéaire, ceux-ci étant composés d'un mélange d'états sphériques de moments angulaires différents (dont au moins un couple d'états vérifie $\Delta\ell = \pm 1$), ils possèdent un moment dipolaire statique $\frac{3}{2}kna_0e$. Leur énergie varie donc linéairement avec le champ électrique.

La figure (1.2b) représente la base des états paraboliques. Leur position relative correspond à l'effet Stark linéaire. Parmi l'ensemble de ces niveaux, trois niveaux méritent une attention particulière. L'état circulaire, à la fois état propre dans la base sphérique et dans la base parabolique a déjà été mentionné au paragraphe 1.1.1. Les deux états voisins que nous nommons états elliptiques et notons $|nE^\pm\rangle$ possèdent un moment dipolaire permanent et sont les superpositions symétriques et antisymétriques des deux états sphériques de plus grand moment angulaire pour $m = n - 2$:

$$|nE^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|n, \ell = n - 1, m = n - 2\rangle \pm |n, \ell = n - 2, m = n - 2\rangle). \quad (1.26)$$

La fonction d'onde de ces états est représentée figure (1.1c). Leur moment dipolaire statique apparaît clairement puisque le barycentre de la fonction d'onde de l'électron est décalé par rapport au cœur chargé positivement au centre de la figure.

4. En pratique, la relation (1.24) ne s'applique dans le cas du rubidium que pour les valeurs de m suffisamment grandes. En effet, les défauts quantiques et la structure fine lèvent la dégénérescence entre les états sphériques de faible ℓ , rendant l'atome non hydrogénoïde.

Le hamiltonien Stark (1.19) n'est en revanche pas diagonal sur un sous-espace formé d'états ayant différentes valeurs de n . Ces états étant nécessairement non dégénérés, un calcul perturbatif identique à celui présenté dans l'équation (1.20) permet d'évaluer le terme quadratique de l'effet Stark des états paraboliques. La variation complète de l'énergie due au couplage avec le champ électrique s'écrit sous la forme du développement :

$$\Delta\mathcal{E}_S = \alpha^{(1)}F_z + \alpha^{(2)}F_z^2 + \dots, \quad (1.27)$$

avec $\alpha^{(1)} = \frac{3kn}{2}a_0e$ d'après (1.25) et $\alpha^{(2)} = -\frac{n^4}{32}(17n^2 - 9m^2 - 3k^2 + 19)\frac{(a_0e)^2}{Ry}$ [97].

1.2.3 Transition dipolaire électrique

Intéressons-nous maintenant au coupage des états de Rydberg avec un champ électromagnétique oscillant. Lorsque deux états sont couplés par le hamiltonien $\hat{H} = -e\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{F}(t)$ et que le champ électrique $\mathbf{F}(t)$ est résonant, on observe une transition dipolaire électrique entre les états. Le couplage est non nul si et seulement si les règles de sélection suivantes sont respectées entre les états, pour lesquels on néglige le couplage spin-orbite :

$$\begin{aligned} \Delta\ell &= \pm 1, \\ \Delta m &= 0, \pm 1. \end{aligned} \quad (1.28)$$

La valeur de Δm dépend de la polarisation du champ électromagnétique qui opère la transition. La projection du moment angulaire total du système {atome + photon} doit être conservée. La règle $\Delta\ell = \pm 1$ traduit le fait que, pour que la transition ait lieu, il faut que le champ électrique puisse agir sur la superposition des états final et initial et donc que cette superposition ait un moment dipolaire non nul.

Dans le cas des atomes de Rydberg, leur taille importante confère aux moments dipolaires des transitions entre états des valeurs considérables, typiquement de l'ordre de 10^3ea_0 pour $n \approx 50$ contre seulement quelques ea_0 pour les transitions entre les états proches du fondamental. Cela rend leur manipulation à l'aide rayonnements microondes particulièrement aisée.

1.2.4 Temps de vie

En l'absence de source thermique de champ électromagnétique, le temps de vie fini d'un état excité est limité par son émission spontanée, résultant l'interaction de l'électron avec les fluctuations quantiques du champ électromagnétique. Dans l'espace libre, la densité spectrale de puissance due à ces fluctuations ne dépend que de la fréquence et vaut $\rho_0(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{2\pi^2c^2}$. Le taux de désexcitation d'un état initial $|i\rangle$ vers un état $|f\rangle$ s'écrit :

$$\Gamma_{i \rightarrow f}^0 = \frac{2\pi}{3\epsilon_0 c \hbar^2} \rho_0(\omega_{if}) |\langle i | e\hat{\mathbf{r}} | f \rangle|^2, \quad (1.29)$$

avec ω_{if} la fréquence de la transition entre les états $|i\rangle$ et $|f\rangle$ et en considérant que ces deux états ne sont pas dégénérés. Le taux d'émission spontanée d'un état est la somme des taux vers tous les états finaux accessibles :

$$\Gamma_i^0 = \frac{2\pi}{3\epsilon_0 c \hbar^2} \sum_f \rho_0(\omega_{if}) |\langle i | e\hat{\mathbf{r}} | f \rangle|^2. \quad (1.30)$$

Si l'atome est dans un environnement à température non nulle T , la densité spectrale de puissance thermique suit la statistique de Bose-Einstein :

$$\rho_{\text{th}}(\omega) = \rho_0(\omega) \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}, \quad (1.31)$$

avec k_B la constante de Boltzmann. Cette densité spectrale de puissance thermique vient s'ajouter à celle des fluctuations quantiques du vide pour donner :

$$\rho_{\text{tot}}(\omega) = \rho_0(\omega) \frac{1}{1 - e^{-\hbar\omega/k_B T}}. \quad (1.32)$$

Comme précédemment, le taux de désexcitation de $|i\rangle$ vers $|f\rangle$ est donné par :

$$\Gamma_{i \rightarrow f}^{\text{tot}} = \frac{2\pi}{3\epsilon_0 c \hbar^2} \rho_{\text{tot}}(\omega_{if}) |\langle i | e \hat{\mathbf{r}} | f \rangle|^2, \quad (1.33)$$

et le taux de désexcitation total Γ_i^{tot} par la somme des $\Gamma_{i \rightarrow f}^{\text{tot}}$ sur tous états $|f\rangle$ accessibles. Le temps de vie d'un état est l'inverse de son taux de désexcitation total : $\tau_i = 1/\Gamma_i$.

États de Rydberg de grand ℓ

Les états de Rydberg de grand ℓ comme les états circulaires $|nC\rangle$ ou elliptiques $|nE^\pm\rangle$ n'ont de transitions que vers d'autres états de Rydberg de grand ℓ . Ces transitions sont dans le domaine des microondes pour $n \approx 50$. À température ambiante, l'émission stimulée et l'absorption du rayonnement du corps noir domine largement par rapport à l'émission spontanée. L'ordre de grandeur du temps de vie typique autour de $n \approx 50$ est de $\tau \approx 100 \mu\text{s}$. En environnement cryogénique, ce temps de vie est environ multiplié par ~ 100 , soit le nombre de photons microondes dans le rayonnement du corps noir à température ambiante. Il vaut par exemple 32 ms pour l'état $|52C\rangle$.

États de Rydberg de faible ℓ

En plus de ces canaux de désexcitation dans le domaine des microondes, les états de Rydberg de faible ℓ ont des dipôles non nuls vers des états de faible n , avec lesquels ils sont en mesure de vérifier la règle de sélection $\Delta\ell = \pm 1$. Ces transitions se situent dans le domaine des fréquences optiques. À température ambiante et a fortiori à plus basse température, la contribution du rayonnement thermique à ces fréquences est négligeable devant les fluctuations du rayonnement électromagnétique. Ces canaux de désexcitation sont donc dominés par l'émission spontanée.

À température ambiante, ces deux catégories de canaux de désexcitation — optique et microonde — ont des contributions similaires aux temps de vie des états de Rydberg de faible ℓ pour $n \approx 50$ [98]. En environnement cryogénique, seuls les canaux de désexcitation optiques subsistent. Le temps de vie des état de Rydberg de faible ℓ est donc seulement multiplié par 2.

À titre d'exemple, les temps de vie à température ambiante de quelques états, dont nous reparlerons par la suite, sont donnés dans le tableau (1.3).

État	Temps de vie (μs)
$45S_{1/2}$	51
$52D_{5/2}$	69
$52C$	130

TABLE 1.3 – Temps de vie à température ambiante de quelques états de Rydberg extraits respectivement des références [99] et [90].

Temps de retour dans le fondamental

Le temps de vie τ d'un état $|e\rangle$ mesure la vitesse de disparition de sa population n_e :

$$\frac{1}{\tau} = - \left. \frac{dn_e}{dt} \right|_{t \rightarrow 0}. \quad (1.34)$$

Expérimentalement, nous serons également intéressés par la vitesse d'apparition de l'état fondamental $|g\rangle$, en partant de cet état initial $|e\rangle$. Dans le cas où l'état $|e\rangle$ possède une seule transition vers l'état fondamental, ces vitesses sont identiques $dn_g/dt = -dn_e/dt = e^{-t/\tau}/\tau$, avec n_g la population de l'état fondamental. En revanche, si l'atome possède de nombreux canaux de désexcitation, dont seulement quelques-uns mènent directement à l'état fondamental, la vitesse d'apparition dn_g/dt peut être bien plus petite. Dans le cas général où de nombreux états peuvent être peuplés lors de la désexcitation de l'atome, l'expression de dn_g/dt est complexe et difficile à calculer. Nous nous bornerons à considérer cette vitesse au temps courts et nous définissons le *temps de retour à l'état fondamental* τ_g par :

$$\frac{1}{\tau_g} = \left. \frac{dn_g}{dt} \right|_{t \rightarrow 0} \quad (1.35)$$

Dans l'annexe A, nous calculons les temps de retour dans le fondamental des états $|52F, m = 2\rangle$ et $|n = 52, k = -47, m = 2\rangle$, que nous noterons respectivement $|52F\rangle$ et $|52F^*\rangle$. Ces temps sont regroupés dans la table (1.4). Les états $|52F\rangle$ et $|52F^*\rangle$ ont la particularité de se brancher adiabatiquement l'un à l'autre lorsque le champ électrique passe de zéro à une valeur de quelques volts par centimètre. En partant d'une population d'atomes dans l'état $|52F\rangle$ et en augmentant le champ électrique, nous pouvons donc augmenter le temps de retour dans le fondamental des atomes de $\tau_g = 162 \mu\text{s}$ à $\tau_g = 4,2 \text{ ms}$, donc d'un facteur 26. Cette possibilité sera utilisée par la suite pour maintenir une étanchéité entre une population d'atomes dans l'état fondamental et une population excitée dans des états de Rydberg.

État	τ_g
$52F$	$162 \mu\text{s}$
$52F^*$	$4,2 \text{ ms}$

TABLE 1.4 – Temps de retour dans le fondamental τ_g calculés dans l'annexe A.

1.3 Interaction dipolaire entre atomes de Rydberg

1.3.1 Hamiltonien dipôle-dipôle

L'étude des interactions entre deux atomes de Rydberg requiert de se placer dans une base permettant de décrire tous les états possibles de la paire. Si \mathcal{B}_1 est la base des états

sphériques de l'atome 1 et \mathcal{B}_2 celle de l'atome 2, nous nous placerons par défaut dans la base-produit $\mathcal{B}_{\text{paire}} = \mathcal{B}_1 \otimes \mathcal{B}_2$.

Deux atomes portant chacun un moment dipolaire non nul interagissent suivant le hamiltonien d'interaction dipôle-dipôle [100] :

$$\hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^3} \left[\hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \hat{\mathbf{d}}_2 - 3(\hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \mathbf{n}_{12})(\hat{\mathbf{d}}_2 \cdot \mathbf{n}_{12}) \right], \quad (1.36)$$

où R est la distance entre les noyaux des deux atomes, traitée classiquement, $\mathbf{n}_{12} = \mathbf{R}/R$ est le vecteur unitaire colinéaire à l'axe inter-atomique et $\hat{\mathbf{d}}_i = -e\hat{\mathbf{r}}_i$ est le moment dipolaire de l'atome i . Il est avantageux d'écrire le hamiltonien dipôle-dipôle à l'aide des composantes des moments dipolaires dans la base sphérique $\{\mathbf{e}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y) ; \mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z\}$, en considérant z comme l'axe de quantification :

$$\begin{aligned} \hat{d}_i^{\pm} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{d}_i^x \mp i\hat{d}_i^y \right), \\ \hat{d}_i^0 &= \hat{d}_i^z. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Chacune de ces composantes couple des états sphériques avec des règles de sélection bien définies, regroupées dans le tableau (1.5). Le hamiltonien dipôle-dipôle se décompose en une

Composante de $\hat{\mathbf{d}}_i$	$\Delta\ell_i$	Δm_i
\hat{d}_i^+	± 1	$+1$
\hat{d}_i^-	± 1	-1
\hat{d}_i^0	± 1	0

TABLE 1.5 – Règles de sélection des composantes sphériques de l'opérateur moment dipolaire.

somme de trois termes dépendants de l'angle α entre l'axe de quantification \mathbf{e}_z et l'axe inter-atomique \mathbf{n}_{12} [101] :

$$\hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^3} \left[\hat{V}_0(\alpha) + \hat{V}_1(\alpha) + \hat{V}_2(\alpha) \right], \quad (1.38)$$

avec :

$$\begin{aligned} \hat{V}_0(\alpha) &= (1 - 3\cos^2\alpha) \left[\hat{d}_1^0 \hat{d}_2^0 - \frac{1}{2} \left(\hat{d}_1^+ \hat{d}_2^- + \hat{d}_1^- \hat{d}_2^+ \right) \right], \\ \hat{V}_1(\alpha) &= -3\sin\alpha \cos\alpha \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{d}_1^0 \left(\hat{d}_2^+ + \hat{d}_2^- \right) + \left(\hat{d}_1^+ + \hat{d}_1^- \right) \hat{d}_2^0 \right], \\ \hat{V}_2(\alpha) &= -3\sin^2\alpha \frac{1}{2} \left(\hat{d}_1^+ \hat{d}_2^+ + \hat{d}_1^- \hat{d}_2^- \right). \end{aligned} \quad (1.39)$$

Si nous posons $M = m_1 + m_2$, la somme des projections des moments angulaires sur l'axe de quantification, le terme \hat{V}_0 couple des états de paire conservant M , le terme \hat{V}_1 des états à $\Delta M = \pm 1$ et le terme \hat{V}_2 des états à $\Delta M = \pm 2$.

Ces expressions laissent apparaître trois valeurs remarquables de l'angle α . Lorsque $\alpha = 0^\circ$, l'axe de quantification et l'axe inter-atomique sont confondus, le système est axi-symétrique et la projection du moment angulaire totale sur cet axe est conservée : $\Delta M = 0$. Seul le terme \hat{V}_0 est non nul :

$$\hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^3} \left[\left(\hat{d}_1^+ \hat{d}_2^- + \hat{d}_1^- \hat{d}_2^+ \right) - 2\hat{d}_1^0 \hat{d}_2^0 \right]. \quad (1.40)$$

Si $\alpha = 90^\circ$, le champ électrique produit par le premier dipôle \hat{d}_1^0 suivant \mathbf{e}_z est orthogonal au plan xy en tout point et en particulier au niveau du second atome. Il n'y a pas d'interaction possible avec les composantes \hat{d}_2^\pm du dipôle de l'atome 2. Le terme \hat{V}_1 est nul et seuls des états de paire vérifiant $\Delta M = 0$ ou $\Delta M = \pm 2$ peuvent interagir. Enfin, si $\alpha = \tan^{-1}(\sqrt{2}) \approx 54.74^\circ$, le terme \hat{V}_0 est nul. Pour des états vérifiant $\Delta M = 0$, il n'y a pas d'interaction dipôle-dipôle au premier ordre.

1.3.2 Interaction dipôle-dipôle résonnante - résonance de Förster

Considérons un couple d'états $\{|\psi_1\rangle, |\psi'_1\rangle\}$ de l'atome 1 et un second couple d'états $\{|\psi_2\rangle, |\psi'_2\rangle\}$ de l'atome 2, couplés par le hamiltonien dipôle-dipôle $\langle\psi_1, \psi_2|\hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R})|\psi'_1, \psi'_2\rangle \neq 0$. On dit que l'interaction est *résonnante* si les énergies \mathcal{E} des états de paire couplés $|\psi_1, \psi_2\rangle$ et $|\psi'_1, \psi'_2\rangle$ sont égales :

$$\mathcal{E}_{\psi_1, \psi_2} = \mathcal{E}_{\psi'_1, \psi'_2}. \quad (1.41)$$

Les états de chaque atome doivent donc vérifier la relation :

$$\mathcal{E}_{\psi'_1} - \mathcal{E}_{\psi_1} = \mathcal{E}_{\psi_2} - \mathcal{E}_{\psi'_2} = \Delta\mathcal{E}. \quad (1.42)$$

On désigne souvent ce type de résonance entre deux états de paire par *résonance de Förster*.

Dans la base des états produits $\{|\psi_1, \psi'_2\rangle, |\psi_1, \psi_2\rangle, |\psi'_1, \psi'_2\rangle, |\psi'_1, \psi_2\rangle\}$, le hamiltonien dipôle-dipôle s'écrit alors :

$$\hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R}) = \begin{pmatrix} -\Delta\mathcal{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hbar\frac{C_3(\alpha)}{R^3} & 0 \\ 0 & \hbar\frac{C_3(\alpha)}{R^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +\Delta\mathcal{E} \end{pmatrix}, \quad (1.43)$$

en choisissant $\mathcal{E}_{\psi_1, \psi_2} = 0$ et avec $C_3(\alpha)$, le coefficient caractérisant la force de l'interaction, défini par :

$$\hbar\frac{C_3(\alpha)}{R^3} = \langle\psi_1, \psi_2|\hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R})|\psi'_1, \psi'_2\rangle. \quad (1.44)$$

Le hamiltonien dipôle-dipôle se diagonalise dans la base $\{|\psi_1, \psi'_2\rangle, |-\rangle, |+\rangle, |\psi'_1, \psi_2\rangle\}$, les nouveaux états propres $|\pm\rangle$ étant les superpositions symétrique et antisymétrique :

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_1, \psi_2\rangle \pm |\psi'_1, \psi'_2\rangle). \quad (1.45)$$

Le hamiltonien diagonalisé s'écrit alors :

$$\hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R}) = \begin{pmatrix} -\Delta\mathcal{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\hbar\frac{C_3(\alpha)}{R^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hbar\frac{C_3(\alpha)}{R^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +\Delta\mathcal{E} \end{pmatrix}. \quad (1.46)$$

La figure (1.3) décrit les états propres avec et sans interaction, ainsi que leurs énergies respectives.

À titre de remarque et parce que cela sera utile par la suite, un état de paire préparé initialement dans $|\Psi(t=0)\rangle = |\psi_1, \psi_2\rangle$ donne lieu, en présence d'interactions, à des oscillations de Rabi — aussi appelée échange de spin — en évoluant selon :

$$|\Psi(t)\rangle = \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) |\psi_1, \psi_2\rangle + i \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) |\psi'_1, \psi'_2\rangle, \quad (1.47)$$

avec $\Omega = 2|C_3(\alpha)|/R^3$ la pulsation de Rabi.

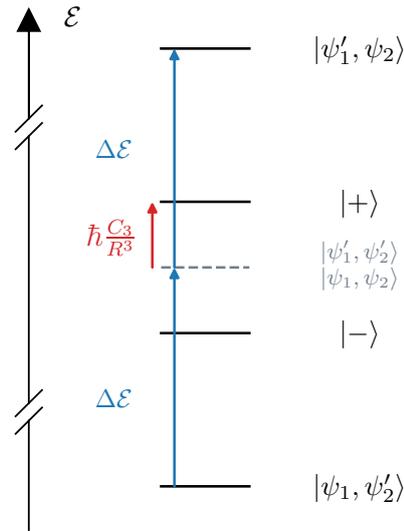


FIGURE 1.3 – Diagramme d'énergie des états de paire lors de l'interaction entre les deux états de paire $|\psi_1, \psi_2\rangle$ et $|\psi'_1, \psi'_2\rangle$.

Interaction entre états circulaires : résonance automatique

Deux états circulaires $|nC\rangle$ et $|n'C\rangle$ diffèrent de $\Delta\ell = \Delta m = n' - n$. Il existe donc un dipôle non nul $\langle nC|\hat{d}^{\pm}|(n+1)C\rangle$ entre les états $|nC\rangle$ et $|(n+1)C\rangle$ quel que soit n . Les états de paire $|\psi_1, \psi_2\rangle = |nC, (n+1)C\rangle$ et $|\psi'_1, \psi'_2\rangle = |(n+1)C, nC\rangle$, vérifiant $\Delta M = 0$, sont couplés par le terme $\hat{V}_0(\alpha)$ du hamiltonien dipôle-dipôle. Par symétrie, ils sont aussi résonants, si bien que les couples d'états de Rydberg circulaire $|nC\rangle - |(n+1)C\rangle$ donnent lieu à une interaction dipôle-dipôle résonante. Le coefficient d'interaction vaut :

$$C_3(\alpha) = \frac{1 - 3 \cos^2(\alpha)}{4\pi\epsilon_0\hbar} |\langle nC|\hat{d}^{\pm}|(n+1)C\rangle|^2. \quad (1.48)$$

L'énergie de l'interaction exprimée en fréquence est typiquement de l'ordre de ~ 1 MHz pour des atomes séparés de $R \sim 10 \mu\text{m}$ et pour un nombre quantique principal $n \sim 50$. Par exemple, $C_3(\alpha = 0^\circ) = -2\pi \times 3,328 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$ pour le couple $|51C\rangle - |52C\rangle$ et de $C_3(\alpha = 0^\circ) = -2\pi \times 3,88 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$ pour le couple $|53C\rangle - |54C\rangle$.

Interaction entre états circulaires et états de faible ℓ : résonance accidentelle

Nous allons maintenant étudier l'interaction dipôle-dipôle entre un couple d'états de Rydberg circulaires $|nC\rangle - |(n+1)C\rangle$ et un couple d'états de Rydberg de faible ℓ , notés $|\ell\rangle$ et $|\ell'\rangle$ vérifiant $|\ell - \ell'| = 1$ pour que l'interaction soit possible. Contrairement aux paires d'états circulaires, les états de paire mixtes $|\ell, (n+1)C\rangle$ et $|\ell', nC\rangle$ ne sont en général pas résonants. À cause des défauts quantiques, il est improbable de trouver un couple d'états $|\ell\rangle$ et $|\ell'\rangle$ ayant une différence d'énergies $\mathcal{E}_{\ell', \ell}$ exactement identique à celle $\mathcal{E}_{nC, (n+1)C}$ d'un couple d'états $|nC\rangle$ et $|(n+1)C\rangle$. En revanche, il est possible de trouver des couples d'états pour lesquels la résonance soit suffisamment proche pour que l'application d'un champ électrique permette de l'atteindre grâce à l'effet Stark. Il existe alors un champ de résonance F_{res} tel que :

$$\mathcal{E}_{\ell, \ell'} - \mathcal{E}_{nC, (n+1)C} + \Delta\mathcal{E}_S(F_{res}) = 0, \quad (1.49)$$

avec, dans le cas où chaque état a un effet Stark quadratique, $\Delta\mathcal{E}_S(F_{\text{res}}) = \alpha^{(2)}F_{\text{res}}^2$ et $\alpha^{(2)} = \alpha_{\ell'}^{(2)} - \alpha_{\ell}^{(2)} - \alpha_{(n+1)C}^{(2)} + \alpha_{nC}^{(2)}$ et $\alpha_i^{(2)}$ le coefficient Stark quadratique de chaque état i .

Il n'est en général pas évident de trouver deux couples d'états, respectivement circulaires et de faible ℓ , qui présentent une résonance pour une valeur de champ électrique relativement faible, typiquement de l'ordre de quelques volts par centimètre. En effet, pour la grande majorité des couples, une résolution naïve de l'équation (1.49) en utilisant les coefficients Stark donne des valeurs de F_{res} suffisamment grande pour que les états se soient mélangés avec d'autres états et que les coefficients Stark n'aient plus de sens. Il faudrait alors diagonaliser numériquement le hamiltonien Stark pour chaque état testé et pour un grand nombre de valeurs de champ électrique, ce qui représenterait un temps de calcul colossal.

Une deuxième limitation est due au mélange des états sphériques en présence d'un fort champ électrique, que nous avons discuté au paragraphe 1.2.2. Un des effets de ce mélange est de rendre les transitions laser depuis l'état fondamental beaucoup plus faible et donc de compliquer la préparation des états.

Une troisième limitation contraint à trouver une valeur faible pour F_{res} . En effet, si les atomes sont soumis à un bruit de champ électrique valant δF , le bruit sur la position de la résonance en énergie vaut $\delta\mathcal{E} = 2\alpha^{(2)}F_{\text{res}}\delta F$, toujours dans l'hypothèse d'un effet Stark quadratique. En fonction du bruit électrique vu par les atomes, il ne faut donc pas dépasser un certain ordre de grandeur de F_{res} sous peine d'introduire une source de décohérence pour les atomes.

Enfin, au-delà d'une certaine valeur de champ électrique les états de Rydberg s'ionisent, ce qui constitue une limite infranchissable à l'augmentation du champ électrique pour trouver des résonances de Förster.

La figure (1.4) représente les solutions F_{res} de l'équation (1.57) pour des états circulaires $|nC\rangle$ et $|(n+1)C\rangle$, avec n compris entre 40 et 70, et des états $|\ell\rangle$ et $|\ell'\rangle$ avec $\ell, \ell' \leq 2$ et n également compris entre 40 et 70. L'échelle de couleurs indique la valeur du dipôle $|\langle\ell|\hat{r}^{\pm}|\ell'\rangle|$ qui entre dans l'expression du hamiltonien d'interaction (1.40). Pour des raisons de convenance expérimentale⁵, nous ne souhaitons pas dépasser $n \approx 55$ pour les états circulaires et nous considérons seulement les paires d'états incluant $|n'S_{1/2}, m_j = 1/2\rangle$, $|n'D_{3/2}, m_j = 1/2\rangle$ ou $|n'D_{5/2}, m_j = 1/2\rangle$.

Les couples d'états $|53C\rangle - |54C\rangle$ et $|45S_{1/2}, m_j = 1/2\rangle - |45P_{3/2}, m_j = 3/2\rangle$ apparaissent comme de bons candidats pour l'étude de l'interaction circulaire – faible ℓ : le dipôle entre les faibles ℓ est relativement fort, $|\langle\ell|\hat{r}^{\pm}|\ell'\rangle| = 106$ nm, et le champ électrique pour atteindre la résonance n'est pas trop élevé. Ce champ électrique de résonance vaut $F_{\text{res}} = 1,60$ V/cm. Par la suite, nous noterons $|45S\rangle = |45S_{1/2}, m_j = 1/2\rangle$ et $|45P\rangle = |45P_{3/2}, m_j = 3/2\rangle$.

La valeur théorique du coefficient d'interaction, calculée à l'aide du logiciel Pairinteraction [102], est $C_3(\alpha = 0^\circ) = -2\pi \times 2,25$ GHz \cdot μm^3 . Le calcul est réalisé pour un champ électrique de $F_z = 1,60$ V/cm et $B_z = 14$ G, conditions expérimentales que nous adopterons par la suite.

5. Au-delà de $n \approx 55$, la bande passante de notre dispositif microonde ne permet plus de réaliser des transitions entre états circulaires. Une minimisation de l'encombrement et de la complexité du dispositif optique de préparation des états de Rydberg fait préférer un état S ou D avec $m_j = 1/2$, pour des contraintes de polarisations.

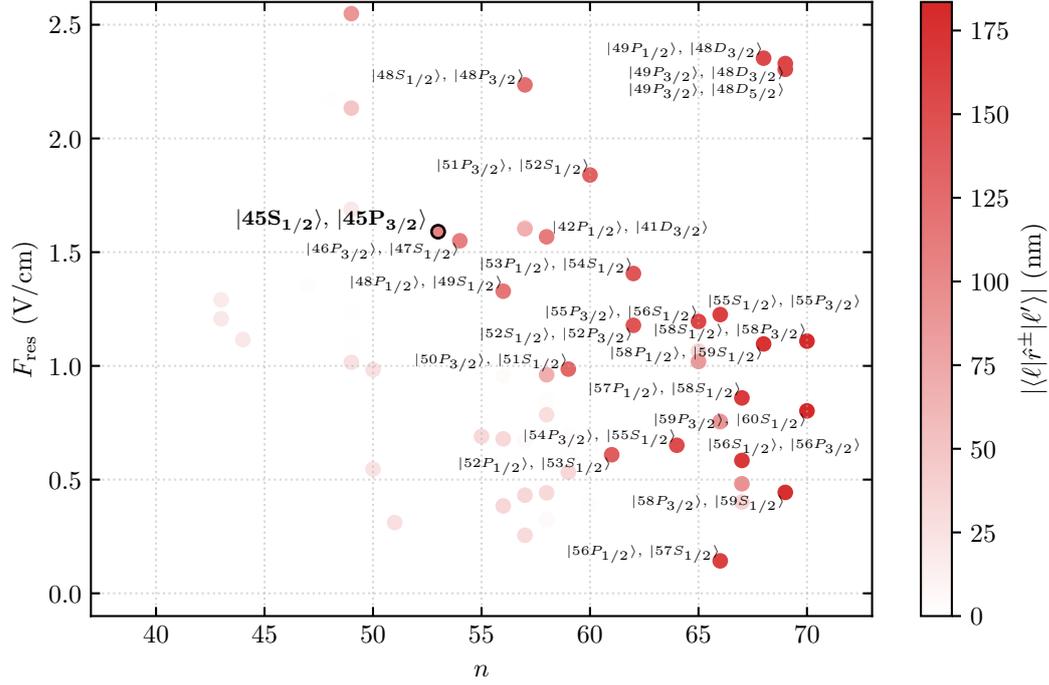


FIGURE 1.4 – Solutions F_{res} de l'équation (1.57) en fonction du couple d'états circulaires $|nC\rangle - |(n+1)C\rangle$, repérée par n . Pour les états $|\ell\rangle$ et $|\ell'\rangle$, $\ell, \ell' \in \llbracket 0, 2 \rrbracket$, $n \in \llbracket 40, 70 \rrbracket$, $|\Delta j| \leq 1$ et $|m(\ell') - m(\ell)| = 1$. L'échelle de couleurs représente la force du dipôle entre $|\ell\rangle$ et $|\ell'\rangle$ en nanomètres. Les noms des états ne sont visibles que pour des dipôles de valeurs supérieures à 100 nm.

1.3.3 Interaction non résonante

En l'absence d'états de paire résonants, le hamiltonien d'interaction produit, sur un état $|\Psi_0\rangle = |\psi_{1,0}\rangle \otimes |\psi_{2,0}\rangle$, où $|\psi_{1,0}\rangle$ et $|\psi_{2,0}\rangle$ sont respectivement les états des atomes 1 et 2, un déplacement d'énergie que l'on calcule avec la théorie des perturbations au second ordre :

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{dd}} = \langle\Psi_0|\hat{V}_{\text{dd}}|\Psi_0\rangle + \sum_{k,k' \neq 0} \frac{|\langle\Psi_0|\hat{V}_{\text{dd}}|\Psi_{k,k'}\rangle|^2}{\Delta_{k,k'}} + \dots, \quad (1.50)$$

où $\Delta_{k,k'}$ est l'écart d'énergie entre $|\Psi_0\rangle$ et un autre état produit $|\Psi_{k,k'}\rangle = |\psi_{1,k}\rangle \otimes |\psi_{2,k'}\rangle$.

En l'absence de champ électrique extérieur, les états atomiques n'ont pas de moment dipolaire et le terme d'ordre 1 est nul. Si un champ électrique statique est présent et mélange des états sphériques de ℓ différents, cela crée des états propres avec un moment dipolaire permanent, orienté suivant l'axe du champ. Le terme au premier ordre se réduit alors au terme d'interaction électrostatique :

$$\langle\Psi_0|\hat{V}_{\text{dd}}|\Psi_0\rangle = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^3} (1 - 3\cos^2\alpha) \langle\psi_{1,0}|\hat{d}_1^0|\psi_{1,0}\rangle \langle\psi_{2,0}|\hat{d}_2^0|\psi_{2,0}\rangle. \quad (1.51)$$

La dépendance de l'énergie est en $1/R^3$ et le terme est nul pour $\alpha \approx 54.74^\circ$.

Lorsque seul l'état $|\psi_{1,0}\rangle$ — par exemple — possède un moment dipolaire, le terme au

premier ordre est nul et le terme au deuxième ordre se divise en deux contributions :

$$\begin{aligned} \sum_{k,k' \neq 0} \frac{|\langle \Psi_0 | \hat{V}_{dd} | \Psi_{k,k'} \rangle|^2}{\Delta_{k,k'}} &= \left[\frac{|\langle \psi_{1,0} | \hat{d}_1^0 | \psi_{1,0} \rangle|}{4\pi\epsilon_0 R^3} \right]^2 \sum_{k \neq 0} \frac{|\langle \psi_{2,0} | [\mathbf{e}_z - 3(\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_{12})\mathbf{n}_{12}] \cdot \hat{\mathbf{d}}_2 | \psi_{2,k} \rangle|^2}{\Delta_{2,k}} \\ &+ \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2 R^6} \sum_{k,k' \neq 0} \frac{|\langle \psi_{1,0}, \psi_{2,0} | \hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \hat{\mathbf{d}}_2 - 3(\hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \mathbf{n}_{12})(\hat{\mathbf{d}}_2 \cdot \mathbf{n}_{12}) | \psi_{1,k}, \psi_{2,k'} \rangle|^2}{\Delta_{1,k} + \Delta_{2,k'}}. \end{aligned} \quad (1.52)$$

avec $\Delta_{i,k'}$ la différence d'énergie entre les états $|\psi_{i,k}\rangle$ et $|\psi_{i,0}\rangle$. Le premier terme s'interprète comme l'effet Stark quadratique ressenti par l'atome 2 dans le champ produit par le dipôle statique porté par l'atome 1. Le second correspond à l'effet d'une contamination non nulle de l'état $|\psi_{1,0}, \psi_{2,0}\rangle$ par les états $|\psi_{1,k}, \psi_{2,k'}\rangle$, qui donne naissance à de faibles moments dipolaires et permet l'interaction. Tous deux varient en $1/R^6$ et peuvent avoir une variation angulaire complexe. L'importance relative des deux termes dépend de la force du dipôle statique de l'atome 1 et du paysage des niveaux environnants. Un dipôle 1 fort et un paysage dégagé avec aucun niveau autour du niveau $|\psi_{1,0}, \psi_{2,0}\rangle$ fait prédominer le premier terme. Un dipôle 1 faible et des résonances avec d'autres états $|\psi_{1,k}, \psi_{2,k'}\rangle$ proches fait prédominer le second.

Si aucun des états n'a de moment dipolaire statique, seul le second terme de l'équation (1.52) demeure. On note couramment :

$$C_6 = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \sum_{k,k' \neq 0} \frac{|\langle \psi_{1,0}, \psi_{2,0} | \hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \hat{\mathbf{d}}_2 - 3(\hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \mathbf{n}_{12})(\hat{\mathbf{d}}_2 \cdot \mathbf{n}_{12}) | \psi_{1,k}, \psi_{2,k'} \rangle|^2}{\Delta_{1,k} + \Delta_{2,k'}}. \quad (1.53)$$

On parle d'interaction de van der Waals. La variation d'énergie associée vaut alors :

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{vdw}} = \frac{C_6}{R^6}. \quad (1.54)$$

Pour conclure cette section, nous illustrons l'effet des interactions dipolaires aux ordres 1 et 2 à partir de l'exemple des couples d'états $|53C\rangle - |54C\rangle$ et $|45S\rangle - |45P\rangle$. En tenant compte des termes d'ordre deux, le hamiltonien d'interaction dipôle-dipôle s'écrit dans la base $\{|45S, 53C\rangle, |45S, 54C\rangle, |45P, 53C\rangle, |45P, 54C\rangle\}$:

$$\hat{V}_{dd}(\mathbf{R}) = \hbar \begin{pmatrix} -\omega_0 + \frac{C_{6,45S-53C}}{r^6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{6,45S-54C}}{r^6} & \frac{C_3(\alpha)}{r^3} & 0 \\ 0 & \frac{C_3(\alpha)}{r^3} & \frac{C_{6,45P-53C}}{r^6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_0 + \hbar \frac{C_{6,45P-54C}}{r^6} \end{pmatrix}, \quad (1.55)$$

avec $\hbar\omega_0 = \mathcal{E}_{54C} - \mathcal{E}_{53C} = \mathcal{E}_{45P} - \mathcal{E}_{45S}$. Le tableau (1.6) donne les valeurs de C_6 pour $\alpha = 0^\circ$ et pour des paires $|45S, nC\rangle$. Nous constatons qu'il n'y pas de tendance particulière dans l'évolution des valeurs avec n , celles-ci dépendent des détails du paysage des niveaux autour de chaque niveau $|45S, nC\rangle$. Comparativement à l'interaction dipôle-dipôle résonante entre $|45S, 54C\rangle$ et $|45P, 53C\rangle$, l'interaction de van der Waals est très faible et sera le plus souvent négligée dans la suite.

n	C_6/h (GHz · μm^6)	C_6/hR^6 , $R = 6 \mu\text{m}$ (kHz)
50	-0,740	-15,9
51	16,4	352
52	3,08	66,0
53	2,87	61,5
54	0,585	12,5
55	-1,80	-38,6
56	-0,831	-17,8

TABLE 1.6 – Valeurs de C_6/h et de C_6/hR^6 avec $R = 6 \mu\text{m}$, pour $\alpha = 0^\circ$ et pour différents états $|45S, nC\rangle$. Les calculs ont été réalisés à l'aide du module Pairinteraction [102] pour un champ électrique de $F = 1,60 \text{ V/cm}$ et $B = 14 \text{ G}$.

1.3.4 Blocage dipolaire

Conditions de blocage

Les états de Rydberg de faible ℓ , que nous continuons à noter $|\ell\rangle$, sont excitables depuis l'état fondamental $|g\rangle$. Il s'agit le plus souvent de transitions dipolaires à plusieurs photons optiques, mais nous n'allons pour l'instant pas rentrer dans ces détails. Nous considérons que les états $|g\rangle$ et $|\ell\rangle$ forment un système isolé pouvant effectuer une transition dont la probabilité est donnée par la formule de Rabi :

$$\mathbb{P}_\ell(t) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \Delta^2} \sin^2 \left[\frac{\sqrt{\Omega^2 + \Delta^2} t}{2} \right], \quad (1.56)$$

avec Ω la pulsation de Rabi et $\Delta = \omega - \omega_0$ le désaccord entre la fréquence d'excitation et celle de la transition. À résonance, lorsque $\Delta = 0$, soumettre le système au rayonnement pendant $\tau_\pi = \pi/\Omega$ permet de préparer l'état de Rydberg $|\ell\rangle$ à partir de l'état $|g\rangle$: $\mathbb{P}_\ell(\tau_\pi) = 1$. On dit qu'on applique une impulsion π au système. Loin de la résonance, si $|\Delta| \gg \Omega$, la population de $|\ell\rangle$ est bornée par $\mathbb{P}_\ell(t) \approx (\Omega/\Delta)^2 \ll 1$. Toutes choses égales par ailleurs, le désaccord Δ permet donc de contrôler la population de l'état de Rydberg $|\ell\rangle$.

Considérons qu'un premier atome, noté 1, est dans l'état fondamental $|g\rangle$ et que nous cherchons à l'exciter vers l'état de Rydberg $|\ell\rangle$. Un second atome, noté 2, est présent à son voisinage. Pour rester dans la continuité des explications précédentes, supposons que ce second atome est dans un état de Rydberg circulaire $|nC\rangle$ et qu'il existe une résonance de Förster entre les états $|\ell\rangle$ et $|nC\rangle$. Rappelons que cela signifie qu'il existe un état $|\ell'\rangle$ vérifiant les équations :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\ell,\ell'} - \mathcal{E}_{(n-1)C,nC} + \Delta \mathcal{E}_S(F_{\text{res}}) &= 0 \\ \langle \ell, nC | \hat{V}_{\text{dd}}(\mathbf{R}) | \ell', (n-1)C \rangle &\neq 0 \end{aligned} \quad (1.57)$$

La présence du second atome déplace les niveaux d'énergie de l'atome 1. Si l'atome 2 est dans l'état $|nC\rangle$, les états propres du système sont les états de paire $|\pm\rangle$ définis dans l'équation (F.8). Les niveaux accessibles depuis l'état fondamental de l'atome 1 sont donc désaccordés de $\Delta = \pm C_3/R^3$. Si l'atome 2 est dans un état $|n'C\rangle$ avec $n' \neq n$, ne donnant pas lieu à une résonance de Förster, le niveau est désaccordé de l'interaction de van der Waals entre les états $|\ell\rangle$ et $|n'C\rangle$ de $\Delta = C_6/R^6$. En choisissant une fréquence de Rabi vérifiant l'équation :

$$\frac{C_3}{R^3} \gg \Omega \gg \frac{C_6}{R^6}, \quad (1.58)$$

on se place dans une configuration dite de *blocage dipolaire*. L'atome 2 dans l'état $|nC\rangle$ désaccorde suffisamment la transition de l'atome 1 de telle sorte qu'elle devient impossible. En revanche, tout autre état $|n'C\rangle$ produit un désaccord négligeable et l'excitation de l'atome 1 vers l'état de Rydberg $|\ell\rangle$ a lieu. L'état de l'atome 2 conditionne donc l'état de l'atome 1 après une tentative d'excitation de l'état $|\ell\rangle$ à partir de l'état fondamental $|g\rangle$ par une impulsion π . Nous avons ici repris l'exemple de l'interaction entre état de Rydberg circulaire et de faible ℓ mais le blocage dipolaire peut bien sûr avoir lieu avec tout type d'états de Rydberg.

Intrication et mesure QND

Envisageons le cas où l'atome 2 est dans une superposition cohérente des deux états circulaires $|nC\rangle$ et $|n'C\rangle$, au voisinage de l'atome 1 dans son état fondamental $|g\rangle$. L'état du système est alors :

$$|\Psi\rangle = \cos(\theta) |g, nC\rangle + \sin(\theta) |g, n'C\rangle, \quad (1.59)$$

avec $\theta \in [0 : 2\pi[$. Une impulsion π sur la transition $g - \ell$ de l'atome 1 le transfère vers l'état de Rydberg $|\ell\rangle$ seulement si l'atome 2 est dans l'état $|n'C\rangle$. Ceci a pour effet d'intriquer l'état des deux atomes, qui s'écrit maintenant :

$$|\Psi\rangle = \cos(\theta) |g, nC\rangle + \sin(\theta) |\ell, n'C\rangle. \quad (1.60)$$

Cette intrication du système nous permettra de réaliser une *mesure non destructive* de l'atome 2 en mesurant l'état de l'atome 1. La mesure de l'atome 1 projette l'atome 2 sur l'état $|nC\rangle$ si le résultat de la mesure est $|g\rangle$, et sur l'état $|n'C\rangle$ si le résultat de la mesure est $|\ell\rangle$. Suite à la mesure de l'atome 1, nous connaissons donc exactement l'état de l'atome 2, sans avoir eu besoin d'effectuer directement une mesure sur lui.

1.4 Couplages à la lumière non résonante

Nous allons maintenant étudier le comportement d'un atome, et en particulier d'un atome de Rydberg, en présence d'un rayonnement électromagnétique non résonant.

1.4.1 Piégeage et déplacement lumineux

Un système à deux états $|g\rangle$ et $|e\rangle$, séparés d'une fréquence ω_{eg} , est éclairé par rayonnement de fréquence ω avec un désaccord $\Delta = \omega - \omega_{eg}$. Ce désaccord est supposé grand devant la pulsation de Rabi Ω produite par le rayonnement sur le système $|\Delta| \gg \Omega$. La théorie des perturbations au deuxième ordre prévoit alors des variations d'énergie valant pour chacun des états :

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{E}_g &= +\hbar \frac{\Omega^2}{4\Delta} \\ \Delta\mathcal{E}_e &= -\hbar \frac{\Omega^2}{4\Delta} \end{aligned} \quad (1.61)$$

Les variations d'énergie sont donc proportionnelles à l'intensité I du rayonnement puisque $\Omega^2 = 8|\langle e|\hat{d}|g\rangle|^2 I/(\epsilon_0 c)$, avec \hat{d} la composante du moment dipolaire qui couple les états $|g\rangle$ et $|e\rangle$.

Dans le cas d'un atome, il existe souvent plusieurs états $|e\rangle$ — ou $|g\rangle$ — couplés et nous introduisons la polarisabilité $\alpha_g(\omega)$ de l'état $|g\rangle$, qui tient compte de toutes les transitions de l'état $|g\rangle$ et de leurs désaccords respectifs par rapport au rayonnement de fréquence ω . La variation d'énergie de l'état $|g\rangle$ éclairé par le rayonnement vaut alors :

$$\Delta\mathcal{E}_g = \alpha_g(\omega) 2I/(\epsilon_0 c). \quad (1.62)$$

La polarisabilité d'un état hyperfin $|g\rangle = |j, f, m_f\rangle$ se compose en général de trois termes. Un terme de polarisabilité scalaire $\alpha_g^S(\omega)$, qui ne dépend ni de la polarisation du rayonnement ni de la direction du moment angulaire atomique et deux termes de polarisabilité vectorielle et tensorielle, respectivement $\alpha_g^V(\omega)$ et $\alpha_g^T(\omega)$, qui eux en dépendent selon l'équation [103, 104] :

$$\alpha_g(\omega) = \alpha_g^S(\omega) + \mathcal{A} \cos(\theta_k) \frac{m_f}{f} \alpha_g^V(\omega) + \frac{3 \cos^2(\theta_p) - 1}{2} \frac{3m_f^2 - f(f+1)}{f(2f-1)} \alpha_g^T(\omega). \quad (1.63)$$

Dans cette équation, \mathcal{A} est le degré de polarisation circulaire tel qu'il apparait dans le vecteur de Stokes, valant 0 pour une polarisation linéaire et respectivement +1 et -1 pour les polarisations circulaires droite et gauche. Les angles θ_p et θ_k sont respectivement les angles entre la direction de la plus grande composante du champ électrique et l'axe de quantification, et entre le vecteur d'onde et l'axe de quantification. Notons bien que les polarisabilités scalaire $\alpha_g^S(\omega)$, vectorielle $\alpha_g^V(\omega)$ et tensorielle $\alpha_g^T(\omega)$ ne dépendent pas des orientations relatives de l'état atomique et du rayonnement, et en particulier pas de m_f . Elles dépendent en revanche des autres nombres quantiques n , ℓ , j et f . Le terme de polarisabilité vectorielle, proportionnel à m_f , produit un effet analogue à celui d'un champ magnétique fictif proportionnel à l'intensité I et au degré de polarisation circulaire du champ. On peut montrer⁶ que la polarisation vectorielle est nulle si $f = 0$. Le terme de polarisabilité tensorielle est, entre autre, nulle lorsque $j = 1/2$ ou $f = 0$. En particulier, les états $|5S_{1/2}\rangle$ et $|5P_{1/2}\rangle$ n'ont pas de polarisation tensorielle.

La polarisabilité des états a deux conséquences expérimentales importantes. La première est l'existence de *déplacements lumineux*. Un atome dans un état $|g\rangle$ voit la fréquence de sa transition vers un état $|e\rangle$ changer de $\Delta\nu_{eg}$, lorsqu'il est en présence d'un rayonnement non résonant, selon l'équation :

$$\Delta\nu_{eg} = (\beta_e - \beta_g) I, \quad (1.64)$$

avec $\beta_i = 2\alpha_i(\omega)/(h\epsilon_0 c)$. Nous utiliserons cet effet pour désaccorder sélectivement un atome parmi un ensemble d'atomes, en utilisant un faisceau laser très focalisé, de sorte à empêcher son excitation par un rayonnement tiers.

Le second effet remarquable de la polarisabilité est la possibilité de piéger les atomes par laser. En effet, une intensité inhomogène $I(\mathbf{r})$ crée un potentiel :

$$U(\mathbf{r}) = h\beta_g I(\mathbf{r}), \quad (1.65)$$

pour un atome dans l'état fondamental $|g\rangle$. Si le désaccord est négatif $\Delta < 0$, c'est-à-dire que le faisceau est désaccordé vers le rouge, le potentiel est négatif et un maximum d'intensité lumineuse crée un puits de potentiel dans lequel on peut piéger l'atome. On parle de *pince optique*.

6. D'après [104], $\alpha_g^X(\omega) \propto \left\{ \begin{matrix} f & q_X & f \\ j & i & j \end{matrix} \right\}$ avec $q_V = 1$, $q_T = 2$ et $i = 3/2$ la norme du spin nucléaire de l'atome de rubidium 87. Les cas où les polarisabilités s'annulent se déduisent des règles de sélection associées aux symboles $6j$.

Pour l'état $|5S_{1/2}\rangle$ de l'atome de rubidium 87 éclairé par un faisceau à 821 nm, comme c'est le cas dans notre expérience, on calcule [90] :

$$\beta_{5S_{1/2}} = -18,164 \text{ MHz}/(\text{mW}/\mu\text{m}^2). \quad (1.66)$$

1.4.2 Piégeage pondéromoteur

Pour les états de Rydberg, les potentiels dipolaires quasi-résonnants que nous venons d'évoquer deviennent en général négligeables, à cause des faibles dipôles qui existent entre état de faible n et état de Rydberg de faible ℓ et, a fortiori, de l'absence de transition dans le domaine de l'optique dans le cas des états de Rydberg de grand ℓ . On ne peut donc pas envisager de piéger des atomes de Rydberg circulaires avec la force dipolaire.

Il existe cependant un autre effet susceptible d'être utilisé pour les piéger. Le hamiltonien d'interaction entre un électron et le champ électromagnétique s'écrit ⁷ :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{e}{2m} \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A} + \frac{e^2}{2m} A^2, \quad (1.67)$$

où $\hat{\mathbf{p}}$ est l'opérateur quantité de mouvement et \mathbf{A} le potentiel vecteur. Habituellement, le terme en A^2 est négligeable devant celui en $\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A}$. Dans le cas des états de Rydberg, il demeure essentiellement ce terme. On peut alors introduire la polarisabilité de l'électron libre :

$$\alpha'(\omega) = \frac{2e^2}{m\omega^2}, \quad (1.68)$$

avec ω la fréquence du rayonnement. On définit comme précédemment le coefficient $\beta' = \alpha'(\omega)/(2h\epsilon_0 c)$ qui permet d'écrire le potentiel pondéromoteur $U(\mathbf{r})$ ressenti par l'atome :

$$U(\mathbf{r}) = h\beta' I(\mathbf{r}). \quad (1.69)$$

Ce potentiel est positif quelle que soit la fréquence du rayonnement. Dans ces conditions, on piège un atome dans un minima d'intensité. Pour un faisceau à 821 nm :

$$\beta' = 1,52 \text{ MHz}/(\text{mW}/\mu\text{m}^2). \quad (1.70)$$

Notons que cette valeur est plus de 10 fois inférieure à celle obtenue pour le piégeage dipolaire de l'état fondamental dans les conditions citées précédemment et qu'elle ne dépend pas de l'état de Rydberg considéré.

Dans le cas des atomes de Rydberg de faible ℓ , le potentiel produit par le rayonnement d'intensité $I(\mathbf{r})$ est la somme du potentiel pondéromoteur et du potentiel dipolaire. Pour un faisceau de longueur d'onde 821 nm, désaccordé vers le bleu par rapport à toutes les transitions, l'atome est attiré par les minima d'intensité comme dans le cas de l'effet pondéromoteur, les deux effets s'ajoutent donc.

7. Dans la jauge de Coulomb et sans considérer le spin de l'électron.

Conclusion

Dans une première partie nous avons décrit ce qu'est un état de Rydberg. Dans le modèle quantique de l'atome d'hydrogène, un électron dans un potentiel coulombien donne lieu à un ensemble d'états liés, décrits par les nombres quantiques n , ℓ et m . Un état de Rydberg est un état pour lequel le nombre quantique principal n est grand, typiquement de l'ordre de $n \approx 50$. Ceci confère à la fonction d'onde une extension de plusieurs centaines de nanomètres, à l'origine de leurs propriétés exotiques. Les états de Rydberg circulaires ont en plus des nombres quantiques orbital ℓ et magnétique m maximaux. La structure fine et les défauts quantiques lèvent la dégénérescence qui existe entre les états d'un n donné pour les états de Rydberg de faible ℓ .

La deuxième partie a été consacrée aux couplages de l'électron avec un champ électromagnétique. Un champ magnétique statique produit un déplacement d'énergie proportionnel celui-ci et à la composante du moment angulaire suivant l'axe de quantification. Ce sont les effets Zeeman et Paschen-Bach. L'effet d'un champ électrique statique sur un état produit soit une variation quadratique de l'énergie avec le champ si l'état est non dégénéré, soit une variation linéaire s'il est dégénéré avec des états de ℓ adjacents. Dans ce dernier cas, la base parabolique liée aux nombres quantiques n , k et m est toute indiquée pour décrire cet effet puisque le hamiltonien Stark y est déjà diagonal. Placé dans un champ électromagnétique résonant, un atome de Rydberg donne lieu à des transitions dipolaires électriques fortes, très utiles pour la manipulation d'états. Les fluctuations quantiques du champ électromagnétique et le rayonnement de corps noir provoquent des transitions vers d'autres états, donnant un temps de vie fini aux atomes de Rydberg. Pour les états de faible ℓ , le temps vie à température ambiante est dû autant aux fluctuations quantiques dans les fréquences optiques qu'au rayonnement de corps noir aux fréquences microondes. Pour les états de grand ℓ comme les circulaires, seul le rayonnement thermique microonde entre en jeu. Le temps caractéristique de retour dans l'état fondamental d'un état de Rydberg de grand ℓ peut être plusieurs dizaines de fois plus long que le temps de vie.

L'objet de la troisième partie a été de décrire les interactions dipolaires possibles entre deux atomes de Rydberg. Deux atomes de Rydberg portant chacun un dipôle interagissent selon un potentiel en $1/R^3$. La dépendance angulaire de l'interaction est variable suivant la conservation ou non de la projection du moment angulaire total sur l'axe de quantification. Lorsque deux états de paire résonants sont couplés par le hamiltonien d'interaction, les états propres du système sont les superpositions symétrique et antisymétrique de ces états. Ils sont séparés de deux fois l'énergie d'interaction. Une telle condition de résonance est obtenue de façon automatique lorsque chaque atome est dans une superposition des mêmes états circulaires de n adjacents. Si les deux dipôles sont constitués d'états différents, il peut y avoir une résonance de Förster pour une valeur de champ électrique particulière. C'est le cas pour les états $|45S, 54C\rangle$ et $|45P, 53C\rangle$. Loin de toute résonance, l'interaction dipôle-dipôle produit des décalages d'énergies, en $1/R^3$ si les deux atomes portent un dipôle, et en $1/R^6$ sinon. On parle dans ce dernier cas d'interaction de van der Waals. À distance entre atomes égales, elle est souvent plusieurs ordres de grandeurs plus faible que l'interaction dipôle-dipôle résonnante. Cette dernière peut être utilisée pour réaliser du blocage dipolaire : l'interaction empêche la transition entre deux états en la désaccordant de la valeur du couplage dipôle-dipôle. Le blocage dipolaire peut être mis à profit pour intriquer deux atomes, une mesure sur un des deux atomes mesure alors le système tout entier. Ceci offre la possibilité de faire une me-

sure non destructive sur l'atome circulaire en faisant une mesure seulement sur l'atome sonde.

Soumis à un faisceau laser désaccordé vers le rouge, un atome de rubidium dans son état fondamental voit son énergie abaissée proportionnellement à l'intensité du laser. Cet effet résulte du couplage dipolaire entre l'atome et le champ. Un faisceau suffisamment focalisé crée un puits de potentiel autour de l'atome et permet de le piéger dans les trois dimensions. Le déplacement lumineux engendré par le faisceau peut également être mis à profit pour contrôler la transition entre deux états en la bloquant ou non. Par manque de transition optique, la plupart des états de Rydberg sont insensibles à la force dipolaire. En revanche, ils sentent le potentiel pondéromoteur qui les attirent vers les minima d'intensité. Cet effet peut être utilisé pour les piéger optiquement, à condition d'être en mesure de fabriquer des coquilles de lumière avec en leur centre un minimum d'intensité. Ceci fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 2

Fabrication de réseaux de pièges par méthode holographique

*Comme une pierre que l'on jette
Dans l'eau vive d'un ruisseau
Et qui laisse derrière elle
Des milliers de ronds dans l'eau.*

— Legrand, *Les moulins de mon cœur*

Contrairement au chapitre précédent qui se voulait récapitulatif, nous allons ici prendre le temps de construire pas à pas les outils mathématiques, les concepts et les méthodes requises pour la fabrication de réseaux de pinces optiques, et en particulier de pinces optiques creuses, utiles au piégeage d'atomes de Rydberg. Le principe très général consiste à focaliser, à l'aide d'une lentille convergente, un faisceau laser dont le front d'onde a été soigneusement déterminé pour engendrer, dans le plan focal de la lentille, le profil correspondant au réseau de pièges souhaité. Ces techniques sont nouvelles pour notre équipe de recherche et sont destinées à être utilisées abondamment par la suite. Il convient donc de poser une base suffisamment exhaustive à l'attention des futurs doctorants. Le lecteur déjà expérimenté est invité au survol des premières pages.

Ce chapitre va de pair avec le suivant, qui sera consacré aux aberrations optiques et aux techniques qui permettent de s'en affranchir. Nous portons ici à l'attention du lecteur que l'ensemble des images mesurées reproduites dans le présent chapitre font déjà appel à ces techniques de correction d'aberration.

Dans une première partie, nous allons rappeler comment la théorie de la diffraction découle directement du comportement propagatif des ondes et comment l'optique de Fourier fournit des outils mathématiques efficaces pour calculer le champ au voisinage du plan focal d'une lentille. Nous fixerons les idées sur les tailles caractéristiques de ces profils et sur les lois d'échelle qui les gouvernent à travers l'exemple du faisceau gaussien. Dans une seconde partie, nous présenterons le principe de l'holographie en montrant comment la modulation d'un front d'onde permet de construire un profil d'intensité en trois dimensions. Nous donnerons l'exemple introductif des translations dans les trois dimensions de l'espace. Ensuite, nous présenterons deux familles de pinces optiques creuses, les modes de Laguerre-Gauss et les faisceaux-bouteilles, constituant respectivement des pièges creux en deux et trois dimensions. Nous expliciterons un algorithme — dit de Gerchberg-Saxton — calculant des modulations

du front d'onde capables d'engendrer des réseaux optiques, c'est-à-dire des hologrammes où le même motif est répliqué à différentes positions. Enfin, dans une dernière partie, nous discuterons des limites théoriques et matérielles inhérentes à l'holographie. En particulier, nous envisagerons leurs conséquences néfastes pour la génération de réseaux optiques, et comment il est possible de les contourner en partie.

2.1 Rappels de théorie de la diffraction

La théorie de la diffraction est la théorie qui permet de répondre à la question suivante : soit une source d'onde, connaissant le champ émis par chaque point de cette source, quel est le champ reçu en un point quelconque distant de cette source ? Dans cette section, nous allons nous employer à rappeler les quelques outils mathématiques qui seront utiles au calcul des profils d'intensité obtenus par diffraction d'ondes lumineuses.

2.1.1 Théorie de Rayleigh-Sommerfeld

La diffraction est une propriété fondamentale partagée par toutes les formes d'ondes. Elle découle en effet directement de leur équation de propagation [105]. Dans le cas des ondes électromagnétiques, ondes vectorielles, les trois composantes des champs électrique et magnétique sont nécessaires afin de décrire complètement leur comportement. Cependant, dans un milieu isotrope, linéaire, non magnétique, loin de tout bord et pour une onde pas trop focalisée, ces six composantes suivent la même équation de propagation et l'on peut considérer un modèle scalaire de la lumière. Le champ scalaire $E(\mathbf{r}, t)$ vérifie alors l'équation de propagation :

$$\Delta E(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 E(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.1)$$

avec c la célérité de l'onde.

Tirant parti de la linéarité de l'équation (2.1), le champ scalaire se décompose sur la base de Fourier : $E(\mathbf{r}, t) = \int d\omega E_\omega(\mathbf{r}) e^{i\omega t}$. Chaque composante monochromatique de pulsation ω suit l'équation de Helmholtz :

$$\Delta E_\omega(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} E_\omega(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.2)$$

Le milieu est supposé invariant par translation : c ne dépend pas de la position. Il est utile pour la suite d'introduire la fonction de Green $G_\omega(\mathbf{r})$ de l'opérateur de Helmholtz, définie par l'équation :

$$\Delta G_\omega(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} G_\omega(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}), \quad (2.3)$$

avec $\delta(\mathbf{r})$ la distribution de Dirac, assimilée à une fonction par la suite. Cette fonction de Green prend la forme bien connue d'une onde sphérique :

$$G_\omega(\mathbf{r}) = \frac{e^{ikr}}{4\pi r}, \quad (2.4)$$

avec $k = \omega/c$ la norme du vecteur d'onde. On introduit également l'équation :

$$\iiint_V dV [E_\omega \Delta G_\omega - G_\omega \Delta E_\omega] = \iint_S d\mathbf{S} [E_\omega \partial_n G_\omega - G_\omega \partial_n E], \quad (2.5)$$

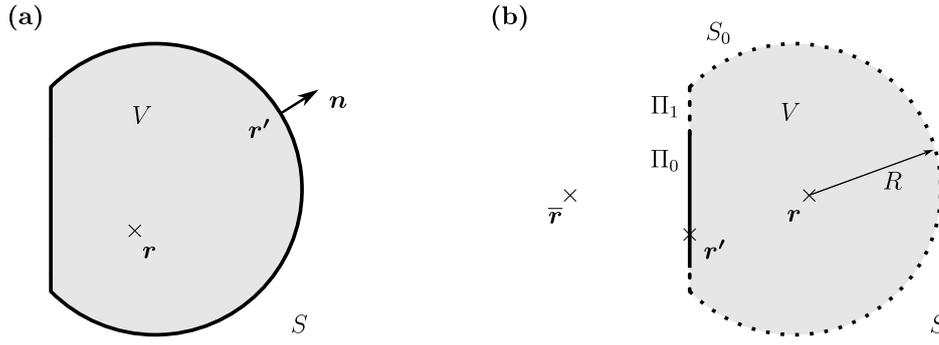


FIGURE 2.1 – (a) La surface fermée S entoure le volume V . Le point \mathbf{r} appartient au volume V . Le vecteur unitaire \mathbf{n} est normal à la surface S au point \mathbf{r}' . (b) La surface fermée S est divisée en trois surfaces ouvertes, les portions de plan Π_0 et Π_1 , et la calotte sphérique S_0 centrée en \mathbf{r} et de rayon R . Le point \mathbf{r}' appartient à au plan Π_0 où le champ peut être non nul. Le point $\bar{\mathbf{r}}$ est le point symétrique de \mathbf{r} par rapport au plan Π_0 .

directement dérivée du théorème d'Ostrogradsky, où G_ω et E_ω sont deux champs scalaires suffisamment réguliers, et $\partial_{\mathbf{n}} = \mathbf{n} \cdot \nabla$ est la dérivée directionnelle selon \mathbf{n} normale à une surface fermée S quelconque entourant le volume V , comme représenté sur la figure (2.1a).

À partir de l'équation de Helmholtz (2.2) vérifiée par le champ $E_\omega(\mathbf{r})$, de la définition de la fonction de Green (2.3), et de l'équation (2.5), on démontre le théorème intégral de la diffraction dit de Kirchhoff :

$$E_\omega(\mathbf{r}) = \iint_S d\mathbf{r}' [E_\omega(\mathbf{r}') \partial_{\mathbf{n}} G_\omega(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) - G_\omega(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \partial_{\mathbf{n}} E_\omega(\mathbf{r}')], \quad (2.6)$$

où \mathbf{r} un point du volume V et \mathbf{r}' un point de la surface S . Le théorème d'Ostrogradsky (2.5) fait le lien entre les valeurs prises par le champ scalaire E_ω dans le volume V et sur la surface fermée S le délimitant. La fonction de Green G_ω sélectionne, parmi les valeurs du champ dans V , celle en \mathbf{r} . Finalement le théorème intégral de la diffraction permet d'exprimer le champ en un point à partir des valeurs de ce champ et de sa dérivée directionnelle sur une surface qui l'entoure.

Pour une utilisation pratique, l'équation (2.6) a le double désavantage de faire apparaître à la fois le champ et sa dérivée, et de nécessiter une surface fermée, alors que dans la majorité des cas, les sources diffractantes seront des portions de plan. Les contributions de Sommerfeld ont permis de remédier à la fois à ces deux problèmes en exprimant le champ scalaire E_ω au point \mathbf{r} en fonction des valeurs du champ prises sur une surface ouverte quelconque.

Nous considérons maintenant une surface S découpée en trois parties comme représenté dans la figure (2.1b). Les portions de plan Π_0 et Π_1 constituent le disque Π , où le champ est respectivement non nul et nul. La surface S_0 est la calotte sphérique de rayon R centrée en \mathbf{r} et intersectant le disque Π .

Conformément à la figure (2.1b), on introduit une nouvelle fonction de Green¹ :

$$G_\omega^-(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = \frac{e^{ik\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\|}}{4\pi\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\|} - \frac{e^{ik\|\mathbf{r}' - \bar{\mathbf{r}}\|}}{4\pi\|\mathbf{r}' - \bar{\mathbf{r}}\|}, \quad (2.7)$$

1. Cette nouvelle fonction n'est pas rigoureusement la fonction de Green de l'équation de Helmholtz, cependant comme on restreint l'intégration au volume V , l'ajout d'un terme source extérieur à ce volume ne change pas le résultat du calcul de l'intégrale sur V et on s'autorise à parler de fonction de Green malgré tout.

en ajoutant à l'onde sphérique en \mathbf{r} une autre onde sphérique d'amplitude opposée, centrée en $\bar{\mathbf{r}}$ symétrique de \mathbf{r} par rapport au plan contenant Π .

Par construction les deux ondes sphériques interfèrent destructivement sur le disque Π , donc quel que soit le choix du point d'intérêt \mathbf{r} , $G_{\omega}^{-}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = 0$ dès lors que $\mathbf{r}' \in \Pi$. L'introduction de G_{ω}^{-} à la place de G_{ω} dans le théorème (2.6) permet de le réécrire en faisant apparaître seulement le champ scalaire et non en plus sa dérivée :

$$E_{\omega}(\mathbf{r}) = \iint_S d\mathbf{r}' E_{\omega}(\mathbf{r}') \partial_{\mathbf{n}} G_{\omega}^{-}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}). \quad (2.8)$$

Parmi les trois portions de S , Π_0 , Π_1 , et S_0 , l'intégrale est non nulle seulement sur Π_0 . Le champ est nul par construction sur Π_1 , et un argument relativiste permet de rendre nulle la contribution du champ sur S_0 , en choisissant R arbitrairement grand de telle sorte que les points de S_0 soient hors du cône de lumière de \mathbf{r} . Le champ scalaire en un point \mathbf{r} , situé à une distance de la surface diffractante Π_0 grande devant la longueur d'onde λ , est alors donné par l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld :

$$E_{\omega}(\mathbf{r}) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Pi_0} d\mathbf{r}' E_{\omega}(\mathbf{r}') \frac{e^{ik\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\|}}{\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\|} \cos((\mathbf{n}; \mathbf{r}' - \mathbf{r})), \quad (2.9)$$

où $(\mathbf{n}; \mathbf{r}' - \mathbf{r})$ désigne l'angle entre les vecteurs \mathbf{n} et $\mathbf{r}' - \mathbf{r}$. Ceci s'interprète de la façon suivante : la surface diffractante Π_0 se comporte comme une collection de points source secondaires rayonnants jusqu'au point \mathbf{r} , dont les amplitudes et les phases sont déterminées par le champ incident $E_{\omega}(\mathbf{r}')$. Le champ en \mathbf{r} est alors la somme des contributions de chaque point source en ce point. On désigne souvent l'équation (2.9) et l'interprétation qui en découle comme le principe de Huygens-Fresnel. Nous constatons que ce résultat est la conséquence directe de l'équation de propagation (2.1) et qu'il revêt de ce fait un caractère très général qui va bien au-delà du cas particulier de la lumière qui nous occupera par la suite.

2.1.2 Optique de Fourier

Lorsqu'une onde sphérique est captée loin de sa source et sur une petite surface, elle apparaît localement plane. Cette considération va permettre de simplifier l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld (2.9) pour en faire un outil de calcul plus pratique à utiliser, à la fois analytiquement et numériquement [106].

Dans l'approximation où $\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\|$ est grand devant l'extension spatiale de la source et du profil diffracté, on simplifie l'équation (2.9) en considérant que l'amplitude du rayonnement émis par chaque point de la surface est uniquement déterminée par le champ incident :

$$E_{\omega}(\mathbf{r}) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Pi_0} d\mathbf{r}' E_{\omega}(\mathbf{r}') e^{ik\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\|} \quad (2.10)$$

Conformément à la figure (2.2), on va désormais désigner le champ scalaire $E_{\omega}(\mathbf{r}')$ sur la surface diffractante plane par $E(\boldsymbol{\rho}) = E(\rho, \varphi) = E(u, v)$, avec (ρ, φ) et (u, v) les coordonnées respectivement polaires et cartésiennes par rapport à l'origine O' , et celui $E_{\omega}(\mathbf{r})$ dans la zone où l'onde a diffracté par $F(\mathbf{r}, z) = F(r, \theta, z) = F(x, y, z)$, avec (r, θ, z) et (x, y, z) les coordonnées cylindriques et cartésiennes par rapport à l'origine O . Nous attirons l'attention sur le fait que \mathbf{r} désigne maintenant la position dans le plan Oxy et plus la position dans un volume autour de O . En notant d la distance entre les plans $O'uv$ et Oxy , le déphasage

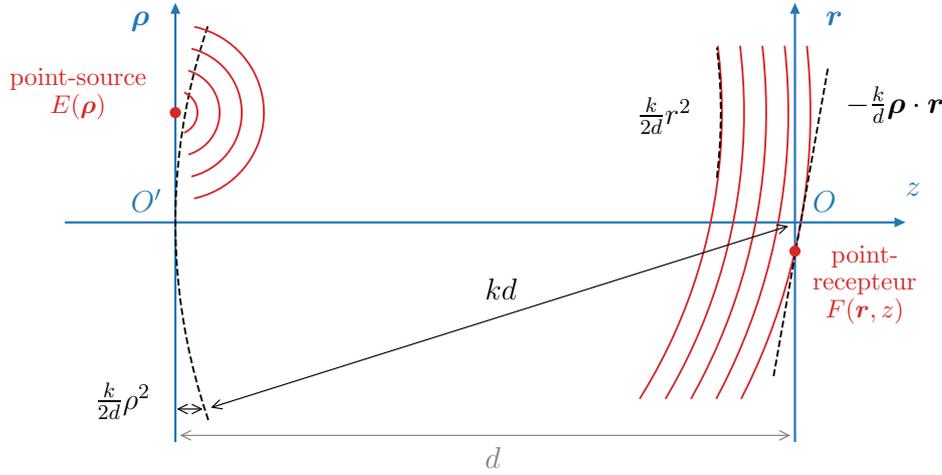


FIGURE 2.2 – Le point source en $\boldsymbol{\rho}$ émet une onde sphérique qui se propage sur une distance voisine de d et arrive localement plane dans le plan du récepteur repéré par la position (\mathbf{r}, z) . La variation de la phase est alors donnée par $-\frac{k}{d}\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{r}$. Si la source est suffisamment étendue, le déphasage $\frac{k}{2d}\rho^2$ n'est plus négligeable.

$k\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\|$ présent dans l'équation (2.10), dû à la propagation de l'onde, s'écrit au premier ordre :

$$k\sqrt{d^2 + \|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}\|^2} \approx kd + \frac{k}{2d}r^2 - \frac{k}{d}\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{r} + \frac{k}{2d}\rho^2. \quad (2.11)$$

Ce développement se compose de quatre termes, le premier kd correspond au déphasage de l'onde lors de sa propagation entre O' et O . Le deuxième $\frac{k}{2d}r^2$ exprime la courbure locale des ondes issues de la surface lorsqu'elles arrivent en \mathbf{r} . Ce terme ne dépendant pas de $\boldsymbol{\rho}$, au premier ordre toutes ces ondes partagent la même courbure. Le troisième terme $-\frac{k}{d}\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{r}$ traduit le fait que localement les ondes émises depuis les points $\boldsymbol{\rho}$ peuvent être considérées comme des ondes planes de vecteur d'onde transverse $\mathbf{k}_\perp = \frac{k\boldsymbol{\rho}}{d}$. Enfin, le quatrième terme $\frac{k}{2d}\rho^2$ correspond à la différence de chemin optique pour aller jusqu'au point \mathbf{r} entre le point source au centre de la surface diffractante et ceux sur les bords.

Lorsqu'on peut négliger ce dernier terme, c'est-à-dire que $d \gg \rho_0^2/\lambda$ où ρ_0 est l'extension typique de la source, on parle de régime de champ lointain, ou de diffraction de Fraunhofer. Vues du point \mathbf{r} , les ondes émises par chacun des points sources $\boldsymbol{\rho}$ de la surface diffractante sont planes et leurs phases relatives ne sont dues qu'au champ incident sur la surface diffractante. L'intégrale Rayleigh-Sommerfeld (2.9) se réécrit alors comme :

$$F(\mathbf{r}) = \kappa(r) \iint d\boldsymbol{\rho} E(\boldsymbol{\rho}) e^{-i\frac{k}{d}\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}, \quad (2.12)$$

avec $\kappa(r) = \frac{1}{i\lambda d} \exp\left(ikd + i\frac{k}{2d}r^2\right)$. Dans cette limite, le profil d'intensité $|F(\mathbf{r})|^2$ ne dépend que du rapport \mathbf{r}/d : à une homothétie près, la forme du profil d'intensité ne varie plus avec d . On parle d'onde complètement diffractée.

Lorsque $d \leq \rho_0^2/\lambda$, on parle de régime de champ proche. Si la distance d reste suffisamment grande pour que le développement (2.11) soit valide, on parle de diffraction de Fresnel. L'intégrale Rayleigh-Sommerfeld (2.9) se réécrit alors comme :

$$F(\mathbf{r}) = \kappa(r) \iint d\boldsymbol{\rho} E(\boldsymbol{\rho}) e^{i\frac{k}{2d}\rho^2 - i\frac{k}{d}\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}}. \quad (2.13)$$

Les équations (2.12) et (2.13) font apparaître une relation de transformée de Fourier entre les champs $E(\boldsymbol{\rho})$ et $F(\mathbf{r})$. Elles peuvent ainsi se réécrire respectivement :

$$F(\mathbf{r}) = \sqrt{2\pi\kappa(r)} \mathcal{F}[E(\boldsymbol{\rho})]_{k\mathbf{r}/d}, \quad (2.14)$$

$$F(\mathbf{r}) = \sqrt{2\pi\kappa(r)} \mathcal{F}\left[E(\boldsymbol{\rho}) e^{i\frac{k}{2d}\rho^2}\right]_{k\mathbf{r}/d}, \quad (2.15)$$

où $\mathcal{F}[f]_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint d\boldsymbol{\rho} f(\boldsymbol{\rho}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\rho}}$ est l'opérateur transformée de Fourier en dimension deux, appliqué à la fonction f , évalué en \mathbf{k} . Par la suite, convaincus de la conservation de la puissance dans le processus de diffraction et ne s'intéressant pas à la phase de F , nous oublierons le facteur $\sqrt{2\pi\kappa(r)}$.

Si nous plaçons une lentille convergente au niveau de la surface diffractante, la condition de champ lointain n'est plus réalisée lorsque d tend vers l'infini, mais dans le plan focal de la lentille. En effet, une propriété essentielle des lentilles convergentes est de faire l'image d'un point à l'infini dans leur plan focal. Lorsque nous nous éloignons de part ou d'autre de ce plan, nous rejoignons le cas de la diffraction de Fresnel. Quantitativement, on peut montrer qu'une lentille de distance focale f induit au premier ordre un déphasage $\phi_L(\boldsymbol{\rho}) = -\frac{k}{2f}\rho^2$ sur l'onde qui la traverse. En reprenant l'équation de la diffraction de Fresnel (2.13), on constate en effet que la juxtaposition d'une lentille à la surface diffractante et l'observation dans le plan focal — c'est-à-dire en $d = f$ — permet de se ramener à l'équation de la diffraction de Fraunhofer (2.12). Une lentille utilisée dans de telles conditions est communément appelée lentille de Fourier et son plan focal plan de Fourier.

L'équation de la diffraction de Fresnel (2.13) permet aisément de calculer le champ en trois dimensions au voisinage du plan de Fourier :

$$F(x, y, z) = \mathcal{F}\left[E(\boldsymbol{\rho}) e^{-ikz\frac{\rho^2}{2f^2}}\right]_{kx/f, ky/f}, \quad (2.16)$$

avec z la distance au plan de Fourier supposée petite devant la focale f de la lentille de Fourier. Cette expression sera très utile par la suite. De par sa simplicité et grâce aux propriétés de la transformée de Fourier, elle permet de mener loin des calculs analytiques afin à la fois d'en tirer du sens et d'éviter de longs calculs numériques. Par ailleurs, on dispose d'algorithmes de transformée de Fourier rapide (FFT) particulièrement efficaces, surtout lorsqu'ils sont programmés sur processeur graphique.

Rappelons que l'équation (2.16) reste valide pour des valeurs de $|z|$ petites devant f et tant que les faisceaux ne sont pas trop focalisés. Par la suite, cette hypothèse ne sera pas nécessairement vérifiée dans le cas du champ produit dans le plan focal de lentilles de courte distance focale. En revanche, les profils d'intensité observés avec les caméra, dont l'extension spatiale est de l'ordre de plusieurs dizaines de microns, vérifieront pleinement ces hypothèses.

L'introduction de la lentille de Fourier permet de définir l'axe optique comme l'axe de révolution de la lentille. Par la suite, nous décrirons des montages dans lesquels les axes de révolution des différents éléments optiques à symétrie cylindrique sont confondus et nous désignerons cet axe comme l'axe optique du système centré. Toutes les notions définies plus haut restent vraies dans le cas de ces systèmes, à conditions qu'ils soient convergents.

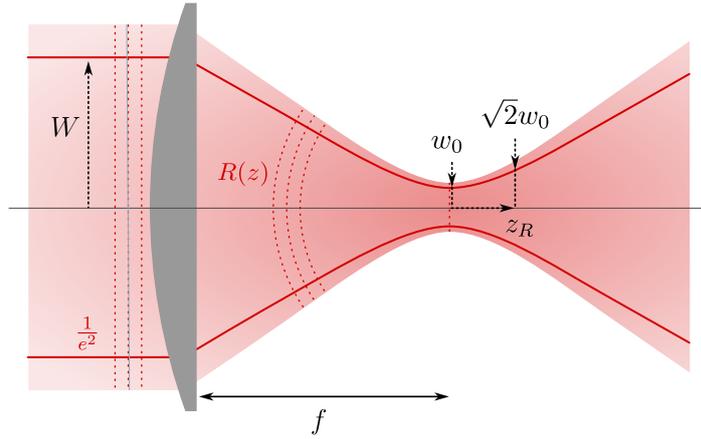


FIGURE 2.3 – Schéma représentant les différentes grandeurs géométriques associées à la propagation d'un faisceau gaussien.

2.1.3 Faisceau gaussien : tailles caractéristiques

Le champ $F(x, y, z)$ de la forme (2.16) est la solution générale de l'équation de Helmholtz dans l'approximation paraxiale :

$$\Delta_{\perp} F + 2ik \frac{\partial F}{\partial z} = 0, \quad (2.17)$$

avec $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Une base usuelle de solutions de cette équation en symétrie cylindrique est l'ensemble des modes de Laguerre-Gauss. Le premier d'entre eux est le mode gaussien, il est caractérisé par une distribution gaussienne d'intensité. Ce mode est prépondérant dans la plupart des faisceaux rencontrés sur les tables optiques des laboratoires.

À titre d'exemple et parce que cela permettra de dégager des grandeurs utiles par la suite, nous allons utiliser l'équation (2.16) pour retrouver les propriétés de ce mode. On considère le cas où la lentille de Fourier est éclairée par un profil d'intensité gaussien avec un front d'onde plan comme représenté sur la figure (2.3). Le diamètre de la lentille est supposé grand devant celui du faisceau de sorte qu'elle ne le tronque pas. L'amplitude du champ sur la lentille s'écrit : $E(\rho) \propto \exp(-\rho^2/W^2)$, où W est le col du faisceau. Le profil 3D du faisceau s'écrit alors en changeant $k\rho/f$ en ρ' :

$$F(x, y, z) \propto \mathcal{F} \left[e^{-\frac{\rho'^2 w_0^2}{4} \left(1 + i \frac{z}{z_R}\right)} \right]_{x, y}, \quad (2.18)$$

en introduisant w_0 le col du faisceau diffracté, z_R sa longueur de Rayleigh et ON_e l'ouverture numérique effective à $1/e^2$:

$$w_0 = \frac{\lambda}{\pi ON_e}, \quad z_R = \frac{\lambda}{\pi ON_e^2} \quad \text{et} \quad ON_e = \frac{W}{f}. \quad (2.19)$$

Le résultat de la transformée de Fourier d'une gaussienne étant bien connu², on obtient :

$$F(x, y, z) \propto \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)} + ik \frac{x^2+y^2}{2R(z)} - i\phi_G(z)}, \quad (2.20)$$

2. En toute rigueur, le facteur complexe dans l'exponentielle interdit d'utiliser le résultat usuel sur les réels et requiert l'emploi du théorème des résidus.

où nous reconnaissons :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (2.21)$$

$$R(z) = z + \left(\frac{z_R^2}{z}\right), \quad (2.22)$$

$$\phi_G(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right), \quad (2.23)$$

respectivement le col du faisceau, le rayon de courbure du front d'onde et la phase de Gouy. Tous trois sont fonctions de la distance z au plan de focal. On retrouve la forme générale d'un faisceau gaussien.

Nous retiendrons qu'en loi d'échelle, les dimensions spatiales typiques du profil en trois dimensions d'un champ $F(x, y, z)$ quelconque — w_0 pour la dimension radiale et z_R pour la dimension axiale — sont gouvernées par seulement deux nombres : la longueur d'onde λ et l'ouverture numérique ON_e . Comme décrit dans les équations (2.19), les extensions radiale et axiale sont proportionnelles à λ et respectivement inversement proportionnelles à ON_e et ON_e^2 .

L'ouverture numérique peut être définie de plusieurs manières. Pour un faisceau gaussien, on utilise couramment la définition de l'équation (2.19). Pour un système optique quelconque dans un milieu d'indice n , on définit $ON = n \sin \theta$, où θ est l'angle maximal que peut avoir un faisceau émergent du système par rapport à son axe optique. L'ouverture numérique s'interprète comme la mesure de la fréquence spatiale transverse maximale k_{\perp}^{max} accessible par le système :

$$k_{\perp}^{max} = k ON = \frac{2\pi}{\lambda} ON. \quad (2.24)$$

En conclusion, le phénomène de diffraction résulte de l'interférence au point d'intérêt des ondes émises par chaque point de la source. Lorsque ce point d'intérêt est suffisamment loin, les ondes émises par les points sources apparaissent comme localement planes. Le champ au point d'intérêt est alors une somme d'ondes planes pondérées par l'amplitude complexe du point source correspondant, autrement dit, il s'agit de la transformée de Fourier du champ à la surface de la source. La taille angulaire de la source vue depuis le point d'intérêt, aussi appelée ouverture numérique, ainsi que la longueur d'onde, déterminent à elles seules les dimensions typiques des profils d'intensité observables. En particulier, on ne peut pas observer de variation significative de l'intensité sur des échelles inférieures à λ/ON . C'est ce que l'on appelle la limite de diffraction.

2.2 Modulation de phase

2.2.1 Principe

La construction de profils d'intensité par holographie consiste à moduler un front d'onde de telle sorte que sa figure de diffraction ait le profil d'intensité escompté. En pratique, on dirige un faisceau avec un front d'onde plan et une intensité relativement régulière $I(\boldsymbol{\rho})$ sur un dispositif optique capable de moduler la phase selon $\phi(\boldsymbol{\rho})$. Ce profil d'intensité $I(\boldsymbol{\rho})$ régulier

peut par exemple être un faisceau gaussien tronqué³ par une pupille circulaire. Une lentille convergente de focale f placée derrière ce modulateur de phase produit alors par diffraction, au voisinage de son plan focal, le profil d'intensité $T(x, y, z) = |F(x, y, z)|^2$, avec :

$$F(x, y, z) = \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi(\boldsymbol{\rho}) - ikz \frac{\rho^2}{2f^2}} \right]_{kx/f, ky/f}, \quad (2.25)$$

d'après l'équation (2.16). Un choix judicieux de $\phi(\boldsymbol{\rho})$ doit permettre d'obtenir le profil $T(x, y, z)$ souhaité ou au moins une bonne approximation. En effet, d'une part l'intensité du champ non diffracté $I(\boldsymbol{\rho})$ est fixée ce qui restreint la variabilité du profil $T(x, y, z)$, et d'autre part le champ diffracté hors du plan focal est relié à celui dans le plan focal, en $z = 0$, par :

$$F(x, y, z) = F(x, y, 0) \star \mathcal{F} \left[e^{-ikz \frac{\rho^2}{2f^2}} \right]_{kx/f, ky/f}, \quad (2.26)$$

avec \star le produit de convolution, ce qui réduit encore la variabilité possible du profil.

Notons que, d'un point de vue pratique, moduler la phase a le grand avantage de conserver la puissance totale du faisceau — en première approximation au moins — ce qui ne serait pas le cas pour une modulation d'intensité. Elle constitue donc une technique de choix dans une situation où la puissance du laser est une limitation expérimentale importante comme c'est le cas pour nous.

2.2.2 Modulateur spatial de lumière (SLM)

Des dispositifs qui permettent la mise en forme d'un front d'onde existent commercialement sous le nom de modulateur spatial de lumière (SLM). Ces modulateurs sont constitués d'une surface active composée de pixels, chacun d'eux pouvant moduler la phase entre 0 et 2π . Les SLM utilisés par la suite reposent sur la technologie LCOS *Liquid Crystal On Silicon* qui consiste à prendre en sandwich une couche de cristaux liquides entre une électrode transparente et une électrode réfléchissante divisée en pixels. L'ensemble constitue un miroir où le faisceau réfléchi fait un aller-retour dans la couche de cristaux liquides. Un champ électrique appliqué indépendamment sur chaque pixel change l'indice de réfraction local de la couche de cristaux liquides, permettant de moduler le chemin optique des rayons et donc la phase du faisceau.

La figure (2.4a) représente un montage typique dans lequel un SLM, fonctionnant en réflexion, imprime une déformation de phase sur le faisceau qu'il reçoit. La lentille de Fourier (2.4a₁) est typiquement une lentille de focale et de diamètre centimétrique — donc d'ouverture numérique élevée — nécessaire pour obtenir des pinces optiques de taille micrométrique. Afin que le faisceau incident ne soit pas tronqué par le bord de cette lentille lorsqu'il est dévié par le SLM, un télescope afocal fait l'image du SLM sur cette lentille. Les lentilles du télescope doivent avoir un diamètre suffisant pour ne jamais couper le faisceau, même lorsque le SLM le dévie beaucoup. À l'intérieur de ce télescope, les faisceaux passent par un point focal, ce qui peut permettre d'effectuer un filtrage spatial à l'aide d'un diaphragme si nécessaire. Nous constatons dans ce montage que les lentilles du télescope sont placées à $\pm f$ du plan du SLM ou de son image, alors que la lentille de courte focale est placée dans le plan image. L'annexe B.1 détaille les conséquences de ce choix sur la validité de l'équation (2.16).

3. Plus de détails sur ce profil d'intensité et sa mesure sont donnés dans l'annexe C.2.

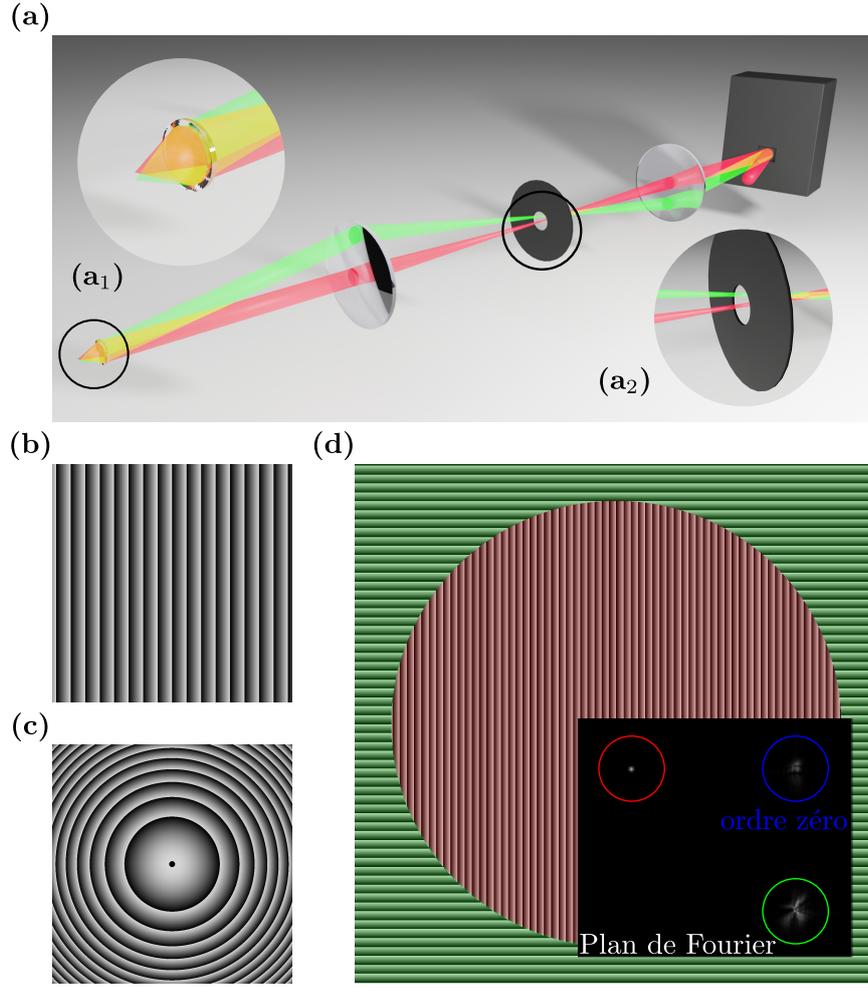


FIGURE 2.4 – (a) Schéma optique simplifié permettant la mise en place de la méthode holographique. Un télescope afocal composé de deux lentilles de focales décimétriques fait l'image du SLM sur la lentille de sorte que, quel que soit l'angle du faisceau émergent du SLM, il continue à atteindre la lentille de courte focale (a₁). Un diaphragme de filtrage spatial (a₂) peut être intercalé à l'intérieur du télescope afin de bloquer l'ordre zéro et la lumière issue du pourtour en vert. (b) Réseau en dents de scie, masque de phase produisant une translation dans le plan de Fourier. (c) Lentille de Fresnel, masque de phase produisant une translation selon l'axe optique. (d) Masque de phase composite typique utilisé sur le SLM et plan de Fourier correspondant. La lumière non diffractée par le masque de phase est concentrée dans l'ordre 0, entouré en bleu. La partie centrale délimitée par un cercle afin de conserver la symétrie par rotation du faisceau produit la tache régulière, entourée en rouge. Le pourtour, entouré en vert, dévie la lumière pour qu'elle ne vienne pas interférer avec les profils d'intensité d'intérêt.

2.2.3 Exemples de masques de phase : translations

D'après l'équation (2.16), effectuer un déplacement $\Delta\mathbf{r}$ du profil d'intensité $T(\mathbf{r}) = |F(\mathbf{r})|^2$ dans le plan de Fourier revient à ajouter sur le SLM un terme de phase $\frac{k}{f}\Delta\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}$:

$$F(\mathbf{r} - \Delta\mathbf{r}) = \mathcal{F} \left[E(\boldsymbol{\rho}) e^{i\frac{k}{f}\Delta\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}} \right]_{kr/f}. \quad (2.27)$$

Le masque de phase correspondant, borné entre 0 et 2π , est un réseau en dents de scie comme celui représenté sur la figure (2.4b). Ce terme de phase est complètement équivalent à celui

induit sur un faisceau en pivotant un miroir sur lequel il se réfléchit.

À partir de l'équation (2.16), on constate que l'ajout d'une phase variant quadratiquement avec la position dans le plan du SLM produit une translation du profil de champ suivant l'axe optique. En ajoutant sur le SLM une lentille numérique de focale $F = -\frac{f^2}{\Delta z}$, grande devant f , on effectue une translation de Δz du profil d'intensité :

$$F(\mathbf{r}, \Delta z) = \mathcal{F} \left[E(\boldsymbol{\rho}) e^{ik\frac{u^2}{2F}} \right]_{k\mathbf{r}/f}. \quad (2.28)$$

Le masque de phase correspondant est représenté sur la figure (2.4c) et s'apparente à une lentille de Fresnel.

L'emploi de réseaux en dents de scie est indispensable pour une bonne utilisation du SLM. L'efficacité de diffraction du SLM n'étant pas totale, une partie de la lumière incidente est réfléchi sans être modulée et vient se superposer et interférer avec le profil d'intérêt. Pour éviter cela, un réseau en dents de scie est additionné afin de séparer le profil d'intérêt de ce que l'on convient d'appeler l'ordre zéro du SLM. Cet ordre zéro du SLM peut être filtré spatialement par le diaphragme visible dans l'encart (2.4a₂).

La surface active du SLM étant rectangulaire, nous appliquons numériquement sur le SLM un diaphragme rond centré sur le faisceau incident afin de conserver la symétrie cylindrique du faisceau. Cette pupille délimite le disque intérieur où sont affichés les masques de phase d'intérêt $\phi(\boldsymbol{\rho})$ de la partie extérieure où est affiché un autre réseau qui envoie la lumière loin du profil d'intérêt pour être filtrée spatialement. La figure (2.4d) décrit le masque complet affiché sur le SLM et sa figure de diffraction en l'absence de filtrage spatial obtenue dans le plan de Fourier.

2.3 Profils d'intensité creux

Dans le contexte du piégeage pondéromoteur d'atomes de Rydberg, la fabrication de profils d'intensité creux revêt une grande importance. Ici, nous examinons deux types de profil, les modes de Laguerre-Gauss permettant un piégeage en 2D et les faisceaux-bouteilles (BoB) utiles pour piéger en 3D.

2.3.1 Modes de Laguerre-Gauss

Les modes de Laguerre-Gauss sont une base de solutions de l'équation de Helmholtz dans l'approximation paraxiale (2.17). Ils s'expriment facilement en coordonnées cylindriques et décrivent des profils d'intensité symétriques par rotation autour de l'axe de propagation du faisceau. Ils sont ordonnés par deux nombres, l'indice radial $n \in \mathbb{N}$ qui caractérise le nombre $n+1$ de maxima locaux suivant la coordonnée radiale, et l'indice angulaire $m \in \mathbb{Z}$ qui compte la phase accumulée par le faisceau lors d'une rotation autour de l'axe de propagation en unité de 2π . Dans la suite, on ne s'intéressera qu'aux modes $n=0$ et $m \neq 0$ décrits, dans le plan où ils sont focalisés, par l'équation :

$$F_m(\tilde{r}, \theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi|m|!}} \frac{1}{w} \tilde{r}^{|m|} e^{-\tilde{r}^2/2} e^{-im\theta}, \quad \tilde{r} = \frac{\sqrt{2}r}{w}. \quad (2.29)$$

Dans le plan focal, les profils d'intensité sont des anneaux. Les principales propriétés géométriques sont rassemblées dans la table (2.1). En trois dimensions, les profils forment un

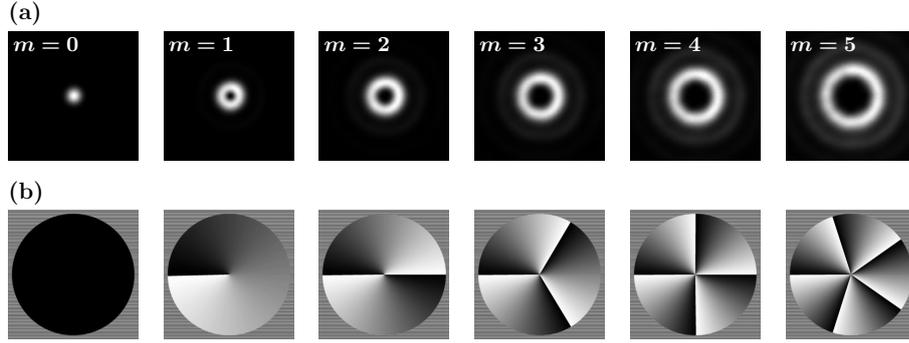


FIGURE 2.5 – (a) Images des approximations de modes de Laguerre-Gauss $n = 0$ et $m = 0$ à 5, obtenues en plaçant la caméra dans le plan de Fourier d’une lentille de focale $f = 375$ mm, dans un montage comme celui représenté sur la figure (2.4a). (b) Masques de phase correspondants.

tube de lumière. En particulier, ils sont partout proportionnels à $r^{2|m|}$, l’intensité est donc toujours nulle sur l’axe.

Propriété	Dimension
lieu du maximum	$\tilde{r}_{max} = \sqrt{ m }$
épaisseur de l’anneau	$\Delta\tilde{r} = 1 + \frac{1}{32 m }$
variation sur l’axe	$\propto \tilde{r}^{2 m }$

TABLE 2.1 – Propriétés géométriques des profils d’intensité décrits par l’équation (2.29), exprimés en unité adimensionnée $\tilde{r} = \sqrt{2}r/w$. L’épaisseur est comptée comme la distance entre lieux de plus grande pente de part et d’autre de l’anneau.

Il est possible de fabriquer de bonnes approximations des modes de Laguerre-Gauss par une méthode holographique. Les modes décrits par l’équation (2.29) s’obtiennent en faisant tourner la phase sur le SLM d’un nombre entier m de fois 2π autour du centre du faisceau :

$$\phi_{lg}(\rho, \varphi) = m\varphi. \quad (2.30)$$

Les figure de diffraction obtenues avec les modulations ϕ_{lg} sont représentées figure (2.5a), les masques de phases utilisés figure (2.5b). Ce profil particulier de phase qui tourne autour de l’axe de propagation fait qu’ils sont souvent désignés par vortex optiques dans la littérature. Nous les désignerons par $LG_{0,m}$ par la suite.

2.3.2 Faisceau-bouteille (BoB)

Les faisceaux-bouteilles — *bottle beams* — que nous abrègerons BoB, permettent un piégeage en trois dimensions, contrairement aux modes de Laguerre-Gauss. Comme représentés en coupe sur les figures (2.6a) et (2.6b), ce sont des tubes de lumière bouchés aux deux extrémités. Le masque de phase utilisé est décrit sur la figure (2.6c). Le disque central produit un déphasage de π par rapport au pourtour annulaire. Pour obtenir le BoB, le masque est éclairé par un faisceau gaussien de col W , soigneusement centré sur le masque de phase.

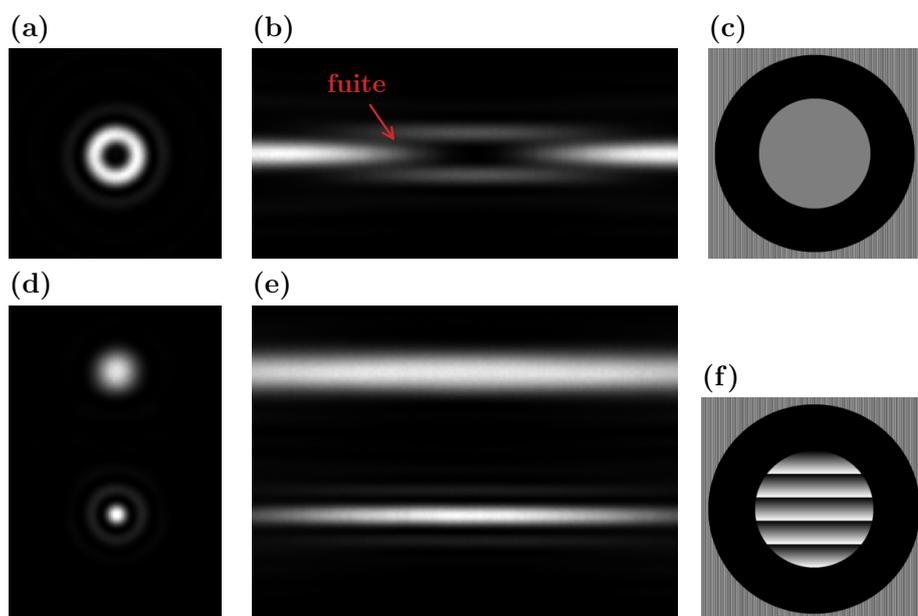


FIGURE 2.6 – (a), (b) Coupes respectivement radiale et axiale d'un BoB, obtenues dans les conditions de la figure (2.5a). La flèche rouge indique la fuite du BoB, point-col où la barrière de potentiel est la moins élevée et par lequel des atomes piégés sont en premier lieu capables de s'échapper si leur température le leur permet. (c) Masque de phase nécessaire à la fabrication des BoB. La teinte grise du disque central correspond à un déphasage de π . Le rayon de ce disque vaut $R_\pi = 3,35$ mm, la forme exacte du profil d'intensité incident est discutée dans l'annexe C.2. Les coupes (d) et (e) montrent les figures de diffraction obtenues avec ce masque. Les coupes axiales (b) et (e) sont obtenues en additionnant des différentes lentilles de Fresnel sur le SLM de manière à faire défiler le profil d'intensité par rapport au plan de la caméra. Afin d'obtenir de meilleures images, chaque tranche est recentrée latéralement par rapport à la précédente et son intensité est normalisée, rendant ainsi la qualité des coupes insensibles aux vibrations et aux fluctuations de puissance. (f) Masque de phase dans lequel un réseau échelette est superposé au disque central afin de séparer la lumière diffractée par le disque central de celle diffractée par l'anneau.

Afin de comprendre comment ce masque diffracte la lumière pour produire le BoB, nous avons séparé la figure de diffraction produite par l'anneau de celle produite par le disque central en ajoutant à ce dernier seulement un réseau en dents de scie. La figure (2.6f) représente ce masque de phase. Les deux taches de diffraction visibles en coupe sur la figure (2.6d) sont des taches de même intensité au centre, mais de taille différente : l'anneau contenant de plus grandes fréquences spatiales que le disque forme un point plus petit. Comme ces deux taches de diffraction sont en opposition de phase, elles interfèrent de manière destructive pour former l'anneau de lumière visible sur la figure (2.6a).

D'après les conclusions dégagées au paragraphe 2.1.3, le faisceau issu du disque, sous-tendu par une ouverture numérique moindre, a une longueur de Rayleigh plus grande que le faisceau issu de l'anneau. Selon la définition de la phase de Gouy (2.23), cela signifie que la phase du faisceau provenant de l'anneau varie plus rapidement en traversant le plan focal que celui provenant du disque. L'interférence ne reste donc pas destructive lorsque l'on s'écarte du plan. Ceci explique pourquoi le tube se referme de part et d'autre du plan focal, comme le montre la figure (2.6b). L'effet reste invisible tant que les deux faisceaux n'interfèrent pas, comme le montre la figure (2.6e).

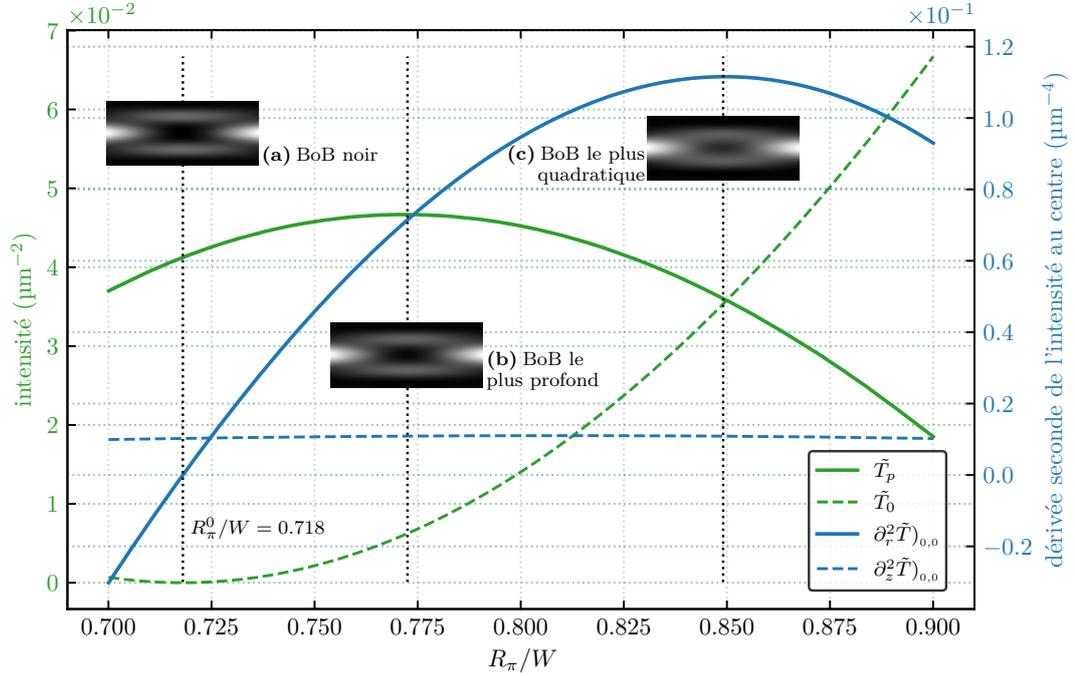


FIGURE 2.7 – Nous notons \mathcal{P} la puissance totale dans le BoB. L'intensité est normalisée par cette puissance $\tilde{T} = T/\mathcal{P}$. En vert, trait plein, la profondeur du BoB. En vert, trait pointillé, l'intensité au centre du BoB. En bleu, traits plein et pointillé, les dérivées secondes radiale et longitudinale respectivement de l'intensité au centre du BoB. L'abscisse exprime le rapport entre le rayon du disque dans le masque de phase et le col du faisceau incident. Le calcul du potentiel du BoB est effectué de manière analytique à partir du développement présenté dans l'annexe B.2. Outre le rayon du disque normalisé, les paramètres initiaux de ce calcul sont au nombre de trois. La longueur d'onde est imposée à $\lambda = 821$ nm, l'ouverture numérique effective à $1/e^2$ à $ON_e = 0,272$, et le rapport entre la pupille sur le SLM et le col à $P/W = 1,28$. Les profils (a), (b) et (c) sont calculés à partir de ces paramètres.

Pour que le centre du BoB soit parfaitement noir, il faut que l'interférence soit parfaitement destructive au centre du BoB, et donc que les intensités des faisceaux issus du disque et de l'anneau soient identiques. Cet équilibre est obtenu en choisissant correctement le rayon du disque dans le masque de phase. Si le masque de phase (2.6c) est éclairé par un faisceau gaussien de col W , pour que le BoB soit noir, le rayon du disque R_π^0 doit vérifier :

$$\frac{R_\pi^0}{W} = \sqrt{\ln\left(\frac{2}{1 + e^{-(P/W)^2}}\right)}, \quad (2.31)$$

avec P le rayon de la pupille à laquelle le faisceau est tronqué. Cette équation se déduit de l'expression du profil du BoB (B.6) présentée dans l'annexe B.2.

La figure (2.7) représente la profondeur T_p du BoB en fonction du rayon du disque. Cette profondeur est définie comme la différence entre l'intensité au niveau de la fuite T_{fuite} indiquée en rouge sur la figure (2.6b) et celle T_0 au centre du BoB : $T_p = T_{fuite} - T_0$. Nous constatons notamment que le BoB noir (2.7a) pour lequel $T_0 = 0$ n'est pas le BoB le plus profond (2.7b) qui maximise T_p .

Nous montrons dans l'annexe B.3 qu'un profil d'intensité creux, axisymétrique, se refermant dans les trois dimensions de l'espace, ne peut pas être à la fois parfaitement noir au centre et radialement quadratique, c'est-à-dire variant comme r^2 au centre. Plus précisément, l'intensité au voisinage du centre du profil est donnée par le développement :

$$T(r, z) = T_0 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{0,0} r^2 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right|_{0,0} z^2 + O(r^4) + O(r^2 z^2) + O(z^4), \quad (2.32)$$

avec comme contrainte :

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{0,0} \propto \sqrt{T_0}. \quad (2.33)$$

La figure (2.7) montre qu'un rayon du disque légèrement supérieur à R_π^0 permet d'obtenir un BoB radialement quadratique. Le centre du BoB n'est alors plus complètement noir. Lorsque la valeur du rayon du disque augmente, la courbure radiale du BoB passe par un maximum. Nous nommons le BoB correspondant (2.7c) : « BoB le plus quadratique ».

En conclusion, pour chacun des types de profils d'intensité creux étudiés — les modes de Laguerre-Gauss et les BoB — il existe un paramètre ajustable dans le masque de phase permettant l'ajustement de certaines propriétés géométriques. Dans le cas des modes de Laguerre-Gauss, le nombre m détermine la taille de l'anneau et la courbure radiale au centre. Dans le cas des BoB, le rayon du disque détermine la profondeur du BoB ainsi que l'intensité et ses dérivées secondes au centre du profil.

2.4 Fabrication de réseaux optiques

2.4.1 Somme d'ondes planes

Il est d'une importance capitale pour la suite d'être capable de piéger simultanément plusieurs atomes. Pour cela, il faut produire dans le plan de Fourier, non plus une seule tache de diffraction — faisceau gaussien, vortex optique, BoB — mais un ensemble de taches disposés suivant une géométrie arbitraire. Si $T(\mathbf{r}) = |F(\mathbf{r})|^2$ est le profil d'intensité d'une des taches, celui correspondant au réseau de taches de diffraction s'écrit :

$$T_{res}(\mathbf{r}) = \sum_p T(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p), \quad (2.34)$$

où r_p désigne les positions sur lesquelles on retrouve un exemplaire de la tache de diffraction. Nous supposons toujours que les profils d'intensité en chaque site p du réseau sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils sont suffisamment éloignés les uns des autres pour qu'ils n'interfèrent pas. À cette condition, nous pouvons écrire la même équation que précédemment pour le champ :

$$F_{res}(\mathbf{r}) = \sum_p e^{i\beta_p} F(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) = F(\mathbf{r}) \star A(\mathbf{r}), \quad (2.35)$$

avec A la somme de fonctions de Dirac correspondant au réseau optique :

$$A(\mathbf{r}) = \sum_p e^{i\beta_p} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p). \quad (2.36)$$

Notons que seule l'intensité importe ici. Les phases relatives β_p peuvent donc être quelconques.

Si nous savons produire par holographie un seul exemplaire du profil d'intensité $T(\mathbf{r})$ à partir d'un champ $E(\boldsymbol{\rho})$, le répliquer aux différentes positions \mathbf{r}_p signifie trouver $a(\boldsymbol{\rho})$ vérifiant $F_{res}(\mathbf{r}) = \mathcal{F}[a(\boldsymbol{\rho})E(\boldsymbol{\rho})]_{k\mathbf{r}/f}$ et donc :

$$\mathcal{F}[a(\boldsymbol{\rho})]_{k\mathbf{r}/f} = A(\mathbf{r}). \quad (2.37)$$

Le champ $a(\boldsymbol{\rho})$ est la transformée de Fourier inverse de $A(\mathbf{r})$ et s'écrit comme la somme d'ondes planes :

$$a(\boldsymbol{\rho}) = \sum_p e^{i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho} + i\beta_p}. \quad (2.38)$$

Malheureusement, cette somme d'exponentielles complexes n'est pas d'amplitude constante, il faudrait pouvoir moduler à la fois la phase et l'intensité pour obtenir le réseau optique, ce que n'est pas capable de faire un SLM. Il n'est donc pas possible d'utiliser cette solution pour fabriquer un réseau optique par holographie.

2.4.2 Algorithme de Gerchberg-Saxton (GS-R)

Pour contourner cette difficulté, nous cherchons une solution — éventuellement approchée — à l'équation (2.37), sous la forme :

$$a(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sum_p z_p e^{i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho}}}{\left| \sum_p z_p e^{i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho}} \right|}. \quad (2.39)$$

Ceci lui impose d'être d'amplitude constante égale à un. Les z_p sont des poids complexes à déterminer.

Il est peu probable qu'il existe une solution exacte et il n'a pas été trouvé dans la littérature de façon analytique de résoudre le problème. En revanche, il existe un algorithme itératif [57], de type Gerchberg-Saxton, permettant d'obtenir une solution approchée. Le terme « algorithme de Gerchberg-Saxton » peut désigner plusieurs algorithmes différents. Leur point commun est de chercher à résoudre une équation du type $\mathcal{F}[a] = A$ avec un ensemble de contraintes sur a et/ou A , et de mettre en œuvre pour cela un aller-retour itératif entre un espace direct et un espace de Fourier [56]. À chaque itération, les contraintes sur a et/ou sur A sont prises en compte en substituant une partie du résultat du calcul numérique — le plus souvent une intensité — par des valeurs de référence. Ici, nous imposons à $a(\boldsymbol{\rho})$ d'être de module un, et nous souhaitons trouver un ensemble de z_p qui maximise la somme des intensités diffractées aux points \mathbf{r}_p et minimise leur dispersion. Cet algorithme, que nous convenons d'appeler algorithme de Gerchberg-Saxton pour la génération de Réseaux (GS-R) est résumé dans la figure (2.8) et se déroule selon les étapes suivantes :

- (1) Les pondérations complexes $z_p^{(0)}$ sont initialisées avec un module de $|z_p^{(0)}| = 1$ et un argument uniformément distribué dans l'intervalle compris entre 0 et 2π .
- (2) À partir de ces poids $z_p^{(0)}$, nous calculons la somme pondérée d'ondes planes :

$$a^{(0)}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sum_p z_p^{(0)} e^{i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho}}}{\left| \sum_p z_p^{(0)} e^{i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho}} \right|}. \quad (2.40)$$

- (3) Nous évaluons le champ diffracté :

$$A_p^{(0)} = \int d\boldsymbol{\rho} a^{(0)}(\boldsymbol{\rho}) e^{-i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho}}, \quad (2.41)$$

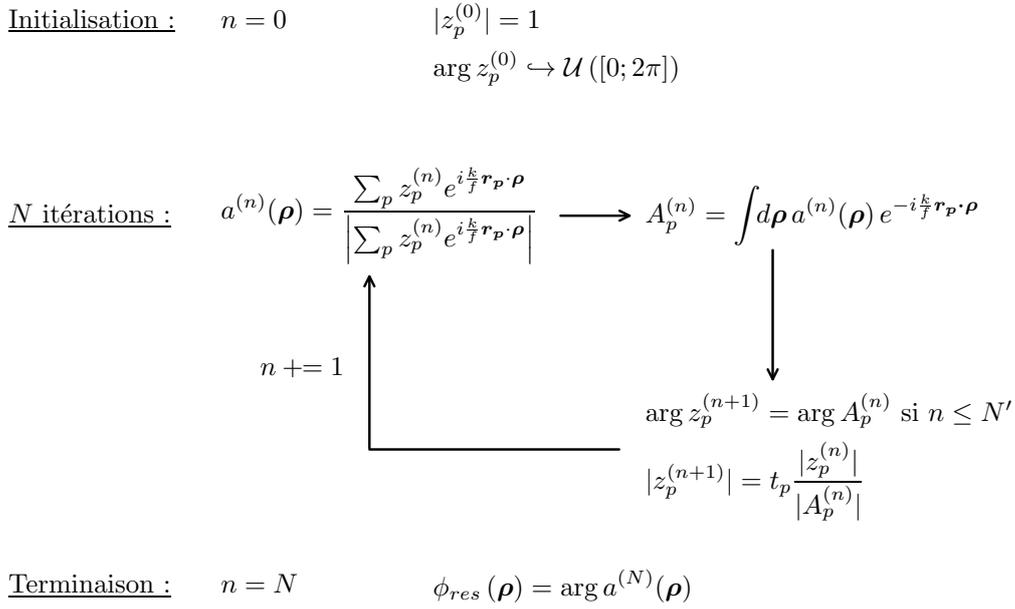


FIGURE 2.8 – Diagramme représentant l’algorithme de Gerchberg-Saxton appliqué à la génération de masques de phase de réseaux optiques (GS-R). La loi uniforme sur l’intervalle $[0; 2\pi]$ est noté $\mathcal{U}([0; 2\pi])$.

en chaque point \mathbf{r}_p où une onde plane se focalise. Notons que cela revient à effectuer une transformée de Fourier discrète en chaque point d’intérêt \mathbf{r}_p .

- (4) La valeur des poids complexes est alors mise à jour. Leur argument prend la valeur de celui de $A_p^{(0)}$ et nous divisons leur module par celui de $A_p^{(0)}$.

$$\begin{aligned} \arg z_p^{(1)} &= \arg A_p^{(0)}, \\ |z_p^{(1)}| &= t_p \frac{|z_p^{(0)}|}{|A_p^{(0)}|}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

On peut contrôler l’intensité de chaque site en ajoutant le facteur t_p si l’on ne souhaite pas que tous les sites aient la même intensité.

- (5) Nous répétons alors les étapes (2), (3), et (4) N fois. Au-delà de l’itération $N' < N$, l’argument de $z_p^{(n)}$ n’est plus mis à jour [107].
- (6) Lorsque la dernière itération est atteinte, le masque de phase du réseau optique $\phi_{res}(\boldsymbol{\rho})$ correspond à l’argument de $a^{(N)}(\boldsymbol{\rho})$.

Dans le cadre de l’holographie décrit par l’équation (2.25), il suffit alors d’ajouter le masque de phase du réseau $\phi_{res}(\boldsymbol{\rho})$ à celui $\phi(\boldsymbol{\rho})$ déterminant la forme d’une tache de diffraction pour obtenir le réseau de taches :

$$F_{res}(x, y, z) = \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi(\boldsymbol{\rho}) + i\phi_{res}(\boldsymbol{\rho}) - ikz \frac{\rho^2}{2f^2}} \right]_{kx/f, ky/f}. \quad (2.43)$$

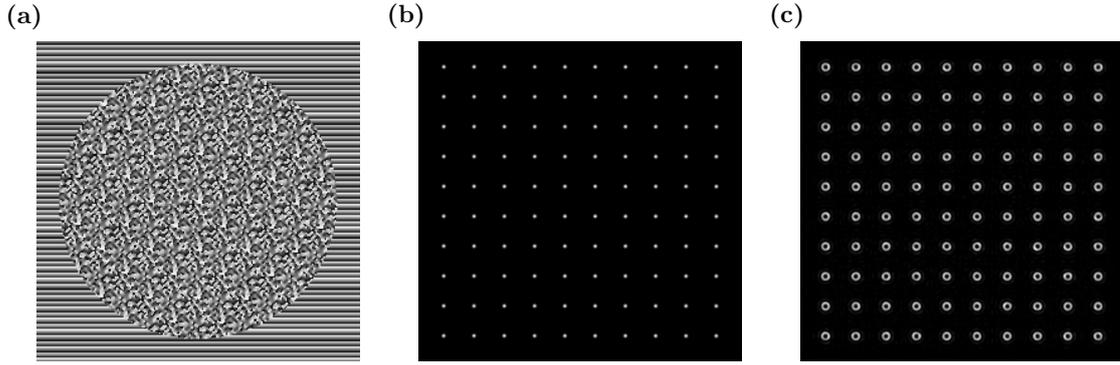


FIGURE 2.9 – Exemple d’un réseau optique de 10×10 sites séparés de $15 \mu\text{m}$ et obtenues avec $N = 100$ et $N' = 10$. **(a)** Masque de phase $\phi_{res}(\boldsymbol{\rho})$. **(b)** et **(c)** Images prises dans les conditions de la figure (2.5a), représentant deux réseaux optiques respectivement de faisceaux gaussiens et de BoB. Ces images ont été obtenues utilisant le processus d’homogénéisation décrit dans le paragraphe 2.5.4.

Un exemple de masque de phase $\phi_{res}(\boldsymbol{\rho})$ est représenté sur la figure (2.9a). Le temps nécessaire pour obtenir le masque de phase du réseau est de l’ordre de la seconde si l’algorithme est implémenté sur processeur graphique. Les figures (2.9b) et (2.9c) représentent respectivement un réseau de gaussiens et un réseau de BoB.

2.5 Limites physiques et conséquences

Pour terminer ce chapitre, nous allons examiner les limites théoriques et matérielles liées aux méthodes holographiques présentées précédemment. Notons que toutes les questions liées aux aberrations optiques seront traitées au chapitre suivant.

2.5.1 Limite de diffraction

Les caractéristiques du système optique étant fixées, en particulier la longueur d’onde λ et l’ouverture numérique ON , la limite de diffraction empêche d’obtenir des variations d’intensité sur des distances très inférieures à λ/ON , et cela quel que soit le masque de phase employé. Une façon plus quantitative d’écrire cette contrainte est de rappeler que la relation de transformée de Fourier entre les champs $E(\boldsymbol{\rho})$ et $F(\mathbf{r})$, respectivement dans le plan du SLM et dans le plan de Fourier, implique une relation de transformée de Fourier entre $I(\boldsymbol{\rho}) = |E(\boldsymbol{\rho})|^2$, l’intensité dans le plan du SLM, et $\Gamma_F(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \overline{F(\mathbf{r}')} F(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$, la fonction d’auto-corrélation du champ $F(\mathbf{r})$:

$$\Gamma_F(\mathbf{r}) = \mathcal{F}[I(\boldsymbol{\rho})]_{k_{\mathbf{r}}/f}. \quad (2.44)$$

En première approximation, le SLM laisse invariante l’intensité. L’auto-corrélation du champ $F(\mathbf{r})$ est fixée quel que soit le masque de phase. Le champ $F(\mathbf{r})$ est en moyenne contraint de varier spatialement à l’échelle de $w_0 \approx \lambda/ON$, ni plus vite, ni plus lentement. En moyenne sur la tache de diffraction, l’intensité ou bien la phase peuvent varier plus lentement que w_0 mais pas les deux. Aucune ne peut en revanche varier plus rapidement.

2.5.2 Limite de Shannon

Sur le SLM, la matrice de pixels échantillonne le masque de phase. D'après le critère de Shannon, il n'est pas possible d'échantillonner correctement une fréquence supérieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage. Ici, cette fréquence correspond à la succession des pixels, soit $1/\delta u$ avec δu la taille d'un pixel. La fréquence maximale sur le SLM se traduit dans le plan de Fourier en distance maximale à l'ordre zéro x_{max} , elle vaut $\frac{x_{max}}{\lambda f}$. La distance maximale à laquelle on peut faire diffracter de la lumière avec le SLM est de :

$$x_{max} = \frac{\lambda f}{2\delta u} \quad (2.45)$$

Par exemple, pour une longueur d'onde de $\lambda = 821$ nm, une lentille de focale $f = 16,3$ mm et une taille de pixel de $\delta u = 12,5$ μm , la limite de Shannon vaut $x_{max} = 535$ μm .

2.5.3 Limites du SLM

Modulation de l'intensité

En plus de déterminer la fréquence d'échantillonnage, l'extension spatiale des pixels transforme une modulation de phase continue quelconque $\phi_m(\boldsymbol{\rho})$, comprise entre 0 et 2π , en une fonction constante par morceaux $\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho})$. Chaque morceau, de largeur δu , est modélisé par la fonction $\Pi_{\delta u}(u, v) = \Pi(u/\delta u) \Pi(v/\delta u)$, avec $\Pi(u)$ la fonction porte de hauteur et de largeur unitaire, centrée en zéro. Cette fonction constitue la réponse impulsionnelle en phase idéale d'un SLM. Le masque de phase $\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho})$ réellement vu par la lumière s'écrit :

$$\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho}) = (\phi_m(\boldsymbol{\rho}) \times \text{III}_{\delta u}(\boldsymbol{\rho})) \star \Pi_{\delta u}(\boldsymbol{\rho}). \quad (2.46)$$

Les symboles \times et \star correspondent respectivement au produit usuel et au produit de convolution. La fonction⁴ $\text{III}_{\delta u}(u, v) = \sum_{p,q} \delta(u - p\delta u) \delta(v - q\delta u)$ est le peigne de Dirac 2D d'intervalle δu réalisant l'échantillonnage du masque $\phi_m(\boldsymbol{\rho})$ par la grille de pixels. En remarquant que $\text{III}_{\delta u}(\boldsymbol{\rho}) \star \Pi_{\delta u}(\boldsymbol{\rho}) = 1$, c'est-à-dire que les pixels pavent le plan du SLM, et que l'équation (2.46) décrit donc une situation où la valeur de la phase sur chaque pixel est constante et indépendante de celles de ses voisins, nous pouvons écrire :

$$e^{i\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho})} = \left(e^{i\phi_m(\boldsymbol{\rho})} \times \text{III}_{\delta u}(\boldsymbol{\rho}) \right) \star \Pi_{\delta u}(\boldsymbol{\rho}) \quad (2.47)$$

Le champ diffracté se calcule⁵ alors aisément à l'aide de l'équation (2.25) :

$$\begin{aligned} F(\mathbf{r}) &= \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho})} \right]_{k\mathbf{r}/f} \\ &= \left(\mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_m(\boldsymbol{\rho})} \right]_{k\mathbf{r}/f} \star \text{III}_{2x_{max}}(\mathbf{r}) \right) \times \mathcal{F} [\Pi_{\delta u}(\boldsymbol{\rho})]_{k\mathbf{r}/f}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

L'équation (2.48) met en évidence que l'ensemble de la figure de diffraction est modulé par une enveloppe de la forme $\mathcal{F} [\Pi_{\delta u}]_{kx/f, ky/f} = \text{sinc}(\pi x/x_{max}) \text{sinc}(\pi y/x_{max})$, faisant donc

4. Dans l'alphabet cyrillique, la lettre III se prononce [fa].

5. En toute rigueur, obtenir l'équation (2.48) nécessite de faire l'approximation $\sqrt{I} \times (X \star \Pi_{\delta u}) = (\sqrt{I} \times X) \star \Pi_{\delta u}$, c'est-à-dire d'assimiler l'intensité incidente sur chaque pixel du SLM à sa valeur au centre. L'intensité variant très peu à l'échelle d'un pixel, l'approximation est excellente.

diminuer l'efficacité de diffraction lorsque la distance à l'ordre zéro augmente. Si la réponse impulsionnelle en phase du SLM est quelconque et que la valeur de la phase sur un pixel dépend de celle sur les pixels voisins, on ne peut pas écrire l'équation (2.47) et le calcul n'est pas analytique. La conclusion qualitative reste cependant vraie : plus l'on cherche à éloigner un faisceau de l'ordre zéro du SLM en modulant sa phase à une fréquence spatiale élevée, plus l'efficacité de diffraction diminue, la puissance étant perdue dans d'autres ordres de diffraction.

Effet du couplage entre pixels : taches parasites

Si le SLM était idéal, chaque pixel induirait une modulation de phase homogène sur toute sa surface et la valeur de la phase d'un pixel serait indépendante de celles de ses voisins. C'est le cas que nous décrivons par l'équation (2.46). Nous pouvons cependant imaginer plusieurs mécanismes, en rapport avec le principe de fonctionnement des SLM détaillé au paragraphe 2.2.2, rendant la réponse d'un pixel inhomogène et interdépendante de celle de ses voisins. Nous pouvons notamment citer : un champ électrique qui déborde sur les pixels voisins, une conductivité non nulle de la couche de cristaux liquides ou encore une longueur de corrélation dans la phase de cristaux liquides de l'ordre de la taille d'un pixel. De fait, sans savoir précisément lequel de ces mécanismes est prépondérant, nous observons une telle interdépendance expérimentalement.

Dans l'hypothèse d'une réponse en phase linéaire du SLM, celle-ci peut être caractérisée par une réponse impulsionnelle $h(\boldsymbol{\rho})$ définie par :

$$\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho}) = (\phi_m(\boldsymbol{\rho}) \times \text{III}_{\delta u}(\boldsymbol{\rho})) \star h(\boldsymbol{\rho}). \quad (2.49)$$

La réponse impulsionnelle représente le masque de phase vu par l'onde réfléchiée par le SLM lorsque la phase est non nulle sur un unique pixel, en $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_0$, et vaut ϕ_m^0 . Ce masque s'écrit alors :

$$\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho}) = \phi_m^0 h(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0). \quad (2.50)$$

Bien que l'équation (2.47) ne se généralise pas à une réponse impulsionnelle quelconque, nous pouvons étudier analytiquement le cas particulier des faibles modulations de phase. Dans l'approximation $\phi_m(\boldsymbol{\rho}) \ll 2\pi$, l'équation (2.49) donne :

$$e^{i\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho})} \approx 1 + i (\phi_m(\boldsymbol{\rho}) \times \text{III}_{\delta u}(\boldsymbol{\rho})) \star h(\boldsymbol{\rho}). \quad (2.51)$$

Le champ diffracté s'écrit⁶, d'après l'équation (2.25) :

$$\begin{aligned} F(\mathbf{r}) &= \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_{opt}(\boldsymbol{\rho})} \right]_{kr/f} \\ &= \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} \right]_{kr/f} + i (F_m(\mathbf{r}) \star \text{III}_{2x_{max}}(\mathbf{r})) \times H(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (2.52)$$

avec $H(\mathbf{r}) = \mathcal{F} [h(\boldsymbol{\rho})]_{kr/f}$ la fonction de transfert associée à la réponse impulsionnelle $h(\boldsymbol{\rho})$ et $F_m(\mathbf{r}) = \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} \phi_m(\boldsymbol{\rho}) \right]_{kr/f}$. Le premier terme $\mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} \right]_{kr/f}$ correspond à la tache de diffraction obtenue en l'absence du réseau $\phi_m(\boldsymbol{\rho})$. Le second terme correspond à la figure de diffraction produite par ce réseau de faible amplitude. Dans ce terme, le facteur $F_m(\mathbf{r}) \star \text{III}_{2x_{max}}(\mathbf{r})$ est susceptible de faire apparaître du repliement de spectre lorsque $F_m(\mathbf{r})$ est non nulle en dehors de $[-x_{max}; x_{max}]^2$. N'étant pas rare que les masques de phase présentent des

6. La même approximation que pour l'équation (2.48) est utilisée.

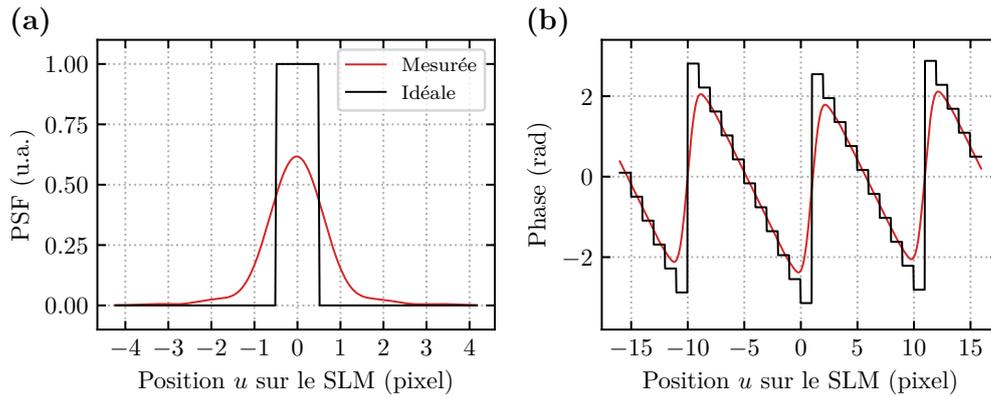


FIGURE 2.10 – (a) En noir, le profil carré d’un pixel idéal $\Pi_{\delta u}(u)$ mesurée. En rouge, la réponse impulsionnelle 1D $h_{1D}(u)$. (b) En noir, un réseau dent de scie 1D $\phi_m(u)$ échantillonné par une matrice de pixels idéaux $(\phi_m(u) \times \text{III}_{\delta u}(u)) \star \Pi_{\delta u}(u)$. En rouge, le même réseau convolué par la réponse impulsionnelle $(\phi_m(u) \times \text{III}_{\delta u}(u)) \star h_{1D}(u)$. La fréquence d’échantillonnage est 32 fois celle des pixels de manière à pouvoir correctement décrire les variations de phase à l’échelle sub-pixel.

discontinuités de phase, la transformée de Fourier $F_m(\mathbf{r})$ n’est en général pas nulle en dehors de $[-x_{max}; x_{max}]^2$ et on observe du repliement de spectre. En pratique, il se matérialise par l’apparition de taches parasites non désirées dans le plan de Fourier.

Il existe toutefois un cas limite théorique où le repliement de spectre n’a pas lieu : si $h(\boldsymbol{\rho}) = \Pi_{\delta u}(\boldsymbol{\rho})$, alors l’équation (2.47) est vérifiée et l’exponentielle complexe gomme exactement les discontinuités du masque de phase. Nous comprenons donc le rôle subtil de la réponse impulsionnelle $h(\boldsymbol{\rho})$ dans l’apparition de taches parasites : en arrondissant les sauts de phase entre 0 et 2π dans un masque de phase, elle empêche l’exponentielle complexe de les gommer complètement du point de vue de la lumière incidente. La lumière diffracte donc sur cet ensemble de sauts de phase produisant des taches parasites.

Nous avons mesuré la réponse impulsionnelle en une dimension $h_{1D}(u)$ à l’aide d’une méthode décrite dans l’annexe C.1. Elle est représentée sur la figure (2.10a) en rouge, superposée à celle du pixel idéal $\Pi_{\delta u}(\boldsymbol{\rho})$. La forme de la réponse impulsionnelle mesurée permet de se faire une idée de l’interdépendance des pixels. On constate que l’influence d’un pixel sur ses plus proches voisins est très forte, qu’elle resurgit à hauteur d’environ 5% de la valeur du pixel sur ses deuxièmes plus proches voisins et qu’elle est négligeable au-delà. Sur la figure (2.10b), nous convoluons un réseau dent de scie unidimensionnel par la réponse impulsionnelle $h_{1D}(u)$ que nous avons mesurée. Notons que le résultat de ce calcul est valide si la réponse en phase du SLM en phase est linéaire, ce que nous supposons mais que nous n’avons pas vérifié.

Chaque réseau est caractérisé par la position cible x_0 vers laquelle il fait diffracter la lumière. Les figures de diffraction unidimensionnelles $T_{x_0}(x)$ obtenues pour chaque réseau $\phi_m(u) = kx_0u/f [2\pi]$ sont représentées sur la figure (2.11a) et ont pour expression :

$$T_{x_0}(x) = \left| \mathcal{F} \left[\sqrt{I(u)} e^{i(\phi_m(u) \times \text{III}_{\delta u}(u)) \star h_{1D}(u)} \right]_{kx/f} \right|^2. \quad (2.53)$$

Lorsque le déplacement x_0 produit par le réseau est petit par rapport à la limite de Shannon, $x_0 \ll x_{max}$, l’ordre principal en $x = x_0$, matérialisé par la première bissectrice, est le seul présent. Lorsque x_0 augmente, il est moins intense au profit de l’ordre zéro, marqué par la

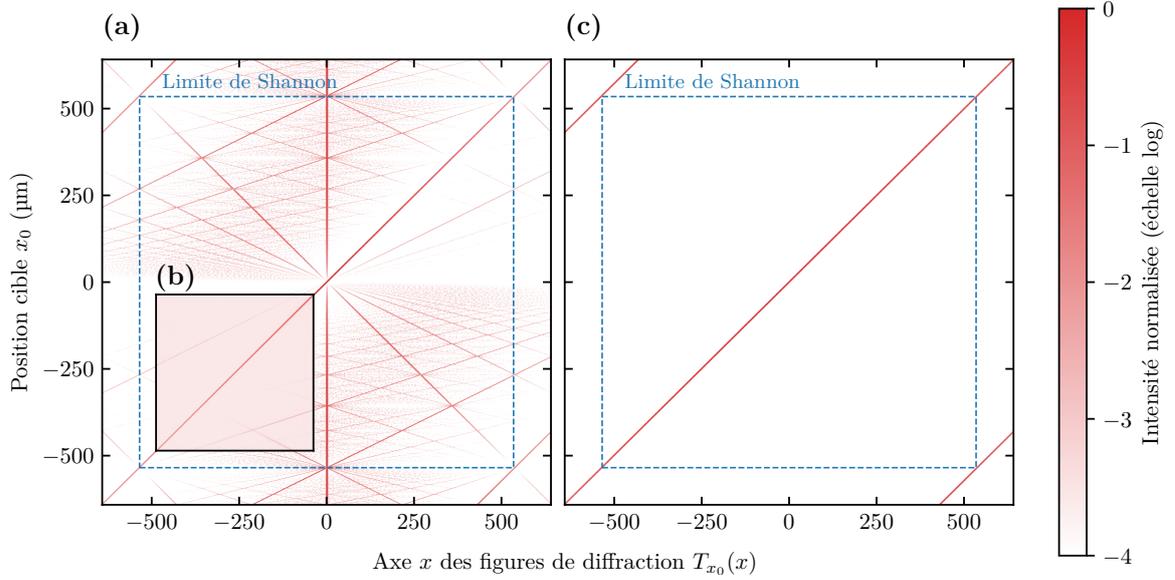


FIGURE 2.11 – (a) Chaque ligne horizontale représente la figure de diffraction calculée $T_{x_0}(x)$ du réseau permettant d’atteindre le point d’abscisse x_0 . (b) La même image obtenue expérimentalement en appliquant une série de réseaux échelonne sur le SLM. Notons que la caméra enregistre des images sur 12 bits. La plus petite valeur d’intensité mesurable est donc de l’ordre de $-3,6$ sur l’échelle logarithmique. (c) Simulation dans le cas où la réponse impulsionnelle est celle du pixel idéal : il n’y a plus de taches parasites, seuls les ordres de diffraction correspondant à $\text{III}_{2x_{max}}(\rho)$ demeurent, au-delà de la limite de Shannon.

ligne verticale au centre, et d’ordres parasites de part et d’autre de la première bissectrice. La zone telle que $x > x_0 > 0$, située entre cette bissectrice et l’horizontale, présente surtout des harmoniques de l’ordre principal. Sur toute la zone telle que $x_0 > x$ et $x_0 > 0$, du repliement de spectre apparaît. Lorsque $|x_0|$ atteint x_{max} , le critère de Shannon n’est plus vérifié, l’ordre principal réapparaît en $-x_{max}$. La figure (2.11b) correspond aux figures de diffraction réellement mesurées quand nous appliquons un réseau sur le SLM. La figure (2.11c) est une simulation, similaire à celle de la figure (2.11a), obtenue si la réponse impulsionnelle est celle du pixel idéal : le repliement de spectre à l’intérieur de la limite de Shannon disparaît, seuls les ordres de diffraction liés à l’échantillonnage subsistent.

Lors de la fabrication d’un réseau optique, chaque site est à l’origine d’un ensemble de taches parasites. Les taches correspondant à un site peuvent interférer avec le champ d’un autre site et le déformer. Ceci constitue une limite pour fabriquer des réseaux optiques de bonne qualité où les profils d’intensité au niveau de chaque site sont tous identiques. L’effet est d’autant plus important qu’il existe des sites éloignés de l’ordre zéro.

2.5.4 Homogénéisation de réseaux optiques

Lorsqu’il est affiché sur le SLM, le masque du réseau $\phi_{res}(\rho)$ produit une modulation de la phase sur le faisceau légèrement différente de celle calculée à cause de limites physiques intrinsèques au SLM discutées au paragraphe précédent. La conséquence sur le profil d’intensité est, d’une part, de moduler la puissance des sites en fonction de leur distance à l’ordre zéro du SLM et, d’autre part, de créer une dispersion aléatoire des puissances des sites. Le premier effet dépend seulement du SLM et non du masque de phase du réseau, le second dépend des détails du masque de phase du réseau $\phi_{res}(\rho)$, et en particulier du détail de la

position des sauts de phase entre 0 et 2π rad, visibles sur la figure (2.9a), lieux où l'effet de la réponse impulsionnelle est particulièrement marqué.

Pré-homogénéisation

Afin de quantifier l'effet de modulation par la fonction de transfert du SLM, la variation de la puissance dans chaque site en fonction de sa distance \mathbf{r} à l'ordre zéro est ajustée par la fonction :

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = \mathcal{H}_0 \left[e^{-\left(\frac{r}{\sigma x_{max}}\right)^\eta} - s_0 \right]^+, \quad (2.54)$$

inspirée de l'expression (C.4). Dans cette expression, $[]^+$ désigne la partie positive, \mathcal{H}_0 est une amplitude, η un exposant, s_0 un décalage et σ une largeur caractéristique, exprimée en fraction de la limite de Shannon x_{max} , définie par l'équation (2.45). Pour réaliser l'ajustement des paramètres \mathcal{H}_0 , η , s_0 et σ , nous enregistrons l'image d'un réseau optique quelconque à l'aide d'une caméra, afin d'explorer simultanément des positions \mathbf{r}_p et d'y mesurer les puissances m_p dans chaque site p du réseau. Le choix du réseau importe peu tant qu'il permet d'explorer un champ suffisamment grand de positions \mathbf{r} pour que l'ajustement soit précis. Les profils d'intensité des sites ayant tous la même forme, l'intensité en un point quelconque du profil centré en \mathbf{r}_p et la puissance dans le site p sont proportionnelles. Expérimentalement, il est plus précis de mesurer la puissance. Ces puissances sont mesurées en intégrant l'intensité sur un disque centré sur le site et de rayon inférieur ou égal à la moitié de la distance au plus proche voisin :

$$m_p = \int d\mathbf{r} \Pi_p(\mathbf{r}) T_{res}(\mathbf{r}), \quad (2.55)$$

avec $T_{res}(\mathbf{r})$ le profil d'intensité du réseau optique choisi pour la mesure, $\Pi_p(\mathbf{r})$ la fonction indicatrice du disque centré sur \mathbf{r}_p . Si les sites sont très distants les uns des autres, on a intérêt à réduire le rayon d'intégration pour éviter de moyennner du bruit. Des sites trop peu distants pourront quant à eux fausser la mesure.

Le résultat de cet ajustement est utilisé pour pré-compenser l'effet de la modulation. Au lieu de choisir des amplitudes cibles t_p toutes égales à un dans l'algorithme GS-R, nous choisissons donc :

$$t_p = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{H}(\mathbf{r}_p)}}. \quad (2.56)$$

Nous référerons à cette première étape de réduction de la dispersion des puissances par le terme pré-homogénéisation. La figure (2.12a) représente la puissance mesurée m_p en fonction de sa distance à l'ordre zéro r_p , l'ajustement par la fonction (2.54) et les puissances mesurées à l'issue de la pré-homogénéisation, dans le cas d'un réseau optique de $32 \times 32 = 1024$ sites répartis sur un carré de $465 \times 465 \mu\text{m}^2$.

Boucle de rétro-action

Dans un second temps, une minimisation de la dispersion résiduelle de puissance se fait à l'aide d'une boucle expérimentale de rétroaction. L'objectif est d'optimiser le masque de phase $\phi_{res}(\boldsymbol{\rho})$ d'un réseau optique donné pour qu'il compense les imperfections du SLM. À chaque itération q du processus, une image du réseau optique est enregistrée, on mesure les puissances m_p dans chaque site p suivant l'équation (2.55), on calcule alors une nouvelle

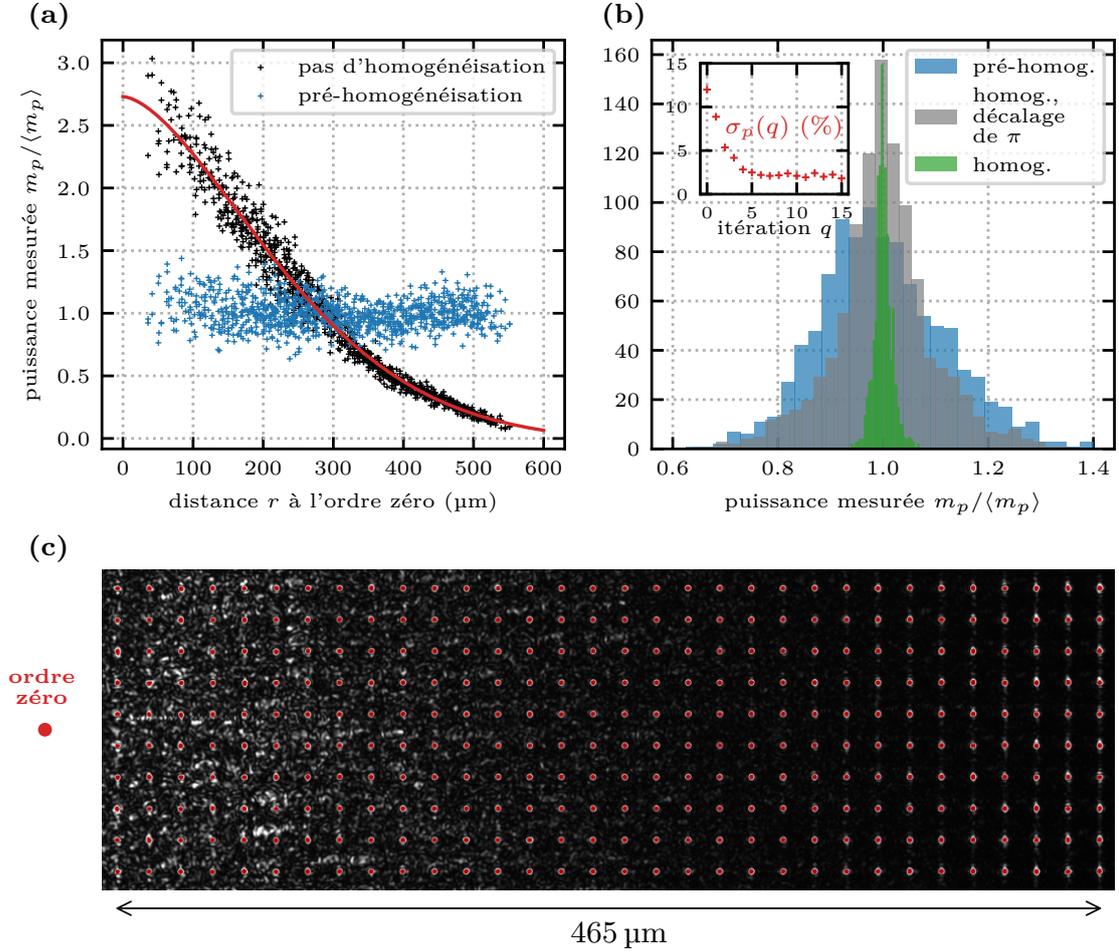


FIGURE 2.12 – Le réseau considéré compte $32 \times 32 = 1024$ sites répartis sur un carré de $465 \times 465 \mu\text{m}^2$. (a) Puissances mesurées normalisées par leur moyenne $m_p / \langle m_p \rangle$ exprimées en fonction de la distance du site à l'ordre zéro r_p . En noir, le cas où le réseau n'est pas homogénéisé, et en bleu, celui où il est pré-homogénéisé. En rouge, l'ajustement par la fonction (2.54), pour lequel nous trouvons : $\mathcal{H}_0 = 2,76$, $\eta = 1,63$, $\sigma = 0,533$ et $s_0 = 0,011$. (b) Histogrammes des puissances normalisées par leur moyenne après pré-homogénéisation, en bleu, après homogénéisation complète, en vert, et après homogénéisation complète puis ajout de π au masque de phase $\phi_{res}(\boldsymbol{\rho})$, en gris. La courbe en rouge représente l'écart-type des puissances σ_p en fonction de l'itération q . (c) Image prise dans les conditions de la figure (2.5a) d'une bande de 32×10 sites, occupant un champ de $465 \times 135 \mu\text{m}^2$. L'image est obtenue en surexposant la caméra d'un facteur 15 environ. Les gaussiens saturés sont coronographiés avec des pastilles rouges pour une meilleure visibilité.

amplitude cible $t_p^{(q+1)}$ suivant l'équation :

$$t_p^{(q+1)} = \frac{t_p^{(q)}}{1 + b \left(\frac{m_p}{\langle m_p \rangle_p} - 1 \right)}, \quad (2.57)$$

avec $\langle \rangle_p$ la moyenne sur les p sites et b un paramètre à ajuster pour obtenir une convergence rapide sans oscillation. Une valeur de $b = 0,5$ convient. La valeur des amplitudes cibles est initialisée à $t_p^{(0)} = 1/\sqrt{\mathcal{H}(\mathbf{r}_p)}$. Après calcul des nouvelles amplitudes cibles $t_p^{(q+1)}$, l'algorithme de Gerchberg-Saxton GS-R décrit dans la figure (2.8) est utilisé pour générer un nouveau masque de réseau. Une image du réseau optique obtenue avec ce nouveau masque est enregistrée. Le processus est alors itéré. Au-delà de la première utilisation de l'algorithme, $q = 0$, la valeur des arg $z_p^{(n)}$ est fixée quel que soit n . Seule la valeur des $|z_p^{(n)}|$ continue à être optimisée. La figure (2.12b) représente les histogrammes de puissances mesurées m_p avec seulement l'étape de pré-compensation et après homogénéisation complète avec la boucle de rétroaction itérée 15 fois. L'homogénéisation nécessite un temps de l'ordre de la minute. L'écart-type sur les puissances mesurées normalisées par leur moyenne vaut 1,7%.

Sur la figure (2.12b), l'histogramme en gris représente les puissances mesurées après homogénéisation complète du réseau optique, puis ajout de π au masque de phase $\phi_{res}(\boldsymbol{\rho})$ obtenu. Nous constatons que l'homogénéité des puissances est alors fortement dégradée, pour retrouver quasiment la dispersion avant homogénéisation. Ceci corrobore le fait que l'inhomogénéité des puissances dépend des détails du masque de phase et particulier des sauts de phase entre 0 et 2π rad. En effet, ajouter π au masque de phase revient à effacer l'intégralité des sauts de phase là où ils étaient présents, pour en ajouter partout où la phase valait π et où elle était donc lisse. Nous retiendrons qu'une fois l'homogénéisation du tableau opérée, tout ajout de masque de phase sur le SLM est néfaste pour l'homogénéité des puissances.

La figure (2.12c) est une image surexposée d'une bande horizontale de 10×20 sites. Nous constatons que, proche de l'ordre zéro, les sites sont baignés dans un halo de tavelures. Ces tavelures ont pour origine le repliement de spectre décrit au paragraphe 2.5.3 : les sites les plus éloignés de l'ordre zéro, à droite, engendrent des taches parasites plus proches de l'ordre zéro, qui interfèrent toutes ensemble pour former des tavelures. Leur intensité est d'autant plus grande qu'il a fallu augmenter t_p pour que les sites éloignés de l'ordre zéro soient aussi intenses que ceux proches. En interférant avec les sites proches de l'ordre zéro, les tavelures sont susceptibles de les déformer et gênent le processus d'homogénéisation. Les imperfections du SLM qui provoquent le repliement de spectre constitue donc une limite pour la réalisation de grands réseaux de pinces optiques. L'effet est particulièrement marqué dans le cas des réseaux de pinces optiques creuses, bien plus sensibles aux interférences que les pinces optiques gaussiennes.

Conclusion

Dans une première partie, nous avons montré comment le caractère propagatif des ondes est directement responsable du phénomène de diffraction. Une source quelconque peut être vue comme une collection de points sources secondaires, émettant des ondes sphériques, qui interfèrent au point de réception pour produire le champ diffracté. Lorsque la source est suffisamment éloignée du point de réception, les ondes sphériques issues de chaque point source arrivent localement planes. Il existe alors une relation de transformée de Fourier entre le champ sur la source et le champ situé au point de réception. En juxtaposant une lentille convergente à la source, un point de réception à l'infini est ramené dans le plan focal de la lentille, dit plan de Fourier. La relation de transformée de Fourier relie alors le champ sur la source au champ dans le plan de Fourier. Ceci constitue le résultat principal de l'optique de Fourier. Dans le cadre de la diffraction de Fresnel, nous sommes capables d'évaluer le champ dans les trois dimensions de l'espace, au voisinage du plan de Fourier. Les tailles typiques radiale et axiale du profil du champ diffracté sont uniquement déterminées par la longueur d'onde et l'ouverture numérique, mesurant la taille angulaire de la source vu depuis le plan de Fourier.

Cette relation de transformée de Fourier qui existe entre le plan de la lentille et le plan de Fourier est mise à profit dans les techniques holographiques où le front d'onde d'un faisceau est modulée dans le plan de la lentille, de sorte à obtenir le profil d'intensité escompté dans le plan de Fourier. En pratique, on module le front d'onde des faisceaux à l'aide d'un SLM, sur lequel on affiche un masque de phase. La lentille de Fourier est usuellement une lentille de grande ouverture numérique, capable de focaliser les faisceaux sur une taille de l'ordre de la longueur d'onde. Parmi les masques classiquement utilisés, nous avons cité le réseau en dents de scie qui produit des translations dans le plan de Fourier et la lentille de Fresnel qui produit des translations suivant l'axe optique, orthogonalement au plan de Fourier.

Nous avons présenté deux moyens de réaliser des pinces optiques creuses. Les modes de Laguerre-Gauss constituent le premier. Ce sont des tubes de lumière obtenus à l'aide d'un masque de phase en forme de vortex, où la phase tourne autour de l'axe optique un nombre entier de fois 2π . Ils réalisent des pièges en deux dimensions. Pour piéger en trois dimensions, nous avons recours aux BoB. Il s'agit de tubes de lumière fermés aux deux extrémités. On les fabrique à l'aide d'un masque de phase qui déphase de π le centre du faisceau par rapport à son bord. Pour chacune de ces catégories de piège creux, un degré de liberté dans le masque de phase permet de régler un certain nombre de propriétés géométriques du piège.

Afin de réaliser des réseaux de pinces optiques de forme quelconque, le principe consiste à multiplier le champ non diffracté correspondant à une seule pince optique par une somme discrète d'ondes planes, chacune se propageant jusqu'à un site du réseau. L'algorithme de Gerchberg-Saxton GS-R permet de calculer des approximations de somme d'ondes planes, en imposant à cette somme d'être d'amplitude constante. La modulation de phase correspondante peut alors être utilisée pour fabriquer un réseau optique par holographie.

Les figures de diffraction qu'il est possible d'obtenir par holographie sont limitées par plusieurs effets physiques. La limite de diffraction minore l'extension spatiale sur laquelle le profil d'intensité peut varier. Elle dépend uniquement de la longueur d'onde et de l'ouverture numérique de la lentille de Fourier. La limite de Shannon borne l'extension spatiale totale du

profil d'intensité dans le plan de Fourier. La déviation angulaire maximale atteignable avec un SLM est proportionnelle au rapport entre la longueur d'onde et la taille de ses pixels. L'extension spatiale des pixels réduit l'efficacité de diffraction lorsque la déviation angulaire augmente. La corrélation qui existe entre pixels adjacents est responsable de l'apparition de figures de diffraction parasites qui peuvent interférer avec la figure d'intérêt et la déformer. Ces deux effets relèvent des imperfections des SLM. Dans le cadre de la fabrication de réseaux optiques, il est possible de réduire l'effet de certaines de ces limitations du SLM en calculant un masque de phase qui compense leurs effets néfastes sur l'homogénéité des intensités des sites.

Chapitre 3

Techniques de correction d'aberrations

Les gens ont des étoiles qui ne sont pas les mêmes. Pour les uns, qui voyagent, les étoiles sont des guides. Pour d'autres, elles ne sont rien que de petites lumières. Pour d'autres, qui sont savants, elles sont des problèmes. Pour mon businessman, elles étaient de l'or. Mais toutes ces étoiles là se taisent. Toi, tu auras des étoiles comme personne n'en a... [...] Tu auras, toi, des étoiles qui savent rire !

— Saint-Exupéry, *Le Petit Prince*

Ce chapitre fait directement suite au précédent dans lequel nous avons présenté les méthodes holographiques permettant de réaliser des réseaux de pinces optiques gaussiennes ou creuses. Afin de fabriquer des pinces optiques de bonne qualité, c'est-à-dire dont le profil d'intensité est conforme à celui escompté, il est indispensable de supprimer drastiquement l'ensemble des aberrations qui seraient présentes dans le système optique. Rappelons que certaines des techniques de correction d'aberration qui font l'objet de ce chapitre ont déjà été utilisées pour réaliser les images de faisceaux optiques présentées dans le chapitre précédent.

Dans une première partie, nous allons définir ce que sont les aberrations géométriques, d'abord du point de vue de l'optique géométrique, puis de l'optique ondulatoire. Nous allons présenter un certain nombre d'outils mathématique utiles à la caractérisation des aberrations d'un système optique : rapport de Strehl, coefficients de Zernike, coefficients de Seidel... Nous détaillerons ensuite les techniques de corrections d'aberration nécessaires, d'abord pour obtenir une pince optique dépourvue d'aberrations, puis pour obtenir un réseau entier de pinces optiques dépourvues d'aberrations. Enfin, nous testerons les performances de ces méthodes sur un système optique constitué d'une simple lentille asphérique. Nous montrerons que les techniques présentées dans ce chapitre sont suffisamment efficaces pour réaliser, avec une seule lentille asphérique, des réseaux de pinces optiques micrométriques à la limite de la diffraction dans un champ de dimension millimétrique.

3.1 Éléments de théorie des aberrations

Dans ce chapitre, nous considérerons seulement les aberrations géométriques. La lumière utilisée dans notre expérience provenant, soit d'un laser, soit de la fluorescence atomique, elle est quasi monochromatique et ne donne pas lieu à des aberrations chromatiques.

3.1.1 Point de vue géométrique

La présence d'aberrations dans un système optique projetant une image sur un écran se manifeste par un floutage de cette image. Du point de vue de l'optique géométrique, cela signifie que l'image d'un point n'est pas un point mais une tache élargie : l'ensemble des rayons émergeant d'un point de l'objet ne convergent pas au même point dans le plan focal image. Si le point objet est à l'infini, la présence d'aberrations implique qu'un ensemble de rayons parallèles avant le système optique ne convergent pas au même point dans le plan focal image.

Par la suite, nous allons nous restreindre aux systèmes optiques centrés convergents, c'est-à-dire aux systèmes axisymétriques qui ont une distance focale¹ f positive. Le plus simple d'entre eux est la lentille mince convergente. Nous les utiliserons le plus souvent dans les conditions dans lesquelles ils font une image réelle d'un objet à l'infini comme représenté sur la figure (3.1).

Dans un système sans aberration, éclairé par un faisceau collimaté avec une incidence d'angle θ , chaque rayon intersectant le plan principal image à une hauteur u par rapport à l'axe optique dans le plan principal objet coupe le plan focal à une distance $x = f\theta$ de l'axe optique dans le plan focal image, indépendamment de u . En présence d'aberrations, le rayon de hauteur u coupe le plan focal légèrement à côté, à la position $x + \delta x(u)$. On décrit $\delta x(u)$ par un développement polynomial en u qui vérifie par convention $\delta x(0) = 0$. Il existe une catégorisation des aberrations en fonction du degré des termes contenus dans le développement de $\delta x(u)$. Par exemple, si $\delta x(u) \propto u^2$, on parle de coma : les rayons loin de l'axe optique coupent le plan focal au-dessus ou au-dessous du point de focalisation des rayons proches de l'axe, comme représenté sur la figure (3.1a). Si $\delta x(u) \propto u^3$, on parle d'aberration sphérique : les rayons loin de l'axe optique se focalisent plus près ou plus loin du système optique que ceux qui sont proches, comme représenté sur la figure (3.1b). Sur ces deux figures, nous voyons apparaître des caustiques caractéristiques de ces catégories d'aberrations.

3.1.2 Approximation eikonale : point de vue ondulatoire

Nous allons maintenant détailler comment cette vision géométrique des aberrations se traduit en terme d'optique ondulatoire. En supposant que la lumière est décrite, dans le plan principal image, par un champ $E(\boldsymbol{\rho}) = E_0(\boldsymbol{\rho})e^{-i\phi(\boldsymbol{\rho})}$ et que la longueur d'onde est petite devant l'extension spatiale du faisceau, c'est-à-dire que la variation de la phase est bien plus rapide que toutes les autres variations spatiales, l'équation de Helmholtz (2.2) se réduit au premier ordre à l'équation eikonale :

$$\|\nabla\phi(\boldsymbol{\rho})\|^2 = k^2 n^2(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.1)$$

avec $k = 2\pi/\lambda$ la norme du vecteur d'onde dans le vide et $n(\boldsymbol{\rho})$ l'indice de réfraction du milieu. On démontre par ailleurs [108] que la moyenne temporelle du vecteur de Poynting

1. Pour un système dont le milieu d'entrée et de sortie ont même indice de réfraction, comme ce sera toujours le cas par la suite, les distances focales objet et image sont égales et l'on parle de la distance focale.

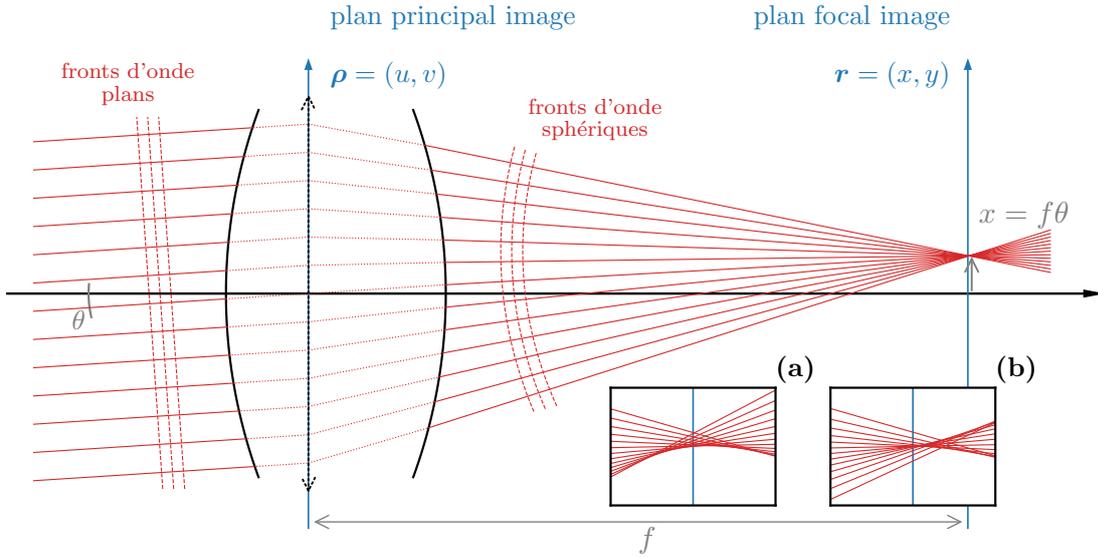


FIGURE 3.1 – Coupe d'un système optique centré convergent représenté avec son axe optique et son plan focal image, paramétré par la variable \mathbf{r} . Son plan principal image est paramétré par la variable $\boldsymbol{\rho}$. Il produit une image sans aberration d'un point à l'infini. Le prolongement des rayons en pointillés correspond au cas où le système se résume à une seule lentille mince, représentée elle aussi en pointillés. Les plans principaux objet et image sont alors confondus avec le plan de la lentille. (a) Zone autour du point focal lorsque le système présente de la coma : les rayons loin de l'axe optique convergent plus haut que ceux proches de l'axe. (b) Zone autour du point focal lorsque le système présente de l'aberration sphérique : les rayons loin de l'axe optique convergent plus loin du système que ceux proches de l'axe.

$\langle \boldsymbol{\pi} \rangle(\boldsymbol{\rho})$, qui quantifie le flux d'énergie électromagnétique, est reliée au gradient de la phase par l'équation :

$$\nabla \phi(\boldsymbol{\rho}) = k n(\boldsymbol{\rho}) \frac{\langle \boldsymbol{\pi} \rangle(\boldsymbol{\rho})}{v \langle e_{em} \rangle(\boldsymbol{\rho})}, \quad (3.2)$$

avec v la célérité de l'onde dans le milieu et $\langle e_{em} \rangle(\boldsymbol{\rho})$ la densité moyenne d'énergie électromagnétique. En identifiant la direction du vecteur de Poynting à celle du rayon lumineux de l'optique géométrique, nous pouvons définir un vecteur unitaire local $\mathbf{s}(\boldsymbol{\rho})$ qui porte le rayon lumineux et faire ainsi le lien entre optique géométrique et optique ondulatoire. Ce vecteur est défini par :

$$\nabla \phi(\boldsymbol{\rho}) = k n(\boldsymbol{\rho}) \mathbf{s}(\boldsymbol{\rho}). \quad (3.3)$$

La quantité $\mathbf{k}(\boldsymbol{\rho}) = k n(\boldsymbol{\rho}) \mathbf{s}(\boldsymbol{\rho})$ représente le vecteur d'onde local de l'onde.

Les rayons géométriques sont les courbes paramétriques $\mathcal{C} : s \mapsto \boldsymbol{\rho}_s$ telles que $d\boldsymbol{\rho}_s = \mathbf{s}(s) ds$. La variable s représente la distance parcourue par le rayon. À partir de l'équation (3.3), on montre que ces courbes vérifient l'équation différentielle :

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\boldsymbol{\rho}_s}{ds} \right) = \nabla n. \quad (3.4)$$

En particulier, on vérifie que, dans un milieu d'indice constant, les rayons lumineux sont des segments de droites $\boldsymbol{\rho}_s = s\mathbf{s}_0 + \boldsymbol{\rho}_0$. Les lois de la réfraction et de la réflexion sont également

comprises dans l'équation (3.4). Le long d'un rayon lumineux quelconque, la phase s'accumule suivant l'équation :

$$\phi(\boldsymbol{\rho}_s) = \phi(\boldsymbol{\rho}_0) + k \int_0^s n(s') ds'. \quad (3.5)$$

L'intégrale $\int_0^s n(s') ds'$ est nommée chemin optique.

Les surfaces d'onde ou fronts d'onde géométriques, caractérisées par :

$$\phi(\boldsymbol{\rho}) = \phi_0, \quad (3.6)$$

où ϕ_0 est une constante, sont les surfaces normales au vecteur $\mathbf{s}(\boldsymbol{\rho})$ en tout point. On exprime généralement ce front d'onde, non pas par une équation du type (3.6), mais en fixant la variable $z = z_0$ et en décrivant les variations de $\phi(u, v, z_0)$ dans le plan correspondant. La carte du front d'onde $\phi(u, v)$ — indistinctement appelé front d'onde par la suite — est alors reliée aux composantes transverses du vecteur d'onde $\mathbf{k}(\boldsymbol{\rho})$:

$$\nabla_{\perp} \phi = \mathbf{k}_{\perp} \iff \begin{cases} \partial_u \phi = k_u \\ \partial_v \phi = k_v \end{cases}. \quad (3.7)$$

On choisit de préférence un plan $z = z_0$ où l'indice de réfraction est constant $n = n_0$. La norme du vecteur d'onde étant fixée, $\|\mathbf{k}(\boldsymbol{\rho})\| = \frac{2\pi n_0}{\lambda}$, ainsi que le sens de propagation, les deux composantes transverses k_u et k_v contiennent toute l'information sur la propagation, tout comme la carte du front d'onde $\phi(u, v)$. Avec l'équation (3.7), nous avons donc relié la direction locale du rayon lumineux, donnée par les composantes transverses du vecteur d'onde k_u et k_v , aux variations spatiales du front d'onde $\partial_u \phi$ et $\partial_v \phi$.

Comme le représente la figure (3.1) dans le plan $(u, v = 0, z)$, en l'absence d'aberrations, l'ensemble du faisceau converge en un unique point, où tous les rayons ont la même phase. Après le système optique, là où l'indice de réfraction est constant, les rayons sont des lignes droites. D'après l'équation (3.5), les fronts d'onde correspondants à une absence d'aberration sont des calottes sphériques centrées au point de convergence des rayons. Dans le cas limite du faisceau collimaté où ce point est à l'infini, le front d'onde dépourvu d'aberration est plan. C'est le cas pour le faisceau collimaté avant le système optique. En présence d'aberrations, le front d'onde n'est pas parfaitement sphérique ou parfaitement plan. Dans la vision géométrique des aberrations, le rayon de hauteur u dans le plan principal image intersecte le plan focal à une distance $\delta x(u)$ du point focal théorique sans aberrations. En terme d'optique ondulatoire, les aberrations se décrivent comme une distorsion du front d'onde $\delta\phi(u)$ par rapport au front d'onde idéal sphérique ou plan. Ces deux descriptions sont équivalentes dans l'approximation eikonale et la déviation du faisceau géométrique $\delta x(u)$ est relié à la variation locale du front d'onde distordu par :

$$\frac{d\delta\phi}{du} = \frac{2\pi n_0}{\lambda} \frac{\delta x(u)}{f}. \quad (3.8)$$

Cette équation traduit l'idée qu'une variation locale de la phase à la position u agit comme s'il existait localement un petit prisme qui dévie le rayon géométrique et l'empêche d'atteindre le point focal. Pour reprendre les exemples précédents, la coma correspond à une distorsion de phase cubique $\delta\phi_{coma}(u) \propto u^3$ et l'aberration sphérique à une distorsion quartique $\delta\phi_{sphérique}(u) \propto u^4$.

Pour conclure, les aberrations géométriques d'un système optique le rendent non stigmatique : tous les rayons issus d'un point ne se focalisent pas en un unique point mais forment une tache. Dans l'approximation eikonale, cet effet se traduit d'un point de vue ondulatoire en décrivant les aberrations d'un système par une distorsion du front d'onde $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$ par rapport à un front d'onde idéal sphérique ou plan. Cette description ondulatoire des aberrations géométriques les rend particulièrement aisées à incorporer dans un calcul d'optique de Fourier, de sorte à tenir à la fois compte de la diffraction et des aberrations.

3.1.3 Aberrations sur l'axe optique

Dans cette section, nous allons décrire le cas où le faisceau traversant le système optique reste parallèle à son axe optique. Les aberrations sont alors engendrées par des déformations non désirées des dioptries traversés par la lumière ou bien par de mauvais alignements. Nous supposons que l'on peut malgré tout définir un axe optique.

3.1.3.1 Additivité des distorsions du front d'onde

Dans la figure (3.1), nous avons arbitrairement choisi d'exprimer le front d'onde dans le plan principal image, paramétré par la variable $\boldsymbol{\rho}$. Nous allons nous demander si ce choix était le seul possible en évaluant l'effet de la propagation sur un front d'onde faiblement aberrant à travers un système optique. Dans la figure (3.2), nous considérons un front d'onde incident $\phi_i(\boldsymbol{\rho})$ exprimé dans le plan Π_i , transformé après le système optique en un front d'onde émergent $\phi_e(\boldsymbol{\rho}')$ exprimé dans le plan Π_e . Nous distordons maintenant légèrement le front d'onde incident pour obtenir à l'entrée du système le front d'onde $\phi_i(\boldsymbol{\rho}) + \delta\phi_i(\boldsymbol{\rho})$. Cela produit à la sortie du système une distorsion qui s'ajoute au front d'onde déjà émergent pour former le front d'onde total $\phi_e(\boldsymbol{\rho}') + \delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}')$.

Dans l'annexe B.4, nous calculons la distorsion du front d'onde émergent $\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}')$ obtenue dans l'approximation eikonale. Ces calculs restent valides tant que les rayons géométriques ne se « mélangent pas trop ». Au-delà le caractère ondulatoire de la lumière devient prépondérant et il est nécessaire de faire appel à la théorie de la diffraction pour décrire correctement le front d'onde. Concrètement, cela signifie que le calcul effectué dans l'annexe B.4 est valide loin de tout point focal. Dans ces conditions, les distorsions en sortie et en entrée sont reliées au premier ordre par :

$$\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}') = \delta\phi_i(\boldsymbol{\rho}) + \mathbf{J}(\phi_i; \boldsymbol{\rho}) \cdot \nabla\delta\phi_i(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.9)$$

avec $\mathbf{J}(\phi_i; \boldsymbol{\rho})$ un champ de vecteurs dépendant du front d'onde incident ϕ_i . Il résulte que, tant que la distorsion à l'entrée d'un système optique n'a pas de variations trop abruptes, elle se propage sans déformation, à l'exception d'une éventuelle homothétie de rapport m s'il existe un grandissement m entre les plans Π_i et Π_e . Les coordonnées entre les plans sont alors reliés par $\boldsymbol{\rho}' = m\boldsymbol{\rho}$ et les distorsions de phase par :

$$\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}') = \delta\phi_i(\boldsymbol{\rho}). \quad (3.10)$$

En conséquence, on peut choisir n'importe quel plan Π_0 paramétré par une variable $\boldsymbol{\rho}$ pour exprimer le front d'onde, tant que ce plan reste éloigné de tout point focal. La distorsion produite par chaque dioptrie du système optique peut alors être exprimée dans le plan Π_0 et sommée à celles des autres dioptries. Les aberrations du système optique sont ainsi caractérisées par une distorsion du front d'onde unique $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$, somme des contributions de

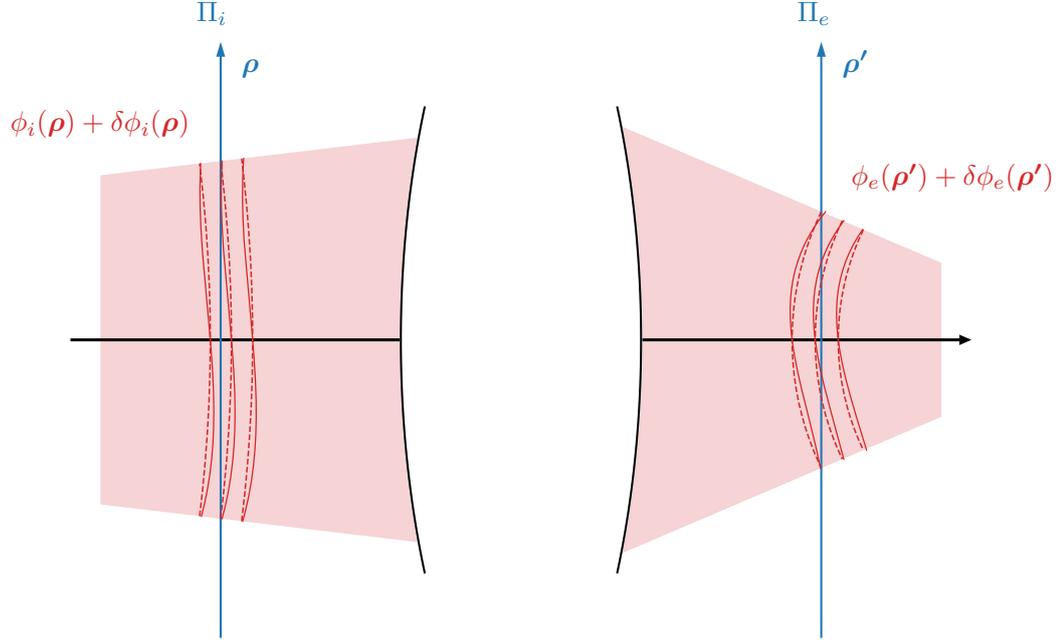


FIGURE 3.2 – Schéma représentant les fronts d'onde incident et émergent d'un système optique quelconque. En traits pointillés rouges, les fronts d'onde incident $\phi_i(\boldsymbol{\rho})$ et émergents $\phi_e(\boldsymbol{\rho}')$. En traits pleins rouges, les mêmes fronts d'onde auxquelles s'ajoutent respectivement les faibles distorsions $\delta\phi_i(\boldsymbol{\rho})$ et $\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}')$.

tous les dioptries. Elle s'ajoute à l'éventuelle distorsion de front incident $\delta\phi_i(\boldsymbol{\rho})$ pour donner la distorsion totale du front d'onde émergent :

$$\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}) = \delta\phi_i(\boldsymbol{\rho}) + \delta\phi(\boldsymbol{\rho}). \quad (3.11)$$

3.1.3.2 Rapport de Strehl

Nous avons déjà mentionné qu'en présence d'aberrations, l'image d'un point était une tache élargie. Ceci fournit un premier moyen de quantifier les aberrations produites par un système optique. Supposons que le système optique soit éclairé par une onde ayant un front d'onde plan perpendiculaire à l'axe optique et une intensité $I(\boldsymbol{\rho})$. La tache est alors située sur l'axe optique en $\mathbf{r} = 0$. On définit le *rapport de Strehl* comme le rapport S entre l'intensité maximale mesurée dans le plan focal $T_{exp}(\mathbf{r} = 0)$ et l'intensité théorique $T_{th}(\mathbf{r} = 0)$, qu'on mesurerait en l'absence d'aberration :

$$S = \frac{T_{exp}(\mathbf{r} = 0)}{T_{th}(\mathbf{r} = 0)}. \quad (3.12)$$

Ce rapport s'écrit, dans le cadre de l'optique de Fourier, par :

$$S = \frac{\left| \int d\boldsymbol{\rho} \sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\delta\phi(\boldsymbol{\rho})} \right|^2}{\left| \int d\boldsymbol{\rho} \sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} \right|^2}, \quad (3.13)$$

avec $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$ la distorsion du front d'onde causée par le système optique. En supposant qu'il y a peu d'aberration $|\delta\phi(\boldsymbol{\rho})| \ll 1$ et en se limitant au premier ordre non nul, le rapport de Strehl vaut :

$$S = 1 - (\Delta_I \delta\phi)^2. \quad (3.14)$$

$\Delta_I \delta\phi = \sqrt{\langle \delta\phi^2 \rangle_I - \langle \delta\phi \rangle_I^2}$ désigne la valeur quadratique moyenne de la distorsion de phase et $\langle \delta\phi \rangle_I = \left| \int d\boldsymbol{\rho} \sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} \delta\phi(\boldsymbol{\rho}) \right| / \left| \int d\boldsymbol{\rho} \sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} \right|$ la moyenne de la distorsion du front d'onde $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$, pondérée par l'amplitude associée à l'intensité $I(\boldsymbol{\rho})$. La mesure du rapport de Strehl fournit donc une mesure globale de la quantité d'aberrations dans un système.

Dans la littérature, les valeurs de rapport de Strehl sont le plus souvent fournies pour un profil d'intensité $I(\boldsymbol{\rho})$ « piston », c'est-à-dire constant sur un disque de rayon donné et nul en dehors. Le profil d'intensité $T_{th}(\mathbf{r})$ est alors une tache d'Airy. Il est d'usage de considérer qu'un système est limité par la diffraction si $S \geq 0,8$, ce qui correspond à une valeur quadratique moyenne de la phase de $\Delta \delta\phi = 0,45$ rad ou encore de $\lambda/14$, exprimée en terme chemin optique.

3.1.3.3 Polynômes de Zernike

Un second moyen, plus fin, pour caractériser les aberrations d'un système optique est la décomposition de la distorsion de phase $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$ qu'il produit sur la base des polynômes de Zernike. Le grand intérêt de cette décomposition est qu'elle permet de résumer l'essentiel de l'information sur un front d'onde en une liste de coefficients, qui est le plus souvent assez courte. Ces polynômes sont des fonctions de deux variables définies sur un disque de rayon P . Ils s'expriment en coordonnées polaires de la manière suivante :

$$\begin{aligned} Z_n^m(\tilde{\rho}, \varphi) &= \sqrt{\frac{2n+2}{1+\delta_{m,0}}} R_n^m(\tilde{\rho}) \cos(m\varphi), \\ Z_n^{-m}(\tilde{\rho}, \varphi) &= \sqrt{\frac{2n+2}{1+\delta_{m,0}}} R_n^m(\tilde{\rho}) \sin(m\varphi), \end{aligned} \quad (3.15)$$

avec $\tilde{\rho} = \rho/P$ et $\delta_{m,0}$ le symbole de Kronecker. Les indices radial n et azimutal m sont tels que $n \geq |m| \geq 0$ et ont même parité. R_n^m est un polynôme de degré dominant n [109].

La propriété principale des polynômes de Zernike est d'être orthogonaux sur le disque unité pour le produit scalaire suivant :

$$\frac{1}{\pi} \iint_{\tilde{\rho} \leq 1} \tilde{\rho} d\tilde{\rho} d\varphi Z_{n,m}(\tilde{\rho}, \varphi) Z_{n',m'}(\tilde{\rho}, \varphi) = \delta_{n,n'} \delta_{m,m'}. \quad (3.16)$$

Leur orthogonalité permet de décomposer facilement une distorsion de phase $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$ en une combinaison linéaire de polynômes, en trouvant les coefficients de Zernike $c_{n,m}$:

$$c_{n,m} = \frac{1}{\pi} \iint_{\tilde{\rho} \leq 1} \tilde{\rho} d\tilde{\rho} d\varphi Z_{n,m}(\tilde{\rho}, \varphi) \delta\phi(\tilde{\rho}, \varphi). \quad (3.17)$$

La distorsion de phase s'écrit alors :

$$\delta\phi(\rho, \varphi) = \sum_{n,m} c_{n,m} Z_{n,m}(\tilde{\rho}, \varphi). \quad (3.18)$$

Chaque polynôme de Zernike, à l'exception des quatre premiers reportés dans la table (3.1), correspond à un type d'aberration particulier avec une symétrie bien définie. À chaque famille de polynômes rassemblés autour d'une valeur de $|m|$ donnée, on attribue un nom. Les noms correspondant aux premières valeurs de $|m|$ sont présentés dans la table (3.2). D'après leur expression (3.15), chaque valeur de $|m|$ non nulle caractérise une invariance par antirotation d'angle $\pi/|m|$. Si $m = 0$, le polynôme est à symétrie de révolution. Les profils de quelques polynômes sont représentés sur la figure (3.3a).

Polynôme	Nom	Polaire	Cartésien	Effet
Z_0^0	Piston	1	1	aucun
Z_1^1	Tilt horizontal	$2\tilde{\rho} \cos(\varphi)$	$2\tilde{u}$	translation horizontale
Z_1^{-1}	Tilt vertical	$2\tilde{\rho} \sin(\varphi)$	$2\tilde{v}$	translation verticale
Z_2^0	Défoc	$\sqrt{3}(2\tilde{\rho}^2 - 1)$	$\sqrt{3}[2(\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2) - 1]$	trans. selon l'axe opt.

TABLE 3.1 – Premiers polynômes de Zernike, qui ne correspondent pas à des aberrations. La dernière colonne du tableau décrit l'effet produit sur un profil d'intensité quelconque. Nous notons $\tilde{u} = u/P$ et $\tilde{v} = v/P$.

$ m $	Type d'aberration	Ordre	Orientations	Premier polynôme	(j, s)
0	Aberration sphérique	$\frac{n-2}{2}$	\emptyset	$\sqrt{5}(6\tilde{\rho}^4 - 6\tilde{\rho}^2 + 1)$	(6,)
1	Coma	$\frac{n-1}{2}$	horizontale/verticale	$\sqrt{8}(3\tilde{\rho}^3 - 2\tilde{\rho}) \cos(\varphi)$	(4, +)
2	Astigmatisme	$\frac{n}{2}$	droit/oblique	$\sqrt{6}\tilde{\rho}^2 \cos(2\varphi)$	(3, +)
3	Tréfloïde	$\frac{n-1}{2}$	horizontal/vertical	$\sqrt{8}\tilde{\rho}^3 \cos(3\varphi)$	(5, +)
4	Quadrifloïde	$\frac{n-2}{2}$	droit/oblique	$\sqrt{10}\tilde{\rho}^4 \cos(4\varphi)$	(8, +)

TABLE 3.2 – Classification des polynômes de Zernike, accompagnés de l'exemple du polynôme du premier ordre pour lequel $m \geq 0$.

Au sein d'une même famille, les polynômes sont rangés par ordre croissant de n . La plus petite valeur de n possible correspond à une aberration du premier ordre, la deuxième plus petite au deuxième ordre et ainsi de suite. Pour chaque couple $(n, |m|)$ avec $m \neq 0$, il existe deux polynômes associés Z_n^m et Z_n^{-m} , on passe de l'un à l'autre par une rotation d'angle $\pi/(2|m|)$. Suivant leur axe de symétrie, ils sont qualifiés d'horizontal et de vertical si m est impair, ou de droit et d'oblique si m est pair. Par exemple, l'astigmatisme oblique du deuxième ordre correspond au polynôme Z_4^{-2} .

La notation à deux indices n et m étant peu pratique, plusieurs systèmes de notation dans lesquels chaque polynôme est repéré par un seul indice existent. Ici, nous allons utiliser un système ad hoc à deux indices (j, s) , qui trouvera tout son intérêt par la suite. L'indice j dénombre chaque couple $(n, |m|)$ et l'indice s vaut 0 s'il s'agit d'un polynôme à symétrie de révolution et $+1$ ou -1 s'il s'agit respectivement du polynôme horizontal ou droit, ou vertical ou oblique. Ces indices sont donnés par :

$$j = \frac{n^2 - \mathbb{1}_{\text{impair}}(n)}{4} + \frac{n + |m|}{2}, \quad (3.19)$$

$$s = \text{signe}(m),$$

avec $\mathbb{1}_{\text{impair}}(n)$ la fonction indicatrice des entiers impairs. Par la suite, nous omettrons l'indice s lorsqu'il est nul — si $m = 0$ — et nous remplacerons $s = \pm 1$ par $s = \pm$. Avec ce système d'indices, les polynômes de Zernike correspondent à des aberrations pour $j \geq 3$.

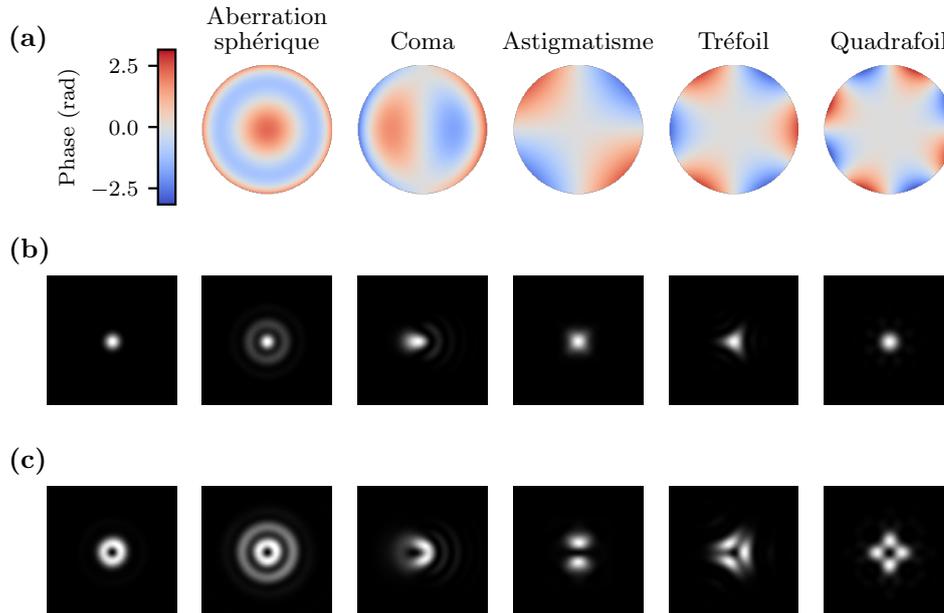


FIGURE 3.3 – (a) Masques de phase correspondant aux polynômes horizontaux ou oblique de premier ordre des cinq catégories d’aberration le plus utilisées. Dans chaque cas le coefficient de Zernike vaut $c_j = 1$ rad. (b), (c) Images prises à la caméra respectivement d’un faisceau gaussien et d’un mode de Laguerre-Gauss $LG_{0,m}$ déformé par ces masques.

L’avant dernière colonne de la table (3.2) donne l’expression du polynôme du premier ordre horizontal ou droit pour chaque type d’aberration. Notons que la coma a bien une variation à dominante cubique et l’aberration sphérique une variation à dominante quartique, comme nous l’avons mentionné précédemment. Les masques de phase correspondant à ces polynômes sont représentés sur la figure (3.3a). Nous reconnaissons immédiatement la symétrie caractéristique de chacun. Sur les figures (3.3b) et (3.3c), nous pouvons observer les déformations respectives du profil d’intensité d’un faisceau gaussien et d’un mode de Laguerre-Gauss $LG_{0,1}$ par les aberrations correspondant à ces polynômes. Nous constatons en particulier qu’à quantité d’aberration égale, le faisceau gaussien est bien moins déformé que l’anneau du mode de Laguerre-Gauss. Le BoB est lui aussi bien plus sensible aux aberrations que le faisceau gaussien.

Notons finalement qu’une fois connue la liste de ces coefficients, nous pouvons aisément calculer le rapport de Strehl à l’aide du théorème de Pythagore dans le cas du profil d’intensité plat :

$$S = 1 - \sum_{j \geq 3, s} (c_{j,s})^2. \quad (3.20)$$

Cette expression reste valide dans la limite où la somme des coefficients de Zernike reste petite devant 1.

Pour conclure cette partie, on peut caractériser les aberrations dans un système optique

par une distorsion du front d'onde $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$, où la variable $\boldsymbol{\rho}$ s'exprime dans un plan Π_0 , choisi de telle sorte que l'indice de réfraction y soit constant et qu'il soit suffisamment loin de tout plan focal. Cette distorsion est la somme de celles produites par chacun des dioptries qui composent le système. Un tel système peut être équivalent à un système idéal auquel on ajoute une lame de phase induisant une modulation de phase $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$ dans le plan Π_0 . Cette distorsion de phase peut être décrite par un unique nombre, le rapport de Strehl, qui caractérise l'étalement de la tache diffraction à cause des aberrations. Plus précisément, on peut également la décrire par une suite de coefficients de Zernike, chacun caractérisant la proportion d'un type d'aberration dans la distorsion de phase. Pour fixer les idées, nous avons choisi de considérer les aberrations sur l'axe optique du système. Ce choix assez naturel reste arbitraire. Les conclusions que nous venons de résumer restent vraies si l'on se donne un axe de référence différent de l'axe optique.

3.1.4 Aberrations du champ

Dans le cas général où un système optique est soumis à une distorsion du front d'onde incident $\delta\phi_i(\boldsymbol{\rho})$ de grande amplitude, comme par exemple un front d'onde qui arriverait sur le système fortement incliné, le développement (3.9) devient insuffisant. Le front d'onde émergent du système $\phi_e(\boldsymbol{\rho})$ ramené dans le plan Π_i , en réponse au front d'onde incident $\phi_i(\boldsymbol{\rho})$, est une fonction très complexe de ce dernier :

$$\phi_e(\boldsymbol{\rho}) = \Phi(\phi_i; \boldsymbol{\rho}). \quad (3.21)$$

Le calcul mené dans l'annexe B.4 laisse supposer qu'un développement de Φ en fonction de ϕ_i ferait apparaître des formes multilinéaires de $\nabla\phi_i$, ainsi que des fonctions d'autres opérateurs différentiels d'ordre supérieur à un du front d'onde incident. Il n'est donc pas question de calculer analytiquement la fonction Φ dans le cadre d'un système optique composé de multiples dioptries.

3.1.4.1 Point de fonctionnement, lucarnes, pupilles

Vu la complexité de la fonction de comportement Φ d'un système optique dans le cas général, on réalise habituellement l'étude de ces systèmes autour d'un point de fonctionnement, c'est-à-dire en fixant la position d'un point objet de référence et donc d'un point image de référence. Ceci fixe la courbure moyenne des fronts d'onde partout dans le système. Dans le cas des systèmes centrés, on choisit couramment de placer les points de référence objet et image sur l'axe optique du système.

Une fois le point de fonctionnement du système fixé, l'étude du système optique nécessite de définir proprement les plans dans lesquels les variables \boldsymbol{r} et $\boldsymbol{\rho}$ vont s'exprimer, ainsi que l'extension maximale que vont pouvoir explorer ces variables. Pour cela, nous distinguons deux types de diaphragmes à l'intérieur du système optique. Les diaphragmes de champ se situent dans un plan où le faisceau passe par un point focal, le plus limitant d'entre eux est le *diaphragme de champ* du système. On définit les *lucarnes* d'entrée et de sortie du système comme les images respectives de ce diaphragme par les optiques du système avant et après celui-ci. Elles délimitent donc les régions des plans objet et image conjugués par le système optique. En dehors, aucun rayon issu du plan objet ne peut complètement traverser le système pour atteindre le plan image. Ces lucarnes peuvent éventuellement se situer à l'infini.

Les diaphragmes d'ouverture se situent loin de tout plan où le faisceau se focalise, souvent là où il est collimaté. Ils limitent l'ouverture numérique du système, donc l'angle maximal

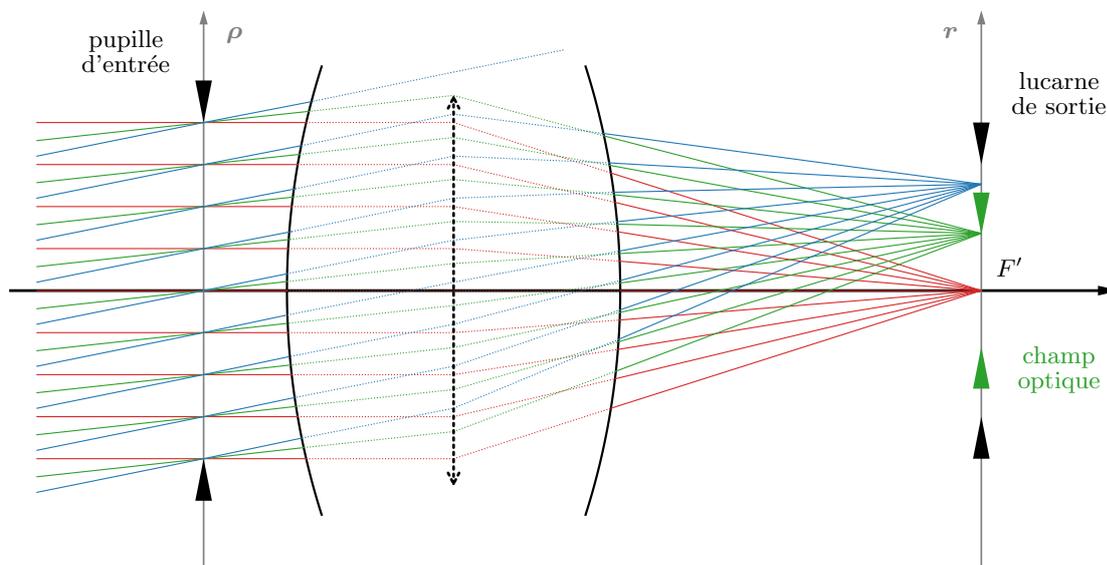


FIGURE 3.4 – Schéma représentant un système optique convergent faisant l'image d'un point à l'infini dans son plan focal. Le faisceau rouge provient d'un point situé sur l'axe optique et constitue le point de fonctionnement de ce système. La pupille d'entrée du système, dans laquelle la variable ρ s'exprime, limite l'ouverture numérique du système. En pointillés, nous représentons le cas simple où le système optique ne serait composé que d'une lentille mince, la position de la pupille d'entrée restant inchangée. Le faisceau vert est le faisceau le plus incliné qui puisse traverser le système sans être tronqué par le bord de la lentille. Il définit le champ optique du système. Le faisceau bleu est victime du phénomène de vignettage : une partie des rayons passe bien par la pupille d'entrée et donc par le diaphragme d'ouverture, mais un second diaphragme — le bord de la lentille — vient les couper.

avec lequel un rayon, émergeant du point objet sur l'axe optique, peut entrer et ressortir du système. Le plus limitant d'entre eux est le *diaphragme d'ouverture* du système. On définit les *pupilles* d'entrée et de sortie du système comme les images respectives du diaphragme d'ouverture par les optiques placées avant et après celui-ci.

Sur la figure (3.4), un système optique faisant l'image d'un point à l'infini est représenté avec sa pupille d'entrée et sa lucarne de sortie. La pupille d'entrée du système peut avoir plusieurs réalisations pratiques différentes. Il peut s'agir, comme nous l'avons défini, de l'image du diaphragme d'ouverture du système optique, situé à l'intérieur de celui-ci et non représenté sur la figure. Il peut aussi s'agir d'un diaphragme physiquement présent. Par définition, il constitue également le diaphragme d'ouverture du système. Dans le cas des méthodes holographiques utilisant un SLM, il s'agira de la pupille affichée à la surface du SLM, mentionnée au paragraphe 2.2.3, ou bien d'une de ses images effectuée par une partie du système optique. En général, la position du diaphragme de champ — et donc des pupilles d'entrée et de sortie — n'est pas accidentelle, mais choisie à dessein par le concepteur du système optique. Sa position jouera un grand rôle dans le comportement du système optique en terme d'aberrations de champ.

Nous constatons que lorsque les rayons incidents font un angle non nul avec l'axe optique, cet angle est centré en un point situé dans le plan de la pupille d'entrée. Le faisceau ne subit jamais de translation dans ce plan. C'est donc l'endroit privilégié pour exprimer les distorsions du front d'onde. La variable ρ décrit la position dans l'un ou l'autre de ces plans.

Lorsqu'un faisceau collimaté pénètre dans le système optique avec un angle d'incidence non nul, il peut arriver que certains rayons rencontrent un deuxième diaphragme d'ouverture. Le faisceau n'est alors plus limité par une ouverture circulaire mais par l'intersection de deux disques, ce qui produit une distorsion de l'image en plus de réduire son intensité. C'est le phénomène de vignettage. Il est illustré par le faisceau bleu sur la figure (3.4). Nous définissons le *champ optique* du système comme l'ensemble des points du plan focal objet, respectivement image, délimité par la lucarne d'entrée, respectivement de sortie, qui ne présentent pas de vignettage.

3.1.4.2 Aberrations de Seidel

Au paragraphe précédent, nous avons motivé l'intérêt qu'il y avait à fixer le point de fonctionnement d'un système optique, c'est-à-dire à fixer les positions des points objet et image de référence. Ce choix permet de définir les positions des pupilles d'entrée et de sortie du système et impose dans leur plan la courbure moyenne du front d'onde. Dans le cas du système faisant l'image d'un point objet à l'infini dans son plan focal image, que nous avons pris comme exemple, la courbure moyenne du front d'onde au niveau de la pupille d'entrée est nulle. Ici, nous allons étudier le comportement d'un tel système optique lorsqu'il s'écarte de son point de fonctionnement. Nous supposons que le point objet reste à l'infini, mais qu'il n'est plus nécessairement sur l'axe optique. Le front d'onde incident s'exprime alors :

$$\phi_i(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{k}_i \cdot \boldsymbol{\rho}, \quad (3.22)$$

avec \mathbf{k}_i le vecteur d'onde transverse caractérisant la direction moyenne de propagation de l'onde incidente jusqu'au point image situé à la position $\mathbf{r} = \frac{f}{k} \mathbf{k}_i$ dans le plan focal image. En première approximation, on peut considérer que la fonction Φ , qui caractérise le comportement du système, dépend seulement de la direction moyenne de propagation de l'onde et non de l'ensemble des détails du front d'onde incident :

$$\Phi(\phi_i; \boldsymbol{\rho}) \approx \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}). \quad (3.23)$$

On effectue alors un développement limité à l'ordre quatre de la fonction $\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$ en les variables \mathbf{r} , position du point image dans le plan focal image, et $\boldsymbol{\rho}$, qui paramétrise la pupille d'entrée :

$$\Phi = \Phi^{(0)} + \Phi^{(1)} + \Phi^{(2)} + \Phi^{(3)} + \Phi^{(4)}. \quad (3.24)$$

Le terme $\Phi^{(0)}$ est une constante qui peut être omise. Les termes d'ordre impair :

$$\Phi^{(1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\Phi}_1^{(1)} \cdot \mathbf{r} + \boldsymbol{\Phi}_2^{(1)} \cdot \boldsymbol{\rho}, \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \Phi^{(3)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = & \boldsymbol{\Phi}_1^{(3)} \cdot r r^2 + \boldsymbol{\Phi}_2^{(3)} \cdot \boldsymbol{\rho} r^2 + \boldsymbol{\Phi}_3^{(3)} \cdot \mathbf{r} (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}) \\ & + \boldsymbol{\Phi}_4^{(3)} \cdot \boldsymbol{\rho} (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}) + \boldsymbol{\Phi}_5^{(3)} \cdot r \rho^2 + \boldsymbol{\Phi}_6^{(3)} \cdot \boldsymbol{\rho} \rho^2, \end{aligned} \quad (3.26)$$

font apparaître des constantes vectorielles $\boldsymbol{\Phi}_j^{(1)}$ et $\boldsymbol{\Phi}_j^{(3)}$, constantes nécessairement nulles dans un système centré où aucune direction n'est privilégiée. Ces deux termes sont donc nuls. Dans l'expression :

$$\Phi^{(2)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \Phi_1^{(2)} r^2 + \Phi_2^{(2)} \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho} + \Phi_3^{(2)} \rho^2, \quad (3.27)$$

où les coefficients $\Phi_j^{(2)}$ sont des constantes scalaires, chaque terme correspond respectivement à un déphasage indépendant de $\boldsymbol{\rho}$, une translation radiale et une translation axiale. Le premier terme qui décrit des aberrations est celui du quatrième ordre :

$$\Phi^{(4)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = S \rho^4 + C \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho} \rho^2 + A (\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho})^2 + K r^2 \rho^2 + D r^2 \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho}. \quad (3.28)$$

Nous avons volontairement omis le terme en r^4 , déphasage qui ne correspond à aucune aberration. Les coefficients S , C , A , K et D sont les *coefficients de Seidel*². On les appelle respectivement aberration sphérique, coma, astigmatisme, courbure du champ et distorsion.

Le coefficient S d'aberration sphérique caractérise une variation quartique de la phase, dont l'amplitude est indépendante de la position du point image dans le champ. Lorsque ce point image s'écarte de l'axe optique d'une distance r , il apparaît une distorsion du front d'onde contenant de la coma proportionnellement à cette distance et au coefficient C , ainsi que de l'astigmatisme, proportionnellement au carré de cette distance et au coefficient A . Le terme de courbure du champ K désigne un défocus qui varie quadratiquement avec la position. Cela ne produit pas à proprement parler d'aberrations au sens où l'image d'un point reste une tache à la limite de diffraction. En revanche la tache est translatée suivant l'axe optique à mesure que le point s'en éloigne. En conséquence, le système n'est plus aplanétique : l'image d'un plan est un paraboloïde de révolution, centré sur l'axe optique, dont la courbure est donnée par K . Enfin, la distorsion D est une translation du point image non linéaire avec l'inclinaison du faisceau incident. On parle de distorsion en coussin ou en barillet suivant le signe de D .

Il est très important de noter que si certains de ces noms sont identiques à ceux des familles d'aberrations décrites au paragraphe 3.1.3.3, ils ne désignent pas les mêmes grandeurs physiques. Par exemple, le coefficient de coma $c_{4,+}$ au sens de Zernike se mesure en radian et représente le poids de la variation de phase en $Z_{4,+}(\rho, \varphi) = \sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos(\varphi)$ dans une distorsion du front d'onde donnée. Il permet de caractériser cette distorsion, peu importe son origine. Le coefficient de coma C au sens de Seidel représente la quantité de coma, caractérisée par une variation de phase en ρ^3 , produite par le système optique lorsque le point image s'écarte d'une quantité r de l'axe optique. Il se mesure donc en radian par mètre et est caractéristique d'un système optique donné.

Les coefficients de Seidel d'un système sont calculables [111] à partir des positions et des rayons de courbure des dioptries, ainsi que des indices de réfraction. Ils ne dépendent donc que des paramètres macroscopiques du système. Un dioptre légèrement déformé qui produirait des aberrations ne changera pas les coefficients de Seidel du système. En revanche, une utilisation du système autour d'un point de fonctionnement différent — par exemple ici en faisant l'image d'un objet placé à quelque distances focales f plutôt qu'à l'infini — changera complètement la valeur des coefficients. Enfin, notons qu'une fois le point de fonctionnement fixé dans un système et donc pour l'ensemble de ses sous-systèmes, chaque coefficient de Seidel est la somme des coefficients des sous-systèmes.

Dans la littérature, on se réfère souvent aux aberrations de Seidel décrites dans le développement (3.28) par *aberrations de troisième ordre*. Il s'agit d'un développement à l'ordre quatre du front d'onde mais, en termes de déviation de rayon lumineux, cela correspond à un développement à l'ordre trois. On peut également trouver mention des aberrations du cinquième et du septième ordre qui correspondent respectivement à l'ajout des termes $\Phi^{(6)}$ et $\Phi^{(8)}$ dans le développement. Notons que, contrairement aux aberrations du troisième ordre, les coefficients d'ordre plus élevés ne sont pas la somme de coefficients des sous-systèmes à point de fonctionnement fixé. En effet, l'additivité des termes de $\Phi^{(4)}$ n'est pas exacte et fait apparaître des résidus aux ordres suivants. Ceci complique donc nettement le calcul des coefficients d'ordre supérieurs.

2. Dans la référence [110], ils sont définis par : $\Phi^{(4)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = -\frac{1}{4}S\rho^4 + C\mathbf{r}\cdot\boldsymbol{\rho}\rho^2 - A(\mathbf{r}\cdot\boldsymbol{\rho})^2 - \frac{1}{2}K r^2\rho^2 + D r^2\mathbf{r}\cdot\boldsymbol{\rho}$ pour obtenir une expression plus simple lorsque, au lieu d'exprimer les aberrations par une distorsion de front d'onde, on les exprime comme une déviation de rayon.

3.1.4.3 Coefficients de Seidel modifiés

Nous allons maintenant introduire de nouveaux coefficients, que nous appelons *coefficients de Seidel modifiés*, dans le but de rendre le développement (3.28) plus facile à utiliser expérimentalement. Ce développement a la forme naturelle du développement polynomial d'une fonction de deux variables vectorielles. Cependant il présente plusieurs inconvénients pour une utilisation pratiques, dus au fait que les variations de phase décrites par chaque terme — par exemple $S\rho^4$ et $K\rho^2$ — ne forment pas une base de fonctions orthogonales. Premièrement, extraire ces variations d'un front d'onde est beaucoup plus compliqué numériquement que lorsqu'il suffit de faire un produit scalaire. Il faudrait avoir recours à un ajustement, ce qui est plus long, plus couteux et n'assure pas l'unicité du résultat. Deuxièmement, comme nous l'avons vu avec les polynômes de Zernike, l'orthogonalité assure — rigoureusement dans le cas d'un profil d'intensité plat — l'indépendance des effets de chaque terme.

Afin de remédier à ces inconvénients, nous introduisons des coefficients de Seidel modifiés, de sorte à faire intervenir dans le développement de Seidel non plus des puissances de ρ mais des polynômes de Zernike :

$$\begin{aligned}\Phi^{(4)}(\mathbf{r}, \rho) = & S' Z_6(\rho) \\ & + C' [x Z_{4,+}(\rho) + y Z_{4,-}(\rho)] \\ & + A' [(x^2 - y^2) Z_{3,+}(\rho) + 2xy Z_{3,-}(\rho)] \\ & + K'(x^2 + y^2) Z_2(\rho) \\ & + D' [(x^2 + y^2)x Z_{1,+}(\rho) + (x^2 + y^2)y Z_{1,-}(\rho)]\end{aligned}\quad (3.29)$$

Ces coefficients peuvent s'exprimer comme des combinaisons linéaires des coefficients de Seidel définis dans le développement (3.28). Notons que l'introduction des polynômes de Zernike oblige, du même coup, à utiliser des fonctions de $\mathbf{r} = (x, y)$ plus compliquées que de simples puissances. Plus généralement, nous pouvons écrire les termes d'ordres supérieurs ou égaux à quatre du développement de la fonction de comportement Φ d'un système optique centré quelconque sous la forme :

$$\delta\Phi(\mathbf{r}, \rho) = \sum_{\substack{j \geq 1, \pm \\ \nu \geq 1}} \mu_j^\nu P_{j,\pm}^\nu(\mathbf{r}) Z_{j,\pm}(\rho), \quad (3.30)$$

avec μ_j^ν les *coefficients de Seidel modifiés*. Les fonctions polynomiales $P_{j,\pm}^\nu(\mathbf{r})$ ont pour expression :

$$\begin{aligned}P_{j,+}^\nu(r, \theta) &= r^{2\nu - \mathbb{1}_{\text{impair}}(m)} \cos(m\theta), \\ P_{j,-}^\nu(r, \theta) &= r^{2\nu - \mathbb{1}_{\text{impair}}(m)} \sin(m\theta),\end{aligned}\quad (3.31)$$

de sorte à préserver la symétrie de révolution du système centré. L'entier m est l'indice azimutal associé au polynôme de Zernike $Z_{j,\pm}(\rho)$.

Lorsque le système n'est pas rigoureusement un système centré, il peut être utile de réintroduire le terme $\Phi^{(3)}$ du développement (3.24), ainsi que tous les termes impairs d'ordre supérieur, sous la forme de constantes vectorielles \mathbf{r}_j^ν dans les fonctions $P_{j,\pm}^\nu$. Afin de conserver la propriété $\delta\Phi(\mathbf{r} = 0, \rho) = 0$ qui assure que les coefficients de Seidel modifiés ne provoquent aucune aberration sur l'axe optique, nous introduisons de nouvelles fonctions polynomiales :

$$Q_{j,\pm}^\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j^\nu) = P_{j,\pm}^\nu(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j^\nu) - P_{j,\pm}^\nu(-\mathbf{r}_j^\nu). \quad (3.32)$$

Le développement (3.30) s'écrit alors :

$$\delta\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{\substack{j \geq 1, \pm \\ \nu \geq 1}} \mu_j^\nu Q_{j,\pm}^\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j^\nu) Z_{j,\pm}(\boldsymbol{\rho}) \quad (3.33)$$

En conclusion, le comportement d'un système optique en terme d'aberrations est caractérisé par deux types d'informations distincts. Le premier est la distorsion du front d'onde $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$ produite par le système sur un faisceau se propageant colinéairement à l'axe optique. On peut le quantifier à l'aide du rapport de Strehl qui mesure l'étalement de la tache de diffraction sous l'effet des aberrations, ou bien à l'aide d'une suite de coefficients de Zernike, en le projetant sur la base des polynômes de Zernike. Le second type d'information concerne la quantité d'aberration supplémentaire $\delta\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$, engendrée lorsque l'angle entre le faisceau et l'axe du système n'est pas nul, autrement dit lorsque l'on explore le champ optique du système. Les coefficients de Seidel modifiés μ_j^ν — accompagnés éventuellement des constantes \mathbf{r}_j^ν — déterminent pour chaque position dans le champ optique les coefficients de Zernike correspondant à la distorsion du front d'onde $\delta\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$. La distorsion du front d'onde $\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho})$, mesurable après un système optique, éclairé par un front d'onde incident $\phi_i(\boldsymbol{\rho}) = \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\rho} + \delta\phi_i(\boldsymbol{\rho})$, s'écrit donc :

$$\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}) = \delta\phi_i(\boldsymbol{\rho}) + \delta\phi(\boldsymbol{\rho}) + \delta\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}). \quad (3.34)$$

Si le terme $\delta\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$ est négligeable, la variable $\boldsymbol{\rho}$ peut s'exprimer dans n'importe quel plan où le faisceau reste peu focalisé. Sinon, elle s'exprime dans le plan de la pupille d'entrée ou de sortie du système.

3.2 Compensation d'aberrations sur l'axe optique

Nous nous intéressons dans un premier temps à la compensation des aberrations sur l'axe optique. Dans le but d'obtenir des profils d'intensité non distordus, il faut réduire au maximum la quantité d'aberration induite par le système optique. Il existe pour cela deux stratégies possibles : la conception optique et l'optique adaptative. La première consiste à dessiner un système optique de façon à réduire au maximum les aberrations produites. La seconde à utiliser une méthode holographique pour compenser les distorsions du front d'onde $\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$ causées par la propagation dans le système en appliquant — par exemple avec un SLM — une modulation de phase de compensation $\phi_c(\boldsymbol{\rho}) = -\delta\phi(\boldsymbol{\rho})$, de sorte à annuler la distorsion totale du front d'onde. La difficulté consiste alors déterminer le masque de phase exact qui compense les aberrations du système.

3.2.1 Dessin optique

Toutes les aberrations qui ne sont pas des aberrations sphériques apparaissent lorsque le système optique n'est pas rigoureusement à symétrie de révolution. Ceci peut être dû, soit à un désalignement, décentrement ou inclinaison des optiques, soit à des irrégularités des surfaces. Il convient donc en premier lieu d'utiliser des optiques de qualité et de réaliser des alignements soigneux.

Pour des raisons de facilité de fabrication, la grande majorité des lentilles disponibles commercialement sont composées de dioptries en forme de calottes sphériques. Tant que leurs

rayons de courbure sont suffisamment grands, elles produisent sur les fronts d'onde une modulation quadratique et les termes quartique et d'ordres supérieurs d'aberrations sphériques sont négligeables. Plus précisément, c'est la différence de courbure entre le front d'onde incident et le dioptré qui doit rester faible pour ne pas faire trop apparaître de terme quartique. Nous retiendrons donc deux règles empiriques utiles pour construire des systèmes optiques en limitant les aberrations sphériques. La première est la *répartition des angles* : il est préférable qu'un rayon fasse une succession de petits angles sur chacun des dioptrés qu'il traverse plutôt qu'une succession de très petits angles et d'un grand angle. La seconde est la *multiplication des dioptrés* : à condition de respecter la règle précédente, scinder en deux une lentille pour la remplacer par deux lentilles réduit les aberrations sphériques.

À titre d'illustration, nous donnons l'exemple d'une lentille bi-convexe en silice fondue, de focale $f = 75$ mm, utilisée en $2f-2f$ avec un diaphragme de 12 mm de diamètre au niveau de la lentille. Le rapport de Strehl dans ces conditions vaut $S = 0,67$. Si on la remplace par deux lentilles plano-convexes de focale $f = 150$ mm, juxtaposées par leur surface courbée, le rapport de Strehl augmente à $S = 0,97$.

Lorsque l'ouverture numérique est grande, typiquement supérieure à 0,1, les dioptrés sont trop courbés pour que les règles précédentes suffisent. Il existe alors deux stratégies de conception optique pour supprimer les aberrations sphériques. La première, à la fois la plus ancienne et la plus onéreuse, consiste à empiler jusqu'à plusieurs dizaines de lentilles sphériques, de caractéristiques bien choisies, de façon à annuler les aberrations sphériques produite par l'ensemble. C'est cette solution qui est mise en pratique dans les objectifs de microscope. Nous verrons ultérieurement qu'elle permet de surcroît de corriger les aberrations de champ ainsi que les aberrations chromatiques. La seconde méthode consiste à n'utiliser qu'une seule lentille, dite *asphérique*, et à usiner précisément au moins l'un de ses dioptrés, selon une géométrie préalablement calculée, de sorte à ne pas produire d'aberration sphérique.

3.2.2 Somme de Zernike

Lorsque les solutions pratiques évoquées au paragraphe précédent se sont montrées insuffisantes, on peut avoir recours à l'optique adaptative. Il faut donc mesurer la modulation de phase $\phi_c(\boldsymbol{\rho})$ à appliquer pour compenser les aberrations.

Dans ce but, une première idée consiste à chercher cette modulation sous la forme d'une somme de polynômes de Zernike :

$$\phi_c(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{j \geq 3, \pm} c'_{j, \pm} Z_{j, \pm}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}). \quad (3.35)$$

Lorsque cette modulation est imprimée au front d'onde, la phase de l'onde après avoir traversé le système optique aberrant vaut :

$$\phi_c(\boldsymbol{\rho}) + \delta\phi(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{j \geq 3, \pm} (c'_{j, \pm} + c_{j, \pm}) Z_{j, \pm}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}), \quad (3.36)$$

d'après l'équation (3.18). Si le système optique est éclairé par un profil d'intensité plat, le rapport de Strehl s'écrit selon l'équation (3.20) :

$$S = 1 - \sum_{j \geq 3} (c'_{j, \pm} + c_{j, \pm})^2. \quad (3.37)$$

La maximisation du rapport de Strehl — et donc la compensation des aberrations du système — est réalisée en mesurant le rapport de Strehl en fonction de chaque coefficient de Zernike

$c'_{j,\pm}$ et en gardant la valeur qui maximise S , et qui est égale à l'opposé du coefficient de la distorsion de phase du système :

$$\frac{\partial S}{\partial c'_{j,\pm}} = 0 \iff c'_{j,\pm} = -c_{j,\pm}. \quad (3.38)$$

En général, la donnée des premiers coefficients de Zernike $c'_{j,\pm}$ suffit pour obtenir un masque de compensation des aberrations $\phi_c(\boldsymbol{\rho})$ efficace.

La clé du succès de cette méthode repose sur l'orthogonalité des polynômes de Zernike, qui assure que la valeur optimale de chaque coefficient est indépendante de celle des autres. Lorsque le profil d'intensité $I(\boldsymbol{\rho})$ n'est pas plat, il faudrait en théorie effectuer plusieurs optimisations successives. Si le profil est à symétrie de révolution, deux polynômes d'indices m différents restent orthogonaux et l'optimisation successive n'est nécessaire qu'au sein d'une même famille d'aberrations, caractérisée par une valeur de m .

Il n'est pas nécessaire de mesurer exactement le rapport de Strehl. Une grandeur proportionnelle comme l'intensité maximale de la tache de diffraction suffit. Plus largement, n'importe quelle fonction monotone du rapport de Strehl convient.

3.2.3 Reconstruction du front d'onde

Il existe plusieurs manières de mesurer la phase d'une onde lumineuse sans avoir recours directement à l'holographie comme précédemment. Nous pouvons citer par exemple les méthodes interférométriques ou l'utilisation de capteur de type Shack-Hartmann [112]. Dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser un algorithme de reconstruction de phase [113]. Le principe consiste à mesurer une succession de tranches d'un profil d'intensité gaussien au voisinage du plan focal du système optique à l'aide d'une caméra. On utilise ensuite l'algorithme afin d'en déduire le front d'onde non diffracté qui a conduit à ce profil. L'idée sous-jacente est de contourner l'impossibilité de détecter la phase avec une caméra en mesurant suffisamment de figures de diffraction de Fresnel pour pouvoir remonter, de manière unique, au champ non diffracté qui les a générées. Il s'agit là encore d'un algorithme de type Gerchberg-Saxton, que nous convenons d'appeler algorithme de Gerchberg-Saxton pour la reconstruction de phase (GS-RP). Il se déroule de la façon suivante :

- (1) Préalablement à l'utilisation de l'algorithme, on prépare une série de N_j masques de phase de lentilles de Fresnel :

$$\Lambda_j(\boldsymbol{\rho}) = k \frac{\rho^2}{2f_j}, \quad (3.39)$$

avec f_j la focale de chaque lentille. Chaque masque est affiché sur le SLM et la figure de diffraction $T_j(\mathbf{r})$ obtenue dans le plan de Fourier est enregistrée à l'aide d'une caméra. Au lieu de déplacer la caméra pour enregistrer plusieurs tranches du profil d'intensité, nous déplaçons le profil par rapport au capteur de la caméra à l'aide du SLM.

- (2) L'algorithme débute de la façon suivante : le champ non diffracté à reconstruire est initialisé avec une intensité gaussienne tronquée $I^{(0)}(\boldsymbol{\rho}) = e^{-2\rho^2/W^2}$ et une phase nulle $\phi_c^{(0)}(\boldsymbol{\rho}) = 0$.
- (3) On ajoute alors les lentilles de Fresnel $\Lambda_j(\boldsymbol{\rho})$ à la phase $\phi_c^{(n)}(\boldsymbol{\rho})$ chacune à leur tour et on calcule la transformée de Fourier, de manière à obtenir les champs diffractés $A_j^{(n)}(\mathbf{r})e^{i\psi_j^{(n)}(\mathbf{r})}$.
- (4) On remplace alors l'amplitude calculée $A_j^{(n)}(\mathbf{r})$ par celle $\sqrt{T_j(\mathbf{r})}$ mesurée à l'étape (1).

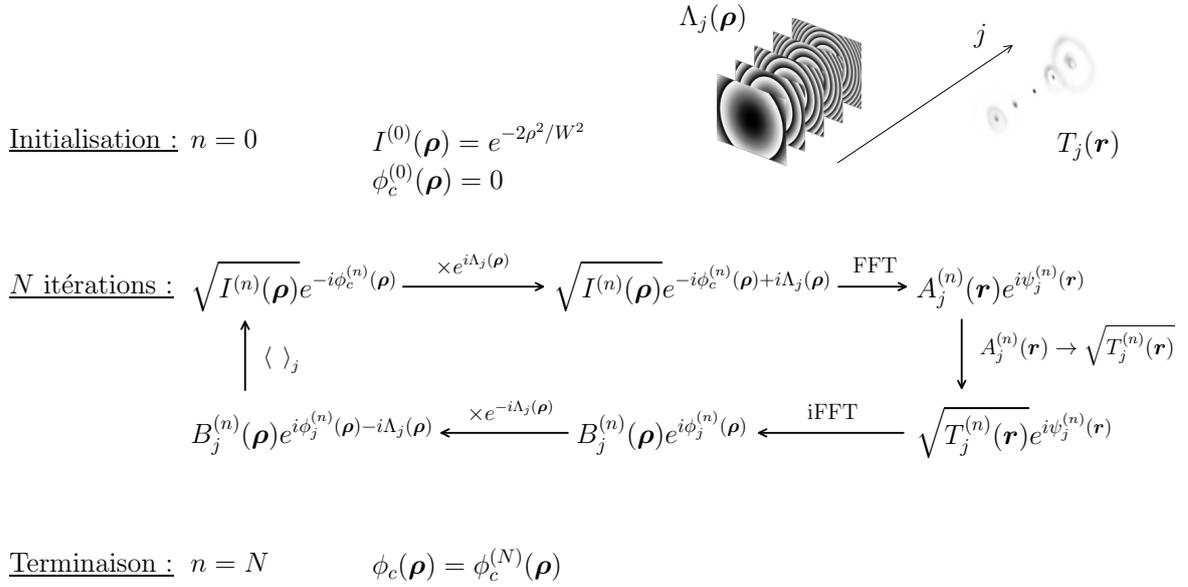


FIGURE 3.5 – Diagramme décrivant l'algorithme GS-RP.

- (5) On réalise ensuite les opérations inverses de l'étape (3) : on prend la transformée de Fourier inverse et on soustrait chaque lentille de Fresnel.
- (6) Les N_j occurrences du champ non diffracté $B_j^{(n)}(\boldsymbol{\rho}) e^{i\phi_j^{(n)}(\boldsymbol{\rho}) - i\Lambda_j(\boldsymbol{\rho})}$ obtenues sont alors moyennées pour donner le champ non diffracté qui initie l'itération suivante :

$$\sqrt{I^1(\boldsymbol{\rho})} e^{-i\phi_c^1(\boldsymbol{\rho})} = \left\langle B_j^{(n)}(\boldsymbol{\rho}) e^{i\phi_j^{(n)}(\boldsymbol{\rho}) - i\Lambda_j(\boldsymbol{\rho})} \right\rangle_j. \quad (3.40)$$

- (7) Les étapes (2) à (6) sont répétées jusqu'à l'itération N pour obtenir la modulation de phase $\phi_c(\boldsymbol{\rho}) = \phi_c^{(N)}(\boldsymbol{\rho})$ permettant de compenser les aberrations qui entachent les figures de diffraction $T_j(\mathbf{r})$.

Les figures (3.6a) et (3.6b) illustrent l'efficacité de la compensation d'aberration dans le cas de plusieurs types de faisceaux : gaussien, modes de Laguerre-Gauss et BoB. La figure (3.6c) représente le masque de phase de compensation $\phi_c(\boldsymbol{\rho})$ utilisé pour obtenir les figures (3.6b). La valeur moyenne quadratique de cette modulation de phase vaut $\Delta\phi = 1,49$ rad, soit environ $\lambda/4$ en unité de chemin optique. Les capacités de reconstruction de phase de l'algorithme ont été testées et les résultats sont présentés dans l'annexe D.1. Nous retiendrons que l'erreur de mesure de phase induite par l'algorithme, exprimée en valeur quadratique moyenne, se décompose en deux termes. Une erreur absolue de 5 mrad et une erreur relative de 2% par rapport à la valeur quadratique moyenne du front d'onde à compenser. Cela signifie qu'après compensation, les aberrations résiduelles ont une valeur moyenne quadratique de 35 mrad, soit $\lambda/180$ en unité de chemin optique. Ceci correspond à un rapport de Strehl de $S = 0,999$.

Pour résumer, avant de chercher à compenser les aberrations produites par un système sur son axe optique, il est préférable de commencer par les réduire avec un dessin optique et un alignement correct. Au-delà, on a recours à l'optique adaptative. Pour trouver la distorsion de phase qui compense exactement les aberrations du système, une première solution consiste à

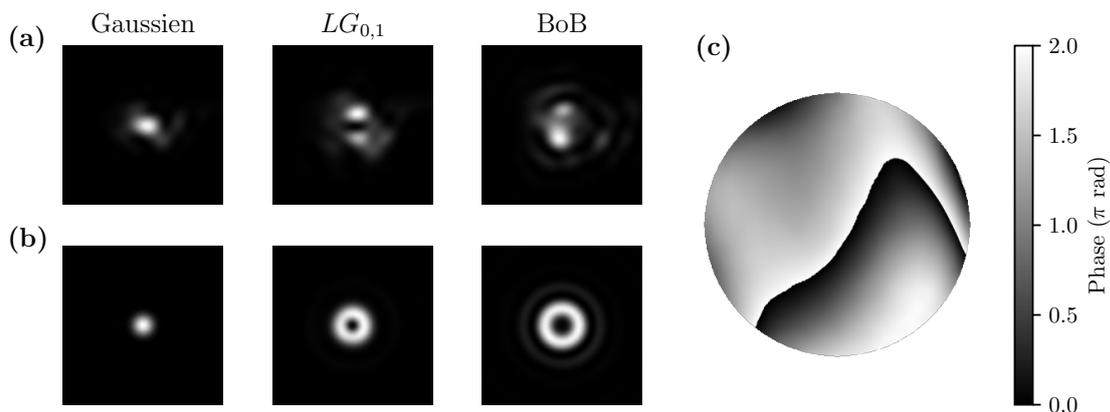


FIGURE 3.6 – (a) et (b) Figures de diffraction respectivement sans et avec correction d’aberration, enregistrée dans un dispositif similaire à celui de la figure (2.5), mais avec une focale de 750 mm. (c) Masque de phase de compensation $\phi_c(\boldsymbol{\rho})$.

afficher sur le SLM une somme de polynôme de Zernike et à optimiser chaque coefficient pour minimiser les aberrations. Une seconde solution consiste mesurer directement les aberrations du système optique à l’aide de l’algorithme de reconstruction de phase GS-RP.

3.3 Correction des aberrations de champ

Notons en préambule que corriger les aberrations partout dans le champ optique d’un système est une tâche bien plus ardue que de les compenser seulement sur l’axe optique. En effet, puisqu’elles dépendent de la position du champ considérée, aucun masque de phase $\phi_c(\boldsymbol{\rho})$ ajouté sur le SLM ne pourra simultanément les compenser en deux points du champ éloignés l’un de l’autre. Ceci constitue une forte limite à la réalisation de réseaux optiques de grande dimension.

3.3.1 Dessin optique

Lors de la conception d’un système optique, les règles de répartition des angles et de multiplications des dioptries énoncées précédemment restent souhaitables afin de réduire les aberrations de champ. Dans les systèmes de grande ouverture numérique, elles sont cependant très insuffisantes. La solution usuelle consiste à réaliser des empilements de lentilles, de sorte à se donner suffisamment de degrés de liberté pour annuler les premiers coefficients de Seidel du système. Il faut pour cela avoir recours à la simulation pour dessiner ces systèmes optiques. Parmi les logiciels disponibles, citons le logiciel Oslo dont il existe une version d’essai gratuite. Ce genre de dessins optiques complexes fait appel à une grande culture du domaine et est hors de propos ici.

Nous pouvons cependant donner quelques exemples de systèmes avantageux :

- Un système qui présente un plan de symétrie orthogonal à l’axe optique et qui est utilisé de sorte que ce plan soit aussi le plan de symétrie du faisceau ne produit pas de coma ni aucune aberration d’ordre impair.
- Deux lentilles plano-concaves identiques, accolées par leur dioptrie courbe, ne produisent pas d’astigmatisme si elles font l’image d’un point à l’infini et que la pupille d’entrée

est placée à $-f$ du doublet.

- En particulier, un télescope afocal de grandissement unitaire réalisé à l'aide de deux de ces doublets ne produit ni aberration impaire, ni astigmatisme. En revanche, il provoque de la courbure du champ d'après le théorème de Petzval [111]. C'est ce modèle de télescope qui est utilisé entre le SLM et la lentille de Fourier dans le cadre de tous nos montages holographiques.

3.3.2 Mesure des coefficients de Seidel modifiés

Il est possible de mesurer directement sur un système optique les coefficients de Seidel modifiés et donc de caractériser son champ optique. Pour cela, on mesure la distorsion du front d'onde engendrée par le système en différents points du champ optique. On calcule à partir de ces distorsions les coefficients de Zernike de la distorsion correspondant à chacun de ces points. On déduit de la variation des coefficients de Zernike avec la position les coefficients de Seidel modifiés.

En pratique, un SLM est placé dans le plan de la pupille d'entrée du système optique cible et une caméra observe son plan focal. Les étapes nécessaires pour effectuer cette mesure sont les suivantes :

- (1) Nous utilisons l'algorithme GS-RP et la méthode décrite au paragraphe 3.2.3 pour compenser les aberrations sur l'axe optique du système, à la fois celles produites par le système lui-même et celles du front d'onde incident avant le système. L'équation (3.34), qui décrit la réponse en phase d'un système optique, ne comporte donc plus que le terme contenant les coefficients de Seidel modifiés :

$$\delta\phi_e(\boldsymbol{\rho}) = \delta\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}). \quad (3.41)$$

- (2) Nous affichons successivement sur le SLM les réseaux en dent de scie $\phi_q(\boldsymbol{\rho}) = \frac{k}{f}\mathbf{r}_q \cdot \boldsymbol{\rho}$, de sorte à explorer le champ optique du système en générant un spot à chaque position \mathbf{r}_q . L'algorithme GS-RP permet alors de reconstruire la distorsion du front d'onde $\delta\Phi(\mathbf{r}_q, \boldsymbol{\rho})$ induite par le système.
- (2') Chacune de ces distorsions est ensuite décomposée sur la base de Zernike de manière à obtenir une liste de coefficients de Zernike pour chaque position \mathbf{r}_q dans le champ optique :

$$c_{j,\pm}(\mathbf{r}_q) = \frac{1}{\pi} \iint_{\rho \leq 1} d\boldsymbol{\rho} Z_{j,\pm}(\boldsymbol{\rho}) \delta\phi(\mathbf{r}_q, \boldsymbol{\rho}). \quad (3.42)$$

- (3) À la place des étapes (2) et (2'), il est possible d'utiliser la méthode décrite au paragraphe 3.2.2 afin de trouver directement les coefficients de Zernike $c_{j,\pm}(\mathbf{r}_q)$ comme nous l'avons décrit dans la référence [114].
- (4) Selon l'équation (3.33), les valeurs prises par chaque couple de coefficients $\{c_{j,+}(\mathbf{r}_q), c_{j,-}(\mathbf{r}_q)\}$ sont ensuite ajustées par le couple de fonctions :

$$\left\{ \sum_{\nu \geq 1} \mu_j^\nu Q_{j,+}^\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j^\nu), \sum_{\nu \geq 1} \mu_j^\nu Q_{j,-}^\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j^\nu) \right\}. \quad (3.43)$$

Ceci permet de déterminer les coefficients de Seidel modifiés μ_j^ν et les constantes \mathbf{r}_j^ν , et donc de caractériser le comportement du système en terme d'aberrations partout dans son champ optique.

Dans la plupart des cas pratiques, seuls les premiers coefficients de Seidel modifiés μ_j^1 sont nécessaires pour décrire correctement le système optique. On peut également se contenter dans la majorité des cas de considérer des polynômes de Zernike de coma et d'astigmatisme d'ordre un, et de défocus.

À défaut de les mesurer, les coefficients de Seidel modifiés, nouvellement définis ici, se déduisent de la même façon, par ajustement, en calculant les coefficients de Zernike correspondant pour diverses positions de la tache de diffraction dans le champ optique.

3.3.3 Réseau de pièges corrigé en champ

Une fois déterminés l'ensemble des coefficients de Seidel modifiés μ_j^ν , responsables d'une quantité d'aberration non négligeable, nous pouvons les utiliser dans le but de produire un réseau optique corrigé en champ. Pour cela, nous élaborons une variante de l'algorithme GS-R en remplaçant les ondes planes $e^{-i\alpha_p(\boldsymbol{\rho})}$ avec $\alpha_p(\boldsymbol{\rho}) = \frac{k}{f} \mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho}$ par des ondes planes auxquelles nous ajoutons des compensations d'aberrations adaptées à chaque position \mathbf{r}_p du piège :

$$\alpha_p(\boldsymbol{\rho}) = \frac{k}{f} \mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho} - \sum_{\substack{j \geq 1, \pm \\ \nu \geq 1}} \mu_j^\nu Q_{j,\pm}^\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j^\nu) Z_{j,\pm}(\boldsymbol{\rho}). \quad (3.44)$$

Le principe de ce nouvel algorithme est décrit dans la figure (3.7). Il est en tout point semblable à l'algorithme GS-R, déjà décrit en détail au paragraphe 2.4.2. Nous référerons à cet algorithme permettant de générer des réseaux optiques corrigés en champ par GS-RC. Notons que le fait que l'ajout du terme de compensation d'aberration dans l'expression des ondes planes $\alpha_p(\boldsymbol{\rho})$ préserve la capacité de l'algorithme à converger pour fournir un réseau optique de bonne qualité est tout à fait remarquable.

Nous pouvons utiliser cet algorithme pour simuler l'effet des aberrations de champ sur un réseau optique. La figure (3.8) représente l'effet de la coma et de l'astigmatisme d'un système centré sur un réseau de modes de Laguerre-Gauss $LG_{0,1}$.

En observant attentivement la figure (3.8c), nous remarquons que l'anneau central est déformé, alors que la quantité d'astigmatisme — et de toute autre aberration — devrait être rigoureusement nulle. Une analyse détaillée dans l'annexe D.2 montre que le champ non diffracté donnant lieu à ce vortex ne présente pas une intensité à symétrie de révolution. Ceci constitue une limite intrinsèque de l'algorithme GS-RC, qui était bien moins présente dans l'algorithme GS-R.

La procédure de mesure des coefficients de Seidel modifiés et l'algorithme permettant de les utiliser pour obtenir des réseaux optiques sans aberration ont fait l'objet d'une demande de brevet de notre part.

En conclusion, la correction des aberrations de champ est plus difficile à réaliser que la compensation des aberrations sur l'axe optique, où il suffit d'appliquer une modulation de phase unique pour obtenir un système parfait. Une première approche consiste à réaliser des dessins optiques parfois très complexes en empilant une série de dioptries afin de réduire simultanément chaque type d'aberration du champ. Nous avons mis au point une seconde méthode, basée sur l'holographie, qui consiste en premier lieu à déterminer les coefficients de Seidel modifiés, puis à les utiliser dans un algorithme de génération de réseau optique ad hoc.

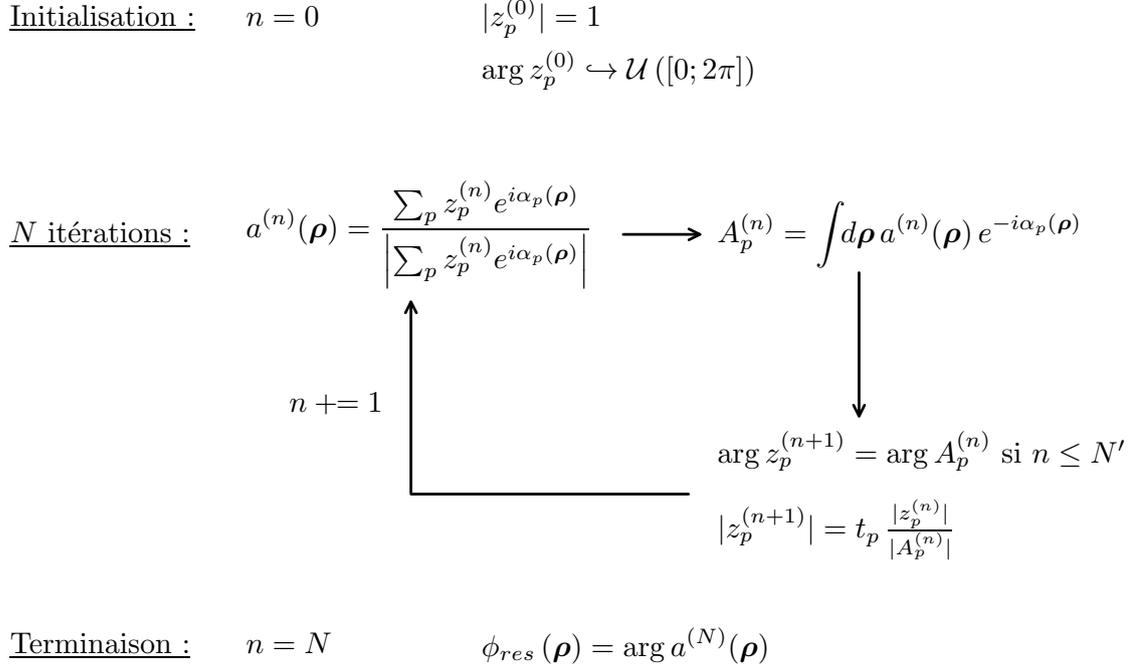
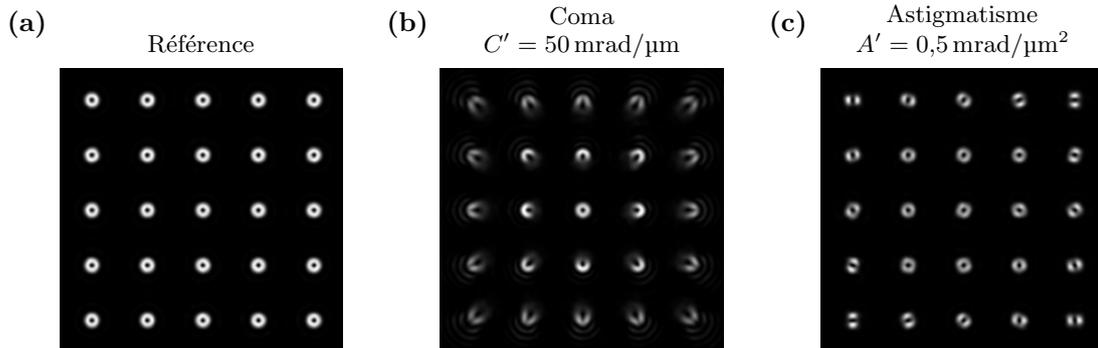


FIGURE 3.7 – Algorithme GS-RC dont le principe est déjà décrit dans la figure (2.8).

FIGURE 3.8 – Simulation numérique de réseaux optiques de 5×5 modes de Laguerre-Gauss $LG_{0,1}$. (a) Sans aberration du champ. (b) Avec $50 \text{ mrad}/\mu\text{m}$ de coma. (c) Avec $0,5 \text{ mrad}/\mu\text{m}^2$ d'astigmatisme. Les sites sont séparés de $12 \mu\text{m}$ et le col des faisceaux vaut $w_0 = 1,2 \mu\text{m}$.

3.4 Application : réseaux de pièges micrométriques

Nous allons maintenant mettre en œuvre les méthodes décrites précédemment pour fabriquer des réseaux optiques à l'aide d'une lentille commercialisée par Asphericon sous la référence AFL12-15-P-U-285. C'est une lentille en silice fondue optimisée dans l'ultraviolet à $\lambda = 285$ nm, d'ouverture numérique nominale $ON = 0,39$, de focale $f = 15$ mm, de diamètre 12,5 mm et de distance de travail 12,3 mm. Elle a été choisie pour ses dimensions géométriques : diamètre et distance de travail. Les méthodes de compensation d'aberrations vont permettre une utilisation dans l'infrarouge proche à $\lambda = 821$ nm. À cette longueur d'onde, le logiciel Oslo calcule une focale de $f = 16,32$ mm, une ouverture numérique de $ON = 0,37$ et une distance de travail de 13,56 mm. Si on l'éclaire avec un faisceau gaussien de col $W = 5,2$ mm tronqué à $P = 5,5$ mm, la tache de diffraction théorique quasi gaussienne obtenue, correspondant à la limite de diffraction, a un col de $w_0 = 1,17$ μm .

3.4.1 Caractérisation de la lentille

La caractérisation du comportement de la lentille asphérique en terme de front d'onde consiste en deux mesures successives. D'abord la mesure des distorsions du front d'onde $\delta\phi_{len}(\boldsymbol{\rho})$, produites par les irrégularités des dioptries de la lentille sur une onde se propageant suivant l'axe optique. Ensuite, celle des premiers coefficients de Seidel modifiés μ_j^v . Nous nous restreindrons à la coma du premier ordre $C' = \mu_4^1$, à celle du deuxième ordre $C'' = \mu_9^1$, à l'astigmatisme du premier ordre $A' = \mu_3^1$, et à la courbure du champ $K' = \mu_2^1$.

3.4.1.1 Irrégularités des dioptries

Avant de pouvoir mesurer $\delta\phi_{len}(\boldsymbol{\rho})$ à l'aide de l'algorithme GS-RP, il faut s'assurer que les optiques du montage, autres que la lentille asphérique, ne sont pas à l'origine d'aberrations. Pour cela, nous réalisons le montage de la figure (3.9a). Le SLM est éclairé par un faisceau laser gaussien à $\lambda = 821$ nm issu d'une fibre optique monomode. Un télescope afocal constitué de deux doublets sans astigmatisme de focale $f = 500$ mm fait l'image du plan du SLM sur une lentille de référence supposée dépourvue d'aberrations, qui remplace la lentille asphérique dans un premier temps. Il faut ajouter à cela plusieurs cubes, lames d'onde et miroirs non représentés sur la figure.

La lentille de référence est une lentille plano-concave en silice fondue de focale $f = 300$ mm, de diamètre 25.4 mm et de distorsion crête à creux de $\lambda/10$ à $\lambda = 633$ nm. Dans notre montage, le faisceau a un diamètre de 12 mm. Dans ces conditions, le logiciel Oslo calcule environ 10 mrad d'aberrations sphériques totales, soit une valeur moyenne quadratique de $\lambda/630$.

Afin de vérifier la régularité de la surface de cette lentille, nous mesurons la distorsion du front d'onde $\delta\phi(\varphi)$ pour diverses orientations φ de la lentille autour de son axe optique. Par différence, nous pouvons évaluer les distorsions du front d'onde suivantes :

$$\begin{aligned}\delta\phi_{180} &= \frac{\delta\phi(\varphi = 180^\circ) - \delta\phi(\varphi = 0^\circ)}{2}, \\ \delta\phi_{90} &= \frac{\delta\phi(\varphi = 90^\circ) - \delta\phi(\varphi = 0^\circ)}{2}.\end{aligned}\tag{3.45}$$

La distorsion $\delta\phi_{180}$ mesure toutes les aberrations impaires de la lentille comme la coma ou le tréfloïde. Par projection de $\delta\phi_{180}$ sur les polynômes de Zernike de la coma du premier ordre, nous mesurons la valeur quadratique moyenne de cette dernière $\sqrt{c_{4,+}^2 + c_{4,-}^2}$. De façon

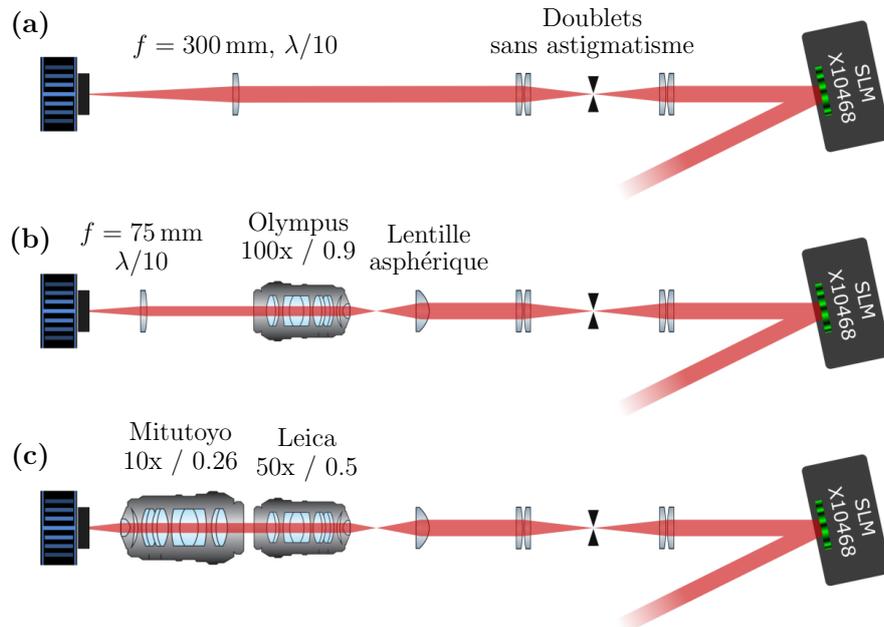


FIGURE 3.9 – (a) Montage optique utilisé pour caractériser le système optique précédant la lentille asphérique. (b) Montage optique permettant de caractériser le comportement de la lentille sur son axe optique et de prendre des images où les profils d'intensité sont bien résolus. Le grandissement du système {objectif+lentille $f75$ } vaut $g = 41,7$. (c) Montage optique utile pour caractériser le champ de la lentille. Le grandissement du système, constitué des deux objectifs, est de $g = 5$.

analogue, la distorsion $\delta\phi_{90}$ permet de quantifier les aberrations laissées invariantes par une antirotation de 90° comme l'astigmatisme. La table (3.3) regroupe les valeurs obtenues à la suite de ces différentes mesures. Au total, nous évaluons la valeur quadratique moyenne de la distorsion de phase produite par cette lentille à 37 mrad , soit $\lambda/170^3$, ce qui fait de cette lentille une référence satisfaisante.

En utilisant l'algorithme GS-RP pour mesurer la distorsion du front d'onde $\delta\phi_{sys} + \delta\phi_{ref}$ provoquée par l'ensemble {système avant lentille + lentille de référence}, nous mesurons uniquement la distorsion provoquée par le système optique avant la lentille de référence puisque celle-ci est supposée parfaite. En soustrayant cette distorsion sur le SLM, nous obtenons un front d'onde très plan juste avant la lentille de référence.

Nous pouvons maintenant remplacer la lentille de référence par la lentille asphérique. La tache de diffraction produite par cette lentille est de l'ordre du micron, soit trois fois plus petite qu'un pixel de la caméra qui mesure $3,45 \mu\text{m}$ de côté. Il faut donc placer derrière la lentille un système optique grossissant faisant l'image de son plan focal sur la caméra

3. La qualité mesurée de cette lentille peut surprendre au premier abord. La raison prépondérante qui explique que l'on trouve une distorsion bien plus faible que $\lambda/10$ est que nous n'utilisons que le centre de la lentille. Or, si l'on considère par exemple l'aberration sphérique du premier ordre, la variation de polynôme de Zernike en $\propto \rho^4$ implique que la valeur quadratique moyenne pour cette aberration est proportionnelle à P^4 si P est le diamètre du faisceau sur la lentille. En remarquant que l'on n'utilise que la moitié du diamètre utile de la lentille, que l'on travaille à 821 nm et pas à 633 nm , et que $\lambda/10$ est une valeur crête à crête, on conclut que si cette valeur de $\lambda/10$ ne correspondait qu'à de l'aberration sphérique du premier ordre, la valeur quadratique moyenne correspondant à nos conditions d'utilisation serait plutôt de l'ordre de $\lambda/150$.

Aberrations	Valeur quadratique moyenne
Sphériques	10 mrad
Impaires (dont coma)	22 mrad
Coma d'ordre 1	8 mrad
S_4 -symétriques (dont astig.)	28 mrad
Astigmatisme d'ordre 1	18 mrad
Total	37 mrad

TABLE 3.3 – Mesures effectuées sur la lentille de référence. S_4 désigne le groupe de symétries généré par l'antirotaion d'ordre quatre. Le total est constitué de la somme quadratique des aberrations sphériques, impaires et S_4 -symétriques. Notons que ce total est pessimiste. En effet, si la distortion $\delta\phi_{90}$ permet de mesurer exactement toute aberration S_4 -symétrique, seules les aberrations C_4 -symétriques sont totalement absentes de $\delta\phi_{90}$. Toutes les aberrations qui ne sont ni S_4 -symétriques, ni C_4 -symétriques — comme la coma — ont une contribution partielle à $\delta\phi_{90}$ qui dépend de leur orientation par rapport aux axes du montage.

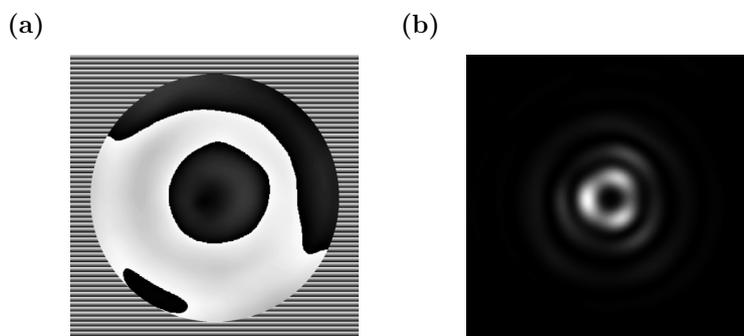


FIGURE 3.10 – (a) Masque de phase correspondant à la compensation de phase $\phi_c(\rho)$ mesurée pour la lentille. (b) Image d'un BoB lorsque la lentille reçoit un front d'onde plan.

sans produire aucune aberration. Nous optons pour un objectif de microscope Olympus de grossissement 100x, d'ouverture numérique $ON = 0,9$ et de focale⁴ $f = 1,8$ mm représenté sur la figure (3.9b). Il est suivi d'une lentille similaire à la lentille de référence mais de focale $f = 75$ mm.

Nous pouvons maintenant utiliser l'algorithme GS-RP afin de mesurer la distortion produite par la lentille asphérique. Le masque de phase correspondant est présenté sur la figure (3.10a). La moyenne quadratique de la phase vaut $\Delta\phi = 525$ mrad — dont $\Delta\phi = 453$ mrad d'aberrations sphériques due au fait que nous travaillons dans l'infrarouge et non dans l'ultraviolet — ce qui est trop important pour que la lentille soit considérée comme limitée par la diffraction. La figure (3.10b) représente l'effet de cette distortion sur un BoB.

3.4.1.2 Champ optique

Tout comme précédemment, la mesure des coefficients de Seidel modifiés de la lentille asphérique requiert que ceux des autres parties du système optique soient négligeables. Le

4. Rappelons que la focale d'un objectif de microscope est donnée par le rapport de la focale de la lentille de tube f_{tube} avec le grossissement. La focale de la lentille de tube dépend du constructeur. Pour Olympus $f_{tube} = 180$ mm, pour Nikon, Leica et Mitutoyo $f_{tube} = 200$ mm et pour Zeiss $f_{tube} = 165$ mm.

Aberrations	Objectifs	Lentille asphérique	
	Mesure	Calcul	
Coma du 1 ^{er} ordre — C' (mrad/ μm)	$\leq 0,08$	10,04	10,66
Coma du 2 ^{ème} ordre — C'' (mrad/ μm)		0,13	-0,20
Astigmatisme — A' ($\mu\text{rad}/\mu\text{m}^2$)	$\leq 0,3$	3,3	3,5
Courbure du champ — K' ($\mu\text{rad}/\mu\text{m}^2$)	$\leq 0,3$	8,3	8,1

TABLE 3.4 – Table regroupant les différents coefficients de Seidel modifiés mesurés et calculés pour la lentille asphérique, ainsi que les bornes supérieures des mêmes coefficients pour le système composé des deux objectifs.

télescope entre le SLM et la lentille asphérique est constitué de deux doublets sans astigmatisme de mêmes focales. Le faisceau entre et sort collimaté. L'ensemble possède un plan de symétrie et ne provoque pas d'aberration impaire. Le seul coefficient non nul est donc la courbure du champ. Cependant, les focales et donc les rayons de courbure mis en jeu étant plus de trente fois plus grands que dans le cas de la lentille asphérique, nous considérons le coefficient de courbure du champ du télescope comme négligeable.

Entre la lentille asphérique et la caméra, nous remplaçons l'objectif Olympus par un objectif Leica 50x d'ouverture numérique $ON = 0,5$ et de focale $f = 4$ mm. Nous remplaçons également la lentille qui suit par un objectif Mitutoyo 10x d'ouverture numérique $ON = 0,26$ et de focale $f = 20$ mm, placé tête-bêche. Ceci permet d'ajuster le grandissement entre le plan focal de la lentille asphérique et le plan de la caméra afin de pouvoir observer une large portion du champ optique. Pour que ce second objectif soit au meilleur de ses performances, il faudrait superposer exactement sa pupille d'entrée à la pupille de sortie du premier. Ici, nous ignorons précisément les positions de ces pupilles ; nous avons accolé le plus possible les deux objectifs et estimé leurs coefficients de Seidel modifiés pour la coma, l'astigmatisme et la courbure du champ. Une translation physique du système {obj. Leica + obj. Mitutoyo + Caméra} permet d'explorer un champ optique de 0,8 mm. Malgré cela, les valeurs des coefficients de Zernike $c_{j,\pm}(\mathbf{r}_q)$ mesurés pour chaque position ne dépassent pas quelques dizaines de milliradians, soit des valeurs proches de la limite de résolution de l'algorithme GS-RP. Les valeurs des coefficients de Seidel modifiés mesurés pour l'ensemble des deux objectifs sont tabulées (3.4) sous forme de bornes supérieures et pourront être négligés.

Une fois assurés que l'effet du système optique — lentille asphérique exceptée — sur les aberrations de champ optique est négligeable, nous pouvons mesurer les coefficients de Seidel modifiés de la lentille asphérique suivant la méthode décrite au paragraphe 3.3.2. Nous explorons pour cela une portion carrée du champ optique de $400 \times 400 \mu\text{m}^2$. La figure (3.11) représente la norme :

$$N_j(\mathbf{r}_q) = \sqrt{\sum_{\pm} c_{j,\pm}^2(\mathbf{r}_q)}, \quad (3.46)$$

pour chaque aberration. Cette norme a le mérite d'avoir une variation simple avec la position. Elle décrit un cône dans le cas de la coma et un parabolôïde de révolution dans les cas de l'astigmatisme et de la courbure du champ. Les coefficients de Seidel modifiés ainsi déterminés sont présentés dans la table (3.4).

À titre de comparaison, les valeurs des coefficients calculées avec le logiciel Oslo sont aussi tabulées (3.4). Le calcul est réalisé avec une pupille d'entrée de $P = 5,5$ mm située sur la face de sortie de la lentille. L'écart observé pour la coma du premier ordre est compatible avec une pupille de $P = 5,39$ mm. L'écart de rayon de pupille observé est imputable à un

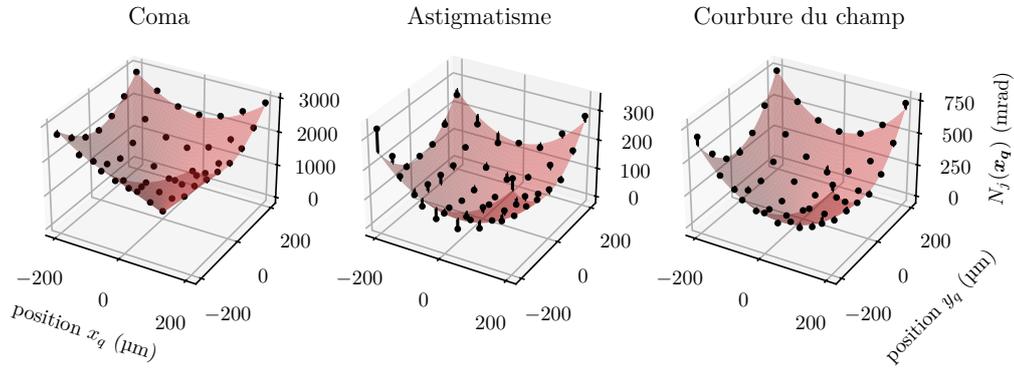


FIGURE 3.11 – En noir, la norme $N_j(\mathbf{r}_q)$ déduite des mesures pour la coma du premier ordre, l’astigmatisme et la courbure du champ. En rouge, la norme calculée à partir de l’ajustement. Les traits noirs verticaux représentent la distance entre les valeurs mesurées et l’ajustement. Le champ total exploré est un carré de $400 \times 400 \mu\text{m}^2$, le parabolôïde de l’astigmatisme est centré en $\mathbf{r}_3^{\frac{1}{3}} = (-2 \mu\text{m}, -3 \mu\text{m})$, et celui de la courbure du champ en $\mathbf{r}_2^{\frac{1}{2}} = (7 \mu\text{m}, -18 \mu\text{m})$. L’écart entre les deux centres est probablement dû un petit angle entre le plan de la caméra et le champ de l’objectif Mitutoyo qui translate le parabolôïde de courbure du champ.

grossissement légèrement différent de 1 du télescope faisant l’image du plan du SLM sur celui de la lentille asphérique. L’écart observé pour la coma du deuxième ordre est probablement dû à la contribution des autres optiques du montage.

3.4.2 Performances

Pour obtenir un profil d’intensité non distordu sur l’axe optique, nous ajoutons sur le SLM le masque de phase $\delta\phi_{len}(\boldsymbol{\rho})$ déterminé précédemment. Il faut également ajouter le masque de phase $\delta\phi_{sys}(\boldsymbol{\rho})$ qui compense les aberrations des optiques avant la lentille. Il peut s’agir du système qui a servi à caractériser la lentille ou d’un autre, c’est tout l’intérêt d’avoir mesuré séparément les deux contributions.

Les coefficients de Seidel modifiés de la lentille étant connus, nous pouvons utiliser l’algorithme GS-RC pour produire des réseaux optiques corrigés en champ de géométries variables. Nous allons caractériser ici un réseau carré de $34 \times 34 = 1156$ pinces optiques gaussiennes, séparées de $15 \mu\text{m}$, pour un champ total exploré de $495 \times 495 \mu\text{m}^2$. Dans cette configuration, la limite de Shannon est atteinte à $535 \mu\text{m}$ de l’ordre zéro. Les sites explorent quasiment le champ maximum, si nous souhaitons que l’ordre zéro reste à l’extérieur du réseau. Ce réseau est imagé avec le dispositif décrit dans la figure (3.1c).

Les figure (3.12a) et (3.12b) représentent les images enregistrées du quart supérieur droit du réseau de pinces optiques gaussiennes respectivement sans et avec correction des aberrations du champ, c’est-à-dire en générant le réseau optique avec l’algorithme GS-R ou GS-RC respectivement. À partir de ces images, nous pouvons mesurer les rapports de Strehl de chacune des pinces optiques. La figure (3.12c) représente les histogrammes de ces rapports avec correction du champ, en rouge, et sans correction du champ, en bleu. Le gain apporté par ce dernier est particulièrement visible. Il permet à la plupart des pinces d’être à la limite de diffraction, $S \geq 0,8$. En revanche, sans correction du champ, seules les pinces les plus proches de l’axe optique le sont, comme le montre la figure (3.12d). Le rapport de Strehl est calculé

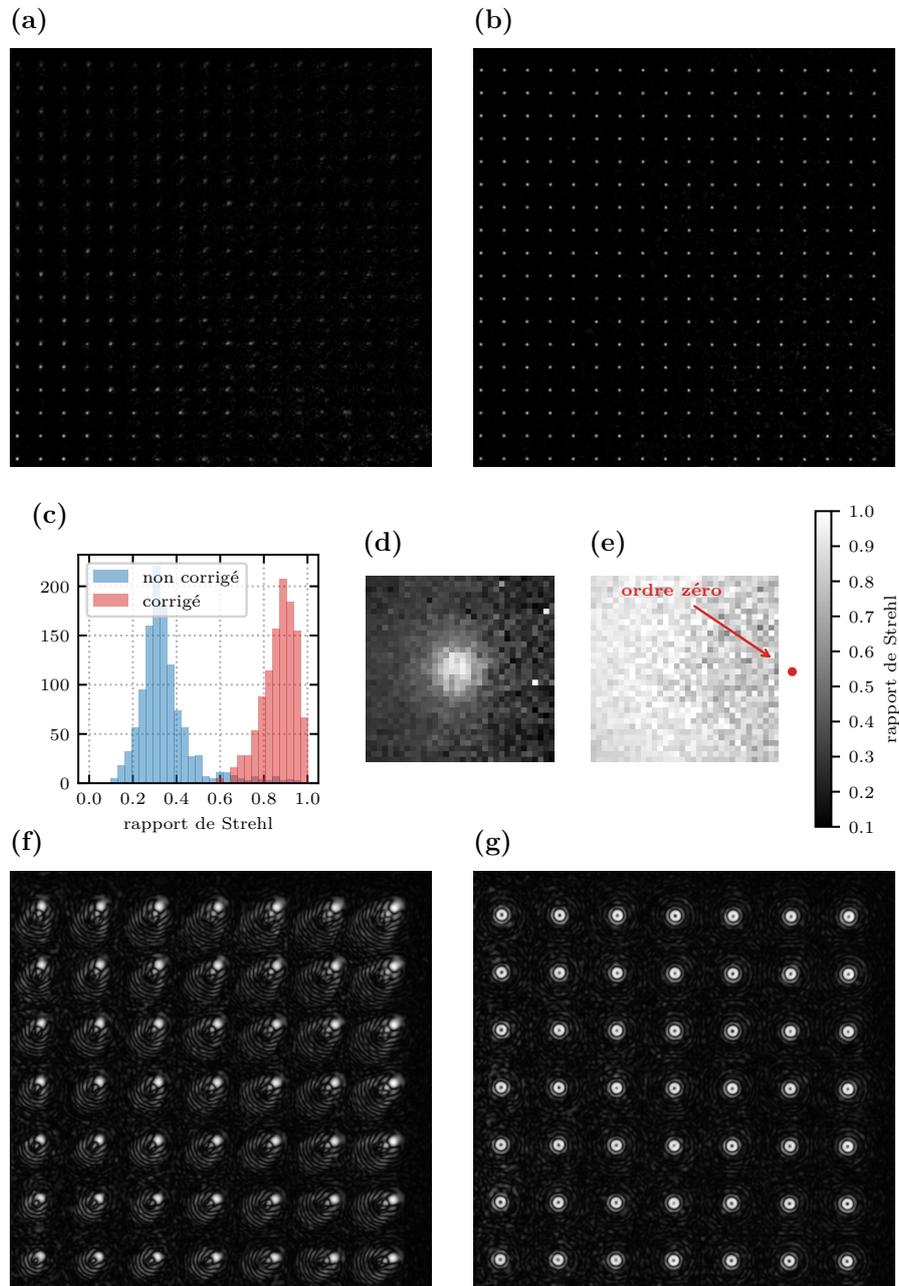


FIGURE 3.12 – (a) et (b) Image du coin supérieur droit d'un réseau optique carré de 34×34 faisceaux gaussiens, explorant un champ de $495 \times 495 \mu\text{m}^2$, respectivement sans et avec correction. Ces images sont prises avec le montage décrit dans la figure (3.9c). (c) Histogrammes des rapports de Strehl sans correction du champ, en bleu, et avec, en rouge. (d) et (e) Cartes des rapports de Strehl respectivement sans et avec correction. Le point rouge repère la position de l'ordre zéro du SLM. (f) et (g) Image du coin supérieur droit d'un réseau optique carré de 20×20 BoB explorant un champ de $475 \times 475 \mu\text{m}^2$, respectivement sans et avec correction. Ces deux dernières images sont prises avec un montage hybride des montages décrits dans les figures (3.9b) et (3.9c), constitué de la focale de $f75$ et de l'objectif Leica pour un grandissement de $g = 18,8$. L'intensité est représentée en échelle logarithmique coupée à 1% de l'intensité maximale pour une meilleure visibilité.

d'après l'équation (3.12), selon la méthode décrite dans l'annexe C.3.

Sur la figure (3.12e), nous constatons que les pinces proches de l'ordre zéro — en rouge — ont un rapport de Strehl inférieur à celles plus éloignées. Ceci est dû à la présence de tavelures avec lesquelles les pinces optiques interfèrent, occasionnant ainsi des déformations de leur profil. Ces tavelures ont pour origine le repliement de spectre dû aux pinces optiques les plus éloignées de l'axe optique, comme nous l'avons déjà discuté au paragraphe 2.5.3. Ceci constitue, avec la limite de Shannon, la plus grande limitation pour obtenir des réseaux de pinces optiques de bonne qualité sur de larges champs. Notons qu'il ne s'agit là, ni de limites du système optique, ni de limites de l'algorithme GS-RC, mais de limites du SLM : un SLM avec une réponse impulsionnelle plus proche du pixel carré idéal, et donc avec moins de corrélation entre pixels voisins, permettrait de diminuer l'intensité des tavelures et de faire des réseaux de pinces de meilleure qualité. Davantage de pixels permettraient bien-sûr de repousser la limite de Shannon et d'accéder à un champ plus grand.

Les figures (3.12f) et (3.12g) représentent le coin supérieur droit d'un réseau de $20 \times 20 = 400$ BoB, explorant un champ de $475 \times 475 \mu\text{m}^2$, respectivement sans et avec correction des aberrations de champ. Nous constatons à la fois la nécessité qu'il y a à corriger ces aberrations afin d'obtenir des réseaux de pièges creux suffisamment régulier pour permettre le piégeage d'atomes, et le succès de cette opération de correction qui rend indiscernablement réguliers deux BoB placés à près de $700 \mu\text{m}$ l'un de l'autre dans le plan focal d'une simple lentille asphérique.

Conclusion

Dans une première partie, nous avons défini ce que sont les aberrations géométriques. Du point de vue de l'optique géométrique, les aberrations empêchent les rayons lumineux issus d'un même point objet d'atteindre le plan image au même point image. L'approximation eikonale relie le concept de rayon lumineux au concept de vecteur d'onde local. Dans le cadre de l'optique ondulatoire, les aberrations se caractérisent par une distorsion du front d'onde par rapport à un front d'onde de référence sphérique ou plan.

Nous avons distingué deux catégories différentes d'aberrations géométriques liées à deux origines bien distinctes. D'abord, les aberrations observables lorsque le faisceau se propage parallèlement à l'axe du système optique. Elles sont causées par des irrégularités des dioptries ou de mauvais alignements. Elles constituent une distorsion du front d'onde exprimable dans n'importe quel plan suffisamment éloigné de tout point focal. On peut les caractériser par le rapport de Strehl, mesurant l'étalement de la tache de diffraction. Il est également possible de quantifier cette distorsion du front d'onde en la projetant sur la base orthogonale des polynômes de Zernike, de sorte à obtenir une liste de coefficients de Zernike caractéristique de la distorsion. Cette deuxième possibilité offre une caractérisation beaucoup plus fine que la première.

On observe également des aberrations lorsqu'on explore le champ optique d'un système. Ces aberrations de champ ne sont pas dues à des imperfections des dioptries mais à leur comportement vis-à-vis de fronts d'onde inclinés. La distorsion du front d'onde produite s'exprime nécessairement dans le plan de la pupille d'entrée ou de sortie du système, lieu où le faisceau ne subit aucune translation quelle que soit son inclinaison. Cette distorsion est une fonction de l'inclinaison moyenne du faisceau par rapport à l'axe optique ou, de manière équivalente, de la position de la tache de diffraction dans le champ optique. Les coefficients de Seidel permettent de quantifier les aberrations engendrées à une position donnée. Au-delà de ces coefficients, nous avons introduit les coefficients de Seidel modifiés, permettant d'exprimer le développement de Seidel en fonction des polynômes de Zernike. Chaque coefficient détermine le ou les coefficients de Zernike correspondant à une position donnée dans le champ optique.

Dans une seconde partie, nous avons présenté plusieurs manières d'obtenir un système dépourvu d'aberrations sur son axe optique. Dans un premier temps, il convient de limiter les aberrations engendrées par le système en suivant un certain nombre de règles de bonnes pratiques et en réalisant un alignement soigneux. L'holographie permet ensuite de compenser les aberrations résiduelles en modulant le front d'onde avant le système. Une première méthode consiste à optimiser la modulation de phase, écrite comme une somme de polynômes de Zernike, en observant directement le rapport de Strehl après le système optique. Chaque coefficient de Zernike est scanné pour trouver la valeur qui maximise le rapport de Strehl. Une seconde méthode consiste à mesurer directement la distorsion de phase produite par le système à l'aide de l'algorithme de reconstruction de phase GS-RP à partir d'images prises au voisinage du plan de Fourier. Il reste ensuite à soustraire la modulation de phase obtenue sur le SLM.

La compensation d'aberrations simultanément dans tout le champ optique d'un système est une tâche bien plus difficile à réaliser que la compensation en un point. La méthode usuelle consiste à dessiner des systèmes optiques composés de multiples dioptries de sorte à se donner suffisamment de degrés de libertés pour annuler un à un les premiers coefficients de Seidel. Ici, nous proposons une méthode nouvelle permettant fabriquer des réseaux optiques dépourvus

d'aberrations de champ. Pour cela, nous caractérisons le champ optique du système en mesurant ses coefficients de Seidel modifiés. Nous utilisons ensuite ces coefficients pour calculer le masque de phase de réseau optique d'intérêt de sorte qu'en chaque site, une compensation d'aberrations locale, adaptée à la position du site dans le champ optique, produise après le système une tache de diffraction sans aberration.

Pour conclure ce chapitre, nous avons mis en application ces techniques de compensation d'aberrations sur l'axe optique et de correction d'aberrations de champ dans le cas d'une lentille asphérique d'ouverture numérique $ON = 0,37$. Ceci a permis de réaliser des réseaux optiques de faisceaux gaussiens et de BoB à la limite de diffraction, remplissant le champ maximal autorisé par la limite de Shannon imposée par le SLM. La possibilité de remplacer un objectif de microscope, onéreux et fragile, par une simple lentille asphérique est d'un grand intérêt pour la réalisation de réseaux de pinces optiques en environnement ultra-vide ou cryogénique.

Chapitre 4

Préparation d'atomes de Rydberg uniques piégés

*C'est le temps que tu as perdu pour ta rose
qui fait ta rose si importante.*

— Saint-Exupéry, *Le Petit Prince*

Dans ce chapitre, nous allons décrire le dispositif nous permettant, à partir de vapeur de rubidium, de préparer des réseaux d'atomes de Rydberg piégés dans des pinces optiques. L'ensemble du dispositif requis et des étapes nécessaires est vaste et déjà abondamment décrit dans les manuscrits de doctorat des précédents étudiants de l'équipe [90, 91]. Dans les pages qui suivent, nous nous contenterons d'une synthèse succincte des aspects de l'expérience préexistants. Plus de détails seront apportés concernant les techniques nouvellement utilisées.

Dans une première partie, nous allons décrire les aspects matériels de l'expérience, en nous concentrant sur le dispositif qui entoure immédiatement les atomes : enceinte sous ultra-vide, bobines et électrodes pour le contrôle des champs électrique et magnétique, faisceaux laser pour le piégeage d'atomes et pour la manipulation d'états atomiques. Ensuite, nous retracerons l'enchaînement d'événements — ou séquence expérimentale — qui permet de transformer la vapeur de rubidium à température ambiante en un réseau d'atomes uniques piégés à très basse température. Pour terminer, nous décrirons les étapes permettant de préparer différents états de Rydberg et en particulier des états de Rydberg circulaires.

4.1 Dispositif expérimental

4.1.1 Nuage d'atomes froids dans l'ultra-vide

Les atomes de rubidium utilisés dans l'expérience proviennent d'une ampoule de verre portée à environ 60 °C, contenant du rubidium métallique liquide. La vapeur de rubidium qui s'échappe de l'ampoule alimente un 2D-MOT, conçu par le SYRTE, visible sous la table optique sur la figure (4.1a). Un vide inférieur à 5×10^{-9} mbar est maintenu dans l'enceinte du 2D-MOT par une pompe ionique. Le 2D-MOT produit un jet d'atomes montant verticalement à une vitesse de l'ordre de $v = 2,5$ m/s.

Le 2D-MOT est relié à l'enceinte ultra-vide principale, visible au-dessus de la table optique sur la figure (4.1a) et sur la figure (4.1b), par l'intermédiaire d'une électrovanne susceptible

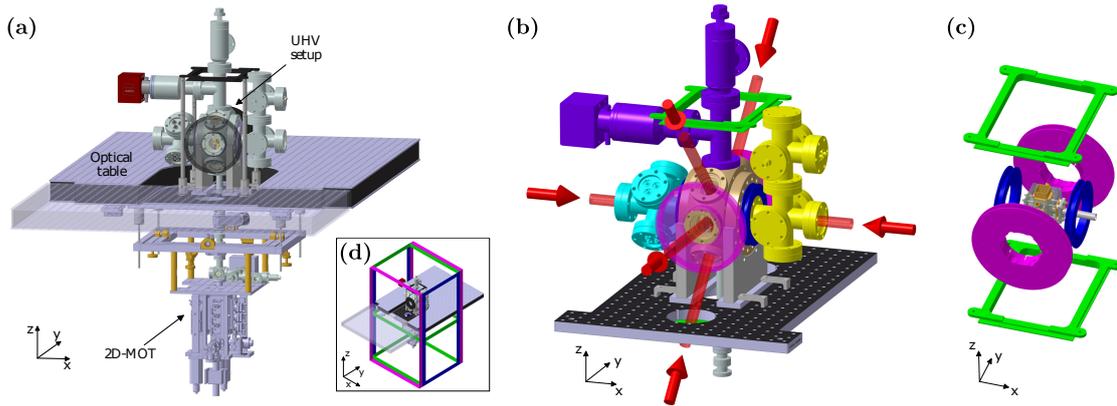


FIGURE 4.1 – (a) Vue du 2D-MOT sous la table optique et de l’enceinte ultra-vide au-dessus. (b) Vue de l’enceinte ultra-vide. En doré, le cœur de l’enceinte contenant le nuage d’atomes, en violet, le dispositif de pompage. Les faisceaux de MOT sont représentés en rouge. (c) Vue des bobines permettant de générer le gradient de champ magnétique $\partial_x B$, en bleu, et de positionner les zéros des composantes B_y et B_z , respectivement en rose et en vert. (d) Vue des bobines de compensation de champ magnétique. Figure reprise de [90, 91].

d’interrompre le jet atomique. Dans cette enceinte, le vide est maintenu par une pompe ionique et par une pompe à dépôt de titane à une valeur de $1,5 \times 10^{-10}$ mbar. Lorsque l’électrovanne est ouverte, le jet arrive jusqu’au cœur de l’expérience où les atomes sont accumulés dans un 3D-MOT, formé par les faisceaux laser visibles en rouge sur la figure (4.1b).

Le gradient de champ magnétique $\partial_x B \approx 9$ G/cm, nécessaire à la réalisation du 3D-MOT, est produit par la paire de bobines en bleu sur la figure (4.1c). Ces bobines seront également utilisées pour imposer un champ magnétique statique selon l’axe x de $B_x = 14$ G par la suite, en inversant la polarité de l’une d’entre elles. Les paires de bobines en vert et en rose permettent d’ajuster la position du point où le champ magnétique s’annule et donc la position du nuage d’atomes froids. Les grandes bobines visibles sur la figure (4.1d) compensent le champ magnétique terrestre et éventuellement celui produit par le ferrailage du bâtiment.

4.1.2 Environnement immédiat des atomes

La figure (4.2) représente sous divers points de vue le dispositif entourant immédiatement le nuage d’atomes froids à l’intérieur de l’enceinte ultra-vide. Les atomes de Rydberg ayant un très grand effet Stark, leur manipulation requiert un contrôle fin du champ électrique. Pour cela, l’ensemble des surfaces visibles par les atomes doivent être conductrices et reliées électriquement à une source de tension de sorte à pouvoir contrôler précisément leur potentiel. L’environnement autour des atomes est composé de six électrodes en laiton doré, supportées par un cube évidé en saphir, visible en coupe sur la figure (4.2a) et en trois dimensions sur la figure (4.2b). La fine couche d’or empêche toute formation d’oxyde qui pourrait accumuler des charges de manière incontrôlée. Le cube en saphir était initialement destiné à un montage cryogénique. Le saphir étant à la fois un très bon isolant électrique et un bon conducteur de chaleur, il permet de thermaliser correctement les électrodes. En plus des électrodes, deux lentilles asphériques sont disposées de part et d’autre du nuage d’atomes afin de fabriquer les réseaux de pinces optiques pour le piégeage. Leur face plane, visible par les atomes, est

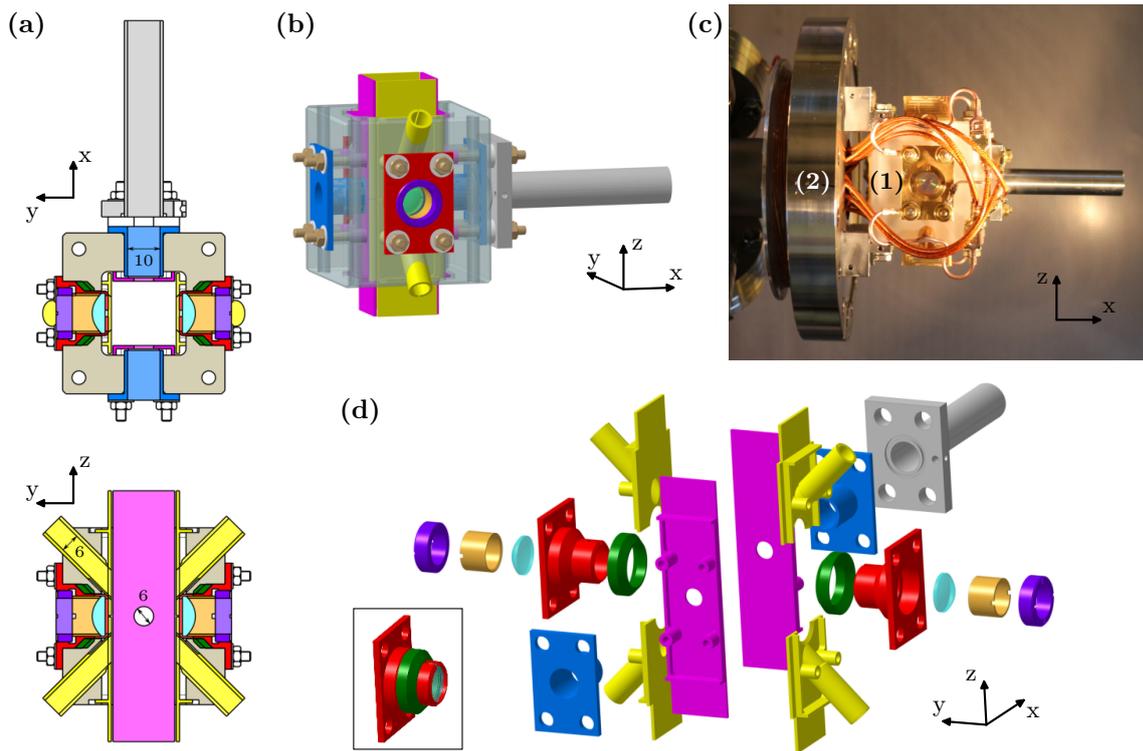


FIGURE 4.2 – Représentations des électrodes et de lentilles autour des atomes portées par le cube en saphir. (a) Coupes suivant le plan xy , en haut, et suivant le plan yz , en bas. (b) Vue en perspective. (c) Photographie prise avant la fermeture de l’enceinte ultra-vide. Le cube en saphir (1) est fixé sur une des brides (2) qui clôt l’enceinte. (d) Vue éclatée des électrodes et des lentilles sans le cube. Les électrodes roses permettent de contrôler la composante du champ électrique F_x . Les électrodes jaunes permettent d’appliquer un champ radiofréquence. Avec les surfaces planes conductrices des deux lentilles, les électrodes jaunes contrôlent également les composantes F_y et F_z . Figure reprise de [90, 91].

recouverte d’une couche anti-reflet conductrice à base d’ITO, de sorte à pouvoir contrôler son potentiel au même titre que celui des électrodes métalliques. La figure (4.2c) est une photographie du cube, on y distingue l’ensemble des câbles coaxiaux imposant son potentiel à chaque électrode.

Représentées sur la vue éclatée (4.2d), les électrodes en rose imposent le champ électrique F_x suivant l’axe x , qui sera l’axe de quantification lors de toutes les expériences qui suivront. Pendant ces expériences, sa valeur sera typiquement de $0 - 10$ V/cm. Le temps de réponse typique associé à ces électrodes et à leur électronique de contrôle est de l’ordre de 300 ns. Les quatre électrodes en jaune ainsi que les lentilles permettent de contrôler les composantes du champ F_y et F_z . Par la suite, nous appliquerons les potentiels nécessaires sur ces six électrodes, ainsi que sur les surfaces planes de lentilles, afin d’annuler ces deux composantes du champ électrique. Le bruit de champ électrique produit par les électrodes est de l’ordre de 1 mV/cm. Les électrodes roses et jaunes sont percées pour laisser passer — entre autres — les faisceaux nécessaires au 3D-MOT.

À travers les électrodes jaunes, nous pouvons également appliquer un champ électromagnétique radiofréquence dans la gamme 200 – 250 MHz, nécessaire à la préparation des états circulaires. La polarisation est contrôlée par les amplitudes et les phases relatives du signal

envoyé à chaque électrode.

En soumettant les atomes de Rydberg à un grand champ électrique F_x , de l'ordre de 100 V/cm, nous pouvons les ioniser. Les ions engendrés sont guidés à travers le long tube horizontal, en gris sur la figure (4.2), jusqu'à un compteur d'ions qui les transforme en un signal électrique exploitable. Tous les états de Rydberg ne s'ionisent pas dans le même champ électrique. En soumettant les atomes à une rampe croissante de champ électrique, les signaux correspondant aux différents états de Rydberg ne sont pas mesurés aux mêmes moments, ce qui permet de remonter aux populations des états de Rydberg pertinents dans nos expériences. De plus amples détails concernant ce dispositif sont données dans l'annexe E et dans la référence [90]. Nous utiliserons très peu cette partie du dispositif dans les expériences qui suivront.

Enfin, un cornet microonde, situé à l'extérieur de l'enceinte ultra-vide, relié par l'intermédiaire d'un quadrupleur de fréquence à des sources microonde, permet de soumettre les atomes à des rayonnements dans la gamme de fréquence 40 – 70 GHz. Notons que l'enceinte ultra-vide, métallique, ainsi que les électrodes entourant les atomes, engendrent un paysage d'ondes stationnaires complexe dépendant de la fréquence de la microonde. Le dispositif actuel ne permet pas un bon contrôle de la polarisation des microondes au niveau des atomes et donne lieu à des gradients d'intensité notables.

4.1.3 Piégeage d'atomes uniques

4.1.3.1 Dispositif optique

Suivant les techniques étudiées au chapitre 2, la lentille asphérique L_1 sert de lentille de Fourier pour la réalisation des pinces optiques nécessaires au piégeage d'atomes. La lentille L_2 permet d'une part d'imager le plan de Fourier et, d'autre part, d'évacuer la puissance laser vers un absorbeur dédié. Ces deux lentilles sont des exemplaires similaires à celle étudiée dans la section 3.4, auxquelles nous avons ajouté un traitement anti-reflets autour de 800 nm, conducteur dans le cas de la face plane.

Les faisceaux laser utilisés pour le piégeage sont issus d'un laser Toptica TA Pro, dont la puissance de sortie est de $\mathcal{P} = 2,0$ W à une longueur d'onde de $\lambda = 821$ nm. Ce laser n'est pas verrouillé en fréquence. Sur le faisceau en sortie du laser sont placés trois modulateurs acousto-optiques en série, chacun prélevant une partie de la puissance pour l'injecter dans une fibre optique menant jusqu'à un des chemins optiques représentés en vert sur la figure (4.3). Chacun d'eux produit une catégorie de pinces optiques différente, utiles par la suite au cours des expériences :

- (1) BoB : Réseau de BoB utile au piégeage des atomes de Rydberg. Le chemin optique comporte un premier SLM et le télescope afocal faisant l'image du plan de ce SLM sur la lentille asphérique située à l'intérieur de l'expérience, comme nous l'avons expliqué dans la section 2.2 ;
- (2) Gaussiens : Réseau de pinces optiques de forme quasi-gaussienne. Elles permettent le piégeage des atomes de rubidium dans leur état fondamental. Le chemin optique comprend un deuxième SLM. Le faisceau est ensuite superposé au faisceau du réseau de BoB avec une polarisation orthogonale. Cette superposition a lieu sur le cube après la lame $\lambda/2$ notée (α) sur la figure (4.3). Le télescope afocal est donc commun au deux chemins optiques ;
- (3) Réarrangeur : Pince optique quasi-gaussienne unique utile au transport des atomes. Un télescope fait l'image d'un défecteur acousto-optique sur un troisième SLM. Grâce

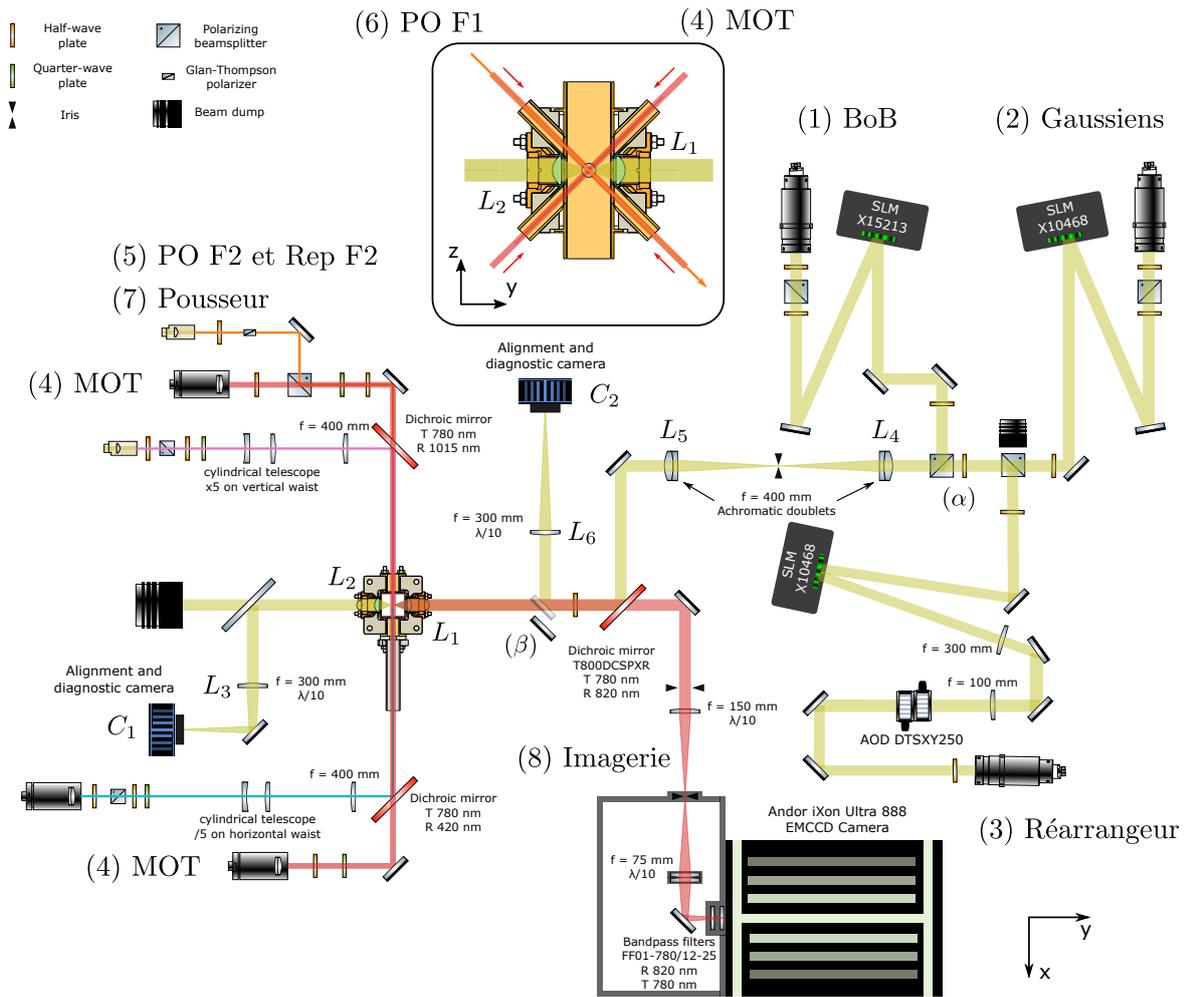


FIGURE 4.3 – Schéma de la table optique autour de l’enceinte ultra-vide contenant les atomes. En vert olive, les trois faisceaux de piégeage, à savoir celui du réseau de BoB (1), celui du réseau de faisceaux gaussiens (2) et le faisceau réarrangeur (3). En rouge, les faisceaux de MOT (4). En orange, les faisceaux de manipulation de l’état fondamental PO F2 et Rep F2 (5), PO F1 (6) et le faisceau Pousseur (7). Le bloque d’imagerie (8) contient les optiques faisant l’image du réseau d’atomes sur la caméra en noir.

au déflecteur, nous pouvons translater la pince optique et l’atome qu’elle contient avec un temps de réponse caractéristique de $5 \mu\text{s}$. Le SLM est nécessaire à la correction des aberrations de la pince optique mobile et permettra également de produire transitoirement des réseaux optiques lors de certaines expériences. Notons qu’il faut 120 ms pour changer le masque de phase du SLM et retrouver un régime stationnaire de phase à sa surface. L’orientation de la lame (α) permet de sélectionner quelles fractions q et $1 - q$ de puissances respectives du faisceau des gaussiens et du faisceau du réarrangeur sont envoyées sur les atomes.

4.1.3.2 Contrôle des SLM

Le contrôle simultané des trois SLM est une étape clé pour le succès du piégeage d’atomes. Une partie substantielle du travail effectué durant ce doctorat a consisté à écrire un logiciel

pour effectuer cette tâche, subdivisée en quatre problématiques principales :

- Contrôler la position des pièges,
- Contrôler la forme des pièges, supprimer les aberrations,
- Changer dynamiquement les masques et synchroniser les SLM avec d'autres appareils,
- Assurer la sauvegarde et l'accessibilité des données.

Le contrôle des SLM est assurée par un logiciel ad hoc, regroupant de nombreuses fonctionnalités. Ici, nous nous contenterons de donner brièvement les étapes nécessaires au contrôle des positions et à la suppression des aberrations, qui sont directement utiles pour obtenir un piégeage efficace des atomes.

Contrôle des positions

Chaque SLM $i \in \{1; 2; 3\}$ définit un référentiel $O'_i u_i v_i$ lié à sa matrice de pixels et engendre, à travers son chemin optique, un référentiel réciproque $O_i x_i y_i z_i$ au niveau du plan de Fourier de la lentille asphérique, où se situent les atomes. A priori, chaque référentiel $O_i x_i y_i z_i$ a sa métrique propre, son orientation propre et son origine propre. Le bon déroulement des expériences nécessitera de contrôler à la fois la position entre deux pièges de même catégorie, par exemple entre deux BoB, et entre deux pièges de catégorie différente, par exemple entre un gaussien et un BoB. Pour cela, un référentiel identique $Oxyz$ doit être partagé par les trois catégories de pièges.

Pour obtenir une métrique juste et commune pour les trois référentiels, nous devons déterminer la relation entre la déviation angulaire d'un faisceau diffracté par chaque SLM et la translation du piège correspondant dans le plan de Fourier où se situent les atomes. Il s'agit donc de connaître les distances focales des systèmes optiques composés, entre autres, du télescope formé des lentilles L_4 et L_5 , et de la lentille asphérique L_1 . Pour cela, une routine du logiciel calcule la focale effective entre chaque SLM et la caméra C_1 , représentée sur la figure (4.3) après les lentilles asphériques. Compte tenu du montage, les valeurs f_i mesurées sont voisines de $f_{th} = 303,6$ mm, focale théorique à $\lambda = 821$ nm de la lentille L_3 placée avant la caméra. Les écarts obtenus, mesurés sous la forme d'un grossissement f_i/f_{th} différent de 1 de typiquement quelques pourcents, traduisent des imperfections propres à chacun des trois chemins optiques. Notons bien que ces imperfections proviennent des portions de chemin optiques non communes aux trois faisceaux. À partir de la valeur théorique de la focale de la lentille asphérique L_1 $f_{asph} = 16,32$ mm, nous évaluons la focale $f_{asph,i}$ correspondant à chacun des trois chemins optiques entre chaque SLM i et le plan des atomes :

$$f_{asph,i} = \frac{f_i}{f_{th}} f_{asph}. \quad (4.1)$$

Une fois cette focale connue, le logiciel permet de calculer des masques de phase de réseaux optiques produisant par diffractions des pinces optiques séparées de la bonne distance, indifféremment du SLM et du chemin optique utilisé. Ceci donne donc une métrique commune aux trois catégories de pinces optiques.

L'orientation relative des référentiels les uns par rapport aux autres est déterminée en première approximation par le nombre de symétries miroir subies par le faisceau le long de son chemin optique. Une routine du logiciel est capable de mesurer ces symétries à l'aide de la caméra (C_1) et le cas échéant de les compenser en choisissant la bonne direction des axes u_i et v_i à la surface du SLM i . Une fois ceci fait, de faibles rotations d'angle θ_i , $i \neq 1$, souvent inférieures au degré, subsistent entre le référentiel $O_i x_i y_i z_i$ et le référentiel $O_1 x_1 y_1 z_1$,

pris arbitrairement comme référence. Elles résultent de l'effet du transport parallèle le long de leur chemin optique des référentiels $O'_i u_i v_i$ depuis les SLM jusqu'à la lentille asphérique. Ces rotations sont compensées en tournant de $-\theta_i$ chaque repère $O'_i u_i v_i$, $i \neq 1$, par rapport à la grille physique des pixels de chaque SLM. Notons que la métrique et l'orientation des référentiels ne dérivent pas dans le temps, sauf changement macroscopique sur la table optique.

Il reste enfin à donner à chaque référentiel $O_i xyz$ une origine commune. Pour cela, nous utilisons une routine du logiciel qui mesure la position de chaque origine O_i sur la caméra (C_1), défini par le centre de la tache de diffraction gaussienne, et qui déduit à partir de la focale mesurée f_i les translations à opérer sur chaque référentiel pour leur donner une origine commune. À cause des dérives thermiques et mécaniques, nous effectuons cette étape de centrage chaque jour. Il demeure malgré cela un bruit de positions $O_i O_j(t)$, entre pièges de catégorie différente. Ce bruit fluctue sur des échelles de temps supérieures ou égales à la seconde et sa valeur moyenne quadratique mesurée entre les BoB et les gaussiens est de $\Delta O_i O_j = 55$ nm. Elle est essentiellement limitée par l'effet du ventilateur de la caméra d'imagerie (8), visible sur la figure (4.3). Lorsque ce ventilateur est éteint temporairement¹, la valeur moyenne quadratique du bruit n'est plus que de $\Delta O_i O_j = 21$ nm. Pour rappel, le col des pinces optiques gaussiennes vaut $w = 1,2$ μm .

Suppression des aberrations

Afin de réaliser des pinces optiques de bonne qualité, il est nécessaire de corriger les aberrations produites par les optiques. Nous employons pour cela les techniques longuement détaillées dans le chapitre 3.

La correction d'aberration sur l'axe optique $\delta\phi_i(\boldsymbol{\rho})$, avec $\boldsymbol{\rho} = (u, v)$, appliquée sur chacun des SLM i est la somme de trois termes :

$$\delta\phi_i(\boldsymbol{\rho}) = \delta\phi_{len.}(\boldsymbol{\rho}) + \delta\phi_{chem.,i}(\boldsymbol{\rho}) + \delta\phi_{zern.,i}(\boldsymbol{\rho}). \quad (4.2)$$

Le terme $\delta\phi_{len.}(\boldsymbol{\rho})$ a été déterminé par une mesure directe sur la lentille asphérique comme indiqué dans le paragraphe 3.4.1, il contient les aberrations de cette lentille. Le terme $\delta\phi_{chem.,i}(\boldsymbol{\rho})$ contient les aberrations du chemin optique avant la lentille asphérique. Il est mesuré à l'aide de l'algorithme GS-RP, décrit au paragraphe 3.2.3, en utilisant le miroir (β) et la caméra (C_2) représentés sur la figure (4.3). Le dernier terme correctif $\delta\phi_{zern.,i}(\boldsymbol{\rho})$ vise à compenser les erreurs d'alignement des faisceaux incidents sur la lentille asphérique. Il est mesuré selon la méthode décrite au paragraphe 3.2.2, en trouvant la valeur des premiers coefficients de Zernike qui maximise la profondeur de pinces optiques gaussiennes sondée à l'aide des atomes [115].

La correction des aberrations de champ est réalisée selon la méthode décrite au paragraphe 3.3.3. L'exploration spatiale du champ optique étant limitée à un carré d'environ 100×100 μm^2 , seule la correction de la coma, caractérisée par le coefficient C' mesuré au paragraphe 3.4.1.2, est effectuée.

L'homogénéisation des puissances du réseau de pinces optiques gaussiennes et BoB est réalisée à l'aide de la caméra C_1 située après l'enceinte ultra-vide sur la figure (4.3) selon le procédé décrit au paragraphe 2.5.4.

1. L'électronique de la caméra ne permet pas d'éteindre son ventilateur sans affecter drastiquement la qualité des images prises des atomes.

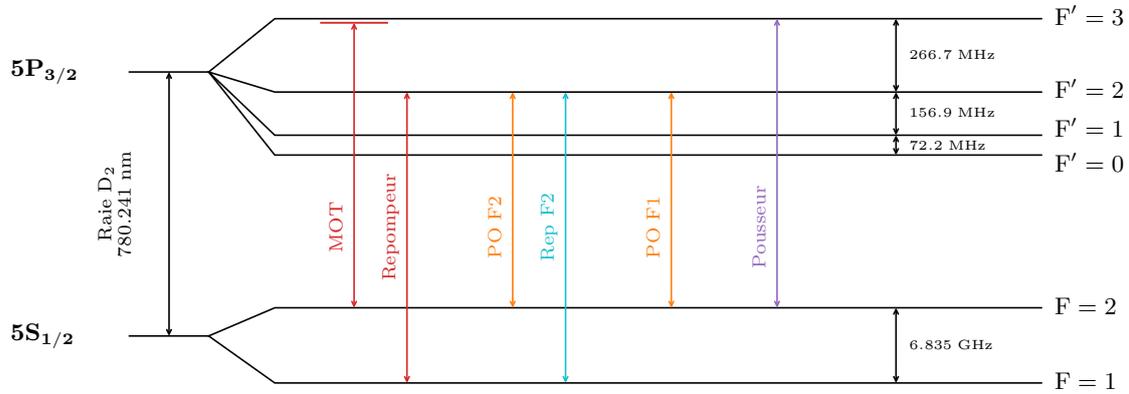


FIGURE 4.4 – Schéma des niveaux hyperfins du Rubidium 87 avec les faisceaux laser permettant d'effectuer des manipulations sur ces états. Les faisceaux de refroidissement sont représentés en rouge, les quatre autres sont les faisceaux servant à la manipulation de l'état fondamental.

4.1.4 Manipulation optique de l'état fondamental

Nous avons déjà mentionné que, pour obtenir le nuage d'atomes froids, nous utilisons six faisceaux, auxquels nous nous référerons par « faisceaux de MOT », disposés selon le schéma de la figure (4.1b). Ces faisceaux sont décalés vers le rouge de quelques dizaines de mégahertz par rapport à la transition $F = 2 \leftrightarrow F' = 3$ de la raie D2 du rubidium 87, représentée sur la figure (4.4). Ils sont accompagnés de faisceaux repompeurs résonnants avec la transition $F = 1 \leftrightarrow F' = 2$.

Afin de manipuler l'état hyperfin de l'atome de rubidium, nous utilisons quatre faisceaux de longueurs d'onde voisines de $\lambda = 780$ nm. Leur fréquence par rapport aux transitions hyperfines de la raie D2 est représentée sur la figure (4.4). La position de ces faisceaux vis-à-vis de l'enceinte ultra-vide et des atomes est représentée sur la figure (4.3), ils ont les caractéristiques suivantes :

- (5) PO F2 et Rep F2 : Le faisceau de pompage optique PO F2 est résonnant avec la transition $F = 2 \leftrightarrow F' = 2$ lorsque les atomes sont soumis au déplacement lumineux provoqué par les pinces optiques gaussiennes. Dans les mêmes conditions, le faisceau repompeur Rep F2 est résonnant avec la transition $F = 1 \leftrightarrow F' = 2$. En présence d'un champ magnétique statique selon l'axe x de $B_x = 14$ G, qui définit l'axe de quantification, ces faisceaux ont une polarisation σ^+ très pure. Le faisceau PO F2 est susceptible d'effectuer du pompage optique dans l'état Zeeman noir $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = +2\rangle$. Son intensité est de $I = 0,02 \text{ mW/cm}^2$ soit $4 \times 10^{-3} I_{sat}$. Le faisceau repompeur Rep F2 évite de laisser une partie des atomes dans l'état hyperfin $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$.
- (6) PO F1 : Le faisceau de pompage optique PO F1 est résonnant avec la transition $F = 2 \leftrightarrow F' = 2$ lorsque les atomes ne sont pas dans les pinces optiques. En présence du champ magnétique B_x , sa polarisation est un mélange de $1/4 \sigma^+$, $1/4 \sigma^-$ et $1/2 \pi$. Il permet de réaliser un pompage dans l'état hyperfin $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$. Son intensité de $I = 1700 \text{ mW/cm}^2$ correspond à $170 I_{sat}$ pour cette transition. L'intérêt de cette grande différence d'intensité par rapport au faisceau PO F2 apparaîtra par la suite.

Nom	Transition	Polarisation	Intensité (mW/cm ²)	Intensité (I_{sat})
PO F2	$F = 2 \leftrightarrow F' = 2^*$	σ^+	0,02	4×10^{-3}
Rep F2	$F = 1 \leftrightarrow F' = 2^*$	σ^+	8,1	2,9
PO F1	$F = 2 \leftrightarrow F' = 2$	$1/4 \sigma^+, 1/4 \sigma^-, 1/2 \pi$	1700	170
Pousseur	$F = 2 \leftrightarrow F' = 3$	σ^+	1,1	0,66

TABLE 4.1 – Caractéristiques des faisceaux utilisés pour manipuler les états hyperfins et Zeeman du rubidium.

- (7) Pousseur : Nous disposons enfin d'un faisceau dit « Pousseur », résonnant en l'absence de pince optique avec la transition $F = 2 \leftrightarrow F' = 3$. Sa polarisation est σ^+ . Il est donc susceptible de faire cycler l'atome entre les niveaux Zeeman $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = +2\rangle$ et $|5P_{3/2}, F' = 3, m_F = +3\rangle$, lui communiquant ainsi de la quantité de mouvement.

La table (4.1) résume les caractéristiques de ces faisceaux en termes de transition effectuée, de polarisation et d'intensité. Tous les faisceaux sont résonants avec la transition indiquée. Les transitions marquées d'une astérisque (*) sont celles pour lesquelles les faisceaux sont résonants en présence du déplacement lumineux des pinces optiques. Les intensités de saturation dépendent des transitions considérés.

4.1.5 Imagerie

Afin de mesurer la présence ou non d'un atome dans chaque pince optique, nous sommes en mesure de faire fluorescer les atomes. L'image du plan des atomes est projetée sur une caméra Andor iXon Ultra 888 de type EMCCD, selon le chemin optique (8) représenté sur la figure (4.3). Le grossissement total du montage est de 9,2 de sorte que la lumière collectée provenant d'un atome est concentrée sur environ un pixel de la caméra de $13 \times 13 \mu\text{m}^2$. Ceci maximise le rapport signal sur bruit. Une partie du chemin optique est enfermée dans une boîte opaque dans laquelle le faisceau entre par un diaphragme, de sorte à éviter toute lumière parasite sur la caméra. Des filtres dichroïques transmettant le faisceau de fluorescence à $\lambda = 780 \text{ nm}$, mais pas les réflexions éventuelles du faisceau de piégeage à $\lambda = 821 \text{ nm}$, sont ajoutés à l'entrée de la caméra. Un diaphragme sur le faisceau de fluorescence collimaté réduit la lumière parasite diffusée par les faisceaux de MOT à l'intérieur du cube, sur les électrodes.

Nous venons de décrire rapidement les différentes composantes de notre dispositif expérimental. L'ensemble des expériences a lieu dans une enceinte ultra-vide dans lequel pénètre un jet d'atomes de rubidium. Ce jet alimente un nuage d'atomes refroidis et accumulés dans un 3D-MOT, obtenu par la convergence des six faisceaux de MOT. Un ensemble de bobines et d'électrodes contrôlent les champs magnétique et électrique ressentis par les atomes, permettant par exemple de créer le gradient de champ magnétique nécessaire au 3D-MOT. Une lentille sphérique située à proximité du nuage d'atomes focalise les faisceaux de piégeage, préalablement modulés par les SLM, de façon à produire trois catégories de pinces optiques : un réseau de faisceaux gaussiens, un réseau de BoB et une pince gaussienne mobile. En plus des faisceaux de MOT et des faisceaux repompeur qui les accompagne, quatre autres faisceaux nous permettent de manipuler les atomes. Le faisceau de pompage optique PO F2, utilisé avec son repompeur Rep F2, pompe les atomes dans l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = +2\rangle$. Le faisceau de pompage optique PO F1 dépeuple l'état $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$ au profit de l'état $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$. Enfin, le faisceau Pousseur communique sélectivement de la quantité de mouvement à l'atome

dans l'état $|5S_{1/2}, F = 2\rangle$. Le dispositif est complété par une caméra prenant des images des atomes piégés lorsqu'ils fluorescent.

4.2 Séquence expérimentale

Dans les paragraphes qui suivent, nous décrivons la séquence d'événements permettant d'obtenir un réseau d'atomes uniques de rubidium 87, piégés et refroidis, dans l'état Zeeman $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$, obtenus à partir du jet d'atomes provenant du 2D-MOT. La figure (4.5) représente les principaux événements subits par les atomes lors de cette séquence.

4.2.1 Atomes uniques froids piégés

Les faisceaux du 2D-MOT sont initialement allumés pendant 10 ms. Le jet d'atomes est formé et les atomes atteignent la zone du 3D-MOT en moyenne 200 ms après avoir été focalisés par le 2D-MOT. Nous détectons les premiers atomes au niveau du 3D-MOT après seulement 100 ms. Il s'agit de la fraction d'atomes la plus rapide du jet. Le 3D-MOT reste allumé 150 ms après l'extinction du 2D-MOT, de façon à capturer suffisamment d'atomes. Les faisceaux de MOT, dont le col est de $w = 2,7$ mm, ont chacun une puissance de l'ordre de $\mathcal{P} = 1,5$ mW, donc une intensité d'environ $I = 13$ mW/cm², soit $3,6 I_{sat.}$. Ils sont désaccordés de $-2,5$ Γ , avec $\Gamma = 2\pi \times 6,065$ MHz la largeur naturelle de la raie D2 du rubidium. Les faisceaux repompeurs, résonants avec la transition $F = 1 \leftrightarrow F' = 2$, sont superposés en amont de l'expérience à deux des faisceaux de MOT parmi les six, de sorte qu'ils ont le même col. La puissance par faisceau repompeur est de $\mathcal{P} = 0,21$ mW, soit une intensité de $I = 1,8$ mW/cm². La réalisation du 3D-MOT nécessite un gradient de champ magnétique, orienté suivant l'axe

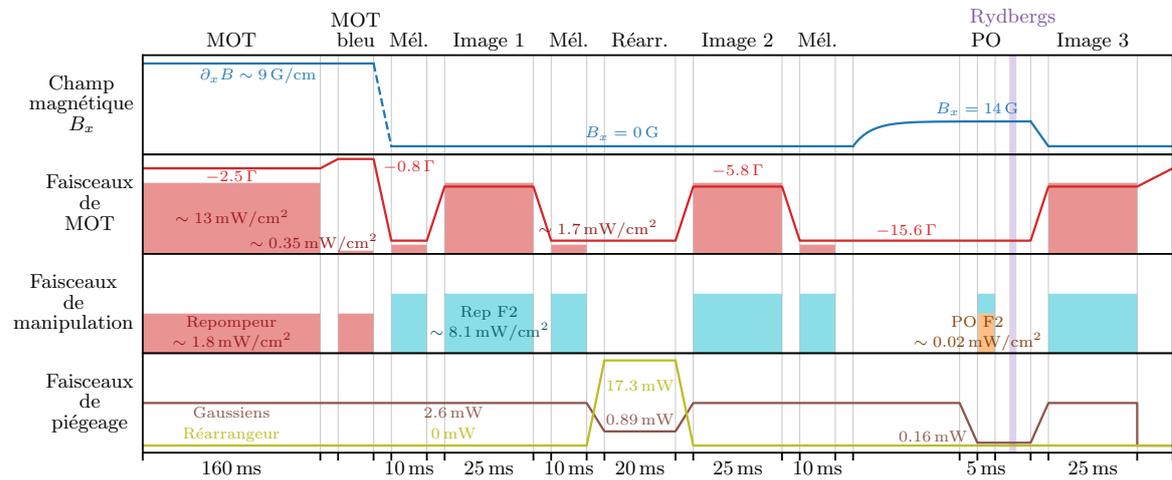


FIGURE 4.5 – Séquence de préparations des réseaux d'atomes uniques piégés. Les abréviations « Mél. » « Réarr. » et « PO » désignent respectivement les étapes de mélasse optique, de réarrangement et de pompage optique. Les intensités données pour les faisceaux de MOT sont données pour un faisceau parmi les six. Les puissances de faisceau de piégeage sont exprimées pour une pince optique. Le désaccord des faisceaux de MOT est donné par rapport aux atomes hors des pinces optiques. Le code couleur utilisé se veut au maximum en adéquation avec celui des figures (4.3) et (4.4), il sera respecté tout au long du manuscrit.

x , valant approximativement $\partial_x B = 9 \text{ G/cm}$. Pendant toute la durée de la séquence, les composantes B_y et B_z sont nulles.

Pendant ce temps, le réseau de pinces optiques allumé se charge. Chaque pince optique a un col de $w = 1,2 \mu\text{m}$ et une puissance de $\mathcal{P} = 2,6 \text{ mW}$, sa polarisation est linéaire² suivant l'axe x . Rappelons que la longueur d'onde de ces faisceaux est de $\lambda = 821 \text{ nm}$, les faisceaux de piégeage sont donc désaccordés d'environ 19 THz vers le rouge par rapport à la raie D2 et d'environ 12 THz par rapport à la raie D1. Un mécanisme de collisions assistées par la lumière du 3D-MOT, appelé blocage collisionnel, assure qu'il y a au plus un atome piégé par pince optique [117]. Le blocage collisionnel tire son origine de l'excitation par les faisceaux de MOT, désaccordés vers le rouge, d'états moléculaires liants longue-portée. Dans ces états, deux atomes qui se rapprochaient sont accélérés l'un vers l'autre et sont finalement tous deux expulsés du piège. Ceci empêche donc les pinces optiques de contenir plus d'un atome.

Ensuite, une étape que nous nommons « MOT bleu » consiste rapprocher les faisceaux de MOT de la résonance, à $-0,8 \Gamma$, et à diminuer fortement leur puissance jusqu'à $I = 0,35 \text{ mW/cm}^2$, soit $0,1 I_{sat}$. Cette étape permet de chauffer les atomes qui ne sont pas dans les pinces optiques, de sorte à dissiper le nuage pour ne garder que les atomes uniques piégés. Nous observons expérimentalement qu'une optimisation fine de la puissance et du désaccord des faisceaux permet d'atteindre un taux de chargement des pinces optiques de 60 %. Nous ne connaissons pas exactement le mécanisme sous-jacent à l'origine de ce taux de chargement supérieur à 50 %. Nous pouvons cependant imaginer qu'il implique l'excitation d'états moléculaires longue-portée antiliants [118], état dans lesquels deux atomes se rapprochant subissent une décélération, de sorte qu'un atome initialement piégé repousserait tout nouvel atome venant dans sa direction.

Une fois chaque atome isolé dans son piège, une étape de mélasse optique est réalisée durant 10 ms afin d'abaisser la température à environ $T = 19 \mu\text{K}$. Cette température est mesurée suivant une méthode de libération-recapture des atomes [119, 90]. Pour obtenir la mélasse optique, nous annulons le champ magnétique suivant toutes les directions. Le désaccord des faisceaux de MOT est fortement poussé vers le rouge, à $-15,6 \Gamma$, et leur intensité est réglée à $I = 1,7 \text{ mW/cm}^2$, soit $0,48 I_{sat}$. Nous utilisons désormais le faisceau repompeur Rep F2, résonant avec la transition $F = 1 \leftrightarrow F' = 2$ lorsque les atomes sont soumis au déplacement lumineux des pinces optiques, au lieu du repompeur accompagnant les faisceaux de MOT, résonant en l'absence du déplacement lumineux des pièges.

4.2.2 Mesure par fluorescence

La fluorescence des atomes et l'image qui en est prise constitue notre moyen de mesurer si un atome est présent ou non dans chaque pince optique gaussienne. Cette fluorescence est obtenue à l'aide des faisceaux de MOT à une intensité de $3,6 I_{sat}$, identique à celle utilisée pendant le 3D-MOT. Le désaccord est réglé à $-5,8 \Gamma$ pour obtenir un compromis entre une bonne diffusion de photons et un chauffage faible des atomes, qui pourrait faire sortir certains d'entre eux des pièges. Le faisceau repompeur utilisé est toujours le faisceau Rep F2. Le temps d'exposition nécessaire pour obtenir des images telles que celles représentées sur la figure (4.6a) est de 25 ms.

À partir d'un nombre suffisant d'images enregistrées avec la caméra, nous intégrons le signal reçu sur une zone d'intérêt de 3×3 pixels pour évaluer un nombre de photons absorbés par le capteur. La figure (4.6b) représente les histogrammes de ce nombre pour chaque site

2. En première approximation seulement. Lorsqu'un faisceau est très focalisé, on peut montrer que la polarisation ne peut pas rester purement linéaire en tout point du profil d'intensité [116].

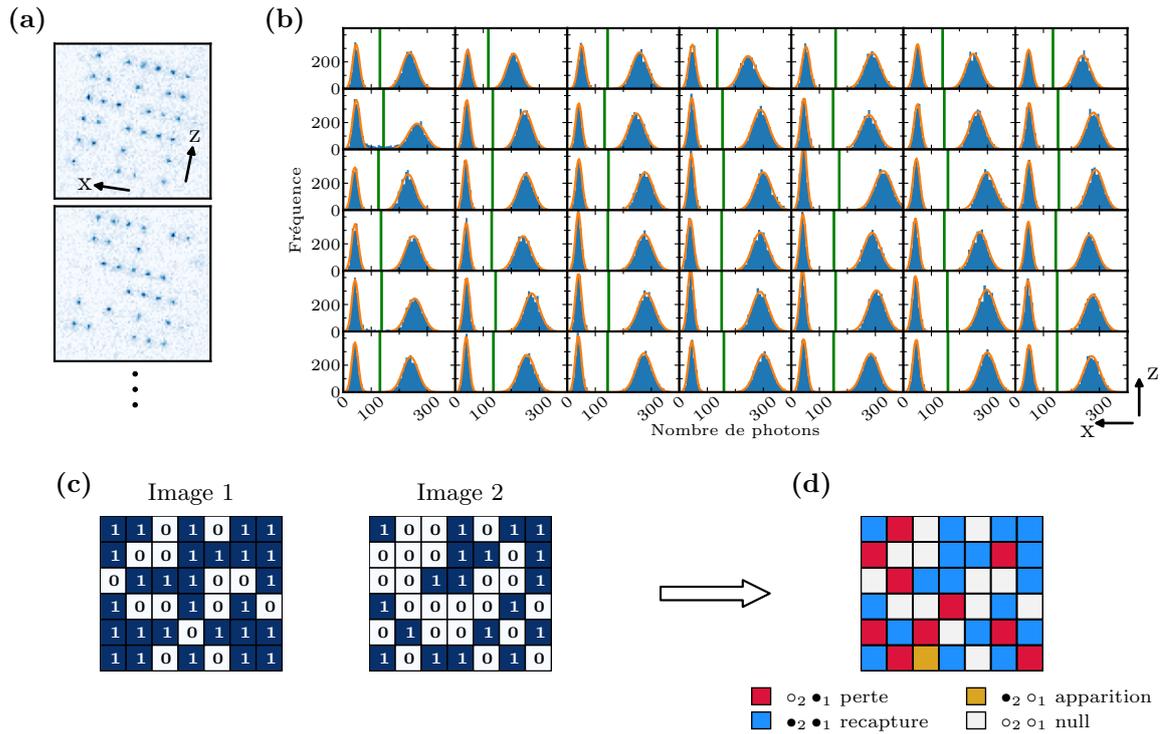


FIGURE 4.6 – (a) Exemples d’images de fluorescence atomique enregistrées à la caméra pour un réseau de $7 \times 6 = 42$ pièges. L’inclinaison du réseau par rapport à l’image est un exemple macroscopique de l’effet du transport parallèle sur un front d’onde. La différence de hauteur entre les atomes dans l’enceinte ultra-vide et le capteur de la caméra produit une rotation du faisceau sur lui-même lors de sa propagation, par rapport au repère lié à la table optique. (b) Histogrammes pour chaque site du réseau du nombre de photons intégrés obtenus à l’aide d’un millier d’images. Les courbes oranges correspondent à des ajustements gaussiens. Les seuils de nombre de photons au-delà desquels nous considérons qu’un atome est présent dans le piège sont représentés par des barres verticales vertes. (c) Images binarisées où 1 correspond à la présence d’un atome et 0 à une absence d’atome. (d) Événements issus de la comparaison des images 1 et 2.

du réseau d’atomes, obtenus avec une série d’un millier d’images. Nous observons deux pics distincts. Le premier autour de 50 photons correspond au bruit lorsque aucun d’atome ne fluoresce. Il est en partie dû au bruit électronique d’origine thermique de la caméra et en partie dû à de la lumière parasite provenant des faisceaux de MOT. Le second pic, vers 250 photons, correspond à un atome fluorescant. Chaque histogramme permet de définir un seuil — en vert sur la figure — délimitant les cas où un atome est présent dans la pince optique et fluoresce, de ceux où aucun atome n’est présent. Chaque image enregistrée peut alors être binarisée, comme représenté sur la figure (4.6c), où 1 signifie présence d’un atome et 0 absence d’atome.

À partir d’une image, nous pouvons évaluer la probabilité — notée \mathbb{P} — qu’un site du réseau contienne un atome :

$$\mathbb{P}(\bullet) = 1 - \mathbb{P}(\circ), \quad (4.3)$$

où \bullet est l’événement « le site contient un atome » et \circ est l’événement « le site ne contient pas d’atome ». Nous avons dit précédemment que, à l’issue du chargement des pinces optiques, la mesure de la probabilité de chargement lors de l’image 1, visible sur la figure (4.5), valait

$\mathbb{P}(\bullet_1) \approx 0,6$, \bullet_1 étant l'événement « le site contient un atome lors de l'image 1 ».

Nous pouvons également évaluer la probabilité conditionnelle qu'un atome, qui était présent lors d'une première image, notée 1, le soit encore lors d'une deuxième image, notée 2, prise ultérieurement. Nous désignons cette probabilité par *probabilité de recapture* et nous notons :

$$\mathbb{P}(\bullet_2|\bullet_1) = \frac{\mathbb{P}(\bullet_2 \bullet_1)}{\mathbb{P}(\bullet_1)}, \quad (4.4)$$

avec $\bullet_2 \bullet_1$ l'événement désigné par *recapture* sur la figure (4.6d). Il signifie : « le site contient un atome à l'image 1 ET c'est encore le cas à l'image 2 ».

Enfin, nous pourrions évaluer des probabilités conditionnelles concernant plusieurs sites et effectuer des corrélations. Par exemple, nous pouvons évaluer la probabilité :

$$\mathbb{P}(\bullet_2 \triangleleft_2 | \bullet_1 \triangleleft_1) = \frac{\mathbb{P}(\bullet_2 \triangleleft_2 \bullet_1 \triangleleft_1)}{\mathbb{P}(\bullet_1 \triangleleft_1)}, \quad (4.5)$$

désignant la probabilité que le site rond contienne un atome à la seconde image mais pas le site triangle, sachant que tous deux en contenaient un lors de la première image. De telles probabilités seront très utiles pour l'analyse des données expérimentales par la suite.

Suite à l'expérience impliquant les états de Rydberg, en violet sur la figure (4.5), nous prenons une troisième image de fluorescence atomique. Cette image — l'image 3 — comparée à l'image précédente — l'image 2 — constituera toute l'information accessible sur les expériences effectuées en permettant de déterminer pour chaque site du réseau si l'atome initialement présent l'est toujours après l'expérience. Dans le cas le plus simple où nous nous intéressons à l'état de chaque atome indépendamment de celui de ses voisins, comme ce sera le cas tout au long de ce chapitre, nous évaluerons la *probabilité de recapture* des atomes $\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2)$.

4.2.3 Réseau d'atomes déterministe

En raison du blocage collisionnel, le remplissage des pièges est aléatoire d'une séquence à l'autre et abouti à un réseau de pinces optiques contenant chacune zéro ou un atome. Or, pour nos expériences, nous souhaitons un remplissage déterministe des pièges afin d'être certains qu'il y a un atome en chaque site du réseau. Pour remédier à ce problème, la solution que nous employons [120] consiste à prévoir un surplus de pièges qui seront chargés avec une probabilité de 60 %, de sorte à avoir un nombre suffisant d'atomes uniques piégés pour réaliser nos expériences. Les atomes sont ensuite déplacés et positionnés sur les sites choisis comme cibles à l'aide de la pince optique unique mobile. L'excédent d'atomes est éloigné du réseau par cette même pince optique. De cette façon, quelles que soient les positions des atomes à l'issue du chargement, nous obtenons après cette étape de *réarrangement* un réseau d'atome où les positions sont déterministes.

Les considérations qui ont trait au réarrangement d'atomes sont présentées en détail dans le manuscrit de thèse de Paul Méhaignerie [91]. Nous nous contentons ici d'une brève description dans les paragraphes qui suivent.

L'image 1, représentée dans la séquence sur la figure (4.5), permet de déterminer quels sites du réseau contiennent un atome et lesquels n'en contiennent pas à l'issue du chargement. Ce résultat est utilisé en entrée d'un algorithme [121], afin de déterminer le nombre minimal de déplacements d'atomes à réaliser pour obtenir le réseau d'atomes cible souhaité. La donnée de ces déplacements consiste alors en une liste de positions initiales et de positions finales.

Le déplacement des atomes uniques est effectué à l'aide de la pince optique mobile dont le faisceau emprunte le chemin optique (3), représenté sur la figure (4.3). Les mouvements et la puissance de la pince sont contrôlés par le déflecteur accousto-optique. Il est alimenté par un générateur de signal de type DDS. Celui-ci produit les rampes de fréquence et d'amplitude de radiofréquences dictées par la liste de déplacements calculée.

Chaque déplacement se déroule en trois étapes. D'abord, la pince optique mobile est allumée adiabatiquement³ en 150 μs à la position du site contenant l'atome à translater. Ensuite, lorsque la puissance maximale est atteinte, la pince optique tenant l'atome se déplace à vitesse constante jusqu'au site cible. La vitesse de déplacement des atomes est fixée à $v = 0,2 \mu\text{m}/\mu\text{s}$. Elle résulte d'un compromis entre ne pas chauffer les atomes en les secouant trop fort et ne pas passer trop de temps au réarrangement. La puissance de la pince est finalement réduite adiabatiquement à zéro. Pour un réseau d'une centaine de sites répartis sur un carré d'environ $100 \times 100 \mu\text{m}^2$, 20 ms sont amplement suffisantes pour achever le réarrangement.

Pour obtenir un rapport de puissances suffisant entre les pinces mobile et fixes, de 19 dans notre cas, de sorte à extraire l'atome de la pince optique dans laquelle il est initialement avec une bonne efficacité, nous avons choisi de diminuer adiabatiquement la puissance de pinces optiques fixes d'un facteur 2,9 avant l'étape de réarrangement. La puissance totale du laser étant partagée entre les différentes catégories de pièges — réseau de BoB, réseau de gaussiens et pince mobile — cela permet du même coup d'augmenter la puissance disponible pour la pince mobile.

À l'issue du réarrangement, l'image 2 permet de contrôler la qualité du réarrangement. Nous évaluons la probabilité de succès du réarrangement ramenée à un atome à 97,7%. Plus de détails concernant l'efficacité du réarrangement sont donnés dans l'annexe E.1.

4.2.4 Pompage optique

L'excitation des états de Rydberg nécessite que l'atome soit au préalable dans un seul état Zeeman. En l'occurrence, nous souhaitons mettre l'atome dans l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$. Le champ magnétique étant nul jusqu'ici, l'axe de quantification n'est pas défini et le niveau Zeeman de l'atome, caractérisé par son nombre quantique m_f , non plus. Une première étape consiste donc à allumer un champ magnétique selon l'axe x afin de donner un axe de quantification aux atomes. Sa valeur est fixée à $B_x = 14 \text{ G}$. Elle est choisie suffisamment grande pour que l'effet de la polarisation inhomogène de la lumière dans les pinces optiques [116], combiné à celui de la polarisabilité vectorielle, induise des variations d'énergie des niveaux Zeeman négligeables devant l'écartement produit par le champ magnétique B_x . De cette façon, les différents niveaux Zeeman ne se mélangent pas et il n'y a de risque de dépompement du niveau $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$ due à l'exploration par l'atome du potentiel de la pince optique. Nous allumons ensuite le faisceau repompeur Rep F2, résonnant avec la transition $F = 1 \leftrightarrow F' = 2$, afin de garder l'atome dans le niveau $|F = 2\rangle$ et le faisceau de pompage optique PO F2, résonnant avec la transition $F = 2 \leftrightarrow F' = 2$. Celui-ci, grâce à sa polarisation σ^+ très pure, pompe l'atome dans le seul état noir existant $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$. Cette étape est réalisée en 5 ms avec une intensité de pompage optique de $4 \times 10^{-3} I_{sat}$ de façon à ce que l'atome oscillant dans le piège n'absorbe pas tous les photons nécessaires au pompage pendant le même quart de période d'oscillation, de durée voisine de 3 μs , ce qui évite de trop chauffer l'atome.

3. Ici, adiabatiquement signifie adiabatiquement du point de vue de l'état du mouvement de l'atome dans le piège.

Les photons de la pince optique diffusés par l'atome sont susceptibles de dépomper l'atome. Nous avons mesuré un taux de dé-pompage de $\gamma_{dep.} = 0,8(1)$ Hz/mW dans nos pièges gaussiens, soit un taux de $2,0(2)$ Hz pour une puissance de piège de $\mathcal{P} = 2,6$ mW. La valeur calculée du taux de dé-pompage dans les conditions de l'expérience, en considérant une polarisation π et l'intensité au centre du piège, vaut seulement $\gamma_{dep.} = 0,32$ Hz/mW. Ceci laisse supposer que les atomes sont aussi soumis à une petite quantité de lumière beaucoup moins désaccordée par rapport à la raie D2. Elle trouve probablement son origine dans l'émission spontanée amplifiée du laser de piégeage. Pendant la durée de 6 ms qui sépare⁴ la fin du pompage optique de l'excitation vers un niveau de Rydberg, cela correspond à un dé-pompage de $1,2(1)$ % dans nos pièges. Pour éviter de réduire l'efficacité du pompage optique, nous divisons adiabatiquement la puissance des pièges par environ 16. L'effet de dé-pompage des pinces optiques devient alors négligeable devant les autres imperfections de l'expérience. Notons que cet abaissement de la puissance des pièges réduit, par refroidissement adiabatiquement, la température d'un facteur 4. Nous mesurons une température finale des atomes de $T = 4,5$ μ K.

L'efficacité du pompage optique a été évaluée en mesurant la population des différents niveaux Zeeman $|5S_{1/2}, F = 2, m_f\rangle$. Pour cela, nous avons réalisé des spectroscopies laser entre ces états $|5S_{1/2}, F = 2, m_f\rangle$ et des états de Rydberg $|52D_{5/2}, m_j\rangle$. Les spectres sont disponibles dans l'annexe E.2. La somme des populations trouvées dans les états hyperfins $|5S_{1/2}, F = 2, m_f \neq +2\rangle$ ne dépasse pas 0,4 % de la population totale, soit une efficacité de pompage de 99,6 %. Sur les 0,4 % d'erreur du pompage optique, 0,07 % sont imputables au dé-pompage produit par les pinces optiques. Le restant est très probablement dû aux imperfections de polarisation du faisceau PO F2.

Pour conclure, l'ensemble du dispositif et des étapes précédemment décrites permet de réaliser un réseau optique dans lequel sont piégés des atomes uniques de rubidium 87, refroidis à $T = 4,5$ μ K. La probabilité d'absence de défaut dans le réseau atomique, ramenée à un atome, est de 97,7 %. Chaque atome présent est dans l'état hyperfin $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$ avec une probabilité de 99,6 %.

4.3 Excitation d'états de Rydberg

À la suite à l'étape de pompage optique, qui laisse les atomes du réseau dans l'état Zeeman $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$, nous sommes en mesure de les exciter par laser vers des états de Rydberg, puis d'effectuer diverses manipulations de leur état atomique. Cette étape, qui dure au maximum quelques dizaines de microsecondes, a été représentée en violet sur la figure (4.5). Dans les paragraphes qui suivent, nous allons détailler les méthodes de préparation de plusieurs états de Rydberg. D'une part les états circulaires $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, et d'autre part l'état de faible ℓ $|45S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle$. La figure (4.7a) représente les différents états intermédiaires qui sont peuplés lors du transfert de l'atome entre l'état fondamental et l'état circulaire. Ce transfert met en jeu plusieurs types de rayonnement, laser, microonde, puis radiofréquence.

Les expériences présentées par la suite seront menées à partir d'un réseau régulier de $3 \times 3 = 9$ atomes uniques piégés, séparés chacun de 25 μ m suivant l'axe vertical z et de 30 μ m suivant l'axe vertical x .

4. Dans l'état actuel de l'expérience, nous ne pouvons pas réduire ce délai pour des raisons de temps d'ouverture de *shutter*, dispositif qui interrompt mécaniquement le faisceau.

Nous apporterons un soin particulier à la caractérisation des efficacités de chaque étape, en tentant au maximum d'expliquer les mécanismes qui les limitent. Les chiffres obtenus auront pour but d'identifier qualitativement les mécanismes qui limitent de façon prépondérante chacune des étapes, dans l'objectif de les corriger à l'avenir. Ils seront, dans la plupart des cas, fournis avec une résolution de 0,1 % et sans incertitude. Lorsque l'incertitude relative aura été jugée trop importante pour que le chiffre soit pertinent, typiquement au-delà de 30 %, nous le ferons précéder du symbole \sim .

4.3.1 Probabilité de recapture

Dans l'ensemble de cette section, la grandeur mesurée lors des expériences sur les atomes sera leur probabilité de recapture $\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2)$ entre les images 2 et 3. En l'absence de toute manipulation des atomes piégés, cette probabilité de recapture est de 97,8 %. Sur ces 2,2 % de probabilité de perdre l'atome, 1,7 % est dû aux collisions entre les atomes piégés et le gaz résiduel dans l'enceinte. Ce chiffre est le ratio du temps entre les images qui est d'environ 100 ms par le temps de vie des atomes dans le piège valant 5,8 s [90]. Le reste s'explique par la diffusion de photons qui chauffe l'atome pendant l'imagerie, 0,3 %, et pendant le pompage optique, 0,2 %. Ces valeurs sont reportées dans la table (4.2).

Imperfections	Contribution
Collisions	1,7 %
Imagerie	0,3 %
Pompage optique	0,2 %
Total	2,2 %

TABLE 4.2 – Effets menant à la disparition de l'atome entre les images 2 et 3 accompagnés de leur probabilité d'occurrence.

4.3.2 Excitation de 52D

La préparation de l'état circulaire est réalisée en plusieurs étapes à travers lesquelles l'atome passe par les différents états atomiques visibles sur la figure (4.7a). Dans une première étape, l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$ est excité par laser vers l'état de Rydberg $|52D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$, que nous désignerons seulement par $|52D\rangle$ par la suite. Comme représenté sur la figure (4.7a), il s'agit d'une excitation à deux photons désaccordée du niveau intermédiaire $|6P_{3/2}, F = 3, m_f = +3\rangle$ de $\Delta_{6P} = 2\pi \times 500$ MHz. Les deux faisceaux laser nécessaires pour réaliser l'excitation sont représentés sur la figure (4.7b). Ils sont contra-propageants de manière à réduire l'élargissement Doppler. Tous deux ont une polarisation σ^+ . Le premier, de fréquence $\nu = 713,282\,2(1)$ THz soit une longueur d'onde d'environ 420 nm, a une puissance de $\mathcal{P} = 10$ mW, induisant une pulsation de Rabi de $\Omega_{420} = 2\pi \times 42$ MHz sur la transition $5S - 6P$. Le second, de fréquence $\nu = 295,458\,0(1)$ THz soit une longueur d'onde d'environ 1 015 nm, a une puissance de $\mathcal{P} = 45$ mW et induit une pulsation de Rabi de $\Omega_{1015} = 2\pi \times 12$ MHz sur la transition $6P - 52D$. La pulsation de Rabi effective de la transition à deux photons, donnée par :

$$\Omega = \frac{\Omega_{420}\Omega_{1015}}{2\Delta_{6P}}, \quad (4.6)$$

vaut $\Omega = 2\pi \times 0,48$ MHz. Il faut également noter que, dans le cadre d'une excitation à deux photons, les faisceaux produisent un déplacement lumineux sur la transition valant, en

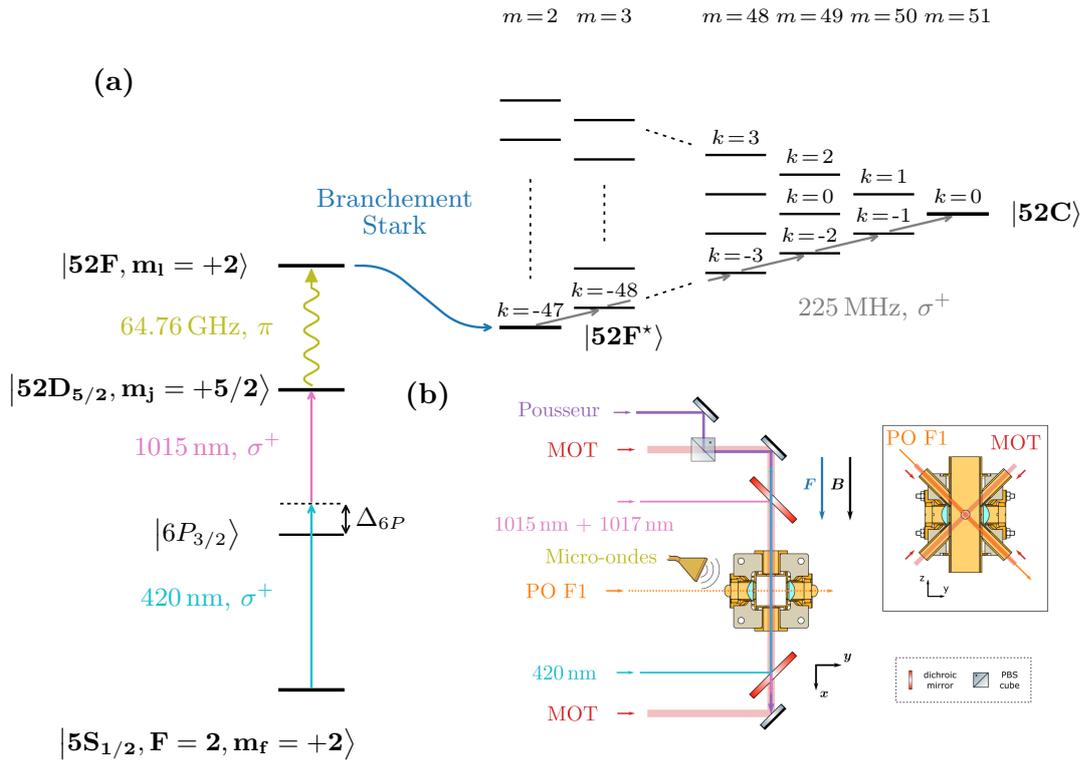


FIGURE 4.7 – (a) Schéma des différents niveaux qu'il faut exciter tour à tour pour préparer l'état circulaire $|52C\rangle$. (b) Positionnement autour du cœur de l'expérience des différents faisceaux laser utiles à la manipulation des états lors des séquences mettant en jeu des états de Rydberg.

négligeant l'effet de toutes les autres transitions de l'atome :

$$\Delta_L = \frac{\Omega_{1015}^2 - \Omega_{420}^2}{4\Delta_{6P}}. \quad (4.7)$$

Davantage de détails expérimentaux concernant les lasers utilisés pour fabriquer ces faisceaux, leur verrouillage en fréquence et leur mise en forme spatio-temporelle sont disponibles dans les références [90, 91]. Rappelons seulement que le laser à 420 nm est un laser titane-saphir doublé en fréquence M-Squared et que le laser à 1 015 nm est une diode laser Toptica. Tous deux sont verrouillés sur une cavité Fabry-Perot ultra-stable.

L'excitation laser des atomes est réalisée en les soumettant à une impulsion laser à 1 015 nm d'une durée de $\tau_\pi = 1,0 \mu\text{s}$, enchâssée dans une impulsion à 420 nm de $1,3 \mu\text{s}$, comme représenté sur la figure (4.8a). Les pinces optiques sont éteintes pendant l'excitation. En effet, la dispersion de positions des atomes d'origine thermique dans les pinces optiques induit une dispersion de l'intensité vue par les atomes. À cette dispersion, s'ajoute la dispersion d'intensité des pinces optiques elles-mêmes, produisant un désaccord inhomogène à cause des déplacements lumineux différents ressentis par chaque atome. On observerait alors un élargissement inhomogène de la raie et une baisse de l'efficacité d'excitation. D'autre part, l'éclairement simultané des atomes avec le faisceau de piégeage à 821 nm et le faisceau à 420 nm provoque leur photo-ionisation, constituant une perte d'atomes.

La figure (4.8b) représente, en bleu, la probabilité de recapture des atomes en fonction du désaccord du laser à 1 015 nm. En rallumant les pinces optiques après les impulsions laser,

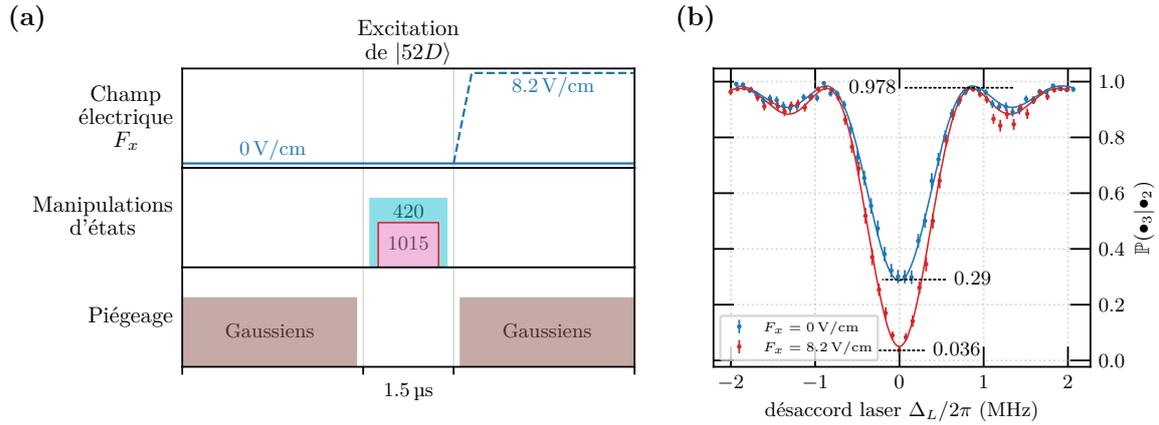


FIGURE 4.8 – (a) Séquence expérimentale permettant l’excitation de l’état $|52D\rangle$. L’impulsion à 1015 nm, encadrée en rouge, est celle dont la fréquence varie pour obtenir le spectre. Dans toute la suite du manuscrit, l’encadrement en rouge d’une impulsion signifiera qu’une de ses caractéristiques a varié pour obtenir le jeu de données correspondant. (b) Spectres d’excitation avec la fréquence du laser à 1015 nm en abscisse et la probabilité de recapture de l’atome en ordonnées. En bleu, le cas où le champ électrique reste constant et nul tout au long de la séquence. En rouge, le cas où il est augmenté juste après les impulsions laser comme représenté en pointillés bleus sur la figure (a).

les atomes dans l’état fondamental sont recapturés mais pas ceux dans l’état $|52D\rangle$, qui sont repoussés par l’effet pondéromoteur du faisceau gaussien. Les données sont ajustées par la formule de Rabi :

$$\mathbb{P}_{\Delta_L}(\bullet_3|\bullet_2) = A \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \Delta_L^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega^2 + \Delta_L^2} \tau_p}{2}\right) + B, \quad (4.8)$$

avec Δ_L le désaccord entre le laser et la transition, Ω la pulsation de Rabi, τ_p la durée de l’impulsion, A l’amplitude de la raie et B la ligne de base du spectre. Pour obtenir chacun des 51 points de donnée de la courbe, l’expérience est répétée 50 fois. Les barres d’erreur résultent essentiellement de cette statistique. L’acquisition complète du spectre dure environ 20 min.

Nous constatons que, à résonance, la probabilité de recapture est encore de 29 %, alors que l’on s’attend à ce que l’atome de Rydberg soit éjectés par le potentiel pondéromoteur de la pince optique gaussienne. Cette probabilité compte, d’une part, les atomes qui n’ont pas été excités par les impulsions et qui sont restés dans l’état fondamental et, d’autre part, les atomes qui ont bien été excités vers $|52D\rangle$, mais qui ont eu le temps de se désexciter et sont retombés dans les pinces optiques. La quantité d’atomes concernés par ce dernier scénario dépend de la température des atomes dans le piège et du temps de vie de l’état de Rydberg. Plus la température est élevée et plus le temps de vie est long, plus l’atome se désexcitera en moyenne loin de la pince optique et plus la probabilité d’y retomber sera faible. Ici, la température est de $T = 4,5 \mu\text{K}$ et le temps de vie de $\tau = 69 \mu\text{s}$ pour l’état $|52D\rangle$ dans un environnement à température ambiante. Le temps caractéristique τ_{th} , que l’atome met pour s’écarter de la pince optique est donné par :

$$\tau_{th} = w \sqrt{\frac{m_{Rb}}{k_B T}}, \quad (4.9)$$

avec $w = 1,2\ \mu\text{m}$ le col de la pince optique, m_{Rb} la masse d'un atome de rubidium 87, T sa température et k_B la constante de Boltzmann. Notons que ce temps est sur-estimé puisqu'il ne prend pas en compte l'effet du potentiel pondérateur de la pince optique, qui accélère l'atome loin du centre de la pince. Dans les conditions de l'expérience, nous trouvons $\tau_{th} = 57\ \mu\text{s}$, soit un temps voisin du temps de vie, ce qui confirme la plausibilité de ce mécanisme.

Afin de réaliser une mesure quantitative du nombre d'atomes réellement excités dans l'état $|52D\rangle$ à l'issue des impulsions, une solution consiste à augmenter fortement le temps de retour dans le fondamental de l'atome, introduit au paragraphe 1.2.4, de sorte à laisser à l'atome le temps de quitter le voisinage du piège avant de se désexciter. Pour cela, nous augmentons le champ électrique de sorte à transférer l'atome dans un état parabolique comportant une faible proportion d'états sphériques de bas ℓ , comme indiqué sur la figure (4.8a). Le poids des canaux de désexcitation rapide vers l'état fondamental est donc fortement réduit. Le champ électrique selon l'axe x est monté à $F_x = 8,2\ \text{V}/\text{cm}^5$, juste après la fin de l'impulsion à 420 nm. Le temps de montée nécessaire à l'établissement du champ est de 300 ns. La courbe en rouge sur la figure (4.8b) est le spectre pris dans ces conditions. La probabilité de recapture à résonance est maintenant de 3,6 %, soit près de 8 fois plus faible que ce qu'elle était en gardant le champ électrique constamment nul.

Cette probabilité de 3,6 % provient de la contribution de plusieurs effets résumés dans la table (4.3). Elle comprend tout d'abord l'imperfection du pompage optique qui laisse 0,4 % des atomes dans des niveaux Zeeman non couplés par le laser, atomes qui seront donc recapturés. Dans l'annexe E.3, nous mesurons un temps de relaxation de $t_1 = 26(1)\ \mu\text{s}$ lors de l'excitation de l'état $|52D\rangle$. Ce temps est notamment limité par le bruit de phase des laser et par les inhomogénéités spatiales du faisceau à l'échelle du réseau d'atomes. Avec une durée de l'impulsion de $\tau_\pi = 1,0\ \mu\text{s}$, ceci induit une erreur d'excitation de $\tau_\pi/(2t_1) = 1,9\%$. Nous avons calculé au paragraphe 1.2.4 que le temps de retour dans le fondamental de l'état $|52F\rangle$ était multiplié par un facteur 26 en le plaçant dans un fort champ électrique. En gardant ce chiffre dans le cas de l'état $|52D\rangle$, la probabilité que l'atome se désexcite au voisinage immédiat de la pince optique et qu'il soit recapturé est donc 26 fois plus faible qu'en champ électrique nul. Nous estimons donc grossièrement cette probabilité à 1,1 % au lieu de 28 %. Enfin, il existe un temps mort d'environ 0,6 μs entre la fin de l'impulsion d'excitation à 1 015 nm et le moment où le champ électrique atteint une valeur suffisante pour augmenter significativement le temps de retour dans l'état fondamental de l'atome. En supposant que pendant cette durée le temps de vie de l'atome reste de $\tau = 69\ \mu\text{s}$ et que la moitié des canaux de désexcitation mènent vers l'état fondamental, la probabilité de recapture associée vaut 0,4 %. L'ensemble de ces effets permet d'expliquer une probabilité de recapture à résonance de 3,8 %, ce qui est compatible avec la probabilité mesurée de 3,6 %.

Retenons que l'imperfection propre à l'étape d'excitation des atomes vers l'état $|52D\rangle$ ne s'élève qu'à seulement 1,9 %. L'effet du temps de retour en présence ou non d'un champ électrique s'apparente à une erreur de détection.

4.3.3 Excitation de 52F

Lorsque les atomes sont dans l'état $|52D\rangle$, l'étape suivante dans le processus de préparation de l'état circulaire $|52C\rangle$ est l'excitation de l'état $|52F, m_l = +2\rangle$, comme représenté sur

5. Il s'agit de la valeur maximale atteignable dans l'expérience en quelques centaines de nanosecondes, dépasser ce champ électrique requiert d'utiliser un autre dispositif électronique et prend quelques microsecondes.

Effet	Contribution pour $ 52D\rangle$	Contribution pour $ 52F\rangle$
Pompage optique	0,4 %	0,4 %
Imperfection d'excitation	1,9 %	1,2 %
Temps de retour, $F_x = 8,2 \text{ V/cm}$	1,1 %	1,1 %
Temps de retour, $F_x = 0 \text{ V/cm}$	0,4 %	1,0 %
Total calculé	3,8 %	
Total mesuré	3,6 %	3,7 %

TABLE 4.3 – Contributions des différents mécanismes limitant la probabilité de recapture des atomes lors de l'excitation laser de l'état $|52D\rangle$ et de l'excitation microonde de l'état $|52F\rangle$. Pour cette dernière excitation, nous ne calculons pas de probabilité totale, nous la mesurons uniquement et nous en déduisons la contribution de l'imperfection d'excitation valant 1,2 %.

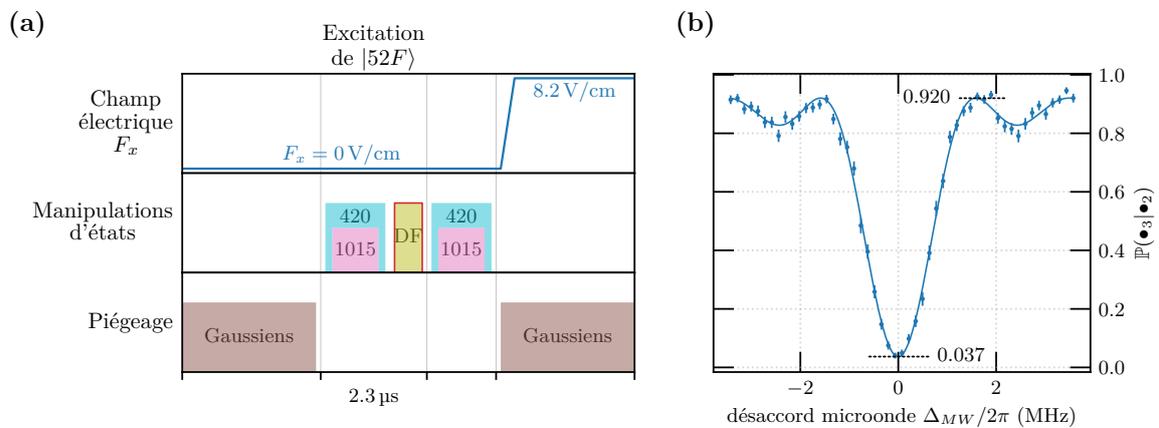


FIGURE 4.9 – (a) Séquence d'excitation et de détection de l'état $|52F\rangle$. Encadrée en rouge, l'impulsion microonde dont la fréquence varie pour obtenir le spectre. (b) Spectre microonde d'excitation associé à la séquence, dans lequel nous mesurons la probabilité de recapture de l'atome en fonction du désaccord microonde Δ_{MW} .

la figure (4.7a). Par la suite, nous référerons à cet état simplement par $|52F\rangle$. L'excitation est réalisée par une impulsion microonde de 0,6 μs à une fréquence de $\nu = 64,756\,484(4)$ GHz et ayant une polarisation linéaire π . Cette impulsion est émise par le cornet représenté sur la figure (4.7b). De plus amples informations sur l'électronique en amont de ce cornet sont disponibles dans les références [90, 91].

La séquence permettant de mesurer l'efficacité d'excitation de l'état $|52F\rangle$ est représentée sur la figure (4.9a). Nous excitons d'abord l'état $|52D\rangle$ par laser comme précédemment. Ensuite, cet état est lui-même excité à l'aide de l'impulsion microonde vers $|52F\rangle$. Nous mesurons sa population en fonction du désaccord de la microonde par rapport à la transition. Les éventuels atomes restés dans l'état $|52D\rangle$ après une impulsion microonde non résonnante sont ensuite ramenés dans l'état fondamental à l'aide d'une impulsion π de désexcitation laser, identique à celle d'excitation. Le champ électrique est alors allumé pour augmenter le temps de retour dans le fondamental des atomes restés dans l'état $|52F\rangle$ et de la fraction résiduelle d'atomes dans l'état $|52D\rangle$. La probabilité de recapture des atomes tracée en fonction du désaccord de la microonde est représentée sur la figure (4.9b).

À résonance, la probabilité de recapture des atomes est de 3,7 %. Elle résulte comme au paragraphe précédent de quatre effets qui se cumulent : l'imperfection du pompage optique

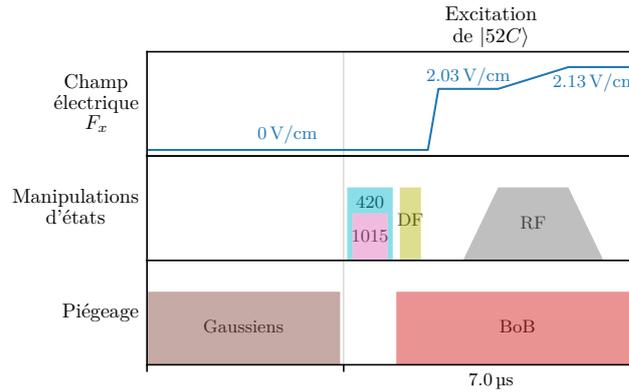


FIGURE 4.10 – Séquence d'excitation complète de l'état circulaire $|52C\rangle$ à partir de l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$. L'atome dans cet état est initialement piégé dans une pince optique gaussienne. La lumière de la pince est interrompue, l'atome est excité par laser vers l'état $|52D\rangle$, puis nous allumons la pince optique de type BoB qui piège l'état de Rydberg préparé. Nous excitons ensuite l'atome par microonde vers l'état $|52F\rangle$. L'augmentation du champ électrique jusqu'à $F_x = 2,03 \text{ V/cm}$ transforme adiabatiquement l'état sphérique $|52F\rangle$ en l'état parabolique $|52F^*\rangle$. Un champ radiofréquence permet ensuite de préparer l'état circulaire $|52C\rangle$ en réalisant un passage adiabatique.

à hauteur de 0,4 %, l'effet du temps de retour dans l'état fondamental après augmentation du champ électrique à hauteur de 1,1 % et celui du temps de retour en champ nul, pendant la période de $1,4 \mu\text{s}$ entre la fin de l'impulsion microonde et la montée du champ électrique, comptant pour 1,0 % si nous supposons que le temps de retour dans l'état fondamental en champ nul de l'état $|52F\rangle$ est le même que celui de $|52D\rangle$, soit environ $70 \mu\text{s}$. Le reste de l'effet, soit 1,2 % est attribué un élargissement inhomogène dû en partie au gradient de puissance microonde résultant de la structure complexe du mode spatial au niveau du réseau d'atomes, et en partie à des interactions résiduelles entre atomes voisins [90]. Ces chiffres sont résumés dans la table (4.3).

L'imperfection propre à l'étape d'excitation de $|52F\rangle$ à partir de $|52D\rangle$ est de 1,2 %. Comme dans le cas de l'excitation de $|52D\rangle$, les temps de retour finis provoquent seulement une erreur de détection.

Notons que la ligne de base à 92,0 % est compatible avec une recapture sans manipulation de 97,8 % suivi d'une excitation et d'une désexcitation laser chacune avec 1,9 % de perte, entre lesquelles s'intercalent une durée de $1,2 \mu\text{s}$ pendant laquelle 1,7 % des atomes sont perdus.

4.3.4 Excitation de $52C$

Une fois l'état $|52F\rangle$ préparé, nous augmentons le champ électrique jusqu'à une valeur de $F_x = 2,03 \text{ V/cm}$, comme représenté sur la figure (4.10). Dans ce champ électrique, les états propres de l'atome sont les états paraboliques décrits au paragraphe 1.2.2. Lors de la montée du champ électrique, effectuée en environ 300 ns, l'état $|52F\rangle$ se branche adiabatiquement sur l'état parabolique $|n = 52, k = -47, m = 2\rangle$, que nous avons noté $|52F^*\rangle$ précédemment.

Comme représenté sur la figure (4.11a), l'état $|52F^*\rangle$ se trouve en bas d'une échelle de cinquante niveaux quasi-équidistants, dont le plus haut en énergie est l'état circulaire $|52C\rangle$. Ils sont chacun séparés d'une fréquence de 225 MHz lorsqu'ils sont dans un champ électrique de $F_x = 2,06 \text{ V/cm}$ et un champ magnétique de $B_x = 14 \text{ G}$. Afin de réaliser la transition entre les états $|52F^*\rangle$ et $|52C\rangle$, nous utilisons un champ radiofréquence à 225 MHz qui couple

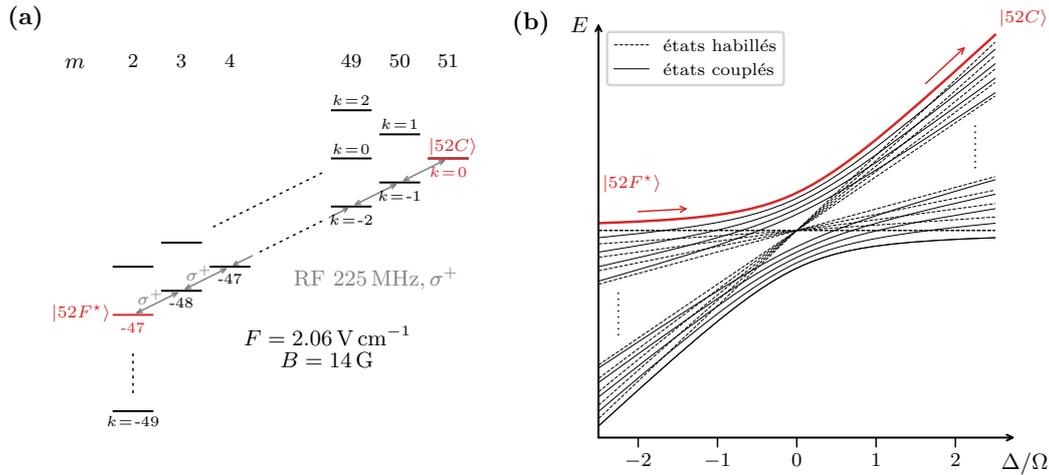


FIGURE 4.11 – (a) Niveaux paraboliques. L'atome est initialement dans l'état $|52F^*\rangle$ avant de rejoindre l'état circulaire par passage adiabatique. Notons que l'état $m = 2$ appartenant à l'échelle harmonique d'états menant à l'état circulaire n'est pas celui pour lequel $k = -49$ mais $k = -47$ à cause du défaut quantique. Il existe un seul couple (fréquence du champ RF, valeur du champ électrique F_x), qui rend la transition entre $|n = 2, m = 2, k = -47\rangle$ et $|n = 2, m = 3, k = -48\rangle$ résonnante avec toutes les autres. Pour que le passage adiabatique soit efficace, il faut choisir ce couple de sorte à rendre l'échelle d'états harmonique. (b) Diagramme explicatif simplifié du passage adiabatique. En traits pointillés, les états habillés par le champ RF. En traits pleins, les mêmes états couplés par le champ avec une pulsation de Rabi Ω . Les énergies propres des états sont tracées en fonction rapport du désaccord Δ entre les transitions et le champ radiofréquence, divisé par la pulsation de Rabi Ω .

chacun des niveaux voisins. Il est généré par les électrodes, en jaune sur la figure (4.2). Un bon contrôle des phases et des amplitudes du signal au niveau de ces électrodes permet d'obtenir la polarisation σ^+ nécessaire au couplage. Comme le montre la figure (4.11b), une fois les états couplés par le champ radiofréquence, l'état $|52F^*\rangle$ se transforme adiabatement en l'état circulaire $|52C\rangle$ lorsque le désaccord varie. Dans notre expérience, la fréquence du champ RF est fixée et le désaccord est contrôlé grâce à l'effet Stark par le champ électrique statique appliqué. L'excitation de l'état circulaire est obtenue en trois étapes. À désaccord constant négatif, dans un champ électrique de $F_x = 2,03 \text{ V/cm}$, nous augmentons adiabatement la puissance du champ radiofréquence en $1 \mu\text{s}$. Les états habillés, en traits pointillés sur la figure (4.11b), rejoignent les états couplés, en traits pleins. La valeur du champ électrique est alors augmentée en $2 \mu\text{s}$, pour atteindre une valeur de $F_x = 2,13 \text{ V/cm}$. L'état des atomes suit alors adiabatement la courbe en rouge sur la figure (4.11b). Nous terminons l'étape de préparation de l'état $|52C\rangle$ en abaissant adiabatement la puissance du champ RF. L'impulsion radiofréquence ainsi que la rampe de champ électrique pour préparer l'état circulaire $|52C\rangle$ sont représentées sur la figure (4.10) respectivement en gris et en bleu. Nous nous référerons régulièrement par la suite à l'ensemble des étapes qui permettent de préparer l'état circulaire $|52C\rangle$ à partir de l'état fondamental du rubidium par le terme de *circularisation*.

Jusqu'à l'impulsion d'excitation laser, les atomes sont piégés par des pinces optiques gaussiennes. À l'issue de l'impulsion, lorsque les atomes sont excités dans l'état de Rydberg $|52D\rangle$, nous allumons aux positions où étaient les pièges gaussiens les pinces optiques en forme de BoB qui piègent les atomes par effet pondéromoteur [71]. La puissance par BoB est de $\mathcal{P} = 22 \text{ mW}$, ce qui constitue une profondeur de piège de $T_{\text{BoB}} = 78 \mu\text{K}$, largement

suffisante pour retenir des atomes à $T = 4,5 \mu\text{K}$. Le paramètre de forme du BoB, à savoir le rayon du disque π sur le masque de phase dont il a été question au paragraphe 2.3.2, est fixé à $R_\pi = 3,35 \text{ mm}$. Rappelons que le col du faisceau sur le SLM est de $W = 5,2 \text{ mm}$ et qu'il est tronqué à $P = 6 \text{ mm}$. L'annexe E.5 présente les caractéristiques simulées d'un BoB dans diverses configurations de paramètres (R_π, W, P). Le piégeage d'atomes circulaire dans des BoB a été étudié en détail pendant le doctorat de Brice Ravon [90].

4.3.5 Excitation de 54C - mesure destructive d'états circulaires

Excitation de 54C

Une fois l'atome dans l'état $|52C\rangle$, nous pouvons préparer les états circulaires de nombres quantiques principaux n voisins en effectuant des transitions microondes, éventuellement à plusieurs photons, vers les états $|nC\rangle$. Au voisinage de l'état $|52C\rangle$, les fréquences de ces transitions sont de l'ordre de 50 GHz. La polarisation requise est σ^+ . Ces microondes proviennent du même cornet, situé à proximité de l'enceinte ultra-vide, qui émet la microonde nécessaire à la transition entre les états $|52D\rangle$ et $|52F\rangle$. Ici, nous allons présenter le cas de l'excitation de l'état $|54C\rangle$ et de la mesure qui atteste de cette préparation.

Sur la figure (4.12a), nous décrivons dans un premier temps la séquence par laquelle nous excitons l'état $|52C\rangle$. Une impulsion microonde de $1,2 \mu\text{s}$, résonnante pour une fréquence de $\nu = 44,245\,430(3) \text{ GHz}$, excite alors l'état $|54C\rangle$. La figure (4.12b) représente les niveaux circulaires $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$ ainsi que la transition à deux photons qui les lie, passant par un état intermédiaire désaccordé de 1,25 GHz par rapport à l'état $|53C\rangle$. La transition est réalisée dans un champ électrique de $F_x = 1,59 \text{ V/cm}$, une valeur dont le choix sera motivé par la suite.

Mesure destructive d'états circulaires

La mesure de l'état de l'atome est effectuée par désexcitation sélective de l'état $|52C\rangle$. Pour cela, nous inversons l'ordre de la séquence ayant permis de préparer l'état circulaire, comme indiqué sur la figure (4.12a). La seule différence entre la séquence d'excitation et celle de désexcitation réside dans l'ajout d'un délai de $1 \mu\text{s}$ entre la rampe qui ramène le champ électrique à zéro et l'impulsion FD réalisant la transition entre l'état $|52F\rangle$ et l'état $|52D\rangle$. Ce délai laisse au champ électrique le temps de se stabiliser de sorte à ne pas réduire l'efficacité de la transition.

La sélectivité en n du passage adiabatique transformant l'état $|nC\rangle$ en $|nF^*\rangle$, puis lorsque le champ devient nul en $|nF\rangle$, n'est pas parfaite. La probabilité de désexciter également d'autres états circulaires pour obtenir des états $|nF\rangle$, avec $n \neq 52$, n'est donc pas négligeable. Pour éviter que l'atome dans un de ces états $|nF\rangle$ ne se désexcite et retombe dans la pince optique gaussienne, nous montons le champ électrique à $F_x = 8,2 \text{ V/cm}$ pour augmenter le temps de retour dans le fondamental, selon la méthode déjà discutée au paragraphe 4.3.2. Malgré cela, nous mesurons une probabilité de désexciter puis de recapturer l'atome dans l'état $|51C\rangle$ ou $|53C\rangle$ respectivement de $\sim 3,9\%$ et de $1,8\%$. Ces probabilités non nulles résultent de la désexcitation vers l'état fondamental des états $|51F\rangle$ ou $|53F\rangle$ pendant la période où le champ électrique est nul. Nous avons également mesuré la probabilité de désexcitation de l'état elliptique $|52E^-\rangle$ et trouvé une valeur de $5,7\%$. Les méthodes utilisées pour mesurer ces probabilités sont données dans l'annexe E.6.

Sur la figure (4.12c), nous mesurons la probabilité de recapture de l'atome à l'issue de la

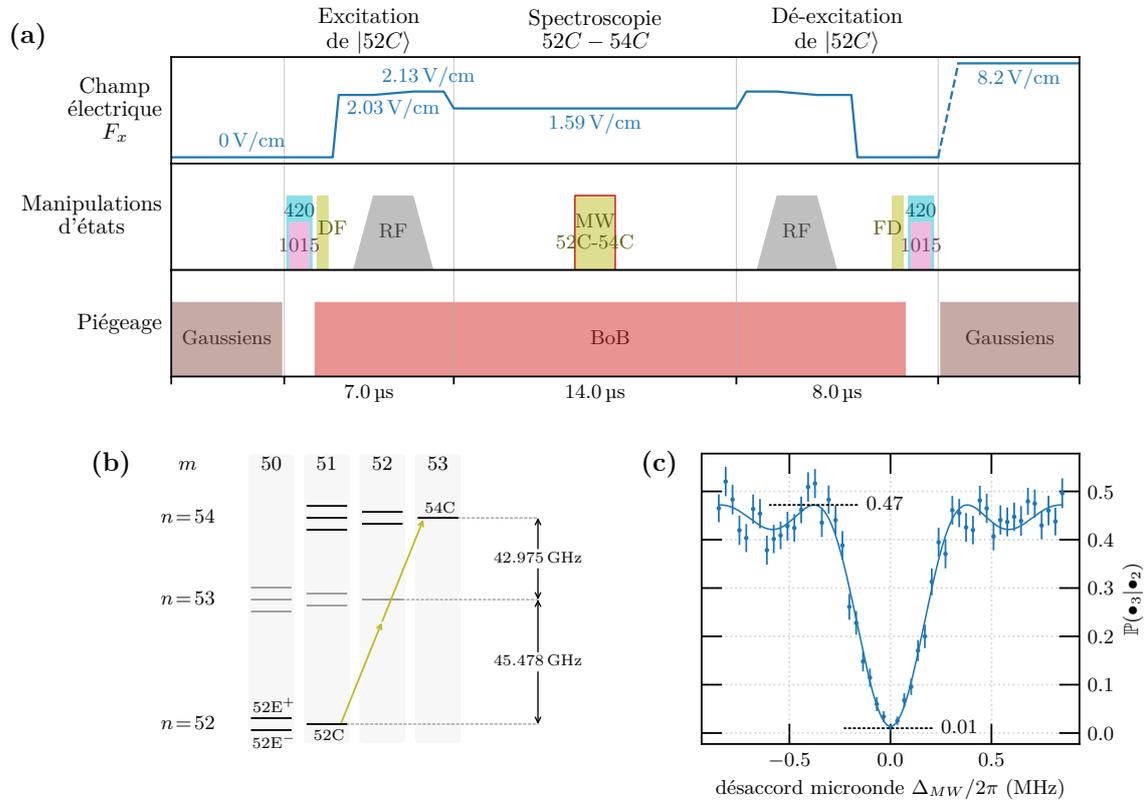


FIGURE 4.12 – (a) Séquence d’excitation de l’état $|52C\rangle$, suivie de l’impulsion microonde d’excitation vers $|54C\rangle$, encadré en rouge, dont la fréquence est variable et finalement de la séquence de désexcitation de l’état $|52C\rangle$. Le laps de temps de 14 μ s pendant lequel se déroule la spectroscopie sera utilisé pour d’autres manipulations par la suite. (b) Schéma des niveaux circulaires $|52C\rangle$, $|53C\rangle$ et $|54C\rangle$, accompagnés des niveaux elliptiques voisins. Les flèches en vert olive représentent la transition microonde à deux photons. (c) Spectroscopie microonde entre les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$. Probabilité de recapture de l’atome en fonction du désaccord microonde Δ_{MW} .

État circulaire	Probabilité de désexcitation
$ 50C\rangle$	$\leq 0,1\%$
$ 51C\rangle$	$\sim 1,8\%$
$ 52C\rangle$	69%
$ 52E^-\rangle$	5,7%
$ 53C\rangle$	3,9%
$ 54C\rangle$	$\leq 1,0\%$

TABLE 4.4 – Probabilités de désexcitation jusqu’à l’état fondamental d’états circulaires et elliptique en fonction de n . Le détail des mesures de ces chiffres est présenté dans l’annexe E.6.

Imperfections	Contribution
Pompage optique	0,4 %
Excitation de $ 52D\rangle$	1,9 %
Excitation de $ 52F\rangle$	1,2 %
Temps de vie des bas l	3,3 %
Fraction perdue dans des bas l	3,9 %
Fraction perdue dans $ 52E^-\rangle$	2,7 %
Temps de vie des circulaires	10 %
Total calculé	21,4 %
Total mesuré	31 %

TABLE 4.5 – Récapitulatifs des diverses imperfections que nous avons quantifiées lors de la préparation d'états circulaires. La probabilité totale de perdre l'atome est calculée comme $\mathbb{P}(o_3|\bullet_2)_{\text{total}} = 1 - \prod_k [1 - \mathbb{P}(o_3|\bullet_2)_k]$ ou k représente l'une des contributions.

séquence représentée sur la figure (4.12a), en fonction du désaccord de la microonde réalisant la transition $52C - 54C$. En l'absence de l'impulsion microonde résonnante, la probabilité de recapture est de 47 %. En supposant que les probabilités d'excitation et de désexcitation de l'état $|52C\rangle$ sont similaires, nous concluons qu'elles valent chacune 69 %. À résonance, la probabilité de recapture est inférieure à 1,0 %. À ce stade, il n'est pas possible de distinguer dans cette probabilité de recapture l'imperfection de l'impulsion d'excitation de la probabilité de désexcitation de l'état $|54C\rangle$, ceci fixe seulement une borne supérieure. Ces estimations seront affinées au chapitre suivant. Elles sont pour l'instant rassemblées dans la table (4.4).

La séquence de désexcitation constitue une *mesure destructive* de l'état de l'atome circulaire. Elle détecte sélectivement l'état $|52C\rangle$ avec un taux de faux négatif de l'ordre de 31 %, la probabilité de désexciter l'état $|52C\rangle$ n'étant que de 69 %, et un taux de faux positifs inférieur à 1,0 %, à condition que l'atome ne soit pas dans l'état $|51C\rangle$ ou $|53C\rangle$.

Efficacité d'excitation de 52C

D'après les résultats précédents, il y a une probabilité de 31 % pour que la préparation de l'état circulaire $|52C\rangle$ échoue. Nous avons déjà décrit trois imperfections d'excitation intervenant lors du pompage optique, de l'excitation laser et de l'excitation microonde $52D - 52F$, qui s'ajoutent lors de l'excitation de $|52C\rangle$. Les probabilités associées sont présentées dans la table (4.5).

À celles-ci s'ajoutent les contributions de quatre autres sources d'imperfections. En premier lieu, le temps de vie fini des états de Rydberg se manifeste par de l'émission spontanée et des transfères thermiques, d'où résultent des imperfections du point de vue de la préparation d'états circulaires. En première approximation, nous distinguons deux cas limites. Le premier dans lequel les atomes sont dans un état de Rydberg de faible ℓ et où nous considérons qu'ils ont un temps de vie d'environ $\tau = 70 \mu\text{s}$, similaire à celui de l'état $|52D\rangle$. Lors de la séquence représentée sur la (4.12a), nous considérons que les atomes restent dans un état de Rydberg de faible ℓ pendant la durée séparant le milieu des impulsions laser de la montée du champ électrique jusqu'à $F_x = 2,03 \text{ V/cm}$, soit $2,3 \mu\text{s}$. La fraction des atomes perdus par émission spontanée lors de cette durée est alors de 3,3 %. Ensuite, les atomes sont essentiellement dans des états de ℓ élevés, ce qui interdit les canaux optiques de désexcitation comme discuté au paragraphe 1.2.4. Ceci a pour effet de doubler les temps de vie des atomes à température ambiante. Nous assimilons alors leur temps de vie à celui de l'état $|52C\rangle$, qui vaut $\tau = 130 \mu\text{s}$.

En considérant la durée entre la montée du champ électrique et le milieu de la séquence sur la figure (4.12a), soit 13 μs , la fraction d'atomes perdus par désexcitation est de 10 %.

Après excitation de l'état circulaire $|52C\rangle$, nous détectons la présence d'autres états, par des méthodes détaillées dans l'annexe E.6. Nous évaluons à 3,9 % la probabilité de trouver des états de faible ℓ , de potentiel d'ionisation voisin de celui de $|52F\rangle$. Nous avons également mesuré une population de 2,7 % de l'état elliptique $|52E^- \rangle$.

D'après les probabilités rassemblées dans la table (4.5), les contributions de l'ensemble des imperfections caractérisées permettent d'expliquer 21,4 % d'atomes perdus parmi les 31 % constatés à l'issue de l'excitation puis de la désexcitation de l'état $|52C\rangle$. Nous supposons que la différence réside dans le peuplement d'autres états de Rydberg parmi les quelques deux mille états de la multiplicité $n = 52$, états dont nous n'avons pas sondé les populations. Ce peuplement indésirable d'autres états de Rydberg pourrait être accentué par d'éventuelles interactions entre atomes.

Perspectives d'amélioration

Parmi les différentes imperfections mentionnées, peu sont inéluctables. Le pompage optique pourra être amélioré en réduisant les temps passés dans les pièges entre la fin du pompage et l'excitation Rydberg, et en augmentant la pureté de la polarisation du faisceau PO F2. Ceci nécessite à la fois une polarisation parfaitement circulaire du faisceau et un alignement parfait de son axe propagation avec l'axe de quantification de l'atome, donné par l'orientation du champ magnétique.

Concernant l'efficacité d'excitation de $|52D\rangle$, l'impact du bruit de phase des lasers peut être réduit en effectuant la transition en un temps plus court, ce qui exige des puissances laser plus importantes. L'intensité inhomogène des faisceaux lasers sur le réseau d'atomes a deux conséquences sur l'efficacité d'excitation. D'une part, un désaccord qui dépend de la position suivant l'équation (4.7), mais qui peut être annulé à condition d'égaliser les fréquences de Rabi produites par chacun des faisceaux. D'autre part, la pulsation de Rabi effective dépend de la position. Nous pouvons remédier à ce problème en implémentant une excitation STIRAP [122].

La transition entre les états $|52D\rangle$ et $|52F\rangle$ est limitée par une pulsation de Rabi inhomogène à l'échelle du réseau d'atomes, dû à un gradient de puissance microonde. Ce gradient a pour origine le système d'onde stationnaire engendré par la paroi métallique de l'enceinte ultra-vide et les électrodes. Dans une future expérience, des absorbeurs de microonde permettront d'avoir un taux d'onde stationnaire très faible et donc une bonne homogénéité de pulsation de Rabi.

Dans un environnement cryogénique, le temps de vie des états de Rydberg de grand ℓ sera augmenté d'un facteur de l'ordre de 10^2 et celui des états de faible ℓ d'un facteur environ 2. Pour réduire encore l'impact du temps de vie fini des états de Rydberg de bas ℓ , il faut les laisser le moins de temps possibles dans ces états. Pour cela, il est souhaitable de raccourcir les impulsions d'excitation laser et microonde et voire de les combiner pour effectuer une excitation à trois photons qui excite directement l'état $|52F\rangle$ sans passer par $|52D\rangle$. Nous pouvons également imaginer des méthodes permettant d'exciter directement un état parabolique essentiellement composé d'états sphériques de grand ℓ .

Un meilleur réglage des nombreux paramètres lors de l'excitation de l'état $|52C\rangle$ (valeur des champs électrique et magnétique, puissance, polarisation, temps d'allumage et fréquence du champ RF, durée de la rampe de champ électrique) doit permettre une efficacité d'excitation supérieure à 99 % [123].

Enfin, le défi le plus important à relever consiste à ce que ces différentes imperfections ne soient pas amplifiées par les interactions qui peuvent exister entre les atomes dans le réseau. De manière générale, plus les étapes d'excitation seront rapides, moins elles seront affectées par les interactions. Nous avons également montré qu'il était possible, en orientant convenablement le champ électrique, d'allumer et d'éteindre dynamiquement les interactions dipôle-dipôle entre deux atomes [124, 91]. Ceci se généralise à une chaîne rectiligne d'atomes mais pas à un réseau en deux dimensions. Il est probable que des techniques de contrôle optimal, déjà utilisées par le passé pour exciter efficacement et rapidement des états circulaires [123], permettent aussi d'améliorer les efficacités d'excitation en présence d'interactions. D'autres effets collectifs peuvent être néfastes. C'est le cas de la super-radiance qui augmente d'un facteur \sqrt{N} le taux de désexcitation d'un état collectif composé de N états circulaires identiques. Cet effet peut être fortement atténué en plaçant les atomes dans une structure inhibant le rayonnement microonde [72].

4.3.6 Excitation de 45S

Nous avons expliqué au paragraphe 1.3.2 que la paire d'états $|54C\rangle - |45S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle$ — noté simplement $|45S\rangle$ — était un bon candidat pour réaliser des expériences mettant en jeu l'interaction dipôle-dipôle résonante entre un atome de Rydberg circulaire et un atome de Rydberg de faible ℓ , excitable par laser. En effet, d'une part, l'interaction entre ces états est relativement grande, $C_3 = 2\pi \times 2,25 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$ et, d'autre part, une valeur réduite de champ électrique, $F_x = 1,59 \text{ V/cm}$, suffit pour mettre à résonance le couple d'états $|45S\rangle - |45P\rangle$ avec le couple $|54C\rangle - |53C\rangle$. Rappelons que, si une valeur trop grande était nécessaire, la variation d'énergie des états sous l'effet d'une variation du champ électrique $d\mathcal{E}/dF = 2\alpha^{(2)}F$, causée par l'effet Stark quadratique, pourrait devenir suffisamment importante pour que le bruit de champ électrique présent dans l'expérience provoque de la décohérence lors de l'excitation ou de l'interaction des atomes.

L'état $|45S\rangle$ est préparé à l'aide d'une excitation laser à deux photons, de façon similaire à l'état $|52D\rangle$, comme précédemment illustré sur la figure (4.7a). La seule différence est le faisceau infrarouge utilisé. Cette fois-ci, sa polarisation est σ^- , sa fréquence, plus faible, est de $\nu = 294,863\,2(1) \text{ THz}$, ce qui correspond à une longueur d'onde d'environ 1017 nm. Sa puissance est de $\mathcal{P} = 360 \text{ mW}$, soit une pulsation de Rabi de $\Omega_{1017} = 2\pi \times 26 \text{ MHz}$. Ce faisceau provient d'un laser titane-saphir de la marque M-Squared. La puissance du faisceau à 420 nm est elle aussi différente, elle vaut $\mathcal{P} = 19 \text{ mW}$, soit une pulsation de Rabi de $\Omega_{420} = 2\pi \times 57 \text{ MHz}$. Le désaccord par rapport à l'état $6P$ valant toujours $\Delta = 2\pi \times 500 \text{ MHz}$, la pulsation de Rabi effective de la transition vaut $\Omega = 2\pi \times 1,47 \text{ MHz}$.

Notons qu'en plus de donner lieu à de fortes interactions dans un champ électrique pas trop grand, l'état $|45S\rangle$ à l'avantage d'être excitable avec un faisceau infrarouge de polarisation opposée à celle requise pour $|52D\rangle$. Il est donc possible de mettre en commun une partie du chemin optique entre les lasers et les atomes et en particulier la fibre optique qui les relie. L'alignement des faisceaux sur les atomes est alors simplifié et les possibilités de dérive de l'expérience réduites, les faisceaux à 1015 nm et à 1017 nm étant toujours intrinsèquement alignés.

L'excitation laser est réalisée à l'aide d'une impulsion à 1017 nm de 0,4 μs , enchâssée dans une impulsion à 420 nm de 0,6 μs , avec les pinces optiques éteintes. Cette excitation a lieu dans un champ électrique de $F_x = 1,59 \text{ V/cm}$, champ qui permettra l'interaction résonante avec l'état $|54C\rangle$ par la suite. Comme dans le cas de l'excitation de l'état $|52D\rangle$, le temps de vie fini de l'état $|45S\rangle$, valant $\tau = 51 \mu\text{s}$, conduit à une probabilité de recapture

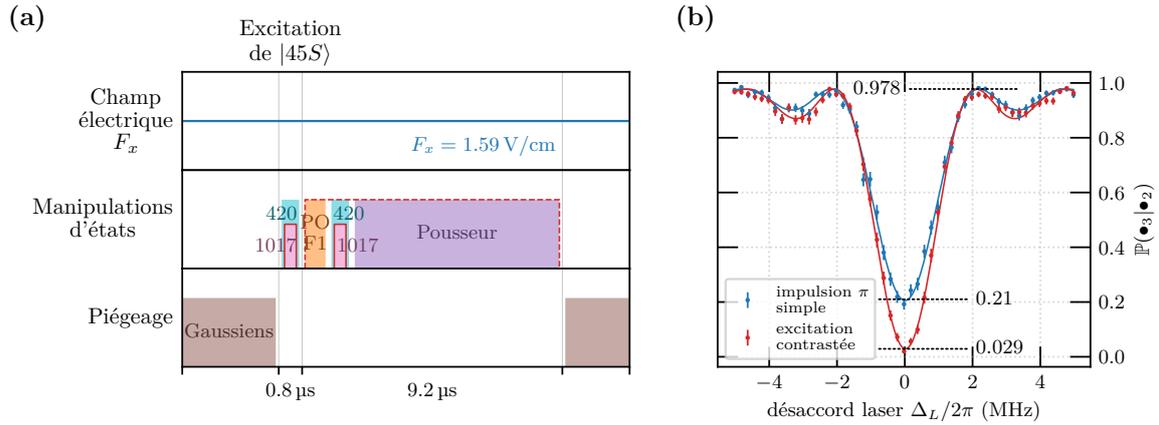


FIGURE 4.13 – (a) Séquence expérimentale permettant l'excitation de l'état $|45S\rangle$ et sa détection avec une bonne fidélité. Les impulsions laser à 1017 nm encadrées en trait plein rouge sont celles dont la fréquence varie pour mesurer le spectre. Les impulsions encadrées en trait pointillés rouge sont présentes ou non selon la séquence considérée. (b) En bleu, spectre d'excitation laser de $|45S\rangle$ avec seulement une seule impulsion à $1017 \text{ nm} + 420 \text{ nm}$. En rouge, spectre obtenu avec la séquence complète.

à résonance non négligeable, comme nous le constatons sur la figure (4.13b). Ici, pour des raisons qui seront développées par la suite, le refroidissement adiabatique est moins poussé et la température des atomes est de $T = 10 \mu\text{K}$. En reprenant l'équation (4.9), nous calculons un ratio de $\tau_{th}/\tau = 0,75$ alors qu'il était de $\tau_{th}/\tau = 0,83$ lors de l'excitation de l'état $|52D\rangle$. Ceci explique pourquoi la probabilité de recapture à résonance est plus faible pour l'état $|45S\rangle$, 21 %, que pour l'état $|52D\rangle$, 28 %.

Afin d'obtenir un meilleur contraste sur le spectre (4.13b), la méthode qui consiste à élever le champ électrique de sorte à augmenter le temps de retour dans l'état fondamental fonctionne. Cependant, l'étude de l'interaction dipôle-dipôle résonnante nécessitera un champ précisément fixé à $F_x = 1,59 \text{ V/cm}$. Il n'est donc pas souhaitable d'avoir recours à cette technique pour améliorer le contraste de la spectroscopie de l'état $|45S\rangle$.

Nous avons mis au point une suite de manipulations par laser de l'état de l'atome, permettant d'augmenter considérablement le contraste du spectre et donc la fidélité avec laquelle nous pouvons mesurer son état. La figure (4.13a) représente cette séquence :

- Nous soumettons d'abord l'atome aux impulsions laser à 1017 nm et 420 nm . En fonction de la fréquence de l'impulsion infrarouge, l'atome est excité dans $|45S\rangle$, reste dans l'état $|5S, F = 2, m_f = +2\rangle$, noté $|F = 2\rangle$ par la suite, ou bien est mis dans une superposition cohérente $\cos(\theta)|F = 2\rangle + \sin(\theta)|45S\rangle$, $\theta \in [0; 2\pi]$.
- Nous éclairons ensuite l'atome avec le faisceau de pompage optique PO F1 pendant $0,7 \mu\text{s}$. Si l'atome est dans l'état $|45S\rangle$, rien ne se passe. Si l'atome est dans l'état fondamental $|F = 2\rangle$, il est pompé dans l'état hyperfin $|5S, F = 1\rangle$, noté $|F = 1\rangle$. Si l'atome est dans une superposition $\cos(\theta)|F = 2\rangle + \sin(\theta)|45S\rangle$, l'état de l'atome est projeté sur $|F = 1\rangle$ avec une probabilité de $\cos^2(\theta)$ ou sur $|45S\rangle$ avec une probabilité de $\sin^2(\theta)$.
- Immédiatement après, nous répétons les deux impulsions laser à 1017 nm et 420 nm afin de désexciter l'atome vers $|F = 2\rangle$ s'il était dans l'état $|45S\rangle$. À ce stade, nous avons encodé les populations des états $|45S\rangle$ et $|F = 2\rangle$, obtenues à l'issue des premiers

impulsions laser d'excitation, dans les populations respectives des états hyperfins $|F = 2\rangle$ et $|F = 1\rangle$. Tout l'intérêt de ce principe réside dans le peu de temps passé par l'atome dans un état soumis à l'émission spontanée. Les états hyperfins $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ ont eux des temps de vie très grands à l'échelle de nos expériences et sont donc susceptibles de sauvegarder sans erreur l'information de l'excitation ou non de l'état $|45S\rangle$.

- Finalement, nous utilisons le faisceau pousseur pour éjecter les atomes dans l'état $|F = 2\rangle$ et ne garder que ceux dans l'état $|F = 1\rangle$, de sorte à traduire les populations des états hyperfins de l'atome en termes de probabilité de recapture. Nous avons vérifié que le faisceau pousseur n'induisait pas de dépompement détectable de l'état $|F = 2\rangle$ vers l'état $|F = 1\rangle$.

Cette suite de manipulations laser est mise en pratique pour obtenir la courbe en rouge sur la figure (4.13b). Nous constatons que la probabilité de recapture à résonance a pratiquement été divisée par 10, elle vaut maintenant 2,9 %.

Cette probabilité de recapture est limitée par trois effets. Une fois encore, l'imperfection du pompage optique laisse une fraction de 0,4 % des atomes dans des états non couplés par les lasers d'excitation et qui sont pompés dans $|F = 1\rangle$ par la suite. À partir des données présentées dans l'annexe E.3, nous mesurons un temps de relaxation de $t_1 = 30 \mu\text{s}$. L'impulsion laser infrarouge durant $0,4 \mu\text{s}$, une fraction de 0,7 % des atomes ne sont pas excités vers $|45S\rangle$. Enfin, le temps de vie fini $\tau = 51 \mu\text{s}$ de l'état $|45S\rangle$ implique une désexcitation vers les états $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$. En présence de l'impulsion de pompage PO F1, l'ensemble des atomes sont ramenés dans $|F = 1\rangle$. Ceci a lieu pendant $1,2 \mu\text{s}$, entre le milieu de la première excitation laser et la fin de l'impulsion de pompage optique. Sachant qu'environ la moitié des désexcitations se font par des canaux optiques à température ambiante, la fraction d'atomes que l'on retrouve dans $|F = 1\rangle$ à l'issue du pompage optique est de 1,3 %. Après la fin de l'impulsion PO F1, une fraction seulement des atomes se désexcitent dans $|F = 1\rangle$. Nous négligeons ce dernier effet. La table (4.6) reprend les chiffres précédemment obtenus concernant les imperfections de détection de l'état $|45S\rangle$. Par ailleurs, nous avons évalué l'efficacité du pousseur à près de 100 % et celle du pompage optique PO F1 à 99,5 %.

Imperfection	Contribution
Pompage optique	0,4 %
Dépompement du piège	0,5 %
Élargissement	0,9 %
Temps de vie	1,3 %
Total calculé	3,1 %
Total mesurée	2,9 %

TABLE 4.6 – Récapitulatif des imperfections limitant la probabilité de recapture lors de l'excitation de l'état $|45S\rangle$.

Nous avons déjà décrit comment il serait possible de réduire les imperfections du pompage optique et de l'élargissement. Concernant le temps de vie, notons bien qu'un environnement cryogénique n'aiderait pas, puisque nous sommes essentiellement gênés par les canaux de désexcitation optiques. Il faudrait donc raccourcir le temps nécessaire pour encoder l'information sur l'excitation de $|45S\rangle$ dans les populations des niveaux hyperfins et pour cela réduire la durée du pompage dans l'état $|F = 1\rangle$. L'intensité du faisceau de pompage PO F1 étant de $170 I_{sat.}$, le taux de diffusion de photons plafonne à $\Gamma/2$, avec Γ la largeur natu-

relle de la transition. Il n'est pas possible de l'augmenter pour réduire le temps de pompage optique tout en conservant une bonne efficacité.

Une solution pour accroître cette fidélité serait de modifier la séquence. Pour l'instant, nous laissons l'atome dans un état instable, $|45S\rangle$, pendant que nous dépeuplons un état stable, $|F = 2\rangle$. Il serait préférable de faire l'inverse : maintenir la population dans l'état $|F = 2\rangle$, et transférer la population, initialement dans l'état $|45S\rangle$, directement dans l'état $|F = 1\rangle$. Ceci nécessite un laser résonant avec la transition $|45S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle - |5P_{3/2}, F = 0\rangle$, dont la longueur d'onde serait de l'ordre de 480 nm. En effet, pour être sûr que l'atome se désexcite bien dans l'état $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$, les règles de sélection imposent qu'il soit initialement dans un état $|F = 0\rangle$. D'autre part, seul l'état $|5P\rangle$ convient, tout autre état plus haut en énergie — comme par exemple $|6P\rangle$ — est susceptible de se désexciter en émettant deux photons — en passant par exemple par l'état $|6S\rangle$ — ce qui ne garantit plus que l'atome soit dans $|5S, F = 1\rangle$ à la fin du pompage.

Conclusion

Nous avons entamé ce chapitre par une description succincte du dispositif expérimental. Les expériences sur les atomes se déroulent dans une enceinte sous ultra-vide, dans laquelle pénètre le jet d'atomes de rubidium 87 provenant du 2D-MOT. Ce jet charge le 3D-MOT pour donner naissance à un nuage d'atomes froids. Le 3D-MOT est obtenu par la convergence des six faisceaux de MOT au centre d'un champ magnétique quadrupolaire, formé par une paire de bobine en configuration anti-Helmoltz. Deux autres paires de bobines, d'axes orthogonaux à celui des premières, ajustent les composantes transverses du champ magnétique. Au voisinage immédiat des atomes, un jeu de six électrodes permet de contrôler le champ électrique et de soumettre les atomes à un champ radiofréquence. Un cornet à l'extérieur de l'enceinte permet lui d'envoyer un champ microonde. Une lentille asphérique focalise les faisceaux de piégeage pour former les pinces optiques nécessaires au piégeage d'atomes. Chaque catégorie de pince optique — réseau de faisceaux gaussiens, réseau de BoB, faisceau gaussien mobile — est produite par holographie à l'aide d'un SLM contrôlé par un logiciel ad hoc. En plus des faisceaux de MOT et de piégeage, quatre autres faisceaux laser nous permettent de manipuler l'état fondamental des atomes. Une caméra, dont le capteur est conjugué avec le réseau d'atomes, est capable de mesurer leur fluorescence.

Dans une seconde partie, nous avons décrit la séquence d'événements permettant de transformer le jet d'atomes arrivant dans l'enceinte sous ultra-vide en un réseau d'atomes froids piégés, tous dans le même état Zeeman. Une fois le nuage d'atomes formé dans le 3D-MOT à partir du jet, le réseau de pinces optiques gaussiennes se charge aléatoirement avec, au plus, un atome par pince. Une étape de MOT bleu dissipe l'excédent d'atomes pour ne garder que les atomes piégés. Une mélasse optique refroidit ensuite les atomes uniques piégés jusqu'à $T = 19 \mu\text{K}$. Nous sommes alors en mesure de détecter la présence ou non d'un atome dans chaque pince optique du réseau en les faisant fluorescer, puis en enregistrant une image des atomes à l'aide de la caméra. En prenant plusieurs images au fil de la séquence, nous pouvons comparer le remplissage des pièges à différents instants et en déduire des probabilités conditionnelles qui constituent l'ensemble des grandeurs physiques que nous pouvons mesurer sur notre réseau d'atomes. Pour remédier à l'inconvénient du chargement aléatoire des pièges, nous effectuons une étape de réarrangement. Elle consiste à repérer la position des atomes après le chargement puis à les déplacer à l'aide de la pince optique mobile jusqu'aux positions cibles. Le surplus d'atomes est poussé en dehors du réseau. Cette méthode permet d'obtenir le même réseau d'atomes quel que soit le chargement. Une fois ce réseau d'atomes constitué, une étape de pompage optique transfère tous les atomes dans l'état Zeeman $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$ que nous avons noté $|F = 2\rangle$.

Une fois chaque atome dans cet état Zeeman, la préparation de l'état de Rydberg circulaire $|52C\rangle$ passe d'abord par une excitation laser de l'état $|52D\rangle$, puis par une excitation microonde de l'état $|52F\rangle$. Une fois dans cet état, l'allumage du champ électrique transfère adiabatiquement l'atome dans l'état parabolique $|52F^*\rangle$. Pour terminer, un passage adiabatique fait gagner 49 photons radio-fréquence à l'atome en le transférant dans l'état circulaire $|52C\rangle$. L'efficacité globale de ces étapes est d'environ 70 %. À partir de l'état $|52C\rangle$, nous pouvons préparer d'autres états circulaires de n voisins par excitation microonde. Nous préparons ainsi l'état $|54C\rangle$ à partir de l'état $|52C\rangle$ par une transition microonde à deux photons. Afin, de réaliser une mesure du n de l'état circulaire, nous effectuons une désexcitation sélective de l'état $|52C\rangle$ en inversant la séquence d'excitation. Ceci constitue une *mesure destructive* de l'état de l'atome de Rydberg circulaire $|52C\rangle$. À l'instar de l'excitation, elle présente un taux de faux négatifs d'environ 30 %. Son taux de faux positifs est inférieur au pourcent.

Pour terminer, nous préparons l'état $|45S\rangle$, état qui présente une interaction dipôle-dipôle résonante avec l'état $|54C\rangle$ dans un champ électrique de $F_x = 1,59$ V/cm. L'état $|45S\rangle$ est obtenu par excitation laser à deux photons similairement à l'état $|52D\rangle$. Afin d'améliorer l'efficacité de détection de cet état, nous avons mis au point une séquence plus complexe que les simples impulsions laser d'excitation. Elle consiste à transcrire l'information de l'excitation ou non de l'état $|45S\rangle$ en termes de population des états hyperfins, respectivement $|F = 1\rangle$ ou $|F = 2\rangle$, puis à traduire ces populations en termes de probabilité de recapture des atomes en éjectant des pièges les atomes dans l'état $|F = 2\rangle$. Finalement, lors de la détection de l'état $|45S\rangle$, le taux de faux négatifs est 1,6 %, en premier lieu limité par le temps de vie de l'état qui se désexcite avant d'avoir été détecté. Le taux de faux positifs est de 2,2 % et est principalement limité par les collisions avec le gaz résiduel dans l'enceinte.

Chapitre 5

Mesure non destructive de qubits circulaires

Alors, elle relève les yeux, et tout en contemplant la bibliothèque des Saxe de Bourville, la bibliothèque d'Adélaïde, sa bibliothèque, elle se met à y croire.

— Michalik, *Le Porteur d'Histoire*

Ce chapitre ainsi que le suivant regroupent les principaux résultats obtenus au cours de cette thèse. Ici, nous allons voir comment utiliser l'interaction dipôle-dipôle résonnante entre état de Rydberg circulaire et état de Rydberg de bas ℓ pour effectuer une mesure non destructive de l'état circulaire. Disposer de cette mesure présente plusieurs intérêts. Étant répétable, elle peut par exemple être utile pour mesurer des corrélations temporelles sur une chaîne de spins ou pour engendrer des dynamiques nécessitant des mesures répétées sur le système, comme celle de l'effet Zénon quantique [125]. Elle est également un outil de choix lorsque la mesure destructive est complexe à mettre en œuvre et a une mauvaise fidélité, comme c'est le cas pour l'instant dans notre expérience. Nous verrons finalement au chapitre suivant que la redondance d'information apportée par la mesure non destructive lorsqu'elle est suivie d'une mesure destructive permet d'augmenter la précision de la mesure.

Dans une première partie, nous mettrons en évidence l'interaction dipôle-dipôle entre l'état circulaire $|54C\rangle$ et l'état de faible ℓ $|45S\rangle$. Ensuite, nous introduirons la notion de blocage dipolaire, centrale pour la réalisation de la mesure non destructive. Ensuite, nous observerons qualitativement le succès du processus de mesure non destructive mis en place, en démontrant plus particulièrement son caractère projectif. Finalement, nous réaliserons une étude quantitative des performances de notre processus de mesure non destructive. À cette occasion, nous examinerons plus en détail plusieurs imperfections de l'expérience, en vue de proposer des améliorations.

L'acquisition de l'ensemble des données présentées au cours de ce chapitre nécessite une longue période, pendant laquelle certains paramètres de l'expérience peuvent dériver. C'est le cas par exemple de la puissance des faisceaux laser. Pour obtenir un jeu de données comparables entre elles jusqu'à l'échelle du pourcent, un grand soin a été apporté aux réglages des paramètres de l'expérience avant chaque acquisition. Ceci a porté le temps d'acquisition total des données de ce chapitre et du suivant à environ un mois.

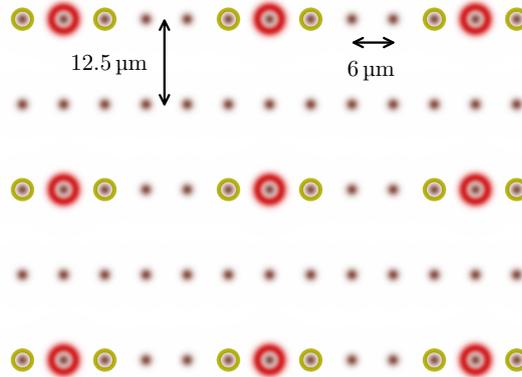


FIGURE 5.1 – Géométrie des trois réseaux de pièges en présence lors des expériences d’interaction et de mesure non destructive. En brun, le réseau de pinces optiques gaussiennes, en rouge, le réseau de BoB et, en vert olive, le second réseau de pinces optiques gaussiennes utilisé pour la manipulation sélective des atomes sondes.

5.1 Géométrie des réseaux de pièges

Pour étudier l’interaction entre les états $|45S\rangle$ et $|54C\rangle$, nous avons besoins de placer côte à côte ces deux atomes et de les préparer dans deux états différents. Le premier atome sera appelé *atome cible*, il portera le qubit circulaire dont nous souhaitons effectuer la mesure. Dans notre cas, ce qubit circulaire est encodé dans la base d’états $\{|52C\rangle, |54C\rangle\}$. Le second atome sera appelé *atome sonde*, son rôle sera de réaliser la mesure non destructive de l’état du qubit circulaire en s’intriquant avec lui.

La figure (5.1) représente la disposition des trois réseaux de pinces optiques utilisés lors des expériences qui vont suivre. Le réseau de pinces optiques gaussiennes, représenté en brun, est le réseau de pinces dans lesquelles sont piégés initialement l’ensemble des atomes. Il s’agit d’un réseau de $13 \times 5 = 65$ pièges dont la maille élémentaire mesure $6 \times 12,5 \mu\text{m}^2$. Les anneaux rouges représentent le réseau de BoB, requis pour le piégeage des atomes cibles lorsqu’ils sont dans un état de Rydberg. Les BoB forment un réseau de $3 \times 3 = 9$ pièges, dont la maille élémentaire mesure $30 \times 25 \mu\text{m}^2$.

Les cercles vert olive représentent les pinces optiques gaussiennes du réseau dit *adresseur*. Nous représentons ces pièges par des cercles et non par des profils gaussiens pour des raisons de visibilité. Ces pièges auront un double usage, d’une part, ils serviront transitoirement de piège pour les atomes sondes, d’autre part, ils produiront sur eux un déplacement lumineux les préservant de l’excitation vers l’état $|52D\rangle$ que subiront les atomes cibles. Le réseau adresseur est donc à la base du processus distinguant les atomes cibles des atomes sondes. Le faisceau laser utilisé pour produire ce réseau est le faisceau réarrangeur. Immédiatement après l’étape de réarrangement, que nous avons représentée sur la figure (4.5), le masque de phase sur le SLM dédié est modifié pour afficher celui d’un réseau optique. Ce changement de masque de phase prend environ 120 ms pour être effectif, avec une intensité des sites stationnaire. Ce changement est bien-sûr réalisé sans lumière sur le SLM.

Avec la configuration de nos réseaux optiques, nous pouvons préparer simultanément

9 triplets d'atomes comportant un atome cible entouré de deux atomes sondes. Les pièges gaussiens entre les triplets servent de réservoir d'atomes pour l'étape de réarrangement. Par la suite, chaque triplet d'atomes ne sera pas nécessairement constitué à l'issue du réarrangement. Lors de chaque expérience, nous précisons au besoin à travers une figure dérivant de la figure (5.1) quels sont les sites contenant un atome et quels sont ceux qui n'en contiennent pas, en grisant ces derniers sur la figure.

Par la suite, nous noterons par un rond plein \bullet ou vide \circ les atomes cibles, suivant qu'ils ont été ou non recapturés à l'issue de l'expérience. Nous noterons de façon similaire par un triangle plein ou vide les atomes sondes. Suivant leur position par rapport à l'atome cible à l'intérieur du triplet, respectivement à gauche ou à droite, ils seront désignés par un triangle qui pointe vers l'atome cible, respectivement $\blacktriangleright/\blacktriangleright$ ou $\blacktriangleleft/\blacktriangleleft$.

5.2 Interaction dipôle-dipôle résonnante

Nous allons commencer par vérifier, par spectroscopie microonde de la transition $45S - 45P$, qu'il existe bien une résonance entre le couple d'états $|53C\rangle - |54C\rangle$ et le couple $|45S\rangle - |45P\rangle$. Ensuite, nous montrerons comment le réseau adresseur permet de préparer les atomes cibles dans l'état $|52D\rangle$ sans exciter les atomes sondes, pour obtenir finalement un atome cible dans l'état $|54C\rangle$ au voisinage d'un atome sonde resté dans l'état fondamental. Enfin, nous étudierons l'interaction entre les états $|54C\rangle$ et $|45S\rangle$, en effectuant une spectroscopie laser de l'atome sonde, placé à $6\ \mu\text{m}$ de l'atome cible préparé dans l'état $|54C\rangle$. Nous utiliserons pour cela le processus d'excitation de l'état $|45S\rangle$ décrit au paragraphe 4.3.6.

5.2.1 Résonance entre états de Rydberg bas l et circulaires

Pour étudier l'interaction entre les états $|54C\rangle$ et $|45S\rangle$, il faut se placer dans le champ électrique pour lequel il existe une résonance entre les états de paire $|45S, 54C\rangle$ et $|45P, 53C\rangle$, comme nous l'avons mentionné au paragraphe 1.3.2. Cela signifie qu'il faut se placer à un champ électrique où les transitions entre les couples d'états $|53C\rangle - |54C\rangle$ et $|45S\rangle - |45P\rangle$ ont lieu à la même fréquence. Nous avons évalué ce champ par le calcul à $F_x = 1,60\ \text{V/cm}$. Nous allons ici mesurer cette valeur.

Rappelons que les notations $|45S\rangle$ et $|45P\rangle$ désignent respectivement les états $|45S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle$ et $|45P_{3/2}, m_j = +3/2\rangle$ et que les états circulaires s'expriment $|53C\rangle = |n = 53, l = 52, m_l = 52, m_s = 1/2\rangle$ et $|54C\rangle = |n = 54, l = 53, m_l = 53, m_s = 1/2\rangle$ dans la base sphérique. Notons que la résonance est insensible à la valeur du champ magnétique car l'effet Zeeman sur la transition entre les états $|45S\rangle$ et $|45P\rangle$ est exactement égal à l'effet Paschen-Back sur la transition entre les états $|53C\rangle$ et $|54C\rangle$. On pourra se rapporter au paragraphe 1.2.1 pour plus de détail sur ce calcul.

Les variations d'énergie sous l'effet du champ électrique des quatre états mis en jeu dans l'interaction sont dus à leurs effets Stark quadratiques respectifs. L'effet Stark quadratique de la transition entre états circulaires se calcule analytiquement à partir de l'équation (1.27) et vaut $\alpha_{CC}^{(2)} = -0,339\ \text{MHz}/(\text{V/cm})^2$. Il reste très faible comparé à celui de la transition entre états de faible ℓ , qui vaut d'après un calcul effectué à l'aide de la bibliothèque Pairinteraction [102], $\alpha_{SP}^{(2)} = -56,9\ \text{MHz}/(\text{V/cm})^2$.

Nous vérifions l'existence de la résonance par spectroscopie microonde de la transition $45S_{1/2} - 45P_{3/2}$ dans différentes valeurs du champ électrique. Les atomes sont disposés selon un réseau de $3 \times 3 = 9$ sites isolés, tout comme dans le chapitre précédent. Pour l'instant, ni le réseau adresseur ni le réseau de BoB ne sont utilisés. Les atomes sont initialement préparés

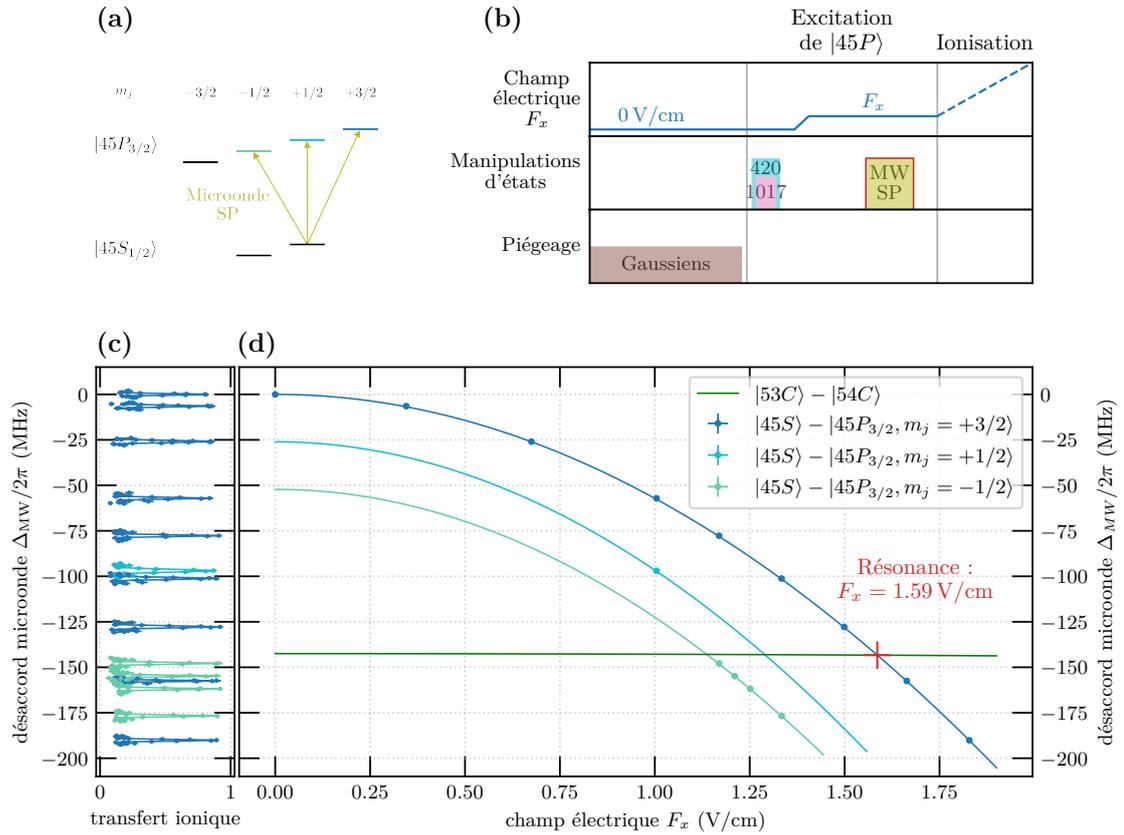


FIGURE 5.2 – (a) Diagramme des niveaux $|45S_{1/2}\rangle$ et $|45P_{3/2}\rangle$ et des transitions microondes possibles en partant de l'état $|45S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle$ en présence d'un champ magnétique. (b) Schéma de la séquence expérimentale, l'état $|45S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle$ est préparé par excitation laser en champ électrique nul. L'excitation microonde de l'état $|45P_{3/2}\rangle$ est réalisée dans un champ électrique variable par une impulsion de durée variable autour de $1 \mu\text{s}$, en fonction du spectre considéré. La détection est effectuée par ionisation sélective des états $|45S_{1/2}\rangle$ et $|45P_{3/2}\rangle$. (c) Ensemble des spectres obtenus dans différents champs électriques. En bleu ceux mettant en jeu l'état $|45P_{3/2}, m_j = +3/2\rangle$, en bleu clair l'état $|45P_{3/2}, m_j = +1/2\rangle$ et en vert d'eau l'état $|45P_{3/2}, m_j = -1/2\rangle$. La fréquence de résonance en champ nul $\nu = 43,13745 \text{ GHz}$ correspond à $\Delta_{MW} = 0$. (d) Fréquences des différentes transitions $45S_{1/2} - 45P_{3/2}$ et de la transition $53C - 54C$ — ligne horizontales verte — en fonction du champ électrique. Le champ de résonance est repéré par une croix rouge.

dans l'état $|45S_{1/2}, m_j = +1/2\rangle$ par pompage optique puis excitation laser, comme indiqué au paragraphe 4.3.6. Une impulsion microonde de fréquence voisine de 43 GHz, pour laquelle les trois polarisations σ^+ , σ^- et π sont présentes, peut alors exciter les états $|45P_{3/2}, m_j\rangle$ avec $m_j \in \{-1/2, +1/2, +3/2\}$, comme représenté sur la figure (5.2a). La durée de l'impulsion microonde est voisine de 1 μ s, en fonction du spectre considéré. La séquence comprenant les impulsions laser et l'impulsion microonde d'excitation est représentée sur la figure (5.2b). La mesure des états atomiques est effectuée par ionisation selon la méthode décrite dans l'annexe E et plus en détail dans la référence [90].

Pour différentes valeurs du champ électrique, nous mesurons les spectres de la transition $45S_{1/2} - 45P_{3/2}$, représentés sur la figure (5.2c). L'attribution de chaque pic à la transition avec le bon niveau Zeeman de l'état $|45P_{3/2}\rangle$ est réalisée aisément à partir du calcul de l'effet Stark quadratique. Le résultat de ce calcul et les fréquences obtenues pour chaque spectre sont représentés sur la figure (5.2d). L'adéquation entre les deux est compatible avec le coefficient géométrique de calibration du champ électrique dans notre expérience valant $0,824 \text{ cm}^{-1}$. Nous avons précédemment déterminé ce coefficient à partir des spectroscopies présentées dans l'annexe E.4. Il signifie que l'application de +1 V et -1 V respectivement sur chacune des électrodes suivant x du dispositif produit un champ électrique au niveau des atomes de $F_x = 0,824 \text{ V/cm}$. Sur la figure (5.2d), la ligne presque horizontale verte représente la fréquence de la transition entre les états circulaires $|53C\rangle$ et $|54C\rangle$, calculée analytiquement. La résonance a lieu pour un champ électrique de $F_{\text{res}} = 1,59 \text{ V/cm}$, soit à une valeur très proche du champ de résonance que nous avons calculée, qui était de $F_{\text{res}} = 1,60 \text{ V/cm}$.

5.2.2 Blocage lumineux

Jusqu'ici, nous avons mené des expériences dans lesquelles tous les atomes étaient simultanément dans le même état. Pour étudier l'interaction entre états circulaires et états de faible ℓ , il est nécessaire que certains atomes soient placés dans des états circulaires, pendant que d'autres restent dans l'état fondamental, disponibles pour être excités vers l'état $|45S\rangle$. Pour cela, nous préservons certains atomes du réseau de l'excitation vers $|52D\rangle$ — puis vers $|52C\rangle$ — en les désaccordant suffisamment de la transition laser à l'aide d'un déplacement lumineux local.

Pour produire ces déplacements lumineux locaux, nous utilisons le faisceau adresseur. La géométrie des réseaux est représentée sur la figure (5.3a). Le réseau de faisceaux gaussiens dans lequel sont les atomes initialement est représenté en brun. Le réseau adresseur est représenté par les cercles vert olive. Le réseau de BoB n'est pas utilisé pendant cette expérience. Seuls les sites non grisés contiendront un atome à l'issue du réarrangement dans l'une ou l'autre des expériences correspondant aux courbes de la figure (5.3d). Les sites entourés d'un rond vert olive, éclairés par le réseau adresseur, contiennent les atomes sondes. Les autres sites contiennent les atomes cibles.

Comme nous l'avons représenté sur la figure (4.5), suite à l'image 2, la puissance des pièges gaussiens est réduite adiabatiquement d'un facteur 16 environ et une étape de pompage optique prépare les atomes dans l'état fondamental $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$. Ces deux dernières étapes sont représentées sur la figure (5.3b). À la suite du pompage optique, nous allumons adiabatiquement le réseau de pièges adresseurs jusqu'à une puissance de $\mathcal{P} = 1,0 \text{ mW}$ par pince optique. Nous observons une meilleure probabilité de recapture des atomes en allumant adiabatiquement le faisceau adresseur en approximativement 0,5 ms, plutôt qu'en l'allumant brutalement quelques microsecondes avant de l'utiliser. Cet allumage adiabatique produit un réchauffement des atomes éclairés par le réseau depuis une température de $T = 4,5 \text{ } \mu\text{K}$

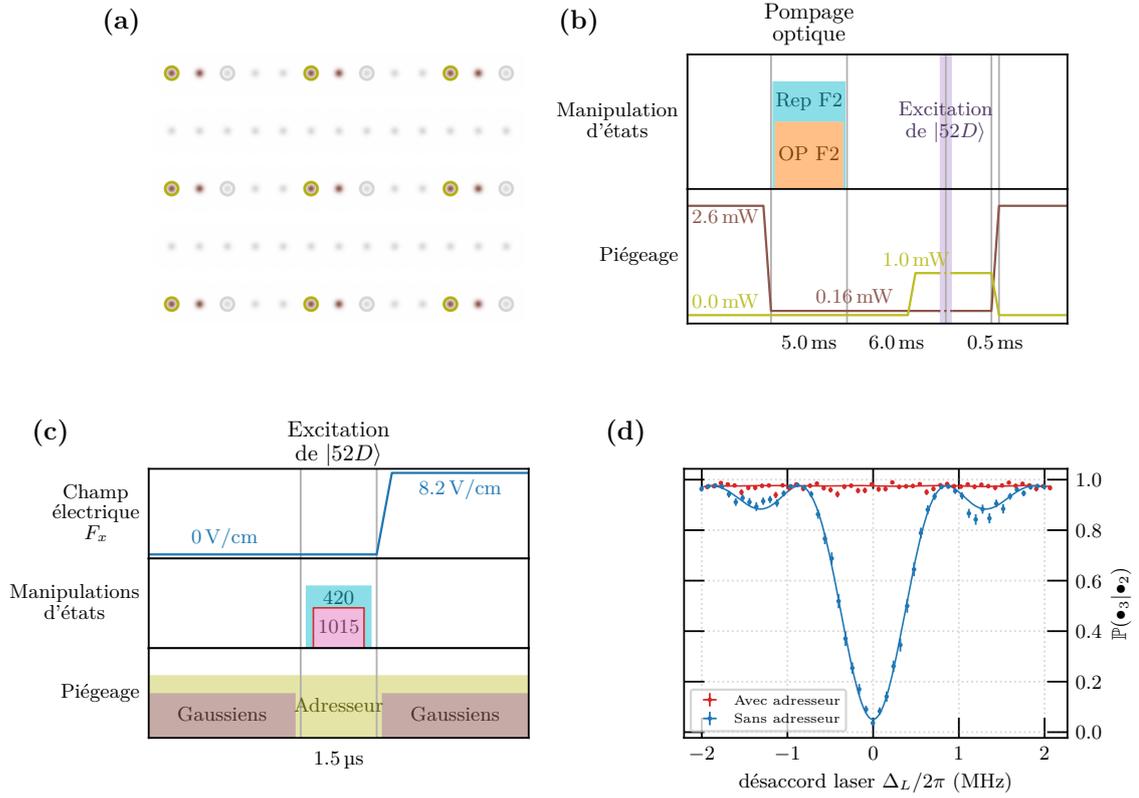


FIGURE 5.3 – (a) Représentation du réseau optique de pièges gaussiens, en brun, et du réseau adresseur, en vert olive. Seuls les sites non grisés contiennent éventuellement un atome à l’issue du réarrangement, en fonction de l’expérience réalisée. (b) Extrait de la séquence représentée sur la figure (4.5) où l’on peut voir le refroidissement adiabatique de l’ensemble des atomes piégés, suivi du pompage optique dans l’état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$, de l’allumage adiabatique du faisceau adresseur qui piège les atomes concernés, de l’excitation de l’état $|52D\rangle$ et, enfin, de l’extinction de l’adresseur et du rallumage des pièges gaussiens, tous deux adiabatiques. (c) Séquence d’excitation de l’état $|52D\rangle$ en présence du faisceau adresseur qui désaccorde les atomes sondes mais pas les atomes cibles. (d) Spectres d’excitation de $|52D\rangle$ en présence ou non du faisceau adresseur. Les lignes continues correspondent à un ajustement par la formule de Rabi. Dans le cas de la courbe avec adresseur, tous les paramètres de l’équation (4.8) sont fixés à partir de la courbe sans adresseur, à l’exception de la ligne de base B et du désaccord fixé à $\Delta_L = 8,58$ MHz, valeur obtenue à partir de mesures complémentaires.

jusqu'à une température de $T = 10 \mu\text{K}$. La valeur de la puissance choisie résulte d'un compromis entre le déplacement lumineux, de $8,58(8) \text{ MHz/mW}$, éloignant la transition de la fréquence du laser, et la photo-ionisation de l'état fondamental due à la combinaison de l'impulsion laser à 420 nm et du faisceau adresseur à 821 nm vus simultanément par les atomes sondes. Cette dernière engendre une perte d'atomes avec un taux mesuré de $\gamma_{\text{pi}} = 5,5(6) \text{ kHz}$ dans les conditions de l'expérience avec $\mathcal{P} = 10 \text{ mW}$ pour le faisceau à 420 nm . À l'issue de l'expérience sur les états de Rydberg, l'adresseur est éteint adiabatiquement pendant que la puissance dans les pièges gaussiens est remontée adiabatiquement pour recapturer les atomes dans les pièges initiaux, en prévision de l'image 3 qui a lieu 10 ms plus tard.

La figure (5.3c) représente la séquence de test du blocage lumineux. Nous effectuons une spectroscopie de la transition depuis l'état fondamental vers l'état $|52D\rangle$ en présence ou non du faisceau adresseur. Les spectres d'excitation laser mesurés successivement sur les atomes sondes désaccordés par l'adresseur, puis sur les atomes cibles, représentés respectivement en rouge et en bleu sur la figure (5.3d), montrent que l'excitation n'a pas lieu en présence du faisceau adresseur. Il permet donc, à l'issue de l'excitation, de préparer une partie du réseau d'atomes dans l'état $|52D\rangle$ et de laisser l'autre dans l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$. On parlera de *blocage lumineux*. Notons que l'efficacité de blocage est très bonne puisque la probabilité de recapturer l'atome sonde bloqué est de $97,6(2) \%$, soit quasiment la même que celle de recapturer l'atome lorsque aucune opération n'est effectuée sur lui et qui vaut $97,8(1) \%$.

5.2.3 Interaction 45S - 54C

Nous sommes maintenant en mesure d'étudier l'interaction dipôle-dipôle résonnante entre les états $|45S\rangle$ et $|54C\rangle$. Pour cela, nous préparons des atomes cibles dans l'état circulaire $|54C\rangle$, puis nous réalisons une spectroscopie laser des atomes sondes situés à leur voisinage.

Nous disposons quatre paires d'atomes comme représentées sur la figure (5.4a). Tout comme précédemment, les pièges gaussiens qui contiennent les atomes à l'issue du réarrangement sont représentés en brun. Ils sont entourés d'un cercle vert olive lorsqu'un spot du faisceau adresseur leur est superposé. Les BoB sont représentés en rouge. L'atome cible est séparé de son atome sonde par une distance de $R = 6 \mu\text{m}$. Cette distance est un bon compromis pour obtenir une interaction dipôle-dipôle résonnante forte et une interaction de van der Waals entre les états $|52C\rangle$ et $|45S\rangle$ négligeable, valant seulement $C_6/R^6 = 2\pi \times 66 \text{ kHz}$. Les axes du champ électrique, fixant l'axe de quantification, du champ magnétique et l'axe inter-atomique sont tous trois colinéaires selon x . Les quatre paires sont séparées d'au moins $50 \mu\text{m}$, ce qui assure des interactions entre paires négligeables.

Au voisinage d'un atome dans l'état $|54C\rangle$, à cause de l'interaction résonnante, l'état de l'atome sonde ne peut plus être considéré isolément de celui de l'atome cible et, a fortiori, l'état $|45S\rangle$ n'est plus état propre. Les états propres possibles pour le système constitué d'un atome cible et d'un atome sonde deviennent les états symétrique et anti-symétrique :

$$|\pm\rangle_{\Delta_F} = \cos(\theta) |45S, 54C\rangle \pm \sin(\theta) |45P, 53C\rangle, \quad (5.1)$$

avec $\tan(2\theta) = 2C_3/(R^3\Delta_F)$. Le coefficient C_3 représente la force de l'interaction, R la distance inter-atomique et Δ_F le désaccord par rapport à la résonance de Förster. Lors de l'excitation laser de l'atome sonde vers l'état $|45S\rangle$, nous nous attendons donc à trouver non plus un niveau excitable mais deux, représentés sur la figure (5.4b). Ces deux niveaux sont séparés par une énergie $2C_3/R^3$ lorsque le désaccord est nul.

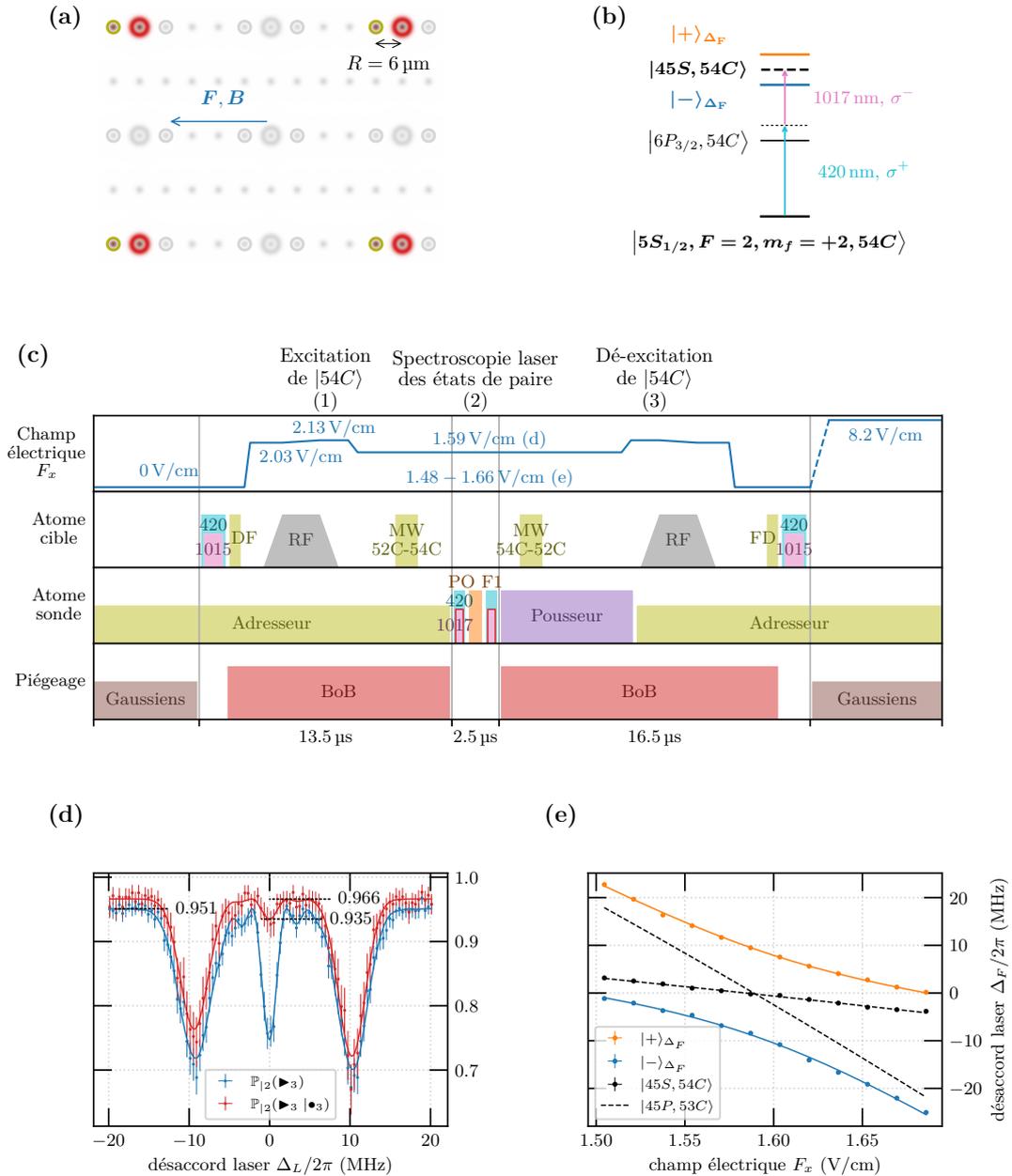


FIGURE 5.4 – (a) Schéma des pièges : le réseau de pièges gaussiens est représenté en brun, les BoB en rouge et l'adresseur par les cercles vert olive. (b) Schéma d'excitation par laser des états de paire $|\pm\rangle_{\Delta_L}$. (c) Séquence expérimentale constituée de la préparation de l'état $|54C\rangle$, de l'excitation des états de paire $|\pm\rangle_{\Delta_F}$, dans laquelle nous variions la fréquence des impulsions à 1017 nm encadrées en rouge, et de la mesure de l'état $|54C\rangle$. (d) Spectre laser d'excitation où nous distinguons, au centre, le pic résiduel d'excitation de l'état $|45S\rangle$ et, de part et d'autre, les pics d'excitation des états de paire $|\pm\rangle_{\Delta_L}$. Le pic central est ajusté par la formule de Rabi (4.8) et les pics latéraux par des courbes gaussiennes. (e) Fréquences des transitions vers les états produits non couplés $|45S, 54C\rangle$ et $|45P, 53C\rangle$, et des états propres $|\pm\rangle_{\Delta_F}$. Elles sont déterminées à partir de spectre laser comme celui de la figure (d), enregistrés pour différentes valeurs du champ électrique. Pour l'état $|45P, 53C\rangle$, qui n'est pas couplé par les lasers, seule la courbe issue de l'ajustement est représentée. Le désaccord est exprimé par rapport à la raie d'excitation de l'état $|45S\rangle$ dans le champ de résonance.

L'excitation des états de paire $|\pm\rangle_{\Delta_F}$ est réalisée à travers la séquence présentée sur la figure (5.4c). Dans une première étape (1), l'atome cible est excité dans l'état $|54C\rangle$ selon la méthode décrite au paragraphe 4.3.5. Pendant ce temps, l'atome sonde, bloqué par le faisceau adresseur, reste dans l'état fondamental. Nous effectuons alors la spectroscopie de l'excitation laser (2) vers l'état $|45S\rangle$ en utilisant la même séquence qu'en 4.3.6. Nous désexcitons ensuite sélectivement l'état $|54C\rangle$ dans une dernière étape (3). Finalement, à l'issue de cette séquence, l'image 3 permet de déterminer la probabilité de recapture pour chaque type d'atomes.

La figure (5.4d) représente, en bleu, le spectre obtenu en traçant la probabilité de recapture de l'atome sonde en fonction de la fréquence de l'impulsion laser à 1 017 nm, pour un champ électrique de $F_x = 1,59$ V/cm, très proche de la résonance de Förster. Nous distinguons les deux pics correspondant aux états de paire $|\pm\rangle_{\Delta_F}$ chacun à un désaccord laser respectif de $\Delta_L/2\pi \approx \pm 10$ MHz. Au centre, le pic d'amplitude voisine de 25 % correspond aux atomes pour lesquels l'excitation de l'atome cible vers l'état $|54C\rangle$ a échoué. Nous retrouvons l'ordre de grandeur d'efficacité de circularisation de 70 %, évalué grossièrement au chapitre précédent. Il est plus difficile d'interpréter l'amplitude des pics d'interaction. D'une part le dipôle vers les états de paire est $\sqrt{2}$ fois plus faible, ce qui signifie que l'impulsion laser d'excitation n'est pas une impulsion π comme elle l'est pour un atome sonde isolé mais une impulsion $\pi/\sqrt{2}$. D'autre part, les pics sont élargis par rapport au pic central correspondant aux atomes n'interagissant pas. Notons que, qualitativement, une probabilité de présence de l'atome cible dans l'état $|54C\rangle$ de 70 %, une efficacité de 90 % de l'impulsion $\pi/\sqrt{2}$ et un élargissement d'un facteur 2 environ expliquent l'amplitude de 30 % observée pour ces pics.

Nous attribuons l'élargissement des pics d'interaction à la distribution thermique des positions des atomes dans les pièges. Il est intéressant de remarquer que le pic de gauche, correspondant à l'interaction attractive entre les atomes, est plus élargi, d'environ 8 %, que le pic de droite correspondant à l'interaction répulsive. Nous interprétons cela comme l'effet de la courbure locale du potentiel en $1/R^3$. Les atomes dans un état attractif tendent à se rapprocher, explorant alors un potentiel encore plus attractif, ce qui a tendance à amplifier leur rapprochement. À l'inverse, les atomes dans un état répulsif tendent à s'éloigner l'un de l'autre et à explorer un potentiel moins répulsif, ce qui inhibe leur éloignement.

Dans l'objectif de ne conserver que les cas où l'atome cible est bien présent dans l'état $|54C\rangle$ malgré les imperfections de préparation de cet état au moment de la spectroscopie, nous traçons en rouge sur la figure (5.4d) la probabilité $\mathbb{P}(\blacktriangleright_3 | \bullet_3 \blacktriangleright_2 \bullet_2)$ de recapture de l'atome sonde conditionnée à celle de l'atome cible ainsi qu'à l'existence de la paire d'atomes lors de l'image 2. Les données représentées par la courbe rouge sont donc un sous ensemble de celles représentées par la bleue. Pour alléger les notations, nous écrirons par la suite ce schéma de probabilité $\mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_3 | \bullet_3)$, l'indice $|2$ signifiant que les atomes dans l'image 2 étaient présents conformément à nos attentes. Nous garderons cette notation tout au long de ce chapitre et du suivant.

Nous avons mesuré auparavant que la probabilité de faux positifs lors de la désexcitation de l'état $|54C\rangle$ était inférieure à 1,0 %. En cas de recapture de l'atome cible, il est donc hautement improbable que l'atome sonde n'ait pas eu pour voisin un atome cible dans l'état $|54C\rangle$. Nous observons malgré cela un pic résiduel d'amplitude 3,1 %. Nous attribuons cet effet à une fraction de lumière parasite, produite par le réseau adresseur à la position des atomes cibles, qui fait décroître l'efficacité d'excitation de $|52D\rangle$. Des atomes sont alors laissés dans l'état fondamental $|F = 2\rangle$, puis pompés dans $|F = 1\rangle$, où ils restent jusqu'à la fin de la séquence et avant d'être finalement recapturés. Pour estimer la probabilité de cet effet qui occasionne une recapture de l'atome cible sans recapture de l'atome sonde, nous utilisons

l'équation :

$$-\frac{\partial \mathbb{P}_{|2}(\triangleright_3 \bullet_3)}{\partial \mathbb{P}_{|2}(\triangleright_3 | \bullet_3)} \Big|_{\mathbb{P}_{|2}(\triangleright_3 \bullet_3)} = \mathbb{P}_{|2}(\bullet_3), \quad (5.2)$$

où $\partial \mathbb{P}(X)$ désigne une petite variation de la probabilité $\mathbb{P}(X)$. Nous mesurons $-\partial \mathbb{P}_{|2}(\triangleright_3 | \bullet_3) = 3,1\%$. Sachant que la probabilité de recapture l'atome cible est de $\mathbb{P}_{|2}(\bullet_3) = 49\%$, a probabilité de ce blocage indésirable de l'excitation vers $|52D\rangle$ par l'adresseur est donc de $\partial \mathbb{P}_{|2}(\triangleright_3 \bullet_3) = 1,5\%$.

Nous constatons également que la ligne de base est plus haute lorsque la recapture de l'atome sonde est conditionnée par celle de l'atome cible et que la différence vaut $1,5\%$. Nous attribuons ceci à des collisions entre des atomes cibles qui sont restés dans l'état fondamental, puis qui ont été éjectés de leur position initiale par les BoB, et les atomes sondes piégés par le réseau adresseur, dont les pièges agissent comme aspirateur. Le conditionnement par la recapture de l'atome cible élimine l'effet puisque si l'atome cible est recapturé, il n'a pas pu entrer en collision avec l'atome sonde. La validation de ce mécanisme nécessiterait de calculer la section efficace de collision des atomes dans des pinces optiques à 821 nm .

Nous avons mesuré des spectres, comme celui représenté sur la figure (5.4d), pour diverses valeurs du champ électrique. Les désaccords obtenus par ajustement des pics pour les transitions depuis l'état $|F = 2, 54C\rangle$ sont représentés sur la figure (5.4e) en fonction du champ électrique. Il se dessine le croisement attendu entre les états non couplés $|45S, 54C\rangle$ et $|45P, 53C\rangle$, représentés en pointillés. Ils se couplent pour donner les états $|\pm\rangle_{\Delta_F}$, introduits dans l'équation (5.1). Le désaccord Δ_F par rapport à la fréquence de la transition sans interaction de ces états est ajusté par l'équation :

$$\Delta_F = \Delta_0 + \frac{1}{2}\delta \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Omega^2 + \delta^2}, \quad (5.3)$$

avec $\Delta_0 = 2\pi \alpha_{45S}^{(2)} (F_x^2 - F_{res.}^2)$ le désaccord de l'état $|45S\rangle$, $\Omega = 2C_3/R^3$ la force de l'interaction et $\delta = 2\pi (\alpha_{SP}^{(2)} - \alpha_{CC}^{(2)}) (F_x^2 - F_{res.}^2)$. Les niveaux non couplés $|45S, 54C\rangle$ et $|45P, 53C\rangle$ suivent les asymptotes respectives $\Delta_F = \Delta_0$ et $\Delta_F = \Delta_0 + \delta$. L'ajustement permet de déterminer les paramètres $F_{res.}$, C_3 , $\alpha_{45S}^{(2)}$ et $\alpha_{SP}^{(2)} - \alpha_{CC}^{(2)}$. Nous retrouvons un champ de résonance de $F_{res.} = 1,589(2)\text{ V/cm}$ et une force d'interaction de $C_3 = -2\pi \times 1,98\text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$, voisine de la valeur calculée avec Pairinteraction [102] $C_3 = -2\pi \times 2,25\text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$. On peut attribuer cette différence à une distance réelle entre les atomes cibles et sondes de $R = 6,26\text{ }\mu\text{m}$ au lieu de $R = 6\text{ }\mu\text{m}$. Le spectre présenté sur la figure (5.4d) a été enregistré dans un champ électrique de $F_x = 1,591\text{ V/cm}$ et présente un désaccord correspondant à une différence de 5 mV/cm par rapport au champ électrique de résonance. Nous resterons dans ces conditions lors de toutes les expériences décrites par la suite. Nous obtenons avec l'ajustement un effet Stark de $\alpha_{45S}^{(2)} = -12,5\text{ MHz}/(\text{V/cm})^2$ pour l'état $|45S\rangle$. Par différence avec l'effet Stark de la transition $45S - 45P$ mesuré au paragraphe 5.2.1, nous évaluons l'effet Stark de l'état $|45P\rangle$ à $\alpha_{45P}^{(2)} = -69,4\text{ MHz}/(\text{V/cm})^2$.

En conclusion, nous avons vérifié qu'il existait une résonance de Förster pour un champ électrique de $F_{res} = 1,59\text{ V/cm}$ entre l'état de Rydberg circulaire $|54C\rangle$ et l'état de faible ℓ $|45S\rangle$. Lorsque les atomes cibles et sondes sont placés à $R \approx 6\text{ }\mu\text{m}$ l'un de l'autre, les niveaux sont désaccordés par les interactions de $|\Delta_F/2\pi| \approx 10\text{ MHz}$.

5.3 Mesure non destructive d'états circulaires

Nous allons maintenant utiliser l'interaction entre les états $|45S\rangle$ et $|54C\rangle$, observée précédemment, pour réaliser une mesure non destructive de l'état de l'atome cible à l'aide de l'atome sonde. Dans l'intégralité de cette section, les atomes cibles et sondes sont disposés dans la géométrie décrite dans la figure (5.4a). Il y a donc quatre paires isolées, composées d'un atome sonde et d'un atome cible séparés de 6 μm .

Pour rappel, une mesure est un processus physique par lequel on obtient de l'information sur un système et qui, dans le cadre de la mécanique quantique, vérifie trois postulats [126] :

- Le résultat de la mesure d'une observable \hat{A} ne peut pointer que vers un des états propres $|\phi_n\rangle$ de \hat{A} . Dans notre cas, nous mesurons l'énergie de l'atome cible, l'observable est donc l'opérateur hamiltonien. L'atome cible sera mesuré dans les états propres $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$.
- Règle de Born : si le système est dans un état $|\psi\rangle$, la probabilité de mesurer chaque état propre est donné par $|\langle\phi_n|\psi\rangle|^2$.
- Réduction du paquet d'onde : la mesure projette l'état du système sur l'état propre $|\phi_n\rangle$ déterminé par le résultat de la mesure.

Une mesure quantique non destructive est une mesure qui obéit strictement à ces postulats et où l'observable mesurée commute avec la dynamique du système. C'est bien-sûr le cas ici, puisque l'observable est le hamiltonien lui même. Ce dernier critère assure que la répétition de la mesure QND sur un système dont le hamiltonien est indépendant du temps donne toujours le même résultat. La notion de mesure QND se distingue des nombreuses réalisations expérimentales de mesures quantiques qui vérifient les deux premiers postulats mais pas le dernier, le système étant détruit lors du processus de mesure.

5.3.1 Blocage dipolaire

Nous avons constaté que le spectre d'excitation laser vers l'état $|45S\rangle$ dépendait fortement de la présence ou non d'un atome dans l'état $|54C\rangle$ à son voisinage. Nous pouvons ainsi comparer, sur la figure (5.5a), le spectre mesuré avec un atome cible dans l'état $|54C\rangle$ à une distance de $R = 6 \mu\text{m}$ et le spectre enregistré lorsque ce même atome cible est dans l'état $|52C\rangle$. En ordonnées, nous traçons la probabilité de recapture de l'atome sonde sachant que les deux atomes étaient présents initialement et que l'atome cible est recapturé lui aussi. Cette dernière condition permet de regarder essentiellement les cas où l'atome cible était bien dans l'état circulaire escompté au moment de la spectroscopie laser, indépendamment des efficacités de préparation. Nous observons la très bonne efficacité du *blocage dipolaire* dans la transition de l'atome sonde vers l'état $|45S\rangle$ par l'atome cible dans l'état $|54C\rangle$. Si l'atome cible a été préparé dans l'état $|54C\rangle$, la probabilité de recapture de l'atome sonde est d'environ 94%. S'il est dans un autre état — par exemple l'état $|52C\rangle$ — la probabilité de recapture de l'atome sonde est de 3% seulement, grâce à la séquence d'excitation de l'état $|45S\rangle$ déjà présentée au paragraphe 4.3.6.

Un zoom sur les séquences nécessaires pour obtenir les spectres est présenté sur la figure (5.5b). La seule différence entre les deux séquences tient dans l'ajout ou non des deux impulsions microondes permettant d'exciter puis de désexciter l'état $|54C\rangle$ et qui encadrent l'impulsion d'excitation vers l'état $|45S\rangle$. Notons que le déplacement en énergie de 66 kHz produit par l'interaction van der Waals entre les états $|45S\rangle$ et $|52C\rangle$ est complètement négligeable à ces échelles.

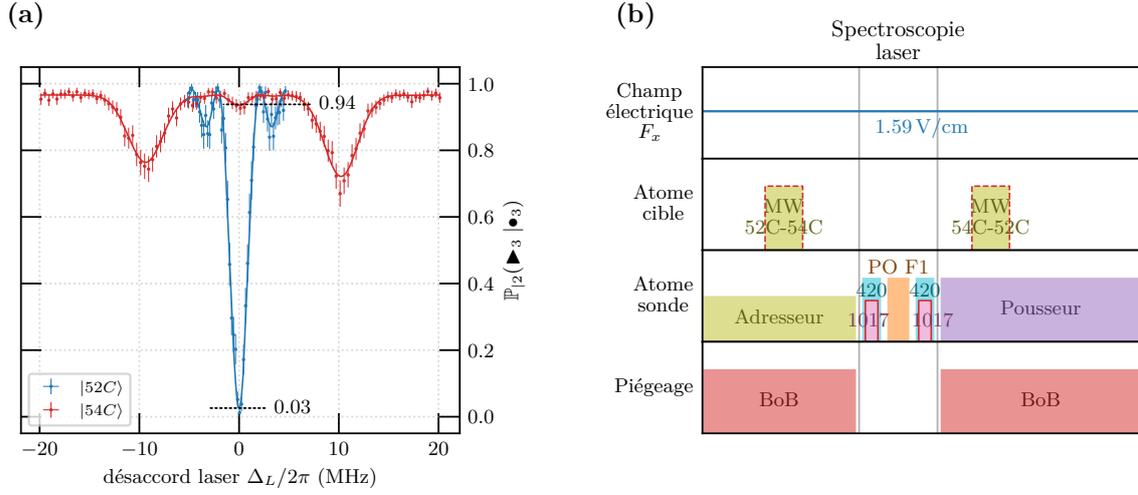


FIGURE 5.5 – (a) Spectres d’excitation vers l’état $|45S\rangle$ en présence de l’atome cible dans l’état $|52C\rangle$, en bleu, ou $|54C\rangle$, en rouge. Cette dernière courbe est celle qui a déjà été présentée sur la figure (5.4d). (b) Zoom sur les séquences permettant de réaliser ces spectres. Les impulsions laser encadrées en trait plein rouge sont ceux dont on varie la fréquence pour obtenir les spectres. Les impulsions microondes réalisant la transition entre les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, encadrés en trait pointillé rouge, sont présentes pour l’excitation et la désexcitation de l’état $|54C\rangle$.

Ce mécanisme de blocage dipolaire constitue une mesure non destructive sur l’atome cible. La mesure de la recapture de l’atome sonde fournit l’information sur l’état, $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$, de l’atome cible sans devoir désexciter ou ioniser l’atome cible qui reste dans un état circulaire.

Notons que dans le cadre du blocage dipolaire, nous ne peuplons jamais d’état de paire où les deux atomes interagissent fortement. Ceci évite tout couplage spin-phonon qui pourrait mettre en mouvement les atomes cibles [91] et induire de la décohérence lors de l’utilisation du simulateur quantique. D’autre part, tant que le blocage est suffisamment fort, son efficacité est indépendante de la température des atomes qui élargit la distribution de distances interatomiques. Ce processus de mesure QND basé sur le blocage dipolaire est donc très robuste.

5.3.2 Mesure QND d’oscillations de Rabi

Nous allons maintenant utiliser ce processus de mesure QND pour observer des oscillations de Rabi de l’atome cible avec un contraste bien meilleur que celui que nous obtenions jusqu’à présent avec la mesure par désexcitation. Par rapport au paragraphe précédent, nous ne mesurons plus seulement les états propres $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$, mais une superposition quelconque de ces états :

$$|\psi\rangle_\theta = \cos(\theta) |52C\rangle + i \sin(\theta) |54C\rangle, \quad (5.4)$$

avec $\theta \in [0; 2\pi]$. La préparation de la superposition d’états $|\psi\rangle_\theta$ est réalisée lors de l’étape (1) présentée sur la séquence de la figure (5.6a). L’atome est d’abord excité dans l’état $|52C\rangle$, puis une impulsion microonde de durée variable τ_p prépare la superposition $|\psi\rangle_\theta$, avec $\theta = \Omega\tau_p/2$ et Ω la pulsation de Rabi.

Dans une deuxième étape (2), nous effectuons la mesure QND. Une tentative d’excitation de l’atome sonde vers l’état $|45S\rangle$ a d’abord lieu. Grâce au blocage dipolaire décrit précédemment, la première impulsion 420 nm + 1 017 nm intrique les états de l’atome sonde et de

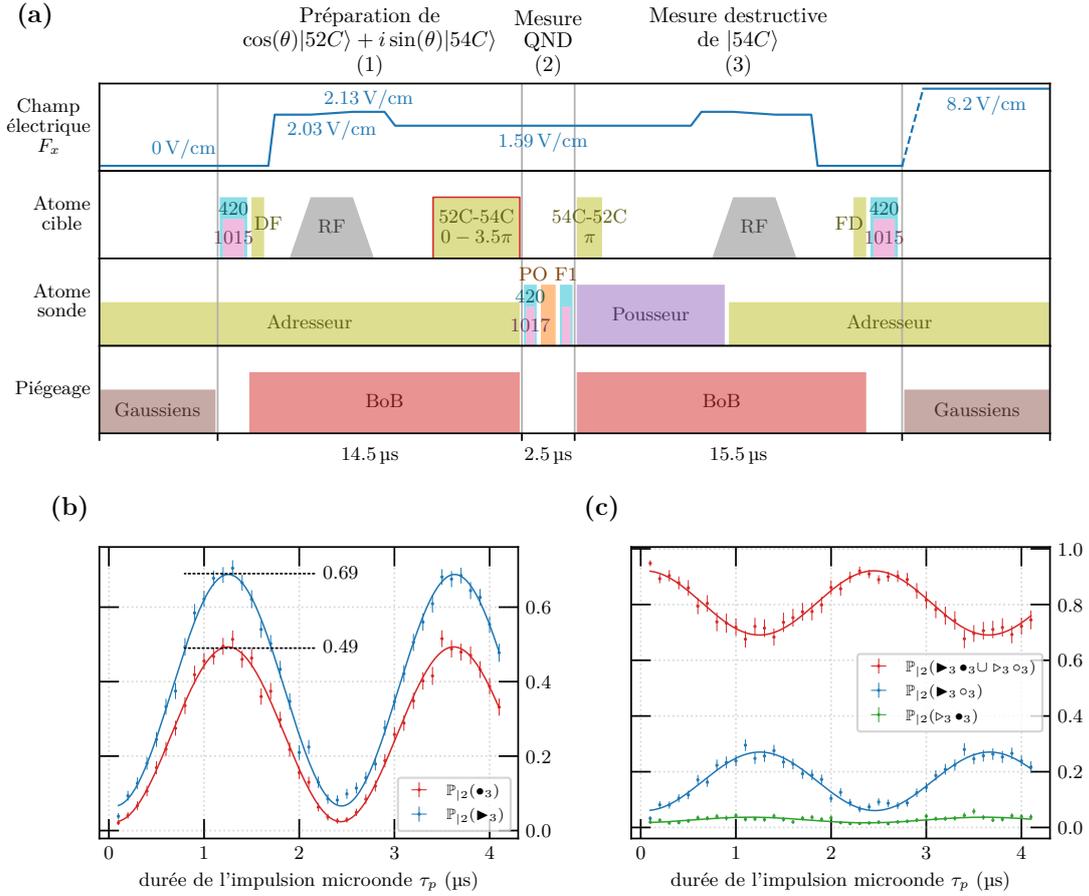


FIGURE 5.6 – (a) Séquence permettant de tester qualitativement la mesure QND. Nous préparons d’abord une superposition cohérente des états $|54C\rangle$ et $|52C\rangle$ en effectuant une oscillation de Rabi sur l’atome cible. Nous effectuons ensuite la mesure QND à l’aide de l’atome sonde, puis la mesure destructive par désexcitation sélective de l’état $|54C\rangle$. (b) Résultat des mesures QND et destructive sous la forme des probabilités de recapture respectives de l’atome sonde, en bleu, et de l’atome cible en rouge. (c) En rouge, la probabilité que les deux mesures soient en adéquation. En bleu, la probabilité que la mesure QND détecte l’état $|54C\rangle$ mais pas la mesure destructive. En vert, la probabilité que la mesure destructive détecte l’état $|54C\rangle$ mais pas la mesure QND.

l’état circulaire dans l’état de paire :

$$|\Psi\rangle_\theta = \cos(\theta) |45S, 52C\rangle + i \sin(\theta) |F = 2, 54C\rangle, \quad (5.5)$$

où nous rappelons que $|F = 2\rangle$ désigne l’état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$. L’impulsion de pompage optique PO F1 transfère ensuite la population de l’état $|F = 2\rangle$ dans l’un des états Zeeman $|5S_{1/2}, F = 1, m_f\rangle$, noté indifféremment $|F = 1\rangle$. Il s’agit d’un processus non unitaire qui détruit la cohérence du système constitué des deux atomes cible et sonde. Le processus de mesure proprement dit est donc réalisé au moment de cette impulsion de pompage optique. Ensuite, le système est dans un mélange statistique d’états que nous pouvons décrire par l’opérateur matrice densité :

$$\hat{\rho}_\theta = \cos^2(\theta) |45S, 52C\rangle\langle 45S, 52C| + \sin^2(\theta) |F = 1, 54C\rangle\langle F = 1, 54C|. \quad (5.6)$$

La seconde impulsion laser 1 017 nm + 420 nm désexcite l’état $|45S\rangle$ dans l’état $|F = 2\rangle$. À

l'issue des trois impulsions, le système est donc décrit par l'opérateur :

$$\hat{\rho}_\theta = \cos^2(\theta) |F = 2, 52C\rangle\langle F = 2, 52C| + \sin^2(\theta) |F = 1, 54C\rangle\langle F = 1, 54C|. \quad (5.7)$$

Finalement, une impulsion du faisceau Pousseur éjecte l'atome sonde de son piège lorsque celui-ci est dans l'état $|F = 2\rangle$ mais pas s'il est dans l'état $|F = 1\rangle$. La probabilité de recapture de l'atome sonde est donc directement reliée à l'état de l'atome cible, ce que l'on peut résumer en écrivant :

$$\text{Tr}[\hat{\rho}_\theta |54C\rangle\langle 54C|] = \mathbb{P}_2(\blacktriangleright_3) \quad (5.8)$$

où \blacktriangleright_3 désigne l'atome sonde recapturé, détecté comme tel lors de l'image 3.

5.3.3 Comparaison des mesures non destructive et destructive

La séquence présentée sur la figure (5.6a) s'achève par la désexcitation sélective de l'état $|54C\rangle$ (3), qui constitue une mesure destructive de l'état de l'atome cible.

Sur la figure (5.6b), nous traçons en fonction de la durée de l'impulsion microonde la probabilité de recapture de l'atome cible $\mathbb{P}_2(\bullet_3)$ et celle de l'atome sonde $\mathbb{P}_2(\blacktriangleright_3)$, résultats respectifs des mesures destructives et non destructives de l'état de l'atome cible. Rappelons que ces données sont enregistrées à partir de 4 paires d'atomes indépendantes. Chaque point de donnée parmi les 41 points que comptent les courbes est obtenu en répétant 200 fois l'expérience. Ceci porte le temps d'acquisition des courbes à environ 1 h10. Les barres d'erreur obtenues sont essentiellement dues à cette statistique.

Nous remarquons qualitativement que les deux courbes correspondent bien à la variation sinusoïdale attendue. Le fait de détecter la même variation sinusoïdale avec la mesure destructive, suite à la mesure à l'aide de l'atome sonde, donne un premier indice expérimental du caractère non destructif de notre processus de mesure.

Le contraste de la mesure QND est supérieur à celui de la mesure destructive. Plus précisément, la probabilité de recapture de la sonde monte jusqu'à une valeur de 69 %, ce qui correspond environ à l'efficacité de la circularisation, alors que la probabilité de recapture de l'atome cible monte à environ 49 % $\approx (69\%)^2$, ce qui correspond l'efficacité de la circularisation multipliée par celle de la décircularisation. Le fait que la probabilité de recapture de l'atome sonde ne chute pas autant que celle de l'atome cible lorsque l'on mesure l'état $|52C\rangle$ est principalement dû aux imperfections d'excitation laser vers l'état $|45S\rangle$. Nous reviendrons par la suite sur l'analyse quantitative des performances de notre dispositif expérimental.

Sur la figure (5.6c), nous observons les corrélations entre les deux mesures. La courbe rouge représente la probabilité que les deux mesures fournissent des résultats en adéquation, elle oscille entre 70 % et 90 % selon l'état de l'atome cible, ce qui laisse présager d'une très bonne efficacité de la mesure QND. Les courbes bleue et verte représentent respectivement les probabilités que l'on mesure l'atome dans l'état $|54C\rangle$ par mesure QND mais pas par mesure destructive et par mesure destructive mais pas par mesure QND. Nous remarquons que ce dernier cas est bien plus improbable que le précédent : dans le cadre de notre dispositif la mesure QND de l'état $|54C\rangle$ est beaucoup plus fidèle que la mesure destructive.

5.3.4 Mesure non lue de l'atome cible

Nous poursuivons notre étude qualitative de la mesure QND en observant son effet sur l'atome cible. Pour ce faire, nous effectuons une expérience de spectroscopie Ramsey, selon la séquence décrite sur la figure (5.7a). Lors de cette séquence, une première impulsion $\pi/2$

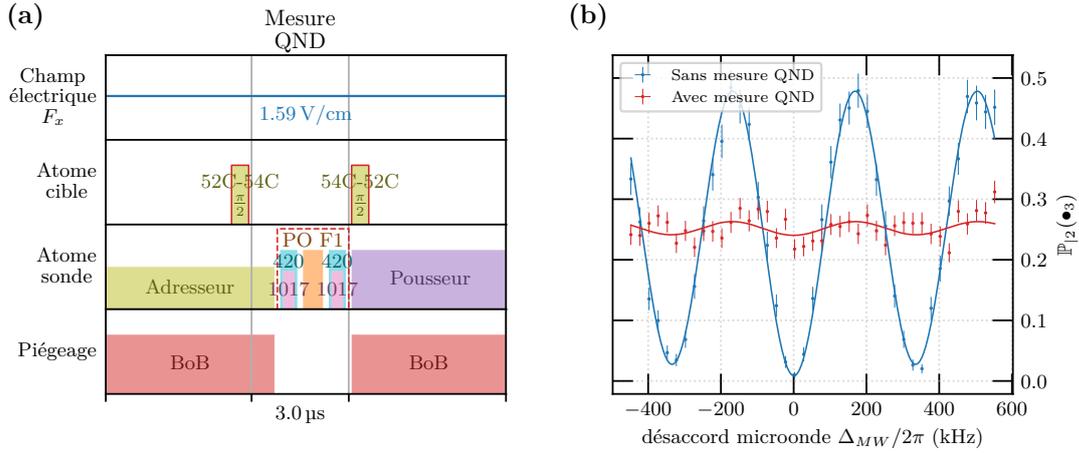


FIGURE 5.7 – (a) Séquence de spectroscopie de Ramsey entre les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, obtenue en variant le désaccord Δ_{MW} des impulsions microondes $\pi/2$ encadrées en rouge. Entre ces impulsions, nous effectuons ou non la mesure à l’aide de l’atome sonde, en allumant ou non les impulsions encadrés en trait pointillé rouge. (b) En bleu, les franges de Ramsey mesurées. En rouge, leur quasi-disparition suite à la mesure effectuée par l’atome sonde, qui détruit la superposition dans laquelle se trouvait l’atome cible. L’oscillation résiduelle observée est compatible avec les imperfections de la mesure QND qui seront étudiées par la suite. Les courbes sont ajustées par l’équation (5.12), dans laquelle nous ajoutons un facteur tenant compte de la largeur finie des impulsions microondes. Pour l’ajustement de la courbe rouge, nous imposons la fréquence et la phase des franges.

proche de résonance, $|\Delta_{MW}|/\Omega \ll 1$, prépare la superposition cohérente :

$$|\psi\rangle(t=0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|52C\rangle + i|54C\rangle), \quad (5.9)$$

à partir de l’atome dans l’état $|52C\rangle$. Dans le référentiel tournant du champ microonde, désaccordé de Δ_{MW} par rapport à la transition atomique, l’état superposé évolue comme :

$$|\psi\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|52C\rangle + ie^{-i\Delta_{MW}t}|54C\rangle). \quad (5.10)$$

Une seconde impulsion microonde, identique à la première, effectue la même opération unitaire de sorte que l’état final est :

$$|\psi\rangle(t = \tau_R) = \sin\left(\frac{\Delta_{MW}\tau_R}{2}\right) |52C\rangle + \cos\left(\frac{\Delta_{MW}\tau_R}{2}\right) |54C\rangle, \quad (5.11)$$

avec $\tau_R = 3\mu\text{s}$ la durée entre les impulsions. La probabilité de mesurer l’atome cible dans l’état $|52C\rangle$ par désexcitation sélective vaut alors :

$$\mathbb{P}_{|2(\bullet_3)} \sim \frac{1 - \cos(\Delta_{MW}\tau_R)}{2}, \quad (5.12)$$

au contraste près. Ceci correspond aux franges de Ramsey que l’on observe sur la courbe bleue de la figure (5.7b), lorsque nous traçons la probabilité de recapturer l’atome circulaire $\mathbb{P}_{|2(\bullet_3)}$ en fonction du désaccord microonde Δ_{MW} .

Dans le cas où la mesure QND est effectuée entre les deux impulsions $\pi/2$, le système constitué des atomes sonde et cible est projeté pour devenir le mélange statistique :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} |F = 2, 52C\rangle\langle F = 2, 52C| + \frac{1}{2} |F = 1, 54C\rangle\langle F = 1, 54C|. \quad (5.13)$$

Du point de vue de l'atome cible, la mesure laisse un état complètement mélangé de matrice densité unitaire :

$$\hat{\rho}_{\text{cible}} = \frac{1}{2} |52C\rangle\langle 52C| + \frac{1}{2} |54C\rangle\langle 54C|. \quad (5.14)$$

La seconde impulsion, comme toute autre opération unitaire, laisse invariant l'opérateur $\hat{\rho}_{\text{cible}}$. À l'issue de la seconde mesure, nous détectons l'atome cible soit dans l'état $|52C\rangle$, soit dans l'état $|54C\rangle$, avec une probabilité de 1/2, quel que soit le désaccord microonde. C'est ce que l'on observe sur la courbe rouge de la figure (5.7b). L'amplitude résiduelle des oscillations de 2,3% résulte des imperfections de la mesure QND que nous détaillerons dans la section suivante.

Par cette expérience, nous avons vérifié que le processus de mesure QND effectué à l'aide de l'atome sonde a bien l'effet escompté d'une mesure non lue sur l'atome cible. En particulier, la mesure rend impossible les interférences d'amplitudes de probabilité à l'origine des franges de Ramsey.

5.3.5 Caractère projectif de la mesure

Nous allons tester ici le caractère projectif de notre processus de mesure QND et plus précisément la corrélation entre le résultat de la mesure QND et l'état dans lequel se trouve l'atome cible ensuite.

Dans une première étape (1), nous préparons l'atome cible initialement dans l'état $|52C\rangle$, dans la superposition cohérente :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|52C\rangle + i|54C\rangle). \quad (5.15)$$

Comme précédemment, nous effectuons ensuite une mesure QND avec l'atome sonde (2). L'atome cible est alors un mélange statistique des états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, ou chaque état est équiprobable. Il se décrit par l'opérateur densité :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} |F=2, 52C\rangle\langle F=2, 52C| + \frac{1}{2} |F=1, 54C\rangle\langle F=1, 54C|. \quad (5.16)$$

On réalise alors une expérience d'oscillations de Rabi (3) à partir de cet état mélangé. Une impulsion microonde de longueur variable τ_p , encadrée en rouge sur la figure (5.8a), transfère l'état pur vers la superposition d'état cohérente correspondante :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_\theta = & \frac{\cos^2(\theta)}{2} |F=2, 52C\rangle\langle F=2, 52C| + \frac{\sin^2(\theta)}{2} |F=2, 54C\rangle\langle F=2, 54C| \\ & + i \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{2} (|F=2, 52C\rangle\langle F=2, 54C| - |F=2, 54C\rangle\langle F=2, 52C|) \\ & + \frac{\cos^2(\theta)}{2} |F=1, 54C\rangle\langle F=1, 54C| + \frac{\sin^2(\theta)}{2} |F=1, 52C\rangle\langle F=1, 52C| \\ & - i \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{2} (|F=1, 52C\rangle\langle F=1, 54C| - |F=1, 54C\rangle\langle F=1, 52C|). \end{aligned} \quad (5.17)$$

avec $\theta = \Omega\tau_p/2$. À ce stade, la probabilité de mesurer l'atome cible dans chacun des états $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$ reste de 1/2 puisque l'opérateur matrice densité qui lui est associé vaut :

$$\hat{\rho}_{\text{cible}} = \frac{1}{2} |52C\rangle\langle 52C| + \frac{1}{2} |54C\rangle\langle 54C|, \quad (5.18)$$

quelle que soit la durée de l'impulsion microonde. C'est ce que nous constatons sur la courbe bleue de la figure (5.8b), qui représente la probabilité de recapture de l'atome cible suite à la désexcitation sélective de l'état $|52C\rangle$. Elle est constante à 24 % de recapture, soit la moitié du contraste maximal de 49 %. L'oscillation résiduelle d'amplitude inférieure à 1 % résulte de l'imperfection de l'impulsion microonde $\pi/2$

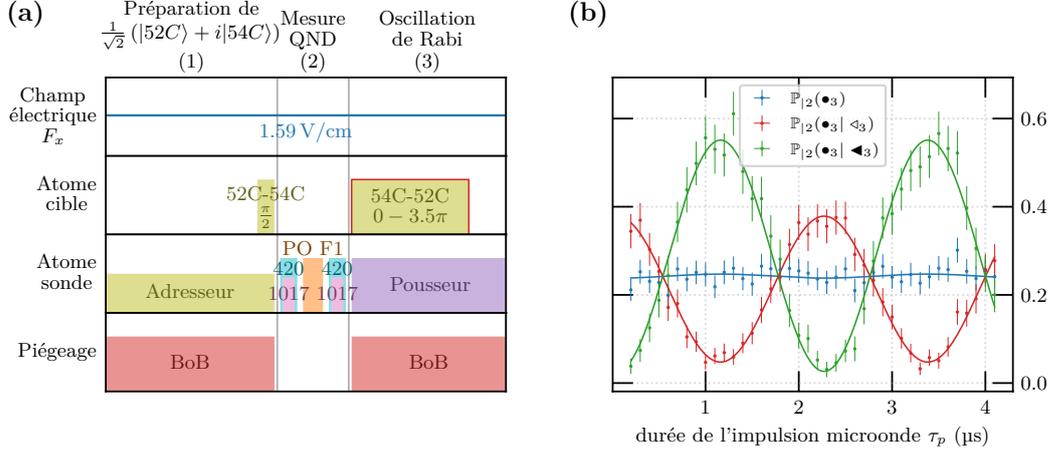


FIGURE 5.8 – **(a)** Séquence durant laquelle l'atome cible est préparé dans une superposition cohérente des états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, puis est mesuré par l'atome sonde. À l'issue de cette mesure, l'impulsion microonde de durée variable, encadré en rouge, engendre une oscillation de Rabi. **(b)** En bleu, la probabilité de recapture de l'atome cible. En rouge et en vert, les probabilités conditionnelles de recapture de l'atome cible sachant respectivement que l'atome sonde n'a pas été recapturé ou qu'il l'a été.

En revanche, en sélectionnant les événements dans lesquels l'atome sonde est soit dans l'état $|F = 2\rangle$, soit dans l'état $|F = 1\rangle$, nous restreignons notre observation seul sous-espace correspondant :

$$\begin{aligned} \langle F = 2 | \hat{\rho}_\theta | F = 2 \rangle &= \frac{\cos^2(\theta)}{2} |52C\rangle \langle 52C| + \frac{\sin^2(\theta)}{2} |54C\rangle \langle 54C|, \\ &+ i \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{2} (|52C\rangle \langle 54C| - |54C\rangle \langle 52C|). \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} \langle F = 1 | \hat{\rho}_\theta | F = 1 \rangle &= \frac{\cos^2(\theta)}{2} |54C\rangle \langle 54C| + \frac{\sin^2(\theta)}{2} |52C\rangle \langle 52C| \\ &- i \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{2} (|52C\rangle \langle 54C| - |54C\rangle \langle 52C|). \end{aligned} \quad (5.20)$$

Nous faisons alors apparaître les oscillations de Rabi de l'atome cible. La phase de ces oscillations dépend de l'état de l'atome cible après la mesure QND :

$$\mathbb{P}_{|2(\bullet_3| \triangleright_3)} \sim |\langle F = 2, 52C | \hat{\rho}_\theta | F = 2, 52C \rangle|^2 = \frac{1 + \cos(\Omega\tau_p)}{2}, \quad (5.21)$$

$$\mathbb{P}_{|2(\bullet_3| \blacktriangleright_3)} \sim |\langle F = 1, 52C | \hat{\rho}_\theta | F = 1, 52C \rangle|^2 = \frac{1 - \cos(\Omega\tau_p)}{2} \quad (5.22)$$

C'est ce que nous observons sur la figure (5.8b). La courbe rouge représente $\mathbb{P}_{|2(\bullet_3| \triangleright_3)}$, la mesure de l'état $|52C\rangle$ conditionnée par la mesure de l'atome sonde dans l'état $|F = 2\rangle$. La courbe verte représente $\mathbb{P}_{|2(\bullet_3| \blacktriangleright_3)}$, la mesure de l'atome $|52C\rangle$ conditionnée par la mesure de

l'atome sonde dans l'état $|F = 1\rangle$. L'obtention d'oscillations de Rabi dont la phase dépend du résultat de la mesure par l'atome sonde confirme son caractère projectif. Suite à la mesure de l'atome cible, celui-ci est projeté sur l'état $|54C\rangle$ ou bien sur l'état $|52C\rangle$, en fonction du résultat de la mesure QND.

La dissymétrie de contraste entre les deux courbes est due au fait que la recapture de l'atome sonde implique que l'atome cible est dans l'état $|54C\rangle$ alors que l'absence de recapture implique que l'atome cible est dans l'état $|52C\rangle$ ou bien que la circularisation n'a pas fonctionné. Le conditionnement par la recapture de l'atome sonde constitue donc une post-sélection des données, qui conduit à garder seulement les cas où la circularisation a correctement fonctionné, ce qui augmente le contraste de la courbe verte par rapport à celui de la courbe rouge.

Pour conclure, nous avons constaté qualitativement que le processus de mesure QND de l'atome cible fournit un résultat bien corrélé avec celui de la mesure destructive, vérifiant la règle de Born. Nous avons ensuite observé l'effet de la mesure non lue sur l'atome cible. Enfin, nous avons montré le caractère projectif de notre mesure et en particulier la corrélation entre le résultat de la mesure et l'état sur lequel est projeté l'atome cible. Ceci justifie la dénomination de *mesure non destructive* pour le processus que nous avons mis au point.

5.4 Analyse quantitative

Nous nous sommes pour l'instant contentés d'analyses qualitatives du processus de mesure QND. Dans cette section, nous allons évaluer les fidélités des mesures destructives et non destructives, ainsi que les contributions d'un certain nombre d'imperfections liées à la préparation d'états ou à leur temps de vie fini. Le principal obstacle pour une analyse quantitative de la fidélité de mesure QND est que nous ne pouvons la comparer qu'à la mesure destructive, dont la fidélité est plus faible. Pour remédier à cet inconvénient, nous entourons maintenant l'atome cible de deux atomes sondes.

Conditions d'analyses

Nous allons à nouveau mesurer une oscillation de Rabi de l'atome cible entre les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, avec deux différences notables par rapport au paragraphe 5.3.2. Cette fois, nous combinons les données issues des deux expériences différentes. Dans un cas la mesure destructive porte sur l'état $|52C\rangle$, dans l'autre sur l'état $|54C\rangle$. Nous notons respectivement ces deux atomes sondes $\blacktriangleright / \triangleright$ et $\blacktriangleleft / \triangleleft$. Ils sont placés à la même distance que précédemment de l'atome cible et chacun voit un spot du réseau adresseur, comme représenté sur la figure (5.9b). De cette façon, nous effectuons deux mesures QND simultanées et nous pouvons alors les comparer entre elles en regardant, par exemple, la probabilité qu'elles donnent des résultats différents. Les détails propres au blocage dipolaire en présence de deux atomes sondes sont décrits dans l'annexe F.1. Tant que le blocage est suffisamment fort, les deux atomes sonde sont simultanément bloqués par l'atome cible comme s'il n'y avait qu'un seul atome sonde.

Nous allons également comparer les deux mesures QND à la mesure destructive finale. Nous utilisons pour cela les deux versions de la séquence représentée sur la figure (5.9a). La première version est identique à celle de la figure (5.6a). Dans la seconde, nous ajoutons une seconde impulsion microonde π , encadrée en pointillées rouges, juste après la mesure QND. Nous détectons alors soit l'état $|52C\rangle$ soit $|54C\rangle$ par désexcitation sélective. Rappelons que la mesure par désexcitation sélective a un faible taux de faux positifs, inférieur à 1,0 %, mais

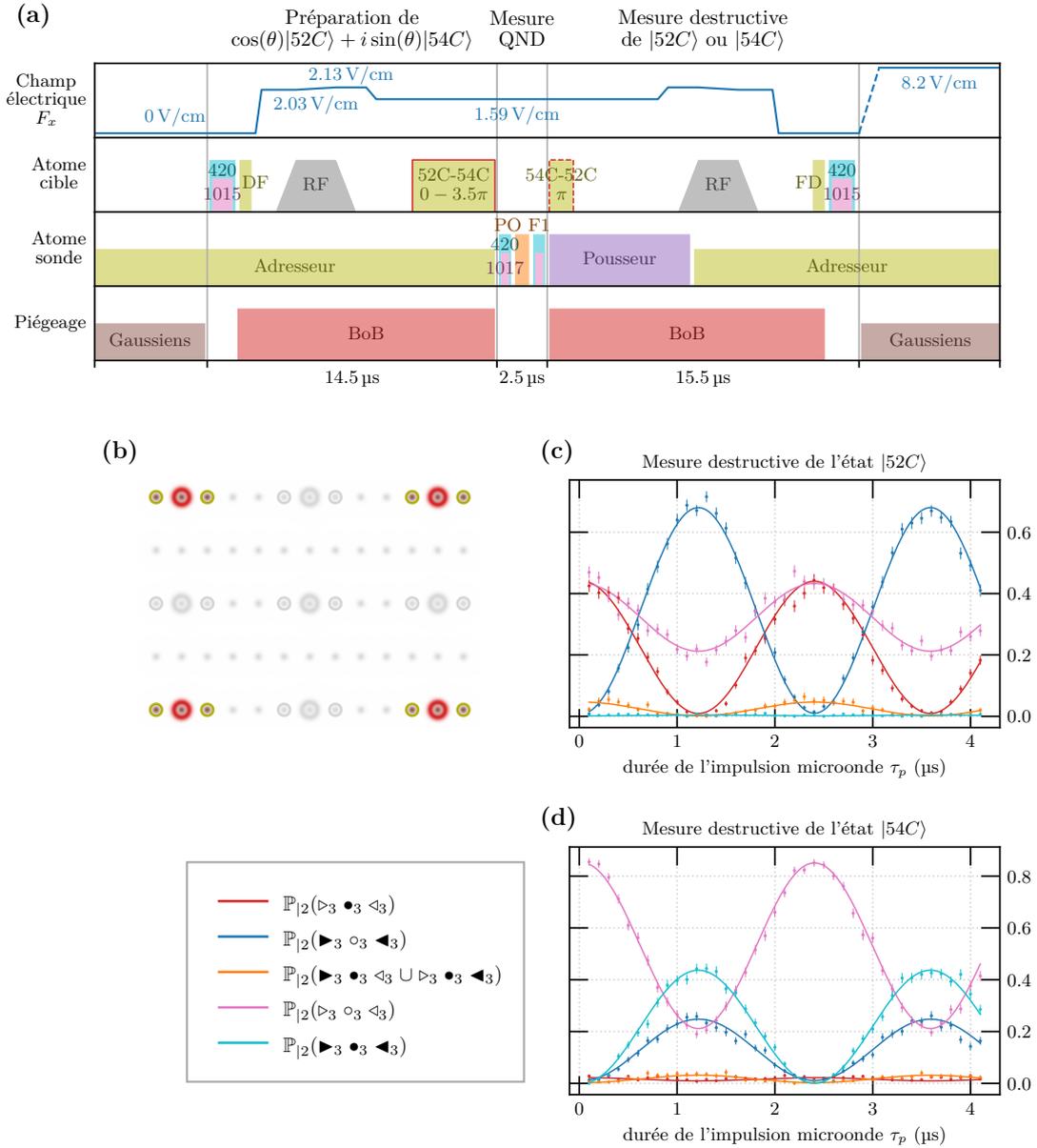


FIGURE 5.9 – (a) Séquence par laquelle nous évaluons les performances de notre expérience. Les atomes cibles sont d'abord excités dans $|52C\rangle$, puis préparée dans une superposition cohérente $\cos(\theta)|52C\rangle + \sin(\theta)|54C\rangle$ à l'aide de l'impulsion microonde de longueur variable encadré en trait plein rouge. Les mesures QND sont réalisées, puis une seconde impulsion microonde — encadré en trait rouge pointillé — est appliquée ou non, inversant ou non les populations de $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$. La mesure destructive de l'état $|52C\rangle$ est finalement réalisée. (b) Positions des pièges, en brun les pinces gaussiennes qui piègent les atomes initialement, en rouge les BoB qui piègent les atomes cibles. Entourés en vert olive, les atomes sondes tenus par les pièges du faisceau adresseur. (c) et (d) Probabilités des événements possibles et pertinents à l'issue de l'expérience, respectivement dans le cas où il n'y a pas le seconde impulsion microonde, encadré en pointillés rouges, et dans le cas où il y en a un. L'état mesuré destructivement est alors respectivement $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$. L'ajustement est celui obtenu avec notre modèle de probabiliste des imperfections.

un taux de faux négatifs élevé, de l'ordre de 31 %. Effectuer la détection sélective des états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$ apporte donc des informations complémentaires.

Les données obtenues à l'issue des séquences sans et avec impulsion microonde π entre les mesures QND et la mesure destructive, sont respectivement représentées sur les figures (5.9c) et (5.9d). Pour chaque jeu de données, nous représentons 5 probabilités d'événements sur les $2^3 = 8$ qu'il est possible de calculer pour le triplet d'atomes. Les deux atomes sondes étant indistinguables du point de vue de leur interaction avec l'atome cible, nous nous intéressons seulement aux unions d'événements $\blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3 \cup \blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3$ et $\blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3 \cup \blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3$. De plus, comme la somme de toutes ces probabilités vaut 1, celle liée à ce dernier événement n'apporte pas d'information supplémentaire par rapport à la donnée des 5 autres. Nous tracerons donc uniquement les 5 probabilités en légende des figures (5.9c) et (5.9d).

Modélisation

Comme nous le constatons dans la séquence représentée sur la figure (5.9a), l'expérience est complexe. Chaque impulsion d'excitation s'accompagne de son efficacité et les populations résiduelles d'atomes laissées dans différents états, à l'issue d'une excitation imparfaite, suivent leur propre chemin à travers la séquence. Ces atomes sont sensibles à certaines impulsions d'excitation et pas à d'autres, et peuvent subir ou non des effets mécaniques ou des déplacements lumineux dus aux faisceaux de piégeage ou au faisceau pousseur. À cela s'ajoutent les désexcitations dues au temps de vie finis des états et les pertes d'atomes dues aux phénomènes comme la photo-ionisation ou les collisions.

Pour analyser les données des figures (5.9c) et (5.9d), nous avons pris le parti de regrouper certaines imperfections ensembles et de modéliser chacun de ces ensembles d'imperfections par une probabilité d'occurrence. Nous modélisons alors l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités qui décrit la succession d'événements susceptibles d'arriver à un triplet d'atomes. Cet arbre est représenté sur la figure (5.10). Avec ce modèle, l'expérience réalisée avec la séquence (5.9a) est décrite numériquement par 13 paramètres dont nous faisons la liste ci-dessous :

- $p_{circ.}$ et $p_{decirc.}$, les probabilités respectives que la circularisation et la décircularisation fonctionnent. Le succès de la circularisation signifie que l'atome initialement dans sa pince optique dans l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$ a bien été transféré vers l'état circulaire $|52C\rangle$ et qu'il est piégé dans le BoB ;
- η_{54C} et η_{52C} , les fidélités de mesure QND des états respectifs. La fidélité η_{54C} correspond à l'efficacité de blocage de l'excitation de l'atome sonde par l'atome cible dans l'état $|54C\rangle$. La fidélité η_{52C} correspond à l'efficacité d'excitation de l'état $|45S\rangle$ au voisinage de l'atome cible dans l'état $|52C\rangle$;
- p_{52F} , la probabilité de laisser l'atome cible dans l'état $|52F\rangle$ lors de la circularisation. Cette probabilité est estimée par détection ionique comme indiqué dans l'annexe E.6. Nous l'évaluons à $p_{52F} = 3,9\%$. Notons que la probabilité de désexciter ces atomes, restés dans l'état $|52F\rangle$, est négligeable puisque qu'ils vont être majoritairement circularisés par l'étape de décircularisation, leur temps de retour dans le fondamental sera donc extrêmement long et leur probabilité de recapture négligeable ;
- η_{52F} , l'efficacité d'excitation vers l'état $|45S\rangle$ au voisinage de l'atome cible dans l'état $|52^*\rangle$. Pour l'instant, nous avons mentionné que l'atome cible dans l'état $|54C\rangle$ bloquait l'excitation de l'atome sonde en le désaccordant d'environ 10 MHz de toute transition, alors que l'atome cible dans l'état $|52C\rangle$ permettait l'excitation, le désaccord dû à

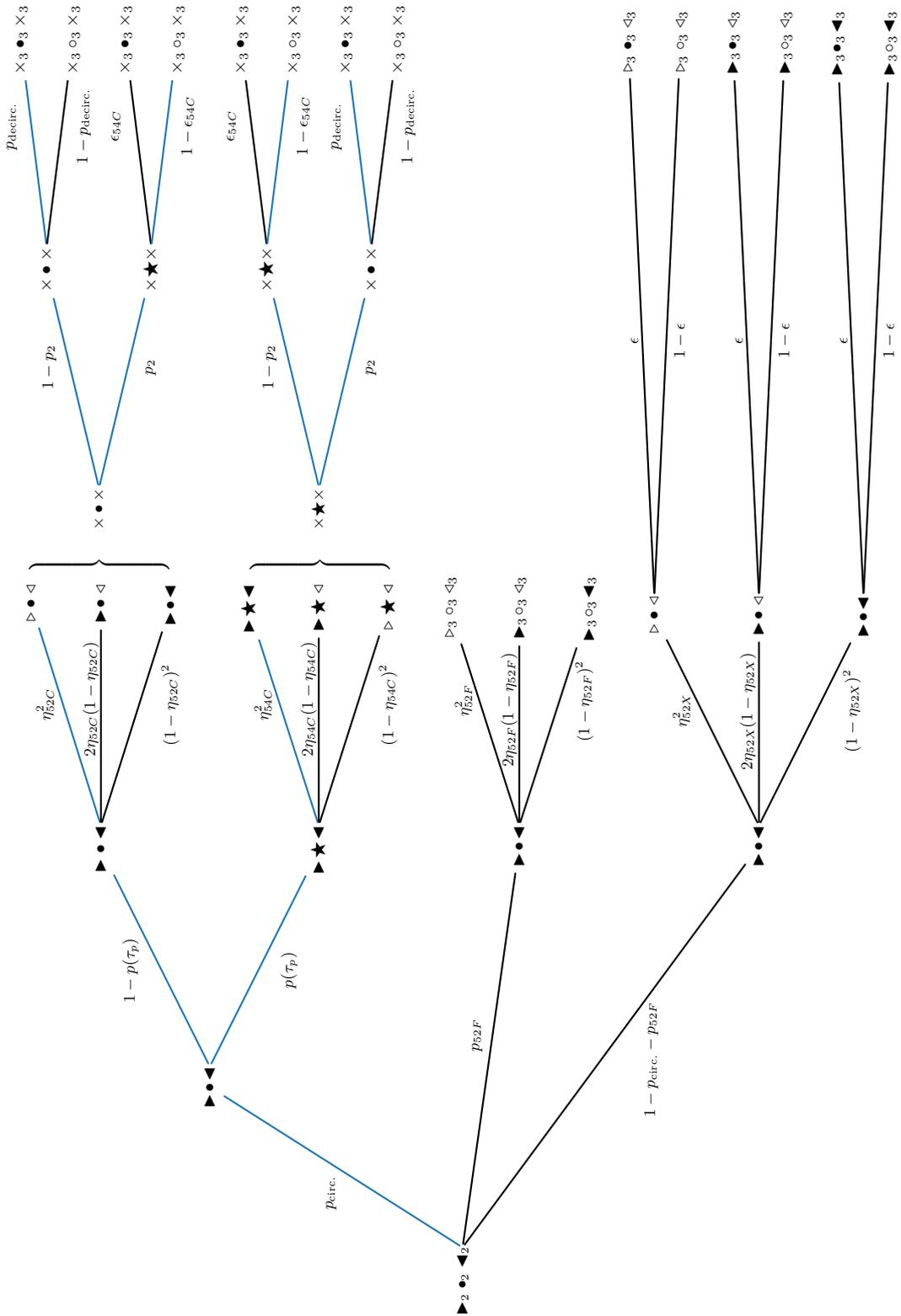


FIGURE 5.10 – L’arbre de probabilité modélisant notre expérience. Lors de l’image 2, nous ne conservons que les cas dans lesquels le triplet est complet, nous notons cet événement $\blacktriangleright_2 \bullet_2 \blacktriangleleft_3$. Lorsque l’atome cible est dans un état circulaire, nous distinguons les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$ en les notant respectivement \bullet et \star . Le symbole \times désigne indifféremment la présence ou non d’un atome sonde. Pour alléger les notations, nous notons $\blacktriangleright \bullet \blacktriangleleft$ l’évènement $\blacktriangleright \bullet \blacktriangleleft \cup \blacktriangleright \star \blacktriangleleft$. Les chemins représentés en bleu correspondent à l’évolution des populations atomiques en l’absence d’imperfection.

l'interaction de van der Waals étant négligeable. En présence d'un atome cible dans l'état $|52F^*\rangle$, le dipôle statique de l'état produit un champ statique mesuré de $F_x = 25,9 \text{ mV/cm}$ à la position de l'atome cible. Ceci déplace la raie d'excitation vers l'état $|45S\rangle$ de 1,04 MHz. Ce déplacement produit un blocage partiel de l'excitation de $\eta_{52F} = 46\%$. La courbe correspondant à cette mesure est présentée dans l'annexe F.3 ;

- η_{52X} , l'efficacité d'excitation vers $|45S\rangle$ au voisinage de l'atome cible dans un état qui n'est ni $|52C\rangle$, ni $|54C\rangle$, ni $|52F\rangle$. Nous pouvons par exemple penser à l'état $|52D\rangle$ obtenu à cause des imperfections de l'excitation microonde DF, à l'état $|52E^-\rangle$ dû aux imperfections de la circularisation ou bien aux états $|51C\rangle$ et $|53C\rangle$, apparaissant par désexcitation des états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$. Ils s'agit donc d'une efficacité d'excitation moyenne, pondérée par les populations de chaque état en présence. Certains de ces états ayant un dipôle non nul, nous nous attendons à trouver une efficacité d'excitation plus faible que η_{52C} , celle obtenue pour l'état circulaire $|52C\rangle$;
- ϵ_{54C} , la probabilité de désexcitation de l'état $|54C\rangle$ par le processus de décircularisation de l'état $|52C\rangle$. Rappelons que nous l'avons évaluée à $\sim 1,0\%$ au paragraphe 4.3.5 ;
- ϵ , la probabilité que l'atome cible ne soit pas passé par l'état $|52C\rangle$, ni par l'état $|52F\rangle$ et qu'il soit malgré tout recapturé ;
- p_1 et p_2 , les efficacités des deux impulsions microondes successives appliquées sur la transition $52C - 54C$. Nous introduisons deux efficacités distinctes car nous envisageons que celle de la seconde impulsion microonde pourrait être moins bonne que celle du premier. En effet, à l'issue de l'excitation temporaire vers l'état $|45S\rangle$, il existe une probabilité pour que l'atome sonde reste dans cet état, bloquant ainsi la seconde transition microonde et la rendant moins efficace ;
- τ_π et $\delta\tau_p$, respectivement la durée correspondant à l'impulsion π sur la transition $52C - 54C$ et une durée corrective, entrant dans l'expression de la formule de Rabi :

$$p(\tau_p) = p_1 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{\tau_p - \delta\tau_p}{\tau_\pi} \right), \quad (5.23)$$

où $p(\tau_p)$ représente l'efficacité de l'impulsion en fonction de sa durée τ_p . Cette durée corrective modélise une impulsion légèrement trapézoïdal lui donnant une durée effective plus courte que celle programmée dans l'expérience. Nous supposons que cette durée corrective est indépendante de la durée de l'impulsion. Nous nous attendons à obtenir une valeur assez petite et positive.

Parmi ces 13 paramètres, seuls 11 restent à déterminer à partir des données des figures (5.9c) et (5.9d), les 2 autres, $p_{52F} = 3,9\%$ et $\eta_{52F} = 46\%$, ayant été fixés par des expériences décrites dans les annexes E.6 et F.3.

À partir de ces paramètres et de l'arbre de probabilité, nous calculons la probabilité associée à chacun des cinq événements : $\mathbb{P}_{|2\rangle}(\triangleright_3 \bullet_3 \triangleleft_3)$, $\mathbb{P}_{|2\rangle}(\blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3)$, $\mathbb{P}_{|2\rangle}(\blacktriangleright_3 \bullet_3 \triangleleft_3 \cup \triangleright_3 \bullet_3 \triangleleft_3)$, $\mathbb{P}_{|2\rangle}(\triangleright_3 \circ_3 \triangleleft_3)$ et $\mathbb{P}_{|2\rangle}(\blacktriangleright_3 \bullet_3 \triangleleft_3)$. Ces expressions sont reportées dans l'annexe F.2. L'indice $|2\rangle$ signifie que l'on ne considère que les cas où le triplet est complet lors de l'image 2.

Résultats

Le modèle de probabilité que nous venons de décrire est ajusté sur les données des figures (5.9c) et (5.9d), sur lesquelles les lignes représentent le résultat de l'ajustement. Nous constatons que ce modèle simplifié est suffisant pour décrire correctement les résultats de l'expérience correspondant à la séquence (5.9a). Lors de l'ajustement les probabilités sont

contraintes à rester entre 0 et 1. Les valeurs obtenues pour chacun des paramètres du modèle sont regroupées dans la table (5.1).

Paramètre	Ajustement	Paramètre	Ajustement
$p_{circ.}$	72,3(4) %	ϵ_{54C}	0,7(1) %
$p_{decirc.}$	66,0(4) %	ϵ	4,4(4) %
η_{54C}	96,6(2) %	p_1	~ 100 %
η_{52C}	95,0(3) %	p_2	97,9(4) %
η_{52X}	93,7(9) %	$\delta\tau_p$	0,06(1) μs

TABLE 5.1 – Résultat de l’ajustement du modèle décrit par l’arbre de probabilité sur les données de la figure (5.9). Pour la durée de l’impulsion π , nous trouvons $\tau_\pi = 1,187(3)$ μs . Nous mettons le symbole \sim à la place d’une incertitude pour la valeur de p_1 car la valeur ajustée atteint le maximum autorisé lors de l’ajustement qui est de 100 %. L’incertitude très faible fournie par l’ajustement est sous-évaluée. Sans imposer une borne supérieure de 100 %, l’ajustement donne une valeur de $p_1 = 102,8(4)$ %, ce qui laisse supposer que le modèle de probabilité appréhende mal certains aspects de l’expérience.

L’ajustement est réalisé en minimisant le χ^2 entre les données et le modèle par la méthode de Nelder-Mead. La matrice de covariance K est estimée par :

$$K^{-1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \chi^2}{\partial p_i \partial p_j} \right)_{i,j}, \quad (5.24)$$

où p_i et p_j sont deux paramètres du modèle. Les incertitudes à σ présentées dans la table (5.1) sont les racines des termes diagonaux de K .

Commençons par discuter les valeurs obtenues pour les paramètres les moins significatifs, à savoir ceux de la deuxième colonne de la table (5.1). Nous mesurons un taux de désexcitation de $\epsilon_{54C} = 0,7(1)$ % lors de la décircularisation. Ceci est compatible avec la valeur que nous avons envisagée au paragraphe 4.3.5 et dont nous ne savons pas si elle était due majoritairement à une imperfection de l’impulsion microonde ou à la désexcitation résiduelle de l’état $|54C\rangle$. En mettant en regard la valeur mesurée ici avec l’efficacité quasiment parfaite de l’impulsion microonde, $p_1 \sim 100$ %, nous répondons pleinement à la question. Pour la seconde impulsion microonde, nous mesurons une efficacité moindre de $p_2 = 97,9$ %, que nous attribuons en partie à la présence résiduelle d’atomes sondes dans l’état $|45S\rangle$ et qui bloquent la transition. La durée corrective obtenue de $\delta\tau_p = 0,06(1)$ μs implique une forme très légèrement trapézoïdale de l’impulsion microonde. Cette correction est environ deux fois plus petite que la durée de l’impulsion microonde la plus courte utilisée qui est de $\tau_p = 0,1$ μs . Enfin, nous mesurons un taux de recapture d’atomes non circularisés de $\epsilon = 4,4(4)$ %. Nous attribuons cet effet à la fois à l’imperfection du pompage optique dans l’état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$ et à une détérioration de l’excitation laser vers l’état $|52D\rangle$ par de la lumière provenant du réseau optique adresseur, au niveau des atomes cibles. La fraction des atomes réellement concernée par ce scénario est de $\epsilon(1 - p_{circ.} - p_{52F}) = 1,0$ %.

À partir de l’ajustement, nous estimons la probabilité de réussite de la circularisation à $p_{circ.} = 72,3(4)$ %. L’ensemble des imperfections qui contribuent à ce chiffre — déjà discutées au paragraphe 4.3.5 — est présenté sur la figure (5.11a). Nous considérons que la différence entre les taux d’imperfections ajusté et expliqué est due à des pertes lors de la circularisation dans d’autres états de Rydberg que $|52F\rangle$ et $|52E^-\rangle$, dont les populations n’ont pas été sondées.

Le taux de succès de la décircularisation est estimé à $p_{decirc.} = 66,0(4)$ %. Il est analysé sur la figure (5.11b). Nous attribuons en partie l’écart entre les taux de circularisation et de

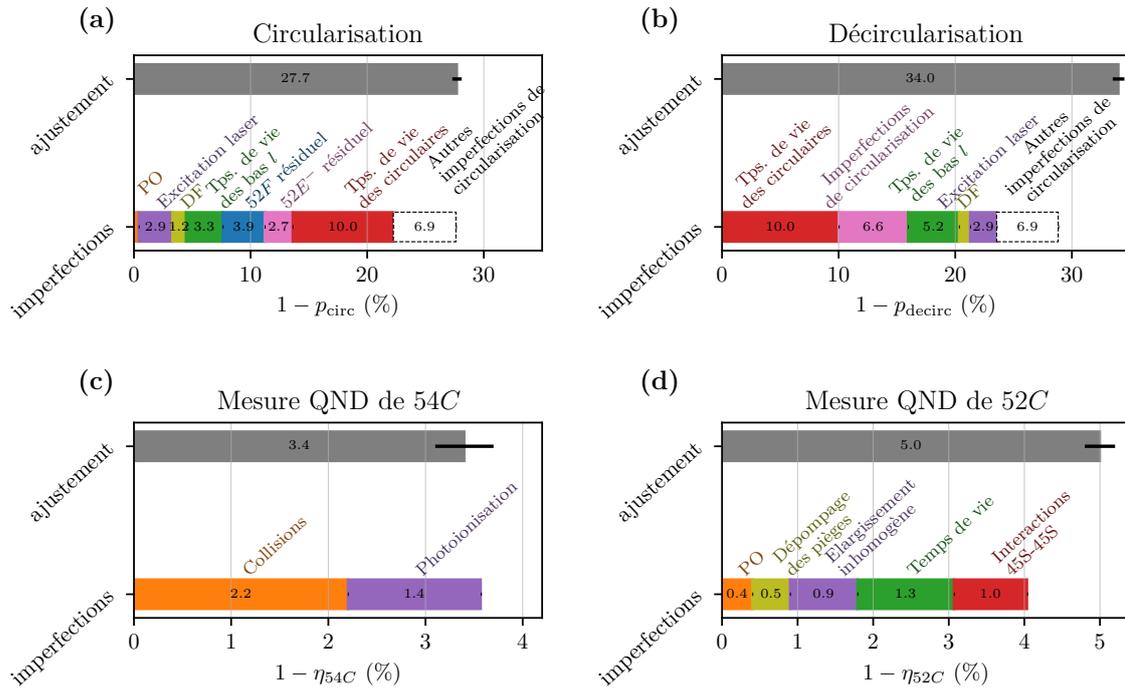


FIGURE 5.11 – (a), (b) Analyses des valeurs des paramètres $p_{circ.}$, $p_{decirc.}$ issues de l’ajustement du modèle de probabilité. Le détail de ces chiffres est donné au paragraphe 4.3.5. Le chiffre de 2,9% annoncé pour l’imperfection d’excitation vers $|52D\rangle$, au lieu des 1,9% estimés auparavant, tient compte du blocage néfaste du faisceau adresseur. Les encadrés en pointillé correspondent à la différence entre l’efficacité de circularisation mesurée par ajustement $p_{circ.}$ et celle que nous pouvons expliquer par les diverses mesures. (c) Analyse de la valeur du paramètre η_{54C} . L’influence des collisions est discutée au paragraphe 4.3.1 et celle de la photo-ionisation au paragraphe 5.2.2. (d) Analyse de la valeur du paramètre η_{52C} . Les imperfections de l’excitation laser de l’état $|45S\rangle$ sont discutées au paragraphe 4.3.6.

décircularisation au transitoire de champ électrique subi par la transition DF, qui détériore son efficacité.

Nous obtenons enfin les efficacités de mesure QND. Nous détectons avec une efficacité de $\eta_{54C} = 96,6(2)\%$ l’état circulaire $|54C\rangle$. Comme indiqué la figure (5.11c), celle-ci est limitée en premier lieu par les collisions avec le gaz résiduel dans l’enceinte ultra-vide qui peut faire disparaître un atome sonde. En second lieu, elle est limitée par la photo-ionisation de l’atome sonde, piégé par la pince optique de l’adresseur à 821 nm et éclairé simultanément par les impulsions d’excitation vers $|52D\rangle$ à 420 nm. À des fins d’amélioration, nous pouvons réduire les collisions en abaissant encore la pression par cryo-pompage, en travaillant dans un environnement à 4 K. En ce qui concerne la photo-ionisation, les solutions sont moins évidentes. La préparation d’atomes dans deux états différents par blocage lumineux requiert que les atomes sondes soient désaccordés par le faisceau adresseur pendant que l’excitation des atomes circulaires est réalisée, nécessitant l’impulsion à 420 nm. Il faudrait donc effectuer le déplacement lumineux avec une lumière qui ne permet pas d’atteindre le seuil d’ionisation, c’est-à-dire de longueur d’onde $\lambda \geq 1011$ nm, et qui est désaccordée de toute transition vers des états de Rydberg. Cependant, dans ce cas, il pourrait être plus simple d’effectuer directement l’excitation vers l’état $|52D\rangle$ avec le faisceau adresseur lui-même, placé à la bonne fréquence. Nous pourrions également imaginer une transition Raman spatialement

résolue entre les niveaux hyperfins, qui préserverait les atomes sondes de l'excitation vers l'état $|52D\rangle$ en les mettant temporairement dans un état Zeeman $|5S_{1/2}, F = 1, m_f\rangle$. Cette dernière solution a l'avantage de faire passer des faisceaux à 780 nm par les lentilles asphériques plutôt qu'un faisceau de longueur d'onde supérieure à 1 011 nm, ce qui est préférable du point de vue des aberrations géométriques. Une autre solution qui permettrait de réduire l'effet de la photo-ionisation serait d'augmenter la puissance de l'impulsion d'excitation vers $|52D\rangle$ à 1 015 nm pour pouvoir abaisser celle de l'impulsion à 420 nm responsable de la photo-ionisation.

Nous évaluons le taux de détection QND de l'état $|52C\rangle$ à $\eta_{52C} = 95,0(3)\%$. Rappelons qu'il s'agit davantage de la détection de l'absence de $|54C\rangle$ que d'une détection sélective de $|52C\rangle$. Les états circulaires voisins, avec $n \neq 54$, ne présentant pas de résonance avec le couple $|45S\rangle - |45P\rangle$, sont détectés comme l'état $|52C\rangle$. Citons malgré tout l'exception notable de l'état $|51C\rangle$, qui possède une forte interaction de van der Waals avec $|45S\rangle$, de 352 kHz à $R = 6 \mu\text{m}$, et qui produirait certainement un blocage pas tout à fait négligeable. Nous parlons ici de détection de $|52C\rangle$, puisque nous nous sommes placés dans un cas où les seuls états possibles pour l'atome cible sont — en première approximation — les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$. Ce taux est analysé sur la figure (5.11d). Il est en premier lieu limité par l'excitation de l'état $|45S\rangle$, dont nous avons déjà examiné les imperfections au paragraphe 4.3.6. Des expériences menées dans des conditions identiques à celles présentées sur la figure (5.9a) mais sur des paires atome cible - atome sonde plutôt que sur des triplets montrent une efficacité de mesure de $|52C\rangle$ augmentée de 1,0 % dans le cas des paires. Nous attribuons cet effet aux interactions lorsque deux atomes sondes sont placés à 12 μm l'un de l'autre, comme c'est le cas dans les triplets. Concernant l'excitation de l'atome sonde en présence d'autres états de Rydberg, nous mesurons $\eta_{52X} = 93,7(9)\%$. Comme envisagé plus tôt, la valeur est légèrement plus faible que pour l'état $|52C\rangle$ puisque que, parmi ces états, nous retrouvons au moins les états $|52D\rangle$ et $|52E^- \rangle$ dont le faible dipôle bloque légèrement l'excitation.

Conclusion

Dans une première partie, nous avons montré que l'application d'un champ électrique était susceptible de mettre à résonance les transitions $|53C\rangle - |54C\rangle$ et $|45S\rangle - |45P\rangle$, principalement grâce à l'effet Stark important de l'état $|45P\rangle$. Nous avons déterminé une valeur du champ électrique de résonance de $F_x = 1,59 \text{ V/cm}$. Nous avons ensuite montré comment l'application d'un déplacement lumineux local sur certains atomes et pas les autres permettait de sélectionner ces atomes pour les préparer dans un état circulaire, pendant que les autres restent dans l'état fondamental. Ceci ouvre la voie vers le contrôle local d'atomes dans notre expérience. Dans ces conditions, nous avons étudié l'interaction entre l'état circulaire $|54C\rangle$ et l'état de faible ℓ $|45S\rangle$. Cette interaction donne lieu à deux états de paire $|\pm\rangle_{\Delta F}$, superpositions symétrique et antisymétrique des états produit $|54C, 45S\rangle$ et $|53C, 45P\rangle$. Nous les avons observés par spectroscopie laser à partir de l'état $|54C, F = 2\rangle$. Avec une distance inter-atomique de $R = 6 \mu\text{m}$, chacun de ces niveaux est désaccordé d'environ $\pm 10 \text{ MHz}$. En présence d'un atome cible dans l'état $|54C\rangle$, il n'est donc plus possible d'exciter l'atome sonde par laser vers l'état $|45S\rangle$. C'est ce qu'on appelle le blocage dipolaire.

Nous avons utilisé ce mécanisme de blocage dipolaire pour effectuer une mesure non destructive de l'état d'atomes cibles. Le principe consiste à faire une tentative d'excitation de l'atome sonde en présence de l'atome cible dans un état inconnu. Le blocage de l'excitation révèle que l'atome cible est dans l'état $|54C\rangle$. Son succès montre que l'atome cible n'est pas dans cet état. Dans le cas où la préparation assure que l'état de l'atome ne peut être, en première approximation, que dans les deux états $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$, le succès de l'excitation de l'atome sonde révèle que l'atome cible est dans l'état $|52C\rangle$. Une suite de manipulations convertit ensuite l'excitation ou non de l'atome sonde en une population des états hyperfins $|F = 2\rangle$ ou $|F = 1\rangle$, puis en une probabilité de recapturer l'atome sonde, ce qui fournit une mesure de l'état de l'atome cible. Nous avons ensuite montré que le processus de mesure QND que nous proposons est bien corrélé à la mesure destructive obtenue par désexcitation sélective et, en cela, vérifie la règle de Born. Nous avons également observé l'effet de la mesure non lue sur l'atome cible. Enfin, nous avons prouvé que le processus de mesure projetait l'état de l'atome sonde sur les états propres en corrélation avec le résultat de la mesure. Nous avons donc vérifié que le processus de mesure que nous proposons méritait sa dénomination de mesure non destructive.

Dans une dernière partie, nous avons estimé quantitativement les fidélités de mesure par ce processus. Pour cela, nous effectuons deux mesures QND simultanément suivies d'une mesure destructive, ce qui implique d'utiliser deux atomes sonde autour de l'atome cible plutôt qu'un seul. Ces deux mesures non destructives permettent de comparer la fidélité de la mesure QND avec elle-même et non plus avec celle de la mesure destructive qui a un contraste moindre. Ceci aboutit à une estimation plus fiable des fidélités. Pour analyser les données, nous les ajustons par un modèle de probabilité qui prend comme paramètres les fidélités de mesure QND, mais aussi un certain nombre d'imperfections de l'expérience. Nous déterminons alors les fidélités de mesure des états $|54C\rangle$ et $|52C\rangle$ à respectivement $96,6(2) \%$ et $95,0(2) \%$.

Nous pouvons envisager deux perspectives d'amélioration pour notre processus de mesure QND. La première est la *répétabilité*. Plaçons-nous dans le contexte futur d'un environnement cryogénique avec une structure inhibitrice qui porte le temps de vie de l'atome cible bien au-delà du temps nécessaire pour réaliser une image par fluorescence. Si l'on souhaite répéter des mesures QND de l'atome cible avec le même atome sonde, nous ne pouvons plus utiliser de poussoir, susceptible d'expulser l'atome des pièges. Une façon d'éviter son utilisation serait de

mettre en place une imagerie par fluorescence sélective par rapport à l'état hyperfin $|F = 2\rangle$ ou $|F = 1\rangle$. Nous pourrions par exemple faire fluorescer l'atome sur la transition cyclante $5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2 - 5P_{3/2}, F' = 3, m_f = +3$, en l'absence de faisceau repompeur. Suite à l'imagerie une étape de pompage optique permettrait de réinitialiser l'atome pour une nouvelle mesure QND.

Nous pourrions également souhaiter répéter la mesure avec plusieurs atomes sondes différents de manière décalée dans le temps. Notons que le temps nécessaire pour obtenir une image par fluorescence est de l'ordre de 25 ms, alors que le temps nécessaire pour effectuer une mesure QND est de l'ordre de 3 μ s. Dans ces conditions, il peut être intéressant d'effectuer successivement plusieurs mesures QND avec plusieurs atomes sondes, puis de lire l'ensemble des résultats plus tard. Dans l'état actuel du processus, ceci n'est pas possible car l'étape de pompage optique dans l'état $|F = 1\rangle$ est globale pour tous les atomes sondes et irréversible. Pour remédier à cet inconvénient, il serait préférable d'utiliser une transition Raman réversible et sélective spatialement entre les états $|F = 2\rangle$ et $|F = 1\rangle$. Pour l'instant, nous ne disposons pas de ces faisceaux Raman.

La seconde perspective est l'amélioration de la *localité*. Lors de nos expériences, nous n'avons gardé que quatre paires ou triplets d'atomes espacés d'au moins 50 μ m. En effet, nous avons constaté qu'avec un réseau de 3×3 paires séparées de 25 μ m, l'effet d'interactions entre atomes de paires différentes se faisaient sentir à l'échelle de quelques pourcents sur les probabilités mesurées. Ceci constitue une limitation pour l'utilisation du processus de mesure QND au sein d'un ensemble d'atomes cibles en interaction. Plusieurs solutions s'offrent alors à nous. Dans le cas d'une chaîne rectiligne d'atomes cibles, on peut choisir la position des atomes sondes pour que l'interaction dipôle-dipôle soit nulle entre l'atome sonde d'un atome cible et les atomes cibles plus proches voisins. Ceci ne fonctionne pas pour une chaîne de géométrie quelconque, ni pour un réseau en deux dimensions. Nous pouvons alors penser à changer la loi d'échelle de l'interaction de $1/R^3$ à $1/R^6$. Pour cela, il suffit de s'écarter légèrement du champ électrique de résonance. Afin de garder l'interaction entre les états $|54C\rangle$ et $|45S\rangle$ suffisamment forte, il est nécessaire de rapprocher l'atome sonde de son atome cible. Dans cette configuration, l'interaction van der Waals entre l'état $|52C\rangle$ et $|45S\rangle$ n'est plus négligeable et il faut en tenir compte lors de l'excitation de l'atome sonde. Une autre solution, qui consiste à multiplier les atomes sondes autour d'un atome cible, a été proposée par l'équipe de M. Saffman [127].

Chapitre 6

Manipulation de qubits circulaires par laser

*Brûle encore, bien qu'ayant tout brûlé,
Brûle encore, même trop, même mal,
Pour atteindre, à s'en écarteler,
Pour atteindre l'inaccessible étoile.*

— Brel, *La quête*

Dans le chapitre précédent, tous les atomes cibles étaient simultanément dans le même état, si l'on néglige les processus dissipatifs. Une fonctionnalité particulièrement utile pour la simulation quantique est de pouvoir préparer un état initial quelconque du simulateur. Pour cela, une possibilité est de manipuler indépendamment l'état de chacun des qubits afin de préparer initialement un état produit arbitraire. Dans le cas des qubits circulaires, la méthode à employer n'est pas triviale puisque les atomes de Rydberg circulaires n'ont pas de transition optique et ne peuvent donc pas subir de déplacement lumineux. Or, seul un rayonnement de fréquence optique focalisé permet de résoudre spatialement deux atomes placés à quelques microns l'un de l'autre. La solution que nous allons mettre en place va consister à médier l'interaction entre un faisceau fortement focalisé et un atome cible en utilisant l'interaction dipôle-dipôle résonnante avec un atome sonde auxiliaire.

Dans une première partie, nous allons montrer comment il est possible d'adresser la transition d'un atome entre deux états circulaires en appliquant un déplacement lumineux sur l'atome sonde avec lequel l'atome cible interagit par blocage dipolaire. Nous allons ensuite mettre en œuvre un protocole de mesure dans lequel nous combinerons la mesure QND et la mesure destructive pour obtenir deux informations complémentaires sur le qubit. La mesure de l'atome sonde donnera l'état du qubit et celle de l'atome cible renseignera sur son existence. Ce protocole doit permettre d'effectuer des mesures sur des ensembles d'atomes cibles en interaction sans que les imperfections de préparation et, dans une certaine mesure, le temps de vie fini des états n'entachent le résultat. Nous appliquerons enfin cette méthode à la mesure de l'interaction d'échange entre deux atomes cibles.

Nous avons déjà longuement discuté des imperfections inhérentes à notre expérience au chapitre précédent. Nous y reviendrons donc très peu dans ce chapitre, à l'exception des sources d'erreur concernant intrinsèquement l'adressage local des atomes cibles.

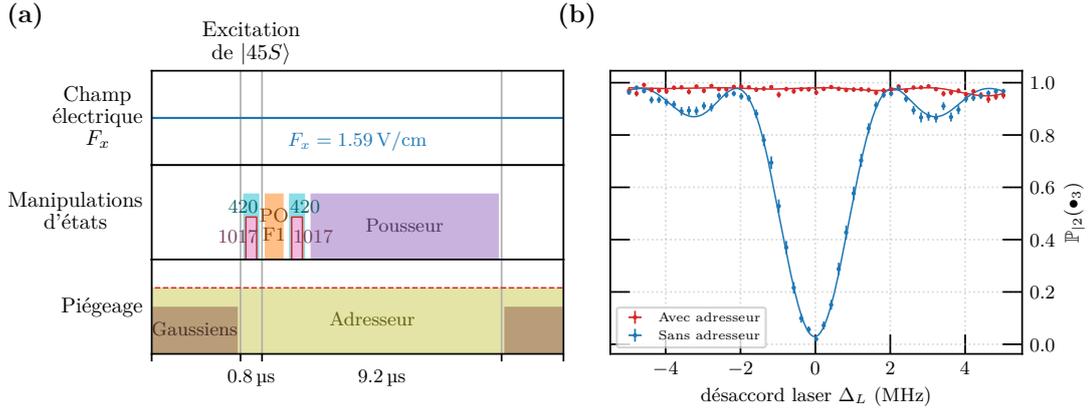


FIGURE 6.1 – (a) Séquence d’excitation usuelle de l’atome sonde dans l’état $|45S\rangle$ en présence ou non du déplacement lumineux produit par le faisceau adresseur, bordé par le trait pointillé rouge. (b) Spectre d’excitation laser où nous varions la fréquence des impulsions 1017 nm. En bleu, l’excitation sans faisceau adresseur, en rouge, l’excitation bloquée.

6.1 Manipulation d’états circulaires par laser

La manipulation des qubits circulaires se fait en deux étapes. La première consiste à effectuer un blocage lumineux sur certains atomes sondes et pas sur d’autres, afin d’exciter une partie d’entre eux dans l’état $|45S\rangle$. La seconde étape consiste alors à effectuer une tentative de transfert de l’atome cible depuis l’état $|52C\rangle$ jusque dans l’état $|54C\rangle$. Seuls les atomes cibles au voisinage d’un atome sonde resté dans l’état fondamental seront transférés, la transition des autres atomes cibles sera empêchée par blocage dipolaire.

6.1.1 Blocage lumineux

La première étape du processus de manipulation de l’atome cible par laser consiste à pouvoir effectuer un blocage lumineux sur l’atome sonde pendant une excitation laser vers l’état $|45S\rangle$. Ceci est complètement analogue aux blocages utilisés pour protéger l’atome sonde de l’excitation vers l’état $|52D\rangle$, décrit au paragraphe 5.2.2, à ceci près que les impulsions laser d’excitation sont 2,5 fois plus courtes et qu’il ne s’agit pas de la même transition.

La figure (6.1a) représente la séquence d’excitation usuelle de l’état $|45S\rangle$, pendant laquelle nous faisons varier la fréquence des impulsions laser à 1017 nm pour obtenir les spectres de la figure (6.1b). Dans cette expérience préliminaire, le réseau d’atomes utilisé est le réseau de $3 \times 3 = 9$ atomes que nous avons utilisé tout au long du chapitre 4. Sans faisceau adresseur, l’excitation de l’atome a lieu. Si, au contraire, le faisceau adresseur est allumé, la transition est bloquée. Les imperfections de blocage sont alors sous la limite du bruit.

Le déplacement lumineux produit pour cette transition a été mesuré par spectroscopie laser dans des pinces optiques de différentes profondeurs. Il vaut 8,51(4) MHz/mW dans les conditions de l’expérience, c’est-à-dire avec une puissance et une longueur d’onde des pièges du faisceau adresseur valant comme auparavant $\mathcal{P} = 1,0$ mW et $\lambda = 821$ nm. Cette valeur n’est pas significativement différente de celle trouvée pour la transition vers l’état $|52D\rangle$, qui était de 8,58(4) MHz/mW. Une légère différence pourrait toutefois être expliquée par les polarisabilités dipolaires différentes des états $|45S\rangle$ et $|52D\rangle$.

Les impulsions d’excitations étant plus courtes que lors de la préparation de l’état $|52D\rangle$,

0,4 μs contre 1,0 μs , la raie d'excitation est plus large. La courbe rouge de la figure (6.1b), qui en première approximation correspond à la courbe bleue décalée vers la droite de 8,5 MHz, présente un début d'oscillation vers $\Delta = 5$ MHz. Ceci correspond au pieds de la raie décalée. Ceci témoigne du fait qu'une puissance du faisceau adresseur légèrement plus faible commencerait à réduire l'efficacité du blocage. Le choix de la puissance des pièges du faisceau adresseur résulte en effet d'un compromis entre l'éloignement de ces oscillations, qui détériorent le blocage, et la minimisation de la photo-ionisation, causée par le faisceau adresseur à 821 nm et l'impulsion à 420 nm.

6.1.2 Blocage dipolaire induit par laser

Nous allons maintenant utiliser cette préparation de l'atome sonde dans l'état $|45S\rangle$, conditionnée par le blocage lumineux, pour autoriser ou non la transition de l'atome cible voisin entre les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$. Pour mettre en évidence ce phénomène, nous réalisons l'expérience sur des triplets d'atomes disposés comme sur la figure (6.2b). L'utilisation de deux atomes sondes rend complètement négligeable la probabilité qu'aucun des deux atomes sondes ne soit excité vers l'état $|45S\rangle$ en l'absence de blocage lumineux et donc que le blocage dipolaire ne se produise pas. Davantage de détails sur le blocage dans un triplet d'atomes sont donnés dans l'annexe F.1.

Dans la séquence de la figure (6.2a), nous commençons par préparer les atomes cibles dans l'état $|52C\rangle$ (1). Ensuite, nous exploitons le blocage lumineux pendant l'étape d'*adressage* (2). Lorsque l'atome sonde est éclairé par le faisceau adresseur, sa transition vers l'état $|45S\rangle$ est bloquée, il reste dans l'état fondamental. L'application de l'impulsion microonde, encadrée en rouge, transfère l'atome cible initialement dans l'état $|52C\rangle$ vers l'état $|54C\rangle$. À l'inverse, si l'atome sonde n'est pas désaccordé par le faisceau adresseur, l'excitation vers $|45S\rangle$ a lieu, occasionnant alors le blocage dipolaire de la transition de l'atome cible, qui reste dans l'état $|52C\rangle$. Nous exploitons ici le blocage dipolaire produit par l'interaction entre les états $|54C\rangle$ et $|45S\rangle$ dans le sens inverse de celui de la mesure QND. Cette fois, la transition bloquée n'est plus l'excitation laser vers $|45S\rangle$ mais l'excitation microonde vers $|54C\rangle$. De cette façon, nous mettons en place une chaîne de blocages à travers laquelle l'éclairement de l'atome sonde autorise le transfert de l'atome cible dans l'état $|54C\rangle$. L'étape d'*adressage* s'achève par la désexcitation de l'atome sonde si celui-ci avait été excité, afin de pouvoir le réutiliser ultérieurement pour une éventuelle mesure QND.

À l'issue de l'étape d'*adressage* (2), nous détectons l'atome cible dans l'état $|52C\rangle$ par dé-circularisation sélective (3). Sur la figure (6.2c), nous observons les deux spectres microonde de la transition $52C - 54C$ en présence ou non du faisceau adresseur. Lorsqu'il est présent, l'atome cible est bien transféré dans l'état $|54C\rangle$. Si l'adresseur est interrompu pendant la durée correspondant à l'encadrement en pointillé rouge, le transfert n'a pas lieu. Nous constatons que la courbe rouge est tout à fait plate, il n'y a pas d'imperfection de blocage à l'échelle du bruit de notre mesure. Nous sommes donc capables de modifier l'état circulaire de l'atome cible par application d'un faisceau non résonant très focalisé sur le ou les atomes sondes qui l'entourent.

6.1.3 Séquences d'adressage alternatives

L'étape d'*adressage* (2), représentée sur la figure (6.2a), se compose d'une première impulsion laser π , suivie d'une impulsion microonde π et enfin d'une seconde impulsion laser π . Cette séquence est efficace pour préparer deux familles de qubits où dans chacune les qubits partagent un même état, à partir d'un ensemble de qubits dans l'état $|52C\rangle$. Une durée

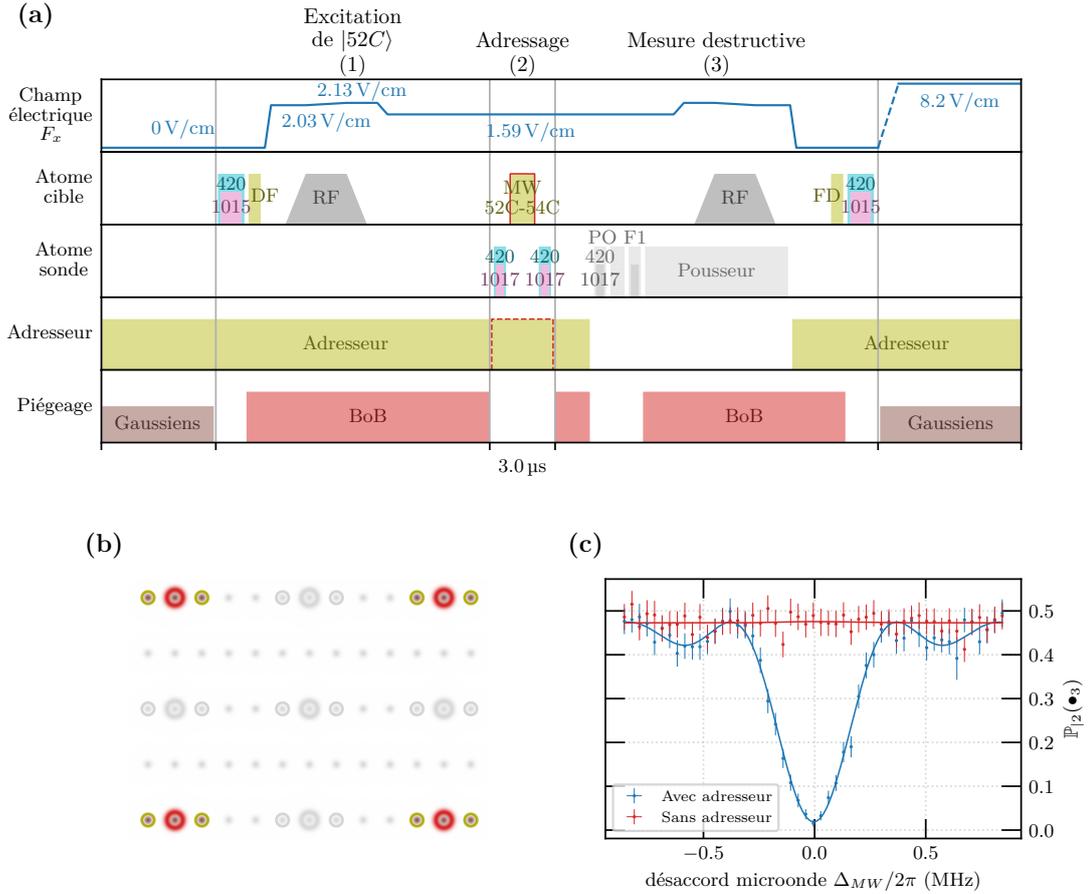


FIGURE 6.2 – (a) Séquence par laquelle nous testons le blocage dipolaire de la transition $52C - 54C$ induit par laser. (b) Géométrie des pièges, en brun les pièges gaussiens dans lesquels sont initialement les atomes, en rouge les BoB. Entourés en vert olive, les atomes sondes désaccordés par l’adresseur. (c) Spectroscopie microonde mesurée par décircularisation sélective de l’état $|52C\rangle$. En bleu, l’adresseur est présent. Il bloque la transition de l’atome sonde vers $|45S\rangle$, ce qui ne bloque pas celle de l’atome cible vers $|54C\rangle$. En rouge, l’adresseur est absent. La transition vers $|45S\rangle$ a lieu, ce qui bloque celle vers $|54C\rangle$.

différente de l’impulsion microonde préparerait une famille de qubits dans une superposition quelconque des états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, et laisserait l’autre dans l’état $|52C\rangle$. L’ajout d’une seconde impulsion microonde après la seconde impulsion laser préparerait les deux familles de qubits dans deux superpositions quelconques différentes, dont les compositions s’ajusteraient par les durées des impulsions microonde. En revanche, la séquence ne fonctionne pas si l’état initial des qubits n’est pas $|52C\rangle$. Lorsque le qubit circulaire est dans un état superposé, les deux atomes restent intriqués à l’issue de la séquence.

Pour remédier à ce problème, nous pouvons modifier la séquence d’adressage comme indiqué sur la figure (6.3a). Une impulsion laser 2π à $420 + 1017$ nm est intercalée entre deux impulsions microondes $\pi/2$. Au cours de l’impulsion, l’atome cible, initialement dans l’état $1/\sqrt{2}(i|54C\rangle + |52C\rangle)$, s’intrique avec l’atome sonde pour arriver dans l’état $1/\sqrt{2}(i|F = 2, 54C\rangle + |45S, 52C\rangle)$ à la moitié de l’impulsion laser. La seconde moitié de l’impulsion désintrique les deux atomes en laissant l’atome cible dans l’état $1/\sqrt{2}(i|54C\rangle - |52C\rangle)$. L’impulsion 2π ajoute π à la phase relative de la superposition dans laquelle le qubit circulaire

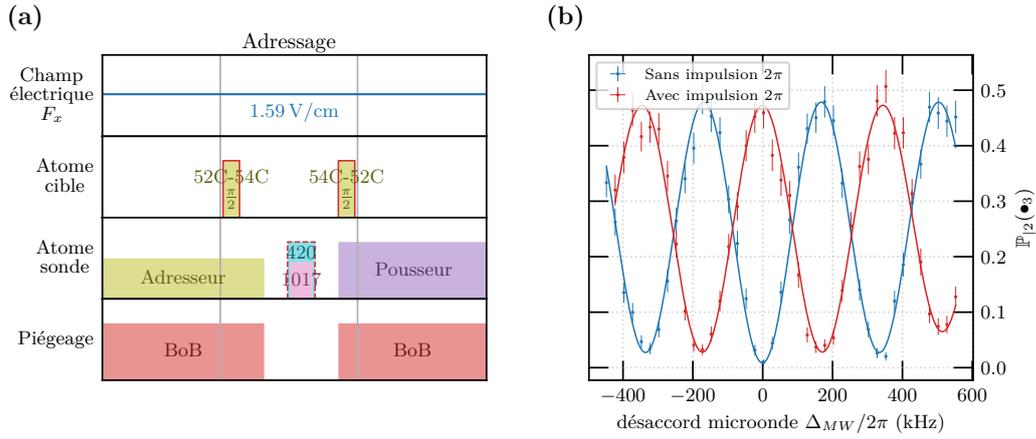


FIGURE 6.3 – (a) Séquence d'adressage n'intriquant pas l'atome sonde avec l'atome cible, quel que soit l'état initial de ce dernier. (b) Frange de Ramsey avec et sans l'impulsion laser 2π , encadrée en pointillés rouge. Les franges sont obtenues en variant le désaccord des impulsions microondes, encadrées en rouge.

se trouve. Pour mieux visualiser cet effet, nous avons réalisé une expérience de spectroscopie Ramsey en variant le désaccord entre la microonde et les atomes. Nous observons sur la figure (6.3b) que la présence ou non de l'impulsion laser 2π déphase ou non les franges de π . L'adressage proprement dit a lieu pour un désaccord microonde nul $\Delta_{MW} = 0$. La présence de l'impulsion 2π prépare le qubit circulaire dans l'état $|52C\rangle$ et son absence dans l'état $|54C\rangle$. Nous effectuons ici le contrôle avec l'impulsion laser 2π mais nous aurions tout aussi bien pu le faire en maintenant toujours cette impulsion et en désaccordant ou non les atomes avec le faisceau adresseur comme précédemment. Contrairement à la séquence précédente, celle-ci ne provoque jamais l'intrication des deux atomes, quel que soit l'état initial du qubit circulaire.

Par la suite, nous nous servirons uniquement de l'adressage à partir de l'état $|52C\rangle$ et nous garderons donc la première séquence¹, présentée sur la figure (6.2a).

6.1.4 Contrôle local d'états circulaires

Nous allons maintenant utiliser la technique d'adressage présentée sur la figure (6.2) pour préparer un réseau mixte d'atomes cibles, certains dans l'état $|52C\rangle$ et d'autres dans l'état $|54C\rangle$.

Pour cela, nous reprenons la séquence précédente dans laquelle s'enchaînent une étape d'excitation de l'état $|52C\rangle$ (1), l'étape d'adressage (2) et finalement les mesures destructives et non-destructives (3), comme reporté sur la figure (6.4a). Nous utilisons comme précédemment quatre triplets d'atomes.

Le blocage lumineux est maintenant contrôlé, non plus en allumant ou non le faisceau adresseur, mais en translatant le réseau de pièges d'une distance Δx selon l'axe x . La position

1. Un détail expérimental nous fait préférer la première séquence. Le logiciel de contrôle des séquences ne permet de réaliser que des durées d'impulsion multiples de 100 ns. Pour optimiser finement l'impulsion π laser, nous sommes donc forcés d'ajuster sa puissance à durée fixée, ici à $0,4 \mu\text{s}$. Les impulsions n'étant pas exactement rectangulaires, la durée de l'impulsion 2π n'est pas exactement de $0,8 \mu\text{s}$. Il faudrait donc d'abord disposer d'une certaine puissance pour l'impulsion 2π pour l'adressage, puis quelques microsecondes plus tard, d'une autre puissance laser pour les impulsions π nécessaires à la mesure QND. Ceci compliquerait inutilement le circuit radiofréquence contrôlant cette puissance.

initiale est décrite sur la figure (6.4b) et correspond à $\Delta x = 0 \mu\text{m}$. La figure (6.4c) décrit la position intermédiaire et temporaire du réseau lors de l'adressage, correspondant à $\Delta x = 12 \mu\text{m}$. Initialement dans la séquence, tous les atomes sondes sont éclairés par le réseau adresseur. Ceci est indispensable puisqu'ils doivent être protégés de l'excitation vers l'état $|52D\rangle$. Nous translatons ensuite le réseau de sorte que certains atomes ne soient plus éclairés tandis que les autres le restent. Nous avons choisi la géométrie de ce réseau pour qu'une translation de $\Delta x = 12 \mu\text{m}$ libère certains atomes sondes du blocage lumineux et pas d'autres. Dans la colonne des triplets de gauche, la translation du réseau laisse tous les atomes sondes éclairés. Dans celle de droite, la translation supprime le déplacement lumineux sur les atomes sondes de gauche.

Nous dévions le faisceau en changeant la radiofréquence envoyée au défecteur acousto-optique. Le temps caractéristique nécessaire pour effectuer ce changement de position est de $5 \mu\text{s}$. Cela correspond à la durée que met le front d'onde ultra-sonore pour traverser la totalité du faisceau optique dans le cristal du défecteur acousto-optique. Il est important de garder en tête que, lors du changement de fréquence, le réseau adresseur n'est pas translaté continuellement de la position initiale à la position finale. Sur la figure (6.5a), nous simulons le passage du front d'onde ultra-sonore à travers le faisceau optique lors du changement de fréquence. Pour cela, nous considérons deux réseaux en dent de scie accolés, de pas différents, dont la jonction est éclairé par le faisceau optique. La figure (6.5a) représente la figure de diffraction obtenue pour différentes positions de la jonction entre les réseaux par rapport au faisceau. Les pièges disparaissent en se déformant à la position initiale, et apparaissent déformés, puis convergent vers leur forme gaussienne standard, à la position finale. En particulier, il n'y a pas d'effet de balayage qui pourrait éjecter l'atome cible situé entre les deux atomes sondes. Cependant, lorsqu'un site disparaît pendant qu'un autre apparaît à une position donnée, ils interfèrent brièvement entre eux, pouvant produire des formes irrégulières où il n'existe pas nécessairement de maximum d'intensité au niveau de l'atome. C'est ce que nous observons sur les figures (6.5b), (6.5c) et (6.5d) où, plus la phase relative entre le piège disparaissant et le piège apparaissant est grande, plus l'effet est marqué. Ceci peut produire un chauffage voire une éjection des atomes sondes, qui fait décroître leur probabilité de recapture à l'issue de la séquence. Nous constatons malgré tout expérimentalement que la probabilité de recapture est plus grande lorsque le changement de fréquence est réalisée avec les atomes dans les pièges plutôt qu'en éteignant simplement le faisceau adresseur. Nous resterons donc dans cette configuration par la suite bien qu'elle ne soit pas idéale, étant notre meilleure option à court terme.

Nous testons l'efficacité de l'adressage local en réalisant une spectroscopie microonde entre les états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$ des atomes cibles. La figure (6.4d) regroupe les données atome par atome dans le cas où le blocage lumineux est maintenu sur les deux atomes sondes, malgré la translation du réseau adresseur. Nous constatons d'après la mesure par désexcitation sélective que le transfert vers l'état $|54C\rangle$ a lieu correctement. En revanche, le contraste de la mesure QND est plus faible d'environ 10 % par rapport aux performances standard de l'expérience. Nous attribuons ceci aux éjections provoquées par les mouvements du réseau adresseur, faisant diminuer la probabilité de recapture des atomes sondes.

Sur la figure (6.4e), les atomes sondes de gauche ne sont pas désaccordés par l'adresseur après translation. Nous observons donc le blocage de la transition $52C - 54C$. Il n'est toutefois pas total puisque nous distinguons un pic à l'endroit de la résonance. Ce pic est visible sur la mesure destructive par désexcitation et sur la mesure QND réalisée avec l'atome sonde droite. Il n'est en revanche pas visible sur celle réalisée avec l'atome sonde de gauche, qui a déjà servi à l'adressage. Nous en concluons que l'imperfection du blocage observée est majoritairement

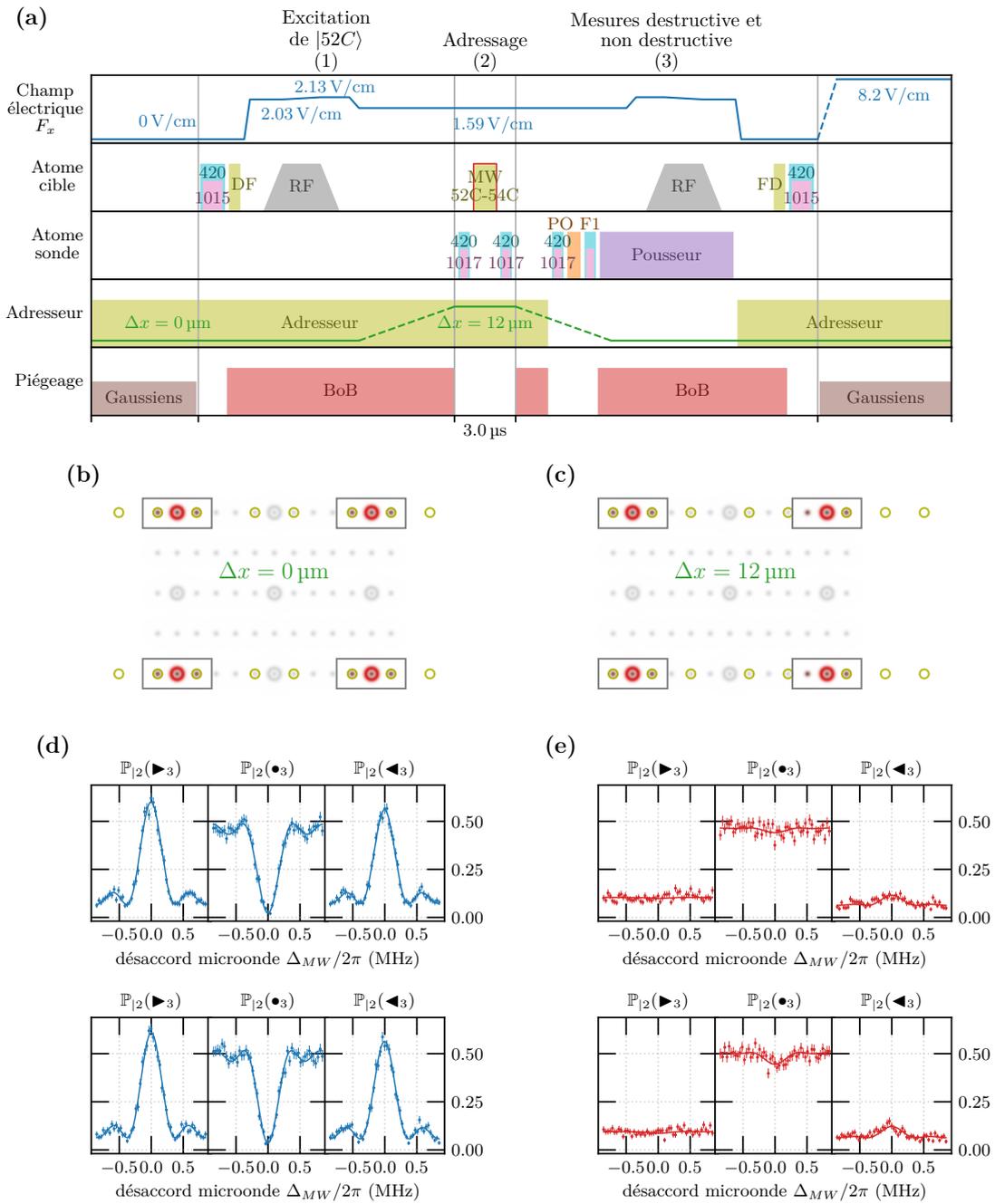


FIGURE 6.4 – (a) Séquence réalisant l'adressage local d'atomes cibles. (b) Position initiale et finale du réseau adresseur dans laquelle tous les atomes sondes sont dans une pince optique du réseau adresseur. (c) Position du réseau pendant l'étape d'adressage. Il est translaté de $\Delta x = 12 \mu\text{m}$, de sorte que pour les deux atomes cibles de droite, l'un des atomes sondes n'est plus bloqué par le faisceau adresseur. (d) et (e) Probabilités de recapture des atomes lorsque le blocage lumineux d'un des atomes sondes a respectivement lieu ou non.

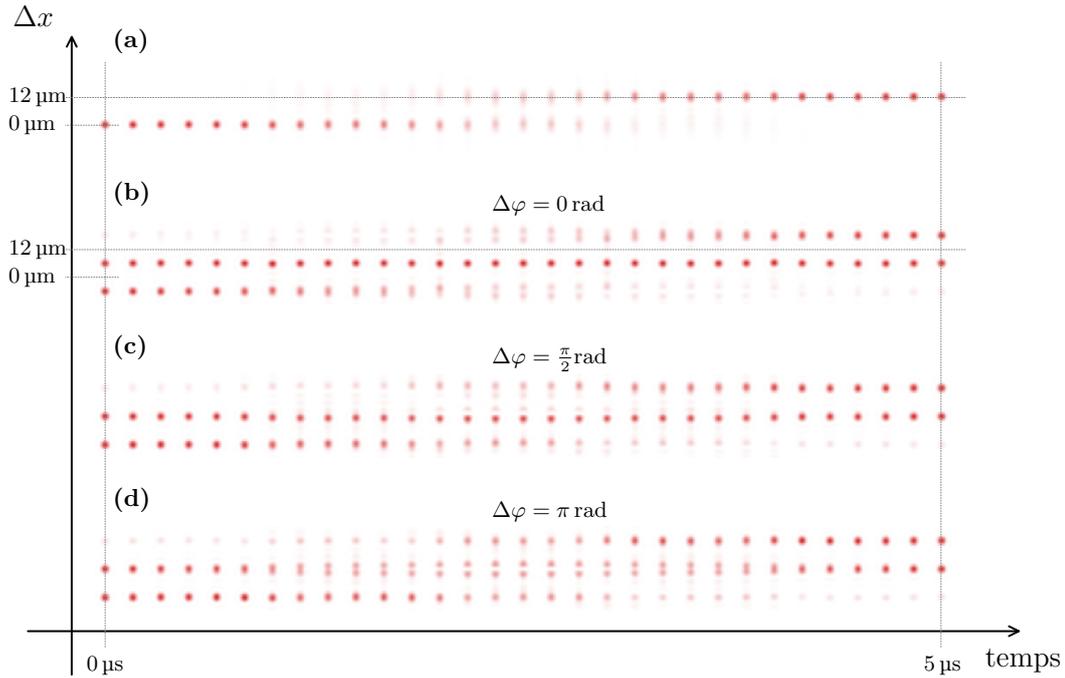


FIGURE 6.5 – Nous modélisons ici l’effet du passage du front d’onde ultra-sonore dans le faisceau optique lors d’un changement instantané de fréquence. Les figures représentent les figures de diffraction qui en résultent en fonction de la progression de la discontinuité de fréquence à travers le faisceau. Au temps $0\ \mu\text{s}$, la discontinuité entre dans le faisceau, au temps $5\ \mu\text{s}$, elle en sort. **(a)** Lorsqu’une seule pince optique est présente. **(b)**, **(c)**, **(d)** Lorsque deux pinces sont présentes et que la première vient prendre place à la position de la seconde lors de la translation du réseau de pinces. Chacune des trois figures correspond à un déphasage de respectif de $\Delta\varphi = 0\ \text{rad}$, $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$ et $\Delta\varphi = \pi\ \text{rad}$ entre les deux pinces optiques. Quand ce déphasage vaut $\Delta\varphi = \pi\ \text{rad}$, nous constatons qu’il n’y a transitoirement plus de lumière à la position initiale de l’atome. L’échelle entre le col des faisceaux valant $w = 1,2\ \mu\text{m}$ et la valeur de la translation de $\Delta x = 12\ \mu\text{m}$ n’est pas respectée pour une meilleure visibilité.

due à une mauvaise excitation de l’atome sonde de gauche au moment de l’adressage, qui ne bloque donc pas entièrement la transition microonde. Si l’atome cible est excité vers $|54C\rangle$, toutes les impulsions lasers suivantes sont bloquées, l’atome sonde reste essentiellement dans l’état $|45S\rangle$ et il n’est que peu recapturé. Effectuer la mesure QND avec l’atome sonde qui a déjà servi à faire l’adressage produit une post-sélection des données qui ne conserve que les cas où l’adressage a fonctionné correctement. Nous attribuons cette excitation imparfaite de l’atome sonde à un peu de lumière parasite produite par le réseau adresseur à la position de l’atome sonde, lumière que nous avons pu observer sur une caméra.

En tradant le réseau adresseur en cours de séquence, nous sommes donc capables de préparer certains atomes cibles dans l’état $|54C\rangle$, pendant que les autres restent dans l’état $|52C\rangle$. Ceci ouvre la voie vers la préparation d’états arbitraires composés d’un ensemble de qubits circulaires, indispensables pour la simulation quantique.

Malgré cela, cette technique souffre de deux inconvénients importants. Le temps de réponse du déflecteur acousto-optique — initialement prévu pour le réarrangement — est trop long, ce qui occasionne des pertes d’atomes sondes. Il serait donc souhaitable de raccourcir ce temps dans une version ultérieure de l’expérience en utilisant un modulateur acousto-optique

sur un faisceau de diamètre plus faible en plus du défecteur. Ensuite, un réseau optique produit des taches parasites en dehors des positions prévues pour les sites. Ceci est susceptible de produire de faibles blocages lumineux non désirés. Des SLM de meilleure qualité permettraient de réduire cet effet.

6.2 Échange de spin bien contrasté entre qubits circulaires

Dans cette dernière partie, nous allons utiliser l'ensemble des résultats précédents — mesure QND et adressage — pour observer l'interaction d'échange entre deux atomes cibles séparés de 30 μm , préparés initialement dans l'état de paire $|53C, 54C\rangle$.

6.2.1 Mesure QND avec effacement - principe

Pour étudier l'interaction entre deux atomes cibles, il est nécessaire que la circularisation fonctionne correctement pour les deux atomes simultanément, ce qui arrive dans la moitié des cas environ, compte tenu de l'efficacité de circularisation. En détectant les états des atomes cibles par mesure QND, nous ne pouvons donc pas espérer un contraste d'échange supérieur à 45 %. Avec la mesure par désexcitation, il serait au maximum de 35 %. Ceci reste assez médiocre et il ne s'agit là que du cas où l'on souhaite voir deux atomes interagir. En imaginant une interaction à 20 atomes cibles par exemple, il faut une efficacité de préparation des états circulaires de 99,5 % pour obtenir vingt atomes simultanément avec une probabilité de 90 %. Rappelons que dans le cas de deux atomes, nous pouvons prédire aisément l'évolution des états atomiques au cours du temps et que nous pouvons donc reconnaître le signal attendu, même si son contraste est faible. Ce n'est bien sûr pas le cas lorsque vingt atomes interagissent, un des objectifs de la simulation quantique étant précisément de prédire l'évolution du système sans avoir à effectuer les calculs. Il est donc nécessaire que le signal domine largement le bruit pour que le simulateur quantique soit exploitable.

Nous pouvons alors envisager deux stratégies. La première consiste à améliorer l'efficacité de préparation des états circulaires jusqu'à la faire tendre vers $\sim 100\%$, il s'agit là d'une tâche assez ardue. La seconde stratégie consiste à trouver un moyen de tester si chacun des atomes cibles a bien transité par un état circulaire, puis à faire une post-sélection en ne considérant que les cas où chaque atome a fourni un résultat positif à ce test. Pour mettre en place un tel test, deux bits d'information par atome cible sont nécessaires, le premier pour encoder l'information du succès ou non de la circularisation et le second pour encoder l'état de l'atome à l'issue de la simulation. Grâce à la post-sélection, les imperfections de préparation n'agissent plus sur la qualité des résultats mesurés mais sur la statistique obtenue, ou bien à statistique fixée sur le temps d'acquisition nécessaire pour les obtenir.

Les techniques de mesure destructive et QND que nous avons mises en place précédemment fournissent un cadre adapté pour utiliser cette seconde stratégie de post-sélection des données en fonction du succès ou non de la circularisation. Examinons la séquence d'événements décrite sur la figure (6.6). Supposons que l'état initial de l'atome cible suite à la circularisation soit :

$$\hat{\rho}_{\text{cible}} = p_{\text{circ.}} |\psi_{\theta}\rangle\langle\psi_{\theta}| + (1 - p_{\text{circ.}}) |X\rangle\langle X|, \quad (6.1)$$

avec $p_{\text{circ.}}$ la probabilité de succès de la circularisation, $|\psi_{\theta}\rangle = \cos(\theta)|52C\rangle + i \sin(\theta)|54C\rangle$, $|X\rangle$ un état différent des états $|52C\rangle$ et $|54C\rangle$, dont nous supposons qu'il ne provoque aucun blocage de l'excitation de l'atome sonde pour simplifier les équations. La première impulsion d'excitation de l'atome sonde intrique le système :

$$\hat{\rho} = p_{\text{circ.}} |\Psi_{\theta}\rangle\langle\Psi_{\theta}| + (1 - p_{\text{circ.}}) |45S, X\rangle\langle 45S, X|, \quad (6.2)$$

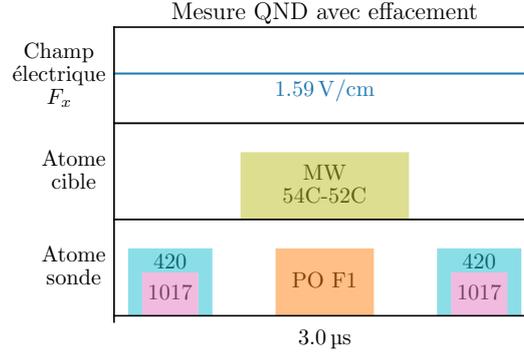


FIGURE 6.6 – Séquence réalisant la mesure QND avec effacement avec l’ajout de l’impulsion microonde en vert.

avec $|\Psi_\theta\rangle = \cos(\theta)|45S, 52C\rangle + i \sin(\theta)|F = 2, 54C\rangle$. Par la suite, l’impulsion de pompage optique PO F1 désexcite l’état $|F = 2\rangle$ dans l’état $|F = 1\rangle$ comme lors de la mesure QND simple. Simultanément, une impulsion π microonde agit sur l’état $|54C\rangle$ mais pas sur l’état $|52C\rangle$, puisque la transition est bloquée par la présence de l’atome sonde dans l’état $|45S\rangle$. L’état du système est alors :

$$\hat{\rho} = p_{\text{circ.}} \left(\cos^2(\theta) |45S, 52C\rangle \langle 45S, 52C| + \sin^2(\theta) |F = 1, 52C\rangle \langle F = 1, 52C| \right) + (1 - p_{\text{circ.}}) |F = 2, X\rangle \langle F = 2, X|, \quad (6.3)$$

L’atome sonde est finalement désexcité par la seconde impulsion laser. L’état du système est alors :

$$\hat{\rho} = p_{\text{circ.}} \left(\cos^2(\theta) |F = 2, 52C\rangle \langle F = 2, 52C| + \sin^2(\theta) |F = 1, 52C\rangle \langle F = 1, 52C| \right) + (1 - p_{\text{circ.}}) |F = 2, X\rangle \langle F = 2, X|, \quad (6.4)$$

Nous remarquons alors que, quel que soit l’état $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$ de l’atome cible au début de la séquence, il se trouve dans l’état $|52C\rangle$ après et que, d’autre part, l’information sur son état initial est portée par l’atome sonde qui se trouve respectivement dans l’état $|F = 2\rangle$ ou $|F = 1\rangle$ selon que l’atome cible était dans l’état respectif $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$. Dès lors, la recapture de l’atome cible traduit le succès de la circularisation et de la survie des états circulaires. La recapture de l’atome sonde suite à l’impulsion de faisceau pousseur, conditionnée par la recapture de l’atome cible, mesure alors l’état du qubit circulaire, indépendamment des efficacités de préparation et du temps de vie fini des atomes cibles à température ambiante. Par la suite, nous garderons le terme de mesure QND avec *effacement* pour désigner cette étape dans laquelle le schéma de l’état de l’atome cible est transféré sur l’atome sonde et où la superposition d’états de l’atome cible est effacée pour remettre l’atome dans l’état $|52C\rangle$. Combinée avec la mesure destructive ultérieure de l’atome cible, elle permettra d’effectuer la post-sélection des données que nous avons proposée.

Ce processus utilisé dans la mesure QND avec effacement peut se généraliser à un ensemble d’états circulaires, en se donnant les moyens de faire les bonnes transitions microondes. Il devient alors possible de ramener un état circulaire $|n'C\rangle$ inconnu vers un état circulaire de $|nC\rangle$ fixé. Précédemment, nous avons transféré l’atome de $n' = 54$ vers $n = 52$. En

construisant une séquence qui fait de même pour $n' \in \{50; 51; 53; 54\}$ par exemple et en la répétant régulièrement, nous pourrions en quelque sorte faire ressusciter un état circulaire $|52C\rangle$ victime de désexcitation, et prolonger son temps de vie. Si la population de l'état en question peut être théoriquement maintenue bien au-delà du temps de vie par cette méthode, le temps de cohérence lui reste évidemment inchangé.

6.2.2 Interaction d'échange entre atomes cibles

Pour clore ce travail, nous combinons l'adressage, qui permet de préparer un réseau d'atomes circulaires en choisissant l'état de chacun des atomes, et la mesure QND avec effacement, que nous venons d'introduire, pour observer l'interaction d'échange entre deux atomes cibles. Cette interaction s'interprète comme l'échange d'un photon virtuel entre les deux atomes au cours du temps. Durant l'échange, l'excitation est d'abord sur le premier atome, puis délocalisée sur les deux, puis localisée sur le second et ainsi de suite tant qu'aucun processus dissipatif n'intervient. Au paragraphe 1.3.2, nous avons expliqué que deux atomes cibles séparés d'une distance R et préparés dans les états respectifs $|53C\rangle$ et $|54C\rangle$, voyaient leur état de paire osciller à la fréquence de Rabi $\Omega = 2|C_3|/R^3$ selon l'équation :

$$|\Psi\rangle(\Delta t) = \cos\left(\frac{\Omega\Delta t}{2}\right) |53C, 54C\rangle + i \sin\left(\frac{\Omega\Delta t}{2}\right) |54C, 53C\rangle. \quad (6.5)$$

Pour le couple d'états $|53C\rangle$ et $|54C\rangle$, le coefficient d'interaction vaut $C_3 = -2\pi \times 3,88 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$, valeur obtenue à partir de la bibliothèque Pairinteraction [102].

La disposition des atomes est décrite sur la figure (6.7b). Deux atomes cibles sont placés à $R = 30 \mu\text{m}$ l'un de l'autre, chacun accompagné de son atome sonde placé à $6 \mu\text{m}$. Pour cette distance, la pulsation de Rabi vaut $\Omega = 2\pi \times 287 \text{ kHz}$, soit une période d'échange d'environ $3,5 \mu\text{s}$ facile à résoudre avec notre logiciel d'expérience dont les temps sont limités à des durées multiples de 100 ns . L'axe des paires est colinéaire avec l'axe des champs électrique et magnétique.

Afin d'augmenter la statistique, nous avons placé deux paires d'atomes cibles. Pour obtenir chacun des 31 points de donnée des courbes, l'expérience est répétée 1600 fois à l'identique. L'acquisition complète dure environ 7 h. Pour éviter les dérives des puissances laser, qui peuvent modifier les efficacités d'excitation à l'échelle du pourcent, l'acquisition est réalisée en quatre fois entre lesquelles les puissances sont ré-ajustées.

La séquence nécessaire pour observer l'échange est décrite sur la figure (6.7a). Dans une première étape (1), tous les atomes cibles sont préparés dans l'état $|52C\rangle$. L'étape d'adressage (2) transfère les atomes cibles dans l'état $|54C\rangle$ seulement s'ils sont dans la colonne A, indiquée sur la figure (6.7b). Pour cela, le réseau adresseur, initialement à la position $\Delta y = 0 \mu\text{m}$, représenté en vert olive sur la figure (6.7b), est translaté de $\Delta y = 10 \mu\text{m}$. Il maintient alors le blocage lumineux sur les atomes sondes de la colonne A mais pas sur ceux de la colonne B. Nous préparons donc les états de paire asymétriques $|54C_A, 52C_B\rangle$. Le réseau adresseur est ensuite remis à sa position initiale $\Delta y = 0 \mu\text{m}$.

Pour que l'interaction débute, nous transférons les atomes depuis l'état $|52C\rangle$ vers l'état $|53C\rangle$ à l'aide d'une impulsion microonde de durée $0,4 \mu\text{s}$. Il est important que cette impulsion soit courte devant le temps caractéristique de l'échange de $3,5 \mu\text{s}$, de façon à préparer l'état initial $|54C_A, 53C_B\rangle$ avec un maximum de fidélité. L'interaction d'échange commence alors et les populations évoluent selon l'équation (6.5). L'échange de spin (3) a lieu pendant une durée variable Δt , jusqu'à ce que nous stoppons l'interaction par une seconde impulsion microonde, qui transfère la population de $|53C\rangle$ vers l'état $|52C\rangle$. Chaque paire d'atomes cibles est alors dans une superposition cohérente des états $|52C_A, 54C_B\rangle$ et $|54C_A, 52C_B\rangle$.

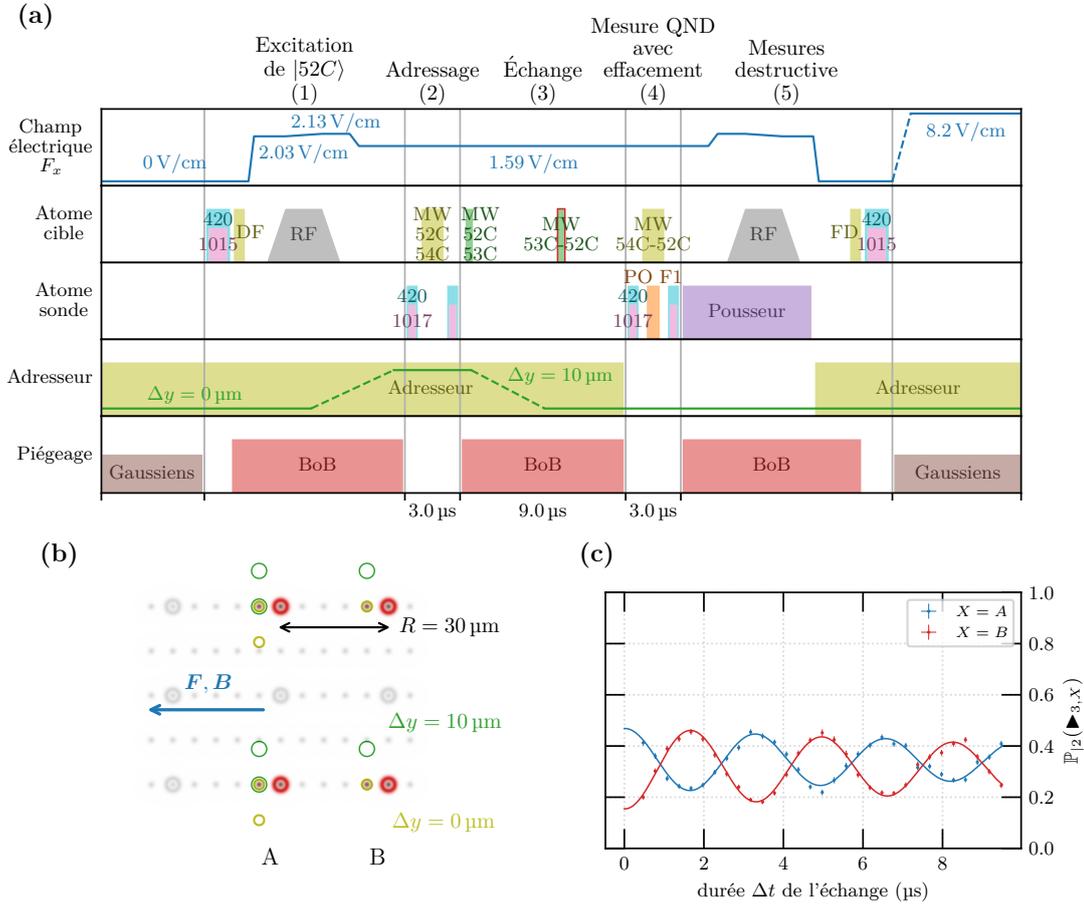


FIGURE 6.7 – (a) Séquence permettant d’observer l’échange d’un photon microonde virtuel entre deux atomes cibles situés à $30 \mu\text{m}$ l’un de l’autre. Ces atomes cibles sont d’abord préparés dans l’état $|52C\rangle$. Ensuite, l’adressage prépare la moitié des atomes circulaires dans l’état $|54C\rangle$ et laisse l’autre dans l’état $|52C\rangle$. L’interaction d’échange a alors lieu pour une durée fixée par l’intervalle entre les impulsions microondes effectuant la transition $52C - 53C$. La seconde impulsion, entourée en rouge, est translatée pour observer différentes durées d’échange. Nous réalisons ensuite une mesure QND avec effacement puis une mesure destructive. (b) Disposition géométrique des atomes. L’axe inter-atomique des paires d’atomes cibles est horizontal, colinéaire à l’axe des champs électrique et magnétique, et donc à l’axe de quantification. Il faut distinguer deux types d’atomes, ceux de la colonne A, où les atomes sondes sont toujours éclairés par le réseau adresseur quelle que soit sa position, et ceux de la colonne B, où une translation de $\Delta y = 10 \mu\text{m}$ du réseau supprime leur éclairage. (c) Courbes représentant la probabilité de recapture des atomes sondes $\mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_{3,X})$, avec $X = A$ ou $X = B$ suivant la colonne d’atomes sondes considérées, et mettant en évidence l’échange entre les atomes cibles. En bleu, les atomes A initialement dans l’état $|54C\rangle$ et, en rouge, les atomes B initialement dans l’état $|53C\rangle$.

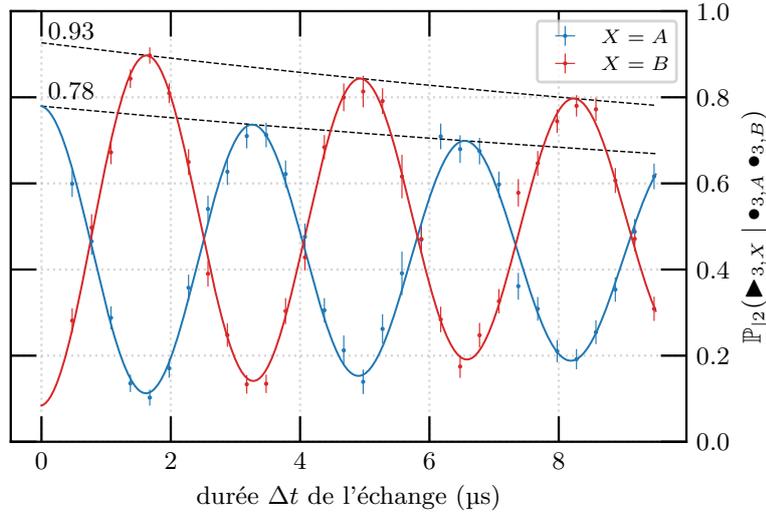


FIGURE 6.8 – Oscillations d'échange mesurées en post-sélectionnant les données grâce à la mesure QND avec effacement.

Dans un premier temps, nous regardons le résultat de la mesure QND (4) sans considérer celui de la mesure destructive. La présence de l'impulsion microonde réalisant la transition $54C - 52C$, utile par la suite à la mesure avec effacement, ne joue pour l'instant aucun rôle. En traçant les probabilités conditionnelles de recapture des atomes sondes, nous obtenons les courbes de la figure (6.7c). Nous observons l'oscillation de Rabi prévue par l'équation (6.5), avec une fréquence de $\Omega = 2\pi \times 303(2)$ kHz, compatible avec une distance inter-atomique de $R = 29,5 \mu\text{m}$. On attribue le temps de cohérence mesuré $t_2 = 23(4) \mu\text{s}$ aux interactions entre atomes au sein d'une même colonne, pour lesquels la période d'échange est de $T = 33 \mu\text{s}$. En plus de cet interaction d'échange, il faut tenir compte du temps de vie des atomes circulaires qui est de l'ordre de $\tau = 130 \mu\text{s}$. Nous constatons enfin que le contraste maximal du signal ne dépasse pas 45 %.

Sur la figure (6.8), nous représentons le signal bénéficiant de la post-sélection issue de la mesure QND avec effacement (4) puis de la mesure destructive de l'atome cible (5). Les grandeurs tracées en ordonnées sont les probabilités de recapture des atomes sonde respectivement A et B , conditionnées par la recapture simultanée des deux atomes cibles. Le contraste de 85 % observé, compatible avec les efficacités de mesure QND, est bien supérieur au contraste de 45 % obtenu sans post-sélection. Nous constatons tout l'intérêt de la mesure QND avec effacement qui permet d'obtenir un contraste élevé, quel que soit le nombre d'atomes mis en jeu et quelles que soient les efficacités de préparation des états.

Nous remarquons que l'amplitude des oscillations de l'atome A atteint 78 % alors que celle des oscillations de l'atome B atteint 93 %. Cette dissymétrie est entièrement expliquée par les effets mécaniques que le faisceau adresseur produit sur les atomes sondes. En reprenant la séquence de la figure (6.7a) et en ne conservant que le faisceau adresseur et les faisceaux de piégeage, la probabilité de recapture des atomes dans les colonnes A et B sont respectivement de 82,5 % et 97,2 %. Cette réduction de la probabilité de recapture des atomes A s'explique, comme nous l'avons déjà mentionné, par les interférences susceptibles d'expulser les atomes sondes et qui se produisent lorsque les deux pièges du réseau adresseur se croisent lors de la translation.

En comparant les courbes des figures (6.7c) et (6.8), nous constatons que le rapport signal sur bruit est plus faible dans le cas des courbes de la seconde figure. En effet, environ la moitié du signal utile enregistré sans post-sélection est perdu puisque la probabilité de désexciter correctement la paire d'atomes cibles dans l'état $|52C_A, 52C_B\rangle$ n'est que de 50%. Nous pouvons alors nous poser la question de l'intérêt réel de la post-sélection.

Dans le cas de l'échange de spin entre deux atomes, l'absence initiale de l'un des deux atomes dans le bon état empêche toute évolution du système. Le signal obtenu dans ce cas est alors une courbe plate. La courbe de la figure (6.7c) est donc la moyenne pondérée des signaux obtenus pour une paire initiale dans l'état $|54C_A, X_B\rangle$, $X \neq 52C$, dans l'état $|X'_A, 52C_B\rangle$, $X' \neq 54C$, dans l'état $|X'_A, X_B\rangle$ ou dans l'état $|54C_A, 52C_B\rangle$, seul cas menant à une oscillation. Ce moyennage du signal d'oscillation avec des signaux plats conduit à réduire son contraste et à modifier sa valeur moyenne sans changer son allure, comme nous le constatons sur la courbe de la figure (6.7c). Dans le cas d'une dynamique à plus de deux atomes, l'absence d'un atome ne conduit en général pas à une absence d'évolution du système mais à une dynamique différente. Le signal sans post-sélection devient donc la moyenne de signaux évoluant différemment avec le temps, brouillant le signal correspondant à une absence de défaut de préparation. La post-sélection telle que présentée sur la figure (6.8) prend alors tout son sens, puisqu'elle permet d'extraire du signal moyen celui correspondant à la dynamique de l'ensemble d'atomes sans défaut initial.

Conclusion

À travers cet ultime chapitre, nous avons montré qu'il était possible d'induire ou non une transition sur un atome de Rydberg circulaire en fonction de l'application ou non d'un faisceau lumineux focalisé sur l'atome sonde voisin. Le mécanisme repose sur une chaîne de blocages. Le faisceau lumineux focalisé bloque l'excitation de l'atome sonde vers l'état $|45S\rangle$, ce qui rend possible la transition de l'atome cible. Inversement, l'absence du faisceau autorise l'excitation de l'atome sonde qui bloque la transition de l'atome cible. En réalisant le blocage lumineux avec un réseau adresseur mobile, nous pouvons lever le blocage de certains atomes sonde par une translation du réseau. Lors de cette translation, soit le piège qui contient l'atome sonde est remplacé par un autre piège et le blocage lumineux a lieu, soit l'atome n'est plus piégé, ni bloqué, et est excité vers l'état $|45S\rangle$. Le blocage lumineux local réalisé avec le réseau adresseur mobile permet in fine un adressage local des transitions entre états circulaires.

Nous avons établi une version plus élaborée de la mesure QND précédemment décrite, permettant de détecter à la fois l'existence d'un atome cible à l'issue de la séquence et l'état dans lequel cet atome cible se trouve. Cette mesure QND dite avec effacement permet d'effectuer un post-traitement des données de sorte à ne conserver que les cas où la circularisation a fonctionné. Dès lors, nous sommes capables d'effectuer des mesures sur un ensemble d'atomes dont le résultat n'est pas entaché par les erreurs de préparation ou par le temps de vie fini des atomes de Rydberg circulaires. Nous mettons enfin en application cette mesure QND avec effacement, ainsi que le processus d'adressage, pour observer l'échange de spin entre deux atomes de Rydberg circulaires, placés à $30\ \mu\text{m}$, résultant de leur interaction dipôle-dipôle résonante.

Conclusion

Le travail présenté dans ce manuscrit a été effectué sur une expérience qui a été profondément modifiée en 2020, un an après mon arrivée au laboratoire. L'objectif était de prendre un virage vers la simulation quantique à l'aide de réseaux d'atomes de Rydberg circulaires. L'expérience pré-existante a été largement reconstruite pour inclure de nouvelles fonctionnalités. Citons seulement les deux plus importantes : le dispositif de piégeage des atomes uniques et celui d'excitation cohérente d'états de Rydberg. Quatre ans plus tard, cette nouvelle expérience nous a permis de mettre en évidence le piégeage d'atomes de Rydberg circulaires uniques en pinces optiques, lors du doctorat de Brice Ravon [90] et de caractériser les interactions dipôle-dipôle entre deux atomes cibles piégés, au cours de celui de Paul Méhaignerie [91]. Dans ce manuscrit, nous ajoutons deux briques supplémentaires au simulateur à atomes cibles. Nous sommes maintenant en mesure de lire indépendamment l'état de chaque qubit circulaire de façon non destructive. Nous sommes également capables de préparer l'état initial du simulateur dans un état produit arbitraire, en manipulant indépendamment l'état de chaque atome cible du réseau. Nous avons conclu ce manuscrit en présentant le premier échange de spin entre deux atomes cibles, observé avec un contraste de 85 %, ce qui peut être considéré comme une première simulation quantique triviale, réalisée sur une plateforme constituée d'un réseau d'atomes de Rydberg circulaires.

Dans le premier chapitre, nous avons passé en revue les principales propriétés des atomes de Rydberg. En première approximation, les états de Rydberg sont décrits par le modèle de l'atome d'hydrogène, auquel il faut ajouter les déplacements d'énergies provoqués par le couplage spin-orbite et les défauts quantiques. Parmi tous les états de Rydberg, il existe deux états de Rydberg circulaires par valeur du nombre quantique principal n , qui correspondent à $\ell = n - 1$ et $m = \pm\ell$. Les états de Rydberg sont particulièrement sensibles aux champs électrique et magnétique. Leur fort couplage au champ électromagnétique donne lieu à des transitions dipolaires intenses dans le domaine des microondes, rendant aisée leur manipulation. Leur temps vie est limité par deux types de canaux de désexcitation, les canaux optiques où l'atome retourne directement dans l'état fondamental et les canaux microonde où l'atome va peupler un autre état de Rydberg. Nous avons défini un temps de retour dans le fondamental qui mesure, pour un état de Rydberg donné, la constante de temps avec laquelle l'état fondamental se repeuple. Placés dans un champ électrique suffisamment fort, les états de Rydberg de faible ℓ acquièrent un temps de retour dans le fondamental environ 100 fois plus grand que leur temps de vie.

Du fait de leur fort couplage au champ électrique, deux états de Rydberg peuvent posséder de fortes interactions dipolaires, caractérisées par une énergie proportionnelle au produit des dipôles sur chaque atome. Lorsqu'il existe une résonance entre deux couples d'états de Rydberg et que les atomes dans ces états portent chacun un dipôle, on parle d'interaction dipôle-dipôle résonante. Les états propres du système sont les superpositions symétrique et

antisymétrique des états produits d'énergie identiques. L'anti-croisement obtenu éloigne les niveaux de leur énergie sans interaction. Si bien qu'un rayonnement susceptible de provoquer une transition en l'absence d'interaction, est rendu inopérant par les interactions. C'est ce que l'on appelle le blocage dipolaire. Pour conclure, nous décrivons brièvement comment le couplage dipolaire non résonant permet de piéger l'atome dans son état fondamental et comment le couplage pondéromoteur, dominant pour les états de Rydberg, permet de piéger ces derniers dans des pinces optiques creuses.

Dans le deuxième chapitre, nous avons donné tous les éléments nécessaires à la réalisation de réseaux de pinces optiques de formes diverses. La méthode holographique repose sur le cadre théorique de l'optique de Fourier. Il stipule, entre autre, qu'il existe une relation de transformée de Fourier entre le champ sur une lentille convergente et le champ dans son plan focal. Une grande variété de profils d'intensité peut alors être obtenue dans le plan focal d'une lentille, en modulant le front d'onde du faisceau incident avec un SLM. On peut calculer à l'aide d'algorithmes des masques de phase qui produisent des réseaux optiques de géométrie arbitraire une fois diffractés. Ces techniques sont à l'origine des réseaux optiques de faisceaux gaussiens et de BoB que nous utilisons pour piéger des ensembles d'atomes. En pratique, la qualité des pièges est essentiellement limitée par les performances des SLM. D'une part, par leur nombre de pixels qui limite la taille des réseaux. D'autre part, par l'interdépendance² qui existe entre les pixels et qui, en générant des tavelures, distord les pinces optiques.

La limite la plus importante pour la réalisation de réseaux de pinces optiques reste néanmoins les aberrations optiques. Elles résultent de distorsions de phase engendrées par le système optique. Nous les avons regroupés en deux catégories selon leur origine. D'abord, celles qui résultent des déformations des dioptries et qui ne dépendent pas de l'orientation du faisceau dans le système optique. On peut les modéliser par une suite de coefficients de Zernike. Elles se compensent facilement en les mesurant à l'aide d'un algorithme de reconstruction du front d'onde, puis en soustrayant au front d'onde la distorsion mesurée. La deuxième catégorie d'aberrations résulte de l'inclinaison du faisceau par rapport au système optique. Elles sont caractérisées par une suite de coefficients de Seidel modifiés. Leur correction est bien plus compliquée puisqu'il s'agit de compenser différentes quantités d'aberration simultanément. Dans le cadre de la fabrication de réseaux de pinces optiques, nous avons mis au point un algorithme capable de corriger ces aberrations du champ. Nous sommes finalement capables de fabriquer des réseaux de pinces optiques dépourvus d'aberrations géométriques sur des champs de $0,5\text{ mm}^2$, dont la taille est seulement limitée par l'angle de diffraction maximal accessible avec le SLM.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté le dispositif expérimental ainsi que certaines de ses performances. La première étape de l'expérience consiste à fabriquer un réseau d'atomes de rubidium uniques piégés et refroidis à partir vapeur de rubidium. De nombreuses étapes intermédiaires sont nécessaires. Un jet d'atomes lents est d'abord préparé à l'aide d'un 2D-MOT et sert à charger un 3D-MOT, lui-même servant de réservoir pour le chargement des pinces optiques. Une fois piégées, les atomes sont déplacés pour former un réseau déterministe et pompés dans un unique état Zeeman. Leur température est alors de $T = 4,5\text{ }\mu\text{K}$. Pour connaître l'état de remplissage de chaque site du réseau, nous réalisons des images par fluorescence. Elles contiennent toutes les informations dont nous disposons à l'issue d'une expérience sur les atomes.

2. En anglais *cross-talk*.

Nous avons ensuite préparé des états de Rydberg par excitation laser à partir de l'état fondamental. Pour préparer les états circulaires, nous excitons d'abord l'état $|52D\rangle$, puis l'état $|52F\rangle$ par transition microonde. Nous atteignons ensuite l'état circulaire $|52C\rangle$ en réalisant un passage adiabatique radiofréquence. Les états circulaires de n voisins de 52 s'obtiennent facilement par transition microonde. En inversant ces étapes pour désexciter sélectivement l'état circulaire $|52C\rangle$ jusqu'au niveau fondamental, nous disposons d'une méthode de mesure destructive de l'état de l'atome cible. Par ailleurs, nous disposons d'un second schéma d'excitation laser pour préparer l'état $|45S\rangle$. Une attention particulière a été nécessaire pour obtenir des spectroscopies laser avec un fort contraste. Ceci permet, d'une part, d'évaluer avec une bonne précision les efficacités d'excitations laser et, d'autre part, d'obtenir une bonne fidélité pour la mesure QND de l'état $|52C\rangle$.

Dans le chapitre cinq, nous avons présenté le principal résultat auquel ce travail a abouti : la mise au point d'une méthode de mesure non destructive de l'état d'un atome cible. Cette méthode repose sur l'interaction dipôle-dipôle résonnante entre les états $|45S\rangle$ et $|54C\rangle$, dans un champ électrique de 1,59 V/cm. La réalisation des expériences nécessite de préparer sélectivement les atomes soit dans l'état $|52D\rangle$, soit dans l'état $|45S\rangle$. Ceci est réalisé en effectuant un blocage par déplacement lumineux sur certains atomes, jouant le rôle de sondes, pendant que nous excitons les autres vers les états circulaires. La spectroscopie laser de l'atome sonde au voisinage d'un état $|54C\rangle$ révèle les deux niveaux séparés par l'énergie d'interaction. Il n'y a donc plus de niveau accessible à la fréquence de la transition vers $|45S\rangle$ en l'absence de l'atome cible dans l'état $|54C\rangle$, ce qui constitue le blocage dipolaire.

Ce blocage est mis à profit pour intriquer l'atome sonde et l'atome cible. Ce dernier étant dans une superposition $|bloqueur\rangle + |non\ bloqueur\rangle$, une tentative d'excitation de l'atome sonde intrique les deux dans l'état $|non\ excité, bloqueur\rangle + |excité, non\ bloqueur\rangle$. Une mesure portant sur l'atome sonde seulement constitue une mesure de l'état de la paire d'atomes et en particulier de celui de l'atome cible. Nous avons observé l'effet de la mesure non lue sur l'atome circulaire, ainsi que la caractère projectif du processus de mesure qui transfère l'atome circulaire dans un des états propres — $|52C\rangle$ ou $|54C\rangle$ — selon le résultat de la mesure. Nous avons donc mis au point une mesure non destructive et résolue spatialement de l'état d'un atome cible. En modélisant simplement l'expérience à l'aide d'un arbre de probabilités, nous avons mesuré des fidélités de mesure des états $|54C\rangle$ et $|52C\rangle$ respectivement de 96,6 % et 95,0 %. L'efficacité de préparation de l'état circulaire $|52C\rangle$ étant de 72,3 % et son efficacité de désexcitation de 66,0 %.

Dans un ultime chapitre, nous avons introduit une méthode spatialement sélective de préparation des atomes circulaires, soit dans l'état $|52C\rangle$, soit dans l'état $|54C\rangle$. Un réseau adresseur génère un blocage lumineux sur certains atomes sondes, les autres étant excités vers l'état $|45S\rangle$. Ces derniers produisent un blocage dipolaire sur l'atome cible. De cette façon, nous effectuons des transitions microondes entre états circulaires sur certains atomes seulement.

En combinant les mesure QND et destructive de l'atome cible, nous avons mis au point un protocole de mesure permettant d'encoder l'*existence* d'un état circulaire dans la recapture de l'atome cible et l'*état* de l'atome cible dans la recapture de l'atome sonde. Ces deux informations donnent la possibilité de post-traiter les données, de sorte à ne conserver que les cas où les atomes sont restés dans un état circulaire tout au long de l'expérience. Nous avons appliqué ce protocole à l'observation de l'échange de spin entre deux atomes circulaires séparés de 30 μm et nous observons une oscillation avec un contraste de 85 %. La mesure

QND seule n'aurait permis d'atteindre que 45 %. Ceci constitue une première observation de la dynamique d'échange entre deux atomes circulaires piégés.

En seulement quatre années, notre dispositif temporaire à température ambiante a été progressivement adapté pour réaliser des expériences de plus en plus complexes. Les preuves de concept établies lors de ce travail ont malgré tout révélé un certain nombre de limitations, qu'il incombera aux générations futures d'étudiants de dépasser, pour obtenir un outil apte à réaliser des expériences plus ambitieuses.

Une première étape devrait consister à améliorer l'efficacité de préparation des états circulaires. Plusieurs techniques sont déjà en train d'être implémentées sur l'expérience. Nous pouvons citer l'excitation laser STIRAP des états de Rydberg, qui devrait augmenter l'efficacité d'excitation, la rendant insensible aux inhomogénéités d'intensité des faisceaux. Surtout, elle rendra cette efficacité peu sensible aux dérives de puissance des lasers, source notable de perte de temps quand on cherche des efficacités d'excitation au pourcent. Des simulations sont également en cours pour déterminer la meilleure façon de rendre le taux d'onde stationnaire microonde le plus faible possible à l'intérieur de la structure conductrice formée par les électrodes de contrôle du champ électrique. Ces ondes stationnaires produisent un gradient d'intensité microonde qui réduit les efficacités des transitions à l'échelle du réseau d'atomes. Tout au moins, la prochaine version de l'expérience devrait permettre un contrôle fin de la distribution spatiale d'intensité et de la polarisation des microondes, augmentant ainsi l'efficacité des transitions correspondantes. Enfin, le passage adiabatique aboutissant à l'état circulaire sera optimisé pour atteindre une efficacité de l'ordre de 99 %, chiffre déjà obtenu dans une précédente expérience [123]. La prochaine version de l'expérience étant prévue en environnement cryogénique, le temps de vie des états de faible ℓ sera multiplié par ~ 2 et celui des états paraboliques par ~ 100 .

Le plus grand défi concernant les efficacités d'excitation réside dans la prise en compte des interactions lorsque les atomes sont trop proches les uns des autres, typiquement pour des distance inter-atomiques inférieures à 10 μm , cas qui a été évité lors de la totalité du travail présenté ici. Nous constatons que chaque étape de la circularisation perd en efficacité lorsqu'elle est effectuée sur un réseau d'atomes rapprochés. Nous avons également étudié le mouvement induit par ces interactions dans le cadre de la thèse de Paul Méhaignerie [91], provoquant à son tour de la décohérence. Pour remédier à ces effets délétères, les deux bons principes sont d'exciter le plus rapidement possible et de peupler le moins d'états possible, particulièrement ceux capables de porter des grands dipôles. L'excitation DF suivie du branchement de l'état $|52F\rangle$ à l'état $|52F^*\rangle$, ayant un grand dipôle statique, est contre-indiquée. Il en est de même pour le passage adiabatique qui vient ensuite et qui donne à l'atome des dipôles statique et dynamique non nuls tant que l'état circulaire n'est pas atteint. Une partie de ces inconvénients pourrait disparaître en utilisant une impulsion courte de moins d'une centaine de nanosecondes, ajustée par contrôle optimal [36]. Nous avons initié une collaboration pour développer une technique de circularisation sous contrôle optimal qui tienne également compte des interactions. Une autre méthode, laborieuse mais efficace, serait de circulariser les atomes les uns à la suite des autres en remplaçant le champ radiofréquence par un couplage pondéromoteur, localisé successivement sur chaque atome [128]. Enfin, nous pourrions imaginer une méthode de circularisation qui débute par l'excitation laser en champ électrique non nul d'un niveau parabolique sans dipôle statique, suivie d'un passage adiabatique jusqu'à l'état circulaire qui ne couplerait que des états vérifiant $\Delta m = \pm 2$, par couplage Raman

microonde. La faisabilité d'un tel schéma d'excitation, qui présente de nombreux avantages, reste à démontrer.

Concernant la mesure QND et l'adressage d'atomes, plusieurs imperfections sont à corriger. La plupart d'entre elles ont déjà été discutées dans le corps du manuscrit. À l'avenir, nous aurions intérêt à rendre la mesure QND répétable et d'avantage sélective spatialement. Il existe plusieurs manières d'envisager la répétabilité de la mesure QND. On peut penser à l'enchaînement de séquences de mesure QND puis imagerie par fluorescence, pour mesurer à différents moments l'état de l'atome cible, avec le même atome sonde. Il faut alors que le temps de vie de l'atome circulaire soit grand devant le temps de mesure, ce qui n'est pas le cas avec notre temps d'imagerie actuel de 25 ms, même en plaçant les atomes en environnement cryogénique. Il faudrait soit réduire fortement le temps d'exposition nécessaire pour prendre une image de fluorescence, soit placer les atomes circulaires dans une structure inhibant leur émission spontanée. On peut également penser à répéter la mesure de l'atome cible à différents instants avec plusieurs atomes sondes et prendre une unique image par fluorescence à l'issue des mesures. Ceci n'est pas possible avec la séquence de mesure QND que nous avons présentée car le pompage optique dans l'état $|F = 1\rangle$ n'est ni spatialement résolu, ni réversible. En le remplaçant par une excitation Raman spatialement résolue — soit par déplacement lumineux soit en mettant en forme l'un des faisceaux Raman avec un SLM — on peut mettre au point une séquence dans laquelle on effectue la mesure à l'aide d'un seul atome sonde, sans affecter les autres, les laissant disponibles pour des mesures QND ultérieures.

Plusieurs solutions sont possibles pour améliorer la sélectivité spatiale. Dans le cas d'une chaîne rectiligne d'atomes cibles, on peut jouer sur l'anisotropie des interactions en plaçant les atomes sonde de telle sorte qu'ils interagissent seulement avec leur atome cible et pas avec les atomes cibles plus proches voisins de leur atome cible. Pour des réseaux d'atomes cibles plus complexes, nous pouvons imaginer deux solutions. Une méthode force brute consiste à entourer chaque circulaire de N atomes sondes en supposant que des corrélations entre les résultats de mesure portés par tous les atomes sondes permettront de remonter à l'état de chaque circulaire [127]. Il faudra malgré tout prendre garde à la diminution d'efficacité du blocage dipolaire, lié au fait que l'anti-croisement entre les états d'interaction se resserre en $1/\sqrt{N}$ lorsque le nombre d'atomes en interaction augmente. Une seconde méthode consiste à rapprocher les atomes sondes des atomes cibles et à s'éloigner du champ électrique de résonance de sorte que l'interaction varie en $1/R^6$.

La principale limitation propre à l'étape d'adressage d'atomes réside dans la lumière parasite produite par le réseau optique à l'endroit de certains atomes. Il s'agit là d'une limite intrinsèque à l'algorithme de fabrication de réseaux, amplifiée par les imperfections du SLM. La lumière parasite est particulièrement présente aux positions qui complètent la périodicité du réseau. Une solution couteuse en puissance mais que nous avons testée et qui fonctionne bien, est d'ajouter des sites à des positions aléatoires autour du réseau, de sorte à détruire toute périodicité. Une seconde solution serait de mettre au point un algorithme capable de rétroagir pour supprimer la lumière parasite en certain point précis.

À plus long terme, la question de la cohérence des qubits circulaires se posera. On peut imaginer au moins cinq sources de décohérence. Le temps de vie des atomes sera fortement augmenté en environnement cryogénique, et encore plus dans une structure inhibitrice du rayonnement microonde. Le temps de vie dans les pièges, qui dépend des collisions avec le gaz résiduel, mais aussi de la stabilité mécanique des pièges, qui, s'ils bougent, sont susceptibles de réchauffer les atomes. Si le premier facteur sera nettement réduit en cryostat, la stabilisation

mécanique des pièges reste un enjeu potentiel. Le champ électrique est pour l’instant obtenu en appliquant des potentiels sur les électrodes directement à l’aide de convertisseurs numérique-analogique, à l’origine d’un bruit électrique de ~ 1 mV/cm. L’utilisation de sources ultra-stables devrait drastiquement réduire ce bruit et la décohérence qu’il peut susciter. Le champ magnétique est généré par des convertisseurs numérique-analogique du même type. En plus de sources ultra-stables disponibles commercialement, le prochain dispositif expérimental devrait être protégé par du blindage en mu-métal et/ou en niobium supraconducteur pour écranter les champs magnétiques parasites extérieurs.

Enfin, la source de décohérence qui pourrait être la plus difficile à endiguer est celle produite par le BoB, de l’ordre de $t_2 \approx 1$ ms à une température de $T = 5$ μ K [90]. Cette décohérence provient du fait que deux atomes cibles de différents n n’ont pas la même fonction d’onde et moyennent donc de façon différente le potentiel pondérateur du BoB. En quantifiant le mouvement de l’atome dans le piège, on minimise la décohérence si l’état du mouvement pour les deux états du qubit circulaire se factorise. À défaut de remplir rigoureusement cette dernière condition, il faut tendre vers une situation dans laquelle les atomes se trouvent dans l’état fondamental du piège. On peut imaginer effectuer du refroidissement par bande latérale sur l’atome dans l’état fondamental dans la pince optique gaussienne, mais le transfert dans le BoB doit être fait très précautionneusement en superposant exactement les pièges et en adaptant les courbures. Malgré cela, les interactions entre atomes cibles induisent des forces attractive ou répulsive qui finiront par réchauffer les atomes. On peut imaginer des solutions plus exotiques où de l’ingénierie optique rendrait les potentiels rigoureusement identiques pour deux états circulaires ou bien une séquence de découplage des états de spin et de mouvement. Pour l’instant cependant, il ne semble pas y avoir de solution triviale. A contrario, cette intrication entre états de spin et états du mouvement est un problème intéressant en soi, que nous avons déjà étudié dans le cas de deux atomes circulaires tenus dans des pièges harmoniques [129].

Une ultime limitation concerne les aspects logiciels. Le logiciel principal de l’expérience, qui permet d’écrire les séquences, est ancien et a été construit pour une expérience très différente de la nôtre, comportant un jet d’atomes traversant des cavités. Aujourd’hui, ce logiciel, et en particulier son interface graphique, est un frein à la réalisation de séquences complexes. À l’avenir, il sera très probablement indispensable d’ajouter des fonctionnalités telles qu’une interface graphique permettant de visualiser les séquences et de les programmer plus facilement, une automatisation de certaines routines de calibrations journalières de l’expérience et un fichier partagé de calibration de l’expérience, mis à jour par ces routines. La communication entre ce logiciel et les trois autres logiciels nécessaires au fonctionnement est également un enjeu majeur.

En améliorant progressivement les différents aspects que nous venons de mentionner, la simulation d’une chaîne d’environ 10 atomes, évoluant sous l’hamiltonien XX, devrait être envisageable dès la prochaine thèse. Pour aller vers une physique plus riche, gouvernée par l’hamiltonien XXZ, il faudra attendre un dispositif cryogénique dans lequel le temps de vie des atomes sera compatible avec l’échelle de temps des interactions de van der Waals. L’amélioration des efficacités de préparation et de mesure devrait permettre d’augmenter les nombres d’atomes à plusieurs dizaines et de passer le cap de la deuxième dimension. Des dynamiques encore plus riches pourront être obtenues en mettant en œuvre des hamiltoniens de type Floquet. Enfin, en profitant de l’échelle des niveaux circulaires, on peut imaginer

ajouter une dimension synthétique ou bien simuler l'interaction de qudits.

Remerciements

Le travail présenté à travers ce manuscrit n'aurait pas été possible sans une collaboration étroite entre de nombreuses personnes, auxquelles je veux témoigner ici ma reconnaissance.

En premier lieu, cette reconnaissance va à Michel et à Clément pour m'avoir donné la chance de participer à cette aventure scientifique exceptionnelle. Tout au long de ces cinq années, Michel, qui fut mon directeur de thèse, fut aussi un interlocuteur privilégié, à la fois disponible, accessible et bienveillant. Son acuité physique et ses connaissances encyclopédiques ont été pour moi d'un enrichissement immense. Je salue également l'intérêt qu'il a porté — et qu'il porte encore — à mon projet professionnel par-delà la thèse, à travers son écoute et ses conseils précieux. Dans cette lignée, Clément, sa rigueur chirurgicale et son goût pour la transmission des savoirs ont aussi beaucoup contribué à mon apprentissage et à ma prise de recul par rapport aux différents aspects scientifiques de notre expérience. Je lui en suis très reconnaissant. Je suis arrivé hélas un peu tard au laboratoire pour profiter de la présence quotidienne de Jean-Michel. J'ai pu tout de même bénéficier de ses conseils avisés — en particulier en Python — de ses relectures assidues et de son humour ! Une mention spéciale à Sébastien, dont les visions physiques ainsi que le caractère décalé et taquin ont beaucoup agrémenté ma vie au laboratoire.

Je suis arrivé sur la Manip' en 2019, le même jour que Maxime qui commençait son postdoc. Je retiens de lui sa volonté de veiller au bien-être de chacun, ses idées novatrices et son érudition bibliographique. Rodrigo, qui était le thésard sénior de la Manip' à cette époque, a joué un grand rôle dans mon intégration à l'équipe. Physicien passionné, curieux et haut en couleur, son énergie communicative a donné son impulsion initiale à ma trajectoire au sein du laboratoire. J'ai ensuite fait la connaissance de Brice et de Paul. J'ai découvert en eux deux scientifiques brillants, qui savent ce qu'ils savent et ce qu'ils ne savent pas, situant avec précision la frontière entre les deux et qui sont capables de repousser cette frontière avec une étonnante rapidité. Derrière la réserve de Brice, j'ai rencontré une personne érudite, éthiques et attachante, qui est devenue un ami. Merci à toi d'avoir été à mes côtés, pendant cette thèse et encore aujourd'hui. En Paul, j'ai trouvé un collègue inspirant et un partenaire de Manip' d'une grande fiabilité. Tous deux, avec Maxime et moi, avons construit l'essentiel de la Manip' telle qu'elle est aujourd'hui. Je leur suis reconnaissant de me l'avoir léguée, le temps d'une thèse. Je voudrais enfin avoir un mot pour Pascal, qui a pris en charge l'usage du cœur de notre expérience et qui m'a apporté une aide précieuse dans la réalisation de projets personnels.

À la suite de ma thèse, la relève a été assurée avec l'arrivée au labo d'Andrés, de Gautier, d'Aurore et, très récemment, d'Abder. Je veux ici témoigner toute ma gratitude à Andrés, qui m'a accompagné sur la Manip' pendant l'essentiel des expériences qui ont été rapportées dans ce manuscrit. Son goût pour l'informatique, son perfectionnisme et son dévouement à notre expérience ont eu une importance décisive pour le succès des travaux entrepris. Son entrain et son optimisme à toute épreuve me manqueront. J'ai moins eu l'occasion de travailler ou de

passer de temps à l'extérieur du labo avec Gautier, Aurore et Abder, mais je suis ravi d'avoir partagé avec eux cette fin de thèse et je leur souhaite à tous plein de réussite !

Notre équipe compte, en plus de notre Manip', deux autres expériences, et leurs thésards et anciens thésards. Parmi eux, je veux commencer par remercier Arthur, avec qui je ne compte plus les pauses, les déjeuners et les soirées passés ensemble, hier et aujourd'hui. Merci à toi pour ces moments de partage de nos états d'âmes, bons ou mauvais. Je voudrais également remercier Léa pour les pauses et les verres du début de nos thèses, avant son envol vers les hautes sphères de l'enseignement. À tous les autres, Fred, Haiteng, Rémi, Andrea, Angelo, Baptiste, Mathis, Clara, Guillaume, Ankul, Gauthier, Benoit, Louis, Houssna, Unai, Igor, David et Brice, je veux dire mon amitié et ma reconnaissance pour avoir partagé un moment de ma thèse.

Enfin, je veux vous remercier vous tous qui êtes à mes côtés, parfois depuis longtemps. Ma famille en premier lieu — mes parents surtout — et mes amis. Sans vous citer, je pense aux amis du lycée, aux HXIII, à la Garderie++, aux amis du LOM et à ceux du labo. Merci à vous tous.

Souihel, Zarzis,
le 29 octobre 2024

Annexe A

Calcul du temps de retour dans le fondamental

Nous avons défini le temps de retour à l'état fondamental τ_g par :

$$\frac{1}{\tau_g} = \left. \frac{dn_g}{dt} \right|_{t \rightarrow 0}, \quad (\text{A.1})$$

avec n_g la population de l'état fondamental, qui augmente lors de la désexcitation d'un état donné. Cette définition suppose $dn_g/dt|_{t \rightarrow 0} \neq 0$.

Nous calculons ici le temps de retour dans le fondamental de l'état de la base parabolique ¹ $|n = 52, k = -47, m = 2\rangle$ que nous notons $|52F^*\rangle$. Cet état se branche adiabatiquement à l'état $|52F, m = 2\rangle$, lorsque le champ électrique est annulé à partir d'une valeur initiale de quelques volts. La figure (1.1d) représente l'orbitale de cette état. La figure (A.1) donne sa décomposition en états sphériques calculée d'après l'équation (1.24). En utilisant cette équation, nous faisons l'approximation que l'atome est hydrogénoïde, ce qui constitue une assez grosse approximation, compte tenu des défauts quantiques non négligeables pour cet état.

Aux temps courts, seuls les canaux de désexcitation optiques sont susceptibles de ramener l'atome dans l'état fondamental : les canaux microondes ne font que transférer l'état de Rydberg vers un autre état de Rydberg. Une fois la première transition optique effectuée, avec un temps caractéristique de l'ordre de 100 μs , l'atome est dans un état de faible n , dont l'ordre de grandeur du temps de vie est au maximum de 100 ns. Ces états, qui sont peuplés lentement et dépeuplés 100 fois plus vite, peuvent être omis dans le calcul de τ_g , de sorte que seule la première transition optique compte dans la cinétique. Le temps de retour dans le fondamental de $|52F^*\rangle$ s'estime donc par :

$$\frac{1}{\tau_g} = \sum_{2 \leq \ell \leq 51} |\langle 52F^* | n = 52, \ell, m = 2 \rangle|^2 \Gamma_{|n=52, \ell, m=2\rangle}^{0, \text{opt}}. \quad (\text{A.2})$$

Les taux de désexcitation des différents états $|n = 52, \ell, m = 2\rangle$ tenant uniquement compte des canaux optiques sont représentés sur la figure (A.1) et s'expriment par :

$$\Gamma_{|n=52, \ell, m=2\rangle}^{0, \text{opt}} = \sum_{n' \leq 10, |\Delta \ell|=1, |\Delta m| \leq 1} \Gamma_{|n=52, \ell, m=2\rangle \rightarrow |n', \ell + \Delta \ell, m + \Delta m\rangle}^0. \quad (\text{A.3})$$

1. En réalité, l'état $|52F^*\rangle$ ne correspond pas exactement à l'état parabolique $|n = 52, k = -47, m = 2\rangle$ car, à cause des défauts quantiques, l'état $|52D, m = 2\rangle$ reste fortement désaccordé par rapport aux états de moment angulaire ℓ plus élevé.

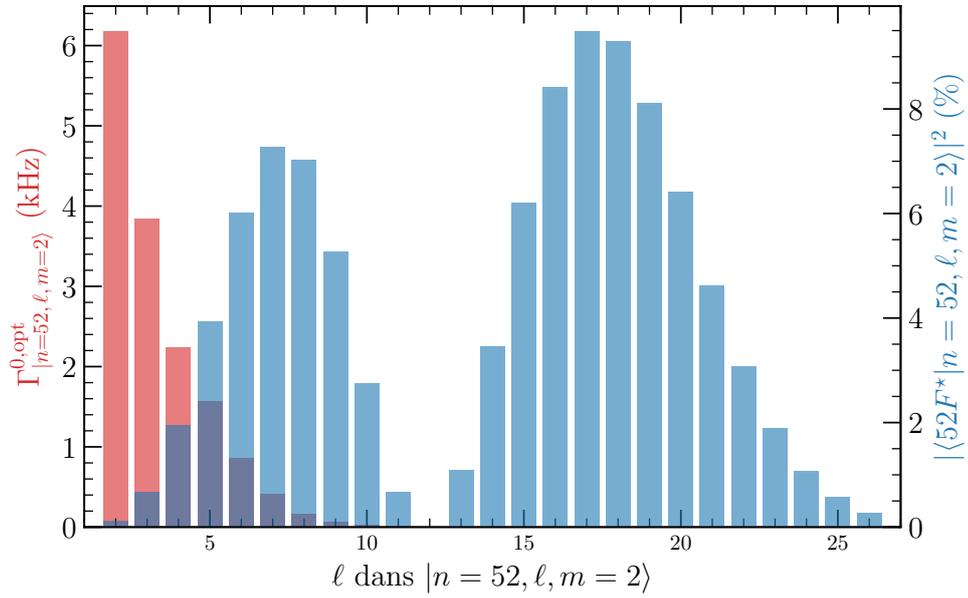


FIGURE A.1 – En rouge, les taux de désexcitation optique des états sphériques $|n = 52, \ell, m = 2\rangle$ en fonction de ℓ . En bleu, la composition de l'état $|52F^*\rangle$ en états $|n = 52, \ell, m = 2\rangle$. Le recouvrement faible entre les deux groupes de barres est à l'origine du temps de retour dans le fondamental τ_g élevé : l'équation (A.2) est une somme des barres rouges pondérées par les barres bleues.

En limitant le calcul à $n' \leq 10$, nous trouvons $\tau_g = 4,2$ ms comme temps de retour dans le fondamental de l'état $|52F^*\rangle$. Ce temps est particulièrement élevé comparativement à celui de l'état de Rydberg $|52F, m = 2\rangle$, qui vaut $\tau_g = 162$ μ s.

Annexe B

Éléments d'optiques

B.1 Position de la lentille de Fourier

Dans cette section, nous allons discuter l'influence de la position de la lentille par rapport au plan dont on souhaite faire la transformée de Fourier. Plus précisément, nous allons évaluer le champ $F(\mathbf{r}, z)$ à partir du champ $E(\boldsymbol{\rho})$ comme représentés sur la figure (B.1) et comparer les situations où $\Delta = 0$ et $\Delta = f$.

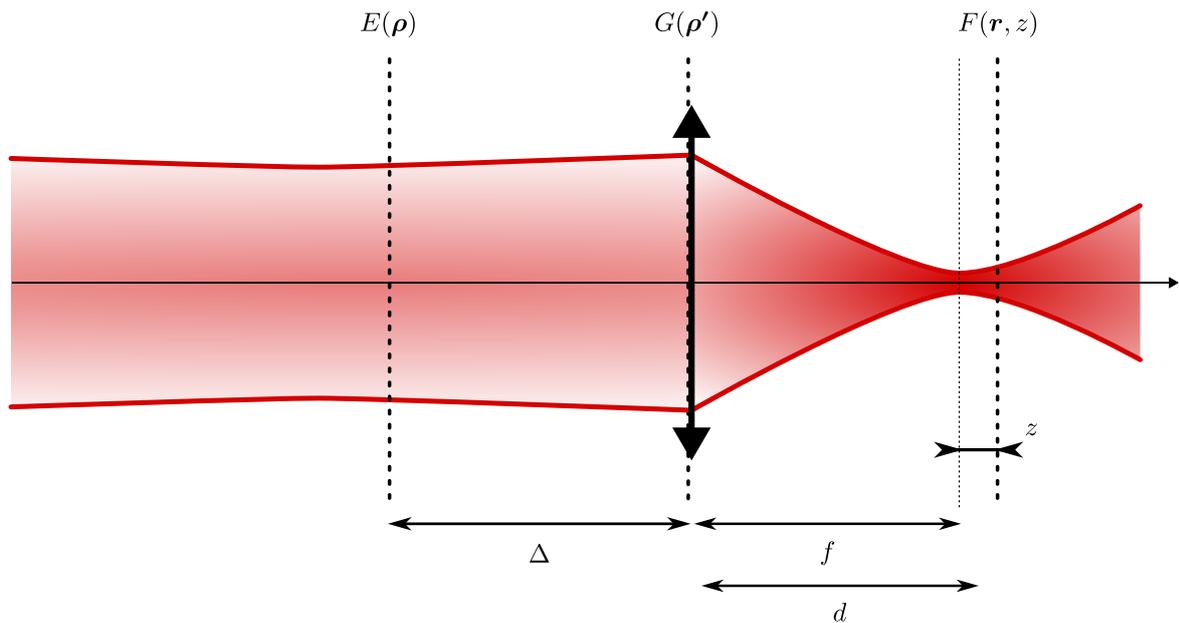


FIGURE B.1 – Schéma représentant les différents plans dans lesquels le champ est évalué.

En se plaçant dans les conditions paraxiales, les relations entre le champ $E(\boldsymbol{\rho})$ à Δ de la lentille, le champ $G(\boldsymbol{\rho}')$ sur la lentille et le champ $F(\mathbf{r}, z)$ à z du plan de Fourier s'écrivent d'après l'équation (2.15) :

$$\begin{aligned}
 G(\boldsymbol{\rho}') &= \mathcal{F} \left[E(\boldsymbol{\rho}) e^{i \frac{k \rho^2}{2\Delta}} \right]_{k \boldsymbol{\rho}' / \Delta}, \\
 F(\mathbf{r}, z) &= \mathcal{F} \left[G(\boldsymbol{\rho}') e^{i \frac{k \rho'^2}{2} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{f} \right)} \right]_{k \mathbf{r} / d}.
 \end{aligned}
 \tag{B.1}$$

Par rapport au plan de Fourier, la position axiale est définie par $z = d - f$. Dans l'équation (2.16), on fait l'approximation (B.2) à l'ordre 1. Ici, on va garder un ordre supplémentaire :

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{f+z} - \frac{1}{f} \stackrel{\text{ordre 1}}{=} -\frac{z}{f^2} \stackrel{\text{ordre 2}}{=} -\frac{z}{f^2} \left(1 - \frac{z}{f}\right). \quad (\text{B.2})$$

Les équations (B.1) et (B.2) permettent après plusieurs lignes de calcul d'exprimer $F(\mathbf{r}, z)$ en fonction de $E(\boldsymbol{\rho})$:

$$F(\mathbf{r}, z) = \mathcal{F} \left[E(\boldsymbol{\rho}) e^{i \frac{k \rho^2 z}{2f} \left(1 - \frac{z(\Delta-f)}{f^2}\right)} \right]_{k\mathbf{r}/f \left(1 + \frac{z(\Delta-f)}{f^2}\right)}. \quad (\text{B.3})$$

On peut alors faire plusieurs constatations :

- Le profil d'intensité dans le plan de Fourier ($z = 0$) est indépendant de la position de la lentille Δ par rapport au plan dans lequel le champ est modulé. Dit autrement, dans le cas de la diffraction de Fraunhofer, la position de l'objet diffractant par rapport à la lentille n'importe pas.
- Hors du plan de Fourier ($z \neq 0$) et pour une valeur quelconque de Δ , les dimensions radiales subissent une homothétie de facteur $1 + \frac{z(\Delta-f)}{f^2}$ et la dimension axiale une distorsion de $1 - \frac{z(\Delta-f)}{f^2}$.
- Lorsque $\Delta = f$, l'équation (2.16) est vérifiée également à l'ordre 2 et l'on obtient :

$$F(x, y, z) = \mathcal{F} \left[E(\boldsymbol{\rho}) e^{-ikz \frac{\rho^2}{2f^2}} \right]_{kx/f, ky/f}. \quad (\text{B.4})$$

- Les cas $\Delta = 0$ ou $\Delta = f$ donnent lieu au même profil d'intensité si $z \ll f$. En pratique, on s'intéresse souvent à des valeurs de z de l'ordre de la longueur de Rayleigh du faisceau diffracté : $z_R = \frac{\lambda f^2}{\pi W^2}$. Si le faisceau incident a pour longueur de Rayleigh Z_R , les deux cas sont équivalents si $f \ll Z_R$.

Pour conclure, dans le cas d'une lentille de focale courte devant la longueur de Rayleigh du faisceau incident, l'équation (B.4) reste vérifiée quelle que soit la position de la lentille de Fourier par rapport au plan dans lequel le champ est modulé. En revanche, si la longueur de la focale n'est pas négligeable devant cette longueur de Rayleigh, il est préférable de placer la lentille à f du plan où le champ est modulé de sorte à minimiser les distorsions qui apparaissent dans l'équation (B.3).

B.2 Développement asymptotique du BoB

Nous considérons le cas dans lequel le masque de phase du BoB est éclairé par un faisceau gaussien de col W , tronqué en $P = pW$. Le disque central du masque a pour diamètre $R_\pi = r_\pi W$. Dans ces conditions, le champ du BoB s'écrit de façon adimensionnée à partir de l'équation (2.16) :

$$B(\mathbf{r}, z) = \int d\rho \Pi_P(\rho) [1 - 2\Pi_{R_\pi}(\rho)] e^{-2i\frac{r}{w_0} \cdot \frac{\rho}{W} - i\frac{\rho^2}{W^2} \left(1 + \frac{z}{z_R}\right)}, \quad (\text{B.5})$$

avec $\Pi_P(\rho) = \mathcal{H}\left(1 - \frac{\rho}{P}\right)$ et \mathcal{H} la fonction de Heaviside, et w_0 et z_R respectivement le col et la longueur de Rayleigh correspondant au profil gaussien qu'on obtiendrait par diffraction du profil d'intensité gaussien de col W . En tirant parti de la symétrie de révolution de l'ensemble pour intégrer analytiquement selon la variable tangentielle, le champ obtenu s'écrit alors :

$$B(r, z) = \int_0^p d\rho - 2 \int_0^{r_\pi} d\rho \left[\rho J_0(2r\rho) e^{-\rho^2(1-iz)} \right], \quad (\text{B.6})$$

où r , z et ρ sont respectivement exprimés en unité de w_0 , de z_R et de W jusqu'à la fin de cette section. La fonction J_0 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro.

Le calcul du profil $B(r, z)$ est analytique sur l'axe z , en $r = 0$. En dehors de l'axe, il peut s'exprimer par un développement en puissances paires de r :

$$B(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(z) r^{2n}, \quad (\text{B.7})$$

où $f_n(z) = g_n(z, 0) + g_n(z, p) - 2g_n(z, r_\pi)$. Quelques lignes de calcul assisté du logiciel Mathematica permettent d'exprimer $g_n(z, \rho)$ comme :

$$g_n(z, \rho) = \frac{(-1)^{n+1}}{2n!} e^{-\rho^2(1-iz)} \sum_{k=0}^n \frac{\rho^{2k}}{k! (1-iz)^{n+1-k}}. \quad (\text{B.8})$$

En pratique, les 20 premiers termes suffisent pour avoir une très bonne approximation de la forme du potentiel subi par des particules piégées dans le BoB. En observant le terme général de la série (B.7), on constate que :

$$f_n(z) r^{2n} = \mathcal{O}\left(\frac{r^{2n}}{n!}\right). \quad (\text{B.9})$$

Le rayon de convergence de la série est donc infini.

B.3 Pièges harmoniques creux

Nous désirons produire un piège noir au centre, dont l'intensité T croît en ρ^2 en s'en éloignant. Cette intensité vaut :

$$T(\rho, \varphi) = |F(\rho, \varphi)|^2, \quad (\text{B.10})$$

sa dérivée seconde en $\rho = 0$ s'exprime :

$$T^{(2)}(0) = 2 \operatorname{Re} \left[F(0)F^{*(2)}(0) \right] + 2 \left| F^{(1)}(0) \right|^2, \quad (\text{B.11})$$

$F^{(j)}$ désigne la j^{ieme} dérivée de F par rapport à la variable ρ . La variable φ est volontairement omise si $\rho = 0$. On souhaite que l'intensité soit nulle au centre, donc :

$$T^{(2)}(0) = 2 \left| F^{(1)}(0) \right|^2. \quad (\text{B.12})$$

D'après l'équation (2.16), la dérivée première du champ F par rapport à ρ s'écrit en $z = 0$:

$$F^{(1)}(\rho, \varphi) = \int_{r=0}^{\infty} r^2 e^{-\frac{r^2}{w^2}} \int_{\theta=0}^{2\pi} e^{i\phi(r,\theta)} \cos(\theta - \varphi) e^{-i\rho r \cos(\theta - \varphi)} d\theta dr \quad (\text{B.13})$$

Distinguons deux cas, le premier celui où le masque de phase $\phi(r)$ ne dépend pas de θ , et le second où il en dépend. Dans le premier cas :

$$F^{(1)}(0) \propto \int_{\theta=0}^{2\pi} \cos(\theta - \varphi) d\theta = 0, \quad (\text{B.14})$$

la dérivée seconde de l'intensité $T^{(2)}(0)$ est donc nulle en 0. En conclusion, il n'est pas possible de générer un piège radialement quadratique et noir au centre à partir d'un masque de phase n'ayant que des variations radiales. En particulier, aucune juxtaposition d'anneaux annulant l'intensité au point focal ne saura produire une intensité variant de manière quadratique. Pour obtenir un potentiel quadratique, il faut tolérer une intensité non nulle au centre.

Le second cas est le cas général où $\phi(r, \theta)$ dépend de r et de θ . Pour conserver la symétrie cylindrique du piège, le masque de phase doit posséder une variation en θ particulière de sorte que dans l'intégrale suivante :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} e^{i\phi(r,\theta) - i\rho r \cos(\theta - \varphi)} d\theta, \quad (\text{B.15})$$

la dépendance en φ se factorise. Cette condition est obtenue si ϕ vérifie :

$$\forall(r, \theta, \varphi), \exists(f_1, f_2), \phi(r, \theta + \varphi) = \phi(r, \theta) + f_1(\varphi) + f_2(r). \quad (\text{B.16})$$

L'étude des cas $\theta = 0$ et $\theta = \varphi$ permet de montrer qu'alors le masque de phase est nécessairement de la forme :

$$\phi(r, \theta) = l\theta + f(r), \quad (\text{B.17})$$

avec $l \in \mathbb{Z}^*$ et f une fonction quelconque. Un tel masque contient une singularité en $r = 0$ qui annule l'intensité T en $\rho = 0$ quelle que soit la position z , rendant impossible le piégeage en trois dimensions.

En conclusion, pour qu'un piège creux à symétrie cylindrique puisse être harmonique et piégeant en 3D, il doit nécessairement ne pas être noir au centre.

B.4 Propagation d'une distorsion faible du front d'onde

Nous envisageons le cas où un front d'onde incident $\phi_i(\mathbf{r}_i)$ existe au voisinage d'un plan Π_i et se propage à travers un système optique quelconque pour conduire, dans un plan Π_e , à la phase émergente $\phi_e(\mathbf{r}_e)$. La question que nous nous posons est : que se passe-t-il si le front d'onde incident est légèrement déformé en $\phi_i(\mathbf{r}_i) + \delta\phi_i(\mathbf{r}_i)$, et plus précisément que vaut la déformation résultante dans le plan Π_e ? En notant $\phi_e(\mathbf{r}_e) + \delta\phi_e(\mathbf{r}_e)$ le front d'onde émergent en présence de la déformation $\delta\phi_i(\mathbf{r}_i)$, nous pouvons écrire à partir de l'équation (3.5) :

$$\begin{aligned}\phi_e(\mathbf{r}_e) &= \phi_i(\mathbf{r}_i) + k \int_{s(\mathbf{r}_i)}^{s(\mathbf{r}_e)} n(s') ds', \\ \phi_e(\mathbf{r}_e) + \delta\phi_e(\mathbf{r}_e) &= \phi_i(\mathbf{r}'_i) + \delta\phi_i(\mathbf{r}'_i) + k \int_{s(\mathbf{r}'_i)}^{s(\mathbf{r}_e)} n(s') ds',\end{aligned}\tag{B.18}$$

où le point \mathbf{r}'_i est défini tel que les chemins optiques entre \mathbf{r}'_i et \mathbf{r}_e , et \mathbf{r}_i et \mathbf{r}_e soient identiques : $\int_{s(\mathbf{r}_i)}^{s(\mathbf{r}_e)} n(s'') ds'' = \int_{s(\mathbf{r}'_i)}^{s(\mathbf{r}_e)} n(s'') ds''$. On peut alors prendre la différence des équations (B.18) et obtenir :

$$\delta\phi_e(\mathbf{r}_e) = \delta\phi_i(\mathbf{r}'_i) + \phi_i(\mathbf{r}'_i) - \phi_i(\mathbf{r}_i).\tag{B.19}$$

En supposant que les variations de la distorsion $\delta\phi_i$ sont faibles devant celles du front d'onde non distordu ϕ_i , $\|\nabla\phi_i\| \gg \|\nabla\delta\phi_i\|$, on obtient :

$$\delta\phi_e(\mathbf{r}_e) = \delta\phi_i(\mathbf{r}_i) + (\mathbf{r}'_i - \mathbf{r}_i) \cdot \nabla\phi_i(\mathbf{r}_i).\tag{B.20}$$

L'équation (3.4), qui détermine la trajectoire d'un rayon, se réécrit :

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} + \frac{d\ln n}{ds} \frac{d\mathbf{r}}{ds} - \nabla\ln n = \mathbf{0}.\tag{B.21}$$

Une fois ajoutées des conditions initiales $\mathbf{r}(s=0) = \mathbf{r}_e$ et $\left(\frac{d\mathbf{r}}{ds}\right)_{s=0} = \mathbf{s}_e$, l'équation (B.21) est un problème de Cauchy et admet une unique solution :

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{F}(s; \mathbf{r}_e, \mathbf{s}_e).\tag{B.22}$$

En supposant que l'expression de la solution est suffisamment régulière par rapport aux conditions initiales, la différence $\mathbf{r}'_i - \mathbf{r}_i$ s'exprime par le jacobien de \mathbf{F} par rapport à \mathbf{s} noté \mathcal{J}_F :

$$\mathbf{r}'_i - \mathbf{r}_i = \mathcal{J}_F \cdot (\mathbf{s}'_e - \mathbf{s}_e).\tag{B.23}$$

On reconnaît d'après l'équation (3.3) le gradient de $\delta\phi_e$ si bien que l'équation (B.20) se réécrit :

$$\delta\phi_e(\mathbf{r}_e) = \delta\phi_i(\mathbf{r}_i) + \nabla\phi_i(\mathbf{r}_i) \cdot \mathcal{J}_F \cdot \nabla\delta\phi_e(\mathbf{r}_e).\tag{B.24}$$

En ne conservant que les deux premiers ordres, nous obtenons :

$$\delta\phi_e(\mathbf{r}_e) = \delta\phi_i(\mathbf{r}_i) + \mathbf{J}(\phi_i; \mathbf{r}_i) \cdot \nabla\delta\phi_i(\mathbf{r}_i),\tag{B.25}$$

avec $\mathbf{J}(\phi_i; \mathbf{r}_i) = \mathcal{J}_F \cdot \nabla\phi_i(\mathbf{r}_i)$. Nous exprimons finalement les phases comme des fronts d'onde dans les plans Π_i et Π_e à l'aide des coordonnées respectives \mathbf{u}_i et \mathbf{u}_e :

$$\delta\phi_e(\mathbf{u}_e) = \delta\phi_i(\mathbf{u}_i) + \mathbf{J}(\phi_i; \mathbf{r}_i) \cdot \nabla\delta\phi_i(\mathbf{u}_i).\tag{B.26}$$

La conclusion qui se dégage de l'équation (B.26) est que si la distorsion de phase incidente ne varie pas trop rapidement, elle se propage de plan en plan sans déformation, à part éventuellement une homothétie de rapport m si $\mathbf{u}_e = m\mathbf{u}_i$.

Annexe C

Caractérisations optiques

C.1 Mesure de la réponse impulsionnelle 1D d'un SLM

Dans le cas d'un système linéaire invariant par translation, on peut définir une réponse impulsionnelle h et une fonction transfert H transformée de Fourier l'une de l'autre. Si E est le signal d'entrée du système, sa sortie est $E \star h$. Respectivement dans l'espace réciproque, si l'entrée est F , la sortie est $F \times H$. La matrice de pixels du SLM n'est pas invariante par translation, précisément puisqu'elle est découpée en pixels. Cependant, on peut se contenter d'une invariance par translation discrète, de nombres entiers de pixels.

Concernant la linéarité, il faut distinguer les réponses du SLM en phase et en amplitude de l'onde. Ici, on s'intéresse au système physique SLM, c'est-à-dire au système qui convertit des volts appliqués sur une électrode en variations d'indice de réfraction. Si la relation entre niveau de gris et variation d'indice de réfraction est nécessairement linéaire pour le bon fonctionnement du SLM, il n'est pas certain que la relation entre indice et tension le soit. Il se peut qu'une calibration interne au SLM compense cette non-linéarité. Que la réponse en phase soit linéaire ou non, le SLM n'est pas linéaire en champ puisque l'exponentielle complexe n'est pas une fonction linéaire.

Afin de se faire une idée malgré tout de l'interdépendance qui peut exister entre les pixels, nous allons mesurer la réponse impulsionnelle dans le cas de faibles modulations de phase $\phi_m \ll 2\pi$, de sorte à pouvoir linéariser l'exponentielle complexe et à pouvoir considérer la réponse en phase comme linéaire. D'après les équations (2.51) et (2.52) :

$$\begin{aligned} F &= \mathcal{F} \left[\sqrt{I} e^{i(\phi_m \times \text{III}_{\delta u}) \star h} \right] \\ &\stackrel{\text{lin.}}{=} \mathcal{F} \left[\sqrt{I} \right] + i \left(\mathcal{F} \left[\sqrt{I} \phi_m \right] \star \text{III}_{2x_{max}} \right) \times H, \\ &\stackrel{\text{Shannon}}{=} \mathcal{F} \left[\sqrt{I} \right] + i \mathcal{F} \left[\sqrt{I} \phi_m \right] \times H \end{aligned} \tag{C.1}$$

Pour observer expérimentalement H , il faut que $\mathcal{F} \left[\sqrt{I} \phi_m \right]$ n'ait pas de variation significative à l'échelle des variations de H : nous choisissons pour ϕ_m un bruit blanc à valeur dans $\{0; \delta\phi\}$ de sorte que ϕ_m ait une densité spectrale de puissance plate. Puisque la modulation est faible, le second terme dans l'équation est petit par rapport au premier. Afin de garder un rapport signal sur bruit acceptable, on module la phase suivant une direction seulement, la figure de diffraction est donc étalée sur une droite plutôt que sur un plan comme représenté figure (C.1a). La figure (C.1b) est un échantillon du masque de phase ϕ_m utilisé.

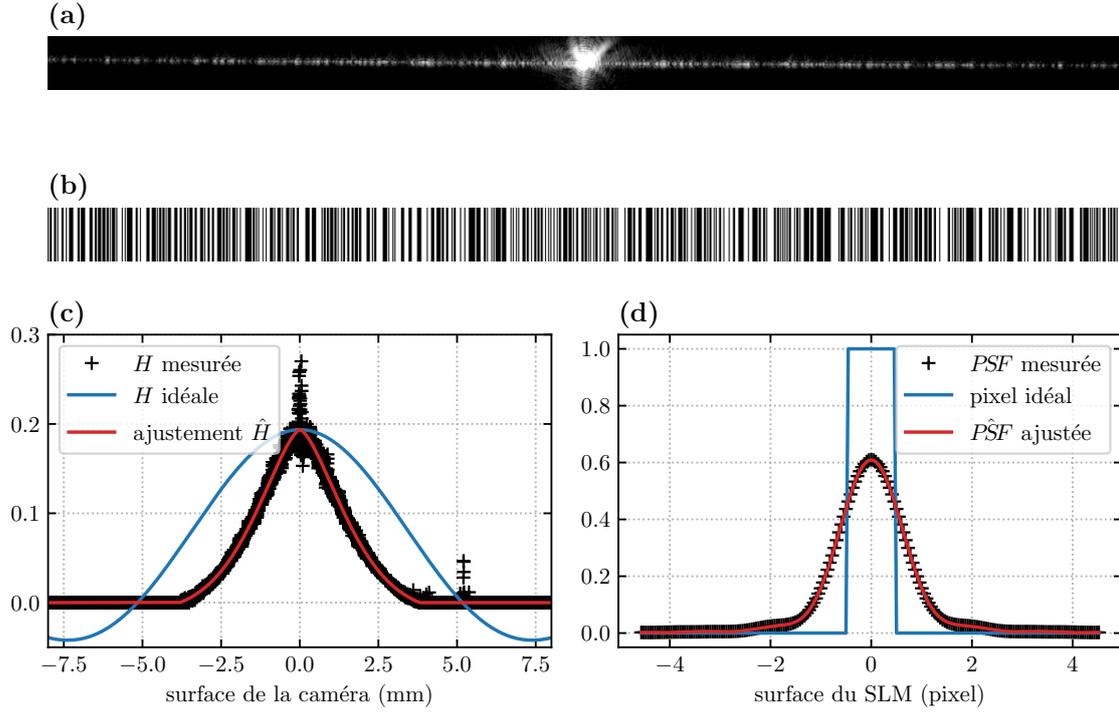


FIGURE C.1 – (a) Image de tavelure mesurée à la caméra représentée en échelle logarithmique. Le champ étant limité par le système optique entre le SLM et la caméra, plusieurs images sont enregistrées en faisant tourner le SLM sur lui-même de sorte à faire défiler la figure de diffraction sur le capteur de la caméra. Elles sont ensuite recollées en mesurant le maximum de corrélation entre deux images successives. Les détails des variations d’intensité de la tavelure permettent un recollage à la précision du pixel. (b) Échantillon du masque de phase ϕ_m . Pour une meilleure visibilité, la valeur $\delta\phi$ de la phase est représentée en blanc. Dans le masque de phase réel, le niveau de gris correspondant à cette phase est un gris très foncé. (c) Plan de la caméra, en noir la racine carrée des données mesurées, en rouge leur ajustement par \hat{H} , en bleu le sinus cardinal correspondant à la transformée de Fourier du pixel idéal carré. (d) Plan du SLM, en noir et rouge les transformées de Fourier respectives des point issues de la mesure directe et de l’ajustement, aussi appelées réponses impulsionnelles, en bleu le pixel idéal carré. Les échelles verticales sont telles que les réponses impulsionnelles sont unitaires.

La figure de diffraction observée lorsque ϕ_m est appliqué sur le SLM est composée d’une tache très brillante $\mathcal{F}[\sqrt{I}]$ qui sera occultée par la suite, et d’une tavelure 1D T_s qui contient l’information recherchée :

$$T_s = \left| \mathcal{F}[\sqrt{I}\phi_m] \right|^2 \times |H|^2. \quad (\text{C.2})$$

Le spectre du bruit blanc étant plat, la forme de l’enveloppe de T_s dépend seulement du facteur $|H|^2$. La mesure de T_s est faite avec un système optique de focale $f = 78,7$ mm et une caméra de pixel $\delta r = 3,45$ μm . En pratique, on mesure l’enveloppe en moyennant 100 tavelures pour des tirages différents de ϕ_m .

La réponse impulsionnelle d’un pixel a le même axe de symétrie que le pixel, c’est une fonction paire, sa transformée de Fourier est réelle :

$$H = \pm \sqrt{|H|^2}. \quad (\text{C.3})$$

Le signe est déterminé pour que la dérivée de H soit continue. Ici, on conclura que H est une fonction positive : $H = \sqrt{|H|^2}$.

La mesure de T_s permet de reconstruire la fonction de transfert en phase du SLM. Celle-ci est ajustée par la fonction ad hoc \hat{H} comme indiquée sur la figure (C.1c) :

$$\hat{H}(x) = H_0 \left[e^{-\left| \frac{x-x_0}{f\theta} \right|^\eta} - s \right]^+ \quad (\text{C.4})$$

Les paramètres de l'ajustement sont donnés dans le tableau (C.1). On ne dispose pas d'explication satisfaisante qui justifie la forme particulière de la fonction \hat{H} .

Paramètres	Notations	Valeurs
Exposant	η	1,53
Largeur angulaire (mrad)	θ	24,9
Seuil %	s	6,30

TABLE C.1 – Paramètre obtenus lors de l'ajustement de H par \hat{H} .

La réponse impulsionnelle du SLM est fournie par la transformée de Fourier inverse de H ou de \hat{H} , cette dernière ayant l'avantage d'être aisément calculable :

$$h = \mathcal{F}^{-1}[H]. \quad (\text{C.5})$$

À titre de remarque, il serait possible de tester la linéarité de la réponse du SLM en effectuant la mesure décrite ici pour différentes valeurs moyenne de ϕ_m puis en comparant les réponses impulsionnelles obtenues.

C.2 Profil d'intensité non diffracté effectif

En première approximation, le profil d'intensité du faisceau incident sur le SLM est un faisceau gaussien tronqué. Issu d'une fibre optique, le col W du faisceau dépend de l'ouverture numérique de la fibre et de la focale du coupleur. Le rayon P de la troncature est directement celui de la pupille affichée sur le SLM. Le profil d'intensité s'écrit dans ces conditions :

$$I_{\text{GT}}(\rho) = I_0 \Pi_P(\rho) e^{-2\frac{\rho^2}{W^2}}, \quad (\text{C.6})$$

avec I_0 l'intensité maximale et $\Pi_P(\rho) = \mathcal{H}(1 - \frac{\rho}{P})$ et \mathcal{H} la fonction de Heaviside.

En réalité, la lentille asphérique module l'intensité qu'elle reçoit, si bien que le profil d'amplitude dont elle produit la transformée de Fourier n'est pas exactement celle du faisceau incident sur le SLM. Deux effets sont à l'œuvre, la troncature du faisceau par le bord de la lentille et la transmission du *coating* qui varie avec l'angle d'incidence local du faisceau, lui même dépendant de la distance à l'axe optique ρ . Pour mesurer le profil d'intensité non diffracté effectif, le logiciel de contrôle des SLM dispose d'une routine dans laquelle un disque de rayon $p = 0,3$ mm, muni d'un réseau en dent de scie, est déplacé en diverse positions ρ du plan du SLM. À l'extérieur de ce disque, la lumière est envoyé vers l'ordre zéro et filtrée spatialement. Des exemples de tels masques de phase sont donnés sur la figure (C.2a). Nous mesurons le profil d'intensité en déplaçant le disque sonde le long d'un axe et en traçant en fonction de sa position la puissance reçue sur une caméra placée dans le plan de Fourier. La courbe obtenue est représentée sur la figure (C.2b).

Nous ajustons le profil obtenu par la fonction ad hoc :

$$I_{\text{ajust}}(\rho) = I_0 \tilde{\Pi}_P^p(\rho - \rho_0) \left[e^{-2\frac{(\rho - \rho_0)^2}{W^2}} + s \right], \quad (\text{C.7})$$

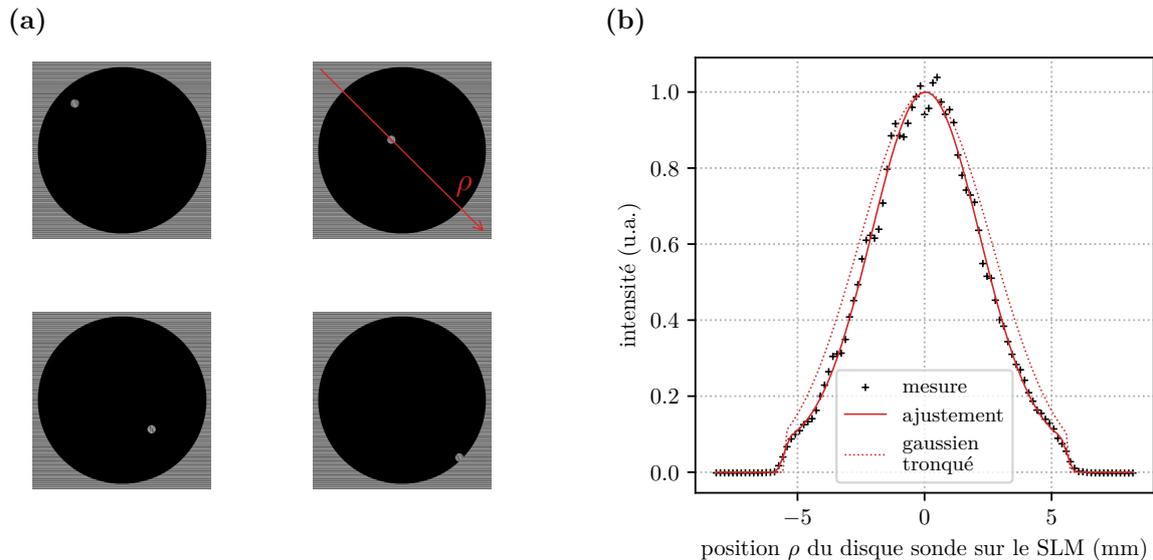


FIGURE C.2 – (a) Exemples de masques de phase affichés sur le SLM pour sonder le profil d'intensité non diffracté effectif. La pupille numérique a un rayon de 8,5 mm, de sorte que la troncature se fasse uniquement sur le bord de la lentille. (b) Ajustement du profil d'intensité mesuré. En pointillé, un profil gaussien tronqué avec $W = 5,2$ mm et $P = 5,6$ mm.

avec s un *offset*, ρ_0 un décentrement et la fonction de troncature $\tilde{\Pi}_P^p(\rho)$ définie par :

$$\tilde{\Pi}_P^p(\rho) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\arcsin(u)}{\pi} + \frac{u\sqrt{1-u^2}}{\pi} & \text{si } |u| \leq 1 \\ 1 & \text{si } u > 1 \\ 0 & \text{si } u < -1 \end{cases}, \quad u = \frac{P - |\rho|}{p} \quad (\text{C.8})$$

Cette fonction correspond à l'aire de l'intersection d'un disque et d'un demi plan lorsque l'un se déplace par rapport à l'autre. On fait l'approximation qu'à l'échelle du disque sonde de rayon p , la pupille de rayon P se comporte comme un demi plan. On suppose également que l'effet de la convolution par le disque sonde est négligeable en dehors de la zone où le faisceau est tronqué. La table (C.2) donne le résultat de l'ajustement. Nous constatons que l'effet de la lentille n'est pas négligeable puisqu'on mesure un col de $W = 4,3$ mm au lieu de $W = 5,2$ mm. Bien que ces deux valeurs ne soient pas rigoureusement comparables, puisque la fonction d'ajustement contient en plus un *offset*, on constate sur la figure (C.2b) que la lentille asphérique réduit la taille du faisceau.

Paramètres	Valeurs
W	4,3 mm
P	5,6 mm
s	0,056
ρ_0	0,04 mm

TABLE C.2 – Résultats de l'ajustement.

Les valeurs des paramètres W , P et s , une fois connus, permettent de simuler finement les profils d'intensité diffractés dans le plan de Fourier. Le profil d'intensité non diffracté effectif vaut :

$$I_{\text{eff}}(\rho) = I_0 \Pi_P(\rho) \left[e^{-2\frac{\rho^2}{W^2}} + s \right]. \quad (\text{C.9})$$

C.3 Mesure du rapport de Strehl

Le rapport de Strehl est défini par l'équation (3.12), que nous rappelons :

$$S = \frac{T_{\text{exp}}(\mathbf{r} = 0)}{T_{\text{th}}(\mathbf{r} = 0)}. \quad (\text{C.10})$$

Dans cette équation, $T_{\text{exp}}(\mathbf{r} = 0)$ est l'intensité maximale mesurée sur l'axe optique et $T_{\text{th}}(\mathbf{r} = 0)$ l'intensité maximale théorique en l'absence d'aberrations. Cette définition assure d'obtenir un lien entre le rapport de Strehl et la valeur quadratique moyenne de la phase. En considérant que le maximum d'intensité est positionné en $\mathbf{r} = 0$, la définition sous-entend qu'aucun réseau dent de scie ne vient déplacer sans déformation la tache de diffraction et que la quantité d'aberrations reste faible. Dans une utilisation pratique de la définition, nous repérons la position du maximum du profil d'intensité à mesurer et nous supposons que cette position est également de celle de l'axe optique.

Pour calculer le rapport de Strehl, il faut connaître le profil d'intensité théorique $T_{\text{th}}(\mathbf{r})$ engendré par le système optique dans le plan de Fourier. Dans notre cas, nous l'obtenons en calculant numériquement la transformée de Fourier du profil d'intensité effectif décrit par l'équation (C.9) :

$$T_{\text{th}}(\mathbf{r}) = \left| \mathcal{F} \left[\sqrt{I_{\text{eff}}(\boldsymbol{\rho})} \right]_{kr/f} \right|^2. \quad (\text{C.11})$$

Nous utilisons pour cela les paramètres mesurés dans l'annexe C.2. Ce calcul requiert de connaître précisément la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$ et la focale f du système optique compris entre le SLM et le plan de Fourier. Cette dernière est mesurée avec une routine du logiciel de contrôle des SLM, déjà mentionnée au paragraphe 4.1.3.2. En normalisant ce profil à une puissance de référence \mathcal{P}° , nous obtenons l'intensité théorique $T_{\text{th}}(\mathbf{r} = 0)$.

Pour déterminer l'intensité $T_{\text{exp}}(\mathbf{r} = 0)$, le profil d'intensité mesuré, résultant de l'intégration du profil incident par chaque pixel de côté δx de la caméra, est ajusté par la fonction :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{exp}}(\mathbf{r}) = T_0 \frac{\pi w_1 w_2}{8} & \left[\text{Erf} \left(\sqrt{2} \frac{x' + \delta x/2}{w_1} \right) - \text{Erf} \left(\sqrt{2} \frac{x' - \delta x/2}{w_1} \right) \right] \\ & \times \left[\text{Erf} \left(\sqrt{2} \frac{y' + \delta x/2}{w_2} \right) - \text{Erf} \left(\sqrt{2} \frac{y' - \delta x/2}{w_2} \right) \right] + \delta T_0 (\delta x)^2, \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

avec T_0 l'amplitude du profil, δT_0 l'intensité du fond, w_1 et w_2 les cols du faisceau, éventuellement elliptique, et (x', y') des coordonnées du plan de la caméra tournés d'un angle θ par rapport aux coordonnées (x, y) alignées quant à eux sur la matrice de pixels de la caméra :

$$\begin{aligned} x' &= x \cos(\theta) + y \sin(\theta) \\ y' &= y \cos(\theta) - x \sin(\theta). \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

L'ajustement détermine les paramètres T_0 , δT_0 , w_1 , w_2 et θ . Pour obtenir l'intensité maximale du profil, il faut préalablement avoir normalisé le profil à la puissance de référence \mathcal{P}° . Cette normalisation est effectuée en intégrant l'intensité sur un disque de rayon $r_{\mathcal{P}}$ centré sur le profil. L'intensité maximale mesurée vaut alors $T_{\text{exp}}(\mathbf{r} = 0) = T_0 + \delta T_0$. Nous pouvons alors calculer le rapport de Strehl à l'aide de l'équation (C.10).

Dans le cas des données présentées au paragraphe 3.4.2, le rayon d'intégration vaut $r_{\mathcal{P}} = 4 \mu\text{m}$, il correspond à celui utilisé pour l'homogénéisation du réseau. La figure (C.3) présente les cols déterminés par l'ajustement, qui a également permis de mesurer les rapports de Strehl présentés sur la figure (3.12). La table (C.3) présente les valeurs moyennes et les écarts types des cols ajustés.

Compensation du champ	Non	Oui
Grand col w_2	2(2) μm	1,19(7) μm
Petit col w_1	1,4(5) μm	1,12(6) μm

TABLE C.3 – Moyennes et écarts types des cols ajustés.

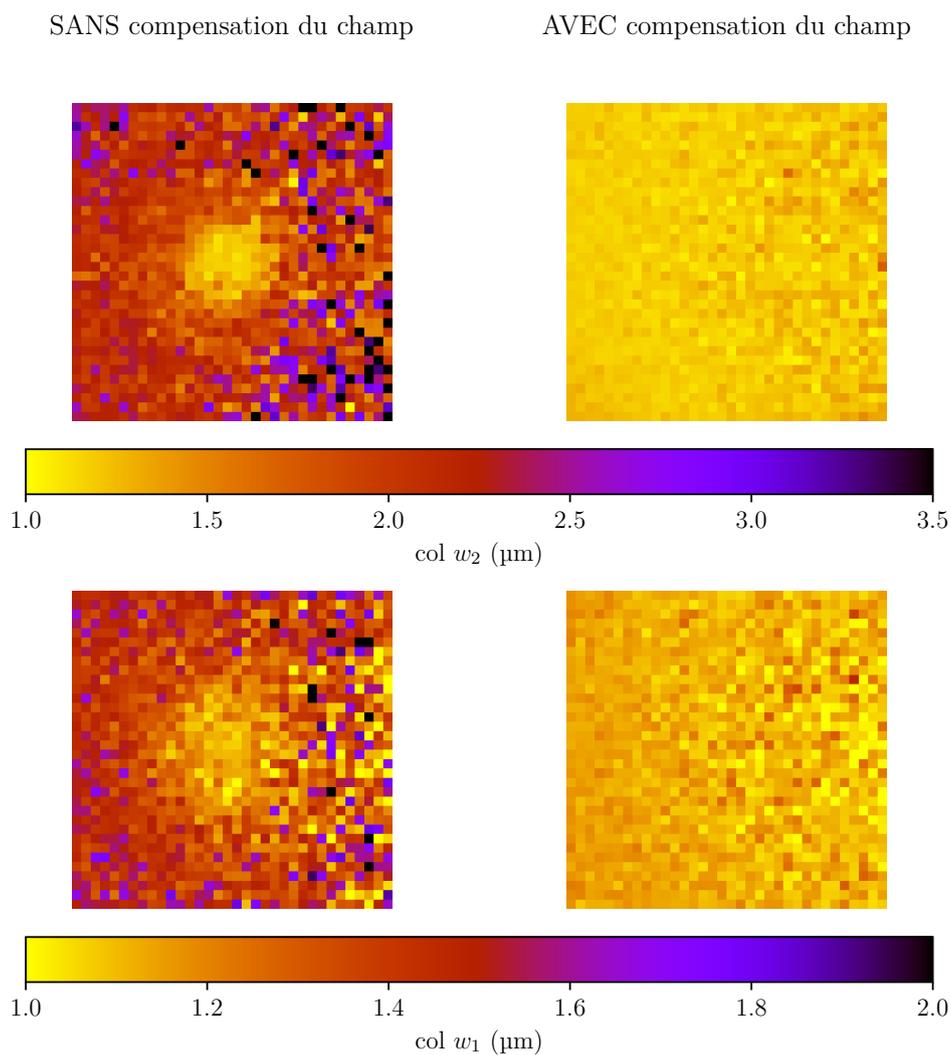


FIGURE C.3 – Cols déterminés par l’ajustement du réseaux de pinces optiques décrit dans la figure (3.12). Pour chaque pince $w_2 \geq w_1$. Nous constatons que l’ajustement fonctionne mal en l’absence de compensation sur la partie droite du réseau, à cause des tavelures engendrées par les imperfections du SLM. Nous attirons l’attention du lecteur sur le fait que la carte des couleurs de w_2 va de 1 μm à 3,5 μm , alors que celle de w_1 ne dépasse pas 2 μm .

Annexe D

Performance des algorithmes de Gerchberg-Saxton

Cette annexe regroupe des tests de performance réalisés sur les deux principaux algorithmes de type Gerchberg-Saxton mentionnés dans ce manuscrit.

D.1 Reconstruction du front d'onde (GS-RP)

Afin de quantifier les capacités de reconstruction de phase de l'algorithme GS-RP, nous appliquons des sommes de polynômes de Zernike avec des coefficients connus sur le SLM, et nous utilisons l'algorithme pour les mesurer. Les polynômes de Zernike testés sont parmi ceux des premiers ordres. Nous avons sélectionné : la première aberration sphérique, la première coma horizontale, le premier astigmatisme droit, le troisième astigmatisme oblique, le premier tréfloïde horizontal et le premier quadrafloïde droit. Sur chaque masque de phase appliqué sur le SLM, dont l'expression est :

$$\phi^{app.}(\rho, \varphi) = \sum_{(j,s) \in J} c_{j,s}^{app.} Z_{j,s}(\rho, \varphi), \quad J = \{(6,); (4, +); (3, +); (13, -); (5, +); (8, +)\}, \quad (D.1)$$

les coefficients $c_{j,s}^{app.}$ sont choisis aléatoirement entre $-0,5$ rad et $0,5$ rad. La pupille sur laquelle les polynômes sont définis a pour rayon $P = 5,5$ mm. Une fois affiché sur le SLM, chaque masque est mesuré à l'aide de l'algorithme GS-RP en ayant préalablement compensé les aberrations du montage. Les fronts d'onde reconstruits $\phi^{mes.}(\rho, \varphi)$ sont projetés sur la base de Zernike pour déterminer les coefficients $c_{j,s}^{mes.}$:

$$c_{j,s;P_P}^{mes.} = \frac{1}{\pi} \iint_{\rho \leq P_P} \rho d\rho d\varphi Z_{j,s}(\rho, \varphi) \phi^{mes.}(\rho, \varphi). \quad (D.2)$$

En pratique, la discrétisation en pixels des fronts d'onde reconstruits et les effets de bord font qu'il est difficile de reconstruire et de projeter sur une pupille de taille identique. Il est plus aisé de projeter sur une pupille de taille légèrement inférieure. Ici, la reconstruction est bornée à une pupille de rayon $P = 5,5$ mm et la projection se fait sur une pupille de rayon $P_P = 5,46$ mm. On estime le coefficient de Zernike $c_{j,s}^{mes.}$ sur P_R avec une très bonne précision à l'aide de l'équation :

$$c_{j,s;P_R}^{mes.} = g^{n_j} \left(\frac{P_R}{P_P} \right)^{n_j} c_{j,s;P_P}^{mes.}, \quad (D.3)$$

avec n_j le degré de la partie radiale du polynôme de Zernike j . Nous notons g le grandissement entre le plan du SLM et celui de la lentille de Fourier, qui peut être légèrement différent de 1 si le rapport des focales des lentilles du télescope n'est pas exactement de 1 ou s'il n'est pas rigoureusement aligné.

La figure (D.1) représente la variation de chaque coefficient $c_{j,s}^{mes.}$ mesuré en fonction du coefficient $c_{j,s}^{app.}$ qui a été appliqué sur le SLM. Les coefficients mesurés sont corrigés du grandissement $g = 1,0058$ de sorte à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre coefficients mesurés et appliqués qui vaut alors 10 mrad. Ceci fournit une première estimation de l'erreur commise par l'algorithme GS-RP.

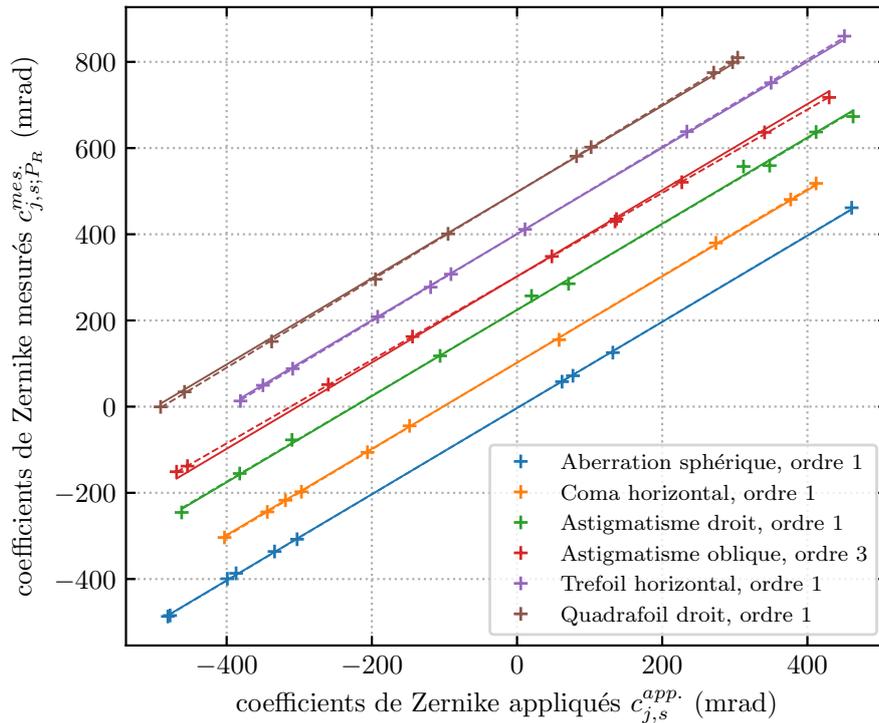


FIGURE D.1 – Coefficients de Zernike mesurés $c_{j,s}^{mes.}$ en fonction des coefficients appliqués $c_{j,s}^{app.}$ pour chaque type d'aberration. Les croix représentent les points de mesure, les lignes pointillées leurs ajustements affines et les lignes pleines le même ajustement dans lequel la pente est imposée unitaire. Les courbes sont décalées l'une par rapport à l'autre de 100 mrad suivant la verticale pour une meilleure visibilité. Ces données ont été acquises pour 30 itérations de l'algorithme de GS-RP, 3 itérations du processus complet de correction, 15 images enregistrées sur une plage de 9 longueurs de Rayleigh.

Sur la figure (D.1), nous constatons la pente des ajustements affines n'est pas toujours égale à un et qu'il peut s'agir d'une tendance sur l'ensemble des points. La table (D.1) regroupe les résultats de ces ajustements. La moyenne quadratique des résidus et les pentes tabulées conduisent à retenir respectivement une erreur de 5 mrad sur chaque mesure, accompagnée d'une erreur relative estimée à 2% de la valeur mesurée.

Aberrations	penne	résidus (mrad)
Sphérique, ordre 1	1,000(3)	2
Coma horizontal, ordre 1	1,006(2)	2
Astigmatisme droit, ordre 1	0,995(12)	10
Astigmatisme oblique, ordre 3	0,967(2)	1
Tréfoil horizontal, ordre 1	1,011(3)	2
Quadrafoil droit, ordre 1	1,018(2)	1

TABLE D.1 – Résultat des ajustements affines.

D.2 Génération de réseaux optiques corrigés en champ (GS-RC)

Nous allons maintenant étudier une de limites inhérente à l'algorithme GS-RP, qui empêche d'obtenir un contrôle de la forme des sites aussi fin que nous le souhaitons. Pour cela, nous allons observer la forme de chaque site d'un réseau ainsi que les causes possibles d'irrégularités.

Par construction, l'algorithme GS-RC produit un masque de phase $\phi_a(\mathbf{u})$ qui vérifie avec une bonne approximation l'équation :

$$\mathcal{F} \left[E_0(\boldsymbol{\rho}) e^{i\phi_a(\boldsymbol{\rho})} \right]_{\frac{k\mathbf{r}}{f}} = \mathcal{F} \left[E_0(\boldsymbol{\rho}) \sum_p e^{i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho} + i\delta\phi(\mathbf{r}_p, \boldsymbol{\rho}) + i\alpha_p} \right]_{\frac{k\mathbf{r}}{f}}, \quad (\text{D.4})$$

avec $\delta\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{j,\pm} \mu_j P_{j,\pm}(\mathbf{r} - \mathbf{x}_{j,\pm}) Z_{j,\pm}(\boldsymbol{\rho})$ et $E_0(\boldsymbol{\rho})$ un champ quelconque. En pratique, le SLM est éclairé avec une intensité $I(\boldsymbol{\rho})$. Nous pouvons alors nous demander dans quelle mesure l'équation (D.4) est vérifiée en mesurant le champ non diffracté correspondant à un seul site p du réseau :

$$\sqrt{I_p(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_p(\boldsymbol{\rho})} = e^{-i\frac{k}{f}\mathbf{r}_p \cdot \boldsymbol{\rho} - i\delta\phi(\mathbf{r}_p, \boldsymbol{\rho}) - i\alpha_p} \mathcal{F}^{-1} \left[\Pi_p(\mathbf{r}) \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_a(\boldsymbol{\rho})} \right]_{\frac{k\mathbf{r}}{f}} \right]_{\boldsymbol{\rho}}, \quad (\text{D.5})$$

avec $\Pi_p(\mathbf{r}) = \mathcal{H}\left(1 - \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p\|}{r_0}\right)$, \mathcal{H} la fonction de Heaviside et r_0 le rayon du diaphragme numérique choisi pour sélectionner l'intégralité de la puissance du site p sans inclure celle des autres sites. Si l'équation (D.4) est exactement vérifiée $I_p(\boldsymbol{\rho}) = I(\boldsymbol{\rho})$ et $\phi_p(\boldsymbol{\rho}) = 0$.

La figure (D.1a) représente les profils d'intensité mesurés sur un réseau de $7 \times 7 = 49$ sites dans un champ de $400 \times 400 \mu\text{m}^2$, lorsque l'intensité $I(\boldsymbol{\rho})$ correspond à celle mesurée dans l'annexe (C.2). L'algorithme est utilisé pour simuler un système optique dans lequel $C' = 10 \text{ mrad}/\mu\text{m}$, $A' = K' = 10 \text{ prad}/\mu\text{m}^2$. Nous constatons des fluctuations importantes des profils $I_p(\boldsymbol{\rho})$ d'un site à l'autre. La figure (D.2b) représente le profil d'intensité $I(\boldsymbol{\rho})$ pour comparaison.

Afin de mesurer l'effet de ces distorsions d'intensité et des distorsions de phase $\phi_p(\boldsymbol{\rho})$,

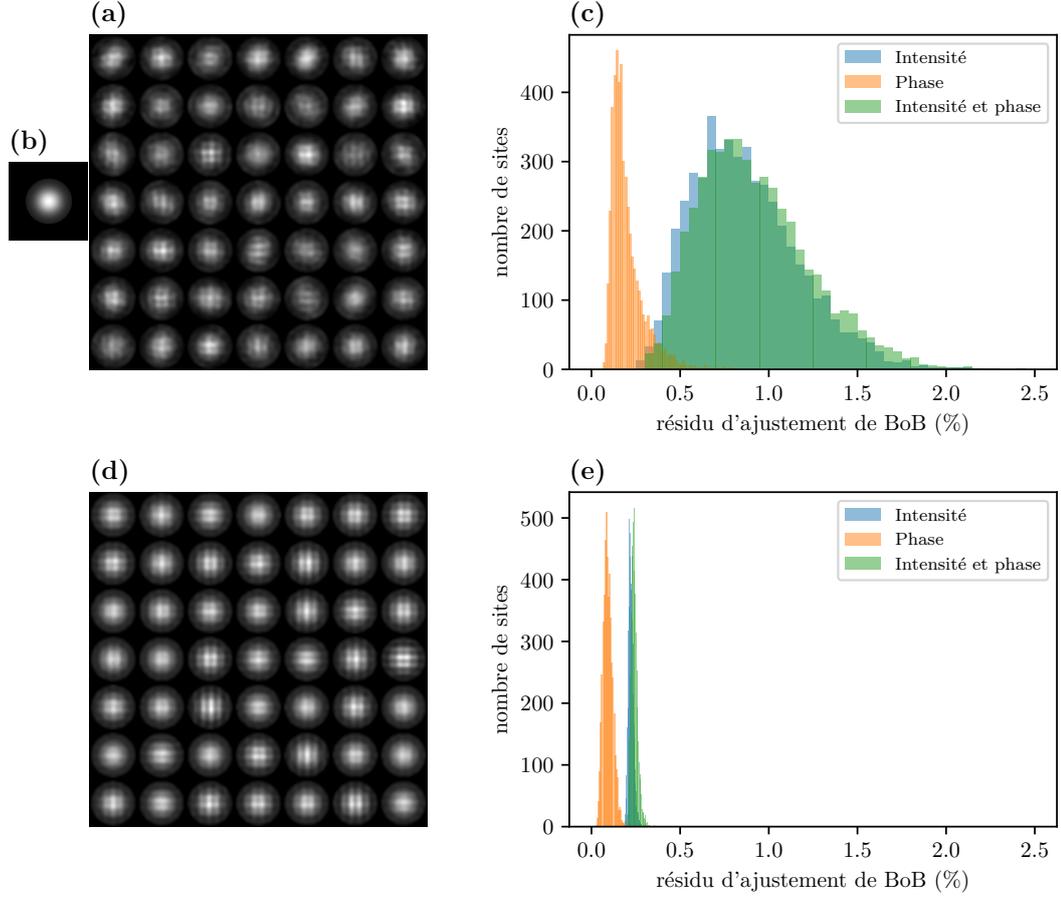


FIGURE D.2 – (a) Mosaïque des profils d'intensité non diffractés $I_p(\boldsymbol{\rho})$ correspondant à chaque site du réseau obtenu avec l'algorithme GS-RC. (b) Intensité incidente sur le masque $I(\boldsymbol{\rho})$. (c) Histogrammes du résidu de l'ajustement de $T_{\text{phase}}(\mathbf{r})$, $T_{\text{intensité}}(\mathbf{r})$ et $T_{\text{intensité et phase}}(\mathbf{r})$ par $T_{\text{ref}}(\mathbf{r})$. (d) et (e) Figures respectivement identiques à (a) et (c) dans le cas de l'algorithme GS-R.

nous évaluons les profils de BoB obtenus dans les trois situations suivantes :

$$\begin{aligned}
 T_{\text{phase}}(\mathbf{r}) &= \left| \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_p(\boldsymbol{\rho}) + i\phi_{\text{BoB}}(\boldsymbol{\rho})} \right]_{\frac{k\mathbf{r}}{f}} \right|^2, \\
 T_{\text{intensité}}(\mathbf{r}) &= \left| \mathcal{F} \left[\sqrt{I_p(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_{\text{BoB}}(\boldsymbol{\rho})} \right]_{\frac{k\mathbf{r}}{f}} \right|^2, \\
 T_{\text{intensité et phase}}(\mathbf{r}) &= \left| \mathcal{F} \left[\sqrt{I_p(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_p(\boldsymbol{\rho}) + i\phi_{\text{BoB}}(\boldsymbol{\rho})} \right]_{\frac{k\mathbf{r}}{f}} \right|^2,
 \end{aligned} \tag{D.6}$$

c'est-à-dire, l'effet sur un BoB de la distorsion de phase seule, de celle d'intensité seule et celui combiné de la phase et de l'intensité. Chaque profil de BoB est alors ajusté par le profil de référence :

$$T_{\text{ref}}(\mathbf{r}) = a \left| \mathcal{F} \left[\sqrt{I(\boldsymbol{\rho})} e^{i\phi_{\text{BoB}}(\boldsymbol{\rho})} \right]_{\frac{k\mathbf{r}}{f}} \right|^2. \tag{D.7}$$

Le paramètre variable de l'ajustement étant l'intensité globale a . La figure (D.2c) représente les résidus de ces ajustements obtenus pour 100 réalisations de masque du réseau décrit précédemment. Nous concluons que l'essentiel des distorsions des pinces optiques est dû aux profils d'intensité $I_p(\boldsymbol{\rho})$ et non à la phase $\phi_p(\boldsymbol{\rho})$. Ceci constitue une limite à la réalisation de pinces optiques de forme régulière intrinsèques à l'algorithme et à laquelle nous ne connaissons pas de remède pour l'instant.

À titre de comparaison, les figures (D.2d) et (D.2e) sont le pendant des figures (D.2a) et (D.2c) dans le cas où $C' = A' = K' = 0$, c'est-à-dire dans le cas de l'algorithme GS-R. Nous constatons que les profils d'intensité $I_p(\boldsymbol{\rho})$ sont plus réguliers et que les déformations des BoB sont bien moindres. Ces distorsions sont donc exacerbées dans le cas de l'algorithme GS-RC qui permet la correction des aberrations du champ.

Annexe E

Caractérisations de l'expérience

Pour caractériser un certain nombre d'aspects de l'expérience, nous allons avoir recours à la détection par ionisation des états de Rydberg. Le principe consiste à soumettre les atomes à une rampe de champ électrique comme celle représentée sur la figure (E.1) et à compter les ions produits en fonction du temps. Tous les états de Rydberg ne s'ionisent pas dans le même champ électrique, les ions correspondant à chaque état arrivent à un instant différent après le début de la rampe de champ électrique. Chaque état produit donc un pic à un temps qui lui est caractéristique, comme représenté sur la figure (E.1). En intégrant les comptes reçus sur une fenêtre temporelle bien choisie, nous pouvons donc mesurer la population d'atome qui était dans l'état de Rydberg correspondant. Notons que, contrairement à la mesure par fluorescence, la mesure par ionisation ne permet pas de résoudre spatialement les atomes du réseau.

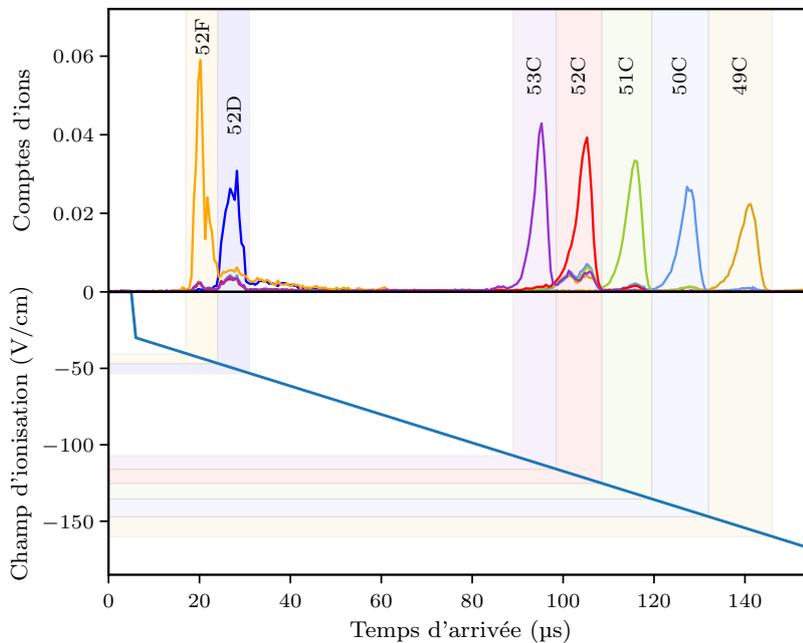


FIGURE E.1 – Sur la partie inférieure, la rampe de champ électrique allant de $F_x = 0 \text{ V/cm}$ à $F_x \approx -180 \text{ V/cm}$. Sur la partie supérieure, le spectre d'ionisation obtenu où les pics correspondant à quelques états sont visibles. Les bandes pâles représentent les fenêtres d'intégration des comptes.

E.1 Efficacité du réarrangement

Nous considérons ici le réseau optique comportant $N = 65$ pinces optiques représenté sur la figure (5.1). Parmi ces pinces, nous souhaitons à l'issue du réarrangement avoir $N_c = 27$ pinces optiques cibles remplies, soit les 9 triplets d'atomes. La probabilité de chargement d'une pince est de $\mathbb{P}(\bullet_1) = 62,5\%$.

En première approximation, nous pouvons mesurer la probabilité de succès du réarrangement \mathbb{P} (“rearr”) et considérer que la pince mobile doit agir environ $N/2$ fois pour réarranger le réseau, soit pour déplacer un atome, soit pour l'éjecter. La probabilité de succès d'une action de réarrangement est alors de :

$$\mathbb{P}(\text{“une action”}) = \mathbb{P}(\text{“rearr.”})^{2/N}. \quad (\text{E.1})$$

Pour une probabilité mesurée de $\mathbb{P}(\text{“rearr.”}) = 46,6\%$ et un réseau de $N = 65$ sites, nous trouvons une probabilité de réarrangement ramenée à un atome de $\mathbb{P}(\text{“une action”}) = 97,7\%$.

En réalité, les processus consistant à déplacer un atome ou à l'éjecter sont très différents et il est très probable que chacun d'eux n'ait pas la même probabilité de succès. L'arbre de probabilité sur la figure (E.2) représente les successions possibles d'événements pour un site du réseau. À partir de cet arbre, nous calculons les probabilités qu'il faille respectivement

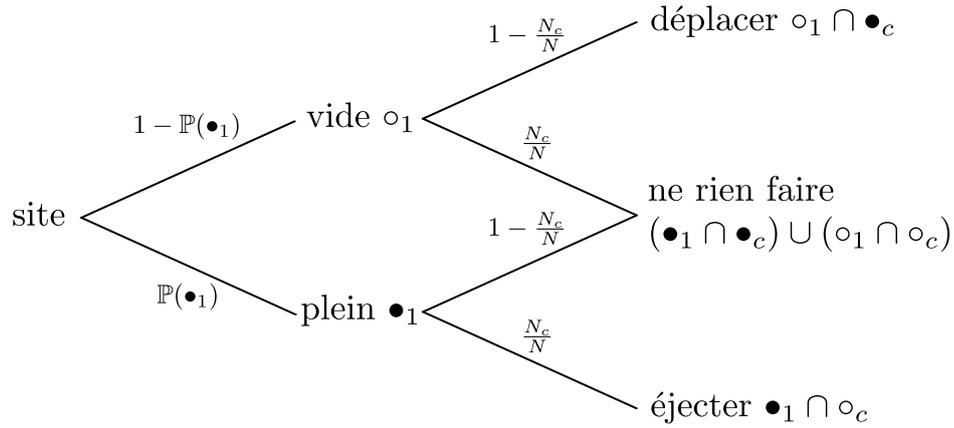


FIGURE E.2 – Arbre de probabilité représentant les quatre possibilités lors du réarrangement vis-à-vis d'un site. Les symboles \bullet_1 et o_1 représentent le site mesuré plein ou vide lors de la première image. Les symboles \bullet_c et o_c signifient respectivement que le site est un site cible ou non.

déplacer un atome vers ce site, l'éjecter de ce site, ou ne rien faire :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\text{“déplacer”}) &= \mathbb{P}(\bullet_1) \frac{N_c}{N}, \\ \mathbb{P}(\text{“éjecter”}) &= (1 - \mathbb{P}(\bullet_1)) \left(1 - \frac{N_c}{N}\right), \\ \mathbb{P}(\text{“ne rien faire”}) &= 1 - \mathbb{P}(\text{“déplacer”}) - \mathbb{P}(\text{“éjecter”}), \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

puis le nombre déplacements et d'éjections associés :

$$\begin{aligned} N_{\text{éjection}} &= N \mathbb{P}(\text{“éjecter”}), \\ N_{\text{déplacement}} &= N \mathbb{P}(\text{“déplacer”}). \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Nous calculons $N_{\text{déplacés}} = 10,2$ et $N_{\text{éjectés}} = 23,8$. Ces nombres permettent de calculer la probabilité de succès d'une éjection à partir de celle que toutes aient fonctionné lors du processus de réarrangement complet, et de même pour les déplacements :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\text{"une éjection"}) &= \mathbb{P}(\text{"toutes les éjections"})^{1/N_{\text{éjection}}}, \\ \mathbb{P}(\text{"un déplacement"}) &= \frac{\mathbb{P}(\text{"tous les déplacements"})^{1/N_{\text{déplacement}}}}{\mathbb{P}(\bullet_2|\bullet_1)}. \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

Avec $\mathbb{P}(\bullet_2|\bullet_1) = 98,5\%$, $\mathbb{P}(\text{"toutes les éjections"}) = 88,8\%$ et $\mathbb{P}(\text{"tous les déplacements"}) = 58,4\%$, nous calculons :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\text{"une éjection"}) &= 99,5\%, \\ \mathbb{P}(\text{"un déplacement"}) &= 96,3\%. \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

Nous constatons donc que la probabilité $\mathbb{P}(\text{"une action"}) = 97,7\%$ cachait en réalité une efficacité d'éjection des atomes très bonne et une efficacité de déplacement moindre.

Précédemment [91], nous avons mesuré en reprenant les données avec notre analyse :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\text{"une éjection"}) &= 99,6\%, \\ \mathbb{P}(\text{"un déplacement"}) &= 98,6\%, \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

pour un réseau de $N = 42$ sites et $N_c = 18$ sites cibles de géométrie différente. Ceci laisse supposer que certaines géométries de réseau sont plus ou moins propices au réarrangement.

E.2 Efficacité du faisceau de pompage optique PO F2

Afin de mesurer les populations dans les différents états Zeeman $|5S_{1/2}, F = 2, m_f\rangle$ pour $m_f \in \llbracket -2; 2 \rrbracket$, nous effectuons des spectroscopies laser entre ces états et des états de Rydberg $|52D_{5/2}, m_j\rangle$, avec $m_j = +5/2$ ou $m_j = +3/2$, suivant ce que permettent les règles de sélection. Pour chaque spectroscopie, nous optimisons la durée de l'impulsion pour être à l'impulsion π , de sorte que la population dans l'état $|52D_{5/2}, m_j\rangle$ soit exactement celle dans l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f\rangle$ avant excitation. La mesure des populations dans les états $|52D_{5/2}, m_j\rangle$ se fait par ionisation. Les spectres obtenus sont présentés sur la figure (E.3). Chaque transition ayant lieu à une fréquence différente en présence du champ magnétique de $B_x = 14$ G, il est aisé de mesurer la population initialement dans chaque état Zeeman.

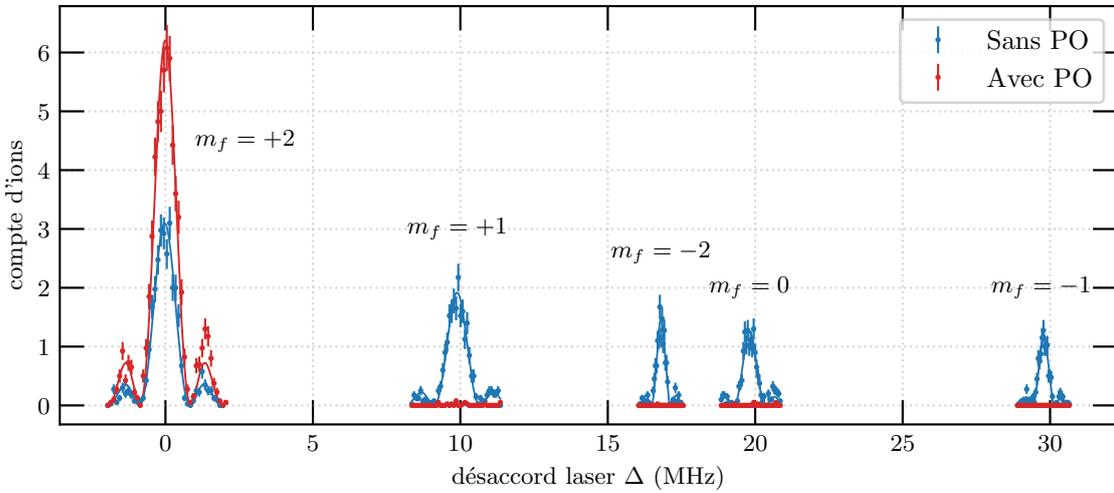


FIGURE E.3 – Spectroscopies laser entre les états Zeeman $|5S_{1/2}, F = 2, m_f\rangle$ et les états $|52D_{5/2}, m_j\rangle$ avec $m_j = +5/2$ ou $m_j = +3/2$ mesurées avec et sans pompage optique dans l'état $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$.

Dans la table (E.1), pour chaque transition, nous reportons les désaccords laser par rapport à la transition entre les états $|5S_{1/2}, F = 2, m_f = +2\rangle$ et $|52D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$, d'une part mesurés par spectroscopie et d'autre part calculés pour un champ magnétique de $B_x = 14,16$ G, ajusté sur les quatre premières transitions. L'écart entre les valeurs de désaccord mesurée et calculée pour la transition mettant en jeu l'état $|52D_{5/2}, m_j = +3/2\rangle$ pourrait être dû à un déplacement lumineux différent pour les états $|52D_{5/2}, m_j = +5/2\rangle$ et pour $|52D_{5/2}, m_j = +3/2\rangle$. Nous mesurons ensuite le nombre de comptes à chaque fréquence de résonance, avec et sans pompage optique. Le total des comptes dans les deux situations nous indique une saturation du dispositif de comptage des ions. Dans cette situation où le nombre d'atomes par expérience est de 9, nous mesurons seulement 5,8 ions lorsqu'ils sont détectés simultanément par le détecteur alors que, si nous ne détectons qu'un tiers des ions à la fois, le total des ions détectés vaut 8,17, ce qui est bien plus proche des 9 ions attendus. Afin de calculer la population d'atomes restant dans les états $|5S_{1/2}, F = 2, m_f \neq +2\rangle$ valant $0,028 + 0,005 = 0,033$ comptes, nous la comparons à la population totale mesurée avec le moins d'effet de saturation. L'efficacité du pompage optique est donc de :

$$1 - \frac{0,033}{8,17} = 99,6\% \quad (\text{E.7})$$

m_f	m_j	Désaccord laser (MHz)		Comptes ioniques	
		Mesuré	Calculé	Sans PO	Avec PO
+2	+5/2	0	0	2,70	5,77
+1	+5/2	9,90	9,91	1,93	0,028
0	+5/2	19,81	19,82	1,17	0,005
-1	+5/2	29,78	29,74	1,22	0,000
-2	+3/2	16,81	15,86	1,15	0,000
Total				8,17	5,80

TABLE E.1 – Désaccords laser des transitions et comptes d'ions mesurés à résonance.

E.3 Temps de relaxation lasers

La figure (E.4) représente les oscillations de Rabi mesurées sur les transitions laser vers les états $|52D\rangle$ et $|45S\rangle$. La séquence utilisée dans le cas de l'excitation vers l'état $|52D\rangle$ est celle décrite sur la figure (4.8), dans laquelle nous faisons varier la durée des impulsions laser. Nous notons τ_p celle de l'impulsion infrarouge qui reste toujours enchâssée dans celle à 420 nm. Nous mesurons une impulsion π de $\tau_\pi = 0,9856(4) \mu\text{s}$. Dans le cas de l'excitation vers $|45S\rangle$, nous avons ajusté la puissance des impulsions pour obtenir une impulsion π de durée similaire à celle de la précédente. Nous mesurons $\tau_\pi = 1,0354(4) \mu\text{s}$. Nous mesurons respectivement des temps de relaxation de $t_{1,52D} = 26(1) \mu\text{s}$ et $t_{1,45S} = 34(1) \mu\text{s}$ pour les transitions vers les états $|52D\rangle$ et $|45S\rangle$. Les taux correspondants valent $\gamma_{52D} = 2\pi \times 6,1(2) \text{ kHz}$ et $\gamma_{45S} = 2\pi \times 4,7(1) \text{ kHz}$.

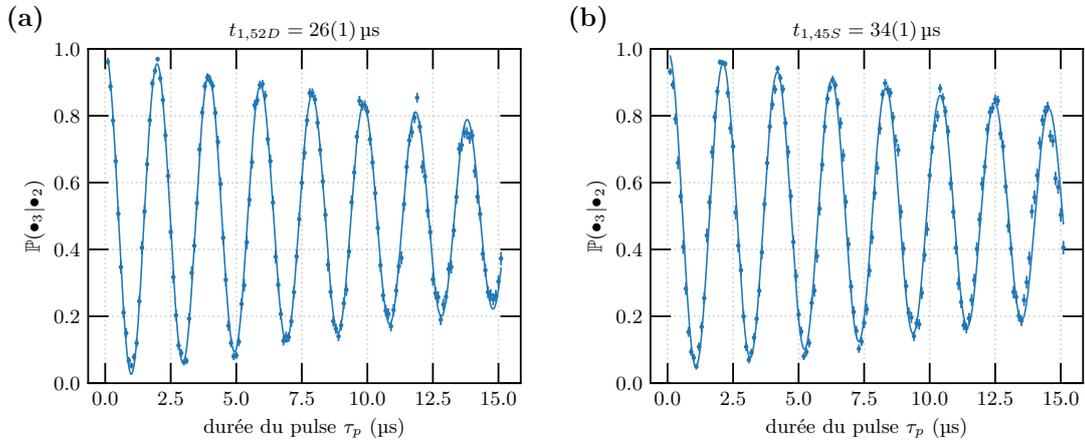


FIGURE E.4 – Oscillations de Rabi mesurées sur les transitions vers les états $|52D\rangle$ (a) et $|45S\rangle$ (b).

Les causes possibles d'imperfections lors de l'excitation cohérente d'états de Rydberg ont été discutées par l'équipe d'A. Browaeys et T. Lahaye dans la référence [130]. Nous nous contentons ici d'apporter quelques ordres de grandeurs sur ces causes dans le cadre de notre expériences.

Pour des atomes à $T = 4,5 \mu\text{K}$, l'élargissement Doppler vaut $\Delta\nu_{\text{Doppler}} = 41 \text{ kHz}$. En considérant une distribution gaussienne de désaccords de largeur $\Delta\nu_{\text{Doppler}}$ et en moyennant les probabilités d'excitation données par la formule de Rabi pour un tirage de 10000 désaccords, nous constatons une efficacité de l'impulsion 15π supérieure à 99 %. L'effet Doppler a donc une influence très faible sur l'efficacité d'excitation.

Ces mesures sont effectuées sur un réseau de $3 \times 3 = 9$ atomes disposés dans un rectangle de $60 \times 50 \mu\text{m}^2$. À cette échelle de distance, l'extension spatiale des faisceaux laser d'excitation peut induire une pulsation de Rabi ou un désaccord inhomogène. Pour vérifier l'influence de ces inhomogénéités sur le temps de relaxation, nous comparons le temps de relaxation t_1 de l'oscillation de Rabi moyenne des 9 atomes et la moyenne des temps de relaxation $\langle t_1 \rangle$ de l'oscillation de Rabi de chaque atome. Les valeurs obtenues sont reportées dans la table (E.2). Nous constatons que les temps de relaxation à un seul atome sont légèrement plus grand que celui de la moyenne du signal sur 9 atomes. Les inhomogénéités des faisceaux laser ont donc un petit effet sur le temps de relaxation des oscillations de Rabi et ne sont pas suffisant pour expliquer le temps de relaxation observé.

La durée de vie finie des états est susceptible de dégrader la qualité de l'excitation.

États	t_1 (μs)	$\langle t_1 \rangle$ (μs)
$ 52D\rangle$	26(1)	29(1)
$ 45S\rangle$	34(1)	39(2)

TABLE E.2 – Temps de relaxation moyenne et moyenne des temps de relaxation.

Avec des temps de vie respectifs de $\tau_{52D} = 69 \mu\text{s}$ et $\tau_{45S} = 51 \mu\text{s}$, on obtient des taux de désexcitation de $\gamma_{52D} = 2\pi \times 2,3 \mu\text{s}$ et $\gamma_{45S} = 2\pi \times 3,1 \mu\text{s}$. Ces ordres de grandeur de taux sont compatibles avec les imperfections observées. Toute fois, elles doivent donner lieu à un amortissement assymétrique de l'oscillation de Rabi, ce qui n'est pas manifeste ici.

On peut évaluer l'influence du temps de vie fini du niveau intermédiaire $|6P\rangle$ par :

$$\gamma_{6P} \approx \Gamma_{6P} \frac{\Omega_{1015}^2}{2\Delta_{6P}^2}. \quad (\text{E.8})$$

Avec les données fournies au paragraphe 4.3.2 et en prenant $\Gamma_{6P} = 2\pi \times 1,3 \text{ MHz}$, nous obtenons $\gamma_{6P} = 2\pi \times 0,37 \text{ kHz}$. L'effet de la fluorescence de l'état $|6P\rangle$ sur le temps de vie des états de Rydberg est donc négligeable.

Nous attribuons donc finalement l'essentiel de l'amortissement au bruit de phase des lasers d'excitation. Nous avons mesuré des amplitudes de bruit respectivement de $\Delta\nu_{420} = 2,4 \text{ kHz}$ et $\Delta\nu_{1017} = 1,2 \text{ kHz}$. Nous suspectons que le bruit de phase du laser à 1015 nm est plus élevé, ce qui explique le temps d'amortissement plus court des oscillations de Rabi de la transition vers l'état $|52D\rangle$. Il se pourrait également qu'une partie de l'amortissement soit dû à du bruit magnétique.

E.4 Mesure des champs électrique et magnétique

La mesure des champs électrique et magnétique auxquels sont soumis les atomes est réalisée par spectroscopie microonde des transitions $nC - n'C$ et $nC - n'E^-$. Les effets Paschen-Back et Stark sont aisément calculables à l'aide des équations respectives (1.16) et (1.27). Les cinq spectres utilisés ici sont représentés sur la figure (E.5). Les spectres des transitions $nC - n'C$ sont obtenus en traçant la probabilité de recapture des atomes en fonction du désaccord microonde lors d'une séquence telle que celle représentée sur la figure (4.12). Le spectre de la transition $50C - 52E^-$ est mesuré en préparant l'état $|52C\rangle$ par circularisation, puis l'état $|50C\rangle$ par transfert microonde et est mesuré par détection par ionisation. Les valeurs des fréquences centrales des pics sont regroupées dans la table (E.3).

Transition	Fréquence (MHz)	Détection
$52C - 50C$	$2 \times 49\,658,255\,7(36)$	optique
$52C - 51C$	48 198,450(17)	optique
$52C - 53C$	45 496,673(25)	optique
$52C - 54C$	$2 \times 44\,245,430\,5(32)$	optique
$50C - 52E^-$	$2 \times 49\,568,972(25)$	ionique

TABLE E.3 – Fréquences des transitions obtenues à partir des spectres. Le facteur 2 précédant certaines transitions indique celles à deux photons.

Un ajustement des fréquences des cinq transitions mesurées, dont les paramètres libres sont les valeurs des champs électrique et magnétique, donne $B_x = 13,99(4)$ G et $F_x =$

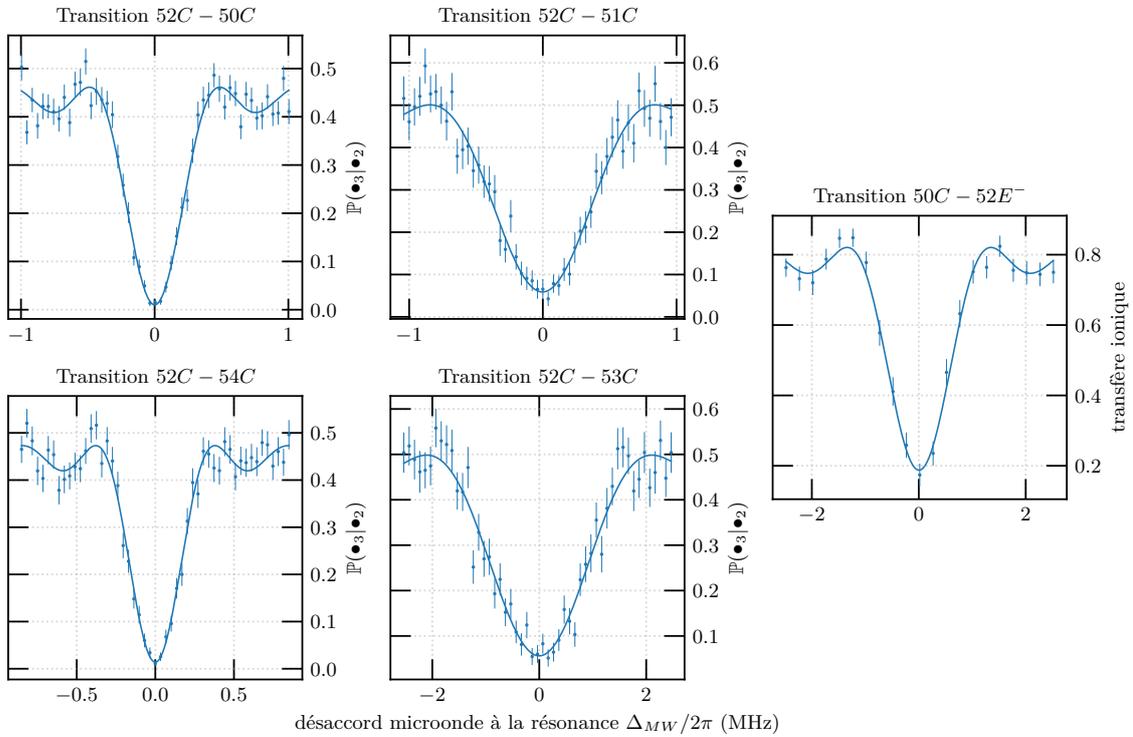


FIGURE E.5 – Spectres d'excitation microonde.

1,592(2) V/cm. Sachant que ce dernier champ est obtenu en appliquant sur les électrodes selon x une tension de $V_{\text{DAC}} = -1,912$ V et que la valeur nécessaire pour annuler le champ électrique, déterminée par des mesures antérieures, est de $V_{\text{DAC}}^0 = 0,019$ V, le coefficient géométrique de calibration du champ électrique de $|F_x / (V_{\text{DAC}} - V_{\text{DAC}}^0)| = 0,824 \text{ cm}^{-1}$. Les effets Stark linéaires et quadratiques utiles à l'ajustement sont reportés sur la table (E.4).

n	$\alpha_C^{(2)}$ (MHz/(V/cm) ²)	$\alpha_E^{(1)}$ (MHz/(V/cm))	$\alpha_E^{(2)}$ (MHz/(V/cm) ²)	$\alpha_E^{(3)}$ (kHz/(V/cm) ³)
40	-0.539	76.773	-0.566	0.039
41	-0.624	78.692	-0.655	0.049
42	-0.720	80.611	-0.755	0.061
43	-0.828	82.531	-0.868	0.075
44	-0.950	84.450	-0.994	0.093
45	-1.085	86.369	-1.135	0.113
46	-1.237	88.289	-1.293	0.138
47	-1.406	90.208	-1.468	0.168
48	-1.594	92.127	-1.663	0.203
49	-1.802	94.047	-1.878	0.245
50	-2.032	95.966	-2.117	0.294
51	-2.287	97.885	-2.380	0.351
52	-2.567	99.804	-2.670	0.418
53	-2.876	101.724	-2.989	0.497
54	-3.215	103.643	-3.339	0.588
55	-3.586	105.562	-3.723	0.694
56	-3.993	107.482	-4.142	0.817
57	-4.437	109.401	-4.601	0.958
58	-4.922	111.320	-5.100	1.121
59	-5.450	113.240	-5.644	1.308
60	-6.024	115.159	-6.236	1.522
61	-6.649	117.078	-6.879	1.767
62	-7.326	118.998	-7.575	2.046
63	-8.059	120.917	-8.330	2.363
64	-8.853	122.836	-9.146	2.724
65	-9.711	124.756	-10.027	3.133
66	-10.637	126.675	-10.979	3.595
67	-11.636	128.594	-12.004	4.118
68	-12.711	130.514	-13.108	4.706
69	-13.868	132.433	-14.295	5.369
70	-15.112	134.352	-15.571	6.112

TABLE E.4 – Effets Stark linéaires, quadratiques et cubiques des états circulaires et elliptiques pour $n \in \llbracket 40, 70 \rrbracket$. Les effets linéaires et cubiques des états circulaires sont nuls. Les effets linéaires et cubiques des états elliptiques $|E^\pm\rangle$ valent $\pm\alpha_E^{(i)}$, $i \in \{1; 3\}$. Pour rappel, la fréquence $\Delta\nu$ d'une transition entre deux états de Rydberg circulaires $|n_1C\rangle$ et $|n_2C\rangle$ vaut $\Delta\nu = \text{Ry} |1/n_1^2 - 1/n_2^2|$, avec $\text{Ry} \approx 3\,289,8 \text{ THz}$.

E.5 Caractéristiques atomiques des BoB

La figure (E.6) représente les caractéristiques d'un BoB du point de vue des atomes en fonction du rayon du disque π sur le SLM ramené au col du faisceau incident sur le SLM. En trait plein vert, la hauteur de la barrière du piège ou profondeur du piège en $\mu\text{K}/\text{mW}$. En trait pointillé vert, la hauteur du centre du piège en $\mu\text{K}/\text{mW}$. En traits plein et pointillé bleus, les fréquences respectivement radiale et axiale du piège.

Le calcul du potentiel du BoB est effectué de manière analytique à partir du développement présenté dans l'annexe B.2. Les paramètres initiaux de ce calcul sont au nombre de quatre. La longueur d'onde est imposée à $\lambda = 821 \text{ nm}$. L'ouverture numérique effective à $1/e^2$ noté ON_e , le rayon du disque R_π/W et le rayon de la troncature P/W , tous deux exprimés en unité de col de faisceau W , sont ajustés à partir d'une coupe semblable à celle présentée sur la figure (2.6b). Le BoB correspondant à cette coupe est celui utilisé lors des expériences sur les états de Rydberg. Cet ajustement donne : $ON_e = 0,272$, $R_\pi/W = 0,764$ et $P/W = 1,28$ et correspondent au BoB (c) sur la figure. Les profils de BoB (a), (b) et (d) sont calculés à partir de ces paramètres en variant R_π/W . L'intérêt de cet ajustement par rapport à une mesure directe de chaque paramètre est de pouvoir prendre en compte au mieux l'écart entre le profil d'intensité sur le SLM mesuré dans l'annexe C.2 et un profil gaussien tronqué idéal.

Le BoB choisi pour les expériences (c) est presque aussi profond que le BoB le plus profond, tout en étant environ 30 % plus noir.

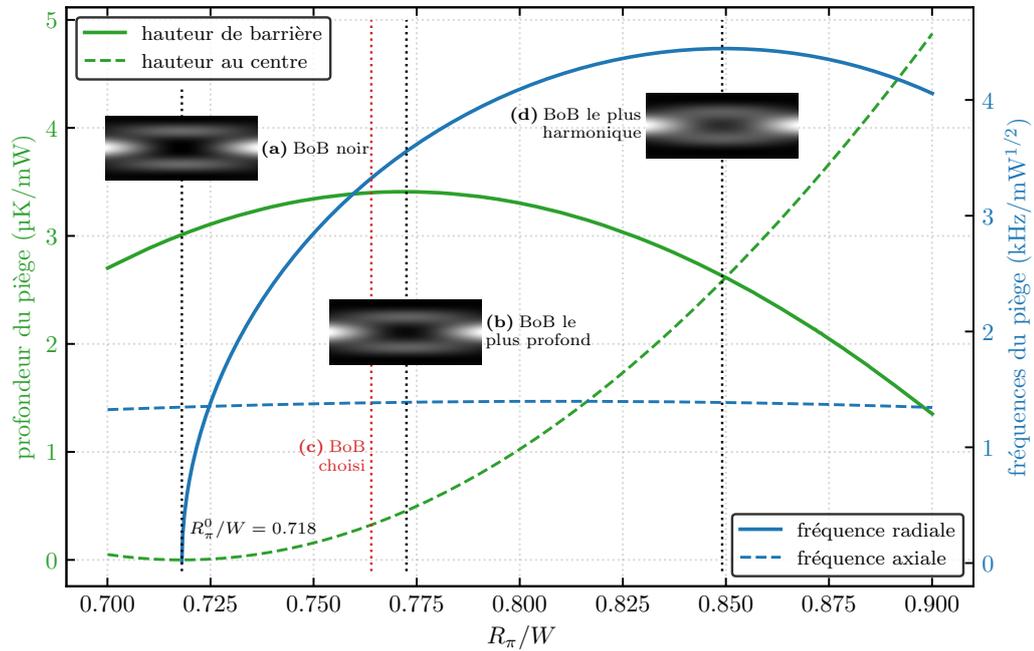


FIGURE E.6 – Caractéristiques atomiques des BoB en fonction du rayon du disque π ramené au col du faisceau incident sur le SLM.

E.6 Imperfections de circularisation et de décircularisation

Désexcitation de $50C$

La séquence présentée sur la figure (E.7a) met en œuvre la spectroscopie microonde entre les états $|52C\rangle$ et $|50C\rangle$. Il s'agit d'une transition à deux photons comme représentée sur la figure (E.7b). Sur la figure (E.7c), nous représentons deux spectres obtenus, en bleu et en rouge, respectivement dans les configurations où il y a 4 ou 9 atomes en présence. Dans le premier cas, les atomes sont deux à deux éloignés d'au moins $50\mu\text{m}$, dans le deuxième cas d'au moins $25\mu\text{m}$. Nous constatons que la présence d'interactions entre atomes réduit l'efficacité de circularisation d'environ 1,5 %, réduisant la probabilité de circularisation puis de décircularisation de 50 % à 49 %.

La courbe rouge sur la figure (E.7c) permet de déterminer une efficacité de recapture maximale de l'état $|50C\rangle$ de 0,5 %. En l'absence de la seconde impulsion radiofréquence, nous mesurons par ailleurs une recapture de 0,4 %, indépendante de l'existence ou non de l'impulsion microonde $52C - 50C$. La probabilité de recapture de l'état $|50C\rangle$ est donc au maximum de 0,1 %. Il s'agit d'une borne supérieure puisque cette séquence ne permet pas de distinguer la recapture de l'état $|50C\rangle$ d'une imperfection de l'impulsion microonde $52C - 50C$.

Désexcitation de $51C$ et $53C$

Une séquence similaire est utilisée pour déterminer la probabilité de recapture des états $|51C\rangle$ et $|53C\rangle$, en utilisant maintenant une impulsion microonde transférant l'état $|52C\rangle$ vers les états respectifs $|51C\rangle$ ou $|53C\rangle$. Pour pouvoir distinguer la recapture de ces états de l'imperfection de l'impulsion π microonde utilisée pour les préparer, nous ajoutons immédiatement après cette impulsion une seconde impulsion π $52C - 54C$, de sorte à annuler la population résiduelle de l'état $|52C\rangle$, en la transférant dans un état dont la recapture est négligeable. En revanche, il existe une probabilité non négligeable que l'état circulaire — $|51C\rangle$ ou $|53C\rangle$ — se désexcite vers l'état $|52C\rangle$ pendant la durée Δt séparant la fin de l'impulsion microonde $52C - 54C$ et le début de l'impulsion radiofréquence de décircularisation. Dans le cas de l'état $|51C\rangle$, la probabilité de désexcitation ϵ_{51C} s'exprime en fonction de la probabilité de recapture à résonance $\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2)$ comme :

$$\epsilon_{51C} = \frac{\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2) - \frac{1}{p_{\text{decirc}}} \frac{\Delta t}{2\tau_{51C}}}{p_{\text{circ}}}, \quad (\text{E.9})$$

avec les notations et les valeurs numériques du paragraphe 5.4. En prenant $\Delta t = 6\mu\text{s}$, $\tau_{51C} = 130\mu\text{s}$, sachant que nous mesurons $\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2) = 4,3(6)\%$, nous trouvons $\epsilon_{51C} = 3,9(8)\%$.

Dans le cas de l'état $|53C\rangle$, les valeurs numériques $\Delta t = 7\mu\text{s}$, $\tau_{53C} = 130\mu\text{s}$ et $\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2) = 3,1(6)\%$ conduisent à $\epsilon_{53C} = 1,8(8)\%$.

Excitation résiduelle et désexcitation de $52E^-$

Pour mesurer la population de l'état $|52E^-\rangle$ après la circularisation, nous utilisons une impulsion microonde π effectuant la transition à deux photons entre les états $|52E^-\rangle$ et $|50C\rangle$. Pour cela, nous reprenons la séquence de la figure (E.7a) en faisant précéder à l'impulsion $50C - 52C$ une impulsion $52E^- - 50C$. Celle-ci transfère la population résiduelle de $|52E^-\rangle$ dans l'état $|50C\rangle$. L'impulsion $50C - 52C$ échange alors les populations des états $|50C\rangle$ et $|52C\rangle$, de sorte que la population finalement dans l'état $|52C\rangle$ soit celle qui était initialement

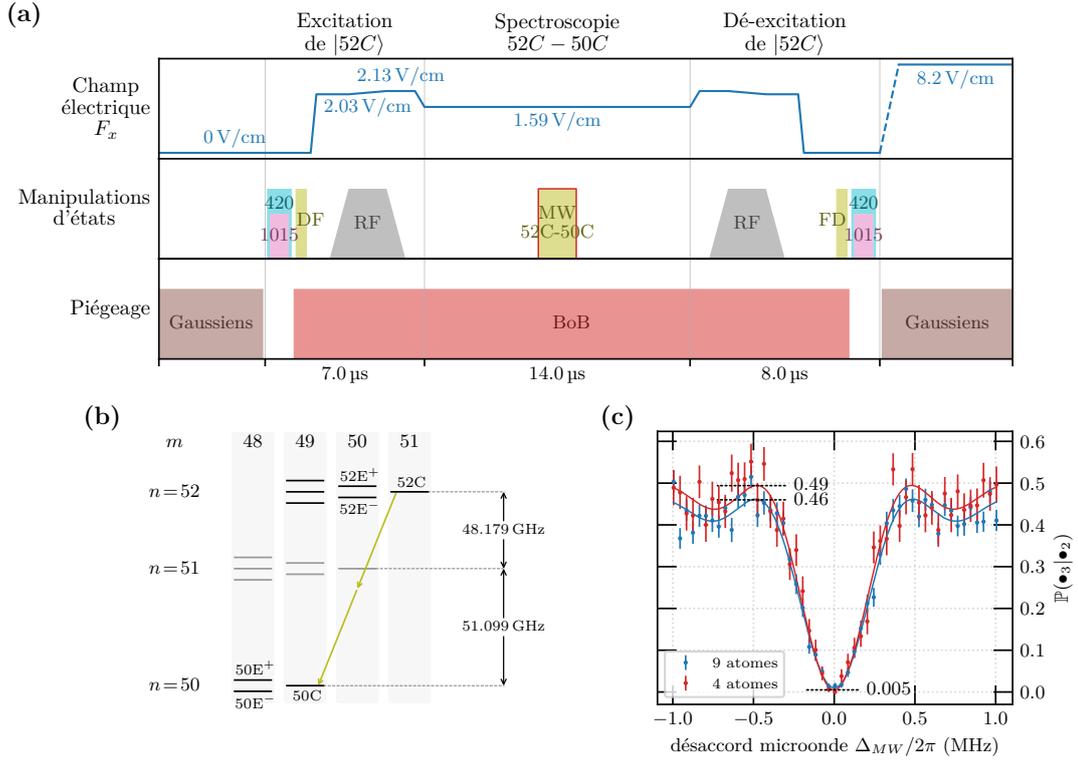


FIGURE E.7 – (a) Séquence permettant la mise en œuvre de la spectroscopie microonde $52C - 50C$. L'impulsion microonde dont la fréquence varie pour obtenir le spectre est encadré en rouge. (b) Schéma des niveaux de plus grand ℓ entourant les niveaux $|52C\rangle$ et $|50C\rangle$. (c) Spectres obtenus, en bleu, lorsque les $3 \times 3 = 9$ atomes sont répartis sur un réseau de maille élémentaire $30 \times 25 \mu\text{m}^2$ et, en rouge, lorsque seuls $2 \times 2 = 4$ atomes sont présents disposés selon un rectangle de $60 \times 50 \mu\text{m}^2$.

dans l'état $|52E^- \rangle$. Nous mesurons une probabilité de recapture de $\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2) = 1,8\%$. La probabilité de préparation de l'état p_{52E^-} de l'état $|52E^- \rangle$ vaut :

$$p_{52E^-} = \frac{\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2)}{p_{\text{decirc}}}. \quad (\text{E.10})$$

Nous trouvons donc $p_{52E^-} = 2,7\%$.

En inversant l'ordre des impulsions microondes, nous préparons successivement les états $|50C\rangle$ puis $|52E^- \rangle$. Nous pouvons alors mesurer la probabilité de désexcitation ϵ_{52E^-} de l'état elliptique donnée par :

$$\epsilon_{52E^-} = \frac{\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2)}{p_{\text{circ}}}. \quad (\text{E.11})$$

Nous mesurons une probabilité de recapture de $\mathbb{P}(\bullet_3|\bullet_2) = 4,1\%$, la probabilité de désexcitation de l'état $|52E^- \rangle$ est donc de $\epsilon_{52E^-} = 5,7\%$

Excitation résiduelle de $52F$

La probabilité p_{52F} de préparer l'état $|52F\rangle$ à l'issue de la circularisation est estimée à l'aide de la détection par ionisation, en mesurant le rapport entre le nombre d'ions comptés dans la fenêtre de détection de l'état $|52F\rangle$ et le compte d'ions total. Nous mesurons $p_{52F} =$

3,9%. Notons qu'il pourrait tout aussi bien s'agir d'autres états de faibles ℓ s'ionisant au même potentiel.

Annexe F

Analyse de la mesure QND

F.1 Interaction à trois atomes

Soit $\mathcal{B}_{\text{triplet}} = \{|45S\rangle; |45P\rangle\}_{\text{sonde gauche}} \otimes \{|53C\rangle; |54C\rangle\}_{\text{cible}} \otimes \{|45S\rangle; |45P\rangle\}_{\text{sonde droite}}$ la base des états d'un triplet composé de deux atomes sondes placés de part et d'autre d'un atome cible. Cette base contient les huit états produits suivants :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{\text{triplet}} = \{ & |45S, 53C, 45S\rangle \\ & ; |45S, 54C, 45S\rangle; |45S, 53C, 45P\rangle; |45P, 53C, 45S\rangle \\ & ; |45P, 53C, 45P\rangle; |45S, 54C, 45P\rangle; |45P, 54C, 45S\rangle \\ & ; |45P, 54C, 45P\rangle\}. \end{aligned} \quad (\text{F.1})$$

Nous nous plaçons dans les conditions de la figure (5.9b) dans lesquelles les trois atomes sont alignés et l'axe du triplet correspond à l'axe de quantification. Les interactions entre chaque atome sonde et l'atome cible sont donc identiques. Dans l'équation (F.1), chaque ligne regroupe les états dégénérés en l'absence d'interaction dipôle-dipôle. Ces états sont couplés deux à deux par le hamiltonien dipôle-dipôle \hat{V}_{dd} , donné par l'équation (1.43), selon le hamiltonien d'interaction :

$$\hat{V}_{\text{dd}} = \hbar \begin{pmatrix} -\omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J & J & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 & J & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J & \omega_0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J & j & \omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_0 \end{pmatrix} \begin{matrix} |45S, 53C, 45S\rangle \\ |45S, 54C, 45S\rangle \\ |45S, 53C, 45P\rangle \\ |45P, 53C, 45S\rangle \\ |45P, 53C, 45P\rangle \\ |45S, 54C, 45P\rangle \\ |45P, 54C, 45S\rangle \\ |45P, 54C, 45P\rangle \end{matrix}, \quad (\text{F.2})$$

avec $J = C_3/R^3$ le couplage entre l'atome sonde et l'atome cible et $j = C'_3/8R^3$ celui entre les deux atomes sondes. Les coefficients d'interaction valent respectivement $C_3 = 2\pi \times 2,25 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$ et $C'_3 = 2\pi \times 1,30 \text{ GHz} \cdot \mu\text{m}^3$. On a donc $j/J \approx 0,07$ quelle que soit la distance R . Nous négligeons le couplage j par la suite. Nous nous intéressons ici uniquement aux états couplés par quatre photons laser — deux excitations laser à deux photons — à l'état $|G_t\rangle = |F = 2, 54C, F = 2\rangle$. C'est-à-dire qu'on se restreint au sous-espace généré par la base $\mathcal{B}'_{\text{triplet}} = \{|45S, 54C, 45S\rangle; |45S, 53C, 45P\rangle; |45P, 53C, 45S\rangle\}$. Le hamiltonien d'interaction à

trois atomes s'écrit alors :

$$\hat{V}'_{\text{ddd}} = \hbar J \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{F.3})$$

Ce hamiltonien est diagonal dans la base $\{|-2\rangle; |0_2\rangle; |+2\rangle\}$, où l'indice 2 signifie que le triplet porte deux excitations laser. Ces états s'écrivent :

$$\begin{aligned} |\pm_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|45S, 54C, 45S\rangle \pm \frac{1}{2}(|45S, 53C, 45P\rangle + |45P, 53C, 45S\rangle) \\ |0_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|45S, 53C, 45P\rangle - |45P, 53C, 45S\rangle) \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

Le hamiltonien diagonal s'écrit :

$$\hat{V}'_{\text{ddd}} = \hbar J \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (\text{F.5})$$

Rappelons ici à titre de comparaison les états propres lors de l'interaction entre un atome cible et un seul atome sonde, donnés par l'équation (F.8) :

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|45S, 54C\rangle \pm |45P, 53C\rangle), \quad (\text{F.6})$$

ainsi que l'expression du hamiltonien d'interaction à deux atomes, diagonal dans la base formée par ces deux états :

$$\hat{V}_{\text{dd}} = \hbar J \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{F.7})$$

Nous notons \hat{W} l'opérateur couplant les états $|F=2\rangle$ et $|45S\rangle$ lors de l'excitation laser à deux photons. Ce couplage vaut $W = \langle 45S | \hat{W} | F=2 \rangle$. Dans le cadre de l'excitation laser à partir de l'état $|G_t\rangle = |F=2, 54C, F=2\rangle$, les états propres du triplet couplés sont les superpositions symétriques :

$$\begin{aligned} |\pm_1\rangle &= \frac{1}{2} \left[|45S, 54C, F=2\rangle + |F=2, 54C, 45S\rangle \right. \\ &\quad \left. \pm (|45P, 53C, F=2\rangle + |F=2, 53C, 45P\rangle) \right], \end{aligned} \quad (\text{F.8})$$

avec un couplage valant $\langle \pm_1 | \hat{W} | G_t \rangle = W$. L'indice 1 signifie que le triplet porte une excitation laser. Ces états sont eux mêmes couplés par une seconde excitation laser à deux photons aux états $|\pm_2\rangle$. Les couplages valent alors $\langle \pm_2 | \hat{W} | \pm_1 \rangle = \frac{\sqrt{2}+1}{2}W$ et $\langle \pm_2 | \hat{W} | \mp_1 \rangle = \frac{\sqrt{2}-1}{2}W$. L'état $|0_2\rangle$ n'est pas couplé par laser. Lors de l'excitation laser du triplet à partir de l'état $|G_t\rangle$, en fonction du désaccord laser Δ_L , nous pouvons exciter les états $|\pm_1\rangle$ par excitation à deux photons ou bien les états $|\pm_2\rangle$ par excitation à quatre photons, en passant au voisinage d'un des niveaux intermédiaires $|\pm_1\rangle$. Lors de l'excitation laser de $|+2\rangle$, l'effet du niveau $|-1\rangle$ peut être négligé puisque son couplage est plus de 5 fois plus faible que celui de $|+1\rangle$ et qu'il est bien plus désaccordé. Le hamiltonien s'écrit alors dans la base $\{|G_t\rangle; |+1\rangle; |+2\rangle\}$:

$$\hat{W}_t = \hbar \begin{pmatrix} 0 & W & 0 \\ W & \Delta_L + J & \frac{\sqrt{2}+1}{2}W \\ 0 & \frac{\sqrt{2}+1}{2}W & 2\Delta_L + \sqrt{2}J \end{pmatrix}. \quad (\text{F.9})$$

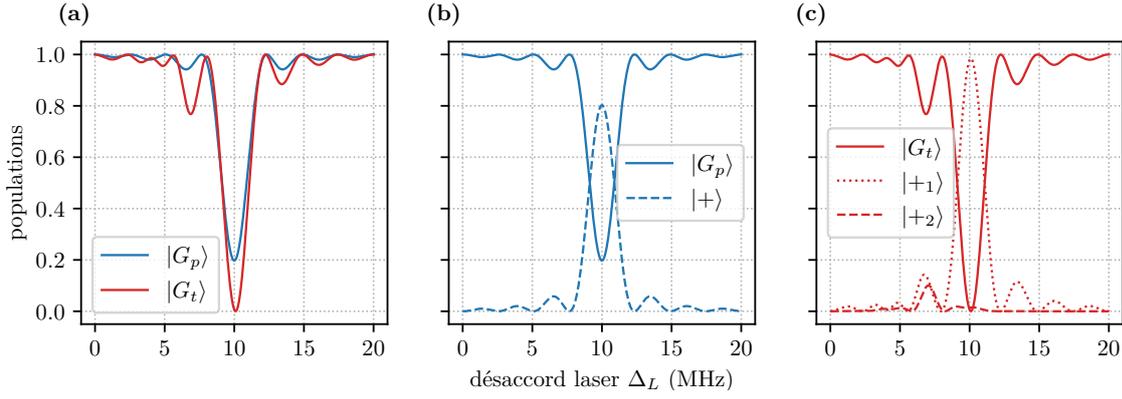


FIGURE F.1 – L'intégration est réalisée pour $\tau_\pi = 0,4\mu\text{s}$ et $J = 10\text{MHz}$. **(a)** Populations des états $|G_p\rangle = |F = 2, 54C\rangle$ et $|G_t\rangle = |F = 2, 54C, F = 2\rangle$. **(b)** Populations des états de la paire. **(c)** Populations des états du triplet.

Rappelons que dans la base de la paire $\{|G_p\rangle; |+ \rangle\}$, avec $|G_p\rangle = |F = 2, 54C\rangle$, le couplage laser s'écrit :

$$\hat{W}_p = \hbar \begin{pmatrix} 0 & W/\sqrt{2} \\ W/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{F.10})$$

La figure (F.1) représente les populations des différents états lorsque les atomes sont soumis à une impulsion de durée $\tau_\pi = \pi/(2W)$, correspondant à l'impulsion π à un atome. Les résultats sont obtenus par intégration numérique de l'équation de Schrödinger. En l'absence d'atome sonde dans l'état $|54C\rangle$, l'excitation a lieu à désaccord nul. En présence d'un ou deux atomes sondes dans l'état $|54C\rangle$, l'excitation effectuée à désaccord nul est bloquée. Le cas de la paire, dont la dynamique est donnée par le hamiltonien \hat{W}_p , est représenté en bleu. Le cas du triplet, dont la dynamique est donnée par le hamiltonien \hat{W}_t , est représenté en rouge.

En conclusion, l'effet de l'excitation de l'état $|+2\rangle$ n'a qu'un impact négligeable sur la qualité du blocage dipolaire. La différence essentielle entre la paire et le triplet réside dans la différence d'élément de matrice, $W/\sqrt{2}$ contre W , pour exciter les états respectifs $|\pm\rangle$ et $|\pm_1\rangle$. En fonction de l'impact de l'élargissement des raies, qui n'a pas été évalué ici, le blocage pourrait être jusqu'à 1% moins bon dans le cas du triplet. Toute fois, les données de la figure (5.11c) ne semblent pas laisser la place pour cet effet, puisque nous expliquons totalement l'imperfection de blocage avec les collisions et la photoionisation.

F.2 Modèle de probabilité

Les événements possibles associés à la recapture des atomes d'un triplet sont au nombre de $2^3 = 8$. Comme nous considérons les deux atomes sondes comme indiscernables du point de vue de leurs interactions avec l'atome cible, nous regroupons deux à deux les événements brisant la symétrie entre les atomes sondes pour obtenir les deux événements suivants : $\blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3 \cup \blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3$ et $\blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3 \cup \blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3$. Nous les noterons simplement respectivement $\blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3$ et $\blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3$. À partir des l'arbre de probabilité présenté sur la figure (5.10), nous calculons les probabilité suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3) &= p_{\text{circ}} (1 - p(\tau_p)) (1 - \eta_{52C})^2 [(1 - p_2)p_{\text{decirc}} + p_2\epsilon_{54C}] \\ &\quad + p_{\text{circ}} p(\tau_p) \eta_{54C}^2 [(1 - p_2)\epsilon_{54C} + p_2 p_{\text{decirc}}] \\ &\quad + (1 - p_{\text{decirc}} - p_{52F}) (1 - \eta_{52X})^2 \epsilon \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3) &= p_{\text{circ}} (1 - p(\tau_p)) 2\eta_{52C} (1 - \eta_{52C}) [(1 - p_2)p_{\text{decirc}} + p_2\epsilon_{54C}] \\ &\quad + p_{\text{circ}} p(\tau_p) 2\eta_{54C} (1 - \eta_{54C}) [(1 - p_2)\epsilon_{54C} + p_2 p_{\text{decirc}}] \\ &\quad + (1 - p_{\text{decirc}} - p_{52F}) 2\eta_{52X} (1 - \eta_{52X}) \epsilon \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_3 \bullet_3 \blacktriangleleft_3) &= p_{\text{circ}} (1 - p(\tau_p)) \eta_{52C}^2 [(1 - p_2)p_{\text{decirc}} + p_2\epsilon_{54C}] \\ &\quad + p_{\text{circ}} p(\tau_p) (1 - \eta_{54C})^2 [(1 - p_2)\epsilon_{54C} + p_2 p_{\text{decirc}}] \\ &\quad + (1 - p_{\text{decirc}} - p_{52F}) \eta_{52X}^2 \epsilon \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3) &= p_{\text{circ}} (1 - p(\tau_p)) (1 - \eta_{52C})^2 [(1 - p_2)(1 - p_{\text{decirc}}) + p_2(1 - \epsilon_{54C})] \\ &\quad + p_{\text{circ}} p(\tau_p) \eta_{54C}^2 [(1 - p_2)(1 - \epsilon_{54C}) + p_2 (1 - p_{\text{decirc}})] \\ &\quad + p_{52F} (1 - \eta_{52F})^2 + (1 - p_{\text{decirc}} - p_{52F}) (1 - \eta_{52X})^2 (1 - \epsilon) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3) &= p_{\text{circ}} (1 - p(\tau_p)) 2\eta_{52C} (1 - \eta_{52C}) [(1 - p_2)(1 - p_{\text{decirc}}) + p_2(1 - \epsilon_{54C})] \\ &\quad + p_{\text{circ}} p(\tau_p) 2\eta_{54C} (1 - \eta_{54C}) [(1 - p_2)(1 - \epsilon_{54C}) + p_2 (1 - p_{\text{decirc}})] \\ &\quad + p_{52F} 2\eta_{52F} (1 - \eta_{52F}) + (1 - p_{\text{decirc}} - p_{52F}) 2\eta_{52X} (1 - \eta_{52X}) (1 - \epsilon) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{|2}(\blacktriangleright_3 \circ_3 \blacktriangleleft_3) &= p_{\text{circ}} (1 - p(\tau_p)) \eta_{52C}^2 [(1 - p_2)(1 - p_{\text{decirc}}) + p_2(1 - \epsilon_{54C})] \\ &\quad + p_{\text{circ}} p(\tau_p) (1 - \eta_{54C})^2 [(1 - p_2)(1 - \epsilon_{54C}) + p_2 (1 - p_{\text{decirc}})] \\ &\quad + p_{52F} \eta_{52F}^2 + (1 - p_{\text{decirc}} - p_{52F}) \eta_{52X}^2 (1 - \epsilon) \end{aligned}$$

F.3 Blocage par $52F^*$

On se place dans les conditions de la figure (F.2a) où un atome sonde est placé à $R = 6 \mu\text{m}$ d'un atome cible, l'axe des paires étant colinéaire à l'axe de quantification x , déterminé par l'orientation du champ électrique. L'atome cible est préparé dans l'état $|52F^*\rangle$, dans un champ de $F_x = 1,59 \text{ V/cm}$, comme représenté sur la figure (F.2c). Nous effectuons alors une spectroscopie laser de l'atome sonde et nous obtenons la courbe rouge sur la figure (F.2b). La courbe bleue correspond au spectre laser obtenu sans atome cible. Le dipôle statique de l'état $|52F^*\rangle$ modifie la fréquence de la transition vers l'état $|45S\rangle$. Nous déterminons une probabilité d'excitation de l'atome sonde au voisinage d'un atome cible dans l'état $|52F^*\rangle$ de $\eta_{52F} = 46 \%$.

Nous pouvons vérifier que le décalage en fréquence mesuré correspond bien à l'effet du dipôle statique de l'état $|52F^*\rangle$. L'équation (1.25) permet de déduire le dipôle statique d'un état parabolique $|n, k, m\rangle$:

$$d_{n,k} = -\frac{3}{2}kna_0e. \quad (\text{F.11})$$

Les axes du dipôle et de la paire étant colinéaires, le champ électrique produit à la position de l'atome sonde s'écrit :

$$F_{n,k} = -\frac{3kna_0e}{4\pi\epsilon_0R^3}. \quad (\text{F.12})$$

Le décalage en fréquence $\Delta\nu$ produit par effet Stark sur la transition vers l'état $|45S\rangle$ vaut alors :

$$\Delta\nu = \frac{\alpha_{45S}^{(2)}}{h} \left[(F_x + F_{n,k})^2 - F_x^2 \right]. \quad (\text{F.13})$$

Avec $\alpha_{45S}^{(2)} = -12,5 \text{ MHz}/(\text{V/cm})^2$ et $|52F^*\rangle = |n = 52, k = -47, m = 2\rangle$, nous calculons $\Delta\nu = -1,04 \text{ MHz}$. Nous mesurons à partir des spectres une valeur de $\Delta\nu = -1,04(2) \text{ MHz}$. Cette égalité à 10 kHz près est surprenante. D'une part, l'équation (F.11) n'est vraie que pour un atome hydrogénoïde, ce qui n'est pas exactement le cas pour l'état $|52F^*\rangle$. D'autre part, les deux courbes ont été enregistrées à presque trois semaines d'intervalle, ce qui a laissé le temps aux puissances laser de fluctuer, et donc, de produire des déplacements lumineux de valeurs différentes sur les deux spectres.

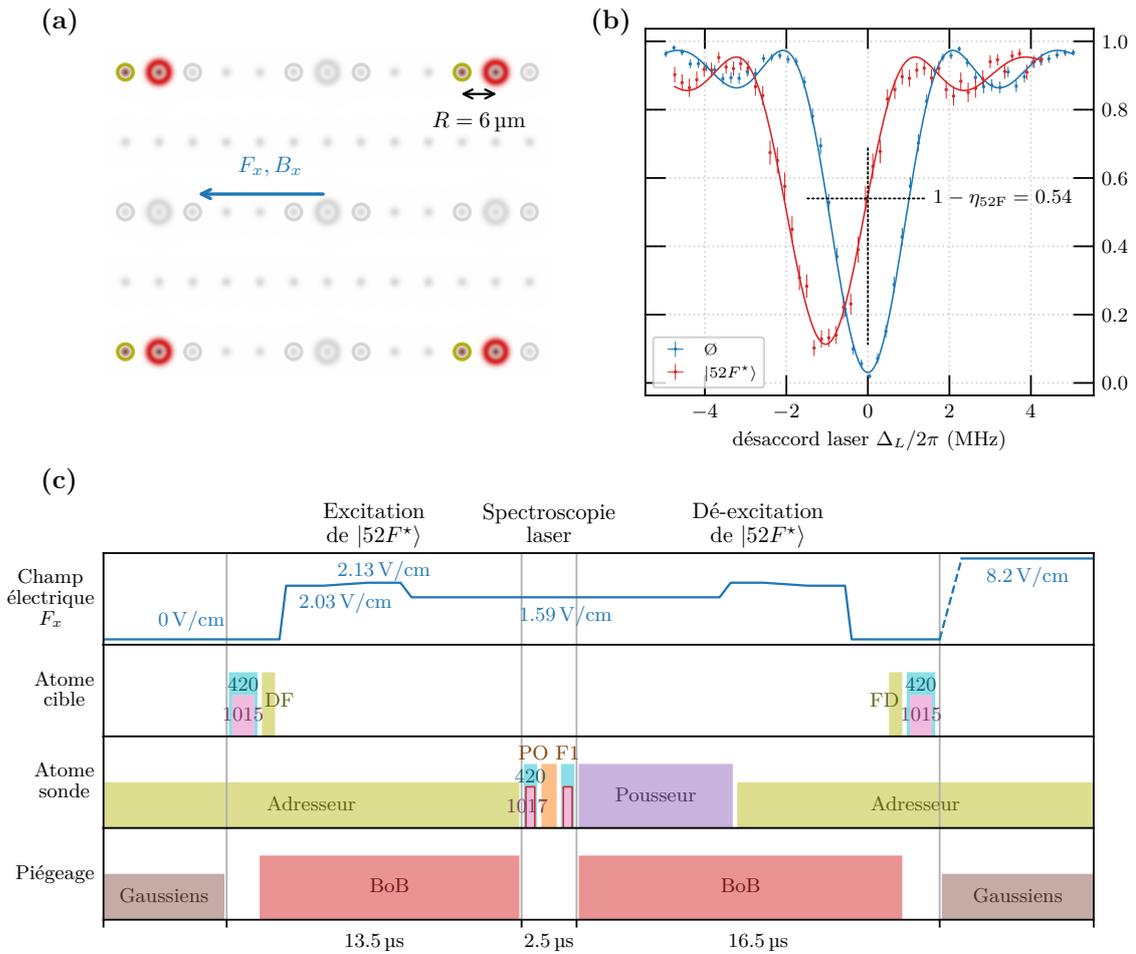


FIGURE F.2 – (a) Disposition géométrique des atomes. (b) Spectres laser d'excitation de l'atome sonde vers l'état $|45S\rangle$. Les courbes rouge et bleue correspondent respectivement aux cas où l'atome cible est présent ou non au voisinage de l'atome sonde dans l'état $|52F^*\rangle$. (c) Séquence permettant de préparer l'atome cible dans l'état $|52F^*\rangle$ puis d'effectuer la spectroscopie laser de l'atome sonde en variant la fréquence des impulsions laser encadrées en rouge.

Annexe G

Références des données

Les cahiers 1 à 6 sont mes cahiers personnels, dont une version numérisée est disponible sur *atomepuce*. Les numéros de séquence correspondant sont les numéros de *run* tels qu'indiqués par le logiciel de contrôle des SLM. Les cahiers 41 à 43 sont ceux de l'expérience. Un thésaurus accompagné de notes sur l'analyse de certaines données est disponible dans le cahier 43 page 112. Y sont référencées, en particulier, les données extraites de courbes qui ne sont pas présentées dans le manuscrit et ses annexes.

Figure	Cahier	Date	Séquence
2.5	5	11/09/2023	148, 150, 152, 154, 156, 158, 160
2.6	5	12/09/2023	8, 13, 22, 52
2.9	6	20/02/2024	51, 62
2.11	5	20/12/2022	98
2.12	6	3/04/2024	83, 84, 88, 92

TABLE G.1 – Données des figures — chapitre 2

Figure	Cahier	Date	Séquence
3.3	5	11/09/23	47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 68, 70
3.6	6	8/04/2024	35, 39, 37, 36, 40, 38
3.10	3	21/11/2020 ; 23/11/2020	26 ; 55
3.11	5	11/12/22	34
3.12	5	20/12/22 ; 15/12/22	53, 54 ; 60, 56

TABLE G.2 – Données des figures — chapitre 3

Figure	Cahier	Date	Séquence
4.8	43	20/12/2023	Ryd005, 006
4.9	43	20/12/2023	Ryd025
4.12	43	11/01/2024	Ryd021
4.13	43	19/12/2023	Ryd027, 028

TABLE G.3 – Données des figures — chapitre 4

Figure	Cahier	Date	Séquence
5.2	41	3/08/2023	Ryd028, 031, 038, 043, 046
	42	4/08/2023	Ryd003, 006, 010, 019, 023, 026, 029, 032, 036
5.3	43	16/12/2023 ; 20/12/2023	Ryd016 ; Ryd005
5.4	43	4/01/2024 ; 13/11/2023	Ryd035, 040 ; Ryd028 to 041
5.5	43	4/01/2024 ; 5/01/2024	Ryd035, 040 ; Ryd025
5.6	43	10/01/2024	Ryd050
5.7	43	18/12/2023	Ryd028, 029, 032
5.8	43	12/01/2024	Ryd041, 042
5.9	43	4/01/2024	Ryd023, 024

TABLE G.4 – Données des figures — chapitre 5

Figure	Cahier	Date	Séquence
6.1	43	19/12/2023 ; 20/12/2024	Ryd027 ; Ryd014
6.2	43	11/01/2024	Ryd018, 021
6.4	43	6/01/2024	Ryd008
6.3	43	18/12/2023	Ryd028, 030
6.7	43	13/01/2024	Ryd14, 015, 042, 046

TABLE G.5 – Données des figures — chapitre 6

Figure	Cahier	Date	Séquence
C.1	4	21/04/22	31, 27, 22, 6, 8, 2
C.2	5	19/12/2022	92
C.3	5	20/12/22 ; 15/12/22	53, 54 ; 60, 56
D.1	5	6/01/2023	15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24
E.3	42	13/09/2023	Ryd011, 014, 022, 028, 034, 010, 015, 023, 029, 035
E.4	42	14/09/2023	Ryd030, 032
E.5	43	2 ; 3 ; 7 ; 11 /01/2024	Ryd045 ; Ryd030 ; Ryd050, 060 ; Ryd021
F.2	43	19/12/2023 ; 6/01/2024	Ryd027 ; Ryd016

TABLE G.6 – Données des figures — annexes

Table	Cahier	Date	Séquence
3.3	3	11/19/20	...
3.4	5	11/12/22	34
4.2	42	19/10/2023	Ryd019, 020, 027

TABLE G.7 – Données des tables

Bibliographie

- [1] Ludwig WITTGENSTEIN. *Tractatus logico-philosophicus*. 1921.
- [2] Karl POPPER. *Logik der Forschung*. 1934.
- [3] T. KUHN. *The Structure of Scientific Revolutions*. 1962.
- [4] N. BOURBAKI. *Théorie des Ensembles*. 1939.
- [5] Kurt GÖDEL. « Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I ». In : *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38–38.1 (1931), p. 173-198. ISSN : 1436-5081.
- [6] D. T. SMITHEY et al. « Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography : Application to squeezed states and the vacuum ». In : *Physical Review Letters* 70.9 (mars 1993), p. 1244-1247. ISSN : 0031-9007.
- [7] Léo MOREL et al. « Determination of the fine-structure constant with an accuracy of 81 parts per trillion ». In : *Nature* 588.7836 (déc. 2020), p. 61-65. ISSN : 1476-4687.
- [8] X. FAN et al. « Measurement of the Electron Magnetic Moment ». In : *Physical Review Letters* 130.7 (fév. 2023), p. 071801. ISSN : 1079-7114.
- [9] Tatsumi AOYAMA et al. « Tenth-Order QED Contribution to the Electron $g-2$ and an Improved Value of the Fine Structure Constant ». In : *Physical Review Letters* 109.11 (sept. 2012), p. 111807. ISSN : 1079-7114.
- [10] I. I. RABI et al. « A New Method of Measuring Nuclear Magnetic Moment ». In : *Physical Review* 53.4 (fév. 1938), p. 318-318. ISSN : 0031-899X.
- [11] E.T. JAYNES et F.W. CUMMINGS. « Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser ». In : *Proceedings of the IEEE* 51.1 (1963), p. 89-109. ISSN : 0018-9219.
- [12] W. NEUHAUSER et al. « Localized visible Ba^+ mono-ion oscillator ». In : *Phys. Rev. A* 22 (3 sept. 1980), p. 1137-1140.
- [13] Warren NAGOURNEY, Jon SANDBERG et Hans DEHMELT. « Shelved optical electron amplifier : Observation of quantum jumps ». In : *Phys. Rev. Lett.* 56 (26 juin 1986), p. 2797-2799.
- [14] D. M. MEEKHOF et al. « Generation of Nonclassical Motional States of a Trapped Atom ». In : *Phys. Rev. Lett.* 76 (11 mars 1996), p. 1796-1799.
- [15] A. ASPECT, C. IMBERT et G. ROGER. « Absolute measurement of an atomic cascade rate using a two photon coincidence technique. Application to the $4p21S0 -4s4p 1P1 -4s21S0$ cascade of calcium excited by a two photon absorption ». In : *Optics Communications* 34.1 (juill. 1980), p. 46-52. ISSN : 0030-4018.

- [16] M. BRUNE et al. « Quantum Rabi Oscillation : A Direct Test of Field Quantization in a Cavity ». In : *Phys. Rev. Lett.* 76 (11 mars 1996), p. 1800-1803.
- [17] Nicolas SCHLOSSER et al. « Sub-poissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap ». In : *Nature* 411.6841 (1^{er} juin 2001), p. 1024-1027. ISSN : 1476-4687.
- [18] A. ASHKIN et al. « Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles ». In : *Optics Letters* 11.5 (mai 1986), p. 288. ISSN : 1539-4794.
- [19] Jérôme BEUGNON et al. « Two-dimensional transport and transfer of a single atomic qubit in optical tweezers ». In : *Nature Physics* 3.10 (août 2007), p. 696-699. ISSN : 1745-2481.
- [20] Christian KURTSIEFER et al. « Stable Solid-State Source of Single Photons ». In : *Phys. Rev. Lett.* 85 (2 juill. 2000), p. 290-293.
- [21] Rosa BROURI et al. « Photon antibunching in the fluorescence of individual color centers in diamond ». In : *Opt. Lett.* 25.17 (sept. 2000), p. 1294-1296.
- [22] P. MICHLER et al. « A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device ». In : *Science* 290.5500 (2000), p. 2282-2285. eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.290.5500.2282>.
- [23] Charles SANTORI et al. « Triggered Single Photons from a Quantum Dot ». In : *Phys. Rev. Lett.* 86 (8 fév. 2001), p. 1502-1505.
- [24] John M. MARTINIS, Michel H. DEVORET et John CLARKE. « Energy-Level Quantization in the Zero-Voltage State of a Current-Biased Josephson Junction ». In : *Phys. Rev. Lett.* 55 (15 oct. 1985), p. 1543-1546.
- [25] John M. MARTINIS, Michel H. DEVORET et John CLARKE. « Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom : The phase difference across a Josephson junction ». In : *Phys. Rev. B* 35 (10 avr. 1987), p. 4682-4698.
- [26] R. J. SCHOELKOPF et al. « Qubits as Spectrometers of Quantum Noise ». In : *Quantum Noise in Mesoscopic Physics*. Springer Netherlands, 2003, p. 175-203. ISBN : 9789401000895.
- [27] C. H. BENNETT et G. BRASSARD. « Quantum cryptography : Public key distribution and coin tossing ». In : *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems, and Signal Processing*. Bangalore, 1984, p. 175.
- [28] N. HUNTEMANN et al. « Single-Ion Atomic Clock with 3×10^{-18} Systematic Uncertainty ». In : *Phys. Rev. Lett.* 116 (6 fév. 2016), p. 063001.
- [29] Jie LI et al. « A strontium lattice clock with both stability and uncertainty below $5.10 \cdot 10^{-18}$ ». In : *Metrologia* 61.1 (jan. 2024), p. 015006. ISSN : 1681-7575.
- [30] Alain ASPECT, Jean DALIBARD et Gérard ROGER. « Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers ». In : *Phys. Rev. Lett.* 49 (25 déc. 1982), p. 1804-1807.
- [31] M. BRUNE et al. « Observing the Progressive Decoherence of the "Meter" in a Quantum Measurement ». In : *Phys. Rev. Lett.* 77 (24 déc. 1996), p. 4887-4890.
- [32] Thomas F. GALLAGHER. *Rydberg Atoms*. Cambridge University Press, sept. 1994. ISBN : 9780511524530.
- [33] N. Bohr Dr. PHIL. « I. On the constitution of atoms and molecules ». In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 26.151 (1913), p. 1-25. eprint : <https://doi.org/10.1080/14786441308634955>.

- [34] Randall G. HULET et Daniel KLEPPNER. « Rydberg Atoms in "Circular" States ». In : *Phys. Rev. Lett.* 51 (16 oct. 1983), p. 1430-1433.
- [35] Robert LUTWAK et al. « Circular states of atomic hydrogen ». In : *Physical Review A* 56.2 (août 1997), p. 1443-1452. ISSN : 1094-1622.
- [36] Sabrina PATSCH et al. « Fast and accurate circularization of a Rydberg atom ». In : *Physical Review A* 97.5 (mai 2018), p. 053418. ISSN : 2469-9934.
- [37] Richard P. FEYNMAN. « Simulating physics with computers ». In : *International Journal of Theoretical Physics* 21.6 (juin 1982), p. 467-488. ISSN : 1572-9575.
- [38] Oak Ridge National LABORATORY. *Press release - Frontier supercomputer debuts as world's fastest, breaking exascale barrier*. Mai 2022. URL : <https://www.ornl.gov/news/frontier-supercomputer-debuts-worlds-fastest-breaking-exascale-barrier>.
- [39] I. M. GEORGESCU, S. ASHHAB et Franco NORI. « Quantum simulation ». In : *Rev. Mod. Phys.* 86 (1 mars 2014), p. 153-185.
- [40] D. PORRAS et J. I. CIRAC. « Effective Quantum Spin Systems with Trapped Ions ». In : *Phys. Rev. Lett.* 92 (20 mai 2004), p. 207901.
- [41] L. TIAN. « Circuit QED and Sudden Phase Switching in a Superconducting Qubit Array ». In : *Phys. Rev. Lett.* 105 (16 oct. 2010), p. 167001.
- [42] Oliver VIEHMANN, Jan von DELFT et Florian MARQUARDT. « Observing the Nonequilibrium Dynamics of the Quantum Transverse-Field Ising Chain in Circuit QED ». In : *Phys. Rev. Lett.* 110 (3 jan. 2013), p. 030601.
- [43] Yuanwei ZHANG et al. « Quantum phases in circuit QED with a superconducting qubit array ». In : *Scientific Reports* 4.1 (fév. 2014), p. 4083. ISSN : 2045-2322.
- [44] A. MORVAN et al. « Formation of robust bound states of interacting microwave photons ». In : *Nature* 612.7939 (déc. 2022), p. 240-245. ISSN : 1476-4687.
- [45] Jonathan SIMON et al. « Quantum simulation of antiferromagnetic spin chains in an optical lattice ». In : *Nature* 472.7343 (avr. 2011), p. 307-312. ISSN : 1476-4687.
- [46] D. JAKSCH et al. « Fast Quantum Gates for Neutral Atoms ». In : *Physical Review Letters* 85.10 (sept. 2000), p. 2208-2211. ISSN : 1079-7114.
- [47] M. D. LUKIN et al. « Dipole Blockade and Quantum Information Processing in Mesoscopic Atomic Ensembles ». In : *Phys. Rev. Lett.* 87 (3 juin 2001), p. 037901.
- [48] E. URBAN et al. « Observation of Rydberg blockade between two atoms ». In : *Nature Physics* 5.2 (fév. 2009), p. 110-114. ISSN : 1745-2481.
- [49] Alpha GAËTAN et al. « Observation of collective excitation of two individual atoms in the Rydberg blockade regime ». In : *Nature Physics* 5.2 (jan. 2009), p. 115-118. ISSN : 1745-2481.
- [50] T. WILK et al. « Entanglement of Two Individual Neutral Atoms Using Rydberg Blockade ». In : *Physical Review Letters* 104.1 (jan. 2010), p. 010502. ISSN : 1079-7114.
- [51] L. ISENHOWER et al. « Demonstration of a Neutral Atom Controlled-NOT Quantum Gate ». In : *Physical Review Letters* 104.1 (jan. 2010), p. 010503. ISSN : 1079-7114.
- [52] L. BÉGUIN et al. « Direct Measurement of the van der Waals Interaction between Two Rydberg Atoms ». In : *Phys. Rev. Lett.* 110 (26 juin 2013), p. 263201.

- [53] Sylvain RAVETS et al. « Coherent dipole–dipole coupling between two single Rydberg atoms at an electrically-tuned Förster resonance ». In : *Nature Physics* 10.12 (oct. 2014), p. 914-917. ISSN : 1745-2481.
- [54] M. P. A. JONES et al. « Fast quantum state control of a single trapped neutral atom ». In : *Physical Review A* 75.4 (avr. 2007), p. 040301. ISSN : 1094-1622.
- [55] F. NOGRETTE et al. « Single-Atom Trapping in Holographic 2D Arrays of Microtraps with Arbitrary Geometries ». In : *Physical Review X* 4.2 (mai 2014), p. 021034. ISSN : 2160-3308.
- [56] R. W. GERCHBERG. « A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures ». In : (1972).
- [57] R. Di LEONARDO, F. IANNI et G. RUOCCO. « Computer generation of optimal holograms for optical trap arrays. » In : *Optics Express* 15.4 (2007), p. 1913. ISSN : 1094-4087.
- [58] Sepehr EBADI et al. « Quantum phases of matter on a 256-atom programmable quantum simulator ». In : *Nature* 595.7866 (juill. 2021), p. 227-232. ISSN : 1476-4687.
- [59] Kai-Niklas SCHYMIK et al. « In situ equalization of single-atom loading in large-scale optical tweezer arrays ». In : *Physical Review A* 106.2 (août 2022), p. 022611. ISSN : 2469-9934.
- [60] Manuel ENDRES et al. « Atom-by-atom assembly of defect-free one-dimensional cold atom arrays ». In : *Science* 354.6315 (2016), p. 1024-1027. eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.aah3752>.
- [61] Daniel BARREDO et al. « An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary two-dimensional atomic arrays ». In : *Science* 354.6315 (2016), p. 1021-1023. eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.aah3778>.
- [62] Hannah J. MANETSCH et al. *A tweezer array with 6100 highly coherent atomic qubits*. 2024.
- [63] Grégoire PICHARD et al. *Rearrangement of single atoms in a 2000-site optical tweezers array at cryogenic temperatures*. 2024.
- [64] Simon J. EVERED et al. « High-fidelity parallel entangling gates on a neutral-atom quantum computer ». In : *Nature* 622.7982 (oct. 2023), p. 268-272. ISSN : 1476-4687.
- [65] Dolev BLUVSTEIN et al. « Logical quantum processor based on reconfigurable atom arrays ». In : *Nature* 626.7997 (déc. 2023), p. 58-65. ISSN : 1476-4687.
- [66] Henning LABUHN et al. « Tunable two-dimensional arrays of single Rydberg atoms for realizing quantum Ising models ». In : *Nature* 534.7609 (juin 2016), p. 667-670. ISSN : 1476-4687.
- [67] Pascal SCHOLL et al. « Quantum simulation of 2D antiferromagnets with hundreds of Rydberg atoms ». In : *Nature* 595.7866 (juill. 2021), p. 233-238. ISSN : 1476-4687.
- [68] Sylvain de LÉSÉLEUC et al. « Observation of a symmetry-protected topological phase of interacting bosons with Rydberg atoms ». In : *Science* 365.6455 (2019), p. 775-780. eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.aav9105>.
- [69] P. SCHOLL et al. « Microwave Engineering of Programmable XXZ Hamiltonians in Arrays of Rydberg Atoms ». In : *PRX Quantum* 3 (2 avr. 2022), p. 020303.
- [70] D. BARREDO et al. « Three-Dimensional Trapping of Individual Rydberg Atoms in Ponderomotive Bottle Beam Traps ». In : *Phys. Rev. Lett.* 124 (2 jan. 2020), p. 023201.

- [71] Brice RAVON et al. *Array of Individual Circular Rydberg Atoms Trapped in Optical Tweezers*. 2023. arXiv : [2304.04831](https://arxiv.org/abs/2304.04831) [quant-ph].
- [72] Thanh Long NGUYEN et al. « Towards Quantum Simulation with Circular Rydberg Atoms ». In : *Physical Review X* (2018).
- [73] B. MISRA et E. C. G. SUDARSHAN. « The Zeno's paradox in quantum theory ». In : *Journal of Mathematical Physics* 18.4 (avr. 1977), p. 756-763. ISSN : 1089-7658.
- [74] Vladimir B BRAGINSKIĬ et Yurii I VORONTSOV. « Quantum-mechanical limitations in macroscopic experiments and modern experimental technique ». In : *Soviet Physics Uspekhi* 17.5 (mai 1975), p. 644-650. ISSN : 0038-5670.
- [75] Philippe GRANGIER, Juan Ariel LEVENSON et Jean-Philippe POIZAT. « Quantum non-demolition measurements in optics ». In : *Nature* 396.6711 (déc. 1998), p. 537-542. ISSN : 1476-4687.
- [76] J. Ph. POIZAT et P. GRANGIER. « Experimental realization of a quantum optical tap ». In : *Physical Review Letters* 70.3 (jan. 1993), p. 271-274. ISSN : 0031-9007.
- [77] J.-F. ROCH et al. « Quantum Nondemolition Measurements using Cold Trapped Atoms ». In : *Physical Review Letters* 78.4 (jan. 1997), p. 634-637. ISSN : 1079-7114.
- [78] G. NOGUES et al. « Seeing a single photon without destroying it ». In : *Nature* 400.6741 (1^{er} juill. 1999), p. 239-242. ISSN : 1476-4687.
- [79] Y. TAKAHASHI et al. « Quantum nondemolition measurement of spin via the paramagnetic Faraday rotation ». In : *Physical Review A* 60.6 (déc. 1999), p. 4974-4979. ISSN : 1094-1622.
- [80] V. SHAH, G. VASILAKIS et M. V. ROMALIS. « High Bandwidth Atomic Magnetometry with Continuous Quantum Nondemolition Measurements ». In : *Physical Review Letters* 104.1 (jan. 2010), p. 013601. ISSN : 1079-7114.
- [81] L. DAVIDOVICH, M. ORSZAG et N. ZAGURY. « Quantum nondemolition measurements of vibrational populations in ionic traps ». In : *Physical Review A* 54.6 (déc. 1996), p. 5118-5125. ISSN : 1094-1622.
- [82] I. I. BETEROV et M. SAFFMAN. « Rydberg blockade, Förster resonances, and quantum state measurements with different atomic species ». In : *Physical Review A* 92.4 (oct. 2015), p. 042710. ISSN : 1094-1622.
- [83] Yong ZENG et al. « Entangling Two Individual Atoms of Different Isotopes via Rydberg Blockade ». In : *Physical Review Letters* 119.16 (oct. 2017), p. 160502. ISSN : 1079-7114.
- [84] Shraddha ANAND et al. *A dual-species Rydberg array*. 2024.
- [85] R. C. TEIXEIRA et al. « Preparation of Long-Lived, Non-Autoionizing Circular Rydberg States of Strontium ». In : *Physical Review Letters* 125.26 (2020), p. 263001. ISSN : 1079-7114.
- [86] L. LACHAUD et al. *Slowing Down a Coherent Superposition of Circular Rydberg States of Strontium*. 2024.
- [87] Andrea MUNI et al. « Optical coherent manipulation of alkaline-earth circular Rydberg states ». In : *Nature Physics* 18.5 (mars 2022), p. 502-505. ISSN : 1745-2481.
- [88] H. WU et al. « Millisecond-Lived Circular Rydberg Atoms in a Room-Temperature Experiment ». In : *Phys. Rev. Lett.* 130 (2 jan. 2023), p. 023202.

- [89] R. G. CORTIÑAS et al. « Laser Trapping of Circular Rydberg Atoms ». In : *Phys. Rev. Lett.* 124 (12 mars 2020), p. 123201.
- [90] B. RAVON. « Preparation and trapping of individual circular Rydberg atoms for quantum simulation ». Thèse de doct. 2022.
- [91] P. MÉHAIGNERIE. « Interactions entre atomes de Rydberg circulaires piégés pour la simulation quantique ». Thèse de doct. 2023.
- [92] C. COHEN-TANNOUJI, B. DIU et F. LALOË. *Mécanique Quantique, chapitre VI*.
- [93] A. FACON. « Chats de Schrödinger d'un atome de Rydberg pour la métrologie quantique ». Thèse de doct. 2015.
- [94] C. COHEN-TANNOUJI, B. DIU et F. LALOË. *Mécanique Quantique, chapitre VII*.
- [95] N. ŠIBALIĆ et al. « ARC : An open-source library for calculating properties of alkali Rydberg atoms ». In : *Computer Physics Communications* 220 (nov. 2017), p. 319-331. ISSN : 0010-4655.
- [96] Daniel A. STECK. « Rubidium 87 D Line Data ». 2003.
- [97] Hans A. BETHE et Edwin E. SALPETER. *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*. Springer US, 1977. ISBN : 9781461341048.
- [98] R. Celistrino TEIXEIRA. « Effets mécaniques de l'interaction dipolaire des atomes de Rydberg sondés par spectroscopie microonde ». Thèse de doct. 2014.
- [99] D B BRANDEN et al. « Radiative lifetime measurements of rubidium Rydberg states ». In : *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* 43.1 (déc. 2009), p. 015002. ISSN : 1361-6455.
- [100] C. COHEN-TANNOUJI, B. DIU et F. LALOË. *Mécanique Quantique, chapitre XI*.
- [101] Sylvain RAVETS et al. « Measurement of the angular dependence of the dipole-dipole interaction between two individual Rydberg atoms at a Förster resonance ». In : *Physical Review A* 92.2 (août 2015), p. 020701. ISSN : 1094-1622.
- [102] Sebastian WEBER et al. « Calculation of Rydberg interaction potentials ». In : *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* 50.13 (juin 2017), p. 133001. ISSN : 1361-6455.
- [103] Bindiya ARORA et B. K. SAHOO. « State-insensitive trapping of Rb atoms : Linearly versus circularly polarized light ». In : *Physical Review A* 86.3 (sept. 2012), p. 033416. ISSN : 1094-1622.
- [104] Fam LE KIEN, Philipp SCHNEEWEISS et Arno RAUSCHENBEUTEL. « Dynamical polarizability of atoms in arbitrary light fields : general theory and application to cesium ». In : *The European Physical Journal D* 67.5 (mai 2013). ISSN : 1434-6079.
- [105] M. BORN et E. WOLF. « Principles of Optics ». In : 1959. Chap. Elements of the theory of diffraction (8.3).
- [106] J. W. GOODMAN. « Introduction to Fourier Optics ». In : 1996. Chap. Fresnel end Fraunhofer Diffraction.
- [107] Donggyu KIM et al. « Large-scale uniform optical focus array generation with a phase spatial light modulator. » In : (2019). arXiv : [1903.09286](https://arxiv.org/abs/1903.09286).
- [108] M. BORN et E. WOLF. « Principle of Optics ». In : 1959. Chap. Foundations of geometrical optics (3.1).

- [109] von F. ZERNIKE. « Beugungstheorie des schneidenverfahrens und seiner verbesserten form, der phasenkontrastmethode ». In : *Physica* 1.7–12 (mai 1934), p. 689-704. ISSN : 0031-8914.
- [110] M. BORN et E. WOLF. « Principles of Optics ». In : 1959. Chap. Geometrical theory of aberrations (5.3).
- [111] M. BORN et E. WOLF. « Principles of Optics ». In : 1959. Chap. Geometrical theory of aberrations (5.5).
- [112] Robert J. COLLIER. « Program of the 1971 Spring Meeting of the Optical Society of America ». In : *Journal of the Optical Society of America* 61.5 (mai 1971), p. 648. ISSN : 0030-3941.
- [113] Bridget M. HANSER et al. « Phase retrieval for high-numerical-aperture optical systems ». In : *Optics Letters* 28.10 (mai 2003), p. 801. ISSN : 1539-4794.
- [114] ADH et AL. « TBA (GS-RC, atomic) ». In : (2024).
- [115] Sepehr EBADI et al. « Quantum phases of matter on a 256-atom programmable quantum simulator ». In : *Nature* 595.7866 (juill. 2021), p. 227-232. ISSN : 1476-4687.
- [116] John LEKNER. « Polarization of tightly focused laser beams ». In : *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics* 5.1 (nov. 2002), p. 6-14. ISSN : 1464-4258.
- [117] N. SCHLOSSER, G. REYMOND et P. GRANGIER. « Collisional Blockade in Microscopic Optical Dipole Traps ». In : *Physical Review Letters* 89.2 (juin 2002), p. 023005. ISSN : 1079-7114.
- [118] Yin FUNG, Pimonpan SOMPET et Mikkel ANDERSEN. « Single Atoms Preparation Using Light-Assisted Collisions ». In : *Technologies* 4.1 (jan. 2016), p. 4. ISSN : 2227-7080.
- [119] C. TUCHENDLER et al. « Energy distribution and cooling of a single atom in an optical tweezer ». In : *Physical Review A* 78.3 (sept. 2008), p. 033425. ISSN : 1094-1622.
- [120] Daniel BARREDO et al. « An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary two-dimensional atomic arrays ». In : *Science* 354.6315 (nov. 2016), p. 1021-1023. ISSN : 1095-9203.
- [121] Kai-Niklas SCHYMIK et al. « Enhanced atom-by-atom assembly of arbitrary tweezer arrays ». In : *Physical Review A* 102.6 (déc. 2020), p. 063107. ISSN : 2469-9934.
- [122] Ditte MØLLER, Lars Bojer MADSEN et Klaus MØLMER. « Quantum Gates and Multi-particle Entanglement by Rydberg Excitation Blockade and Adiabatic Passage ». In : *Physical Review Letters* 100.17 (avr. 2008), p. 170504. ISSN : 1079-7114.
- [123] Arthur LARROUY et al. « Fast Navigation in a Large Hilbert Space Using Quantum Optimal Control ». In : *Physical Review X* 10.2 (juin 2020), p. 021058. ISSN : 2160-3308.
- [124] Paul MÉHAIGNERIE et al. « Interacting Circular Rydberg Atoms Trapped in Optical Tweezers ». In : (2024).
- [125] Adrien SIGNOLES et al. « Confined quantum Zeno dynamics of a watched atomic arrow ». In : *Nature Physics* 10.10 (août 2014), p. 715-719. ISSN : 1745-2481.
- [126] C. COHEN-TANNOUJI, B. DIU et F. LALOË. *Mécanique Quantique, chapitre III*.
- [127] D. PETROSYAN et al. *Fast measurements and multiqubit gates in dual species atomic arrays*. 2024.

- [128] Ryan CARDMAN et Georg RAITHEL. « Circularizing Rydberg atoms with time-dependent optical traps ». In : *Physical Review A* 101.1 (jan. 2020), p. 013434. ISSN : 2469-9934.
- [129] Paul MÉHAIGNERIE et al. « Spin-motion coupling in a circular-Rydberg-state quantum simulator : Case of two atoms ». In : *Physical Review A* 107.6 (juin 2023), p. 063106. ISSN : 2469-9934.
- [130] Sylvain de LÉSÉLEUC et al. « Analysis of imperfections in the coherent optical excitation of single atoms to Rydberg states ». In : *Physical Review A* 97.5 (mai 2018), p. 053803. ISSN : 2469-9934.

Sujet : Mesure non destructive et manipulation locales d'atomes de Rydberg circulaires en pinces optiques

Résumé : Notre équipe a récemment proposé une nouvelle plateforme pour la simulation quantique basée sur un réseau d'atomes de Rydberg circulaires. Ces états bénéficient à la fois de fortes interactions dipolaires et de longs temps de vie, permettant d'encoder des qubits de bonne qualité. Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la construction de ce simulateur. Précédemment, nous avons observé le piégeage par laser d'un réseau d'atomes de Rydberg circulaires, puis caractérisé l'interaction entre deux d'entre eux.

Dans ce travail, nous présentons d'abord les techniques holographiques qui nous permettent de piéger un réseau d'atomes dans des pinces optiques. Ces techniques incluent la génération de réseaux optiques et de faisceaux creux, nécessaires pour piéger les états de Rydberg. Nous discutons largement des méthodes de correction des aberrations, en mettant l'accent sur une nouvelle méthode qui permet de produire des réseaux millimétriques de pinces optiques sans aberrations à l'aide d'une lentille asphérique.

Dans une seconde partie, nous introduisons des protocoles pour effectuer une mesure non destructive (QND) et une manipulation locale d'atomes de Rydberg circulaires individuels. Ces protocoles sont basés sur le blocage dipolaire entre l'atome circulaire et un atome auxiliaire, induit par une résonance de Förster. La mesure QND implique l'intrication entre les deux atomes et l'imagerie par fluorescence de l'atome auxiliaire. En appliquant un déplacement lumineux local sur l'atome auxiliaire, nous pouvons contrôler son état et sa capacité à bloquer une transition microonde de l'atome circulaire. Nous testons finalement ces nouveaux protocoles en observant l'interaction d'échange entre deux atomes de Rydberg circulaires.

Mots clés : atomes froids, atomes de Rydberg circulaires, pinces optiques, holographie, correction d'aberrations, interactions dipolaires, blocage dipolaire, simulation quantique

Subject : Local QND measurement and manipulation of circular Rydberg atoms in optical tweezers

Abstract: We have recently proposed a new platform for quantum simulation using circular Rydberg atoms. These states combine high lifetimes and strong dipolar interactions, enabling the encoding of high-quality qubits. This thesis develops new tools critical to the operation of the simulator. It uses an experimental setup where we have previously observed the laser trapping of an array of single circular Rydberg atoms, developed a local destructive measurement technique, and then characterized the interaction between two circular Rydberg atoms.

We first present the holographic techniques that allow us to trap an array of atoms in optical tweezers. These techniques include the generation of optical arrays and hollow beams, which are required for trapping Rydberg states. Methods for correcting aberrations are extensively discussed, with a focus on a new method that allows us to produce millimeter-sized aberration-free arrays of optical tweezers using an aspherical lens.

In the second part, we introduce protocols to perform QND (quantum non-demolition) measurement and manipulation of single circular Rydberg atoms. These protocols are based on the dipole blockade between the circular atom and an ancilla atom, induced by a Förster resonance. The QND measurement involves the entanglement between the two atoms and uses fluorescence imaging of the ancilla. We measure a fidelity better than 95%. By applying a local light shift to the ancilla atom, we can control its state and its ability to block a circular atom transition. We finally benchmark these new protocols by observing the flip-flop between two circular Rydberg atoms.

Keywords : cold atoms, circular Rydberg atoms, optical tweezers, holography, aberrations correction, dipole interactions, dipole blockade, quantum simulation