



HAL
open science

Caractérisation des propriétés mécaniques de matériaux composites par ondes ultrasonores guidées sans contact et avec accès unilatéral

Clément Despres

► **To cite this version:**

Clément Despres. Caractérisation des propriétés mécaniques de matériaux composites par ondes ultrasonores guidées sans contact et avec accès unilatéral. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux; Université de Sherbrooke (Québec, Canada), 2024. Français. NNT : 2024BORD0339 . tel-04882882

HAL Id: tel-04882882

<https://theses.hal.science/tel-04882882v1>

Submitted on 13 Jan 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université de
Sherbrooke

université
de
BORDEAUX

Thèse
présentée en cotutelle aux

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de Génie
Département de génie mécanique

UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

&
École Doctorale des Sciences
Physiques et de l'Ingénieur

par

Clément DESPRES
pour obtenir les grades de :

Docteur en Génie Mécanique

&

Docteur en Mécanique

CARACTÉRISATION DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE
MATÉRIAUX COMPOSITES PAR ONDES ULTRASONORES GUIDÉES
SANS CONTACT ET AVEC ACCÈS UNILATÉRAL

Soutenue le 10 décembre 2024

Membres du jury :

Mme. O. ABRAHAM, Ingénieure-Chercheuse, GERS / GeoEND

Présidente du jury

M. E. LE CLEZIO, Professeur des Universités, Université de Montpellier

Rapporteur

M. P. BELANGER, Professeur, ETS Montréal

Rapporteur

M. P. MICHEAU, Professeur, Université de Sherbrooke

Examineur

M. M. CASTAINGS, Professeur des Universités, Bordeaux INP

Directeur de thèse

M. N. QUAEGEBEUR, Professeur, Université de Sherbrooke

Co-Directeur de thèse

Membres invités :

M. P. MASSON, Professeur, Université de Sherbrooke

Co-Encadrant

M. E. DUCASSE, Maître de Conférences, ENSAM

Co-Encadrant

RÉSUMÉ

Ce projet de thèse est motivé par la forte demande industrielle d'un procédé non destructif, sans contact, avec un accès unilatéral aux échantillons caractérisés et relativement simple de mise en œuvre, permettant de quantifier les caractéristiques mécaniques de matériaux, notamment composites (matériaux fibreux, assemblages collés) et, si possible, leur épaisseur.

Le travail mené a conduit à la conception et l'élaboration d'une paire de transducteurs ultrasonores à couplage air, dédiés à la génération et la détection simultanées d'ondes guidées le long de plaques composites. La dépendance du nombre d'onde des modes guidés aux modules d'élasticité du matériau constituant en tout ou en partie le guide, ainsi qu'à l'épaisseur de celui-ci, est tout d'abord étudiée à l'aide d'un modèle permettant de prédire la sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb aux caractéristiques du matériau. Cela a permis de définir les modes cibles les plus porteurs d'information sur les propriétés recherchées *i.e.* rigidité et/ou épaisseur, la masse volumique étant systématiquement supposée connue dans l'approche choisie. Cette connaissance, associée à une campagne de simulations numériques qui imitent le procédé expérimental, a servi de base pour concevoir les transducteurs ultrasonores les plus adaptés pour la génération et la détection des modes en question. Plus précisément, la forme, la dimension et l'ouverture angulaire optimales des transducteurs ont été ainsi définies.

Les transducteurs ont alors été fabriqués et caractérisés (mesure de leur bande passante en fréquence et de leur spectre angulaire). Leur première utilisation a été faite pour générer et détecter simultanément cinq modes de Lamb le long d'une plaque en plexiglas (isotrope et de propriétés connues). Les signaux ultrasonores mesurés ont été traités pour extraire les nombres d'onde des modes propagés, dans une plage de fréquence de quelques centaines de kHz. Ces données expérimentales ont ensuite été utilisées pour résoudre un problème inverse visant à déterminer les modules d'élasticité et l'épaisseur de la plaque. Plusieurs algorithmes d'optimisation ont été testés et le plus performant (rapide et robuste vis-à-vis des valeurs initiales choisies) a été sélectionné. Les modules de rigidité et l'épaisseur de la plaque en Plexiglas ont été retrouvés avec succès.

Ensuite, le procédé a été testé avec deux assemblages composites : un matériau constitué de couches faites de fibres de carbone et matrice époxy, puis un assemblage aluminium-colle-aluminium. Dans le premier cas, six modules d'élasticité ont été évalués à partir des mesures de trois ou quatre modes guidés propagés dans deux directions de propagation. Pour le second assemblage, le module d'Young et le coefficient de Poisson de la colle ainsi que l'épaisseur du joint collé ont été estimés, en supposant connues les caractéristiques des deux substrats en aluminium. L'ensemble des valeurs optimisées a été validé par des mesures faites avec des procédés existants et éprouvés, mais opérant en immersion et en transmission.

Mots-clés : ultrasons, évaluation non destructive, modules d'élasticité, épaisseur, matériaux composites, ondes guidées, mesures sans contact

ABSTRACT

CHARACTERIZATION OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF COMPOSITE MATERIALS USING NON-CONTACT ULTRASONIC GUIDED WAVES WITH UNILATERAL ACCESS

This thesis project is motivated by a strong industrial demand for a non-destructive, contact-less process, with single-sided access to samples and relatively easy to implement, to quantify elastic moduli and thickness of materials, particularly of composites (fibrous materials, bonded assemblies).

The work carried out led to the design and development of a pair of air-coupled ultrasonic transducers, dedicated to the simultaneous generation and detection of guided waves along composite plates. The dependence of the wavenumber of guided modes on the elastic moduli of the material constituting all or part of the guide, as well as on its thickness, was first studied using a model that predicts the sensitivity of Lamb wave mode wavenumbers to the material's properties. This allowed for the identification of the target modes that carry the most information about the desired properties, *i.e.*, stiffness and/or thickness, with the density being systematically assumed to be known in the chosen approach. This knowledge, combined with a series of numerical simulations mimicking the experimental process, served as a basis for designing the most suitable ultrasonic transducers for the generation and detection of the relevant modes. More specifically, the optimal shape, size, and angular aperture of the transducers were thus defined.

The transducers were then manufactured and characterized (measuring their frequency bandwidth and angular spectrum). Their first use involved simultaneously generating and detecting five Lamb modes along a Plexiglas plate (isotropic with known properties). The measured ultrasonic signals were processed to extract the wavenumbers of the propagated modes within a frequency range of a few hundred kHz. These experimental data were then used to solve an inverse problem aimed at determining the elastic moduli and thickness of the plate. Several optimization algorithms were tested, and the most efficient one (fast and robust with respect to the initial values chosen) was selected. The stiffness moduli and thickness of the Plexiglas plate were successfully recovered.

Next, the process was tested for two composite assemblies: a stratified plate made up of unidirectional carbon epoxy and an aluminum/adhesive/aluminum tri-layer assembly. In the first case, six elastic moduli were evaluated from measurements of three or four Lamb modes propagating along two directions. For the second assembly, the Young's modulus and Poisson's ratio as well as the thickness of the adhesive were estimated, assuming the characteristics of both aluminum substrates were known. All the optimized values have been validated by characterization made with existing, robust processes, but operating in immersion and requiring through-transmission.

Keywords: ultrasound, non destructive evaluation, elastic moduli, thickness, composite materials, guided waves, non-contact measurements

REMERCIEMENTS

Tout d’abord, je tiens à remercier, M. Emmanuel Le Clezio et M. Pierre Belanger d’avoir accepté le rôle de rapporteur pour ce manuscrit de thèse. Je remercie Mme Odile Abraham d’avoir accepté d’être examinatrice de ce travail de thèse ainsi que pour avoir présidé le jury de soutenance. Enfin je remercie Philippe Micheau d’avoir accepté la double casquette rapporteur UdeS/examineur.

Ensuite, je souhaite remercier Michel Castaings pour sa bienveillance, sa rigueur, ses conseils avisés et son accompagnement tout au long du doctorat. Merci pour le temps investi durant la thèse et pour m’avoir envoyé des *data* lorsque j’étais à Sherbrooke. Je remercie Nicolas Quaegebeur, co-directeur côté Sherbrooke, pour son soutien, sa bonne humeur et son côté *décontracté* qui rendent les réunions et meetings d’équipe bien plus fun. J’ai beaucoup appris durant ces quatre années de travail à tes côtés. Je remercie Patrice Masson pour sa sympathie, ses conseils toujours avisés et pour sa grande disponibilité. Je souhaite remercier Eric Ducasse pour ses remarques pertinentes contribuant grandement au projet de recherche et pour les nombreuses fois où il a pu me *debugger*. Je remercie Christine Biateau, véritable couteau suisse du département *APy* de l’*I2M* pour son dévouement et pour sa capacité à répondre rapidement aux besoins techniques.

La thèse s’étant déroulée en cotutelle, j’ai pu rencontrer beaucoup de personnes que je souhaite remercier dans l’ordre chronologique d’apparition.

Du département *APy* de l’*I2M*, je souhaite remercier Jean-Baptiste, Ludovic Alhaitz, Fanambinana Delmotte, Victor Gayoux, Louise Le Ridant, François Bruno. Je remercie également les autres membres du département *APy* : Anissa Meziane, Thomas Brunet, Samuel Rodriguez, Diego Baresh, Mathieu Renier, Olivier Poncelet. Vous avez tous contribué à mon intégration au sein du laboratoire, faisant que cette première année se déroule au mieux.

La fin de cette première année signe le départ vers le Québec et l’université de Sherbrooke. Dans l’équipe ultrasons du *CRASH-UdeS*, je retrouve Alexis Carrion, ancien stagiaire à l’*I2M*, avec qui nous partagerons beaucoup de choses jusqu’à mon départ 19 mois après. Merci à toi pour ta sympathie, ta bonne humeur et pour nous avoir prêté (quelques fois) ta sublime *Mazda* sans clim. Bien que les Français soient majoritaires au laboratoire, je rencontre quelques Québécois. Je remercie Tamara Krpic pour sa gentillesse et son humour. Heureux d’avoir pu te faire découvrir le comté 36 mois et autres spécialités françaises. Je remercie également Maxime Bilodeau, professionnel de recherche au sein du laboratoire, pour sa polyvalence, l’aide qu’il a pu m’apporter durant le doctorat et pour nos discussions « course à pied ». Enfin, je tiens à remercier Romain Rousseau, pour les différentes randos qu’on a pu faire, les sessions aurores boréales, les barbecues chez toi et autres. Je tiens également à remercier Ibrahima Touré et Loïc Boileau. Le *CRASH-UdeS* c’est aussi une équipe audible, les « autres » comme on les appelle. Je tiens à remercier Raphaël Jeanvoine, Anaïs Mouguey, Mathis Haguet, Felix Le Moign Le Dem, Antoine Mauriange, Clément Bouchard, François Proulx qui ont sur rendu cette période

très sympathique. Quelques mentions spéciales pour Clément Girin, le chef de nous, pour ton flegme légendaire, pour Xavier Plouseau-Guédé, véritable soutien durant toute cette thèse, éternel jovial, amoureux de la bière et du Québec qui répétait souvent « quelle aventure ! » en parlant de la thèse, pour Pierre Granjean et Louis Dermagne et leurs connaissances très agricoles sur Kaamelott. Merci à tous tous pour les moments passés au Refuge des Brasseurs, dans les 5@8, au laboratoire, au curling, en rando, en dehors de Sherbrooke et autres.

19 mois se sont écoulés depuis mon arrivée au Québec et il est temps de rentrer à Bordeaux. C'est l'occasion de voir de nouvelles têtes. Parmi les nouveaux, je tiens à remercier Hugo Boué pour sa bonne humeur, Antoine Penneron pour sa capacité à divaguer, Ewen Raoul qui était en phase de rédaction en même temps que moi, pour le soutien mutuel, Romain Kubecki pour les sessions de courses à pied du midi, Alexis Viel, pour sa vision d'ensemble et pour nos discussions plus « techniques ». Je tiens également à remercier Thomas Poisson, Adrien Arnaud, Anne-Lise Duroy. Merci à vous tous d'avoir fait de ma dernière année (en soit un peu plus) une année joyeuse et de m'avoir apporté du soutien durant la rédaction.

D'une manière générale, je remercie ma famille, l'ancienne et la nouvelle pour leur soutien permanent et surtout mes parents qui ont grandement contribué à la réussite de cette thèse. Je suis fier d'avoir pu leur présenter mes travaux, le laboratoire du *CRASH-UdeS* mais aussi une partie du Québec. Je remercie mes plus vieux amis : Marie, Antoine, Shorty, Romain, Bertin, Victor, Louis, Maeva pour leur soutien en tout temps, pour m'écouter parler de mon sujet de thèse à des moments (souvent) inadéquats.

Enfin, je ne peux terminer ces remerciements sans en adresser à Clémence, qui m'accompagne au quotidien depuis presque 6 ans et qui, malgré bon nombre d'épreuves et de phases d'éloignement, continue à me soutenir et à m'épauler. Tu as été un pilier inestimable, un élément de motivation et un ingrédient indispensable dans la réussite de cette thèse. Merci de m'avoir laissé partir à la découverte d'un autre pays et merci de m'avoir rejoint là-bas à de multiples reprises. J'ai adoré parcourir ce bout de pays qu'est le Québec avec toi pour explorer ses forêts, ses lacs, ses montagnes, pour découvrir ses habitants, ses animaux, ses traditions et ses spécialités.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction générale	1
1 État de l'art et champs d'application de la thèse	5
1.1 Notions générales	5
1.2 Méthodes d'évaluation des propriétés de matériaux	22
1.3 Synthèse de l'état de l'art	39
2 Étude de la sensibilité des modes guidés aux modules élastiques, à l'épaisseur et à la masse volumique	43
2.1 Présentation des matériaux	44
2.2 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans un matériau isotrope	50
2.3 Sensibilité des modes guidés se propageant dans un matériau anisotrope	59
2.4 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans un assemblage tricouche	67
3 Méthodes pour la caractérisation expérimentale des modules élastiques et de l'épaisseur	75
3.1 Dispositif expérimental hybride pour la mesure d'ondes guidées multimodales	76
3.2 Estimation du nombre d'onde des modes de Lamb	77
3.3 Résolution du problème inverse	85
4 Conception d'un dispositif expérimental unilatéral sans contact pour la mesure d'ondes guidées multimodales	99
4.1 Modèle numérique pour simuler la mesure expérimentale d'ondes guidées	100
4.2 Estimation des configurations (L, α) optimales pour la mesure des modes guidés sensibles	114
5 Mise en œuvre expérimentale du couple de capteurs optimisés : application à la caractérisation sans contact	129
5.1 Réalisation du couple émetteur/récepteur optimal	129
5.2 Dispositif expérimental pour la mesure d'ondes guidées sans contact et avec accès unilatéral	136
5.3 Caractérisation du matériau isotrope	138
5.4 Caractérisation du matériau composite	140
5.5 Caractérisation de la couche adhésive de l'assemblage collé	148
Conclusions générales et perspectives	157
A Annexes	163
A.1 Mesure de la masse volumique des échantillons, des fluides environnants et incertitudes associées	163
A.2 Mesure de l'épaisseur de l'échantillon par ultrasons & incertitudes associées	166

A.3	Calcul analytique des fonctions de sensibilité pour une plaque isotrope monocouche	170
A.4	Caractéristiques des modes guidés et compléments de sensibilité	174
A.5	Défaut de parallélisme entre la table de translation et la plaque	185
A.6	Développement du calcul du déplacement de la plaque sollicitée en traction	187
A.7	Caractérisation des transducteurs capacitifs rectangulaires	192

LISTE DES RÉFÉRENCES**197**

LISTE DES FIGURES

1.1	Schéma représentant le déplacement particulière de l'onde de volume longitudinale et transversale verticale.	10
1.2	Déformées modales d'un mode de Lamb antisymétrique (A) et symétrique (S)	11
1.3	Courbes de dispersion des modes de Lamb se propageant dans une plaque d'aluminium.	12
1.4	Organigramme de fonctionnement d'un algorithme génétique.	21
1.5	Essai mécanique de traction	24
1.6	Essai mécanique de flexion	25
1.7	Appareil d'essai utilisé pour détecter les fréquences naturelles.	26
1.8	Dispositif utilisé pour la mesure temps de vol.	27
1.9	Dispositifs expérimentaux au contact pour la mesure d'ondes guidées.	33
1.10	Dispositifs expérimentaux hybrides pour la mesure d'ondes guidées.	35
1.11	Dispositifs expérimentaux sans contact pour la mesure d'ondes guidées.	38
2.1	Photographies des matériaux étudiés	44
2.2	Courbes de lenteur et coefficients de transmission expérimentaux et optimisés pour la plaque de Plexiglas.	46
2.3	Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas au jeu de paramètres C'_{11} , C'_{66} , C''_{11} , C''_{66}	54
2.5	Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas au jeu de paramètres e , ρ	57
2.6	Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite au jeu de paramètres C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33}	61
2.7	Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite au jeu de paramètres e , ρ	62
2.8	Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,45^\circ}$ de la plaque composite.	63
2.9	Sensibilité moyenne des modes guidés se propageant dans la plaque composite, aux paramètres C'_{23} et C'_{44} en fonction de l'angle de propagation φ	64
2.10	Sensibilité moyenne des modes guidés se propageant dans la plaque composite, aux paramètres e et ρ en fonction de l'angle de propagation φ	65
2.11	Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium aux propriétés de l'adhésif.	68
2.12	Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium aux propriétés des substrats.	69
3.1	Schéma du dispositif expérimental hybride utilisé pour la génération/détection d'ondes de Lamb fuyantes.	76

3.2	<i>B-scan</i> des mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans la plaque de Plexiglas.	77
3.3	Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes de Lamb se propageant dans la plaque de Plexiglas calculées et extraites avec la méthode <i>2D-FFT</i>	78
3.4	Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes de Lamb se propageant dans la plaque de Plexiglas calculées et extraites avec la méthode <i>MUSIC</i>	81
3.5	Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes de Lamb se propageant dans la plaque de Plexiglas calculées et mesurées avec la méthode <i>MP</i>	83
3.6	Valeurs de C'_{11} et C'_{66} optimisés et $D(\mathbf{p}^{\text{opt}})$ en fonction de la valeur d'épaisseur fixée.	93
3.7	Courbes de dispersion des modes guidés se propageant dans la plaque isotrope ; mesurées, calculées avec le jeu de données initiales et optimisées.	96
4.1	Schéma montrant le dispositif expérimental voulu, dans le domaine physique et son analogue numérique pour la génération et la détection multimodale sans contact.	100
4.2	Schéma décrivant l'excitation de la plaque par un transducteur de largeur L et incliné d'un angle α	104
4.3	Fenêtres représentant la distribution spatiale de la force excitatrice.	105
4.4	Signaux d'excitation avec différents paramètres de fenêtre ϵ	107
4.5	Excitations $P_{L,\alpha}$ dans l'espace nombre d'onde-fréquence et relation de dispersion $k'(f)$ des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas.	107
4.6	Excitabilité des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas.	108
4.7	Module de la pression mesurée $ M_{L,\alpha}(k, z_c, f) $ dans le domaine nombre d'onde-fréquence et courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas.	113
4.8	Sensibilité moyenne des modes de Lamb aux paramètres : C'_{11} , C'_{66} , e de la plaque isotrope en Plexiglas, C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} , e de la plaque composite et C'^{adh}_{11} , C'^{adh}_{66} , e^{adh} de la couche adhésive de l'assemblage aluminium-colle-aluminium	117
4.9	Efficacité $E^{pj}(L, \alpha)$ pour la mesure des modes sensibles à C'_{11} , C'_{66} , e dans la plaque isotrope en Plexiglas.	119
4.10	Efficacité $E^{pj}(L, \alpha)$ pour la mesure des modes sensibles à C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} , e dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite.	121
4.11	Efficacité $E^{pj}(L, \alpha)$ pour la mesure des modes sensibles à C'_{11} , C'_{66} , e de la couche de colle de l'assemblage aluminium-colle-aluminium.	123
4.12	Configurations optimales à -6 dB et à -10 dB pour la mesure des modes guidés sensibles aux propriétés des trois matériaux.	125
4.13	Module de la pression $ M_{10,3}(k, f) $ calculée pour les trois matériaux sélectionnés.	126
5.1	Photographies des transducteurs fabriqués.	130

5.2	Dispositif expérimental pour la mesure de la réponse en fréquence des transducteurs rectangulaires.	131
5.3	Réponses impulsionnelles et réponses en fréquence des transducteurs R_1 et R_2	132
5.4	Dispositif expérimental pour la mesure de la distribution spatiale du champ de pression des transducteurs rectangulaires.	133
5.5	Vitesse de vibration de la membrane mesurée pour différentes positions x et z à $f = 350$ kHz.	134
5.6	Ouverture angulaire des transducteurs R_1 et R_2 en fonction de la fréquence.	135
5.7	Dispositif expérimental utilisé pour la mesure d'ondes guidées sans contact et avec accès unilatéral.	136
5.8	Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans la plaque isotrope en plexiglas.	138
5.9	Courbes de dispersion des modes guidés se propageant dans la plaque isotrope ; mesurées, calculées avec le jeu de données initiales et optimisées.	139
5.10	Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite.	141
5.11	Module du déplacement normal en surface du mode SH_0 et S_0 en fonction de la fréquence.	142
5.12	Courbes de dispersion des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite ; mesurées, calculées avec le jeu de données initiales et optimisées.	143
5.13	Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans le plan $P_{1,45^\circ}$ de la plaque composite.	145
5.14	Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium.	149
5.15	Courbes de dispersion des modes se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium ; mesurées, calculées avec le jeu de données initiales et optimisées.	149
5.16	Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium.	152
5.17	Courbes de dispersion des modes se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium ; mesurées, calculées avec le jeu de données initiales et optimisées.	153
A.1	Masse volumique de l'eau et son incertitude de mesure en fonction de la température.	165
A.2	Mesure du temps de vol t_{ref} de l'onde longitudinale dans l'eau, sans échantillon.	166
A.3	Mesure des temps de vols t_n des ondes traversant le matériau.	167
A.4	Vitesse de propagation des ondes dans l'eau et son incertitude de mesure en fonction de la température.	169
A.5	Vitesse de groupe des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas	173

A.6	Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas aux paramètres C'_{11} , C'_{66} , e , superposée à leurs angles de coïncidence.	175
A.7	Caractéristiques dispersives des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite.	176
A.8	Sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite aux paramètres C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} et e , superposée à leurs angles de coïncidence.	177
A.9	Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite au jeu de paramètres $\mathbf{p}=[C''_{11}, C''_{55}, C''_{13}, C''_{33}]$	179
A.10	Nombre d'onde des modes guidés se propageant dans la plaque composite aux fréquences 150 kHz, 250 kHz, 350 kHz et 450 kHz en fonction de l'angle de propagation φ dans la plaque	180
A.11	Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes guidés se propageant dans la plaque composite, aux paramètres C''_{23} et C''_{44} en fonction de l'angle de propagation φ	181
A.12	Caractéristiques dispersives des modes guidés se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium.	182
A.13	Sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium aux paramètres C'^{adh}_{11} , C'^{adh}_{66} et e^{adh} , superposée à leurs angles de coïncidence.	183
A.14	Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage tri-couche aux propriétés C''^{adh}_{11} et C''^{adh}_{66}	184
A.15	Schéma illustrant le défaut de parallélisme pouvant intervenir entre le plan de la plaque et l'axe de la table de translation.	185
A.16	Schématization du champ rayonné par un transducteur plan.	192
A.17	Vitesse normalisée mesurée à $f = 350$ kHz pour chacun des transducteurs rectangulaires en fonction de x	192
A.18	Photographies des transducteurs fabriqués.	193
A.19	Réponses impulsionnelles et réponses en fréquence des transducteurs RC_1 et RC_2	194
A.20	Vitesse de vibration de la membrane mesurée pour différentes positions x et z à $f = 400$ kHz.	194
A.21	Vitesse normalisée mesurée à $f = 400$ kHz pour chacun des transducteurs rectangulaires en fonction de x	195
A.22	Ouverture angulaire des transducteurs RC_1 et RC_2 en fonction de la fréquence.	195

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Fréquence de coupure des modes de Lamb dans une plaque isotrope.	13
1.2	Compatibilité des dispositifs expérimentaux de caractérisation par ondes guidées avec les critères industriels.	40
2.1	Modules de viscoélasticité optimisés, épaisseur et masse volumique mesurées pour la plaque en Plexiglas.	45
2.2	Épaisseur et masse volumique mesurées pour la plaque composite.	46
2.3	Invariants élastiques de la plaque composite UD et de l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$	49
2.4	Modules élastiques optimisés, épaisseur et masse volumique mesurées des substrats.	50
2.5	Modules de viscoélasticité optimisés, épaisseur mesurée et masse volumique du fabricant de la couche de colle.	50
2.6	Valeur des dérivées partielles de k_L^2 , k_T^2 et h par rapport aux paramètres C_{11} , C_{66} , h , ρ et ω	52
2.7	Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-500 kHz, des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, C''_{11}, C''_{66}]$	53
2.8	Valeur des coefficients pour l'approximation de la dérivée première à l'ordre 1,2 et 4.	59
2.9	Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-500 kHz, des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$, au jeu de paramètres $\mathbf{p}=[C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}]$	60
2.10	Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 5% des paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}{}^{adh}, C'_{66}{}^{adh}, e^{adh}, \rho^{adh}]$	67
2.11	Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 2% des paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}{}^{alu}, C'_{66}{}^{alu}, e^{alu}, \rho^{alu}]$	70
3.1	Distance relative moyenne R_m de chaque mode, nombre de fréquences extraites N_f et temps d'exécution T_{exc} pour les trois méthodes d'extraction de nombres d'onde.	84
3.2	Paramètres utilisés pour l'algorithme <i>GA</i>	86
3.3	Paramètres utilisés pour l'algorithme <i>PSO</i>	87
3.4	Valeurs moyennes et écart type du jeu de paramètres $\mathbf{p}^{opt} = [C'_{11}, C'_{66}$ et $e]$ obtenus avec les algorithmes <i>GNA</i> , <i>GA</i> et <i>PSO</i> sur 20 réalisations. $\overline{D(\mathbf{p}^{opt})}$: valeur moyenne de la fonction coût, $\overline{N_{itr}}$: nombre moyen d'itérations nécessaire pour atteindre la convergence, \overline{T} : temps moyen d'exécution.	90
3.5	Différence relative de nombre d'onde engendré par un défaut de parallélisme β (colonnes 2 à 6) et ses conséquences sur le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ optimisé (colonnes 7 à 9).	95

5.1	Caractéristiques des transducteurs rectangulaires R_1 et R_2	136
5.2	Valeurs optimisées pour le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ de la plaque isotrope en Plexiglas.	140
5.3	Valeurs optimisées des paramètres $C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, C'_{44}, e$ de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ par mesure d'ondes guidées dans le plan $P_{1,0^\circ}$ et valeurs estimées par une mesure simulée sur l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$	144
5.4	Invariants élastiques de la plaque composite UD estimés par immersion, de l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$ estimés par une mesure simulée et de l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ estimés par ondes guidées.	147
5.5	Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-600 kHz, du mode S_1 aux propriétés de la colle et aux propriétés des substrats.	151
A.1	Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-500 kHz, des cinq premiers modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite au jeu de paramètres $\mathbf{p}=[C''_{11}, C''_{55}, C''_{13}, C''_{33}]$	178
A.2	Sensibilité moyenne, dans la bande de fréquences 100-500 kHz, de l'atténuation des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C''_{11}{}^{adh}, C''_{66}{}^{adh}]$	184
A.3	Caractéristiques des transducteurs rectangulaires RC_1 et RC_2	196

Introduction générale

Les matériaux composites, souvent constitués de fibres à hauts modules élastiques (carbone, verre, kevlar) imprégnées dans une matrice plus souple (époxy, polyester, P.E.E.K), sont de plus en plus employés dans des domaines extrêmement variés. Leur utilisation dans le secteur du génie civil permet par exemple d'accroître la résistance à la corrosion ou de contenir la propagation des fissures susceptibles de mener à la rupture [1]. Dans le domaine des transports, ces matériaux sont exploités pour leur faible masse comparée à celle des structures métalliques, mais présentent également des avantages en matière d'absorption en cas de chocs [2, 3]. Les assemblages collés sont également des composites, car ils réunissent des matériaux de natures très différents. Ils sont très utilisés dans le domaine automobile et intéressent de plus en plus le secteur aéronautique, car ils permettent de répartir spatialement les contraintes mécaniques, augmentent la résistance à l'humidité ou évitent le perçage qui fragilise localement les pièces [4, 5]. L'emploi croissant de composites requiert une adaptation régulière des procédés de contrôle et de qualification, que ce soit au moment de la fabrication du matériau (en sortie de la chaîne de production) ou pendant sa mise en service, pour garantir la sécurité des potentiels usagers.

Les essais non destructifs permettent d'évaluer l'état de santé d'une structure sans causer de modifications irréversibles. Le contrôle non destructif (CND) s'attache à détecter, localiser et à dimensionner des défauts dans la structure tandis que l'évaluation non destructive (END) vise à quantifier des propriétés de matériaux (physiques, géométriques, mécaniques, *etc*). Dans les deux cas, ces contrôles sont réalisés afin que les structures répondent à des normes de sécurité et de qualité. Ces procédés non destructifs appliqués aux matériaux composites ont connu un intérêt grandissant au cours des dernières décennies [6].

Parmi les méthodes non destructives existantes, l'utilisation d'ondes ultrasonores permet d'inspecter des matériaux de nature diverse (métaux, polymères, assemblage, *etc*) et permet de renseigner sur l'état de santé de celui-ci. Elles permettent également d'apporter des informations sur les propriétés élastiques du milieu de propagation, car elles le sollicitent mécaniquement. Les systèmes de mesure utilisés sont souvent compacts, portables et peuvent, dans certains cas, s'adapter à des lignes d'assemblage pour le contrôle durant la fabrication du matériau, mais aussi permettre l'inspection d'une structure durant son utilisation. Enfin, contrairement à d'autres méthodes non destructives, l'utilisation d'ondes ultrasonores ne présente pas de dangers pour l'utilisateur. Le secteur industriel voudrait

exploiter tous ces atouts pour caractériser leurs matériaux de manière non destructive, par mesures *in-situ* d'ondes ultrasonores. Cependant, les méthodes ultrasonores permettant de tenir compte des contraintes liées aux conditions de mesure industrielles et remplissant les demandes de caractérisation sont trop peu développées.

La demande porte essentiellement sur la cartographie du tenseur d'élasticité ou l'épaisseur de matériaux polymères renforcés de fibres ou pour déterminer la résistance mécanique du joint de colle d'assemblages collés. À cette demande s'ajoutent les contraintes liées aux conditions de mesure *in-situ*. En effet, il est généralement demandé que le procédé d'évaluation soit sans contact et avec accès unilatéral afin que le dispositif soit découplé de la structure à tester et pour ne pas avoir à démonter tout ou partie de celle-ci. Les mesures doivent être de qualité, ce qui implique qu'elles soient reproductibles et qu'elles fournissent des signaux présentant un faible niveau de bruit. La reproductibilité permet de comparer quantitativement deux mesures faites à deux instants différents et des signaux peu bruités permettent d'inspecter rapidement une structure, car le nombre de moyennes réalisées est faible. Enfin, le procédé d'évaluation non destructive doit se faire en « aveugle », c'est-à-dire sans connaître les propriétés du matériau à l'avance (ou alors de façon très approximative).

Les ondes ultrasonores guidées semblent prometteuses pour répondre à la demande industrielle. Du fait de leur relativement faible atténuation, notamment à basses fréquences, ces ondes peuvent se propager sur de longues distances et ainsi inspecter rapidement de larges structures. Les ondes de Lamb sont sensibles aux propriétés du matériau (modules élastiques, épaisseur et masse volumique) dans lequel elles se propagent [7]. Des études ont montré que la résistance mécanique d'un joint collé est liée aux valeurs des modules élastiques de la colle [8]. Les ondes de Lamb sont par nature multimodales et si ces modes sont correctement sélectionnés ils peuvent interroger toutes les couches ou une couche spécifique au sein d'un empilement [9]. Ces modes se propagent en suivant la courbure des pièces, permettant ainsi de caractériser des pièces non planes comme une aile d'avion ou une aube de réacteur. Toutes ces caractéristiques font des ondes guidées un support de choix pour l'évaluation non destructive de matériaux. Le présent travail vise à apporter une solution exploitant les propriétés de ces ondes, pour caractériser les modules élastiques et l'épaisseur de matériaux composites, en respectant les critères formulés par le secteur industriel : non destructif, accès unilatéral, sans contact, mesures de qualité et procédé en « aveugle ».

Ce manuscrit de thèse est composé de cinq chapitres. Le chapitre 1 dresse un état de l'art sur l'évaluation destructive et non destructive des propriétés de matériaux avec un intérêt

particulier pour les méthodes ultrasonores impliquant les ondes guidées. Quelques outils pour le traitement des signaux ultrasonores d'ondes guidées et pour l'optimisation des propriétés de matériaux sont présentés. Différents dispositifs expérimentaux permettant la génération et la détection de ces ondes sont présentés en soulignant leur aptitude à répondre à la demande industrielle. Ce chapitre met en lumière la nécessité de développer un dispositif unilatéral, sans-contact, produisant des mesures de qualité et permettant la caractérisation non destructive et en aveugle de l'élasticité et de l'épaisseur de matériaux composites.

Le chapitre 2 est consacré à l'étude de la sensibilité des modes guidés aux modules élastiques, à l'épaisseur et à la masse volumique d'une plaque isotrope (Plexiglas), d'un composite stratifié $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ et d'un assemblage collé aluminium-colle-aluminium. Le premier matériau est choisi, car il représente un cas d'école : milieu homogène, isotrope et viscoélastique, de propriétés élastiques et épaisseur bien connues. Il servira à s'assurer de la validité du procédé mis au point, avant de le tester pour les deux autres cas, plus complexes, qui sont représentatifs de composites (hétérogènes, anisotropes et viscoélastiques) rencontrés dans le secteur de l'aéronautique. Cette étude montre la dépendance qui existe entre les caractéristiques dispersives des modes guidés et les propriétés des matériaux ; elle permet d'identifier les modes les plus sensibles à ces propriétés.

Le chapitre 3 s'attache à appliquer quelques méthodes de post-traitement et d'optimisation, qui ont été présentées dans le chapitre 1, à des signaux expérimentaux d'ondes guidées. Cette étude permet de déterminer les outils les plus adéquats pour extraire les caractéristiques dispersives de plusieurs modes se propageant simultanément dans une plaque et pour résoudre le problème inverse consistant à évaluer les modules élastiques et l'épaisseur du matériau. L'intérêt d'ajouter l'épaisseur comme variable à optimiser dans le problème inverse est également discuté. Le procédé par lequel les incertitudes expérimentales sont prises en compte est décrit en fin de chapitre.

Le chapitre 4 porte sur l'établissement d'un modèle numérique 2D permettant de simuler l'expérience de génération et de détection à l'aide de transducteurs à couplage air. Le modèle numérique est ensuite utilisé afin de déterminer la largeur et l'angle d'inclinaison optimaux que doivent avoir les transducteurs à couplage air, pour générer et détecter les modes sensibles aux propriétés des trois matériaux sélectionnés dans cette thèse. Les modes cibles sont identifiés préalablement grâce à l'étude de sensibilité réalisée dans le chapitre 2.

Enfin, le chapitre 5 présente la mise en œuvre des transducteurs de dimensions optimales, déterminées dans le chapitre 4. Ceux-ci sont d'abord fabriqués, caractérisés puis utilisés pour générer et détecter simultanément plusieurs ondes guidées sans contact et avec un accès unilatéral aux échantillons. L'objectif étant de caractériser les modules élastiques et l'épaisseur de la plaque isotrope, du matériau composite et de la couche de colle de l'assemblage aluminium-colle-aluminium. Le traitement sélectionné au chapitre 3 est appliqué aux signaux multimodaux mesurés et la méthode d'optimisation, également choisie au chapitre 3, est employée pour quantifier les propriétés matériaux à partir des données expérimentales extraites (problème inverse). Les résultats sont comparés à ceux obtenus par des méthodes alternatives, l'une se basant sur la mesure du temps de vol des ondes de volume [10, 11], l'autre utilisant les spectres des signaux ultrasonores transmis à travers l'échantillon [12, 13]. Ces méthodes de référence sont efficaces et largement éprouvées, mais nécessitant l'immersion des échantillons et des capteurs, ainsi qu'un accès bilatéral à ces échantillons.

CHAPITRE 1

État de l'art et champs d'application de la thèse

Introduction

Les travaux de thèse portent sur l'évaluation non destructive des propriétés de matériaux par ondes ultrasonores guidées. L'objet de ce chapitre est de recenser les méthodes de caractérisation des propriétés de matériaux et de les situer par rapport à la demande industrielle qui se résume en quatre critères listés ci-dessous :

- Réaliser des mesures non destructives et sans contact pour faciliter le processus de caractérisation et ne pas altérer la structure.
- Inspecter la structure avec un accès unilatéral pour éviter de devoir la démonter.
- Produire des mesures de qualité, c'est-à-dire reproductibles et avec un rapport signal à bruit suffisant pour éviter un nombre trop important de moyennes qui ralentirait le procédé.
- Quantifier les propriétés de matériau en aveugle, c'est-à-dire sans les connaître à l'avance (ou alors de manière très approximative).

Tout d'abord, quelques notions générales d'élasticité, de propagation d'onde, de traitement de signal et de résolution de problèmes inverses sont rappelées. Dans un second temps, quelques méthodes d'évaluation des modules élastiques de matériaux, ultrasonores ou pas, sont décrites. Enfin, des procédés de génération et de détection d'ondes guidées sont investigués.

1.1 Notions générales

Cette section a pour but de donner les notions et outils essentiels à la caractérisation des propriétés de matériaux. Tout d'abord, des éléments théoriques d'élasticité linéaire et de propagation d'ondes dans les solides sont rappelés. Puis différents outils de traitement de signal permettant d'extraire des informations utiles à la caractérisation des propriétés des matériaux sont donnés. Enfin, différents algorithmes d'optimisation utilisant les données extraites sont recensés.

1.1.1 Élasticité linéaire

La caractérisation des modules élastiques d'un matériau repose sur l'évaluation de son tenseur d'élasticité. Ce tenseur d'élasticité intervient dans la loi de Hooke faisant le lien entre contraintes et déformations dans un solide [14, p.134] :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1.1)$$

avec $i, j, k, l = 1, 2, 3$, les axes du repère, C_{ijkl} est le tenseur d'élasticité, σ_{ij} est la contrainte s'appliquant sur la face de normale i dans la direction j et ϵ_{kl} est la déformation s'exprimant :

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (1.2)$$

avec u_k le déplacement particulière dans la direction k . La contraction de Voigt, qui engendre les modifications d'indices suivants : $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 \rightarrow 4, 13 \rightarrow 5, 12 \rightarrow 6$, permet de récrire l'équation (1.1) comme :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix}$$

Le tenseur d'élasticité est un tenseur d'ordre 4 qui comporte 36 termes, mais du fait de sa propriété de symétrie ($C_{ij} = C_{ji}$), il y a au maximum 21 composantes indépendantes.

Le tenseur d'élasticité permet également d'exprimer les modules d'élasticité « techniques » ou « de l'ingénieur » : le module de Young dans la direction i , E_i , le coefficient de Poisson traduisant le rapport du rétrécissement relatif dans la direction j par rapport à l'allongement dans la direction i , ν_{ij} et le module de Coulomb G_{ij} à travers la matrice des souplesses $[S_{ij}] = [C_{ij}]^{-1}$. Les expressions de ces modules sont données par les équations (1.3) :

$$E_i = \frac{1}{S_{ii}} \quad \nu_{ij} = -E_i S_{ij} \quad G_{ij} = \frac{1}{S_{pp}} \quad \text{avec } p = 9 - (i+j) \quad (1.3)$$

Suivant la symétrie du matériau, le tenseur d'élasticité peut se simplifier et l'on distingue deux cas d'intérêt pour le travail réalisé dans cette thèse, le détail de ces types de matériaux est donné dans les sous-sections suivantes.

a) Matériau isotrope

Le cas le plus couramment étudié est celui du matériau isotrope dont font partie la plupart des polymères ainsi que les métaux. Ces matériaux possèdent les mêmes propriétés dans toutes les directions. Ainsi, seules deux composantes sont nécessaires pour décrire le comportement élastique du matériau et la matrice des rigidités s'exprime :

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{66} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad \text{avec } C_{66} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$$

L'utilisation des équations (1.3) permet d'exprimer le module d'Young, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement d'un matériau isotrope :

$$E = \frac{C_{66}(3C_{11} - 4C_{66})}{C_{11} - C_{66}} \quad \nu = \frac{C_{11} - 2C_{66}}{2(C_{11} - C_{66})} \quad G = C_{66}$$

b) Matériau quadratique

Parmi les matériaux quadratiques (ou tétragonaux, matériaux orthotropes invariants par rotation de 90° autour d'un axe et d'un seul du repère d'orthotropie [15]), on retrouve des stratifiés de plis à fibres longues avec des arrangements particuliers de plis. Pour décrire le comportement élastique du matériau équivalent, il est nécessaire de quantifier six modules élastiques. La matrice des rigidités s'écrit dans ce cas :

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{33} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{55} \end{bmatrix}$$

Les modules de l'ingénieur sont calculés à partir de la matrice d'élasticité et des équations (1.3) et s'expriment :

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \frac{C_{11}(C_{23} + C_{33}) - 2C_{13}^2}{C_{23} + C_{33}} & \nu_{21} = \nu_{31} &= \frac{C_{13}(C_{33} - C_{23})}{C_{11}C_{33} - C_{13}^2} \\
 E_2 = E_3 &= \frac{C_{11}(C_{33}^2 - C_{23}^2) + 2C_{13}^2(C_{23} - C_{33})}{C_{11}C_{33} - C_{13}^2} & \nu_{23} = \nu_{32} &= \frac{C_{11}C_{23} - C_{13}^2}{C_{11}C_{33} - C_{13}^2} \\
 \nu_{12} = \nu_{13} &= \frac{C_{13}}{C_{23} + C_{33}} & G_{12} = G_{13} &= C_{55} & G_{23} &= C_{44}
 \end{aligned}$$

où 1 représente la direction normale au matériau et 2 et 3 sont les directions dans le plan de celui-ci.

c) Matériau viscoélastique

Si le solide n'est plus élastique, mais viscoélastique, le comportement visqueux peut être modélisé par l'ajout d'une partie imaginaire aux composantes du tenseur d'élasticité et il existe plusieurs modèles pour prendre en compte ce comportement. Le modèle de Kelvin-Voigt suggère de faire varier la partie imaginaire de manière linéaire avec la fréquence [16, p.326] tandis que d'autres modèles font l'hypothèse que la partie imaginaire ne dépend pas de la fréquence [17, 18]. Dans le cadre de cette thèse, c'est ce dernier modèle qui est utilisé et qui permet d'écrire :

$$C_{ij} = C'_{ij} + I C''_{ij} \quad (1.4)$$

avec C'_{ij} la partie réelle du module viscoélastique décrivant le comportement élastique du matériau, $I^2 = -1$ et C''_{ij} la partie imaginaire du module viscoélastique décrivant le comportement visqueux de celui-ci.

1.1.2 Ondes élastiques dans les solides

Les ondes élastiques déforment mécaniquement et de manière réversible (régime linéaire) la structure lors de leur propagation dans celle-ci. Elles se déclinent en deux catégories : les ondes de volumes qui se propagent localement à travers l'épaisseur du matériau et les ondes guidées se propageant le long de la structure en interagissant avec son épaisseur, délimitée par ses surfaces. La description de ces ondes est faite dans les sous-sections 1.1.2.a) et 1.1.2.b), respectivement.

L'équation du mouvement d'un point dans un solide s'écrit [14, p.177] :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.5)$$

avec $i, j = 1, 2, 3$ les axes du repère, ρ la masse volumique du matériau, u_i est une composante du vecteur déplacement $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ et σ_{ij} est la contrainte s'appliquant sur la face de normale i dans la direction j . En dérivant la contrainte donnée par la loi de Hooke (1.1) et en utilisant les propriétés de symétrie du tenseur d'élasticité ($C_{ijkl} = C_{ijlk}$), l'équation de propagation des ondes élastiques dans les solides est obtenue :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad (1.6)$$

Une solution en ondes planes de cette équation s'écrit :

$$\mathbf{u} = A \mathbf{P} e^{I(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \quad (1.7)$$

avec A l'amplitude du déplacement, $\mathbf{P} = (P_1, P_2, P_3)$ le vecteur polarisation, $\mathbf{k} = k \cdot \mathbf{n} = (k_1, k_2, k_3)$ le vecteur d'onde, k est le nombre d'onde, \mathbf{x} est le vecteur position, $\omega = 2\pi f$ est la pulsation et t est la variable de temps.

a) Ondes de volume

Dans un solide, il existe deux types d'ondes de volume pouvant se propager, l'onde longitudinale et les ondes transversales. L'onde longitudinale (ou quasi longitudinale) qui produit un déplacement particulaire (polarisation) parallèle (ou quasi parallèle) à la direction de propagation ; les ondes transversales (ou quasi transversales) pour lesquelles le déplacement particulaire est perpendiculaire (ou quasi perpendiculaire) à la direction de propagation. La non parfaite colinéarité ou perpendicularité entre la polarisation de l'onde et sa direction de propagation se produit lorsque le plan de propagation n'est pas un plan principal (plan de symétrie) du matériau. Pour exemple, la Figure 1.1 présente la déformation occasionnée au matériau par une onde longitudinale et une onde transversale se propageant selon x_3 .

Pour déterminer la vitesse des ondes de volume, la forme de solution en ondes planes donnée par l'équation (1.7) est remplacée dans l'équation (1.6) et permet d'écrire l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} -\rho\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} + k^2 \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

ou de manière compacte :

$$\rho c^2 P_i = \Gamma_{il} P_l \quad (1.9)$$

avec $\Gamma_{il} = C_{ijkl} n_j n_k$ le tenseur de Christoffel et $c = \omega/k$ la vitesse de phase des ondes de volume.

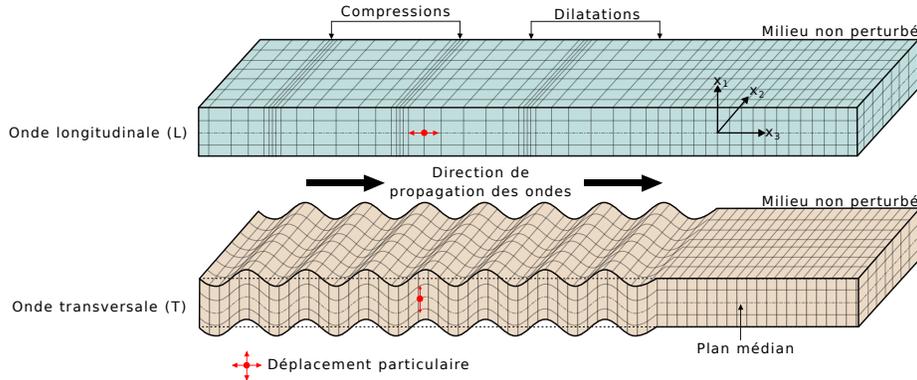


FIGURE 1.1 Schéma représentant le déplacement particulaire de l'onde de volume longitudinale et transversale verticale.

L'équation (1.9) est posée sous forme de problème aux valeurs propres. La détermination des valeurs propres $\lambda = \rho c^2$ permet d'obtenir les trois vitesses de propagation des ondes ainsi que les vecteurs propres représentant les polarisations \mathbf{P} des ondes se propageant dans un matériau homogène. Si ce matériau est isotrope, les vitesses de l'onde longitudinale (c_L) et des ondes transverses (c_T) ont pour expression :

$$c_L = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \quad c_T = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}} \quad (1.10)$$

b) Ondes guidées

Les ondes guidées sont une famille d'ondes qui sont guidées par une ou plusieurs limites structurales du matériau. Les ondes de surface sont astreintes à se propager le long d'une seule surface du matériau, en ne pénétrant que très peu celui-ci, tandis que les ondes de plaque se propagent parallèlement aux surfaces en interagissant avec toute l'épaisseur du matériau. Bien que l'emploi d'ondes de surface ait été étudié pour estimer les modules élastiques de matériaux [19-23], ce type d'onde ne sera pas considéré dans la suite du document. Ce travail de thèse se concentre sur les ondes guidées dans les plaques qui sont également appelées ondes de Lamb d'après Sir Horace Lamb, qui les a décrites en 1917 [24]. Ces ondes ont la particularité de produire des déformations dans toute l'épaisseur du matériau, en se propageant le long du guide et sur des distances importantes si le milieu est faiblement dissipatif. L'appellation « ondes de Lamb » est normalement réservée aux ondes guidées se propageant dans les plaques planes isotropes, symétriques par rapport au

plan médian, libres de contraintes et dont les dimensions selon x_2 et x_3 sont infinies. Ces modes ont des composantes de déplacement non nulles selon x_1 et x_3 et une composante nulle selon x_2 (modes purs).

Les ondes de Lamb possèdent plusieurs modes classés en modes symétriques (S) et antisymétriques (A). Ces nominations sont données au regard du déplacement particulière par rapport au plan médian de la plaque comme présenté par la Figure 1.2.

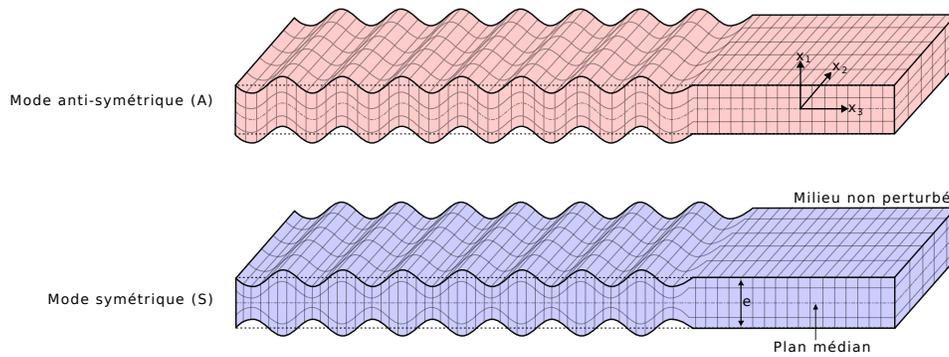


FIGURE 1.2 Déformées modales d'un mode de Lamb symétrique et antisymétrique.

Les ondes SH^1 sont également des ondes guidées par la plaque et sont polarisées perpendiculairement au plan de propagation, dans la direction x_2 (on parlera de modes purs). L'intérêt de ces ondes pour l'END est discuté dans la sous-section 1.2.3.d).

Dans le cas de matériaux anisotropes (et notamment pour la plaque à symétrie quadratique qui sera étudiée), il existe des modes de type SH et des modes de type Lamb qui ont, a priori trois composantes de déplacement non nulles sauf lorsque la propagation s'effectue dans un plan principal du matériau ; dans ce cas, les modes de type SH ou de type Lamb sont purs. Ce sera aussi le cas pour l'assemblage aluminium-colle-aluminium. Dans la suite du manuscrit, nous généralisons l'appellation mode de Lamb aux modes dont le déplacement produit sera dominant dans le plan de propagation, et l'appellation « mode SH » aux modes dont le déplacement dominant sera dans la direction perpendiculaire au plan de propagation.

La vitesse des modes de Lamb est obtenue à partir de l'équation (1.6) et de l'application de conditions aux limites de contraintes nulles aux deux surfaces du guide. L'application de ces conditions aux limites fait apparaître un système homogène dont l'annulation du

1. pour *Shear Horizontal*, en anglais

déterminant conduit, pour un matériau isotrope, à la résolution de l'équation [14, p.315] :

$$\frac{\omega^4}{4k^2q^2c_T^4} = 1 - \frac{b \tan(bh + \alpha)}{q \tan(qh + \alpha)} \quad (1.11)$$

avec k le nombre d'onde, h la demie-épaisseur de la plaque ($h = e/2$), $\alpha = \pi/2$ si le mode est antisymétrique et $\alpha = 0$ si le mode est symétrique, $b^2 = k_L^2 - k^2$, $k_L = \omega/c_L$ et $q^2 = k_T^2 - k^2$, $k_T = \omega/c_T$. L'équation (1.11) est l'équation de dispersion des modes de Lamb dans une plaque isotrope. Il est clair, à la vue de cette équation, que le nombre d'onde des modes dépend des propriétés de la plaque (modules élastiques, épaisseur, masse volumique), mais également de la fréquence. Les N_p propriétés de la plaque sont représentées par le vecteur $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_j, \dots, p_{N_p}]$. Les racines de l'équation (1.11) définissent les couples nombre d'onde-fréquence (k, f) des modes de Lamb. Dans une gamme de fréquences bornée, il y a un nombre fini M de modes propagatifs. Le nombre d'onde du mode m ($m \in [0, \dots, m, \dots, M]$) calculé avec le jeu de paramètres \mathbf{p} s'écrit $k_m(\mathbf{p}, f_m)$. Les solutions de l'équation de dispersion permettent aussi de déterminer la vitesse de groupe $v_{gr} = \partial\omega/\partial k$, nécessaire pour certaines applications en END ou CND.

À titre d'exemple, la Figure 1.3 présente les courbes de dispersion des modes de Lamb se propageant dans une plaque d'aluminium de 8 mm et de modules élastiques tirés de [25] pour des fréquences allant de 100 kHz à 1000 kHz.

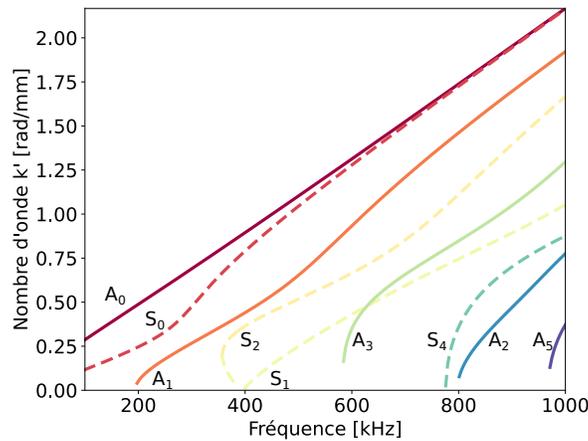


FIGURE 1.3 Courbes de dispersion des modes de Lamb se propageant dans une plaque d'aluminium de 8 mm. Modes antisymétriques (—) et modes symétriques (- -).

Les modes A_0 et S_0 sont appelés « modes fondamentaux » ; ils ne comportent pas de fréquence de coupure. Les modes A_n et S_n (avec $n > 0$) sont appelés « modes d'ordres

supérieurs ». La numérotation des modes sur la Figure 1.3 suit celle donnée par Royer et al. [14, p.317-318] et est rappelée dans le Tableau 1.1, avec $n, m \in \mathbb{N}$.

	Parité	Fréquence de coupure
Modes antisymétriques	A_{2n}	$\frac{n c_L}{e}$
	A_{2m+1}	$\frac{2m+1 c_T}{2 e}$
Modes symétriques	S_{2n}	$\frac{n c_T}{e}$
	S_{2m+1}	$\frac{2m+1 c_L}{2 e}$

TABLEAU 1.1 Fréquence de coupure des modes de Lamb dans une plaque isotrope.

Quand la fréquence des modes d'ordres supérieurs est proche de leur fréquence de coupure, la vitesse de groupe tend vers zéro (pente infinie des courbes de dispersion $k(f)$), indiquant que les modes ne propagent pas d'énergie le long du guide. Sur la Figure 1.3, à une fréquence d'environ 380 kHz, il est visible que le nombre d'onde du mode S_1 décroît lorsque la fréquence augmente ce qui signifie que la vitesse de groupe de ce mode est négative. En pratique, cela se traduit par une onde ayant une direction de propagation de l'énergie opposée au vecteur d'onde [26]. Pour les matériaux isotropes, il a été montré que le point de jonction entre la branche à vitesse de groupe négative et la branche à vitesse de groupe positive (nombre d'onde qui croît avec la fréquence) peut être prédit grâce au rapport c_T/c_L du matériau [27]. Dans cette thèse, seuls les modes à vitesse de groupe positive sont étudiés. Les branches à vitesse de groupe négative ne sont donc pas représentées sur les diagrammes $k(f)$ donnés dans la suite du document.

Le lien entre la branche à vitesse de groupe positive du mode S_2 et la branche à vitesse de groupe négative se fait en passant par une vitesse de groupe nulle. À la différence des modes ayant un nombre d'onde nul et par définition une vitesse de groupe nulle, le point raccordant les deux branches des courbes de dispersion n'a pas un nombre d'onde nul. Ce point particulier est appelé mode à vitesse de groupe nulle ou ZGV^2 et est d'un intérêt particulier pour l'END qui est détaillé dans la sous-section 1.2.3.c).

2. pour *Zero-Group Velocity* en anglais

c) Modélisation de la propagation d'ondes dans les matériaux

Il est convenu que la vitesse des modes de volume et des modes guidés dépend des modules élastiques et/ou de l'épaisseur et de la masse volumique des matériaux dans lesquels ils se propagent. Les vitesses de propagation des ondes de volume et l'équation de dispersion des modes de Lamb ont été données pour le cas isotrope monocouche. Cependant, la propagation de ces ondes élastiques est souvent étudiée dans des matériaux anisotropes et/ou multicouches. De ce fait, des méthodes de calcul plus complètes ont été mises en place pour modéliser la propagation d'ondes dans ces milieux.

Les publications de Lowe [28] et Huber [29] fournissent une vue globale des méthodes de modélisation de la propagation de ces ondes dans les matériaux. Quelques-unes sont présentées ici pour leur lien avec les besoins de l'étude menée dans cette thèse. Il existe principalement deux catégories de méthodes pour le calcul d'ondes dans les milieux : les méthodes matricielles et les méthodes discrètes.

Parmi les méthodes matricielles se trouve la *Transfer Matrix Method (TMM)* établie par Thomson et Haskell [30, 31]. Cette méthode propose de déterminer une matrice pour relier les contraintes et déplacements s'exerçant sur l'interface haute d'un empilement de couches planes à ces mêmes champs s'exerçant sur l'interface basse. Cependant, cette méthode devient « instable » à haut produit fréquence-épaisseur comme le montre Dunkin [32]. Les chercheurs ont développé des stratégies pour « contrer » ces instabilités en adaptant le formalisme des matrices de transfert. La *Delta Operator Technique* permet une écriture différente de la matrice de transfert et a été montrée efficace pour modéliser la propagation dans des milieux anisotropes multicouches [33]. En particulier, cette méthode permet à Castaings et al. [34] de calculer les courbes de dispersion des modes guidés se propageant dans un matériau composite. La *Global Matrix Method (GMM)* est une formulation bien différente qui propose d'écrire, dans une seule matrice, les champs de toutes les couches et a été développée par Knopoff [35]. Si la structure possède un nombre important de couches, le calcul de la solution peut être assez long étant donné la taille de la matrice globale. La *Surface Impedance Matrix Method* permet une réduction d'un facteur quatre environ du nombre d'éléments dans la matrice en plus d'éliminer les instabilités liées à la méthode des matrices de transfert [36]. Proposée par Rokhlin et Wang [37, 38], la *Stiffness Matrix Method (SMM)* est l'une des méthodes matricielles les plus performantes pour le calcul dans les milieux multicouches. Celle-ci propose un arrangement différent de la matrice de transfert afin d'éviter les instabilités rencontrées à haut produit fréquence-épaisseur. Kamal et al. [39] et Barski et al. [40] attestent de l'efficacité de cette

formulation pour le calcul des courbes de dispersion des modes guidés se propageant dans des matériaux composites.

Les méthodes discrètes sont plus récentes et ont été initiées par l'apparition des techniques *Semi Analytical Finite Element (SAFE)* utilisant les éléments finis pour modéliser la propagation d'ondes. Celles-ci ont été introduites en 1995 par Gavrić [41] pour le calcul des vibrations dans un rail et sont largement employées pour le calcul des courbes de dispersion des modes guidés se propageant dans des structures complexes (multicouches, section arbitraire, *etc*) [42, 43]. Les méthodes *Waveguide Finite Element (WFE)* [44] et *Scaled Boundary Finite Element Method (SBFEM)* [45] reposent également sur l'utilisation des éléments finis pour le calcul d'ondes dans les structures. D'autres approches proposent d'utiliser les différences finies pour le calcul. Packo et al. [46] montrent l'efficacité de ces approches pour le calcul des courbes de dispersion des modes guidés se propageant dans une plaque composite isotrope transverse. Ducasse et al. [47] présentent un ajout à cette méthode en donnant la possibilité de charger la structure de deux fluides différents, de part et d'autre. Dans le cadre de cette thèse, c'est cette approche qui est choisie pour le calcul des caractéristiques dispersives des modes guidés. La *Spectral Collocation Method (SCM)* a été introduite en 2004 par Adamou et al. [48] et repose sur une approximation spectrale satisfaisant les équations différentielles des champs de déplacements/contraintes et les conditions aux limites. Quintanilla et al. [49] montrent un exemple de calcul de courbes de dispersion des modes se propageant dans différentes structures à l'aide de la *SCM*.

1.1.3 Traitement de signal

L'équation de dispersion pour le cas isotrope monocouche (1.11) montre une dépendance entre les propriétés dispersives (vitesse de groupe, nombre d'onde, *etc*) des modes de Lamb et les propriétés \mathbf{p} du matériau dans lequel elles se propagent. Les signaux expérimentaux d'ondes guidées sont souvent des signaux temporels porteurs d'informations sur les propriétés dispersives des modes. Pour accéder à ces propriétés, il est nécessaire d'appliquer à ces signaux temporels un traitement de signal adéquat qui peut différer en fonction de la grandeur recherchée (vitesse de groupe, nombre d'onde, atténuation) ou du type de signaux mesurés (mono ou multimodaux, dispersifs ou pas).

a) Estimation de la vitesse de groupe

La mesure de la vitesse de groupe se fait en quantifiant le retard $\tau_{gr}(f)$ entre deux paquets d'ondes relevés en deux positions séparées d'une distance d et en utilisant l'équation

(1.12) :

$$v_{gr}(f) = \frac{d}{\tau_{gr}(f)} \quad (1.12)$$

L'estimation du retard de groupe s'effectue à l'aide de méthodes de traitement de signal qui proposent de représenter les signaux dans l'espace temps-fréquence. Parmi les méthodes existantes, le calcul du spectrogramme du signal [50] permet d'estimer la vitesse de groupe de plusieurs modes de Lamb [51]. La quantification du retard de groupe peut également se faire en appliquant la pseudo-distribution de Wigner-Ville aux signaux. En utilisant cette méthode Prosser et al. [52] ont estimé la vitesse de groupe de deux modes de Lamb. La *Warped Frequency Transform* permet de distordre la grille temps-fréquence pour l'adapter aux signaux expérimentaux observés et pour en extraire la vitesse de groupe [53].

Toutes ces méthodes sont cependant soumises au principe d'incertitude d'Heisenberg qui stipule qu'il n'est pas possible d'obtenir une résolution extrême à la fois en temps et en fréquence. Des méthodes de réallocation ont cependant été développées pour réduire l'étalement d'un spectrogramme dans l'espace temps-fréquence et permettre des mesures plus précises de la vitesse de groupe [54, 55].

Enfin, plusieurs méthodes temps-fréquence ont été recensées et comparées par Niethammer et al. [56]. La conclusion de l'étude est que le spectrogramme réalloué est l'outil le plus performant pour mesurer la vitesse de groupe de plusieurs modes de Lamb simultanément. Dans ces travaux, les ondes guidées sont générées par laser et la mesure est effectuée par interférométrie en un seul point. De ce fait, la distance d est facilement accessible et le retard de groupe mesuré correspond aux ondes se propageant dans la plaque, du point d'excitation au point de réception.

b) Estimation du nombre d'onde

D'une manière générale, l'estimation du nombre d'onde (ou de la vitesse de phase) des modes de Lamb pour la caractérisation est plus courante que l'estimation de la vitesse de groupe et fournit en général des résultats plus précis quand plusieurs modes se propagent. À ma connaissance, il n'existe pas d'étude comparative des différentes méthodes permettant de mesurer le nombre d'onde des modes telle que celle faite par Niethammer et al. [56] pour la vitesse de groupe. C'est pourquoi le principe de quelques méthodes est rappelé dans cette partie et, dans un second temps, elles sont comparées dans le chapitre 3, en les appliquant à des signaux expérimentaux d'ondes guidées pour déterminer celle qui sera utilisée dans ce travail.

Si un unique mode se propage, le nombre d'onde de ce mode peut être estimé à partir de mesures en seulement deux points, en estimant le déphasage entre les signaux mesurés [57, 58]. Si plusieurs modes se propagent dans une bande de fréquence donnée, la mesure de leurs nombres d'onde demande d'acquérir une « collection » de signaux temporels le long de leur direction de propagation. Chacun des signaux temporels est « empilé » pour produire une matrice représentant l'amplitude $u(x, t)$ des signaux en fonction de l'espace x et du temps t . Cette matrice 2D est appelée un *B-scan*. À partir de ce *B-scan*, plusieurs méthodes existent pour extraire les couples nombre d'onde-fréquence des modes guidés se propageant dans la plaque.

L'un des traitements les plus utilisés est la transformée de Fourier discrète en deux dimensions³. Cette opération consiste à réaliser deux transformées de Fourier discrètes (*DFT*⁴), une temporelle puis une spatiale sur la matrice $u(x, t)$ qui s'écrit ensuite $U(k, f)$. Cette méthode a montré son efficacité pour la détermination des nombres d'onde de plusieurs modes se propageant dans la même gamme de fréquences [59, 60]. La *Singular Value Decomposition (SVD)* peut être appliquée après une *2D-FFT* afin de séparer le bruit des composantes utiles du signal (modes guidés) notamment pour rechercher les modes dont l'amplitude est proche de celle du bruit. Des versions améliorées de cette méthode ont été utilisées pour extraire les modes guidés se propageant dans les os [61].

La méthode *Multiple Signal Classification (MUSIC)* a été employée avec succès pour l'analyse de contenu multimodal [62, 63]. Cette méthode se base sur la décomposition de la matrice d'autocorrélation des signaux reçus et sur la projection des vecteurs propres de cette matrice sur une base d'exponentielles [64]. Comparée à une méthode employant la *SVD*, Zabbal et al. [64] montrent que la méthode *MUSIC* permet la détection de modes ayant une amplitude plus faible ainsi qu'une résolution en nombre d'onde plus élevée.

Le traitement de signal *Matrix Pencil (MP)* est une approche basée sur l'approximation des signaux expérimentaux par des exponentielles décroissantes [65, 66]. À chaque fréquence, les nombres d'onde complexes des modes sont estimés en déterminant l'argument de ces exponentielles. Cette méthode a été appliquée à des signaux multimodaux d'ondes guidées pour extraire les nombres d'ondes de trois [67] et cinq modes se propageant dans une plaque isotrope [68].

Ces méthodes sont parmi les plus utilisées pour déterminer les nombres d'onde des modes de Lamb. Il existe cependant d'autres techniques de traitement de signal comme la

3. Désignée dans la suite par *2D-FFT*, pour *2 dimensional Fast Fourier Transform* qui désigne à proprement parler un algorithme permettant le calcul de la transformée de Fourier en deux dimensions.

4. pour *Discrete Fourier Transform*, en anglais

transformée de Radon, employée en géophysique notamment pour l'analyse de la vitesse des ondes de surface [69-71] ou bien la méthode de Prony ayant un fonctionnement similaire à la méthode *Matrix Pencil* [72].

1.1.4 Algorithmes d'optimisation

La dernière étape pour l'évaluation des modules élastiques des matériaux est de résoudre un problème inverse dans lequel le jeu de paramètres \mathbf{p} optimal est recherché à partir de la grandeur mesurée et d'un modèle de calcul de cette grandeur, qui dépend de \mathbf{p} . Dans le cadre de cette thèse, la grandeur sera les courbes de dispersion (k, f) des modes guidés et le vecteur de paramètres \mathbf{p} sera composé des modules d'élasticité du matériau, voire de son épaisseur. Le problème direct, par opposition au problème inverse, permet d'obtenir les couples (k, f) en injectant les valeurs \mathbf{p} dans l'équation de dispersion. Ce problème direct est résolu en utilisant une des méthodes de calcul présentées dans 1.1.2.c).

La résolution du problème inverse consiste donc à utiliser des algorithmes d'optimisation itératifs permettant de minimiser l'écart entre les courbes de dispersion mesurées et calculées avec un jeu de propriétés \mathbf{p} à trouver. Il existe deux grandes classes d'algorithmes permettant la résolution de problèmes inverses : les algorithmes déterministes et les algorithmes stochastiques. Quelques-uns sont présentés ici et une étude plus approfondie des performances de trois d'entre eux est réalisée dans le chapitre 3 afin de sélectionner le plus adéquat pour résoudre les problèmes de caractérisation adressés dans ce travail.

a) Algorithmes déterministes

Un algorithme déterministe est un algorithme qui, selon une entrée, produira toujours la même sortie. Dans un contexte d'optimisation, cela signifie que, pour un jeu de données initial \mathbf{p}^{ini} , un algorithme déterministe fournira toujours le même jeu de paramètres optimal \mathbf{p}^{opt} . La détermination de ce jeu de paramètres optimal dépend donc du choix des paramètres initiaux.

- **Algorithme Simplex**

L'un des algorithmes les plus anciens et les plus utilisés est l'algorithme du Simplex, introduit en 1965 par Nelder et al. [73]. L'idée de l'algorithme Simplex est de considérer chaque jeu de solution potentiel comme un point dans un espace à N_p dimensions (N_p est le nombre de paramètres à déterminer). Le point est appelé un sommet et un simplex est une figure géométrique à $N_p + 1$ sommets. Dans le cas de la caractérisation de deux paramètres, $N_p = 2$ et le simplex est un triangle dans un espace 2D. L'objectif est de déterminer le

sommet avec la fonction coût la plus basse (la fonction coût représente l'écart entre les données utilisées et les données calculées avec le jeu de paramètres du sommet) afin de remplacer celui-ci par un autre sommet déterminé grâce à quatre opérations : réflexion, expansion, contraction et rétrécissement [74]. Ce procédé est répété jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt (erreur relative, absolue ou nombre d'itérations) soit satisfait.

L'intérêt de cet algorithme est qu'il est relativement simple à mettre en place et permet de déterminer le minimum d'une fonction coût (ici, l'écart entre les courbes de dispersion mesurées et calculées avec un jeu de paramètres \mathbf{p}) à plusieurs variables (les paramètres recherchés). Cet algorithme a été utilisé avec succès pour déterminer les modules élastiques de matériaux isotropes [75] et de la couche de colle d'un assemblage collé [74] à partir de mesures d'ondes guidées.

- **Algorithme de Gauss-Newton (GNA)**

Des méthodes de descente de gradient ont été développées et ont, par exemple, permis de déterminer les modules élastiques et l'épaisseur d'échantillons d'os [76]. Ces algorithmes consistent à trouver un jeu de paramètres permettant de minimiser une fonction. La méthode de Gauss-Newton dérive de la méthode de descente de gradient en ayant l'avantage de ne pas avoir à calculer les dérivées secondes de la fonction à minimiser qui sont parfois complexes à évaluer. Cette méthode est employée pour la résolution des problèmes de moindres carrés non linéaires et peut être vue comme la généralisation de la méthode de Newton dans le cas d'une fonction à plusieurs variables.

Cet algorithme propose d'approximer, par un procédé itératif, les racines d'une fonction $F(\mathbf{p})$. L'estimation du jeu de paramètres \mathbf{p} à l'itération $n + 1$ est donnée par l'équation :

$$\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{p}^n - J_F(\mathbf{p}^n)^{-1} F(\mathbf{p}^n)$$

avec \mathbf{p}^n le jeu de paramètres à l'itération n , $F(\mathbf{p}^n)$ est un vecteur représentant l'écart entre la grandeur mesurée et la grandeur calculée (dans le cadre de cette thèse, la grandeur sera les courbes de dispersion des modes guidés) avec le jeu de paramètres \mathbf{p}^n et $J_F(\mathbf{p}^n)$ est la matrice Jacobienne de la fonction $F(\mathbf{p}^n)$. Le jeu de paramètres optimal \mathbf{p}^{opt} est alors celui qui permet d'écrire $F(\mathbf{p}^{\text{opt}}) = 0$.

L'algorithme de Gauss-Newton ne converge pas systématiquement. C'est notamment le cas lorsque le jeu de paramètres initial \mathbf{p}^{ini} est trop éloigné du jeu de paramètres optimal \mathbf{p}^{opt} ou que la matrice $J_F(\mathbf{p}^n)^{-1}$ est mal conditionnée. Lorsque le problème inverse est bien conditionné, il a été montré que cet algorithme permet de déterminer des constantes

élastiques de plaques [77], de crânes humains [78] ou de déterminer les constantes de matériaux piézoélectriques [79]. Il a également été utilisé pour résoudre des problèmes inverses de natures différentes [80, 81].

b) Algorithmes stochastiques

Des algorithmes dits « stochastiques » ont, en général, un espace de recherche des solutions plus important et ne mettent pas à jour une unique solution, mais tout un ensemble. À l'inverse des algorithmes déterministes, ceux-ci incluent souvent des processus aléatoires et ont par nature une sortie différente à chaque réalisation. Dans cette catégorie d'algorithmes se trouvent les approches bayésiennes qui évaluent la probabilité d'apparition d'une solution à partir de modèles d'observation. Ces algorithmes ont été employés avec des données expérimentales pour déterminer les modules élastiques de plaques isotropes [82] et composites [83]. Parmi les algorithmes stochastiques existants, les algorithmes évolutifs font partie des plus employés pour déduire des propriétés de matériaux *via* des mesures d'ondes guidées.

• Algorithme génétique (*GA*)

Les algorithmes génétiques ont connu un intérêt grandissant durant les dernières décennies dû notamment à l'augmentation de la puissance de calcul des machines. Ces algorithmes sont appelés évolutifs, car ils reproduisent des comportements naturels comme la mutation, le croisement ou encore l'élitisme pour déterminer la solution optimale dans une population donnée. Pour l'application à la caractérisation des modules élastiques, la population est composée d'individus et chaque individu est représenté par un jeu de paramètres \mathbf{p} . La Figure 1.4 présente l'organigramme de fonctionnement de cet algorithme.

La population est initialisée en donnant des valeurs aléatoires, mais bornées aux paramètres p_j dans \mathbf{p} pour chaque individu. La fonction coût est ensuite calculée pour chacun des individus et est en général définie comme étant la différence quadratique entre les jeux de grandeurs mesurées et calculées avec \mathbf{p} (les courbes de dispersion, par exemple). Ensuite, le critère d'arrêt est évalué et les opérateurs génétiques sont appliqués si celui-ci n'est pas satisfait. Les opérateurs « crossover », « mutation » et « elitism » permettent respectivement de croiser les individus entre eux, de faire varier légèrement la valeur d'un paramètre des individus et d'élire le meilleur individu dans la population, au sens de la minimisation de la fonction coût.

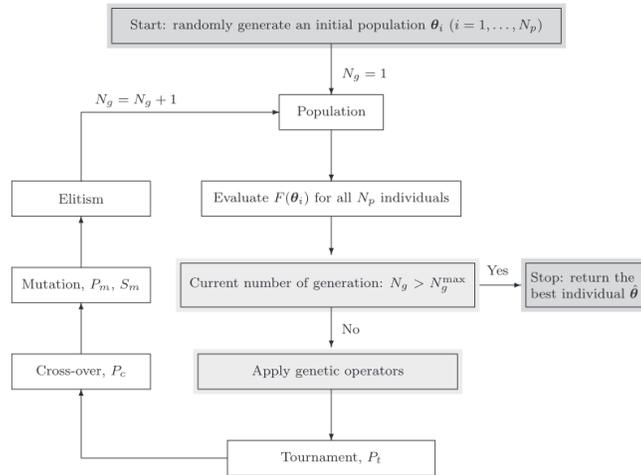


FIGURE 1.4 Organigramme de fonctionnement d'un algorithme génétique. Image tirée de [84].

Ces algorithmes sont très utilisés, car ils permettent d'explorer un espace de solutions assez vaste, ce qui signifie que l'estimation initiale des paramètres peut être assez éloignée de la valeur optimale. Leur robustesse a été montrée à travers la résolution de problèmes inverses pour déterminer les modules élastiques de plaques composites [85-89]. En plus des constantes élastiques, certains auteurs ont montré qu'il est possible d'estimer l'épaisseur [84, 90] ou la masse volumique [91] des matériaux.

• Optimisation par essaim de particules (*PSO*)

L'algorithme d'optimisation par essaim de particules ou *PSO*⁵ a connu un nombre d'utilisations grandissant depuis les années 2000 [92]. Cet algorithme propose de déterminer le minimum global d'une fonction coût en imitant le comportement d'un essaim de particules se déplaçant dans un espace délimité. Le fonctionnement d'un algorithme *PSO* est très similaire à celui d'un algorithme génétique, mais est, d'une certaine manière, moins aléatoire, car la position des particules ainsi que leur vitesse sont déterminées par le jeu d'équations (1.13) [93, 94] :

$$\begin{cases} P_i^{t+1} = P_i^t + V_i^{t+1} \\ V_i^{t+1} = w V_i^t + c_1 r_1 (P_{best(i)} - P_i^t) + c_2 r_2 (G_{best} - P_i^t) \end{cases} \quad (1.13)$$

avec w , c_1 , c_2 , les « hyperparamètres », intrinsèques à l'algorithme *PSO*, r_1 et r_2 deux nombres aléatoires compris entre 0 et 1, P_i^t et V_i^t sont respectivement la position et la

5. pour *Particle Swarm Optimization*, en anglais

vitesse de la particule i à l'itération t , $P_{best(i)}$ est la meilleure position de la particule i et G_{best} est la meilleure position, toutes particules confondues.

L'utilisation de cet algorithme a permis de quantifier les modules élastiques de plaques composites [88, 95, 96] ainsi qu'une estimation simultanée de l'épaisseur et des modules élastiques de plaques à partir de la mesure des courbes de dispersion des modes guidés [97, 98]. Les algorithmes *GA* et *PSO* reposent sur des processus aléatoires entraînant une solution optimale différente pour deux réalisations menées dans les mêmes conditions. En conséquence, il est nécessaire de répéter plusieurs fois le processus d'optimisation pour obtenir la solution optimale moyenne et les écarts types associés et peut donc engendrer des temps de calcul importants. À titre d'exemple, l'étude de Orta et al. [88] montre des temps de calcul moyens de 411 s et 1052 s pour une réalisation de l'algorithme *PSO* et *GA*, respectivement. Dans cette même étude, les valeurs optimisées des modules élastiques d'une plaque composite unidirectionnelle sont moyennées sur 100 réalisations de ces algorithmes.

- **Apprentissage profond**

Une nouvelle catégorie d'algorithmes a émergé ces dernières années. Le développement de l'apprentissage profond et des réseaux de neurones a permis d'établir de nouvelles techniques d'identification de propriétés de matériaux. L'intérêt de ces méthodes réside principalement dans leur temps d'exécution, permettant une estimation en temps réel (≈ 1 ms) des propriétés selon Rautela et al. [99] et Gopalakrishnan et al. [100]. Ces temps sont donnés en ne tenant pas compte du temps d'entraînement de l'algorithme qui dépend de la taille du jeu de données d'apprentissage et de l'architecture d'apprentissage profond. De même, les valeurs optimisées des modules élastiques dépendent du niveau d'entraînement des algorithmes et de la complexité du problème à résoudre. Ces méthodes de résolution de problèmes inverses sont en plein essor, mais n'ont pas été exploitées durant le projet de thèse.

1.2 Méthodes d'évaluation des propriétés de matériaux

Les quelques notions générales sur l'élasticité des solides, les ondes ultrasonores, la modélisation de leur propagation, le traitement des signaux expérimentaux ou encore les techniques d'optimisation de paramètres vont permettre d'aborder les méthodes de caractérisation des modules élastiques de matériaux. Deux essais mécaniques standard sont d'abord rappelés, suivis par une technique vibratoire. Des méthodes ultrasonores, donc non destructives (1er critère requis par les industriels) sont ensuite présentées, basées sur les ondes de volume dans un premier temps, puis employant les ondes guidées, en sélection-

nant les procédés expérimentaux avec accès unilatéral (2e critère demandé). Une analyse est finalement faite pour définir lesquelles de ces méthodes par ondes guidées cochent les trois autres critères demandés par les industriels : sans contact, mesures peu bruitées, procédé de caractérisation en aveugle.

1.2.1 Essais mécaniques

Parmi les méthodes existantes pour quantifier les propriétés de matériaux se trouvent les essais mécaniques. Ces essais ont pour rôle de caractériser les lois de comportement des matériaux et dans le cas présent de déterminer les constantes élastiques intervenant dans la loi de Hooke. Bien que ces essais ne conduisent pas nécessairement à la destruction de l'échantillon de matériau, celui-ci doit souvent être découpé en amont pour répondre aux standard des normes auxquelles sont soumis les essais mécaniques. De plus, les déformations engendrées par les essais mécaniques sont souvent importantes. L'essai est alors qualifié de destructif, car dans sa globalité le matériau voit ses propriétés altérées (régime plastique). Ce type d'évaluation ne répond évidemment pas à la demande industrielle formulée. Malgré tout, il est important de citer quelques exemples de méthodes destructives permettant la caractérisation des propriétés de matériaux.

a) Essai de traction

La méthode la plus populaire (et la plus directe) pour estimer les modules élastiques d'un matériau est l'essai de traction. Cette méthode est assez employée puisqu'elle permet de déterminer les modules élastiques de matériaux directement *via* une expérience. Une éprouvette est placée dans les mâchoires d'une machine de traction puis l'allongement de cette éprouvette est enregistré en même temps que la force appliquée à celle-ci. La Figure 1.5 tirée de [101] résume l'essai de traction réalisé.

Les images des éprouvettes sur le côté gauche de la Figure 1.5 montrent le changement de forme de celle-ci à différents stades de l'essai de traction. La courbe sur le côté droit de la Figure 1.5 présente la déformation mesurée ($\Delta L/L_0$) en fonction de la contrainte appliquée. Dans le domaine élastique, la déformation croît linéairement avec la contrainte et la pente de la courbe contrainte-déformation dans le régime élastique correspond au module d'Young dans la direction d'application de la contrainte. Le coefficient de Poisson du matériau est obtenu en calculant le rapport entre la déformation transverse et axiale du matériau dans la région élastique de celui-ci [102].

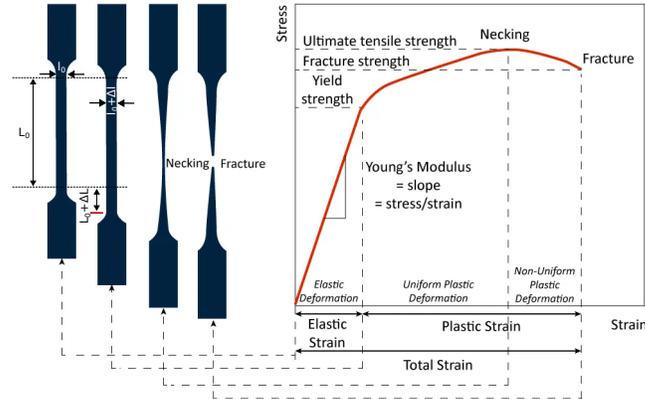


FIGURE 1.5 Essai mécanique de traction. Figure tirée de [101]

Cette méthode a été employée pour déterminer les modules élastiques E_1 , E_2 , ν_{12} et G_{12} de polymères renforcés de fibres de carbone (CFRP) [103]. Les résultats de la caractérisation sont en accord avec les modules élastiques annoncés par le fabricant et avec ceux obtenus par une méthode ultrasonore en immersion. La principale contrainte pour la détermination de ces quatre modules élastiques est qu'il est nécessaire de réaliser trois tests de traction. De plus, le dernier module élastique ν_{23} n'a pas pu être déterminé par l'essai de traction alors qu'une méthode ultrasonore en immersion a permis l'estimation de ce module.

Les essais de traction ne sont pas réservés aux matériaux « solides », mais peuvent également être appliqués aux tissus mous comme le montre l'étude de Kang et al. [104]. La principale contrainte à l'étude des tissus mous est que la mâchoire des machines de tractions endommage les bords des tissus et rend donc le matériau inutilisable par la suite. La conception de mâchoires en impression 3D a permis de réaliser des essais de traction sur ces tissus et de déterminer un module élastique de l'ordre de quelques kPa avec une bonne reproductibilité.

b) Essai de flexion

Pour déterminer les modules élastiques d'un matériau, il est possible de réaliser des essais en flexion. Ces essais ont pour rôle de mesurer le déplacement de l'échantillon et de relier ce déplacement aux modules de rigidité via des modèles analytiques [105] ou par résolution de problèmes inverses [106]. Pour cette mesure, le matériau est simplement supporté par trois supports, une force quasi ponctuelle est appliquée sur celui-ci et le déplacement normal de l'échantillon est enregistré par une caméra. Le dispositif expérimental proposé par Bruno et al. [107] est présenté sur la Figure 1.6.

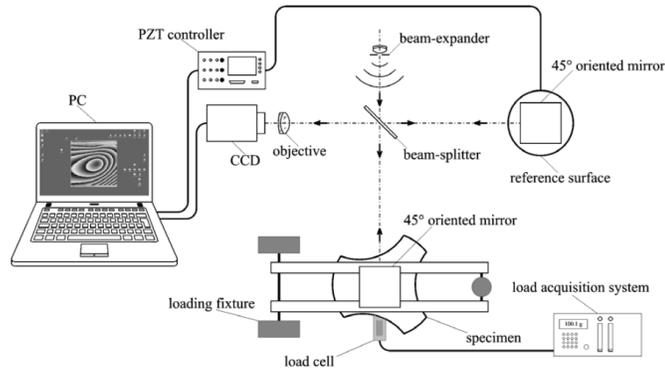


FIGURE 1.6 Essai mécanique de flexion. Figure tirée de [107]

La procédure décrite est appliquée et permet de déterminer quatre constantes élastiques de l'aluminium E_1 , E_2 , ν_{12} et G_{12} , les axes 1 et 2 formant le plan du matériau, et donne des résultats avec moins de 3% d'écart d'une contre-mesure réalisée par les auteurs. De plus, la méthode appliquée au cas d'un composite unidirectionnel conduit à estimer E_1 avec un écart inférieur à 3% par rapport aux résultats obtenus par un essai avec normes *ASTM*⁶. Les autres modules E_2 , ν_{12} et G_{12} sont estimés avec des écarts compris entre 12% et 22% par rapport aux mesures *ASTM*.

1.2.2 Analyse modale

L'analyse modale expérimentale d'une structure permet de mesurer les modes propres de celle-ci. Ces modes de vibration sont définis par une fréquence propre (ou fréquence naturelle) et une déformée modale associée. Il a été montré que la mesure de ces fréquences propres permet de remonter aux modules élastiques de plaques [108, 109] et de poutres [110-112]. L'estimation des atténuations modales permet également de déduire les facteurs de perte, traduisant la viscoélasticité du matériau [113, 114]. La mesure de ces modes de vibration s'applique, en général, pour des fréquences allant de quelques Hz à quelques kHz et peut s'effectuer à l'aide d'un des deux montages présentés sur la Figure 1.7. Le montage de gauche permet d'exciter la structure avec un appareil basses-fréquences (entre 300 Hz et 20 kHz) et de mesurer la réponse de la plaque avec un transducteur piézoélectrique. Il a cependant été montré que la masse du transducteur peut influencer sur la réponse de la plaque et le montage de droite permet de pallier ce problème en excitant la structure avec un marteau d'impact et en mesurant la réponse de celle-ci avec un microphone.

6. pour *American Society for Testing and Materials* est un organisme de normalisation produisant des normes techniques sur les matériaux, les produits les systèmes et les services.

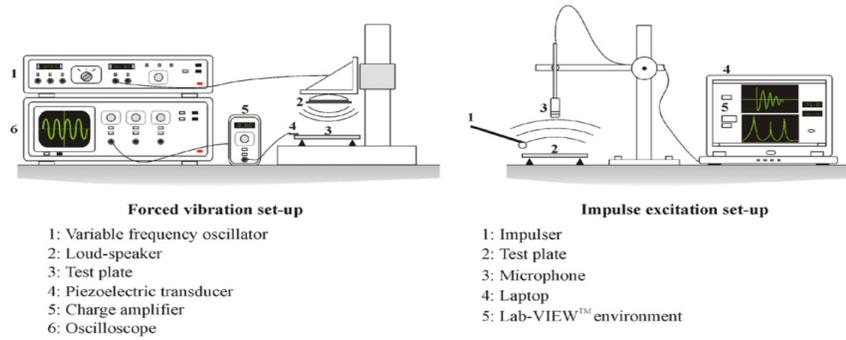


FIGURE 1.7 Dispositif de mesure des fréquences naturelles. Figure tirée de [115].

Le calcul des fréquences propres par une approche polynomiale permet, par une méthode directe, d'estimer le module de Young et le coefficient de Poisson de matériaux isotropes avec des écarts relatifs à des méthodes de référence inférieurs à 1% [115]. Si les fréquences propres des structures ne peuvent être estimées par une approche analytique, des modèles inverses sont mis en place. L'étude de Maletta et al. [116] montre par exemple l'utilisation conjointe d'un modèle par éléments finis pour calculer les fréquences propres de la structure et d'un algorithme génétique permettant de relier les données calculées aux données mesurées et d'en extraire les modules élastiques recherchés. Cette procédure appliquée à un matériau composite carbone/époxy a permis d'estimer les modules E_1 , E_2 et G_{12} avec des écarts relatifs inférieurs à 1% et le module ν_{12} avec un écart relatif d'environ 18% comparé à une autre méthode.

Comme le montre la Figure 1.7, le procédé de mesure peut prendre place de manière unilatérale, mais implique un contact avec la structure à tester. L'une des limitations réside dans la faible reproductibilité des résultats. En utilisant un transducteur piézoélectrique comme excitateur, le signal mesuré sera dépendant du couplage entre l'émetteur et la plaque et l'utilisation d'un marteau d'impact par un utilisateur rend l'excitation peu reproductible. Aussi, si la géométrie de la structure à tester est complexe ou que les conditions aux limites expérimentales sont difficiles à définir, le problème direct qui calcule les fréquences propres à partir des propriétés du matériau peut être difficile à établir. Ces dernières contraintes rendent ce procédé peu utilisable sur des structures non démontées dont la géométrie ou les conditions aux limites sont difficilement définissables.

1.2.3 Techniques par ultrasons

Les méthodes ultrasonores sont très répandues dans le domaine du CND/END ce qui fait qu'il existe de nombreuses manières d'inspecter l'état de santé des structures par ultrasons. Contrairement aux méthodes de CND ou END basées sur d'autres phénomènes physiques (*e.g.* thermographie IR, radiographie X, ondes THz), les techniques acoustiques présentent l'intérêt d'apporter des informations sur les propriétés élastiques du milieu de propagation, car elles le sollicitent mécaniquement. Une des difficultés réside dans le choix du type d'ondes ou encore du régime de fréquence, en fonction des objectifs de caractérisation (nombre de modules élastiques à évaluer, zone à caractériser) et des contraintes imposées par l'environnement de mesure (matériau immergeable ou pas, démontable ou pas, etc.).

a) Caractérisation par temps de vol

La caractérisation d'un matériau peut être effectuée au moyen de la mesure du temps de vol des ondes de volume. Cette méthode est employée depuis longtemps pour sa robustesse et sa simplicité de mise en place comme le montre l'étude de Zimmer et al. [117] réalisée en 1970. De ce fait, la littérature sur cette approche est très documentée comme en fait état l'article de synthèse de Paterson et al. [118]. Le principe consiste à mesurer les vitesses de propagation et les atténuations de l'onde longitudinale et des ondes transverses pour différents angles d'incidence. La Figure 1.8 présente le dispositif utilisé par Baudouin et al. [119] pour la mesure des temps de vol et représente la majorité des dispositifs utilisés dans la littérature pour la mesure des temps de vol.

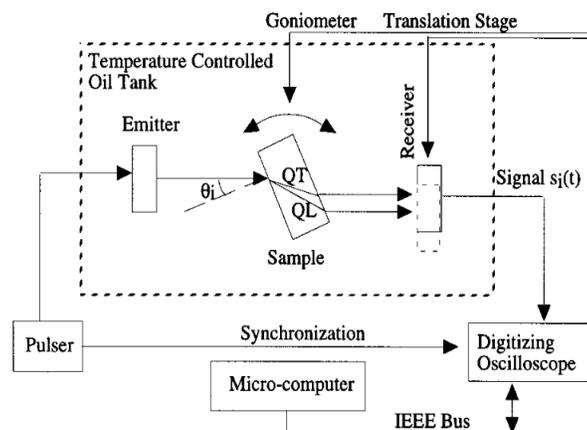


FIGURE 1.8 Dispositif utilisé par Baudouin et al. [119] pour la mesure temps de vol.

Pour identifier le temps d'arrivée de chaque onde à chaque angle d'incidence, il est commode d'employer des méthodes de corrélation permettant de « suivre » un mode particulier [120]. Pour les matériaux isotropes, des modèles directs permettent d'estimer directement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau [121] à partir de seulement deux mesures. Dans la plupart des cas, un procédé d'inversion est employé et permet, en exploitant les lenteurs (l'inverse de la vitesse), de remonter à la partie réelle des modules élastiques. La résolution du problème inverse se fait en utilisant un algorithme d'optimisation et en calculant la vitesse des ondes de volumes *via* une des méthodes décrites dans la sous-section 1.1.2.

Cette méthode est appliquée avec succès pour évaluer la matrice des rigidités de matériaux orthotropes [10, 11, 122-124] et il a été montré que cette méthode est également adaptée pour l'estimation des 21 composantes de la matrice des rigidités [125]. En mesurant l'atténuation des ondes de volume, les parties imaginaires des modules élastiques peuvent être estimées [119, 126].

Pour toutes les études citées, le fluide environnant le matériau est de l'eau (sauf pour l'étude de Baudouin et al. [119] où le fluide est de l'huile). Cependant, ces méthodes peuvent être appliquées dans l'air, ce qui renforce un peu plus le concept d'évaluation non destructive. La principale contrainte à l'évaluation non destructive dans l'air est la différence d'impédance existant entre ce milieu et le matériau. Pour exemple, le rapport d'impédance entre le Plexiglas et l'air vaut 6100 environ alors que le rapport d'impédance entre l'acier et l'air vaut 104000 environ. Cela signifie que la transmission d'une onde de l'air vers le Plexiglas sera beaucoup plus efficace que de l'air vers l'acier. En conséquence, le signal transmis dans l'air, par un matériau de forte impédance, présentera une amplitude beaucoup plus faible que le signal transmis par un matériau de plus faible impédance. Il sera alors plus facile d'estimer les vitesses de propagation des ondes de volume à partir des signaux transmis par ce dernier, car le rapport signal à bruit sera meilleur. Pour augmenter le rapport signal à bruit, Hosten et al. [127] indiquent qu'il est nécessaire de réaliser environ 1000 moyennes afin d'obtenir un signal convenable. De plus, ils estiment que l'amplitude du signal transmis par un matériau placé dans l'air est 3500 fois plus faible que l'amplitude du signal transmis par le même matériau dans l'eau. Ce chiffre correspond environ au rapport entre l'impédance de l'eau et celle de l'air. Malgré ces limitations, Hosten et al. [127] ont montré que l'évaluation des modules élastiques de matériaux composites placés dans l'air est possible et fournit des résultats similaires à ceux obtenus en immersion.

Les transducteurs peuvent également être placés directement au contact du matériau à tester afin de mesurer le temps de vol dans le matériau, entre l'émetteur et le récepteur.

Cette méthode de mesure appliquée à un échantillon d'épicéa a permis d'estimer la matrice des rigidités élastiques de ce matériau, sous hypothèse d'isotropie transverse [128].

La principale limite de la méthode d'estimation des modules élastiques par temps de vol est qu'il est nécessaire de séparer parfaitement les échos pour identifier les différents modes de volume. Cette technique est donc applicable à des plaques dont l'épaisseur est suffisamment grande devant la longueur d'onde. Il est possible d'augmenter la fréquence utilisée pour satisfaire la précédente condition, mais il faut également que la longueur d'onde soit grande devant la plus grande hétérogénéité (la taille des fibres ou épaisseur d'un pli d'un matériau multicouche, par exemple) afin d'éviter les phénomènes de diffusion.

b) Méthodes spectroscopiques

Afin de s'affranchir de cette limite, des méthodes spectroscopiques ont été développées. Les propriétés des matériaux ne sont plus estimées à partir des vitesses des ondes de volume, mais à partir des spectres fréquentiels des signaux transmis ou réfléchis. Le problème inverse consiste alors à comparer les spectres mesurés aux spectres calculés grâce aux méthodes de modélisation de propagation d'ondes décrites dans la sous-section 1.1.2.

Ces méthodes sont très efficaces pour évaluer les modules de viscoélasticité de plaques monocouches [12, 129, 130]. L'étude de Tsuji et al. [131] a montré un cas d'utilisation de la spectroscopie permettant d'évaluer simultanément l'atténuation, la vitesse des ondes, l'épaisseur et la masse volumique de matériaux polymères. De même, Le Clézio et al. [132] montrent l'utilisation de la spectroscopie ultrasonore résonante pour cartographier les modules élastiques et la masse volumique d'échantillons de bois, fortement anisotropes.

Ces méthodes sont très adaptées pour l'évaluation de propriétés de structures multicouches. Guyott et al. [133] ont pu estimer l'épaisseur et le module de compression d'une couche adhésive au sein d'un assemblage aluminium-époxy-aluminium. Lavrentyev et al. [134] ont caractérisé l'épaisseur, la masse volumique et les deux modules de viscoélasticité de la couche adhésive d'un assemblage collé. Siryabe et al. [13] ont exploité cette méthode pour déterminer les propriétés des raideurs d'interface entre une couche adhésive et un substrat d'un assemblage collé.

L'emploi d'un transducteur émetteur focalisé a permis à Ju et al. [135] de caractériser l'épaisseur, la vitesse et l'atténuation de l'onde longitudinale et des ondes transverses ainsi que la masse volumique d'un film de 250 μm d'acier. Les mêmes paramètres d'un film de SiO_2 de 930 μm d'une structure à trois couches ont été caractérisés avec une erreur relative sur les propriétés optimisées inférieure à 4%.

Les techniques spectroscopiques ne sont pas limitées à des dispositifs expérimentaux en immersion. Les études de Arnould et al. [136] et Longo et al. [137] montrent une estimation des modules élastique d'échantillons de bois à partir de mesures effectuées par excitation au contact et détection laser. Castaings et al. [138] montrent l'emploi de transducteurs ultrasonores à couplage air pour la caractérisation des modules de viscoélasticité de plaques polymère et composite ainsi que le bon accord avec la même méthode, en immersion. Wu et al. [139] emploient également des capteurs à couplage air pour évaluer l'intégrité d'un collage entre deux substrats, en caractérisant les raideurs d'interface.

c) Caractérisation par identification des résonances *ZGV*

Comme évoqué précédemment, les modes *ZGV* possèdent une vitesse de phase finie (nombre d'onde non nul) et une vitesse de groupe nulle. C'est une résonance étroite et localisée qui recèle des informations sur les propriétés de la structure. L'aspect local du phénomène fait qu'il est possible d'utiliser les résonances *ZGV* d'un matériau pour cartographier les modules élastiques de celui-ci. La génération et la détection de modes *ZGV* sont généralement réalisées par méthodes ultrasons laser. Ces modes ont par exemple été exploités dans le but d'estimer les propriétés adhésives d'une couche liquide entre deux plaques de verre [140]. Une expérience similaire appliquée à un assemblage duraluminium-époxy-duraluminium a permis de déterminer les raideurs d'interfaces [141]. La mesure des résonances *ZGV* de deux modes a conduit à l'estimation des modules élastiques de plaques isotropes [142]. L'étude de Cès et al. [143] présente la caractérisation de quatre des cinq modules élastiques nécessaires pour décrire le comportement élastique d'un matériau isotrope transverse.

Cette méthode de caractérisation implique des dispositifs sans contact et pouvant prendre place de manière unilatérale au matériau. Elle permet une cartographie très détaillée des modules élastiques d'un matériau du fait de la taille de la zone de mesure (\approx taille du spot laser). Les dispositifs expérimentaux pour la mesure des résonances *ZGV* sont souvent optiques, ce qui implique des réglages fins, notamment pour les pièces courbes (car la source et la sonde laser doivent être placées perpendiculairement au plan de la pièce), ainsi qu'un encombrement assez important rendant la méthode peu compatible avec le milieu industriel.

d) Évaluation par mesure des modes de cisaillement transverse (ondes SH)

Du fait de leur polarisation perpendiculaire au plan de propagation, les ondes SH sont sensibles aux propriétés de cisaillement des matériaux. Cette sensibilité a été exploitée par Castaings et al. [144] pour estimer le module de cisaillement C_{44} d'une couche adhésive située entre un patch composite et un substrat en aluminium. L'estimation de ce module élastique au cours du procédé de réticulation de l'adhésif permet de suivre la mise en œuvre de l'assemblage du patch sur le substrat. Dans ce même but, Castaings [145] compare les signaux transmis expérimentaux avec des simulations numériques afin d'évaluer le module de cisaillement de la couche adhésive. Les mesures et le modèle employé permettent également d'estimer la raideur interfaciale agissant entre la couche adhésive et les substrats. Les modes SH peuvent être également utilisés pour leur sensibilité à l'épaisseur. L'étude de Predoi et al. [146] montre l'utilisation du mode SH_2 pour quantifier des variations d'épaisseurs dans une couche située entre deux substrats. La sélection du mode SH_2 repose sur le fait que ce mode est plus sensible à l'épaisseur qu'aux modules élastiques de la couche considérée.

e) Évaluation par mesure des modes de Lamb

L'un des moyens les plus documentés pour l'évaluation non destructive des modules élastiques est sûrement la méthode d'estimation par mesure des courbes de dispersion des modes de Lamb. L'équation de dispersion (1.11) fait intervenir le jeu de paramètres \mathbf{p} (les modules élastiques, l'épaisseur et la masse volumique) du matériau. Par une mesure du nombre d'onde ou de la vitesse de groupe des modes de Lamb, il est donc à priori possible d'estimer ces propriétés.

• Sensibilité des modes de Lamb aux propriétés d'un matériau

Étant donné la nature de l'équation de dispersion des modes de Lamb, il n'est pas possible d'estimer les propriétés du matériau directement en inversant l'équation de dispersion. De ce fait, des méthodes d'optimisation numériques doivent être utilisées pour relier les caractéristiques dispersives mesurées expérimentalement à un jeu de paramètres matériaux. Le jeu de paramètres optimal est celui qui conduit à des courbes de dispersion s'accordant le mieux aux mesures expérimentales. L'emploi des procédés numériques d'optimisation n'est possible que si les modes guidés mesurés possèdent un niveau minimum de sensibilité aux propriétés recherchées. Il est donc indispensable de réaliser une étude de sensibilité afin de « cibler » les modes guidés les plus sensibles pour que le problème inverse soit bien conditionné et converge vers la solution optimale.

La sensibilité d'un mode de Lamb à un paramètre représente la variation des caractéristiques de ce mode (vitesse de groupe, nombre d'onde, déformées modales, *etc*) lorsque le paramètre est perturbé. Eremin et al. [87] et Marzani et al. [86] proposent par exemple de calculer la sensibilité de la vitesse de groupe des modes de Lamb aux modules élastiques. Abid et al. [147] suivent une démarche similaire pour évaluer l'effet de l'ostéoporose sur les os. Karim et al. [74] et Rautela et al. [99] étudient la sensibilité de la vitesse de phase des modes de Lamb aux modules élastiques. De même, Ostiguy et al. [148] investiguent la dépendance de la vitesse de phase des modes de Lamb fondamentaux à un changement d'épaisseur du revêtement d'une plaque.

Pour quantifier les modules élastiques et l'épaisseur d'une plaque d'aluminium, Deán et al. [149] ont formulé la sensibilité des modes de Lamb à l'épaisseur, à la vitesse longitudinale (c_L) et à la vitesse transverse (c_T) d'un matériau isotrope, en termes de dérivées partielles du nombre d'onde par rapport à ces grandeurs. Plus récemment, Bulling et al. [150] ont proposé une formulation qui permet d'écrire les coefficients de sensibilité d'un mode de Lamb m à un paramètre p_j dans \mathbf{p} , en fonction de la fréquence f_m du mode sous forme d'une approximation de la dérivée partielle du nombre d'onde k_m par rapport au paramètre p_j . Dans le cadre de cette thèse, une formulation analytique de la sensibilité d'un mode m à un paramètre p_j a été développée pour le cas des modes de Lamb se propageant dans un matériau isotrope monocouche [151]; cela sera présenté au chapitre 2.

- **Mesure d'ondes de Lamb**

Il existe une multitude de méthodes pour générer et détecter des modes de Lamb et pour mesurer leurs courbes de dispersion. Dans la littérature, pour évaluer les propriétés de matériaux *via* ces ondes, c'est en général le nombre d'onde ou la vitesse de groupe des modes qui sont mesurés. La mesure de l'une ou de l'autre de ces caractéristiques est indirecte et se fait en deux temps. Tout d'abord, il est nécessaire de sélectionner le dispositif expérimental adéquat pour l'acquisition de signaux temporels. Pour cela, il existe bon nombre de dispositifs expérimentaux qui peuvent être classés en trois catégories : les dispositifs au contact, hybrides et sans contact. Ensuite, l'application d'un des procédés de post-traitement, décrit dans la sous-section 1.1.3, permet d'obtenir la grandeur voulue à partir des signaux enregistrés.

Bien qu'un dispositif expérimental ne soit pas réservé à la mesure du nombre d'onde ou de la vitesse de groupe des modes, le protocole expérimental varie selon la caractéristique à mesurer ciblée. Différents dispositifs permettant la mesure d'ondes guidées sont détaillés ci-après.

Dispositifs au contact

Les dispositifs mettant en jeu des transducteurs au contact du matériau sont en général accompagnés de gel couplant afin de s'assurer du bon transfert d'énergie entre le matériau et le ou les transducteurs. Deux dispositifs différents sont présentés sur la Figure 1.9. Celle-ci présente l'utilisation de sabots pour la génération et la détection de modes guidés dans la plaque. Les transducteurs sont fixés sur des sabots qui possèdent un mécanisme permettant d'ajuster l'angle pour mesurer un mode guidé de manière optimale *via* la loi de Snell Descartes [152] :

$$\theta_m(\mathbf{p}, f_m) = \arcsin\left(\frac{k_m(\mathbf{p}, f_m)}{k_W}\right) \quad (1.14)$$

avec $k_W = 2\pi f_m/c_W$ le nombre d'onde dans le sabot, c_W la vitesse de l'onde longitudinale dans le sabot, f_m la fréquence du mode m et $\theta_m(\mathbf{p}, f_m)$ est l'angle de coïncidence du mode m . Cette relation donne le lien existant entre le nombre d'onde k_m d'un mode guidé dans la plaque et l'angle nécessaire θ_m pour la génération/détection de ce mode. L'étude de Takiy et al. [153] montre la mesure de modes de Lamb purs pour des plaques d'aluminium de différentes épaisseurs. De même, Ostiguy et al. [148] ajustent l'angle d'inclinaison du transducteur pour générer préférentiellement le mode S_0 .

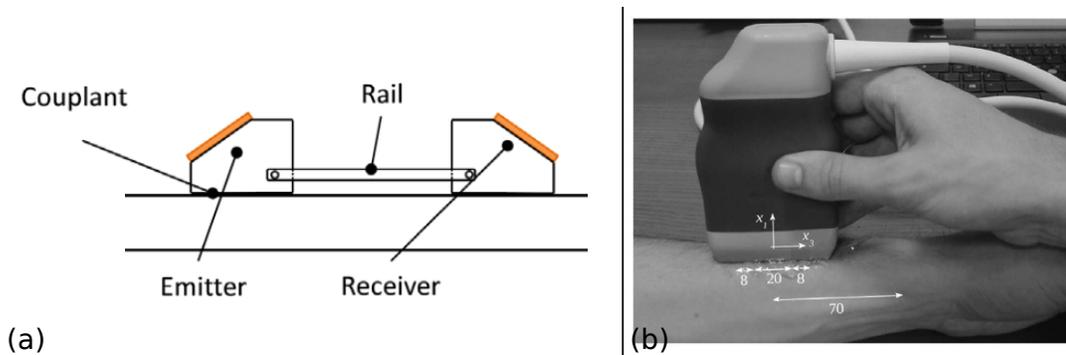


FIGURE 1.9 Dispositifs expérimentaux au contact pour la mesure d'ondes guidées. (a) : mesure avec sabots [148], (b) : mesure avec transducteur multiéléments [84].

Les signaux temporels mesurés dans les études de Ostiguy et al. [148] et Takiy et al. [153] possèdent un rapport signal à bruit supérieur à 10 dB, qui est lié à la grande surface active des transducteurs utilisés et au bon couplage entre le sabot et le matériau. L'utilisation d'un gel couplant permet d'adapter l'impédance entre le milieu de propagation de l'onde incidente et le matériau, mais ne permet pas une bonne reproductibilité des mesures, car celle-ci dépend de la quantité de gel ou encore de la pression exercée sur le transducteur, qui peuvent facilement varier d'une mesure à l'autre. Enfin, l'utilisation de sabots requiert

de connaître l'angle de coïncidence du mode voulu, ce qui signifie connaître les propriétés du matériau à caractériser. Par conséquent, un tel procédé ne permet pas une procédure en aveugle pour caractériser un matériau.

La Figure 1.9(b) présente l'utilisation d'une sonde multiéléments pour la génération et pour la mesure des modes guidés. L'emploi de sondes multiéléments au contact est commode pour la mesure du nombre d'onde, car comme mentionné précédemment, cette mesure nécessite l'acquisition de signaux temporels en différentes positions spatiales. L'utilisation de ces sondes a permis de mesurer plusieurs modes guidés se propageant dans des plaques en utilisant un élément comme émetteur et tous les autres comme récepteurs [90] afin d'évaluer le tenseur d'élasticité de matériaux anisotropes. Au lieu d'utiliser un unique élément comme émetteur, un groupe d'éléments peut émettre et le reste agit comme récepteurs [64, 154-156]. En particulier, ce procédé a permis à Chen et al. [97] de caractériser des matériaux isotropes en employant un algorithme *PSO* pour résoudre le problème inverse.

L'emploi de transducteurs multiéléments (et de l'instrumentation adaptée) permet également de diriger le faisceau ultrasonore émis en ajustant le retard entre les différents éléments de l'émetteur. L'étude Veit et al. [157] montre l'utilisation de ces sondes pour sélectionner un mode guidé particulier. La publication de Nguyen et al. [158] présente la mesure de plusieurs modes guidés avec un transducteur multiéléments.

Tout comme pour l'utilisation de sabots, les mesures faites avec une sonde multiéléments dépendent du couplage entre celle-ci et le matériau. De même la quantité de couplant utilisé ainsi que la pression exercée par l'utilisateur sur la sonde, variables au cours d'une expérimentation, vont jouer un rôle important sur le rapport signal à bruit et sur la reproductibilité des mesures. Par contre, une sonde multiéléments bien pilotée permet de couvrir une large plage angulaire et ainsi de mesurer plusieurs modes guidés, ce qui signifie que l'utilisation de ces sondes permet une caractérisation en « aveugle ».

Dispositifs hybrides

Les mesures hybrides mettent en jeu des méthodes de génération d'ondes guidées au contact et de détection sans contact ou inversement. Deux exemples de dispositifs hybrides pour la mesure d'ondes guidées sont donnés sur la Figure 1.10.

La Figure 1.10(a) présente un dispositif expérimental largement utilisé pour la mesure d'ondes guidées. Ce montage permet de mesurer la plupart des modes guidés se propageant dans la bande passante du signal d'excitation en ayant un récepteur sans contact. Des auteurs ont montré la performance de ce système d'acquisition pour la mesure de la vitesse de groupe et pour l'estimation des modules élastiques de plaques composites [87].

L'estimation du nombre d'onde avec ce dispositif a permis à Eremin et al. [87] de reconstruire les modules élastiques d'une plaque composite en utilisant un algorithme génétique. De même, Deán et al. [149] estiment les modules élastiques et l'épaisseur de plaques isotropes en employant un algorithme simplex. Pereira et al. [159] emploient ce dispositif expérimental afin de caractériser le module de cisaillement de la couche adhésive liant deux substrats en aluminium afin d'en suivre le processus de durcissement. Chaboty et al. [160] parviennent à quantifier les propriétés de « fantôme » d'os.

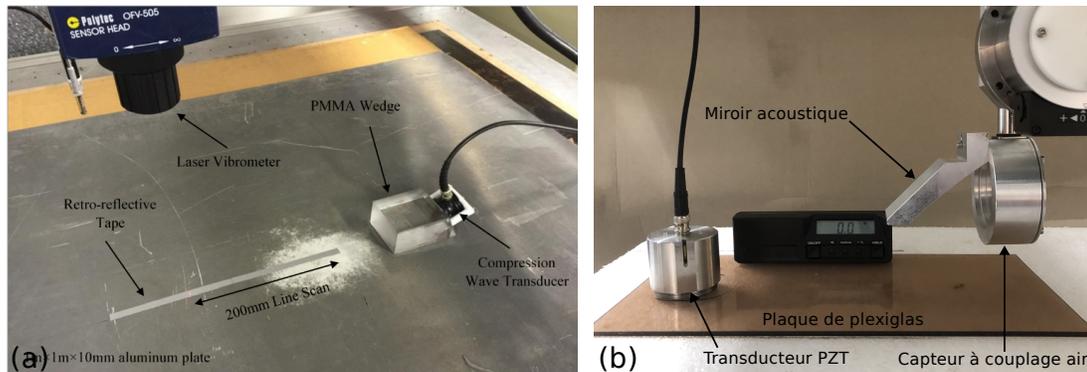


FIGURE 1.10 Dispositifs expérimentaux hybrides pour la mesure d'ondes guidées. (a) : génération avec sabot au contact et détection avec laser [161], (b) : génération avec transducteur *PZT* et détection avec *PMAT* [151].

Il est également possible de mesurer les modes guidés se propageant dans une plaque en générant ces ondes par excitation laser et en les mesurant avec un transducteur piézoélectrique. De Marchi et al. [53] et Castro-Colin et al. [162] ont par exemple montré l'utilisation d'un tel dispositif pour la mesure des modes de Lamb fondamentaux.

En 2003, Hosten et al. [163] ont proposé un miroir acoustique parabolique couplé à un transducteur à couplage air (*PMAT*⁷) pour mesurer le rayonnement dans l'air de plusieurs modes guidés le long de plaques. Le montage expérimental utilisé est tout à fait semblable à celui présenté sur la Figure 1.10(b). Le fonctionnement repose sur le principe de Snell-Descartes : un mode guidé se propageant dans la plaque avec un nombre d'onde k_m à une fréquence f_m rayonnera dans le fluide environnant de célérité c_0 avec un angle $\theta_m = \arcsin k_m/k_0$ avec $k_0 = 2\pi f_m/c_0$. L'objectif du miroir acoustique est alors de « capturer » tous les modes guidés rayonnant dans l'air. Les études de Hosten et al. [163] et Despres et al. [151] montrent l'efficacité de ce dispositif à la réception lorsque la plaque est excitée avec un transducteur piézoélectrique au contact, pour la mesure de plusieurs modes guidés se propageant dans une plaque isotrope.

7. pour *Parabolic Mirror and Air-coupled Transducer*, en anglais

Les dispositifs hybrides présentent l'avantage de n'avoir que l'émetteur ou le récepteur au contact du matériau à tester. La plupart du temps, l'émetteur et le récepteur sont placés du même côté du matériau et le capteur au contact est, en général, un transducteur monté sur un sabot ou bien un élément piézoélectrique couplé directement à la plaque. Le couplage à la plaque par du gel a été discuté dans le paragraphe 1.2.3.e) et permet un bon rapport signal à bruit, mais une faible reproductibilité des signaux mesurés. L'élément piézoélectrique peut également être collé sur la structure comme c'est le cas pour les études de Quaegebeur et al. [164] et Eremin et al. [87]. Dans ce cas de figure, le décollement du transducteur après la mesure ultrasonore peut altérer la structure testée. Si le transducteur reste collé à la structure, la reproductibilité des mesures est améliorée par rapport à l'utilisation de gel couplant. Cependant, la zone de propagation des ondes guidées sera fixée par l'emplacement du transducteur collé, ce qui limite l'évaluation à une partie de la structure. Aussi, la présence du capteur ne doit pas affecter la fonction de la structure. Hosten et al. [163] et Khalili et al. [161] montrent des signaux temporels ayant un rapport signal à bruit supérieur à 10 dB mais pour obtenir un tel rapport, Khalili et al. [161] réalisent 2000 moyennes par point de mesure pour améliorer la qualité du signal enregistré. Les modes générés ou mesurés sont affectés par la taille du transducteur piézoélectrique utilisé (à l'émission ou à la réception). Giurgiutiu [165] montre que l'amplitude d'un mode est maximale quand la largeur du transducteur est égale à un multiple impair de la demi-longueur d'onde de ce mode et est minimale pour un multiple pair de la demi-longueur d'onde. Ce « tuning effect » entraîne donc une sélection des longueurs d'ondes mesurées. Malgré cet effet de sélection, certains des dispositifs présentés permettent de mesurer, simultanément, plus d'un mode se propageant dans une structure [53, 87, 88, 151, 163].

Dispositifs sans contact

Les mesures d'ondes guidées sans contact s'inscrivent parfaitement dans le contexte de l'évaluation non destructive de matériaux, car la perturbation induite par la présence des capteurs est moindre comparée aux deux précédentes familles de dispositifs présentées. De plus, les mesures sans contact possèdent une bien meilleure reproductibilité, car elles ne sont pas dépendantes de la qualité du couplage entre le matériau et les transducteurs (émetteur ou récepteur).

Des capteurs piézoélectriques concaves peuvent être employés pour mesurer différents modes guidés de manière unilatérale [166] ou en transmission [167], dans l'eau. Ces études montrent que l'emploi de transducteurs focalisés confère une ouverture angulaire plus importante que celle de pistons plans. Cette caractéristique permet la mesure simultanée

de plusieurs modes guidés et conduit, dans un second temps, à l'estimation en « aveugle » des modules élastiques de la plaque étudiée. Dans ces études, le milieu de couplage est l'eau ce qui assure des signaux ayant un bon rapport signal à bruit, mais implique que les matériaux à inspecter soient compatibles avec ce milieu. De plus, le couplage avec l'eau doit être introduit dans le modèle qui sert de support au problème inverse, ce qui n'est pas toujours simple et a tendance à ralentir significativement les calculs, donc le processus d'optimisation des modules d'élasticité.

Les mesures sans contact prennent tout leur sens lorsque l'entière du dispositif se trouve dans l'air. L'un des plus utilisés dans la littérature consiste en l'utilisation de deux lasers : l'un à l'émission et l'autre à la réception. Ce dispositif permet la mesure simultanée de plusieurs modes guidés, même pour des plaques minces, car la gamme de fréquences est très large ($\approx 1-10$ MHz). Pour exemples, Gao et al. [168] estiment les modules élastiques et l'épaisseur d'une plaque de 300 μm , Yeh et al. [169] évaluent les modules élastiques et l'épaisseur d'un cylindre isotrope en utilisant un algorithme Simplex et Heller et al. [170] caractérisent l'état de collage d'un assemblage collé. Le potentiel de ces dispositifs à mesurer plusieurs modes est très adapté pour l'évaluation non destructive en aveugle. Cependant, les signaux mesurés sont souvent bruités, car la surface active de mesure, représentée par les tailles des spots de la source et de la sonde laser, sont assez faibles. Pour exemple, dans l'étude de Heller et al. [170], la surface active de mesure vaut environ 1 mm^2 . L'utilisation de ce dispositif dans un contexte *in-situ* peut également présenter des contraintes, car les montages optiques nécessitent des réglages précis et sont souvent assez onéreux comparés à d'autres dispositifs ultrasonores.

Des transducteurs ultrasonores à couplage air (*ACUT*⁸) à l'émission et/ou à la réception peuvent également être utilisés pour la mesure d'ondes guidées dans les plaques. Il existe principalement deux types de transducteurs à couplage air : les capteurs piézoélectriques et les capteurs capacitifs. La principale différence est que le premier possède une bande passante étroite, mais un très bon rapport signal à bruit à la résonance (≈ 20 dB [171]) alors que le second possède une bande passante plus large et un plus faible rapport signal à bruit (≈ 10 dB [172] à la fréquence centrale). L'inconvénient majeur lié à l'utilisation de transducteurs à couplage air est l'atténuation des ondes acoustiques dans l'air qui est d'environ $1.64f^2 \times 10^{-10}$ dB/m [173], avec f la fréquence. De ce fait, leur fréquence de travail est bien souvent inférieure à 1 MHz. Malgré ce régime basse fréquence, la longueur d'onde qu'ils produisent dans l'air est souvent bien en deçà de leurs dimensions. La conséquence est une directivité prononcée qui rend ces transducteurs très sélectifs et donc très adaptés

8. pour *Air Coupled Ultrasonic Transducer*, en anglais

pour la génération et/ou la détection des modes guidés purs. L'utilisation de ces capteurs implique donc de connaître par avance l'angle de coïncidence optimal pour la mesure d'un mode en particulier. Ils ne permettent donc pas de réaliser une caractérisation en aveugle, car la connaissance des angles de coïncidence requiert celle des propriétés du matériau (modules élastiques, épaisseur et masse volumique).

La Figure 1.11(a) présente l'emploi d'un émetteur piézoélectrique à couplage air associée à une sonde laser pour la réception, tandis que la Figure 1.11(b) montre un dispositif d'émission et de réception par des transducteurs capacitifs à couplage air.

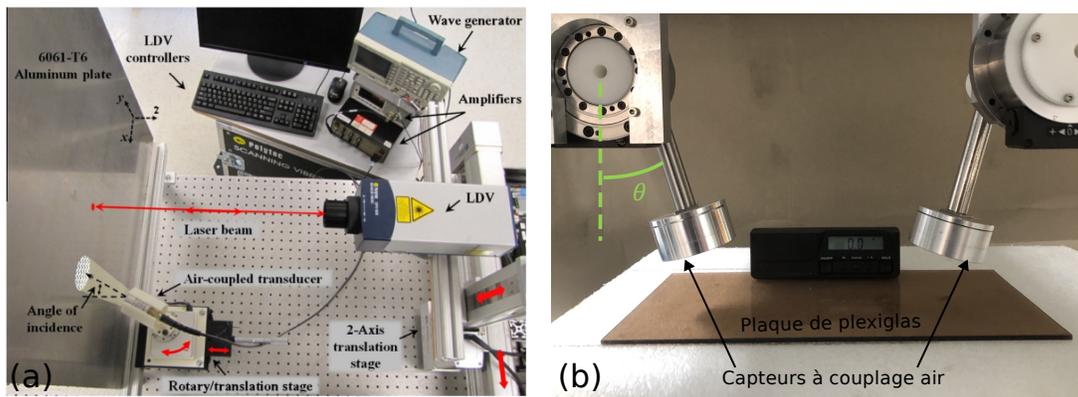


FIGURE 1.11 Dispositifs expérimentaux sans contact pour la mesure d'ondes guidées. (a) : génération avec transducteur ultrasonore piézoélectrique à couplage air et détection avec sonde laser [174], (b) : génération et détection avec transducteurs ultrasonores capacitifs à couplage air [151].

Le montage expérimental proposé par Harb et al. [174] et présenté sur la Figure 1.11(a) met en jeu un transducteur piézoélectrique à couplage air de 25 mm de diamètre pour la génération des modes guidés dans la structure. Dans ce cas de figure, le diamètre du transducteur vaut environ 10 fois la longueur d'onde produite dans l'air. La détection se fait grâce à un vibromètre laser 1D et permet d'estimer la vitesse de groupe ainsi que le nombre d'onde du mode fondamental A_0 . L'intérêt d'un tel montage est de pouvoir sélectionner, en ajustant l'angle d'inclinaison du transducteur émetteur et selon la loi de Snell-Descartes, un mode en particulier. De ce fait, la caractérisation en aveugle, sans connaître a priori les angles de coïncidence des modes guidés est difficilement faisable. Un montage similaire a été employé par Wandowski et al. [175] pour la mesure des modes fondamentaux A_0 et S_0 dans une plaque composite.

Les transducteurs à couplage air peuvent être utilisés à l'émission et à la réception comme le montre la Figure 1.11(b) tirée de [151]. De tels montages ont été utilisés pour la mesure d'ondes guidées [171, 173, 176, 177]. Hosten et al. [178] présentent l'estimation

des modules élastiques de deux matériaux composites à partir des mesures de trois modes de Lamb réalisées avec des transducteurs capacitifs à couplage air. Le rapport entre le diamètre des transducteurs utilisés et la longueur d'onde produite dans l'air est d'environ 40 à la fréquence centrale. De ce fait, les trois modes ne sont pas mesurés simultanément, mais séparément, à partir de trois jeux de mesures. Castaings et al. [177] montrent que la large surface active des capteurs capacitifs à couplage air permet la mesure du mode A_0 avec un rapport signal à bruit d'environ 10 dB. Ce dispositif sans contact et unilatéral permet donc de réaliser des mesures de qualité, mais la caractérisation en aveugle n'est pas possible du fait de la sélectivité modale des transducteurs.

1.3 Synthèse de l'état de l'art

Les méthodes ultrasonores pour la caractérisation des modules élastiques sont assez nombreuses et offrent des solutions s'adaptant à différentes situations. La caractérisation par ondes ultrasonores de volume permet une estimation localisée et assez fiable des modules élastiques, mais nécessite généralement d'immerger le matériau. Ce procédé d'évaluation ne peut donc être employé que pour les matériaux immergeables. De plus, celui-ci requiert de démonter la pièce à caractériser (pour l'immerger et souvent opérer en mode « transmission ») puis de la faire sécher après la caractérisation et avant son remontage. Cette technique d'évaluation présente donc de réelles limitations pour une application *in situ*, mais elle a l'avantage d'être locale (zone de mesure \approx surface des transducteurs) et permet donc de cartographier les modules élastiques d'un échantillon.

L'utilisation d'ondes ultrasonores guidées ne permet pas une caractérisation aussi localisée du matériau, car la dimension de la zone de mesure inclut la taille des transducteurs et la distance de propagation entre la zone d'excitation et la zone de réception, qui peut varier si le récepteur doit être déplacé, par exemple pour acquérir suffisamment de signaux et évaluer les vitesses de phases des modes. La taille des transducteurs peut être réduite à l'extrême si on a recours à des lasers (source et/ou sonde), mais cela sera au détriment d'un bon rapport signal sur bruit et requiert un équipement coûteux et complexe à régler. L'emploi de transducteurs ultrasonores à couplage air peut résoudre les problèmes de coût et de difficulté de mise en œuvre, mais leur dimension non négligeable augmente significativement la taille de la zone de caractérisation.

Le Tableau 1.2 est une synthèse des différents dispositifs expérimentaux présentés précédemment et souligne leur aptitude à remplir les critères requis par le secteur industriel. Si le dispositif remplit un critère, un marqueur vert est attribué tandis qu'un marqueur

de couleur orange ou rouge est attribué si le dispositif ne remplit que partiellement ou pas du tout ce critère. Le critère « Mesures de qualité » regroupe le fait que les mesures sont reproductibles et que les signaux expérimentaux ont un bon rapport signal à bruit. Pour certains dispositifs, ce critère est partiellement satisfait, car les mesures sont reproductibles mais avec un faible rapport signal à bruit ou inversement.

Dispositifs	Contact		Hybride		Sans contact		
	Sabot-Sabot	Sonde multiéléments	PZT-Laser	PZT-PMAT	Laser-Laser	ACUT-Laser	ACUT-ACUT
Mesures sans contact	✗	✗	—	—	✓	✓	✓
Accès unilatéral	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Mesures de qualité	—	—	—	—	—	—	✓
Caractérisation en aveugle	✗	✓	✓	✓	✓	✗	✗

TABLEAU 1.2 Compatibilité des dispositifs expérimentaux de caractérisation par ondes guidées avec les critères industriels. Critère satisfait (✓), critère partiellement satisfait (—), critère non satisfait (✗).

Les procédés de génération et de détection d'ondes guidées opèrent en général de manière unilatérale ce qui présente l'avantage de ne pas avoir à démonter tout ou partie de la structure à inspecter. Certains dispositifs expérimentaux au contact permettent de caractériser les matériaux en aveugle, mais aussi de réaliser des mesures avec un bon rapport signal à bruit. Cependant, les signaux mesurés sont souvent très dépendants du couplage entre les capteurs et le matériau, donc peu reproductibles. De plus, ces montages nécessitent un contact avec le matériau et ne répondent donc pas au critère de mesures sans contact.

Les dispositifs hybrides répondent en partie à ce critère, car soit l'émetteur soit le récepteur opère sans contact avec le matériau. Ces montages expérimentaux permettent la mesure de plusieurs modes guidés avec un bon rapport signal à bruit et une caractérisation en aveugle. Cependant, les signaux mesurés sont assez dépendants du couplage existant

entre le transducteur au contact et le matériau, rendant les mesures peu reproductibles. Le fait de coller le transducteur à la structure permet d'augmenter la reproductibilité des mesures, mais restreint la zone d'évaluation et impose que le transducteur ne perturbe pas la fonction de la structure testée.

Enfin, les méthodes de mesure sans contact offrent une très bonne reproductibilité des signaux mesurés. L'emploi de deux lasers, à l'émission et à la réception, permet de mesurer plusieurs modes guidés sur une large bande passante ($\approx 1-10$ MHz) et est adéquat pour la caractérisation en aveugle. La petite taille des spots laser (source et sonde) permet de réduire la dimension de la zone à caractériser, qui a tendance à être élevée lorsque les ondes guidées sont choisies plutôt que des ondes de volume. Par contre, ces petits spots lasers ont un faible rendement lors de la génération et de la détection des ondes guidées, ce qui est la cause de très faibles rapports signal à bruit. Ce dispositif, dans un contexte de mesures industrielles, est assez peu adapté puisque les systèmes optiques sont assez onéreux en plus de nécessiter des réglages précis. Les transducteurs ultrasonores à couplage air et l'instrumentation associée sont, en général, moins onéreux et ne nécessitent pas de réglages aussi fins que les systèmes optiques. Ces transducteurs produisent des signaux ayant de bons rapports signal à bruit en raison de leur surface active qui est souvent importante, mais cela au détriment de la résolution spatiale. Bien que leurs fréquences de travail soient inférieures à 1 MHz, ces transducteurs génèrent une onde acoustique dans l'air de longueur d'onde faible devant leurs dimensions. Cette caractéristique les rend alors très directifs, c'est à dire, qu'ils ne sélectionnent qu'un mode guidé particulier à l'émission et à la réception. La mesure avec ces transducteurs oblige donc à connaître les propriétés du matériau à l'avance pour mesurer le mode désiré, ne permettant pas la caractérisation en aveugle.

Parmi les dispositifs de mesure d'ondes guidées étudiés dans cet état de l'art, aucun ne satisfait les quatre critères requis par le secteur industriel. **Il y a donc un besoin de développer un dispositif expérimental mêlant mesures reproductibles, sans contact et unilatérale, produisant des signaux ayant un bon rapport signal à bruit et permettant de réaliser l'évaluation des modules élastiques de matériaux en aveugle.** Parmi les dispositifs sans contact existants, l'utilisation de transducteurs ultrasonores à couplage air semble être la solution la plus prometteuse, car ils produisent des mesures de qualité et leur mise en œuvre expérimentale est en général moins contraignante que les systèmes optiques. Pour la caractérisation en aveugle, il serait nécessaire que les capteurs mesurent plus d'un mode guidé à la fois ce qui requiert une ouverture angulaire suffisante ainsi qu'une bande passante large. Les transducteurs

capacitifs répondent en partie à ces requis, car ils disposent en général d'une large bande passante comparée à celle des transducteurs piézoélectriques.

Le projet de thèse vise, dans un premier temps, à développer un couple de capteurs capacitifs à couplage air permettant de générer et de détecter simultanément, de manière unilatérale et sans contact, plusieurs modes guidés susceptibles de se propager le long de différents matériaux. Dans un second temps, il s'agira d'évaluer les modules élastiques et l'épaisseur de ces matériaux en minimisant la différence entre les caractéristiques mesurées des ondes guidées et celles calculées par un modèle adapté. Les étapes requises pour atteindre ces objectifs sont décrites par les chapitres suivants de ce manuscrit.

CHAPITRE 2

Étude de la sensibilité des modes guidés aux modules élastiques, à l'épaisseur et à la masse volumique

Introduction

Le chapitre 1 a permis de situer le sujet de cette thèse dans le contexte général de l'évaluation non destructive de matériaux. Comme mentionné précédemment, les ondes ultrasonores guidées, de type Lamb, sont choisies pour évaluer les modules élastiques et/ou l'épaisseur de matériaux. Ces ondes se propagent sur des distances importantes, ce qui permet d'adapter la taille de la zone d'inspection, qui dépend des dimensions des transducteurs et de la distance minimale de propagation requise par le traitement de signal pour évaluer la grandeur physique ciblée (*e.g.* nombre d'onde, vitesse de groupe). Bien évidemment, de faibles dimensions de la structure à caractériser vont limiter la zone d'inspection ; au contraire, une structure de grande dimension permettra de répéter la caractérisation en plusieurs zones, dans le but de cartographier l'élasticité et/ou l'épaisseur du matériau. Le lien entre les caractéristiques des modes et les propriétés du matériau peut être défini comme la sensibilité qui permet de bien conditionner le problème inverse, en sélectionnant les modes les plus porteurs d'informations pour déterminer des propriétés de matériaux à partir d'un jeu de données expérimentales.

Dans ce chapitre, la sensibilité des modes guidés est étudiée pour les trois matériaux qui devront être caractérisés par ondes guidées, à la fin de la thèse. Tout d'abord, la section 2.1 présente les matériaux étudiés, ainsi que leurs propriétés, mesurées par des méthodes alternatives. Par la suite, une campagne de simulations numériques de la sensibilité des modes guidés à ces propriétés est réalisée. L'analyse des résultats permettra d'identifier les modes nécessaires (sensibles) pour la caractérisation des matériaux, appelés par la suite « modes cibles ».

2.1 Présentation des matériaux

Pour réaliser les différentes études de sensibilité, trois matériaux sont sélectionnés : un matériau isotrope (Plexiglas), un matériau anisotrope composite stratifié $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ dont chaque pli est fait de fibres longues unidirectionnelles en carbone imprégnées dans une matrice époxy et un assemblage collé à trois couches aluminium-colle-aluminium. Le matériau isotrope est un cas d'école pour la caractérisation ; il ne possède que deux modules élastiques indépendants à optimiser. Les deux autres échantillons représentent des matériaux composites d'intérêt pour le secteur aéronautique. Les photographies des trois plaques sont montrées sur la Figure 2.1.

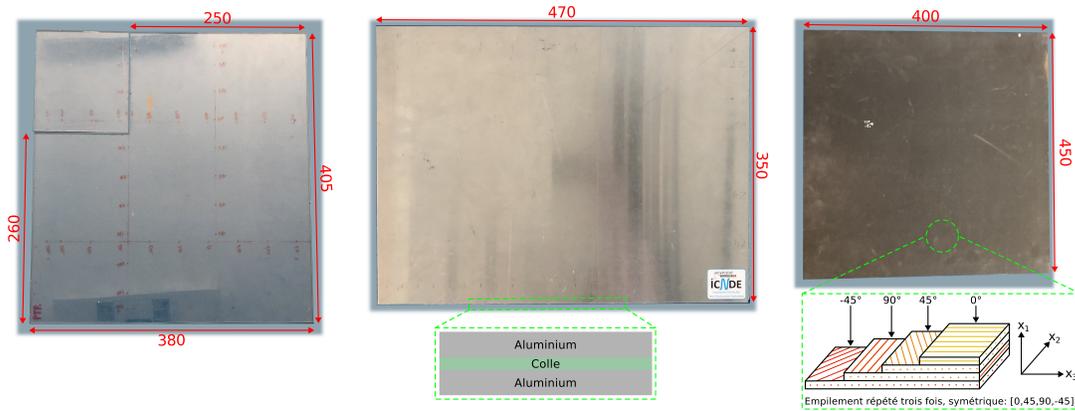


FIGURE 2.1 Photographies des matériaux étudiés. De gauche à droite : matériau isotrope en Plexiglas, assemblage collé aluminium-colle-aluminium, composite stratifié $[0, 45, 90, -45]_{3s}$. Les cotes sont données en mm.

Dans cette section et dans toute la suite du document, le repère et les axes employés seront tels que définis sur la Figure 2.1. La normale à la plaque est donnée par l'axe x_1 et la direction de propagation est obtenue en effectuant une rotation d'un angle φ autour de l'axe x_1 . Ainsi, le plan de propagation est défini par la normale x_1 et par l'angle de propagation φ dont l'origine est choisie colinéaire à x_3 et est noté $P_{1,\varphi}$. Pour se repérer dans le matériau composite, le plan de propagation $P_{1,0^\circ}$ correspond au plan parallèle à l'axe des fibres du premier pli.

2.1.1 Matériau isotrope

Le matériau isotrope considéré est une plaque de Plexiglas. Sa masse volumique est estimée par pesée hydrostatique [179] : la masse de la plaque est mesurée dans l'air puis dans l'eau et la masse volumique est obtenue à l'aide de l'équation (2.1) :

$$\rho \approx \frac{\rho_{eau} m_{air}}{m_{air} - m_{eau}} \quad (2.1)$$

avec ρ_{eau} la masse volumique de l'eau, m_{air} la masse de la plaque dans l'air et m_{eau} la masse de la plaque immergée. La masse volumique mesurée est reportée dans le Tableau 2.1. L'estimation de la masse volumique de l'eau ainsi que les incertitudes liées à ces mesures sont explicitées dans l'Annexe A.1.2. L'épaisseur de la plaque est mesurée en 42 points au comparateur. La valeur moyenne mesurée est 3.87 mm et l'écart type est 0.02 mm.

Pour obtenir des modules élastiques de référence, une méthode de caractérisation par immersion est employée. Elle consiste à mesurer les temps de vol ainsi que les coefficients de transmission des ondes de volume se propageant à travers l'échantillon à caractériser [11]. Ces deux données expérimentales sont ensuite mises à l'entrée d'un problème inverse qui consiste à réduire leur écart avec leurs homologues calculés, en optimisant les valeurs complexes des modules d'élasticité [180]. Pour appliquer cette méthode de caractérisation, une partie de la plaque isotrope a été découpée. Ce plus petit morceau est visible sur la photo de gauche de la Figure 2.1. L'épaisseur est également mesurée par ultrasons, tel que décrit dans l'Annexe A.2, pour vérifier la valeur obtenue avec le comparateur et celle-ci est reportée dans le Tableau 2.1

Les courbes de lenteur et les coefficients de transmission des ondes permettent d'estimer, respectivement, la partie réelle des C_{ij} et la partie imaginaire des C_{ij} . Les valeurs complexes des C_{ij} optimisés sont reportées dans le Tableau 2.1.

$\rho [kg.m^{-3}]$	$e [mm]$	$C_{11} [GPa]$	$C_{22} [GPa]$	$C_{12} [GPa]$	$C_{66} [GPa]$
1074	3.84	$6.59 + 0.04 i$	$6.60 + 0.08 i$	$3.41 + 0.02 i$	$1.58 + 0.01 i$
\pm	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
3	0.01	$0.03 + 0.01 i$	$0.04 + 0.01 i$	$0.03 + 0.01 i$	$0.05 + 0.01 i$

TABLEAU 2.1 Modules de viscoélasticité optimisés, épaisseur et masse volumique mesurées pour la plaque en Plexiglas.

Les erreurs sur les modules de viscoélasticité optimisés sont quantifiées par la méthode de la « matrice d'insensibilité » telle que décrite dans [119]. Les courbes de lenteur ainsi que les coefficients de transmission en amplitude de l'onde longitudinale et transversale mesurés et optimisés sont représentés sur la Figure 2.2. La variable θ_r représente l'angle de réfraction de l'onde longitudinale ou transverse, dans le matériau. Le bon accord obtenu assure de la qualité des modules estimés, qui pourront donc être utilisés d'une part comme base pour les campagnes de simulations numériques de la sensibilité des modes et d'autre part pour valider les résultats de caractérisation qui seront obtenus avec la méthode par ondes guidées présentée.

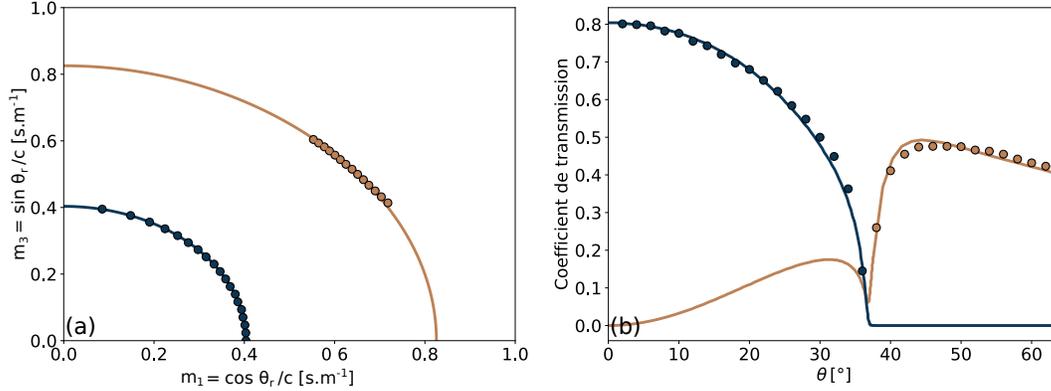


FIGURE 2.2 Courbes de lenteur et coefficients de transmission expérimentaux et optimisés pour la plaque de Plexiglas. (a) : courbes de lenteur, (b) : coefficients de transmission en fonction de l'angle d'incidence. Données mesurées (●, ●) et optimisées (—, —) pour l'onde transversale et longitudinale.

Les quatre modules de viscoélasticité C_{11} , C_{12} , C_{22} et C_{66} permettent de quantifier l'isotropie du matériau, en calculant les deux coefficients A et B donnés par l'équation (2.2) :

$$A = \frac{C_{11}}{C_{22}} \quad B = \frac{C_{11} - C_{12}}{2C_{66}} \quad (2.2)$$

Plus la valeur de ces coefficients tend vers 1, plus l'isotropie du matériau est importante. Le calcul des deux critères donne : $A = 0.99 \pm 0.01 \approx 1$ et $B = 1.01 \pm 0.05 \approx 1$ ce qui permet d'affirmer que le matériau sélectionné possède une isotropie quasiment parfaite.

2.1.2 Matériau anisotrope

Le second matériau étudié est une plaque composite à fibres de carbone longues, unidirectionnelles et imprégnées dans une matrice époxy. Ces plis sont empilés selon la séquence $[0, 45, 90, -45]_{3s}$, schématisée sur la Figure 2.1. Du fait de l'empilement de ses plis, ce matériau possède une matrice d'élasticité à six composantes indépendantes (matériau quadratique). La masse volumique de cette plaque est estimée par pesée hydrostatique et son épaisseur est mesurée au pied à coulisse en 16 positions sur son pourtour. La valeur de masse volumique et l'épaisseur moyenne mesurée sont reportées dans le Tableau 2.2.

ρ [kg.m ⁻³]	e [mm]
1544 ± 3	4.67 ± 0.02

TABLEAU 2.2 Épaisseur et masse volumique mesurées pour la plaque composite.

La méthode ultrasonore à immersion habituellement utilisée pour estimer les modules de viscoélasticité par mesure des temps de vol ne peut être utilisée pour ce matériau. En effet, pour employer cette méthode, il est nécessaire de pouvoir séparer parfaitement les échos internes en temps, ce qui requiert une fréquence assez élevée (supérieure à 1.5 MHz environ). Mais il est également requis de pouvoir considérer le matériau comme homogène, ce qui nécessite une fréquence assez basse (inférieure à 600 kHz environ). Compte tenu des épaisseurs de la plaque et de la super-couche $[0,45,90,-45]$, il n'est pas possible de trouver un compromis en fréquence pour que les deux conditions soient respectées, ce qui conduit à caractériser ce matériau de manière différente.

Une plaque unidirectionnelle (UD) constituée de 32 plis orientés dans la direction x_3 , identiques à ceux du composite $[0,45,90,-45]_{3s}$ est utilisée. Cette plaque, du fait de son épaisseur plus importante, permet de satisfaire les deux conditions expérimentales précédemment évoquées pour la mesure par temps de vol en immersion. Les modules élastiques optimisés de la plaque UD sont présentés ci-dessous :

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} 12.80 & 6.63 & 6.20 & 0 & 0 & 0 \\ & 12.90 & 7.30 & 0 & 0 & 0 \\ & & 162 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 5.60 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & 5.50 & 0 \\ & & & & & 3.05 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.30 & 0.03 & 0.40 & 0 & 0 & 0 \\ & 0.10 & 0.80 & 0 & 0 & 0 \\ & & 10 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0.10 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & 0.10 & 0 \\ & & & & & 0.05 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

La partie imaginaire des constantes d'élasticité est comprise entre 1.6% et 2.7% pour tous les C_{ij} , c'est-à-dire que $1.6 < 100 \times C''_{ij} / C'_{ij} < 2.7$. La connaissance des modules élastiques de la plaque composite UD permet, dans un second temps, de simuler les signaux temporels ultrasonores qui seraient transmis par un empilement $[0,45,90,-45]_{Ns}$ où N est choisi suffisamment élevé pour que l'épaisseur de l'ensemble permette de bien séparer les échos entre les surfaces externes, même à une fréquence choisie assez basse (inférieure à 300 kHz) pour que le milieu puisse être considéré comme homogène à l'échelle des longueurs d'onde. La technique de temps de vol peut alors être appliquée pour estimer les modules élastiques effectifs de l'empilement $[0,45,90,-45]_{Ns}$, qui seront les mêmes que ceux de l'empilement $[0,45,90,-45]_{3s}$ [181].

Appliquée au plan de propagation $P_{1,0^\circ}$, cette méthode permet de déterminer les modules de viscoélasticité C_{11} , C_{33} , C_{55} et C_{13} et appliquée au plan de propagation $P_{1,90^\circ}$ ce sont les modules C_{11} , C_{22} , C_{66} et C_{12} qui sont obtenus. La détermination des deux modules restants C_{23} et C_{44} nécessite de considérer un plan de propagation différent des deux précé-

dents. Cependant, Hosten [182] montre que les vitesses des modes de volume se propageant dans un matériau quadratique, dans un plan de propagation quelconque, dépendent d'une combinaison linéaire de C_{23} et de C_{44} et qu'il n'est donc pas possible d'estimer l'un indépendamment de l'autre. Pour pallier ce problème de non-unicité de la solution, le module C_{44} est estimé par une méthode au contact comme le suggèrent Aristégui et al. [125]. Les mesures sont faites sur un échantillon du matériau composite $[0,45,90,-45]_{3s}$, dans la direction de propagation $\varphi = 0^\circ$, à l'aide d'une paire de transducteurs à ondes de cisaillement, de fréquence centrale 250 kHz, couplés à la plaque par du miel. Le module C_{44} est déduit de la vitesse mesurée pour l'onde transversale, puis est fixé dans la résolution du problème inverse, pour déterminer le module C_{23} en appliquant la technique de temps de vol au plan de propagation $P_{1,45^\circ}$. Ces modules équivalents, donnés ci-après, permettent de décrire l'élasticité du stratifié comme si celui-ci était fait d'un seul matériau monocouche homogène.

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} 12.80 & 6.40 & 6.38 & 0 & 0 & 0 \\ & 69.75 & 29.50 & 0 & 0 & 0 \\ & & 69.47 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 20.10 & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & 3.87 & 0 \\ & & & & & 3.86 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.06 & 0.19 & 0.18 & 0 & 0 & 0 \\ & 1.80 & 1.20 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1.71 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1.30 & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & 0.04 & 0 \\ & & & & & 0.04 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

Tout comme pour la plaque unidirectionnelle, les parties imaginaires sont comprises dans l'intervalle $1.6 < 100 \times C''_{ij} / C'_{ij} < 2.7$. Le matériau étant quadratique, il est possible de déduire les règles suivantes des modules d'élasticité homogénéisés : $C_{22} \approx C_{33}$, $C_{12} \approx C_{13}$ et $C_{55} \approx C_{66}$.

Les deux jeux de modules élastiques obtenus permettent de calculer les invariants élastiques. Ces invariants représentent différentes combinaisons des modules élastiques C_{ij} d'un empilement de plis identiques, qui restent inchangées, quels que soient l'orientation et le nombre de plis [182]. La méthode des invariants s'applique donc aux composites faits de couches identiques, mais de diverses orientations. Ainsi, les invariants de la plaque UD doivent être égaux aux invariants de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$ mais aussi aux invariants de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$. Pour un matériau orthotrope (9 modules élastiques indépendants), les cinq invariants s'expriment :

$$\begin{aligned} I_1 &= C_{11} & I_2 &= C_{12} + C_{13} & I_3 &= C_{55} + C_{66} \\ I_4 &= C_{22} + C_{33} + 2C_{44} & I_5 &= C_{44} - C_{23} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Les invariants de la plaque UD et de la plaque $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$ sont présentés dans le Tableau 2.3.

	I_1 [GPa]	I_2 [GPa]	I_3 [GPa]	I_4 [GPa]	I_5 [GPa]
Composite UD	12.80	12.83	8.55	186.1	-1.70
	±	±	±	±	±
	0.30	0.43	0.15	10.3	0.90
Composite $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$	12.80	12.78	7.73	179.4	-9.40
	±	±	±	±	±
	0.06	0.37	0.08	6.1	2.50

TABLEAU 2.3 Invariants élastiques de la plaque composite UD et de l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$.

Aux intervalles de confiance près, les invariants élastiques I_1 , I_2 et I_4 estimés à partir de la mesure ultrasonore pour le composite UD corroborent les invariants calculés à partir des modules élastiques optimisés par la mesure numérique sur l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$. Les invariants I_3 et I_5 sont estimés avec des écarts plus importants qui peuvent être imputés aux incertitudes sur la mesure de C_{44} par la mesure au contact ou encore aux faibles incertitudes générées par la procédure numérique imitant la mesure de temps de vol (qui génère des signaux sans bruits). Cependant, on considère que les modules d'élasticité prédits pour l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ pourront servir comme données d'entrée pour calculer la sensibilité des modes guidés aux C_{ij} d'un tel matériau composite. Ces données serviront également à valider la caractérisation qui sera faite, plus tard (au chapitre 5), par ondes guidées.

2.1.3 Assemblage tricouche

L'assemblage tricouche est constitué de deux substrats isotropes en aluminium et l'âme de la structure est un film de colle, supposé isotrope. L'ensemble de la structure est passé en autoclave pour lier les deux substrats entre eux. À la fin du processus, deux échantillons sont obtenus dont un plus petit pour obtenir des valeurs de référence pour les modules élastiques et l'épaisseur de la colle à l'aide de mesures ultrasonores en transmission, dans l'eau.

a) Les substrats

Les substrats sont des plaques d'aluminium 2024 (dont la trempe est inconnue) qui ont été caractérisés avant le processus de cuisson de l'assemblage à l'aide de la mesure de la fonction de transfert de plaques [183, 184]. Les propriétés des substrats sont recensées dans

le Tableau 2.4. La valeur indiquée pour l'épaisseur est la valeur moyenne mesurée sur son pourtour et la masse volumique est mesurée par pesée hydrostatique.

$\rho^{alu} [kg.m^{-3}]$	$e^{alu} [mm]$	$C_{11}^{alu} [GPa]$	$C_{66}^{alu} [GPa]$
2676	2.13	108.5	26.30
\pm	\pm	\pm	\pm
3	0.02	2.2	0.32

TABLEAU 2.4 Modules élastiques optimisés, épaisseur et masse volumique mesurées des substrats.

b) L'adhésif

La couche adhésive est un film de colle autosupporté FM300M fourni par Solvay [185]. La seule information à disposition est la masse volumique de l'adhésif avant cuisson. Après fabrication de l'assemblage collé, l'épaisseur totale de celui-ci a été mesurée, ce qui a permis de déduire l'épaisseur de la couche de colle. Enfin, les propriétés viscoélastiques de la couche de colle sont estimées par la mesure de la fonction de transfert de l'assemblage collé en fixant les propriétés des substrats aux valeurs données dans le Tableau 2.4, l'épaisseur de la couche de colle à la valeur mesurée et la masse volumique de la colle à la valeur fournie par le fabricant. Les modules élastiques optimisés et l'épaisseur mesurée sont recensés dans le Tableau 2.5.

$\rho^{adh} [kg.m^{-3}]$	$e^{adh} [mm]$	$C_{11}^{adh} [GPa]$	$C_{66}^{adh} [GPa]$
1123	0.12	$6.96 + 0.18 i$	$1.29 + 0.08 i$
	\pm	\pm	\pm
	0.01	$0.49 + 0.12 i$	$0.19 + 0.05 i$

TABLEAU 2.5 Modules de viscoélasticité optimisés, épaisseur mesurée et masse volumique du fabricant de la couche de colle.

2.2 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans un matériau isotrope

Comme évoqué dans le chapitre 1, la sensibilité d'un mode de Lamb à un paramètre représente la variation des caractéristiques de ce mode (vitesse de groupe, nombre d'onde, déformées modales, *etc*) lorsque le paramètre subit une variation. Cette définition peut être reliée à la dérivée du nombre d'onde d'un mode, par exemple, par rapport à un paramètre p_j dans \mathbf{p} . En modifiant quelque peu l'équation donnée dans [150], l'expression suivante est proposée pour la sensibilité du nombre d'onde d'un mode k_m à un paramètre p_j :

$$S_m^{p_j}(f_m) = \frac{\partial k_m(\mathbf{p}, f_m)}{\partial p_j} \frac{\delta p_j}{k_m(\mathbf{p}, f_m)} \quad (2.4)$$

où $k_m(\mathbf{p}, f_m)$ est le nombre d'onde du mode m à la fréquence f_m , calculé avec le jeu de paramètres \mathbf{p} , $S_m^{p_j}(f_m)$ est la sensibilité du nombre d'onde de ce mode au paramètre p_j à la fréquence f_m et δp_j est une fraction de la valeur du paramètre p_j (typiquement quelques % de la valeur de p_j). La sensibilité est sans dimension et représente la variation relative de nombre d'onde du mode m pour une variation δp_j du paramètre p_j . Si le nombre d'onde $k_m(\mathbf{p}, f_m)$ est complexe, la sensibilité est complexe également. Ainsi, la partie réelle de la sensibilité $\Re\{S_m^{p_j}(f_m)\}$ relate d'une variation de la partie réelle du nombre d'onde d'un mode, tandis que la partie imaginaire de la sensibilité $\Im\{S_m^{p_j}(f_m)\}$ relate de la variation de l'atténuation d'un mode.

Dans les plaques isotropes monocouches, les modes de Lamb satisfont l'équation de dispersion (1.11)[14, p.315], ce qui permet de déterminer le nombre d'onde $k_m(\mathbf{p}, f_m)$. Étant donné que la fonction $k_m(\mathbf{p}, f_m)$ n'a pas d'expression analytique, le calcul de la dérivée à partir de la solution $k_m(\mathbf{p}, f_m)$ de l'équation de dispersion (1.11) n'est pas possible. Une partie du travail de thèse fut consacré à la détermination analytique de l'équation (2.4). Pour cela, l'opérateur de dérivation $\partial/\partial p_j$ est appliqué de chaque côté de l'équation (1.11) et les termes dépendant de $\partial/\partial p_j$ sont regroupés du côté gauche de l'équation et tous les autres termes du côté droit. Les détails du calcul de la dérivée sont donnés dans l'Annexe A.3 et fournissent l'expression de la dérivée du nombre d'onde par rapport au paramètre p_j :

$$\frac{\partial k}{\partial p_j} = \frac{\beta_L \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + \beta_T \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} + \beta_h \frac{\partial h}{\partial p_j}}{2k(\beta_L + \beta_T) + T_q^2(2k\mu + \nu)} \quad (2.5)$$

Les dérivées partielles de l'équation (2.5) sont données dans le Tableau 2.6 et les paramètres de cette équation sont donnés ci-dessous :

$$\begin{aligned} T_b &= b \tan(bh + \alpha) & T_q &= q \tan(qh + \alpha) & \nu &= \frac{-k_T^4}{2k^3 q^4} (q^2 - k^2) \\ \gamma_b &= \frac{1}{2} \left[\frac{T_b}{b^2} (1 + T_b h) + h \right] & \gamma_q &= \frac{1}{2} \left[\frac{T_q}{q^2} (1 + T_q h) + h \right] & \mu &= \frac{-k_T^2}{4k^2 q^4} (k_T^2 - 2q^2) \\ \eta_b &= b^2 + T_b^2 & \eta_q &= q^2 + T_q^2 & \beta_L &= -\gamma_b T_q \\ \beta_T &= T_b \gamma_q - \mu T_q^2 & \beta_h &= -\eta_b T_q + \eta_q T_b \end{aligned}$$

La détermination analytique de la dérivée du nombre d'onde par rapport à un paramètre p_j permet d'exprimer la sensibilité (en nombre d'onde) $S_m^{p_j}(f_m)$ d'un mode m à un paramètre p_j dans $\mathbf{p} = [C_{11}, C_{66}, e, \rho]$. Il est remarquable qu'en inversant l'équation (2.5) et en prenant

$p_j = \omega$, l'expression de la vitesse de groupe est obtenue. Le calcul de la vitesse de groupe est mené dans l'Annexe A.3.1.

p_j	C_{11}	C_{66}	h	ρ	ω
$\partial k_L^2 / \partial p_j$	$-\omega^2 \rho / C_{11}$	0	0	ω^2 / C_{11}	$2\omega / c_L^2$
$\partial k_T^2 / \partial p_j$	0	$-\omega^2 \rho / C_{66}$	0	$\omega^2 C_{66}$	$2\omega / c_T^2$
$\partial h / \partial p_j$	0	0	1	0	0

TABLEAU 2.6 Valeur des dérivées partielles de k_L^2 , k_T^2 et h par rapport aux paramètres C_{11} , C_{66} , h , ρ et ω .

2.2.1 Sensibilité des modes de Lamb aux modules élastiques

La sensibilité des modes de Lamb est tout d'abord investiguée pour la plaque isotrope en Plexiglas de 3.84 mm dont les propriétés de référence sont données dans le Tableau 2.1. La sensibilité est calculée analytiquement à l'aide de l'équation (2.5) pour le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, C''_{11}, C''_{66}]$ et dans la bande de fréquence 100-500 kHz qui correspond à la bande de fonctionnement des capteurs capacitifs employés dans le cadre de la thèse [172]. Les résultats de cette première étude sont présentés sur la Figure 2.3(a-d).

Dans le cas illustré, la variation de paramètre vaut $\delta p_j = +0.05 \times p_j$ et entraîne une diminution de la partie réelle du nombre d'onde de tous les modes comme le montre la Figure 2.3. Ceci est assez intuitif puisque la vitesse des ondes ultrasonores est proportionnelle aux modules de rigidité du matériau et donc inversement proportionnelle au nombre d'onde. Pour la partie imaginaire, c'est le phénomène inverse qui est observé : l'augmentation de la partie imaginaire des C_{ij} s'accompagne d'une augmentation de la partie imaginaire du nombre d'onde. La partie imaginaire du nombre d'onde traduisant l'atténuation, il est cohérent d'observer qu'une augmentation de la viscosité du matériau entraîne une augmentation de l'atténuation des ondes.

Pour rendre tangible la sensibilité d'un mode à un paramètre, la sensibilité moyenne d'un mode m sur sa bande de fréquence f_m à un paramètre est calculée grâce à l'équation (2.6) :

$$\overline{S_m^{p_j}} = \frac{1}{N_f^m} \sum_{i=0}^{N_f^m} S_m^{p_j}(f_i) \quad (2.6)$$

avec N_f^m le nombre de fréquences du mode m tel que $k_m(f_m) \neq 0$. Les sensibilités moyennes aux parties réelles et imaginaires des C_{ij} sont reportées dans le Tableau 2.7 pour les six premiers modes propagatifs dans la bande de fréquence 100-500 kHz.

Ceci permet de remarquer que les modes d'ordres supérieurs S_1 , S_2 et A_3 sont les plus sensibles à C'_{11} avec des sensibilités moyennes supérieures à 2%. Tous les modes de Lamb ont une sensibilité moyenne au module C'_{66} supérieure à 2% mais le mode A_3 est le plus sensible à ce module élastique. Les modes guidés les plus sensibles aux variations de C'_{11} sont également les plus sensibles aux variations de C''_{11} avec un niveau de sensibilité moyenne de leur atténuation compris entre 1.9% et 4.3%. La plupart des modes sont sensibles aux variations de C''_{66} avec des sensibilités moyennes en atténuation allant de 0.7% pour le mode S_1 à 4.2% pour le mode A_1 .

	A_0	S_0	A_1	S_2	S_1	A_3
C'_{11}	0.2	0.2	0.2	2.2	8.2	3.7
C'_{66}	2.0	3.0	5.5	2.1	6.3	24
C''_{11}	1.5	1.3	0.8	3.8	4.3	1.9
C''_{66}	3.5	3.7	4.2	1.2	0.7	3.1

TABLEAU 2.7 Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-500 kHz, des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, C''_{11}, C''_{66}]$.

La sensibilité moyenne permet une analyse rapide ayant pour but de déterminer grossièrement les modes utiles du point de vue de la caractérisation. Cependant, une analyse plus fine permet de cibler les zones sensibles d'un mode dans l'espace fréquence-nombre d'onde. Ces zones sensibles sont représentées par des couleurs plus foncées (bleues ou rouges selon le sens de variation) sur la Figure 2.3.

Les parties réelles des nombres d'onde des modes d'ordres supérieurs S_2 , S_1 et A_3 sont très sensibles aux variations de C'_{11} , notamment lorsque la fréquence est proche de la fréquence de coupure du mode. En particulier, le mode S_2 montre une sensibilité de la partie réelle de son nombre d'onde supérieure à 10% en module pour des fréquences allant de 280 kHz à 300 kHz environ, et cette valeur de sensibilité va de 322 kHz à 375 kHz environ pour le mode S_1 . Les trois premiers modes sont quasiment insensibles aux variations de ce module élastique sur la bande de fréquence 100-500 kHz. La variation maximale de la partie réelle du nombre d'onde observée pour ces trois modes intervient pour le mode S_0 à 100 kHz et vaut -0.6%. Le mode S_0 à $f = c_T/\sqrt{2}e = 223$ kHz et le mode A_1 à $f = 2c_T/\sqrt{2}e = 446$ kHz sont totalement insensibles à C_{11} . À ces fréquences interviennent le mode de Lamé [14, p.320] et le nombre d'onde à ces fréquences s'exprime $k = k_T/\sqrt{2}$ et est donc indépendant de C_{11} .

Les trois premiers modes de Lamb sont beaucoup plus sensibles aux variations du module C'_{66} . Les nombres d'onde des modes A_0 et S_0 possèdent une sensibilité inférieure à -1.5% sur la bande de fréquence 100-500 kHz. Les modes A_1 , S_2 et A_3 sont également sensibles aux variations de ce module et plus particulièrement pour des fréquences proches de leurs fréquences de coupure. Ceci est lié au fait que ces fréquences de coupure s'expriment en fonction du module élastique C'_{66} . La sensibilité de la partie réelle du nombre d'onde dépasse les 10% en module pour des fréquences allant de 160 kHz à 180 kHz, de 290 kHz à 300 kHz et de 475 kHz à 500 kHz pour les modes A_1 , S_2 et A_3 , respectivement.

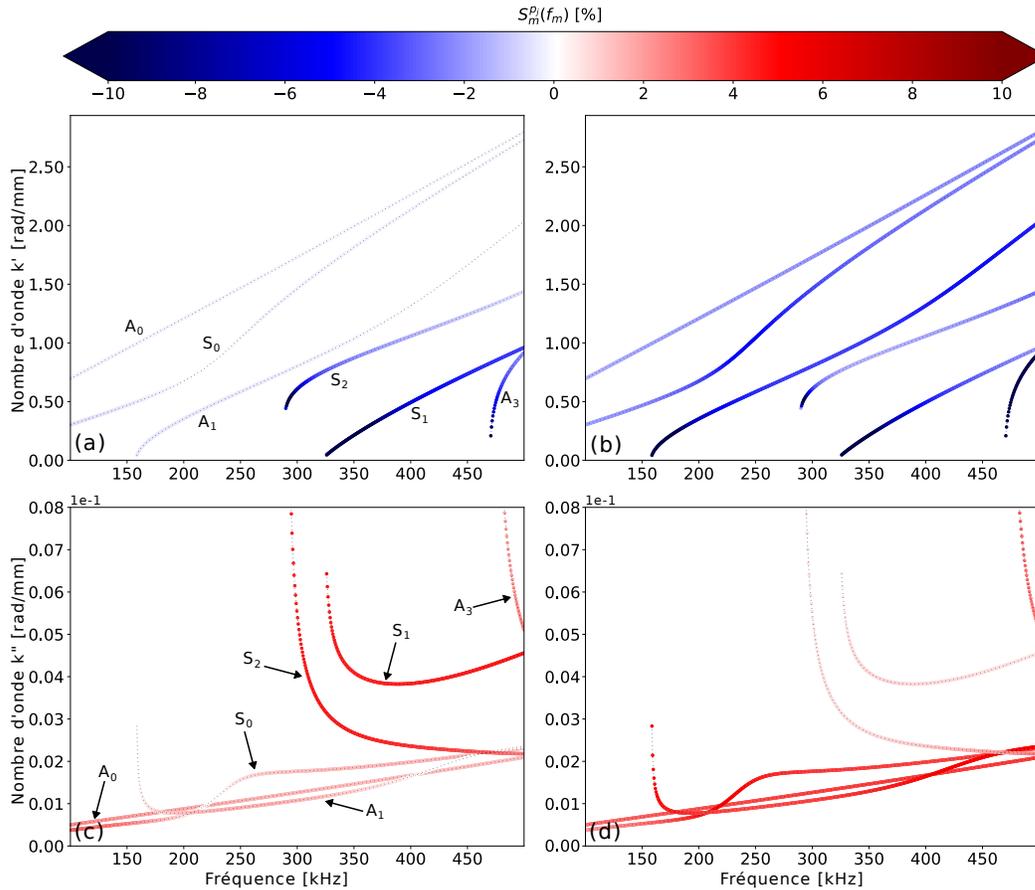


FIGURE 2.3 Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas à une augmentation de 5% de chaque paramètre du vecteur $\mathbf{p}=[C'_{11}, C'_{66}, C''_{11}, C''_{66}]$. (a) : $\Re\{S_m^{C'_{11}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C'_{66}}(f_m)\}$, (c) : $\Im\{S_m^{C''_{11}}(f_m)\}$, (d) : $\Im\{S_m^{C''_{66}}(f_m)\}$. Les points bleu foncé (quasiment noirs) représentent une sensibilité $|S_m^{p_j}(f_m)| > 10\%$.

Les modes dont la partie réelle de leur nombre d'onde est insensible aux variations de C'_{11} montrent une faible sensibilité de leur atténuation à C''_{11} . En effet, les atténuations des modes A_0 , S_0 et A_1 montrent une faible sensibilité à ce module. En revanche, les modes

dont les parties réelles des nombres d'ondes sont sensibles à C'_{11} montrent également une bonne sensibilité de leur atténuation à C''_{11} . Les modes S_2 et S_1 sont les modes les plus sensibles à ce module avec une variation de leurs atténuations toujours supérieure à 2.4%. De même, l'atténuation du mode A_3 est sensible à ce module dans toute la bande de fréquence où ce mode se propage. Les deux modes fondamentaux A_0 et S_0 ainsi que les modes A_1 et A_3 sont les plus sensibles aux variations de C''_{66} avec des sensibilités de la partie imaginaire de leur nombre d'onde supérieures à 2%, à toutes les fréquences. Les atténuations des modes symétriques S_2 et S_1 sont les moins sensibles à ce paramètre dans la bande de fréquence 100-500 kHz.

Généralement, l'estimation de la partie réelle et de la partie imaginaire des modules de viscoélasticité se fait en utilisant la partie réelle (respectivement la partie imaginaire) du nombre d'onde. Cependant, la perturbation de la partie réelle des modules de viscoélasticité entraîne également une variation de l'atténuation des modes, alors que la variation des parties imaginaires des modules ne modifie que les atténuations des modes, comme le montre la Figure 2.4.

En particulier, la Figure 2.4(c) montre qu'une augmentation de 5% de la partie réelle de C_{11} entraîne une diminution de l'atténuation des trois premiers modes de Lamb et du mode A_3 dans la bande de fréquence 100-500 kHz. Les variations moyennes d'atténuations pour les modes A_0 , S_0 , A_1 et A_3 valent, en module, 3.2%, 3.1%, 1.6% et 4.4%, respectivement. Le changement de la partie réelle de C_{11} affecte également les modes S_2 et S_1 avec une augmentation de leur atténuation jusqu'à 310 kHz environ pour le mode S_2 et jusqu'à 400 kHz pour le mode S_1 puis une diminution de ces atténuations pour des fréquences supérieures à 310 kHz et 400 kHz pour les modes S_2 et S_1 , respectivement. Lorsque c'est la partie réelle de C_{66} qui est augmentée de 5%, les atténuations des modes A_0 , S_0 , S_1 et A_3 diminuent sur toute la bande de fréquence investiguée. L'atténuation du mode A_1 augmente en deçà de 170 kHz environ puis diminue pour les fréquences supérieures. L'atténuation du mode S_2 subit une augmentation à toutes les fréquences. Lorsque la partie imaginaire des modules de viscoélasticité est augmentée de 5%, la partie réelle du nombre d'onde ne varie pas plus de 10^{-3} % en moyenne pour tous les modes, ce qui est négligeable.

En outre, un changement dans la partie réelle des modules de viscoélasticité entraîne de fortes variations dans les parties imaginaires des nombres d'ondes, mais la proposition réciproque n'est pas vraie. Cela signifie que la caractérisation de l'élasticité d'un matériau pourra être effectuée en se servant des parties réelles des nombres d'onde et en fixant, même très approximativement, les parties imaginaires des modules recherchés. Par contre, la caractérisation de la viscosité d'un matériau nécessitera une bonne connaissance de son

élasticité afin que les atténuations modales (grandeurs requises pour évaluer les parties imaginaires des modules) ne soient pas perturbées par des parties réelles erronées des modules.

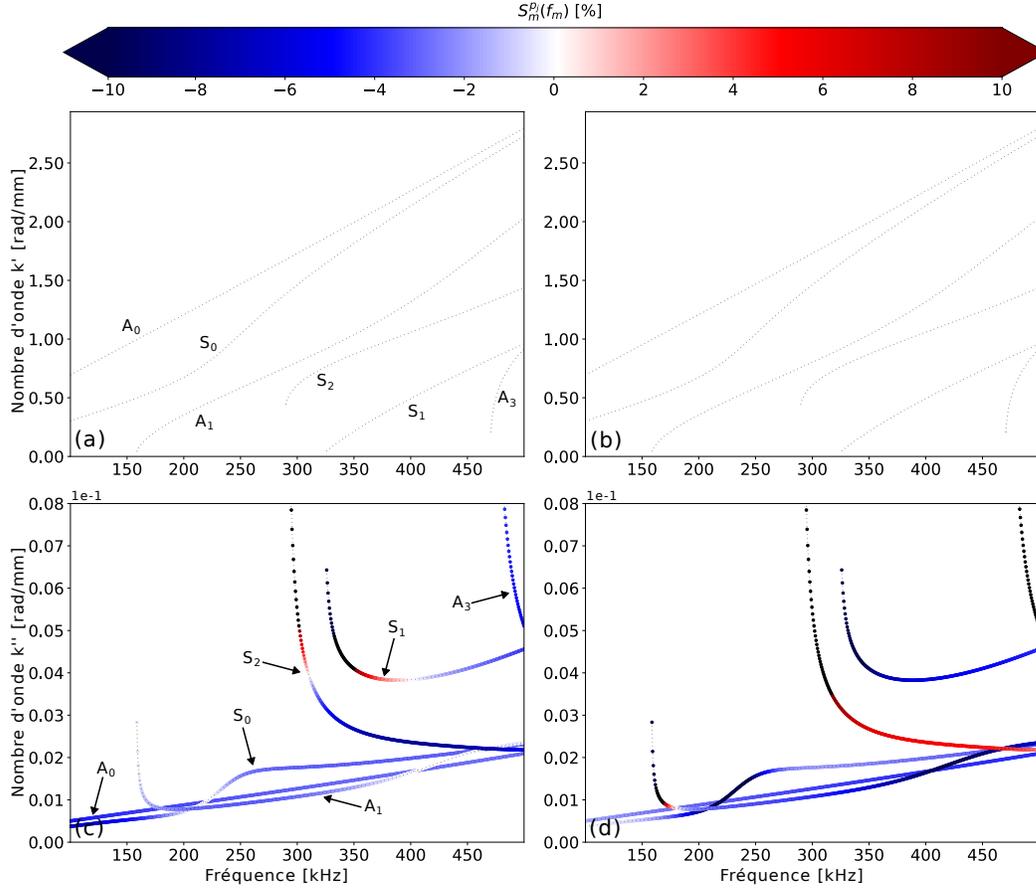


FIGURE 2.4 Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas à une augmentation de 5% de chaque paramètre du vecteur $\mathbf{p}=[C''_{11}, C''_{66}, C'_{11}, C'_{66}]$. (a) : $\Re\{S_m^{C''_{11}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C''_{66}}(f_m)\}$, (c) : $\Im\{S_m^{C'_{11}}(f_m)\}$, (d) : $\Im\{S_m^{C'_{66}}(f_m)\}$.

2.2.2 Sensibilité des modes de Lamb à l'épaisseur et à la masse volumique

Étant donné que l'équation de dispersion des modes de Lamb dans une plaque isotrope est également dépendante de l'épaisseur et de la masse volumique de celle-ci, il est intéressant de quantifier la sensibilité des caractéristiques des modes à ces grandeurs. Certains auteurs se sont déjà penchés sur le calcul de la sensibilité des modes à ces propriétés [148, 149]. Dans cette section, la sensibilité de la partie réelle du nombre d'onde des modes de Lamb à l'épaisseur et à la masse volumique du matériau est investiguée. Le jeu de paramètres matériaux étudié est le suivant : $\mathbf{p} = [e, \rho]$. Les changements de la partie réelle du

nombre d'onde des modes pour une augmentation d'épaisseur et de masse volumique de 5% sont représentés sur les Figures 2.5(a) et 2.5(b), respectivement.

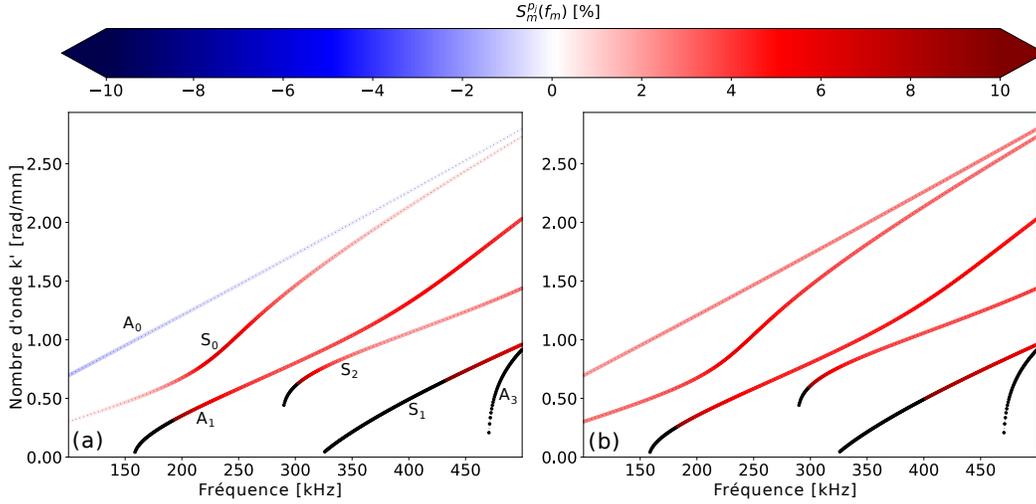


FIGURE 2.5 Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas à une augmentation de 5% de chaque paramètre du vecteur $\mathbf{p}=[e, \rho]$. (a) : $\Re\{S_m^e(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^\rho(f_m)\}$.

L'augmentation de l'épaisseur de la plaque entraîne une augmentation du nombre d'onde de tous les modes de Lamb excepté pour le mode A_0 . Comme expliqué dans [14, p.317] l'approximation basses-fréquences du nombre d'onde (mode de flexion pure) de ce mode montre son lien inversement proportionnel à l'épaisseur de la plaque, ce qui justifie l'allure différente de la sensibilité observée pour ce mode. La masse volumique étant proportionnelle aux nombres d'onde longitudinal et transverse, l'augmentation de celle-ci fait également croître le nombre d'onde des modes de Lamb, comme observé sur la Figure 2.5(b). Les modes d'ordres supérieurs sont de plus en plus sensibles à ces deux paramètres à mesure que la fréquence se rapproche de leur fréquence de coupure, car celles-ci dépendent directement de l'épaisseur et de la masse volumique du matériau.

2.2.3 Synthèse de la sensibilité des modes de Lamb

Ces premières études de sensibilité révèlent des aspects assez cruciaux qui doivent être pris en compte pour la caractérisation des propriétés de matériaux isotropes par ondes guidées. Tout d'abord, seules les parties réelles des nombres d'ondes des modes S_1 , S_2 et A_3 sont significativement sensibles aux variations de C'_{11} . Ces modes possèdent une fréquence de coupure qui dépend des modules élastiques, de la masse volumique et de l'épaisseur de la plaque. Le dispositif expérimental devra donc être adapté à la mesure du nombre d'onde d'au moins un de ces modes pour pouvoir optimiser ce module élastique,

c'est-à-dire être capable de mesurer et détecter des fréquences supérieures à la fréquence de coupure d'un mode sensible à C'_{11} . Si les transducteurs ne couvrent pas une plage de fréquences suffisamment haute, des échantillons assez épais devront être utilisés pour que la plage des produits $f \times e$ inclue des régimes de coupure d'un ou deux modes de Lamb.

Les six modes propagatifs dans la bande de fréquence 100-500 kHz sont sensibles aux variations du module C'_{66} . La conséquence de cela est que la mesure de n'importe lequel de ces modes (ou de tous les modes) permettra d'estimer ce module élastique. De même, les atténuations des six modes de Lamb sont sensibles aux variations des parties imaginaires des modules de viscoélasticité. Néanmoins, les modes S_1 et S_2 sont les plus sensibles à C''_{11} tandis que les modes A_0 , S_0 et A_1 sont les plus sensibles C''_{66} .

L'étude de sensibilité des modes de Lamb aux modules élastiques montre que la variation de la partie réelle de ceux-ci fait également varier l'atténuation des modes alors que les parties réelles des nombres d'onde ne varient pas (ou de manière négligeable) lorsque les parties imaginaires des modules changent. Ceci signifie que, dans un contexte d'optimisation, les parties réelles des modules élastiques pourront être caractérisées indépendamment des parties imaginaires, en utilisant la partie réelle du nombre d'onde. Pour la caractérisation des modules d'élasticité complexe, la partie réelle du nombre d'onde servira d'abord à optimiser les parties réelles des modules, puis l'atténuation informera sur leurs parties imaginaires. Il est également possible d'utiliser le nombre d'onde complexe, dans le processus d'optimisation, pour optimiser simultanément la partie réelle et la partie imaginaire des modules de viscoélasticité.

L'épaisseur de la plaque isotrope a une grande influence sur le nombre d'onde des modes de Lamb comme démontré dans la sous-section 2.2.2. Cela signifie que, dans un contexte de caractérisation, l'épaisseur de la plaque dans la zone de mesure des ondes guidées devra être connue avec précision en amont. Le manque de précision sur l'épaisseur de la plaque entraînera, lors de la résolution du problème inverse, une augmentation ou une diminution des modules élastiques optimisés. Une solution pour éviter cette compensation qui fausse les valeurs des modules élastiques optimisés consiste à inclure l'épaisseur comme variable à optimiser dans la résolution du problème inverse. Cela serait possible à condition que le nombre de modes mesurés soit suffisant pour éviter les problèmes de non-unicité de la solution. De plus, cela permettrait de cartographier simultanément l'épaisseur et l'élasticité d'un matériau. La même conclusion peut être établie avec la masse volumique, cependant la mesure indépendante de ce paramètre est suffisamment précise (incertitude relative de l'ordre de 0.3%) pour que celui-ci ne soit pas introduit dans le problème inverse.

2.3 Sensibilité des modes guidés se propageant dans un matériau anisotrope

Dans la section précédente, la sensibilité des nombres d'onde des modes guidés dans une plaque isotrope a pu être formulée analytiquement, car l'expression de l'équation de dispersion reste simple. Dans le cas de matériaux anisotropes, où plus de termes entrent en jeu, l'expression de l'équation de dispersion est plus complexe, ce qui rend plus ardue l'obtention d'une expression analytique de la sensibilité des modes de Lamb aux propriétés du matériau. Alors la dérivée partielle du nombre d'onde par rapport au paramètre p_j est calculée à l'aide d'un schéma aux différences finies :

$$\left(\frac{\partial k_m(\mathbf{p}, f_m)}{\partial p_j} \right)^{(t)} \approx \sum_{i=i_{min}}^{i_{max}} \frac{N_i k_m(\mathbf{p} + i\delta p_j, f_m)}{D \delta p_j} + \epsilon(\delta p_j^{(t)}) \quad (2.7)$$

avec t l'ordre du schéma numérique employé pour estimer la dérivée, N et D sont des constantes dont les valeurs sont reportées dans le tableau 2.8 et $\epsilon(\delta p_j^{(t)})$ est le « reste » qui dépend de l'ordre t et de δp_j .

t	i_{min}	i_{max}	D	N_{-2}	N_{-1}	N_0	N_1	N_2
1	0	1	1			-1	1	
2	-1	1	2		-1	0	1	
4	-2	2	12	1	-8	0	8	-1

TABLEAU 2.8 Valeur des coefficients pour l'approximation de la dérivée première à l'ordre 1,2 et 4

Dans le cas du matériau à symétrie quadratique, la matrice d'élasticité présente les relations suivantes : $C_{13} \approx C_{12}$, $C_{33} \approx C_{22}$ et $C_{55} \approx C_{66}$. Du fait que le matériau est quasiment isotrope dans le plan, les courbes de dispersion des modes guidés sont « quasi » identiques pour tous les plans de propagation $P_{1,\varphi}$. Ceci est confirmé par la Figure A.10 de l'Annexe A.4.2.d) qui présente les courbes de dispersion des modes guidés en fonction de l'angle φ . Pour le plan $P_{1,0^\circ}$ seuls les modules élastiques C_{11} , C_{55} , C_{13} et C_{33} interviennent dans le calcul des courbes de dispersion des modes de Lamb. Ainsi, l'étude de sensibilité des modes aux modules C_{11} , C_{55} , C_{13} et C_{33} est suffisante, car elle permet de connaître aussi leur sensibilité aux modules élastiques C_{12} , C_{22} , C_{66} .

Pour la plaque anisotrope monocouche équivalente, les modules élastiques C_{23} et C_{44} n'ont pas d'effet sur les courbes de dispersion des modes de Lamb dans les plans $P_{1,0^\circ}$ et $P_{1,90^\circ}$. En revanche, la sensibilité des modes guidés de type SH à ces modules est a priori

non nulle. La sensibilité de l'ensemble des modes guidés (Lamb + SH) à C_{23} et C_{44} est alors investiguée pour différents plans de propagation.

Dans cette section, la sensibilité des modes guidés à la partie imaginaire des modules de viscoélasticité n'est pas présentée. Elle a été néanmoins calculée et analysée. Les résultats obtenus sont présentés en Annexes A.4.2.c) et A.4.2.e). Ils montrent que, tout comme pour le matériau isotrope, les modes dont le nombre d'onde est sensible à la partie réelle d'un module élastique ont également une atténuation sensible à la partie imaginaire de ce même module.

2.3.1 Sensibilité des modes de Lamb dans le plan $P_{1,0^\circ}$

a) Sensibilité des modes de Lamb aux modules élastiques

Tout comme pour le cas du matériau isotrope, la sensibilité des modes de Lamb est étudiée en appliquant une perturbation δp_j de +5% successivement à chacun des paramètres. La sensibilité est calculée pour le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}]$ à l'aide d'un schéma aux différences finies tel que présenté dans l'équation (2.7). Les résultats de l'étude de sensibilité sont présentés sur la Figure 2.6 et les sensibilités moyennes sont indiquées dans le Tableau 2.9.

	A_0	S_0	A_1	S_1	S_2
C'_{11}	0.0	3.0	0.4	4.8	1.1
C'_{55}	2.1	0.7	4.4	0.4	14
C'_{13}	0.0	0.8	0.4	0.2	0.1
C'_{33}	0.2	1.9	2.6	2.3	2.2

TABLEAU 2.9 Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-500 kHz, des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$, au jeu de paramètres $\mathbf{p}=[C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}]$.

La sensibilité des modes de Lamb aux modules élastiques du matériau composite est bien différente de celle des modes de Lamb aux propriétés du matériau isotrope. Dans ce matériau, les modes les plus sensibles à C'_{11} sont les modes symétriques avec respectivement 3%, 4.8% et 1.1% de sensibilité moyenne à ce module pour les modes S_0 , S_1 et S_2 . Plus particulièrement, le mode S_0 dans sa région dispersive est très sensible à une variation de C'_{11} avec une sensibilité, en valeur absolue, supérieure à 10% entre 300 kHz et 350 kHz, environ. La plupart des modes sont sensibles au module d'élasticité C'_{55} avec une sensibilité moyenne supérieure à 2.1% pour le mode A_0 et des pics de sensibilité proches de 10% au voisinage des fréquences de coupure des modes A_1 et S_2 . Les modes S_0 et S_1 sont quasiment

insensibles à ce module jusqu'à 300 kHz et sur toute la bande de fréquence considérée, respectivement. Les modes de Lamb présentent une dépendance particulièrement faible au module C'_{13} avec une sensibilité moyenne inférieure à 1% pour tous les modes et dans la bande de fréquence 100-500 kHz. Seul le mode S_0 dans sa zone dispersive est un peu sensible à ce module et affiche une augmentation de 2 à 3% de la partie réelle de son nombre d'onde lorsque C'_{13} augmente de 5%. Enfin, les modes de Lamb sont assez sensibles au module C'_{33} avec une sensibilité moyenne qui dépasse 1.9% excepté pour le mode A_0 qui a une sensibilité moyenne de 0.2%.

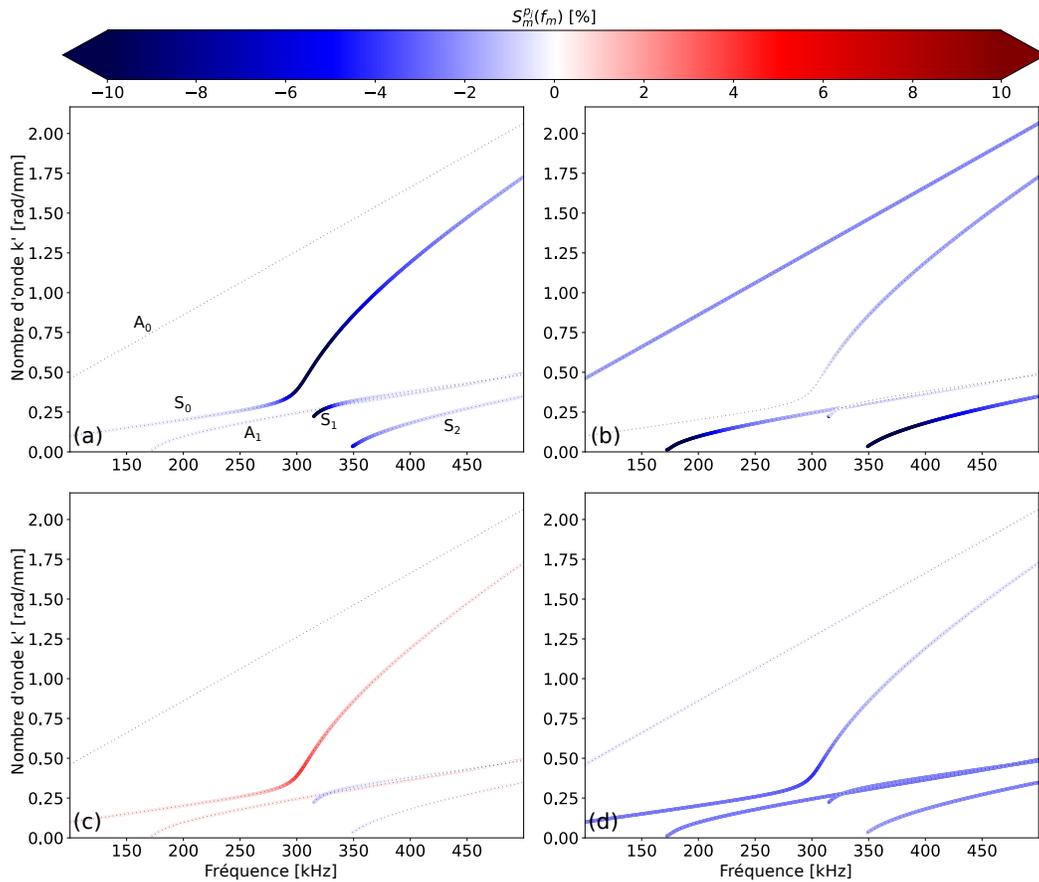


FIGURE 2.6 Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$ à une augmentation de 5% des paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}]$. (a) : $\Re\{S_m^{C'_{11}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C'_{55}}(f_m)\}$, (c) : $\Re\{S_m^{C'_{13}}(f_m)\}$, (d) : $\Re\{S_m^{C'_{33}}(f_m)\}$.

b) Sensibilité des modes de Lamb à l'épaisseur et à la masse volumique

La sensibilité est maintenant investiguée pour le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [e, \rho]$ et les résultats sont présentés sur les Figures 2.7(a) et 2.7(b) pour e et ρ , respectivement.

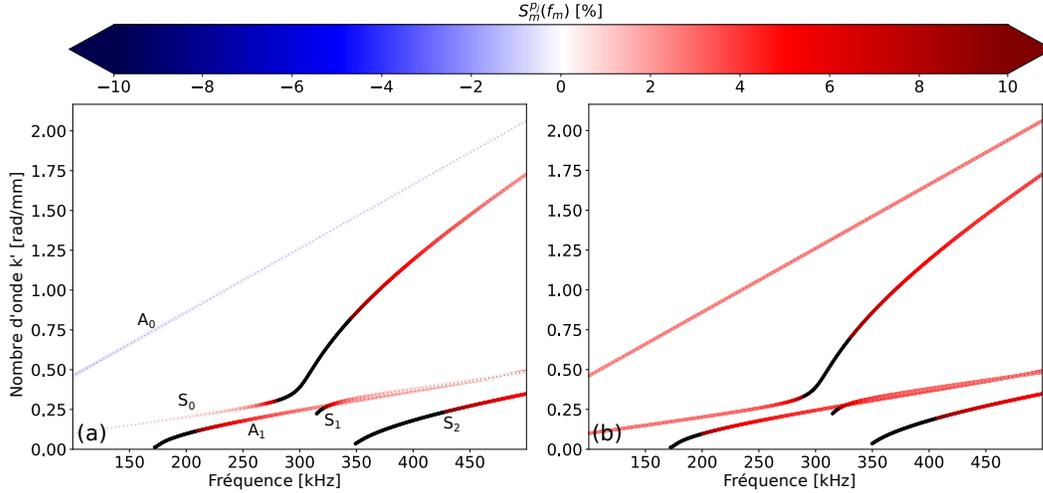


FIGURE 2.7 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$ à une augmentation de 5% des paramètres $\mathbf{p}=[e, \rho]$. (a) : $\Re\{S_m^e(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^\rho(f_m)\}$.

Tout comme pour l'étude de sensibilité des modes de Lamb à l'épaisseur et à la masse volumique du matériau isotrope, le nombre d'onde augmente lorsque l'épaisseur augmente, pour tous les modes sauf le mode A_0 . Les modes d'ordres supérieurs deviennent de plus en plus sensibles à l'épaisseur à mesure que la fréquence du mode tend vers sa fréquence de coupure. Le mode S_0 exhibe également une forte sensibilité à l'épaisseur, notamment dans sa région dispersive, entre 275 kHz et 350 kHz. Une augmentation de la masse volumique fait augmenter le nombre d'onde de tous les modes et ces augmentations sont plus élevées dans les zones dispersives des modes et lorsque la fréquence des modes d'ordres supérieurs se rapproche de leur fréquence de coupure.

2.3.2 Sensibilité des modes de Lamb et des modes de type SH dans un plan quelconque

a) Sensibilité des modes guidés aux modules élastiques C'_{23} et C'_{44}

La symétrie quadratique du matériau équivalent à l'empilement $[0,45,90,-45]_{3s}$ implique les égalités suivantes entre les modules : $C_{13} = C_{12}$, $C_{33} = C_{22}$ et $C_{55} = C_{66}$ et la non-nécessité de simuler la sensibilité des modes de Lamb dans le plan $P_{1,90^\circ}$ aux modules C_{22} , C_{12} et C_{66} , car les résultats seront identiques à ceux obtenus précédemment pour le plan $P_{1,0^\circ}$. Par contre, pour évaluer la totalité de la matrice d'élasticité du matériau, il

est nécessaire de quantifier les modules C_{23} et C_{44} qui sont relatifs à des phénomènes de cisaillement dans le plan de la plaque. Pour cela, nous nous intéressons aux modes guidés de type SH qui ne sont pas, lors des expérimentations, des modes SH purs en raison de la forte anisotropie de chaque pli et de la diversité des orientations angulaires de ces plis : 0° , 45° , 90° et -45° . Cela signifie que, même si ces modes possèdent une composante de déplacement dominante dans la direction perpendiculaire à leur direction de propagation et dans le plan de la plaque, ils ont également des composantes de déplacement non nulles dans les deux autres directions. Ils peuvent donc être générés et détectés par des transducteurs ultrasonores à couplage air, via leur déplacement normal (direction 1) en surface de plaque [177]. De même, les modes de Lamb dans cet empilement $[0,45,90,-45]_{3s}$ ne sont pas purs, car leur composante de déplacement orthoradiale¹ n'est pas nulle. Toutefois, cela n'empêche pas de prédire les vitesses ou atténuations de ces modes guidés (Lamb ou SH) en utilisant des modules équivalents à l'empilement homogénéisé, car la plus petite longueur d'onde vaut 3 mm environ (pour le mode A_0 à 500 kHz) et est grande devant la dimension de la supercouche qui vaut 0.78 mm environ (épaisseur de 4 plis). Et c'est ce qui est réalisé ici, avec pour objectif l'évaluation des 6 modules représentatifs de l'élasticité du milieu homogène équivalent. Un exemple de courbes de dispersion calculées dans le plan $P_{1,45^\circ}$ est représenté sur la Figure 2.8.

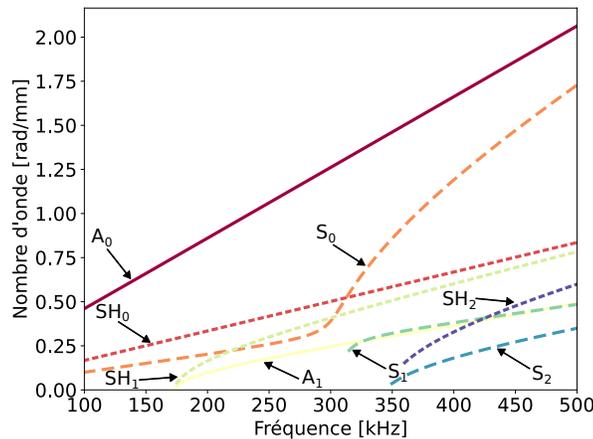


FIGURE 2.8 Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,45^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$. Calculs des modes antisymétriques (—), symétriques (- -) et SH (---).

Pour déterminer le plan de propagation qui contient les modes guidés (modes de Lamb et modes de type SH) les plus sensibles aux modules C_{23} et C_{44} , la sensibilité moyenne sur la plage de fréquences 100-500 kHz de chaque mode au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{23}, C'_{44}]$

1. Composante de déplacement dans le plan de la plaque et perpendiculaire à la direction de propagation

est calculée pour chaque angle $\varphi \in [0^\circ, 90^\circ]$ par pas de 5° . Les résultats de ces simulations sont présentés sur la Figure 2.9. Les Figures 2.9(a) et 2.9(b) présentent respectivement la sensibilité moyenne des modes de Lamb et des modes de type SH à C'_{23} et les Figures 2.9(c,d) présentent la sensibilité moyenne de ces modes au module C'_{44} . La valeur de la sensibilité moyenne des trois modes guidés les plus sensibles, en moyenne, à un paramètre est ajoutée sur les histogrammes correspondants.

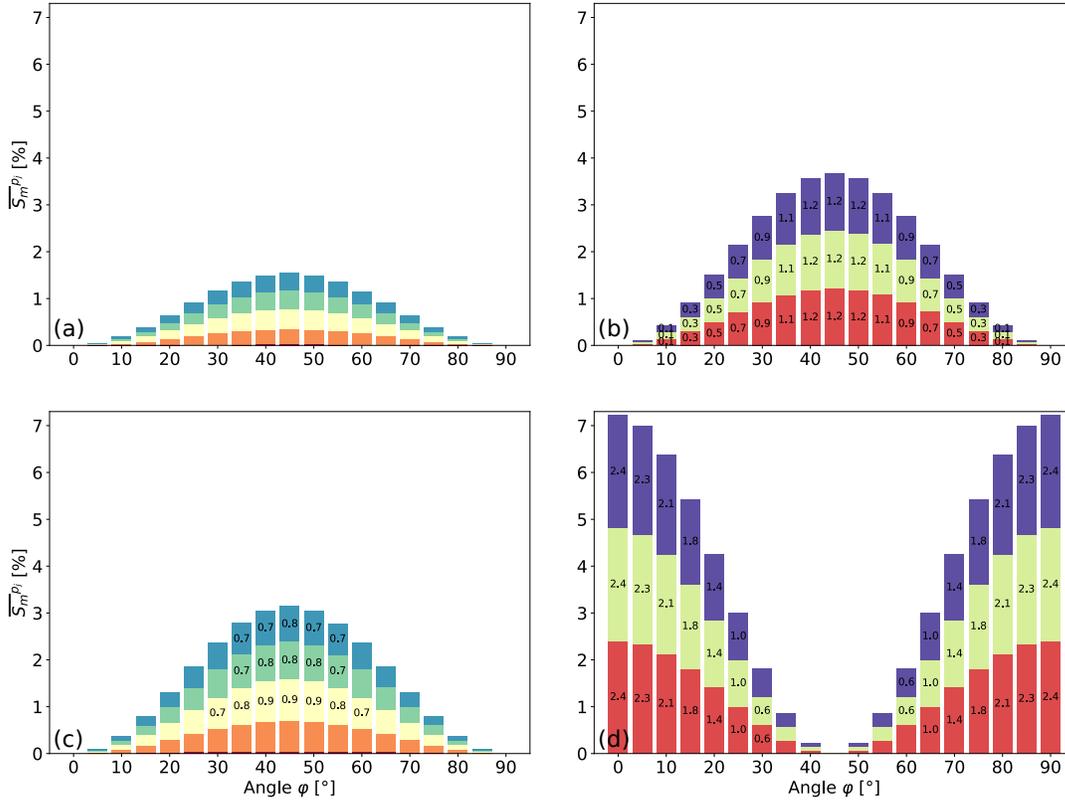


FIGURE 2.9 Sensibilité moyenne, sur la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes guidés se propageant dans la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ à $\mathbf{p} = [C'_{23}, C'_{44}]$ en fonction de l'angle de propagation φ dans la plaque. (a) : sensibilité moyenne des modes de Lamb à C'_{23} , (b) : sensibilité moyenne des modes type SH à C'_{23} , (c) : sensibilité moyenne des modes de Lamb à C'_{44} , (d) : sensibilité moyenne des modes type SH à C'_{44} . Modes : A_0 (■), SH_0 (■), S_0 (■), A_1 (■), SH_1 (■), S_1 (■), S_2 (■), SH_2 (■).

Les Figures 2.9(a,b) montrent que ce sont principalement les modes de type SH qui sont sensibles aux variations de C'_{23} avec une sensibilité moyenne de leur nombre d'onde d'environ 1.2% pour 5% de variation de ce module d'élasticité. Les trois modes SH ont une sensibilité moyenne à C'_{23} égale à tous les angles φ mais la plus forte sensibilité est observée pour des angles de propagation dans la plaque compris entre 40° et 50° . La sensibilité au module d'élasticité C'_{44} est un peu différente, car dans la gamme d'angles de propagation

$35^\circ < \varphi < 55^\circ$, les trois modes les plus sensibles à ce module sont des modes de Lamb. En revanche, pour des angles en dehors de cet intervalle, les modes type SH deviennent plus sensibles que les modes de Lamb à ce module d'élasticité. On observe que les trois modes SH y sont les plus sensibles pour des angles de propagation dans la plaque de 0° ou de 90° .

b) Sensibilité des modes guidés à l'épaisseur et à la masse volumique

La sensibilité des modes de Lamb et des modes de type SH à l'épaisseur et à la masse volumique de la plaque est également étudiée en fonction de l'angle φ . Les Figures 2.10(a,b) présentent la sensibilité moyenne des huit premiers modes guidés à ces deux propriétés.

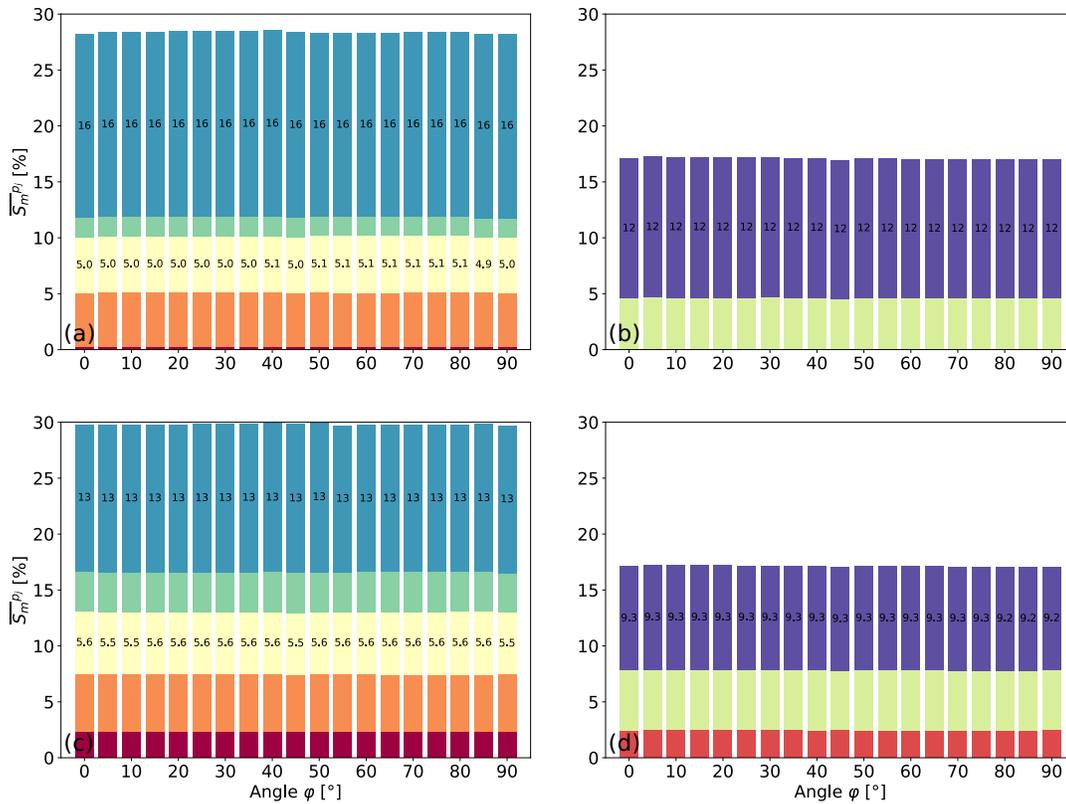


FIGURE 2.10 Sensibilité moyenne, sur la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes guidés se propageant dans la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ à $\mathbf{p} = [e, \rho]$ en fonction de l'angle de propagation φ dans la plaque. (a) : sensibilité moyenne des modes de Lamb à e , (b) : sensibilité moyenne des modes type SH à e , (c) : sensibilité moyenne des modes de Lamb à ρ , (d) : sensibilité moyenne des modes type SH à ρ . Modes : A_0 (■), SH_0 (■), S_0 (■), A_1 (■), SH_1 (■), S_1 (■), S_2 (■), SH_2 (■).

Contrairement à la sensibilité des modes guidés aux modules élastiques, cette nouvelle étude montre que la plupart des modes sont très sensibles à des variations d'épaisseurs

et/ou de masse volumique et de manière indépendante à la direction de propagation le long de la plaque. De plus, les trois modes les plus sensibles ont une sensibilité à l'épaisseur et à la masse volumique supérieure à 5% quel que soit l'angle de propagation. De cette observation découle le fait que pour optimiser ces deux paramètres, le choix du plan de propagation n'a aucune importance.

2.3.3 Synthèse de la sensibilité des modes guidés se propageant dans un matériau anisotrope

L'étude de sensibilité réalisée dans le plan de propagation $P_{1,0^\circ}$, a montré que le mode A_0 est surtout sensible à C'_{55} et très peu aux autres modules d'élasticité. Ceci signifie que la mesure de ce mode pourra permettre d'estimer C'_{55} en ayant une connaissance limitée des autres modules d'élasticité. Le mode S_0 a un comportement complètement différent selon la fréquence. En effet, jusqu'à 250 kHz environ l'épaisseur de la plaque n'influe que peu sur le nombre d'onde du mode S_0 alors que ce mode est sensible à C'_{33} dans cette gamme de fréquences. Cette propriété d'insensibilité à l'épaisseur permet de s'affranchir d'avoir une mesure très précise de l'épaisseur sans affecter la bonne estimation de C'_{33} . Au contraire, pour des fréquences supérieures à 250 kHz, le mode S_0 est sensible à l'épaisseur et à tous les modules élastiques. Ainsi, l'utilisation de ce mode, dans cette gamme de fréquences, requiert une bonne connaissance de l'épaisseur pour une estimation correcte des C_{ij} . Dans le cas contraire, un phénomène de compensation se produira dans le processus d'optimisation, comme évoqué dans la section 2.2.3, conduisant à une évaluation erronée des modules d'élasticité. Les modes d'ordres supérieurs A_1 , S_1 et S_2 possèdent tous une bonne sensibilité à deux modules élastiques, au moins, et à l'épaisseur. Cette caractéristique fait que l'estimation des modules élastiques en utilisant ces modes repose sur une estimation précise de l'épaisseur de la plaque ou à l'inclusion de l'épaisseur comme variable à optimiser dans le problème inverse.

Enfin, pour estimer les deux paramètres manquants C_{23} et C_{44} et obtenir la totalité des modules d'élasticité du matériau, plusieurs mesures sont nécessaires. L'étude de sensibilité dans différents plans de propagation montre que les modes de type SH dans le plan $P_{1,0^\circ}$ sont seulement sensibles au module C'_{44} et sont totalement insensibles à C'_{23} . Au contraire, dans le plan de propagation $P_{1,45^\circ}$ ces modes sont uniquement sensibles à C'_{23} et pas sensibles aux variations de C'_{44} . Alors deux mesures de l'un de ces modes, dans le plan $P_{1,0^\circ}$ et $P_{1,45^\circ}$, seront nécessaires pour estimer ces deux modules élastiques, indépendamment l'un de l'autre.

2.4 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans un assemblage tricouche

L'équation de dispersion des modes de Lamb dans des structures comprenant plus d'une couche prend des formes mathématiques assez compliquées, que les matériaux soient isotropes ou anisotropes. De ce fait, l'expression analytique de la dérivée partielle intervenant dans l'expression de la sensibilité ne peut pas être établie. Cette dérivée est alors approximée par un schéma aux différences finies donné par l'équation (2.7). L'objectif de cette section est de déterminer la sensibilité des modes de Lamb aux propriétés de la couche adhésive de l'assemblage aluminium-colle-aluminium, présenté dans la section 2.1.3. La sensibilité des modes de Lamb aux propriétés des substrats est également investiguée pour vérifier qu'elle ne soit pas trop dominante et pour s'assurer qu'une connaissance imparfaite des caractéristiques des substrats ne compromet pas toute chance d'évaluation des paramètres de la couche de colle. Tout comme pour le cas du matériau composite, la sensibilité aux parties imaginaires n'est pas étudiée, mais est disponible en Annexe A.4.3.c).

2.4.1 Sensibilité des modes de Lamb aux propriétés de l'adhésif

La sensibilité des modes de Lamb aux paramètres $\mathbf{p} = [C_{11}^{\prime adh}, C_{66}^{\prime adh}, e^{adh}, \rho^{adh}]$ de la couche de colle est présentée sur la Figure 2.11 et leur sensibilité moyenne, dans la plage de fréquence 100-500 kHz, est résumée dans le Tableau 2.10.

	A_0	S_0	A_1
$C_{11}^{\prime adh}$	0.0	0.3	0.0
$C_{66}^{\prime adh}$	0.3	0.1	4.2
e^{adh}	0.2	0.5	3.3
ρ^{adh}	0.0	0.1	0.0

TABLEAU 2.10 Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 5% des paramètres $\mathbf{p} = [C_{11}^{\prime adh}, C_{66}^{\prime adh}, e^{adh}, \rho^{adh}]$.

Il apparaît que le mode A_0 est assez insensible aux deux modules élastiques de l'adhésif avec au maximum 0.3% de variation de la partie réelle de son nombre d'onde pour 5% de variation de $C_{66}^{\prime adh}$ et une sensibilité moyenne à $C_{11}^{\prime adh}$ inférieure à 10^{-4} %. Le mode S_0 est le seul mode possédant une sensibilité non négligeable à $C_{11}^{\prime adh}$ avec un pic de sensibilité de 1.4% à 447 kHz. Dans les mêmes gammes de fréquences, ce mode possède également une bonne sensibilité à l'épaisseur de l'adhésif. Enfin, le mode A_1 est surtout sensible à

C_{66}^{adh} et à l'épaisseur notamment au voisinage de sa fréquence de coupure ; sa sensibilité à ces deux propriétés décroît de manière monotone avec la fréquence. Les trois modes propagatifs sont très peu sensibles à la masse volumique de l'adhésif, ce qui peut venir du fait que la couche de colle ne représente que 3% du volume total de l'assemblage collé.

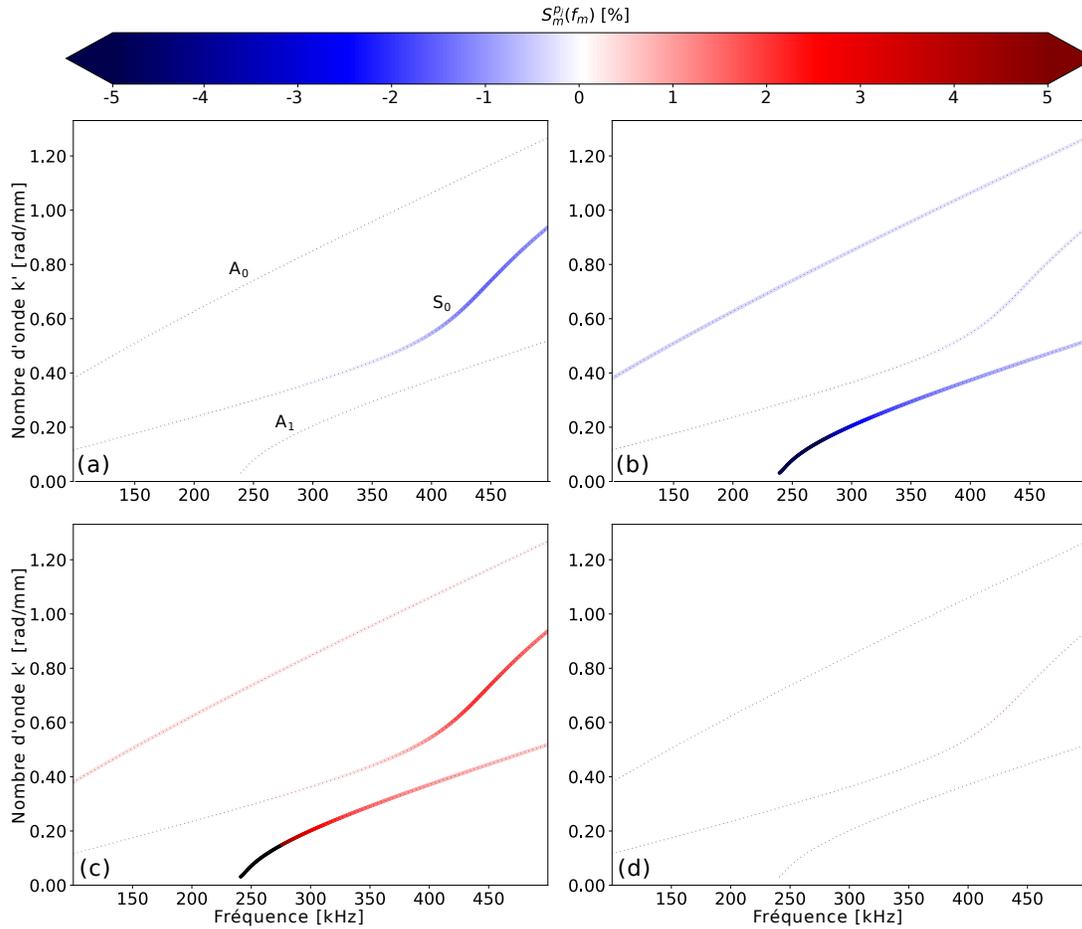


FIGURE 2.11 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 5% des paramètres $\mathbf{p} = [C_{11}^{adh}, C_{66}^{adh}, e^{adh}, \rho^{adh}]$. (a) : $\Re\{S_m^{C_{11}^{adh}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C_{66}^{adh}}(f_m)\}$, (c) : $\Re\{S_m^{e^{adh}}(f_m)\}$, (d) : $\Re\{S_m^{\rho^{adh}}(f_m)\}$.

2.4.2 Sensibilité des modes de Lamb aux propriétés des substrats

Étant donné que les ondes guidées mesurées dans une structure multicouche ont des propriétés en vitesse et en atténuation qui dépendent de toutes les couches du matériau, il est nécessaire d'étudier la sensibilité de ces modes aux propriétés des substrats. Il est important de savoir si les modes guidés y sont sensibles pour savoir quel niveau de connaissance des substrats il est nécessaire d'avoir pour caractériser la couche de colle de l'assemblage. Le Tableau 2.4 montre des incertitudes sur les propriétés des substrats inférieures à 2%. De ce fait, la sensibilité des modes guidés aux propriétés des substrats est calculée pour une

variation de 2% de leurs paramètres $\mathbf{p} = [C_{11}^{'alu}, C_{66}^{'alu}, e^{alu}, \rho^{alu}]$. La sensibilité aux parties imaginaires des modules élastiques n'est pas calculée puisque l'aluminium qui constitue les substrats est supposé élastique. Les résultats sont présentés sur la Figure 2.12 et les sensibilités moyennes calculées sont reportées dans le Tableau 2.11.

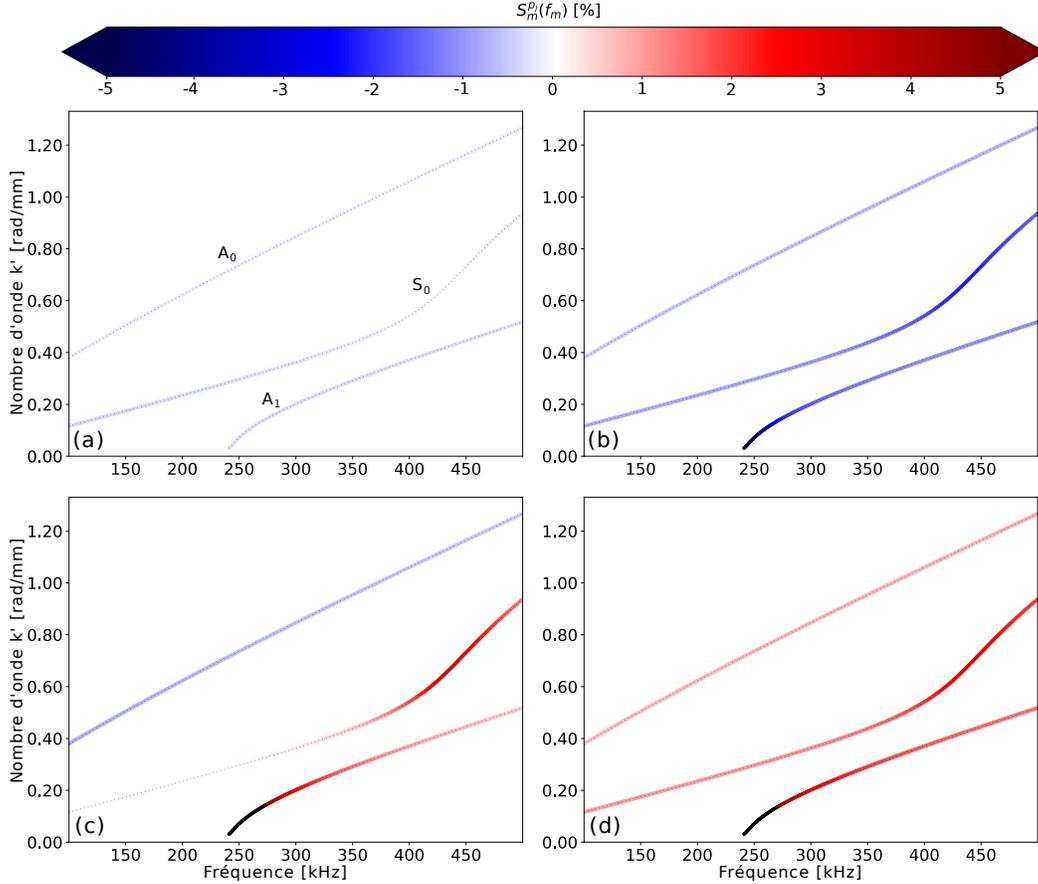


FIGURE 2.12 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 2% des paramètres $\mathbf{p} = [C_{11}^{'alu}, C_{66}^{'alu}, e^{adu}, \rho^{adu}]$ des substrats. (a) : $\Re\{S_m^{C_{11}^{'alu}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C_{66}^{'alu}}(f_m)\}$, (c) : $\Re\{S_m^{e^{adu}}(f_m)\}$, (d) : $\Re\{S_m^{\rho^{adu}}(f_m)\}$.

Il est clair que les trois modes guidés propagatifs dans la bande de fréquence étudiée sont très sensibles aux propriétés des substrats. L'analyse de cette sensibilité s'apparente d'ailleurs à celle menée pour le Plexiglas dans la section 2.2. En effet, le mode S_0 est particulièrement sensible à $C_{66}^{'alu}$ dans sa partie la plus dispersive et presque totalement insensible à $C_{11}^{'alu}$ dans cette même zone. De même, les trois premiers modes possèdent une sensibilité faible à $C_{11}^{'alu}$ avec une sensibilité moyenne inférieure ou égale à 0.2%. Tous les modes ont une sensibilité non négligeable à l'épaisseur des substrats, notamment le mode S_0 dans sa région dispersive et le mode A_1 pour des fréquences proches de sa fréquence de coupure. Enfin, les modes guidés subissent tous une augmentation de leur nombre

d'onde lorsque la masse volumique des substrats augmente et celle-ci est non négligeable contrairement à celle observée lorsque la masse volumique de la couche de colle augmente.

	A_0	S_0	A_1
$C'_{11}{}^{alu}$	0.1	0.2	0.2
$C'_{66}{}^{alu}$	0.5	1.1	1.6
e^{alu}	0.6	0.8	3.1
ρ^{alu}	0.8	1.5	3.2

TABLEAU 2.11 Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 2% des paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}{}^{alu}, C'_{66}{}^{alu}, e^{alu}, \rho^{alu}]$.

2.4.3 Synthèse sur la sensibilité des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage tricouche

L'étude de sensibilité montre que les modes de Lamb sont sensibles aux modules élastiques de la couche de colle dans certaines zones de fréquences seulement. Ce niveau de sensibilité peut atteindre 5% au voisinage des fréquences de coupure lorsque les paramètres de la colle sont eux-mêmes modifiés de 5%. Ce même niveau de sensibilité est aussi atteint par les mêmes modes et aux mêmes fréquences lorsque les propriétés des substrats en aluminium ne changent que de 2%. Cette dépendance a également été observée par Lowe et al. [186] et Nagy et al. [187] qui montrent que les ondes guidées sont autant voire plus sensibles aux propriétés des substrats qu'aux propriétés de la couche adhésive. Il existe donc un risque évident (voire une limitation) à tenter d'évaluer les caractéristiques du joint de colle si celles des substrats ne sont pas parfaitement maîtrisées. Dans le cas étudié ici, les propriétés de l'aluminium sont connues avec suffisamment de précision pour espérer une caractérisation correcte de la colle, mais lorsque des substrats avec des propriétés moins maîtrisées seront à prendre en compte, la méthode risque de rencontrer certaines limitations pratiques, tout du moins avec les trois modes guidés considérés ici. Il sera alors intéressant d'étendre l'étude de sensibilité à davantage de modes guidés, *e.g.* S_1, S_2, A_3 pour voir si certains révèlent une sensibilité plus forte aux propriétés de la colle qu'à celles des substrats.

Sur les trois modes propagatifs dans la bande de fréquence 100-500 kHz, seuls les modes S_0 et A_1 sont assez sensibles aux modules élastiques de la couche de colle. Ainsi, pour estimer $C'_{11}{}^{adh}$, la mesure du mode S_0 dans sa zone dispersive (ici à des fréquences supérieures à 400 kHz) sera nécessaire et l'estimation de $C'_{66}{}^{adh}$ passera par la mesure du mode A_1 préférentiellement au voisinage de sa fréquence de coupure (autour de 250 kHz). Étant

donné que ces mêmes modes sont également sensibles à l'épaisseur de la couche adhésive, celle-ci devra être connue de manière assez précise ou être optimisée lors de la résolution du problème inverse pour estimer précisément les modules élastiques. La seule information qu'il est permis de ne pas connaître avec précision est la masse volumique de la colle puisque les modes guidés y sont très peu sensibles ($< 4 \times 10^{-2} \%$ pour les trois modes, en moyenne), ce qui est finalement un avantage.

Lors de la caractérisation de cet assemblage collé par ondes ultrasonores guidées et étant donné les conclusions établies, les incertitudes sur les propriétés optimisées de la couche de colle seront mises en lien avec les incertitudes sur les propriétés des substrats optimisées par la méthode de référence en immersion [183, 184].

Conclusion

En premier lieu, la fonction de sensibilité du nombre d'onde des modes guidés aux propriétés matériau (élasticité, épaisseur, masse volumique) a été établie : analytiquement pour le cas d'un guide homogène et isotrope et de manière approchée pour les guides anisotropes ou multicouches. Des campagnes de simulations numériques ont ensuite été menées pour analyser la sensibilité des modes guidés pour des plaques constituées de matériaux différents : une en Plexiglas (homogène, isotrope et viscoélastique), une en carbone-époxy (supposée homogène, anisotrope et viscoélastique) et la troisième faite de deux substrats en aluminium collés par une couche adhésive.

L'étude de la sensibilité des modes guidés aux propriétés du matériau isotrope montre que seuls les modes d'ordres supérieurs S_2 , S_1 et A_3 sont sensibles au module C'_{11} . Cela signifie que l'estimation de celui-ci passe par la mesure d'un de ces modes ; donc la bande passante des capteurs ultrasonores employés doit être compatible avec la fréquence de coupure de ce mode. L'estimation du module C'_{66} n'est pas soumise à cette contrainte puisque tous les modes guidés ont une sensibilité moyenne de leur nombre d'onde, dans la plaque de fréquence 100-500 kHz, supérieure à 2% pour 5% de variation de ce module élastique. La sensibilité de l'atténuation des modes de Lamb a également été investiguée. Il a été montré que les modes dont la partie réelle de leur nombre d'onde est sensible à la partie réelle des modules d'élasticité présentent également une bonne sensibilité de leur atténuation à la partie imaginaire des modules d'élasticité et inversement.

Il est nécessaire de quantifier les six modules élastiques C'_{11} , C'_{55} , C'_{33} , C'_{13} , C'_{23} et C'_{44} pour décrire l'élasticité du matériau composite. L'étude de sensibilité à ces modules s'est faite en deux temps. D'abord, la sensibilité des modes de Lamb se propageant dans le plan

de propagation $P_{1,0^\circ}$ aux paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{33}, C'_{13}]$ a été étudiée. Puis, l'étude de sensibilité a été étendue à d'autres plans de propagation ainsi qu'aux modes guidés de type SH qui possèdent, a priori, une sensibilité non nulle aux modules élastiques C'_{23} et C'_{44} . Les modes de Lamb S_0 et S_1 montrent une forte sensibilité au module C'_{11} dans leur région dispersive et au voisinage de leur fréquence de coupure, respectivement. Les modes d'ordres supérieurs A_1 et S_2 sont les plus sensibles aux variations de C'_{55} proche de leurs fréquence de coupure, notamment car celle-ci dépend de ce paramètre. Les nombres d'ondes inférieurs à 0.75 rad.mm^{-1} de tous les modes (excepté le mode A_0) sont sensibles aux variations de C'_{33} alors que principalement le nombre d'onde du mode S_0 dans sa région dispersive est sensible à C'_{13} . L'étude de sensibilité des modes guidés aux modules C'_{23} et C'_{44} , en fonction de l'angle de propagation φ dans la plaque montre une forte dépendance au plan de propagation $P_{1,\varphi}$. En effet, les modes de type SH sont plus sensibles aux variations de C'_{23} que les modes de Lamb tous plans de propagation confondus, mais y sont le plus sensible pour des angles φ compris entre 40° et 50° . Pour la sensibilité au module C'_{44} , la tendance inverse est observée, les modes de Lamb étant plus sensibles que les modes de type SH dans cet intervalle, mais ces derniers deviennent beaucoup plus sensibles à C'_{44} au voisinage des angles de propagation 0° ou 90° , là où les modes de Lamb deviennent quasi insensibles à ce module.

Enfin l'étude de sensibilité portée sur l'assemblage aluminium-colle-aluminium a permis de montrer la sensibilité des modes de Lamb aux propriétés de la couche de colle, qui sont les propriétés recherchées, mais aussi leur sensibilité aux propriétés des substrats. Dans la gamme de fréquence 100-500 kHz, trois modes se propagent, mais seuls les modes S_0 et A_1 sont significativement sensibles aux modules d'élasticité C'_{11} et C'_{66} de la couche de colle. Ces mêmes modes sont également sensibles, voire plus sensibles, aux propriétés des substrats ce qui implique que la caractérisation des modules élastiques de la couche de colle devra se faire en tenant compte des incertitudes sur les propriétés des substrats optimisées ou mesurées.

Les études menées sur les trois matériaux ont montré que les modes guidés possèdent en général une sensibilité à plusieurs paramètres du (des) matériau(x) et qu'il est difficile, voire impossible, de relier la sensibilité d'un mode à un paramètre unique. La forte sensibilité des modes guidés à l'épaisseur implique que cette grandeur soit très bien connue pour correctement estimer les modules d'élasticité. Il existe quelques zones fréquentielles pour lesquelles certains modes sont peu sensibles à l'épaisseur et dépendent de certains modules élastiques, qui peuvent alors être évalués même si l'épaisseur est méconnue. Les modes d'ordres supérieurs sont, en général, les plus sensibles aux propriétés des maté-

riaux, notamment au voisinage de leur fréquence de coupure. Si le nombre de modes guidés mesurés est suffisamment élevé, l'épaisseur peut alors être introduite comme paramètre à optimiser, dans le problème inverse, au même titre que les modules d'élasticité. Cela présente l'avantage d'approcher au mieux l'épaisseur à l'endroit où les modes guidés se propagent (pas toujours possible avec les outils classiques de mesures, *e.g.* pied à coulisse, micromètre, comparateur) ce qui aura pour effet de réduire les éventuels biais sur les valeurs optimisées des modules d'élasticité. Les modes guidés sont également très sensibles à la masse volumique des matériaux dans lesquels ils se propagent, il est donc nécessaire de bien connaître cette grandeur pour estimer les modules d'élasticité avec précision. La mesure de la masse volumique par pesée hydrostatique donne des résultats très précis (incertitude relative de 0.3% et 0.2% sur la mesure de la masse volumique de la plaque isotrope et de la plaque composite), ce qui permet de fixer ce paramètre lors de la résolution du problème inverse.

Ce chapitre a permis de mettre en lumière une importante caractéristique des ondes guidées dans un contexte de caractérisation : leur sensibilité aux modules d'élasticité et à l'épaisseur du guide. Les modes sensibles ou « modes cibles » seront exploités au chapitre 4 afin de dimensionner le dispositif expérimental optimal pour les générer et les détecter à l'aide d'un dispositif sans contact, avec accès unilatéral. Le chapitre 5 montrera l'utilisation de ces modes guidés pour caractériser les modules élastiques et l'épaisseur de la plaque de Plexiglas, la plaque carbone-époxy et de la couche de colle de l'assemblage aluminium-colle-aluminium.

CHAPITRE 3

Méthodes pour la caractérisation expérimentale des modules élastiques et de l'épaisseur

Introduction

L'objectif de cette thèse est de caractériser les modules élastiques et/ou l'épaisseur de matériaux en ayant recours à un dispositif sans contact et unilatéral pour la mesure d'ondes guidées multimodales. Le chapitre 1 a montré que bon nombre de dispositifs permettent de mesurer des caractéristiques de modes guidés, que ce soit la vitesse de groupe ou la vitesse de phase des modes. Cependant, aucun d'entre eux ne remplit les quatre critères imposés par la demande industrielle, ce qui motive pour le développement d'un nouveau dispositif de mesure.

Avant de dimensionner le dispositif répondant aux critères imposés, il est nécessaire de s'assurer que les outils de traitement de signal et d'optimisation sont adaptés pour l'extraction des propriétés dispersives de plusieurs modes guidés se propageant dans une plaque et pour l'estimation simultanée des modules élastiques et de l'épaisseur de la plaque. Le chapitre 2 a permis d'identifier les modes les plus sensibles aux propriétés de trois types de matériaux, dans la bande de fréquence 100-500 kHz.

Ce chapitre vise maintenant à exploiter ces modes pour caractériser simultanément les modules élastiques et l'épaisseur de la plaque isotrope présentée dans la section 2.1.1. Pour la mesure des modes sensibles, un dispositif hybride (génération des ondes au contact et détection sans contact) est mis en place afin de produire des signaux ultrasonores. Ces données brutes sont soumises à différentes méthodes de post-traitement permettant de les convertir en données utilisables dans un problème inverse. Les méthodes sont comparées afin de déterminer la plus adéquate pour l'extraction des courbes de dispersion. Enfin, différents algorithmes d'optimisation sont comparés pour définir le plus performant : celui qui fournit les modules élastiques et épaisseurs optimisés les plus proches de ceux attendus et qui présente une convergence rapide.

3.1 Dispositif expérimental hybride pour la mesure d'ondes guidées multimodales

Le dispositif expérimental utilisé pour la mesure d'ondes guidées dans la plaque isotrope est semblable à celui utilisé par Hosten et al. [163] et est présenté sur la Figure 3.1.

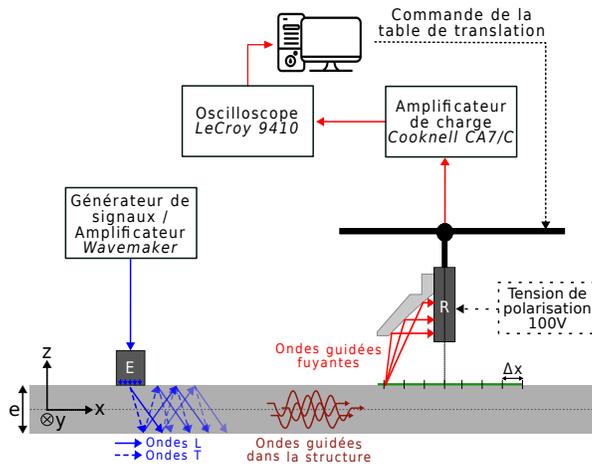


FIGURE 3.1 Schéma du dispositif expérimental hybride utilisé pour la génération/détection d'ondes guidées fuyantes. Chemin de l'émission (—) et de la réception (—).

L'intérêt d'utiliser ce dispositif est qu'il permet la mesure d'ondes guidées multimodales. L'émetteur utilisé pour la génération est un transducteur piézoélectrique de 45 mm de diamètre ayant une fréquence centrale $f_0 = 250$ kHz (*Imasonic A101*). Le signal d'excitation est un sinus de fréquence $f = 350$ kHz fenêtré par une gaussienne, formant un signal de type « burst » de 5 cycles. La fréquence du signal d'excitation ne correspond pas à la fréquence centrale de l'émetteur, mais son étendue spectrale de [200-500] kHz à -20 dB permet de générer plus efficacement les modes S_1 et S_2 , nécessaires pour la caractérisation du module C_{11} de la plaque isotrope de référence, qui possèdent des fréquences de coupure proches de 320 kHz. Le récepteur est un transducteur capacitif à couplage air (fabriqué au laboratoire *I2M*) ayant une surface active de 1590 mm², une large ouverture angulaire ($\approx [0,20]$ degrés) ainsi qu'une bande passante large ($\approx [100;500]$ kHz à -15 dB) [163]. Le signal reçu est amplifié avec un amplificateur de charge *Cooknell CA7/C* et le signal est transmis à un ordinateur de contrôle par l'intermédiaire d'un oscilloscope *LeCroy 9410*. Le transducteur récepteur est monté sur une table de translation contrôlée par ordinateur possédant une précision de 0.001 mm.

3.2 Estimation du nombre d'onde des modes de Lamb

Le chapitre 1 a permis de montrer qu'il existe plusieurs méthodes de traitement de signal permettant d'extraire la vitesse de groupe ou le nombre d'onde de signaux expérimentaux d'ondes guidées. L'estimation du nombre d'onde des modes de Lamb est plus courante que l'estimation de la vitesse de groupe et fournit en général des résultats plus précis quand plusieurs modes se propagent. De plus, pour la caractérisation des modules élastiques *via* la mesure des courbes de dispersion, la résolution du problème inverse consiste à comparer les courbes de dispersion calculées à partir d'un jeu de paramètres \mathbf{p} aux courbes de dispersion mesurées. Étant donné que la vitesse de groupe s'exprime $v_{gr} = \partial\omega/\partial k$, le calcul numérique de la dérivée est plus coûteux qu'un simple calcul de nombre d'onde, donc il est préférable de travailler avec le nombre d'onde plutôt que la vitesse de groupe. Cette section va donc s'attacher à appliquer quelques méthodes d'extraction du nombre d'onde et à les comparer pour choisir la plus performante pour la suite de l'étude.

L'estimation du nombre d'onde de plusieurs modes se propageant simultanément se fait d'abord en mesurant un *B-scan* $u(x, t)$ qui est le résultat de l'empilement des signaux temporels enregistrés en différentes positions spatiales le long du chemin de propagation des ondes guidées. Le dispositif expérimental présenté sur la Figure 3.1 est parfaitement adapté pour mesurer un *B-scan* puisque la synchronisation entre l'acquisition et la table de translation permet de mesurer un signal temporel à la position x_n ($n \in [0; N_x]$ où N_x est le nombre de points d'acquisition), puis de déplacer le récepteur en $x_{n+1} = x_n + \Delta x$ et ainsi de suite sur une distance totale L_{scan} . La Figure 3.2 présente le *B-scan* mesuré pour la plaque en Plexiglas, avec le dispositif expérimental hybride schématisé sur la Figure 3.1.

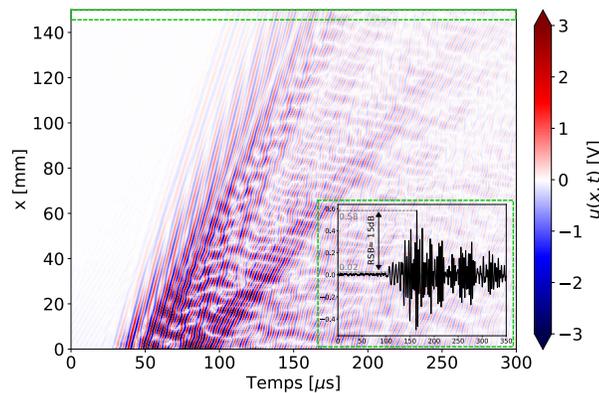


FIGURE 3.2 *B-scan* des mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans la plaque de Plexiglas, réalisées avec le système hybride de la Figure 3.1.

Le pas spatial d'acquisition Δx vaut 1 mm et la longueur de scan L_{scan} vaut 150 mm ce qui entraîne une acquisition de $N_x = 150$ points. Le rapport signal à bruit vaut environ

+15 dB à la dernière position spatiale d'acquisition pour 50 moyennes du signal temporel. Il est visible que plusieurs paquets d'ondes se propagent à des vitesses différentes, ce qui peut témoigner de la présence de plusieurs modes se propageant simultanément dans la plaque de Plexiglas. Différents procédés de traitement de signal sont appliqués à ce *B-scan* afin d'extraire le nombre d'onde des modes guidés.

a) Méthode par Transformée de Fourier 2D (*2D-FFT*)

L'un des traitements les plus utilisés pour déterminer le nombre d'onde des modes en fonction de la fréquence est la transformée de Fourier discrète en deux dimensions (*2D-FFT*). Ce traitement permet de changer l'espace de visualisation du *B-scan* en réalisant une transformée de Fourier temporelle puis spatiale sur la matrice $u(x, t)$. Ces opérations se résument simplement par l'équation (3.1)[60] :

$$U(k, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) w(x) e^{i(\omega t - kx)} dt dx \quad (3.1)$$

avec k le nombre d'onde et $w(x)$ une fenêtre spatiale permettant de limiter l'apparition de lobes secondaires lors du calcul de la transformée de Fourier spatiale. Le module du spectre à deux variables $|U(k, f)|$ décrit la distribution d'amplitude dans l'espace (k, f) et est représenté sur la Figure 3.3(a).

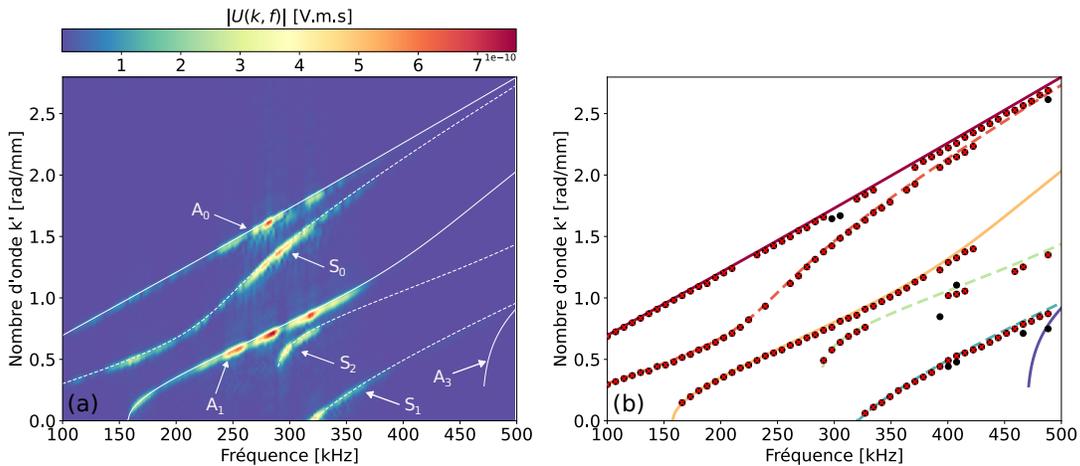


FIGURE 3.3 (a) : amplitude $|U(k, f)|$ dans le domaine nombre d'onde-fréquence calculée par méthode *2D-FFT*. (b) : courbes de dispersion $k'(f)$ des modes de Lamb se propageant dans la plaque de Plexiglas. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -). Points extraits par seuillage sur $|U(k, f)|$ (●). Mode identifié (×).

Pour correctement mesurer tous les modes, l'échantillonnage spatial doit respecter le critère de Shannon-Nyquist. Ainsi, le pas spatial d'acquisition Δx doit être inférieur ou

égal à la moitié de la plus petite longueur d'onde mesurée $\lambda_{min} = 2 \pi / k_{max}$:

$$\Delta x \leq \frac{\lambda_{min}}{2} \Leftrightarrow \Delta x \leq \frac{\pi}{k_{max}} \quad (3.2)$$

La résolution en nombre d'onde Δk est déterminée par la longueur de scan L_{scan} et s'écrit :

$$\Delta k = \frac{2 \pi}{L_{scan}} \quad (3.3)$$

Pour séparer (dans l'espace des nombres d'onde) correctement les deux modes ayant la différence en nombre d'onde la plus faible, notée δk_{min} , il est raisonnable de considérer que la résolution en nombre d'onde doit être au moins quatre fois plus faible que cette différence [188]. Ce second critère s'exprime alors :

$$L_{scan} \geq \frac{8 \pi}{\delta k_{min}} \quad (3.4)$$

Le pas spatial d'acquisition $\Delta x = 1$ mm choisi est compatible avec l'inégalité (3.2) qui préconise un pas spatial inférieur à 1.12 mm (car le nombre d'onde maximal, pour le mode A_0 à 500 kHz, vaut 2800 rad.mm^{-1}). L'inégalité (3.4) indique que la distance de scan doit être supérieure à 380 mm pour correctement séparer les modes A_0 et S_0 à 500 kHz. En pratique, un déplacement aussi important peut ne pas être réalisé à cause de la taille de la pièce à inspecter. Cependant, la distance totale de déplacement choisie $L_{scan} = 150$ mm permet, selon l'inégalité (3.4), de séparer parfaitement deux modes ayant une différence en nombre d'onde $\delta k_{min} \approx 0.17 \text{ rad.mm}^{-1}$.

Pour déterminer les couples (k, f) de chaque mode, une opération de seuillage est effectuée sur le module de la matrice $U(k, f)$. À chaque fréquence, les amplitudes sont normalisées par rapport à la plus élevée puis les coordonnées des maxima présentant une amplitude supérieure à un seuil $s_d = 0.25$ sont relevées. Les points extraits de $|U(k, f)|$ sont représentés sur la Figure 3.3(b) ainsi que les courbes de dispersion calculées avec les propriétés de référence. L'étape de seuillage peut être résumée ainsi :

$$\begin{cases} |U(k, f)| / \max |U(k, f)| \geq s_d \rightarrow \text{Points extraits par seuillage} \\ |U(k, f)| / \max |U(k, f)| < s_d \rightarrow \text{Bruit de mesure} \end{cases}$$

Les points extraits pour chaque mode (croix rouges sur la Figure 3.3(b)) sont sélectionnés manuellement, en regardant leur proximité avec les courbes de dispersion calculées avec les propriétés de référence. Le procédé d'extraction n'est donc pas entièrement automatique et nécessite l'intervention de l'utilisateur. Cette extraction est rendue possible, car les

propriétés de la plaque sont connues. Cependant, dans un contexte réel de caractérisation où les modules élastiques ne sont pas connus, l'extraction peut être plus complexe.

L'extraction des points discrets (k, f) permet d'estimer les nombres d'onde des cinq premiers modes de Lamb. Bien que l'échantillonnage soit suffisant pour la mesure du mode A_3 , celui-ci n'est pas mesuré. Ceci peut s'expliquer par le fait que la source n'émet que peu d'énergie dans les fréquences où le mode A_3 se propage (le mode A_3 a une fréquence de coupure de 475 kHz) et par le fait que ces fréquences sont proches des limites en bande passante du récepteur.

b) Méthode MULTIPLE Signal Classification (*MUSIC*)

La méthode *MULTIPLE Signal Classification (MUSIC)* pour traiter des signaux ultrasonores s'applique lorsque plusieurs signaux expérimentaux sont acquis d'une ou de plusieurs sources. Cette méthode se base sur la décomposition de la matrice d'autocorrélation des signaux reçus et sur la projection des vecteurs propres de cette matrice sur une base d'exponentielles [64]. En vertu du théorème de Wiener-Khintchine [189], calculer la matrice d'autocorrélation d'un signal u est équivalent à calculer la transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance, Γ_u , de ce signal. La densité spectrale Γ_u s'exprime :

$$\Gamma_u = \left(\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{i\omega t} dt \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{i\omega t} dt \right)^* \quad (3.5)$$

où Γ_u est une matrice symétrique (N_x, N_x) représentant la densité spectrale de puissance à la fréquence f et $(.)^*$ est la transposée conjuguée. Ainsi, la matrice d'autocorrélation à la fréquence f s'exprime :

$$R_{uu} = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_u e^{-i\omega t} dt \quad (3.6)$$

Par la suite, une décomposition en valeurs propres est effectuée sur la matrice R_{uu} :

$$R_{uu} = P^{-1} D P \quad (3.7)$$

avec P et D deux matrices contenant respectivement les vecteurs propres ν et les valeurs propres λ de R_{uu} . Une opération de seuillage est effectuée : les M valeurs propres qui satisfont le critère $\lambda/\lambda_{max} > s_d$ (avec $0 < s_d < 1$ et λ_{max} la plus grande valeur propre) et les vecteurs propres associés sont attribués aux modes guidés se propageant à la fréquence f . Finalement, la matrice $G(k, f)$ est construite en projetant les vecteurs propres ν_m ($m \in$

$[0, M]$) sur une base d'exponentielles :

$$G(k, f) = \sum_{m=0}^M |\nu_m e^{ikx}|^2 \quad (3.8)$$

La valeur absolue de la matrice $G(k, f)$ est représentée sur la figure 3.4(a) et montre une distribution d'amplitude différente dans le plan (k, f) par rapport à la méthode par $2D$ - FFT . Comme spécifié par Zabbal et al. [64], la matrice $G(k, f)$ construite ne représente pas l'amplitude ni l'énergie d'un mode guidé dans l'espace (k, f) mais sert simplement à localiser avec précision les coordonnées des maxima dans ce même espace. L'énergie liée à chaque mode peut être retrouvée en repartant de la décomposition en valeurs propres réalisée dans l'équation (3.7)[64].

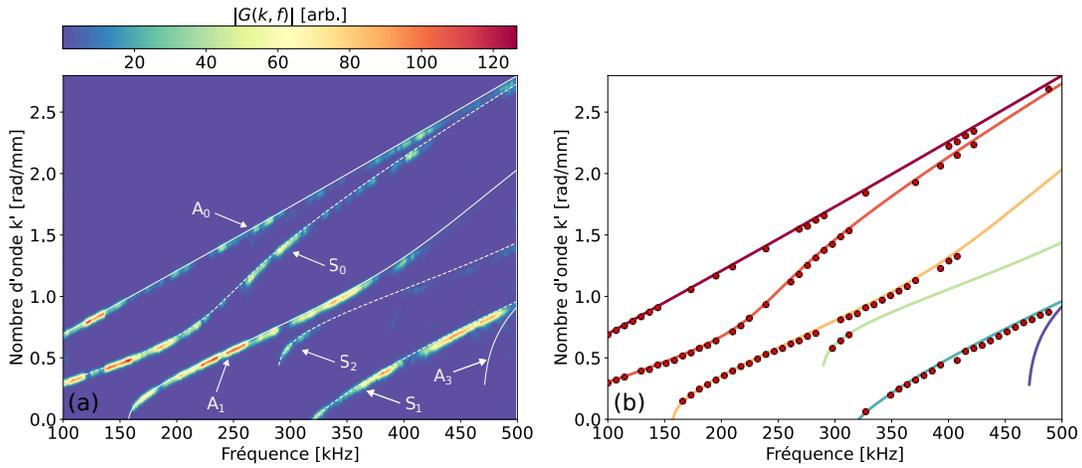


FIGURE 3.4 (a) : amplitude $|G(k, f)|$ dans le domaine nombre d'onde-fréquence calculée avec la méthode $MUSIC$. (b) : courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans la plaque de Plexiglas. Calculs des modes anti-symétriques (—) et symétriques (- -). Points extraits par seuillage sur $|G(k, f)|$ (●). Mode identifié (×).

Comme pour la méthode $2D$ - FFT , une opération de seuillage avec $s_d = 0.25$ est effectuée sur la matrice $G(k, f)$ pour déterminer les coordonnées discrètes (k, f) des modes de Lamb. Les résultats de l'extraction sont représentés sur la Figure 3.4(b) par des points noirs ainsi que les courbes de dispersion calculées avec les propriétés de référence. Les points discrets retenus comme appartenant aux modes de Lamb sont représentés par des croix rouges sur la Figure 3.4. Il semblerait que l'extraction par seuillage sur la matrice $G(k, f)$ permette d'obtenir une extraction du nombre d'onde des modes plus précise. En effet, la totalité des points extraits par seuillage est associée à un mode de Lamb mais il y a cependant moins de points extraits que par un seuillage sur la matrice $U(k, f)$ obtenue

par *2D-FFT*.

c) Méthode Matrix Pencil (*MP*)

Les méthodes présentées précédemment se basent sur la création d'une grille régulière pour déterminer le nombre d'onde de chaque mode. La méthode *Matrix Pencil (MP)* propose une approche basée sur l'approximation des signaux expérimentaux par des exponentielles décroissantes en écrivant le déplacement u dans le domaine fréquentiel à la position x_n comme [65, 66] :

$$u(x_n, f) \approx \sum_{m=0}^M a_m(x_0, f) e^{-i\xi_m(f)(n-1)\Delta x} \quad (3.9)$$

avec $a_m(x_0, f)$ l'amplitude du mode m à la fréquence f mesuré à la première position d'acquisition et $\xi_m(f) = k'_m(f) + i\gamma_m(f)$ est le nombre d'onde complexe du mode m avec : $k'_m(f)$ la partie réelle du nombre d'onde du mode m et $\gamma_m(f)$ est l'atténuation effective du mode m (effets combinés de l'atténuation géométrique et viscoélastique).

L'équation (3.9) permet de reconstruire le spectre $u(f)$ à la position x_n en sommant les contributions des différents modes se propageant dans la plaque. L'extraction du nombre d'onde $\xi_m(f)$ requiert de définir deux nouvelles matrices de Hankel X_1 et X_2 contenant les signaux expérimentaux acquis [68] :

$$X_1 = \begin{bmatrix} u(x_1, f) & u(x_2, f) & \cdots & u(x_L, f) \\ u(x_2, f) & u(x_3, f) & \cdots & u(x_{L+1}, f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(x_{N_x-L}, f) & u(x_{N_x-L+1}, f) & \cdots & u(x_{N_x-1}, f) \end{bmatrix}$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} u(x_2, f) & u(x_3, f) & \cdots & u(x_{L+1}, f) \\ u(x_3, f) & u(x_4, f) & \cdots & u(x_{L+2}, f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(x_{N_x-L+1}, f) & u(x_{N_x-1}, f) & \cdots & u(x_{N_x}, f) \end{bmatrix}$$

où L est le paramètre « crayon » inhérent à la méthode *MP* et est généralement défini tel que $N_x/3 < L < N_x/2$ [68, 190]. L'utilisation des matrices X_1 et X_2 permet de récrire l'équation (3.9) telle que :

$$X_2 = X_1 e^{-i\xi(f)\Delta x} \quad (3.10)$$

Puis, une étape de décomposition en valeurs singulières est effectuée sur la matrice X_1 : $X_1 = USV$. La matrice S contient les valeurs singulières s . Les M valeurs singulières qui

satisfont le critère $s / s_{max} > s_d$ (avec $0 < s_d < 1$ et s_{max} la valeur singulière maximale) sont attribuées aux modes de Lamb se propageant à la fréquence f . Les $L - M$ valeurs singulières restantes sont associées au bruit de mesure et ne sont pas conservées. Ainsi, les matrices U , S et V sont réduites aux tailles $(N_x - L, M)$, (M, M) et (L, M) , respectivement.

Pour isoler le vecteur $e^{-i\xi(f)\Delta x}$ de l'équation (3.10), les deux membres sont multipliés par $U^t V^t$:

$$\begin{aligned} U^t V^t X_2 &= U^t V^t X_1 e^{-i\xi(f)\Delta x} \\ U^t V^t X_2 &= S e^{-i\xi(f)\Delta x} \\ S^{-1} U^t V^t X_2 &= e^{-i\xi(f)\Delta x} \\ Z &= e^{-i\xi(f)\Delta x} \end{aligned}$$

Les valeurs propres λ_m ($m \in [0, M]$) de la matrice Z permettent de remonter au nombre d'onde complexe :

$$k'_m(f) = -\frac{\Im\{\ln(\lambda_m)\}}{\Delta x} \quad \gamma_m(f) = \frac{\Re\{\ln(\lambda_m)\}}{\Delta x} \quad (3.11)$$

En appliquant cette procédure d'extraction avec un critère $s_d = 0.25$ pour toutes les fréquences discrètes comprises entre 100 kHz et 500 kHz, la partie réelle des nombres d'onde est obtenue et est représentée sur la Figure 3.5. Les points obtenus sont très proches des courbes de dispersion calculées avec les propriétés de référence.

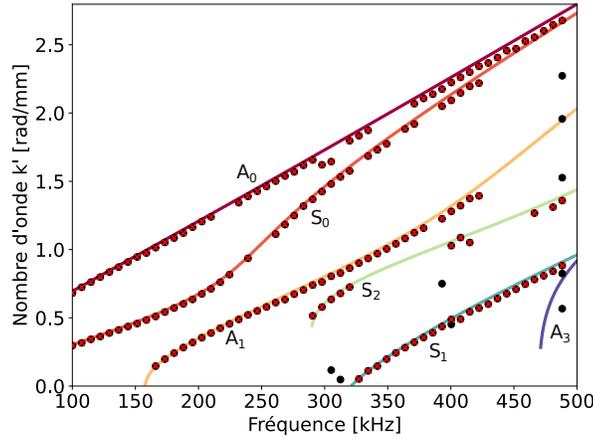


FIGURE 3.5 Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans la plaque de Plexiglas. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -). Points extraits par MP (●). Mode identifié (×).

d) Comparaison des méthodes d'estimation du nombre d'onde

Pour comparer les performances des différentes méthodes d'extraction de nombres d'onde, deux indicateurs sont introduits. Le premier relate de la précision de l'extraction et est quantifié en calculant la distance relative moyenne R_m aux courbes de dispersion de référence pour chaque mode m . La distance R_m est calculée grâce à l'équation (3.12) :

$$R_m = \frac{100}{N_f^m} \sum_{i=1}^{N_f^m} \left| \frac{k_{m,i}^{mes}(f_i) - k_{m,i}(\mathbf{p}^{ref}, f_i)}{k_{m,i}(\mathbf{p}^{ref}, f_i)} \right| \quad (3.12)$$

avec $k_{m,i}^{mes}(f_i)$ le nombre d'onde du mode m , mesuré par une des trois méthodes présentée et matérialisé par des croix rouges sur les Figures 3.3, 3.4 et 3.5, i est le numéro du point extrait (avec $i \in [1, \dots, N_f^m]$ et N_f^m est le nombre de points du mode m) et $k_{m,i}(\mathbf{p}^{ref}, f_i)$ est le nombre d'onde du mode m calculé avec le jeu de propriétés de référence \mathbf{p}^{ref} .

Le second indicateur est le nombre de points totaux extraits défini tel que :

$$N_f = \sum_{m=0}^M N_f^m \quad (3.13)$$

Cette information est importante dans le cadre d'utilisation d'algorithmes d'optimisation pour résoudre le problème inverse, car plus grande est la quantité d'information disponible et plus robuste est la solution optimisée. La distance R_m et le nombre de points totaux N_f sont calculés pour les cinq premiers modes de Lamb extraits par les trois méthodes présentées et sont reportés dans le tableau 3.1. Le temps de calcul nécessaire pour ces méthodes est également indiqué par la variable T_{exc} .

	R_{A_0} [%]	R_{S_0} [%]	R_{A_1} [%]	R_{S_2} [%]	R_{S_1} [%]	N_f	T_{exc} [s]
<i>2D-FFT</i>	1.81	2.41	3.89	3.40	4.39	154	0.3
<i>MP</i>	1.79	2.09	3.16	3.60	5.48	154	0.13
<i>MUSIC</i>	1.49	2.11	3.33	1.59	5.00	103	3.68

TABLEAU 3.1 Distance relative moyenne R_m de chaque mode, nombre de fréquences extraites N_f et temps d'exécution T_{exc} pour les trois méthodes d'extraction de nombres d'onde.

Toutes les méthodes fournissent des résultats précis en termes d'extraction de nombres d'onde avec une distance moyenne inférieure à 6% pour toutes les méthodes et tous les modes. Il apparaît que la méthode *MUSIC* est celle qui prend le plus de temps à l'exécution et fournit les distances moyennes les plus faibles pour les modes A_0 et S_2 . Le temps de calcul reste tout de même très acceptable, car inférieur à 4 s. La méthode *2D-FFT*

donne les distances les plus éloignées pour les modes A_0 , S_0 , A_1 tout en ayant un temps d'exécution 12 fois inférieur à celui de la méthode *MUSIC*. La méthode *2D-FFT* permet également de bénéficier de 154 points mesurés pour les cinq premiers modes de Lamb. La méthode *MP* permet d'avoir le même nombre de points que la méthode *2D-FFT* tout en possédant les distances les plus faibles pour les modes S_0 et A_1 et un temps d'exécution de seulement 0.13 s.

3.2.1 Conclusion sur les méthodes de traitement des données

Le montage expérimental proposé est adapté pour générer plusieurs modes de Lamb dans la plaque et pour mesurer ces modes rayonnants dans l'air. Différentes méthodes de traitement des données expérimentales ont été confrontées afin d'extraire de la manière la plus précise possible les nombres d'onde de ces modes. Les trois méthodes comparées fournissent une estimation très précise des nombres d'onde comme le montre le Tableau 3.1 avec des écarts relatifs moyens par rapport aux courbes de dispersion de référence inférieurs à 6%.

La méthode *Matrix Pencil* est retenue pour déterminer les nombres d'onde, car elle est rapide, précise et ne dépend pas de la fabrication d'une grille en nombre d'onde en amont comme les deux autres méthodes. De plus, les distances calculées montrent des valeurs comparables à celles obtenues par les deux autres méthodes tout en extrayant le plus de points discrets parmi les trois méthodes proposées. Cette dernière donnée est importante pour assurer la convergence du procédé d'optimisation lors de la résolution du problème inverse qui consiste en la caractérisation des modules élastiques et de l'épaisseur de la plaque.

3.3 Résolution du problème inverse

Les nombres d'onde des modes se propageant dans la bande de fréquence 100-500 kHz ont été mesurés grâce au dispositif expérimental présenté sur la Figure 3.1 et le traitement de signal *MP* a permis de déterminer les couples discrets (k_m, f_m) des $m \in [0, \dots, 5]$ premiers modes se propageant dans la plaque isotrope. La dernière étape est d'utiliser ces données de mesure dans un problème inverse qui consiste en la détermination des modules élastiques et de l'épaisseur de la plaque fournissant les courbes de dispersion les plus proches des données expérimentales.

Ceci revient à utiliser un algorithme d'optimisation pour réduire le plus possible l'écart entre les courbes de dispersion mesurées et les courbes de dispersion calculées avec des paramètres connus. La revue de la littérature a montré qu'il existe beaucoup d'algorithmes

d'optimisation permettant de déterminer les modules élastiques de matériaux à partir de mesures d'ondes ultrasonores guidées. Quelques-uns de ces algorithmes sont décrits puis utilisés sur les données de mesure, puis les performances de ces algorithmes sont comparées pour définir celui qui convient à l'objectif de caractérisation fixé.

3.3.1 Algorithmes pour la résolution du problème inverse

Les trois algorithmes suivants sont comparés : l'algorithme génétique (*GA*), l'algorithme *Particle Swarm Optimization (PSO)* et l'algorithme de Gauss-Newton (*GNA*). Les deux premiers sont des algorithmes stochastiques tandis que l'algorithme *GNA* est purement déterministe. Le fonctionnement des algorithmes *GA* et *PSO* repose sur l'évaluation d'une fonction coût $D(\mathbf{p})$ qui permet d'élire le « meilleur » individu (pour *GA*) ou la « meilleure » position (pour *PSO*) d'un individu au sens de la minimisation de cette fonction coût. Celle-ci est présentée par l'équation (3.14).

$$D(\mathbf{p}) = \sum_{m=0}^M \left(\sum_{i=1}^{N_f^m} (k_{m,i}^{mes}(f_i) - k_{m,i}(\mathbf{p}, f_i))^2 \right) \quad (3.14)$$

avec M le nombre de modes mesurés, N_f^m est le nombre de points du mode m , $k_{m,i}^{mes}(f_i)$ le nombre d'onde mesuré du mode m et $k_{m,i}(\mathbf{p}, f_i)$ est le nombre d'onde calculé avec un jeu de paramètres \mathbf{p} connu.

Comme mentionné dans le chapitre 1, il existe de multiples manières d'implémenter un algorithme génétique. Pour parcourir plus rapidement l'espace des solutions possibles et contrairement à l'étude de Bochud et al. [84], le croisement et la mutation sont systématiques et non soumis à une probabilité. Cependant, la valeur de mutation et le gène qui subit la mutation sont aléatoires, ce qui assure la diversité des solutions au sein de la population. Les paramètres utilisés pour l'algorithme génétique sont recensés dans le Tableau 3.2 et sont choisis tels que définis dans [84, 90]. Ce choix est fait en vertu des résultats d'optimisations qui montrent des écarts à des méthodes de référence inférieurs à 10% sur les modules élastiques et l'épaisseur optimisés de l'échantillon.

N_i	Mutation extrême	N_g^{max}	N_g^{exc}
20	$\pm 0.05 \times \mathbf{p}$	320	50

TABLEAU 3.2 Paramètres utilisés pour l'algorithme *GA*

Les valeurs N_i , N_g^{max} et N_g^{exc} représentent respectivement le nombre d'individus dans la population, le nombre de générations maximales et le nombre de générations qu'il est

nécessaire d'atteindre sans modifications de la « meilleure solution » pour conclure que la solution est optimale.

Comme pour l'algorithme génétique, les performances de l'algorithme *PSO* dépendent du bon choix des différents paramètres qui régissent le déplacement et la vitesse des particules, données par le jeu d'équations 1.13. Le paramètre d'inertie w qui permet de contrôler l'espace de recherche de la solution est fixé en accord avec l'étude de Shi et al. [191]. Les paramètres c_1 et c_2 sont choisis égaux à ceux pris par Chen et al. [97]. En effet, ces paramètres ont permis de caractériser les modules élastiques et l'épaisseur de différentes plaques avec des erreurs inférieures à 10%. Les paramètres employés pour l'algorithme *PSO* sont recensés dans le Tableau 3.3.

w	c_1	c_2	N_i	N_g^{max}	N_g^{exc}
0.8	1.5	1.25	20	320	50

TABLEAU 3.3 Paramètres utilisés pour l'algorithme *PSO*

Les critères d'arrêt et de convergence N_g^{max} et N_g^{exc} ainsi que le nombre de particules N_i dans la population sont choisis identiques à ceux pris pour l'algorithme génétique. Ce choix est justifié par le fait que ces deux algorithmes évolutifs ont un fonctionnement similaire. De ce fait, choisir des paramètres communs égaux permettra de comparer le temps de calcul et la précision des deux algorithmes.

Enfin, l'algorithme de Gauss-Newton (*GNA*) fonctionne sur un principe différent des deux précédents algorithmes, notamment parce qu'il ne contient pas de comportements aléatoires. Cet algorithme ne repose pas sur la minimisation de la fonction coût $D(\mathbf{p})$ mais sur la recherche des racines de la fonction $F(\mathbf{p})$ définie telle que :

$$F(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} F_{1,1}(\mathbf{p}) = k_{1,1}^{mes}(f_1) - k_{1,1}(\mathbf{p}, f_1) \\ \dots \\ F_{m,i}(\mathbf{p}) = k_{m,i}^{mes}(f_i) - k_{m,i}(\mathbf{p}, f_i) \\ \dots \\ F_{M,N_f}(\mathbf{p}) = k_{M,N_f}^{mes}(f_{N_f}) - k_{M,N_f}(\mathbf{p}, f_{N_f}) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

avec N_f le nombre total de couples nombres d'onde-fréquence mesurés, défini dans l'équation (3.13). La fonction $F(\mathbf{p})$ est un vecteur représentant l'écart entre les courbes de dispersion mesurées et calculées avec le jeu de paramètres \mathbf{p} . Le jeu de paramètres optimal \mathbf{p}^{opt} est alors celui qui permet d'écrire $F(\mathbf{p}^{opt}) = \mathbf{0}$. L'algorithme de Gauss-Newton permet d'approximer, par un procédé itératif, les racines de $F(\mathbf{p})$ et le jeu de paramètres

\mathbf{p} à l'itération $n + 1$ est donné par l'équation (3.16) :

$$\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{p}^n - J_F(\mathbf{p}^n)^{-1} F(\mathbf{p}^n) \quad (3.16)$$

avec \mathbf{p}^n le jeu de paramètres à l'itération n et $J_F(\mathbf{p}^n)$ est la matrice Jacobienne de la fonction $F(\mathbf{p}^n)$, de taille $(N_f \times N_p)$ avec $N_f \gg N_p$ et N_p est le nombre de paramètres à optimiser. La matrice Jacobienne a pour expression :

$$J_F(\mathbf{p}^n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{1,1}(\mathbf{p}^n)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial F_{1,1}(\mathbf{p}^n)}{\partial p_{N_p}} \\ \dots & \frac{\partial F_{m,i}(\mathbf{p}^n)}{\partial p_j} & \dots \\ \frac{\partial F_{M,N_f}(\mathbf{p}^n)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial F_{M,N_f}(\mathbf{p}^n)}{\partial p_{N_p}} \end{bmatrix}$$

Étant donné que la matrice Jacobienne n'est pas carrée, celle-ci n'est pas inversible, mais il est possible de calculer son pseudo-inverse au sens de Moore-Penrose [192, 193]. L'équation (3.16) devient alors :

$$\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{p}^n - [(J_F(\mathbf{p}^n)^* J_F(\mathbf{p}^n))^{-1} J_F(\mathbf{p}^n)^*] F(\mathbf{p}^n) \quad (3.17)$$

où $(.)^*$ dénote la transposition conjuguée. Les termes dans la matrice Jacobienne font intervenir les dérivées partielles du nombre d'onde d'un mode m à un paramètre p_j . Ceci fait que pour un matériau isotrope, la matrice Jacobienne peut être calculée analytiquement à partir de l'expression de la dérivée du nombre d'onde d'un mode m par rapport à un paramètre p_j comme démontré dans le chapitre 2 :

$$\frac{\partial F_{m,i}(\mathbf{p})}{\partial p_j} = - \frac{\partial k_{m,i}(\mathbf{p}, f_i)}{\partial p_j} \quad (3.18)$$

Contrairement aux deux algorithmes évolutifs présentés précédemment, la précision et le temps de calcul de ce type d'algorithme ne dépendent pas du choix de paramètres intrinsèques à l'algorithme. Le critère de convergence défini par l'équation (3.19) est introduit et traduit le fait que si la différence relative entre les jeux de paramètres à l'itération $n+1$ et l'itération n est inférieure à 0.05%, on considère que l'algorithme a convergé.

$$100 \times \frac{|\mathbf{p}^{n+1} - \mathbf{p}^n|}{\mathbf{p}^n} \leq 0.05\% \quad (3.19)$$

Même si l'algorithme *GNA* ne repose pas sur le calcul de la fonction coût $D(\mathbf{p})$ comme pour les algorithmes *GA* et *PSO*, cette fonction coût est tout de même calculée pour l'algorithme *GNA*, afin de comparer les performances des trois algorithmes. Par ailleurs, l'évaluation de la matrice Jacobienne pour l'algorithme *GNA* ne peut pas toujours se faire de manière analytique. L'algorithme *GNA* va donc être exécuté dans le cas où celle-ci est évaluée analytiquement et dans le cas où elle est approximée par une dérivée première d'ordre 2 à l'aide des coefficients présentés dans le Tableau 2.8. Il a été montré que dans un contexte de caractérisation de modules élastiques et d'épaisseur sur des données simulées, l'ordre d'approximation $t = 2$ fournit le meilleur compromis entre temps de calcul et précision des propriétés optimisées par rapport à l'emploi d'un ordre $t = 1$ et $t = 4$ [151].

Les trois algorithmes sont comparés quantitativement sur l'optimisation du jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$. Pour évaluer les performances des algorithmes *GA* et *PSO* qui sont des algorithmes non déterministes et pour quantifier la robustesse des trois algorithmes à des jeux de paramètres initiaux différents, 20 optimisations sont réalisées. Pour chaque optimisation, le jeu de paramètres initial est choisi aléatoirement avec des valeurs δC_{ij} qui varient de $\pm 25\%$ par rapport aux modules élastiques de référence \mathbf{p}^{ref} donnés dans le Tableau 2.1.

Étant donné que les modes d'ordres élevés A_1 , S_1 et S_2 ont été mesurés, il est nécessaire que le jeu de paramètres \mathbf{p} préserve la fréquence de coupure de chacun d'eux à la première itération du problème inverse. Dans le cas contraire, le processus d'optimisation sera amené à diverger ou à rester bloqué sur des solutions stationnaires. De ce fait, la perturbation initiale de l'épaisseur est fixée à $\delta e = \sqrt{\delta C_{ij}}$. Ainsi les variations maximales d'épaisseur δe et de modules élastiques δC_{ij} dans le jeu de paramètres initiaux sont contenues dans les intervalles :

$$\begin{cases} 0.75 < \delta C_{ij} < 1.25 \\ 0.87 < \delta e < 1.12 \end{cases}$$

Les résultats des 20 optimisations successives avec des données initiales différentes réalisées sont recensés dans le Tableau 3.4. Les trois premières lignes représentent les valeurs moyennes obtenues pour les trois paramètres recherchés ainsi que les écarts types sur les valeurs optimisées sur 20 réalisations. Les trois dernières lignes recensent respectivement la valeur moyenne de la fonction coût $\overline{D(\mathbf{p}^{\text{opt}})}$, le nombre moyen d'itérations nécessaire pour atteindre la convergence $\overline{N_{itr}}$ et le temps moyen d'exécution d'un algorithme \overline{T} ainsi que les écarts types associés.

	Algorithme <i>GNA</i>		Algorithme <i>GA</i>	Algorithme <i>PSO</i>
	t = 2	Analytique		
$\overline{C'_{11}}$	6.92	6.92	6.92	6.89
\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
$\sigma C'_{11}$ [GPa]	9.2×10^{-4}	5.6×10^{-4}	0.02	0.04
$\overline{C'_{66}}$	1.65	1.65	1.65	1.65
\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
$\sigma C'_{66}$ [GPa]	5.4×10^{-5}	5.1×10^{-5}	7×10^{-4}	6.3×10^{-4}
\bar{e}	3.93	3.93	3.93	3.93
\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
σe [mm]	3.9×10^{-4}	3.8×10^{-4}	5×10^{-3}	6.5×10^{-3}
$\overline{D(\mathbf{p}^{\text{opt}})}$	29	29	41	40
\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
σD [rad/mm] ²	4×10^{-3}	4×10^{-3}	1	3
$\overline{N_{itr}}$	14	9	190	316
\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
σN_{itr}	4	1	73	8
\bar{T}	137	13	12.1×10^3	20×10^3
\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
σT [s]	36	2	4.7×10^3	5×10^2

TABLEAU 3.4 Valeurs moyennes et écart type du jeu de paramètres $\mathbf{p}^{\text{opt}} = [C'_{11}, C'_{66}$ et $e]$ obtenus avec les algorithmes *GNA*, *GA* et *PSO* sur 20 réalisations. $\overline{D(\mathbf{p}^{\text{opt}})}$: valeur moyenne de la fonction coût, $\overline{N_{itr}}$: nombre moyen d'itérations nécessaire pour atteindre la convergence, \bar{T} : temps moyen d'exécution.

Les résultats donnés par les deux algorithmes *GNA* sont égaux en termes de valeur moyenne pour les trois paramètres optimisés et montrent une très bonne robustesse face à des jeux de données initiales différents avec un écart type $\sigma C_{ij} < 10^{-3}$ GPa pour les modules élastiques et un écart type $\sigma e < 10^{-3}$ mm pour l'épaisseur. Pour les algorithmes *GA* et *PSO*, l'écart type sur les modules élastiques σC_{ij} est un peu plus élevé, mais reste inférieur à 10^{-1} GPa tandis que les écarts types sur les valeurs d'épaisseur σe sont inférieurs à 10^{-2} mm. Cette première analyse montre que les trois algorithmes convergent tous, à σ près vers le même jeu de paramètres \mathbf{p}^{opt} même pour des jeux de données initiaux qui diffèrent.

La différence majeure qu'il y a entre les trois algorithmes est le temps nécessaire pour atteindre la convergence. En moyenne, pour l'algorithme *GNA*, la convergence est atteinte en 14 itérations en 137 s lorsqu'une forme approchée de la dérivée est employée et est atteinte en seulement 9 itérations en 13 s pour un emploi de la forme analytique de la

dérivée. Cet écart s'explique par le fait que pour le calcul de la dérivée première à l'aide d'un schéma aux différences finies à l'ordre 2, une évaluation supplémentaire du nombre d'onde est nécessaire.

L'algorithme *PSO* est le plus lent à atteindre la convergence. Il est nécessaire de noter que la faible valeur de σN_{itr} est due au fait que l'algorithme s'arrête au bout de 320 itérations, que la convergence soit atteinte ou non. Ceci signifie que le critère de convergence qui permet d'arrêter l'algorithme si aucune évolution n'est remarquée sur la fonction coût durant 50 itérations n'est quasiment jamais satisfait. En fait, sur les 20 réalisations de l'algorithme *PSO* pour réaliser cette étude, seulement cinq d'entre eux ont rempli ce critère de convergence. Ceci dépeint le fait que ce type d'algorithme est sans cesse en train d'améliorer la solution optimale et il faudrait alors laisser cet algorithme raffiner la solution pendant un temps beaucoup plus long pour remplir la condition de convergence.

L'algorithme génétique ne nécessite pas autant de temps pour converger. Sur les 20 optimisations réalisées pour cette étude, seulement une s'est arrêtée au bout des 320 itérations, faute de convergence. En moyenne, 190 itérations sont nécessaires pour converger, mais une variabilité plus importante du nombre d'itérations est observée avec l'algorithme génétique. En effet, l'écart type $\sigma_{N_{itr}}$ de 73 montre que la solution optimale peut être obtenue très tôt (autour de l'itération 100) ou très tard (autour de l'itération 270). Ceci est dû à l'aspect aléatoire de l'algorithme *GA* qui va entraîner une grande variabilité dans les temps nécessaires pour remplir la convergence, là où l'algorithme *PSO* est beaucoup moins variable, car dépendant de deux équations régissant la position des particules.

Cette étude montre que l'emploi d'un algorithme *GNA* permet d'avoir des résultats d'optimisation aussi, voire plus, précis qu'avec des algorithmes basés sur des processus évolutifs aléatoires. L'utilisation de la version analytique de la Jacobienne dans l'algorithme *GNA* permet une estimation plus rapide du jeu de paramètres \mathbf{p}^{opt} que lorsque la version approchée à l'ordre $t = 2$ est utilisée. Cependant, il est difficile de conclure quant à un gain de précision lié à l'emploi de la version analytique de la Jacobienne par rapport à l'emploi d'une version approchée de celle-ci.

3.3.2 Intérêt de l'ajout de l'épaisseur dans la résolution du problème inverse

L'optimisation à partir des mesures d'ondes guidées donne le jeu de paramètres optimal $\mathbf{p}^{opt} = [6.92 \text{ GPa}, 1.65 \text{ GPa}, 3.93 \text{ mm}]$. Les modules élastiques optimisés C'_{11} et C'_{66} présentent respectivement des différences de 5% et 4% par rapport aux mesures réalisées en immersion, présentées dans le Tableau 2.1. L'obtention de ces modules élastiques s'est faite

en fixant l'épaisseur à 3.84 mm dans le problème inverse. Pour valider la valeur d'épaisseur optimisée dans le problème inverse, celle-ci a été estimée par une mesure directe, dans la zone de propagation des ondes guidées. Cette mesure révèle une épaisseur moyenne de 3.89 ± 0.02 mm ce qui produit un écart d'environ 1% avec la valeur optimisée de l'épaisseur, par ondes ultrasonores guidées.

Comme démontré dans le chapitre 2, les modes de Lamb sont très sensibles à l'épaisseur, ce qui fait qu'une modification de celle-ci entraîne une variation du nombre d'onde. La conséquence de cela est que la valeur des modules élastiques optimisés dépend de la valeur d'épaisseur. Pour exemple, les modules élastiques de la plaque isotrope sont optimisés à partir du jeu de données d'ondes guidées et à épaisseur fixe $e = 3.84$ mm. L'optimisation donne $C'_{11} = 6.72$ GPa et $C'_{66} = 1.64$ GPa ce qui produit une différence de l'ordre de 2% pour C'_{11} et 3% pour C'_{66} avec les modules élastiques optimisés par immersion et pour la même épaisseur (*c.f.* Tableau 2.1). Ce résultat permet de mettre en évidence que, pour une valeur d'épaisseur identique, fixée dans le problème inverse, la méthode par ondes ultrasonores guidées donne des résultats similaires à ceux obtenus en immersion et montre aussi que les modules élastiques optimisés à épaisseur fixée à 3.84 mm sont différents de ceux optimisés en même temps que l'épaisseur.

La valeur de la fonction coût à la fin du processus d'optimisation à épaisseur fixe vaut $D(\mathbf{p}^{\text{opt}}) = 58 \text{ rad}^2.\text{mm}^{-2}$ contre $D(\mathbf{p}^{\text{opt}}) = 29 \text{ rad}^2.\text{mm}^{-2}$ lorsque l'épaisseur est optimisée en même temps que les modules élastiques. La fonction coût $D(\mathbf{p}^{\text{opt}})$ traduit la distance entre les courbes de dispersion calculées avec le jeu de paramètres \mathbf{p}^{opt} et les courbes de dispersion mesurées. Ainsi, plus $D(\mathbf{p}^{\text{opt}})$ est faible, plus les courbes de dispersion calculées avec le jeu de paramètres \mathbf{p}^{opt} sont proches de celles mesurées. Au sens de la minimisation de cette fonction coût, la solution obtenue lorsque l'épaisseur est optimisée dans le problème inverse est donc une meilleure solution que lorsque l'épaisseur est fixée, car la valeur de $D(\mathbf{p}^{\text{opt}})$ est plus faible. Cette différence se comprend, car l'épaisseur optimisée en même temps que les modules élastiques présente un écart de 1% par rapport à l'épaisseur estimée par mesure directe alors que l'écart entre l'épaisseur fixée 3.84 mm et la valeur d'épaisseur estimée par mesure directe vaut 1.3%.

Pour étendre l'étude, 21 optimisations de C'_{11} et C'_{66} à épaisseurs fixées sont réalisées avec des épaisseurs comprises entre 3.73 mm et 4.13 mm. Le jeu de données d'ondes guidées est le même que celui utilisé pour la comparaison des algorithmes d'optimisation. Les valeurs optimisées de C'_{11} et C'_{66} ainsi que les valeurs de fonction coût $D(\mathbf{p}^{\text{opt}})$ associées sont présentées sur les Figures 3.6(a) et 3.6(b), respectivement, en fonction de l'épaisseur.

Les valeurs de C'_{11} , C'_{66} et e optimisés par ondes guidées (OG) et les valeurs de C'_{11} et C'_{66} optimisés par ondes de volumes (OV) à e fixé à 3.84 mm sont également représentées.

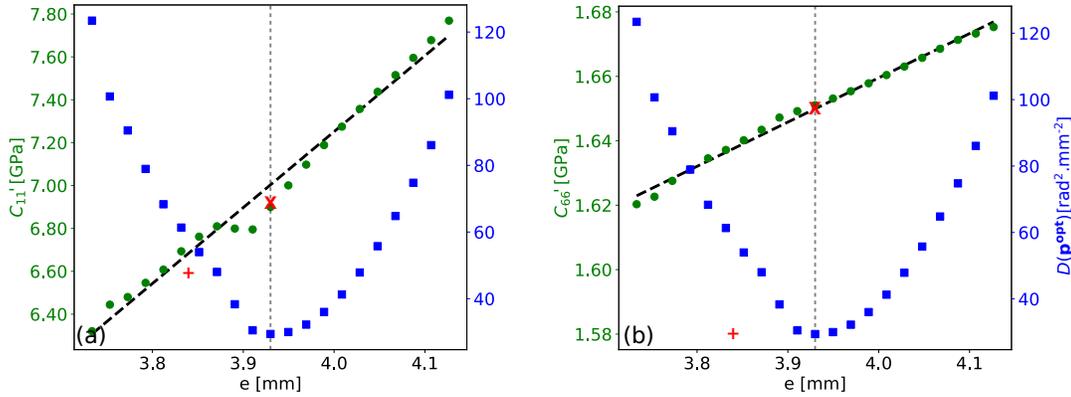


FIGURE 3.6 (a) : C'_{11} optimisé en fonction de l'épaisseur fixée (●). (b) : C'_{66} optimisé en fonction de l'épaisseur fixée (●). Approximation affine des fonctions $C'_{ij}(e)$ (- -). Valeur de la fonction coût $D(\mathbf{p}^{\text{opt}})$ (■) et minimum de la fonction coût (- -). Optimisation des C'_{ij} et e (OG) (×). Optimisation des C'_{ij} à $e = 3.84$ mm (OV) (+).

Les valeurs optimisées des modules élastiques C'_{11} et C'_{66} ont un bon accord avec les lois affines données par les équations :

$$\begin{cases} C'_{11}(e) = (3540e - 6.92) \times 10^9 \text{ GPa} \\ C'_{66}(e) = (137e + 1.11) \times 10^9 \text{ GPa} \end{cases}$$

Ces équations montrent la forte dépendance entre la valeur de l'épaisseur et les modules élastiques optimisés. Elles permettent de quantifier l'incertitude commise sur un des modules élastiques lorsqu'une erreur sur l'épaisseur de la plaque est commise. Cette incertitude s'exprime simplement :

$$\Delta C'_{ij} = \frac{\partial C'_{ij}(e)}{\partial e} \Delta e \quad (3.20)$$

où la dérivée partielle est la pente des fonctions affines présentées sur les Figures 3.6(a,b) et Δe est l'erreur commise sur la mesure de l'épaisseur. Cette équation, ainsi que les résultats d'optimisation, montrent la précision requise sur l'épaisseur (si celle-ci est fixée) pour l'optimisation des modules élastiques. Si la valeur de la dérivée est élevée, la moindre erreur sur l'épaisseur entraînera une erreur élevée sur le module élastique optimisé. Une valeur de dérivée faible implique que la valeur optimisée pour le module élastique ne dépend que peu de la valeur de l'épaisseur de la plaque et permet donc de connaître l'épaisseur de la plaque de manière moins précise.

Il semble exister une solution optimale du point de vue de la fonction coût puisque celle-ci est minimale lorsque l'épaisseur est fixée à 3.93 mm et donne $C'_{11} = 6.90$ GPa et $C'_{66} = 1.65$ GPa. Ces résultats sont très proches de ceux obtenus lorsque l'épaisseur est optimisée en même temps que les modules élastiques ce qui montre la fiabilité et la robustesse de l'algorithme lorsque l'épaisseur est ajoutée comme variable à optimiser dans le problème inverse.

En se référant aux Figures 3.6(a,b) et à l'équation (3.20), si l'épaisseur est fixée à 3.89 mm (valeur estimée par méthode directe dans la zone de propagation des ondes guidées) dans le problème inverse et qu'une erreur de ± 0.02 mm est commise sur son estimation, les modules élastiques optimisés C'_{11} et C'_{66} valent respectivement 6.80 ± 0.07 GPa et 1.65 ± 0.01 GPa. Ces valeurs sont très rapprochées du jeu de paramètres optimisés \mathbf{p}^{opt} pour lequel l'épaisseur est estimée dans le problème inverse avec des écarts inférieurs à 2% pour les deux modules d'élasticité.

Dans un contexte où il est possible de mesurer l'épaisseur de manière très précise dans la zone où les ondes guidées se propagent, l'ajout de l'épaisseur n'apporte pas un gain important de précision sur la caractérisation des modules élastiques. En revanche, si l'épaisseur de la plaque est inconnue ou difficilement mesurable avec des méthodes directes, dans un contexte industriel par exemple, la sensibilité des modes de Lamb pourra être exploitée pour estimer cette épaisseur dans le processus d'inversion.

3.3.3 Incertitudes expérimentales sur les propriétés optimisées

Les optimisations ont été réalisées en considérant que les nombres d'onde k_m extraits à l'aide de la méthode *MP* pour chaque mode ne sont pas biaisés. Certaines erreurs expérimentales peuvent fausser la valeur extraite de nombre d'onde et ainsi venir fausser les résultats obtenus pour le jeu de propriétés optimisées.

La principale cause d'erreur sur les nombres d'onde provient d'un défaut de parallélisme entre la plaque et la table de translation qui sert à déplacer le récepteur le long du chemin de propagation des modes guidés. La Figure 3.1 montre un parallélisme parfait entre la plaque et la table de translation, mais il peut y avoir un faible angle d'inclinaison β entre ces deux éléments. Dans ce cas, une erreur sur les courbes de dispersion mesurées expérimentalement sera perceptible comme l'ont quantifié Moreau et al. [155]. La différence de nombre d'onde du mode m , notée Δk_m , engendrée par le défaut de parallélisme $\pm \beta$ s'exprime :

$$\Delta k_m = k_m \left(\cos \beta \pm \frac{\sin \beta}{\tan \theta_m} - 1 \right) \quad (3.21)$$

Le développement menant à l'obtention de cette équation est donné en Annexes A.5. Pour évaluer l'influence de ce mauvais parallélisme sur les nombres d'onde mesurés, la différence relative moyenne $\overline{\Delta k_m/k_m}$ est calculée pour chaque mode mesuré et pour $\beta = \pm 0.3, \pm 0.2$ et ± 0.1 . Les résultats sont reportés dans les colonnes 2 à 6 du Tableau 3.5. Comme évoqué, un angle β positif entraîne une augmentation du nombre d'onde de tous les modes. De plus, la différence relative moyenne semble évoluer linéairement pour les cinq premiers modes guidés dans la plaque de Plexiglas. En effet, dans l'approximation des petits angles, la différence de nombre d'onde Δk_m s'écrit $\Delta k_m \approx \pm k_m \beta / \tan \theta_m$ et dépend donc linéairement de β .

Pour étudier l'effet de ces variations de nombre d'onde sur les propriétés optimisées, plusieurs optimisations sont réalisées en perturbant le jeu de données extrait k_m par une différence Δk_m , pour chaque mode. Ceci produit un nouveau jeu de courbes de dispersion représentant des données qui auraient pu être mesurées si une erreur de parallélisme d'un angle β avait été commise lors de la mesure expérimentale. Six optimisations sont ainsi réalisées en perturbant le jeu de données initiales k_m par une perturbation correspondant à un défaut de parallélisme β allant de -0.3° à $+0.3^\circ$.

L'optimisation est réalisée à l'aide de l'algorithme *GNA*, avec l'expression analytique de la matrice Jacobienne et les valeurs initiales choisies pour les paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ sont 6.4 GPa, 1.4 GPa et 3.9 mm, respectivement. Les colonnes 7 à 9 du Tableau 3.5 présentent les variations relatives de paramètres optimisés, causés par ce défaut de parallélisme. Le jeu de paramètres \mathbf{p}^{opt} est celui optimisé avec l'algorithme *GNA* à partir du jeu de données extrait par *MP* en considérant un parallélisme parfait (*i.e* $\beta = 0^\circ$).

$\beta [^\circ]$	$\overline{\Delta k_m/k_m} [\%]$					$\Delta \mathbf{p}/\mathbf{p}^{\text{opt}} [\%]$		
	A_0	S_0	A_1	S_2	S_1	C'_{11}	C'_{66}	e
-0.3	-1.6	-2.4	-4.3	-4.1	-12	5.1	3.6	1.3
-0.2	-1.0	-1.6	-2.9	-2.7	-8.0	3.3	2.4	1
-0.1	-0.5	-0.8	-1.4	-1.4	-4.0	2.0	1.2	1
+0.1	0.5	0.8	1.4	1.4	4	-2.0	-1.2	1
+0.2	1.0	1.6	2.9	2.7	8.0	-3.5	-2.4	1
+0.3	1.6	2.4	4.3	4.1	12.1	-5.1	-3.6	-1.3

TABLEAU 3.5 Différence relative de nombre d'onde engendré par un défaut de parallélisme β (colonnes 2 à 6) et ses conséquences sur le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ optimisé (colonnes 7 à 9).

Il apparaît que les variations relatives de paramètres optimisés suivent les variations de nombre d'onde. En effet, une augmentation de nombre d'onde entraîne une diminution des valeurs optimisées pour les modules élastiques, ce qui est cohérent avec la sensibilité des modes guidés à ces paramètres. Aussi, il est visible que la différence relative sur le C'_{11} optimisé est plus importante que pour les autres paramètres. Pour rappel, dans ce matériau et cette gamme de fréquences, seuls les modes S_1 et S_2 sont sensibles de façon significative à C'_{11} . Aussi, ces modes sont assez sensibles au défaut de parallélisme β , surtout le mode S_1 . De ce fait, la quantification précise du module C'_{11} avec une incertitude inférieure à 5.1% requiert de mesurer les modes S_1 et S_2 avec un défaut de parallélisme $\beta < 0.3^\circ$. Les autres paramètres sont également sensibles au défaut de parallélisme, mais de manière plus négligeable que le module C'_{11} avec au maximum $\mp 3.6\%$ et $\mp 1.3\%$ de variation relative, pour $\beta \pm 0.3^\circ$, pour C'_{66} et e , respectivement. Enfin, les courbes de dispersions mesurées, initiales et optimisées sont présentées sur la Figure 3.7.

La Figure 3.7 montre que les courbes de dispersion calculées pour les paramètres optimisés coïncident très bien avec les mesures expérimentales. Le jeu de données initiales produit une différence relative de nombre d'onde avec les données mesurées supérieure à 7% pour les 5 modes. Les courbes de dispersion calculées avec le jeu de paramètres optimisés $\mathbf{p}^{\text{opt}} = [6.92 \text{ GPa}, 1.65 \text{ GPa}, 3.93 \text{ mm}]$ donnent un écart relatif aux mesures inférieur à 2% pour les quatre premiers modes et un écart de 3% environ pour le mode S_1 .

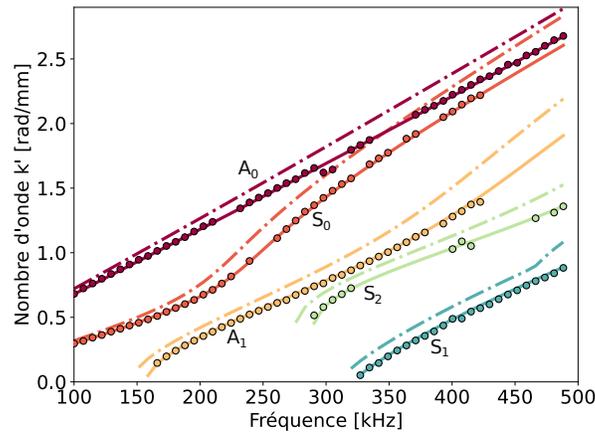


FIGURE 3.7 Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans la plaque de Plexiglas ; mesurées (\bullet), initiales (---) et optimisées (—).

Par la suite, pour la quantification des incertitudes sur les paramètres optimisés liés au mauvais parallélisme, l'angle β est choisi égal à 0.2° . Ce choix est fait puisque la mesure de niveau doit être effectuée deux fois (une fois sur la plaque et une fois sur l'axe de translation) et que l'instrument utilisé fournit une valeur à 0.1° près. De ce fait, les modules

élastiques et l'épaisseur optimisés de la plaque isotrope sont : $C'_{11} = 6.92 \pm 0.24$ GPa, $C'_{66} = 1.65 \pm 0.04$ GPa, $e = 3.93 \pm 0.04$ mm.

Conclusion

Ce chapitre a permis de tester divers outils de post-traitement et d'optimisation, puis de sélectionner les mieux adaptés, d'une part pour extraire les propriétés dispersives de modes de Lamb de signaux ultrasonores expérimentaux, d'autre part pour exploiter ces propriétés dans le but d'évaluer les valeurs des modules élastiques et de l'épaisseur de la plaque isotrope.

La mesure des modes guidés se propageant dans le matériau isotrope de référence a été faite grâce à un dispositif expérimental hybride générant les ondes guidées par contact avec une surface de la plaque et mesurant ces ondes sans-contact, dans l'air. Ce dispositif a été utilisé uniquement pour générer un jeu de données d'ondes guidées multimodales permettant de tester les méthodes de traitement de signal et d'optimisation trouvées dans la littérature. Trois méthodes d'extraction de nombres d'onde ont été comparées et la méthode *Matrix Pencil (MP)* a été retenue comme étant la plus adéquate. Plusieurs avantages se dégagent lors de l'utilisation de cette méthode :

- La précision de l'extraction confrontée aux données calculées avec les propriétés de référence de la plaque avec environ 3% de distance moyenne relative entre les deux jeux de données, pour l'ensemble des modes.
- Un nombre total de points extraits élevé pour un temps de calcul très faible (autant de points que fourni par la *2D-FFT* mais avec un temps réduit d'un facteur 3).
- L'extraction des nombres d'onde ne dépend pas de la fabrication d'une grille de nombres d'onde.

Ensuite, les nombres d'onde des modes ont été utilisés pour estimer les modules d'élasticité et l'épaisseur de la plaque isotrope. Plusieurs algorithmes d'optimisation ont été comparés pour trouver le plus adapté au problème de caractérisation. Les algorithmes évolutifs montrent des propriétés optimisées en accord avec les propriétés attendues, mais la procédure nécessite de réaliser des moyennes du fait du caractère aléatoire de ces algorithmes. Ceci entraîne des temps d'exécution élevés et une convergence non assurée. Des algorithmes déterministes tels que celui de Gauss-Newton pallient ce problème tout en affichant un temps de calcul 1000 fois plus faible et un résultat plus optimal du point de

vue de la valeur de la fonction coût. Cet algorithme est donc bien adapté au problème de caractérisation à traiter.

Il a été montré que l'optimisation de l'épaisseur dans le problème inverse permet d'aboutir à une solution plus optimale du point de vue du calcul de la fonction coût que lorsque celle-ci est fixée et que seuls les modules élastiques sont optimisés. Bien entendu, si l'épaisseur de la plaque est parfaitement connue, il n'est pas nécessaire de chercher à l'optimiser. S'il y a un doute sur sa valeur ou si elle est susceptible de varier en différentes zones de la plaque, alors il est préférable de l'optimiser, en même temps que les modules d'élasticité, lors de la résolution du problème inverse. Cela requiert toutefois la mesure de suffisamment de modes guidés sensibles aux modules élastiques et/ou à l'épaisseur du guide pour disposer d'assez d'informations pour évaluer simultanément tous ces paramètres.

Enfin, il a été mis en évidence qu'une erreur de parallélisme entre l'axe de la table de translation et le plan de la plaque étudiée engendre une mesure faussée du nombre d'onde des modes. De ce fait, les valeurs des modules élastiques et de l'épaisseur obtenues par résolution du problème inverse sont également faussées. La mise en évidence de ces potentielles erreurs sur la mesure du nombre d'onde des modes permet de donner des valeurs d'incertitudes sur les paramètres optimisés par la résolution du problème inverse utilisant la mesure du nombre d'onde des modes guidés.

CHAPITRE 4

Conception d'un dispositif expérimental unilatéral sans contact pour la mesure d'ondes guidées multimodales

Introduction

Les mesures expérimentales réalisées dans le chapitre 3 ont permis de déterminer les modules élastiques et l'épaisseur de la plaque isotrope. Le dispositif utilisé est unilatéral, favorise la mesure de plusieurs modes simultanément (requis pour une caractérisation « en aveugle ») et permet la mesure de signaux expérimentaux ayant un très bon rapport signal à bruit. Cependant, le dispositif ne satisfait pas le critère de mesures sans contact puisqu'il nécessite un transducteur piézoélectrique au contact de la plaque. Pour satisfaire les quatre critères requis, ce chapitre propose la conception d'un couple de capteurs ultrasonores à couplage air qui seraient, idéalement, adaptés à la génération et à la détection des modes guidés sensibles aux propriétés des trois types de matériaux considérés dans cette thèse.

Tout d'abord, un modèle numérique en deux dimensions permettant de simuler la génération et la propagation d'ondes guidées est mis en place. Le modèle permet de calculer le déplacement normal en surface de la plaque, engendré par une distribution de pression appliquée à la surface de la plaque, qui serait produite par une source placée dans l'air. Dans un second temps, la pression rayonnée par la plaque, dans l'air, est calculée afin de prédire la réponse d'un transducteur récepteur qui serait placé dans l'air. En se basant sur le modèle établi, les configurations optimales source/récepteur pour la mesure des modes sensibles aux propriétés de chacune des trois plaques sont déterminées. Les résultats de ces trois études distinctes sont ensuite comparés afin de définir une configuration source/récepteur commune aux trois matériaux. Une configuration optimale commune permettrait la mesure expérimentale des modes guidés sensibles aux paramètres de ces trois matériaux avec une unique paire de capteurs à couplage air.

4.1 Modèle numérique pour simuler la mesure expérimentale d'ondes guidées

Le modèle numérique employé pour simuler la génération, la propagation et la détection d'ondes guidées dans une plaque placée dans l'air a pour rôle de simuler une expérience dans laquelle plusieurs modes de Lamb sont générés et détectés avec des transducteurs à couplage air monoéléments tel que décrit par le schéma présenté sur la Figure 4.1(a).

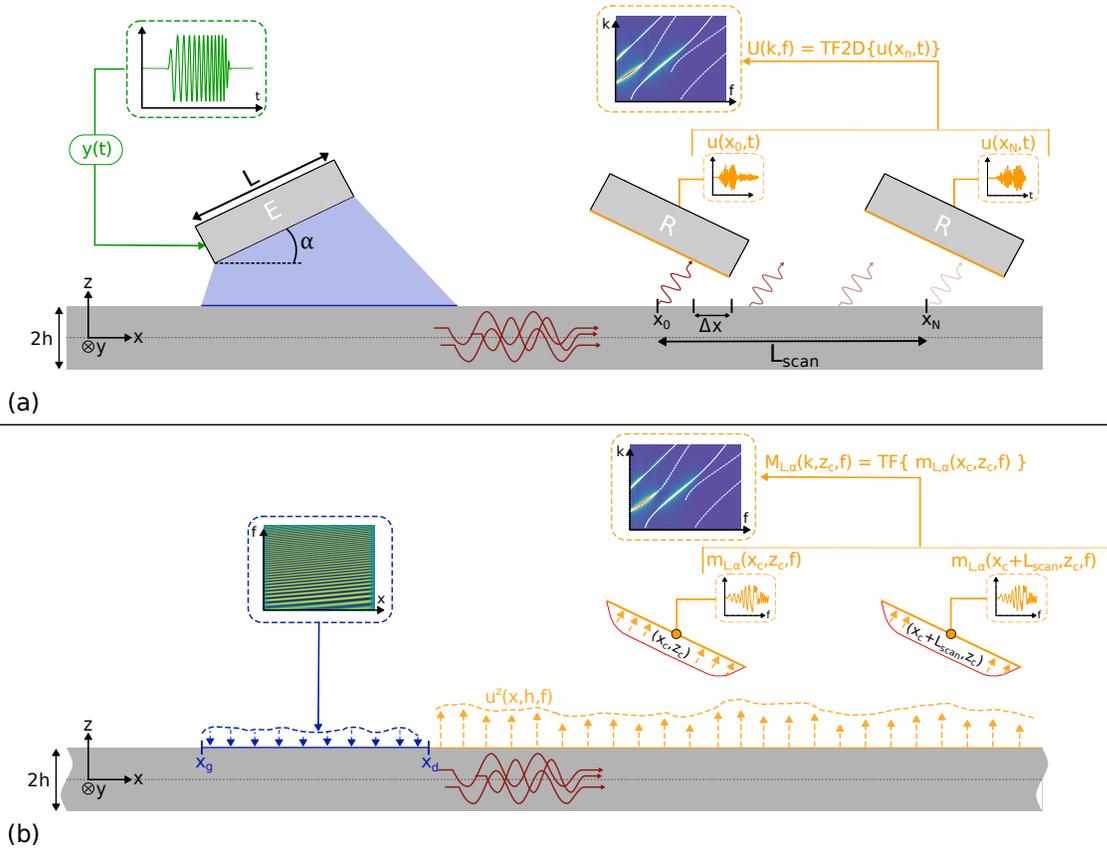


FIGURE 4.1 Schéma montrant le dispositif expérimental voulu, dans le domaine physique et son analogue numérique pour la génération et la détection multimodale sans contact. (a) : domaine physique, (b) : domaine numérique.

Dans le domaine physique, le signal d'excitation $y(t)$ est un signal électrique transmis au transducteur émetteur (E). L'objectif étant de générer et de détecter plusieurs modes de Lamb simultanément et guidés dans une même direction le long d'une plaque, il est nécessaire que les transducteurs soient très directifs suivant x (*cf.* Figure 4.1) et qu'ils possèdent une grande ouverture angulaire dans le plan (x, z) . Pour satisfaire ces besoins, il est décidé de définir des transducteurs de géométrie rectangulaire, avec une grande dimension l suivant y (cela leur confère la forte directivité suivant x) et une petite dimension

L dans la direction perpendiculaire à y , qui va déterminer leur ouverture angulaire dans le plan (x, z) . Ces transducteurs pourront alors être disposés d'un même côté de la plaque et inclinés d'un angle α de telle sorte que leur spectre angulaire coïncide avec la plage angulaire requise par les modes de Lamb à générer ou détecter. Cette plage angulaire peut être calculée facilement à partir des courbes de dispersion en nombre d'onde (on sélectionne alors les nombres d'onde des modes sensibles aux propriétés matériaux, selon le chapitre 2) et de la loi de Snell-Descartes. Le modèle qui va être utilisé dans ce chapitre permet vraiment de simuler les expérimentations qui seront menées plus tard, car il prédit l'amplitude des modes (et éventuellement des signaux temporels associés) en tenant compte de leur excitabilité (vis-à-vis de la pression appliquée en surface de plaque par la source) et de leur détectabilité (vis-à-vis de la pression détectée par le récepteur). Il sera donc utilisé pour optimiser la dimension L des transducteurs et leur angle d'inclinaison α , de telle sorte que le plus grand nombre de modes sensibles soient générés et détectés avec une amplitude maximale.

Les transducteurs doivent avoir une large bande passante afin de générer et de détecter plusieurs modes, dont les modes d'ordres supérieurs qui dans un contexte de caractérisation sont des modes très porteurs d'informations. Lors des expérimentations, ces modes guidés fuyants sont détectés dans l'air par le transducteur récepteur (R), qui sera déplacé horizontalement pour acquérir un signal temporel en chacune des positions x_n ($n \in [0, N_x]$). Enfin, le post-traitement adapté permet de représenter l'amplitude des signaux dans l'espace nombre d'onde-fréquence ou d'extraire les couples nombres d'onde-fréquences des modes mesurés, selon les méthodes décrites dans le chapitre 3.

Le modèle numérique proposé pour reproduire cette expérience physique est présenté par le schéma sur la Figure 4.1(b). L'excitation dans le domaine numérique est modélisée par une distribution de pression à la surface de la plaque. Celle-ci rend compte de celle qui serait appliquée à la plaque si un signal électrique était envoyé à un transducteur de largeur L et incliné d'un angle α . Le modèle numérique permet : de calculer le champ déplacements dans la plaque résultant de cette excitation et, dans un second temps, de calculer la pression qui serait mesurée par un transducteur récepteur placé dans l'air, dans le domaine nombre d'onde fréquence. Le développement de ce modèle est présenté en deux parties. La première s'attache à développer le calcul du déplacement dans la plaque sollicitée en traction par une source et la seconde montre comment relier ce déplacement calculé à la pression « mesurée » par un transducteur.

4.1.1 Calcul du déplacement de la plaque sollicitée en traction

Le calcul du champ de déplacement dans la plaque s'appuie sur une approche connue en analyse modale (dans les plaques ou dans les poutres) qui consiste à écrire le champ de déplacement, solution d'une équation du mouvement, sous forme d'un développement modal. Le développement modal est employé lorsque la réponse forcée d'un système est recherchée et que le schéma modal (modes propres et fréquences propres de la structure) est connu. Pour le cas d'ondes guidées se propageant dans un matériau de type plaque, les fréquences propres correspondent aux couples (k_m, f_m) , solutions de l'équation de dispersion et les modes propres correspondent aux champs de vitesses \mathbf{v}_m (ou de déplacements \mathbf{u}_m) et de contraintes $\boldsymbol{\sigma}_m$ des différents modes m . Le développement modal appliqué au cas des ondes guidées a été utilisé par de nombreux chercheurs pour modéliser la propagation de ces ondes dans différents matériaux [194-197]. Cette approche de calcul ne constituant pas une originalité dans les travaux de thèse, le développement mathématique et les hypothèses menant à l'obtention du champ de déplacement de la plaque ne sont pas inclus dans le corps du texte, mais sont présentés en Annexes A.6. Ainsi, le déplacement à droite de l'excitation ($x > x_d$) s'exprime :

$$\mathbf{u}(x, z) = \sum_{m=0}^M \frac{i\omega u_m^{z,*}(h)}{4 P_{mm}} \mathbf{u}_m(z) \hat{\sigma}^{zz}(k_m, h) e^{i k_m x} \quad (4.1)$$

où M est le nombre de modes propagatifs, $\mathbf{u}_m(z)$ est le champ de déplacement du mode m , P_{mm} représente la densité de flux d'énergie moyenne du mode m dans la direction de propagation (ici x) et son expression est donnée par l'équation (A.40), $u_m^{z,*}(h)$ est le conjugué de la composante normale du déplacement en surface du mode m , $\hat{\sigma}^{zz}(k_m, h)$ est la distribution de contraintes normales en surface dans le domaine des nombres d'onde du mode m et k_m est le nombre d'onde du mode m .

À l'interface entre l'air et la plaque, la composante normale du déplacement se conserve tandis que les contraintes normale et tangentielle en surface du solide sont respectivement, égale à la pression dans l'air et nulles. C'est donc la composante normale du déplacement des modes qui sera convertie en onde de pression acoustique et qui sera détectée par le système de mesure sans contact placé dans l'air (*c.f.* Figure 4.1(a)). Pour cette raison, seule la composante normale de $\mathbf{u}_m(z)$ est conservée dans l'équation (4.1). De plus, l'intérêt de cette thèse est de considérer des dispositifs expérimentaux unilatéraux impliquant que l'excitation et la détection sont du même côté de la plaque. Étant donné que la contrainte est appliquée en $z = h$, le déplacement normal u_m^z est également évalué en $z = h$. En

compilant ces deux considérations, le déplacement à droite de l'excitation s'écrit :

$$u^z(x, h, f) = \sum_{m=0}^M H_m(h, f) \widehat{\sigma}^{zz}(k_m, h, f) e^{i k_m(f) x} \quad (4.2)$$

avec :

$$H_m(h, f) = \frac{i\omega |u_m^z(h)|^2}{4 P_{mm}} \quad (4.3)$$

où $H_m(h, f)$ est décrit comme la fonction de transfert pour les modes guidés ou encore comme l'excitabilité des modes à un déplacement normal en surface [161, 198]. L'unité de cette grandeur est le $\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$ et relate du rapport entre le déplacement normal d'un mode et la contrainte appliquée, dans le domaine des nombres d'onde¹ [194].

La dépendance à la fréquence était implicitement incluse dans les calculs, mais a été ajoutée explicitement à l'équation (4.2). Le déplacement total de la plaque u^z est donc une superposition de la réponse de chaque mode guidé à l'excitation en surface imposée. De ce fait, l'énergie transmise à la plaque par l'excitation se répartit uniquement suivant les différents modes guidés se propageant dans la gamme de fréquences de l'excitation. Le déplacement normal dans le domaine nombre d'onde-fréquence s'obtient en calculant la transformée de Fourier spatiale de $u^z(x, h, f)$ et s'exprime $U^z(k, h, f)$.

a) Description du terme source $\widehat{\sigma}^{zz}(k_m, h)$

Dans l'approche modale présentée, le terme de contrainte $\widehat{\sigma}^{zz}(k_m, h)$ agit comme une source surfacique en $z = h$. Cette contrainte résulte du rayonnement acoustique d'un transducteur émetteur de largeur L dans le plan (x, z) et d'une longueur infinie dans la direction y . Le transducteur émetteur est incliné d'un angle α . En première approximation, la source est modélisée comme un piston plan, ce qui implique que la force exercée sur le fluide par le transducteur est normale à la surface et est uniforme sur celle-ci. Le faisceau plan se propage dans la direction $(\sin \alpha \mathbf{e}_x - \cos \alpha \mathbf{e}_z)$ à la célérité c_0 de sorte que la pression acoustique dans le fluide, pour un transducteur de largeur L et incliné d'un angle α , en $z = h$, s'écrit :

$$p_{L,\alpha}(x, t) = \begin{cases} p_c \left(t - \frac{\sin \alpha (x - x_g)}{c_0} \right) \times \frac{w(x)}{L_{proj}} & \forall x \in [x_g, x_d] \\ 0 & \forall x \notin [x_g, x_d] \end{cases} \quad (4.4)$$

1. L'unité de la contrainte $\sigma^{zz}(x, h)$ est le $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ mais le passage dans le domaine des nombres d'onde (passage de l'équation (A.44) à l'équation (A.45)), implique que la contrainte $\widehat{\sigma}^{zz}(k_m, h)$ ait pour unité le $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$, donc l'excitabilité a bien pour unité le $\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$.

où x_g , x_d délimitent la zone d'excitation et $x_d = x_g + L_{proj}$, $L_{proj} = L / \cos \alpha$ est la longueur projetée du transducteur sur l'axe x , p_c est la pression acoustique résultant du produit de convolution entre le signal électrique $y(t)$ (signal d'excitation) et la réponse impulsionnelle $e(t)$ du transducteur et $w(x)$ est la distribution spatiale du champ du transducteur. Étant donné que, physiquement, le transducteur est incliné d'un angle α par rapport à la plaque, les ondes provenant du bord droit de celui-ci arrivent après les ondes provenant du bord gauche. Cette obliquité est prise en compte par le terme de retard $\sin \alpha (x - x_g) / c_0$. La Figure 4.2 présente un schéma de la source modélisée.

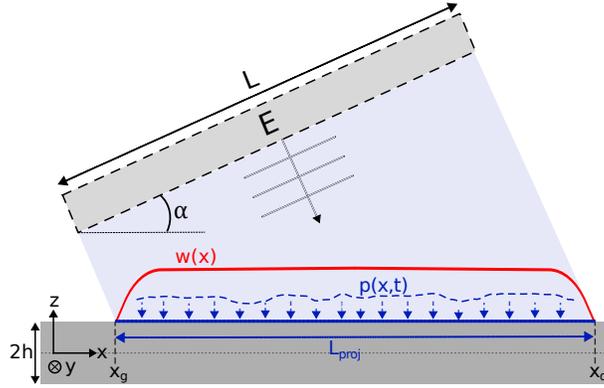


FIGURE 4.2 Schéma décrivant l'excitation de la plaque par un transducteur de largeur L et incliné d'un angle α .

Le passage dans le domaine nombre d'onde-fréquence du terme $p_{L,\alpha}(x, t)$ se fait *via* une transformée de Fourier 2D et s'écrit $P_{L,\alpha}(k, f)$. Ces termes traduisent la pression dans le domaine $x - t$ ou $k - f$ induite par une source de largeur L et inclinée d'un angle α . Le lien suivant est fait avec le terme source défini dans l'équation (4.2) : $\hat{\sigma}^{zz}(k_m, h, f) = P_{L,\alpha}(k, f) \delta(k - k_m, f - f_m)$ où δ est le symbole de Kronecker.

- **Distribution spatiale de l'excitation**

La distribution spatiale de l'excitation est entièrement gouvernée par la fonction $w(x)$ et est choisie en accord avec les différents résultats de la littérature. La mesure du champ produit par des sources rectangulaires montre un profil qui varie avec la distance de mesure. Proche des sources, la distribution du champ est rectangulaire, mais tend à devenir Gaussienne lorsque la distance à la source augmente [199, 200]. Dans le cas d'utilisation de transducteurs ultrasonores à couplage air, l'émetteur est souvent proche de la plaque pour diminuer les effets liés à l'atténuation dans l'air et pour maximiser l'énergie transmise à la plaque. Ainsi, la distribution spatiale du champ du transducteur est choisie rectangulaire

avec éventuellement une apodisation ϵ (fenêtre de Planck-Taper [201]) qui permet de lisser les bords de la fenêtre rectangulaire.

La transformée de Fourier spatiale permet de représenter la distribution d'amplitude d'une fonction dans l'espace des nombres d'ondes. Pour une fenêtre rectangulaire $w(x) = 1 \forall x \in [-L/2, L/2]$, la transformée de Fourier spatiale s'exprime :

$$\hat{w}(k) = \int_{-L/2}^{L/2} e^{-ikx} dx = L \frac{\sin(kL/2)}{kL/2} = L \operatorname{sinc}(kL/2) \quad (4.5)$$

avec k le nombre d'onde, L est la largeur de la fenêtre et sinc est la fonction sinus cardinal. Des fenêtres spatiales présentant différentes largeurs et apodisations (L, ϵ) ainsi que le module de leur transformée de Fourier spatiale sont représentées sur les Figures 4.3(a,b).

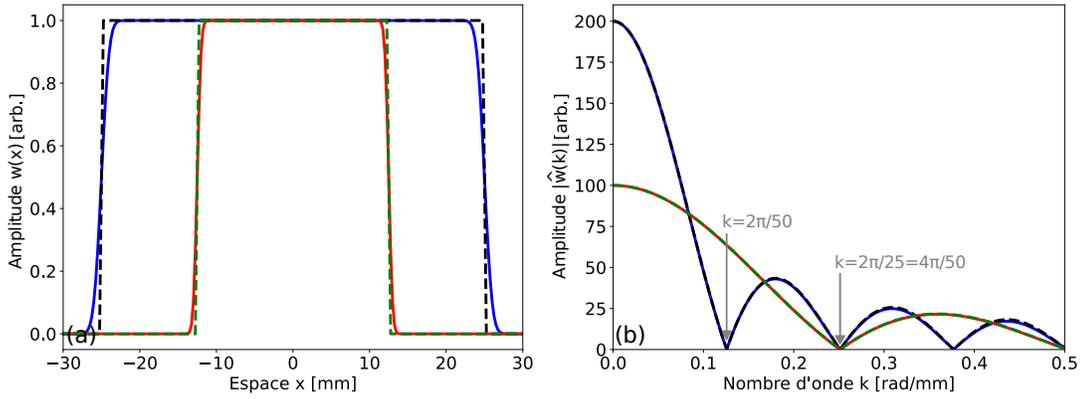


FIGURE 4.3 Fenêtres représentant la distribution spatiale de la force excitatrice. (a) : fenêtres spatiales, (b) : transformées de Fourier des fenêtres spatiales. $(L, \epsilon) = (50, 5)$ mm (—), $(50, 0)$ mm (---), $(25, 2.5)$ mm (—), $(25, 0)$ mm (---).

Un « lissage » des bords de fenêtre à hauteur de 10% de la taille de celle-ci ($\epsilon = 0.1L$) n'a que peu d'effet sur le module de sa transformée de Fourier spatiale contrairement au changement de taille de fenêtre qui a pour effet de modifier son amplitude. Suivant la largeur L de la fenêtre spatiale, les nombres d'ondes où les modules des transformées de Fourier s'annulent sont différents. En effet, d'après l'équation (4.5), $\hat{w}(k) = 0 \forall k = 2n\pi/L$ où $n \in \mathbb{N}$. Ceci permet de déduire la largeur du lobe principal : $4\pi/L$ et des lobes secondaires : $2\pi/L$. Donc une source deux fois plus petite aura un lobe principal et des lobes secondaires deux fois plus larges.

• **Réponse fréquentielle de l'excitation**

La réponse fréquentielle de la force excitatrice est gouvernée par deux termes. Le premier terme $\widehat{e}(f)$, représente la réponse fréquentielle du transducteur. Pour simuler au mieux le comportement de transducteurs capacitifs à couplage air qui possèdent une bande passante relativement large ($\approx 100\text{-}500$ kHz à -10 dB) [138, 174], la réponse fréquentielle du transducteur émetteur est unitaire et indépendante de la fréquence, c'est-à-dire $|\widehat{e}(f)| = 1 \forall f \in [100; 500]$ kHz. Le second terme qui influe sur la réponse fréquentielle du terme source est le spectre du signal d'excitation $\widehat{y}(f)$. Pour la simulation, le choix est fait de considérer un signal d'excitation à bande passante large pour exploiter au mieux la large plage fréquentielle des capteurs utilisés.

Pour simuler cela, un signal d'excitation temporel $y(t)$ de type chirp est employé. L'expression de ce signal d'excitation est donnée par l'équation (4.6) :

$$y(t) = \cos \left(2 \pi \int_0^t f(t) dt \right) \quad \text{avec } f(t) = f_0 + \frac{(f_1 - f_0)}{t_1 - t_0} (t - t_0) \quad . \quad (4.6)$$

avec $f(t)$ la fréquence instantanée du signal, définie de sorte que $f(t_0) = f_0$ et $f(t_1) = f_1$. Ces variables prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} f_0 = 100 \text{ kHz} & f_1 = 500 \text{ kHz} \\ t_0 = 40 \mu\text{s} & t_1 = t_0 + 100 \mu\text{s} \end{cases}$$

Le signal d'excitation est fenêtré par une fonction de Planck-Taper pilotée par le paramètre ϵ . Le signal temporel $y(t)$ résultant de ce fenêtrage est représenté sur la Figure 4.4(a) pour deux valeurs de ϵ . Les transformées de Fourier temporelles correspondantes sont représentées sur la Figure 4.4(b).

Le signal temporel ayant une fenêtre réglée avec un paramètre $\epsilon = 1e^{-6} \mu\text{s}$ présente de fortes oscillations dans le domaine fréquentiel, dues au produit de convolution par un sinus cardinal, transformée de Fourier de la fenêtre rectangulaire. Une recherche du paramètre optimal ϵ est effectuée afin d'obtenir la réponse en fréquence la plus constante possible sur la bande de fréquence 100-500 kHz. Le paramètre retenu est $\epsilon = 26 \mu\text{s}$ et permet de lisser davantage les bords de la fenêtre temporelle comme le montre la Figure 4.4(a). Ce lissage dans le domaine temporel a pour conséquence de produire une réponse en fréquence relativement constante (amplitude comprise entre -0.25 dB et 0 dB) dans la gamme de fréquence 150-450 kHz comme montré sur la Figure 4.4(b). Pour les simulations numériques à venir, c'est donc ce signal d'excitation qui sera utilisé.

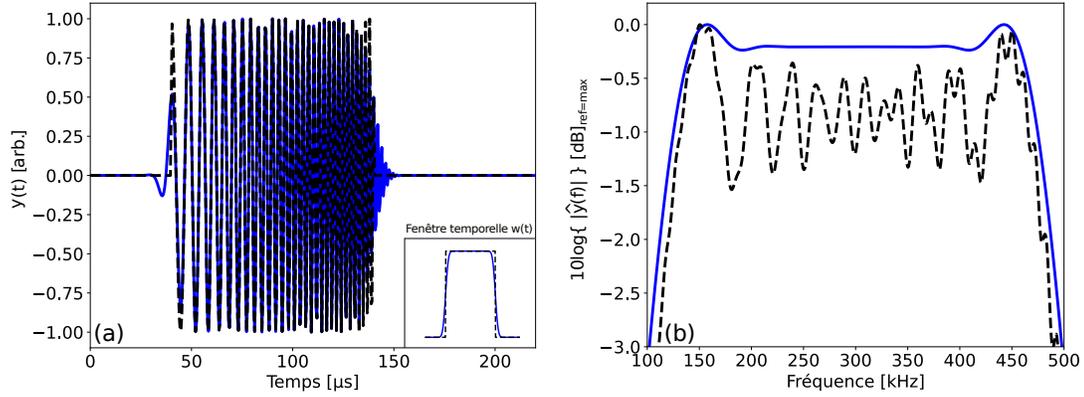


FIGURE 4.4 Signaux d'excitation avec différents paramètres de fenêtre ϵ . (a) : signal temporel d'excitation $y(t)$. (b) : module de la transformée de Fourier du signal d'excitation normalisée par son maximum. $\epsilon = 1e^{-6} \mu s$ (- -), $26 \mu s$ (—).

• Exemples d'excitation

Deux excitations induites par deux sources différentes sont calculées pour étudier l'impact de la largeur L et de l'angle d'inclinaison α sur la distribution d'amplitude dans le domaine $k - f$. Les Figures 4.5(a) et 4.5(b) présentent les excitations $P_{25,5}(k, f)$ et $P_{2,0}(k, f)$, respectivement. Les deux configurations sont très différentes, mais correspondent à des situations qui peuvent être rencontrées dans la littérature sur la mesure d'ondes guidées. L'excitation $P_{25,5}$ pourrait correspondre à un cas où les ondes guidées sont générées avec des transducteurs à couplage air ou avec des transducteurs montés sur sabots [202] alors que la source $P_{2,0}$ correspondrait à l'emploi de sondes laser dont la taille du spot serait d'environ 2 mm [162].

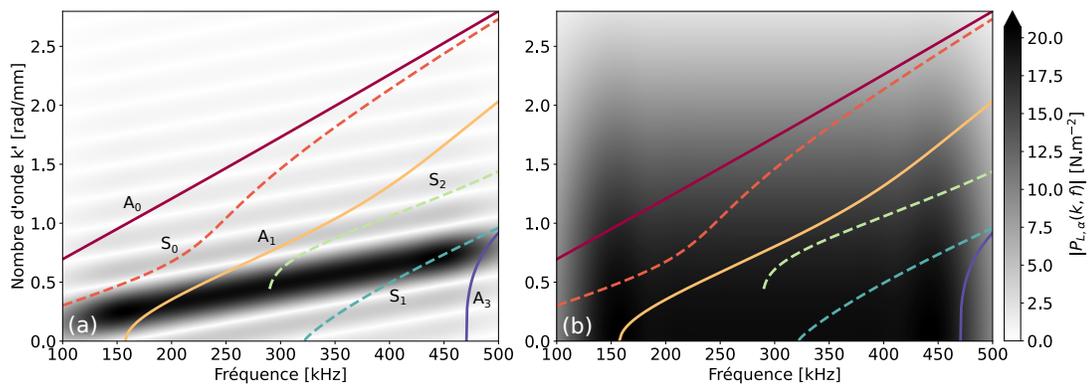


FIGURE 4.5 Excitations $P_{L,\alpha}$ dans l'espace nombre d'onde-fréquence et courbes de dispersion $k'(f)$ des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas. (a) : $P_{25,5}(k, f)$. (b) : $P_{2,0}(k, f)$. Calculs des modes anti-symétriques (—) et symétriques (- -).

Les courbes de dispersion des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope sont superposées aux termes sources ce qui permet une approche visuelle de la coïncidence entre le nombre d'onde de l'excitation et le nombre d'onde des modes de Lamb nécessaires pour leur génération dans la plaque. Cette coïncidence correspond à la superposition des zones de forte amplitude de la source et les courbes de dispersion. Sur la Figure 4.5(a), l'excitation est sélective, car le lobe principal de la source recouvre les branches des courbes de dispersion du mode A_1 jusqu'à 250 kHz environ, du mode S_2 proche de sa fréquence de coupure et du mode S_1 pour des fréquences comprises entre 400 kHz et 500 kHz environ. En revanche, la source $P_{2,0}$ n'est pas du tout sélective du fait de sa petite largeur. Dans le domaine des nombres d'onde, cette source possède un lobe principal d'une largeur de $2\pi \text{ rad.mm}^{-1}$, ce qui est suffisant pour exciter tous les modes se propageant dans la plaque de Plexiglas, dans la plage de fréquence 100-500 kHz.

b) Excitabilité des modes guidés

Le terme $H_m(h, f)$ a été décrit dans la section 4.1 comme étant l'excitabilité des modes guidés à un déplacement en particulier. L'excitabilité d'un mode à un déplacement peut être vue comme la sensibilité d'un mode à un type de déplacement. Ainsi, un mode possédant une forte excitabilité à un déplacement sera facilement excité par ce type de déplacement tandis qu'un mode insensible ne sera pas ou faiblement excité. L'excitabilité des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas à un déplacement normal en surface est présentée sur la Figure 4.6(a). En remplaçant $u_m^z(h)$ par $u_m^x(h)$ dans l'équation (4.3), l'excitabilité des modes à un déplacement tangentiel en surface est obtenue. Cette excitabilité est présentée sur la Figure 4.6(b).

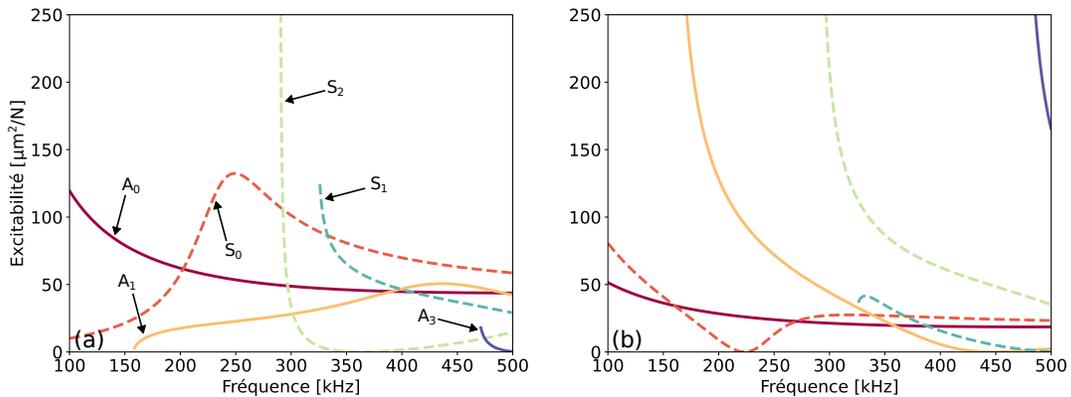


FIGURE 4.6 Excitabilité des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas. (a) : excitabilité à un déplacement normal en surface, (b) : excitabilité à un déplacement tangentiel en surface. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -).

Ces figures permettent de montrer que les modes de Lamb ont une sensibilité aux différents déplacements qui varie d'un mode à l'autre et avec la fréquence. Le mode A_0 est surtout sensible au déplacement normal sur la bande de fréquence 100-500 kHz tandis que le mode S_0 a un comportement variable avec la fréquence. Pour des fréquences inférieures à 150 kHz environ, ce mode est plus sensible au déplacement tangentiel qu'au déplacement vertical cependant cette tendance s'inverse pour des fréquences supérieures à 150 kHz et deux phénomènes notables sont visibles sur les Figures 4.6(a,b). Tout d'abord, le mode S_0 est totalement insensible au déplacement tangentiel en surface à $f = c_T / e\sqrt{2} \approx 223$ kHz, ce qui correspond à la fréquence à laquelle le mode de Lamé intervient [14, p.320]. À cette fréquence et en surface de la plaque, le déplacement particulaire est uniquement vertical. Ensuite, pour des fréquences proches de 250 kHz, le mode S_0 possède le maximum d'excitabilité à un déplacement normal en surface, ce qui le rend très sensible à une excitation normale en surface. Le mode A_1 possède la même caractéristique d'insensibilité au déplacement tangentiel que le mode S_0 mais à une fréquence $f = 2c_T / e\sqrt{2} \approx 446$ kHz ce qui correspond toujours au mode de Lamé. Tout comme le mode S_0 , le mode A_1 possède un pic de sensibilité au déplacement normal autour de 450 kHz. Le mode S_2 a une sensibilité au déplacement normal en surface qui chute très brusquement lorsque la fréquence s'éloigne de sa fréquence de coupure. L'excitabilité du mode S_2 au déplacement tangentiel montre une décroissance moins marquée avec la fréquence, ce qui rend ce mode principalement sensible à ce déplacement. Pour le mode S_1 , l'excitabilité décroît également avec la fréquence, mais de manière moins brutale que pour le mode S_2 et ce mode est surtout sensible au déplacement normal. Enfin, le mode A_3 possède une très faible excitabilité à un déplacement normal en surface, mais est très sensible au déplacement tangentiel.

Ces courbes d'excitabilité permettent en partie d'expliquer les résultats obtenus dans le chapitre 3. En effet, le mode S_2 a été mesuré principalement pour des fréquences non loin de sa fréquence de coupure, là où son excitabilité à un déplacement normal est forte tandis que le mode A_3 n'a pas été mesuré du tout ce qui peut être imputé à un manque de sensibilité au déplacement normal.

4.1.2 Calcul de la pression à la surface du transducteur récepteur

La précédente sous-section a permis d'exprimer le déplacement normal en surface de la plaque sollicitée par une source de largeur L et inclinée d'un angle α . Dans cette section, le calcul de la pression acoustique s'exerçant à la surface d'un transducteur identique est mené. Les calculs sont détaillés car il n'existe pas, à ma connaissance, de développement mathématique permettant de décrire le cas expérimental souhaité, c'est-à-dire, la captation

en plusieurs positions spatiales d'ondes guidées fuyantes par un transducteur placé dans l'air.

Le transducteur récepteur est repéré par un couple de coordonnées (x_c, z_c) décrit sur la Figure 4.1(b). Expérimentalement, à une position spatiale d'acquisition, le récepteur délivre un unique signal temporel qui représente le produit de convolution entre la pression moyenne captée sur sa surface active et sa réponse impulsionnelle. Il est supposé que la distribution d'amplitude dans le domaine $k - f$ du transducteur émetteur et récepteur est identique. De ce fait, la réponse en fréquence du récepteur est unitaire, quelle que soit la fréquence. Ainsi, la pression mesurée dans le domaine fréquentiel est simplement la pression moyenne captée sur sa surface active et s'exprime :

$$m_{L,\alpha}(x_c, z_c, f) = \int_{-L/2}^{L/2} p(x_c + \cos(\alpha) s, z_c - \sin(\alpha) s, f) \hat{r}_{L,\alpha}(x_c + \cos(\alpha) s, z_c - \sin(\alpha) s, f) ds \quad (4.7)$$

avec $m_{L,\alpha}(x_c, z_c, f)$ la pression acoustique « mesurée » par le transducteur récepteur de largeur L et incliné d'un angle α et $\hat{r}_{L,\alpha}$ est la distribution spatiale du champ à la surface du transducteur récepteur, dans le domaine fréquentiel. La pression acoustique est reliée au déplacement particulière u^x et u^z par l'équation d'Euler :

$$\omega^2 \rho_0 \begin{bmatrix} u^x(x, z, f) \\ u^z(x, z, f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p(x, z, f)}{\partial x} \\ \frac{\partial p(x, z, f)}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

L'équation de conservation de la masse s'écrit, dans l'approximation de l'acoustique linéaire :

$$p(x, z, f) = -c_0^2 \rho_0 \left(\frac{\partial u^x(x, z, f)}{\partial x} + \frac{\partial u^z(x, z, f)}{\partial z} \right) \quad (4.9)$$

En injectant les équations (4.8) dans l'équation (4.9), l'équation d'onde en dehors des sources est obtenue :

$$\frac{\partial^2 p(x, z, f)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p(x, z, f)}{\partial z^2} + k_0^2 p(x, z, f) = 0 \quad (4.10)$$

avec $k_0 = \omega/c_0$ le nombre d'onde de l'onde longitudinale dans l'air. La transformée de Fourier spatiale inverse de la pression s'écrit :

$$p(x, z, f) = \int_{-\infty}^{\infty} P(k, z, f) e^{ikx} dk \quad (4.11)$$

En injectant cette forme d'équation dans l'équation d'onde, celle-ci se récrit :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[-k^2 P(k, z, f) + \frac{\partial^2 P(k, z, f)}{\partial z^2} + k_0^2 P(k, z, f) \right] e^{ikx} dk = 0 \quad (4.12)$$

Ce qui est équivalent à :

$$\frac{\partial^2 P(k, z, f)}{\partial z^2} + (k_0^2 - k^2)P(k, z, f) = 0 \quad (4.13)$$

Les solutions de cette équation différentielle d'ordre deux sont :

$$P(k, z, f) = A e^{i\kappa z} + B e^{-i\kappa z} \quad (4.14)$$

avec A , B deux constantes à déterminer et $\kappa = \sqrt{k_0^2 - k^2}$, le nombre d'onde vertical. Étant donné que la plaque rayonne dans un milieu semi-infini $\forall z > h$, il n'y a pas d'onde retour (rayonnant de l'infini) ce qui conduit à imposer $B = 0$. Pour déterminer l'expression de A , la condition de continuité à l'interface (en $z = h$) ainsi que l'équation d'Euler sur le déplacement U^z sont utilisées :

$$U^z(k, h, f) = \frac{1}{\omega^2 \rho_0} \frac{d}{dz} P(k, h, f) = \frac{i\kappa A}{\omega^2 \rho_0} e^{i\kappa h} \Rightarrow A = U^z(k, h, f) \frac{\omega^2 \rho_0}{i\kappa} e^{-i\kappa h}$$

Finalement, la pression acoustique dans le domaine des nombres d'onde s'écrit :

$$P(k, z, f) = U^z(k, h, f) \frac{\omega^2 \rho_0}{i\kappa} e^{i\kappa(z-h)} \quad (4.15)$$

Dans la précédente équation, le déplacement $U^z(k, h, f)$ correspond à la transformée de Fourier spatiale du déplacement calculé dans la section précédente et donné par l'équation (4.2). En utilisant l'équation (4.11), la pression s'écrit :

$$p(x, z, f) = \omega^2 \rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U^z(k, h, f)}{i\kappa} e^{i(kx + \kappa(z-h))} dk \quad (4.16)$$

L'expression de la pression est directement injectée dans l'équation (4.7) pour exprimer la pression à la surface du transducteur récepteur :

$$m_{L,\alpha}(x_c, z_c, f) = \omega^2 \rho_0 \int_{-L/2}^{L/2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{U^z(k, h, f)}{i\kappa} e^{i(\kappa(z_c - \sin(\alpha)s - h) + k(x_c + \cos(\alpha)s))} dk \right] \times \hat{r}_{L,\alpha}(x_c + \cos(\alpha)s, z_c - \sin(\alpha)s, f) ds$$

En commutant les intégrateurs et en rassemblant les termes dépendant de s , l'équation précédente se récrit :

$$m_{L,\alpha}(x_c, z_c, f) = \omega^2 \rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U^z(k, h, f)}{i \kappa} e^{i(\kappa(z_c-h)+k x_c)} \times \left[\int_{-L/2}^{L/2} \widehat{r}_{L,\alpha}(x_c + \cos(\alpha) s, z_c - \sin(\alpha) s, f) e^{-i k_\alpha s} ds \right] dk \quad (4.17)$$

avec $k_\alpha = \kappa \sin(\alpha) - k \cos(\alpha)$, le nombre d'onde « oblique » dans la direction d'inclinaison du transducteur. Cette dernière équation permet d'obtenir la pression moyenne, dans le domaine fréquentiel, à un ensemble de positions (x_c, z_c) .

Pour obtenir l'amplitude des modes dans le domaine nombre d'onde-fréquence, la transformée de Fourier spatiale de l'équation (4.17) est calculée :

$$M_{L,\alpha}(k, z_c, f) = \omega^2 \rho_0 \frac{U^z(k, h, f)}{i \kappa} e^{i \kappa(z_c-h)} \times \left[\int_{-L/2}^{L/2} \widehat{r}_{L,\alpha}(x_c + \cos(\alpha) s, z_c - \sin(\alpha) s, f) e^{-i k_\alpha s} ds \right]$$

avec $M_{L,\alpha}(k, z_c, f)$ la pression mesurée dans le domaine nombre d'onde-fréquence.

En prolongeant la distribution spatiale du champ du transducteur $\widehat{r}_{L,\alpha}(x_c + \cos(\alpha) s, z_c - \sin(\alpha) s, f)$ par zéro à l'extérieur de l'intervalle $[-L/2, L/2]$, on reconnaît l'expression de la transformée de Fourier spatiale de $\widehat{r}_{L,\alpha}$, $R_{L,\alpha}(k_\alpha, f)$. Ce terme représente la réponse du transducteur récepteur de largeur L et incliné d'un angle α dans le domaine nombre d'onde fréquence. Ainsi la précédente équation se récrit :

$$M_{L,\alpha}(k, z_c, f) = U^z(k, h, f) R_{L,\alpha}(k_\alpha, f) \frac{\omega^2 \rho_0}{i \kappa} e^{i \kappa(z_c-h)} \quad (4.18)$$

Cette notation compacte permet de calculer la pression s'exerçant sur un transducteur récepteur de largeur L , incliné d'un angle α résultant du rayonnement d'une plaque excitée par une source de mêmes caractéristiques. Le module de la pression calculée $|M_{L,\alpha}(k, z_c, f)|$ est une grandeur comparable au module de la transformée de Fourier 2D d'un *B-scan* mesuré expérimentalement.

4.1.3 Simulations numériques de l'expérience

L'équation (4.18) est utilisée afin de calculer l'amplitude des modes générés/détectés par un couple de transducteurs à couplage air de largeur L incliné d'un angle α . Les configurations (25 mm, 5°) et (2 mm, 0°) sont étudiées et le module de la pression mesurée $|M_{L,\alpha}(k, z_c, f)|$, dans le domaine nombre d'onde-fréquence pour chacune de ces configurations est présenté sur la Figure 4.7.

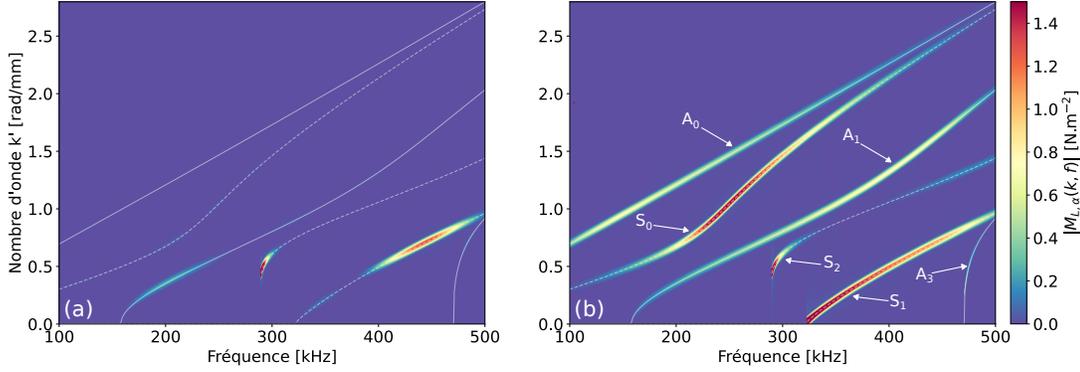


FIGURE 4.7 Module de la pression mesurée $|M_{L,\alpha}(k, z_c, f)|$ dans le domaine nombre d'onde-fréquence et courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas. (a) : $|M_{25,5}(k, z_c, f)|$, (b) : $|M_{2,0}(k, z_c, f)|$. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -).

Les sources $P_{25,5}(k, f)$ et $P_{2,0}(k, f)$ présentées dans la sous-section 4.1.1.a) laissent apparaître des distributions de pression différentes dans le plan $k - f$ qui se répercutent sur l'amplitude calculée pour les différents modes comme le montre la Figure 4.7. La Figure 4.7(a) montre que principalement le mode A_1 autour de 200 kHz, le mode S_2 proche de sa fréquence de coupure et le mode S_1 aux alentours de 450 kHz sont mesurés. Cette observation peut être reliée à la distribution d'amplitude de l'excitation $P_{25,5}(k, f)$, montrée sur la Figure 4.5(a), et de son lobe principal qui recouvre ces modes à ces fréquences. Le récepteur ayant la même géométrie et la même inclinaison que l'émetteur, il renforce donc la mise en évidence de ces mêmes modes. La Figure 4.7(b) confirme qu'une configuration source/récepteur de 2 mm en incidence normale permet la mesure de tous les modes dans la bande passante de l'excitation avec un niveau d'amplitude significatif. En effet, étant donné la très grande ouverture angulaire de la source $P_{2,0}(k, f)$ (c.f. Figure 4.5(b)), tous les nombres d'ondes des modes sont contenus dans le lobe principal de l'excitation. Le récepteur étant identique, il favorise la détection de ces mêmes modes. Cette configuration source/récepteur ne permet pas de sélectionner un mode en particulier dans le domaine nombre d'onde-fréquence, mais permet de tous les mesurer.

4.2 Estimation des configurations (L, α) optimales pour la mesure des modes guidés sensibles

La précédente section a permis d'établir un modèle numérique permettant de prédire l'amplitude des modes guidés mesurés avec une configuration (L, α) . La dénomination « configuration (L, α) » indique une configuration dans laquelle la source et le récepteur ont une largeur L et un angle d'inclinaison α identique. Ce modèle est maintenant utilisé pour déterminer les configurations (L, α) de source/récepteur optimales pour la mesure des modes guidés sensibles aux propriétés d'une structure donnée.

L'idée est de trouver le compromis entre une dimension L suffisamment petite pour que l'ouverture angulaire des transducteurs excite simultanément tous les modes préalablement identifiés comme sensibles aux propriétés matériaux et une dimension L la plus grande possible pour que le rendement² de ces transducteurs soit maximum. La dimension suivant y sera choisie la plus grande possible par rapport à ce qui est techniquement réalisable.

4.2.1 Métriques pour l'estimation des configurations (L, α) optimales pour la mesure des modes sensibles

a) Efficacité d'une configuration (L, α)

Pour quantifier le potentiel d'une configuration (L, α) à générer et mesurer les modes guidés sensibles aux propriétés recherchées, un indicateur d'efficacité est construit. Celui-ci permet de comparer une configuration émetteur/récepteur (L, α) à une configuration $(1 \text{ mm}, 0^\circ)$ qui est théoriquement idéale puisqu'elle met en jeu un couple source/récepteur couvrant la plus large gamme possible de nombres d'onde ($\approx 4\pi \text{ rad/mm}$), permettant de générer/détecter tous les modes dans la plage de fréquences 100-500 kHz. Cet indicateur est présenté par l'équation (4.19) :

$$E^{pj}(L, \alpha) = \frac{\sum_{m=0}^M |M_{L,\alpha}(k_m, f_m)| W_m^{pj}(f_m)}{\sum_{m=0}^M |M_{1,0}(k_m, f_m)| W_m^{pj}(f_m)} \quad (4.19)$$

avec $|M_{L,\alpha}(k_m, f_m)| = |M_{L,\alpha}(k, f) \delta(k - k_m, f - f_m)|$ le module de la pression calculée du mode m généré et détecté avec la configuration (L, α) et $W_m^{pj}(f_m)$ est une fonction poids

2. rendement d'un transducteur ultrasonore émetteur = niveau de pression générée pour une tension donnée (Pa/V); rendement d'un transducteur ultrasonore récepteur = tension délivrée pour un niveau de pression reçue (V/Pa). Pour un type de fabrication donné, le rendement de transducteurs ultrasonores est directement proportionnel à la surface de leur face active.

attribuée au mode m et est définie comme :

$$W_m^{p_j}(f_m) = F_m^{p_j} |\Re\{S_m^{p_j}(f_m)\}| \quad (4.20)$$

avec $F_m^{p_j}$ le facteur de participation du mode m à la sensibilité au paramètre p_j défini comme :

$$F_m^{p_j} = \frac{\overline{S_m^{p_j}}}{\sum_{m=0}^M \overline{S_m^{p_j}}} \quad (4.21)$$

avec $\overline{S_m^{p_j}}$ la sensibilité moyenne du mode m au paramètre p_j définie dans le chapitre 2. Le facteur de participation $F_m^{p_j}$ est compris entre 0 et 1 et représente la fraction de sensibilité moyenne du mode m au paramètre p_j , vis-à-vis de l'ensemble des modes. Ainsi, plus le facteur de participation d'un mode m est important, plus la sensibilité moyenne (à un paramètre donné) de ce mode par rapport aux autres est importante. Cette grandeur est introduite pour pondérer les modes entre eux et favoriser ceux qui sont en moyenne très sensibles au détriment des autres qui sont moins sensibles. L'équation (4.20) montre que seule la partie réelle de la sensibilité est considérée pour le calcul de l'efficacité d'une configuration. Ce choix est fait, car dans ce travail de thèse ce sont les parties réelles des modules d'élasticité qui sont évaluées à partir de la partie réelle du nombre d'onde des modes et le terme $\Re\{S_m^{p_j}(f_m)\}$ traduit la sensibilité de la partie réelle du nombre d'onde du mode m à une variation de paramètre p_j .

Plus l'efficacité $E^{p_j}(L, \alpha)$ est élevée, plus la configuration est efficace pour la mesure des modes sensibles à p_j . Cet estimateur propose de quantifier le compromis entre la sensibilité d'un mode et son niveau d'amplitude mesuré avec une configuration (L, α) et il est possible de classer l'efficacité en trois catégories :

- Les configurations très efficaces sont celles qui permettent de mesurer les modes très sensibles avec une forte amplitude.
- Les configurations efficaces sont celles permettant de mesurer des modes moins sensibles avec une forte amplitude et inversement, les modes très sensibles avec une amplitude plus faible.
- Les configurations inefficaces mesurent les modes peu sensibles avec de faibles amplitudes.

b) Domaine de recherche des configurations optimales

Comme expliqué précédemment, la paire de transducteurs ultrasonores idéale sera obtenue si un compromis est trouvé entre petite dimension L (ouverture angulaire/étalement dans le domaine des nombres d'onde suffisante pour générer-détecter simultanément tous les modes sensibles) et grande dimension L (rendement élevé de l'émetteur et du récepteur). C'est donc l'objectif des campagnes de simulations numériques à venir, en essayant de trouver une paire de transducteurs qui soient adaptée à la caractérisation de matériaux aussi différents que les trois choisis dans cette thèse (le Plexiglas, car c'est un cas d'école et les deux composites qui sont représentatifs des besoins industriels). Pour cela, l'efficacité, donnée par l'équation (4.19) va être calculée et tracée, pour les trois matériaux étudiés, en fonction de L et de α .

Les valeurs extrêmes de L sont choisies de la manière suivante : en deçà de 10 mm, la surface de transducteurs serait trop faible pour obtenir un rendement suffisant et au-delà de 50 mm, l'ouverture angulaire des transducteurs serait très faible (vérifié sur des transducteurs de cette dimension disponibles à l'*I2M*).

La gamme d'angles d'inclinaison est choisie en examinant les études de sensibilité réalisées sur les trois matériaux, dans le chapitre 2 et en introduisant la sensibilité moyenne du nombre d'onde d'un mode m à un ensemble de N_p paramètres dans \mathbf{p} :

$$\overline{S}_m(f_m) = \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} |\Re\{S_m^{p_j}(f_m)\}| \quad (4.22)$$

La sensibilité moyenne des modes de Lamb se propageant : dans la plaque isotrope en Plexiglas au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ est présentée sur la Figure 4.8(a), dans la plaque composite au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$ est présentée sur la Figure 4.8(b), dans l'assemblage collé au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}{}^{adh}, C'_{66}{}^{adh}, e^{adh}]$ est présentée sur la Figure 4.8(c). La sensibilité moyenne est calculée pour une variation de +5% de chaque paramètre dans \mathbf{p} . Cette grandeur est représentée par un niveau de gris et est superposée aux courbes de dispersion en angle de coïncidence $\theta_m(\mathbf{p}, f_m)$. La plage d'angles d'inclinaison sélectionnée est également représentée.

Comme le montre la Figure 4.8(a), ce sont les angles de coïncidence des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas qui possèdent la plus grande dynamique dans la gamme de fréquence 100-500 kHz. Il est visible que le mode A_0 est toujours le mode le moins sensible aux paramètres \mathbf{p} des trois matériaux étudiés. Du point de vue de la caractérisation, ce mode est donc peu porteur d'informations sur les paramètres

matériaux. L'étude de sensibilité aux modules élastiques de la plaque isotrope a montré que le mode S_0 est peu porteur d'informations sur le module C'_{11} mais est assez sensible aux variations de C'_{66} , notamment dans sa zone dispersive (autour de 250 kHz). Dans cette même zone, ce mode est très sensible aux variations de l'épaisseur, mais cette sensibilité décroît avec la fréquence pour $f > 300$ kHz. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de mesurer le mode S_0 jusqu'à 500 kHz. Le mode A_1 est en revanche très sensible au module d'élasticité C'_{66} et à l'épaisseur, même à 500 kHz. Les trois autres modes d'ordres supérieurs sont également très sensibles à l'épaisseur et à au moins un des deux modules d'élasticité sur toute la bande de fréquence où ces modes se propagent.

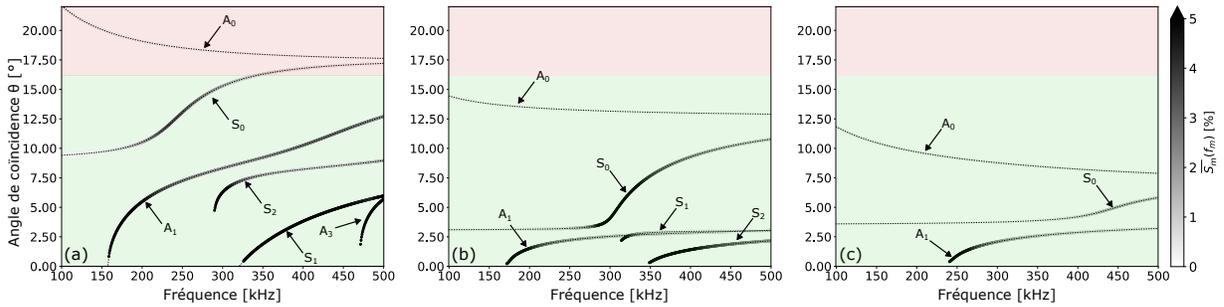


FIGURE 4.8 Sensibilité moyenne des modes de Lamb aux paramètres : $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ de la plaque isotrope en Plexiglas (a), $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$ de la plaque composite (b), $\mathbf{p} = [C'_{11}{}^{adh}, C'_{66}{}^{adh}, e^{adh}]$ de la couche adhésive de l'assemblage aluminium-colle-aluminium (c). Gamme d'angles d'inclinaison α sélectionnée (■) et non sélectionnée (■).

La gamme d'angles d'inclinaison α est alors définie telle que $0^\circ \leq \alpha \leq 16^\circ$, ce qui englobe les angles de coïncidence des quatre modes d'ordres supérieurs se propageant dans la plaque isotrope, dans la bande de fréquence 100-500 kHz ainsi que ceux du mode S_0 jusqu'à 325 kHz environ. La gamme d'angles $\alpha \in [0;16]^\circ$ englobe également les angles de coïncidence de tous les modes de Lamb sensibles aux modules élastiques et à l'épaisseur du matériau composite (*c.f.* 4.8(b)). Les modes de type SH ne sont pas représentés, mais leurs angles de coïncidence sont également compris dans cette plage angulaire (*c.f.* A.7). Enfin la plage d'angles d'inclinaison choisie couvre les angles de coïncidence des modes de Lamb sensibles aux modules d'élasticité et à l'épaisseur de la couche de colle de l'assemblage aluminium-colle-aluminium (*c.f.* 4.8(b)).

Ainsi, le domaine de recherche de la largeur L et de l'angle d'inclinaison α optimaux pour la génération/détection des modes sensibles aux propriétés de la plaque en Plexiglas, de la plaque en carbone-époxy et de la couche adhésive de l'assemblage aluminium-colle-aluminium est défini comme suit : $L \in [10;50]$ mm $\cup \alpha \in [0;16]^\circ$.

4.2.2 Configurations optimales pour la mesure des modes sensibles aux propriétés d'un matériau isotrope

Pour commencer, le cas du matériau isotrope est traité. L'efficacité $E^{p_j}(L, \alpha)$ est calculée pour le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ et est représentée sur la Figure 4.9(a-c) pour C'_{11} , C'_{66} et e , respectivement. Pour aider à l'interprétation des résultats, la sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb est superposée à leurs courbes de dispersion en angle de coïncidence sur la Figure A.6.

Deux informations supplémentaires sont ajoutées sur ces Figures, il s'agit de lignes de démarcation qui indiquent des limites en efficacité; les efficacités supérieures ou égales à -6 dB sont entourées d'une ligne blanche continue tandis que les efficacités supérieures ou égales à -10 dB sont entourées d'une ligne blanche discontinue. Enfin, les zones présentant des efficacités supérieures à -6 dB pour chaque paramètre sont superposées sur la Figure 4.9(d). La zone plus sombre est attribuée aux solutions communes d'efficacité supérieure à -6 dB pour les trois paramètres : les configurations optimales (L, α) permettant de mesurer les modes sensibles à l'ensemble des paramètres p_j dans \mathbf{p} .

La Figure 4.9(a) montre que pour mesurer les modes sensibles à C'_{11} , il est nécessaire de considérer de faibles angles d'inclinaison α . Ceci est cohérent avec l'allure de la sensibilité des modes guidés à ce paramètre (*c.f.* A.6(a)). En effet, dans la bande de fréquence 100-500 kHz, ce sont principalement les modes d'ordres supérieurs S_2 , S_1 et A_3 qui sont sensibles à ce paramètre et ont des angles de coïncidence inférieurs à 8° . Ces modes sont plus sensibles au voisinage de leur fréquence de coupure, lorsque l'angle de coïncidence tend vers 0° .

Pour la mesure des modes sensibles à C'_{66} , la Figure 4.9(b) montre que les solutions optimales, c'est-à-dire avec une efficacité supérieure à -6 dB, sont celles mettant en jeu des transducteurs de largeur L inférieure à 25 mm inclinés à des angles α compris entre 0° et 6° . Cette gamme d'angles couvre les angles de coïncidence du mode A_1 jusqu'à 220 kHz, du mode S_2 jusqu'à 320 kHz et toute la plage des angles de coïncidence des modes S_1 et A_3 et est donc optimale pour la mesure des modes de Lamb d'ordres supérieurs là où ils sont le plus sensible. Il existe également des zones de solutions pour des largeurs inférieures à 15 mm pour des angles d'inclinaison compris entre 9° et 14° environ. Cette zone favorise la mesure du mode S_0 dans sa région dispersive et du mode A_1 pour des fréquences supérieures à 300 kHz.

Enfin, les configurations (L, α) permettant de mesurer les modes sensibles à l'épaisseur sont comparables à celles trouvées pour la génération-détection des modes sensibles à C'_{11} .

De faibles angles d'inclinaison sont favorisés, car les modes les plus sensibles à l'épaisseur sont les modes d'ordres supérieurs au voisinage de leur fréquence de coupure.

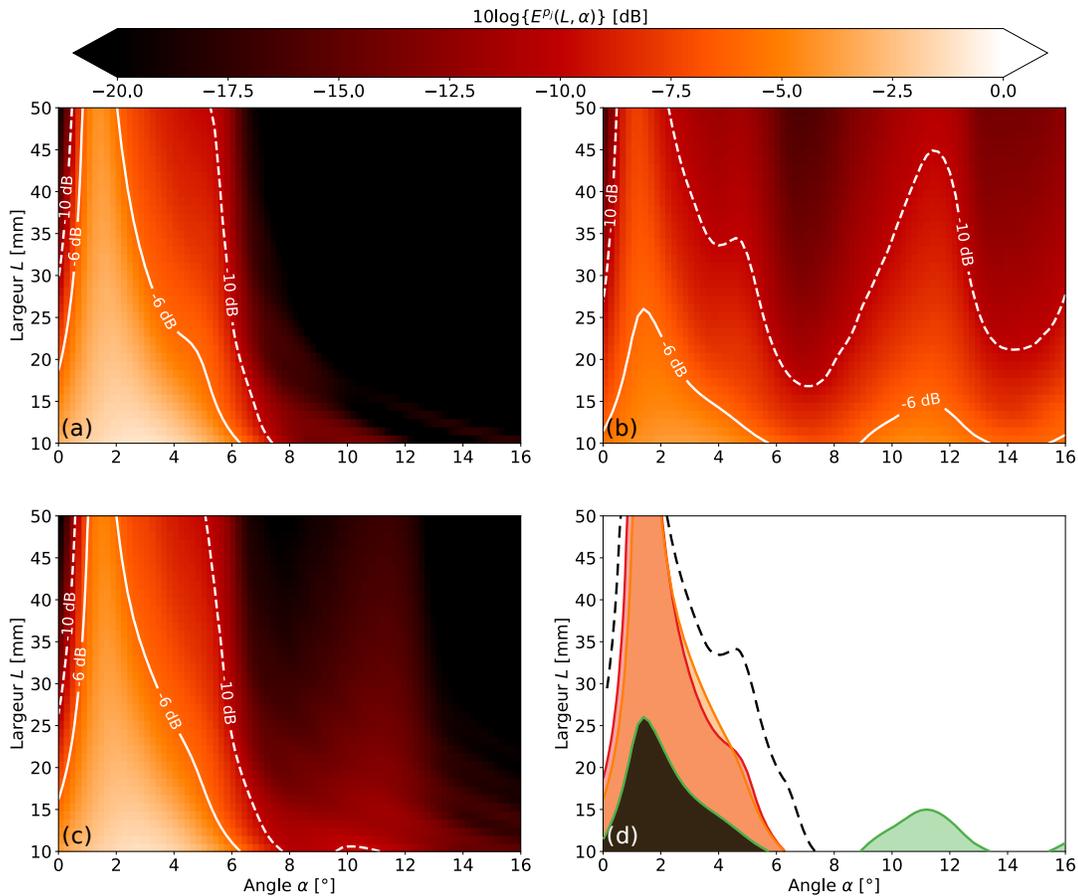


FIGURE 4.9 Efficacité $E^{p_j}(L, \alpha)$ pour la mesure des modes sensibles à $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ dans la plaque isotrope en Plexiglas. (a) : $p_j = C'_{11}$, (b) : $p_j = C'_{66}$, (c) : $p_j = e$, (d) : solutions optimales à -6 dB pour : C'_{11} (■), C'_{66} (■), e (■). Solutions communes à l'ensemble des paramètres à -6 dB (■) et à -10 dB (- -).

Finalement, les solutions représentées par la zone noire sur la Figure 4.9(d) montrent les configurations dont l'efficacité est supérieure à -6 dB pour les trois paramètres. Ce qui ressort de cette zone est que les petits angles d'inclinaison ($\alpha < 6^\circ$) sont préconisés pour la mesure des modes sensibles aux trois paramètres recherchés. Concernant la largeur optimale des transducteurs, le choix est restreint à des largeurs $L < 25$ mm. Néanmoins, il ressort de la Figure 4.9(d) que plus la largeur des transducteurs est proche de 10 mm, moins la contrainte sur la valeur de α est forte, ce qui peut apporter une certaine latitude de mise en œuvre expérimentale, qui sera particulièrement appréciée dans un environnement industriel.

4.2.3 Configurations optimales pour la mesure des modes sensibles aux propriétés d'un matériau anisotrope

L'étude de sensibilité a permis d'identifier les modes sensibles aux propriétés du matériau composite. Pour rappel, ce matériau ne comporte que six composantes indépendantes : $C_{11}, C_{55}, C_{13}, C_{33}, C_{23}, C_{44}$. Dans le plan de propagation $P_{1,0^\circ}$, les modes de Lamb ont été identifiés comme sensibles à $C_{11}, C_{55}, C_{13}, C_{33}$ et à l'épaisseur de la plaque alors que les modes de type SH sont sensibles à C_{44} . Ces modes sont sensibles à C_{23} dans le plan de propagation $P_{1,45^\circ}$.

L'efficacité des configurations pour la mesure des modes de Lamb sensibles au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$, dans le plan $P_{1,0^\circ}$, est étudiée. Les résultats sont présentés sur les Figures 4.10(a-e) pour chacun des paramètres p_j dans \mathbf{p} et la Figure 4.10(f) superpose les zones dont l'efficacité est supérieure à -6 dB et à -10 dB pour tous les paramètres. L'estimation de C_{23} et C_{44} reposant sur la mesure d'au moins un mode de type SH dans deux plans de propagation différents, il n'est pas nécessaire de réaliser une étude de l'efficacité des configurations pour mesurer ce mode. En effet, la plage d'angles de coïncidence des modes de type SH est comprise dans la plage des angles de coïncidence des modes de Lamb sensibles aux paramètres matériaux (*c.f.* Figure A.7) et, par conséquent, les valeurs optimales de L et α trouvées pour générer-détecter les modes de Lamb sensibles à $C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}$ et e conviendront pour générer-détecter les modes SH sensibles à C'_{23} et C'_{44} .

La Figure 4.10(a) présente l'efficacité à la mesure des modes sensibles à C'_{11} . Les zones avec une efficacité supérieure à -6 dB correspondent à des angles d'inclinaison autour de 4° , proche de l'angle de coïncidence du mode S_0 à 320 kHz (*c.f.* A.8(a)). Cette zone du mode S_0 est particulièrement sensible à C'_{11} . Lorsque la largeur diminue, la gamme d'angles d'inclinaison donnant une efficacité supérieure à -6 dB augmente. Pour des largeurs de 30 mm environ, les angles d'inclinaison entre 5° et 10° donnent une efficacité supérieure à -10 dB. Ces angles correspondent à l'angle de coïncidence du mode S_0 entre 310 kHz et 425 kHz environ. À ces fréquences, ce mode est toujours sensible à C'_{11} mais moins qu'à $f = 320$ kHz.

Il existe deux intervalles d'angles d'inclinaison donnant une efficacité supérieure à -6 dB pour la mesure des modes sensibles à C'_{55} comme le montre la Figure 4.10(b). Le premier s'étend de 0° à 4° environ pour des largeurs de 10 mm et correspond aux modes d'ordres supérieurs A_1 et S_2 , au voisinage de leur fréquence de coupure qui sont très sensibles à C'_{55} . Le second intervalle, entre 10° et 15° pour des largeurs de 10 mm, correspond aux

angles nécessaires pour la mesure du mode A_0 entre 100 kHz et 500 kHz et S_0 pour des fréquences supérieures à 400 kHz. Ces deux modes, bien que moins sensibles que les modes A_1 et S_2 portent également de l'information sur le module C'_{55} .

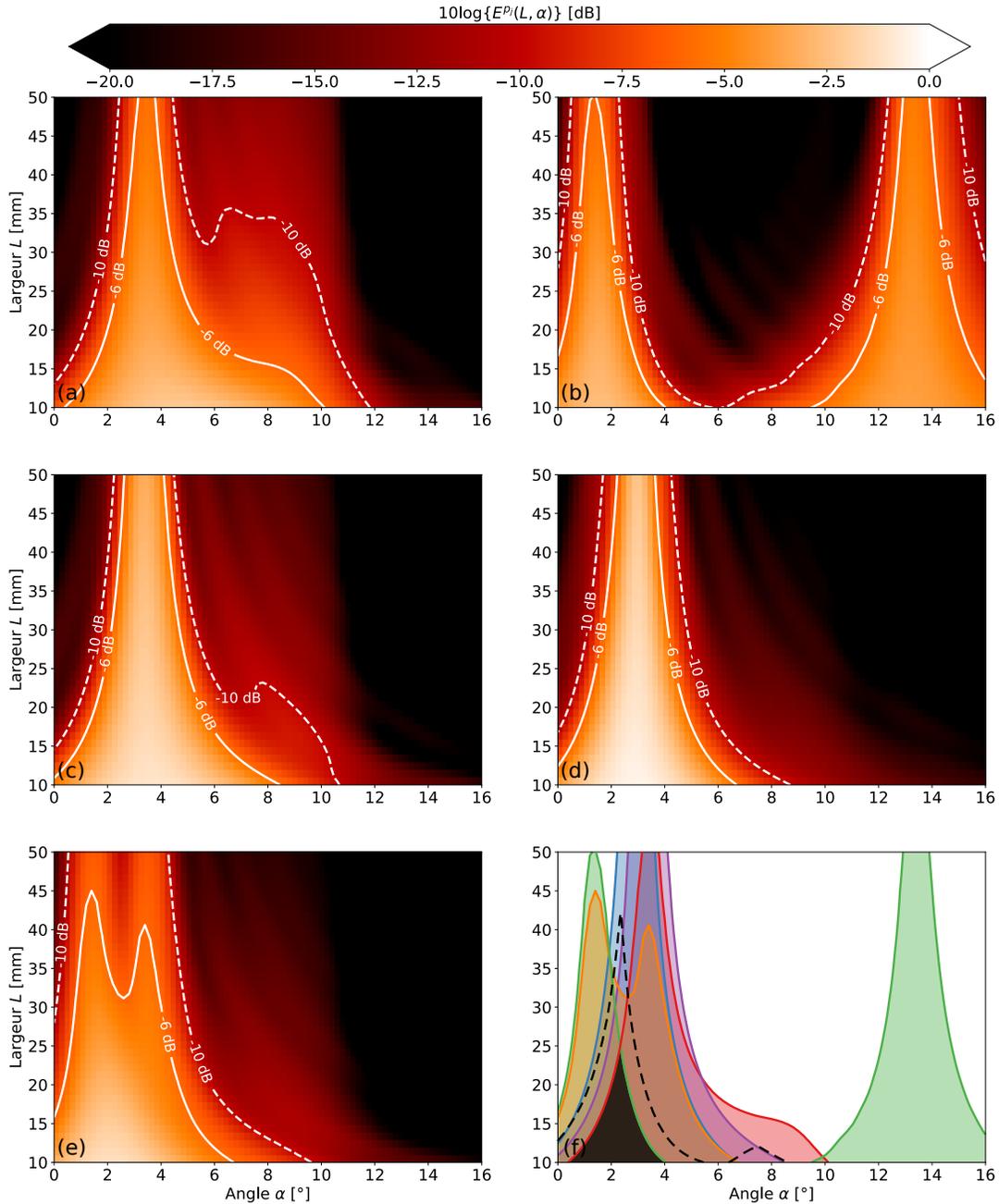


FIGURE 4.10 Efficacité $E^{pj}(L, \alpha)$ pour mesurer les modes sensibles à $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$ dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$. (a) : $p_j = C'_{11}$, (b) : $p_j = C'_{55}$, (c) : $p_j = C'_{13}$, (d) : $p_j = C'_{33}$, (e) : $p_j = e$, (f) : solutions optimales à -6 dB pour : C'_{11} (■), C'_{55} (■), C'_{13} (■), C'_{33} (■), e (■). Solutions communes à l'ensemble des paramètres à -6 dB (■) et à -10 dB (- -).

Les configurations adéquates pour la mesure des modes sensibles à C'_{13} montrent des similitudes avec les résultats obtenus pour C'_{11} . La Figure 4.10(c) montre qu'un angle d'inclinaison entre 1° et 4° est adéquat et que la largeur des transducteurs peut aller jusqu'à 50 mm pour obtenir une efficacité supérieure à -6 dB. Cette solution correspond à la génération-détection du mode S_0 à une fréquence de 300 kHz, qui est très sensible aux variations de C'_{13} (*c.f.* Figure A.8(c)).

La Figure 4.10(d) présente une solution marquée autour de $\alpha = 3^\circ$ et pas vraiment de restriction vis-à-vis de la largeur L des transducteurs. En fait, les modes sensibles à C'_{33} sont principalement les modes supérieurs A_1 , S_1 et S_2 ainsi que le mode S_0 pour des fréquences inférieures à 320 kHz qui ont pour point commun d'avoir des angles de coïncidence inférieurs à 6° (*c.f.* Figure A.8(d)). En particulier, l'angle d'inclinaison $\alpha = 3^\circ$ est idéal pour la génération du mode S_0 à $f \leq 300$ kHz et pour le mode S_2 à $f \geq 350$ kHz.

Tous les modes sont sensibles à l'épaisseur, mais plus particulièrement les modes d'ordres supérieurs proches de leur fréquence de coupure ainsi que le mode S_0 dans sa région dispersive. De ce fait, de faibles angles d'inclinaison ($\alpha < 6^\circ$) donnent des valeurs de l'efficacité supérieures à -6 dB pour une relativement vaste gamme de largeurs L des transducteurs.

Enfin, les cinq zones matérialisant les configurations fournissant une efficacité supérieure à -6 dB pour chacun des paramètres sont superposées sur la Figure 4.10(f). La zone commune avec une efficacité supérieure à -6 dB indique que la configuration optimale serait constituée de transducteurs de largeur inférieure à 25 mm inclinés à des angles compris entre 0.5° et 4° environ. Comme pour le Plexiglas, la plus faible largeur des transducteurs (10 mm) diminue la contrainte sur la valeur de l'angle d'inclinaison α , ce qui aura pour effet de faciliter la mise en œuvre expérimentale.

4.2.4 Configurations optimales pour la mesure des modes sensibles aux propriétés de la couche de colle d'un assemblage collé

Cette section concerne l'étude de l'efficacité à mesurer les modes sensibles aux propriétés $\mathbf{p} = [C'_{11}{}^{adh}, C'_{66}{}^{adh}, e^{adh}]$ de la couche de colle de l'assemblage collé. Les résultats sont présentés sur la Figure 4.11(a-c) pour chacun des paramètres dans \mathbf{p} et la Figure 4.11(d) superpose les zones dont l'efficacité est supérieure à -6 dB pour tous les paramètres.

La Figure 4.11(a) présente l'efficacité des configurations (L, α) pour la mesure des modes sensibles au module $C'_{11}{}^{adh}$. Les solutions supérieures à -6 dB en angle d'inclinaison sont

localisées autour de $\alpha = 5^\circ$ ce qui correspond à la zone de sensibilité maximale du mode S_0 au C'_{11} de la couche de colle (*c.f.* Figure A.13 (a)). Étant donné que seul le mode S_0 pour $f \geq 350$ kHz est sensible à ce module élastique, l'accord entre l'angle d'inclinaison des transducteurs et l'angle de coïncidence nécessaire pour générer le mode S_0 à l'endroit où il est le plus sensible est une configuration optimale.

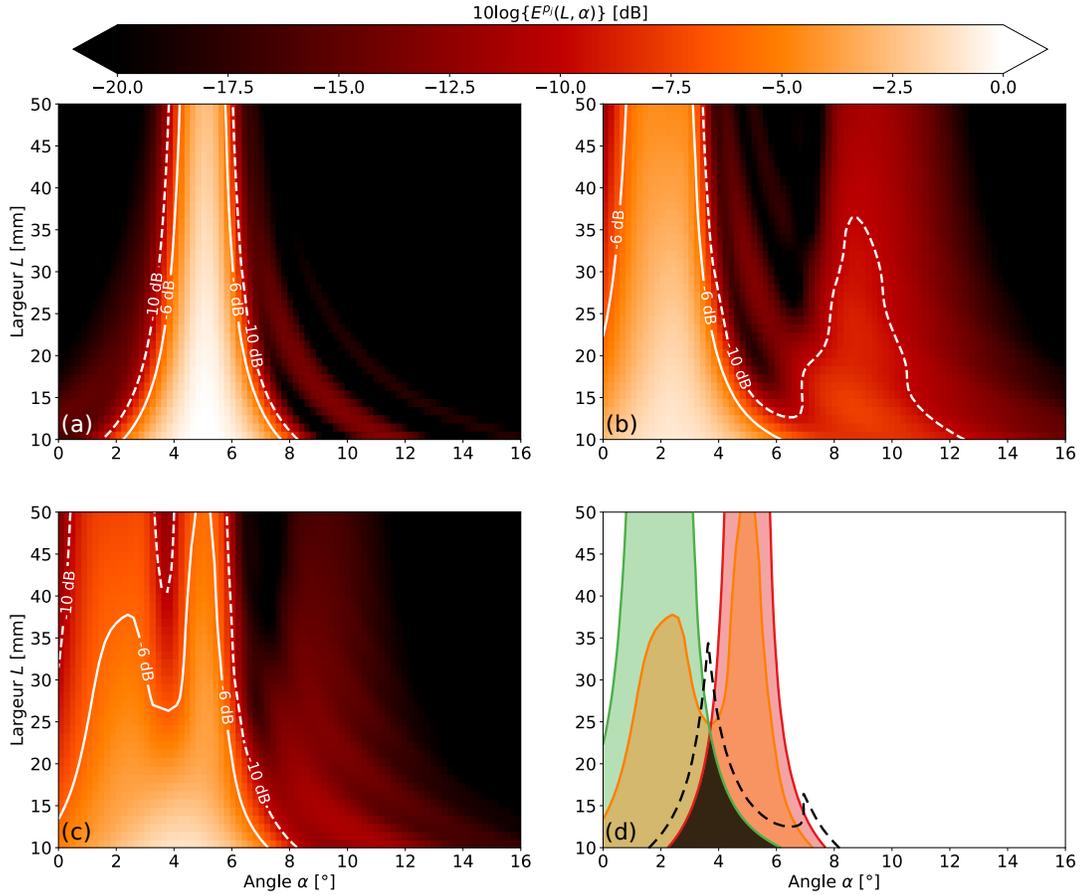


FIGURE 4.11 Efficacité $E^{p_j}(L, \alpha)$ pour mesurer les modes sensibles aux propriétés $\mathbf{p} = [C'_{11}{}^{adh}, C'_{66}{}^{adh}, e^{adh}]$ de la couche adhésive de l'assemblage aluminium-colle-aluminium. (a) : $p_j = C'_{11}{}^{adh}$, (b) : $p_j = C'_{66}{}^{adh}$, (c) : $p_j = e^{adh}$, (d) : solutions optimales à -6 dB pour : $C'_{11}{}^{adh}$ (■), $C'_{66}{}^{adh}$ (■), e^{adh} (■). Solutions communes à l'ensemble des paramètres à -6 dB (■) et à -10 dB (- -).

L'allure de l'efficacité optimale à -6 dB pour mesurer les modes sensibles à $C'_{66}{}^{adh}$ est bien différente, comme le montre la Figure 4.11(b). Étant donné que les modes A_0 et A_1 sont les seuls à être sensibles à ce module et ont des angles de coïncidence très différents, les solutions optimales en angle d'inclinaison sont éparées. Ainsi, les zones optimales autour de $\alpha \approx 2^\circ$ et $\alpha \approx 9^\circ$ sont des configurations optimales pour mesurer le mode A_1 à 300 kHz, proche de sa fréquence de coupure, et le mode A_0 à 250 kHz, respectivement. Le mode

A_1 étant plus sensible au C'_{66} de la couche de colle, les configurations à $\alpha \approx 2^\circ$ sont plus efficaces.

Enfin, l'efficacité à mesurer les modes sensibles à l'épaisseur de la couche adhésive montre un choix assez large d'angle d'inclinaison optimal (pour une largeur de source $L = 10$ mm). Ceci est justifié par le fait que les modes S_0 et A_1 possèdent une bonne sensibilité à l'épaisseur et que ces modes ont des angles de coïncidence différents. Le mode S_0 est sensible surtout pour des fréquences supérieures à 350 kHz ce qui correspond à des angles de coïncidence de 4° à 6° et le mode A_1 est sensible principalement au voisinage de sa fréquence de coupure, pour des angles proches de 0° .

La Figure 4.11(d) montre les configurations (L, α) présentant une efficacité supérieure -10 dB et à -6 dB pour les trois paramètres de la couche de colle. Les solutions optimales correspondent à des transducteurs de largeurs inférieures à 25 mm. Pour des largeurs de 10 mm, les angles α optimaux sont compris entre 2° et 6° environ. Comme pour les deux cas précédents, la Figure 4.11(d) montre qu'une largeur de 10 mm pour les transducteurs tend à étendre la plage des valeurs requises pour α , et donc à faciliter les réglages expérimentaux.

4.2.5 Configurations optimales communes aux trois matériaux

Les zones correspondant à de fortes sensibilités modales à l'ensemble des paramètres de chacun des trois matériaux considérés sont maintenant superposées dans un même graphe. Cela est possible, car elles ont toutes été calculées pour la même plage de valeurs L et α . Le résultat devrait permettre d'établir une solution optimale commune aux 3 matériaux, qui servira à fabriquer une unique paire de capteurs, pour mesurer les modes sensibles aux modules élastiques et à l'épaisseur de la plaque isotrope en Plexiglas, du composite carbone-époxy et de la couche adhésive de l'assemblage collé.

La Figure 4.12 présente les couples (L, α) optimaux ayant une efficacité supérieure à -6 dB et à -10 dB pour l'ensemble des paramètres recherchés de chacun des trois matériaux. Une zone optimale à -10 dB pour un matériau possède une couleur plus pâle que la zone à -6 dB pour ce même matériau ainsi qu'un contour discontinu. La couleur rouge est attribuée aux couples optimaux pour la génération/détection des modes sensibles à C'_{11} , C'_{66} et e de la plaque isotrope. La couleur bleue représente les couples optimaux pour la génération/détection des modes sensibles à C'_{11} , C'_{66} et e de la couche adhésive de l'assemblage collé. Enfin, la couleur verte représente les couples solutions communs pour la génération/détection des modes sensibles à C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} , e de la plaque composite,

dans le plan $P_{1,0^\circ}$. Le croisement de ces différentes zones est matérialisé par une zone blanche.

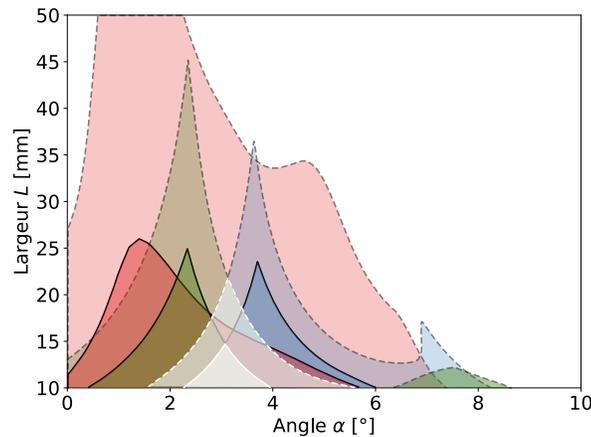


FIGURE 4.12 Configurations optimales à -6 dB et à -10 dB pour la mesure des modes guidés sensibles aux propriétés de : la plaque isotrope en Plexiglas (■), la plaque composite (■), la couche adhésive de l’assemblage aluminium-colle-aluminium (■). Configurations communes aux trois matériaux (□).

D’après la Figure 4.12, il existe une gamme assez réduite d’angles d’inclinaison α optimale pour les trois matériaux. Dans les faits, déterminer un angle d’inclinaison optimal commun aux trois matériaux n’a que peu d’importance puisque celui-ci peut être ajusté expérimentalement à l’aide d’un goniomètre. En revanche, déterminer une largeur de transducteurs optimale commune aux trois matériaux est important, car cela évite de devoir fabriquer une paire de capteurs par matériau à inspecter.

Les solutions communes à -6 dB montrent que ce sont principalement les transducteurs de petite taille qui sont favorisés, avec une largeur maximale de 15 mm environ. Les transducteurs de 10 mm offrent la plus large gamme d’angles d’inclinaison, entre 2° et 4° , permettant à l’expérimentateur plus de liberté dans l’ajustement de cet angle. À -10 dB cette gamme augmente encore et permet d’incliner les transducteurs d’un angle compris entre 1.7° et 6° environ. Les solutions communes à -10 dB montrent que l’emploi de transducteurs de 20 mm est une solution optimale, mais l’angle d’inclinaison optimal à cette largeur est plus restreint. Il est donc décidé de fabriquer une paire de transducteurs ultrasonores capacitifs de géométrie rectangulaire, ayant une largeur L de 10 mm. La longueur l devra être au moins 4 ou 5 fois plus grande que cette largeur ; cette dimension sera fonction de ce qui sera possible lors de la réalisation technique.

Afin de valider la largeur de 10 mm pour les transducteurs rectangulaires, le modèle numérique développé dans la section 4.1 est utilisé pour simuler une expérience de géné-

ration et de détection d'ondes guidées par des transducteurs de 10 mm, inclinés à 3° . Le module de la pression, dans le domaine nombre d'onde-fréquence $|M_{10,3}(k, f)|$ est calculé pour les trois matériaux sélectionnés, en utilisant l'équation (4.18), et les résultats sont présentés sur la Figure 4.13.

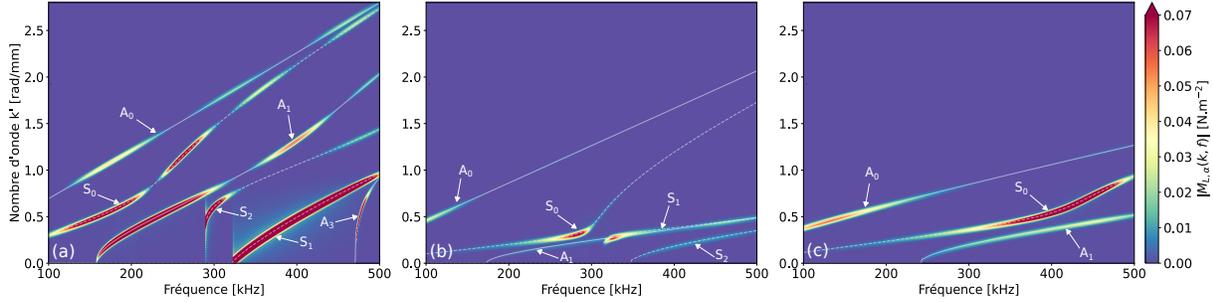


FIGURE 4.13 Module de la pression $|M_{10,3}(k, f)|$ calculée pour les trois matériaux sélectionnés. (a) : Plexiglas, (b) : matériau en carbone-époxy, (c) : assemblage aluminium-colle-aluminium.

L'échelle en amplitude et en nombre d'onde est identique pour les trois matériaux. Ceci permet de remarquer que pour des dynamiques en nombre d'onde très différentes, la configuration (10 mm, 3°) est efficace pour générer/détecter la plupart des modes, dans les trois matériaux. En particulier, les six premiers modes de Lamb sont bien produits dans le matériau isotrope. Les modes S_0 et A_1 jusqu'à 300 kHz, le mode S_2 autour de 300 kHz et le mode S_1 sur toute sa bande fréquentielle ont des amplitudes supérieures à 0.07 N.m^{-2} . Ces modes sont sensibles à C'_{11} , C'_{66} et e donc leur mesure expérimentale devrait permettre de déterminer ces trois paramètres.

Pour le matériau composite, c'est principalement le mode A_0 entre 100 kHz et 150 kHz, le mode S_0 entre 200 kHz et 300 kHz et le mode S_2 sur toute sa bande fréquentielle qui sont produits. La pression est également non nulle entre 350 kHz et 500 kHz autour des branches des courbes de dispersion des modes A_1 et S_1 . Tous ces modes sont porteurs d'informations sur les propriétés du jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$.

Les trois modes propagatifs dans l'assemblage collé sont générés et détectés. Pour rappel, ce sont principalement les modes S_0 et A_1 qui sont sensibles aux modules élastiques et à l'épaisseur de la couche de colle. La simulation montre que la configuration (10 mm, 3°) permet la mesure du mode S_0 avec une amplitude supérieure à 0.07 N.m^{-2} entre 375 kHz et 475 kHz et du mode A_1 avec une amplitude moyenne de 0.025 N.m^{-2} sur toute la bande fréquentielle où se propage ce mode. La configuration (10 mm, 3°) devrait donc aussi permettre d'estimer deux des trois paramètres recherchés de la couche de colle.

Ces simulations numériques de la configuration expérimentale envisagée confirment bien que l'emploi d'une paire de transducteurs de largeur $L = 10$ mm inclinés à un angle α proche de 3° semble optimale pour la génération et la détection des modes guidés sensibles aux paramètres des trois matériaux sélectionnés.

Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle mathématique a été développé dans le but de simuler numériquement une expérience de mesure d'ondes guidées sans contact, avec accès unilatéral, en utilisant des transducteurs de géométrie rectangulaire. Dans ce modèle, les transducteurs rectangulaires sont infiniment longs (modèle à 2 dimensions donc les ondes guidées se propageant dans une seule direction) et de faible largeur, ce qui leur confère une ouverture angulaire non négligeable qui a dû être optimisée pour générer et détecter les modes sensibles ciblés. Le modèle numérique permet de calculer la réponse de la plaque à une excitation en surface provenant d'un transducteur émetteur de largeur L et incliné d'un angle α , placé dans l'air. Connaissant la réponse de la plaque, le modèle est enrichi pour calculer la pression rayonnée par la plaque afin de prédire, dans le domaine nombre d'onde-fréquence, la pression « mesurée » par un transducteur récepteur de largeur L et incliné d'un angle α , placé dans l'air.

Le modèle a ensuite été utilisé afin de déterminer le couple optimal largeur/angle d'inclinaison que doivent vérifier les transducteurs émetteur et récepteur afin de générer et détecter les modes les plus sensibles dans une structure donnée avec l'amplitude la plus élevée. Pour cela, un indicateur d'efficacité, qui revient à pondérer la pression mesurée par la sensibilité des modes à un paramètre matériau donné, a été défini. Cet estimateur a ensuite été calculé pour les modules élastiques et l'épaisseur de la plaque isotrope en Plexiglas, de la plaque composite en carbone-epoxy et de la couche adhésive de l'assemblage collé.

Les résultats des différentes campagnes numériques montrent que l'emploi de transducteurs d'une largeur de 10 mm est optimal pour la mesure des modes guidés sensibles aux différents paramètres des trois structures étudiées. L'angle d'inclinaison optimal pour les trois matériaux est situé entre 2° et 4° . Ce faible angle d'inclinaison permettra notamment de générer et détecter les modes d'ordres supérieurs qui sont très sensibles aux différents paramètres, en particulier au voisinage de leur fréquence de coupure. Le prochain chapitre s'attachera à la fabrication de ces capteurs, à leur caractérisation et à leur utilisation dans un contexte expérimental d'évaluation non destructive de matériaux, en tentant de satis-

faire les quatre demandes industrielles : absence de contact, accès unilatéral, signaux peu bruités et reproductibles, caractérisation en « aveugle ».

CHAPITRE 5

Mise en œuvre expérimentale du couple de capteurs optimisés : application à la caractérisation sans contact

Introduction

Dans ce chapitre, les transducteurs capacitifs rectangulaires de largeur optimale $L = 10$ mm sont fabriqués puis caractérisés afin de connaître leur réponse en fréquence ainsi que la distribution spatiale de leur champ de pression. En se basant sur les résultats obtenus dans le chapitre 4, les transducteurs sont employés pour la caractérisation des modules élastiques et de l'épaisseur (lorsque suffisamment d'information sensible sera mesurée) de la plaque isotrope, de la plaque composite et de la couche de colle de l'assemblage collé.

5.1 Réalisation du couple émetteur/récepteur optimal

5.1.1 Fabrication

Deux transducteurs capacitifs, nommés R_1 et R_2 , d'une largeur de 10 mm et d'une longueur de 60 mm sont fabriqués. Les photographies des deux transducteurs sont présentées sur la Figure 5.1. Une plaque en aluminium constitue la première électrode d'un condensateur. L'autre électrode est une fine membrane de polyéthylène terephthalate (*PET*, aussi connu sous le nom de « Mylar » dans la littérature [203]) recouvrant la plaque d'aluminium et est métallisée uniquement du côté extérieur à la plaque. La plaque en aluminium est sablée en surface pour créer des aspérités qui constituent des microrésonateurs acoustiques. La taille des grains gouverne la taille des cavités qui détermine la bande passante en fréquence du transducteur [172]. La fréquence centrale des capteurs augmente avec la diminution de la taille de grain jusqu'à un certain point où il est difficile de définir une fréquence centrale, car la réponse est plate sur une large gamme de fréquences.

La fine membrane est « plaquée » à la plaque rugueuse en appliquant une tension continue de l'ordre de 100 V aux bornes du condensateur. En mode émission, une tension alternative qui représente le signal utile est ajoutée à la tension continue pour faire vibrer la membrane. La tension totale appliquée au condensateur doit être inférieure à la tension

de « claquage » du matériau diélectrique (isolant entre les deux armatures, ici la couche d'air et la partie non métallisée du *PET*). La tension de claquage est fonction de la rigidité diélectrique de ces deux constituants ($\approx 60 \text{ V}/\mu\text{m}$ pour le *PET* [204] et $\approx 3 \text{ V}/\mu\text{m}$ pour l'air [205]). En mode réception, la variation de pression appliquée sur la membrane fait varier la distance entre celle-ci et la plaque en aluminium, ce qui crée une différence de charge, représentative du signal utile mesuré.

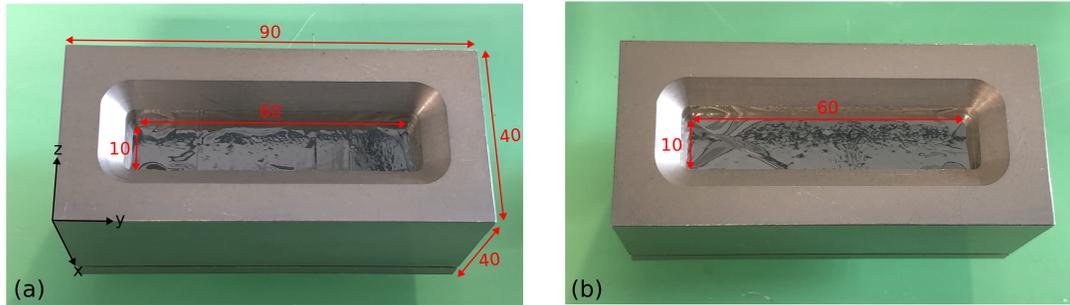


FIGURE 5.1 Photographies des transducteurs fabriqués. (a) : transducteur R_1 , (b) : transducteur R_2 . Les cotes sont données en mm.

Les dimensions des deux transducteurs sont identiques et valent $40 \times 40 \times 90 \text{ mm}$ avec une surface active de 600 mm^2 . Les photographies montrent que par endroit la membrane est toujours plaquée à la plaque arrière (c'est notamment le cas pour R_2) alors que le transducteur n'est plus branché et ne reçoit donc plus la tension continue nécessaire à la polarisation de la membrane. Cela indique que le condensateur n'est pas entièrement déchargé et que la force d'interaction entre les armatures (plaque arrière en aluminium et partie métallisée de la membrane) n'est pas nulle.

5.1.2 Caractérisation des transducteurs

Les transducteurs fabriqués sont caractérisés pour déterminer leur réponse en fréquence ainsi que la distribution spatiale de leurs champs de pression. Pour cela, deux expérimentations distinctes sont mises en œuvre et sont présentées dans les sous-sections 5.1.2.a) et 5.1.2.b).

a) Réponse en fréquence des transducteurs

La réponse en fréquence des capteurs est mesurée à l'aide du dispositif expérimental schématisé sur la Figure 5.2. Un signal à support temporel court ($< 3 \mu\text{s}$) est envoyé au transducteur à caractériser à l'aide du pulser *Sofranel 5058PR*. L'onde acoustique émise par le transducteur se propage dans l'air, sur une distance d avant de se réfléchir sur une

plaque de verre qui renvoie la quasi-totalité de l'énergie acoustique (rapport ≈ 30000 entre l'impédance acoustique du verre et celle de l'air [206]) et de parcourir la même distance dans l'autre sens. Le signal reçu passe par la partie réception du pulser *Sofranel*, est amplifié avec un gain de 40 dB et est envoyé à l'oscilloscope *Waverunner LT224*. Le signal est moyenné 50 fois puis est enregistré par l'ordinateur de contrôle.

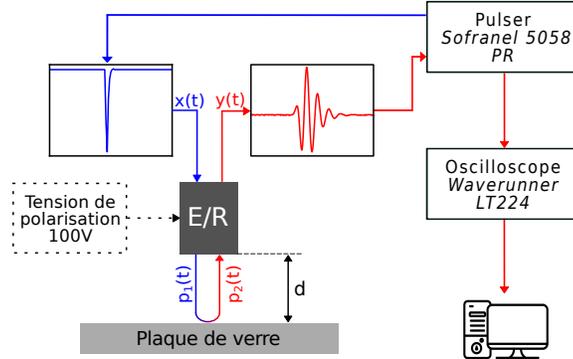


FIGURE 5.2 Dispositif expérimental pour la mesure de la réponse en fréquence des transducteurs rectangulaires. Chemin de l'émission (—) et de la réception (—).

Pour déterminer la réponse en fréquence des transducteurs, on considère ceux-ci comme des systèmes linéaires invariants dans le temps. Soit $x(t)$ le signal électrique appliqué au transducteur, $p_1(t)$ l'onde ultrasonore émise par le transducteur, $p_2(t)$ l'onde ultrasonore réfléchiée par la plaque de verre et $y(t)$ le signal électrique délivré par le transducteur. Les différents signaux ont pour expression :

$$p_1(t) = h_{tt}(t) * x(t) \quad p_2(t) = R p_1(t) \quad y(t) = h_{tr}(t) * p_2(t)$$

avec $h_{tt}(t)$, $h_{tr}(t)$ les réponses impulsionnelles en mode transmission et en mode réception du transducteur et R est le coefficient de réflexion de la plaque de verre (étant donné le rapport d'impédance entre l'air et la plaque, on suppose que ce coefficient vaut 1). Dans le développement, on considère que la propagation dans l'air n'altère pas l'onde acoustique mesurée par le transducteur, donc la contribution du milieu de propagation n'est pas prise en compte. Gehrke et al. [207] indiquent que la réponse impulsionnelle $h_t(t)$ du transducteur est définie par le produit de convolution entre les réponses impulsionnelles en mode transmission et en mode réception : $h_t(t) = h_{tr}(t) * h_{tt}(t)$. Ces équations permettent de donner la relation existant entre le signal d'excitation $x(t)$, le signal mesuré $y(t)$ et la

réponse impulsionnelle $h_t(t)$ du transducteur :

$$y(t) = h_{tr}(t) * (h_{tt}(t) * x(t)) = (h_{tr}(t) * h_{tt}(t)) * x(t) = h_t(t) * x(t) \quad (5.1)$$

Le passage dans le domaine fréquentiel de la précédente équation permet de déterminer le spectre de la réponse impulsionnelle $\widehat{H}_t(f)$ du transducteur :

$$\widehat{y}(f) = \widehat{H}_t(f) \widehat{x}(f) \implies \widehat{H}_t(f) = \frac{\widehat{y}(f)}{\widehat{x}(f)} \quad (5.2)$$

Le court support temporel du signal d'excitation le rend très large bande, ce qui permet de faire l'approximation que le module du spectre du signal $x(t)$ est unitaire pour toutes les fréquences. Ainsi, la réponse impulsionnelle du transducteur correspond au signal temporel mesuré $y(t)$ et sa réponse en fréquence correspond au module du spectre de sa réponse impulsionnelle. Le signal temporel mesuré par les transducteurs R_1 et R_2 ainsi que leurs bandes passantes en fréquence sont présentées sur la Figure 5.3.

Le niveau d'amplitude mesurée est comparable pour les deux transducteurs et provient du fait qu'ils ont une surface active identique, de 600 mm². Les signaux temporels moyennés 50 fois affichent un rapport signal à bruit d'environ +21 dB pour les deux transducteurs. Une contre-mesure montre que les signaux temporels non moyennés ont un rapport signal à bruit de +10 dB environ. Il y a une forte ressemblance dans la forme des signaux temporels, ce qui est corroboré par le contenu fréquentiel de leur spectre qui est quasiment identique, comme le montre la Figure 5.3(b).

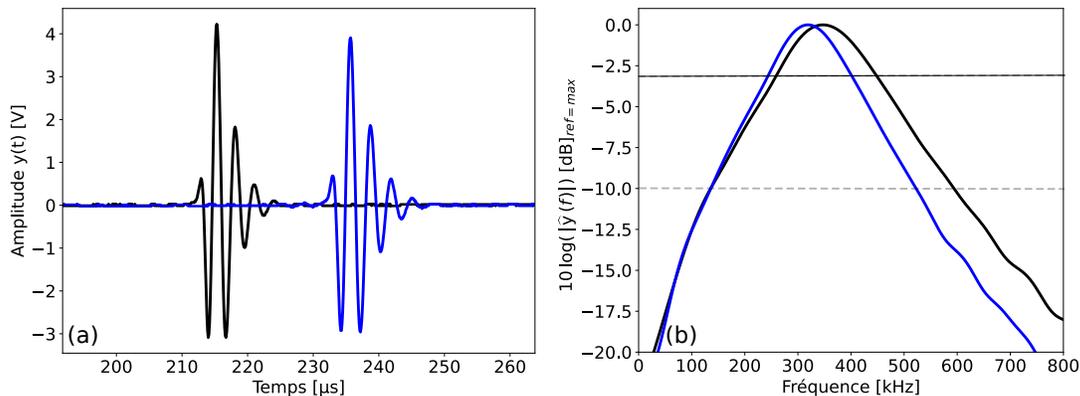


FIGURE 5.3 (a) : réponse impulsionnelle des transducteurs, (b) : bande passante en fréquence des transducteurs. Transducteur R_1 (—) et transducteur R_2 (—).

Comme attendu, les deux capteurs capacitifs possèdent une bande passante large. Les bandes passantes à -3 dB et -10 dB qui correspondent à une perte d'amplitude d'un facteur

2 et 10 par rapport à l'amplitude à la fréquence centrale f_0 sont reportées dans le Tableau 5.1. L'emploi de la terminologie « fréquence centrale » désigne la fréquence à laquelle la réponse est maximale et n'est en aucun cas associée à un phénomène de résonance. Le capteur R_1 est celui qui possède la bande passante la plus large avec environ 470 kHz à -10 dB alors que le capteur R_2 possède une bande passante d'environ 400 kHz à -10 dB. La fréquence centrale de ce transducteur est également la plus élevée avec 350 kHz contre 320 kHz pour R_2 .

b) Mesure de la distribution spatiale du champ de pression des transducteurs

La seconde mesure consiste à déterminer la répartition du champ de pression des transducteurs tel que décrit dans [172]. Pour cela, le transducteur est fixé sur une table de translation 3D, dans l'axe d'une fine membrane faite de *PET*. Une sonde optique *Polytec OFV-353* est placée de l'autre côté de cette membrane (du côté métallisée) et permet de mesurer la vitesse de vibration de celle-ci avec une sensibilité de 25 nm/ μ s pour des fréquences allant jusqu'à 1.5 MHz. Le signal envoyé au transducteur est un chirp ayant une bande passante comprise entre 100 kHz et 650 kHz à -10 dB. Le signal d'excitation est amplifié grâce au bloc d'amplification du *Wavemaker* et le signal mesuré par la sonde optique est filtré passe-bande entre 30 kHz et 1 MHz¹ par le bloc filtrage du *Sofranel 5058PR*. Les signaux acquis sont moyennés 30 fois avant d'être enregistrés. Le détail du montage mis en place est présenté sur la Figure 5.4.

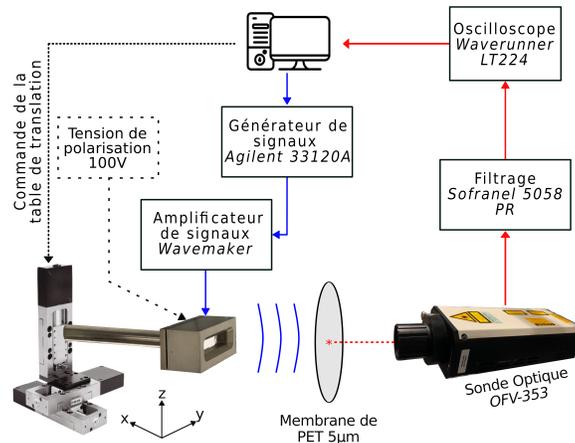


FIGURE 5.4 Dispositif expérimental pour la mesure de la distribution spatiale du champ de pression des transducteurs rectangulaires. Chemin de l'émission (—) et de la réception (—).

1. Les fréquences du filtre sont celles qui s'adaptent le mieux à la bande-passante du signal d'excitation et sont choisies parmi celles proposées par l'appareil *Sofranel 5058PR*.

La vitesse normale de la membrane est mesurée pour plusieurs positions x et z et est extraite à la fréquence $f = 350$ kHz après une transformée de Fourier des signaux mesurés. La Figure 5.5 présente les résultats obtenus pour les transducteurs R_1 et R_2 . En extrayant la vitesse normale dans l'axe du transducteur, en $z = 0$ à différentes positions x , la distance de champ proche x_L est obtenue. Cette grandeur ne représente pas un réel intérêt pour les travaux réalisés dans cette thèse, mais l'obtention de celle-ci est tout de même détaillée en Annexes A.7.1.

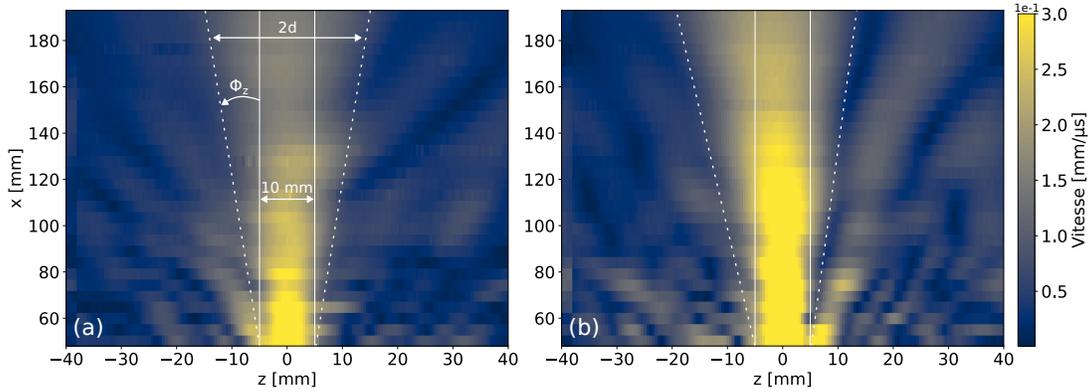


FIGURE 5.5 Vitesse de vibration de la membrane mesurée pour différentes positions x et z à $f = 350$ kHz. (a) : transducteur R_1 , (b) : transducteur R_2 .

Des droites verticales espacées de 10 mm indiquent la largeur physique des transducteurs ultrasonores. L'énergie est principalement située dans le lobe principal, dans l'axe du transducteur, mais des lobes secondaires moins énergétiques sont visibles autour de ce lobe principal et sont une conséquence de la taille finie des transducteurs ultrasonores. La largeur du lobe principal est notée $2d$ et devient de plus en plus large à mesure que la distance x au transducteur augmente ce qui traduit la divergence du champ ultrasonore dans la direction z . La divergence du champ ultrasonore se fait avec un angle ϕ_z par rapport à la droite verticale en $z = \pm 5$ mm, qui représente l'ouverture angulaire du capteur dans la direction z . Ces capteurs possèdent également une ouverture angulaire ϕ_y , selon y , qui n'est pas quantifiée puisque seul l'angle ϕ_z est d'intérêt dans cette thèse, car il correspond à l'ouverture angulaire que l'on cherche à optimiser pour générer et détecter plusieurs modes guidés simultanément. Une légère asymétrie est visible sur la Figure 5.5(b) pour le transducteur R_2 ce qui peut provenir d'un mauvais alignement de l'axe de translation du transducteur avec l'axe x . Néanmoins, cela n'empêche pas d'estimer l'ouverture angulaire des deux capteurs qui s'exprime, à une fréquence [208, p.79] :

$$\phi_z = \arctan \frac{d}{r} \quad (5.3)$$

avec d la demie largeur du faisceau ultrasonore à mi-hauteur (à -3 dB) mesurée à une distance r du transducteur. L'ouverture angulaire des capteurs R_1 et R_2 est quantifiée à l'aide de l'équation (5.3) à partir de la mesure de la distribution spatiale du champ ultrasonore à la dernière position spatiale, en $r = 193$ mm (il est plus aisé de définir la largeur du faisceau ultrasonore à cette distance, car le champ ultrasonore selon z est moins chahuté), pour des fréquences comprises entre 100 kHz et 600 kHz.

Les ouvertures angulaires mesurées sont comparées à l'ouverture angulaire théorique d'un transducteur rectangulaire de largeur L qui s'exprime $\phi_z(f) = \arcsin 0.6 \lambda/L$ [208, p.79]. Les résultats sont présentés sur la Figure 5.6.

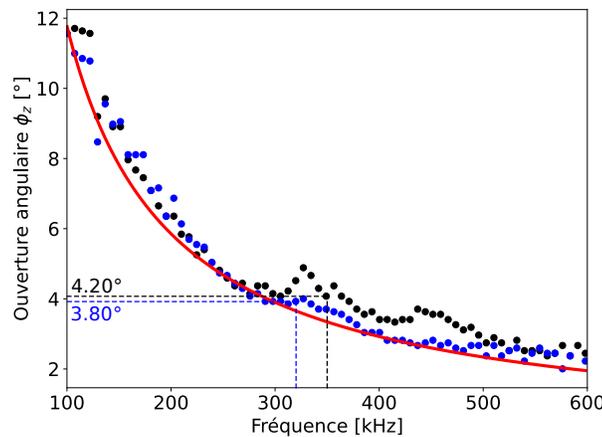


FIGURE 5.6 Ouverture angulaire des transducteurs R_1 (●) et R_2 (●) en fonction de la fréquence. Ouverture angulaire des transducteurs R_1 (---) et R_2 (---) à leur fréquence centrale. Ouverture angulaire « théorique » d'un transducteur rectangulaire de largeur $L = 10$ mm (—).

L'ouverture angulaire décroît avec la fréquence comme le prédit la formule théorique et va de 12° à 100 kHz jusqu'à 2° à 600 kHz. Il y a cependant des différences assez importantes entre les ouvertures angulaires mesurées et l'ouverture angulaire théorique, notamment pour le transducteur R_1 où un écart d'au moins 10% est observé dans la plage de fréquences 300-500 kHz ; ce chiffre monte jusqu'à 40% à 460 kHz. L'ouverture angulaire ϕ_z relevée à la fréquence centrale de chacun des transducteurs est reportée dans le Tableau 5.1.

Le Tableau 5.1 présente une synthèse des différentes caractéristiques quantifiées des transducteurs capacitifs rectangulaires R_1 et R_2 . Les deux transducteurs fabriqués ont des caractéristiques tout à fait semblables, ce qui montre la reproductibilité de la méthode de fabrication des transducteurs capacitifs à couplage air.

Transducteur	R_1	R_2
Surface active [mm ²]	600	600
Rapport signal à bruit (RSB) [dB]	21	21
Bande passante à -3 dB (à -10 dB) [kHz]	261-446 (136-600)	245-400 (136-523)
Fréquence centrale f_0 [kHz]	350	320
Distance de champ proche x_L [mm]	148	138
Ouverture angulaire ϕ_z à f_0 [°]	4.20	3.80

TABLEAU 5.1 Caractéristiques des transducteurs rectangulaires R_1 et R_2 .

5.2 Dispositif expérimental pour la mesure d'ondes guidées sans contact et avec accès unilatéral

La paire de transducteurs fabriqués est maintenant mise en œuvre pour la génération et la détection simultanée des modes guidés sensibles aux propriétés des trois plaques étudiées. Le dispositif expérimental prend place de manière unilatérale et sans contact avec le matériau à tester ; il est présenté sur la Figure 5.7.

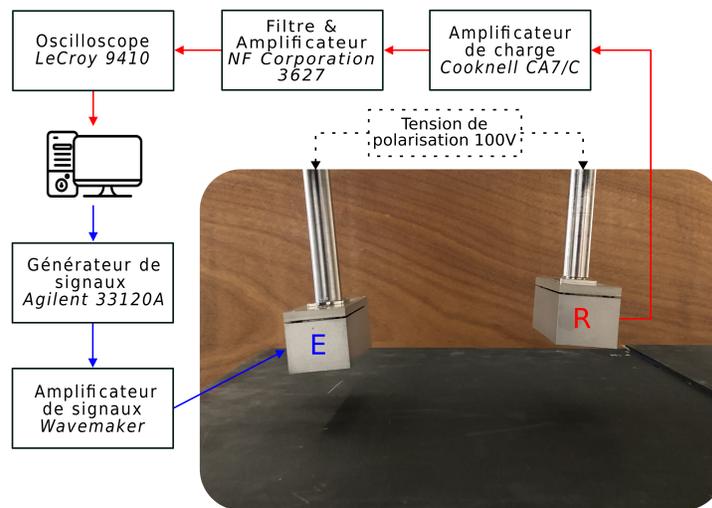


FIGURE 5.7 Dispositif expérimental utilisé pour la mesure d'ondes guidées sans contact et avec accès unilatéral. Chemin de l'émission (—) et de la réception (—).

Un chirp dont les caractéristiques en fréquence sont ajustées sur la bande passante à -10 dB du capteur R_1 ($f_0 = 100$ kHz, $f_1 = 650$ kHz, $T = 100$ μ s) est simulé numériquement puis reproduit analogiquement par un générateur *Agilent 33120A*, avant d'être

amplifié par un amplificateur *Wavemaker* puis transmis au transducteur rectangulaire R_1 . Le transducteur R_2 est fixé à une table de translation, ce qui permet la mesure de signaux temporels d'ondes guidées en diverses positions le long du chemin de propagation de ces ondes. Les signaux reçus sont amplifiés par l'amplificateur de charge *Cooknell CA7/C* et sont filtrés passe-bande, entre 90 kHz et 700 kHz, afin d'englober la bande passante des deux transducteurs, par le filtre *NF Corporation 3627* avant d'être moyennés puis stockés sur l'ordinateur de contrôle. L'angle d'inclinaison α des deux transducteurs est contrôlé à l'aide de goniomètres *Newport*. Enfin, une mousse épaisse est placée entre les transducteurs émetteur et récepteur pour éviter la transmission directe dans l'air, qui a pour effet de saturer le récepteur et parfois de masquer les signaux correspondant aux ondes guidées par la plaque.

Pour chaque plaque considérée, les angles d'inclinaison des capteurs sont ajustés en accord avec les études réalisées dans le chapitre 4. En pratique, les angles α déterminés comme optimaux peuvent différer légèrement (1° ou 2°) et un ajustement manuel, préalable à la mesure, est effectué dans le but de mesurer le plus de modes possible. Les signaux temporels sont acquis selon le protocole décrit dans la section 3.2 tous les 1 mm sur une distance qui varie selon la plaque considérée.

L'extraction des nombres d'onde des modes se fait à l'aide de la méthode *Matrix Pencil (MP)* telle que décrite dans la section 3.2.0.c) avec le critère s_d sur les valeurs singulières (ce qui signifie qu'à chaque fréquence f , toutes les valeurs singulières supérieures ou égales $s_d \times 100\%$ de la valeur singulière maximale sont conservées). La valeur de s_d peut varier d'un jeu de données expérimentales à un autre, mais est toujours ajustée pour extraire le maximum de couples (k, f) , pour bénéficier du jeu de données le plus riche possible. La résolution du problème inverse qui consiste à déterminer, à partir des modes mesurés, le jeu de paramètres \mathbf{p} , se fait en utilisant l'algorithme de Gauss-Newton. Pour le matériau isotrope, la matrice Jacobienne est calculée analytiquement tandis qu'elle est approximée par un schéma aux différences finies à l'ordre 2 pour la plaque composite et pour l'assemblage collé. Le critère de convergence de l'algorithme est fixé à la valeur $\Delta \mathbf{p}/\mathbf{p} \leq 0.05\%$ ($\Delta \mathbf{p}/\mathbf{p}$ représente la variation relative de paramètres optimisés \mathbf{p} entre deux itérations successives de l'algorithme). Enfin, les incertitudes sur les modules élastiques et épaisseurs optimisées des plaques isotrope et anisotrope sont quantifiées en considérant un écart de parallélisme $\beta = \pm 0.2^\circ$ tel que décrit dans la section 3.3.3. Pour déterminer les incertitudes sur les propriétés optimisées de la couche de colle par ondes guidées, les incertitudes sur les propriétés des substrats, obtenues par mesures en immersion, seront prises en compte.

5.3 Caractérisation du matériau isotrope

La configuration optimale (L, α) pour la mesure des modes sensibles est d'abord employée pour la caractérisation du jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ du matériau isotrope en Plexiglas. Les transducteurs émetteur et récepteur sont inclinés à $\alpha = 6^\circ$. Les signaux temporels moyennés 250 fois et enregistrés sur 195 mm, tous les 1 mm, sont présentés sur la Figure 5.8(a) et les nombres d'onde des modes extraits avec la méthode *MP* de ces signaux sont présentés sur la Figure 5.8(b).

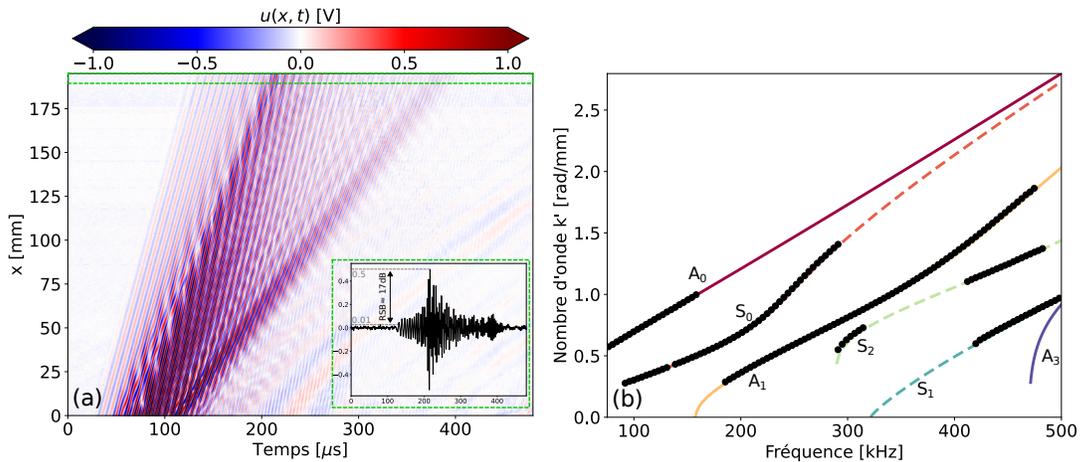


FIGURE 5.8 Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas. (a) : *B-scan* $u(x,t)$, (b) : courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -). Points extraits par *MP* (●).

Les mesures réalisées avec les transducteurs rectangulaires montrent un rapport signal à bruit d'environ +17 dB à la dernière position spatiale d'acquisition ce qui, en échelle linéaire, correspond à un rapport d'amplitude de 50 environ. Cette valeur de rapport signal à bruit est tout à fait comparable à celle obtenue à l'aide du dispositif hybride utilisé dans le chapitre 3, qui montrait un rapport signal à bruit de +15 dB, mais pour seulement 50 moyennes des signaux temporels. Cela démontre néanmoins la capacité des capteurs fabriqués à fournir des signaux de qualité.

Le *B-scan* mesuré montre que le contenu des signaux expérimentaux est multimodal avec des modes ayant des vitesses de propagation différentes. La méthode *MP* est appliquée aux signaux mesurés avec un critère $s_d = 0.15$. Les caractéristiques des capteurs permettent de couvrir une large plage de fréquences ainsi qu'une plage angulaire importante allant de $[\alpha + 11^\circ; \alpha - 11^\circ]$ à 100 kHz et allant de $[\alpha + 3^\circ; \alpha - 3^\circ]$ à 500 kHz. Les points autour de 75 kHz du mode A_0 correspondent à un angle de coïncidence de 22° environ ce qui fait qu'à ces fréquences ce mode ne devrait pas être mesuré. L'ouverture angulaire des capteurs

est donnée par rapport à la largeur de faisceau ultrasonore à -3 dB ce qui correspond à une zone où le transducteur est le plus efficace. Cependant, il est possible de calculer l'ouverture angulaire qui correspond à une chute d'amplitude de 20 dB par rapport à l'amplitude transmise dans l'axe. Cela donne une ouverture angulaire plus importante qui permet d'exciter le mode A_0 autour de 100 kHz, qui, en plus de cela, est très excitable à un déplacement normal en surface à ces fréquences. Seul le mode A_3 n'est pas mesuré, ce qui peut être imputé à la faible excitabilité de ce mode à un déplacement normal en surface dans la bande passante de l'excitation. Néanmoins, tous les modes mesurés sont sensibles à au moins un paramètre dans le jeu $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$.

Les nombres d'onde mesurés sont utilisés comme données d'entrée du problème inverse visant à optimiser le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$. Le jeu de données initiales est $\mathbf{p}^{\text{ini}} = [5.20 \text{ GPa}, 1.28 \text{ GPa}, 3.84 \text{ mm}]$ et produit un écart moyen entre les courbes de dispersion calculées $k(\mathbf{p}^{\text{ini}}, f)$ et mesurées compris entre 8% et 23% pour les cinq modes. En partant de ce jeu de données, l'algorithme de Gauss-Newton converge au bout de 6 itérations, en 51 s et produit un très bon accord entre les courbes de dispersion mesurées et calculées avec le jeu de paramètres optimisé comme montré sur la Figure 5.9.

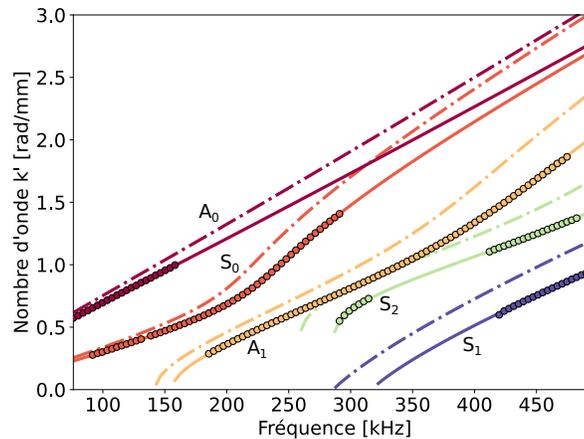


FIGURE 5.9 Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas; mesurées (\bullet), calculées avec le jeu de données optimisées \mathbf{p}^{opt} (—) et initiales \mathbf{p}^{ini} (- -).

La variation relative moyenne entre les nombres d'onde calculés avec les propriétés optimisées et mesurées exhibe une valeur inférieure à 1% pour les cinq modes. Les propriétés optimisées sont présentées dans la dernière colonne du Tableau 5.2 tandis que les valeurs optimisées par la mesure en immersion (par mesure des temps de vol) et celles obtenues dans le chapitre 3 (par mesure des courbes de dispersion des modes de Lamb, mais

généralisées-détectées avec un dispositif hybride) sont présentées dans la seconde et troisième colonne, respectivement.

	Mesures des temps de vol immersion	Mesures du chapitre 3 par ondes de Lamb avec un dispositif hybride	Mesures par ondes de Lamb sans contact avec capteurs rectangulaires
C'_{11} [GPa]	6.59 ± 0.03	6.92 ± 0.24	6.55 ± 0.33
C'_{66} [GPa]	1.58 ± 0.05	1.65 ± 0.04	1.57 ± 0.05
e [mm]	3.84 ± 0.01 (fixée)	3.93 ± 0.04	3.88 ± 0.06

TABLEAU 5.2 Valeurs optimisées pour le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ de la plaque isotrope en Plexiglas.

Les modules élastiques optimisés sont très proches des mesures réalisées en immersion avec des écarts relatifs inférieurs à 1% pour C'_{11} et C'_{66} . Cependant, dans le cas de la mesure en immersion, l'épaisseur est estimée indépendamment et est fixée dans le problème inverse, tandis qu'elle est estimée dans le processus d'inversion basé sur la mesure d'ondes guidées. Le jeu de paramètres optimisés à l'aide des mesures d'ondes guidées sans contact est également proche de celui obtenu à partir des mesures faites dans le chapitre 3 avec des écarts d'environ 5% pour les modules élastiques et environ 1% pour l'épaisseur de la plaque.

Ces premiers résultats d'optimisation permettent de valider l'utilisation des capteurs rectangulaires pour la mesure d'ondes guidées sans contact, pour l'évaluation des modules élastiques et de l'épaisseur d'une plaque isotrope.

5.4 Caractérisation du matériau composite

Pour caractériser le matériau composite, seuls les modules élastiques C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} , C'_{44} et C'_{23} sont à déterminer, car il est fait l'hypothèse que ce matériau est quadratique. En vertu de l'étude de sensibilité présentée au chapitre 2, dans le plan de propagation $P_{1,0^\circ}$, les modes de Lamb sont porteurs d'information sur les modules C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} et sur l'épaisseur de la plaque tandis que les modes SH sont sensibles aux variations de C'_{44} . Enfin, l'estimation du module C'_{23} peut être faite par une mesure d'un mode guidé de type SH , dans le plan de propagation $P_{1,45^\circ}$.

5.4.1 Mesures dans le plan $P_{1,0^\circ}$

Afin de générer-détecter les modes les plus porteurs d'informations, les transducteurs rectangulaires sont inclinés à 5° . Les signaux temporels sont moyennés 350 fois et sont enregistrés sur 170 mm, tous les 1 mm. La Figure 5.10 présente le B -scan mesuré et les nombres d'onde extraits par la méthode MP avec un seuil $s_d = 0.15$.

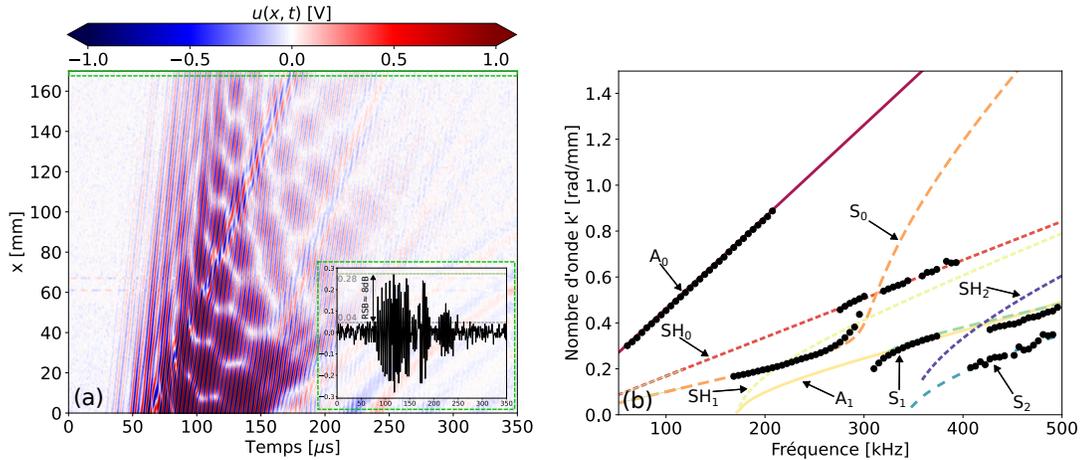


FIGURE 5.10 Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$. (a) : B -scan $u(x,t)$, (b) : courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés. Calculs des modes antisymétriques (—), symétriques (- -) et SH (---) . Points extraits par MP (●).

Les cinq modes de Lamb propagatifs dans cette bande de fréquence sont correctement extraits. Les points autour de 350 kHz sont attribués au mode S_1 alors que ceux autour de 450 kHz sont attribués au mode A_1 . Ce choix est justifié par la connaissance en amont du matériau et grâce aux courbes d'excitabilité des modes à un déplacement normal en surface présentées sur la Figure A.7(d). À la fréquence $f = 325$ kHz, là où sont associés les points au mode S_1 , l'excitabilité de ce mode pour un déplacement normal en surface atteint environ $3.6 \mu\text{m}^2/\text{N}$ contre $0.9 \mu\text{m}^2/\text{N}$ pour le mode A_1 à la même fréquence. Cependant, à 450 kHz, le mode A_1 possède une excitabilité à un déplacement normal en surface de $1.7 \mu\text{m}^2/\text{N}$ contre $0.13 \mu\text{m}^2/\text{N}$ pour le mode S_1 à cette fréquence. Ainsi, pour des points extraits proches des deux branches des courbes de dispersion, ceux-ci sont attribués au mode ayant la plus forte excitabilité à un déplacement normal en surface.

Dans le procédé d'optimisation, il n'est pas important d'attribuer « l'étiquette » S_1 aux couples (k, f) extraits à $k \approx 0.2$ rad/mm, $f \approx 325$ kHz et « l'étiquette » A_1 aux points extraits à $k \approx 0.4$ rad/mm, $f \approx 475$ kHz, car l'algorithme d'optimisation ne tient pas compte de la nature des modes mais seulement des couples nombre d'onde-fréquence extraits. Cependant, dans ce cas de figure, il est important de remarquer que les

deux groupements de points appartiennent à deux modes différents sans quoi l’algorithme d’optimisation tentera d’accorder les points expérimentaux à une unique branche (un seul mode) des courbes de dispersion. Un moyen expérimental pour différencier le mode A_1 du mode S_1 dans cette région serait de mesurer les signaux temporels sur une distance totale plus importante pour augmenter la résolution en nombre d’onde ².

En plus des cinq modes de Lamb extraits, le mode SH_0 est mesuré entre 275 kHz et 400 kHz, environ. Comme expliqué précédemment, la présence de plis d’orientations différentes, et notamment de plis orientés à $\pm 45^\circ$ par rapport au plan $P_{1,0^\circ}$ fait que le mode SH_0 possède une composante de déplacement normal en surface non nulle. Pour s’en convaincre, la Figure 5.11 présente le module du déplacement normal en surface des modes SH_0 et S_0 , pour la plaque équivalente monocouche et pour la plaque multicouche.

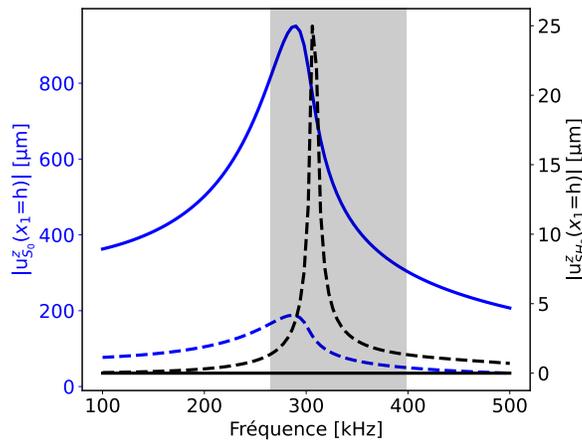


FIGURE 5.11 Module du déplacement normal en surface du mode SH_0 (—) et S_0 (—) en fonction de la fréquence. Plaque équivalente monocouche (—) et multicouche (- -). Plage de fréquences de mesure du mode SH_0 (■).

Dans la plaque équivalente monocouche, le mode SH_0 a en effet une composante de déplacement normal nulle en surface. En revanche, dans le modèle multicouche, qui prend en compte les propriétés et l’orientation de chaque pli de l’empilement $[0, 45, 90, -45]_{3s}$, le déplacement normal en surface de ce mode vaut environ $25 \mu\text{m}$ à 300 kHz et devient comparable aux $160 \mu\text{m}$ de déplacement normal en surface du mode S_0 à cette même fréquence.

Le chapitre 2 a montré que le mode SH_0 dans le plan $P_{1,0^\circ}$ est sensible au module C'_{44} alors que les modes de Lamb sont insensibles à ce module, mais sont sensibles aux modules d’élasticité C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} et à l’épaisseur. L’ensemble du jeu de données expérimental

2. Pour rappel, la résolution en nombre d’onde est inversement proportionnelle à la longueur de scan : $\Delta k = 2\pi/L_{scan}$.

(modes de Lamb + mode SH_0) pourrait être utilisé pour optimiser en même temps les paramètres $C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, C'_{44}, e$. Cependant, l'insensibilité du mode SH_0 aux modules $C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}$ et l'insensibilité des modes de Lamb à C'_{44} font que la matrice Jacobienne calculée dans l'algorithme de Gauss-Newton est remplie de zéros et entraîne un mauvais conditionnement du problème inverse. La conséquence de cela est que l'algorithme d'optimisation ne trouve pas de jeu de paramètres optimal. Ainsi les modes de Lamb sont d'abord exploités pour estimer le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$ puis, dans un second temps, le mode SH_0 est utilisé pour estimer le module C'_{44} .

a) Estimation de $C'_{11}, C'_{33}, C'_{13}, C'_{55}$ et e

Les données extraites des modes de Lamb sont utilisées pour déterminer le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{33}, C'_{13}, C'_{55}, e]$. Le jeu de paramètres initial est $\mathbf{p}^{\text{ini}} = [9.6 \text{ GPa}, 52 \text{ GPa}, 5.1 \text{ GPa}, 2.9 \text{ GPa}, 4.5 \text{ mm}]$ et correspond à des écarts supérieurs à 20% par rapport aux valeurs de référence. Les courbes de dispersion des modes de Lamb calculées avec ce jeu de paramètres initial produisent des écarts relatifs aux mesures compris entre 11% et 26%. Ces courbes de dispersion sont tracées sur la Figure 5.12.

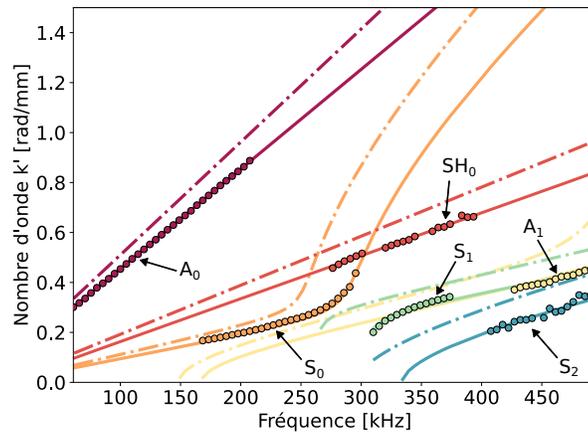


FIGURE 5.12 Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$; mesurées (\bullet), calculées avec le jeu de données optimisées \mathbf{p}^{opt} (—) et initiales \mathbf{p}^{ini} (- -).

Partant des données initiales, l'algorithme de Gauss-Newton converge au bout de 6 itérations, en 368 s vers le jeu de paramètres \mathbf{p}^{opt} , reporté dans le Tableau 5.3. Les courbes de dispersion calculées avec ces paramètres optimisés montrent des écarts relatifs aux mesures inférieurs à 3.5%. Ces chiffres permettent de confirmer que l'algorithme converge vers une solution optimale donnant un bon accord entre les courbes de dispersion expérimentales

et les courbes de dispersion optimisées.

b) Estimation de C'_{44}

Le mode SH_0 est exploité pour déterminer C'_{44} . La valeur initiale de ce module est 16 GPa ce qui représente un écart à la valeur estimée par simulation de la mesure temps de vol proche de 20%. L'algorithme d'optimisation converge en 5 itérations, en 19 s et donne la valeur optimisée de 21.19 GPa. Le nombre d'onde du mode SH_0 calculé avec la valeur optimale est, en moyenne, inférieur à 1% du nombre d'onde mesuré de ce mode. La valeur optimisée de C'_{44} est reportée dans le Tableau 5.3 et le nombre d'onde du mode SH_0 calculé avec la valeur initiale et optimisée de C'_{44} est représenté sur la Figure 5.12.

	Estimation par simulation de la mesure temps de vol pour l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$	Mesures par ondes guidées sans contact avec capteurs rectangulaires sur l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{3s}$
C'_{44} [GPa]	20.10 ± 1.30	21.19 ± 0.80
C'_{11} [GPa]	12.80 ± 0.06	12.95 ± 0.24
C'_{33} [GPa]	69.47 ± 1.71	73.71 ± 5.02
C'_{13} [GPa]	6.38 ± 0.18	7.9 ± 0.32
C'_{55} [GPa]	3.87 ± 0.04	3.78 ± 0.05
e [mm]	150 (fixée)	4.68 ± 0.04

TABLEAU 5.3 Valeurs optimisées des paramètres C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} , C'_{44} , e de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ par mesure d'ondes guidées dans le plan $P_{1,0^\circ}$ et valeurs estimées par une mesure simulée sur l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$.

Les modules élastiques optimisés C'_{11} , C'_{55} et C'_{44} sont très proches de ceux obtenus par la mesure simulée avec des écarts inférieurs à 3%. En revanche, les modules C'_{33} et C'_{13} montrent des écarts relatifs de 14% et 25%, respectivement. Pour le cas de la technique par temps de vol (qu'elle soit simulée ou mise en œuvre expérimentalement), Chu et al. [122] expliquent que les zones de forte sensibilité à certains modules peuvent se trouver pour des directions de propagation rasantes. Dans ces conditions, l'estimation des vitesses des ondes ultrasonores peut être très approximative, ce qui génère de fortes imprécisions sur les valeurs des modules élastiques. C'est le cas par exemple pour le module C'_{33} , directement lié à la vitesse du mode longitudinal dans la direction x_3 , qui est très difficilement mesurable. L'épaisseur optimisée est quant à elle très proche de celle mesurée au pied à coulisse sur le pourtour de la plaque avec un écart relatif inférieur à 1%. L'optimisation de l'épaisseur dans le problème inverse permet d'estimer simultanément cette grandeur avec

les quatre modules élastiques de la plaque composite.

5.4.2 Mesures dans le plan $P_{1,45^\circ}$

Le chapitre 2 a permis de déterminer que le mode SH_0 dans le plan de propagation $P_{1,45^\circ}$ est sensible au module C'_{23} avec environ 1.2% de variation de la partie réelle de son nombre d'onde pour 5% de variation de C'_{23} .

Les transducteurs sont inclinés à $\alpha = 5^\circ$ puisque cet angle a permis de mesurer ce mode dans le plan $P_{1,0^\circ}$ et, car le matériau est quasi isotrope dans le plan (x_2, x_3) , signifiant que les modes ont quasiment les mêmes caractéristiques quelle que soit la direction de propagation. Les signaux temporels acquis ainsi que les nombres d'onde mesurés sont présentés sur la Figure 5.13.

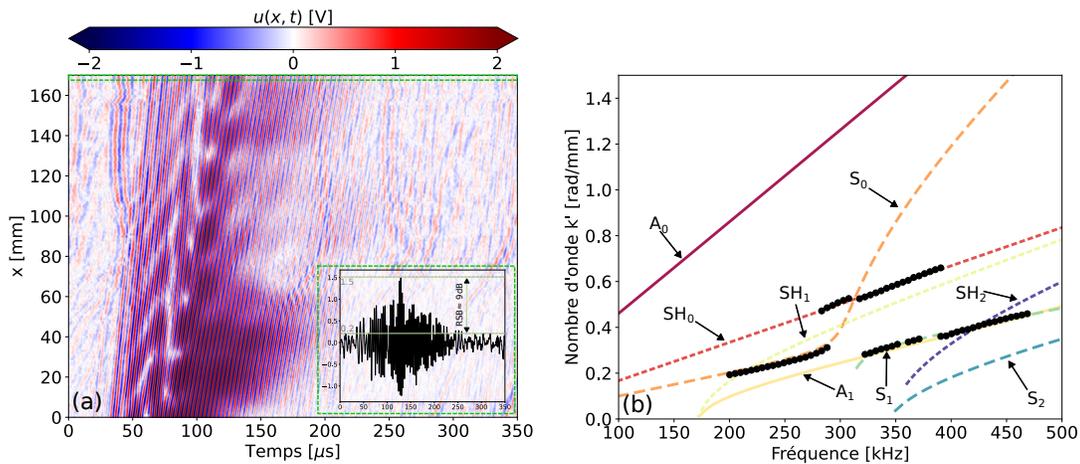


FIGURE 5.13 Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans le plan $P_{1,45^\circ}$ de la plaque composite $[0,45,90,-45]_{3s}$. (a) : B -scan $u(x, t)$, (b) : courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés. Calculs des modes antisymétriques (—), symétriques (- -) et SH (---). Points extraits par MP (●).

Contrairement aux mesures dans le plan $P_{1,0^\circ}$, les modes A_0 et S_2 n'ont pas été mesurés. Cependant, le mode SH_0 , qui est le plus sensible aux variations de C'_{23} , est mesuré entre 275 kHz et 400 kHz, environ. Seul ce mode est exploité pour estimer le module élastique C'_{23} et l'optimisation est réalisée en fixant les cinq autres modules élastiques et l'épaisseur aux valeurs optimisées précédemment à l'aide des mesures dans le plan $P_{1,0^\circ}$. La valeur initiale de C'_{23} est 16 GPa ce qui produit un écart à la valeur estimée par simulation de la méthode par temps de vol d'environ 45%. L'algorithme détermine la valeur optimisée $C'_{23} = 29.03$ GPa en 5 itérations et 23 s. Cette valeur optimisée donne un écart relatif à l'estimation réalisée à partir des mesures par temps de vol simulées de 1%, environ.

Hosten [182] montre que dans le plan de propagation $P_{1,45^\circ}$, la vitesse de l'onde transversale horizontale (déplacement particulière selon l'axe perpendiculaire à la direction $\varphi = 45^\circ$), homologue au mode guidé SH_0 , ne dépend que des paramètres C'_{33} , C'_{23} et ρ . Ainsi, la valeur optimisée de C'_{23} dépend de la valeur fixée de C'_{33} et de ρ . La masse volumique est connue avec précision (incertitude relative de mesure de 0.2% environ), mais le module élastique C'_{33} a été déterminé avec une incertitude $\Delta C'_{33} = 5.02$ GPa. Pour quantifier les incertitudes sur le module C'_{23} optimisé, deux optimisations supplémentaires de celui-ci sont réalisées; la première en surestimant la valeur de C'_{33} et la seconde en sous-estimant la valeur de C'_{33} :

$$\begin{cases} \text{Cas n}^\circ 1 \rightarrow C'_{33} = 78.73 \text{ GPa} \Rightarrow C'_{23} = 24.07 \text{ GPa} \\ \text{Cas n}^\circ 2 \rightarrow C'_{33} = 68.69 \text{ GPa} \Rightarrow C'_{23} = 34.05 \text{ GPa} \end{cases}$$

Ceci permet d'écrire $C'_{23} = 29.03 \pm 5.02$ GPa. L'incertitude obtenue sur le module C'_{23} est exactement égale à $\Delta C'_{33}$ ce qui s'explique par le fait que les sensibilités du nombre d'onde du mode SH_0 à C'_{23} et C'_{33} sont égales en module, mais de signe opposé. En conséquence, une augmentation de C'_{33} engendre une diminution du nombre d'onde du mode SH_0 qui est compensée par une sous-estimation du module C'_{23} . Le raisonnement inverse permet de montrer qu'une diminution de C'_{33} engendre une surestimation de C'_{23} .

5.4.3 Calcul des invariants élastiques

Pour terminer, les invariants élastiques du matériau sont calculés. Pour rappel, ils représentent des combinaisons de modules élastiques qui restent inchangées, quels que soient l'empilement et l'orientation des couches de ce matériau. Les expressions des différents invariants sont données par les équations (2.3) tirées de [182]. Les invariants ont été calculés dans le chapitre 2 pour les modules élastiques de la plaque UD (tous les plis orientés dans la même direction) et pour les modules élastiques de l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$ optimisés à partir d'une expérimentation en immersion simulée et optimisation *via* les temps de vol. Ces invariants et ceux déduits des modules élastiques optimisés à partir des mesures d'ondes guidées sont présentés dans le Tableau 5.4.

Les invariants I_1 et I_4 calculés à partir des modules élastiques optimisés par ondes guidées montrent des écarts inférieurs à 5% par rapport aux invariants déduits de la mesure sur le composite UD et de la mesure simulée sur l'assemblage $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$, ce qui est un très bon résultat. L'invariant I_2 est estimé avec un écart d'environ 23% par rapport à ces mesures. Ce résultat était attendu puisque le module C'_{13} a été estimé

avec un écart de 25% par rapport à la valeur estimée à partir des mesures simulée sur l'assemblage $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$. L'invariant I_3 déterminé est assez proche de celui calculé pour l'assemblage $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$ avec un écart de 2% environ, mais reste assez éloigné de celui obtenu à partir des mesures sur le composite UD, avec environ 12% d'écart. Enfin, l'invariant I_5 calculé avec les paramètres optimisés à partir des mesures d'ondes guidées est 5 fois plus élevé que la valeur estimée à partir des mesures sur le composite UD. Cependant, l'invariant calculé avec les modules élastiques optimisés par mesures d'ondes guidées est estimé avec une incertitude relative de 74% environ, ce qui est principalement lié à la grande incertitude sur l'évaluation du module élastique C'_{23} par ondes guidées. Aux incertitudes de mesures près, les invariants I_1, I_3, I_4, I_5 calculés pour les modules élastiques optimisés à partir des mesures d'ondes guidées corroborent ceux calculés avec les modules élastiques optimisés à partir de la mesure de temps de vol simulée.

	I_1 [GPa]	I_2 [GPa]	I_3 [GPa]	I_4 [GPa]	I_5 [GPa]
Composite UD	12.80	12.83	8.55	186.1	-1.70
(mesure en	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
immersion)	0.30	0.43	0.15	10.3	0.90
Composite	12.80	12.78	7.73	179.4	-9.40
$[0, 45, 90, -45]_{Ns}$	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
(mesure simulée)	0.06	0.37	0.08	6.1	2.50
Composite	12.95	15.80	7.56	189.8	-7.84
$[0, 45, 90, -45]_{3s}$	\pm	\pm	\pm	\pm	\pm
(mesure d'ondes	0.24	0.64	0.10	11.6	5.82
guidées)					

TABLEAU 5.4 Invariants élastiques de la plaque composite UD estimés par immersion, de l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$ estimés par une mesure simulée et de l'empilement $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ estimés par ondes guidées.

Ces résultats montrent que dans l'ensemble les invariants élastiques estimés par mesures d'ondes guidées sont cohérents avec les résultats obtenus par mesures sur la plaque UD et par simulations sur la plaque $[0,45,90,-45]_{Ns}$. Les différences observées sur les invariants viennent des incertitudes calculées pour les modules élastiques optimisés avec les différentes méthodes, mais également de l'hypothèse de base sur la symétrie quadratique du matériau (pour le cas de la caractérisation par ondes guidées). Néanmoins, les résultats permettent de confirmer que la méthode de caractérisation permet d'estimer les six modules élastiques homogénéisés de ce matériau composite.

5.5 Caractérisation de la couche adhésive de l'assemblage collé

La couche de colle de l'assemblage aluminium-colle-aluminium est supposée isotrope. Il est donc seulement nécessaire de quantifier les deux modules élastiques $C_{11}^{\prime adh}$ et $C_{66}^{\prime adh}$. À ces modules s'ajoute l'épaisseur de la couche de colle qu'il serait bien de caractériser, en même temps que les deux modules d'élasticité. Cependant, l'étude de sensibilité a révélé que, dans la bande de fréquence 100-500 kHz, S_0 et A_1 étaient les seuls modes sensibles aux trois propriétés de la colle ($C_{11}^{\prime adh}$, $C_{66}^{\prime adh}$ et e^{adh}). Il est donc probable, même si on parvient à bien mesurer ces deux modes, qu'ils apportent trop peu d'informations pour estimer simultanément les modules élastiques et l'épaisseur de la couche de colle.

Ainsi, le cas de la caractérisation des modules élastiques de la couche de colle à épaisseur fixée est d'abord traité dans la sous-section 5.5.1, en effectuant des mesures d'ondes guidées dans la bande de fréquence 100-500 kHz, pour être en accord avec l'étude de sensibilité du chapitre 2. Dans un second temps, la limite haute en fréquence est élevée pour tenter de mesurer un mode supplémentaire et voir si cet ajout est suffisant pour intégrer l'épaisseur de la couche de colle comme variable à optimiser dans le problème inverse. Cette étude est présentée dans la sous-section 5.5.2.

5.5.1 Estimation des modules élastiques de la couche adhésive

En premier lieu, le jeu de paramètres à optimiser est $\mathbf{p} = [C_{11}^{\prime adh}, C_{66}^{\prime adh}]$. Les transducteurs sont inclinés à 3° et les signaux temporels sont enregistrés sur 175 mm, tous les 1 mm. Le *B-scan* et les nombres d'onde mesurés sont présentés sur la Figure 5.14.

Le signal temporel mesuré à la dernière position spatiale montre un rapport signal à bruit de +14 dB environ, ce qui permet de clairement distinguer le signal utile du bruit. Il est important de mentionner que ce rapport signal à bruit est obtenu en calculant la moyenne de 250 signaux temporels acquis pour chaque position du récepteur. Le *B-scan* montre clairement que plusieurs modes se propagent ainsi que la dispersion des modes de Lamb mesurés avec un étalement du paquet d'ondes dans le domaine temporel, qui croît à mesure que le récepteur s'éloigne de l'émetteur.

Les nombres d'onde sont extraits avec la méthode *MP* et un seuil $s_d = 0.1$. Les trois modes propagatifs dans la bande de fréquence 60-500 kHz sont correctement estimés comme le montre la Figure 5.14(b). Plus particulièrement, les zones sensibles à $C_{11}^{\prime adh}$ et $C_{66}^{\prime adh}$ sont bien représentées par le jeu de données mesurées.

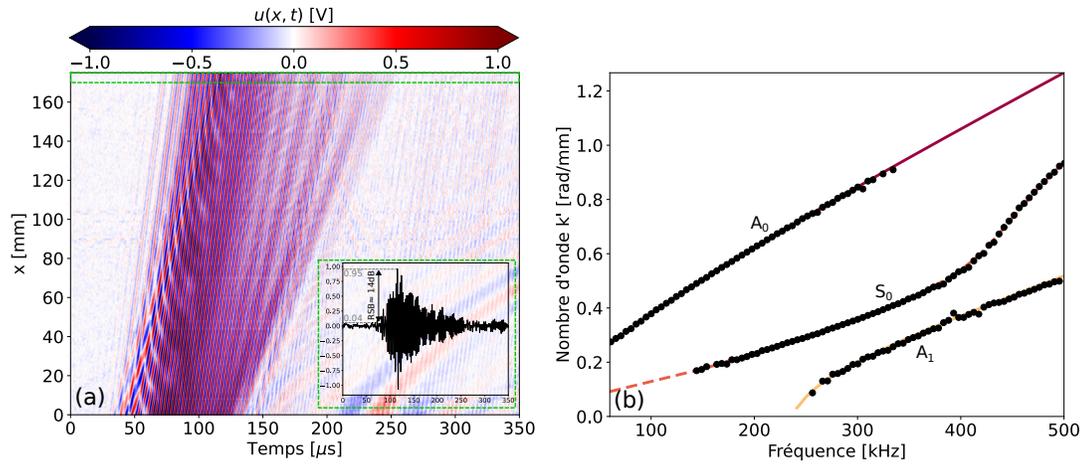


FIGURE 5.14 Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium. (a) : *B-scan* $u(x,t)$, (b) : courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -). Points extraits par *MP* (●).

Les couples nombres d'onde-fréquences mesurés sont exploités pour résoudre le problème inverse visant à optimiser les modules élastiques de la couche de colle. Le jeu de données initiales est $\mathbf{p}^{\text{ini}} = [4.4 \text{ GPa}, 0.9 \text{ GPa}]$ et l'épaisseur de la couche de colle est fixée à 0.12 mm. Les courbes de dispersion calculées avec ce jeu de données produisent un écart aux mesures compris entre 3% et 12% pour les trois modes. L'algorithme converge au bout de 5 itérations, en 719 s et conduit aux valeurs optimisées suivantes : $\mathbf{p}^{\text{opt}} = [6.97 \text{ GPa}, 1.35 \text{ GPa}]$. Les courbes de dispersion calculées avec le jeu de données initiales (\mathbf{p}^{ini}) ou optimisées (\mathbf{p}^{opt}) sont comparées aux données mesurées, sur la Figure 5.15.

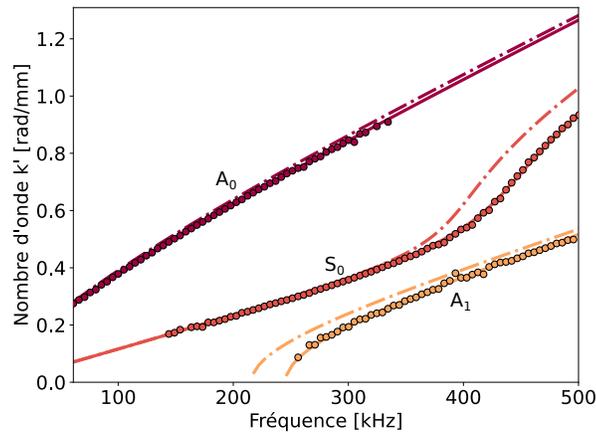


FIGURE 5.15 Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium; mesurées (●), calculées avec le jeu de données optimisées \mathbf{p}^{opt} (—) et initiales \mathbf{p}^{ini} (- -).

La Figure 5.15 montre le très bon accord produit entre les courbes de dispersion optimisées et les courbes de dispersion mesurées avec un écart relatif moyen inférieur à 2% pour les trois modes. La partie réelle des modules de viscoélasticité optimisée par ondes guidées pour une épaisseur de couche de colle fixée à 0.12 mm présente des écarts relatifs inférieurs à 5% par rapport aux mesures ultrasonores en immersion de ces mêmes modules (*c.f.* Tableau 2.5). Ces faibles écarts permettent d'affirmer que pour une épaisseur de couche de colle identique, fixée dans le problème inverse, la méthode de caractérisation par ondes ultrasonores guidées sans contact et avec accès unilatéral fournit des résultats très proches de ceux obtenus avec la technique par transmission dans l'eau.

Dans le chapitre 2, il a été mis en évidence que les ondes guidées n'étaient pas seulement sensibles aux propriétés de la couche de colle, mais également à celles des substrats. Les incertitudes sur les modules élastiques et/ou l'épaisseur des substrats en aluminium influent sur les courbes de dispersion calculées et, par conséquent, sur les modules élastiques optimisés de la couche de colle.

L'étude de sensibilité réalisée dans le chapitre 2 montre que l'augmentation de $C'_{11}{}^{alu}$ ou de $C'_{66}{}^{alu}$ entraîne une diminution du nombre d'onde des modes A_0 , S_0 et A_1 . Une augmentation de l'épaisseur des substrats fait diminuer le nombre d'onde du mode A_0 et augmenter les nombres d'onde des modes S_0 et A_1 . Le cas donnant la plus grande diminution de nombre d'onde des modes S_0 et A_1 , qui sont les modes les plus sensibles aux modules élastiques de la colle, correspond à celui où les modules élastiques des substrats sont surestimés et leurs épaisseurs sont sous-estimées. Le cas opposé est celui où les modules élastiques des substrats sont sous-estimés et leurs épaisseurs sont surestimées, ce qui contribue à une augmentation des nombres d'onde des modes S_0 et A_1 . Ces deux cas extrêmes encadrent donc tous les cas intermédiaires d'incertitudes sur les propriétés des substrats.

Pour quantifier l'impact de ces incertitudes sur les modules élastiques optimisés de la couche de colle, deux optimisations supplémentaires sont réalisées en considérant ces deux cas les plus défavorables pour les propriétés estimées des substrats. Les propriétés des substrats sont déviées en accord avec les incertitudes estimées, données dans le Tableau 2.4 : $\Delta C'_{11}{}^{alu} = 2.21$ GPa, $\Delta C'_{66}{}^{alu} = 0.32$ GPa et $\Delta e^{alu} = 0.02$ mm. Pour chacune de ces deux optimisations, les propriétés des substrats sont fixées aux valeurs suivantes :

$$\begin{cases} \text{Cas n}^\circ 1 \rightarrow C'_{11}{}^{alu} = 110.7 \text{ GPa} & C'_{66}{}^{alu} = 26.6 \text{ GPa} & e^{alu} = 2.11 \text{ mm} \\ \text{Cas n}^\circ 2 \rightarrow C'_{11}{}^{alu} = 106.3 \text{ GPa} & C'_{66}{}^{alu} = 26.0 \text{ GPa} & e^{alu} = 2.15 \text{ mm} \end{cases} \quad (5.4)$$

L'épaisseur de la couche de colle est fixée à 0.12 mm et le jeu de données initial est identique à celui employé pour la précédente optimisation. Ainsi, les modules élastiques optimisés de la couche de colle pour le cas n°1 et n°2 permettent d'encadrer les valeurs optimisées précédemment sans perturber les propriétés des substrats, à épaisseur de couche de colle fixée $e^{adh} = 0.12$ mm :

$$6.42 \leq C_{11}'^{adh} = 6.97 \leq 7.63 \text{ GPa}$$

$$1.29 \leq C_{66}'^{adh} = 1.35 \leq 1.41 \text{ GPa}$$

Les valeurs à gauche et à droite de l'intervalle représentent les modules élastiques optimisés pour le cas n°1 et pour le cas n°2, respectivement. Ainsi, une surestimation des modules élastiques et une sous-estimation de l'épaisseur des substrats entraînent une sous-estimation des modules élastiques de la colle et inversement. Ces optimisations confirment que, pour obtenir une valeur précise des propriétés de la couche de colle, il est nécessaire de connaître précisément les propriétés des substrats.

5.5.2 Estimation simultanée des modules élastiques et de l'épaisseur de la couche adhésive

Pour ajouter l'épaisseur de la couche de colle comme variable à optimiser dans le problème inverse, la quantité d'information (nombre de modes sensibles) doit être plus importante que pour le cas de l'optimisation des modules élastiques seuls. La bande de fréquence de travail est donc étendue pour tenter de mesurer le mode S_1 qui possède une fréquence de coupure aux alentours de 500 kHz. Il est tout d'abord nécessaire de vérifier si ce mode est sensible aux modules élastiques et à l'épaisseur de la couche de colle. Si c'était le cas, et si S_1 pouvait être mesuré en même temps que S_0 et A_1 , alors nous disposerions de trois modes (ou plutôt de trois portions dispersives de modes) sensibles aux trois paramètres de la couche adhésive. Le problème inverse serait ainsi mieux conditionné pour caractériser tous les paramètres de la colle : $C_{11}'^{adh}$, $C_{66}'^{adh}$ et e^{adh} . Le Tableau 5.5 présente les résultats de calculs de la sensibilité moyenne de ce mode aux propriétés des substrats et de la couche de colle.

	C_{11}'	C_{66}'	e	ρ
Sensibilité moyenne aux propriétés de la colle	2.3	0	2.3	0
Sensibilité moyenne aux propriétés des substrats	1.6	0.4	2.6	2.8

TABLEAU 5.5 Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-600 kHz, du mode S_1 aux propriétés de la colle et aux propriétés des substrats.

Concernant la colle, ce mode est uniquement sensible au C'_{11} et à l'épaisseur avec une sensibilité moyenne supérieure à 2%, il est insensible aux variations de C'_{66} et de masse volumique de la colle. Comme les autres modes, le mode S_1 est sensible aux propriétés des substrats, notamment aux variations de C'_{11} , d'épaisseur et de masse volumique de ceux-ci.

Le mode S_1 est donc porteur d'informations sur les propriétés de la colle et peut être exploité, avec les modes S_0 et A_1 , pour caractériser à la fois les modules élastiques et l'épaisseur de celle-ci. Une étude complémentaire montre que ce mode possède une excitabilité à un déplacement normal en surface qui chute très rapidement lorsque la fréquence s'éloigne de sa fréquence de coupure. En conséquence, bien que la bande passante des capteurs soit compatible avec la fréquence de coupure du mode S_1 , ceux-ci possèdent une surface active trop faible pour exciter ce mode dans l'assemblage collé. L'énergie ultrasonore transmise à la plaque doit donc être plus importante pour exciter ce mode. Pendant la thèse, une seconde paire de capteurs capacitifs rectangulaires a été fabriquée. Ces capteurs possèdent une largeur de 20 mm et bénéficient d'une surface active plus importante qui permet d'exciter la plaque plus efficacement. Les caractéristiques de ces capteurs sont données en Annexe A.7.2. Ainsi le transducteur de 20 mm RC_1 (c.f. Figure A.18(a)(gauche)) incliné à $+3^\circ$ est utilisé à l'émission et le récepteur est le transducteur rectangulaire R_2 de 10 mm incliné du même angle. Les signaux temporels sont acquis sur 240 mm par pas de 1 mm et sont présentés sur la Figure 5.16(a) tandis que les nombres d'onde extraits de ces signaux par la méthode MP avec un seuil $s_d = 0.1$ sont présentés sur la Figure 5.16(b).

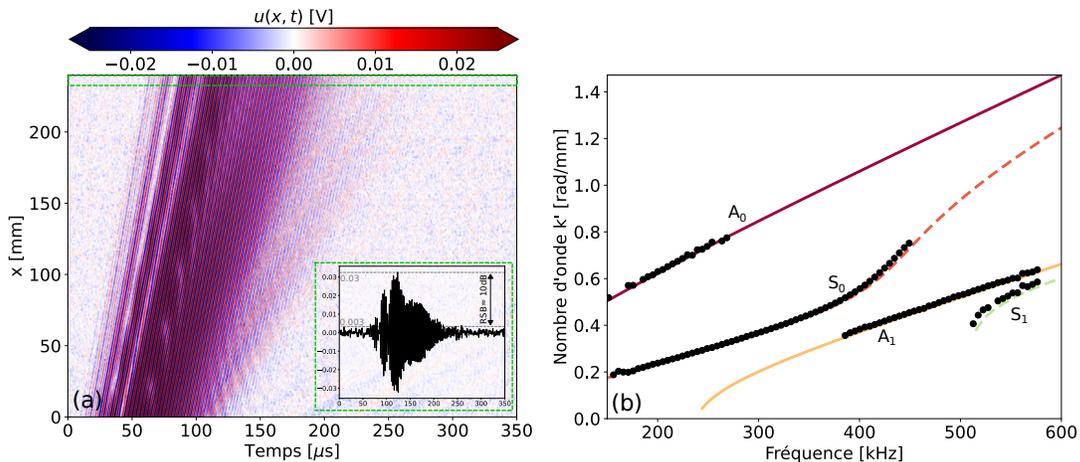


FIGURE 5.16 Mesures expérimentales d'ondes guidées se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium avec l'émetteur rectangulaire RC_1 de la Figure A.18(a)(gauche) et le récepteur R_2 de la Figure 5.1(b). (a) : B -scan $u(x,t)$, (b) : courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -). Points extraits par MP (●).

Le rapport signal à bruit à la dernière position spatiale d'acquisition a quelque peu chuté par rapport aux mesures faites avec les transducteurs de 10 mm présentées précédemment. Ceci s'explique, d'une part, par des longueurs de scan différentes (175 mm pour le cas de la mesure avec les deux transducteurs rectangulaires de 10 mm contre 240 mm lorsque l'émetteur est un transducteur de 20 mm) faisant que les ondes guidées s'atténuent plus ou moins et, d'autre part, par un nombre de moyennes des signaux temporels différent entre les deux jeux de données expérimentales (100 moyennes ici contre 250 moyennes pour le dispositif expérimental à deux transducteurs rectangulaires de 10 mm). Néanmoins, un rapport signal à bruit de +10 dB est observé sur le dernier signal temporel acquis, ce qui reste largement acceptable. L'extraction par *MP* montre bien que le mode S_1 a été mesuré en plus des trois autres modes de Lamb.

Les points extraits pour les quatre modes sont utilisés pour déterminer les modules élastiques et l'épaisseur de la couche de colle de l'assemblage collé. Le jeu de données initiales est $\mathbf{p}^{\text{ini}} = [4.4 \text{ GPa}, 0.9 \text{ GPa}, 0.15 \text{ mm}]$ et donne les courbes de dispersion $k(\mathbf{p}^{\text{ini}}, f)$ présentées sur la Figure 5.17. Un écart moyen compris entre 2.6% et 12.1% est observé entre les nombres d'onde mesurés et calculés avec ce jeu de paramètres pour les quatre modes. L'algorithme converge en 7 itérations, en 1507 s et détermine le jeu de paramètres optimal $\mathbf{p}^{\text{opt}} = [7.13 \text{ GPa}, 1.22 \text{ GPa}, 0.13 \text{ mm}]$. Les courbes de dispersion correspondant à ce jeu de données sont aussi présentées sur la Figure 5.17.

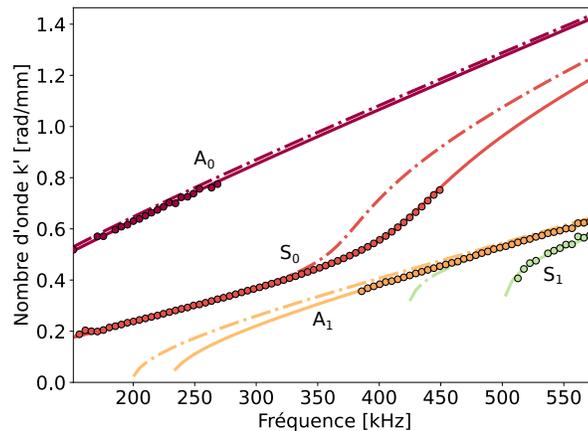


FIGURE 5.17 Courbes de dispersion $k'(f)$ des modes guidés se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium; mesurées avec l'émetteur rectangulaire RC_1 de la Figure A.18(a)(gauche) et le récepteur R_2 de la Figure 5.1(b)(●), calculées avec le jeu de données optimisées \mathbf{p}^{opt} (—) et initiales \mathbf{p}^{ini} (---).

Une fois encore, un très bon accord entre les courbes de dispersion calculées avec les paramètres matériau optimisés et les données mesurées est obtenu avec un écart relatif en

nombre d'onde inférieur à 1.3% pour les quatre modes. Les modules élastiques optimisés sont proches de ceux obtenus lorsque l'épaisseur était fixée dans le problème inverse. L'épaisseur optimisée est tout à fait comparable à celle mesurée au pied à coulisse sur le pourtour de la plaque, qui vaut $e^{adh} = 0.12 \pm 0.01$ mm.

Pour tenir compte des incertitudes liées aux propriétés des substrats, deux optimisations de $C'_{11}{}^{adh}$, $C'_{66}{}^{adh}$ et e^{adh} sont effectuées en déviant les paramètres des substrats, dans leurs intervalles de confiance, pour faire baisser l'ensemble des nombres d'onde des modes guidés et ensuite augmenter le jeu de valeurs de ces nombres d'onde. La sensibilité du mode S_1 aux propriétés des substrats suit la même variation que la sensibilité des modes S_0 et A_1 à ces propriétés : une hausse des modules élastiques des substrats entraîne une diminution du nombre d'onde et une hausse de l'épaisseur entraîne une augmentation du nombre d'onde.

Le jeu de données initiales est identique à celui utilisé pour la précédente optimisation. Ces deux cas d'incertitudes sur les propriétés des substrats permettent d'encadrer les valeurs centrales optimisées de l'épaisseur et des modules élastiques de la colle :

$$\begin{aligned} 6.44 \leq C'_{11}{}^{adh} = 7.13 &\leq 7.69 \\ 1.13 \leq C'_{66}{}^{adh} = 1.22 &\leq 1.28 \\ 0.11 \leq e^{adh} = 0.13 &\leq 0.15 \end{aligned}$$

Les valeurs à gauche et à droite des symboles d'inégalité représentent les modules élastiques optimisés pour le cas n°1 et pour le cas n°2, respectivement. Les modules élastiques optimisés dans les cas n°1 et n°2 affichent des écarts à la valeur centrale (sans perturbation des propriétés des substrats) de 8% et 5% environ pour $C'_{11}{}^{adh}$ et $C'_{66}{}^{adh}$. Ces écarts sont comparables à ceux calculés lorsque l'épaisseur n'est pas une variable à optimiser dans le problème inverse. L'épaisseur est correctement estimée par la résolution du problème inverse, mais un écart relatif de 15% est observé entre la valeur d'épaisseur optimisée pour les cas n°1 et n°2 et la valeur centrale. Ceci renforce les observations faites dans la sous-section précédente dans laquelle il a été conclu que l'estimation des propriétés de la couche de colle repose sur une estimation préalable précise des propriétés des substrats.

La méthode permet cependant une estimation simultanée des modules élastiques et de l'épaisseur du joint de colle d'un assemblage collé par une mesure sans-contact et avec accès unilatéral, à condition de pouvoir mesurer les trois modes sensibles S_0 , A_1 et S_1 .

Conclusion

Ce chapitre a montré la fabrication et la mise en œuvre d'une paire de transducteurs ultrasonores capacitifs, de géométrie rectangulaire, dont la taille et l'angle d'inclinaison ont été optimisés grâce à des simulations numériques menées au chapitre 4. Leur conception a été basée sur un objectif principal : la caractérisation des modules élastiques et de l'épaisseur de trois types de matériaux assez différents. Tout d'abord, ces capteurs ont été caractérisés, pour connaître leur bande passante, mais aussi la distribution spatiale de leur champ de pression. Les résultats sont à la hauteur des attentes, à savoir une bande passante importante (environ 400 kHz à -10 dB) et une ouverture angulaire large (environ $\pm 4^\circ$ à 350 kHz). Ces caractéristiques font que ces capteurs sont particulièrement adaptés pour la mesure d'ondes guidées multimodales.

En effet, l'emploi de ces transducteurs dans un contexte expérimental a permis de générer et de détecter simultanément plusieurs modes guidés sensibles aux modules élastiques et à l'épaisseur des trois matériaux sélectionnés. Le dispositif expérimental employé avec la plaque isotrope a permis de mesurer cinq des six modes propagatifs dans la bande de fréquence 100-500 kHz et d'estimer simultanément les modules élastiques C'_{11} et C'_{66} ainsi que l'épaisseur de la plaque. Les modules élastiques sont estimés avec un écart relatif inférieur à 1% par rapport à ceux optimisés par la méthode en immersion et l'épaisseur varie d'environ 1% par rapport à celle mesurée au pied à coulisse.

Pour le cas de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$, deux jeux de mesures dans deux plans de propagation différents ont été obtenus, pour déterminer les six modules élastiques indépendants qui constituent la matrice d'élasticité de ce matériau à symétrie quadratique. La mesure des modes de Lamb dans le plan de propagation $P_{1,0^\circ}$ a permis d'estimer les modules élastiques C'_{11} , C'_{55} , C'_{13} , C'_{33} et l'épaisseur de la plaque composite. Dans ce même plan de propagation, le mode SH_0 a été généré, détecté et exploité pour déduire le module élastique C'_{44} . Ce même mode a été mesuré, dans le plan de propagation $P_{1,45^\circ}$, ce qui a permis d'évaluer le module C'_{23} . Enfin, le calcul des invariants élastiques a été mené à partir de ces six modules évalués et les résultats ont été comparés à ceux obtenus avec les modules élastiques mesurés pour la plaque UD ou encore avec un jeu de valeurs simulées pour la plaque $[0, 45, 90, -45]_{Ns}$. Aux incertitudes près, les invariants I_1 et I_4 déterminés par la mesure d'ondes guidées corroborent ceux obtenus par la mesure simulée ou par la mesure sur la plaque UD. Les invariants I_3 et I_5 déterminés par la mesure d'ondes guidées sont très proches de ceux obtenus par la mesure de temps de vol simulée alors que les écarts aux mesures sur le composite UD sont plus importants. L'invariant I_2 , lié à la mesure du module C'_{13} , est estimé avec un écart supérieur à 20% aux mesures sur la plaque UD ou aux

mesures simulées. L'épaisseur optimisée à partir des mesures dans le plan $P_{1,0^\circ}$ présente un écart inférieur à 1% de celle qui a été mesurée au pied à coulisse sur le pourtour de la plaque.

Pour terminer, le cas de la caractérisation de la couche de colle d'un assemblage aluminium-colle-aluminium a été considéré. Pour cela, l'émetteur et le récepteur de 10 mm ont permis de mesurer les trois modes propagatifs A_0 , S_0 et A_1 dans la bande de fréquence 100-500 kHz. L'épaisseur de la couche de colle a tout d'abord été fixée dans le problème inverse et seuls les modules élastiques $C_{11}^{\prime adh}$ et $C_{66}^{\prime adh}$ ont été optimisés. Les valeurs optimisées présentent des écarts inférieurs à 5% par rapport à l'estimation de ces modules en immersion. Dans un second temps, un quatrième mode a été mesuré (mode S_1), en utilisant un transducteur émetteur rectangulaire possédant une surface active plus importante. La mesure simultanée des quatre modes a permis d'évaluer les modules élastiques et l'épaisseur de la couche de colle de l'assemblage. Les valeurs optimisées des modules élastiques, dans ce cas, diffèrent de moins de 6% de celles estimées par la méthode de référence en immersion, à épaisseur de couche de colle fixée dans le problème inverse. Aussi, l'épaisseur optimisée coïncide avec celle estimée par mesure directe sur la plaque. Le cas de l'assemblage collé a permis de mettre en évidence les impacts qu'une connaissance imparfaite des propriétés des substrats peut avoir sur les propriétés optimisées de la couche adhésive. Lorsque le maximum d'erreur est commis sur les caractéristiques des substrats (quand leurs modules élastiques sont surestimés et que leurs épaisseurs sont sous-estimées ou inversement), les valeurs optimisées des modules élastiques $C_{11}^{\prime adh}$ et $C_{66}^{\prime adh}$ et de l'épaisseur de la couche de colle peuvent varier d'environ 8%, 5% et 15%, respectivement. Ce constat montre donc que la connaissance des propriétés des substrats est très importante pour quantifier précisément les modules élastiques et l'épaisseur de la couche de colle.

Conclusions générales et perspectives

La caractérisation de matériaux composites sans contact et avec accès unilatéral, notamment l'évaluation non destructive en aveugle (ou quasiment) de leurs caractéristiques élastiques, est motivée par des besoins de divers secteurs industriels qui doivent garantir la conformité ou encore le suivi de leur vieillissement.

● Conclusions générales

Le premier chapitre de cette thèse a recensé les différentes méthodes destructives ou non destructives permettant d'estimer les modules élastiques de matériaux. L'attention s'est portée sur les méthodes ultrasonores et plus particulièrement sur celles mettant en jeu des ondes guidées, car ce type d'ondes nous a paru très prometteur pour satisfaire les quatre critères sus évoqués. La mesure d'ondes ultrasonores guidées se fait en général de manière unilatérale et trois familles de dispositifs ont été présentées. Parmi celles-ci, les dispositifs sans contact sont ceux qui répondent le mieux à la demande industrielle, car ils permettent de réaliser des mesures sans interaction avec la structure à tester (absence de couplage) et produisent des signaux reproductibles. Les montages expérimentaux employant une source et une sonde laser permettent une caractérisation en aveugle, mais la faible qualité des signaux entraîne des phases d'acquisition très lentes. De plus, cette technologie nécessite des réglages très fins, parfois difficiles et longs à réaliser. Les mesures mettant en jeu des transducteurs capacitifs à couplage air (*ACUT*) produisent des signaux de meilleure qualité, mais la forte directivité angulaire des transducteurs existants ne permet pas une caractérisation en aveugle. Cette revue de la littérature a permis de mettre en évidence qu'aucun dispositif de mesure d'ondes guidées existant ne peut répondre pleinement à la demande industrielle et qu'il est donc nécessaire de développer un dispositif permettant de quantifier la rigidité des matériaux composites tout en répondant aux quatre conditions souhaitées.

Le second chapitre a été consacré à l'étude numérique de la sensibilité des modes guidés aux modules élastiques, à l'épaisseur et à la masse volumique d'une plaque isotrope (Plexiglas), d'un composite stratifié $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ et d'un assemblage aluminium-colle-aluminium. L'étude de sensibilité a révélé que la plupart des modes guidés sensibles aux modules élastiques d'un matériau sont également sensibles à l'épaisseur de celui-ci. Dans un contexte de caractérisation, cette dépendance aux modules élastiques et à l'épaisseur fait qu'il est nécessaire de connaître l'épaisseur pour estimer les modules élastiques ou vice versa. Les modes guidés sont sensibles à la masse volumique du matériau dans lequel ils se

propagent, mais cette grandeur est, en général, estimée avec précision (incertitude relative sur cette mesure inférieure à 1%) et est supposée connue dans ce travail de thèse. Dans le cas de l'assemblage collé, il a été observé que les modes guidés sont autant, voire plus sensibles aux propriétés des substrats qu'aux propriétés de la couche de colle à caractériser. Cela implique une connaissance précise des propriétés des substrats pour que le processus de caractérisation de propriétés de la couche de colle donne des résultats corrects. Cette étude a donc permis de cibler les modes d'intérêts et les zones en fréquence sensibles aux propriétés matériau à évaluer, mais aussi à déterminer le niveau de connaissance qu'il est nécessaire d'avoir sur les propriétés qui ne sont pas optimisées dans le processus d'inversion (les paramètres fixés).

Le chapitre 3 a présenté les tests de différentes méthodes de traitement de signal et d'optimisation pour extraire, de signaux mesurés d'ondes guidées multimodales, les modules élastiques et l'épaisseur d'un matériau isotrope (plaque de Plexiglas). Pour produire les données expérimentales, un dispositif hybride (émetteur au contact et récepteur sans contact) a été utilisé. Trois méthodes d'extraction des couples nombre d'onde-fréquence ont été appliquées à ces données. La méthode *Matrix Pencil (MP)* a montré les meilleures performances ; extraction précise, rapide et adaptée à la présence de plusieurs modes guidés. L'ensemble des valeurs (k, f) a été utilisé pour résoudre le problème inverse visant à déterminer le jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C'_{11}, C'_{66}, e]$ de la plaque isotrope. Là encore, trois algorithmes d'optimisation ont été comparés pour déterminer celui qui fournit le jeu de paramètres optimal le plus proche de celui obtenu par une technique ultrasonore en immersion, éprouvée et considérée comme une méthode de référence. L'algorithme de Gauss-Newton (*GNA*) s'est avéré le plus performant pour la résolution de ce problème inverse que ce soit en termes de précision ou de rapidité. L'intérêt d'ajouter l'épaisseur comme variable à optimiser dans le problème inverse a ensuite été démontré, ainsi que l'erreur engendrée sur les modules élastiques optimisés par une éventuelle mésestimation de l'épaisseur, si celle-ci est fixée dans le problème inverse. Enfin, il a été montré qu'une erreur de parallélisme entre la table de translation et la plaque lors de l'acquisition des signaux ultrasonores impacte les nombres d'onde mesurés des modes et entraîne donc une estimation erronée des modules élastiques et de l'épaisseur.

En réponse à la demande industrielle, le choix s'est porté sur l'emploi de transducteurs capacitifs à couplage air. Ces transducteurs possèdent, une relativement large bande passante, mais sont, du fait de leur taille et de leur géométrie habituelle, sélectifs en angle. Une géométrie rectangulaire pour les transducteurs, avec une largeur L faible devant la longueur l a été décidée pour que les transducteurs bénéficient d'une ouverture angulaire

importante dans le plan contenant leur largeur et une forte directivité dans la direction perpendiculaire à leur longueur, de manière à privilégier cette direction pour la propagation des ondes guidées. Ainsi, le chapitre 4 a eu pour objectif de mettre en place un modèle à deux dimensions permettant de simuler la génération, la propagation et la détection d'ondes guidées par des transducteurs rectangulaires à couplage air, de largeur L et inclinés d'un angle α . Le but de ce modèle est de représenter les expérimentations d'ondes guidées qui seraient faites avec des transducteurs capacitifs de géométrie rectangulaire. Le modèle mathématique étant en deux dimensions, on suppose que la longueur des transducteurs est infinie et donc que les ondes guidées se propagent uniquement dans une seule direction. Le modèle établi a ensuite été utilisé pour déterminer les configurations (largeur, angle d'inclinaison) optimales pour la mesure des modes guidés sensibles aux modules élastiques et à l'épaisseur des matériaux sélectionnés. En croisant les résultats des études sur les différents matériaux, il a été montré que des transducteurs de faibles largeurs ($L \approx 10$ mm) inclinés à des angles $\alpha < 6^\circ$ permettent de mesurer les modes sensibles aux modules élastiques et à l'épaisseur des trois matériaux. Les angles d'inclinaison faibles permettent de favoriser les modes d'ordres supérieurs, notamment au voisinage de leur fréquence de coupure, qui sont très sensibles à certains modules élastiques et à l'épaisseur.

Le chapitre 5 a présenté la fabrication, la caractérisation, puis l'emploi de ces capteurs capacitifs, d'une largeur optimale $L = 10$ mm, dans un contexte expérimental de mesures d'ondes guidées. La bande passante en fréquence des transducteurs ainsi que leur ouverture angulaire permettent de générer et détecter un large spectre de modes guidés simultanément. Les mesures réalisées sur le matériau isotrope permettent de remonter à ses deux modules élastiques et à son épaisseur avec des écarts proches de 1% par rapport aux mesures en immersion et à la mesure au pied à coulisse pour l'épaisseur. À partir de mesures d'ondes ultrasonores guidées dans deux plans de propagation, six modules élastiques du matériau quadratique et son épaisseur sont estimés. L'épaisseur estimée par la résolution du problème inverse est très proche de celle mesurée au pied à coulisse sur le pourtour avec un écart inférieur à 1%. Les invariants élastiques ont été calculés et comparés à ceux d'un composite unidirectionnel caractérisé par méthode ultrasonore en immersion. Les invariants I_1 et I_4 sont en bon accord avec des écarts d'environ 5%, alors que cet écart est supérieur à 10% pour les trois autres invariants calculés. Ces faibles différences indiquent que la technique par ondes guidées proposée permet d'optimiser les modules élastiques de matériaux anisotropes. Enfin, les modules élastiques et l'épaisseur de la couche de colle de l'assemblage aluminium-colle-aluminium ont été estimés en tenant compte des incertitudes sur les propriétés des substrats. Lorsque l'épaisseur était fixée dans le problème inverse, les modules élastiques optimisés présentaient des écarts inférieurs à 5% par rapport à

ceux optimisés en immersion. Pour ajouter l'épaisseur dans le problème inverse, un mode guidé supplémentaire était nécessaire. Le mode S_1 a été mesuré en utilisant un capteur capacitif rectangulaire de surface active plus importante comme émetteur. L'ajout de ce mode a permis d'estimer simultanément les modules élastiques et l'épaisseur du joint de colle. L'épaisseur optimisée présente un écart de 0.01 mm (soit 8% environ) par rapport à celle mesurée sur son pourtour et les modules élastiques optimisés présentaient des écarts aux valeurs obtenues en immersion inférieurs à 6%. Enfin, l'influence des incertitudes sur les propriétés des substrats a été mise en évidence. L'erreur maximale sur les propriétés optimisées de la couche de colle peut atteindre 10% lorsque les caractéristiques des substrats sont connues avec une incertitude de 2%. Cette étude confirme qu'il est nécessaire de très bien maîtriser les propriétés de substrats pour estimer précisément les propriétés d'un joint de colle.

● Perspectives

De nombreuses perspectives sont envisageables suite à ces travaux. Tout d'abord, les capteurs développés dans ce travail de thèse pourraient être montés sur des robots afin de cartographier les modules élastiques et l'épaisseur de pièces planes ou ayant un faible rayon de courbure. Un des avantages est que les capteurs fabriqués ont une longueur relativement faible (60 mm) ce qui permettrait d'obtenir des cartographies assez détaillées d'une pièce de grandes dimensions. Des cartographies des modules élastiques et de l'épaisseur de la pièce, réalisées à différents instants, permettraient de suivre l'état de santé de celle-ci.

Le modèle mathématique simulant la génération, propagation et détection de modes guidés pourrait être exploité afin de dimensionner une antenne (sonde multiéléments) à couplage air. Celle-ci pourrait être de forme parabolique, constituée de quelques transducteurs piezoélectriques monoéléments (5 ou 6). Les angles optimaux ainsi que les bandes passantes de chacun des éléments pourraient être optimisés afin « d'éclairer » différentes zones dans l'espace nombre d'onde-fréquence, permettant de générer des morceaux des courbes de dispersion de différents modes guidés sensibles aux propriétés matériau. Une antenne identique à la réception permettrait de détecter ces mêmes portions de courbes de dispersion.

Chacun des transducteurs de ces antennes pourrait ne générer/détecter qu'un seul mode, mais la pluralité des capteurs permettrait d'obtenir suffisamment de modes sensibles pour déterminer les modules d'élasticité et l'épaisseur du matériau. De plus, l'utilisation de ce genre d'antenne permettrait de ne pas avoir à effectuer une translation du récepteur pour mesurer les nombres d'ondes des différents modes guidés. En effet, si chaque couple

émetteur-récepteur des antennes ne génère et ne détecte qu'un mode pur, les méthodes de traitement de signal temps-fréquences pourraient être appliquées pour déterminer la vitesse de groupe des modes guidés. Alors, en ne faisant qu'une ou deux mesures d'ondes guidées, les propriétés dispersives de celles-ci seraient mesurées. L'emploi de transducteurs piézoélectriques permettrait également de bénéficier d'un rapport signal à bruit plus important. Dans sa globalité, la procédure de mesure et d'extraction des propriétés dispersives serait plus rapide que celle utilisée dans ce travail de thèse pour déterminer les caractéristiques dispersives de plusieurs modes guidés se propageant dans un matériau.

Pour tendre vers de la caractérisation en temps réel, en utilisant le procédé décrit dans cette thèse, il serait nécessaire d'améliorer le temps d'acquisition des signaux expérimentaux d'ondes guidées se propageant dans la structure, mais aussi l'efficacité du processus de post-traitement de signaux et d'optimisation des propriétés matériaux. Le temps nécessaire pour la caractérisation d'un matériau est principalement régi par le temps d'acquisition des données expérimentales (environ 45 min). Une piste pour diminuer ce temps serait d'augmenter la surface active des transducteurs ultrasonores à couplage air pour améliorer le rapport signal à bruit et éviter de réaliser un trop grand nombre de moyennes des signaux temporels mesurés.

Actuellement, l'extraction des caractéristiques dispersives se fait en deux temps. D'abord, un algorithme détermine les couples nombre d'onde-fréquence présents dans les signaux expérimentaux acquis, puis, un utilisateur sélectionne les points qu'il juge appartenir à des modes puis les enregistre pour ensuite les utiliser dans le processus d'optimisation. Pour diminuer le temps nécessaire à la détermination des caractéristiques dispersives des modes, il pourrait être judicieux de supprimer le rôle de l'utilisateur en automatisant cette étape, ce qui renforcerait le concept de caractérisation en « aveugle ». Une piste pour automatiser le procédé serait de mettre en place une règle définissant si un point appartient ou non à un mode. Par exemple, Bochud et al. [84] utilisent une norme euclidienne pour évaluer si un point extrait appartient ou non à un mode.

Ensuite, l'algorithme d'optimisation de Gauss-Newton utilisé converge très rapidement, en 7 itérations, mais le temps de calcul reste assez important, environ 1507 s pour évaluer trois paramètres de la couche de colle à partir de la mesure de quatre modes. En fait, la partie la plus lente dans le processus d'optimisation concerne les calculs des courbes de dispersion et de la matrice Jacobienne pour un jeu de paramètres \mathbf{p} donné. Plus la structure est complexe (anisotrope, multicouches), plus le temps de calcul est long. Une option pour réduire ce temps serait de se diriger vers des méthodes spectrales pour le calcul des courbes de dispersion, comme la *Spectral Collocation Method (SCM)*. À titre d'exemple, Zitouni et al. [209] montrent que la *SCM* permet de calculer les courbes de

dispersion des modes guidés se propageant dans un matériau composite, dans la plage fréquence-épaisseur $[0;5]$ MHz.mm, en seulement 290 ms contre plusieurs minutes pour le même calcul, mais avec une autre méthode.

CHAPITRE A

Annexes

A.1 Mesure de la masse volumique des échantillons, des fluides environnants et incertitudes associées

Deux méthodes sont comparées pour la mesure de la masse volumique d'échantillons : la mesure « classique » de la masse volumique et la mesure par pesée hydrostatique. Pour comparer ces méthodes, le cas de la mesure de la masse volumique de la plaque isotrope en Plexiglas est traité.

A.1.1 Mesure classique de la masse volumique

La formule classique pour l'estimation de la masse volumique est la suivante [179] :

$$\rho = \frac{m_{air}}{V} \quad (\text{A.1})$$

avec m_{air} la masse de la plaque dans l'air et V le volume de la plaque. L'incertitude liée à la mesure de la masse volumique ρ de l'échantillon s'exprime :

$$\begin{aligned} \Delta \rho &= \left| \frac{\partial \rho}{\partial m_{air}} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial \rho}{\partial V} \right| \Delta V \\ &= \frac{\Delta m}{V} + \frac{m_{air}}{V^2} \Delta V \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

avec Δm l'erreur sur l'estimation de la masse de la plaque et ΔV l'erreur liée à l'estimation du volume qui s'exprime :

$$\Delta V = Ll \Delta e + le \Delta L + Le \Delta l$$

où L , l et e sont la longueur de la plaque, sa largeur et son épaisseur, respectivement et ΔL , Δl et Δe les erreurs sur l'estimation de ces grandeurs.

a) Application numérique

La masse et les dimensions mesurées de la plaque de Plexiglas valent :

$$\begin{aligned} m_{air} &= 78.2 \pm 0.1 \text{ g} & e &= 3.84 \pm 0.01 \text{ mm} \\ L &= 145 \pm 1 \text{ mm} & l &= 130 \pm 1 \text{ mm} \end{aligned}$$

Avec ces données, le volume de la plaque est estimé à $(7.24 \pm 0.13) \times 10^{-5} \text{ m}^3$ et la masse volumique de la plaque vaut $1080 \pm 20 \text{ kg.m}^{-3}$.

A.1.2 Mesure de la masse volumique par pesée hydrostatique

La mesure de la masse volumique peut aussi se faire par pesée hydrostatique, comme le suggère l'équation (A.3) [179] :

$$\rho = \frac{\rho_{eau} m_{air} - m_{eau} \rho_{air}}{m_{air} - m_{eau}} \quad (\text{A.3})$$

avec ρ_{eau} la masse volumique de l'eau, ρ_{air} la masse volumique de l'air, m_{eau} la masse de la plaque dans l'eau et m_{air} la masse de la plaque dans l'air. La masse de la plaque de Plexiglas mesurée dans l'eau vaut $m_{eau} = 5.5 \pm 0.1\text{g}$. En prenant comme valeur généralement admise $\rho_{eau} = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et $\rho_{air} = 1.3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, il apparaît que le terme $\rho_{eau} m_{air}$ est environ cinq ordres de grandeur supérieur au terme $m_{eau} \rho_{air}$. De ce fait, il est possible de simplifier l'équation (A.3) tel que :

$$\rho \approx \frac{\rho_{eau} m_{air}}{m_{air} - m_{eau}} \quad (\text{A.4})$$

De la précédente équation découlent l'incertitude sur la mesure de la masse volumique de la plaque :

$$\begin{aligned} \Delta \rho &= \left| \frac{\partial \rho}{\partial \rho_{eau}} \right| \Delta \rho_{eau} + \left(\left| \frac{\partial \rho}{\partial m_{air}} \right| + \left| \frac{\partial \rho}{\partial m_{eau}} \right| \right) \Delta m \\ &= \frac{m_{air}}{m_{air} - m_{eau}} \Delta \rho_{eau} + \frac{\rho_{eau}}{m_{air} - m_{eau}} \Delta m \\ &= \frac{m_{air} \Delta \rho_{eau} + \rho_{eau} \Delta m}{m_{air} - m_{eau}} \end{aligned}$$

avec $\Delta \rho_{eau}$ l'incertitude liée à la mesure de la masse volumique de l'eau et Δm l'erreur sur l'estimation de la masse de la plaque, dans l'eau et dans l'air.

a) Mesure de la masse volumique de l'eau

La masse volumique de l'eau peut être exprimée en fonction de la température T de celle-ci à l'aide de l'équation du viriel. Cette approche permet de décrire le comportement d'un fluide en écrivant une loi polynomiale dont les coefficients a_n et b sont déterminés expérimentalement :

$$\rho_{eau}(T) = \frac{1}{1 + bT} \sum_{n=0}^5 a_n T^n \quad (\text{A.5})$$

Pour la masse volumique de l'eau, il existe différents coefficients a_n et b qui dépendent de la composition de l'eau, de la pression, de la salinité, etc [210, 211].

Les coefficients utilisés ici sont ceux dérivés par Kell [210], mesurés dans de l'eau pure, sans air et à pression atmosphérique :

$$\begin{cases} a_0 = 999.84 & a_1 = 16.95 & a_2 = -7.99 \times 10^{-3} & a_3 = -4.62 \times 10^{-5} \\ a_4 = 1.06 \times 10^{-7} & a_5 = -2.81 \times 10^{-10} & b = 1.69 \times 10^{-2} \end{cases}$$

À partir de l'équation (A.5), il est aisé de calculer l'incertitude liée à une mauvaise estimation de la température de l'eau :

$$\Delta \rho_{eau} = \left| \frac{\partial \rho_{eau}(T)}{\partial T} \right| \Delta T \Leftrightarrow \Delta \rho_{eau} = \frac{\Delta T}{(1 + bT)^2} \left((1 + bT) \sum_{n=0}^5 n a_n T^{n-1} - b \sum_{n=0}^5 a_n T^n \right) \quad (\text{A.6})$$

avec ΔT l'erreur sur l'estimation de la température de l'eau.

La masse volumique ρ_{eau} et son incertitude en fonction de la température sont présentées sur la Figure A.1. Étant donné que les coefficients utilisés dans l'équation (A.5) correspondent à une composition chimique particulière d'eau et que celle-ci est inconnue dans notre cas, l'incertitude ΔT est surestimée pour prendre en compte ce manque d'information. Les valeurs de masses volumiques ainsi que les incertitudes liées sont données pour les températures 10°C, 20°C et 30°C et présentent une incertitude relative $100 \times \Delta \rho_{eau} / \rho_{eau}$ de 0.005%, 0.01% et 0.015% respectivement. L'incertitude relative augmente quand la température de l'eau augmente, mais reste faible ce qui permet d'affirmer que la mesure de la masse volumique de l'eau par une mesure de température est précise.

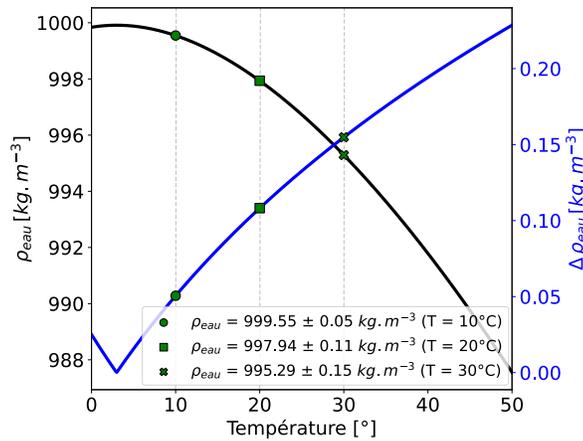


FIGURE A.1 Masse volumique de l'eau ρ_{eau} (—) et son incertitude de mesure $\Delta \rho_{eau}$ (—) en fonction de la température.

b) Application numérique

La masse volumique de la plaque isotrope en Plexiglas est estimée en utilisant l'équation (A.4). La température de l'eau est mesurée à $T = 20.2 \pm 0.1^\circ\text{C}$, donc sa masse volumique vaut $998 \pm 1 \text{ kg.m}^{-3}$. Les masses mesurées dans l'eau et dans l'air valent respectivement $5.5 \pm 0.1 \text{ g}$ et $78.2 \pm 0.1 \text{ g}$.

La masse volumique de la plaque est alors estimée à $1074 \pm 3 \text{ kg.m}^{-3}$. Cette méthode d'évaluation de la masse volumique produit une incertitude relative de 0.3% contre 2% environ par la méthode « classique ». Cela permet d'affirmer que la méthode utilisée pour l'évaluation de la masse volumique est très précise ce qui permet de considérer ce paramètre comme connu, en le fixant dans le problème inverse visant à optimiser les modules élastiques et/ou l'épaisseur de matériaux.

A.2 Mesure de l'épaisseur de l'échantillon par ultrasons & incertitudes associées

Comme pour la mesure de la masse volumique, le cas de la plaque isotrope en Plexiglas est traité pour la mesure d'épaisseur par ultrasons.

A.2.1 Mesure de l'épaisseur d'un matériau par ultrasons

La mesure de l'épaisseur de la plaque peut se faire localement en mesurant le temps de vol d'ondes ultrasonores en transmission tel que décrit dans [212]. Pour cela, deux transducteurs séparés d'une distance d sont placés face à face dans une cuve, en immersion, tel que décrit sur la Figure A.2(a). L'axe des temps présenté sur la Figure A.2(b) ne reflète pas le temps réel mesuré, mais est seulement donné à titre indicatif.

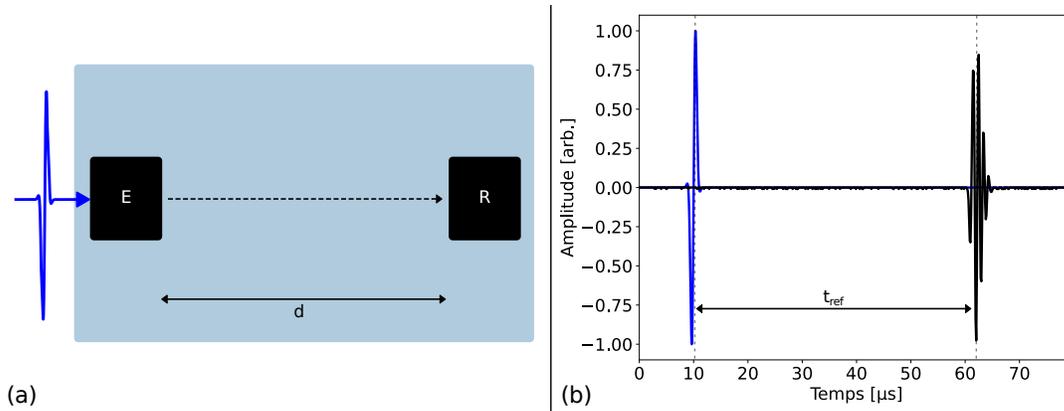


FIGURE A.2 Mesure du temps de vol t_{ref} de l'onde longitudinale dans l'eau, sans échantillon. (a) : schéma de l'expérience mise en place, (b) : signal émis (—) et signal reçu par le transducteur récepteur (—).

Il est supposé que l'alignement entre les transducteurs a été vérifié préalablement aux mesures. Tout d'abord, le temps de vol t_{ref} de l'onde longitudinale, entre l'émetteur et le récepteur est mesuré et s'exprime :

$$t_{ref} = \frac{d}{c_{eau}} \quad (\text{A.7})$$

avec c_{eau} la vitesse des ondes dans l'eau. Tout comme la masse volumique de l'eau, la vitesse des ondes dépend de la température et des propriétés chimiques de l'eau. Ces propriétés chimiques nous étant inconnues, il sera supposé que la vitesse des ondes dans l'eau ne dépend que de la température de celle-ci. De même que pour la masse volumique de l'eau, Bilaniuk et al. [213] présentent la mesure de la vitesse des ondes dans l'eau à différentes températures puis les données expérimentales sont approchées par un polynôme de degré cinq tel que décrit par l'équation (A.8) :

$$c_{eau}(T) = \sum_{n=0}^5 a_n T^n \quad (\text{A.8})$$

avec T la température en degrés et les coefficients a_n déterminés dans le cas de mesure dans de l'eau pure [213] :

$$\begin{cases} a_0 = 1.40 \times 10^3 & a_1 = 5.04 & a_2 = -5.81 \times 10^{-3} \\ a_3 = 3.32 \times 10^{-4} & a_4 = -1.45 \times 10^{-6} & a_5 = 2.99 \times 10^{-9} \end{cases}$$

Ensuite, l'échantillon dont l'épaisseur est recherchée est placé entre l'émetteur et le récepteur et une nouvelle mesure en transmission est réalisée comme montré sur la Figure A.3(a). Les différents signaux mesurés en présence de la plaque sont représentés sur la Figure A.3(b).

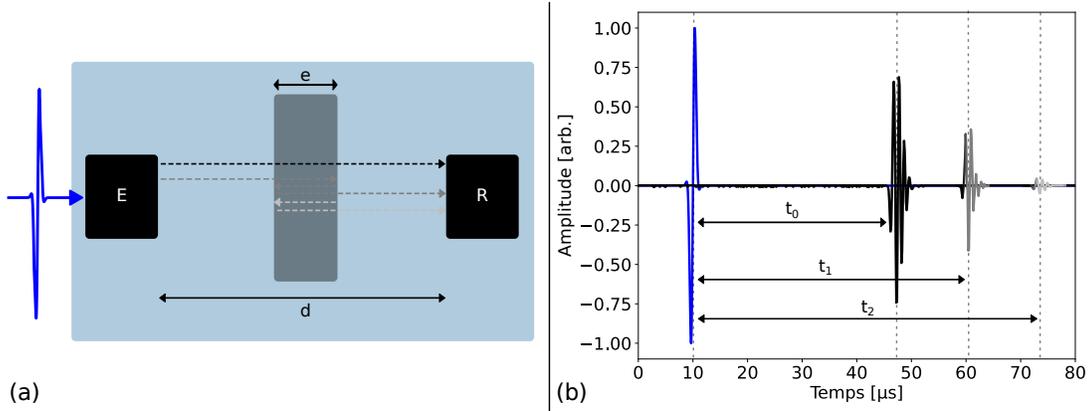


FIGURE A.3 Mesure des temps de vol t_n des ondes traversant le matériau. (a) : schéma de l'expérience mise en place, (b) : signal émis (—) et signaux reçus par le transducteur récepteur à $t = t_0$ (---), $t = t_1$ (---) et $t = t_2$ (---).

Il est supposé que l'échantillon est parfaitement perpendiculaire à la ligne imaginaire joignant l'émetteur au récepteur, de sorte que les ondes émises arrivent en incidence normale au matériau. Contrairement à la mesure sans plaque, le signal reçu comporte beaucoup plus d'échos, comme le montre la Figure A.3(b). Le premier écho arrivant en $t = t_0$ est celui de l'onde ayant traversé le matériau sans subir de réflexions, les échos suivants arrivants aux temps $t = t_n$ sont ceux ayant subi $2n$ réflexions dans le matériau. Ainsi les temps de vol t_0 et t_n ont pour expression :

$$t_0 = e \frac{c_{eau} - c_L}{c_{eau} c_L} + t_{ref} \quad (\text{A.9})$$

$$t_n = t_0 + \frac{2ne}{c_L} \quad (\text{A.10})$$

avec e l'épaisseur du matériau et c_L la vitesse de l'onde longitudinale se propageant dans le matériau. En remaniant l'équation (A.9), l'épaisseur e est déterminée en fonction de c_L :

$$e = (t_0 - t_{ref}) \frac{c_{eau} c_L}{c_{eau} - c_L} \quad (\text{A.11})$$

Étant donné que l'objectif de cette thèse est de caractériser les propriétés du matériau, c_L n'est pas connue. L'équation (A.10) permet d'écrire :

$$c_L = \frac{2 n e}{t_n - t_0} \quad (\text{A.12})$$

En injectant le contenu de cette équation dans l'équation (A.11), l'épaisseur de la plaque est obtenue :

$$e = c_{eau} \left[-t_0 \left(\frac{1}{2n} + 1 \right) + \frac{t_n}{2n} + t_{ref} \right] \quad (\text{A.13})$$

La mesure de l'épaisseur e nécessite donc de connaître la vitesse de propagation des ondes dans l'eau. Les incertitudes sur l'estimation de cette dernière se répercuteront donc sur une erreur d'estimation de l'épaisseur de la plaque.

A.2.2 Incertitudes sur la mesure d'épaisseur par ultrasons

À partir de l'équation (A.13), il est possible de déterminer l'incertitude sur l'épaisseur mesurée de la plaque :

$$\begin{aligned} \Delta e &= \left| \frac{\partial e}{\partial t_0} \right| \Delta t_0 + \left| \frac{\partial e}{\partial t_{ref}} \right| \Delta t_{ref} + \left| \frac{\partial e}{\partial t_n} \right| \Delta t_n + \left| \frac{\partial e}{\partial c_{eau}} \right| \Delta c_{eau} \\ \Delta e &= c_{eau} \left(\frac{1}{2n} + 1 \right) \Delta t_0 + c_{eau} \Delta t_{ref} + \frac{c_{eau}}{2n} \Delta t_n + \frac{e}{c_{eau}} \Delta c_{eau} . \\ \Delta e &= 2 c_{eau} \left(\frac{1}{2n} + 1 \right) \Delta t_0 + \frac{e}{c_{eau}} \Delta c_{eau} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

avec Δt_0 , Δt_{ref} et Δt_n les incertitudes sur la mesure des temps correspondants et $\Delta t_0 = \Delta t_{ref} = \Delta t_n$ car ces grandeurs sont mesurées avec le même appareil et avec des réglages identiques. La grandeur Δc_{eau} est obtenue à partir de l'équation (A.8) et s'exprime :

$$\Delta c_{eau} = \left| \frac{\partial c_{eau}}{\partial T} \right| \Delta T = \sum_{n=1}^5 n a_n T^{n-1} \Delta T \quad (\text{A.15})$$

Avec ΔT l'erreur commise sur la mesure de la température de l'eau.

La vitesse des ondes dans l'eau c_{eau} ainsi que les incertitudes de mesures Δc_{eau} sont représentées sur la Figure A.4 en fonction de la température de l'eau. Des valeurs de vitesses et d'incertitudes sont données pour $T = 10^\circ\text{C}$, 20°C et 30°C et donnent des incertitudes relatives inférieures à 0.15% pour les trois températures.

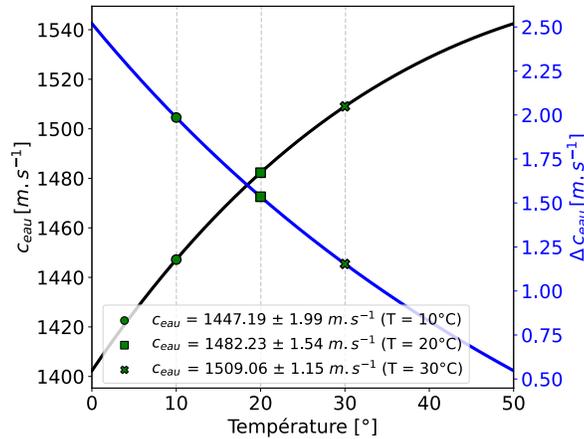


FIGURE A.4 Vitesse de propagation des ondes dans l'eau c_{eau} (—) et son incertitude de mesure Δc_{eau} (—) en fonction de la température.

A.2.3 Application numérique

L'épaisseur et les incertitudes liées sont calculées pour le cas de la plaque isotrope en Plexiglas. Les différentes valeurs de temps et de température mesurés sont :

$$\begin{cases} T = 24.7 \pm 0.5^\circ C & t_{ref} = 213.49 \pm 0.05 \mu s \\ t_0 = 212.46 \pm 0.05 \mu s & t_1 = 215.54 \pm 0.05 \mu s \end{cases}$$

Avec ces valeurs, l'épaisseur de la plaque estimée par ultrasons vaut : 3.84 ± 0.01 mm. L'analyse de chacun des termes de la somme du membre de droite de l'équation (A.14) permet de déterminer que le terme $e \Delta c_{eau}/c_{eau}$ est un ordre de grandeur au-dessus du terme $2 c_{eau} (1/2n + 1) \Delta t_0$. Ceci indique que l'incertitude sur l'estimation de la vitesse des ondes dans l'eau est bien plus importante que l'incertitude sur les différents temps de vols mesurés pour estimer l'épaisseur de la plaque. Néanmoins, l'estimation de l'épaisseur par ultrasons fournit une mesure précise (incertitude relative d'environ 0.26% dans ce cas de figure).

A.3 Calcul analytique des fonctions de sensibilité pour une plaque isotrope monocouche

Pour le calcul analytique des fonctions de sensibilité des modes de Lamb se propageant dans une plaque isotrope monocouche, l'opérateur dérivée partielle par rapport à p_j $\partial/\partial p_j$ est appliqué de chaque côté de l'équation de dispersion :

$$\frac{\partial}{\partial p_j} \left(\frac{\omega^4}{4 k^2 q^2 c_T^4} \right) = \frac{\partial}{\partial p_j} \left(1 - \frac{b \tan(b h + \alpha)}{q \tan(q h + \alpha)} \right) \quad (\text{A.16})$$

Pour simplifier l'écriture, le membre de gauche s'écrit G et le membre de droite s'écrit D tel que :

$$G = \frac{\partial}{\partial p_j} \left(\frac{\omega^4}{4 k^2 q^2 c_T^4} \right) \quad D = \frac{\partial}{\partial p_j} \left(1 - \frac{b \tan(b h + \alpha)}{q \tan(q h + \alpha)} \right) \quad (\text{A.17})$$

En développant, le terme G s'exprime :

$$\begin{aligned} G &= \frac{-k_T^4}{4 k^4 q^4 c_T^4} \left(\frac{\partial k^2 q^2}{\partial p_j} c_T^4 + k^2 q^2 \frac{\partial c_T^4}{\partial p_j} \right) \\ &= \frac{-k_T^4}{4 k^4 q^4 c_T^4} \left(\left[2 k q^2 \frac{\partial k}{\partial p_j} + 2 k^2 q \frac{\partial q}{\partial p_j} \right] c_T^4 - \frac{2 k^2 q^2 \omega^4}{k_T^6} \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} \right) \\ &= \frac{-k_T^4}{4 k^4 q^4 c_T^4} \left(\left[2 k q^2 \frac{\partial k}{\partial p_j} + 2 k^2 q \left(\frac{1}{2 q} \left(\frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} - 2 k \frac{\partial k}{\partial p_j} \right) \right) \right] c_T^4 - \frac{2 k^2 q^2 \omega^4}{k_T^6} \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} \right) \\ &= \frac{-k_T^4}{4 k^4 q^4 c_T^4} \left(\left[2 k c_T^4 (q^2 - k^2) \right] \frac{\partial k}{\partial p_j} + \left[k^2 c_T^4 - \frac{2 k^2 q^2 \omega^4}{k_T^6} \right] \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} \right) \end{aligned}$$

Les termes devant $\partial k/\partial p_j$ sont réunis sous une même variable ainsi que les termes restants tels que :

$$G = \nu \frac{\partial k}{\partial p_j} + \mu \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} \quad (\text{A.18})$$

avec :

$$\nu = \frac{-k_T^4}{2 k^3 q^4} (q^2 - k^2) \quad \mu = \frac{-k_T^2}{4 k^2 q^4} (k_T^2 - 2 q^2) \quad (\text{A.19})$$

Le terme D s'écrit :

$$D = -\frac{1}{T_q^2} \left(T_q \frac{\partial T_b}{\partial p_j} - T_b \frac{\partial T_q}{\partial p_j} \right) \quad (\text{A.20})$$

avec $T_q = q \tan(qh + \alpha)$ et $T_b = b \tan(bh + \alpha)$. Les dérivées de ces termes s'expriment :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_b}{\partial p_j} &= \left(\frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} - 2k \frac{\partial k}{\partial p_j} \right) \frac{T_b}{2b^2} + b \left(\frac{h}{2b} \left(\frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} - 2k \frac{\partial k}{\partial p_j} \right) + b \frac{\partial h}{\partial p_j} \right) \left(1 + \frac{T_b^2}{b^2} \right) \\ &= \left(-k \frac{T_b}{b^2} - k h \left(1 + \frac{T_b^2}{b^2} \right) \right) \frac{\partial k}{\partial p_j} + \left(\frac{T_b}{2b^2} + \frac{h}{2} \left(1 + \frac{T_b^2}{b^2} \right) \right) \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + b^2 \left(1 + \frac{T_b^2}{b^2} \right) \frac{\partial h}{\partial p_j} \\ &= -2k \gamma_b \frac{\partial k}{\partial p_j} + \gamma_b \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + \eta_b \frac{\partial h}{\partial p_j} \\ \frac{\partial T_q}{\partial p_j} &= \left(\frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} - 2k \frac{\partial k}{\partial p_j} \right) \frac{T_q}{2q^2} + q \left(\frac{h}{2q} \left(\frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} - 2k \frac{\partial k}{\partial p_j} \right) + bq \frac{\partial h}{\partial p_j} \right) \left(1 + \frac{T_q^2}{q^2} \right) \\ &= \left(-k \frac{T_q}{q^2} - k h \left(1 + \frac{T_q^2}{q^2} \right) \right) \frac{\partial k}{\partial p_j} + \left(\frac{T_q}{2q^2} + \frac{h}{2} \left(1 + \frac{T_q^2}{q^2} \right) \right) \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} + q^2 \left(1 + \frac{T_q^2}{q^2} \right) \frac{\partial h}{\partial p_j} \\ &= -2k \gamma_q \frac{\partial k}{\partial p_j} + \gamma_q \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} + \eta_q \frac{\partial h}{\partial p_j} \end{aligned}$$

avec :

$$\gamma_{b,q} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_{b,q}}{b^2, q^2} (1 + T_{b,q} h) + h \right) \quad \eta_{b,q} = b^2, q^2 + T_{b,q}^2 \quad (\text{A.21})$$

Le remplacement des différentes expressions dans l'équation (A.20) permet d'écrire :

$$\begin{aligned} D &= \frac{-1}{T_q^2} \left(T_q \left(-2k \gamma_b \frac{\partial k}{\partial p_j} + \gamma_b \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + \eta_b \frac{\partial h}{\partial p_j} \right) - T_b \left(-2k \gamma_q \frac{\partial k}{\partial p_j} + \gamma_q \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} + \eta_q \frac{\partial h}{\partial p_j} \right) \right) \\ &= 2k \left(\frac{\gamma_b}{T_q} - \gamma_q \frac{T_b}{T_q^2} \right) \frac{\partial k}{\partial p_j} - \left(\frac{\gamma_b}{T_q} \right) \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + \left(\frac{T_b \gamma_q}{T_q^2} \right) \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} + \left(\frac{-\eta_b}{T_q} + \frac{\eta_q T_b}{T_q^2} \right) \frac{\partial h}{\partial p_j} \end{aligned}$$

Enfin, l'équation (A.16) est employée :

$$\begin{aligned} T_q^2 \left(\nu \frac{\partial k}{\partial p_j} + \mu \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} \right) &= \\ &= 2k (\gamma_b T_q - \gamma_q T_b) \frac{\partial k}{\partial p_j} - (\gamma_b T_q) \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + (T_b \gamma_q) \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} - (\eta_b T_q - \eta_q T_b) \frac{\partial h}{\partial p_j} \end{aligned}$$

En rassemblant les termes identiques de part et d'autre de l'équation, il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial p_j} (-2k (\gamma_b T_q - \gamma_q T_b) + \nu T_q^2) &= -(\gamma_b T_q) \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + (T_b \gamma_q - \mu T_q^2) \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} - (\eta_b T_q - \eta_q T_b) \frac{\partial h}{\partial p_j} \\ \frac{\partial k}{\partial p_j} (2k (\beta_L + \beta_T) + T_q^2 (2k \mu + \nu)) &= \beta_L \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + \beta_T \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} + \beta_h \frac{\partial h}{\partial p_j} \\ \frac{\partial k}{\partial p_j} &= \frac{\beta_L \frac{\partial k_L^2}{\partial p_j} + \beta_T \frac{\partial k_T^2}{\partial p_j} + \beta_h \frac{\partial h}{\partial p_j}}{2k (\beta_L + \beta_T) + T_q^2 (2k \mu + \nu)} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

avec :

$$\beta_L = -\gamma_b T_q \quad \beta_T = T_b \gamma_q - \mu T_q^2 \quad \beta_h = -\eta_b T_q + \eta_q T_b$$

A.3.1 Calcul de la vitesse de groupe des modes de Lamb se propageant dans une plaque isotrope monocouche

La vitesse de groupe $v_{gr}(f)$ d'un mode est fonction de la fréquence f et s'exprime [14, p.187] :

$$v_{gr}(f) = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (\text{A.23})$$

L'équation (A.22) donne la dérivée du nombre d'onde par rapport à un paramètre p_j . En prenant $p_j = \omega$ et en considérant que $\partial \omega / \partial k = 1 / (\partial k / \partial \omega)$, l'expression de la vitesse de groupe est obtenue :

$$v_{gr}(f) = \frac{1}{\left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)} = \frac{2k (\beta_L + \beta_T) + T_q^2 (2k \mu + \nu)}{\beta_L \frac{\partial k_L^2}{\partial \omega} + \beta_T \frac{\partial k_T^2}{\partial \omega} + \beta_h \frac{\partial h}{\partial \omega}}$$

En remplaçant les dérivées partielles $\partial k_L^2 / \partial \omega$, $\partial k_T^2 / \partial \omega$ et $\partial h / \partial \omega$ par les valeurs correspondantes, données dans le Tableau 2.6, la vitesse de groupe se récrit :

$$v_{gr}(f) = \frac{2k (\beta_L + \beta_T) + T_q^2 (2k \mu + \nu)}{2\omega \left(\frac{\beta_L}{c_L^2} + \frac{\beta_T}{c_T^2}\right)} \quad (\text{A.24})$$

La vitesse de groupe des modes de Lamb se propageant dans la plaque de Plexiglas est calculée par une approximation de l'équation (A.23) et par évaluation de l'équation (A.24). Les résultats sont présentés sur la Figure A.5 et montrent le bon accord encore l'approximation de la vitesse de groupe et son calcul analytique à partir des couples nombres d'onde-fréquence des modes.

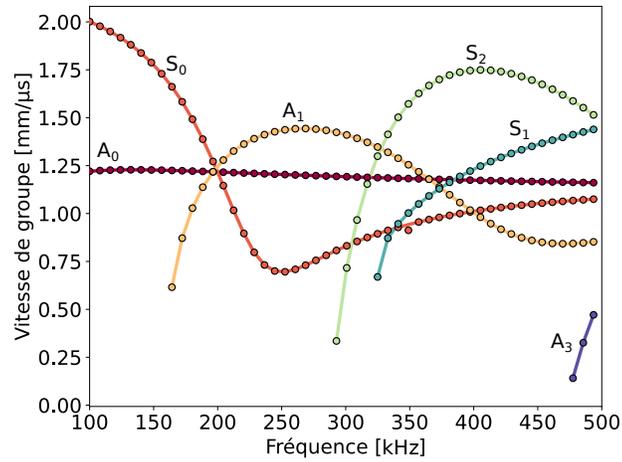


FIGURE A.5 Vitesse de groupe des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas. Approximation de l'équation (A.23) (—) et évaluation de l'équation (A.24) (●).

A.4 Caractéristiques des modes guidés et compléments de sensibilité

Quelques caractéristiques dispersives des modes guidés se propageant dans les trois plaques étudiées sont présentées. Pour chaque plaque et chaque plan de propagation étudié (si applicable), les caractéristiques en : angle de coïncidence et en excitabilité à un déplacement normal en surface de chaque mode se propageant dans la bande de fréquence 100-500 kHz sont présentées. La sensibilité du nombre d'onde des modes guidés à différents paramètres est superposée aux courbes de dispersions en angle de coïncidence des modes guidés afin de faciliter l'interprétation des résultats donnés dans le chapitre 4.

De plus, la sensibilité de l'atténuation des modes guidés se propageant dans la plaque composite et dans l'assemblage collé aux parties imaginaires des modules de viscoélasticité ($\Im\{S_m^{C''_{ij}}(f_m)\}$) est également présentée. Le cas de la plaque isotrope en Plexiglas est traité dans le chapitre 2.

A.4.1 Plaque isotrope

a) Sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb superposée à leurs angles de coïncidence

La Figure A.6 présente la sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas aux propriétés $\mathbf{p}=[C'_{11}, C'_{66}, e]$. La sensibilité est superposée aux angles de coïncidence de ces modes.

La superposition de la sensibilité du nombre d'onde aux angles de coïncidence des modes de Lamb permet de montrer que les modes sensibles aux trois paramètres possèdent de faibles angles de coïncidence. En particulier, les modes sensibles à C'_{11} ont des angles de coïncidence inférieurs à 7.5° sur toute la plage de fréquences 100-500 kHz. Le mode sensible à C'_{66} et à l'épaisseur ayant l'angle de coïncidence le plus élevé est le mode S_0 à 325 kHz et correspond à un angle de 16° . La gamme d'angles $[0;16]^\circ$ contient alors tous les angles de coïncidence des modes de Lamb sensibles à C'_{11} , C'_{66} et e .

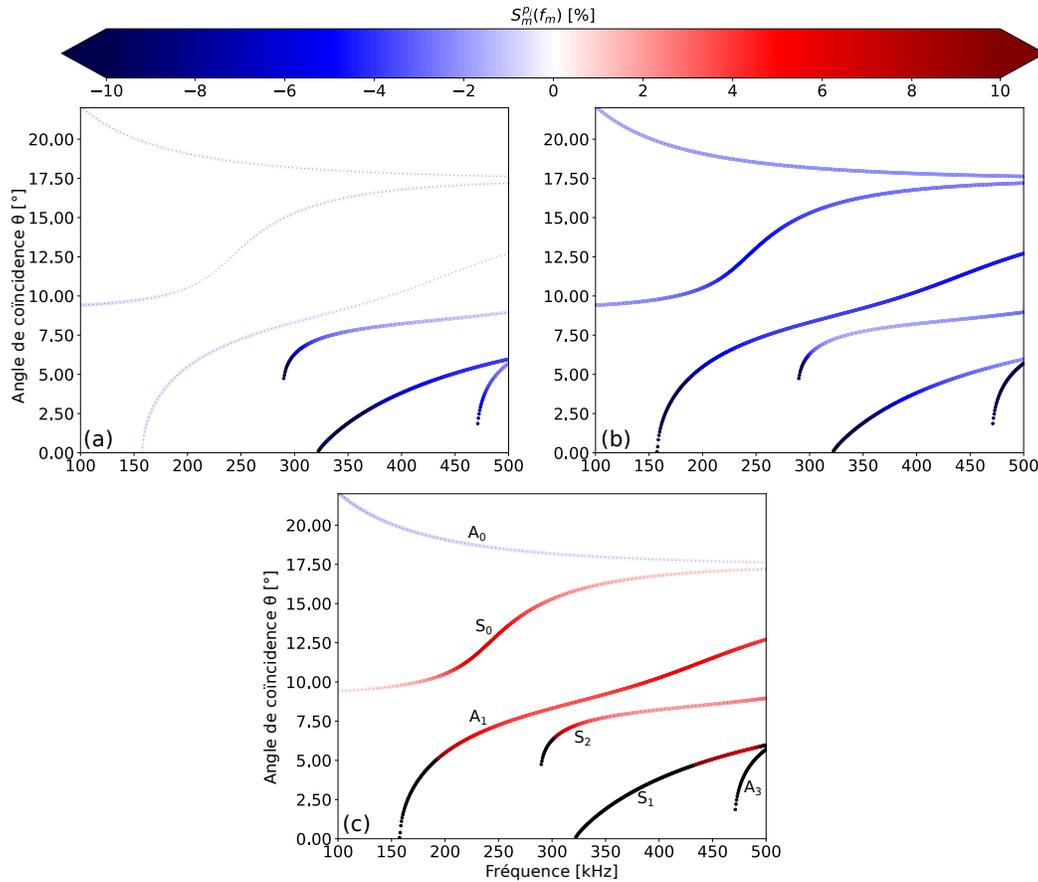


FIGURE A.6 Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas à une augmentation de 5% de chaque paramètre du vecteur $\mathbf{p}=[C'_{11}, C'_{66}, e]$. (a) : $\Re\{S_m^{C'_{11}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C'_{66}}(f_m)\}$, (c) : $\Re\{S_m^e(f_m)\}$.

A.4.2 Plaque anisotrope

a) Caractéristiques dispersives des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$

La Figure A.7 présente l'angle de coïncidence des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ ainsi que leur excitabilité à un déplacement normal en surface.

Le mode guidé se propageant dans la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$, dans le plan $P_{1,0^\circ}$, ayant l'angle de coïncidence le plus élevé est le mode A_0 à 100 kHz. À cette fréquence, ce mode est également le plus sensible à un déplacement normal en surface. Toutes fréquences confondues, c'est le mode S_0 à 325 kHz qui possède la plus grande excitabilité à un déplacement normal en surface. Les modes S_1 et S_2 ont une excitabilité à un déplacement normal en surface qui décroît très rapidement lorsque la fréquence s'éloigne de la fréquence de coupure du mode. Ces observations rejoignent celle effectuée dans le chapitre 4 sur l'excitabilité des modes se propageant dans la plaque isotrope en Plexiglas à un déplacement normal en surface.

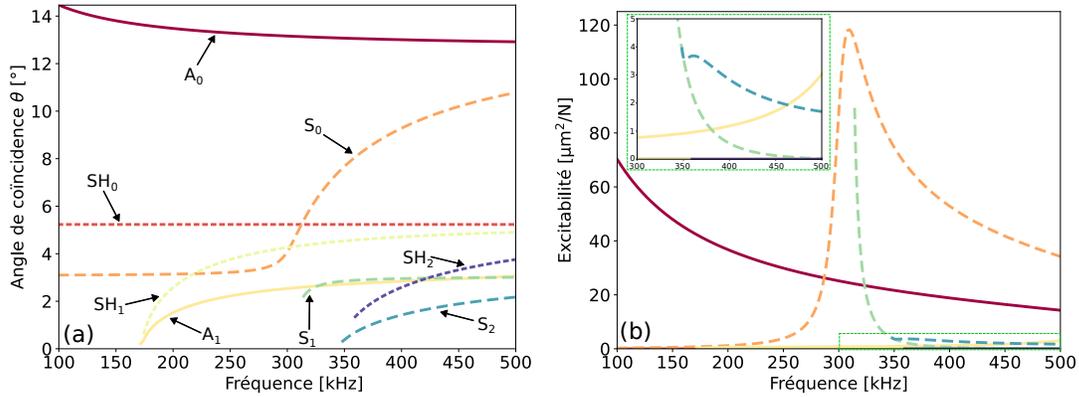


FIGURE A.7 Caractéristiques dispersives des modes guidés se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$. (a) : angle de coïncidence $\theta(f)$, (b) : excitabilité à un déplacement normal en surface $H(f)$. Calculs des modes antisymétriques (—), symétriques (- -) et des modes SH (---).

Les modes guidés de type SH ont une excitabilité à un déplacement normal en surface quasi-nulle car le matériau est supposé être homogène de propriétés présentées dans la section 2.1.2 et dans ce type de matériau, les modes guidés de type SH ont une composante de déplacement normale en surface nulle. En revanche, le matériau étant, en réalité, constitué de plis d'orientations différentes, l'excitabilité de ces modes à un déplacement normal en surface n'est pas nulle, ce qui permet de les générer et de les détecter avec un dispositif sans contact à couplage air.

b) Sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ superposée à leurs angles de coïncidence

La Figure A.8 présente la sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ aux propriétés $\mathbf{p}=[C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$. La sensibilité est superposée aux angles de coïncidence de ces modes.

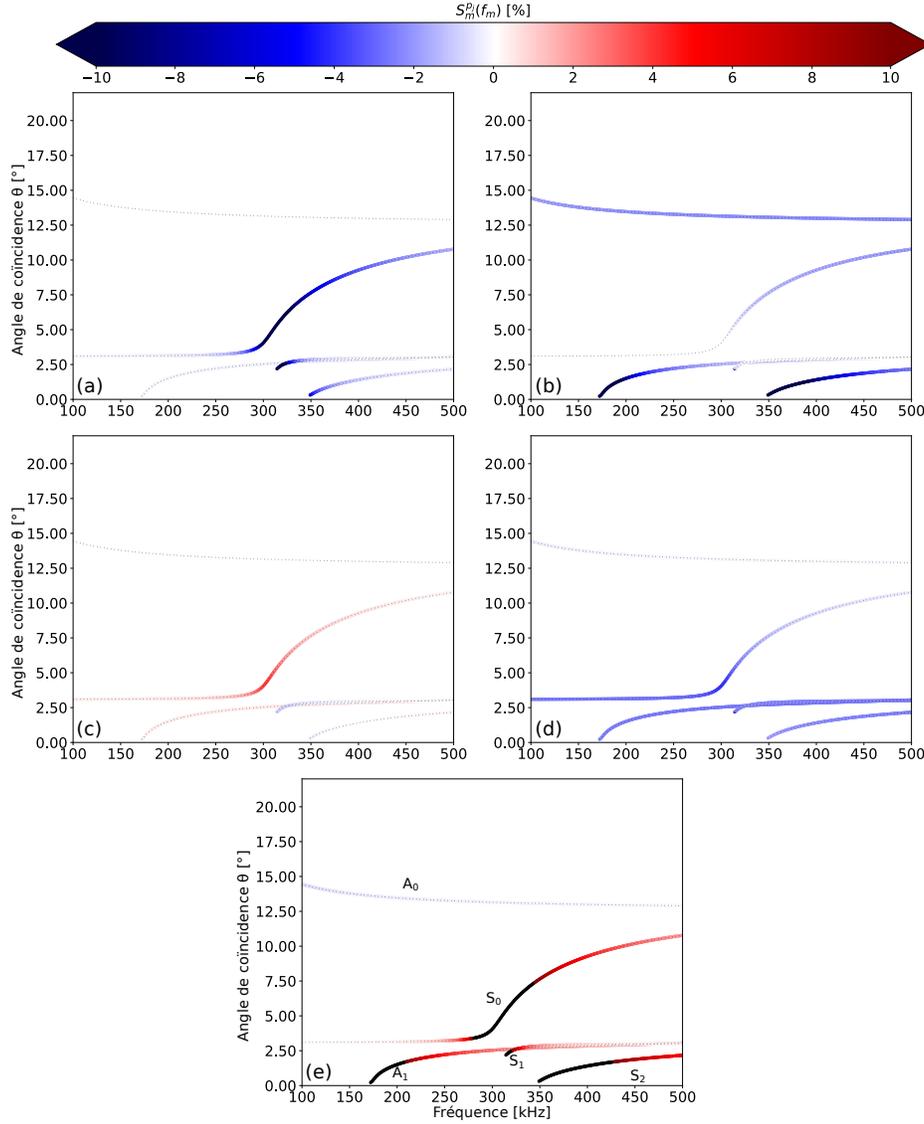


FIGURE A.8 Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$, à une augmentation de 5% des paramètres du vecteur $\mathbf{p}=[C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}, e]$. (a) : $\Re\{S_m^{C'_{11}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C'_{55}}(f_m)\}$, (c) : $\Re\{S_m^{C'_{13}}(f_m)\}$, (d) : $\Re\{S_m^{C'_{33}}(f_m)\}$, (e) : $\Re\{S_m^e(f_m)\}$.

Le mode A_0 , qui possède les angles de coïncidence les plus élevés, est le moins sensible aux paramètres $C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33}$ et e . Les modes sensibles à C'_{11} sont les modes S_0 dans sa région dispersive et les modes S_1 et S_2 au voisinage de leur fréquence de coupure. Les zones sensibles de ces modes ont des angles de coïncidence inférieurs à 10° . Les modes A_1

et S_2 sont les plus sensibles aux variations de C'_{55} notamment proche de leur fréquence de coupure. Les angles de coïncidence de ces zones sensibles sont inférieurs à 3° . Le mode A_0 est également sensible à ce module élastique, mais de manière plus négligeable et les angles de coïncidence de ce mode sont compris entre 12° et 15° . Les angles de coïncidence des modes sensibles aux variations de C'_{13} sont inférieurs à 8° , tout comme pour les angles de coïncidence des modes sensibles à C'_{33} . Enfin, le mode S_0 dans sa région dispersive ainsi que les modes d'ordres supérieurs au voisinage de leur fréquence de coupure sont les plus sensibles aux variations d'épaisseurs. Ces zones sensibles sont comprises dans l'intervalle d'angle d'inclinaison $[0;11]^\circ$ environ.

c) Sensibilité de l'atténuation des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ aux parties imaginaires des modules de viscoélasticité

La Figure A.9 présente la sensibilité de l'atténuation des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$, aux paramètres $\mathbf{p} = [C''_{11}, C''_{55}, C''_{13}, C''_{33}]$. Le Tableau A.1 présente la sensibilité moyenne des modes de Lamb à ces paramètres, dans la bande de fréquence 100-500 kHz.

	A_0	S_0	A_1	S_1	S_2
C''_{11}	0.1	1.8	0.3	0.6	0.3
C''_{55}	4.6	0.9	1.7	0.1	3.7
C''_{13}	0.1	0.7	0.5	0.2	0.1
C''_{33}	0.4	2.9	3.4	4.1	1.4

TABLEAU A.1 Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquences 100-500 kHz, des cinq premiers modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C''_{11}, C''_{55}, C''_{13}, C''_{33}]$.

La Figure A.9 confirme que les modes guidés sensibles à la partie réelle d'un module élastique sont également sensibles à la partie imaginaire de celui-ci. En particulier, le mode S_0 est le plus sensible à C''_{11} avec une variation moyenne de son atténuation de 1.8% alors que l'atténuation du mode A_0 est quasi insensible aux variations de ce module. L'atténuation de ce mode est cependant très sensible aux variations de C''_{55} , avec 4.6% de sensibilité moyenne. Les modes de Lamb sont moins sensibles aux variations de C''_{13} avec des sensibilités moyennes de leurs atténuations inférieures à 1% pour tous les modes. Enfin, la plupart des modes sont sensibles aux variations de C''_{33} avec des variations d'atténuation moyennes supérieures ou égales à 1.4% pour les modes S_0 , A_1 et S_1 et S_2 .

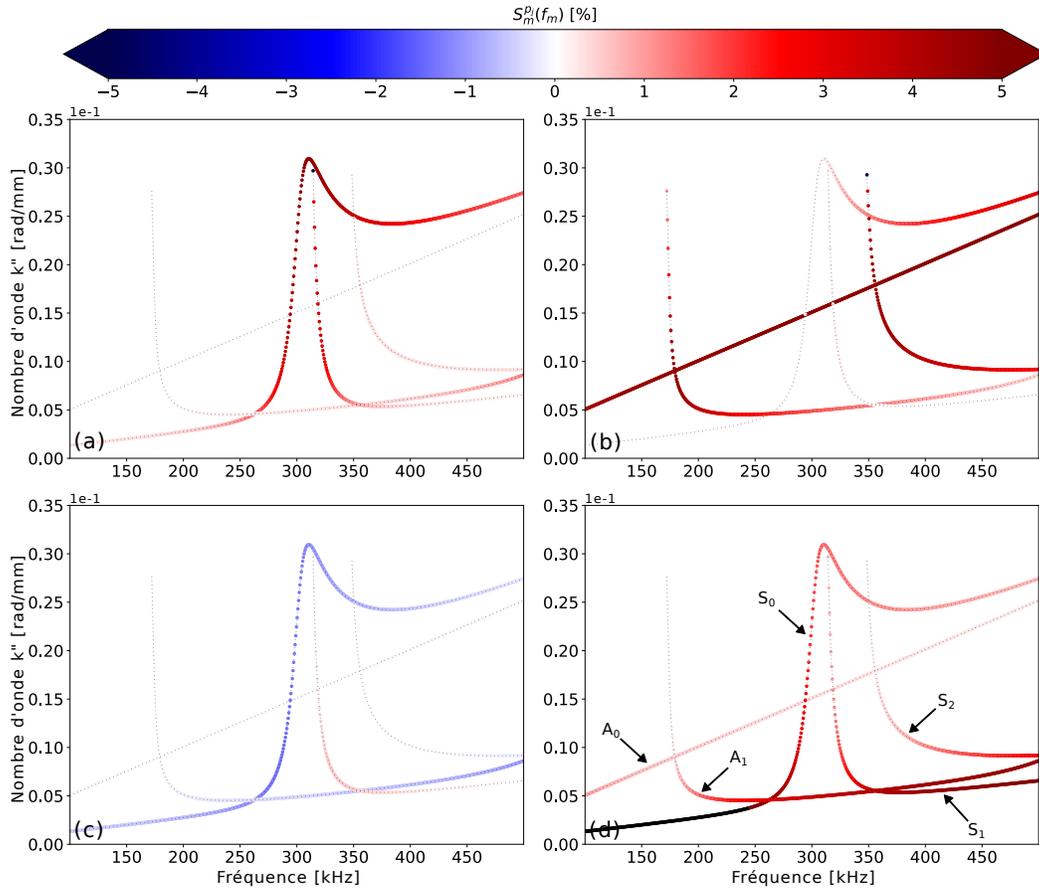


FIGURE A.9 Sensibilité des modes de Lamb se propageant dans le plan $P_{1,0^\circ}$ de la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$, à une augmentation de 5% des paramètres du vecteur $\mathbf{p} = [C''_{11}, C''_{55}, C''_{13}, C''_{33}]$. (a) : $\Im\{S_m^{C''_{11}}(f_m)\}$, (b) : $\Im\{S_m^{C''_{55}}(f_m)\}$, (c) : $\Im\{S_m^{C''_{13}}(f_m)\}$, (d) : $\Im\{S_m^{C''_{33}}(f_m)\}$.

d) Nombre d'onde des modes guidés se propageant dans un plan quelconque $P_{1,\varphi}$

Le nombre d'onde des modes guidés est calculé aux fréquences 150 kHz, 250 kHz, 350 kHz et 450 kHz pour les angles de propagation $\varphi \in [0;360]^\circ$. Les nombres d'onde à ces quatre fréquences sont présentés sur la Figure A.10 sous forme de graphiques polaires. Un cercle en pointillé est ajouté pour chaque mode et représente la valeur du nombre d'onde de ce mode à $\varphi = 0^\circ$.

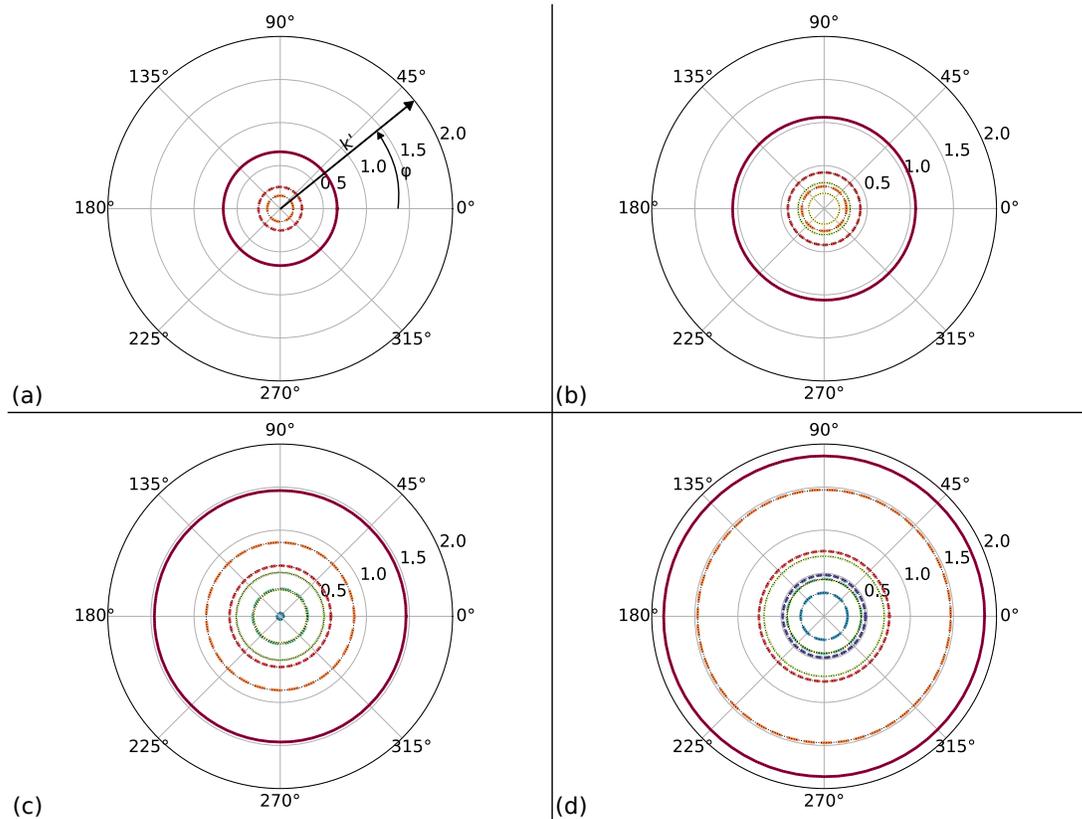


FIGURE A.10 Nombre d'onde des modes guidés se propageant dans la plaque composite à différentes fréquences en fonction de l'angle de propagation φ dans la plaque. (a) : 150 kHz, (b) : 250 kHz, (c) : 350 kHz, (d) : 450 kHz. Calculs des modes antisymétriques (—), symétriques (- -) et des modes SH (---). Modes : A_0 (■), SH_0 (■), S_0 (■), A_1 (■), SH_1 (■), S_1 (■), S_2 (■), SH_2 (■).

Ces représentations permettent de montrer que pour une fréquence donnée, les nombres d'onde des modes de type Lamb et des modes de type SH ne varient que très peu avec l'angle de propagation φ dans la plaque. Cette propriété indique que le plan constitué des axes x_2 et x_3 est quasi isotrope.

e) Sensibilité de l'atténuation des modes guidés se propageant dans un plan quelconque $P_{1,\varphi}$ aux parties imaginaires des modules de viscoélasticité C_{23} et C_{44}

La Figure A.11 présente la sensibilité moyenne de l'atténuation des modes guidés (modes de Lamb + modes de type SH) se propageant dans la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$

aux paramètres $\mathbf{p} = [C''_{23}, C''_{44}]$, en fonction de l'angle de propagation φ dans la plaque. La sensibilité moyenne est calculée dans la plage de fréquences 100-500 kHz.

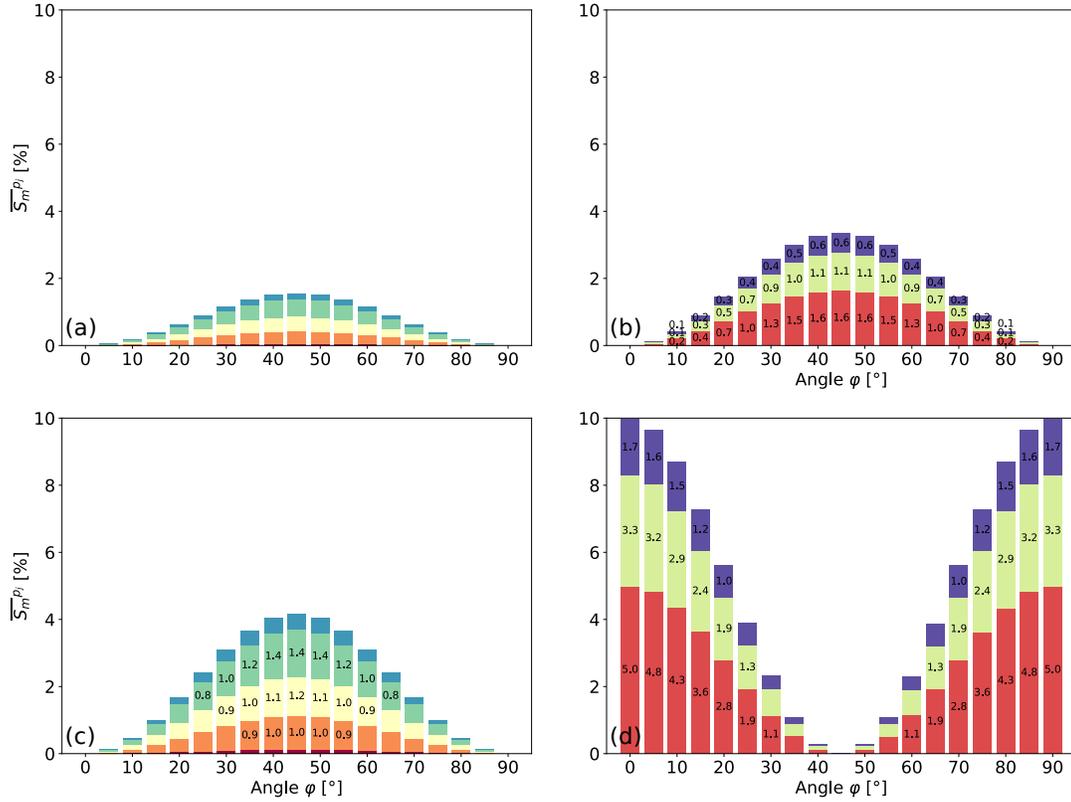


FIGURE A.11 Sensibilité moyenne, dans la plage de fréquence 100-500 kHz, des modes guidés se propageant dans la plaque composite $[0, 45, 90, -45]_{3s}$ à $\mathbf{p} = [C''_{23}, C''_{44}]$ en fonction de l'angle de propagation φ dans la plaque. (a) : sensibilité moyenne des modes de Lamb à C''_{23} , (b) : sensibilité moyenne des modes type SH à C''_{23} , (c) : sensibilité moyenne des modes de Lamb à C''_{44} , (d) : sensibilité moyenne des modes type SH à C''_{44} . Modes : A_0 (■), SH_0 (■), S_0 (■), A_1 (■), SH_1 (■), S_1 (■), S_2 (■), SH_2 (■).

Comme pour l'étude de la sensibilité de la partie réelle des modes guidés au module d'élasticité C''_{23} , les modes guidés de type SH sont plus sensibles aux variations de C''_{23} que les modes de Lamb et ce quelque soit l'angle de propagation φ dans la plaque. Les modes SH_0 , SH_1 et SH_2 se propageant à un angle de propagation compris entre 40° et 50° sont les plus sensibles à ce module avec 1.6%, 1.1% et 0.6% de sensibilité moyenne de leur atténuation, respectivement. Concernant la sensibilité de l'atténuation à la partie imaginaire de C_{44} , les modes de Lamb sont de plus en plus sensibles à ces modules à mesure que l'angle de propagation se rapproche de 45° alors que c'est le contraire pour les modes de type SH . Ces derniers sont assez sensibles au module C''_{44} lorsque la direction de propagation se rapproche des axes x_3 ou x_2 (*i.e.* pour des angles de propagation φ se rapprochant de 0° ou 90°).

A.4.3 Assemblage tricouche

a) Caractéristiques des modes guidés

La Figure A.12 présente l'angle de coïncidence des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium ainsi que leur excitabilité à un déplacement normal en surface, dans la plage de fréquences 100-500 kHz.

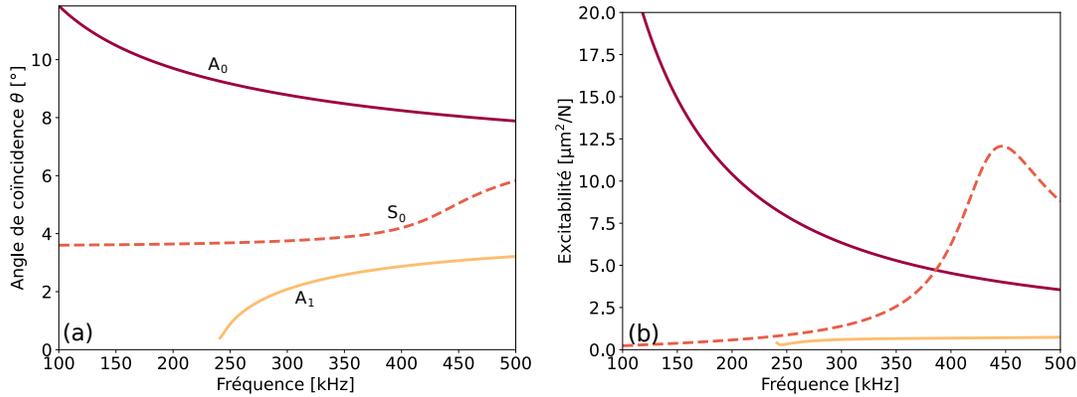


FIGURE A.12 Caractéristiques dispersives des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium. (a) : angle de coïncidence $\theta(f)$, (b) : excitabilité à un déplacement normal en surface $H(f)$. Calculs des modes antisymétriques (—) et symétriques (- -).

Le mode A_0 est encore celui qui possède les plus grands angles de coïncidence, et ce à toutes les fréquences. Il est également le mode le plus sensible à un déplacement normal en surface avec une excitabilité supérieure à $20 \mu\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ pour des fréquences inférieures à 125 kHz. Son excitabilité décroît et le mode S_0 devient le plus excitable pour des fréquences supérieures à 375 kHz. La sensibilité de ce mode à un déplacement normal en surface devient maximale à 450 kHz environ, dans sa zone la plus dispersive.

b) Sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb aux propriétés de l'adhésif superposée à leurs angles de coïncidence

La Figure A.13 présente la sensibilité du nombre d'onde des modes de Lamb aux propriétés $\mathbf{p}=[C'_{11}{}^{adh}, C'_{66}{}^{adh}, e^{adh}]$ de l'adhésif. La sensibilité est superposée aux angles de coïncidence de ces modes.

Comme l'avait montré l'étude de sensibilité des modes de Lamb aux propriétés de l'adhésif menée dans le chapitre 2, le mode A_0 est le mode le moins sensible aux modules élastiques et à l'épaisseur de la couche de colle de l'assemblage aluminium-colle-aluminium. Le mode S_0 dans sa région dispersive (entre 400 kHz et 500 kHz, environ) est sensible aux variations d'épaisseurs et de C'_{11} de l'adhésif, ce qui correspond à des angles de coïncidence compris entre 3.5° et 6.5° environ. Le mode A_1 est très sensible au C'_{66} et à l'épaisseur de la couche de colle, notamment au voisinage de sa fréquence de coupure. La gamme d'angles de coïncidence des zones sensibles de ce mode est $[0;3]^\circ$.

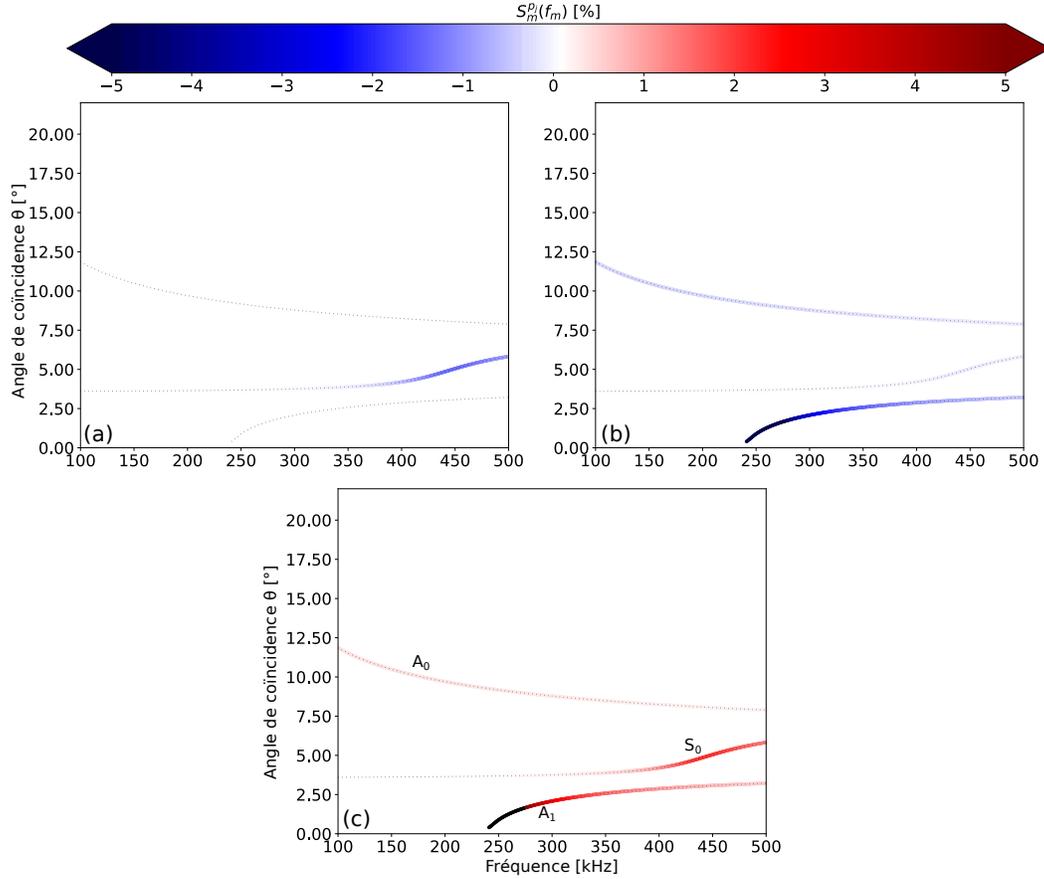


FIGURE A.13 Sensibilité des nombres d'onde des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 5% de chaque paramètre du vecteur $\mathbf{p}=[C_{11}^{adh}, C_{66}^{adh}, e^{adh}]$ de l'adhésif. (a) : $\Re\{S_m^{C_{11}^{adh}}(f_m)\}$, (b) : $\Re\{S_m^{C_{66}^{adh}}(f_m)\}$, (c) : $\Re\{S_m^{e^{adh}}(f_m)\}$.

c) Sensibilité de l'atténuation des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage collé aux parties imaginaires des modules de viscoélasticité de l'adhésif

La sensibilité de l'atténuation des modes de Lamb à la partie imaginaire des modules de viscoélasticité C_{11}'' et C_{66}'' de la couche de colle est étudiée. La Figure A.14(a,b) présente les résultats pour 5% de variation de ces paramètres. La sensibilité moyenne des modes à ces deux paramètres, sur la bande de fréquence 100-500 kHz est reportée dans le Tableau A.2.

L'atténuation du mode A_0 est assez sensible à la partie imaginaire de C_{66}^{adh} avec environ 5% de sensibilité moyenne pour 5% de variation de ce paramètre. L'atténuation du mode S_0 est également sensible à ce paramètre et est le seul mode qui possède une bonne sensibilité à la partie imaginaire de C_{11}^{adh} . Enfin, l'atténuation du mode A_1 est sensible à $C_{66}''^{adh}$ notamment au voisinage de sa fréquence de coupure.

	A_0	S_0	A_1
C_{11}^{adh}	0.0	2.1	0.0
C_{66}^{adh}	5.0	2.9	4.9

TABLEAU A.2 Sensibilité moyenne, dans la bande de fréquences 100-500 kHz, de l'atténuation des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium au jeu de paramètres $\mathbf{p} = [C_{11}^{adh}, C_{66}^{adh}]$.

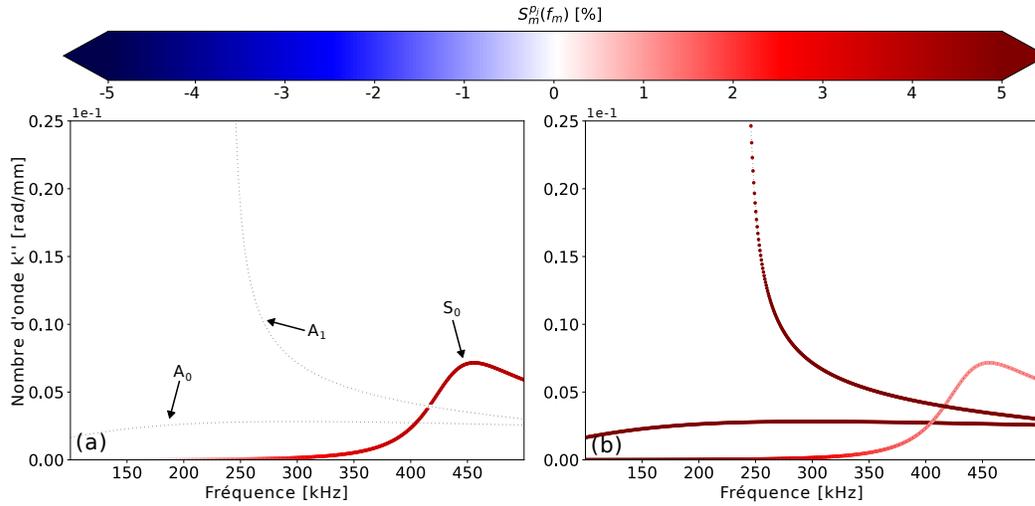


FIGURE A.14 Sensibilité de l'atténuation des modes de Lamb se propageant dans l'assemblage aluminium-colle-aluminium à une augmentation de 5% des paramètres du vecteur $\mathbf{p} = [C_{11}^{adh}, C_{66}^{adh}]$. (a) : $\Im\{S_m^{C_{11}^{adh}}(f_m)\}$, (b) : $\Im\{S_m^{C_{66}^{adh}}(f_m)\}$.

A.5 Défaut de parallélisme entre la table de translation et la plaque

Le défaut de parallélisme entre le plan de la plaque et la table de translation, parallèle à l'axe \mathbf{x}_3 , entraîne une erreur sur l'estimation du nombre d'onde des modes. L'objectif de cette section est de quantifier cette erreur. Le schéma présenté par la Figure A.15 aide à situer le problème de défaut de parallélisme entre la table de translation et le plan de la plaque.

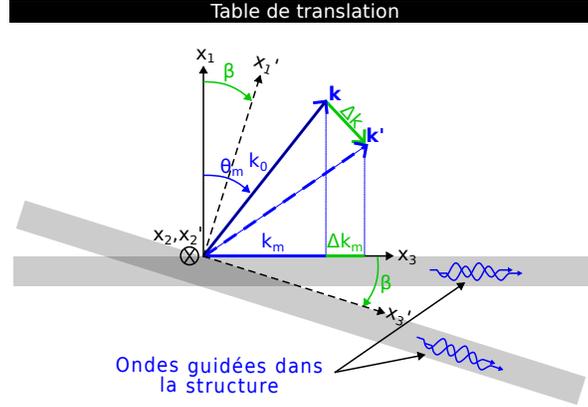


FIGURE A.15 Schéma illustrant le défaut de parallélisme pouvant intervenir entre le plan de la plaque et l'axe de la table de translation.

Deux bases sont définies pour la quantification de l'erreur liée au mauvais parallélisme : la base $\mathcal{B} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3)$ représente l'espace des vecteurs défini en l'absence de défaut de parallélisme (*i.e.* $\beta = 0^\circ$), la base $\mathcal{B}' = (\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_3)$ représente l'espace des vecteurs défini lorsqu'un défaut de parallélisme est commis (*i.e.* $\beta \neq 0^\circ$). La matrice de passage de \mathcal{B}' à \mathcal{B} s'exprime :

$$P_{\mathcal{B}'\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Lorsqu'il n'y a pas de défaut de parallélisme ($\beta = 0^\circ$), les modes guidés se propagent selon l'axe \mathbf{x}_3 et le vecteur d'onde \mathbf{k} de l'onde rayonnée dans le fluide environnant s'exprime :

$$\mathbf{k}_{\mathcal{B}} = k_0 \begin{bmatrix} \cos \theta_m(\mathbf{p}, f_m) \\ \sin \theta_m(\mathbf{p}, f_m) \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} \quad (\text{A.26})$$

avec $k_0 = 2\pi f_m/c_0$, le nombre d'onde de l'onde rayonnée dans l'air, $\theta_m(\mathbf{p}, f_m)$ est l'angle de coïncidence du mode guidé m , se propageant dans une plaque de propriétés \mathbf{p} , à la fréquence f_m . La loi de Snell-Descartes permet de faire le lien entre le nombre d'onde du mode m et l'angle de coïncidence de ce mode :

$$\sin \theta_m(\mathbf{p}, f_m) = \frac{k_m(\mathbf{p}, f_m)}{k_0} \quad (\text{A.27})$$

Pour la suite du développement, l'angle de coïncidence et le nombre d'onde du mode m sont respectivement nommés θ_m et k_m . Si une erreur de parallélisme est commise ($\beta \neq 0^\circ$), c'est-à-dire si la plaque est inclinée d'un angle β par rapport à l'axe de translation \mathbf{x}_3 , supposé être parfaitement horizontal, l'onde guidée se propagera selon \mathbf{x}'_3 et rayonnera dans le fluide environnant avec un vecteur d'onde \mathbf{k}' défini, dans la base \mathcal{B}' , comme :

$$\mathbf{k}'_{\mathcal{B}'} = k_0 \begin{bmatrix} \cos \theta_m \\ \sin \theta_m \end{bmatrix}_{\mathcal{B}'} \quad (\text{A.28})$$

Dans la base \mathcal{B} , le vecteur d'onde \mathbf{k}' s'exprime :

$$\mathbf{k}'_{\mathcal{B}} = P_{\mathcal{B}'\mathcal{B}} \mathbf{k}'_{\mathcal{B}'} = k_0 \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_m \\ \sin \theta_m \end{bmatrix}_{\mathcal{B}'} = k_0 \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \theta_m - \sin \beta \sin \theta_m \\ \sin \beta \cos \theta_m + \cos \beta \sin \theta_m \end{bmatrix}_{\mathcal{B}}$$

L'expression du vecteur \mathbf{k}' dans la base \mathcal{B} permet d'exprimer la différence $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$:

$$\Delta \mathbf{k} = k_0 \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \theta_m - \sin \beta \sin \theta_m - \cos \theta_m \\ \sin \beta \cos \theta_m + \cos \beta \sin \theta_m - \sin \theta_m \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

La différence en nombre d'onde du mode m , notée Δk_m est la composante selon \mathbf{x}_3 de $\Delta \mathbf{k}$:

$$\Delta k_m = \Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_3 = k_0 (\sin \beta \cos \theta_m + \cos \beta \sin \theta_m - \sin \theta_m)$$

En utilisant l'équation (A.27) et en reconnaissant $\cos \theta_m = \sin \theta_m / \tan \theta_m$ la précédente équation se récrit :

$$\Delta k_m = k_m \left(\frac{\sin \beta}{\tan \theta_m} + \cos \beta - 1 \right) \quad (\text{A.30})$$

Cette dernière équation traduit la différence de nombre d'onde existant pour une erreur de parallélisme d'un angle β entre la table de translation et le plan de la plaque. Le développement est réalisé en considérant $\beta > 0$. Le raisonnement analogue pour un angle β négatif permet de déterminer que l'écart en nombre d'onde s'exprime :

$$\Delta k_m = k_m \left(-\frac{\sin \beta}{\tan \theta_m} + \cos \beta - 1 \right) \quad (\text{A.31})$$

A.6 Développement du calcul du déplacement de la plaque sollicitée en traction

Le déplacement de la plaque sollicitée en traction est déterminé en utilisant un développement modal qui consiste à sommer la contribution en déplacement en vitesse ou en contrainte de chaque mode, pondérée par un coefficient nommé variation spatiale de champ du mode, pour déterminer la réponse « totale » du système. Cette section a pour objectif de décrire les étapes nécessaires à l'obtention de l'équation (4.1) du chapitre 4. Pour les développements à venir, les hypothèses suivantes sont émises :

- (i) La propagation est modélisée sans pertes viscoélastiques. Le tenseur d'élasticité \mathcal{C} est donc réel pur ainsi que les nombres d'onde des modes.
- (ii) Seul un nombre fini M de modes propagatifs se propagent, dans le sens des x croissants.

Le développement modal est théoriquement une somme infinie sur les différents modes existants, mais l'hypothèse (ii) fait que celui-ci est tronqué en ne conservant que les M premiers modes propagatifs dans la bande de fréquence souhaitée. De ce fait, les champs de vitesse et de contraintes s'écrivent [195] :

$$\mathbf{v}(x, z) = \sum_{m=0}^M a_m(x) \mathbf{v}_m(z) \quad (\text{A.32})$$

$$\boldsymbol{\sigma}(x, z) = \sum_{m=0}^M a_m(x) \boldsymbol{\sigma}_m(z) \quad (\text{A.33})$$

avec $a_m(x)$ la variation spatiale de champ du mode m définie telle que :

$$a_m(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < x_g \\ A_m(x) e^{i k_m x} & \text{pour } x_g \leq x \leq x_d \\ A_m e^{i k_m x} & \text{pour } x > x_d \end{cases}$$

A_m est l'amplitude modale et dépend de la position en x seulement dans la zone d'excitation, $\forall x \in [x_g, x_d]$, \mathbf{v} est le vecteur vitesse et $\boldsymbol{\sigma}$ est la contrainte, représentée par une matrice 2×2 . Les expressions des différents termes sont données ci-dessous :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(x, z) &= \begin{bmatrix} v^x(x, z) \\ v^z(x, z) \end{bmatrix} & \mathbf{v}_m(z) &= \begin{bmatrix} v_m^x(z) \\ v_m^z(z) \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\sigma}(x, z) &= \begin{bmatrix} \sigma^{xx}(x, z) & \sigma^{xz}(x, z) \\ \sigma^{zx}(x, z) & \sigma^{zz}(x, z) \end{bmatrix} & \boldsymbol{\sigma}_m(z) &= \begin{bmatrix} \sigma_m^{xx}(z) & \sigma_m^{xz}(z) \\ \sigma_m^{zx}(z) & \sigma_m^{zz}(z) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les développements modaux présentés par les équations (A.32) et (A.33) sont rendus possibles, car les modes sont orthogonaux entre eux. Ainsi, la réponse du système à une excitation est calculée en superposant la réponse de chacun des modes à cette excitation.

Pour déterminer la relation d'orthogonalité des modes, la relation de réciprocité élastodynamique est utilisée. Cette relation de réciprocité permet de relier deux états élastodynamiques $(\mathbf{v}_1, \boldsymbol{\sigma}_1)$ et $(\mathbf{v}_2, \boldsymbol{\sigma}_2)$ d'un système soumis à des forces \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 , respectivement. La relation de réciprocité élastodynamique est donnée par l'équation (A.34) [214] :

$$\nabla \cdot (-\boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{v}_2^* - \boldsymbol{\sigma}_2^* \mathbf{v}_1) = -\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}_2^* \cdot \mathbf{v}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2^* : \mathcal{S} : \boldsymbol{\sigma}_1) + \mathbf{v}_2^* \cdot \mathbf{f}_1 + \mathbf{v}_1^* \cdot \mathbf{f}_2 \quad (\text{A.34})$$

avec ρ la masse volumique du matériau, \mathcal{S} le tenseur des souplesses ($\mathcal{S} = \mathcal{C}^{-1}$) et les opérateurs $*$ et $:$ représentent la conjugaison complexe et le produit tensoriel, respectivement. La relation d'orthogonalité des modes découlant de la relation de réciprocité est donnée par :

$$P_{mn} = -\frac{1}{4} \int_{-h}^h (\boldsymbol{\sigma}_m \mathbf{v}_n^* + \boldsymbol{\sigma}_n^* \mathbf{v}_m) \cdot \mathbf{e}_x dz = 0 \quad \text{pour } k_n \neq k_m \quad (\text{A.35})$$

où P_{mn} représente le flux de puissance croisée entre le mode m et le mode n et $\mathbf{v}_{n,m}$, $\boldsymbol{\sigma}_{n,m}$, $k_{n,m}$ représentent respectivement, la vitesse, la contrainte et le nombre d'onde du mode n, m . L'obtention de cette relation est détaillée dans l'Annexe A.6.1.

Pour déterminer les amplitudes modales A_m à partir de la relation de réciprocité, les états élastodynamiques 1 et 2 sont définis comme suit :

$$\begin{cases} \text{État 1} \rightarrow \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(x, z) & \boldsymbol{\sigma}_1 = \boldsymbol{\sigma}(x, z) & \mathbf{f}_1 \neq 0 \\ \text{État 2} \rightarrow \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_n(z)e^{ik_n x} & \boldsymbol{\sigma}_2 = \boldsymbol{\sigma}_n(z)e^{ik_n x} & \mathbf{f}_2 = 0 \end{cases}$$

L'état 1 correspond à un état élastodynamique arbitraire tandis que l'état numéro 2 correspond aux champs du mode n . Ces deux états ont également une dépendance en $e^{-i\omega t}$, indiquant que le calcul se déroule à une fréquence et est volontairement omise pour faciliter la compréhension des calculs¹.

En injectant les différents termes correspondant aux deux états dans l'équation (A.34) et en intégrant sur l'épaisseur de la plaque ($e = 2h$), il vient :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x} - ik_n^*\right) \int_{-h}^h (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{v}_n^* + \boldsymbol{\sigma}_n^* \mathbf{v}) \cdot \mathbf{e}_x dz = \int_{-h}^h \frac{\partial}{\partial z} (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{v}_n^* + \boldsymbol{\sigma}_n^* \mathbf{v}) \cdot \mathbf{e}_z dz + \int_{-h}^h \mathbf{v}_n^* \mathbf{f}_1 dz \quad (\text{A.36})$$

1. Cette dépendance disparaît dès la première étape de calcul puisque $e^{-i\omega t} \times (e^{-i\omega t})^* = 1$

L'hypothèse (i) permet d'écrire $k_n^* = k_n$. Les champs totaux \mathbf{v} et $\boldsymbol{\sigma}$ du membre de gauche sont remplacés par les développements modaux donnés par les équations (A.32) et (A.33) :

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{\partial}{\partial x} - i k_n \right) \int_{-h}^h \sum_{m=0}^M a_m(x) (\boldsymbol{\sigma}_m \mathbf{v}_n^* + \boldsymbol{\sigma}_n^* \mathbf{v}_m) \cdot \mathbf{e}_x dz = \\
& \int_{-h}^h \frac{\partial}{\partial z} (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{v}_n^* + \boldsymbol{\sigma}_n^* \mathbf{v}) \cdot \mathbf{e}_z dz + \int_{-h}^h \mathbf{v}_n^* \mathbf{f}_1 dz \quad (\text{A.37})
\end{aligned}$$

En commutant l'intégrateur et la somme sur a_m du membre de gauche et en se servant de la relation d'orthogonalité définie par l'équation (A.35) et en utilisant le théorème de la divergence sur le premier terme du membre de droite, la précédente équation s'écrit :

$$4 \left(\frac{\partial}{\partial x} - i k_n \right) \sum_m a_m(x) P_{mn} = \mathbf{e}_z \cdot [\boldsymbol{\sigma} \mathbf{v}_n^* + \boldsymbol{\sigma}_n^* \mathbf{v}]_{-h}^h + \int_{-h}^h \mathbf{v}_n^* \mathbf{f}_1 dz \quad (\text{A.38})$$

Étant donné que les modes de Lamb sont déterminés préalablement en imposant des conditions de contraintes nulles en surface (plaque dans le vide), le terme $\mathbf{e}_z \cdot \boldsymbol{\sigma}_n^*$ ($z = \pm h$) est nul. Aussi, l'application de la propriété d'orthogonalité des modes sur le membre de gauche permet de récrire l'équation précédente comme :

$$4 \left(\frac{\partial}{\partial x} - i k_n \right) a_n(x) P_{nn} = f_s^{exc}(x) + f_v^{exc}(x) \quad (\text{A.39})$$

où P_{nn} représente la densité de flux d'énergie moyenne du mode n dans la direction de propagation (ici x) et s'écrit :

$$P_{nn} = -\frac{1}{2} \int_{-h}^h \Re \{ \boldsymbol{\sigma}_n^* \mathbf{v}_n \} \cdot \mathbf{e}_x dz \quad (\text{A.40})$$

Les termes f_s^{exc} et f_v^{exc} sont respectivement la densité surfacique de puissance découlant de la distribution de contrainte $\boldsymbol{\sigma}(x, h)$ et un chargement extérieur s'appliquant dans l'épaisseur de la plaque. Les expressions de ces termes sont données par les équations (A.41).

$$\begin{aligned}
f_s^{exc} &= \mathbf{e}_z \cdot [i \omega \boldsymbol{\sigma}(x, h) \mathbf{u}_n^*(h)] = i \omega [\sigma^{zx}(x, h) u_n^{x,*}(h) + \sigma^{zz}(x, h) u_n^{z,*}(h)] \\
f_v^{exc} &= \int_{-h}^h \mathbf{v}_n^* \mathbf{f}_1 dz = 0
\end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Pour correspondre au dispositif expérimental présenté sur la Figure 4.1(a) du chapitre 4, l'excitation s'effectue uniquement sur la partie haute de la plaque ce qui entraîne $f_s^{exc} = 0 \forall z \neq h$. Dans le cas d'ultrasons générés dans l'air, la composante de cisaillement $\sigma^{zx}(x, h)$ est nulle puisque l'air est considéré comme un fluide non visqueux. C'est pourquoi, il est fait l'approximation que la distribution de contrainte en surface de la plaque est purement normale ce qui entraîne $\sigma^{zx}(x, h) = 0$, $\sigma^{zz}(x, h) \neq 0$ pour le reste du raisonnement. Le chargement extérieur f_v^{exc} est, lui aussi, considéré comme nul puisque

la plaque est sollicitée, physiquement, uniquement en traction, par une onde arrivant du milieu environnant, pour $z \geq h$. La prise en compte de toutes ces considérations permet de récrire l'équation (A.39) comme :

$$4 \left(\frac{\partial}{\partial x} - i k_n \right) a_n(x) P_{nn} = i \omega u_n^{z,*}(h) \sigma^{zz}(x, h) \quad (\text{A.42})$$

Dans la zone d'application de la contrainte, $x_g \leq x \leq x_d$, les variations spatiales de champs s'écrivent $a_n(x) = A_n(x) e^{i k_n x}$.

En injectant cette forme de solution dans l'équation (A.42), il vient :

$$A_n(x) = \frac{i \omega u_n^{z,*}(h)}{4 P_{nn}} \int_{x_g}^x \sigma^{zz}(\xi, h) e^{-i k_n \xi} d\xi \quad (\text{A.43})$$

en intégrant sur la zone d'application de la contrainte, les variations spatiales de champs, pour $x > x_d$, ont pour expression :

$$a_n(x) = \frac{i \omega u_n^{z,*}(h)}{4 P_{nn}} \left[\int_{x_g}^{x_d} \sigma^{zz}(\xi, h) e^{-i k_n \xi} d\xi \right] e^{i k_n x} \quad (\text{A.44})$$

En prolongeant la contrainte normale $\sigma^{zz}(x, h)$ par zéro à l'extérieur de l'intervalle $[x_g, x_d]$, on reconnaît dans l'intégrale de l'équation (A.44) la transformée de Fourier $\hat{\sigma}^{zz}(k_n, h)$ de ce prolongement, en k_n , et l'équation (A.44) s'écrit alors :

$$a_n(x) = \frac{i \omega u_n^{z,*}(h)}{4 P_{nn}} \hat{\sigma}^{zz}(k_n, h) e^{i k_n x} \quad (\text{A.45})$$

Enfin, le déplacement à droite de l'excitation ($x > x_d$) est obtenu en effectuant un développement modal sur les M modes se propageant dans le sens des x croissants [194] :

$$\mathbf{u}(x, z) = \sum_{m=0}^M a_m(x) \mathbf{u}_m(z) = \sum_{m=0}^M \frac{i \omega u_m^{z,*}(h)}{4 P_{mm}} \mathbf{u}_m(z) \hat{\sigma}^{zz}(k_m, h) e^{i k_m x} \quad (\text{A.46})$$

A.6.1 Relation d'orthogonalité des modes guidés

La relation d'orthogonalité des modes guidés découle de la relation de réciprocité élastodynamique :

$$\nabla \cdot (-\boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{v}_2^* - \boldsymbol{\sigma}_2^* \mathbf{v}_1) = -\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}_2^* \cdot \mathbf{v}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2^* : \mathcal{S} : \boldsymbol{\sigma}_1) + \mathbf{v}_2^* \cdot \mathbf{f}_1 + \mathbf{v}_1^* \cdot \mathbf{f}_2 \quad (\text{A.47})$$

Pour déterminer la relation d'orthogonalité des modes, deux états elastodynamiques modaux, à une fréquence donnée sont considérés :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1(x, z) &= \mathbf{v}_m(z) e^{i(k_m x - \omega t)} & \boldsymbol{\sigma}_1(x, z) &= \boldsymbol{\sigma}_m(z) e^{i(k_m x - \omega t)} \\ \mathbf{v}_2(x, z) &= \mathbf{v}_n(z) e^{i(k_n x - \omega t)} & \boldsymbol{\sigma}_2(x, z) &= \boldsymbol{\sigma}_n(z) e^{i(k_n x - \omega t)} \end{aligned}$$

Avec $k_{m,n}$ le nombre d'onde du mode m, n , $\mathbf{v}_{\mathbf{m},n}(z)$ la vitesse du mode m, n dans l'épaisseur de la plaque et $\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m},n}$ la contrainte du mode m, n . Il est considéré que $\mathbf{f}_{\mathbf{1},\mathbf{2}} = 0$ puisque par définition, un mode correspond à une solution non nulle avec un terme source nulle. En injectant ces deux états dans l'équation (A.47), celle-ci se récrit :

$$-i(k_n^* - k_m) (\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m}} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^* + \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}}^* \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{x}} - \frac{\partial}{\partial z} (\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m}} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^* + \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}}^* \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}} = 0$$

En intégrant cette équation sur l'épaisseur de la plaque, il vient :

$$-i(k_n^* - k_m) \int_{-h}^h (\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m}} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^* + \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}}^* \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{x}} dz = \int_{-h}^h \frac{\partial}{\partial z} (\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m}} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^* + \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}}^* \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}} dz$$

En utilisant le théorème de la divergence sur le membre de droite, l'équation précédente s'écrit :

$$-i(k_n^* - k_m) \int_{-h}^h (\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m}} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^* + \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}}^* \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{x}} dz = [(-\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m}} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^* - \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}}^* \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{z}}]_{-h}^h$$

Enfin, étant donné que les solutions modales sont obtenues en considérant une contrainte normale nulle en surface (plaque dans le vide), le terme de droite s'annule, permettant ainsi d'écrire la précédente équation comme :

$$4 i(k_n^* - k_m) P_{m,n} = 0 \tag{A.48}$$

Avec $P_{m,n}$, la relation d'orthogonalité des modes :

$$P_{mn} = -\frac{1}{4} \int_{-h}^h (\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{m}} \mathbf{v}_{\mathbf{n}}^* + \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{n}}^* \mathbf{v}_{\mathbf{m}}) \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{x}} dz \quad \text{pour } k_n^* \neq k_m \tag{A.49}$$

A.7 Caractérisation des transducteurs capacitifs rectangulaires

A.7.1 Transducteurs capacitifs rectangulaires de 10 mm

La distance de champ proche x_L délimite la zone de champ proche et la zone de champ lointain des transducteurs. Une représentation graphique de ces zones est donnée sur la Figure A.16.

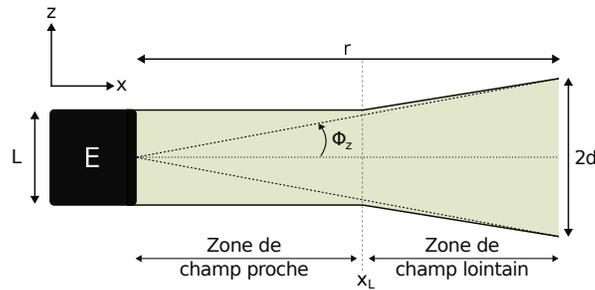


FIGURE A.16 Schématisation du champ rayonné par un transducteur plan.

Pour déterminer cette quantité, la vitesse de la membrane est mesurée en $z = 0$ pour $x \in [38; 300]$ mm à l'aide du dispositif présenté sur la Figure 5.4 du chapitre 5. La borne inférieure des valeurs de x correspond à la distance minimale à laquelle peut s'approcher le transducteur de la membrane en PET. La vitesse dans l'axe des transducteurs est représentée sur la Figure A.17.

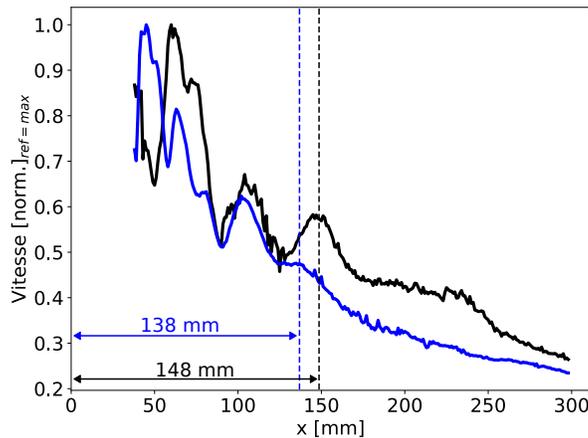


FIGURE A.17 Vitesse normalisée mesurée à $f = 350$ kHz pour chacun des transducteurs rectangulaires en fonction de x . Transducteur R_1 (—) et R_2 (—). Distance de champ proche du transducteur R_1 (- -) et du transducteur R_2 (- -).

En champ proche ($x < x_L$) la largeur du faisceau ultrasonore est inférieure ou égale à la largeur du transducteur ($2d \leq L$) et des interférences constructives et destructives sont responsables des fluctuations de pression (ou de vitesse) observées. La distance de champ proche x_L est souvent définie expérimentalement comme la position du dernier maxima d'amplitude et vaut 138 mm pour R_2 et 148 mm pour R_1 . En champ lointain ($x > x_L$) les

interférences cessent d'être destructives et le faisceau ultrasonore commence à se dilater ($2d \geq L$) ce qui se traduit par une diminution de l'amplitude du champ proportionnelle à l'inverse de la distance.

A.7.2 Transducteurs capacitifs rectangulaires de 20 mm

Pour des raisons techniques, la partie active du transducteur est un rectangle inscrit dans une plaque de plastique circulaire de sorte que, lors de la polarisation de la membrane, seule la partie située au-dessus de la plaque rectangulaire se plaque sur celle-ci. Les photographies présentées par la Figure A.18 montrent les deux transducteurs fabriqués. Ainsi le transducteur de dimensions 20×45 mm est nommé RC_1 et le transducteur de dimensions 20×56 mm est nommé RC_2 . La longueur du transducteur RC_2 est plus importante, car le moule (partie circulaire extérieure du transducteur) possède un diamètre plus grand, ce qui permet donc d'inscrire un rectangle plus grand.

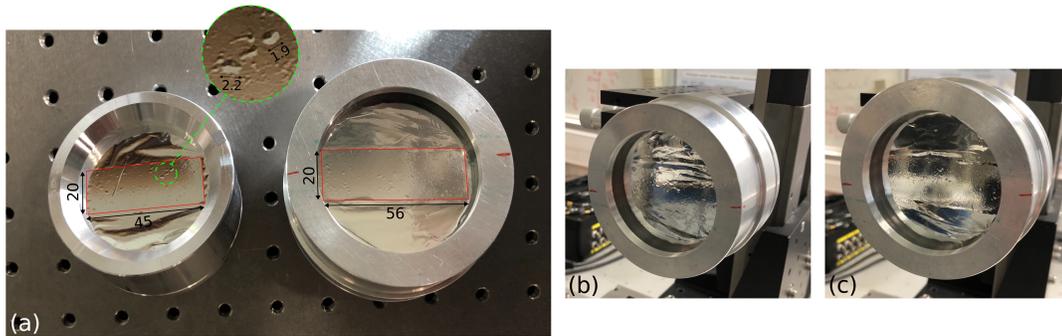


FIGURE A.18 Photographies des transducteurs fabriqués. (a) : transducteur RC_1 (gauche) et transducteur RC_2 (droite) après polarisation de leur membrane. (b) : transducteur RC_2 avant polarisation de la membrane. (c) : transducteur RC_2 après polarisation de la membrane. Les cotes sont données en mm.

a) Réponse en fréquence des transducteurs

Le dispositif expérimental utilisé pour la mesure de la réponse en fréquence est le même que celui employé pour la caractérisation des transducteurs de 10 mm présenté dans la section 5.1.2.a) du chapitre 5. Les signaux temporels acquis moyennés 50 fois et les réponses en fréquence sont présentés sur la Figure A.19.

Le niveau d'amplitude de la réponse impulsionnelle du transducteur RC_2 est environ trois fois plus élevé que le niveau d'amplitude de RC_1 pour exactement la même excitation. Ceci s'explique principalement par la différence de surface active entre les transducteurs (1120 mm^2 pour RC_2 contre 900 mm^2 pour RC_1). L'efficacité et la sensibilité du transducteur, qui ne sont pas quantifiées ici, jouent également sur l'amplitude émise et mesurée. Pour 50 moyennes du signal reçu, le rapport signal à bruit du transducteur RC_1 est d'environ 20 dB alors que ce rapport monte à 32 dB pour le transducteur RC_2 .

Enfin, l'application d'une transformée de Fourier aux signaux de la Figure A.19(a) permet de déterminer la réponse en fréquence des deux transducteurs rectangulaires. Comme

attendu, les deux capteurs capacitifs possèdent une bande passante large. Les bandes passantes à -3 dB et -10 dB sont reportées dans le Tableau A.3. Le capteur RC_1 a une bande passante d'environ 600 kHz à -10 dB contre 400 kHz à -10 dB pour le transducteur RC_2 . La fréquence centrale de ce transducteur est également plus élevée que celle de RC_2 avec 450 kHz contre 351 kHz.

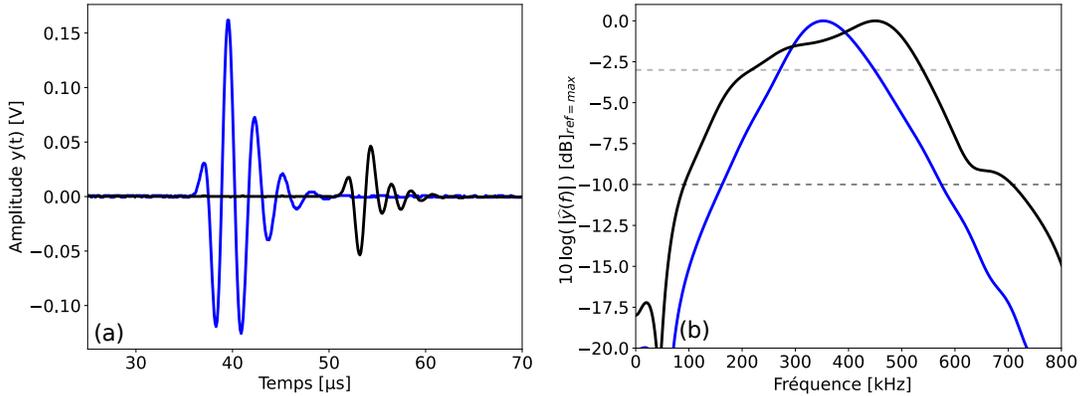


FIGURE A.19 (a) : réponse impulsionnelle des transducteurs, (b) : réponse en fréquence des transducteurs. Transducteur RC_1 (—) et transducteur RC_2 (—).

b) Mesure de la distribution spatiale du champ de pression des transducteurs

La mesure de la distribution spatiale du champ des transducteurs est faite telle que décrite dans la section 5.1.2.b) du chapitre 5. La vitesse normale à la membrane est mesurée pour plusieurs positions x et z et est extraite à la fréquence $f = 400$ kHz par transformée de Fourier des signaux mesurés. La Figure A.20 présente les résultats obtenus pour les transducteurs RC_1 et RC_2 .

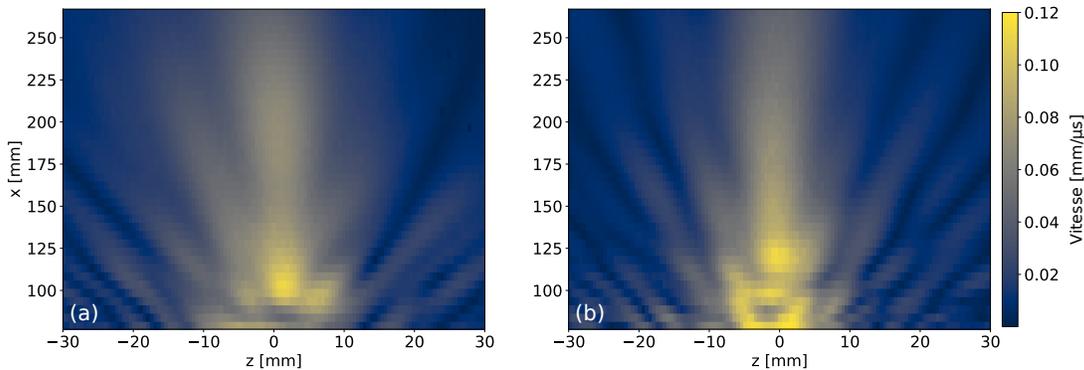


FIGURE A.20 Vitesse de vibration de la membrane mesurée pour différentes positions x et z à $f = 400$ kHz. (a) : transducteur RC_1 , (b) : transducteur RC_2 .

La vitesse dans l'axe des transducteurs (en $z = 0$) est extraite de la Figure A.20 et est représentée sur la Figure A.21 ainsi que des droites verticales représentant la distance de champ proche des transducteurs. Pour le transducteur RC_2 , la distance de champ proche à la fréquence $f = 400$ kHz vaut 188 mm. Le transducteur RC_1 affiche une distance de champ proche légèrement plus élevée d'environ 192 mm.

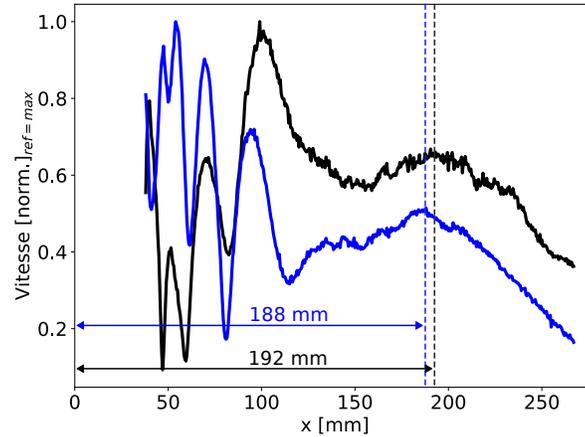


FIGURE A.21 Vitesse normalisée mesurée à $f = 400$ kHz pour chacun des transducteurs rectangulaires en fonction de x . Transducteur RC_1 (—) et RC_2 (—). Distance de champ lointain du transducteur RC_1 (- -) et RC_2 (- -).

L'ouverture angulaire des capteurs RC_1 et RC_2 est quantifiée à l'aide de l'équation (5.3) à partir de la mesure en $x = 267$ mm pour des fréquences comprises entre 100 kHz et 600 kHz et les résultats sont présentés sur la Figure A.22. L'ouverture angulaire théorique d'un transducteur rectangulaire de largeur $L = 20$ mm est également présentée.

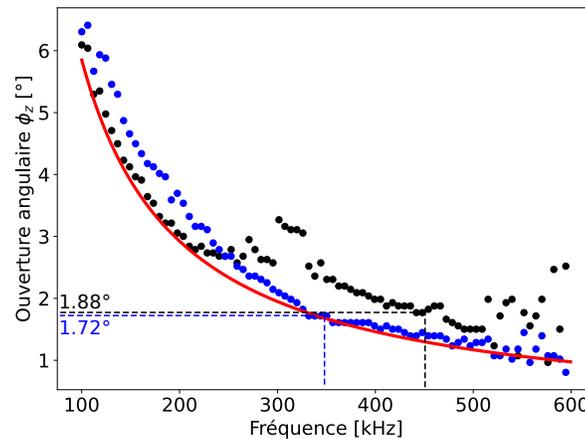


FIGURE A.22 Ouverture angulaire des transducteurs RC_1 (●) et RC_2 (●) en fonction de la fréquence. Ouverture angulaire des transducteurs RC_1 (- -) et RC_2 (- -) à leur fréquence centrale. Ouverture angulaire « théorique » d'un transducteur rectangulaire de largeur $L = 20$ mm(—).

L'ouverture angulaire mesurée ne suit pas tout à fait la formule théorique bien que la tendance de celle-ci à décroître avec la fréquence est conservée.

Transducteur	RC_1	RC_2
Surface active [mm ²]	900	1120
Rapport signal à bruit (RSB) [dB]	20	32
Bande passante à -3 dB (à -10 dB) [kHz]	216-539 (90-700)	271-447 (163-574)
Fréquence centrale f_0 [kHz]	450	351
Distance de champ proche x_L [mm]	192	188
Ouverture angulaire ϕ_z à f_0 [°]	1.88	1.72

TABLEAU A.3 Caractéristiques des transducteurs rectangulaires RC_1 et RC_2 .

LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Vahid Monfared, Seeram Ramakrishna, As'ad Alizadeh et Maboud Hekmatifar. « A systematic study on composite materials in civil engineering ». In : *Ain Shams Engineering Journal* 14.12 (2023), p. 102251. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.asej.2023.102251> (cf. p. 1).
- [2] V. Gheorghe, M. Scutaru, V. Ungureanu, C.n Eliza et M. Ulea. « New Design of Composite Structures Used in Automotive Engineering ». In : *Symmetry* 13 (fév. 2021), p. 383. DOI : [10.3390/sym13030383](https://doi.org/10.3390/sym13030383) (cf. p. 1).
- [3] A.B. Irez, E. Bayraktar et I. Miskioglu. « Fracture Toughness Analysis of Epoxy-Recycled Rubber-Based Composite Reinforced with Graphene Nanoplatelets for Structural Applications in Automotive and Aeronautics ». In : *Polymers* 12.2 (2020). DOI : [10.3390/polym12020448](https://doi.org/10.3390/polym12020448) (cf. p. 1).
- [4] Bruno Castanié. « Composite structures in aeronautics : past, present and future ». In : *The 5th Burapha University International Conference 2016, July 28-29, Pattaya, Thailand*. Pattaya, Thailand, 2016 (cf. p. 1).
- [5] Carosena Meola, Simone Boccardi et Giovanni maria Carlomagno. « Chapter 1 - Composite Materials in the Aeronautical Industry ». In : *Infrared Thermography in the Evaluation of Aerospace Composite Materials*. Sous la dir. de C. Meola, S. Boccardi et G.M Carlomagno. Woodhead Publishing, 2017, p. 1-24. ISBN : 978-1-78242-171-9. DOI : <https://doi.org/10.1016/B978-1-78242-171-9.00001-2> (cf. p. 1).
- [6] Bing Wang, Shuncong Zhong, Tung Lee, Kevin Fancey et Jiawei Mi. « Non-destructive testing and evaluation of composite materials/structures : A state-of-the-art review ». In : *Advances in Mechanical Engineering* 12 (fév. 2020) (cf. p. 1).
- [7] D.E. Chimenti. « Review of air-coupled ultrasonic materials characterization ». In : *Ultrasonics* 54.7 (2014), p. 1804-1816. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2014.02.006> (cf. p. 2).
- [8] T.L. Gordon et M.E. Fakley. « The influence of elastic modulus on adhesion to thermoplastics and thermoset materials ». In : *International Journal of Adhesion and Adhesives* 23.2 (2003), p. 95-100. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0143-7496\(02\)00064-7](https://doi.org/10.1016/S0143-7496(02)00064-7) (cf. p. 2).
- [9] N. Guo et P. Cawley. « The interaction of Lamb waves with delaminations in composite laminates ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 94.4 (oct. 1993), p. 2240-2246. DOI : [10.1121/1.407495](https://doi.org/10.1121/1.407495) (cf. p. 2).
- [10] S. Baste et B. Hosten. « Evaluation de la matrice d'élasticité des composites orthotropes par propagation ultrasonore en dehors des plans principaux de symétrie ». In : *Revue de Physique Appliquée* 25 (jan. 1990). DOI : <https://doi.org/10.1051/rphysap:01990002502016100> (cf. p. 4, 28).
- [11] B. Hosten. « Elastic Characterization of Orthotropic Composite Materials from Ultrasonic Inspection through Non-Principal Planes ». In : *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation : Volume 10B*. Sous la dir. de Donald O.

- Thompson et Dale E. Chimenti. Boston, MA : Springer US, 1991, p. 1437-1444. DOI : [10.1007/978-1-4615-3742-7_39](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-3742-7_39) (cf. p. 4, 28, 45).
- [12] M. Castaings, B Hosten et T. Kundu. « Inversion of ultrasonic, plane-wave transmission data in composite plates to infer viscoelastic material properties ». In : *NDT and E International* 33 (sept. 2000), p. 377-392. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0963-8695\(00\)00004-9](https://doi.org/10.1016/S0963-8695(00)00004-9) (cf. p. 4, 29).
- [13] E. Siryabe, M. Renier, A. Meziane, J. Galy et M. Castaings. « Characterization of Cohesive and Adhesive Properties of Adhesive Bonds Using Transmitted Ultrasonic Waves ». In : *e-Journal of Nondestructive Testing* (2016) (cf. p. 4, 29).
- [14] D. Royer et E. Dieulesaint. « Elastic Waves in Solids I. Free and Guided Propagation ». In : *Springer Berlin, Heidelberg* (1999) (cf. p. 6, 8, 12, 13, 51, 53, 57, 109, 172).
- [15] Y. Chevalier. *Comportements élastique et viscoélastique des composites*. Techniques de l'ingénieur, traité plastiques et composites, A7750 (cf. p. 7).
- [16] J.L. Rose. « Ultrasonic Guided Waves in Solid Media ». In : *Ultrasonic Guided Waves in Solid Media* (jan. 2014), p. 1-512. DOI : [10.1017/CB09781107273610](https://doi.org/10.1017/CB09781107273610) (cf. p. 8).
- [17] M. Deschamps et B. Hosten. « The effects of viscoelasticity on the reflection and transmission of ultrasonic waves by an orthotropic plate ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 91.4 (avr. 1992), p. 2007-2015. DOI : [10.1121/1.403685](https://doi.org/10.1121/1.403685) (cf. p. 8).
- [18] B. Hosten et M. Castaings. « Transfer matrix of multilayered absorbing and anisotropic media. Measurements and simulations of ultrasonic wave propagation through composite materials ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 94.3 (sept. 1993), p. 1488-1495. DOI : [10.1121/1.408152](https://doi.org/10.1121/1.408152) (cf. p. 8).
- [19] J. L. Rose, Y. Huang et A. Tverdokhlebov. « Surface Waves for Anisotropic Material Characterization-A Computer Aided Evaluation System ». In : *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*. Sous la dir. de Donald O. Thompson et Dale E. Chimenti. Boston, MA : Springer US, 1990, p. 1573-1580. DOI : [10.1007/978-1-4684-5772-8_202](https://doi.org/10.1007/978-1-4684-5772-8_202) (cf. p. 10).
- [20] J.L Rose, A. Nayfeh et A. Pilarski. « Surface waves for material characterization ». In : *Journal of Applied Mechanics* (1990). DOI : <https://doi.org/10.1115/1.2888328> (cf. p. 10).
- [21] A. Bey-Temsamani, S. Vandenplas et L. Van Biesen. « Surface waves investigation for ultrasonic materials characterization : Theory and experimental verification ». In : *Ultrasonics* 40 (juin 2002), p. 73-6. DOI : [10.1016/S0041-624X\(02\)00093-8](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(02)00093-8) (cf. p. 10).
- [22] L. V. Socco et C. Strobbia. « Surface-wave method for near-surface characterization : A tutorial ». In : *Near Surface Geophysics* 2 (nov. 2004), p. 165-185. DOI : [10.3997/1873-0604.2004015](https://doi.org/10.3997/1873-0604.2004015) (cf. p. 10).
- [23] J. Xia, R. Miller et C. Park. « Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves ». In : *Geophysics* 64 (mai 1999). DOI : [10.1190/1.1444578](https://doi.org/10.1190/1.1444578) (cf. p. 10).
-

- [24] Horace Sir Lamb. « On waves in an elastic plate ». In : *Proceedings of The Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 93 (1917), p. 114-128 (cf. p. 10).
- [25] V. Vlasie, S de Barros, M. Rousseau et L. Champaney. « Ultrasonic rheological model of cohesive and adhesive zones in aluminum joints : validation by mechanical tests ». In : *Archive of Applied Mechanics* (2006). DOI : [10.1007/s00419-005-0401-x](https://doi.org/10.1007/s00419-005-0401-x) (cf. p. 12).
- [26] A. M. Lomonosov, C. Ni, Z. Shen et Z. Li. « Generation of negative group velocity Lamb waves by a moving laser source ». In : *Ultrasonics* 99 (2019), p. 105950. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2019.105950> (cf. p. 13).
- [27] A.L. Shuvalov et O. Poncelet. « On the backward Lamb waves near thickness resonances in anisotropic plates ». In : *International Journal of Solids and Structures* 45.11 (2008), p. 3430-3448. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.02.004> (cf. p. 13).
- [28] M.J.S. Lowe. « Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 42.4 (1995), p. 525-542. DOI : [10.1109/58.393096](https://doi.org/10.1109/58.393096) (cf. p. 14).
- [29] A. M. A. Huber. « Classification of solutions for guided waves in fluid-loaded viscoelastic composites with large numbers of layers ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 154.2 (août 2023), p. 1073-1094. DOI : [10.1121/10.0020584](https://doi.org/10.1121/10.0020584) (cf. p. 14).
- [30] W.T. Thomson. « Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid Medium ». In : *Journal of Applied Physics* 21.2 (1950), p. 89-93. DOI : <https://doi.org/10.1063/1.1699629> (cf. p. 14).
- [31] N. A. Haskell. « The dispersion of surface waves on multilayered media* ». In : *Bulletin of the Seismological Society of America* 43.1 (jan. 1953), p. 17-34. DOI : [10.1785/BSSA0430010017](https://doi.org/10.1785/BSSA0430010017) (cf. p. 14).
- [32] John W. Dunkin. « Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies ». In : *Bulletin of the Seismological Society of America* 55.2 (avr. 1965), p. 335-358. DOI : [10.1785/BSSA0550020335](https://doi.org/10.1785/BSSA0550020335) (cf. p. 14).
- [33] M. Castaings et B. Hosten. « Delta operator technique to improve the Thomson–Haskell-method stability for propagation in multilayered anisotropic absorbing plates ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 95.4 (avr. 1994), p. 1931-1941. DOI : [10.1121/1.408707](https://doi.org/10.1121/1.408707) (cf. p. 14).
- [34] M. Castaings et B. Hosten. « Guided waves propagating in sandwich structures made of anisotropic, viscoelastic, composite materials ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 113.5 (2003), p. 2622-2634. DOI : [10.1121/1.1562913](https://doi.org/10.1121/1.1562913) (cf. p. 14).
- [35] L. Knopoff. « A matrix method for elastic wave problems ». In : *Bulletin of the Seismological Society of America* 54.1 (fév. 1964), p. 431-438. DOI : [10.1785/BSSA0540010431](https://doi.org/10.1785/BSSA0540010431) (cf. p. 14).
- [36] B. Hosten et M. Castaings. « Surface impedance matrices to model the propagation in multilayered media ». In : *Ultrasonics* 41.7 (2003), p. 501-507. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0041-624X\(03\)00167-7](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(03)00167-7) (cf. p. 14).
-

- [37] S.I. Rokhlin et L. Wang. « Stable recursive algorithm for elastic wave propagation in layered anisotropic media : stiffness matrix method. » In : *Journal of the Acoustical Society of America* 112 3 Pt 1 (2002), p. 822-34. DOI : <https://doi.org/10.1121/1.1497365> (cf. p. 14).
- [38] L. Wang et S. Rokhlin. « Stable reformulation of transfer matrix method for wave propagation in layered anisotropic media ». In : *Ultrasonics* 39 (nov. 2001), p. 413-24. DOI : [10.1016/S0041-624X\(01\)00082-8](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(01)00082-8) (cf. p. 14).
- [39] A. Kamal et V. Giurgiutiu. « Stiffness Transfer Matrix Method (STMM) for stable dispersion curves solution in anisotropic composites ». In : t. 9064. Mars 2014, p. 906410. DOI : [10.1117/12.2044789](https://doi.org/10.1117/12.2044789) (cf. p. 14).
- [40] M. Barski et P. Pająk. « Determination of Dispersion Curves for Composite Materials with the Use of Stiffness Matrix Method ». In : *Acta Mechanica et Automatica* 11 (juin 2017), p. 121-128. DOI : [10.1515/ama-2017-0019](https://doi.org/10.1515/ama-2017-0019) (cf. p. 14).
- [41] L. Gavrić. « Computation of propagative waves in free rail using a finite element technique ». In : *Journal of Sound and Vibration* 185.3 (1995), p. 531-543. DOI : <https://doi.org/10.1006/jsvi.1995.0398> (cf. p. 15).
- [42] Takahiro Hayashi, Won-Joon Song et Joseph L Rose. « Guided wave dispersion curves for a bar with an arbitrary cross-section, a rod and rail example ». In : *Ultrasonics* 41.3 (2003), p. 175-183. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0041-624X\(03\)00097-0](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(03)00097-0) (cf. p. 15).
- [43] A. Marzani, E. Viola, I. Bartoli, F. Scalea et P. Rizzo. « A semi-analytical finite element formulation for modeling stress wave propagation in axisymmetric damped waveguides ». In : *Journal of Sound and Vibration* 318 (déc. 2008), p. 488-505. DOI : [10.1016/j.jsv.2008.04.028](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.04.028) (cf. p. 15).
- [44] S. Finnveden et M. Fraggstedt. « Waveguide finite elements for curved structures ». In : *Journal of Sound and Vibration* 312 (mai 2008), p. 644-671. DOI : [10.1016/j.jsv.2007.11.020](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.11.020) (cf. p. 15).
- [45] H. Gravenkamp, C. Song et J. Prager. « A numerical approach for the computation of dispersion relations for plate structures using the Scaled Boundary Finite Element Method ». In : *Journal of Sound and Vibration* 331 (mai 2012), p. 2543-2557. DOI : [10.1016/j.jsv.2012.01.029](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.01.029) (cf. p. 15).
- [46] P. Packo, T. Uhl et W.J. Staszewski. « Generalized semi-analytical finite difference method for dispersion curves calculation and numerical dispersion analysis for Lamb waves ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 136.3 (sept. 2014), p. 993-1002. DOI : [10.1121/1.4892778](https://doi.org/10.1121/1.4892778) (cf. p. 15).
- [47] E. Ducasse et M. Deschamps. « Mode computation of immersed multilayer plates by solving an eigenvalue problem ». In : *Wave Motion* 112 (2022), p. 102962. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2022.102962> (cf. p. 15).
- [48] A. T. I. Adamou et R. V. Craster. « Spectral methods for modelling guided waves in elastic media ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 116.3 (sept. 2004), p. 1524-1535. DOI : [10.1121/1.1777871](https://doi.org/10.1121/1.1777871) (cf. p. 15).
- [49] F.H Quintanilla, M.J.S Lowe et R.V. Craster. « Modeling guided elastic waves in generally anisotropic media using a spectral collocation method. » In : *Journal of the Acoustical Society of America* 137 3 (2015), p. 1180-94. DOI : <https://doi.org/10.1121/1.4913777> (cf. p. 15).
-

- [50] L Cohen. *Time-frequency analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0967-0661\(97\)90028-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0967-0661(97)90028-9) (cf. p. 16).
- [51] M. Niethammer, C. Eisenhardt, L. Jacobs, J. Jarzynski et J. Qu. « Application of the short time Fourier transform to interpret ultrasonic signals ». In : *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation* 509 (mai 2000), p. 703-708. DOI : [10.1063/1.1306118](https://doi.org/10.1063/1.1306118) (cf. p. 16).
- [52] William H. Prosser, Michael D. Seale et B. Thomas Smith. « Time-frequency analysis of the dispersion of Lamb modes. » In : *Journal of the Acoustical Society of America* 105 5 (1999), p. 2669-76. DOI : <https://doi.org/10.1121/1.426883> (cf. p. 16).
- [53] L. De Marchi, A. Marzani, S. Caporale et N. Speciale. « Ultrasonic Guided-Waves Characterization With Warped Frequency Transforms ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 56 (nov. 2009), p. 2232-2240. DOI : [10.1109/TUFFC.2009.1305](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2009.1305) (cf. p. 16, 35, 36).
- [54] M. Niethammer, L.J. Jacobs, J. Qu et J. Jarzynski. « Time-frequency representation of Lamb waves using the reassigned spectrogram ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 107.5 (mars 2000), p. L19-L24. DOI : [10.1121/1.428894](https://doi.org/10.1121/1.428894) (cf. p. 16).
- [55] P. Flandrin, F. Auger et E. Chassande-Mottin. « Time-Frequency Reassignment : From Principles to Algorithms ». In : jan. 2002, p. 179-204. ISBN : 9781315220017. DOI : [10.1201/9781315220017-5](https://doi.org/10.1201/9781315220017-5) (cf. p. 16).
- [56] M. Niethammer, L. Jacobs, J. Qu et J. Jarzynski. « Time-Frequency Representation of Lamb Waves ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 109 (juin 2001), p. 1841-7. DOI : [10.1121/1.1357813](https://doi.org/10.1121/1.1357813) (cf. p. 16).
- [57] Peter Cawley David N. Alleyne. « Optimization of lamb wave inspection techniques ». In : *NDT and E International* 25 (juin 1992), p. 11-22. DOI : [https://doi.org/10.1016/0963-8695\(92\)90003-Y](https://doi.org/10.1016/0963-8695(92)90003-Y). (cf. p. 17).
- [58] L. Draudviliene, O. Tumsys, L. Mazeika et E. Žukauskas. « Estimation of the Lamb wave phase velocity dispersion curves using only two adjacent signals ». In : *Composite Structures* 258 (oct. 2020). DOI : [10.1016/j.compstruct.2020.113174](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113174) (cf. p. 17).
- [59] D. Alleyne et P. Cawley. « A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 89.3 (mars 1991), p. 1159-1168. DOI : [10.1121/1.400530](https://doi.org/10.1121/1.400530) (cf. p. 17).
- [60] D.N. Alleyne et P. Cawley. « A 2-dimensional Fourier transform method for the quantitative measurement of Lamb modes ». In : *IEEE Symposium on Ultrasonics*. T. 2. 1990, p. 1143-1146. DOI : [10.1109/ULTSYM.1990.171541](https://doi.org/10.1109/ULTSYM.1990.171541) (cf. p. 17, 78).
- [61] K. Xu, J-G. Minonzio, D. Ta, B. Hu, W. Wang et P. Laugier. « Sparse inversion SVD method for dispersion extraction of ultrasonic guided waves in cortical bone ». In : juin 2015, p. 1-3. DOI : [10.1109/ESUCB.2015.7169918](https://doi.org/10.1109/ESUCB.2015.7169918) (cf. p. 17).
- [62] L. Ambrozinski, P. Packo, L. Pieczonka, T. Stepinski, T. Uhl et W. J. Staszewski. « Identification of material properties – efficient modelling approach based on guided wave propagation and spatial multiple signal classification ». In : *Structural*
-

- Control and Health Monitoring* 22.7 (2015), p. 969-983. DOI : <https://doi.org/10.1002/stc.1728> (cf. p. 17).
- [63] A. Datta. « On the application of the fk-MUSIC method to measurement of multimode surface wave phase velocity dispersion from receiver arrays ». In : *Journal of Seismology* 23 (nov. 2018), p. 243-260. DOI : [10.1007/s10950-018-9803-4](https://doi.org/10.1007/s10950-018-9803-4) (cf. p. 17).
- [64] P. Zabbal, G. Ribay, B. Chapuis et J. Jumel. « Multichannel Multiple Signal Classification for dispersion curves extraction of ultrasonic guided waves ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 143.2 (fév. 2018), p. 87-92. DOI : [10.1121/1.5022699](https://doi.org/10.1121/1.5022699) (cf. p. 17, 34, 80, 81).
- [65] T.K. Sarkar et O. Pereira. « Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials ». In : *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 37.1 (1995), p. 48-55. DOI : [10.1109/74.370583](https://doi.org/10.1109/74.370583) (cf. p. 17, 82).
- [66] X. Cao, L. Zeng et J. Lin. « Lamb wave mode decomposition and reconstruction based on the viscoelastic propagation model ». In : *Structural Health Monitoring* 20 (mai 2020), p. 147592172091499. DOI : [10.1177/1475921720914992](https://doi.org/10.1177/1475921720914992) (cf. p. 17, 82).
- [67] F.G. Yuan C.Y. Chang. « Extraction of guided wave dispersion curve in isotropic and anisotropic materials by Matrix Pencil method ». In : 2018, p. 143-154. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2018.05.003>. (cf. p. 17).
- [68] F. Schöpfer, F. Binder, A. Wöstehoff, Thomas Schuster, Sven Ende, S. Föll et Rolf Lammering. « Accurate determination of dispersion curves of guided waves in plates by applying the matrix pencil method to laser vibrometer measurement data ». In : *CEAS Aeronautical Journal* 4 (avr. 2013). DOI : [10.1007/s13272-012-0055-7](https://doi.org/10.1007/s13272-012-0055-7) (cf. p. 17, 82).
- [69] Tho N.H.T. Tran, K-C.T Nguyen, M.D Sacchi et L.H Le. « Imaging Ultrasonic Dispersive Guided Wave Energy in Long Bones Using Linear Radon Transform ». In : *Ultrasound in Medicine & Biology* 40.11 (2014), p. 2715-2727. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2014.05.021> (cf. p. 18).
- [70] Y. Luo, J. Xia, R. Miller, Y. Xu, J. Liu et Q. Liu. « Rayleigh-Wave Dispersive Energy Imaging Using a High-Resolution Linear Radon Transform ». In : *Pure and Applied Geophysics* 165 (mai 2008), p. 903-922. DOI : [10.1007/s00024-008-0338-4](https://doi.org/10.1007/s00024-008-0338-4) (cf. p. 18).
- [71] A. Kebaili et D. R. Schmitt. « Ultrasonic anisotropic phase velocity determination with the Radon transformation ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 101.6 (juin 1997), p. 3278-3286. DOI : [10.1121/1.418344](https://doi.org/10.1121/1.418344) (cf. p. 18).
- [72] J. Ma, P. Matuszyk, R. Mallan, C. Torres-Verdín et B. Voss. « Joint processing of forward and backward extended prony and weighted spectral semblance methods for robust extraction of velocity dispersion data ». In : juin 2010 (cf. p. 18).
- [73] J.A Nelder et R. Mead. « A Simplex Method for Function Minimization ». In : *Computer Journal* 7 (1965), p. 308-313. DOI : <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308> (cf. p. 18).
- [74] M. R. Karim, A. K. Mal et Y. Bar-Cohen. « Inversion of leaky Lamb wave data by simplex algorithm ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 88.1 (1990), p. 482-491. DOI : [10.1121/1.399927](https://doi.org/10.1121/1.399927) (cf. p. 19, 32).
-

- [75] O. Tumšys et L. Mažeika. « Determining the Elastic Constants of Isotropic Materials by Measuring the Phase Velocities of the A0 and S0 Modes of Lamb Waves ». In : *Sensors* 23.15 (2023). DOI : [10.3390/s23156678](https://doi.org/10.3390/s23156678) (cf. p. 19).
- [76] J. Foiret, J-G. Minonzio, C. Chappard, M. Talmant et P. Laugier. « Combined estimation of thickness and velocities using ultrasound guided waves : a pioneering study on in vitro cortical bone samples ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 61.9 (2014), p. 1478-1488. DOI : [10.1109/TUFFC.2014.3062](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2014.3062) (cf. p. 19).
- [77] M. Ponschab, D. Kiefer et S. Rupitsch. « Simulation-Based Characterization of Mechanical Parameters and Thickness of Homogeneous Plates Using Guided Waves ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* PP (août 2019), p. 1-1. DOI : [10.1109/TUFFC.2019.2933699](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2019.2933699) (cf. p. 20).
- [78] M. Mazzotti, C. Sugino, E. Kohtanen, A. Erturk et M. Ruzzene. « Experimental identification of high order Lamb waves and estimation of the mechanical properties of a dry human skull ». In : *Ultrasonics* 113 (2021), p. 106343. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2020.106343> (cf. p. 20).
- [79] S. Rupitsch et J. Ilg. « Complete Characterization of Piezoceramic Materials by Means of Two Block-Shaped Test Samples ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 62 (juill. 2015), p. 1403-1413. DOI : [10.1109/TUFFC.2015.006997](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2015.006997) (cf. p. 20).
- [80] S. Gratton, A. S. Lawless et N. K. Nichols. « Approximate Gauss–Newton Methods for Nonlinear Least Squares Problems ». In : *SIAM Journal on Optimization* 18.1 (2007), p. 106-132. DOI : [10.1137/050624935](https://doi.org/10.1137/050624935) (cf. p. 20).
- [81] F. Bauer, T. Hohage et A. Munk. « Iteratively Regularized Gauss–Newton Method for Nonlinear Inverse Problems with Random Noise ». In : *SIAM Journal on Numerical Analysis* 47 (jan. 2009), p. 1827-1846. DOI : [10.1137/080721789](https://doi.org/10.1137/080721789) (cf. p. 20).
- [82] M. Słowski. « Sequential stochastic identification of elastic constants using Lamb waves and particle filters ». In : *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences* 21 (2014), p. 15-26 (cf. p. 20).
- [83] M. Haywood-Alexander, N. Dervilis, R.S. Worden K.and Mills, P. Ladpli et T.J. Rogers. « A Bayesian Method for Material Identification of Composite Plates via Dispersion Curves ». In : *Sensors* 23.1 (2023). DOI : [10.3390/s23010185](https://doi.org/10.3390/s23010185) (cf. p. 20).
- [84] N. Bochud, Q. Vallet, Y. Bala, H. Follet, J.G. Minonzio et P. Laugier. « Genetic algorithms-based inversion of multimode guided waves for cortical bone characterization ». In : *Physics in Medicine and Biology* 61,19 (oct. 2016), p. 6953-6974. DOI : [10.1088/0031-9155/61/19/6953](https://doi.org/10.1088/0031-9155/61/19/6953) (cf. p. 21, 33, 86, 161).
- [85] P. Kudela, M. Radzienski, P. Fiborek et T. Wandowski. « Elastic constants identification of woven fabric reinforced composites by using guided wave dispersion curves and genetic algorithm ». In : *Composite Structures* 249 (juin 2020), p. 112569. DOI : [10.1016/j.compstruct.2020.112569](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112569) (cf. p. 21).
- [86] A. Marzani et L. De Marchi. « Characterization of the elastic moduli in composite plates via dispersive guided waves data and genetic algorithms ». In : *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 24 (oct. 2012), p. 2135-2147. DOI : [10.1177/1045389X12462645](https://doi.org/10.1177/1045389X12462645) (cf. p. 21, 32).
-

- [87] A. Eremin, E. Glushkov, N. Glushkova et R. Lammering. « Evaluation of effective elastic properties of layered composite fiber-reinforced plastic plates by piezoelectrically induced guided waves and laser Doppler vibrometry ». In : *Composite Structures* 125 (juill. 2015). DOI : [10.1016/j.compstruct.2015.02.029](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.02.029) (cf. p. 21, 32, 34-36).
- [88] A. Orta, J. Segers, J. Vandendriessche, N. Roozen, W. Van Paepegem, M. Kersemans et K. Van Den Abeele. « Characterization of the orthotropic elastic tensor of composites using full-field Lamb waves ». In : déc. 2020. DOI : [10.48465/fa.2020.0909](https://doi.org/10.48465/fa.2020.0909) (cf. p. 21, 22, 36).
- [89] E. Grippon. « Endommagement et microfissuration d'un composite à matrice céramique tissé 3D : approchemulti-échelle et évaluation ultrasonore ». Theses. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, nov. 2013 (cf. p. 21).
- [90] N. Bochud, J. Laurent, F. Bruno, D. Royer et C. Prada. « Towards real-time assessment of anisotropic plate properties using elastic guided waves ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 143 (fév. 2018). DOI : [10.1121/1.5024353](https://doi.org/10.1121/1.5024353) (cf. p. 21, 34, 86).
- [91] V. Takahashi, M. Lematre, J. Fortineau et M. Lethiecq. « Elastic parameters characterization of multilayered structures by air-coupled ultrasonic transmission and genetic algorithm ». In : *Ultrasonics* 119 (2022), p. 106619. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2021.106619> (cf. p. 21).
- [92] M.R. Bonyadi et Z. Michalewicz. « Particle Swarm Optimization for Single Objective Continuous Space Problems : A Review ». In : *Evolutionary Computation* 25 (mars 2017), p. 1-54. DOI : [10.1162/EVC0_r_00180](https://doi.org/10.1162/EVC0_r_00180) (cf. p. 21).
- [93] Y. Shi et E. RC. « A Modified Particle Swarm Optimizer ». In : t. 6. Juin 1998, p. 69-73. ISBN : 0-7803-4869-9. DOI : [10.1109/ICEC.1998.699146](https://doi.org/10.1109/ICEC.1998.699146) (cf. p. 21).
- [94] Y. Shi et R. Eberhart. « Empirical Study of Particle Swarm Optimization ». In : t. 3. Fév. 1999, 1950 Vol. 3. ISBN : 0-7803-5536-9. DOI : [10.1109/CEC.1999.785511](https://doi.org/10.1109/CEC.1999.785511) (cf. p. 21).
- [95] A. Martens, M. Kersemans, J. Daemen, E. Verboven, W. Van Paepegem, S. Delrue et K. Van Den Abeele. « Characterization of the orthotropic viscoelastic tensor of composites using the Ultrasonic Polar Scan ». In : *Composite Structures* (sept. 2019), p. 111499. DOI : [10.1016/j.compstruct.2019.111499](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111499) (cf. p. 22).
- [96] W.H. Ong, N. Rajic, W.K. Chiu et C. Rosalie. « Determination of the elastic properties of woven composite panels for Lamb wave studies ». In : *Composite Structures* 141 (2016), p. 24-31. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.12.017> (cf. p. 22).
- [97] Q. Chen, K. Xu et D. Ta. « High-resolution Lamb waves dispersion curves estimation and elastic property inversion ». In : *Ultrasonics* 115 (mars 2021). DOI : [10.1016/j.ultras.2021.106427](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2021.106427) (cf. p. 22, 34, 87).
- [98] X. Gao, Y. Tian, J. Jiao, C. Li et J. Gao. « Non-destructive measurements of thickness and elastic constants of plate structures based on Lamb waves and particle swarm optimization ». In : *Measurement* 204 (oct. 2022), p. 111981. DOI : [10.1016/j.measurement.2022.111981](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111981) (cf. p. 22).
- [99] M. Rautela, S. Gopalakrishnan, K. Gopalakrishnan et Y. Deng. « Ultrasonic Guided Waves Based Identification of Elastic Properties Using 1D-Convolutional Neural
-

- Networks ». In : *2020 IEEE International Conference on Prognostics and Health Management (ICPHM)*. 2020, p. 1-7. DOI : [10.1109/ICPHM49022.2020.9187057](https://doi.org/10.1109/ICPHM49022.2020.9187057) (cf. p. 22, 32).
- [100] K. Gopalakrishnan, M. Rautela et Y. Deng. « Deep Learning Based Identification of Elastic Properties Using Ultrasonic Guided Waves ». In : *European Workshop on Structural Health Monitoring*. Sous la dir. de Piervincenzo Rizzo et Alberto Milazzo. Cham : Springer International Publishing, 2021, p. 77-90. DOI : http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-64908-1_8 (cf. p. 22).
- [101] Admet. *Effect of Specimen Geometry on Tensile Testing Results*. URL : <https://www.admet.com/blog/effect-specimen-geometry-tensile-testing-results/> (cf. p. 23, 24).
- [102] D. Adams, L. Carlsson et B. Pipes. « Experimental Characterization of Advanced Composite Material ». In : (jan. 1987) (cf. p. 23).
- [103] V. Munoz, M. Perrin, M-L. Pastor, H. Weleman, A. Cantarel et M. Karama. « Determination of the elastic properties in CFRP composites : Comparison of different approaches based on tensile tests and ultrasonic characterization ». In : *Advances in aircraft and spacecraft science 2* (juill. 2015), p. 249-261. DOI : [10.12989/aas.2015.2.3.249](https://doi.org/10.12989/aas.2015.2.3.249) (cf. p. 24).
- [104] J.S. Kang, K. Navindaran, J. Phillips, K. Kenny et K.S. Moon. « Characterization of mechanical properties of soft tissues using sub-microscale tensile testing and 3D-Printed sample holder ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 138 (2023), p. 105581. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2022.105581> (cf. p. 24).
- [105] R. Prabhakaran et H. Xu. « Determination of Elastic Constants of Composites with a Circular Disk Specimen ». In : *Advanced Composites Letters* 10 (jan. 2019), p. 127-133. DOI : [10.1177/096369350101000303](https://doi.org/10.1177/096369350101000303) (cf. p. 24).
- [106] L. Pagnotta. « Determining elastic constants of materials with interferometric techniques ». In : *Inverse Problems in Science and Engineering* 14.8 (2006), p. 801-818. DOI : [10.1080/17415970600838806](https://doi.org/10.1080/17415970600838806) (cf. p. 24).
- [107] L. Bruno, G. Felice, L. Pagnotta, A. Poggialini et G. Stigliano. « Elastic characterization of orthotropic plates of any shape via static testing ». In : *International Journal of Solids and Structures* 45.3 (2008), p. 908-920. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.09.017> (cf. p. 24, 25).
- [108] M. Grediac et P.A. Paris. « Direct identification of elastic constants of anisotropic plates by modal analysis : theoretical and numerical aspects ». In : *Journal of Sound and Vibration* 195.3 (1996), p. 401-415. DOI : <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0434> (cf. p. 25).
- [109] J. Caillet, J.C. Carmona et D.L. Mazzone. « Estimation of plate elastic moduli through vibration testing ». In : *Applied Acoustics* 68 (mars 2007), p. 334-349. DOI : [10.1016/j.apacoust.2006.01.011](https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2006.01.011) (cf. p. 25).
- [110] Y. Ivanova, T. Partalin et I. Georgiev. « Characterisation of elastic properties of laminated composites by ultrasound and vibration ». In : juin 2016 (cf. p. 25).
- [111] S.L. Garrett. « Resonant acoustic determination of elastic moduli ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 88.1 (juill. 1990), p. 210-221. DOI : [10.1121/1.400334](https://doi.org/10.1121/1.400334) (cf. p. 25).
-

- [112] N. Pemberton-Pigott, C. Watson et D. Haub. « Measuring elastic moduli and loss tangent using a free-free resonant bar method ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 149 (fév. 2021), p. 1058-1068. DOI : [10.1121/10.0003431](https://doi.org/10.1121/10.0003431) (cf. p. 25).
- [113] M. Rébillat et X. Boutillon. « Identification of honeycomb sandwich properties by high-resolution modal analysis ». In : *EPJ Web of Conferences* 6 (juill. 2010). DOI : [10.1051/epjconf/20100641005](https://doi.org/10.1051/epjconf/20100641005) (cf. p. 25).
- [114] M. Rébillat et X. Boutillon. « Identification of elastic and damping properties of sandwich structures based on high resolution modal analysis of point measurements ». In : (sept. 2010) (cf. p. 25).
- [115] M. Alfano et L. Pagnotta. « A non-destructive technique for the elastic characterization of thin isotropic plates ». In : *NDT and E International* 40.2 (2007), p. 112-120. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2006.10.002> (cf. p. 26).
- [116] C. Maletta et L. Pagnotta. « On the determination of mechanical properties of composite laminates using genetic algorithms ». In : *International Journal of Mechanics and Materials in Design* 1 (mai 2004), p. 199-211. DOI : [10.1007/s10999-004-1731-5](https://doi.org/10.1007/s10999-004-1731-5) (cf. p. 26).
- [117] J. E. Zimmer et J. R. Cost. « Determination of the Elastic Constants of a Unidirectional Fiber Composite Using Ultrasonic Velocity Measurements ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 47.3B (mars 1970), p. 795-803. DOI : [10.1121/1.1911962](https://doi.org/10.1121/1.1911962) (cf. p. 27).
- [118] D.A.P Paterson, W. Ijomah et J.F.C. Windmill. « Elastic constant determination of unidirectional composite via ultrasonic bulk wave through transmission measurements : A review ». In : *Progress in Materials Science* 97 (2018), p. 1-37. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2018.04.001> (cf. p. 27).
- [119] S. Baudouin et B. Hosten. « Comparison between prediction and measurement of viscoelastic moduli in composite materials versus temperature using ultrasonic immersion technique with oil ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 102.6 (déc. 1997), p. 3450-3457. DOI : [10.1121/1.419587](https://doi.org/10.1121/1.419587) (cf. p. 27, 28, 45).
- [120] B. Castagnede, J. Roux et B. Hosten. « Correlation method for normal mode tracking in anisotropic media using an ultrasonic immersion system ». In : *Ultrasonics* 27.5 (1989), p. 280-287. DOI : [https://doi.org/10.1016/0041-624X\(89\)90069-3](https://doi.org/10.1016/0041-624X(89)90069-3) (cf. p. 28).
- [121] E. Franco, J. Meza et F. Buiocchi. « Measurement of elastic properties of materials by the ultrasonic through-transmission technique ». In : *DYNA (Colombia)* 78 (août 2011), p. 58-64 (cf. p. 28).
- [122] Y.C. Chu, A. Degtyar et S. Rokhlin. « On determination of orthotropic material moduli from ultrasonic velocity data in nonsymmetry planes ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 95 (juin 1994), p. 3191-3203. DOI : <http://dx.doi.org/10.1121/1.409983> (cf. p. 28, 144).
- [123] B. Castagnede, J. Jenkins, W. Sachse et S. Baste. « Optimal determination of the elastic constants of composite materials from ultrasonic wave-speed measurements ». In : *Journal of Applied Physics* 67 (avr. 1990), p. 2753-2761. DOI : <https://doi.org/10.1063/1.345441> (cf. p. 28).
-

- [124] T.T Wu et Z.H Ho. « Anisotropic wave propagation and its applications to NDE of composite materials ». In : *Experimental Mechanics* (1990). DOI : <https://doi.org/10.1007/BF02321497> (cf. p. 28).
- [125] C. Aristégui et S. Baste. « Optimal recovery of the elasticity tensor of general anisotropic materials from ultrasonic velocity data ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 101.2 (fév. 1997), p. 813-833. DOI : [10.1121/1.418040](https://doi.org/10.1121/1.418040) (cf. p. 28, 48).
- [126] B. Hosten. « Reflection and transmission of acoustic plane waves on an immersed orthotropic and viscoelastic solid layer ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 89.6 (1991), p. 2745-2752. DOI : <https://doi.org/10.1121/1.400685> (cf. p. 28).
- [127] B. Hosten, D.A. Hutchins et D.W. Schindel. « Measurement of elastic constants in composite materials using air-coupled ultrasonic bulk waves ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 99.4 (avr. 1996), p. 2116-2123. DOI : [10.1121/1.415398](https://doi.org/10.1121/1.415398) (cf. p. 28).
- [128] A. Nouili, R. Pitti, T. Delaunay, H. Riahi, F. Eric et E. Le Clézio. « An indentation technique for mechanical characteristics of wood in room temperature ». In : sept. 2014. DOI : [10.13140/2.1.4363.4566](https://doi.org/10.13140/2.1.4363.4566) (cf. p. 29).
- [129] B. Hosten et M. Castaing. « Validation at lower frequencies of the effective elastic constants measurements for orthotropic composite materials ». In : *Review of Progress in Quantitative NDE* 12.6 (1993), p. 1193-1199. DOI : https://doi.org/10.1007/978-1-4615-2848-7_153 (cf. p. 29).
- [130] Junru Wu. « Determination of velocity and attenuation of shear waves using ultrasonic spectroscopy ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 99.5 (mai 1996), p. 2871-2875. DOI : [10.1121/1.414880](https://doi.org/10.1121/1.414880) (cf. p. 29).
- [131] K. Tsuji, T. Norisuye, H. Nakanishi et Q. Tran-Cong-Miyata. « Simultaneous measurements of ultrasound attenuation, phase velocity, thickness, and density spectra of polymeric sheets ». In : *Ultrasonics* 99 (2019), p. 105974. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2019.105974> (cf. p. 29).
- [132] E. Le Clézio, J. Fortineau, G. Feuillard, L. Brancheriau et P. Lasaygues. « Caractérisation ultrasonore du bois ». In : *10ème Congrès Français d'Acoustique* (avr. 2010) (cf. p. 29).
- [133] C.C.H. Guyott et P. Cawley. « Evaluation of the cohesive properties of adhesive joints using ultrasonic spectroscopy ». In : *NDT and E International* 21.4 (1988), p. 233-240. DOI : [https://doi.org/10.1016/0308-9126\(88\)90336-7](https://doi.org/10.1016/0308-9126(88)90336-7) (cf. p. 29).
- [134] A.I. Lavrentyev et S.I. Rokhlin. « Determination of elastic moduli, density, attenuation, and thickness of a layer using ultrasonic spectroscopy at two angles ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 102.6 (déc. 1997), p. 3467-3477. DOI : [10.1121/1.420394](https://doi.org/10.1121/1.420394) (cf. p. 29).
- [135] B-F. Ju, X. Bai et J. Chen. « Simultaneous measurement of local longitudinal and transverse wave velocities, attenuation, density, and thickness of films by using point-focus ultrasonic spectroscopy ». In : *Journal of Applied Physics* 112.8 (oct. 2012), p. 084910. DOI : [10.1063/1.4758136](https://doi.org/10.1063/1.4758136) (cf. p. 29).
- [136] O. Arnould, R. Longo, D. Laux, T. Delaunay, S. Pagano et E. Le Clézio. « Elastic characterization of wood by Resonant Ultrasound Spectroscopy (RUS) : a compre-
-

- hensive study ». In : *Wood Science and Technology* 52 (mars 2018). DOI : [10.1007/s00226-017-0980-z](https://doi.org/10.1007/s00226-017-0980-z) (cf. p. 30).
- [137] R. Longo, T. Delaunay, D. Laux, M. El Mouridi, O. Arnould et E. Le Clézio. « Wood elastic characterization from a single sample by resonant ultrasound spectroscopy ». In : *Ultrasonics* 52.8 (2012), p. 971-974. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2012.08.006> (cf. p. 30).
- [138] M. Castaings et B. Hosten. « Air-coupled measurement of plane wave, ultrasonic plate transmission for characterising anisotropic, viscoelastic materials ». In : *Ultrasonics* 38.1 (2000), p. 781-786. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0041-624X\(99\)00036-0](https://doi.org/10.1016/S0041-624X(99)00036-0) (cf. p. 30, 106).
- [139] W-L. Wu, X-G. Wang, Z-C. Huang et N-X. Wu. « Measurements of the weak bonding interfacial stiffness by using air-coupled ultrasound ». In : *AIP Advances* 7.12 (déc. 2017), p. 125316. DOI : [10.1063/1.5001248](https://doi.org/10.1063/1.5001248) (cf. p. 30).
- [140] S. Mezil, J. Laurent, D. Royer et C. Prada. « Non contact probing of interfacial stiffnesses between two plates by zero-group velocity Lamb modes ». In : *Applied Physics Letters* 105.2 (juill. 2014), p. 021605. DOI : [10.1063/1.4890110](https://doi.org/10.1063/1.4890110) (cf. p. 30).
- [141] S. Mezil, F. Bruno, S. Raetz, J. Laurent, D. Royer et C. Prada. « Investigation of interfacial stiffnesses of a tri-layer using Zero-Group Velocity Lamb modes ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 138.5 (nov. 2015), p. 3202-3209. DOI : [10.1121/1.4934958](https://doi.org/10.1121/1.4934958) (cf. p. 30).
- [142] C. Grünsteidl, T. W. Murray, T. Berer et A. V. István. « Inverse characterization of plates using zero group velocity Lamb modes ». In : *Ultrasonics* 65 (2016), p. 1-4. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2015.10.015> (cf. p. 30).
- [143] M. Cès, D. Royer et C. Prada. « Characterization of mechanical properties of a hollow cylinder with zero group velocity Lamb modes ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 132.1 (juill. 2012), p. 180-185. DOI : [10.1121/1.4726033](https://doi.org/10.1121/1.4726033) (cf. p. 30).
- [144] M. Castaings et B. Le Crom. « SH guided waves to infer the shear stiffness of adhesive bonds ». In : *AIP Conference Proceedings* 1335.1 (juin 2011), p. 1071-1078. DOI : [10.1063/1.3592055](https://doi.org/10.1063/1.3592055) (cf. p. 31).
- [145] M. Castaings. « SH ultrasonic guided waves for the evaluation of interfacial adhesion ». In : *Ultrasonics* 54.7 (2014), p. 1760-1775. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2014.03.002> (cf. p. 31).
- [146] M.V. Predoi, M. Ech Cherif El Kettani, D. Leduc, P. Pareige et K. Coné. « Use of shear horizontal waves to distinguish adhesive thickness variation from reduction in bonding strength ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 138.2 (août 2015), p. 1206-1213. DOI : [10.1121/1.4928299](https://doi.org/10.1121/1.4928299) (cf. p. 31).
- [147] A. Abid, D. Pereira, J. Fernandes et P. Belanger. « Sensitivity Study of Ultrasonic Guided Waves to Cortical Bone Mechanical Properties with Axial and Circumferential Propagation ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 103 (mai 2017), p. 421-429. DOI : [10.3813/AAA.919072](https://doi.org/10.3813/AAA.919072) (cf. p. 32).
- [148] P-C. Ostiguy, N. Quaegebeur et P. Masson. « Non-destructive evaluation of coating thickness using guided waves ». In : *NDT and E International* 76 (déc. 2015), p. 17-25. DOI : [10.1016/j.ndteint.2015.08.004](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2015.08.004) (cf. p. 32, 33, 56).
-

- [149] J Deán, C. Trillo, Angel Doval et J. Fernandez. « Determination of thickness and elastic constants of aluminum plates from full-field wavelength measurements of single-mode narrowband Lamb waves ». In : *J Acoust Soc of Am* 124 (oct. 2008), p. 1477-89. DOI : [10.1121/1.2945707](https://doi.org/10.1121/1.2945707) (cf. p. 32, 35, 56).
- [150] J. Bulling, G. Franosch, Y. Lugovtsova et J. Prager. « Sensitivity of Ultrasonic Guided Waves to Elastic Constants : A Numerical Study ». In : jan. 2021, p. 759-768. DOI : [10.1007/978-3-030-64594-6_73](https://doi.org/10.1007/978-3-030-64594-6_73) (cf. p. 32, 50).
- [151] C. Despres, C. Biateau, M. Castaings, N. Quaegebeur, P. Masson et E. Ducasse. « Characterization of viscoelastic moduli and thickness of isotropic, viscoelastic plates using multi-modal Lamb waves ». In : *NDT and E International* 144 (2024), p. 103095. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2024.103095> (cf. p. 32, 35, 36, 38, 89).
- [152] M. Born et E. Wolf. « Principles of Optics ». In : *Cambridge University Press* (1959) (cf. p. 33).
- [153] A. E. Takiy, S. C. G. Granja, R. T. Higuti, C. Kitano, L. Elvira Segura et O. Martínez-Graullera. « Low attenuation frequency bands for Lamb waves immersed in viscous fluids : theoretical analysis and experimental validation. » In : (2013). DOI : [10.3850/978-981-07-5938-4_P0305](https://doi.org/10.3850/978-981-07-5938-4_P0305) (cf. p. 33).
- [154] J-G. Minonzio, M. Talmant et P. Laugier. « Guided wave phase velocity measurement using multi-emitter and multi-receiver arrays in the axial transmission configuration ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 127 (mai 2010), p. 2913-9. DOI : [10.1121/1.3377085](https://doi.org/10.1121/1.3377085) (cf. p. 34).
- [155] L. Moreau, J-G. Minonzio, J. Foiret, E. Bossy, M. Talmant et P. Laugier. « Accurate measurement of guided modes in a plate using a bidirectional approach ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 135.1 (déc. 2013), EL15-EL21. DOI : [10.1121/1.4832335](https://doi.org/10.1121/1.4832335) (cf. p. 34, 94).
- [156] L. Moreau, J-G. Minonzio, M. Talmant et P. Laugier. « Measuring the wavenumber of guided modes in waveguides with linearly varying thickness ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 135.5 (mai 2014), p. 2614-2624. DOI : [10.1121/1.4869691](https://doi.org/10.1121/1.4869691) (cf. p. 34).
- [157] G. Veit et P. Bélanger. « An ultrasonic guided wave excitation method at constant phase velocity using ultrasonic phased array probes ». In : *Ultrasonics* 102 (2020), p. 106039. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2019.106039> (cf. p. 34).
- [158] K-C. T. Nguyen, L. Le, T. Tran, M. Sacchi et E.d Lou. « Excitation of ultrasonic Lamb waves using a phased array system with two array probes : Phantom and in vitro bone studies ». In : *Ultrasonics* 54 (août 2013). DOI : [10.1016/j.ultras.2013.08.004](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2013.08.004) (cf. p. 34).
- [159] D. Pereira, A. Le Duff, G. Painchaud-April et P. Belanger. « Simulation-Based Inversion for the Characterization of Adhesively Bonded Joints Using Ultrasonic Guided Waves ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 69.7 (2022), p. 2400-2407. DOI : [10.1109/TUFFC.2022.3175773](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2022.3175773) (cf. p. 35).
- [160] A. Chaboty, V-H. Nguyen, G. Haiat et P. Bélanger. « Cortical Bone Properties Assessment Using Axially Transmitted Low Frequency (< 500 kHz) Ultrasonic
-

- Guided waves ». In : *2023 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*. 2023, p. 1-4. DOI : [10.1109/IUS51837.2023.10306415](https://doi.org/10.1109/IUS51837.2023.10306415) (cf. p. 35).
- [161] P. Khalili et P. Cawley. « Excitation of Single Mode Lamb Waves at High Frequency Thickness Products ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 63 (déc. 2016), p. 1-1. DOI : [10.1109/TUFFC.2015.2507443](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2015.2507443) (cf. p. 35, 36, 103).
- [162] M. Castro-Colin, J. Lopez et R. Osegueda. « Identification of Laser-induced Lamb waves ». In : *Revista Mexicana de Fisica Supplement* 53 (fév. 2007) (cf. p. 35, 107).
- [163] B. Hosten et M. Castaings. « Parabolic Mirror and Air-Coupled Transducer for Multimodal Plate Wave Detection ». In : *AIP Conference Proceedings* 657.1 (2003), p. 1243-1250. DOI : [10.1063/1.1570274](https://doi.org/10.1063/1.1570274) (cf. p. 35, 36, 76).
- [164] N. Quaegebeur, P-C Ostiguy et P. Masson. « Hybrid empirical/analytical modeling of guided wave generation by circular piezoceramics ». In : *Smart Materials and Structures* 24 (mars 2015), p. 035003. DOI : [10.1088/0964-1726/24/3/035003](https://doi.org/10.1088/0964-1726/24/3/035003) (cf. p. 36).
- [165] V. Giurgiutiu. « Lamb Wave Generation with Piezoelectric Wafer Active Sensors for Structural Health Monitoring ». In : *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* 5056 (août 2003). DOI : [10.1117/12.483492](https://doi.org/10.1117/12.483492) (cf. p. 36).
- [166] D. Fei et D. E. Chimenti. « Single-scan elastic property estimation in plates ». In : *Acoustics Research Letters Online* 2.1 (2001), p. 49-54. DOI : [10.1121/1.1353376](https://doi.org/10.1121/1.1353376) (cf. p. 36).
- [167] D. Fei, D. Chimenti et S. Teles. « Material property estimation in thin plates using focused, synthetic-aperture acoustic beams ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 113 (juin 2003), p. 2599-610. DOI : [10.1121/1.1561496](https://doi.org/10.1121/1.1561496) (cf. p. 36).
- [168] W. Gao, C. Glorieux et J. Thoen. « Laser ultrasonic study of Lamb waves : Determination of the thickness and velocities of a thin plate ». In : *International Journal of Engineering Science* 41 (jan. 2003), p. 219-228. DOI : [10.1016/S0020-7225\(02\)00150-7](https://doi.org/10.1016/S0020-7225(02)00150-7) (cf. p. 37).
- [169] C-H. Yeh et C-H. Yang. « Characterization of mechanical and geometrical properties of a tube with axial and circumferential guided waves ». In : *Ultrasonics* 51.4 (2011), p. 472-479. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2010.11.013> (cf. p. 37).
- [170] K. Heller, L.J Jacobs et J. Qu. « Characterization of adhesive bond properties using Lamb waves ». In : *NDT and E International* 33.8 (2000), p. 555-563. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0963-8695\(00\)00022-0](https://doi.org/10.1016/S0963-8695(00)00022-0) (cf. p. 37).
- [171] Y. Yanez, M. Garcia-Rodriguez, M. Garcia-Hernandez, J. Salazar, A. Turo et J. A. Chávez Domínguez. « Lamb wave generation with an air-coupled piezoelectric concave array using square-wave burst excitation ». In : *NDT and E International* (juin 2008), p. 292-299. DOI : [10.1016/j.ndteint.2007.10.011](https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2007.10.011) (cf. p. 37, 38).
- [172] B. Hosten, C. Biateau, M. Castaings et D. Rozière. « Etude et caractérisation de transducteurs à couplage par air pour l'évaluation et le contrôle non destructifs des matériaux ». In : *Instrumentation Mesures Metrologie* 1 (jan. 2001), p. 169-189 (cf. p. 37, 52, 129, 133).
-

- [173] M. Garcia-Rodriguez, Y. Yanez, M. Garcia-Hernandez, J. Salazar, A. Turo et J. A. Chávez Domínguez. « Experimental Velocity Measurements of the Low-Order Antisymmetric Lamb Wave Generated-Detected in Metallic Plates Using Air-Coupled Concave Array Transducers ». In : *Journal of Nondestructive Evaluation* 30 (juin 2011), p. 50-58. DOI : [10.1007/s10921-011-0089-5](https://doi.org/10.1007/s10921-011-0089-5) (cf. p. 37, 38).
- [174] M.S Harb et F.G Yuan. « A rapid, fully non-contact, hybrid system for generating Lamb wave dispersion curves ». In : *Ultrasonics* 61 (2015), p. 62-70. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2015.03.006>. (cf. p. 38, 106).
- [175] T. Wandowski, D. Mindykowski, P. Kudela et M. Radzienski. « Analysis of Air-Coupled Transducer-Based Elastic Waves Generation in CFRP Plates ». In : *Sensors* 21.21 (2021). DOI : [10.3390/s21217134](https://doi.org/10.3390/s21217134) (cf. p. 38).
- [176] M. Castaings, P. Cawley, R. Farlow et G. Hayward. « Single Sided Inspection of Composite Materials Using Air Coupled Ultrasound ». In : *Journal of Nondestructive Evaluation* 17 (1998), p. 37-45. DOI : <https://doi.org/10.1023/A:1022632513303> (cf. p. 38).
- [177] M. Castaings et B. Hosten. « Lamb and SH waves generated and detected by air-coupled ultrasonic transducers in composite material plates ». In : *NDT and E International* 34.4 (2001), p. 249-258. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0963-8695\(00\)00065-7](https://doi.org/10.1016/S0963-8695(00)00065-7) (cf. p. 38, 39, 63).
- [178] B. Hosten, M. Castaings, H. Tretout et H. Voillaume. « Identification of composite materials elastic moduli from Lamb wave velocities measured with single sided, contactless ultrasonic method ». In : *AIP Conference Proceedings* 557 (avr. 2001), p. 1023-1030. DOI : [10.1063/1.1373867](https://doi.org/10.1063/1.1373867) (cf. p. 38).
- [179] H.A Bowman et R.M Schoonover. « Procedure for high precision density determinations by hydrostatic weighing ». In : *Journal of Research of the National Bureau of Standards, Section C : Engineering and Instrumentation* (1967), p. 179 (cf. p. 44, 163, 164).
- [180] B. Hosten, M. Deschamps et B. R. Tittmann. « Inhomogeneous wave generation and propagation in lossy anisotropic solids. Application to the characterization of viscoelastic composite materials ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 82.5 (nov. 1987), p. 1763-1770. DOI : [10.1121/1.395170](https://doi.org/10.1121/1.395170) (cf. p. 45).
- [181] M. Castaings et S. Puliyaokote. « Guided waves propagation and scattering in adhesively-bonded composite structures ». International Congress on Ultrasonics. 2019 (cf. p. 47).
- [182] B. Hosten. « Stiffness matrix invariants to validate the characterization of composite materials with ultrasonic methods ». In : *Ultrasonics* 30.6 (1992), p. 365-370. DOI : [https://doi.org/10.1016/0041-624X\(92\)90092-Z](https://doi.org/10.1016/0041-624X(92)90092-Z) (cf. p. 48, 146).
- [183] E. Siryabe, M. Rénier, A. Meziane, J. Galy et M. Castaings. « Apparent anisotropy of adhesive bonds with weak adhesion and non-destructive evaluation of interfacial properties ». In : *Ultrasonics* 79 (2017), p. 34-51. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2017.02.020> (cf. p. 49, 71).
- [184] Victor Gayoux. « Transmission d'un faisceau ultrasonore borné en incidence normale à travers une plaque immergée. Application à l'évaluation non destructive localisée d'assemblages collés. » 2023BORD0134. Thèse de doct. 2023. URL : <http://www.theses.fr/2023BORD0134/document> (cf. p. 49, 71).
-

- [185] Solvay. *Technical Data Sheet FM[®] 300*. URL : <https://www.solvay.com/en/product/fm-300> (cf. p. 50).
- [186] M.J.S Lowe et P. Cawley. « The applicability of plate wave techniques for the inspection of adhesive and diffusion bonded joints ». In : *Journal of Nondestructive Evaluation* (1994). DOI : <https://doi.org/10.1007/BF00742584> (cf. p. 70).
- [187] P.B. Nagy et L. Adler. « Nondestructive evaluation of adhesive joints by guided waves ». In : *Journal of Applied Physics* 66.10 (nov. 1989), p. 4658-4663. DOI : [10.1063/1.343822](https://doi.org/10.1063/1.343822) (cf. p. 70).
- [188] Valentin Serey. « Sélectivité modale d’ondes ultrasonores dans des guides d’ondes de section finie à l’aide d’éléments piézoélectriques intégrés pour le SHM ». 2018BORD0403. Thèse de doct. 2018. URL : <http://www.theses.fr/2018BORD0403/document> (cf. p. 79).
- [189] A. Khintchine. « Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse ». In : *Mathematische Annalen* 109 (1934), p. 604-615 (cf. p. 80).
- [190] Y. Hua et T.K. Sarkar. « Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise ». In : *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 38.5 (1990), p. 814-824. DOI : [10.1109/29.56027](https://doi.org/10.1109/29.56027) (cf. p. 82).
- [191] Y. Shi et R.C. Eberhart. « Parameter selection in particle swarm optimization ». In : *Evolutionary Programming VII*. Sous la dir. de V. W. Porto, N. Saravanan, D. Waagen et A. E. Eiben. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1998, p. 591-600. DOI : <https://doi.org/10.1007/BFb0040810> (cf. p. 87).
- [192] E.H. Moore. « On the Reciprocal of the General Algebraic Matrix (Abstract) ». In : *Bulletin of the American Mathematical Society* 26 (1920), p. 394-395 (cf. p. 88).
- [193] R. Penrose. « A generalized inverse for matrices ». In : *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 51 (1955), p. 406-413. DOI : [10.1017/S0305004100030401](https://doi.org/10.1017/S0305004100030401) (cf. p. 88).
- [194] I. Núñez, R. K. Ing, C. Negreira et M. Fink. « Transfer and Green functions based on modal analysis for Lamb waves generation ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 107.5 (mai 2000), p. 2370-2378. DOI : [10.1121/1.428623](https://doi.org/10.1121/1.428623) (cf. p. 102, 103, 190).
- [195] X. Jia. « Modal analysis of Lamb wave generation in elastic plates by liquid wedge transducers ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 101.2 (1997), p. 834-842. DOI : [10.1121/1.418041](https://doi.org/10.1121/1.418041) (cf. p. 102, 187).
- [196] E. Moulin, S. Grondel, J. Assaad et L. Duquenne. « Modeling a surface-mounted Lamb wave emission-reception system : Applications to structural health monitoring ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 124 (jan. 2009), p. 3521-7. DOI : [10.1121/1.2996337](https://doi.org/10.1121/1.2996337) (cf. p. 102).
- [197] J. J. Ditri et J. L. Rose. « Excitation of Guided Waves in Generally Anisotropic Layers Using Finite Sources ». In : *Journal of Applied Mechanics* 61.2 (juin 1994), p. 330-338. DOI : [10.1115/1.2901449](https://doi.org/10.1115/1.2901449) (cf. p. 102).
- [198] P. Wilcox. « Modeling the Excitation of Lamb and SH Waves by Point and Line Sources ». In : *AIP Conference Proceedings* 700.1 (fév. 2004), p. 206-213. DOI : [10.1063/1.1711626](https://doi.org/10.1063/1.1711626) (cf. p. 103).
-

- [199] S. Sanabria Martin, T. Marhenke, R. Furrer et J. Neuenschwander. « Calculation of Volumetric Sound Field of Pulsed Air-Coupled Ultrasound Transducers Based on Single-Plane Measurements ». In : *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* PP (nov. 2017), p. 1-1. DOI : [10.1109/TUFFC.2017.2773619](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2017.2773619) (cf. p. 104).
- [200] M. Greševićius, E. Jasiūnienė et L. Mažeika. « Comparison of simulations of ultrasonic fields of rectangular transducer ». In : *Ultrasound* 64.4 (2009) (cf. p. 104).
- [201] Wikipedia. *Window Function*. URL : https://en.wikipedia.org/wiki/Window_function#cite_note-Tu-57 (cf. p. 105).
- [202] S. Shevtsov, V. Chebanenko, M. Shevtsova, S-H. Chang, E. Kirillova et E. Rozhkov. « On the Directivity of Lamb Waves Generated by Wedge PZT Actuator in Thin CFRP Panel ». In : (fév. 2020). DOI : [10.20944/preprints201912.0279.v2](https://doi.org/10.20944/preprints201912.0279.v2) (cf. p. 107).
- [203] Wikipédia. *BoPET*. URL : <https://en.wikipedia.org/wiki/BoPET> (cf. p. 129).
- [204] SpecialChem SA. *Dielectric Strength : Unit, Formula & Test Method of Materials*. URL : <https://omnexus.specialchem.com/polymer-property/dielectric-strength> (cf. p. 130).
- [205] Alice Hong. *Dielectric Strength of Air*. 2000. URL : <https://hypertextbook.com/facts/2000/AliceHong.shtml> (cf. p. 130).
- [206] M. Tafkirte et A. Hamine. « A transfer matrix model and application spectral and time-frequency to study an ultrasonic waves backscattered by different plates immersed in water ». In : *Materials Today : Proceedings* 36 (juin 2020). DOI : [10.1016/j.matpr.2020.05.206](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.05.206) (cf. p. 131).
- [207] T. Gehrke, F. Cheikhrouhou et H. Overhoff. « Derivation of the impulse response of ultrasonic transducers by experimental system identification ». In : t. 1. Oct. 2005, p. 349-352. DOI : [10.1109/ULTSYM.2005.1602866](https://doi.org/10.1109/ULTSYM.2005.1602866) (cf. p. 131).
- [208] J. Krautkrämer et H. Krautkrämer. *Ultrasonic Testing of Materials*. Sous la dir. de Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH. 4^e éd. 1990 (cf. p. 134, 135).
- [209] I. Zitouni, H. Rhimini et A. Chouaf. « Modeling the Propagation of Ultrasonic Guided Waves in a Composite Plate by a Spectral Approximation Method ». In : *Engineering Transactions* (mai 2023), p. 2023. DOI : [10.24423/EngTrans.3073.20230510](https://doi.org/10.24423/EngTrans.3073.20230510) (cf. p. 161).
- [210] G. Kell. « Density, thermal expansivity, and compressibility of liquid water from 0.deg. to 150.deg.. Correlations and tables for atmospheric pressure and saturation reviewed and expressed on 1968 temperature scale ». In : *Journal of Chemical and Engineering Data* 20 (1975), p. 97-105 (cf. p. 164).
- [211] F. Jones et G. Harris. « ITS-90 Density of Water Formulation for Volumetric Standards Calibration ». In : *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* 97 (mai 1992), p. 335. DOI : [10.6028/jres.097.013](https://doi.org/10.6028/jres.097.013) (cf. p. 164).
- [212] D.K. Hsu et M.S. Hughes. « Simultaneous ultrasonic velocity and sample thickness measurement and application in composites ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 92.2 (août 1992), p. 669-675. DOI : [10.1121/1.405279](https://doi.org/10.1121/1.405279) (cf. p. 166).
- [213] N. Bilaniuk et G.S.K. Wong. « Speed of sound in pure water as a function of temperature ». In : *Journal of the Acoustical Society of America* 93.3 (mars 1993), p. 1609-1612. DOI : [10.1121/1.406819](https://doi.org/10.1121/1.406819) (cf. p. 166, 167).
-

- [214] B.A Auld. « Acoustic Fields and Waves in Solids. Vol. I and II, 2nd Edition ». In : (1990). Sous la dir. de Malabar Krieger Publishing Company (cf. p. [188](#)).
-

